

ON THE FIRST ORDER SECULAR PERTURBATIONS  
OF AN ARTIFICIAL SATELLITE  
IN THE GRAVITATIONAL FIELD OF THE OBLATE EARTH

by  
*I. Izsák*

Some interesting theoretical problems have arisen concerning the revolution of artificial satellites around the Earth. This kinematic phenomenon could only be described accurately by Kepler's well-known laws if no force other than the gravitational attraction of an Earth of spherically symmetrical mass-distribution acted upon the artificial satellite. It is obvious, however, that in the case of a celestial body moving in the proximity of the Earth's surface neither air resistance, nor the correction of the gravitational field due to the oblateness of the Earth may be neglected. At greater distances, on the other hand, the attraction of the Moon and the Sun must be taken into account. While the theory of perturbations due to air resistance is easily accessible in past astronomical literature (*e. g.* [1]), the problem of the perturbations caused by oblateness has only recently arisen in the general form needed in our case. In the present paper, after a comparison of the gravitational forces to be taken into account, the first order secular perturbations of an artificial satellite due to the oblateness of the Earth shall be determined for an arbitrary inclination and excentricity of its orbit.

1. A COMPARISON OF THE GRAVITATIONAL FORCES  
ACTING UPON AN ARTIFICIAL SATELLITE

If the oblateness of the Earth were negligible, or if we were to examine its attraction at a great distance from it, the gravitational field of a point-mass with a mass equal to that of the Earth and located at the centre of the Earth could be substituted for its actual gravitational field. In our case, however, the attraction of the Earth can be described with sufficient accuracy by the force-function

$$U(r, \beta) = \frac{\mu}{r} \left\{ 1 + \frac{v}{r^2} (1 - 3 \sin^2 \beta) \right\} \quad (1)$$

where

$r$  is the distance of a point in space from the centre of the Earth,  
 $\beta$  is the angle between the radius vector and the plane of the equator,

$$\mu = f m_E \quad \text{and} \quad v = \frac{C - A}{2 m_E}$$

where

$f$  is the gravitational constant,  
 $m_E$  the mass of the Earth,

$C$  and  $A$  its moments of inertia about the axis of rotation and an equatorial axis, respectively (*e. g.* [2], apart from notation).

The second term of the force-function (1) yields the disturbing function  $R$  due to the oblateness of the Earth, the disturbing force acting upon a unit mass being its gradient  $\mathbf{F}$ .

Since

$$R = \frac{\mu \nu}{r^3} (1 - 3 \sin^2 \beta)$$

depends only on the geocentric distance of the artificial satellite and on its latitude the vector  $\mathbf{F}$  always lies in a meridian plane. Namely

$$\mathbf{F} = \text{grad } R = \frac{\partial R}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial \beta} \mathbf{e}_\beta$$

where  $\mathbf{e}_r$  and  $\mathbf{e}_\beta$  are unit vectors normal to the sphere  $r = \text{const.}$  and the cone  $\beta = \text{const.}$  respectively in the corresponding point of space. Thus, on account of

$$\frac{\partial R}{\partial r} = -\frac{3\mu\nu}{r^4} (1 - 3 \sin^2 \beta)$$

and

$$\frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial \beta} = -\frac{6\mu\nu}{r^4} \sin \beta \cos \beta$$

we have

$$|\mathbf{F}| = \frac{3\mu\nu}{r^4} \sqrt{1 - 2 \sin^2 \beta + 5 \sin^4 \beta}$$

Now, 
$$1 - 2 \sin^2 \beta + 5 \sin^4 \beta = \frac{4}{5} + \left( \frac{1}{\sqrt{5}} - \sqrt{5} \sin^2 \beta \right)^2$$

and therefore

$$\min |\mathbf{F}| = \frac{6\mu\nu}{\sqrt{5} r^4} \quad (2)$$

on the sphere  $r = \text{const.}$

In order to take into account the disturbing force of the Sun and the Moon, the position vectors  $\mathbf{r}_M$ ,  $\mathbf{r}_S$  of these celestial bodies shall also be related to the centre of the Earth. In this case, the equations of motion can be obtained in the conventional way in the form

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + \frac{\mu \mathbf{r}}{r^3} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_M + \mathbf{F}_S \quad (3)$$

where

$$\mathbf{F}_M = \mu_M \left\{ \frac{\mathbf{r}_M - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}_M}{r_M^3} \right\}, \quad \mathbf{F}_S = \mu_S \left\{ \frac{\mathbf{r}_S - \mathbf{r}}{|\mathbf{r}_S - \mathbf{r}|^3} - \frac{\mathbf{r}_S}{r_S^3} \right\} \quad (3_M, 3_S)$$

and  $\mu_M = fm_M$ ,  $\mu_S = fm_S$ . To estimate the Moon's disturbing force, let us introduce the unit vector  $\mathbf{e}_M = \mathbf{r}_M/r_M$  directed at the Moon, and the angle  $\psi_M$  between the vectors  $\mathbf{r}$  and  $\mathbf{r}_M$ . Then

$$\begin{aligned} \frac{1}{|\mathbf{r}_M - \mathbf{r}|^3} &= \frac{1}{r_M^3 |\mathbf{e}_M - \mathbf{r}/r_M|^3} = \frac{1}{r_M^3} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{r_M} \right) \cos \psi_M + \left( \frac{r}{r_M} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} = \\ &= \frac{1}{r_M^3} \left[ 1 + 3 \left( \frac{r}{r_M} \right) \cos \psi_M \pm \dots \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

In our case  $r/r_M \approx 1/60$ , so the unwritten terms may be safely neglected. Now, on account of (3<sub>M</sub>) and (4) it can be stated with sufficient accuracy that

$$\mathbf{F}_M = \frac{\mu_M r}{r_M^3} \{3 \cos \psi_M \mathbf{e}_M - \mathbf{e}_r\}, \quad |\mathbf{F}_M| = \frac{\mu_M r}{r_M^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \psi_M}.$$

consequently

$$\max |\mathbf{F}_M| = \frac{2 \mu_M r}{r_M^3}. \quad (5_M)$$

Similarly,

$$\max |\mathbf{F}_S| = \frac{2 \mu_S r}{r_S^3}. \quad (5_S)$$

Let us compare the values (2), (5<sub>M</sub>), (5<sub>S</sub>) obtained for the disturbing forces with the attractive force of an Earth supposed to be spherical. The value

$$\frac{C - A}{m_E a^2} = 0,001106 \pm 0,00001$$

can be deduced from the perturbations of the Moon's motion [3], where  $a$  is the equatorial radius of the Earth; hence  $\nu = 5,53 \cdot 10^{-4} \times a^2$ . According to Hayford,  $a = 6378,388$  km. Furthermore,  $m_E/m_M = 81,53$ ,  $r_M/a = 60,31$  and from the data of the "Berliner Astronomisches Jahrbuch"  $m_S/m_E = 331930$ ,  $r_S/a = 23439$ . Using these values

$$\begin{aligned} \min |\mathbf{F}| : \frac{\mu}{r^2} &= \frac{6 \nu}{\sqrt{5} a^2} \left( \frac{a}{r} \right)^2 = 1,484 \cdot 10^{-3} \times \left( \frac{r}{a} \right)^{-2} \\ \max |\mathbf{F}_M| : \frac{\mu}{r^2} &= 2 \frac{m_M}{m_E} \left( \frac{a}{r_M} \right)^3 \left( \frac{r}{a} \right)^3 = 1,118 \cdot 10^{-7} \times \left( \frac{r}{a} \right)^3 \\ \max |\mathbf{F}_S| : \frac{\mu}{r^2} &= 2 \frac{m_S}{m_E} \left( \frac{a}{r_S} \right)^3 \left( \frac{r}{a} \right)^3 = 5,155 \cdot 10^{-8} \times \left( \frac{r}{a} \right)^3 \end{aligned}$$

We note that the relative disturbing force caused by the oblateness of the Earth decreases with the square of geocentric distance, while the relative disturbing forces of the Sun and the Moon increase with its cube. In the immediate vicinity of the Earth's surface  $|\mathbf{F}| : |\mathbf{F}_M| > 13000$ , but even at a height of 10000 kilometres above we have  $|\mathbf{F}| : |\mathbf{F}_M| > 100$ . In this range  $\mathbf{F}_M$  and

$\mathbf{F}_S$  (the latter being about half the amount of the former) may be neglected beside  $\mathbf{F}$ , if the motion of the artificial satellite is to be followed for a short time only (*e. g.* one month). For the sake of completeness we note that the unwritten third term of the force-function (1) obtained by series expansion is about 400 times smaller than the second term.

## 2. THE DETERMINATION OF SECULAR PERTURBATIONS DUE TO OBLATENESS

Only two integrals of the equations of motion

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \text{grad} \left( \frac{\mu}{r} + R \right)$$

of the artificial satellite can be given. Firstly, since  $R$  does not explicitly depend on time, the energy integral

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2 - \left( \frac{\mu}{r} + R \right) = H \quad (6)$$

is valid. Secondly, the component of the angular momentum parallel to the Earth's axis, or if you prefer, the double area velocity of the motion projected onto the plane of the equator, is a constant:

$$\mathbf{e}_N \left( \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right) = G \quad (7)$$

where  $\mathbf{e}_N$  is a unit vector directed at the North Pole. Though these integrals provide valuable informations concerning the nature of the motion, they are far from sufficient to describe it completely. Therefore one of the approximative methods of the calculus of perturbations based on the comparative smallness of deviation from Keplerian motion must be resorted to. Those differential equations seem to be most suitable for our purpose that relate the change of osculating orbital elements directly to the radial component  $S$ , the transversal component  $T$ , and the orthogonal component  $W$  [4, 5] of the disturbing force. In particular, we shall need the following differential equations:

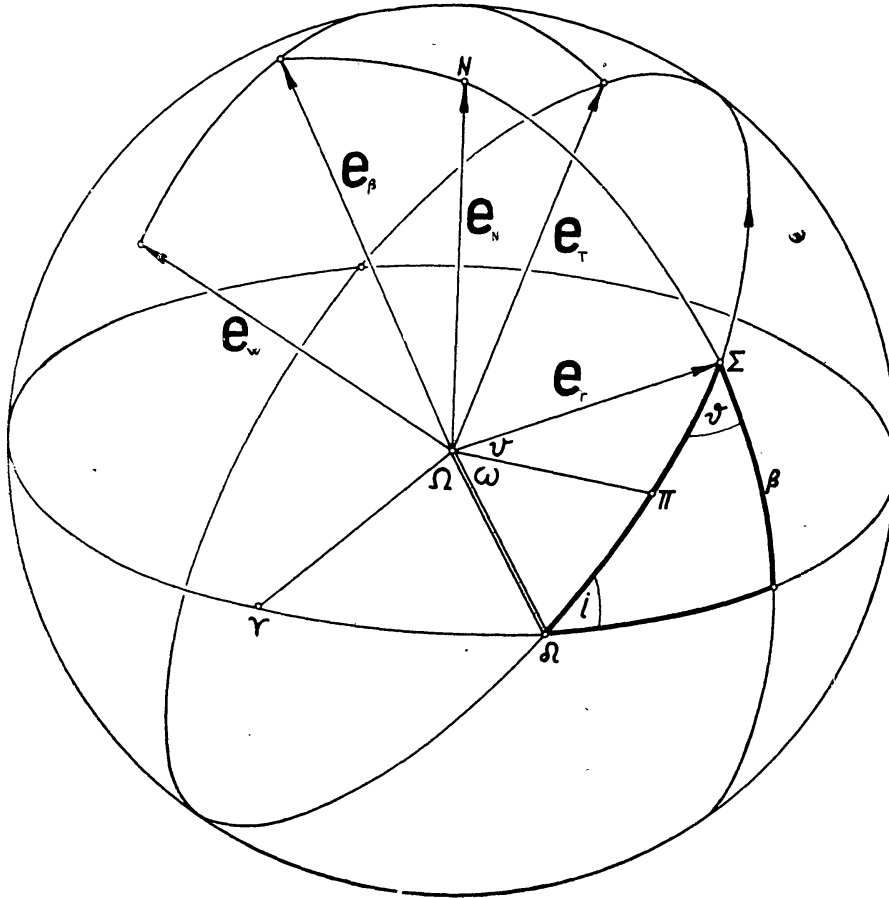
$$\begin{aligned} \frac{di}{dt} &= \frac{Wr}{\sqrt{\mu p}} \cos(\omega + v) & \sin i \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{Wr}{\sqrt{\mu p}} \sin(\omega + v) \\ \frac{d\omega}{dt} + \cos i \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{1}{e} \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ T \left( 1 + \frac{r}{p} \right) \sin v - S \cos v \right\} & (8) \\ \frac{da}{dt} &= \frac{2a^2}{\sqrt{\mu p}} \left\{ T \frac{p}{r} + eS \sin v \right\} \end{aligned}$$

where  $\Omega$  is the length of the ascending node of the momentary orbit plane measured from the first point of Aries, and  $\omega$  is the angular distance of the perigee from the ascending node. The meaning of the orbital elements  $i$ ,  $a$ ,  $e$ ,  $p = a(1 - e^2)$  is evident. The true anomaly of the artificial satellite, measured from the perigee, is to be designated  $v$ ; let  $u = \omega + v$ .



CoKon0043

In order to apply the differential equations (8) the components  $S, T, W$  of the vector  $\mathbf{F}$  must be computed. The radial unit vector  $\mathbf{e}_r$  and the meridian tangent unit vector  $\mathbf{e}_\beta$  have been introduced already. If furthermore  $\mathbf{e}_W$  shall be the unit vector normal to the orbit plane, and  $\mathbf{e}_T = \mathbf{e}_W \times \mathbf{e}_r$ , the components in question will respectively be



$$S = \mathbf{F}\mathbf{e}_r = \frac{\partial R}{\partial r}, \quad T = \mathbf{F}\mathbf{e}_T = \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial \beta} \mathbf{e}_\beta \mathbf{e}_T, \quad W = \mathbf{F}\mathbf{e}_W = \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial \beta} \mathbf{e}_\beta \mathbf{e}_W.$$

In the diagram these four unit vectors are represented as being located in the origin of the coordinate system. Denoting the inclination angle of the meridian circle and the orbit plane by  $\vartheta$ , it is plain that  $\mathbf{e}_\beta \mathbf{e}_T = \cos \vartheta$  and  $\mathbf{e}_\beta \mathbf{e}_W = \sin \vartheta$ .

Since the equation of the osculating ellipse is

$$r = \frac{p}{1 + e \cos v}$$

the components  $S, T, W$  are expressed on account of the foregoing by means of the angles  $v, \beta, \vartheta$ , which all change rapidly during the motion. But for the rectangular spherical triangle denoted by thick lines we have the relations

$$\begin{aligned} \sin \beta &= \sin i \sin u \\ \cos \beta \cos \vartheta &= \sin i \cos u \\ \cos \beta \sin \vartheta &= \cos i \end{aligned}$$

so in the end

$$\begin{aligned}
 S &= -\frac{3\mu\nu}{r^4}(1-3\sin^2\beta) = -\frac{3\mu\nu}{r^4}(1-3\sin^2i\sin^2u) \\
 T &= -\frac{6\mu\nu}{r^4}\sin\beta\cos\beta\cos\vartheta = -\frac{6\mu\nu}{r^4}\sin^2i\sin u\cos u \\
 W &= -\frac{6\mu\nu}{r^4}\sin\beta\cos\beta\sin\vartheta = -\frac{6\mu\nu}{r^4}\sin i\cos i\sin u.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Since now it is only the angle  $u$ , or if you prefer  $v$  that changes rapidly during the motion of the artificial satellite, while the orbital elements are constant in the 0-th approximation, the expressions (9) can be substituted into the differential equations (8), yielding easily manageable perturbational equations.

In order to integrate, an other independent variable than time must of course be chosen, in our case this variable is evidently the true anomaly. It must be mentioned, that Kepler's 2-nd law does not hold exactly now, rather it is related to time by the expression [6]:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} - \left( \frac{d\omega}{dt} + \cos i \frac{d\Omega}{dt} \right).$$

But in order to determine first-order perturbations,  $r^2 dv / \sqrt{\mu p}$  may be substituted for  $dt$  in (8). Thus the final form of our differential equations will be

$$\begin{aligned}
 \frac{di}{dv} &= -\frac{6\nu}{p^2}\sin i\cos i[\sin u\cos u(1+e\cos v)] \\
 \frac{d\Omega}{dv} &= -\frac{6\nu}{p^2}\cos i[\sin^2u(1+e\cos v)] \\
 \frac{d\omega}{dv} + \cos i \frac{d\Omega}{dv} &= -\frac{3\nu}{ep^2}\{2\sin^2i[\sin u\cos u\sin v(2+3e\cos v+e^2\cos^2v)] - \\
 &\quad - (1-3\sin^2i\sin^2u)\cos v(1+2e\cos v+e^2\cos^2v)\} \\
 \frac{da}{dv} &= -\frac{6\nu a^2}{p^3}\{2\sin^2i[\sin u\cos u(1+3e\cos v+3e^2\cos^2v+e^3\cos^3v)] + \\
 &\quad + e(1-3\sin^2i\sin^2u)\sin v(1+2e\cos v+e^2\cos^2v)\}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Now the first-order perturbations may be determined by regarding the orbital elements at the right side of these differential equations as constant (since the comparatively slight disturbing force causes them to change but slowly) and by integrating according to  $v$ . Since we are dealing with trigonometric polynomials, this integration presents no basic difficulty. After these integrations we get the first order perturbations. To follow the motion of artificial satellites a comprehensive knowledge of the secular variations of the orbital elements is most important. In order to compute secular perturbations

arising with the present approximation we need only the values of the definite integrals from 0 to  $2\pi$  of true anomaly. And this can be obtained with the aid of a very short calculation.

To begin with, we shall note that on the right-hand side of the differential equations (10) the integrals from 0 to  $2\pi$  of all those terms equals 0 in which the sum of the exponents of  $\sin u$ ,  $\cos u$ ,  $\sin v$ , and  $\cos v$  is an odd number. So the only integrals to be taken into account are :

$$\int_0^{2\pi} \sin u \cos u \, dv = 0, \quad \int_0^{2\pi} \sin^2 u \, dv = \pi$$

$$\int_0^{2\pi} \sin u \cos u \sin v \cos v \, dv + \int_0^{2\pi} \sin^2 u \cos^2 v \, dv = \int_0^{2\pi} \sin u \cos v \sin(u+v) \, dv =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \sin^2(2v+\omega) \, dv + \frac{1}{2} \sin \omega \int_0^{2\pi} \sin(2v+\omega) \, dv = \frac{\pi}{2}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin u \cos u \cos^2 v \, dv - \int_0^{2\pi} \sin^2 u \sin v \cos v \, dv = \int_0^{2\pi} \sin u \cos v \cos(u+v) \, dv =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \sin(2v+\omega) \cos(2v+\omega) \, dv + \frac{1}{2} \sin \omega \int_0^{2\pi} \cos(2v+\omega) \, dv = 0,$$

$$\int_0^{2\pi} \cos^2 v \, dv = \pi \quad \int_0^{2\pi} \sin v \cos v \, dv = 0.$$

So the secular perturbations of the orbital elements  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ , and  $a$  during one complete revolution are

$$\delta i = 0, \quad \delta \Omega = -\frac{6\pi\nu}{p^2} \cos i, \quad \delta \omega + \cos i \delta \Omega = \frac{6\pi\nu}{p^2} \left(1 - \frac{3}{2} \sin^2 i\right)$$

$$\delta \omega = \frac{12\pi\nu}{p^2} \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i\right), \quad \delta a = 0. \tag{11}$$

Or, expressed in degrees and employing the constant  $\nu = 5,53 \cdot 10^{-4} \times a^2$ :

$$\delta \Omega = -0^\circ, 597 \left[ \frac{a}{a(1-e^2)} \right]^2 \cos i, \quad \delta \omega = +1^\circ, 194 \left[ \frac{a}{a(1-e^2)} \right]^2 \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 i\right). \tag{12}$$

The ratio in the square brackets is but slightly less than one in case of artificial satellites.

Manifestly, the semi-major axis of the orbit and the inclination of the orbit plane do not undergo secular perturbation. The ascending node moves in a retrograde direction, while motion of the perigee is direct if  $i < 63^{\circ}26'$  and retrograde if  $i > 63^{\circ}26'$ . Of course, periodic fluctuations may be superimposed on these variations, and under certain circumstances their amplitude may be considerable. From the expressions (11) the formula

$$\delta\omega + 2\delta\Omega = -\frac{36\pi\nu}{p^2} \sin^2 \frac{i}{2} \left(1 - \frac{5}{3} \sin^2 \frac{i}{2}\right)$$

can be derived instead of the classical approximation  $\delta\omega + 2\delta\Omega = 0$  [7].

Still, a remark must be made on obtaining  $\delta\omega$ . The differential equations (8) and (10) yield a very large periodic perturbation for the trajectory element  $\omega$  when excentricity is very small. This is simply due to the fact that the direction of the perigee is not sharply defined in an orbit that is almost circular. It is known that a theory simpler in principle and based on the smallness of  $e$  can be employed with advantage in this case. Results obtained for all other orbital elements are unaffected by the above circumstance.

No further integration is needed to compute  $\delta p$  or  $\delta e$  (which comes to the same thing if we know  $\delta a$ ). The reason for this is as we know that the integral (7) can be expressed with orbital elements in the form

$$x \frac{dy}{dt} - y \frac{dx}{dt} = \sqrt{\mu p} \cos i$$

in case of Keplerian motion. This expression is strictly valid for any sort of disturbed motion, on account of the definition of osculating orbital elements but with a variable  $p$  and  $i$ . So in our case the relation

$$\sqrt{\mu p} \cos i = G = \text{const}$$

exists. Thus evidently  $p$  increases and decreases simultaneously with  $i$ , and since  $i$  undergoes no secular perturbation

$$\delta p = 0 \quad \text{and} \quad \delta e = 0. \quad (11^*)$$

Having done with the first-order secular perturbations of the geometrical orbital elements let us turn to examining how this motion proceeds in time and let us ask how Kepler's 3-rd law is modified on account of the oblateness of the Earth. Let us consider the anomalistic period, reckoned from perigee to perigee, for example. In case of a slightly inclined orbit the gravitational attraction on the artificial satellite is always greater than  $\mu/r^2$  so its average angular velocity manifestly increases. On the other hand, the direction of the perigee advances, so the radius vector must describe an angle larger than  $2\pi$ . In case of a large inclination of the orbit further complications arise. The question is, how are these effects to be added up.

Denoting the moment of a perigee transit by  $\tau$ , the expression for the mean anomaly will be  $M = n(t - \tau)$ , where  $n = \sqrt{\mu/a^3}$  is the mean motion

pertaining to the momentary osculating trajectory;  $\tau$  and  $n$  are of course functions of time. The total derivative of  $M$  with respect to time is

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{\delta M}{\delta t}, \quad \text{where} \quad \frac{\delta M}{\delta t} = -\sqrt{1-e^2} \left\{ \frac{d\omega}{dt} + \cos i \frac{d\Omega}{dt} + \frac{2Sr}{\sqrt{\mu p}} \right\} \quad (13)$$

is the term arising from the variation of the orbital elements [8]. In the theory of special perturbations  $n$  is obtained by a quadrature, but in our case it is more convenient to resort to the energy-integral (6). For in case of Keplerian motion

$$\frac{1}{2} \left( \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right)^2 - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a}$$

so if we substitute  $-\mu/2A$  for the energy-constant  $H$ , we obtain

$$\frac{1}{a} + \frac{2R}{\mu} = \frac{1}{A}.$$

$A$  remains constant during the disturbed motion too; specifically at all perigee transits

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{a_\tau} \left[ 1 + \frac{2\nu(1-3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1-e_\tau)^3} \right],$$

Thus

$$n = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}} \left[ 1 - \frac{2\nu A}{r^3} (1-3\sin^2\beta) \right]^{3/2} \approx \sqrt{\frac{\mu}{A^3}} \left[ 1 - \frac{3\nu a}{r^3} (1-3\sin^2\beta) \right]$$

and

$$\sqrt{\frac{\mu}{A^3}} \approx \sqrt{\frac{\mu}{a_\tau^3}} \left[ 1 + \frac{3\nu(1-3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1-e_\tau)^3} \right]$$

so the instantaneous value of the mean motion pertaining to the osculating trajectory is well approximated by

$$n = n_\tau \left\{ 1 + \frac{3\nu(1-3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1-e_\tau)^3} - \frac{3\nu a}{r^3} (1-3\sin^2\beta) \right\}. \quad (14)$$

Seeking to obtain the deviation of the disturbed mean anomaly from the undisturbed, we shall integrate expressions (13) and (14) over the interval between two perigee transits. Since we are dealing with first-order perturbations, it is indifferent in case of the terms containing  $\nu$  whether integration is performed over the period  $P = 2\pi/n_\tau = 2\pi\sqrt{a_\tau^3/\mu}$  of Keplerian motion, or over the anomalistic period  $P_\pi$  of disturbed motion that we are seeking. Likewise, the orbital elements may be regarded as constant. On these grounds, and using (9):

$$n = n_\tau \left\{ 1 + \frac{3\nu(1-3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1-e_\tau)^3} \right\} + \sqrt{1-e^2} \frac{Sr}{\sqrt{\mu p}}$$

and the integral in question is

$$2\pi = n_\tau \left\{ 1 + \frac{3\nu(1 - 3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1 - e_\tau)^3} \right\} P_\tau - \sqrt{1 - e^2} \left\{ \delta\omega + \cos i \delta\Omega + \frac{1}{\sqrt{\mu p}} \int_\tau^{\tau+P} S r dt \right\}.$$

But, similarly to the deduction of (11)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\mu p}} \int_\tau^{\tau+P} S r dt &= \frac{1}{\mu p} \int_0^{2\pi} S r^3 dv = -\frac{3\nu}{p^2} \int_0^{2\pi} (1 - 3\sin^2 i \sin^2 u) (1 + e \cos v) dv = \\ &= -\frac{6\pi\nu}{p^2} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) = -(\delta\omega + \cos i \delta\Omega) \end{aligned}$$

So the anomalistic period is

$$P_\pi = \frac{2\pi}{n_\tau} \left\{ 1 - \frac{3\nu(1 - 3\sin^2\beta_\tau)}{a_\tau^2(1 - e_\tau)^3} \right\}$$

or taking into account the facts that  $\mu = fm_E$  and that  $\sin\beta_\tau = \sin i \sin\omega$ , for the latitude of the direction of the perigee, we find

$$P_\pi = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{fm_E}} \left\{ 1 - \frac{3\nu}{a^2(1 - e)^3} (1 - 3\sin^2 i \sin^2\omega) \right\} \quad (15)$$

having dropped the now unnecessary index  $\tau$ .

Plainly  $P_\pi$  is shorter than the Keplerian period if the latitude of the perigaeum  $< 35^\circ 16'$ , and longer if it is  $> 35^\circ 16'$ . Furthermore, owing to the secular variation of  $\omega$ ,  $P_\pi$  is by no means constant, rather does it oscillate periodically around the mean

$$\bar{P}_\pi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P_\pi d\omega = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{fm_E}} \left\{ 1 - \frac{3\nu}{a^2(1 - e)^3} \left( 1 - \frac{3}{2} \sin^2 i \right) \right\}.$$

Using the constant  $fm_E = 3,986329 \cdot 10^{20} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-2}$  [3] we obtain the numerical expression

$$\bar{P}_\pi = 84^m 29^s 4 \left( \frac{a}{a} \right)^{3/2} - 8^s 4 \left( \frac{a}{a} \right)^{-1/2} \frac{1 - 1,5 \cdot \sin^2 i}{(1 - e)^3}.$$

We have shown that those main characteristics of the motion of artificial satellites that are due to purely gravitational forces, summarized in the results of (11), (11\*), and (15), can be obtained in a comparatively elementary way. For a detailed analysis of the observations, however, second-order perturbations must at least be taken into account, the theory of which requires one further term to be added to the force-function (1). In the case of artificial satellites revolving at a great height probably the influence of the Moon and the Sun may not be entirely negligible either. In order to decide these questions, more sophisticated methods of celestial mechanics are needed.

Thus it is significant that the Hill-Brown lunar theory has been applied in relation to our problem. Second-order theories have been submitted by D. Brouwer [9], and A. A. Orlov [10], for the cases of slight excentricity and slight inclination of the orbit, and slight excentricity and arbitrary inclination of the orbit, respectively. For the case of arbitrary excentricity and arbitrary inclination of the orbit the theory of A. A. Orlov [11] can only be regarded as a first-order one. For the choice of the intermediary orbit the essay of T. E. Sterne [12] provides novel points of view.

May 26, 1958.

#### REFERENCES

1. F. Tisserand : *Traité de Mécanique céleste* IV, 217—232 (1896)
2. F. Tisserand : *Traité de Mécanique céleste* II, 209 (1891)
3. Landolt—Börnstein III, 261—262 (1952)
4. F. Tisserand : *Traité de Mécanique céleste* I, 431—434 (1889)
5. P. Musen : *Special Perturbations of the Vectorial Elements*, AJ 59, 262—267 (1954)
6. F. Tisserand : *Traité de Mécanique céleste* I, 462 (1889)
7. J. Chazy : *Mécanique céleste*, 242—251 (1953)
8. J. Bauschinger : *Die Bahnbestimmung der Himmelskörper*, 494—507 (1928)
9. D. Brouwer : *The Motion of a Particle with Negligible Mass under the Gravitational Attraction of a Spheroid*, AJ 51, 223—231 (1946)
10. A. A. Орлов: Почти круговые периодические движения материальной точки под действием ньютоновского притяжения сфероида. Сообщения ГАИШ № 88—89, 3—38 (1953)
11. A. A. Орлов: О почти периодических движениях материальной точки в поле тяготения сфероида, Труды ГАИШ XXIV, 139—153 (1954)
12. T. E. Sterne : *The Gravitational Orbit of a Satellite of an Oblate Planet*, AJ 63, 28—40 (1958)



QUANTITATIVE SPEKTRALANALYSE  
DES B2-RIESENSTERNES  $\gamma$  ORIONIS

von

I. ALMÁR

The atmosphere of the B2 giant star,  $\gamma$  Ori, has been investigated. It occupies a place in the H—R diagram that lies close to the compact group of  $\beta$  CMA stars (Fig 6), but its radial velocity being constant the star does not belong to this group of variables. Equivalent widths have been measured on 5 spectrograms (Table 1—2) taken by Kopilov at the Crimean Astrophysical Observatory with a dispersion of 23,4 Å/mm at H $\gamma$ . Analysing the material by the curve-of-growth procedure the mean excitation temperature, electron pressure, turbulence velocity, surface gravity and the relative proportions of various light elements are determined. The results are tabulated in Table 7 and 9, and compared to  $\beta$  CMA stars in order to find out differences in the chemical composition not depending on luminosity or spectral type (Table 10, Fig. 5 and 7). The results indicate a higher H/He and H/O ratio for  $\beta$  CMA stars than in the normal early-type B stars like  $\gamma$  Ori.

*Einleitung*

$\gamma$  Ori (HD 35468,  $m_{vis} = +1,64$ ) ist ein typisches Beispiel der zur Spektralanalyse besonders geeigneten frühen Spektraltypen [1. S. 53]. Nach der quantitativen Klassifikation von I. M. KOPILOW [2] liegt der Stern fast genau auf dem Ast der  $\beta$  CMA Sterne ( $Sp = B 2,10 \pm 0,10$ ,  $M = -3,92$ ), in nächster Nähe einiger Veränderlichen deren Atmosphäre, was die chemische Zusammensetzung anbelangt, schon analysiert worden ist ( $\gamma$  Peg,  $\delta$  Cet usw.). FROST meinte, daß die Radialgeschwindigkeit von  $\gamma$  Ori veränderlich ist, dies wurde jedoch durch STRUVE's Untersuchungen [3] bei großer Dispersion nicht bestätigt. WALKER, der den Stern photoelektrisch beobachtete, hat keine Lichtveränderung gefunden. Demnach können wir  $\gamma$  Ori — trotz seiner Lage im Hertzsprung-Russell-Diagramm — gewiß nicht unter die  $\beta$  CMA Veränderlichen einreihen.

Das Ziel dieser Untersuchung ist die quantitative Spektralanalyse der Sternatmosphäre mit Hilfe der Methode der Wachstumskurve (WK.), und die Vergleichung der Ergebnisse mit denjenigen, die bei den  $\beta$  CMA Sternen gefunden worden sind.

*Das Beobachtungsmaterial und seine Bearbeitung*

Die für die Auswertung zur Verfügung stehenden Aufnahmen wurden von KOPLOW im Astrophysikalischen Observatorium der sowjetischen Akademie der Wissenschaften (Krim) mit dem 122 cm - Reflektor am 24. Januar 1956 gewonnen. Das Institut hat mir anlässlich meiner Studienreise die Platte für Ausmessung freundlichst überlassen.

Auf eine Ilford-Zenith Platte wurden mittels des 3-Prismen-Spektrographen 5 Aufnahmen gemacht. Die Belichtungszeiten waren 10 — 35 — 30 — 20 — 10 Minuten. Die Dispersion beträgt 23,4 Å/mm bei H $\gamma$ ; die Linien konnten im Bereich 3800 Å bis 5000 Å ausgewertet werden.

Die Aufnahmen wurden mit demselben Spektrographen und auf derselben Platte mittels Intensitätsmarken standardisiert. Zur Registrierung wurde das Moll-Registrierphotometer des Observatoriums in der Krim mit einer Übersetzung 1 : 50 verwendet. Auf den erhaltenen Registrierstreifen wurden die Sternlinien auf Grund der Tabellen von Moore [4] und Underhill [5] identifiziert.

Die in der üblichen Weise vollzogene Planimetrierung der reduzierten Flächeninhalte ergab die Äquivalentbreite ( $W_\lambda$ ). Die Ergebnisse der Messungen sind in Spalte 3 von Tab. 1 und 2 nach den einzelnen Elementen gruppiert angegeben. War die Linie gestört, oder das Ergebnis sonstwie unsicher, so ist ein Doppelpunkt dahintergesetzt. In Tab. 2 enthalten die übrigen Spalten die Elements-Verkürzung, die Laboratoriumswellenlänge und den Logarithmus der Äquivalentbreite in den dimensionslosen Fraunhofer Einheiten  $\left(F = 10^6 \frac{W_\lambda}{\lambda}\right)$ . Eine Linie wurde in Tab. 2 nur dann aufgenommen, wenn sie 1. auf mindestens zwei Spektren ausmessbar, 2. durch eine benachbarte Fremdlinie nicht sehr gestört, und 3. ihr  $f$ -Wert bekannt ist.

Tabelle 1. Äquivalentbreiten. Wasserstoff und Helium.

Element	$\lambda$	$W_\lambda(\text{Å})$	$\log W_\lambda$
H $\beta$	4861,33	3,210	0,507
$\gamma$	4340,47	3,356	0,526
$\delta$	4101,74	3,141	0,497
$\epsilon$	3970,07	3,256	0,512
$\zeta$	3889,05	2,957	0,471
9	3835,39	3,424	0,534
10	3797,90	3,059	0,486
11	3770,63	2,576	0,411
12	3750,15	2,149	0,332
13	3734,37	1,433	0,156
14	3721,94	0,829	$\bar{1},919$
15	3711,97	0,537	$\bar{1},730$
16	3703,86	0,665	$\bar{1},823$
17	3697,15	0,228	$\bar{1},358$ :

(Tabelle 1. Fortsetzung)

Element	$\lambda$	$W_\lambda(\text{\AA})$	$\log W_\lambda$
He I	4921,93	0,834	$\bar{1},922$
	4713,20	0,214	$\bar{1},330$
	4471,51	1,045	0,020
	4437,55	0,105	$\bar{1},022$
	4387,93	0,579	$\bar{1},763$
	4143,76	0,684	$\bar{1},836$
	4120,86	0,278	$\bar{1},444$
	4026,20	1,114	0,047
	4009,27	0,577	$\bar{1},761$
	3964,73	0,256	$\bar{1},409$
	3926,59	0,455	$\bar{1},658$
	3871,88	0,163	$\bar{1},212$
	3867,55	0,046	2,663 :
	3819,67	0,928	$\bar{1},968$

Tabelle 2. Äquivalentbreiten. Die übrigen leichten Elemente.

Element	$\lambda$	$W_\lambda(\text{\AA})$	$\log F$		
C II	4267,27 } ,02 }	0,202	1,675	doppelt!	
	3920,68 } 18,98 }				0,143
	N II	4630,54	0,107	1,364	
		4607,15	0,012	0,416 :	
4241,79		0,059	1,143		
4237,05 } 36,93 }		0,041	0,987	doppelt!	
4043,54					0,023
4041,32		0,065	1,203		
4035,09		0,033	0,915		
3994,99		0,119	1,476		
O II	4699,21	0,051	1,034 :		
	4673,75	0,026	0,748 :		
	4661,63	0,086	1,267		
	4650,84	0,047	1,004		
	4649,14	0,128	1,440 :		
	4641,81	0,114	1,390		
	4414,91	0,102	1,362		
	4366,90	0,060	1,139 :		
	4349,43	0,087	1,296		
	4345,56	0,030	0,846		
	4325,77	0,026	0,773 :		
	4317,14	0,031	0,854 :		
	4189,79	0,036	0,934 :		
	4156,54	0,030	0,858 :		
	4153,30	0,075	1,257 :		
	4092,94	0,033	0,913		
	4072,16	0,060	1,168		
	4069,64 } ,90 }	0,071	1,245	doppelt!	
	3982,72				0,037
	3954,37	0,051	1,111		
3945,05	0,038	0,978			
Mg II	4481,33 } 13 }	0,180	1,605	doppelt!	

(Tabelle 2. Fortsetzung)

Element	$\lambda$	$W_\lambda(\text{Å})$	log F
Si II	4130,88	0,025	0,784
	4128,05	0,020	0,692
Si III	4574,78	0,072	1,198
	4567,87	0,131	1,459
	4552,65	0,195	1,632
	3806,56	0,193	1,705 :
	3791,41	0,083	1,342 :

*Quellen der nötigen f-Werte*

Die zur Bestimmung der Anzahl absorbierender Atome nötigen Oszillatorenstärken sind folgenden Quellen entnommen : (falls die  $f$ -Werte in mehreren Quellen vorhanden sind, haben wir die neuere bevorzugt)

Element	Quelle
H	Voigt [6]
He	Voigt [6]
C	Traving [7], Voigt [6]
N	Traving [7], Voigt [6]
O	Garstang [8]
Si	Traving [7], Voigt [6]
Mg	Traving [7]

Die absoluten  $f$ -Werte berechnen wir nach TRAVING mittels der ALLER'schen Tabellen [10, S. 136], und nach GARSTANG mit Hilfe der Formel :

$$f g' \lambda = 304 \cdot S \cdot \sigma^2 \quad (10, \text{S. } 141)$$

Die zur Berechnung der statistischen Gewichte ( $g_{r,s}$ ) nötigen  $j$ -Werte sind den MOORE'schen Tabellen [4] entnommen. Die  $f$ - und  $g$ -Werte sind in Tab. 4 und 5 angegeben.

*Wasserstoff. Anzahl absorbierender Atome in 2. Quantenzustand*

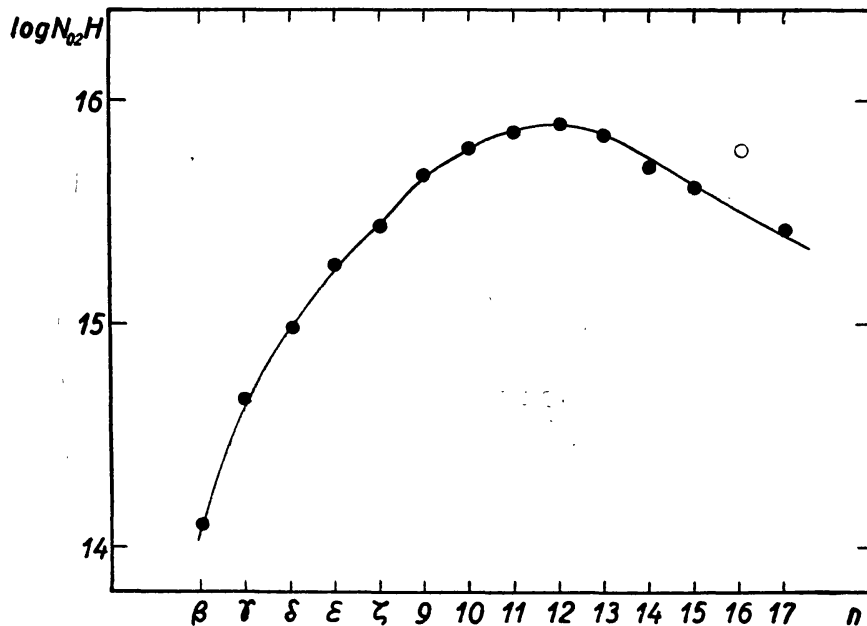
Wenn wir die Balmerlinien so behandeln, als entstünden sie in optisch dünner Schicht, so wird die bekannte Formel [1 S. 481]

$$N_{02} H = \frac{mc^2}{\pi e^2 \lambda^2 f} W_\lambda = c_\lambda W_\lambda \quad (1)$$

die Anzahl 2-quantiger Wasserstoff Atome »über 1 cm<sup>2</sup> der Photosphäre« ergeben. Die auf diese Weise, zunächst formal berechneten log  $N_{02}H$ -Werte sind in Tab. 3 angegeben und als Funktion von  $n$  in Abb. 1 aufgetragen.

Tabelle 3. Anzahl der zweiquantigen Wasserstoff-  
Atome

H	$\lambda$	$\log c_\lambda$	$\log N_{02}H$	R
$\beta$	4861,33	13,59	14,10	45,1
$\gamma$	4340,47	14,13	14,66	51,1
$\delta$	4101,74	14,48	14,98	52,4
$\epsilon$	3970,07	14,75	15,26	52,5
$\zeta$	3889,05	14,96	15,43	51,1
9	3835,39	15,14	15,67	48,7
10	3797,90	15,30	15,79	47,9
11	3770,63	15,45	15,86	40,6
12	3750,15	15,57	15,90	35,4
13	3734,37	15,69	15,85	24,8
14	3721,94	15,79	15,71	18,7
15	3711,97	15,88	15,61	13,6
16	3703,86	15,97	15,79	21,9
17	3697,15	16,06	15,42	9,0

Abbildung 1. Bestimmung der Anzahl von zweiquantigen H-Atomen ( $\log N_{02}H$ ) pro  $\text{cm}^2$ -Säule.

Die  $N_{02}H$ -Werte nehmen mit wachsendem  $n$  zunächst zu, weil der Zustand einer optisch dünnen Schicht immer besser angenähert wird, sie nehmen aber dann ab, da bei den höheren Gliedern, durch das Überlappen der Linienflügel, das Kontinuum herabgedrückt wird, wodurch die  $W_\lambda$  zu klein gemessen werden.

Als wahrscheinlichster Wert wurde das Maximum der Kurve

$$\log N_{02}H = 15,89 \quad (2)$$

gewählt. Die Bestimmung der Gesamthäufigkeit folgt später, zusammen mit den anderen Elementen in Tab. 6.

### Bestimmung der Elektronendichte

Das beobachtete Verschmelzen der höheren Balmerglieder vor der theoretischen Seriengrenze ist bekanntlich die Folge des zwischenmolekularen Stark-Effektes, insofern die benachbarten Linienflügel einander völlig überdecken. Zwischen der Anzahl  $N$  der verbreiternden geladenen Teilchen (pro  $\text{cm}^3$ ), und der Hauptquantenzahl der letzten getrennt beobachtbaren Balmerlinie  $n_m$  besteht nach INGLIS und TELLER die einfache Beziehung:

$$\log N = 23,26 - 7,5 \log n_m. \quad (3)$$

Unter  $N$  versteht man hier bei einer Temperatur  $T < \frac{10^5}{n_m}$  die Zahl der Ionen und der Elektronen, bei  $T > \frac{10^5}{n_m}$  nur die Zahl der Ionen (oder der Elektronen) allein.

Im Spektrum von  $\gamma$  Ori ist  $n = 17$  die letzte, noch erkennbare Balmerlinie. Trägt man die  $R$  »Linientiefe« (Tabelle 3, Spalte 5) als Funktion der Hauptquantenzahl ( $n$ ) auf, und extrapoliert die Kurve bis  $R = 0$ , so erhält man  $n_m = 18,5$ .

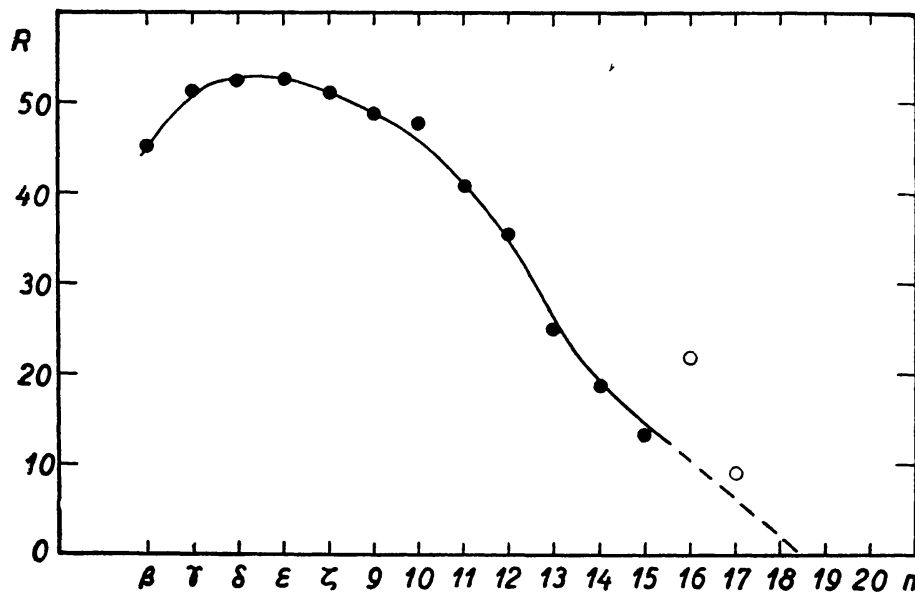


Abbildung 2. Bestimmung der Elektronendichte ( $n_e$ ) durch das Verschmelzen der höheren Balmerglieder.

Hiermit ergibt sich dann aus Gl. (3)  $\log N = 13,73$ . Da in  $\gamma$  Ori offensichtlich  $T > \frac{10^5}{n_m}$  ist, erhalten wir für die mittlere Elektronendichte

$$\log n_e = 13,73. \quad (4)$$

Die maximale Linientiefe oder Grenztiefe ist  $R_c = 0,53$ .

Als zweite Methode zur Bestimmung der Elektronendichte dient bekanntlich die Anwendung der HOLTSMARK'schen Theorie auf die in optisch dicker Schicht absorbierten ersten Glieder der Balmerreihe [9 und 6]. Für H $\beta$ , H $\gamma$ , H $\delta$  besteht die Beziehung:

$$W_{\lambda}^{5/2} = K \cdot N_{02} H \cdot n_e \left( \frac{R_c}{0,45} \right)^{3/2} \quad (5)$$

Messen wir die Äquivalentbreiten in Å, so hat die Konstante  $K$  folgende Werte:

	H $\beta$	H $\gamma$	H $\delta$
— log $K$	28,86	29,10	29,18 .

Mit den bekannten  $W_{\lambda}$ ,  $R_c$  und  $N_{02}H$  Werten erhalten wir

	H $\beta$	H $\gamma$	H $\delta$
log $n_e$	14,14	14,43	14,43 .

Es ergibt sich ein großer Unterschied zwischen den beiden Bestimmungen. VOIGT hat aber bei 55 Cyg denselben systematischen Unterschied gefunden [6 S. 65], nämlich erhielt er aus (3)

$$\log n_e = 12,88$$

bzw. aus (5)

log $n_e$	13,06	13,67	13,65 .
-----------	-------	-------	---------

Hier nimmt VOIGT an, daß der Effekt teilweise reell ist; an der Balmergrenze stammt nämlich die Strahlung aus höheren Schichten der Atmosphäre, als bei H $\beta$ , H $\gamma$  und H $\delta$ . Die Erfahrung, daß bei  $\gamma$  Ori die verschiedenen log  $n_e$ -Werte eine ähnliche Serie bilden, unterstützt VOIGT's Annahme. Im Weiteren werden wir (4) benutzen. Zur Bestimmung der relativen Häufigkeitsverteilung der Elemente darf der  $n_e$ -Wert selbst nur von untergeordneter Bedeutung sein.

#### *Helium. Bestimmung der Anzahl absorbierender Atome*

Im Spektrum von  $\gamma$  Ori sind nur die Linien der neutralen Helium-Atome sichtbar. Tabelle 4 enthält die Laboratoriumswellenlänge, log  $f$  und log  $c_{\lambda}$  für die drei beobachteten Serien des Heliums.

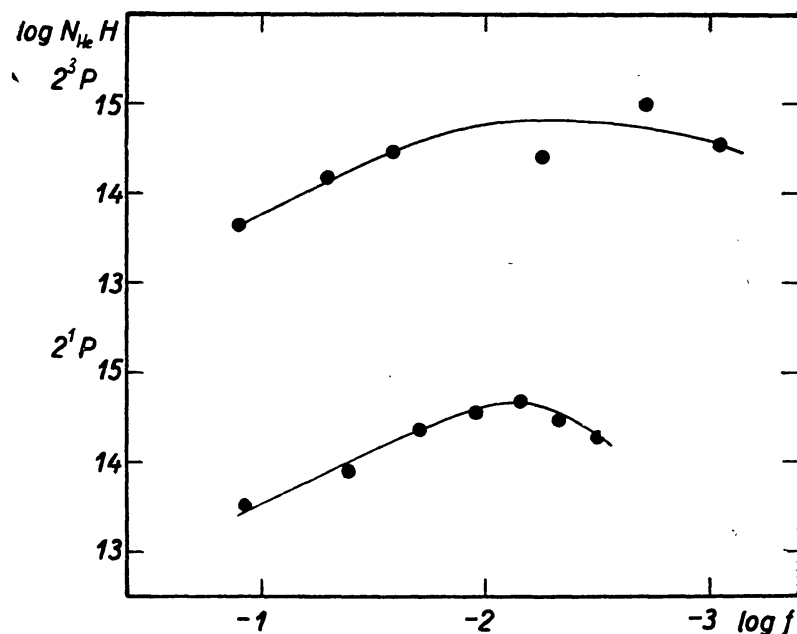
Tabelle 4. Anzahl der Helium-Atome in den verschiedenen Anregungszuständen.

Multiplett	$\lambda$	log $f$	log $c_{\lambda}$	log $N_{He}H$
$2^3P^0 - n^3D$	4471,51	$\bar{1},111$	13,64	13,66
	4026,20	$\bar{2},710$	14,13	14,18
	3819,67	$\bar{2},415$	14,47	14,44
$2^3P^0 - n^3S$	4713,20	$\bar{3},753$	14,97	14,30
	4120,86	$\bar{3},288$	15,53	14,95
	3867,55	$\bar{4},966$	15,90	14,56



(Tabelle 4. Fortsetzung)

Multiplett	$\lambda$	$\log f$	$\log c_i$	$\log N_{HeH}$
$2^1P^0 - n^1D$	4921,93	$\bar{1},072$	13,60	13,52
	4387,93	$\bar{2},619$	14,15	13,91
	4143,76	$\bar{2},300$	14,52	14,36
	4009,27	$\bar{2},050$	14,80	14,56
	3926,59	$\bar{3},848$	15,02	14,68
	3871,88	$\bar{3},673$	15,22	14,43
$2^1P - n^1S$	4437,55	$\bar{3},505$	15,26	14,28
$2^1S - n^1P^0$	3964,73	$\bar{2},756$	14,06	13,47

Abbildung 3. Bestimmung der Anzahl von He-Atomen ( $N_{HeH}$ ).

Wie bei der Balmerreihe berechnen wir zuerst (unter Annahme einer optisch dünner Schicht) nach Gl. (1) die formalen  $\log N_{HeH}$ -Werte (Tab. 4 Spalte 5). Sie sind in Abb. 3 als Funktion von  $\log f$  aufgetragen. Da die Serie  $2^1S - n^1P^0$  nur durch eine Linie vertreten ist, wurde dieses Multiplett zur Bestimmung der Heliumhäufigkeit nicht benutzt. Bei den anderen zwei Supermultipletten ist das Maximum der Kurven

$$\begin{aligned} \log NH(2^3P) &= 14,78 & \text{bzw.} & \\ \log NH(2^1P) &= 14,68 & & \end{aligned} \quad (8)$$

Die Bestimmung der Gesamthäufigkeit folgt auch später, zusammen mit den anderen Elementen, in Tab. 6.

*Konstruktion der empirischen Wachstumskurve für die übrigen Elemente.  
Turbulenz*

Die relativen Häufigkeiten der übrigen Elemente können wir (in üblicher Weise) nach der Methode der Wachstumskurve bestimmen. Zuerst trägt man  $F$  für jede Liniengruppe der Tab. 2 unabhängig als Funktion von

$\log g_{rs} f \lambda$  auf, und versucht die auf diese Weise erhaltenen Kurvenstücke durch horizontale Verschiebung bis zum besten Zusammenfallen aufeinanderzufügen. Das Ergebnis ist die empirische WK. Die theoretische Kurvenschar ist aus UNSÖLD's Buch [1 S. 416] entnommen.

Die empirische Kurve soll durch Aufschieben mit der theoretischen zu Deckung gebracht werden (Abb. 4), was die Bestimmung der Turbulenzgeschwindigkeit aus der nötigen Vertikalverschiebung ermöglicht.

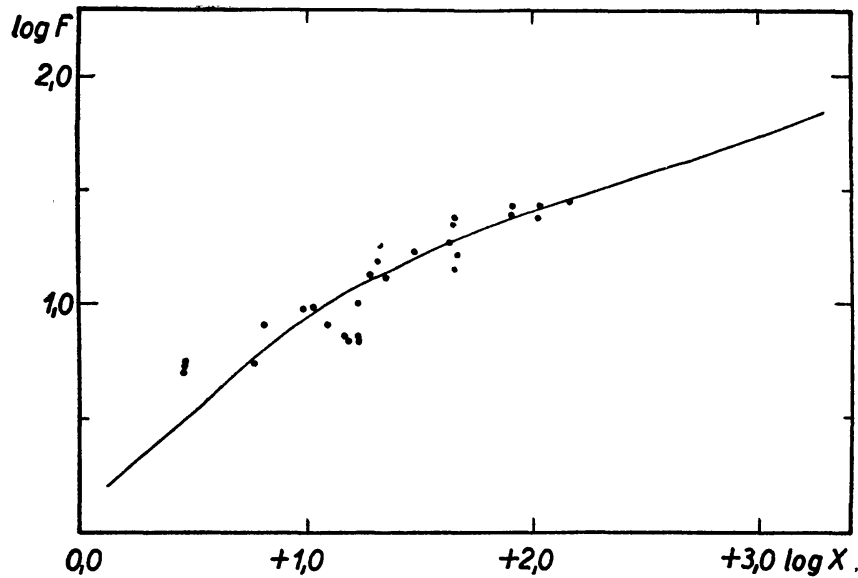


Abbildung 4. Die empirische Wachstumskurve. Die Punkte stellen Linien der verwendeten Multiplette dar.

Die Ordinate der theoretischen WK ist nämlich

$$\log \frac{1}{R_c} \frac{W_\lambda}{2 \Delta \lambda_D} = \log \frac{1}{R_c} \frac{W_{\lambda c}}{2 \lambda v} = \log \frac{W_\lambda}{\lambda} \cdot 10^6 + \log \frac{0,15}{R_c v} \quad (9)$$

wobei

$$v = \sqrt{\frac{2 RT}{\mu} + v_{\text{turb}}} \quad (10)$$

die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der thermischen plus turbulenten Bewegung in km/sec bedeutet. Die in Fraunhofer-Einheiten gemessene Ordinate der empirischen Kurve ist also mit

$$\Delta = \log \frac{0,15}{R_c v}$$

zu vergrößern; nach der abgelesenen Differenz

$$\Delta = -1,24$$

finden wir

$$v = 4,93 \text{ km/sec} . \quad (11)$$

Da die empirische WK eigentlich mit Hilfe der *OII* Linien konstruiert wurde, nehmen wir  $\mu = 16$ . Demnach kann bei  $T = 23\,300^\circ$  die ganze erhaltene Vertikalverschiebung allein mit der thermischen Bewegung erklärt werden.

Die Mikroturbulenz spielt also in der Atmosphäre von  $\gamma$  Ori eine untergeordnete Rolle. Mit der später zu bestimmenden Ionisationstemperatur —  $T = 19\,200^\circ$  — ist die thermische bzw. die Turbulenzgeschwindigkeit nach (10)

$$\begin{aligned} v_{\text{therm}} &= 4,47 \text{ km/sec} \\ v_{\text{turb}} &= 2,08 \text{ km/sec} . \end{aligned}$$

Im allgemeinen schien es völlig aussichtslos die Dämpfungskonstante zu bestimmen, weil die Linien sich meistens im linearen Teil der WK befinden, wo die Dämpfung noch nicht zur Geltung kommt. Einige starke *Mg* und *Si* Linien bilden jedoch eine Ausnahme; in den Fällen, wo die Kenntnis der Dämpfung für die Bestimmung der Atomzahlen wichtig ist, wurde  $\log a = -1$  angenommen.

*Die übrigen leichten Elemente. Bestimmung der Anzahl  $N_{r,s}H$ .  
Anregungstemperatur*

Mit Hilfe der WK bestimmen wir die Atomzahl im  $r$ -ten Ionisationszustand und Anregungszustand  $s$  pro Quadratcentimeter Säule ( $N_{r,s}H$ ). Mit der Äquivalentbreite eingehend erhalten wir auf der Abszisse der WK (Abb. 4) für jede Linie den Logarithmus der zur optischen Tiefe der Linienmitte proportionalen  $X$ -Werte, wo

$$\log X = \log \frac{N_{r,s} H f \lambda}{2 R_c v \pi}$$

ist. Subtrahiert man die bekannte Größe

$$\log f g \lambda - \log 2 R_c v \pi$$

so bleibt nur  $\log \frac{N_{r,s} H}{g_{r,s}}$  (Tab. 5). Die  $\log \frac{N_{r,s} H}{g_{r,s}}$ -Werte derjenigen Linien, die denselben Ausgangsterm haben, wurden einfach gemittelt. Auf einige Probleme dieser Methode kommen wir noch zurück.

Die Anzahl der Atome im  $k$ -ten und  $i$ -ten Zustand der  $r$ -fach ionisierten Atome eines Elementes sind durch die bekannte BOLTZMANN'sche Beziehung

$$\frac{N_{r,k}}{N_{r,i}} = \frac{g_{r,k}}{g_{r,i}} e^{-\frac{\chi_{r,k} - \chi_{r,i}}{k T_a}} \quad (12)$$

miteinander verknüpft, wo  $\chi_{r,k}$  und  $\chi_{r,i}$  die Anregungsenergie bedeutet. Mit Hilfe der  $\log \frac{N_{r,s} H}{g_{r,s}}$ -Werte der 6 verschiedenen *OII* Zustände, versuchen wir die in Formel (12) vorkommende Anregungstemperatur  $T_a$  zu bestimmen.

Tabelle 5. Anzahl der restlichen Elemente in den verschiedenen Anregungszuständen

El.	Mult.	$\lambda$	$\log F$	$-\log fg\lambda$	$\log \frac{N_{r,s}H}{g_{r,s}}$	
C II	4	3920,68	1,256	4,82	12,65	
		4267,27	1,375	3,86	11,97	
N II	5	4630,54	1,364	4,03	12,12	
		4607,15	0,416	5,31	11,90	
	12	3994,99	1,476	4,54	12,91	
	39	4043,54	0,765	4,41	11,39	
		4041,32	1,203	3,86	11,57	
		4035,09	0,915	4,08	11,26	
	48	4241,79	1,143	3,93	11,50	
4237,05		0,687	4,23	11,11		
O II	1	4661,63	1,267	4,58	12,44	
		4673,75	0,748	5,42	12,38	
		4650,84	1,004	4,66	11,98	
		4649,14	1,440	3,99	12,34	
		4641,81	1,390	4,25	12,42	
	2	4366,90	1,139	4,61	12,17	
		4349,43	1,296	4,25	12,17	
		4345,56	0,846	4,66	11,75	
		4325,77	0,773	5,42	12,41	
		4317,14	0,854	4,72	11,82	
	5	4414,91	1,362	4,10	12,19	
		6	3982,72	0,969	5,08	12,33
			3954,37	1,111	4,77	12,28
	10	3945,05	0,978	5,13	12,39	
		4042,94	0,913	4,66	11,84	
		4072,16	1,168	3,83	11,46	
	19	4069,90	0,945	4,21	11,43	
		4156,54	0,858	5,20	12,30	
	25	4153,30	1,257	4,33	12,16	
		4699,21	1,034	3,98	11,34	
	36	4189,79	0,934	3,68	10,88	
	Mg II	4	4481,33	1,305	3,95	11,91
	Si III	2	4574,78	1,198	4,73	12,42
			4567,87	1,459	4,25	12,58
			4552,65	1,632	4,04	12,89
5	3806,56	1,705	3,98	13,08		
	3791,41	1,342	5,37	13,42		
Si II	3	4130,88	0,784	3,82	10,83	
		4128,05	0,692	4,18	11,07	

Bringt man nämlich die BOLTZMANN'sche Beziehung auf die Form

$$\Delta_{i,k} = \log \frac{N_{r,k}H}{g_{r,k}} - \log \frac{N_{r,i}H}{g_{r,i}} = \frac{5040}{T_a} (\chi_{r,k} - \chi_{r,i})$$

und trägt die 30 möglichen  $\Delta_{i,k}$  Differenzen als Funktion von  $(\chi_{r,k} - \chi_{r,i})$  auf, streuen die so erhaltenen Punkte um eine Gerade, deren Steile  $T_a$  gibt.

Bei  $\gamma$  Ori war

$$T_a = 18\,700^\circ K. \quad (13)$$

Die mit dem OII Multiplett Nr 19 verbundenen Punkte zeigen — sicherlich infolge des Einflusses besonders starker Störlinien — eine viel größere Streuung, als die übrigen Punkte.

Neuerdings beschäftigte sich A. I. KORNILOW mit den Fehlerquellen bei der Bestimmung von Anregungstemperaturen [11]. Er bewies, daß bei der Auswahl des sich den empirischen Punkten am besten anpassenden Kurvestückes der theoretischen WK, und bei der Ablesung der damit erhaltenen  $\log X_m$  Werte einer Linie, die Möglichkeit der Streuung in der Vertikalrichtung (Äquivalentbreiten) nicht berücksichtigt worden ist. Darum können die  $\log X_m$  Werte systematisch kleiner oder systematisch größer sein als diejenigen wirklichen  $\log X_w$  Werte, die mit Hilfe der Punkte selbst abgelesen worden sind. Genauer wenn für die  $i$ -te Linie eines Multiplettes

$$a = \log X_w - \log X_m$$

ist, dann erhalten wir den von unten konkaven Teil verwendend

$$\Sigma a_i > 0$$

und den von unten konvexen Teil verwendend  $\Sigma a_i < 0$ . (Im linearen Teil zeigt sich selbstverständlich kein Unterschied.)

Bestimmt man die Anzahl der Atome in einem gegebenen Zustand mit Hilfe der WK, so ergibt sich dementsprechend folgender Unterschied zwischen berechneten und wirklichen  $\log N_{r,s}H$  Werten:

$$\frac{\Sigma a_i}{n}$$

wo  $n$  die Anzahl der benutzten Linien ist.

In  $\gamma$  Ori befinden sich die bei der Konstruktion der empirischen WK eine fundamentale Rolle spielenden OII Multiplette Nr 1 und 2 im von unten konkaven Teil der Kurve, und man erhält

$$\frac{\Sigma a_i}{n} = + 0,043.$$

Die nötigen Korrekturen sind in den anderen Fällen noch kleiner und zeigen zufällige Schwankungen, darum wurden sie nicht berücksichtigt. Der Effekt verschiebt jedoch gewissermaßen die wirkliche Häufigkeitsverteilung der Elemente, z. B. ist das  $H/O$  Verhältnis dadurch vergrößert. (Bei Wasserstoff und Helium kommt nämlich der Effekt nicht zur Geltung.)

KORNILOW selbst wirft die Frage nicht bei der Häufigkeitsbestimmung der Elemente, sondern bei der Berechnung von Anregungstemperaturen auf. Das in unserer Arbeit angewandte Verfahren, welches die Anregungstemperatur aus den *Differenzen* der  $\log N_{r,s}H$ -Werte ableitet, ist aber offenbar vom erwähnten Fehler weitgehend unabhängig, weil die OII Linien alle auf demselben Teil der WK fallen.

*Ionisationstemperatur. Übergang zur Gesamtzahl der (r + 1)fach  
ionisierten Atome*

Das Vorhandensein der  $S_i$  Atome in zwei nacheinanderfolgenden Ionisationsstufen ermöglicht die Bestimmung der in der SAHA'schen Formel vorkommenden Ionisationstemperaturen,  $T$ . Setzen wir in die allgemeine SAHA'sche Gleichung

$$\frac{N_{r+1}}{N_r} n_e = \frac{u_{r+1}}{u_r} \cdot 2 \cdot \frac{(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} \cdot e^{-\frac{\chi_r}{kT}} \quad (14)$$

$N_{r,i}$  für  $N_r$  und  $N_{r+1,k}$  für  $N_{r+1}$  mit Hilfe der geeigneten Form der BOLTZMANN'schen Formel [1 S. 83]

$$\frac{N_{r,s}}{N_r} = \frac{g_{r,s}}{u_r} \cdot e^{-\frac{\chi_{r,s}}{kT_a}} \quad (15)$$

ein, ergibt sich

$$\frac{N_{r+1,k}}{N_{r,i}} n_e = \frac{g_{r+1,k}}{g_{r,i}} \cdot \frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{\chi_r}{kT}} e^{-\frac{\chi_{r+1,k} - \chi_{r,i}}{kT_a}}$$

wo  $u_r(T) = \sum_{s=0}^{\infty} g_{r,s} e^{-\frac{\chi_{r,s}}{kT}}$  die sog. Zustandssumme,  $\chi_{r,s}$  bzw.  $\chi_r$  Anregungs- bzw. Ionisationspotential ist.

Da  $T_a \approx T$  ist, erhält man nach einigen numerischen Berechnungen

$$T = \frac{3360 (\chi_r - \chi_{r,i} + \chi_{r+1,k})}{\frac{2}{3} \log \left( \frac{N_{r,i}}{N_{r+1,k}} \cdot \frac{1}{n_e} \cdot \frac{g_{r+1,k}}{g_{r,s}} \right) + 10,46 + \log T} \quad (16)$$

[Siehe 12]

Verwenden wir Gl. (16) für je ein Multiplett der SiII und SiIII Ionen (Multiplettsnummer 3 bzw. 2). Von  $T = T_a$  ausgehend findet man mit sukzessiver Approximation die Temperatur

$$T = 19\,200^\circ \text{ K} \quad (17)$$

Diese ist — wie im allgemeinen — etwas niedriger als die zu dieser Spektralklasse gehörende effektive Temperatur (cca 20 000°). Demnach ergibt sich für den Elektronendruck

$$P_e = n_e kT = 141 \text{ dyn} \quad (\log P_e = 2,15) \quad (18)$$

In der Kenntnis der Temperatur, Elektronendichte und der Anzahl absorbierender Atome in den verschiedenen Quantenzuständen kann die chemische Zusammensetzung der Atmosphäre von  $\gamma$  Ori bestimmt werden. Im Sinne eines Vorschlags von UNSÖLD bestimmen wir nun die Beziehung

zwischen  $N_{r,s}$  und  $N_{r+1}$  (Anzahl aller  $(r+1)$ fach ionisierter Atome) mit einer Kombination der SAHA'schen und BOLTZMANN'schen Formel:

$$\log N_{r+1}H = \log \frac{N_{r,s}H}{g_{r,s}} + \log u_{r+1} - \log n_e + 15,65 - \frac{5040}{T}(\chi_r - \chi_{r,s}) + \frac{3}{2} \log T \quad (19)$$

[Siehe 10 S. 298]. Die nötigen Werte der temperaturabhängigen Zustands-summe sind den Tabellen in [6] und [13] entnommen. Für den einfach ionisierten Wasserstoff liefert uns [10 S. 313] folgende Formel:

$$\log N_H H = \log N_{0_2} H - \log n_e + 14,76 - 3,38 \frac{5040}{T} + \frac{3}{2} \log T. \quad (20)$$

Alle Ergebnisse sind in Tab. 6 zusammengestellt.

Tabelle 6. Übergang zur Gesamtzahl aller Atome

Element	Mult.		$\lg \frac{N_{r,s}H}{g_{r,s}}$	$\lg u_{r+1}$	$(\chi_{r,s} - \chi_r) \cdot \theta$	$\lg N_{r+1}H$	$G$	$\lg N_r H$	$\lg NH$
H	I		15,89						22,45
He	I	<sup>2</sup> P	13,83	0,30	0,94	21,53	1		
		<sup>2</sup> P	14,20	0,30	0,87	21,97	2		
						21,82		19,59	21,82
C	II	4	12,65	0,07	2,10	18,96	1		
		6	11,97	0,07	1,65	18,73	1		
						18,84		17,64	18,87
N	II	5	12,01	0,79	2,90	18,24	2		
		12	12,91	0,79	2,89	19,15	1		
		39	11,41	0,79	1,69	18,85	4		
		48	11,31	0,79	1,66	18,78	4		
					18,74		18,31	18,88	
O	II	1—2	12,19	1,01	3,16	18,38	6		
		5—6	12,29	1,01	3,04	18,60	6		
		10	11,57	1,01	2,46	18,46	4		
		19	12,23	1,01	2,41	19,17	2		
		25	11,34	1,01	2,30	18,39	1		
		36	10,88	1,01	1,75	18,48	2		
					18,54		19,03	19,15	
Mg	II	4	11,91	0,00	1,61	18,64		14,51	18,64
Si	II	3	10,95	0,06	1,69	17,66		14,35	
	III	2	12,63	0,31	3,78	17,50	1		
		5	13,25	0,31	3,07	18,83	0		
					17,50		17,60	17,89	

Im Falle des Heliums wurden die in Tab. 4 angegebenen Werte zuerst mit den dazugehörigen statistischen Gewichten dividiert, und nur dann in die Tab. 6 aufgenommen. Spalte 7 gibt das Gewicht an, mit dem die Supermultiplette getrennt für jeden berechneten  $N_{r+1}H$  Werte bei der Mittelbildung versehen wurden. Die Gewichte haben wir auf Grund der Anzahl und Lage der benutzten Linien (Blend!) willkürlich bestimmt.



*Relative Häufigkeitsverteilung der einzelnen Elemente nach  
Atomzahl und Masse*

Um die Gesamtzahl der Atome zu erhalten, haben wir nun mit Hilfe der SAHA'schen Gleichung (14) noch die Atomzahlen in den übrigen Ionisationsstufen zu berechnen. Es ist aber bekannt, daß nur die nächsttiefere Ionisationsstufe — also die, aus der die beobachteten Linien stammen — in den Rechnungen eine Rolle spielen kann, weil die Anzahl der weniger als  $r$ - oder mehr als  $(r + 1)$ fach ionisierten Atome nie von Bedeutung ist.

Die nach Gl. (14) berechneten  $\log N_r H$  Werte sind in Spalte 8 der Tab. 6 angegeben. Man sieht, daß die Anzahl einfach ionisierter *He*, *C* und *Mg* Atome gering ist, für *N* und *Si* die Anteile der beiden Ionisationsstufen von gleicher Größenordnung sind und sogar *OII* häufiger als *OIII* vorkommt.

Die durch Zusammenfassen der  $N_r H$  und  $N_{r+1} H$  Werte erhaltenen Gesamthäufigkeiten  $NH$  sind in Spalte 9 zusammengestellt. Da  $H$  für jedes Element denselben Wert hat, spiegeln diese Zahlen die relative Häufigkeitsverteilung der Atomzahlen wieder. Spalte 3 in Tab. 7 gibt also an, wieviel von einer Million Atome auf das betreffende Element fallen. Durch Multiplikation mit dem Atomgewicht  $\mu$  erhält man die Häufigkeitsverteilung nach Masse (Spalte 5). Ähnlicherweise gibt diese Spalte an, wieviel Gramm pro Tonne die einzelnen Elemente ausmachen.

Tabelle 7. Gesamthäufigkeit der Elemente in  $\gamma$  Ori nach Atomzahl und Masse

Element	$\log NH$	N	$\log NH\mu$	$N\mu$
H	22,45	810 000	22,45	512 000
He	21,82	190 000	22,42	478 000
C	18,87	210	19,95	1 620
N	18,88	220	20,03	1 950
O	19,15	410	20,35	4 070
Mg	18,64	125	20,03	1 950
Si	17,89	22	19,34	400

UNSÖLD hat eine Methode zur Bestimmung des Häufigkeitsverhältnisses von Wasserstoff zu Helium entwickelt, die nur die Äquivalentbreiten eng zusammenliegender Linien verwendet [14]. Diese Methode ist von den physikalischen Zustandsgrößen weitgehend unabhängig. Nach Gl. 54 und 55 der zitierten Arbeit ist

$$\log H/He = \frac{5}{2} \log \frac{W_{4340}}{W_{4471}} + 0,23 \frac{5040}{T} - 0,55 \quad (21)$$

und

$$\log H/He = \frac{5}{2} \log \frac{W_{4102}}{W_{4026}} + 0,23 \frac{5040}{T} - 0,50 . \quad (22)$$

Für  $\gamma$  Ori ergeben sich aus (17) und aus den gemessenen Äquivalentbreiten folgende Werte

$$\log H/He = 0,77 \quad (\text{aus 21})$$

und

$$\log H/He = 0,64 \quad (\text{aus 22}).$$

Da aus Tab. 6

$$\log H/He = 0,63 \quad (23)$$

ist, zeigt sich die Übereinstimmung völlig befriedigend.

Wir vergleichen die Häufigkeitsverteilung der leichten Elemente in  $\gamma$  Ori mit der durch MINNAERT [15] und ALLER [17] erhaltenen durchschnittlichen chemischen Zusammensetzung der  $B$ -Sterne.

Tabelle 8. Vergleich der chemischen Zusammensetzung mit anderen  $B$ -Sternen.

Element	$\gamma$ Ori B2 III	$\bar{B}_{(\text{Min})}$	$\bar{B}_{(\text{All})}$	$\kappa$ Cas B1 Ia	55 Cyg B2 Ia	$\tau$ Sco BO V	$\varepsilon$ CMa B2 II	$\gamma$ Peg B2,5 IV	$\delta$ Cet B2 IV
H	22,45	22,36	22,52	22,60	22,46	22,40	22,22	23,37	23,14
He	21,82	21,66	21,67	22,08	21,85	21,63	21,92	22,21	21,70
C	18,87	18,72	18,76	18,49	18,60	18,77	18,58	18,90	18,30
N	18,88	18,88	18,80	18,51	19,00	18,97	18,95	18,59	19,09
O	19,15	19,37	19,30	19,64	19,64	19,52	19,20	19,19	19,48
Mg	18,64	18,40	18,54	18,48	18,14	18,13	18,72	18,72	—
Si	17,89	18,05	18,02	18,30	18,01	18,03	17,93	17,98	—

Tabelle 8 gibt außerdem die mittels der WK bestimmte chemische Zusammensetzung einiger  $B$ -Sterne, nämlich

$\kappa$ Cas	nach [12]
55 Cyg	nach [6]
$\tau$ Sco	nach [15]
$\varepsilon$ CMa	nach [15]
$\gamma$ Peg	nach [16]
$\delta$ Cet	nach [16]

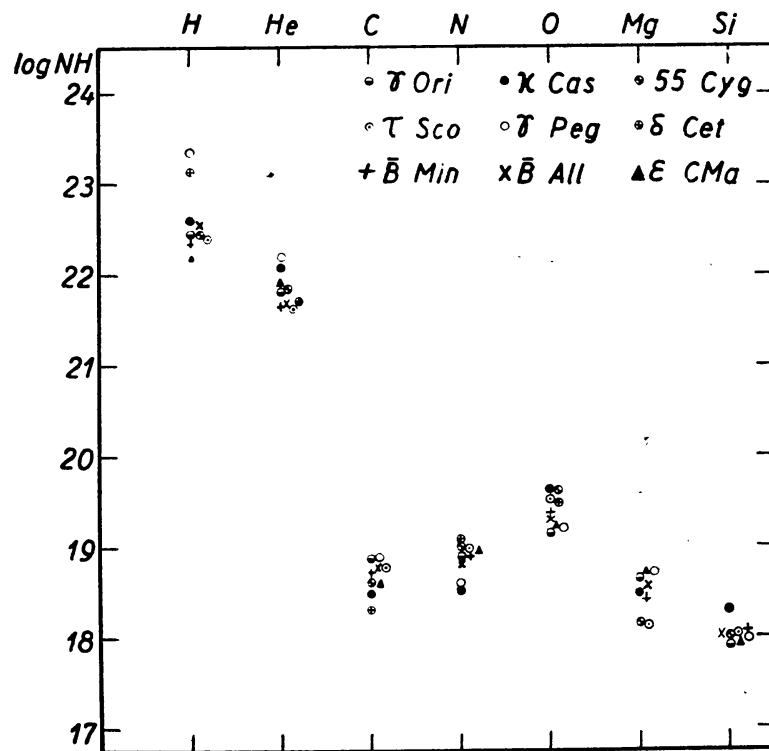


Abbildung 5. Relative Häufigkeitsverteilung der leichten Elemente in  $B$ -Sternen. Die Normierung ist so gewählt, daß für die Elemente  $C$  bis  $Si$  im Mittel die beste Übereinstimmung herrscht.

an. Alle sind so »normiert«, daß für die Rest-Elemente ( $C, N, O, Mg, Si$ ) im Mittel die beste Übereinstimmung mit  $\gamma$  Ori besteht. Dasselbe ist in Abb. 5 graphisch aufgetragen.

Es zeigt sich, daß die Unterschiede durchwegs innerhalb der allgemeinen Messgenauigkeiten liegen. Später wollen wir diese Vergleichung noch unter einem anderen Gesichtspunkt betrachten.

### Gravitation

Wir wollen nun die effektive Schwerebeschleunigung,  $g_{eff}$  an der Oberfläche aus den spektroskopischen Daten bestimmen. Die effektive Schwerebeschleunigung ist die Differenz zwischen der wirklichen und der Strahlungsbeschleunigung :

$$g_{eff} = g - g_r .$$

Mit Hilfe des Gasdruckes am Fuße der betrachteten Säule von  $1 \text{ cm}^2$  Querschnitt kann man  $g_{eff}$  offenbar so ausdrücken :

$$g_{eff} = \frac{P_g}{\sum N H \mu m_H} \quad (24)$$

wo  $m_H$  die Masse des Protons darstellt.

Insofern alle Atome einfach ionisiert sind, d. h.

$$P_g = 4P_e$$

ist, erhalten wir — mit den entsprechenden Werten aus Tab. 7 und Gl. (18) —

$$\log g_{eff} = \log \frac{4P_e}{\sum N H \mu m_H} = 3,79 . \quad (25)$$

Andererseits können wir die wirkliche Schwerebeschleunigung nach der Masse-Leuchtkraft-Beziehung abschätzen [Siehe 6 S. 87]. Beim Vergleich zweier Sterne wird also

$$\Delta \log g = 0,285 \Delta M_{bol} + 4 \Delta \log T \quad (26)$$

wo  $M_{bol}$  die absolute bolometrische Helligkeit ist.

Zuerst vergleichen wir  $\gamma$  Ori (die YALE'schen Werte  $M = -2,57$ ,  $\log T = 4,27$ ) mit dem im HR Diagramm sehr nahe liegenden Zwergstern,  $\gamma$  Peg. Bei diesem Stern rechnen wir mit  $M = -2,91$  und  $\log T = 4,28$  [19], also — nach (26) —

$$\Delta \log g = +0,06 .$$

UNSÖLD findet für  $\gamma$  Peg  $\log g = 4,1$ , wir erhalten also für  $\gamma$  Ori

$$\log g \approx 4,2. \quad (27)$$

Nehmen wir hier an, daß die bolometrische Korrektur für beide Sterne die gleiche ist.

Zweitens wurde  $\gamma$  Ori mit der Sonne verglichen :

$$M_{bol\odot} = +4,6, \quad \log T_{\odot} = 3,70, \quad \log g_{\odot} = 4,4$$

Für die bolometrische Korrektur können wir bei  $\gamma$  Ori nach [18] den Wert  $-2,06$  annehmen, daraus folgt

$$M_{bol} = -4,63$$

Demnach erhält man

$$\Delta \log g = -0,3 \quad \text{und} \quad \log g \approx 4,1 \quad (28)$$

Die gute Übereinstimmung der nach der Masse-Leuchtkraft-Beziehung auf zweierlei Art berechneten Werte (27) und (28) zeigt, daß die Abweichung von (25) reell ist, also durch die Strahlungsbeschleunigung zustande gebracht wurde. Nach UNSÖLD [9] sollte für einen B2-Stern  $\log g_r \geq 1,9$  sein, was also erfüllt ist.

#### *Schlußfolgerungen. Vergleichung mit einigen $\beta$ CMA Sternen*

Da  $\gamma$  Ori einer der ersten Riesensterne (Leuchtkraftklasse III) ist, bei denen eine quantitative Spektralanalyse durchgeführt wurde, lohnt es sich die Ergebnisse mit den entsprechenden Daten eines Überriesen- und eines Zwergsternes (Typ B) zu vergleichen. Wir haben den durch VOIGT bzw. UNSÖLD untersuchten 55 Cyg und  $\tau$  Sco ([6] und [19]) gewählt, weil bei  $\gamma$  Ori dieselbe Methode verwendet wurde. In Tab. 9 (Zusammenfassung) sind die neben den einzelnen Angaben gegebenen Fehlergrenzen durch die ziemlich vorsichtig geschätzten Fehler der  $n_e$  (nach (4)) berechnet. Offensichtlich entsprechen die Ergebnisse dem Riesen-Charakter von  $\gamma$  Ori ziemlich genau.

Tabelle 9. Vergleich der physikalischen Zustandsgrößen

	55 Cyg	$\gamma$ Ori	$\tau$ Sco
Absolute Helligkeit	-5,5	-3,92	-2,6
$\Theta = \frac{5040}{T}$	$0,31 \pm 0,02$	$0,262 \pm 0,01$	$0,179 \pm 0,005$
Temperatur T	$16250 \pm 1100^\circ$	$19200 \pm 800^\circ$	$28150 \pm 750^\circ$
Elektronendichte $\log n_e$	$13,20 \pm 0,30$	$13,73 \pm 0,30$	$14,48 \pm 0,25$
Elektronendruck $\log P_e$	$1,55 \pm 0,30$	$2,15 \pm 0,32$	$3,07 \pm 0,25$
Gravitation $\log g_{eff}$	$2,87 \pm 0,50$	$3,79 \pm 0,60$	$4,93 \pm 0,40$
Gravitation $\log g$	$3,1 \pm (0,3)$	$4,1 \pm (0,3)$	$4,4 \pm 0,25$
Turbulenz $v_{turb}$ km/s	$36 \pm 3$	$2,08 \pm (0,2)$	$< 2,6$

Wir haben schon bemerkt, daß die Abweichung der relativen Häufigkeitsverteilung der durchschnittlichen Zusammensetzung ebenfalls unter der Fehlergrenze der Angaben bleibt (Siehe Tab 8 und Abb. 5; nur die  $O$  Atomzahl scheint etwas gering zu sein), so daß  $\gamma$  Ori seinem Spektrum nach zu den gewöhnlichen B-Sternen gerechnet werden kann. Seine Lage im HR Diagramm erweist sich aber als eine besondere, da er auf dem Ast der  $\beta$  CMa Sterne, oder in ihrer nächsten Nähe liegt (Siehe Abb. 6 die auf Grund [2] zusammengestellt wurde).

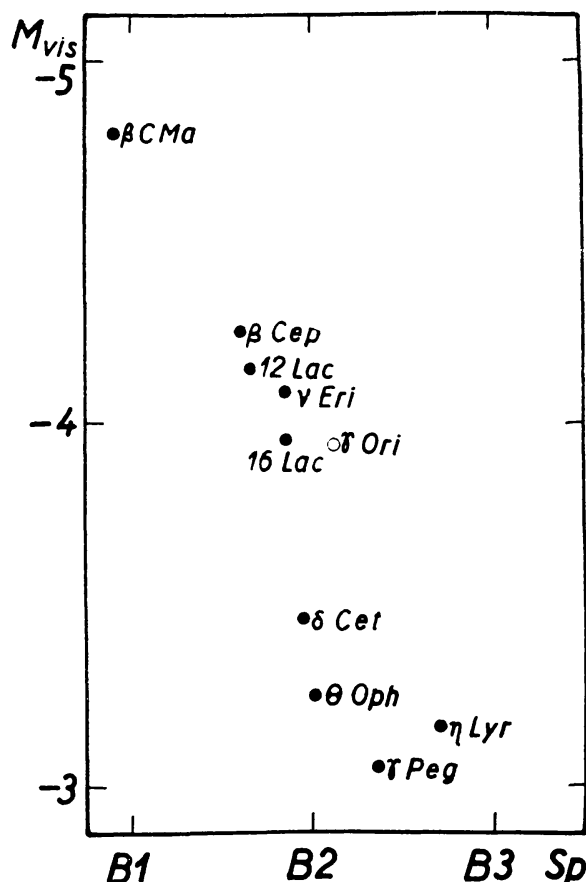


Abbildung 6. HERTZSPRUNG—RUSSEL-Diagramm für einige  $\beta$  CMa Sterne, die Lage von  $\gamma$  Ori angehend. (Nach [2])

Wenn wir die mit Hilfe der WK bestimmte chemische Zusammensetzung einiger  $\beta$  CMa Veränderlichen mit derjenigen von  $\gamma$  Ori vergleichen, kommen gewisse Abweichungen zum Vorschein, die nicht durch Unterschiede im Spektraltyp und in der absoluten Helligkeit erklärt werden können. Unsere Ergebnisse sind:

1. Das Häufigkeitsverhältnis Wasserstoff zu Helium. Aus Abb. 5 sieht man sofort, daß dieses Verhältnis bei den veränderlichen Sternen  $\gamma$  Peg und  $\delta$  Cet auffallend groß ist, etwa um den Faktor 4 größer als in  $\gamma$  Ori und in den anderen nicht veränderlichen Sternen. Bemerkenswert ist, daß MANNINO in 1952/53 in drei B-Sternen, die damals als  $\beta$  CMa Veränderliche klassifiziert wurden, auch ein auffallend großes H/He Verhältnis gefunden

hat [20]. Die Veränderlichkeit dieser aus der alten Liste von Payne und Gaposchkin gewählten Sterne ist aber noch immer nicht ganz sicher.

Die  $\log H/He$  Werte sind also

bei	$\delta$ Cet :	1,44
	$\gamma$ Peg :	1,16
	$\eta$ Lyr :	1,15
	$\eta$ Aur :	1,10
	$\gamma$ Ori :	0,63

2. Das Verhältnis  $H/O$ . Der Vergleich beruht nur auf den ALLER'schen Untersuchungen [16]. ALLER hat mit Hilfe der WK bei  $\gamma$  Peg,  $\delta$  Cet und  $\iota$  Her ein abnorm großes  $H/O$  Verhältnis erhalten, und dieses Ergebnis wurde mittels Feinanalyse auch festgestellt. Zwei der Sterne ( $\gamma$  Peg und  $\delta$  Cet) gehören ohne Zweifel zu dem  $\beta$  CMa Typ.

Die  $\log H/O$  Werte sind :

bei	$\gamma$ Peg :	4,18
	$\delta$ Cet :	3,66
	$\gamma$ Ori :	3,30

3. Häufigkeitsverteilung der Rest-Elemente. ALLER hat in einem anderen Artikel [21] die Ergebnisse der Spektralanalyse noch einiger  $B$ -Sterne — unter denen 3  $\beta$  CMa Veränderlichen — mitgeteilt. Er gibt die relative Häufigkeit der  $C$ ,  $N$ ,  $Mg$ , und  $Si$  Atome im Vergleich mit  $O$ . In Tab. 10 und in Abb. 7 wurde die Häufigkeitsverteilung der Rest-Elemente von  $\gamma$  Ori und von den 5  $\beta$  CMa Sternen zusammengestellt. Offensichtlich kann man eine systematische Abweichung — abgesehen von der verminderten  $O$  Häufigkeit bei  $\gamma$  Ori — nicht entdecken. Die verhältnismäßig große Streuung der Häufigkeitslogarithmen einiger Elemente folgt zweifellos aus der Tatsache, daß sie nur wenige meßbare Linien aufweisen.

Tabelle 10. Die Häufigkeitsverteilung der Rest-Elemente bei  $\beta$  CMa Sternen.

Element	$\gamma$ Ori	$\gamma$ Peg	$\delta$ Cet	15 CMa	$\xi_1$ CMa	$\sigma$ Sco
C	—0,28	—0,29	—1,18	—1,19	—0,40	—0,84
N	—0,27	—0,60	—0,39	—0,59	—0,48	—0,54
O	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Mg	—0,51	—0,47	—	—0,68	—1,18	—1,34
Si	—1,26	—1,21	—	—1,09	—1,62	—1,13

Was die Verlässlichkeit der verwendeten Methode betrifft, wissen wir, daß die Genauigkeit der UNSÖLD'schen Grobanalyse schon vielmals bezweifelt wurde. L. NEVEN und C. DE JAGER beweisen zum Beispiel, daß mit UNSÖLD's Methode die  $He$  Häufigkeit regelmäßig zu groß, und dadurch das  $H/He$  Verhältnis zu klein gemessen wird [22]. MINNAERT zeigt demgegenüber, daß bei Berücksichtigung der Genauigkeit der heutigen Angaben die Feinanalyse keine wesentliche Besserung bringt [15]. Da wir den Untersuchungen ohnehin nur den Vergleich verschiedener Häufigkeitsverteilung zum Ziel gesetzt haben, schien es als zweckmäßig die Grobanalyse zu verwenden.

Zum Schluß können wir feststellen, daß nach diesen Ergebnissen in der chemischen Zusammensetzung (besonders was Wasserstoff- und Heliumhäufigkeit anbelangt) ein gewisser Unterschied zwischen den  $\beta$  CMa Veränderlichen und den gewöhnlichen B-Sternen nicht als unmöglich betrachtet werden darf. Insofern diese Vermutung durch weitere Beobachtungen bestätigt würde, läßt sich die Ursache der Veränderlichkeit kaum durch eine äußere

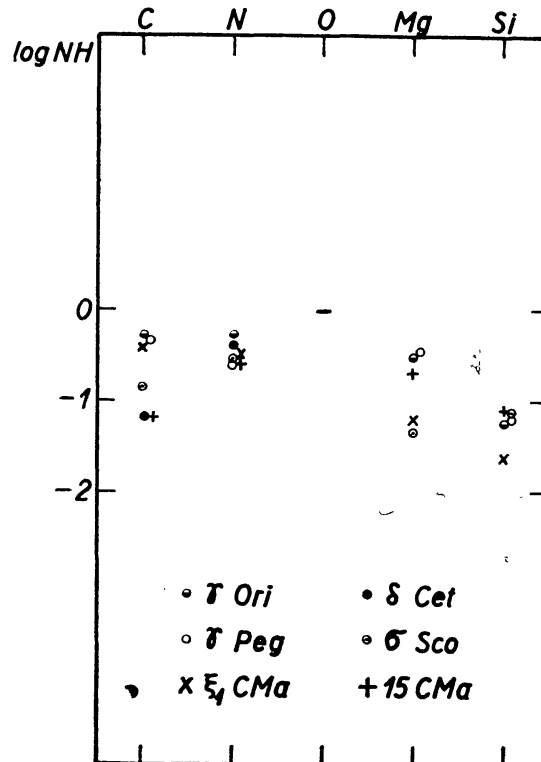


Abbildung 7. Häufigkeitsverteilung der Rest-Elemente im Verhältnis zu O bei  $\beta$  CMa Sternen und  $\gamma$  Ori.

Wirkung erklären (z. B. die Störung durch einen Satelliten von kleiner Masse), vielmehr muß man die Veränderlichkeit der  $\beta$  CMa Sterne mit ihrer chemischen Zusammensetzung im Zusammenhang bringen.

An dieser Stelle möchte ich den Herren BOJARTSCHUK und KOPILOW (Krim) für das zur Verfügung gestellte Beobachtungsmaterial und für die in der Auswertung gegebenen Ratschläge, A. BADJIN (Moskau) für seine Mithilfe bei den Berechnungen, sowie Herrn BÁNYAI (Budapest) für die Zeichnungen aufrichtig danken. Schließlich möchte ich nicht versäumen, der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, die mir die Forschungsreise in der Sowjetunion ermöglicht hat, Dank zu sagen.

#### LITERATUR

1. Unsöld A.: Physik der Sternatmosphären. 2. Aufl. Berlin 1955
2. Копылов И. М. Изв. Крымской астрофиз. обс. 20 156 1958
3. Struve O.: Publ. A. S. P. 65 250. 1953
4. Moore Ch. E.: A Multiplet Table of Astrophysical Interest Princeton 1933
5. Underhill A. B.: Ap. J. 107 337. 1948
6. Voigt H. H.: Z. Astrophysik 31 73. 1952



7. Traving G. : Z. Astrophysik 36 26. 1955
8. Garstang R. H. : M. N. 114 124. 1955
9. Unsöld A. : Z. Astrophysik 23 100. 1944
10. Aller L. H. : Astrophysics I. New York 1953
11. Корнилов А. И. : Сообщения ГАИШ 100 65. 1957
12. Боярчук А. А. im Druck
13. Aller L. H., Elste G., Jugaku J. : Ap. J. Supplement Series 25 12. 1957
14. Unsöld A. : Z. Astrophysik 23 75. 1944
15. Minnaert M. G. J. : M. N. 117 315. 1957
16. Aller L. H. : Ap. J. 109 244. 1949
17. Aller L. H. : Handbuch der Physik LI 343. 1958
18. Kuiper G. P. : Ap. J. 88 449. 1938
19. Unsöld A. : Z. Astrophysik 21 73. 1942
20. Mannino G. : Contr. Osser. Astrof. Asiago 25, 30, 38. 1952—53
21. Hynek J. A. : Astrophysics McGraw-Hill Book Comp 1951
22. Neven L.—Jager C. : B. A. N. 12 103. 1954

A kiadásért felel: Detre László

Műszaki felelős: Húth István

A kézirat beérkezett: 1959. VI, 27. — Terjedelem: 2,1 (A/5) papírv.

---

49240/59 — Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 45.

L. DETRE

BERICHT ÜBER OPTISCHE BEOBACHTUNGEN ANLÄSSLICH  
DER LANDUNG DER SOWJETISCHEN MONDRAKETE LUNIK II

BUDAPEST, 1960.

---

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 45.

BERICHT ÜBER OPTISCHE BEOBACHTUNGEN ANLÄSSLICH  
DER LANDUNG DER SOWJETISCHEN MONDRAKETE LUNIK II.

von  
L. DETRE

Am 13. September 1959 nach 21<sup>h</sup> 2<sup>m</sup> 30<sup>s</sup> UT wurde von M. LOVAS an der Sternwarte Budapest—Szabadsághegy und von M. ILL an der Satelliten-Station Baja (Südungarn) ein expandierender dunkler Fleck auf der Mondoberfläche nördlich der Apenninen und südlich vom Krater Autolycus bemerkt, dessen Entwicklung von mehreren ungarischen Astronomen beobachtet werden konnte.

Die ungarische und teilweise auch die ausländische Presse hat schon am 14. September 1959 ausführlich über die an unserer Sternwarte beobachteten Erscheinungen an der Mondoberfläche anlässlich der Landung der sowjetischen Mondrakete Lunik II berichtet. Da die Presseschilderungen nicht in allen Einzelheiten der Wahrheit entsprachen, und eben deshalb manche Zweifel an der Realität unserer Wahrnehmungen geäußert wurden (z. B. Sky and Telescope Vol. XIX. p. 11. 1959), scheint es mir nötig, hier einen offiziellen Bericht über die ungarischen Beobachtungen zu veröffentlichen.

Am 13. September 1959 nachmittags veröffentlichte die Presseagentur TASS eine Meldung, wonach die Rakete um 21<sup>h</sup> 1<sup>m</sup> UT in dem Gebiet zwischen Mare Tranquilitatis, Mare Serenitatis und Mare Vaporum den Mond erreichen soll. Die Möglichkeit einer direkten optischen Beobachtung des Einschlages erschien uns sehr unwahrscheinlich. Die Wahrnehmung eines eventuellen, den Einschlag begleitenden kurzdauernden Aufblitzens hatte in dem hellen Teil des Mondes geringe Wahrscheinlichkeit und für die Menge des beim Einschlag emporsteigenden Staubes erhält man, selbst unter der Annahme, daß die ganze kinetische Energie der Rakete zum Emporschleudern von Staubmassen verwendet wird, zu kleine Werte, um die Beobachtung einer Staubwolke erhoffen zu können.

Trotzdem habe ich unseren jungen Assistenten, Herrn M. LOVAS, der sehr scharfe Augen und ausgezeichnete Apperzeptionsfähigkeit besitzt, angewiesen, zu der von TASS angegebenen Zeit das erwähnte Gebiet des Mondes

in Sicht zu halten. Als Beobachtungsinstrument wählte er unseren alten 18 cm Cooke-Refraktor, der eine hervorragende Optik hat. Der Luftzustand war hier jenen Abend, wie auch die gleichzeitigen photoelektrischen Beobachtungen von Veränderlichen am 60 cm Reflektor zeigen, außergewöhnlich gut. Die verwendete Vergrößerung war 500fach. Auch bei dieser Vergrößerung war nicht das geringste Zittern des Mondbildes beobachtbar.

Herr LOVAS begann die Betrachtung des erwähnten Mondteiles um 20<sup>h</sup> 55<sup>m</sup> UT in der Begleitung unseres Wissenschaftlers, Herrn B. BALÁZS. Letzterer beabsichtigte die Zeitpunkte etwaiger Wahrnehmungen zu notieren. Kurz vor 21<sup>h</sup> erschien in der Kuppel auch DR. JULIA BALÁZS in der Begleitung eines Journalisten, der sich nicht abreden ließ, während der Landung der Rakete an unserer Sternwarte anwesend zu sein.

Zu 21<sup>h</sup> 2<sup>m</sup> 15<sup>s</sup> gab Herr BALÁZS die Zeit an, mit der Bemerkung, daß weitere Beobachtung wohl überflüssig sei. Darauf begann Herr LOVAS die weitere Umgebung des von TASS angegebenen Gebietes zu betrachten. Wenig nach 21<sup>h</sup> 2<sup>m</sup> 30<sup>s</sup> (eine genauere Zeitangabe steht nicht zur Verfügung) bemerkte er: »Da erschien ein dunkler Punkt, den ich vorher nicht gesehen hatte.« Einige Sekunden später rief er mit voller Aufregung aus: »Der Fleck wird größer, er dehnt sich aus!« Danach zeigte er den Fleck seinen Kollegen. Beide haben nach kurzer Betrachtung die Expansion des Objektes verifiziert.

In der großen Aufregung, die durch den Erblick der unerwarteten Erscheinung verursacht wurde, verliefen die Beobachtungen nicht mit der Exaktheit, wie erwünscht gewesen wäre. Natürlich störte auch die Anwesenheit des Journalisten beträchtlich. Immerhin ist es zur Bestätigung der Einzelheiten ganz gut, daß die Erscheinung abwechselnd von drei Astronomen beobachtet wurde. Wir haben eine ziemlich lückenlose Beschreibung über die Expansion und Struktur des Fleckes, leider fehlen aber genaue Zeitangaben zu den verschiedenen Phasen und auch die Position des Objektes wurde nicht mit genügender Exaktheit ermittelt.

Über die Entwicklung des anfangs schwarzen und punktförmigen, später grauen und ausgedehnten Fleckes soll Abb. 1 eine ungefähre Beschreibung geben, wo die einzelnen Phasen in Intervallen von etwa 1<sup>m</sup> aufeinander folgen.

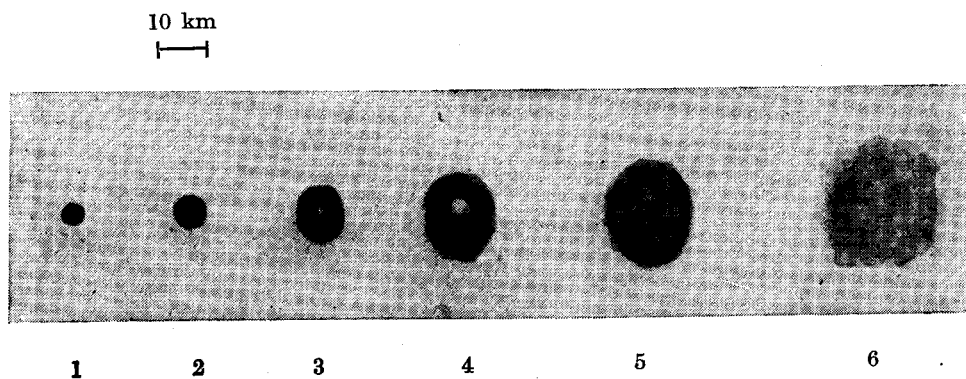


Abb. 1. Verschiedene Phasen der Staubwolke nach Beobachtungen an der Sternwarte Budapest—Szabadsághegy. Das Zeitintervall zwischen den einzelnen Phasen beträgt etwa 1<sup>m</sup>. Norden liegt nach unten. Der Maßstab wurde nach dem Durchmesser des Kraters Autolycus (38 km) geschätzt

Der Fleck wurde noch um  $21^{\text{h}} 3^{\text{m}} 30^{\text{s}}$  als kompakt bezeichnet (Abb. 1,2). Kurz darauf erschien ein heller Punkt innerhalb des Fleckes südlich vom Mittelpunkt (Abb. 1,3). Als der Fleck sich ausdehnte, wurde er immer weniger dunkel. Auch die helle Stelle innerhalb des Fleckes verschwand nach etwa  $1^{\text{m}} 5$ . Der Rand des Fleckes erschien zu dieser Zeit ein wenig dunkler als die Mitte (Abb. 1,5). Um  $21^{\text{h}} 7^{\text{m}}$  war das Phänomen schon ziemlich verwaschen und unbestimmt (Abb. 1,6). Etwa zu dieser Zeit hat Herr K. GEFFERTH versucht die Beobachtung nach Angabe der Position von Herrn LOVAS an unserem 30 cm Zeiß-Refraktor fortzusetzen. Er konnte angeblich den Fleck bis etwa  $21^{\text{h}} 15^{\text{m}}$  beobachten, als derselbe langsam in die Umgebung aufging. Für die Dauer der Erscheinung kann so etwa  $12^{\text{m}}$  angenommen werden. Der Zeitpunkt des Verschwindens des Fleckes kann schon deshalb nicht exakt angegeben werden, da sein Schauplatz ein relativ dunkles Gebiet des Mondes war. Deshalb kann den Beobachtungen nach  $21^{\text{h}} 7^{\text{m}}$  wenig Realität zugeschrieben werden.

Als mir über die merkwürdigen Beobachtungen um  $21^{\text{h}} 20^{\text{m}}$  referiert wurde, äußerte ich manchen Zweifel aus dem Grunde, weil ein Fleck mit rascher Expansion zur Zeit seiner Wahrnehmung um  $21^{\text{h}} 2^{\text{m}} 30^{\text{s}}$  nicht punktförmig gewesen sein konnte, falls der Einschlag der Rakete zu dem von TASS im voraus angegebenen Zeitpunkt, d. h.  $21^{\text{h}} 1^{\text{m}}$  erfolgte. Mein Zweifel verschwand aber, als um  $22^{\text{h}}$  die neue TASS-Meldung kam, wonach die Radio-signale der Mondrakete zu  $21^{\text{h}} 2^{\text{m}} 24^{\text{s}}$  aufhörten. Erst darauf habe ich die Erlaubnis zur Veröffentlichung unserer Beobachtungen in der Presse gegeben.

Ein Versuch, die Position des Objektes zu bestimmen, wurde erst dann unternommen, als der Fleck schon ziemlich schwach und unbestimmt war. Sein Platz wurde relativ zu einigen Nachbarobjekten fixiert und dann nach dem Gedächtnis auf der schönen Mt. Wilson-Aufnahme in Sky and Telescope Vol. XII, No. 3. identifiziert.

Man stieß dabei auf einen großen Unsicherheitsfaktor, da die Photographie stark von dem visuellen Bild dieses Gebietes abwich. So erscheint in der Positionsbestimmung auch ein Fehler von der Größenordnung 25—30 km nicht ausgeschlossen. Ganz unbeantwortet blieb die Frage, ob der Fleck während seiner Entwicklung neben seiner Expansion auch eine laterale Bewegung an der Mondoberfläche gezeigt hatte, wie z. B. bei einer Schattenerscheinung zu erwarten wäre. Die Struktur des Phänomens, besonders die helle Stelle in seinem Inneren, läßt aber darauf folgern, daß der beobachtete Fleck das Bild einer Staubwolke gewesen war.

Wir haben zuerst die Stelle des Fleckes mit den Koordinaten  $+ .024$  und  $+ .434$  auf IAU Map of the Moon 1935. Section 5. angegeben. Diese Koordinaten wurden mit der Annahme ermittelt, daß der helle Punkt innerhalb des Fleckes mit einem kleinen Krater auf der erwähnten Mt. Wilson-Aufnahme zusammenfällt. Diese Annahme ist aber sicher unrichtig. Wäre nämlich diese helle Stelle im Inneren des Fleckes ein Kraterchen gewesen, das zuerst, wie gedacht wurde, vom Staub bedeckt war, und nach Dünnerwerden des Staubes wieder zur Sicht kam, so hätte diese Stelle mit der Auflösung des Fleckes immer heller werden sein müssen. Im Gegenteil verschwand sie in etwa  $1^{\text{m}} 5$  nach ihrer Erscheinung.

Glücklicherweise konnte die Position des grauen Fleckes von Herrn M. ILL an der Volkssternwarte zu Baja in Südungarn viel genauer bestimmt werden. Wir erfuhren erst Anfang Oktober, daß die von Herrn LOVAS bemerkte Erscheinung auch von Herrn ILL beobachtet wurde und seine Schilde-

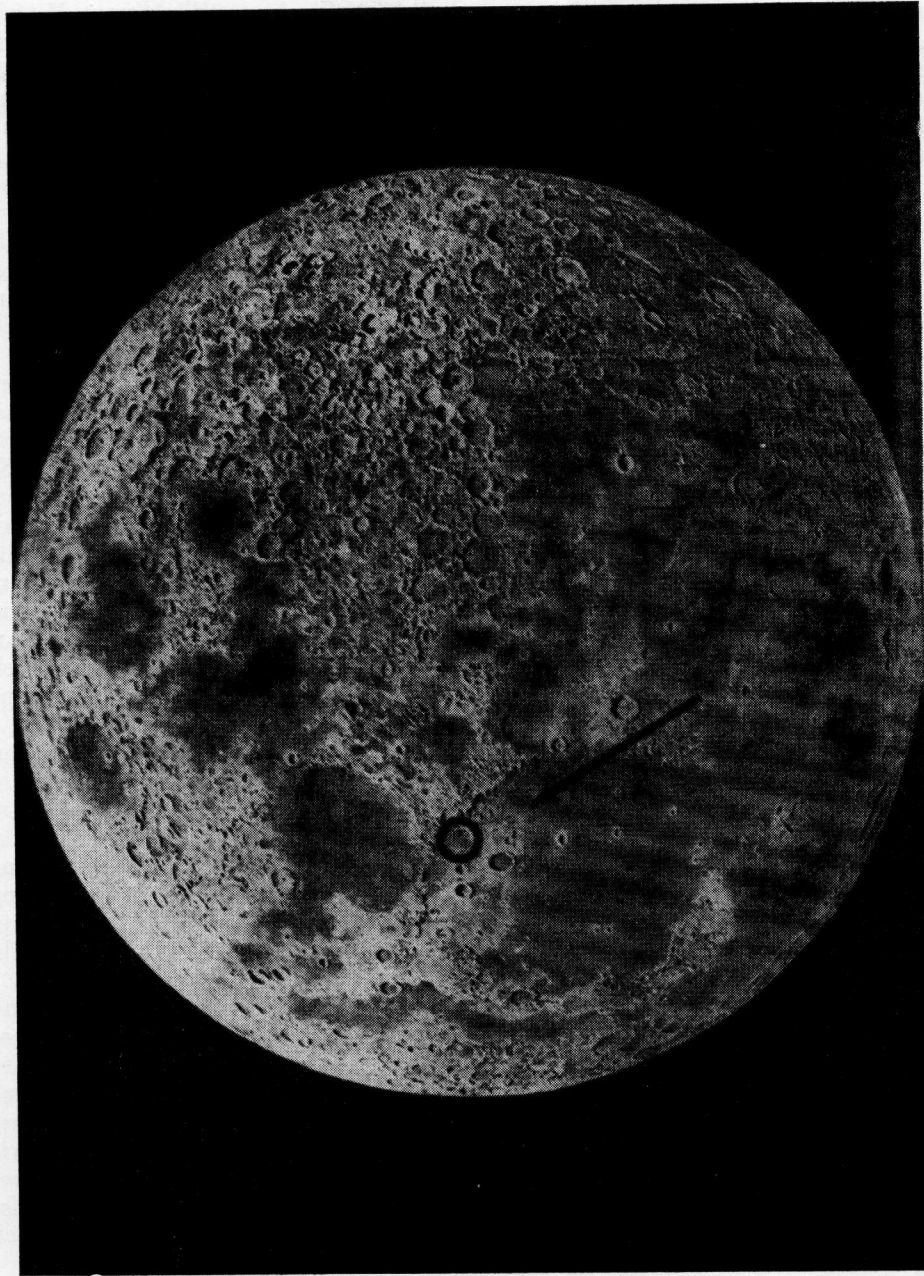


Abb. 2. Die in der Presse erschienene Abbildung über die Lage der Staubwolke (S. z. B. Népszabadság. Jg. XVII. 14. Sept. 1959. S. 3.). Der dunkle Fleck erschien nach Angabe von Herrn *Lovas* in der Mitte des schwarzen Kreises, auf den der schwarze Pfeil hinweist

zung gleichzeitig mit unseren Meldungen in einigen provinziellen Zeitungen (Petőfi Népe Jg. XIV. Nr. 216, S. 2.; Dunántúli Napló Jg. XVI. Nr. 216. S. 1.) erschienen ist. So unterliegt die volle Unabhängigkeit seiner Beobachtungen keinem Zweifel.

Die Volkssternwarte zu Baja wurde vor einigen Jahren gegründet und mit einem 26 cm Newton-Reflektor ausgestattet. Seit zwei Jahren fungiert diese Sternwarte auch als eine Station für Satelliten-Beobachtungen. Herrn M. ILL kenne ich als einen sehr zuverlässigen, tüchtigen Beobachter.

Er begann die Betrachtung des in der TASS Meldung angegebenen Mondgebietes am 26 cm Reflektor um 20<sup>h</sup> 50<sup>m</sup> in der Begleitung von Frau ILL und Herrn M. BORBÁS. Auch hier war ein Journalist anwesend, jedoch außerhalb der Kuppel. Um 21<sup>h</sup> 3<sup>m</sup> erblickte Herr ILL einen dunklen Fleck nicht weit von den Apenninen, der sich rasch ausdehnte. Er zeigte den Fleck den übrigen Anwesenden, die dann am 10 cm Leitfernrohr die weitere Entwicklung des Fleckes betrachteten, während er selbst die Beobachtungen am 26 cm Reflektor fortsetzte. Seine Schilderung der Ereignisse stimmt im allgemeinen mit derjenigen der Beobachter unserer Sternwarte überein. Er konnte den Fleck bis zu etwa 21<sup>h</sup> 8<sup>m</sup> beobachten. Die Luft war zu Baja ebenso außerordentlich ruhig wie am Szabadság-hegy.

Da die Sternwarte zu Baja nur eine kleine Mondkarte besitzt, hat Herr ILL sich vom Anfang an bemüht, die Position des Fleckes am Fernrohr so genau wie möglich zu fixieren. In dieser Bestrebung war er in einer viel günstigeren Lage als die Beobachter in Budapest, die abwechselnd die Erscheinung beobachteten. Die Nähe von drei auffallenden Kratern, Autolycus, Aristillus und Archimedes erleichterte die Ortsbestimmung. Nach Herrn ILL lag das Zentrum des Fleckes bestimmt ein wenig westlich von der Verbindungslinie Aristillus-Autolycus. Die Koordinate des von ihm angegebenen Ortes sind:  $+ .03$  und  $+ .45$  auf IAU Map of the Moon, Section 5. Diese Position ist etwa 25 km NW von der von LOVAS angegebenen Position. Auch diese Beobachtung dürfte natürlich, besonders in der zweiten Koordinate, einige Kilometer unsicher sein.

Beobachtungen an zwei anderen Fernrohren unserer Sternwarte und ebenso an anderen Stellen in Ungarn waren erfolglos. Der Erfolg hing davon ab, ob der Beobachter während der ersten Phase der raschen Entwicklung des Fleckes eben dieses Gebiet des Mondes betrachtete oder nicht. Zum Erfolg hat

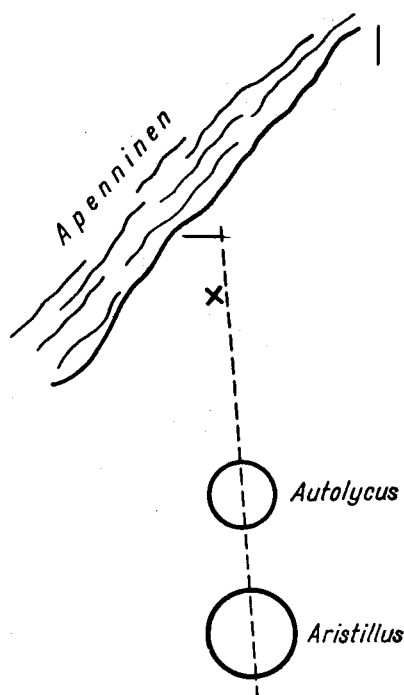


Abb. 3. Skizze von Herrn ILL über die Lage des dunklen Fleckes. Der Mittelpunkt des Fleckes ist mit einem Kreuz bezeichnet. Norden ist nach unten.



natürlich auch die außergewöhnlich ruhige Luft über Ungarn zur Zeit der Landung der Rakete viel beigetragen. Über andere Gebiete Europas, wo der Mond über dem Horizont lag, waren die Wetterverhältnisse ziemlich ungünstig. Diesem Umstand ist es zuzuschreiben, daß anderweitige visuelle Beobachtungen über die hier beschriebene Erscheinung nicht vorliegen.

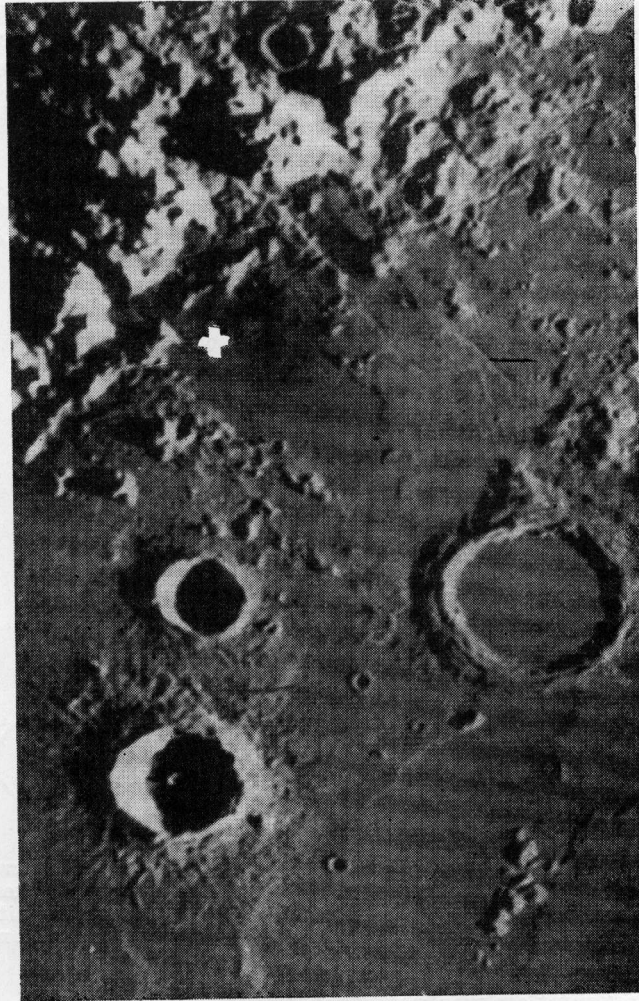


Abb. 4. Gegend des Einschlagsortes des Instrumentenkörpers (Mt. Wilson-Aufnahme aus Sky and Telescope). Die von Herrn ILL angegebene Position des Einschlagsortes ist mit einem weißen Kreuz bezeichnet

G. FIEDLER gab in Nature Vol. 185, p. 11, 1960 eine Zusammenstellung über die Beobachtungen in Zusammenhang mit dem Einschlag der Rakete. Danach wurden auf der Pic du Midi-Sternwarte und am G. A. Hole's Observatory zu Patcham Mondaufnahmen »of moderate quality« vor und nach dem

Einschlag erhalten. Diese bestätigen nach FIEDLER nicht unsere Beobachtungen.

Der Herausgeber der Zeitschrift *Discovery*, Herr. A. R. MICHAELIS hat liebenswürdigerweise zwei Kontakt-Kopien von Herrn HOLE's Aufnahmen mir zur Verfügung gestellt. Die vor dem Einschlag aufgenommene Mondphotographie ist ausgezeichnet, die nach dem Einschlag aufgenommene (die auch als Titelblatt in *Discovery* erschienen ist) aber leider unscharf. Auf dieser Aufnahme könnte man auch eine viel prägnantere Erscheinung nicht identifizieren. Über die Pic du Midi Aufnahmen erfuhr ich nichts Näheres.

Die beste Serie von Mondaufnahmen zur kritischen Zeit scheint Herr E. TENGSTRÖM am Geodätischen Institut der Universität Uppsala mit einer Markowitz-Kamera erhalten zu haben. Er hat zehn Aufnahmen mit je 20<sup>s</sup> Expositionszeit zwischen 20<sup>h</sup> 59<sup>m</sup>5 und 21<sup>h</sup> 15<sup>m</sup>5 erhalten. Nachdem wir ihn auf sein Verlangen die Position des von uns beobachteten Fleckes mitgeteilt haben, schrieb er mir am 20. Oktober 1959 unter anderem folgendes:

»Of the dark spot observed by you at 434/024 we have no clear indication. In the neighbourhood, however, at a distance of about 25 km in NW direction we have a sharp dark spot on the positive of plate No. 3 (eventually also on No. 4) which cannot be detected on any other plate. The apparent diameter of this spot is only about 1 km. It is therefore very difficult to make any definite statement as regards the reality of this observation, because the size of the spot is not very much bigger than that of the grains. Perhaps the thorough investigation of the different patterns in the immediate neighbourhood could give some more information as to the probability of the spot being real (and not some detail of the topography).«

Nun stimmt die von Herrn TENGSTRÖM angegebene Position dieses, allerdings unsicheren kleinen Fleckes mit der von Herrn ILL angegebenen Position überein. Die Exposition No. 3 hat die Epoche 21<sup>h</sup> 3<sup>m</sup>6 und No. 4. 21<sup>h</sup> 5<sup>m</sup>5. Da die Höhe des Mondes in Uppsala zu dieser Zeit nur 15° betrug, ist es nicht verwunderlich, daß der Fleck so eine kleine Spur auf der Platte hinterließ. (Nach TENGSTRÖM war Platte No. 4 von geringer Qualität.) Ebenso ist es verständlich, daß der Fleck an späteren Aufnahmen (No. 5 hat die Epoche 21<sup>h</sup> 6<sup>m</sup>.5) nicht zu sehen ist. Daß er auch auf No. 2 mit der Epoche 21<sup>h</sup> 2<sup>m</sup>.5 nicht bemerkbar ist, dürfte vielleicht bedeuten, daß der dunkle Punkt mehrere Sekunden nach dem Aufhören der Radiosignale erschienen ist. Übrigens ist es sehr wahrscheinlich, daß Herr LOVAS wenig nach 21<sup>h</sup> 2<sup>m</sup>30<sup>s</sup> den Fleck bei seiner ersten Erscheinung erwischte. Mit Hilfe der Tengströmschen Aufnahmen kann vielleicht die Position der Landung der Rakete mit großer Genauigkeit bestimmt werden.

TASS veröffentlichte die Resultate der sowjetischen Radiopositionsbestimmungen am 20. September 1959. Die hierbei für die Position des Einschlages des Instrumentenkörpers angegebene Karte wurde später auch in der Zeitschrift *ARS Journal* Vol. 30, p. 17, 1960 in einem Artikel von L. I. SEDOW wiedergegeben. Von den in der Fiedlerschen Zusammenstellung aufgezählten Beobachtungen steht nur die hier beschriebene in Einklang mit der sowjetischen Radiolokalisation des Einschlages des Instrumentenkörpers. Sogar liegt der hier angegebene Ort fast genau in der Mitte des Sedowschen Gebietes.

Da der Instrumentenkörper in der Nähe des Mondes sich von der Rakete trennte, muß noch eine andere Einschlagsstelle existieren. Nach der Mitteilung von Herrn TENGSTRÖM ist ein heller Fleck innerhalb des Kraters Manilius auf

den Platten No. 2 und 3 zu sehen. Sein Durchmesser beträgt 2 bzw. 5 km. Da diese Stelle außerhalb des von SEDOW angegebenen Gebietes liegt, kann sie nur mit der Einschlagsstelle der Rakete identifiziert werden. Die ungarischen visuellen Beobachtungen beziehen sich demgemäß nach aller Wahrscheinlichkeit auf die vom Einschlag des Instrumentenkörpers aufgeworfene Staubwolke.

Die Frage, wie allen Erwartungen gegenüber diese Staubwolke beobachtet werden konnte, kann erst nach entsprechenden Rechnungen über die photometrischen Verhältnisse einer solchen Wolke beantwortet werden. Wahrscheinlich sind unerwartete, sekundäre Effekte gewesen (wie z. B. der Durchschlag der Staubschicht über einer mit Gas gefüllten Höhlung), die eine visuell beobachtbare Staubwolke hervorgerufen haben.

Zusammenfassend können wir folgende Feststellungen machen:

1. Kurz nach dem Aufhören der Radiosignale von Lunik II konnte auf dem Monde in der Position  $+03, +45$  ein expandierender Fleck beobachtet werden, der zuerst schwarz und punktförmig, einige Minuten später grau und verwaschen mit einem Durchmesser von etwa 40 km erschien. Die Realität dieser Erscheinung unterliegt keinem Zweifel. Sie ist nach aller Wahrscheinlichkeit das Bild einer Staubwolke gewesen.

2. Es existiert eine schwache und noch die Bestätigung erwartende photographische Spur dieser Erscheinung auf den Aufnahmen von Herrn TENGSTROM in Uppsala, die eventuell eine sehr genaue Ortsbestimmung der Einschlagsstelle ermöglichen wird.

3. Die von den ungarischen Astronomen beobachtete Erscheinung ist die einzige, die mit den sowjetischen Radiolokalisationen des Einschlagsortes des Instrumentenkörpers von Lunik II in Einklang steht.

Budapest-Szabadsághegy, März 1960.

A kiadásért felelős Detre László — Műszaki szerk. Hóth István  
A kézirat beérkezett 1960 V. 20. — Terjedelem: 1,05 (A/5) papírv

★

60.51415 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST — SZABADSÁGHEGY

Nr. 46.

K. KORDYLEWSKI (Kraków)

VERGLEICH DER (O—C)-KURVEN VON RR LYRAE-  
UND BEDECKUNGSVERÄNDERLICHEN

BUDAPEST, 1960

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST — SZABADSÁGHEGY

Nr. 46.

## VERGLEICH DER (O—C)-KURVEN VON RR LYRAE- UND BEDECKUNGSVERÄNDERLICHEN

von

K. KORDYLEWSKI

Aus den bisherigen, nach vieljährigen Beobachtungen erhaltenen genauen Epochen der Minima von Bedeckungsveränderlichen und der Maxima von RR Lyrae-Sternen folgen stets Abweichungen: (O—C) von den mittleren linearen Lichtwechselementen, die sich mit der Zeit verschiedentlich verändern. Es scheint, dass diese komplizierte Veränderlichkeit durch mehrere zusammenwirkende Einflüsse verursacht wird. Eine eingehende Untersuchung der in den (O—C)-Kurven auftretenden Typen könnte wohl neues Licht auf das Problem der Veränderlichkeit der Lichtwechsel-Perioden werfen und vielleicht auch neue Grundlagen zur richtigen Deutung des Lichtwechsels selbst schaffen.

Als eine der ersten Proben in dieser Richtung entstand diese Arbeit, deren Zweck es war zu untersuchen, in wie weit die (O—C)-Kurven der RR Lyrae-Sterne vergleichbar sind mit denjenigen der Bedeckungsveränderlichen. Als Ausgangsmaterial dienten die von dem Blaschko-Effekte befreiten (O—C)-Kurven, die in Budapest erhalten waren und hauptsächlich auf dem Budapester Beobachtungsmaterial basieren. Es waren dies die Veränderlichen RV UMa (BdpM 34, 34), RW Cnc (BdpM 23, 20), RR Lyr (BdpM 17, 44), SW And (BdpM 33, 29), RR Leo (BdpM 21), AR Her (Manuskript von I. Almár), RW Dra (BdpM 27, 32). Das Material für die 4 letzterwähnten Sterne konnte ergänzt werden durch neue Beobachtungsergebnisse, die mir Frau *Julia Balázs-Detre* liebenswürdig zur Verfügung gestellt hat.

Der Blaschko-Effekt ist als eine Eigentümlichkeit des RR Lyrae-Lichtwechsels anzusehen, für den aber bei den Bedeckungsveränderlichen nicht entsprechendes vorkommt. Es war deshalb vollkommen begründet, für die Ausgangsdaten ein vom Blaschko-Effekt befreites Material zu nehmen. Weiter galt es, für Zwecke der Vergleichung zweier verschiedener Arten von Veränderlichen, alle (O—C)-Kurven mit demselben Argumente für die (O—C) zu nehmen. Es ist üblich, die Epochennummer als Argument zu benutzen. Dies wäre aber in unserem Falle nicht richtig. Wir wollen nämlich die Ver-

änderlichkeit der (O—C) nicht individuell im Zusammenhang mit dem Lichtwechsel des einzelnen Sternes diskutieren, sondern unabhängig davon die (O—C)-Werte als nur von der Zeit abhängige Grössen behandeln. Deshalb musste als Argument für alle Sterne das J. D. genommen werden.

Auf gleiche Weise wurden die Bedeckungsveränderlichen behandelt, für welche wir während der letzten Jahre hauptsächlich aus den an der Krakauer Sternwarte seit fast 40 Jahren ausgeführten visuellen Schätzungen ungefähr 60 ziemlich vollständige (O—C)-Kurven zeichnen konnten und zwar für Sterne mit den verschiedensten Periodenwerten.

Schon die erste Betrachtung der Diagramme lehrt uns, dass der Verlauf der (O—C)-Kurven bei den RR Lyrae-Sternen viel glatter ist, als bei den Bedeckungsveränderlichen. Es gibt zwar Bedeckungsveränderliche, die bisher weder sekuläre noch langwellige Änderungen der (O—C) aufweisen. Es sind dies die Sterne: TW And, V 337 Aql, BF Aur, RZ und TW Cas, WY Cep, RW CrB, ZZ Cyg, UZ Dra, CM Lac, VV und ET Ori, UX Peg, RY, ST und XZ Per, USge, X Tri und Z Vul. Bei allen diesen Sternen macht sich doch eine kurzwellige Änderung oder eine grosse Streuung um die Mittelwerte bemerkbar. Eine Überlagerung einer kurzwelligen Änderung auf die mittlere ausgeglichene (O—C)-Kurve finden wir übrigens bei allen Bedeckungsveränderlichen vor. Durch den im allgemeinen glatteren Verlauf der Kurve bei den RR Lyrae-Sternen sind diese Veränderlichen bessere »Zeitsterne« (Zur Kontrolle der »Kosmischen Zeit«) als die Bedeckungsveränderlichen, die als Kosmosuhren einen mehr unregelmässigen Gang haben.

Bei keinem der Bedeckungsveränderlichen ist eine plötzliche, sprunghafte Änderung der (O—C)-Werte festzustellen. Vielmehr kann die Überlagerung der kurzen Wellen manchmal in dem Verlauf der (O—C)-Kurve eine Knickung vortäuschen.

Unter den 7 — mit Rücksicht auf die Sicherheit des Materials — ausgewählten RR Lyrae-Sternen fand sich zufällig keiner mit einer konstanten Periode. Dagegen sind durch diese 7 (O—C)-Kurven (auch wohl zufällig) alle bei den Bedeckungsveränderlichen vorkommenden Typen der Veränderlichkeit der (O—C)-Werte representiert. Zwischen den zur Verfügung stehenden Bedeckungsveränderlichen fanden sich mehrere, welche in der Amplitude und der Zeit mit den RR Lyrae-Sternen so übereinstimmende (O—C)-Kurven aufwiesen, dass die Ähnlichkeit überraschend genau ist, wie man das aus den Abbildungen 1 bis 4 ersieht.

Es lassen sich folgende Typen der zeitlichen Veränderlichkeit der (O—C)-Werte feststellen:

1. Eine sinusartige Welle mit kleiner Amplitude: RV UMA und AB And, SV Cam, R CMa, RW Cap, WW Cyg, Z Dra, S Equ, TX und SZ Her, RX Hya, VX Lac, Y Leo, RW Mon, RT Per. Die volle Amplitude liegt zwischen 0<sup>d</sup>02 und 0<sup>d</sup>06.
2. Eine sinusartige Welle mit grösserer Amplitude (zwischen 0<sup>d</sup>12 und 0<sup>d</sup>24): RR Lyrae und RW Cnc, Y Cam, SW Cyg, W Del, RR Dra, Y Psc, RW Tau.
3. Eine parabelähnliche Kurve bei abnehmender Periode: SW And und SV Cam, TU Her, AR Lac, SS Lib, TY Peg.
4. Eine parabelähnliche Kurve bei zunehmender Periode: RR Leo und U Cep, SS Cet, TW Dra, SW Lac, SW Oph, AQ Peg.



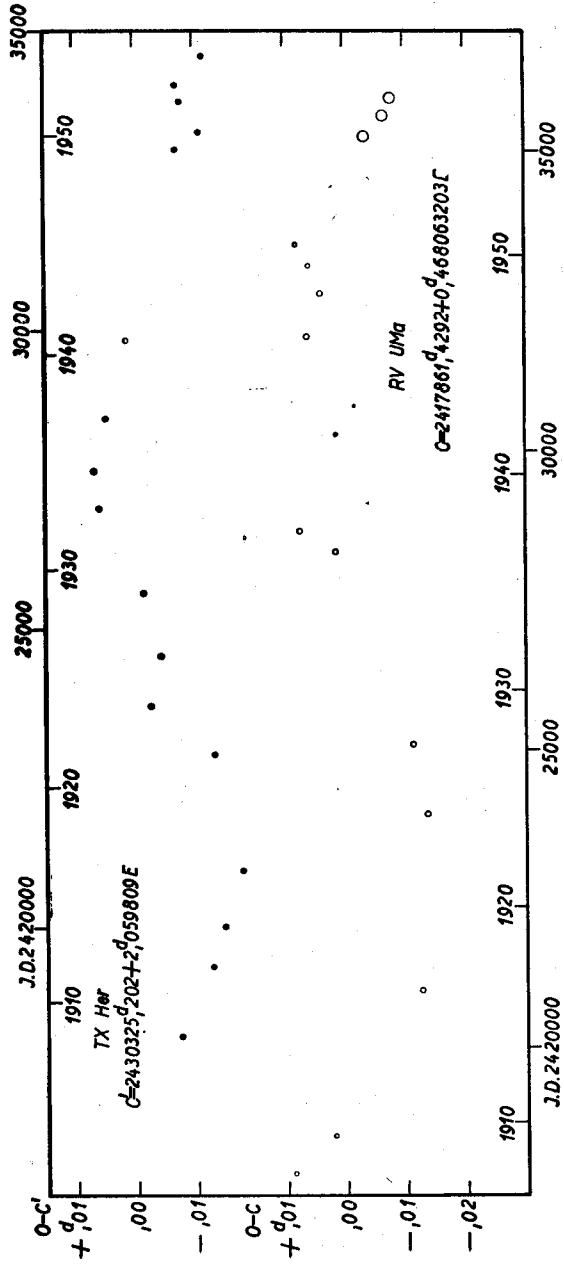


Abb. 7. Sinusförmige (O-C)-Kurven mit kleiner Amplitude, Typ 1

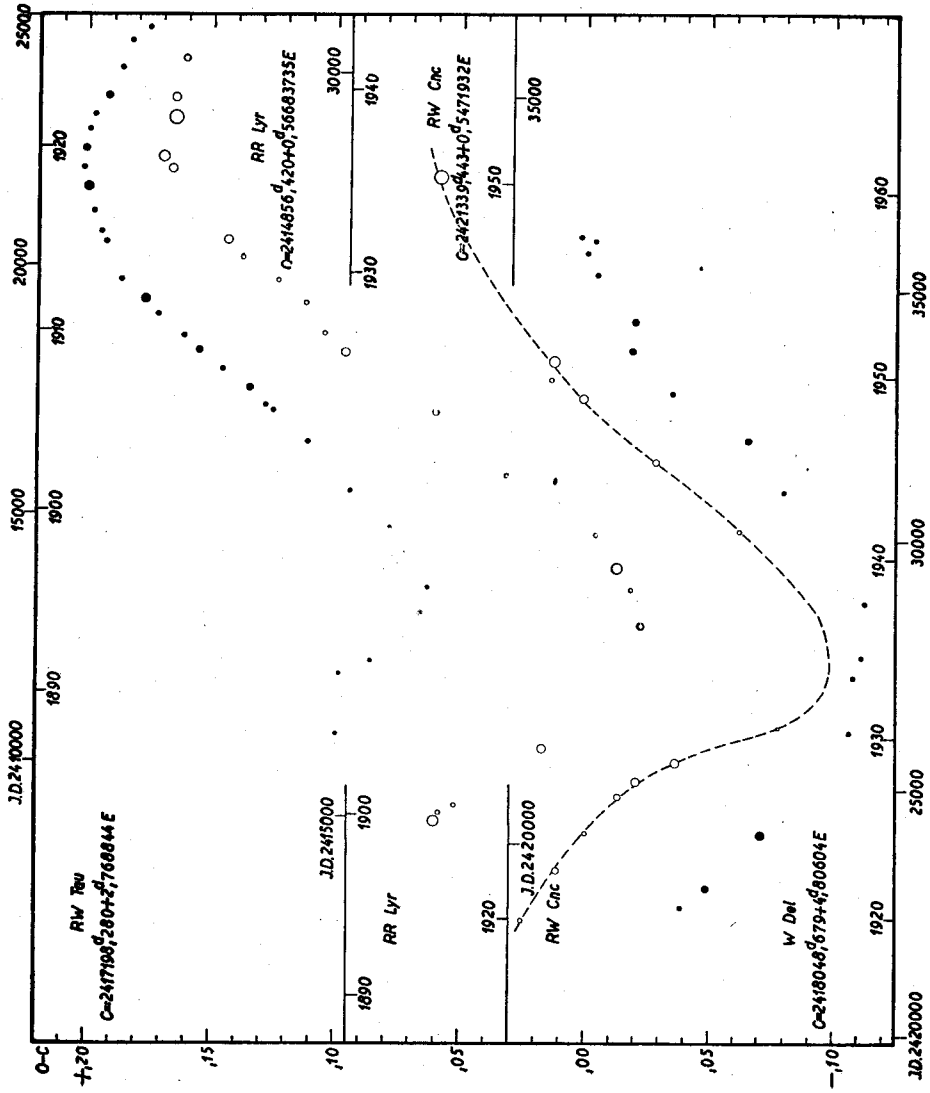


Abb 2. Sinusförmige (O-C)-Kurven mit grösserer Amplitude, Typ 2

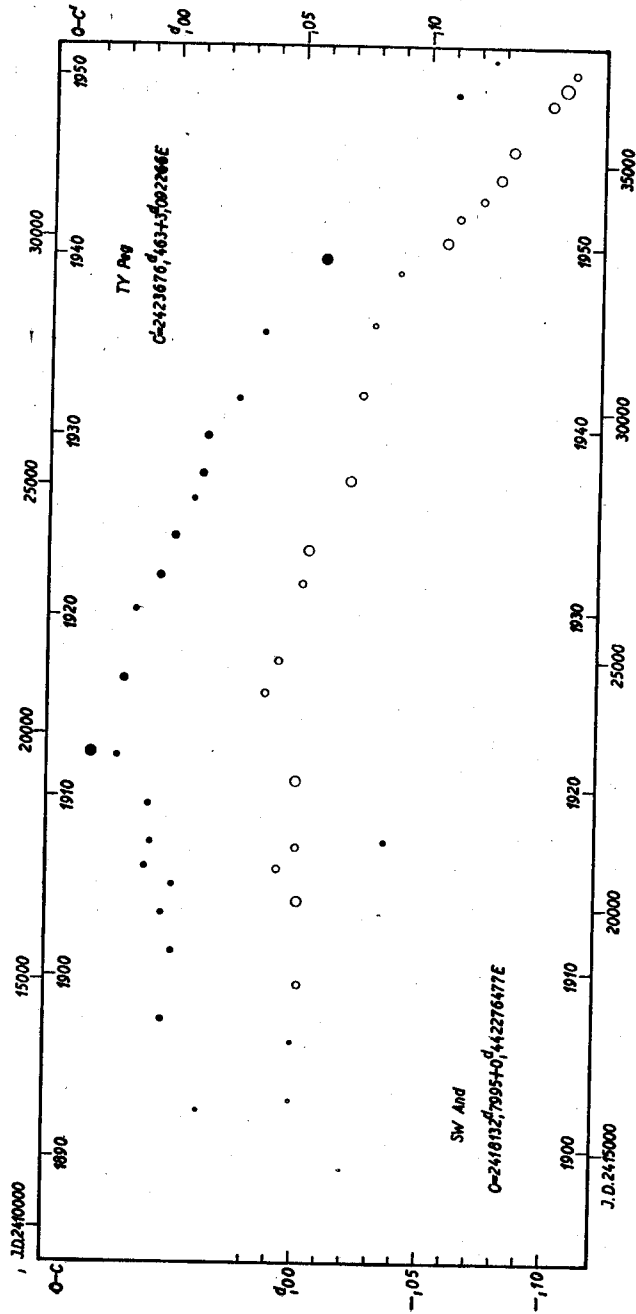


Abb. 3. Parabelähnliche (O-C)-Kurven bei abnehmender Periode, Typ 3

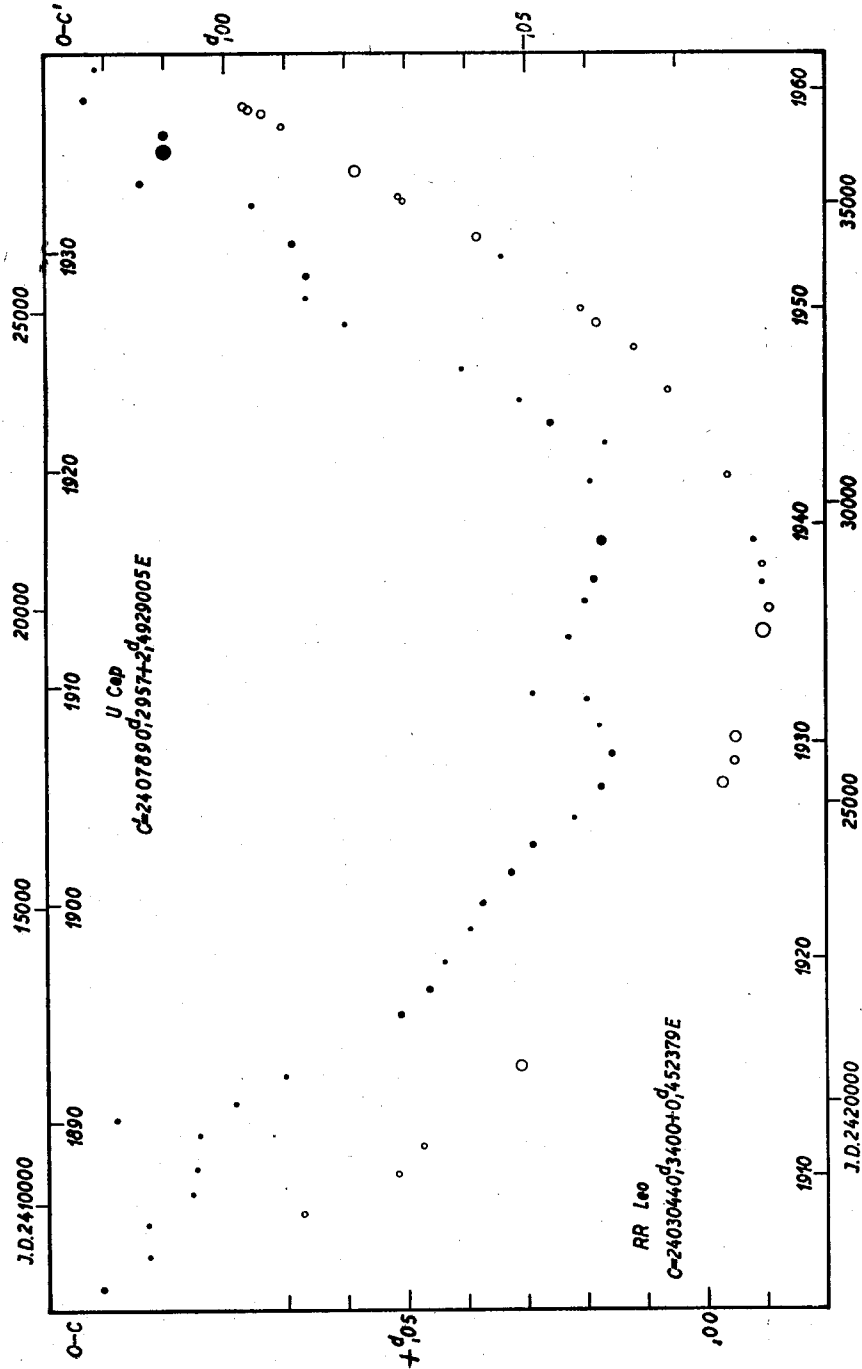


Abb. 4. Parabelähnliche (O—O)-Kurven bei zunehmender Periode, Typ 4

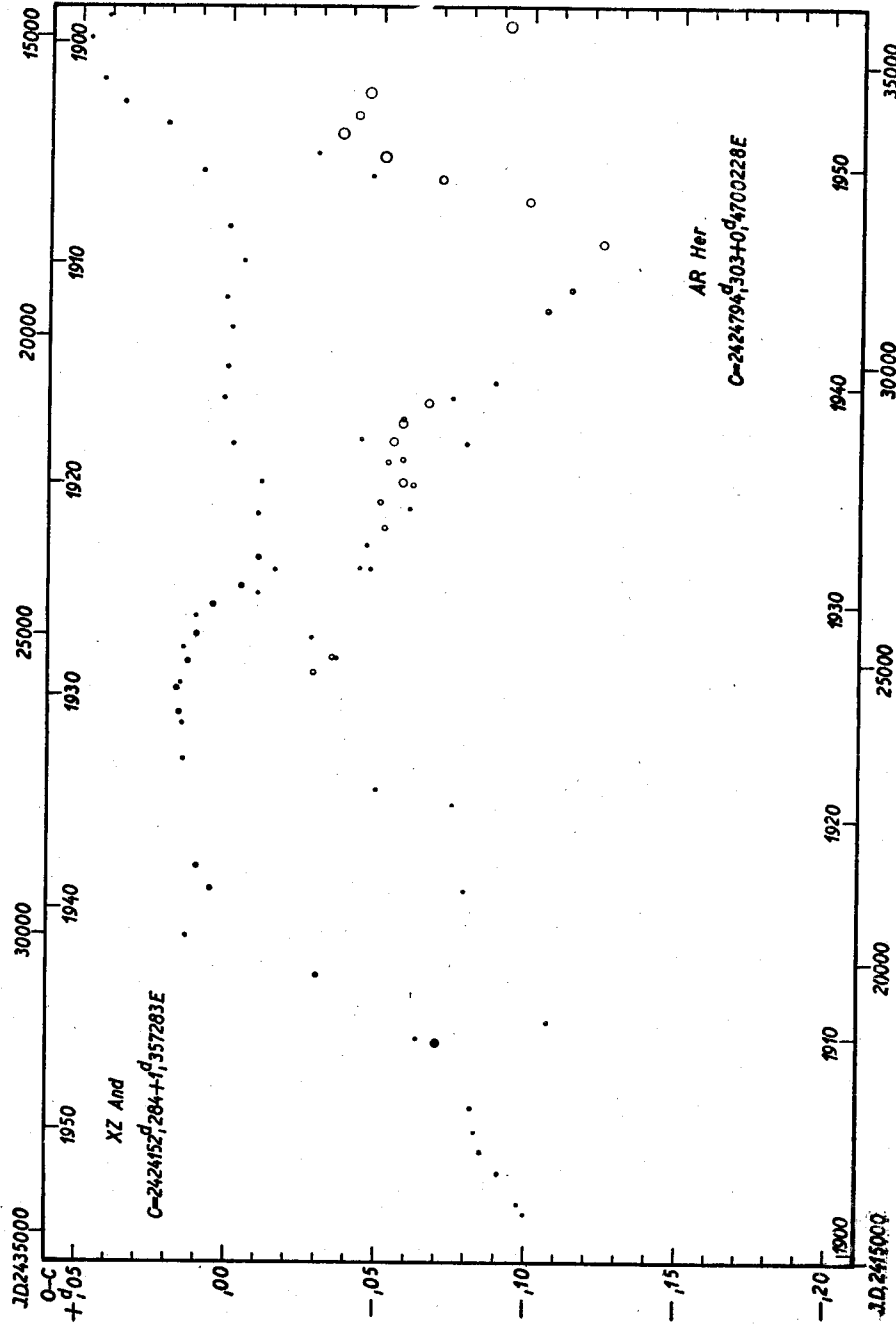


Abb. 5. Unregelmässige (O-C)-Kurven, Typ 5

Es ist höchstwahrscheinlich, dass die parabelähnlichen Kurven der letzten zwei Typen sich in Zukunft als Teile umfangreicher wellenförmiger Kurven feststellen lassen. Schon jetzt kann man aus der auf fast 180 jährigen Beobachtungen basierenden (O—C)-Kurve vom Algol parabelähnliche Teile abtrennen, die einen Zeitraum bis 40 Jahre und das Maximum oder das Minimum decken.

5. Eine unregelmässige (O—C)-Kurve (Dieser Typ scheint ziemlich selten vorzukommen): AR Her und XZ And, U CrB, RV Lyr, Z Per.

Es war im voraus wenig wahrscheinlich für den RR Lyrae-Stern AR Her einen Verwandten unter den Bedeckungsveränderlichen zu finden, weil doch bei einem unregelmässigen Verlauf einer Kurve sehr viele verschiedene Möglichkeiten vorkommen können. Umso mehr ist es sonderbar, dass das Spiegelbild der (O—C)-Kurve von XZ And der (O—C)-Kurve von AR Her ziemlich übereinstimmend folgt (Abb. 5).

Ein ganz besonderer Stern unter den Bedeckungsveränderlichen scheint RW Leonis zu sein. Er konnte aber nicht näher in Betracht gezogen werden, weil seine mittlere Periode anscheinend noch nicht endgültig sich bestimmen lässt.

Aus allem Vorhergehendem folgt eine wichtige Beobachtungstatsache: Zwischen den (O—C)-Kurven von RR Lyrae- und Bedeckungsveränderlichen existiert eine gesicherte Verwandtschaft. Verschiedene Typen in dem Verlauf der (O—C)-Werte sind bei beiden Arten der Veränderlichen Sterne gleichmässig vertreten. Diese Tatsachen offenbarten sich erst beim Vergleich von (O—C)-Kurven, die mit dem J. D. als Argument gezeichnet wurden, also unabhängig von den Periodenwerten der Veränderlichen.

Dies alles zwingt uns zur Behauptung, dass die grosszügigen (sekulären oder langwellenförmigen) Änderungen der (O—C)-Werte bei verschiedenen Veränderlichen die gleichen Ursachen haben, die dabei unabhängig sein müssen von dem Mechanismus des Bedeckungs- oder des RR Lyrae-Lichtwechsels der Sterne.

Durch diese Wahrnehmung wird die weitere Diskussion über die Ursachen der sogenannten Veränderlichkeiten der Perioden stark begrenzt. Jedenfalls kann eine Erklärung durch Massenverluste der Sterne, wie auch durch Massenaustausch zwischen den Komponenten eines Bedeckungsveränderlichen offensichtlich nicht zutreffend sein. Es steht zwar noch frei auf diese Weise die sekundären Wellen in den (O—C) Diagrammen zu deuten.

Für die grosszügigen Änderungen der (O—C)-Werte muss man Erklärung in Erscheinungen suchen, welche mit der Veränderlichkeit des Lichtwechsels nichts gemeinsames haben. Es kämen in Frage u. a. der Kummulationsfehler, eine Lichtzeitbahn um einen Begleiter, etwaige Unregelmässigkeiten im Ablauf der kosmischen Zeit, sowie andere derartige allgemeine Probleme, zu deren Lösung die beobachteten Maxima- und Minimizeiten der sich schnell und regelmässig verändernden Sterne früher oder später unerlässlich sein werden.

Diese Arbeit habe ich während eines Budapest-er Aufenthaltes mit reger Hilfe von Seiten meiner Gattin Jadwiga zustande gebracht. Herrn Dr. L. Detre spreche ich meinen herzlichsten Dank aus für die Ermöglichung der Ausführung der Arbeit an seiner Sternwarte und Frau Julia Balázs danke ich sehr für die lehrreichen Unterredungen über die RR Lyrae-Probleme.

Budapest-Szabadsághegy, 1959 Dezember 6.

A kiadásért felelős Detre László. — Műszaki szerk. Húth István  
A kézirat beérkezett 1960 V. 24. — Terjedelem : 1,05 (A/5) papírv  
51,614/60 V. 20. Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető ; Bernát György



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 47

S. M. KUNG (Nanking)

THE ZERO POINT OF THE PERIOD-LUMINOSITY RELATION  
OF CEPHEIDS AND THE ABSOLUTE MAGNITUDE OF THE  
RR LYRAE VARIABLES

BUDAPEST, 1960

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 47.

THE ZERO POINT OF THE PERIOD-LUMINOSITY RELATION  
OF CEPHEIDS AND THE ABSOLUTE MAGNITUDE OF THE  
RR LYRAE VARIABLES

by

S. M. KUNG

Purple Mountain Observatory, Academia Sinica

Abstract: 33 results including 3 results of this paper in connection with the zero point of the period-luminosity relation since Wilson's result of 1939 are tabulated. They are collected in 6 tables according both the nature of the results and the methods used. A comment for each result is made. 11 results are rejected for various reasons stated in section II. The absolute magnitude of cepheids fainter more than  $1^m$  in Wilson's result, according which the original zero point of Shapley's P—L relation was fixed is fully explained. The expression for the correction due to the spread both of the apparent and absolute magnitudes of the stars is derived in section III. With the correction thus derived the correct formula for the product of the mean distance and the mean parallax,  $\bar{r} \cdot \bar{\pi}$ , is obtained. Finally, in section IV all the useful results are collected separately to get 3 weighted means, one for the difference between the observed magnitude and the calculated magnitude, based on the assumed absolute magnitude of the RR Lyrae variables and the Shapley's P—L relation, one for the correction to the zero point of the P—L relation, and one for the absolute magnitude of the RR Lyrae variables. With the double weight for the first one, we obtain from all the 3 kinds of data taken together the correction to the zero point of the Shapley's P—L relation to be  $-1^m.28$  and the absolute magnitude of the RR Lyrae variables to be  $+0^m.34$ .

*I. Introduction*

Once the period-luminosity relation (P—L relation hereafter) was pointed out by Miss Leavitt in 1908, the importance of this relation was soon noticed by various astronomers. They started to determine the absolute magnitude of the cepheids so as to fix the zero point of the P—L relation. Almost all the cepheids are so distant from us that the method of the trigonometric parallax can hardly be applied to them. The absolute magnitudes used to be derived by the method of mean parallax from their proper motions and radial velocities. This method requires accurate data of the proper motions and radial velocities for a large number of cepheids. Unfortunately, the requirement can not be satisfactorily fulfilled and eventually the zero point of the P—L relation has to be determined anew whenever there are published new data of the proper motions and radial velocities of cepheids. The early results are mention-

ed in Shapley's Star Cluster [1]. The so-called zero point correction raised in the recent years is referred to the Shapley's P—L relation of 1940 [2].

$$\dot{M}_{pg} = -0^m28 - 1^m74 \text{ Log } P. \quad (1)$$

In equation (1),  $P$  is the period in days;  $\dot{M}_{pg}$  the median photographic absolute

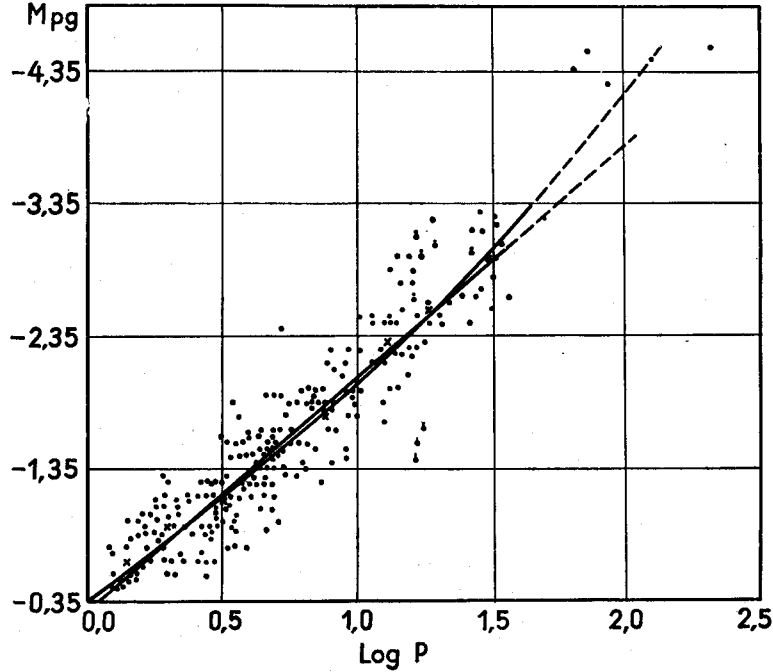


Fig. 1.

magnitude which is equal to  $1/2(M_{\max} + M_{\min})_{pg}$ . For convenience we will write  $M_{pg}$  for  $\dot{M}_{pg}$  henceforth.

The coefficient in equation (1) was obtained from 307 cepheids in the Small Magellanic Cloud (SMC hereafter) by plotting the apparent magnitudes and  $\text{Log } P$ . The constant term fixing the value of the zero point was mainly based upon Wilson's results [3] which will be discussed in detail in section II. For demonstrating the extent of the scattering of the star points in the  $m$ - $\text{Log } P$  plotting, Shapley's diagram is reproduced here as figure 1. He pointed out that in the range of  $+0.08 < \text{Log } P < 1.6$ , equation (1) represented the observational data satisfactorily, but the curve in figure 1 has the best representation.

Several works related to the zero point of the P—L relation have been done in the Soviet Union [4] [5] [6].

The real challenge to the zero point of the P—L relation was raised by Baade at the eighth general assembly of I. A. U. in 1952 [7]. He pointed out that the zero point should be about  $1^m5$  brighter. Actually his observational

data only indicates the discrepancy of  $1^m5$  between the observed apparent magnitude of RR Lyrae variables and the value to be expected from Shapley's P—L relation with the assumed photographic magnitude of RR Lyrae variables,  $\bar{M}_{pg} = 0^m0$ . He opined that the absolute magnitude of RR Lyrae variables,  $\bar{M}_{pg} = 0^m0$ , was correct and the discrepancy was wholly due to the zero point of the P—L relation. His reason is as follows: both the absolute magnitude of the cepheids and the RR Lyrae variables are mainly determined by the mean parallax method from their proper motions. The cepheids are situated close to the galactic plane where the effect of interstellar absorption is considerable and the proper motions of cepheids are small and so are less reliable. Moreover, he considered that the results of color magnitude diagram of M3 obtained by Sandage gave the evidence,  $\bar{M}_{pg} = 0^m0$ . Later he still held this point in his speech for the zero point problem [8], although he emphasized too the importance of the determination of the absolute magnitudes both for the cepheids and the RR Lyrae variables.

Whether this discrepancy of  $1^m5$  is wholly contributed by the error of the zero point of the P—L relation needs careful examination. Sandage later stated elsewhere [9] that the most reliable value of the absolute magnitude of RR Lyrae stars was obtained by the mean parallax method and enumerated four points to explain why the color magnitude diagram of M3 was unable to fix the absolute magnitude of the RR Lyrae variables. In the past few years the photoelectric observations of stellar magnitudes in two or three colors have provided more accurate data for the interstellar absorption. And the large number of the proper motion and radial velocity data for the cepheids is always favourable to the determination of the absolute magnitude of the cepheids by the statistical mean parallax method.

There have been, so far as we know, about 30 results in connection with the zero point of the P—L relation since Wilson's work of 1939. Some old results are no less useful if some corrections are applied and the new data of interstellar absorption are used instead. Some latter ones which either were obtained by unjustified simple approximations, incorrect formulas or by inadequate use of theoretical equations have to be rejected. Results obtained by different methods should be given proper weights in taking the average. Moreover, results which make use of both the P—L relation and some assumed absolute magnitudes of the RR Lyrae variables should be collected separately in one group. In the light of this latter method, the results obtained for the absolute magnitude of the RR Lyrae stars have to be included and collected in a separate group too in order to obtain the final result. It is therefore worthwhile to examine all these results carefully and to make some corrections if necessary and finally to obtain a weighted mean value of all useful results on a reasonable basis.

## *II. The Various Results of the Correction to the Zero Point of the P—L Relation and of the Absolute Magnitude of the RR Lyrae Variables*

The P—L relation of the cepheids is at present mainly an empirical relation. The rather large scattering of the points in figure 1 means that it is only a statistical relation. Therefore, in weighting each result, the number

of stars used is essential as to get the correction to the zero point of the P—L relation by the method of trigonometric parallax, the mean parallax from proper motions or radial velocities or any method of utilizing individual stars.

Table 1 contains 4 results of the difference between the observed and calculated magnitudes. All of them are obtained by the assumption that the photographic absolute magnitude of the RR Lyrae stars,  $\bar{M}_{pg} = 0^m0$ . A brief account of each method is stated in table 1. With the exception of Weaver's method [10], the other three methods are straightforward. Once  $\bar{M}_{pg}$  is determined, the correction to the zero point readily results after a simple subtraction. All these values of difference are very important, because the methods are so direct that there is no other error introduced besides the small values of interstellar absorption and the uncertainties of the determination of the stellar apparent magnitude. In Baade's method, since both the cepheids and the RR Lyrae variables are situated in the Andromeda nebula, the effect of interstellar absorption can be neglected. Of course, it is assumed that the cepheids in it are of the same type as those in the SMC. Similarly, in Shapley's two methods, [11] [12] the globular clusters in the Milky Way are assumed to be the same as those in SMC and LMC; in Weaver's method the cepheids in our Galaxy are assumed to be the same as in the SMC. According to the other characteristics, such as light curves and spectra, the above assumptions are valid.<sup>1</sup>

Weaver's method is rather indirect that the correction to the zero point of the P—L relation is obtained through the determination of the distance to the galactic center,  $R_0$ . He put the 21 cepheids he used into two groups and then each group results in a single curve in the plane of  $R_0$  and  $\omega'_0$ , the derivative of the angular velocity of the Galaxy with respect to the distance to the galactic center. The probable error of this method will manifest itself more clearly when each curve is drawn for every single star as that in the determination of the longitude and the latitude by the method of an astro-labe. Thus, the weight for this method is less than the other three.

Parenago [6], utilizing the average apparent magnitudes of 36 cluster type variables of 3 globular clusters in LMC and SMC,  $\bar{m}_{pg} = 18^m6$ , determined by Thackeray and Wesselink [13] and the absolute magnitude of the cluster type variables,  $\bar{M}_{pg} = + 0^m5$ , determined by Pavlovskaya [4], obtained their modulus  $m - M = 18^m1$ . As the zero point of the Kukarkin's relation was obtained on the basis of the modulus equal to  $17^m8$ , he derived the correction,  $- 0^m3$ , applied to Kukarkin's P—L relation. Parenago did not take into account the effect of interstellar absorption. If the value of the interstellar absorption,  $0^m5$ , as given by Thackeray and Wesselink, and  $\bar{M}_{pg} = - 0^m0$  are taken, then the correction applied to Shapley's P—L relation will be  $- 0^m8$ . This result while not included in table 1, may be worthy of reference.

Table 2 tabulates 9 results of the correction to the zero point of Shapley's P—L relation. They are obtained by the method of the mean parallax from proper motions. In table 2,  $V_0$  is the velocity of the solar motion relative to the cepheids;  $A_0$ ,  $D_0$ , the right ascension and declination of the

<sup>1</sup>Kron and Svolopoulos, however, pointed out recently the discrepancies in color excesses between the galactic and SMC cepheids. (P. A. S. P. 1959, 71, 126.)

PERIOD-LUMINOSITY RELATION

Table 1  
 The Difference,  $M - M_{pg}$ , between the Observed and the Computed Magnitudes (O—C). The computed magnitudes are based on Shapley's P—L relation and the absolute magnitude of the RR Lyrae variables,  $M_{pg} = 0^m.0$

Authors	Brief Account of the Methods	Int. Abs.	$M_{pg}$	Wt
Baade <sup>(1)</sup> 1952	The apparent magnitudes of the brightest stars of Population II in M31 are observed. The absolute magnitudes of them are known to be $1^m.5$ brighter than that of the cluster type variables. The effect of the interstellar absorption (Int. Abs.) is almost the same for the cepheids and these brightest stars and can be neglected	Considered	(p. e.) $-1^m.5$	2
Shapley <sup>(2)</sup> 1953	The average total magnitude of a globular cluster is derived from 13 clusters in LMC and SMC and is compared with that derived from 30 galactic globular clusters. The average absolute magnitude of the latter is deduced from their cluster type variables	$0^m.3$	$-1^m.3 \pm 0^m.2$	2
Shapley <sup>(3)</sup> 1954	The apparent magnitudes of the 6th and 30th brightest stars are determined in each of 10 globular clusters of LMC and SMC. Their respective magnitudes thus derived are compared with the apparent magnitudes of the 6th and 30th brightest stars in each of 13 galactic globular clusters. The absolute magnitudes of the latter are deduced from the cluster type variables in their respective clusters	$0^m.4$	$-1^m.6 \pm 0^m.2$	2
Weaver <sup>(4)</sup> 1954	The distance $R_0$ to the galactic center is determined through the effect of the galactic rotation on the radial velocity of the cepheids. From 21 cepheids, $R_0 = 3.8$ kpc, is obtained, on the basis of Shapley's P—L relation to derive the distance of the cepheids. Baade obtained $R_0 = 8.7$ kpc by other method on the assumption, $M_{pg} = 0^m.0$ . In order to agree with the Baade's result, the correction to the zero point of the P—L relation is derived	Considered	$-1^m.43 \pm 0^m.30$	1

(1) W. Baade, 1954, I. A. U. Trans. 8, 397.  
 (2) H. Shapley, 1953, Proc. Nat. Acad. Sci. 39, 349.  
 (3) H. Shapley and V. M. Nail, 1954, Pro. Nat. Acad. Sci. 40, 1.  
 (4) H. Weaver, 1954, A. J. 59, 375.

\* The value given by Weaver is  $-1^m.56$ . Later Baade obtained a better value of  $R_0 = 8.2$  kpc. According to Weaver's remark that the correction to the zero point will be modified by  $\pm 0^m.13$  if the value of  $R_0$  has an error of  $\pm 0^m.5$  kpc, hence the value,  $M - M_{pg}$ , is corrected accordingly.

Table 2  
The Correction,  $\Delta M_{pg}$ , to the Zero Point of Shapley's P—L Relation. Derived from the method of the mean parallax with the proper motion data.

Authors	No. of Stars	$V_0$ km/sec	$A_0$	$D_0$	$l_0$	$\theta$ km/sec	Corr. Spread		Int. Abs.	$\frac{\pi}{1'' \times 10^{-3}}$	$m_{pg}$	$M_{pg}$	$\overline{\text{Log } P}$	$\Delta M_{pg}$	Wt.
							$m$	$M$							
Wilson <sup>(1)</sup> 1939	86	28.1	270°	+36°	326°	14	No	-0 <sup>m</sup> 07	0 <sup>m</sup> 63 0 <sup>m</sup> 85/kpc	1.35	+7 <sup>m</sup> 96	-2.09	+0.89	-0 <sup>m</sup> 261 ± 0 <sup>m</sup> 22	
Mineur <sup>(2)</sup> 1944	85	30.2	280°	+29.5	337°	Developing distance into series. See section II.			0.62/kpc	$\lambda = 2.58,$	$\mu = -1.06$			-1 <sup>m</sup> 77 ± 0 <sup>m</sup> 32	
Berthod-Zaborowski <sup>(3)</sup> 1946		29.8							1 <sup>m</sup> 64/kpc	$\lambda = 0.77,$	$\mu = -0.11.$			-0 <sup>m</sup> 10 ± 0 <sup>m</sup> 12	
Kukarkin <sup>(4)</sup> 1949	86	20.0	270°	+36°	326°	14	No	-0 <sup>m</sup> 09	1 <sup>m</sup> 21 A (r, l, b.)	1.73	+8 <sup>m</sup> 04	-2 <sup>m</sup> 06	+0.89	-0 <sup>m</sup> 232 ± 0 <sup>m</sup> 22	
Blaauw & Morgan <sup>(5)</sup> 1954	18	21.0	270°	+30°			Considered		0 <sup>m</sup> 7	3.07 <sup>3</sup> 2.72				-1 <sup>m</sup> 574 ± 0 <sup>m</sup> 3	
Paranago <sup>(6)</sup> 1954	18	18.6	270°	+30°			Considered		0 <sup>m</sup> 7					-1 <sup>m</sup> 475 ± 0 <sup>m</sup> 3	1.0
Gascoigne & Eggen <sup>(7)</sup> 1957	17						Considered		$A_{pg} = 4 E$					-1 <sup>m</sup> 726	
This Paper	86	20.0	270°	+36°	326°	14	-0 <sup>m</sup> 90		2 <sup>m</sup> 13 1 <sup>m</sup> 58/kpc	1.73	+8 <sup>m</sup> 07	-3 <sup>m</sup> 77	+0.89	-1 <sup>m</sup> 947 ± 0 <sup>m</sup> 32	
This Paper	86	20.0	270°	+36°	326°	14	-0 <sup>m</sup> 90		1 <sup>m</sup> 21 A (r, l, b.)	1.73	+8.07	-2 <sup>m</sup> 85	+0.89	-1 <sup>m</sup> 028 ± 0 <sup>m</sup> 22	1.5

(1) R. E. Wilson, 1939, Ap. J. 89, 218.

(2) H. Mineur, 1944, Ann. d'Astroph. 7, 160.

(3) H. Berthod-Zaborowski 1946, Ann. d'Astroph. 9, 123.

(4) B. V. Kukarkin, 1949, Variable Stars, USSR 7, 69.

(5) The value  $\Delta M_{pg}$ , being -0<sup>m</sup>38 given by Wilson, should be -0<sup>m</sup>39. Wilson referred to the old P—L relation the zero point of which has a difference of 0<sup>m</sup>13 with that referred to now.

(6) The value is derived on the basis of Wilson's result.

(7)  $3'07 \times 10^{-3} 2'72 \times 10^{-3}$  are the new values of the mean parallax derived respectively from those of Joy and Paranago.

(8) The value is -1<sup>m</sup>4 given by Blaauw and Morgan. Eggen etc. pointed out it to be 0<sup>m</sup>17 too faint.

(9) The value is obtained by adopting  $V_0 = 18.6$  km/sec on the basis of the Blaauw and Morgan's result.

(10) The value is derived by using the proper motion data given by Blaauw and Morgan, excluding one star, W gem.

(11) The value is obtained by applying corrections to Wilson's result.

(12) The value is obtained by applying correction to Kukarkin's result.

(6) A. Blaauw and H. R. Morgan, 1954, B. A. N. 12, 95

(7) P. Paranago, Variable Stars, USSR 10, 193.

(8) S. C. B. Gascoigne and O. F. Eggen, M. N. 117, 430

(9) A. Blaauw and H. R. Morgan, 1954, B. A. N. 12, 95

(10) P. Paranago, Variable Stars, USSR 10, 193.

(11) S. C. B. Gascoigne and O. F. Eggen, M. N. 117, 430

(12) The value is derived on the basis of Wilson's result.

(13)  $3'07 \times 10^{-3} 2'72 \times 10^{-3}$  are the new values of the mean parallax derived respectively from those of Joy and Paranago.

(14) The value is -1<sup>m</sup>4 given by Blaauw and Morgan. Eggen etc. pointed out it to be 0<sup>m</sup>17 too faint.

(15) The value is obtained by adopting  $V_0 = 18.6$  km/sec on the basis of the Blaauw and Morgan's result.

(16) The value is derived by using the proper motion data given by Blaauw and Morgan, excluding one star, W gem.

(17) The value is obtained by applying corrections to Wilson's result.

(18) The value is obtained by applying correction to Kukarkin's result.

solar apex;  $\theta$ , the mean peculiar motion of the cepheids. The other notations are self-explanatory. These results are discussed one by one as follows:

The interstellar absorption of  $0^m85/\text{kpc}$  adopted by Wilson [3] is definitely too low as compared to recent values. In his method to get the mean parallax, the correction for the spread of the apparent and absolute magnitudes is necessary as will be stated in section III. Wilson did not apply the correction for the spread of the apparent magnitudes. It amounts to  $0^m8$  as shown in the next section. For these reasons, Wilson's result can not be adopted. His result, however, can still be used after some corrections are applied as those of this paper are obtained on the basis of Wilson's results.

Mineur [15] treated the cepheids and the RR Lyrae variables separately in his calculation, but he put them together in the last step to get the correction to the zero point and the value of interstellar absorption. Now we clearly know that the cepheids belong to the population I with well-known P—L relation and the RR Lyrae variables belong to the population II with very low correlation between their periods and luminosities.\* They should be not mixed together. We, therefore, compute the corrections to the zero point and the values of interstellar absorption separately for the cepheids and the RR Lyrae variables according to the method and the data given by Mineur. The results so obtained are included in tables 2, 3 and 4. Then to our surprise, we get the absurd result: the interstellar absorption for the cepheids is about  $0^m63/\text{kpc}$  and that for the RR Lyrae variables is  $1^m13/\text{kpc}$ . This contradictory result, we find out, arises from the method Mineur employed.

Mineur's method may be stated briefly as follows: Let  $r$  be the distance derived on the basis of taking the interstellar absorption,  $a/\text{kpc}$ , and the absolute magnitude  $M$  obtained from some P—L relation;  $r'$ , the corresponding distance derived from  $a + \delta$  and  $M + \Delta$ . Then it results,

$$m - M = 5(\text{Log } r + 1) + ar$$

$$m - M - \Delta = 5(\text{Log } r' + 1) + (a + \delta) r'$$

and so one will get

$$5 \text{Log } (r'/r) = -\Delta - r' \delta - a(r' - r) \quad (\text{M1})$$

Assume

$$r' = \lambda r + \mu r^2; \quad \lambda, \mu, \text{ two constants} \quad (\text{M2})$$

Substituting (M2) into (M1), one obtains

$$5 \text{Log } \lambda + 5 \times 0.434 \mu r/\lambda = -\Delta - \{\lambda \delta + a(\lambda - 1)\} r \quad (\text{M3})$$

then

$$\Delta = -\text{Log } \lambda, \quad \delta = -5 \times 0.434 \mu/\lambda^2 - a(\lambda - 1)/\lambda. \quad (\text{M4})$$

In starting the computation, the zero point of the P—L relation and the value of interstellar absorption,  $a$ , are assumed, then  $\Delta$  is the correction to

\* From 668 RR Lyrae variables in 16 globular clusters, Kukarkin [4] derived in the range  $-0.356 < \text{Log } P < -0.225$  the following P—L relation for them:

$$M_{\text{pg}} = -0^m58 - 0^m203 \text{Log } P, \quad \text{for } \text{Log } P < 0$$



the zero point and  $\delta$  is the correction to  $a$ . In the actual computation, he wrote  $1/r' = 1/(\lambda r) - \mu/\lambda^2$  and substituted it in the equations of the proper components to get  $\lambda$  and  $\mu$ .

The advantage of Mineur's methods is that one needs not pay any attention to the correction for the spread of the apparent and absolute magnitudes of stars. However, his many assumptions and approximations are questionable. First, two terms of  $r$  to represent  $r'$  in equation (M2) is not adequate. Secondly, equation (M3) is obtained after making the approximation  $\text{Log}_e(1 + \mu r/\lambda) = \mu r/\lambda$  and neglecting the two terms,  $\mu r^2 \delta$  and  $\mu a r^2$ . As in his case,  $\mu/\lambda = 0.3 \sim 0.4$ ,  $a = 0^m7/\text{kpc}$ ,  $|\mu| = 0.5 \sim 1.0$  and the value of  $r$  may attain 4, considerable errors will be introduced by the above procedures. Lastly, the expression for  $1/r'$  is too simple to be reliable. Thus Mineur's result has to be rejected.

Herthod—Zaborowski [16] employed the same method as that of Mineur's and her result was obtained on the basis of the latter. By the same reason, we will not adopt this result.

Kukarkin [4] applied several corrections to Wilson's result. He made use of the Parenago's absorption formula [17],  $A = a_0 A(b, r)$  and the values of  $a_0(l, b)$ ,  $l, b$  being the galactic longitude and latitude and so obtained the correction to the interstellar absorption to be  $1^m21 - 0^m63 = 0^m58$ . There are some small modifications for the average apparent magnitude and for the correction to the spread of the absolute magnitude. A rather large correction of  $+0^m55$  comes from adopting  $V_0 = 20.0$  km/sec instead of Wilson's 28 km/sec. The reason for this is because Wilson did not exclude the distant stars for which the Oort formula of the galactic rotation does not apply well. However, Kukarkin also did not make the correction for the spread of the apparent magnitude and thus his result cannot be adopted either.

Blaauw and Morgan [18] selected 18 cepheids with large and accurate values of proper motions. They determined the mean parallax of these 18 cepheids by utilizing the parallax values of Joy and Parenago, reducing the proper motion components to those at the same parallax and determining the differences of the mean parallax with those of Joy's and Parenago's. By doing so, it needs no correction for the spread of the apparent and absolute magnitudes of the cepheids. The parallax values of Joy and Parenago are derived respectively from the P—L relations of Shapley and Kukarkin. Hence the corrections to the zero point of these two P—L relations are obtained. Blaauw and Morgan took the average interstellar absorption to be  $0^m7$  based on Eggen's result [19] of the interstellar reddening of the 9 cepheids they used. This value,  $0^m7$ , is approximately median between Joy's  $0^m38$  and Parenago's  $1^m35$ . The correction to the zero point thus obtained was  $-1^m4$ . Due to the adopted apparent magnitude being too faint by  $0^m17$  as pointed out by Eggen et al. [20], the correction hence is now  $-1^m57$  in table 2.

Parenago [6] made one modification for Blaauw and Morgan's result. The latter took  $V_0 = 21.0$  km/sec. Parenago adopted  $V_0 = 18.6$  km/sec, in consideration of the effect of negative  $K$  term. He calculated the corrections to the zero point for both Kukarkin's old and new P—L relation and obtained the average value  $-0^m8$ . Applying the correction of  $-0^m17$  pointed out by Eggen et al. and reducing to Shapley's P—L relation, we obtain the correction to the zero point to be  $-1^m47$  as listed in table 2.

Gascoigne and Eggen [21] also employed the Blaauw and Morgan's proper motion data of 17 cepheids to determine the zero point of the P—L relation, excluding W Gem for its lack of photometric data. From their photoelectric data they derived the intrinsic color of the cepheids to be  $+0^m25$ . The interstellar absorption for each cepheid was determined individually by observing its color and applying the relation, the total photographic absorption  $A_{pg} = 4 E$ ,  $E$  being the color excess. The average absorption thus obtained is  $1^m58/\text{kpc}$ . All the proper motion components were reduced to those at the same distance of 300 kpc, so no correction is needed for the spread of the apparent and absolute magnitudes. No values of  $V_0$ ,  $A_0$  and  $D_0$  were mentioned. Their correction to the zero point is  $-1^m72$ .

In the last two rows of table 2 are the results of this paper. The first one is obtained by applying corrections to Wilson's result. First, we adopted Kukarkin's value of  $V_0 = 20.0$  km/sec instead of Wilson's 28.1 km/sec. The different values of  $V_0$  will affect the parallax  $\pi_g$ , obtained from the proper motion components parallel to the solar motion and not the parallax  $\pi_*$ , obtained from the components perpendicular to the solar motion. After taking the weights 3 and 1 respectively for the former and the latter as Wilson did, we obtain the resulting parallax  $\bar{\pi} = 1^m73 \times 10^{-3}$ . Next, according to the result of section III,  $\bar{\pi} \cdot \bar{r} = 2.342$ , instead of Wilson's  $\bar{\pi} \cdot \bar{r} = 1$  (inferred from his value of absorption used), it results  $r = 1.35$  kpc. Adopting the average interstellar absorption of  $1^m58/\text{kpc}$ \* given by Gascoigne and Eggen above, we obtain the average absorption to be  $2^m13$  for the cepheids used. Lastly, the correction,  $-0^m90$ , for the spread of the apparent and absolute magnitudes of the cepheids derived in the next section, is applied. In addition, we find the median photographic magnitude  $\bar{m}_{pg}$  of 86 cepheids from the General Catalogue of Variable Stars of 1958 [22] and obtain  $\bar{m}_{pg} = 8^m07$ ,  $0^m11$  fainter than Wilson's. After taking into account all these corrections, the final correction to the zero point is  $-1^m94$ .

The second result of this paper is obtained by applying the correction,  $-0^m90$ , for the spread of the apparent and absolute magnitudes of the cepheids to Kukarkin's result. The latter took into account only the correction  $-0^m09$ , for the spread of the absolute magnitudes of the cepheids. Besides, our  $\bar{m}_{pg}$  is  $0^m03$  fainter than his. Finally, the correction,  $-1^m02$ , to the zero point is obtained. Both these two results come from the same origin, from Wilson's result. As the difference of  $0^m92$  between them arises almost wholly from the difference of the values of interstellar absorption used, the need of more accurate photoelectric measurement on interstellar absorption cannot be overestimated.

When we take weighting factors for the last five results in table 2, we regard the first three as one result since they arise from one source and by the same reason the last two results as one too. Realizing the fact that the former employs much less number of stars but with more accurate data of proper motions, we give the weights 1 and 1.5 respectively for the former and the latter.

\* This value is very close to the value  $1^m50/\text{kpc}$ , we derived from color excess data and the relation,  $A_{pg} = 3.5 E$ , for 184 cepheids given by Walraven, Muller and Oosterhoff. (B. A. N. 1958, 14, 81.)

Table 3 contains 6 results for the correction to the zero point of the P—L relation, derived from radial velocities and the effect of galactic rotation through the determination either of the mean parallax or of the distance to the galactic center. In table 3,  $A$  is the Oort constant of the galactic rotation, the other quantities have the same meanings as in table 2. These results are discussed in order in the following:

By the method of the determination of the mean parallax from the rotation effect of the Galaxy it is mainly to get the value of  $\bar{r} \cdot A$ ,  $\bar{r}$  being the mean distance between the sun and the cepheids.  $r$  is obtained only after the value of  $A$  is assumed. To get the value of  $A$  from the radial velocities of cepheids, one used to adopt the distance derived from the absolute magnitude by some P—L relations, as Joy [23], Gascoigne and Eggen [21], Weaver [24], Stibbs [25] and Ho [26] did. There is little meaning to use the values of  $A$  thus derived to get  $\bar{r}$ . One has to use the values of  $A$  derived independently of any P—L relation from objects which have the similar distribution in the Galaxy as the cepheids.

Wilson's result [3], as in table 2, cannot be used because the interstellar absorption adopted,  $0^m85/\text{kpc}$ , is too small and no correction for the spread of the apparent magnitudes of the cepheids is made. Those of Mineur's and Berthod—Zaborowski's have to be rejected too because they used the same method as before.

Kukarkin stated briefly how to get the result in his paper [4]. It seems that he employed the 125 cepheids which were at a distance less than 2 kpc from the sun. He obtained  $\bar{r}A = 27.2 \text{ km/sec}$ . The value of  $A = 19.1 \text{ km/sec}$ , kpc was obtained from those stars which have similar dynamical distribution as the cepheids. With new values of apparent magnitude for the cepheids, of the interstellar absorption and of the correction for the spread of the absolute magnitudes, he obtained the mean absolute magnitude  $\bar{M}_{pg} = -2^m52$  for the cepheids of  $\overline{\text{Log } P} = +0.97$ . As before, he made no correction for the spread of the apparent magnitudes of the cepheids. Moreover, as shown in the next section, the expression  $\bar{\pi} \cdot \bar{r} = \exp(0.46 \sigma)^2$  he used to get  $\bar{\pi}$  has to be improved. Hence his result cannot be adopted either.

Weaver's method [10] of deriving the correction to the zero point has been stated above. His correction,  $-1^m43$ , based on the absolute magnitude of the RR Lyrae stars  $\bar{M}_{pg} = 0^m0$  has been put into table 1. In his article he also independently derived the distance to the galactic center,  $R_0 = 8.7 \text{ kpc}$ , from 13 galactic clusters. From this result he obtained the correction,  $-1^m56$ , to the zero point. The advantage of Weaver's method is its independence of the value of  $A$ , the Oort constant.

The last row in table 3 is the result of this paper. It is obtained by applying corrections to Wilson's result [3]. Wilson adopted Joy's value of  $A = 20.9 \text{ km/sec}$ , kpc. It is not adequate because Joy obtained this result by employing Shapley's P—L relation. In recent years there are two mathematically unbiased determinations [27] of the value of  $A$ , independent of any P—L relation. Weaver [28] obtained,  $A = 13.2 \text{ km/sec}$ , kpc, from the radial velocities of 187  $B$  stars with their absolute magnitudes derived from their spectral types. In a similar way, Petrie et al. [29] derived  $A = 17.7 \text{ km/sec}$ , kpc from the radial velocities of 79  $B$  stars and of their 64 interstellar lines. Since both  $B$  stars and the cepheids belong to Population I and have the

PERIOD-LUMINOSITY RELATION

Table 3  
The Correction,  $\Delta M_{pg}$ , to the Zero Point of Shapley's P-L Relation.  
Derived from the galactic rotation effect and radial velocity data

Authors	No. of Stars	$V_0$ km/sec	$A_0$	$D_0$	$l_0$	$\kappa A$ km/sec	$A$ km/sec kpc	Corr. Spread		Int. Abs.	$\pi$ $1'' \times 10^{-3}$	$m_{pg}$	$M_{pg}$	$\overline{\text{Log } P}$	$\Delta M_{pg}$	Wt.	
								$m$	$M$								
Wilson <sup>(1)</sup> 1939	157	28.1	270°	+36°	326°	27.4	20.9	No	1.04	0.85/kpc	0.88	+9.85	-1.47	+0.97	+0.0 <sup>m</sup> 501 ±0.0 <sup>m</sup> 28		
Mineur <sup>(2)</sup> 1944	142	30.2	259°	+45°	332°		15.5	Developing dist. in series. See sect. II		0.66/kpc	$\lambda = 1.9,$	$\mu = -0.49$			-1.0 <sup>m</sup> 1 ±0.0 <sup>m</sup> 1		
Berthod-Zaborowski <sup>(3)</sup> 1946	142	29.8	269°	+45°	339°		15.5			0.89/kpc	$\lambda = 1.65$	$\mu = -0.38$			-1.0 <sup>m</sup> 85 ±0.0 <sup>m</sup> 15		
Kukarkin <sup>(4)</sup> 1949	125					27.2	19.1	No	Consid- ered	A(r. l. b)					-0.0 <sup>m</sup> 55 ±0.0 <sup>m</sup> 22		
Weaver <sup>(5)</sup> 1954	21	20.1	269°	+23°	325°	Through the determination of the distance $R_0$ to the galactic center. See section II										-1.0 <sup>m</sup> 56 ±0.0 <sup>m</sup> 30	1
This paper	157	28.1	270°	+36°	326°	27.4	15.4	-1.0 <sup>m</sup> 52		2.0 <sup>m</sup> 80 1.0 <sup>m</sup> 58/kpc	1.84	+9.97	-3.0 <sup>m</sup> 03	+0.97	-1.0 <sup>m</sup> 07 ±0.0 <sup>m</sup> 42	1.5	

(1) R. E. Wilson, 1939, Ap. J. 89, 218.

(2) H. Mineur, 1944, Ann. d'Astroph. 7, 160.

(3) H. Berthod-Zaborowski, 1946, Ann. d'Astroph. 9, 123.

(4) B. V. Kukarkin, 1949, Variable Stars, USSR 7, 69.

(5) H. Weaver, 1954, A. J. 59, 375.

<sup>1</sup> The value  $\Delta M_{pg}$  given by Wilson is +0.37. There is a difference of 0.13 between the two P-L relations as mentioned in the note of table 1.

<sup>2</sup> The value obtained by applying corrections to Wilson's result.

characteristics of the flat system, we adopt the mean of the two values, i. e.  $A = 15.4$  km/sec, kpc. Thus we obtain  $r = 1.77$  kpc. According to the correct formula for  $\bar{\pi} \cdot \bar{r}$  derived in section III, we obtain  $\bar{\pi} = 1.84 \times 10^{-3}$ . With the interstellar absorption,  $a = 1^m58$ /kpc, given by Gascoigne and Eggen [21], the average interstellar absorption for 157 cepheids is  $2^m8$ . The correction, given in next section, for the spread of the apparent and absolute magnitudes of 157 cepheids is  $-1^m57$ . The mean apparent photographic magnitude of 157 cepheids obtained from the General Catalogue of Variable Stars of 1958 [22] is  $\bar{m}_{pg} = +9^m97$  differing little from Wilson's  $+9^m85$ . Finally, we obtain the correction to the zero point of Shapley's P—L relation to be  $-1^m07$ .

As to the weighting factors for the two results in table 3, we give 1 and 1.5 respectively for those of Weaver's and this paper. This is because while Weaver's method has the advantage of independence of the Oort constant  $A$ , which might introduce some error, he employed only 21 cepheids as against 157 in this paper.

Table 4 lists 4 results for the absolute photographic magnitudes of the RR Lyrae variables, derived from their proper motions. The quantities in table 4 have the same meaning as in other tables. We now make some comments on these results as follows:

Wilson [3] reduced all the proper motion components to those at the mean apparent magnitude of the RR Lyrae variables,  $+10^m5$ , hence no correction for the spread of the apparent magnitudes is needed. He put the interstellar absorption for the RR Lyrae variables equal to zero because of their high galactic latitudes. This, as pointed out by Kukarkin [4], is not true. For this reason, Wilson's result is not adopted.

Mineur's result [15] is not adopted too because he treated the RR Lyrae variables with the same method as he did the cepheids.

Kukarkin's result [4] was obtained by applying several corrections to Wilson's result. Kukarkin, making use of Parenago's absorption formula [17] and assuming the absolute magnitude of the RR Lyrae variables,  $M_{pg} = 0^m0$ , derived the average interstellar absorption of  $0^m69$  for them. The mean apparent photographic magnitude,  $+10^m94$ , of the 54 RR Lyrae stars was obtained from the material of the Sternberg Institute. It is  $0^m44$  fainter than Wilson's. A correction of  $-0^m01$  for the spread of the absolute magnitude of the RR Lyrae variables was added. He finally obtained  $\bar{M}_{pg} = -0^m11$ .

Pavlovskaya [14] reduced all the proper motion components to the mean apparent magnitude  $+10^m9$  and so no correction for the spread of the apparent magnitude is needed. She calculated the interstellar absorption individually for each star and reduced them by Parenago's formula [30] in the same way as she did for the apparent magnitudes. Thus, some small correction for the spread of the absorptions of different stars was also taken into account. The  $\bar{M}_{pg}$  for the RR Lyrae variables thus obtained is  $+0^m5$ . Pavlovskaya's method is more rigorous than Kukarkin's, we therefore, give weights 2 and 1 respectively for the former and the latter.

Wilson [3] also derived  $M_{pg} = -0^m38$  from the radial velocities of 67 RR Lyrae stars and the effect of the galactic rotation. This result, as pointed out by Kukarkin [4], is indeed unreliable. First, Wilson used  $A = 20.9$  km/sec, kpc which was derived by Joy [23] from the cepheids, dynamically, totally different from the RR Lyrae variables. Next, in the equation of proper motion

Table 4  
The Average Photographic Absolute Magnitude of the RR Lyrae Variables,  $M_{pg}$  derived from the method of the mean parallax with proper motion data

Authors	No. of Stars	$V_0$ km/sec	$A_0$	$D_0$	$l_0$	$\theta$ km/sec	Corr. Spread		Int. Abs.	$\frac{\pi}{l} \times 10^{-3}$	$m_{pg}$	$M_{pg}$	Wr.
							$m$	$M$					
Wilson <sup>(1)</sup> 1939	55	119	270°	+36°	326°	72	Consid- ered	0	0	0.85	+10 <sup>m</sup> .5	+0 <sup>m</sup> .15 ± 0 <sup>m</sup> .23	
Mineur <sup>(2)</sup> 1944	60	144	290°	+42°	Developing distance into series See section II				1m13/kpc	$\lambda = 1.34, \mu = -0.51$		-0 <sup>m</sup> .32 ± 0 <sup>m</sup> .04	
Kukarkin <sup>(3)</sup> 1949	54	119	270°	+36°	326°	72	Consid- ered	-0 <sup>m</sup> .01	0 <sup>m</sup> .69	0.85	+10 <sup>m</sup> .94	-0 <sup>m</sup> .11* ± 0 <sup>m</sup> .23	1
Pavlovskaya <sup>(4)</sup> 1953	69	134	304°	+43°		67	Consid- ered	-0 <sup>m</sup> .09	A(r, l, b)	0.89	+10 <sup>m</sup> .9	+0 <sup>m</sup> .50 ± 0 <sup>m</sup> .12	2

(1) E. Wilson, 1939, Ap. J. 89, 218.  
 (2) H. Mineur, 1944, Ann. d'Astroph. 7, 160.  
 (3) B. V. Kukarkin, 1949, Variable Stars, USSR 7, 69.  
 (4) E. D. Pavlovskaya, 1953, Variable Stars, USSR 9, 349.

\* The value is obtained by applying corrections to Wilson's result, excluding one star, RW CrB.

components to determine  $\bar{r}A$ , the solar apex adopted is incorrect because the motion of RR Lyrae variables, taken as whole, relative to the sun arises from the differential orbital motions between them and the sun, not from the peculiar motion of the sun. For the above reason this result is not adopted and is not included in any table.

Table 5 gives 5 results, derived by methods other than above, of correction to the zero point of Shapley's P—L relation. Brief account of these methods is given in table 5. They are given less weight as compared with those above for the reasons stated in the following:

Kholopov [31] determined the correction to the zero point by utilizing the trigonometric parallaxes of 20 cepheids. He did not mention the value of the interstellar absorption. No data of individual parallax are given. Moreover, the mean error,  $+1^m8$ , given is too large indeed.

Parenago [6] obtained the correction to the zero point by employing 63 parallax values of 29 cepheids. There are several negative parallax values the absolute values of which are considerably larger than the probable error,  $\pm 0^m009$ , of modern methods of the determination of trigonometric parallax. Moreover, the mean square error,  $+1^m6$ , given, is large indeed.

Paranago derived the correction  $-1^m2$ , to the zero point by theoretical method [6]. He used 5 equations (a) — (e) as written in table 5 to derive the P—L relation. At present we still know very little about the internal structure of giants and supergiants [32]. In our work [33] concerning the distribution in Hertzsprung-Russell diagram of stars of different hydrogen contents, the formula used, taking both the opacity and mean molecular weight into account, applies only to the middle and later part of the main sequence, at most to the late *B* stars. The applicability of equation (a) needs careful examination. The constant  $c = P\sqrt{\rho}$  of the relation between the period and the mean density varies with period and the observed values of  $c$  may be more than twice as much as calculated ones [34]. It is evident that one can not use a single value of  $c = 0.045$ . Besides, the reliability of the empirical relations (d) and (e) and the value for limb darkening all need careful considerations. We, therefore, rather have the feeling that while it is always encouraged to explain theoretically some empirical relations, it is not ready yet at present quantitatively to determine the zero point of the P—L relation. Although this result is not adopted, the theoretical approach carried out by Parenago might be worthy of reference.

Pskovsky [35] derived the correction to the zero point by the determination of the absolute magnitude of cepheids from the method of effective luminosity. His method is worthy of recommendation. Only two stars,  $\delta$  Cep and  $\eta$  Aql, however, are determined for their absolute magnitude. The P—L relation as stated above is an empirical statistical relation. Even if the absolute magnitudes determined for these two stars are perfectly correct, we do not know whether they fall exactly on the line representing the P—L relation. The zero point is determined only after the accumulation of a great number of such data. This kind of work is at present under investigation by Sandage [36], Arp, [37], and Kraft [38], so far as we know.

Becker's method [39] of obtaining the correction to the zero point by the method of interstellar reddening is also worth while to try. Either the data used are not good enough, or the formula, color excess,  $C. E. = \frac{1}{4} A_{pg}$  and

Table 5  
The Correction  $\Delta M_{pg}$  to the Zero Point of Shapley's P-L Relation

Authors	No. of Stars	Methods	Brief Account of the Procedures	$\Delta M_{pg}$	Wt.
Kholopov <sup>(1)</sup> 1954	20	Trigonometric parallax	From the trigonometric parallaxes of 20 cepheids is derived the average photographic absolute magnitude $M_{pg} = -1^m.9$ , $\Delta M_{pg} = +0^m.1$ . It becomes, $M_{pg} = -3^m.0$ , after taking into account the effect of interstellar absorption	$-1^m.0 \pm 1^m.5$	1
Parenago <sup>(2)</sup> 1954	29	Trigonometric parallax	The weighted mean parallax of $2^r.3 \times 10^{-3}$ is derived from 63 parallax values of 29 cepheids, while that of $3^r.7 \times 10^{-3}$ is obtained by using the Kukarkin's P-L relation and taking into consideration of interstellar absorption. The correction $\Delta M_{pg} = 5 \text{ Log}(2.3/3.7) = -1^m.04$ for the old and $\Delta M_{pg} = -0^m.93$ for the present Kukarkin's P-L relations are obtained	$-1^m.43 \pm 1^m.1$	2
Parenago <sup>(2)</sup> 1954		Theoretical	By employing 5 relations, the bolometric luminosity $L_b = 10^x \mathfrak{M}^y R^z$ , (a), $L_b = R^2 T^4$ , (b), $P/\bar{q} = c$ , (c), $\text{Log } T = \text{Log } T_0 - k \text{ Log } P$ , (d) $\mathfrak{M} = R^s \varrho$ , (e), in which $L_b$ , the mass $\mathfrak{M}$ , radius $R$ , density $\varrho$ and temperature $T$ are expressed in units of corresponding solar quantities; and $x, y, z, T_0$ and $k$ are constants, it results the bolometric magnitude, $M_b = C_1(x, y, z, c, T_0) + C_2(x, y, z, K) \text{ log } P$	$-1^m.2 \pm 0^m.6$	
Pskovsky <sup>(3)</sup> 1957	2	Effective luminosity	The photographic absolute magnitudes of $-2^m.7$ and $-3^m.67$ respectively for $\delta$ Cep and $\eta$ Aql are derived from equivalent widths of certain spectral lines of these stars, the light curves and color indices both given by Eggen and the luminosities of supergiants and subgiants for F5—G5 stars given by Pskovsky	$-1^m.3 \pm 0^m.4$	1
Becker <sup>(4)</sup> 1958	11	Interstellar reddening	Based on the apparent magnitudes of these cepheids given by various workers, their color excesses and color indices given by Gascoigne and Eggen, the relation between the total absorption and the color excess, $C. E. = 1/4 A_{pg}$ and lastly, his formula $C. E. = f(m - M)$ , Becker determined their absolute magnitudes. $\Delta M_{pg}$ 's thus obtained range from $-0^m.3$ to $-3^m.4$	$-1^m.5 \pm 0.25$	2

<sup>(1)</sup> P. N. Kholopov, 1954, Astr. Cir. USSR No. 148.  
<sup>(2)</sup> P. P. Parenago, 1954, Variable Stars USSR 10, 193.  
<sup>(3)</sup> G. P. Pskovsky 1957, Astr. J. USSR. 34, 19.  
<sup>(4)</sup> W. Becker, 1958, Z. Ap. 44, 26.



his own function  $C \cdot E. = f(m - M)$  for deriving the absolute magnitude are not reliable and applicable in general, the values of correction to the zero point from individual stars show wide scattering ranging from  $-0^m3$  to  $-3^m4$ .

Table 6 includes three results of the determination of the absolute magnitude of the RR Lyrae variables by methods other than that given in Table 4. They are also given less weight for reasons stated below:

Parentago [6] obtained the absolute magnitude of the RR Lyrae variables  $\overline{M}_{pg} = -0^m2$ , from 19 parallax values of 11 RR Lyrae variables. There are four negative parallax values; the absolute values of two of them are larger than 0.009. The mean error is given as  $\pm 1^m5$  which is considerable.

Parentago [40] employed the dynamical method to get  $\overline{M}_{pg}$ . The method seems rather involved. The data such as the density distribution perpendicular to the galactic plane and the empirical coefficients in his dynamical equation could hardly be expected to be good enough for the present purpose. As to the density  $\rho = (6 \pm 5) 10^{-24}$  g/cm<sup>3</sup> in the solar neighbourhood, there is considerable uncertainty.

Kholopov [30] obtained  $\overline{M}_{pg} = +3^m4$  from the parallax values of 7 RR Lyrae variables. As he reasoned that the RR Lyrae variables belong to the same type of stars as subdwarfs, he finally adopted  $\overline{M}_{pg} = +2^m0$ . Such determination is not rigorous. The mean error  $\pm 1^m8$  given, is too large indeed. This result hence is given the least weight.

### *III. The Correction to the Mean Absolute Magnitude for the Spread of the Apparent and Absolute Magnitudes*

1. The Correction to the Mean Absolute Magnitude in the Method with Proper Motion.

Wilson [3] employed Strömberg's formula [41]

$$\overline{M} = m_0 + 5 + 5 \text{Log } \bar{\pi} - 5 \text{Log } C, \quad (2)$$

where

$$\text{Log } C = + 0.02 \overline{(M - \overline{M})^2} \text{Log}_e 10. \quad (3)$$

Equation (3) was obtained on the assumption that the distribution of  $M$  was according to the normal error curve about the mean absolute magnitude  $\overline{M}$ . The correction due to the spread of the apparent magnitudes was not taken into consideration in equation (3) because the apparent magnitudes had already been reduced to a fixed apparent magnitude  $m_0$  in Strömberg's paper, i. e. there is a relation between the parallax  $\pi$  and the reduced parallax

$$\pi_0 = \pi \cdot 10^{0.2(m - m_0)} \quad (4)$$

Generally  $m_0$  is taken to be the mean absolute magnitude; in Strömberg's article,  $m_0 = 0$ . By doing so, no correction for the spread of the apparent magnitudes is necessary. Wilson did not reduce the apparent magnitudes of the cepheids. His reason was that by doing so it would introduce unbalanced error for the faint stars. This reason is not correct.

Table 6  
The Average Photographic Absolute Magnitude of the RR Lyrae Variables,  $\overline{M}_{pg}$

Authors	No. of Stars	Methods	Brief Account of the Procedures	$\overline{M}_{pg}$	Wt.
Parenago <sup>1</sup> 1954	11	Trigonometric parallax	The 19 observed parallax values of 11 RR Lyrae variables are compared with the computed ones based on $\overline{M}_{pg} = -0.2$ and Parenago's formula of absorption	$+1^m7 \pm 1^m0$	2
Parenago <sup>2</sup> 1954		Dynamical	By using the formula for the density of the Galaxy $4\pi G\rho = C^2 - 2(A^2 - B^2)$ , in which $G$ is the gravitational constant and $A, B$ , the Oort constants of galactic rotation, $C = -\partial^2\Phi/\partial z^2$ , $\Phi$ the potential energy in the direction $z$ , perpendicular to the galactic plane, $\overline{M}_{pg}$ is derived from the relation $C^2 = 9330 \times 10^{0.4(0.1 - \overline{M}_{pg})}$ , after adopting $\rho = (6.0 \pm 5.0) \times 10^{-24}$ g/cm <sup>3</sup>	$+0^m5 \pm 0^m27$	2
Kholopov <sup>3</sup> 1954	7	Trigonometric parallax and H-R diagram	The value of the mean parallax, $\bar{\pi} = (6'' \pm 3'') \times 10^{-3}$ , is derived from the trigonometric parallax of 7 RR Lyrae variables. Thus, it results, $\overline{M}_{pg} = +3^m4 + 1^m8$ . With the consideration of the position of the subdwarf in the H-R diagram, Kholopov adopted $\overline{M}_{pg} = +2^m0$ as he reasoned that the RR Lyrae variables belong to the same type of stars as subdwarfs.	$+2^m0 \pm 1^m5$	1

(1) P. P. Parenago, 1954, Variables Stars, USSR 10, 193.

(2) P. P. Parenago, 1954, Astr. J. USSR, 31, 5.

(3) P. N. Kholopov, 1954, Astr. Astr. Cir. USSR No. 148.

While the correction for the spread of the apparent magnitudes is solved by the above method, it can also be applied to the final result as follows: The formula for the absolute magnitude

$$M = m + 5 + 5 \text{ Log } \pi \quad (5)$$

can be written as

$$\pi = 0.1 \cdot 10^{0.2(M-m)} \quad (6)$$

Let

$$M - m = (\overline{M - m}) + \Delta \quad (7)$$

then we have

$$10^{0.2(M-m)} = 10^{0.2(\overline{M-m})} 10^{0.2\Delta} \quad (8)$$

From (6) and (8), it follows,

$$\overline{M} = \overline{m} + 5 \text{ Log } \overline{\pi} - 5 \text{ Log } 10^{0.2\Delta} + 5. \quad (9)$$

From equation (7), we know  $\Delta = (M - m) - (\overline{M - m})$ . The spread of  $M$  arises mainly from stars of different periods; the spread of intrinsic absolute magnitudes at the same period can be neglected as compared to the former. Thus we can write  $M = a - 1.74 \text{ Log } P$  where  $a$ , being a constant, will be cancelled out automatically in the difference  $\Delta$ . Actually, since the spread of the apparent magnitudes is much larger than that of absolute magnitudes, the correction for the spread in equation (9) is mainly due to the spread of  $m$ 's.

The first result of this paper in table 2 is obtained by applying corrections to Wilson's result [3]. We obtain  $\overline{m}_{pg} = + 8^m07$  and  $(\overline{M - m}) = - 9^m63$  for the 86 cepheids according to the method just mentioned and the data given by the General Catalogue of Variable Stars of 1958 [22]. The correction term,  $- 5 \text{ Log } 10^{0.2\Delta}$ , is computed accordingly. It is equal to  $- 0^m90$ . We also compute the quantity,  $10^{-0.2} = 1.511$ , needed for the relation  $\overline{\pi} \cdot \overline{r}$ . If the original data given by Wilson are used, we obtain  $\overline{m}_{pg} = + 7^m96$ ,  $(\overline{M - m}) = - 9^m49$ ,  $- 5 \text{ Log } 10^{0.2\Delta} = - 0^m82$ . The correction derived from these values differs only  $0^m03$  from that just obtained. The second result of our paper is obtained by applying this correction term,  $- 0^m90$ , to Kukarkin's result, instead of his correction term  $- 0^m09$ , only for the spread of the absolute magnitudes.

2. The Correction to the Mean Absolute Magnitude in the Method with the Radial Velocities and the Effect of the Galactic Rotation.

In this method one obtains the mean distance  $\overline{r}$  from  $\overline{r}A$  derived by assuming the value of  $A$ . Then the mean parallax  $\overline{\pi}$  is derived from  $\overline{r} \cdot \overline{\pi}$ . Wilson [3] and Kukarkin [4] both used Strömberg's formula [41],

$$\overline{r} \cdot \overline{\pi} = \text{Exp} \frac{0.4 (\overline{M - \overline{M}})^2}{\text{Mod}^2} \quad (10)$$

In formula (10), the distribution of the absolute magnitude  $M$  was assumed according to the normal error curve about their mean  $\overline{M}$ . Strömberg stated

clearly that equation (10) was valid only under the condition that the apparent magnitudes of the stars in question were the same. Therefore, the results derived by equation (10) have to be corrected.

The correct relation of  $\bar{\pi} \cdot \bar{r}$  taking the spread of both  $m$  and  $M$  into account can be derived by the following simple way:  
From

$$M = m + 5 - 5 \text{ Log } r, \quad (11)$$

we can write,

$$r = 10 \times 10^{-0.2(M-m)} = 10 \times 10^{-0.2(\overline{M-m})} 10^{-0.2\Delta} \quad (12)$$

Then from equation (6), (7), (8) and (12), we have

$$\bar{r} \cdot \bar{\pi} = 10^{+0.2\Delta} \cdot 10^{-0.2\Delta} \quad (13)$$

$M$  can be obtained from (9) and (13), or directly from  $\bar{r}$ ,

$$\bar{M} = \bar{m} + 5 - 5 \text{ Log } \bar{r} + 5 \text{ Log } 10^{-0.2\Delta} \quad (14)$$

As the scattering of apparent magnitudes plays a main role in equation (13) results obtained from equations (10) and (13) differ considerably. For example, in table 3, Wilson obtained  $\bar{r} \cdot \pi = 1.153$  by equation (10) and we obtained  $\bar{r} \cdot \pi = 3.266$  by equation (13).

The result of this paper in table 3 is obtained by applying corrections to Wilson's result [3]. We obtain  $\overline{m_{pg}} = +9^m97$ ,  $(\bar{M} - m) = -11^m51$  for the by 157 cepheids according to the method stated above and the data given the General Catalogue of Variable Stars of 1958 [22]. The quantities,  $10^{+0.2\Delta} = 2.02$ , and  $10^{-0.2\Delta} = 1.67$  are computed accordingly. Hence from equation (13) and  $\bar{r} = 1.77$  kpc derived from  $\bar{r}A = 27.4$  km/sec and  $A = 15.4$  km/sec, kpc, we obtain  $\pi = 1^m84 \times 10^{-3}$  and the correction for the spread of  $m$ 's  $-5 \text{ Log } 10^{+0.2\Delta} = -1^m52$ .

#### *IV. Determination of the Zero Point of the P—L Relation and the Absolute Magnitude of the RR Lyrae Variables.*

The determination of the zero point of the P—L, as we see from above, is related to the absolute magnitude of the RR Lyrae variables, we therefore have to take into account all the three kinds of results, namely, the difference,  $\Delta' M_{pg}$ , between the observed and the calculated magnitudes given in Table 1, the correction,  $\Delta M_{pg}$ , to the zero point, given by tables 2, 3, and 5 and finally, the absolute magnitude of the RR Lyrae variables given by tables 2 and 6. We should give the three kinds of results proper weights so as to get the most reliable result. The first kind of the results, the difference,  $\Delta' M_{pg}$ , between the observed and the calculated magnitudes which is obtained in most straightforward way, should be given a higher weight. According to this principle we handle the above results as follows:

First, we consider the corrections to the zero point given by tables 2, 3 and 5, derived, respectively from the proper motion method, the method of the effect of the galactic rotation and other methods. The method of the effect of the galactic rotation is less reliable than the motion method because of uncertainties in the value of the Oort constant  $A$  and the limitation of linear formula used. The least reliable are the results derived from all the other methods, either due to the small number of stars used, or to the non-rigorous methods employed or/and to the considerable uncertainties of the data used. We, therefore, give the weighting factors 4, 2 and 1 respectively for results obtained from tables 2, 3 and 5. Thus the weighted mean is shown in table 7.

Table 7 The Corrections  $\Delta M_{pg}$ , to the Zero Point Obtained from Tables 2, 3 and 5

Methods	$M_{pg}$	Weight
Table 2, the proper motion method .....	$-1^m52 \pm 0^m14$	4
Table 3, the method of the effect of galactic rotation .....	$-1^m27 \pm 0^m28$	2
Table 5, all the other methods .....	$-1^m36 \pm 0^m55$	1
Weighted mean.....	$-1^m43 \pm 0^m14$	

Next, consider the absolute magnitudes,  $\overline{M}_{pg}$ , of the RR Lyrae variables. From tables 4 and 6 we obtain  $\overline{M}_{pg}$  respectively from the proper motion method and the other methods. For the same reason as above, we give weighting factors 4 and 1 respectively for the results obtained from tables 4 and 6. Hence the weighted mean is shown in table 8.

Table 8. The Absolute Magnitudes,  $\overline{M}_{pg}$ , of the RR Lyrae Variables Obtained from Tables 4 and 6

Methods	$M_{pg}$	Weight
Table 4, the proper motion method .....	$+0^m30 \pm 0^m14$	4
Table 6, All the other methods .....	$+1^m28 \pm 0.51$	1
Weighted mean.....	$+0.50 \pm 0.13$	

From table 1 we obtain the difference,  $\Delta' M_{pg}$ ,  $-1^m46$ , between the observed and the calculated magnitudes. If there is no error in the observational data and the methods employed are perfectly correct, we should have the following relation:

$$\Delta' M_{pg} + \overline{M}_{pg} = \Delta M_{pg}, \quad \text{or} \quad \Delta' M_{pg} = \Delta M_{pg} - \overline{M}_{pg}$$

Actually it is not so. In order to render the difference,  $\Delta' M_{pg}$ , with twice weight as compared to the other two, we put the difference equal to

$$1/3 \{ 2 \Delta' M_{pg} + (\Delta M_{pg} - \overline{M}_{pg}) \}.$$

The discrepancy between the latter and the term,  $(\Delta M_{pg} - \overline{M}_{pg})$ , is then equally distributed to the two terms,  $\Delta M_{pg}$  and  $\overline{M}_{pg}$ . Thus all the results taken together into consideration yield the final result as shown in table 9.

Table 9 The Final Result of All the Results Taken Together

The difference between the observed and the calculated magnitudes.....	$\Delta M_{pg}$	$-1^m62 \pm 0^m07$
The correction to the zero point of Shapley's P—L relation .....	$\Delta M_{pg}$	$-1^m28 \pm 0^m08$
The absolute magnitude of the RR Lyrae variables .....	$\overline{M}_{pg}$	$+0^m34 \pm 0^m07$

Therefore, the final P—L relation of the cepheids should have the following form:

$$M_{pg} = -1^m56 - 1^m74 \text{ Log } P \\ \pm 0.08 \pm 0.06$$

The result obtained above is closely related to the weighting method we have adopted. An attempt is made to do justice to all the results, but it is very likely subject to personal preference or even prejudice. As we have tabulated all the results separately and each result complete with the intermediate data, it is easy for one to get other final results from the tabulated results by using other weighting factors, by making some corrections, or/and by combining with some future new results.

The probable errors shown in tables 7, 8 and 9 are derived from those given by authors in tables 1—6. They should not be attached too much significance, for the errors in interstellar absorption are, in general, not taken into consideration by various authors and are subject to uncertainties, if considered. Moreover, the methods of computation, or more exactly, estimations of errors, are very likely different for different workers. In our computation we give the errors of similar methods to those results which are not given with errors, such as  $+0^m2$  to Baade's result in table 1 and  $+0^m3$  to Gascoigne and Eggen's result in table 2. For those which do not indicate what kind of errors they are, we treat them as probable errors. The average errors and mean square errors given by some authors for their results are all reduced to probable errors so as to make them consistent in tables 1—6.

It is a pleasure to thank Mr. Hsia Ch'ang-li who did most of the numerical computations of this work. The author is indebted to Professor Kukarkin who called his attention in private communication to the work of the southern cepheids by Walraven and his colleagues. He also wish to thank professor L. Detre, the visiting professor at Purple Mountain Observatory during the winter of 1959, for reading this paper and for valuable criticism.

*Added in proof:* After the present work was completed, three articles related to our work have appeared. 1) The work of Eggen and Sandage (M. N. 119, 255, 1959) on "The Groombridge 1830. group of high velocity stars and its relation to the globular clusters" determined, by the method of moving group parallax, the mean visual absolute magnitude of 7 cluster

type variables including RR Lyrae itself to be  $M_v = +0^m6$ . Although this value of  $M_v = +0^m6$ , as authors stated, might be considered as preliminary due to the lack of accurate photometry for most of the variables, it indicated the same trend with our result that the absolute magnitude of RR Lyrae variables should be fainter than the usually adopted value of  $0^m0$ . 2) The absolute magnitudes of cepheids and RR Lyrae stars were discussed by Sidney van den Bergh (J.R.A.S. Canada, 54, 49, 1960) in connection with the extragalactic distance scale. He summarized the recent data of absolute magnitudes of 7 cepheids in galactic clusters which were determined by fitting their respective main sequences with the age zero main sequence in the color—magnitude diagram. He obtained the P—L relation  $M = -1.0 - 2.0 \text{ Log } P$  which corresponded  $\bar{M} = -2^m5$  at  $\overline{\text{Log } P} = 0.745$ . It will give the correction  $\Delta M = -0^m93$  to the zero point of Shapley's P—L relation if the slope  $-1.74$  is used instead of  $-2.0$ . He adopted the mean absolute magnitude of RR Lyrae variables  $\bar{M} = +0^m5$  by taking a distance modulus  $m - M = 18^m8$  for the SMC from this P—L relation and the observed median apparent magnitude  $\bar{m} = 19^m3$  of SMC RR Lyrae stars obtained by Thackeray and Wesselink. 3) In a symposium on the differences among globular clusters, Arp. (A. J. 64, 441, 1959) obtained, by fitting the main sequence of clusters to the Hyades age zero main sequence, the absolute magnitudes of RR Lyrae stars,  $M_v = +1^m + 0^m8$ , and  $+0^m2$ , respectively in *M2*, *M5* and *M13*. A mean value of  $+0^m65$  is preferred. From the above works it seems that RR Lyrae stars do not form a homogenous group and may have a considerable range in absolute magnitudes, especially in different clusters. I am indebted to professor L. Detre for calling my attention to the first two works mentioned here.

## REFERENCES

1. H. Shapley, 1930, Star Clusters, Chap. 10, Harv. Mon. No. 2.
2. H. Shapley, 1940, Proc. Nat. Acad. Sci. 9, 541.
3. R. E. Wilson, 1939, Ap. J. 89, 218.
4. B. V. Kukarkin, 1949, Variable Stars, USSR. 7, 69.
5. B. V. Kukarkin, 1949, Variable Stars, USSR 7, 57.
6. P. P. Parenago, 1954, Variable Stars, USSR 10, 193.
7. W. Baade, 1954, I. A. U. Trans. 8, 397.
8. W. Baade, 1956, P. A. S. P. 68, 5.
9. A. R. Sandage, 1953, A. J. 58, 61.
10. H. Weaver, 1954, A. J. 59, 375.
11. H. Shapley, 1953, Proc. Nat. Acad. Sci. 39, 349.
12. H. Shapley and V. M. Nail, 1954, Proc. Nat. Acad. Sci. 40, 1.
13. A. D. Thackeray and A. J. Wesselink, 1953, Nature 171, 693.
14. E. D. Pavlovskaya, 1953, Variable Stars USSR 9, 349.
15. H. Mineur, 1944, Ann. d'Astroph. 7, 160.
16. H. Berthod-Zabarowski, 1946, Ann. d'Astroph. 9, 123.
17. P. P. Parenago, 1945, Astr. J. USSR 22, 129.
18. A. Blaauw and H. R. Morgan, 1954, BAN 12, 95.
19. O. F. Eggen, 1951, Ap. J. 113, 401.
20. O. F. Eggen S. C. B. Gascoigne and E. F. Bun, 1957, M. N. 117, 406.
21. S. C. B. Gascoigne and O. F. Eggen, 1957, 117, 430.

22. B. V. Kukarkin, P. P. Parenago, Yu. I. Efremov and P. N. Kholopov, 1958, General Catalogue of Variable Stars, 2nd Edition.
23. A. H. Joy, 1939, Ap. J. 89, 356.
24. H. Weaver, 1955, A. J. 60, 202.
25. D. W. N. Stibbs, 1955, M. N. 115, 323.
26. T. C. Ho, 1958, Acta Astronomica Sinica, 7, 16.
27. H. Weaver, 1955, A. J. 60, 211.
28. H. Weaver, 1955, A. J. 60, 208.
29. R. M. Petrie, P. M. Cuttle and D. H. Andrews, 1956, A. J. 61, 289.
30. P. P. Parenago, 1946, Astr. A. J. USSR 23, 69.
31. P. N. Kholopov, 1954, Astr. Circ. USSR No. 148.
32. M. Schwarzschild, 1958, Structure and Evolution of the Stars, Chaps. VI and VIII, Princeton University Press, Princeton, New Jersey USA.
33. S. M. Kung and H. C. Chen, 1959, Scientia Sinica, 8, 962; 1958, Acta Astronomica Sinica, 6, 20.
34. S. Rosseland, 1949, Pulsation Theory of Variable Stars, p.45, Oxford University Press, London.
35. G. P. Pskovsky, 1957, Astr. J. USSR. 34, 19.
36. A. Sandage, 1958, Ap. J. 128, 150.
37. H. C. Arp, 1958, Ap. J. 128, 166.
38. R. Kraft, 1958, Ap. J. 128, 161.
39. W. Becker, 1958, Z. Ap. J. 44, 126.
40. P. P. Parenago, 1954, Astr. J. USSR. 31, 5.
41. G. Strömberg, 1936, Ap. J. 84, 555.



A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 48

G. MARX und NÓRA MENYHÁRD

ÜBER DIE PERSPEKTIVEN DER NEUTRINOASTRONOMIE

BUDAPEST, 1960

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 48

## ÜBER DIE PERSPEKTIVEN DER NEUTRINOASTRONOMIE

von

G. MARX

Institut für Theoretische Physik  
der Roland Eötvös Universität

und

NÓRA MENYHÁRD

Zentralforschungsinstitut  
für Physik

Budapest

Aus dem Gesichtspunkte der Astronomie zählt die durch die Himmelskörper ausgesandte Neutrinostrahlung zu den intensivsten Strahlungen. Es wird hier der Charakter der Neutrinostrahlung des Erdkörpers vom geochemischen, jener der Sonne aus astrophysikalischen und der der von ausserhalb des Sonnensystems kommenden Strahlung vom kosmogonischen Standpunkt aus untersucht. Die Detektierung bildet das schwerste Problem: die derzeitige Empfindlichkeit müsste um Grössenordnungen erhöht werden, um durch die Detektierung der Neutrinostrahlung astronomische Probleme klären zu können. Als einzige Ausnahme bietet sich hierfür die Neutrinostrahlung der Sonne, deren Detektierung nunmehr als eine nahe Perspektive bevorsteht.

### 1. Über den Charakter der Neutrinostrahlung

Von den Erscheinungsformen der Materie — über das Atom hinaus — ist in der Physik Jahrhunderte lang nur das Licht — die Photonenstrahlung — erforscht und in der Technik angewendet worden. In diesem Jahrhundert hat jedoch die Anwendung der Elektrizität und der radioaktiven Strahlungen erhebliche Fortschritte gemacht. In der Astronomie ist immerhin das Licht seit Jahrhunderten fast die einzige Quelle von Erkenntnissen geblieben. Erst in den letzten Jahren wurde die Aufmerksamkeit darauf gelenkt, dass die Erforschung der durch die Sonne (infolge elektromagnetischer Kräfte) ausgesandten ionisierenden Strahlung und der mit dieser gewissermassen verwandt erscheinenden, jedoch von ausserhalb des Sonnensystems auf die Erde gelangenden kosmischen Strahlung auch astronomisch von Bedeutung ist. Wir wollen im Nachfolgenden den Charakter, die zu erwartende Intensität und die Nachweisbarkeit der radioaktiven Ausstrahlung von Himmelskörpern näher betrachten.

Im Laboratoriumsmaßstab finden die von Atomkernen ausgesandten ionisierenden, gut absorbierbaren und leicht nachweisbaren Strahlungen (die bekannten  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen) eine praktische Anwendung. Die Neutrinostrahlung der herkömmlichen radioaktiven Präparate bleibt hingegen tief

unter der Nachweisbarkeitsgrenze. Betrachten wir zum Beispiel ein  $\beta^\pm$ -strahlendes Präparat, dessen Aktivität 1 Curie beträgt. Die Zahl der in diesem Präparat entstehenden Positronen und Neutrinos ist

$$W = 3,7 \cdot 10^{10} e^+ \text{ sec}^{-1} = 3,7 \cdot 10^{10} \nu \text{ sec}^{-1}.$$

Dies bedeutet, dass an einem im Abstand  $R = 1$  m angebrachten Detektor die Intensität

$$I_0 = \frac{W}{4\pi R^2} = 3,3 \cdot 10^5 \nu \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1} \quad (1)$$

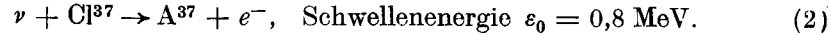
ist. Im Falle einer ionisierenden Strahlung wären sogar um mehrere Grössenordnungen kleinere Werte leicht zu beobachten, die Neutrinostrahlung bleibt jedoch bei ähnlichen Intensitätsgrössen weit unter der Nachweisbarkeitsgrenze.

Bei ausgedehnten radioaktiven Quellen, zumal diese astronomische Abmessungen besitzen, verhält es sich ganz anders. Von diesen kann die ionisierende Strahlung wegen der starken Absorption nicht hinausdringen; auch die Radioaktivität der Erdrinde wird schon durch einige Meter dicke Bodenschichten absorbiert. Die  $\nu$  und  $\bar{\nu}$ -Strahlung vermag jedoch sozusagen ungehindert auszutreten und eine ausgedehnte, sogar nicht zu stark konzentrierte Strahlenquelle kann infolgedessen viel höhere Intensitäten, als die oben erwähnte erzeugen. Die an der Bodenfläche beobachtbare  $\bar{\nu}$ -Strahlung einer unter einer dicken Bodenschicht liegenden, ausgedehnten Uranlagerstätte ist z. B. um zwei-drei Grössenordnungen und die Intensität der aus der Sonne auf die Erde gelangenden  $\nu$ -Strahlung um fünf Grössenordnungen grösser, als (1).

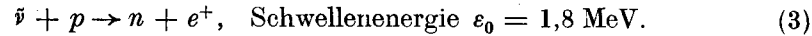
Die etwaigen astronomischen Konsequenzen des überaus grossen Durchdringungsvermögens der Neutrinos und Antineutrinos wurden schon öfters in Betracht gezogen. GAMOW hat zum Beispiel im Zusammenhang mit den Supernovaexplosionen dem Urca-Prozess, infolge dessen eine hemmungslose Energieausstrahlung losgemacht wird, eine besondere Wichtigkeit beigemessen [1]. Nach PONTECORVOS Auffassung sei die  $\nu - \nu$ -Ausstrahlung von Sternen hoher Temperatur eine Art von Bremsstrahlung [2]. NEUGEBAUER versuchte den Hubble-Effekt als  $\gamma - \nu$ -Streuung zu deuten [3, 4]. Alle diese Untersuchungen beruhen auf theoretischen Betrachtungen. SELDOWICH, LUKANOW und SMORODINSKI [5], ferner F. REINES und C. L. COWAN [6] wiesen darauf hin, dass die unsere Erde erreichende Neutrinostrahlung eventuell nachweisbar sein kann. Die Autoren dieses Artikels haben neuerdings über die Intensitäten und die Nachweisbarkeit Schätzungen unternommen [7]. Sie wollen in dieser Arbeit das Problem näher betrachten und systematisch daraufhin prüfen, ob und welche astronomische Fragen prinzipiell durch die Detektierung der Neutrinos und Antineutrinos gelöst werden könnten.

Das Neutrino ist ein neutrales Teilchen der Ruhmasse Null, das in  $\beta^+$ -Zerfall, oder durch Einfang eines Elektrons emittiert wird und sich mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegt. Das Antineutrino zeigt ähnliche Eigenschaften, es entsteht jedoch durch einen  $\beta^-$ -Zerfall. Die beiden Teilchen sind indessen nicht zu identifizieren, sie unterscheiden sich voneinander durch das abweichende Vorzeichen der Leptonenladung [8, 9, 10]. Neutrino und Antineutrino lösen infolge des Erhaltungssatzes der Leptonenladung Reaktionen verschiedenen Typs aus und lassen sich somit voneinander deutlich unterscheiden,

Zum Nachweis des Neutrinos scheint bisher die Pontecorvo-Reaktion die meisten Vorteile zu bieten [11]:



Nach REINES und COWAN lässt sich das Antineutrino durch den im Wasserstoff erzeugten  $\beta^+$ -Zerfall detektieren [6]:



Der totale Einfangquerschnitt für  $\nu$  oder  $\bar{\nu}$ , als Funktion der Energie ist

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{f^2}{4\pi \hbar^4 c^4} |\langle \rangle|^2 (\varepsilon - \varepsilon_0)^2 \sqrt{1 + \left(\frac{mc^2}{\varepsilon - \varepsilon_0}\right)^2}. \quad (4)$$

$\varepsilon_0$  ist die Schwellenenergie der Absorption,  $m$  die Masse des Elektrons,  $f$  die Kopplungskonstante der  $\beta$ -Wechselwirkung,  $2\pi \hbar = h$  die Plancksche Konstante,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\langle \rangle$  das für den Reaktionstyp kennzeichnende und von der Neutrinoenergie unabhängige Matrixelement. Die Energie der in radioaktiven Zerfällen erzeugten Neutrinos und Antineutrinos liegt in der Grössenordnung der MeV; der durchschnittliche Einfangquerschnitt für dieselben (indem man die Bezeichnungen  $I_0 = \int I(\varepsilon) d\varepsilon$  benutzt) ist durch die Formel

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{I_0} \int I(\varepsilon) \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5)$$

gegeben und ist der Grössenordnung von  $10^{-43} \text{ cm}^2$ , also recht niedrig. Man konnte bisher experimentell nur die durch Kernreaktoren erzeugten Strahlungen nachweisen, deren Intensität  $I_0 \cong 10^{13} \bar{\nu} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  beträgt [6]. So der für die Nachweisbarkeit kennzeichnende Ausdruck beträgt

$$D = I_0 \bar{\sigma} = \int I(\varepsilon) \sigma(\varepsilon) d\varepsilon = 10^{-30} \nu \text{ sec}^{-1}. \quad (6)$$

Dies besagt, dass für  $D^{-1} = 10^{30}$  bestrahlte Kerne (im vorliegenden Falle Protonen) nur an einem ein registrierbarer Prozess (3) pro Sekunde sich vollzieht. Hieraus dürfte die ausserordentliche Schwierigkeit der Detektierung erhellen. REINES und COWAN weisen jedoch darauf hin, dass in Anbetracht der gegenwärtigen experimentellen Technik die Herabsetzung der Nachweisbarkeitsgrenze um ein-zwei Grössenordnungen als möglich erscheint. (Zum Nachweis einer Intensität wie zum Beispiel (1) müsste man jedoch eine Grösse von  $D = 10^{-38} \nu \text{ sec}^{-1}$  nachweisen können, was derzeit durchaus hoffnungslos erscheint.)

Es werden nachstehend die astronomisch interessanten Neutrinoquellen einzeln betrachtet.

## 2. Die Erde

Die Erdmaterie beinhaltet radioaktive Stoffe, darunter auch  $\beta^-$ -Strahler. Diese senden Antineutrinos aus. Wenn die Erdmaterie rein aus Wasserstoff aufgebaut wäre, würde die freie Weglänge der Antineutrinos von einigen MeV (indem man die Zahl der Atome pro  $\text{cm}^3$  mit  $n$  bezeichnet)

$$\lambda = \frac{1}{n\bar{\sigma}} = 10^5 \text{ km} \quad (7)$$

sein; unter Berücksichtigung der reellen chemischen Zusammensetzung würde sich ein noch höherer Wert ergeben. Man sieht also, dass ein in der Erdrinde wo immer entstandenes Antineutrino die Bodenfläche fast ungehindert erreicht.

Wir wollen nun abschätzen, wieviel Antineutrinos in der oberen Erdrinde, die ungefähr bis zu 95% aus sauren, eruptiven Gesteinen besteht, je Tonne erzeugt werden. Die radioaktiven Elemente sind  $U^{238}$ ,  $Th^{232}$ ,  $U^{235}$  und die mit diesen in radioaktivem Gleichgewicht stehenden Zerfallsprodukte, sowie einige andere langlebige radioaktive Isotope. Tabelle I. zeigt, dass die Aktivität der Erdrinde pro Tonne durchschnittlich  $w = 1,7 \cdot 10^6 \text{ } \ddot{v} \text{ sec}^{-1} \text{ Tonne}^{-1}$  beträgt, was schon allein einen ziemlich hohen Wert darstellt. Wie gross dürfte nun die ganze Aktivität der Erde sein?

TABELLE I.  
*Antineutrinoaktivität der Erdrinde*

Isotop	Halbwertszeit (sec)	Maximale $\bar{\nu}$ -Energie (MeV)	Konzentration (g/Tonne)	Aktivität ( $\ddot{v}$ /sec Tonne)
$U^{238}$	$1,41 \cdot 10^{16}$	$\alpha$ -Strahlung	3,97	—
$Th^{234}$	$2,08 \cdot 10^6$	0,19	Gleichgewicht	$5,0 \cdot 10^4$
$Pa^{234m}$	$6,96 \cdot 10^1$	2,32	"	$4,9 \cdot 10^4$
$Pb^{214}$	$1,61 \cdot 10^3$	0,65	"	$4,5 \cdot 10^4$
$Bi^{214}$	$1,18 \cdot 10^3$	2,03	"	$4,5 \cdot 10^4$
$Tl^{210}$	$7,92 \cdot 10^1$	1,95	"	$10^{-18}$
$Pb^{210}$	$6,93 \cdot 10^8$	0,02	"	$4,5 \cdot 10^{-4}$
$Bi^{210}$	$4,32 \cdot 10^5$	1,17	"	$4,5 \cdot 10^{-4}$
$Tl^{206}$	$2,54 \cdot 10^2$	1,65	"	0,05
$Th^{232}$	$4,38 \cdot 10^{17}$	$\alpha$ -Strahlung	11,28	—
$Ra^{228}$	$2,11 \cdot 10^8$	0,05	Gleichgewicht	$7,4 \cdot 10^4$
$Ac^{228}$	$2,21 \cdot 10^4$	1,55	"	$7,4 \cdot 10^4$
$Pb^{212}$	$3,82 \cdot 10^4$	0,59	"	$7,0 \cdot 10^4$
$Bi^{212}$	$3,63 \cdot 10^3$	2,5	"	$6,9 \cdot 10^4$
$Tl^{208}$	$1,86 \cdot 10^2$	1,79	"	$2,3 \cdot 10^4$
$U^{235}$	$2,24 \cdot 10^{16}$	$\alpha$ -Strahlung	0,03	—
$Th^{231}$	$9,18 \cdot 10^4$	0,20	Gleichgewicht	$3,7 \cdot 10^4$
$Ac^{227}$	$6,84 \cdot 10^8$	0,04	"	$3,7 \cdot 10^4$
$Fr^{223}$	$1,26 \cdot 10^3$	1,2	"	$4,4 \cdot 10^{-1}$
$Pb^{211}$	$2,17 \cdot 10^3$	1,21	"	$3,4 \cdot 10^1$
$Tl^{207}$	$2,86 \cdot 10^2$	1,47	"	$3,3 \cdot 10^1$
$K^{40}$	$4,1 \cdot 10^{16}$	1,33	3,08	$7,8 \cdot 10^5$
$Rb^{87}$	$1,57 \cdot 10^{18}$	0,27	94,48	$3,0 \cdot 10^5$
$La^{138}$	$3,15 \cdot 10^{18}$	0,21	0,02	$2,0 \cdot 10^1$
$Lu^{176}$	$7,6 \cdot 10^{17}$	0,43	0,02	$6,0 \cdot 10^1$

Die Verteilung der radioaktiven Substanzen im Innern der Erde kennen wir nicht, es ist jedoch anzunehmen, dass sie in der Erdrinde am meisten angereichert sind. Wenn wir voraussetzen, dass radioaktive Stoffe nur in der

15 km dicken oberen Rinde (deren Masse — die Ozeanenboden mitinbegriffen —  $M = 2 \cdot 10^{19}$  Tonnen beträgt) vorhanden sind (der Beitrag der basischen und sonstigen Gesteine, die die unteren Schichten der Erdrinde bilden, kann vernachlässigt werden), so ist die  $\bar{\nu}$ -Intensität an der Erdoberfläche

$$I_0 = \frac{W}{4\pi R^2} = \frac{wM}{4\pi R^2} = 6,7 \cdot 10^6 \bar{\nu} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}.$$

Wenn man hingegen für das ganze Erdvolumen die in Tabelle I. angegebene Konzentration an radioaktiven Elementen annehmen würde (was jedenfalls übertrieben wäre), so ist anstatt  $M$  die ganze Erdvolumengrösse zu setzen und die Intensität der terrestrischen Antineutrinostrahlung an der Erdoberfläche wäre somit

$$I_0 = 1,99 \cdot 10^9 \bar{\nu} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}.$$

2/3 dieser Intensität entstammen den  $K^{40}$  und  $Rb^{87}$ -Strahlungen. Für die Geophysik und die Geochemie wäre ein wichtiges Ergebnis, wenn durch direkte Messung der Antineutrinostrahlung ermittelt werden könnte, wieviel radioaktive Substanzen sich im Erdinnern bergen. Dies würde die Lösung des Problems, ob der Erdkörper in kaltem oder heissem Zustande entstanden ist, wesentlich erleichtern.

Wenn man die Strahlung auf die Nachweisbarkeit hin prüft, so ergibt sich ein sehr ungünstiges Bild. Die radioaktiven Atomkerne, die auf der Erde erhalten geblieben sind, haben Halbwertszeiten von mehreren Milliarden Jahren, ihre Zerfallsenergien sind also sehr niedrig. Hieraus folgt, dass die Energie der entstandenen Antineutrinos stets unter der Schwellenenergie (3) bleibt. Ein unterschiedliches Resultat ist nur bei einigen kurzlebigen (daher sehr seltenen) Zwischenprodukten der  $U^{238}$  und  $Th^{232}$  Familien, u. zw. bei den Isotopen  $Pa^{234m}$ ,  $Bi^{214}$ ,  $Tl^{210}$ ,  $Bi^{212}$  zu vernehmen. Ungefähr 7% der sämtlichen Antineutrinos besitzen eine Energie über 1,8 MeV. So ist

für die $U^{238}$ -Zerfallsreihe	$\bar{\sigma} = 6,63 \cdot 10^{-46} \text{ cm}^2,$
„ „ $Th^{232}$ „	$\bar{\sigma} = 1,6 \cdot 10^{-45} \text{ cm}^2,$
„ „ $U^{235}$ „	$\bar{\sigma} = 0,$
für die übrigen Elemente	$\bar{\sigma} = 0.$

Dies bedeutet, dass die Nachweisbarkeit für die auf die 15 Km dicke Erdrinde konzentrierte Radioaktivität

$$D = 2 \cdot 10^{-39} \bar{\nu} \text{ sec}^{-1}$$

und für eine homogene Verteilung

$$D = 6 \cdot 10^{-37} \bar{\nu} \text{ sec}^{-1}$$

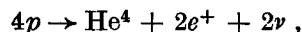
ist. Solche Grössen erscheinen auch perspektivisch kaum detektierbar. Die Schwierigkeit liegt in dem äusserst niedrigen Energiespektrum der terrestrischen  $\bar{\nu}$ -Strahlung. Eine günstigere Perspektive wäre nur dadurch geboten, wenn es gelingen würde anstatt (3) eine andere Einfangsreaktion mit niedrigerer Schwellenenergie anzuwenden. Dies würde die Grösse von  $D$  um Grössenordnungen erhöhen. (Die Anwendung geeigneter Isotope hierfür ist dadurch erschwert, dass sie durch Elektroneneinfang zerfallen können.)

## 3. Die Sonne

Ganz anders verhält es sich mit den Sternen, in welchen durch thermokleare Vorgänge ständig Isotope mit Protonenüberschüssen und kurzen Halbwertszeiten erzeugt werden, die energiereiche  $\beta^+$ -Strahlen emittieren. Die Neutrinostrahlung dieser Isotope hat ein viel höheres Energiespektrum und ist demzufolge der Detektierung mehr zugänglich.

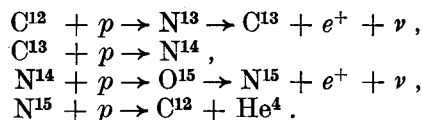
Betrachten wir den nächsten Stern, die Sonne. Die mittlere freie Weglänge der im Sonneninnern entstandenen Neutrinos ist grösser als (7), die in den zentralen Bereichen erzeugte  $\nu$ -Strahlung kann daher (im Gegensatz zu den Lichtstrahlen) ungehindert hinaustreten und vermag uns ein unverfälschtes Bild über die im Zentrum der Sonne herrschenden Verhältnisse zu vermitteln. Wie es nachstehend gezeigt wird, sind die Intensität und das Energiespektrum der von der Sonne ausgestrahlten Neutrinos für die sich in der Sonne vollziehenden Fusionsvorgänge kennzeichnend und können schliesslich auch die empirische Bestimmung der Temperatur im Zentrum der Sonne ermöglichen.

Es gibt mehrere Vorstellungen darüber, in welchen Fusionsstufen sich die Synthese  $H \rightarrow He$  in der Sonne abspielt. (Ihr Zustandekommen ist vor allem durch die chemische Zusammensetzung und die Temperatur des Sonnenzentrums bedingt.) Alle Möglichkeiten führen letzten Endes zum Prozess

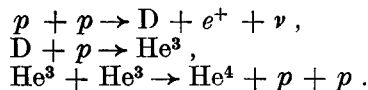


im Laufe dessen 26,7 MeV Energie frei wird. Diese Energie wird je nach dem Charakter der Teilvorgänge einerseits auf Wärmeerzeugung (kinetische Energie, Gamma-Photonen,  $e^- - e^+$ -Ausstrahlung), andererseits auf die beiden Neutrinos verteilt.

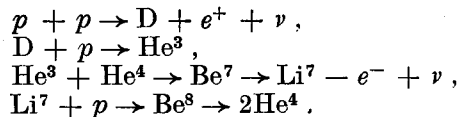
BETHE hat ursprünglich auf den Zyklus C—N geschlossen [12]:



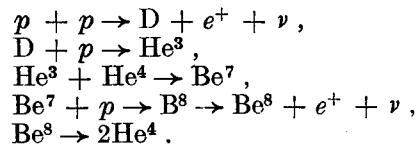
Nach SALPETER's Auffassung sei die direkte H—D Synthese dominant [13]:



FOWLER nimmt zwei weitere Möglichkeiten der direkten Synthese an [14]: eine hiervon sei die Verzweigung H—Li:



die andere die Verzweigung H—B:



Eine Übersicht über die Eigenschaften der in den einzelnen Vorgängen erzeugten Neutrinos gibt Tabelle II. Zur Berechnung von  $I_0$  für die einzelnen Reaktionstypen haben wir die volle Energieleistung der Sonne um jene Reaktionsenergie, die bei der Fusion  $4p \rightarrow \text{He}$  frei wird, dividiert und erhielten somit die Zahl der in der Zeiteinheit entstandenen He-Kerne. Neutrinos entstehen in zweifacher Zahl, diese Zahl ergibt also  $W$ . Dividiert man das Resultat um  $4\pi R^2$ , so ergibt sich  $I_0$ . ( $R$  ist die Entfernung zwischen Erde und Sonne.)  $D = I_0 \bar{\sigma}$  kennzeichnet die Nachweisbarkeit.

TABELLE II.  
Neutrinoaktivität der Sonne

Prozess	Zerfall	Maximale $E_\nu$ (MeV)	Auf $\nu$ entfallender Durchschnitt (%)	$\bar{\sigma}$ ( $\text{cm}^2$ )	$I_0$ ( $\nu \text{ cm}^{-2} \text{ 33c}^{-1}$ )	$D$ ( $\nu \text{ 33c}^{-1}$ )
C—N	$\text{N}^{13}, \beta^+$ $\text{O}^{15}, \beta^+$	1,21 1,7	5	$1,0 \cdot 10^{-43}$	$7 \cdot 10^{10}$	$7 \cdot 10^{-33}$
H—D	$p + p, \beta^+$ $p + p, \beta^+$	0,8 0,8	2	0	$6,6 \cdot 10^{10}$	0
H—Li	$p + p, \beta^+$ $\text{Be}^7, K$	0,8 0,9	4	$0,5 \cdot 10^{-43}$	$7 \cdot 10^{10}$	$3,5 \cdot 10^{-33}$
H—B	$p + p, \beta^+$ $\text{B}^8, \beta^+$	0,8 14,1	28	$10 \cdot 10^{-43}$	$9 \cdot 10^{10}$	$90 \cdot 10^{-33}$

Es ist aus der Tabelle zu entnehmen, dass die im Prozess H—D erzeugte Neutrinostrahlung sich durch den Prozess (2) nicht detektieren lässt. Damit die Sonnenstrahlung im Falle des Zyklus C—N und der Verzweigung H—Li nachgewiesen werden kann, müsste die derzeitige Empfindlichkeit der Messverfahren mindestens um zwei Größenordnungen verbessert werden; diese Bedingung scheint erfüllbar. Eine besonders günstige Lage bietet die Verzweigung H—B mit einer Neutrinostrahlung, deren Energie 14 MeV erreicht. Ihre Detektierung scheint auch schon mit unseren heutigen Mitteln durchführbar zu sein. Auf Grund theoretischer Betrachtungen dürfte der C—N Prozess in der Sonne eine Nebenrolle spielen; eine entscheidende Aussage darüber, welche der Alternativen, die für die möglichen Formen der direkten H-Synthese aufgestellt worden sind, der Wirklichkeit entspricht, kann durch direkte Messungen schon in einigen Jahren möglich werden. Dies gilt für die Neutrinoastronomie als eine nahe Perspektive. (Die Antineutrinostrahlung der Erde stört in dieser Hinsicht gar nicht. Neutrinos werden zwar in der Atmosphäre durch den Zerfall der Mesonen der kosmischen Strahlung erzeugt, ihre Intensität ist jedoch vernachlässigbar klein. Es dürfte interessant sein zu erwähnen, dass auf einem Himmelskörper in der Sonnennähe eine beträchtlich intensivere solare Neutrinostrahlung detektiert werden kann. Im Perihel des Icarus ist zum Beispiel die Neutrinostrahlung der Sonne 30-mal stärker, als auf der Erde, sie liegt in der Größenordnung der bei den Atomreaktoren ausgemessenen  $\bar{\nu}$ -Strahlung.)



#### 4. Quellen ausserhalb des Sonnensystems

Der kleine Einfangquerschnitt des Neutrinos hat zur Folge, dass die mittlere freie Weglänge im Weltall eines  $\nu$  von einigen MeV ungefähr  $10^{30}$  Lichtjahre beträgt (die des Antineutrinos ist etwas kürzer). Dies bedeutet, dass die Neutrinostrahlung die Detektierung von räumlich und zeitlich sehr entfernten Ereignissen (prinzipiell bis zu  $10^{30}$  Lichtjahren, beziehungsweise bis zu  $10^{30}$  Jahren hin) ermöglichen kann, vorausgesetzt natürlich, dass das Problem der Detektierung lösbar sei.

Himmelskörper aus gewöhnlichen Atomen und die aus Antiatomen sind auf Grund ihrer Photonenstrahlung von einander nicht zu unterscheiden ( $\gamma \equiv \hat{\gamma}$ ), durch die Neutrinostrahlung wäre aber dies prinzipiell möglich. ( $\nu \neq \bar{\nu}$ , von einem sonnenähnlichen Himmelskörper werden Neutrinos, von einem aus Antiatomen aufgebauten Himmelskörper werden Antineutrinos ausgestrahlt.) Es bietet sich heute, leider, noch keine Möglichkeit, die Ausstrahlung einzelner Himmelskörper ausserhalb des Sonnensystems auf der Erde zu detektieren. Proxima Centauri ist zum Beispiel von uns um acht Grössenordnungen weiter entfernt, als die Sonne, die Intensität ihrer Neutrinostrahlung ist also um 16 Grössenordnungen kleiner. (Im Falle der durch einen Urca-Prozess hervorgerufenen Explosion einer nahen Supernovae würde sich die Lage natürlich viel günstiger gestalten.)

Globale Erscheinungen sind für die Detektierung etwas mehr zugänglich. Der Charakter der von ausserhalb der Sonne auf die Erde gelangenden Neutrinostrahlung ist auf die Art und Weise der Bildung der chemischen Elemente sehr empfindlich. Wenn der Zustand des Weltalls annähernd stationär ist und die zusammengesetzten Atomkerne im Innern der Gestirne durch die Fusion von H-Atomkernen entstanden sind, so muss die durchschnittliche Neutrinodichte der Neutronendichte gleich sein. Somit lässt sich ein Wert von  $I_0 \sim 10^5 \nu \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  abschätzen, gegen welchen die Intensität der Antineutrinos vernachlässigbar klein ist. Das Energiespektrum der Neutrinos liegt verhältnismässig hoch. Die Nachweisbarkeit der kosmischen Neutrinostrahlung aus (2) dürfte somit bei  $D \sim 10^{-38} \nu \text{ sec}^{-1}$  liegen. Aus technischem Gesichtspunkte erscheint dieser Wert als zu niedrig, er erreicht aber die Intensität (1) eines stärkeren  $\beta^+$ -aktiven Präparats, die in der unmittelbaren Nähe des Präparats herrscht!

Wenn sich aber ein bedeutender Anteil der zusammengesetzten Atomkerne in einem früheren, komprimierten Zustand des Weltalls ausgebildet hat, so stellt sich das Problem anders. Jener frühe Zustand war an Neutronen reich; die Umwandlung in den heutigen, protonenreichen Zustand durfte von der Ausbildung einer nicht geringen (der der Protonen angemessenen) Antineutrinodichte begleitet sein:  $I_0 \sim 10^7 \nu \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  erreicht die terrestrische  $\bar{\nu}$ -Intensität. Deren Nachweis würde mit Rücksicht auf das hohe Energiespektrum der erzeugten Neutrinos, ( $\beta^-$ -Zerfälle mit kurzen Halbwertszeiten) keine durchaus aussichtslose Aufgabe stellen. Wenn wir die Expansion des Weltalls auf das ganze Weltall extrapolieren, d. h. als eine allgemeine Erscheinung auffassen, so wird das Energiespektrum infolge des Dopplereffekts wesentlich abgeändert. Bezeichnet man die Energie eines Neutrinos mit  $\varepsilon$ , den Radius des expandierenden Weltalls (oder irgendeinen anderen kennzeichnenden Abstand) mit  $R$ , so bleibt mit der Zeit [15]

$$\varepsilon(t) R(t) = \text{konst.} \quad (8)$$

Dies bedeutet, dass wenn die Expansion seit dem Augenblick, wo die Neutrinos oder Antineutrinos entstanden sind, eine  $n$ -fache Grösse erreicht hat, so hat sich die beim Emittieren entstandene Energie um den Faktor  $n$  vermindert. In aus grossen Entfernungen kommenden Strahlungen sinkt also das anfängliche Energiespektrum der Neutrinos unterhalb der Nachweisbarkeitsgrenze.

Sollte es gelingen, die Neutrinostrahlung aus extrasolaren Bereichen (z. B. durch Anwendung von Isotopen mit besonders niedriger Schwellenenergie) nachzuweisen und wenn man finden würde, dass kosmische Neutrino- und Antineutrinostrahlungen die gleiche Intensität haben, so könnte man dies nur auf zwei Alternativen zurückführen: entweder handelt es sich um eine Wärmestrahlung, die dem uralten, komprimierten Zustand der Materie entstammt [16], oder ist es darauf zu schliessen, dass Himmelskörper aus gewöhnlichen Atomen und aus Antiatomen in dem Weltall im gleichen Verhältnis vorhanden sind [17] und das Weltall somit nicht nur hinsichtlich der Elektronenladung, sondern auch hinsichtlich Leptonen- und Baryonenladungen neutral ist [8, 9, 10]. Eine Entscheidung für die eine, oder die andere Alternative ist nach GOLDHABER's Betrachtungsweise dadurch ermöglicht, dass im Falle der zweiten Alternative die Antineutrinostrahlung eine starke Anisotropie zeigen würde.

Wir wollen uns mit der Frage der Neutrino-Antineutrinostrahlung als Wärmestrahlung eingehender befassen. Selbst wenn im komprimierten Zustand der Materie neben einer grossen Dichte auch ein hoher Druck herrschte, konnte sich eine nicht geringe Neutrino- und Antineutrinostrahlung ausbilden, deren Intensität mit jener der elektromagnetischen Strahlen vergleichbar sein dürfte. In der ausgedehnten, hochverdichteten Materie vermochte das thermodynamische Gleichgewicht zwischen Neutrinos und Atomen in Mikrosekunden, im Zustand der Sternendichte in Jahren und bei der heutigen durchschnittlichen Materiedichte nach ungefähr  $10^{30}$  Jahren zustandezukommen. Dies bedeutet, dass in einer gewissen frühen Phase der Expansion der Energieaustausch zwischen Neutrinogas und Atomgas aufhört. Bezeichnen wir die Temperatur dieses Zustandes mit  $T_0$ . Die Intensität des Neutrino- und Antineutrinogases war identisch und zwar (in  $\nu \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ , bzw.  $\bar{\nu} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$  Einheit):

$$I(\varepsilon) = \frac{4\pi h^{-3} c^{-2} \varepsilon^2}{e^{\varepsilon/kT_0} + 1} \quad (9)$$

Von diesem Augenblicke an gibt es keine bedeutende Energieübergabe mehr, weder zwischen Neutrino- und Atomgasen, noch zwischen den einzelnen Neutrinos. Das Energiespektrum wird von nun an nur durch den in der Expansion wirkenden Doppler-Effekt geändert. Wenn die Expansion seit dem Einfrieren des Gleichgewichts (linear) auf das  $n$ -fache angewachsen ist [siehe Formel (8)], so ändert sich das Energiespektrum wie folgt:

$$\frac{4\pi h^{-3} c^{-2} \varepsilon^2}{e^{\frac{n\varepsilon}{kT_0}} + 1} \quad (10)$$

(d. h. die integrale Intensität vermindert sich im Verhältnis  $1 : n^3$  und auch die häufigste Energie sinkt auf das  $n$ -tel:

$$\varepsilon_{\max} = 2,2 \frac{kT_0}{n} .)$$

Die Formel (10) deutet darauf hin, dass sich die Temperatur des eingefrorenen Neutrino-gases entsprechend dem Gesetz  $T = T_0/n$  abnimmt. Man kann daher auch weiterhin nach Einführung von  $T$ , d. h. der aktuellen Temperatur des Neutrinos die Formel (9) benutzen.

Wir wollen nun abschätzen, wieviel Teilchen in dem Neutrino-gas der Temperatur  $T$ , deren Energie über der Nachweisbarkeitsgrenze  $\varepsilon_0$  liegt, anzufinden sind:

$$I_{det}(T) = \int_{\varepsilon_0}^{\infty} I(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{\varepsilon_0}^{\infty} \frac{4\pi h^{-3} c^{-2} \varepsilon^2 d\varepsilon}{e^{\varepsilon/kT} + 1} \quad (11)$$

Betrachten wir den günstigeren Fall: für  $\nu$  ist laut (2)  $\varepsilon_0 = 0,8$  MeV. Da in jedem in Frage kommenden Fall  $\varepsilon_0 \gg \varepsilon_{max}$ , ist (11) annähernd integrierbar. Wenn wir die Bezeichnung  $\tau = T/10^9$  K° einführen, ist

$$I_{det}(T) = \frac{4\pi kT}{h^3 c^2} \varepsilon_0^2 e^{-\varepsilon_0/kT} = \tau 10^{41,5-4,0\tau-1} \nu \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}.$$

Es geht aus dieser Formel hervor, dass unterhalb der Neutrinotemperatur von 100 Millionen Grad ( $\tau = 0,1$ ) die Wärmestrahlung nicht nachgewiesen werden kann. Von hier an nimmt jedoch die Intensität sprunghaft zu und z. B. bei einer Temperatur von 200 Millionen Grad erreicht sie einen so hohen Wert, dass die Nachweisbarkeit  $D$  den im Experiment von REINES—COWAN gemessenen Wert (6) übertrifft. Es kann also experimentell festgelegt werden, dass die  $\nu$ -Temperatur des Weltalls unter dem Wert:  $2 \cdot 10^8$  K° liegt. (Dies ist übrigens auch gemäss theoretischen kosmogonischen Betrachtungen offenbar.) Es ist ferner augenfällig, dass die kosmische Neutrinostrahlung heute mit den anderen Materien nicht im Gleichgewicht steht: es werden wird von den Himmelskörpern unbedingt mehr Neutrinos ausgestrahlt, als absorbiert.

### 5. Zusammenfassung

Unsere obigen Berechnungen sind als theoretische Schätzungen anzusehen. Wir trachteten keine exakten theoretischen Werte zu ermitteln, sondern nur die Perspektiven der Neutrinoastronomie theoretisch abzuschätzen. Die Neutrinostrahlung vermag uns durch ihre beträchtliche Durchdringungsfähigkeit wertvolle Informationen aus ungeheuren Tiefen von Himmelskörpern, Raum und Zeit zu vermitteln. Eben hieraus folgt jedoch, dass der Detektierung kaum überwindliche Schwierigkeiten im Wege stehen.

Sobald die Empfindlichkeit der gegenwärtigen Versuchsvorgänge um ein-zwei Grössenordnungen erhöht wird (was für die nächsten Jahre als eine reelle Möglichkeit vor auszusehen ist), so wird man mit der Forschung der Neutrinostrahlung der Sonne, — der intensivsten aller dem Menschen zugänglichen Neutrinoquellen — beginnen können. Der Charakter dieser Strahlung ist geeignet uns wichtige astrophysikalische Informationen zu liefern.

Zur Detektierung der terrestrischen und der kosmischen (von ausserhalb des Sonnensystems stammenden) Strahlung müsste die derzeitige Messgenauigkeit um einen Faktor von mehreren Millionen erhöht werden. Hiefür bestehen noch keine realen Aussichten.

Bei den etwaigen kosmischen Messungen würde die Beseitigung des Hintergrunds, d. h. der starken solaren  $\nu$ -Strahlung (und der terrestrischen  $\bar{\nu}$ -Strahlung) ein weiteres, durchaus schweres Problem stellen. Die Trennung des solaren oder terrestrischen Hintergrunds wäre nur auf Grund der verschiedenen Richtung- und Energieverteilung dieser Strahlen möglich. Für die Beobachtung der Energieverteilung sind Isotope verschiedener Schwellenenergie geeignet; die Richtungsverteilung ist im Prinzip aus der in den Einfangprozessen auftretenden  $\nu e^-$ ,  $\bar{\nu} e^+$  Richtungskorrelation zu bestimmen [7]. Ein hierfür geeignetes »Neutrino teleskop« und »Neutrinospektroskop« bewirkt jedoch — wegen der höheren Schwellenenergie der Reaktion, die hier anzuwenden ist, — eine weitere beträchtliche Abnahme des Wertes von  $D$ .

1. G. GAMOW—CHRITCHFIELD: Nucl. Energy and Nucl. Energy Sources, Oxford, 1949
2. B. PONTECORVO: JINR. Preprint 1959.
3. TH. NEUGEBAUER: Acta Phys. Hung. 4, 31, 1954.
4. G. MARX: Acta Phys. Hung. 5, 357, 1955.
5. A. B. ZELDOVICH, S. U. LUKANOV, A. A. SMORODINSKI: Uspekhi Fiz. Nauk 64, 361, 1954.
6. F. REINES, C. COWAN: Science, 124, 103, 1956; Nature, 178, 446, 1956; 2nd Intern. Conf. Atomic Energy, Geneva, 1958.
7. G. MARX, N. MENYHÁRD: Science, 131, 299, 1960.
8. G. MARX: Acta Phys. Hung. 3, 55, 1953.
9. A. B. ZELDOVICH: Dokl. AN. SSSR. 91, 1317, 1953.
10. E. KONOPINSKI, M. MAHMOUD: Phys. Rev. 92, 1043, 1953.
11. R. DAVIS: Bull. Am. Phys. Soc. 1, 219, 1956.
12. H. BETHE: Phys. Rev. 55, 434, 1938.
13. E. E. SALPETER: Rev. Mod. Phys. 29, 244, 1957.
14. W. A. FOWLER: Astrophys. Journ. 127, 551, 1958.
15. M. v. LAUE: Naturwiss. 42, 25, 1955.
16. R. A. ALPHER, R. C. HERMAN: Phys. Rev. 84, 60, 1951; ibid. 92, 1347, 1953.
17. M. GOLDBABER: Science, 124, 218, 1956.

A kiadásért felel Detre László

Műszaki felelős: Húth István

A kézirat beérkezett: 1960. VI. 30. — Terjedelem: 1,35 (A/5) papírv.

---

51673/1960 — Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 49—50

L. DETRE AND S. KANYÓ

FOUR COLOUR PHOTOMETRY OF VW CEP DURING THE  
INTERNATIONAL CAMPAIGN IN 1959

JULIA BALÁZS AND L. DETRE

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF VW CEP IN  
1950, 1952 AND 1959

BUDAPEST, 1961

---

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 49.

FOUR COLOUR PHOTOMETRY OF VW CEP DURING  
THE INTERNATIONAL CAMPAIGN IN 1959

by

L. DETRE and S. KANYÓ

Photoelectric observations of VW Cep in ultraviolet, blue, yellow and red made in connection with an international programme organized by Dr. K. K. Kwee are reported and briefly discussed.

After a resolution at the Moscow meeting of the International Astronomical Union in 1958, Dr. K. K. Kwee at the Leiden Observatory organized an international campaign for cooperative observations of the W Ursae Majoris type variable VW Cep. The observations reported in the present paper are part of this international programme.

The photoelectric observations were secured at the Newtonian focus of the 24-inch reflector. An RCA multiplier type 1P21 was used. Measurements were made in ultraviolet, blue, yellow and red through filters Schott UG 1 ( $\lambda_{\text{eff}} \sim 3950 \text{ \AA}$ ), BG 12 + GG 13 ( $\lambda_{\text{eff}} \sim 4300 \text{ \AA}$ ), GG 11 ( $\lambda_{\text{eff}} \sim 5600 \text{ \AA}$ ) and RG 1 ( $\lambda_{\text{eff}} \sim 6200 \text{ \AA}$ ) respectively. Each night only two colours were used in the combination ( $V, B$ ) and ( $R, U$ ). As suggested by Dr. Kwee, the two stars BD + 74°889 ( $b$ ) and BD + 75°726 ( $e$ ) were used as comparison stars and were measured alternately with the variable. In Table 1 we have grouped the observations into a schedule showing the number of individual observations obtained each night. An observation consisted of two readings of the galvanometer deflection.

The magnitude differences between the comparison stars BD 75°726 — BD 74°889 reduced to no atmosphere were found to be  $\Delta U = 0.578$ ,  $\Delta B = 0.420$ ,  $\Delta V = 0.345$  and  $\Delta R = 0.340$ . As the extinction coefficient was found to be subjected to rapid variations, the following procedure was used for the determination of the magnitudes of the variable.

We have for the comparison stars  $b, e$  and for the variable  $v$  respectively

$$m_b = m_b^0 + k \sec z_b$$

$$m_e = m_e^0 + k \sec z_e$$

$$m_v = m_v^0 + k \sec z_v$$

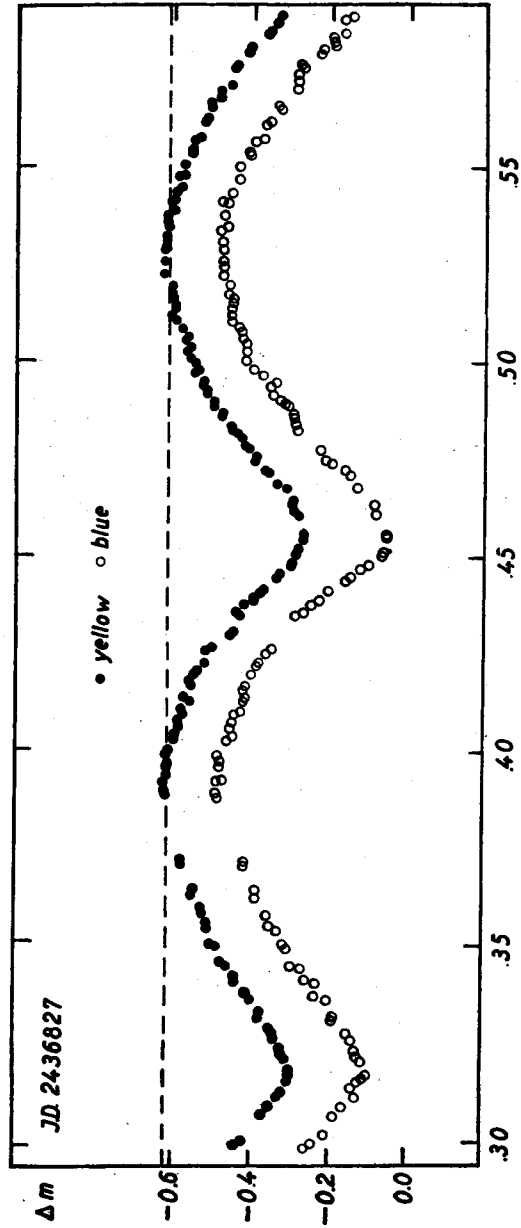


Fig. 1. Light curves for VW Cep on J.D.2436827 in yellow and blue colours



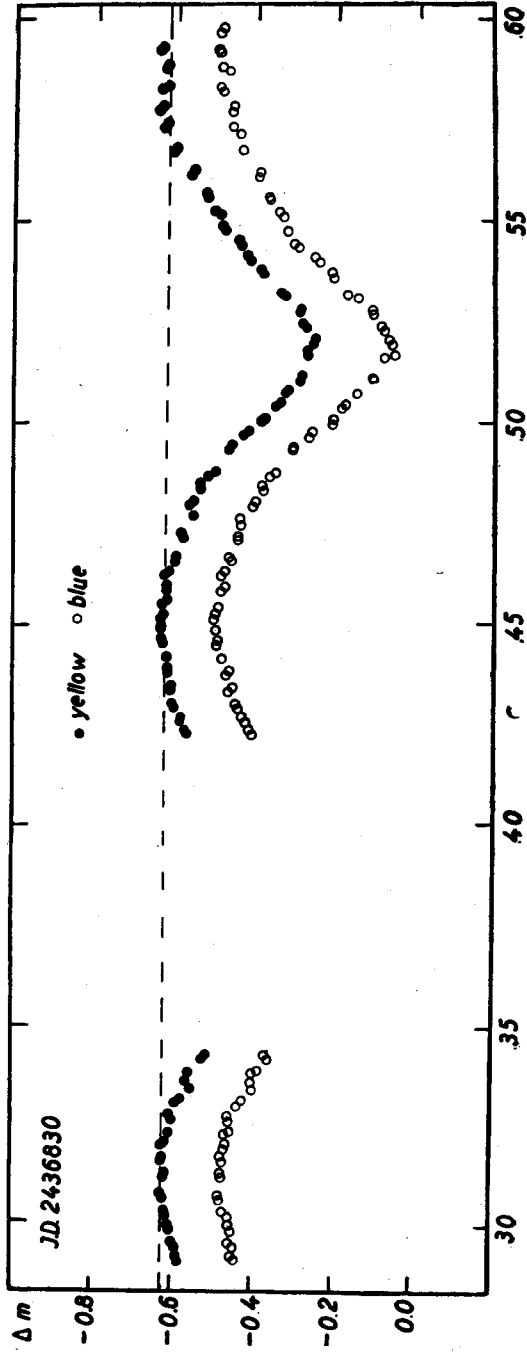


Fig. 2. Light curves for VW Cep on J.D. 2436830 in yellow and blue colours

where  $m_b^0$ ,  $m_e^0$  and  $m_v^0$  denote the magnitudes reduced to no atmosphere. As the three stars observed have rather similar colours, the same value of the extinction coefficient,  $k$ , was used for each star. The magnitude of the variable reduced to the mean of the magnitudes of the two comparison stars,  $\Delta m_v^0$ , is then:

$$\Delta m_v^0 = m_v^0 - \frac{m_e^0 + m_b^0}{2} = \frac{1}{2} (\Delta m_{ve}^0 + \Delta m_{vb}^0)$$

with

$$\Delta m_{ve}^0 = m_v^0 - m_e^0 \quad \text{and} \quad \Delta m_{vb}^0 = m_v^0 - m_b^0.$$

We have

$$\Delta m_v^0 = 1/2 (\Delta m_{ve} + \Delta m_{vb}) - k/2 (2 \sec z_v - \sec z_b - \sec z_e)$$

$k$  can be eliminated using the observed and reduced magnitude differences of the comparison stars:

$$k = \frac{\Delta m_{eb} - \Delta m_{eb}^0}{\sec z_e - \sec z_b}.$$

We have finally

$$\Delta m_v^0 = 1/2 (\Delta m_{ve} + \Delta m_{vb}) - \frac{\Delta m_{cb} - \Delta m_{cb}^0}{\sec z_e - \sec z_b} \left( \sec z_v - \frac{\sec z_b + \sec z_e}{2} \right).$$

The individual values of  $\Delta m_v^0$  are given in Table 4 for observations in yellow and blue, and in Table 5 in red and ultraviolet. The individual light curves are shown by Figures 1 to 4.

Table 1  
Observations obtained at Budapest

J. D.	Time-interval	Number of tabulated observations				Notes
		B	V	U	R	
2436826	.446—.613	22	25	—	—	1
2436827	.296—.594	149	151	—	—	2
2436830	.291—.604	112	111	—	—	3
2436841	.290—.381	—	—	33	29	4
2436842	.475—.595	—	—	—	—	5
2436843	.288—.575	—	—	130	114	6
2436856	.287—.492	89	85	—	—	6
Total		372	372	163	143	

- Notes : 1. Cirrus. 27 yellow and 26 blue observations after .526 disregarded.  
 2. Transparency rather unsteady. 4 yellow and 5 blue observations after .589 disregarded.  
 3. Observations between .344 and .421 disregarded due to interfering clouds.  
 4. Sky unsteady, observations not very accurate. 6 red and 5 ultraviolet observations excluded.  
 5. Several times interrupted by clouds. All observations (35 red, 40 ultraviolet) disregarded.  
 6. Sky very good.

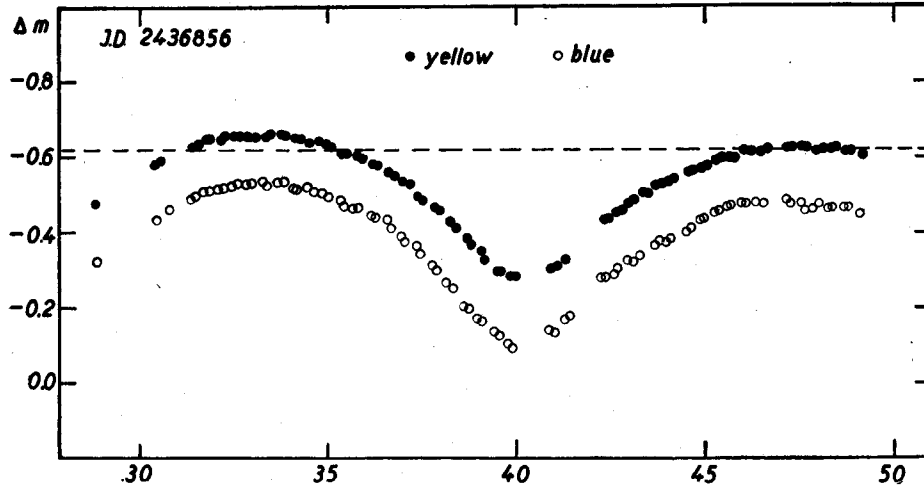


Fig. 3. Light curves for VW Cep on J.D.2436856 in yellow and blue colours

The observed minima of VW Cep are inserted in Table 2. The mean errors were computed with the formula given by *Kwee* and *van Woerden* [1]. The numbering of the cycles and the values  $O - C$  are according to the elements

$$\text{Min I} = \text{hel. J. D. } 2433898.4410 + 0^d27831793 \times E$$

deduced by *Kwee* [2]. The last column indicates the magnitude of the variable in the minima.

The epochs of the observed minima are in excellent agreement in the colours  $V$  and  $B$ . But the primary minimum occurred about  $0^s001$  later, and the secondary minimum about  $0^s001$  earlier in  $R$  than in  $U$ . The same was found by *Kwee* for Min II, but our finding for Min I is contrary to *Kwee's* results who found no difference between  $R$  and  $U$ . Because the accuracy o

Table 2

Observed minima of VW Cephei.

J. D. 24368..	m. e.	Colour	Min	E	O-C	$\Delta m_{\min}^{\circ}$
26.4842:	$\pm .0010$	V	II	10520	-.0006:	-.301:
.4834:	.0007	B	II	10520	-.0014:	-.104:
27.3181	.0010	V	II	10523	-.0017	-.293
.3181	.0006	B	II	10523	-.0017	-.102
.4572	.0002	V	I	10524	-.0018	-.264
.4572	.0001	B	I	10524	-.0018	-.050
30.5193	.0003	V	I	10535	-.0011	-.256
.5189	.0003	B	I	10535	-.0015	-.060
43.3202	.0003	U	I	10581	-.0028	+ .134
.3213	.0006	R	I	10581	-.0017	-.380
.4598	.0003	U	II	10581	-.0024	+ .086
.4590	.0006	R	II	10581	-.0032	-.440
56.4029	.0004	V	I	10628	-.0011	-.277
.4027	.0007	B	I	10628	-.0013	-.092

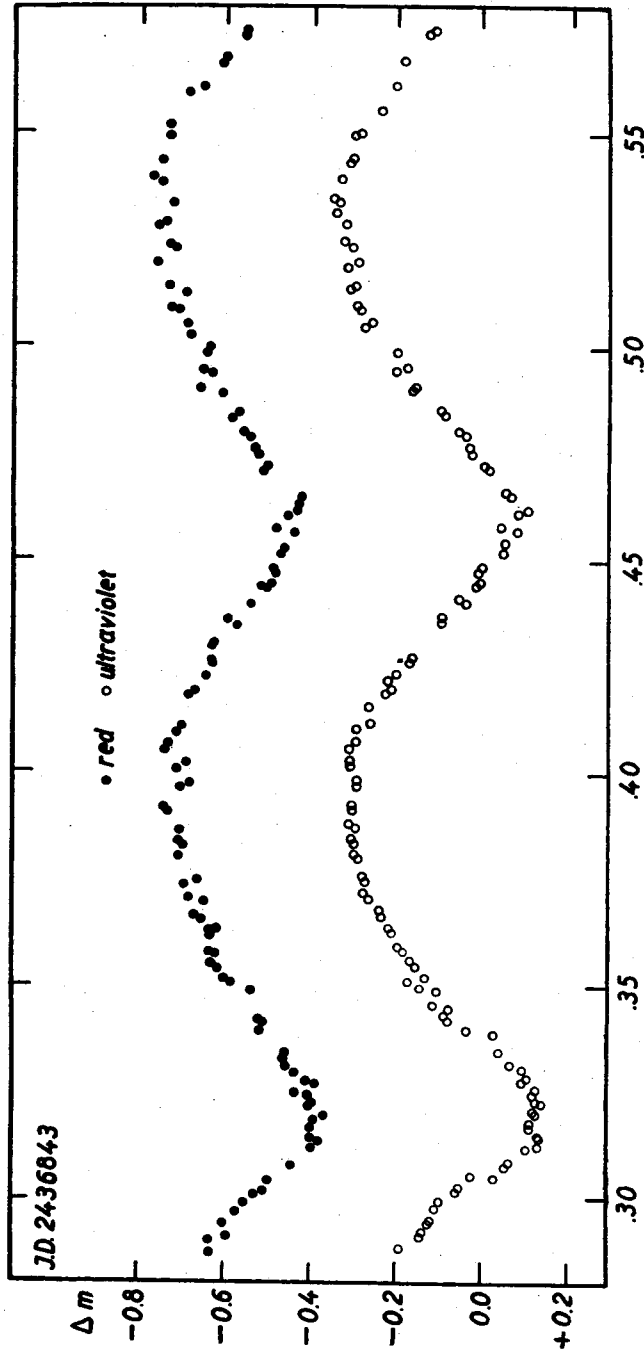


Fig. 4. Red and ultraviolet light curves for VW Cep on J.D. 2436843

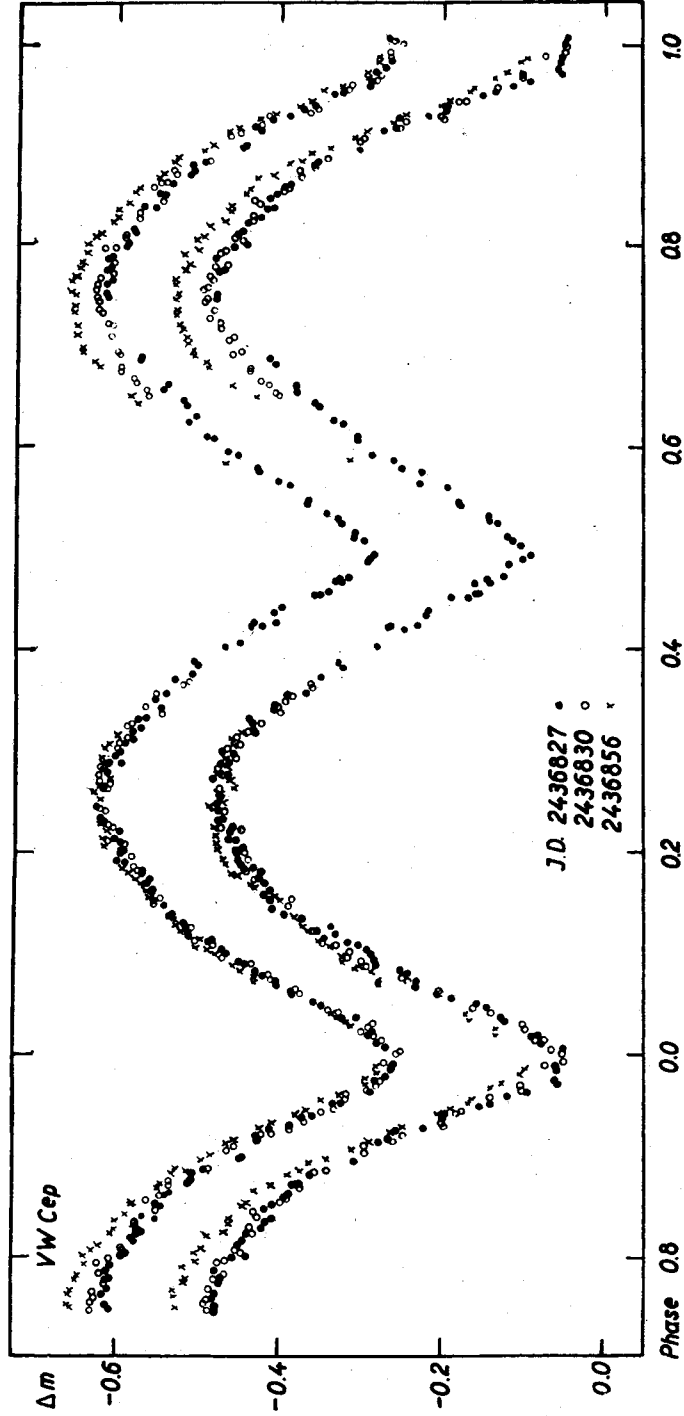


Fig. 5. Yellow (above) and blue (below) light curves for VW Cep during three different cycles

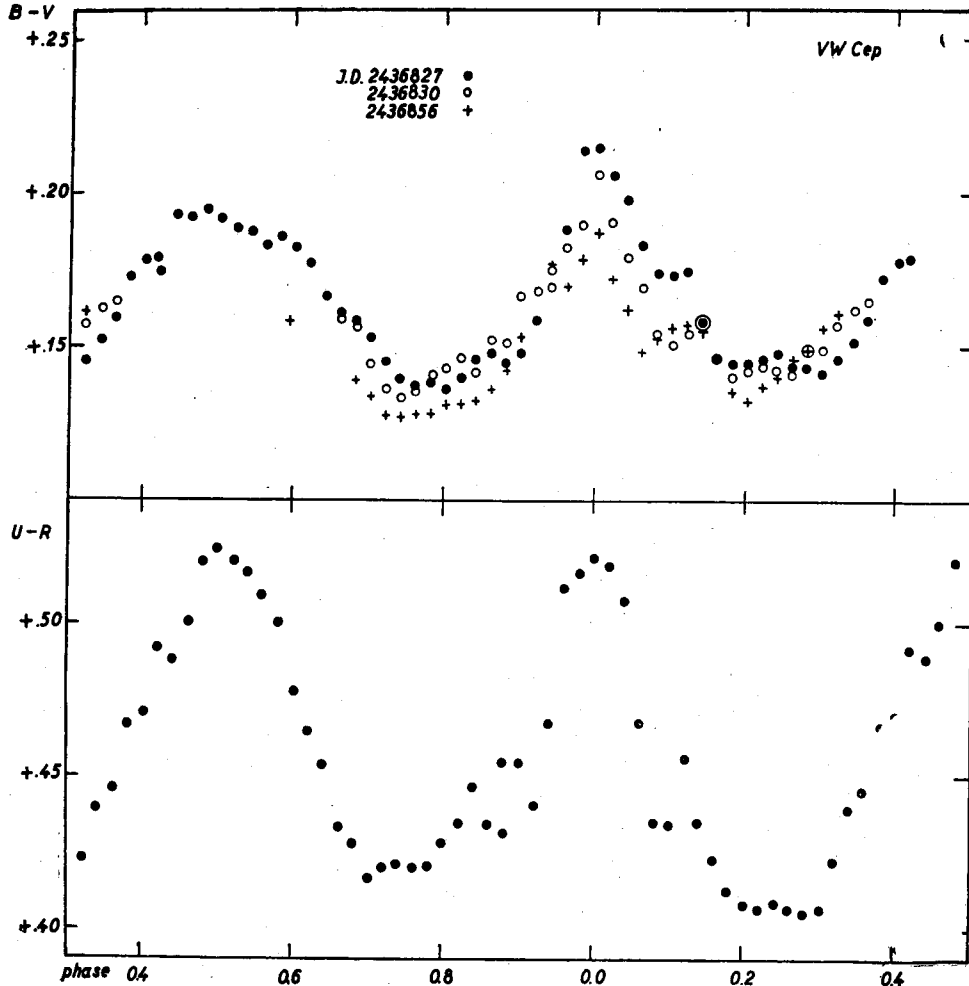


Fig. 6. The colour variation of VW Cep as read from smoothed light curves

the observations in  $R$  and  $U$  is lower than in  $B$  and  $V$ , these differences in the epochs are presumably not real.

The brightnesses of the maxima and the amplitudes of the minima are given in Table 3. As shown by Tables 2 and 3 and by figures 1 to 4, and especially by Figure 5, where the light curves in  $B$  and  $V$  belonging to three different cycles are compared, the most pronounced change of the light curve from middle September to middle October 1959 is the brightening of Max II, while the brightness of Max I remained the same. According to the photoelectric observations by Julia Balázs [3] at the end of July 1959 Max I was brighter than Max II. The reversal from higher Max I to higher Max II occurred at the middle of September.

The differences between the two maxima were at the middle of October 0<sup>m</sup>:033 in yellow and 0<sup>m</sup>:050 in blue. Contrary to expectation the difference in

ultraviolet is about the same as in red or yellow. Together with the brightening of Max II a brightening of Min I was observed, especially in blue.

Table 3  
Observed maxima and amplitudes of VW Cephei

J. D.	Colour	Max I	Max II	Max I-Max II	Min I-Max I	Min II-Max I
2436827	V	— <sup>m</sup> 625	— <sup>m</sup> 622	— <sup>m</sup> 003	+ <sup>m</sup> 361	+ <sup>m</sup> 332
	B	— .480	— .483	+ .003	+ .430	+ .378
2436830	V	— .625	— .629	+ .003	+ .370	—
	B	— .481	— .493	+ .012	+ .421	—
2436843	R	— .718	— .751	+ .033	+ .338	+ .278
	U	— .308	— .339	+ .031	+ .442	+ .394
2436856	V	— .626	— .659	+ .033	+ .349	—
	B	— .482	— .532	+ .050	+ .390	—

We find from Table 3 that the amplitude Min I — Max I is increasing with decreasing wavelength, the difference being more than 0<sup>m</sup>.1 between red and ultraviolet. Plots of the colour variations during the three cycles of Figure 5, read from smooth curves, are given in the upper part of Figure 6. The lower part of Figure 6 represents the  $U - R$  colour variation on J.D. 2436843. The amplitude of the  $B - V$  colour variation is 0<sup>m</sup>.06, that of the  $U - R$  colour variation 0<sup>m</sup>.12. The  $B - V$  colour is largest at Min I, smallest at Max II. Whereas the  $B - V$  colour is distinctly larger at Min I than at Min II,  $U - R$  has the same values for both minima. The differences for  $U - R$  at the maxima may not be real. The various cycles of  $B - V$  do not repeat each other exactly. There are some anomalies especially around phase 0.1, similar to those found by T. Herczeg and H. Schmidt [4].

Table 4  
Observations of VW Cep in yellow ( $\Delta V$ ) and blue ( $\Delta B$ )

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
2436826,			4893	—	-0,154:
4462	—	-0,410:	4903	-0,351:	—
4478	-0,547:	—	4913	—	-0,163:
4589	—	-0,292:	4921	-0,349:	—
4599	-0,444:	—	4946	—	-0,187:
4616	—	-0,246:	4955	-0,354:	—
4631	-0,415:	—	4963	—	-0,177:
4684	—	-0,178:	4969	-0,352:	—
4693	-0,362:	—	4999	—	-0,212:
4701	—	-0,168:	5006	-0,382:	—
4709	-0,352:	—			
4738	—	-0,149:	5014	—	-0,242:
4746	-0,345:	—	5021	-0,420:	—
4753	—	-0,170:	5053	-0,439:	—
4763	-0,333:	—	5054	—	-0,281:
4793	—	-0,127:	5066	-0,437:	—
4801	-0,320:	—	5134	—	-0,321:
4817	-0,321:	—	5141	-0,507:	—
4846	—	-0,106:	5147	—	-0,332:
4851	-0,302:	—	5153	-0,501:	—
4867	-0,307:	—	5176	—	-0,358:

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
5183	-0,525:	—	3531	—	-0,329
5192	—	-0,394:	3538	-0,518	—
5209	-0,551:	—	3544	—	-0,341
5230	—	-0,382:	3550	-0,511	—
5238	-0,559:	—	3575	—	-0,355
5249	—	-0,378:	3580	-0,522	—
5262	-0,547:	—	3586	—	-0,362
2436827,	—	—	3592	-0,526	—
2967	—	-0,253	3619	—	-0,385
2973	-0,427	—	3626	-0,550	—
2979	—	-0,238	3635	—	-0,384
2983	-0,411	—	3640	-0,547	—
3050	—	-0,175	3698	—	-0,411
3058	-0,366	—	3704	-0,577	—
3065	—	-0,163	3710	—	-0,418
3070	-0,346	—	3716	-0,578	—
3094	—	-0,143	3875	—	-0,483
3101	-0,329	—	3881	-0,617	—
3106	—	-0,127	3889	—	-0,483
3111	-0,320	—	3892	-0,620	—
3143	—	-0,120	3913	—	-0,485
3149	-0,298	—	3918	-0,623	—
3155	—	-0,103	3924	—	-0,482
3161	-0,297	—	3932	-0,614	—
3167	—	-0,096	3955	—	-0,480
3172	-0,292	—	3960	-0,619	—
3196	—	-0,109	3964	—	-0,475
3206	-0,302	—	3969	-0,616	—
3210	—	-0,118	3985	—	-0,486
3218	-0,314	—	3989	-0,620	—
3223	—	-0,126	3998	-0,614	—
3230	-0,314	—	4021	—	-0,463
3252	—	-0,135	4027	-0,597	—
3258	-0,331	—	4031	—	-0,447
3263	—	-0,146	4036	-0,595	—
3270	-0,337	—	4057	—	-0,456
3275	—	-0,149	4062	-0,584	—
3280	-0,347	—	4067	—	-0,450
3302	—	-0,181	4071	-0,586	—
3309	-0,373	—	4090	—	-0,444
3315	—	-0,184	4094	-0,577	—
3321	-0,371	—	4100	—	-0,428
3355	—	-0,199	4104	-0,578	—
3359	-0,394	—	4124	—	-0,422
3366	—	-0,233	4126	-0,559	—
3373	-0,409	—	4131	—	-0,414
3395	—	-0,230	4135	-0,574	—
3400	-0,432	—	4158	—	-0,421
3406	—	-0,254	4164	-0,550	—
3411	-0,435	—	4169	—	-0,411
3434	—	-0,266	4173	-0,556	—
3441	-0,458	—	4190	—	-0,398
3446	—	-0,293	4193	-0,547	—
3453	-0,473	—	4197	—	-0,394
3486	—	-0,309	4201	-0,539	—
3492	-0,487	—	4218	—	-0,388
3496	—	-0,312	4223	-0,517	—
3499	-0,497	—			



J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
4227	—	-0,380	4751	-0,390	—
4235	-0,515	—	4770	—	-0,236
4250	—	-0,363	4774	-0,408	—
4254	-0,514	—	4778	—	-0,236
4259	—	-0,359	4782	-0,411	—
4264	-0,499	—	4799	—	-0,244
4289	—	-0,310	4802	-0,426	—
4295	-0,454	—	4807	—	-0,254
4305	-0,448	—	4811	-0,436	—
4342	—	-0,281	4823	—	-0,283
4346	-0,430	—	4828	-0,448	—
4351	—	-0,269	4833	—	-0,284
4355	-0,436	—	4836	-0,453	—
4372	—	-0,259	4855	—	-0,290
4377	-0,417	—	4859	-0,471	—
4381	—	-0,225	4864	—	-0,295
4385	-0,395	—	4868	-0,476	—
4400	—	-0,202	4881	—	-0,305
4406	-0,378	—	4886	-0,494	—
4410	—	-0,200	4891	—	-0,320
4413	-0,365	—	4896	-0,491	—
4439	—	-0,157	4911	—	-0,345
4443	-0,339	—	4915	-0,516	—
4447	—	-0,142	4919	—	-0,333
4451	-0,329	—	4923	-0,518	—
4469	—	-0,120	4936	—	-0,354
4473	-0,295	—	4940	-0,521	—
4478	—	-0,100	4945	—	-0,337
4481	-0,295	—	4949	-0,522	—
4500	—	-0,061	4966	—	-0,375
4505	-0,288	—	4970	-0,541	—
4510	—	-0,063	4974	—	-0,396
4517	-0,276	—	4978	-0,538	—
4537	—	-0,061	4992	—	-0,409
4541	-0,268	—	4996	-0,547	—
4547	—	-0,059	5000	—	-0,414
4552	-0,267	—	5004	-0,557	—
4599	—	-0,051	5020	—	-0,420
4604	-0,274	—	5025	-0,561	—
4608	—	-0,079	5029	—	-0,415
4613	-0,285	—	5033	-0,560	—
4628	—	-0,089	5048	—	-0,418
4633	-0,294	—	5052	-0,567	—
4636	—	-0,084	5057	—	-0,425
4641	-0,291	—	5061	-0,565	—
4674	—	-0,126	5077	—	-0,423
4679	-0,310	—	5081	-0,575	—
4682	—	-0,128	5085	—	-0,432
4686	-0,335	—	5088	-0,576	—
4708	—	-0,148	5102	—	-0,451
4712	-0,354	—	5108	-0,597	—
4717	—	-0,159	5112	—	-0,455
4720	-0,363	—	5116	-0,605	—
4738	—	-0,192	5133	—	-0,452
4743	-0,390	—	5137	-0,599	—
4748	—	-0,208	5142	—	-0,447
			5146	0,598	—

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
5160	—	-0,453	5652	-0,508	—
5164	-0,603	—	5657	—	-0,334
5169	—	-0,463	5661	-0,510	—
5173	-0,608	—	5700	—	-0,283
5190	—	-0,463	5700	-0,472	—
5194	0,604	—	5710	-0,455	—
5199	—	0,459	5753	—	-0,271
5217	—	0,476	5756	-0,442	—
5220	0,622	—	5761	—	-0,273
5224	—	0,472	5766	-0,440	—
5229	0,626	—	5789	—	-0,226
5246	—	0,479	5794	-0,413	—
5255	0,628	—	5801	—	-0,223
5257	—	0,478	5808	-0,405	—
5278	—	0,481	5835	—	-0,196
5283	0,623	—	5841	-0,362	—
5287	—	0,475	5846	—	-0,164
5291	0,628	—	5850	-0,353	—
5303	—	0,477	5874	—	-0,166
5310	-0,621	—	5880	-0,337	—
5322	-0,621	—	5884	—	-0,148
5338	—	-0,483	5889	-0,333	—
5343	-0,613	—	2436830,	—	—
5348	—	-0,465	2911	—	-0,443
5352	-0,614	—	2915	-0,580	—
5369	—	-0,471	2921	—	-0,447
5375	-0,616	—	2927	-0,583	—
5379	—	-0,476	2947	—	-0,443
5383	-0,599	—	2952	-0,586	—
5401	—	-0,461	2957	—	-0,457
5405	-0,607	•	2962	-0,600	—
5409	—	-0,475	2981	—	-0,451
5414	-0,600	—	2988	-0,599	—
5430	—	-0,455	2993	—	-0,443
5434	-0,593	—	2997	-0,609	—
5444	-0,586	—	3026	—	-0,455
5468	—	-0,431	3030	-0,611	—
5472	-0,586	—	3036	—	-0,472
5476	—	-0,434	3040	-0,613	—
5479	-0,578	—	3067	—	-0,477
5496	—	-0,436	3072	-0,621	—
5501	-0,579	—	3077	—	-0,483
5505	—	-0,439	3080	-0,625	—
5509	-0,570	—	3123	—	-0,476
5527	—	-0,407	3128	-0,620	—
5532	-0,552	—	3133	—	-0,474
5537	—	-0,409	3138	-0,616	—
5542	-0,558	—	3161	—	-0,471
5561	—	-0,393	3166	-0,626	—
5567	-0,545	—	3172	—	-0,474
5572	—	-0,372	3177	-0,626	—
5577	-0,535	—	3196	—	-0,471
5609	—	-0,364	3204	-0,622	—
5613	-0,529	—	3209	—	-0,466
5618	—	-0,352	3214	-0,616	—
5622	-0,515	—	3233	—	-0,465
5646	—	-0,327			

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
3238	-0,604	—	4518	—	-0,493
3242	—	-0,458	4523	-0,628	—
3247	-0,604	—	4541	—	-0,486
3267	—	-0,454	4545	-0,627	—
3272	-0,600	—	4550	—	-0,489
3278	—	-0,455	4558	-0,614	—
3283	-0,603	—	4577	—	-0,482
3303	—	-0,437	4583	-0,615	—
3311	-0,591	—	4587	—	-0,471
3318	—	-0,423	4593	-0,616	—
3324	-0,577	—	4616	—	-0,478
3343	—	-0,398	4622	-0,624	—
3351	-0,551	—	4626	—	-0,471
3363	—	-0,404	4630	-0,609	—
3367	-0,567	—	4651	—	-0,451
3387	—	-0,397	4656	-0,594	—
3392	-0,558	—	4661	—	-0,457
3396	—	-0,386	4667	-0,595	—
3400	-0,556	—	4704	—	-0,437
3420	—	-0,361	4711	-0,576	—
3424	-0,522	—	4718	—	-0,438
3430	—	-0,364	4725	-0,580	—
3435	-0,516	—	4745	—	-0,430
4220	—	-0,401	4759	—	-0,434
4225	-0,565	—	4766	-0,550	—
4231	—	-0,408	4787	—	-0,400
4235	-0,570	—	4794	-0,561	—
4251	—	-0,414	4801	—	-0,395
4256	-0,581	—	4808	-0,550	—
4261	—	-0,427	4829	—	-0,376
4266	-0,581	—	4836	-0,533	—
4286	—	-0,438	4843	—	-0,380
4290	-0,598	—	4850	-0,535	—
4295	—	-0,439	4863	—	-0,361
4299	-0,600	—	4867	-0,516	—
4329	—	-0,460	4872	—	-0,344
4334	-0,601	—	4876	-0,496	—
4340	—	-0,452	4928	—	-0,302
4345	-0,601	—	4932	-0,465	—
4371	—	-0,465	4937	—	-0,300
4377	-0,612	—	4942	-0,457	—
4382	—	-0,459	4960	—	-0,266
4387	-0,612	—	4967	-0,427	—
4408	—	-0,477	4974	—	-0,252
4413	-0,611	—	4978	-0,414	—
4417	—	-0,477	4995	—	-0,202
4421	-0,614	—	5000	-0,379	—
4445	—	-0,490	5004	—	-0,204
4451	-0,623	—	5009	-0,369	—
4456	—	-0,486	5032	—	-0,184
4460	-0,627	—	5036	-0,347	—
4479	—	-0,494	5041	—	-0,174
4484	-0,628	—	5048	-0,334	—
4488	—	-0,491	5067	—	-0,143
4493	-0,630	—	5071	-0,321	—
4509	—	-0,496	5080	-0,317	—
4514	-0,631	—	5099	—	-0,106

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
5104	-0,287	—	5729	—	-0,454:
5108	—	-0,105	5733	-0,624:	—
5113	-0,284	—	5766	—	-0,458:
5157	—	-0,075	5770	-0,637:	—
5164	-0,268	—	5775	—	-0,455:
5168	—	-0,052	5779	-0,632:	—
5173	-0,271	—	5814	—	-0,480:
5192	—	-0,055	5819	-0,632:	—
5196	-0,253	—	5824	—	-0,487:
5201	—	-0,068	5828	-0,619:	—
5205	-0,251	—	5865	—	-0,463:
5229	—	-0,077	5870	-0,624:	—
5233	-0,273	—	5874	—	-0,486:
5238	—	-0,083	5878	-0,622:	—
5242	-0,282	—	5911	—	-0,487:
5266	—	-0,102	5916	-0,642:	—
5270	-0,289	—	5921	—	-0,491:
5275	—	-0,106	5925	-0,633:	—
5279	-0,286	—	5962	—	-0,491:
5305	—	-0,143	5972	—	-0,488:
5310	-0,326	—	2436856	—	—
5314	—	-0,166	2877	-0,473	—
5319	-0,340	—	2884	—	-0,321
5358	—	-0,203	3037	-0,578	—
5363	-0,379	—	3045	—	-0,430
5367	—	-0,207	3050	-0,588	—
5372	-0,381	—	3077	—	-0,461
5395	—	-0,243	3136	—	-0,489
5400	-0,414	—	3141	-0,626	—
5404	—	-0,252	3146	—	-0,492
5409	-0,417	—	3150	-0,632	—
5432	—	-0,293	3170	—	-0,508
5437	-0,437	—	3177	-0,645	—
5441	—	-0,301	3182	—	-0,508
5446	-0,443	—	3187	-0,645	—
5472	—	-0,322	3209	—	-0,516
5476	-0,477	—	3217	-0,649	—
5481	—	-0,317	3222	—	-0,516
5486	-0,483	—	3228	-0,652	—
5509	—	-0,331	3245	—	-0,521
5513	-0,490	—	3250	-0,652	—
5518	—	-0,343	3255	—	-0,525
5522	-0,507	—	3260	-0,652	—
5550	—	-0,358	3282	—	-0,529
5555	-0,518	—	3288	-0,657	—
5560	—	-0,370	3295	—	-0,528
5564	-0,521	—	3302	-0,656	—
5606	—	-0,390	3328	—	-0,532
5611	-0,559	—	3335	-0,656	—
5617	—	-0,390	3339	—	-0,528
5620	-0,550	—	3345	-0,661	—
5666	-0,607	—	3369	—	-0,531
5671	—	-0,431	3375	-0,659	—
5675	-0,605	—	3381	—	-0,531
5712	—	-0,437:	3386	-0,656	—
5724	-0,628:	—	3408	—	-0,518

J. D. ⊙	Δ V	Δ B	J. D. ⊙	Δ V	Δ B
3412	-0,650	—	3989	—	-0,098
3419	—	-0,516	3995	-0,282	—
3425	-0,648	—	4085	—	-0,135
3447	—	-0,520	4093	-0,300	—
3452	-0,639	—	4099	—	-0,135
3464	—	-0,504	4104	-0,313	—
3477	-0,640	—	4124	—	-0,167
3488	—	-0,504	4129	-0,328	—
3494	-0,631	—	4139	—	-0,172
3500	—	-0,496	4224	—	-0,278
3506	-0,623	—	4231	-0,432	—
3533	—	-0,489	4236	—	-0,278
3538	-0,608	—	4242	-0,433	—
3542	—	-0,470	4260	—	-0,287
3547	-0,604	—	4264	-0,451	—
3566	—	-0,462	4269	—	-0,308
3572	-0,602	—	4274	-0,459	—
3579	—	-0,462	4294	—	-0,323
3588	-0,590	—	4298	-0,479	—
3614	—	-0,444	4303	—	-0,318
3619	-0,582	—	4308	-0,485	—
3623	—	-0,440	4330	—	-0,339
3628	-0,577	—	4335	-0,506	—
3655	—	-0,432	4340	—	-0,349
3660	-0,552	—	4345	-0,504	—
3667	—	-0,410	4366	—	-0,365
3673	-0,547	—	4370	-0,524	—
3699	—	-0,390	4376	—	-0,371
3702	-0,533	—	4382	-0,529	—
3706	—	-0,375	4399	—	-0,375
3714	-0,529	—	4403	-0,535	—
3732	—	-0,364	4408	—	-0,383
3739	-0,497	—	4413	-0,540	—
3746	—	-0,342	4451	—	-0,399
3753	-0,486	—	4456	-0,560	—
3774	—	-0,312	4461	—	-0,412
3782	-0,465	—	4466	-0,564	—
3789	—	-0,297	4485	—	-0,433
3796	-0,456	—	4489	-0,571	—
3817	—	-0,266	4493	—	-0,435
3824	-0,428	—	4500	-0,578	—
3831	—	-0,251	4521	—	-0,450
3838	-0,410	—	4526	-0,589	—
3859	—	-0,205	4532	—	-0,459
3865	-0,383	—	4537	-0,596	—
3871	—	-0,195	4556	—	-0,468
3876	-0,366	—	4563	-0,597	—
3899	—	-0,169	4568	—	-0,471
3903	-0,350	—	4574	-0,599	—
3910	—	-0,164	4597	—	-0,477
3916	-0,327	—	4601	-0,615	—
3939	—	-0,139	4606	—	-0,477
3945	-0,296	—	4612	-0,617	—
3951	—	-0,126	4632	—	-0,478
3957	-0,295	—	4638	-0,614	—
3978	—	-0,104	4658	—	-0,478
3985	-0,283	—	4664	-0,621	—
			4712	—	-0,484

J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$	J. D. ⊙	$\Delta V$	$\Delta B$
4718	-0,622	—	4811	-0,621	—
4723	—	-0,477	4825	—	-0,464
4728	-0,622	—	4830	-0,622	—
4751	—	-0,477	4835	—	-0,467
4756	-0,631	—	4841	-0,620	—
4761	—	-0,457	4865	—	-0,464
4767	-0,621	—	4870	-0,616	—
4789	—	-0,463	4876	—	-0,462
4795	-0,613	—	4882	-0,612	—
4802	—	-0,475	4910	—	-0,445
			4916	-0,603	—

Table 5

Observations of VW Cep in red ( $\Delta R$ ) and ultra-violet ( $\Delta U$ )

J. D. ⊙	$\Delta R$	$\Delta U$	J. D. ⊙	$\Delta R$	$\Delta U$
2436841,			3520	—	-0,098
2915	—	-0,226	3556	—	-0,071
2920	-0,719	—	3564	-0,514	—
3049	—	-0,319	3569	—	-0,031
3056	-0,761	—	3575	-0,495	—
3062	—	-0,325	3596	—	+0,006
3067	-0,758	—	3603	-0,471	—
3091	—	-0,325	3610	—	+0,044:
3097	-0,693	—	3616	-0,474:	—
3102	—	-0,326	3661	-0,407:	—
3110	-0,698	—			
			3669	—	+0,181:
3148	—	-0,307	3703	—	+0,171:
3150	-0,714	—	3709	-0,412:	—
3176	—	-0,309	3716	—	+0,176:
3184	-0,733	—	3724	-0,427:	—
3190	—	-0,310	3745	—	+0,152:
3195	-0,734	—	3757	—	+0,114:
3226	—	-0,290	3758	-0,398:	—
3235	-0,696	—	3789	—	+0,084:
3245	—	-0,264	3802	-0,421:	—
3276	—	-0,262	3803	—	+0,082:
			2436843,		
3280	-0,655	—	2874	-0,638	—
3284	—	-0,253	2881	—	-0,193
3296	-0,656	—	2908	-0,639	—
3323	—	-0,288	2915	—	-0,143
3336	—	-0,281	2919	-0,596	—
3340	-0,633	—	2924	—	-0,139
3362	—	-0,217	2943	-0,601	—
3368	-0,636	—	2948	—	-0,127
3375	-0,655	-0,234	2958	—	-0,125
3381	-0,655	—	2978	-0,575	—
			2984	—	-0,112
3407	—	-0,194	2989	-0,556	—
3413	-0,633	—	2993	—	-0,117
3421	—	-0,193	3011	-0,532	—
3426	-0,618	—	3017	—	-0,060
3454	—	-0,152	3021	-0,506	—
3459	-0,607	—	3025	—	-0,053
3466	—	-0,152	3043	-0,495	—
3474	-0,604	—	3044	—	+0,031
3503	—	-0,121	3058	—	-0,003
3510	-0,577	—			

J. D. ⊙	Δ R	Δ U	J. D. ⊙	Δ R	Δ U
3075	—	+0,056	3573	-0,621	—
3079	-0,477	—	3578	—	-0,185
3083	—	+0,066	3581	-0,640	—
3116	—	+0,109	3587	—	-0,199
3120	-0,396	—	3620	-0,632	—
3124	—	+0,137	3625	—	-0,213
3135	-0,383	—	3632	-0,637	—
3139	—	+0,143	3637	—	-0,211
3143	-0,394	—	3656	-0,653	—
3146	—	+0,135	3662	—	-0,237
3167	-0,399	—	3668	-0,678	—
3168	—	+0,117	3674	—	-0,245
3175	—	+0,114	3697	-0,665	—
3189	-0,391	—	3703	—	-0,265
3193	—	+0,128	3708	-0,683	—
3198	-0,368	—	3713	—	-0,273
3203	—	+0,125	3736	-0,699	—
3219	-0,402	—	3742	—	-0,276
3222	—	+0,141	3748	-0,663	—
3225	-0,396	—	3755	—	-0,281
3229	—	+0,129	3798	—	-0,288
3243	-0,408	—	3803	-0,710	—
3246	—	+0,124	3808	—	-0,300
3250	-0,438	—	3828	-0,699	—
3254	—	+0,128	3833	—	-0,298
3271	-0,384	—	3838	-0,708	—
3275	—	+0,099	3844	—	-0,304
3279	-0,411	—	3866	-0,707	—
3283	—	+0,104	3870	—	-0,298
3303	-0,437	—	3881	—	-0,317
3307	—	+0,097	3907	-0,733	—
3311	-0,454	—	3912	—	-0,306
3315	—	+0,069	3919	-0,745	—
3332	-0,467	—	3925	—	-0,300
3337	—	+0,037	3961	-0,702	—
3343	-0,459	—	3968	—	-0,291
3346	—	+0,039	3974	-0,680	—
3388	—	+0,030	3984	—	-0,293
3392	-0,516	—	4008	-0,712	—
3396	—	-0,037	4015	—	-0,308
3415	-0,506	—	4020	-0,690	—
3419	—	-0,078	4028	—	-0,310
3422	-0,517	—	4051	-0,743	—
3425	—	-0,084	4057	—	-0,309
3446	—	-0,080	4064	-0,731	—
3453	—	-0,111	4071	—	-0,295
3485	—	-0,109	4094	-0,711	—
3488	-0,539	—	4101	—	-0,297
3492	—	-0,145	4110	-0,700	—
3508	-0,583	—	4117	—	-0,259
3512	—	-0,174	4180	-0,688	—
3516	-0,600	—	4186	—	-0,226
3519	—	-0,131	4191	-0,675	—
3539	-0,619	—	4197	—	-0,210
3545	—	-0,156	4220	—	-0,220
3550	-0,631	—	4225	-0,649	—
3555	—	-0,169			

J. D. ⊙	Δ R	Δ U	J. D. ⊙	Δ R	Δ U
4232	—	-0,202	4937	-0,634	—
4255	-0,631	—	4941	—	-0,204
4260	—	-0,170	4946	-0,653	—
4266	-0,631	—	4952	—	-0,175
4272	—	-0,166	4982	-0,647	—
4296	-0,629	—	4986	—	-0,198
4301	—	-0,168	4991	-0,642	—
4307	-0,625	—	5025	-0,683	—
4312	—	-0,166	5047	—	-0,276
4349	-0,577	—	5052	-0,693	—
4354	—	-0,093	5055	—	-0,258
4360	-0,596	—	5083	-0,711	—
4366	—	-0,093	5086	—	-0,284
4396	-0,540	—	5091	-0,730	—
4401	—	-0,040	5097	—	-0,294
4411	—	-0,055	5127	-0,699	—
4437	-0,508	—	5133	—	-0,310
4440	—	-0,013	5138	-0,733	—
4445	-0,496	—	5142	—	-0,298
4449	—	-0,005	5190	—	-0,315
4470	-0,482	—	5194	-0,764	—
4475	—	-0,009	5199	—	-0,293:
4514	-0,476	—	5230	-0,719:	—
4520	—	+0,051	5235	—	-0,305:
4530	-0,464	—	5240	-0,738:	—
4540	—	+0,054	5245	—	-0,324:
4565	-0,441	—	5284	-0,761:	—
4568	—	+0,084	5288	—	-0,324:
4573	-0,480	—	5294	-0,742:	—
4578	—	+0,049	5312	—	-0,349:
4602	-0,456	—	5336	-0,723:	—
4609	—	+0,085	5341	—	-0,335:
4615	-0,433	—	5351	—	-0,352:
4621	—	+0,108	5384	-0,754:	—
4645	-0,427	—	5394	—	-0,330:
4651	—	+0,073	5395	-0,775:	—
4661	—	+0,057	5434	—	-0,316:
4708	-0,512	—	5440	-0,756:	—
4713	—	+0,015	5445	—	-0,309:
4719	-0,504	—	5492	—	-0,302:
4725	—	+0,008	5492	-0,733:	—
4747	-0,523	—	5502	—	-0,287:
4752	—	-0,025	5554	—	-0,240:
4758	-0,537	—	5596	-0,689:	—
4764	—	-0,031	5607	-0,658:	—
4786	-0,546	—	5610	—	-0,204:
4793	—	-0,039	5669	-0,611:	—
4798	-0,557	—	5675	—	-0,181:
4802	—	-0,053	5679	-0,601:	—
4831	-0,588	—	5685	—	-0,181:
4840	—	-0,084	5732	-0,558:	—
4845	-0,569	—	5737	—	-0,126:
4850	—	-0,092	5742	-0,551:	—
4891	-0,611	—	5748	—	-0,116:
4896	—	-0,162			
4901	-0,664	—			
4906	—	-0,158			

Budapest-Szabadsághegy, 23 December 1961.



## REFERENCES

1. *K. K. Kwee, H. van Woerden*, B. A. N. XII. No. 464. p. 327. 1956.
2. *K. K. Kwee*, VW Cep Coordination Programme. Circ. No. 5. 1960.
3. Budapest Mitt. Nr. 50. 1961.
4. *T. Herczeg, H. Schmidt*, Bonn Veröff. 57. Abb. 4. 1960.

A kiadásért felel: Detre László — Műszaki felelős: Kondor Árpád  
A kézirat beérkezett 1962. I. 6. — Példányszám: 700 — Terjedelem: 07 (A 5) ív 10 ábra)

---

Akadémiai Nyomda, Gerlőczy utca 2. — 54.865 — Felelős vezető: Bernát György

MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 49—50

L. DETRE AND S. KANYÓ

FOUR COLOUR PHOTOMETRY OF VW CEP DURING THE  
INTERNATIONAL CAMPAIGN IN 1959

JULIA BALÁZS AND L. DETRE

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF VW CEP IN  
1950, 1952 AND 1959

BUDAPEST, 1961

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
OSZLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 50.

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF VW CEP IN 1950, 1952  
AND 1959

by

JULIA BALÁZS AND L. DETRE

Over seven hundred white, blue and yellow observations were secured on 10 nights in 1950, 1952 and 1959 by Dr. I. Ozsváth and the writers. A review of all available photoelectric data confirms the relations found by Dr. Kwee between the light-curve variations and the phase-shifts of the minima, but the phenomena seem to be not periodic.

In 1950 and 1952 Dr. *I. Ozsváth* and the writers obtained about 500 photoelectric observations of VW Cep at the Newtonian focus of our 24-inch reflector using an RCA 931 A multiplier. At the beginning of the observations no colour-filters were used, later the observations were obtained through filters Schott BG 12 and GG 11. Shortly before the beginning of the international campaign in 1959 some observations were secured by the first writer in blue and yellow through filters BG 12 + GG 13 and GG 11 respectively, using an RCA 1P21 phototube. In all these observations the comparison star used was BD + 74°877 which was suspected of variability by *R. S. Dugan* [1]. But apparently this star shows slow variations only, hence the observations on one and the same night are not effected by the variability of this star. In this way exact data can be obtained for the epochs of the minima and for the relative brightnesses of the maxima. These data are especially important for the study of the Kwee-effect [2]. Table I gives a summary of our observations. The magnitudes obtained for VW Cep are inserted in Tables III—V.

Together with the observations by *K. K. Kwee* [3], *K. Kostylev* [4], *McNamara* and *Stern* [5], *A. Szczepanowska* [6], *H. Schmidt* and *K. W. Schrick* [7] we have now a continuous series of photoelectric observations from 1948 to 1953. The epochs of the minima deduced from these observations together with the epochs obtained in 1959 are collected in Table II. The numbering of the epochs and the values  $O - C$  for minima I and those of  $O - C - 0.5 P$  for minima II are according to the elements used by Kwee [14]:

$$\text{Min I} = \text{hel. J.D. } 2433898.4410 + 0^d27831793. E$$

The epochs have been newly determined by us when the individual observations were at our disposal. Some observations are of low accuracy and the epochs in Table II may differ several minutes from those given in the literature. For

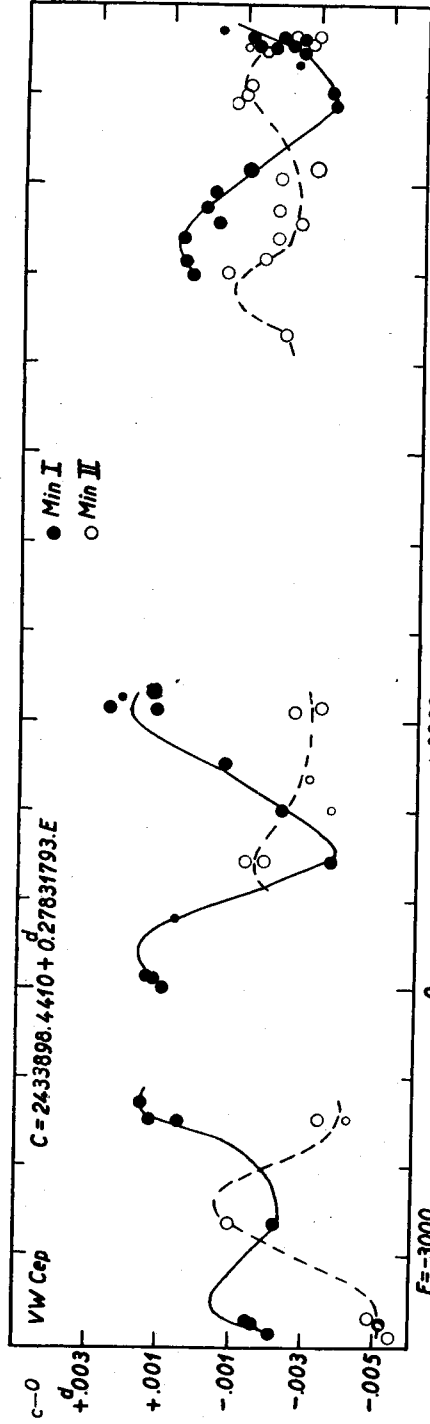


Fig. 1. O—C diagrams for the minima of VW Cep observed by photoelectric methods between 1948 and 1959

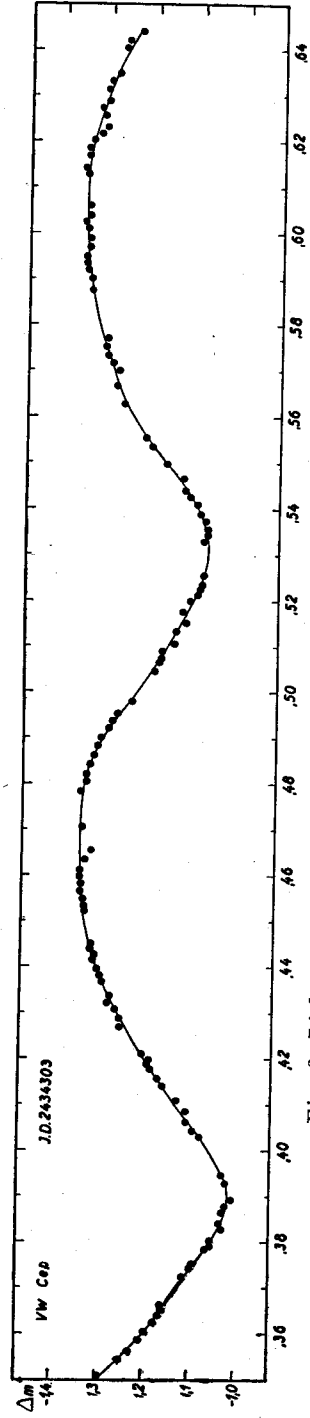


Fig. 2. Light-curve of VW Cep observed by Dr. I. Ozsedih in yellow light

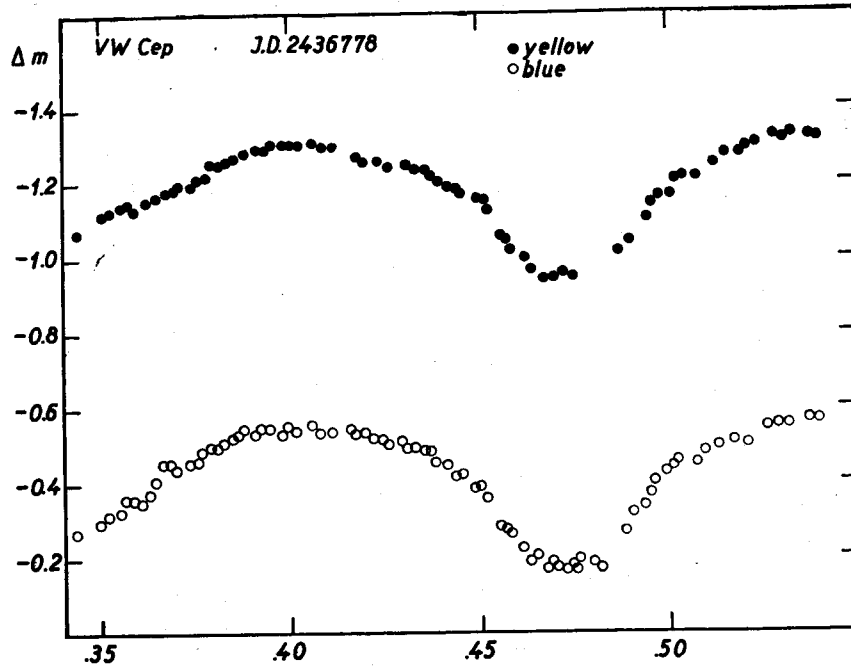


Fig. 3. Light-curves of VW Cep observed at Budapest on J. D. 2436778

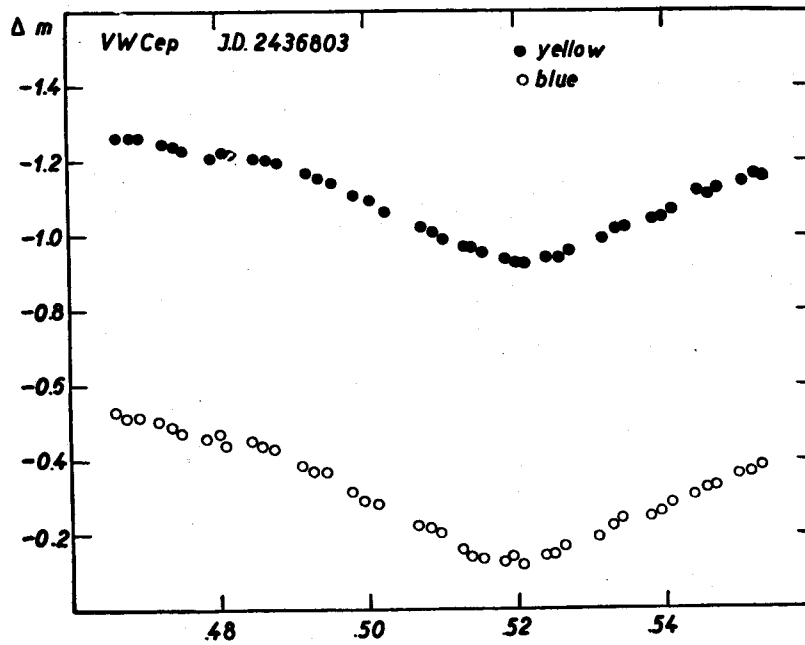


Fig. 4. Light-curves of VW Cep observed at Budapest on J.D. 2436803

Szczepanowska's observations we have deduced new epochs using the branches of the minima, whereas Szczepanowska used the moment belonging to the lowest value of the brightness as the epoch of the minimum.

Table I  
Observations obtained at Budapest

Day	J. D. 243. . . .	Time-interval	Number of observ.			Observer	Notes
			B	Y	W		
1950 July 11/12	3474	.412—.541	—	—	73	D	1
1950 July 17/18	3480	.404—.458	—	—	28	D	2
1950 July 20/21	3483	.442—.559	—	—	46	D,O	1
1950 July 22/23	3485	.395—.562	—	—	59	B	3
1950 Sep 13/14	3538	.348—.630	—	—	35	O	4
1950 Sep 14/15	3539	.325—.465	13	12	14	B	5
1952 Oct 8/9	4294	.301—.612	88	—	—	O	6
1952 Oct 17/18	4303	.351—.644	—	124	—	O	1
1959 July 28/29	6778	.343—.561	84	78	—	B	1
1959 Aug 22/23	6803	.466—.553	42	42	—	B	1
Total			227	256	255		

Notes : 1. Sky very good. 2. Interrupted by clouds. 3. From .449 to .498 interrupted by clouds. 4. Sky unsteady. 20 observations in yellow and 22 observations in blue disregarded. 5. Observations after .440 interfered by clouds. 6. Between .401 and .508 interrupted by clouds.

Abbreviations : B for Balázs, D for Detre, O for Ozsváth ; B : blue, Y : yellow W : white.

The values of  $O - C$  and  $O - C - 0.5 P$  respectively from Table II. together with those given by *Kwee* in Circular No. 5. of the Coordination Programme 1959, have been plotted in Figure 1. The diagram clearly shows the variations of the epochs of the minima, first announced by *Kwee*. The epochs of minimum II showed the same variations as minimum I, however with opposite sign: when minimum I was too late, minimum II was too early. *Kwee* supposed a periodicity of about 2 years for these variations, but according to Fig. 1. different cycles are of unequal length and amplitude. Further the values of  $O - C - 0.5 P$  for minimum II are on the average smaller than the values of  $O - C$  for minimum I, the difference being about 0.002. Therefore the phase difference of the epochs Min II - Min I is mostly smaller than 0.5.

According to *Kwee* the variations of the epochs of the minima are correlated with the variations of the brightnesses of the maxima. When the maximum preceding Min I (Max II) is the brighter one the epoch of Min I occurs later. The reverse is true when the maximum following Min I (Max I) is the brighter one. In accordance with this we have found Max I brighter than Max II for  $E = +10348$  (Figure 3). Max II was found brighter than Max I by *Kostylev* ( $E = -3931$ ), *Mc Namara* ( $E = -2639$ ), by us ( $E = -1290$ ), by *Kwee* ( $E = +122$ ), *Szafranec* ( $E \sim 7300$ ). An infrared light-curve obtained by *Hardie* on 24/25 and 25/26 July 1951 ( $E \sim -200$ ) shows also Max II as the brighter one [15]. The only contradiction to *Kwee*'s relation is *Mc Namara*'s light-curve, showing Max II as the brighter one although Min I was early. The complete cycle observed by Dr. *Ozsváth* on J. D. 2434303 ( $E = +1455$ ) shows two equal maxima in yellow light (Figure 2) at a time when Max I

Table II

Minima of VW Cephei observed photoelectrically

Min I			Min II			Ref.
J. D. hel. 243....	E	O-C	J. D. hel. 243....	E	O-C- $\frac{1}{2}$ P	
2804.3711	-3931	-00021	2804.5069	-3931	-00055	4
2845.2843	3784	-.0017	2845.4201	3784	-.0051	4
2856.1387	3745	-.0017	2856.2745	3745	-.0051	4
2864.2101	3716	-.0015	2864.3459	3716	-.0049	4
3163.9578	2639	-.0022	3163.8198	2638	-.0010	5
3483.4695	1491	+00005	3474.4195:	1524	-.0042:	—
3485.4185	1484	+00013	3485.5530:	1484	-.0034:	—
3539.4125	1290	+00016				—
3898.4419	0	+00009				3
3932.3970	+122	+00012				3
3936.2936	136	+00014				3
4122.4875:	805	+00006:				6
			4294.3465	+1422	-.0018	—
			4303.5315	1455	-.0013	—
4303.3900	1455	-.0036	4457.4390:	2008	-.0036:	6
4454.5180	1998	-.0022	4458.4690:	2371	-.0030:	6
4603.4196	2533	-.0007				3
4768.464	3126	+00012	4768.321	3125	-.0026	7
4780.433	3169	+00025	4780.288	3168	-.0033	7
4797.410:	3230	+00021:				6
			5925.5662	7283	-.0035	8
			5930.5305	7301	-.0011	8
			5932.5253	7308	-.0018	8
6778.4725:	10348	-.0024:				—
6803.5210	10438	-.0026				—
6827.4572	10524	-.0018	6826.4838:	10520	-.0010:	9
6830.5191	10535	-.0013	6827.3181	10523	-.0017	9
6830.5180	10535	-.0024				9
6841.6502	10575	-.0029	6831.4922	10538	-.0023	10
6842.4857	10578	-.0024	6840.4000	10570	-.0007	11
6843.3207	10581	-.0023	6841.5129	10574	-.0011	10
6856.4028	10628	-.0012	6842.3469	10577	-.0020	10
6856.4023	10628	-.0017	6843.4594	10581	-.0028	9
6857.5157	10632	-.0025				9
6858.3493	10635	-.0029	6857.3750	10631	-.0031	13
6858.3495	10635	-.0027	6857.3751	10631	-.0030	12
			6858.4894	10635	-.0030	10
			6858.4892	10635	-.0032	12
6859.4630	10639	-.0025				12
6877.2740	10703	-.0038	6859.3242	10638	-.0021	12
6880.3390	10714	-.0003	6859.3240	10638	-.0023	13

should have been the brighter one. Further observations are needed to verify the relations found by *Kwee*.

The authors are indebted to *K. Geffert* and *M. Lovas* for help at the telescope.



Table III  
Photoelectric Observations in White Light

J. D. Ⓞ 2433...	$\Delta m$ (0 <sup>m</sup> 001)	J. D. Ⓞ 2433...	$\Delta m$ (0 <sup>m</sup> 001)	J. D. Ⓞ 2433...	$\Delta m$ (0 <sup>m</sup> 001)
474.4124	-689	474.4998	-966	480.4445	-782
.4152	670	.5005	977	.4462	801
.4227	641			.4483	821
.4233	657	.5015	976		
.4244	671	.5027	980	.4540	826
		.5039	974	.4556	826
.4252	681	.5059	968	.4577	823
.4296	719	.5072	970		
.4303	722			483.4421	673
.4308	724	.5081	977	.4465	623
.4314	726	.5125	946	.4495	614
		.5132	943	.4547	581
.4360	749	.5140	941	.4564	550
.4371	738	.5150	950		
.4378	760			.4616	507
.4385	763	.5152	938	.4637	509
.4417	794	.5166	927	.4690	492
		.5175	916	.4711	501
.4424	804	.5183	922	.4716	504
.4442	808	.5205	911		
.4453	820			.4754	514
.4460	835	.5252	897	.4772	522
.4467	838	.5265	876	.4785	527
		.5272	882	.4799	540
.4498	856	.5279	882	.4851	587
.4504	853	.5338	821		
.4514	853			.4858	587
.4533	881	.5352	797	.4886	638
.4540	886	.5367	793	.4901	664
		.5412	750	.4905	669
.4547	883			.4954	724
.4555	894	480.4041	554		
.4565	908	.4057	536	.4968	748
.4625	920	.4078	539	.4980	772
.4636	927	.4093	554	.4993	770
		.4148	562	.5072	838
.4678	949			.5094	847
.4738	958	.4155	560		
.4744	958	.4174	590	.5105	855
.4751	967	.4182	594	.5170	854
.4775	979	.4189	608	.5182	874
		.4196	581	.5199	878
.4782	970			.5209	888
.4790	975	.4211	625		
.4801	985	.4271	660	.5264	871
.4808	982	.4290	682	.5275	879
.4821	987	.4305	696	.5286	876
		.4314	705	.5335	895
.4864	974			.5366	884
.4876	985	.4322	735		
.4888	987	.4334	728	.5368	876
.4895	987	.4352	726	.5424	890
.4905	977	.4405	772	.5430	911
		.4420	782	.5446	921
.4915	976			.5453	928
.4924	987	.4424	773		
.4940	964	.4438	780		

J. D. ⊙ 2433...	Δm (0 <sup>m</sup> 001)	J. D. ⊙ 2433...	Δm (0 <sup>m</sup> 001)	J. D. ⊙ 2433...	Δm (0 <sup>m</sup> 001)
483.5486	-916	485.5008	-918	538.4278	-624
.5496	917	.5018	913	.4350	595
.5513	932	.5029	899	.4360	598
.5533	878			.4507	593
.5560	878	.5035	899	.4519	619
.5589	838	.5080	893		
		.5098	900	.4892	861
485.3952	684	.5113	877	.4902	859
.3966	683	.5137	886	.4975	901
.3976	669			.4986	904
.3989	639	.5141	880	.5110	897
.3999	655	.5177	866		
		.5183	857	.5134	900
.4036	636	.5191	860	.5212	883
.4051	620	.5201	824	.5367	789
.4060	589			.5453	771
.4070	579	.5208	812	.5600	630
.4087	560	.5368	744		
		.5375	754	.5689	594
.4147	505	.5386	716	.5847	587
.4156	502	.5397	704	.5863	614
.4168	512			.5932	654
.4179	524	.5408	695	.5944	665
.4189	511	.5446	669		
		.5456	664	.6072	806
.4232	518	.5467	632	.6083	818
.4247	511	.5478	632	.6150	832
.4263	527			.6290	871
.4267	539	.5542	642	.6299	860
.4284	546	.5555	636		
		.5607	654	539.3251	871
.4347	658	.5618	685	.3380	896
.4349	668			.3391	877
.4371	679	538.3485	806	.3560	914
.4400	720	.3493	815	.3542	889
.4406	729	.3623	852		
		.3751	842	.3824	775
.4438	748	.3820	847	.3890	723
.4447	763			.4053	559
.4456	768	.3838	844	.4114	543
.4471	780	.3985	837	.4250	630
.4479	779	.3993	846		
		.4058	801	.4316	651
.4487	782	.4067	789	.4542	856
.4997	925	.4269	599	.4593	881
				.4647	891

Table IV  
Photoelectric Observations in Yellow Light

J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243...	Δm	J. D. ⊙ 243...	Δm
3539.3347	-1.175	3539.4076	-0.878	4303.3511	-1.294
.3411	.162	.4208	.890	.3542	.247
.3485	.172	.4308	.977	.3560	.225
.3587	.109	.4493	1.132	.3584	.205
.3812	.086	.4561	.239	.3603	.195
.4002	0.948	.4611	.216	.3624	.171

J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm
4303.3640	-1.164	.4893	-1.304	.6271	-1.325
.3652	.159	.4921	.292	.6288	.311
.3661	.160	.4936	.287	.6311	.311
		.4954	.267	.6330	.302
.3725	.115	.4975	.238	.6347	.284
.3742	.098				
.3755	.091	.5046	.190	.6405	.272
.3781	.063	.5062	.181	.6421	.268
.3793	.053	.5072	.177	.6440	.235
.3805	.049	.5085	.178		
.3827	.025	.5105	.151	6778.3441	.068
.3840	.033	.5133	.146	.3504	.119
.3866	.030	.5153	.123	.3527	.124
.3876	.020	.5175	.133		
.3890	.006	.5200	.117	.3558	.139
.3944	.030	.5213	.099	.3572	.136
		.5224	.090	.3586	.125
.4029	.083	.5236	.089		
.4041	.096	.5254	.087	.3625	.150
.4061	.110			.3640	.150
.4085	.107	.5329	.090		
.4110	.128	.5341	.080	.3678	.175
.4138	.159	.5353	.079	.3692	.177
.4153	.172	.5373	.082	.3706	.191
.4175	.183	.5385	.095		
.4190	.198	.5406	.103	.3744	.196
.4195	.190	.5437	.131	.3758	.205
.4212	.207	.5467	.133	.3772	.205
		.5498	.166		
.4268	.258	.5535	.205	.3814	.244
.4286	.260	.5552	.217	.3824	.254
.4308	.267				
.4320	.283	.5625	.268	.3855	.265
.4336	.278	.5661	.283	.3869	.265
.4366	.293	.5699	.277	.3883	.280
.4380	.298	.5715	.291		
.4395	.306	.5730	.300	.3916	.290
.4415	.316	.5750	.304	.3936	.291
.4428	.310	.5766	.302	.3952	.298
.4441	.319				
.4457	.314	.5892	.339	.3989	.302
		.5906	.335	.4005	.299
.4521	.335	.5920	.351	.4026	.301
.4533	.334	.5934	.352		
.4545	.336	.5949	.354		
.4565	.348	.5970	.342	.4067	.302
.4584	.345	.5984	.345	.4092	.298
.4598	.349	.5997	.332	.4117	.290
.4610	.345	.6010	.349		
.4631	.336	.6035	.345	.4173	.260
.4662	.317	.6060	.345	.4186	.261
.4706	.342			.4200	.257
		.6128	.353		
.4783	350.	.6142	.360	.4235	.247
.4805	.331	.6169	.352	.4263	.239
.4821	.330	.6185	.353		
.4824	.316	.6200	.343		
.4840	.326	.6222	.319	.4305	.246
.4863	.319	.6229	.312	.4318	.244
.4880	.314	.6255	.315	.4332	.238

J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm
6778.4367	-1.234	6778.5006	-1.166	6803.4881	-1.193
.4381	.215	.5020	.209	.4920	.163
.4395	.203	.5034	.208	.4934	.150
.4430	.185	.5068	.211	.4953	.136
.4443	.176	.5082	.209	.4985	.103
.4457	.167	.5131	.242	.5004	.092
.4499	.152	.5145	.269	.5024	.060
.4513	.147	.5193	.268	.5075	.020
.4527	.127	.5208	.292	.5089	.002
.4561	.055	.5233	.299	.5102	-0.983
.4575	.043	.5279	.312	.5134	.969
.4589	.028	.5303	.311	.5144	.966
.4624	-0.992	.5329	.325	.5156	.951
.4638	.990	.5375	.312	.5187	.940
.4652	.968:	.5396	.306	.5200	.927
.4686	.975:	.5610	.312	.5213	.922
.4700	.953:	6803.4668	.258	.5243	.942
.4714	.944:	.4684	.262	.5257	.935
.4749	.941:	.4698	.260	.5273	.959
.4763	.935:	.4728	.241	.5318	.984
.4777	.925	.4742	.238	.5334	-1.013
.4881	-1.005:	.4756	.222	.5348	.019
.4982	.040	.4791	.203	.5386	.041
.4943	.097	.4805	.218	.5399	.048
.4957	.147	.4818	.212	.5413	.071
.4971	.157	.4851	.203	.5446	.112
		.4867	.202	.5460	.110
				.5474	.123
				.5507	.145
				.5520	.152
				.5534	.148

Table V  
Photoelectric Observations in Blue Light

J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm	J. D. ⊙ 243....	Δm
3539.3363	-0.524	4294.3136	-0.412	-0.3658	-0.334
.3428	.499	.3197	.391	.3693	.331
.3542	.520	.3226	.362	.3710	.377
.3611	.506	.3237	.355	.3739	.410
.3797	.380	.3263	.322	.3752	.423
.3867	.315	.3274	.308	.3854	.452
.4021	.115	.3297	.308	.3880	.457
.4094	.092	.3311	.268	.3924	.460
.4125	.059	.3319	.273	.3961	.443
.4362	.218			.3996	.469
.4519	.428	.3400	.228		
.4577	.415	.3412	.221	.5085	.399
.4629	.520	.3435	.239	.5097	.391
		.3444	.216	.5106	.396
4294.3011	.489	.3456	.232	.5115	.414
.3033	.470	.3483	.224	.5135	.440
.3057	.488	.3510	.228	.5153	.469
.3075	.490	.3531	.255	.5167	.497
.3088	.455			.5193	.479
.3097	.438	.3617	.270	.5205	.483
.3116	.417	.3634	.295		

J. D. ⊙ 243...	Δm	J. D. ⊙ 243...	Δm	J. D. ⊙ 243...	Δm
4294.5258	-0.489	6778.3685	-0.454	6778.5027	-0.455
.5278	.517	.3699	.440	.5061	.450
.5303	.498	.3737	.450	.5075	.446
.5310	.490	.3751	.454	.5089	.480
.5321	.504	.3765	.484	.5131	.495
.5331	.503	.3793	.497	.5169	.502
.5343	.517	.3807	.495	.5222	.511
.5364	.525	.3821	.508	.5270	.546
.5373	.529	.3849	.519	.5292	.547
.5382	.520	.3862	.531	.5317	.545
.5393	.509	.3876	.543	.5365	.565
		.3909	.523	.5386	.537
.5470	.549	.3923	.555	.5406	.575
.5486	.533	.3944	.548	.5596	.553
.5508	.519	.3980	.527	.5610	.563
.5528	.552	.3997	.555		
.5560	.532	.4015	.536	6803.4661	.532
.5583	.551	.4056	.558	.4677	.518
.5607	.556	.4078	.528	.4691	.520
.5626	.561	.4105	.532	.4721	.506
		.4164	.547	.4735	.484
.5685	.567	.4180	.534	.4749	.479
.5702	.555	.4193	.533	.4784	.459
.5712	.548	.4228	.521	.4798	.468
.5728	.520	.4242	.513	.4811	.445
.5735	.523	.4256	.503	.4842	.456
.5754	.532	.4248	.507	.4860	.440
.5772	.503	.4311	.493	.4874	.428
.5790	.494	.4325	.495	.4913	.386
.5818	.493	.4360	.492	.4927	.368
		.4374	.474	.4943	.365
.5880	.507	.4388	.451	.4978	.317
.5894	.499	.4423	.446	.4994	.292
.5907	.436	.4436	.419	.5013	.282
.5913	.441	.4450	.419	.5066	.224
.5923	.425	.4492	.382	.5083	.212
.5937	.427	.4506	.390	.5096	.204
.5949	.434	.4520	.356	.5128	.163
.5962	.433	.4555	.279		
		.4568	.271	.5140	.139
.5976	.407	.4582	.266	.5150	.133
		.4617	.224	.5181	.124
.5992	.391	.4631	.187	.5193	.136
.6003	.354	.4645	.197	.5206	.117
.6015	.368	.4680	.173	.5236	.141
.6028	.346	.4693	.184	.5250	.150
.6038	.333	.4707	.173	.5265	.173
.6124	.305	.4742	.181	.5310	.198
		.4756	.193:	.5327	.225
6778.3434	.264	.4770	.160:	.5340	.240
.3497	.296	.4805	.172:	.5380	.247
.3517	.318	.4818	.163:	.5394	.256
.3551	.318	.4888	.269	.5407	.284
.3565	.362	.4902	.317	.5440	.305
.3579	.358	.4936	.334	.5454	.325
.3612	.354	.4950	.373	.5467	.329
.3626	.321	.4964	.407	.5500	.364
.3640	.407	.4999	.429	.5514	.364
.3671	.452	.5013	.434	.5527	.380

Budapest-Szabadsághegy, 27 December 1961.

## REFERENCES

1. *R. S. Dugan*, AN 247. 357. 1935.
2. *K. K. Kwee*, Circular No. 2. of the Coordination Program 1959.
3. *K. K. Kwee*, B. A. N. XIV. 131. 1958.
4. *K. Kostylev*, Astr. Circ. USSR 96—97. p. 4.
5. *McNamara*, Stern, P. A. S. P. 62. 112.
6. *A. Szczepanowska*, Acta Astr. 8. 38.
7. *H. Schmidt, K. W. Schrick*, ZfAp 37. 73. 1955.
8. *R. Szafraniec*, Acta Astr. 10. 115. Cracow Obs. Reprint 43. 1960.
9. Budapest Mitt. 49.
10. *T. Herczeg, H. Schmidt*, Bonn Veröff. 57.
11. *Kumsishvili, Magalashvili*, Abaszturnan Bull. 25. p. 97.
12. *K. Rakosch*, ZfAp 50. 178. 1960.
13. *B. Cester*, Oss. Trieste No. 302. 1961.
14. *K. K. Kwee*, Circular No. 5. of the Coordination Program 1959.
15. *M. R. Hardie*, Publ. Obs. Haute-Provence, Vol. 2. No. 30.

A kiadásért felel: Detre László — Műszaki felelős: Kondor Árpád  
A kézirat beérkezett 1962. I. 6. — Példányszám: 700 — Terjedelem: 07 (A 5) iv 10 ábra

---

Akadémiai Nyomda, Gerléczy utca 2. — 54.865 — Felelős vezető: Bernát György

---

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST — SZABADSÁGHEGY

Nr. 51.

I. ALMÁR

PERIODEN- UND LICHTKURVENÄNDERUNGEN  
VON AR HERCULIS

BUDAPEST, 1961



## SUMMARY

The changes in the period and light curve of the cluster-type variable AR Her have been investigated making use of all visual and photographic observations published previously in [3], [4], [5], [6], and also of 3511 photographic and 1141 photoelectric observations made recently in our observatory (Table 2). The O—C diagrams for the fundamental period and for the beat-period are shown in Fig. 2 and in Fig. 3 respectively. The validity of all assumptions concerning relations between the variation of characteristic quantities of the O—C curves is discussed and the existence of a third period in the light-variation indicated.

On the basis of all new photographic observations a mean light-surface for the years 1955—57 has been constructed (Table 5, Fig. 7) and compared with the light-surface in [3] — being based upon photographic observations made under exactly similar circumstances 18 years earlier. An important conclusion is the stability of the shape of the curve describing the simultaneous changes in brightness and phase of the maxima during one beat-period (Fig. 12). The results were supported by the light-surface based upon photoelectric observations in two colors (Table 7, Fig. 9). The description of the light-surfaces as the superposition of two anharmonic oscillations proved to be unsuccessful just as the application of other methods; some results having been obtained with the aid of the harmonic analysis of the light-surfaces.

After reducing our photoelectric observations to the B, V system, certain regularity has been found in the variation of the color index (Fig. 18, 19). A final comment deals with the significance of the results obtained in relation to the theory of RR Lyr stars.

## BEZEICHNUNGEN

$P$	Hauptperiode	
$\varphi, f$	Phase in der Hauptperiode	
$m_{\max}, I$	Helligkeit des Maximums	
$t_{\max}$	Zeitpunkt des Maximums	
$\bar{E}$	Epochenzahl in Formel (1)	
$t$	Zeitpunkt, zu welchem der Stern im Helligkeitsaufstieg die mittlere Helligkeit erreicht	
$II$	Abweichung zwischen $t_{\max}$ und dem Zeitpunkt des berechneten Maximums	
$IV$	Abweichung zwischen $t$ und dem Zeitpunkt des berechneten Maximums	
$III, V$	Abweichung eines am aufsteigenden Ast gewählten Punktes vom Zeitpunkt des berechneten Maximums	
$\bar{I}$	mittlere Helligkeit der Maxima	
$\bar{II} \dots \bar{V}$	Mittelwert der entsprechenden Kurven $II(\psi) \dots V(\psi)$	
$I_{\max} \dots V_{\max}$	Maximalwert der entsprechenden Kurven $I(\psi) \dots V(\psi)$	
$A_I, A_{II}, A_{IV}$	doppelte Amplitude der entsprechenden Kurven $I(\psi), II(\psi), IV(\psi)$	
$\mu_I, \mu_{II}, \mu_{IV}$	Differenz zwischen den Phasen des Maximums bzw. des Minimums für die entsprechenden Kurven $I(\psi), II(\psi), IV(\psi)$ (Asymmetrie)	
$\bar{E}$	mittlere Epochenzahl eines Beobachtungsjahres	
$p$	Blaschko-Periode der Perioden- und Lichtkurvenänderungen	
$\psi$	Phase in der Blaschko-Periode	
$N$	Epochenzahl in Formel (2)	
$p_1$	eine längere Periode	
$\delta$	die Phasenbeziehung der Kurven $I(\psi)$ und $II(\psi)$ , d. h. $\psi(I_{\max}) - \psi(II_{\max})$	
$v$	visuelle	
$ph$	photographische	} Helligkeiten
$l$	lichtelektrische	
$ps$	auf alten Harvard-Platten geschätzte	

## INHALTSVERZEICHNIS

	S.
I. Kapitel: Einleitung .....	6
II. Kapitel: Beobachtungsmaterial .....	6
III. Kapitel: Langsame Änderungen der Perioden und der Lichtkurve .....	29
1. §. Grundangaben der Lichtkurven .....	29
2. §. Grundangaben der $B-R$ Kurven .....	38
3. §. Einige Feststellungen über die langsamen Perioden- und Lichtkurven- änderungen .....	43
4. §. Kritische Bemerkungen .....	48
5. §. Die Periode $p_1 \sim 3p$ .....	50
IV. Kapitel: Die Veränderungen der Lichtkurve im Laufe der 31,5tägigen Ungleichheit .....	50
1. §. Die Konstruktion der mittleren Lichtfläche .....	50
2. §. Ergebnisse des Vergleiches der einzelnen Lichtflächen .....	62
3. §. Einige Versuche zur Darstellung der mittleren Lichtfläche durch Zusammensetzung zweier Schwingungen .....	65
4. §. Angenäherte harmonische Analyse der Lichtflächen .....	68
V. Kapitel: Die photoelektrischen Beobachtungen .....	72
1. §. Der Anschluss an das Johnsonsche-System .....	72
2. §. Änderungen des Farbenindex .....	75
Zusammenfassung und einige Bemerkungen .....	78

## PERIODEN- UND LICHTKURVENÄNDERUNGEN VON AR HERCULIS

### I. Einleitung

AR Her ist der erste Veränderliche, bei dem der Verlauf des Blaschko-Effektes ausführlicher erörtert wurde. Wir versuchen mit Hilfe des ganzen, durch photographische und lichtelektrische Beobachtungen ergänzten Materials die Natur der Perioden- und Lichtkurvenänderungen zu klären.

Der Lichtwechsel des Sterns wurde im Jahre 1926 von Blaschko entdeckt [1]; die periodischen Schwankungen von  $P$  wurden zuerst im Jahre 1931 erwähnt [2]. Die wichtigsten, bis 1960 veröffentlichten Bearbeitungen in chronologischer Reihe sind folgende:

a) Julia Balázs—L. Detre: Untersuchungen über die Perioden- und Lichtkurvenänderungen von kurzperiodischen  $\delta$  Cephei Sternen II. AR Herculis (1939) [3].

b) Everett C. Yowell: The primary and secondary periods of AR Herculis (1944) [4].

c) В. П. Цесевич, Б. А. Устинов: Исследование эффекта Блажко (1953) [5].

d) Л. А. Клепикова: Исследование эффекта Блажко (часть II), (1956) [6]

Die Raumbeschwindigkeit des Sternes ist auch eigenartig, sie ist entgegengesetzt zur Richtung der galaktischen Rotation [7].

### II. Beobachtungsmaterial

Den oben erwähnten Veröffentlichungen wurden *die einzelnen Beobachtungen* entnommen, die Yowell'schen Gruppenmittelpunkte bilden eine Ausnahme.

a) *Visuelle* Beobachtungen von Blaschko, Zessewitsch, Okunew, Dombrowskij, Mustelj, Gurjew und Ustinow. 8000 Schätzungen aus den Jahren 1926—1950, die schon einheitlich auf eine Helligkeitsskala in visuellen Grössenklassen reduziert worden sind [5].

b) *Visuelle* Beobachtungen von Klepikowa, Perowa, Manowa, Slowkochtowa, Fatkina. 2100 Schätzungen aus den Jahren 1950—1954, die auf eine andere Helligkeitsskala reduziert worden sind [6].

c) *Photographische* Beobachtungen von J. Balázs und L. Detre. 3300 Aufnahmen aus den Jahren 1935—1939 mit dem 16 cm-Astrographen der Konkoly-Sternwarte auf Eastman 40-Platten, die am Rosenbergschen Elektromikrophotometer ausgemessen worden sind [3].

d) Photographische Beobachtungen von verschiedenen Mitarbeitern der Konkoly-Sternwarte. 3511 Aufnahmen aus den Jahren 1946—1957 mit demselben 16 cm-Astrographen auf Agfa Astro- oder Superfulgur Platten. Die Belichtungszeit betrug im allgemeinen 4—5 Minuten. Die erhaltenen 241 Plat-

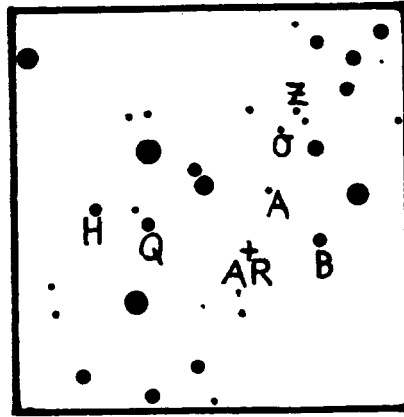


Abb. 1. Umgebungskarte für AR Her

ten verteilen sich auf die einzelnen Beobachter folgendermassen: Almár 158, Elter 43, Gefferth 9, Csada 9, Detre 8, Guman 5, Rákosi 2, Mersits 2, J. Balázs 2, Lovas 2, Sinka 1. Die Ausmessung der Platten erfolgte an demselben Rosenbergschen Elektromikrophotometer; neben dem Veränderlichen haben wir noch die fünf Vergleichsterne ausgemessen, deren Helligkeiten aus vier Polübertragungen schon in [3] abgeleitet worden sind.

Tabelle 1.

Vergleichsterne

B	BD + 47°2284	10 <sup>m</sup> 27
H	BD + 47°2294	10 <sup>m</sup> 79
Q	BD + 47°2290	10 <sup>m</sup> 88
A	BD + 47°2286	11 <sup>m</sup> 08
O		11 <sup>m</sup> 81
Z		12 <sup>m</sup> 15

Die meisten Aufnahmen erhielten wir im Jahre 1956, als die Beobachtungen nicht nur auf den aufsteigenden Ast und auf das Maximum beschränkt waren, sondern auf jede Phase der Hauptperiode ausgedehnt wurden. Dadurch ist ein ganz homogenes und mit der in den Jahren 1937—1938 erhaltenen Beobachtungsserie vergleichbares Material zustande gekommen.

e) *Lichtelektrische* Beobachtungen. 584 im blauen und 557 im gelben Wellenlängenbereich aus den Jahren 1958—1960 am 60 cm-Newton-Spiegel der Konkoly-Sternwarte mit einem RCA 1P21 Photomultiplier. Wir verwendeten die Schott-Filter BG12 bzw. GG11; die isophoten Wellenlängen liegen etwa bei 4300 Å für Blau, bzw. 5500 Å für Gelb. Zur Bestimmung der Helligkeit und Farbe bedienten wir uns des Sterns »A« (siehe Tab. 1), der sich durch mehrere Kontrollmessungen mit »Q« als unveränderlich erwies. Die Verbindungen

derung mit dem internationalen Johnson'schen UB<sub>V</sub>-System und damit die Bestimmung der internationalen Farbindices erörtern wir in Kap. V.

*Tabelle 2* enthält alle unsere Beobachtungen von 1946 bis 1960 (Gruppe *d*) und *e*). Falls eine Helligkeitsangabe infolge von atmosphärischen Störungen oder Plattenfehlern mit einem kleineren Gewicht genommen werden soll, so ist ein Doppelpunkt dahintergesetzt. Alle Zeitangaben beziehen sich auf die Sonne.

*Tabelle 2. a) Die photographischen Beobachtungen*

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
1973,3704	10,90	,4801	10,48	,4346	10,68:	,4003	10,45
,3725	10,72	,4828	10,58	,4381	10,93	,4024	10,39
,3746	10,84	,4856	10,62	,4402	10,97	,4045	10,35
,3767	10,79	,4884	10,77	,4423	10,94	,4066	10,27
,3788	10,80	,4912	10,67	,4444	10,96	,4086	10,39
,3809	10,77	,4940	10,64	,4464	10,79:	,4107	10,36
,3829	10,83	,4967	10,69	,4485	10,99	,4128	10,33
,3850	10,79	,4995	10,72	,4506	10,85:	,4149	10,48
,3871	10,84	,5023	10,71	,4527	11,04	,4170	10,44
,3892	10,84	,5051	10,74	,4548	11,00	,4191	10,52
,3947	10,85	,5078	10,81	,4569	11,11:	,4211	10,54
,3961	10,70	,5106	10,79	,4589	11,10:	,4281	10,40
,3989	10,83	,5134	10,78	,4610	10,99	,4302	10,52:
,4010	10,93	,5162	10,72	,4631	10,87	,4322	10,64
,4031	10,86	,5190	10,82	,4652	11,09:	,4343	10,47:
,4052	10,81	,5217	10,79	,4673	10,91	2067,3283	10,66
,4072	10,79	,5245	10,90	,4694	10,97	,3304	10,50
,4093	10,96	,5273	10,91	,4714	10,91	,3324	10,43
,4114	10,96	2035,3659	10,61	,4735	11,10	,3345	10,56
,4135	10,91:	,3680	10,55	,4756	11,15	,3366	10,43
,4246	11,17:	,3700	10,45	,4777	10,97	,3387	10,56
,4267	11,03:	,3721	10,55	,4798	10,78:	,3408	10,49
2002,4071	11,67	,3742	10,60	,4819	11,22	,3429	10,47
,4092	11,56	,3763	10,55	,4839	11,04	,3449	10,47
,4120	11,42	,3784	10,50:	,4860	11,16	,3470	10,48
,4148	11,44	,3805	10,60	,4881	11,19	,3491	10,52
,4169	11,45	,3825	10,60	,4902	11,29	,3512	10,63
,4190	11,30	,3846	10,70	2051,3489	11,27	,3533	10,62
,4217	11,30	,3867	10,61	,3510	10,93	,3554	10,60
,4245	11,18	,3888	10,67	,3531	10,91	,3574	10,65
,4273	11,10	,3909	10,64	,3552	10,92	,3595	10,70
,4301	11,00	,3930	10,57	,3572	10,74	,3616	10,58
,4328	10,95	,3950	10,60	,3593	10,72	,3637	10,64
,4356	10,87	,3971	10,70	,3614	10,70	,3658	10,68
,4384	10,89	,3992	10,71	,3635	10,61	,3679	10,70
,4412	10,68	,4013	10,74	,3656	10,63	,3699	10,65
,4440	10,71	,4034	10,77	,3677	10,58	,3720	10,71
,4467	10,68	,4055	10,72:	,3697	10,58	,3741	10,62:
,4495	10,64	,4075	10,65	,3718	10,46	,3762	10,71
,4523	10,54	,4096	10,66	,3739	10,45	,3783	10,80
,4551	10,60	,4117	10,70	,3760	10,46	,3804	10,78:
,4579	10,49	,4138	10,69	,3781	10,47	,3824	10,64
,4606	10,58	,4159	10,70	,3802	10,42	,3845	10,66
,4634	10,68	,4180	10,60	,3850	10,33	,3866	11,01:
,4662	10,56	,4200	10,60	,3871	10,30	,3887	10,63
,4690	10,56	,4221	10,66	,3892	10,40	,3908	10,72
,4717	10,56	,4242	10,54	,3913	10,42	,3929	10,62
,4745	10,52	,4263	10,78	,3941	10,43	,3949	10,75
,4773	10,66	,4284	10,76	,3982	10,29:	,3970	10,94

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,3991	10,83	,4499	10,84	,4281	10,74	,4951	10,32
,4012	10,79	,4520	10,84	,4302	10,73	,4972	10,27
,4033	10,74	,4575	10,65	,4322	10,72	,4993	10,32
,4054	10,86	,4596	10,75	,4343	10,72	,5014	10,43
,4074	10,71:	,4617	10,66	,4364	10,70	,5035	10,40
,4095	10,72:	,4638	10,67:	,4385	10,66	,5056	10,45
,4116	10,82:	,4659	10,64	,4406	10,60	,5076	10,42
,4137	11,00:	,4680	10,47	,4494	10,66	,5104	10,46
2084,3138	10,38	,4700	10,61	,4515	10,57	,5125	10,43
,3159	10,52	,4721	10,59	,4536	10,66	,5146	10,61
,3180	10,49	,4742	10,41	,4557	10,58	,5167	10,57
,3200	10,56	,4763	10,60	,4577	10,69	,5188	10,50
,3221	10,47	,4784	10,52	,4598	10,67	,5208	10,53
,3242	10,42	,4805	10,60	,4619	10,62	,5229	10,60
,3263	10,53	,4825	10,56	,4640	10,66	,5243	10,43
,3284	10,60	,4846	10,54	,4661	10,75	2733,3766	10,61
,3305	10,53	,4867	10,62	,4682	10,68	,3787	10,62
,3325	10,53	,4888	10,69	,4702	10,66	,3808	10,61
,3346	10,64	,4909	10,67	,4723	10,64	,3828	10,72
,3367	10,63	,4930	10,54	,4744	10,72	,3849	10,76
,3388	10,69:	,4950	10,55	,4765	10,79	,3870	10,57
,3409	10,60	,4971	10,54	,4786	10,70	,3891	10,70
,3430	10,67	,4992	10,53	,4807	10,75	,3912	10,66
,3450	10,79:	,5013	10,45	,4827	10,79	,3933	10,53
,3471	10,77:	,5034	10,42	,4848	10,68	,3953	10,62
,3492	10,85	,5055	10,48	,4869	10,74	,3995	10,60
,3513	10,80	,5075	10,51	,4890	10,70	,4016	10,59
,3534	10,78	,5096	10,60	,4911	10,83	,4037	10,61
,3555	10,71:	,5117	10,51	,4932	10,80	,4092	10,56
,3575	10,88:	,5138	10,54	,4952	10,81	,4113	10,52
,3596	10,92	,5159	10,65	,4973	10,84	,4134	10,64
,3617	10,88	,5180	10,64	,4994	10,88	,4155	10,62
,3638	10,86	,5200	10,64	,5015	10,89	2763,3961	11,53
,3659	10,89	,5221	10,65	,5036	10,86	,3982	11,42
,3680	10,90	,5242	10,64	,5057	10,92	,4003	11,57
,3700	10,89	,5263	10,79	,5077	10,90	,4024	11,62
,3721	10,81	,5284	10,65	,5098	10,89	,4045	11,60
,3742	10,94	,5305	10,66	2716,4236	11,66	,4066	11,70
,3763	10,74:	,5325	10,70	,4257	11,50	,4086	11,30
,3784	11,01	,5346	10,61	,4278	11,44	,4107	11,26
,3825	11,15:	2701,3864	10,94	,4299	11,60	,4128	11,48
,3846	10,87:	,3885	10,91	,4319	11,28	,4149	11,40
,3867	11,01	,3906	10,84	,4340	11,42	,4170	11,31
2677,3638	12,11	,3927	10,79	,4361	11,44	,4191	11,40
,3659	12,18	,3947	10,75	,4433	11,10	,4211	11,40
,3680	12,03	,3968	10,73	,4465	10,96	,4232	11,24
,3721	11,85	,3989	10,79	,4486	10,94	,4253	11,24
,3909	11,96	,4010	10,67	,4618	10,56	,4274	11,15
,3930	11,86	,4031	10,69	,4639	10,58	,4295	10,96
,3971	11,80	,4052	10,67	,4660	10,56	,4317	10,80
,4124	11,49	,4072	10,64	,4683	10,50	,4336	10,79
,4145	11,58	,4093	10,64	,4715	10,41	,4357	10,80
,4166	11,49	,4114	10,71	,4736	10,38	,4378	10,73
,4353	11,10	,4135	10,53	,4757	10,40	,4399	10,65
,4374	11,07	,4156	10,68	,4778	10,32	,4420	10,80
,4395	11,07	,4177	10,67	,4847	10,34	,4468	10,78
,4416	10,88	,4197	10,63	,4868	10,30	,4489	10,80
,4437	10,99	,4218	10,71	,4889	10,27	,4510	10,69
,4457	10,94	,4239	10,70	,4910	10,31	,4531	10,72
,4478	10,87	,4260	10,71	,4931	10,32	,4552	10,71

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,4572	10,69	,4228	11,47	,4462	12,08	,4941	10,79
,4593	10,59	,4318	11,14	,4483	12,06	,4961	10,84
,4614	10,72	,4339	11,20	,4504	12,01	,5003	10,71
,4635	10,67	,4360	11,16	,4525	11,97	,5024	10,67
,4656	10,62	,4381	10,98	,4546	11,92	,5045	10,72
,4677	10,78	,4402	10,71	,4567	11,82	,5066	10,68
,4697	10,65	,4423	10,77	,4587	12,18:	,5086	10,62
,4718	10,73	,4443	10,75	,4608	11,85	,5107	10,61
,4739	10,75	,4464	10,59:	,4625	12,01	,5128	10,64
,4760	10,70	,4471	10,83	,4650	11,93	,5149	10,60
,4781	10,72	,4492	10,62	,4671	12,06	,5170	10,61
,4802	10,72	,4576	10,52	,4692	11,86	,5191	10,52
2773,3249	11,62	,4596	10,53	,4712	12,01	3453,4441	11,52
,3270	11,16	,4617	10,53	,4733	11,83	,4461	11,36
,3291	11,04	,4639	10,50	,4754	11,95	,4482	11,33
,3312	11,13	,4659	10,41	,4775	11,78	,4503	11,38
,3332	11,08	,4681	10,45	,4830	11,40	,4524	11,33
,3353	11,27	,4700	10,51	,4851	11,43	,4545	11,28
,3374	11,21	,4721	10,43	,4872	11,36	,4565	11,17
,3395	11,01	,4742	10,37	,4893	11,38	,4586	11,28
,3416	10,80	,4763	10,41	,4914	11,30	,4607	11,21
,3437	10,77	,4784	10,43	,4935	11,05	,4628	11,34
,3457	10,76	,4805	10,40	,4954	11,05	,4649	11,20
,3478	10,73	,4853	10,43	,4976	11,02	,4670	10,96
,3499	10,69	,4874	10,44	,4997	10,93	,4691	10,85
,3520	10,67	,4895	10,43	,5018	10,89	,4811	10,87
,3541	10,51	,4916	10,42	,5039	10,78	,4732	10,77
,3562	10,44	,4937	10,49	,5060	10,73	,4753	10,75
,3582	10,52	,4957	10,49	,5080	10,62	,4774	10,70
,3603	10,47	,4978	10,58	,5101	10,64	,4795	10,63
,3624	10,52	,5000	10,55	,5122	10,64	,4816	10,58
,3645	10,45	,5020	10,60	,5143	10,53	,4836	10,66
,3666	10,50	,5041	10,58	,5163	10,58	,4857	10,54
,3687	10,46	,5062	10,58	,5185	10,50	,4878	10,53
,3707	10,33:	,5082	10,62	,5205	10,50	,4899	10,48
,3728	10,48	,5103	10,62	3114,5044	12,05	,4920	10,49
,3749	10,43	,5124	10,67	,5065	12,08	,4941	10,59
,3770	10,42	,5145	10,66	,5085	12,01	,4961	10,48
,3791	10,37:	,5166	10,70	,5106	11,92	,4982	10,52
,3812	10,45	,5187	10,70	,5127	12,04	,5003	10,58
,3832	10,27:	,5207	10,71	,5148	12,10	,5024	10,50
,3853	10,39	,5228	10,72	,5169	12,00	,5045	10,49
,3871	10,44	,5249	10,73	,5190	12,08	,5066	10,42
,3895	10,43	,5270	10,74	,5210	12,04	,5086	10,61
,3916	10,35:	,5291	10,74	,5231	12,06	,5107	10,51
3069,3916	11,72	,5312	10,73	,5294	11,92:	3791,3494	11,82
,3937	11,66	3084,4299	11,39:	,5315	11,94:	,3522	11,81
,3957	11,85:	,4319	11,83:	,5335	11,94:	,3550	11,90
,3978	11,76	,4340	11,67	,5398	12,04:	,3577	11,76
,4000	11,73	,4361	11,58:	,5440	11,46:	,3605	11,87
,4020	11,88:	,4382	11,80:	,5461	11,43:	,3633	11,84
,4041	11,78:	,4403	11,64	,5482	11,33:	,3661	11,77
,4062	11,74	,4424	11,55	3445,4767	11,16	,3689	11,77
,4082	11,76	,4444	11,67	,4788	11,12	,3716	11,81
,4103	11,71	,4465	11,41	,4809	11,00	,3744	11,81
,4124	11,57	,4486	11,34:	,4829	11,08	,3772	11,80
,4145	11,58	3092,4379	11,91	,4850	11,00	,3800	11,84
,4166	11,72	,4400	12,12	,4878	10,83	,3827	11,65:
,4187	11,66:	,4421	12,15	,4900	10,85	,3855	11,92
,4207	11,48:	,4442	12,06	,4920	10,90	,3883	11,92



J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,3911	11,93	,3474	11,45	,3872	10,67	,5202	10,75
,3939	11,95	,3495	11,34	,3900	10,72	,5230	10,70
,3952	12,05	,3516	11,42	,3928	10,60	,5258	10,60
,3980	11,93	,3537	11,26	,3955	10,58	,5286	10,74
,4008	11,79	,3558	11,00	,3983	10,59	,5314	10,67
,4036	11,92	,3578	11,01	,4011	10,66	,5341	10,80
,4064	11,70	,3599	11,09	4129,4054	11,05	,5369	10,77
,4091	11,69	,3620	10,89	,4082	11,09	,5397	10,72
,4119	11,70	,3641	10,85	,4110	11,08	,5425	10,65
,4147	11,81	,3662	10,83	,4138	10,88	,5452	10,70
,4175	11,63	,3683	10,75	,4166	10,79	,5480	10,70
,4202	11,39	,3703	10,73	,4194	10,72	,5508	10,72
,4230	11,50	,3724	10,68	,4221	10,60	4177,3596	10,60
,4258	11,40	,3745	10,62	,4249	10,56	,3617	10,58
,4286	11,24	,3787	10,69	,4277	10,52	,3638	10,70
,4314	11,14	,3808	10,60	,4305	10,47	,3659	10,58
,4341	11,18	,3828	10,56	,4332	10,41	,3680	10,61
,4369	11,10	,3849	10,56	,4360	10,35	,3700	10,60
,4397	10,87	,3870	10,59	,4388	10,37:	,3721	10,65
3823,3661	11,76	,3891	10,54	,4464	10,27	,3742	10,56
,3688	11,83	,3912	10,62	,4492	10,35	,3763	10,63
,3716	11,57	,3933	10,59	,4520	10,38	,3784	10,74
,3743	11,64	,3953	10,64	,4548	10,41	,3805	10,68
,3772	11,67:	,3974	10,65	,4575	10,35	,3825	10,70
,3799	11,48	,3995	10,74	,4603	10,38	,3846	10,68
,3827	11,39	,4016	10,76	4134,5312	11,64	,3867	10,74
,3854	11,25	,4037	10,75	,5339	11,58	,3888	10,78
,3883	11,50	,4058	10,82	,5367	11,65	,3909	10,68
,3910	11,17	,4078	10,75	,5395	11,82	,3930	10,79
,3939	11,08	,4099	10,79	,5423	11,72	,3950	10,77
,3965	11,06	,4120	10,74	,5450	11,42	,3971	10,88
,3994	11,02	,4141	10,79	,5478	11,46	,3992	10,66
,4021	10,90	,4162	10,86	,5506	11,18	,4013	10,79
,4050	10,82	,4183	10,88	,5534	11,22	,4034	10,82
,4076	10,75	,4203	10,81	,5562	10,95	4185,3675	10,70
,4105	10,78	,4245	10,85	,5589	10,94:	,3695	10,72
,4132	10,73:	4122,3185	10,93:	,5617	10,86:	,3716	10,74
,4161	10,60	,3212	11,17:	,5645	10,64:	,3737	10,55
,4204	10,59	,3240	11,49	,5673	10,50	,3758	10,54
,4254	10,58	,3268	11,36	,5700	10,60	,3779	10,58
,4274	10,51	,3323	11,02	,5728	10,56	,3800	10,59
,4296	10,54	,3351	11,33	,5756	10,46	,3820	10,60
,4316	10,58	,3379	11,24	,5784	10,50	,3841	10,58
,4337	10,50	,3407	11,10	,5812	10,46	,3862	10,60
,4357	10,47	,3435	10,99	,5839	10,32	,3883	10,67
,4378	10,52	,3464	10,89	,5867	10,32	,3904	10,62
,4400	10,55	,3490	11,02	4151,4814	10,95	,3925	10,63
,4420	10,52	,3518	10,98	,4841	11,02	,3945	10,75
,4442	10,43	,3539	10,96	,4869	10,90	,3966	10,75
,4461	10,38	,3567	10,93	,4897	10,95	,3987	10,65
,4482	10,47	,3594	10,98	,4925	11,01	,4008	10,64
,4503	10,47	,3622	10,96	,4952	10,85	,4028	10,60
,4525	10,52	,3650	10,92	,4980	10,90	,4050	10,68
,4546	10,53	,3678	10,89	,5008	10,97	,4070	10,68
3894,3349	11,70	,3705	10,94	,5036	10,80	,4091	10,54
,3370	11,55	,3433	10,77	,5064	10,81	,4112	10,65
,3391	11,62	,3761	10,60	,5091	10,72	4198,4831	10,87
,3412	11,63	,3789	10,92:	,5119	10,84	,4852	10,71
,3433	11,65	,3817	10,66	,5147	10,85	,4873	10,71
,3453	11,76	,3844	10,66	,5175	10,84	,4894	10,70

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,4915	10,57	,4074	10,51	,3688	10,86	4280,2847	10,96
,4936	10,76	,4095	10,47	,3708	10,91	,2868	11,03
,4954	10,58	,4116	10,62	,3729	11,04	,2889	11,04
,4977	10,61	,4137	10,66	,3750	10,88	,2910	11,08
,4998	10,70	,4158	10,64	,3771	11,08	,2931	10,95
,5019	10,67	,4179	10,55	,3792	10,87	,2951	10,95
,5040	10,48	,4199	10,54	,3813	10,75:	,2972	11,04
,5061	10,48	,4220	10,54	,3833	10,80	,2993	11,05
,5081	10,43	,4241	10,62	,3854	11,01	,3014	10,88
,5102	10,50	,4262	10,71	,3875	10,90	,3035	10,80
,5123	10,50	4239,4002	10,56:	,3896	10,98	,3056	10,82
,5144	10,45	,4106	10,54:	,3917	11,35	,3076	10,70
,5165	10,56	,4245	10,72	,3939	11,40	,3097	10,60
,5186	10,46	,4273	10,76:	,3958	10,98	,2174	10,46
,5206	10,41	,4301	10,74	,3979	11,14	,2194	10,58
4208,3760	10,64	,4321	10,76	,4000	11,43	,2215	10,56
,3781	10,60	,4342	10,74	,4021	11,30	,2236	10,56
,3802	10,66	,4363	10,76	,4042	11,12:	,2257	10,54
,3822	10,76	,4384	01,75	,4063	11,23	,2278	10,56
,3843	10,71	,4405	10,83	,4083	11,25	,2299	10,51
,3864	10,75	,4426	10,90	,4104	11,37	,2319	10,48
,3885	10,76	,4446	10,74	4247,3598	10,92	,2340	10,56
,3906	10,76	,4467	10,92	,3619	10,81	,2361	10,51
,3927	10,79	,4488	10,85	,3640	10,88	,2382	10,54
,3947	10,76	,4509	10,88	4248,2958	11,06	,2403	10,43
,3968	10,80	,4530	10,80	,3000	11,15	,2424	10,59
,3989	10,88	,4551	10,91	,3188	11,38	,2444	10,52
,4010	10,90	,4572	10,79	,3208	11,10	,2465	10,51
,4031	10,66	,4592	10,92	,3229	10,88	,2486	10,50
,4052	10,96	,4613	10,90	,3250	10,95	,2507	10,54
,4072	10,74	,4634	10,88	,3271	10,76	,2528	10,58
,4093	10,80	4241,3042	10,85	,3292	10,79	,2549	10,55
,4113	10,98	,3063	10,84	4264,3101	10,35	,2569	10,65
,4135	10,83	,3083	10,87	,3122	10,32	,2590	10,63
,4156	10,96	,3104	10,84	,3142	10,35	,2611	10,64
,4177	11,01	,3125	10,88	,3163	10,43	,2632	10,66
,4197	10,88	,3147	10,88	,3184	10,40	,2653	10,63
,4218	10,95	,3168	10,84	,3204	10,30	,2674	10,67
4216,3595	10,89	,3188	10,74	,3225	10,39	4456,5280	10,43
,3616	10,94	,3208	10,78	,3285	10,48	,5308	10,47
,3637	10,90	,3229	10,98	,3309	10,35	,5335	10,47
,3665	10,87	,3250	10,99	,3329	10,48	,5363	10,51
,3686	10,90	,3271	10,97	,3350	10,41	,5391	10,56
,3727	10,90	,3292	10,90	,3371	10,40	,5419	10,50
,3741	10,79	,3313	10,99	,3392	10,52	,5446	10,50
,3762	10,80	,3333	10,79	,3413	10,64	,5474	10,57
,3783	10,65	,3354	10,89	,3434	10,62	,5502	10,55
,3804	10,89	,3375	10,97	,3454	10,54	,5530	10,58
,3824	10,67	,3396	11,01	,3475	10,66	,5558	10,61
,3845	10,61	,3417	11,01	,3496	10,47	,5585	10,50
,3866	10,65	,3438	11,00	,3517	10,64	,5613	10,53
,3887	10,70	,3458	10,93	,3538	10,50	,5641	10,58
,3908	10,78	,3479	10,86	,3559	10,76	,5669	10,52
,3929	10,66	,3531	10,94	,3579	10,82	,5696	10,59
,3949	10,62	,3563	10,93	,3600	10,80	,5724	10,56
,3969	10,60	,3583	10,81	,3621	10,76	,5752	10,58
,3991	10,56	,3604	10,98	,3642	10,89	,5780	10,64
,4013	10,64	,3625	10,98	,3663	10,76	,5808	10,70
,4033	10,56	,3646	10,85	,3684	10,72	,5835	10,62
,4054	10,56	,3667	10,94	,3704	10,86	,5863	10,72

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,5891	10,68	,4333	11,51	,3587	11,23	,4251	10,66
,5919	10,72	,4363	11,56	,3615	10,99	,4279	10,64
,5946	10,74	,4391	11,58	,3643	11,07	,4307	10,46
,5974	10,75	,4419	11,46	,3671	11,02	,4334	10,40:
,6002	10,86	,4446	11,34	,3698	10,79	,4362	10,33
,6030	10,82	,4474	11,20	,3726	10,82	,4390	10,52
,6058	10,88	,4500	11,42	,3754	10,71	,4418	10,34
,6085	10,96	,4528	11,40	,3782	10,67	,4445	10,34:
,6113	10,89	,4558	11,44	,3810	10,63	,4473	10,40:
,6141	10,86	,4585	11,38	,3837	10,72	,4501	10,31:
,6169	10,98	,4613	11,25	,3865	10,65	,4529	10,46:
,6196	10,98	,4639	11,30	,3893	10,54	4566,4580	11,75
,6224	10,95	,4667	11,43	,3921	10,50	,4607	11,88
4481,3928	11,67	,4694	11,34	,3948	10,49	,4635	11,91
,3954	11,71	,4722	11,23	,3976	10,44	,4663	11,84
,3983	11,54	,4750	11,23	,4004	10,46	,4691	11,97
,4011	11,73	,4778	11,22	,4032	10,60	,4718	11,55
,4039	11,57	,4806	11,14	,4060	10,50	,4746	11,60
,4067	11,57	,4853	11,04	,4087	10,50	,4774	11,64
,4094	11,51	,4861	10,90	,4115	10,58	,4802	11,63
,4122	11,51	,4889	10,83	,4143	10,65	,4829	11,51
,4150	11,27	4511,5105	10,93	,4171	10,53	,4857	11,63
,4178	11,21	,5133	10,94	4535,4404	11,88	,4885	11,67
,4205	11,05	,5161	10,79	,4430	11,81	,4913	11,69
,4233	11,10	,5189	10,69	,4457	11,88	,4941	11,52
,4261	11,06	,5216	10,64	,4485	12,00:	,4968	11,50
,4289	10,84	,5244	10,50	,4513	11,79	,4996	11,65
,4317	10,80	,5272	10,49	,4541	11,75	,5024	11,44
,4344	10,76	,5300	10,43	,4569	11,69	,5052	11,49
,4372	10,82	,5327	10,40	,4596	11,69	,5079	11,49
,4400	10,66	,5355	10,37	,4624	11,78	,5107	11,19
,4428	10,65	,5383	10,33	,4652	11,66	,5135	11,04
,4455	10,59	,5411	10,25	,4680	11,68	,5163	11,10
,4483	10,55	,5439	10,30	,4707	11,68	,5191	10,96
,4511	10,58	,5466	10,30	,4735	11,67	,5218	10,92
,4539	10,51	,5494	10,32	,4763	11,54	,5246	10,96
,4567	10,48	4520,4247	11,10	,4791	11,67	,5274	10,82
,4594	10,46	,4275	11,01	,4846	11,60	,5302	10,76
4487,5087	11,10:	,4303	10,97	,4874	11,48	4574,4615	11,50
,5115	11,22:	,4330	10,90	,4902	11,59	,4643	11,62
,5143	11,16:	,4358	10,83	,4930	11,41	,4671	11,58
,5171	11,15:	,4386	10,75	,4957	11,35	,4697	11,46
,5198	11,09:	,4414	10,72	,4985	11,26	,4725	11,50
,5226	11,03	,4442	10,61	,5013	11,21	,4753	11,35
,5254	10,97	,4469	10,56	,5041	11,12	,5003	10,72
,5282	10,92	,4497	10,55	,5069	11,00	,5059	10,60
,5310	10,87	,4525	10,50	,5096	10,95	,5086	10,60
,5337	10,79	,4553	10,52	,5124	10,91	,5114	10,58:
,5365	10,82	,4581	10,43	,5152	10,88	4575,3571	11,61
,5393	10,66	,4608	10,53	,5180	10,84	,3599	11,79
,5421	10,65	,4636	10,45	,5207	10,77	,3627	11,61
,5448	10,60	,4664	10,63	4544,4001	11,06	,3655	11,75
,5476	10,58	4521,3365	11,81:	,4029	11,11	,3683	11,67
,5504	10,70	,3393	11,80:	,4057	10,98	,3710	11,68
,5532	10,60	,3421	11,81:	,4084	10,97	,3738	11,78
,5560	10,60	,3448	11,28	,4112	10,96	,3766	11,75
4504,4222	11,71	,3476	11,40	,4140	10,76	,3794	11,94:
,4250	11,56	,3504	11,34	,4168	10,85	,3821	11,68
,4278	11,41	,3532	11,44	,4195	10,60	,3849	11,74
,4306	11,63	,3560	11,30	,4223	10,58	,3877	11,69

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,3905	11,90:	,4883	10,60	,4890	11,61	,4817	10,83
,3933	11,63	,4911	10,81	,4918	11,81	,4844	10,84
,3960	11,73	,4939	10,76	,4945	11,75	,4872	10,88
,3988	11,74	4598,3885	11,93	,4973	11,23	,4900	10,88
,4016	11,38	,3913	12,01	,5001	11,21:	,4928	10,96
,4071	11,42	,3941	11,92	,5043	11,20	,4976	10,99
,4099	11,42	,3968	12,09	,5084	11,04	,5004	10,95
,4127	11,19	,3996	12,10:	,5140	10,81	,5032	10,92
,4155	11,27	,4024	11,90	4614,3823	11,56	,5060	10,89
,4183	11,26	,4052	11,95	,3935	11,73	,5087	10,95
,4210	11,06	,4079	11,99	,3990	11,77	,5115	11,05
,4238	10,96	,4107	11,98	,4046	11,52	,5143	11,10
,4266	10,96	,4135	11,96	,4379	10,81	,5171	11,01
,4294	10,91	,4163	11,99	,4435	10,80	,5198	11,05
,4321	10,73	,4191	11,81	,4490	10,76	,5226	11,08
,4347	10,73	,4218	11,74	,4657	10,59	,5254	11,03
,4377	10,65	,4246	11,76	,4712	10,51	,5282	11,12
,4405	10,61	,4274	12,06:	,4768	10,57	,5310	11,10
,4433	10,53	,4302	11,76	4624,2924	11,59	,5337	11,01
,4460	10,50	,4328	11,93	,2951	11,66	,5365	11,08
,4488	10,55	,4356	11,84	,2979	11,43	,5400	11,15
,4516	10,47	,4385	11,90	,3007	11,42	,5428	11,23
,4544	10,47	,4413	11,66	,3035	11,26:	5251,3484	10,58
,4572	10,39	,4468	11,66	,3063	11,23	,3512	10,58
4590,3800	11,47	,4496	11,66	,3090	11,15	,3540	10,59
,3827	11,60	,4524	11,64	,3125	11,10	,3568	10,59
,3855	11,55	,4552	11,65	,3153	11,12	,3595	10,56
,3883	11,68	,4580	11,52	,3181	11,16	,3523	10,52
,3911	11,66	,4607	11,40	,3208	11,08	,3651	10,56
,3939	11,58	,4635	11,66	,3236	10,98	,3579	10,51
,3966	11,69	,4663	11,54	,3264	11,11	,3706	10,54
,3994	11,70	,4691	11,62	,3292	11,11	,3734	10,50
,4022	11,64	,4718	11,56	,3319	11,00	,3762	10,54
,4050	11,70	,4746	11,42	,3347	10,94	,3797	10,53
,4077	11,68	,4774	11,32	,3375	11,03:	,3824	10,58
,4105	11,89:	,4802	11,11	,3403	11,10	,3852	10,56
,4133	11,68	,4828	11,19	,3431	10,95	,3880	10,63
,4161	11,68	4605,4168	11,65	,3458	10,72:	,3908	10,53
,4189	11,96:	,4195	11,57	,3493	10,76	,3936	10,54
,4216	11,68	,4222	11,59	,3514	10,76	,3963	10,64
,4244	11,48:	,4250	11,53	,3542	10,72	,3991	10,58
,4272	11,50:	,4279	11,59	,3569	10,73	,4033	10,57
,4300	11,95:	,4306	11,41	,3597	10,61	,4061	10,59
,4327	12,03:	,4333	11,72	,3625	10,62	,4088	10,72
,4411	11,54	,4361	11,64	,3653	10,54	,4116	10,64
,4439	11,60	,4390	11,89	5250,4400	10,61	,4144	10,76
,4466	11,51	,4418	11,89	,4428	10,57	,4172	10,74
,4522	11,58	,4445	11,76:	,4455	10,60	,4199	10,73
,4550	11,59	,4473	11,68	,4483	10,62	,4227	10,79
,4578	11,59	,4501	11,61	,4511	10,61	,4255	10,78
,4598	11,35	,4529	11,83:	,4539	10,60	5258,3745	10,86
,4633	11,22	,4557	11,53:	,4567	10,66	,3773	10,82
,4661	11,08	,4584	11,92:	,4594	10,72	,3801	10,71
,4689	11,16	,4612	11,92:	,4622	10,66	,3828	10,67
,4715	10,96	,4640	11,98:	,4650	10,68	,3856	10,71
,4744	10,91	,4668	11,62:	,4678	10,68	,3884	10,56
,4772	10,89	,4695	11,75:	,4705	10,83	,3912	10,50
,4800	10,88	,4807	11,50	,4733	10,78	,3940	10,46
,4827	10,86	,4834	11,53	,4761	10,77	,3967	10,41
,4855	10,66	,4862	11,61	,4789	10,79	,3995	10,42

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,4037	10,34	,4256	10,72	,5101	10,67	,5459	11,80
,4065	10,31	,4284	10,84	,5157	10,74	,5492	11,64
,4092	10,32	,4312	10,90:	,5185	10,81	,5529	11,79
,4120	10,38	,4339	10,75	,5212	10,88	,5564	11,80
,4148	10,38	,4367	10,65	,5240	10,84	,5598	11,64
,4176	10,38	,4395	10,68	,5268	10,92:	,5633	11,76
,4203	10,36	,4423	10,61	,5330	10,77	,5668	11,80
,4231	10,37	,4450	10,64	,5358	10,88	,5702	11,85
5266,3732	10,48	,4478	10,64	,5386	10,76	,5737	11,84
,3753	10,37:	,4513	10,64	,5414	10,68	,5772	11,70
,3774	10,47	5521,5522	10,73	,5442	10,80	,5807	11,83
,3795	10,46	,5550	10,93	5563,4504	10,77	,5841	12,06:
,3816	10,36	,5577	10,87	,4532	10,77	,5876	11,86
,3836	10,37	,5605	10,70	,4560	10,74	,5911	11,81
,3857	10,41	,5633	10,51:	,4587	10,74	,5945	11,84
,3878	10,46	,5661	10,66	,4615	10,76	5569,4848	11,33
,3899	10,45	,5689	10,62	,4692	10,76	,4876	11,29
,3920	10,53	,5716	10,60	,4719	10,80	,4904	11,31
,3989	10,51	,5744	10,50	,4747	10,88	,4932	11,23
,4010	10,55	,5772	10,46	,4775	10,89	,4959	11,27
,4031	10,62	,5800	10,47	,4803	10,86	,4987	11,19
,4052	10,69	,5827	10,50	,4830	10,95	,5015	11,17
5288,3897	11,98	,5855	10,57	,4858	10,80	,5043	11,13
,3925	11,81	,5883	10,64	,4886	10,90	,5070	11,18
,3952	11,92	,5911	10,51:	,4914	10,85	,5098	11,07
,3980	11,92	,5939	10,48	,4997	10,83	,5126	11,14
,4008	11,82	,5966	10,56	,5025	10,93	,5154	11,06
,4050	11,82	,5997	10,61	,5053	10,91	,5182	10,89
,4077	11,83	,6022	10,60	,5080	10,97	,5209	10,99
,4105	11,51:	,6050	10,55	,5108	10,90	,5237	10,80
,4133	11,78	,6077	10,53	,5136	10,90	,5265	10,82
,4161	11,66	,6105	10,50	,5164	10,93	,5293	10,80
5312,3450	11,51	,6210	10,79	,5247	10,96	,5320	10,70
,3478	11,57	,6238	10,84	,5275	10,95	,5348	10,60
,3506	11,48	,6266	10,81	,5303	10,94:	,5376	10,54
,3534	11,57	,6294	10,82	5566,4522	11,30:	,5432	10,56
,3562	11,77:	,6321	10,80	,4557	11,38:	,5459	10,46
,3589	11,41	,6349	10,79	,4591	11,45:	,5487	10,57
,3617	11,42	,6377	10,73:	,4626	11,56:	,5515	10,46
,3645	11,41	,6405	10,93:	,4661	11,45:	,5543	10,46
,3673	11,35	,6433	10,78:	,4695	11,35:	,5570	10,43
,3700	11,27	5562,4455	10,80	,4730	11,24:	,5598	10,43
,3728	11,26	,4490	10,68	,4765	11,56:	,5626	10,40
,3756	11,15	,4518	10,66	,4800	11,62:	,5654	10,47
,3784	11,28	,4546	10,65	,4934	11,66:	,5682	10,52
,3812	11,16	,4573	10,66	,4869	11,61:	,5827	10,48
,3839	11,18	,4636	10,73:	,4904	11,61:	,5855	10,58:
,3867	10,97	,4664	10,69:	,4939	11,50:	,5883	10,56
,3895	10,88	,4692	10,72	,4973	11,67:	,5911	10,56
,3923	10,99	,4719	10,68	,5008	11,60:	,5939	10,58
,3950	10,93	,4747	10,57	,5043	11,51:	,5966	10,56
,3978	10,92	,4817	10,74	,5077	11,42:	,5994	10,66
,4034	10,83	,4844	10,76	,5112	11,56:	,6022	10,68
,4062	10,74	,4872	10,73	,5147	11,69:	,6050	10,66
,4089	10,76	,4900	10,72	,5182	11,43:	,6077	10,70
,4117	10,80	,4928	10,70	,5216	11,66:	5580,3827	10,62
,4145	10,85	,4990	10,65	,5251	11,50:	,3855	10,64:
,4173	10,79	,5018	10,64	,5355	11,56	,3883	10,68
,4200	10,79	,5046	10,65	,5390	11,67	,3911	10,69
,4228	10,66	,5073	10,65	,5425	11,80	,3945	10,70

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,3973	10,80	,4961	11,29	,4614	11,77	,4525	10,66
,4001	10,75	,4989	11,23	,4642	11,85	,4553	10,73
,4029	10,74	,5211	10,79	,4670	12,15:	,4580	10,77
,4057	10,81	,5239	10,76	,4697	11,90	,4608	10,69
5583,4040	11,65	,5267	10,72	,4725	11,87	,4636	10,66
,4109	11,78	,5295	10,67	,4753	11,99	,4664	10,88
,4179	11,56	,5322	10,66	,4781	11,81	,4692	10,79
,4248	11,66	,5350	10,66	,4809	11,70	,4719	10,80
,4318	11,84	,5378	10,66	,4836	11,78	,4747	10,84
,4388	11,46	,5406	10,63	,4892	11,79	,4775	10,84
,4456	11,59:	,5468	10,55	,4920	11,81	,4803	10,82
,4526	11,74:	,5496	10,59	,5072	11,45	,4830	10,88
5592,3475	11,47	,5524	10,65	,5100	11,06	,4983	10,74
,3503	11,55	,5552	10,59	,5128	11,20	,5011	10,79
,3531	11,50	,5579	10,64	,5156	11,02	,5039	10,89
,3559	11,56	,5607	10,65	,5184	11,03	,5067	11,08
,3586	11,48	,5635	10,61	,5211	11,18	,5094	11,03
,3614	11,57	,5662	10,68	,5239	11,02	,5122	11,08
,3642	11,54	5599,4285	11,86	,5267	10,89	,5150	11,06
,3670	11,58	,4319	12,08	,5295	10,95	,5185	11,06
,3697	11,46	,4354	11,84	,5322	10,94	,5212	10,91
,3725	11,59	,4389	12,08	,5350	10,86	,5240	11,25
,3753	11,70	,4424	12,02	,5378	10,80	,5268	11,14
,3781	11,49	,4458	12,00	,5406	10,92	,5296	11,25
,3809	11,35	,4493	12,03	,5434	10,92	,5323	11,13
,3836	11,58	,4528	12,03	,5461	10,70	,5351	11,04
,3864	11,50	,4563	11,81	,5489	10,72	,5379	11,35
,3892	11,54	,4597	11,90	,5517	10,66	,5407	11,07
,3920	11,46	,4632	11,81	,5545	10,55	,5435	11,04
,3947	11,67	,4667	11,81	,5572	10,61	,5462	11,18
,3975	11,45	,4701	11,96	,5600	10,56	,5490	11,25
,4003	11,38	,4736	11,99	,5628	10,50	,5518	11,24
,4031	11,53	,4771	11,83	5603,3705	10,59	,5546	11,13
,4059	11,53	,4806	12,00	,3733	10,64	,5573	11,18
,4142	11,71	,4840	11,94	,3761	10,50	,5601	11,20
,4170	11,74	,4892	11,92	,3789	10,50	,5629	11,05
,4197	11,75	,4944	11,93	,3823	10,48	5611,3579	10,51
,4225	11,60	,5111	11,71	,3851	10,46	,3607	10,32
,4253	11,60	,5146	11,71	,3879	10,38	,3635	10,40
,4281	11,61	,5181	11,76	,3907	10,36	,3663	10,34
,4309	11,69	,5215	11,83:	,3935	10,35	,3691	10,40
,4336	11,80	,5250	11,76	,3962	10,34	,3718	10,35
,4364	11,57	,5285	11,96	,3990	10,34	,3746	10,39
,4392	11,52	,5319	11,86	,4018	10,38	,3774	10,34
,4420	11,59	,5354	11,89	,4046	10,40	,3829	10,52
,4447	11,74	,5389	11,92	,4073	10,41	,3857	10,45
,4531	11,54	,5424	12,00:	,4101	10,38	,3885	10,49
,4559	11,61	,5458	11,61	,4129	10,44	,3913	10,49
,4586	11,48	,5493	11,87	,4157	10,39	,3941	10,45
,4614	11,48	,5528	11,68	,4185	10,36	,3968	10,45
,4642	11,44	,5563	11,66	,4212	10,45	,3996	10,55
,4670	11,48	,5597	11,56	,4240	10,50	,4024	10,60
,4697	11,35	,5632	11,32	,4303	10,47	,4086	10,79
,4725	11,38	5600,4420	12,06	,4330	10,55	,4114	10,78
,4795	11,55	,4447	11,98	,4358	10,47	,4142	10,78
,4822	11,48	,4475	11,96	,4386	10,51	,4170	10,76
,4850	11,44	,4503	11,86	,4414	10,59	,4197	10,75
,4878	11,30	,4531	12,04	,4442	10,64	,4225	10,78
,4906	11,23	,4559	11,97	,4469	10,62	,4253	10,82
,4934	11,36	,4586	11,96	,4497	10,69	,4281	11,03

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,4343	10,79	,5236	10,97	,5244	10,62	,5258	10,69
,4371	10,88	,5264	10,98	,5272	10,59	,5286	10,88
,4399	10,86	,5292	10,83	,5300	10,56	,5314	10,81:
,4427	10,96	,5319	10,73	,5327	10,57	,5341	11,09
,4454	10,88	,5347	10,74	,5355	10,67	,5369	10,88
,4482	11,00	,5403	10,83	,5383	10,56	,5397	10,86
,4510	10,88	,5431	10,88	,5411	10,65	,5425	10,94
,4538	11,00	,5458	10,70	,5439	10,57	,5452	11,04
5623,3611	11,38	,5486	10,80	5625,3647	11,67	5629,3687	11,14
,3639	11,43	,5514	10,80	,3675	11,43	,3721	11,15
,3667	11,73	5624,3661	11,50	,3702	11,58	,3756	11,20
,3694	11,56	,3689	11,58	,3730	11,50	,3791	11,34
,3722	11,67	,3716	11,57	,3758	11,45	,3825	11,16
,3750	11,84	,3744	11,70	,3786	11,47	,3860	11,25
,3778	11,60	,3772	11,75	,3814	11,49	,3895	11,35
,3806	11,69	,3800	11,82	,3841	11,40	,3930	11,38
,3833	11,44	,3827	11,81	,3869	11,59:	,3965	11,39
,3861	11,46	,3855	11,77	,3897	11,10	,3999	11,22
,3889	11,57	,3911	11,69	,3925	11,40:	,4034	11,30
,3924	11,45	,3939	11,59	,3952	11,45	,4069	11,54:
,3951	11,60	,3966	11,61	,3980	11,25	,4103	11,43
,3979	11,42	,3994	11,75	,4008	11,27	,4214	11,26
,4007	11,68	,4022	11,50:	,4036	11,11	,4249	11,34
,4035	11,50	,4050	11,59	,4064	11,05	,4284	11,49
,4063	11,37	,4077	11,75	,4098	11,15	,4319	11,50
,4097	11,55	,4105	11,76	,4126	11,08	,4353	11,40
,4125	11,30	,4133	11,46:	,4154	11,04	,4388	11,38
,4153	11,43	,4161	11,69	,4189	10,88	,4423	11,33
,4181	11,50	,4189	11,78	,4216	10,70	,4457	11,56
,4208	11,67	,4216	11,60	,4244	10,77	,4492	11,56
,4236	11,48	,4244	11,64	,4334	10,68	,4527	11,73:
,4264	11,70	,4355	11,54	,4362	10,68	,4562	11,52
,4382	11,62	,4383	11,42	,4390	10,53	,4596	11,65
,4410	11,62	,4411	11,25	,4418	10,67	,4631	11,70
,4438	11,51	,4439	11,37	,4445	10,66	,4666	11,67
,4465	11,56	,4466	11,35	,4473	10,62	,4700	11,56
,4500	11,41	,4494	11,46	,4501	10,72	,4735	11,53
,4528	11,40	,4522	11,17	,4529	10,56	,4770	11,59
,4556	11,60	,4550	11,31	,4557	10,59	,4846	11,68
,4583	11,71:	,4577	11,26:	,4584	10,71	,4881	11,62
,4604	11,47	,4605	11,40	,4612	10,66	,4916	11,62
,4632	11,68	,4633	11,13	,4640	10,66	,4950	11,42:
,4660	11,52	,4661	11,08	,4668	10,64	,4985	11,67
,4688	11,79	,4695	11,08	,4695	10,55	,5020	11,71
,4715	11,52	,4723	10,95	,4723	10,63	,5089	11,66
,4743	11,65	,4751	10,84	,4793	10,58	,5124	11,68
,4806	11,40	,4779	10,85	,4820	10,68	,5159	11,72
,4833	11,38	,4841	10,79	,4848	10,60	,5194	11,69
,4861	11,38	,4869	10,75	,4878	10,58	,5228	11,52:
,4889	11,27	,4897	10,71	,4904	10,69	,5263	11,70
,4917	11,28	,4925	10,70	,4932	10,61	,5298	11,59
,4944	11,22	,4952	10,59	,4959	10,73	,5332	11,56
,4972	11,53:	,4980	10,59:	,4987	10,70	,5367	11,71
,5000	11,30	,5015	10,58	,5022	10,81	5630,3826	11,52
,5028	11,50	,5043	10,55	,5050	10,74	,3861	11,47
,5056	11,58	,5070	10,74	,5070	10,67	,3896	11,57
,5083	11,27	,5098	10,66	,5140	10,77	,3931	11,62
,5111	11,24	,5161	10,67	,5168	10,99:	,3965	11,63
,5174	11,01	,5189	10,51	,5202	10,94	,4000	11,51
,5208	11,09	,5216	10,56	,5230	10,88	,4035	11,73

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,4069	11,62	,4878	11,71:	,3704	11,70	,3913	11,56
,4104	11,71	,4906	11,53	,3732	11,89	,3941	11,50
,4208	11,72	,4934	11,41	,3760	11,79	,3968	11,54
,4243	11,66	,4961	11,56	,3788	11,64	,4017	11,25
,4278	11,73	,4989	11,50	,3816	11,62	,4045	11,34
,4313	11,86:	,5017	11,62	,3843	11,93	,4072	11,18
,4347	11,55	,5045	11,46	,3871	11,81	,4100	11,12
,4382	11,60	,5072	11,52	,3975	11,62	,4128	11,08
,4417	11,86	,5100	11,64	,4003	11,84	,4156	10,86
,4451	11,51	,5128	11,50	,4031	11,84	,4184	10,73
,4486	11,70	,5156	11,32	,4059	11,92	,4211	10,80
,4521	11,76	,5191	11,24	,4114	11,91	,4239	10,63
,4556	11,65	,5218	11,22	,4142	11,54:	,4267	10,64
,4590	11,71	,5246	11,25	,4170	11,86	,4295	10,60
,4632	11,69	,5274	11,06	,4197	11,76	,4322	10,56
,4669	11,73	,5309	11,13	,4225	11,81	,4350	10,52
,4701	11,77	,5336	11,08	,4253	11,90:	,4378	10,42
,4736	11,81	5632,3753	12,01	,4281	11,87	,4406	10,40
,4771	11,76	,3781	12,05	,4309	11,84	,4461	10,27
,4840	11,53	,3809	12,04	,4336	11,75	,4489	10,27
,4875	11,56	,3843	11,95	,4364	11,72	,4517	10,30
,4910	11,53	,3871	11,97	,4392	11,84	,4545	10,30
,4944	11,60	,3899	12,00	,4420	11,70	,4572	10,28
,4979	11,51	,3927	12,12	,4447	11,75	,4600	10,33
,5014	11,74:	,3954	12,07	,4475	11,57:	,4628	10,30
,5049	11,52	,3982	11,89	,4503	11,65:	,4656	10,32
,5083	11,44	,4010	11,68	,4531	11,96	,4684	10,39
,5119	11,52	,4093	11,81	,4559	11,76:	,4711	10,39
,5153	11,60	,4121	11,95	,4628	11,90	,4739	10,35
,5188	11,50	,4149	11,90	,4656	11,86	,4767	10,38
,5257	11,65	,4177	11,97	,4684	11,92	,4795	10,42
5631,3681	11,71	,4232	12,14:	,4711	11,78	,4822	10,49
,3715	11,84	,4260	11,90	,4739	12,10:	,4850	10,46
,3750	11,81	,4288	12,07	,4767	11,99	,4906	10,67
,3785	11,76	,4316	11,88	,4795	12,03	,4934	10,70
,3819	11,74	,4343	11,82	,4822	12,02	,4961	10,71
,3854	11,76	,4371	11,81	,4850	11,84	,4989	10,69
,3889	11,85	,4399	11,98	,4878	12,02	,5017	10,65
,3924	11,79	,4427	11,84	,4906	12,02	,5045	10,74
,3958	11,93:	,4461	11,52	,4934	11,92	,5072	10,68
,3993	11,81	,4489	11,70	,4961	12,15	,5100	10,68
,4028	11,71	,4517	11,73	,4989	12,12:	,5128	10,70
,4063	11,83	,4545	11,75	,5017	11,75	,5156	10,86
,4167	11,73	,4572	11,74	,5045	11,94	,5184	10,85
,4201	11,80	,4600	11,78	,5072	11,70:	,5211	10,77
,4236	11,87	,4697	11,32:	,5100	11,76	,5239	10,85
,4271	11,75	,4975	10,83	,5128	11,85	,5267	10,86
,4306	11,78	,5003	10,90	,5156	11,73:	,5295	10,92
,4340	11,74	,5031	10,65	,5184	12,04	5650,3737	10,31:
,4375	11,75	,5059	10,76	,5211	11,67	,3765	10,76
,4410	11,55	,5086	10,80	,5239	11,90	,3793	10,65
,4461	11,76	,5114	10,67	,5267	11,88	,3820	10,60
,4514	11,42:	,5149	10,55	,5295	11,87	,3848	10,62
,4549	11,54	,5177	10,62	5641,3718	11,66	,3876	10,65
,4583	11,67	,5204	10,35	,3746	11,70	,3904	10,62
,4618	11,60	,5232	10,45	,3774	11,53	,3932	10,73
,4688	11,51	,5260	10,26	,3802	11,66	,3959	10,79
,4757	11,57	,5288	10,43	,3829	11,75	,4015	10,76
,4822	11,54	5638,3649	11,81	,3857	11,69	,4043	10,80
,4850	11,52	,3677	11,72	,3885	11,66	,4070	10,89



J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,4098	10,84	,4501	11,24:	,4521	10,52	,4605	11,72
,4126	10,90	,4529	10,97:	,4549	10,51	,4633	11,74:
,4154	10,93	,4557	11,08	,4576	10,50	,4661	11,77
,4182	10,93	,4584	11,17	,4604	10,51	,4689	11,94
,4209	10,89	,4612	11,08	,4632	10,42	,4716	12,14:
,4272	10,92	,4640	11,05	,4660	10,52	,4744	12,04
,4300	10,84	,4668	10,82	,4688	10,60:	,4772	11,78
,4327	10,96	,4695	10,80	,4715	10,70:	,4800	11,81
,4355	10,98	,4723	10,78	,4743	10,69	,4827	12,04:
,4383	10,88	,4751	10,79	,4771	10,56	,4855	11,73
,4411	10,83	,4779	10,72	,4799	10,54	,4952	11,98:
,4439	11,01	,4807	10,57	,4826	10,45	,4980	12,07:
,4501	10,97	,4834	10,70:	,4854	10,51	,5008	11,98:
,4529	10,90	,4862	10,56	,4910	10,86	,5036	12,07:
,4557	10,96	,4890	10,48	,4938	10,70	,5064	12,00:
,4584	11,16	,4918	10,44	,4965	10,83	,5091	11,52:
,4612	11,08	,4980	10,38	,4993	10,73	,5126	11,49:
,4640	11,40	,5008	10,34	,5021	10,74	5671,3644	11,80
,4695	10,98	,5036	10,37	,5049	10,79	,3679	11,70
,4723	11,02	,5064	10,40	,5076	10,79:	,3713	11,73
,4751	10,93	,5091	10,43	,5104	10,89	,3748	11,89
,4779	11,10	,5119	10,40	,5132	10,79	,3783	11,73
,4807	11,02	,5147	10,44	,5160	10,91	,3818	11,81
,4862	11,10	,5175	10,40	,5188	10,82	,3852	11,72
,4890	11,08	,5202	10,39	,5215	10,86	,3887	11,71
,4918	11,05	,5230	10,45	,5243	10,95	,3949	11,21:
,4945	11,00	,5258	10,45	,5271	10,86	,3984	11,68
,4973	11,10	,5286	10,46	,5299	10,87	,4019	11,34:
,5057	11,07	,5314	10,58	5668,3633	10,99	,4054	11,58
,5084	11,07	,5341	10,50:	,3661	11,14	,4088	11,80
,5112	11,07	5665,3632	11,50	,3689	10,91	,4123	11,94
,5140	11,03	,3660	11,65	,3716	11,06	,4158	11,94
,5168	11,15	,3688	11,60	,3744	11,15	,4193	11,90
5664,3695	12,03	,3715	11,66	,3772	10,99	,4227	11,75
,3723	11,78	,3743	11,81:	,3800	11,04	,4262	11,95
,3751	11,75	,3771	11,66	,3827	11,33	,4297	11,52
,3779	11,60	,3799	11,50	,3855	11,29	,4331	11,79
,3807	11,70	,3826	11,20	,3883	11,33	,4366	11,86
,3834	11,81	,3854	11,24	,3911	11,25	,4401	11,75
,3862	11,56	,3882	11,22	,3939	11,07	,4436	11,90
,3890	11,53	,3910	11,12	,3966	11,72:	,4470	11,81
,3918	11,62	,3938	11,08	,3994	11,19	,4505	11,51
,3945	11,55	,3965	10,97:	,4029	11,18	,4540	11,90
,3973	11,50	,3993	11,12:	,4057	11,22	,4574	11,80
,4001	11,68	,4021	11,08	,4084	11,39	,4609	11,81
,4029	11,50	,4049	10,93	,4112	11,90:	,4644	12,02:
,4057	11,31	,4076	10,95	,4140	11,41	,4679	11,79
,4112	11,54	,4104	10,95	,4168	11,65	,4744	11,29
,4140	11,48	,4132	10,68	,4195	11,40	,4772	11,44
,4168	11,42	,4160	10,66	,4223	11,54	,4827	11,26
,4195	11,50	,4188	10,79	,4286	11,81:	,4855	11,35
,4223	11,45	,4215	10,62	,4314	11,78:	,4883	11,05
,4251	11,42	,4271	10,55	,4341	11,76	,4911	10,87
,4279	11,27	,4299	10,69	,4369	11,66	,4939	10,99
,4334	11,39	,4326	10,50	,4397	11,64	,4966	10,71
,4362	11,37	,4354	10,68	,4432	11,84	,4994	10,76
,4390	11,52	,4382	10,59	,4459	11,50	,5022	10,62
,4418	11,20	,4410	10,57	,4487	11,64	,5050	10,73
,4445	11,25	,4451	10,62	,4515	11,81:	,5077	10,60
,4473	11,15	,4493	10,66	,4543	11,77:	,5105	10,58

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,5133	10,54	,5212	11,19	,4488	10,83	,4356	11,54
,5161	10,35	,5240	11,12	,4516	10,82	,4384	11,68
,5189	10,37	,5268	11,00	,4544	10,83	,4440	11,56
,5216	10,38	,5296	11,15:	,4571	10,84	,4467	11,73
,5244	10,30	,5323	11,02:	,4627	10,80	,4495	11,60
,5272	10,38	,5351	11,23:	,4655	10,95:	,4523	11,60
,5300	10,27	5680,4191	10,36	,4683	10,92	,4551	11,62
,5327	10,27	,4218	10,62	,4710	10,99	,4578	11,58
5673,3650	11,31	,4246	10,61	,4738	11,03	,4613	11,63
,3678	11,15	,4271	10,45	,4773	11,08	,4641	11,59
,3705	10,96	,4329	10,46	,4801	11,00	,4669	11,62
,3733	10,78	,4357	10,45	,4828	11,18	,4696	11,53:
,3761	10,81	,4385	10,42	,4877	10,95:	,4780	11,75
,3789	10,91	,4413	10,53	,4905	10,99	,4808	11,74
,3817	10,68	,4468	10,48	,4933	10,99	,4835	11,67
,3844	10,79	,4496	10,48	,4960	10,97	,4863	11,63
,3900	10,72	,4524	10,55	,4988	11,18	,4891	11,51
,3928	10,60	,4552	10,52	,5016	11,28	,4919	11,25:
,3955	10,54	,4607	10,59	,5044	11,13	,4946	11,36
,3983	10,64	,4635	10,67	,5099	11,08	,4974	11,40
,4011	10,30	,4663	10,75	5683,3655	10,95	,5002	11,34
,4039	10,38	,4691	10,66	,3683	11,06	5685,3530	11,60
,4067	10,30	,4746	10,77	,3710	11,09	,3558	11,61
,4094	10,31	,4774	10,73	,3738	11,04	,3585	11,70
,4122	10,35	,4802	10,73	,3766	10,92:	,3613	11,60
,4150	10,30	,4829	10,69	,4162	11,30:	,3641	11,65
,4178	10,37	,4885	10,80	,4196	11,53:	,3669	11,62
,4233	10,55	,4913	10,77	,4231	11,28:	,3696	11,55
,4261	10,45	,4941	10,82	5684,3433	11,34	,3726	11,88
,4289	10,42	,4968	10,92	,3460	11,12	,3752	11,65
,4317	10,59:	5681,3571	10,80	,3488	11,34	,3780	11,46
,4344	10,34:	,3599	10,84	,3516	11,14	,3808	11,63
,4372	10,45	,3627	10,80	,3544	11,20	,3835	11,91:
,4400	10,52	,3655	10,82	,3571	11,15	,3863	11,40
,4428	10,49	,3683	10,71	,3599	11,33	,3891	11,53
,4462	10,60	,3710	10,69	,3627	11,25	,3919	11,50
,4490	10,52	,3738	10,63	,3655	11,39	,3946	11,36:
,4518	10,61	,3766	10,64	,3683	11,44	,3974	11,58
,4546	10,68	,3794	10,65	,3710	11,41	,4002	11,52
,4601	10,60	,3821	10,59	,3738	11,45	5688,3418	11,26
,4629	10,60	,3877	10,56	,3766	11,34	,3445	11,17
,4657	10,67	,3905	10,70:	,3794	11,40	,3473	11,36
,4685	10,79	,3933	10,60	,3821	11,63:	,3501	11,20:
,4712	10,79	,3960	10,64	,3849	11,58:	,3529	11,11
,4740	10,95	,3988	10,55:	,3877	11,44	,3557	11,23
,4768	10,86	,4016	10,62	,3905	11,34	,3584	11,33
,4796	10,84	,4044	10,79	,3933	11,43	,3612	11,20
,4823	10,85	,4071	10,70	,3960	11,46	,3640	11,08
,4851	10,87	,4127	10,73	,3988	11,48	,3668	11,22
,4879	10,95	,4155	10,57	,4016	11,44	,3695	11,32
,4907	10,92	,4183	10,64	,4071	11,56	,3723	11,32
,4935	10,97	,4210	10,58	,4099	11,53	,3751	11,24
,4962	11,18:	,4238	10,73	,4134	11,74	5691,3390	10,90
,4990	11,17:	,4266	10,79	,4162	11,81	,3425	10,74:
,5046	10,85	,4294	10,71	,4190	11,65	,3452	10,89
,5073	10,92	,4321	10,60	,4217	11,62	,3480	10,87
,5101	10,90	,4377	10,95:	,4245	11,70	,3508	10,90
,5129	10,88	,4405	10,77	,4273	11,66	,3536	11,16
,5157	11,14	,4433	10,86	,4301	11,62	,3564	10,98
,5185	10,98	,4460	10,92	,4329	11,70	,3591	10,90

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,3619	10,95	,4279	11,84	,4674	10,56	,4031	11,90
,3647	10,96	,4307	11,83	,4701	10,60	,4066	11,76
,3675	11,00	,4334	11,78	5700,3309	11,10	,4100	11,62
,3702	11,15	,4383	11,71	,3343	11,04	,4135	11,65
,3730	11,13	,4411	11,56	,3378	11,02	5717,3180	11,56
,3758	11,18	,4439	11,20:	5701,3264	11,35	,3207	11,52
,3786	11,33	,4466	11,05:	,3292	11,30	,3235	11,42
,3814	11,22	,4494	11,34	,3320	11,50	,3319	11,33
,3841	11,00	,4515	11,25	,3347	11,88:	,3346	11,55
,3869	11,12	,4543	11,30	,3403	11,66	,3374	11,48
,3897	11,45	,4570	11,06	,3431	11,38	,3402	11,70
,3925	11,55	,4598	11,05	,3458	11,53	,3430	11,59
5693,3789	11,60	,4626	11,08	,3514	11,74	,3457	11,39
,3858	11,36	,4654	11,00	,3542	11,89	,3492	11,35
,3955	11,58	,4682	11,12	,3569	11,78	,3548	11,69
,3990	11,59	5696,3285	11,88	,3597	11,68	,3575	11,67
,4025	11,41	,3313	12,00	,3625	11,63	,3610	11,57
,4060	11,65	,3340	11,76	,3653	11,58	,3666	11,28:
,4094	11,37:	,3368	12,08:	,3681	11,66	,3694	11,70:
,4164	11,41	,3396	12,09	,3708	11,66	,3749	11,30:
,4198	11,66:	,3424	11,92	,3736	11,64	,3805	11,47:
,4303	11,68:	,3451	11,82	,3792	11,94	,3832	11,71
,4425	11,70	,3479	11,76	,3819	11,96	,3860	11,60
,4476	11,97:	,3507	11,82	,3847	12,09	,3888	11,40
,4511	11,65:	,3535	11,78	,4014	11,72:	,3916	11,60
,4580	11,91:	,3563	11,87	,4042	12,10:	,3944	11,56
,4615	11,86:	,3590	11,51	5702,3240	11,55:	,3971	11,72
5695,3314	11,66	,3618	11,71	,3275	11,91:	,3999	11,25:
,3341	11,75	,3646	12,05:	5706,3201	10,42	,4027	11,49
,3369	11,77	,3701	11,61	,3229	10,40	,4055	11,65
,3397	11,85	,3729	11,60	,3257	10,50	,4082	11,77
,3432	11,89	,3813	11,69	,3313	10,41	,4110	11,81
,3459	11,89	,3840	11,78	,3340	10,54	5720,2997	11,66
,3487	11,72	,3868	11,91:	,3368	10,66	,3025	11,69
,3515	11,97	,3924	11,07	,3424	10,48	,3053	11,81
,3543	11,89	,3951	11,20	,3451	10,69	,3080	11,87
,3570	12,04	,3979	11,15	,3479	10,55	,3136	11,77
,3605	11,94	,4007	11,10	,3535	10,58	,3164	11,62
,3633	11,95	,4035	11,21	,3563	10,64	,3219	11,53
,3661	11,77	,4063	11,08	,3590	10,69	,3275	11,45
,3689	11,93	,4090	11,00	,3646	10,71	,3303	11,50
,3716	11,83	,4118	11,14	,3674	10,68	,3330	11,72:
,3744	11,95	,4146	10,98	,3757	10,83:	,3365	11,58
,3772	11,81	,4174	11,05	,3785	10,75	,3393	11,68:
,3800	11,93	,4201	10,71	,3868	10,88	,3421	11,50
,3820	11,95	,4229	10,86	,3896	11,10	,3448	11,36
,3855	11,99	,4257	10,94	,3979	10,98	,3476	11,15
,3883	11,97	,4285	10,76	,4007	10,88	,3504	11,30
,3911	12,00	,4313	10,64	,4090	11,22	,3532	11,06
,3966	12,02	,4368	10,49	,4118	10,98	,3560	10,95
,3994	11,99	,4396	10,46	,4201	11,14	,3587	10,96
,4022	11,94	,4424	10,37	,4229	11,16	,3643	11,07
,4050	11,98	,4451	10,49	,4326	11,40	,3671	10,88
,4077	11,99	,4479	10,38	,4354	11,15	,3698	10,91
,4112	11,83	,4507	10,56	5716,3822	12,02	,3726	10,89
,4140	11,73:	,4535	10,47	,3857	11,88	,3754	10,75:
,4168	11,87	,4563	10,49	,3892	11,82	,3782	10,80
,4195	11,88	,4590	10,54	,3927	11,84	,3810	10,56
,4223	11,99	,4618	10,48	,3961	11,72	,3837	10,65:
,4251	11,92	,4646	10,56	,3996	11,92	,3865	10,62

J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,3900	10,65	,3197	10,76	,4841	10,66	,5213	10,78
,3928	10,72	,3225	10,80	,4876	10,71	,5241	10,78
,3955	10,75	,3253	10,61	,4904	10,73	,5269	10,84
5728,3149	11,86	,3281	10,52	,4932	10,71	,5297	10,89
,3177	11,67	,3309	10,41	,4959	10,76	,5324	10,88
,3204	12,05	,3336	10,44	,4987	10,78	,5352	11,01
,3232	11,93	,3364	10,31	,5015	10,51:	,5380	11,00
,3260	11,76	,3392	10,44	,5050	10,63	6038,4640	11,51
,3288	11,75	,3420	10,36	,5077	10,75	,4675	11,79
,3316	11,65	,3447	10,45	,5105	10,67	,4709	11,93
,3343	11,78:	,3475	10,47	,6133	10,70	,4744	11,83
,3371	11,40:	,3503	10,35	,5161	10,79	,4779	11,81
,3399	11,57	,3531	10,35	,5189	10,67	6050,3333	10,34
,3510	11,64	,3559	10,43	,5216	10,77	,3361	10,43
,3538	11,59	,3600	10,43	,5244	10,73	,3389	10,32
,3566	11,56	,3628	10,40	,5272	10,76	,3418	10,36
,3593	11,80:	,3656	10,42	,5300	10,81	,3451	10,36
,3621	11,64:	,3684	10,44	,5327	10,77	,3486	10,39
,3649	11,54	,3711	10,47	,5355	10,77	,3521	10,41
,3677	11,38	,3774	10,42	,5383	10,75	,3549	10,44
,3704	11,42	,3802	10,48	6024,3730	11,50	,3583	10,32
,3732	10,90:	,3829	10,50	,3765	11,55	,3618	10,45
,3760	10,96	,3857	10,50	,3800	11,10:	,3653	10,40
,3788	11,02:	,3885	10,52	,3869	11,48	,3688	10,44
,3816	10,91	,3913	10,57	,3904	11,09:	,3722	10,40
5729,2983	11,42	,3941	10,57	,3939	11,33:	,3757	10,52
,3011	11,53	,3968	10,64	,3973	11,45	,3792	10,56
,3039	11,38	,3996	10,58	,4027	11,55	,3826	10,64
,3067	11,16	,4024	10,64	,4069	11,59	,3861	10,53
,3094	10,99	5963,4149	10,78	,4103	11,55	,3896	10,77
,3122	11,04	,4177	10,81	,4138	11,35	,3931	10,84
,3150	11,06:	,4204	10,77	,4173	11,20	,3965	10,75
,3219	10,82	,4232	10,79	,4207	11,06	,4000	10,75
,3247	10,93	,4260	10,87	,4242	10,98	,4045	10,67
,3275	10,75	,4288	10,77	,4277	11,02	,4072	10,72
,3303	10,75:	,4316	10,77	,4312	10,98	,4100	10,66
,3330	10,62	,4343	10,84	,4346	10,83	,4135	10,76
5736,2928	11,95	,4371	10,95	,4404	10,88	,4163	10,87
,2955	11,84	,4399	10,96	,4439	10,73	,4191	10,75
,2983	11,79	,4427	10,94	,4473	10,68	,4218	10,80
,3039	11,79	,4454	10,90	,4508	10,66	,4246	10,87
,3067	11,69	,4482	10,92	,4543	10,73	,4274	10,88
,3094	11,56	,4510	10,96	,4577	10,77	,4302	10,91
,3150	11,89	,4538	11,01	,4612	10,61	,4329	10,94
,3178	11,99:	,4572	10,96	,4647	10,69	,4357	11,01:
,3261	11,86:	,4600	10,94	,4682	10,69	,4385	10,88
,3289	11,84:	,4628	10,96	,4716	10,62	,4413	11,05
,3317	11,51	,4656	10,93	,4779	10,37	,4441	10,96
,3372	11,37	,4684	10,91	,4814	10,30	,4468	10,97
,3400	11,29	,4718	11,04	,4848	10,42	,4496	10,98
,3428	11,07	,4746	10,94	,4883	10,56	,4524	11,01
,3483	11,10	,4774	11,11	,4918	10,50	,4552	11,05
,3511	11,03	,4802	11,01	,4952	10,50	,4579	11,03
,3539	11,10	,4829	11,03	,4987	10,54	6056,3399	11,72
5955,3947	10,39	,4857	11,15	,5022	10,75:	,3434	11,64
,3975	10,49	,4885	11,09	,5074	10,56	,3468	11,65
,4003	10,39	,4913	11,05	,5102	10,66	,3503	11,38
,4031	10,41:	6009,4765	10,57:	,5130	10,74	,3572	11,56
,4059	10,32	,4793	10,78:	,5158	10,76	,3628	11,48
5956,3170	10,86	,4814	10,84:	,5186	10,80	,3663	11,68:

J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.	J. D. 243...	Gr.
,3697	11,25	,4510	10,53:	,3840	10,93	,3380	10,53
,3732	11,37	,4545	10,50:	,3868	10,92	,3408	10,39
,3767	11,37	6066,3306	10,79	,3896	10,90	,3436	10,37
,3802	11,25	,3340	10,71	,3924	11,02	,3463	10,44
,3871	11,19	,3368	10,83	,3951	11,00	,3498	10,48
,3906	10,71	,3396	10,82	,3979	10,91	,3526	10,45
,3941	10,69	,3424	10,79	,4007	10,89	,3554	10,58
,3975	10,90:	,3451	10,84	,4035	11,17	,3581	10,54
,4010	10,73	,3479	10,83	,4069	11,09	,3630	10,68
,4045	10,66	,3507	10,90	,4097	11,08	,3658	10,64
,4079	10,42	,3535	10,78	,4125	11,02	,3686	10,76
,4142	10,59	,3564	10,89	,4153	11,00	,3713	10,74
,4177	10,59	,3604	10,83	,4181	10,94:	,3741	10,66
,4211	10,59	,3632	10,84	,4208	11,19	,3769	10,70
,4246	10,64:	,3660	10,86	,4237	11,12	,3797	10,62:
,4302	10,32	,3688	10,68	,4264	11,21	,3824	10,94
,4371	10,54	,3729	10,79	6074,3269	10,53	,3852	10,94
,4406	10,31:	,3757	10,79	,3297	10,45	,3880	10,70:
,4441	10,29	,3785	10,79	,3324	10,51	,3908	10,84
,4475	10,46:	,3813	10,71	,3352	10,52	,3936	10,90

## b) Die lichtelektrischen Beobachtungen

Blau		Gelb		Blau		Gelb	
J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
6232,6266	+0,575	6232,6279	+0,735	,6411	-0,730	,6425	-0,305
,6290	+0,699:	,6315	+0,666	,6438	-0,764	,6450	-0,175:
,6331	+0,427	,6348	+0,650	,6489	-0,730	,6503	-0,285
,6407	+0,305	,6421	+0,470	,6515	-0,612	,6529	-0,276
,6436	+0,161	,6453	+0,397	,6544	-0,699	,6560	-0,484:
,6466	+0,116	,6489	+0,430	,6604	-0,716	,6617	-0,307
,6550	+0,216	,6590	+0,526	,6628	-0,709	,6642	-0,412:
6233,6064	+0,046	6233,6077	+0,277	,6656	-0,740	,6670	-0,290
,6091	+0,005	,6105	+0,225	,6684	-0,651	,6696	-0,222
,6119	-0,053	,6134	+0,254	6264,5938	+0,461	6264,5953	+0,610
,6188	-0,193	,6209	+0,069	,5967	+0,365	,5981	+0,619
,6226	-0,300	,6242	+0,032	,5995	+0,293	,6008	+0,572
,6258	-0,415	,6273	-0,049	,6022	+0,293	,6035	+0,538
,6288	-0,509	,6303	-0,160	,6099	+0,209	,6113	+0,394
,6352	-0,648	,6366	-0,242	,6127	+0,096	,6141	+0,384
,6379	-0,678	,6393	-0,245	,6157	+0,067	,6171	+0,368
,6406	-0,706	,6421	-0,305	,6184	+0,067	,6196	+0,346
,6434	-0,734	,6449	-0,354	,6295	-0,052	,6307	+0,226
,6502	-0,747	,6516	-0,352	,6318	-0,097	,6330	+0,222
,6531	-0,745	,6552	-0,330	,6342	-0,135	,6352	+0,175
,6568	-0,722	,6585	-0,341	,6364	-0,214	,6375	+0,101
,6644	-0,745	,6657	-0,331	,6408	-0,334	,6419	-0,030
,6672	-0,738	,6685	-0,367	,6431	-0,382	,6441	-0,045
,6701	-0,755	,6716	-0,393	,6452	-0,470	,6465	-0,106
,6733	-0,722	,6749	-0,338	,6478	-0,544	,6492	-0,193
,6806	-0,697	,6820	-0,338	,6531	-0,738	,6545	-0,317
,6835	-0,721	,6851	-0,255	,6556	-0,788	,6569	-0,355
,6865	-0,668	,6880	-0,274	,6581	-0,857	,6595	-0,399
6234,6141	-0,744:	6234,6160	-0,168	,6609	-0,875	,6620	-0,404
,6174	-0,696	,6190	-0,135	,6672	-0,915	,6685	-0,389
,6203	-0,672	,6216	-0,188	,6698	-0,922	,6711	-0,381
,6320	-0,672	,6334	-0,281	6272,4944	+0,531	6272,4958	+0,683
,6348	-0,616	,6362	-0,229	,4974	+0,557	,4988	+0,693
,6376	-0,610	,6390	-0,239	,5005	+0,495	,5021	+0,667
,6444	-0,559	,6457	-0,189	,5076	+0,487	,5092	+0,627
,6471	-0,549	,6485	-0,188	,5107	+0,509	,5121	+0,667
,6499	-0,539	,6513	-0,167	,5134	+0,527	,5148	+0,678
,6566	-0,469	,6579	-0,073	,5162	+0,461	,5176	+0,627
,6593	-0,414	,6607	-0,056	,5235	+0,468	,5250	+0,668
,6621	-0,393	,6635	-0,038	,5266	+0,468	,5280	+0,674
,6688	-0,374	,6702	+0,005	,5297	+0,479	,5315	+0,747
,6716	-0,345	,6730	+0,060	,5370	+0,475	,5384	+0,706
,6744	-0,296	,6758	+0,040	,5400	+0,461	,5414	+0,716
,6772	-0,286	,6785	+0,060	,5428	+0,457	,5446	+0,737
6248,5901	+0,317	6248,5913	+0,511:	,5547	+0,535	,5561	+0,753
,5926	+0,290	,5937	+0,499:	,5585	+0,633	,5601	+0,786
,5950	+0,216	,5964	+0,590	,5618	+0,548	,5651	+0,714
,6015	+0,174	,6027	+0,517	,5823	+0,464	,5837	+0,700
,6041	+0,092	,6055	+0,414	,5852	+0,467	,5869	+0,665
,6105	-0,049	,6120	+0,288	,5884	+0,440	,5898	+0,528
,6163	-0,071	,6174	+0,182	,5912	+0,317	,5924	+0,573
,6186	-0,196	,6198	+0,240	,5983	+0,083	,5998	+0,427
,6240	-0,376	,6253	+0,024	,6011	+0,077	,6024	+0,385
,6266	-0,437	,6280	-0,078	,6036	+0,041	,6050	+0,323
,6294	-0,454	,6308	-0,118	,6063	-0,052	,6078	+0,246
,6353	-0,509	,6367	-0,133	,6125	-0,223	,6141	+0,143
,6384	-0,736	,6398	-0,303	,6154	-0,293	,6169	+0,049

Blau		Gelb		Blau		Gelb	
J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,6184	-0,316	,6197	+0,006	,5669	-0,653	,5683	-0,205
,6211	-0,356	,6225	-0,016	,5696	-0,615	,5710	-0,166
,6269	-0,480	,6285	-0,121	,5724	-0,610	,5738	-0,172
,6301	-0,528	,6316	-0,140	,5780	-0,544	,5794	-0,115
,6330	-0,635	,6347	-0,229	,5808	-0,496	,5821	-0,104
,6361	-0,683	,6377	-0,284	,5835	-0,491	,5849	-0,050
,6424	-0,837	,6438	-0,397	,5863	-0,480	,5877	-0,056
,6453	-0,876	,6469	-0,394	6288,5337	+0,347	6288,5325	+0,639
,6483	-0,871	,6498	-0,307:	,5380	+0,347	,5393	+0,567
6280,5592	+0,240	6280,5604	+0,444	,5407	+0,336	,5421	+0,537
,5618	+0,220	,5630	+0,440	,5435	+0,323	,5447	+0,527
,5642	+0,180	,5656	+0,410	,5460	+0,312	,5473	+0,498
,5974	-0,620	,5987	-0,213	,5513	+0,158	,5525	+0,425
,5999	-0,638	,6011	-0,224	,5539	+0,123	,5550	+0,388
,6023	-0,667	,6037	-0,252	,5562	+0,040	,5575	+0,355
,6050	-0,679	,6063	-0,252	,5615	-0,031	,5628	+0,253
,6103	-0,703	,6118	-0,266	,5640	-0,096	,5652	+0,245
,6132	-0,715	,6146	-0,266	,5664	-0,152	,5677	+0,154
,6160	-0,695	,6174	-0,261	,5688	-0,191	,5699	+0,126
,6188	-0,680	,6201	-0,266	,5747	-0,309	,5758	+0,055
,6243	-0,668	,6257	-0,228	,5770	-0,343	,5784	-0,012
,6271	-0,639	,6283	-0,200	,5796	-0,365	,5810	+0,006
,6296	-0,618	,6309	-0,200	,5823	-0,419	,5835	-0,035
,6350	-0,606	,6371	-0,123	,5876	-0,435	,5890	-0,098
,6384	-0,558	,6396	-0,107	,5903	-0,468	,5918	-0,081
,6410	-0,484	,6421	-0,118	,5931	-0,484	,5945	-0,093
6281,4606	+0,398	6281,4619	+0,693	,5959	-0,498	,5972	-0,116
,4633	+0,394	,4647	+0,606	,6014	-0,492	,6027	-0,100
,4660	+0,431	,4673	+0,613	,6039	-0,520	,6053	-0,151
,4686	+0,417	,4699	+0,584	,6066	-0,525	,6080	-0,114
,4742	+0,413	,4755	+0,650	,6094	-0,531	,6108	-0,075
,4767	+0,413	,4782	+0,645	,6154	-0,551	,6166	-0,184
,4795	+0,409	,4808	+0,633	,6180	-0,558	,6192	-0,144
,4821	+0,409	,4834	+0,609	,6205	-0,590	,6219	-0,143
,4877	+0,378	,4890	+0,581	,6233	-0,561	,6247	-0,130
,4905	+0,289	,4919	+0,548	6320,5316	-0,184	6320,5331	+0,117
,4931	+0,265	,4943	+0,526	,5347	-0,247	,5360	+0,095
,4957	+0,274	,4970	+0,464	,5375	-0,284	,5389	+0,015
,5015	+0,153	,5027	+0,421	,5405	-0,337	,5419	-0,020
,5038	+0,083	,5051	+0,373	,5491	-0,428	,5505	-0,090
,5064	+0,073	,5076	+0,328	,5519	-0,414:	,5535	-0,051:
,5090	+0,045	,5104	+0,302	,5552	-0,443:	,5567	+0,011::
,5152	-0,162	,5165	+0,124	6336,4644	+0,553	6336,4672	+0,745
,5175	-0,214	,5186	+0,075	,4685	+0,561	,4698	+0,730
,5194	-0,248	,5206	+0,054	,4712	+0,545	,4726	+0,741
,5216	-0,329	,5227	-0,051	,4740	+0,537	,4754	+0,725
,5263	-0,516	,5275	-0,106	,4838	+0,556	,4851	+0,729
,5285	-0,568	,5297	-0,169	,4865	+0,502	,4878	+0,765
,5309	-0,580	,5320	-0,213	,4895	+0,502	,4909	+0,661
,5332	-0,648	,5345	-0,255	,4968	+0,445	,4987	+0,607
,5382	-0,722	,5395	-0,276	,5001	+0,389	,5014	+0,600
,5407	-0,726	,5419	-0,316	,5027	+0,363	,5041	+0,535
,5433	-0,766	,5445	-0,316	,5054	+0,317	,5067	+0,518
,5458	-0,766	,5471	-0,316	,5107	+0,190	,5120	+0,408
,5509	-0,753	,5522	-0,321	,5133	+0,092	,5146	+0,374
,5534	-0,744	,5548	-0,286	,5159	+0,010	,5172	+0,298
,5561	-0,735	,5574	-0,276	,5185	-0,024	,5196	+0,236
,5587	-0,722	,5599	-0,296	,5235	-0,222	,5249	+0,117
,5641	-0,682	,5655	-0,253	,5261	-0,302	,5274	+0,046

Blau		Gelb		Blau		Gelb	
J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,5287	-0,369	,5301	-0,040	,4773	-0,622	,4787	-0,222
,5313	-0,448	,5326	-0,056	,4839	-0,588	,4853	-0,186
,5369	-0,566	,5382	-0,150	,4864	-0,584	,4880	-0,202
,5395	-0,637	,5410	-0,199	,4894	-0,606	,4909	-0,202
,5424	-0,666	,5436	-0,226	,4925	-0,591	,4940	-0,152
,5460	-0,730	,5463	-0,228	,4985	-0,496	,5000	-0,104
,5504	-0,766	,5517	-0,289	,5014	-0,487	,5028	-0,099
,5531	-0,793	,5546	-0,270	,5042	-0,443	,5056	-0,049
,5557	-0,801	,5569	-0,295	,5071	-0,440	,5086	-0,049
,5604	-0,864:	,5619	-0,324:	,5192	-0,370	,5205	+0,031
,5633	-0,903:	,5648	-0,312:	,5221	-0,329	,5236	+0,073
6337,4233	+0,555	6337,4247	+0,753	,5249	-0,284	,5263	+0,073
,4261	+0,513	,4275	+0,686	,5278	-0,309	,5292	+0,084
,4290	+0,509	,4304	+0,660	6362,3736	+0,324	6362,3748	+0,422
,4362	+0,459	,4376	+0,619	,3795	+0,178	,3810	+0,327
,4390	+0,422	,4404	+0,560	,3824	+0,103	,3837	+0,287
,4421	+0,360	,4434	+0,542	,3852	-0,036	,3866	+0,287
,4534	+0,074	,4547	+0,311	,3880	-0,090	,3893	+0,163
,4559	+0,073	,4573	+0,258	,3939	-0,241	,3951	+0,061
,4588	-0,087	,4602	+0,131	,3967	-0,324	,3981	0,000
,4617	-0,190	,4628	+0,106	,3995	-0,431	,4008	-0,047
,4666	-0,318	,4677	-0,022	,4035	-0,546	,4050	-0,214
,4688	-0,422	,4699	-0,069	,4095	-0,837	,4110	-0,421
,4711	-0,476	,4723	-0,158	,4124	-0,906	,4138	-0,460
,4736	-0,545	,4749	-0,176	,4153	-1,002	,4169	-0,483
,4762	-0,601	,4774	-0,198	,4183	-0,987	,4196	-0,482
,4812	-0,705	,4824	-0,282	,4241	-0,993	,4256	-0,480
,4837	-0,773	,4850	-0,330	,4269	-0,944:	,4282	-0,454:
,4862	-0,815	,4876	-0,389	,4296	-1,011:	,4311	-0,466
,4890	-0,876	,4905	-0,421	,4325	-0,991	,4339	-0,439
,4944	-0,923	,4956	-0,440	,4382	-0,950	,4397	-0,434
,4968	-0,965	,4983	-0,459	,4411	-0,937	,4425	-0,401
,5000	-0,976	,5015	-0,480	,4438	-0,931	,4452	-0,423
,5028	-0,968	,5043	-0,466	,4466	-0,924:	,4482	-0,410:
,5076	-0,912	,5090	-0,424	,4528	-0,822:	,4542	-0,376
,5106	-0,907	,5119	-0,394	,4560	-0,887		
,5133	-0,837	,5146	-0,375	6377,4165	-0,653:	6377,4193	-0,280:
,5159	-0,818	,5172	-0,349	,4209	-0,633:	,4224	-0,271:
,5213	-0,759	,5226	-0,342	,4240	-0,647:	,4257	-0,231:
,5237	-0,749	,5251	-0,311	,4270	-0,668:	,4285	-0,231:
,5264	-0,708	,5278	-0,258	6392,4327	+0,305:	6392,4340	+0,608
,5292	-0,701	,5306	-0,255	,4354	+0,353	,4368	+0,588
,5351	-0,635	,4365	-0,204	,4383	+0,355	,4399	+0,604
,5377	-0,593	,4391	-0,210	,4414	+0,256:	,4429	+0,520:
,5405	-0,573	,4422	-0,187	,4484	+0,299	,4505	+0,506
,5434	-0,565	,4448	-0,156	,4520	+0,293	,4536	+0,510
,5486	-0,503	,4501	-0,138	,4552	+0,231	,4566	+0,498
6345,4321	+0,044	6345,4333	+0,333	,4581	+0,143	,4590	+0,323:
,4377	-0,122	,4391	+0,157	,4657	+0,012	,4668	+0,248
,4405	-0,242	,4419	+0,104	,4686	-0,076	,4703	+0,183
,4432	-0,314	,4446	+0,010	,4717	-0,217	,4732	+0,148
,4460	-0,424	,4473	-0,064	,4751	-0,314	,4765	-0,022
,4518	-0,508	,4533	-0,154	,4812	-0,475	,4828	-0,173:
,4547	-0,560	,4564	-0,152	,4850	-0,547	,4867	-0,120
,4586	-0,613	,4604	-0,202	,4882	-0,663	,4905	-0,226
,4620	-0,600	,4637	-0,187	,4915	-0,780	,4930	-0,315
,4687	-0,663	,4701	-0,233	,4980	-0,874	,4996	-0,361
,4715	-0,648	,4729	-0,245	,5013	-0,859	,5031	-0,389
,4743	-0,655	,4759	-0,233	,5049	-0,844	,5065	-0,416



Blau		Gelb		Blau		Gelb	
J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
,5086	-0,824	,5112	-0,434	,5590	-0,678	,5601	-0,243
6393,3775	+0,522	6393,3789	+0,615	,5609	-0,676	,5617	-0,283
,3803	+0,394	,3817	+0,684	,5626	-0,695	,5635	-0,305
,3832	+0,473	,3844	+0,630	,5664	-0,721	,5672	-0,289
,3858	+0,470	,3870	+0,591	,5681	-0,729	,5689	-0,303
,3908	+0,373	,4045	+0,583	,5699	-0,749	,5708	-0,300
,4032	+0,072			,5717	-0,713	,5726	-0,289
6970,5421	-0,834	6970,5428	-0,342	,5734	-0,724	,5741	-0,287
,5435	-0,801	,5442	-0,300	,5774	-0,718	,5782	-0,239
,5449	-0,816	,5456	-0,281	,5791	-0,739	,5799	-0,269
,5463	-0,796	,5469	-0,316	,5807	-0,746	,5816	-0,251
,5476	-0,800	,5483	-0,305	,5850	-0,656:	,5879	-0,163:
,5490	-0,800	,5497	-0,339	,5887	-0,639:	,5895	-0,183:
,5533	-0,772	,5539	-0,320	,5901	-0,643:		
,5546	-0,738	,5553	-0,273	7001,5581	-0,722	7001,5571	-0,242
,5560	-0,757	,5567	-0,326	,5596	-0,737	,5588	-0,295
,5574	-0,757	,5581	-0,279	,5615	-0,728	,5605	-0,284
,5588	-0,704	,5594	-0,211	,5635	-0,770	,5628	-0,297
,5601	-0,747	,5608	-0,211	,5653	-0,777	,5643	-0,323
,5650	-0,649	,5657	-0,283	,5694	-0,774	,5687	-0,333
,5664	-0,753	,5671	-0,258	,5709	-0,777	,5702	-0,317
,5678	-0,673	,5685	-0,274	,5724	-0,784	,5715	-0,317
,5692	-0,704	,5699	-0,225	,5741	-0,784	,5733	-0,323
,5706	-0,677	,5712	-0,115	,5776	-0,759	,5769	-0,300
,5719	-0,683	,5726	-0,216	,5792	-0,736	,5785	-0,267
,5761	-0,574	,5768	-0,273	,5805	-0,720	,5798	-0,308
,5775	-0,624	,5782	-0,140	,5825	-0,726	,5814	-0,286
,5789	-0,536	,5796	-0,103	,5891	-0,597	,5881	-0,238
,5803	-0,653	,5810	-0,088	,5912	-0,577	,5902	-0,217
,5817	-0,533	,5824	-0,133	,5936	-0,593	,5926	-0,209
,5831	-0,451	,5990	-0,016	,5957	-0,554	,5947	-0,227
,5997	-0,394	,6004	-0,031	,6009	-0,571	,5999	-0,174
,6013	-0,416	,6023	-0,008	,6030	-0,527	,6020	-0,171
,6032	-0,346	,6041	-0,016	,6086	-0,522	,6043	-0,170
,6051	-0,365	,6060	-0,031	,6106	-0,481	,6096	-0,107
,6069	-0,346					,6117	-0,093
6986,4943	+0,223	6986,4953	+0,443	7057,4331	+0,560:	7057,4340	+0,712:
,4964	+0,178	,4975	+0,447	,4417	+0,560	,4428	+0,688
,4986	+0,177	,4997	+0,399	,4440	+0,541	,4449	+0,697
,5036	+0,113	,5047	+0,374	,4491	+0,560	,4718	+0,370
,5056	+0,091	,5067	+0,329	,4711	+0,165	,4782	+0,247
,5077	+0,104	,5087	+0,323	,4775	+0,058	,4796	+0,240
,5124	+0,068	,5135	+0,299	,4789	-0,056	,4810	+0,241
,5144	-0,016	,5155	+0,273	,4803	-0,062	,4852	+0,204
,5165	-0,009	,5175	+0,282	,4845	-0,173	,4866	+0,168
,5212	-0,056	,5225	+0,204	,4859	-0,207	,4884	+0,053
,5234	-0,098	,5244	+0,186	,4877	-0,236	,4928	+0,032
,5255	-0,106	,5265	+0,115	,4921	-0,273	,4947	+0,016
,5306	-0,223	,5314	+0,081	,4940	-0,330	,4965	-0,082
,5323	-0,236	,5332	+0,010	,4958	-0,437	,5005	-0,188
,5339	-0,324	,5348	+0,038	,4993	-0,494	,5028	-0,256
,5382	-0,413	,5390	-0,025	,5016	-0,584	,5044	-0,298
,5398	-0,396	,5408	-0,081	,5037	-0,657	,5106	-0,387
,5417	-0,453	,5425	-0,157	,5083	-0,794	,5120	-0,416
,5462	-0,473	,5470	-0,197	,5113	-0,869	,5134	-0,437
,5480	-0,562	,5490	-0,180	,5127	-0,886	,5171	-0,450
,5499	-0,566	,5509	-0,206	,5164	-0,923	,5185	-0,470
,5557	-0,654	,5566	-0,308	,5178	-0,957	,5218	-0,452:
,5573	-0,643	,5582	-0,261	,5208	-0,917:		

Blau		Gelb		Blau		Gelb	
J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.	J. D.	Gr.
243...		243...		243...		243...	
7058,3960	+0,435	7058,3968	+0,614	,4717	-0,427	,4794	-0,033
,3983	+0,346	,3990	+0,563	,4750	-0,422	,4878	+0,034
,3999	+0,312	,4007	+0,512	,4780	-0,396	,5014	+0,041
,4033	+0,205	,4041	+0,462	,4835	-0,371		
,4049	+0,194	,4058	+0,375	,4864	-0,373		
,4066	+0,150	,4072	+0,389	,4916	-0,376		
,4081	+0,127	,4090	+0,349	,4942	-0,347		
,4115	+0,048	,4123	+0,253	,4974	-0,324		
,4132	-0,005	,4139	+0,193	,5002	-0,316		
,4149	-0,041	,4156	+0,198	,5071	-0,243		
,4163	-0,124	,4171	+0,158	,5110	-0,259		
,4199	-0,226	,4207	+0,068	,5144	-0,201		
,4216	-0,309	,4223	+0,031	,5176	-0,266		
,4231	-0,343	,4239	+0,015	,5219	-0,263:		
,4247	-0,362	,4255	-0,024	7168,3563	+0,147	7168,3573	+0,371
,4284	-0,420	,4291	-0,064	,3582	+0,102	,3610	+0,335
,4299	-0,417	,4308	-0,100	,3633	-0,040	,3642	+0,233
,4316	-0,469	,4326	-0,091	,3653	-0,099	,3686	+0,226:
,4335	-0,534	,4343	-0,107	,3695	-0,249	,3704	+0,057
,4376	-0,588	,4385	-0,184	,3716	-0,294	,3727	+0,046
,4392	-0,643	,4399	-0,191	,3747	-0,321	,3786	+0,034
,4406	-0,646	,4415	-0,207	,3797	-0,407	,3807	-0,067
,4449	-0,735	,4457	-0,299	,3815	-0,463	,3824	-0,074
,4464	-0,757	,4472	-0,311	,3832	-0,450	,3861	-0,147
,4480	-0,780	,4488	-0,364	,3871	-0,495	,3879	-0,114
,4495	-0,810	,4503	-0,364	,3888	-0,517	,3897	-0,081
,4526	-0,882	,4533	-0,405	,3907	-0,511	,3937	-0,128
,4540	-0,874	,4547	-0,383	,3945	-0,512	,3954	-0,129
,4554	-0,889	,4561	-0,404	,3963	-0,516	,3974	-0,135
,4566	-0,898	,4573	-0,404	,3982	-0,555	,4012	-0,174
,4579	-0,909	,4586	-0,404	,4020	-0,578	,4031	-0,157
,4615	-0,880	,4622	-0,379	,4040	-0,605	,4050	-0,192
,4629	-0,872	,4637	-0,397	,4060	-0,497:	,4069	-0,160
,4645	-0,874	,4651	-0,383	,4079	-0,582	,4114	-0,186
,4659	-0,869	,4666	-0,375	,4122	-0,556	,4131	-0,122
,4691	-0,818	,4699	-0,356	,4140	-0,530	,4150	-0,149
,4707	-0,818	,4715	-0,352	,4158	-0,495	,4192	-0,128
,4723	-0,818	,4731	-0,362	,4202	-0,509	,4213	-0,145
,4739	-0,800	,4747	-0,339	,4222	-0,495	,4233	-0,103
,4781	-0,784	,4788	-0,346	,4242	-0,493	,4273	-0,107
,4794	-0,770	,4801	-0,297	,4282	-0,494	,4292	-0,098
,4823	-0,773	,4830	-0,330	,4299	-0,466	,4326	-0,066
7136,4248	-0,276:	7136,4234	-0,002:	,4337	-0,479	,4370	-0,060
,4271	-0,272:	,4260	+0,061:	,4379	-0,442	,4388	-0,054
,4652	-0,461:	,4285	+0,058:	,4396	-0,452	,4407	-0,002
,4690	-0,490	,4642	-0,079:	,4415	-0,412		

Die *mittleren Fehler* einer photographischen bzw. lichtelektrischen Beobachtung sind folgende:

m. F. einer Aufnahme im Gebiet des Maximums . . . . .	$\pm 0,055^m$
im Gebiet des Minimums . . . . .	$\pm 0,102^m$
mit Doppelpunkt . . . . .	$\pm 0,152^m$
m. F. einer lichtelektrischen Messung in Blau . . . . .	$\pm 0,015^m$
in Gelb . . . . .	$\pm 0,017^m$
mit Doppelpunkt in Blau . . . . .	$\pm 0,048^m$
mit Doppelpunkt in Gelb . . . . .	$\pm 0,056^m$

Die normalen lichtelektrischen Messungen sind noch etwas genauer, einige forzierte Beobachtungsreihen (zwischen Wolken) die zwecks Annäherung der Vollständigkeit ausgeführt wurden, den m. F. erheblich steigern. Der Beobachtungsfehler konnte seit 1958 durch Anwendung eines neuen Verstärkers wesentlich heruntergedrückt werden.

Wie zu bemerken ist, sind die »ungenauen« lichtelektrischen Messungen von derselben Genauigkeit wie die besten photographischen Beobachtungen. Die ziemlich grosse Streuung im Gebiet des Minimums bei den photographischen Lichtkurven ist auf die sehr ungünstige Verteilung der Vergleichsterne der Helligkeit nach zurückzuführen. Bei Veröffentlichungen der visuellen Beobachtungen (Gruppe *a*) und *b*) geben die Autoren keine Schätzung der m. F. an. Obwohl die Streuung der einzelnen Beobachtungen oft überraschend klein ist, bleibt die Genauigkeit der visuellen Schätzungen sicherlich weit hinter der photographischen und besonders der lichtelektrischen Messungen zurück. Diese Feststellung wird sich später bei der Konstruktion der (*B—R*)-Kurven bestätigen.

### III. Langsame Änderungen der Perioden und der Lichtkurve

#### 1. §. Grundangaben der Lichtkurven

Von allen zur Verfügung stehenden Lichtkurven wurden folgende Grössen abgelesen und in *Tab. 3.* zusammengestellt:

a)  $m_{\max}$  (Spalte 3) die *Helligkeit des Maximums* (die lichtelektrischen Helligkeitsangaben beziehen sich auf den Blaufilter), später werden sie auch mit »I« bezeichnet.

b)  $t_{\max}$  (Spalte 4) der heliozentrische *Zeitpunkt des Maximums*. Die Tabelle enthält noch die Epochenzahl *E* (Spalte 2) und die Abweichungen der beobachteten  $t_{\max}$  Zeitpunkte von der Formel

$$\text{Hel.Max.} = JD\ 2424794,303 + 0^d,4700228 \cdot E \quad (1)$$

nach Balázs und Detre ([3], S. 366). Die Abweichungen werden kurz mit »II« bezeichnet (Spalte 5).

c) *t* (Spalte 6) der *Zeitpunkt*, zu welchem der Stern während seines Helligkeitsaufstieges die *mittlere Helligkeit* erreicht. Die Abweichungen von der Formel (1), die »IV« Werte, sind in Spalte 7 enthalten. Bei den photographischen Beobachtungen entspricht die mittlere Helligkeit ungefähr der Grösse

11<sup>m</sup>15; bei den in [5] gegebenen visuellen Lichtkurven wurden die mittleren Helligkeiten für jeden Beobachter getrennt bestimmt:

Blaschko (Bo) .....	11 <sup>m</sup> 03	Zessewitsch (C) .....	10 <sup>m</sup> 93
Okunew (O) .....	10 <sup>m</sup> 88	Dombrowskij (D) ..	10 <sup>m</sup> 89
Mustelj (M) .....	10 <sup>m</sup> 98	Gurjew (G) .....	10 <sup>m</sup> 87
Ustinow (U) .....	10 <sup>m</sup> 95		

und mit den gleichzeitigen photographischen Beobachtungen verglichen. (Das Klepikowa'sche Material habe ich von diesem Standpunkt aus nicht bearbeitet.) Die mittlere lichtelektrische Helligkeit des Veränderlichen ergibt sich als 11<sup>m</sup>20 im blauen, bzw. 11<sup>m</sup>00 im gelben Farbbereich (siehe Kap. V.).

d) Zur genaueren Bestimmung der Steilheit des aufsteigenden Astes wurden an den photographischen Lichtkurven noch die *Zeitpunkte* abgelesen, an welchen der Stern während seines Helligkeitsaufstieges die *Grösse* 10<sup>m</sup>75 bzw. 11<sup>m</sup>55 erreicht. Die Abweichungen dieser Zeitpunkte von der Formel (1) sind in Spalte 8 und 9 unter der Bezeichnung »III« bzw. »V« enthalten.

e) Für jedes beobachtete Maximum (oder in Ermangelung desselben für den aufsteigenden Ast) wurde die *Phase*  $\psi$  in der sekundären Periode  $p$  mittels der Formel

$$t_{\psi=0} = 2425096,24 + 31^d 5494 \cdot N \quad (2)$$

(siehe [5] S. 152) berechnet\* (Spalte 10), wo  $N$  in Spalte 11 die *Anzahl der Zyklen* der Periode  $p$  bezeichnet.

Tabelle 3 enthält noch die Benennung der *Beobachtungsart* in Spalte 12, die Abkürzung des Namens des *Beobachters* in Spalte 13 die *Quelle* (siehe Literatur) und das Fehlerzeichen findet man in Spalte 14. Die einzelnen Lichtkurven (Maxima und aufsteigende Äste) sind in chronologischer Reihenfolge nach ihren Epochen  $E$  geordnet. In Spalte 1 wurde das *Beobachtungsjahr* angegeben.

Abkürzungen:

a: für den aufsteigenden Ast, A: Almár, B: Balázs, Bo: Blaschko, C: Zessewitsch, Cs: Csada, D: Detre, Do: Dombrowskij, E: Elter, F: Fatkina, Ge: Gefferth, Gn: Guman, G: Gurjew, K: Klepikowa, L: Lovas, M: Mustelj, Ma: Manowa, O: Okunew, P: Perowa, Sl: Slowokehotowa, U: Ustinow.

Was die Genauigkeit der Angaben anbelangt, sind die mittleren Fehler der abgelesenen Daten der photographischen Lichtkurven folgende:

$m_{\max}$		$\pm 0^m 025$
	mit:	$\pm 0^m 053$
$t_{\max}$		$\pm 0^d 0021$
	mit:	$\pm 0^d 0071$
$t$		$\pm 0^d 00083$
	mit:	$\pm 0^d 00175$

\*  $t_{\psi=0}$  gibt eine der Epochen an, zu welcher das periodische Glied beim Übergang von negativen zu positiven Werten gleich Null wird.

Tabelle 3.

(B—R)-Werte für alle beobachtete Maxima und für verschiedene Punkte des aufsteigenden Astes gegenüber den Elementen (1)

1 Jahr	2 E	3 $m_{\max}$	4 $t_{\max}$ 242 ...	5 II	6 t	7 IV	8 III	9 V	10 $\Psi$	11		12 B. art	13 Beob.	14 Bem.
										N				
1926	-187	10,42	4706,410	+0,001	4706,383	-0,26			0,643	-13	v	Bo	5	
	-185	10,44	4707,349	,000				0,673	-13		Bo			
	-168	10,63	4715,321	-,018				0,926	-13		Bo			
	-15	10,70	4787,300	+0,047	4787,244	-,009		0,210	-10		Bo			
	0	10,35	4794,329	+0,026	4794,304	+0,001		0,430	-10		C			
	72	10,30	4828,163	+0,018				0,503	-9		Bo	:		
	83	10,50	4833,300	-,016	4833,283	-,033		0,665	-9		Bo	:		
	134	10,42	4857,300	+0,014	4857,276	-,010		0,426	-8		Bo	:		
	136	10,40	4858,253	+0,027	4858,214	-,012		0,457	-8		Bo	:		
	339				4853,625	-,016		0,479a	-5		C			
	360	10,47	4963,494	-,017	4963,452	-,059		0,792	-5		C			
	362	10,65	4964,480	+0,029	4964,450	-,001		0,824	-5		C			
	366	10,54	4966,317	-,014				0,882	-5		C			
	409				4986,518	-,024		0,521a	-4		C			
417	10,55	4990,312	+0,009				0,642	-4		Bo	:			
445	10,75	5003,452	-,011	5003,441	-,022		0,068	-3		C	:			
447	10,77	5004,397	-,006	5004,380	-,023		0,089	-3		C	:			
579	10,26	5066,412	-,034	5066,401	-,045		0,054	-1		C	:			
581	10,40	5067,364	-,022	5067,338	-,048		0,085	-1		C	:			
600	10,43	5076,327	+0,010	5076,304	-,013		0,368	-1		C	:			
602	10,15	5077,275	+0,018	5077,236	-,021		0,398	-1		C	:			
604	10,13	5078,207	+0,010				0,428	-1		C	:			
613				5082,390	-,037		0,559a	-1		C	:			
615	10,13	5083,368	+0,001	5083,329	-,038		0,591	-1		C	:			
619	10,16	5085,234	-,013	5085,199	-,048		0,651	-1		C	:			
621	10,14	5086,197	+0,010				0,882	-1		C	:			
630	10,32	5090,393	-,024	5090,363	-,054		0,814	-1		C	:			
632	10,26	5091,327	-,030	5091,297	-,060		0,844	-1		C	:			
634	10,18	5092,275	-,023	5092,234	-,064		0,875	-1		C	:			
636	10,17	5093,205	-,033	5093,177	-,061		0,904	-1		C	:			
649	10,49	5099,354	+0,006				0,098	0		Bo	:			
649	10,72	5099,365	+0,017	5099,316	-,032		0,098	0		C	:			
651	10,74	5100,324	+0,036	5100,239	-,049		0,128	0		C	:			
655	10,80						0,192	0		C	:			
666				5107,311	-,027		0,350a	0		C	:			
666	10,49	5107,353	+0,015	5107,329	-,009		0,352	0		Bo	:			
668	10,31	5108,304	+0,026	5108,267	-,011		0,382	0		Bo	:			
668	10,14	5108,300	+0,022	5108,256	-,022		0,382	0		C	:			
670	10,16						0,412	0		C	:			
672	10,14						0,442	0		C	:			
700	10,13						0,857	0		C	:			
702	10,16						0,888	0		C	:			
704	10,15	5125,184	-,015				0,917	0		C	:			
719	10,58	5132,284	+0,035	5132,236	-,013		0,142	1		Bo	:			
732	10,56	5138,370	+0,010	5138,351	-,009		0,335	1		Bo	:			
751	10,44	5147,288	-,002				0,617	1		Bo	:			
802				5171,248	-,014		0,377a	2		Bo	:			
1130	10,59	5325,436	+0,007	5325,423	-,006		0,265	7		C	:			
1266	10,43	5389,364	+0,012	5389,344	-,008		0,291	9		Bo	:			
1568	10,22	5531,296	-,003	5531,268	-,031		0,790	13		Bo	:			
2066	10,52	5765,410	+0,040	5765,364	-,006		0,210	21		Bo	:			
2151	10,36	5805,330	+0,008				0,475	22		Bo	:			
3064				6234,431	-,022		0,076a	36		C	:			
3736	10,12	6550,316	+0,008	6550,283	-,025		0,089	46		C	:			
3751	10,29	6557,374	+0,015	6557,324	-,035		0,312	46		C	:			
3753	10,08						0,342	46		C	:			
3755	10,03	6559,232	-,007				0,371	46		C	:			
3787	10,58	6574,286	+0,007				0,849	46		C	:			
3789	10,53						0,877	46		C	:			
3791	10,55	6576,206	+0,047				0,909	46		C	:			
3804	10,33	6582,289	+0,019	6582,253	-,017		0,102	47		C	:			
3806	10,39	6583,240	+0,030				0,132	47		C	:			
3808	10,17	6584,191	+0,041				0,162	47		C	:			
3821	10,22	6590,250	-,010	6590,223	-,037		0,355	47		C	:			
3823	10,10	6591,205	+0,005				0,384	47		C	:			
3825	10,09						0,414	47		C	:			
3838	10,11	6598,238	-,013	6598,191	-,060		0,608	47		C	:			
3857	10,53	6607,178	-,003				0,891	47		C	:			
4570	10,13	6942,276	-,031				0,512	58		C	:			
4583				6948,359	-,059		0,704	58		C	:			

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Jahr	<i>E</i>	<i>m</i> <sub>max</sub>	<i>t</i> <sub>max</sub> 242 ...	<i>II</i>	<i>t</i>	<i>IV</i>	<i>III</i>	<i>V</i>	$\varphi$	<i>N</i>	B. art	Beob.	Bem.
1933	4583				6948,365	-,053			0,704	58		O	
	4585	10,64	6949,316	-,042	6949,288	-,070			0,734	58		C	
	4585	10,64	6949,337	-,021	6949,309	-,049			0,735	58		O	
	4587	10,54			6950,242	-,056			0,765a	58		O	
	4587	10,58			6950,236	-,062			0,765a	58		C	
	4636				6973,257	-,072			0,494a	59		C	
	4653	10,70	6981,279	-,040	6981,253	-,066			0,748	59		C	
	4653	10,53	6981,279	-,040					0,748	59		O	
	5202	10,59				7239,334	-,028		0,929a	67		M	
	5204	10,55	7240,302	,000		7240,278	-,024		0,958	67		M	
	5217					7246,380	-,032		0,151a	68		M	
	5219	10,09	7247,354	+,002		7247,314	-,038		0,181	68		M	
	5221	10,17	7248,289	-,003		7248,257	-,035		0,212	68		M	
	5223	10,37	7249,236	+,004					0,242	68		M	
1934	5234				7254,338	-,064			0,403a	68		M	
	5406	10,43	7335,244	-,002	7335,213	-,033			0,967	70		Do	
	5408	10,41	7336,226	+,040	7336,171	-,015			0,898	70		Do	
	5736	10,71	7490,343	-,011					0,883	75		C	
	6102	10,09	7662,376	-,006	7662,346	-,036			0,337	81		C	
	6104	10,10			7663,271	-,051			0,366	81		C	
	6106	10,07	7664,239	-,023					0,396	81		C	
	6153	10,20	7686,361	+,008	7686,328	-,025			0,096	82		Bo	
	6170	10,00	7694,339	-,005					0,350	82		Bo	
	6172	9,86	7695,269	-,015					0,380	82		Bo	
	6187	10,59							0,603	82		Bo	
	6189	10,43	7703,241	-,033					0,632	82		Bo	
	6342	10,69	7775,185	-,003	7775,148	-,040			0,912	84		Bo	
	1935	6485	10,65	7842,402	+,001	7842,384	-,017			0,043	87		C
6519		10,57	7858,368	-,014	7858,326	-,056			0,548	87		C	
6779					7980,5267	-,0609		-,0766	0,422a	91	ph	B, D	3
6789		10,23	7985,338	+,050					0,573	91	v	G	5:
6836		9,67	8007,374	-,005					0,271	92		G	
6838					8008,279	-,040			0,300a	92		G	
6853		10,11			8015,302	-,067			0,523a	92		G	
6855		10,09	8016,300	-,009	8016,241	-,068			0,555	92		G	
6866		10,60	8021,430	-,050	8021,3990	-,0805	-,0648		0,717	92	ph	B, D	3
6902		10,35	8038,394	-,006	8038,3548	-,0456	-,0302	-,052	0,256	93	v	B, D	5
6957		10,20	8064,261	+,009	8064,212	-,040			0,075	94		G	
6959		9,97	8065,195	+,003	8065,155	-,037			0,105	94		G	
6976		10,10	8073,181	-,001	8073,137	-,045			0,358	94		G	
1936		7168	10,12	8163,424	-,002				0,219	97		G	
	7215	10,24	8185,485	-,032	8185,452	-,065			0,917	97		G	
	7217	10,30	8186,443	-,015	8186,407	-,050			0,948	97		G	
	7519	10,39	8328,379	-,025			-,0457		0,447	102	ph	B, D	3
	7523	10,39	8330,254	-,030	8330,216	-,069			0,505	102	v	G	5
	7534	10,59	8335,406	-,049	8335,376	-,079			0,669	102		G	
	7538	10,54	8337,285	-,050	8337,254	-,081			0,729	102		G	
	7551	10,22			8343,374	-,071			0,921a	102		G	
	7553	10,20	8344,379	-,006	8344,333	-,052			0,953	102		G	
	7555	10,49							0,983	102		G	
	7588				8351,397	-,039	-,029	-,056	0,176a	103	ph	B, D	3
	7583	10,35	8358,470	-,016			-,042		0,400	103		B, L	
	7598	10,54	8365,489	-,047					0,623	103		B, D	
	7600	10,58	8366,407	-,049	8366,4007	-,0756	-,0620		0,652	103		B, D	
7602	10,60	8367,359	-,057			-,073		0,682	103		B, D		
7666	10,50	8397,462	-,036	8397,4219	-,0858	-,0604	-,0856	0,636	104		B, D		
7668				8398,3520	-,0858	-,0612		0,664a	104		B, D		
7670	10,59	8399,329	-,049			-,0643		0,695	104		B, D		
7723				8424,273	-,052			0,484a	105	v	G	5	
7725				8425,164	-,065			0,514a	105		G		
7727	10,22							0,546	105		G		
7740	10,41			8432,230	-,050			0,739	105		G		
7774				8448,233	-,027			0,246a	106		G		
7776	10,21	8449,198	-,002	8449,160	-,040			0,276	106		G		
7793	10,12	8457,157	-,034	8457,128	-,063			0,528	106		G		
1937	8202	10,53	8649,384	-,046				0,621	112	ph	B, D	3:	
	8230				8662,5484	-,0421	-,0154	-,0786	0,038a	113		B, D	
	8232	10,60	8663,526	-,005	8663,4848	-,0459	-,0206		0,070	113		B, D	
	8234	10,54	8664,474	+,003	8664,4323	-,0384	-,0203	-,0680	0,100	113		B, D	
	8236	10,50	8665,407	-,004	8665,376	-,035	-,019	-,063	0,130	113		B, D	
	8247				8670,5455	-,0355	-,023	-,055	0,291a	113		B, D	
	8249	10,29	8671,514	-,007	8671,4748	-,0463	-,0320		0,323	113		B, D	
	8253						-,039		0,382a	113		B, D	
	8283	10,70	8687,451	-,051	8687,4289	-,0730	-,0557	-,0891	0,828	113		B, D	
	8300	10,49	8695,489	-,003	8695,4563	-,0359	-,0202	-,0662	0,083	114		B, D	

1 Jahr	2 E	3 m <sub>max</sub>	4 t <sub>max</sub> 242...	5 II	6 t	7 IV	8 III	9 V	10 ψ	11-14				
										N	B. art	Beob.	Bem.	
1938	8302	10,23	8696,439	+0,007					0,113	114	v	G	5:	
	8306	10,36			8698,278	-0,034			0,173	114		G	:	
	8315				8702,4983	-0,0443	-0,0336	-0,0574	0,304a	114	ph	B, D	3	
	8319	10,02	8704,434	+0,011		8704,396	-0,027		0,366	114	v	G	5	
	8349	10,73	8718,463	-0,060		8718,4468	-0,0766		0,811	114	ph	B, D	3:	
	8351	10,79	8719,413	-0,050		8719,3980	-0,0654		0,842	114		B, D	:	
	8374	10,22							0,185	115	v	G	5	
	8406	10,39	8745,276	-0,039		8745,233	-0,032		0,660	115		G		
	8417					8750,426	-0,059		0,823a	115		G		
	8419	10,70							0,854	115		G		
	8436					8759,396	-0,019		0,108a	116		G	:	
	8438	10,30	8760,356	+0,001					0,138	116		G	:	
	8438	10,47	8760,361	+0,006		8760,321	-0,034	-0,023	0,139	116	ph	B, D	3:	
	8440	10,06	8761,296	+0,001					0,168	116	v	G	5	
	8472	10,44				8776,268	-0,068		0,643	116		G		
	8474	10,57							0,674	116		G		
	8487	10,78	8783,334	-0,053		8783,3115	-0,0750		0,867	116	ph	B, D	3:	
	8491					8785,208	-0,059		0,926a	116	v	G	5:	
	8512	10,12							0,242	117		G	:	
	8525					8801,212	-0,035		0,434a	117		G		
	8527	10,21	8802,172	-0,015					0,464	117		G		
	8845	10,29	8951,650	-0,005		8951,6177	-0,0370	-0,0255	-0,0596	0,201	122	ph	B, D	3
	8849	10,29	8953,528	-0,007		8953,4965	-0,0383	-0,0286	-0,0572	0,261	122		B, D	
	8851	10,30	8954,474	-0,001		8954,4340	-0,0408	-0,0256		0,291	122		B, D	
	8887	10,77	8971,343	-0,053					0,326	122		B, D	:	
	8894								0,328a	122		B, D	:	
	8896	10,75	8975,624	-0,002		8975,5679	-0,0579		0,362	122		B, D		
	8898	10,62	8976,552	-0,014		8976,4965	-0,0694	-0,023	0,392	122		B, D		
	8900	10,61	8977,509	+0,003		8977,4520	-0,0539	-0,0211	0,022	123		B, D		
	8902	10,52	8978,449	+0,003		8978,4028	-0,0432	-0,0224	0,051	123		B, D		
	8934	10,45	8993,464	-0,023		8993,4188	-0,0679	-0,0518	0,526	123		B, D		
	9025	10,51							0,883	124	v	G	5	
	9036					9041,383	-0,046		0,046a	125		G		
	9044	10,21	9045,220	+0,031					0,168	125		G	:	
	9051					9048,447	-0,032		0,270a	125		G	:	
	9053	10,20				9049,373	-0,046		0,300	125		G		
	9055	10,20	9050,375	+0,015		9050,320	-0,039		0,331	125		G		
	9057	10,18	9051,303	+0,004		9051,265	-0,035		0,361	125		G		
	9066	10,44	9055,506	-0,024		9055,4761	-0,0536	-0,0412	0,494	125	ph	B, D	3	
	9068					9056,396	-0,074		0,522a	125		B, D		
	9070	10,48	9057,379	-0,031					0,553	125		B, D		
	9098					9070,5139	-0,0565		0,969a	125		B, D		
	9100	10,69	9071,507	-0,004		9071,4496	-0,0609	-0,0245	0,001	126		B, D		
	9102					9072,410	-0,041		0,030a	126	v	G	5	
	9104	10,34	9073,394	+0,003		9073,350	-0,041		0,060	126		G		
	9106	10,37	9074,345	+0,014		9074,296	-0,035		0,090	126		G	:	
	9110	10,38							0,152	126		G		
	9117	10,27	9079,491	-0,010		9079,4587	-0,0422	-0,0309	0,253	126	ph	B, D	3	
	9119	10,09	9080,439	-0,002		9080,406	-0,035		0,284	126	v	G	5	
	9121	10,02	9081,369	-0,012		9081,342	-0,039		0,313	126		G		
9123	9,97	9082,317	-0,004		9082,287	-0,034		0,343	126		G			
9125	10,10	9083,262	+0,001					0,374	126		G	:		
9136	10,46	9088,393	-0,038		9088,3615	-0,0698	-0,0619	0,536	126	ph	B, D	3		
9151	10,66	9095,423	-0,059		9095,4015	-0,801	-0,0648	0,759	126		B, D			
9153	10,67	9096,369	-0,053				-0,0659	0,789	126		B, D			
9168	10,67	9103,472	-0,000		9103,4159	-0,0561	-0,0230	0,014	127		B, D	:		
9170					9104,379	-0,033		0,043a	127	v	G	5		
9172	10,40	9105,370	+0,018		9105,326	-0,026		0,074	127		G			
9174	10,30	9106,284	-0,008		9106,250	-0,042		0,104	127		G			
9187	10,10	9112,420	+0,017		9112,366	-0,037		0,298	127		G			
9189	10,08	9113,342	-0,000		9113,306	-0,037		0,327	127		G			
9225	10,40				9130,193	-0,070		0,863	127		G	:		
9238					9136,342	-0,032		0,056a	128		G			
9240	10,12	9137,340	+0,026		9137,264	-0,050		0,088	128		G			
9242	10,03	9138,266	+0,012		9138,222	-0,032		0,117	128		G	:		
9412					9218,090	-0,068		0,647a	130		G			
9662					9335,6063	-0,0570		0,371a	134	ph	B, D	3		
9664	10,40	9336,582	-0,021		9336,5456	-0,0577	-0,0462	0,403	134		B, D			
9679	10,58	9343,596	-0,058		9343,5679	-0,0558	-0,0709	0,626	134		B, D			
9732	10,38	9368,546	-0,019		9368,5015	-0,0634	-0,0507	0,416	135		B, D			
9744	10,32							0,595	135	v	G	5:		
9768	10,80	9385,476	-0,010		9385,4062	-0,0795		0,953	135	ph	B, D	3:		
9780	10,38							0,133	136	v	G	5:		
9791	9,99							0,295	136		G	:		
9806	10,45	9403,304	-0,043		9403,267	-0,080		0,520	136		G	:		

1 Jahr	2 E	3 m <sub>max</sub>	4 t <sub>max</sub> 242...	5 II	6 t	7 IV	8 III	9 V	10 ψ	11		12	13	14
										N	B. art			
	9808	10,32			9404,219	-,068			0,548	136			G	:
	9844	10,41							0,085	137			G	:
	9853				9425,395	-,043			0,217a	137			G	:
	9855	10,41	9426,370	-,008	9426,326	-,052			0,248	137			G	:
	9857	10,24							0,278	137			G	:
	9885	10,60			9440,406	-,072			0,694	137			G	:
	9910	10,39	9452,240	+,011					0,069	138			G	:
	9919	10,32							0,202	138			G	:
	9921				9457,350	-,049			0,230a	138			G	:
	9934				9463,450	-,059			0,424a	138			G	:
	9936	10,20							0,455	138			G	:
	9938	10,30	9465,385	-,005	9465,319	-,071			0,485	138			G	:
	9940	10,30							0,514	138			G	:
	9942	10,04							0,545	138			G	:
	9989				9489,310	-,051			0,244a	139			G	:
	9995	10,05							0,335	139			G	:
	10004	10,41			9496,356	-,075			0,468	139			G	:
	10006	10,37	9497,315	-,036	9497,282	-,069			0,497	139			G	:
	10008	10,50							0,528	139			G	:
	10057	10,54			9521,277	-,045			0,258	140			G	:
	10059	10,42							0,287	140			G	:
1943	12959	10,49	30885,267	-,062	30885,227	-,102			0,491	183			C	:
	12961	10,68							0,522	183			C	:
	12972	10,45	0891,347	-,092	0891,330	-,108			0,684	183			C	:
	12976	10,56	0893,220	-,099	0893,199	-,120			0,742	183			C	:
	12987	10,59	0898,380	-,109	0898,363	-,126			0,906	183			C	:
	12989	10,64	0899,339	-,090	0899,316	-,113			0,936	183			C	:
	12991	10,73	0900,272	-,097	0900,247	-,122			0,966	183			C	:
	12993	10,60	0901,218	-,091	0901,197	-,112			0,996	183			C	:
	12995	10,62							0,027	184			C	:
	13006				0907,327	-,093			0,188a	184			C	:
	13008	10,22	0908,330	-,030	0908,271	-,089			0,221	184			C	:
	13010	10,45	0909,244	-,056	0909,213	-,087			0,251	184			C	:
	13023	10,12	0915,340	-,070	0915,304	-,106			0,444	184			C	:
	13027				0917,198	-,092			0,503a	184			C	:
	13042	10,67	0924,244	-,096	0924,224	-,116			0,726	184			C	:
	13044	10,64							0,755	184			C	:
	13057	10,59							0,949	184			C	:
	13059	10,59	0932,256	-,075	0932,215	-,116			0,980	184			C	:
	13072				0938,350	-,091			0,173a	185			C	:
	13076	10,49	0940,277	-,044	0940,229	-,092			0,234	185			C	:
	13078	10,35	0941,204	-,057	0941,178	-,083			0,264	185			C	:
	13089	10,13	0946,364	-,067	0946,331	-,100			0,427	185			C	:
	13091	10,11	0947,306	-,066	0947,276	-,095			0,457	185			C	:
	13093	10,24	0948,240	-,071	0948,205	-,108			0,487	185			C	:
	13123	10,75			0962,296	-,111			0,933	185			C	:
	13142	10,60	0971,276	-,067	0971,250	-,093			0,217	186			C	:
1944	13508	10,62							0,668	191			C	:
	13523	10,65	1150,315	-,106	1150,292	-,129			0,891	191			C	:
	13536	10,82			1156,416	-,116			0,085	192			C	:
	13555	10,23	1165,396	-,066	1165,373	-,089			0,370	192			C	:
	13572	10,60	1173,364	-,088	1173,329	-,126			0,622	192			C	:
	13574	10,59	1174,315	-,078	1174,266	-,126			0,652	192			C	:
	13587	10,56	1180,400	-,103	1180,366	-,137			0,845	192			C	:
	13642	10,46	1206,266	-,088	1206,232	-,122			0,665	193			C	:
	13653	10,60	1211,413	-,111	1211,386	-,138			0,828	193			C	:
	13655	10,60	1212,353	-,111	1212,330	-,134			0,857	193			C	:
	13657	10,64	1213,290	-,114	1213,270	-,134			0,884	193			C	:
	13674	10,64			1221,313	-,082			0,142	194			C	:
	13693	10,42	1230,257	-,068	1230,227	-,098			0,425	194			C	:
	13695	10,43	1231,200	-,065					0,456	194			C	:
	13704	10,40	1235,417	-,079	1235,376	-,119			0,589	194			C	:
	13706	10,49	1236,355	-,080	1236,321	-,114			0,619	194			C	:
	13719				1242,421	-,125			0,811a	194			C	:
	13723	10,60							0,871	194			C	:
	13725	10,57	1245,254	-,112	1245,242	-,124			0,902	194			C	:
	13740				1252,312	-,104			0,124a	195			C	:
	13742	10,60							0,156	195			C	:
	13744				1254,198	-,098			0,185a	195			C	:
	13755	10,39	1259,410	-,057	1259,378	-,089			0,349	195			C	:
	13757	10,12	1260,370	-,030	1260,310	-,097			0,380	195			C	:
	13759	10,41	1261,290	-,057	1261,249	-,098			0,409	195			C	:
	13761	10,44							0,439	195			C	:
	13770	10,15			1266,413	-,104			0,571	195			C	:
	13772	10,40	1267,375	-,085	1267,355	-,102			0,602	195			C	:



1 Jahr	2 <i>E</i>	3 <i>m</i> <sub>max</sub>	4 <i>t</i> <sub>max</sub> 242...	5 <i>II</i>	6 <i>t</i>	7 <i>IV</i>	8 <i>III</i>	9 <i>V</i>	10 $\psi$	11-14				
										<i>N</i>	B. art	Beob.	Bem.	
	13774	10,39	1268,318	-,079	1268,276	-,121			0,632	195			C	:
	13776	10,49	1269,248	-,089	1269,223	-,114			0,662	195			C	
	13787	10,50	1274,398	-,109	1274,382	-,125			0,824	195			C	
	13789				1275,320	-,127			0,855a	195			C	
	13804				1282,428	-,070			0,078a	196			C	:
	13823	10,16	1291,360	-,068	1291,341	-,087			0,362	196			C	
	13825	10,30	1292,310	-,058	1292,281	-,087			0,393	196			C	
	13838				1298,371	-,108			0,584a	196			C	
	13840	10,22	1299,333	-,086	1299,300	-,119			0,615	196			C	
	13842	10,10	1300,280	-,079	1300,245	-,113			0,645	196			C	
	13861	10,67							0,928	196			C	:
	13863	10,67							0,958	196			C	:
	13876	10,54	1316,295	-,044	1316,245	-,094			0,152	197			C	:
	13878	10,40	1317,210	-,069	1317,194	-,085			0,182	197			C	:
	13891	10,39	1323,329	-,061	1323,306	-,084			0,375	197			C	
	13893	10,22	1324,258	-,072	1324,235	-,095			0,405	197			C	
	13895	10,22	1325,194	-,076	1325,172	-,098			0,434	197			C	
	13897	10,22							0,465	197			C	
	13910	10,22	1332,232	-,088					0,658	197			C	
	13927	10,53	1340,207	-,103	1340,195	-,116			0,911	197			C	
	13931	10,55							0,972	197			C	:
	13942				1347,264	-,097			0,134a	198			C	
	13944	10,56	1348,226	-,075	1348,203	-,098			0,164	198			C	
	13946	10,42	1349,173	-,068	1349,140	-,101			0,195	198			C	
1946	15336	10,54	2002,4648	-,1079	2002,4257	-,1470	-,1310		0,902	218	ph	Cs, D	Tab. 2	
	15440	10,29	2051,3870	-,0680	2051,3502	-,1048	-,0967		0,452	220		Cs	:	
	15474	10,48	2067,339	-,097					0,958	220		Cs	:	
1948	16772	10,40	2677,5015	-,0239	2677,4335	-,0919	-,0700		0,297	240		Cs	:	
	16823	10,55	2701,4118	-,0848			-,1006		0,056	241		D	:	
	16855	10,30	2716,4920	-,0453	2716,4412	-,0961	-,0821	-,1623	0,533	241		Cs, D	:	
	16955	10,65	2763,4631	-,0765	2763,4265	-,1131	-,104		0,023	243		Gn	:	
	16976	10,40			2773,3328	-,0773	-,0645		0,337	243		Gn	:	
1949	17512	10,35	3025,346	+,004	3025,311	-,031		-,1140	0,323	251	v	D	5	
	17606	10,40	3069,4752	-,0492	3069,4336	-,0908	-,0800		0,722	252	ph	D	Tab. 2	
	17655				3092,4936	-,0619	-,0504		-,1105	0,452		D		
	17702								-,132	0,150a		D	:	
	17725	10,10	3125,454	-,003					-,085	0,496	v	U	5	
	17729	10,11	3127,328	-,009						0,555		U		
	17738				3131,515	-,052		-,1069	0,688a	254		U		
	17740	10,36	3132,465	-,043				-,0726	0,718	254		U		
	17744	10,35						-,105	0,780	254		U		
	17763	10,45	3143,340	+,022	3143,298	-,020			0,063	255		U		
	17791	10,15	3156,457	-,022	3156,436	-,043			0,478	255		U		
	17793	10,09	3157,393	-,026	3157,372	-,047			0,508	255		U		
	17795	10,15	3158,341	-,018	3158,315	-,044			0,538	255		U		
	17814	10,33	3167,278	-,011					0,822	255		U		
	17914	10,33							0,312	257		U		
1950	18406				3445,4768	-,0659	-,0435		0,640a	264	ph	D	Tab. 2	
	18410	10,62	3447,488	+,065					0,703	264	v	U	5	
	18423	10,48	3453,4961	-,0369	3453,4612	-,0718	-,0582		0,894	264	ph	B	Tab. 2	
	18425	10,34	3454,468	-,005					0,925	264	v	U	5	
	18436	10,55							0,082	265		U		
	18489	10,70	3484,509	-,046					0,877	265		K	6	
	18489	10,76	3484,509	-,046					0,877	265		P		
	18491	10,77	3485,464	-,030					0,907	265		K		
	18491	10,70	3485,459	-,036					0,907	265		P		
	18493	10,79	3486,398	-,037					0,937	265		K		
	18493	10,56	3486,402	-,033					0,937	265		P	:	
	18510	10,73	3494,440	+,015					0,192	266		K		
	18512	10,70	3495,363	+,004					0,221	266		K		
	18512	10,73	3495,365	+,000					0,221	266		P	:	
	18527	10,21	3502,425	+,010	3502,397	-,018			0,445	266		U	5	
	18531	10,36	3504,306	+,010					0,505	266		K	6:	
	18542	10,14	3509,460	-,006	3509,429	-,037			0,667	266		U	5	
	18544	10,24			3510,360	-,046			0,697	266		U		
	18557	11,04							0,891	266		U	6:	
	18559	10,26	3517,427	-,029	3517,411	-,045			0,920	266		K	5	
	18561	10,73	3518,368	-,028					0,950	266		K	6:	
	18563	10,74							0,980	266		K	:	
	18563	10,53	3519,330	-,006					0,980	266		P		
	18580	10,21	3527,340	+,013	3527,317	-,009			0,234	267		U	5	
	18595	10,46	3534,388	+,011					0,458	267		K	6:	
	18597	10,49	3535,317	-,000					0,484	267		K	:	
	18599	10,45	3536,254	-,003					0,517	267		K	:	
	18599	10,14	3536,247	-,010					0,517	267		U	5	

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	
Jahr	<i>E</i>	<i>m</i> <sub>max</sub>	<i>t</i> <sub>max</sub> 242 ...	<i>II</i>	<i>t</i>	<i>IV</i>	<i>III</i>	<i>V</i>	<i>ψ</i>	<i>N</i>	B. art	Reob.	Bem.	
1951	18610	10,55	3541,436	+ ,009					0,682	267		K	6:	
	18612	10,64	3542,355	- ,012					0,710	267		U		
	18612	10,19	3542,341	- ,026	3542,324	- ,043			0,710	267		K	5	
	18646	10,60	3553,375	+ ,027					0,218	268		K	6:	
	18648	10,74	3559,297	+ ,009					0,248	268		K		
	19142					3791,4326	- ,0468		- ,0587	0,606a	275	B	Tab. 2	
	19210	10,44	3823,4456	+ ,0046		3823,3917	- ,0493	- ,0314	- ,0634	0,621	276	E		
	19263	10,71	3848,368	+ ,016						0,410	277	K	6	
	19263	10,60	3848,368	+ ,016						0,410	277	Ma	:	
	19263	10,56	3848,370	+ ,018						0,410	277	P		
	19276	10,56	3854,470	+ ,007						0,604	277	F	:	
	19278	10,68	3855,402	- ,000						0,633	277	K		
	19291	10,72	3861,499	- ,014						0,827	277	Ma		
	19291	10,65	3861,512	- ,001						0,827	277	P	:	
	19293	10,63	3862,438	- ,017						0,856	277	K		
	19293	10,64	3862,443	- ,010						0,856	277	F		
	19295	10,68	3863,369	- ,024						0,886	277	F		
	19295	10,56	3863,375	- ,018						0,886	277	SI	:	
19295	10,74	3863,370	- ,023						0,886	277	K			
19297	10,70								0,915	277	SI			
19297	10,69	3864,321	- ,012						0,915	277	F			
1952	19361	10,55	3894,3848	- ,0296	3894,3555	- ,0589	- ,0456	- ,0699	0,869	278	ph	D	Tab. 2	
	19846	10,60			4122,3407	- ,0348	,000		0,095	286		B, D	:	
	19861	10,30	4129,4438	+ ,0180	4129,406	- ,020	- ,0075		0,319	286		E		
	19872				4134,5532	- ,0429	- ,0339	- ,0539	0,481a	286		E		
	19908	10,67	4151,535	+ ,018			+ ,0024		0,018	287		E	:	
	19963	10,60							0,838	287		E		
	20046	10,50	4216,4095	+ ,0295					0,075	289		Gn	:	
	20148	10,35							0,594	290		Gn		
	20182	10,49	4280,3361	+ ,0330				+ ,0039	0,102	291		E	:	
	20557	10,45							0,687	296		E		
	20610					4481,4193	- ,0536	- ,0373	- ,0669	0,475a	297		E	
	20623	10,58				4487,5155	- ,0677	- ,0472		0,670	297		E	:
20659					4504,4784	- ,0256			0,206a	298		L		
20674	10,28	4511,5424	- ,0120				- ,0368		0,430	298		E		
20693	10,45	4520,4592	- ,0256		4520,422	- ,063	- ,0459		0,713	298		E	:	
20695	10,44	4521,3996	- ,0252		4521,3589	- ,0659	- ,0497	- ,0794	0,743	298		E		
20725					4535,5030	- ,0225		- ,0385	0,190a	299		E		
20744	10,33	4544,4418	- ,0142		4544,393	- ,058	- ,0376		0,473	299		E	:	
20791					4566,5128	- ,0342	- ,016	- ,054	0,172a	300		E		
20808					4574,485	- ,052	- ,036	- ,0729	0,425a	300		E		
20810					4575,4172	- ,0603	- ,0453	- ,0771	0,455a	300		E		
20842					4590,4651	- ,0531	- ,031		0,931a	300		E		
20859					4598,4819	- ,0267		- ,040	0,186a	301		E	:	
20861	10,39	4599,478	+ ,029						0,217	301	v	K	6	
20865	10,49	4601,349	+ ,020						0,277	301		K		
20874					4605,5032	- ,0557			0,409a	301	ph	E	Tab. 2	
20876	10,45	4606,490	- ,009						0,444	301	v	K	6;	
20878	10,53	4607,442	+ ,003						0,470	301		K		
20893	10,43						- ,039		0,693	301	ph	E	Tab. 2	
20912	10,74	4623,457	+ ,030						0,978	301	v	K	6	
20914	10,66	4624,337	+ ,027						0,907	302		K		
20914					4624,3108	- ,0490	- ,0069	- ,0643	0,010a	302	ph	B	Tab. 2	
20916	10,65	4625,331	+ ,031						0,037	302	v	K	6	
20929	10,43	4631,431	+ ,021						0,230	302		K		
20931	10,41	4632,360	+ ,010						0,260	302		K		
20944	10,46	4638,436	- ,024						0,452	302		K	:	
20946	10,65	4639,385	- ,016						0,483	302		K		
20950	10,54	4641,267	- ,014						0,542	302		K		
20965	10,67	4648,300	- ,031						0,765	302		K	:	
20986	10,49	4658,245	+ ,043						0,080	303		K	:	
21033	10,62	4680,270	- ,023						0,778	303		K	:	
21035	10,66	4681,203	- ,030						0,808	303		K	:	
21576	10,73								0,869	311		K	:	
21593	10,43	4943,510	+ ,005						0,122	312		K		
21597	10,38	4945,391	+ ,005						0,182	312		K		
21599	10,39	4946,320	- ,005						0,211	312		K		
22248	10,54	5251,373	+ ,003						0,879	321	ph	Ge	Tab. 2	
22263	10,32	5258,4070	- ,0136				- ,0399		0,103	322		E		
22280	10,36	5266,3825	- ,0285						0,355	322		Ge	:	
22378	10,63				5312,3802	- ,0930	- ,0492		0,816	323		Ge		
22823	10,49	5521,5795	- ,0539				- ,0732		0,445	330		A		
22910	10,63								0,741	331		A		
22925	10,41	5569,5580	- ,0177		5569,5052	- ,0705	- ,0466		0,965	331		A		
22974	10,57	5592,5469	- ,0599		5592,5013	- ,1055	- ,0820	- ,1280	0,694	332		A		

1 Jahr	2 <i>E</i>	3 <i>m</i> <sub>max</sub>	4 <i>t</i> <sub>max</sub> 242 ...	5 <i>II</i>	6 <i>t</i>	7 <i>IV</i>	8 <i>III</i>	9 <i>V</i>	10 <i>ψ</i>	11-14				
										<i>N</i>	B. art	Beob.	Bem.	
	22991				5600,5160	-,0812	-,0504	-,0973	0,946a	332			A	
	22997	10,34	5603,3954	-,0219					0,038	333			A	
	23014	10,35							0,291	333			A	
	23040				5623,5152	-,1131			0,676a	333			A	
	23042	10,55	5624,5012	-,0672	5624,4618	-,1066	-,0825	-,1348	0,707	333			A	
	23044	10,57	5625,4530	-,0554	5625,4066	-,1018	-,079	-,134	0,737	333			A	:
	23057				5631,5275	-,0912			0,929a	333			A	:
	23059	10,34			5632,4820	-,0767	-,559	-,100	0,960	333			A	:
	23078	10,28	5641,4479	-,0413	5641,4088	-,0804	-,0682	-,0959	0,244	334			A	:
	23097	10,63	5650,382	-,038					0,527	334			A	:
	23097	10,63	5650,382	-,038					0,975	334			A	:
	23127	10,35	5664,5008	-,0195	5664,4515	-,0688	-,0449	-,120	0,005	335			A	:
	23129	10,45	5665,4385	-,0218	5665,3896	-,0707	-,0435	-,082	0,197	335			A	:
	23142	10,26			5671,4864	-,0842	-,0717	-,0966	0,256	335			A	:
	23146	10,30	5673,4088	-,0419	5673,3678	-,0829	-,0685		0,479	335			A	:
	23161	10,44	5680,4392	-,0619					0,510	335			A	:
	23163	10,57	5681,3865	-,0546			-,0733		0,956a	335			A	:
	23193				5695,4576	-,0842		-,0998	0,986	335			A	:
	23195	10,38	5696,4444	-,0374	5696,4019	-,0799	-,0539	-,105	0,744a	336			A	:
	23246				5720,352	-,101	-,073	-,1155	0,000a	337			A	:
	23263				5728,3742	-,0692		-,0854	0,029a	337			A	:
	23285				5729,3088	-,0746	-,0558		0,252a	337			A	:
	23280				5736,3458	-,0580		-,1034	0,226	344			A	:
1957	23748	10,35	5956,3396	-,0649			-,0834		0,386	346			A	:
	23893	10,37	6024,4829	-,0749	6024,4199	-,1379	-,1142	-,1490	0,205	347			A	:
	23948	10,33	6050,341	-,068					0,399	347			A	:
	23961	10,30	6056,442	-,077	6056,3863	-,1330	-,1187	-,164	0,966	347			A	:
	23999	10,37	6074,3424	-,0378					0,982	352	1		A	:
1958	24336							-,135	0,016	353			A	:
	24338	10,62	6233,6700	-,0479	6233,6185	-,0994	-,0869		0,490	353			A	:
	24370	10,60	6248,6434	-,1152	6248,6170	-,1416	-,1253	-,1634	0,998	353			A	:
	24404	10,45	6264,668	-,071	6264,6352	-,1042	-,0914	-,1346	0,250a	354			A	:
	24421				6272,6104	-,1194	-,0986		0,504	354			A	:
	24438	10,66	6280,6120	-,1082					0,533	354			A	:
	24440	10,60	6281,5456	-,1146	6281,5158	-,1444	-,1308	-,1642	0,757	354			A	:
	24455	10,80			6288,5679	-,1427		-,1618	0,770	355			A	:
	24523				6320,5308	-,1413			0,276a	356			A	:
	24557				6336,5216	-,1313	-,1163	-,1447	0,307	356			A	:
	24559	10,40	6337,4997	-,0932	6337,4612	-,1317	-,1183	-,1449	0,559	356			A	:
	24576	10,70	6345,4704	-,1129	6345,4385	-,1448	-,1281		0,096	357			A	:
	24612	10,35	6362,422	-,082	6362,3915	-,1127	-,1006	-,1270	0,050	358			A	:
	24676	10,49	6392,4981	-,0875	6392,4705	-,1151	-,1006	-,1306	0,880	376			A	:
1960	25940	10,63	6986,5740	-,1204	6986,5280	-,1664	-,1450	-,1664	0,355	377			A	:
	25972	10,59	7001,5724	-,1628					0,128	379			A	:
	26091	10,41	7057,516	-,152	7057,4820	-,1859	-,1689	-,2009	0,158	379			A	:
	26093	10,47	7058,4576	-,1503	7058,4184	-,1895	-,1711	-,2051	0,644	382			A	:
	26327	10,77	7168,4052	-,1881	7168,3676	-,2257							A	:

m. F. der lichtelektrischen Lichtkurven:

$$\begin{array}{ll}
 m_{\max} & \pm 0^m 018 \\
 \text{mit:} & \pm 0^m 043 \\
 t_{\max} & \pm 0^d 0046 \\
 \text{mit:} & \pm 0^d 0096 \\
 t & \pm 0^d 00052 \\
 \text{mit:} & \pm 0^d 0017
 \end{array}$$

Die relativ grosse Unsicherheit in der Feststellung des Zeitpunktes der Maxima rührt hauptsächlich vom Auftreten doppelter Maxima in einigen Phasen der Periode  $p$  her. Der m. F. der  $t_{\max}$ -Werte vermindert sich daher bei den lichtelektrischen Messungen nicht.

Die Schätzung der Genauigkeit der einzelnen Beobachtungen und der abgeleiteten Angaben fehlt von [5] und [6] vollständig. Es ist bemerkenswert, dass man im Falle der angegebenen Lichtkurven meistens eine ziemlich kleine

Streuung findet, obwohl in sämtlichen Fällen, wo gleichzeitige visuelle Beobachtungen verschiedener Beobachter vorhanden sind, in der Form des Maximums wesentliche Abweichungen vorkommen (z. B. *JD* 2425099 bei *Bo* bzw. *C*, 2426949 bei *C* bzw. *O*, 2433542 bei *K* bzw. *U*). Gewisse systematische persönliche Fehler treten also bei den visuellen Beobachtungen zweifellos auf.

## 2. §. Grundangaben der (*B—R*)-Kurven

Zur Untersuchung der langsamen Änderungen wurden zuerst, wie üblich, einzelne Größen der Tab. 3 (»*I*«, »*II*«, »*III*«, »*IV*« und »*V*«) für die verschiedenen Beobachtungsjahre getrennt gegen die Phase  $\psi$  der Periode  $p$  aufgetragen. So erhielten wir nach einem Ausgleich mit freier Hand fünf Reihen von sinusoidalisch verlaufenden Kurven, die einerseits ihre Lage infolge der Veränderlichkeit von  $p$  und  $P$ , andererseits ihre Form (Amplitude und Asymmetrie) in Abhängigkeit vom Charakter des Blaschko-Effektes von Jahr zu Jahr ändern. Endlich lassen sich noch die langsamen Änderungen der mittleren Lichtkurve (die Steilheit des aufsteigenden Astes) mit Hilfe des Vergleichs gewisser Kurvenpaare untersuchen.

*Tabelle 4* enthält verschiedene Grundangaben dieser Kurven. Die Tabelle ist wie folgt angelegt: Spalte 1 gibt das *Beobachtungsjahr* und Spalte 2 die mittlere *Epoche* der Beobachtungen des betreffenden Jahres an. Die visuellen, photographischen und auf Grund der Yowell'schen Arbeit geschätzten Helligkeiten wurden bei der Konstruktion der Kurven nicht vermischt, sondern getrennt aufgenommen. Spalte 22 zeigt die *Art der Beobachtung*, Spalte 23 die *Quelle* (siehe Literatur), und Spalte 24 die Abkürzung derjenigen visuellen *Beobachter*, deren Arbeit zur Konstruktion der Kurve »*I*« verwendet wurde. Spalte 3—21 enthält die zur Analyse der langsamen Schwankungen nötigen *Angaben der »I«—»V« Kurven*. Ein Doppelpunkt nach einer Zahl bedeutet, dass die entsprechende Kurve in Ermangelung brauchbarer Beobachtungen nur mit einer gewissen Unsicherheit abgeleitet werden konnte; zwei Doppelpunkte bedeuten eine völlige Unkenntnis der Form und Amplitude der Kurve. Als letzte Möglichkeit wurde diesmal die entsprechende Kurve des nachfolgenden (oder des vorhergehenden) Jahres den zur Verfügung stehenden wenigen Punkten angepasst. Die Bezeichnung *T2* in der vorletzten Spalte weist auf Tab. 2 dieser Arbeit hin.

Ihrem Informationsgehalt nach können die in Spalte 3—21 aufgezählten Angaben folgendermassen gruppiert werden:

a) *Langsame Schwankungen der Perioden.*

a/1. Die  $\bar{II}$ ,  $\bar{III}$ ,  $\bar{IV}$  und  $\bar{V}$  Werte, d. h. die eigentlichen *B—R* Angaben (mittels Formel (1) berechnet) zeigen die starke Veränderlichkeit der Hauptperiode  $P$ . In Abb. 2 sind die beobachteten Abweichungen  $\bar{II}$  und  $\bar{IV}$  als Funktion der Zeit aufgetragen. Der mittlere Fehler der einzelnen Punkte dieser Kurven ist:

$\bar{II}$		$\pm 0^d006$
	mit:	$\pm 0^d008$
$\bar{IV}$ (oder $\bar{III}$ , $\bar{V}$ )		$\pm 0^d005$
	mit:	$\pm 0^d008$



Die Amplituden der  $B-R$  Änderungen übertreffen also ihre mittleren Fehler um mehr als das 16fache. So kann die Realität dieser Änderungen nicht bezweifelt werden.

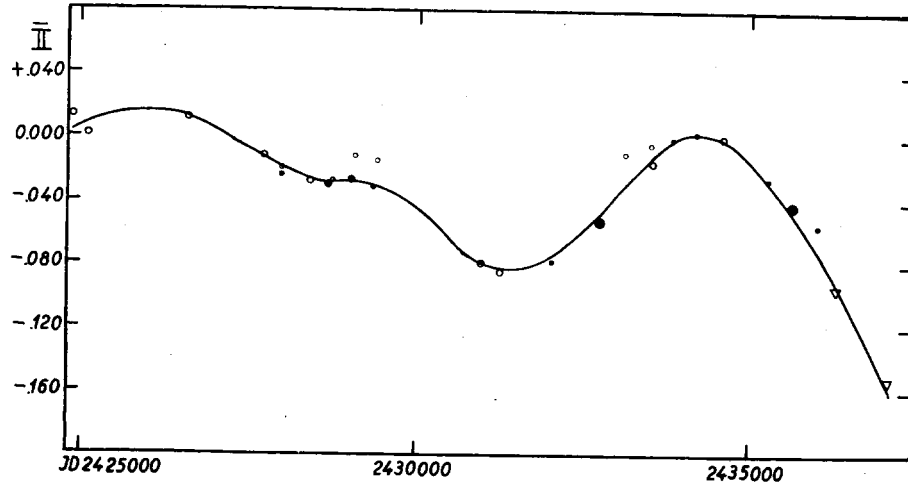


Abb. 2a.

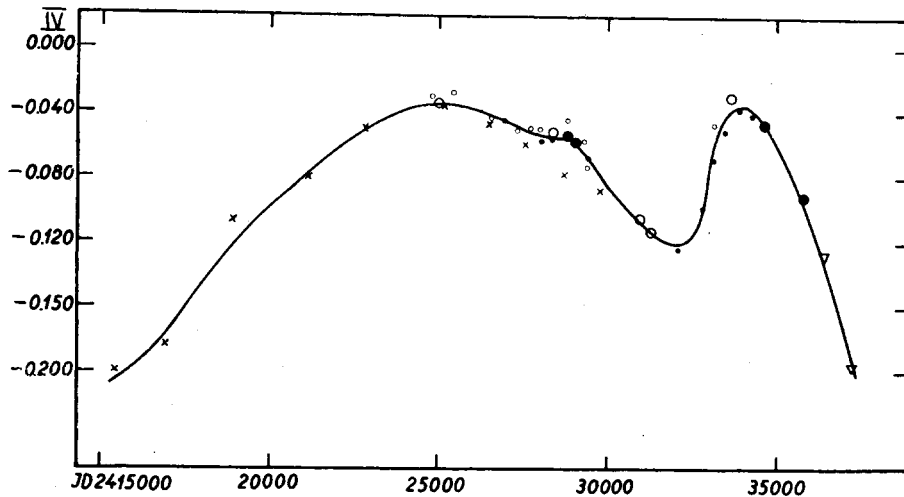


Abb. 2b.

Abb. 2a, b. Werte von  $B-R(1)$  aus Tab. 4 für das Maximum (a) und für den Mittelpunkt des aufsteigenden Astes (b). Die verschiedenen Zeichen gelten für verschiedene Beobachtungsarten:  $\circ = v$ ;  $\bullet = ph$ ;  $\times = ps$ ;  $\nabla = l$

Zur Betrachtung der Änderungen der Periode  $P$  wurden auch die Yowell'schen Angaben verwendet die sich auf Schätzungen S. Gaposchkin an einigen alten Harvard Platten stützen. Yowell veröffentlichte in [4] die einzelnen Beobachtungen nicht, sondern teilte das ganze Zeitintervall in zehn Gruppen, und konstruierte — mit Vernachlässigung der periodischen Schwan-

kungen — die mittlere Lichtkurve für jede Gruppe. Der Kalkulation liegen die Elemente

$$t_{\varphi=0} = JD\ 2400000^d000 + 0,4700228 \cdot E$$

zugrunde. Die zu dem mittleren Punkt der aufsteigenden Äste gehörenden Phasen wurden von Yowell in einer Tabelle (siehe [4] S. 130) zusammengestellt. Da wir den Zeitpunkt jedes Maximums mit derselben Periode, aber von einer um  $+0^d1303$  verschobenen Epoche aus gerechnet haben, erhalten wir die  $\overline{IV}$  Werte — für jede Gruppe getrennt — durch folgende Formel:

$$IV = \varphi \cdot P - 0,1303 \quad (3)$$

wo  $\varphi$  der Phase laut Tabelle 3 in [4] gleich ist. Abb. 2 zeigt dass die Übereinstimmung nach 1926 mit den visuellen und photographischen Beobachtungen befriedigend gut ist.

a/2. Die  $\psi(I^{\max})$ ,  $\psi(\overline{I})$ ,  $\psi(II^{\max})$ ,  $\psi(\overline{II})$ , und  $\psi(\overline{IV})$  Werte in Abhängigkeit von der Zeit bringen die langsamen Änderungen der Periode  $p$  mehr oder minder klar zum Ausdruck (Abb. 3). Hier bedeuten  $II^{\max}$  die kleinste Abweichung der beobachteten Maxima, bzw.  $\overline{II}$ ,  $\overline{IV}$ , die mittleren Abweichungen der entsprechenden Punkte von der Formel (1).

Die langsamen Schwankungen der Periode  $p$  und  $P$  geben uns noch einen Beitrag zur Streuung der ( $B-R$ )-Kurven, besonders in solchen Jahren, in denen die Perioden stark ab- oder zunehmen. Darum konnte mit Hilfe instantaner Werte von  $p$  und  $P$  eine zweite Näherung für die Hauptperiode und die Periode des Blaschko Effektes für jedes Beobachtungsjahr zwischen 1952 und 1957 abgeleitet werden. Die Verbesserung ist proportional zu  $|E - \overline{E}|$ , das Vorzeichen ist in diesem Zeitintervall gleich  $sg(E - \overline{E})$ . Bei Anwendung dieser Verbesserungen wird die Streuung bei den Kurven Typ I und II kleiner; in Tabelle 4 sind schon die an diesen Kurven abgelesenen Angaben zusammengestellt worden.

Was die Änderung der Periode  $p$  vor 1926 betrifft, gibt die Yowell'sche Bearbeitung wenig Auskunft darüber. Obwohl in [4] die mittleren  $p$ -Werte vor und nach der mutmasslichen sprunghaften Änderung der Hauptperiode um  $JD\ 2423000$  angegeben sind, scheinen die zwei betrachteten Zeitintervalle zu lang zu sein, um etwas über die reellen zeitlichen Periodenänderungen zu verraten. Die Periode  $p$  ändert sich nämlich unseren Erfahrungen nach sogar im zweiten Yowell'schen Zeitintervall ( $JD\ 2423000-2431000$ ) ziemlich rasch, also dass sich eine formale Ausdehnung unserer  $\psi(\overline{IV})$  Kurven mittels der Yowell'schen Angaben kaum lohnen würde.

Die m. F. der einzelnen Punkte dieser Kurven sind:

$\psi(I^{\max})$		$\pm 0,06$
mit:		$\pm 0,10$
$\psi(\overline{I})$		$\pm 0,04$
$\psi(II^{\max})$		$\pm 0,06$
mit:		$\pm 0,09$
$\psi(\overline{II})$		$\pm 0,05$
mit:		$\pm 0,07$
$\psi(\overline{IV})$		$\pm 0,04$
mit:		$\pm 0,08$

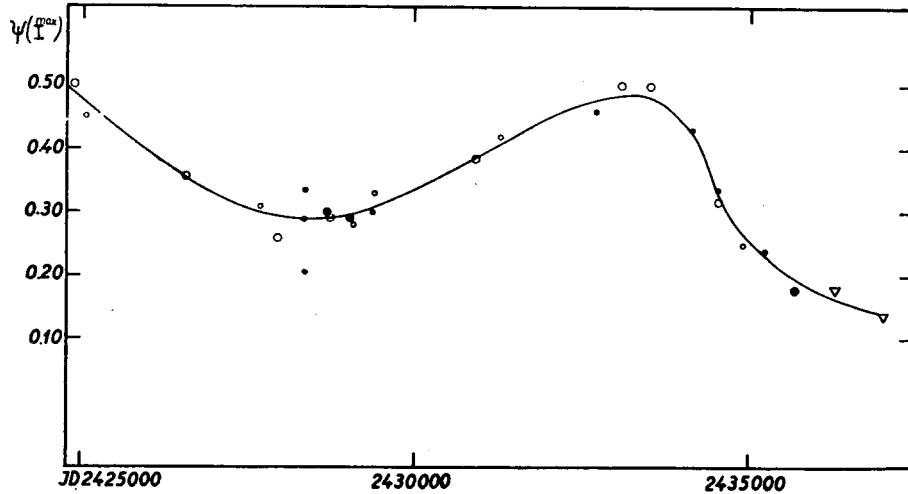


Abb. 3a.

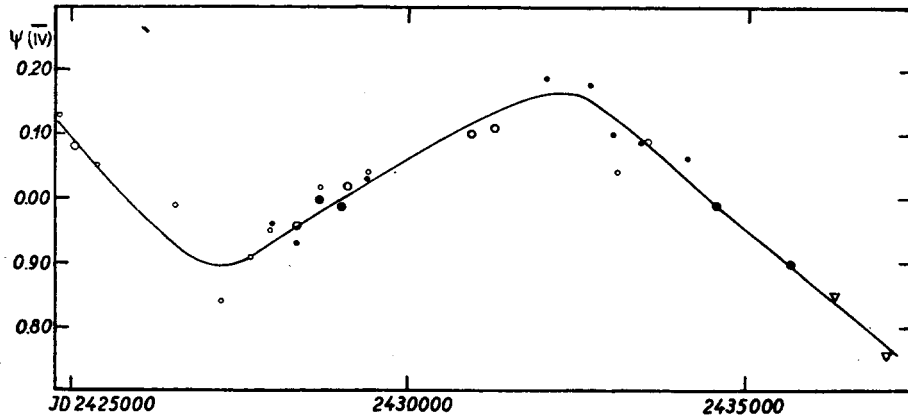


Abb. 3a, b. Änderungen der Blaschko-Periode. Die Phase  $\psi$  der grössten Maxima (a), und der mittleren  $B-R(1)$  Werte für den Mittelpunkt des aufsteigenden Astes (b) als Funktion der Zeit. Es wurden dieselben Zeichen wie in Abb. 2 benutzt

Die Amplitude der Schwankungen dieser Werte übertrifft also ihren mittleren Fehler um das 4-fache. Die langsame Änderung der Periode  $p$  kann also zweifellos als reell angesehen werden, es ist jedoch zweckmässig, von einem ausführlicheren Vergleich der verschiedenen  $\psi(II)$ ,  $\psi(IV)$  u. s. w. Kurven abzu-  
sehen.

b) *Langsame Änderungen im Verlauf des Blaschko-Effektes.* Die für den Verlauf des Blaschko-Effektes charakteristischen Angaben in Tabelle 4 sind die folgende:

- $\bar{I}$ , die mittlere Helligkeit der Maxima,
- $A_I$ ,  $A_{II}$ ,  $A_{IV}$ , die doppelten Amplituden
- $\mu_I$ ,  $\mu_{II}$ ,  $\mu_{IV}$ , die Asymmetrien
- $\delta$



Hinsichtlich eines Vergleiches der mittleren Helligkeiten darf man nicht ausser acht lassen, dass die visuellen und photographischen Helligkeitsskalen voneinander stark abweichen, und sogar die von verschiedenen visuellen Beobachtern gegebenen Helligkeiten nicht unmittelbar vergleichbar sind.

Die m. F. der einzelnen Grössen sind schon ziemlich gross:

$\bar{I}$ (photographisch)		$\pm 0^m 07$
mit:		$\pm 0^m 09$
$\mu_I$		$\pm 0^p 08$
mit:		$\pm 0^p 11$
$\mu_{II}$		$\pm 0^p 08$
mit:		$\pm 0^p 10$
$\mu_{IV}$		$\pm 0^p 09$
mit:		$\pm 0^p 13$
$\delta$		$\pm 0^p 12$
mit:		$\pm 0^p 19$

Der m. F. von  $\delta$  beträgt infolge seiner Definition die Summe des m. F. von  $\psi (I^{\max})$  und  $\psi (II^{\max})$ . Was die m. F. der doppelten Amplituden betrifft, sind sie offenbar doppelt so gross wie diejenigen der Grössen  $\bar{I}$ ,  $\bar{II}$  bzw.  $\bar{IV}$ .

So erhält man für die m. F. der totalen Schwankung:

$A_I$	$\pm 0^m 14$
$A_{II}$	$\pm 0^p 012$
$A_{IV}$	$\pm 0^p 010$

Diese Werte zeigen deutlich, dass die m. F. der obenerwähnten Angaben von derselben Grössenordnung wie die Amplitude ihrer langsamen Schwankungen selbst sind. Obwohl die Amplituden usw. ohne Zweifel auch langsamen Schwankungen unterworfen sind, würde sich eine formale Analyse dieser Änderungen gegenwärtig kaum lohnen.

c) *Langsame Änderungen in der Steilheit des aufsteigenden Astes der mittleren Lichtkurve.* Die Untersuchungen sind nur dadurch möglich, dass uns ein homogenes photographisches Beobachtungsmaterial zur Verfügung steht. Durch die kleinen langsamen Änderungen in den Differenzen ( $\bar{II}-\bar{IV}$ ) oder ( $\bar{III}-\bar{V}$ ) kann nämlich auf die Änderung der durchschnittlichen Steilheit des aufsteigenden Astes geschlossen werden; der m. F. beträgt ungefähr  $\pm 0^d 011$ .

### 3. §. Einige Feststellungen über die langsamen Perioden- und Lichtkurvenänderungen

#### a) Periodenänderungen.

a/1. — In Abb. 2 sind die gegebenen  $\bar{II}$  bzw.  $\bar{IV}$  Werte in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Die Parallelität dieser Kurven und die relativ kleinen Fehler der einzelnen Angaben bestätigen die schon vorher veröffentlichte Vermutung (siehe [6]), dass die Hauptperiode von AR Her sich ganz unregelmässig ändert. Säkuläre oder langperiodische Glieder lassen sich in der Änderung gegenwärtig nicht feststellen, die Kurve ist aus der Nacheinanderfolge zweier parabelähnlicher Kurvenbögen zustande gekommen. (Eine ganz formale Darstellung mit geraden Linienstrecken, die bei anderen Sternen schon

öfters empfohlen wurde, hätte in diesem Fall offenbar keinen Sinn.) Die Länge der Hauptperiode schwankt zwischen  $0^d470054$  und  $0^d469986$  um einen Mittelwert, der mit der Periode  $P$  der Formel (1) befriedigend gut übereinstimmt.

a/2. — Zur Untersuchung der *Änderungen der Blaschko-Periode* dient Abb. 3, wo  $\psi(I^{\max})$  und  $\psi(\bar{I}\bar{V})$  aufgetragen wurden. Obgleich der Verlauf der einzelnen  $\psi$ -Kurven teilweise reelle, teilweise von der Streuung stammende Abweichungen aufweist, lässt sich mit einer gewissen Sicherheit vermuten, dass die Länge der Periode  $p$  nach 1926 eine sinusähnliche Welle beschrieben hat. Aus Abb. 3 konnte auch eine kleine Verbesserung zur Periode  $p$  bestimmt werden, wodurch wir anstatt  $31^d5494$ ,

$$p = 31^d5489 \quad (4)$$

erhalten. Infolge der schon erwähnten Unvollständigkeit der Yowellsche Untersuchungen stösst das Ausdehnen der ( $B-R$ )-Kurven (Abb. 3) im Zeitraum vor 1926 gegen grosse Schwierigkeiten. Es könnte jedoch bemerkt werden, dass das frühere Maximum der Kurve  $\psi(\bar{I}\bar{V})$  in Abb. 3 bei  $\bar{E} = -4000$  gelegen hätte, also genau zu dem Zeitpunkt, an dem Yowell einen »Bruch« (sprunghafte Änderung der Periode  $p$ ) vermutete. Dieses Zusammenfallen ist aber kein zwingender Beweis für die Periodizität der langsamen Änderungen der Periode  $p$ .

Zwischen den Schwankungen der Periode  $p$  und  $P$  besteht bei  $AR$  Her kein einfacher Zusammenhang. Differenziert man die auf Abb. 2 dargestellte Funktion  $\bar{I}\bar{I}$ , so entsteht eine Kurve, deren Verlauf sich von Abb. 3 wenig unterscheidet. Die Ähnlichkeit ist aber nicht besonders überzeugend. Der vermutete Zusammenhang bedeutet offenbar, dass sich die Hauptperiode  $P$  vermindert, wenn  $p$  kleiner als sein mittlerer Wert ist. Mit anderen, verschiedenerlei gewählten Perioden  $p$  ist es auch nicht gelungen die ( $B-R$ )-Kurve als Spiegelbild der auf Abb. 2 gegebenen Funktion darzustellen. Diese Behauptung beruht aber meistens auf den ziemlich ungenauen Beobachtungen in den Jahren 1943—44.

#### b) Verlauf des Blaschko-Effektes.

b/1. *Änderungen der Maxima mit der Periode  $p$ .* In diesem Abschnitt wollen wir einige Folgerungen aus der gründlicheren Betrachtung des Blaschko-Effektes (Kap. IV) als Hypothese vornehmen und ihre Gültigkeit für die anderen Jahre untersuchen und beweisen.

##### 1. Behauptung

$$I^{\max} = \text{Konst} (= 10^m27) \quad (5)$$

Aus einem Vergleich des homogenen photographischen Materials in den Jahren 1936—39 und 1955—57 stösst man gleich auf die Vermutung, dass trotz starker Änderungen im Verlauf des Blaschko-Effektes *die grösste Helligkeit der Maxima inzwischen unverändert blieb*. Auch die sporadischen photographischen Beobachtungen in anderen Jahren (1946—54) widersprechen dieser Voraussetzung nicht. Die visuellen Helligkeiten können selbstverständlich zu diesem Zwecke nicht unmittelbar verwendet werden, und bei den lichtelektrischen Messungen hat man auch eine andere Helligkeitsskala, die mit der photographischen nicht einfach vergleichbar ist.

Eine triviale Folgerung der Behauptung 1. ist die schon früher von Klepikowa vermutete lineare Verbindung zwischen  $A_1$  und  $\bar{I}$ . Im photographischen Wellenbereich gilt dann nämlich folgende Formel:

$$A_1 = 2(\bar{I} - 10^m 27) \quad (6)$$

Es besteht auch bei den anderen RR Lyrae-Sternen, z. B. RZ Lyr, XZ Dra, RV Cap und RW Dra [8] zwischen den obenerwähnten Grössen ein linearer

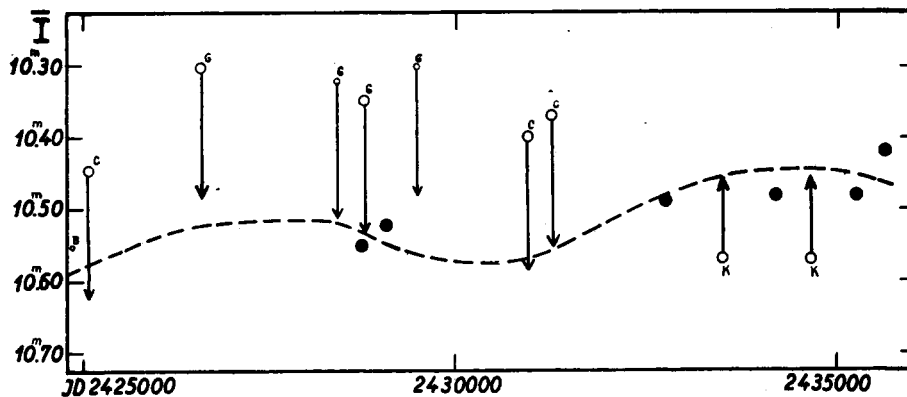


Abb. 4. Die mittlere Helligkeit der Maxima aus Tab. 4 als Funktion der Zeit. Die mit Formel (6) transformierte Kurve wurde gestrichelt eingezeichnet. Für jeden v. Beobachter wurde eine zweckmässig ausgewählte Verschiebung der Helligkeitsskala verwendet. Abkürzungen: B — Blaschko, C — Zessewitsch, G — Gurjew, K — Klepikowa

Zusammenhang. Die mit der Formel (6) in  $\bar{I}$  transformierten photographischen Amplituden weichen von den beobachteten  $\bar{I}$  Werten nur wenig ab (Abb. 4). Auch die visuellen  $\bar{I}$  Angaben fügen sich in die mit (6) transformierte Kurve der Amplitudenänderungen gut ein, wenn für jeden einzelnen Beobachter eine zweckmässig ausgewählte Verschiebung der Helligkeitsskala verwendet wurde (z. B. ist bei Zessewitsch die Korrektur gleich  $+0^m 18$ ). Dieser Umstand bestätigt die Behauptung 1.

2. *Behauptung.* Abb. 5 zeigt den festgestellten allgemeinen Zusammenhang zwischen der Lage und der Helligkeit der Maxima in den Jahren, wo ein ausreichendes photographisches oder lichtelektrisches Beobachtungsmaterial zur Verfügung stand. Die Einteilung der Skalen »I« und »II« verändert sich von Jahr zu Jahr, aber *die Form der Kurve bleibt dieselbe.* (Eine Kurve erhält man aus einer beliebigen anderen, mittels zwei voneinander unabhängigen\* Dehnungen in die Richtung »I« bzw. »II«.) Wie man schon aus Abb. 5 bemerken kann, ändert sich die Helligkeit der Maxima sozusagen symmetrisch, dagegen ist die Änderung in der  $t^{\max}$  zur Zeit der flachen Maxima sprunghaft.

*Einige Folgerungen der Behauptung 2 :*

2.1 In vollem Einklang mit der Behauptung 2 sind die aufsteigenden Äste der Kurven vom Typ II immer so steil, dass der *sprunghafte* Charakter der Phasenverschiebung der Maxima auch in den anderen Jahren nachweisbar ist. Die »IV« Kurven zeigen demgegenüber wirkliche aufsteigende Äste.

\* Siehe Behauptung 3.

## 2.2 Die auch von Klepikowa angegebene Beziehung

$$\bar{\mu}_I > \bar{\mu}_{II} \quad (7)$$

ist eine einfache Folgerung der Behauptung 2. Sie drückt nämlich aus, dass die Änderungen in der Helligkeit viel symmetrischer als in der Phase  $\varphi$  der Maxima

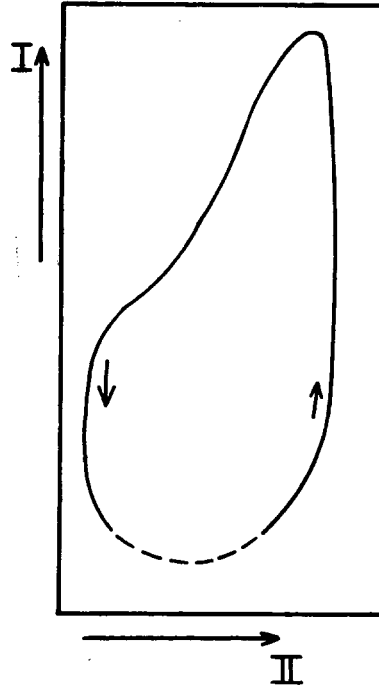


Abb. 5. Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen Lage und Helligkeit der Maxima im Laufe einer Blaschko-Periode

ablaufen. Diese Erfahrung spricht auch für die Beständigkeit der Form der Kurve auf Abb. 5.

2.3 Aus dem asymmetrischen Charakter der Kurve folgt, dass die Phase des höchsten Maximums  $\varphi_M$  grösser als die mittlere Phase aller Maxima ist. Aus den 20 Beobachtungsjahren, die sich von diesem Standpunkt untersuchen liessen, ist die Folgerung in 17 Fällen erfüllt worden. Der Unterschied beträgt durchschnittlich

$$\overline{\varphi_M - \varphi} = +0,013.$$

2.4 Die Erfahrung, dass die Quantität

$$\delta = \psi(I^{\max}) - \psi(II^{\max})$$

keine wirkliche Änderung zeigt, sondern dauernd um den Wert  $+0,2$  schwankt, stimmt auch mit der Gültigkeit der Behauptung 2 überein. Das bedeutet, dass der Aufstieg der Maxima genau so abläuft, wie er auf Abb. 5 dargestellt wurde: die Phase  $\psi$  der hellsten Maxima ist grösser als die der im Zyklus zum spätesten Zeitpunkt zustandekommenden Maxima.

2.5 Als Folgerung der Form der Kurve auf Abb. 5 sind die Maxima mit minimaler Phase  $\varphi_m$  schwächer als  $\bar{I}$ , die mittlere Helligkeit der Maxima. Dieses Kriterium ist in allen 14 betrachteten Fällen ohne Ausnahme erfüllt, die Abweichung beträgt im Durchschnitt

$$\overline{I\varphi_m - \bar{I}} = +0,^{m}169$$

2.6 Es zeigt sich auch aus Abb. 5, dass die Schwankung in  $t^{\max}$  bei den schwachen Maxima wesentlich grösser als bei den hellen sein muss. Als Beispiel wurde für 14 Beobachtungsjahre die Amplitude der Phasenschwankungen solcher Maxima betrachtet, bei denen die Helligkeit »I« den Wert

$$I^{\max} + \frac{3 A_I}{4} \text{ bzw. } I^{\max} + \frac{A_I}{4}$$

annahm. Bis auf ein Beobachtungsjahr erwiesen sich die Amplituden bei den hellen Maxima  $\left( I^{\max} + \frac{A_I}{4} \right)$  geringer.

Die allgemeine Gültigkeit der sechs Kriterien unterstützt die Feststellung, dass Behauptung 2. bei dem Stern AR Her eine wichtige Gesetzmässigkeit der zeitlichen Änderungen des Blaschko-Effektes ausdrückt, die für die Deutung der ganzen Erscheinung eine bedeutende Rolle spielen kann.

3. *Behauptung.* Es besteht kein Zusammenhang zwischen den Schwankungen der Amplituden  $A_I$  und  $A_{II}$ . Anscheinend fehlt ebenso die Beziehung zwischen den Änderungen von  $p$  und  $P$  einerseits und von  $A_I$  und  $A_{II}$  andererseits. Es ist ratsam, bei dieser Untersuchung die grossen relativen Fehler der Angaben im Auge zu halten.

b/2. *Schwankungen einzelner Punkte des aufsteigenden Astes mit der Periode  $p$ .*

4. *Behauptung.* Bis auf eine Ausnahme (das Jahr 1958) ist folgende Ungleichheit erfüllt:

$$A_{IV} < A_{II} \quad (8)$$

Die Bedeutung dieser Beziehung lässt sich mit Hilfe der »mittleren Lichtflächen« (siehe Kap. IV) für die Jahre 1937/38, 1955/57 und 1958 erklären. Da definitionsgemäss

$$A_{II} = \varphi(II^{\max}) - \varphi(II^{\min})$$

und

$$A_{IV} = \varphi(IV^{\max}) - \varphi(IV^{\min})$$

ist, vergleichen wir — die mittleren Lichtflächen verwendend —

$$\varphi(II) - \varphi(IV),$$

die Steilheit des aufsteigenden Astes in verschiedenen Phasen des Blaschko-Effektes. Es stellt sich heraus, dass in diesen Jahren ganz einheitlich

$$\varphi(II^{\max}) - \varphi(IV^{\max}) > \varphi(II^{\min}) - \varphi(IV^{\min}) \quad (9)$$

ist d. h. die zur Phase  $\varphi(II^{\max})$  gehörenden aufsteigenden Äste ausserordentlich flach sind. Die Formel (8) ist eine triviale Folgerung der Ungleichheit (9).

5. *Behauptung. Mit Ausnahme desselben Jahres ist auch folgende Ungleichheit erfüllt :*

$$\mu_{IV} > \mu_{II} \quad (10)$$

Schon eine oberflächliche Betrachtung der (B—R)-Kurven für 1937—1938 zeigt eindeutig, dass das Maximum der (B—R)-Kurve in dem Masse früher zustande kommt, je näher der ausgewählte Punkt zum Maximum der Lichtkurve liegt:

$$\psi (II^{\max}) < \psi (III^{\max}) < \psi (IV^{\max}) < \psi (V^{\max}) \quad (11)$$

Da die Phase  $\psi$  der Minima inzwischen unverändert bleibt

$$\psi (II^{\min}) = \psi (III^{\min}) = \psi (IV^{\min}) = \psi (V^{\min}) \quad (12)$$

ist die Ungleichheit (10) infolge dieser leicht verständlichen Erscheinung erfüllt:

$$\mu_{IV} = \psi (IV^{\max}) - \psi (IV^{\min}) > \psi (II^{\max}) - \psi (II^{\min}) = \mu_{II}$$

Bei den (B—R) Kurven vom Typ II kommt natürlich die starke Asymmetrie wegen der Verdoppelung der Maxima zustande; in den erwähnten Beobachtungsjahren stellte sich heraus: je ferner ein Punkt vom Zeitpunkt des Maximums liegt, desto symmetrischer wird seine Schwankung in der Phase  $\psi$ . Die Ungleichheit (10) ist ein Beweis für die allgemeine Gültigkeit dieser Erscheinung

c) *Steilheit des aufsteigenden Astes der mittleren Lichtkurve.* Diese Angabe wurde aus dem photographischen Material mit Hilfe der Kurven vom Typ II, III, IV, V untersucht. Wie schon erwähnt, können die Differenzen

$$\overline{II} - \overline{IV} \text{ bzw. } \overline{III} - \overline{IV}$$

als für die Steilheit charakteristische Angaben aufgefasst und in Abhängigkeit der Zeit dargestellt werden. Wo diese Kurven beinahe parallel laufen, wie um 1938 und zwischen 1950 und 1953, ändert sich die Steilheit zweifellos. Um 1952, als die Kurven  $\overline{II}(E)$  und  $\overline{IV}(E)$  ihr Maximum erreichten, war die Differenz am geringsten und der aufsteigende Ast in folgedessen besonders steil ( $\overline{III} - \overline{V}$  vermindert sich im Vergleich zum Mittelwert um  $0^{\circ}01 - 0^{\circ}02$ ), 2 Jahre später hörte aber diese Erscheinung auf. Die relativen Fehler der Differenzen sind ungefähr ebenso gross wie die Amplituden der Schwankungen selbst; eine gründlichere Betrachtung hat darum augenblicklich keinen Zweck.

Interessant ist die Tatsache, dass sich die Steilheit des aufsteigenden Astes der mittleren Lichtkurve mit der Zeit langsam ändert. Wäre eine enge Korrelation zwischen der Änderung und den (B—R)-Kurven vorhanden, so hätte einen Versuch, die langsamen und unregelmässigen Änderungen der Hauptperiode als eine Akkumulation stochastischer Fehler  $\Delta P^*$  zu deuten, keinen Sinn.

#### 4. §. Kritische Bemerkungen

Ausser den bisher erwähnten Beziehungen gibt es noch mehrere Behauptungen, die von den Verfassern der Arbeiten [3], [4], [5], [6] früher veröffentlicht worden sind. Die Kenntnis der relativen Fehler der einzelnen Angaben

\* Abweichung von einer konstanten Periode.

macht es aber teilweise unmöglich, diese Zusammenhänge als reell anzunehmen.

Die von Yowell vermuteten sprunghaften Änderungen der Perioden scheinen an Hand des neuen Materials unwahrscheinlich. Ebenso stimmt es nicht zu, dass die Steilheit des aufsteigenden Astes unverändert bleibt.

Die Behauptung des Verfassers von [5], laut welcher die Änderungen von  $p$  ein Spiegelbild derjenigen von  $P$  geben, wurde durch die neuen Ergebnisse völlig wiederlegt. Es ist aber bemerkenswert, dass die charakteristische Wanderung der Lage und Helligkeit der Maxima mit der Phase  $\psi$  sich auch in Tabelle 51 derselben Autoren ([5] S. 189) zeigt, obwohl dort zur Darstellung des Blaschko-Effektes das ganze heterogene, visuelle Beobachtungsmaterial verwendet wurde. Die Tatsache, dass sich die charakteristische Kurve (Abb. 5) sogar aus diesem heterogenen Material beweisen lässt, spricht für unsere Behauptung 2.

Eine Reihe von allgemeinen Beziehungen findet man in [6]. Der vermutete lineare Zusammenhang zwischen  $A_I$  und  $\bar{I}$  ist unserer Behauptung 1. nach tatsächlich gültig, jedoch mit anderen Konstanten. Eine Reihe von anderen Beziehungen können aber — wie schon die Neubearbeitung des in [6] gegebenen Beobachtungsmaterials zeigt — kaum als reell betrachtet werden. So ist z. B. der angebliche Zusammenhang zwischen  $\bar{II}$  und  $A_{II}$  nach 1956 sicher nicht erfüllt. Ebenso ist es uns nicht gelungen, die von Klepikowa festgestellten Beziehungen zwischen  $A_I$  und  $A_{II}$ ,  $A_I$  und  $\bar{II}$ ,  $\mu_{II}$  und  $A_{II}$ ,  $\mu_I$  und  $\mu_{II}$  endlich  $\mu_{II}$  und  $\delta$  an Hand unseres Materials zu beweisen. Was den Vergleich der Kurven  $\psi(\bar{II})$ ,  $\psi(II^{\max})$ ,  $\psi(\bar{I})$ ,  $\psi(I^{\max})$  betrifft, so sind die ersten beiden Kurven wegen der unsicheren Lage der doppelten Maxima ziemlich ungenau, andererseits stimmen die beiden letzten untereinander (und mit  $\psi(IV)$ ) annähernd überein.

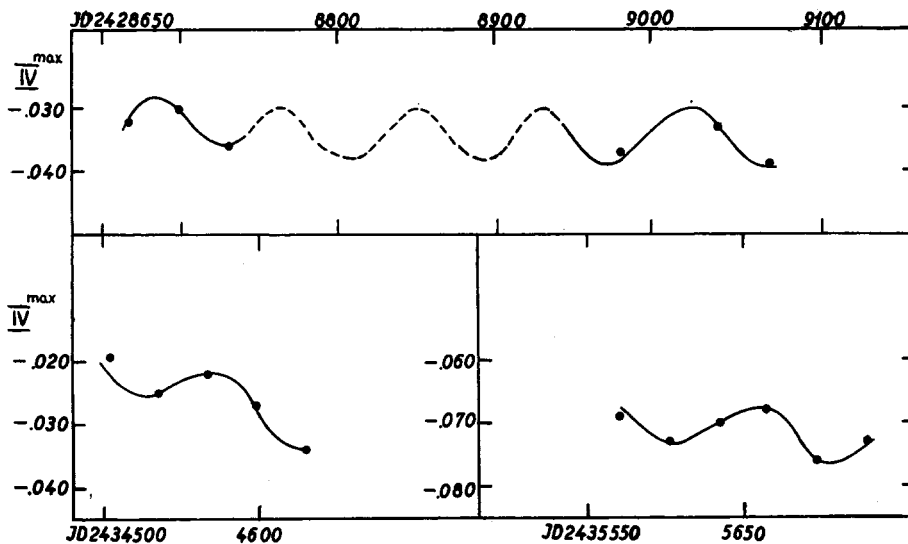


Abb. 6. Die minimalen Werte von  $B-R(1)$  für den Mittelpunkt des aufsteigenden Astes in den einzelnen Zyklen der Beobachtungsperiode 1937—38, 1953 und 1956

### 5. §. Die Periode $p_1 \sim 3p$

In den Jahren, in denen mehrere Zyklen des Blaschko-Effektes beobachtet worden sind, besteht die Möglichkeit, etwaiger Differenzen zwischen den einzelnen Zyklen des Blaschko-Effektes zu finden. Im Jahre 1953 standen fünf, im Jahre 1956 sechs Zyklen zur Verfügung, und die hieraus bestimmte Periode  $p_1$  stimmt sehr gut mit den Beobachtungen in den Jahren 1937—38 überein. Zuerst wurde das Minimum der Abweichungen der zur Mitte des aufsteigenden Astes gehörenden Zeitpunkte ( $t$ ) von den entsprechenden Zeitpunkten der mit Formel (1) gerechneten Maxima ( $t_{\max}$ ) in Abhängigkeit von der mittleren Epoche des Zyklus für jeden Zyklus getrennt dargestellt (Abb. 6). Unser Ergebnis zeigt, dass die Punkte auf eine befriedigende Weise mit einer Welle von der Periode

$$p_1 = 90^d,83 = 2,87 \cdot p \quad (13)$$

übereinstimmen. Die totale Schwankung beträgt ungefähr  $0^d,005$ .

In einer Arbeit von J. Balázs und L. Detre [9] sind insgesamt 18 RR Lyrae-Sterne mit Blaschko-Effekt aufgezählt — darunter zeigen nicht weniger als 6 auch Schwankungen mit einer  $p_1 \sim 3p$  Periode. AR Her ist also der siebente, der dieser merkwürdigen Gesetzmässigkeit unterliegt. Bei einigen dieser Sterne ist aber die Periode  $p_1$  noch ziemlich unsicher.

## IV. Die Veränderungen der Lichtkurve im Laufe der 31,5 tägigen Ungleichheit

### 1. §. Die Konstruktion der mittleren Lichtfläche

Solange der Ablauf des Lichtwechsels bei den gewöhnlichen RR Lyrae-Veränderlichen mittels der mittleren Lichtkurve untersucht werden kann, soll die Helligkeit der den Blaschko-Effekt zeigenden Veränderlichen als Funktion zweier unabhängiger Daten (die Phase  $\varphi$  bzw.  $\psi$ ) aufgefasst werden. Diese Oberfläche

$$m(\varphi, \psi)$$

— die wir analog zur mittleren Lichtkurve »mittlere Lichtfläche« nennen werden — ist z. B. durch ihre Niveaulinien  $m = \text{Konst}$ , oder durch ihre Schnittpunkte  $\psi = \text{Konst}$  (d. h. durch die zu verschiedenen  $\psi$ -Werten gehörenden »Lichtkurven«  $m(\varphi)$ ) darstellbar.

Die Methode der Konstruktion der mittleren Lichtfläche wurde zuerst von J. Balázs und L. Detre ausgearbeitet, und in einer Arbeit, die sich ebenfalls mit den Lichtkurvenänderungen von AR Her befasst [3], veröffentlicht. Diese Methode auf das photographische Material der Jahre 1955—57 und getrennt auf die lichtelektrischen Beobachtungen des Jahres 1958 verwendend, wurden zuerst die an verschiedenen Tagen erhaltenen Beobachtungen gegen die Zeit aufgetragen, und dann mit freier Hand ausgeglichen (empirische Lichtkurven). Für jeden Beobachtungstag, für jede Kurvenstrecke wurde der entsprechende  $\psi$ -Wert nach der Formel (2), und der Zeitpunkt des Maximums nach der Formel (1) mit Berücksichtigung der langsamen Periodenänderungen, aber mit Vernachlässigung der periodischen Ungleichheit bestimmt. Im fol-

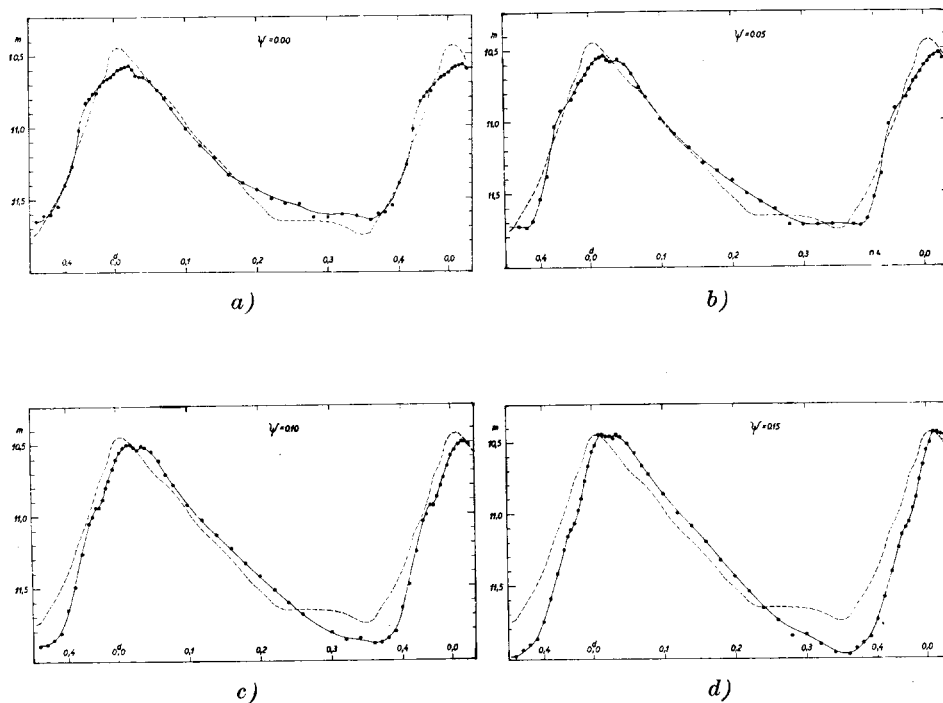


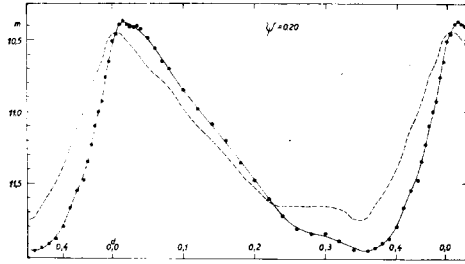
genden werden wir die von den auf diese Weise bestimmten Maxima gerechneten Phasen mit  $f$  bezeichnen. An jeder Kurvenstrecke, an der die entsprechende Phase durchbeobachtet wurde, werden die entsprechenden Helligkeiten für verschiedene  $f$ -Werte abgelesen und für jeden  $f$ -Wert getrennt gegen  $\psi$  aufgetragen. Mit Hilfe dieser Diagramme war es leicht, die gesuchten »Lichtkurven« für die verschiedenen  $\psi$ -Werte zu konstruieren. Die entsprechenden Helligkeiten wurden an den ausgeglichenen  $m(\psi)$ -Kurven bei den erwünschten Werten von  $\psi$  abgelesen, und dieselben getrennt für die einzelnen  $\psi$ -Werte gegen  $f$  aufgetragen.

Wir haben auf diese Weise »Lichtkurven« für  $\psi = 0,00$   $\psi = 0,05$   $\psi = 0,10$  ...  $\psi = 0,95$  konstruiert. Aus Tabelle 5 ist die mittlere Lichtfläche für die Jahre 1955—57, aus Abbildung 7 sind einige Schnittlinien (die  $m(f)$  »Lichtkurven«) derselben Oberfläche ersichtlich.

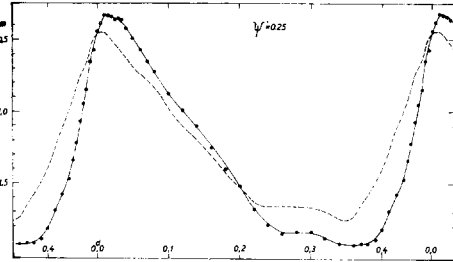
Die Beobachtungen, die sich im Jahre 1956 auf die ganze Lichtkurve erstreckten, ermöglichen eine Wiederholung der vollständigen, in [3] veröffentlichten Untersuchungen der Lichtkurvenänderungen. Zwischen den Phasen  $f = 0^d130$  und  $f = 0^d300$  ist diesmal die Zahl der Beobachtungen ziemlich gering; darum vermindert sich die Genauigkeit der »Lichtkurven« um das Minimum. Die durchschnittliche Abweichung der Einzelwerte von den ausgeglichenen Kurven  $m(\psi)$  beträgt  $0^m035$ , die der Normalpunkte von den »Lichtkurven«  $m(f)$  ist im Durchschnitt nur  $0^m009$ .

Unsere Tabelle 5 und Abbildung 7 entsprechen der Tabelle 5 bzw. der Abbildung 6a bis 6u in [3]. Ein Vergleich ist dadurch ermöglicht, da bei der

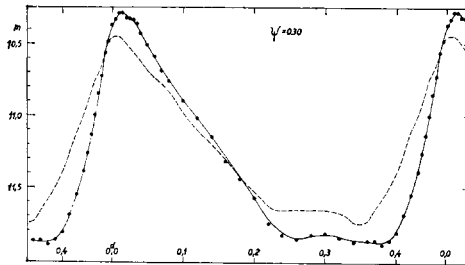




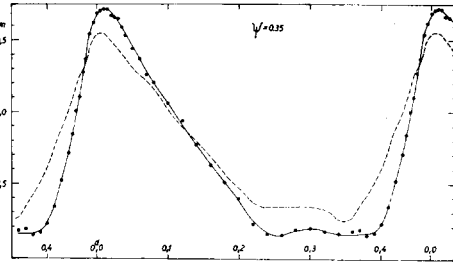
e)



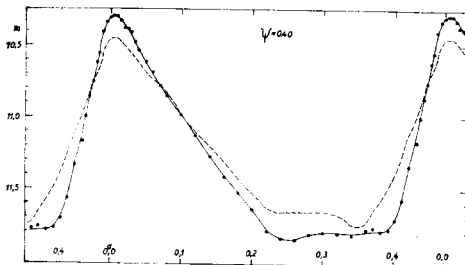
f)



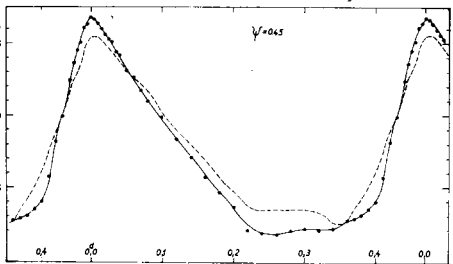
g)



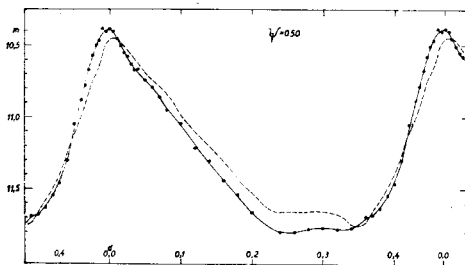
h)



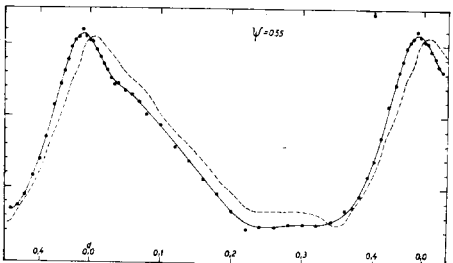
i)



j)



k)



l)

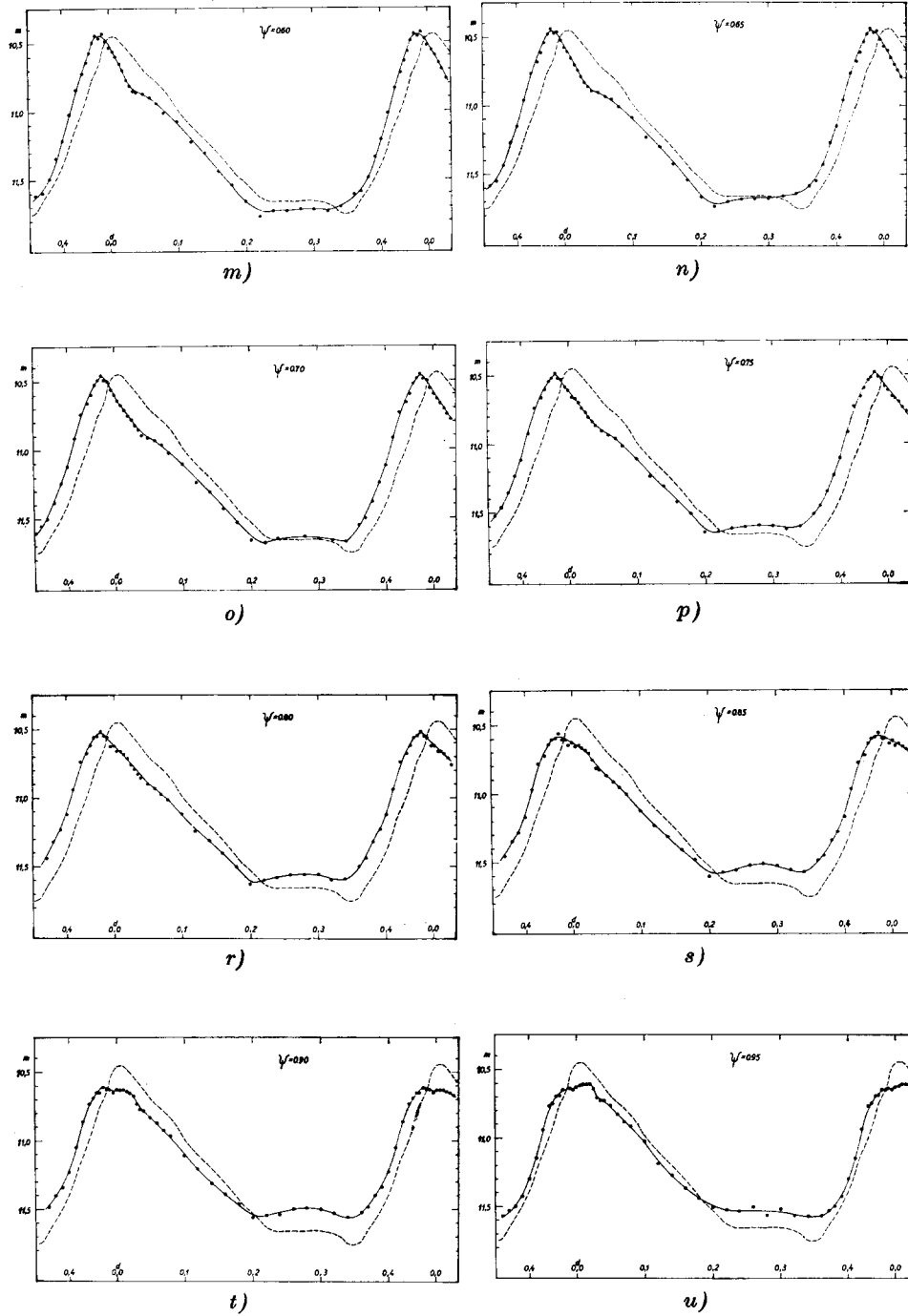


Abb. 7a—u. Mittlere Lichtfläche 1956: einige Schnittlinien. Die mittlere Lichtkurve ist gestrichelt gezeichnet

Tabelle 5 Die mittlere Lichtfläche 1956.

$\psi$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,000	10 <sup>m</sup> ,63	10 <sup>m</sup> ,62	10 <sup>m</sup> ,60	10 <sup>m</sup> ,57	10 <sup>m</sup> ,51	10 <sup>m</sup> ,44	10 <sup>m</sup> ,37	10 <sup>m</sup> ,31	10 <sup>m</sup> ,30	10 <sup>m</sup> ,32	10 <sup>m</sup> ,38	10 <sup>m</sup> ,47	10 <sup>m</sup> ,53	10 <sup>m</sup> ,57	10 <sup>m</sup> ,60	10 <sup>m</sup> ,61	10 <sup>m</sup> ,62	10 <sup>m</sup> ,62	10 <sup>m</sup> ,63	10 <sup>m</sup> ,63
0,005	10,60	10,59	10,55	10,52	10,46	10,38	10,33	10,29	10,29	10,33	10,40	10,48	10,56	10,60	10,64	10,66	10,66	10,65	10,63	10,62
0,010	10,59	10,56	10,52	10,45	10,39	10,32	10,28	10,28	10,29	10,36	10,45	10,54	10,60	10,65	10,67	10,67	10,66	10,64	10,63	10,61
0,015	10,58	10,55	10,50	10,45	10,37	10,33	10,28	10,28	10,32	10,40	10,50	10,59	10,65	10,70	10,71	10,70	10,68	10,66	10,64	10,61
0,020	10,57	10,53	10,50	10,46	10,39	10,34	10,32	10,33	10,37	10,44	10,55	10,64	10,70	10,74	10,75	10,74	10,71	10,68	10,65	10,61
0,025	10,60	10,57	10,52	10,46	10,41	10,36	10,32	10,34	10,38	10,47	10,57	10,68	10,77	10,79	10,78	10,77	10,76	10,70	10,67	10,64
0,030	10,64	10,58	10,54	10,48	10,41	10,35	10,33	10,35	10,40	10,49	10,63	10,74	10,81	10,83	10,82	10,81	10,79	10,75	10,73	10,70
0,035	10,65	10,58	10,51	10,45	10,40	10,36	10,36	10,41	10,47	10,56	10,67	10,78	10,85	10,86	10,85	10,84	10,83	10,81	10,77	10,72
0,040	10,65	10,56	10,52	10,47	10,43	10,42	10,43	10,47	10,53	10,58	10,66	10,77	10,86	10,89	10,89	10,87	10,85	10,82	10,78	10,72
0,050	10,68	10,60	10,55	10,51	10,49	10,49	10,51	10,56	10,61	10,69	10,74	10,82	10,87	10,90	10,91	10,91	10,90	10,87	10,83	10,76
0,060	10,74	10,66	10,61	10,58	10,56	10,57	10,59	10,63	10,68	10,73	10,79	10,85	10,90	10,93	10,93	10,94	10,93	10,91	10,87	10,83
0,070	10,80	10,76	10,71	10,67	10,65	10,65	10,69	10,74	10,78	10,83	10,86	10,90	10,94	10,95	10,96	10,96	10,97	10,95	10,92	10,88
0,080	10,87	10,83	10,78	10,73	10,70	10,72	10,76	10,80	10,85	10,90	10,95	10,99	11,01	11,01	11,02	11,02	11,01	11,00	10,96	10,91
0,100	11,01	10,97	10,92	10,87	10,85	10,87	10,90	10,94	10,98	11,01	11,04	11,06	11,07	11,08	11,10	11,11	11,12	11,12	11,11	11,02
0,120	11,13	11,08	11,03	11,00	10,98	10,99	11,02	11,06	11,12	11,17	11,21	11,22	11,22	11,23	11,24	11,24	11,24	11,23	11,21	11,18
0,140	11,21	11,18	11,13	11,09	11,10	11,15	11,23	11,27	11,29	11,30	11,31	11,30	11,30	11,30	11,31	11,31	11,31	11,31	11,31	11,27
0,160	11,33	11,28	11,23	11,20	11,20	11,25	11,32	11,37	11,41	11,43	11,44	11,44	11,44	11,43	11,43	11,42	11,41	11,41	11,39	11,36
0,180	11,39	11,34	11,33	11,36	11,40	11,44	11,44	11,49	11,52	11,54	11,54	11,54	11,54	11,53	11,53	11,51	11,50	11,48	11,46	11,43
0,200	11,43	11,41	11,42	11,45	11,48	11,52	11,57	11,60	11,64	11,64	11,66	11,66	11,66	11,67	11,66	11,65	11,63	11,60	11,56	11,50
0,220	11,50	11,50	11,52	11,55	11,61	11,68	11,75	11,78	11,79	11,80	11,81	11,79	11,77	11,73	11,68	11,65	11,60	11,57	11,54	11,52
0,240	11,53	11,56	11,61	11,67	11,73	11,79	11,83	11,85	11,84	11,82	11,80	11,77	11,73	11,70	11,65	11,62	11,58	11,56	11,54	11,53

$\psi$	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0,260	11,54	11,61	11,69	11,76	11,82	11,85	11,86	11,86	11,85	11,83	11,80	11,77	11,73	11,68	11,65	11,61	11,56	11,52	11,50	11,50
0,280	11,63	11,72	11,83	11,86	11,85	11,84	11,83	11,82	11,81	11,80	11,78	11,75	11,72	11,68	11,63	11,60	11,56	11,51	11,49	11,56
0,300	11,63	11,72	11,82	11,85	11,85	11,84	11,82	11,81	11,80	11,79	11,77	11,75	11,72	11,68	11,65	11,60	11,56	11,53	11,50	11,52
0,320	11,61	11,72	11,87	11,92	11,90	11,88	11,85	11,83	11,81	11,80	11,78	11,75	11,73	11,66	11,66	11,63	11,60	11,56	11,53	11,56
0,340	11,62	11,72	11,86	11,98	11,96	11,92	11,88	11,85	11,82	11,79	11,77	11,73	11,70	11,64	11,68	11,61	11,59	11,57	11,56	11,57
0,360	11,65	11,73	11,90	11,99	11,97	11,93	11,87	11,83	11,78	11,73	11,69	11,65	11,61	11,58	11,55	11,52	11,50	11,49	11,52	11,57
0,370	11,61	11,72	11,89	11,95	11,95	11,92	11,87	11,82	11,77	11,72	11,68	11,63	11,59	11,55	11,50	11,46	11,44	11,45	11,48	11,53
0,380	11,60	11,73	11,86	11,91	11,92	11,92	11,90	11,86	11,79	11,70	11,63	11,55	11,49	11,43	11,38	11,35	11,32	11,34	11,40	11,50
0,390	11,55	11,68	11,81	11,87	11,89	11,89	11,87	11,84	11,78	11,65	11,54	11,42	11,34	11,27	11,24	11,23	11,23	11,28	11,34	11,43
0,400	11,40	11,53	11,65	11,75	11,80	11,82	11,82	11,78	11,71	11,60	11,46	11,31	11,21	11,15	11,12	11,11	11,12	11,17	11,23	11,30
0,410	11,27	11,37	11,49	11,59	11,67	11,69	11,69	11,66	11,57	11,43	11,30	11,15	11,02	10,96	10,92	10,92	10,94	10,97	11,05	11,15
0,420	11,02	11,13	11,26	11,42	11,55	11,58	11,55	11,48	11,34	11,18	11,05	10,93	10,84	10,77	10,74	10,73	10,74	10,78	10,86	10,94
0,430	10,83	10,92	11,05	11,25	11,48	11,47	11,39	11,29	11,17	11,01	10,88	10,78	10,72	10,68	10,66	10,66	10,68	10,72	10,73	10,77
0,435	10,80	10,90	11,01	11,16	11,35	11,34	11,26	11,16	11,00	10,90	10,78	10,69	10,64	10,61	10,60	10,60	10,62	10,64	10,69	10,75
0,440	10,77	10,85	10,94	11,11	11,23	11,22	11,14	11,00	10,86	10,76	10,67	10,61	10,57	10,54	10,53	10,54	10,56	10,60	10,65	10,70
0,445	10,77	10,84	10,94	11,07	11,10	11,07	11,00	10,90	10,76	10,64	10,57	10,52	10,49	10,48	10,49	10,52	10,55	10,59	10,65	10,69
0,450	10,71	10,79	10,88	10,98	11,00	10,95	10,85	10,73	10,62	10,55	10,50	10,47	10,44	10,44	10,46	10,48	10,52	10,56	10,61	10,65
0,455	10,68	10,73	10,80	10,90	10,93	10,85	10,73	10,63	10,55	10,49	10,46	10,45	10,46	10,47	10,49	10,52	10,55	10,60	10,63	10,66
0,460	10,66	10,71	10,75	10,77	10,76	10,65	10,56	10,46	10,40	10,39	10,38	10,40	10,43	10,46	10,50	10,53	10,56	10,60	10,63	10,64
0,465	10,65	10,66	10,67	10,67	10,65	10,57	10,48	10,38	10,33	10,36	10,40	10,44	10,48	10,52	10,56	10,59	10,62	10,64	10,65	10,65
0,470	10,63	10,62	10,60	10,57	10,51	10,44	10,37	10,31	10,30	10,32	10,38	10,47	10,53	10,57	10,60	10,61	10,62	10,62	10,63	10,63

Wiederholung die Aufnahmen mit demselben Astrographen gemacht und an demselben Elektromikrophotometer zusammen mit denselben Vergleichsternen ausgemessen worden sind. Die einzige Abweichung von der vollkommenen Homogenität ist dem Gebrauch verschiedener Photoplatten (Eastman 40, Superfulgur bzw. Agfa Astro) zuzuschreiben.

Um den Ablauf der Lichtkurvenänderungen zu veranschaulichen, geben wir — ebenso wie es in [3] der Fall war — bei jeder »Lichtkurve«  $m(f)$  auch

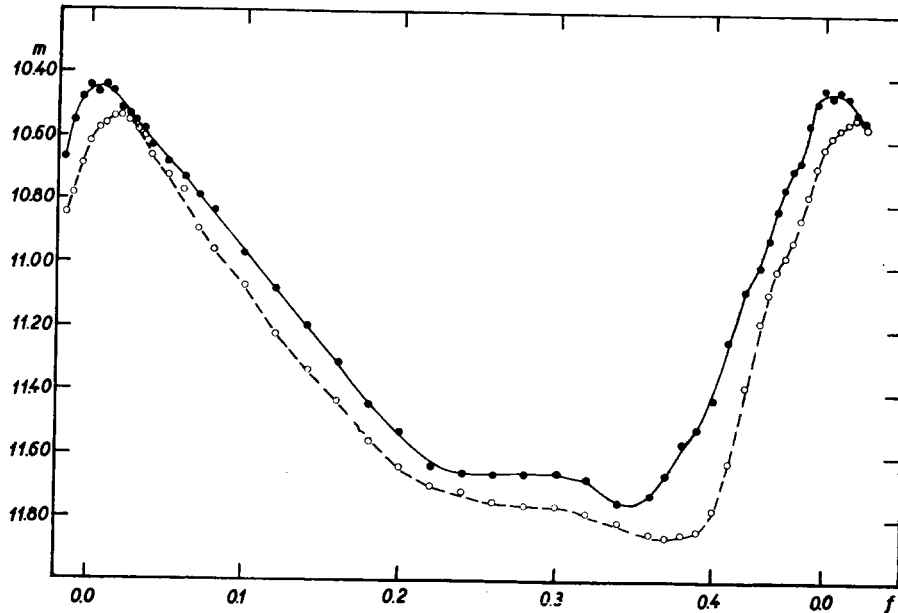


Abb. 8. Mittlere Lichtfläche 1956: die mittlere Lichtkurve. Die mittlere Lichtkurve für 1937 ist gestrichelt gezeichnet

die *mittlere Lichtkurve* an. Dazu wurden für jede Phase  $f$  die dem Mittelwert der maximalen und minimalen Intensität entsprechenden Helligkeitsgrößen genommen; das Ergebnis findet man in Tabelle 6. Abbildung 8 zeigt diese mittleren Kurven aus dem alten (1936—39) und aus dem neuen (1955—57) Beobachtungsmaterial.

Tabelle 6 Die mittlere Lichtkurve

Phase	Gr.	Phase	Gr.	Phase	Gr.	Phase	Gr.
0 <sup>d</sup> 000	10 <sup>m</sup> 44	0,070	10,79	0,280	11,66	0,430	11,00
0,005	10,46	0,080	10,83	0,300	11,66	0,435	10,91
0,010	10,44	0,100	10,98	0,320	11,68	0,440	10,82
0,015	10,46	0,120	11,09	0,340	11,75	0,445	10,75
0,020	10,51	0,140	11,20	0,360	11,73	0,450	10,69
0,025	10,53	0,160	11,31	0,370	11,66	0,455	10,67
0,030	10,55	0,180	11,44	0,380	11,56	0,460	10,55
0,035	10,58	0,200	11,53	0,390	11,51	0,465	10,48
0,040	10,63	0,220	11,64	0,400	11,42	0,470	10,44
0,050	10,68	0,240	11,66	0,410	11,24		
0,060	10,73	0,260	11,66	0,420	11,08		

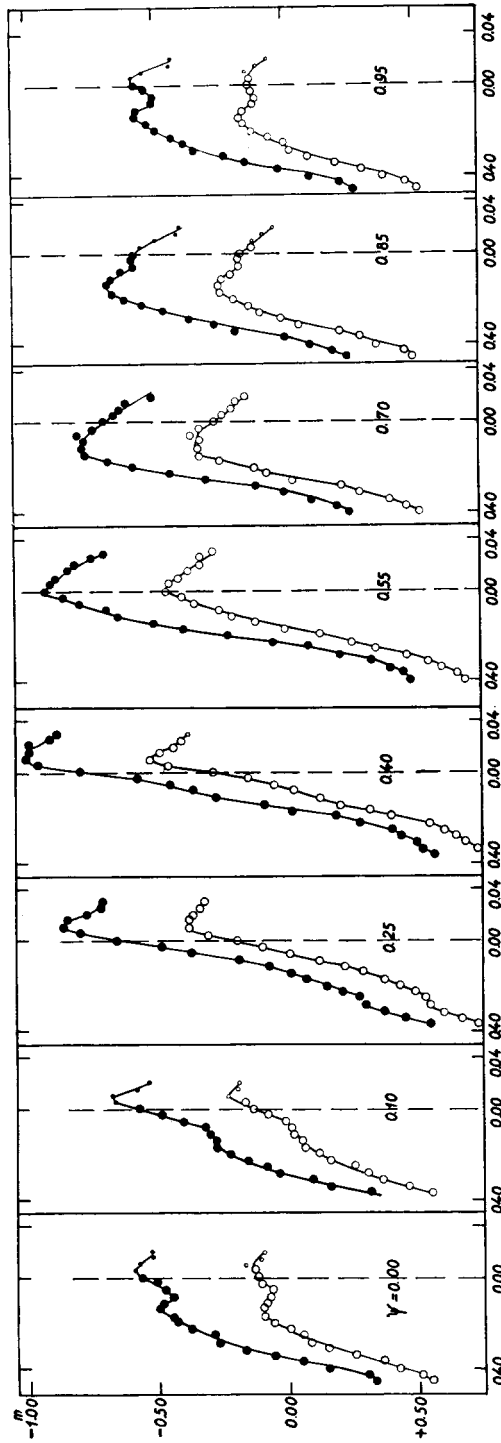


Abb. 9. Mittlere Lichtfläche 1958: einige Schnittlinien. Die Blauhelligkeiten sind mit vollen, die Gelbhelligkeiten mit leeren Kreisen bezeichnet







Die lichtelektrischen Beobachtungen des Jahres 1958 erstreckten sich nicht auf die ganze Lichtkurve, sondern nur auf den aufsteigenden Ast und die Umgebung des Maximums. Da aber gerade dieser Teil der Lichtkurve die stärksten Änderungen aufweist, lohnte es sich die mittlere Lichtfläche für das Phasenintervall  $f = 0^d40$  bis  $f = 0^d02$  zu konstruieren. Leider war wegen der ungünstigen Witterung im Jahre 1958 die Anzahl der völlig beobachteten Maxima zwischen  $\psi = 0^m00$  und  $\psi = 0^m20$  ungenügend, und darum sind die entsprechenden Kurven in der Nähe des Maximums ziemlich unsicher. Abbildung 9 zeigt einige lichtelektrische  $m(f)$  »Lichtkurven« für Blau und Gelb.

Es soll noch erwähnt werden, dass die Streuung an den verschiedenen, mittels lichtelektrischen Beobachtungen konstruierten  $m(\psi)$ -Kurven ziemlich gross ist. Nachdem die Periode  $p_1$  (s. Kap. III. 5 §) beim Ausrechnen des Zeitpunktes des Maximums berücksichtigt wurde, vermindert sich zwar die Streuung, es kommen aber in beiden Farben noch immer Abweichungen von  $0^m10$ — $0^m15$  vor. Da die Streuung bei der mittels photographischer Beobachtungen konstruierten  $m(\psi)$ -Kurven von derselben Grössenordnung ist, so können wir annehmen, dass diese Abweichungen von den *statistischen* Veränderun-

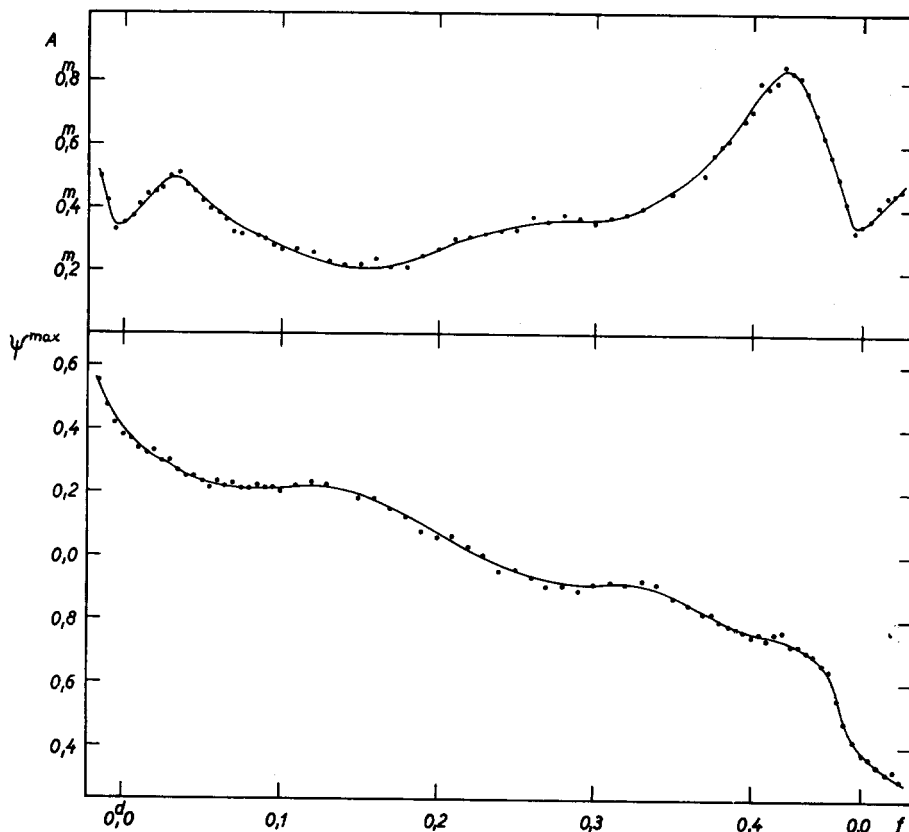


Abb. 10a, b. Mittlere Lichtfläche 1956: die Amplitude der  $m(\psi)$  Kurven (a), und die Phase ihrer Maxima (b) in Abhängigkeit von  $f$

gen der Perioden bedingt sind. Auf die Frage ob die lichtelektrischen Messungen noch mit systematischen Fehlern behaftet sind, kommen wir in Kap. V noch zurück.

Die Erfahrung zeigt, dass die *Amplitude* der  $m(\psi)$ -Kurven, ebenso wie die *Phase*  $\psi$  ihrer Maxima, eine stetige Funktion der Phase  $f$  ist; dieser Umstand

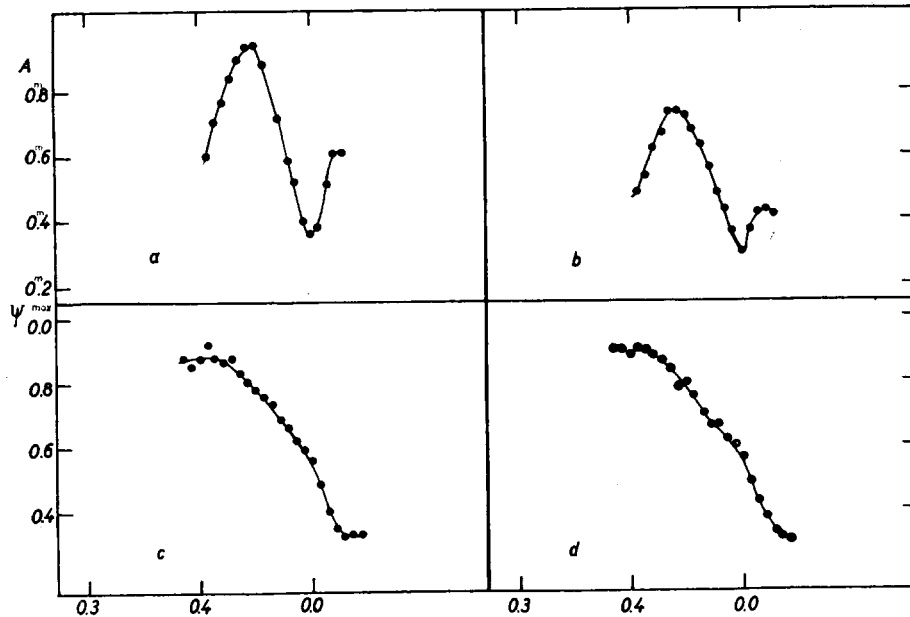


Abb. 11.

Abb. 11a—d. Mittlere Lichtfläche 1958: die Amplitude der  $m(\psi)$  Kurven im Blau (a) bzw. im Gelb (b), und die Phase ihrer Maxima im Blau (c) bzw. im Gelb (d) in Abhängigkeit von  $f$

erleichtert den Ausgleich der Einzelwerte in den Diagrammen. J. Balázs und L. Detre zeigten in einer Mitteilung über RR Lyrae [10] wie bei den Sternen RR Lyr, AR Her und  $\delta$  Sct die in Intensitäten angegebene Amplitude  $\Delta I/A$  und  $\psi^{\max}$  d. h. die  $\psi$ -Werte, für welche die grösste Helligkeit erreicht wird, von  $f$  abhängen. Unsere Untersuchungen unterstützen diese Ergebnisse, ungeachtet des Unterschiedes, dass i. J. 1956 auf der Kurve  $\psi^{\max}(f)$  noch eine Krümmung vorhanden war, und das zweite Maximum in der Amplitudenschwankung beträchtlich niedriger liegt als das erste (Abbildung 10).

Die aus den lichtelektrischen Beobachtungen abgeleitete *Kurve der Amplitudenänderungen* hat auch ein erstes höheres und ein zweites, niedrigeres Maximum, der Unterschied ist im gelben Wellenbereich besonders auffallend (Abbildung 11). Dieser Umstand bedeutet, dass die Helligkeitsschwankungen mit der Periode  $p$  in der Nähe des Maximums kleiner geworden sind, aber die Amplitude der teils durch die Phasenschwankung des Maximums, teils durch die Änderungen der Steilheit des aufsteigenden Astes zustande gebrachten Schwankungen am unteren Teil des aufsteigenden Astes zur selben Zeit fast unverändert blieb.

## 2. §. *Ergebnisse des Vergleiches der einzelnen Lichtflächen*

Ein Vergleich der in [3] veröffentlichten alten Lichtfläche (im weiteren: *Lichtfläche 1937*) und der mittels der photographischen Beobachtungen konstruierten neuen (im weiteren: *Lichtfläche 1956*) bietet die Möglichkeit im komplizierten Ablauf der Lichtkurvenänderungen mit mehr oder weniger Sicherheit alle Erscheinungen *ephemerer* Art von jenen zu unterscheiden, die bei diesem Stern für den Blaschko-Effekt *charakteristisch* sind. Deshalb wurden die »Lichtkurvenpaare« der Lichtfläche 1937 und 1956, die zu demselben  $\psi$ -Wert gehören, auch gemeinsam dargestellt und untersucht.

Schon eine qualitative Analyse dieser gemeinsamen Diagramme zeigt, dass sich *die grundlegenden Eigenschaften der Lichtkurvenänderungen* (nämlich eine schlingenartige Bewegung und temporäre Verdoppelung des Maximums, das Erscheinen eines Buckels auf dem aufsteigenden Ast zur Zeit der steigenden Maxima, die Glattheit des absteigenden Astes und die geringen Schwankungen in der Umgebung des Minimums u. s. w.) im Grossen und Ganzen *nicht verändert haben*. Die *Steilheit des aufsteigenden Astes* bei den Kurven der Lichtfläche 1956 ist aber merklich kleiner, und auch die Steilheit des absteigenden Astes vermindert sich etwas. Beträchtliche Unterschiede findet man in der *Phase und Helligkeit der Maxima*. Abbildung 12 zeigt den charakteristischen Zusammenhang zwischen der Helligkeit  $m$  und Phase  $f$  der Maxima, für jeden  $\psi$ -Wert getrennt dargestellt. Die Kurve a) entspricht den »Lichtkurven« der Lichtfläche 1937, die Kurve b) denen der Lichtfläche 1956, die Kurve c) bzw. d) der lichtelektrischen Lichtfläche 1958 im gelben bzw. blauen Wellenbereich, endlich Kurve e) denen der Lichtfläche, die auf Grund einiger visuellen Beobachtungsreihen konstruiert wurde (s. [5] Tab. 50, S. 188).

*Die formale Ähnlichkeit der Kurven fällt sofort ins Auge*. Diese, nur bei AR Her erfahrene Gesetzmässigkeit wurde in Kap. III 3 § als Behauptung 2 erwähnt, und ihre allgemeine Gültigkeit für die zwischenliegenden Jahre geprüft. Die erwähnten Veränderungen in Lage und Helligkeit des Maximums laufen immer so gleichförmig ab, dass sich ihr Charakter sogar auch in dem ausserordentlich heterogenen, aus vielen Jahren zusammengezugenen visuellen Beobachtungsmaterial bemerklich macht (s. Abbildung 12 Kurve e), obwohl man bei denjenigen Lichtflächen, die aus den Beobachtungen *einzelner* visuellen Beobachter konstruiert wurden, anscheinend nichts Ähnliches findet (s. [5] S. 191—193). So etwas wäre natürlich undenkbar, wenn nicht nur das Ausmass, sondern auch die Form der Kurve in Abb. 5 bzw. 12 beträchtlichen Änderungen unterworfen wäre.

*Vergleichen wir die Kurven a) und b)*, die auf Grund des vollkommensten und der Forderung der Homogenität am besten entsprechenden Beobachtungsmaterials gefertigt wurden, so erhalten wir folgende Resultate: *die Helligkeit der hellsten Maxima ist unverändert geblieben* (s. Kap. III. 3 § Behauptung 1), solange die schwachen Maxima i. J. 1956 um  $0^m2$  heller waren, als i. J. 1937; demzufolge *verminderte sich* inzwischen *die Amplitude der Helligkeitsschwankungen* der Maxima um denselben Wert von  $0^m2$ . Die Amplitude der *Phasenschwankungen* der Maxima beträgt i. J. 1956 um  $0^d012$  weniger als für die Lichtfläche 1937. Diese letzte Angabe ist mit der Amplitude der Phasenschwankung bei der Lichtfläche 1958 direkt vergleichbar; Kurve c) und d) beweisen wieder eine kleine *Verminderung* der Amplitude der Phasenschwankung, obwohl die Amplitude der Helligkeitsschwankungen der Maxima etwas grösser als i. J. 1956 war. Es liegt also die Behauptung nahe, dass *zwischen den Amplituden*

der Helligkeits- bzw. Phasenschwankungen der Maxima kein Zusammenhang besteht (s. Kap. III. 3 § Behauptung 3).

Die Helligkeit der Minima war i. J. 1956 etwas grösser als i. J. 1937, die Asymmetrie der Kurve der Phasenänderungen (Phase des vorangehenden Minimums) verminderte sich ein wenig.

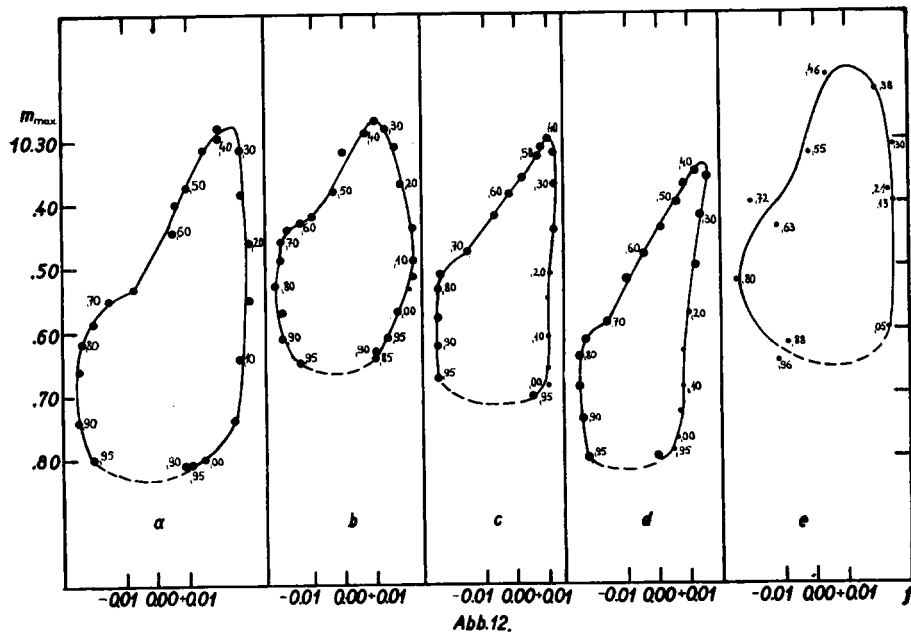


Abb. 12a—e. Der charakteristische Zusammenhang zwischen Phase und Helligkeit der Maxima in den mittleren Lichtflächen 1937 (a), 1956 (b), 1958 im Gelb (c), 1958 im Blau (d) und aus dem v. Beobachtungsmaterial (e). Zu einigen Punkten ist die entsprechende Phase  $\psi$  angegeben

Einige Ergebnisse dieser qualitativen Analyse spiegeln sich an den mittleren »Lichtkurven« der Abbildung 8 wider. Die mittleren Lichtkurven sind durch folgende Daten charakterisiert:

	1937	1956
$m_{\max}$	$10^m 53$	$10^m 44$
$m_{\min}$	$11^m 87$	$11^m 75$
$A_{\text{ph}}$	$1^m 34$	$1^m 31$
$M - m$	$0^d 108$	$0^d 125$

Für beide Kurven ergibt sich also eine fast identische Amplitude; der Unterschied in der Steilheit der aufsteigenden Äste kommt aber auch hier klar zur Geltung. Es soll noch erwähnt werden, dass Gaposchkin mittels seines kleinen Beobachtungsmaterials im Jahre 1934 den Wert

$$M - m = 0^d 122$$

abgeleitet hat, der mit der entsprechenden Grösse der neuen mittleren Lichtkurve besser als mit derjenigen der zeitlich naheliegenden mittleren Lichtkurve 1937 übereinstimmt [11].

Werden die »Lichtkurven« der verschiedenen Lichtflächen nicht untereinander, sondern mit ihren eigenen mittleren Lichtkurven verglichen und durch die Funktion

$$m(f) - \bar{m}(f)$$

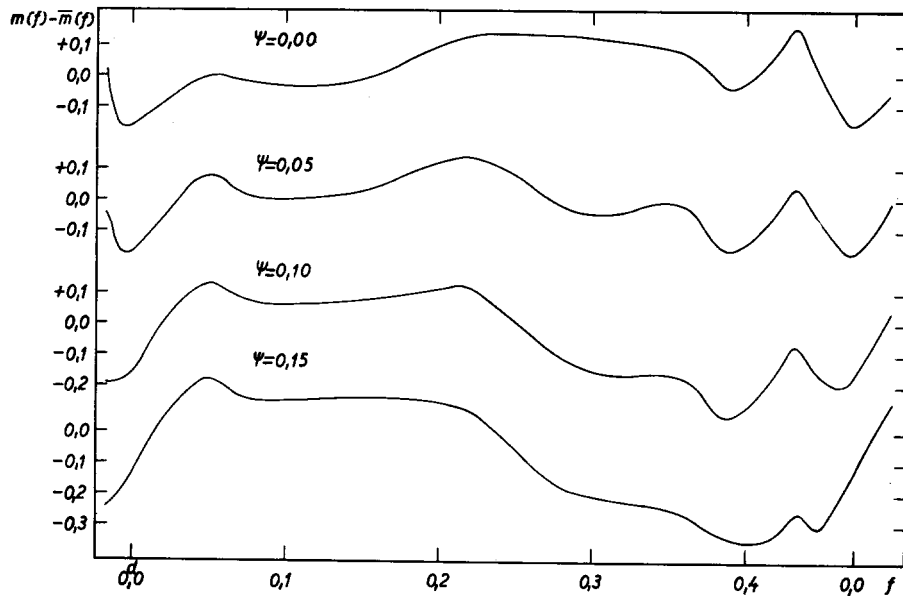
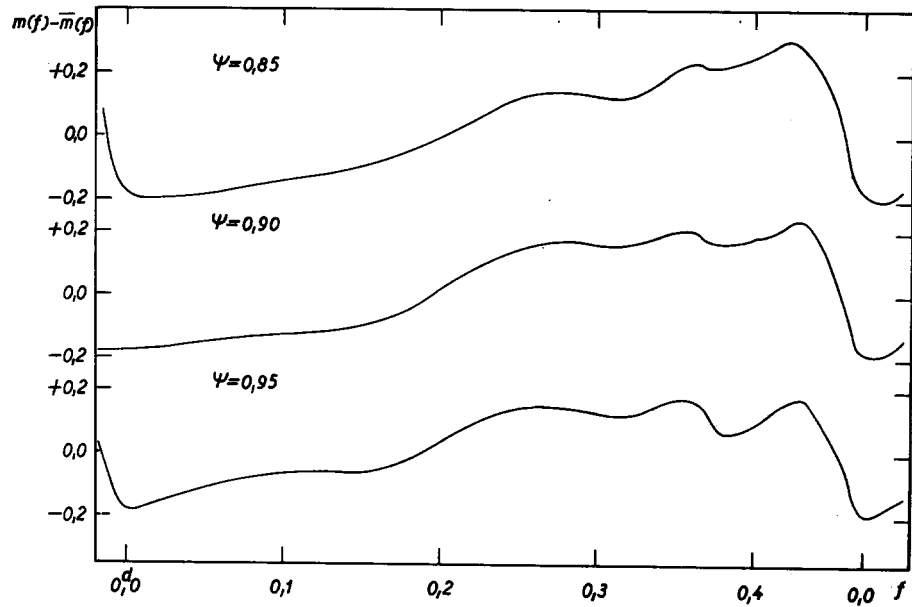


Abb. 13a, b. Mittlere Lichtfläche 1956: einige »Differenzkurven«, d. h. Abweichungen von der mittleren Lichtkurve

untersucht, erhalten wir sehr interessante Kurvenreihen. Abbildung 13 zeigt die zur Phase  $\psi = 0^{\circ}85$  bis  $\psi = 0^{\circ}15$  gehörigen »Differenzkurven« der Lichtfläche 1956. Es ist an diesen Kurven leicht festzustellen auf welche Weise das alte Maximum im Laufe der 31,5tägigen Periode »abklingt«; während das neue Maximum um  $\psi = 0^{\circ}00$   $f = 0^{\circ}05$  erscheint und später um  $\psi = 0^{\circ}05$  schon dominiert, vermindert sich zwar die Helligkeit des alten Maximums (um  $f = 0^{\circ}43$ ) kontinuierlich, ist aber bis zum  $\psi = 0^{\circ}15$  zweifellos vorhanden. An den »Lichtkurven« selbst fehlt schon der Extremwert in diesen Phasen, nur ein Buckel oder ein Bruch des aufsteigenden Astes erinnert an das abgeklungene Maximum (s. Abb. 7 und 9). Der Buckel oder Stillstand zur Zeit der Zunahme des neuen Maximums ist also nichts anderes als der Überrest des schwindenden Maximums. Diese Tatsache soll vom Standpunkt der Deutung des Blaschko-Effektes bei dem Stern AR Her nicht ausser acht gelassen werden.

### 3. §. Einige Versuche zur Darstellung der mittleren Lichtfläche durch Zusammensetzung zweier Schwingungen

Wie schon von Balázs und Detre betont wurde, können wir die komplizierten Lichtkurvenänderungen durch die lineare Superposition von zwei einfachen Schwingungen mit nahe kommensurablen Perioden nicht erklären. Es ist aber möglich, dass die mittlere Lichtfläche entweder durch die lineare Superposition von zwei günstig gewählten nicht-harmonischen Schwingungen (Methode A.), oder durch gewisse eindeutige Transformationen der zusammengesetzten harmonischen Oberschwingungen (Methode B.) dargestellt werden kann.

#### A) Die Darstellung der Lichtfläche durch Zusammensetzung nicht-harmonischer Schwingungen

Die eine Schwingung mit der Hauptperiode  $P$  soll die von  $\psi$  unabhängigen Glieder der Fourierreihe der empirischen Lichtfläche enthalten; den Ablauf der Lichtwechsel dieser Schwingung zeigt also die mittlere Lichtkurve  $\bar{m}(f)$  in Abb. 8, deren Punkte — wie schon erwähnt — die dem Mittelwert der zur Phase  $f$  gehörenden maximalen und minimalen Intensität entsprechenden Helligkeitsgrößen darstellen. Die Periode der anderen Schwingung ist mit  $P' = 0^{\circ}46311$  der von Balázs und Detre gefundenen sekundären Periode identisch; die Phase, in deren Funktion wir den Lichtwechsel mit der Periode  $P'$  darstellen wollen, erscheint offenbar als  $f' = f + \psi$ . Die mittlere Lichtkurve  $\bar{m}(f')$ , die nur die von  $f'$  abhängigen Glieder der Fourierreihe enthält, lässt sich ebenso unmittelbar aus der empirischen Lichtfläche bestimmen. Zuerst werden die beobachteten Helligkeiten für bestimmte  $f'$ -Werte als Funktion von  $\psi$  aufgezeichnet, dann die dem Mittelwert der maximalen und minimalen Intensität entsprechende Helligkeitsgröße bestimmt. Die erhaltenen mittleren sekundären Lichtkurven  $\bar{m}(f')$  sind für 1937 bzw. 1956 in Tabelle 8 angegeben.

Abbildung 8 zeigt beide mittleren primären Lichtkurven  $\bar{m}(f)$ , die entsprechenden Tabellen siehe in [3] (S. 14) bzw. für 1956 in unser Tabelle 6.

Tabelle 8. Die mittleren sekundären Lichtkurven

1937		1956	
Phase	Gr.	Phase	Gr.
0,000	11,41	0,000	11,09
0,020	11,41	0,046	11,01
0,060	11,35	0,093	10,91
0,100	11,26	0,139	10,80
0,140	11,14	0,185	10,76
0,180	11,06	0,232	10,83
0,220	11,06	0,278	10,89
0,260	11,10	0,324	10,96
0,300	11,14	0,371	11,05
0,340	11,20	0,417	11,10
0,400	11,30		
0,470	11,41		

Durch eine einfache Superposition (in Intensitäten) der zu einer gewissen Phase  $\psi$  gehörenden mittleren Lichtkurven  $\bar{m}(f)$  und  $\bar{m}(f')$  ist eine »Lichtkurve«  $m'(f)$  entstanden, die als eine Schnittlinie einer »Lichtfläche« für  $\psi = \text{Konst}$  aufgefasst werden kann. Vergleicht man solche »Lichtkurven« mit den entsprechenden Schnittlinien der empirischen Lichtfläche, so lässt sich feststellen, ob der Ablauf der Lichtkurvenänderungen durch Superposition von zwei nicht-harmonischen Schwingungen dargestellt werden kann. Unseren Erfahrungen nach scheint das nicht der Fall zu sein. Die verglichenen »Lichtkurven« weisen in der Nähe des Minimums, wo auf den  $m'(f)$  Kurven grosse Wellen zustande kommen, beträchtliche Abweichungen auf, aber es herrscht auch keine Übereinstimmung in der Helligkeit und der Phase der Maxima. Wenn wir die Differenz  $m'(f) - m(f)$  darstellen, erhalten wir Wellenzüge, deren Amplitude stellenweise sogar die Grösse  $0^m7$  erreicht. Im Phasenintervall  $0^d40 < f < 0^d47$  sind besonders beträchtliche Abweichungen vorhanden. Es muss zugegeben werden, dass man nach einer harmonischen Analyse der Lichtflächen (s. 4. §) neben den nur von  $f$  bzw. von  $f' = f + \psi$  abhängigen Gliedern in der Fourierreihe auch solche wesentlichen Glieder findet, die in der aus zwei Schwingungen zusammengesetzten Lichtfläche nicht vorhanden sind (z. B.  $\sin(f - \psi)$ ,  $\sin(2f + \psi)$ ).

#### B) Darstellung der Lichtfläche durch Walraven's Methode

Zur Beschreibung der komplizierten Lichtkurvenänderungen der ultrakurzperiodischen RR Lyrae Sterne *AI Vel* und *SX Phe* hat Walraven eine neue Methode vorgeschlagen und mit Erfolg angewendet. In ihr ergibt sich die mittlere Lichtfläche aus der Superposition um zwei harmonischen Schwingungen durch doppelte Distorsion [12]. Die erste Distorsion bedeutet eine zur Helligkeitsgrösse nahezu proportionale Phasenverschiebung (*S Transformation*), die zweite ist auch Funktion der Helligkeit, sie hebt die ganze Lichtkurve auf: die Umgebung des Maximums stärker als die Umgebung des Minimums (*M Transformation*). Walraven beweist, dass mit richtig gewählten Grundschwingungen die charakteristischen Funktionen dieser Transformationen für jeden Stern und jedes Jahr einen eindeutigen Zusammenhang bestimmen (bei den Geschwindigkeitskurven braucht man nur die S Transformation).



Solange diese Darstellung der Lichtfläche bei den obenerwähnten Sternen mit  $p \sim 3,5P$  tadellos gelingt, stimmt die so erhaltene Lichtfläche bei RR Lyr selbst ( $p \sim 72P$ ) mit der empirischen Lichtfläche weniger gut überein. (Es erscheinen doppelte Maxima, Buckel in der Nähe des Minimums und auf dem aufsteigenden Ast u. s. w.). Darum versuchte Walraven weitere Oberschwingungen hinzuzufügen.

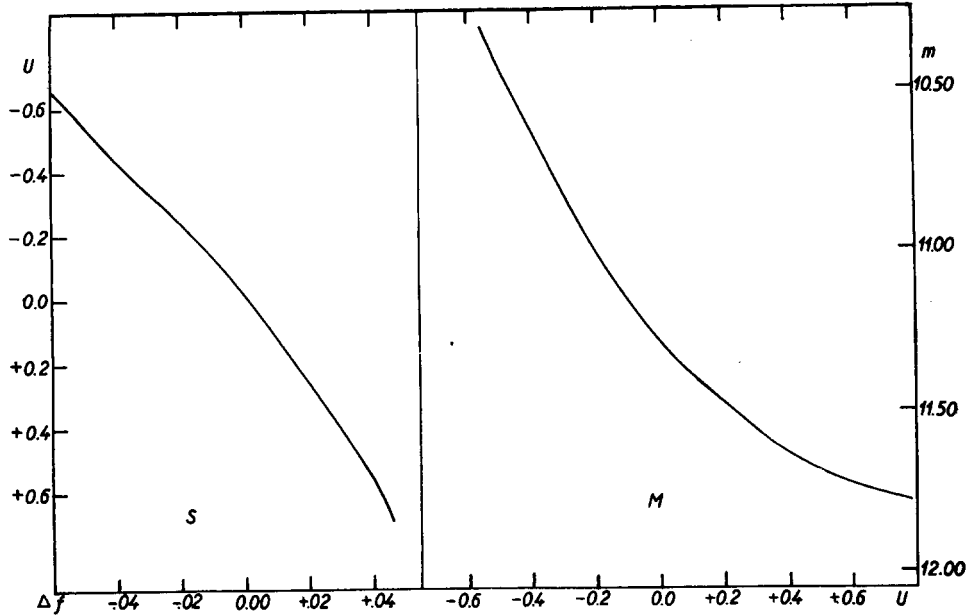


Abb. 14. Mittlere Lichtfläche 1956: die charakteristischen Kurven der *S* und *M* Transformationen in Walraven's Methode

Da der Ablauf der Lichtkurvenänderungen bei den Sternen AR Her und RR Lyr beträchtliche Ähnlichkeiten aufweist, (s. [10]), ist es von vornherein unwahrscheinlich, dass Walraven's Methode hier zu vollkommenen Erfolg führen wird. Trotzdem versuchten wir ihre Anwendung auf die Lichtfläche 1956, indem wir den Umstand berücksichtigen, dass uns die Fourierreihe zweier Variablen der Lichtfläche schon zur Verfügung stand (s. 4. §). Als Ausgangspunkt wurden nämlich einige Glieder dieser Reihe verwendet; die Gleichung der durch Superposition zweier harmonischer Schwingungen stammenden Lichtfläche,  $u(f, f')$  lautet also (s. Gl. 18)

$$u = 11,281 - 0,485 \cos f - 0,288 \sin f + 0,150 \cos f' - 0,008 \sin f' \quad (14)$$

Zur Konstruktion der charakteristischen Kurven der *S* und *M* Transformationen (Abbildung 14) wurden die Schnittlinien  $\psi = \text{Konst}$  dieser Lichtfläche (d. h. sog. *u*-Kurven) mit der entsprechenden Schnittlinien der empirischen Lichtfläche (den sog. *m*-Kurven) verglichen. Beim Vergleich wurden Punktpaare des auf- und des absteigenden Astes mit derselben Heiligkeitsgröße und mit einer Phasendifferenz  $\frac{1}{8} \frac{2}{8} \frac{3}{8} \frac{4}{8} \frac{5}{8} \frac{6}{8}$  bzw.  $\frac{7}{8}$  verwendet. (Da die

Lichtfläche 1956 nur auf photographischen Beobachtungen beruhte, findet man auf den charakteristischen Kurven eine ziemlich grosse Streuung.)

Dann wurden die Punkte der  $u$ -Kurven in Phase mit Hilfe der  $S$  Transformation, in Helligkeit mit Hilfe der  $M$  Transformation verschoben und die so erhaltenen Kurven mit den entsprechenden empirischen  $m$ -Kurven verglichen. Es ist keineswegs überraschend, dass beträchtliche Abweichungen vorhanden sind und dass mit dieser Methode die komplizierten Eigenschaften der Lichtkurvenänderungen i. J. 1956 nicht dargestellt werden können. Durch Berücksichtigung weiterer Oberschwingungen nähert sich natürlich das Ergebnis den Erfahrungen, dieses Verfahren steht aber — unserer Meinung nach — in strengem Widerspruch zur originalen Zielsetzung, nämlich zur Deutung der Lichtkurvenänderungen durch einfache Transformation der Summe zweier harmonischer Schwingungen.

#### 4. §. Angenäherte harmonische Analyse der Lichtflächen

Wir haben uns zum Ziel gesetzt, die mittleren Lichtflächen 1937 und 1956 auf Grund ihrer Fourierreihen als Funktion von  $f$  und  $\psi$  zu vergleichen. Unser Verfahren war folgendes: zuerst wurden je 12 Koeffizienten der Fourierreihe der einzelnen »Lichtkurven« einer empirischen Lichtfläche mit Hilfe ihrer in je 12 äquidistanten Punkten aufgenommenen Werte durch die Methode der angenäherten harmonischen Analyse bestimmt. Dann wurden die einzelnen Fourierkoeffizienten als Funktion von  $\psi$  aufgezeichnet, die Einzelwerte mit freier Hand ausgeglichen und die ersten 12 Koeffizienten ihrer Fourierreihen auf ähnliche Weise festgesetzt. Die erhaltenen Partialsummen der Reihen folgender Form:

$$\begin{aligned}
 F(f, \psi) = & \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^1 \cos nf \cdot \cos m \psi + \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^2 \cos nf \cdot \sin m \psi + \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^3 \sin nf \cdot \cos m \psi + \\
 & + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} c_{nm}^4 \sin nf \cdot \sin m \psi \quad (15)
 \end{aligned}$$

können mit den entsprechenden trigonometrischen Formeln in Partialsummen der Reihen

$$F(f, \psi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_{nm} \cos (nf + m \psi) + \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{nm} \sin (nf + m \psi) \quad (16)$$

transformiert werden. Von den so bestimmten Fourierkoeffizienten, deren Zahl in beiden Jahren 165 beträgt, teilen wir im Folgenden je 20 (die grössten) mit:

für 1937

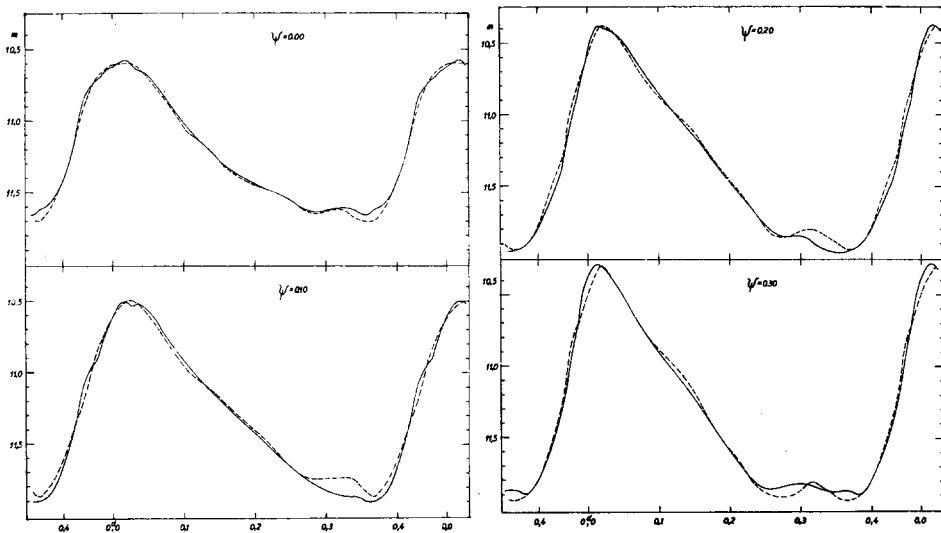
$$\begin{aligned}
 F_{1937}(f, \psi) = & 11,423 - 0,424 \cos f - 0,334 \sin f - 0,171 \cos 2f - \\
 & - 0,141 \sin 2f + 0,139 \cos (f + \psi) - 0,100 \cos 3f - 0,080 \cos (f - \psi) + \\
 & + 0,064 \cos (2f + \psi) + 0,062 \sin (f + \psi) + 0,059 \cos (3f + \psi) + \\
 & + 0,048 \cos (4f + \psi) + 0,047 \sin (2f + \psi) - 0,043 \cos 4f + \\
 & + 0,037 \sin (3f + \psi) - 0,035 \cos (2f - \psi) - 0,033 \cos \psi + \\
 & + 0,031 \cos (5f + \psi) - 0,020 \cos (3f - \psi) + 0,019 \sin (4f - \psi) \quad (17)
 \end{aligned}$$

für 1956

$$\begin{aligned}
 F_{1956}(f, \psi) = & 11,281 - 0,485 \cos f - 0,288 \sin f - 0,161 \cos 2f + \\
 & + 0,150 \cos (f + \psi) - 0,090 \cos 3f - 0,073 \cos (f - \psi) + \\
 & + 0,056 \cos (3f + \psi) - 0,055 \sin 2f - 0,051 \cos (2f - \psi) + \\
 & + 0,050 \cos (2f + \psi) + 0,041 \sin \psi - 0,036 \cos \psi - 0,028 \sin (3f + \psi) + \\
 & + 0,026 \sin (3f - \psi) + 0,026 \sin 3f - 0,024 \cos (3f - \psi) + \\
 & + 0,023 \sin 4f + 0,023 \cos (5f + \psi) - 0,021 \cos (2f + 2\psi) \quad (18)
 \end{aligned}$$

Um die Tatsache zu beweisen, dass diese Reihe schon alle wesentlichen Eigenschaften der empirischen Lichtfläche wiedergibt, wurde die Summe (18) für bestimmte  $\psi$ -Werte dargestellt und mit den empirischen »Lichtkurven« verglichen. Wie aus Abbildung 15 ersichtlich ist, lässt die empirische Lichtfläche 1956 schon durch diese Partialsomme von 20 Gliedern auf befriedigende Weise approximieren, was einen analytischen Vergleich der Lichtflächen ermöglicht. Wenn wir nur einfach die *Differenz der Partialsommen* (17) und (18) bilden:

$$\begin{aligned}
 F_{1937}(f, \psi) - F_{1956}(f, \psi) = & 0,142 - 0,086 \sin 2f + 0,071 \sin (f + \psi) + \\
 & + 0,065 \sin (3f + \psi) + 0,061 \cos f + 0,060 \sin (2f + \psi) - \\
 & - 0,050 \sin \psi - 0,046 \sin f - 0,045 \sin 3f + 0,030 \cos (4f + \psi) - \\
 & - 0,025 \cos 4f + 0,016 \cos (2f - \psi) - 0,016 \sin 4f + \dots \quad (19)
 \end{aligned}$$



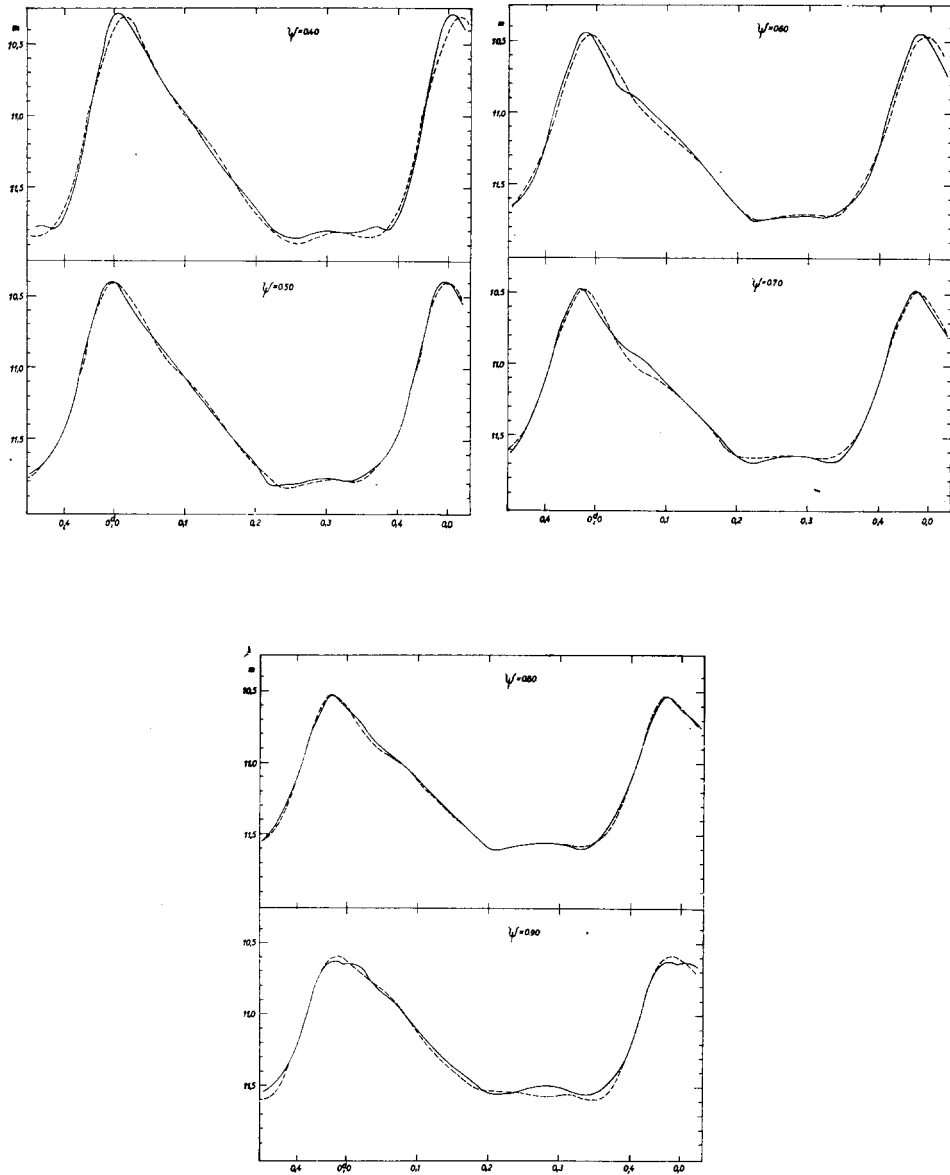


Abb. 15a—e. Mittlere Lichtfläche 1956: einige Schnittlinien mit den entsprechenden, durch Partialsummen der Fourierreihe (18) erhaltenen Kurven (gestrichelt) verglichen

so wird durch die nahezu gleiche Grösse der Fourierkoeffizienten die Entscheidung, durch welche Glieder die Abweichungen der Lichtflächen erklärt werden können, erschwert. Die Reihen  $F_{1937}(f, \psi)$  und  $F_{1956}(f, \psi)$  wurden deshalb in die Form

$$\begin{aligned}
F_{1937}(f, \psi) = & 11,423 + 0,540 \sin(f + 232^\circ) + 0,221 \sin(2f + 230^\circ) + \\
& + 0,152 \sin(f + \psi + 66^\circ) + 0,101 \sin(3f + 259^\circ) + 0,080 \sin(f - \psi + \\
& + 272^\circ) + 0,079 \sin(2f + \psi + 53^\circ) + 0,070 \sin(3f + \psi + 58^\circ) + \\
& + 0,044 \sin(4f + 279^\circ) + 0,034 \sin(\psi + 255^\circ) + \\
& + 0,012 \sin(5f + 341^\circ) + \dots
\end{aligned} \tag{20}$$

und

$$\begin{aligned}
F_{1956}(f, \psi) = & 11,281 + 0,565 \sin(f + 239^\circ) + \\
& + 0,170 \sin(2f + 251^\circ) + 0,150 \sin(f + \psi + 93^\circ) + \\
& + 0,094 \sin(3f + 286^\circ) + 0,073 \sin(f - \psi + 268^\circ) + \\
& + 0,063 \sin(3f + \psi + 116^\circ) + 0,055 \sin(\psi + 319^\circ) + \\
& + 0,052 \sin(2f + \psi + 105^\circ) + 0,029 \sin(4f + 322^\circ) + \\
& + 0,013 \sin(5f + 316^\circ) + \dots
\end{aligned} \tag{21}$$

umgeschrieben und so verglichen.

⑤

Betrachten wir zuerst *die nur von  $f$  abhängigen Glieder*, die die mittleren Lichtkurven (s. Abb. 8) charakterisieren. Die mittlere Helligkeit (die Konstante der Formel) beträgt i. J. 1937 um  $0^m14$  weniger als i. J. 1956. Offenbar lässt sich diese Abweichung auf die Verschiedenheit der verwendeten Plattensorten zurückführen. Ein Vergleich der Fourierkoeffizienten der *sin  $nf$ -Glieder* ( $b_{10}, b_{20}, b_{30}, b_{40}, b_{50}$ ) weist gewisse gemeinsame Züge in der Veränderung der Amplitude und der Anfangsphase dieser Schwingungen von 1937 bis 1956 auf. Die Amplituden  $b_{10}$  und  $b_{50}$  sind nämlich im wesentlichen unverändert geblieben, solange die drei anderen Fourierkoeffizienten sich einheitlich um  $0^m01$ — $0^m05$  verminderten. Was die Phasenverschiebung betrifft, so hat offenbar die Verschiebung bei jedem Glied (mit Ausnahme eines einzigen) dasselbe Vorzeichen. Nehmen wir an, dass diese Erscheinung durch die Festsetzung des Nullpunktes der » $f$ -Skalen« bei der Konstruktion der mittleren Lichtflächen hervorgerufen wurde, und verschieben wir z. B. die  $f$ -Skala der Lichtfläche 1937 durch eine günstig gewählte *Transformation*  $\bar{f} = f + 10^\circ$ . Nach dieser Verschiebung von  $0^s013$  in der Richtung der Abszisse — zusammen mit einer Verschiebung von  $0^m14$  in der Richtung der Ordinate infolge der Differenz zwischen den Konstanten — passen die mittleren Lichtkurven in Abb. 8. gut aufeinander, die Ursache der übriggebliebenen Abweichungen (die Steilheit der aufsteigenden Äste u. s. w.) lässt sich mit den weiteren Fourier-Gliedern erklären. Von diesen bleiben nach der Substitution  $\bar{f} = f + 10^\circ$  nur die  $\sin 2\bar{f}$  und  $\sin 4\bar{f}$ -Glieder, deren *Amplituden* sich von 1937 bis 1956 verminderten, weiter das  $\sin 5\bar{f}$ -Glieder der Differenzreihe mit unverändert gebliebener Amplitude, aber mit grosser *Phasenverschiebung*.

Die Differenz dieser nur von  $\bar{f}$  abhängigen Glieder ist

$$\begin{aligned}
F_{1937}(f, 0) - F_{1956}(f, 0) = & 0,142 + 0,051 \sin(2\bar{f} + 251^\circ) + \\
& + 0,015 \sin(4\bar{f} + 321^\circ) + 0,016 \sin(5\bar{f} + 83^\circ)
\end{aligned} \tag{22}$$

Die Funktion (22) stellt die Abweichungen gegen die zusammengesetzten mittleren Lichtkurven dar. Ihre Übereinstimmung mit der Differenz der empirischen Kurven ist — abgesehen von einem Teil des aufsteigenden Astes — befriedigend. Beim Vergleich der Kurven kann man die interessante Tatsache feststellen, dass die Differenz der mittleren Lichtkurven längs der absteigenden Astes sich mit dem einzigen Glied  $0,051 \sin(2\bar{f} + 251^\circ)$  gut approximieren

lässt, weil im Phasenintervall  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  die Schwingungen  $\sin 4\bar{f}$  und  $\sin 5\bar{f}$  ihre Wirkung gegenseitig vernichten. Wir können also mit grober Approximation behaupten, dass aus den obenerwähnten Abweichungen der zusammengesetzten mittleren Lichtkurven die Änderung des absteigenden Astes als Änderung der Amplitude der Oberschwingung von der Periode  $\frac{P}{2}$  ( $\sin 2\bar{f}$ ) bzw. die Verminderung der Steilheit des aufsteigenden Astes als Abnahme der Amplitude der Schwingung  $\sin 4\bar{f}$  plus Phasenverschiebung der Kurve  $\sin 5\bar{f}$  aufgefasst werden kann.

Untersucht man die bedeutendsten, auch von  $\psi$  abhängigen Glieder der Reihen (20) und (21), so erscheint in den meisten Fällen eine Phasenverschiebung, die ebenfalls in derselben Richtung verläuft. Mit der Annahme, dass auch die Nullpunkte der  $\psi$ -Skalen nicht einheitlich bestimmt wurden, verwenden wir neben der Verschiebung  $\bar{f} = f + 10^\circ$  auch eine Transformation  $\bar{\psi} = \psi + 30^\circ = \psi + 0^m08$  auf die Glieder der Fourierreihe (20). Die Richtigkeit dieser Auffassung wird von dem Phasen—Helligkeitsdiagramm der Maxima (s. Abb. 12) unterstützt, wo die Maxima der Kurve 12 b) von einer bestimmten Phase  $\psi$  tatsächlich denjenigen Maxima der Kurve 12 a) entsprechen, die eine etwas grössere Phase  $\psi + \Delta\psi$  besitzen. Ein Vergleich der einzelnen Fourierkoeffizienten zeigt, dass die Amplitude der Schwingung  $\sin (2\bar{f} + \bar{\psi})$  um  $0^m03$  gewachsen ist (ohne Phasenverschiebung); bei den Schwingungen  $\sin (\bar{f} + \bar{\psi})$  und  $\sin (\bar{f} - \bar{\psi})$  traten demgegenüber bei konstanter Amplitude im Zeitintervall 1937—56 Phasenverschiebungen von der Grössenordnung  $13$ — $15^\circ$  auf. Das Glied  $\sin (3\bar{f} + \bar{\psi})$  ist inzwischen ganz unverändert geblieben, zur selben Zeit wurde ein starker Zuwachs in der Amplitude und Phase der Schwingung  $\sin \bar{\psi}$  festgestellt. Die Asymmetrie der Phasen-Helligkeitskurve der Maxima wird demnach in erster Linie durch die Schwingung  $\sin (2\bar{f} + \bar{\psi})$  zustandegebracht, darum besteht wahrscheinlich ein Zusammenhang zwischen der kleineren Amplitude dieser Schwingung i. J. 1956 und der Abnahme in der Änderungen der Helligkeit der Maxima. Es wäre ein hoffnungsloses Bestreben zu allen Gliedern der Fourierreihe eine selbständige Deutung zu suchen, da die meisten sicher keinen physikalischen Sinn aufweisen. Zum Schluss können wir aber feststellen, dass sich der Umstand, dass i. J. 1937 die Asymmetrie der mittleren Lichtkurve grösser, und der Blaschko-Effekt ausgeprägter war, laut Zeugnis der harmonischen Analyse hauptsächlich mit der grösseren Amplitude der Fourier-Glieder höherer Ordnung (besonders mit der Periode  $\frac{P}{2}$ ) in Zusammenhang bringen lässt, dagegen die Grundschwingungen selbst, die die »Schwebung« hervorrufen, weder in der Amplitude noch in der Phase wesentliche Änderungen aufweisen.

## V. Die photoelektrischen Beobachtungen

### 1. §. Der Anschluss an das Johnsonsche-System

Die zur Reduktion auf das Johnsonsche  $B$  und  $V$  Helligkeiten notwendigen Messungen für den Vergleichstern wurden i. J. 1960 auch am 60 cm Newton-Spiegel und mit dem RCA 1P21 Photomultiplier durchgeführt. (Eine

ausführliche Beschreibung des Gerätes findet man in den »Mitteilungen« [13]. Der Verfasser ist Herrn G. Paál für seine wertvolle Hilfe bei diesen photoelektrischen Beobachtungen besonders verbunden.)

Der Anschluss wurde wie üblich in zwei Schritten durchgeführt: 1. die Bestimmung des  $(B-V)$ -Farbenindex und der Leuchtkraftklasse des Vergleichsternes; 2. die Bestimmung der Gelbhelligkeit. In der ersten Etappe wurden neben dem Vergleichstern  $A$  auch die Johnson-Sterne  $\chi$  Her, 78 UMa,  $\theta$  Dra, 99 Her und  $\varepsilon$  Cep zwei Nächte hindurch im Gelb, im Blau und im Ultraviolett beobachtet.

Die Spektraltypen dieser Sterne verteilen sich zwischen A7 und G8, die Morgan'schen Leuchtkraftklassen sind Ia, III bzw. V. Durch die Ergebnisse der ultravioletten Messungen konnte leicht festgestellt werden, dass der Vergleichstern zur Leuchtkraftklasse V. gehört. Dann wurden die Abweichungen der gemessenen Farbenindizes (Blauhelligkeit minus Gelbhelligkeit) der Johnsonschen Sterne von den entsprechenden  $(B-V)$ -Werten der Kataloge [14] als Funktion der Zenitdistanz dargestellt, und die zur Übertragung unserer Farbenindizes auf das  $UBV$ -System nötige Korrektur bestimmt. Wenn wir die gemessenen Farbenindizes des Vergleichsternes auf den Zenit reduzieren und den auf den Zenit reduzierten Farbenindex mit dieser Korrektur verbessern, erhalten wir seinen *Farbenindex ausserhalb der Atmosphäre* im  $(B-V)$ -System:

$$F. I. = +0,54 \pm 0,03 \quad (23)$$

Ebenso genügten zwei Nächte zur Bestimmung der Gelbhelligkeit des Vergleichsternes im  $V$ -System. Wir verwendeten die folgenden schwachen Johnsonschen Sterne: CIN 2238, CIN 2184 A, CIN 2184 B, BD +68°943, ADS 11632 A und ADS 11632 B. Auf ähnliche Weise, wie bei den Farbenindizes — aber immer nur dieselbe Verstärkung verwendend — wurde die *extraterrestrische Gelbhelligkeit* des Vergleichsternes bestimmt:

$$m(A)_g = 10^m,83 \pm 0,02 \quad (24)$$

Aus (23) und (24) folgt

$$m(A)_b = 11^m,37 \pm 0,04 \quad (25)$$

Da die aus Polübertragungen bestimmte ph. Helligkeit des Vergleichsternes  $A$   $11^m,08$  betrug (S. Tabelle 1.), ergibt sich die Frage, auf welche Weise sich die grosse Abweichung zwischen der photographischen Helligkeitsgrösse und der lichtelektrischen Blauhelligkeit des Vergleichsternes erklären lässt. Bei unseren Astrographenaufnahmen befindet sich der Veränderliche immer in der Mitte des Gesichtsfeldes, während der Vergleichstern  $A$  so seitwärts liegt, dass — einer früheren Untersuchung [15] nach — die Gesichtsfeldkorrektur seine Helligkeit um mehr als  $0^m,10$  steigert. Diese Gesichtsfeldkorrektur ist an die bei der Reduktion der photographischen Aufnahmen benutzten Helligkeitsgrössen der Vergleichsterne nicht angebracht worden. Die Helligkeit der bei den photographischen Untersuchungen verwendeten Vergleichsterne (S. Tabelle 1.) wurde in zwei Nächten auch lichtelektrisch gemessen; die grösste Abweichung weist — vermutlich wegen der Farbe des Sterns und der Gesichtsfeldkorrektur — eben der *Vergleichstern A* auf: sie beträgt  $0^m,18$ — $0^m,20$ . Dass die Abweichung zwischen  $m_{ph}$  und  $m_B$  meist von der Gesichtsfeldkorrektur berührt, beweist endlich die viel bessere Übereinstimmung zwischen der mitt-

leren photographischen bzw. lichtelektrischen Helligkeit des *Veränderlichen*. Diese sind nämlich

$$\bar{m}_{ph} = 11^m,28 \quad \text{für 1956}$$

bzw.

$$\bar{m}_{blau} = 11^m,20 \quad \text{für 1958}$$

Die relativ zum Vergleichstern *A* angegebenen lichtelektrischen Helligkeiten des Veränderlichen wurden nach (24) und (25) in *B* und *V* Helligkeiten umgerechnet. Es besteht aber nun die Frage, ob dieses Verfahren immer einwandfrei sei. Wenn nämlich die Frequenzempfindlichkeitsfunktion des Messgerätes während der Beobachtungsperiode (z. B. wegen dem Veralten der Versilberung des Spiegels) eine Veränderung erfährt oder die Schwankungen der selektiven Durchlässigkeit der Erdatmosphäre Änderungen der effektiven Wellenlänge der Apparatur verursachen, kann *die Verschiebung der effektiven Wellenlänge* bei dem Veränderlichen einerseits und bei dem Vergleichstern andererseits — da sie natürlich verschiedene Energieverteilung in ihren kontinuierlichen Spektren besitzen — von verschiedenem Betrag sein. In diesem Fall hängt aber der Helligkeitsunterschied zwischen dem Veränderlichen und dem Vergleichstern sowie die Amplitude der Helligkeitsschwankungen des Veränderlichen von der *momentanen* Frequenzabhängigkeit der Empfindlichkeit des Messgerätes und der Durchlässigkeit der Atmosphäre ab. Ob die Wirkung dieses Effektes bei AR Her in Betracht zu ziehen ist, wollen wir empirisch entscheiden. Die momentane effektive Wellenlänge werden wir durch den gemessenen Farbenindex eines beliebigen Sterns von konstanter Helligkeit charakterisieren. Die Frequenzabhängigkeit wird durch diese charakteristische Quantität gekennzeichnet, *ohne dass wir die Ursachen der Veränderungen unterscheiden wollen*. So beobachteten wir im Blau und im Gelb in zwei Nächten zwei Sterne konstanter Helligkeit ( $\tau$  And und 50 And), deren Spektraltypen dem des Veränderlichen bzw. dem des Vergleichsterns ähnlich sind. Anderthalb Stunden hindurch verursachten die Veränderungen in der Zenitdistanz und in der Extinktion eine Farbenindexänderung von  $+0^m,12$ , die aber bei beiden Sternen ganz gleichförmig auftrat.

Da auf diese Weise beträchtliche Änderungen des gemessenen Farbenindex nicht hervorgerufen werden konnten, wurde *das ganze lichtelektrische Beobachtungsmaterial im Jahre 1958 von diesem Standpunkt aus bearbeitet*. Auf 16 im Jahre 1958 beobachteten Lichtkurvenzügen wurde nämlich je ein Phasenintervall so gewählt, dass dieselben in der Phase *f* bzw. *ψ* zwischen geeignete Grenzen fallen sollen, für welche uns eine, an Hand von mehreren Lichtkurven konstruierte, mittlere Lichtfläche zur Verfügung stand. Die Abweichungen der beobachteten Helligkeiten von der mittleren Lichtfläche 1958 wurden in insgesamt 133 Punkten dieser Phasenintervalle untersucht und sowohl im Blau als auch im Gelb als Funktion des momentanen Farbenindex des Vergleichsterns *A* dargestellt. Laut Zeugnis der Abbildungen hängt weder das Vorzeichen noch die Grösse der Abweichungen vom momentanen Farbenindex des Vergleichsterns ab; *der gesuchte Effekt macht sich also nicht bemerkbar*.

Wir konnten also keinen Zusammenhang zwischen dem Auftreten positiver oder negativer Abweichungen einerseits und der Grösse des gemessenen Farbenindexes andererseits finden — es war sogar die Wirkung der infolge der Neuversilberung des Spiegels auftretenden sprunghaften Farbenänderung nicht feststellbar.



Die *einzelnen Abweichungen* von der mittleren Lichtfläche lassen sich sicherlich nicht auf die Veränderungen der Empfindlichkeitsfunktion des Messinstrumentes, sondern *auf die Wirkung wirklicher Fluktuationen in der Helligkeit und in der Periode* zurückführen. Diese Feststellung wird durch einen

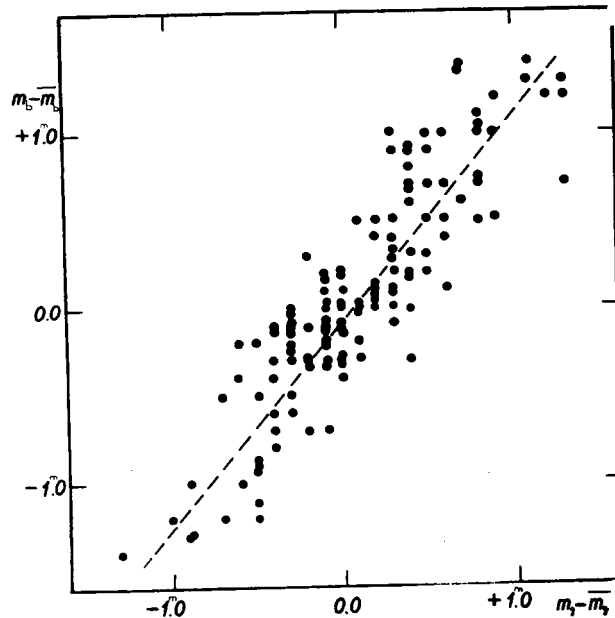


Abb. 16

Abb. 16. Mittlere Lichtfläche 1958: Zusammenhang zwischen den gleichzeitigen Abweichungen im Blau und im Gelb.

ziemlich strengen linearen Zusammenhang zwischen der Grösse der gleichzeitigen Abweichungen im Blau bzw. im Gelb unterstützt (Abbildung 16). Die Gleichzeitigkeit der grossen Abweichungen von der Grössenordnung  $0^m,10$ — $0^m,15$  zeigt, dass die einzelnen Zyklen des Blaschko-Effektes nicht ganz gleichförmig verlaufen, sondern die momentanen Lichtkurven von der mittleren Lichtfläche von Zeit zu Zeit ein wenig abweichen können.

Aus dem zur Verfügung stehenden Beobachtungsmaterial ist es uns also nicht gelungen, den erwähnten Effekt empirisch zu beweisen.

## 2. §. Änderungen des Farbenindex

Die wichtigsten, durch Vergleich der fast gleichzeitigen visuellen und photographischen Beobachtungen erhaltenen *Behauptungen von Zessewitsch* [5] bzw. *Klepikowa* [6] den Farbenindex des Sterns AR Her betreffend, sind die folgenden:

1. Die photographischen Maxima kommen im Durchschnitt um  $0^d,008$ — $0^d,012$  früher als die visuellen;
2. Die Farbkurve hängt von  $\psi$  ab, und ihr Maximum ist im Verhältnis zum Zeitpunkt des Helligkeitsmaximums verschoben (S. [5] Abb. 12a, 12b);

3. Der Farbenindex ist im Helligkeitsmaximum konstant (gleich  $+0^m1$ ), ändert sich aber zwischen  $+0^m30$  und  $+0^m55$  im Minimum (Zessewitsch); nach Klepikowa beträgt der mittlere Farbenindex der Maxima  $-0^m26$  und schwankt zwischen  $-0^m20$  und  $-0^m31$ . Sie behauptet, dass im Jahre 1937 die

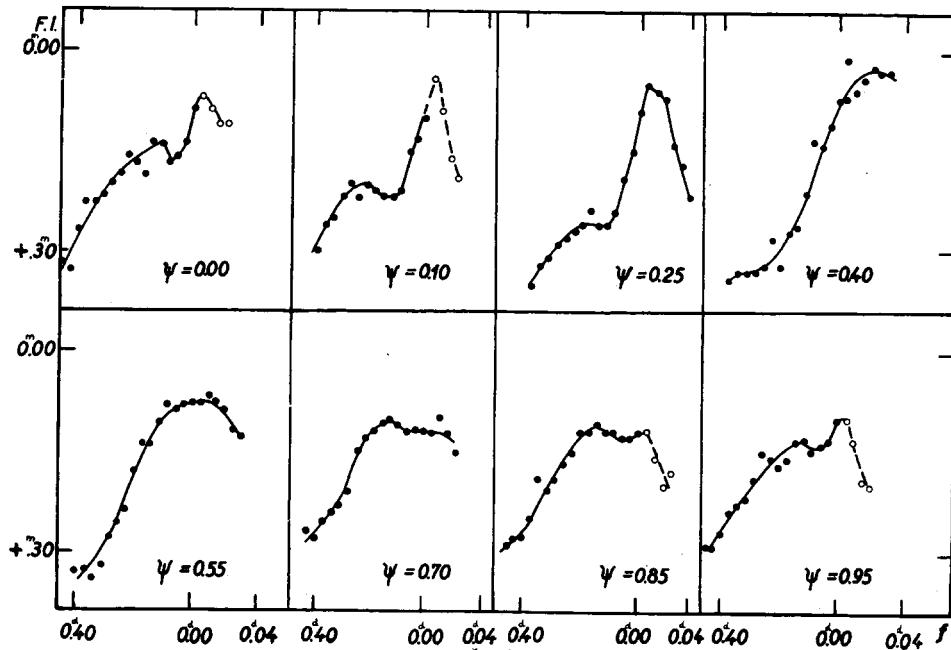


Abb. 17. Mittlere Lichtfläche 1958: einige mittlere Farbkurven

effektive Temperatur des Sterns in den niedrigen Maxima grösser, als in den hohen war. Zessewitsch gibt  $F. I. = +0^m10$  an, dies entspricht auf der visuellen Skala von Solowjew dem Wert  $F. I. = -0^m33$ .

Die Gültigkeit dieser Behauptungen betrachtend dürfen wir den Umstand nicht ausser acht lassen, dass die Methode der Vergleich nicht gleichzeitiger photographischer und visueller Beobachtungen im allgemeinen nicht besonders zuverlässig ist. Im Gurjew'schen visuellen und im photographischen Beobachtungsmaterial ist ein *einziges* gemeinsames Maximum vorhanden! Wir sehen aus den Ergebnissen des vorhergehenden Paragraphen, dass der Vergleich der zu verschiedenen Zyklen des Blaschko-Effektes gehörenden photographischen und visuellen Lichtkurven (mit demselben  $\psi$ -Wert) wegen des Vorhandenseins individueller Abweichungen zwischen den verschiedenen Zyklen ziemlich illusorisch ist.

Ad. 1. Die lichtelektrischen Beobachtungen in den Jahren 1958/60 zeigen Differenzen in den Zeitpunkten der im Blau bzw. im Gelb beobachteten Maxima, die aber im Durchschnitt nur  $0^d0028 = 4$  Minuten erreichen, und in beiden Richtungen mit gleicher Häufigkeit auftreten. *Weder die Grösse noch das Vorzeichen der Abweichungen hängt vom entsprechenden  $\psi$ -Wert ab.*

Ad 2. Mit Hilfe der blauen und gelben Schnittlinien der mittleren Lichtfläche 1958 (S. Abbildung 9) wurden die *mittleren Farbkurven*, d. h. die Diffe-

renz der mittleren Lichtkurven dargestellt (Abbildung 17). Die Form der Farbkurven ändert sich tatsächlich mit der Phase  $\psi$  und zeigt eine ausgesprochene *Ähnlichkeit mit den entsprechenden Lichtkurven*: u. zw. das Erscheinen und »Abklingen« des Buckels zwischen  $\psi = 0,00$  und  $0,25$ , die Verdoppelung

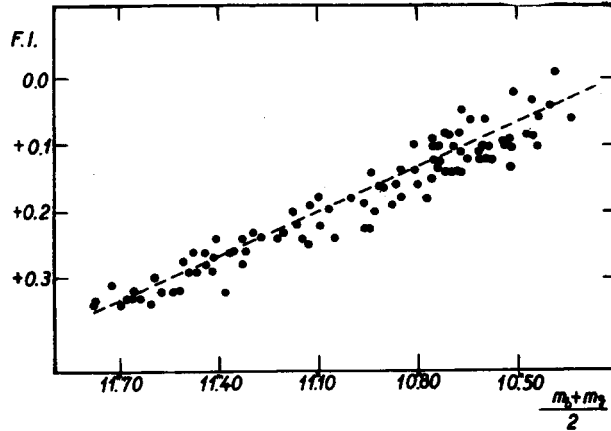


Abb. 18. Mittlere Lichtfläche 1958: Zusammenhang zwischen der mittleren »blau-gelbe« Helligkeit und dem entsprechenden Farbenindex

des Maximums um  $\psi = 0,90$ , und das kontinuierliche Abnehmen der Höhe der Maxima von  $\psi = 0,35$  bis  $\psi = 0,75$  u. s. w.

Ad 3. Es lässt sich für AR Her leicht eine direkte *Beziehung zwischen der Farbe und der mittleren Helligkeit* aufstellen (Abbildung 18). Der Farbenindex steht in einer augenfälligen linearen Verbindung mit der mittleren Helligkeit, nämlich

$$F. I. = m_b - m_g = -2,295 + 0,225 \cdot \frac{m_b + m_g}{2} \quad (26)$$

Dieser fundamentale Zusammenhang erklärt die erwähnte Ähnlichkeit der Licht- bzw. Farbkurven und scheint auch bei anderen RR Lyrae-Sternen vorhanden zu sein (S. z. B. [16]). Aus Abb. 18 und Gl. 26 müsste folgen, dass der Farbenindex der Maxima der mittleren Lichtkurven auch in einer linearen Verbindung mit ihrer Helligkeit steht, erfahrungsgemäss kann aber diese Funktion nur *durch mindestens zwei lineare Glieder approximiert werden*: eines gilt für die zunehmenden und eines für die abnehmenden Maxima (Abbildung 19). Maxima von derselben Helligkeit, aber mit verschiedenen  $\psi$ -Werten, weichen also in ihrer Farbe ab; *das Maximum auf dem »aufsteigenden Ast« des Blaschko-Effektes verfügt über einen um  $0^m04$  blauerer Farbenindex als das entsprechende Maximum des »absteigenden Astes«*. Ganz ähnliche Zusammenhänge findet man zwischen den maximalen Blau- oder Gelbhelligkeiten und dem kleinsten Farbenindex der Schnittlinien der Lichtfläche 1958.

Diese charakteristischen Kurven drücken das Wichtigste in den Farbänderungen beim Blaschko-Effekt genauso aus, wie diejenigen auf Abb. 12

über die speziellen Eigenschaften der Helligkeitsänderungen von AR Her Aufschluss gaben. Auffallend ist die formale Ähnlichkeit der Kurven auf Abb. 12 bzw. Abb. 19.

Die *Eigenfarbe* von AR Her ändert sich — laut des Anschlusses zum Johnsonschen-System — zur Zeit der Maxima von  $+0^m14$  (niedrige Maxima)

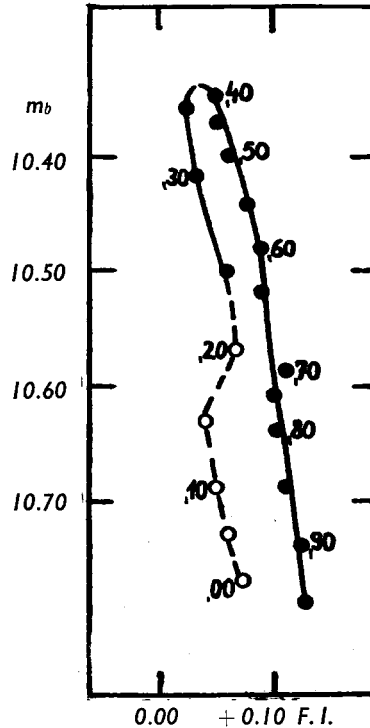


Abb. 19. Mittlere Lichtfläche 1958: Zusammenhang zwischen der Blauhelligkeit und dem Farbenindex der Maxima für verschiedene  $\psi$ -Werte

bis zum  $+0^m03$  (hohe Maxima) mit einer Amplitude von  $0^m11$ . (Merkwürdigerweise hat auch Klepikowa dieselbe Amplitude gefunden.) Der Farbenindex zur Zeit der Minima ist ungefähr  $+0^m34$ .

\*

#### Zusammenfassung und einige Bemerkungen

Früher wurde die Erklärung des Blaschko-Effektes bei den RR Lyrae-Sternen fast ausschliesslich durch ein *Schwebungsphänomen* auf Grund der *Pulsationstheorie* versucht. Obwohl Detre schon im Jahre 1939 auf die grossen Schwierigkeiten dieser Deutung hingewiesen hatte, ist auch später keine bessere, umfassende Hypothese empfohlen worden. Neuerdings sind unsere Kenntnisse über den Blaschko-Effekt durch viele genaue lichtelektrische und spektroskopische Beobachtungen ergänzt worden, was zur Aufstellung einer ganz *neu-*

*artigen Hypothese von J. Balázs—Detre* (S. [9] und [17]) führte. Sie nimmt nämlich an, dass die Ursache der Helligkeitsänderungen auf *die Tätigkeit zweier Eruptionszonen* zurückzuführen ist, die parallel zum magnetischen Äquator orientiert sind. Ihrer Hypothese nach ist die Eruptionstätigkeit der RR Lyrae Sterne ein streng periodischer Vorgang; *ein Blaschko-Effekt ist nur bei Sternen zu beobachten, bei denen die magnetische Achse nicht mit der Rotationsachse zusammenfällt*. Die Rotationsperiode wäre demnach gleich der Periode  $p$  des Blaschko-Effektes. Die langsamen Änderungen des Blaschko-Effektes sind durch die Hin- und Herwanderung der magnetischen Pole verursacht.

Zum Schluss wollen wir noch *die Ergebnisse der Untersuchungen der Perioden- und Lichtkurvenänderungen von AR Her* zusammenfassen, *die vom Standpunkt einer theoretischen Deutung Interesse erregen könnten*. In Kap. III. 3. § wurde festgestellt, dass sich die Hauptperiode des Sterns ganz unregelmässig ändert. Anderen RR Lyrae-Sternen gegenüber konnten wir zwischen den Änderungen von  $P$  und  $p$ , bzw. zwischen  $p$  und der Amplitude des Blaschko-Effektes keinen eindeutigen Zusammenhang finden.

Die Eigenschaften der Lichtkurvenänderungen mit der Periode  $p$ , die mehr oder minder in jedem Beobachtungsjahr auftreten, sind folgende:

1. *Trotz der starken Änderungen im Verlauf des Blaschko-Effektes bleibt die grösste Helligkeit der Maxima praktisch unverändert ;*
2. *Der allgemeine Zusammenhang zwischen der Phasen-Helligkeitsschwankung der Maxima ändert seine Form nur unwesentlich ;*
3. *Es besteht kein Zusammenhang zwischen den Amplituden der Helligkeits- bzw. Phasenschwankungen der Maxima ;*
4. *Im Laufe der Lichtkurvenänderungen vermindert sich die Steilheit des aufsteigenden Astes zugleich mit der Zunahme der Hauptperiode ;\**
5. *Je weiter ein Punkt des aufsteigenden Astes von dem nächsten Maximum liegt, desto symmetrischer wird seine Phasenschwankung um die mittlere Lage. Das Vorhandensein von Schwankungen mit einer Periode von  $p_1 \sim 3p$  ist wahrscheinlich gemacht worden (Kap. III. 5. §).*

Die Darstellung der mittleren Lichtfläche durch Zusammensetzung zweier nichtharmonischer Schwingungen oder durch gewisse Transformationen der zusammengesetzten harmonischen Oberschwingungen ist nicht gelungen (Kap. IV.). *Durch eine harmonische Analyse der Lichtfläche wurde festgestellt, dass die Änderungen im Verlauf des Blaschko-Effektes nicht mit Veränderungen der Amplitude oder der Phase der Grundschiebungen zusammenhängen. Der Farbenindex steht in einer linearen Verbindung mit der mittleren Helligkeit ; die Maxima, die dieselbe Helligkeit, im Blaschko-Effekt jedoch eine andere Phase aufweisen, weichen aber in ihrer Farbe ab : das »aufsteigende« Maximum hat eine blauere Farbe als das entsprechende »absteigende«.* (Kap. V. 2. §.)

Von den erwähnten Ergebnissen lässt sich nur das Auftreten von Schwankungen mit der Periode  $p_1$  schwer in die Hypothese von J. Balázs—Detre einfügen. Es ist aber bemerkenswert, dass bei Versuchen die Darstellung der Lichtkurvenänderungen durch die »Schwebung« zweier Schwingungen mit der Periode  $p$  bzw.  $p'$  nicht gelungen ist, die Schwierigkeiten aber durch das Annehmen der zonalen Eruptionstätigkeit meist gelöst werden können, da die formale, und aus dem Beobachtungsmaterial direkt nicht nachweisbare Periode  $p'$  aus der Betrachtung völlig eliminiert wurde.

\* Cf. mit der zweiten Behauptung von I. N. Latschew [18]. Seine erste Behauptung lässt sich bei AR Her nicht bestätigen.

Wenn wir annehmen, dass die Verminderung der Amplitude des Blaschko-Effektes zwischen 1937 und 1956 durch eine Annäherung des magnetischen Pols zum Rotationspol ergab, ist die Konstanz der Form der charakteristischen Kurve des Blaschko-Effektes (S. Abb. 12) keineswegs überraschend. Der Zusammenhang zwischen Farbenindex und Helligkeit ist eventuell eine charakteristische Eigenschaft der Eruptionen. Da die Helligkeit eines »aufsteigenden« Maximums — nach der Hypothese von J. Balázs—Detre — meist aus den Eruptionen der einen Halbkugel und die eines »absteigenden« Maximums meist aus der anderen Halbkugel ausgeht, bedeutet der beobachtete Farbunterschied keine Überraschung. (Dazu trägt noch der Farbezess infolge des durch die Rotation hervorgerufenen Doppler-Effektes bei.) Wegen des weitgehend allgemeinen Charakters der Hypothese stösst die Deutung anderer Ergebnisse der Untersuchungen auf Schwierigkeiten.

Zum Schluss möchte ich dem Direktor der Konkoly-Sternwarte, Herrn Prof. L. Detre, sowie Frau Dr. J. Balázs—Detre für die mir bei der Durchführung dieser Arbeit gebotene wertvolle Unterstützung meinen aufrichtigen Dank aussprechen; meiner Frau und den Herren G. Paál und K. Gefferth danke ich für die bei den photoelektrischen Beobachtungen geleistete Hilfe und Herrn Bányai für die Zeichnung der Abbildungen.

Budapest, September 1961.

#### LITERATUR

- [1] Blaschko, S. : AN **228**, 264 (1926).
- [2] Leningrad Eph. of shortperiod Ceph. (1932).
- [3] Balázs, J.—Detre, L. : Budapest Mitt. 8 (1939).
- [4] Yowell, E. C. : AJ **51**, 129 (1944).
- [5] Zessewitsch, W. P.—Ustinow, B. A. : Tr. GAIS **23**, 62 (1953).
- [6] Klepikowa, L. A. : VS **11**, 137 (1957).
- [7] Katz, O. W. : VS **6**, 127 (1946).
- [8] Klepikowa, L. A. : VS **12**, 164 (1958).
- [9] Balázs, J. : Kl. Veröff. der Remeis—St. Bamberg Nr 27, 27 (1960).
- [10] Balázs, J.—Detre, L. : Budapest Mitt. 18 (1943).
- [11] Gaposchkin, S. : Harvard Bull. Nr 898, 9 (1935).
- [12] Walraven, T. : BAN **12**, Nr 459 (1955).
- [13] Balázs, J.—Detre, L. : Budapest Mitt. 33 (1954).
- [14] Johnson, H. L.—Morgan, W. W. : ApJ **117**, 313 (1953).
- [15] Lassovszky, K. : Budapest Mitt. 13 (1941).
- [16] Hardie, R. H. : ApJ **122**, 256 (1955).
- [17] IAU Agenda and Draft Reports 1961, 265 (1961).
- [18] Latschew, I. M. : Astr. Cirk. No 218 (1961).

A kiadásért felel : Detre László — Műszaki felelős : Kondor Árpád  
A kézirat beérkezett 1962 I. 6. — Példányszám: 700 — Terjedelem 7 (A/5) ív, 19 ábra.

Akadémiai Nyomda, Gerlőczy utca 2. — 54655 — Felelős vezető : Bernát György

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 52

G. MARX and J. NÉMETH

THE ROLE OF PHOTONEUTRINOS  
IN THE EVOLUTION OF THE STARS

BUDAPEST, 1962

---

# THE ROLE OF PHOTONEUTRINOS IN THE EVOLUTION OF THE STARS

by

G. MARX and J. NÉMETH

Institute for Theoretical Physics of the Roland Eötvös University, Budapest

During the stellar evolution, after being exhausted a certain type of thermonuclear reaction, a gravitational contraction follows, usually with an increase of the central temperature. Arriving at the temperature  $3-5 \cdot 10^9$  °K all nuclear energy sources are exhausted, the star becomes a victim of a supernova explosion. A cooling of the centre, however, can be guaranteed by means of the transformation of the thermal radiation into neutrinos, so the supernova fate can be prevented for a wide class of stars. Here the photoneutrino-pair transmutation in a plasma (in the Coulomb-field of nuclei) is treated. The influence of the degeneracy of electron gas is discussed separately.

## *1. Production of neutrinos in thermonuclear reactions*

The energy output of stars is usually due to thermonuclear reactions. If at a certain temperature all the isotopes needed for the possible reaction-type are exhausted, the star, which was formerly in a thermodynamical equilibrium, starts a gravitational contraction, which produces the rising of the central temperature. The contraction procedure goes further, until the central temperature reaches the threshold temperature of an other thermonuclear reaction. Then it starts a new period, with a steady density and temperature distribution, which lasts until exhausting the isotope reserve of the new reaction type.

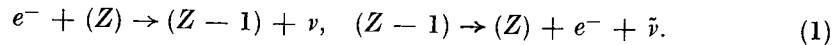
In the temperature interval  $1.4-2 \cdot 10^7$  °K, with  $10-100$  g cm<sup>-3</sup> central density, the only reaction is the H → He fusion. (This is the energy source of the main sequence stars.) At the temperature  $10^8$  °K, with  $10^4-10^5$  g cm<sup>-3</sup> densities (red giants) the He → C fusion starts. About  $10^9$  °K,  $10^6$  g cm<sup>-3</sup> the different channels of the C → Fe fusion series play the main role. Above  $3 \cdot 10^9$  °K, with  $10^7$  g cm<sup>-3</sup> most of the channels are open. The chemical elements are in a statistical equilibrium, the most frequent element is the Fe, having the lowest energy content pro nucleon. At this point the energy production of the thermonuclear reactions ceases, the energy radiation, however, still lasts, therefore a catastrophical supernova explosion occurs.

The relatively low abundance of the supernovas shows, however, that not all of the stars finish their evolution with a supernova explosion. This means, that in the majority of cases, the central temperature does not reach the critical value  $3 \cdot 10^9$  °K. The reason why the uprising of the central temperature stops under this critical value is one of the fundamental problems of stellar evolution. It may be, that this cannot be explained by means of usual thermodynamical and mechanical principles and by the facts of the conventional nuclear physics. In the last years a new possibility was discussed: at high temperatures the neutrino radiation of the star increases, which may serve, thus, as a cooling mechanism, necessary for explaining the observed low supernova abundancy.



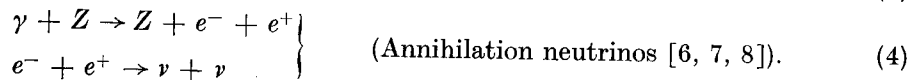
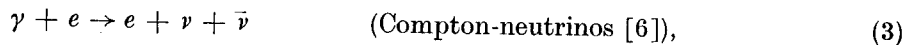
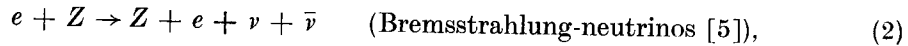
Neutrinos can be emitted only in weak interactions. Neutrino creation was observed until now only in spontaneous decay processes. At the threshold temperature of the first thermonuclear reactions ( $10^7$ – $10^8$  °K) the  $\beta$  decays following the fusion processes, result a neutrino output. In the radiation of the main sequence stars, the percentage of the neutrino energy is 2–10% [1]. The neutrino power of the spontaneous decay processes, however, is not sufficiently high to play a decisive role in the stellar development. On the other hand, the time of the collision in a plasma is too short compared to the characteristic time of weak interactions. In very big stars (at very high temperature and density) the situation can be changed. Although the cross section of the weak reactions is lower with many orders of magnitude than the cross section of nuclear and electromagnetic reactions, the main free path of the neutrinos is far more longer than that of electrons, photons, neutrons or ions, longer than the diameter of the stars. The number of the neutrinos produced in a hot plasma is less than the number of other particles, all the neutrinos, however, get out of the star while the other particles mainly get caught in the thick stellar matter. Thus one can quite well imagine that under certain conditions the neutrino production by collision may play an important role in the stellar energetics. (If this turns out to be true one can say that the weak interactions become important in stellar dimensions as in the case of the even weaker gravitational interaction.)

In 1941 Gamow and Schönberg [2] draw the attention first to the possibility of neutrino production by collision: the URCA process produces neutrinos by nuclear electron capture, followed by a  $\beta$  decay, as



The URCA circle diminishes the kinetic energy of the electron gas. This process, however, has a threshold energy, just the energy difference of the isobars  $(Z - 1)$  and  $(Z)$ . Therefore at low temperatures only a few and rare groups of isotopes can take part in the URCA process [3]. At high temperatures saturation occurs: here the URCA process is not negligible, but does not play a dominant role.

It was mentioned first by Pontecorvo [4] that by assuming a direct weak  $(e\nu)(e\nu)$  coupling on theoretical grounds there are numerous other possibilities for producing neutrinos from the kinetic energy content of the hot electron gas. E. g.



The general features of these processes are that they have no threshold energy and they are combined to electromagnetic interactions (Fig. 1), which diminishes slightly the probabilities of the reactions. The cross-section of these processes compared to the corresponding pure electromagnetic reactions are smaller with 20–25 orders of magnitude. The most important reactions are (3) and (4) at the densities and temperatures occurring in stars. The electron-positron gas being in statistical equilibrium with the heat radiation can annihilate

with a small probability to  $\nu - \bar{\nu}$  pairs. The neutrino radiation gets out from the stars without any absorption, thus in great scale it produces a considerable cooling. Above  $10^9$  °K the energy loss reaches the value  $10^{15} - 10^{20}$  erg  $\text{g}^{-1}$   $\text{sec}^{-1}$ , which may compensate the heat input coming from gravitational contraction [7].

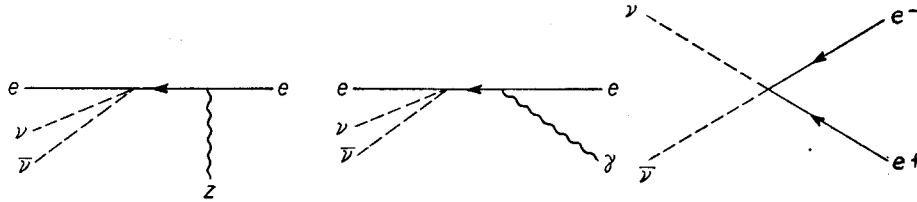


Fig. 1

The situation considerably changes in a degenerated electron gas. In this case the electron states are filled up to a rather high Fermi level, thus the  $e^- - e^+$  pair creation below the Fermi level is forbidden by the exclusion principle. Therefore the neutrino production can be diminished with many orders of magnitude. The cross-section of the Bremsstrahlung and Compton neutrinos also diminishes because of the occupied electron states. In a highly degenerated plasma those processes play the most important role, where in the final states real electrons do not appear. These are the photoneutrino-processes:

$$\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}, \quad (5)$$

$$\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}, \quad (6)$$

$$\gamma + Z \rightarrow Z + \nu + \bar{\nu}. \quad (7)$$

Here the high energy  $\gamma$  photons of the thermal radiation produce neutrinos via virtual electron pairs (fig. 2, 3). The cross-sections are also here influenced by the degeneracy of the electron gas, but — presumably — not so sensitively as in the case of real electrons. The cross-section of the reaction (5) vanishes for symmetry reasons [9] if the  $(e\nu)$  coupling is a local one. Calculation for the cross-section of the process (6) are in course [10]. The

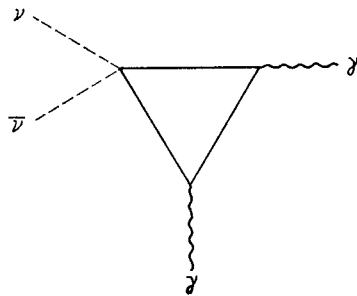


Fig. 2

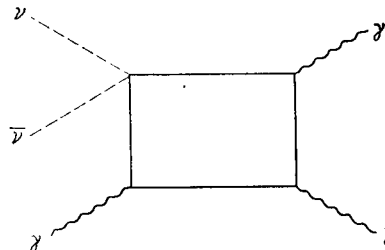


Fig. 3

cross-section of the process (7) is presumably higher because of the presence of the factor  $Z^2$ . Here the process (7) will be treated in details.

### 2. The cross-section of photoneutrino production

A local electron-electron coupling is supposed in the form

$$H(x) = \frac{f}{\sqrt{2}} [\bar{\Psi}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \Psi_e] [\bar{\Psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \Psi_\nu].$$

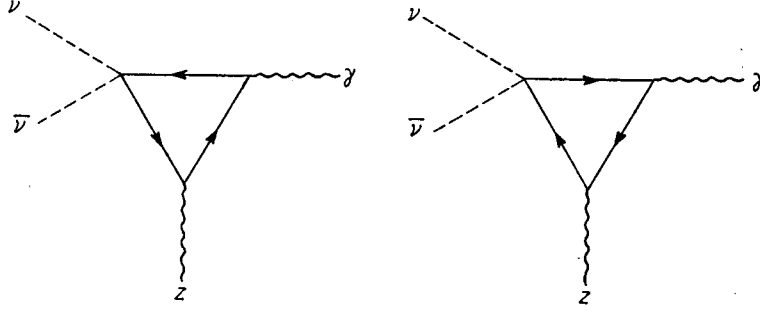


Fig. 4

This is equivalent — according to the Fiertz identity — to the interaction

$$H(x) = \frac{f}{\sqrt{2}} [\bar{\Psi}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \Psi_e] [\bar{\Psi}_\nu \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \Psi_\nu].$$

The Hamiltonian of the electromagnetic interaction is, of course,

$$H'(x) = ie \bar{\Psi}_e \gamma_\mu A_\mu \Psi_e.$$

The first non-vanishing contribution comes from the diagrams plotted in Fig. 4, which correspond to the process

$$\gamma + Z \rightarrow Z + (e^- + e^+)_{\text{virt}} \rightarrow Z + \nu + \bar{\nu}.$$

The  $S$  matrix element is

$$S = \frac{(-i)^3}{(2\pi)^3} \frac{Z e^3 f}{V^{3/2} \sqrt{k_{10}}} \bar{u}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) v_\nu \cdot e_\beta n_\gamma \cdot \int \frac{M_{\alpha\beta\gamma}(k_1, k_2)}{|\vec{k}_2|^2 + D^{-2} \hat{\lambda}_c^{-2}} \delta(k_{20}) \delta^4(k_1 + k_2 - k_\nu - k_{\bar{\nu}}) d^4 k_2.$$

Here  $k_1$  and  $k_2$  are the momenta of the real incoming photon and of the virtual photon representing the Coulomb-field,  $e_\beta$  is the polarization vector of the incoming photon,  $n_\gamma$  is the unit vector, representing the direction of the time axis. The potential of the Coulomb-field is  $A_\gamma = i n_\gamma Z e r^{-1} \cdot \exp(-r/D \hat{\lambda}_c)$ .  $2\pi \hat{\lambda}_c$  is the electron Compton wave length,  $D \hat{\lambda}_c$  is the screening parameter, characteristic to the state of the plasma. (In the case of a bare

nucleus  $D = \infty$ .) According to the classical theory of the plasma screening,

$$D^{-2} = \frac{(4\pi)^2}{137} \frac{Z}{A} \frac{\varrho/\varrho_0}{kT/m_e c^2}, \quad (8)$$

where

$$\varrho_0 = M \lambda_c^{-3} = 4.37 \cdot 10^7 \text{ g cm}^{-3}.$$

The matrix element  $M_{\alpha\beta\gamma}$  represents the contribution of the closed electron loop:

$$M_{\alpha\beta\gamma}(k_1, k_2) = \text{Tr} \int \gamma_5 \gamma_\alpha S_c(p + k_1) \gamma_\beta S_c(p) \gamma_\gamma S_c(p - k_2) d^4 p.$$

Here, in the explicit calculations one obtains some improper integrals, these, however, can be eliminated because of the gauge invariance:

$$M_{\alpha\beta\gamma} k_{1\beta} = 0, \quad M_{\alpha\beta\gamma} k_{2\gamma} = 0. \quad (9)$$

The calculation of the total cross-section can be made more conveniently if the integration is carried first out for the two neutrino momenta leaving the recoil momentum as the integration variable in the last integral. Using the notation

$$k_{10} = E \lambda_c^{-1}, \quad (k_1 \cdot k_2) = \lambda_c^{-2} E^2 x, \quad (k_2 \cdot k_2) = \lambda_c^{-2} E^2 y, \quad (10)$$

the total cross-section is given by

$$\sigma_D(E) = \sigma_0 Z^2 D^4 E^{10}. \quad (11)$$

$$\int_0^4 \int_{y/2}^{\sqrt{y}} \frac{A^2(-x^2 y^2 + 4xy^2 - y^3) + 4B^2(-x^4 + x^2 y) + 4AB(-x^3 y + xy^2)}{6(1 + D^2 E^2 y)^2} dx dy,$$

where

$$A(E, x, y) = \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \frac{\xi - \xi^2 - \xi\eta}{1 + E^2 [y(\xi - \xi^2) + 2x\xi\eta]} d\eta d\xi, \quad (12)$$

$$B(E, x, y) = \int_0^1 \int_0^{1-\xi} \frac{\xi\eta}{1 + E^2 [y(\xi - \xi^2) + 2x\xi\eta]} d\eta d\xi,$$

and

$$\sigma_0 = \frac{f^2 m_e^2}{137^3 \cdot \pi^4} = 1,34 \cdot 10^{-52} \text{ cm}^2. \quad (13)$$

Let us take the low energy limit as first. For this case the integration can be carried out easily. Without any screening of the nuclear Coulomb-field we get:

$$\sigma(E) = 0,0035 \sigma_0 Z^2 E^6, \quad E \ll 1 \quad (14)$$

(the neglected terms are  $E^2$ -times smaller). With screening

$$\sigma(E) = 0,151 \sigma_0 Z^2 D^4 E^{10}, \quad E \ll 1 \quad (15)$$

(with the same neglect). The values for higher energy can be calculated

only numerically. We see, however, that the high energy limit  $E \gg 1$  gives a quadratical energy dependence of

$$\sigma(E) \simeq 1,62 \sigma_0 Z^2 E^2. \quad (16)$$

The main conclusion is that the cross section is a very quickly increasing function of  $E$ , reaching the order of magnitude of  $\sigma_0$  in the MeV region. Only photons with this energy produce photoneutrinos in a considerable extent. More details about the calculation will be given elsewhere [11].

### 3. Photoneutrino production in a degenerated gas

Our results in (14) and (15) are valid only if there are no many electrons present in the reaction domain. In a very dense plasma, however, where the electron gas is degenerated, a coherent contribution will come from the following type of reaction:

$$\gamma + e^- + Z \rightarrow Z + e^- + \nu + \bar{\nu}. \quad (17)$$

(17) is allowed by the exclusion principle only if the initial and the final electron states are the same. In this case the electrons of the Fermi sea are the catalyzators of the transmutations in the nuclear Coulomb-field on the same way, as in the case of (7) the negativ energy electrons of the Dirac-sea help the same transmutation of heat radiation into the more penetrating neutrino radiation. The matrix element, connecting the initial and final states, in this degenerated electron gas, in the lowest order of perturbation theory, has the following structure:

$$\langle \gamma, z, \text{Gas} | S | \nu, \bar{\nu}, Z, \text{Gas} \rangle = S_a + \sum_{p_e < p_F} S_\beta(p_e) + \sum_{p_e, p_{e'} < p_F} S_\gamma(p_e, p_{e'}), \quad (18)$$

where the  $S_a$ ,  $S_\beta$ ,  $S_\gamma$  terms correspond to the diagrams of the Fig. 5. (Permutations of the corners are not shown separately.)

In the § 2 the matrix element  $S_a$  is given. The summarized contribution of all these diagrams can be given most elegantly by a re-definition of the vacuum state. Let us call "ground state"  $|F\rangle$  the state, in which all the electron states are filled up to a given Fermi momentum  $p_F$ . If we introduce the new electron-propagator by the definition

$$S_C^F(x - x') = \langle F | T \Psi(x) \bar{\Psi}(x') | F \rangle, \quad (19)$$

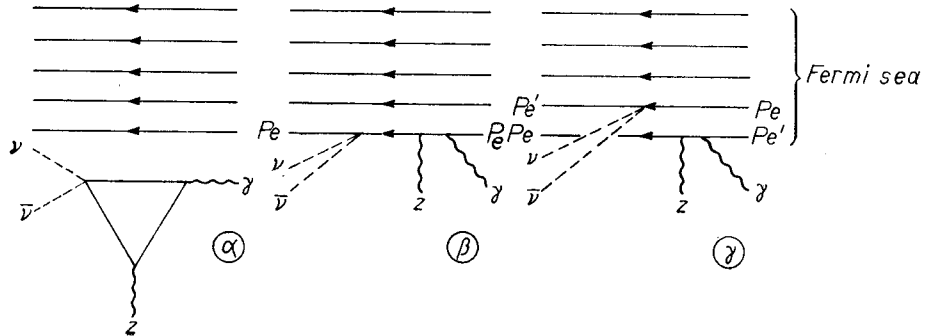


Fig. 5

the whole matrix element (18) can be symbolized by the simple diagram pair of the Fig. 6, where the contributions of the internal electron lines are not the usual causal propagators  $S_c(x, x')$ , but the modified causal propagators defined through (19). The explicit calculation of the cross-section of photo-neutrino production is on this way principally easy, but practically rather complicated, and can be done only for some special cases. A more detailed information about this work may be found elsewhere [11], here only the main results will be quoted.

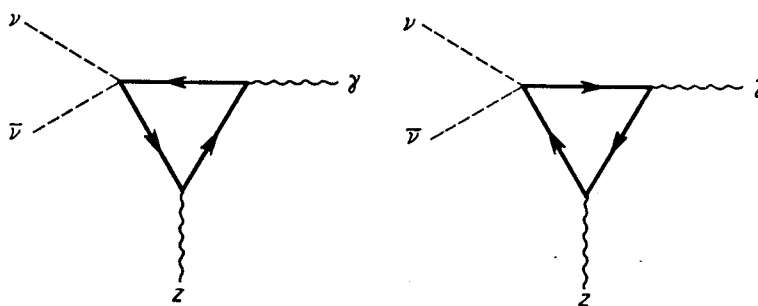


Fig. 6

It is a justified assumption, that in a definite energy region the first term of (18) will dominate. In this case the cross-section can be represented by (11) in a good approximation. In another domain the first term (the contribution of the Dirac-sea) of (10) can be neglected, only the electrons of the Fermi-sea will have a remarkable contribution to the cross-section. In the intermediate energy region both matrix elements are of the same order of magnitude, here an interference occurs between the diagram  $\alpha$  and  $\beta + \gamma$ . In this energy region the formulas are rather complicated, their explicit evaluation would be a very difficult job. Let us concentrate our efforts on the two asymptotic cases. The limits of the “ $\alpha$ ” region and of the “ $\beta + \gamma$ ” region depend on the value of the Fermi momentum i. e. on the plasma density very sensitively.

The calculation can be simplified by the assumption that  $p_F$  (measured in  $m_e c$  units) is small. In this case the cross-section of the pure “Fermi-sea reaction” (diagram  $\beta + \gamma$ ) would be

$$\sigma = 1,21 \sigma_0 Z^2 p_F^4 D^4 E^2, \quad \text{if } p_E \ll 1, \quad E \ll p_F, \quad E \ll D^{-1}, \quad (20)$$

$$\sigma = 1,65 \sigma_0 Z^2 p_F^4 D^2 \left[ 1 + 0 \left( \frac{1}{4 D^2 p_F^2} \right) \right], \quad \text{if } \begin{cases} p_F \ll 1, & 4 p_F^2 D^2 \gg 1, \\ E \gg p_F, & E \gg D^{-1}. \end{cases} \quad (21)$$

The corresponding formulas of the pure “Dirac-sea reaction” (diagram  $\alpha$ ) are given by (15) and (16).

Let us take a definite example, in which the plasma density is about  $\rho = 10^5 \text{ g cm}^{-3}$ , the plasma temperature  $t = 0,59 \cdot 10^8 \text{ }^\circ\text{K}$  and  $A = 2Z$ . Under these conditions

$$p_F = 1/3, \quad D = 5. \quad (22)$$

Now

$$\sigma = 94,5 \sigma_0 Z^2 E^{10} \text{ (Dirac-sea, } E \ll 1),$$

$$\sigma = 9,34 \sigma_0 Z^2 E^2 \text{ (Fermi-sea, } E \ll 0,33),$$

and

$$\sigma = 1,62 \sigma_0 Z^2 E^2 \text{ (Dirac-sea, } E \gg 1),$$

$$\sigma = 4,48 \sigma_0 Z^2 \text{ (Fermi-sea, } E \gg 1).$$

Comparing these values it can be calculated that below 1 MeV the Fermi-sea catalyzed reaction (17), at several MeV the Dirac-sea catalyzed reaction (7) dominates. At about 1 MeV the two reactions are competing, the order of magnitude of the cross-section is several times  $Z^2\sigma_0$ . In the whole energy region as a very rough approximation the functional dependence  $\sigma \sim E^2$  can be used. The decisive role of the screening is clear, its neglect is not allowed.

#### 4. Neutrino radiation of the hot plasma

From astronomical point of view we are interested in the problem: what is the rate of the (irreversible) transmutation of the thermal electromagnetic radiation into neutrino radiation at a given absolute temperature  $t$  in a second in one gram of the plasma material.

The energy distribution of the photons is given by the Planck law. These photons collide to the nuclei (to be considered at rest) and produce neutrino pairs with the total cross section

$$\sigma(E) = \sigma_0 Z^2 F(E), \quad (23)$$

Thus one obtains the neutrino output density (in  $\text{erg g}^{-1} \text{sec}^{-1}$  units)

$$P(T) = \frac{1}{\pi^2} \frac{Z^2}{A} \frac{m}{M} \frac{\sigma_0 c^3}{\lambda_c^3} \int_0^\infty \frac{F(E) E^3}{e^{E/T} - 1} dE = P_0 \frac{Z^2}{A} G(T), \quad (24)$$

where

$$P_0 = 3,5 \cdot 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{g} \cdot \text{sec}} \quad (25)$$

and

$$G(T) = \int_0^\infty \frac{F(E) E^3}{e^{E/T} - 1} dE. \quad (26)$$

Here  $T = kt/m_e c^2$  is the absolute temperature, expressed in  $t = 5,9 \cdot 10^9$  °K units.

The value of  $P$  depends in first approximation only on the plasma temperature  $T$ , on its chemical composition (charge number  $Z$  and mass number  $A$ ), and is independent of its density.\* In Fig. 7 the Planck distribu-

\* This is true only for very thin gases. In the realistic case the cross-section depends through the screening length  $D\lambda_c$  on the temperature and on the electron density in the plasma, and this causes a modification in the  $\rho$ - and  $T$ -dependence of  $P$ .

tion, the energy dependence of the cross-section and their product is plotted. It can be seen, that photons of a not very wide energy domain (at about  $E = 5T$  or  $7T$ ) play the most important role in the photoneutrino generation.

In our special example  $\rho = 10^5 \text{ g cm}^{-3}$ ,  $t = 53 \cdot 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$ ,  $Z = 26$  (iron plasma) one can use the approximative formula

$$F(E) = C(E)E^2,$$

where  $C(E)$  is a slowly varying function somewhere between 1 and 10, so we arrive at the numerical result  $P \sim 5 \cdot 10^{-3} \text{ erg/g sec}$ .

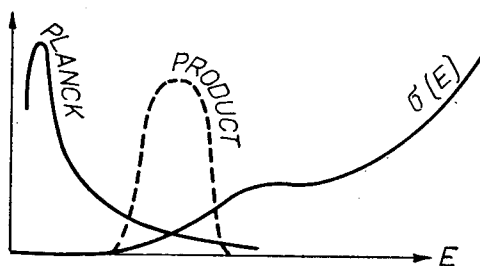


Fig. 7

The extrapolation for higher temperatures and densities is a rather difficult job. The density sensitivity of  $\sigma(E)$  and  $P(T)$

$$n_\rho = \frac{d \log \sigma}{d \log \rho} = \frac{d \log P}{d \log \rho}$$

comes from the screening parameter  $D$  and for small energies  $n_\rho \sim -2/3$ , for higher energies it becomes zero or positive at low densities, but the density dependence is not very strong. The temperature sensitivity of the cross-section

$$n_T = \frac{d \log \sigma}{d \log T}$$

is something between 0 and 2, thus the temperature sensitivity of the neutrino power density

$$\bar{n}_T = \frac{d \log P}{d \log T}$$

varies between 5 and 8 in the case of low degeneracy. At about  $t = 10^9 \text{ }^\circ\text{K}$  and higher density the power density may reach the value  $P = 10^6 \text{ erg/g sec}$ .

It is instructive to compare our results to the intensity of the other neutrino producing processes. The difficulty is, that the value of  $P$  depends for the reaction (7) only through  $D$  but in the case of the processes (1)–(4) also explicitly on the plasma density. This dependence will be very important and very complicated in a degenerated electron gas. Calculations for this case are not completed for all types of reactions. But comparing the  $P$  values given by different authors, one can conclude, that well above



$10^8$  °K the annihilation neutrinos (coming from the reaction (4)) will be dominating. Below  $10^9$  °K the Compton-neutrinos (produced through the reaction (3)) give the most important contribution. In a degenerated plasma, however, the photoneutrinos (coming mainly from the electron-catalyzed reaction (17)) will have a competing intensity at lower temperatures. Just this region is very important for understanding the development of stars having intermediate masses. It is not excluded that in the case of our Sun just the photoneutrinos will prevent the supernovas explosion. For a definite answer one needs the knowledge of the function  $P(T, \rho)$  more accurately, especially for the case of degeneracy for all reaction types.

For showing the cooling role of the neutrinos let us define the cooling time  $\tau$  as a ratio of the energy content of the electromagnetic radiation in unite volume of the plasma (given by the Stefan—Boltzmann law  $u = a T^4$ ) and the neutrino energy power in unite volume ( $P\rho$ ):

$$\tau = \frac{a T^4}{P\rho}.$$

For a plasma with high density (about  $10^7$  g/cm<sup>3</sup>) and high temperature (about  $10^9$  °K) it will be smaller, than a month. This shows that the cooling mechanism of neutrinos will be very rapid, compared to astronomical time intervals, if the star approaches the values  $T \sim 1$ ,  $\rho \sim \rho_0$ .

The authors are very indebted to Dr. F. Károlyházy, Dr. T. Nagy and Dr. G. Pócsik for many helpful discussions.

#### REFERENCES

1. G. Marx—N. Menyhárd, *Science* **131**, 299 (1960). *Mitteilung der Sternwarte Budapest*, No. 48 (1960).
2. G. Gamow—M. Schönberg, *Phys. Rev.* **59**, 539 (1941).
3. H. Y. Chiu, *Annals of Physics*, **15**, 1 (1961).
4. B. M. Pontecorvo, *JETP. USSR*, **36**, 1615 (1939). *Soviet Phys. JETP.* **9**, 1148 (1959)
5. G. M. Gandelman—V. S. Pinaev, *JETP. USSR*, **37**, 1072 (1959). *Soviet Phys. JETP*, **37**, 764 (1960).
6. R. C. Stabler, thesis, Cornell University.
7. M. Y. Chiu—P. Morrison, *Phys. Rev. Letters* **5**, 573 (1960).
8. H. Y. Chiu—R. C. Stabler, *Phys. Rev.* **122**, 1317 (1961).
9. M. Gell-Mann, *Phys. Rev. Lett.* **6**, 70 (1961).
10. R. Gatto, private communication.
11. T. Nagy—G. Marx, *Acta Phys. Hung.* in print.

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 53.

H. SCHNELLER  
(Potsdam)

ÜBER DIE PERIODENÄNDERUNGEN BEI  
BEDECKUNGSVERÄNDERLICHEN

*(Nach einem Vortrag, gehalten auf der Budapester Sternwarte im Kolloquium  
am 25. Juni 1961)*

BUDAPEST, 1962

# ÜBER DIE PERIODENÄNDERUNGEN BEI BEDECKUNGSVERÄNDERLICHEN

von

H. Schneller, Potsdam

(Nach einem Vortrag, gehalten auf der Budapester Sternwarte im Kolloquium  
am 25. Juni 1961.)

Wenn wir uns in der folgenden Abhandlung mit der Veränderlichkeit per Perioden bei Bedeckungsveränderlichen (BV) befassen, so soll sich diese Veränderlichkeit aus einer Betrachtung der Größen

$$(B - R)_n = t_n^B - t_0 - n \cdot P \quad (1)$$

in Abhängigkeit von der Epoche  $n$  zeigen. Hier ist  $t_0$  die Zeit des als Ausgangsepoche gewählten Minimums,  $t_n^B$  die beobachtete Zeit des  $n$ -ten Minimums und  $P$  die Periode. Als Minimum definieren wir den Zeitpunkt des kleinsten scheinbaren Abstands der Mitten der Sternscheiben. Das Hauptminimum tritt dann ein, wenn der Stern mit der größeren Flächenhelligkeit bedeckt wird. Die Zeit, die zwischen zwei aufeinanderfolgenden Hauptminima verstreicht, nennen wir Periode. Die so definierten Minima brauchen in der Lichtkurve nicht besonders ausgezeichnet zu sein.

Da die Beobachtungsgenauigkeit stets die gleiche sein soll, muß die Periode als veränderlich bezeichnet werden, wenn die Beträge  $(B - R)_n$  gewisse, von den Beobachtungsfehlern in  $t$  und  $P$  vorgeschriebene, Grenzen überschreiten.

Um die Formel (1) auf eine für Tischrechenmaschinen bequeme Form zu bringen, multiplizieren wir sie mit  $II$ , der reziproken Periode und schreiben

$$(t_n^B - t_0) II = n + \Phi \quad (2)$$

Hier ist  $\Phi$  gleich der Phase des Minimums und gleich  $(B - R) \cdot II$ ; die Periode ist gleich eins. Die Diagramme mit den Koordinaten  $(B - R)$  und  $n$  oder  $\Phi$  und  $n$  (Phasen-Epochen-Diagramme PED) werden uns Aufschluß geben über das Verhalten der Perioden.

Man kann sich grundsätzlich drei verschiedene Arten von Periodenänderungen vorstellen:

1. die aufeinanderfolgenden Perioden streuen willkürlich um einen Mittelwert;
2. eine über eine längere Zeit hin praktisch konstante Periode wird durch eine andere abgelöst, die kürzer oder länger sein kann als die vorhergehende, aber ebenfalls über längere Zeit hin konstant bleibt.
3. jede nachfolgende Periode unterscheidet sich von der vorhergehenden um einen bestimmten kleinen Betrag. Dann kann
  - a. der Betrag selbst wieder konstant, oder
  - b. gesetzmäßig veränderlich sein.

Der unter 1. genannte Fall wird bei BV kaum auftreten und wenn, dann wird er schwer zu erfassen sein, da es bei den wenigsten BV möglich

sein wird, aufeinanderfolgende Minima zu beobachten. Tritt der Fall 2 ein, dann lassen sich die Diagramme durch einen Polygonzug darstellen, denn die  $\Phi$  liegen auf einer gegen die  $x$ -Achse geneigten Geraden. Ist im Fall 3 der Betrag konstant, also

$$P_n = P_0 + 2nQ \quad (3)$$

und

$$t_n = t_0 + nP + n^2 \cdot Q, \quad (4)$$

dann liegen die  $\Phi$  auf einer Parabel, wenn diese aus linearen Elementen berechnet sind. Fall 3b aber tritt ein, wenn die  $(B-R)_n$  oder  $\Phi_n$  darstellbar sein werden durch

$$a \sin(a \cdot n + \beta) \quad (5)$$

Die unter 3 aufgezählten Arten der PED lassen sich verhältnismäßig einfach deuten.

Es ist schon öfter gezeigt worden, daß ein Massenverlust der masse-reicheren Komponente unter gewissen, einschneidenden Voraussetzungen eine Verlängerung der Periode nach sich ziehen muß:

$$\frac{dP}{dt} = -k(\mathfrak{M}_{1,2}; V; G) \frac{d\mathfrak{M}_1}{dt} \quad (6)$$

(z. B. *S. S. Huang*, *AJ* 61. 49, 1956). Ist  $d\mathfrak{M}$  verschwindend klein gegenüber der Gesamtmasse und  $\frac{d\mathfrak{M}}{dt}$  für längere Zeiträume konstant, dann ist entsprechend

$$\frac{dP}{dt} = \text{konstant} = 2Q \quad (7)$$

und, wie oben erwähnt, liegen die  $\Phi$  auf einer Parabel.

Lassen sich die  $\Phi$  aber in erster Näherung durch eine Sinuskurve darstellen, so kann dieses Verhalten als Folge einer Bahnbewegung gedeutet werden, die das Bedeckungspaar bei Anwesenheit einer dritten Komponente um den gemeinsamen Schwerpunkt beschreiben wird. (Siehe z. B. *R. M. Scott*, *HB* 912. 3, 1940; oder *J. B. Irwin*, *AJ* 64. 147, 1959.) Den gleichen Effekt erzeugt aber auch eine Apsidendrehung. Die beiden Fälle sind leicht zu unterscheiden, da bei einer Apsidendrehung der Abstand Hauptminimum — Nebenminimum veränderlich sein muß und das PED des Hauptminimums spiegelbildlich zum PED des Nebenminimums liegen wird, während bei einer Bahnbewegung (Lichtzeit) die Diagramme für beide Minima zusammenfallen müssen.

Bei der Behandlung von Periodenänderungen bei BV findet man sehr häufig die Bemerkung, daß sich die beobachteten Veränderungen in die unter drei genannten Fälle einordnen lassen. Da man nun einmal aus einer Apsiden-

drehung Rückschlüsse auf den innern Aufbau der Komponenten ziehen kann (*H. R. Russell*, MN 88. 641, 1928; *ApJ* 90. 641, 1939; *T. G. Cowling*, MN 98. 734, 1938; *Zd. Kopal*, MN 98. 448, 1938; HC 443, 1941; *T. E. Sterne*, MN 99. 451; 1939; *R. A. Brooker*, und *T. W. Olle*, MN 115. 101, 1955; u. a.) und zum anderen unter gewissen Bedingungen und Voraussetzungen aus einer Bahnbewegung Aussagen über die Masse des dritten Körpers gemacht werden können, so ist es erklärlich, daß man nach PED gesucht hat, die die unter 3 genannten Eigenschaften aufweisen.

Um später Wiederholungen zu vermeiden, seien hier einige öfter gebräuchte Bezeichnungen und Formeln zusammengestellt.

Liegen die mit Elementen der Form (1) berechneten Koordinaten der  $t_n^B$  auf einer Sinuskurve, so sind die Zeiten  $t_n^R$  der Minima darzustellen durch

$$t_n^R = t_0 + nP(L) + \Delta \sin(\alpha \cdot n + \beta). \quad (8)$$

$P(L)$  ist die Lichtwechselferode, die Periode  $P(U)$  der Ungleichheit wird dann sein

$$P(U) = \frac{360^\circ}{a^\circ} P(L). \quad (9)$$

Da stets  $a \ll 2\pi$ , ist  $P(U) \gg P(L)$ .

Beim Auftreten einer Apsiddrehung muß notwendigerweise die Bahn des Bedeckungspaares elliptisch sein. Dann gilt bei kleiner Bahnexzentrizität  $e$

$$e \cos \omega = \frac{\pi}{P(L)} \cdot \frac{t_2 - t_1 - 0,5 P(L)}{1 + \operatorname{cosec}^2 i} = \frac{\pi}{P(L)} \cdot \frac{2\Delta}{1 + \operatorname{cosec}^2 i}; \quad (10)$$

$t_1$  und  $t_2$  sind die Eintrittszeiten des Haupt- und des Nebenminimums.

Für  $\omega = 90^\circ$  (die große Bahnhalfachse steht senkrecht auf dem Visionsradius) und  $i = 90^\circ$  (die Bahnebene bildet mit dem Visionsradius den Winkel  $0^\circ$ ) wird

$$e = \pi \Delta. \quad (11)$$

Wird aber das sinusförmige PED als Bahnbewegung des Bedeckungspaares um den Massenschwerpunkt, den es mit einer dritten Komponente bildet, gedeutet, so ist

$$a \sin i' = \frac{173 \cdot 27 \Delta}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}} \text{ A E} = \frac{2 \cdot 592 \cdot 10^{10} \Delta}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}} \text{ km}; \quad (12)$$

$i'$  ist die Neigung dieser Bahnebene gegen die Tangentialebene an die Sphäre im Ort des Sterns.

Die Massenfunktion  $f(\mathfrak{M})$  für die dritte Komponente lautet:

$$f(\mathfrak{M}_3)_\odot = \frac{\mathfrak{M}_3^3 \sin^3 i'}{(\mathfrak{M}_{BV} + \mathfrak{M}_3)^2} = \frac{[173 \cdot 27 \Delta \sin i']^3}{[P(U)]^2 \cdot (1 - e^2 \cos^2 \omega)^{3/2}} \left[ \frac{\text{A E}}{\text{Jahr}} \right] \quad (13)$$

Es ist nun das Ziel der vorliegenden Arbeit zu zeigen, daß der als sinusförmig und damit als periodisch angenommene Verlauf vieler Diagramme in Wirklichkeit aperiodisch ist und daß wahrscheinlich die Perioden der meisten Bedeckungsveränderlichen veränderlich sind und zwar ohne erkennbare Gesetzmäßigkeit.

Zur Erhärtung dieser Aussage habe ich für eine große Anzahl von BV die PED rechnen und zeichnen lassen. Dann wurde gefragt, welche Diagramme zeigen die Form einer Parabel, welche die Form einer Sinuskurve, getrennt nach Gleich- und Gegenläufigkeit der Minima, und welche Form haben die Diagramme, die sich in die genannten Gruppen nicht einordnen lassen.

Doch vorher noch eine Bemerkung über die zur Berechnung der Phasen nach Formel (1) benutzte Periode, die einem Mittelwert möglichst nahe kommen soll. Ist die Periode zyklisch veränderlich, d. h. sind die  $\Phi$  (Min) durch eine Sinuskurve darstellbar, so ist eine mittlere Periode angebar, sobald die Dauer  $P(U)$  bekannt ist. Ist die Periode azyklisch, d. h. ohne erkennbare Gesetzmäßigkeit veränderlich, dann ist die Bestimmung einer mittleren Periode schwierig und im allgemeinen nur unter der Annahme möglich, daß eine mittlere Periode tatsächlich existiert und daß die im Beobachtungszeitraum aufgetretenen Perioden tatsächlich um die mittlere Periode streuen. Ist die Periode säkular veränderlich, dann gibt es keine mittlere Periode.

Um für die Formel (1) eine »mittlere« Periode zu erhalten, bin ich im allgemeinen so vorgegangen, daß ich diese aus

$$\frac{t_n' - t_0}{n'} = P(L) \quad (14)$$

bestimmt habe.  $n'$  ist hier die Epoche des letzten mir bekanntgewordenen gut beobachteten Minimums. Ein mit einer so bestimmten Periode berechnetes PED ermöglicht bereits die Feststellung, ob eine Periode veränderlich ist oder nicht. Es reicht aber nicht aus, um Aussagen darüber zu machen, wie groß die Veränderlichkeit der Periode ist oder gar nach welchen Gesetzen die Veränderlichkeit erfolgt, denn die Form eines PED hängt neben der Wahl von  $t_0$  merklich von der Wahl der Länge der »mittleren« Periode ab. Bei der Behandlung der Sterne UW Lac und RW Tau tritt dieser Umstand besonders deutlich zu Tage.

#### I. MASSENVERLUST

Wir beginnen mit den parabelförmigen Diagrammen.

Hier ist  $\iota$  Bootis zu nennen, ein Kontaktsystem mit  $P(L) = 0,268$  und den Spektraltypen G2 und F9;  $r_g + r_k = 0,753a$ ;  $r_g = 0,441a$ . (Diese Angaben erfolgen bei allen Sternen nach Kopal und Shapley, Jodrell Bank Annals 1, 4; 1956). Nach einer Bearbeitung von Schmidt und Schrick (ZAp 43. 165, 1957) lassen sich die  $\Phi$  ( $t_{Min}$ ) zwischen 1917 und 1936 und die zwischen 1936 und 1957 durch Parabeln darstellen, die eine Verlängerung der Perioden anzeigen. Als Massenverlust gedeutet entsprechen diese Beträge 2.2 und  $7.3 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/\text{Jahr}$ .

Das Diagramm Abb. 1 ist mit den Elementen gerechnet

$$n + \Phi = (t_n^B - 242\,1113.259) \cdot 3^{d-1} 734\,000.$$

Es zeigt deutlich, daß die Gesamtheit der Punkte nicht durch eine Parabel dargestellt werden kann. Abb. 2 zeigt den Versuch die Beobachtungen zwischen  $0 < n < 28\,088$  durch eine Parabel darzustellen. Sie führt auf ähnliche Werte für  $dP$  und  $dM$ , wie sie Schmidt und Schrick erhalten haben. Die Behandlung der Punkte für  $n > 30\,000$  ist schwierig, denn die Punkte liegen offensichtlich nicht auf einer Parabel. Rechnet man aus  $n = 42\,019$  und  $n = 55\,326$  eine mittlere Periode und daraus ein PED (Abb. 3), so zeigen die  $\Phi$  (Min)

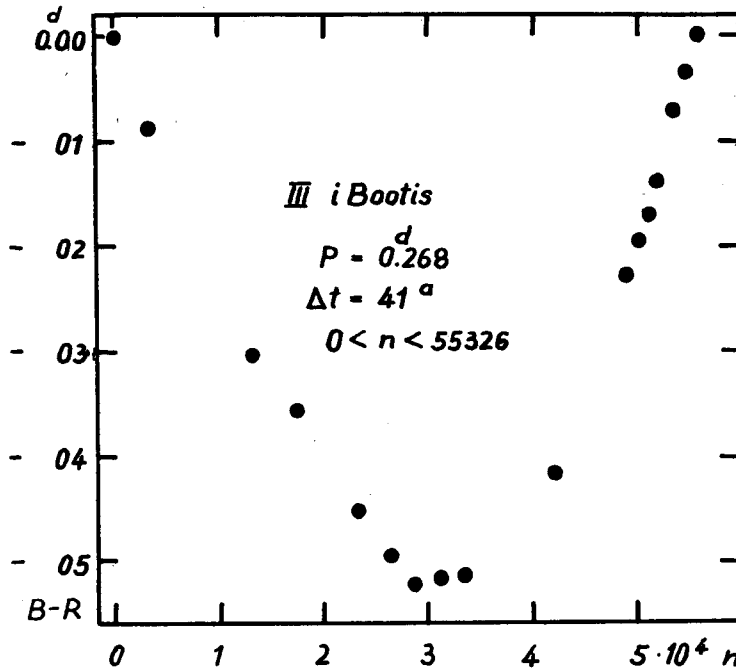


Abb. 1.

kein gesetzmäßiges Verhalten mehr. Es zeigt sich vielmehr, daß nach  $n = 48\,739$  bis zum Schluß des verfügbaren Zeitraums die Periode konstant geblieben ist (Abb. 4). Auf die Konstanz der Periode seit 1947 hat übrigens auch *Binnendijk* hingewiesen und diesen Befund durch Tabelle III seiner Arbeit in AJ 60. 357, 1955 erhärtet.

Wir fassen zusammen: Es ist nur der zwischen 1915 und 1936 gelegene Teil des PED durch eine Parabel darstellbar; ihre Lage erlaubt eine Deutung als Massenverlust. Nach diesem Zeitpunkt scheint die Periode plötzlich um 0.4 länger geworden zu sein. Die Beobachtungen belegen die Konstanz der Periode zwischen 1947 und 1957.

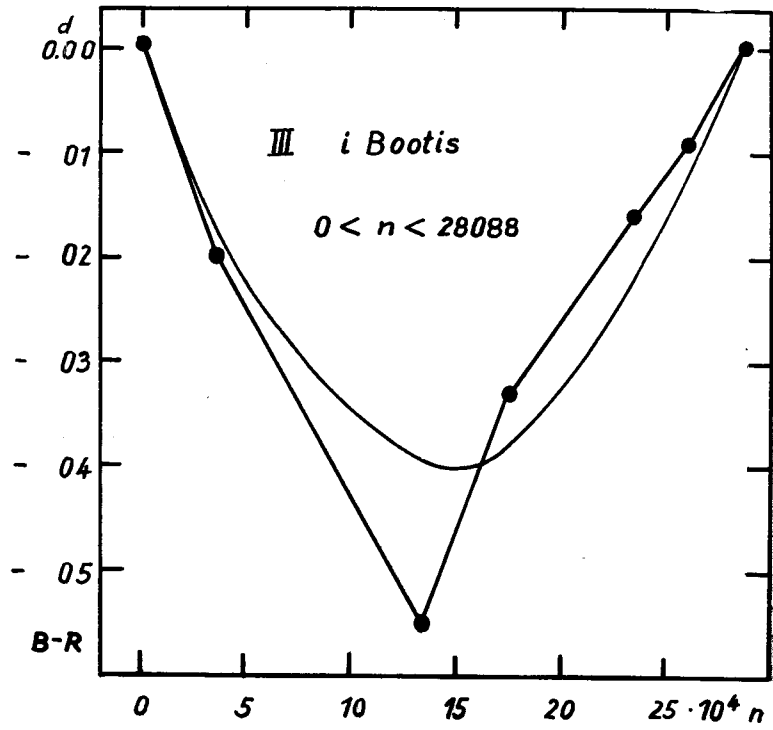


Abb. 2.

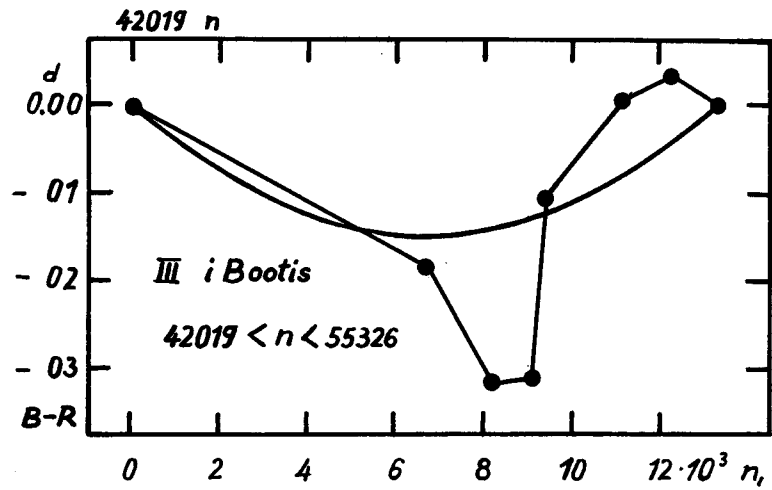


Abb. 3.



In Abb. 5 ist das PED des Sterns TW Draconis dargestellt. Dies ist ein halbgetrenntes System,  $P(L) = 2^{\text{d}}807$ ;  $r_g + r_k = 0.52a$ ,  $r_k = 0.21a$ . Im Beobachtungszeitraum muß die Periode ziemlich gleichmäßig (aber nicht streng) zugenommen haben; dieser Befund wird durch Tabelle 1 bestätigt, die die Periodenlängen in neun aufeinanderfolgenden Zeitabschnitten enthält. Diagramm und Tabelle lassen aber deutlich erkennen, daß  $dP/P$  nicht konstant war, also keine Darstellung durch eine Parabel möglich ist. Errechnet man trotzdem für  $dP/P$  einen Mittelwert ( $+3.4 \cdot 10^{-8}$ ) dann wird mit den angegebenen Größen der Massenverlust  $-1.35 \cdot 10^{-6} dM/\text{Jahr}$ . Das ist ein großer Betrag, wenn man sich erinnert, daß Schmidt und Schrick (l. c.) bei  $i$  Boo  $-2.2$  und  $-7.3 \cdot 10^{-7} dM/\text{Jahr}$  für die beiden Zeiträume erhalten haben.

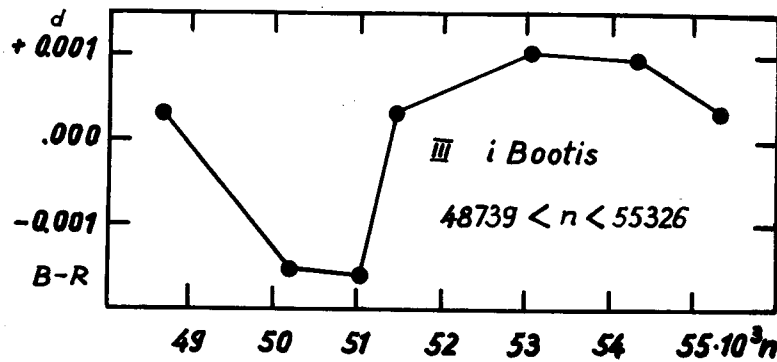


Abb. 4.

TABELLE 1

Die Länge der Periode bei TW Dra für verschiedene Zeitabschnitte

$\Delta n$	Periode
0 ... 1721	$2^{\text{d}}806$ 430
1721 ... 5189	519
5311 ... 6812	520
6818 ... 7210	594
6818 ... 7349	571
7902 ... 8264	948
8327 ... 9097	651
9138 ... 10137	685
10157 ... 11999	777
12020 ... 12409	902

In diesem Zusammenhang ist Kopals Bemerkung (l. c. S. 185) bemerkenswert: Pearce's spectroscopic mass-ratio  $\frac{M_g}{M_k} = 0.28$  appears, however, inconsistent with the fractional radius of the secondary component  $r_g = 0.306 \pm \pm 0.001$ , which (on contact hypothesis) corresponds to a mass-ratio of 0.43; if the mass-ratio were actually as low as 0.28, the size of the secondary component would have to exceed its Roche limit by a considerable margin — a most unlikely event!

Vielleicht ist das Massenverhältnis doch merklich kleiner als 0.43 und wir beobachten, angezeigt durch das quasistationäre Anwachsen der Periode

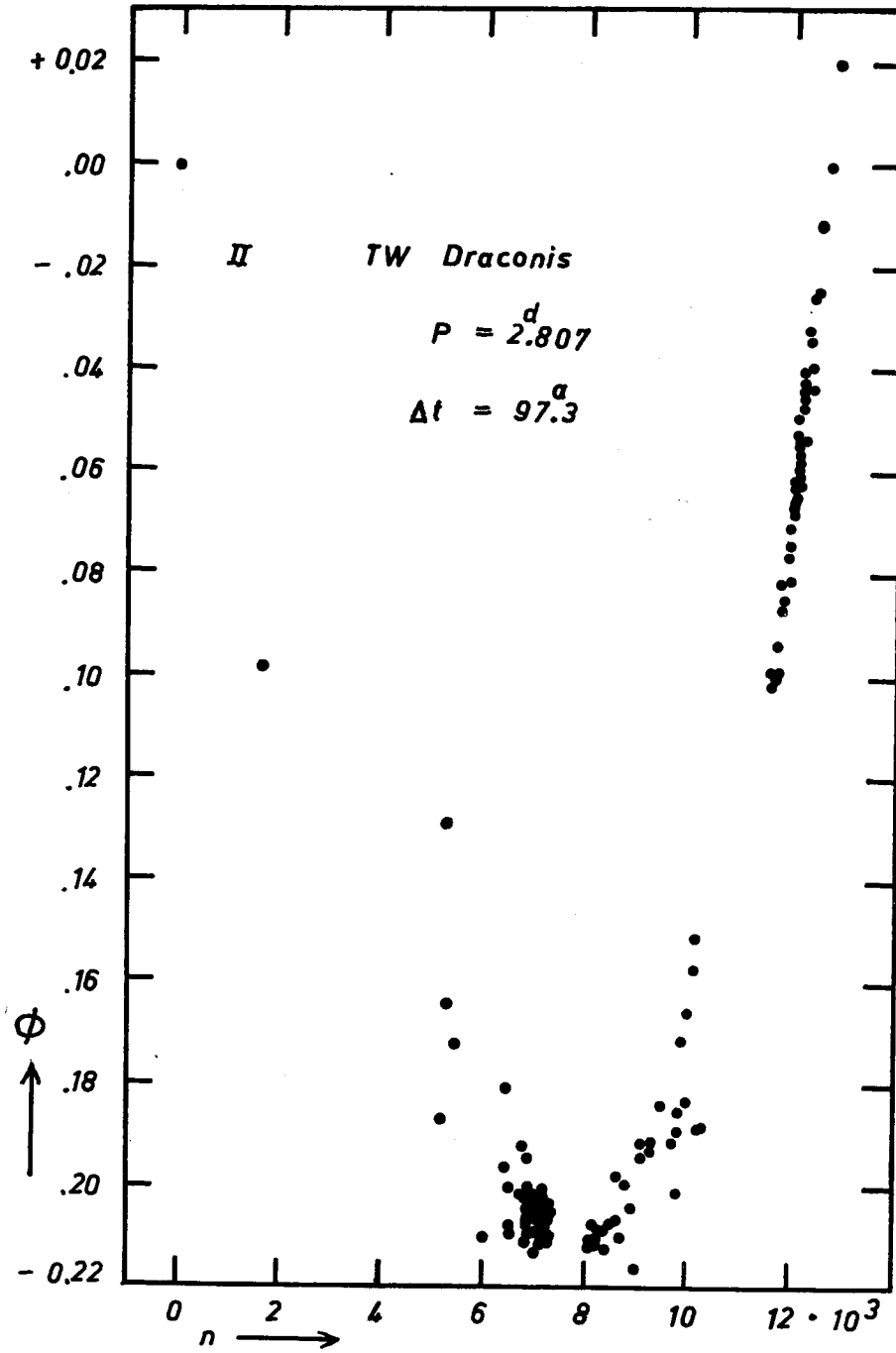


Abb. 5.

einen beträchtlichen Masseverlust einer die Roche-Grenze gerade überschreitenden Komponente.

Es ist sehr wünschenswert, daß auch in Zukunft die Eintrittszeiten der Minima beobachtet werden; auch sollten unter Einsatz großer Instrumente, die spektroskopischen Elemente nochmals bestimmt werden.

Auch das PED des Sterns *SV Centauri* (Abb. 6. aus *S. Gaposchkin, ASP 63. 148, 1951*) weist auf eine stetig veränderliche Periode hin. Leider sind die Beobachtungen nicht veröffentlicht, die als Grundlage für die Zeich-

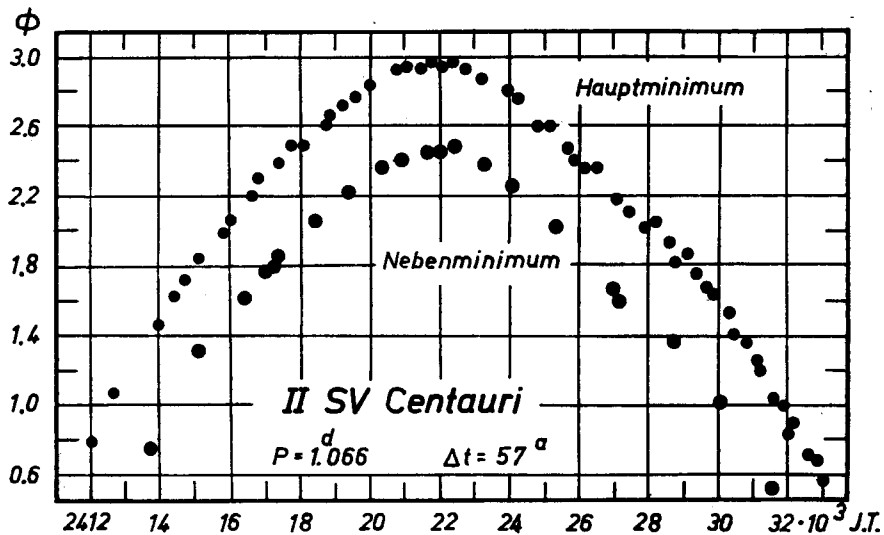


Abb. 6.

nung gedient haben. Daher ist nur die Aussage möglich, daß sich im Beobachtungszeitraum die Periode verkürzt haben muß zwar ungefähr um 3 Sekunden im Jahr! (Bei *TW Dra* ist  $dP/dt = 0.38/\text{Jahr}$ ) Da nach theoretischen Überlegungen eine Massenabgabe ein Längerwerden der Periode bewirkt, wird eine Deutung nicht ganz einfach sein. Es sei noch bemerkt, daß sich die Lage des Nebenminimums zur Lage des Hauptminimums nicht ändert. Nach Beobachtungen von *O'Connell* (*Riverwiew Publ 2. 69, 1949*) sind auch zyklische Periodenänderungen vorhanden, jedoch mit kleiner Amplitude. Die Periode von *SV Cen* beträgt  $1.066$ ; die Komponenten sind stark deformiert.

Die Periode des Sterns *Beta Lyrae* nimmt zu, wie dies *Pannekoek* (*AN 144. 373, 1897*), *Roberts* (*Obs 29. 98, 1906*) und *Rossiter* (*Mich Publ 5. 69, 1933*) nachgewiesen haben. Die Zunahme erfolgt aber nicht linear, damit erinnert der Stern an *TW Draconis*. Das gesamte vorliegende Beobachtungsmaterial von *Beta Lyrae* sollte bezüglich des Verhaltens der Periode wieder einmal einheitlich bearbeitet werden, so wie dies *Kopal* und seine Mitarbeiter für *Algol* getan haben (*Jodrell Bank Annals 1. 374, 1960*).

Zusammenfassung: Perioden, die über einen Zeitraum von 50 und mehr Jahren eine Zunahme aufweisen, werden beobachtet. Jedoch ist diese Zunahme nicht konstant; das Gesetz der Veränderung der Zunahme ist, wenn es über-

haupt vorhanden ist, aus den Beobachtungen noch nicht abzulesen. Es ist möglich, dass  $dP/dt$  über kürzere Zeiträume (10 bis 20 Jahre) konstant ist; bei  $\iota$  Bootis wahrscheinlich von 1917 bis 1936. Bei diesem Stern beobachten wir auch eine plötzliche Periodenänderung; vermutlich ist die Periode dieses Sterns zeitweise auch praktisch konstant.

Es ist zu schließen, daß die Darstellung der Reste (B—R) durch eine Parabel nur eine grobe Annäherung an die Wirklichkeit darstellt. Die Deutung der Periodenverlängerung als Anzeichen eines Masseverlusts der masseärmeren Komponente braucht davon nicht berührt zu werden.

## II. APSIDENDREHUNG

Wir untersuchen jetzt die Sterne mit sinusförmiger Anordnung der  $\Phi(t)$ , bei denen die Nebenminima spiegelbildlich zu den Hauptminima liegen. Bei diesen BV beobachten wir ohne jeden Zweifel eine Apsidendrehung.

Hier sind als Paradestücke  $\gamma$  Cygni und GL Carinae (Abb. 7) zu nennen. Beide Sterne gehören zu den getrennten Systemen mit kleinen relativen Radien und ähnlichen Komponenten:  $r_g + r_k = 0.2a$ . Bei  $\gamma$  Cygni ist  $P(U) = 5745 P(L)$ ;  $P(L) = 2^d 996$ ; bei GL Carinae ist  $P(U) = 3800 P(L)$ ;  $P(L) = 2^d 442$ .

Die Tatsache der Gegenläufigkeit der Minima und der Umstand, daß  $P(U)$  schon mehr als einmal durchlaufen ist, lassen keine Zweifel an der Realität der »Sinusschwingung« aufkommen.

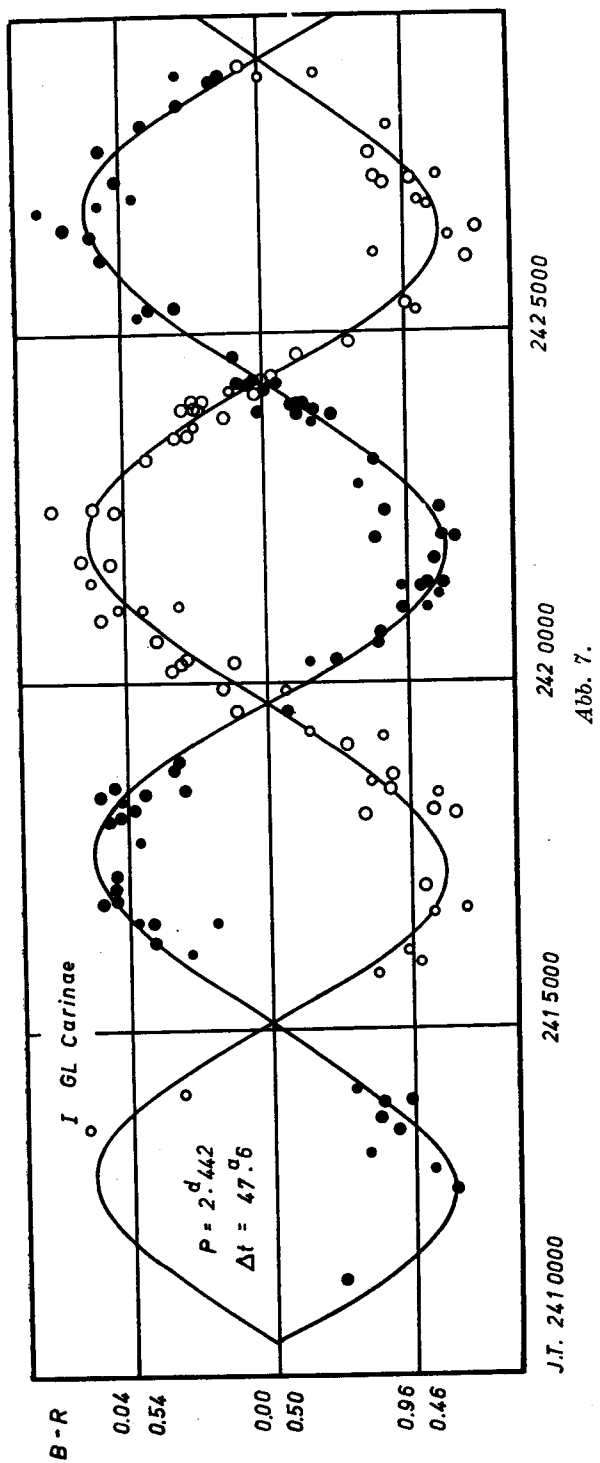
Ferner gehört V477 Cygni hierher, ebenfalls ein weitgetrenntes System mit  $r_g + r_k = 0.1a$ , Spektrum A3. Anders als durch Apsidendrehung kann das PED nicht gedeutet werden (Abb. 8 aus ASP 63. 149, 1951).  $P(L) = 2^d 347$

Das bis jetzt beobachtete und in Abb. 8 dargestellte Teilstück ist viel zu kurz, um daraus mit einiger Sicherheit auf die Länge von  $P(U)$  zu schließen.

Nach Beobachtungen von *J. de Kort* S. J. (Spec Vat Ric 3. 119; 1954) ist auch bei GN Normae eine Apsidendrehung zu beobachten (Abb. 9). Der Stern gehört zu den getrennten Systemen,  $r_g = r_k = 0.2a$ ,  $P(L) = 5^d 703$ , Spektrum A2.  $P(U)$  kann wegen der Kürze des beobachteten Bogens der Drehung noch nicht mit Sicherheit angegeben werden.

Nach *Keller* und *Limber* (ApJ 113. 655; 1951) weist die Lage der Minima auch bei  $\gamma\gamma$  Sagittarii auf eine Apsidendrehung hin; es war 1898  $t_N - t_H = 0^f 470$  und 1939:  $0^f 414$ . Auch dieser Stern gehört zu den getrennten Systemen:  $r_g + r_k = 0.12a$ . Spektrum A0;  $P(L) = 2.628$ .

Ähnlich verhält sich V523 Sagittarii (Abb. 10). Nach Untersuchungen von *Edith Jones* (HB 909, 1938) wechselt die Phase des Hauptminimums im Zeitraum von 1900 bis 1935 von  $0^f 512$  bis  $0^f 571$ , während sich das Nebenminimum gleichzeitig von  $0^f 016$  nach  $0^f 977$  verlagerte. Wegen der Kürze des beobachteten Bogens kann auch hier  $P(U)$  noch nicht mit Sicherheit angegeben werden. Systemkonstanten des Sterns sind nicht bekannt; jedoch ist aus der Form der Lichtkurve (HB 909.12; 1938) zu schließen, daß die Radien etwa gleich groß und klein im Vergleich zum gegenseitigen Abstand sind; somit gehört V 523 Sgr mit hoher Wahrscheinlichkeit zu den getrennten Systemen.  $P(L) = 2^d 324$ ; Spektrum A5.



Nach Beobachtungen von *Erleksowa* (VS 12. 300, 1957) weist das B—R-Diagramm des Sterns DR *Vulpeculae* eindeutig auf die Anwesenheit einer Apsidendrehung hin. Obwohl erst etwa  $\frac{3}{4}$  der  $P(U)$  durchlaufen ist, sollte die Angabe für die Dauer der Apsidendrehung von 24 bis 25 Jahren ziemlich sicher sein; die Bahnexzentrizität beträgt 0.06. Systemkonstanten sind nicht bekannt; die i. c. mitgeteilte Lichtkurve dürfte durch einen Doppeltstern mit relativ kleinen Radien erzeugt sein.  $P(L) = 2^s 251$ .

Strohmeier und Ott (Bamb Veröff 5, 12, 1961) können aus ihren Beobachtungen der Jahre 1930 bis 1959 die Apsidendrehung nicht bestätigen und

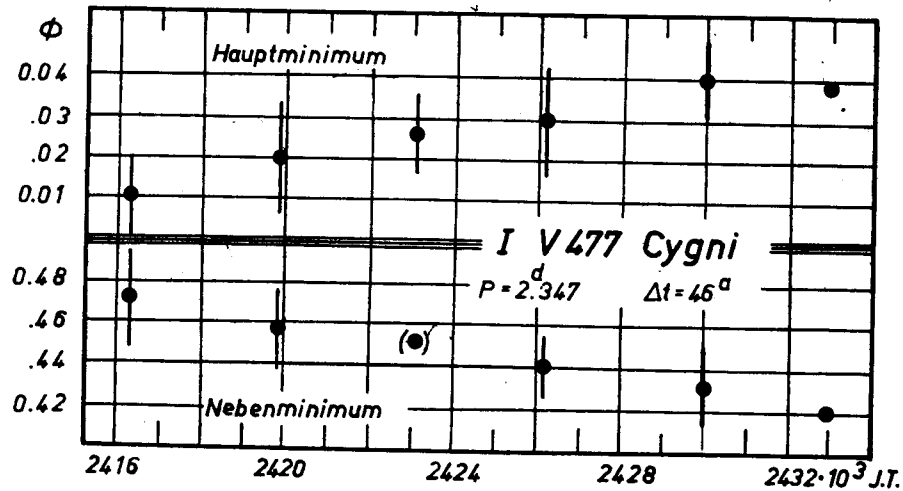


Abb. 8.

bezweifeln daher ihre Existenz. Aus den in i. c. angegebenen (B—R)-Betragen ist aber leicht zu ersehen, daß diese Beobachtungen, die bis zu 5% der Periode streuen, für diese Aussage zu ungenau sind, denn die durch die Apsidendrehung zu erwartende Amplitude beträgt nach Erleksowas Angaben nur 2% der Periode. Es liegt meines Erachtens noch kein Grund vor, die Anwesenheit einer Apsidendrehung zu bezweifeln. Dieser helle Stern sollte lichtelektrisch beobachtet werden.

Bei TX Ursae Maioris schließt Payne-Gaposchkin aus der Periodenänderung (Abb. 11a) auf eine Apsidendrehung, zumal ein lichtelektrisch beobachtetes Nebenminimum diese Deutung wahrscheinlich macht. Es ist  $P(U) = 30$  Jahre (HB 916. 2, 1942). Auch *Plavec* vermag die (B—R.) durch den Ausdruck

$$t_n = J. T. 241\,6426.7826 + 3^s 063\,316\,78 n + 0^d 0211 \sin(0^o 08767n + 82^s 32)$$

(BAC 11. 148, 1960) darzustellen; aus ihm ergibt sich  $P(U)$  gleich 34.4 Jahre. Dieses Resultat bestätigt den Befund von *Payne-Gaposchkin*, wenn auch nicht verschwiegen werden soll, daß  $P(U)$  erst einmal durchlaufen ist. TX UMa gehört nämlich zu den halbgelassenen Systemen, die, wie wir im folgenden noch sehen werden, nicht selten eine Verteilung der B—R aufweisen, die sich über begrenzte Zeiträume hin durch eine Sinuskurve darstellen lassen.

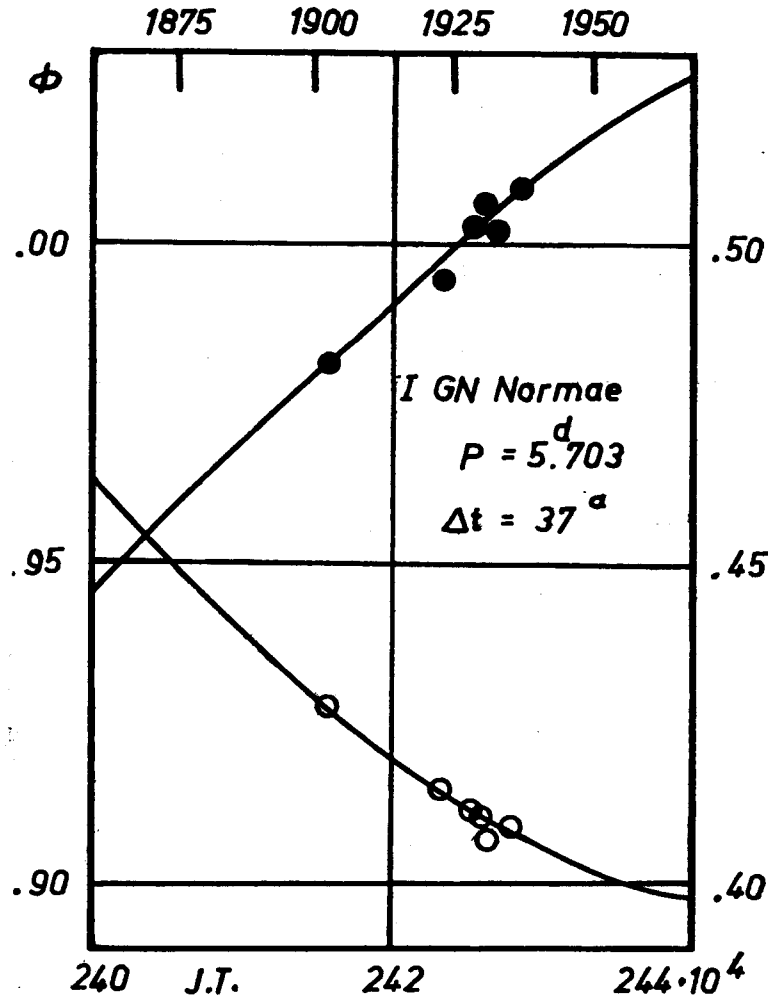


Abb. 9.

Diese Kurve aber wiederholt sich nicht; die Periodenänderung ist aperiodisch! (Abb. 11b). Es ist  $r_g + r_k = 0.43a$ ,  $r_g = 0.28a$ ;  $P(L) = 3^{\circ}063$ ; Spektrum B8 + (gG3).

In Abb. 12 ist die Verteilung der  $\Phi(t)$  für U Sagittae zu sehen. *Jacchia* (HB 915. 33, 1941) führt aus, daß eine Deutung als Apsidendrehung zu keinem Widerspruch mit gewissen Annahmen über den inneren Aufbau der Sterne führe. Die Lage des Nebenminimums ist nicht beobachtet. Eine nochmalige Reduktion der  $\Phi(t)$  mit Einschluß neuerer Beobachtungen bestätigt jedoch die Form der Abb. 12 nicht; vielmehr scheint die Periode ohne ein Gesetz einzuhalten, veränderlich zu sein (Abb. 13). Auch *Kopal* (l. c.) schreibt: Period of U Sagittae is slightly fluctuating in an acyclic manner.

U Sge gehört zu den halbgetrennten Systemen;  $r_g + r_k = 0.49a$ ,  $r_g = 0.28a$ ;  $P(L) = 3^d 381$ ; Spektrum: B9 + gG2.

Das PED des Sterns W Delphini (Abb. 14) läßt sich nach *Plavec* (BAC II. 151; 1960) darstellen durch  $+0^d 0555 \sin(0^o 09303n + 81^o 08)$ . Der Autor deutet diesen Verlauf als Folge einer Apsidendrehung, da der Betrag von  $P(L)/P(U)$  im Verein mit der Exzentrizität auf plausible Werte führt, die die Dichteverteilung charakterisieren. Das Nebenminimum ist zu flach, als daß seine Lage einen Entscheid bringen könnte. Mit den obigen Daten

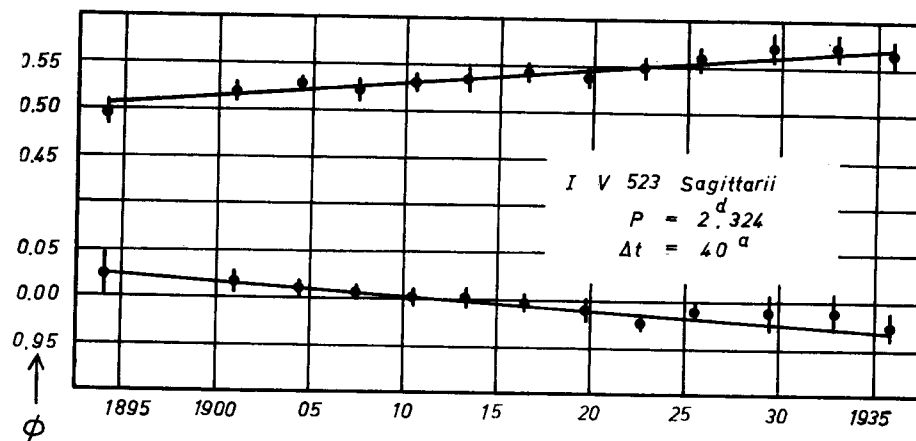


Abb. 10.

müßte es zwischen den Phasen  $0^d 48$  und  $0^d 52$  pendeln, wenn  $t_{Min I}$  die Phase 0.0 zugeordnet bekommt. Somit könnten lichtelektrische Messungen, die aber noch ausstehen, den Entscheid bringen.

Bei der Behandlung der »Lichtzeitbahnen« kommen wir auf diesen Stern nochmals zu sprechen.

Bei UW Lacertae ist der Nachweis, daß die von *Strohmeier* geforderte Apsidendrehung (Z Ap 52. 7, 1961) nicht besteht, leicht zu führen. Für die Berechnung der Phasen der 34 Minima im Epochenbereich 0 bis 4270 benutzt *Strohmeier* Elemente von *Kukarkin* (NNVS 3. 30; 1930), die dieser aus drei Minima aus der Epochenpanne 0 bis 1369 abgeleitet hat; diese Elemente ergeben tatsächlich die beste Darstellung für die drei benutzten Minima. Es ist aber doch keineswegs erwiesen, daß diese Umlaufzeit gleich der anomalistischen ist, die benutzt werden muß, wenn die aus der B—R-Kurve abgeleiteten Größen die Apsidendrehung darstellen sollen. Trotzdem deutet *Strohmeier*, die nach  $n = 2000$  auftretenden Abweichungen als Folge einer Apsidendrehung und gibt für  $P(U)$  den Betrag  $11\ 600n$  (4270n sind beobachtet!) gleich 168 Jahre an. Die weiteren Größen  $e$  und  $\omega$  werden aus der Dauer und der Lage des Nebenminimums bestimmt. Die Grundlagen dieser Bestimmungen sind die l. c. mitgeteilten Lichtkurven. Der Autor gibt die Genauigkeit eines Einzelwertes dieser Lichtkurven mit  $0^m 2$ , die eines Mittelwertes mit  $0^m 1$  an; die Amplitude des Nebenminimums beträgt aber



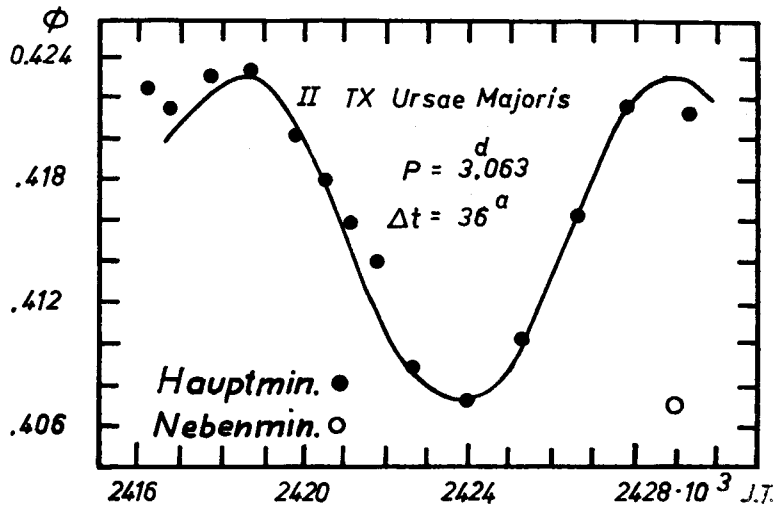


Abb. 11a.

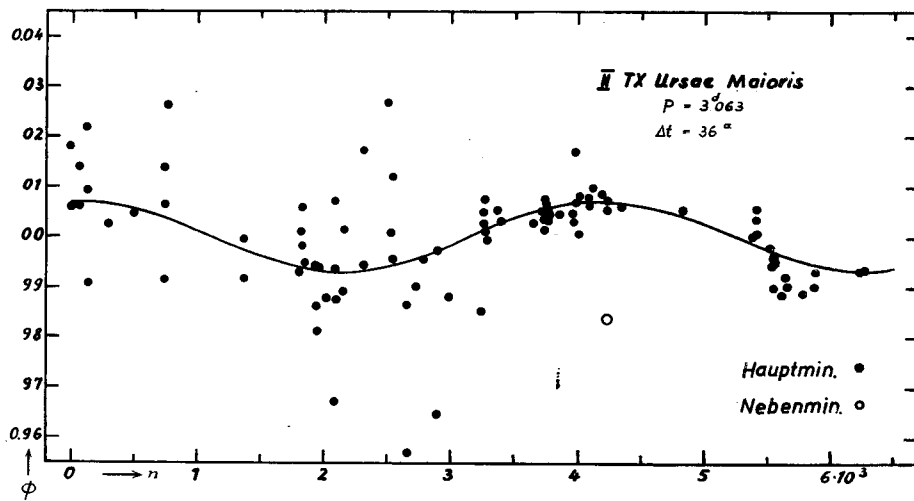


Abb. 11b.

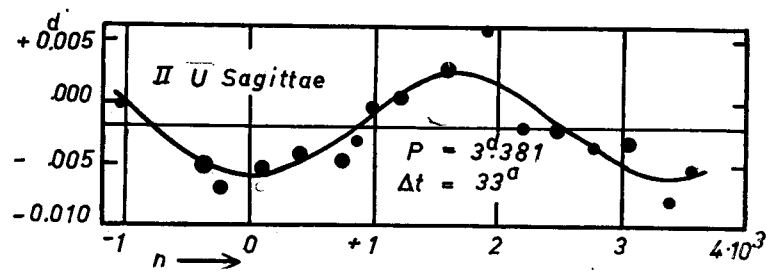


Abb. 12.

nur  $0^m 05$ . Daß diese Bestimmungen zu falschen Ergebnissen führen mußten, sieht man schnell, wenn man mit den l. c. mitgeteilten Größen, die (B—R)-Kurve rechnet, die durch diese Apsidendrehung gefordert wird, und sie dann in das beobachtete (B—R)-Diagramm einzeichnet: siehe Abb. 15. Die vom Autor geforderte Apsidendrehung stellt also die Beobachtung gar nicht dar.\*

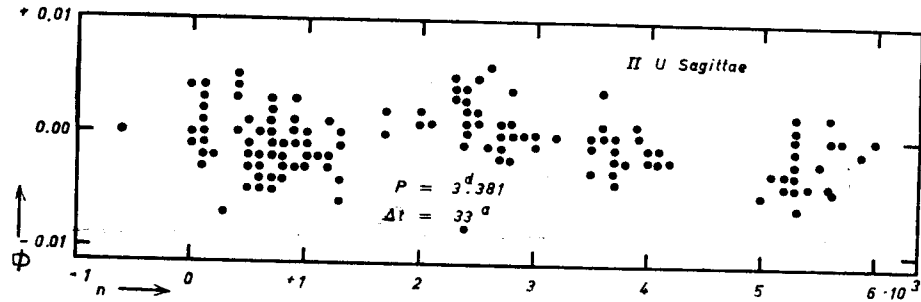


Abb. 13.

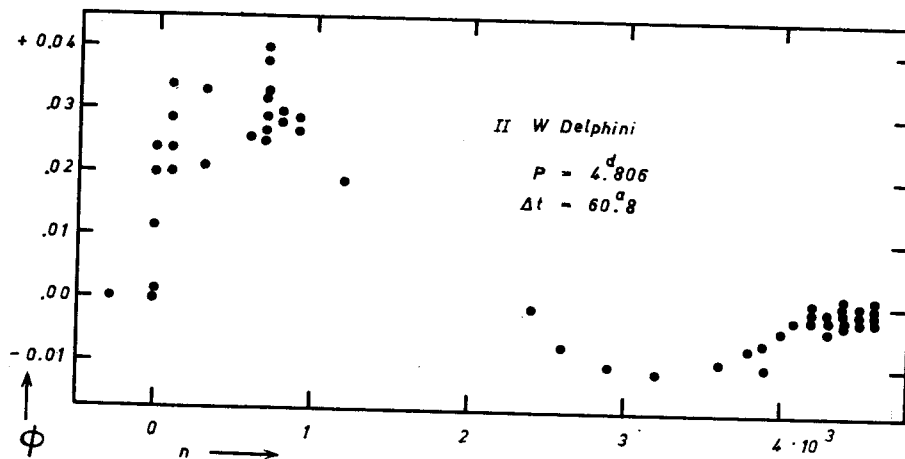


Abb. 14.

Die l. c. angeführten Werte für die Radien und die Massen ordnen den Stern in die Klasse der Halbgetrennten ein; hier ist die Möglichkeit, eine Apsidendrehung zu beobachten, sehr gering.  $P(L) = 5^d 290$ ;  $r_g + r_k = 0.60a$ ,  $r_g = 0.35a$ .

Bei der Behandlung der Sterne, die eine Apsidendrehung aufweisen oder aufweisen sollen, sei noch auf die Objekte hingewiesen, deren Neben-

\* Schließlich sei noch darauf hingewiesen daß  $C$  mit den von *Strohmeier* eingeführten Größen nicht 0.0028, sondern 0.00107 ist, dann aber wird das Verhältnis der Mittelpunktdichte zur mittleren Dichte 800 und nicht 300 betragen — wenn diese Rechnung hier überhaupt sinnvoll wäre.

minima nicht bei der Phase  $0^{\circ}5$  liegen, auch wenn bei diesen Sternen eine Periodenänderung noch nicht nachgewiesen werden konnte. Die beobachtete exzentrische Lage des Nebenminimums kann nur durch die Bewegung in einer elliptischen Bahn verursacht sein; eine Apsidendrehung ist daher möglich.

Beispielsweise ist bei *SS Lacertae*  $t_N - t_H = 0^{\circ}57$ . Es liegen aber viel zu wenige Beobachtungen vor, um über eine Periodenänderung eine Aussage machen zu können. Nach der Form der Lichtkurve zu schließen, gehört der Stern zu den getrennten Systemen (AJ 44. 150; 1935; AN 258.361, 1935).

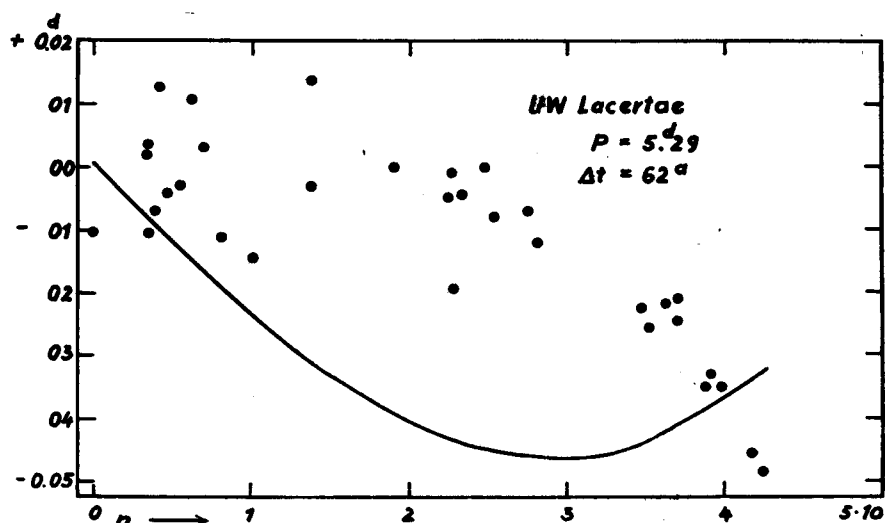


Abb. 15.

Das Nebenminimum des *BV AR Cassiopeiae* liegt bei der Phase  $0^{\circ}63$ . Aus spektroskopischen Beobachtungen wird auf eine Apsidendrehung geschlossen,  $P(U) = 413$  Jahre,  $P(L) = 6^{\circ}067$  (Petrie, AJ 51. 22, 1944). Auch bei diesem Stern fehlen die photometrischen Messungen. *AR Cas* gehört zu den getrennten Systemen;  $r_g + r_k = 0.27$ ;  $r_g = 0.20$ ; Spektrum  $B3 + (A0.5)$ .

Das Nebenminimum des Sterns *DI Herculis* liegt bei der Phase  $0.77$ ! Obwohl die Minima spitz und daher zeitlich sicher zu erfassen sind, konnte *Jacchia* (HB 912.18, 1940) keine Verlagerung der Minima zwischen 1898 und 1939 feststellen. Hier also muß  $P(U)$  sehr groß sein (siehe hiezu die Überlegungen *Rudkjøbings* bezüglich der Beobachtbarkeit einer relativistischen Apsidendrehung, (Ann Aph 22. 111, 1959). *DI Herculis* gehört zu den getrennten Systemen,  $r_g = r_k = 0.06a$ ;  $P(L) = 10^{\circ}550$ ; Spektrum:  $B6 III + B6 III$ . Ähnlich liegen die Verhältnisse bei *KT Centauri*;  $r_g + r_k = 0.1a$ ; also ein getrenntes System; die Nebenminima lagen in den Jahren von 1889 bis 1931 unverändert bei der Phase  $0^{\circ}63$ ;  $P(L) = 4^{\circ}130$ .

Wir fassen zusammen: Es gibt ohne Zweifel *BV* mit sinusförmig verlaufenden PEDs. Die Gegenläufigkeit der Haupt- und der Nebenminima ist wohl nur durch die Drehung der Apsidenlinie zu erklären. Wie die vorliegen-

den Beispiele zeigen, ist diese Erscheinung mit völliger Sicherheit bis jetzt nur bei weitgetrennten Systemen beobachtet worden; weitgetrennte Systeme haben Komponenten mit kleinen relativen Radien, die Komponenten stören sich daher gegenseitig kaum. Da die durch die Apsidendrehung für einen Erdbeobachter verursachte Veränderlichkeit der synodischen Umlaufzeit sicher zu erfassen ist, muß die anomalistische Umlaufzeit sehr konstant sein. Diese Behauptung wird noch bekräftigt durch die Beobachtung der weitgetrennten Bedeckungssterne, wie DI Her und KT Cen, deren Perioden über viele Jahre hin praktisch völlig konstant sind.

Auf das Verhalten der Sterne TX UMA, U Sge und W Del, die zur Klasse der halbgetrennten BV gehören und deren PED auf eine Apsidendrehung hinweisen sollen, kommen wir später nochmals zurück.

### III. LICHTZEITBAHNEN

Bewegt sich ein Bedeckungssystem um eine dritte Komponente und ist die Neigung nicht zu klein, so wird die Periode infolge der Abstandsänderung des Systems von der Sonne (Lichtzeiteffekt) veränderlich erscheinen; Haupt- und Nebenminima verlagern sich dabei gleichsinnig. Bei kreisförmiger Bahn ist das PED sinusförmig, ist sie elliptisch, so tritt eine dementsprechende Deformation des PED ein, die die Exzentrizität und die Lage des Periastrons zu bestimmen gestattet (*J. B. Irwin, ApJ 116. 211; 1952; AJ 64. 149; 1958*).

Wir suchen jetzt nach PEDs, die als Lichtzeiteffekte und damit als Bahnbewegungen gedeutet wurden.

Hier ist zuerst RT Persei zu nennen. Wenn man mit *Scott* (HB 912. 3; 1940) das PED aus den Jahren 1906 bis 1935 zeichnet, so erhält man die in Abb. 16 dargestellte Form, die Scott als Bahn mit  $P(U) = 13\,591^d = 16\,000\,P(L)$  deutet. Er betont die Ungenauigkeit dieser Lösung, die vor allem dadurch verursacht ist, daß der Stern seine Bahn zur Zeit der Berechnung noch nicht vollständig durchlaufen hatte. Ich habe nun die späteren Beobachtungen in das PED eingetragen, Abb. 17. Wie man sieht, kann die von Scott errechnete Bahn nicht existieren, denn die  $\Phi(t)$  der neueren Minimumepochen folgen nicht den Scottschen Elementen. Auch dieses Beispiel lehrt wieder, daß man PEDs erst dann als periodischen Vorgang interpretieren sollte, wenn die Periode mehrmals durchlaufen ist.

RT Per gehört zu den halbgetrennten Systemen;  $r_g + r_k = 0.56a$ ;  $r_g = 0.31a$ ;  $P(L) = 0.849$ ; Spektrum: F2 + (gG4).

Aus den zwischen 1930 und 1960 gelegenen Minimumepochen des Sterns VW Cephel haben *Schmidt* und *Herczeg* (Bonn Veröff 57. 13; 1960) auf eine Lichtzeitbahn geschlossen; die Amplitude ist 0.063, die Umlaufzeit  $P(U) = 29$  Jahre. Eine Bahnellipse mit  $e = 0.45$  und  $\omega = 320^\circ$  stellt die Beobachtungen einigermaßen dar (Abb. 18).

Nach *Payne-Gaposchkins* Untersuchungen (Publ AAS 10.127; 1941; HC 446. 23; 1942) liegen die aus dem Harvard-Material abgeleiteten Minima der Jahre 1890 bis 1940 auf einer Sinuskurve, die sie als Bahnbewegung deutet mit einer Umlaufzeit  $P(U) = 29$  Jahre. Leider sind die Einzelheiten dieser Arbeit nicht veröffentlicht, so daß die Sicherheit nicht beurteilt werden kann; auch ist ein Vergleich der Beobachtungen im Zeitraum 1930 und 1940, in

dem sich die beiden Beobachtungsreihen überlappen, nicht möglich. *Schmidt* und *Herczeg* geben als ungefähre Masse der dritten Komponente  $0.5\odot$  an; da der Stern weder visuell noch im Spektrum sichtbar ist, vermuten die

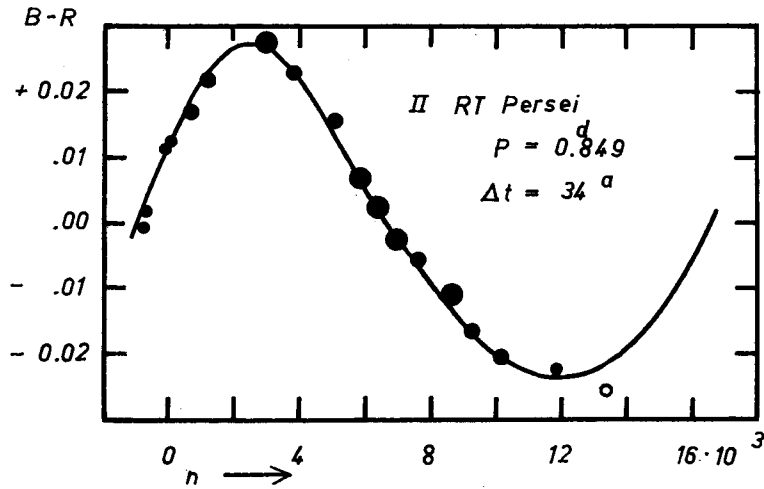


Abb. 16.

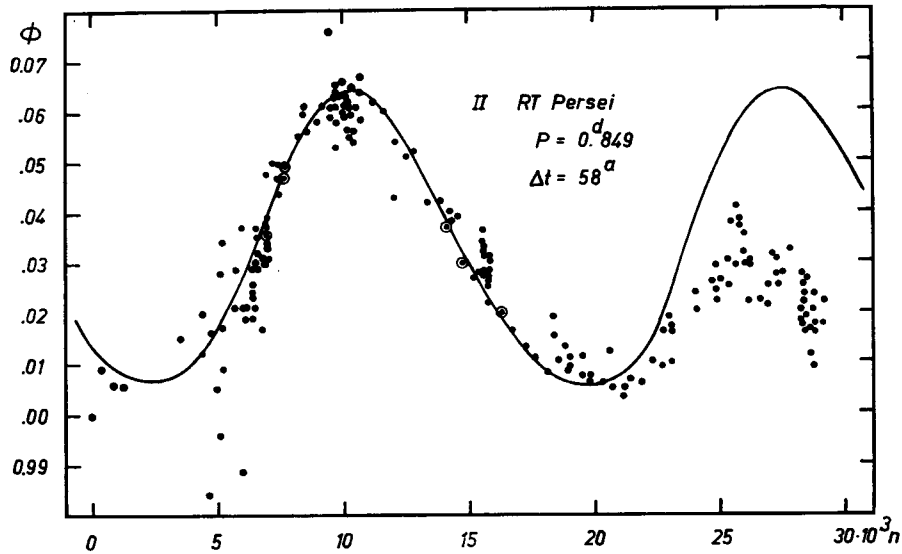


Abb. 17.

Autoren, daß er entweder wieder ein Doppelstern oder ein weißer Zwerg oder ein Unterzwerg ist.

VW Cephei ist ein Kontaktsystem;  $r_g + r_k = 0.76a$ ,  $r_g = 0.48a$ ;  $P(L) = 0.278$ ; Spektrum: K1 + G6.

Da Kontaktsysteme erfahrungsgemäß sehr unruhige Perioden haben, müssen erst zukünftige Beobachtungen die Periodizität der  $\Phi(t)$  erweisen, bevor diese »Bahn« als gesichert angesehen werden kann.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei AK Herculis. Schmidt und Herczeg deuten das von ihnen gezeichnete PED als Bahn mit  $P(U) = 64$  Jahren,  $a_3 \sin i' = 2.4$  AE und  $M_3 = 0.33 \odot$  (ZAp 47. 106; 1959).

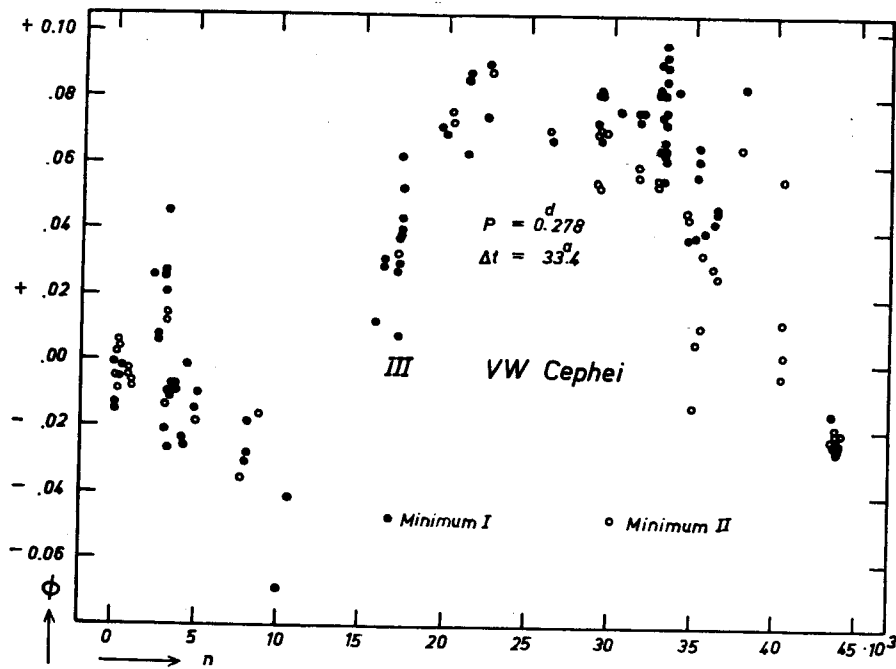


Abb. 18.

AK Her ist mit hoher Wahrscheinlichkeit ein Kontaktsystem,  $P(L) = 0.421$ . Nach einer vorläufigen Bahnbestimmung von Seyfert und Mason (AJ 56. 48; 1951) ist  $r_g + r_k = 0.86a$ ;  $r_g = 0.53a$ ; Spektrum: F2 + F6. Die Komponenten sind natürlich stark deformiert. Massen und Radien des Bedeckungspaares sind aber für eine strenge Klassenzuteilung nicht genau genug bekannt.

Schmidt und Herczeg weisen auf die regellos verlaufenden Änderungen der Lichtkurve hin; sie führen diese Änderungen auf die Instabilität der Hauptkomponente zurück; ferner nehmen sie die Existenz von Gasströmen an. Starke Deformation der Komponenten in Verbindung mit ihrer Instabilität und der Anwesenheit von Gasströmen: diese drei Eigenschaften machen eine azyklische Veränderlichkeit der Periode sehr wahrscheinlich (Siehe auch: Woodward, HC 446; 1942). Auch hier können erst die Beobachtungen der nächsten Jahrzehnte einen Entscheid über die Realität der »Lichtzeitbahn« bringen.

Nach den Kopalschen Kriterien gehört U Ophiuchi ( $r_g + r_k = 0.51a$ ,  $r_g = 0.26a$ ;  $P(L) = 1.677$ ; Spektrum B5 + B6) zu den getrennten Systemen und man sollte eine konstante Periode erwarten. Eine Apsidendrehung oder eine Bahn um einen dritten Körper sollte daher im PED gut wahrnehmbar sein. Tatsächlich zeigen die zwischen  $0 < n < 14\,000$  gelegenen  $\Phi(t)$  nach *Parenago* (VS 7. 102; 1949) eine Welle, die als Bahn gedeutet,  $P(U) = 46$  Jahre und für  $f(M_3) = 0.018 \odot$  (*Kopal*, l. c.) ergibt. Mit  $M_{g,k} =$

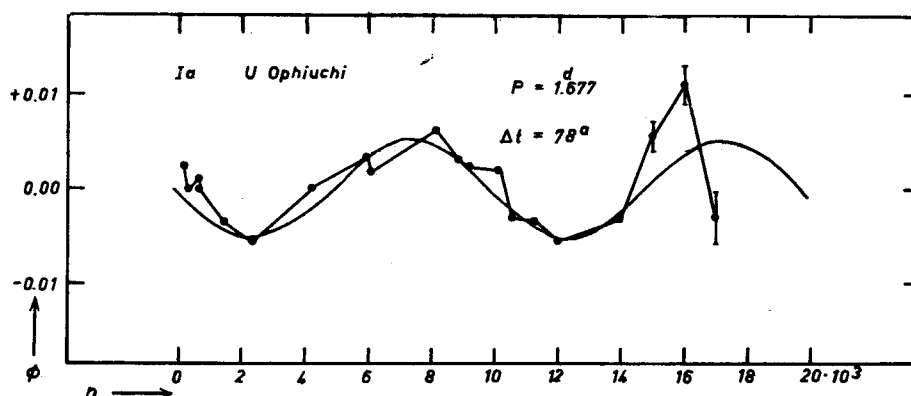


Abb. 19.

$= 10 \odot$ , wird  $M_3$  gleich  $0.6 \odot$ . Es wird, wenn der Stern auf der Hauptreihe liegt,  $M_v = +9.1$  sein, also  $10^m$  schwächer als der Bedeckungsstern und wird daher photometrisch unwirksam bleiben; der hypothetische Stern steht daher nicht im Widerspruch mit den Beobachtungen.

Aber 20 Minimumsepochen, für die  $n > 14\,000$ , ergeben zu drei Normalpunkten vereint,  $\Phi(t)$ , wie sie in die Abb. 19 mit ihren mittleren Streuungen eingezeichnet sind. Diese neuen Beobachtungen lassen starke Zweifel an der Realität der »Bahn« aufkommen. Auch auf diesen Stern kommen wir später nochmals zu sprechen.

In BAC 10. 185 (1959) prüft *Plavec* bei W Delphini (S. S. 16.) auch die Möglichkeit einer Lichtzeitbahn, er verwirft aber diese Deutung, da  $f(M_3) = 344 \odot$  sein soll. Nimmt man für die Massensumme des Bedeckungspaares  $2.54 \odot$  an, dann wird die Masse des dritten Sterns  $344 \odot$  sein: ein sehr unwahrscheinliches Resultat. Hier liegt jedoch ein Versehen vor, da ein Faktor  $10^{-3}$  übersehen wurde; es ist  $f(M_3) = 0.34 \odot$ ; dann ist  $M_3 = 1.9 \odot$ , wenn  $i' = 90^\circ$  gesetzt wird. Mit diesen Daten und der Parallaxe  $0.0016$  wird der Abstand des dritten Sterns von W Delphini eine Bogensekunde betragen. Dann aber hätte der Stern längst gesehen werden müssen, denn die scheinbare Helligkeit wird rund  $10^m$  sein. Also auch mit diesen Daten ist die Deutung des PED als Folge einer Bahnbewegung nicht sehr wahrscheinlich. W Del gehört zu den halbgetrennten Systemen;  $r_g + r_k = 0.40a$ ,  $r_g = 0.25a$ ;  $P(L) = 4.806$ ; Spektrum: A0 + (gK0). Auch hier müssen erst die Beobachtungen der folgenden Jahre die Periodizität der Periodenänderung erweisen.

Die Phasen der Minima von RZ Cassiopeiae haben *de Sitter* (BAN 7. 118; 1933), *S. Gaposchkin* und *Erro* (HB 912. 12; 1940), *Parenago*

(VS 9. 125; 1952) und *Huffer* (AJ 54. 129; 1949) untersucht. Die Interpretation, der in Abb. 20 dargestellten Kurve, die bis 1936 reicht, ist uneinheitlich: de Sitter deutet sie als Lichtzeit mit  $P(U) = 18$  Jahren, Gaposchkin und Erro deuten sie als Folge einer Apsidendrehung mit  $P(U) = 18.6$  Jahren. Parenago jedoch, der ein bis 1952 reichendes Beobachtungsmaterial unter-

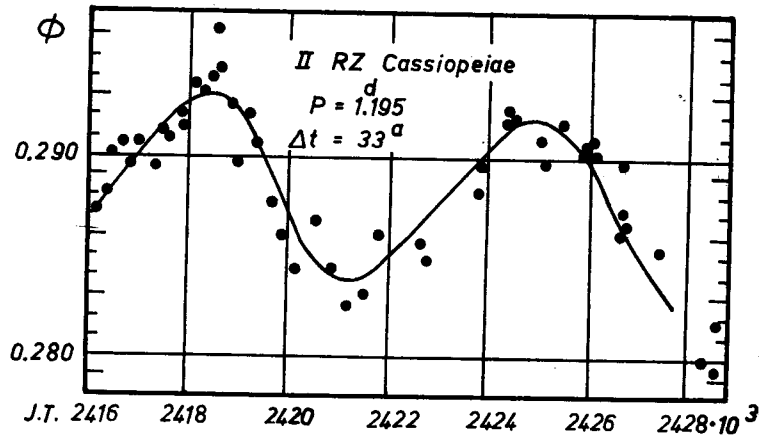


Abb. 20.

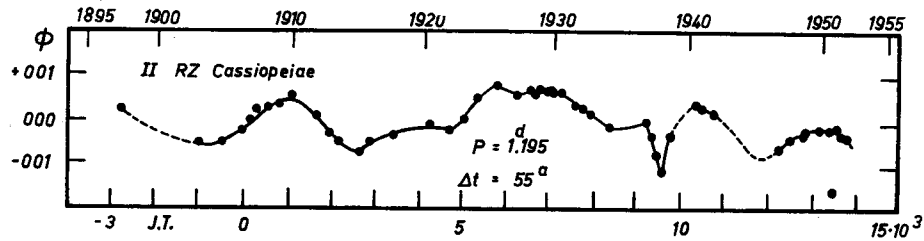


Abb. 21.

sucht, kann die von den drei genannten Autoren gefundene Doppelwelle nur ungefähr bestätigen (Abb. 21), aber in den nach 1936 folgenden Jahren wiederholt sich die Welle nicht, die Periodenänderung muß als unperiodisch bezeichnet werden.

RZ Cas gehört zu den halbgetrennten Systemen;  $P(L) = 1^d 195$ ;  $r_g + r_k = 0.525a$ ,  $r_g = 0.28a$ ; Spektrum: A0 + (gG1).

Aus diesem Stern erfahren wir, daß selbst ein zweimaliges Durchlaufen einer »Welle« noch kein Beweis für die tatsächliche Existenz einer Periodizität zu sein braucht, vor allem dann nicht, wenn es sich um ein System der Klassen II oder III handelt.

Wenn man von Bedeckungsveränderlichen mit veränderlichen Perioden spricht, dann muß natürlich das klassische Beispiel  $\beta$  Persei erwähnt werden; nur ist es fraglich, ob man ihn bei den Objekten mit Apsidendrehung



oder bei den Sternen mit Lichtzeitbahnen behandeln soll, denn seine Periodenungleichheiten hat man mittels beider Phänomene zu deuten versucht.

Die letzte zusammenfassende Arbeit über die Perioden bei Algol haben *Kopal* und seine Mitarbeiter veröffentlicht (Jodrell Banks Annals 1. 374; 1960). Danach sind die hauptsächlichsten in der Periode auftretenden Ungleichheiten gekennzeichnet durch die im folgenden aufgeführten Daten:

1.  $P(U) = 175.5$  Jahre      Amplitude =  $3^{\text{a}}3$
2.  $P(U) = 32$  Jahre      Amplitude =  $13^{\text{m}}25$
3.  $P(U) = 1.87$  Jahre      Amplitude =  $4^{\text{m}}3$ .

Hier wird die dritte Ungleichheit als Bahnbewegung gedeutet; sie wurde von *McLaughlin* (Michigan Publ 6., 3; 1934) auf spektrographischem Wege gefunden; wegen ihrer kleinen Amplitude von 4.3 Minuten ist sie im PED nicht zu sehen.

Die zweite Ungleichheit wird einer Apsidendrehung im Bedeckungspaar zugeschrieben. Nach *Kopals* theoretischen Überlegungen ist diese Annahme mit der Bahnexzentrizität, mit der beobachteten Lage des Nebenminimums und mit dem Aufbau der Sterne durchaus vereinbar. Der Ablauf der zweiten Ungleichheit ist in fünf aufeinanderfolgenden Erscheinungen durch Beobachtungen belegt, so daß an seiner periodischen Natur anscheinend nicht gezweifelt werden kann. Ihre Deutung aber als Apsidendrehung beruht nur auf theoretischen Überlegungen; der Beweis durch eine langjährige Beobachtung der Lage des Nebenminimums steht noch aus!

Auch über den Ursprung der großen Ungleichheit ist heute eine Aussage noch nicht möglich. Sie kann keine Bahnbewegung sein. Setzen wir für  $\mathcal{M}_{BV+3} = 7 \odot$ ,  $i' = 80^\circ$ ,  $\Delta = 0^{\text{d}}1375$ ,  $\alpha = 0^{\circ}0161$ ,  $P(U) = 175.5$  Jahre (die letzten drei Werte nach *Kopal*) und für die Parallaxe  $p = 0^{\circ}0418$  (*Strand* u. a. AJ 55. 251, 1950), so wird  $a_4 = 173.27\Delta = 23.8$  AE oder die Distanz zum Systemschwerpunkt  $d_4 = 23.8$  AE, das entspricht einem Winkelabstand gleich  $1^{\circ}0$ .

Aus der Massenfunktion  $f(\mathcal{M}) = 0.42 \odot$  erhalten wir für  $\mathcal{M}_4 = 3.6 \odot$ . Damit wird  $a_{BV+3} + a_4 = 70$  AE. Der sphärische Abstand zwischen Algol und der 4. Komponente ist dann  $3''$ ! Eine Komponente mit diesen Eigenschaften ( $\mathcal{M} = 3.6 \odot$ ; Distanz =  $3''$ ) hätte längst entdeckt werden müssen.

Die große Ungleichheit kann keine Apsidendrehung zur Ursache haben: Aus  $\Delta = 0^{\text{d}}1375$  erhalten wir für  $e$  den nicht kleinen Wert 0.15. Hält man das Hauptminimum bei der Phase 0.00 fest, dann wandert das Nebenminimum zwischen den Phasen  $0^{\text{p}}40$  und 0.60; ein so großer Betrag ist, obwohl das Nebenminimum flach ist, mit den Beobachtungen nicht vereinbar.

Für eine weitere Untersuchung der großen Ungleichheit habe ich die wertvolle Zusammenstellung der Minima von *Kopal* bis zur Gegenwart ergänzt, und mit den Elementen

$$\Phi(t) = (t_n - 237\,2238.351) 0^{\text{d}}1348\,758\,701\,69 - n$$

die Phasen aller Minima gerechnet und in Abb. 22 dargestellt. Bei der Betrachtung dieser Abbildung sieht man meines Erachtens sogleich, daß die große Ungleichheit kein periodischer, zumindest kein einfacher periodischer Vorgang ist. Es hat doch vielmehr den Anschein, daß die Grundzüge dieser Ungleichheit viel besser durch einen aus drei Geraden bestehenden Polygonzug dargestellt werden können: die erste Gerade erstreckt sich von  $n = 0$  bis

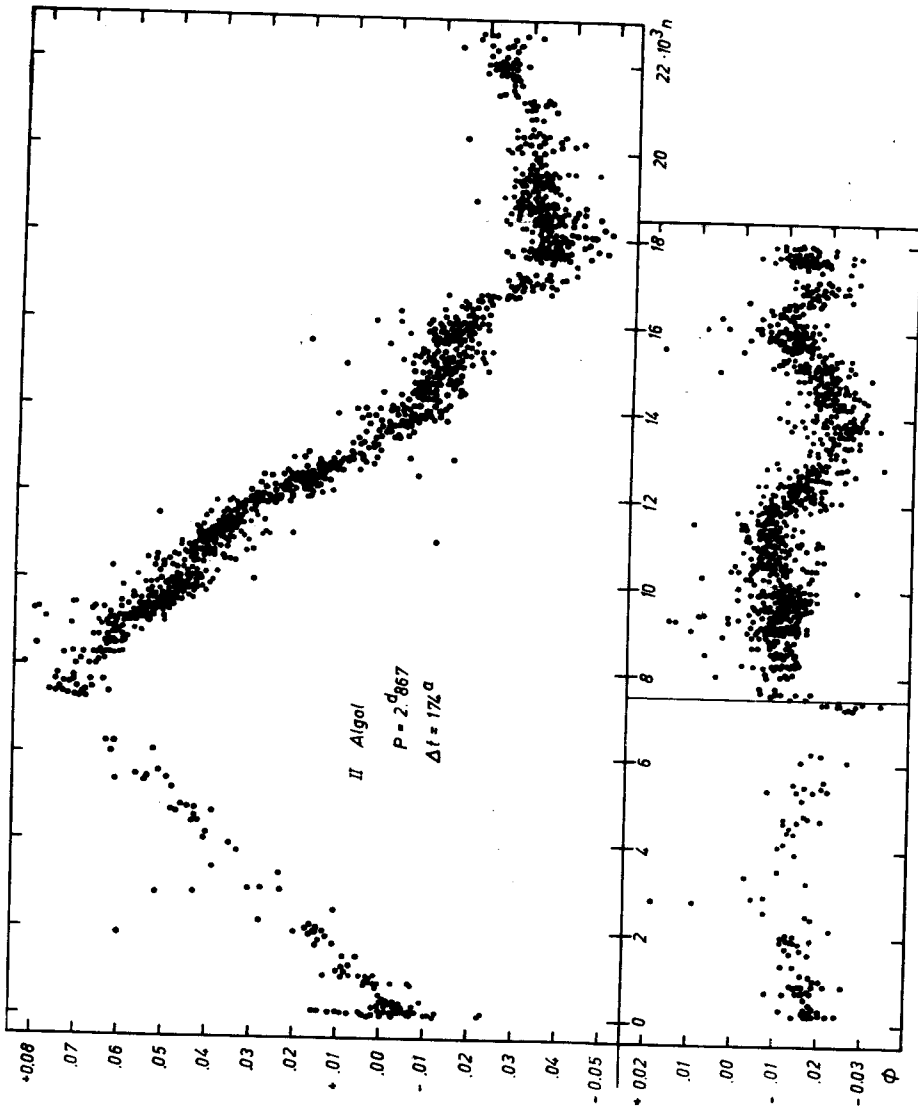


Abb. 22.

$n = 7490$ ; die zweite Gerade von  $n = 7490$  bis  $n = 18\,034$ , dem Anfang der dritten Gerade, deren Ende noch nicht erreicht ist. Diese letzte Gerade hat eine merklich geringere Neigung als die erste und deutet schon durch diesen Umstand daraufhin, daß die »Sinuskurve« sich nicht wiederholen wird.

Um das Verhalten der Phasen zu untersuchen, wenn die große Ungleichheit durch einen Polygonzug angenähert wird, wurde mit den linearen Elementen

$$\Phi(t) = (t_n - 237\,8927.8259) \cdot 0.4^{-1} \cdot 348\,755\,20 - n$$

und

$$\Phi(t) = (t_n - 239\,9974.1070) \cdot 0.4^{-1} \cdot 348\,762\,26 - n$$

für die oben angegebenen Grenzen in  $n$  die Minimumphasen  $\Phi(t)$  gerechnet und in den unteren Teil der Abb. 22 eingetragen. Die nun verbleibenden Reste lassen die 2. Ungleichheit erkennen, aber nirgends erkennt man Reste, die entstehen müßten, wenn man die Äste einer Sinuskurve durch zwei Gerade ersetzt. Es sei aber nicht verschwiegen, daß für diese Behauptung ein Beweis noch numerisch zu erbringen ist.

In einer späteren Arbeit wird noch zu prüfen sein, wie sich die zweite Ungleichheit verhält, wenn man die große Ungleichheit durch einen Polygonzug darstellt.

Wir schließen also, daß die große Ungleichheit kein periodischer Vorgang ist, sondern durch plötzliche Periodenänderungen hervorgerufen wird. Zwei derartige Periodenänderungen sind beobachtet: 1840 und 1924. Von der Entdeckung des Lichtwechsels bei Algol bis 1840 betrug die Periode  $2^d 867\,341$ , von da bis 1924:  $2^d 867\,283$ ; sie hat sich also 1840 um 5 Sekunden verkürzt. 1924 trat wieder eine Verlängerung ein, diese zur Zeit gültige Periode ist aber kürzer als die vor 1840 bestehende, sie ist nämlich etwa  $2^d 867\,32$ .

Algol gehört zu den halbgetrennten Systemen, es ist  $r_g + r_k = 0.466a$ ;  $r_g = 0.24a$ ; Spektrum: B8 + (gK0).

Überblicken wir nochmals die Sterne, die einen Lichtzeiteffekt im PED aufzeigen sollen, so müssen wir feststellen, daß wir kein PED gefunden haben, das uns zur Annahme einer Bahnbewegung um einen dritten Körper zwingt. Erinnern wir uns an U-Ophiuchi: Obwohl anscheinend die Bahn bereits zweimal durchlaufen war, hat sich die Kurve im PED beim dritten »Umlauf« nicht wiederholt. Auch bei RT Persei wiederholte sich die Kurve nicht und auch nicht bei den übrigen aufgeführten Sternen. Ob VW Cephei tatsächlich eine Ausnahme bildet, können mit Heranziehen der alten Harvardbeobachtungen erst neue Beobachtungen in den nächsten Jahren entscheiden.

Bei der Beurteilung der Realität der Lichtzeitbahnen sollte auch den Massen der dritten Komponente eine besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden. Bestimmt man aus den Konstanten  $\Delta$  und  $a$ , die die Amplitude und Dauer der als Bahnbewegung gedeuteten Sinuskurve der Phasen  $t_{Min}$  darstellen, die Massenfunktion  $f(M_3)$  und aus ihr mit der bekannten Massensumme des Bedeckungspaares die Masse des dritten Sterns, so stehen diese Bestimmungen fast immer im Widerspruch mit den Beobachtungen. Man erinnere sich der Sterne Y Cam, oder VW Cep oder W Del.

Betrachtet man die PED unvoreingenommen, so erkennt man, daß diese fast immer unperiodisch, unregelmäßig verlaufen. Sie können nicht durch eingliedrige trigonometrische Reihen dargestellt werden. Bei manchen Sternen sind Polygonzüge die adäquate Darstellung.

Zur Erhärtung dieser Behauptung werden im nächsten Abschnitt die PED weiterer BV behandelt, die vornehmlich der Klasse der halbgetrennten Systeme angehören.

In Abb. 23 sind die Phasen der Minima von *Y Camelopardalis* aufgetragen; die eingezeichnete Sinuslinie

$$\Phi_n = 0^{\circ}1215 \sin(0^{\circ}0543 n + 186^{\circ}8)$$

ist von Szczepanowska (AAb 2. 147; 1955) abgeleitet. Bemerkungen über die Ursache der Veränderlichkeit der Periode werden nicht mitgeteilt. Die Dar-

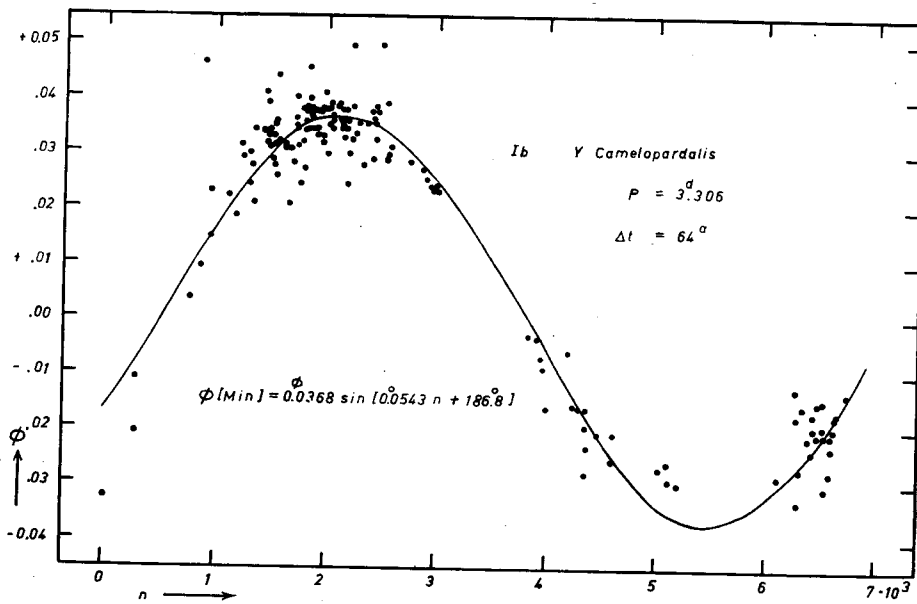


Abb. 23.

stellung ist nicht schlecht, wenn auch die Reste gegen diese Kurve nicht ganz zufällig verteilt zu sein scheinen. Die Kurve ist aber erst einmal durchlaufen!

Ist nun das PED durch eine Drehung der Apsidenlinie entstanden, dann erhalten wir für  $e$  den großen Betrag 0.12 und die Phasen des Nebenminimums müßten zwischen  $0^{\circ}43$  und  $0^{\circ}57$  liegen, wenn das Hauptminimum die Phase 0.0 zugeordnet bekommt. Das Nebenminimum ist zwar flach, aber ad hoc angestellte Beobachtungen sollten leicht den Entscheid bringen, ob eine Apsidendrehung stattfindet, denn eine Deutung als »Bahn« ist nicht möglich! Es wird nämlich mit  $a_3 \sin i' = 21.05 \text{ AE} \sin i'$ ,  $i = i' = 85^{\circ}$  und  $P(\bar{U}) = 60.0$  Jahre, die Massenfunktion  $f(M_3) = 2.56 \odot$  und damit  $M_3 = 5.61 \odot$ , wenn  $M_{BV} = 2.68 \odot$  gesetzt wird. Diese dritte Komponente wäre also 1 bis  $2^m$  heller als die helle Komponente im Bedeckungspaar und von ihr  $0^{\circ}03$  (Parallaxe =  $0^{\circ}00087$ ) entfernt: ein völlig unmögliches Resultat.

*Y Cam* ist ein getrenntes System mit einer Nebenkompente, deren Radius für einen Hauptreihenstern schon zu groß ist, die aber die Rochesche

Grenzfigur noch nicht ausfüllt.  $r_g + r_k = 0,46a$ ;  $r_g = 0,23$ ;  $P(L) = 3^d 3055$ ; Spektrum: A7 + (gK1).

Für die Lage der  $\Phi(t)$  im PED von SV Camelopardalis hat R. Sommer (AN 283. 155; 1956) die Formel angegeben:

$$\Phi(n) = 0^d 0108 \sin (0^{\circ} 01017 n + 132^{\circ} 7);$$

somit ist  $P(U) = 57,7$  Jahre. Die Periode der Ungleichheit ist einmal durchlaufen. Eine Deutung der Periodenänderung ist nicht gegeben.

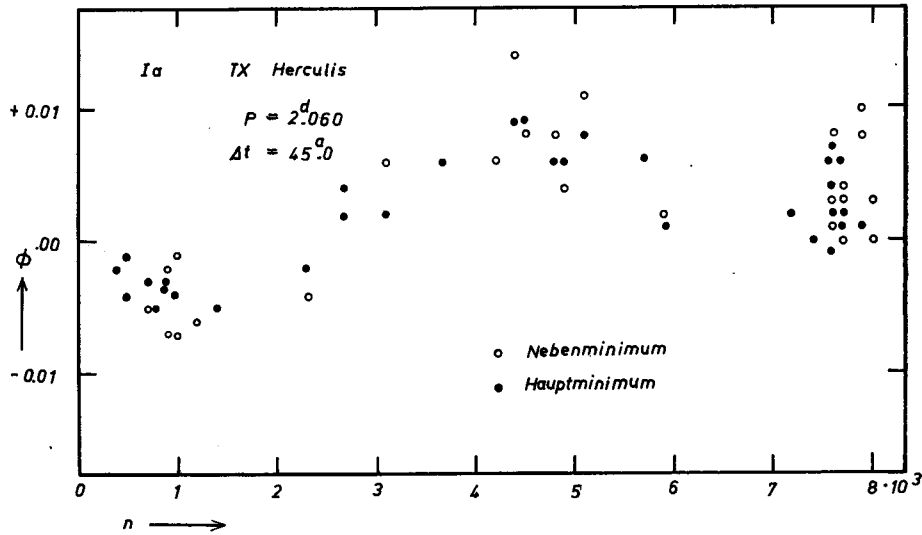


Abb. 24.

Van Woerden (Leiden Ann 21, 1; 1957) hat auf grund eines sehr viel umfangreicheren Materials (lichtelektrische Beobachtungen) den Stern sehr eingehend untersucht. Nach diesen Untersuchungen handelt es sich um ein Objekt mit merklich deformierten und relativ großen Komponenten ( $r_g + r_k = 0,67a$ ;  $r_g = 0,41a$ ;  $P(L) = 0^d 593$ ; Phase des Nebenminimums  $0^{\circ} 5$ ). Durch diese Arbeit wird die Veränderlichkeit der Periode bestätigt, aber diese Periodenveränderungen verlaufen nicht periodisch, denn die Eintrittszeiten lichtelektrisch bestimmter Minima, die Sommer nicht zugänglich waren, weichen beträchtlich von der oben angegebenen Formel ab.

TX Herculis, getrenntes System;  $r_g + r_k = 0,31a$ ,  $r_g = 0,16a$ ;  $P(L) = 2^d 060$ ; Spektrum: A5 + (F1). Die Komponenten sind anscheinend kugelförmig und gleich groß, die relativen Radien sind klein. Das alles sind Voraussetzungen für eine konstante Periode, und daher sollte eine Apsidendrehung oder ein Lichtzeiteffekt als zusätzliche und gesetzmäßige Änderung der Periode gut zu beobachten sein. Das Verhalten der  $\Phi(t)$  zeigt Abb. 24; zu einem fast gleichen Resultat kommt Bozula (VS 11. 39; 1956). Aus der beobachteten Welle liest man  $\Delta = 0^d 02$ ;  $P(U) = 31$  Jahre ab. Bozula deutet die Kurve als Bahnbewegung; dann erhält man mit den obigen Daten und  $\mathfrak{M}_{BV} = 3,9 \odot$  für  $\mathfrak{M}_s$  den Wert  $1 \odot$ ; der Abstand BV —  $\mathfrak{M}_s$  wird mit  $p =$

$= 0^{\text{m}}0046$  gleich  $0^{\text{m}}078$ ; diese Resultate stehen nicht im Widerspruch zu den Beobachtungen, denn, wenn die absolute Helligkeit von TX Her gleich  $+1^{\text{m}}5$  und die des dritten Sterns gleich  $+4^{\text{m}}7$  gesetzt wird, wird sich die Gesamthelligkeit um weniger als  $0^{\text{m}}01$  ändern. Ist die Welle aber durch eine Apsidendrehung verursacht, dann wird  $e = 0.03$ , und das Nebenminimum pendelt zwischen den Phasen  $0^{\text{f}}48$  und  $0^{\text{f}}52$ . Die Minima dieses getrennten Systems sollten unter steter Kontrolle gehalten werden, da es hier aussichtsreich erscheint, eine gesetzmäßige Periodenänderung zu finden.

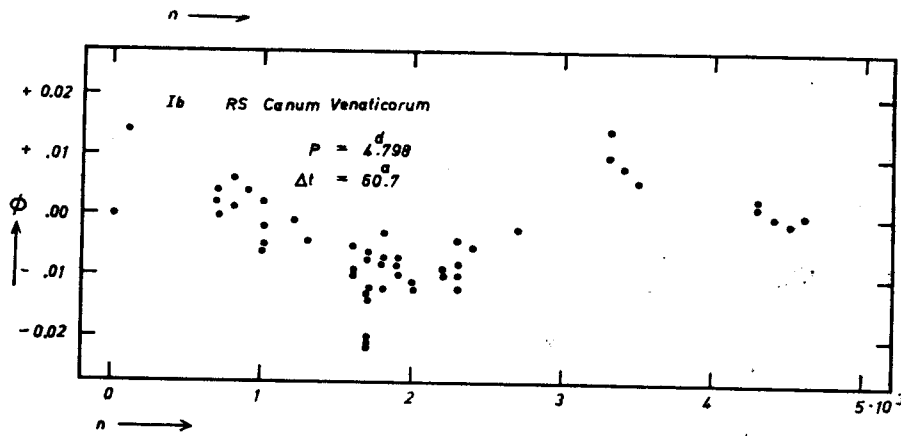


Abb. 25.

RS Canum Venaticorum (Abb. 25). Nach *Kopal* getrenntes System, aber bereits Ib (siehe Y Cam).  $r_g + r_k = 0.37a$ ;  $r_g = 0.28a$ ; Spektrum: F4 + (gK5);  $P(L) = 4^{\text{d}}798$ . Die Komponenten sind deformiert. Die hier beobachtete Periodenänderung ist oft untersucht worden, zuletzt von *Plavec* (BAC 10. 195, 1959; 11. 148; 1960). Der Autor hält schließlich eine Apsidendrehung für möglich. Solange aber diese Behauptung nicht durch die Verlagerung des Nebenminimum erwiesen ist, ist es meines Erachtens angebrachter, die Periodenänderung als unperiodisch zu betrachten. Wahrscheinlich steht dieser Stern mit seinen sehr ungleichen Komponenten der Klasse II näher als der Klasse Ia.

X Trianguli. Halbgetrenntes System;  $r_g + r_k = 0.61a$ ,  $r_g = 0.33a$ ;  $P(L) = 0^{\text{d}}972$ ; Spektrum: A3 + (gG4). Bei oberflächlicher Betrachtung des Diagramms Abb. 26 könnte man an einen periodischen Vorgang denken:  $P(U) = 10\,000 P(L)$ . Eine eingehende Untersuchung G. A. Langes (VS 11. 453; 1958) zeigt aber deutlich, daß in den  $\Phi(t)$  keine Periodizität steckt. Diese ist bei einem halbgetrennten System auch gar nicht zu erwarten.

RW Tauri (Abb. 27). Halbgetrenntes System;  $r_g + r_k = 0.40a$ ;  $r_g = 0.23a$ ;  $P(L) = 2^{\text{d}}769$ ; Spektrum: B9 + (gK1). In der Lichtkurve ist eine schwache Elliptizität der Komponenten angedeutet. Die Form des PED hat Grant (ApJ 129. 62; 1959) veranlaßt, eine Bahn um einen dritten Körper anzunehmen. Hat das Bedeckungspaar 3.1 Sonnenmassen, dann muß die dritte Komponente  $2.2 \odot$  haben, wenn  $i' = 90^\circ$  angenommen wird. Dies ist ein photometrisch nicht sehr wahrscheinliches Modell.

Plavec weist mit Recht daraufhin (Prag Acad Publ 16, 1960), daß der absteigende Ast (etwa ab  $n = 4300$ ) kein Teil einer irgendwie gearteten Sinuskurve ist, sondern sehr exakt durch eine Gerade dargestellt werden kann.

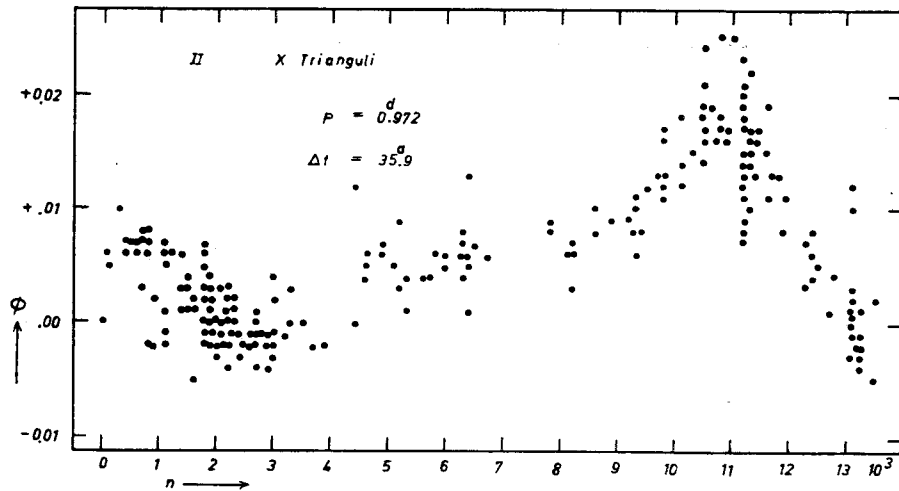


Abb. 26.

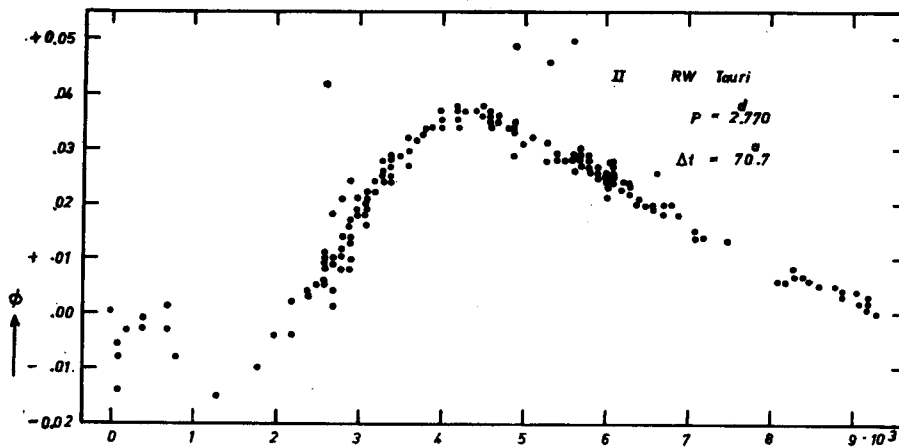


Abb. 27.

Ein Vergleich unserer Abb. 27 oder der Grants (l. c.) mit der Abb. 1 von Plavec (l. c.) zeigt hier deutlich, wie wichtig für eine stichhaltige Interpretation eines PEDs die richtige Wahl von  $t_0$  und  $P(L)$  ist (vergleiche hierzu UW Lac, S. 16, 19). RW Tauri ist neben Algol und anderen Bedeckungsveränderlichen ein typisches Beispiel für plötzliche Periodenänderungen; vor und nach diesen

Änderungen sind die Perioden praktisch konstant; die Zeitdauer der Periodenänderung ist kurz im Vergleich zur Gültigkeitsdauer der konstanten Perioden.

R Canis Maioris. Halbgetrenntes System;  $r_g + r_k = 0.53a$ ,  $r_g = 0.28a$ ;  $P(L) = 1^d136$ ; Spektrum: F0 + (gG9). Die Veränderlichkeit der Periode ist seitlangem bekannt. Zuletzt wurde sie von R. H. Koch (AJ 65. 326; 1960) untersucht. Das l. c. gezeigte (B—R)-Diagramm deckt sich in der Form mit unserer Abb. 28. Koch sagt: . . .and can presently be represented either by two more or less straight lines or by a sine curve with a semi-amplitude

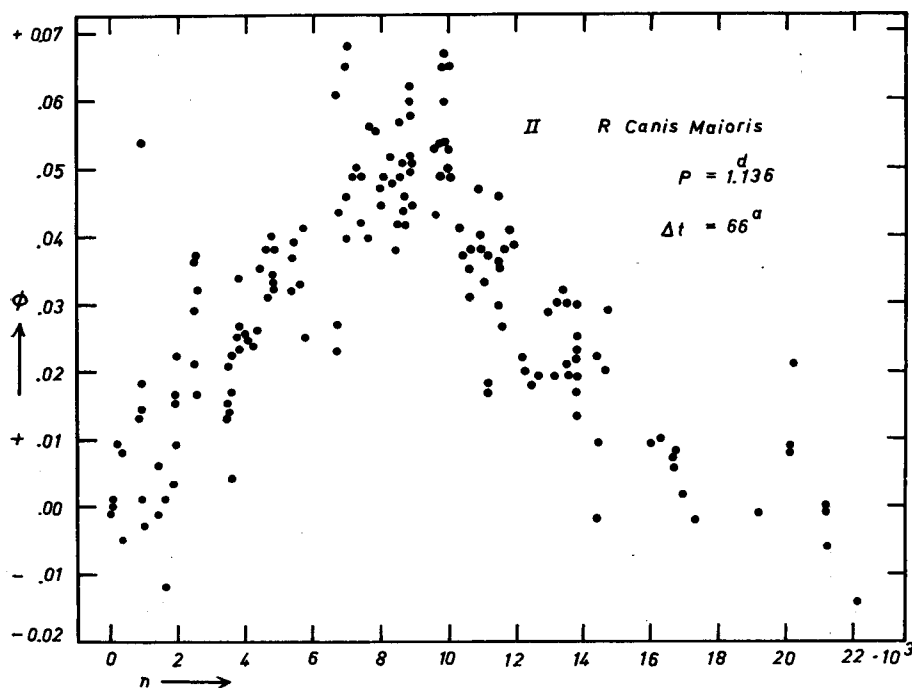


Abb. 28.

of  $0^d032$ . When observed, secondary eclipse has always been located at the half-period point, and the absorption lines from a third body have never been detected. The period is probably intrinsically variable.

Auch R CMa ist ein typisches Beispiel für einen Stern mit plötzlichem Periodenwechsel, die Periode selbst bleibt aber zwischen den Wechseln mehr oder weniger konstant.

Y Leonis (Abb. 29). Mit Benutzung der Daten in ASP 30. 345; 1918; BAN 6. 29; 1930; ApJ 102. 114; 1945; 121. 71; 1954; 131. 127; 1960 und Ann Aph 19. 303; 1956 erhält man  $C_1 > C_0$ ,  $C_2 = C_0$ . Y Leo ist also ein halbgetrenntes System,  $r_g + r_k = 0.55a$ ;  $r_g = 0.30a$ ;  $P(L) = 1^d686$ ; Spektrum: A3 + (K). Auch hier beobachtet man eine plötzliche Periodenänderung; vor und nach der Änderung ist die Periode praktisch konstant. Das Verhalten der Periode ist also typisch für halbgetrennte Systeme.



AR Lacertae (Abb. 30). Getrenntes System, jedoch bereits Übergang zu den halbgetrennten: Ib.  $r_g + r_k = 0.48a$ ;  $r_g = 0.31a$ ;  $P(L) = 1^d983$ ; Spektrum: G5 + gK0. Auch hier zwingt die Lage der Minimumphasen nicht zur Annahme einer Sinuskurve; eine adäquate Darstellung wird durch zwei Gerade erreicht.

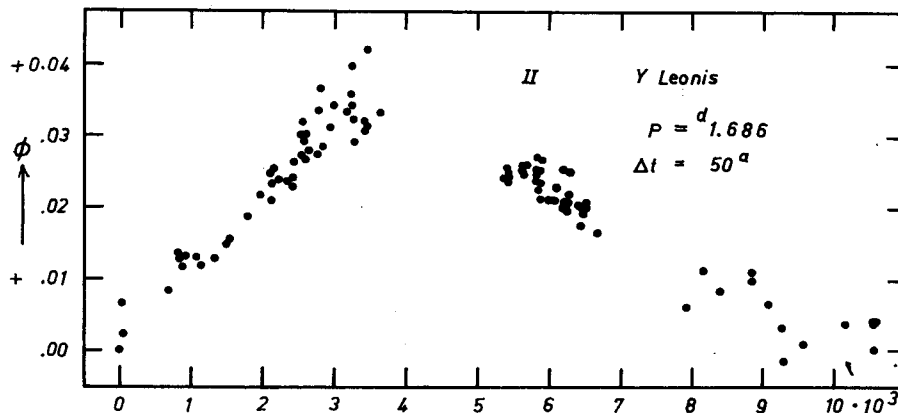


Abb. 29.

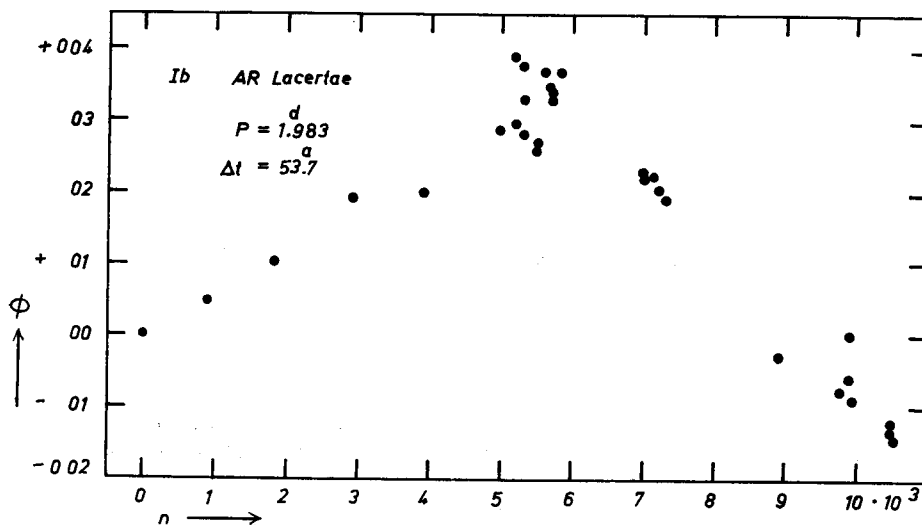


Abb. 30.

XZ Andromeda (Abb. 31). Halbgetrenntes System;  $r_g + r_k = 0.67a$ ,  $r_g = 0.34a$ ;  $P(L) = 1^d357$ ; Spektrum: A0 + (gG1). Das Verhalten der Minimumphasen läßt eine mehrmalige größere Periodenänderung erkennen. Da die Punkte zwischen den Knickstellen an manchen Stellen nicht durch eine Gerade darstellbar sind (z. B. zwischen  $n = 8500$  und  $n = 12\ 200$ ),

muß hier eine mehr oder weniger stetig veränderliche Periode angenommen werden. Eine Gesetzmäßigkeit für die gesamte Periodenänderung kann meines Erachtens aus diesem Diagramm nicht abgelesen werden (*Odinskaja* und *Ustinov*, AC 116. 18; 1951; VS 8. 264; 1952).

U Cephæi (Abb. 32). Halbgetrenntes System;  $r_g + r_k = 0.50a$ ,  $r_g = 0.31a$ ;  $P(L) = 2^d 493$ ; Spektrum: B8 + gG8. Zu diesem Diagramm sagt *Kopal*: The orbital period of U Cephæi exhibits complicated fluctuations, of

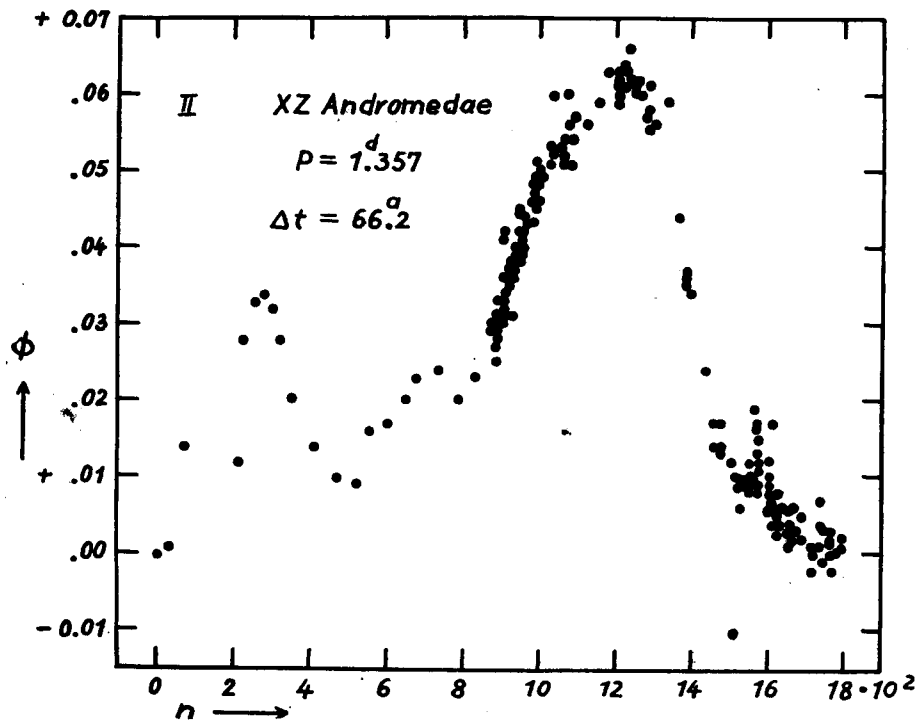


Abb. 31.

acyclic nature, ... Wahrscheinlich ist auch hier die Periode zwischen den Knickstellen praktisch konstant; aber das Diagramm zeigt, daß neben Periodenänderungen auch Epochensprünge vorkommen, das heißt, eine an sich konstante Periode wird nur kurzfristig durch eine Periode merklich anderer Länge unterbrochen, wie beispielsweise bei  $n = 4250$ .

Abschließend seien einige Sterne aufgeführt, die im Beobachtungszeitraum offensichtlich konstante Perioden hatten.

SZ Camelopardalis (Abb. 33). Getrenntes System Ia;  $r_g + r_k = 0.61a$ ,  $r_g = 0.43a$ ;  $P(L) = 2^d 698$ ; Spektrum: O9.5 + (B2). Die Periode war über einen Zeitraum von 6 Jahren anscheinend konstant.

Z Vulpeculae (Abb. 34). *Kopal* rechnet den Stern zu den halbgetrennten Systemen,  $r_g + r_k = 0.56a$ ;  $r_g = 0.30a$ ;  $P(L) = 2^d 455$ ; Spektrum: B3 + (A0). Die Komponenten sind bereits merklich deformiert. Die beobach-

teten Minimumphasen erstrecken sich über einen Zeitraum von 55 Jahren; aus ihnen muß geschlossen werden, daß die Periode in diesem Zeitraum praktisch konstant war.

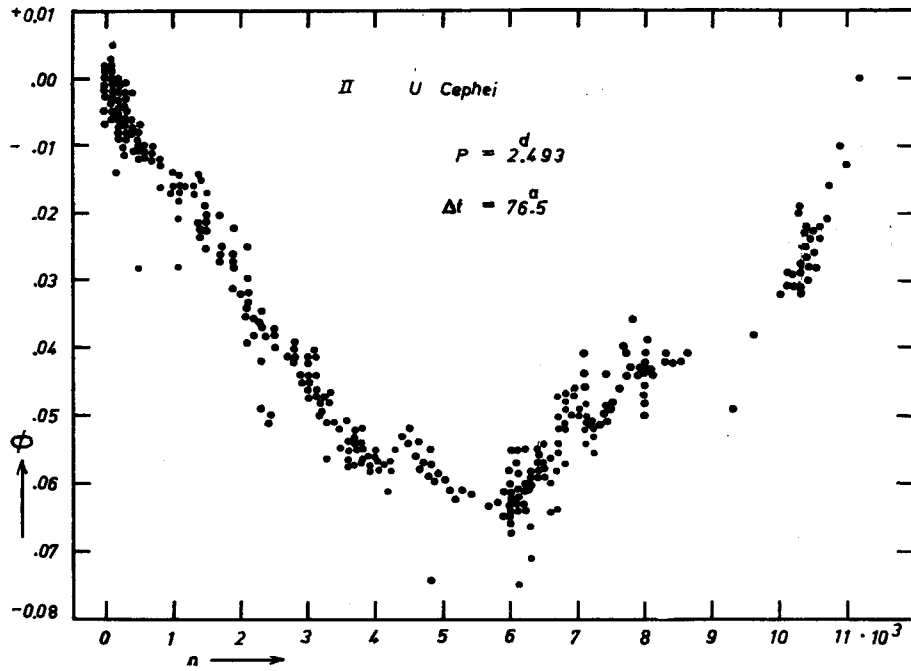


Abb. 32.

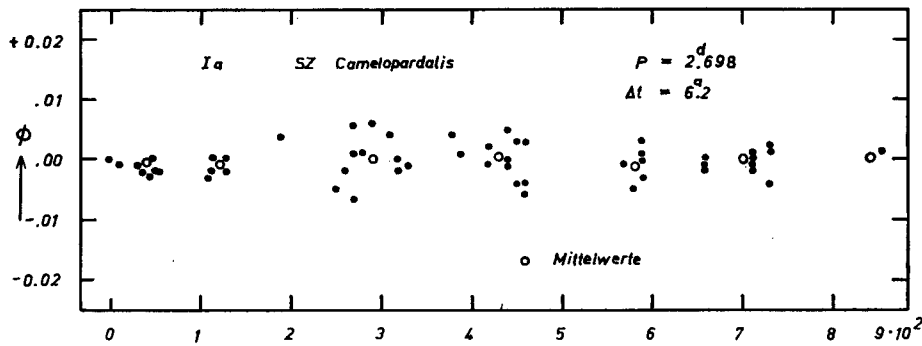


Abb. 33.

TV Cassiopeiae (Abb. 35). Der Stern gehört zur Klasse Ib; die sichtbare Komponente ist nicht merklich deformiert.  $r_g + r_k = 0.59a$ ,  $r_g = 0.31a$ ;  $P(L) = 1^d813$ ; Spektrum: A0 + (gF8). Die Periode war über den Zeitraum von 54 Jahren praktisch konstant.

UV Leonis (Abb. 36). Getrenntes System,  $r_g + r_k = 0.59a$ ,  $r_g = 0.30a$ ;  $P(L) = 0^d600$ ; Spektrum: G0 + G1. Die Deformation der Komponenten ist sehr gering. Die Periode war über 26 Jahre konstant; neuere Beobachtungen, die mir nicht zur Verfügung stehen, sollen nach *Herczeg*

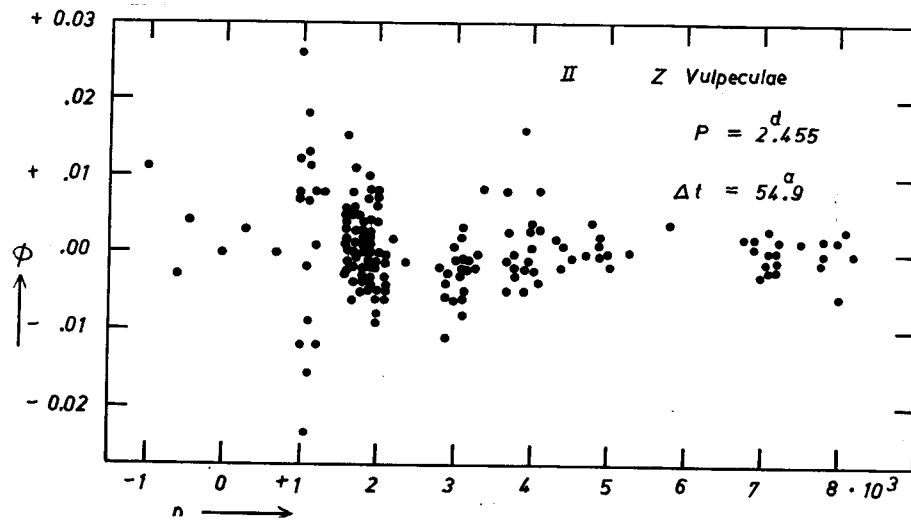


Abb. 34.

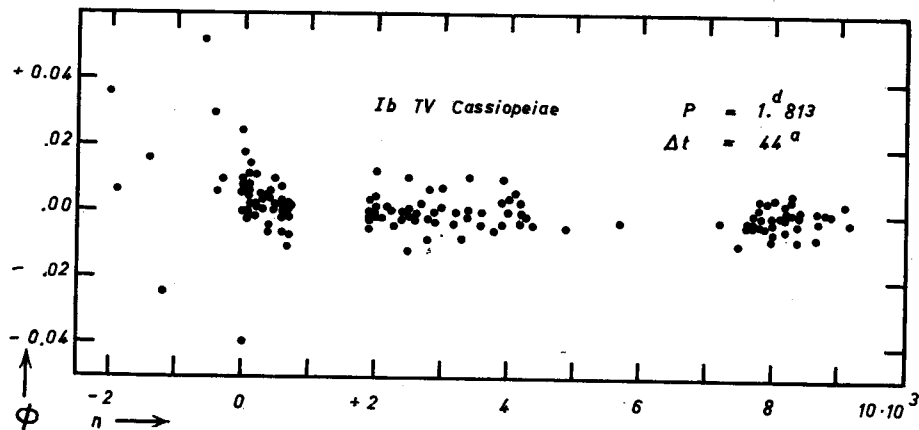


Abb. 35.

(mündl. Mitteilung Frühjahr 1961) eine Veränderlichkeit der Periode andeuten. Ich habe noch viele andere BV bezüglich der Konstanz ihrer Perioden untersucht. Die Wiedergabe dieser Diagramme soll unterbleiben, da die hier gebrachten Beispiele repräsentativ für alle vorkommenden Fälle sind. Was können wir diesen Darstellungen entnehmen?

1. Die Mehrzahl der untersuchten Bedeckungsveränderlichen haben veränderliche Perioden.

2. Der streng periodische Verlauf der Veränderung ist bis jetzt nur bei einigen wenigen Bedeckungsveränderlichen exakt nachzuweisen gewesen. Diese Veränderungen können als Folge einer Apsidendrehung gedeutet werden.

So wahrscheinlich die Existenz dreifacher Systeme ist, bei denen das Bedeckungspaar einen entfernten dritten Stern umkreist, so ist doch bis jetzt noch kein Objekt gefunden worden, dessen PED uns zur Annahme einer »Lichtzeitbahn« zwingt.

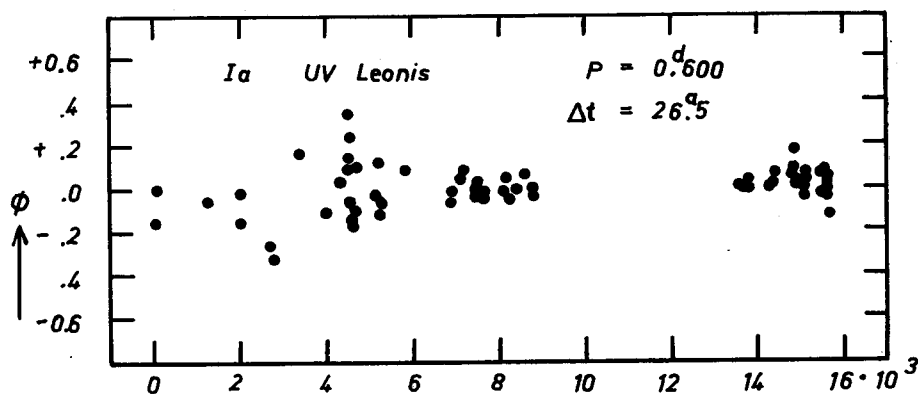


Abb. 36.

3. Eine Periodenänderung der Form  $P_n = P_o + 2Qn$  ist zu beobachten; jedoch ist  $Q$  nur über begrenzte Zeiträume konstant; es ist anzunehmen, daß diese Art der Periodenänderung durch einen Massenverlust erzeugt wird; dann deutet die Veränderlichkeit von  $Q$  auf eine sehr verständliche Veränderlichkeit von  $dM/dt$  hin.  $Q$  kann aber beim gleichen Stern zeitweise gleich Null sein.

Vorerst ungeklärt bleiben jedoch die Fälle, bei denen wir eine Verkürzung der Periode (negatives  $Q$ ) beobachten.

4. Am häufigsten ist eine regellose Änderung der Periode zu beobachten. Dabei lösen sich Perioden verschiedener Länge ab, die in ihrem Wirkungsbereich konstant sind. Somit ist das PED durch einen Polygonzug darstellbar. Mit anderen Worten: Zwischen den Knickstellen des Polygonzuges sind die Perioden praktisch konstant; die Dauer, während der sich die Periodenänderung vollzieht, ist kurz im Vergleich zur Gültigkeitsdauer der konstanten Periode. Selbstverständlich braucht zwischen den Knickstellen die Periode nicht immer konstant zu sein: bei XZ And war die Periode zwischen den Knickstellen mit den Epochen 8500 und 12 200 nicht konstant (Abb. 31).

Betrachten wir abschließend die beobachteten Periodenänderungen in Abhängigkeit von der Zugehörigkeit der Sterne zu den drei Kopalschen Klassen, so können wir folgendes feststellen:

Apsidendrehungen, die durch die Beobachtung der Phasen der Nebenminima eindeutig als solche zu deuten sind, sind bis jetzt nur bei den Sternen der Klasse Ia beobachtet worden. Daraus müssen wir schließen, daß die Sterne

dieser Klasse mit ihren am gegenseitigen Abstand gemessenen kleinen Radien und ihren meist geringen Deformationen als Folge einer Achsenrotation und gegenseitiger Anziehung praktisch konstante anomalistische Perioden haben, so daß für einen Beobachter von der Erde aus, die Apsidendrehung aus der gesetzmäßigen Verlagerung der Haupt- und der Nebenminima sicher abgeleitet werden kann. Diese Sterne durchlaufen Ellipsenbahnen, sonst wäre ja eine Apsidendrehung nicht möglich. Die Existenz von Ellipsenbahnen bei kurzen Perioden sei besonders erwähnt, da man häufig der Behauptung begegnet, kurperiodische Doppelsterne hätten stets Kreisbahnen. Diese Behauptung gilt nicht, wenn die Komponenten Hauptreihensterne sind!

Die Bedeckungsveränderlichen der Klassen II und III haben wohl alle mehr oder weniger stark veränderliche Perioden. Hier beobachten wir in zeitlich begrenzten Abschnitten parabelnahe PED; in den meisten Fällen aber beobachten wir Periodenänderungen ohne erkennbare Gesetzmäßigkeit. Es ist zu vermuten, daß hier der schon durch die Konfiguration der Komponenten angedeutete Beginn einer Instabilität auch die Periode beeinflusst; eine von außen gesteuerte Periodenänderung ist in Anbetracht der Beschränkung der Objekte auf die Klassen II und III sehr unwahrscheinlich. Im Gegensatz zu den Sternen der Klasse I beobachten wir hier eine »echte« Periodenänderung. Die BV der Klassen II und III haben Kreisbahnen, wie die Lage der Nebenminima eindeutig ergibt; somit sind bei diesen Objekten gar keine Apsidendrehungen zu erwarten.

Allerdings gibt es Ausnahmen dieses etwas sehr einfachen Schemas, die wir noch etwas näher behandeln wollen.

Hier ist zuerst U Oph zu nennen, ein Stern der Klasse Ia mit anscheinend unperiodisch veränderlicher Periode. Es fallen nämlich 21 Minima, die nach Abschluß der Arbeit von Parenago veröffentlicht worden sind, nicht mit der gerechneten Kurve zusammen, und das bei  $n = 17\,000$  zu erwartende Maximum der Schwingung wird nicht bestätigt. Ein von *Wroblewski* (AA 6. 146, 1956) aus nur 6 visuellen Schätzungen abgeleitetes Nebenminimum bei  $n = 15\,680$  liegt bei der Phase  $0^{\circ} 547$ . Diese große Abweichung ist sicherlich nur eine Folge der geringen Anzahl der Schätzungen, und dieses Minimum vermag daher keinen Beitrag zur Entscheidung über die Art der Periodenveränderung zu bringen.

Bei der Beurteilung des Falles U Oph als getrenntes System mit wahrscheinlich unperiodisch veränderlicher Periode darf man vielleicht die starke Deformation der Komponenten, wie sie aus der Lichtkurve (ApJ 114. 297; 1951) hervorgeht, nicht übersehen, denn das Auftreten dieser Deformation ist schon ein Zeichen für die Anwesenheit störender Kräfte. Durch diese merklich deformierten Komponenten unterscheidet sich U Oph offensichtlich deutlich von den getrennten Systemen mit praktisch kugelförmigen oder nur rotationsdeformierten Sternen und konstanten Perioden.

Eine Entscheidung, ob bei TX UMa eine periodische Änderung vorliegt, die auf eine Apsidendrehung zurückgeführt werden kann, ist heute noch nicht möglich. Bestehend ist natürlich die Übereinstimmung des aus den photometrischen und den spektroskopischen Beobachtungen abgeleiteten Wertes für  $P(U)$ . Aber die PEDs der Halbgetrennten haben oft »Sinusform«, jedoch diese Form wiederholt sich nicht; z. B. RT Persei. Auch bei TX UMa ist der Beweis des periodischen Verlaufs durch eine Wiederholung

noch nicht erbracht. Ferner konnte *Hiltner* (ApJ 101. 108, 1945) die spektroskopischen Elemente von *Pearce* (MN 102. 90, 1942) bezüglich der Werte  $e$  und  $\omega$  nicht bestätigen, so daß die oben erwähnte Übereinstimmung im Wert für  $P(U)$  wieder sehr fraglich geworden ist.

Bemerkenswert ist freilich die von *Wood* (Princ Contr 21. 18, 1946) beobachtete Lage des Nebenminimums, die durch ungefähr gleichzeitige Beobachtungen von *Huffer* (Huffer und Eggen, ApJ 105. 217, 1947) bestätigt wird. Leider sind l. c. die Beobachtungen nicht aufgeführt, so daß die Lage des Nebenminimums nur aus der mitgeteilten Lichtkurve roh abgeschätzt werden kann. Da diese Beobachtungen schon 20 Jahre zurückliegen, sollten exakte Bestimmungen der Epochen für die beiden Minima in der Gegenwart die Entscheidung bringen können.

Wie erinnerlich deutet *Plavec* die Periodenänderung bei RS Canum Venaticorum als Folge einer Apsidendrehung; damit steht der Stern mit unserer Behauptung im Einklang, da er zur Klasse Ib gehört. Aber meines Erachtens kann der periodische Charakter der  $\Phi(t_{Min})$  noch nicht als erwiesen gelten, vor allem, wenn man die älteren Beobachtungen in die Betrachtung mit einschließt. Auch liegen noch keine Beobachtungen des Nebenminimums vor. Ist die Periode, wie zu vermuten ist, unperiodisch veränderlich, dann wäre RS CVn formal eine Ausnahme. Wie aber diese Untersuchungen gelehrt haben, sind anscheinend nur die Perioden der Doppelsterne konstant, deren beide Komponenten Hauptreihensterne sind. Die Nebenkomponeute des Sterns RS CVn ist aber ein Unterriese!

Auch Z Vul, ein Stern der Klasse II, braucht mit seiner über 50 Jahre praktisch konstanten Periode keine Ausnahme des hier aufgestellten Schemas zu sein, denn nicht wenige Sterne dieser Klasse haben über viele Jahre hin konstante Perioden. Es scheint mir das Verhalten dieses Sterns eher eine Bestätigung meiner Vermutung zu sein, daß bei vielen Bedeckungsveränderlichen mit veränderlichen Perioden diese zwischen den Knickstellen konstant sind; nur ist im Fall Z Vul eine Periodenänderung im Beobachtungszeitraum noch nicht eingetreten.

Zum Schluß betrachten wir noch die Größe der Periodenänderung bei BV mit polygonzugähnlichen Phasen-Epochen-Diagrammen. Zu diesem Zweck bilden wir die zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Knickstellen wirksamen Perioden  $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \dots, \bar{P}_n$  und die Differenzen  $|\bar{P}_1 - \bar{P}_2|$ ;  $|\bar{P}_2 - \bar{P}_3|$  und so fort. Dann soll die Größe der Veränderung  $q$  gleich sein

$$\frac{\bar{P}_n - \bar{P}_{n+1}}{\bar{P}}$$

$q$  ist also der Absolutbetrag, um den sich zwei aufeinanderfolgende konstante Perioden, die durch eine Knickstelle getrennt sind, unterscheiden und zwar als Teil der zu eins normierten mittleren Periode, die aus dem gesamten Beobachtungsbereich zu ermitteln ist ( $\bar{P}$ ).

Tabelle 2 enthält in der letzten Spalte die so berechneten Werte  $q$  liegt bei  $10^{-5}$  und weist nur eine geringe Streuung auf. Eine Abhängigkeit von der Periodenlänge scheint nur für die obere Grenze von  $q$  zu existieren, wie die Abb. 37 zeigt. In ihr sind die  $q$  in Abhängigkeit von der Periode aufgetragen. Wenn man diese wenigen Beispiele als repräsentativ betrachten will,

TABELLE 2

Stern	Klasse	$\bar{P}$	$\bar{P}_n$	Dauer	$\bar{P}_n - \bar{P}_{n+1}$	$\bar{P}_n - \bar{P}_{n+2}$	$\frac{ \bar{P}_n - \bar{P}_{n+1} }{\bar{P}}$
R CMa	II	1.1359	1.135 950	28*	+0.000 013	+1.12	$1.1 \cdot 10^{-5}$
			1.135 937	25			
U Cep	II	2.4929	2.492 887	29	-0.000 019	-1.64	$0.76 \cdot 10^{-5}$
			2.492 896	11	-0.000 043	-1.72	$0.70 \cdot 10^{-5}$
			2.492 939	33			
U CrB	II	3.4522	3.452 189	23	-0.000 040	-3.46	$1.2 \cdot 10^{-5}$
			3.452 229	18	+0.000 026	+2.25	$0.75 \cdot 10^{-5}$
			3.452 203	45			
WW Cyg	—	3.3177	3.317 680	26	-0.000 079	-6.83	$2.4 \cdot 10^{-5}$
			3.317 759	11			
Z Dra	II	1.3574	1.357 418	7	-0.000 015	-1.30	$1.1 \cdot 10^{-5}$
			1.357 433	14	+0.000 017	+1.47	$1.3 \cdot 10^{-5}$
			1.357 416	21	-0.000 023	-1.99	$1.7 \cdot 10^{-5}$
			1.357 439				
SX Her	II	0.8181	0.818 097	22	+0.000 004	+0.33	$0.46 \cdot 10^{-5}$
			0.818 093	23			
TX Her	Ia	2.0598	2.059 816	21	+0.000 012	+1.0	$0.58 \cdot 10^{-5}$
			2.059 804	18			
AR Lac	Ib	1.9832	1.983 244	29	+0.000 030	+2.59	$1.5 \cdot 10^{-5}$
			1.938 214	28			
Y Leo	—	1.6861	1.686 099	15	+0.000 028	2.42	$1.7 \cdot 10^{-5}$
			1.686 071	17			
T LMi	II	3.0199	3.019 882	14	-0.000 059	-5.10	$2.0 \cdot 10^{-5}$
			3.019 941	28			
ER Ori	III	0.4234	0.423 395	13	-0.000 002	-0.17	$0.47 \cdot 10^{-5}$
			0.423 397	9			
TY Peg	II	3.0922	3.092 276	17	+0.000 037	+3.20	$1.2 \cdot 10^{-5}$
			3.092 239	22	+0.000 023	+1.99	$0.74 \cdot 10^{-5}$
			3.092 216	21			
$\beta$ Per	II	2.8673	2.867 341	58	+0.000 058	+5.01	$2.02 \cdot 10^{-5}$
			2.867 283	84	-0.000 037	-3.2	$1.3 \cdot 10^{-5}$
			2.867 32	30			
RW Tau	II	2.7688	2.768 889	23	+0.000 068	+5.88	$2.46 \cdot 10^{-5}$
			2.768 821	38			
X Tri	II	0.9715	0.971 534	6	-0.000 006	-0.52	$0.62 \cdot 10^{-5}$
			0.971 540	17	+0.000 010	+0.86	$1.00 \cdot 10^{-5}$
			0.971 530	8			
TX UMa	II	3.0633	3.063 295	16	-0.000 041	-3.54	$1.34 \cdot 10^{-5}$
			3.063 336	19	+0.000 049	+4.23	$1.60 \cdot 10^{-5}$
			3.063 287	14			



so kann man schließen, daß die längeren Perioden die größeren Veränderungen aufweisen können und zwar nicht als Folge von Beobachtungsfehlern sondern als Folge reeller Periodenänderungen.

Das Verhalten von  $q$  bei Perioden länger als  $5^d$  ist schwer zu ermitteln, denn es fehlen die Beobachtungsgrundlagen. Berechnet man versuchsweise die  $q$  für Mirasterne, deren Phasen-Epochen-Diagramme ebenfalls durch Polygonzüge dargestellt werden können, so findet man  $q$  etwa gleich  $10^{-2}$ , also rund 1000 mal größer als bei den BV, während die Perioden der untersuchten Mirasterne im Mittel nur 100 mal länger waren. Bei den RR Lyrae-Sternen des Kugelhaufens M3 ist  $q$  ebenfalls von der Größenordnung  $10^{-5}$ .

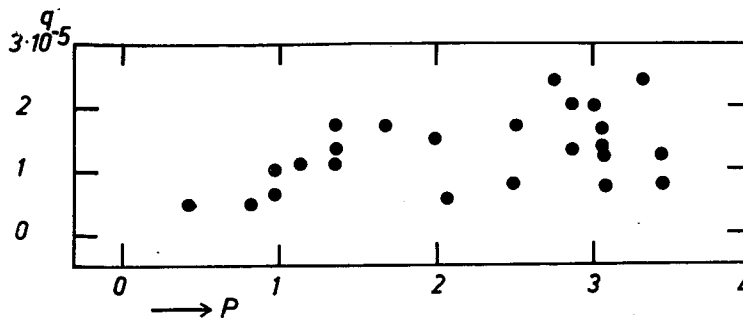


Abb. 37.

Die mehr oder weniger plötzlichen Periodenänderungen, die wir vor allem bei den Sternen der Klasse II beobachten und die die Ursache der polygonzugänglichen Phasen-Epochen-Diagramme sind, machen eine Vorausberechnung der Minima über einen Zeitraum größer als 20 Jahre meist unmöglich. Denn es ist sehr selten, daß eine Periode länger als 20 bis 25 Jahre konstant bleibt.

Daher wird es auch nur wenige Sterne der Klasse II geben, für die die Periode auf  $10^{-6}$  Tage genau bestimmt werden kann. Die durch Schätzungen ermittelten Minimumszeiten werden im Mittel um  $\pm 0^d.005$  unsicher sein. Dann sind 10 000 Epochen nötig, um die obige Genauigkeit in der Periode zu erzielen. Natürlich müssen dabei die Epochen auf ein- und demselben Ast des Polygonzugs liegen. Denn es ist doch klar, daß eine Berechnung der Periode aus zwei zeitlich weitauseinanderliegenden Epochen nur dann statthaft ist, wenn man sich davon überzeugen kann, daß diese Minima tatsächlich auf dem gleichen Ast des Polygonzugs liegen. Diese Bedingung ist bei der Berechnung der »Perioden« leider oft außer Acht gelassen worden.

Solange wir die Gesetzmäßigkeit der Periodenänderung nicht kennen, wird das Verhalten eines Sterns der Klasse II nur durch die Bekanntgabe zahlreicher, gut bestimmter Minimumsepochen und durch die Angabe der verschiedenen Perioden mit ihrer Gültigkeitsdauer zu beschreiben sein.

Abschließend habe ich Fräulein *Charlotte Strobach* für die Durchführung fast aller, der hier anfallenden Rechnungen und Frau *Ruth Orwert* für das Zeichnen der Abbildungen zu danken.

A kiadásért felel: Detre László — Műszaki felelős: Tóth Erzsébet  
A kézirat beérkezett: 1962. XII. 27. Pédányaszám: 750 — Terjedelem: 2<sup>3</sup>/<sub>4</sub> (A/5) ív

---

63.56454 Akadémiai Nyomda, Gerlóczy u. 2. — Felelős vezető: Bernát György

---

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 54

G. PAÁL

SOME REMARKS ON  
EMPIRICAL TESTS OF COSMOLOGY

BUDAPEST, 1964



## ABSTRACT

In Abell's catalogue of clusters of galaxies [1] a strong correlation has been found between the compactness and the distance of the clusters (cf. Table 7). By comparing Abell's and Zwicky's [4] catalogues it is demonstrated here, that this results from an error in Abell's working hypothesis, according to which the „angular diameter” of a cluster is inversely proportional to its mean red shift. Our result indicates that in the case of distant clusters of galaxies the red shift is not even in rough proportion to distance. This statement is in disagreement with the opinion generally held by astronomers, it is, however, proved to be in perfect accord with the magnitudes and red shifts published by Humason, Mayall and Sandage [9], provided the relationships between cosmologically important quantities are determined independently from Friedmann's equation generally used in cosmology. When the correct relationship between the red shifts and the angular diameters of the clusters of galaxies is applied, the existence of a metagalactic density gradient different from zero may be inferred from the data of Abell's Catalogue. The cosmological consequences of the points brought up in the present paper are mentioned in brief only, since they will be discussed in detail in a paper to follow.

## SOME REMARKS ON EMPIRICAL TESTS OF COSMOLOGY

The data contained in Abell's catalogue of rich clusters of galaxies have been statistically evaluated in many respects by Abell himself [1]. The first attempt to analyse the clusters of galaxies according to their richness was made by K. Just [2]. The present study tries to develop the examination of the distribution of clusters of galaxies according to their richness and distance with the aid of some more recent data. Some new empirical relationships of cosmological significance are stated, and their possible consequences pointed out. As a first step Abell's work [1] is discussed in some details.

### *Abell's Catalogue of Clusters of Galaxies*

Abell has considered „rich” and listed in his Catalogue all clusters of galaxies that could satisfactorily be distinguished on photographic plates taken with the 48-inch Schmidt telescope of the Mount Palomar Observatory meeting the following two criteria.

a)  $\Delta m$  or „richness” criterion: a cluster must contain at least fifty members that are not more than 2 mag. fainter than the third brightest member;

b) contour or „compactness” criterion: a cluster must be sufficiently compact that its fifty or more members are projected on the plate within an adequately defined contour of circular shape centered on the cluster image. The angular diameter,  $\vartheta$ , of the corresponding „counting circle” in the sky has been defined by the expression  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$ , where  $\delta$  means the average red

shift\* and  $K$  is an empirical constant chosen suitably in the course of the measurements. Clusters defined in this manner have been grouped into distance and richness categories according to the photored magnitude of their tenth brightest member [1a, 3a] and according to the number of their members found within the angular diameter  $\vartheta$  and the magnitude interval mentioned above, in the following way:

Table 1  
Distance groups

Distance Group	1	2	3	4	5	6
Magnitude Range	13.3—14.0	14.1—14.8	14.9—15.6	15.7—16.4	16.5—17.2	17.3—18.0

\*  $\delta = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ , where  $\lambda$  is the laboratory wavelength of some spectrum line in the light of the galaxy, and  $\Delta\lambda$  is its displacement owing to the red shift.

Table 2

## Richness groups

Richness Group	I	II	III	IV	V
Counts . . . . .	50—79	80—129	130—199	200—299	300 or over

Instead of the brightness of some representative members, the mean red shift,  $\delta$ , of a cluster may also be used as a basis of grouping the clusters into distance classifications. The magnitudes listed in Table 1 are roughly equivalent to the following red shift values:

Table 3

## Relation between Abell magnitudes and red shift

Magnitude (m)	14.0	14.8	15.6	16.4	17.2	18.0
Red Shift ( $\delta$ ) . . . . .	.030	.048	.076	.108	.148	.200

In his paper Abell has not examined the distribution of the clusters of galaxies according to richness for every distance group separately. The results of such analysis are summarised in Table 4a.

Table 4a

The distribution of the clusters of galaxies according to distance and richness (Entries of Abell's statistical investigations)

Richness Group \ Distance Group	Distance Group					
	1	2	3	4	5	6
I	5 55.6%	2 100%	26 78.8%	48 81.4%	518 78.9%	624 67.6%
II	4 44.4%	—	7 21.2%	9 15.2%	121 18.4%	243 26.3%
III	—	—	—	2 3.4%	18 2.7%	49 5.3%
IV	—	—	—	—	—	6 0.7%
V	—	—	—	—	—	1 0.1%

The Table indicates not only the number but also the percentage distribution of the clusters of galaxies among the various richness groups for each distance group separately.

Table 4a reveals a strong correlation between the distance and the richness of clusters of galaxies listed in Abell's Catalogue: in distance group 6 the abundance ratio of rich clusters of galaxies considerably increases. It is evident that in case of a constant abundance ratio, in each richness group the ratio of clusters belonging to distance groups 5 and 6 ought to be constant. The discrepancy in the value of these ratios related to the various richness groups can be used as a measure of the variation of the abundance ratio of the clusters. In Table 4b the strong variation of the abundance ratios found between distance groups 5 and 6 is characterized by these ratios.

Table 4b

Same as the two last columns of Table 4a, but the ratios of numbers of clusters in neighbouring distance groups are also indicated

Richness Group	Distance Group	
	5	6
I	518	1.2 624
II	121	2.0 243
III	18	2.7 49
IV	—	6

K. Just was the first to call attention to this fact [2]. In his opinion the correlation between richness and distance is a proof for the evolution of the whole Universe, as, owing to the finite velocity of light, every information arriving from greater distances relates to former times. In the following part of the present paper this phenomenon is subjected to a critical analysis and the conclusions that may be drawn from it are pointed out.

The anomaly in the abundance ratio of clusters of different richness has been investigated and compared with a similar phenomenon that may be observed by studying the first volume of F. Zwicky's „Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies” [4]. (Further volumes have not been published so far.) The results of the investigation and their likely interpretation are discussed in the following Sections, each of them containing one statement and its relevant argumentation.

#### *The results of investigation*

1) *A definite correlation, of identical character with that resulting from Table 4a, is found between the richness and the distance of clusters of galaxies in various areas of the celestial sphere. This correlation, though not of equal strength, is striking in all sufficiently large regions of the sky so far investigated.*

This statement has been proved by the comparison of tables constructed in a similar manner as Table 4a, for various regions of the sky. For brevity's



sake only a single Table, significant for further conclusions, is given here. Let the selected field of the sky be identical with that covered by the first volume of Zwicky's Catalogue:  $-5^\circ < D < 15^\circ$ ;  $7^h < RA < 18^h$  (Table 5).

Naturally, in the relatively poorer statistical sample of Table 5 there is a greater scatter. To reduce this, the number of rich clusters and that of clusters of smaller distances are represented together. A correlation between richness and distance different in amount, but of identical sense, can be clearly observed in the right-hand side upper part of the Table, which is statistically the most reliable one.

Table 5

The distribution of Abell's clusters according to their distance and richness in the area  $-5^\circ < D < 15^\circ$ ;  $7^h < RA < 18^h$

Richness Group \ Distance Group	1, 2, 3, 4 together	5	6
I	10 76.9%	68 88.3%	57 67.8%
II, III together	3 23.1%	9 11.7%	27 32.2%
IV, V together	—	—	—

2) *The observed number of clusters of richness group I divided by the number of clusters of richness group II in the first four distance groups goes increasing in a statistically less significant manner, whereas in the sixth distance group it decreases considerably.*

Before checking the above statement numerically, let us introduce the function  $N(m)$  commonly used in stellar statistics. Let the function  $N(m)$  regarding the clusters of galaxies represent the number of clusters found in the field under examination, in which the magnitude of the tenth brightest member is lower than the fixed magnitude,  $m$ . Considering that differences in the brightness of the tenth brightest member of clusters arise probably only from differences in their distances [1a], the function  $N(m)$  practically gives the number of clusters which are located nearer than a given limiting distance. It is also evident that in the knowledge of the function  $m(\delta)$  (Table 3), the limit of count may also be expressed by distance parameter  $\delta$ , and in this way the function  $N(\delta)$  can be defined. Function  $N_A(m)$  related to the entire Abell Catalogue, and  $N_I(m)$ ,  $N_{II}(m)$  . . . showing the numbers of clusters belonging to the different richness groups, will also be introduced.

To check the statement of Section 2 it is sufficient to compare the ratios  $\frac{N_I}{N_{II}}$  resulting from Table 4a (See Table 6).

The variation of the quotient  $\frac{N_I}{N_{II}}$  can be best described by a function that increases as far as the fourth group, is fairly constant between groups 4 and 5, then abruptly decreases after distance group 5. As the first two or

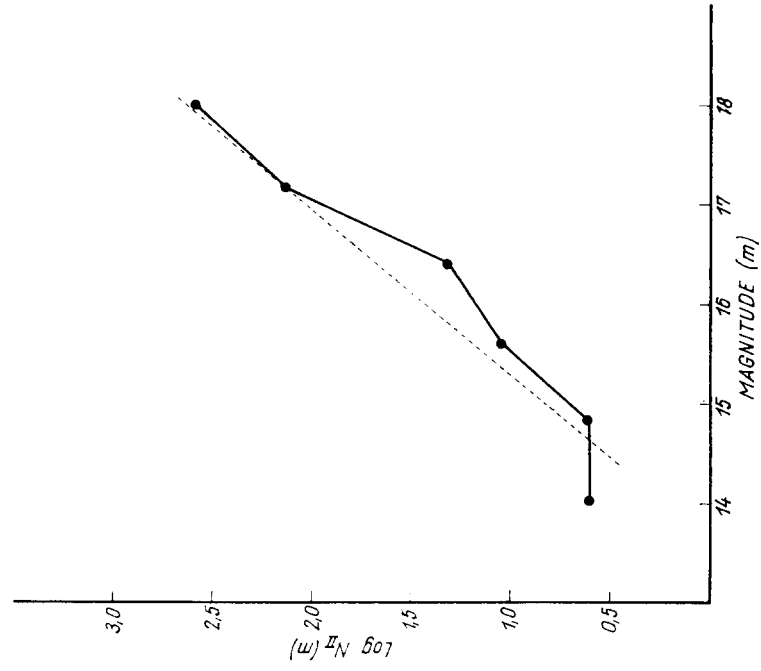


Fig. 1b. Function  $\text{Log } N_{II}(m)$

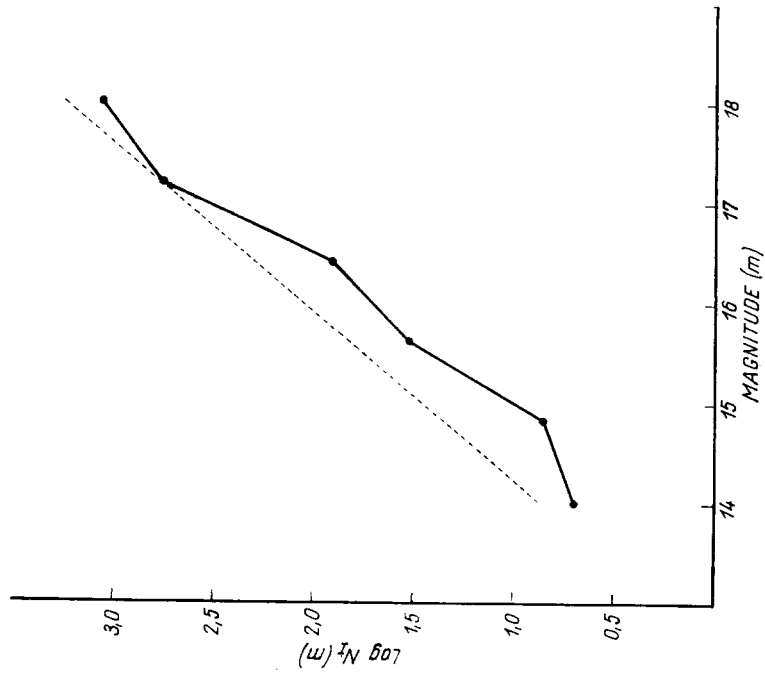


Fig. 1a. Function  $\text{Log } N_I(m)$

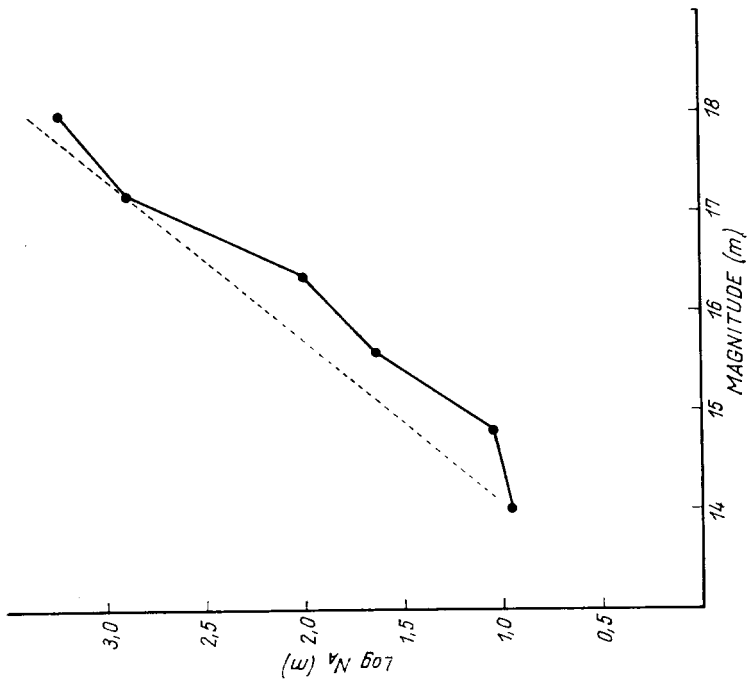


Fig. 1d. Function Log N<sub>A</sub>(m)

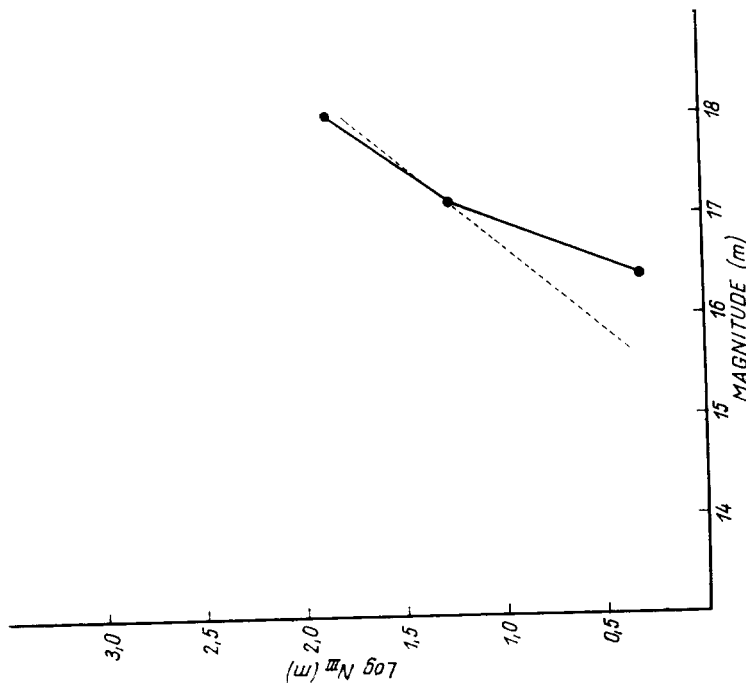


Fig. 1c. Function Log N<sub>III</sub>(m)

three quotients are taken from poorer statistical samples, the possibility that the increase found in the first four groups is partially due to some random effect cannot be excluded.

Table 6

Limiting Magnitude \ Ratio	14 <sup>m</sup> 0	14 <sup>m</sup> 8	15 <sup>m</sup> 6	16 <sup>m</sup> 4	17 <sup>m</sup> 2	18 <sup>m</sup> 0
$\frac{N_I}{N_{II}}$	$\frac{5}{4} = 1.25$	$\frac{7}{4} = 1.75$	$\frac{33}{11} = 3.00$	$\frac{81}{20} = 4.05$	$\frac{599}{141} = 4.24$	$\frac{1223}{384} = 3.18$

The function  $\text{Log } N(m)$  referring to each richness group and the whole material separately are represented in Figures 1a, b, c and d.

These Figures clearly show the dependence on richness of the N-function. The dashed lines, expressed by the equation  $N = 0.6 m + \text{const.}$  in case of not too great distances correspond to the homogeneous space distribution of the clusters of galaxies [5]. The additive constants have always been selected so that the dashed line should fit the point corresponding to distance group 5. The curve  $\text{Log } N_A(m)$  in distance groups 2, 3, 4 is nearly parallel to the dashed line of the slope 0.6. This suggests that the space distribution of the clusters in the volume of space under consideration and the statistical sample of the catalogue are fairly homogeneous.

3) *The correlation between the richness and the distance of the clusters results from a stronger correlation between the morphological type and the distance of the clusters.*

Taking Zwicky's morphological criteria [4, 6, 7] as a basis let us classify the clusters belonging to the various richness groups as compact, medium compact, and open clusters. It will be obvious that the correlation found on the right-hand side of Table 5 between the richness and the distance of the clusters is primarily due to a marked decrease in the abundance ratio of clusters of lower degree of compactness. To illustrate this statement, Table 7 gives the

Table 7

Abundance ratios of compact and medium compact clusters in richness group I

Type \ Distance Group	5	6
Medium compact Richness group I	44 68.7%	20 42.6%
Compact Richness group I	20 31.3%	27 57.4%

distribution of compact and medium compact clusters belonging to richness group I, between distance groups 5 and 6. In lack of other data, the comparison

is restricted to the region of the sky included in the first volume of Zwicky's Catalogue.

4) *The correlation between distance and richness of clusters of galaxies observed in Abell's Catalogue does not originate in some phenomenon of nature, it results from the peculiarities of Abell's measurements used as a basis to the compilation of the Catalogue.*

This statement rests upon a comparative analysis of Abell's and Zwicky's Catalogues of clusters of galaxies.

The Zwicky Catalogue considers in its classification the morphological characteristics (degree of compactness) and the distance of the clusters of galaxies. It should be noted here that Zwicky's definition for distance groups differs from that of Abell discussed above. An arrangement in groups similar to that of Table 4a, worked out for this catalogue is given in Table 8.

Table 8

The distribution of clusters of galaxies listed in Zwicky's Catalogue, according to their compactness and distance

Degree of Compactness \ Distance Group	Distance Group			
	Near	Medium Distant	Distant	Very Distant
Compact	1 1.1%	14 6.8%	33 10.7%	130 30.6%
Med. Comp.	39 42.9%	99 48.1%	146 46.9%	202 47.5%
Open	51 56.0%	93 45.1%	132 42.4%	93 21.9%

In accordance with the composition of other tables, Table 8 indicates not only the number but, also the percentage distribution of the clusters of galaxies among the various morphological groups for each distance group separately.

From Table 8 it follows that the abundance ratio of clusters of lower degrees of compactness in Zwicky's Catalogue decreases with the distance. Confronted with those discussed in Section 3 this seems to be similar to the anomaly of abundance ratios found in Abell's data. The analogon of the statement of Section 1 applies also to the data contained in Zwicky's Catalogue, that is to say, a strong correlation between the type and the distance of the clusters appears also here, and is generally independent from the direction. There is, however, a definite divergence between the two Catalogues as regards the statement of Section 2. From the first distance group on the abundance ratio of compact to medium compact clusters in Table 8 increases with distance uniformly, strongly and strictly monotonously, contrary to the change definitely not monotonous and quite sudden found in Abell's Catalogue. This can be better followed on Log N diagrams plotted for Zwicky's types of clusters, represented in Figures 2 a, b and c.

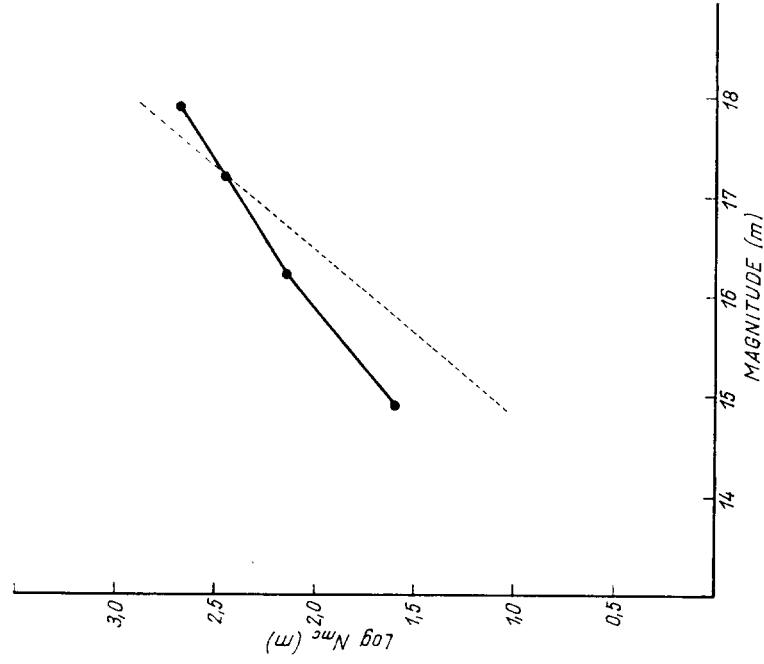


Fig. 2b. Function  $\text{Log } N_{mc}(m)$  plotted for Zwicky's medium compact clusters

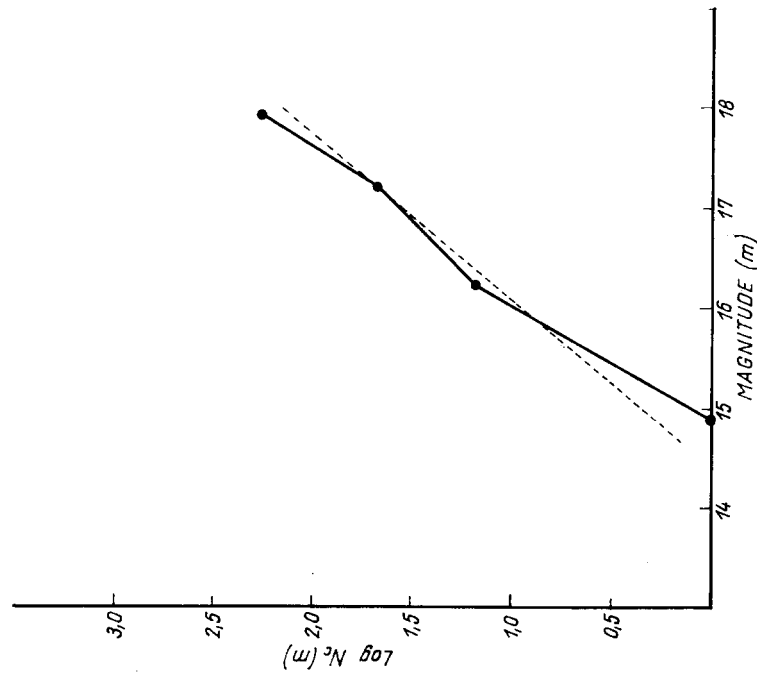


Fig. 2a. Function  $\text{Log } N_c(m)$  plotted for Zwicky's compact clusters

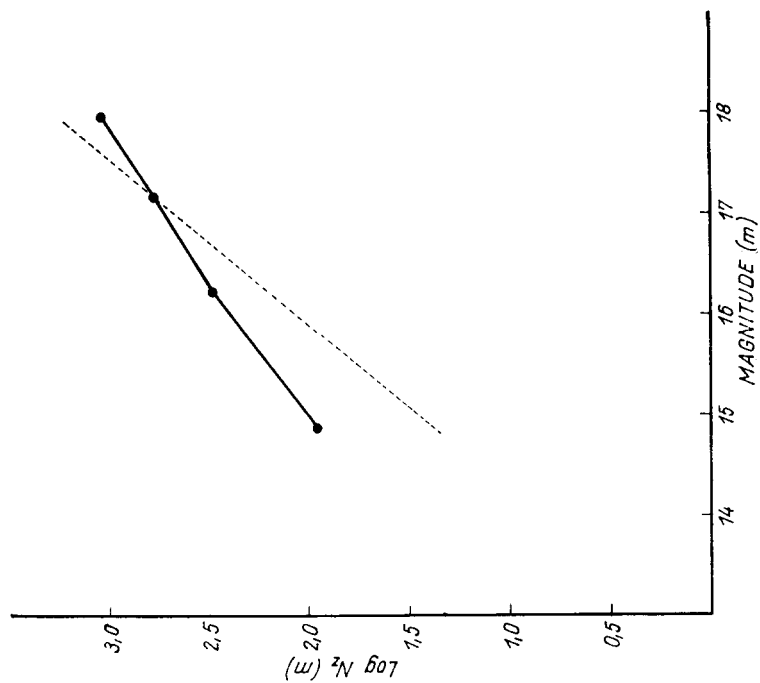


Fig. 2c. Function  $\text{Log } N_{op}(m)$  plotted for Zwicky's open clusters

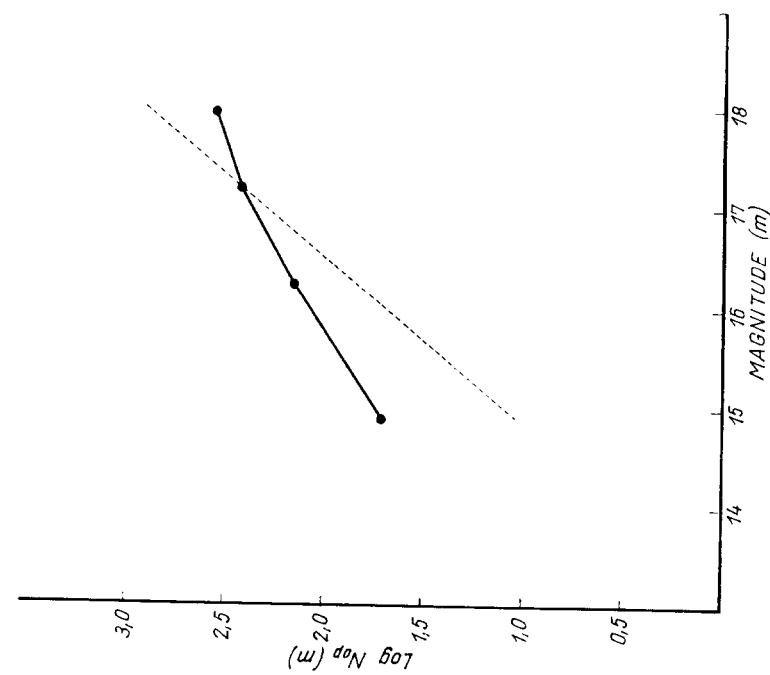


Fig. 2d. Function  $\text{Log } N_z(m)$  plotted for all clusters of galaxies included in Zwicky's Catalogue

Zwicky has defined the distance groups by red shift values. They are expressed here by Abell's photored magnitudes.

From Figures 2a, b and c it is clear that the apparent variation in the abundance ratio of clusters of various types does not come from compact clusters becoming more frequent with the distance, but it originates in apparent decrease of the space frequencies of medium compact and open clusters. Considering that medium compact and open clusters are more frequent in space, the  $N_Z(m)$  diagram plotted for the entire material of Zwicky's Catalogue will obviously strongly deviate from that which could be expected in case of a homogeneous space distribution beginning with the very first distance group (Fig. 2d).

It follows from this that if Zwicky's Catalogue is approximately complete, the distribution in space of the clusters of galaxies is inhomogeneous; beginning from the nearest distances, the actual density of the space distribution of the clusters significantly decreases. It is evident, however, that a real natural phenomenon of this kind should manifest itself also from the very first point of the  $N_A(m)$  diagram, which is not the case in Figure 1d. *Consequently, in Zwicky's Catalogue there must be some kind of selection in the measurements.* Starting from other considerations, Abell has examined this selection in detail. According to his results, the „contour” within which Zwicky counts the members of the clusters, systematically varies with the distance, and this variation largely depends on the type of the cluster of galaxies under consideration [8a]. The effect of the selection is that at greater distances generally less galaxies are counted in the clusters, and owing to this, the number of objects considered as clusters goes decreasing. In case of compact clusters the decrease is not too considerable, but in case of more diffuse clusters it becomes very significant. This is the source of the variation of the abundance ratio in Zwicky's Catalogue. Particularly in the case of clusters of lower degree of compactness with the increase of distance an increasing selection, that is to say, a  $\text{Log}N(m)$  curve of decreasing slope could be expected. This is shown in Figures 2b and 2c. Most probably, the apparently monotonous variation of the abundance ratio in Zwicky's Catalogue must be ascribed to a single effect, which means that the results of the Catalogue are incompatible with the assumption that in nature the real density of the space distribution of medium compact clusters at great distances undergoes an abrupt change. Contrary to the facts observed, such a change, superposed to the independent selection-effect, should be easy to observe. Abell's Catalogue shows an abrupt change of about three times in the abundance ratio of compact to medium compact clusters between distance groups 5 and 6 in the field of the sky examined by Zwicky (cf. Table 7). *Considering what has been said above such a variation cannot exist in reality, it must come from some systematic error in Abell's measuring procedure.* A numerical comparison shows that the anomaly in Abell's Catalogue, if it were a real one, could offer a satisfactory explanation in itself for the surprisingly mild slope of the final section of the  $\text{Log} N_Z(m)$  curve. But this supposition excludes the existence of the Zwicky selection which, however, does exist as it manifests itself more and more distinctly with the increasing distance (cf. the slopes of curves 1a, b, d and Table 7). It should be noted that Zwicky's  $\Delta m$  and contour criteria both differ from that of Abell's owing to which Zwicky's Catalogue includes also clusters of lower population. It is *per se* unlikely that the anomaly in the abundance ratio of



smaller clusters is compensated by clusters of even smaller population. Yet, for a check, clusters of adequate richness have been selected from Zwicky's Catalogue and their distribution according to types compared to the distribution of those included in Abell's Catalogue. Also this investigation has led to the above conclusion.

In conclusion it may be stated that the data published in both catalogues of clusters of galaxies are affected by significant systematical errors. For Zwicky's Catalogue the source of the error has been detected. In the following an attempt is made to trace the origin of the selection manifesting itself in Abell's Catalogue.

5) *An analysis of Abell's measuring procedure leads to the conclusion that the correlation between the richness and the distance of the clusters results from the inadequacy of Abell's convention for the angular diameters of the counting circle, which reads  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$ .*

Let us consider the possible sources of errors one by one. Errors may come from 1) an inadequate *identification* and from 2) an erroneous *classification* of clusters into richness and distance groups. Both sources of errors may be either systematical or random. As the origin of a systematical, tendency-like effect is looked for, random errors are of no importance for the present investigation. Abell himself has investigated possible errors in his identification-procedure [1b]. According to his results, these cannot amount to more than 1–2 per cent. Systematic errors in classification, on the other hand, should be investigated separately to see whether they can produce relative effects depending on the type of the clusters under examination.

Undoubtedly, the factors influencing the measurements as instrumental errors, intrinsic and external inhomogeneities of the photoplates, atmospheric extinction and interstellar or intergalactic absorption cannot result in favouring a certain type of clusters to the detriment of the others. It is more difficult to assess the effects of using in the definition of clusters unequal magnitude intervals or inadequate angular diameters of the circles within which cluster galaxies are counted.

Let us first survey the systematical errors in the scale of magnitude.

There is a considerable chance that in morphologically different clusters member galaxies of different types are photographed. First of all, it should be elucidated whether the error in the observed magnitude can depend on the type of the galaxies in question.

Against the supposition, that the errors in magnitude would depend on the type of galaxies under examination advocates the fact that there is a one-to-one relation between the brightness and the mean red shift of clusters of galaxies, without regard to the type or richness of the cluster. This is shown by Abell's  $m(\delta)$  relationship [1c], represented in Figure 3 with the indication of the degree of richness of the clusters of galaxies used for calibration.

The natural scatter showing in Figure 3 can hide a difference of about one tenth of a magnitude between the  $m(\delta)$  relations of clusters of different types, but a relative effect in counts can come only from a differential error in the magnitude scale, which, evidently, must be smaller by one more order of magnitude. (It should be remembered here that Abell's distance groups

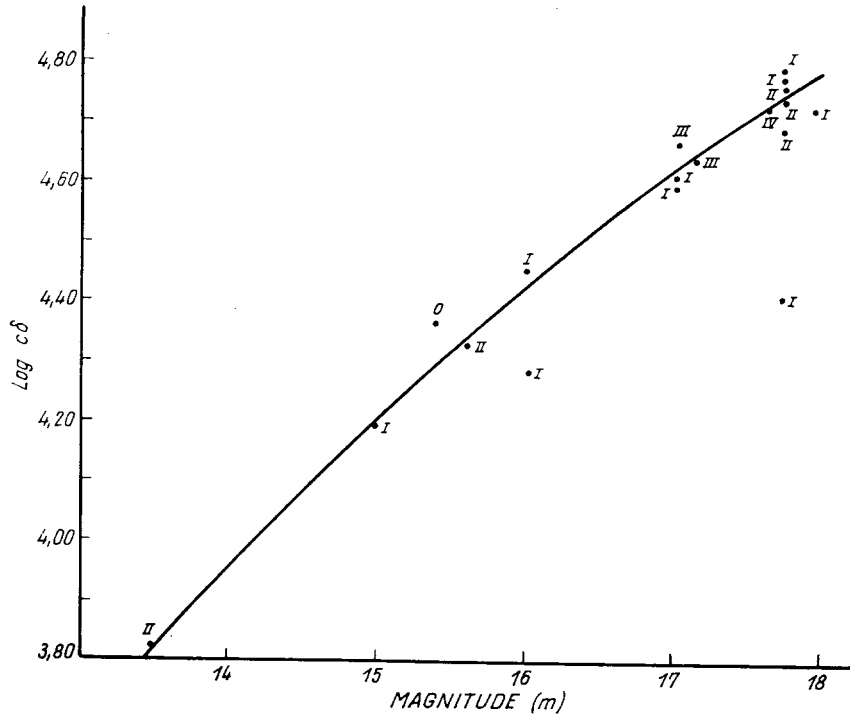
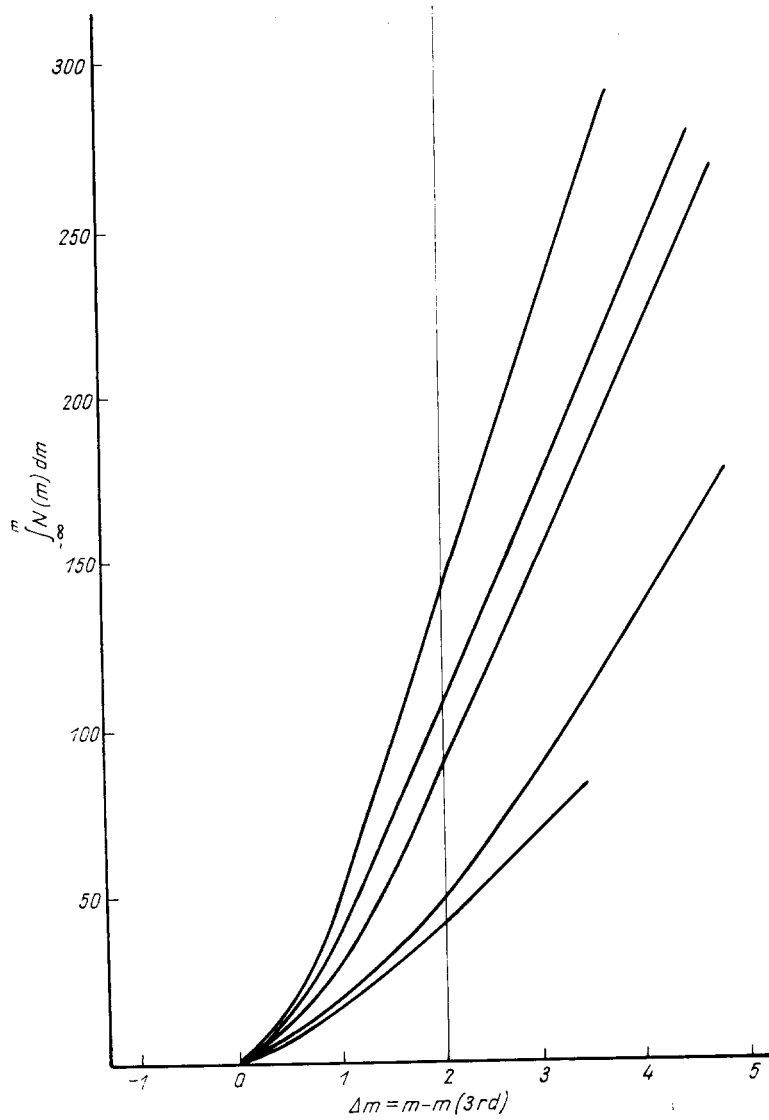


Fig. 3. Relation between Abell's photored magnitude and red shift. Figures next the points indicate the richness group of the clusters of galaxies. The ordinate bears the logarithm of the product of the red shift and the velocity of light (After Abell [1])

are defined with an accuracy of  $0^m1$ , and the probable error in individual magnitude determinations is about  $0^m2$ .) For completeness' sake it should be mentioned that magnitudes measured at great distances can change independently from possible errors of measurements also because of the red shift appearing in their spectra. This effect is compensated by the K-correction. Theory holds that the value of the K-correction is slightly dependent on the type of galaxies and hence the differential magnitude correction is of the order of  $0^m01$  magnitude in the spectrum range in which Abell made his measurements [9a, 10a, 11a].

We have to assume therefore that the Abell scale of magnitude can be subjected only to distortions independent from the type of the galaxies examined. Such an error of magnitude may influence the limits of the distance groups, but not in a manner dependent on the richness or on the type of the clusters of galaxies. Through the error in the convention  $\Delta m = 2$  (cf. p. 4) the error in magnitude affects the count of the members of the clusters, yet, as shown in Figure 4, a small variation of the measured interval of magnitude (of maximum  $\pm 0^m1$ ) brings about an identical and small relative change (of maximum 6—7 per cent.) in the counts of galaxies in the various clusters



*Fig. 4.* The dependence of the counts of galaxies in clusters of different richness on the value  $\Delta m$  adopted in the counting. The five curves relate to five clusters of different richness. (After Abell [1], Fig. 2.)

thus producing only slight and fairly equivalent changes in the abundance ratio of the various types of clusters. Therefore, an error in the magnitude cannot have any significant relative influence.

This conclusion is supported by a further consideration. According to Abell's discussion the presence of an error of magnitude of technical origin in the data of the catalogue is most probable [1d], it is, however of some importance only for galaxies not very far away, and manifests itself in the reduction of  $\Delta m$ , whereas for galaxies in distance groups 5 and 6 only a slight effect contrary to the above may be expected (cf. the  $m(\delta)$  curves of papers [1] and [9]). On the other hand, the anomaly in the abundance ratio becomes significant just between distance groups 5 and 6 and is not contrary in sense to the less significant change, found at the smallest distances.

It appears that the systematic variation in the abundance ratio of various types of clusters of galaxies discussed in Sections 1, 2, 3 and represented in Table 4a cannot originate in any error of measurement, except the convention regarding to the angular diameters of the counting circles. Considering what has been said in Section 4, it may be stated that Abell's convention must be in error.

Let us examine the effects that may be expected if for clusters at different distances the angular diameters of corresponding sizes are correctly described by function  $\theta(\delta)$ , greatly differing from  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$ .

Abell wanted to limit the counts with angular diameters rather narrow, covering only the more dense central parts of the clusters. He has found a suggestive expression for the condition that in this inner space the number of galaxies,  $n$  should be fifty or more, calling it „compactness criterion”. The clusters belonging to different Abell richness groups are classified on the basis of the same number  $n$ , that is to say, practically on the ground of the degree of their central density or their compactness. Though Zwicky defines the degree of compactness of clusters by characteristics to be observed in the innermost, still narrower central parts of the galaxies [4, 6, 7], it is natural that a statistical investigation finds a very close positive correlation between the two kinds of concept of „compactness”. According to our examination Abell's richness group III, that includes highly compact clusters, consists of clusters considered compact also in Zwicky's sense without exception; Abell's group II consists of such only for the greater part; and group I predominantly includes clusters of other types, classified by Zwicky as medium compact or as open.

Let us consider first the case when with the growing distance the counting circle defined by Abell covers more and more restricted parts of the clusters. In this case Abell's counting procedure imposes a „compactness criterion” becoming more and more limited with the growing distance of the clusters observed. Less compact or more diffuse clusters meeting the criterion to an ever smaller extent will get gradually omitted from the catalogue. Table 6 reveals the presence of this omission in the catalogue.

By applying this procedure a number of clusters fail to enter the various richness groups. The higher the percentage of non-compact clusters, the higher the ratio of misclassified ones. Consequently, this effect should show best in the first richness group — in complete accordance with the data listed in Table 4a. It is quite obvious that the diminution of the number of clusters in

richness group I cannot be counterbalanced by the misclassification of a corresponding number of clusters in richness group II, which is poorer in clusters and sustains a lower relative loss.

According to experience and to all cosmological theories in the first three distance groups the red shift may be considered proportional to distance [3b, 12a], and in this case Abell's convention regarding the counting circle must be right. An excessive restriction of the counting circle can be significant and of a rapid rate only in the farthest distance groups.

The opposite of this error in the angular diameter will not be examined here in detail. In the apparent abundance ratio of the clusters it would produce the opposite effect and would clash with the facts observed. It would also be completely unreal from the point of view of theory [10b].

Considering the connection between the apparent loss of members of clusters and the loss of members of richness groups on an illustrative numerical example let the observed numbers of galaxies in medium compact clusters belonging to distance group 6 and to richness group I be lower by, say, 20 per cent. than those belonging to distance group 5. (In reality, only the average loss of members can be expressed by a single number.) On the other hand, let us assume that the systematic observational error does not significantly influence the number of members counted in compact clusters in the same distance and richness groups. The clusters considered meet the criterion  $50 \leq n < 80$  (where  $n$  is the number of galaxies counted). In accordance with our assumption each cluster classified as medium compact, whose number of members in the distance group 5 would have been  $50 \leq n < 63$ , would have failed to be counted owing to an increased observational error. The loss reaches 43 per cent. of the possible values  $n$  for richness group I. Yet, in accordance with a number of other independent observations, Table 4 shows that the space frequency of the clusters rapidly grows as  $n$  decreases. Owing to this fact the number of medium compact clusters in which  $50 \leq n < 63$  is not 43 per cent. of the total amount of medium compact clusters in richness group I, but considerably higher.

As a result, we find that by failing to count only 20 per cent. of the galaxies in each cluster classified as medium compact, in the first richness group the majority of medium compact clusters gets lost. A similar operation taking 30 per cent. as a basis shows that more than 72 per cent. of the medium compact clusters in richness group I would be lost. This, would probably result in an anomaly in the apparent abundance ratio, exceeding the observed one. *Thus the apparent loss in members of the first richness group is a very sensitive indication of small systematic losses in the counts of the membership of the clusters.*

Abell himself has made informative investigations to reveal the extent to which a possible error in the angular diameter could influence the count of galaxies in clusters. (He does not mention any investigation referring to the number of clusters in richness groups.) In his opinion „the recorded „richness” of a cluster would seldom be affected significantly if the radius of the counting circle were changed by 10 or 15 per cent.” [8b]. Though the probable relative error in the radius of Abell's counting circle is more than 15 per cent. (cf. remark d in the present Section), at the first glance this statement seems to be hardly reconcilable with what has been said above. Let us take a numerical example again. Supposing the erroneous reduction

of the counting circle between distance groups 5 and 6 makes the counts in the clusters of more diffuse consistency drop by an average of about 20 per cent. It has been demonstrated above that such a systematic effect can produce radical changes in the numbers of clusters found in the various richness groups. Yet the change in the numbers of members in individual clusters being only at the limit of accuracy of the count, is practically untraceable, and Abell is right in terming it „insignificant”. To prove this we quote Abell [1e]: „The counts of membership of a cluster, intended as richness criteria, are approximate only. It was desirable, therefore, to group the cluster into categories according to their richness in such a manner that a negligible number of clusters would be misclassified by *more than one* group interval. The standard error of an individual count was estimated at about 17 per cent.” It is seen that Abell considers the misclassification of clusters into the next richness group still tolerable. Our investigation, on the other hand, is critically influenced just by the systematic occurrence of this phenomenon. *This means, that for the detection of otherwise untraceably small systematic errors in the counting of galaxies, and through this, for the determination of the error in the convention regarding the angular diameters, a new method of high sensitivity has been developed.*

The following points should be noted here:

a) The objects investigated by Abell for the determination of the change in count were, naturally, not without exception medium compact clusters belonging to distance groups 5 and 6, it even might be that not a single such cluster was among them. A narrowing down of the radius of the counting circle by 15 per cent. might significantly influence such clusters also individually.

b) Abell also admits in principle that the strong correlation between distance and richness might be the result of some small selection in the measuring procedure [8c].

c) Naturally, it does not follow from the above that besides the error in the determination of the counting circle no other error in observation or no natural phenomenon can influence the anomaly in the frequency distribution observed to a smaller extent.

d) It may be proved independently from the Einstein equations that provided the magnitudes of the synthetically brightest members of the clusters of galaxies [1a, 3a] do not show systematic deviations larger than one magnitude in the „world picture” [13], in conformity with the relativistic theory of the propagation of light Abell’s convention regarding the angular diameters is certainly erroneous. Between the end points of distance groups 5 and 6 a relative variation of about 25 per cent. of the actual diameters (in space) defined by counting circle may be expected.

A short train of ideas proving the above statement is given in the Appendix.

6) *The function  $\vartheta(\delta)$  giving the correct angular diameters for the corresponding parts of the clusters of galaxies can be determined to a reasonable accuracy for the interval  $0.16 < \delta < 0.20$  by repeating a small fraction of Abell’s measurements with the use of considerably modified counting circles.*

The angular diameter  $\vartheta$  can be defined by any corresponding dimension of clusters of galaxies of any type. This means that the function  $\vartheta(\delta)$  is un-

defined to a constant factor. From those discussed in Section 5 it is known that if Abell's measurements are repeated by using any of the correct functions  $\vartheta(\delta)$ , no strong apparent correlation can result between the type and the distance of the clusters. Based on this remark, a method permitting the approximate determination of the correct  $\vartheta(\delta)$  function for small distance ranges may be developed.

In distance groups 5 and 6  $\delta$  does not change considerably. Through this short interval the function  $\vartheta(\delta)$  may safely be approximated by a single linear function. According to experience, the field of clusters covered by Abell's counting circle from the fifth distance group on is reduced to such an extent that its further restriction would significantly affect the count, and hence the observed abundance ratio of the clusters of galaxies. For this reason the undetermined factor in function  $\vartheta(\delta)$  should be selected so that in case of a value  $\delta$  belonging to distance group 5, Abell's function  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$

should coincide with the real function  $\vartheta(\delta)$  that is to say  $\vartheta(\delta_5) = \frac{K}{\delta_5}$ .

To approximate the function  $\vartheta(\delta)$  thus defined, take a few adequate linear functions,  $\vartheta_i$ , all fulfilling the condition  $\vartheta_5 = \vartheta_i(\delta_5)$ , and use them in turn to count the members in the clusters belonging to distance groups 5 and 6, leaving, of course, all the rest of Abell's conventions unchanged. Go on with this procedure until the apparent correlation between the richness and the distance of the clusters ceases to appear.

This programme, rather tiresome, may considerably be simplified without the results being significantly affected and can be executed on photoplates taken with smaller Schmidt telescopes if the task is reversed. Instead of experimenting with the enlargement of the counting circles to eliminate the anomaly manifesting itself in distance group 6, which is under a strong selection effect, counts should be made in distance group 5, more convenient for observation, by using adequately reduced counting circles to produce the anomaly observed in distance group 6. In this case the observations may be restricted to distance group 5. The extent of the required reduction may be determined in first approximation after the examination of a few scores of clusters. This process artificially produces the effect of selection in the measurements, and thus the error in the Abell formula,  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$  may be revealed.\*

7) *The function  $N_{corr}(m)$ , corrected for error in the counting circle for the first five distance groups reasonably agrees with the one published by Abell, but in distance group 6 it becomes even steeper than function  $N_{III}(m)$ .*

The correctness of this statement is very easy to control. Owing to the excessive reduction of the counting circle, discussed in Section 5, the counts of galaxies belonging to a cluster decrease as the distance increases. In accordance with theory and observations, this effect goes increasing with the distance, which means that it makes the slope of function  $\text{Log } N(m)$  milder. Though this effect is significant only for more diffuse clusters, to a smaller extent

\* A recounting of the clusters making part of Abell's distance groups 3, 4, 5 is planned on plates taken with the 60/90/180 cm Schmidt telescope of the Mountain station of the Konkoly Observatory and on copies of the National Society Palomer Sky Atlas.

it necessarily appears also in the case of highly compact and rich clusters. This means that the curve corrected for the selection must be even steeper than the one representing the function  $\text{Log } N_{\text{III}}(m)$ . The latter function is known to the required statistical accuracy only between distance groups 5 and 6. In smaller distances, however, the extent of the restriction of the counting circle and its effect on the outer, less compact parts of the clusters are of no great significance (cf. Section 2), and thus it may be substituted by the  $\text{Log } N_{\text{A}}(m)$  curve with a fair approximation. The corrected curve is shown in Figure 5.

The correctness of the  $\text{Log } N(m)$  curve, made steeper in its final section, is also indicated by the evenness of its course. In opposition to those of the original curve, the points of the corrected diagram display only a very slight scatter and are located along a mild curve of a uniform bend (cf. also Section 9). It is worth to mention that the statistical weight of the individual points in Figure 5 rapidly increases from the left to the right, and therefore the points of the curve on the left-hand side of the Figure may show some scatter, whereas those on the right-hand side only systematic deviations. In all probability, we have succeeded in correcting the latter in the first approximation.

8) *Further points advocating the function  $\text{Log } N_{\text{corr}}(m)$  of greater steepness may be found in the parts of Abell's Catalogue statistically not investigated by the Author himself and also in Zwicky's Catalogue.*

Abell's Catalogue covers the entire area of the celestial sphere that may be observed from the Mount Palomar Observatory. For a statistical investigation, however, only about 2/3 of the clusters listed in the Catalogue have been used, and those that could be observed on moderately low galactic latitudes, i.e. under poorer observing conditions, have been excluded. On the basis of the Catalogue, analogous of Table 4a and Figure 1d related to the equatorial region of the Galaxy have been composed.

Table 9

The distribution of clusters of galaxies according to their distance and richness, as may be deduced from Abell's data for clusters located at low galactic latitudes

Distance Group \ Richness Group	Distance Group					
	1	2	3	4	5	6
I	2 100%	2 100%	2 66.7%	8 80%	49 77.8%	88 73.9%
II	—	—	1 33.3%	2 20%	11 17.4%	24 20.2%
III	—	—	—	—	1 1.6%	7 5.9%
IV	—	—	—	—	2 3.2%	—
V	—	—	—	—	—	—



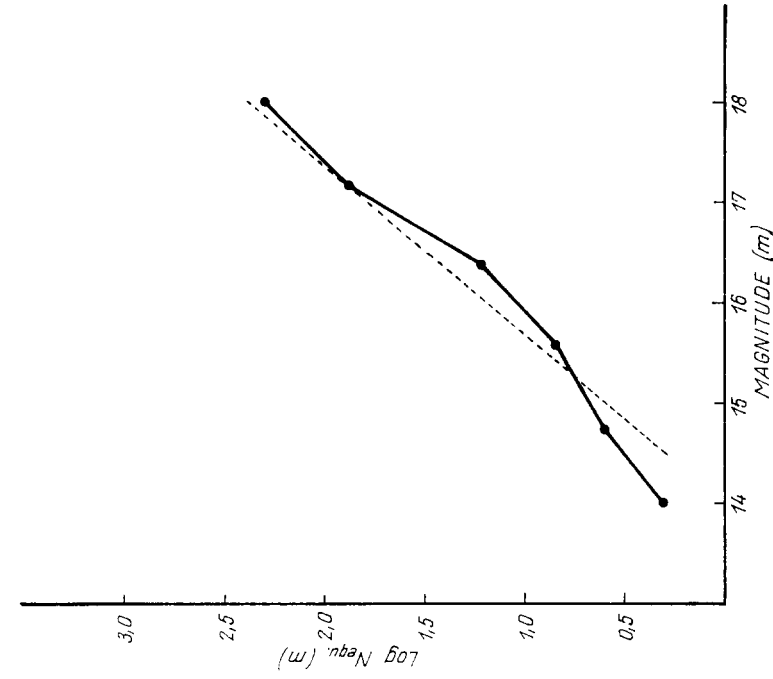


Fig. 6. The Log N<sub>equ</sub>(m) diagram of Abell's clusters of galaxies at low galactic latitudes

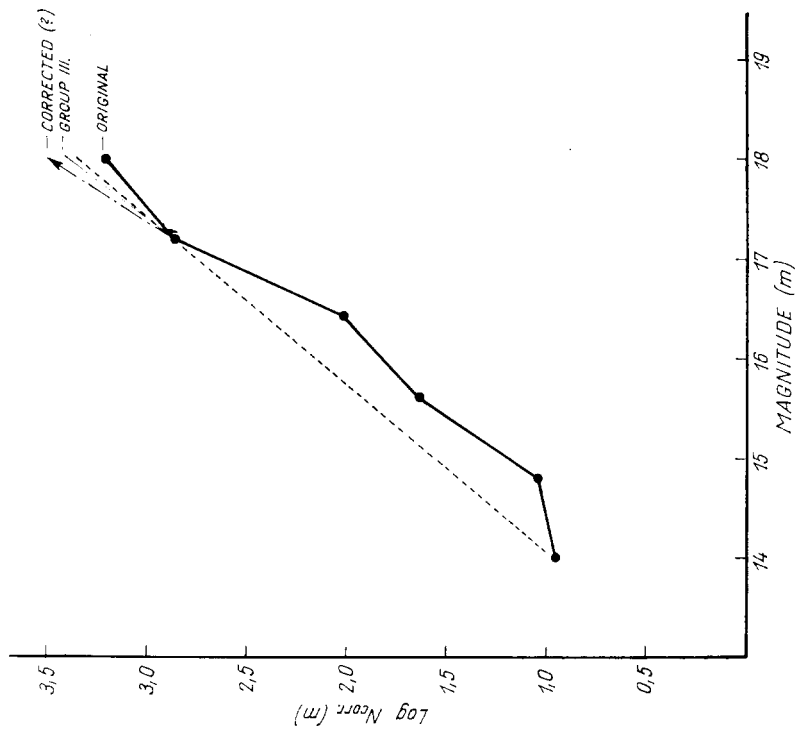


Fig. 5. The functions Log N<sub>A</sub>(m) and Log N<sub>err</sub>(m)

As seen in Figure 6 and Table 9, the correlation between the distance and the richness of the clusters, and the higher steepness of the diagram for richness group III in distance groups 5 and 6, manifests itself clearly also in a poorer, but independent statistical sample.

Putting Figures 2b and 2c of Section 4 side by side it is seen that the counts of medium compact and open clusters in Zwicky's catalogue are strongly reduced by some observational selection. Abell [8a] analyses Zwicky's counting procedure in detail and demonstrates that with this counting procedure in two clusters, of the same type but of different distances, a lower count will necessarily result for the more distant one. In case of clusters of lower central density, this loss proves to be important, whereas in case of compact clusters it plays only a minor role. Following from this it is obvious that the actual diagram  $\text{Log } N_c(m)$  is slightly steeper than that in Figure 2a obtained by direct observation. This means that even from Zwicky's completely independent data, the slope of the correct  $\text{Log } N$  curve at the right end exceeds that of the line  $N = 0.6 m + \text{const.}$

9) *The lowest sections of Log N curves constructed on the basis of Abell's Catalogue suggest the presence of the Local Supergalaxy.*

All  $\text{Log } N$  functions deduced from Abell's material are characterized by strikingly high  $N$  values for the first distance group. Considering the low number of clusters found in distance group 1 and 2, this fact is of no great importance for a statistical investigation. It is worth to note, however, that as shown by independent investigations [14a], field galaxies brighter than 15 magnitudes are also more frequent in space than less bright ones, that is to say, our surroundings to a given distance is likely to form a distinct unit of higher density. Considering statistical uncertainty and possible changes in density in the Local Supercluster there is no need to try to identify the lowest part of the observed  $\text{Log } N$  curve with that of some homogeneous and isotropic cosmological model.

*Notes on the evaluation of the empirical relationships  
 $\vartheta(\delta)$  and  $N(\delta)$*

Current cosmological theories predict various relations between the quantities  $m$ ,  $\delta$ ,  $N$  and  $\vartheta^*$  principally accessible for observation. The checking of these relations by observation permit to reject inadequate theories [15]. From among all the possible functional relations of the four observable quantities, three are independent. So far only the relationship  $m(\delta)$  has been determined to an accuracy suitable for cosmological evaluation [9b]. Our results permit the presumption that the relationships  $N(\delta)$  and  $\vartheta(\delta)$  also can be determined to a greater accuracy, and thus all relationships of cosmological importance will be cleared up. For the function  $N(\delta)$  this has been rendered possible by the elimination of a systematic error, and for  $\vartheta(\delta)$  by the application of a new method. As regards further systematic errors in the material

\* The function  $\vartheta(\delta)$  discussed in Section 6 is identical with the angular diameter — red shift relation required in cosmology, provided only that the average sizes of the clusters of galaxies are unchanged.

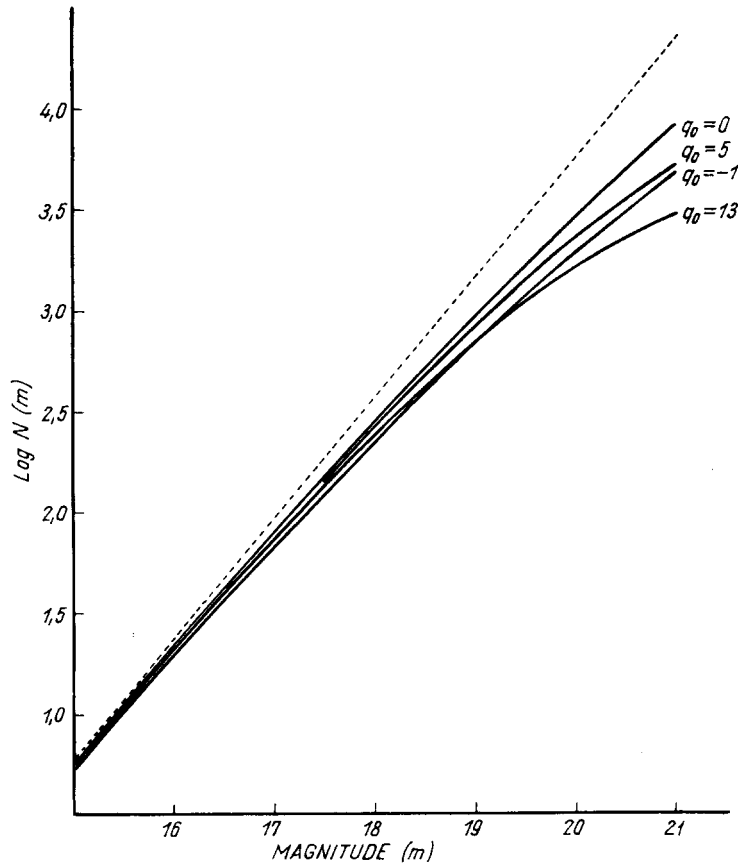


Fig. 7. Theoretical  $\text{Log } N(m)$  diagrams for steady-state and relativistic cosmological models ( $\Lambda = p = 0$ ).

$q_0$  = parameter of cosmological deceleration [10c],  
 $\Lambda$  = cosmical constant,  
 $p$  = pressure  
 (After Sandage [10d])

used no definite statement can be made yet. Consequently all that will be said in connection with the evaluation of the observational relationships, should be considered as tentative.

I. Abell's original  $\text{Log } N_A(m)$  and  $\text{Log } N_A(\delta)$  diagrams within the limits of the accuracy of observations fit well with all curves predicted by various current homogeneous cosmological models, whereas the course of the corrected  $\text{Log } N_{\text{corr}}(m)$  diagram considerably differs from any of these curves.

For a comparison, the theoretical  $\text{Log } N(m)$  diagrams of some of the most important cosmological models are represented here; these are the curves to fit in with the observational points of Figure 5 after corresponding shifts parallel to the axes (Figure 7).

By collating Figure 3 and Figures 13, 14 from Lit. No. [9] it appears that the anomalous increase of the function  $N_{\text{cor}}(m)$  corrected for the error in the angular diameter does not come from an error in Abell's magnitude scale (from which an error in the opposite sense could be expected) but it is a reflection of some natural phenomenon. In this case the analysis of the correction process tending to eliminate the anomaly observed in the abundance ratios of the various types of clusters would indicate that the difference between empirical and theoretical  $\text{Log } N(m)$  functions is due to the change of the space frequency of clusters, and not to the simultaneous spreading of their members.

II. If the average sizes of the clusters of galaxies did not undergo significant changes  $10^8$ – $10^9$  years ago, i.e. if  $\theta$  represents a „metric angular diameter” [10b], then, according to the predictions of the cosmological models investigated by Sandage [10], the Abell's convention regarding the angular measures shows a relative error between distance groups 5 and 6 greater than 15 per cent, only in case when the cosmological deceleration parameter,  $q_0$  is greater than 13. (Based on Table 1 and 6 in Sandage's work referred to as [10].) The determination of the actual error in the angular diameter of the counting circle is still to be expected from further observations, yet the current value  $q_0 < 5$  [11b], appears rather unlikely.\*

In fair agreement with the above conclusion, theoretical curves of those cosmological models can be fitted best to the right-hand side upper section\*\* of the empirical relationship  $m(\delta)$  for which  $q_0$  is of the order of magnitude of 10 at least [10]. It is the more remarkable, that when observations relating to smaller distances and correspondingly nearer times are considered, the best fitting theoretical curve corresponds to  $q_0 \approx 2.5$  [9b, 11b]. Possible explanations are an inaccuracy of magnitude measurements, an uncertainty of knowledge regarding the development of galaxies, a lack of information on intergalactic obscuration, the uncertainty of the K-correction, the possible inhomogeneity of the velocity field of the Metagalaxy, a rapid decrease of the deceleration of universal expansion or the anomalous curvature of space. The latter two possibilities require the investigation of more general models of the Metagalaxy than those considered by Sandage.

In a paper to follow it will be shown, considerably more generalized (and partly independently from the Einstein equations) that in case the functions  $N(\delta)$  and  $\theta(\delta)$  are correct the density of the space distribution of large clusters of galaxies goes growing in every direction with the distance. On the other hand, the deceleration parameter,  $q_0$  as determined from data related to distance groups 3, 4, 5 and 6 is not of an order of magnitude of 10 only if the structure of the space differs from that assumed at the deduction of Friedmann's equation, or else if the average sizes of the clusters of galaxies in different distance groups are strongly different. These conclusions apply to models in which the velocity field is homogeneous and isotropic.

As a possible interpretation of the two conclusions it should be mentioned that a metagalactic system, of roughly spherical shape and of a radially increasing density (just as „association-like” clusters of galaxies, often of similar

\* In this case the relative error in the radius of the counting circle would be smaller than 10 per cent.

\*\* Observations of distance groups 3–6. Data refer to  $10^8$ – $10^9$  years back in time.

structures [14b], planetary nebulae and some stellar associations) might be considered as the product of an explosion. On the other hand, the strong deceleration of universal expansion may be the consequence of the gravitational effect of an exceptionally high density of material or of radiation, or else of some law of gravity, different from Newton's law.\* It is important to know that when taking such high gravitational effects into consideration the dynamics of the individual large clusters of galaxies and that of the Metagalaxy itself cannot be considered independently [12b, 16–19].

In principle it is possible and in a strongly inhomogeneous model of the Metagalaxy it cannot even be considered unlikely that, contrary to our premise, the field of velocity in the range under examination shows significant systematic inhomogeneity, which means that the changes of velocity resulting from the relationships  $m(\delta)$  and  $\vartheta(\delta)$  occur not in time (negative acceleration) but in space.\*\* In this case, of course, the dynamical inferences regarding density and law of gravity would not apply.

Finally, we wish to point out once more that the empirical support of the ideas outlined above is not complete yet, and that the definitive clearing up of the problems brought up will need control observations and further discussions.

It is a pleasure to thank my wife for several useful conversations and for extensive help with the numerical work in this paper. Special thanks are due to Dr. I. Almár, for reading and commenting on the manuscript.

\* In the general theory of relativity a corresponding modification of the law of gravity is obtained in the case of  $\Lambda \ll 0$ , where  $\Lambda$  is the cosmical constant [11c].

\*\* The train of ideas developed in the Appendix applies, with slight modifications, also in this case.

## APPENDIX

*On the theoretically expected error in Abell's convention regarding the angular diameters of clusters\**

The absolute luminosity,  $L$  and the apparent luminosity,  $l$ , of galaxies are interconnected by the known relationship [20]

$$l = \frac{L}{(1 + \delta)^2 \cdot \sigma^2(\omega) \cdot R_0^2}, \quad (1A)$$

where  $\delta$  is the red shift,  $\sigma(\omega) = \begin{cases} \sin \omega \\ \omega \\ \text{sh } \omega \end{cases}$  depending on the structure of space,

$R_0 = R(t_0)$ ,  $R(t)$  the cosmological scale factor,  $t_0$  the instant of the observation. Using the formulae  $m = -2.5 \text{ Log } l$  and  $M = -2.5 \text{ Log } L$  to pass from luminosities to magnitudes, for apparent and absolute magnitudes the following expression results:

$$m = M - 5 \text{ Log}[(1 + \delta) \cdot \sigma(\omega) \cdot R_0]. \quad (2A)$$

Starting from the usual metrics of relativistic cosmology, the following relationship between the apparent and actual diameters of an object may be inferred [20]:

$$\Delta = R \cdot \sigma(\omega) \cdot \vartheta, \quad (3A)$$

where  $\Delta$  is the linear diameter of the object, and  $\vartheta$  is the angular diameter.

Considering that  $\frac{R_0}{R} = 1 + \delta$ , and in Abell's observations  $\vartheta = \frac{K}{\delta}$ :

$$\sigma(\omega) = \frac{(1 + \delta) \cdot \delta \cdot \Delta}{K \cdot R_0}. \quad (4A)$$

Substitute the term found for  $\sigma(\omega)$  into relationship (2A):

$$0.2 m - \text{Log} [(1 + \delta)^2 \delta] = \text{Log } \Delta + M + \text{Log } K. \quad (5A)$$

Formula (5A) does not include the term  $\sigma(\omega)$  which means that it is obtained without the integration of Einstein's equations or of Friedmann's equation, and is independent from them.

Denote the term on the left-hand side of equation (5A) by  $\mu$ . If the absolute brightness of the galaxies under observation is the same, then

$$\mu = 0.2 m - 2 \text{ Log} (1 + \delta) - \text{Log } \delta = \text{Log } \Delta + \text{const}. \quad (6A)$$

\* This supplement contains the proof of the statement in Section 5 note d.

and

$$2.3 \frac{d\mu}{d \text{Log } \delta} = \frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{d \text{Log } \delta}. \quad (7A)$$

Observations made by Humason, Mayall and Sandage [9b] have revealed the following relationship between photovisual magnitudes corrected for red shift spectrum change ( $K$ -correction) and the red shift itself\*:

Table A<sub>1</sub>

Relation between the photovisual magnitudes of the synthetically brightest members of 18 clusters of galaxies and their red shifts

Cluster Number	Cluster Designation	$\delta$	m
1	Virgo .....	.004	8.27
2	Perseus 0316+4121 .....	.018	11.72
3	Coma 1257+2812 .....	.022	11.80
4	Hercules 1603+1755 .....	.036	13.09
5	2308+0720 .....	.043	13.79
6	2322+1425 .....	.044	14.18
7	1145+5559 .....	.052	14.70
8	0106-1536 .....	.053	14.45
9	1024+1039 .....	.065	14.89
10	1239+1852 .....	.072	14.19
11	Cor. Bor. 1520+2754 .....	.072	14.96
12	0705+3506 .....	.078	15.46
13	Boötes 1431+3146 .....	.131	16.21
14	1055+5702 .....	.134	16.22
15	0025+2223 .....	.159	16.28
16	0128+1840 .....	.173	16.49
17	0925+2044 .....	.192	16.41
18	Hydra 0855+0321 .....	.202	16.70

From Table A<sub>1</sub> the corresponding curve  $\mu(\delta)$  may be derived (Fig. A<sub>1</sub>).

Figure A<sub>1</sub> shows the absolute value of the derivative  $\frac{d\mu}{d \text{Log } \delta}$  and,

together with it, the relative error in Abell's angular diameters,  $\frac{1}{A} \frac{dA}{d \text{Log } \delta}$ ,

to be in general negligibly small for the first four distance groups\*\* (in the same range the abundance ratio of more diffuse clusters does not drop either), whereas from the fifth distance group on it abruptly starts growing. Substituting the derivatives by the change ratios taken from Figure A<sub>1</sub> for the

\* The results of the more recent photoelectric observations made by Baum [21] have not been considered here because he had used apertures inversely proportional to the red shift.

\*\* The derivative of the function  $\mu(\text{Log } \delta)$  also in the range  $-1.7 < \delta < -1.3$  differs from zero. This is likely to be the result of an excess speed or an excess space curvature occurring in the Local Supergalaxy and might be brought into connection with the anomaly in the abundance ratio of less significance, discussed in Section 2.

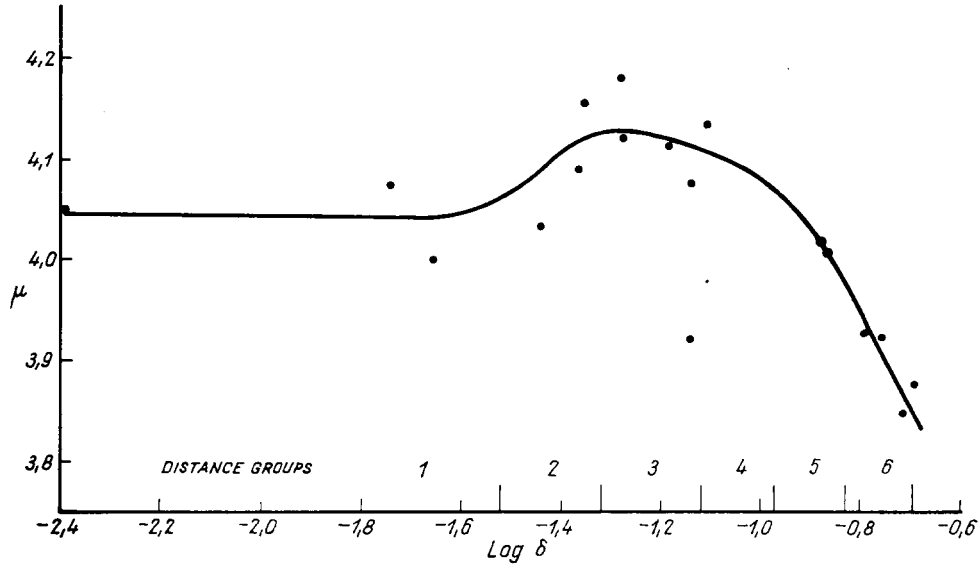


Fig. A<sub>1</sub>.  $\mu = 0.2 m - \text{Log}(1 + \delta)^2 \cdot \delta$  versus red shift, for 18 clusters of galaxies

corresponding distances in distance groups 5 and 6 the following equation is obtained

$$2.3(\mu_5 - \mu_6) \approx \frac{\Delta_5 - \Delta_6}{\Delta_5} \approx 0.25. \quad (8A)$$

The relative error in the angular diameter to be expected between distance groups 5 and 6 appears to be considerably larger than 10–15 per cent. as mentioned by Abell (cf. p. 19). Yet this value is uncertain, for several reasons. Magnitude measurements may be affected by systematic errors. Magnitudes listed in Table A<sub>1</sub> are corrected by the  $K$ -term but its value is uncertain. No reliable data on intergalactic obscuration are available and its effect cannot be taken into account. Finally, the scanty information we have on the evolution of galaxies cannot give sufficient support to the assumption used in Formula (6A) according to which  $M$  is independent from time. The conspicuous drop of the curve A<sub>1</sub>, however, would not correspond to facts unless a sudden systematic drop of about 1<sup>m</sup>.5 occurred in the absolute intrinsic brightness of galaxies. It is seen that our conclusion hardly depends on possible cosmogonical changes.

Figure A<sub>1</sub> contradicts the opinion generally spread in astronomy that the red shift is a linear function of „distance”, which is also the starting point of Abell’s working hypothesis. Observations indicate that „distance by apparent size” [11c] and the concept of distance based on red shift from distance groups 4 on are sharply different [10f].



## REFERENCES

1. Abell, G. O.: *Ap. J. Suppl. Ser. Vol. III*. Pp. 211—288 (1958)
  - a) Pp. 219—220 — b) Pp. 221—222 — c) Pp. 223—225 — d) Pp. 215—218, 225
  - e) p. 227
2. Just, K.: *Ap. J.* 129, p. 268 (1959)
3. McVittie, G. C.: in „*Handbuch der Physik*“ LIII. Pp. 445—488 (Springer-Verlag, Berlin, 1959)
  - a) p. 479 — b) Pp. 483—484
4. Zwicky, F., Herzog, E., and Wild, P.: *Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies Vol. I*. (California Institute of Technology, 1960)
5. Hubble, E.: *Observational Approach to Cosmology* p. 58. (Oxford: Clarendon Press, 1957)
6. Zwicky, F.: *Morphological Astronomy*, p. 157. (Springer-Verlag, Berlin, 1957)
7. Zwicky, F.: in „*Handbuch der Physik*“ LIII. p. 395. (Springer-Verlag, Berlin, 1959)
8. Abell, G. O.: in „*Problems of Extra—Galactic Research*“ IAU Symposium N<sup>o</sup> 15. (Macmillan Company, New York, 1962)
  - a) Pp. 220—223 — b) Pp. 223—225 — c) p. 237
9. Humason, M. L., Mayall, N. U. and Sandage, A. R.: *Ap. J.* 61, p. 97 (1956)
  - a) p. 159 — b) Pp. 146—151
10. Sandage, A. R.: *Ap. J.* 133, Pp. 355—392 (1961)
  - a) p. 362 — b) Pp. 376—380 — c) p. 357 — d) Pp. 363, 371—375
  - e) Pp. 363, 378 — f) p. 367 — g) p. 381
11. McVittie, G. C.: *Fact and Theory in Cosmology* (Eyre and Spottiswoode, London, 1961)
  - a) p. 131 — b) p. 137 — c) Pp. 144—146
12. McVittie, G. C.: *General Relativity and Cosmology* (Chapman and Hall Ltd. London, 1956)
  - a) p. 153 — b) Pp. 116—118 — c) p. 147
13. Bondi, H.: *Cosmology*, p. 71 (Cambridge U. P., 1960)
14. *Proceedings of the Conference on Instability of Systems of Galaxies*, edit. by Neyman, J., Page, Th. and Scott, E. A. *J.* 66, Pp. 533—636 (1961)
  - a) p. 609, Fig. 4. — b) p. 630
15. Balázs, B. and Paál, G.: *Nature* 189, p. 992 (1961)
16. Paál, G.: *Acta Phys. Hung.* in press
17. Schlüter, A.: *A. J.* 60, Pp. 141—143
18. Zelmanov, A. L.: in „*Trudy 6. soveschania po voprosam cosmogonii*“ Pp. 156, 170 (Acad. Nauk S.S.S.R., Moscow, 1959)
19. Heckmann, O.: *Theorien der Kosmologie*, Pp. 17—19, 46 (Springer-Verlag, Berlin, 1942)
20. Heckmann, O. and Schücking, E.: in „*Handbuch der Physik*“ LIII. Pp. 509—511 (Springer-Verlag, Berlin, 1959)
21. Baum, W. A.: in „*Problems of Extra—Galactic Research*“ IAU Symposium N<sup>o</sup> 15. p. 396 (Macmillan Company, New York, 1962)

A kiadásért felelős Detre László. — Műszaki szerk. Tóth Erzsébet  
A kézirat beérkezett 1964. IV. 6. — Példányszám: 700 Terjedelem: 2,8 (A/5) papírv

---

64.58687 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

KÖ. A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 55

J. TREMKO

(Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences,  
Skalná Pleso, Czechoslovakia)

PHOTOELECTRIC STUDY  
OF THE RR<sub>c</sub> VARIABLE RU PISCUM

BUDAPEST, 1964

### ABSTRACT

In 1961—1964 4204 photoelectric observations in yellow colour were obtained utilizing the 24-inch reflector of the Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences at Skalnaté Pleso. The analysis of the observations shows rapid variations in the primary period and the existence of a secondary period.  $P_B = 28.8$  days, in the course of which the amplitude of the light curve varies between  $0^m459$  and  $0^m531$ .

## INTRODUCTION

The variable star RU Psc of type RRc shows very rapid and complicated changes of period. Its variability was discovered by Leavitt (1923). Later this star was studied by several authors including Zessevitch (1924), Detre (1934), Gaposhkin (1952), Dezsó (1945), and Pelishenko (1949). Zessevitch (1924) derived the approximate value of the period as  $P = 0^d3898$  on the basis of 220 visual observations. This value was later improved by Detre (1934) who found from 472 visual photometric observations  $P = 0^d390398$ . Detre was the first to publish a light curve which is unusual in form. The amplitude of the light changes was  $0^m47$ . Gaposhkin (1952) found that the period varied therefore he calculated the mean value of the period for different time-intervals. The extreme values of the period he found were  $0^d3902139$  and  $0^d3904577$ . The variable was independently studied in detail by Dezsó (1945) who analyzed 759 photographic observations, obtained at the 16 cm astrograph of the Konkoly Observatory. His analysis of the observations showed that the period varied and these variations could be expressed by a periodic term, the period of the changes of the primary period being 1080 days. The conclusions reached by Dezsó were made more accurate by Pelishenko (1949) who expressed the changes of the primary period by a combination of secular and periodic terms. The present author's analysis showed that the accuracy and number of observations of the preceding authors were insufficient for a detailed study of the star. Although the changes in the primary period are not discussed in detail in this paper, the preliminary results show, that Dezsó's and Pelishenko's conclusions are not valid.

The mean radial velocity of RU Psc is  $V_r = -115$  km/sec, its distance  $r = 950$  ps. The space velocity components are  $V_x = -405$  km/sec,  $V_y = -229$  km/sec,  $V_z = -15$  km/sec. The star has a retrograde motion in the Galaxy (Losinsky, 1952). The data on the space motion of the star are collected in Eggen's catalogue (1964) of high-velocity stars. A spectroscopic study of the star was made by Preston (1959), who found for the difference between the spectral types derived from the hydrogen lines and from the K line of Ca II at minimum light the value  $\Delta S = 7$ .

## OBSERVATIONAL MATERIAL AND REDUCTION

Simultaneous photoelectric observations were programmed in order to study the recognizable irregularities of this variable star. The reason why the analysis of the light changes was made only upon the basis of our own obser-

vational material, will be given below. Observations were obtained at the 24-inch,  $f/5.5$  reflector of the Astronomical Institute at Skalnaté Pleso in three observational seasons, from August 1, 1961 to September 9, 1961, from October 10, 1962 to January 29, 1963 and from August 4, 1963 to January 23, 1964. The photoelectric photometer was placed in the Newtonian focus which, due to the mounting of the telescope, was not easily accessible, therefore, a guiding telescope was used for pointing the stars. Consequently it was difficult to observe in several colours and to use sufficiently small focal diaphragms. The photoelectric photometer consisted of an optical part with a set of filters and focal diaphragms. The quartz Fabry lens imaged the entrance pupil of the telescope as a disc of 4.3 mm diameter on the photocathode of the photomultiplier. The light receiver was a 1 P 21 photomultiplier at first supplied from dry batteries, later a high-voltage stabilizer of the type NBZ 411 was used. The electronic part consisted of a DC amplifier and a microammeter which served to read the signal. Since 1963 an electronic recorder EZ 4 has been in use. The filter employed for all observations was a 2 mm Schott GG—11 yellow filter. During the observations we used focal diaphragms of 24, 42 and 75 seconds of arc. A detailed description of the photoelectric photometer will be given in another paper. During the whole observational period the star BD + 23°163 (9<sup>m</sup>1) served as comparison star. Corrections for differential extinction were not made since the comparison star and the variable are only 23.2 minutes of arc from one another. Even in zenith distances of  $z = 60^\circ$  the differential extinction did not exceed 0<sup>m</sup>004. During observations with an amplifier and microammeter we used the following observational scheme: variable, sky, variable, comparison star, sky, comparison star, variable, sky, variable etc. Each observation consisted of three consecutive readings of the deflection of the microammeter in intervals of 10 seconds. During observation with a recorder we used a more economical scheme whereby only 1/5 of the observation time was devoted to the observation of the comparison star.

The observations were reduced in the following way: first the arithmetic means were calculated from three consecutive readings of the microammeter for the variable star, the comparison star and the sky respectively; then the arithmetic means of the values of the deflections of the variable and comparison star were reduced for the sky. Finally we computed the ratios of the reduced arithmetic means of the intensities of the variable and comparison star. These ratios were converted to differences in magnitudes by means of the known relation using appropriate tables. The observations from the recorder were reduced in a similar way.

#### INTERPRETATION OF OBSERVATIONAL MATERIAL

During the three observational periods in 1961—1964 altogether 5616 photoelectric observations were obtained. Since small light oscillations had to be investigated, observations obtained under less suitable observational conditions were omitted. Table I contains a survey of the observational intervals, the mean error of one observation and the observational conditions. Several members of the Astronomical Institute at Skalnaté Pleso participating in the observational programme obtained the following number of observations: M. Antal 5, D. Hlinická 73, J. Málková 7, I. Petras 265, J. Petras 538, L. Petrik

1937, M. Rybansky 18, D. Sajták 78, M. Weidlich 136, P. Zimmermann 134, J. Tremko 1013. For reasons mentioned above 1412 observations were eliminated from the treatment. The observational intervals in which the observations were omitted because of insufficient accuracy were as follows:

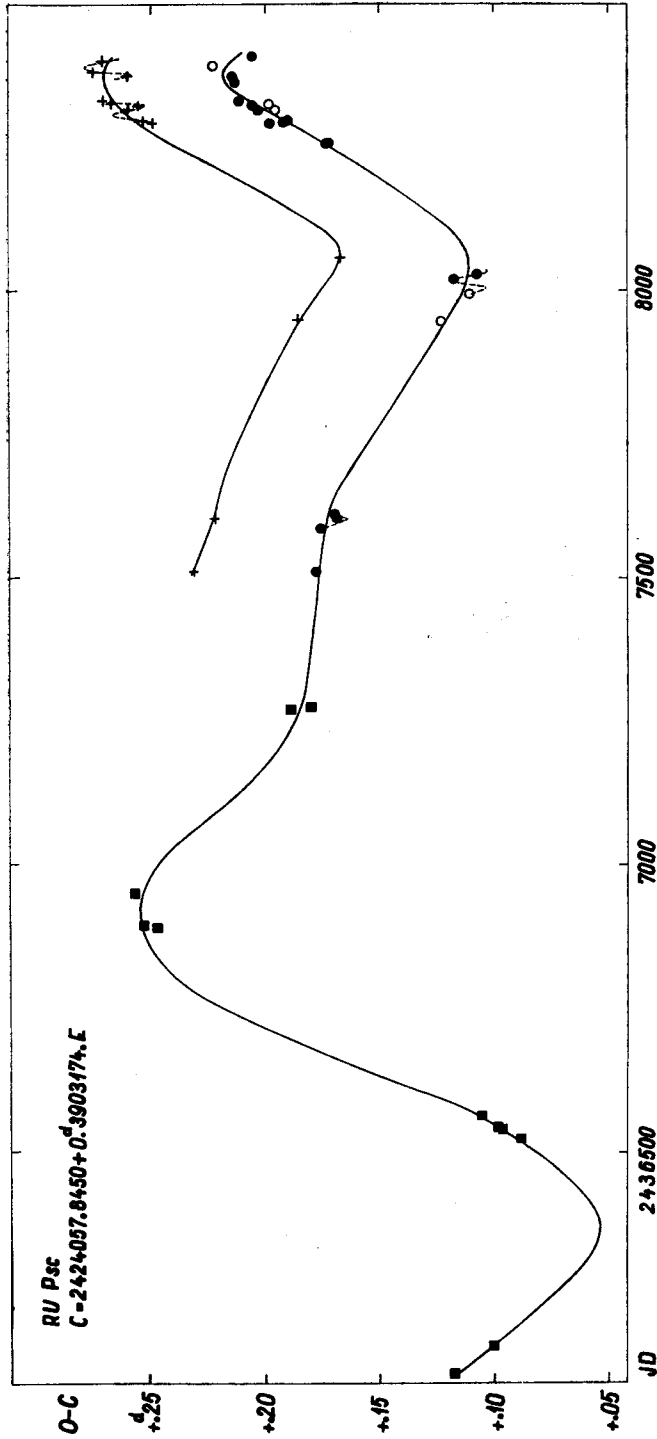
2437565.6308 — .6438,	2437948.2985 — .3068,	2437948.4026 — .4151,
2437998.4159 — .4624,	2438019.4580 — .4718,	2438027.4435 — .4581,
2438053.3680 — .3716,	2438058.3422 — .3662,	2438246.4497 — .5066,
2438256.4068 — .4864,	2438258.4020 — .4336,	2438268.5662 — .5825,
2438291.4982 — .5806,	2438291.6050 — .6291,	2438293.3837 — .4215,
2438296.4985 — .5641,	2438297.3066 — .5414,	2438316.3499 — .4299,
2438318.3364 — .3820,	2438327.3572 — .5193,	2438365.4968 — .5108,
2438382.4084 — .4869,	2438400.4210 — .4344,	2438402.4210 — .4310.

All the observations included in the analysis are given in Tab. V. The moments of observations in the first column of Tab. V are heliocentric.

The observations in each night were plotted separately. By comparing the observations from different nights it was found that the light curve changes from epoch to epoch. It was first necessary to determine whether or not the changes are periodic. For this purpose the moments when the star passed the magnitude  $\Delta m = +0^m400$  and  $\Delta m = +0^m580$  on the ascending branch were determined for each day of observation. The moments were chosen so that they occurred on both sides of the hump on the ascending branch of the light curve. The observed epochs for  $\Delta m = +0^m580$  and for  $\Delta m = +0^m400$  are listed in Tab. II. In that table the first column contains the year of observation, the second the numbering of epochs, the third and fifth the observed heliocentric epochs for  $\Delta m = +0^m580$  and  $\Delta m = +0^m400$ , respectively, the fourth and sixth the corresponding O—C differences. The counting of the epochs and the calculation of the O—C differences were performed on the basis of the following elements:

$$C = 2424057.8450 + 0^d3903174.E \quad (1)$$

The calculation of the length of the period was accomplished from the photoelectric observations in Budapest and Skalnaté Pleso. The last two columns of Tab. II give the brightness of the maxima and minima. The values of the O—C differences exhibit large changes in the primary period which from the beginning of the observational interval from J. D. 2437513 shortened until it reached a minimum value around J. D. 2438120. Lengthening of the period is observed later and the O—C curve had a maximum around J. D. 2438370. At the end of the observational interval in 1963—64 shortening of the primary period is again observed. The changes in primary period are irregular, as can be seen in Fig. 1 which is a plot of the values from Tab. II. The full circles in Fig. 1 are observed epochs for  $\Delta m = +0^m580$  on the ascending branch and the empty circles are slightly extrapolated values for the same  $\Delta m$ . The crosses denote the observed epochs for  $\Delta m = +0^m400$  on the ascending branch. The epochs derived by means of the descending branch were omitted from the analysis. The changes in primary period are clearly visible even before 1961, as is seen from a preliminary analysis of the photoelectric observations at Budapest denoted by squares in the figure.





On the curve of the differences O—C for the primary period small oscillations are superposed which are especially pronounced for the moment  $\Delta m = +0^m400$  of the ascending branch. For these moments the O—C values have a minimum at J. D. 2438294.0, J. D. 2438323.0 and J. D. 2438378.0. For the moments  $\Delta m = +0^m580$  of the ascending branch three further minima of the O—C values were observed: J. D. 2437603, 2438006 and 2438034. A secondary period  $P_B = 28.8$  days could be derived from these minima, but of course with a rather great uncertainty, because the secondary period had not necessarily a constant value. If the brightnesses of the maxima and minima given in the last two columns of Tab. II are arranged according to the phase of the secondary period using the formula:

$$C = \text{J. D. } 2438378.0 + 28^d8.E. \quad (2)$$

it was seen that the brightness of the maximum and minimum varied quite distinctly with a small amplitude. The amplitude of the variation in the brightness of the maxima was  $0^m034$  and the variation of the brightness of the minima  $0^m040$ . If the maxima were brighter, the minima were fainter and vice versa. This is characteristic for the Blashko effect, in the same way as the oscillations of the moments on the ascending branch. The dispersion in all the diagrams exceeds the value expected from the accuracy of the observations, indicating the existence of irregular changes in the shape of the light curve. The time oscillations of two points on the ascending branch and the brightness changes in maximum and minimum of the light curve are shown in Fig. 2 for different phases of the secondary period.

Since the shape of the light curve changed with the phase of the secondary period, a mean light curve from all observations and light curves for selected phases of the secondary period were constructed. For this purpose, the brightnesses from the individual light curves were determined for 23 values of the phase  $f$  of the primary period. These data were tabulated in Tab. III. The values of the phase  $f$  are in fractions of a day and the phase of the secondary period,  $\psi$ , in days. Then the brightnesses for different phases of the primary period,  $f$ , were plotted in graphs as functions of the phase of the secondary period,  $\psi$ . The brightnesses were read from these graphs for three values of  $\psi$  — for  $\psi = 0^d$ ,  $\psi = 8^d$  and  $\psi = 19^d$  respectively — and are given in Tab. IV together with the data for the mean light curve. The mean light curve and the light curves for the above mentioned three phases of the secondary period are plotted in Fig. 3. Unfortunately, there are few observations for the interval  $\psi = 8^d$  to  $\psi = 22^d$ . The light curves for  $\psi = 8^d$  and  $\psi = 19^d$  approximately represent the extreme light curves. For  $\psi = 8^d$  the maximum is bright, the minimum faint and the whole light curve is shifted to the left compared with the mean light curve. The hump on the ascending branch is the longest for this phase. On the other hand, for the phase  $\psi = 19^d$ , the maximum is lowest, the minimum highest and the whole light curve is shifted to the right with respect to the mean light curve. The hump on the ascending branch is barely visible.

From the mean light curve we obtain for the brightness of the maximum  $\Delta m = +0^m323$  and for the brightness of the minimum  $\Delta m = +0^m810$ , hence the mean amplitude of the light curve is  $0^m487$ . The amplitude of the light curve fluctuates in the course of the secondary period from  $0^m459$  to

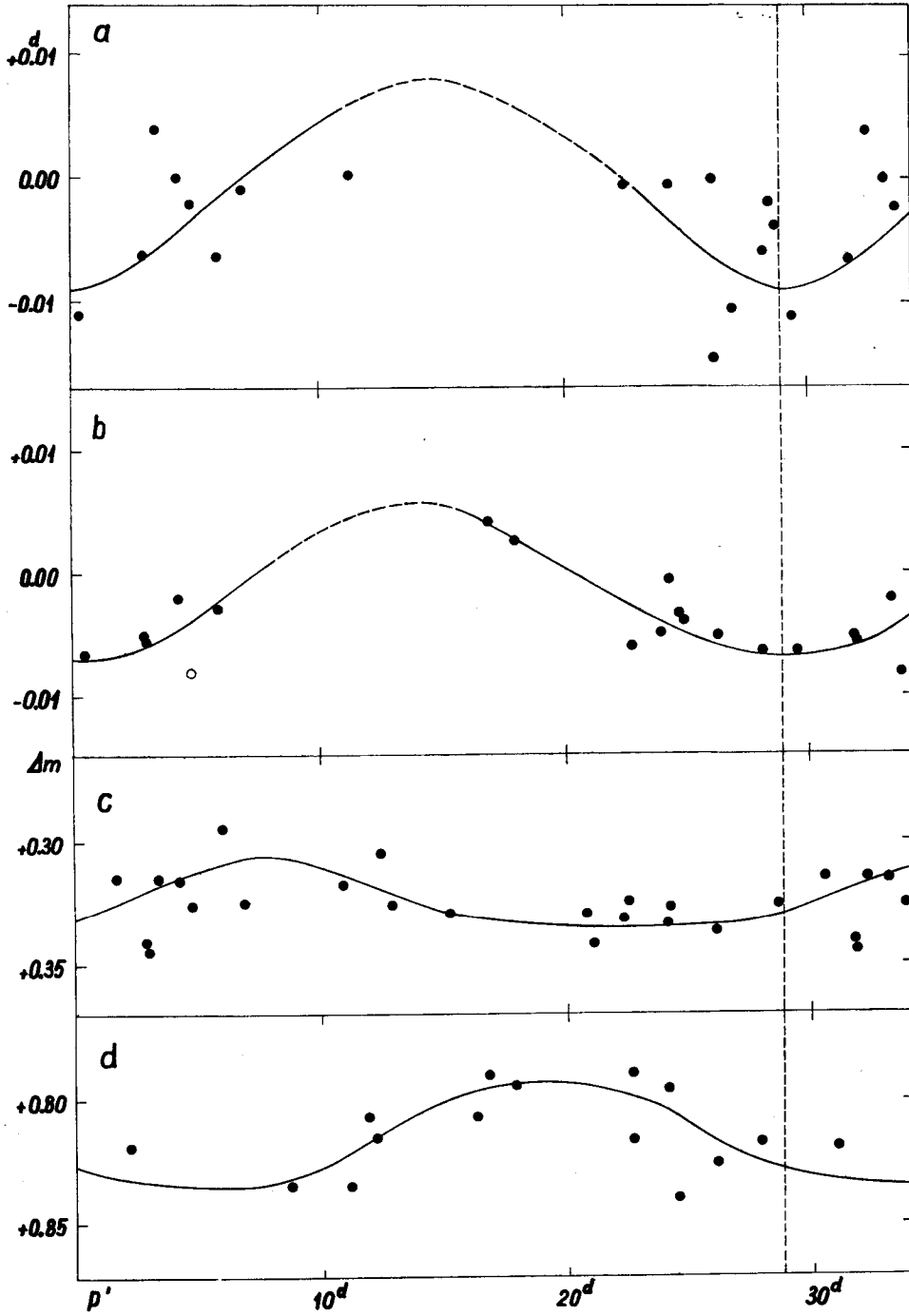


Fig. 2.: Above: time-oscillation of the ascending branch for  $\Delta m = +0^m580$  (a) and  $\Delta m = +0^m400$  (b). Below: the variation of the brightness of the maximum (c) and minimum (d) in course of the secondary period,  $P_B = 28.8$  days

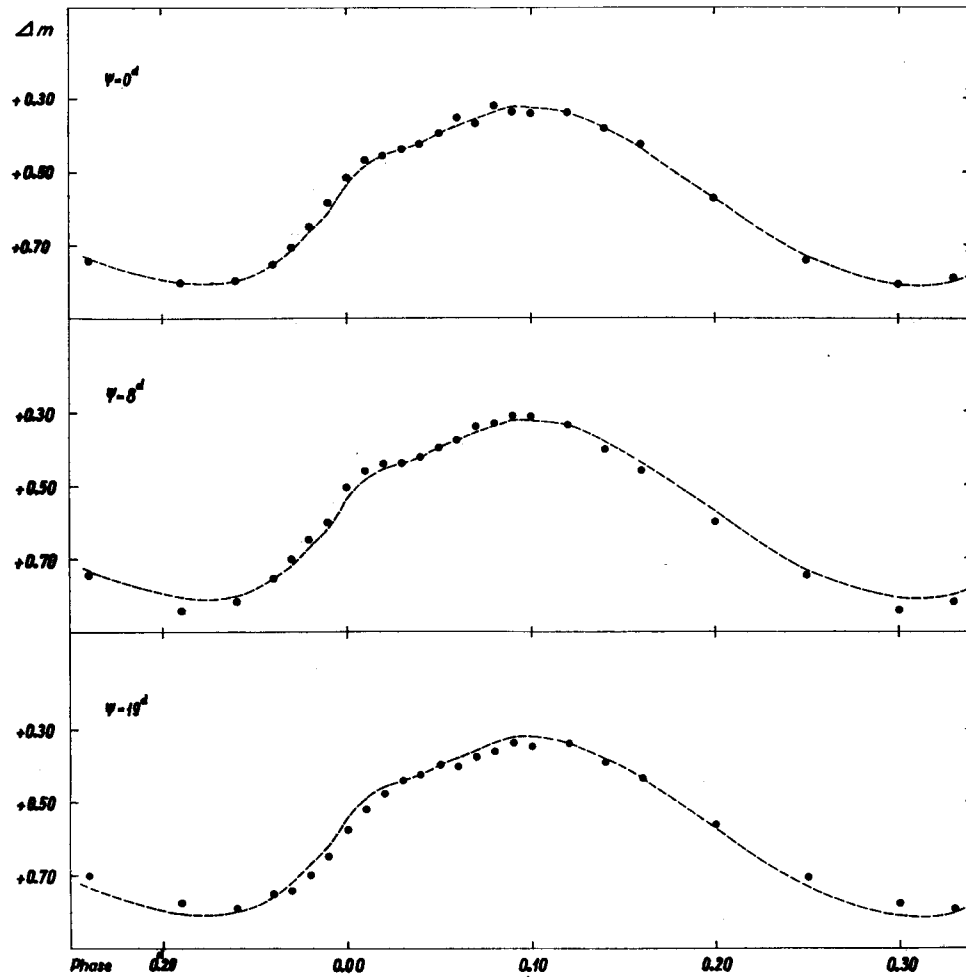


Fig. 3.: The light curve of RU Psc for three different phases of the secondary period. The dashed line is the mean light curve, constructed from all the observations

$0^m531$ . The time interval between light minimum and light maximum is  $0^d168$ , or  $0^F430$ .

The Konkoly Observatory in Budapest has photoelectric observations from 1952 and 1957—1960 and also unpublished photographic material from 1944—1952. This material, together with other observations available, will be discussed in a coming paper in connection with a study of changes in the primary period.

Table I.  
OBSERVING INTERVALS AND M. E. OF ONE OBSERVATION

Date	J. D.	n	m. e.	Notes
1961 Aug. 1/2	7513.4356—.4926	14	$\pm$ .011	
Sept. 22/23	7565.4348—.6271	65	.012	
Oct. 9/10	7582.5923—.6368	16	.006	
" 10/11	7583.5825—.6304	17	.008	
" 11/12	7584.5700—.6501	24	.012	
" 13/14	7586.5376—.5515	5	.004	
" 16/17	7589.3104—.5465	69	.019	
Nov. 2/3	7606.3150—.4011	42	.008	
" 8/9	7612.3501—.5515	62	.007	
1962 Oct. 10/11	7948.3089—.4151	48	.008	
" 11/12	7949.3061—.4818	57	.008	
Nov. 28/29	7997.2416—.3722	53	.021	
" 29/30	7998.2944—.4097	45	.014	
Dec. 20/21	8019.3302—.4448	60	.016	
" 21/22	8020.2183—.4238	74	.016	
" 28/29	8027.2386—.4414	101	.013	
1963 Jan. 23/24	8053.2574—.3630	33	.016	
" 28/29	8058.2701—.3313	17	.014	
Aug. 4/5	8246.5073—.5812	57	.015	
" 14/15	8256.5091—.5837	63	.015	
" 16/17	8258.4346—.5937	115	.012	
" 26/27	8268.4053—.5588	117	.017	
Sept. 18/19	8291.3645—.6044	161	0.16	1
" 20/21	8293.3642—.5593	132	.018	1
" 21/22	8294.4185—.5995	185	.013	1, 2
" 23/24	8296.3952—.6438	185	.013	4
" 24/25	8297.5431—.5809	36	.014	1, 2
" 26/27	8299.3592—.3738	15	.021	4
Oct. 12/13	8315.3325—.5498	123	.019	5
" 13/14	8316.3139—.3533	29	.021	2
" 15/16	8318.4455—.5746	83	.017	
" 16/17	8319.3208—.5556	197	.014	1
" 19/20	8322.3952—.5763	206	.015	
" 20/21	8323.3056—.5079	169	.007	6
" 22/23	8325.2942—.3091	16	.019	1
" 24/25	8327.2823—.6369	215	.015	5
" 26/27	8329.2910—.3711	76	.013	2, 3
" 27/28	8330.4858—.5427	38	.014	3
" 28/29	8331.3804—.6288	147	.015	
Nov. 9/10	8343.5048—.5562	38	.016	1
Dec. 1/2	8365.2374—.5239	177	.016	
" 11/12	8375.2108—.4830	222	.013	1
" 18/19	8382.3078—.4073	76	.016	1
" 29/30	8393.3356—.4305	75	.012	1
" 31/1	8395.2094—.2339	24	.012	
1964 Jan. 4/5	8399.2069—.3821	89	.020	
" 5/6	8400.2905—.4151	88	.014	
" 7/8	8402.3063—.4198	83	.016	1
" 11/12	8406.2503—.2589	14	.007	2
" 12/13	8407.2238—.3127	74	.022	
" 20/21	8415.3287—.3861	60	.012	
" 23/24	8418.3720—.3856	17	.014	5

Notes. 1. Interfering cirrus. 2. Wind. 3. Interfering fog. 4. Interfering clouds  
5. Bad transparency. 6. Sky very good.

*Table II*  
O-C VALUES AND BRIGHTNESS AT MAXIMUM AND MINIMUM LIGHT

Year	E	$t_{\Delta m = +0.10}$	O-C	$t_{\Delta m = +0.10}$	O-C	$\Delta m_{\max}$	$\Delta m_{\min}$
		243....		243....			
1961	34 473	7513.4333	+0.1766	7513.4859	+0.2292		
	34 606	7565.-				+0.325	
	34 650	7582.-				+0.318	
	34 653	7583.-					+0.807
	34 655	7584.-				+0.326	
	34 668	7589.5426	+0.1740				+0.794
	34 711	7606.3195	+0.1672	7606.3720	+0.2197		
	34 427	7612.5649	+0.1676				+0.815
1962	35 590	7949.3626:	+0.1213:	7949.4253	+0.1840	+0.315	
	35 713	7997.3590:	+0.1087:				+0.789
	35 772	8020.3947	+0.1157				+0.800
	35 790	8027.4106	+0.1159				+0.756
1963	35 856	8053.-				+0.330	
	35 869			8058.3047	+0.1649		
	36 351	8246.-				+0.305	
	36 377	8256.5927	+0.1716				+0.816
	36 382	8258.5437	+0.1711				+0.832
	36 407	8268.-				+0.305	
	36 466	8291.3551	+0.1958	8291.4123	+0.2530	+0.326	
	36 471			8293.3643:	+0.2539:	+0.315:	
	36 474	8294.4720	+0.1902	8294.5283	+0.2465	+0.341	
	36 479	8296.4214	+0.1880	8296.4849:	+0.2515:		
	36 482	8297.5909:	+0.1865:				
	36 528	8315.5531:	+0.1941:				+0.775
	36 530	8316.3411	+0.2015				
	36 538	8319.4637	+0.2015	8319.5197	+0.2575	+0.345	+0.817
	36 546	8322.5862:	+0.2015:				+0.819
	36 548	8323.3692	+0.2039	8323.4188	+0.2535	+0.345	
	36 553	8325.3127:	+0.1958:				
	36 558			8327.3333	+0.2648		+0.835
	36 563					+0.320	
	36 569	8331.5716:	+0.2096:	8331.6291	+0.2671		+0.835
36 656	8365.5310	+0.2114				+0.807	
36 681	8375.2894	+0.2119	8375.3351	+0.2576	+0.337	+0.825	
36 699	8382.3180	+0.2147	8382.3754	+0.2721			
36 727	8393.-				+0.330		
36 732	8395.2042:	+0.2205:					
1964	36 742	8399.-				+0.342	
	36 745			8400.3265	+0.2686	+0.320	
	36 750	8402.-				+0.327	
	36 763	8407.2869	+0.2033				





Table IV.

MEAN LIGHT CURVE ( $\overline{\Delta m}$ ) AND LIGHT CURVES  
FOR DIFFERENT PHASES OF SECONDARY PERIOD

Phase	$\overline{\Delta m}$	$\Delta m$		
		$\psi = 0^\circ$	$\psi = 8^\circ$	$\psi = 19^\circ$
	+	+	+	+
0.00	0.533	0.508	0.503	0.574
0.01	0.487	0.469	0.458	0.518
0.02	0.456	0.455	0.442	0.474
0.03	0.440	0.440	0.440	0.440
0.04	0.426	0.426	0.426	0.426
0.05	0.395	0.395	0.395	0.395
0.06	0.376	0.353	0.378	0.399
0.07	0.357	0.366	0.339	0.373
0.08	0.338	0.320	0.333	0.358
0.09	0.322	0.336	0.309	0.336
0.10	0.327	0.340	0.310	0.344
0.12	0.339	0.339	0.339	0.339
0.14	0.381	0.384	0.401	0.387
0.16	0.437	0.426	0.460	0.433
0.20	0.568	0.572	0.598	0.559
0.25	0.731	0.743	0.743	0.703
0.30	0.805	0.804	0.839	0.775
0.33	0.798	0.792	0.816	0.792
0.35	0.754	0.754	0.754	0.754
0.36	0.718	0.708	0.702	0.742
0.37	0.667	0.652	0.647	0.699
0.38	0.621	0.586	0.608	0.647
0.39	0.641	0.524	0.502	0.576



Table V.  
LIST OF OBSERVATIONS

J. D. ☉ 243....	$\Delta m$	J. D. ☉ 243....	$\Delta m$	J. D. ☉ 243....	$\Delta m$
7513.4356	527	.5570	618	.5929	790
.4398	495	.5591	625	.5992	780
.4460	492	.5632	649	.6026	783
.4509	471	.5646	654	.6040	812
.4553	459	.5688	638	.6082	822
.4616	459	.5702	654	.6096	818
.4692	444	.5743	664	.6130	812
.4724	453	.5757	671	.6144	817
.4759	422	.5806	690	.6207	808
.4789	424	.5820	707	.6221	798
.4835	424	.5868	702	.6246	808
.4863	406	.5882	719	.6250	808
.4891	371	.5931	709	.6304	813
.4926	383	.5945	739		
		.5987	712	7584.5700	335
7565.4348	334	.6000	734	.5714	306
.4362	336	.6042	732	.5755	330
.4396	326	.6056	753	.5769	341
.4438	329	.6098	751	.5811	313
.4480	311	.6112	778	.5860	348
.4493	332	.6146	757	.5908	324
.4528	328	.6160	794	.5922	342
.4542	338	.6195	767	.5992	386
.4584	354	.6216	788	.6005	387
.4597	359	.6250	782	.6047	373
.4646	356	.6271	801	.6061	401
.4660	361			.6106	366
.4702	378	7582.5923	358	.6123	394
.4716	371	.5937	352	.6248	440
.4757	359	.5972	351	.6262	451
.4778	397	.5986	340	.6304	455
.4827	371	.6027	331	.6321	462
.4945	422	.6055	322	.6360	493
.4959	413	.6097	323	.6380	473
.5007	439	.6118	313	.6425	501
.5021	454	.6152	320	.6453	517
.5063	448	.6173	320	.6485	528
.5077	461	.6222	314	.6501	538
.5118	466	.6236	332		
.5132	495	.6277	307	7586.5376	335
.5167	481	.6298	322	.5425	341
.5181	487	.6347	327	.5439	352
.5223	493	.6368	337	.5488	354
.5237	515	.6409	354	.5515	372
.5278	499	.6430	356		
.5299	517	.6465	343	7589.3104	433
.5341	533	.6486	355	.3118	426
.5354	566	.6548	376	.3152	446
.5396	545			.3166	451
.5417	541			.3201	473
.5459	595	7583.5825	770	.3215	486
.5473	604	.5839	791	.3270	486
.5514	597	.5880	796	.3361	490
.5528	616	.5894	803	.3402	537
				.3416	513

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.3465	532	.5361	610	.3731	552
.3506	580	.5423	516	.3744	555
.3520	600	.5465	610	.3758	563
.3562	597	7606.3150	644	.3786	569
.3576	600	.3164	609	.3800	584
.3611	619	.3199	569	.3828	585
.3624	619	.3213	578	.3842	587
.3666	623	.3234	563	.3869	587
.3680	612	.3241	555	.3883	593
.3729	612	.3261	534	.3911	616
.3743	626	.3268	538	.3925	623
.3784	651	.3289	513	.3953	619
.3798	680	.3303	513	.3967	627
.3847	688	.3324	477	.3994	643
.3895	642	.3345	481	.4008	640
.3909	709	.3359	471	.4043	656
.3944	666	.3366	463	.4057	646
.3958	681	.3393	464	.4568	807
.3999	700	.3400	442	.4606	788
.4013	701	.3428	440	.4620	807
.4069	733	.3435	439	.4654	794
.4097	761	.3463	433	.4710	797
.4104	751	.3470	445	.4724	806
.4118	744	.3504	419	.4751	806
.4124	752	.3511	411	.4779	808
.4152	744	.3546	451	.4809	806
.4166	750	.3560	436	.4821	817
.4196	764	.3588	430	.4849	821
.4210	765	.3595	440	.4863	829
.4249	781	.3622	430	.4897	817
.4263	761	.3636	426	.4911	817
.4319	763	.3671	409	.4939	803
.4354	771	.3685	413	.4953	813
.4368	802	.3713	397	.4981	812
.4409	795	.3761	397	.4994	813
.4423	775	.3775	389	.5022	813
.4472	778	.3803	382	.5036	808
.4486	781	.3810	397	.5175	811
.4527	795	.3838	367	.5210	782
.4541	774	.3845	398	.5224	792
.4569	803	.3878	375	.5251	789
.4583	784	.3893	353	.5265	776
.4652	783	.3956	349	.5300	762
.4687	781	.3977	339	.5314	778
.4701	791	.4011	341	.5349	750
.4861	815	7612.3501	476	.5363	743
.4909	823	.3529	473	.5404	719
.4993	802	.3557	461	.5418	723
.5072	781	.3571	478	.5454	715
.5086	887	.3599	491	.5467	702
.5124	787	.3613	505	.5501	679
.5138	733	.3647	518	.5515	686
.5187	707	.3661	522	7948.3089	345
.5201	704	.3689	542	.3103	348
.5243	689	.3703	563	.3123	343
.5340	672				

J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m
.3137	353	.3325	738	.2590	765
.3158	351	.3353	756	.2611	742
.3172	362	.3367	734	.2624	775
.3193	360	.3387	723	.2645	761
.3207	365	.3401	716	.2659	786
.3228	371	.4075	457	.2680	752
.3242	369	.4089	431	.2694	735
.3262	360	.4110	453	.2722	746
.3276	374	.4123	438	.2735	776
.3297	367	.4144	435	.2763	750
.3311	380	.4158	427	.2777	770
.3332	382	.4179	418	.2798	749
.3346	388	.4193	408	.2819	787
.3367	381	.4214	420	.2840	775
.3380	386	.4228	409	.2854	773
.3401	405	.4248	400	.2881	797
.3415	397	.4262	403	.2916	812
.3443	398	.4283	391	.2930	789
.3457	408	.4297	385	.2951	790
.3478	416	.4318	383	.2965	771
.3492	416	.4332	372	.2999	773
.3512	414	.4353	368	.3013	749
.3526	408	.4367	360	.3034	802
.3547	417	.4387	358	.3048	802
.3623	463	.4401	352	.3083	765
.3637	451	.4422	365	.3110	768
.3665	447	.4436	365	.3144	770
.3679	461	.4457	344	.3145	732
.3700	467	.4471	349	.3159	765
.3714	486	.4492	333	.3180	820
.3735	464	.4505	320	.3215	791
.3748	478	.4526	327	.3249	776
.3769	503	.4540	328	.3263	705
.3797	511	.4596	329	.3291	764
.3811	521	.4610	323	.3305	725
.3832	536	.4631	313	.3506	689
.3846	552	.4644	312	.3520	592
.3867	530	.4665	307	.3541	675
.3880	548	.4679	312	.3555	639
.3908	549	.4700	319	.3583	550
.3922	560	.4714	317	.3597	589
.4026	651:	.4735	329	.3624	568
.4040	630:	.4748	318	.3638	522
.4137	637:	.4769	340	.3708	548
.4151	660:	.4783	332	.3722	579
		.4804	331		
		.4818	335		
7949.3061	824			7998.2944	348
.3075	807			.2965	366
.3130	812	7997.2416	743	.2985	367
.3144	831	.2430	752	.2999	377
.3158	807	.2451	728	.3020	389
.3179	794	.2465	744	.3034	375
.3193	799	.2506	747	.3069	384
.3214	761	.2534	727	.3090	376
.3228	762	.2548	758	.3110	373
.3290	729	.2576	761	.3152	406

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.3166	403	.3705	456	.2474	697
.3194	398	.3732	434	.2488	707
.3208	411	.3746	443	.2509	674
.3235	413	.3767	441	.2523	697
.3249	462	.3781	441	.2954	752
.3298	418	.3802	434	.2974	761
.3347	418	.3816	440	.2988	799
.3360	407	.3885	478	.3023	800
.3388	491	.3899	461	.3058	789
.3402	474	.3920	495	.3072	767
.3437	473	.3934	474	.3106	819
.3451	486	.3955	497	.3127	809
.3472	481	.3968	470	.3141	794
.3485	487	.3989	475	.3162	764
.3506	484	.4003	500	.3176	808
.3520	505	.4024	490	.3342	791
.3562	510	.4045	521	.3363	785
.3576	517	.4080	540	.3377	791
.3617	512	.4093	535	.3398	804
.3631	553	.4114	515	.3412	807
.3652	518	.4128	531	.3433	761
.3666	531	.4149	525	.3447	785
.3694	527	.4163	538	.3467	779
.3708	546	.4184	548	.3481	787
.3742	576	.4198	536	.3502	806
.3756	572	.4218	545	.3516	806
.3777	569	.4232	535	.3537	792
.3791	561	.4253	550	.3551	775
.4041	626	.4267	553	.3582	785
.4055	637	.4288	578	.3586	773
.4083	619	.4302	594	.3606	777
.4097	643	.4323	603	.3620	762
.4124	633	.4337	598	.3641	782
.4197	647	.4364	554	.3655	752
		.4378	550	.3676	768
8019.3302	334	.4399	576	.3690	738
.3316	349	.4413	552	.3711	761
.3350	353	.4434	609	.3724	741
.3364	364	.4448	583	.3755	749
.3385	318			.3759	725
.3399	340	8020.2183	562	.3780	696
.3420	343	.2197	556	.3794	709
.3441	353	.2217	578	.3815	696
.3462	362	.2231	558	.3829	667
.3475	396	.2252	571	.3849	669
.3503	355	.2266	622	.3863	664
.3517	370	.2287	626	.3884	636
.3538	376	.2301	618	.3898	640
.3552	370	.2322	644	.3919	596
.3583	390	.2336	636	.3933	587
.3587	383	.2366	635	.3954	578
.3607	390	.2384	641	.3967	562
.3621	390	.2405	659	.4155	485
.3649	420	.2419	639	.4169	462
.3680	429	.2440	650	.4190	408
.3691	440	.2454	647	.4204	443

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.4224	426	.3365	750	.2842	357
.4238	409	.3386	777	.2874	332
8027.2386	605	.3402	748	.2907	319
.2414	591	.3421	763	.2940	326
.2449	605	.3435	767	.2974	320
.2476	611	.3456	735	.3007	322
.2490	636	.3469	734	.3044	380
.2511	640	.3490	734	.3072	334
.2525	642	.3504	758	.3100	351
.2546	635	.3525	765	.3129	350
.2560	648	.3539	748	.3168	368
.2581	640	.3560	743	.3201	358
.2595	650	.3574	754	.3261	360
.2615	652	.3594	731	.3294	402
.2629	669	.3608	744	.3323	395
.2650	661	.3629	744	.3354	372
.2664	679	.3643	709	.3382	423
.2685	674	.3664	716	.3407	416
.2699	680	.3678	710	.3431	432
.2719	676	.3699	701	.3455	413
.2733	704	.3712	706	.3481	445
.2754	699	.3733	706	.3506	434
.2768	701	.3747	711	.3535	487
.2789	692	.3768	686	.3564	471
.2803	715	.3782	688	.3598	499
.2844	725	.3817	697	.3630	478
.2865	730	.3831	686	8058.2701	444
.2879	724	.3851	697	.2742	441
.2900	720	.3865	662	.2776	436
.2914	746	.3886	681	.2816	488
.2935	760	.3900	676	.2855	466
.2949	744	.3921	687	.2890	451
.2969	730	.3935	686	.2930	454
.2983	737	.4115	599	.2977	419
.3004	750	.4139	580	.3015	413
.3018	732	.4150	543	.3052	392
.3039	761	.4164	522	.3091	348
.3053	745	.4185	515	.3140	351
.3074	732	.4199	520	.3174	318
.3087	723	.4268	477	.3207	305
.3108	740	.4282	461	.3244	298
.3122	762	.4303	467	.3281	309
.3143	727	.4317	441	.3313	297
.3157	731	.4337	438	8246.5073	365:
.3178	751	.4351	422	.5081	367:
.3192	778	.4372	407	.5090	342:
.3212	752	.4380	415	.5100	348:
.3226	786	.4414	430	.5109	371:
.3247	774	8053.2574	354	.5120	366:
.3261	782	.2602	342	.5131	314:
.3282	752	.2633	336	.5140	342:
.3296	791	.2671	334	.5151	343:
.3317	784	.2710	316	.5160	352:
.3331	777	.2780	343	.5168	333:
.3351	752	.2812	338	.5177	352:

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.5186	330:	.5199	814:	.4363	788
.5218	335:	.5211	800:	.4389	794
.5227	305:	.5220	842:	.4396	806
.5235	329:	.5229	813:	.4517	808
.5284	309:	.5239	814:	.4524	811
.5293	317:	.5249	805:	.4531	810
.5306	315:	.5273	827:	.4537	816
.5316	285:	.5283	829:	.4544	782
.5324	292:	.5291	823:	.4550	835
.5361	300:	.5301	823:	.4673	805
.5370	336:	.5311	808:	.4704	847
.5382	320:	.5323	809:	.4712	851
.5392	336:	.5331	832:	.4720	842
.5403	340:	.5339	820:	.4735	852
.5413	320:	.5347	818:	.4744	834
.5422	326:	.5368	828:	.4751	824
.5434	325:	.5376	827:	.4759	803
.5444	346:	.5386	822:	.4767	821
.5455	343:	.5394	821:	.4775	828
.5463	318:	.5403	810:	.4781	835
.5477	306:	.5424	814:	.4808	863
.5488	348:	.5436	787:	.4815	861
.5522	397:	.5447	819:	.4822	859
.5533	376:	.5472	771:	.4831	859
.5544	356:	.5481	774:	.4839	844
.5554	370:	.5492	794:	.4848	857
.5565	386:	.5502	792:	.4856	811
.5577	399:	.5510	798:	.4864	856
.5588	357:	.5519	821:	.4871	828
.5602	386:	.5529	805:	.4879	834
.5613	372:	.5556	781:	.4907	839
.5626	381:	.5567	762:	.4915	843
.5666	368:	.5577	779:	.4970	807
.5677	410:	.5587	757:	.4978	827
.5685	396:	.5598	764:	.4988	813
.5696	398:	.5608	765:	.4997	816
.5706	398:	.5616	765:	.5005	817
.5716	390:	.5627	746:	.5014	810
.5729	387:	.5650	730:	.5023	802
.5739	376:	.5661	708:	.5032	789
.5749	426:	.5671	717:	.5065	810
.5760	425:	.5682	708:	.5075	814
.5793	444:	.5695	707:	.5084	763
.5800	446:	.5705	692:	.5094	795
.5812	444:	.5714	693:	.5102	775
		.5724	707:	.5112	770
8256.5091	803:	.5735	699:	.5122	768
.5098	793:	.5748	652:	.5131	780
.5107	788:	.5774	661:	.5141	751
.5116	776:	.5785	652:	.5152	750
.5127	766:	.5797	644:	.5183	786
.5137	760:	.5827	661:	.5192	760
.5147	772:	.5837	683:	.5206	720
.5156	777:			.5225	761
.5183	823:	8258.4346	792	.5230	769
.5190	824:	.4356	776	.5238	736

J. D. ☉ 243....	Am	J. D. ☉ 243....	Am	J. D. ☉ 243....	Am
.5246	740	.5937	417	.4808	467
.5258	748			.4819	488
.5269	694	8268.4053	335	.4825	486
.5277	704	.4069	370	.4834	447
.5309	651	.4076	350	.4843	466
.5317	671	.4083	334	.4851	457
.5326	669	.4092	349	.4861	520
.5334	668	.4099	341	.4871	485
.5346	643	.4108	336	.4903	512
.5355	644	.4117	345	.4911	520
.5365	645	.4125	329	.4919	507
.5375	643	.4135	334	.4928	521
.5383	634	.4164	324	.4938	526
.5392	625	.4174	335	.4947	519
.5425	577	.4184	328	.4957	514
.5434	584	.4193	333	.4966	509
.5445	563	.4202	345	.4975	519
.5455	563	.4211	286	.4991	598
.5465	549	.4222	333	.5017	527
.5474	579	.4232	305	.5026	554
.5485	559	.4243	324	.5035	538
.5495	547	.4253	328	.5160	550
.5504	522	.4287	282	.5168	580
.5514	518	.4297	280	.5177	577
.5540	504	.4306	270	.5186	578
.5549	495	.4316	321	.5196	598
.5559	475	.4327	316	.5215	615
.5570	495	.4337	306	.5225	626
.5578	496	.4345	318	.5233	628
.5586	500	.4353	343	.5252	615
.5597	488	.4361	356	.5259	594
.5607	488	.4371	368	.5267	589
.5617	466	.4402	355	.5277	598
.5628	458	.4413	348	.5286	598
.5661	466	.4422	351	.5297	614
.5670	466	.4433	379	.5306	608
.5679	471	.4443	357	.5315	592
.5689	463	.4464	408	.5340	666
.5698	472	.4471	377	.5355	681
.5707	459	.4478	386	.5361	655
.5719	450	.4484	398	.5373	662
.5729	446	.4492	369	.5383	655
.5740	459	.4532	415	.5392	641
.5751	452	.4541	425	.5399	657
.5782	447	.4664	437	.5414	689
.5799	433	.4676	483	.5421	663
.5801	444	.4689	429	.5428	675
.5812	439	.4697	442	.5436	682
.5823	432	.4707	493	.5444	691
.5832	428	.4716	480	.5451	698
.5844	437	.4728	457	.5475	713
.5857	437	.4734	454	.5485	686
.5874	424	.4749	509	.5500	698
.5886	439	.4759	497	.5518	709
.5917	411	.4790	472	.5527	717
.5927	418	.4799	470	.5532	725

J. D. ☉ 243.....	Δm	J. D. ☉ 243.....	Δm	J. D. ☉ 243.....	Δm
.5539	743	.4178	359	.4673	344
.5546	723	.4188	359	.4680	345
.5553	745	.4195	378	.4689	346
.5561	722	.4202	385	.4695	350
.5570	744	.4209	369	.4719	374
.5578	747	.4216	405	.4727	361
.5588	765	.4225	377	.4735	357
		.4232	363	.4743	365
8291.3645	519	.4239	395	.4752	371
.3653	514	.4262	389	.4760	363
.3659	517	.4269	367	.4767	353
.3666	490	.4280	370	.4774	364
.3674	488	.4289	372	.4783	357
.3681	478	.4296	368	.4816	363
.3690	464	.4303	399	.4823	356
.3698	482	.4309	358	.4832	358
.3706	504	.4316	388	.4841	350
.3739	485	.4323	349	.4855	387
.3746	456	.4333	326	.4869	351
.3753	445	.4358	303	.4875	376
.3760	474	.4366	330	.4883	386
.3769	445	.4373	334	.4892	372
.3777	460	.4382	328	.4904	388
.3785	454	.4389	312	.4931	354
.3793	460	.4396	337	.4941	360
.3799	467	.4405	351	.4949	372
.3808	445	.4414	318	.4958	369
.3843	445	.4421	311	.5832	662
.3852	441	.4428	323	.5837	675
.3861	418			.5842	686
.3868	437	.4451	336	.5847	686
.3876	427	.4458	341	.5853	687
.3883	453	.4463	332	.5868	676
.3943	361	.4470	331	.5867	695
.3952	384	.4475	339	.5874	684
.3958	448	.4482	338	.5880	678
.3965	387	.4492	315	.5884	682
.3988	445	.4499	330	.5891	713
.3997	443	.4510	305	.5917	704
.4008	407	.4531	325	.5923	705
.4014	418	.4539	347	.5929	707
.4020	400	.4547	324	.5935	727
.4028	436	.4554	361	.5940	736
.4035	429	.4562	322	.5946	741
.4042	438	.4568	341	.5951	729
.4055	399	.4574	361	.5958	717
.4081	397	.4582	329	.5964	716
.4088	397	.4590	341	.5970	713
.4095	408	.4597	325	.5975	704
.4102	418	.4623	321	.5994	712
.4107	394	.4630	343	.6004	751
.4113	393	.4638	343	.6010	731
.4119	392	.4644	367	.6016	727
.4135	372	.4651	367	.6022	756
.4142	395	.4658	328	.6027	771
.4171	363	.4666	321	.6032	741



J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.6038	771	.4684	466:	.5431	736:
.6044	751	.4696	442:	.5436	724:
8293.3642	379:	.4709	475:	.5454	740:
.3649	400:	.5073	623:	.5459	757:
.3660	435:	.5078	591:	.5463	709:
.3667	392:	.5084	600:	.5472	703:
.3673	425:	.5090	602:	.5479	736:
.3732	341:	.5097	611:	.5485	755:
.3737	333:	.5102	630:	.5491	759:
.3745	314:	.5107	622:	.5512	730:
.3751	317:	.5113	614:	.5517	807:
.3758	322:	.5118	621:	.5521	747:
.3766	322:	.5125	639:	.5528	803:
.3773	325:	.5130	633:	.5534	787:
.3780	319:	.5135	631:	.5539	795:
.3787	330:	.5140	631:	.5547	789:
.3794	325:	.5165	630:	.5553	784:
.3801	312:	.5170	642:	.5558	757:
.3807	313:	.5174	597:	.5564	779:
.4238	340:	.5181	597:	.5577	800:
.4244	340:	.5186	638:	.5582	774:
.4251	332:	.5192	655:	.5588	780:
.4259	346:	.5198	642:	.5593	793:
.4268	326:	.5205	650:	8294.4185	781
.4307	365:	.5211	632:	.4189	780
.4310	352:	.5216	599:	.4196	778
.4316	380:	.5223	632:	.4201	784
.4333	378:	.5228	632:	.4220	784
.4339	365:	.5246	627:	.4225	793
.4349	342:	.5251	634:	.4225	793
.4355	371:	.5255	631:	.4231	786
.4389	380:	.5260	679:	.4237	812
.4398	368:	.5265	653:	.4244	778
.4406	353:	.5270	630:	.4251	765
.4423	326:	.5284	642:	.4269	801
.4430	348:	.5289	675:	.4287	794
.4439	351:	.5294	691:	.4293	765
.4451	375:	.5299	681:	.4300	766
.4467	364:	.5306	655:	.4306	777
.4476	366:	.5313	674:	.4315	762
.4484	404:	.5330	679:	.4323	748
.4496	371:	.5336	662:	.4329	757
.4523	397:	.5341	703:	.4336	778
.4532	410:	.5348	698:	.4393	795
.4542	389:	.5352	702:	.4399	791
.4555	394:	.5357	715:	.4406	757
.4566	396:	.5362	700:	.4411	751
.4573	386:	.5367	711:	.4417	766
.4582	384:	.5373	703:	.4425	759
.4591	395:	.5380	746:	.4430	776
.4598	382:	.5387	726:	.4435	732
.4633	452	.5393	729:	.4443	733
.4646	443:	.5398	750:	.4449	716
.4653	425:	.5416	718:	.4455	746
.4663	434:	.5421	696:	.4462	755
		.5426	731:	.4485	755

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243...	Δm
.4490	718	.4932	440	.5601	357
.4496	717	.4938	447	.5607	364
.4502	714	.4944	444	.5627	341
.4508	722	.4950	451	.5637	328
.4517	695	.5030	463	.5643	341
.4522	712	.5035	467	.5648	347
.4529	712	.5042	463	.5654	334
.4535	710	.5048	467	.5662	355
.4541	700	.5054	450	.5668	340
.4548	678	.5062	449	.5679	324
.4556	676	.5069	437	.5687	335
.4567	680	.5078	436	.5694	342
.4592	648	.5085	460	.5701	342
.4599	652	.5101	471	.5709	352
.4606	660	.5108	469	.5745	332
.4614	656	.5141	470	.5753	335
.4620	661	.5148	441	.5759	335
.4626	660	.5163	418	.5766	328
.4632	622	.5170	438	.5773	345
.4641	621	.5177	446	.5781	339
.4647	593	.5185	459	.5788	352
.4655	618	.5223	467	.5796	339
.4662	630	.5230	445	.5805	338
.4668	625	.5238	466	.5811	339
.4685	596	.5345	368	.5817	341
.4696	593	.5352	369	.5840	350
.4702	576	.5359	370	.5846	351
.4709	599	.5366	350	.5854	354
.4714	594	.5372	346	.5860	355
.4721	606	.5379	346	.5867	352
.4727	567	.5386	362	.5874	362
.4739	554	.5391	361	.5880	366
.4747	552	.5398	362	.5888	346
.4752	569	.5405	369	.5896	346
.4759	548	.5412	366	.5903	352
.4779	515	.5419	375	.5940	346
.4785	509	.5447	372	.5948	351
.4790	508	.5454	374	.5955	364
.4797	530	.5461	372	.5964	343
.4802	523	.5467	355	.5976	375
.4807	534	.5475	378	.5995	364
.4813	514	.5484	368		
.4819	501	.5490	367	8296.3952	757
.4825	525	.5497	350	.3959	770
.4831	510	.5504	370	.3965	767
.4837	507	.5518	362	.3972	748
.4843	518	.5524	374	.3978	731
.4849	512	.5546	351	.3986	735
.4863	518	.5553	358	.3995	722
.4889	486	.5559	359	.4002	718
.4895	467	.5564	354	.4010	716
.4902	479	.5571	358	.4017	714
.4907	468	.5577	366	.4024	699
.4914	464	.5583	368	.4030	694
.4920	465	.5589	365	.4036	674
.4926	438	.5594	346	.4043	669

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.4052	677	.4600	416	.5969	490
.4058	684	.4608	410	.5975	490
.4063	673	.4617	425	.5981	488
.4069	651	.4628	412	.5986	515
.4073	672	.4635	415	.5993	490
.4080	643	.4641	442	.5998	510
.4102	693	.4646	448	.6027	491
.4108	682	.4651	453	.6033	481
.4115	672	.4658	451	.6039	489
.4124	677	.4666	462	.6046	491
.4131	663	.4721	414	.6051	512
.4138	661	.4726	433	.6057	505
.4144	636	.4731	416	.6063	494
.4153	640	.4737	413	.6068	531
.4162	605	.4743	422	.6075	517
.4188	598	.4748	429	.6081	530
.4196	610	.4754	415	.6087	523
.4203	637	.4765	432	.6093	512
.4210	585	.4788	433	.6115	500
.4218	585	.4794	421	.6121	537
.4225	576	.4800	421	.6126	518
.4232	553	.4806	418	.6133	544
.4239	558	.4811	420	.6140	508
.4245	554	.4817	398	.6150	526
.4252	541	.5660	362	.6157	540
.4257	548	.5665	366	.6164	543
.4292	535	.5686	390	.6170	567
.4299	528	.5692	388	.6178	545
.4305	514	.5696	374	.6186	551
.4313	521	.5702	383	.6193	567
.4320	514	.5708	388	.6214	569
.4328	515	.5713	400	.6219	573
.4335	498	.5720	404	.6230	546
.4349	476	.5726	400	.6236	546
.4356	486	.5731	419	.6244	561
.4381	475	.5737	397	.6250	573
.4391	479	.5769	410	.6256	579
.4399	460	.5776	415	.6263	582
.4408	468	.5783	423	.6270	585
.4416	477	.5791	418	.6277	566
.4423	475	.5798	416	.6283	582
.4430	475	.5809	416	.6290	508
.4439	461	.5817	427	.6313	572
.4447	447	.5826	432	.6319	578
.4456	468	.5832	439	.6324	590
.4486	467	.5854	416	.6331	604
.4494	459	.5861	444	.6337	592
.4501	457	.5867	424	.6343	621
.4510	456	.5901	445	.6349	602
.4518	424	.5907	446	.6357	614
.4526	463	.5913	451	.6364	613
.4533	456	.5919	456	.6371	626
.4542	450	.5943	467		
.4551	468	.5950	462		
.4558	455	.5957	479		
.4592	406	.5963	490		

J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m
.6378	622	.3708	633	.4468	761
.6404	603	.3719	615	.4478	755
.6412	607	.3729	579	.4489	803
.6418	613	.3738	650	.4498	773
.6424	641			.4508	785
.6431	617	8315.3325	396	.4519	743
.6438	663	.3338	414	.4531	804
		.3349	426	.4543	743
8297.5431	745	.3394	437	.4554	743
.5441	712	.3403	419	.4564	742
.5450	720	.3411	456	.4575	773
.5452	733	.3420	444	.4586	755
.5470	720	.3428	456	.4594	762
.5480	728	.3438	410	.4630	741
.5508	738	.3472	442	.4640	779
.5517	755	.3482	433	.4650	760
.5527	720	.3497	428	.4663	790
.5537	710	.3518	436	.4673	754
.5547	730	.3527	456	.4682	790
.5555	730	.3535	447	.4691	760
.5565	704	.3544	488	.4701	777
.5573	711	.3551	529	.4712	815
.5583	695	.3559	504	.4725	790
.5591	699	.3569	466	.4735	808
.5617	697	.3578	484	.4746	803
.5627	680	.3588	465	.4794	752
.5635	696	.3597	504	.4805	758
.5644	684	.3605	494	.4822	815
.5652	688	.3615	447	.4837	790
.5661	687	.3626	484	.4853	764
.5669	622	.3636	534	.4862	774
.5677	659	.3646	514	.4874	813
.5686	663	.3680	493	.4883	758
.5695	663	.3689	503	.4897	719
.5726	663	.3699	512	.4908	776
.5736	644	.3709	533	.4919	764
.5745	652	.3718	504	.4966	763
.5754	681	.3727	503	.4977	732
.5764	655	.3736	503	.4995	732
.5773	663	.3747	497	.5005	755
.5784	649	.3758	554	.5013	767
.5793	632	.4280	715	.5028	699
.5790	630	.4287	708	.5048	732
.5809	633	.4300	716	.5061	732
		.4308	721	.5071	699
8299.3592	560	.4319	681	.5042	715
.3599	548	.4332	682	.5104	721
.3607	569	.4342	750	.5145	727
.3616	563	.4352	757	.5155	718
.3625	597	.4363	727	.5169	740
.3633	580	.4374	750	.5183	712
.3641	556	.4410	743	.5194	724
.3650	564	.4421	767	.5204	713
.3659	572	.4432	755	.5214	706
.3668	548	.4446	727	.5225	718
.3697	629	.4460	778	.5236	708

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. 243....	Δm
.5249	697	.4591	439	.5402	731
.5265	686	.4602	450	.5416	736
.5279	686	.4616	456	.5459	721
.5292	689	.4678	454	.5473	747
.5311	664	.4687	465	.5492	729
.5328	686	.4694	479	.5509	725
.5391	662	.4705	449	.5523	734
.5406	614	.4713	480	.5537	735
.5424	632	.4726	487	.5551	718
.5435	609	.4746	509	.5566	729
.5449	633	.4754	493	.5579	741
.5460	632	.4769	503	.5593	774
.5470	614	.4783	488	.5664	720
.5480	604	.4802	506	.5681	726
.5489	614	.4812	530	.5694	746
.5498	604	.4823	508	.5707	770
		.4860	525	.5732	836
8316.3139	757	.4878	531	.5746	783
.3147	754	.4895	530		
.3156	756	.4904	529	8319.3208	727
.3163	770	.4927	546	.3217	717
.3173	737	.4934	565	.3226	707
.3180	740	.4949	591	.3234	725
.3190	718	.4958	587	.3241	718
.3198	692	.4969	574	.3248	717
.3206	682	.4980	566	.3255	706
.3216	735	.4991	583	.3262	698
.3335	599	.5002	552	.3269	699
.3344	589	.5034	609	.3275	708
.3351	604	.5043	588	.3282	690
.3360	607	.5050	598	.3288	705
.3369	589	.5057	638	.3296	699
.3379	580	.5064	599	.3302	716
.3393	573	.5074	591	.3310	732
.3446	612	.5086	626	.3332	733
.3455	575	.5097	637	.3339	717
.3464	556	.5107	617	.3345	737
.3473	539	.5120	607	.3351	739
.3479	547	.5131	599	.3359	754
.3486	529	.5143	616	.3366	737
.3492	526	.5156	646	.3373	737
.3499	554	.5169	656	.3380	740
.3506	547	.5180	622	.3386	745
.3514	519	.5221	659	.3393	754
.3520	585	.5235	671	.3415	746
.3533	572	.5248	681	.3426	744
8318.4455	379	.5260	690	.3433	745
.4466	401	.5272	731	.3440	757
.4475	412	.5285	724	.3446	756
.4485	415	.5298	700	.3453	775
.4504	459	.5314	710	.3460	745
.4515	444	.5331	709	.3466	735
.4546	434	.5346	742	.3473	744
.4557	412	.5361	750	.3480	747
.4577	457	.5374	699	.3501	765
		.5386	710	.3508	762

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.3517	750	.4013	828	.4778	492
.3529	758	.4044	792	.4809	473
.3538	739	.4053	813	.4817	469
.3546	761	.4061	812	.4825	469
.3553	779	.4067	834	.4836	478
.3560	770	.4074	814	.4857	469
.3566	758	.4081	804	.4869	486
.3573	770	.4088	813	.4880	486
.3579	772	.4095	813	.4890	482
.3605	807	.4102	826	.4899	470
.3613	786	.4109	835	.4931	478
.3622	786	.4116	813	.4940	487
.3631	778	.4123	812	.4951	453
.3637	786	.4130	802	.4961	444
.3644	767	.4157	803	.4972	447
.3652	796	.4164	814	.4982	447
.3659	776	.4171	816	.5017	453
.3666	786	.4178	797	.5029	461
.3675	769	.4187	802	.5042	461
.3683	803	.4194	803	.5054	469
.3690	785	.4201	781	.5067	454
.3697	776	.4209	803	.5077	461
.3704	799	.4215	801	.5087	465
.3711	796	.4223	793	.5107	435
.3736	839	.4231	774	.5120	461
.3744	805	.4238	803	.5136	440
.3751	833	.4247	763	.5149	441
.3757	824	.4255	787	.5161	446
.3764	810	.4281	761	.5170	469
.3771	822	.4290	741	.5210	368
.3778	791	.4306	762	.5220	385
.3784	833	.4317	761	.5230	381
.3791	811	.4327	761	.5245	382
.3798	802	.4355	767	.5258	354
.3804	806	.4541	616	.5269	355
.3811	811	.4568	615	.5282	328
.3817	792	.4579	628	.5295	334
.3825	812	.4587	601	.5307	328
.3848	815	.4598	599	.5317	328
.3855	804	.4606	598	.5326	331
.3862	810	.4616	605	.5339	328
.3869	799	.4627	576	.5496	325
.3874	798	.4657	565	.5505	322
.3884	794	.4668	574	.5515	293
.3920	821	.4677	542	.5524	295
.3929	810	.4685	549	.5534	309
.3935	812	.4694	549	.5544	296
.3944	828	.4702	531	.5556	277
.3953	806	.4709	531		
.3962	855	.4718	539	8322.3952	562.
.3970	844	.4727	524	.3958	537
.3977	828	.4735	511	.3964	529
.3984	812	.4745	503	.3970	524
.3991	813	.4754	492	.3976	545
.3998	821	.4762	492	.3981	545
.4006	812	.4770	492	.3986	562.

J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m
.3992	562	.4608	745	.5189	811
.3999	558	.4614	733	.5195	825
.4005	561	.4620	744	.5200	821
.4024	591	.4641	726	.5206	818
.4029	580	.4646	755	.5212	825
.4035	598	.4652	760	.5217	816
.4041	564	.4658	782	.5222	820
.4045	598	.4664	760	.5227	815
.4052	581	.4670	790	.5233	810
.4059	583	.4677	785	.5240	802
.4064	564	.4683	808	.5259	797
.4071	573	.4688	780	.5265	812
.4077	598	.4695	784	.5271	805
.4103	604	.4700	780	.5279	808
.4109	600	.4722	786	.5283	816
.4115	582	.4728	795	.5289	797
.4128	648	.4734	809	.5295	797
.4157	614	.4740	801	.5300	807
.4179	636	.4750	799	.5306	810
.4185	645	.4756	762	.5311	806
.4201	663	.4762	770	.5316	816
.4206	655	.4767	765	.5321	810
.4212	663	.4777	761	.5327	812
.4217	676	.4811	783	.5336	823
.4222	654	.4817	779	.5356	818
.4252	650	.4823	794	.5362	803
.4258	649	.4830	782	.5367	799
.4264	623	.4835	821	.5373	805
.4270	627	.4845	810	.5378	803
.4277	625	.4852	770	.5383	792
.4284	623	.4860	782	.5389	790
.4289	669	.4867	799	.5395	788
.4301	686	.4874	775	.5400	787
.4307	645	.4908	793	.5405	794
.4313	650	.4914	783	.5409	808
.4319	650	.4919	804	.5414	809
.4324	686	.4924	816	.5419	803
.4348	652	.4929	789	.5443	776
.4354	681	.4934	797	.5449	783
.4362	670	.4943	772	.5454	779
.4370	670	.4960	804	.5459	777
.4377	690	.4966	806	.5464	772
.4386	694	.4971	817	.5469	770
.4507	688	.4976	800	.5473	770
.4514	706	.5005	771	.5479	765
.4522	696	.5012	793	.5484	764
.4529	715	.5019	814	.5489	778
.4537	716	.5025	786	.5494	762
.4561	736	.5031	790	.5499	739
.4568	717	.5036	830	.5504	753
.4577	721	.5042	794	.5509	746
.4580	725	.5049	803	.5515	765
.4586	735	.5054	816	.5539	746
.4592	740	.5060	796	.5545	752
.4597	743	.5176	805	.5550	767
.4602	744	.5183	817	.5556	749

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.5562	756	.3324	778	.4005	444
.5567	743	.3332	773	.4029	419
.5573	752	.3340	775	.4039	440
.5578	753	.3348	755	.4046	426
.5583	753	.3358	744	.4054	432
.5588	738	.3366	746	.4062	428
.5595	735	.3777	755	.4089	431
.5600	738	.3388	732	.4097	421
.5607	733	.3414	740	.4105	423
.5632	702	.3424	722	.4115	414
.5638	717	.3436	722	.4125	406
.5643	760	.3446	711	.4131	414
.5650	712	.3457	703	.4151	408
.5655	726	.3468	704	.4158	408
.5661	712	.3477	696	.4184	403
.5667	723	.3487	715	.4191	395
.5673	717	.3496	701	.4198	401
.5679	723	.3508	686	.4205	397
.5685	709	.3532	688	.4212	391
.5689	698	.3542	681	.4220	397
.5695	708	.3553	672	.4251	380
.5715	675	.3562	670	.4261	388
.5720	679	.3573	663	.4269	384
.5727	665	.3586	647	.4278	390
.5732	684	.3596	644	.4286	386
.5738	681	.3606	640	.4317	364
.5743	667	.3615	622	.4326	375
.5749	672	.3625	636	.4334	376
.5754	654	.3649	607	.4341	375
.5757	663	.3659	598	.4351	371
.5763	652	.3676	589	.4379	363
		.3687	582	.4387	363
8323.3056	806	.3698	580	.4397	376
.3064	800	.3709	564	.4407	362
.3070	799	.3719	550	.4415	358
.3078	789	.3729	560	.4441	362
.3085	791	.3739	537	.4450	367
.3092	811	.3750	529	.4465	365
.3119	809	.3778	524	.4474	360
.3127	798	.3788	516	.4480	360
.3135	807	.3798	510	.4496	359
.3144	817	.3807	503	.4534	345
.3152	808	.3819	502	.4542	346
.3183	787	.3829	497	.4551	347
.3189	784	.3839	491	.4559	352
.3197	789	.3849	487	.4567	350
.3204	777	.3858	480	.4595	355
.3212	791	.3868	469	.4604	351
.3221	781	.3924	452	.4611	366
.3244	766	.3936	447	.4624	345
.3252	762	.3947	442	.4636	330
.3260	786	.3957	425	.4642	355
.3267	781	.3966	442	.4651	351
.3275	768	.3976	427	.4556	346
.3309	779	.3985	437	.4664	337
.3316	760	.3997	430	.4670	357



J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m
.4676	359	.2856	499	.3386	365
.4682	343	.2863	462	.3393	372
.4688	339	.2870	452	.3399	376
.4709	362	.2877	468	.3405	371
.4715	375	.2882	445	.3411	361
.4722	358	.2973	470	.3417	371
.4728	348	.2979	462	.3427	374
.4734	352	.2985	464	.3433	375
.4741	340	.2991	463	.3440	357
.4748	353	.2998	471	.3446	361
.4756	359	.3005	449	.3451	357
.4762	340	.3010	433	.3457	370
.4769	352	.3017	444	.3478	367
.4777	334	.3024	456	.3484	362
.4787	339	.3030	440	.3490	341
.4826	355	.3036	433	.3496	350
.4835	348	.3046	424	.3503	327
.4844	358	.3067	467	.3510	334
.4854	355	.3073	444	.3518	340
.4866	365	.3079	443	.3548	364
.4873	377	.3086	460	.3555	361
.4881	371	.3093	451	.5193	720
.4945	330	.3098	467	.5200	746
.4953	349	.3105	474	.5208	729
.4963	375	.3112	444	.5214	730
.4975	369	.3118	449	.5232	716
.4983	359	.3124	459	.5239	727
.4990	365	.3131	443	.5244	724
.5001	354	.3153	434	.5249	746
.5033	365	.3159	442	.5253	751
.5051	355	.3167	450	.5260	750
.5063	379	.3173	449	.5265	750
.5079	365	.3180	435	.5271	757
8325.2942	672	.3187	427	.5276	762
.2952	671	.3194	416	.5283	761
.2961	724	.3200	412	.5305	792
.2970	692	.3207	419	.5348	744
.2979	683	.3213	435	.5354	745
.2989	653	.3240	403	.5374	776
.2999	652	.3261	421	.5380	775
.3012	643	.3266	413	.5387	753
.3023	613	.3272	418	.5392	775
.3032	634	.3277	421	.5398	799
.3060	633	.3283	418	.5403	799
.3066	644	.3288	407	.5409	770
.3072	633	.3295	396	.5415	765
.3078	614	.3300	403	.5422	798
.3084	619	.3306	403	.5428	786
.3091	605	.3313	410	.5435	797
8327.2823	515	.3319	408	.5441	796
.2830	495	.3325	408	.5464	794
.2837	515	.3331	402	.5470	776
.2844	508	.3337	396	.5475	805
.2850	487	.3343	382	.5481	787
		.3362	400	.5487	804
		.3378	379	.5491	814

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.5498	825	.6040	819	.2989	364
.5511	839	.6046	847	.2995	354
.5517	813	.6058	858	.3015	347
.5524	816	.6088	839	.3022	332
.5531	804	.6095	804	.3032	348
.5554	819	.6101	815	.3037	347
.5560	806	.6107	816	.3043	342
.5566	838	.6113	838	.3049	325
.5572	828	.6120	837	.3055	314
.5579	827	.6125	849	.3061	326
.5584	828	.6137	814	.3067	321
.5590	829	.6144	826	.3072	312
.5595	827	.6166	782	.3078	337
.5601	826	.6172	786	.3083	348
.5607	812	.6178	793	.3089	308
.5612	851	.6185	806	.3096	341
.5678	840	.6191	816	.3103	334
.5684	816	.6200	831	.3110	300
.5695	842	.6207	795	.3118	348
.5700	824	.6213	823	.3124	331
.5706	785	.6220	807	.3145	328
.5712	793	.6225	811	.3151	331
.5718	828	.6246	791	.3157	328
.5723	842	.6252	802	.3163	357
.5728	829	.6259	796	.3169	328
.5733	822	.6268	804	.3175	345
.5762	826	.6274	838	.3182	324
.5767	835	.6281	815	.3188	314
.5773	846	.6288	813	.3197	328
.5779	855	.6295	803	.3203	293
.5784	856	.6303	804	.3210	299
.5807	842	.6310	814	.3216	293
.5812	831	.6331	756	.3223	314
.5818	828	.6337	751	.3230	293
.5824	830	.6342	762	.3236	299
.5829	831	.6349	796	.3260	321
.5839	843	.6356	734	.3267	327
.5845	852	.6364	773	.3275	334
.5853	878	.6470	762	.3282	327
.5859	865	.6377	762	.3290	327
.5866	831	.6382	760	.3297	333
.5886	845	.6389	751	.3305	336
.5892	844			.3314	334
.5898	846	8329.2910	376	.3321	327
.5904	867	.2916	369	.3594	331
.5908	872	.2919	354	.3600	335
.5914	877	.2928	360	.3605	331
.5919	844	.2934	359	.3611	334
.5926	845	.2940	361	.3617	335
.5932	855	.2946	346	.3622	342
.5938	855	.2953	365	.3628	331
.6009	808	.2959	339	.3633	335
.6014	808	.2965	347	.3638	335
.6019	821	.2961	350	.3644	343
.6027	833	.2978	354	.3649	335
.6034	834	.2983	369	.3655	340

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.3661	335	.3893	624	.4765	840
.3667	343	.3929	620	.4774	852
.3688	336	.3938	617	.4782	842
.3693	346	.3946	623	.4792	829
.3699	335	.3954	623	.4801	854
.3705	338	.3962	633	.4826	822
.3711	345	.3970	621	.4836	805
		.3979	660	.4847	799
8330.4848	359:	.3987	661	.4857	800
.4864	356:	.3997	641	.4872	822
.4870	364:	.4007	637	.4882	839
.4875	362:	.4034	692	.4891	822
.4880	370:	.4042	674	.4900	800
.4886	385:	.4050	701	.4909	815
.4891	370:	.4057	694	.4917	833
.4896	399:	.4065	722	.4938	847
.4903	385:	.4073	694	.4947	830
.4909	370:	.4080	687	.4956	841
.4915	385:	.4086	694	.4965	830
.4921	364:	.4097	702	.4976	859
.4926	370:	.4134	642	.4985	841
.4936	335:	.4144	657	.4999	851
.4942	367:	.4371	761	.5012	830
.4947	357:	.4380	788	.5021	841
.4953	352:	.4389	751	.5031	852
.4958	363:	.4399	751	.5055	830
.4964	362:	.4408	756	.5063	818
.4970	355:	.4418	772	.5072	830
.4997	355:	.4427	751	.5080	839
.5003	372:	.4437	763	.5089	838
.5008	367:	.4447	794	.5098	795
.5015	363:	.4457	783	.5110	816
.5352	360:	.4497	792	.5120	850
.5357	360:	.4505	794	.5128	839
.5362	360:	.4513	772	.5137	826
.5368	375:	.4522	804	.5162	798
.5374	368:	.4531	815	.5172	813
.5379	364:	.4539	825	.5181	792
.5386	361:	.4555	791	.5190	804
.5392	364:	.4567	803	.5199	827
.5399	391:	.4577	771	.5207	841
.5405	386:	.4585	803	.5216	838
.5410	406:	.4611	819	.5225	844
.5416	385:	.4620	798	.5237	838
.5421	398:	.4629	821	.5786	506
.5427	401:	.4637	844	.5793	488
		.4647	809	.5801	488
8331.3804	575	.4668	820	.5809	487
.3824	606	.4679	818	.5817	487
.3835	615	.4690	787	.5826	497
.3842	606	.4699	809	.5834	488
.3850	604	.4721	796	.5844	460
.3857	603	.4730	807	.5856	473
.3864	606	.4739	808	.5868	452
.3872	605	.4747	801	.5867	436
.3879	606	.4755	824	.5883	428

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.5913	446	.5370	751	.2842	444
.5921	454	.5506	756	.2850	457
.5937	429	.5516	773	.2859	451
.5946	437	.5523	761	.2896	451
.5956	442	.5531	761	.2906	442
.5966	438	.5539	763	.2915	464
.6008	454	.5548	785	.2934	466
.6020	454	.5555	797	.2944	468
.6129	432	.5562	797	.2951	443
.6136	434			.2960	444
.6144	417	8365.2374	328	.2968	492
.6152	443	.2381	329	.2977	487
.6161	424	.2389	332	.3008	444
.6171	414	.2399	342	.3017	473
.6180	443	.2409	354	.3026	467
.6191	415	.2418	352	.3035	483
.6201	425	.2426	337	.3045	490
.6210	424	.2436	350	.3054	499
.6231	409	.2444	358	.3063	482
.6239	403	.2450	363	.3074	502
.6247	402	.2488	371	.3087	497
.6255	408	.2494	366	.3096	511
.6263	416	.2501	367	.3127	491
.6271	399	.2510	357	.3133	508
.6280	402	.2520	356	.3140	533
.6288	409	.2528	344	.3147	526
		.2537	357	.3153	520
8343.5048	653	.2547	354	.3159	534
.5065	675	.2556	353	.3155	543
.5074	664	.2563	355	.3171	538
.5082	664	.2590	372	.3177	527
.5100	653	.2598	416	.3201	513
.5107	707	.2605	406	.3211	525
.5113	654	.2612	396	.3219	540
.5120	674	.2619	407	.3226	543
.5127	678	.2626	427	.3235	546
.5134	683	.2633	412	.3243	550
.5142	695	.2640	405	.3249	558
.5204	691	.2648	398	.3256	548
.5211	692	.2655	392	.3265	564
.5217	695	.2678	424	.3273	565
.5226	724	.2687	442	.3281	566
.5236	691	.2695	426	.3289	575
.5246	713	.2703	390	.3320	601
.5254	736	.2712	437	.3328	598
.5251	675	.2721	413	.3336	605
.5269	736	.2730	418	.3343	625
.5277	724	.2738	436	.3351	616
.5304	740	.2746	437	.3360	594
.5311	730	.2755	401	.3368	627
.5319	729	.2787	441	.3376	636
.5328	753	.2795	426	.3387	627
.5335	729	.2803	452	.3392	628
.5347	753	.2815	443	.4012	753
.5355	776	.2822	436	.4020	757
.5362	783	.2831	431	.4028	722

J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m	J. D. ☉ 243....	4m
.4036	756	.4923	786	.2629	746
.4042	732	.4930	799	.2638	761
.4052	723	.4936	779	.2646	729
.4060	717	.4944	769	.2659	714
.4068	722	.5116	719	.2668	726
.4076	712	.5124	691	.2679	717
.4084	720	.5130	691	.2689	681
.4094	727	.5136	690	.2698	707
.4154	739	.5164	671	.2712	687
.4163	747	.5172	663	.2720	683
.4172	772	.5179	635	.2748	664
.4180	763	.5187	622	.2760	677
.4187	745	.5195	674	.2772	664
.4195	764	.5204	676	.2781	649
.4223	787	.5210	686	.2792	653
.4232	743	.5217	643	.2802	658
.4242	765	.5225	593	.2813	635
.4249	763	.5232	596	.2821	648
.4257	771	.5239	675	.2831	610
.4265	770			.2841	597
.4274	771			.2850	540
.4282	774	8375.2108	836	.2880	599
.4291	775	.2117	818	.2889	593
.4301	765	.2125	807	.2897	573
.4325	797	.2140	812	.2907	567
.4334	794	.2169	828	.2915	542
.4379	780	.2178	835	.2924	547
.4389	795	.2187	860	.2933	542
.4396	765	.2192	834	.2946	505
.4403	800	.2200	828	.2958	516
.4421	777	.2209	815	.2971	527
.4430	798	.2235	824	.2980	480
.4458	806	.2244	827	.2993	504
.4466	790	.2253	851	.3001	516
.4473	818	.2263	835	.3029	444
.4482	783	.2272	805	.3038	479
.4490	813	.2280	787	.3045	477
.4497	741	.2288	812	.3058	469
.4506	765	.2295	802	.3070	455
.4526	818	.2305	829	.3082	456
.4536	801	.2312	811	.3095	452
.4774	792	.2322	835	.3104	444
.4781	796	.2327	822	.3114	466
.4789	800	.2356	839	.3125	456
.4795	801	.2365	834	.3168	411
.4803	798	.2495	768	.3178	404
.4810	819	.2504	775	.3194	405
.4819	826	.2517	697	.3205	387
.4828	815	.2526	739	.3217	412
.4844	819	.2538	758	.3228	417
.4872	770	.2551	750	.3238	424
.4879	765	.2560	758	.3248	423
.4890	782	.2571	721	.3259	410
.4901	787	.2583	751	.3272	407
.4909	813	.2610	738	.3286	415
.4916	791	.2621	723	.3294	425

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.3305	391	.4020	336	.4633	440
.3315	398	.4030	319	.4647	447
.3331	420	.4040	340	.4656	464
.3390	389	.4050	348	.4668	434
.3402	374	.4060	343	.4676	448
.3416	395	.4069	332	.4687	470
.3425	390	.4076	336	.4697	479
.3435	374	.4082	345	.4708	488
.3443	371	.4089	345	.4718	486
.3451	366	.4099	339	.4747	519
.3459	373	.4106	340	.4757	454
.3468	372	.4115	337	.4765	455
.3478	365	.4143	337	.4773	470
.3487	378	.4151	347	.4782	502
.3497	365	.4161	351	.4790	551
.3525	374:	.4171	356	.4800	508
.3534	395:	.4180	359	.4810	538
.3544	359:	.4189	348	.4821	513
.3574	387:	.4197	337	.4830	530
.3584	389:	.4206	344		
.3592	372:	.4215	331	8382.3078	626
.3600	397:	.4223	366	.3092	630
.3609	403:	.4230	377	.3102	607
.3617	429:	.4238	341	.3118	611
.3626	406:	.4248	366	.3123	616
.3636	403:	.4278	426	.3133	591
.3646	409:	.4286	345	.3145	574
.3655	408:	.4296	351	.3167	586
.3666	403:	.4306	366	.3178	567
.3675	408:	.4314	355	.3189	580
.3715	400:	.4325	359	.3222	546
.3724	399:	.4353	393	.3236	510
.3735	391:	.4362	386	.3246	529
.3744	392:	.4371	388	.3254	531
.3754	392:	.4380	376	.3259	551
.3764	386:	.4389	404	.3277	537
.3774	365	.4398	404	.3287	518
.3786	363:	.4410	402	.3293	532
.3796	366:	.4442	370	.3302	520
.3807	385:	.4452	398	.3311	517
.3817	386:	.4460	396	.3342	500
.3829	378	.4470	391	.3355	482
.3878	392:	.4478	392	.3362	502
.3886	390:	.4489	389	.3370	490
.3894	392:	.4498	422	.3377	505
.3903	373:	.4508	389	.3396	451
.3912	374:	.4517	400	.3408	466
.3920	387:	.4525	399	.3416	458
.3928	383:	.4533	399	.3426	481
.3937	367:	.4544	435	.3437	461
.3945	346:	.4559	415	.3447	491
.3952	396:	.4567	423	.3456	494
.3961	380:	.4599	401	.3539	418
.3972	352:	.4609	421	.3550	435
.3980	365:	.4617	433	.3560	418
.3988	352:	.4625	416	.3571	421

J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m	J. D. ☉ 243....	d m
.3581	438	.3510	368	.4272	505
.3592	443	.3522	352	.4283	537
.3603	450	.3534	343	.4294	533
.3616	423	.3547	333	.4305	529
.3627	418	.3556	333		
.3639	434	.3568	338	8395.2094	514
.3651	422	.3578	333	.2103	502
.3662	449	.3587	351	.2112	513
.3697	418	.3596	313	.2136	480
.3711	403	.3630	332	.2144	493
.3729	399	.3639	331	.2151	485
.3739	431	.3650	338	.2157	511
.3749	422	.3658	343	.2164	484
.3763	368	.3669	326	.2171	493
.3778	383	.3678	331	.2179	485
.3787	376	.3688	326	.2206	450
.3798	394	.3698	339	.2212	471
.3810	396	.3711	352	.2220	480
.3846	345	.3724	359	.2227	477
.3854	338	.3761	356	.2234	473
.3864	366	.3773	341	.2242	454
.3874	372	.3784	371	.2249	458
.3888	359	.3792	364	.2273	437
.3894	368	.3805	357	.2288	456
.3903	341	.3817	350	.2304	468
.3915	370	.3829	380	.2311	442
.3926	341	.3839	368	.2319	456
.3935	332	.3849	396	.2326	455
.3944	337	.3860	368	.2339	448
.3954	332	.3871	391		
.3962	357	.3882	393	8399.2069	335:
.3989	304	.3920	392	.2077	343:
.4000	322	.3937	374	.2085	368:
.4010	324	.3948	394	.2093	333:
.4019	322	.3962	395	.2102	344:
.4030	324	.3976	432	.2110	399:
.4040	328	.3985	402	.2120	333:
.4051	291	.3996	420	.2127	341:
.4062	301	.4003	424	.2138	372:
.4073	323	.4010	402	.2148	337:
8393.3356	335	.4020	405	.2197	329:
.3364	332	.4034	423	.2354	357:
.3374	348	.4047	424	.2364	340:
.3381	354	.4059	433	.2375	342:
.3390	344	.4119	455	.2386	360:
.3400	335	.4132	457	.2396	367:
.3411	344	.4144	455	.2406	364:
.3419	360	.4155	436	.2417	363:
.3428	336	.4167	491	.2426	361:
.3436	349	.4181	468	.2437	401:
.3446	325	.4192	508	.2482	386:
.3455	342	.4201	502	.2492	403:
.3482	346	.4210	514	.2503	379:
.3492	350	.4215	498	.2513	394:
.3501	354	.4224	495	.2522	380:
		.4235	504	.2531	425:

J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm	J. D. ☉ 243....	Δm
.2552	413:	.3761	810:	.3587	346
.2562	430:	.3772	776:	.3601	353
.2573	392:	.3783	767:	.3613	340
.2590	442:	.3791	800:	.3669	352
.2598	452:	.3801	793:	.3682	322
.2607	443:	.3810	829:	.3694	320
.2619	438:	.3821	795:	.3705	320
.2629	410:			.3716	355
.2957	526:	8400.2905	481	.3727	361
.2967	525:	.2915	462	.3738	333
.2978	525:	.2923	444	.3748	355
.2998	547:	.2931	441	.3760	359
.3007	512:	.2942	422	.3770	329
.3020	541:	.2950	436	.3783	349
.3031	541:	.2959	458	.3796	324
.3045	530:	.2966	472	.3842	311
.3055	522:	.2973	457	.3850	333
.3063	546:	.2982	464	.3860	310
.3074	558:	.3021	424	.3872	308
.3088	551:	.3030	455	.3884	328
.3138	534:	.3050	452	.3895	334
.3151	524:	.3059	446	.3906	323
.3161	546:	.3070	409	.3919	325
.3172	545:	.3079	424	.3925	320
.3180	587:	.3092	430	.3936	333
.3191	570:	.3103	421	.3946	349
.3201	596:	.3115	459	.3959	318
.3211	610:	.3126	415	.3970	294
.3221	607:	.3137	414	.4021	325
.3242	637:	.3148	402	.4033	309
.3253	645:	.3162	393	.4045	311
.3331	660:	.3174	417	.4057	319
.3353	659:	.3185	413	.4068	337
.3369	668:	.3248	404	.4082	333
.3381	680:	.3261	405	.4095	345
.3391	634:	.3270	407	.4104	336
.3420	658:	.3280	405	.4117	345
.3432	663:	.3292	401	.4127	337
.3442	691:	.3303	395	.4140	342
.3451	690:	.3315	374	.4151	357
.3461	741:	.3330	391		
.3548	705:	.3344	384	8402.3063	381
.3561	740:	.3354	380	.3072	365
.3577	743:	.3368	377	.3082	368
.3589	733:	.3380	403	.3093	374
.3599	748:	.3410	374	.3102	369
.3611	785:	.3418	345	.3115	347
.3621	730:	.3470	367	.3124	352
.3644	776:	.3480	359	.3135	349
.3654	791:	.3492	372	.3145	358
.3666	765:	.3501	360	.3155	355
.3676	770:	.3515	377	.3165	378
.3718	802:	.3534	368	.3176	366
.3729	798:	.3552	348	.3217	347
.3739	760:	.3564	357	.3238	348
.3750	763:	.3577	349	.3249	362



J. D. . . 243. . . ⊙	Δm	J. D. ⊙ 243. . . .	Δm	J. D. ⊙ 243. . . .	Δm
.3260	347	4018	445	.2585	797
.3273	342	.4073	497	.2596	760
.3286	328	.4083	462	.2604	743
.3299	329	.4094	457	.2610	748
.3309	364	.4107	476	.2618	755
.3321	343	.4117	473	.2626	759
.3335	373	.4132	472	.2635	736
.3348	358	.4147	503	.2643	759
.3391	336	.4160	510	.2650	753
.3403	318	.4174	489	.2658	775
.3414	325	.4185	490	.2671	756
.3440	318	.4198	493	.2710	708
.3449	323			.2718	700
.3460	323	8406.2503	339	.2725	666
.3471	330	.2507	355	.2733	681
.3481	330	.2515	354	.2740	663
.3488	323	.2522	347	.2747	661
.3496	328	.2530	358	.2754	668
.3504	323	.2537	361	.2761	704
.3557	358	.2544	360	.2768	691
.3566	350	.2550	380	.2775	702
.3576	374	.2557	375	.2782	700
.3585	363	.2564	368	.2789	675
.3592	332	.2571	392	.2797	696
.3603	330	.2577	395	.2806	677
.3614	355	.2583	406	.2840	654
.3621	346	.2589	373	.2850	604
.3632	333			.2863	576
.3643	355	8407.2238	806	.2872	581
.3651	371	.2251	841	.2882	575
.3661	391	.2259	809	.2890	576
.3670	386	.2293	782	.2899	578
.3682	357	.2301	812	.2907	581
.3723	372	.2309	784	.2915	562
.3732	355	.2316	800	.2924	548
.3757	398	.2343	773	.2932	539
.3769	379	.2357	829	.2940	551
.3793	386	.2364	830	.2947	537
.3804	405	.2371	804	.2956	544
.3815	397	.2377	795	.3082	467
.3823	385	.2381	785	.3089	465
.3833	375	.2391	804	.3099	434
.3844	380	.2405	785	.3106	496
.3887	423	.2412	807	.3113	487
.3896	419	.2423	821	.3120	482
.3909	427	.2449	805	.3127	461
.3920	426	.2461	819		
.3930	398	.2469	809	8415.3287	664
.3942	433	.2478	795	.3296	634
.3951	422	.2488	800	.3303	642
.3959	434	.2504	787	.3311	658
.3970	430	.2520	747	.3318	658
.3979	418	.2528	777	.3324	656
.3988	459	.2534	786	.3331	653
.3997	422	.2542	790	.3337	686
.4008	410	.2578	778	.3344	683

J. D. ☉ 243....	$\Delta m$	J. D. ☉ 243....	$\Delta m$	J. D. ☉ 243....	$\Delta m$
.3375	674	.3610	724	.3831	792
.3383	691	.3618	720	.3838	793
.3389	666	.3629	737	.3847	797
.3397	664	.3654	727	.3854	782
.3405	672	.3661	734	.3861	787
.3411	662	.3667	743		
.3427	691	.3674	749	8418.3720	405
.3435	688	.3678	758	.3727	377
.3476	695	.3684	743	.3733	408
.3483	704	.3691	734	.3742	397
.3490	695	.3698	759	.3749	394
.3497	705	.3704	737	.3755	403
.3503	716	.3711	747	.3762	426
.3515	730	.3742	748	.3770	400
.3521	701	.3748	754	.3777	402
.3528	720	.3755	742	.3787	408
.3553	730	.3762	747	.3791	422
.3562	736	.3769	743	.3818	425
.3576	716	.3776	769	.3826	452
.3583	710	.3783	749	.3832	459
.3589	706	.3791	766	.3842	452
.3596	714	.3800	782	.3849	466
.3603	724	.3808	776	.3856	484

In conclusion, the author would like to thank Director Prof. Dr. L. Detre for making possible his stay at the Konkoly Observatory in Budapest and for many advices and stimulating discussions. He also thanks members of the Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences at Skalnaté Pleso, particularly L. Petrík, J. Petras and I. Petras for their untiring help in the observations.

Budapest—Szabadsághegy, 1964 April

#### REFERENCES

1. Detre, L. 1934, AN 251, 28.
2. Dezső, L. 1945, Contrib. Konkoly Obs. No. 20, Budapest.
3. Eggen, O. J. 1964, Royal Obs. Bull. No. 84. p. E 127.
4. Gaposkin, S. 1952, Harv. Ann. 118, 18; 171.
5. Leavitt, H. S. 1923, Harv. Bull. 790.
6. Lozinsky, A. M. 1952, Soob. Astr. Inst. Sternberga, Moscow, Nr. 81, 20.
7. Pelishenko, E. I. 1949, Izv. Astr. Obs. Odessa, Vol. II. 1st issue.
8. Preston, G. W. 1959, Ap. J., 130, 507.
9. Zessevitch, V. P. 1924, AN 223, 154.

A kiadásért felel: Detre László — Műszaki felelős: Marosi Gyula  
A kézirat beérkezett: 1964. VIII. 25. — Póldányszám: 700 — Terjedelem: 2<sup>3</sup>/<sub>4</sub> (A/5) iv

---

64.59579 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST-SZABADSÁGHEGY

Nr. 56

KATALIN BARLAI AND B. SZEIDL

VZ PEGASI

BUDAPEST, 1965

## VZ PEGASI

by

KATALIN BARLAI and B. SZEIDL

Two-color photoelectric observations of the Bailey type "c" RR Lyrae star VZ Pegasi are presented.

The variable VZ Pegasi ( $\alpha = 23^{\text{h}}37^{\text{m}}14^{\text{s}}$ ,  $\delta = +24^{\circ}22'.2$ , 1900.0;  $l^{\text{II}} = 103^{\circ}6$ ,  $b^{\text{II}} = -35^{\circ}3$ ) discovered by Applegate (1921) was considered by later observers as eclipsing system. Sigeru Kaho (1958) basing on photographic observations revealed the RR Lyrae character of the star and gave the following elements:

$$\text{Max. hel.} = \text{J.D.}2435478.004 + 0^{\text{d}}3064865\text{E.}$$

### PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS

Observations were carried out on three consecutive nights by the authors and K. Gefferth in October, 1963 utilizing the 24 inch reflector of the Konkoly Observatory. An EMI 9052B multiplier was attached to the telescope at the Newtonian focus. Measurements were made in blue and yellow through filters Schott BG 12 + GG 13 and GG 11 respectively. Ultraviolet measurements could not be obtained for the variable because of the faintness of the star.

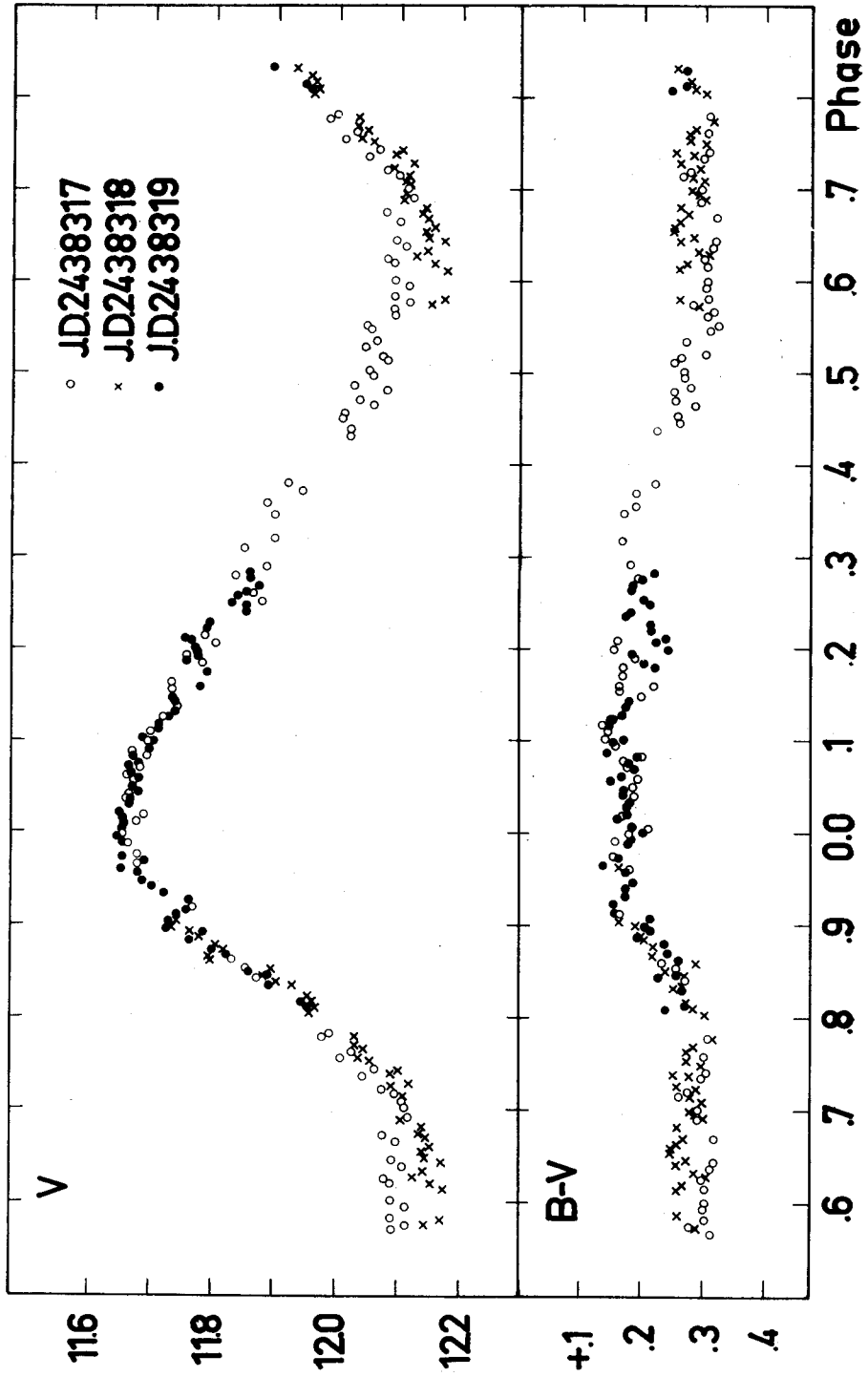
As comparison star we used the star "b" in the identification chart given by Kaho. Transformation to the standard  $U, B, V$  system was accomplished on four nights using Johnson and Morgan's stars from Ap. J., 117, 313. 1953. We obtained for the comparison star

$$V = 11.82, \quad B - V = +0.61, \quad U - B = +0.01$$

and for the color equations by which the observations have been transformed to the  $U, B, V$  system:

$$\begin{aligned} V &= V_{\text{Bp}} + 0.145(B - V) + c \\ (B - V) &= +0.596 + 1.110(B - V)_{\text{Bp}} \\ (U - B) &= -1.359 + 1.152(U - B)_{\text{Bp}} \end{aligned}$$

where  $V_{\text{Bp}}$ ,  $(B - V)_{\text{Bp}}$  and  $(U - B)_{\text{Bp}}$  are the extra-terrestrial instrumental magnitude and colors. The  $B - V$ ,  $U - B$  colors of the comparison star fit well the standard  $B - V$ ,  $U - B$  relation for main sequence stars. According to the  $Sp$ ,  $B - V$  relation the star is of spectral type G0V. Table 2 contains the photoelectric observations of VZ Peg in the standard system.



The variations in  $V$  and  $B - V$  are plotted against phase in Figure 1 using the new ephemeris

$$\text{Max. hel.} = \text{J.D.}2438317.2930 + 0^d3064863E.$$

The light curve shows on two consecutive nights a deviation in the depth of the minimum amounting to about 0.05 mag in  $V$  and 0.03 mag in  $B - V$ . Further observations are required to determine whether these variations represent cyclic phenomena or irregular departures from the average.

#### COMPARISON WITH T SEX AND DH PEG

The obtained light- and color-curves of VZ Pegasi show clearly the features of an RRc star. A comparison with T Sex (Tifft and Smith, 1958) and DH Peg (Tifft, 1964) is given in Table 1. The hump on the rising branch is comparatively short but well pronounced in the yellow and blue light curves. The star is bluest at phase  $0^p12$ .

TABLE 1

	T Sex	VZ Peg	DH Peg
Period	0 <sup>d</sup> 325	0 <sup>d</sup> 306	0 <sup>d</sup> 256
$\epsilon = M - m$	0 <sup>p</sup> 40	0 <sup>p</sup> 36	0 <sup>p</sup> 40
$\epsilon^* = M - m_{\text{hump}}$	0 <sup>p</sup> 13	0 <sup>p</sup> 10	0 <sup>p</sup> 11
$V$ max	9.875	11.66	9.28
$V$ min	10.305	12.13	9.77
$V$ amp	0.43	0.47	0.49
$B - V$ max	0.175	0.16	0.21
$B - V$ min	0.30	0.30	0.34
$B - V$ amp	0.125	0.14	0.13

The period of VZ Peg lies between those of T Sex and DH Peg. The light amplitude and color of these three variables exhibit a good agreement. The similarity in color with T Sex and in amplitude with DH Peg is especially remarkable. The interstellar reddening in case of VZ Peg cannot be significant, since the star lies at galactic latitude  $-35^\circ$ .

These similar features suggest that VZ Peg belongs to the homogeneous group of RRc stars mentioned by Tifft (DH Peg, T Sex, AU Vir and SX UMa).

The authors thank Prof. Dr. L. Detre for directing their attention to this star and for his valuable advice.

Remark:  $\epsilon^* = M - m_{\text{hump}}$  = time from hump to maximum expressed in period.

#### REFERENCES:

- Applegate, 1921, Harvard Circ. 225 (announcement by S. I. Bailey)  
 Kaho, S. 1958, Tokyo Astronomical Bulletin Ser. II. No 110  
 Tifft, W. G. 1964, Ap. J. 139. 451  
 Tifft, W. G. and Smith, H. J. 1958, Ap. J. 127. 591

TABLE 2

t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V	t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V
	d	P				d	P		
2438317+					2438317+				
0.2676	.2811	.9172	-.051		0.3990	.1060	.3459		+.169
.2680	.2815	.9185		+.167	.3995	.1065	.3475	+.077	
.2822	.2957	.9648	-.142		.4018	.1088	.3550		+.190
.2853	.2988	.9749		+.152	.4023	.1093	.3566	+.065	
.2857	.2992	.9762	-.142		.4063	.1133	.3697		+.187
.2886	.3021	.9857		+.158	.4068	.1138	.3713	+.128	
.2891	.3026	.9873	-.158		.4087	.1157	.3775		+.222
.2919	.3054	.9965	-.165		.4093	.1163	.3795	+.099	
.2925	.3060	.9984		+.180	.4252	.1322	.4314	+.201	
.2964	.0034	.0111	-.143		.4269	.1339	.4369		+.222
.2970	.0040	.0131		+.214	.4273	.1343	.4382	+.201	
.2985	.0055	.0180	-.125		.4305	.1375	.4486		+.269
.2990	.0060	.0196		+.170	.4308	.1378	.4496	+.186	
.3041	.0111	.0362	-.163		.4318	.1388	.4529		+.258
.3051	.0121	.0395	-.157		.4322	.1392	.4542	+.189	
.3055	.0125	.0408		+.191	.4354	.1424	.4646		+.288
.3085	.0155	.0506	-.149		.4357	.1427	.4656	+.236	
.3090	.0160	.0522		+.188	.4367	.1437	.4689		+.251
.3106	.0176	.0574	-.162		.4370	.1440	.4699	+.214	
.3112	.0182	.0594		+.195	.4402	.1472	.4803		+.248
.3144	.0214	.0698	-.136		.4405	.1475	.4813	+.261	
.3148	.0218	.0711		+.177	.4415	.1485	.4846		+.308
.3162	.0232	.0757	-.124		.4419	.1489	.4858	+.207	
.3167	.0237	.0773		+.170	.4450	.1520	.4960		+.291
.3178	.0248	.0809		+.197	.4454	.1524	.4973	+.238	
.3183	.0253	.0826	-.152		.4465	.1535	.5008		+.292
.3220	.0290	.0946		+.157	.4468	.1538	.5018	+.230	
.3228	.0298	.0972	-.123		.4498	.1568	.5116		+.250
.3244	.0314	.1025		+.138	.4502	.1572	.5129	+.261	
.3249	.0319	.1041	-.118		.4512	.1582	.5162		+.263
.3289	.0359	.1171		+.133	.4516	.1586	.5175	+.251	
.3294	.0364	.1187	-.100		.4548	.1618	.5279		+.308
.3318	.0388	.1266		+.147	.4551	.1621	.5289	+.222	
.3322	.0392	.1279	-.077		.4568	.1638	.5345		+.268
.3382	.0452	.1475		+.199	.4572	.1642	.5358	+.241	
.3391	.0461	.1504	-.085		.4603	.1673	.5459		+.310
.3421	.0491	.1602		+.220	.4607	.1677	.5472	+.234	
.3426	.0496	.1618	-.087		.4618	.1688	.5508		+.324
.3478	.0548	.1788		+.167	.4621	.1691	.5517	+.227	
.3492	.0562	.1834	-.036		.4652	.1722	.5619		+.305
.3512	.0582	.1899		+.188	.4655	.1725	.5628	+.271	
.3516	.0586	.1912	-.063		.4665	.1735	.5661		+.315
.3542	.0612	.1997		+.152	.4669	.1739	.5674	+.269	
.3555	.0625	.2039	-.014		.4693	.1763	.5752		+.278
.3576	.0646	.2108		+.158	.4697	.1769	.5772	+.294	
.3583	.0653	.2131	-.034		.4715	.1785	.5824		+.306
.3700	.0770	.2512	+.060		.4718	.1788	.5834	+.269	
.3725	.0795	.2594	+.042		.4748	.1818	.5932		+.303
.3780	.0850	.2773		+.195	.4752	.1822	.5945	+.293	
.3787	.0857	.2796	+.014		.4769	.1839	.6000		+.304
.3810	.0880	.2871		+.181	.4773	.1843	.6013	+.271	
.3815	.0885	.2888	+.064		.4818	.1888	.6160		+.304
.3870	.0940	.3067		+.256	.4829	.1899	.6196	+.270	
.3877	.0947	.3090	+.030		.4843	.1913	.6242		+.301
.3905	.0975	.3181		+.167	.4850	.1920	.6265	+.260	
.3912	.0982	.3204	+.077		.4879	.1949	.6359		+.314



TABLE 2 (cont.)

t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V	t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V
	d	P				d	P		
2438317+					2438318+				
0.4884	.1954	.6376	+.290		0.4215	.2091	.6823		+.260
.4900	.1970	.6428		+.320	.4218	.2094	.6832	+.320	
.4906	.1976	.6447	+.271		.4228	.2104	.6865		+.293
.4967	.2037	.6646	+.280		.4232	.2108	.6878	+.285	
.4982	.2052	.6695		+.320	.4256	.2132	.6956		+.290
.4985	.2055	.6705	+.256		.4260	.2136	.6969	+.289	
.5045	.2115	.6901		+.294	.4270	.2146	.7002		+.280
.5050	.2120	.6917	+.301		.4274	.2150	.7015	+.294	
.5073	.2143	.6992		+.295	.4298	.2174	.7093		+.299
.5079	.2149	.7012	+.293		.4301	.2177	.7103	+.287	
.5120	.2190	.7146		+.262	.4311	.2187	.7136		+.280
.5124	.2194	.7159	+.276		.4315	.2191	.7149	+.292	
.5135	.2205	.7195		+.276	.4340	.2216	.7230		+.288
.5138	.2208	.7204	+.256		.4343	.2219	.7240	+.270	
.5180	.2250	.7341		+.299	.4353	.2229	.7272		+.258
.5187	.2257	.7364	+.228		.4357	.2233	.7286	+.303	
.5201	.2271	.7410		+.309	.4382	.2258	.7367		+.281
.5208	.2278	.7433	+.246		.4385	.2261	.7377	+.270	
.5249	.2319	.7567	+.189		.4395	.2271	.7409		+.251
.5264	.2334	.7615		+.305	.4398	.2274	.7420	+.281	
.5269	.2339	.7632	+.208		.4422	.2298	.7498		+.296
.5311	.2381	.7769	+.161		.4426	.2302	.7511	+.238	
.5325	.2395	.7814		+.309	.4436	.2312	.7544		+.275
.5328	.2398	.7824	+.174		.4440	.2316	.7557	+.218	
.5504	.2574	.8398		+.272	.4465	.2341	.7638		+.275
.5509	.2579	.8415	+.052		.4468	.2344	.7648	+.228	
.5536	.2606	.8503		+.259	.4478	.2354	.7681		+.285
.5540	.2610	.8515	+.034		.4482	.2358	.7694	+.212	
.5561	.2631	.8584		+.232	.4505	.2381	.7769		+.314
.5568	.2638	.8607	+.013		.4509	.2385	.7782	+.210	
2438318+					.4590	.2466	.8046		+.302
0.3964	.1760	.5743		+.285	.4593	.2469	.8056	+.139	
.3968	.1764	.5756	+.329		.4603	.2479	.8089		+.283
.3978	.1774	.5788		+.259	.4607	.2483	.8102	+.145	
.3982	.1778	.5801	+.354		.4631	.2507	.8180		+.275
.4005	.1881	.6137		+.259	.4635	.2511	.8193	+.143	
.4009	.1885	.6150	+.358		.4648	.2524	.8235	+.135	
.4020	.1896	.6186		+.268	.4672	.2548	.8314		+.253
.4023	.1899	.6196	+.337		.4676	.2552	.8327	+.110	
.4048	.1924	.6278		+.305	.4686	.2562	.8359		+.266
.4051	.1927	.6287	+.309		.4690	.2566	.8372	+.085	
.4061	.1937	.6320		+.286	.4715	.2591	.8454		+.270
.4065	.1941	.6333	+.324		.4718	.2594	.8464	+.066	
.4090	.1966	.6415		+.260	.4728	.2604	.8496		+.239
.4093	.1969	.6425	+.354		.4732	.2608	.8509	+.075	
.4104	.1980	.6460		+.276	.4755	.2631	.8584		+.290
.4107	.1983	.6470	+.326		.4759	.2635	.8598	-.026	
.4130	.2006	.6545		+.247	.4770	.2646	.8633		+.235
.4134	.2010	.6558	+.321		.4773	.2649	.8643	-.028	
.4145	.2021	.6594		+.249	.4797	.2673	.8722		+.217
.4148	.2024	.6604	+.335		.4801	.2677	.8735	+.002	
.4162	.2038	.6650		+.257	.4811	.2687	.8767		+.218
.4176	.2052	.6695	+.327		.4815	.2691	.8780	-.014	
.4186	.2062	.6728		+.271	.4840	.2716	.8862		+.205
.4190	.2066	.6741	+.315		.4843	.2719	.8872	-.041	
					.4853	.2729	.8904		+.200

TABLE 2 (cont.)

t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V	t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V
	d	P				d	P		
2438318+					2438319+				
0.4857	.2733	.8917	-.058		0.4402	.0018	.0059		+186
.4880	.2756	.8992		+191	.4405	.0021	.0069	-.164	
.4884	.2760	.9005	-.085		.4430	.0046	.0150		+165
.4895	.2771	.9041		+162	.4433	.0049	.0160	-.166	
.4898	.2774	.9051	-.082		.4443	.0059	.0193		+171
					.4447	.0063	.0206	-.173	
					.4471	.0087	.0284		+176
2438319+					.4475	.0091	.0297	-.154	
0.3797	.2478	.8085		+237	.4485	.0101	.0330		+182
.3801	.2482	.8098	+146		.4489	.0105	.0343	-.156	
.3812	.2493	.8134		+273	.4512	.0128	.0418		+170
.3815	.2496	.8144	+122		.4516	.0132	.0431	-.140	
.3868	.2549	.8317		+269	.4526	.0142	.0463		+172
.3871	.2552	.8327	+072		.4530	.0146	.0476	-.149	
.3901	.2582	.8425		+226	.4555	.0171	.0558		+140
.3905	.2586	.8438	+072		.4558	.0174	.0568	-.139	
.3915	.2596	.8470		+256	.4569	.0185	.0604		+167
.3919	.2600	.8483	+040		.4572	.0188	.0614	-.159	
.3961	.2642	.8620		+263	.4596	.0212	.0691		+192
.3975	.2656	.8666	+005		.4600	.0216	.0705	-.158	
.3985	.2666	.8699		+244	.4610	.0226	.0737		+178
.3989	.2670	.8711	-.020		.4613	.0229	.0747	-.139	
.4020	.2701	.8813		+241	.4637	.0253	.0826		+199
.4023	.2704	.8823	-.059		.4641	.0257	.0839	-.151	
.4033	.2714	.8855		+192	.4651	.0267	.0871		+143
.4037	.2718	.8868	-.031		.4655	.0271	.0884	-.123	
.4061	.2742	.8947		+216	.4680	.0296	.0966		+151
.4065	.2746	.8960	-.094		.4683	.0299	.0976	-.124	
.4075	.2756	.8992		+207	.4693	.0309	.1008		+169
.4079	.2760	.9005	-.085		.4697	.0313	.1021	-.134	
.4103	.2784	.9084		+215	.4722	.0338	.1103		+145
.4107	.2788	.9097	-.079		.4725	.0341	.1113	-.106	
.4118	.2799	.9133		+156	.4735	.0351	.1145		+142
.4121	.2802	.9142	-.060		.4739	.0355	.1158	-.108	
.4158	.2839	.9263		+154	.4763	.0379	.1237		+149
.4162	.2843	.9276	-.059		.4767	.0383	.1250	-.089	
.4172	.2853	.9309		+176	.4777	.0393	.1282		+171
.4176	.2857	.9322	-.098		.4780	.0396	.1292	-.079	
.4200	.2881	.9400		+179	.4805	.0421	.1374		+176
.4204	.2885	.9413	-.116		.4808	.0424	.1384	-.079	
.4215	.2896	.9449		+189	.4818	.0434	.1416		+177
.4218	.2899	.9459	-.132		.4822	.0438	.1429	-.083	
.4242	.2923	.9537		+174	.4860	.0476	.1553		+163
.4246	.2927	.9550	-.138		.4864	.0480	.1566	-.036	
.4255	.2936	.9580		+182	.4889	.0505	.1648		+137
.4259	.2940	.9592	-.172		.4892	.0508	.1658	-.019	
.4283	.2964	.9671		+136	.4909	.0525	.1713		+170
.4287	.2968	.9684	-.126		.4912	.0528	.1723	-.028	
.4297	.2978	.9717		+163	.4936	.0552	.1801		+222
.4301	.2982	.9730	-.168		.4940	.0556	.1814	-.065	
.4346	.3027	.9877		+180	.4950	.0566	.1847		+205
.4350	.3031	.9890	-.168		.4954	.0570	.1860	-.044	
.4360	.3041	.9922		+185	.4979	.0595	.1941		+184
.4364	.3045	.9935	-.175		.4982	.0598	.1951	-.048	
.4387	.0003	.0010		+202	.4993	.0609	.1987		+247
.4391	.0007	.0023	-.169		.4996	.0612	.1997	-.053	

TABLE 2 (cont.)

t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V	t $\odot$	phase		$\Delta V$	B-V
	d	p				d	p		
2438319+					2438319+				
0.5019	.0635	.2072		+.227	0.5145	.0761	.2483		+.217
.5023	.0639	.2085	-.057		.5148	.0764	.2493	+.009	
.5033	.0649	.2118		+.241	.5158	.0774	.2525		+.206
.5037	.0653	.2131	-.068		.5162	.0778	.2539	+.020	
.5061	.0677	.2209		+.215	.5190	.0806	.2630	+.036	
.5065	.0681	.2222	-.029		.5193	.0809	.2640		+.184
.5075	.0691	.2255		+.216	.5200	.0816	.2663		+.184
.5079	.0695	.2268	-.026		.5204	.0820	.2676	+.057	
.5103	.0719	.2346		+.175	.5228	.0844	.2754		+.196
.5107	.0723	.2359	+.035		.5232	.0848	.2767	+.041	
.5116	.0732	.2388		+.183	.5240	.0856	.2793		+.221
.5120	.0736	.2402	+.035		.5246	.0862	.2813	+.039	

A kiadásért felel: Detre László

Műszaki szerkesztő: Merkly László

A kézirat nyomdába érkezett: 1964. XII. 14. — Példányszám: 700 — Terjedelem: 0,75 (A5) ív

---

65.60016 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

A MAGYAR  
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA  
CSILLAGVIZSGÁLÓ  
INTÉZETÉNEK  
KÖZLEMÉNYEI

MITTEILUNGEN  
DER  
STERNWARTE  
DER UNGARISCHEN AKADEMIE  
DER WISSENSCHAFTEN

BUDAPEST—SZABADSÁGHEGY

Nr. 57

MERLE F. WALKER  
(Lick Observatory, U.S.A.)

PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF VV PUPPIS

BUDAPEST, 1965

## PHOTOELECTRIC OBSERVATIONS OF VV PUPPIS

MERLE F. WALKER

LICK OBSERVATORY, UNIVERSITY OF CALIFORNIA

*Received November 12, 1964*

### I. INTRODUCTION AND OBSERVATIONS.

The variability of VV Puppis was discovered by Van Gent (1931), who found that the period of variation is 100 minutes. Subsequent photometric observations by various observers indicated that the behavior of the star is quite complex, but it was supposed that the object was an ultra-short period RR Lyrae variable; a summary of these photometric investigations is given by Herbig (1960). In 1960, spectroscopic observations by Herbig (1960) indicated that instead of being a pulsating variable, the object is actually an ultra short-period binary system, perhaps similar to the UX UMa class of binaries. Accurate photoelectric observations of VV Pup are clearly of importance to permit a more detailed comparison of this system with other short-period binaries.

Photometric observations were obtained on three nights in 1964, February 10, March 15, and March 20 (UT), using the 120-inch reflector. The photometer employed a 1P21 photomultiplier tube, refrigerated with dry ice, and the following filters: Yellow, Corning 3384, standard optical thickness; Blue, 1 mm Schott BG 12 plus 2 mm Schott GG13; Ultraviolet, Corning 9863, standard optical thickness. On February 10 and March 15, the measures were made using a focal plane diaphragm 13" in diameter; on March 20 a diaphragm 11" in diameter was used. Owing to the short period of VV Pup, continuous observations were made, using an offset eyepiece to keep the star centered in the diaphragm. Sky measurements were made each 5 minutes during continuous monitoring in one color, and before or after each deflection during the three-color measurements. No comparison stars were observed during the observations of the variable. Before and after the measures of VV Pup, observations of stars having known magnitudes and colors on the  $U$ ,  $B$ ,  $V$  system of Johnson and Morgan (1953) were obtained, and these measurements were used to determine the extinction and to convert the observations of VV Pup to the  $U$ ,  $B$ ,  $V$  system. The observations are listed in Tables 1–3, and are plotted in Figures 1–3.

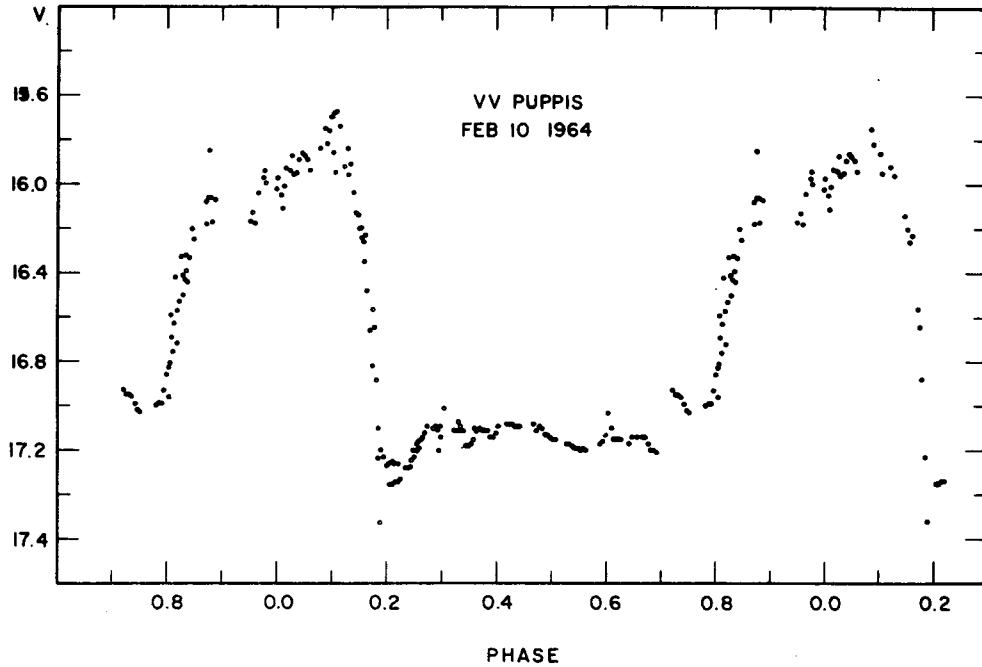
The observed times of maximum light have been used to derive the following improved elements for the light-variation:

$$\text{Max} = \text{JD } 2427889.6474 + 0^d0697468256 E.$$

These elements were used in computing the phases of the observations in Tables 1–3 and Figures 1–3. The epoch used in the above elements is that given by Thackeray, et al. (1950), and the improved value of the period is only very slightly different from that given by him. This result probably tends to confirm the constancy of the period reported by the earlier observers (see Herbig 1960), but it must be kept in mind that phase shifts in the time of maximum light of up to 0.1P have been reported (Herbig 1960), so that the

apparent agreement with the older elements could be fortuitous; a large number of maxima should be observed to derive a definitive set of elements.

The light-curves indicate that in yellow light, the system is constant within 0.1 mag. from phase 0.2P to 0.7P, just one-half of the period. In blue and ultraviolet light, the brightness decreases by about 0.1 mag. from 0.2P to 0.7P if the average of the first and second cycles observed on March 20 is used. During the first cycle on this night, the brightness in blue and ultraviolet remained constant from 0.2P to 0.4P, decreasing to a minimum at 0.7P there-



*Fig. 1.* Photoelectric observations of VV Pup on February 10, 1964 in yellow light. Circles represent observations shifted one cycle to the left. Phases computed from the elements given in the text.

after. The initial rise in brightness after 0.7P is nearly as rapid as the decline before 0.2P. However, near the top of the rise differences in the shape of maximum occur. Symmetric maxima and maxima with a sharp peak both before and after the midpoint of the maximum at phase 0.0P have been observed. The light-curves also show that the height of the maximum decreases with decreasing wavelength and increases with increasing brightness of the system at minimum light. The heights of maximum, measured from the light level at 0.65P, together with the date of observation and the minimum brightness of the system in yellow (*V*) light, are listed in Table 4. The width of the maximum appears to be the same in yellow and blue light; the number of observations in ultraviolet light is too small to make a definitive measurement possible. Color measurements are difficult owing to the rapid variations in brightness of the system. However, by using smoothed curves and interpolat-

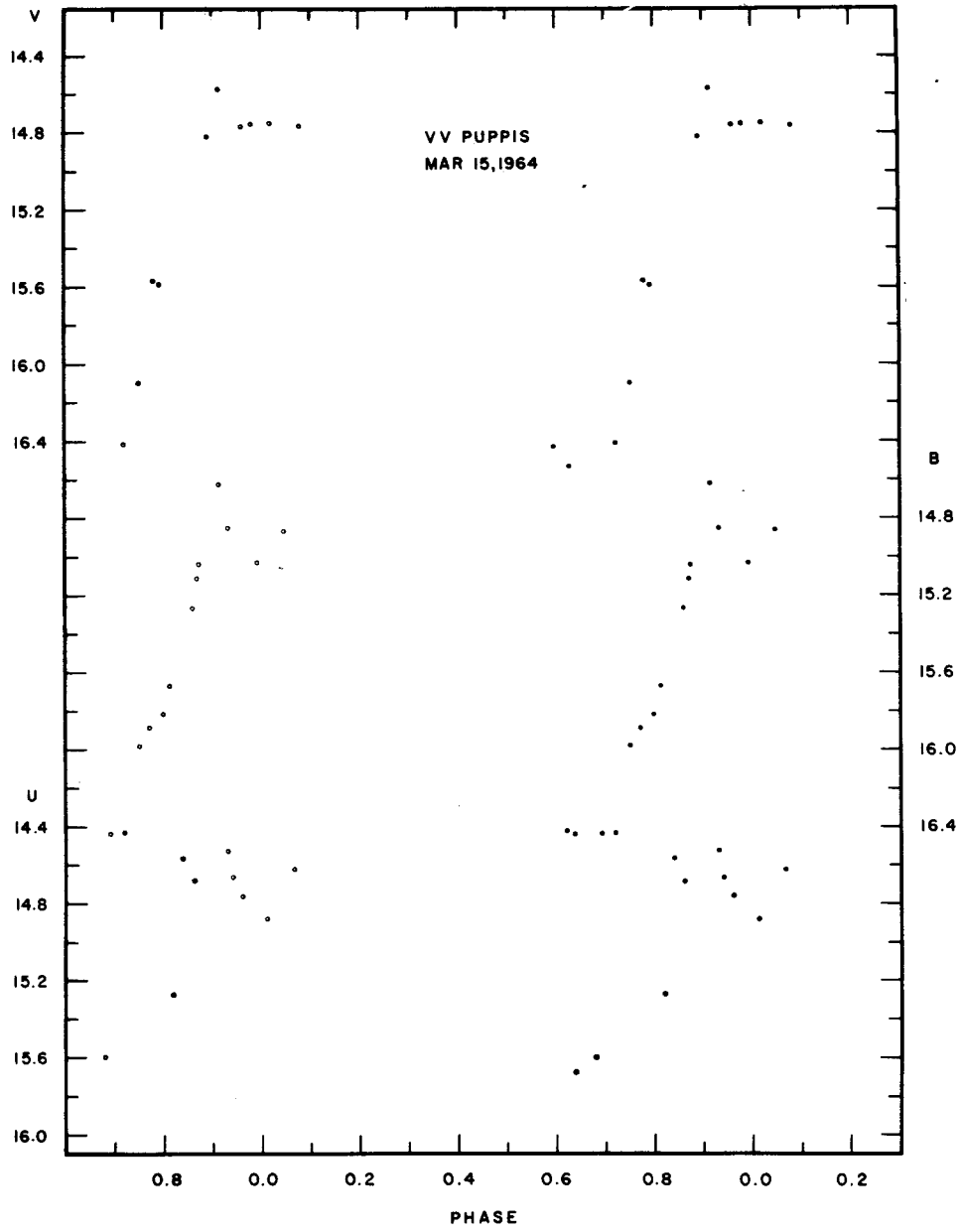


Fig. 2. Photoelectric observations of VV Pup on March 15, 1964, in yellow, blue, and ultraviolet light. Symbols and phases as in Figure 1.



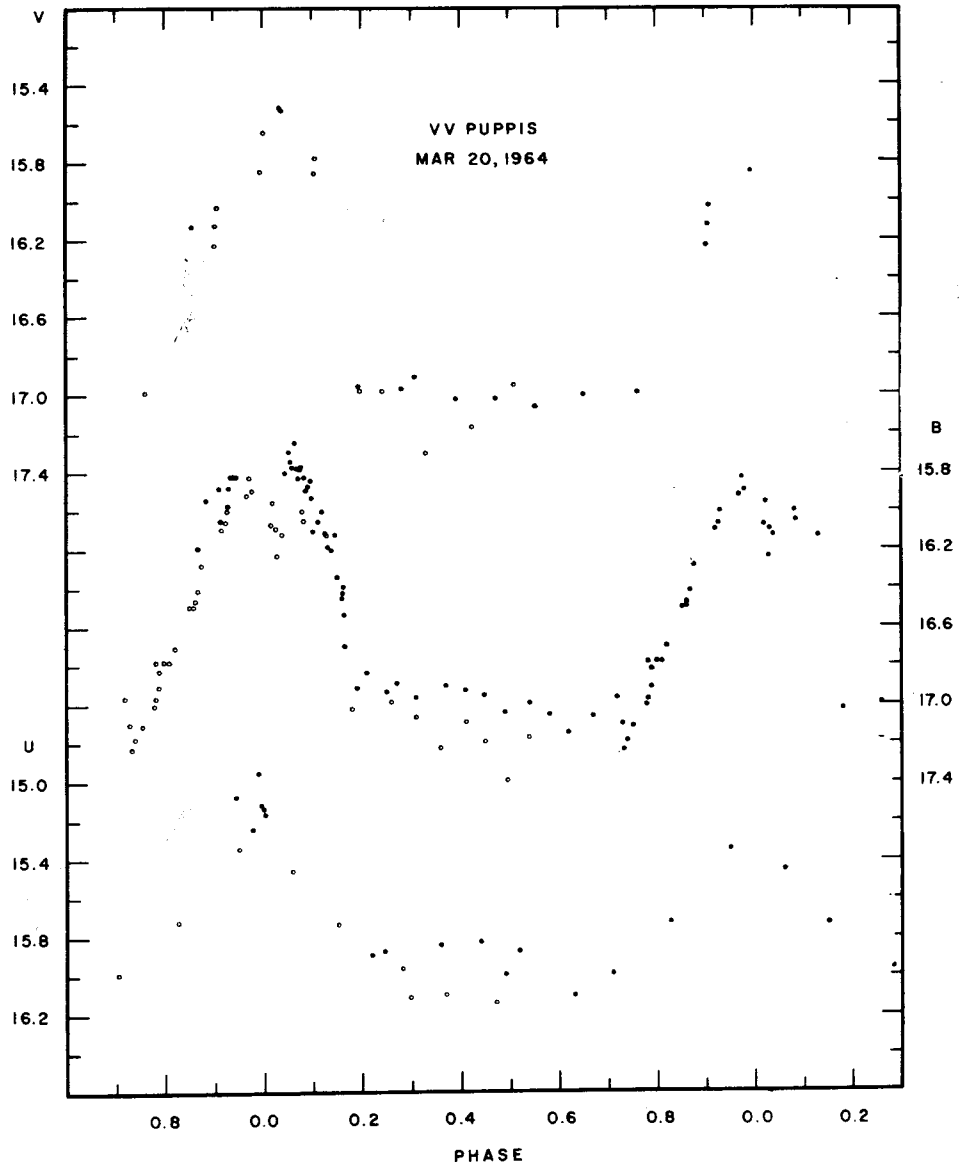


Fig. 3. Photoelectric observations of VV Pup on March 20, 1964, in yellow, blue, and ultraviolet light. Symbols and phases as in Figure 1.

ing between successive observations, the approximate values of the colors at different phases and for different values of the  $V$  magnitude at minimum have been derived and are listed in Table 5. The color variations, of course, reflect the shape of the light curve as a function of wavelength and magnitude at minimum discussed above. Thus, Table 5 shows that  $B-V$  increases slightly between phases 0.2P and 0.7P while  $U-B$  remains constant during this interval. Both  $B-V$  and  $U-B$  become appreciably redder during maximum due to the decrease in amplitude of the maximum with wavelength.

The light-curves show the existence of rapid, intrinsic variations throughout the 100-minute cycle. The amplitude and frequency of these variations appears to be a maximum during maximum light. Rapid fluctuations during maximum have been noted previously (Thackeray et al. 1950; Oosterhoff and Thackeray 1960). These variations have been studied on February 10 in yellow light, and on March 20 in blue light between phases 0.05P and 0.17P, in order to determine whether rapid periodic variations occur similar to those found previously in DQ Her (Walker 1956, 1958, 1961). The detection of a rapid, periodic variation with an amplitude of the order of 0.05 mag. would only be possible during maximum light; at minimum, such a variation would be obscured by the noise owing to the faintness of the star. A number of maxima and minima were found during maximum light. These were measured and are identified in Tables 1 and 2 by a plus sign for a maximum and a minus sign for a minimum. Attempts to represent them with a uniform period were only partially successful. Most, but not all, of the variations could be represented by a period of about 67 seconds. Departures from that period could result from disturbances in the times of maximum and minimum due to the poor signal-to-noise ratio even during maximum light, but it is also entirely possible that the apparent periodic occurrence of these maxima and minima was only fortuitous. The observations suggest, however, that a periodic variation *may* be detectable in this object, and it is clearly of importance to obtain additional observations in order to determine if this variation really exists. Another feature of the light-curve, repeated during the two successive cycles observed on February 10, is a small minimum which occurred at phase 0.225P. Apart from these variations, the intrinsic variability of the system appears to be completely random.

Table 1  
VISUAL OBSERVATIONS

Helio JD 2438000+	Helio Phase	V Mag.	Helio JD 2438000+	Helio Phase	V Mag.
435.8612	.0795	15.84	435.8886	.4724	17.11
.8623	.0953	15.76	.8890	.4781	17.09
.8626	.0996	15.70	.8893	.4824	17.10
.8629	.1039	15.68	.8897	.4882	17.13
.8633	.1097	15.67	.8900	.4925	17.13
.8636	.1140	15.74	.8904	.4982	17.14
.8647	.1297	15.84	.8907	.5025	17.15
.8650	.1340	15.91	.8911	.5082	17.15
.8654	.1398	16.04	.8925	.5283	17.17
.8657	.1441	16.13	.8928	.5326	17.17
.8661	.1498	16.20	.8932	.5383	17.18
.8664	.1541	16.24	.8935	.5426	17.19
.8668	.1598	16.35	.8939	.5484	17.19
.8671	.1641	16.48	.8942	.5527	17.20
.8675	.1699	16.66	.8946	.5584	17.19
.8678	.1742	16.82	.8949	.5627	17.20
.8685	.1842	17.10	.8967	.5885	17.17
.8689	.1899	17.20	.8970	.5928	17.16
.8692	.1942	17.23	.8974	.5986	17.13
.8696	.2000	17.27	.8977	.6029	17.03
.8699	.2043	17.26	.8981	.6086	17.10
.8703	.2100	17.25	.8984	.6129	17.15
.8706	.2143	17.26	.8987	.6172	17.15
.8710	.2201	17.26	.8990	.6215	17.15
.8720	.2344	17.28	.8994	.6272	17.15
.8724	.2401	17.28	.9004	.6416	17.17
.8727	.2444	17.27	.9008	.6473	17.14
.8731	.2502	17.23	.9015	.6573	17.14
.8734	.2545	17.20	.9022	.6674	17.14
.8737	.2588	17.19	.9025	.6717	17.14
.8740	.2631	17.15	.9029	.6774	17.17
.8744	.2688	17.12	.9032	.6817	17.20
.8747	.2731	17.09	.9036	.6874	17.20
.8761	.2932	17.11	.9039	.6918	17.21
.8765	.2989	17.14	.9060	.7219	16.93
.8782	.3233	17.11	.9064	.7276	16.95
.8786	.3290	17.11	.9067	.7319	16.95
.8789	.3333	17.11	.9071	.7376	16.96
.8793	.3391	17.11	.9074	.7419	16.99
.8807	.3591	17.10	.9078	.7477	17.02
.8810	.3634	17.11	.9081	.7520	17.03
.8814	.3692	17.10	.9102	.7821	17.00
.8817	.3735	17.11	.9106	.7878	16.99
.8821	.3792	17.11	.9109	.7921	16.99
.8824	.3835	17.11	.9112	.7964	16.93
.8828	.3892	17.14	.9115	.8007	16.86
.8831	.3935	17.14	.9117	.8036	16.83
.8835	.3993	17.12	.9118	.8050	16.96
.8838	.4036	17.09	.9119	.8065	16.81
.8849	.4193	17.08	.9120	.8079	16.59+
.8852	.4236	17.08	.9121	.8093	16.69
.8856	.4294	17.08	.9122	.8108	16.76—
.8859	.4337	17.09	.9123	.8122	16.63
.8862	.4380	17.09	.9125	.8151	16.42+
.8865	.4423	17.09	.9127	.8179	16.57
.8883	.4681	17.08	.9127	.8179	16.72—

Table 1 (Continued)

Helioc JD 2438000+	Helioc Phase	V Mag.	Helioc JD 2438000+	Helioc Phase	V Mag.
435.9130	.8222	16.53	435.9404	.2151	17.34
.9132	.8251	16.33+	.9407	.2194	17.33
.9134	.8280	16.41	.9411	.2251	17.33
.9135	.8294	16.50-	.9425	.2452	17.24
.9136	.8308	16.43	.9428	.2495	17.20
.9138	.8337	16.32+	.9432	.2552	17.17
.9139	.8351	16.39	.9435	.2595	17.16
.9140	.8366	16.44-	.9439	.2653	17.14
.9143	.8409	16.33	.9453	.2853	17.10
.9146	.8452	16.20+	.9456	.2896	17.09
.9148	.8480	16.25	.9460	.2954	17.20
.9164	.8710	16.08	.9463	.2997	17.09
.9165	.8724	16.18-	.9467	.3054	17.01
.9167	.8753	16.06	.9484	.3298	17.07
.9168	.8767	15.85+	.9487	.3341	17.09
.9170	.8796	16.06	.9490	.3384	17.11
.9172	.8824	16.17-	.9494	.3441	17.18
.9175	.8868	16.07	.9497	.3484	17.18
.9220	.9513	16.17	.9501	.3542	17.17
.9224	.9570	16.13	.9504	.3584	17.15
.9227	.9613	16.18	469.7941	.5949	16.43
.9231	.9670	16.04	.7948	.6049	16.53
.9234	.9713	15.98	.8031	.7239	16.41
.9237	.9756	15.94	.8047	.7468	16.10
.9251	.9957	15.98	.8069	.7784	15.57
.9254	.0000	16.02	.8076	.7884	15.59
.9258	.0058	15.97	.8149	.8931	14.82
.9259	.0072	16.05	.8159	.9074	14.57
.9261	.0101	16.11	.8194	.9576	14.77
.9264	.0144	16.01	.8208	.9777	14.76
.9265	.0158	15.93	.8239	.0221	14.75
.9270	.0230	15.94	.8281	.0823	14.76
.9272	.0258	15.87	474.6940	.8475	16.29
.9275	.0301	15.96	.6948	.8590	16.13
.9279	.0359	15.95	.7071	.0354	15.52
.9282	.0402	15.89	.7074	.0397	15.54
.9286	.0459	15.86	.7184	.1974	16.96
.9289	.0502	15.87	.7242	.2805	16.97
.9293	.0559	15.89	.7261	.3078	16.91
.9296	.0602	15.94	.7320	.3924	17.02
.9315	.0875	15.75	.7375	.4712	17.02
.9317	.0903	15.82	.7435	.5572	17.07
.9326	.1032	15.86	.7502	.6533	17.00
.9328	.1061	15.95	.7608	.7608	16.99
.9339	.1219	15.92	.7675	.9013	16.28
.9344	.1291	15.96	.7678	.9056	16.16
.9348	.1491	16.14	.7680	.9085	16.07
.9361	.1534	16.20	.7742	.9974	15.85-
.9364	.1577	16.26	.7746	.0031	15.65+
.9367	.1620	16.23	.7817	.1049	15.86
.9374	.1721	16.56	.7820	.1092	15.78-
.9376	.1749	16.64	.7883	.1996	16.99
.9379	.1792	16.88	.7912	.2411	16.98
.9383	.1850	17.23	.7978	.3358	17.30
.9386	.1893	17.52	.8041	.4261	17.17
.9397	.2050	17.35	.8102	.5136	16.95
.9400	.2093	17.35			

Table 2  
BLUE OBSERVATIONS

Helioc JD 2438000+	Helioc Phase	B Mag.	Helioc JD 2438000+	Helioc Phase	B Mag.
469.7962	.6250	16.42	474.7194	.2117	16.83
.7969	.6350	16.44	.7223	.2533	16.93
.8009	.6924	16.44	.7236	.2719	16.89
.8026	.7167	16.42	.7261	.3078	16.97
.8047	.7468	15.98	.7307	.3737	16.90
.8066	.7741	15.89	.7334	.4124	16.92
.8081	.7956	15.82	.7358	.4468	16.95
.8094	.8142	15.67	.7390	.4927	17.04
.8125	.8587	15.27	.7423	.5400	16.99
.8132	.8687	15.11	.7452	.5816	17.05
.8135	.8730	15.04	.7482	.6246	17.14
.8164	.9146	14.62	.7515	.6719	17.06
.8176	.9318	14.85	.7550	.7221	16.96
.8220	.9949	15.03	.7553	.7264	17.10
.8257	.0479	14.86	.7557	.7322	17.23
474.6955	.8690	16.19	.7567	.7465	17.18
.6966	.8848	15.94	.7570	.7508	17.11
.6984	.9106	15.88	.7589	.7780	17.01
.6987	.9149	16.05	.7591	.7809	16.97
.6996	.9278	15.97	.7594	.7852	16.78
.6998	.9307	15.88	.7598	.7909	16.91
.7001	.9350	15.82	.7601	.7952	16.82
.7005	.9407	15.82	.7605	.8010	16.78
.7008	.9450	15.82	.7615	.8153	16.78
.7081	.0497	15.80	.7619	.8211	16.70
.7084	.0540	15.69+	.7643	.8555	16.51
.7086	.0569	15.74	.7646	.8598	16.49
.7088	.0597	15.77-	.7650	.8655	16.47
.7091	.0640	15.71	.7653	.8698	16.41
.7092	.0655	15.64+	.7666	.8884	16.28
.7094	.0683	15.78	.7690	.9229	16.09
.7095	.0698	15.83-	.7692	.9257	16.06
.7099	.0755	15.78	.7695	.9300	16.00
.7100	.0769	15.77+	.7723	.9702	15.92
.7103	.0812	15.82	.7726	.9745	15.83
.7106	.0855	15.89-	.7730	.9802	15.89
.7109	.0898	15.87	.7759	.0218	16.07
.7114	.0970	15.84+	.7761	.0246	15.95+
.7116	.0999	15.93	.7764	.0289	16.09
.7121	.1070	16.10-	.7765	.0304	16.24-
.7127	.1156	16.05	.7769	.0361	16.12
.7130	.1199	16.00+	.7798	.0791	16.01
.7134	.1257	16.11	.7803	.0849	16.05
.7139	.1329	16.18-	.7835	.1307	16.13
.7143	.1386	16.20	.7869	.1795	17.02
.7150	.1486	16.12+	.7928	.2641	16.99
.7154	.1544	16.34	.7963	.3143	17.06
.7157	.1586	16.45-	.7993	.3573	17.22
.7157	.1586	16.42	.8028	.4075	17.09
.7158	.1601	16.39+	.8057	.4490	17.19
.7161	.1644	16.53	.8089	.4949	17.39
.7163	.1673	16.70	.8118	.5365	17.17
.7179	.1902	16.91			

Table 3  
ULTRAVIOLET OBSERVATIONS

Helio JD 2438000+	Helio Phase	U Mag.	Helio JD 2438000+	Helio Phase	U Mag.
469.7975	.6436	15.67	474.7218	.2461	15.87
.8001	.6809	15.60	.7291	.3508	15.84
.8098	.8200	15.27	.7352	.4382	15.82
.8114	.8429	14.56	.7390	.4927	15.99
.8125	.8587	14.68	.7412	.5243	15.87
.8176	.9318	14.52	.7473	.6117	16.10
.8181	.9390	14.66	.7544	.7135	15.99
.8189	.9504	14.76	.7629	.8354	15.72
.8232	.0121	14.88	.7709	.9501	15.34
.8268	.0637	14.62	.7785	.0591	15.44
474.7022	.9561	15.07	.7851	.1537	15.73
.7032	.9794	15.24	.7942	.2842	15.96
.7037	.9866	14.95	.7945	.2884	16.13
.7043	.9952	15.11	.7948	.2928	16.21
.7046	.9995	15.13	.8007	.3774	16.10
.7050	.0052	15.16	.8070	.4677	16.14
.7205	.2275	15.89			

Table 4  
HEIGHTS OF MAXIMA OF VV PUP

Date UT	$V_{\min}$ (mag)	Height of Maximum (mag)		
		V	B	U
1964				
Feb. 10	17.1	1.4	—	—
Mar. 15	16.4	1.8	1.6	1.0
Mar. 20	17.0	1.4	1.2	0.9

Table 5  
COLORS OF VV PUP

Phase	B-V		U-B	
	$V_{\min}^* = 16.4$	$V_{\min}^{**} = 17.0$	$V_{\min}^* = 16.4$	$V_{\min}^{**} = 17.0$
0.2	—	0.00	—	-1.1
0.5	—	+0.05	—	-1.1
0.7	+0.05	+0.05	-0.8	-1.1
1.0	+0.27	+0.30	-0.02	-0.8

\* March 15, 1964  
\*\* March 20, 1964

## II. DISCUSSION.

In color, shortness of period, and the occurrence of rapid intrinsic variability, VV Pup resembles the stars of the "UX UMa" class, which include: UX UMa (Johnson, Perkins, and Hiltner 1954; Walker and Herbig 1954; Krzeminski and Walker 1963), DQ Her (Walker 1956, 1958, 1961), RW Tri (Walker 1963a), T Aur (Walker 1963b), WZ Sge (Krzeminski 1962), and U Gem (Kraft 1962, Mumford 1962, 1964). VV Pup also resembles these systems in having, in blue and ultraviolet light, a shallow minimum near 0.7P. The light-curve of VV Pup is particularly similar to that of U Gem, as noted by Mumford (1964). This similarity is made more striking by the present observations. In both systems "minimum" light lasts just 0.55 of the period, with some decrease in brightness between phases 0.2 and 0.7 in blue and ultraviolet light (taking zero phase at maximum light). In both cases, the height of maximum decreases with decreasing wavelength, although the wavelength dependence is smaller in U Gem than in VV Pup, the heights of maximum ranging from 0.60 mag. in yellow and blue light to 0.50 mag. in ultraviolet light. The colors of the two systems are also somewhat similar. At 0.7P, the colors of U Gem are  $B-V = +0.5$ ,  $U-B = -0.7$ , and at 0.0P (maximum light),  $B-V = +0.35$ ,  $U-B = -0.55$  (Mumford 1964).

The light and velocity variations of VV Pup have been explained by Herbig (1960) in terms of a model in which the brighter star is the larger and has a bright spot on its surface displaced about  $45^\circ$  from the subsecondary point on the preceding hemisphere of the star. In U Gem, the fact that an eclipse is observed about 0.15P after maximum light suggests that in this system the brighter object consists of a small, hot star surrounded by some sort of extended atmosphere or cloud which possesses a markedly non-uniform surface brightness. The present observations suggest that the brighter star in VV Pup may have a similar structure. As mentioned in Section I, small minima in the light curve occurred at phase 0.225P during two successive cycles on February 10. These minima were not observed on March 20. Owing to the fact that measures in three colors were made, the coverage of this particular part of the curve is not intensive. Nevertheless, it would seem that sufficient observations were obtained that some indication of the minima should be visible had it existed. Despite the absence of the minima of March 20, it appears possible that these minima could represent the partial eclipse of a small hot star as in U Gem. The occasional absence of the eclipse might be explained by veiling of the star by the surrounding material. It is interesting to note that the minima on February 10 are slightly asymmetric, the actual point of minimum light lying near 0.215P. The end of the minimum occurs at 0.270P. If we suppose that mid-eclipse occurs at 0.215P, then first contact

should occur at 0.155P. Examining the light-curves, we find that just at this phase, on February 10, the slope of the descent from maximum light increases; for phases less than 0.155P, the slope matches the reflected slope of the rise to maximum light. The same phenomenon can be observed in the light-curve of March 20, except that on this night the change in slope occurs at phase 0.145P. The existence of this effect would appear to strengthen somewhat the supposition that the minima at 0.225P (or 0.215P) represent eclipses even though the spectroscopic observations (Herbig 1960) predict that mid-eclipse should come at 0.29P. Clearly, further observations to determine whether this minimum is an eclipse, or was only a transitory feature lasting for only two or more cycles on February 10, are highly desirable.

It is a pleasure to thank Dr. G. Chincarini and Mr. R. Freedman for their assistance in the reduction of these observations.

## REFERENCES

- Herbig, G. H. 1960, *Ap. J.*, **132**, 76.  
 Johnson, H. L., and Morgan, W. W. 1953, *Ap. J.*, **117**, 313.  
 Johnson, H. L., Perkins, B., and Hiltner, W. A. 1954, *Ap. J. Suppl.*, **1**, 91 (No. 4).  
 Kraft, R. P. 1962, *Ap. J.*, **135**, 408.  
 Krzeminski, W. 1962, *Pub. A. S. P.*, **74**, 66.  
 Krzeminski, W., and Walker, M. F. 1963, *Ap. J.*, **138**, 146.  
 Mumford, G. S. 1962, *Sky and Tel.*, **23**, 135.  
 ——— 1964, *Ap. J.*, **139**, 476.  
 Oosterhoff, P. Th., and Thackeray, A. D. 1960, *Sky and Tel.*, **19**, 337.  
 Thackeray, A. D., Wesselink, A. J., and Oosterhoff, P. Th. 1950, *B. A. N.*, **11**, 193 (No. 413).  
 Van Gent, H. 1931, *B. A. N.*, **6**, 93 (No. 214).  
 Walker, M. F. 1956, *Ap. J.*, **123**, 68.  
 ——— 1958, *ibid.*, **127**, 319.  
 ——— 1961, *ibid.*, **134**, 171.  
 ——— 1963a, *ibid.* **137**, 485.  
 ——— 1963b, *ibid.*, **138**, 313.  
 Walker, M. F., and Herbig, G. H. 1954, *Ap. J.*, **120**, 278.



A kiadásért felel: Detre László — Műszaki szerkesztő: Merkly László  
A kézirat beérkezett: 1965. I. 29. — Példányszám: 1100 — Terjedelem: 1 (A/5) papírv

---

65.60214 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György