



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
**OLTAY KÁROLY**

Főmunkatárs:  
**SZILÁGYI BÉLA**

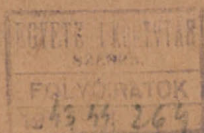
Előfizetési ára: egész évre 16 pengő, félévre 8 pengő, negyedévre 4 pengő.

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

Postatakarékpénztári csekkszámra száma: 45.223.

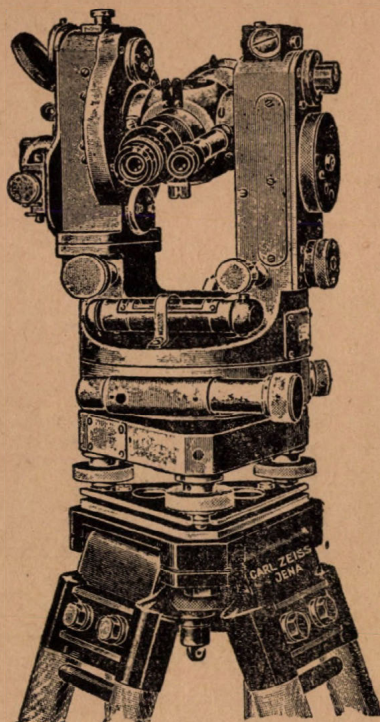
## TARTALOM:

<i>Tarics Sándor:</i> Tanulmány a geodéziai számítások köréből ... ..	1
<i>Högyész Gyula:</i> A Hamann-Manus-féle kétváltós számológép ismer- tetése és alkalmazása ... ..	16
<i>Vincze Vilmos:</i> Vegyes másodfokú egyenletek megoldása kettős számológéppel ... ..	32
Szemle: ... ..	37
Az Állami Földmérés közleményei ... ..	48



Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklapon  
beküldeni szíveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő.  
Kéziratokat nem őrzünk meg.



**Egyszerű kezelés.  
Gyors és pontos leolvasás.  
Célszerű, tömör és tetszetős kivitel.  
Könnyű súly.**

**Ezek lényegesebb tulajdonságai a**

**ZEISS**  
**MÉRNÖKI MŰSZEREKNEK**

**CARL ZEISS, JÉNA**

magyarországi képviselőt:

**RÁD MIKLÓS, Budapest, VI., Andrásy-út 52. T.: 116—640.**



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
OLTAY KÁROLY

Főmunkatárs:  
SZILÁGYI BÉLA

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

Előfizetési ár: egész évre 16 pengő,  
félévre 8 pengő, negyed évre 4 pengő.

Megjelenik évente négyszer,  
összesen legalább 12 ív terjedelemben.

## Tanulmány a geodéziai számítások köréből.

Tarics Sándor.

### Bevezetés.

A *geodézia* azok közé a természettudományok közé tartozik, amelyeket — **alkalmazott matematika** — közös elnevezéssel szoktunk megjelölni. Geodéziai munkáink során méréseket végzünk és azok eredményeiből általában számítással — matematikai úton — határozzuk meg a keresett ismeretleneket. Mérési eredményeink és az ismeretlen mennyiségek között geometriai, vagy — ami ezzel egyenértékű — matematikai kapcsolatok vannak, a geodéziai számítások ezeket a kapcsolatokat kifejező képleteknek a megoldásából állanak.

A matematika jeleivel *tökéletesen* le tudjuk írni ezeket a kapcsolatokat. Mérési eredményeink azonban mindig hibákkal terhelték, ezért ha az ismeretlen mennyiségek meghatározására fölös számú méréseket végzünk, a számítások nem szolgáltatnak egyértelmű eredményeket. Az ilyen természetű ellentmondások kiküszöbölésével a *hibaelmélet* foglalkozik.

Mérési eredményeink egyrészt a mérőeszközök korlátolt tökéletessége, másrészt a gyakorlat észszerű követelményei miatt véges élességűek, ezért a képletek megoldása során is megelégszünk egy bizonyos, a gyakorlat által megkívánt és a mérési eredményekkel összhangban lévő élességű végeredménnyel.

Számítás közben gondosan ügyelni kell arra, hogy — számítástechnikai okokból — helytelen tagszámú sorbafejtésekből, esetleg tizedesjegyek idő előtti elhagyásából, olyan értékű hiba ne keletkezzék, ami felülmulja a mérésben elérhető pontosságot, vagy a végeredményben megkívánt élességet. Ez az úgynevezett *álhiba* rendkívül veszedelmes, mivel igaz képleteknek egyébként hibátlan megoldása, helytelen végeredményre vezet.

Ilyen *álhiba* keletkezik például a háromszögelésekben legtöbbet alkalmazott pontkapcsolások — az előmetszés és a hátrametszés — szokásos kiegyenlítésénél, amikor a sorbafejtéssel lineárisá tett feltételi egyenletek maradéktagját elhanyagoljuk.

A maradéktag elhanyagolása azzal a gyakorlati következménnyel jár, hogy a kiegyenlítés nem szolgáltatja *pontosan* a meghatározandó ismeret-

lenek legmegbízhatóbb értékeit. Erről meggyőződhetünk, ha a kiegyenlítést megismételjük úgy, hogy az előző kiegyenlítés eredményét fogadjuk el közelítő értéknek. Ha kellő élességgel végezzük el a második kiegyenlítés számításait, akkor egy zérustól különböző  $\triangle \xi, \triangle \eta, \dots$  javítási rendszert kapunk. Ezeknek nagysága attól függ, hogy az előző kiegyenlítésben mennyire közelítettük meg a meghatározandó pont legmegbízhatóbb helyét, vagyis *mekkora volt az elhanyagolt maradéktag*. A maradéktag elhanyagolása akkor indokolt, ha az ily módon megismételt második kiegyenlítés olyan  $\triangle \xi, \triangle \eta, \dots$  javítási rendszert ad, amelynek

$$\begin{aligned} \triangle \xi &\leq a \\ \triangle \eta &\leq a \\ &\vdots \end{aligned}$$

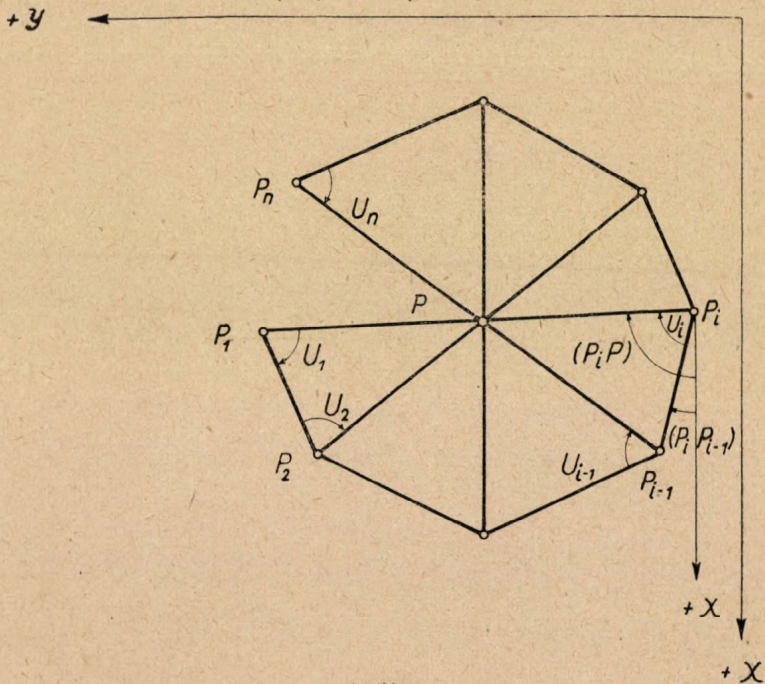
ahol  $a$  értéke attól függ, hogy a meghatározandó pont koordinátáit milyen élességgel kell kiszámítani.

Az alábbiakban megvizsgáljuk ezt a maradéktagot.

### A lineáris feltételi egyenletek maradéktagjának vizsgálata előmetszés és hátrametszés kiegyenlítése esetén.

Előmetszéssel való pontmeghatározásnál (1. ábra.) adva vannak  $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$  pontok koordinátáikkal. A  $P$  pont meghatározására megmérjük az  $U_1, U_2, \dots, U_i, \dots, U_n$  szögértékeket. Legyenek a mérési eredmények

$$\begin{aligned} l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_n, & \text{ súlyaik} \\ \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_i, \dots, \rho_n & \end{aligned}$$



1. ábra.

Az ábrából felírhatjuk, hogy

$$U_i = (P_i P) - (P_i P_{i-1}), \text{ de}$$

$$(P_i P) = \text{arc tg } \frac{Y - Y_i}{X - X_i} \text{ ahonnan}$$

$$U_i = \text{arc tg } \frac{Y - Y_i}{X - X_i} - (P_i P_{i-1})$$

ez utóbbi egyenlet a — feltételi egyenlet — fejezi ki a kapcsolatot a mérésünk tárgyát képező szögérték és a meghatározandó ismeretlenek között.

Ha  $n > 2$ , akkor a mérési eredményekből  $\binom{n}{2}$  koordináta pár számítható egyszerűen a pont meghatározására.

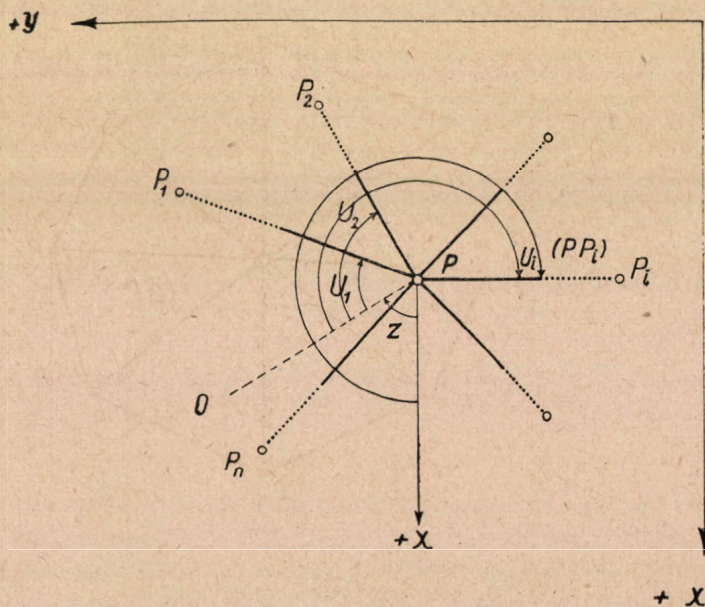
**Hátrametszéssel** való pontmeghatározásnál (2. ábra) adva vannak  $P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_n$  pontok koordinátáikkal. A  $P$  pont meghatározására a  $P$  ponton az

$$U_1, U_2, \dots, U_i, \dots, U_n$$

irányértékekre méréseket végzünk, a mérési eredmények

$$l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_n, \text{ súlyaik}$$

$$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_i, \dots, \rho_n$$



2. ábra.

Az ábrából felírhatjuk a következő összefüggést:

$$U_i = (P P_i) - Z,$$

ahol  $Z$  a Bessel-féle tag, jelenti a limbusz kezdővonásának irányszögét.

$$(P P_i) = \text{arc tg } \frac{Y_i - Y}{X_i - X}, \text{ tehát a}$$

$$\text{feltételi egyenlet: } U_i = \text{arc tg } \frac{Y_i - Y}{X_i - X} - Z$$

Hátrametszés esetén három ismeretlen van, ezért ha  $n > 3$ , akkor a mérési eredményekből  $\left( \frac{n}{3} \right)$  érték számítható a pont meghatározására.

Mivel a mérési hibák miatt a különböző kombinációkból számítható értékek (koordináta párok) általában nem egyenlők egymással, mérési eredményeinket egy kis  $\lambda$  értékkel megjavítjuk — kiegyenlítjük — oly módon, hogy a megjavított értékek már egyértelműen határozzák meg az ismeretlen pontot. Végtelen sok ilyen  $\lambda$  javítási rendszer képzelhető el.

A geodéziai számításokban szokásos eljárás a Gauss-féle legkisebb négyzetek módszere a végtelen sok  $\lambda$  javítási rendszer közül azt választja, amelyikre nézve a

$$[p\lambda\lambda] = \text{minimum}$$

feltétel teljesül. Az így megjavított mérési eredmények a meghatározandó ismeretlen pontnak a legmegbízhatóbb helyét jelölik ki abban az esetben, ha mérési eredményeink csak véletlen jellegű hibákat tartalmaznak.

A feltételi egyenleteket a legmegbízhatóbb  $(l_i + \lambda_i)$  és  $y, x$  értékek is tartoznak kielégíteni, tehát

előmetszés esetén:

$$\lambda_i = \text{arc tg } \frac{y - Y_i}{x - X_i} - (P_i P_{i-1}) - l_i \quad \dots \quad 1.$$

hátrametszés esetén:

$$\lambda_i = \text{arc tg } \frac{Y_i - y}{X_i - x} - z - l_i \quad \dots \quad 2.$$

A kiegyenlítés csak akkor végezhető el a gyakorlat által megkövetelt mechanikus egyszerűséggel, ha a feltételi egyenletek lineárisak. A  $[p\lambda\lambda]$  kifejezés akkor ugyanis másodfokú függvény. Ennek ott lehet szélső értéke, ahol az ismeretlenek szerinti első parciális differenciáhányadosai zérusok. Kiegyenlítő számításainkban a minimum feltétel matematikai tartalmát a normális egyenletek fejezik ki, amelyek lineáris feltételi egyenletek esetén ismét elsőfokúak, tehát aránylag könnyen kezelhető. A lineáris normális egyenletek megoldása szolgáltatja az ismeretlen mennyiségek közelítő értékének legmegbízhatóbb javításait. Ezért szükséges, hogy a feltételi egyenletek lineárisak legyenek.

Az eredeti feltételi egyenleteink nem lineárisak, azért azokat *Taylor-sorba* fejtséssel lineárisrá kell tennünk. Hogy ezt megteheszük, kiszámíthatjuk a mérési eredményekből a meghatározandó ismeretlenek közelítő értékét és a sorbafejtést ezen a helyen elvégezzük.

Valamely többváltozós  $f(x, y, z, \dots)$  függvény  $(x), (y), (z), \dots$  helyen *Taylor-sorba* fejttet alakja a következő:

$$f(x, y, z, \dots) = f((x), (y), (z), \dots) + \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz + \dots + R,$$

ahol  $R$  maradéktag  $dx, dy, dz, \dots$  egynél magasabb hatványait és szorzatait tartalmazza.

A maradéktag a másodrendű tagokkal kifejezhető a következőképen:

$$R = \frac{1}{2!} \left( \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} dy^2 + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} dz^2 + \dots + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} dx dy + \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial z} dx dz + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial z} dy dz + \dots \right) \dots \dots \dots 3. \\ \begin{matrix} x + \vartheta dx \\ y + \vartheta dy \\ z + \vartheta dz \\ \vdots \\ \vdots \end{matrix}$$

ahol  $\vartheta$ -ról csak annyit tudunk, hogy  $0$  és  $1$  között lévő szám:

$$0 < \vartheta < 1$$

Fejtsük sorba az 1. és 2. alatti feltételi egyenleteket:

*Elömetzés esetén:*

Legyenek  $(x)$  és  $(y)$  a keresett ismeretlenek közelítő értékei,  $\xi$  és  $\eta$  a legmegbízhatóbb javítások, akkor fennáll a következő összefüggés:

$$x = (x) + \xi \dots \dots \dots 4.$$

$$y = (y) + \eta \dots \dots \dots 5.$$

Írjuk fel a feltételi egyenlet  $(x), (y)$  helyen sorbafejtett alakját:

$$\lambda_i = \text{arc tg} \frac{(y) - Y_i}{(x) - X_i} - (P_i P_{i-1}) - l_i + \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} \xi + \frac{\partial \lambda_i}{\partial y} \eta + R_i$$

A sorbafejtés helyén:

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial x} = - \frac{(y) - Y_i}{[(x) - X_i]^2 + [(y) - Y_i]^2} = a_i$$

$$\frac{\partial \lambda_i}{\partial y} = + \frac{(x) - X_i}{[(x) - X_i]^2 + [(y) - Y_i]^2} = b_i$$

feltételi egyenletünk tehát a következő alakú:

$$\lambda_i = a_i \xi + b_i \eta + t_i + R_i \quad . . . 6.$$

Hátrametszés esetén:

Legyenek  $(x)$ ,  $(y)$ ,  $(z)$  a keresett mennyiségek közelítő értékei  $\xi$ ,  $\eta$  és  $\zeta$  a legmegbízhatóbb javítások, ekkor

$$\begin{aligned} x &= (x) + \xi \\ y &= (y) + \eta \\ z &= (z) + \zeta \end{aligned}$$

A feltételi egyenlet  $(x)$ ,  $(y)$ ,  $(z)$  helyen sorbafejtett alakja:

$$\lambda_i = \text{arc tg } \frac{Y_i - (y)}{X_i - (x)} - (z) - t_i + \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} \xi + \frac{\partial \lambda_i}{\partial y} \eta + \frac{\partial \lambda_i}{\partial z} \zeta + R_i$$

A sorbafejtés helyén:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} &= + \frac{Y_i - (y)}{[X_i - (x)]^2 + [Y_i - (y)]^2} = a_i \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial y} &= - \frac{X_i - (x)}{[X_i - (x)]^2 + [Y_i - (y)]^2} = b_i \\ \frac{\partial \lambda_i}{\partial z} &= - 1 = c_i \end{aligned}$$

a feltételi egyenlet tehát:

$$\lambda_i = a_i \xi + b_i \eta + c_i \zeta + t_i + R_i \quad . . . 7.$$

A kiegyenlítések gyakorlati végrehajtásánál az említett okok miatt a 6. és 7. kifejezésekben szereplő maradéktagot elhanyagoljuk, azaz  $R_i = 0$ . Az ily módon lineárisra tett feltételi egyenlet szigorúan véve csak *közelítő* alakja az eredeti feltételi egyenletnek. A közelítés annál finomabb, minél kisebb az elhanyagolt maradéktag.

Állítsuk elő a feltételi egyenletek maradéktagját a 3. alatt található kifejezés segítségével. Amint látjuk a maradéktagban  $\lambda_i$ -nek másodfokú deriváltjai szerepelnek. Az előmetszés és hátrametszés feltételi egyenletei alakban egymástól csak egy  $c_i \zeta$  tagban különböznek. Tekintve, hogy

$$c_i = \frac{\partial \lambda_i}{\partial z} = - 1$$

ennek magasabbrendű differenciálhányadosai zérusok, ez a tag a maradéktagban nem szerepel. A *maradéktagra* vonatkozó alábbi *vizsgálataink és megállapításaink* tehát úgy előmetszéssel, mint hátrametszéssel való pontmeghatározás esetére egyformán vonatkoznak.



A maradéktagban szereplő együtthatók meghatározásához végezzük el a következő differenciálásokat:

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x^2} = + \frac{2 (x - X_i) (y - Y_i)}{[(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2]^2} = - 2 \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \lambda_i}{\partial y}$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x \partial y} = - \frac{(x - X_i)^2 - (y - Y_i)^2}{[(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2]^2} = \left( \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial \lambda_i}{\partial y} \right)^2$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial y^2} = - \frac{2 (x - X_i) (y - Y_i)}{[(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2]^2} = + 2 \frac{\partial \lambda_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial \lambda_i}{\partial y}$$

A 3. alatti kifejezés alapján állítsuk elő a 6. és 7. alatti feltételi egyenletek maradéktagját:

$$R_i = \frac{I}{2!} \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x^2} \xi^2 + \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x \partial y} \xi \vartheta + \frac{I}{2!} \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial y^2} \vartheta^2, \text{ ahol}$$

$$\frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 \lambda_i}{\partial y^2} \text{ együtthatók az } (x) + \vartheta \xi \text{ és } (y) + \vartheta \eta$$

helyen értendők. A maradéktag tehát a következő:

$$R_i = \frac{I(x) + \vartheta \xi - X_i / [(y) + \vartheta \eta - Y_i] (\xi^2 - \eta^2) - \{ [I(x) + \vartheta \xi - X_i]^2 - [I(y) + \vartheta \eta - Y_i]^2 \} \xi \eta}{\{ [I(x) + \vartheta \xi - X_i]^2 + [I(y) + \vartheta \eta - Y_i]^2 \}^2}$$

rendezzük  $\vartheta$  szerint:

$$R_i(\vartheta) = \frac{[ \xi \vartheta + (x) - X_i ] / [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ] (\xi^2 - \eta^2) - \{ [ \xi \vartheta + (x) - X_i ]^2 - [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ]^2 \} \xi \eta}{\{ [ \xi \vartheta + (x) - X_i ]^2 + [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ]^2 \}^2}$$

Hogy  $\vartheta$ -t kiemelhessük, alakítsuk át először a számlálót:

$$[ \xi \vartheta + (x) - X_i ] \xi \{ [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ] - \eta [ \xi \vartheta + (x) - X_i ] \} + [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ] \eta \{ \xi [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ] - \eta [ \xi \vartheta + (x) - X_i ] \}$$

A  $\xi \eta \vartheta$  tagok egymást megsemmisítik, tehát a számláló így írható:

$$\{ [ \xi \vartheta + (x) - X_i ] \xi + [ \eta \vartheta + (y) - Y_i ] \eta \} \{ \xi [ (y) - Y_i ] - \eta [ (x) - X_i ] \} = \\ = \{ \vartheta (\xi^2 + \eta^2) + \xi [ (x) - X_i ] + \eta [ (y) - Y_i ] \} \{ \xi [ (y) - Y_i ] - \eta [ (x) - X_i ] \}$$

A nevezőben is kiemelhetjük  $\vartheta$ -t:

$$\vartheta^2 (\xi^2 + \eta^2) + 2 \vartheta \{ \xi [ (x) - X_i ] + \eta [ (y) - Y_i ] \} + [ (x) - X_i ]^2 + [ (y) - Y_i ]^2$$

$R_i(\vartheta)$  kifejezése ezek után így alakul.

$$R_i(\vartheta) = \frac{\{ \vartheta (\xi^2 + \eta^2) + \xi [ (x) - X_i ] + \eta [ (y) - Y_i ] \} \{ \xi [ (y) - Y_i ] - \eta [ (x) - X_i ] \}}{\{ \vartheta^2 (\xi^2 + \eta^2) + 2 \vartheta \{ \xi [ (x) - X_i ] + \eta [ (y) - Y_i ] \} + [ (x) - X_i ]^2 + [ (y) - Y_i ]^2 \}^2}$$

Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned}\xi^2 + \eta^2 &= \alpha & \dots & \dots & 8. \\ \xi [(x) - X_i] + \eta [(y) - Y_i] &= \beta & \dots & \dots & 9. \\ \xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] &= \gamma & \dots & \dots & 10. \\ [(x) - X_i]^2 + [(y) - Y_i]^2 &= \delta & \dots & \dots & 11.\end{aligned}$$

ekkor fennáll a következő összefüggés:

$$\begin{aligned}\alpha \delta - \beta^2 &= (\xi^2 + \eta^2) \{ [(x) - X_i]^2 + [(y) - Y_i]^2 \} - \{ \xi [(x) - X_i] + \\ &+ \eta [(y) - Y_i] \}^2 = \xi^2 [(y) - Y_i]^2 + \eta^2 [(x) - X_i]^2 - \\ &- 2 \xi \eta [(x) - X_i] [(y) - Y_i] = \{ \xi [(y) - Y_i] - \\ &- \eta [(x) - X_i] \}^2 = \gamma^2, \text{ azaz} \\ \alpha \delta - \beta^2 &= \gamma^2 & \dots & \dots & 12.\end{aligned}$$

$R_i(\vartheta)$  így írható:

$$R_i(\vartheta) = \frac{(\alpha \vartheta + \beta) \gamma}{(\alpha \vartheta^2 + 2\beta \vartheta + \delta)^2}$$

Hozzuk vizsgálataink céljára kedvezőbb alakra a nevezőt. A zárójelben levő kifejezést szorozzuk meg  $\alpha$ -val és alakítsuk át teljes négyzetté:

$$\alpha (\alpha \vartheta^2 + 2\beta \vartheta + \delta) = \alpha^2 \vartheta^2 + 2\alpha\beta \vartheta + \beta^2 + \alpha \delta - \beta^2 = (\alpha \vartheta + \beta)^2 + \alpha \delta - \beta^2$$

de a 12. alatti kifejezés szerint:

$$\alpha \delta - \beta^2 = \gamma^2$$

ezt az értéket behelyettesítve és a számlálót is  $\alpha^2$ -el szorozva a maradéktag kifejezése a következőképen alakul:

$$R_i(\vartheta) = \frac{(\alpha \vartheta + \beta) \alpha^2 \gamma}{[(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^2}$$

Jelöljük ismét  $(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2$  kifejezést  $u$ -val,  $u'$ -vel ennek  $\vartheta$  szerinti deriváltját

$$(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2 = u \quad \dots \quad 13.$$

$$2(\alpha \vartheta + \beta) \alpha = u' \quad \dots \quad 14.$$

$$\text{vagyis } (\alpha \vartheta + \beta) \alpha^2 \gamma = \frac{\alpha \cdot \gamma}{2} u'$$

Ezek után  $R_i(\vartheta)$ -t így írhatjuk:

$$R_i(\vartheta) = \frac{\alpha \cdot \gamma}{2} \frac{u'}{u^2}$$

Az egyenlet jobboldalán levő és  $\vartheta$ -tól független  $\frac{\alpha \cdot \gamma}{2}$  tényezőt vigyük át a baloldalra:

$$\frac{2}{\alpha \cdot \gamma} R_i(\vartheta) = \frac{u'}{u^2} \dots 15.$$

Mint említettük, a lineáris feltételi egyenletek szigorúan véve csak közelítőeknek tekinthetők. Az elhanyagolás mértéke az  $R_i$  maradéktag nagysága. A maradéktag pontos értéke zárt képlettel általában nem adható meg, mert az egyenlő a Taylor-sor első tagjainak elhanyagolása után fennmaradó végtelen sor összegével. Vizsgáljuk meg a 15. alatt  $\vartheta$  függvényében egyszerű alakra hozott maradéktagot. Határozzuk meg a gyökeit, állapítsuk meg a szélső értékeit.

Állítsuk elő a szükséges differenciálhányadosokat:

$$\begin{aligned} \frac{2}{\alpha \gamma} R_i'(\vartheta) &= \left( \frac{u'}{u^2} \right)' = \frac{u'' u^2 - u' 2 u u'}{u^4} = \frac{u'' u - 2 u'^2}{u^3} \\ \frac{2}{\alpha \gamma} R_i''(\vartheta) &= \left( \frac{u'' u - 2 u'^2}{u^3} \right)' = \\ &= \frac{(u''' u + u'' u' - 4 u' \cdot u'') u^3 - (u'' u - 2 u'^2) 3 u^2 u'}{u^6} = \\ &= \frac{(u''' u - 3 u' u'') u - (u'' u - 2 u'^2) 3 u'}{u^4} = \frac{u''' u^2 - 6 u u' u'' + 6 u'^3}{u^4} = \\ &= \frac{u''' u^2 - 6 u' (u'' u - 2 u'^2) - 6 u'^3}{u^4} \end{aligned}$$

tehát  $\frac{2}{\alpha \gamma} R_i(\vartheta)$  függvény  $\vartheta$  szerinti első és második differenciálhányadosai a következők:

$$\frac{2}{\alpha \gamma} R_i'(\vartheta) = \frac{u'' u - 2 u'^2}{u^3} \dots 16.$$

$$\frac{2}{\alpha \gamma} R_i''(\vartheta) = \frac{u''' u^2 - 6 u' (u'' u - 2 u'^2) - 6 u'^3}{u^4} \dots 17.$$

Ezekben a kifejezésekben  $u$  és  $u'$  a  $\vartheta$ -nak 13. és 14. alatt látható függvényei:

$$\begin{aligned} u &= (\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2 \\ u' &= 2 \alpha (\alpha \vartheta + \beta) \end{aligned}$$

Állítsuk elő a szükséges második és harmadik differenciálhányadosokat is:

$$\begin{aligned} u'' &= 2 \alpha^2 \\ u''' &= 0 \end{aligned}$$



Fejezzük ki a 16. alatti kifejezés számlálóját a fenti összefüggések alapján:

$$\begin{aligned} u'' u - 2 u'^2 &= 2 \alpha^2 [(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \vartheta^2] - 2 \cdot 4 \alpha^2 (\alpha \vartheta + \beta)^2 = \\ &= 2 \alpha^2 [(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \vartheta^2 - 4 (\alpha \vartheta + \beta)^2] = 2 \alpha^2 [\gamma^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2] \end{aligned}$$

ezt  $\frac{\alpha \vartheta}{2}$ -vel szorozva:

$$\frac{\alpha \cdot \vartheta}{2} (u'' u - 2 u'^2) = \alpha^3 \gamma [\gamma^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2]$$

Hasonlóan a 17. alatti kifejezés számlálója:

$$\begin{aligned} u''' u^2 - 6 u' (u'' u - 2 u'^2) - 6 u'^3 &= \\ = 0 - 12 \alpha (\alpha \vartheta + \beta) \cdot 2 \alpha^2 [\vartheta^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2] - 6 \cdot 2^3 \alpha^3 (\alpha \vartheta + \beta)^3 &= \\ = -2 \cdot 12 \alpha^3 (\alpha \vartheta + \beta) [\vartheta^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2] - 2 \cdot 24 \alpha^3 (\alpha \vartheta + \beta)^3 \end{aligned}$$

$\frac{\alpha \cdot \vartheta}{2}$ -vel szorozva a számláló lesz:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha \cdot \vartheta}{2} [u''' u^2 - 6 u' (u'' u - 2 u'^2) - 6 u'^3] &= -12 \alpha^4 \gamma (\alpha \vartheta + \beta) [\vartheta^2 - \\ &- 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2] - 24 \alpha^4 \gamma (\alpha \vartheta + \beta)^3 \end{aligned}$$

Irjuk fel ismét vizsgálataink céljára a maradéktagot és ennek  $\vartheta$  szerinti első és második differenciálhányadosát, az utóbbi kettőbe behelyettesítve a fenti értékeket:

$$R_i(\vartheta) = \frac{(\alpha \vartheta + \beta) \alpha^2 \gamma}{[(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^2} \quad \dots \quad 18.$$

$$R_i'(\vartheta) = \frac{\alpha^3 \gamma [\gamma^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2]}{[(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^3} \quad \dots \quad 19.$$

$$R_i''(\vartheta) = \frac{-12 \alpha^4 \gamma (\alpha \vartheta + \beta) [\gamma^2 - 3 (\alpha \vartheta + \beta)^2] - 24 \alpha^4 \vartheta (\alpha \vartheta + \beta)^3}{[(\alpha \vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^4} \quad 20.$$

Vizsgáljuk meg a maradéktag kifejezését:

Mikor lesz a maradéktag  $R_i(\vartheta) = 0$

Csak akkor, ha a számláló

$$(\alpha \vartheta + \beta) \alpha^2 \vartheta = 0$$

1. Ha  $\alpha = 0$

A 8. alatti kifejezés szerint

$\alpha = \xi^2 + \eta^2 = 0$ , ez csak akkor lehetséges, ha

$\xi = 0$ ;  $\eta = 0$ , ekkor azonban a 4. és 5. alatti kifejezések szerint:

$$x = (x) : y = (y)$$

vagyis a közelítő érték a legmegbízhatóbb érték. Vizsgálatainknál tehát

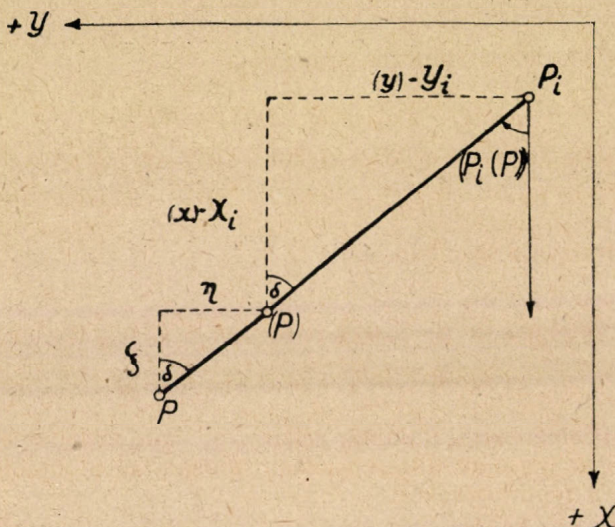
$$\alpha \neq 0$$

2. Ha  $\gamma=0$

akkor a 10. alatti képlet szerint:

$$\xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] = 0; \text{ ebből}$$

$$\frac{\eta}{\xi} = \frac{(y) - Y_i}{(x) - X_i} \quad (3. \text{ ábra.})$$



3. ábra.

Eszerint a maradéktag abban a kivételes esetben is zérus, midőn a kiegyenlítés eredményeként kapott  $P$  pont a  $F_i(P)$  egyenesen van.

Általában  $\alpha \neq 0$  és  $\gamma \neq 0$ . A maradéktag tehát még akkor lehet zérus, ha

3.  $\alpha \vartheta + \beta = 0$  ; ebből

$$\vartheta_0 = - \frac{\beta}{\alpha} \quad . . . 21.$$

vagyis az  $R_i(\vartheta)$  függvény  $\vartheta_0 = - \frac{\beta}{\alpha}$  értéknél metszi a  $\vartheta$  tengelyt.

Fennáll a következő összefüggés:

$$\alpha \vartheta + \beta = \alpha (\vartheta - \vartheta_0)$$

ezt a 18. alatti kifejezésbe behelyettesítve:

$$R_i(\vartheta) = \frac{\alpha^3 \gamma (\vartheta - \vartheta_0)}{[(\alpha + \beta \vartheta)^2 + \gamma^2]^2}$$

Állapítsuk meg a függvény előjel változásait a  $\vartheta_0$  hely előtt és után. Mivel  $\alpha$  a 8. alatti kifejezés szerint csak pozitív lehet,  $R_1(\vartheta)$  nevezője pedig mindig pozitív

$sg R_1(\vartheta) = sg \gamma(\vartheta - \vartheta_0)$ , ebből következik, hogy

ha  $\vartheta < \vartheta_0$  akkor  $sg R_1(\vartheta) = -sg \gamma$

„  $\vartheta = \vartheta_0$  „  $R_1(\vartheta) = 0$

„  $\vartheta > \vartheta_0$  „  $sg R_1(\vartheta) = +sg \gamma$

Keressük a maradéktag szélső értékeit. Szélső érték csak ott lehet, ahol a  $\vartheta$  szerinti első differenciálhányados

$$R_1'(\vartheta) = 0$$

A 19. alatti kifejezés az elmondott vizsgálatok alapján csak akkor lehet zérus, ha

$$\gamma^2 - 3(\alpha\vartheta + \beta)^2 = 0 \quad \dots \quad 22.$$

vagyis  $3(\alpha\vartheta + \beta)^2 = \gamma^2$ ; innen

$$\alpha\vartheta + \beta = \frac{1}{\sqrt{3}}\gamma; \text{ az utóbbi kifejezésből}$$

$$\vartheta_1 = \frac{-\beta + \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma}{\alpha} \quad \dots \quad 23.$$

$$\vartheta_2 = \frac{-\beta - \frac{\sqrt{3}}{3}\gamma}{\alpha} \quad \dots \quad 24.$$

A függvénynek  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  értéknél lehet maximuma, vagy minimuma. Irjuk most fel a 19. alatti kifejezést:

$$R_1'(\vartheta) = \frac{\alpha^3 \gamma [\gamma^2 - 3(\alpha\vartheta + \beta)^2]}{[(\alpha\vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^3}$$

Vizsgálataink céljára hozzuk kedvezőbb alakra  $R_1'(\vartheta)$ -t. A számlálóban levő  $\gamma^2 - 3(\alpha\vartheta + \beta)^2$  kifejezés gyöktényezős formája:

$$\gamma^2 - 3(\alpha\vartheta + \beta)^2 = -3\alpha^2(\vartheta - \vartheta_1)(\vartheta - \vartheta_2)$$

Ezt  $R_1'(\vartheta)$  utóbbi alakjába behelyettesítve:

$$R_1'(\vartheta) = \frac{-3\alpha^5 \gamma (\vartheta - \vartheta_1)(\vartheta - \vartheta_2)}{[(\alpha\vartheta + \beta)^2 + \gamma^2]^3}$$

Vizsgáljuk meg  $R_1'(\vartheta)$  előjelét. A nevező mindig pozitív, mivel két

négyzetösszegnek harmadik hatványa. A számlálóban  $\alpha = \zeta^2 + \eta^2$  mindig pozitív, tehát

$$sg R_i'(\vartheta) = -sg \gamma (\vartheta - \vartheta_1) (\vartheta - \vartheta_2)$$

Jelentse a továbbiakban  $\min(\vartheta_1, \vartheta_2)$  jelzés  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  közül a kisebbiket  $\max(\vartheta_1, \vartheta_2)$  pedig a kettő közül a nagyobbikat, ekkor

ha $\vartheta < \min(\vartheta_1, \vartheta_2)$	akkor $sg R_i'(\vartheta) = -sg \gamma$
„ $\vartheta = \min(\vartheta_1, \vartheta_2)$	„ $R_i'(\vartheta) = 0$
„ $\min(\vartheta_1, \vartheta_2) < \vartheta < \max(\vartheta_1, \vartheta_2)$	„ $sg R_i'(\vartheta) = +sg \gamma$
„ $\vartheta = \max(\vartheta_1, \vartheta_2)$	„ $R_i'(\vartheta) = 0$
„ $\vartheta > \max(\vartheta_1, \vartheta_2)$	„ $sg R_i'(\vartheta) = -sg \gamma$

Mivel  $R_i'(\vartheta)$  a  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  hely előtt és után változtatja előjelét,  $R_i'(\vartheta)$ -nak nem csak lehet, de *van* is szélső értéke a  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  helyen.

Vizsgáljuk meg most  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  egymáshoz viszonyított értékét. A 21. kifejezés szerint:

$$\vartheta_0 = -\frac{\beta}{\alpha} \text{ a 23. és 24. alatti összefüggésekből}$$

$$\vartheta_1 = -\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\gamma}{\alpha} = \vartheta_0 + \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\vartheta_2 = -\frac{\beta}{\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\gamma}{\alpha} = \vartheta_0 - \frac{\sqrt{3}}{3} \frac{\gamma}{\alpha}$$

Ha  $sg \gamma = +1$ , akkor a fenti két egyenletből következik, hogy

$$\min(\vartheta_1, \vartheta_2) = \vartheta_2$$

$$\max(\vartheta_1, \vartheta_2) = \vartheta_1$$

ha  $sg \gamma = -1$

$$\min(\vartheta_1, \vartheta_2) = \vartheta_1$$

$$\max(\vartheta_1, \vartheta_2) = \vartheta_2$$

Hátra van még annak a megállapítása, hogy a szélső értékek helyeinél ( $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$ ) hol van maximum és hol minimum. Ezt  $R_i''(\vartheta)$  előjele dönti el.

Vizsgáljuk meg  $R_i''(\vartheta)$  előjelét a  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  helyen.

$$\begin{aligned} &sg R_i''(\vartheta_{1,2}) = \\ = &sg \frac{-12\alpha^4 \gamma (\alpha \vartheta_{1,2} + \beta) [\gamma^2 - 3(\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)^2] - 24\alpha^4 \gamma (\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)^3}{[(\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)^2 + \gamma^2]^4} \end{aligned}$$

ámde  $\vartheta_1$  és  $\vartheta_2$  helyen a 22. képlet szerint

$$\gamma^2 - 3(\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)^2 = 0$$

a nevező mindig pozitív, tehát

$$\operatorname{sg} R_i''(\vartheta_{1,2}) = -\operatorname{sg} \gamma (\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)^3 = -\operatorname{sg} \gamma (\alpha \vartheta_{1,2} + \beta)$$

A 23. és 24. alatti kifejezésekből következik, hogy

$$\alpha \vartheta_{1,2} + \beta = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \vartheta ; \text{ tehát}$$

$$\operatorname{sg} R_i''(\vartheta_{1,2}) = -\operatorname{sg} \left( \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \gamma^2 \right) ; \text{ ebből}$$

$$\operatorname{sg} R_i''(\vartheta_1) = -1$$

$$\operatorname{sg} R_i''(\vartheta_2) = +1$$

Tehát  $R_i(\vartheta)$ -nak  $\vartheta_1$  helyen *maximuma*,  $\vartheta_2$  helyen *minimuma* van.

$$\max R_i(\vartheta) = R_i(\vartheta_1)$$

$$R_i(\vartheta_1) = \frac{(\alpha \vartheta_1 + \beta) \alpha^2 \vartheta}{[(\alpha \vartheta_1 + \beta)^2 + \vartheta^2]^2}$$

$\vartheta_1$  értéke a 23. szerint:

$$\vartheta_1 = \frac{-\beta + \frac{\sqrt{3}}{3} \gamma}{\alpha} ; \text{ ezt behelyettesítve:}$$

$$R_i(\vartheta_1) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} \alpha^2 \gamma^2}{\left(\frac{1}{3} \gamma^2 + \gamma^2\right)^2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} \alpha^2 \gamma^2}{\frac{4^2}{3^2} \gamma^4} = \frac{3\sqrt{3} \alpha^2}{16 \vartheta^2}$$

$\alpha$  és  $\gamma$  8. és 10. alatti kifejezéseit behelyettesítve:

$$\max R_i = \frac{3\sqrt{3} (\xi^2 + \eta^2)^2}{16 \{ \xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] \}^2}$$

hasonlóan

$$\min R_i(\vartheta) = R_i(\vartheta_2)$$

$\vartheta_2$  értéke 24. szerint

$$\vartheta_2 = \frac{-\beta - \frac{\sqrt{3}}{3} \gamma}{\alpha} ; \text{ ezt behelyettesítve:}$$

$$R_i(\vartheta_2) = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{3} \alpha^2 \gamma^2}{\left(\frac{1}{3} \gamma^2 + \gamma^2\right)^2} = \frac{-3\sqrt{3} \alpha^2}{16 \gamma^2}$$

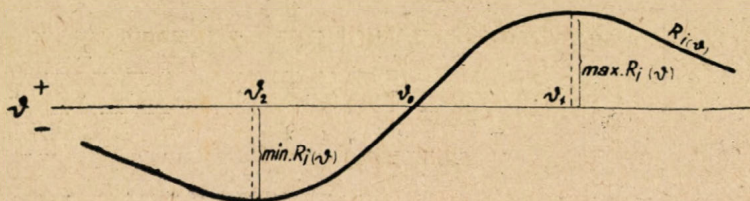


az előbbi helyettesítéseket ismét elvégezve:

$$\min R_i = - \frac{3 \sqrt{3} (\xi^2 + \eta^2)^2}{16 \{ \xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] \}^2}$$

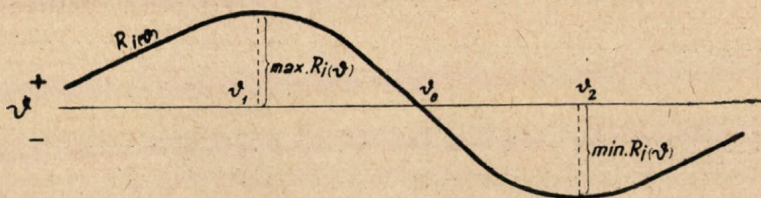
1.

$sg \gamma = +1$



2.

$sg \gamma = -1$



4. ábra.

Vizsgálataink eredménye képen megállapíthatjuk tehát, hogy a maradéktag szélső értékei:

$$\max_{\min} R_i = \pm \frac{3 \sqrt{3} (\xi^2 + \eta^2)^2}{16 \{ \xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] \}^2}$$

Rajzoljuk fel a maradéktagot  $v$  függvényében. Amint láttuk két eset lehetséges (4. ábra):

**Példa:** Budapest székesfőváros háromszögelésénél a 98. számú háromszögelési pont meghatározására végzett iránymérésekből a legkisebb négyzetek módszere szerinti kiegyenlítéssel kiszámították a pont legmegbízhatóbb koordinátáit. A kiegyenlítés eredménye:  $\eta = +0,001$ ;  $\xi = -0,058$ . Számítsuk ki az egyes irányokhoz tartozó feltételi egyenletek elhanyagolt maradéktagjának lehetséges legnagyobb értékét.

Pont neve	$Y_i$	$X_i$	$\xi[(y)-Y_i]$	$\eta[(x)-X_i]$	$\left\{ \frac{\xi[(y)-Y_i] - \eta[(x)-X_i]}{-\eta[(x)-X_i]^2} \right\}$	$\max R_i$
109. pillér... ..	+ 958,995	- 1 781,376	+ 131,59	- 1,60	17 739,58	0,000 043
Országos levélt	+ 1 342,183	- 2 030,223	+ 153,82	- 1,35	24 077,73	0,000 031
Szemlőhegy... ..	+ 1 511,775	- 4 101,975	+ 163,65	+ 0,72	26 546,18	0,000 029
Óbuda... ..	+ 196,716	- 5 754,019	+ 87,38	+ 2,38	7 225,00	0,000 105
Babér-u. nyugat	- 2 223,305	- 6 724,716	- 52,98	+ 3,35	3 173,07	0,000 239
Fóti-út ... ..	- 1 496,632	- 4 212,488	- 10,83	+ 0,83	135,96	0,005 572
Telep-utca ... ..	- 4 927,256	- 4 025,824	- 209,81	+ 0,65	44 293,41	0,000 017
Vilma királyné-út	- 1 980,176	- 2 316,036	- 38,88	- 1,06	1 430,35	0,000 530
Bazilika ... ..	- 490,983	- 1 547,559	+ 47,49	- 1,83	2 432,46	0,000 312
(98. torony) ... ..	- 1 309,856	- 3 378,431				

$\eta = +0,001 ; \xi = -0,058$

$$\max R_i = \frac{3 \sqrt{3} (\xi^2 + \eta^2)^2}{16 \{ \xi [(y) - Y_i] - \eta [(x) - X_i] \}^2 ;}$$

$$\max R_i'' = e'' \max R_i$$

**Felhasznált irodalom.**

- Oltay Károly*: Geodézia I—IV. kötet.  
*Bodola Lajos*: A mérési hibák elmélete és a legkisebb négyzetek módszere.  
*Dr. Stachó Tibor*: Felsőbb mennyiségtan.

**A Hamann-Manus-féle kétváltós számológép ismertetése és alkalmazása.**

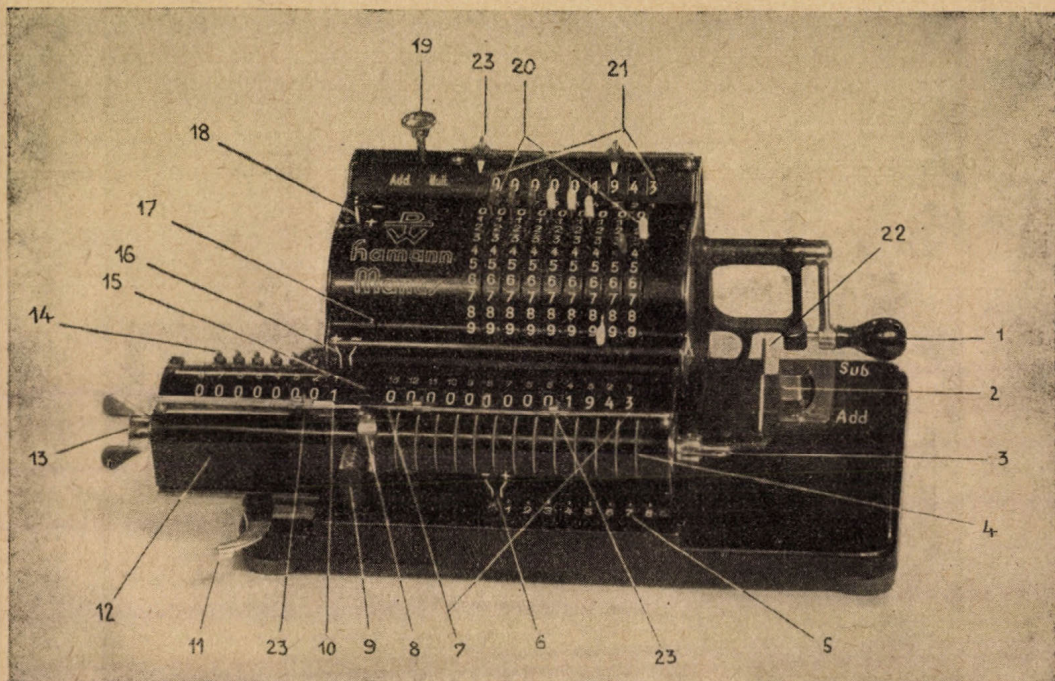
*Högyész Gyula.*

Kárpátalja felszabadulása után az újjá szervezett munkácsi m. kir. 2. földmérési felügyelőség egy olyan számológépre tett szert, mely különleges szerkezeti megoldásánál fogva geodéziai számításokra is előnyösen felhasználható s így méltán tarthat számot az illetékes szakkörök érdeklődésére.

Ezt a számológépet a Deutsche Telephonwerke und Kabelindustrie A. G. berlini cég készítette Dr. ing. h. c. Ch. Hamann mérnök konstrukciója szerint és „D.T.W. Hamann-Manus“ név alatt, mint külföldön is védjegyezett németbirodalmi szabadalmat hozta forgalomba valószínűen 1936-ban. Elmés szerkezete sok tekintetben eltér a számológépek eddigi általános rendszerétől. Ezért aki e számológép kezelését nem szokta meg, bizonyos idegenkedéssel veszi azt kezébe. Rövid gyakorlat és megszokás után azonban hamarosan meg lehet kedvelni ezt a szokatlan berendezésű számológépet.

De most már lássuk a gép egyes alkatrészeit, melyek az alanti ábrán

sorszámokkal vannak ellátva s azok ismertetésénél is ezt a sorszámozást követtem. Mielőtt azonban azok tárgyalásába belekezdenék szükségesnek tartom megjegyezni, hogy a számológép terjedelme aránylag kicsi. Alapdeszkájának mérete  $14.5 \times 26$  cm, amiből a gép nagyságára is lehet következtetni.



1. ábra.

1. *Forgatókar.* Már ez az első alkatrész is működésében lényegesen eltér minden más megszokott gépi berendezéstől. A forgatókar ugyanis csak előre forgatással (pozitív irányban) működik, visszafelé nem forgatható.

2. *Első váltó.* A forgatókar alatt van elhelyezve az első váltó, amely a forgatókar negatív irányú forgatása helyett megfelelő beállítással a kivonást teszi lehetővé. A váltó mellett „Add” és „Sub” megjelölés látható. A váltó „Add” állásban a számológép összead, a „Sub” állásban pedig kivon. A váltó számítás közben is tetszés szerint állítható, ami különösebb igénybevétel nélkül könnyen végezhető, mert a váltó a forgatókar elengedése nélkül a jobbkez hüvelykujjával könnyedén ide-oda mozdítható, de amellet állása rügös szerkezettel a véletlen elmozdulás ellen biztosítva van.

3. *Törlőkulcs.* A számológép a sok újítás ellenére megtartotta a régi típusú számológépek elavult, szárnycsavaros törlőszerkezetét, amely a gépnek nem minden helyzetében hozható működésbe. Az 1. ábrán a futószán (12. sorsz.) bal szélső helyzetben van s egyedül ebben a hely-

zetben lehet törlést végezni. Számítás közben tehát sem az eredmény sor, sem a fordulató mérő nem törölhető. Egyébként ez a törlőkulcs egy forgatásra úgy az eredmény sorot, mint a fordulató mérőt egyszerre törli. De mint a 8. sorsz. alatti rugó ismertetésénél látjuk, az eredmény sor külön is törölhető.

4. *Forgató korongok.* A recézett szélű korongok forgatása által az eredmény sorba bármilyen tetszőleges szám beállítható, de csak a futószám balszélső helyzetében. Számítás közben tenát a korongok nem működhetnek. (Ez az újítás már az újabb gyártmányú Brunsviga rendszerű váltós számológépeknél is feltalálható.)

5. *Mutató skála.* Ez az 1—8-ig számozott skála annak ellenőrzésére szolgál, hogy a fordulató mérő milyen állásban van. Ennek különösebb rendeltetése nincs, mert a fordulató mérő számjegyei fölött még egy ilyen rendeltetésű skála látható.

6. *Pozitív és negatív index.* Ezek az indexek az előbb ismertetett mutató skálával vannak összefüggésben. A pozitív jelű index akkor esik egybe az 5. sorsz. skála egyes osztóvonaláival, amikor az I. váltó „Add” állásban van. A váltó „Sub” állása mellett ezt a szerepet a negatív jelű index veszi át. Az indexek eltérő színezéssel is feltűnőbbé vannak téve; ugyanis a pozitív index fehér, a negatív piros.

7. *Eredmény sor.* Erről annyit is elég megjegyezni, hogy 13 számjegyből áll s így a számológép teljesítőképessége eléggé korlátozott.

8. *Rugó* a törlő szerkezet részbeni feloldására, melynek lenyomása esetén a futószám jobboldali törlőkulcsa csak az eredmény sor számjegyeit törli, ellenkező esetben az eredmény sor és a fordulató mérő számjegyeinek törlését egyszerre végzi el.

9. *Szabályozó gomb.* Ennek az alkatrésznek kétféle rendeltetése van: 1. a futószervezet felszabadítására, 2. a kívánt számítási művelet beállítására szolgál. Első vonatkozásban úgy fejtí ki működését, hogy a gomb lenyomására a futószám a legszélső bal helyzetbe leszalad. A számítási művelet beállításához a gomb tetején két műveleti jel látható s ezek között egy kettős nyíl van feltüntetve, melynek egyik vége „×” jelre, másik vége pedig „:” jelre mutat. Ha tehát a szabályozó gombot a szorzás jel irányában kifelé húzzuk, a számológép szorzásra, illetve összeadásra van beállítva s ha a gombot az osztás jel irányában befelé nyomjuk, a számológép megfelelő kezelés mellett automatikus osztást végez. Megjegyzendő, hogy a gomb beállítását a futószám balszélső helyzetében kell elvégezni, mert számítás közben a megkezdett művelet nem változtatható meg.

10. *Fordulató mérő.* Ez a számsor 8 számjegyű és tizes áttételű, vagyis a forgatókar tizedik fordulata után a fordulató mérőben 10-es szám jelentkezik. Mivel a forgatókar csak pozitív irányban működik, könnyen arra lehet gondolni, hogy minden számjegyet annyi forgatással kell a fordulató mérőbe beforgatni, amilyen a beforgatandó számjegy értéke, vagy pedig, hogy a tévesen beforgatott számokat csak törléssel lehet onnan kiküszöbölni. Ezt a felfogást azonban a 2. sorszám alatt leírt váltó tulajdonsága hamarosan eloszlatja. Ha ugyanis példának okáért 19-es számot óhajtunk a fordulató mérőbe beforgatni, elegendő először a 20-as számot két fordulattal beforgatni, utána az első váltót „Sub”-ra átállítva a 20-as

számból egy forgatással 1-et levonni. Ugyanígy történik túlforgatás esetén a beforgatott számok helyesbítése.

A fordulاتمérőben piros számjegyek nincsenek. A forgatókar negatív értelmű elforgatására a fordulاتمérőben lévő nullák kilencesekre változnak.

Előzőleg már többször szándékosan említettem a futószán *legszélső* baloldali helyzetét, amikor ugyanis a 6. és 16. sorszámmal jelölt nyilak (indexek) egyike sem konvergál az alattuk levő számskála valamelyik számjegyével. Ilyen helyzetben a forgatókart hiába forgatjuk, a gép semmiféle számítást nem végez. De ha a futószánt jobbra legalább annyira eltoljuk, hogy a fordulاتمérő első számjegye az index alá kerüljön, a számológép számításra alkalmas állásba kerül. Ez a számológép alapállása.

11. *Toló- és zárókar.* A tolókar minden egyes nyomásra a futószánt balról jobb felé egy-egy számhelynek megfelelő mozdulattal viszi tovább. Egyik széle a balkéz mutatóujjának megfelelően öblösre van kiképezve. A futószán jobbszélső helyzetében ezt a kart hátrafelé lehet tolni s ilyen helyzetben mint zárókar a futószervezetet lezárja.

12. *Futószán.* A fordulاتمérő és eredményoszor egy közös futószervezetre van szerelve, mely az alapdeszka aljára szerelt spirális rugó hatására baloldali helyzetet igyekszik elfoglalni. Ezért a 9. sorszám alatti szabályozó gomb lenyomására a futószán jobboldali helyzetből egyszerre lefut baloldali helyzetbe. De a futószán egy-egy számhelynek megfelelő egyes mozdulatokat is végez, mégpedig jobbra a 11. sorsz. tolókar, balra a 22. sorsz. mozgóatókar minden egyes nyomására.

13. *Törlőkulcs,* mely kizárólag a fordulاتمérőben lévő számjegyek törlésére szolgál.

14. *Fogaskerekek.* A fordulاتمérő számjegyeit mozgóató fogaskerekek a futószán balszélső állásában nyílt helyzetben vannak, amikor is a fogaskerekek forgatása által ujjunkkal tetszés szerinti számot lehet a fordulاتمérőbe beállítani. A számológépnek ezt a véletlen szerkezeti kivételét a geodéziai számításoknál lehet előnyösen kihasználni. Az előzetes gépi számításánál ugyanis a második lépés az  $X_A$  beforgatása a fordulاتمérőbe. Ezt tehát a forgatókar igénybevétele nélkül lehet elvégezni, ami a számítást némileg meggyorsítja.

15. *Jelző ablak.* A számológép a más típusú gépeknél megszokott jelző csengővel nincs ellátva. A csengő szerepét tehát a jelen esetben a jelző ablak veszi át, amelynek fedőlapja egy piros mezőt takar. Abban a pillanatban, amikor a gép kapacitását számítás közben túllépjük, vagy amikor az eredményoszor pozitív számokból dekadikus számokba fordul át, a jelző ablak fedőlapja automatikusan felugrik s mindaddig míg azt ujjunkkal le nem zárjuk, vagy míg a számsort nem töröljük, a fedőlap nyitva marad.

16. *Pozitív és negatív index.* Ezek szerepe a 6. sorsz. indexek szerepével azonos, ennél fogva az utóbbiakról elmondottak a fordulاتمérő fölötti skálára is értendők.

17. *Zárószervezet.* A zárószervezet egy tengelyre szerelt kétkarú emelőből áll, melynek egyik karja a szerkezetet védő fedőlapból áll ki, másik karja pedig a forgatókar tengelyére szerelt fogaskerekre támaszkodik s ennek következtében a forgatókart negatív irányú mozgásában

akadályozza. Ha azonban a kiálló kart lenyomjuk, a fogaskerék felszabadul és a forgatókart ellenkező irányban is lehet forgatni. Erre a forgatásra azonban a gép számítást nem végez; a fordulاتمérő és eredmény-sor számjegyeit mozgásba hozza ugyan, de a negatív forgatásnak megfelelő helyes eredményt nem ad. A zárószervezet feloldására tehát legfeljebb akkor van szükség, amikor a forgatókar működésében valami rendellenesség lép fel és a forgatókart alapállásba másként nem tudnánk visszaforgatni. Ilyen esetben azonban a számítást ajánlatos újból kezdeni.

18. *Második váltó.* A második váltó egyedül a fordulاتمérő számsorának működésére van hatással. E váltó pozitív állása mellett a fordulاتمérő számsora növekszik, negatív állásban pedig fogy. A váltó állása számítás közben is változtatható.

Az első és második váltó együttes működéséről később lesz szó.

19. *Törlő gomb.* E gomb a beállító szerkezet számsorának törlésére szolgál. A törlő szerkezet a gomb lenyomására jön működésbe. A gomb tetején egy nyíl látható, amelyet a gombtól jobbra-balra elhelyezett „Mult“, illetve „Add“ jelzés felé lehet fordítani. Amikor a nyíl a „Mult“ jelzésre mutat, a törlő szerkezet csak akkor működik, ha a gombot ujjunkkal lenyomjuk, amikor pedig az „Add“ jelzés felé van fordítva, a beállító szerkezet számsora a forgatókar mindenegyes fordulata után automatikusan törlődik. Az automatikus törlésnek csak az összeadási műveletnél van szerepe.

20. *Beállító szerkezet.* A beállító szerkezet számsorát mozgó karok minden más számológéptől eltérően a forgatókar mozgására nem reagálnak. A Brunsviga rendszerű gépeknél ugyanis ezek a beállító karok a forgási tengellyel együtt forognak s ezért meglehetősen rövidre vannak méretezve, ami viszont a beállítást eléggé megnehezíti. A Hamann-Manus gépnél a beállító karok a gép működése közben is helyben maradnak. A gépnek ez a tulajdonsága igen előnyösen van kihasználva, amennyiben a beállító karok a rendesnél hosszabbra vannak kiképezve és cserélhető színes papucsokkal vannak ellátva. Ezáltal a beállítást könnyebben és gyorsabban lehet végezni, a színes papucsokat pedig a számsor célszerű tagozására lehet felhasználni.

21. *A beállító szerkezet számsora.* A beállító karokkal kijelölt számok a beállító szerkezet fölött elhelyezett számsorban is megjelennek s így e látható számsor a beállítás ellenőrzésére szolgál.

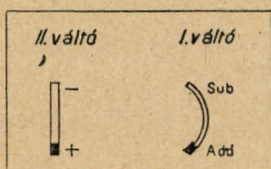
22. *Mozgókar.* A forgatókar alatt a gép fenéklapjából kiálló kar van elhelyezve, amelynek megnyomására a futószán jobbról balfelé egy számhelynek megfelelő mozdulatot tesz. E mozgókar elhelyezése olyan szerencsés, hogy az a jobbkezünk hüvelykujjával a forgatókar elengedése nélkül alig érezhető idővesztéssel igen könnyen kezelhető.

23. *Tizedespontot helyettesítő tolokák.* Minden számsor a tizedespont kijelölésére szolgáló tolokákkal külön van ellátva.

#### *A váltók összműködése.*

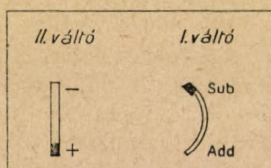
A számológép két váltója külön-külön és egymástól függetlenül, akár pozitív, akár negatív értelmű műveletre állítható be, ami természetesen négyféle változatot idézhet elő a gép működésében. A különböző váltóállásokat és azok hatására a gép működésében létrejövő különböző válto-

zatokat a 2. ábra tünteti fel részletesen s így annak megértéséhez bővebb magyarázat nem szükséges. Csupán annyit érdemes még megjegyezni, hogy a váltók különböző összműködése folytán elérhető változatoknak különösen az előmetszés számításánál van nagy jelentősége.



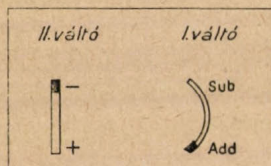
### 1. helyzet.

Fordulatmérő működése: +  
Eredmény sor működése: +



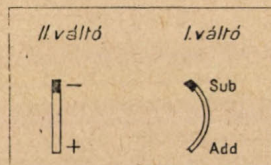
### 2. helyzet.

Fordulatmérő működése: -  
Eredmény sor működése: -



### 3. helyzet.

Fordulatmérő működése: -  
Eredmény sor működése: +



### 4. helyzet.

Fordulatmérő működése: +  
Eredmény sor működése: -

2. ábra.

## A számológép alkalmazása.

A Hamann Manus-féle számológéppel elvégezhető műveletek lényegileg azonosak az ismert számológépekre érvényes eljárással, melyet „A számológép és alkalmazása” című szakkönyvben vitéz Ács Endre és Zelcsényi Géza okl. mérnökök — különös figyelemmel a geodéziai számításokra — alapos szakértelemmel és tudományos felkészültséggel ismertették. E közleménynek tehát nem lehet más célja, mint az egyes műveleteknél a gép speciális kezelésének ismertetése s mindazoknak a szabályoknak (fogásoknak) rövid összefoglalása, melyek a gép különleges működésének megértéséhez feltétlenül szükségesek.

Mindehhez elegendő volna a négy alpművelet gépi végrehajtásának ismertetése, de a gép önműködésre berendezett két mozgó számsora (futószán) és kettős váltója kívánatossá teszi, hogy az alpműveleteken kívül legalább a négyzetgyökvonás és a geodéziai számítások közül az

előmetszés gépi megoldását részletesebben ismertessem, mert a gép különleges berendezése különösen e két általános műveletnél jut leginkább kifejezésre.

*Az összeadás szabályai.*

1. lépés: az I. váltót „Add“ jelzésre állítjuk,
2. „ : a II. váltót „+“ jelre állítjuk,
3. „ : a törlőgombot „Add“ felé fordítjuk,
4. „ : a szabályozó gombot kihúzzuk,
5. „ : a gépet alapállásba kihúzzuk,

6. és a többi lépés: az összeadandókat egymásután beállítjuk és beforgatjuk. Mindenegyres tétel beforgatása után a törlőgomb a beállító szerkezetet automatikusan törli. Szükség esetén az automatikus törlést a törlőgomb elfordításával ki is lehet küszöbölni, ami különösen akkor indokolt, amikor egyes összeadási tételek gyakrabban ismétlődnek, vagy annyira hasonlóak, hogy csak egy-két számjegyük eltérő. Ilyen esetben a minden tétel külön beállításával járó idővesztéséget lényegesen megtakaríthatjuk.

A szorzógépeket a beállítás lassúsága miatt általában ritkán használják összeadásra. Ez a gép azonban ügyesebb beállító szerkezete folytán az összeadásra is eléggé rentábilis.

Lássuk talán egy öles rendszerben adott példa megoldását.

Példa:	Megoldás:
12 hold 1563 öl <sup>2</sup> +	12,01563 +
14785 „	14785
102 „ 1087 „	102,01087
12646 „	12646
6244 „	6244
Összesen: ... hold ..... öl <sup>2</sup>	Összesen: 114,36325

Az összeadással egy valótlan számot nyertünk, melyben a vesszőtől (indextől) balra levő szám a holdak, jobbra eső szám a négyzetölek összegét jelenti. Ha mármost a holdakra való átszámítást szintén géppel akarjuk elvégezni, akkor e valótlan számhoz az 1600-as szám dekadikus értékét kell annyiszor hozzáadni, míg a vesszőtől jobbra levő mennyiség 1600-nál kisebb lesz:

114,36325 +
9,84000
9,84000
98400
98400
Összesen: 136,01125

kifejezés 10 hold alatti 4325 öl<sup>2</sup>-re csökkent, tehát az eredménysort egy számhellyel balra toltuk és a dekadikus értéket még kétszer leforgattuk.

Az eredmény tehát 136 hold 1125 öl<sup>2</sup>. A 98400 dekadikus értéket csak egyszer állítottuk be, de az eredménysort olyan helyzetbe hoztuk, hogy a 9-es a hold-as kifejezés egyesei fölött álljon. Kétszeri forgatás után a négyzetöles



### A kivonás szabályai.

1. lépés: az I. váltót „Sub“ jelzésre állítjuk,
2. „ : a II. váltót „—“ jelre állítjuk,
3. „ : a törlőgombot „Add“ felé fordítjuk, (lényegtelen)
4. „ : a szabályozó gombot kihúzzuk,
5. „ : a kisebbítendő az eredmény sorba beállítjuk,
6. „ : minden kivonandót a beállító szerkezetbe külön-külön beállítjuk és alapállásban leforgatjuk.

A kivonás egymagában ritka gépi művelet, de a teljesség kedvéért ezt is szükséges ismertetni.

### A szorzás szabályai.

1. lépés: az I. váltót „Add“ jelzésre állítjuk,
2. „ : a II. váltót „+“ jelre állítjuk,
3. „ : a törlőgombot „Mult“ felé fordítjuk,
4. „ : a szabályozó gombot kihúzzuk,
5. „ : a szorzandót a beállító szerkezetbe beállítjuk és a tizedespontokat kijelöljük,
6. „ : a szorzót a forgatókaral a fordulalmérőbe beforgatjuk.

Célszerű a szorzó beforgatását a legmagasabb értékű számjegynél kezdeni, mert a futószán mozgatása jobbról bal felé a 22. sorszámú mozgókaral sokkal egyszerűbb és könnyebb, mint ellenkezőleg. Szorzás közben az I. váltó helyzete „Sub“-ra változtatható, ha pl. valamely számjegyet túlforgattunk, vagy ha a 9-hez közelebb álló számot kevesebb fordulattal, kivonás útján akarunk a fordulalmérőbe beforgatni. Pl. 429-es számot úgy forgatunk be, hogy az I. váltó „Add“ helyzetében beforgatunk 430-at, majd a váltót „Sub“-ra állítva a fordulalmérő 1-es számhelyét a piros index alá hozzuk és egy forgatást végzünk. ( $430 - 1 = 429$ )

### Az osztás szabályai.

Az I. váltónak az osztásnál nincs jelentősége, bármily helyzetben is legyen, az osztási műveletre nincs befolyással.

1. lépés: a II. váltót „—“ jelre állítjuk,
2. „ : a törlőgombot „Mult“ felé fordítjuk,
3. „ : a szabályozó gombot befelé nyomjuk,
4. „ : az osztandót az eredmény sorba a 13. számhelynél kezdve forgatókorongokkal beállítjuk,
5. „ : a futószánt jobbszélső helyzetbe kihúzzuk,
6. „ : az osztót a 6. számhelynél (piros pontnál) a beállító szerkezetbe beállítjuk és a tizedespontokat kijelöljük,
7. „ : a forgatókart mindaddig forgatjuk, míg a futószán bal-szélső helyzetbe magától leszalad.

Az eredmény a fordulalmérőben, a maradék az eredmény sorban jelentkezik. A futószán automatikus működésének megértéséhez a következőket kell megjegyezni.

Az osztási művelet alatt a mutató indexek közül rendszerint a piros

(negatív) index van a fordulattmérő számhelyeivel érintkezésben, tehát az eredmény sorban kivonás, a fordulattmérőben összeadás jön létre. De ha az osztót az alatta levő osztandó megfelelő számtagjából már annyiszor vontuk ki, hogy az eredmény sorban dekadikus szám jelentkezik, akkor a futószán egy fél számhelynek megfelelő ugrással balra elmozdul, úgyhogy a fehérszínű (positív) index kerül a fordulattmérő számhelye fölé. A következő forgatásra tehát az eredmény sorban összeadás, a fordulattmérőben kivonás jön létre; vagyis az eredmény sor pozitív számra fordul át s ugyanakkor a futószán ismét egy fél számhellyel balra ugrik és megint a piros index kerül a fordulattmérő következő számhelyével érintkezésbe. Így megy ez automatikusan tovább, míg az osztandó elfogy, vagy míg a gép teljesítőképességének határát eléri. Egyébként a futószán automatikus mozgását egy emelő szerkezet idézi elő, amely a dekadikus szám hatására a futószán rugóját egy pillanatra felszabadítja és a szánt elmozdulásra kényszeríti.

### *A négyzetgyökvonás szabályai.*

Az I. váltónak ennél a műveletnél sincs szerepe.

1. lépés: a II. váltót „—“ jelre állítjuk,
2. „ : a törlőgombot „Mult“ felé fordítjuk,
3. „ : a szabályozó gombot benyomjuk,
4. „ : az adott számot az eredmény sorba a 13. számhelynél kezdve beállítjuk,
5. „ : a futószánt egészen jobbra kihúzzuk, de ha nagyobb teljesítményt (több számból álló eredményt) óhajtunk elérni, tetszés szerinti távolságra is húzhatjuk ki a futószánt, de ilyenkor ügyelni kell arra, hogy a fordulattmérő kezdő számhelye fölé mindig a piros index kerüljön,
6. „ : az adott számot egyesektől balra két-két számjegyből álló tagokra bontjuk és legalább a baloldali első tagot a tizedespontot jelölő tolokával kijelöljük, a fordulattmérőn pedig annyi egész számot jelölünk ki a tizedespont tolokájával, ahány tagból áll a gyök alatti mennyiség,
7. „ : az első tagból 1-től kezdve sorozatosan kivonjuk a páratlan számokat, tehát először 1-et, azután 3-at, 5-öt és így tovább mindaddig, míg az eredmény sorban dekadikus szám jelentkezik s ennek következtében a futószán fél mozdulattal balra ugrik,
8. „ : az első ugrás után a forgatókart a beállítás változtatása nélkül még egyszer körülforgatjuk, mire az eredmény sor pozitív számra fordul át és a fordulattmérőben lévő szám 1-el csökken, de ugyanabban a pillanatban a szán fél mozdulattal ismét balra ugrik,
9. „ : a beállító szerkezetbe legutóbb beállított számot 1-el csökkentjük, majd a következő tagból kezdjük meg a páratlan számok kivonását, de most már nem 1-től kezdve, hanem a beállító szerkezetben meghagyott számhoz hozzáillesztve az 1, 3, 5, stb. páratlan számokat.

Igy folytatjuk ezt a műveletet tovább a 8. és 9. lépés szerint mindaddig, míg a műveletet teljesen elvégeztük, vagy míg a gép teljesítőképessége a számítást megengedi.

Kísérjük talán figyelemmel a gép működését egy példa megoldásának keretében. Számítsuk ki pl.  $\sqrt{16129}$  gyökmennyiség értékét.

Végezzük el a gépen az első három lépésnek megfelelő beállítást és a gyök alatti mennyiséget állítsuk be az eredmény sor (*E*) bal szelébe, mégpedig a 13—9-ig terjedő számhelyekre. A beállított számot kettős tagokra bontva látjuk, hogy a gyök alatti mennyiség három tagból áll, tehát az eredmény is három egész számból fog állni. Mivel az eredmény a fordulatomérőben jelentkezik, annak első három számhelye után tesszük ki a tizedespontot. A futószánt jobbszélső helyzetbe húzzuk ki, úgy, hogy a fordulatomérő (*F*) 8. számhelye kerül a piros index alá, az *E*-ben lévő mennyiség első tagja, illetve számjegye pedig a beállító szerkezet (*B*) 6. számhelye alá. Itt kezdjük tehát a páratlan számok sorozatos beállítását is. Szabatosabban kifejezve a beállítást az első tag egyesei fölött kell kezdeni. Az alábbi sorozatos feljegyzés a forgatókar mindenegyes forgatása után a gép egyes számsoraiban (*F*, *B*, *E*) jelentkező számokat tünteti fel, de azokon felül a számsorokban látható nullákat nem tartotam fontosnak kiírni.

$$\sqrt{16129} = 127$$

	F	B	E	
Kezdőállás :	0	0	16129	
1. forgatás:	1	—1	06129	
2. „ :	2	—3	76129	szán ugrik
3. „ :	1	+3	06129	szán ugrik
4. „ :	11	—21	04029	
5. „ :	12	—23	01729	
6. „ :	13	—25	99229	szán ugrik
7. „ :	12	+25	01729	szán ugrik
8. „ :	121	—241	01488	
9. „ :	122	—243	01245	
10. „ :	123	—245	01000	
11. „ :	124	—247	00753	
12. „ :	125	—249	00504	
13. „ :	126	—251	00253	
14. „ :	127	—253	00000	befejezve !

Túlforgatás esetén :

15. „ :	128	—255	99745	szán ugrik
16. „ :	127	+255	00000	szán ugrik

Az első forgatás, illetve az első páratlan szám levonása után az *E*-ben lévő mennyiség első tagja nullára változott, tehát a következő forgásra az utána következő 3-as páratlan számot már csak úgy lehetett levonni,

hogy az  $E$ -ben lévő szám negatív értelműre fordult át, de  $e$  miatt a szán ugrott, minek következtében a 3. forgatásra a művelet megváltozott:  $F$ -ben kivonás,  $E$ -ben összeadás jött létre. Ugyanakkor azonban a szán ismét ugrott annak jeléül, hogy a következő forgatásnál a gép megint a rendes műveletre tér át. Ehhez hasonló folyamat ment végbe a 6. és 7. forgatásnál, míg végre a 14. forgatás után az  $E$ -be beállított gyökmenység maradék nélkü elfogyott, a  $F$ -ben pedig eredményként 127 jelentkezett. Tegyük fel, hogy a gépies munka következtében nem vetjük észre, hogy a 14. forgatás után a művelet végére értünk. Ezt könnyen fel is lehet tételezni, mert a 14. forgatás után a futószán ugrása még nem következhetett be s így nem is hívhatta fel figyelmünket erre. Amiut a példa menetéből látjuk, a túlforgatás következtében nem történt semmi hiba, mert a 16. fordulat után úgy az  $F$ -ben, mint az  $E$ -ben újra visszaállt a helyes állapot. Sőt folytathattuk volna a szabályszerű műveletet tovább is, mert az eredményben. változás már nem állhat be.

### Előmentszés számítása.

Az előmentszés számításának bemutatásához vitéz Ács Endre és Zelcsényi Géza okl. mérnökök által gépi számításra átdolgozott Widmann-féle képleteket használtam fel a szerzők hozzájárulásával. Ennélfogva a számítás elméleti részével most szükségtelen foglalkozni, mert a gépi számítás elméleti részéhez tartozó levezetések az említett neves szerzők szakkönyvében található. Csupán az eltérő váltóállítás szabályait kívánom itt részletesebben ismertetni és a gépi számítás gyakorlati kivitelét néhány példa megoldásával bemutatni.

Az említett szerzők szakkönyvének 76. oldalán a következő képleteket találjuk:

$$Y_c = Y_1 - (X_1 - X_2) \operatorname{tg} \delta_{1n} \quad \dots \quad 1.$$

$$X_n = X_2 - \frac{Y_c - Y_2}{\operatorname{tg} \delta_{1n} - \operatorname{tg} \delta_{2n}} \quad \dots \quad 2.$$

$$Y_n = Y_2 + (X_n - X_2) \operatorname{tg} \delta_{2n} \quad \dots \quad 3.$$

Ez a három képlet mindazokat az adatokat tartalmazza, melyek egy előmentszett pont koordinátáinak számításához szükségesek, tehát az ismert tagok értékének behelyettesítése után csak az a feladat van hátra, hogy a képletekben kijelölt műveleteket sorrendben elvégezzük. De ha ezeket a műveleteket váltós számológéppel akarjuk elvégezni, ismerni kell a váltóállítás szabályait. Mivel három képlet megoldásáról van szó, a váltóállítás módját mind a három képletre külön és előre kell megállapítani. Jelen esetben Hamann Manus-féle két váltós számológépről lévén szó, meg kell jegyezni, hogy a váltóállítás szabályai minden esetben a II. váltóra értendők, mert az I. váltónak az előmentszés számításánál sincs egyéb szerepe, minthogy a forgatókar negatív értelmű forgását helyettesíti.

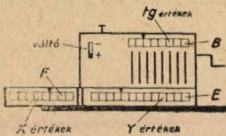
Alkalmazkodva az Állami Földmérés nyomtatványához, az 1. számú táblázatban az állami nyomtatvány pontjelölését használtam a további-

akban tehát az 1. sz. pontot A pontnak, a 2. sz. pontot B pontnak fogjuk nevezni.

A váltóállítás szabályait általánosságban a B pontnak a koordináta hálózatban elfoglalt térbeli helyzete és a tangens értékek előjele határozza meg. Igen nehéz volna ezeket a bonyodalmas szabályokat állandóan észben tartani, ezért a sokkal érthetőbb és áttekinthetőbb táblázatos mód-

Előzetes számítás  
Hamann Manus számológéppel

A meghatározó pont száma	A meghatározó pontok koordinátái			Tájékozott irányok			A meghatározó pont koordinátái
	száma	Y	X	$\delta_{AN}$	$\delta_{BN}$	$\delta_{BN}$	
3	45 ①	+ 832'15	②	23 10 26	③	+ 0'428 061	$Y_N = + 1015 \cdot 23$
	53 ⑥	+ 603'81	④ ⑤	84 22 12	⑦	+ 10'144 096	$X_N = + 841 \cdot 27$
	váltóállítás: + - - *						⑧



$$Y_c = Y_a - (X_a - X_b) \operatorname{tg} \delta_{AN} \quad \dots \dots \dots 1. \text{ képlet I. váltóállással.}$$

$$X_b = X_a - \frac{Y_c - Y_a}{\operatorname{tg} \delta_{AN} - \operatorname{tg} \delta_{BN}} \quad \dots \dots \dots 2. \text{ képlet II. váltóállással.}$$

$$Y_b = Y_a + (X_b - X_a) \operatorname{tg} \delta_{BN} \quad \dots \dots \dots 3. \text{ képlet III. váltóállással.}$$

Első váltóállítási szabály.

B pont I. vagy III. negyedben és $\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele: +	B pont II. vagy IV. negyedben és $\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele: -
$\operatorname{tg} \delta_{AN}$ előjele	+ - + + - -
$\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele	- + + + - -
$\operatorname{tg} \delta_{AN} - \operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele	+ - + + - -
I. váltóállítás	- - + + - -
II. váltóállítás	- - + + - -
III. váltóállítás	- - - - - -

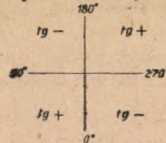
Második váltóállítási szabály.

B pont I. vagy III. negyedben és $\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele: -	B pont II. vagy IV. negyedben és $\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele: +
$\operatorname{tg} \delta_{AN}$ előjele	+ - + + - -
$\operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele	- + + + - -
$\operatorname{tg} \delta_{AN} - \operatorname{tg} \delta_{BN}$ előjele	+ - + + - -
I. váltóállítás	+ + - - - -
II. váltóállítás	+ + - - - -
III. váltóállítás	+ + + + - -

Jelmagyarázat.

- ① Tizedespontokat kijelöljük,  $Y_a$  értéket E-be közvetlenül beállítjuk.
- ②  $X_a$  értéket F-be közvetlenül beállítjuk.
- ③  $\operatorname{tg} \delta_{AN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót az I. váltóállítás szerint állítjuk.
- ④ F-ben levő értéket átforgatjuk  $X_b$  értékére.
- ⑤  $\operatorname{tg} \delta_{AN} - \operatorname{tg} \delta_{BN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót a II. váltóállítás szerint állítjuk.
- ⑥ E-ben levő értéket átforgatjuk  $Y_b$  értékére, F-be  $X_b$  értéket kiejtjük.
- ⑦  $\operatorname{tg} \delta_{BN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót a III. váltóállítás szerint állítjuk.
- ⑧ F-ben levő értéket átforgatjuk  $X_b$  értékre és az E-ből  $Y_b$  értéket kiejtjük.

Tangens értékek előjelei



3. ábra.

szert választottam a váltóállítás szabályainak ismertetéséhez. A Hamann Manus gépnél két váltóállítási szabályt kell megkülönböztetni s ezeket az 1. sz. táblázat tartalmazza.

Az első szabály arra az esetre érvényes, amikor a fejróvat szerint 1.) a B pont az I. vagy III. térfelületben van s ugyanakkor a  $\operatorname{tg} \delta_{BN}$  előjele „+”, 2.) a B pont a II. vagy IV. térfelületben van és a  $\operatorname{tg} \delta_{BN}$  előjele „-”. Ha már megállapítottuk, hogy a számítás tárgyát képező előzetes számításra az első szabály érvényes, a három váltóállást igen könnyű meg-

állapítani. Ehhez két fontos dolgot kell megjegyezni: 1.) ha a  $tg \delta_{AN}$  és  $tg \delta_{BN}$  különböző előjelű, akkor mind a három váltóállás negatív, 2.) a III. váltóállás minden esetben negatív. Tehát csak az I. és II. váltóállást kell még megállapítani.

Az I. váltóállást a  $tg \delta_{AN}$  és  $tg \delta_{BN}$  előjele dönti el: ha e két tangens érték előjele egyforma a váltóállás pozitív, ha különböző, akkor negatív.

A II. váltóállást előbbi szabályhoz hasonlóan a  $tg \delta_{BN}$  és a  $tg \delta_{AN} - tg \delta_{BN}$  különbség előjele dönti el: ha e két tangens érték előjele egyforma, a váltóállás itt is pozitív, ha különböző, akkor negatív.

Az itt letárgyalt első szabályt összehasonlítva Ács—Zelcsényi szakkönyvének 96. oldalán összefoglalt váltóállítási szabállyal azt találjuk, hogy a Hamann Manus géphez felállított első szabály teljesen azonos a Brunsviga váltós számológépre érvényes általános váltóállítási szabállyal. Eltérés éppencsak a jelölésben van, amennyiben ott a pozitív állás paralelnak, a negatív állás ellentétesnek van nevezve.

A Brunsviga váltós számológépet ez az általános váltóállítási szabály teljesen kielégíti. Miért van akkor szükség a Hamann Manus számológépnél a második szabályra? Erre nagyon egyszerű a felelet. A Brunsviga számológép fordulاتمérője két számsorral dolgozik: fehérrel és pirossal. A kétféle számsor jelentősége abban nyilvánul meg, hogy a piros számsor használata esetén minden gépi művelet ellenkező értelemben megváltozik. Mivel a Hamann Manus számológépnek ilyen számsora nincsen, egy másik váltóállítási szabályról is kellett gondoskodni.

A második váltóállítási szabályról egyszerű rátekintéssel meg lehet állapítani, hogy az mindenben ellenkezője az első szabálynak. Az előbb elmondottak alapján ez könnyen is érthető: ha a gép fordulاتمérőjének nincsen piros számsora, amely a műveletek értelmét megváltoztatja, egyszerűen a váltóállítási szabályt változtatjuk meg az ellenkezőjére. A második váltóállítási szabály tehát mindazokra az esetekre érvényes, amelyekre a Brunsviga váltós számológép használata esetén a piros beforgatás van előírva.

Mivel az említett gép használatában igen sok az értelmi összefüggés, részben összehasonlítás kedvéért, részben hasznos gyakorlati célokra a 2. sz. táblázatban összeállítottam a Brunsviga rendszerű váltós számológépre érvényes szabályokat is vitéz Ács Endre és Zelcsényi Géza mérnökök eljárása szerint.

Az 1. sz. táblázat gyakorlati alkalmazását a következő példa megoldásával mutatom be. Kiszámítandók az  $N$  ismeretlen pont koordinátái, amihez a következő adatok állnak rendelkezésünkre: 1. a koordináta jegyzékben a két ismert pont,  $A$  és  $B$  koordinátái, mégpedig

$$X_A = -112\ 091.15, \quad X_B = +60\ 708.57,$$

$$Y_B = -112\ 922.07, \quad X_B = +60\ 043.85;$$

2. a szögmérési jegyzőkönyvben az ismert pontokról mért és tájékozott délszögek:  $\delta_{AN} = 265^\circ 20' 11''$  és  $\delta_{BN} = 10^\circ 00' 28''$ .

A táblázaton a számológép sematikus rajza látható, amelyen a beállító szerkezet  $B$ -vel, a fordulاتمérő  $F$ -el és az eredmény sor  $E$ -vel van

jelölve. Ugyanott ábrázolva van, hogy melyik sorba milyen értékek kerülnek és minden számsornál hányadik számhelyre kell a tizedespontot elhelyezni. A rajz szerint *B*-be kerülnek a tangens értékek 6 tizedesjegynyi pontossággal, *F*-be lesznek az *X* értékek 3 tizedesjegynyi pontossággal s végül az *E* az *Y* értékeknek van fenntartva 9 tizedesjegynyi pontossággal. Ilyen beállítás mellett lehet a gép teljesítőképességét a legcélszerűbben kihasználni. De a tizedespontok kijelölése után azt látjuk, hogy az *E*-ben csak 4 egész számjegy marad, ami a felvett példánkhoz kevésnek bizonyul, mert az *Y* értéke 6 egész számjegyben van megadva. Nem marad más hátra, mint az *Y* értéket 112 000-el redukálni, hogy legfeljebb 3 egész számjeggyel dolgozhassunk, mert a 4-ik számjegyre esetleg az *Y* értékének kiszámításához lesz szükség. Az *X* értékek 5 egész számjegyből állnak, tehát az *F*-ben fennmaradó egész számjegyek száma éppen elegendő. Ezekután írjuk elő a felvett számpéldánkat, mégpedig mindjárt redukált alakban:

$$Y_A = - 91.15 \quad X_A = + 60\,708.57 \quad \delta_{AN} = 265^\circ 20' 11'' \quad \text{tg } \delta_{AN} = + 12.258\,568$$

$$Y_B = - 922.07 \quad X_B = + 60\,043.85 \quad \delta_{BN} = 10^\circ 0' 28'' \quad \text{tg } \delta_{BN} = + 0.176\,467$$

váltoállások: — — +  $\text{tg } \delta_{AN} - \text{tg } \delta_{BN} = + 12.082\,101$

$$Y_N = - 815.19$$

redukció: . . . — 112 000.00

$$Y_N = - 112\,815.19 \quad X_N = + 60\,649.51$$

Az előírás után mindjárt képeztük a  $\text{tg } \delta_{AN} - \text{tg } \delta_{BN}$  különbséget, amihez a  $\text{tg } \delta_{BN}$  előjelét meg kellett ugyan változtatni, de az előjelváltoztatást szándékosan nem tüntettem fel, nehogy a váltoállások megállapításában zavart keltsen. Most következik a három váltoállás megállapítása a táblázaton feltüntetett három képlet megoldásához. A fenti példában a váltoállások így vannak megjelölve: „— — +“. Hogyan állapítottuk ezt meg? Látjuk, hogy a *B* pont előjelei után ítélve a IV. térnegyedben van, a  $\text{tg } \delta_{BN}$  előjele pedig pozitív (+). Nézzük meg a váltoállítási táblázatban, hogy melyik szabály fejezetében találjuk meg ezt a feltételt: a másodikban. Tehát ennek a táblázatnak a függőleges rovatában megkeressük azt az előjel csoportot, amely az előírt példában a három tangens érték előjeleinek megfelel. Példánkban a három tangens érték egyformán pozitív. Ilyen előjel csoportot találunk a második szabály 3. függőleges rovatában s ez alatt van a keresett váltoállásoknak megfelelő három előjel: „— — +“. Itt meg kell még jegyezni, hogy mind a két váltoállítási szabály első és második függőleges rovatában a tangens különbségeknek megfelelő előjelek hiányoznak, mert ezek az első két előjel eltérése folytán a váltoállításra nincsenek befolyással. A tangens értékek előjeleit az illető délszög térbeli helyzete határozza meg. Az 1. sz. táblázat végén a tangens értékek előjelei is ábrázolva vannak mind a négy térnegyedben.

A számítás elméleti részével nem törődve most már megkezdhetjük az 1. sz. táblázat útmutatásai szerint a példának teljesen gépies megoldását. A táblázaton az egyes lépések sorszámozva vannak és ezek a sor-

számok körbe vannak foglalva. A 6. és 8. lépés sorszámára azért van kettős körrel ellátva, hogy az előírt művelet után ne felejtjük ki a számológépen jelentkező eredményeket kiírni.

1. lépés: a gép számsoraiban kijelöljük a tizedespontokat, mégpedig  $B$ -nél 6,  $F$ -nél 3,  $E$ -nél  $6 + 3 = 9$  számhelyet jelölünk ki a tizedesek számára, majd a futószán balszélső helyzetében  $E$ -be beállítjuk az  $Y_A = 91.15$  értéket a forgató korongokkal.

2. lépés:  $F$ -be ujjunkkal beállítjuk az  $X_A = 60\ 708.57$  értéket.

3. lépés:  $B$ -be beállítjuk a  $tg\ \delta_{AN} = 12.258\ 568$  értéket és a váltót az I. váltóállás szerint „—” jelre állítjuk.

4. lépés: a forgatókart annyiszor és olyan értelemben forgatjuk, míg az  $F$ -ben lévő  $60\ 708.57$  érték  $60\ 043.85$ -re, azaz  $X_B$  értékére átváltozik. (A továbbiakban az ilyen műveletet röviden átforgatásnak fogjuk nevezni.)

A 4. lépés befejezése után az  $E$ -ben jelentkezik  $Y_C = 8239.665320960$  értéke. Majdnem elérkeztünk az eredmény sor teljesítőképességének határáig. Ha történetesen az  $Y_C$  értéke 5 egész számjegyből állt volna, a 4. lépés után a jelző ablakot piros színt jelezve nyitva találtuk volna. Ez a számítás nem befolyásolja csak nagyobb figyelmet igényel a 6. lépésnél, amikor ezt az  $E$ -be el nem fért értéket kivonással csökkenteni kell. Ezért célszerű a jelző ablakot lezárni, hogy a 6. lépésnél feltárással viszont figyelmeztessen arra, mikor az  $E$ -ben lévő érték ismét  $10\,000$  alá süllyed. Egyébként az  $Y_C$  értékére más szükségünk nincs, ezért annak kijegyzését is mellőzzük.

5. lépés:  $B$ -be beállítjuk a  $tg\ \delta_{AN} - tg\ \delta_{BN} = 12.082\ 101$  érték-különbséget és a váltót a II. váltóállás szerint állítjuk. Jelen esetben váltóállást nem kell változtatni. Itt jegyezzük meg, hogy minden tangens érték beállítása után váltóállásra is kell figyelni. Ez a kettő mindig együttjár.

6. lépés:  $E$ -ben lévő értéket átforgatjuk  $Y_B = 922.07$  értékre. Ezt nem sikerül egészen pontosan elérni, csak  $922.068\ 357\ 704$  pontosságra, de ez teljesen elegendő. Az átforgatás után az  $F$ -ben jelentkezik a meghatározandó pont egyik koordinátája:

$$X_N = 60\ 649.506$$

Ezt a kiszámított értéket a megfelelő előjellel és kellő kikerekítéssel számítási jegyzőkönyvünkbe feljegyezzük.

7. lépés:  $B$ -be beállítjuk a  $tg\ \delta_{BN} = 0.176\ 467$  értéket, a váltót pedig a III. váltóállásnak megfelelően „+”-ra állítjuk.

8. lépés:  $F$ -ben lévő értéket átforgatjuk  $X_B = 60\ 043.85$  értékre s ennek az utolsó műveletnek elvégzése után  $E$ -ben jelentkezik a meghatározandó pont másik koordinátája:

$$Y_N = 815.190\ 060\ 352$$

Ez azonban redukált érték, melyet a számítás elején végzett redukciónak megfelelően és előjelhelyesen kell még kiegészíteni:

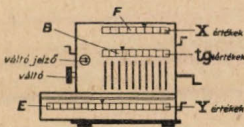


$$\begin{aligned}
 & - 815.19 \\
 & - 112\,000.00 \\
 \hline
 Y_N &= - 112\,815.19
 \end{aligned}$$

Befejezésül talán nem lesz érdektelen rövid párhuzamot vonni a Hamann Manus kétváltós és a Brunsviga rendszerű váltós számológép között, hogy az itt ismertetett kétváltós számológép előnyei és hátrányai ezáltal is szemléltetődjen jussanak kifejezésre.

Előzetes számítás  
Brunsviga váltós számológéppel.

A meghatározó pont száma	A meghatározó pontok		Tájékozott értékek		Ameghatározott pont koordinátái		
	A	B	Y	X	$tg\delta_{AN}$	$tg\delta_{BN}$	
59	767	① + 63 931.97	② + 1331.76	2 4 8	5 4	③ + 2'485 6279	$Y_N = + 63\,573.07$
	764	④ + 63 528.09	⑤ + 561.36	4 6	3 4	⑥ + 0'071 8466	$X_N = + 1\,187.37$
	F*)	≠ ≠ ††**)				⑦	⑧ + 2'413 7813



$$\begin{aligned}
 Y_C &= Y_A - (X_A - X_B) \cdot tg\delta_{AN} && \dots 1. képlet I. váltóállással \\
 X_N &= X_B - \frac{Y_C - Y_B}{tg\delta_{AN} - tg\delta_{BN}} && \dots 2. képlet II. váltóállással \\
 Y_N &= Y_B + (X_N - X_B) \cdot tg\delta_{BN} && \dots 3. képlet III. váltóállással.
 \end{aligned}$$

\*) Színmeghatározási szabály  
a ② művelethez.

- I.) B pont I. vagy III. negyedben:
- a)  $tg\delta_{BN}$  előjele: + ..... Fehér
  - b) " " " : - ..... Piros

- II.) B pont II. vagy IV. negyedben:
- a)  $tg\delta_{BN}$  előjele: + ..... Piros
  - b) " " " : - ..... Fehér

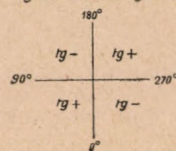
\*\*) Váltóállítási szabály

$tg\delta_{AN}$ előjele	+	-	+	-
$tg\delta_{BN}$ " "	-	+	+	-
$tg\delta_{AN} - tg\delta_{BN}$ előjele	+	-	+	-
I. váltóállás	↑↓	↑↓	⇒⇐	⇒⇐
II. váltóállás	↑↓	↑↓	⇒⇐	⇒⇐
III. váltóállás	↑↓	↑↓	⇒⇐	⇒⇐

Jelmagyarázat.

- ① Tizedespontrakt jelöljük,  $X_A$  értéket B-be beállítjuk és E-be beforgatjuk.  $F$  és B rögzítendő.
- ②  $X_B$  értéket E-be elől színnel beforgatjuk.
- ③  $tg\delta_{AN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót az I. váltóállás szerint állítjuk.
- ④ F-ben levő értéket átforgatjuk  $X_B$  értékére.
- ⑤  $tg\delta_{AN} - tg\delta_{BN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót a II. váltóállás szerint állítjuk.
- ⑥ E-ben levő értéket átforgatjuk  $Y_B$  értékére, F-ből  $X_N$  értéket kiolvassuk.
- ⑦  $tg\delta_{BN}$  értéket B-be beállítjuk, váltót a III. váltóállás szerint állítjuk, illetve hármaszor mindig ellenélesre állítjuk.
- ⑧ F-ben levő értéket átforgatjuk  $X_B$  értékére, végül az E-ből  $Y_N$  értéket kiolvassuk.

Tangens értékek előjelei:



4. ábra.

1. Már e közlemény elején említettem e gép szokatlan tulajdonságát, hogy a forgatókarral ellentétes forgatást nem lehet végezni. E helyett az I. váltót kell átállítani, ami nem sok időt vesz ugyan igénybe, de a visszaforgatás ennél kétségtlenül egyszerűbb. Bár ezt is vitatni lehet, mert

ügy tapasztaltam, hogy a gépszámítók nem szívesen alkalmazzák az el-  
lentétes forgatást.

2. Az előmetszés számításánál az  $Y$  értékeket jelentékenyen redukálni  
kellett. Ezzel szemben a Brunsviga számológép teljesítőképessége a 18  
számjegyes eredményssorral messze felülmúlja a Hamann Manus számo-  
lógépet. Ezt ugyan nem lehet szerkezeti hátránynak tekinteni, mert mi-  
előtt a Brunsviga számológépeket speciális geodéziai számításokra vet-  
ték volna használatba, azokat is csak a mainál rövidebb számsorokkal  
gyártották. Feltűnt talán, hogy a négyzetgyökvonás ismertetésénél nem  
emlékeztem meg Schmidt Béla okl. mérnök eljárásáról. Ezt is a számoló-  
gép kisebb teljesítőképességre vezetem vissza. A Schmidt-féle eljárásnál  
ugyanis a páratlan számok helyett 0.5, 1.5, 2.5 stb. számok sorozatát  
kell a gyökjelatti mennyiségből levonásba hozni. Ezzel az eljárással a be-  
állító szerkezet utolsó számhelyét nem lehet kihasználni, mert az utolsó  
számhelyre tizedes törtet már nem állíthatunk be. Tehát a másik eljárás-  
sal egy számjeggyel jobb eredményt lehet elérni. Mivel e számológép tel-  
jesítőképessége amúgyis kisebb a megszokottnál, így a Schmidt-féle  
négyzetgyökvonás végrehajtására annál kevésbé alkalmas.

A Hamann Manus számológép hátrányai inkább csak a számoló-  
gép kisebb teljesítőképességének tulajdoníthatók, amit megfelelő szerke-  
zeti kiegészítéssel tovább lehet fokozni. Valószínű, hogyha a gép geodé-  
ziai számítások céljára készült volna, a gép konstruktőre nagyobb ka-  
pacitásra szerkesztette volna meg ezt az elmés szerkezetű számológépet.

---

## Vegyes másodfokú egyenletek megoldása kettős számológéppel.

*Vincze Vilmos.*

A vegyes másodfokú egyenletek megoldása egyszerű (egyszeres)  
számológéppel, mint tudjuk az

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

tört számításából áll.\*

Kettős\*\* számológéppel a másodfokú egyenlet egyik gyökét köz-  
vetlenül kaphatjuk meg.

A számítás alapját az az ismert tétel képezi, melyszerint bármely

\* v. Acs E.—Zelcsényi G.: Számológép és alkalmazása.

\*\* A feladat megoldása, kettős Brunsviga számológépre vonatkozik.

szám négyzete előállítható mint a páratlan számokból alkotott számtani sor összege. Ugyanis

$$S = a + (a + b) + (a + 2b) + (a + 3b) + \dots + [a + (n - 1)b]$$

számtani sor összege

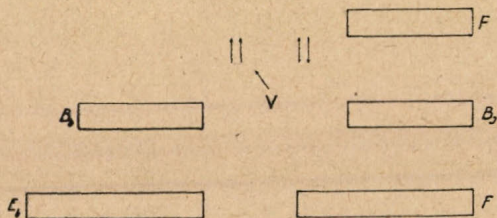
$$S = n \left[ a + \frac{(n-1)b}{2} \right]$$

Ha most

$$a = 1 \text{ és } b = 2$$

akkor

$$S = n^2$$



A kettős Brunsviga gép vázlatos rajza.

Jelöljük most már a kettős számológép (L. ábra.) fordulatomérőjét  $F$ , a bal illetve jobboldali beállítószerkezetet  $B_b$  és  $B_j$  -vel, továbbá a bal, illetve jobboldali eredménysort  $E_b$  ill.  $E_j$  -vel. — A két gép relatív forgásértelmét meghatározó váltót pedig jelöljük  $V$ -vel, mely lehet megegyező ( $\uparrow\uparrow$ ) és ellentétes ( $\uparrow\downarrow$ ).

Legyen a megoldandó másodfokú egyenlet céljainkra átalakított alakja:

$$x^2 \pm bx \pm c = 0 \quad \dots a.)$$

illetve

$$x^2 = \mp bx \mp c \quad \dots a^1.)$$

Keressük tehát azt az  $x$  számot, melynél az  $a'$  egyenlőség fennáll. — A feladat megoldásának lényege az, hogy a baloldali gépen képezzük az  $x^2$ -ot mint a páratlan számokból alkotott számtani sor összegét, a jobboldali gépen pedig képezzük az  $a'$  egyenlőség jobboldalát. Amikor az  $E_b$  -n lévő szám (amit jelöljünk num  $E_b$  -vel) egyenlő az  $E_j$  -én lévő számmal (num  $E_b$  -vel) vagyis amikor

$$\text{num } E_b = \text{num } E_j$$

akkor a  $F$ -en lévő szám a keresett  $x$ .

A számítás menete a következő:

1. lépés: megállapítjuk a tizedespont helyét, a gépet alapállásba hozzuk és  $E_j$ -be levisszük a  $c$ -t. Pozitív értelemben, ha

a)  $\text{sign } c = \text{poz}$  és

b)  $\text{sign } b = \text{sign } c$

más esetben  $c$ -t negatív értelemben visszük le.

2. lépés:  $B_j$ -be beállítjuk  $b$ -t.

3. lépés: Megállapítjuk a  $V$  váltó állását.

A váltó állása megegyező ( $\uparrow \uparrow$ ) ha:

a)  $\text{sign } b = \text{poz}$  de

$\text{sign } c = \text{neg}$  vagy pedig ha

b)  $\text{sign } b = \text{sign } c$

a váltó állása ellentétes ( $\uparrow \downarrow$ ) ha:

$\text{sign } b = \text{neg}$  és

$\text{sign } c = \text{poz}$

4. lépés: a  $B_b$ -be állítva 1, 3, 5, 7 stb. és minden állítás után a forgatókaron egyet forgatva úgy, hogy a baloldali gép pozitív értelemben forogjos, egész addig míg a  $E_b$ -n lévő szám egyenlő a  $E_j$ -n lévő számmal.

Amikor

$$\text{num } E_b = \text{num } E_j$$

akkor a  $F$ -n lévő szám  $x$  az egyenlet gyöke, ugyanis mivel a fordítókaron a  $B_b$ -n történt minden állítás után fordítottunk egyet, tehát a fordulatok száma a számtani sor tagjainak számával egyenlő. Vagyis mivel  $E$ -n az  $x^2$  áll, kell hogy  $F$ -n  $x$  álljon. De ha  $F$ -n  $x$  áll, akkor  $E_j$  lévő szám  $bx + c$  (A  $c$ -t  $E_j$ -re a számításunk elején vittük le.) Az így kapott gyök előjelét az  $a'$  egyenletbe való behelyettesítéssel állapíthatjuk meg. A másik gyököt az ismert

$$x_2 = \frac{c}{x_1}$$

összefüggésből kaphatjuk meg előjelhelyesen.

*Szám példa.*

Határozzuk meg az

$$x^2 = 20.000 - 1942 x$$

egyenlet gyökeit.

1. lépés: a számológépet alapállásba hozzuk, kijelöljük a tizedespontok helyét mégpedig úgy, hogy a fordulatomérőn 3, a beállítószerkezetekben 3 és az eredménysorokon pedig 6 legyen a tizedesjegyek száma. Majdpedig vigyük le 20.000-t  $E_j$ -be pozitív értelemben.

2. lépés: beállítjuk  $B_j$  -be 1942-t.  
 3. lépés: megállapítjuk a váltó állását. A váltó állása ellentétes ( $\uparrow \downarrow$ ) mert

$$\text{sign } c = \text{poz de}$$

$$\text{sign } b = \text{neg}$$

4. lépés: a baloldali gépen képezzük  $x^2$ -t egészen addig míg

$$\text{num } E_b = \text{num } E_j$$

Az alanti táblázat, a könnyebb megértés céljából, a számítást lépésről lépésre követi.

	$B_b$	$E_b$	$E_j$	$B_j$	$F$	
1. lépés			20000,000			
2. "			20000,000	1942		
3. "						Váltóáll. $\uparrow \downarrow$
4. "						
1. forgatás	10,000	100,000 <	580,000	1942	10,000	
2. "	30,000	400,000 >	neg	1942	20,000	vissza forg.
3. "	21,000	121,000 >	neg	1942	11,000	vissza forg.
4. "	20,100	102,010 <	385,800	1942	10,100	
5. "	20,300	104,040 <	191,600	1942	10,200	
6. "	20,500	106,090 >	neg	1942	10,300	vissza forg.
7. "	20,410	104,244 <	172,180	1942	10,210	
8. "	20,430	104,448 <	152,760	1942	10,220	
9. "	20,450	104,652 <	133,34	1942	10,230	
10. "	20,470	104,857 <	113,92	1942	10,240	
11. "	20,490	105,062 >	94,50	1942	10,250	vissza forg.
12. "	20,481	104,878 <	111,978	1942	10,241	
13. "	20,483	104,898 <	110,036	1942	10,242	
14. "	20,485	104,919 <	108,094	1942	10,243	
15. "	20,487	104,939 <	106,152	1942	10,244	
16. "	20,489	104,960 >	104,210	1942	10,245	

A 4. lépés részletezve a következő:

1. forgatás:  $B_b$  -be a tizedesek helyén beállítjuk az 1-t. A forgatókart negatív értelemben forgatva a számológépen a táblázatban jelölt számok jelennek meg. Most még

$$\text{num } E_b < \text{num } E_j$$

2. forgatás:  $B_b$  -be a tizedesek helyén állítjuk a 3-t. A forgatókart negatív értelemben forgatva a számológépen a táblázatba jelölt számok jelennek meg. Most már

$$\text{num } E_b > \text{num } E_j$$

ezért, a beállításon semmit se változtatva, a forgatókart pozitív értelemben forgatva az előbbi helyzetet állítjuk vissza.

3. forgatás:  $B_b$  -be a tizedesek helyén lévő 3-t a legközelebb lévő kisebb

páros számra 2-re állítjuk vissza és az egyesek helyén beállítjuk az 1-es számot. A forgatókart negatív irányba forgatva most is még

$$\text{num } E_b > \text{num } E_j$$

tehát semmit se változtatva, visszaállítjuk az előbbi helyzetet. (A forgatás előtt az eredménysort egy számjeggyel balra kell tolni.)

4. forgatás: a  $B_b$ -be az egyesek helyén lévő 1-t 0-ra változtatjuk és a tizedesek helyén beállítjuk az 1-t. A forgatókart egyszer negatív irányba forgatva, és az eredménysort, egy számjeggyel balra tolván még

$$\text{num } E_b < \text{num } E_j$$

5. forgatás:  $B_b$ -be a tizedesek helyén lévő 1-t, 3-ra növeljük és a forgatókart egyszer negatív irányba forgatjuk, még mindig

$$\text{num } E_b < \text{num } E_j$$

6. forgatás:  $B_b$ -be a tizedesek helyén lévő 3-t, 5-re növeljük és a forgatókart egyszer negatív irányba forgatjuk. Most már

$$\text{num } E_b > \text{num } E_j$$

tehát a forgatókar egyszeri pozitív irányba forgatásával visszaállítjuk az előbbi helyzetet.

7. forgatás:  $B_b$ -be a tizedesek helyén lévő 5-t, 4-re csökkentjük és beállítjuk a századok helyén az 1-t. Az eredménysort egy jeggyel balra tolván és a forgatókart egyszer negatív irányba forgatjuk.

Most a századok helyén végezzük el ugyanazt a műveletet, mint az előbb a tizedesek helyén egészen addig, míg a kívánt tizedesre a keresett számot meg nem kapjuk. Ebben a számításban  $x_1$ -t három tizedesre számítottuk és kaptuk, hogy

$$x_1 = + 10,245$$

és

$$x_2 = \frac{- 20000}{+ 10,245} = - 1952,171$$

Mint látjuk a feladat megoldásához a forgatókarnak mindössze 16 forgatása szükséges.

## Szemle.

### I.

Az alábbiakban közöljük *Silvian J. Pirson*-nak

**„Új geofizikai módszer olaj és gázkutatásoknál.  
A talajgázmérés sokat ígérő eszköz“**

címmel megjelent tanulmányát, mely a jelenleg annyira fontos földgáz és olajkutatások egyéb legújabb eljárását ismerteti.

Megjelent: „*The Oil Weekly*“ 1938. október 10-i számában.

Fordította: *Szecsödy Miklós*.

Az olvasót talán megtéveszti a cím, mert a módszer nem új és geofizikainak sem hívják tulajdonképpen. Elve ama gázok kémiai analizisén alapszik, melyek a földből szivárognak; ez a módszer az olaj- és gázkutatás legrégibb eszköze. Tulajdonképpen *geokémiai* kutató módszernek kellene nevezni és az irodalomban van is erre utalás. Mindazonáltal mivel a legáltalánosabban használt analizis *fizika-kémiai*, sőt bizonyos esetekben szigorúan *fizikai*, nem egészen indokolatlan az eljárást a geofizikai mérési módszerek közé sorozni. Most azután az újszerű alkalmazás révén a régi eljárás általánosan ismertté vált az Egyesült Államokban. A legújabb időkben az olajkutatás célul tűzte ki a szivárgó gáz *nehéz* szénhidrogénjének kimutatását, ami már magában véve a petróleumnak a mélyben való jelenlétét árulja el. Ilyen szivárgás rendszerint vetődés mentén jelentkezett és a gázforrások sok esetben úgy vízszintes, mint magassági értelemben, meglepő közelben volt a kimutatott felülethez. A geológus feladata volt a gáztartó réteg legvalószínűbb fekvésének megállapítása és a próbatúrás telepítése. Midőn a kutatás ebbe a szakaszba lépett, kitűnt, hogy a gáz a fölszín felé való törekvésében nem követi mindig a legkisebb ellenállású helyeket, hanem hogy e nyomás alatt álló gáz nyilvánvalóan tömör és egynemű közeten is áthalad, olaj vagy gázmező felett állandó szénhidrogén gázömlés történik a szabad levegőbe. Hogy biztosan kimutathassuk az egy bizonyos területen kitérő gázmennyiséget, nagyon kis mennyiségére tekintettel az analizist kellő pontossággal kell végezni.

A fizikus részére nem okoz nehézséget az olajmező feletti talajlevegőben a szénhidrogének kimutatása, bár néha az olajtároló réteg sok ezer lábnyi üledékkel van is lefedve.

Eredeti helyéről gázok három féle módon juthatnak a felszínre: *átthatolás, kiömlés és átszivárgás (diffúzió)* útján.

#### 1. Átthatolás.

A közetek nagy általánosságban kristályos szemcsékből sűrűbben, vagy ritkábban vannak felépítve és ennek megfelelően bizonyos százalékban üregeket és csatornákat tartalmaznak. Ezt mondják porozitásnak. A porozitás következménye az, hogy folyós és gázos anyagok (olaj és

gáz) a nyomás nagyságának megfelelően közlekedhetnek az anyagban. A porozus anyagnak ama tulajdonságát, hogy folyós anyagoknak a belső csatornáknak való mozgását lehetővé teszi, az anyag *permeabilitásának* nevezzük. Ez olyan fizikai tulajdonság, ami a laboratóriumban mérhető és *darcyknak*, vagy *millidarcyknak* szokás kifejezni. Egy bizonyos kőzetnek permeabilitása *egy darcy*, ha a kőzet egy  $\text{cm}^2$ -nyi metszetén át, az áramlás irányában 1 atm. nyomás mellett, 1 mp alatt, egy  $\text{cm}^3$  folyadék áramlik, ha a folyadék nyúlóssága (viszkozitása) egy tized súlyegységnyi. Hogy a különböző anyagok permeabilitásáról képet alkothassunk magunknak, az 1. összeállításban néhány adatot közlünk.

1. sz. összeállítás. Néhány kőzet permeabilitása.

Kőzet neve:

Bradford homokkő	Pennsylvaniából	5 md	—	10 md
Woodbin	„ Texasból	20 „	—	3000 „
Wilkokx	„ Oklahomából	75 „	—	350 „
Mészkö		0 „		1 „
Agyagpala		0 „		1 „

Miként látszik a permeabilitás tág határok között változó fizikai tulajdonság.

Valamely tartály feletti fedőréteg közép permeabilitásának számításánál figyelembe kell venni a vastagságot és az egyes rétegek permeabilitását. Az ilyen mennyiség számítása a következő formulával történhet:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h}{K_i}} \quad \dots \quad 1)$$

ahol  $K$  = az átlagos permeabilitás

$h_i$  = a vastagság és

$K_i$  = a rezervoár feletti valamelyik réteg permeabilitása.

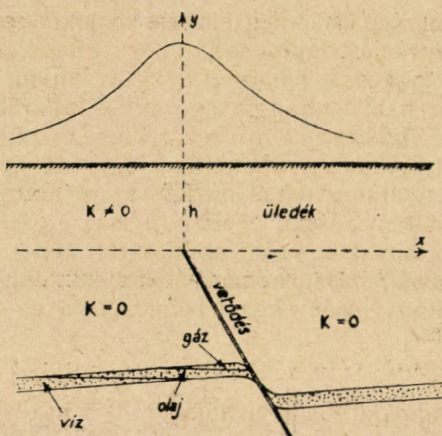
(1)-ből látható, hogyha egyik réteg teljesen áthatatlan:  $K = 0$ ,  $K_i$  értéke is = 0-val.

Ez az eset olyan olajmezőkön fordulhat elő, ahol a fedőréteg nagyon kis permeabilitású agyagpala. Vizes réteg hasonlóan csekély permeabilitású. Kétségesnek látszik ilyen formán, hogy az áthatolás lényegesen hozzájárulna a szénhidrogének felületi észlelhetőségéhez, mivel tartályok fölött legtöbbszörre található agyagpala és víztartalmú réteg. Ha tehát a szénhidrogén gázok jelenlétét a talajlevegőben meg akarjuk magyarázni, más jelenségekkel is kell számolnunk.

Szénhidrogén gázoknak áthaladása végbemehet ugyanis nyílások révén is, mint amilyenek a törések, vetődések stb.

Nézzük meg az 1. ábrát, amelyik egy általános, tiszta, jellegzetes alakja az olajelőfordulásnak a Balcon vetődési zónában. Ha a kőzet a vetődéses területen össze van törve, nagy permeabilitást kapunk és bőséges gázszivárgást. A szediment rendszerint nem sűrű s ezért magas





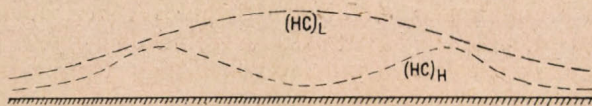
permeabilitású. Ilyen módon egy olajtartállyal kapcsolatos vetődés fel-fedezésének problémája egy számítási feladattá egyszerűsödik: meghatározni a forrástól a feltöltésen (földrétegeken) át kiömlő gáz mennyiségét. Ez a feladat megoldható *D'Arcy* törvénye segítségével, amely megadja, hogy a kiömlő gáz tömege ( $V$ ) arányos az anyag permeabilitásával ( $K$ ), a nyomás gradiensével  $\frac{\partial p}{\partial z}$ , a gázsűrűséggel  $\gamma$  és fordítva arányos az ömlő gáz viszkozitásával ( $\mu$ ), vagyis

$$V = - \frac{K \gamma}{\mu} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \dots 2)$$

Alkalmazva ezt a törvényt az *1. ábrán* feltüntetett alakzatra, ki lehet mutatni, hogy egy  $K$  permeabilitású vetődés esetében, ha a szediment  $h$  mélységű, a kiömlési sebesség a vetődést metsző szelvényen

$$V = - \frac{\pi K \gamma_0 \rho_s^2}{4 h \mu \rho_0 l_n} \cdot \frac{1}{\cosh \frac{\pi a}{2 h}} \dots 3)$$

$gr$  ( $cm^2$ )  $sec$ -ban kifejezve.  $\gamma_0$  a gáz fajsúlya 760 mm légnyomásnál,  $\rho_s$  a gáznyomás a felszínre jutás pillanatában. A szénhidrogén sűrűség eloszlása a föld felszínén *1. ábrán* látható. A 3. sz. egyenletből az is kiol-



vasható, hogy a talajban nagyobb gázsűrűség várható, ha a szediment vékony ( $h$  kicsi) és ha a  $\rho_s$  gáznyomás nagy.

A 3. sz. egyenletből számíthatjuk továbbá a szénhidrogén közelítő sűrűségét, mely a talajban a felszínhez közel észlelhető. Tételezzünk fel 30%-os porozitású talajt, 100 m vastag üledéket, 0,001 darcy permeabilitást. Legyen a gáz tiszta metán, 0,0185 egységnyi viszkozitással, 1 atm

nyomással a vetődésnél. Úgy a földfelszínen a kiömlés legnagyobb sebessége  $t = 1$  m szélességben

$$V = \frac{\pi \cdot 0,001 \cdot 0,5544 \cdot 0,0012 \cdot 2^t}{4 \cdot 10000 \cdot 0,0183 \cdot 1 \cdot \ln \frac{\pi}{400}} = 1,95 \cdot 10^{-10} \text{ gr (cm}^2\text{) sec} \quad . \quad . \quad 4)$$

Igy a sűrűség maximuma a talajgázban — feltéve, hogy a gázfelvétellel gyorsabb, mint a gáz kiömlése

$$\frac{1,95 \cdot 10^{-10}}{0,3 \times 0,0012} = 5,4 \cdot 10^{-5} \% \text{ tömegrre vonatkoztatva vagy } 0,975 \cdot 10^{-4} \%$$

térfogatra vonatkoztatva.

Meg kell jegyezni, hogy a közelből, a tartályból felfelé törekvő gáz változást szenved, mintegy fracionálódik, az egyes alkotórészek különböző viszkozitása miatt. Tehát az áthatolás révén a szénhidrogén gáz gazdagodik könnyű alkotórészekben.

Hogy áthatolás jöhessen létre, a fedőközet pórusainak megfelelő nagyságúnak kell lenni, de nem lehetséges alsó határt megállapítani, amelyen alul ez a tünemény nem a D'Arcy-törvény értelmében következne be. Minden valószínűség szerint ez az alsó határ függ a gázmolekulák nagyságától és a nyomástól, amely alatt a gáz áll.

## 2. Kiömlés.

Úgy definiálhatjuk, hogy gázömlés akkor következik be, ha két gáz-mennyiség szűk nyíláson át közeledik és ha a gáz nyomása akkora, hogy a nyílás átmérője kisebb, mint a gázmolekulák szabad úthosszúsága. Ha ez a feltétel ki van elégítve, a nyíláson át ömlő gáz mennyiség a gázok kinetikai elmélete alapján a következő formulával fejezhető ki:

$$\eta = \frac{a t \Delta P}{\sqrt{2 \pi MRT}} \quad . \quad . \quad . \quad 5)$$

ahol  $\eta$  a kiömlő molekulák száma

$\Delta P$  nyomáskülönbség a nyílás keresztmetszetében,

$a$  a nyílás területe,

$t$  az idő,

$M$  a gáz molekula súlya,

$R$  általános gázállandó,

$T$  abszolút hőmérséklet.

A kiömléskor a különböző gázok molekulái elkülönülnek, mert a gázkiömlés fordítva arányos a gáz molekulasúlyának négyzetgyökével. Így a *metán* gyorsabban ömlik, mint az *etán*, ez pedig bővebben folyik, mint a *propán*.

Újabbán *W. D. Urry*<sup>1</sup> ajánlott egy kifejezést a kristályos közeten át kifolyó gáz mennyiségének  $Q$ -nak meghatározására.

$$Q = d^2 \frac{\sqrt{2 \pi}}{6 l} \sqrt{\frac{RT}{M}} \Delta P \quad . \quad . \quad . \quad 6)$$

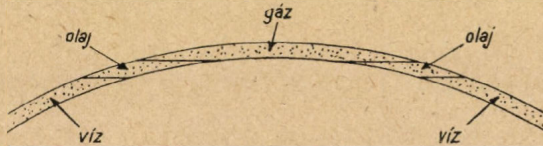
ahol  $l$  a kapillárisok hossza

$d$  a kapillárisok átlagos átmérője, ami függ a kristályok szerkezetétől.

A többi érték ugyanaz, mint fent.

(5) és (6) egyenletek csak a kapillárisok legkisebb méretére érvényesek; nem tartalmaznak ellentmondást miként első pillanatra gondolnánk, mivel (5) egyenlet molekulákra, (6) pedig térfogatra vonatkozik. Ama nyílás mérete, amelyre a formulák érvényesek, nem adható meg, mivel az függvénye a molekulák méreteinek, ami valószínűleg 5—100 *Angstrom* rendű egység, vagyis túlkicsi ahhoz, hogy a legerősebb mikroszkóppal is észlelhető volna.

(Megjegyzés: 1 *Angstrom* =  $10^{-8}$  cm.)



### 3. Atszivágás (Diffúzió).

Gázok *diffúziója* valamely szilárd testen keresztül tulajdonképpen kémiai jelenség és kristály rácsos tünemény, más szóval a gázmolekulák áthatolnak az anyag szerkezetének molekulái között s az elválasztó szilárd anyag másik oldalán előtűnnek. Ez a jelenség talán nagyon fontos tényező a szénhidrogének talajban való jelenlétének magyarázásánál, mivel megadja a szükséges felvilágosítást arra nézve, hogyan vándorolnak a gázok mészkő, agyagpala és víztartalmú rétegeken át. A gázok diffúzióját szilárd vagy folyékony közegen át *Fick* törvénye jellemzi, melynek értelmében valamely gáz diffúziója arányos, vagy a sűrűség, vagy a nyomás gradiensevel. Eszerint *Fick* törvénye kifejezhető sűrűséggel, vagy nyomással.

$$\text{Nyomással } \frac{dm}{dt} = -a \frac{dp}{dx} \quad \dots \quad 7)$$

$$\text{Sűrűséggel } \frac{dm}{dt} = -D \frac{dc}{dx} \quad \dots \quad 8)$$

ahol  $\frac{dm}{dt}$  azon tömegű gáz diffúziója, amely az időegység alatt egy  $\text{cm}^2$ -nyi területen áthalad, „ $a$ ” a diffúziós együttható nyomására, „ $D$ ” pedig sűrűségére.

$$\frac{dp}{dx} \text{ a nyomás gradiense,}$$

$$\frac{dc}{dx} \text{ a sűrűség gradiense.}$$

Mindkét esetben a diffúziós együttható ( $a$  és  $D$ ) függvénye azon

anyag atomtávolságának négyzetének, amelyen át a gáz diffundál. Felhívjuk a figyelmet arra, hogy a Fick-féle törvény ugyanolyan típusú, mint a D'Arcy-féle, amelyikről az áthatolásnál van szó. Ennek folytán azok a következtetések, amelyeket a szénhidrogénsűrűség görbéinek alakjára nézve az áthatolásnál levontunk, a diffúzióra is érvényesek.

D'Arcy és Fick törvényét egyesítve:

$$V = -\alpha \frac{dp}{dx} \quad . . . \quad 9)$$

ahol  $V$  a kiömlő gáztömeg sebessége úgy áthatolás, mint diffúzió esetében,

$\alpha$  a kombinált koefficiens,

$\frac{dp}{dx}$  a nyomásgradiens a kiömlés útjának mentén.

Jelenleg még nem ismeretes, hogy a kiömlés jelensége zavarja-e azt a törvényt, amelyik a (9) egyenlettel van kifejezve, de a jelen fejtegetések céljára feltehető, hogy (9) egyenletben az „ $\alpha$ ” együttható vonatkozik a kiömlésre is.

Úgy látszik, hogy „ $\alpha$ ” függvénye az olaj és földgáz feletti üledékközet permeabilitásának, a hézagok nagyságának, a gáz molekulásúlyának és viszkozitásának, a közet kristályos szerkezetének, az atomok közti távolságnak stb. Ezek szerint tehát ez elég összetett kifejezés és tekintve az alakulat bonyolult voltát, nem nagyon határozható meg. Értékére nézve kísérjük meg feltevással élni. Tektonikai mozgás szempontjából zavartalan, réteges üledékközetben  $\alpha$  értékét aránylag nagy területen állandónak vehetjük. Míg ha a rétegek gyűrtek és vetődöttek ez a feltevés minden további nélkül nem tartható fenn. Tehát épúgy, mint az olajkutatás más geofizikai módszerei esetében a talajgázkutatás eredményeinek interpretálásával fordulunk a geológusokhoz, aki otthon van úgy a geofizikában, mint a geológiában.

### Mezei munka.

Két mezei eljárás szokásos a talajgáz-minták gyűjtésére: egyik módszer összegyűjti a gázt a talajból, a másik kiásott földdarabokat gyűjt, hogy azokat a laboratóriumban desztillálva, a talajt alkotó szemcsék által elnyelt szénhidrogéneket összegyűjtse. Mindkét módszerben a mintákat néhány  $cm$ -től  $10 m$ -ig, sőt azon túl terjedő mélységből veszszük. A fúrások a felméréendő területen, vagy szelvények mentén, vagy pedig hálózatyszerűen végzendők.

Jelenleg még nagyon kevésbé ismeretesek az új geofizikai módszerrel kapcsolatban alkalmazott mezei és vegyvizsgálati eljárások. Úgy látszik, hogy az orosz kutatók a talajgázt lepecsételt üvegedényekbe gyűjtik, melyeket azután laboratóriumba szállítanak és ott megvizsgálják. Oroszországban egyszerű szállítható eszközt szerkesztettek. A kétféle eljárás eredményeit összehasonlítva elég jó megegyezést találtak.

Ami az *amerikai* eljárást illeti, Texasban történtek mérések, az irodalom<sup>2</sup> is megemlékezik róla, de semmit sem közöltek az elemző eljárás-

ról. Mégis úgy látszik, hogy a talajban levő nehéz szénhidrogéneket keresik és hogy azokon belül elkülönítésre nem törekednek. A vegyelemzés eredménye úgy látszik a talajminta súlyának milliomod részében van kifejezve.

Talajgázakat szénhidrogének utáni nyomozás szempontjából elemezve, az orosz kutatók nagyobb súlyt fektetnek a két részre való elkülönítésre: könnyű szénhidrogén frakciókra és nehéz szénhidrogén frakciókra ezeknek különleges jelentőségük (értelmük) van az interpretálásnál, miként később majd látni fogjuk. A két frakcióra való szétválasztás megfelelő *fagyasztó* eljárással történik és az analízis két csoportot szolgáltat: a *nehéz szénhidrogének csoportját*  $(HC)_H$  és a *könnyű szénhidrogén csoportot*  $(HC)_C$ . Egy harmadik index adódik, ha elégetjük a nehéz szénhidrogén csoportot, ez az ú. n. szénecsoport.  $(C)$ .

### Az adatok értelmezése.

A szénhidrogének kettéosztása nehéz és könnyű szénhidrogénekre, megkülönböztetni engedi az olajmezőt a gázmezőtől. A 2. ábrán a könnyű szénhidrogén sűrűségének jellemző szelvénygörbéi láthatók, olajat tartalmazó rétegek és azokra települt gáztartórétegek esetére.

Feltételezzük, hogy az üledék egységes és hogy vetődések nincsenek. A könnyű szénhidrogének  $(HC)_C$  sűrűsége maximumot okoz a gáztadó felett, míg a nehéz szénhidrogének  $(HC)_H$  sűrűség görbéje két maximumot jelez az alakulatnak azon a két része felett, ahol az olaj települet van. Ha az olajtároló rétegek mélyen vannak, a két maximum teteje kiszélesedik. Gáz- és olajmező közötti megkülönböztetés lehetősége fennáll, mivel gázmező esetében nehéz szénhidrogének nem észlelhetők. Orosz ismertetés közül az egyiket közöljük a 2. ábrán.

A 2. táblázatból látszik, hogy szénhidrogéngázok jelentősége akkor kezdődik, ha a szénhidrogén gáz sűrűsége a talajlevegőben egy a millióhoz, vagyis  $10^{-4}\%$ . Ebből következik, hogy eredményes talajgázkutatáshoz megkívánatik a fenti pontosság, vagyis a leolvasások egy a tízmilliomod biztonsággal történjenek. Az oroszok meghatározásaikat viszonylag kisebb olajmezők fölött végezték 3000 lábnyi rétegek felett és célszerűnek látták olyan eszközzel mérni, amelynek leolvasóképesége  $10^{-5}\%$ .

Kétféle interpretálási módszert javasolnak az orosz kutatók: az egyik *Sokolovtól* származik és a következő formulán alapszik:

$$Q = \frac{R}{h} \left( \operatorname{tg}^{-1} \frac{t-H}{h} + \operatorname{tg}^{-1} \frac{t-x}{h} \right)$$

$Q$  — a gázkiömlés közvetlenül a talaj felszínénél, egységnyi területen egységnyi idő alatt. A talajlevegőben levő gáz arányos a talajlevegő mennyiségével.  $R$  egy állandó, mely függvénye a geológia szelvény tulajdonságának, a gáznyomásnak és viszkozitásnak.

$H$  a végtelen hosszú gáztartóréteg mélysége,

$t$  a forrást tartalmazó sáv fél szélessége,

$x$  a próbafúrás fávolsága a talaj felszínén a gázforrás tengelyének vetületétől.

Az Antonov<sup>4</sup> által javaslatba hozott képlet a talajvizsgálatok interpretálásához, a Sokolovéhoz hasonló eredményeket ad. Antonov azt vitatja, hogy Sokolov képletei az ő munkáin alapulnak és hogy előbbi jogosulatlan kijelentéseket tett, melyek sok esetben téves hiedelmekre vezetnek. Antonov formulája, amely egy végtelen hosszú vízszintes fekvésű 2 szélességű gázforrásra vonatkozik a következő:

$$C = A \cdot \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin h \left( \frac{\pi}{2} \frac{t}{h} \right)}{\cos h \left( \frac{\pi}{2} \frac{x}{h} \right)} \quad \dots \quad (11)$$

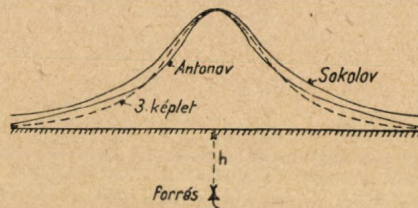
ahol a szénhidrogéngáz koncentráció a föld felszínének oly pontjában, mely  $x$  távolságban van az olajrezervoártól.

„ $Z$ ” az a mélység, ahonnan a földmintát vették.

„ $A$ ” állandó függvénye a fedőrétegek fizikai tulajdonságának, és az egész felmért területen állandónak van feltételezve.

„ $h$ ” az olaj- és földgáztelepülés mélysége a felszín alatt.

Hogy egy bizonyos területen összehasonlíthassuk Sokolov és Anto-



nov képletével meghatározott szénhidrogén eloszlását, a 3. ábrán felrajzoltuk mindkét törvényt alkalmazásával.

Ezek azután összehasonlíthatók a (3) képlettel kapott szénhidrogén eloszlással, mely szerző szerint a szigorú egyenlet. A (3) képletnek az az előnye, hogy a kifejezésben csupa mérhető mennyiség szerepel.

Hogy (3), (10) vagy (11) formulákat alkalmazhassunk a talajgáz mérések interpretálására, a  $t$ -nek és  $n$ -nak különböző értékeket kell adnunk és azokkal teoretikus koncentrációs szelvényeket kell számítanunk; mindaddig folytatva számításokat, amíg az észlelésnek megfelelő  $t$  és  $h$  értékeket nem kapunk.

A gázvizsgáló módszer tehát a tároló kőzetben uralkodó gáznyomás valószínű értékének megállapítására nézve bizonyos lehetőséget nyújt. Antonov<sup>6</sup> a következő formulát állította fel erre vonatkozóan:

$$PN = K_{\max} \cdot H^t$$

amelyikben  $P$  a nyomás,

$N$  koefficiens, mely függvénye a mért gáz típusának és a fedőrétegnek,

$K_{\max}$  a talajlevegőben előfordulható legnagyobb koncentráció,

$H$  a réteg mélysége,

$N$  értéket meg kell határozni egy adott területre, egy bizonyos olaj-tároló zónára.  $H$  mélységet meg kell becsülni egyrészt a felmérésből, másrészt a gázkoncentráció szelvény görbéjének alakjából.

A (3) formulán kívül, amely megadja a szénhidrogén eloszlását egy permeabilis réteg alatt rejlő végtelen hosszú forrásra vonatkozóan, újabb közlések jelentek meg az irodalomban, tárgyalva az olaj és gáz-felhalmozódás, valamint ezzel összefüggően a talaj szénhidrogén tartalmát.

*F. E. Rosaire*<sup>7</sup> volt az első, aki pártfogásába vette az utóbbi teóriát a talajgáz eloszlásáról és közölt egy térképet a texasi *Hastingsfield* felméréséről, amely megerősítette azt az elgondolását, hogy csekély elkövesedés, vagy elkérgesedés következik be egy só dóm felett, ha a szedimentbe egy felemelkedő sötömb nyomul be. Ez a magyarázat nagyon elhihető és igazolást nyert más kutatók<sup>8</sup> részéről a *Pierce Junction* só dóm felett. Minden esetre a tárgyalt geofizikai kutatási mód nincs kötve só dómos és vetődéses területekhez. Orosz kutatók kimutatták, hogy kis sűrűségű szénhidrogén gázak előfordulnak enyhén hajlott, vagy gyüretlen olajtartó rétegek feletti talajlevegőben. *Sokolov*<sup>9</sup> közöl a töménység eloszlására vonatkozó adatokat ilyen mezőről az orosz *Schubar—Kuduk-ból*.

## 2. számú táblázat.

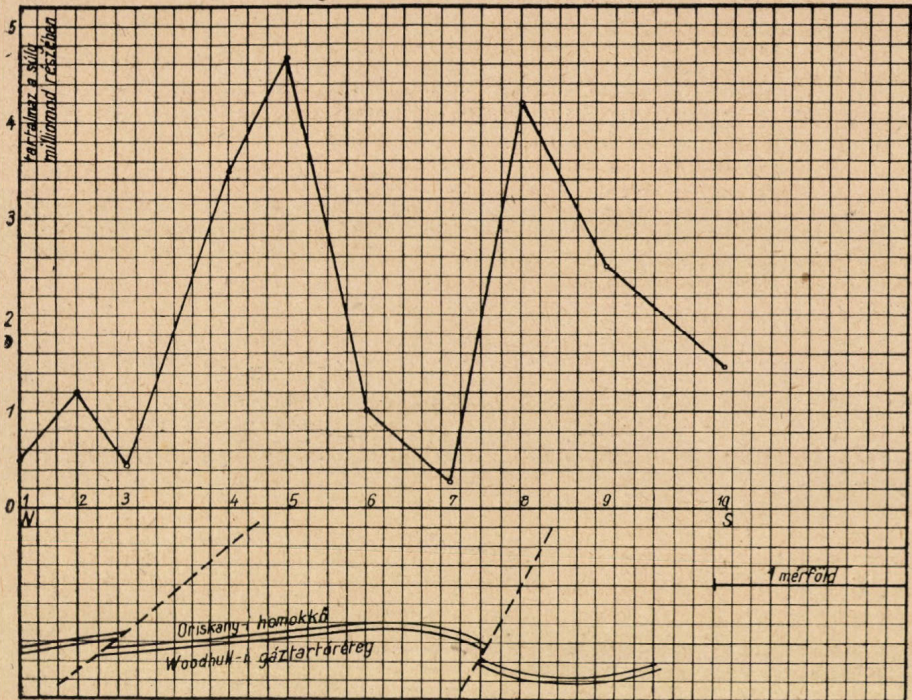
Nehéz és könnyű szénhidrogének különböző orosz olajmezőkről.

Vidék	Nehéz szénhidrogén 10—5%	Könnnyű szénhidrogén 10—0%	Megjegyzés
Kala .....	800	180	Olaj tartalommal
Tshimbaevo .....	266	32	„ „
Surkhani .....	1300	.....	„ „
Tchoguelek .....	89	45	„ „
Aian .....	10	10	Száraz
		140	Gáz csekély mélységben
Kalitzki Volcano ...	10		ben
Shalyqui .....	20	12	Száraz

A helynevek angol helyesírással vannak írva.

Hogy a szerző a módszer használhatóságáról meggyőződjék a *New York* állambeli *Woodhull* gázmezőről 10 gázmintát analizált meg. Ismeretes, hogy egy bizonyos százalék etán és kis mennyiségű nehezebb szénhidrogén van jelen abban a gázban, melyet *Oriskány* homokkőből nyertek. Így bebizonyosodott, hogy egy eljárás, amely az irodalomban tűnt fel, pozitív gyakorlati eredményt ad. Arra való tekintettel, hogy a talajban levő kolloid anyagoknak nagy elnyelő képességük van a szénhidrogén gázokkal szemben, az mutatkozott a legjobb eljárásnak arra nézve, hogy etánt mérhető mennyiségben kapjunk, hogy tényleges földdarabokat használtunk mintáknak. A mintákat 1937 október 29-én gyűjtöttük össze, nemsokára azután, hogy a mezőt felfedezték, midőn a gáznyomás már 1950 font volt négyszöglábonként és a fúrás megkezdődött. Mégis csak ennek az évnek (1938) a közepén találtunk

az analízisre nézve olyan kielégítő módszert, amelynek segélyével a különböző gázokat szétválasztottuk. Az analízis eredménye a 4. ábrán lát-



ható. Két erős maximum mutatkozik, egyik a 4 és 5, a másik a 8 és 9 állomások között.

Megjegyzendő, hogy ezek a maximumok nem esnek össze a mező határaival és hogy kb. fél mérfölddel (800 m) el vannak tolvá dél felé. Ismeretes az is, hogy a déli *New York* és északi *Pennsylvania* övezetben a gázmezők vetődései meredek szögben észak felé esnek.<sup>9</sup> Nagyon valószínű, hogy a két maximum jelzi, a *Woodhull* a mezőn a vetődések kibúvásának határait.

#### Következtetések.

A közölt értekezés hangsúlyozta a talajgáz mérés nagy lehetőségeit, sok fontos adat meghatározása szempontjából. Legfőképen annak eldöntésére alkalmas ez a módszer, hogy egy feltárt réteg tartalmaz-e olajat vagy gázt.

#### Irodalom.

1. *W. D. Urry* — The diffusion of Helium through cristalline substances and the molecular flow through rock masses *Jour. Am. Cem. Soc.*, Vol. 55. pp. 3242—3249. Aug. (1933.)

2. *Mitchel Tucker* — Soil Analysis Surveys Being Made as an Aid in Geophysical Studies. *The Oil and Gas Journal*, June 23, 1938. p. 20.



3. V. A. Sokolov — Methods of Interpretation of Gas Survey, Neftianoe Khoziaistvo, Vol. 17. No. 5. pp. 18. 23. (1936) (Oroszul).
4. P. L. Antonov — Contribution to the Theory of Gas Survey, Neftianoe Khoziaistvo, Vol. 26. No. 5. pp. 19. 23. (1934) Oroszul. Contouring Oil Fields by the Gas Survey. Neftianoe Khoziaistvo. Vol. 28. No. 10. pp. 33. 35. (1935) Oroszul.
5. P. L. Antonov — On the Fundamental Equations of Gas Survey, Neftianoe Khoziaistvo, Vol. 18. No. 1. pp. 29. 32. (1937) Oroszul.
6. P. L. Antonov — Estimation of Oil Field Pressures by Gas Survey. Neftianoe Khoziaistvo, Vol. 17. No. 8. pp. 29. 31. (1936) Oroszul.
7. E. F. Rosaire — shallow Stetigraphic Variations over Gulf Coast Structures, Geophysics, March. 1938. pp. 96—121.
8. J. Brian Eby — Newer Trends and Methods in Geophysical Exploration. Midyear, Petroleum Engineer. 1938. pp. 31—40.
9. J. French Robinson. et al — Subsurface Structural Geology of the Northern Pennsylvania and Southern New York Gas Fields. Proceedings of the Petroleum and Natural Gas Conference, 1932. pp. 9—18.

## II.

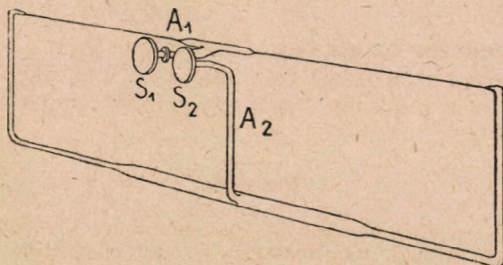
## Egy új graviméter.

(G. Nörgaard: Un gravimètre nouveau et des mesures à l'île de Bornholm.<sup>1</sup>)

A készüléket a Dán Geodéziai Intézet szerkesztette. Lényege egy kvarc keretben kifeszített mintegy 0.2 mm vastag és 12 cm hosszú kvarc fonál. A fonálhoz középen az  $A_1$  kar van erősítve. A fonál olyan mértékben meg van csavarva, hogy a keret vertikális és a fonál vízszintes helyzete mellett az  $A_1$  kar súlyából eredő forgató nyomatékot a torziós nyomaték kiegyensúlyozza. Az  $A_1$  kar  $S_1$  része konkáv tükörként van kiképezve. A kerethez mereven kapcsolódó  $A_2$  karon  $S_2$  egy teljesen hasonló konkáv tükör. A keret toluollal, illetve különféle alkohollal töltött krómzott rézhengerbe van zárva.

Nyilvánvaló, hogy az  $A_1$  karra ható nehézségi erő forgatónyomatéka a keret billentésével változik. A  $g_0$  nehézségi gyorsulás értékkel jellemzett kiinduló állomáson tehát a keret  $i_0$  dölése mellett lesz a két tükör tengelye párhuzamos. Ha a nehézségi gyorsulás  $g_1$ -re változik a párhuzamos tengely-helyzet visszaállítása végett a dölési szöget  $i_1$ -re kell változtatni. Azaz általában:

$$g_0 \cos i_0 = g_1 \cos i_1 = \dots = g_k \cos i_k$$



<sup>1</sup> Die Tätigkeit der Baltischen Geodätischen Kommission in den Jahren 1938—1941, Helsinki, 1942.

amiből a mérési eredmények kiértékelésének rendkívül egyszerű volta is kiolvasható.

A készüléket Bornholm szigetén úgy az időjárási viszonyok, mint az észlelési hely geológiai alkata, valamint a szállításra használt közlekedési eszköz szempontjából a legkülönbözőbb körülmények között igen jó eredménnyel próbálták ki. A hőmérsékleti hatás olyan mértékben ki van egyenlítve (egy az  $A_1$  karra erősített platina gyűrű útján), hogy a készüléket szabadon, — az említett rézhengeren kívül más védőburok nélkül, — háromlábú asztalkára helyezve használhatták.

A mérési eredmények középhibája általában  $\pm 0.2$  mgal volt. A műszer érzékenységre jellemző, hogy egy a környezetének sűrűségét csak 0.3-el meghaladó 40 m széles diabáz réteg által okozott mintegy 0.5 mgalnyi rendellenességet élesen kimutatott.

Homoródi L.

## Az Állami Földmérés közleményei.

### Cím- és jelleg-adományozás.

A Kormányzó Úr Ő Főméltósága dr. Hazay István és dr. Futaky Zoltán műszaki főtanácsosoknak a miniszteri tanácsosi címet és jelleget, Csontai Ágoston, vitéz Tóth Lajos és Ajkay Arnold műszaki tanácsosoknak a műszaki főtanácsosi címet és jelleget, Ács Elemér, vitéz Ács Endre, Borszéki Sándor, Lányi Dezső, Rédey László és Illés István főmérnököknek a műszaki tanácsosi címet és jelleget, dr. Bükky Dezső és Szemes László mérnököknek a főmérnöki címet és jelleget adományozta.

### Kinevezés.

A Kormányzó Úr Ő Főméltósága Csala Imre miniszteri tanácsosi címmel és jelleggel felruházott műszaki főtanácsost miniszteri tanácsossá, Móser Károly, Polgár György, vitéz Dienes Jenő, Bodor János, Lengyel Jenő és Csomor Elemér műszaki főtanácsosi címmel és jelleggel felruházott műszaki tanácsosokat, Csóti Illés, Friedsam Vilmos, Bogisisch Rezső és vitéz Vámos János műszaki tanácsosokat műszaki főtanácsosokká kinevezte.

A m. kir. pénzügyminiszter Kvisz Ernő, Kőnczey Sándor, Fenyődy Árpád, Gröbl Gusztáv, Kisszalacsi Menyhért és Derzsi István műszaki tanácsosi címmel és jelleggel felruházott főmérnököket, Szőke Béla, Móser Ervin, Meszlényi Antal, Regula Ede, Merkl Gyula, dr. Szőke Árpád, Szatmári László, vitéz Szele Dezső, Simon József, Gyöngyösy Imre, Török Árpád, Tóth István, vitéz Kelédy Béla, Hidvéghi Gyula, Sándor Ferenc, Horváth István és Poronyi Zoltán főmérnököket a VII. fizetési osztályba műszaki tanácsosokká, Nagy Béla I. és Kardos Mihály ideiglenes minőségű főmérnököket a VII. fizetési osztályba ideiglenes minőségű műszaki tanácsosokká, Nagy Béla II., Geschwind Rezső, Róth

Szilveszter és Veleznay Keresztély főmérnöki címmel és jelleggel felruházott mérnököket, Paróczy Vendel, Gergelyffy Ferenc, dr. Bendefy László, Császár Ferenc, Ján László, Fülöp István, Feledi Károly, Ráczkevy István, Milasovszky Béla, Balthazar László, Lukács István, Gorka Ferenc, Szilágyi Béla, Téglás Sándor, Kovács Ferenc, Zimányi József, Eigner Alajos, Lóránt Ödön és Schmidt Béla mérnököket a VIII. fizetési osztályba főmérnökökké, Moldausuk Mihály és Jánosovits József ideiglenes minőségű mérnököket a VIII. fizetési osztályba ideiglenes minőségű főmérnökökké, Nemcsik István, vitéz Papp Zoltán, Kánai Sándor és Gonda József mérnöki címmel és jelleggel felruházott segédmérnököket, Bakó Gyula, Popovics Szergej, Kralovánszky Ödön, Gaál Ödön György, Tari András, Váradi János, Oniscsenkó Demeter és Held Károly segédmérnököket és Király Andor ideiglenes minőségű segédmérnököt a IX. fizetési osztályba mérnökökké, Glóba Michajlenko Konstantin, Bakumenko Kornél, Polyanszky Sándor, Bella János, Romancsenko Miklós és Horváth Mátyás ideiglenes minőségű segédmérnököket a IX. fizetési osztályba ideiglenes mérnökökké, Nagy Remig mérnökgyakornokot a X. fizetési osztályba segédmérnökke és Bugajev Demeter okl. mérnököt a X. fizetési osztályba ideiglenes minőségű segédmérnökke kinevezte.

#### Athelyezés.

A m. kir. pénzügyminiszter Suba Árpád műszaki tanácsost a budapesti 9. földmérési felügyelőségtől a bajai 17. földmérési felügyelőséghez, Császár Ferenc főmérnököt a szegedi 10. földmérési felügyelőségtől, Hidvégi Emil mérnököt a pápai 19. földmérési felügyelőségtől és vitéz Papp Zoltán mérnököt a szegedi 10. földmérési felügyelőségtől a budapesti 22. földmérési felügyelőséghez, Tóth József mérnököt a győri 18. földmérési felügyelőségtől a bajai 17. földmérési felügyelőséghez athelyezte.

#### Nyugdíjazás.

Móser Károly műszaki főtanácsos, Rózsa József műszaki tanácsos és Paróczy Vendel főmérnök nyugalomba helyezettek.

#### Doktorráavatás.

A m. kir. József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Bánya-, Kohó- és Erdőmérnöki Karán Sopronban Milasovszky Béla főmérnököt a műszaki tudományok doktorává avatták.

#### Halálozás.

Reiner Ferenc műszaki főtanácsos elhunyt.



## **Kérelem előfizetőinkhez!**

Mivel az előfizetők kis száma miatt a Közlöny kiadása egyre nagyobb nehézséggel jár, tisztelettel kérjük előfizetőinket, hogy a minden köszönetet kiérdemlő támogatásukon felül legyenek szívesek újabb előfizetők gyűjtésével is segítségünkre jönni. A hazai geodéziai tudomány fejlesztése érdekében vállaltuk a Közlöny kiadásának és szerkesztésének fárasztó és kockázatos munkáját s nagyon szomorú volna, ha a geodéziával foglalkozók közönye miatt vállalkozásunkkal fel kellene hagyni. Kérjük előfizetőinket, terjesszék a Közlönyt ismerőseik körében, továbbá igyekezzenek rábírní a könyvtárral rendelkező intézményeket, hogy a Közlönyt járassák.

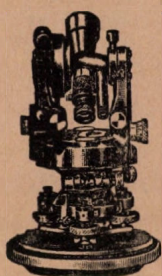
**A Szerkesztőség.**



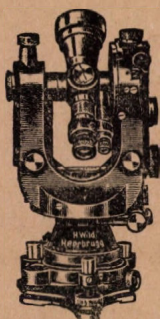
# WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körsztásnál:

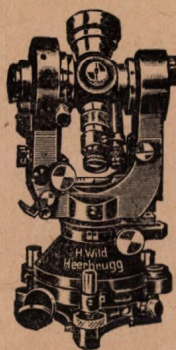
Tájélos teodolit	T0	1'	Egyetemes teodolit	T2	1"
Ismétlő teodolit	T1	6"	Preciziós teodolit	T3	0.2"



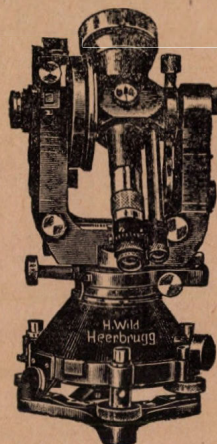
T<sub>0</sub>



T<sub>1</sub>



T<sub>2</sub>



T<sub>3</sub>

## A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz) „minden feladathoz a megfelelő műszert“

jelszóval állította össze ezt e négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

Vezérképviselet:

**„GAMMA“** FINOMMECHANIKAI  
GYÁRTMÁNYOKAT  
ÁRUSÍTÓ K. F. T. BUDAPEST.

Székház:  
IX., KÖZRAKTÁR-U. 20/A.

Mérnöki szaküzlet:  
IV., APPONYI-TÉR 1.



**MAGYAR  
OPTIKAI MŰVEK  
RÉSZVÉNYTÁRSASÁG**

**BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA. 35-43.**

Sürgöncím: „MOMER“

TELEFON 150-065\*, 150-045\*.

**TEODOLITOK**

\*

**EGYETEMES MŰSZEREK**

\*

**TAHIMÉTEREK**

\*

**FELRAKÓK**

\*

**MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK**

\*

**MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK**

\*

**LÁTCSÖVEK**



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
**OLTAY KÁROLY**

Főmunkatárs:  
**SZILÁGYI BÉLA**

Előfizetési ára: egész évre 16 pengő, félévre 8 pengő, negyedévre 4 pengő.

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

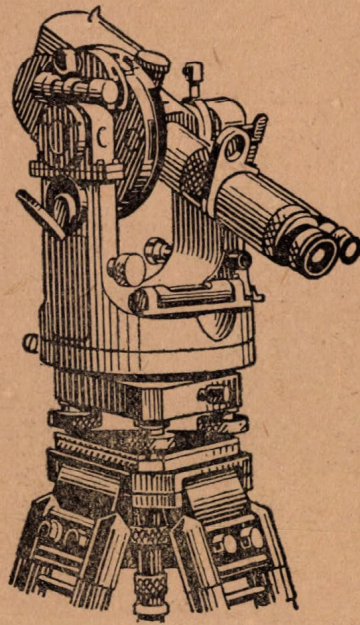
Postatakarékpénztári csekk számla száma: 45.223.

## TARTALOM:

<i>Oltay Károly</i> : Kinematikus tengelyrendszerű teodolit vizsgálata ...	51
<i>Dr. Haáz István Béla</i> : A normálegyenletek megoldása középérték-képzéssel ...	68
<i>Oltay Károly</i> : A Wild-féle diagramm-tahiméter ...	71
<i>Hankó Géza</i> : Kiegészítés <i>Oltay Károly</i> : Újabb adatok a légi-fotogrammetriának a magasságmeghatározásban elérhető pontosságára“ című cikkhez ...	83
Szemle ...	87
Földmérő Magánmérnökök Országos Egyesületének közleményei ...	89
Az Állami Földmérés közleményei ...	93

Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklaapon beküldeni szíveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő. Kéziratokat nem őrzünk meg.



**Egyszerű kezelés.  
Gyors és pontos leolvasás.  
Célszerű, tömör és tetszetős kivitel.  
Könnyű súly.**

**Ezek lényegesebb tulajdonságai a**

**ZEISS**  
**MÉRNÖKI MŰSZEREKNEK**

**Vezérképviselő: RÁD MIKLÓS**  
**Budapest, VI., Andrásy-út 52. T.: 116—640.**

**CARL ZEISS**  
**JENA**



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
OLTAY KAROLY

Főmunkatárs:  
SZILAGYI BÉLA

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

Előfizetési ár: egész évre 16 pengő,  
félévre 8 pengő, negyed évre 4 pengő.

Megjelenik évente négyszer,  
összesen legalább 12 iv terjedelemben.

## Kinematikus tengelyrendszerű teodolit vizsgálata.

Oltay Károly.

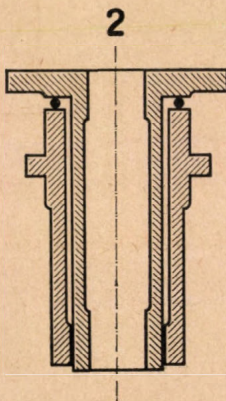
A modern geodéziai műszerek szerkesztésében már nagy és elévülhetetlen érdemeket szerzett *dr. H. Wild* az elmúlt években ismét új és eredeti szerkezetű műszerekkel s különösen teodolitokkal lepte meg a geodéziával foglalkozó szakköröket. Ezeket a műszereket a *Kern et Co. A. G.*, aarauri cég gyártotta és hozta forgalomba.

Ezek a teodolitok már külsejükkel, főleg azok kompéndiozus voltával nagyon eltérnek az eddigiektől, de ezenkívül a belső szerkezetben levő eredeti újításai miatt is nagyon figyelemre méltóak.

A Műegyetem Geodéziai Tanszéke beszerzett egy ilyen *Wild—Kern*-féle *DKM 2* jelzésű, *szabatosabb* mérésekre szolgáló teodolítot s ennek részletes vizsgálata útján megállapítani igyekeztem azt, hogy a kiváló műszerszerkesztő által kitűzött célok elérése mennyiben következett be.

### 1. A műszer leírása.

*Wildet* az új műszer szerkesztésében is az a régi és minden elismerést kiérdemlő törekvés vezette, hogy olyan kis méretű, könnyen szállítható és

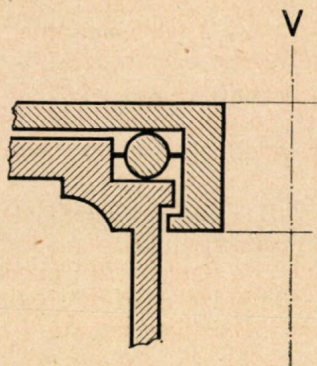


1. ábra. Hengeres tengely sémája.

kezelhető teodolit típust létesítsen, amely alkalmas nagyobb szabatoság elérésére.

Abból az elgondolásból indult ki, hogy a szokásos hengeres tengelyrendszer (1. ábra), egyrészt a szükséges szabatos vezetés miatt a műszer alsó részében nagyobb szerkezeti magasságot kíván, másrészt, hogy a csap és a persely közötti játék lecsökkentése csak egy bizonyos határig történhet s ez a határ szabja meg a szögmérésben elérhető pontosság szélső értékét.

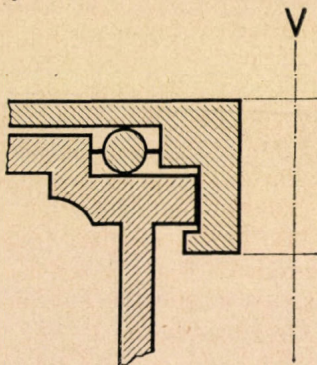
A játék kisebbitése elvileg a kinematikus tengelyrendszerrel érhető el. (2. ábra).



2. ábra. Kinematikus (golyóscsapágyas) tengely sémája.

Wild ezért elveti a hengeres tengelyt s helyébe állítja a kinematikus, a golyós csapágyas tengelyt.

Tengelyrendszere elvét sematikusan a 3. ábra, részletesen pedig a 4. ábra alsó része mutatja.



3. ábra. A Wild-féle félig kinematikus tengely sémája.

E szerint a Wild-féle tengelyrendszer csupán félig kinematikus, mert belül egy kis magasságú hengeres vezetés van.

Kétségtelen, hogy ez a tengelyrendszer kisebb szerkezeti magasságot kíván, tehát vele Wild kétségkívül elérte első célját, a műszer alsó részének lényeges egyszerűsítését s vele a méretek csökkenését.

A második célját azonban nem érthette el, — ezt az alábbi vizsgálatok

is igazolni fogják — mert a belső hengeres vezetés szabatoságát a persely és a csap közötti játék itt nagyobb mértékben befolyásolja mint a szokásos, hosszú vezetésű hengeres tengelyeken.

\* \* \*

A DKM 2 típusú teodoliton, melynek metszetét a 4. ábrán, perspektív képét pedig az 5., a 6. és a 7. ábrán láthatjuk, a fentín kívül a következő újításokat találjuk:

1. Az állvány felső részén gömbcsuklós talplemez van (4. ábra, alul). A műszer az állványra helyezés alkalmával erre a lemezre kerül. Ez a berendezés lehetővé teszi azt, hogy a talplemez libellája segítségével a műszer tengelyét közel függőlegessé lehet tenni.

Ennek az a nagy gyakorlati előnye van, hogy a talpcsavarokkal a szabatos függőlegessé tétel céljából csak kevés mozgatót kell végezni, tehát a talpcsavarszárok rövidebbek lehetnek, mint a szokásos szerkezetű teodoliton.

Megjegyzem, hogy Wild az első teodolit példányokon a talpcsavarokat is mellőzte s helyettük vízszintes, excenteres horonnyal ellátott szerkezettel (spirálmenet) végezte el a tengely két irányú dütését. Ezt a szerkezetet, valószínűleg drága előállítás miatt az újabb példányokon már elhagyta s azokat a 4. ábrán metszetben látható, gondosan készített rövid talpcsavarokkal pótolta.

A talpcsavarnak és az állvány felső részének részletes szerkezeti rajzát a 4. ábrán alul láthatjuk.

2. Jelentős újítás az, hogy a leolvasó berendezésül az átvétítő lencsés megoldást alkalmazta. E leolvasó berendezés lényege az, hogy egy központi lencsével a tulsó oldalon levő beosztásvonalakat átvétítjük az innenső oldalra, tehát az okulárison átnézve kettős beosztást látunk: A kettős vonások egyike maga a beosztásvonal, másika pedig a tulsó oldalon  $180^\circ$ -ra eső beosztásvonal képe.

Az optikai mikrométeres leolvasó mikroszkóp látómezejét a 4. ábrán jobb oldalt látjuk és pedig külön a  $360^\circ$ -os, külön a  $400$ -as beosztásra. A  $360^\circ$ -osra vonatkozót külön is feltüntettük a 8. ábrán. Ezen a felső két beosztás a vízszintes körnek (középen) és a magassági körnek (felül) beosztása, az alsó a közös mikrométeres beosztás, amelyről az egyes percek, a másodpercek és becsléssel azok tized részét lehet leolvasni.

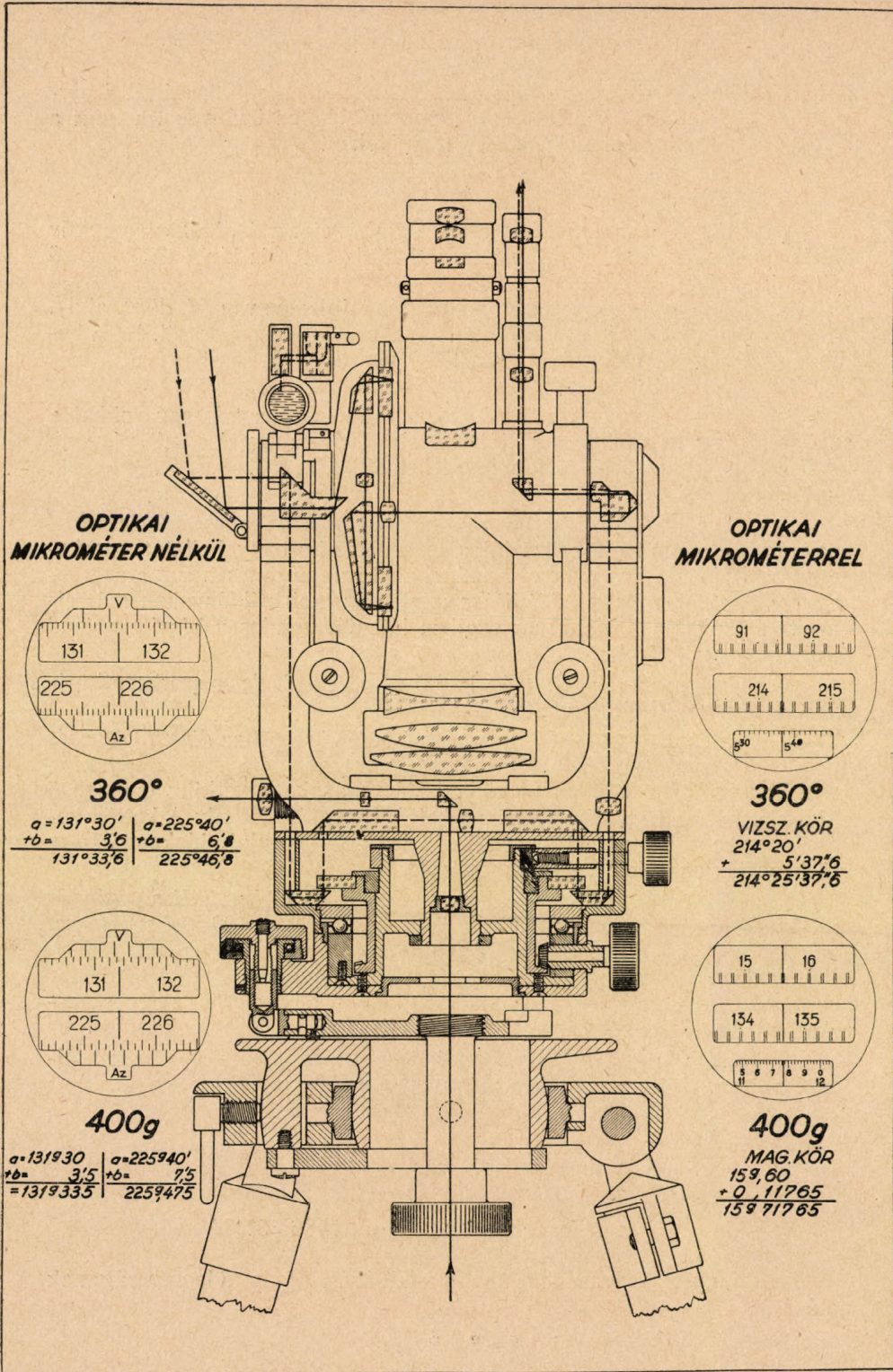
Leolvasás előtt az indexszálat a két beosztásvonal felezőjébe kell állítani s akkor alul a percek és a másodpercek számát lehet leolvasni.

Például a 8. ábrán a vízszintes körön

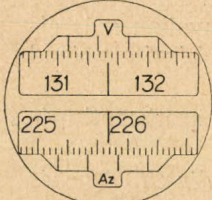
$$\begin{array}{rcl} \text{a limbusz leolvasás} & = & 214^\circ 20' \\ \text{a mikr. leolvasás} & = & 5' 37,6'' \\ \hline \text{a teljes leolvasás} & = & 214^\circ 25' 37,6'' \end{array}$$

Az így nyert leolvasás mentes az alhidátlé tengely központosságának hatásától.

\* \* \*

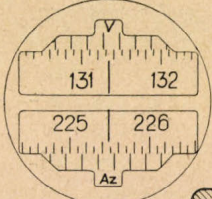


**OPTIKAI MIKROMÉTER NÉLKÜL**



**360°**

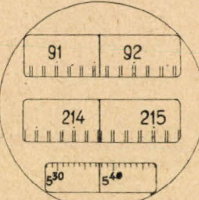
$$\begin{array}{r|l} \alpha = 131^{\circ}30' & \alpha = 225^{\circ}40' \\ + \beta = 3,6 & + \beta = 6,8 \\ \hline 131^{\circ}33,6 & 225^{\circ}46,8 \end{array}$$



**400g**

$$\begin{array}{r|l} \alpha = 131,930 & \alpha = 225,940' \\ + \beta = 3,5 & + \beta = 7,5 \\ \hline = 131,9335 & 225,9475 \end{array}$$

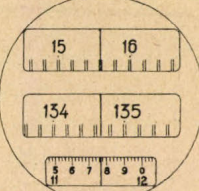
**OPTIKAI MIKROMÉTERREL**



**360°**

VISZS. KÖR

$$\begin{array}{r} 214^{\circ}20' \\ + 5^{\circ}37,6 \\ \hline 214^{\circ}25^{\circ}37,6 \end{array}$$

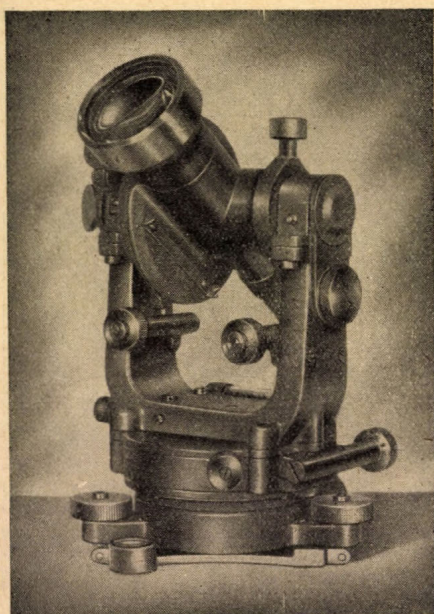


**400g**

MAG. KÖR

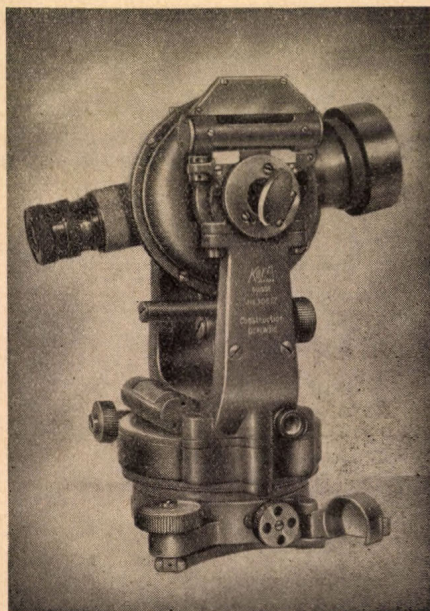
$$\begin{array}{r} 159,60 \\ + 0,11765 \\ \hline 159,71765 \end{array}$$

4. ábra. A Wild—Kern-féle DKM2 típusú teodolit metszete.

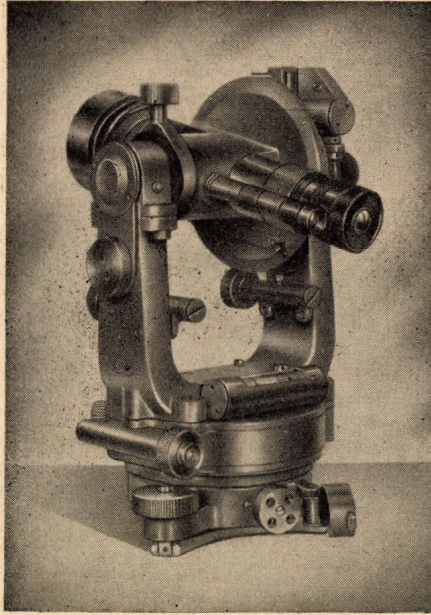


5. ábra. A Wild—Kern-féle DKM2 típusú teodolit perspektív képe.

A leolvasó szerkezetet előnyösen jellemzi az, hogy a körök megvilágítása egy helyről történik.



6. ábra. A Wild—Kern-féle DKM2 típusú teodolit perspektív képe.



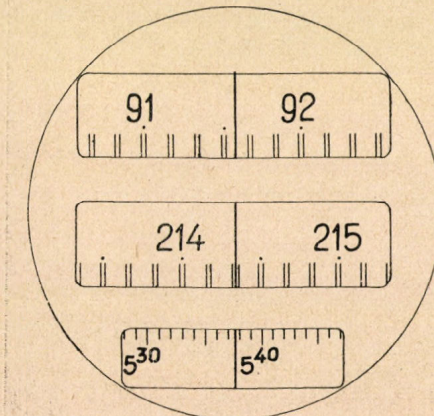
7. ábra. A Wild—Kern-féle DKM2 típusú teodolit perspektív képe.

A sugármenet jól látható a 4. ábra felső részén.

\* \* \*

A műszer adatai a következők:

A távcső nagyítása	30-szoros.
Az objektív átmérője	45 mm.
A vízszintes kör átmérője	75 mm.
A magassági kör átmérője	70 mm.



8. ábra. Az optikai mikrométeres mikroszkop látóntézeje 360°-os osztással.

A műszernek fém doboza van, ennek méretei:

$$12 \times 16,5 \times 27 \text{ cm.}$$

A műszer súlya 3,6 kg.

A fémdoboz súlya 1,8 „

Az állvány súlya 5,3 „

Kétségtelen, hogy a műszer kompendiózus és pedig annyira, hogy a mérnök maga viheti a műszert, mint állványt.

A kis méretek dacára a műszer teljesítőképessége teljesen kielégítő a IV. és V. rendű háromszögelések, továbbá a legszabatosabb sokszögelések szempontjából is.

A műszer kezelése nagyon egyszerű, a vele való mérés tehát felette gazdaságos.

## 2. A leolvasás pontossága.

A műszeren mindennek előtt azt vizsgáltuk meg, hogy a leolvasó berendezéssel elérhető pontosság mekkora, illetve mennyire tér el a nominális pontosságtól  $0,1''$ -től.

A leolvasás abból áll, hogy az indexszálat a két szomszédos vonás (az eredeti vonás és a túloldali vonás képe) közé középre állítjuk s utána leolvassuk a mikrométer beosztáson az e helyzetnek megfelelő percek, másodpercek és az utóbbi tizedeit.

A beállítás és a leolvasás pontosságának megállapítására az alhidádé egy bizonyos, változatlanul megtartott helyzetében, öt észlelő egyenként 50 beállítást és leolvasást végzett.

Megjegyzem, hogy a beállítást (felezést) mindig *ugyanolyan értelmű* forgatással végeztük, hogy a beállító részben levő holt mozgást kiküszöböljük.

A középtől való eltérésekből *egyetlen* beállítás és leolvasás középhibája az egyes észlelőkre a következőképen adódott:

Kürti	$\mu_0 = \pm 3,2''$
Bartók	$\pm 1,8$
Janóti	$\pm 1,4$
Homorodi	$\pm 1,7$
Becker	$\pm 3,4$

Vagyis 250 egyes beállításból és leolvasásból végeredményül *egyetlen* beállítás és leolvasás középhibája

$$\mu_0 = \pm 2,4''$$

Ez az érték aránylag elég nagy, a valószínűleg kisebb lenne, ha a beosztásvonás és a túloldali vonás képe közötti távolságot kisebbre szabályoznák.

Ez a távolság ugyanis a megvizsgált műszeren lényegesen nagyobb, mint a indexszál vastagsága s ezért a felezés nem végezhető el kellő pontossággal.

### 3. Az alhidádé tengely külpontosságának vizsgálata.

E vizsgálat szokásos módja abból áll, hogy a kör különböző helyein leolvassák a dimetrál fekvő indexek állását. A mi műszerünkön ez oda módosult, hogy a kör különböző helyein a leolvasó berendezés indexét beállítottuk a beosztás-vonásra s utána a szemben levő beosztásvonás átvetített képére.

A vizsgálatot mi  $10^\circ$ -onként végeztük el, azaz minden egyes vizsgálat alkalmával 18 különbséget észleltünk s ezekből kiegyenlítéssel vezettük le a külpontosság nagyságát és irányát.

Az észlelést 4 észlelő végezte, kik közül *ketten* egyszer, *ketten* pedig kétszer, illetve ötször hajtották végre a fenti programnak megfelelő mérést.

E szerint összesen 9 külön és egymástól független végzett észlelés szolgáltatotta az alábbi eredményeket.

F. sz.	Észlelő	A külpontosság	
		nagysága	iránya
1	Becker	1,5 $\mu$	315 39'
2	Janotti	2,6	337 25
3	Kürti I.	1,2	303 49
4	Kürti II.	1,3	332 23
5	Kiss I.	2,3	320 1
6	Kiss II.	1,9	338 12
7	Kiss III.	1,6	339 6
8	Kiss IV.	1,5	319 53
9	Kiss V.	1,8	332 25
	közép	1,7 $\mu$	326° 33'

A középértéktől való eltérések alapján kiszámított középhibák a külpontosság lineáris mértékére

$$\pm 0,15 \mu$$

a külpontosság irányára pedig

$$\pm 4,0^\circ$$

A megfelelő egysúlyú eredmények (egyves meghatározások középhibája) pedig a külpontosság lineáris mértékére  $\pm 0,46 \mu$ , illetve az irányra nézve  $\pm 12,1^\circ$ .

A fenti középhibák nemcsak a meghatározás hibáira jellemzők, hanem a tengely ingadozásból bekövetkező külpontosság változásokra is.

### 4. A tengelyingadozás vizsgálata.

A vizsgálatot a fekvő tengelyre helyezett  $\varepsilon = 6'',0$  (pro párisi vonal) érzékenységsű és a keresztbenállásra gondosan kiigazított libellával végeztük el.



A libellát szilárdságtani vizsgálatok céljaira szerkesztettük s ezért hőmérsékleti szempontból jól szigetelt volt.

A libella-csővet ugyanis két külön üvegcső burkolja, amelyek közül mintegy 5 mm — 5 mm légtér volt. Ezért a mérés alatt egyoldalú hőmérsékletváltozás okozta buborék elmozdulás nem következhetett be.

A vizsgálat alatt a műszert az épülettől és a padozattól függetlenül (külön) alapozott mészko pillérre erősítettük és sellakkal öntöttük körül, hogy oldalelmozdulás se állhasson elő. A talpcsavarok játéka nagyon kevés volt, tehát ebből sem következhetek be műszeringadozások.

A vizsgálatot 6°-os intervallumoknak megfelelően 15 alhidádé helyzetekben, két egymásra merőleges irányban végzett *átforgatással* megmértük a függőleges tengely *ferdeségi szögét* (hajlását a függőleges irányhoz képest).

A vizsgálatot 6°-os intervallumoknak megfelelően 15 alhidádé helyzetre végeztük el, s aztán a teljes mérést egy másik észlelő ugyanolyan módon megismételte.

Észlelők voltak: *Kürti Vilmos* adjunktus és *Janotti József* tanársegéd.

Az észlelések eredményeképen kapott ferdeségi szögek értékeit az alábbi táblázat 3. és 4. oszlopába jegyeztük be.

A táblázat 6., 7. és 8. oszlopa az oszlopközepektől való eltéréseket tünteti fel.

### I. Táblázat.

Wild—Kern-féle DKM 2 típusú, 30.617 gyári számú teodolit.

Folyószám	Kör fekvés	A tengely ferdeségi szöge			Eltérés az oszlopközéptől		
		Kürti	Janotti	Közép	Kürti	Janotti	Közép
1	0°	4,23"	2,94"	3 58,,	— 2,12"	— 1,16"	— 1,64
2	6	2,48	3,14	2,81	— 0,37	— 1,36	— 0,87
3	12	4,13	2,00	3,06	— 2,02	— 0,22	— 1,12
4	18	2,22	2,23	2,22	— 0,11	— 0,45	— 0,28
5	24	2,53	1,24	1,88	— 0,42	+ 0,54	+ 0,06
6	30	2,58	0,76	1,67	— 0,47	+ 1,02	+ 0,27
7	36	1,92	0,15	1,04	+ 0,19	+ 1,63	+ 0,90
8	42	0,62	0,21	0,42	+ 1,49	+ 1,57	+ 1,52
9	48	1,70	0,42	1,06	+ 0,41	+ 1,36	+ 0,88
10	54	0,15	0,76	0,46	+ 1,96	+ 1,02	+ 1,48
11	60	1,54	1,83	1,68	+ 0,57	— 0,05	+ 0,26
12	66	1,42	2,42	1,92	+ 0,69	— 0,64	+ 0,02
13	72	2,55	2,29	2,42	— 0,44	— 0,51	— 0,48
14	78	1,29	3,64	2,46	+ 0,82	— 1,86	— 0,52
15	84	2,26	2,62	2,44	— 0,15	— 0,84	— 0,50
közép:		2,11"	1,78"	1,94"			
		Absolut értékek közepe:			0,88"	0,95"	0,61"

A tengelyingadozás átlagos nagyságára az utolsó oszlopban foglalt eltérések *quadraticus* középértéke jellemző.

Ernek nagysága

$$\pm 0,88''$$

Összehasonlítás céljából ugyanezt a vizsgálatot elvégeztük egy a Süss-féle Magyar Optikai Művekben készült ú. n. normál teodolitra, melynek hengeres tengelye volt.

A vizsgálat eredményeit a II. táblázatban találjuk meg.

## II. Táblázat.

A Magyar Optikai Művek 47.222 gyári számú, ú. n. normál teodolitja.

Folyószám	Körfekvés	A tengely ferdeségi szöge			Eltérés az oszlopközéptől		
		Kürti	Janotti	Közép	Kürti	Janotti	Közép
1	0°	2,25"	0,95"	1,60"	-0,51	+0,33	-0,09"
2	6	2,25	1,06	1,66	-0,51	+0,24	-0,15
3	12	3,10	1,49	2,30	-1,36	-0,21	-0,79
4	18	2,70	1,71	2,20	-1,04	-0,43	-0,69
5	24	1,97	1,17	1,57	-0,13	+0,11	-0,06
6	30	0,32	1,48	0,90	+1,42	-0,20	+0,61
7	36	0,62	1,48	1,05	+1,12	-0,20	+0,46
8	42	2,42	1,67	2,04	-0,68	-0,39	-0,53
9	48	2,56	1,20	1,88	-0,82	+0,08	-0,37
10	54	0,75	1,21	0,98	+1,01	+0,07	+0,53
11	60	3,01	1,21	2,11	-1,27	+0,07	-0,60
12	66	0,91	1,48	1,20	+0,83	-0,20	+0,31
13	72	1,21	0,87	1,04	+0,53	+0,41	+0,47
14	78	0,81	1,39	1,10	+0,93	-0,11	+0,41
15	84	1,21	0,85	1,03	+0,53	+0,43	+0,48
	Közép:	1,74	1,28	1,51	+0,85	+0,23	+0,44"
		Abszolút értékek közepe :					

Az utolsó oszlopban egybefoglalt eltérések *quadratikus* közepe és pedig számszerűen

$$\pm 0,48''$$

fogadható el a vizsgált hengeres tengely ingadozásának átlagos értékéül.

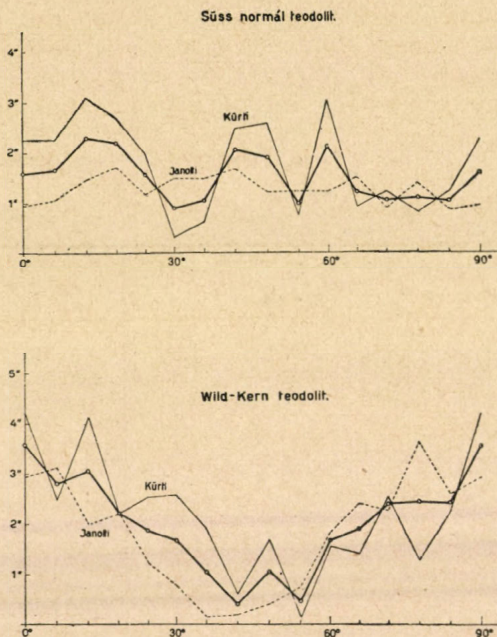
A tengelyek ferdeségi szögeire kapott értékeket a 6. és 7. ábrán tüntettük fel, külön a Wild—Kern-műszerre és külön a Süss-félére.

A 6. és a 7. ábra jól mutatja, hogy a Wild—Kern-műszeren az ingadozások lényegesen nagyobbak, mint a Süss-féle teodoliton, továbbá, hogy a Wild—Kern-műszeren a ferdeségi szög változása bizonyos szabályos jelleget mutat. A Süss-féle teodoliton ilyen szabályos jelleg nem állapítható meg.

A tengelyingadozás szabályossága arra vezethető vissza, hogy a tengelyre erős terhelés nem szimmetriás, azaz a műszer nincs kiegyensúlyozva. A kibalancírozás elmaradása nem előnyös részben a mérés pontosságának csökkenése miatt, részben pedig azért, mert használat közben a tengely járása az egyoldalú kikopás miatt nagyobbodni fog.

\* \* \*

Természetesen a levezetett ingadozás-értékekben a libellával való meghatározás bizonytalansága is benn foglaltatik.



9. ábra. A ferdeségi szögek grafikonja a Wild—Kern-féle teodolitra  
10. ábra. A ferdeségi szögek grafikonja a Süss-féle normál teodolitra.

Ennek hozzávetőleges nagyságát az alábbi megfontolással állapítottuk meg.

A ferdeségi szöget két egymásra merőleges síkban végzett  $180^\circ$ -os átforgatással állapítjuk meg. Az utóbbiakkal megkapjuk a tengely ferdeségi szögének két komponensét:  $\alpha_x$ -et és  $\alpha_y$ -t, ezekből a tengely ferdeségi szöge

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$$

Ha  $\mu$ -l jelöljük egyetlen buborékvég leolvasásának középhibáját és  $\epsilon$ -al a libella állandóját, akkor egy komponens középhibája

$$\mu_{\alpha_x} = \mu_{\alpha_y} = \frac{\epsilon}{2} \mu_1$$

Reinhertz vizsgálatai szerint

$$\mu_1 = \pm \frac{0,20}{\sqrt{\epsilon''}}$$

esetünkben

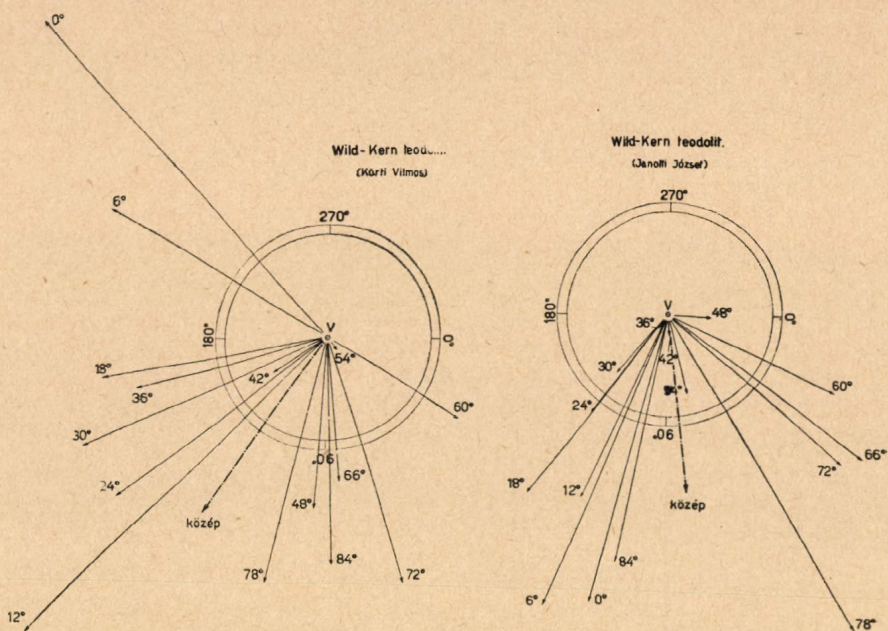
$$\epsilon = 6,0'',$$

tehát

$$\mu_1 = \pm 0,08 \text{ pars}$$

vagyis egy ferdeségi szögkomponens középhibája

$$\mu_{\alpha_x} = \mu_{\alpha_y} = \pm 0,24''$$



11. ábra. A tengely ferdeségi szögének nagysága és iránya a Wild—Kern-féle teodolitra.

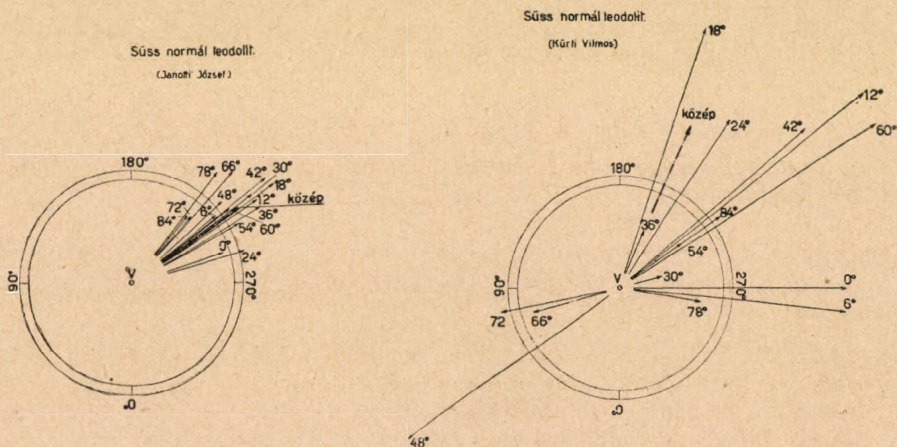
Magát a ferdeségi szöget két komponenséből az

$$\alpha = \sqrt{\alpha_x^2 + \alpha_y^2}$$

képlettel számítjuk.

Elegendő megközelítéssel az  $\alpha_x = \alpha_y$  esetet vehetjük, amikor

$$\mu_\alpha = \mu_{\alpha_x} \sqrt{2} = \pm 0,34''$$



12. ábra. A tengely ferdeségi szögének nagysága és iránya a Süss-féle normál teodolitra.

Mi az  $\alpha$ -t két egymástól független mérésből vezettük le, tehát egy ilyen végeredmény középhibája

$$\mu_{\alpha} = \pm 0,24''$$

lesz.

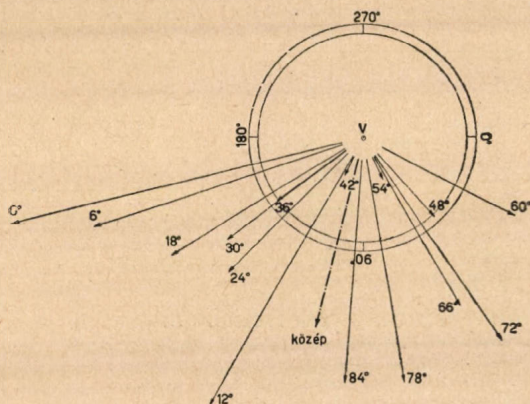
Ennek megfelelően a tengely ingadozásra eső rész

a Wild—Kern-féle műszeren  $\sqrt{0,88^2 - 0,24^2} = \pm 0,85''$

a Süss-féle műszeren  $\sqrt{0,48^2 - 0,24^2} = \pm 0,42''$

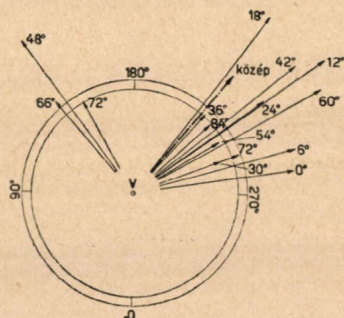
E szerint a tengely ingadozás a Wild—Kern-féle műszeren kétszer akkora, mint a Süss-féle hengeres tengelyű normál teodoliton s azért megállapítható, hogy a megvizsgált Wild—Kern-féle félig kinematikus tengelyszerkezet a tengelyingadozás szempontjából kedvezőtlenebb, mint a hengeres tengely.

Wild-Kern teodolit.



13. ábra. A tengely ferdeségi szögének nagysága és iránya a két észlelés végeredménye szerint a Wild—Kern-féle teodolitra.

Süss normál teodolit.



14. ábra. A tengely ferdeségi szögének nagysága és iránya a két észlelés végeredménye szerint a Süss-féle normál teodolitra.

Ez az erősebb ingadozás különben kifejezésre jut az ugyanazon szögre végzett, sokszor megismételt mérések eltérései alapján megállapított középhibákban is (lásd 66. oldal).

\* \* \*

A mérési eredmények alapján, az egyes komponensek segélyével megállapítottuk az egyes dülések irányát (azimutját) is.

Ezeket a III. és IV. táblázatban foglaltuk egybe s grafikusán ábrázoltuk a 8. és 9. ábrán, továbbá a 10. és 11. ábrán, amelyeken az egyes dülésekre a ferdeségi szög nagyságát is feltüntettük úgy, hogy az egyes düléseket vízszintes vektorok ábrázolják.

## III. táblázat.

A tengelydülések irányai a Wild—Kern-féle műszeren.

Folyószám	Fok	A tengelydülések irányai						Eltérés a középtől
		Kürti		Janotti		Közép		
		o	'	o	'	o	'	
1	0	227	40	104	20	166	00	- 61,8°
2	6	210	40	112	00	161	20	- 57,2
3	12	135	10	104	30	119	50	- 15,7
4	18	169	40	127	00	148	20	- 44,2
5	24	142	10	127	20	134	45	- 30,6
6	30	155	40	130	10	142	55	- 38,8
7	36	164	40	121	30	143	05	- 38,9
8	42	146	00	84	40	115	20	- 11,2
9	48	93	00	2	30	47	45	+ 56,4
10	54	54	00	75	00	64	30	+ 39,6
11	60	30	50	24	20	27	35	+ 76,6
12	66	84	30	35	40	60	05	+ 44,1
13	72	71	50	39	50	55	50	+ 48,3
14	78	102	50	58	10	80	30	+ 23,6
15	84	87	50	100	50	94	20	+ 9,8
Közép		125	06	83	11	104	09	

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{28919,04}{14}} = \pm 45^\circ$$

$$\mu_s = \frac{45,45}{\sqrt{15}} = \pm 12^\circ$$

## IV. táblázat.

A tengelydülések irányai a Süss-féle teodoliton.

Folyószám	Fok	A tengelydülések irányai						Eltérés a középtől
		Kürti		Janotti		Közép		
		o	'	o	'	o	'	
1	0	270	00	252	00	261	00	- 42,0°
2	6	276	00	231	10	253	35	- 34,6
3	12	231	20	237	00	234	10	- 15,2
4	18	197	50	235	50	216	50	+ 2,1
5	24	212	50	254	30	233	40	- 14,7
6	30	255	10	242	30	248	50	- 29,9
7	36	202	30	240	00	221	15	- 2,3
8	42	229	20	232	30	230	55	- 12,0
9	48	54	40	228	10	142	25	+ 76,6
10	54	234	20	241	30	237	55	- 19,0
11	60	237	10	243	00	240	05	- 21,1
12	66	54	20	222	30	138	25	+ 80,6
13	72	78	20	221	20	149	50	+ 69,1
14	78	280	00	217	40	248	50	- 29,9
15	84	234	20	219	20	226	50	- 7,9
Közép		203	13	234	36	218	58	

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{23357,36}{14}} = \pm 41^\circ$$

$$\mu_x = \frac{40,85}{\sqrt{15}} = \pm 11^\circ$$

A III. és IV. táblázat utolsó előtti oszlopában a két észlelést egybe foglaltuk, az utolsó oszlopban pedig e közepeknek a saját középértékétől való eltéréseit jegyeztük be.

Ezek a *Wild—Kern*-féle műszeren ismét szabályosságot mutatnak.

A két mérés alapján a *Wild—Kern*-műszerre a tengelydülés átlagos iránya:

<i>Kürti</i> szerint	125°06'
<i>Janotti</i> szerint	83°11'
a közép pedig	104°09'

A középtől való eltérés tehát ezen a műszeren kereken

$$21^\circ$$

A *Süss*-féle műszeren pedig a tengelydülés átlagos iránya

<i>Kürti</i> szerint	203°13'
<i>Janotti</i> szerint	234°36'

a középtől való eltérés e szerint kereken

$$31^\circ$$

A dülések irányainak ingadozása jól kifejezésre jut az utolsó rovatban feltüntetett eltérésekben.

Ha ezekből quadratikus közepeket képezünk, úgy *egyetlen* irányra vonatkozólag

a <i>Wild—Kern</i> -féle műszeren	$\pm 45^\circ$ -ot
a <i>Süss</i> -féle műszeren	$\pm 41^\circ$ -ot

állapíthatunk meg, vagyis az irányingadozások valamivel nagyobbak a *Wild—Kern*-féle műszeren, mint a *Süss*-féle műszeren.

### 5. Kísérleti szögmérések a *Wild—Kern*-féle műszerrel elérhető pontosságra.

a) A műszert szilárdan köpillérre erősítve, sokszor ismételt szögmérést végeztünk jól megvilágított szabatos megjelenésű pontokra.

A mérések megismétlése előtt a kört  $5^\circ$ -al mozgattuk el úgy, hogy a szögre **72**, két távcsőállásban végzett mérést hajtottunk végre.

A méréseket *három* gyakorlott észlelő végezte s így összesen **216** értéket kaptunk ugyanarra a szögre.

A mérési eredményeknek a középtől való eltéréseiből kiszámítottuk *egyetlen* mérési eredmény (szögérték két távcsőállásból) középhibáját ( $\mu_0 \cdot t$ ).

Az értékek a következők:

Kürti Vilmos	$\mu_0 = \pm 4,5''$
Bartók Béla	$\mu_0 = \pm 5,6''$
Janotti József	$\mu_0 = \pm 4,0''$

A fenti értékek 72—72 egyes meghatározásból származnak.

Eszerint az összes észlelések alapján *egyetlen, két távcső állásból származó szögérték* középhibája

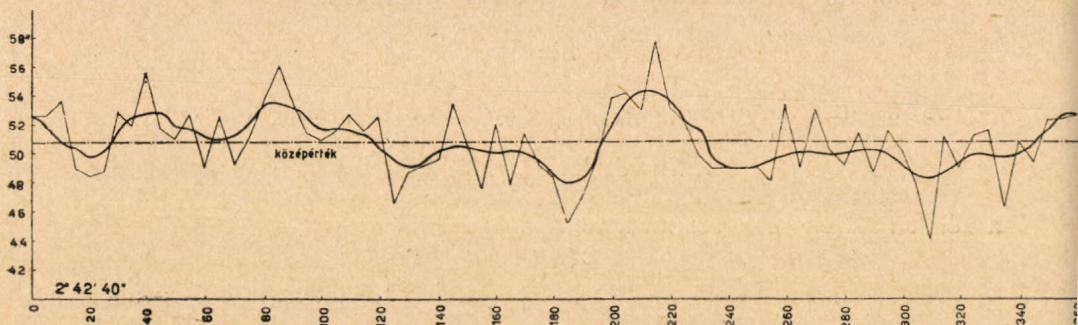
$$\pm 4,5''$$

Megjegyzem, hogy hasonló terjedelmű mérésorozatból a Süss-féle *hengeres* tengelyű műszerre, melyen a beosztásos mikroszkóp  $12''$ -es leolvasó képességű volt.

$$\pm 3,6''$$

-et állapítottunk meg.

A Wild-Kern műszerrel végzett szögmérések eredményeinek összefoglalása.



15. ábra. A három észlelés méréséből levezetett szög középtértékének és azok harmadoló értékeinek grafikonja.

Ezek az értékek nagyon jól igazolják, hogy a szögméréssel elérhető pontosság nem csupán a leolvasó berendezés pontosságától függ. *Hiszen ebben az esetben a  $12''$ -es leolvasó képességű Süss-féle teodollal nagyobb pontosságot értünk el, mint a  $1,0''$ -es Wild—Kern-féle műszerrel.*

\* \* \*

A fenti sok körfekvésben végzett mérésből a körosztás pontosságára nézve is bizonyos következtetéseket vonhatunk le.

Ugyanis a *Bruns-féle* egyszerű, harmadoló eljárással megállapítható *kiegyenlítő* görbe vonal megszerkesztése útján eléggé jól szét lehet választani a mérési eredményben levő véletlen és szabályos jellegű hibákat.

A *Bruns-féle* eljárás abból áll, hogy az egymásra következő három érték (mérési eredmény) számtani közepét képezzük s azt vesszük a középső értéke helyett.

Ezt a harmadolást mi háromszor egymás után végeztük el és pedig a három észlelő által nyert értékek számtani közepére.

Az eredményeket a 12. ábrán tüntettük fel.



Ezen az ábrán az eredeti (észlelt) értékeket a vékony sokszögvonal sarokpontjai jelzik.

A vastagabban kihúzott vonal — a kiegyenlítő görbe — a harmadolt, a véletlen jellegtől megfosztott értékeknek felel meg.

Ez utóbbi vonal tehát jellemző a szisztematikus hibákra, főleg a beosztási hibákra. A változások periodikus jellegét a görbe vonal nagyon jól szemlélteti.

Ha *középheibát* számítunk a harmadolt értékek eltéréseiből, akkor *egyetlen, három mérésből származó szögérték* középheibája.

$$\mu_0 = \pm 1,5''$$

vagyis *egyetlenegy, két távcső állásból nyert szögértékben a szabályos rész*

$$\pm 1,5'' \sqrt{3} = 2,5''$$

Mivel az egy szögre vonatkozó középérteljes hiba (66. oldal),

$$\pm 4,5''$$

azért a *középvéletlen hiba* értéke

$$\sqrt{4,5^2 - 2,5^2} = \pm 3,7''$$

\* \* \*

E kísérleti mérések eredményeképpen megállapítható, hogy *Wild* nem érte el azt a pontosság fokozást, amit a golyós csapágyas tengelyrendszertől remélt. Ez várható is volt, mert tengely rendszere csak félig kinematikus és pedig nagyon rövid vezetési hengeres tengellyel.

Ez a rendszer egyáltalán nem csökkenti a hengeres tengelyeknél felépő tengelyjáték hatását s azért a rendszer a *Wild—Kern*-műszernek megfelelő szerkezeti kivitelben nem használható a szélső szabatoságra készülő ú. n. felsőrendű teodolitokon.

Pontossága azonban kielégíti a *IV.* és *V. rendű háromszögelésben* és *mindennemű sokszögelésben* megkívánt szabatosági igényeket s e műveletekben előtérbe lépnek azok az előnyei, amelyek a műszer kompendiozus voltából, kezelésének és használatának egyszerű voltából származnak.

\* \* \*

*b)* A *Wild—Kern*-műszerrel elérhető pontosságra nézve továbbá kísérleti méréseket végeztünk a nógrádverőcei mérőgyakorlatok alkalmából.

Itt ugyanis egy háromszöghálózat szögeit mérték meg háromféle műszerrel, nevezetesen a *Wild—Kern*-féle *DKM 2* típusal, a *Zeiss*-féle *Teodolit II*-vel és a *Süss*-féle *normál teodolittal*.

Az első kettőnél a leolvasó képesség *0,1''*, az utóbbinál pedig *12''* volt.

A háromszögoldalak hossza aránylag rövid (1 km-en aluli) volt, ezért a mért szögeket erősen befolyásolják a felállítás és a pontjelzés külön pontosságai.

A hálózat szögeit kiegyenlítettük.

A kiegyenlítésből egyetlen szög két távcső állásbeli értékeire a következő értékeket kaptuk:

Zeiss-féle Teodolit II.	$\mu_0 = \pm 5,6''$
Wild—Kern-féle DKM 2-	$\mu_0 = \pm 9,1''$
Süss-féle normál teodolit	$\mu_0 = \pm 6,3''$

Itt is feltűnő, hogy a  $12''$ -es leolvasó képességű teodolittal közel olyan pontosságot értünk el, mint a  $0,1''$ -es Zeiss-féle teodolittal és lényegesen nagyobb, mint a  $0,1''$ -es Wild—Kern-féle műszerrel.

## A normálegyenletek megoldása középértékképzéssel.

Dr. Haáz István Béla.

(Második közlemény.)

Az első köleményben<sup>1</sup> Kürti Vilmos egyik ismertetése<sup>2</sup> és Tamás Zoltán egyik régebbi értekezése<sup>3</sup> kapcsán a normálegyenletek középértékképzéssel való megoldását tárgyaltam. Ráműtattam arra, hogy az erre vonatkozó tételt már Jacobi megállapította,<sup>4</sup> de ő még azt hitte, hogy a normálegyenletek rendszere ellentmondó is lehet és ezt a vélt esetet, valamint azt az esetet, midőn a normálegyenlet-rendszernek nem egy, hanem végtelen sok megoldása van, tárgyalásaiból kizárta. Kimutattam, hogy a normálegyenletrendszer ellentmondó nem lehet<sup>5</sup> és hogy Jacobinak ez a tétele abban a gyakorlatilag is fontos és egyáltalán nem kizárandó, általánosabb esetben is érvényes, midőn a normálegyenletek rendszerének nem egyetlen egy megoldása van, hanem végtelen sok.<sup>6</sup>

### Különböző súlyú feltételi egyenletek normálegyenletei.

Tamás Zoltán idézett értekezésében az előmetszés kapcsán tárgyalta a két ismeretlenes normálegyenlet-rendszer ilyen középértékképzéses megoldását és tárgyalásait különböző súlyú irányok esetére is kiterjesztette.<sup>7</sup> A jelen közleményben ezt az esetet kívánom az első közlemény általánosságában tárgyalni.

Ismeretes, hogy ha a feltételi egyenletek

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + \dots + a_{1m} x_m + a_{1m+1} &= 0 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \\ a_{n1} x_1 + \dots + a_{nm} x_m + a_{nm+1} &= 0 \end{aligned}$$

különböző súlyúak, a  $h$ -adik egyenlet súlya  $p$  és a

$$[p \ ik] = \sum_{h=1}^n p_h a_{hi} a_{hk}$$

$$\left. \begin{aligned} (i = 1, 2, \dots, m) \\ (k = 1, 2, \dots, m, m+1) \end{aligned} \right\}$$

jelölést alkalmazzuk, akkor a *normálegyenletek* a következők:<sup>s</sup>

$$\begin{aligned} [p \ 11] x_1 + [p \ 12] x_2 + \dots + [p \ 1m] x_m + [p \ 1 \ m+1] &= O \\ [p \ 21] x_1 + [p \ 22] x_2 + \dots + [p \ 2m] x_m + [p \ 2 \ m+1] &= O \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ [p \ m1] x_1 + [p \ m2] x_2 + \dots + [p \ mm] x_m + [p \ m \ m+1] &= O \end{aligned}$$

Ha *Tamás* eljárásának<sup>o</sup> megfelelően a

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{p_h} a_{hj} = a'_{hj} \\ (h = 1, 2, \dots, n) \\ (j = 1, 2, \dots, m+1) \end{aligned} \right\}$$

jelölést vezetjük be, akkor nyilvánvaló, hogy a különböző súlyú feltételi egyenleteknek ez a normálegyenlet-rendszere azonos az

$$\begin{aligned} a'_{11} x_1 + \dots + a'_{1m} x_m + a'_{1 \ m+1} &= O \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ a'_{n1} x_1 + \dots + a'_{nm} x_m + a'_{n \ m+1} &= O \end{aligned}$$

*egyenlő súlyúvá tett feltételi egyenletek* normálegyenlet-rendszerével. Ezek a feltételi egyenletek az eredeti feltételi egyenletekből úgy adódnak, hogy azok mindegyikét az illető egyenlet súlyának pozitív négyzetgyökével megszorozzuk. Ebből következik, hogy az egyenlő súlyúvá tett feltételi egyenletek megfelelő részegyenletrendszerének megoldásaival, továbbá, hogy egyenletek együtthatóinak matrixa, és, hogy minden megoldható részegyenletrendszerének megoldásai megegyeznek az eredeti feltételi egyenletek megfelelő részegyenletrendszerének megoldásával, továbbá, hogy *r* számú egyenletének együtthatóiból képezett *r*-edrendű determináns négyzete egyenlő az eredeti feltételi egyenletek megfelelő együtthatóiból képezett *r*-rendű determináns négyzetének és az illető *r* egyenlet súlyainak sorozatával.

Ha tehát a normálegyenlet megoldhatóságának tételét és a normálegyenletek megoldására vonatkozó *Jacobi*-féle tételt az első közleményben tárgyalt általánosságában a most tárgyalt normálegyenletekre és az egyenlő súlyúvá tett feltételi egyenletekre alkalmazzuk s ez utóbbiak és az eredeti feltételi egyenletek kapcsolatát tekintetbe vesszük, akkor a következő tételekhez jutunk:

I. A különböző súlyú feltételi egyenletek normálegyenlet-rendszerében az együtthatóknak a szabad tagokkal kiegészített matrixa ugyanannyiad-

rangú, mint az együtthatók matrixa és közös rangszámuk megegyezik a feltételi egyenletekben levő együtthatók matrixának rangszámával (tekintet nélkül e feltételi egyenletek szabad tagjaira).

Eszerint a különböző súlyú feltételi egyenletek normálegyenlet-rendszerének is mindig van megoldása, tekintet nélkül arra, hogy a feltételi egyenletek rendszerének van-e megoldása vagy sem.

II. Különböző súlyú feltételi egyenletek normálegyenlet-rendszerének megoldása egyenlő a feltételi egyenletek közül kiválasztható, a feltételi egyenletekben levő együtthatók matrixának rangszámával megegyező számú független egyenletet tartalmazó részegyenletrendszerek megoldásainak súlyos középértékével; az egyes megoldások súlya egyenlő az illető részegyenletrendszer együtthatóiból (minden részegyenlet-rendszerben ugyanannyiadik oszlopokból) képezett, a rangszámmal megegyező rendszámú determináns négyzetének és az illető egyenletrendszerben levő egyenletek súlyainak szorzatával.

Ha tehát a feltételi egyenletek együtthatóinak matrixa oly módon  $r$ -edrangú, hogy (első)  $r$  oszlopának  $r$ -edrendű determinánsai közül

$$A_{r1}, A_r, \dots, A_{rN} \quad O < N \leq \binom{n}{r}$$

$O$ -tól különbözök és az  $A_{ri}$  determináns sorainak megfelelő feltételi egyenletek súlyainak szorzatát  $P_j$ -vel, az ezekből az egyenletekből álló részegyenletrendszer általános megoldását  $x_{is}$ -sel jelöljük, akkor a normálegyenletek rendszerének általános megoldása a következő:

$$x_s = \frac{\sum_{j=1}^N P_j A_{rj}^2 x_{js}}{\sum_{j=1}^N P_j A_{rj}^2} = \frac{P_1 A_{r1}^2 x_{1s} + P_2 A_{r2}^2 x_{2s} + \dots + P_N A_{rN}^2 x_{Ns}}{P_1 A_{r1}^2 + P_2 A_{r2}^2 + \dots + P_N A_{rN}^2}$$

( $s = 1, 2, \dots, m$ )

Ezzel a normálegyenlet-rendszer megoldhatóságának tételét és a normálegyenlet-rendszer megoldására vonatkozó Jacobi-féle tétel általánosítását különböző súlyú feltételi egyenletek esetére is megállapítottuk.

### A Jacobi-féle tétel elméleti és gyakorlati jelentősége.

A feltételi egyenletek rendszerének, mint elsőfokú egyenletrendszernek általában nincs megoldása, azaz általában nincs olyan  $(x_1, x_2, \dots, x_m)$  értékrendszer, amely valamennyi feltételi egyenletet nullá tenné. Ilyen értékrendszer hiányában a kiegyenlítés elmélete a legkisebb négyzetek elve szerint oly  $(x_1, \dots, x_m)$  értékrendszer meghatározását követeli, amelyre nézve a  $O$ -tól való  $\lambda^h$  eltérések négyzeteinek összege:  $(\lambda\lambda)$ , illetve különböző súlyú feltételi egyenletek esetén  $(p\lambda\lambda)$  minimum. Az erre vonatkozó tárgyalások szerint a kívánt minimumot éppen a feltételi egyenletekből

megfelelő módon képzett normálegyenletek megoldásai szolgáltatják. *Jacobi* tétele, illetve annak általánosítása szerint e megoldások azonosak a feltételi egyenletek közül kiválasztható bizonyos részegyenletrendszerek megoldásainak súlyos középértékével.

Elméleti szempontból ez azért jelentős eredmény, mert ez azt jelenti, hogy *a legkisebb négyzetek elve*, amelyet pedig a középértékképzésnél magasabbrendű kiegyenlítési elvnek szokás tekinteni, voltaképpen *azonos a középértékképzés elvével*.

Gyakorlati szempontból pedig az a tétel jelentősége, hogy *feleslegessé teszi a normálegyenletek képzését*, mert hiszen a tétel értelmében a kívánt  $(x_1, \dots, x_m)$  értékrendszer(ek) magukból a feltételi egyenletekből meghatározható(k). Igaz, hogy így több  $m$  ismeretlenes egyenletrendszert kell megoldani, de ha csak 2, 3 ismeretlenről és sok feltételi egyenletről van szó, akkor nemcsak elvi, hanem gyakorlati szempontból is ez egyszerűbb eljárást jelent, mint a *normálegyenletek* felállítására és megoldására.

<sup>1</sup> Geod. Közl. XVIII. évf. (1942), 3. füz. 111. old.

<sup>2</sup> Geod. Közl. XVII. évf. (1941), 4. füz. 191. old.

<sup>3</sup> Geod. Közl. XII. évf. (1936), 5—8. sz. 86. old.

<sup>4</sup> *Crelle's Journal*, Bd. 22. (1841), p. 285.

<sup>5</sup> Geod. Közl. id. füz. 114. old.

<sup>6</sup> Geod. Közl. id. füz. 116. old.

<sup>7</sup> Geod. Közl. id. sz. 95. old., 5. §.

<sup>8</sup> *Oltay*, Geodézia I. köt. 56. old. 21. §. 3.

<sup>9</sup> Geod. Közl. id. sz. 96. old.

## A Wild-féle diagramm-tahiméter.

Oltay Károly.

### I. A műszer szerkezete.

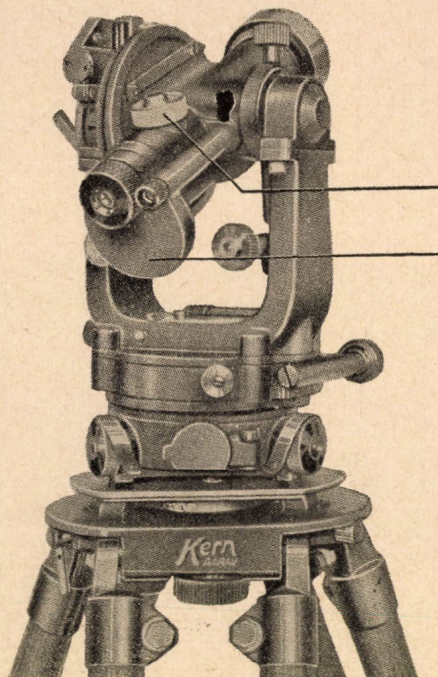
A *Roncagli*-tól származó elven alapuló diagrammos redukáló tahimétereken a távcső látómezejében egy *diagrammot* találunk, amelyen az irányvonal magassági szögének megfelelő ama  $Z_0$  és  $Z_m$  távolságokat látjuk, amelyek közt levő, leolvasásokkal megállapítható *lécdarab* a távolsági, illetve a műszer fekvő tengelye feletti magasságot adja meg.

A diagrammot úgy kell elhelyezni a távcső látómezejében, hogy a függőleges szálhoz mindig a diagramm ama része kerüljön, amelyik a magassági szögnek megfelelő  $Z_0$  és  $Z_m$  értékeket adja.

A diagrammnak tehát a távcső forgatása alatt el kell mozdulnia (eltolódik, vagy elfordul) úgy, hogy a fenti helyzet automatikusan álljon be.

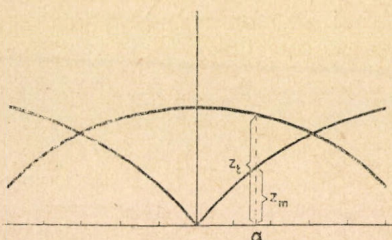
A diagrammnak ilyen módon való mozgatását el lehet érni vagy *mechanikai*, vagy *optikai* úton.

*Roncagli* a *mechanikai* utat választotta, de tekintettel az ilyen mozgatásokban fellépő holtmozgások és belső súrlódások kedvezőtlen hatására, *Hammer* az *optikai* úton való mozgatásra tért át.



1. ábra. A Wild—Kern-féle redukáló tahiméter perspektív képe.

Wild az alább ismertetendő diagramm-tahiméterén (1. ábra) ismét visszatért a mechanikai mozgásra és pedig a Roncagli-féle eltolás helyett a könnyebben keresztülvihető és ennek megfelelően szabatosabb *elforgatást* alkalmazta.



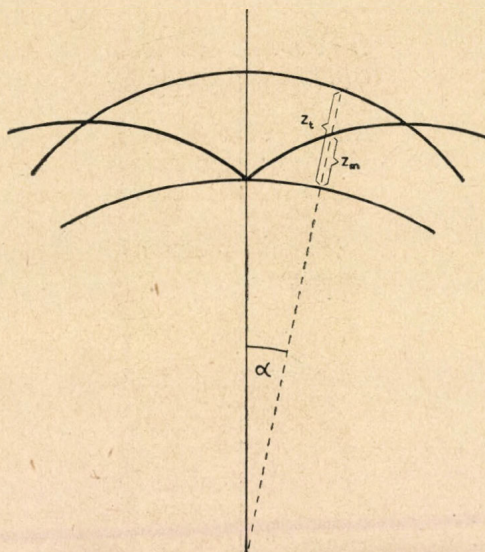
2. ábra. A Roncagli-féle diagramm sémája.

Wild diagrammja eltér úgy a Roncagli-félétől, mint a Hammer-félétől.

A Roncagli-féle (2. ábra) derékszögű koordináta rendszerben adja meg az irányvonal hajlásszögének megfelelő  $Z_t$  és  $Z_m$  értékeket.

A diagrammot a látómezőben az alapkör középpontja körül el kell *eltolni*.

A Hammer-féle (3. ábra) poláris koordináta rendszert alkalmaz s rajta egy alapkör rádiuszain találjuk meg a  $Z_t$  és  $Z_m$  értékeket.



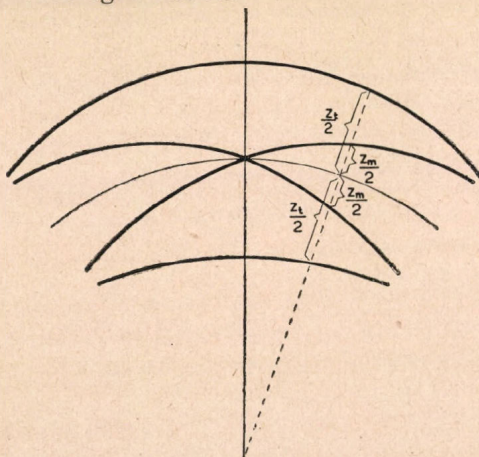
3. ábra. A Hammer-féle diagramm sémája.

A diagrammot a látómezőben az alapkör középpontja körül el kell *forgatni*.

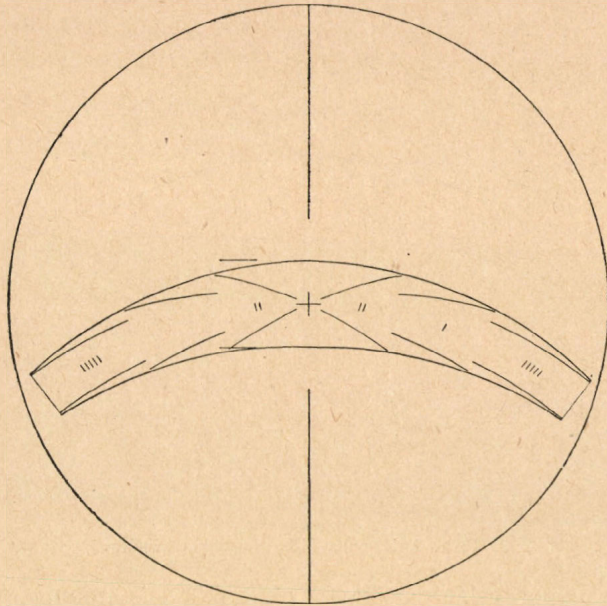
A Wild-félén (4. ábra) szintén *poláris* koordináta rendszert találunk, de ezeken a  $Z_t$  és a  $Z_m$  *félértéke* szerepel a rádiuszon, tehát itt *két* külön távolsági görbe és *két* külön magassági görbe *közt* találjuk a  $Z_t$  és a  $Z_m$  értékeket.

E rendszer nagy előnye az előbbieket felett az, hogy a magassági görbe metsződése a megfelelő rádiusszal kedvezőbb (közelebb van a  $90^\circ$ -hoz), tehát a görbe leolvasása a lécz képén élesebben végezhető el.

A diagrammot ebben az esetben szintén el kell *forgatni* és pedig az alapkör középpontja közül, ami szerkezetileg egyszerűbben érhető el, mint a *Roncaglin* szükséges eltolás.



4. ábra. A Wild-féle diagramm sémája.



5. ábra. A Wild-féle diagramm kiviteli alakja háromféle magassági állandóra.

A Wild-féle diagramm kiviteli alakját az 5. ábrán láthatjuk.

A távolsági görbék egy állandóra készülnek és pedig 100-ra.

A magassági görbék — kedvező metszési szögek elérése céljából — három állandóra készülnek és pedig

0° és 12° közt az állandó	20
12° és 27° „ „ „	50
27° és 40° „ „ „	100

A 0° közelében a magassági görbék megszakadnak, a 0°-nak megfelelő pont azonban ki van jelölve a vizsgálat, illetve az igazítás könnyű keresztülvitele céljából.

Az okuláris kis látómezeje miatt a görbéknek mindig csak egy részét látjuk, s ezért annak felismerésére, hogy melyik állandójú résszel van dolgunk a magassági görbék között, egyszerű vonás ('), vagy kettős vonást (''), vagy ötszörös vonást ('''''') látunk.

Az első a 100-as állandónak, a második a 20-as állandónak, a harmadik pedig az 50-es állandónak felel meg.

A magassági görbéknek + és — szakaszuk van.

Ezek a Roncagli és a Hammer-féléken az előjel feljegyzésével vannak megkülönböztetve.

A Wild-félén, sajnos ilyen előjelek nincsenek.

A diagramm üveglemezen készül és mikrofotografiai úton lekisebítve a távcső látómezejébe úgy van elhelyezve, hogy ott a diagramm alapkörének középpontja közül elforgatható.

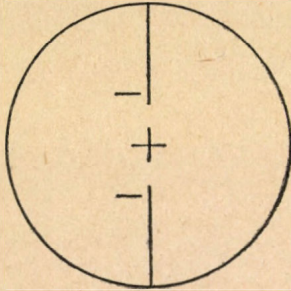
Az elforgatás automatikusan, frikciós kerekek segítségével megy végbe



és pedig úgy, hogy a *mozdulatlan függőleges szátra mindig a diagramm ama része kerül, amely megfelel a távcső-irányvonal hajlásszögének.*

A diagramm mellett levő üveglemezen, parallaxis nélkül látjuk a *szálkeresztrendszert.*

Ez áll a *két részből* készült függőleges szálból, a szálderesztből és két, kissé külpontosan elhelyezett rövidebb (táv mérő) vízszintes szálból (6. ábra).



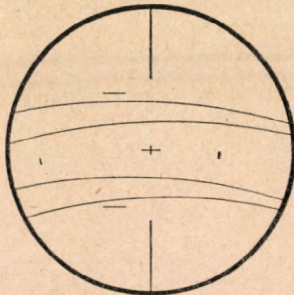
6. ábra. A Wild—Kern-féle diagramm tahiméter száldereszt-rendszere (a görbék feltüntetése nélkül).

Ezek a táv mérő szálok  $40^\circ$ -nál nagyobb hajlások esetén használhatók. Ezek szorzó állandója  $100$ , az összeadó állandó  $0$ .

A távcső látmezejét a mozdulatlan szálakkal és a vízszintes és magassági redukáló görbék egy részével a 7. ábra tünteti fel.

\* \* \*

A diagramm lemezének helyzete igazítással úgy állapítandó meg, hogy az *irányvonal vízszintes helyzete esetén a száldereszt metszéspontja és a diagrammon lévő görbék alakú középpontja* (a magassági görbék metszéspontja) *egybeessen.*



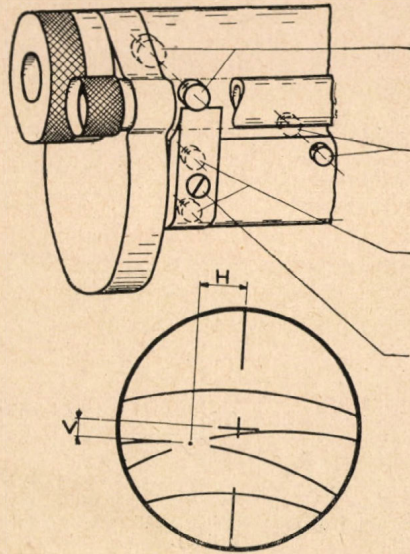
7. ábra. A Wild—Kern-féle redukáló tahiméter távcsővének látó mezeje a redukáló görbékkel.

A magassági görbék a metszés előtt megszakadnak, de a metszéspont maga ki van jelölve.

Az igazítás végrehajtására a  $H$  és  $V$ -vel jelölt csavarok szolgálnak (8. ábra). Ezek működésének hatását az alsó látmező ábrán látjuk.

A diagramm igazítása előtt meg kell győződni arról, hogy a távcső kollimáció hibája és a magassági körön az indexhiba el van-e tüntetve.

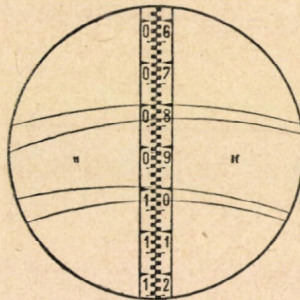
\* \* \*



8. ábra. A távcső és a diagramm igazító csavarjai.

A vízszintes távolságnak és a műszer fekvő tengelye feletti magasságnak megállapítása rendkívül egyszerű.

Ráirányítunk a felveendő ponton *függőlegesen* felállított lécre úgy, hogy a függőleges szál a kettős sávos beosztás elválasztó vonalán legyen (9. ábra).



9. ábra. A távcső látmezeje a mozdulatlan száakkal, a diagramm görbékkel és a lécc képével.

Ezután a *magassági irányító csavarral* a felső távolsági görbét ráállítjuk valamelyik, tetszőleges kerek számú deciméter vonásra (a 9. ábrán 0.8 m-re) és leolvassuk a másik három görbe állását.

A két távolsági görbén tett leolvasások különbsége 100-al szorozva a vízszintes távolságot, a két magassági görbén tett leolvasások különbsége pedig 20-al (vagy 50-el, vagy 100-al) szorozva a műszer fekvő tengelye feletti magasságot adja meg.

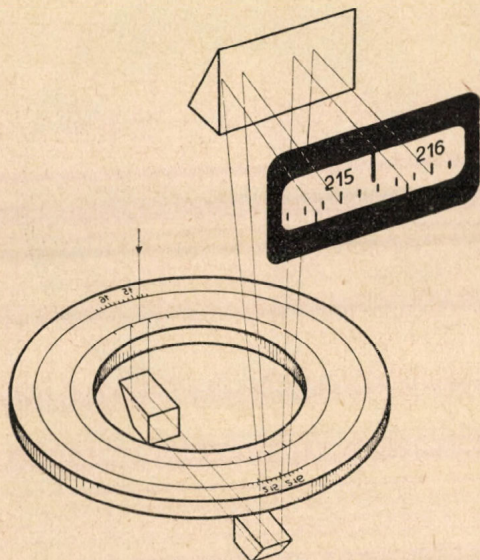
## 2. A vízszintes- és a magassági-kör leolvasó berendezése.

A teljesség kedvéért meg kell említeni, hogy a műszeren a vízszintes, illetve a magassági-kör leolvasása a szokástól eltérően történik.

Wild ugyanis úgy ezen, mint a többi Wild-Kern-féle teodoliton *kettős beosztást* alkalmaz s innen ezeket a műszereket „Doppelkreis” helyesen Doppelteilung) teodolitoknak nevezi.

A két osztás közül az egyik az u. n. *durva* osztás, amelyen csupán fokvonásokat találunk, a másik a *teljes* beosztás, amelyen a  $360^\circ$ -os osztásúakon  $4'$ -es (esetleg  $2'$ -es) beosztás van.

Megfelelő tükröző berendezéssel (10. ábra) a *durva* beosztást *diámetrálisan* átvetíti a teljes beosztás képe alá, úgy hogy a leolvasó mik-



10. ábra. A Wild-féle kettős beosztásos leolvasó berendezés sémája.

roszkóp okulárisan átnézve *felül* a teljes beosztást látjuk, *alul* pedig a *túlsó* oldalon lévő fokvonások képeit.

*A két beosztás ellenkező értelmű.*

A leolvasás *első részét* ( $l'$ ) a mikroszkóp indexén tesszük meg, a második részét pedig úgy kapjuk meg, hogy a *durva* beosztás valamelyik fokvonásának helyzetét olvassuk le a teljes beosztáson s ezt az értéket *felezzük*.

Például a 10. ábrán a teljes beosztás legkisebb része egy foknak az ötödét jelenti, azaz  $12'$ -et. A *durva* osztás fokvonását leolvasva  $3.6$  ilyen részt kapunk, tehát a leolvasás második része

$$l'' = \frac{3,6 \times 12}{2} = 21,6'$$

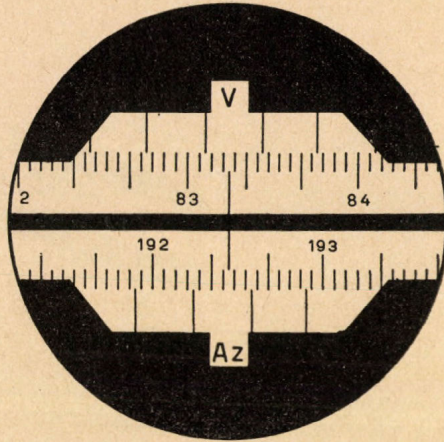
Ez a felezett leolvasás mentes lesz az alhidádé tengely (vagy a fekvő tengely) külpontosságától.

Lényegében tehát a *leolvasó berendezés az u. n. koincidenciás rendszernek javított alakja.*

\* \* \*

A rendelkezésemre álló Wild-féle diagramm tahiméteren a 20'-es vonások közt 4'-es beosztás van úgy a vízszintes körön, mint a magassági körön.

A leolvasó mikroszkóp látmezeje a 11. ábrán látható, ahol *V* a magassági kör, *Az* pedig a vízszintes kör beosztását mutatja.



11. ábra. A leolvasó berendezés látómezeje.

A vastag függőleges vonás jelzi az indexet, amelyen a leolvasás első részét kapjuk meg.

Az indexen csupán a 10'-eket (0,10',20',30',40',50') kell leolvasni (a 10', 30' és 50' percek a felező állások adják meg).

A 11. ábrának megfelelő helyzetben a vízszintes körön

$$\begin{array}{r} l' = 192^\circ 20' \\ l'' = \quad \quad 7,2' \\ \hline l = 192^\circ 27' 12'' \end{array}$$

A magassági körön pedig

$$\begin{array}{r} l' = 83^\circ 30' \\ l'' = \quad \quad 2,8' \\ \hline l = 83^\circ 32' 48'' \end{array}$$

### 3. A diagramm tahiméter használata.

A Wild-féle diagramm tahiméter használata a következő:

Az alapponton való felállítás után meghatározzuk a műszer fekvő tengelyének magasságát,  $M_H$ -t s ezután a tájékozó alappontra (*B*) való irányítás után a tájékozó leolvasást  $l_B$ -ét.

Most a cm-re osztott, célszerűen kettős sávos osztású lécet a felveendő  $P$  részletpontok *függőlegesen* felállítatjuk s ráirányítunk a távcsővel úgy, hogy a szálkereszt a kettős sáv közepén legyen.

Ezután az *indexlibella* buborékját középre állítjuk s utána a felső távolsági görbét ráállítjuk egy kerekszámú  $dm$  vonásra ( $l'$ ).

Leolvassuk a két magassági görbe állását ( $l_m$  és  $l'_m$ ) és az alsó távolsági görbét ( $l_t$ ).

A magassági görbék leolvasásához hozzájegyezzük a köztük látható jelet (' , vagy '' vagy ''''').

A leolvasó mikroszkópba nézve leolvassuk a vízszintes kört ( $l_p$ ) és megnézzük a magassági körön, hogy a távcső hajlása + (felfelé mutató), vagy — (lefelé mutató).

A részletpontot meghatározó három adatot az alábbi képletek szerint számítjuk.

$$\varphi_p = l_p - l_B$$

$$A_p = 100 (l'_t - l_t)$$

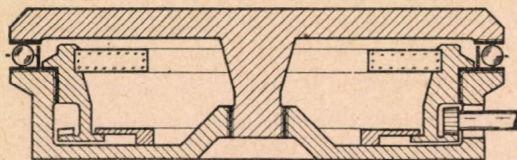
$$M_p = M_H - \frac{l_r + l'_t}{2} \pm k_m (l'_m - l_m)$$

$k_m$ -nek a megfelelő magassági szorzó állandó (20, 50 vagy 100) veendő.

Megjegyzem, hogy ha a magassági görbéket nem lehet leolvasni, (azaz ha kezdőpont közvetlen közelében vagyunk), akkor a távcső irányvonalának hajlását kell más iránypont ( $l_t$ ) választása útján megnagyobbítani, esetleg megkisebbiteni, vagy pedig *vízszintes* irányvonallal kell szintezni.

#### 4. A tahiméter fontosabb adatai.

A műszerre vonatkozólag meg kell említenem, hogy a függőleges tengely ezen is, éppen úgy mint a főbbi *Wild—Kern*-féle teodoliton *félig kinematikus*, azaz golyós-csapágyas rendszerű.

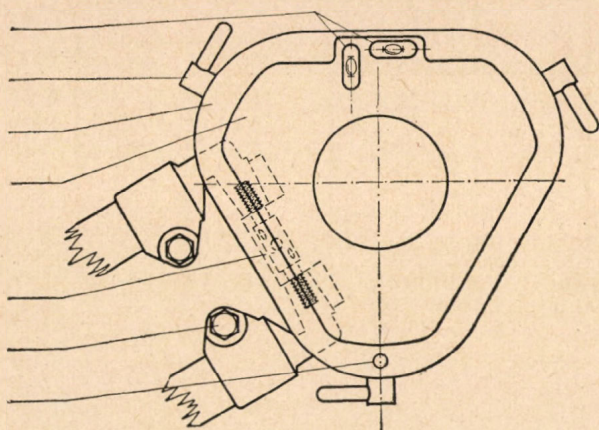


12. ábra. A Wild-féle golyóscsapágyas tengelyrendszer sémája.

E rendszer sematikusan a 12. ábrán látható.

E rendszernek a könnyű és szabatos forgatáson kívül előnye az is, hogy a műszer törzse kis magassággal készülhet.

Az utóbbit *Wild* fokozta még azzal is, hogy a talpcsavarokon csak keveset kell forgatni, mert a műszerhez tartozó állvány fejezet (13. ábra) gömbcsukló körül forgatható s így az állvány-lábak elhelyezése után az egy libella-kereszt libelláival vízszintessé tehető.



13. ábra. A Wild-féle állvány fejezetének felülnézete.

A műszer ráhelyezése után tehát a talpcsavarokon csak kevés állítás végzendő. Ezért Wild erre az állításra nem csavarokat, hanem excenter-szerű tárcsákat használ, amelyekkel csupán csekély állítás érhető el.

\* \* \*

A műszer fontosabb adatai az alábbiak:

A távcső nagyítása:	27-szeres
Az objektív nyílása:	45 mm
A legkisebb léctávolság:	1,7 m
A vízszintes kör átmérője:	75 mm
A függőleges kör átmérője:	70 mm
Az indexlibella állandója (pro 2 mm):	30"
A műszer magassága (a fekvő tengelyig):	15,5 cm
A műszer súlya:	3,6 kg
A műszer fémtokjának súlya:	1,8 kg
A műszertok méretei:	12×16, 5×27 cm
Az állvány súlya:	5,5 kg

### 5. A tahiméterrel elérhető pontosság.

Erre nézve részletes vizsgálatok még nem állanak rendelkezésre, ezért egyelőre csak ama kísérleti mérések eredményeit közölhetem, amelyeket a nógrádverőcei mérőgyakorlaton közel vízszintes távolságokra végeztünk.

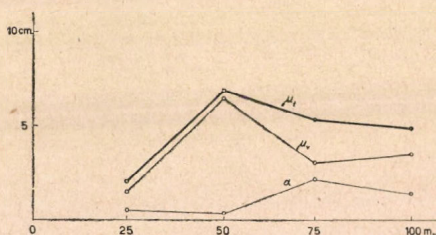
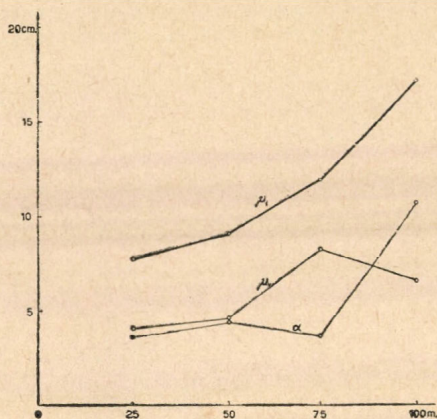
Nógrádverőcén a csekély esésű országút padkáján 5 pontot jelöltünk ki egymástól 25—25 m-re.

E pontok vízszintes távolságait és magasságkülönbségeit gondosan megmértük jól komparált indilatán szalaggal és szintezéssel.

A vízszintes távolságok és magasságok a következő értékkel adódtak:

Pontok	Vízs. táv.	Pont	Magasság
1,2	24,870 m	1	128,194 m
1,3	49,906	2	128,465
1,4	74,719	3	128,606
1,5	99,909	4	128,715
		5	128,951

Ezután a Wild-féle tahimétert felállítottuk arra a végpontra, amelyről a többi pontokon felállított lécet a legjobban megvilágítva láttuk s



14. ábra. A pontossági adatok grafikus egybefoglalása.

különböző iránypontokkal megmértük az ismert pontokon függőlegesen felállított léce vízszintes távolságát és a megfelelő magasságkülönbséget.

A mérést két gyakorlott észlelő, Kürti Vilmos adjunktus és Fogarasi Mihály tanársegéd végezte; mindegyik minden távolságra 25—25 észlelést végzett különböző iránypontokkal.

A mérési eredményeket és az ismert távolságok, illetve magasságok ismerete alapján kiszámítottuk egyetlen megmért távolságnak, illetve magasságnak

1. középeltjes hibáját ( $\mu$ ),
2. középvéletlen hibáját ( $\mu_v$ ),
3. a középhiba állandó részét ( $\alpha$ )

Az egyes pontokra megállapított értékeket a 14. ábrán tüntettük fel. Megjegyzem, hogy a középhiba állandó része főleg onnan származik, hogy a szorzó állandó voltaképpen nem teljesen azonos a műszerész által megadott kerekszámú értékkel.

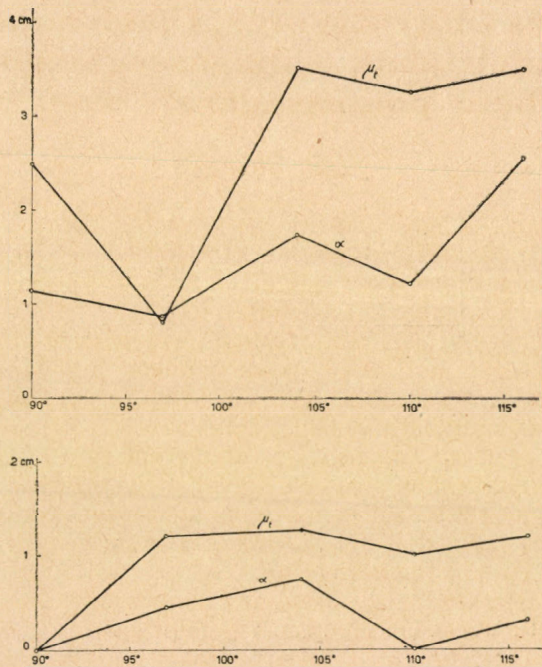
A kísérleti mérések alapján tehát megállapítható, hogy a szorzó állandót a megadott kerekszámú értékével véve, kedvező körülmények között, 100 méter távolság esetén, a távolság középhibája

$$\mu_t = \pm 17 \text{ cm}$$

a magasság középhibája:

$$\mu_m = \pm 5 \text{ cm}$$

A pontosságot némileg fokozni lehet avval, hogy a szorzó állandó tényleges értékét állapítjuk meg s ezzel végezzük el a számítást.



15. ábra. Távolság- és magasságmeghatározások középhibái ferde irányzások esetén.

A fenti számértékek szerint a Wild-féle redukáló tahiméterrel elérhető pontosság megfelel változatlan száltávolságú távmérővel felszerelt tahiméter (u. n. egyszerű tahiméter) pontosságának.

\* \* \*

Ferde irányzások esetén a pontosság kétségkívül csökken, a csökkenés mértékét további kísérleti mérésekkel kellene megállapítani.



Ilyeneket eddig még nem végeztünk, de hogy ellenőrizzük a diagramgörbék helyességét, a geodéziai tanszék laboratóriumában a műszerhez közel (3,23 m távolságban) elhelyezett mm-es beosztású lécen végeztünk különböző zenítszög alatt ( $90^\circ$ ,  $97^\circ$ ,  $104^\circ$ ,  $110^\circ$  és  $116^\circ$ ) távolság- és magasságméréseket.

Az így nyert mérési eredményekből levezetett középteljes, középvéletlen és állandó hibákat a 15. ábrán foglaltuk egybe.

Amint a 15. ábra mutatja, a középhibák változása az irányzás meredekségével eléggé kedvező s ezért ferde irányzások esetén is elérhető az a pontosság, amit a változatlan száltávolságú távmérővel felszerelt, úgynevezett egyszerű tahiméter nyújt.

## **Kiegészítés Oltay Károly: „Ujabb adatok a légi fotogrammetriának a magasságmeghatározásban elérhető pontosságára” című cikkéhez.**

Hankó Géza.

A *Geodéziai Közlöny* 1942. évi 4. füzetében Oltay Károly műegyetemi ny. r. tanár részletesen ismerteti a budapesti új városméréssel kapcsolatban légi fényképméréssel készült 1 m-es szintvonalterv magassági megbízhatóságára vonatkozó adatokat.

A szintvonaltervet a m. kir. Honvéd Térképészeti Intézet készítette. Az ahhoz szükséges magassági illesztőpontokat a főváros Városmérési kirendeltsége mérte. Az ellenőrző mérések Oltay Károly műegyetemi ny. r. tanár vezetése és irányítása mellett folytak.

A m. kir. Honvéd Térképészeti Intézet mintegy 7 km<sup>2</sup>-ről készített 1 : 1000-es méretarányban 1 m-es szintvonaltervet. Ebből földi felméréssel mintegy 2 km<sup>2</sup>-ről készült tahiméteres úton magassági felvétel, melyet az ellenőrzéshez használtak fel. Az ellenőrzött szelvények a 17., 18., 44. és az úgynevezett Gül Baba-szelvény.

Az ismertetés szerint az ellenőrzés mind a négy szelvényen kétféle eljárással történt. Az egyik eljárásnál, a földi úton és a fényképméréssel készült szintvonaltervből, az azonos pontokat összekötő *hosszszelvények* közötti eltéréseket vették alapul. A másik módnál az összehasonlítás alapjául a földi úton magasságilag meghatározott, és a fényképméréssel készült szintvonaltervből magasságilag leolvasott *azonos pontok* szolgáltak.

Mindkét eljárás ellenőrzésére előbb a földi úton készült szintvonaltervet hosszszelvényekkel megvizsgálták. Ennek középhibáját is meghatározták.

Az egyes pontok magassági középhibája a földi felvételnél:

$$\mu = \pm 0,14 \text{ illetve } \pm 0,17 \text{ m.}$$

A szintvonalterv magassági középhibája:

$$\mu = 0,14 + 0,20 \text{ tga.}$$

A fényképméréssel készült szintvonalterv megbízhatóságára kapott adatokat az alanti táblázatok szemléltetik.

Első eljárásnál:

Szelvény szám	Ellenőrzött hossz-szelvények		Vizsgált eltérések száma	Átlagos hajlás	Közép hiba
	száma	hossza			
17.	23	2259,1	425	7,1 <sup>o</sup>	± 0,8 m
18.	11	1293,3	246	7,3 <sup>o</sup>	± 0,9 m
44.	20	2654,3	502	7,3 <sup>o</sup>	± 0,7 m
Gül Baba	17	1304,9	231	12,1 <sup>o</sup>	± 1,6 m
Összesen :	4	71	7511,6	1404	
				Átlag :	8,4 <sup>o</sup> ± 1,0 m

Második eljárásnál:

Szelvény szám	Vizsgált pontok száma	Legnagyobb eltérés	Középhiba
17.	100	+ 2,7 m	± 1,0 m
18.	50	+ 2,0 m	± 1,0 m
44.	105	+ 1,7 m	± 0,8 m
Gül Baba	96	- 5,4 m	± 1,6 m
Összesen :	4	351	átlag : ± 1,1 m

A kétféle eljárás szerint a fényképméréssel meghatározott pontok magassági középhibája átlagban:

$$\mu = \pm 1,0 \text{ m.}$$

A fenti mérésekből a fényképméréssel készült szintvonalterv magassági középhibája pedig

$$\mu = 0,5 + 2,6 \operatorname{tg} \alpha$$

\* \* \*

A fényképmérésnél az elérhető szabatosságot a fényképezésnél használt mérőkamara és a fényképezés külső körülményei szabják meg. Ilyenek a mérőkamara gyújtótávolsága, a pillanatzárának és a repülőgépnek sebessége, a fényképezés távolsága és a képméretarány, a fénykép-pár alapvonala, továbbá a negatívak szétválasztó-képessége, mely a parallaxismérés lehetőségének szab határt. Az ezeket összefoglaló képletek a középhibákra:

$$\text{A vízszintes középhiba: } \mu_v = \pm \frac{h}{f} s_{z_e};$$

$$\text{a magassági középhiba: } \mu_m = \pm \frac{h}{f} \cdot \frac{h}{b} s_{z_t};$$

hol:  $h$  = a fényképezés magassága,

$f$  = a mérőkamara gyújtótávolsága,

$b$  = a fényképpár alapvonala (függvénye a képméretnek és az alkalmazott fényképezési módnak),

$s_{z_e}$  = a negatívok szétválasztó képessége (függ a negatívok szemcse-nagyságától, továbbá a pillanatjár és a repülőgép sebességétől),

$s_{z_t}$  = a parallaxis mérés szabotossága (mely szintén az előbbi tényezőktől függ).

A budapesti 1 : 1000-es méretarányú térkép 1 m-es szintvonaltervének készítésénél a fényképezés magassága átlagban 1500 m volt. A mérőkamara gyújtótávolsága 200 mm és a képek mérete  $30 \times 30$  cm. Mivel függőleges irányú képpárok készültek, tehát a képek 60%-os átfedése mellett az alapvonal és fényképezési magasság viszonya 3 : 5 (1 : 1.7), aminek a fenti fényképezési magasság mellett 900 m hosszú alapvonal felel meg.

$$\text{A fenti adatból: } \frac{h}{f} = \frac{1500}{0,2} = 7500$$

$$\frac{h}{b} = \frac{5}{3} \text{ és}$$

$s_{z_e} = s_{z_t} = 0.08$  mm, mivel az alkalmazott repülőgép sebessége kb. 320 km/óra és a pillanatjár  $\frac{1}{150}$  mp sebességű volt. A zár nyitási ideje alatt a repülőgép megtett útjának hossza kereken 0.60 m, ami 1 : 7.500-as méretarányban 0.08 mm. Ennél kisebb méreteket felismerni nem lehet.

$$\text{Igy } \mu_v = \pm 7500 \times 0.08 \text{ mm} = \pm 0.60 \text{ m.}$$

Ha pedig a térképezés rajzi hibáját — ami kereken  $\pm 0,2$  mm — is tekintetbe vesszük, akkor:

$$\mu_v = \pm 0.63 \text{ m}$$

$$\text{és } \mu_m = \pm 7500 \times \frac{5}{3} \times 0.08 \text{ mm} = \pm 1 \text{ m.}$$

Ezek azonban csak közelítő, tájékoztató értékek, mert a  $h$ ,  $b$ ,  $s_{z_e}$  és  $s_{z_t}$  részben a repüléstől is függő tényezők, ami pedig erősen ingadozó. Az eredmények szabotosságát a fentiekén kívül befolyásolják még a negatív jósa, az illesztőpontok elhelyezése, a feldolgozandó terület nyílt

vagy fedett volta stb. A gyakorlatban, a tervezésnél ezért a fenti értékek kettőszeresével is számolunk, mint előzetes (a priori) értékkel:

$$\text{így } \mu_v = \pm (0,63 - 1,26) m$$

$$\text{és } \mu_m = \pm (1 - 2) m.$$

Ha ezeket a *Koppe*-féle képlet állandóinak tekintjük, akkor a szintvonalak magassági középhibájának előzetes (a priori) értéke:

$$\mu_{sz} = (1-2) + (0,63 - 1,26) \operatorname{tg} \alpha$$

A budapesti új városmérésnél a fényképméréssel készült szintvonalterv magassági középhibájára kapott értékek a várható középhibák alsó (szabatosabb) határa körül mozogtak. Ez a körülmény a fényképmérés-adta lehetőségek teljes kihasználására mutat.

Fényképméréssel szabatosabb eredményeket — mint amelyeneket a *Heilmaier*-féle táblázat is mutat — csak megfelelő lassúbb-járású repülőgéppel, alacsonyabb fényképezési magasságból, kisnyílásszögű mérőkamarával érhetünk el. Kedvező alapvonal-viszonyt ilyenkor összetartó képpárok készítésével is biztosíthatunk. Ehhez a felvételek elkészítése azonban körülményesebb. Több vízszintes s magassági alappont bemérése szükséges, tehát a térképezés lassúbbá válik.

A szabatosság növelése csak a gazdaságosság rovására történhet. *Heilmaier*-féle összeállítás kb. a várható középhibák alsó (szabatosabb) értékét mutatja.

\* \* \*

Igen tanulságosak azok a tapasztalatok, melyeket a budapesti 1:1.000-es szintvonalterv fényképmérési (fotogrammetriai) úton való készítésénél *Vöröss J.* alezredes a *M. kir. Honvéd Térképészeti Intézet* fényképmérő csoportjának vezetője szerzett.

Az egyes szelvényeknél mutatkozó állandó jellegű hiba keletkezése részben a növényzetre, illetve a beépítettségre vezethető vissza. Ugyanis sűrű erdőknél vagy lábbon álló gabonánál a fényképméréssel készült szintvonalterv pozitív jellegű állandó hibát mutat. Ha a fedettség közbe-közbe megszakad, itt a hiba negatív jellegbe megy át.

Hasonló hibák észlelhetők meredek partok, így terraszok, beépített területek fényképmérési feldolgozásánál is. Ezek szintezéssel kimutathatók voltak.

Ugyancsak erősen befolyásolja az elérhető szabatosságot az alkalmazott repülőgép. Ennek mintája szerint nagyjából kötött a sebessége és a biztonsági szempontból alkalmazható legkisebb repülési magassága.

Mindkét tényező lényeges befolyással van az elérhető szabatosságra, mint a közölt képletből is kiténik, a hiba a magasság négyzetével arányos.

Mint a *Heilmaier*-féle táblázatból is látszik, ha  $\pm 0.20 m$ -es középhibát kívánunk meg, az a fényképmérés jelenlegi állása mellett alig lesz elérhető.

## Szemle.

### Alapvonalmérések Finnországban.

(A Finn Geodéziai Intézet 1942. évi 31. számú közleményének (Suomen Geodeetisen Laitoksen Julkaisuja) németnyelvű kiadásában Pentti Kalaja 149. oldalán a finn geodéziai intézetnek 1933—1939. években végrehajtott alapvonal méréseit és azokkal kapcsolatosan az invardrót használatára vonatkozó vizsgálatok eredményeit ismerteti.)

A közlemény igen érdekes bepillantást nyújt azokba az alapos geodéziai munkálatokba, amelyekkel a kis testvérnemzet a balti államokban geodéziai téren a vezetést magához ragadta, s amelyek a kezdeményezésére létrejött Balti Geodéziai Komissio kötelékében a balti államokon kívül (német-, svéd-, dán-, eszt-, lettországi alapvonalmérések) a hadbalépéséig vele geodéziai vonalon tudományos kapcsolatokat fenntartó Oroszországra is kiterjedtek (Balaschiowí alapvonal-mérés), Magyarországgal szemben pedig ellenszolgáltatás nélküli segítségnyújtásban nyilvánultak meg.

(A budapesti városmérés szentendreszigeti  $3576258 \pm 0,58$  mm hosszú alapvonalának mérése, a mérést megelőzőleg és követőleg mindkét finn összehasonlító alapvonalon a kiadványban 70—73. és 75—77. szám alatt szereplő mérésekkel ellenőrzött, 634—637. számú, 1913. évi gyártmányú négy finn dróttal történt; azért, mert a Háromszögelő Hivatalnak 1918-ban Josefstadtban maradt négy drótja csak 1939-ben juttott vissza a volt Csehszlovákiából.)

A Budapesten is szerepeltetett, legjobb és majdnem valamennyi mérésnél felhasznált négy dróton kívül még két négyes sorozatú (1042—1045. és 1115—1118. sz.) 24 m-es drótkészlet, egy darab 8 m-es invardrót és egy darab 4 m-es invárszalag van a Finn Geodéziai Intézet tulajdonában és használatában. Valamennyien Carpentier gyártmányúak.

Az 1. fejezet az 1923-tól 1939-ig végzett valamennyi, 128 mérés helyét, eszközét és végrehajtóját, valamint a vonatkozó irodalmat is közli. 18 mérést külföldiek — a 74. sz.-t Budapesten — végeztek. A mérés eszközeinek, módjának közlése után a korrekciók (vetítés, vonalbaállítás, magasságkülönbség, hajlás, leolvasás, hőmérséklet, súly, drótállandó, személyi hiba) képletének levezetése, illetve megállapításának vagy kiküszöbölésének módja, azután a drótok hőmérsékleti képleteinek megállapítása kerül ismertetésre.

A leolvasás végett általában szükséges drótelcsavarodásból származó torzító hatására vonatkozó vizsgálatok eredményének összefoglalása a következő:

A rövidülés oly kicsi, hogy a gyakorlatban elhanyagolható. Az új drótok meghosszabbodása valószínűleg eredetileg elcsavart tengelyű kiegyenesedéséből származik.

A drótok gyűrődésére vonatkozó összefoglalás szerint: A drótárnyék fényképen végzett mikroszkópikus mérések igen jó megállapításul szolgálnak. Az elhajlásból származó drótrövidülés 0,2—0,5 mm-nek adódott. Az elhajlások kiegyenesedése folytán a vizsgált drót

$2\frac{1}{2}$  év alatt  $50 \mu$ -nal hosszabbodott. A skálák kihajlásai számottevő rövidüléseket okozhatnak és változásuk is észrevehetően nagy lehet. A drótok fel- és lecsévészésénél ügyelni kell, hogy elhajlások ne keletkezzenek, ha mégis létrejönnek, legjobb azokat eltávolítani.

Egyéb befolyások eredményeképpen megállapítást nyert, hogy a csiga forgáshibájának kiküszöbölése céljából a komparálásnál a csigát a különböző leolvasások között forgatni keil. Alapvonal mérésnél a drótot felváltva húzni és tolni kell. Esőben mérés ne végeztessek. Az alapvonal mérésnél történő drótfeszítés nem okoz hosszváltozást. Nem kell a drótot mérés előtt kifeszíteni. Rázkódás gyorsan múló rövidülést okoz.

Komparáló bázisként az 1923-ban Santahamina szigetén elhelyezett 720019,65 mm hosszú kísérleti bázist használták, 1933 óta pedig a Nummela vasútállomás közelében, fenyőerdőben, 25 m mélységű talajvízfeletti, kavics- és homoktalajon létesített 864122,01 + 0,07 mm hosszú, helyzetileg  $\lambda$  Greenwich =  $24^\circ 15'$ ,  $\varphi = 60^\circ 20'$  és 106 m tszf. magassággal jellemzett, délnyugat-északkeleti irányú kísérleti alapvonalat. Ennek az alapvonalnak a hossza a Breteuil-ben, a Geodéziai Intézet, illetve a Finn Országos Felmérő Hivatal részére történt elszállításuk előtt komparált 1115—1118., illetve 1119 és 1120. sz. drótokkal mérve  $864121,91 \pm 0,07$  mm-nek adódott; vonatkoztatva a Santahaminainak amaz előbb említett hosszára, amelyet Bonsdorff tanár a breteuli, varsoói, charlottenburgi, helsinki, koppenhágai és moszkvai komparátorokból vezetett le. A breteuli komparálást követő mérések eredményei egyértelműleg azt mutatták, hogy a Bureau International des Poids et Mesures hosszegysége  $2,2 \pm 0,2 \mu$ -nal hosszabb, mint az, amelyekre az említett két összehasonlító alapvonal hossza vonatkozik. Ezt Bonsdorff tanárnak említett komparátorokkal végzett mérései és Neumann-nak megállapításai is egybehangzólag igazolták.

Finnország közel 388.000 km<sup>2</sup>-nyi területén létesített 11 háromszögelési alapvonal elhelyezése annak az elvnek megfelelőleg történt, mely szerint az alapvonalaknak egymástól mintegy 200 km-re kell lenniük. Eszerint az alapvonalakból kifejlesztett háromszögoldal (főoldal) között legfeljebb 17, a főoldal és bármely háromszögoldal között legfeljebb 9 háromszög van.

Az 1933—39. években végzett alapvonal mérések eredményei a következőkben foglalhatók össze:

a viljakkala-i ...	3645128,32 ± 1,03 mm.	a hossz log-ban	± 12.10 <sup>-8</sup>	középhibával
az otavai-i ...	3983494,67 ± 0,92	" " " "	± 10.10 <sup>-8</sup>	"
a soanlahti-i ...	4128126,93 ± 0,95	" " " "	± 10.10 <sup>-8</sup>	"
az oulainen-i ...	4415561,09 ± 0,81	" " " "	± 8.10 <sup>-8</sup>	"
a kuhmo-i ...	3455411,10 ± 0,68	" " " "	± 9.10 <sup>-8</sup>	"

A három elsőnek felsorolt alapvonalból 8,7, illetve 8,5, illetve 8,2-szeres nagyítással fejlesztett 31,8, illetve 34,7, illetve 33,8 km hosszú főoldal hosszának szabatossága logaritmusának ± 86, illetve ± 63, illetve ± 110.10<sup>-8</sup> értékű középhibájával jellemezhető.

Említésre méltó, hogy a viljakkalai alapvonal terepegyenetlenségeit legfeljebb 5 m magas, 20 cm átmérőjű, 25 darab magasított cölöppel akként egyenlítették ki, hogy a szomszédos cölöpök tetejének magasságkülönbsége legfeljebb 1,21 m volt.

A munkálatokban a Finn Geodéziai Intézet Kiadványainak munkatársai közül Bonsdorff, Heiskanen, Hirvonen, Honkasalo, Kalaja, Kukkamäki, Leinberg, Pesonen, Ölander s ezeken kívül Brenecke, Burrau, Förster, Hänninen, Jonsson, Rune, Szymanski, Thilo vettek részt. Nem vettek részt az említett munkatársak közül Väisälä és Franssila.

Ezek az adatok is jellemzik azt a tökéletes munkaközösséget, amely Suomiban még a geodézia terén is megvan.

*dr. Hofhauser Jenő.*

## **Földmérő Magánmérnökök Országos Egyesületének közleményei.**

### **Körlevél.**

Kedves Tagtársaink!

Közuti törzskönyvezési munkák díjszabása és a kapcsolatos átmeneti intézkedések tárgyában Egyesületünk 1942 április 25-én emlékirattal fordult a nagyméltóságú m. kir. kereskedelem- és közlekedésügyi Miniszter úrhoz. A párhuzamos érdekképviselési támogatólépések megtétele végett emlékiratunkat egyidejűleg megküldtük a Budapesti Mérnöki Kamarának is.

Érdeklődésünkre most kaptuk a választ a Kamarából, hogy a Minisztertől oda már megérkezett a válasz-leirat, amely helyt adott emlékiratunkban foglalt kérésünknek, és a 29.654/XII. a./1941. sz. K. K. M. körrendelettel közreadott úttörzskönyvezési egységárakat ma már túlhaladottnak minősítette, sőt hallgatólagosan hozzájárult a Miniszter az átmeneti intézkedésekre vonatkozó másik kérésünkhöz is.

Emlékiratunk és az arra a Minisztertől a Kamara útján hozzánk most 1943 április 8-án érkezett válasz-leirat szószerint így hangzanak:

Földmérő Magánmérnökök Országos Egyesülete.

Budapest, XI., Műegyetem. Geodéziai Tanszék.

Tárgy: Állásfoglalás a 29.654/1941. K. K. M. XII. sz. rendelettel szabályozott új úttörzskönyvezési díjszabás kérdésében.

Nagyméltóságú

M. kir. Kereskedelem és Közlekedésügyi Miniszter Urnak

Budapest, II., Lánchíd-u. 1—3.

Kivált hegyvidéken működő vidéki tagjaink köréből beérkezett panaszokra a Földmérő Magánmérnökök Országos Egyesülete 1942. évi

április hó 25-én megtartott tisztújító közgyűlésen elsősorban hegyvidéki viszonylatban, másodsorban az átmeneti intézkedések tekintetében részletes tanulmány és vita tárgyává tette a Nagyméltóságod részéről az állami közutak törzskönyvezési munkadíjának újabb megállapítása ügyében 29.654/XII. a./1941. sz. a. kiadott körrendeletet. Tanulmányunk és vitánk arra a végeredményre vezetett:

1. hogy ezek az egységárak, úgymint:

- a) síkvidéken 270—300 P/km,
- b) dombvidéken 320—380 P/km,
- c) hegyvidéken 420—500 P/km

általános színvonaluk tekintetében távolról sem ütik meg a szabadpályákon működő különböző diplomások részéről teljes joggal igényelhető arányos és méltányos mértéket. Különösen is áll ez a földmérő magánmérnökökre, akik — mint az ma már hovatovább közismert ténynek tekinthető — mostoha árviszonyaik máris valósággal a létszámbeli teljes kipusztulásba sodortak, és akikről máris csak mint a multak fájó emlékéiről beszélhetünk. Ami pedig az egységárak egymásközötti arányát, kivált azt az arányt illeti, ahogy a hegyvidéki munka egységára alakul a síkvidékihez képest, ez az arány nemcsak meg nem üti, de még csak meg sem közelíti azt a mértéket, amelyet maga a munka és annak minden egyes alkotóeleme mutat hegyvidéken, síkvidékkel szemben.

Ilyen munkaalkotóelem pl. a sokszögoldalok hosszúsága. Ez kitéhet síkvidéken 500 m-t, hegyvidéken viszont sokszor nem éri el ennek tizedrészét sem, az 50 m-t. Ilyen a birtokhatárpontok egymásközötti távolsága is, ami 100 m-ben van előírva, de ahol sokszor ennek a tizedrészét, a 10 m-t is alig tudjuk elérni hegyvidéken. Hasonló a helyzet sokszögelési és részletmérési hosszméréseknél is. Itt a vízszintes hosszúságokkal van baj, mert a vízszintes hosszúságokat közvetlenül mérhetjük meg a síkvidéken, viszont csak közvetve hegyvidéken. Hegyvidéken ugyanis egyfelől hajlásmérést kell végezni mindenütt, másrészt derékszögű koordinátamérés helyett poláris koordinátamérést vagyunk kénytelenek alkalmazni valamennyi magas, vagy mélyfekvésű birtokhatárpontnál. De talán legnagyobb a hegyvidéki munkatöbblet utolsó tételünkénél, a területszámításnál. Itt ugyanis közvetlenül mérési eredményeinkből számíthatjuk ki a területet síkvidéken, hegyvidéken azonban előbb figyelembe kell venni hajlásméréseink eredményeit, a mi viszont gyakorlatilag azt jelenti, hogy előbb ki kell számítani valamennyi birtokhatárpont országos kataszteri összrendezőjét, hogy azután az országos összrendezőkből számíthassuk ki magát a területet,

2. hogy baj van az átmeneti intézkedések körül is, és pedig külön baj van a határidők körül és ismét külön baj van a drágulás körül. — Az átmeneti intézkedések ugyanis szószerint így hangzanak:

„Jelen rendeletemnek a még folyamatban lévő államuti törzskönyvezési munkákra visszaható hatálya nincsen, mert a szerződések értelmében a törzskönyvező mérnökök kötelesek lettek volna azokat még a múlt évben, tehát az általános drágulás bekövetkezte előtt elvégezni.”



Kivált hegyvidéken működő vidéki magánmérnökeinkkel szemben ezek az átmeneti intézkedések távolról sem felelnek meg sem azoknak az egyoldalú — nem egyszer az esztendő is meghaladó — mérték-telen késedelmeknek, amelyek mostanában a munkarészek felülvizsgálatánál, jóváhagyásánál, hitelesítésénél és kilizetésénél merülnek fel, különösen a vidék illetékes hatóságainál és városainál; sem pedig annak a körülménynek, hogy az általános drágulás nem ugrásszerűleg, csak az 1941. évben következett be, hanem az fokozatos volt, vagyis már az 1937. évben megkezdődött közvetlenül a 27.321/1937. K. K. M. XII. sz. rendelettel szabályozott régi egységárak közreadása után és teljesen egyenletesen emelkedő töretlen vonallal jutott el egészen az 1941. évi színvonalig, sőt azon túl is egészen napjainkig.

Ez állításunk igazolására álljon itt a változás néhány legjellemzőbb ártételünkénél, éspedig előbb az 1937. évtől az 1939. évig, azután az 1939. évtől az 1941. évig. Ezek a következők:

Tétel- szám:	Tárgy:	Ártétel:		
		1937-ben	1939-ben	1941-ben
1.	Kezdeményező havi fizetése .....	150.—	300.—	400.—
2.	Jártasabb havi fizetése .....	250.—	400.—	600.—
3.	Kezdő rajzoló havi fizetése .....	80.—	160.—	240.—
4.	Jártasabb havi fizetése .....	200.—	350.—	450.—
5.	Napszámos napi fizetése .....	1.—	3.—	5.— sőt itt-ott 7—8 is.
6.	Teherautó naponként .....	20.—	40.—	60.—
7.	Teljes ellátás a mérnök számára pol- gári helyen napi .....	4.—	6.—	8.—

Mindezekre való tekintettel a szóbanlévő átmeneti intézkedéseket általánosságban nemcsak méltánytalanoknak érezzük, de azokban egyenesen igazságtalanságokat is látunk, s vele együtt lehetőséget arra, hogy vagyoni romlásba taszítsák az egyes, anyagilag amúgyis gyenge lábon álló, főként vidéki földmérőmagánmérnököket.

Felmerülhetne az ellenvetés hogy az egyes földmérőmagánmérnököknek módjukban lett volna szerződésük megkötése előtt a helyi viszonyok felől részletesen tájékozódni, és a díjszabással kapcsolatos észrevételeiket előterjeszteni. Ézzel szemben legalábbis súlyos enyhítő körülményül szolgáljon a javukra két közismert ténykörülmény is.

Az első: hogy hegyvidéki utunk trianoni határainkon belül a Trianon óta eltelt 22 esztendőn keresztül egyáltalában nem volt. Ha pedig nem volt hegyvidéki utunk, nem volt és nem is lehetett tapasztalatunk se hegyvidéki útmunkák tekintetében. Hegyvidéki tapasztalatainkról mindössze csak az 1940. évvel kezdődőleg attól kezdve lehet beszélni, amikor már visszakaptuk előbb a Felvidéket, azután Kárpátalját és végül Erdélyből is egyenlőre csak egy kisebb részt.

A második: hogy piacunkon az ármegállapítás még manapság is nemegyszer az úgynevezett korlátlan árverseny rendszere alapján tör-

ténik, szemben az úttörzskönyvezéseknél, már hála Istennek, követett újabb eljárással, ahol is az ú. n. „a különleges feladatkörben járatos érdektelen szakértelem” elve nyer alkalmazást. Ha pedig még figyelembe vesszük azt is, hogy szakértőnk ezúttal maga a mérnöki rend legmagasabb fóruma volt a m. kir. kereskedelmi minisztérium útosztályának a személyében, akkor emberileg teljesen érthetővé válik, hogy miért nem jutott az eszébe az egyes földmérőmagánmérnököknek, az áraknak a szerződés megkötésekor való ellenőrzése, vagy hogy miért nem merték megkockáztatni az árbeli alkudozást ezzel a némesebbnek nevezhető alapelvvel szemben és ezzel a magas fórummal szemben.

Mindezen fenteloadottak alapján közgyűlésünk ilyirányú elhatározásból mély tisztelettel kérjük Nagyméltóságodat, hogy ezeket az egységáratat és ezeket az átmeneti intézkedéseket is méltóztassanak alábbi tiszteletteljes javaslatunk szerint megállapítani:

1. Az egységáratokra vonatkozó javaslatunk tehát a következő:

a) síkvidéken 350—400 P/km,

b) dombvidéken 450—500 P/km,

c) hegyvidéken a síkvidéki egységár 150—300% felárral, és pedig a terepviszonyokhoz igazodó esetenkénti külön megállapodás szerint.

2. Az átmeneti intézkedésekre vonatkozó javaslatunk a következő:

Hogy a rendeletnek legyen-e visszaható hatálya is a még folyamatban lévő államúti stb. törzskönyvezési munkákra, ezt a kérdést Nagyméltóságod döntse el esetről-esetre a helyi viszonyok beható helyszíni megvizsgálása útján, azok tárgyilagos mérlegelésével, valamint a méltányosság szem előtt tartásával, és pedig az egyes magánmérnökök kellően megindokolt és igazolt külön írásbeli kérésére.

Kérjük Nagyméltóságodat, hogy kiadandó rendelkezéseiben az egységáratoknak, kivált a jelenlegi háborús életkörülmények mindenkor drágulását figyelembevevő mindenkor kormányrendeletekkel összhangban álló felemelést is engedélyezni és a m. kir. államépítészeti hivatalokat, valamint az érintett vidéki városokat is ilyen értelemben utasítani méltóztassék.

Végül tisztelettel kérjük Nagyméltóságodat, hogy nagybecsű rendelkezéséről Egyesületünket is értesíteni méltóztassék.

Fogadja Nagyméltóságod hazafias mély tiszteletünk és üdvözetünk őszinte nyilvánítását.

Budapest, 1942. április hó 25.

Jászai Béla s. k.  
titkár.

Bikfalvy Béla s. k.  
elnök.

Emlékiratunkra az alábbi válasz érkezett:

M. kir. Kereskedelem- és Közlekedésügyi Miniszter.

58.010/XII/a. 1942. szám.

Tárgy: Az állami közutak törzskönyvezési munkájának díjazása.

Földmérő Magánmérnökök Országos Egyesületének

Budapest,

XI. Műegyetemi Geodéziai tanszék.

Folyó évi április hó 25-ikén kelt, fenti tárgyban hozzám intézett beadványára értesítem az Egyesületet, hogy a kérdést vizsgálat tárgyává tettem és megállapítottam, hogy úgy a mérnöki munkában, mint a törzskönyvezéshez felhasznált anyagok árában még jelenleg is mutatkozik bizonyos áremelkedés, és ezért a törzskönyvezési munkák díjazását nem kívánom jelenleg újból szabályozni, hanem az általam kiadandó törzskönyvezések díjazását a munka összes körülményinek figyelembevételével esetenként fogom megállapítani.

Budapest, 1942. évi november hó 30-ikán.

A miniszter rendeletéből:

Hanzély s. k.  
miniszteri osztályfőnök.

## Az Állami Földmérés közleményei.

### Cím- és jelleg-adományozás.

A kormányzó Úr Ő Főméltósága *Radimsky Oszkár* műszaki tanácsosnak a műszaki főtanácsosi címet és jelleget, *Gáthy Dániel*, *Keledi Ferenc*, *Gál János*, *Szeghy Lajos*, *Bottfy Gyula* és *Bándy István* főmérnököknek a műszaki tanácsosi címet és jelleget, *Tasfi László*, *Mamuzsich László*, *Schuber Ernő* és *Hokkes László* mérnököknek a főmérnöki címet és jelleget adományozta.

### Kinevezések.

A Kormányzó Úr Ő Főméltósága *Csontai Agoston* műszaki főtanácsosi címmel és jelleggel felruházott műszaki tanácsost műszaki főtanácsossá kinevezte.

A m. kir. pénzügyminiszter *Ács Elemér*, v. *Ács Endre*, *Borszéki Sándor*, *Lányi Dezső* és *Rédey László* műszaki tanácsosi címmel és jelleggel felruházott főmérnököket a VII. fizetési osztályba műszaki tanácsosokká, *dr. Bükky Dezső* és *Szemes László* főmérnöki címmel és jelleggel felruházott mérnököket a VIII. fizetési osztályba főmérnökökké, *Bugajev Demeter* ideiglenes minőségű segédmérnököt a IX. fizetési osztályba ideiglenes minőségű mérnökké, *Káplány Gábor* okleveles mérnök, szegedi lakost a szegedi 10. földmérési felügyelőséghez a IX. fizetési osztályba ideiglenes minőségű mérnökké kinevezte.

### Áthelyezés.

A m. kir. pénzügyminiszter *Vizy István* műszaki tanácsost a szatmárnémeti 14. földmérési felügyelőségtől a budapesti földmérési térképtárhoz és *Paksy István* műszaki tanácsost a nagyváradai 8. földmérési felügyelőségtől a budapesti 9. földmérési felügyelőséghez áthelyezte.

**Nyugdíjazás.**

*Suba Árpád* műszaki tanácsos nyugalomba helyeztetett.

**Halálozás.**

*Forstner Antal* és *Lesenczey Ernő* műszaki főtanácsos és *Vincze Ernő* műszaki tanácsos elhunyt.

**Hibajegyzék.**

*Ertelemzavaró sajtóhibák* az 1943. évfolyam első füzetében „Új geofizikai módszer olaj- és gázkutatásoknál” címmel megjelent szemle cikkben.

- A 37. oldalon felülről 5. sorban *egyéb* helyett *egyik* irandó.  
 A 40. „ „ 7. „ *közélből* „ *közetből* „  
 A 40. „ 2. *Kiömlés* után a 2. sorban *közeledik* helyett *közlekedik* irandó.  
 A 42. „ 10. „ a „ d „  
 A 43. „ 12. „ (HC)<sub>c</sub> „ (HC)<sub>L</sub> „  
 A 43. „ 20. „ (HC)<sub>c</sub> „ (HC)<sub>L</sub> „  
 A 43. „ 21. „ *gáztadó* után beszurandó *réteg* „  
 A 45. „ a 2. számú táblázatban *10—5%* helyett *10—5%* irandó.

Az ábrák közül a 2. és a 3. *ábra* összetartozik, a 2. *ábra* a 3. *ábra* fölé helyezendő!

**Kérelem előfizetőinkhez!**

Mivel az előfizetők kis száma miatt a Közlöny kiadása egyre nagyobb nehézséggel jár, tisztelettel kérjük előfizetőinket, hogy a minden köszönetet kiérdemlő támogatásukon felül legyenek szívesek újabb előfizetők gyűjtésével is segítségünkre jönni. A hazai geodéziai tudomány fejlesztése érdekében vállaltuk a Közlöny kiadásának és szerkesztésének fárasztó és kockázatos munkáját s nagyon szomorú volna, ha a geodéziával foglalkozók közönye miatt vállalkozásunkkal fel kellene hagyni. Kérjük előfizetőinket, terjesszék a Közlönyt ismerőseik körében, továbbá igyekezzenek rábírní a könyvtárral rendelkező intézményeket, hogy a Közlönyt járassák.



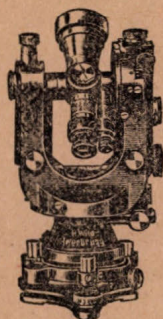
# WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körosztásnál:

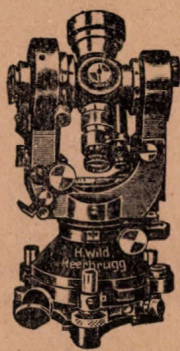
Tájéoló teodolit	T0	1'	Egyetemes teodolit	T2	1''
Ismétlő teodolit	T1	6''	Precíziós teodolit	T3	0.2''



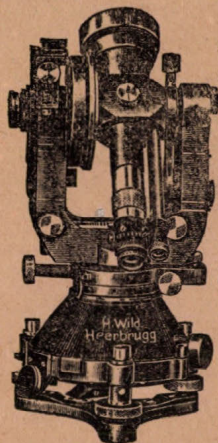
T<sub>0</sub>



T<sub>1</sub>



T<sub>2</sub>



T<sub>3</sub>

**A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz)**  
**„minden feladathoz a megfelelő műszert“**

jelszóval állította össze ezt e négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

**Vezérképviselőt:**

**„GAMMA“** FINOMMECHANIKAI  
 GYÁRTMÁNYOKAT  
 ÁRUSÍTÓ K. F. T. BUDAPEST.

Székház:  
 IX. KÖZRAKTAR-U. 20/A.

Mérnöki szaküzlet:  
 IV., APPONYI-TÉR 1.



# MAGYAR OPTIKAI MŰVEK RÉSZVÉNYTÁRSASÁG

BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA. 35-43.

Sürgöncím: „MOMER“

TELEFON 150-065\*, 150-045\*.

TEODOLITOK

\*

EGYETEMES MŰSZEREK

\*

TAHIMÉTEREK

\*

FELRAKÓK

\*

MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK

\*

MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK

\*

LÁTCSÖVEK



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
**OLTAY KÁROLY**

Főmunkatárs:  
**SZILAGYI BÉLA**

Előfizetési ára: egész évre 16 pengő, félévre 8 pengő, negyedévre 4 pengő.

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem

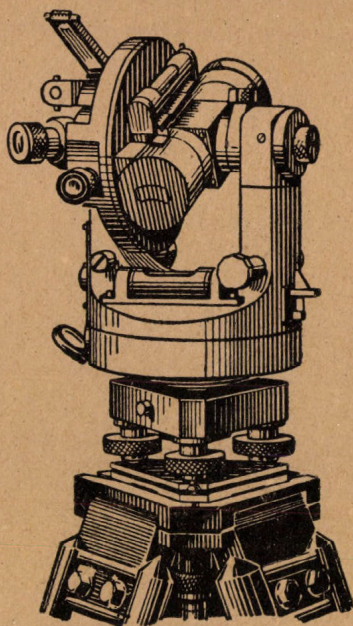
Postatakarékpénztári csekkszámja száma: 45.223.

## TARTALOM:

<i>Dr. Tárczy-Hornoch Antal:</i> A Jacobi-féle középértékképzésre vonatkozó tétel geodéziai alkalmazásáról ... ..	95
<i>Dr. Tarics Sándor:</i> A normális egyenletek megoldása krakoviánokkal, számológéppel ... ..	98
<i>Oltay Károly:</i> Az argentinai felsőrendű szintezés fontosabb adatai	111
<i>Dr. Tarics Sándor:</i> Előmetszés számítása belső szögekkel, számológéppel ... ..	116

Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklapon beküldeni sziveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő. Kéziratokat nem őrzünk meg.



Egyszerű kezelés  
Gyors és pontos leolvasás  
Célszerű, tömör és tetszetős kivitel  
Könnyű súly

Ezek lényegesebb tulajdonságai a

**ZEISS**  
MÉRNÖKI MŰSZEREKNEK

Vezérképviselő: RÁD MIKLÓS  
Budapest, VI., Andrásy-út 52

Telefon: \*116-640

CARL ZEISS  
JENA



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
OLTAY KAROLY

Főmunkatárs:  
SZILAGYI BÉLA

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Múgyetem.

Előfizetési ár: egész évre 16 pengő,  
félévre 8 pengő, negyed évre 4 pengő.

Megjelenik évente négyszer,  
összesen legalább 12 iv terjedelemben.

## A Jacobi-féle középértékképzésre vonatkozó tétel geodéziai alkalmazásáról.

*Dr. Tárczy-Hornoch Antal.*

Két igen áttekinthető tanulmányában<sup>1</sup> dr. Haáz István Béla reámutatott arra is, hogy a Tamás Zoltán<sup>2</sup> és E. Müller<sup>3</sup> által alkalmazott, a későbbiekben még ismertetendő tétel nem új, hanem már Jacobinak 1841-ben a determinánsokról írt klasszikus értekezésében is benne van. Tanulmányait Kürti Vilmos egy ismertetésével<sup>4</sup> hozza kapcsolatba, amely E. Müllerrel szemben Tamás prioritása mellett tör lándzsát.

Mint hogy Haáz két tanulmánya azt a látszatot keltheti, mintha a Jacobi-féle tételt a geodézia művelői nem ismerték volna, második érdekes tanulmányának befejező megállapításaira való tekintettel reá kell mutatnom arra, hogy Jacobi fentemlített tétele a geodéziában nemcsak hogy ismeretes, hanem azt adandó alkalommal fel is használták.

Haáz második cikkének befejező két bekezdése megállapításaira vonatkozóan ezt mondja:

„Elméleti szempontból ez azért jelentős eredmény, mert ez azt jelenti, hogy a legkisebb négyzetek elve, amelyet pedig a középértékképzésnél magasabbrendű kiegyenlítési elvnek szokás tekinteni, voltaképpen azonos a középértékképzés elvével.

Gyakorlati szempontból pedig az a tétel jelentősége, hogy feleslegessé teszi a normálegyenletek képzését, mert hiszen a tétel értelmében a kívánt  $x_1 \dots, x_m$  értékrendszer(ek) magukból a feltételi egyenletekből meghatározható(k). Igaz, hogy így több  $m$  ismeretlenes egyenletrendszert kell megoldani, de ha csak 2, 3 ismeretlenről és sok feltételi egyenletről van szó, akkor nemcsak elvi, hanem gyakorlati szempontból is ez

<sup>1</sup> A normálegyenletek megoldása középértékképzéssel. Geodéziai Közlöny 1942. év 111—117. old. és 1943. év 68—71. old.

<sup>2</sup> A koordináta kiegyenlítés új megoldásai, Geodéziai Közlöny 1936. év 86—101 old.

<sup>3</sup> Einschneiden nach der Methode der kleinsten Quadrate durch Mittelbildung. Allgemeine Vermessungsnachrichten 1941. év 193—201. old.

<sup>4</sup> Pontkapcsolások kiegyenlítése középértékképzéssel. Geodéziai Közlöny 1941. év 191—194. old.

egyszerűbb eljárást jelent, mint a normálegyenletek felállítása és megoldása.“

Lássuk most pl. Wellisch megállapításait az alaposságáról ismert kiegyenlítő számításában:<sup>5</sup>

„Die aus den vermittelnden Beobachtungen berechneten wahrscheinlichsten Werte der Unbekannten gehen daher auch aus der Regel des allgemeinen arithmetischen Mittels hervor, wenn die Koordinatengewichte  $\pi$  in Rechnung gestellt werden. Dieser Satz wurde zum ersten Male von Jacobi 1841 in Crelles Journal ganz allgemein in Determinantenform mitgeteilt.“

Miután Wellisch a számítás menetére egy gyakorlati példát is bemutat, így folytatja:

„Kann man also auch nach dem Jacobischen Satze mit Benützung der Regel vom arithmetischen Mittel zu den wahrscheinlichsten Werten vermittelnder Beobachtungen gelangen, so zeigt ein noch so einfacher Versuch, dass diesem Verfahren eine praktische Bedeutung nicht beigemessen werden kann.“

Valóban a gyakorlati alkalmazhatóság korlátozottsága a legfőbb oka, hogy Jacobi szóbanforgó tételéről a geodéziában kevesebb szó esik. Ahol azonban a normálegyenletek szokásos megoldása bizonyos nehézségekbe ütközik, mindjárt felmerül Jacobi tétele.

Igy nehézséget jelentett a normálegyenletek megoldása a szigorú grafikus kiegyenlítéseknél: Lám, megtaláljuk a Jacobi-tételt és alkalmazását éppen az *előmetszés kiegyenlítésére* Werkmeisternél.<sup>6</sup> Nem véletlen az sem, hogy a Tamás által megadott kiegyenlítés segédeszköze a számológép,<sup>7</sup> amelyet a normálegyenletekkel való kiegyenlítésre még nem tettek eléggé alkalmasnak. És ugyancsak számológépet használ kiegyenlítésénél E. Müller is.<sup>8</sup>

Hogy Tamás nem tudott Jacobi-tételéről, menthető, hisz Mülleren kívül még Schmehl berlini professzor is elnézte, különben hivatkozott volna rá „Das arithmetische Mittel und die Ausgleichung vermittelnder Beobachtungen“ c. két tanulmányában.<sup>9</sup> Schmehl is Haázhoz hasonlóan első cikkében az egyenlő súlyú, második cikkében a különböző súlyú megfigyelések esetét tárgyalja. Viszont Haáz bizonyára ez utóbbi két cikket sem ismerte, amelyek szoros kapcsolatban állanak tanulmányaival, sőt valószínű, hogy E. Müller eredeti cikkébe se volt módjába beletekinteni, amely Schmehl tanár cikkeit idézi. Müller ugyanis Schmehlre való hivatkozással szöszterint<sup>10</sup> a következőket is mondja:

„Es besteht nun die Möglichkeit, sich einerseits die Vorteile einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate nutzbar zu machen, andererseits jedoch eine wesentliche Erleichterung und Vereinfachung

<sup>5</sup> Theorie und Praxis der Ausgleichsrechnung, II. köt.: Probleme der Ausgleichsrechnung, 1910. 47. old.

<sup>6</sup> Graphische Ausgleichung bei trigonometrischer Punktbestimmung durch Einschneiden. Zeitsch. für Vermessungsw. 1916. 113. old. A hivatkozás Jacobira a 114. oldal lábjegyzetében van.

<sup>7</sup> V. ö. Geodéziai Közlöny, 1936. év, 98. old.

<sup>8</sup> Allg. Vermessungsnachrichten, 1941. év, 198—199. old.

<sup>9</sup> Allg. Vermessungsnachrichten, 1937. év, 429—432. old. és 1938. év, 583—587. old.

<sup>10</sup> Id. h. 193. old.

des erforderlichen Arbeitsaufwands zu erzielen, wenn man von der Tatsache Gebrauch macht, dass sich alle Ausgleichsaufgaben nach der Methode der kleinsten Quadrate auf das Prinzip des arithmetischen Mittels zurückführen lassen.“

Ez pedig sok vonatkozásban megfelel Haáz idézett összefoglaló befejezésének. Nézetünk szerint Müller is egy kissé túlbecsüli az eljárás jelentőségét.

Érdeemes a szóbanforgó eljárás régebbi megítélésére még Helmert klasszikus tömörségű kiegyenlítőszámításnak a következő részét idéznünk:<sup>11</sup>

*„Herleitung der Normalgleichung aus dem Prinzip des arithmetischen Mittels.*

... ..  
 Da man nun alle Ausgleichsaufgaben in solche nach vermittelnden Beobachtungen umwandeln kann, so lässt sich demnach alles auf das Prinzip des arithmetischen Mittels zurückführen. Die Vorschriften der Ausgleichung sind aber dieselben wie für die Methode der kleinsten Quadrate, welche überdies den Vorzug besitzt, bequem auf alle Formen der Ausgleichungsaufgaben direkt anwendbar zu sein.“

Helmert nem idézi Jacobit, mert különben is igen ritkán hivatkozik más munkákra, a vonatkozó esetben pedig a bizonyítást a különböző súlyú közvetlen megfigyelések esetére vezeti vissza. Érdekes itt még Helmertnek Gauss vizsgálatára támaszkodó azt a bizonyítását megemlítenem,<sup>12</sup> amelyben Gauss alapján<sup>13</sup> a számtani középértékből a Gauss-féle hibatörvényt, s a legkisebb négyzetek módszerét vezeti le! Jordan és Eggert pedig egyenesen megnyugtató momentumot lát abban, hogy a legkisebb négyzetek módszere a számtani középértékhez vezet.<sup>14</sup> A legkisebb négyzetek elvének a számtani középértékkel való összefüggése is tehát a például felsoroltak szerint ismeretes volt. Persze nem oly értelemben, hogy ez mindig az egyszerű középértékképzést jelenti.

Végezetül csak azt óhajtom még megemlíteni, hogy soraim kizárólag a geodéták védelmében íródtak. Készségesen elismerem azt is, hogy Haáz tanulmányaiban szép gondolatok is vannak.

<sup>11</sup> Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate II. kiadás, 1907. 102 old.

<sup>12</sup> Id. m. 94—98. old.

<sup>13</sup> Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientium. Hamburg 1809. A szóbanforgó összefüggés tehát már Gaussnak a kiegyenlítő számításról foglalkozó legelső munkájában bent van.

<sup>14</sup> Handbuch der Vermessungskunde, I. köt. 6. kiadás, 1910. 45. old.

## A normális egyenletek megoldása krakoviánokkal, számológéppel.

Dr. Tarics Sándor.

A „Schweizerische Zeitschrift für Vermessungswesen und Kulturtechnik“ című folyóirat 1943. évi 9. és 10. számában Czeslaw Kamela-tól a normális egyenletek megoldására új eljárást közöl, amelyet az alábbiakban ismertetünk:

Kevés számú ismeretlen tartalmazó lineáris egyenletek megoldása a gyakorlatban a következő eljárásokkal történik: 1. *a*) kiküszöbölő eljárással, *b*) helyettesítő eljárással, *c*) összehasonlító eljárással, 2. determinánsok segítségével, 3. a Gauss-féle algoritmussal. Nagyobb számú ismeretlenek esetén leghelyesebb a Gauss-féle eljárást alkalmazni mivel a felsorolt eljárások közül ez a legmegfelelőbb, bár kétségtelenül nagy figyelmet és meglehetősen sok időt vesz igénybe.

Dr. T. Banachiewicz-nek sikerült Krakóban az úgynevezett „krakovián“-ok segítségével a lineáris egyenletek megoldására egy új eljárást találni. Banachiewicz a krakoviánoknak az asztronómiában és a geodéziában való alkalmazásáról számos előadást tartott, így többek között a Balti Geodéziai Társaság 1933. évi kongresszusán Helsinkiben és a Geodéziai Szakosztályban Lembergben 1938-ban.

Mivel a geodéziában előforduló normális egyenletek lineáris egyenletek, ezért a krakoviánok segítségével megoldhatók. Néhány államban (Lengyelország, Olaszország stb.) ezt a számítási módszert a gyakorlatban már bevezették.

Az alábbiakban röviden ismertetjük a krakovián számítás főbb tételeit.

Matematikailag a krakoviánok tulajdonképpen Cayley-féle matrixok. A krakovián elmélet a Cayley-féle matrixok elméletétől a szorzás műveletének értelmezésében különbözik. Az analitikai alapvető eltérés abban áll, hogy a krakovián szorzás általában nemcsak hogy nem kommutatív (mint a matrixok szorzata), de nem is asszociatív.

Az alábbi lineáris egyenletrendszer

$$\begin{aligned} a_{11} x + a_{12} y + a_{13} z + a_{14} &= 0 \\ a_{21} x + a_{22} y + a_{23} z + a_{24} &= 0 \\ a_{31} x + a_{32} y + a_{33} z + a_{34} &= 0 \end{aligned} \quad \dots \quad 1.$$

szimmetrikus egyenletrendszernek nevezzük, ha minden együtthatóra nézve fennál a következő összefüggés:  $a_{ik} = a_{ki}$ . „A“ krakoviánnak nevezzük azt az elrendezést, amelynek elemei a lineáris egyenletek együtthatóiból és tiszta tagjaiból állanak és hogy a determinánsoktól és matrixoktól megkülönböztessük, a következő alakban írjuk:<sup>1</sup>

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix} \quad \dots \quad 2.$$

<sup>1</sup> A krakoviánok szokásos { } jelöléstől nyomdatechnikai okok miatt eltérünk.



A szimmetrikus négyzetes krakoviánra érvényes a következő összefüggés:

$$I. A = A \quad . . . 10.$$

A krakoviánokra az összeadás és kivonás szabályai érvényesek.

Két krakovián  $L$  és  $M$  összeadásának (vagy kivonásának) eredménye egy olyan  $N$  krakovián, amelynek  $n$  elemei a következő szabály szerint képezhetők:

$$n_{ij} = l_{ij} + m_{ij} \text{ (összeadás)} \quad . . . 11.$$

$$n_{ij} = l_{ij} - m_{ij} \text{ (kivonás)} \quad . . . 11.*$$

tehát

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \quad . . . 11.**$$

$$\begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_{11} & n_{12} \\ n_{21} & n_{22} \end{bmatrix} \quad . . . 11.***$$

Ez a szabály azonban csak akkor érvényes, ha a krakoviánoknak azonosak a „méreteik“, vagyis ugyanolyan magasak, mint amilyen szélesek.

„ $A$ “ krakovián *reciprokájának* nevezzük és  $A^{-1}$ -el jelöljük azt a krakoviánt, amely a következő feltételt kielégíti:

$$A^{-1} \cdot A = I \quad . . . 12.$$

Minden krakovián előállítható, mint két krakovián  $H$  és  $G$  szorzata. A  $H$  és  $G$  krakoviánokat *kanonikus* krakoviánoknak nevezzük. Ezeket az jellemzi, hogy a fő átlójuk alatt lévő összes elemeik 0-val egyenlők.

$$A = H \cdot G \quad . . . 13.$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & 0 & h_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ 0 & g_{22} & g_{23} \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \quad . . 13.*$$

vagyis

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ 0 & h_{22} & h_{23} \\ 0 & 0 & h_{33} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad G = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ 0 & g_{22} & g_{23} \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} \quad . . . 13.**$$

A *normális egyenletekre* vonatkozóan — amelyek szimmetriás felépítésű lineáris egyenletek — az  $A$  krakovián értéke a 13. alatti szabálynak megfelelően a következőképpen írható:<sup>2</sup>

<sup>2</sup> A redukált normális egyenletek együtthatóinak jelölésére vonatkozólag lásd: *Olty*: Geodézia I. kötet 22. §.

$$A = \begin{bmatrix} [paa] & [pab] & [pac] & [pat] \\ [pba] & [pbb] & [pbc] & [pbr] \\ [pca] & [pcb] & [pcc] & [pct] \\ [pta] & [ptb] & [ptc] & [ptt] \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} [paa] & [pab] & [pac] & [pat] \\ 0 & B_{II} & C_{II} & T_{II} \\ 0 & 0 & C_{III} & T_{III} \\ 0 & 0 & 0 & T_{IV} \end{bmatrix}}_H$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & [pab] & [pac] & [pat] \\ [paa] & [paa] & [paa] & [paa] \\ 0 & 1 & \frac{C_{II}}{B_{II}} & \frac{T_{II}}{B_{II}} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{T_{III}}{C_{III}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_G \quad \dots \dots 14.$$

A 11. alatti egyenletnek megfelelően

$$I - G = \begin{bmatrix} -\frac{[pab]}{[paa]} & -\frac{[pac]}{[paa]} & -\frac{[pat]}{[paa]} \\ 0 & -\frac{C_{II}}{B_{II}} & -\frac{T_{II}}{B_{II}} \\ 0 & 0 & -\frac{T_{III}}{C_{III}} \end{bmatrix} \quad \dots \dots 15.$$

A  $G^{-1}$  krakoviánban a fő átló felett álló összes elemek 0-val egyenlők.

$$G^{-1} = \begin{bmatrix} g_{11}^{-1} & 0 & 0 \\ g_{21}^{-1} & g_{22}^{-1} & 0 \\ g_{31}^{-1} & g_{32}^{-1} & g_{33}^{-1} \end{bmatrix} \quad \dots \dots 16.$$

A 12. alatti egyenletnek megfelelően:

$$\begin{bmatrix} g_{11}^{-1} & 0 & 0 \\ g_{21}^{-1} & g_{22}^{-1} & 0 \\ g_{31}^{-1} & g_{32}^{-1} & g_{33}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ 0 & g_{22} & g_{23} \\ 0 & 0 & g_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots 17.$$

vagyis

$$g_{ij}^{-1} = \frac{1}{g_{ji}}$$

A normális egyenletek megoldása során először az  $I-G$  krakovián első sorát számítjuk, tehát a

$$-\frac{[pab]}{[paa]} - \frac{[pac]}{[paa]} - \frac{[pat]}{[paa]} \text{ értékeket.}$$

Az  $I-G$  krakovián kiszámított első sorának segítségével a  $H$  krakovián második sorát számítjuk a kettő közötti összefüggés alapján:

$$[B_{II} \ C_{II} \ T_{II}] = \begin{bmatrix} [pab] & [pac] & [pat] \\ [pbb] & [pbc] & [pbt] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{[pab]}{[paa]} \\ \frac{[pac]}{[paa]} \\ 1 \end{bmatrix} \dots 18.$$

Ezután az  $I-G$  krakovián második sorát számítjuk:

$$-\frac{C_{II}}{B_{II}} - \frac{T_{II}}{B_{II}}$$

Most a  $H$  krakovián harmadik sorának számítása következik:

$$[C_{III} \ T_{III}] = \begin{bmatrix} [pac] & [pat] \\ C_{II} & T_{II} \\ [pcc] & [pct] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{[pac]}{[paa]} \\ -\frac{C_{II}}{B_{II}} \\ 1 \end{bmatrix} \dots 19.$$

Számítjuk az  $I-G$  krakovián harmadik sorát:

$$-\frac{T_{III}}{C_{III}} - \text{at,}$$

végül a  $H$  krakovián negyedik sorát:

$$[T_{IV}] = \begin{bmatrix} [pat] \\ T_{II} \\ T_{III} \\ [ptt] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{[pat]}{[paa]} \\ -\frac{T_{II}}{B_{II}} \\ -\frac{T_{III}}{B_{III}} \\ 1 \end{bmatrix} \dots 20.$$

Ha az ismeretlenek száma több mint három, a számítást hasonlóan rendezzük be.

A  $H$  krakovián számítása után — amelynek elemei a redukált normális egyenletek együtthatóival és tiszta tagjaival azonosak — az ismeretlen  $x, y, z, \dots$  mennyiségek számítását elvégezhetnénk úgy, mint a Gauss-féle algoritmussal való számolásnál.<sup>3</sup> A krakovián módszer al-

<sup>3</sup> Eddig az eljárás lényegében nem különbözik a normális egyenletek megoldására a lett S. Vasilevskis által összeállított eljárástól. (*Geodéziai Közlemény* 1941 1. füzet.)



kalmazásánál azonban az ismeretleneket a  $G^{-1}$  krakovián segítségével számítjuk. Mivel a  $G$  krakovián fő átlójának elemei  $I$ -el egyenlők a 17.\* alatti összefüggés szerint a  $G^{-1}$  krakovián fő átlójának elemei is egyenlők  $I$ -el.

A krakovián többi elemeit az alábbi összefüggések szerint számítjuk:

$$\begin{aligned}
 g_{21}^{-1} &= [ 1 ] [ -g_{12} ] & g_{32}^{-1} &= [ 1 ] [ -g_{23} ] \\
 g_{31}^{-1} &= \begin{bmatrix} I \\ g_{21}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g_{13} \\ -g_{23} \end{bmatrix} & g_{42}^{-1} &= \begin{bmatrix} I \\ g_{32}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g_{24} \\ -g_{34} \end{bmatrix} \quad . \quad . \quad 21 \\
 g_{41}^{-1} &= \begin{bmatrix} I \\ g_{21}^{-1} \\ g_{31}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g_{14} \\ -g_{24} \\ -g_{34} \end{bmatrix} & g_{43}^{-1} &= [ 1 ] [ -g_{34} ]
 \end{aligned}$$

E szerint a  $G^{-1}$  krakoviánban a fő átló alatt lévő átló mentén fekvő elemek egyenlők az  $I-G$  krakoviánban a fő átló elemeivel.

A  $G^{-1}$  krakovián utolsó sorának elemei a keresett ismeretlenek:

$$x = g_{41}^{-1} ; y = g_{42}^{-1} ; z = g_{43}^{-1} \quad . \quad . \quad . \quad 22.$$

A  $G^{-1}$  krakovián segítségével számíthatjuk a  $Q_{ii}$  súlykoefficiensket az alábbi két krakovián szorzataként:

$$\begin{bmatrix} I \\ [paa] \\ I \\ B_{II} \\ I \\ C_{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (g_{11}^{-1})^2 & 0 & 0 \\ (g_{21}^{-1})^2 & (g_{22}^{-1})^2 & 0 \\ (g_{31}^{-1})^2 & (g_{32}^{-1})^2 & (g_{33}^{-1})^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} \\ Q_{22} \\ Q_{33} \end{bmatrix} \quad . \quad . \quad . \quad 23.$$

Ehez két új krakoviánt kell képezni. Az egyiket

$$\frac{I}{[paa]}, \frac{I}{B_{II}}, \frac{I}{C_{III}}$$

elemekből, a másikat a  $G^{-1}$  krakovián elemeinek négyzetéből az utolsó sor (vagyis  $x, y, z$  és  $I$ ) elhagyásával.

$H$  és  $G$  kanonikus krakoviánok számítását az alábbi összefüggésből ellenőrizzük:

$$H \cdot S_G = I \cdot S_A \quad . \quad . \quad . \quad 24.$$

ahol

$$S_G = \begin{bmatrix} S_{G_{11}} \\ S_{G_{21}} \\ S_{G_{31}} \\ S_{G_{41}} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{aligned} S_{G_{11}} &= g_{11} + g_{12} + g_{13} + g_{14} \\ S_{G_{21}} &= g_{22} + g_{23} + g_{24} \\ S_{G_{31}} &= g_{33} + g_{34} \\ S_{G_{41}} &= g_{44} \end{aligned} \quad . \quad . \quad . \quad 25.$$

$S_A$  krakoviánt a következőképpen számítjuk:

$$S_A = \begin{bmatrix} S_{A_{11}} \\ S_{A_{21}} \\ S_{A_{31}} \\ S_{A_{41}} \end{bmatrix}, \text{ ahol } \begin{matrix} S_{A_{11}} = a_{11} + a_{12} + a_{13} + a_{14} \\ \cdot \\ \cdot \\ S_{A_{41}} = a_{41} + a_{42} + a_{43} + a_{44} \end{matrix} \quad . . . . 26.$$

Hasonlóan számítjuk  $S_H$  és  $S_{G^{-1}}$  krakoviánokat.

A második számítási ellenőrzés:

$$S_H \cdot S_G = \Sigma S_A, \quad . . . . 27.$$

ahol  $\Sigma S_A = S_{A_{11}} + S_{A_{21}} + S_{A_{31}} + S_{A_{41}} \quad . . . . 27.*$

A  $G^{-1}$  krakovián számításának ellenőrzésére a következő összefüggés szolgál:

$$S_G \cdot S_{G^{-1}} = A \text{ sorok száma}, \quad . . . . 28.$$

vagy  $G^{-1} \cdot S_G = (1 + 1 + 1 + 1) \quad . . . . 28.*$

Utolsó ellenőrzés:

$$[ptt \cdot k] = [\rho vv] \quad . . . . 29.$$

ahol  $k =$  az ismeretlenek száma.

A 22. alatti összefüggések levezetése:

Ha az  $X$ ,  $A$  és  $L$  krakoviánokat a következőképpen értelmezzük:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad L = \begin{bmatrix} - [pat] \\ - [pbt] \\ - [pct] \end{bmatrix} \quad . . . . 30.$$

ahol  $x_1 = x; x_2 = y; x_3 = z, \quad . . . . 31.$

akkor  $X \cdot A = L \quad . . . . 32.$

ahonnan  $X = L \cdot A^{-1} \quad . . . . 33.$

A 12. és 13. alatti összefüggésekből következik, hogy

$$A^{-1} \cdot A = I \quad \text{és} \quad A^{-1} = H^{-1} \cdot G^{-1} \quad . . . . 34.$$

tehát  $X = L \cdot I \cdot H^{-1} \cdot G^{-1} \quad . . . . 35.$

mivel  $L \cdot I \cdot H^{-1} = \begin{bmatrix} - [pat] \\ - [paa] \\ - \frac{T_{II}}{B_{II}} \\ - \frac{T_{III}}{C_{III}} \end{bmatrix} \quad . . . . 36.$

(Ez az elrendezés azonos az  $I-G$  krakovián utolsó oszlopával.)

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{[pat]}{[paa]} \\ -\frac{T_{II}}{B_{II}} \\ -\frac{T_{III}}{C_{III}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{11}^{-1} & 0 & 0 \\ g_{21}^{-1} & g_{22}^{-1} & 0 \\ g_{31}^{-1} & g_{32}^{-1} & g_{33}^{-1} \end{bmatrix} \quad . \quad . \quad . \quad 37.$$

Hasonló módon lehet a 23. alatti összefüggést bizonyítani.

**Példa:**

Oldjuk meg a következő normális egyenleteket:

$$\begin{aligned} + 38,85x + 4,42y - 4,41z + 2,41u + 28,95 &= 0 \\ + 4,42x + 38,64y + 5,98z - 33,49u - 10,55 &= 0 \\ - 4,41x + 5,98y + 38,61z - 1,58u + 17,65 &= 0 \\ + 2,41x - 33,49y - 1,58z + 54,74u + 11,13 &= 0 \end{aligned}$$

és  $[ptt] = 45,7665$ .

A feladat megoldását célszerűen táblázatosan rendezzük be (*I.*, *II.* és *III.* táblázat).

**I. táblázat.**

Minden sorban fölül az $A$ alul a $H$ krakovián elemei találhatóak					$S_A$	$S_H$
+ 38,85	+ 4,42	- 4,41	+ 2,41	+ 28,95	+ 70,220	+ 70,220
"	+ 38,64	+ 5,98	- 33,49	- 10,55	+ 5,000	
0	+ 38,137	+ 6,482	- 33,764	- 13,844		- 2,909
"	"	+ 38,61	- 1,58	+ 17,65	+ 56,200	
0	0	+ 37,008	+ 4,432	+ 23,200		+ 64,730
"	"	"	+ 54,74	+ 11,13	+ 33,210	
0	0	0	+ 24,167	- 5,712		+ 18,455
"	"	"	"	+ 45,7665	+ 92,946	
0	0	0	0	+ 3,1613		+ 3,161

$$\Sigma S_A = + 257,626$$

II. táblázat.

A lépcsőzetes vonal fel-tt az I-G alatt a G krakovián elemei található					$S_G$	$S_{G^{-1}}$
1	-0,113 771	+0,113 541	-0,062 033	-0,745 174	+1,807 437	+1,000 000
-0,113 771	1	-0,169 966	+0,885 334	+0,363 007	-0 078 375	+0,886 229
+0 13287	-0,169 966	1	-0,119 758	-0,629 323	+1,749 081	+0 962 912
-0,178 671	+0,905 689	-0,119 758	1	+0,236 355	+0,763 645	+1,607 260
$x =$ -0,912 327	$y =$ +0,684 035	$z =$ -0,657 628	$u =$ +0,236 355	1	+1,000 000	+0,3 0435

Számítási ellenőrzés:

$$H \cdot S_G = I \cdot S_A = \begin{bmatrix} + 70,219 \\ + 5,000 \\ + 56,251 \\ + 33,209 \\ + 92,946 \end{bmatrix}$$

$$S_H \cdot S_G = \Sigma S_A = + 257,625$$

$$G^{-1} \cdot S_G = (1,000 + 1,000 + 1,000 + 1,000 + 1,000)$$

A súlykoefficienseket a 23. alatti két krakovián szorzataként számítjuk:

III. táblázat.

+0,025 740	1	0	0	0	$Q_{11} =$ +0,027 877
+0,026 221	+0,012 914	1	0	0	$Q_{22} =$ +0,060 941
+0,027 021	+0,017 649	+0,028 888	1	0	$Q_{33} =$ +0,027 614
+0,041 379	+0,031 922	+0,820 273	+0 014 342	1	$Q_{44} =$ +0,041 379

\* \* \*

A normális egyenletek megoldására egy másfajta krakovián módszer is van, amely a következő:

Jelöljük A-val a normális egyenletek együtthatóiból a tiszta tagok nélküli alkotott krakoviánt.

$$A = \begin{bmatrix} [paa] & [pab] & [pac] \\ [pba] & [pbb] & [pbc] \\ [pca] & [pcb] & [pcc] \end{bmatrix} \dots 33.$$

Számítsuk ki ezután mint az előző eljárással az I—G, H és G kra-

koviánokat, a számítás ellenőrzéséhez az  $S_A, S_H, S_{I-G}$  és  $S_G^{-1}$  krakoviánokat, továbbá az  $M$  krakovián elemeit:

$$\frac{1}{[\rho aa]}, \frac{1}{B_{II}}, \frac{1}{C_{III}}$$

és az  $N$  krakovián elemeit:

$$\sqrt{\frac{1}{[\rho aa]}}, \sqrt{\frac{1}{B_{II}}}, \sqrt{\frac{1}{C_{III}}} \dots 39.$$

Ezután a  $P$  és  $S$  krakoviánokat számítjuk az alábbi összefüggések szerint:

$$P^* = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1}{[\rho aa]}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{1}{B_{II}}} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{\frac{1}{C_{III}}} \end{bmatrix} \cdot G^{-1} \dots 40.$$

A táblázatba ennek transzponáltját a  $P$  krakoviánt írjuk.

$$S_p = \begin{bmatrix} S_{p11} \\ S_{p21} \\ S_{p31} \end{bmatrix}, \text{ ahol } \begin{matrix} S_{p11} = \rho_{11} \\ S_{p21} = \rho_{21} + \rho_{22} \\ S_{p31} = \rho_{31} + \rho_{32} + \rho_{33} \end{matrix} \dots 40^*$$

Ezután az  $R$  krakoviánt számítjuk:

$$R = L \cdot P^* \dots 41.$$

$$R = \begin{bmatrix} -[\rho ct] \\ -[\rho bt] \\ -[\rho ct] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{21} & \rho_{31} \\ 0 & \rho_{22} & \rho_{23} \\ 0 & 0 & \rho_{33} \end{bmatrix} \dots 41^*$$

Az ismeretlen  $x_1 = x, x_2 = y$  és  $x_3 = z$  mennyiségeket az alábbi két krakovián szorzataként kapjuk:

$$X = R \cdot P \dots 42.$$

$$R = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} \\ r_{21} \\ r_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 \\ \rho_{21} & \rho_{22} & 0 \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 0 \end{bmatrix} \dots 42^*$$

Most a  $Q$  és  $S$  krakoviánok számítása következik:

$$Q = P \cdot P \dots 43.$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 \\ \rho_{21} & \rho_{22} & 0 \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{11} & 0 & 0 \\ \rho_{21} & \rho_{22} & 0 \\ \rho_{31} & \rho_{32} & \rho_{33} \end{bmatrix} \dots 43^*$$

$$S_Q = \begin{bmatrix} S_{Q_{11}} \\ S_{Q_{21}} \\ S_{Q_{31}} \end{bmatrix}, \text{ ahol } \begin{matrix} S_{Q_{11}} = Q_{11} + Q_{12} + Q_{13} \\ S_{Q_{21}} = Q_{21} + Q_{22} + Q_{23} \\ S_{Q_{31}} = Q_{31} + Q_{32} + Q_{33} \end{matrix} \quad . . . 43.**$$

Számítási ellenőrzés:

$$S_{I-G} \cdot S_{G-1} = \sum g_{ik} \quad . . . 44.$$

(Ez az összegezés csak azokra a tagokra vonatkozik, amelyeknél  $i \neq k$ .)

$$\sum r_{ik}^2 = [ptt] - [ptt \cdot k] \quad . . . 45.$$

( $k$  = az ismeretlenek száma)

$$S_A \cdot X = - \{ [pat] + [pbt] + [pct] \} \quad . . . 46.$$

$$- [pat]x - [pbt]y - [pct]z = \sum r_{ik}^2 = [ptt] - [ptt \cdot k] \quad . . 47.$$

$$\sum S_{Q_{ik}} = \sum S_{P_{ik}} \quad . . . 48.$$

$$S_A \cdot S_Q = \text{az ismeretlenek száma} \quad . . 49.$$

vagyis

$$S_{A_{11}} \cdot S_{Q_{11}} + S_{A_{21}} \cdot S_{Q_{21}} + S_{A_{31}} \cdot S_{Q_{31}} = \text{az ismeretlenek száma} \quad 49.*$$

végül

$$[ptt \cdot k] = [pvv] \quad . . . 50.$$

### Példa:

Oldjuk meg az alábbi normális egyenleteket:

$$+ 459,00x - 308,00y - 389,00z + 244,00u - 507,00 = 0$$

$$- 308,00x + 464,00y + 408,00z - 269,00u + 695,00 = 0$$

$$- 389,00x + 408,00y + 676,00z - 331,00u + 653,00 = 0$$

$$+ 244,00x - 269,00y - 331,00z + 469,00u - 283,00 = 0$$

$$\text{és} = + 1129,00$$

A számítások eredményeit a mellékelt táblázatban foglaltuk össze (IV. táblázat).

\* \* \*

Az V., VI. és VII. jelű táblázatok feltüntetik, hogy a különböző számú ismeretleneket tartalmazó normális egyenletek megoldása során hány összeadási, kivonási, szorzási és osztási műveletet kell elvégezni. A táblázatok nem tartalmazzák azokat a műveleteket, amelyeket a számítások ellenőrzéséhez végzünk és nem tartalmazzák az 1-el való szorzást sem. A táblázatok utolsó sorában lévő képletek segítségével lehet kiszámítani, hogy különböző számú ismeretlenek esetén, mennyi az elvégzendő műveletek száma.

IV. táblázat.

Fent A } Lent H }	krakovian elemek találhatóak	SA S-1	M N	I - G		S <sub>I-G</sub>	G-1	S <sub>G-1</sub>					
+459 00	- 308,00	+ 389,00	+ 144,00	1	+	+	-	+	0	0	1		
"	+ 461,00	+ 403,00	- 269 00		1	-	+	-	+	0	+		
0	+ 257.325	+ 147 972	- 105 270			0,571153	0,409094	0,162 059	0,671024	1	0	1.671 024	
"	"	+ 676,00	- 331 00			1	0,244248	+	+	-	+	+	
0	0	+ 262 381	64,0 6					0 244 248	0,464238	0,571153	1	0	0,893 085
"	"	"	+ 469,00				1		-	+	+	+	+
0	0	+ 280,574	+ 113,00						0,143689	0,269591	0,244248	1	1 370 150

S<sub>I.G.</sub> · S<sub>G-1</sub> = + 0,34 259  
+ 0,934 259

R	P				SP	X	Q	S <sub>Q</sub>
+ 3,661 225	+ 0 046 675	0	0	0	+	x = 0,212 766	+	+ 0,007 414
22,117 288	+ 0 041 831	+ 0 012 339	0	0	+	y = 1,465 123	+	+ 0,005 867
1, 76 593	+ 0 023 060	0 015 261	0	0	+	z = - 0,197 830	+	+ 0,004 597
8,162 017	0,008 578	0,016 095	+	+	+	u = - 0,487 272	+	+ 0,0 4 884
L =	- [pat] = + 507,00	- [pbt] = - 615,00	- [pct] = - 653,00	- [pdt] = - 283,00				Σ S <sub>Q</sub> = 0,122 762
	- [pat] - [pbt] - [pct] - [pdt] = - 558,00							Ellenőrzésből: = 0 0 2761
	- [pat] - [pbt] - [pct] - [pdt] = - 558,00							Ellenőrzés: - [pat] x - [pbt] y - [pct] z - [pdt] u = SA · S <sub>Q</sub> = 4,000
	[pdt] = + 1129,00							= [pz] = + 1117,418
	[pz] = + 1117,418 [pwt] = 1129,00 - 1117,418 = + 11,582							Ellenőrzés: [pwt] = [ptt · kt] = 1129,00 - 1117,418 = + 11,582

V. táblázat. A műveletek száma a Gauss-féle algoritmussal való megoldásnál.

Ismeretlenek száma	Osztások száma	Szorzások száma	Összeadások és kivonások száma	Összes műveletek száma
3	15	22	19	56
4	24	50	44	118
5	35	95	85	215
6	48	161	146	355
7	63	252	231	546
8	80	372	344	796
9	99	525	489	1113
.	.	.	.	.
$n$	$n(n+2)$	$\sum_{i=1}^{i=n} n_i(2n_i - 1)$	$\sum_{i=1}^{i=n} (2n_i^2 - 2n_i + 1)$	$\sum_{i=1}^{i=n} \{n_i(4n_i - 1) + 2\}$

VI. táblázat. A műveletek száma az első krakovián módszerrel való megoldásnál.

Ismeretlenek száma	Osztások száma	Szorzások száma	Összeadások és kivonások száma	Összes műveletek száma
3	9	22	17	48
4	14	45	36	95
5	20	79	65	164
6	27	126	106	259
7	35	188	161	384
8	44	267	232	543
9	54	365	321	740
.	.	.	.	.
$n$	$\frac{n}{2}(n+3)$	$\sum_{i=1}^{i=n} n_i^2 + (n^2 - 1)$	$\sum_{i=1}^{i=n} n_i^2 + \frac{n}{2}(n-1)$	$2\sum_{i=1}^{i=n} n_i^2 + n(2n+1) - 1$



VII. táblázat. A műveletek száma a második krakovián módszerrel való megoldásnál.

Ismeretlenek száma	Osztások száma	Szorítások száma	Összeadások és kivonások száma	Négyzetgyökök-vonások száma	Összes műveletek száma
3	6	30	14	3	53
4	10	60	36	4	110
5	15	105	70	5	195
6	21	166	118	6	311
7	28	244	182	7	461
8	36	340	264	8	648
9	45	455	366	9	875
$n$	$\frac{n}{2}(n+1)$	$10 \sum_{i=1}^n n_i^2 - 2n_{i-1} + \sum_{i=1}^n S_i$	$\sum_{i=1}^n S_i + \frac{3n}{2}(n-3) + \sum_{i=1}^{n-1} S_i$	$n$	$\sum_{i=1}^n n_i^2 + n(2n-3) + \sum_{i=1}^n S_i + 10(\sum_{i=1}^n n_i^2 - 2n_{i-1})$

A táblázatok adataiból kiderül, hogy a krakovián számítás — különösen az elsőnek ismertetet eljárás — rendkívül gazdaságos, mert főleg nagyobb számú ismeretlent tartalmazó normális egyenlet rendszerek megoldása ezzel a módszerrel igényli a legkevesebb számítási munkát.

## Az argentinai felsőrendű szintezés fontosabb adatai.

Oltay Károly.

A Zeitschrift für Vermessungswesen 1931. évi 1. füzetében Gronwald W. „Die Feineinwägungen in Argentinien in dem Jahre 1899—1926“ cím alatt közli Lelli A. argentin közmunkaügyi miniszteriumi felügyelő Argentina felsőrendű szintezéséről írt memorandumát és több cikkét.

### I. A szintezés célja.

Az argentin hajózási- és kikötővezérfelügyelőség vízrajzi érdekek miatt szükségesnek tartotta az országos szintezés megindítását, ami 1899-ben meg is történt.

A folyók kis esésére való tekintettel nagyon szabatos szintezést kel-

lett végezni s emellett a területek nagy terjedelme miatt lehetőleg gyorsan kellett a mérést elvégezni.

Ezért *Seibt* szintezési módszerét fogadták el.

A mérések 1899-ben indultak meg s 1926-ig 12420 km-t szinteztek  $25^{\circ} 20'$  és  $41^{\circ} 0'$  földrajzi szélességek között.

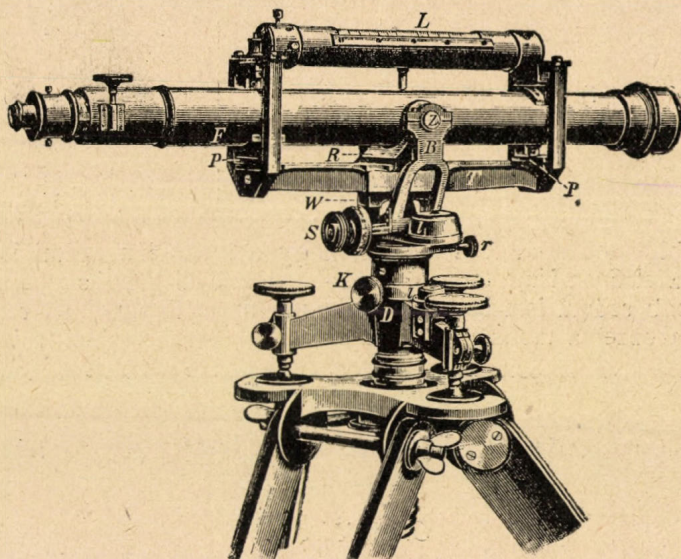
Kiinduló (nulla) pontul a *Buenos-Aires* főszékesegyházának falába létesített alappontot szolgált, ami 19 méter magasan volt a *Rio de La Plata* átlagos alacsony vízállása felett.

Az elhelyezett alappontok száma 1926-ban 6385 volt, átlagos távolságuk 514 m.

Az alappontok megjelölése eleinte furatos csapokkal, későbbi fali gombokkal történt.

## II. Műszerek.

A *Seibt—Breithaupt*-féle szabatos szintező műszerrel (1. ábra) és reverziós lécekkel végezték a szintezést. A vízen való átszintezések alkalmával különleges lécet használnak, amit csúsztatható iránytárcsával látnak el. Itt a világítást acetilénlámpa szolgáltatja.



1. ábra.

A műszer pontosságvizsgálatának eredményei a következők:

Egyszeres 100 m-es irányzás valószínű hibája ...	$\pm 0,50$ mm
Két észlelő által 8 irányzással meghatározott magasságkülönbség valószínű hibája .....	$\pm 0,18$ mm
Egyszeri irányzás mellett a libella bizonytalanságából (görbületi hibákból) származó valószínű hiba .....	$\pm 0,20$ mm

Két észlelő által 8 buborékleolvasással meghatározott magasságkülönbség valószínű hibája  $\pm 0,07$  mm

A műszer mechanikai szilárdságát jellemző valószínű hiba  $\pm 0,10$  mm

A 200 m távolságra lévő pontok magasságkülönbségének véletlen valószínű hibája lesz:

$$\sqrt{0,18^2 + 0,07^2 + 0,10^2} = \pm 0,22 \text{ mm}$$

A megfelelő km-es véletlen valószínű hiba:

$$\pm 0,5 \text{ mm}$$

A km-es közép véletlen hiba tehát:

$$\pm 0,74 \text{ mm}$$

### III. A szintezés végrehajtása.

A mérés végrehajtásának jellemző részletei a következők:

a) A hátra- és előreirányzásnál egyenlő távolságait az előremenő segédmunkás méri ki, s ezt a műszer útján optikai távméréssel ellenőrzik.

b) A revíziós lécen a szintező szállal mindig valamelyik 4 mm-es fehér sávot irányozzák.

c) A mérést két észlelő végzi. A hátra- és előre leolvasást (helyesebben a szintező szál ráállítását a fehér sáv közepére) az egyik észlelő, ugyanakkor a buborékleolvasásokat a másik észlelő végzi és vezeti be a saját mérési könyvébe. Tehát két jegyzőkönyvet vezetnek. Azután helyet cserélnek és az előre-hátra irányzást a másik észlelő végzi el. A következő állásban a második észlelő végzi az első irányzásokat.

d) Az átlagos léctávolság (léc és műszer közt) eleinte 200 m, később 150 m. Kedvezőtlen refrakciós viszonyok esetén 100 m-re, sőt kivételesen 50 m-re csökkentették a léctávolságot.

e) A két mérési jegyzőkönyv kiszámítását külön-külön végzik. Az egyes állások eredményeit összehasonlítják. Egy állásban nyert két érték megengedett legnagyobb eltérése:

200 m-es léctávolság mellett	1,6 mm
150 „ „ „	1,1 „
100 „ „ „	0,9 „
50 „ „ „	0,5 „

Az eltérésektől megkívánjuk, hogy lehetőleg váltakozó előjelűek legyenek.

f) Átlagos szakaszhossz 2,0 km. A két szintezés közepétől való eltérés legnagyobb megengedett értéke:  $1,5 \sqrt{L}$  mm, ahol  $L$  kilométerben értendő.

g) A refrakció szempontjából különösen veszélyes földközeli légré-

tegre való tekintettel, a megengedett minimális lécleolvasást az alábbi táblázat állapítja meg.

Léc-távolság <i>m</i>	A lécleolvasás legkisebb értéke <i>m</i>
150	0.75
100	0.50
60	0.30
43	0.21
33	0.17
27	0.14
14	0.07

#### IV. Munkasebesség, teljesítmény és középhiba.

Amint láttuk, hogy minél nagyobb munkateljesítményt érjenek el, a felsőrendű mérésekben szabványos 50 m léctávolság helyett ennek háromszorosát 150 m, sőt kivételesen 200 m-t alkalmaznak.

Ennek következtében az állások száma  $\frac{2}{3}$  résszel kevesebb, mint a modern felsőrendű szintezésekben, ami által a munkasebesség fokozását akarták elérni.

Az elért munkasebességre a következő adatokat közli Lelli.

Vasutí pályatesten egy állomás észlelése 11—12 percig tartott a megtett úthoz szükséges idővel együtt, országúton pedig 14—16 percig.

Vasúton hajtánnyal, országúton kerékpárral mennek egyik állásból a másikba.

A fentiek szerint a legkedvezőbb esetben egy műszerállás időtartama

11 perc,

vagyis 150 m-es lécs- és műszertávolságot alapul véve

1 km hosszat

37 perc

alatt lehet szintezni, vagyis egy óra alatt a teljesítmény

1640 méter.

Viszont a maximális időtartam 16 perc, aminek kilométerenként 53 perc felel meg, egy óra alatt pedig 1120 m a szintezhető hossz.

Ezek azonban nem is olyan túlzott értékek, mert Gárdonyi adatai szerint a magyar elsőrendű szintezésben egy óra alatt 12 állást mértek, ami 1200 méternek felel meg.

\* \* \*

Az *egynapi teljesítményre* nézve *Lelli* közli, hogy naponta d. e. 5 óra 50 perctől 10 óra 55 percig, d. u. 12 óra 30 perctől 16 óra 45 percig mértek, vagyis délelőtt átlagban 5 órát, délután pedig 4 órát szinteztek. A napi teljesítmény tehát kedvező esetben kereken 15 km, kedvezőtlen esetben pedig 10 km volt.

A magyar elsőrendű szintezésben a refrakciós hatások tökéletesebb kiküszöbölése miatt d. e. 7 óra után és (d. u.) 17 óra előtt nem mértek, úgyhogy naponta 4,5 óra mérési idő állt rendelkezésre, ami mintegy 6,5 km napi teljesítménynek felel meg.

\* \* \*

Az *évi munkateljesítményre* nézve *Lelli* a következő adatokat adja. 1899-től—1926-ig, azaz 27 év alatt mértek

az	I. rendű hálózatban	3810 km-t
	II. „ „	3685 „
	III. „ „	4925 „
	összesen	12420 km-t,

vagyis évente átlag 460 km volt a teljesítmény.

#### V. Szintezések vízfolyáson át.

A szélesebb folyók átszintezésénél a szokásos szimultán-eljárást alkalmazták, oda-vissza ismételve, lehetőleg egyenlő léctávolságokkal, vagyis a két szintező pontot a folyó irányára  $45^\circ$  alatt helyezték el. A visszafelé való mérésben az észlelőket és a műszereket felcserélték.

Az átszintezés előkészítése 1 napig, az észlelés 2—3 napig szokott tartani.

Az átszintezések alkalmával nyert magasságkülönbségek középhibáit *Lelli* az alábbiakban adja meg:

Folyószám	A lécz és a műszer távolsága	Középhiba
1	1700 m	$\pm 1.9$ mm
2	600	0.9
3	1046	3.0
4	1559	3.3
5	1325	3.0
6	713	1.2
7	600	1.0
8	627	0.7
9	800	1.4
10	300	0.4
11	840	3.0

Ezek az értékek az ugyanazon magasságkülönbségre nyert értékek eltéréseiből vezettetve, tehát az esetleges állandó hibákról felvilágosítást nem nyújtanak.

Egyáltalán a közlemény nem tartalmazza az oda-vissza mérések eltéréseiből vezettetett középhibákat, továbbá a kiegyenlítés után levezetett hálózati középhibákat sem, pedig az elérhető valóságos pontosságról ezek nyújthatnak felvilágosítást.

Ez azért sajnálatos, mert ezeknek a szokásosnál nagyobb értékeiben nyilatkozik meg a *Seibt*-féle módszernek (voltaképpen a *Cohen Stuart*-féle ú. n. *hollandiai* módszernek) az a hátránya, hogy egyrészt a hosszú léctávolságok miatt a refrakcióhibák hatása nagyon tetemes, másrészt, hogy az egy műszerálláson belül végzett munka hosszabb időtartama a nagyon károsan ható lécs- és műszersüllyedés túlzott érvényesülését teszi lehetővé.

A pontosságban elért eredmények azonban valószínűleg nem elégtették ki a magas szabatossági szintezésekben megkívánt pontossági igényeket, mert újabban már az argentinai felsőrendű hálózatban mellőzik a *Seibt*-féle eljárást és annak műszereit. Már 1916 óta kísérleteket végeztek a *Zeiss*-féle felsőrendű szintezésre szolgáló berendezéssel s a magas szabatossági méréseket már azzal végzik.

## Előmetszés számítása belső szögekkel, számológéppel.

*Dr. Tarics Sándor.*

A számológép alkalmazása geodéziai műveletekben nemcsak azzal az előnnyel jár, hogy az egyes számítási feladatokat a fásasztó logaritmusos megoldások helyett a számológéppel lényegesen kevesebb munkával, tehát gazdaságosabban és kevésbbé fárasztó módon oldhatjuk meg, hanem azzal az előnnyel is, hogy az előforduló sokféle feladatot a gépi számolás technikájának legjobban megfelelő néhány *alapfeladat* számítására vezethetjük vissza. Például új útvonalak tervezése a numerikus részletfelvételi eljárással készült térképen, ezzel kapcsolatban körívek és egyenesek érintési pontjainak, kosárgörbék jellemző pontjainak, körívek egymással és egyenesekkel való metszéspontjainak számítása, továbbá területosztások stb. számítása olyan lépésekből tehető össze, amelyek az említett alapfeladatok megoldásából állanak. Ezek az alapfeladatok:

1. *Mérési vonalpontok koordinátáinak számítása.* Ide tartozik a sokszögelés számítása is. Az eltérés csak az, hogy a sokszögelés számításánál a törésszög  $180^\circ$ -tól eltér.
2. *Adott vonalon derékszögű koordinátákkal megadott pontok koordinátáinak számítása.* (Koordináta transzformálás.)
3. *Előmetszés számítása.*
4. *Területszámítás.*

A számológéppel való számolás természetében rejlő előnyök teszik lehetővé, hogy a nagytömegű számítási munkák túlnyomó részét nemcsak

mérnökök, hanem az alapfeladatok betanulása után megfelelő irányítás mellett, *segéderők* is végezhetik.

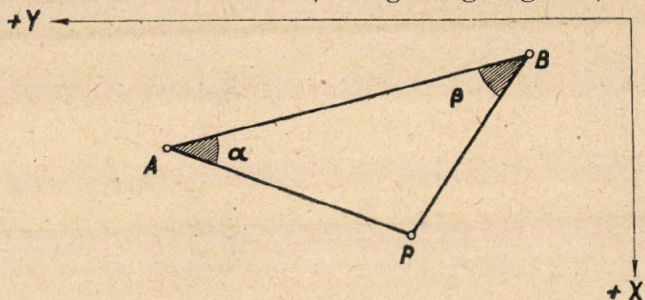
A felsorolt alapfeladatokon kívül vannak természetesen egyéb számítási eljárások is, mint pl. a hátrametszés ismeretes számítási módjai, normális egyenletek megoldása számológéppel, stb., ezek azonban a többi feladatokhoz viszonyítva ritkábban fordulnak elő.

Az alább közölt eljárás az előmetszés számítására ismeretes eljárásoktól leginkább abban különbözik, hogy az előmetszés számítását egy egyszerű szorzási és egy osztási művelettel a leggyakrabban előforduló alapfeladatra „*adott vonalon derékszögű koordinátákkal megadott pont*” koordinátáinak számítására vezeti vissza.

\* \* \*

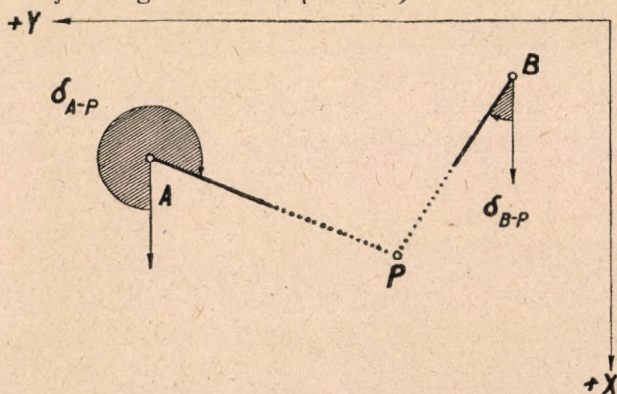
Az előmetszés geometriai lényege két egyenes metszése. Az **A** és **B** ismert koordinátájú alappontokon a **P** pont meghatározására megmérjük az  $\alpha$  és  $\beta$  szögeket (1. ábra). Az **A** és **B** pontok  $Y_A, X_A$  és  $Y_B, X_B$  koordinátáiból, továbbá a mérési eredményekből, az  $\overline{AP}$  és  $\overline{BP}$  egyenesek metszéspontjának — a **P** pontnak — koordinátái kiszámíthatók.

Az előmetszéssel meghatározott pont koordinátáinak számítására több eljárás ismeretes. Ezek két csoportba oszthatók. Az egyik csoportba tartozó eljárások közvetlenül az  $\alpha$  és  $\beta$  szögek segítségével (1. ábra), míg



1. ábra.

a másik csoportba tartozó eljárások az  $\overline{AP}$  és  $\overline{BP}$  egyenesek irányszögének segítségével oldják meg a feladatot (2. ábra).



2. ábra.

Két egyenes metszéspontját, amikor az egyenesek két-két pontjuk koordinátaival adottak kiszámíthatjuk a fenti csoportba tartozó eljárások valamelyikével, de kiszámíthatjuk közvetlenül a koordinátákból is.<sup>1</sup>

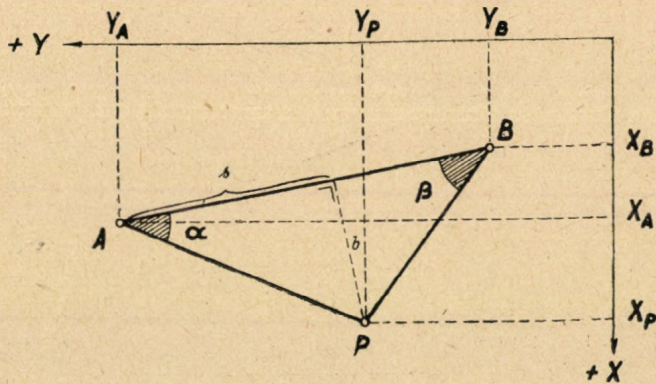
Hogy a **P** pont koordinátáit az  $\overline{AB}$  vonalon kiszámítsuk (3. ábra) húzzunk a **P** pontból az  $\overline{AB}$  egyenesre merőleges egyenest. A merőleges egyenes talppontjának az **A** ponttól való távolságát jelöljük  $s$ -sel, a **P** pontnak az  $\overline{AB}$  egyenestől való távolságát pedig  $b$ -vel. Az ábrán látható derékszögű háromszögekben felírható, hogy

$$\cotg \alpha = \frac{s}{b} \text{ és}$$

$$\cotg \beta = \frac{\overline{AB} - s}{b}, \text{ a két értéket összeadva}$$

$$\cotg \alpha + \cotg \beta = \frac{s + \overline{AB} - s}{b}; \text{ ahonnan}$$

$$b = \frac{\overline{AB}}{\cotg \alpha + \cotg \beta} \dots 1.$$



3. ábra.

Felírhatjuk továbbá, hogy

$$s = b \cotg \alpha \dots 2.$$

A **P** pont derékszögű koordinátái az  $\overline{AB}$  vonalon az  $s$  és  $b$  értékek. Ha tehát számítási előkészületeként az  $\alpha$  és  $\beta$  mérési eredményekből, továbbá az **A** és **B** pontok távolságából  $s$  és  $b$  értékét kiszámítjuk, akkor a **P** pont koordinátáit mint az  $\overline{AB}$  vonalon  $s$  és  $b$  derékszögű koordináták-

<sup>1</sup> Töpfer: Berechnung des Schnittpunktes zweier durch je zwei Punkte gegebener Geraden mit Hilfe der Rechenmaschine nach Determinanten. (Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 1936.)



kal megadott pont koordinátáit számíthatjuk. A számításnál csak arra kell ügyelni, hogy a **P** pontot az  $\overline{AB}$  vonal helyes oldalára számítsuk. Ha a pontok megjelölését úgy végezzük, hogy az ismeretlen **P** pont felől nézve balra legyen az **A** pont, jobbra a **B** pont, akkor a **P** pont az  $\overline{AB}$  vonaltól *mindég jobbra esik*. Az **A**-nál lévő szöveget jelöljük  $\alpha$ -val, a **B**-nél lévő szöveget pedig  $\beta$ -val.

Megjegyzendő, hogy  $\cotg \alpha$  és  $\cotg \beta$  előjeles értékek. Ha valamelyik szög  $90^\circ$  és  $180^\circ$  között van, cotangense negatív szám, ez esetben a  $b$  képletében a nevezőben lévő összevonást algebrailag helyesen kell elvégezni.

Az 1. és 2. alatti képletek a *kettős számlológéppel* való számoláshoz kiválóan alkalmasak. Ha ugyanis  $\uparrow \uparrow$  váltó állás mellett a jobboldali gép beállítószerkezetébe beállítjuk  $\cotg \alpha + \cotg \beta$  értékét, a baloldali gép beállítószerkezetébe pedig  $\cotg \alpha$  értékét, akkor ha a forgatókart addig forgatjuk, míg a jobboldali gép eredmény során az  $\overline{AB}$  távolság értéke jelenik meg, akkor a jobboldali gépen a 2. jelű képletben kijelölt osztást végeztük el, vagyis a fordulátmérőn  $b$  értéke jelentkezik. Ez azt jelenti, hogy a forgatókart  $b$ -szer forgattuk körül. Mivel pedig a baloldali gép beállítószerkezetén  $\cotg \alpha$  volt beállítva, a baloldali gép eredmény során az  $s = b \cotg \alpha$  szorzat értéke jelenik meg.

Ez a számítási eljárás nemcsak az előmentszéssel meghatározott pont koordinátáinak számítására alkalmas, hanem minden olyan feladatnak a megoldására, amikor egy háromszögben ismerjük két pont koordinátáit és a háromszög szögeit. Ilyen feladatok még a háromszögeléseknél előforduló *háromszögszámítás*, továbbá a pontkapcsolások közül az *oldalmetzés* és a *háromszögmérés*, vagy *kis háromszögelés*.

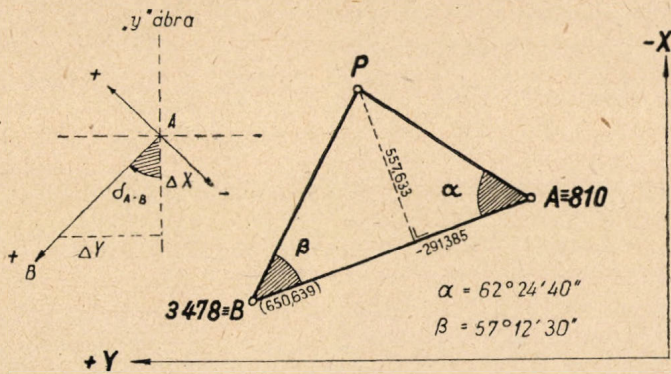
Az, hogy adott esetben az előmentszés többféle számítási eljárása közül melyiket választjuk, elsősorban attól függ, hogy milyen számológép áll rendelkezésre (egyszerű-, váltós-, vagy kettős számológép).

A leírt számítási eljárás az előmentszés számítására ismeretes módszerektől az alábbiakban különbözik:

1. Az adott vonalon derékszögű koordinátákkal megadott pontok koordináta számításának ismeretét kívánja. Ez azonban a geodéziai gyakorlatban a leggyakrabban előforduló számítási alapfeladat.
2. Az eljárás könnyen megjegyezhető, mivel nem szükséges az egyes koordináták beforgatására, valamint a váltó állására (úgy az egyszerű váltós, mint a kettős gépnél) olyan szabályokat fejben tartani, amelyek hosszas megfontolások eredményei.
3. Közvetlenül az  $\alpha$  és  $\beta$  szögek segítségével számolunk, tehát nem kell az ismeretlen pont felé menő irányok irányszögeit külön kiszámítani.
4. Minden típusú számológéppel elvégezhető.
5. Kettős számológéppel való számolásra különösen alkalmas. Kettős géppel ugyanazokat a képleteket kell megoldani, mint egyszerű géppel.
6. A kettős géppel szokásos eljárással ellentétben (eredmény sorok összeforgatása) az ismeretlen pont koordinátáit *számítási ellenőrzéssel* adja.

A feladat megoldása a 4. ábrán látható példának megfelelően, egyszerű számológéppel a következő:

Tizedesjegyek száma fordulatomérőn 3, beállítószerkezeten 6, eredmény soron  $3 + 6 = 9$ .



4. ábra.

A leírt szabálynak megfelelően  $810 \equiv A$  és  $3478 \equiv B$ .

1. A táblázat rovataiba beírjuk a pontok számait, az **A** és **B** pontok megadott koordinátáit:  $Y_A = + 1 014,46$ ,  $X_A = - 2 223,58$  és  $Y_B = + 1 657,52$ ,  $X_B = - 2 124,56$ , továbbá  $\cotg \alpha = + 0,522 540$  és  $\cotg \beta = + 0,644 250$  táblázatból kikeresett értékeket.
2. Elvégezzük a  $\cotg \alpha + \cotg \beta = + 1,166 790$  összeadást.
3. Képezzük a  $\Delta Y = Y_B - Y_A = + 643,06$  és  $\Delta X = - X_A = + 2 223,58$  koordináta különbségeket.
4. Kiszámítjuk az **A** és **B** pontok távolságát:  $\overline{AB} = 650,639$ .
5. Számítjuk a **P** pont koordinátáit az  $\overline{AB}$  vonalon:

$$b = \frac{\overline{AB}}{\cotg \alpha + \cotg \beta} = \frac{650,639}{1,166 790} = 291,385 \text{ és}$$

$$s = b \cotg \alpha = 291,385 \cdot 0,522 540 = 557,633$$

Pontszám	s	b	$s_n - s_{n-1}$				Koordináták	
			+	+	-		Y	X
1 810 = A						0 $\sin \delta = 0,988 351$ $\cos \delta = 0 152 189$	1 + 1014,46	1 - 2223,58
1 P	5 + 291,385	5 + 557 633	7 291,385	7 557,633		1 $\cotg \alpha = +$ $+ 0,522 540$	8 + 1387,32	8 - 2730,37
1 3478 = B	4 + 650,639		7 359,254		7 557,633	1 $\cotg \beta = +$ $+ 0,644 250$	1 + 1657,52	1 - 2124,56
			7 650,639			2 $\cotg \alpha + \cotg \beta$ $= + 1,166 790$	3 + 643,06	3 + 99,02

Előmentszés számítása belső szögekkel, számológéppel.

Az egyszerű számológéppel ezt a műveletet úgy végezzük el, hogy az eredmény sorba átvisszük 650,639-et, majd a beállító szerkezeten 1,166 790-et beállítva az eredmény sorot 0-ra forgatjuk. A fordulattmérőn piros színben megjelenik  $b = 291,385$ . Az eredmény sorot és a beállító szerkezetet töröljük. Most a beállító szerkezeten  $\cotg \alpha = 0,522\ 540$  értéket beállítva a fordulattmérőn piros színben álló  $b = 291,385$ -öt 0-ra forgatjuk. Az eredmény soron megjelenik  $s = b \cotg \alpha = 557,633$ .

6. Kiszámítjuk az  $\overline{AB}$  irány irányszögének *sinus* és *cosinus* értékeit. Ennél a műveletnél a tizedesjegyek száma a fordulattmérőn 6, beállító szerkezeten 4, eredmény soron  $6 + 4 = 10$ .

$$\sin \delta = \frac{643,06}{650,639} = 0,988\ 351 ; \cos \delta = \frac{99,02}{650,639} = 0,152\ 189$$

Ezeket az értékeket a **P** pont koordinátáinak számítása során előjel nélküli mennyiségeknek tekintjük.

7. A forgatókar helyes forgási értelmét az „y” ábrából állapítjuk meg. Az „y” ábra az  $\overline{AB}$  irány vázlatos előállítás a koordináta rendszerben. A  $\sphericalangle Y = Y_B - Y_A$  és  $\sphericalangle X = X_B - X_A$  különbségek előjeléből megállapítjuk, hogy az  $\overline{AB}$  vonal melyik szögnegyedbe esik. Példánk esetében (4. ábra)  $sg \sphericalangle Y = \text{pozitív}$ ,  $sg \sphericalangle X = \text{pozitív}$ , tehát a  $\delta_{A-B}$  irány az első szögnegyedben van. Az „y” ábrából az is megállapítható, hogy az  $\overline{AB}$  vonal vetülete az  $Y$  tengelyre olyan, hogy a vonalon haladva a kezdőpont  $Y_A$  koordinátái nőnek. Ezért a **P** pont koordinátáinak számításánál  $s$  értékét *pozitív* értelemben kell a fordulattmérőbe beforgatni. Az  $\overline{AB}$  vonaltól jobbra eső távolságok előjele szintén pozitív, míg a baloldalra eső távolságok előjele negatív. **P** pont a vonaltól jobbra van, tehát a  $b$  távolság előjele pozitív. Az előjeleket beírjuk a táblázat 4. és 5. számokkal jelzett rovataiban lévő számok elé, majd képezzük az  $s_n - s_{n-1}$  és  $b_n - b_{n-1}$  különbségeket, számítási ellenőrzéssel.
8. A számológéppel kiszámítjuk **P** pont koordinátáit: Tizedesjegyek száma fordulattmérőn 3, beállító szerkezeten 6, eredmény soron  $3 + 6 = 9$ .
- Az eredmény sorba levisszük  $Y_A = 1\ 014,46$  értéket. Fordulattmérőt, beállító szerkezetet töröljük.
  - Beállító szerkezeten beállítjuk  $\sin \delta = 0,988\ 351$ -et, fordulattmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 291,385-öt
  - Fordulattmérőt, beállító szerkezetet töröljük. Beállító szerkezeten beállítjuk  $\cos \delta = 0,152\ 189$ -et és a fordulattmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 557,633-at. Eredmény soron jelentkezik  $Y_P = 1\ 387,32$ . Ezt az értéket a táblázat megfelelő rovatába beírjuk.
  - Fordulattmérőt töröljük, majd a fordulattmérőbe negatív értelemben beforgatjuk 557,633-at.

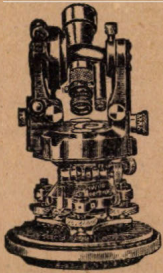
- e) Fordulatmérőt, beállítószerkezetet töröljük. Beállítószerkezeten beállítjuk  $\sin \delta = 0,988\ 351$ -et, fordulatmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 359,254-et. Eredmény soron számítási ellenőrzésként jelentkezik  $Y_B = 1\ 657,52$ .
- f) Fordulatmérőt, beállítószerkezetet, eredmény sort töröljük. Most az  $X$  értékek számítása következik. Az  $X$  értékek számítását  $B$  pontból kiindulva (tehát alulról felfelé) végezzük. A forgatókar forgási értelmének megállapítására az a szabály, hogy vagy az  $(s_n - s_{n-1})$ , vagy a  $(b_n - b_{n-1})$  értékek előjelét meg kell változtatni. Mivel  $Y_B = 2\ 124,56$ -ból csak pozitív értelmű forgatókar forgással lehet  $Y_A = 2\ 223,58$  értékre forgatni, tehát a számítás során az  $(s_n - s_{n-1})$  értékeket pozitív értelemben kell a fordulatmérőbe beforgatni. Ezeknek azonban az  $Y$  értékek számítása során is pozitív előjelük volt, tehát a  $b_n - b_{n-1}$  értékek előjelét meg kell változtatni. A megváltoztatott előjeleket a táblázat megfelelő rovataiban alul beírjuk.
- g) Az eredmény sorba levisszük  $X_B = 2\ 124,56$ -ot. Fordulatmérőt, beállítószerkezetet töröljük.
- h) Beállítószerkezeten beállítjuk  $\cos \delta = 0,152\ 189$ -et, fordulatmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 359,254-et.
- i) Fordulatmérőt, beállítószerkezetet töröljük. Beállítószerkezeten beállítjuk  $\sin \delta = 0,988\ 351$ -et és a fordulatmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 557,633-at. Eredmény soron jelentkezik  $X_P = 2\ 730,37$ . Ezt az értéket a táblázat megfelelő rovataiba beírjuk.
- j) Fordulatmérőt töröljük, majd a fordulatmérőbe negatív értelemben beforgatjuk 557,633-at.
- k) Fordulatmérőt, beállítószerkezetet töröljük. Beállítószerkezeten beállítjuk  $\cos \delta = 0,152\ 189$ -et, fordulatmérőbe pozitív értelemben beforgatjuk 291,385-öt. Eredmény soron számítási ellenőrzésként jelentkezik  $Y_A = 2\ 223,58$ .



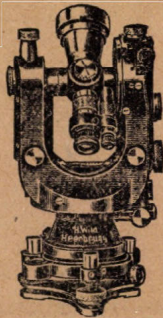
# WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körosztásnál:

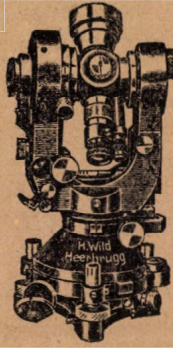
lájolós teodolit	T0	1'	Egyetemes teodolit	T2	1"
Ismétlő teodolit	T1	6"	Preciziós teodolit	T3	0.2"



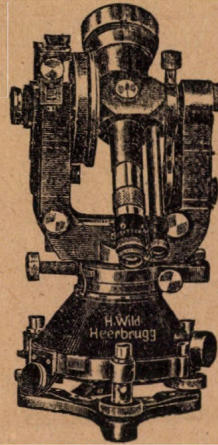
T<sub>0</sub>



T<sub>1</sub>



T<sub>2</sub>



T<sub>3</sub>

**A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz)**  
 „minden feladathoz a megfelelő műszert”

jelszóval állította össze ezt e négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

Vezérképviselőt:

**„GAMMA” FINOMMECHANIKAI**  
**GYÁRTMÁNYOKAT**  
**ÁRUSÍTÓ K. F. T. B. DAPEST.**

Székház:  
 IX., KÖZRAKTÁR-U. 20/A.

Mérnöki szaküzlet:  
 IV., APPONYI-TÉR 1.



# MAGYAR OPTIKAI MŰVEK RÉSZVÉNYTÁRSASÁG

BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA. 35-43.

Sürgőny cím: „MOMER“

TELEFON 150-065\*, 150-045\*.

TEODOLITOK

\*

EGYETEMES MŰSZEREK

\*

TAHIMÉTEREK

\*

FELRAKÓK

\*

MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK

\*

MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK

\*

LÁTCSÖVEK



# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

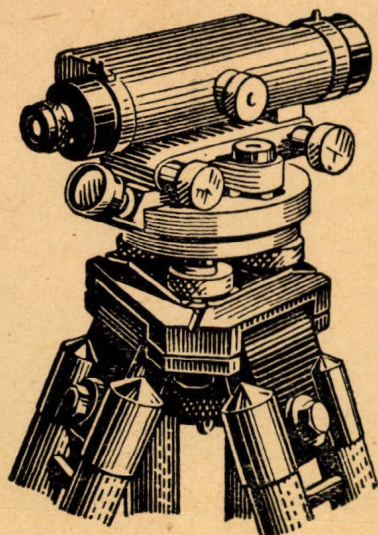
A kiadásért felelős: <b>OLTAY KÁROLY</b>	Főmunkatárs: <b>SZILÁGYI BÉLA</b>
Előfizetési ára : egész évre 24 P, félévre 12 P, negyedévre 6 P. A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem. Postatakarékpénztári csekkszámra száma: 45.223.	

## TARTALOM:

<i>Richter Richárd</i> : A geodéziai központosításokról ... ..	123
<i>Dr. Haáz István Béla</i> : A komponált egyenletrendszerre vonatkozó <i>Jacobi</i> -féle tétel érvényessége és általánosítása... ..	141
<i>Vincze Vilmos</i> : Szelvénymetszéspontok számítása ... ..	145
Szemle. A Budapesti Mérnöki Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportjának memoranduma ... ..	151

Kérjük előfizetőinket, hogy a hátralékos díjakat a mellékelt csekklapon beküldeni szíveskedjenek.

A Közlönyt illető minden közlés és reklamáció a szerkesztőség címére küldendő.  
Kéziratokat nem őrzünk meg.



**Egyszerű kezelés.  
Gyors és pontos leolvasás.  
Célszerű, tömör és tetszetős kivitel.  
Könnyű súly.**

**Ezek lényegesebb tulajdonságai a**

**ZEISS**  
**MÉRNÖKI MŰSZEREKNEK**

**Vezérképviselő: RÁD MIKLÓS**  
**Budapest, VI., Andrássy-út 52. T.: 116—640.**





# GEODÉZIAI KÖZLÖNY

A kiadásért felelős:  
OLTAY KAROLY

Főmunkatárs:  
SZILAGYI BÉLA

A szerkesztőség címe: Budapest, XI., Műegyetem.

Előfizetési ár: egész évre 24 pengő,  
félévre 12 pengő, negyed évre 6 pengő.

Megjelenik évente négyszer,  
összesen legalább 12 iv terjedelemben.

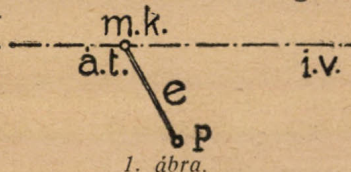
## A geodéziai központosításokról.

Richter Richárd.

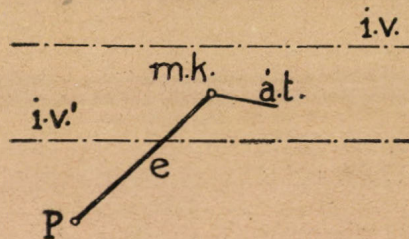
Ismeretes, hogy a geodézia vízszintes vetületi méréseinél az egyik legkellemetlenebb hiba a felállás és megirányzás külpontossága, mert ez a hiba egyszerű módon, mérési eljárással nem küszöbölhető ki.<sup>1</sup> Kellemetlenek ezek a hibák különösen akkor, ha rövid megirányzásokról van szó.<sup>2</sup> Az alábbiakban megvizsgáljuk az egyes központosító berendezéseket, s megállapítjuk pontossági határait; valamint, hogy melyik az a legrövidebb poligonoldal, amelynél még használhatók.

Külpontosságnak ( $e$ ) nevezzük felállásnál a műszer középpontja ( $m.k.$ ), azaz az állótengely ( $á.t.$ ) és az irányzóvonal ( $i.v.$ ) metszésének és a terepen megjelölt pontnak ( $P$ ) vízszintes vetületi távolságát.

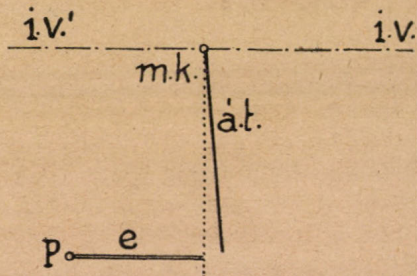
(1. ábra.) Ha az állótengely az irányzóvonalat nem metszi, akkor a műszerközép a függőleges állótengelynek a vízszintes irányzóvonal átfektetett szintes sikkal való dőléspontja. (A 2. ábrán az irányzóvonalnak a második távcsőfekvésbeni helyzetét  $i.v'$ -el jelöltük.)



1. ábra.



2. ábra.

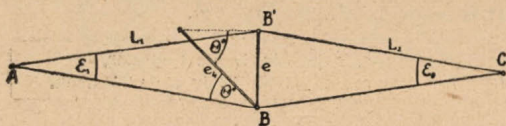


<sup>1</sup> Mint ismeretes a felállás külpontosságának egy részét véletlen jellegűvé tehetjük ugyanazon pont fölött való, egymástól független, ismételt felállással, s így a szögmérések közepesében a külpontossági hibák legnagyobb része csökkentett hatással jelentkezik. A műszert és vele együtt a köldökcsavart is, a szabályos jellegű hibák miatt helyesen  $\frac{180'}{n}$ -el kell elforgatni az ismételt felállások közben,  $n$  az ismétlések számát jelenti.

<sup>2</sup> Ez az eset különösen bányaméréseknél és erősen beépített városok mérésénél fordul elő. V. ö. Dr. Tárczy-Hornoch: A kényszerközpontosítások geodéziai jelentősége. A Mérnöki Továbbképző Intézet Kiadványai.

Műszercserénél a műszerközpont helyére legalább vízszintes vetületi értelemben kell, hogy a célpont kerüljön.

Általánosan vizsgálva a külpontosság hatását, tételizzük fel először, hogy nyújtott poligonunk egyik töréspontjában a poligonoldal irányára merőlegesen  $e$  mm külpontossággal állunk fel. (3. ábra.)



3. ábra.

Vizsgáljuk ezen hiba hatását a vízszintes vetületi szögben, ha a megirányzás hosszan változik, s eredményeinket ábrázoljuk grafikusán.  $ABC$  szög hibája  $e$  mm külpontosság miatt általánosan:

$$\pm \varepsilon'' = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{\rho e_{\text{mm}}}{1000} \left[ \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right]_{\text{méter}} \dots 1.$$

A továbbiakban a poligonoldalak legyenek közel egyenlő hosszúak ( $L_1 \doteq L_2$ ), ekkor:

$$\pm \varepsilon'' = \frac{2 \rho e_{\text{mm}}}{1000} \frac{1}{L_{\text{méter}}} \dots 2.$$

A kapott eredmény egyenszerű hiperbolásereg egyenlete az asszimptotákra vonatkoztatva. Tételizzük fel, hogy a  $B$  állapotban a külpontosság 1 mm; annál is inkább, mert Oltay professzor szerint: „a műszert addig tologatjuk a fejezeten, míg a függő 1 mm -en belül a pontra nem mutat.”<sup>3</sup> Ha meggondoljuk, hogy ezek szerint csupán egyetlen hibarészletnek — a későbbiekben  $\mu_{e_2}$ -vel jelzett beállítási hibának — kell 1 mm -en belül lennie, nem is vettünk fel nagy értéket, amikor a teljes külpontosságot 1 mm -nek választottuk. Ekkor a szöghiba:

$$\pm \varepsilon'' = \frac{412}{L_{\text{méter}}} \dots 3.$$

A 3. egyenlőséget kifejező hiperbola egy pontjának ismeretével megrajzolható.

Tudjuk, hogy egy szögmérés — mint eredmény — nagyon sok hibát tartalmaz. Fontos most már az, hogy műszerszerkesztményeknél az apró részhibák között ne legyenek aránytalanságok. Senki sem gondol pl. arra, hogy egy 1'' leolvasási képességű, csavarmikroszkópos teodolitot szög-szorzásra alkalmas második tengellyel, kötő-, valamint paránycsavarral lásson el, mivel szorzó szögméréssel a leolvasás hibáját úgysem tudjuk már jelentősen javítani, de nem is észszerű, mivel a megmaradó irányzási hiba nagyobb lesz, mint a leolvasási.<sup>4</sup> Nem fogjuk a leolvasás pontosságát fokozni, amikor Oltay adatai szerint<sup>5</sup> a tengelyingadozás az egyik legújabb Wild—Kern-féle műszernél is 1'' és tudjuk, hogy már 45° magas-

<sup>3</sup> Oltay: Geodézia II. kötet, második kiadás (1937.) 156. old.

<sup>4</sup> Dr. Tárczy-Hornoch Geodéziai előadásai.

<sup>5</sup> Oltay: Újítások a teodoliton és a teodolitszerű műszereken. A Mérnöki Továbbképző Intézet Kiadványai. XVI. kötet, 25. füzet, 11. old.

sági irányzás esetén is a limbus két helyén a teljes ingadozási hiba jelentkezik a vízszintes vetületi leolvasásban. A külpontossági hibákat oly határok közé kell szorítani, amikor már nem rontjuk le aránytalanul a már elért pontosságot. Ismeretes, hogy a szögmérés középhibája — két távcsőfekvésben való mérés esetén — jó megközelítéssel, a priori:<sup>6</sup>

$$\mu_\beta = \pm \sqrt{\xi^2 + \frac{\eta^2}{2}}$$

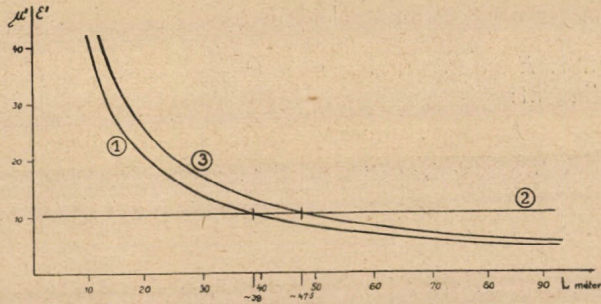
ahol  $\xi$  a megirányzási hiba (értéke  $\pm \frac{c}{n \cdot \cos \alpha}$ ;  $n$  a távcső nagyítása,  $c$  a szem élessége és a megvilágítás szerint változik:  $15'' \sim 16''$ ,  $\alpha$  pedig a megirányzás magassági szöge)  $\eta$  a leolvasási hiba. Mivel a leolvasási hiba a nóniusz egységének ( $\acute{e}$ ) kb. a fele, s  $30''$  nóniuszegységű teodoliton feltételezve  $\eta \gg \xi$ , tehát:

$$\mu_\beta = \pm \frac{\acute{e}}{\sqrt{8}} = \pm 10.6'' \quad . . . . . 4$$

$\mu_\beta$  ezek szerint a megirányzás hosszúságától független és így egy — az abszcissa tengellyel párhuzamos — egyenessel ábrázolható. (4. ábra. 2) Egy megfelelő szerkesztésű műszertől a fentiek szerint azt kívánjuk, hogy

$$\mu_\beta'' \cong \epsilon''$$

A 4. ábra világosan szemlélteti, hogy már  $\sim 39$  m.-nél rövidebb megirányzásoknál 1 mm-nél pontosabban kell központosítanunk, ha azt akarjuk, hogy a külpontosságból eredő hiba ne haladja meg a leolvasásból származó hibát. Nem szabad azonban elfelejtenünk azt, hogy eddig csak az állaspont külpontosságát vettük figyelembe. Hasonló nagyságú külpontossági hibát véve alapul a megirányzásoknál is, a törésszöget terhelő kül-



4. ábra.

pontosság:  $0.707 \times \sqrt{3} \times 1 \text{ mm} = 1.22 \text{ mm}$ , aminek már  $\epsilon'' = \frac{503}{L_{\text{méter}}}$

hiba felel meg,<sup>7</sup> (4. ábra. 3), s ekkor a minimális megirányzási hossz  $\sim 47$  méter, ilyen poligonoldalak pedig gyakran előfordulnak. Látjuk tehát, hogy a külpontossági hibák már a geodézia aránylag egyszerű mérésénél, mérsékelt pontosságok mellett is, el nem hanyagolható módon szerepelnek. Nem érdektelen tehát, ha a külpontossági hibák komponenseivel és nagyságrendjükkel megismerkedünk. Azért használjuk a nagyságrend

<sup>6</sup> Dr. Tárczy-Hornoch: A kiegyenlítő számítás. (1938.) 38. old.

<sup>7</sup> A 0.707 faktor keletkezéséről bővebben a következőkben lesz szó.

kifejezést, mert — mint látni fogjuk — a külpontossági hibák egyik jelentős része — természeténél fogva — nem csupán a műszertípus, hanem az egyes műszerek függvénye, a kísérleti adatok a műszereknek csupán kis körére terjeszkedhetnek ki, vagyis eredményképpen csak közelítőleg adhatják meg a külpontosság számszerű értékét.

\*

A külpontossági hiba két részből tevődik össze. Véletlen jellegű rész: az állótengely nem pontosan függőleges volta, az ebből eredő hibát jelöljük  $\mu_{e_1}$ -el; a függélyezőberendezésnek a megjelölt pontra való beállítási hibája —  $\mu_{e_2}$  — általában 0.1—0.2 mm.-nek vehető; és a függélyezőberendezés hibája:  $\mu_{e_3}$ . Szabályos jellegű rész: a függélyezőberendezés tengelyének az állótengelytől való távolsága:<sup>s</sup>  $e_4$ . Mindezek alapján a teljes külpontosság:

$$e = e_4 \sin \theta^0 \pm \sqrt{\mu_{e_1}^2 \sin^2 \theta_1 + \mu_{e_2}^2 \sin^2 \theta_2 + \mu_{e_3}^2 \sin^2 \theta_3} \quad . \quad 5.$$

ahol  $\theta_x \mu_{ex}$  irányának a poligonoldallal bezárt szöge.

Jelöljük a gyökjel alatt levő kifejezést  $A$ -val és emeljük ki a sinusnégyzetek összegét:

$$A = B \left\{ \frac{\mu_{e_1}^2}{B} + \frac{\mu_{e_2}^2}{B} + \frac{\mu_{e_3}^2}{B} \right\}$$

ahol:  $B = \sin^2 \theta_1 + \sin^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_3$

Viszont:

$$A = B \left\{ \frac{\mu_{e_1}^2}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3 \sin^2 \theta_3} + \right. \\ \left. + \frac{\mu_{e_2}^2}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_3 \sin^2 \theta_3} + \right. \\ \left. + \frac{\mu_{e_3}^2}{\sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3 + \sin^2 \theta_1 \sin^2 \theta_2 \sin^2 \theta_3} \right\}$$

Mivel  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  és  $\theta_3$  értéke egyforma valószínűséggel lehet  $0^\circ$ -tól  $360^\circ$ -ig

<sup>s</sup> A szabályos jellegű hibákra esetünkben jellemző, hogy azoknak csupán nagysága állandó, irányuk azonban nem, s így felületesen kezelve véletlen jellegű hibáknak tűnnek fel. Jellemző rájuk, hogy értékük  $+x$  és  $-x$  határok között változik — szemben a véletlen jellegű hibával — amelynél az összes lehető esetek elvileg  $+\infty$  és  $-\infty$  közé esnek, gyakorlati szempontból pedig a három-, illetve négyzseseres pozitív és negatív középhiba közé. Természetesen a valószínűségi eloszlás is más-más, mert a szabályos jellegűnél a hibák eloszlása egy — az abszcissa tengellyel párhuzamos — távolsággal ábrázolható, amikor a távolság határai  $+x$  és  $-x$  és ezzel szemben a véletlen jellegű az ismert haranggörbe szerint változik és az abszcissa tengelyhez asszimtotikusan közeledik.

bármely szög, a nevező értéke  $n$  (jelen esetben három, mivel három sinus-négyszet összegéről van szó).

$$A = \frac{B}{n} \left\{ \mu_{e_1}^2 + \mu_{e_2}^2 + \mu_{e_3}^2 \right\}$$

$B$  értéke R. Reeh szerint:<sup>9</sup>) :  $\sum_0^{2\pi} (\sin^2 r x) = \frac{n}{2}$

amit azonban jobban általánosítva, végtelen sok összeadandó esetére is kifejezhetünk:

$$\frac{B}{n} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta_x d\theta_x = \frac{1}{2}$$

tehát:

$$A = \frac{1}{2} \left\{ \mu_{e_1}^2 + \mu_{e_2}^2 + \mu_{e_3}^2 \right\} \dots 6.$$

A maximális véletlen jellegű hiba pedig lesz:

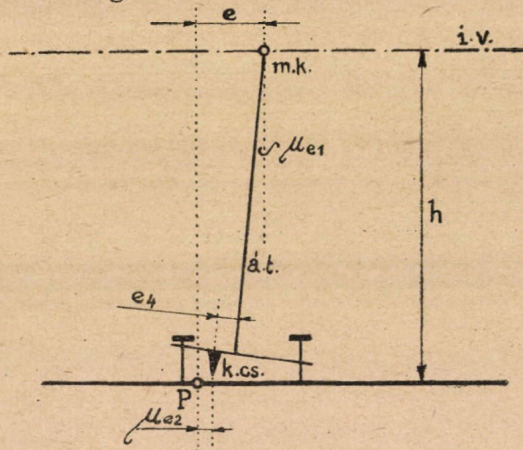
$$\mu_{\max} = \pm \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_{e_1}^2 + \mu_{e_2}^2 + \mu_{e_3}^2}$$

Későbbi összehasonlításunkban az egyes központosító berendezések maximális középhibáját számítjuk arra az esetre, amikor a szabályos jellegű hiba  $e_4$  a poligonoldal irányára merőleges:

$$e_{\max} = |e_4| \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_{e_1}^2 + \mu_{e_2}^2 + \mu_{e_3}^2} \dots 7.$$

Pillérre való felállásnál ú. n. központosító csúcs (k. cs.) használunk. (5. ábra.) A vizsgált teodoliton a tengelylibellák parsértéke  $30''$ , a nóniusz leolvasási értéke  $30''$  és  $h = 210 \text{ mm}$ . A parsérték alapján  $\mu_e$  értéke számítható:<sup>10</sup>

$$\begin{aligned} \mu_{e_1}'' &= \pm \sqrt{0.1 \tau''^2 + 0.1 \tau''^2} = \\ &= \pm 0.1 \tau'' \sqrt{2} = \pm 4.25'' \end{aligned}$$



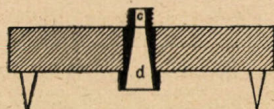
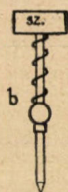
5. ábra.

<sup>9</sup> Mitt. aus dem Markscheidew. 10. füz. (1908), 42–43. old. Itt jegyezzük meg, hogy Reeh levezetése a 42. oldalon nem helyes. Ő ugyanis a nálunk A-val jelzett gyökjel alatt levő kifejezés helyett az átlagos külpontossággal számol. A külpontosság azonban — mint láttuk — szabályos jellegű hibákon kívül véletlen jellegű hibát, középhibát is tartalmaz, amiből pedig középezt számítani helytelen.

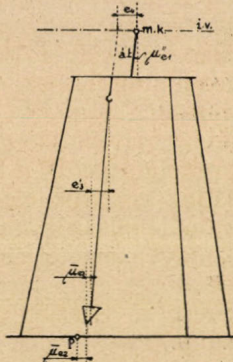
<sup>10</sup> A C. Reinherz-féle kísérleti adat libellabeállítás középhibájára:  $0.1 \sqrt{\tau''}$ , ha  $\tau$  a libella parsértéke. A gyakorlatban ez az adat túl kicsinek bizonyult, helyesebb, ha a középhibát  $0.1 \tau''$ -nek vesszük. (Dr. Tárucz-Hornoch Geodéziai előadásai.)

Figyelembe véve, hogy a műszerközépnek a központosító csúcstól való távolsága 210 mm,  $\mu''_{e_1}$  hatása a külpontosságban:  $\mu_{e_1} = 0.005 \text{ mm } h$  értékét maximálisan 300 mm -nek választva (nagy műszer esetén) is csak  $\sim 0.007 \text{ mm}$ -t kapunk; ezen hibát, illetve hatását tehát gyakorlatilag — központosító csúcscsal való felállás esetében — nyugottan elhanyagolhatjuk.  $\mu_{e_2}$  értéke — tekintve, hogy a központosító csúcs helyesen  $P$ . ponttól nincsen messze —  $0.1 \text{ mm}$ .  $\mu_{e_3}$  ez esetben természetesen nem szerepel. Vizsgálat tárgyává téve azonban  $e_4$  értékét, tapasztalhatjuk, hogy egyes műszereknél nagyon is el nem hanyagolható hibát okoz. Az egyik, taláalomra kiválasztott műszernél  $e_4 = 2.5 \text{ mm}$ , ez a külpontosság pedig magában az álláspontban 50 m -es megirányzás esetén  $20.6''$  szöghibát okozhat. A teljes külpontosság,  $e_{\max} = 2.7 \text{ mm}$  is lehet. Természetes, hogy a legnagyobb komponens:  $e_4$  mechanikai rektifikálással eltüntethető, de rendszeren nem fordítanak rá gondot, mert a műszer „ügyis jó”. (A Műegyetem Geodéziai és Bányaméréstani Tanszékére rektifikálásra beküldött műszereknél sem a központosító csúcstól, sem a műszerállványt nem szokták mellékelni.)

A központosító csúcstól Wild újabb műszereinél egy központosító



6. ábra.



7. ábra.

ható aljazattal helyettesíti. (6. ábra.) A központosító tű (b) a rajta levő gömb segítségével központosan helyezhető el a köldöksavar furatába (c), függőlegesítésére a rászert szelencés libella (sz) szolgál. A tűt a megjelölt pontra szorítva az aljazatot mindaddig mozgatjuk, amíg a szelencés libella be nem játszik, s ekkor az aljazatra szerelt köldöksavarral (d) a teodolítot rögzítjük.

Látjuk, hogy itt végeredményben sokkal több külpontossági elemmel kell számolnunk, mint az egyszerű központosító csúcs esetében, s csak a gyár neve az egyetlen garancia, hogy a felállás a megfelelő pontossággal történik. Miután csak egy ilyen aljzat áll rendelkezésünkre, csupán egy adatot tudunk közölni: az aljzat teljes külpontossága: 0.19 mm. Csökkentésére, célszerű lenne, ha a központosító tűn elhelyezett gömb finomabban lenne a tűre csiszolva, s a jelentkező kotyogás megszüntetése céljából a (d) köldöksavar külső felülete kuposra készülne. A kotyogások hatásától eltekintve, vizsgáljuk a külpontosság elemeit ennél a berendezésnél: szabályos a köldöksavar, a központosító tű és az aljzat furatának külpontossága; véletlen jellegű pedig a szelencés

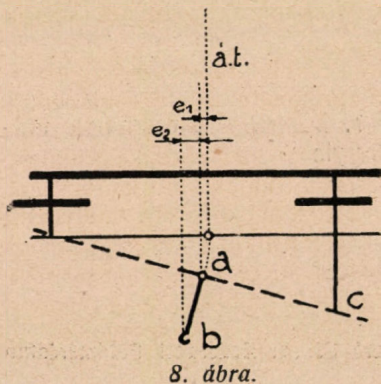
cés libella beállításából, vagyis a központosító tü tengelyének ferdeségéből eredő külpontosság, valamint a tü pontraállításának hibája. E két utolsó hiba nagyon kedvezően alakul, mert 1' hibát feltételezve a központosító tü függőlegesre való állításánál, csak 0.02 mm a keletkező külpontosság; a beállítás hibája is kicsi, mivel a tü közvetlenül a pontra állítjuk, megfelelő, tehát szabályos külpontossági hibáktól mentes, berendezés esetében sikerült megoldásnak kell tartanunk különösen azért, mert az aljzat hegyes csúcsai és súlya a műszernek a pilléren való elcsúszását feltétlenül megakadályozzák.

Függélyezővel való felállásnál (7. ábra) már figyelembe kell vennünk magának a függélyezőnek a hibáját ( $\mu_{e3}$ ) is.  $\mu'_{e1}$  hatása itt nagyobb távolságokon érvényesül (az összekötőcsavar kampójának a műszerközponttól való távolsága) azonban még  $h=500$  mm esetén is csak  $\sim 0.01$  mm külpontosságot okoz, így nyugodtan elhanyagolhatjuk.  $\mu_{e2}$  nagyságára vonatkozólag: ha a függőcsúc a megjelölt földi ponthoz elegendő közel van, akkor 0.1 - 0.2 mm-el számíthatunk.

Nagyon fontos körülményről kell még itt megemlékeznünk. Ugyanis, ha a köldöksavar nem az állótengely meghosszabbításához — mint a régebbi rendszerű teodolitoknál, — hanem egy talplemezhez csatlakozik, mint a 12. c) ábrán látjuk — általában az újabb rendszerű teodolitok ilyenek — akkor az állvány fejetét jó közelítően szintesre kell állítani. Kétféle megoldást kell külön tárgyalnunk, az egyiknél a függélyező horga a köldöksavar végén van (8. ábra: b), a másik kivitelnél pedig a horog csuklópontját a 8. ábra a-val jelölt helyén találjuk. Nézzük először az első esetet. Szűk helyen és lejtős terepen való felálláskor, amikor szemmel nagyon hibásan tudunk csak becsülni, könnyen megtörténhet, hogy a fejezet a vízszintessel  $4^\circ$ -nyi szöget zár be — és ezt a ferdeséget a teodolit talpcsavarai megengedik, — ekkor pedig a vízszintes helyzet mellett központos köldöksavarfurat  $e_1$ -re külpontossá válik. (8. ábra.) Természetesen ez esetben a c lemezzel szoros kapcsolatban levő köldöksavar tengelye is  $4^\circ$ -kal fog eltérni a függőlegestől és  $e_2$  külpontosságot eredményez. Az így adódó két külpontossági részlet mindig összeadódik, vagyis esetünkben 5 cm. hosszú köldöksavart feltételezve 3.6 mm külpontosság keletkezik. Ha

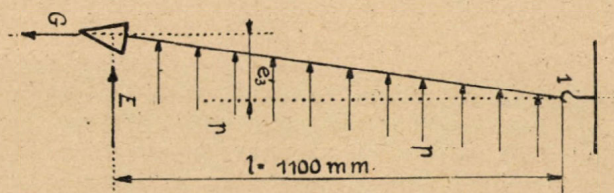
azt akarjuk, hogy a külpontosság 0.1 mm alatt maradjon, akkor 7'-re kell szintesítenünk, vagyis helyesen a fejezeten vagy a talplemezzen egy szelencés libellát kell elhelyeznünk, mert 7'-re pontosan még sík terepen sem tudjuk a fejezetet szemmel szintesíteni.

A második eset már sokkal kedvezőbb, ekkor ugyanis a nagyobb  $e_2$  külpontossági részlet elmarad (pl. Wild III. a. jelzésű állványnál és máshol is), a közelítőleg  $3^\circ$ -ra szintesített fejezet mellett a külpontossági hiba 0.1 mm alatt marad.



8. ábra.

A függélyezőnél a fonaltengelynek és a függőcsúcsnak egy függőlegesbe kell esnie, ha e követelmény kielégül, akkor a súlypontnak is központosnak kell lennie, ellenkező esetben a függélyező hibás ( $\mu_{e3}$ ). A hibát tudvalévőleg könnyen felismerhetjük: a felfüggesztett függő fonlát finoman tengelye körül forgatjuk, s közben a csúcsnak egy pontra kell mutatnia. Az esetleges hibát esztergályozással kell eltüntetnünk.<sup>11</sup> Hasonlóképen a függélyező hibájának tekinthetjük a szél-



9. ábra.

nyomás okozta külpontosságot is. (9 ábra.) A szélnomásnak a külpontosságban okozott hatását 1100 mm felfüggesztési hossz, különböző szélesebbesség és különböző függőmagyságoknál a 10. ábra mutatja. A szélnomás ugyanis általánosan:

$$P_{kg} = \zeta F \gamma \frac{v^2}{2g}$$

ahol  $F$  a szél irányára merőleges felület,  $\zeta$  egy, az alaktól függő tényező,  $\gamma$  a levegő fajsúlya,  $v$  a szélesebbesség és  $g$  a nehézségi gyorsulás. Elhanyagolva a fonál önsúlyát, az 1. pontra vonatkoztatott forgatónyomatékok: 1. a fonálra ható szélnomástól:

$$M_1 = \rho \int_0^l x dx = \frac{\rho l^2}{2}$$

ahol  $p$  a fonálra ható szélnomás folyóméterenkint.

2. a függősúlyra ható szélnomástól:

$$M_2 = E l$$

3. az önsúly hatása:

$$- M_3 = e'_3 G$$

A 9. ábrán az összes hatóerők az 1. pontra vonatkoztatott forgatónyomatéka egyensúly esetén nulla, vagyis

$$e' = \frac{\frac{\rho l^2}{2} + E l}{G} = A v^2$$

<sup>11</sup> A vizsgálat részletes leírása megtalálható Sėbor: Erdészeti Földmėrésstan I. kőtet 94. oldalán.

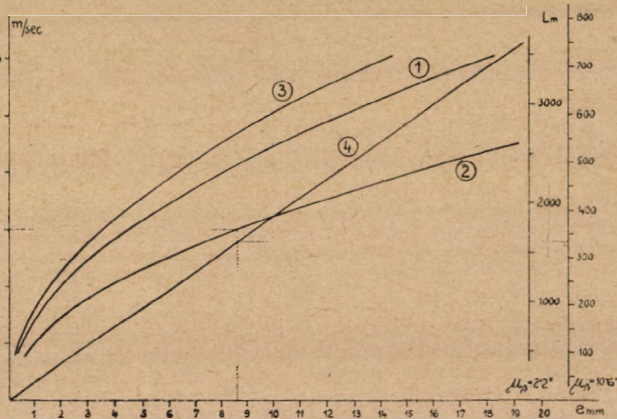


amikor az 1. nyomatókreszlethez tartozó  $\zeta$  a Hütte adatai szerint:<sup>12</sup> 1.2, s a 2. nyomatókhoz tartozó  $\zeta$  pedig:<sup>13</sup> 0.8.

A 8. alatt kapott egyenlőség központi parabolasereg egyenlete a szélesség és a külpontosság függvényében. A vizsgálatot két különböző réz függőre végeztük el (10. ábra (1) és (2)). A (3)-al jelzett parabola egy olyan elképzelt függő jellemző görbéje, amelynek alakja félkúp, nagysága az (1) függő, anyaga viszont ólom. A (4) egyenes a megirányzás minimális hosszát jellemzi, ha azt akarjuk, hogy a külpontosság miatt a 4. alatt levezetett műszerhibánál kisebb hiba jelentkezzen a vízszintes vetületi szögben.

A szélerősséget általában a Beaufort-skála 12 fokozatával jelöljük.<sup>14</sup> Méréseinket rendszeresen csak az első három fokozatba sorolt szélerősség mellett hajtjuk végre, vagyis maximálisan 5.2 m/sec szélerősséggel kell számolnunk. Erre a maximális sebességre jellemző, hogy csupán a fák leveleit mozgatja.<sup>15</sup> A 10. ábrából világosan kitűnik, hogy a szélhatás milyen nagy külpontosságokat eredményez. Egy aránylag kisteljesítményű teodolittal (30" nóniuszleolvasású) való szögmérésnél is, már 3 m/sec szélesség mellett a (2) függő kimozdulása olyan nagy, hogy minimálisan ~330 m-es poligonoldalakat kell választani. Zeiss I. teodolit esetén az a posteriori szöghiba:<sup>16</sup> 2.2", s ha azt akarjuk, hogy a külpontosság ennél kisebb hibát okozzon a törésszögben.

170 m-es poligonoldal esetén is csak 1 m/sec szélben mérhetünk, amikor a füst még egyenesen száll fel; ezt a külpontosságot csupán a szélhatás okozza, tehát feltételezzük, hogy a pontraállítás egyébként abszolút pontosan történt. Lát-



10 ábra.

juk azt is, hogy minél nagyobb<sup>17</sup> (10. ábrán az (1) parabola), de kis ellenállású és emellett nagy fajsúlyú (10. ábrán a (3) parabola) függő a

<sup>12</sup> Hütte I. kötet (1936) 390 oldal.

<sup>13</sup> A Hütte I. kötet 390. oldalán a hengerre vonatkozó adatainak integrálásából 0.9—1.0 adódik. Kellő mérsékléssel számolunk 0.8-al,

<sup>14</sup> Hütte IV. kötet (1938) 22. oldal.

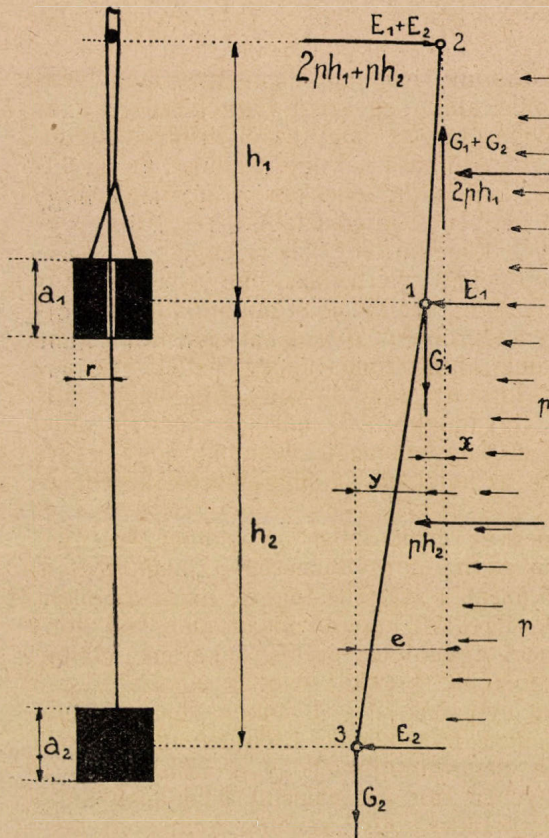
<sup>15</sup> Vági: A meteorológia és éghajlatlan elemei. (1929.) 162. oldal.

<sup>16</sup> Tichy: Die Winkelbeobachtungen in der Haupttriangulierung von Adamstal. Mitteilungen der Tschechoslowakischen Akademie für Landwirtschaft. 1929 év. Nr. 6/7.

<sup>17</sup> A jó függő súlya legyen 250—300 gr. mondja W. Weitbrecht könyvében: Lehrbuch der praktischen Geometrie. (1901) 13. oldal.

célszerűbb. A fentiek alapján szabályképen megjegyezhetjük, hogy (30'-es teodolit mellett) normális poligonoldalak esetén már gyenge szélben (2 m/sec) se használjunk függélyezőt, hanem merev vagy optikai vetítőt.

A függélyezőt a műszer alatt, a műszermagasságnak megfelelően, változó magasságokban kell rögzítenünk. Ezt a célt különböző megoldásokkal érik el. Egy ilyen megoldás az ellensúlyos függő. (11. ábra.)



11. ábra.

Ezt a függőtípust általában kevésbé sikerültnek tartják, mert ennél a szélhátának kitett felület nagyobb, mint az egyszerű függőnél, s így azonos szélsébségnél nagyobb a függősúly kitérése is.<sup>18</sup> Nem találjuk azonban igazoltnak ezt a felfogást, ha a kérdést mechanikai alapon megvizsgáljuk. Hasonlítsuk össze e célból egy ellensúlyos és egy egyszerű függélyező kitérését. Ellensúlyosnál a szerepő erőviszonyokat a 11. ábra mutatja. Egyensúly esetén a nyugalomban levő rendszer 1. pontjára írjuk fel a nyomatékokat, s fejezzük ki innen  $x$  y nagyságát. Az összeköttetés flexibilis fonál lévén, a 2. és 3. pontoknak külön-külön-külön kell nyugalomban lenniök.

Tételezzük fel először, hogy a függősúly és az ellensúly azonos alakú, súlyú és anyagú, ekkor  $E_1 = E_2$  és  $G_1 = G_2$ . Ebben az esetben:<sup>19</sup>

$$x = \frac{2 E h_1 + \rho h_1^2 + \rho h_1 h_2}{2 G}$$

$$y = \frac{2 E h_2 + \rho h_2^2}{2 G}$$

<sup>18</sup> E. Hammer: Lehrbuch der elementaren praktischen Geometrie. (1911) I. kötet 367—368. old. — W. Wettbrecht: Lehrbuch der Vermessungskunde, (1910) I. kötet. 23—24 old. Zeitschr. für Vermessungsw. 1904. 62, old. stb.

<sup>19</sup> A 11. ábrán jól láthatjuk, hogy a felső  $h_1$  szakaszban kettős függélyezőfonalunk van, s ezért kétszeres szélhátással kell számolnunk.

$$\text{vagyis } x + y = e = \frac{2 E (h_1 + h_2) + \rho (h_1 + h_2)^2 - \rho h_1 h_2}{2 G} \quad . \quad . \quad . \quad 9.$$

Az ellensúlyt elhagyva, egy egyszerű függő kitérése azonos szélességnél:

$$e' = \frac{2 E (h_1 + h_2) + \rho (h_1 + h_2)^2}{2 G} \quad . \quad . \quad . \quad 10.$$

$e$  és  $e'$  összehasonlítása után láthatjuk, hogy az ellensúlyos függő kitérése kisebb, mint egy hasonló alakú egyszerű függő kitérézéé. Ez az eredmény várható is volt, mert igaz ugyan, hogy az ellensúlyos függő kitérése esetében megnagyobbodott a szélhatásnak kitett felület, de egyúttal megnövekedett az önsúly is, ami pedig ellenkező irányú nyomatékot okozván, kisebbiti a függő hegyének kitérését. A 9. és 10. egyenletek összehasonlítása még egyéb következtetéseket is enged:  $E$ , csökkentése és  $G$ , egyidejű növelése mellett elérhetjük, hogy az ellensúly a kilengést csillapítani fogja, vagyis szélhatás szempontjából kedvezőbb lesz, mintha az ellensúlyt leszerelnénk róla.  $E$ , csökkentését elérhetjük, ha olyan alakot választunk, ahol azonos tömeg mellett  $\xi$  értéke kicsiny, vagyis „áramvonalas” formát: gömböt vagy függőleges forgástengelyű forgás-ellipszoid. Ugyanakkor  $G$ , növelése nagyfajsúlyú ellensúly alkalmazásával érhető el. Érdekes megjegyeznünk, hogy ezekre a követelményekre mindezideig az ellensúlyos függő kitérések készítésénél nem gondoltak.

Az eddig levezetett eredmények csak abban az esetben érvényesek, ha a szél egyenletesen fúj és ha a szélesség a talaj mentén, ahol  $G_1$  helyezkedik el, egyenlő a szélességgel, amey az ellensúly magasságában mutatkozik. Ezekkel kapcsolatosan meg kell gondolnunk a következőket: ha nem egyenletes szélben akarunk felállni, akkor lökőhatásokkal kell számolnunk, s ekkor sem az egyszerű, sem pedig az ellensúlyos függő nem nyugszik meg. Ilyenkor sem egyszerű, sem pedig ellensúlyos függőt nem használunk. Előnytelennek látszik az ellensúlyos függő akkor, ha meggondoljuk, hogy a szélesség a talajból mért távolság függvényében nő. Az ellensúly alakjának megfelelő kiképzésével azonban elérhetjük, hogy ezen nagyobb szélesség mellett is, az ellensúly arányosan nem tér ki jobban, mint a függőcsúcs. ( $\xi$ -t 0.1-ére csökkenthetjük az alak megfelelő választásával, ami azt jelenti, hogy  $\sqrt{10}$ -szer nagyobb lehet a szélesség az ellensúly magasságában, mint a függősúlynál anélkül, hogy az ellensúly a kitérést növelné.)

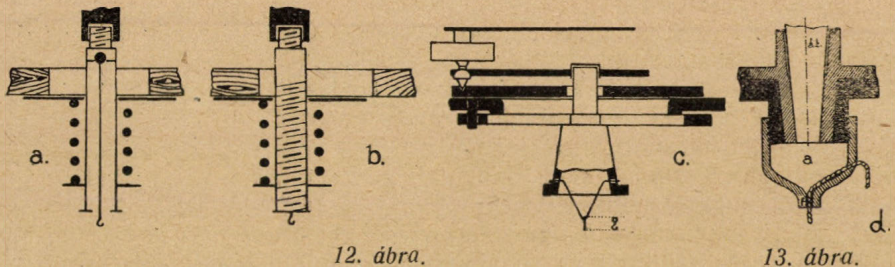
A Reiss-féle megoldásnál<sup>20</sup> a függősúlyban magában egy rúgós dob van, amelyre a fölösleges fonál felcsavarodik. Az ellensúlyos függő kitéréznél követett gondolatmenet alapján, minden további bizonyítás nélkül megállapíthatjuk, hogy a belül elhelyezett szerkezet miatt a szélhatásnak kitett felület megnőtt, s ezzel szemben az átlagos fajsúly csökkent. Ez a két körülmény pedig a 10. egyenletnek megfelelően a

<sup>20</sup> Mitteilungen aus dem Markschedewesen. 1903. 5. füzet 57—58. oldal.

külpontosságot növeli, tehát a Reiss-féle függő — bár általában az ellensúlyos függővel szemben előnyben részesítik — kevésbé sikerültnek mondható. A függélyező különböző magasságokban való rögzítésére használnak még három helyen átfúrt, könnyűfém lapocskákat (Lotplättchen). A fonalat ezeken a fúratokon vezetjük át, s a felépő sűrűlódás tart egyensúlyt a függősúllyal. Ez esetben már tényleg megnövekedett a széhatásnak kitélt felület (a szabályozólap felülete sokszor  $5 \text{ cm}^2$ -t is elér), anélkül azonban, hogy az önsúly jelentősen megnagyobbodott volna, hiszen könnyűfém lapocskákat használunk. A külpontosságban a többletnyomaték hatása  $5 \text{ m/sec}$  szélsősebesség és  $h_1 = 500 \text{ mm}$  esetén  $6.3\text{—}7.2 \text{ mm}$  (a szabályozólap felülete  $2.8\text{—}5 \text{ cm}^2$  és  $\zeta = 1.1$ ). Megállapíthatjuk tehát, hogy a felsorolt típusok között az ellensúlyos függő a legcélszerűbb.

Az előbbieken  $e_4$ -el jelölt hibarészlet tárgyalásával kapcsolatban a 12. ábrán néhány jellegzetes köldökcsavartípus függélyezőhorog megoldását látjuk.

Az  $e_4$  hiba eredete szerint két okra vezethető vissza: a függélyezőhorog már gyárilag külpontos volt, vagy a kellő finom bánásmód hiányában az összekötőcsavar deformálódott. Könnyű belátni, hogy a rendszer a jobb, ahol az összekötőcsavar deformálódása nem befolyásolja a függélyezőhorog helyzetét. (12. a. ábra.) A 12. b. ábra a



12. ábra.

13. ábra.

rosszabb megoldást mutatja. Újabb műszereknél az összekötőcsavar rövid és merevebb, így a deformálódástól kevésbé kell tartanunk. (12. c. ábra.) A szabályos külpontossági hiba a b. típusnál  $3 \text{ mm}$ -t, sőt többet is elérhet, míg az a. és c. típusnál rendszeresen nem éri el az  $1 \text{ mm}$ -t. Itt jegyezzük meg, hogy Oltay szerint<sup>21</sup> „teljesen központosan vetítő” berendezés is csak akkor központos, ha a műszer állótengelye átmege az f. fúrat középvonalán (13. ábra), vagyis, ha gyári külpontosság nincsen. Kiküszöbölhető azonban a gyári külpontosság is abban az esetben, ha az f. fúratot magába foglaló gyűrű (a.) az alhidádével együtt forog, s a műszer központosítása kétszeri függélyezéssel történik: az első függélyezés után az állótengely körül  $180^\circ$ -kal elforgatjuk az a gyűrűt és újból függélyezünk; a két függélyezés közepesének kell a földi pontra mutatnia. Ez az eljárás célszerűbben alkalmaz-

<sup>21</sup> Oltay: Geodézia II. kötet, második kiadás (1937.) 143. oldal.

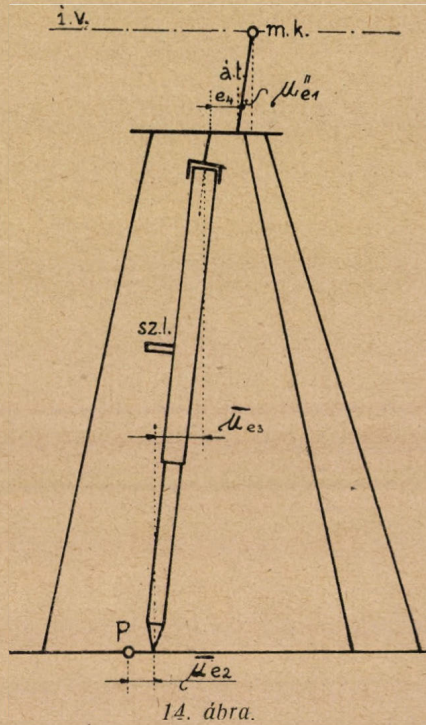
ható az  $f$ . fúrat központosságának vizsgálatára. Nem szabad elfeledkeznünk mind a mellett arról sem, hogy különböző fonalvastagság megint központosságokat eredményezhet: pontosan központos fúratba vezetett vékony fonál mindig a fúrat bevezetés felőli oldalán helyezkedik el, s így a fonáltengely központossá válik.

A függélyező rögzítésére — ha nincsen ellensúly — legjobb az egyszerű függőcsomó,<sup>22</sup> vigyáznunk kell tehát arra, hogy a fonál szabad végét sohase kössük a műszer-állványhoz, mert akkor máris egy olyan szabályos központosság keletkezik, amelynek nagysága a fél függélyezőhorog- és fél fonalvastagság.

Függélyezővel való felállás esetén a teljes maximális központosság — 2 m/sei gyenge, szellő hatását is figyelembe véve — tehát 4.4 mm is lehet! (Rektifikálás után és a szélhatást kiküszöbölve a központosság z.3 mm alatt marad.) A minimális megirányzási hossz ezen kedvezőtlen esetben: 171.2 .

A függélyezők szerepét vizsgálva a geodéziában, látjuk, hogy azok kihalásra vannak ítélve. Függőleges egyenes előállítására ugyanis libellával is történhet, mégpedig részben pontosabban, részben pedig külső hatásoktól függetlenebbül. Ez az oka annak, hogy nagyobb pontossági követelmények mellett a függélyező már napjainkban is kiszorult: a teodolit állótengelyének függőlegesítésére már nem használunk függőt, hanem libellákat. A műszerközpontosítások újabb, modernebb és pontosabb megoldásai szintén libellát alkalmaznak a függőleges egyenes előállítására.

Libellával kombinált központosító berendezés a merev vetítő<sup>23</sup> (14. ábra) a vele való központosítás pontosságára a szélnyomásnak nincsen befolyása.  $\mu_{e1}$  itt is, mint a függélyező esetében, elhanyagolható. A vetítő csúcsát közvetlenül a földi pontra helyezzük, s így  $\mu_{e2}$  nagysága 0.1 mm, vagy még kisebb. A merev vetítő beállítására gömbcsukló és a függőlegesítésre rendszeren szelencés libella (sz. 1.) szolgál, tehát  $\mu_{e3}$  nagysága a libella parsértékétől függ. A szelencés libella



<sup>22</sup> Dr. Tárczy-Hornoch A. Geodéziai előadásai.

<sup>23</sup> Zeitschr. für Vermessungsw. 1888. évfolyam, 115, oldal.

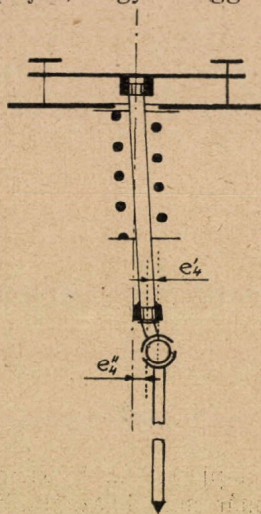
<sup>24</sup> Jordan—Eggert: Handbuch der Vermessungskunde. 9. kiadás, II. kötet, első félkötet 330. oldal.

görcsületi sugara rendszeren az állványközépmagasság:<sup>24</sup> Samuel adatainak<sup>25</sup> átértékeléséből kapjuk a tengelybeállítás hibáját, mert:

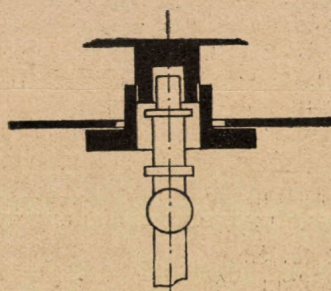
$$f_1 \tau_1 = \varrho'' \frac{e_0}{r_1} = 20'', \text{ tehát: } \mu''_{e_3} = f_1 \tau_2 = \varrho'' \frac{e_0}{r_1 \tau_1} \tau_2 = 20'' \frac{r_1}{r_2} \doteq 10''$$

Az előzőek alapján a véletlen jellegű  $\mu_{e_3}$  tehát 0.05 mm.

Mint már kiemeltük, a merev vetítő legnagyobb előnye, hogy a szélhatás okozta külpontossági hibáktól mentesen központosit, s ennek nagy jelentőségét főképen akkor látjuk, ha visszaemlékezünk a szélhatás okozta durva külpontossági hibákra. A szabályos jellegű hibák további részletei már a kivitelől függenek, nevezetesen: a merev vetítőt kapcsolhatjuk az összekötőcsavar végéhez, ahol egyébként a függélyezőhorog van; ekkor a külpontosság három részlete: a merev vetítő csúcsának külpontossága a gömbcsukló középpontjától (erről azonnal megállapítjuk, hogy a függélyezővel azonos módon — a felfüggesztési



15. ábra.



16. ábra.

pont körüli lassú forgatással — a hibát felfedezhetjük és esztergályozással rektifikálhatjuk); a gömbcsukló középpontjának külpontossága a köldökcsavar tengelyétől ( $e'_4$ ) és a köldökcsavar külpontossága az állótengelytől ( $e''_4$ ). Ez utóbbi oka hasonlóan alakul, mint a függélyezőnél: gyári külpontosság ( $e_5$ ) vagy használat közben előállott deformáció ( $e_6$ ). (15. ábra.)

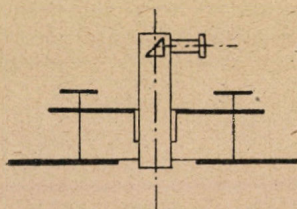
Ezek alapján könnyű belátni, hogy előnyösebb az a kivitel, ahol a merev vetítő közvetlenül kapcsolódott a teodolithoz, illetve az aljzathoz, vagyis az összekötőcsavar elmarad, illetve átalakul, hasonlóan a 12. c. ábrán mutatott megoldáshoz. Ekkor természetesen a már tárgyalt és a 8. ábrán érzékeltetett hibaforrás is fellép. Ilyenkor a köldökcsavar deformálódása hatástalan és elmarad esetleges külpontossága is.

<sup>25</sup> Zeitschr. für Vermessungsw. 1911. évfolyam, 159. oldal,

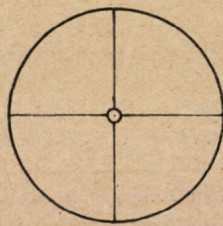
(16. ábra.) A 15. ábra szerinti esethetnél a teljes szabályos külpontosság kísérleti mérések szerint:  $e_4 + e''_4 + e_5 = 0.3 \text{ mm}$ , deformálódott köldökcsavarnál azonban  $e'_4 + e''_4 + e_5 + e_6 = 1.5 \text{ mm}$ -t, sőt többet is elérhet. A teljes maximális külpontosság tehát a legkedvezőtlenebb esetben 1.6 mm és a minimális megirányzási hossz 62 méter.

A merev vetítő tehát szeles időben kétségtelenül előnyösebb, mint a függélyező s tekintve, hogy szélsőséges időben is eléri a függélyező pontosságát, általános alkalmazása kívánatos lenne.

Napjainkban kétségtelenül legkorszerűbb és — helyes használat, valamint konstrukció esetén — legpontosabb, nagy igényeket kielégítő központosító eszköz az optikai vetítő. (Általános formájának sematikus rajzát adja a 17. ábra.)



17. ábra.



18. ábra.

A függélyező irányzó vonalát helyes megoldásnál a teodolit állótengelyével egyidejűleg függőlegesítjük, s ezér  $\mu_{e1}$  és  $\mu_{e3}$  hiba azonos olyan vetítők esetében, amelyeknél a vetítő forgástengelye a teodolit állótengelye (jelöljük  $\mu_{e13}$ -al). Általában pontosabb teodolitokról lévén szó, a teodolit állótengelyének függőlegesítésére 20" parsértékű libellákat tételünk fel. Ekkor az állótengely függőlegességének középhibája:

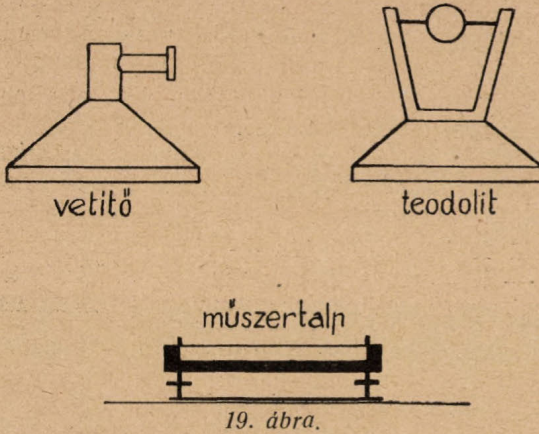
$$\mu_{e13}'' = \pm \sqrt{0.1^2 + 0.1^2} = 3''$$

Állványon való felállásnál a beállítási hosszat 1.5 m-nek véve:

$$\overline{\mu_{e13}} = \frac{\mu_{e13}'' \times 1000}{\rho''} \cdot L_{\text{méter}} = 0.02 \text{ mm}$$

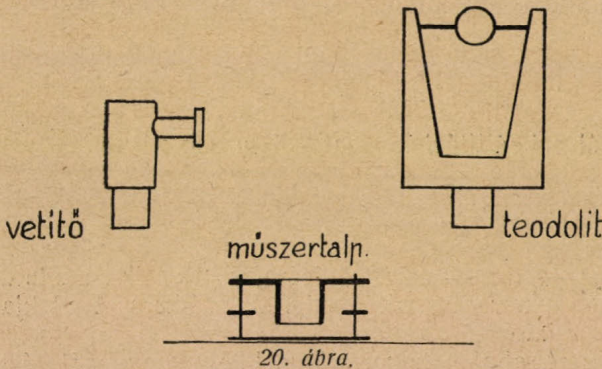
A beállítás hibájának —  $\mu_{e2}$  — csökkentésére, a jó optika mellett, nem szabad a szátkeresztnek vastagnak lennie. A szátkereszt alakja szempontjából nagyon ajánlatos a 18. ábrán feltüntetett forma, — az ú. n. Bimler-féle szátkereszt, ahol a koncentrikus kör pontos beállítást tesz lehetővé rövid függélyezési távolság esetén (általában a szem a szimetriára nagyon érzékeny és a szátkereszt sem takarja el a földi pontot). Nagyobb függélyezési távolságoknál a két merőleges szálát használjuk.<sup>26</sup> Az eddigiek betartásával a beállítási hibát állványon történő felállítás esetében 0.05 mm-re szoríthatjuk le.

<sup>26</sup> A nagyobb függélyezési távolságok különösen bányaméréseknél fordulnak elő.



az összeesést elérhetjük, tehát a forgástengelyt tudjuk a pontra állítani. *Abban az esetben pedig, ha az optikai vetítő irányzónála (forgástengelye) azonos a teodolit állótengelyével (forgástengelyével), akkor szabályos külpontosság nincsen.*

Optikai vetítő kiviteleknél sokszor a vetítő és a teodolit két külön darabból áll<sup>27</sup> (19. és 20. ábrák), s valami mechanikai kényszerrel igyekeznek elérni, hogy a vetítő forgástengelye a teodolit állótengelyével összesen.<sup>28</sup> Természetes azonban az, hogy a fenti elvet ilyen módon, maradék nélkül, teljesíteni lehetetlen, mindig lesznek sikerült és kevésbé sikerült példányok. A 19. ábrán bemutatott Zeiss megoldásnál a beszintezett és optikailag központosított műszertalpba egy rúgós villa segítségével rögzítjük a teodolitot, a 20. ábra szerinti megoldás-



nál pedig egy durván csiszolt hüvelybe tesszük először a függélyező, majd a teodolit csapját. Sem az egyik, sem a másik megoldás esetében nincsen biztosítékunk arra nézve, hogy a tengelyek (a vetítő forgástengelye és a teodolit állótengelye) összesnek, sőt csak pontos kivitel esetén

válak függőlegessé az állótengely azáltal, hogy a teodolitot a beszintezett műszertalpba helyezzük.

Egy másik megoldás a Löschner-féle. (21. ábra.)

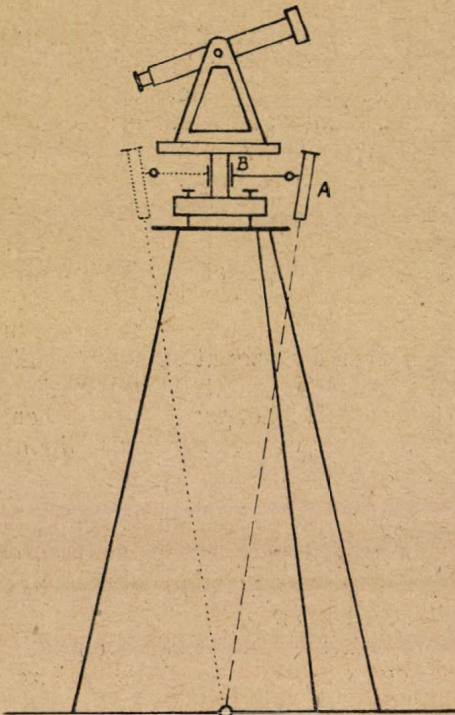
Itt a központosítást külön kis távcsővel végezzük (A), amely egy

<sup>27</sup> Ekkor már  $\mu_{el}$  nem azonos  $\mu_{es}$ -al.

<sup>28</sup> Nem szabad elfelejtenünk: az irányzónalát mindig arra a tengelyre kell központosítanunk, amelyiket a megjelölt pont fölé akarjuk állítani.



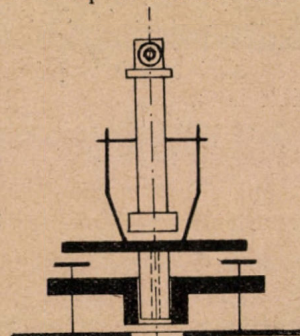
karon és csuklón keresztül csatlakozik a teodolithoz. „Ha a távcsövet valamely helyzetében az álláspont fizikai megjelölésére irányítjuk,



21. ábra.

(A megjelölt mód betartásával a Löschner-féle is ilyen.) A helyes megoldást láthatjuk a Breithaupt-féle hüvelyes kis bányateodoliton. (22. ábra.) A műszer egy csappal csatlakozik a talphoz. A csap és a limbus át van fúrva, s a függőlegesre állított távcső adja az optikai vetítőt. Az észlelés megkönnyítésére törtokulár szolgál.

A berendezés nehézkes, mert az irányzóvonal központosítását minden álláspontban külön kell elvégeznünk; az optika azonossága miatt a vetítő optikája túlméretezett. Ezekon a hátrányokon segít Wild, pl. T. 1. jelzésű teodoliján: a műszertestbe épített optikai vetítő forgástengelye a teodolit állótengelye, központosításra külön távcső szolgál, amelyek irányzóvonala egyszer és mindenkorra központosítható. Szabályos hiba itt nem keletkezhethet, a pontraállítás a priori maximális középhibája:



22. ábra.

<sup>29</sup> Oltay: Geodézia II. második kiadás (1937.) 144. oldal.

$$e_{\max} = \pm \frac{l}{\sqrt{2}} \sqrt{\mu_{e13}^2 + \mu_{e2}^2} = \pm 0.038 \text{ mn}$$

Ha a külpontosság hatását a törésszögben itt is 2.2'' alá akarjuk szorítani, akkor a minimális megírányzási hosszra 7.1 méter adódik. Rövidebb megírányzások esetén már kényszerközpontosítanunk kell. Ezen utóbbi vetítőtípusra kapott eredmény önmagától beszél: a leg-tökéletesebb központosítóberendezés ez a megoldás. *A vetítőnek ez a formája egyszerű szerkezeténél fogva, minden pontosabb méréshez ajánlható, s jelentősége különösen rövid poligonoldalak esetében kiemelkedő.*

Mint érdekes körülményt itt említjük meg, hogy a Wild T 1 teodolit leolvasási képessége 1' s mint kifejtettük, optikai vetítő berendezése a legkorszerűbb. Ezzel szemben a sokkal pontosabb 1'' leolvasású Wild T 2 teodolit optikai vetítójét a műszertalpa építették be, nem forgatható az állóengely körül és így helyes elv szerint nem is rektifikálható. A teodolit nem csupán háromszögelési célokat szolgál, amikor a nagy megírányzási hosszak mellett a szabatos központosításnak nem sok jelentősége van, hanem a gyári katalógus szerint precíziós poligonmérésekre is. Ebben az esetben pedig a Wild T 2 teodolithoz jobban illik és a kellő pontosság elérésére fontos is, hogy azt a vetítőmegoldást építsük be, amely a Wild T 1-en látható. Teljesen hibás a Wild T 2 teodolit vetítójének a gyár által megadott rektifikálási utasítása is.<sup>80</sup> Eszerint ugyanis a teodolitot először egy függővel központosítjuk, s az így beállított helyzethez rektifikáljuk az optikai vetítőt: egy viszonylag pontatlanabb berendezés eredményéhez igazítjuk a pontosabbat, ez pedig ugyanolyan, mintha egy szintező libellát a műszer szelencés libellája alapján rektifikálnánk.

\* \* \*

Az eddigiek eredményeképen szembeűnő, hogy a külpontosság komponensei közül a szabályos jellegű hibák játsszák mindig a legnagyobb szerepet, ezek rontják le az egyes berendezések pontosságát és ezzel a használhatóságát. Látjuk, hogy annál jobb berendezést kapunk, minél inkább sikerül a szabályos jellegű hibákat csökkenteni, s így jutunk el a fejlődés jelenlegi csúcsához, az optikai vetítőhöz, amellyel már az összes szabályos jellegű hibákat kiküszöbölhetjük.

Kedves kötelességemnek teszek eleget, amikor itt e helyen mondok köszönetet tanszéki főnökömnek, dr. Tárczy-Hornoch Antal egyet. ny. r. tanár úrnak, aki tanácsaival és a szakirodalomban való jártasságával állandóan hathatósan segített.

<sup>80</sup> Universal-Theodolit Wild T 2 Gebrauchsanweisung. 17. oldalon: 3. Prüfung des optischen Lotes.

## A komponált egyenletrendszerre vonatkozó JACOBI-féle tétel érvényessége és általánosítása.

Dr. Haáz István Béla.

A normálegyenletek, mint ismeretes úgy keletkeznek, hogy a *feltételei egyenleteknek* nevezett elsőfokú egyenletrendszer egyenleteit rendre az első, második, ...,  $n$ -edik ismeretlen együtthatóival megszorozzuk és összeadjuk, vagy másszóval, hogy az adott elsőfokú egyenletrendszert az együtthatók matrixának oszlopaival *komponáljuk*.

Természetesen az  $m$  egyenletből álló elsőfokú egyenletrendszert nemcsak a saját együtthatóiból álló matrixnak, hanem akármilyen  $m$  soros matrixnak az oszlopaival is komponálhatjuk, amikor is annyi egyenletből álló elsőfokú egyenletrendszerhez jutunk, ahány oszlopa van a komponáló matrixnak.

A normálegyenletek középértékképzéses megoldásáról írt közleményemben<sup>1</sup> megemlítettem, hogy az erre vonatkozó tételt *Jacobi* már 1841-ben, a determinánsokról írt alapvető értekezésében<sup>2</sup> megállapította. *Jacobi* azonban nem közvetlenül a normális egyenletrendszer, hanem éppen az általánosabb *komponált egyenletrendszer* megoldására állapított meg tételt és a normálegyenletek középértékképzés megoldását csak mint ennek különleges esetét tárgyalta. Azt találta<sup>3</sup>, hogy a komponált egyenletrendszer megoldása egyenlő az eredeti egyenletrendszerből kiválasztható, az ismeretlenek számával megegyező számú egyenletből álló részegyenletrendszerek megoldásainak súlyos közepével; — az egyes megoldások súlya az illető megoldást szolgáltató részegyenletrendszer determinánsának és a komponáló matrix ugyanannyiadik sorokból álló determinánsának szorzata.

*Jacobi* e tétel érvényességének feltételül azt kötötte ki, hogy az eredeti egyenletrendszer egyenleteinek száma ne legyen kisebb az ismeretlenek számánál.

Ez a feltétel azonban a *Jacobi*-féle tétel érvényességének csak szükséges, de nem elegendő feltétele, a komponált egyenletrendszer megoldhatóságának pedig sem nem szükséges, sem nem elegendő feltétele.

Ugyanis a komponált egyenletrendszernek általában nincs megoldása: ekkor a *Jacobi*-féle tétel tárgytalan. Ha pedig a komponált egyenletrendszernek mégis van megoldása, akkor általában nem egy megoldása van, hanem végtelen sok: ekkor a *Jacobi*-féle tétel helyett egy általánosabb tétel érvényes.

A következőkben ezt az általánosabb tételt, tehát ebben az értelemben a *Jacobi*-féle tétel általánosítását fogjuk bebizonyítani. Tárgyalásainkban sem az eredeti egyenletrendszer egyenleteinek számára, sem a komponáló matrix oszlopainak számára, tehát a komponált egyenletrendszer egyenleteinek számára sem kötünk ki semmiféle megszorítást sem.

\*

<sup>1</sup> Geod. Közl. XVIII. (1942.) 3. füz.

<sup>2</sup> C. G. J. Jacobi: De formatione et proprietatibus determinantium. Crelle's Journal, Bd. 22. (1841), p. 285—318.

<sup>3</sup> Art. 15., Propos. I.

Az  $m$  egyenletből álló  $n$  ismeretlenes

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n + a_{1n+1} &= 0 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \\ a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n + a_{m n+1} &= 0 \\ m &\leq n \end{aligned}$$

elsőfokú egyenletrendszer együtthatóinak matrixát jelöljük  $\mathbf{a}$ -val, a szabad tagokkal kiegészített matrixot pedig  $\mathbf{a}'$ -vel:

$$\mathbf{a} = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{a}' = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} & a_{1n+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} & a_{m n+1} \end{vmatrix}$$

Ha egyenletrendszerünket a

$$\mathbf{b} = \begin{vmatrix} b_{11} & \dots & b_{1l} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & \dots & b_{ml} \end{vmatrix}$$

matrix oszlopaival komponáljuk és a

$$c_{ik} = \sum_{j=1}^m a_{jk} b_{ij}$$

$$(i = 1, 2, \dots, l)$$

$$(k = 1, 2, \dots, n+1)$$

jelölést alkalmazzunk, akkor az  $l$  egyenletből álló  $n$  ismeretlenes

$$\begin{aligned} c_{11} x_1 + \dots + c_{1n} x_n + c_{1n+1} &= 0 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \\ c_{l1} x_1 + \dots + c_{ln} x_n + c_{l n+1} &= 0 \\ l &\leq n \end{aligned}$$

elsőfokú egyenletrendszerhez jutunk, amelyet nevezünk el az „eredeti egyenletrendszer“ „komponált egyenletrendszer“-ének. A  $c_{ik}$  számok szerkezetéből nyilvánvaló, hogy e komponált egyenletrendszer  $\mathbf{c}$ , illetve  $\mathbf{c}'$

matrixa az eredeti egyenletrendszer  $\mathbf{a}$ , illetve  $\mathbf{a}'$  matrixának és a komponáló matrixnak másodfajú oszlop-oszlopos sorozata:<sup>1</sup>

$$\mathbf{c} = \{ \mathbf{a} \mathbf{b} \} \quad \text{és} \quad \mathbf{c}' = \{ \mathbf{a}' \mathbf{b} \}$$

Ha  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{a}'$  nem ugyanannyiadrangúak, akkor általában  $\mathbf{c}$  és  $\mathbf{c}'$  sem ugyanannyiadrangúak, tehát ha az eredeti egyenletrendszernek nincs megoldása, akkor általában a komponált egyenletrendszernek sincs. Ha azonban  $\mathbf{c}$  és  $\mathbf{c}'$  mégis ugyanannyiadrangúak és közös rangszámuk  $s$ , akkor a komponált egyenletrendszernek van megoldása, tekintet nélkül arra, hogy az eredeti egyenletrendszernek van-e megoldása vagy nincs. A következőkben épen ezzel az esettel kívánunk foglalkozni.

Ha  $\mathbf{c}$  és  $\mathbf{c}'$  oly módon  $s$ -edranguak, hogy  $\mathbf{c}$ -nek épen az első  $s$  sorából és oszlopából álló  $s$ -edrendű determinánsa nem  $0$  és az  $\mathbf{a}$ , illetve  $\mathbf{b}$  matrix első  $s$  oszlopának egyszerre el nem tűnő  $s$ -edrendű determinánsai a következők:

$$\begin{aligned} & A_{s1}, A_{s2}, \dots, A_{sM} \\ & B_{s1}, B_{s2}, \dots, B_{sM} \\ & 0 < M \leq \binom{m}{s} \end{aligned}$$

továbbá, ha  $[jk]$  a  $j$ -edik oszlopnak a  $k$ -adikkal való helyettesítését jelenti, akkor a szorzatmatrix  $s$ -edrendű determinánsára vonatkozó Cauchy—Binet-féle tétel szerint:

$$\begin{aligned} C_s &= \begin{vmatrix} c_{11} & \dots & c_{1s} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{s1} & \dots & c_{ss} \end{vmatrix} = \sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh} \\ C_s^{[jk]} &= \begin{vmatrix} c_{11} & \dots & c_{1k} & \dots & c_{1s} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_{s1} & \dots & c_{sk} & \dots & c_{ss} \end{vmatrix} = \sum_{h=1}^M A_{sh}^{[jk]} B_{sh} \\ & (k = s+1, \dots, n, n+1) \end{aligned}$$

Tehát ha  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-r}$  akármilyen számok és  $\lambda_{n-r+1} = 1$ , akkor a komponált egyenletrendszer általános megoldása:

$$x_j = \begin{cases} - \sum_{k=s+1}^{n+1} \lambda_{k-s} \frac{C_s^{[jk]}}{C_s} & (j = 1, 2, \dots, s) \\ \lambda_{j-s} & (j = s+1, \dots, n) \end{cases}$$

$C_s$  és  $C_s^{[jk]}$  előbbi kifejezéseivel és kellő átrendezéssel:

<sup>1</sup> Haáz: Krakoviánok és matrixok szorzása. Csillagászati lapok, 5. évf. (1942.) 1—2. sz. 39. old.

$$x_j = \begin{cases} \frac{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh} \left( -\sum_{k=s+1}^{n+1} \lambda_{k-s} \frac{A_{sh}^{[jk]}}{A_{sh}} \right)}{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh}} & (j = 1, 2, \dots, s) \\ \frac{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh} (\lambda_{j-s})}{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh}} & (j = s+1, \dots, n) \end{cases}$$

A számlálók zárójelbe tett kifejezése nyilván általános megoldása az eredeti egyenletrendszer ama  $s$  egyenletből álló rész-egyenletrendszerének, amelyben az első  $s$  ismeretlen együtthatóinak determinánsa épen a  $0$ -tól különböző  $A_{sh}$ . Ezt a megoldást  $x_{hj}$ -vel jelölve és elhagyva a  $j = 1, 2, \dots, s$  és  $j = s+1, \dots, n$  esetek most már felesleges megkülönböztetését, arra az eredményre jutunk, hogy

$$x_j = \frac{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh} x_{hj}}{\sum_{h=1}^M A_{sh} B_{sh}} \quad (j = 1, 2, \dots, s, s+1, \dots, n)$$

Vagy pedig az  $A_{sh} B_{sh} = \rho_h$  ( $h = 1, 2, \dots, M$ ) jelöléssel:

$$x_j = \frac{\rho_1 x_{1j} + \rho_2 x_{2j} + \dots + \rho_M x_{Mj}}{\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_M} \quad (j = 1, 2, \dots, n)$$

Tehát kimutattuk a következő tételt: Ha a komponált egyenletrendszer együtthatóinak matrixa is és a szabad tagjaival kiegészített együtthatók matrixa is  $s$ -edrangú, éspedig oly módon, hogy közös első  $s$  soruk és oszlopuk elemeinek  $s$ -edrendű determinánsa nem  $0$ , akkor a komponált egyenletrendszer általános megoldása az eredeti egyenletrendszerből kiválasztható oly  $s$  egyenletből álló részegyenletrendszerek általános megoldásainak súlyos közepe, amely részegyenletrendszerek együtthatóiból álló részmatrixnak is és a komponáló matrix ugyanannyiadik sorai-ból álló részmatrixnak is az első  $s$  oszlop elemeiből álló  $s$ -edrendű determinánsa  $0$ -tól különböző; — az egyes megoldások súlyai pedig épen ezeknek a  $0$ -tól különböző  $s$ -edrendű determinánsoknak a szorzatai.

Látjuk, hogy ha valamelyik ilyen részegyenletrendszer  $A_{st}$  determinánsa nem  $0$  ugyan, de a komponáló matrix megfelelő  $B_{st}$  determinánsa eltűnik, akkor e rendszer  $x_{tj}$  megoldása nem járul hozzá (illetve  $0$  súllyal járul hozzá) a komponált egyenletrendszer megoldásához.

Ha az eredeti egyenletrendszernek van megoldása, azaz ha  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{a}'$  megegyező rangúak, akkor ez a megoldás a komponált egyenletrendszernek is megoldása, tehát  $\mathbf{c}$  és  $\mathbf{c}'$  is megegyező rangúak. Ebből azonban nem következik, hogy  $\mathbf{c}$  és  $\mathbf{c}'$  közös rangszáma,  $s$ , egyenlő  $\mathbf{a}$  és  $\mathbf{a}'$  közös

rangsámával,  $r$ -rel. A szorzatmatrix rangszámára vonatkozó ismert tétel<sup>1</sup> szerint csak annyit jelenthetünk ki, hogy  $s$  nem nagyobb  $r$ -nél:  $s \leq r$ .

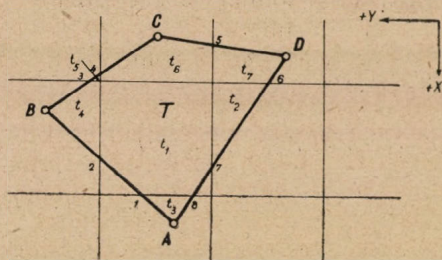
Ha éppen  $s = r$ , akkor (és csak akkor) a komponált egyenletrendszer megoldásai azonosak az eredeti egyenletrendszer megoldásaival. Ha azonban  $s < r$ , akkor a komponált egyenletrendszernek több (szőrösen végtelen sok) megoldása van, mint az eredeti egyenletrendszernek, azaz vannak olyan megoldásai is, amelyek az eredeti egyenletrendszernek nem megoldásai. Ez esetben tehát a komponált egyenletrendszer megoldásaiból az eredeti egyenletrendszer megoldásaira nem következtethetünk. Természetesen még kevésbé van jogunk ily következtetésekre abban az általánosabb esetben, ha a komponált egyenletrendszernek van ugyan megoldása, de az eredeti egyenletrendszernek nincsen.

Ha a komponált egyenletrendszernek nincs megoldása, akkor ismét van helye a következtetésnek: ekkor az eredeti egyenletrendszernek sincs megoldása.

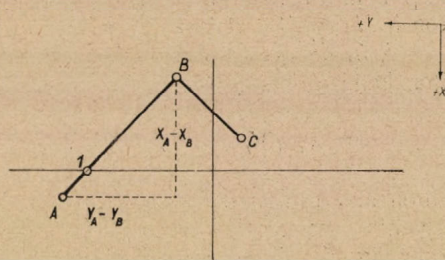
## Szelvénymetszésponatok számítása.

Vincze Vilmos.

Több térképszelvényre terjedő községek területének meghatározása úgy történik, hogy előbb meg kell határozni a terület határvonalainak a szelvényhatárvonalakkal való metszéspontját, majd pedig minden szelvényre eső területet külön meg kell határozni és a részterületeknek egy bizonyos határon belül egyezni kell a teljes területtel. (1. ábra.)



1. ábra.



2. ábra.

A teljes terület az A, B, C, D idom területe és az 1, 2, ..... 8 pontok a szelvénymetszésponatok.

Az 1, ..... 8 szelvénymetszésponatok koordinátáit arányosság alapján határozhatjuk meg.

Az 1. pont  $X$  koordinátája a szelvény határral azonos kerek szám, az  $Y_1$  meghatározható az alábbi módon:

$$\Delta Y_{1A} = \frac{Y_B - Y_A}{X_A - X_B} \Delta X_{1A}; Y_1 = Y_A + \Delta Y_{1A}$$

<sup>1</sup> Böcher—Beck: Einf. in die höh. Algebra, Leipzig, 1925, Kap. VI, §, 25, Satz 6, p. 84.

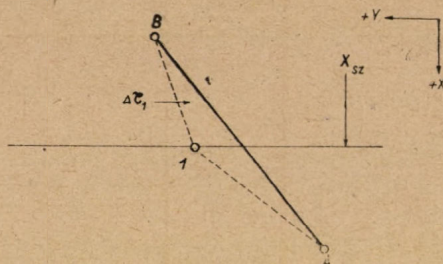
A szelvénymetszéspont bármilyen, a koordináták 2 v. 3 tizedesre való meghatározás esetén a rész területek összege általában nem egyezik a teljes területtel, mivel a metszéspontok nem illeszkednek matematikailag a meghatározandó terület határára.

Tehát általában (1. ábra)

$$\sum t_i \neq T_{ABCD}$$

és

$$T_{ABCD} - \sum t_i = \Delta T = \sum \Delta \tau_i$$



3. ábra.

ahol  $\Delta \tau_i$  az egyes szelvénymetszéspontokhoz tartozó hibaháromszögek területe. (3. ábra.)

A  $\Delta T$  nagysága függ a  $\Delta \tau_i$ -k nagyságától és előjelétől.

A  $\Delta \tau_i$  nagysága pedig attól függ, hogy hány tizedesre határoztuk meg a pont koordinátáját és hogy mekkora az  $AB$  távolság.

A szelvénymetszéspontoknak a határ egyenesekbe való nem tökéletes beszámítása folytán kezelhető bizonytalanságot elkerülhetjük, ha a pont nem tökéletes illeszkedéséből keletkező  $\Delta \tau_i$  területkülönbséget meghatározzuk és vele a végeredményt megjavítjuk.

Nem okoz külön számítási munkát e hibaháromszög területének meghatározása, ha a szelvénymetszéspont hiányzó koordinátáját azon az alapon határozzuk meg, hogy a szelvénymetszéspontnak a két szomszédos határponttal  $O$  területű háromszöget kell alkotni.

A 3. ábrán az  $AB1$  háromszög területének az  $1$ . pont tökéletes illeszkedése esetén,  $O$ -nak kellene lenni:

$$X_B(Y_A - Y_1) + X_A(Y_1 - Y_B) + X_1(Y_B - Y_A) = 0$$

Innen meghatározható az  $Y_1$ , de  $Y_1$ -t 2 v. 3 tizedesre számolva ez az egyenlőség nem  $0$ , hanem  $2 \Delta \tau_1$ , annak a három pont által határolt háromszögnek kétszeres területe, melyet a nem tökéletes egyenesbe számolt metszéspont és a szomszédos két pont alkot (3. ábra) és amellyel a végeredményt javítani kell. Tehát általában:

$$X_B(Y_A - Y_1) + X_A(Y_1 - Y_B) + X_1(Y_B - Y_A) = 2 \Delta \tau_1$$

Innen

$$Y_1 = \frac{2 \Delta \tau_1 - Y_B(X_A - X_1) - Y_A(X_1 + X_B)}{X_B - X_A}$$

Az  $Y_1$  meghatározása egyszerű „Brunsviga“ számológéppel a következőképpen végezhető el egyszerű módon.

Legyen az egyenes megadva  $A$  és  $B$  pontjával (3. ábra.) és meghatározandó annak az  $1$ . pontnak  $Y_1$  koordinátája, amelyiknek  $X_{sz}$  koordinátája adott.



A számítás előírása a területszámításnál szokásos módon történik, de úgy, hogy az 1. pont a harmadik helyen legyen. (1. táblázat.)

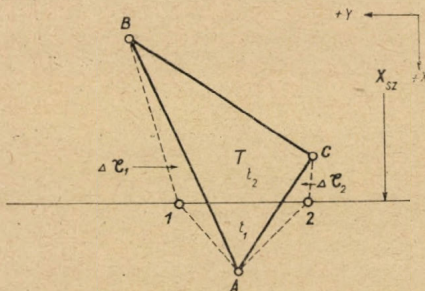
Pontjele	$Y$	$B$	
$B$	$Y_B$	$X_B$	$2 \Delta \tau_1$
$A$	$Y_A$	$X_A$	
(1)	$Y_1$	$X_{sz}$	$\Delta X_{AB}$
$B$	$Y_B$	$X_B$	

1. táblázat.

Ha  $Y_1$  a meghatározandó koordináta, akkor a gépi számítást  $X_B$ -nak a fordulattmérőbe való beforgatásával kezdjük, ha  $X_1$  a meghatározandó koordináta, akkor  $X_B$ -t forgatjuk először a fordulattmérőbe (de akkor a váltót ki kell húzni).

A számítást a területszámításhoz hasonlóan és annak szabályai szerint kell végezni; tehát jelen esetben beforgatjuk  $X_B$ -t a fordulattmérőbe és beállítjuk a beállítószerkezetbe  $Y_A$ -t és a fordulattmérőt átforgatjuk  $X_{sz}$ -re, utána beállítjuk  $Y_B$ -t és a fordulattmérőt átforgatjuk  $X_A$ -ra. Ezután  $Y_1$ -t kellene beállítani és ha ismernénk a helyes értéket, akkor a fordulattmérőt átforgatva  $X_B$ -re, az eredmény sor 0 lenne. Azonban  $Y_1$ -t nem ismerjük, tehát töröljük a fordulattmérőt és a beállítószerkezetet és beállítjuk  $(X_B - X_A)$  különbséget és az eredmény sort 0-ra forgatva a fordulattmérőn  $Y_1$  értéke jelenik meg.

Az  $Y_1$  2 v. 3 tizedesre való számítás esetén az eredmény soron lévő szám általában nem 0, hanem annak a háromszögnek kétszeres területe,



4. ábra.

amelyet a metszésponat és a két szomszédos pont alkot, tehát  $2 \Delta \tau_1$ . Legyen adva most már  $A, B, C$  szédos pont alkot, tehát  $2 \Delta \tau_1$  pontokkal egy háromszög és meghatározandó az  $\overline{AB}$  és  $\overline{AC}$  egyeseknek a szelvény határral alkotott metszésponatja, melynek  $X$  koordinátája adott:  $X_{sz}$  (4. ábra.)

A területszámítást úgy írjuk elő, hogy az eredmény pozitív terület legyen. A számítás előírása és menete mostmár a következő:

1. lépés: kiszámítjuk az  $ABC$  háromszög területét,  $2T$ -t a metszésponatok figyelembevétel nélkül, a területszámítás szabályai szerint.

	$Y$	$X$			
$A$	$\underline{Y_A}$	$X_A$			
1	$Y_1$	$\underline{X_{sz}}$	$\Delta X_{AB}$	$2 \Delta \tau_1$	
$B$	$\underline{Y_B}$	$X_B$			
$C$	$Y_C$	$\underline{X_C}$			$\Sigma 2 t_i$
2	$\underline{Y_2}$	$X_{sz}$	$\Delta X_{AC}$	$2 \Delta \tau_1$	$- 2 T$
$A$	$Y_A$	$\underline{X_A}$		$\Sigma 2 \Delta \tau_i$	$= 2(T' - T)$

2. táblázat.

2. lépés: kiszámítjuk a metszéspontokkal szomszédos két birtokhatárpont  $X$  koordinátáinak különbségét. (Ha  $X_1$  meghatározandó, akkor az  $Y$  koordináta különbséget kell képezni és a váltót ki kell húzni.)

3. lépés: számítjuk  $X_1$ , ill.  $X_2$  koordinátákat. A  $\Delta \tau_1$ -nek is van előjele. Pozitív számnak kapjuk, ha mindig a következőképen járunk el:

A  $T$  területet úgy kell körülírni, hogy a terület pozitív legyen. — Az  $Y$  pedig mostmár úgy számítandó, hogy mindig a metszéspont *utáni* ponttal kezdjük a gépi számítást és úgy, hogy ha az  $Y_1$ -t 2 tizedesre akarjuk megkapni, akkor az osztást a második tizedes helyén addig végezzük, míg az eredmény soron még pozitív szám van.

Tehát a jelen esetben beforgatjuk a fordulatmérőbe  $X_{B,1}$  és beállítjuk  $X_A$ -t a beállítószerkezetbe és végezzük a területszámítást addig, míg  $Y_1$ -t kellene beállítani. Most az eredmény sor kivételével mindent törölünk és beállítjuk  $[\Delta X_{AB}]$  értékét és elvégezzük az osztást úgy, hogy  $Y_1$  második tizedesének az lesz az utolsó száma, melynél az eredmény sor még pozitív.

Ezután kiírjuk a megfelelő helyre a fordulatmérőből  $Y_1$ -t és az eredmény sorból  $2 \Delta \tau_1$  értékét.

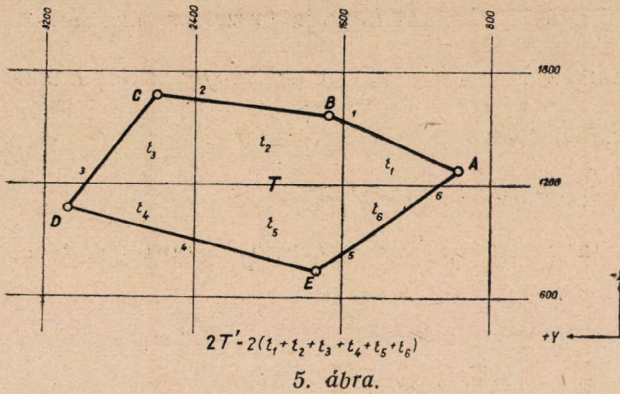
Ugyanis meghatározzuk  $Y_2$  és  $2 \Delta \tau_2$  értékét is és képezzük a  $\Sigma 2 \Delta \tau_i$ -t.

4. lépés: elvégezzük a területszámítást a metszéspontok figyelembevételével és kapjuk:  $2T'$ -t.

*Ellenőrzés:* Elvégezve a részterületek számítását ( $2t_i$ ) és azokat összegezve kell, hogy  $\Sigma 2 t_i = 2 T'$  és kell, hogy

$$2(T' - T) = \Sigma 2 \Delta \tau_i$$

*Szám példa:* Legyenek az 5. ábrabeli idom sarokpontjainak koordinátái a következők:



- $Y_A = + 850,72$
- $Y_B = 1691,38$
- $Y_C = 2498,49$
- $Y_D = 3197,77$
- $Y_E = 1611,08$
  
- $X_A = - 1309,28$
- $X_B = 1692,33$
- $X_C = 1798,43$
- $X_D = 1171,37$
- $X_E = 620,71$

Az 1, 2, 3, 4, 5 és 6 metszéspontok ismeretes koordinátái legyenek a következők:

- $Y_1 = + 1600,00$
- $Y_2 = + 2400,00$
- $X_3 = - 1200,00$
- $Y_4 = + 2400,00$
- $Y_5 = + 1600,00$
- $X_6 = - 1200,00$

Pont jele	Y	X	$\Delta Y_{ill.} \Delta X$	$2 \Delta \tau_i$	$\frac{2 T'}{2 T'}$
A	+ 850,72	- 1309,28			3 106 519,8986
1	1600,00	1950,70	840,66	6,43 32	
B	1691,38	1692,33			
2	2400,00	1785,49	807,11	5,78 56	
C	2498,49	1798,43			
3	3165,85	1200,00	627,06	4,63 12	
D	3197,77	1171,37			
4	2400,00	894,50	1586,69	6,83 21	
E	1611,08	620,71			
5	1600,00	630,74	760,36	4,84 14	
6	971,39	1200,00	688,57		3 106 548,4221
A	850,72	1309,28		+28,52 35	= + 28.5235

3. táblázat.

A számítást célszerűen a 3. táblázat foglalja össze és menete a következő:

1. lépés: Kiszámítjuk az idom területét a szelvénymetszéspontok figyelembe vétele nélkül a gépi területszámítás szabályai szerint. A számítás eredményét a táblázatunkba beírjuk:

$$2T = 3\ 106\ 519,898\ 6\ m^2$$

2. lépés: Számítjuk a metszéspontok ismeretlen koordinátáit a következőképen: először képezzük az

$$Y_B - Y_A = 840,66$$

különbséget és a megfelelő helyre beírjuk.

3. lépés: Ezután megkezdhető az  $X_1$  számítása a területszámítás szabályai szerint. Alapállásba hozva a számológépet, beforgatjuk a fordulattmérőbe a metszéspont *utáni* pont  $Y$  koordinátáját:

$$Y_B = 1691,38$$

és beállítjuk a beállítószerszékbe

$$X_A = 1309,28$$

értékét. Ezután átforgatjuk a fordulattmérőt

$$Y_1 = 1600,00$$

értékére és a beállítószerszékbe állítjuk  $X_B$ -t

$$X_B = 1692,33$$

és fordulattmérőt átforgatjuk  $Y_A$ -ra.

$$Y_A = 850,72$$

Most az eredmény sor kivételével mindent törölünk és beállítjuk a beállító szerkeszékbe

$$Y_B - Y_A = 840,66$$

értékét és elosztjuk vele az eredmény soron lévő számot úgy, hogy a fordulattmérő második tizedese helyén addig végezzük a forgatást, amíg az eredmény soron lévő szám még pozitív.

Kapjuk, hogy

$$X_1 = 1650,70$$

és az eredmény soron lévő szám:

$$2 \Delta \tau_1 = + 6,4332$$

Az  $X_2$ ,  $X_4$  és  $X_5$  meghatározása hasonlóképen történik.

Azoknál a metszéspontoknál, ahol az  $X$  koordináta az adott  $a$  számítás csak annyiban különbözik az előzőtől, hogy a váltós számológépnél a váltót ellentétes állásba kell hozni, ha  $T$  számításánál a váltó megegyező állásban volt.

Ott, ahol két birtokhatárpont között két metszéspont van, a koordináták számítása ugyanúgy történik, mint előbb, csupán a hibaterület nagyságát kell másképen meghatározni. Lévéen az jelen esetben négy-szög, a hibaterület meghatározásánál a számításba mind a két metszéspontot be kell vonni, tehát az A E 5 6 A idom területét kell meghatározni a területszámítás szabályai szerint.

A területszámítást most is a metszéspont utáni pont  $Y$  koordinátájának a fordulatmérőbe való forgatásával kezdjük a 3. táblázat előírásának felhasználásával.

Eredményül kapjuk

$$2 \Delta \tau_{56} = + 4,8414$$

értékét, amit a megfelelő helyre beírva és a  $2 \Delta \tau_i$ -ket összeadva kapjuk, hogy

$$\Sigma 2 \Delta \tau_i = + 28,5235$$

4. lépés: Kiszámítjuk az idom területét a metszéspontok figyelembevételével és kapjuk, hogy

$$2T' = 3,106.548.4221$$

A gyakorlatban a szelvényekre eső részterületeket számítjuk ki a metszéspontokkal és e részterületeket adjuk össze.

Ellenőrzés:

$$2 (T' - T) = + 28,5235$$

Tehát

$$\Sigma 2 \Delta \tau' = 2 (T' - T).$$

## Szemle.

A Budapesti Mérnöki Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportja f. é. január hó 26-án tartott ülésén az alábbi egyhangú határozatot hozta:

A tagosítások mérnöki díjazása nem áll arányban azzal a nagy felelősséget, tudást megkívánó és hasznot eredményező munkával, amit a tagosítás jelent.

A Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportja megjegyzi, hogy

az egységárok megállapításánál nem nyer kellő súlyt az a kockázat, amit a tisztviselők tartása jelent, valamint az a körülmény sem, hogy az utazásokkal, adókkal, illetékekkel kapcsolatos kiadások, az öreg korra gyűjtendő tartalék és a háború okozta kockázat is terhelik ezeket az egységárakat.

A szűkmarkúan megállapított díjazástól várt eredményt azután a munkában előálló legkisebb rendellenesség halomra dönti és anyagi romlásba jut a birtokrendező mérnök. Ez az oka annak, hogy az országban ténylegesen csak kb. 20 tagosítással foglalkozó mérnöki iroda működik. A feladatok pedig annyira nagyok és sürgősek, hogy jóval több irodára volna szükség a legsürgősebb tagosításoknak 20 év alatt leendő befejezéséhez. Ezzel szemben aggodalommal állapítja meg a Kamara, hogy a mostani tagosító mérnökök is menekülnek erről a mostoha munkaterületről.

A Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportja abban a nézetben van, hogy a tagosítások szellemi munkája értékelésénél azt a hasznot is figyelembe kell venni, amit a tagosítás az ország gazdasági életében jelent. Tapasztalat szerint a tagosítások keresztülvitele a termelésben 30%-os javulást eredményez. Ez kat. holdanként 8 q búzatermést véve alapul, 2,4 q búzaértéknek felel meg, ami a mostani árak szerint holdanként és évenként 72.— P-t jelent. Méltányos és a tagosítás kérdésének előbbrevitelének szempontjából szükséges, hogy ez a nagy gazdasági haszon is mérlegeltessék a mérnök díjazásának megállapításánál.

El kell ítélni a díjmegállapításnak azt az alacsony nívón való tartását, amely azt eredményezi, hogy a munkálatokban örökös akadály a rossz egységár, elszegényedik a mérnök, nagy kárára az érdekelt gazdáknak, elnyúlik a munka időartama. A gazdák szívesen megfizetnék a többkiadást, csak minél hamarabb élvezhetnék a tagosítás előnyeit.

A Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportja megállapítja, hogy egy 3000 holdas, sík terepen fekvő, rendezett telekkönyvi viszonyok között levő község tagosításának méltányos és legalacsonyabb mérnöki munkadíja holdankint 1942. év január 31-én 30.— P. Ennél alacsonyabb egységár mellett eredményes munka nem végezhető.

Felhívja a Kamara a tagosító mérnököket, hogy az új munkálatoknál ezt az irányarat mindenkor vegyék figyelembe és ha a pályázat a korábbi viszonyok között megállapított alacsonyabb áron jelennék meg, akkor a kívánt árat maguk jelölik meg pályázatukban.

Ne pályázzanak abban a reményben, hogy majd sikerül későbbben felemeltetni az egységárat, mert ez lealázó, nem igazságos dolog és veszélyt rejt magában. A Kamara kéri az illetékes minisztériumokat, hogy a tagosítások egységárának megállapítását mindenkor a gazdasági viszonyok változásával párhuzamosan eszközölje és ennek megfelelően az egységárat, mihelyt arra szükség van, külön kérés benyújtása nélkül emelje fel, vagy mérsékelje.

Kéri továbbá a kir. pénzügyminisztériumot, hogy a 17.600/1941. I. M. sz. rendelet szerint benyújtott egységáremelési kérelmeket 30 nap alatt intézzék el, mert a tagosításokban a pénzhiány miatt jelentkező akadály a termelésben nagy kiesést jelent, ami a mostani viszonyok között fokozott jelentőséggel bír.

Kéri a Birtokrendező Mérnökök Kamarai Tagcsoportja, hogy a Mérnöki Kamara már tárgyalás alatt álló kérelme szerint az Országos Tagosítási Hivatal közérdekből, sürgősen szerveztessék meg. Nem lehet kellőképpen kárhoztatni azt a körülményt, hogy ez a sürgős és nagyfontosságú dolog három minisztérium hatáskörébe tartozik, ami nagyon lassúvá teszi az ügymenetet.

Azoknál a folyamatban levő tagosításoknál, amelyekben áremelési kérelem a 17.600/1941. I. M. sz. rendelet szerint már egyízben benyújtott és a kérelem teljes egészében teljesítettett, a felemelt egységárnak további felemelését kell kérni az időközben beállott drágulásokra való tekintettel.

Ezek a drágulások a következők:

1941. május 1-én élebelépett 8%-os munkadíjemelkedés,

1941. dec. 1-én életbelépett 15%-os munkadíjemelkedés,

1941. okt. 1-én életbelépett 1%-os forgalmi adóemelkedés,

1941. évben elrendelt összes adóknak, illetékeknek, hadfelszerelési adónak stb. az egész összegre kiható **10%-os emelkedése.**

Kérendő tehát a változott viszonyok miatt a díjazásnak további 34%-os felemelése.

A hatósági rendeletekkel szabályozott, itt felsorolt százalékos emelkedés az élet minden vonalát megdrágította, így a 34%-os drágulást a díjazásnál mellőzni nem lehet anélkül, hogy a munka megakadályozásának a veszélye elő ne álljon.

Ez a 34%-os emelés a hátralevő munkadíjakra vonatkozik.

Ha az egységáremelési kérelem csak részben teljesítettett, akkor új kérelem nyújtandó be a figyelembe nem vett díjrészlet engedélyezése és a most említett időközi 34%-os emelkedés figyelembevételé iránt.

A Kamara Birtokrendező Mérnöki Tagcsoportja felhívja az illetékesek figyelmét ebben az emlékiratban foglaltakra. Tudja a Tagcsoport azt, hogy erről a munkaterületről menekülnek a mérnökök, nem lesz már a következő években tagosító mérnök, mert az öregek kihalnak, tönkremennek, új mérnök pedig nem jön erre a munkaterületre, ha az illetékesek ezt a kiáltásunkat meg nem hallják.

Govrik sk. Papp sk. Jászai sk.

### Hibaigazítás.

A Geod. Közlöny 1943. évi 2. füzetében a 69. oldalon az *egyenlő súlyúvá tett feltételi egyenletek* után következő ötödik sorban nem oda való szöveg olvasható. A helyes szöveg a következő:

letek együthhatóinak matrixa ugyanannyiadrangú, mint az eredeti feltételi

Dr. Haáz.

## Kérelem előfizetőinkhez!

Mivel az előfizetők kis száma miatt a Közlöny kiadása egyre nagyobb nehézséggel jár, tisztelettel kérjük előfizetőinket, hogy a minden köszönetet kiérdemlő támogatásukon felül legyenek szívesek újabb előfizetők gyűjtésével is segítségünkre jönni. A hazai geodéziai tudomány fejlesztése érdekében vállaltuk a Közlöny kiadásának és szerkesztésének fárasztó és kockázatos munkáját s nagyon szomorú volna, ha a geodéziával foglalkozók közönye miatt vállalkozásunkkal fel kellene hagyni. Kérjük előfizetőinket, terjesszék a Közlönyt ismerőseik körében, továbbá igyekezzenek rábírní a könyvtárral rendelkező intézményeket, hogy a Közlönyt járassák.

E kérelemmel egyidejűleg be kell jelentenünk, hogy a nyomdai és a sokszorosító ipar jelentős és eddig tekintetbe nem vett drágulása miatt az előfizetési díjat 1944. évre 24 pengőben kell megállapítanunk.

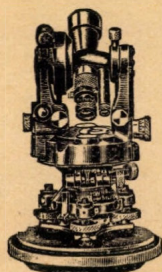




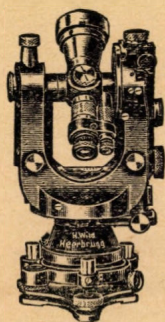
# WILD teodolit sorozata

Leolvasási pontosság 360°-os körosztásnál:

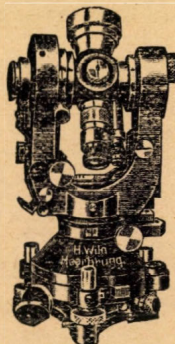
Tájolós teodolit	T0	1'	Egytetemes teodolit	T2	1''
Ismétlő teodolit	T1	6''	Precíziós teodolit	T3	0.2''



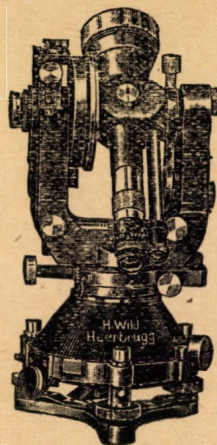
T<sub>0</sub>



T<sub>1</sub>



T<sub>2</sub>



T<sub>3</sub>

**A WILD MŰVEK Heerbrugg (Schweiz)**  
**„minden feladathoz a megfelelő műszert“**

jelszóval állította össze ezt e négy műszerből álló sorozatát, mely hosszú gyakorlati és elméleti kísérletek eredménye.

Tökéletes pontosság, egyszerű kivitel és kezelés jellemzik a világhírű **WILD** műszereket.

**Vezérképviselet:**

**„GAMMA“** FINOMMECHANIKAI  
 GYÁRTMÁNYOKAT  
 ÁRUSÍTÓ K. F. T. BUDAPEST.

Székház:  
 IX., KÖZRAKTÁR-U. A./2.

Mérnöki szaküzlet:  
 IV., APPONYI-TÉR 1.



# MAGYAR OPTIKAI MŰVEK RÉSZVÉNYTÁRSASÁG

BUDAPEST, XII., CSÖRSZ-UTCA. 35-43.

Sürgőny cím: „MOMER“

TELEFON 150-065\*, 150-045\*.

TEODOLITOK

\*

EGYETEMES MŰSZEREK

\*

TAHIMÉTEREK

\*

FELRAKÓK

\*

MÉRCÉK ÉS MÉRŐSZALAGOK

\*

MÉRNÖKI FELSZERELÉSEK

\*

LÁTCSÖVEK

