# fizikai szemle


2016/1

# Tájékoztató az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2016. évi tagdíjairól

## Tisztelt Kollégák!

Mindenekelőtt szeretném tolmácsolni a Társulat elnökségének üdvözletét és újévi jókívánságait a Társulat tagjainak, a fizika barátainak és a *Fizikai Szemle* valamennyi olvasójának. Biztosíthatom Önöket, hogy a Társulat és a *Fizikai Szemle* az idén is változatlan erővel kívánja megvalósítani mindazokat a feladatokat, amelyek betöltésére Alapszabályában vállalkozott. **A Társulat elnöksége idén sem emeli a tagdíjat.** Kérem tehát, hogy a 2016. évre vonatkozó tagdíjukat az alábbiak figyelembevételével, mielőbb szíveskedjenek befizetni:

Ha Ön a Társulatunk **rendes tagja,** akkor a 2016. évi tagdíja **8000 Ft.**

Ha Ön a Társulat rendes tagjaként **általános vagy középiskolai tanár,** akkor 2016. évi tagdíja **800 Ft** alap-tagdíj + **4200 Ft** kiegészítő tagdíj, azaz összesen **5000 Ft.** (Az alap- és kiegészítő tagdíjat együtt kérjük befizetni.)

Ha Ön **nyugdíjasként** rendes tagja a Társulatnak, 2016. évi tagdíja **3000 Ft.** Ezúttal is tisztelettel kérem azokat a nyugdíjas korú tagjainkat, akik nyugdíjuk mellett teljes munkaviszonnyal vagy közalkalmazotti jogviszonnyal rendelkeznek, hogy a tagdíjfizetés szempontjából ne tekintsék magukat nyugdíjasnak!

Ha Ön **tanulmányait végzi** (felsőoktatási intézmény hallgatója és munkaviszonnyal nem rendelkezik, vagy középiskolai tanuló), akkor kedvezményes tagdíja **3000 Ft**. Ugyancsak **3000 Ft** a kedvezményes tagdíja minden **30 évnél fiatalabb** kollégának (vagyis aki 1986 után született.) Kérjük, aki ezzel a lehetőséggel élni kíván és még nem adta meg születési adatait a tagnyilvántartáshoz, írja meg ezt a Társulat titkárságának (elft@elft.hu).

A tagsági jogon járó *Fizikai Szemle* folyamatos küldését csak azok számára tudjuk biztosítani, akik 2016. évi tagdíjukat rendezték. Felhívom ugyanakkor szíves figyelmüket arra a lehetőségre, hogy tagdíjuk megfizetését esetleg munkahelyük is átvállalhatja. Szintén felhívom a figyelmet az **önkéntes többletfizetés** lehetőségére. Kérem, hogy a leírtakra, különösen az utóbbira **külföldön élő** ismerőseik figyelmét is hívják föl, nekik a ***Fizikai Szemlét*** **pdf formában, e-mailen** küldjük el. Ha külföldre nyomtatott Szemlét kér, akkor kérjük, vegye figyelembe a lényegesen magasabb postaköltséget.

A Társulat tagjai közé **újonnan belépők** kérjük használják a honlapot: **http://elft.hu/tagfelvetel**. Kérjük, hogy **adatváltozást** is az on-line felületen, **http://elft.hu/content/tagfelveteli-kerdoiv** közöljenek a titkársággal.

**A tagdíj befizetését** – lehetőség szerint – **átutalással** szíveskedjenek rendezni a K&H-nál vezetett **10200830-32310274-00000000** számú folyószámlánkra. A közlemény rovatba a befizető nevét, városát kérjük feltüntetni. (Ezáltal a csekkadó megfizetése elkerülhető!) A Titkárságon (1092 Bp., Ráday utca 18., fsz. 3.) lehetőség van készpénzes befizetésre, illetve onnan csekk is kérhető.

Az EPS-be csak egyéni tagként lehet belépni. Kérem a kollégákat, hogy a **hazai fizika megfelelő képviselete érdekében az EPS-be minél nagyobb számban lépjenek be.** Az EPS-be annak weblapján, a **www.eps.org** címen lehet belépni; ugyanott lehet fizetni az EPS-tagdíjat is. Mivel az ELFT az EPS tagegyesülete, az ELFT tagjai az EPS legkedvezőbb egyéni tagdíját fizetik.

## Felhívás tagjainkhoz és a fizika minden barátjához

Tájékoztatom a Társulat tagjait és a Szemle olvasóit, hogy a 2014. évről szóló **jövedelemadó-bevalláshoz kapcsolódó felajánlások** révén a Társulat 2015-ben **685.808 Ft** bevételhez jutott, amit a korábbi évekhez hasonlóan a *Fizikai Szemle* megjelentetési költségeihez használtunk fel. E támogatás is segítette, hogy tagjaink folyamatosan megkaphatták a folyóiratot, amiért köszönetünket fejezzük ki a Társulat javára rendelkezőknek. Kérem a fizika minden barátját, hogy ha teheti, az idén is rendelkezzék **személyi jövedelemadója 1%-ának** a Társulat céljaira való felajánlásáról és buzdítsa erre barátait, ismerőseit is. Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat nyilatkozaton feltüntetendő adószáma **19815644-2-43.**

Tisztelettel:

*Ujfalussy Balázs* főtitkár

# Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

**Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat havonta megjelenő folyóirata.**
**Támogatók: a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztálya, az Emberi Erőforrások Minisztériuma, a Magyar Biofizikai Társaság, a Magyar Nukleáris Társaság és a Magyar Fizikushallgatók Egyesülete**

*Főszerkesztő:*
**Szatmáry Zoltán**

*Szerkesztőbizottság:*
**Bencze Gyula, Czitrovszky Aladár, Faigel Gyula, Füstöss László, Gyulai József, Horváth Gábor, Horváth Dezső, Iglói Ferenc, Kiss Ádám, Németh Judit, Ormos Pál, Papp Katalin, Simon Péter, Sükösd Csaba, Szabados László, Szabó Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor**

*Szerkesztő:*
**Lendvai János**

*Műszaki szerkesztő:*
**Kármán Tamás**

*A folyóirat e-mail címe:*
**szerkesztok@fizikaiszemle.hu**
A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük.

**A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.**

*A folyóirat honlapja:*
**http://www.fizikaiszemle.hu**

*A címlapon:*
**Gateway to Space címmel interaktív űrhajózási kiállítás nyílik január 15-én (részletek a hátsó fedélen).**

## TARTALOM

*Kondor Imre:* Szépfalusy Péter halálának első évfordulójára 2
*A teljes tudományos életút áttekintése*

Munkatársak, tanítványok Szépfalusy Péterről (*Ruján Pál, Tél Tamás, Györgyi Géza, Bene Gyula, Csordás András, Kaufmann Zoltán, Vattay Gábor, Patkós András, Szép Zsolt, Sütő András, Szász Domonkos*) 8
*Szépfalusy Péter hatása pályatársai tudományos életére*

Szépfalusy Péter munkássága 14
*Szépfalusy Péter tudományos műveinek bibliográfiája*

*Szépfalusy Péter, Csordás András:* A Bose–Einstein-kondenzációtól az atomlézerig 17
*Kvantumelektronikai iskolán elhangzott előadás nem csak specialistáknak*

*Makai Mihály:* Kockázat és biztonság 25
*Atomreaktorok biztonságának és a vízkereső varázsvessző hasznosságának valószínűségi elemzése*

### A FIZIKA TANÍTÁSA

*Tichy Géza, Vankó Péter, Vigh Máté:* Beszámoló a 2015. évi Eötvös-versenyről 29
*Az 50, 25 évvel ezelőtti példák és győztesek, valamint a 2015-ös feladatok megoldással és a tavalyi helyezettek*

### HÍREK – ESEMÉNYEK

Obama elnöksége (*Kármán Tamás*) 35

Felavatták az MTA Atomki új Tandetron iongyorsítóját (*Rajta István, Nagy Dénes Lajos*) 36

Memorial speech of *Imre Kondor* on the occasion of the first anniversary of Péter Szépfalusy's death
Commemorations by students and coworkers of Péter Szépfalusy (*P. Ruján, T. Tél, G. Györgyi, Gy. Bene, A. Csordás, Z. Kaufmann, G. Vattay, A. Patkós, Zs. Szép, A. Sütő, D. Szász*)
List of publications by Péter Szépfalusy
*P. Szépfalusy, A. Csordás:* From Bose–Einstein condensation to atom lasers
*M. Makai:* Risk and security

### TEACHING PHYSICS

*G. Tichy, P. Vankó, M. Vigh:* The 2015 Eötvös Competition

### EVENTS

Special thanks to László Füstöss (*T. Kármán*)
New Tandetron ion accelerator in the ATOMKI, Debrecen (*I. Rajta, D. L. Nagy*)

**Fizikai Szemle**
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT
megjelenését támogatják:

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA 1825 · mvm · NATIONAL INSTRUMENTS · MOL · ERICSSON · KNORR BREMSE · OTTHON, VÁROS FERENCVÁROS · A FIZIKA BARÁTAI

# SZÉPFALUSY PÉTER HALÁLÁNAK ELSŐ ÉVFORDULÓJÁRA

Kondor Imre
ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Megtiszteltetés, hogy felkértek *Szépfalusy Péter* halálának első évfordulója alkalmával a Fizikai Osztályon tartott megemlékezésen az emlékbeszéd előadására.

## Szépfalusy Péter életének legfontosabb dátumai

1931-ben született Szegeden.
A Műegyetemen 1953-ban szerzett villamosmérnöki oklevelet, majd 1955-ben az ELTE-n fizikus diplomát.
1953-ban lépett munkába a Műegyetemen, *Gombás Pál* kutatócsoportjában.
1957-ben nyerte el a kandidátusi fokozatot.
1963-ban jött át az ELTE-re az Elméleti Fizikai Tanszéki Kutatócsoportba, később az Elméleti Fizikai Tanszék docense lett.
1966–67-es tanulmányútja az USA-ban meghatározó jelentőségű eseménnyé vált az életében.
1975-ben lett a fizikai tudomány doktora.
1976-ban az ELTE-ről az SzFKI-ba ment át.
1982-ben választották az MTA levelező tagjává, 1987-ben rendes taggá.
1986-ban visszatért az ELTE-re, ahol hamarosan a Szilárdtestfizikai Tanszék élére került.
1998-ban a Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék megalapítás után itt lett egyetemi tanár majd emeritus.
2014. november 16-án halt meg Budapesten.

## Személyisége

Zárkózott, csendes, megfontolt, óvatos, konfliktuskerülő volt. Ebben szerepet játszhatott a háború idejére eső serdülőkora és a fiatalsága idejére eső Rákosi-terror. Nehezen megnyíló természete miatt személyes életéről kevesen tudtak bármit is, első és korban hozzá legközelebb álló tanítványaként magam is csak kivételes alkalmakkor kaptam egy-egy villanásnyi bepillantást élete korábbi történetébe, gyerek- és fiatalkoráról semmit nem tudok.

Visszahúzódó természetével sajátos ellentétben rendkívül szívós volt tudományszervezői tevékenységében: honi és nemzetközi szinten is kitartóan, széles fronton igyekezett előmozdítani a statisztikus fizika ügyét. Rendkívül igényes volt önmagával és munkatársaival, tanítványaival szemben is, de nem volt barátságtalan vagy agresszív. Előadásait rendkívüli gonddal építette fel, azok mindig tisztán érthetők voltak. Ezt a precizitást elvárta a vizsgákon is, végtelen türelemmel követte a vizsgázó feleletét, semmilyen részletet nem engedett átugrani vagy elkenni; adott esetben a felkészületlenség mentségéül előadott kifogások empatikus meghallgatása után mindenféle indulat nélkül, szinte barátságosan buktatott. Ugyanezzel a türelemmel adta vissza munkatársai kéziratait is 18. korrekcióra. Politikai szerepet nem vállalt, inkorrekt vagy opportunista viselkedést soha nem tapasztaltam nála.

Az alábbiakban munkásságát a főbb kutatási témák köré csoportosítva tekintem át, értelemszerűen több teret szánva azon fejezeteknek, amelyeknek tanúja voltam. Pályájának és munkásságának további számos fontos mozzanatát más tanítványai és munkatársai a jelen cikkhez csatlakozó megemlékezéseikben írják le.

## Pszeudopotenciálok, 1953–1963.

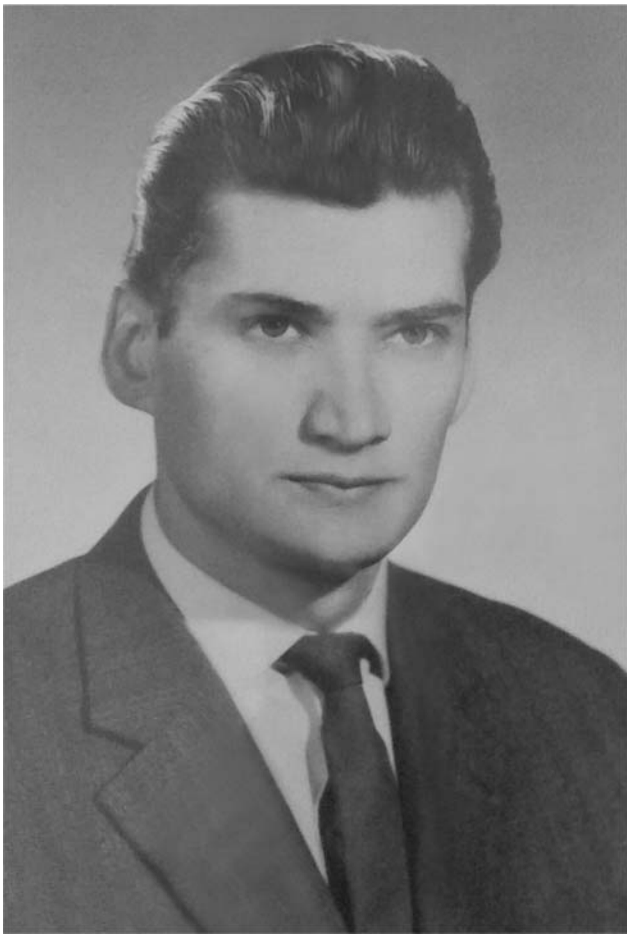
A pszeudopotenciálok elmélete az 1920-as évek végétől, a kvantummechanikai soktestprobléma kezdeteitől (*Hartree, Slater, Fock, Thomas, Fermi, Dirac*) a sűrűségfunkcionál-elmélet kidolgozásáig (*Kohn, Sham, Hohenberg*) ívelő fejlődés egyik lényeges állomása.

A pszeudopotenciál gondolatát *Hans Hellman* vetette fel először 1935-ben, amikor rámutatott, hogy a valenciaelektronok számára az atomtörzs elektronjainak hatását egy pszeudopotenciállal lehet helyettesíteni [1]. Ugyanekkor publikált Gombás Pál egy statisztikus fém-modellt [2], amelyben megmutatta, hogy a Pauli-elv effektív taszítást jelent az iontörzsekbe behatoló valenciaelektronok számára. Noha ezt 1936-ban a *Nature*-ben is publikálta [3], majd eredményeit 1967-ben önálló könyvben is összefoglalta [4], az általam átnézett nyugati irodalom gyakrabban hivatkozik Hellmannra, de leginkább *James Phillipsre* és *Marvin Cohenre.*

*Fényes Imre* vette észre, hogy a törzsi Hartree-egyelektronpályákra történő ortogonalizáció is effektív taszításként hat, és jelentősen gyengíti a vegyértékelektronok által érzékelt potenciált. Ezt Gombás Pál, aki akkortájt Kolozsváron Fényes főnöke volt, csak a *Kolozsvári Múzeumi Füzetekben* engedte publikálni [5].

Szépfalusy Péter két *Acta Physica*-cikkben [6, 7] rendbe tette Fényes kicsit zűrös számolását, korrektül hivatkozva a forrásra: „Fényes teilweise ähnliche Berechnungen durchgeführt”. Péter két cikke semmi kétséget nem hagy afelől, hogy az alapgondolat Gombástól ered, alig tartalmaz hivatkozást Gombás cikkein kívül, és Gombás terjesztette elő őket publikálásra, de megint nem engedte, hogy a munka külföldön megjelenjen. Az *Acta Physicából* ismerte meg egy csehszlovák kollégа, *E. Antončík* (más változat szerint Antončík egy szemináriumon hallotta a Műegyetemen), aki később az Egyesült Államokba emigrált. Antončík azon-

Az MTA Fizikai Tudományok Osztályán 2015. november 25-én tartott emlékbeszéd bővített és szerkesztett változata.



Az ELTE tudományos munkatársaként a ’60-as években.

nal meglátta a módszerben rejlő lehetőségeket, 1959-ben megjelent cikkében [8] igen korrektül idézi a Gombás-iskola munkáit (magát Gombást, *Gáspár Rezsőt* és Szépfalusy Péter fent említett cikkeit). A gondolat a jelek szerint Antončík közvetítésével jutott el Chicagóban J. C. Phillipsig, aki azután rengeteg sávszerkezet-számolást végzett a módszerrel; első cikkében [9] még hivatkozott az előzményekre, de később már a saját első cikkére sem [10], ezzel mintegy elvágva a visszafelé vezető utat. A Fényes–Szépfalusy–Antončík-vonal emléke fennmaradt azonban *Walter A. Harrison* [11] könyvének előszavában.[1]

A pszeudopotenciálok alkalmazása utóbb nagyiparrá vált, a sűrűségfunkcionál-elmélet pedig 1990-es megjelenése után a szilárdtestfizikán túl a kémiában és az elméleti biológiában is széles körű alkalmazásra talált, mint az *ab initio* számítások eszköze. Az erre a vonalra eső hivatkozások száma százezres nagyságrendben van, Walter Kohn (Santa Barbara) 1998-ban kémiai Nobel-díjat kapott a sűrűségfunkcionál-elmélet kidolgozásáért. A *pseudopotential theory* kifejezés a Google-ban fél másodperc alatt 293 000 találatot, a *density functional theory* szintén fél másodperc alatt 3 250 000 találatot ad.

A pszeudopotenciálokban rejlő esélyek elszalasztása az egész magyar fizika vesztesége. E veszteségben a kor honi viszonyai, a nyugattól való elzártság, a releváns tudományos folyóiratokban való publikálás majdnem leküzdhetetlen nehézségei hatalmas szerepet játszottak, de nehéz megérteni Gombás Pál, mint meghatározó kutató és intézetigazgató különös viszonyulását is.

Péter 1955 és 1959 között publikált 7 önálló cikket az *Acta Physicában,* ’57-ben egyet Gombással és *Mágorival* az *Acta Physicában,* egy másikat a *Nuclear Physicsben*. 1961-ből származik az utolsó, statisztikus modellel foglalkozó cikke, amelyet *Ladányi Károllyal* írt és az *Acta Physicában* jelentetett meg.

Ennél a pszeudopotenciál-epizódnál azért időztem ilyen hosszan, mert tudom, hogy óriási csalódást és konfliktust okozott Péter életében, aki helyzetét a Műegyetemen idővel tarthatatlannak érezte. Erről később soha nem beszélt, mígnem a hetvenes évek közepén, első szívrohama után lábadozva, a halálközeli élmény hatása alatt felidézte nekem. 1963-ban *Novobátzky Károly* fogadta be az ELTE-n. E konfliktus emléke hozzájárult amúgy is óvatos természete még óvatosabbá válásához.

## Bozonok, kritikus dinamika, 1962–1981.

A műegyetemi válság visszavetette a kutatásban is. 1962-ben semmit nem publikált, ’63-ban a *Magyar Fizikai Folyóiratban* a kondenzált Bose-rendszerekről jelentetett meg egy cikket, amely a Keszthelyi Nyári Iskolán tartott előadásán alapult. Ez a rendkívül világos tárgyalás a kvantummechanikai soktestprobléma egyik első, ha nem a legelső hazai prezentációja volt, körülbelül vele egyidőben jelentek meg külföldön a meghatározó monográfiák (*Alekszej Abrikoszov, Lev Gorkov, Igor Dzsalosinszkij* a soktestprobléma térelméleti módszereiről, *Robert Brout* és *Peter Carruthers* a sokelektron-problémáról, *Phillipe Nozières* és *David Pines* a kvantumfolyadékokról, illetve Nozières a Fermi-folyadékokról írt könyve stb.). Péter ugyanebben az időben kezdett speciális előadásokat tartani a kvantummechanikai soktestprobléma térelméleti módszereiről az ELTE-n, ahová 1963-ban jött át. 1964-ben még írt egy cikket a párkorrelációk szerepéről a maghéjban, de ’65-ben már a Bose-rendszer egyrészecskés spektrumának számítása körüli bonyodalmakkal foglalkozott; mindkét cikket az *Acta Physicában* jelentette meg.

Én 1965 elején kértem diplomamunka-témát tőle. Először a töltött Fermi-gáz korrelációs energiájának számításával összefüggő feladatot jelölt meg, a túlárnyékolási probléma feloldását, illetve annak vizsgálatát, hogy miként kerüli meg egy folytonos szimmetriát sértő rendszer (például a szupravezető) a Goldstone-tételt hosszú hatótávolságú kölcsönhatás esetében. Ez utóbbi a Higgs-mechanizmus megjelenése egy nemrelativisztikus térelméletben. Hangsúlyozni szeretném, hogy Péter mennyire ajourban volt a kor elméleti fizi-

[1] E történet rekonstrukciójához nagy segítséget adott *Geszti Tamás* néhány útbaigazító megjegyzése.

kájával: a Higgs-mechanizmust először *Philip W. Anderson* írta le egy 1963-ban megjelent cikkében. A szupravezetők esetében ez a mechanizmus felelős a nagyfrekvenciájú plazmonok, illetve a Meissner-effektus megjelenéséért. Anderson eredményének ismerete nélkül 1964-ben három egymástól is független csoport (Robert Brout és *François Englert; Peter Higgs; Gerald Guralnik, Carl Hagen* és *Tom Kibble*) alkották meg a relativisztikus modellt.

1965 elején Péter teljesen tisztában volt a mechanizmus jelentőségével, így mint aktuális és fontos problémát tűzte elém diplomatémának. A kezdeti eredményekkel nem voltunk megelégedve, ezért később kondenzált bozonokra váltottunk, ahol az egyrészecske- és kétrészecskespektrum hibridizációjának felismerésével feloldottuk a kondenzált Bose-rendszer gerjesztési spektrumának paradox viselkedését. (Az egyrészecskespektrumban hosszú hatótávolságú erő nélkül is gap akart megjelenni a perturbációszámítás alacsony rendjeiben.) Az eredeti témából egy függelék maradt a diplomamunkámban: a hipotetikus töltött Bose-gáz példáján bemutattuk a Higgs-mechanizmus működését.

A Humboldt Kutatói díjat Wolfgang Frühwaldtól, a Humboldt Alapítvány elnökétől 1999-ben vette át.

A kondenzált Bose-rendszer és a folyékony hélium tanulmányozása jó felkészülés volt Péter számára, hogy amerikai útja során eredményesen bekapcsolódjék *Richard Ferrell* csoportjának munkájába, ahol a folyékony hélium lambdaátmenete példáján felismerték a dinamikai skálatörvényeket [13–15].

E teljesítmény értékeléséhez fel kell idéznünk a fázisátmenetek elméletében a hatvanas évek végén – hetvenes évek elején lezajlott forradalmat. Bár a korábban egyeduralkodó átlagtérelmélettel szemben egyre szaporodtak mind a kísérleti, mind az elméleti evidenciák, mégis ez maradt az uralkodó elmélet egészen a hatvanas évek közepéig. Jellemző, hogy a Higgs-mechanizmus kapcsán az imént említett Robert Brout 1965-ben a fázisátalakulások elméletéről megjelentetett könyve [16] még mindig következetesen ebből a szemszögből tárgyalja a legkülönfélébb fizikai rendszerekben lezajló rendeződési folyamatokat. A közelmúltban elhunyt *Leo Kadanoff* és kilenc munkatársa azonban 1967-ben megjelentette nagy összefoglalóját [17], amelyben igen nagyszámú, különböző fázisátmenet analízisével megmutatták az átlagtérelmélet tarthatatlanságát, demonstrálták a sztatikus skálatörvényeket, és elkezdték kitapogatni az univerzalitási osztályok határait.

A dinamikai skálázás felismerése ezt az irányzatot vitte tovább az időfüggő jelenségek területére. Bár *Bertrand I. Halperin* és Pierre C. Hohenberg [18] függetlenül ugyanezekre a következtetésekre jutott, és így a felfedezés érdeme szükségképpen megoszlott a két csoport között, Péter és szintén a csoport tagjává lett felesége, *Menyhárd Nóra* egyszeriben a kutatás frontján találták magukat. Amerikából való hazatérte után Péter egy ideig még fenntartotta kapcsolatait a csoport többi tagjával és írtak is együtt pár cikket, de tudományos tevékenysége azután fokozatosan visszatért a hazai pályára, és kivívott nemzetközi pozícióját környezete felemelésére hasznosította.

Időközben 1969-ben Kadanoff megadta az univerzalitás teljes megfogalmazását [19], 1971-ben pedig *Kenneth G. Wilson* a renormálási csoport újrafogalmazásával [20, 21] megoldotta a fázisátalakulások 100 éves rejtélyét.

E fejleményeknek hihetetlenül erős szemléletformáló hatása volt az egész fizikus társadalomra. Péter szerepe a dinamikai skálázás elméletének kidolgozásában értelemszerűvé tette, hogy megkíséreljük az epszilon-sorfejtés, illetve az $1/n$-sorfejtés alkalmazásával a sztatikus kiritikus mennyiségek számolásának mintájára a dinamikai kritikus jelenségek vizsgálatát. Első nekifutásunk félresiklott, mert figyelmen kívül hagytuk a hidrodinamikai módusok okozta szingularitásokat. Később ezt Péter *Sasvári Lászlóval,* illetve *Tél Tamással* végrehajtott vizsgálataiban a kiinduló modell megfelelő megválasztásával korrigálta.

A mi kettőnk együttműködése a továbbiakban a kondenzált fázisbeli hibridizáció kritikus pont körüli szétesésének megértésére irányult. Ennek illusztrációjaként részletesen megvizsgáltuk, hogyan zajlana le mindez a gyengén kölcsönható Bose-gázban, és végigkövettük a gerjesztési módusok sorsát a fázisátmenethez közeledve. Szépen kirajzolódott a dinamikai skálázás belépése és eltűnése a kritikus ponttól távol, a módusok szétcsatolódása, a kritikus csillapítás stb. A problémát az jelentette, hogy mindez csak a gyengén kölcsönható Bose-gázban volt igaz, olyan pedig akkor még nem létezett – a folyékony hélium nyilvánvalóan nem tekinthető gyengén kölcsönható rendszernek. Mindazonáltal az ilyen irányú munkáinkat összefoglaló cikk kapott néhány tucat hivatkozást. A cikk sorsában döntő fordulatot hozott a csapdázott alkáligőzökben bekövetkező Bose-kondenzáció felfedezése 1995-ben. Az e rendszereken végzett mérések közel három évtized eltelte után kísérletileg igazolták a hangcsillapítás hőmérsékletfüggésére tett jóslatunkat. Ez feltámasztotta a cikket, amely azóta is gyűjtögeti a hivatkozásokat. Az *Annals of Physicsben* megjelentetett dolgozat volt az utolsó közös munkánk Péterrel, érdeklődésem a továbbiakban más irányt vett.

Ebben a periódusban Péter 31 munkát publikált a kritikus dinamika különböző aspektusairól, illetve a kondenzált Bose-rendszer általános tulajdonságairól.

## Egyensúlytól távoli rendszerek, káosz, kvantumkáosz, fraktálok: 1982–2002.

A fázisátalakulások nagy korszakának lezárultával a kondenzált anyag fizikájában megindult a következő kitörési pontok keresése. Az univerzalitás gondolata az egész közösséget inspirálta, és azzal kecsegtetett, hogy a fázisátalakulásoknál megismert törvények, gondolatok és eszközök más, sokszor a fizikától távoleső területeken is hasznavehetők lesznek. Egymás után merültek fel új, tömegeket vonzó irányzatok: az egyensúlytól távoli rendszerek és a struktúrák kialakulásának vizsgálata, a nemszokványos, bonyolult fraktálgeometriát mutató rendszereké, a véletlen, üvegszerű szerkezetet mutató rendezetlen rendszereké, a kezdőfeltételekre extrém érzékenységet mutató kaotikus rendszereké stb. Az univerzalitás hídján fizikusok lelkes csapatai vonultak át duplalogaritmikus milliméterpapírból készült zászlók alatt olyan vad vidékekre, ahol a fizika addig megszokott egyszerűsítő feltételei, a magas fokú szimmetriák, az egyensúly, ergodicitás, stacionaritás, kezdő és peremfeltételektől való függetlenség és a kölcsönhatások perturbatív kezelhetősége mind hiányoztak. Ezeken a területeken azután igen kemény, sokszor előre nem látott nehézségek vártak ránk, és számtalan kulturális ütközésbe kerültünk a kémia, biológia és a társadalomtudományok képviselőivel, akik ezeket a fejleményeket illetéktelen és barbár behatolásnak élték meg.

Péter iskolájának több tagja is új utakat választott (olykor nem csak tudományos, hanem földrajzi értelemben is), helyüket egy fiatalabb nemzedék képviselői foglalták el Péter környezetében. Péter maga az útkeresés e periódusában előbb a struktúrák kialakulása felé tájékozódott, majd a nemzetközi érdeklődés homlokterébe került káosz témáját jelölte meg következő, ígéretes kutatási területként. Az 1982-ben az MTA-n az ő kezdeményezésére megrendezett Káosz Iskola és az ennek alapján készült könyv kulcsfontosságú szerepet töltöttek be a káosz magyarországi kutatásának elindításában. A témaválasztás igen sikeresnek bizonyult, Péter és munkatársai hamarosan a terület elismert szakértőivé váltak. Ebben a periódusban a káosz témájában Péter 31 cikket jelentetett meg, a kutatás oldalágán fraktálokról további 8-at.

## Bose-kondenzátumok, véges hőmérsékletű térelméletek fázisátalakulásai, 1996–2013.

A Bose-kondenzáció létrehozása 1995-ben teljesen új lehetőséget kínált Péternek arra, hogy visszatérjen egy általa oly jól ismert, és hirtelen újra kiemelkedően fontossá vált témához. Kevéssel a felfedezés bejelentése után megpályázott egy MTA kutatócsoportot, amely 1996-ban létre is jött. Itt kezdett a Bose-rendszerre vonatkozó kutatásokba néhány fiatal munkatárs segítségével. Kora miatt azután *Patkós András* lett a kutatócsoport vezetője, később MTA–ELTE Statisztikus és Biológiai Kutatócsoport néven *Vicsek Tamás* irányításával működött tovább.

A Bose-gáz témában Péternek hatalmas előnyt biztosítottak korábbi eredményei, az új kontextusban nagy sikerrel alkalmazta a dielektromos formalizmust, amelynek előzményei egészen az 1966-os diplomatéma-vezetésig, illetve *J. Gavoret* és Nozières [23] munkájáig nyúltak vissza. Ezen a területen 25 cikket publikált.

A kutatócsoport vezetésében beállott változás érdekes együttműködést indukált Péter és Patkós András között a véges hőmérsékletű térelméletek fázisátalakulásainak vizsgálatában. Ebben a témában fiatal munkatársakkal együttműködve 10 dolgozatot jelentettek meg.

Péter a fent említetteken kívül mintegy 10-15 további dolgozatot is írt, részben ismeretterjesztő jellegűeket, de olyan valódi tudományos cikkeket is, amelyek egyik kiemelt témacsoportba sem sorolhatók be, köztük az élete végén *Sütő Andrással* írt két mély és szép munkát.

## Oktatási munkája

Több évtizeden át oktatott az ELTE-n. Kezdetben a kvantummechanikai soktestprobléma térelméleti módszereiről, később molekulafizikáról tartott előadásokat, de oktatói munkájának gerincét a statisztikus fizika előadás adta. Ebben az előadásban a tárgyat a kor színvonalára emelte a Gibbs-sokaságok következetes alkalmazásával és az ideális gázokon, illetve kölcsönhatás nélküli rendszerekre transzformálható példákon túl a valódi, erősen kölcsönható rendszerek köréből választott néhány példa bemutatásával is. Erősen kölcsönható rendszerek nem tárgyalhatók a legvalószínűbb eloszlás módszerével. Hosszútávú korrelációk esetén a $6N$ dimenziós fázistéren értelmezett Gibbs-eloszlás még közelítő értelemben sem faktorizálható az $N$ részecske koordinátái szerint: a „rendszer több mint a részeinek összege". Péter előadásai ezt a szemléletet igyekeztek átplántálni a hallgatókba. Az emberiség 2500 éve küzd a kölcsönhatás fogalmának megértésével. A renormálás épp azáltal vált óriási kollektív élménnyé, hogy az első valódi áttörést hozta ezen a fronton. A nehézség azonban ma is fennáll, a fősodorhoz tartozó közgazdászok vagy jogászok például úgy gyakorolják szakmájukat, mintha komolyan gondolnák, hogy a gazdaság, illetve a társadalom szereplői függetlenek egymástól, de az összefonódó kvantumállapotok máig élő problémája azt mutatja, hogy a fizikusoknak is vannak gondjai a hosszú távú korrelációkkal és a nemlokalitással.

Előbb magam, majd Tél Tamás is végigülte Péter kurzusait, részletes jegyzeteket készítettünk, ezek alapján készült el (főleg Tamás érdeméből) az a hathét sokszorosított füzetből álló anyag, amely azután a statisztikus fizika magyarországi oktatásának standard segédeszközévé vált. Most visszagondolva hökkenek meg azon a tényen, hogy nem tudtuk, honnan vette Péter az előadás anyagát, utólag csak találgatni lehet, hogy több forrásból ötvözte össze. Ez a kérdés annak idején valahogy nem merült fel – természetesnek éreztük, hogy ezeket a dolgokat egyszerűen tudja. Jóval később egy *Marc Mezard*-ral, a párizsi elitiskola, az École Normale Supérieure egykori hallgatójával és jelenlegi igazgatójával folytatott beszélgetés során valahogy szóba került, hogy a statisztikus fizikában egyetemi hallgatóként milyen témákról tanultunk, témavezetőink milyen könyveket olvastattak velünk. Az átfedés megdöbbentően nagy volt, ami általában, életünk egyéb körülményeiről nem mondható el.

## Tudományszervezői tevékenysége

Péter életművének a megítélése lehetetlen volna fáradhatatlan tudományszervezői tevékenységének méltatása nélkül. A 70-es évek elejétől kezdve szüntelenül szorgalmazta a különböző, éppen aktuális tárgyak köré szervezett nyári iskolák megrendezését. Igen nagy számú konferencia szervezését is vállalta, illetve kezdeményezte.

Ezek közül az első a MECO (Middle-European Conference on Statistical Physics) konferenciasorozat elindítása volt. A fázisátalakulások területén regionális alapon szervezett konferenciasorozatot Péter a részecskefizikusok háromszög-szemináriumainak inspirációjára javasolta. A nulladik MECO-t 1972-ben rendeztük az ELTE Elméleti Fizikai Tanszékén, a titkárság melletti nagy szobában, amely egyébként az öt Szépfalusy-tanítvány dolgozószobája volt. A szemináriumon Bécsből, Padovából és Ljubljanából érkezett kollégák vettek részt. A bécsiek vállalták, hogy egy év múlva megszervezik a következő találkozót. A szervezést egy akkor Bécsben dolgozó amerikai kolléga, *Valenta* vette a kezébe, és ő alakította ki a MECO formátumát: évente rotáló helyszínen rendezett 50-100 főnyi konferenciák, többé-kevésbé meghatározott, de a kondenzált anyag fizikájának a köréből választott tematikával, a vendégek nagyobb részének vendéglátásával, ami helyi devizában fizethetővé tette a költségeket. A MECO megdöbbentően sikeresnek bizonyult, ma is él, de vonzáskörzete már messze túlterjed az eredetileg megcélzott középeurópai régión.

Péter másik nagy konferenciaszervezői tette az 1975. évi IUPAP Statistical Physics konferencia budapesti megrendezése volt. A rendezés jogát Péter mint a IUPAP Statisztikus Fizikai Bizottságának akkori magyar delegáltja szerezte meg. Ma már majdnem elgondolhatatlan, mekkora logisztikai, pénzügyi és politikai nehézségeket kellett egy ilyen méretű és presztízsű konferencia megszervezéséhez leküzdeni. Nem volt e-mail, nem volt másológép, a tanszéken két telefon volt, a külföldi levelezést szúrópróbaszerűen (az enyémet rendszeresen) ellenőrizték, ami az amúgy is lassú postai küldeményeket még tovább lassította, az országban szigorú devizagazdálkodás folyt, külföldiekre csak kemény feltételekkel lehetett forintot költeni, általános volt a vízumkényszer, a vízumok kiadása hosszú időbe telt, kulcsországokkal diplomáciai kapcsolatunk sem volt (NSzK-val csak 1974 januárjától létesítettünk, Izraellel 1967-ben pedig megszakítottuk), de külön tortúra volt az amerikai résztvevők beutaztatása is, ezért a beutazás garanciáját a legmagasabb politikai vezetés szintjéről kellett garantáltatni, hiszen a IUPAP a konferenciát a diszkrimináció legkisebb jelére is letiltatta volna stb.

A konferencia mindezek dacára óriási siker lett. 450-500 kiemelkedő külföldi kutató jelent meg, köztük *Kenneth Wilson,* aki itt vette át a Boltzmann- medált, a statisztikus fizika legmagasabb nemzetközi kitüntetését. Ennél magasabb kitüntetést csak 1981-ben kapott a Nobel-díjjal. Ez a konferencia nagyon felértékelte a magyar statisztikus fizikát nemzetközileg, de ezt a rohamosan növekvő irányzatot itthon is.

A továbbiakban Péter egy egész sor konferenciát és iskolát szervezett, amelyek egymás után vezették be a legaktuálisabb kutatási témákat.

Fáradhatatlanul dolgozott a statisztikus fizika intézményi elfogadtatásán. Az ELFT keretében létrehozta a Statisztikus Fizikai Szakcsoportot, azután az MTA-n a Statisztikus Fizikai Albizottságot, majd Bizottságot. Ezekben az erőfeszítéseiben igyekeztem támogatni, mindig én voltam a titkár, majd amikor továbblépett, utóda lettem az elnöki poszton.

A fázisátalakulások terén elért áttörés és az azt követő kirajzás hatalmasan kiterjesztette a statisztikus mechanika alkalmazásainak körét, és gazdag tudományközi kapcsolatokat indukált. Péter már a '70-es évek közepén anticipálta ezt, és igyekezett a tárgy interdiszciplináris kapcsolatait szélesíteni kémikusokkal és matematikusokkal közös iskolák és pályázatok szervezésével.

Törésvonalak, kulturális különbségek nem csak a különböző tudományok között találhatók, hanem magán a fizikán belül is. Ezek közül talán legszélesebb a hasadék a „végső kérdéseket” firtató részecskefizika és asztrofizika, illetve a fizika többi területei között. Péter őszintén törekedett e kulturális szakadékokat áthidalni részecskefizikusok, csillagászok bevonásával szervezett rendezvényekkel, a fizika alapvető egységének a bemutatásával. Hogy ezek a szakadékok milyen képtelenségekhez vezethetnek, azt jól példázza egy Tom Kibble-vel tavaly Triesztben folytatott beszélgetésem. Megkérdeztem, nem tudtak-e Anderson munkájáról. „Nem, nem tudtunk. De ha tudtunk volna, akkor sem értettük volna meg. We were being arrogant, I presume.” Ezt csak megerősíteni tudom: Anderson cikkét negyedéves hallgatóként egész jól megértettem. Ha egy Kibble képességeivel megáldott fizikus nem értette volna meg, az csak azért történhetett volna, mert nem akarta megérteni.

Noha a hetvenes évek elején Kenneth Wilson renormálási csoportja hidat épített a különböző fizikai ágak között, ez a furcsa fölénytudat ma is megvan. Ahogy egy részecskefizikus barátom mondta a közelmúltban: „Öregem, mi az Úristennel társalkodunk itt.” Kérdés, hogy az Úristen tud-e ezekről a társalkodásokról. Pétert józan mértéktartása mindig megóvta az ilyen delúzióktól, fenntartásokkal és idegenkedéssel tekintett a földi léptékben megismert törvények minden észszerű mértéket meghaladó extrapolációjára.

Hadd idézzek Andersontól egy mondatot, amelyet 1975-ben Péterrel a fázisátalakulásokról írt népszerűsítő cikkünk mottójául választottunk: „The fact is that the techniques which were developed for this apparently very specialized problem of a rather restricted class of special phase transitions and their behavior in a restricted region are turning out to be something which is likely to spread over not just the whole of physics but the whole of science.” Péter meg volt győződve arról, hogy ez a várakozás beteljesül, és minden erejével igyekezett a hazai tudományos életet felkészíteni erre. Annál jobban bántotta, amikor értetlenséget és ellenállást tapasztalt. Egy alkalommal például az Akadémián két idős magfizikus beszélgetését hallotta: „Mi ez a statisztikus fizika egyáltalán? Nem intézte ezt el Boltzmann 100 évvel ezelőtt?” Pétert ez a jelentéktelen epizód évekig gyötörte, 3-4 alkalommal is felidézte nekem. Ennek dacára sem adta fel a fizikán belüli ágak és a különböző diszciplinák közötti jobb megértés és együttműködés reményét, és óvatos, de barátságos diplomáciával nagyon jelentős eredményeket ért el.

Számos magas kitüntetést kapott, ezeknek nem tulajdonított különösebb jelentőséget. Ugyanígy kevéssé érdekelte eredményeinek dokumentációja is, a Magyar Tudományos Művek Tárában fellelhető hivatkozáslistája egy kettes-hármas faktorral rövidebb a valóságnál. Életművének gondos számbavétele a mi feladatunk maradt.

Egy angol kollégánk értékelésével zárom megemlékezésemet. Számos magyar kutatót ismert, volt rálátása az itteni tudományos életre. Azt mondta: Bámulatos, hogy a 60-as években egy maroknyi ember hogyan emelte fel magát és vele az egész magyar tudományt mintegy a saját csizmahúzójánál fogva a nemzetközi tudományos világ szintjére. Péter kétségtelenül beletartozott ebbe a maroknyi csoportba. Életműve a magyar tudománytörténet megkerülhetetlen fejezetévé vált.

Irodalom

1. H. Hellmann: A New Approximation Method in the Problem of Many Electrons. *Journal of Chemical Physics* (Karpow Institute for Physical Chemistry, Moscow) *3* (1935) 61.
2. P. Gombás, *Zeitschrift für Physik 94* (1935) 473.
3. P. Gombás: Cohesion of alkali metals. *Nature 137* (1936) 950.
4. P. Gombás: *Pseudopotentiale*. Springer (1967).
5. Fényes I., *Múzeumi Füzetek 3* (1945) 14.
6. P. Szépfalusy: Über die Orthogonalität der Wellen-funktionen von Atomelektronen. *Acta Physica 5* (1955) 325.
7. P. Szépfalusy: Die Hartree–Focksche Methode im Falle Eines Nichtorthogonalen Einelektron-Wellenfunktionen-Systems. *Acta Physica 6* (1956) 273.
8. E. Antončík: Approximate formulation of the orthogonalized plane-wave method. *J. Phys. Chem. Solids 10* (1959) 314.
9. J. C. Phillips: Energy-Band Interpolation Scheme Based on a Pseudopotential. *Phys. Rev. 112* (1958) 685.
10. J. C. Phillips, L. Kleinman, *Phys. Rev. 116* (1959) 287.
11. W. A. Harrison: *Pseudopotentials in the theory of metals*. Benjamin, New York, Amsterdam (1966).
12. P. W. Anderson: Plasmons, Gauge Invariance, and Mass. *Physical Review 130/1* (1963) 439–442.
13. R. A. Ferrel, N. Menyhárd, H. Schmidt, F. Schwable, P. Szépfalusy: Entropy and specific heat of superfluid helium at lambda point. *Phys. Lett. A24/9* (1967) 493–495.
14. R. A. Ferrel, N. Menyhárd, H. Schmidt, F. Schwable, P. Szépfalusy: Dispersion in 2nd sound and anomalous heat conduction at lambda point of liquid helium. *Phys. Rev. Lett. 18/21* (1967) 891–894.
15. R. A. Ferrel, N. Menyhárd, H. Schmidt, F. Schwable, P. Szépfalusy: Fluctuations and lambda phase transition in liquid helium. *Ann. of Phys. 47/3* (1968) 565–613.
16. R. Brout: *Phase transitions*. Benjamin, New York, Amsterdam (1965).
17. L. P. Kadanoff, W. Götze, D. Hamblen, R. Hecht, E. A. S. Lewis, V. V. Palciauskas, M. Ray, J. Swift, D. Aspnes, J. Kane: Static critical phenomena near critical points: theory and experiment. *Rev. Mod. Phys. 39* (1967) 395.
18. B. I. Halperin, P. C. Hohenberg: Generalization of Scaling Laws to Dynamical Properties of a System Near its Critical Point. *Phys. Rev. Lett. 19* (1967) 700; Erratum. *Phys. Rev. Lett. 19* (1967) 940.
19. L. P. Kadanoff: Critical Behavior Universality and Scaling. In: *Critical Phenomena*. Proceedings of the Int. School of Physics, „Enrico Fermi”, Course LI, ed. M. S. Green, Academic Press, New York (1971).
20. K. G. Wilson: Renormalization Group and Critical Phenomena. I. Renormalization Group and the Kadanoff Scaling Picture. *Phys. Rev. B 4* (1971) 3174.
21. K. G. Wilson: Renormalization Group and Critical Phenomena. II. Phase-Space Cell Analysis of Critical Behavior. *Phys. Rev. B 4* (1971) 3184.
22. P. Szépfalusy, I. Kondor: Dynamics of continuous phase transitions. *Ann. of Phys. 82/1* (1974) 1–53.
23. J. Gavoret, P. Nozières: Structure of the perturbation expansion for the Bose liquid of zero temperature. *Ann. Phys. 28* (1964) 349.

# MUNKATÁRSAK, TANÍTVÁNYOK SZÉPFALUSY PÉTERRŐL

## A tudomány fegyelmezett kreativitás

Nemrég feleségem rendet teremtett a pincénkben. Minden előadásom, reprintem, szóval minden, ami nem digitalizálható a (papírgyűjtő!) kukába került. Csak egy régi jegyzetem nem: a Szépfalusy–Kondor-féle statisztikus fizika előadás.

Mi egy *Marx György – Károlyházi Frigyes* évfolyam voltunk, és Péter előadása ahhoz képest igen száraznak tűnt. De lassan ráéreztem, hogy ez egy „Harvard”-szintű előadás. Ezért, amikor diplomamunkát kellett választanom, gondolkodás nélkül *Szépfalusy Péter* ajánlatát fogadtam el, nem Marx Györgyét. Így lettem Péter diplomamunkása, azután doktorandusza.

Mit tanultam Pétertől?

Összefoglalva, négy dolgot:

1. az elméleti fizikában sokat kell számolni,
2. az elméleti fizikában hibamentesen kell számolni és emiatt (különösen nekem) a részeredményeket ismételten ellenőrizni kell,
3. az elméleti fizikában nem mindegy, hogy mit és miért számolunk (lásd 1.),
4. a tudomány fegyelmezett kreativitás, ahol a hangsúly a fegyelmezetten van.

Doktorim ideje életem legnehezebb időszaka volt. Azóta sok kiváló emberrel találkoztam, akiket szívesen fogadtam volna el tanáromnak. De senki sem tudott volna jobban fizikust faragni belőlem, mint Péter.

*Ruján Pál*

## A statisztikus fizikai szemlélet és igényesség

Már végzésemkor, a ’70-es évek közepén, mindenki tudta, hogy megtiszteltetés Szépfalusy-tanítvánnyá válni, ugyanis Pétert spontán módon különleges tisztelet övezte, széleskörű tudásának, a fizika mély értésének, a már akkor nemzetközileg is jelentősként elismert eredményeinek köszönhetően. Az Elméleti Fizikai Tanszéken addigra létrejött kis csoport (*Kondor Imre, Rácz Zoltán, Sasvári László, Ruján Pál*) baráti közösségként működött, s biztosak lehettünk abban, hogy Péter odafigyel a véleményünkre is. Tőle tanulhattuk meg, hogy a *kísérleti* eredményeknek fontos szerepet kell játszaniuk az elméleti témák helyes megválasztásában is, s az alkalmazások lehetőségét is mindig szem előtt kell tartanunk. Csak később értettem meg, hogy egész kutatási stílusomat meghatározó útmutatást adott azokkal a finom gesztusokkal, amelyekkel kifejezte, hogy a matematika öncélú alkalmazása nem vezet sehova.

A nemzetközi fejleményeket követve, nagyon pontosan látta, milyen új irányokba érdemes indulni, s ezt úgy adta tovább, hogy személyes visszafogottsága ellenére *lelkesíteni* tudta tanítványait, megfogta fantáziájukat. 1974-ben a negyed, ötödéves évfolyamoknak szemináriumot tartott *K. G. Wilson* elmélete, a renormálásicsoport-transzformáció akkor megjelent előzetes kézirata alapján. Utólag mi is szinte hihetetlennek tartjuk, hogy ilyen fiatal hallgatósággal sikerrel meg tudta értetni a kor egyik legfontosabb fizikai problémája éppen kialakuló elméletét.

Fontosnak tartotta, hogy a statisztikus fizikai szemléletet a szélesebb tudományos közösséggel is megismertesse. Fizikusokon kívül vegyészek, csillagászok, matematikusok is mindig részt vettek az ebben a szellemben a ’70-es, ’80-as években rendszeressé vált tavaszi, nyári iskolákon, amelyek feljegyzéseim szerint a következők voltak: *Sztochasztikus folyamatok,* Mátrafüred 1977; *Alacsony dimenziós rendszerek,* Dobogókő 1979; *Struktúrák kialakulása* I. és II., Szentendre 1979 és Budapest 1981; *Elsőrendű fázisátalakulások,* Budapest, 1981; *Káosz,* Budapest 1982; *Fraktálok,* Budapest 1987; *Entrópia és információ,* Budapest 1992.

E pezsgés mögött Péter azon szándéka is meghúzódott, hogy megszüntesse azt a kulturális szakadékot, amely a statisztikus fizika és az elméleti fizika fő ágai (részecskefizika, magfizika) között akkor még jelen volt. A statisztikus fizikát, amely széles interdiszciplináris fejlődés kiindulópontja lett, sikerült elfogadtatnia a magyar kutatások (és nemcsak a fizikai kutatások) alapvetően fontos irányaként.

Az iskolák közül különös jelentőségű az 1982-es iskola, amely megismertette a hazai tudományos közösséggel a káosz fogalmát. Szépfalusy Péter hamarosan e területen is nemzetközi szinten elismert vezető kutatóvá vált. Ugyanakkor legalább hat tanítványát – köztük engem – indította el ebbe az irányba. Később tapasztaltuk, hogy számos nyugati „fizika-nagyhatalomban” az 1982-es év még messze nem hozta a káosz olyan szintű és széleskörű ismeretét, mint hazánkban.

A nemzetközi életben való aktív részvételt az itthon levők számára a konferenciák biztosították, amelyeken neves külföldiek is mindig részt vettek. Az 1980-as Budapesti MECO szemináriumra például két, nem sokkal később Nobel-díjat kapott kutatót (K. G. Wilsont és *K. A. Müllert*) is sikerült meghívnia.

Vallotta, hogy nem csak magunknak szerezzük a tudást, hanem hasznosnak is kell lennünk, ezt kifejezte azzal is, milyen nagy gondot fektetett az egyetemi oktatásra. Az ELTE Fizika Doktori Programja 1993-ban Szépfalusy Péter vezetésével kezdte meg működését, aki nagy alapossággal és körültekintéssel alakította ki a képzés alapelveit, magas minőségi elvek szerint.

Számos személyes élményem is van Péterrel kapcsolatban. A ’80-as években bizakodással töltött el az a megfigyelése, hogy az NDK területén fekvő Nyugat-Berlinnek nyugati életszínvonalon történő gazdasági ellátása olyan nagy erőfeszítést igényel, olyan mértékben „egyensúlytól távoli állapot” fenntartását jelenti, hogy az sokáig nem tartható fenn, valaminek előbb-utóbb történnie kell. Közelről láthattam, mennyire megviselte Péter fia gyerekkori kerékpáros balesete és lassú javulása, de tőle leshettem el azt is, hogyan hajoljunk meg tisztelettel egy közeli kollégánk koporsója előtt…

Tanítványként, Szépfalusy Péterben az „igaz mestert” ismerhettük meg, akinek minden tevékenységéből a tudomány iránti tisztelet áradt. Nem sablonszerű, hanem szigorúan tudományos fogalmazás jellemezte, amely mindig meggyőző volt. Végső soron a magyar tudományért dolgozott. Személyét sohasem tolta előtérbe, az ügyet tekintette fontosnak. A korrektség *ma már szinte szokatlan* szintje jellemezte. Igényességre nevelt és mindig és minden vonatkozásban csakis tisztességes megoldásokra tanított.

*Tél Tamás*

## Minden alkalommal gazdagabban távoztam

Pályámon elindító, szakmai fejlődésemre a legnagyobb hatást gyakorló, emberi magatartásával példát adó egyéniség emléke előtt rovom le tiszteletemet.

Felsőéves hallgató koromban a ’70–’80-as évek fordulóján az ELTE Elméleti Fizikai tanszékén Szépfalusy Péter körül már kialakult az a fiatal kutatócsoport, amelyet Szépfalusy-iskola néven emlegettek. Tagjai közé számíthatjuk mindazokat, akik ott a modern statisztikus fizika problémáival foglalkoztak, elsősorban a fázisátalakulások és a renormálási csoport előző évtizedbeli hatalmas fejlődésének hatására, s eredményeikkel növekvő nemzetközi figyelmet keltettek. A tanszék statisztikus fizikusai, Szépfalusy Péter mellett Kondor Imre, Sasvári László, Ruján Pál, Rácz Zoltán, *Tél Tamás* és *Temesvári Tamás* egyetemi óráin, különösen a speciálkollégiumokon, hallgatóként is éreztük, hogy előadóink benne vannak a nemzetközi fizika vérkeringésében.

Diplomamunkám témáját Szépfalusy Péter akkorra már jelentős visszhangot keltett eredményeinek tárgyköréből, a kritikus, nemegyensúlyi jelenségek területéről kaptam. Az utolsó szemeszterre franciaországi ösztöndíjat sikerült szereznem, amelynek során az akkor világszerte növekvő érdeklődést kiváltó kaotikus folyamatokkal ismerkedtem meg. Hazatértemkor örömmel láttam, hogy Péter e kutatási irányban lépett tovább. Előbb a korábbi témakörbe tartozó diplomamunkát fejeztem be hathatós támogatása mellett, majd az általa Tél Tamással együtt szervezett *Káosz* című téli iskolát követően az új területen kezdtem doktori munkámhoz.

Hamarosan megjelentek a színen a Szépfalusy-iskola következő tagjai, *Kaufmann Zoltán, Bene Gyula* és *Csordás András,* azután *Vattay Gábor,* akikkel a káosz klasszikus, később kvantumos tulajdonságainak változatos világát derítették fel. Magam fél évtizedre külföldi kutatómunkára utaztam, és hazatértem után, a kilencvenes évektől, miután ő a Szilárdtest-fizikai tanszék vezetését vette át, majd később a Komplex Rendszerek Fizikája tanszék alapító tagja volt, tartósan már nem dolgoztunk együtt. Kapcsolatunk azután sem szűnt meg, élmény volt vele diszkutálni, minden alkalommal gazdagabban távoztam, mint ahogyan beléptem hozzá. Tanítványai sora tovább folytatódott, s a tanítványok tanítványaival ma a Szépfalusy-iskola tagjainak és szellemi örököseinek száma háromjegyű lehet.

A fent említett témaváltása a későbbieket vetítette előre. Rendkívüli tehetsége, felkészültsége, mélyre látó szemlélete megengedték neki, hogy új téma keresésekor a nemzetközi figyelem homlokterébe került vagy oda tartó problémák közül a nehezebbeket válassza. A kvantumkáoszban kozmológiai problémákig hatolt, azután a Bose-kondenzáció általa korábban Kondor Imrével vizsgált elméletére alapozva a ’90-es évek aktuális kísérleti kihívásait válaszolta meg. Később *Patkós András* csoportjával a kvantumtérelmélet igen nehéz, termodinamikai problémáit vizsgálta. Soha nem a könnyű divatot követte számos területet érintő kutatóútja során, bármihez nyúlt, abban maradandót tudott alkotni.

Élénken él emlékezetemben egy korai káosz konferencia, amelyen Péter előző, a dinamikai kritikus jelenségek területéről ismerős kollégájával találkozván, vele hármasban félrevont és diplomamunkám ismertetésére kért fel. A kutatási irány váltása miatt ezzel azóta nem foglalkoztunk, soha nem prezentáltam, az angol szaknyelvben sem volt rutinom, a konferencia témájától idegen volt – különös koncentrációt igényelt, hogy beszámolóm elfogadhatóra sikerüljön. Péter nyilván feltételezte, hogy más elméje is van olyan rugalmas és hajlékony, mint az övé.

Egyszer az ELTE rektorával váltottam néhány szót, amikor Szépfalusy Péter haladt el mellettünk, kit az egyetem legmagasabb rangú tisztségviselője kissé meghajolva a „Tiszteletem, professzor úr!” szavakkal köszöntött. Nagyon örültem mentorom megbecsülése spontán kifejezésének, mindkettőjükre nézve sokatmondó jelenet volt.

A fizikai jelenségek mély megértése, ennek érdekében a matematikai eszközök egyszerre innovatív és szigorú kezelése, tudományos kérdések időszerűségének felismerése, fiatalok figyelmének ilyenekre irányítása, intellektusuk csiszolása, tehetségük kibontakoztatása, csupán néhány azon képességek közül, amelyeket Szépfalusy Péter magas fokon gyakorolt. Emlékét szellemünkben és szívünkben őrizzük.

*Györgyi Géza*

## Azonnal felismerte a felfedezés jelentőségét

Szépfalusy Péter több mint egy évtizeden keresztül volt a tudományos vezetőm. Nála írtam diplomamunkámat, ő volt a doktori témavezetőm, majd posztdoktorként is voltak közös kutatásaink. Közös munkánk a nyolcvanas évek első felében kezdődött. A kaotikus rendszerek kutatásának hazai úttörője és legnagyobb hatású képviselője Szépfalusy Péter volt. E munkájába kapcsolódtam én is. A káosz tulajdonságai a kezdeti feltételekre való érzékenység miatt szükségszerűen statisztikai leírást igényelnek, ezért az alapgondolat az volt, hogy a statisztikus fizika eszköztárát a kaotikus rendszerekre alkalmazzuk. Levezettük, hogy zaj hatására miként változik meg a kaotikus egydimenziós leképezések trajektóriáinak valószínűségeloszlása. A ferromágnesség egyik modelljében, az egydimenziós, véletlen teres Ising-modellben a matematikai leírás fraktálszerkezetű kaotikus egydimenziós leképezés segítségével lehetséges. Levezettük és megoldottuk az ezt jellemző törtdimenziókat meghatározó egyenletet. Kaotikus hamiltoni rendszerek dinamikáját jellemző Rényi-entrópiák spektrumában numerikusan fázisátalakulás-szerű jelenséget azonosítottunk. Ezzel kapcsolatban korlátokat vezettünk le a Rényi-entrópiákra vonatkozóan.

Az ezredforduló környékére esett a Bose–Einstein-kondenzáció hideg fémgőzökbeli kísérleti kimutatása. Péter azonnal felismerte a felfedezés jelentőségét és érdeklődése ebbe az irányba fordult, annál is inkább, mivel még a hetvenes években kiemelkedő eredményeket ért el a szuperfolyékony He-4 vizsgálatában, ami hasonló Bose-rendszer, azonban ott az atomok közötti kölcsönhatásnak döntő szerepe van. Bennünket, fiatal munkatársait is magával ragadott lelkesedése, csatlakoztunk a kutatásaihoz. Az úgynevezett dielektromos formalizmus alkalmazásával meghatároztuk a kollektív módusok csillapodását és a tömegközéppont mozgását leíró csillapítatlan Kohn-módusokat.

Szépfalusy Péter indított el kutatói pályámon, tőle tanultam meg a szakma fortélyait. Az ő odafigyelésének és szervezőképességének köszönhettem, hogy részt vettem számos konferencián, külföldi iskolán. Az ő kapcsolatrendszerének köszönhetően ismertem meg számos jelentős kutatót, mint *Borisz Csirikov, Robert Graham, Gert Eilenberger, Hans Lustfeld,* akikkel az együttműködés később is gyümölcsözőnek bizonyult. Neki köszönhettem azt a két, szakmailag és emberileg is felejthetetlen évet, amelyet 1991–93 között családommal a jülichi kutatóintézet vendégkutatójaként Németországban eltölthettem. Hálával és tisztelettel hajtok fejet tudományos teljesítményének és emberi alakjának emléke előtt.

*Bene Gyula*

## Hiányoznak igen finom kritikai megjegyzései

Szakmai és baráti kapcsolatom Szépfalusy Péterrel diákkorom óta igen szoros volt. Nála és Györgyi Gézánál írtam egyetemi diplomamunkámat, ő biztatott, hogy végzés után pályázzam meg az (akkori) SzFKI doktori ösztöndíját. Ettől kezdve a legszorosabb munkakapcsolatban álltam vele. Bár mint diák, de ott voltam az 1982-es híres MTA *Káosz* konferencián, amiből a híres könyv született, és életem korai tudományos érdeklődése a káosz felé vonzott. Első külföldi konferenciáim egyike a híres düsseldorfi Dynamics Days volt, amire szintén Péter segített eljutni, aki akkor Eilenberger mellett a konferencia másik főszervezője volt. Káosz-, majd később kvantumkáosz-kutatásokat végeztünk együtt, miközben Péter a Humboldt Alapítvány támogatásával hosszabb időt töltött Essenben, Németországban Graham professzornál. A kandidátusi cím megszerzése után voltam, friss házas, amikor Péter felvetette, hogy Grahammal végzett kutatásukhoz egy komplex viselkedésű biliárd tulajdonságait kellene megvizsgálni a kvantumkáosz szempontjából. Így kerültem én is Essenbe posztdoknak. Graham a lézerfizika, a kvantumkáosz, és a kvantumgravitáció kutatásának Európában is kimagasló alakja, Max Planck-díjas, az ELTE díszdoktora. Folyamatos, hármasban végzett közös munkánk során Péter egy némileg eltérő új témát javasolt: kezdjük el a nemrég alkáli atomokkal megvalósított, Bose–Einstein-kondenzációt mutató csapdázott gázok vizsgálatát.

A történeti hűség kedvéért: 1994-ben voltam először a családdal hosszabb időre Essenben. Rá egy évre, 1995-ben a DAMOP tavaszi konferenciáján jelentette be *Eric Cornell,* hogy sikerült a rubídium gázt Bose-kondenzálni. Péter azonnal felismerte ennek korszakos jelentőségét, és a témában egy kutatócsoportra pályázott az MTA-nál, ami 1996. január 1-jétől el is indult. A téma jelentőségét mutatja, hogy E. A. Cornell, *W. Ketterle* és *C. E. Wiemann* a Bose–Einstein-kondenzációra vonatkozó kísérleti eredményeiért 2001-ben Nobel-díjat kapott.

Egy ilyen kutatócsoporti állásra csábított le az ELTE-re az SZFKI Elméleti Osztályáról Péter. Kezdetben kevesen voltunk. A kutatócsoportban *Tasnádi Tamással, Szirmai Gergellyel* dolgoztunk a Bose-kondenzáción. Később Péter – kora miatt – Patkós Andrást kérte fel, hogy pályázzanak együtt, így idővel András lett a kutatócsoport vezetője. Ez a kutatócsoport később MTA–ELTE Statisztikus és Biológiai Fizika Kutatócsoport néven folytatta sikeres munkáját *Vicsek Tamás* vezetésével. 2010-ben az ELTE dolgozója lettem, de munkakapcsolatom és barátságom Péterrel nem szűnt meg. Az ultrahideg, csapdázott gázokra vonatkozó kutatásaink Péter haláláig folytatódtak.

14 évig kutatócsoportosként dolgoztam vele. A munka mindig nagyon érdekes volt, és az eredmények magukért beszéltek. Talán mondhatom azt, hogy Péter ugyanúgy bevitte a magyar tudományos köztudatba ezt a témát, ahogy tette korábban a káosszal, vagy még korábban a fázisátalakulásokkal. Mélyen megérintett, hogy elment. Hiányzik sajátos hozzáállása a problémákhoz, hiányoznak igen finom kritikai megjegyzései, amelyek sokszor orientáltak a megfelelő irányba.

*Csordás András*

## Ideális körülményeket teremtett a kutatáshoz

Egyetemista koromban fordult érdeklődésem a kaotikus rendszerek felé. Nagyon örültem, hogy e terület vezető kutatója, az iskolateremtő személyiségű Szépfalusy Péter doktorandusza lehettem. Hamarosan kiderült számomra, hogy ő különös érzékkel meglátja, mit érdemes vizsgálni, miben fogunk fontos és érdekes jelenségeket felfedezni. Kandidátusi disszertációmnál is ő volt témavezetőm, és a közös munka utána is sokáig folytatódott. Már az első kutatásokban is az alapvetőbb tulajdonságokra vonatkozó eredmények mellett a különleges eseteket kerestük, mint például a krízisvonalon lévő állapotok. Nemsokára Péter felismerte, hogy célszerű lenne a Rényi-entrópiákat vizsgálnunk, mert ezek a szabadenergiához hasonlóan egy paraméter függvényében fázisátalakulásként mutatják a rendszerek dinamikájában megjelenő anomális viselkedést. Miután ilyen fázisátalakulást elsőként mutatott ki munkatársaival egydimenziós modellekben, ilyet találtunk a Lorenz-modell általánosításaként alkotott rendszerek intermittens állapotaiban is. Vizsgáltunk olyan rendszereket is, amelyek egy irányban kiterjedtek, diffúziót téve lehetővé, más irányban viszont nyitottak. Felismertük, hogy a nyitottság miatt nemcsak kétféleképp definiálható a diffúziós állandó, de a helyzet még érdekesebb a fázisátalakulási pontban: ott mindkettő megkettőződik a kezdeti eloszlástól függően. Ezt továbbvíve megmutattuk, hogy tranziens káosz esetében a rendszer tulajdonságaitól függően kettőnél több invariáns mérték is lehet; a fixpontban szinguláris mértékeket is megengedve pedig végtelen sok is. Más társszerzőkkel végzett munkáim és egyedüli publikációim nagy részében is ezt a gondolatsort vittem tovább.

Nagyon sokat köszönhetek Péternek. Egyrészt sokat tanultam tőle. Nemcsak szakmailag, ami magától értetődő, hanem közös munkánk során tovább erősítette bennem a felfedezésre való törekvést, a megoldáskeresésben való kitartásomat, elhivatottságomat. Így nem csak a témához szorosan kapcsolódó, hanem a további kutatásomat is nagy mértékben segítette. Ezen kívül minden lehető módon támogatta munkámat. Ideális körülményeket teremtett a kutatáshoz, lehetővé tette, segítette konferenciákon és nemzetközi együttműködésben való részvételemet. A mindezekért szóló köszönet mellett a kutatómunkával járó izgalmat és lelkesedést újra és újra felidézve gondolok vissza Péterre.

*Kaufmann Zoltán*

## Kvantumkáosz, mezoszkopikus fizika a Komplex Rendszerek Fizikája Tanszéken

A személyi számítógépek megjelenésének köszönhetően a nemlineáris differenciálegyenletekkel leírható jelenségek kutatása a nyolcvanas évek végén felvirágzott. A pillangóeffektus és a „káosz" – a kezdeti feltételek apró változása nagymértékben változtatja meg a rendszer további sorsát – a populáris kultúrára is óriási hatást gyakorolt. Hallgatóként, évfolyamelsőként, az Elméleti Fizika Tanszék demonstrátora lehettem, ahol TDK-munkámat Tél Tamás irányítása mellett ebből a lenyűgöző témából kezdhettem el, hatalmas reményekkel.

A pillangó szárnycsapása nekem 1987. március 26-án jött el. A hidegháború enyhülésére tekintettel az Uránia filmszínház bemutatta az *Asterix a gall* francia–belga rajzfilmet. A hír hallatára évfolyamunk az óraközi szünetben az unalmas relativitáselmélet-előadásról testületileg a moziba távozott. Az előadó – egyben a tanszék vezetője – haragjában megtiltotta nekem, hogy a témát diplomamunkaként folytassam. Túl sok a statisztikus fizikus! – mondta. Tél Tamás végül megmentett. Bemutatott kollégájának és mentorának, Szépfalusy Péternek, akit éppen frissen neveztek ki a szó szerint romokban álló Szilárdtestfizikai tanszék élére. Kockázatot vállalva befogadott. Péter környezetében teljesen máshogy folytak a dolgok, mint azokon a helyeken, amiket addig megismerhettem. Hiányoztak belőle azok a szinte sztereotip gondolati sémák, amelyek akkoriban a magyar értelmiséget jellemezték. Személyisége nagyvonalú és nyílt volt. Mindenkit egyenlő súlyú félként, partnerként kezelt, beleértve a takarító személyzetet, a diákokat és a professzortársakat is. Kutatói attitűdje minden újdonságra nyitott és rendkívül széles látókörű volt, ugyanakkor megfontolt és precíz. Kerülte a tekintélyalapú, doktriner érveléseket. Maga volt a felvilágosult, szabadelvű világ a kor szürkeségében.

Mint már annyi más alkalommal, a kilencvenes évek elejére tökéletes biztonsággal megérezte a tudományos hangulat változását. Az absztrakt kaotikus rendszerek után váltott és a világot követve a nemlineáris dinamika kvantumfizikai rendszerekben való megjelenései felé fordult. Először a kilencvenes évek elején absztrakt mechanikai rendszerekben a kvantumkáosz tanulmányozásába fogott és társait is ebbe az irányba terelte. Régi barátjával, Robert Grahammal együtt a negatív görbületű terek biliárdjainak kvantálásával kezdett el foglalkozni, bevonva Csordás Andrást majd pedig engem is. Kandidátusi dolgozatom már ebből készült. Az itt szerzett tudás meghatározó volt további pályámra nézve. Ezt követően útjaink egy időre különváltak. Én Koppenhágában, Párizsban, Marburgban és Evanstonban töltöttem posztdoktori éveimet, köztük hosszabb-rövidebb időket itthon töltve és a fejleményeket gyakran megbeszélve. Péter is számos meghívásnak tett eleget akkoriban.

A tanszéken töltött tíz közös év alatt számos pályázatot írtunk együtt. Sikerült az addig kevéssé elismert Szilárdtestfizikai Tanszéket témáiban és infrastruktúrájában is megújítani. Posztdoktori éveim után 1997/98-ban jöttem véglegesen haza, ami egybeesett Péter tanszékvezetői periódusának végével. Ezekben az években Péter egy újabb témaváltást vitt végbe. Figyelme a végtelen kvantumrendszerek felől a véges számú részecskéből álló mezoszkopikus rendszerek felé fordult, ismét csak jól felismerve a közeledő trendet, a szilárdtestfizika máig tartó – a grafénkutatásokba torkolló – egyik legmarkánsabb vonulatát. Bíztatott a téma elindítására. *Cserti Józsival* ezt meg is tettük. 1998-ban már csatlakoztunk is az EU-ban ezen a területen kialakuló számítógépes modelleket kidolgozó hálózathoz és elindult a máig tartó együttműködés a koordinátor lancasteri egyetemmel. Azonban – miközben számunkra utat mutatott – saját figyelme egy másik mezoszkopikus rendszer, az akkor váratlanul kísérletileg realizált Bose–Einstein-kondenzátum felé fordult. Régi álma teljesült ezzel.

A tanszékvezetéstől való visszavonulását követően környezete talán nem látta világosan azokat az eredményeket, amelyek csírái már akkor ott voltak és most látszanak igazán. Döntő szerepe volt abban, hogy az ELTE Fizika Tanszékcsoport új, a statisztikus fizika alkalmazásaival foglalkozó tanszékeket hozzon létre 1998-ban. Emeritusz professzorként a Komplex Rendszerek Fizikája Tanszéken dolgozott aktívan az utolsó pillanatig, hozzájárulva, hogy az az egyik meghatározó műhellyé váljon és máig őrizze Péter szellemiségét.

*Vattay Gábor*

## Kritikus szemmel rostált, tanácsokkal segített

Szépfalusy Péter szellemi hatósugarába az 1970-es években tanítványai, elsősorban Ruján Pál révén kerültem. A kritikus jelenségek és az erősen kölcsönható kvark-gluon anyag jelenségköre egységes módszertani megközelítésének értelmét helyzeti előnnyel foghattam fel a Péter körül fejlődő statisztikus fizikai iskola munkáját közelről követve és abba egy-egy modell tanulmányozása révén személyesen is bekapcsolódva. Úgy tartom, hogy az első hazai részecskefizikus voltam, aki kandidátusi vizsgája melléktárgyaként a kritikus jelenségek elméletét és annak a Wilson-féle renormalizációs csoporttal történő tárgyalását választotta.

A statisztikus térelméletek vizsgálatát az 1980-as években is folytattam, elsősorban a kétdimenziós rendszerek kritikus viselkedésének a konformális szimmetria alapján történő osztályozása területén. Bár ebben a témában más vezető magyar kutatók (elsősorban *Iglói Ferenc*) munkáihoz kerültem közel, mindig kissé meglepett örömmel konstatáltam Péter tájékozott érdeklődését.

Személyes kapcsolatunk számomra váratlan körülmények között, az ELTE Fizikus Tanszékcsoport ügyeinek intézése kapcsán kezdődött. Korosztályom törekvését a fizikusok és a fizikatanárok képzési programjának modernizációjára széles szakmai vitával alapoztuk meg az 1989–1992 közötti időszakban. Ezt a próbálkozásunkat a főleg idősebb tanszékvezető kollégákból álló tanszékcsoporti tanácsban élénk és kritikus vita kísérte. Péter megnyilvánulásai először bosszantottak, majd határozottan csodálni kezdtem és megpróbáltam eltanulni eljárását. Elsőként a szándékolt változtatások jogi kereteit vette sorra és az abból kilógó elképzeléseket lenyesegette a beterjesztett javaslatokról. Ez határozottan bosszantott. Azután a jogi lehetőségekkel összhangban lévő elképzeléseket olyan szabatosan és koherensen fogalmazta át, hogy abba többi kollégája sem tudott már belekötni. Ez pedig kiváltotta csodálatomat.

Az 1990-es évtized további éveiben nem volt túl szoros a kapcsolatunk, ezért meglepett, amikor 2000 őszén ő (és nem a hozzám szakmailag közelebb álló akadémikus társai) kezdeményezte jelölésemet az MTA tagjai közé. Miután előbb vázolt eljárásával legyőzte (bizonyára nem túl erős) ellenkezésem, a jelöléshez adott szakmai anyagomat igen kritikus szemmel rostálta, tanácsokkal segítette bemutatkozásomat. E beszélgetések során fejtette ki a részecskefizikai szimmetriasértő kondenzátumok (például a Higgs-tér vagy a kvark-antikvark kondenzátum) és az őt aktuálisan izgató Bose–Einstein-kondenzáció közötti mély analógiára és azok kutatási módszereinek rokon voltára vonatkozó meggyőződését.

Hamarosan az általa alapított kutatócsoport keretei között kezdtünk közös kutatásokba erről a témakörről, amelybe először *Szép Zsolt* diplomamunkásom kapcsolódott be. A kiszélesedő fiatal csoport több sikeres kutatási pályázata közül az utolsó zárójelentését, amelynek társ-témavezetői voltunk, 2014 elején adtam le. Az elért eredmények kiváló minősítéséről Péter halálhírét követő napokban értesítettek.

*Patkós András*

## A távol eső jelenségeket összekötő fizikai szemlélet

Együttműködésem Szépfalusy Péterrel 2001 őszén, közvetlenül a doktori szigorlatom után kezdődött, amikor is Patkós András témavezetőmtől értesültem, hogy Péter felfigyelt térelméleti vizsgálatainkra. Intenzív kutatómunkába kezdtünk már a szigorlat és védés közötti periódusban is, és az elért eredményeink arra késztették Pétert, aki az MTA–ELTE Statisztikus Fizikai Kutatócsoportot vezette, hogy alkalmazásomat kezdeményezze. Fiatal kutatói álláshelyre adott be pályázatot, amit meg is kaptunk. Így kerültem a kutatócsoportba, ahol hosszabb-rövidebb megszakításokkal, szervezeti átalakulásokkal azóta is dolgozom.

Péter felismerte, hogy a ’70-es évek közepén munkatársaival (Sasvári, Kondor) kidolgozott módszerek, amellyel az $N$-vektor rácsmodell fázisstruktúráját tanulmányozták, átvihetők az erősen kölcsönható anyag alacsony energiás leírásában használt renormált térelméleti effektív modellek vizsgálatára. Első lépésként a könnyű mezonok fenomenológiájában használt $O(N)$ modelleket vizsgáltuk, közelebbről a szigma-mezon propagátora pólusának hőmérséklet-indukálta vándorlását a második Riemann-síkon. A legkönnyebb skalárrezonancia, a pion királis partnerének létezését akkor már elfogadták, de a szigma tömege és szélessége csak nagy hibával volt ismert (a hibákat az elmúlt 10 évben sikerült ötödére csökkenteni). Időszerű volt tehát egy egyszerű modellben megvizsgálni a szigma jellemzőit a nagy-$N$ kifejtés vezető rendjében. Az általunk talált pólusvándorlási sémát később igazolták a modellfüggetlen királis perturbációszámítás keretei között. Második lépésben, *Jakovác Antal* bekapcsolódásával, konsztituens kvarkokkal bővítettük a modellt és az így

som folytán a fizikusok által felvetett problémákhoz a matematika szabályait, pontosságát szem előtt tartva kívántam hozzászólni, még ha lazán is, de megpróbáltam kötődni Péter köréhez, és lelkes résztvevője voltam az általa és tanítványai által szervezett nyári iskoláknak. Talán e kötődésnek köszönhettem azt a megtiszteltetést, hogy a Péter hatvanadik születésnapját ünneplő kötet egyik társszerzője lehettem. Szorosabb kapcsolat köztünk a kétezres évek elejétől alakult ki. Ő ekkor heti egy-két alkalommal feljött a hegyre, és hamarosan rendszeressé váltak beszélgetéseink a Bose-rendszerek fizikájáról. Engem a kölcsönható rendszerekben végbemenő Bose–Einstein-kondenzáció matematikai bizonyítása foglalkoztatott a ’90-es évek elejétől fogva, ő pedig visszatért ehhez az általa 30 évvel korábban művelt területhez. Az együttműködés köztünk 2006-ban kezdődött egy Yukalov–Kleinert-cikk kapcsán, amelyben egymástól függetlenül felfedeztünk egy hibás gondolatot (a kondenzátum sűrűségének variációs paraméterként való használatát). Eleinte csak egy rövid megjegyzést kívántunk fűzni a cikkhez, de végül is egy terjedelmes munka született a variációs hullámfüggvények használatáról Bose-rendszerekben, amely 2008-ban jelent meg. Néhány évnyi szünet után 2013-ban léptünk tovább. Azt vizsgáltuk, hogy miként változik a korábban levezetett, szuperfolyékonyságot leíró variációs alapállapot egy áramló rendszerben. Eredményünk szerint a kritikus sebesség felett a kvázirészecskék kondenzációja és sűrűségmoduláció lép fel. Péter e két közleményen túlmenően is hatással volt az érdeklődésemre. Jóval korábban, 2004-ben hívta fel a figyelmemet egy 1961-es Kohn-cikkre és egy ezt tovább gondoló, *Dobsontól* származó munkára 1994-ből, amelyben a szerző megmutatta, hogy harmonikus külső potenciálban mozgó kvantumos részecskék rendszerében a tömegközépponti mozgás szeparálható. Ekkor vetődött fel bennem, hogy a szeparálhatóságot külső tér nélküli, periodikus peremfeltételű korlátos rendszerekben vizsgáljam. Ez valójában a Galilei-invarianciára irányuló kérdés volt. Bár a vonatkozó képleteket 2004 végére levezettem, az eredményt félretettem, mert nem láttam a fizikai jelentőségét. Csak kilenc évvel később, a Péterrel írt második cikk nyomán jutott eszembe, hogy kapcsolatba hozzam a szuperfolyékonysággal. Így, ha közvetve is, Péternek köszönhetem az erről szóló két további munkámat. Végül, hadd említsem meg, hogy mennyire értékeltem Péter habitusát: a csendességét, a megfontolt és mindig mérsékelt állásfoglalásait, azt az egyszerű tényt, hogy úriember maradt egy elközönségesedő világban.

*Sütő András*

kapott $SU(2)_L \times SU(2)_R$ szimmetriájú királiskvark-modellben vizsgáltuk a királis fázisátalakulást véges $\mu_B$ bariokémiai potenciál esetén. Meghatároztuk a $T$–$\mu_B$ síkon a fázisdiagram legérdekesebb pontját, a királis szimmetriát helyreállító elsőrendű fázisátalakulások kritikus végpontját.

Közvetlen együttműködésünk 2005-ben zárult, amikor egy Péter által vezetett PhD kutatási téma keretei között *Herpay Tamás* doktorandusszal és Patkós Andrással tanulmányoztuk a pszeudoskalár és skalár mezon-nonettre épülő lineáris szigma-modell királis fázisátalakulás természetének változását a pion- és kaontömeg függvényében. A kritikus végpont létezésének kérdése és az $m_\pi$–$m_K$ síkban nulla mezontömegnél mutatkozó elsőrendű fázisátalakulási tartomány határának helye ma is a részecskefizikai kutatások előterében vannak.

A Péterrel való együttműködésben tanult számos technikát azóta több más kutatási projektben is felhasználtam. Fiatal kutatóként az egymástól távol esőnek tűnő jelenségeket magától értetődően összekötő fizikai szemlélet megismerését felbecsülhetetlen fontosságúnak éreztem. Ha számokkal szeretném illusztrálni a Péterrel folytatott együttműködésem eredményességét, akkor azt lehet mondani, hogy az 5 közösen írt, referált folyóiratban megjelent cikkünkre kapott hivatkozások az eddigi összes független hivatkozásaim 1/4-ét adják.

*Szép Zsolt*

## Megfontolt és mindig mérsékelt állásfoglalás

Egyetemi tanulmányaimat nem fizikus hallgatóként végezvén, Péterrel, mint oktatóval nem találkozhattam. A hetvenes évek közepétől érdeklődésem a statisztikus fizika felé fordult, ekkor ismerkedtem meg az általa teremtett magyar statisztikus fizikai iskola fiatal képviselőivel és magával Péterrel. Bár személyes indíttatá-

## Imponáló volt nyitottsága az új témák iránt

1975-ben döntöttem el végleg, hogy – főleg a *Dobrushinnal,* illetve *Sinai*-jal történt korábbi találkozások hatására – a 60-as években izgalmas fejlődésnek indult „matematikai” statisztikus fizikával fogok foglalkozni. Az 1977/78-as tanévet külföldön töltöttem; visszatérve nagy érdeklődéssel és némileg irigykedve hallottam, hogy közben *Fritz Jóskáék* részt vettek a Szépfalusy Péter vezette statisztikus fizikusainkkal közös iskolán. Így természetes volt, hogy azután végighallgattam Péterék szentendrei iskoláját 1979-ben, ahol sok szó esett a Lorenz-rendszerről és Lorenz-attraktorról. Számomra a kérdéskör szinte teljesen új volt. Kíváncsiságomat fokozta, hogy épp az iskola előtt Sinai moszkvai szemináriumán is hallottam az akkori területeimtől abszolút távol álló dinamikáról.

Miután 1979-től fő témám is dinamikai rendszerek, konkrétan Sinai-biliárdok lettek, már nem volt megállás. Péterék érdeklődése ráerősített új témakörömre. Szoros és számomra rendkívül hasznos, rendszeres diszkusszió alakult ki Péter iskolájával. Nemegyszer előfordultunk egymás szemináriumain hallgatóként és előadóként is, közösen érdeklődtünk egymás vendégei, konferenciái iránt. Péterék vendégeként jött ide és ismerkedtem meg például *Dorfmannal, Gaspard*-ral, *Nicolis*-szal. Érdekességként jegyzem meg, és nyilván nem csak véletlen, hogy jelenlegi fő témám is egy a Gaspard-tól és tanítványától, *Gilberttől* származó hővezetési modell matematikai tárgyalása. Péter mellett több tanítványával is hosszú távú kapcsolatunk épült, amely Tél Tamásékkal jelenleg is élő.

Imponáló volt nyitottsága az új témák iránt. Sokat tanultam, amikor felkért, hogy beszéljek a véletlen Schrödinger-operátor spektrumára vonatkozó matematikai eredményekről. Úgy kért fel, annyira nyilvánvalónak tartotta, hogy tudok erről beszélni, hogy nem mondhattam nemet. Mivel korábban szinte semmit sem tudtam erről, rengeteget kellett készülnöm. A témát később sem kutattam, de igen jól jött, hogy értek részleteket is. Nem közvetlenül Péter, hanem a TMB felkérésére lettem Kondor Imre spinüvegekről írott MTA doktori értekezésének opponense. Ezzel sokat birkóztam, de szerencse lett megismernem ezt az izgalmas témát.

Szintén Péter hívott meg bennünket az 1982-es nagysikerű *Káosz* iskolára. Ezen széles és egyúttal mély képet kaphattunk a káosz akkor friss elméletéről. *Krámli Andrással, Tóth Bálinttal* és *Vetier Andrással* együtt elő is adtunk matematikai témákról.

Tehát szerves, sőt baráti kapcsolatunk alakult ki a hazai statisztikus fizikusokkal. A matematikai elmélet világszerte új volt, itthon is. Matematikailag remek alap volt az igen erős sztochasztikaiskola. Részben a hasonlóan erős analízisiskola is, jóllehet például a nemlineáris funkcionálanalízisnak nálunk nem voltak előzményei, nem beszélve a hiperbolikus dinamikai rendszerek elméletéről. A kapcsolat, amelyet elsősorban Péternek köszönhetünk, rengeteget segített nekünk. Megtanulhattuk, hogyan gondolkodnak a bennünket is érdeklő kérdésekről nemzetközileg élenjáró fizikusok.

*Szász Domonkos*

# SZÉPFALUSY PÉTER MUNKÁSSÁGA


1. Szépfalusy P: Über die Orthogonalität der Wellen-funktionen von Atomelektronen. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 5/3* (1955) 325–338.
2. Szépfalusy P: Die Hartree–Focksche Methode im Falle eines Nichtorthogonalen Einelektron-Wellenfunktionen-Systems. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 6/2* (1956) 273–292.
3. Szépfalusy P: On a new type of interaction between nucleons. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 6/1* (1956) 87–103.
4. Gombás P, Szépfalusy P, Mágori E: Zur Reichweite der Kernkrafte. *Nuclear Physics 4/3* (1957) 488–490.
5. Gombás P, Szépfalusy P, Mágori E: Die Statistische Theorie des Atomkerns. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 7/2* (1957) 251–254.
6. Szépfalusy P: On a new exchange potential. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 7/3* (1957) 357–364.
7. Szépfalusy P: On the Fermi zero-point kinetic energy of particles with spin ½. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 7/4* (1957) 433–446.
8. Szépfalusy P: On the statistical treatment of the fermion gas I. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 9/1–2* (1958) 203–216.
9. Szépfalusy P: On the statistical treatment of the fermion gas II. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 9/3* (1959) 335–342.
10. Ladányi K, Szépfalusy P: An approximate solution of a generalized statistical model. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 13/2* (1961) 145–153.
11. Szépfalusy P: A soktestprobléma Green-függvényes módszeréről. *Magyar Fizikai Folyóirat 11* (1963) 209.
12. Szépfalusy P: Parnaya korryelyatsiya v povyerkhnostnom sloye yadra; Pairing correlation in the nuclear surface layer. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 17/1–2* (1964) 229–239.
13. Szépfalusy P: On perturbation-theoretic calculation of 1-particle excitation spectrum in a large Bose system. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 19/1–4* (1965) 109–120.
14. Ferrell RA, Menyhárd N, Schmidt H, Schwabl F, Szépfalusy P: Dispersion in 2nd sound and anomalous heat conduction at lambda point of liquid helium. *Physical Review Letters 18/21* (1967) 891–894.
15. Ferrell RA, Menyhárd N, Schmidt H, Schwabl F, Szépfalusy P: Entropy and specific heat of superfluid helium at lambda point. *Physics Letters A 24/9* (1967) 493–495.
16. Szépfalusy P, Pines D: Theory of quantum liquids – normal Fermi liquids. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 23/3* (1967) 322.
17. Szépfalusy P: Schrieffer, JR: Theory of superconductivity. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 23/1* (1967) 133.
18. Ferrell RA, Menyhárd N, Schmidt H, Schwabl F, Szépfalusy P: Fluctuations and lambda phase transition in liquid helium. *Annals of Physics 47/3* (1968) 565–613.
19. Kondor I, Szépfalusy P: On connection between one-particle greens function and density-density correlation function in a large Bose system. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 24/1* (1968) 81.

20. Szépfalusy P: Damping of first sound in helium I and dynamical scaling. *Physics Letters A 27/3* (1968) 128–129.
21. Szépfalusy P: Sum rules and their application in theory of superfluid helium. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 27/1–4* (1969) 299.
22. Kondor I, Szépfalusy P: Dynamics of phase transition in weakly interacting Bose gas. *Physics Letters A 33/5* (1970) 311–312.
23. Schmidt H, Szépfalusy P: Note on dynamical scaling. *Physics Letters A 32/5* (1970) 326.
24. Szépfalusy P: Inequality for coherence length in He-II near $T_\lambda$. *Physics Letters A 31/3* (1970) 126–127.
25. Szépfalusy P: Longitudinal fluctuations of order parameter in He-II near $T_\lambda$. *Physics Letters A 32/2* (1970) 127–128.
26. Szépfalusy P: Kvantumfolyadékok. In: Fényes I (szerk.): *Modern fizikai kisenciklopédia*. Gondolat Kiadó, Budapest (1971) V. fejezet.
27. Szépfalusy P, Kondor I: On the dynamics of continuous phase transitions. *Annals of Physics 82/1* (1973) 1–53.
28. Kondor I, Szépfalusy P: Dynamic critical exponent of a Bose system to O(1n). *Physics Letters A 47/5* (1974) 393–394.
29. Sasvári L, Szépfalusy P: Dynamics of a simple model for a structural phase-transition. *Journal of Physics C – Solid State Physics 7/6* (1974) 1061–1068.
30. Szépfalusy P, Sasvári L: Application of $1/n$ expansion to critical dynamics of a model for structural phase-transitions. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 37/4* (1974) 343–345.
31. Szépfalusy P, Kondor I: Dynamics of continuous phase-transitions. *Annals of Physics 82/1* (1974) 1–53.
32. Kondor I, Szépfalusy P: Kritikus jelenségek. In: Abonyi I (szerk.): *Fizika 75*. Gondolat Kiadó, Budapest (1975) 85–123.
33. Sasvári L, Schwabl F, Szépfalusy P: Hydrodynamics of an n-component phonon system. *Physica A – Statistical Mechanics and Its Applications 81/1* (1975) 108–128.
34. Kondor I, Szépfalusy P: A model with intrinsic critical dynamics. In: Müller KA, Rigamonti A (szerk.): *Local properties at phase transitions*. North-Holland Publishing Company (1976) 806. (ISBN: 9780720404487)
35. Szépfalusy P: Dynamical critical phenomena and the renormalization group – Application to a lattice dynamic model. In: Brey J, Jones RD (szerk.): *Critical Phenomena: International school of statistical mechanics*. Springer-Verlag (1976) 111–154. (Lecture Notes in Physics 54. (ISBN: 978-3-540-07862-3))
36. Sasvári L, Szépfalusy P: Dynamic critical properties of a stochastic n-vector model. *Physica A – Statistical Mechanics and its Applications 87/1* (1977) 1–34.
37. Sasvári L, Szépfalusy P: Critical dynamics of a stochastic n-vector model below $T_c$. *Physica A – Statistical Mechanics and Its Applications 90/3–4* (1978) 626–632.
38. Szépfalusy P: Dynamic critical phenomena. In: Mátyás M (szerk.): *International summer school: Phase transitions in condensed matter*. Czechoslovak Academy of Sciences, Prague (1976)
39. Szépfalusy P, Tél T: Dynamic renormalization group in the large-n limit. *Journal of Physics A – Mathematical and General 12/11* (1979) 2141–2149.
40. Szépfalusy P: Critical dynamics below $T_c$. In: Enz ChP (szerk.): *Dynamical critical phenomena and related topics*. Springer-Verlag (1979) 48.
41. Szépfalusy P, Tél T: Renormalization group-analysis of relaxational dynamics in systems with many-component order-parameter 1. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 36/4* (1980) 343–355.
42. Szépfalusy P, Tél T: Renormalization group-analysis of relaxational dynamics in systems with many-component order-parameter 2, scaling fields and scaling variables. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 39/3* (1980) 249–260.
43. Szépfalusy P: Kvantummechanikai többtestprobléma: Közelítő módszerek a kvantummechanikában. In: Antal J (szerk.): *Fizikai Kézikönyv Műszakiaknak*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest (1980) 6.8 fejezet. (ISBN: 9631032442)
44. Meissner G, Menyhárd N, Szépfalusy P: Dynamic correlations below structural phase-transitions in weakly anisotropic systems. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 45/2* (1981) 137–147.
45. Meissner G, Menyhárd N, Szépfalusy P: Dynamic correlations below the anti-ferrodistortive transition in perovskites. *Ferroelectrics 37/1–4* (1981) 527–530.
46. Szépfalusy P, Tél T: Critical-dynamics near a hard mode-instability. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 43/1* (1981) 77–86.
47. Szépfalusy P, Tél T: Dynamic renormalization-group treatment of a Bose-gas model. *Acta Physica Academiae Scientiarum Hungaricae 51/1–2* (1981) 81–99.
48. Gnädig P, Györgyi G, Szépfalusy P, Tél T: Bevezetés a káosz kialakulásának és tulajdonságainak elméletébe. In: Szépfalusy P, Tél T (szerk.): *A káosz – Véletlenszerű jelenségek nemlineáris rendszerekben: Chaos – Stochastic Phenomena in Nonlinear Systems*. 606 oldal, Konferencia helye, ideje: Magyarország, 1982. 01. 11. – 1982. 01. 16. Akadémiai Kiadó, Budapest (1982) 9–270. (ISBN: 963-05-3208-5)
49. Meissner G, Menyhárd N, Szépfalusy P: Dynamic correlations in the ordered phase of perovskites. In: Riste T (szerk.): *Nonlinear phenomena at phase transitions and instabilities*. Plenum, New York (1982) 69.
50. Szépfalusy P, Tél T: Fluctuations in the limit-cycle state and the problem of phase chaos. *Physica A – Statistical Mechanics and Its Applications 112/1–2* (1982) 146–166.
51. Szépfalusy P: *Univerzális törvényszerűségek nemlineáris rendszerek dinamikájában*. Akadémiai Kiadó, Budapest (1983)
52. Györgyi G, Szépfalusy P: Fully-developed chaotic 1-*d* maps. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 55/2* (1984) 179–186.
53. Györgyi G, Szépfalusy P: Properties of fully-developed chaos in one-dimensional maps. *Journal of Statistical Physics 34/3–4* (1984) 451–475.
54. Györgyi G, Szépfalusy P: Calculation of the entropy in chaotic systems. *Physical Review A 31/5* (1985) 3477–3479.
55. Szépfalusy P, Tél T: Properties of maps related to flows around a Saddle-point. *Physica D – Nonlinear Phenomena 16/2* (1985) 252–264.
56. Györgyi G, Szépfalusy P: Fully developed chaos in one-dimensional discrete processes. In: Ebeling W, Ulbricht H (szerk.): *Selforganization by nonlinear processes*. Springer-Verlag, Berlin (1986) 196.
57. Szépfalusy P, Györgyi G: Entropy decay as a measure of stochasticity in chaotic systems. *Physical Review A 33/4* (1986) 2852–2855.
58. Szépfalusy P, Tél T: New approach to the problem of chaotic repellers. *Physical Review A 34/3* (1986) 2520–2523.
59. Kaufmann Z, Szépfalusy P, Tél T: Unusual maps and their use to approach usual ones. *Acta Physica Hungarica 62/2–4* (1987) 321–346.
60. Szépfalusy P, Tél T: Dynamic fractal properties of one-dimensional maps. *Physical Review A 35/1* (1987) 477–480.
61. Szépfalusy P, Tél T, Csordás A, Kovács Z: Phase-transitions associated with dynamic properties of chaotic systems. *Physical Review A 36/7* (1987) 3525–3528.
62. Szépfalusy P, Behn U: Calculation of a characteristic fractal dimension in the one-dimensional random field Ising model. *Zeitschrift für Physik B – Condensed Matter 65/3* (1987) 337–339.
63. Bene J, Szépfalusy P: Multifractal properties in the one-dimensional random-field Ising-model. *Physical Review A 37/5* (1988) 1703–1707.
64. Bene J, Szépfalusy P: Properties of fully-developed chaotic one-dimensional maps in the presence of external noise. *Physical Review A 37/3* (1988) 871–879.
65. Csordás A, Szépfalusy P: Generalized entropy decay-rates of one-dimensional maps. *Physical Review A 38/5* (1988) 2582–2587.
66. Györgyi G, Szépfalusy P: Relaxation processes in chaotic states of one-dimensional maps. *Acta Physica Hungarica 64/1* (1988) 33–48.
67. Szépfalusy P: Properties of generalized entropies in one-dimensional maps. In: Velarde M (szerk.): *Synergetics, order and chaos*. World Scientific, Singapore (1988) 685.
68. Bene J, Szépfalusy P, Fülöp A: Generic dynamical phase-transition in chaotic Hamiltonian-systems. *Physical Review A 40/11* (1989) 6719–6722.

69. Csordás A, Szépfalusy P: Dynamical multifractal properties of a map related to a chaotic cosmological model. *Physical Review A 40/4* (1989) 2221–2224.
70. Csordás A, Szépfalusy P: Singularities in Renyi information as phase-transitions in chaotic states. *Physical Review A 39/9* (1989) 4767–4777.
71. Kaufmann Z, Szépfalusy P: Properties of the entropies at weak intermittent states of Lorenz-type systems. *Physical Review A 40/5* (1989) 2615–2624.
72. Szépfalusy P: Characterization of chaos and complexity by properties of dynamical entropies. *Physica Scripta T25* (1989) 226–229.
73. Graham R, Szépfalusy P: Quantum creation of a generic universe. *Physical Review D Particles and Fields 42/8* (1990) 2483–2490.
74. Barabási AL, Szépfalusy P, Vicsek T: Multifractal spectra of multi-affine functions. *Physica A – Statistical Mechanics and its Applications 178* (1991) 17–28.
75. Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Level statistics of a noncompact cosmological billiard. *Physical Review A 44/3* (1991) 1491–1499.
76. Graham R, Hübner R, Szépfalusy P, Vattay G: Level statistics of a noncompact integrable billiard. *Physical Review A 44/11* (1991) 7002–7015.
77. Markošová M, Szépfalusy P: Reduced Renyi information – generalization and application to a devils staircase. *Physical Review A 43/6* (1991) 2709–2713.
78. Szépfalusy P, Tél T, Vattay G: Thermodynamics of Lorenz-type maps. *Physical Review A 43/2* (1991) 681–692.
79. Bene J, Szépfalusy P: Bounds for the Renyi entropies and dynamic phase-transitions. *Physical Review A 46/2* (1992) 801–808.
80. A. Csordás, G. Györgyi, P. Szépfalusy, T. Tél: Statistical properties of chaos demonstrated in a class of one-dimensional maps. *Chaos 3/1* (1993) 31–49.
81. Czirok A, Szépfalusy P, Vicsek T: On the existence of well defined singularites in multifractals. *Fractals – Complex Geometry Patterns and Scaling in Nature and Society 1* (1993) 199–204.
82. Szépfalusy P: Előszó: A káosz és rendezetlenség kutatása. *Magyar Tudomány 93/4* (1993) 379–383.
83. Csordás A, Graham R, Szépfalusy P, Vattay G: Transition from Poissonian to Gaussian-orthogonal-ensemble level statistics in a modified Artin's billiard. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics 49/1* (1994) 325–332.
84. Németh A, Szépfalusy P: Properties of border states of transient chaos. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics 52/2* (1995) 1544–1549.
85. Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Off-resonance light scattering from Bose condensates in traps. *Physical Review A 54* (1996) R2543–R2546.
86. Lustfeld H, Szépfalusy P: Correlation functions on the border lines of transient chaos. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics 53/6* (1996) 5882–5889.
87. Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Semiclassical wave functions and energy levels of Bose-condensed gases in spherically symmetric traps. *Physical Review A 56* (1997) 5179–5282.
88. Fliesser M, Csordás A, Szépfalusy P, Graham R: Hydrodynamic excitations of Bose condensates in anisotropic traps. *Physical Review A 56* (1997) R2533–R2536.
89. Kaufmann Z, Lustfeld H, Németh A, Szépfalusy P: Diffusion in normal and critical transient chaos. *Physical Review Letters 78/21* (1997) 4031–4034.
90. Bene G, Szépfalusy P: Dielectric formalism and damping of collective modes in trapped Bose–Einstein condensed gases. *Physical Review A 58* (1998) R3391–3394.
91. Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Quasi particle excitations and dynamic structure functions of trapped Bose-condensates in the WKB-approximation. *Physical Review A 57* (1998) 4669–4685.
92. Fliesser M, Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Classical quasiparticle dynamics in trapped Bose condensates. *Physical Review A 56* (1998) 4879–4889.
93. Reidl J, Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Finite temperature excitations of Bose gases in anisotropic traps. *Physical Review A 59* (1999) 3816–3822.
94. Szépfalusy P, Csordás A: A Bose–Einstein kondenzációtól az atomlézerig. In: Bakos J, Sörlei Zs, Varró S (szerk.): *Fény-anyag kölcsönhatás, kvantumoptika. Az 5. Kvantumelektronikai Tavaszi Iskolán elhangzott előadások anyaga.* 215 oldal (2000) 139.
95. Kaufmann Z, Németh A, Szépfalusy P: Critical states of transient chaos. *Physical Review E – Statistical, Nonlinear and Soft Matter Physics 61* (2000) 2543–2550.
96. Kaufmann Z, Szépfalusy P: Transient chaos, critical states in generalized Baker maps. *Journal of Statistical Physics 101* (2000) 107–124.
97. Reidl J, Csordás A, Graham R, Szépfalusy P: Shifts, widths of collective excitations in trapped Bose gases determined by the dielectric formalism. *Physical Review A 61* (2000) 043606.
98. Szépfalusy P, Szirmai G: Properties of excitations in systems with a spinor Bose–Einstein condensate. *Physical Review A 61* (2000) 051604.
99. Fliesser M, Reidl J, Szépfalusy P, Graham R: Conserving and gapless model of the weakly interacting Bose gas. *Physical Review A 64* (2001) 013609. 14 p.
100. Hajdu J, Szépfalusy P: On the production of entropy within the concept of incomplete description of state. *Annalen der Physik 10* (2001) 429–433.
101. Reidl J, Bene G, Graham R, Szépfalusy P: Kohn mode for trapped Bose gases within the dielectric formalism. *Physical Review A 6304/4* (2001) 043605. 6 p.
102. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Second sheet sigma pole and the threshold enhancement of the spectral function in the scalar isoscalar meson sector. *Physical Review D Particles and Fields 66/11* (2002) 116004-1. 10 p.
103. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Finite temperature spectral functions of the linear $O(N)$ model at large $N$ applied to the $\pi$–$\sigma$ system. *Physics Letters B 537/1–2* (2002) 77–85.
104. Szépfalusy P, Szirmai G: Structure of the perturbation series of the spin-1 Bose gas at low temperatures. *Physical Review A 65* (2002) 043602. 25 p.
105. Szépfalusy P: Properties of permanent and transient chaos in critical states. *Advances in Chemical Physics 122* (2002) 49–51.
106. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Universal threshold enhancement. *Physical Review D Particles and Fields 68/4* (2003) 047701. 4 p.
107. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Finite temperature spectral function of the $\sigma$ meson from large N expansion. *Acta Physica Hungarica Heavy Ion Physics 18/1* (2003) 31–39.
108. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: The scalar-isoscalar spectral function of strong matter in a large N approximation. In: Schmidt MG (szerk.): *Strong and electroweak matter 2002.* Proceedings of the SEWM 2002 Meeting, Heidelberg, Germany, 2–5 October 2002. 513 oldal, World Scientific, Singapore (2003) 458–462. (ISBN: 981-238-333-6)
109. Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Finite temperature spectral function of the $\sigma$ meson from large N expansion. In: Levai P (szerk.): *Proceedings of the Budapest Workshop on Quark and Hadron Dynamics: in honor of Judit Németh, István Lovas and József Zimányi.* 342 oldal, Akadémiai Kiadó, Budapest (2003) 243–251. (*Acta physica Hungarica. New series, Heavy Ion Physics 17/2–4*)
110. Szirmai G, Szépfalusy P, Kis-Szabó K: Energies and damping rates of elementary excitations in spin-1 Bose–Einstein-condensed gases. *Physical Review A 68/2* (2003) 023612.
111. Csordás A, Szépfalusy P, Szőke E: Clustering of Fermi particles with arbitrary spin. *Physical Review Letters 92/9* (2004) 090401. 4 p.
112. Jakovác A, Patkós A, Szép Z, Szépfalusy P: $T$–$\mu$ phase diagram of the chiral quark model from a large flavor number expansion. *Physics Letters B 582* (2004) 179–186.
113. Herpay T, Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Mapping the boundary of the first order finite temperature restoration of chiral symmetry in the ($m_\pi$ – $m_K$)-plane with a linear sigma model. *Physical Review D 71* (2005) 125017. 15 p.
114. Jakovác A, Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: Analytic determination of the $T$–$\mu$ phase diagram of the chiral quark model. *Acta Physica Hungarica Heavy Ion Physics 22/3–4* (2005) 355–362.

115. Jakovác A, Patkós A, Szép Zs, Szépfalusy P: The nature of the soft excitation near the end-point of the QCD. In: Eskola K, Kajantie K, Kainulainen K, Rummukainen K (szerk.): *Strong and electroweak matter 2004.* Proceedings of the SEWM2004 meeting, World Scientific, Singapore (2005) 196–200. (ISBN: 981-256-135-8)
116. Kis-Szabó K, Szépfalusy P, Szirmai G: Static properties and spin dynamics of the ferromagnetic spin-1 Bose gas in a magnetic field. *Physical Review A 72* (2005) 023617. 8 p.
117. Szirmai G, Kis-Szabó K, Szépfalusy P: Phase separation of ferromagnetic spin-1 Bose gases in non-zero magnetic field. *European Physical Journal D 36* (2005) 281–287.
118. Csordás A, Szőke E, Szépfalusy P: Cluster states of fermions in the single l-shell model. *European Physical Journal D 42/1* (2007) 113–124.
119. Csordás A, Almásy O, Szépfalusy P: New universal quantities characterizing inhomogeneous Fermi gases at the Feshbach resonance. *Europhysics Letters 80/5* (2007) 50002. 7 p.
120. Kis-Szabó K, Szépfalusy P, Szirmai G: Phases of a polar spin-1 Bose gas in a magnetic field. *Physics Letters A 364/5* (2007) 362–367.
121. Sütő A, Szépfalusy P: Variational wave functions for homogenous Bose systems. *Physical Review A 77/2* (2008) 023606. 14 p.
122. Csordás A, Almásy O, Szépfalusi P: Gradient corrections to the local-density approximation for trapped superfluid Fermi gases. *Physical Review A 82/6* (2010) 063609.
123. Csordás A, Homa G, Szépfalusy P: Calculation of the even-odd energy difference in superfluid Fermi systems using the pseudopotential theory. *Europhysics Letters 97/3* (2012) 37005. 5 p.
124. Szirmai G, Szépfalusy P: Three-fluid hydrodynamics of spin-1 Bose–Einstein condensates. *Physical Review A 85/5* (2012) 053603. 9 p.
125. Sütő A, Szépfalusy P: Condensation of quasiparticles and density modulation beyond the superfluid critical velocity. *Physical Review A 88/4* (2013) 043640. 6 p.

# A BOSE–EINSTEIN-KONDENZÁCIÓTÓL AZ ATOMLÉZERIG

Szépfalusy Péter
ELTE TTK, Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék,
MTA Szilárdtestfizikai és Optikai Kutatóintézet
Csordás András
MTA–ELTE Statisztikus Fizikai Kutatócsoport

## Történeti áttekintés[1]

1924-ben *Bose* egy új típusú statisztikát vezetett be fotonokra és annak segítségével származtatta *Planck* 1900-ban felállított formuláját az eloszlásfüggvényre. Bose statisztikáját *Einstein* általánosította tömeggel rendelkező részecskékre.[2] Einstein felismerte, hogy rögzített $N$ részecskeszámú bozont tartalmazó rendszerben létezik egy $T_c$ kritikus hőmérséklet, amely alatt a termodinamikai határesetben a részecskék véges $N_0/N$ hányada foglalja el a legalacsonyabb energiájú állapotot. Einstein az ideális gázt vizsgálta és azt találta, hogy

$$N_0(T) = N_0(0)\left[1-\left(\frac{T}{T_c}\right)^{\frac{3}{2}}\right], \quad T \le T_c. \qquad (1)$$

Nyitott kérdés maradt, hogy a jelenség miként módosul a részecskék közötti kölcsönhatás következtében. *London* volt az első, aki egy kísérletileg megvalósított fázisátalakulásról, nevezetesen a héliumfolyadékban szuperfolyékony állapotra vezető fázisátalakulásról, 1938-ban feltételezte, hogy Bose–Einstein típusú kondenzáció eredménye. Másrészt viszont a szuperfolyékony állapot tulajdonságainak *Landau* által kidolgozott fenomenologikus elmélete (1941), amely a jelenségek egész skálájáról számot tudott adni, nem támaszkodott ilyen feltevésre. Csak *Bogoliubov* 1947-ben közzétett, ritka Bose-gázra alkalmazható elmélete nyitotta meg az utat a Bose–Einstein-kondenzációt feltételező, az ötvenes évek végétől óriási fejlődést felmutató mikroszkopikus elmélet és a Landau-féle fenomenologikus elmélet összekapcsolása előtt [1].

Az is kiderült azonban, először *O. Penrose* és *L. Onsager* [2] számítása szerint (1956-ban), hogy a He-atomok közötti viszonylag erős kölcsönhatás és a gázokéhoz képest a héliumfolyadék igen nagy sűrűsége miatt a Bose–Einstein-kondenzátumban lévő részecskék száma még zérus hőmérsékleten is csak a teljes részecskeszám kevesebb, mint 10%-át teszi ki. Problémát jelentett, hogy a kondenzátum létezésének meggyőző kísérleti kimutatása nagy akadályokba ütközött. Végül is a kondenzátum nagyságának közvetlen mérése csak 1998-ban, *Wyattnak* sikerült [3], ami az említett elméleti értékkel jól egyező eredményre vezetett.

Olyan Bose–Einstein-kondenzátum létrehozása, amely a rendszert alkotó atomok nagy részét tartalmazza sokáig reménytelen feladat maradt a várható rendkívül alacsony kritikus hőmérséklet miatt. A kritikus hőmérséklet megbecsléséhez használjuk fel a

---

Bakos J., Sörlei Zs., Varró S. (szerk.): *Fény-anyag kölcsönhatás, kvantumoptika. Az 5. Kvantumelektronikai Tavaszi Iskolán elhangzott előadások anyaga* című kötetben, 2000-ben megjelent cikk újraközlése.

Az ilyen témájú hazai kutatásokat az FKFP0159/1997, az OTKA T017493, T029552, F020094 pályázatok és az MTA–DFG 95. számú projektje részben támogatták.

[1] Az áttekintés atomok Bose–Einstein-kondenzációjára korlátozódik, és nem tér ki olyan fontos kapcsolatokra, mint a szupravezető állapot kialakulása, vagy az excitonok gázában bekövetkező fázisátalakulás.

[2] Az ilyen statisztikát követő részecskéket később nevezték el bozonoknak, amelyekről kiderült, hogy spinjük $\hbar$ egész számú többszöröse lehet. E tekintetben nem követjük az időrendet és a következőkben használjuk a bozon elnevezést.

homogén, nem-kölcsönható gáz modelljét! Vezessük be a termikus de Broglie-hullámhosszt

$$\lambda_{dB} = \left(\frac{2\pi\hbar^2}{m k_B T}\right)^{\frac{1}{2}},$$

ahol $m$ az atom tömege. Jelöljük a részecskesűrűséget $n$-nel! A nem-kölcsönható modell szerint Bose–Einstein-kondenzáció lép fel, ha $\lambda_{dB}$ összemérhető az átlagos részecsketávolsággal, pontosabban:

$$n\lambda_{dB}^3 > 2{,}6\ g; \quad g = 2s + 1,$$

$s$ a részecske spinje, amiből $T_c$-re kapjuk, hogy

$$T_c = 0{,}53\,\frac{2\pi\hbar^2}{m k_B}\left(\frac{n}{g}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

A részecskék közötti átlagos távolságot $10^{-4}$ cm-re becsülve (ami a kölcsönhatás feltételezett kis befolyásával összhangban van, hiszen az $10^{-6}$ cm nagyságrendű hatótávolsággal rendelkezik) $T_c$-re μK-nél lényegesen alacsonyabb érték adódik. A $T_c$ alatti jelenségek tanulmányozásához tehát igen alacsony hőmérsékletek elérése szükséges. Frontáttörést jelentett, hogy atomok gőzeit lézer segítségével μK hőmérséklet alá sikerült hűteni a ’80-as években. Ez irányú eredményeikért *Steven Chu, Claude Cohen-Tanudji* és *Bill Phillips* megkapta 1997-ben a Nobel-díjat. A hűtési folyamatot a mágneses csapdába zárt gáz párologtatásával tovább folytatva, 1995-ben létrehozták az első Bose–Einstein-kondenzátumot. Ez az eredmény robbanásszerű fejlődést indított el, ami a jelenségben rejlő hatalmas alapkutatási és alkalmazási lehetőségekkel magyarázható.

## Bose–Einstein-kondenzáció létrehozása gázokban

Az első három sikeres kísérlet *Eric Cornell* csoportjában a JILA-ban (Joint Institute for Laboratory Astrophysics) [4] $^{87}$Rb-mal, *Randy Hulet* csoportjában a Rice Egyetemen (Houston, Texas) $^7$Li-mal [5], illetve *Wolfgang Ketterle* csoportjában az MIT-n $^{23}$Na-mal történt [6]. Azóta számos kutatóhelyen sikerült kondenzátum létrehozása (Rowland Institute $^{23}$Na, Yale $^{87}$Rb, Texas $^{87}$Rb, Konstanz $^{87}$Rb, München $^{87}$Rb, NIST Gaithersburg $^{23}$Na, Paris $^{87}$Rb, Orsay $^{87}$Rb, Hannover $^{87}$Rb, Otago $^{87}$Rb, Sussex $^{87}$Rb). Újabb fejlemény, hogy 1998-ban *Kleppneréknek* az MIT-ban hidrogéngáz esetében sikerült kondenzátum kimutatása. Jelenleg intenzív kutatások folynak káliummal (Olaszország), a hélium triplett (metastabil) állapotával (Hollandia), illetve – a nagy technikai nehézségek miatt mérsékeltebb intenzitással – céziummal.

A kölcsönhatást az $s$-hullámú szórási hosszal jellemezhetjük az itt előforduló igen alacsony energiákon, és ennek előjelétől függően beszélünk taszító, illetve vonzó kölcsönhatásról. A Rice Egyetemen végzett kísérlet érdekességét az adja, hogy a $^7$Li atomok között a kölcsönhatás vonzó. Homogén rendszerben ilyenkor Bose–Einstein-kondenzáció nem léphet fel, mert a kondenzátum mechanikailag instabil. Csapdában tartott atomok esetében azonban a kísérlet szerint lehetséges Bose–Einstein-kondenzátumot létrehozni, de csak egy kritikus részecskeszám alatt ($N_0$ ~ 1000) a kondenzátumban. A továbbiakban azonban a vonzó kölcsönhatás esetével nem foglalkozunk.

Röviden ismertetjük a legelső kísérletben használt berendezés és eljárás jellemzőit. A [4] kísérletben lézerrel ~μK-re lehűtött, magneto-optikai csapdába zárt $^{87}$Rb atomok gázának hőmérsékletét párologtatásos hűtéssel tovább csökkentették. Ez a technika igen alkalmas alkáli atomok gázában, mivel azok jól hűthetők és befoghatók lézerrel, valamint alkáliakra a szórási hatáskeresztmetszet nagy, ami kedvező a párologtatásos hűtéshez.

$^{87}$Rb-ban egy elektron van a külső héjon, így az atom teljes impulzusmomentumát az elektron 1/2 spinje adja. A magspin 3/2. Ennek megfelelően az atom teljes spinje $F$ = 2 és $F$ = 1 lehet. Az atom eredő $\boldsymbol{\mu}_m$ mágneses momentumát azonban lényegében az elektron mágneses momentuma határozza meg, ami ellentétes irányú az elektron spinjével. Mágneses térben az atomi szintek $2F$+1 nívóra hasadnak fel (Zeeman-felhasadás). A [4] kísérletben két, úgynevezett anti-Helmholz tekerccsel kvadrupól mágneses teret hoztak létre az atomok befogására. Ez a tér a csapda közepétől távolodva növekszik. Ezért a mágneses csapdába befogható atomok azok, amelyek gyenge mágneses teret keresnek, azaz állapotaik $F$ = 2, $m_F$ = 2,1, illetve $F$ = 1, $m_F$ = −1. A csapda közepén a potenciál viselkedése kedvezőtlen, mert ott nagy a spinátfordulás valószínűsége. Ezért transzverzálisan egy kicsiny, forgó mágneses teret szuperponáltak a kvadrupól térre, amelynek paramétereit úgy állították be, hogy az atomok mozgásuk során gyakorlatilag az időben kiátlagolt teret érezzék (TOP-trap: Time Orbiting Potential). Így sikerült a kvadrupól tér közepén lévő „lyukat” betömni. A kísérletben az $F$ = 2, $m_F$ = 2 állapotot választották. A mágneses momentum mindenütt a mágneses tér irányába lett beállítva, így az atomok számára a csapda egy helytől függő potenciállal volt leírható. Ez a csapdapotenciál igen jó közelítéssel harmonikus potenciálnak vehető, nem csak ebben a kísérletben, hanem valamennyi kísérleti elrendezésnél. Az energiaviszonyok jellemzésére megjegyezzük, hogy az $F$ = 2 és $F$ = 1 hiperfinom nívók közti különbség GHz rendű, míg az alkalmazásra kerülő mágneses terekben a Zeeman-felhasadás nagyságrendje MHz.

## Nem-kölcsönható bozonok harmonikus potenciálban

A mágneses csapdák közös jellemzője, hogy a potenciál igen jó közelítéssel

$$V(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{2}m\omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2}m\omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2}m\omega_z^2 z^2. \quad (2)$$

A Bose–Einstein-kondenzációra vezető fázisátalakulás természetének bemutatásához először tekintsünk el az atomok közti kölcsönhatástól. A legegyszerűbb tárgyalást a nagykanonikus sokaság teszi lehetővé. Kritikus hőmérséklet felett a részecskék átlagos száma:

$$N = \sum_{n_x, n_y, n_z} \frac{1}{\exp\left[\beta\,(\varepsilon_{n_x n_y n_z} - \mu)\right] - 1}, \qquad (3)$$

ahol a szokásos jelölést használtuk: $\beta$ az inverz hőmérséklet és $\mu$ a kémiai potenciál. Az atomok energiaszintjei az (2) potenciálban:

$$\varepsilon_{n_x n_y n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\,\omega_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\,\omega_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right)\hbar\,\omega_z. \qquad (4)$$

Látható, hogy $\varepsilon_{n_x n_y n_z} > \mu$ egyenlőtlenségnek kell teljesülnie ahhoz, hogy (3) értelmes legyen. Rögzített $N$ mellett $\mu$ a hőmérséklettől függ, és a $0 \le T \le T_c$ hőmérséklet-tartományban

$$\mu \approx \mu_c = \hbar\,\frac{\omega_x + \omega_y + \omega_z}{2}.$$

Ekkor

$$N = N_0 + \sum_{n_x, n_y, n_z \neq 0} \frac{1}{\exp\left[\beta\,\hbar\,(\omega_x n_x + \omega_y n_y + \omega_z n_z)\right] - 1} \qquad (5)$$

alakot célszerű használni, ahol az alapállapotban lévő részecskék számát, $N_0$-t különválasztottuk. Ezek alkotják a Bose–Einstein-kondenzátumot. (5)-ben a diszkrét értékekre való összegzést integrállal közelítve $T_c$-re az $N_0 \to 0$, ha $T \to T_c{-}0$ feltételből

$$k_B T_c^0 = \hbar\,\bar{\omega}\left(\frac{N}{\zeta(3)}\right)^{\frac{1}{3}} \sim N^{1/3} \qquad (6)$$

adódik ($\zeta(n)$ a Riemann-féle zéta-függvény). Ugyanebben a közelítésben $T < T_c^0$-re a kondenzált részecskék száma

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c^0}\right)^3 \qquad (7)$$

szerint változik. A diszkrét esetben az átalakulás egy véges hőmérséklet-tartományban megy végbe, amely azonban nagy részecskeszám esetén olyan szűk, hogy célszerűen beszélhetünk a kritikus $T_c$ hőmérsékletről.

Zérus hőmérsékleten $N_0 = N$, a rendszer alapállapotban van, aminek hullámfüggvénye:

$$\phi\,(\boldsymbol{r}_1,\ \ldots,\ \boldsymbol{r}_n) = \prod_i \phi_0(\boldsymbol{r}_i),$$

*1. táblázat*

**A [4] és [6] kísérlet karakterisztikus adatai**

| | JILA TOP csapda [4] (1995) | MIT „lóhere”-csapda [7] (1996) |
|---|---|---|
| $\omega_z$ | $2\pi \times 208$ Hz | $2\pi \times 18$ Hz |
| $\omega_\perp$ | $\omega_z \cdot 8^{-1/2}$ | $2\pi \times 320$ Hz |
| $d_\perp$ | 1,25 μm | 1,7 μm |
| $d_z$ | 0,74 μm | 7,0 μm |
| $T_c$ | 170 nK | 2 μK |

ahol

$$\phi_0(\boldsymbol{r}) = \left(\frac{m\,\bar{\omega}}{\pi\,\hbar}\right)^{\frac{3}{4}} \exp\left[-\frac{m}{2\,\hbar}\left(\omega_x x^2 + \omega_y y^2 + \omega_z z^2\right)\right], \qquad (8)$$

itt $\bar{\omega} = \left(\omega_x\,\omega_y\,\omega_z\right)^{\frac{1}{3}}$.

Az alapállapoti sűrűség, $n(\boldsymbol{r}) = N\,|\,\phi_0(\boldsymbol{r})\,|^2$, arányos $N$-nel, míg a kondenzátum mérete független $N$-től. A kísérletekben alkalmazott axiálszimmetrikus esetben ($\omega_x = \omega_y = \omega_\perp$) a két irányban a Gauss-függvény alakú kondenzátum kiterjedése a $z$ és az arra merőleges irányban

$$d_z = \left(\frac{\hbar}{m\,\omega_z}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{illetve} \quad d_\perp = \left(\frac{\hbar}{m\,\omega_\perp}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Mint láttuk, véges hőmérsékleten csak a bozonok egy része van alapállapotban, a többi termikusan oszlik el a gerjesztett állapotok között. Ez a termikus felhő kiterjedtebb, mint az alapállapot. Közelítőleg Maxwell–Boltzmann-eloszlást véve a felhő sűrűsége

$$\propto \exp\left[-\frac{V(\boldsymbol{r})}{k_B\,T}\right],$$

amelynek átlagos szélessége

$$\sim \bar{d}\left(\frac{k_B\,T}{\hbar\,\bar{\omega}}\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{ahol} \quad \bar{d} = \left(\frac{\hbar}{m\,\bar{\omega}}\right).$$

A [4] és [6] kísérlet karakterisztikus adatait az *1. táblázat* tartalmazza.

## A kölcsönhatás figyelembevétele

Az ideálisgáz-modell jó közelítést ad a $T_c$ hőmérséklet közelében, mert ott kicsi a részecskesűrűség. Így (6) általában megfelelő pontosságú eredményt ad a kritikus hőmérsékletre. Sőt a kondenzált részecskék számát (7) a mérési pontosságon belül adta meg egészen az elért legalacsonyabb hőmérsékletekig. Más a helyzet azonban a kondenzátum kiterjedését és dinamikáját nézve, ezek tekintetében a kölcsönhatásnak meghatározó szerepe van. A következőkben a kondenzátum tulajdonságait vizsgáljuk zérus hőmérsékleten.

A kölcsönhatást is figyelembe véve a Hamilton-operátor

$$\hat{H} = \sum_{i=1}^{N} \left( -\frac{\hbar^2}{2\,m} \nabla_i + V(\boldsymbol{r}_i) \right) + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j = 1}^{N} v(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{r}_j) \tag{9}$$

alakú. Az energia átlagértéke függetlenrészecske-közelítésben a

$$\Psi(\boldsymbol{r}_1, \ldots, \boldsymbol{r}_N) = \prod_{i=1}^{N} \varphi(\boldsymbol{r}_i)$$

hullámfüggvénnyel

$$\begin{aligned} \langle \Psi, \hat{H}\Psi \rangle &= -N \frac{\hbar^2}{2\,m} \int \mathrm{d}^3 r\, \varphi^*(\boldsymbol{r})\, \Delta \varphi(\boldsymbol{r}) + \\ &+ N \int \mathrm{d}^3 r\, \varphi^*(\boldsymbol{r})\, V(\boldsymbol{r})\, \varphi(\boldsymbol{r}) + \\ &+ \frac{N(N-1)}{2} \int \mathrm{d}^3 r\, \mathrm{d}^3 r'\, \varphi^*(\boldsymbol{r}) \varphi^*(\boldsymbol{r}')\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\, \varphi(\boldsymbol{r}) \varphi(\boldsymbol{r}'). \end{aligned} \tag{10}$$

A $\varphi(\boldsymbol{r})$ egyrészecske hullámfüggvényeket a

$$\delta \left[ \langle \Psi, \hat{H}\Psi \rangle - E \langle \Psi, \Psi \rangle \right] = 0 \tag{11}$$

variációs elvből határozhatjuk meg, ahol $E$ a $\Psi$ normáltsága miatt fellépő Lagrange-multiplikátor. A számítás eredménye: bevezetve $\mu = E/N$-t, $\Psi_0(\boldsymbol{r}) = N^{1/2} \varphi(\boldsymbol{r})$-t,

$$\int \mathrm{d}^3 r\, |\Psi_0(\boldsymbol{r})|^2 = N, \tag{12}$$

$\Psi_0$-ra kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} &\left( -\frac{\hbar^2}{2\,m} \Delta + V(\boldsymbol{r}) \right) \Psi_0(\boldsymbol{r}) + \\ &+ \left( 1 - \frac{1}{N} \right) \int \mathrm{d}^3 r'\, v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\, |\Psi_0(\boldsymbol{r}')|^2\, \Psi_0(\boldsymbol{r}) = \\ &= \mu\, \Psi_0(\boldsymbol{r}). \end{aligned} \tag{13}$$

Nagy részecskeszám esetén az $1/N$-es tag elhanyagolható.

A kísérletben, illetve a későbbi kísérletekben a még kondenzátum legsűrűbb részén is az átlagos részecsketávolság nagyságrendekkel volt nagyobb, mint a tipikus atomi-kétrészecske kölcsönhatások karakterisztikus hatótávolsága. Minthogy az ütköző atomok energiája igen kicsi, a $v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')$ kölcsönhatást a

$$v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') = v\, \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}') \tag{14}$$

kontaktpotenciállal helyettesíthetjük, ahol

$$v = \frac{4\pi\, \hbar^2\, a}{m},$$

$a$ pedig az $s$-hullám szórási hossz.

A fentiek figyelembevételével (13)-ból kapjuk a Gross–Pitaevskii-egyenletet:

*2. táblázat*

**A [4] és [6] kísérletek néhány jellemző adata**

| | JILA TOP-csapda [4] (1995) | MIT „lóhere”-csapda [7] (1996) |
|---|---|---|
| $N_0$ (max) | 2000 $^{87}$Rb | $5 \cdot 10^6$ $^{23}$Na |
| $a$ | 10 nm | 4,9 nm |
| kiterjedés $z$ irányban | 1,44 μm | 300 μm |
| kiterjedés ⊥ irányban | 4,05 μm | 17 μm |
| $n_0(0)$ | | $3 \cdot 10^{14}$ cm$^{-3}$ |

$$\begin{aligned} \left[ -\frac{\hbar^2}{2\,m} \Delta + V(\boldsymbol{r}) + v\, |\Psi_0(\boldsymbol{r})|^2 \right] \Psi_0(\boldsymbol{r}) &= \mu\, \Psi_0(\boldsymbol{r}); \\ n_0(\boldsymbol{r}) &= |\Psi_0(\boldsymbol{r})|^2. \end{aligned} \tag{16}$$

Ez egy nemlineáris Schrödinger-egyenlet $\Psi_0$-ra és a $\mu$ kémiai potenciálra a (12) normálás mellett. $\Psi_0$-t szokás a kondenzátum hullámfüggvényének tekinteni.

A ritkagáz-közelítés jóságát kontrolláló dimenziótlan paraméter az $n a^3$, úgynevezett gázparaméter, ahol $n$ a gáz átlagos sűrűsége. Ez a kísérletekben mindig kisebb mint $10^{-3}$. Ez nem jelenti azt, hogy a kölcsönhatás elhanyagolható. Megbecsülhető, hogy

$$\frac{E_{int}}{E_{kin}} \propto \frac{N\,|a|}{\bar{d}} \equiv \eta. \tag{17}$$

Ha $N$ elegendően nagy $\eta \gg 1$ lehet akkor is, ha $a/\bar{d}$ kicsi. A JILA-kísérletben $\eta > 10$, az MIT-kísérletben pedig $10^3$-$10^4$. Nagy kondenzátum esetén az úgynevezett Thomas–Fermi-közelítés alkalmazható, ami a kinetikus energia operátorának elhanyagolását jelenti a Gross–Pitaevskii-egyenletben. Ekkor $\Psi_0$-ra algebrai egyenlet adódik:

$$n_0(\boldsymbol{r}) \equiv |\Psi_0(\boldsymbol{r})| = \frac{1}{v} \left[ \mu - V(\boldsymbol{r}) \right] \Theta\big(\mu - V(\boldsymbol{r})\big), \tag{18}$$

ahol a $\Theta$ függvény biztosítja, hogy $n_0 \geq 0$.

A [4] és [6] kísérletek néhány jellemző adatát a *2. táblázat* mutatja. Látjuk, hogy a kondenzátum kiterjedése lényegesen nagyobb lehet, mint az oszcillátor-alapállapoté. Vagyis a kölcsönhatás, bármilyen gyenge is az, a kondenzátum számára meghatározó.

Az ebben a fejezetben alkalmazott közelítés azt is feltételezte, hogy valamennyi részecske a kondenzátumban van. Kölcsönható részecskék rendszerében ez természetesen egzaktul nem teljesülhet. A pontosabb számítás szerint azonban az itt tárgyalt rendszerek esetében a kondenzátumon kívüli részecskék száma alapállapotban nem haladja meg az 1-2%-ot.

Más típusú korrekciót jelentenek a kondenzátumban jelenlevő kvantum-fluktuációk. Ezek azt eredményezik, hogy a kondenzátumamplitúdó „squeezed” állapotban van, vagyis $\Psi_0$ fázisának fluktuációi nagyok. Ez az itt tárgyalt kérdéseknél nem jelent problémát.

## Kvantum hidrodinamika[3]

A kondenzátum alacsonyenergiás gerjesztéseire *Stringari* [8] származtatta a hidrodinamikai hullámegyenletet a következő meggondolásokkal. Induljunk ki a (16) Gross–Pitaevskii-egyenlet általánosításából

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi_0(\boldsymbol{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(\boldsymbol{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}|\Psi_0(\boldsymbol{r}, t)|^2\right]\Psi_0(\boldsymbol{r}, t), \tag{19}$$

amely a $\delta S = 0$,

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \mathrm{d}t \langle \Psi(t) | i\hbar\frac{\partial}{\partial t} - \hat{H} | \Psi(t)\rangle, \quad \delta\Psi(t_1) = \delta\Psi(t_2) = 0 \tag{20}$$

variációs elvből kapható és a kondenzátum hullámfüggvényének időbeli változását írja le. Ebből a kondenzátum

$$n_0(\boldsymbol{r}, t) = |\Psi_0(\boldsymbol{r}, t)|^2$$

sűrűségére, illetve a

$$\boldsymbol{v}(\boldsymbol{r}, t) = \frac{\Psi_0^* \nabla\Psi_0 - \Psi_0 \nabla\Psi_0^*}{2\, i\, m\, n_0(\boldsymbol{r}, t)}$$

sebességterére a következő mozgásegyenleteket írhatjuk fel:

$$\frac{\partial}{\partial t} n_0 + \nabla(\boldsymbol{v}\, n_0) = 0 \tag{21}$$

(kontinuitási egyenlet), illetve

$$m\frac{\partial}{\partial t}\boldsymbol{v} + \nabla\left(\frac{1}{2}m\boldsymbol{v}^2 + V(\boldsymbol{r}) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m}n_0 - \frac{\hbar^2}{2m\sqrt{n_0}}\Delta\sqrt{n_0}\right) = 0. \tag{22}$$

Az egyensúlyi esetben $\boldsymbol{v} = 0$, $n_0(\boldsymbol{r}, t) = n_0(\boldsymbol{r})$. Vegyük $n_0(\boldsymbol{r})$-t a (18) Thomas–Fermi-közelítésben, azaz nagy kondenzátumot tételezünk fel, és (22)-ben hanyagoljuk el az utolsó, „kvantumnyomás” tagot. Az $n_0(\boldsymbol{r})$ és $\boldsymbol{v} = 0$ körül linearizált (21) és (22) egyenletekből, ha $\delta\boldsymbol{v}$-t elimináljuk, egy hullámegyenletet kapunk a $\delta n(\boldsymbol{r}, t)$-ra. Ennek megoldását

$$\delta n(\boldsymbol{r}, t) = \exp(\pm i\,\omega\, t)\,\delta n(\boldsymbol{r})$$

alakban keresve az $\omega$ frekvenciájú módusra a következő sajátérték-egyenletet kapjuk:

$$\hbar^2\omega^2\,\delta n = \hat{H}^2_{hyd}\,\delta n, \quad \hat{H}^2_{hyd} = -\frac{\hbar^2}{m}\nabla\big(\mu - V(\boldsymbol{r})\big)\,\Theta\big(\mu - V(\boldsymbol{r})\big)\nabla, \tag{23}$$

(18), (23) egyenletek megoldása $V(\boldsymbol{r}) = 0$ homogén rendszerben

$$\omega = c\,k, \quad c = \sqrt{\frac{n_0\, v}{m}}$$

a Bogoliubov által talált fononspektrum. Érvényességi feltétele

$$k < \sqrt{8\pi\, n\, a}\,.$$

Nagyobb $k$ értékekre az elhanyagolt kvantumnyomástag járuléka lényegessé válik. Általában is igaz, hogy (23) az alacsony energiájú gerjesztéseket írja le helyesen. A következőkben vizsgáljuk a háromdimenziós harmonikus oszcillátor csapdapotenciál esetét! Izotróp esetben ($\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega_0$) $L^2$ és $L_z$ kommutál $\hat{H}^2_{hyd}$-val, ezért $l$ és $m$ jó kvantumszámok, és mint gömbszimmetrikus problémák esetén a gerjesztési spektrum nem függ $m$-től. Stringari a következő diszperziós összefüggést találta:

$$\omega^2(n, l) = \omega_0^2\big(2n^2 + 2\,n\,l + 3\,n + l\big), \quad \text{itt } n,\ l = 0,\ 1,\ \ldots, \tag{24}$$

ahol $n$ a gerjesztések radiális kvantumszáma.

Az axiálszimmetrikus esetben Stringari [8] megadta néhány módus frekvenciáját. Az általános megoldás [9, 10]-ben történt. A [9] cikkben a szerzők kimutatták, hogy a (23) hidrodinamikai egyenlet forgásszimmetrikus elliptikus koordinátákban teljesen szeparálható. A kísérletekben alkalmazott, csak a $z$-tengely körüli forgásszimetrikus csapdapotenciál ($\omega_x = \omega_y = \omega_\perp$) esetén $L_z$ kommutál $\hat{H}^2_{hyd}$-val, tehát $\hat{H}^2_{hyd}$ mellett megmaradó mennyiség operátora.

Létezik azonban egy harmadik, velük kommutáló operátor:

$$\hat{B} = -\frac{m\,\omega_\perp^2}{2\mu}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) - \frac{m\,\omega_z^2}{2\mu}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \boldsymbol{r}\,\nabla(\boldsymbol{r}\,\nabla + 3), \tag{25}$$

aminek spektruma $(n + |m|)(n + |m| + 3)$, ahol $n = 0, 1, \ldots$. Rögzített $n$, $m$ mellett a gerjesztések egy további, egész értéket felvevő $j$ kvantumszámmal jellemezhetők, ami a $j = 0, 1, \ldots, [n/2]$ értékeket veheti fel. Az első néhány hidrodinamikai kvázirészecske gerjesztés $\omega(n, j, m)$ frekvenciája:

[3] Zérus hőmérsékleten hidrodinamikáról akkor beszélhetünk, ha a gerjesztések karakterisztikus hossza sokkal nagyobb, mint az átlagos részecsketávolság.

$$\omega^2(0,0,m) = \omega_z^2\,|m|\,\lambda,$$

$$\omega^2(1,0,m) = \omega_z^2(1+|m|\,\lambda),$$

$$\omega^2(2,j,m) = \omega_z^2\Bigg(\frac{3}{2}+2\,(|m|+1)\,\lambda \pm \pm\frac{1}{2}\Big[9-4\,(|m|+4)\,\lambda + + 4\,(|m|+2)^2\,\lambda^2\Big]\Bigg)^{\frac{1}{2}}, \tag{26}$$

$$\omega^2(3,j,m) = \omega_z^2\Bigg(\frac{7}{2}+2\,(|m|+1)\,\lambda \pm \pm\frac{1}{2}\Big[25+4\,(|m|-4)\,\lambda + + 4\,(|m|+2)^2\,\lambda^2\Big]\Bigg)^{\frac{1}{2}},$$

ahol $\lambda = (\omega_\perp/\omega_z)^2$.

Megjegyezzük, hogy teljesen anizotróp harmonikus oszcillátor csapdapotenciál esetén ($\omega_x \neq \omega_y \neq \omega_z$) már $\hat{L}_z$ sem megmaradó mennyiség operátora. Azonban a hidrodinamikai egyenlet általános elliptikus koordinátákban szeparálható marad [11]. Megtalálhatók azon egymással kommutáló operátorok, amelyek sajátértékei a szeparációs konstansok. Ezek közül egyik $\hat{H}^2_{hyd}$, egy másik a fenti $\hat{B}$ triviális módosításával kapható. Létezik továbbá egy kvadratikus deriváltakat tartalmazó harmadik operátor, amely ezen általános eset egy szimmetriaoperátora. Ennek az esetnek is van kísérleti relevanciája. Az NIST-ben (National Institute of Standard, Gaithersburg) olyan harmonikus oszcillátor csapdapotenciált használtak a nátriumatomokból álló kondenzátum összetartására, amely teljesen anizotróp volt.

A módusok meghatározására magasabb energiákon a függelékben ismertetett Bogoliubov-egyenletek szolgálnak. A mérési eredményekkel való összehasonlításról a következő fejezetekben lesz szó.

## Főbb kísérleti eredmények a Bose–Einstein kondenzált gázokkal és elméleti hátterük (1995–1999)

Bevezetésként megjegyezzük, hogy tekintettel az óriási ütemű fejlődésre az irodalomjegyzék távolról sem lehet teljes. További referenciák számára három összefoglaló cikkre utalunk: [12–14].

1. Kondenzált részecskék száma:
   kísérlet: [15],
   elmélet: [16, 17].
2. Elemi gerjesztések energiája és csillapodása:
   kísérlet: [18–22],
   elmélet:
   a. energia: [23–37],
   b. csillapodás: [38–45].
3. Kétkomponensű kondenzátum:
   kísérlet: [46–49],
   elmélet: [50–53].
4. Kondenzátumok interferenciája:
   kísérlet: [54],
   elmélet: [55–57].
5. Optikai csapda:
   kísérlet: [58–60],
   elmélet: [61].
6. A kondenzátum kialakulásának dinamikája:
   kísérlet: [62],
   elmélet: [63–66].
7. Feshbach-rezonancia:
   kísérlet: [67, 68]
   elmélet: [69–73].
8. Elméleti munkák, amelyek kísérleti vizsgálatot motiválhatnak:
   a. hidrodinamikai módusok ($T > 0$): [74, 75] (és hivatkozások ezekben),
   b. rugalmatlan fényszórás: [35, 76, 77].

## Atomlézer

Az előző fejezetben szerepelt több téma is szoros kapcsolatban van az atomlézer problémájával (például kondenzátumok interferenciája; kondenzátum kialakulása, tekintettel az ott meghatározó szerepet játszó Bose-faktorra), azokat akár ide is lehetne sorolni.

a. Kísérlet: [78, 79],
b. elmélet: [12, 80] (és hivatkozások ezekben).

## Függelék

### Mikroszkopikus elmélet (Bogoliubov-egyenletek)

A csapdapotenciál explicit térfüggése miatt a homogén rendszerben impulzustérben származtatott Bogoliubov-egyenleteket most valós térben kell felírni. Az (9)-nek megfelelő másodkvantált Hamilton-operátor:

$$\hat{H} = -\int \hat{\Psi}^+(\boldsymbol{r})\,\frac{\hbar^2}{2\,m}\,\Delta\hat{\Psi}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}^3r + \int \hat{\Psi}^+(\boldsymbol{r})\,V(\boldsymbol{r})\,\hat{\Psi}(\boldsymbol{r})\,\mathrm{d}^3r + \frac{1}{2}\int \hat{\Psi}^+(\boldsymbol{r})\,\hat{\Psi}^+(\boldsymbol{r}')\,v(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')\,\hat{\Psi}(\boldsymbol{r})\hat{\Psi}(\boldsymbol{r}')\,\mathrm{d}^3r\,\mathrm{d}^3r', \tag{27}$$

ahol $\hat{\Psi}(\boldsymbol{r})$ Bose-típusú téroperátor a szokásos kommutátorral:

$$\Big[\hat{\Psi}(\boldsymbol{r}),\hat{\Psi}^+(\boldsymbol{r}')\Big] = \delta(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'). \tag{28}$$

A téroperátor mozgásegyenlete:

$$i\,\hbar\frac{\partial}{\partial t}\,\hat{\Psi}(\boldsymbol{r},t) = \Big[\hat{\Psi}(\boldsymbol{r},t),\hat{H}-\mu\,\hat{N}\Big], \tag{29}$$

ahol $\hat{N}$ a részecskeszám operátora:

$$\hat{N} = \int \hat{\Psi}^{+}(\boldsymbol{r}, t)\, \hat{\Psi}(\boldsymbol{r}, t)\, \mathrm{d}^3 r, \tag{30}$$

$\mu$ pedig a kémiai potenciál. A Bose-kondenzáció kritikus hőmérséklete alatt (így zérus hőmérsékleten is) a téroperátor várható értéke zérustól különböző, amit a téroperátorban egy $C$-számfüggvénnyel érdemes leválasztani:

$$\hat{\Psi} = \Psi_0 + \hat{\Phi}. \tag{31}$$

$\Psi_0$ a kondenzátum hullámfüggvénye, ami a kondenzátumban lévő részecskék $N_0$ számára normált:

$$\int |\Psi_0|^2\, \mathrm{d}^3 r = N_0. \tag{32}$$

A kondenzátum feletti részecskéket leíró $\hat{\Phi}$ operátor szintén a szokásos Bose-kommutációs szabályokat követi:

$$\left[\hat{\Phi}(\boldsymbol{r}), \hat{\Phi}^{+}(\boldsymbol{r}')\right] = \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'). \tag{33}$$

A továbbiakban a kétrészecske-potenciált

$$v(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}') = v\, \delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')$$

alakúnak vesszük, ahol

$$v = \frac{4 \pi\, \hbar^2 a}{m}.$$

Bogoliubov-közelítésben a (29) egyenletbe helyettesítjük a (31) felbontást és $\hat{\Phi}$-ben másod és harmadfokú tagokat elhanyagoljuk. A $\hat{\Phi}$-től nem függő tagok adják a korábban már (16)-ban felírt Gross–Pitaevskii-egyenletet. A (29) téroperátor-mozgásegyenletben a $\hat{\Phi}$-ben elsőrendű tagok a

$$\begin{aligned} i \hbar \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial t} &= \\ &= \left( - \frac{\hbar^2}{2\, m} \Delta + U(\boldsymbol{r}) - \mu + 2\, |K(\boldsymbol{r})| \right) \hat{\Phi} + K \hat{\Phi}^{+} \end{aligned} \tag{34}$$

mozgásegyenletet adják, ahol

$$K(\boldsymbol{r}) \equiv \frac{4 \pi\, \hbar^2 a}{m} \Psi_0^2(\boldsymbol{r}). \tag{35}$$

Ez az egyenlet a

$$\begin{aligned} \hat{\Phi} = \sum_{j \neq 0} \Big[ & u_j(\boldsymbol{r})\, \hat{\alpha}_j \exp(-i\, \omega_j\, t) - \\ & - v_j^*(\boldsymbol{r})\, \hat{\alpha}_j^{+} \exp(i\, \omega_j\, t) \Big] \end{aligned} \tag{36}$$

transzformációval szétesik módusokra, ahol $\hbar\, \omega_j = E_j$ a módusok energiája, $\hat{\alpha}_j$-k Bose kommutációs szabályok szerinti (tértől és időtől már nem függő) eltüntető operátorok.

Ez természetesen csak akkor igaz, ha az $u_j(\boldsymbol{r})$ és $v_j(\boldsymbol{r})$ függvények nem tetszőlegesek, hanem ha kielégítik a valós térben felírt

$$\begin{pmatrix} \hat{H}_{HF} & -K \\ -K^* & \hat{H}_{HF} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} = E_j \begin{pmatrix} u_j \\ -v_j \end{pmatrix} \tag{37}$$

kétkomponensű Bogoliubov-egyenleteket a

$$\int \mathrm{d}^3 r \left( u_j\, u_i^* - v_j\, v_i^* \right) = \delta_{ij},$$

$$\int \mathrm{d}^3 r \left( u_j\, v_i - v_j\, u_i \right) = 0$$

normálás mellett. A $\hat{H}_{HF}$-operátor:

$$\hat{H}_{HF} = - \frac{\hbar^2}{2\, m} \Delta + U(\boldsymbol{r}) + 2\, |K(\boldsymbol{r})| - \mu. \tag{38}$$

Az $\hat{\alpha}_j^{+}$ operátorok az $E_j$ energiájú, kondenzátum feletti kvázirészecske-állapotok keltő operátorai. A $j = 0$ esetben a diagonalizálás nem végezhető el a (36) transzformációval. Ez a járulék a kondenzátum fázisának diffúziójára vezet, ami ebben a közelítésben az elemi gerjesztések spektrumától független [81, 82].

Bogoliubov-közelítésben először meg kell oldani a Gross–Pitaevskii-egyenletet $\Psi_0$-ra. Ezt a Bogoliubov-egyenletekbe írva a következő lépés, hogy alkalmasan választott bázison a (37) egyenleteket diagonalizáljuk. A sajátértékek adják a kvázirészecske-energiákat, a sajátvektorokból pedig kiszámítjuk az $u_j$ és $v_j$ függvényeket. Véges hőmérsékleten a probléma még lényegesen bonyolultabbá válik, mert a Gross–Pitaevskii-egyenletben és a Bogoliubov-egyenletekben is megjelenik a termikusan gerjesztett részecskék sűrűsége. Az irodalomban számos módszert dolgoztak ki a numerikus probléma kezelésére [23, 30, 36].

Irodalom


1. A. Griffin: *Excitations in a Bose-Condensed Liquid.* Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
2. O. Penrose, L. Onsager, *Phys. Rev. 104* (1956) 576.
3. A. F. G. Wyatt, *Nature 391* (1998) 56.
4. M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wiemann, E. A. Cornell, *Science 269* (1995) 198.
5. C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, R. G. Hulet, *Phys. Rev. Lett. 75* (1995) 1687.
6. K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. D. Durfee, D. M. Kurn, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 75* (1995) 3969.
7. M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 416.
8. S. Stringari, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 2360.
9. M. Fliesser, A. Csordás, P. Szépfalusy, R. Graham, *Phys. Rev. A56* (1997) R2533.
10. P. Öhberg, E. L. Surkov, I. Tittonen, S. Stenholm, M. Wilkens, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A56* (1997) R3346.
11. A. Csordás, R. Graham, *Phys. Rev. A59* (1999) 1477.
12. A. S. Parkins, D. F. Walls, *Physics Reports 303* (1998) 1.
13. F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, cond-mat/9806038.
14. E. A. Cornell, J. R. Ensher, C. E. Wieman, cond-mat/9903109.
15. J. R. Ensher, D. S. Jin, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 4984.

16. C. Herzog, M. Olshanii, *Phys. Rev. A55* (1997) 3254.
17. A. Minguzzi, S. Conti, M. P. Tosi, *J. Phys. C9* (1997) L33.
18. D. S. Jin, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 420.
19. M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 77* (1997) 988.
20. D. S. Jin, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 764.
21. M. R. Andrews, D. M. Kurn, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, C. G. Townsend, S. Inouye, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 79* (1997) 553.
22. D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, S. Inouye, M. R. Andrews, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 81* (1998) 500.
23. M. Edwards, P. A. Ruprecht, K. Burnett, R. J. Dodd, C. W. Clark, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 1671.
24. P. A. Ruprecht, M. Edwards, K. Burnett, C. W. Clark, *Phys. Rev. A54* (1996) 4178.
25. K. G. Singh, D. S. Rokshar, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 1667.
26. L. You, W. Hoston, M. Lewenstein, *Phys. Rev. A55* (1997) R1581.
27. A. Smerzi, S. Fantoni, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 3589.
28. F. Dalfovo, S. Giorgini, M. Guilleumas, L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *Phys. Rev. A56* (1997) 3840.
29. B. D. Esry, *Phys. Rev. A55* (1997) 1147.
30. D. A. W. Hutchinson, E. Zaremba, A. Griffin, *Phys. Rev. Lett. 78* (1996) 1842.
31. J. F. Dobson, *Phys. Rev. Lett. 73* (1994) 2244.
32. A. L. Fetter, D. Rokshar, *Phys. Rev. A57* (1998) 1191.
33. M. Fliesser, A. Csordás, R. Graham, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A56* (1997) 4879.
34. A. Csordás, R. Graham, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A56* (1997) 5179.
35. A. Csordás, R. Graham, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A57* (1998) 4669.
36. J. Reidl, A. Csordás, R. Graham, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A59* (1999) 3816. és cond-mat/9811012.
37. M. J. Bijslma, H. T. C. Stoof, cond-mat/9902065.
38. P. Szépfalusy, I. Kondor, *Ann. Phys. (N.Y.) 82* (1974) 1.
39. W. V. Liu, *Phys. Rev. Lett. 79* (1997) 4056.
40. L. P. Pitaevskii, S. Stringari, *Phys. Lett. A235* (1997) 398.
41. H. Shi, A. Griffin, *Physics Reports 304* (1998) 1.
42. S. Giorgini, *Phys. Rev. A57* (1998) 2949.
43. P. O. Fedichev, G. V. Slyapnikov, J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. Lett. 80* (1998) 2269.
44. Gy. Bene, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A58* (1998) R3391.
45. S. Choi, S. A. Morgan, K. Burnett, *Phys. Rev. A57* (1998) 4057.
46. C. J. Myatt, E. A. Burt, R. W. Ghrist, E. A. Cornell, C. E. Wiemann, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 586.
47. D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett. 81* (1998) 1539.
48. D. S. Hall, M. R. Matthews, C. E. Wieman, E. A. Cornell, *Phys. Rev. Lett. 81* (1998) 1543.
49. J. Williams, R. Walser, J. Cooper, E. Cornell, M. Holland, cond-mat/9806337.
50. H. Pu, N. P. Bigelow, *Phys. Rev. Lett. 80* (1999) 1130.
51. H. Pu, N. P. Bigelow, *Phys. Rev. Lett. 80* (1999) 1134.
52. J. I. Cirac, M. Lewenstein, K. Mølmer, P. Zoller, *Phys. Rev. A57* (1998) 1208.
53. B. D. Esry, C. H. Greene, J. P. Burke Jr., J. L. Bohn, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 3594.
54. M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, W. Ketterle, *Science 275* (1997) 637.
55. M. Naraschewski, A. Schenzle, H. Wallis, *Phys. Rev. A56* (1997) 603.
56. H. Steck, M. Naraschewski, H. Wallis, *Phys. Rev. Lett. 80* (1998) 1.
57. M. Naraschewski, R. J. Glauber, cond-mat/9806362.
58. D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, J. Stenger, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 80* (1998) 2027.
59. J. Stenger, S. Inouye, D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, W. Ketterle, cond-mat/9901072.
60. D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H.-J. Miesner, W. Ketterle, cond-mat/9902301.
61. Tin-Lun Ho, *Phys. Rev. Lett. 81* (1998) 742.
62. H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, D. S. Durfee, S. Inouye, W. Ketterle, *Science 279* (1998) 1005.
63. Yu. Kagan, E. L. Surkov, G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A55* (1997) R18.
64. H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 768.
65. C. W. Gardiner, P. Zoller, R. J. Ballagh, M. J. Davis, *Phys. Rev. Lett. 79* (1997) 1793.
66. C. W. Gardiner, M. D. Lee, R. J. Ballagh, M. J. Davis, P. Zoller, cond-mat/9801027.
67. S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, W. Ketterle, *Nature 392* (1998) 151.
68. J. Sterger, S. Inouye, M. R. Andrews, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, W. Ketterle, cond-mat/9901056.
69. K. Burnett, *Nature 392* (1998) 125.
70. A. J. Moerdijk, B. J. Verhaar, A. Axelson, *Phys. Rev. A51* (1995) 4852.
71. H. M. J. M. Boesten, J. M. Vogels, J. G. C. Templaars, B. J. Verhaar, *Phys. Rev. A54* (1996) R3726.
72. J. M. Vogels, C. C. Tsai, R. S. Freeland, S. J. J. M. F. Kokkelmans, B. J. Verhaar, D. J. Heinzen, *Phys. Rev. A56* (1997) 1067.
73. E. Timmermans, P. Tommasini, R. Côté, M. Hussein, A. Kerman, cond-mat/9805323.
74. Milena Imamović-Tomasović, A. Griffin, cond-mat/9812281.
75. E. Zaremba, T. Nikuni, A. Griffin, cond-mat/9903029.
76. A. Csordás, R. Graham, P. Szépfalusy, *Phys. Rev. A54* (1996) R2543.
77. E. Timmermans, P. Tomassini, cond-mat/9707319.
78. M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, W. Ketterle, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 582.
79. I. Bloch, Th. W. Hänsch, T. Esslinger, cond-mat/9812258.
80. R. Graham, D. F. Walls, cond-mat/9902153.
81. M. Lewenstein, L. You, *Phys. Rev. Lett. 77* (1996) 3489.
82. A. I. Imamoglu, M. Lewenstein, L. You, *Phys. Rev. Lett. 78* (1997) 2511.



SZÁMÍTUNK RÁD, LÉGY A FIZIKA BARÁTJA!

1%

Támogasd adód 1%-ával az Eötvös Társulatot!

Adószámunk: 19815644-2-41

# KOCKÁZAT ÉS BIZTONSÁG

Makai Mihály
MTA Energiatudományi Kutatóközpont

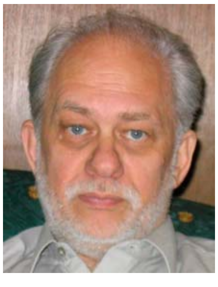
Egy modern üzem működése technikai berendezések hierarchiájának együttműködését kívánja meg. A berendezések együttműködését modellezni lehet. Az atomreaktorok biztonságos működését is modellek biztosítják. Ezek a modellek tartalmaznak paramétereket, összefüggéseket és van egy érvényességi tartományuk. A biztonsági elemzés során az észszerűen még elképzelhető kezdeti események következtében előálló vagy lehetséges események hatásait kell elemezni. Ezzel foglalkozunk a *Biztonsági modellek alapjai* fejezetben.

A biztonságelemzés egy másik kérdése: létezik-e egy adott effektus? Például egy új gyógyszernek van-e gyógyító vagy káros hatása? Számos olyan megoldatlan probléma létezik, amelynek megoldása fontos. Ilyen többek között a Darwin-detektor, amelynek segítségével megállapítható lenne egy földrengés után van-e élőlény a romok alatt.

A megoldást keresők gyakran nem tudják megmondani, milyen elven működik eszközük, ezért az ellenőrző kísérleteket gondosan kell megtervezni és kiértékelni. *A varázsvessző működése* című fejezetben egy közismert probléma tesztjét mutatom be. A varázsvessző egy sokoldalú eszköz, aminek működése ismeretlen elvekre épül. Használói szerint kimutatható vele földalatti vízér, de az ügyes alkalmazó egy sor egyéb kérdésre is választ tud adni, akkor is, ha ő maga nem ismeri a választ. E fejezetben egy kísérletsorozat eredményeit mutatom be, amelynek célja annak ellenőrzése volt, igazolható-e a varázsvessző néven ismert „kutatási módszer”, amellyel többek között vizet lehet kutatni.

## Biztonsági modellek alapjai

Vizsgálatunk tárgya egy bonyolult technológia (egy atomerőmű) biztonságának vizsgálata egy adott szempontból. Feltesszük, hogy az erőmű működik, minden üzemi paramétere a megengedett tartományon belül van. Ekkor váratlanul történik valami, ami jelentősen befolyásolja az erőmű működését. A váratlan eseménnyel egy változás veszi kezdetét, az elemzés célja annak megállapítása, hogy a következmények veszélyeztetik-e az erőmű működését.



*Makai Mihály* az MTA doktora, fizikus diplomáját az Eötvös Loránd Tudományegyetemen szerezte 1970-ben. A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Nukleáris Technikai Intézetének professzor emeritusa. Két angol és két magyar nyelvű monográfia, illetve könyv és további több mint 130 tudományos publikáció szerzője.

A kezdeti események sokfélék, ezek mindegyikét fel kell sorolni, és a következményeket meg kell vizsgálni: meg kell becsülni a kezdeti esemény valószínűségét és a lehetséges következményeket. Ebben valószínűségi módszereket szokás használni, a vizsgálati módszert PRA-nak (az angol Probability Risk Assessment rövidítése, ami valószínűségi kockázatelemzést jelent) hívjuk. Ilyen kezdeti esemény egy természeti csapás (például földrengés, árvíz) vagy technikai hiba (például áramkimaradás, a technológia működési zavarai).

Az elemzés első lépésében tehát meg kell becsülni a kezdeti események valószínűségét. Mivel ritka eseményekről van szó, a frekventista megközelítés, amely szerint egy véletlen esemény valószínűsége nagyszámú megfigyelés alapján az esemény relatív gyakoriságával becsülhető, nem alkalmazható [1]. Egy valószínűségi modellt szokás kidolgozni, amelynek alkalmazhatóságát ellenőrizni kell, a benne szereplő paraméterek becslésére eljárást kell kidolgozni. Az alkalmazott modelleket az alábbi kategóriákba lehet sorolni.

*Kezdeti események*

A kezdeti események technológiához kapcsolható részéhez (lásd a következő pontokat) valószínűségi modellt lehet kidolgozni, és megbecsülni a modellben szereplő paramétereket. Ugyanakkor a természeti csapások előfordulásának valószínűségét is lehet becsülni. A két leggyakoribb valószínűségi modell a Poisson- és a binomiális eloszlás. A véletlen események gyakorisága Poisson-eloszlást követ, ha az alábbi feltételek teljesülnek:

*a.* Az esemény bekövetkezésének valószínűsége adott $\mathrm{d}t$ idő alatt $\lambda \mathrm{d}t$, azaz arányos $\mathrm{d}t$-vel.

*b.* Egzaktul egyidejű események előfordulása kizárható.

*c.* Át nem fedő intervallumokban előforduló események száma statisztikailag független.

A véletlen események $\xi$ számának eloszlása ekkor

$$P(\xi = x) = \frac{\exp(-\lambda t)}{(\lambda t)^x}.$$

*Hiba indításkor vagy állapotváltozáskor*

A berendezések egy részének az a funkciója, hogy adott jelre be (vagy ki) kell kapcsolnia. Ha ez $p$ valószínűséggel sikerül, akkor a valószínűségi modell binomiális eloszlás lehet, amennyiben fennállnak az alábbi feltételek:

1. a kísérletek száma legalább egy és előre ismert;
2. minden kísérlet kimenete siker vagy kudarc lehet csak;
3. a kísérletek eredménye statisztikailag független;
4. a hiba bekövetkezésének $p$ valószínűsége állandó.

Ekkor az *n* próbálkozásban bekövetkező hibák $\xi$ száma binomiális eloszlást követ. Az eloszlás két paramétere *n* és *p*.

*Működési hiba*

A mérések (például hőmérő, nyomásmérő) folyamatosan működnek, hiba esetén javítani kell, ha lehet.

*Működési idő*

Egyszerű eszközök is, amilyen egy izzólámpa, véges idő után elromlanak.

*Kiesés a rendelkezésre-állásból*

Egyes berendezések (például tartalék energiaforrás) csak ritkán működnek, de előfordul, hogy szükség esetén nem indulnak el.

A fenti modellek alkalmazhatósága a feltételezések igazolásán múlik. Természetesen az analízisben több valószínűségi modell is szóba jöhet, ezek között a feltételek vizsgálata alapján kell dönteni.

## A valószínűségi modell

Bemutatunk egy példát, amelyben megvizsgáljuk a Poisson-modell alkalmazhatóságát egy adott kezdeti eseményre, a nem tervezett reaktorleállásra. Az erőművek begyűjtik egy adott időszak alatt a reaktorleállások statisztikáját. Kérdés, alkalmazható-e a Poisson-modell.

Az *a.* feltevés szerint $\lambda$ meghibásodás valószínűségnek a vizsgált időintervallumban állandónak kell lennie. Ha az intervallum hosszú, például több éves, akkor az események száma nagy, de nem valószínű, hogy $\lambda$ állandó lenne a műszaki tapasztalatok bővülése miatt. Valóban, az elemzések szerint $\lambda$ értéke például 1987 és 1995 között jelentősen csökkent. Ekkor egy itt nem részletezett, jóval bonyolultabb modellre kell áttérni [2].

A *b.* feltevés szerint egzaktul egyidejű események nem fordulhatnak elő. Ez nyilván több erőművi blokk adatainak elemzése során nem áll fenn. A *c.* feltevéssel is baj van, hiszen az azonos blokkon vizsgált eseményekben szerepet játszik a személyzet tapasztalata, ami növekszik az idővel. A Poisson-modellt tehát el kell vetni.

Tegyük fel, találtunk olyan valószínűségi modellt, amely alkalmazható a statisztikai adatokra. A következő lépésben meg kell becsülni a megfigyelések figyelembe vehető *n* számát és a meghibásodás *p* valószínűségét. Amennyiben a statisztikai adatok eltérő műszaki állapotra (például időközben fejlesztés történt), eltérő kezdeti eseményekre vonatkoznak, a megfelelő statisztikai adatokat nem szabad együtt vizsgálni.

Az alábbi példa a feszültségkiesést vizsgálja öt amerikai erőműben, a feszültségkiesés leállás közben történt 1980 és 1996 között. Először vizsgáljuk meg, alkalmazható-e a Poisson-modell. Az elemzések nem utalnak trend jelenlétére a vizsgált időintervallumban. Szimultán esemény nem lehetséges, noha egy erőművön belül a blokkok között az események lehetnek korreláltak. Az *1. táblázat* 116 erőmű adataiból készült, összesen 8 eseményt dolgoztak fel, két alkalommal találtak korrelációt. Korreláció nem zárható ki, de ritka esemény. Az események függetlenségére vonatkozó feltevés sérülhet a személyzet tanulása miatt, de a trendek elemzése szerint a hatás marginális.

*1. táblázat*

**Feszültségkiesések 1980. és 1996. között öt amerikai atomerőműben [2]**

| Erőmű | Esetszám | Vizsgált idő (év) |
|---|---|---|
| CR-3 | 5 | 5,224 |
| SL-1 | 0 | 3,871 |
| SL-2 | 0 | 2,064 |
| TP3 | 2 | 5,763 |
| TP4 | 1 | 5,586 |
| összesen | 8 | 22,508 |

Tegyük fel, hogy a Poisson-modell alkalmazható. Ekkor egyetlen $\lambda$ érték leírja a leállási időket. Jelölje az esetszámot $x_i$, a vizsgált időtartamot $t_i$, és az alábbi hipotézist kell vizsgálnunk: H0: $\lambda$ értéke azonos a kiválasztott erőművekre. Ennek eldöntésére alkalmas a $\chi^2$-próba ([1] 757. oldal). Kiszámítjuk az $e_j = \lambda t_j$ értékeket, $j = 1, \ldots, 5$; az öt erőműnek megfelelően, $\lambda$ becslésére pedig a $\lambda = x/t = 0{,}355$ értéket használjuk. Ebből pedig az

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{5} \frac{\left(x_j - e_j\right)^2}{e_j} = 7{,}92$$

érték adódik, ami a 90,6%-os kvantilise a $\chi^2$-eloszlásnak. A hipotézist, vagyis azt, hogy egyetlen $\lambda$ érték használható az öt erőműre, ezen a szinten el kell fogadni.

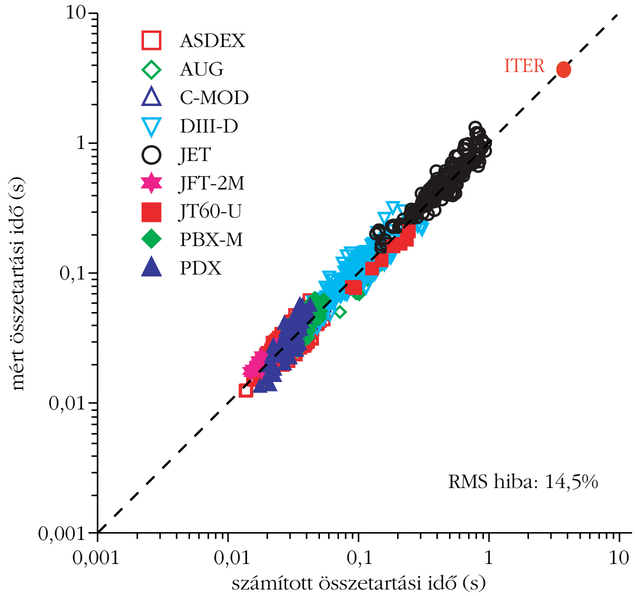
Megjegyzem, gyakran szükségtelen a statisztikai vizsgálat, a hipotézist gyakran el lehet bírálni egyszerű grafikon alapján is. Ebben az esetben elegendő a maximum likelihood becslésből adódó $\lambda$ érték és a megfelelő szórás meghatározása.

A példa tanulsága: egy ipari alkalmazásban is lehet a statisztikai eszközök alapján megbízható döntést hozni. Ehhez egy világosan megfogalmazott modellre és megbízható matematikai eszközökre van szükség.

A következő részben ismertetett modell meglehetősen hiányos, az eszköz működési elve nem ismert, ezért elfogadási kritériumokat nem lehet megfogalmazni. Részletes statisztikai elemzés helyett beérjük azzal, hogy az eredmények grafikus ábrázolása alapján is elbírálhatók. A teszt kivitelezésében arra a momentumra hívom fel a figyelmet, hogy a vizsgált jelenség hívei és ellenzői is részt vettek a kísérlet megtervezésében és kiértékelésében.

## A varázsvessző működése

A varázsvessző egy meghatározatlan eszköz, ami kizárólag a használó kezében működik. Van, aki egy ingát használ, más egy Y alakú ágat. Az inga vagy a




*1. ábra.* Termikusenergia-összetartás számított és mért idejének összehasonlítása 10 fúziós kísérleti berendezésben.

„bot” anyaga, geometriája, változatos lehet. Valószínű, hogy maga az ember a „detektor”, de nem ismert a mechanizmus, amivel észlelését – feltehetően akaratlanul – közvetíti a mérőeszközhöz.

Meg kell említeni a varázsvessző egy másik tulajdonságát is: érzékeny egy azonosítatlan „földsugárzás”-ra. Ennek megnyilvánulása: a varázsvessző „jelez”, noha nincs a közelében detektálható anyag. Maga a földsugárzás is bizonytalan fogalom, különböző személyek szerint a földsugárzás megjelenési helye eltérő.

1986-ban az NSzK kormánya mintegy 400 000 DM keretű projektet indított a Müncheni Egyetemen. A kutatást biztosító NSzK kormány egy olyan vizsgálatot finanszírozott, amely hitelt érdemlően tisztázza, létezik-e valami gyenge effektus a varázsvesszősök módszereiben. Egy ilyen vizsgálatba fontos bevonni a varázsvesszősöket is, hiszen ők tudják megmondani, mire képes eljárásuk. Ennek megfelelően a kísérlet megtervezésébe a kezdetektől bevonták a varázsvesszősöket. Hangsúlyozni kell, hogy a kísérleti projekt arra a feltételezésre épült, hogy a varázsvessző működik.

## A kísérlet megtervezése

A kísérlet méréseihez a varázsvesszősök hirdetések útján toboroztak résztvevőket. Az előzetes teszteken 500 jelentkező vett részt. Képességeiket a varázsvesszősök tesztelték, a tesztek alapján kiválasztották a 43 legsikeresebb varázsvesszőst.

A következő lépés annak megfogalmazása, mit képes jelezni a varázsvessző. A varázsvesszősök szerint áramló vizet képesek jelezni, a természetben egy 3 m átmérőjű, 100 m mélyen futó vízáram kimutatása gyakori. Ennek megfelelően a következő elrendezést alakították ki. Egy kétszintes csűr földszintjén elhelyeztek egy csövet, amelyben víz áramlott. A csűr felső szintjén elhelyeztek egy 10 m hosszú egyenest, amelyen 10 cm-es osztások voltak. A varázsvesszős feladata az volt, hogy megbecsülje a csűr alsó szintjén elhelyezett cső pozícióját.

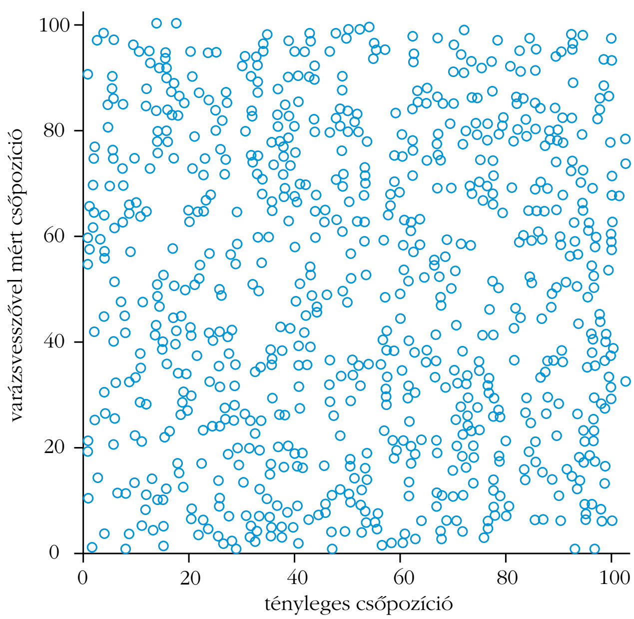
Az áramló víz többféle lehetett: lamináris vagy turbulens áramlás, a víz lehetett tiszta, sós vagy homokkal kevert. Minden varázsvesszősnek olyan feltételeket biztosítottak, amelyben a legsikeresebbek voltak az előzetes tesztekben. Ha valaki panaszkodott, hogy bizonyos csőpozícióban nem érzékeli a vízáramot, azt a pozíciót az ő esetében kihagyták a tesztekből. Ha valaki fáradtságra panaszkodott, akkor a tesztet megszakították. A tesztsorozat két évig tartott.

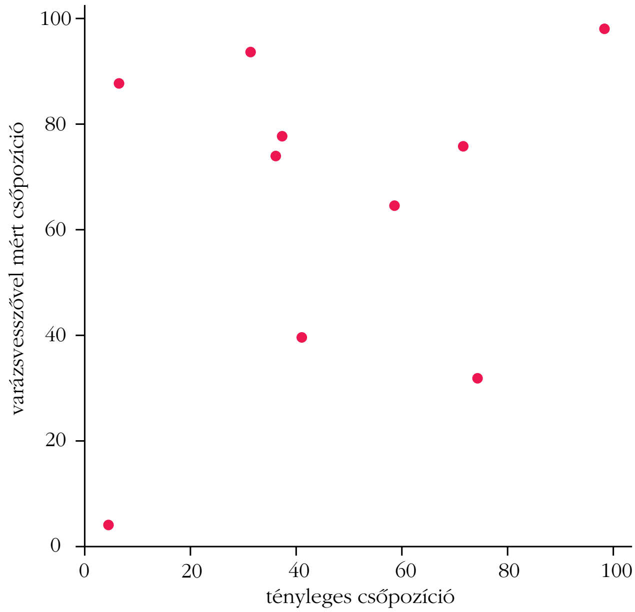
A cső valódi és vélt helyét ábrázolhatjuk az $x$, illetve az $y$ tengelyen. Ekkor a tökéletes mérés egy 45°-os egyenes lesz. Ha a vélt hely hibás, például a megfigyelést zaj terheli, az egyenest a „zaj” eltorzítja. A jó „mérés” várhatóan a 45°-os egyenes körüli eredményeket ad, az eltérés jelzi a mérés hibáját.

Bemutatunk egy bonyolult fizikai jelenség megfigyeléséből készült hasonló grafikont (*1. ábra*). Az ábra vízszintes tengelyén az ITER berendezésre kidolgozott, törtkitevős hatványok szorzatait tartalmazó, gyakorlati megfontolásokból kapott közelítő összefüggés által *jósolt,* a függőlegesen pedig a *mért* összetartási idő látható [3]. A 10 berendezés – bár több lényeges paraméterben különbözik – összetartási idejét közelítő összefüggés (amelyet *mérnöki intuíció* segítségével becsültek) az ábra tanúsága szerint kielégítő, az RMS hiba mintegy 15%-os. Bár az illesztés intuícióra épül, de nem tagadható, hogy a jelenség lényegét sikerült megragadni: a termikus energia és az összetartás ideje közötti sokváltozós, azokban is tört hatványok szorzatait tartalmazó összefüggés eredménye – három nagyságrenden keresztül – közelítőleg a kísérletileg kapott értéket adja.

Összehasonlításként a *2. ábrán* bemutatjuk a 843 varázsvessző-kísérlet eredményeit. Egy varázsvesszős

*2. ábra.* A varázsvesszővel mért csőpozíció (függőleges tengely) és a tényleges csőpozíció (vízszintes tengely) 843 megfigyelés alapján, lásd Enright cikkét [4].

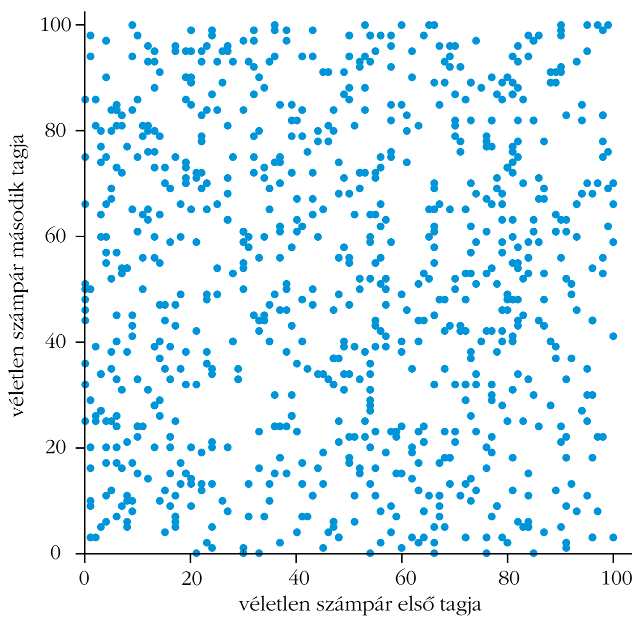





*3. ábra.* A 99., az egyik legsikeresebb varázsvesszős eredménye.

10-15 mérésben vett részt. A *2. ábra* láttán az jut az eszünkbe, itt valamit elrontottak! Amennyiben oksági összefüggés van a függőleges és vízszintes tengelyen ábrázolt mennyiségek között, azok képeinek valamilyen alakzat mentén kellene csoportosulni. Az *1. ábrán* lévő eltéréseket lehet vizsgálni példának okáért a berendezés geometriai méretének függvényében és amennyiben a berendezések geometriai mérete valamint az egyenestől vett távolsága között korreláció van, a közelítő összefüggés hibájára gyanakodhatunk. A *2. ábrán* azonban nehéz hasonló következtetést levonni. A „mérés” elvi alapjait nem ismerjük, így nincs mód részletes elemzésre. Megjegyzem, hogy a *2. ábra* felel meg a valószínűségi kockázatelemzés legegyszerűbb grafikus ábrázolásának, amihez nincs matematikai modell, nincs hibaelemzés.

*4. ábra.* Egyenletes eloszlású véletlen számpárok.




Kézenfekvő arra gondolni, hogy a megfigyelésekben nem megfelelően különítették el a sikeres és sikertelen varázsvesszősök eredményét. Az egyik legsikeresebb varázsvesszős eredménye látható a *3. ábrán.* 10 becslésből öt nagyon közel van a pontos eredményhez, de öt másik adat nagyon kiszór. Az adatokat statisztikai eszközökkel részletesen lehet elemezni.

A statisztikai elemzés helyett álljon itt egy egyenletes eloszlásból kapott 843 elemű minta eredménye (*4. ábra*). Feltűnő a hasonlatosság a *2.* és a *4. ábra* között.

Egy modellel alá nem támasztható hipotézis vizsgálatában fontos, hogy az ellenőrző kísérletek megszervezésében a hipotézist támogatók is részt vegyenek. A varázsvessző vizsgálatában a jelentkezők kiválogatásában, eredményességük megítélésében a varázsvesszősöké volt a vezető szerep. Ők fogalmazták meg azt is, milyen célok teljesítése várható a varázsvesszőtől. A kísérletek kiértékelése a tudományos és műszaki kísérletek során általában alkalmazott statisztikai módszerekkel történt. Ebben nincs helye kompromisszumnak.

A varázsvessző működését a kísérlet eredményei nem támasztották alá. Tény, hogy egyes esetekben a varázsvesszővel meglepően jó eredményeket sikerült elérni, azonban ezen esetek gyakorisága nem tér el a véletlen találgatások gyakoriságától. A kísérlet konklúziója: nem érdemes a varázsvessző további vizsgálatára pénzt és energiát fordítani.

## Következtetések

A racionális megfontolások alapján létrehozott berendezések biztonságának vizsgálata során statisztikus módszereket kell alkalmazni, ezért a következtetések is csak statisztikus jellegűek. Egy adott berendezés csak nagy valószínűséggel lehet biztonságos. Olyan berendezést nem lehet építeni, ami stabil lenne minden lehetséges ráhatással vagy változással szemben. A veszélyes berendezéseket nem kötelező használni. Minden egyes közösség (ország) szuverén döntése egy adott technika alkalmazása vagy elvetése. Ebben a szakemberek szerepe arra korlátozódik, hogy a tényeket megismertessék a közvéleménnyel és a döntéshozókkal.

Meg lehet fontolni, a fentiektől eltérő alapokon álló eszközök alkalmazását is. Ha egyszer lesz egy Darwin-detektor, akkor azt használni kell emberi életek mentésére. Ehhez azonban a néhány esetben megfigyelhető véletlen egybeesésnél többre van szükség. Ezt láttuk a varázsvessző vizsgálata kapcsán. Egy ilyen eszköz használata megalapozatlan reményeket kelt, és felveti a tudatos félrevezetés gyanúját is.

### Irodalom

1. Pál L.: *A valószínűségszámítás és a statisztika alapjai.* Akadémiai Kiadó, Budapest, 1995, I. kötet, Bevezetés.
2. *Handbook of Parameter Estimation for Probabilistic Risk Assessment, NUREG/CR-6823.* US Nuclear Regulatory Commissin, Office of Nuclear Regulatory Research, Washington DC, 2003.
3. ITER-FEAT Outline Design Report. *ITER EDA Documentation Series no. 18,* International Atomic Energy Agency, Vienna, 2001.
4. J. T. Enright: Testing Dowsing: The Failure of the Munich Experiments. *Skeptical Inquirer 23/1* (1999) January/February.

# BESZÁMOLÓ A 2015. ÉVI EÖTVÖS-VERSENYRŐL

Tichy Géza – ELTE Anyagfizikai Tanszék
Vankó Péter – BME Fizika Tanszék
Vigh Máté – ELTE Komplex Rendszerek Fizikája Tanszék

Az Eötvös Loránd Fizikai Társulat 2015. évi Eötvös-versenye október 16-án délután 3 órai kezdettel tizenöt magyarországi helyszínen[1] került megrendezésre. Ezért külön köszönettel tartozunk mindazoknak, akik ebben szervezéssel, felügyelettel a segítségünkre voltak. A versenyen a három feladat megoldására 300 perc áll rendelkezésre, bármely írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos. Az Eötvös-versenyen azok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Összesen 84 versenyző adott be dolgozatot, 21 egyetemista és 63 középiskolás.

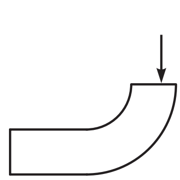
Az ünnepélyes eredményhirdetésre és díjkiosztásra 2015. november 20-án délután került sor az ELTE TTK Harmónia termében. Az idei díjazottakon kívül meghívást kaptak az 50 és a 25 évvel ezelőtti Eötvös-verseny nyertesei is. Először az akkori feladatokat mutattuk be.

## Az 1965. évi Eötvös-verseny feladatai

*1. feladat*
$S$ = 20 méter hosszú, súlyos, hajlékony kötél egy kisméretű, súrlódás nélküli csigán van átvetve úgy, hogy hogy az egyik oldalon $s_0$ = 12 méter hosszú darabja lóg le. A kötelet elengedjük. Mennyi a kötél sebessége akkor, amikor az alsó kötélvég a) 16 méterre, b) 40 méterre van a csiga alatt? $g$ = 1000 cm/s$^2$.

*2. feladat*
Hat, kör alakú, vezető fémlemezt helyezünk el egymás mellé, párhuzamosan. A szomszédok közötti $d$ távolság egyenlő és kicsiny a lemezek sugarához képest. A lemezek sugara váltakozva $R$ és $2R$. A lemezek középpontjai a síkjaikra merőleges egyenesen vannak. Kapcsoljuk össze a lemezeket úgy, hogy a keletkező kondenzátor kapacitása maximális legyen! Mekkora ez a kapacitás? Hogyan helyezkednek el a töltések a lemezeken?

*3. feladat*
Adva van egy negyedkörben meghajlított vastag üveglemez, amely egyenes részben folytatódik. Mi a feltétele annak, hogy az egyik véglapra merőlegesen beeső fénysugár ne lépjen ki az üveglemez oldalfalain? (Csak a másik végén.) Csak a rajz síkjában haladó fénysugarakkal foglalkozzunk.



Az 1965-ös versenyen még csak érettségizett tanulók indulhattak (gimnazisták csak versenyen kívül). Ebben az évben két I. díjat osztottak ki (II. és III. díjat pedig egyet sem), a két díjazott: *Gnädig Péter,* a budapesti Táncsics Mihály Gimnázium érettségizett tanulója, tanára *Henter Lászlóné,* valamint *Juvancz Gábor* a budapesti Fazekas Mihály Gimnázium érettségizett tanulója, tanárai *Fábián Zoltán* és *Wiedemann László.*

## Az 1990. évi Eötvös-verseny feladatai

*1. feladat*
Lemezjátszó korongjának közepére helyezett tálban víz van. A vízen egy pingponglabda úszik. Mi történik a pingponglabdával, miután megindítottuk a lemezjátszót?

*2. feladat*
Vízszintes helyzetű körlemezekből álló síkkondenzátort feltöltünk. A kondenzátor közelében a lemezek közti távolságot felező vízszintes síkban kis iránytűt helyezünk el. Ezután a kondenzátort a függőleges szimmetriatengely körüli forgásba hozzuk. Megmozdul-e az iránytű, s ha igen, merre?

*3. feladat*
Vízben szuszpendált, $d$ = 0,5 μm átmérőjű, gömb alakú részecskék termikus egyensúlyi eloszlását vizsgáljuk mikroszkópon keresztül. A mikroszkóp tubusa függőleges. A részecskék anyagának sűrűsége 1040 kg/m$^3$, a hőmérséklet 23 °C. A mikroszkóp mélységélessége kicsi, mindig csak egy igen vékony vízrétegben lévő részecskék láthatók élesen. Mennyivel kell lejjebb süllyeszteni a mikroszkóp tubusát, hogy kétszer annyi részecskét lássunk? A víz törésmutatója $n$ = 1,33.

Az 1990-es verseny díjazottjai: I. díjat kapott *Bodor András,* az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnáziumának IV. osztályos tanulója, tanára: *Zsigri Ferenc;* II. díjat kapott *Horváth Tibor,* a kecskeméti Katona József Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára: *Kocsisné Domján Erzsébet,* valamint *Zóka Gábor,* a nagyatádi Ady Endre Gimnázium érettségizett tanuló-

[1] Részletek: http://mono.eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm.

ja, tanára *Knapp Ottó;* III. díjat kapott *Egyedi Péter,* a pécsi Leőwey Klára Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára *Csikós Istvánné, Maróti Miklós,* a szegedi Radnóti Miklós Gimnázium IV. osztályos tanulója, tanára *Dudás Zoltánné,* valamint *Tokodi Tamás,* a JATE Ságvári Endre Gyakorló Gimnázium érettségizett tanulója, tanárai *Kocsis Vilmos* és *Győri István.*

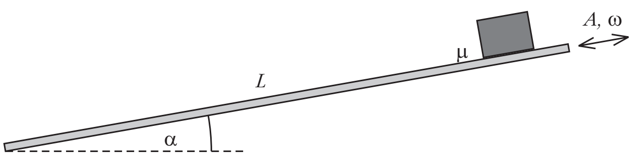
Gnädig Péter, az 50 évvel ezelőtti egyik győztes külföldi útja miatt nem tudott eljönni, de üzenetét *Vankó Péter* felolvasta. A 25 évvel ezelőtti díjazottak közül Horváth Tibor és Maróti Miklós jött el az alkalomra, utóbbi az akkori feladatok ismertetése után röviden beszélt a versennyel kapcsolatos emlékeiről és pályájáról.

Ezután következett a 2015. évi verseny feladatainak és megoldásainak bemutatása. Az 1. feladat megoldását *Vigh Máté,* a 2. feladatét Vankó Péter, a harmadik feladatét *Tichy Géza* ismertette.

## A 2015. évi Eötvös-verseny feladatai

*1. feladat* kitűzte: Vigh Máté

Egy $L$ = 6 m hosszúságú, merev deszkalap síkja a vízszintessel állandó, $\alpha$ = 10°-os szöget zár be. Az így kialakított lejtő tetejére egy kis hasábot helyezünk. A deszkát a lejtésvonalával párhuzamos irányban $A$ = 1 mm amplitúdóval és $\omega$ = 500 s$^{-1}$ körfrekvenciával harmonikusan rezgetni kezdjük.




*1. ábra*

Mennyi idő alatt éri el a hasáb a lejtő alját? (A csúszási és tapadási súrlódási együttható értéke egyaránt $\mu$ = 0,4, a hasáb a mozgás során nem borul fel.)

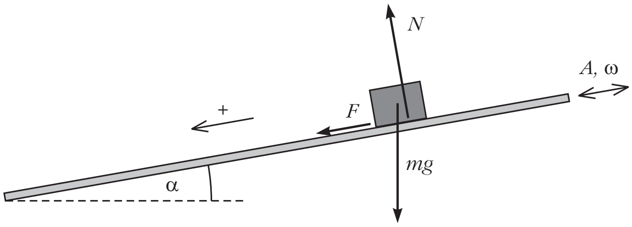
*Megoldás*

Az $m$ tömegű hasábra az $mg$ nehézségi erő, az $N$ kényszererő és az $F$ (csúszási vagy tapadási) súrlódási erő hat (utóbbi iránya a deszkalap rezgetése során változik). A test mozgásegyenletei a lejtőre merőleges, illetve azzal párhuzamos irányban:

$$N - m\,g\cos\alpha = 0,$$

$$F + m\,g\sin\alpha = m\,a.$$

A gyorsulásnál a lejtés irányát választottuk pozitívnak, lásd a *2. ábrát.*




*2. ábra*

Tapadás esetén a kényszererő és a súrlódási erő között az $|F| \le \mu N$ egyenlőtlenség áll fenn, míg csúszásnál $|F| = \mu N$. A hasáb gyorsulása akkor a lehető legnagyobb, ha a hasáb csúszik, és a hasáb *deszkához viszonyított* (relatív) sebessége negatív irányba mutat. Ekkor

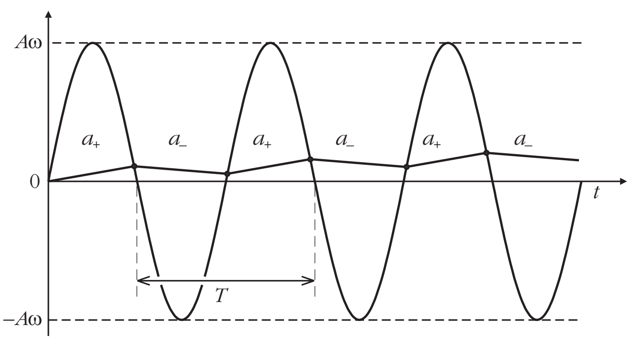
$$a_{\max} = g(\sin\alpha + \mu\cos\alpha),$$

az adatok behelyettesítése után $a_{\max} \approx 5{,}6\ \mathrm{m\,s^{-2}}$ adódik. A deszkalap legnagyobb gyorsulása a harmonikus rezgés következtében $A\omega^2 = 250\ \mathrm{m\,s^{-2}}$, amely több mint 40-szer akkora, mint $a_{\max}$ értéke, így a hasáb a rezgetés indításakor *azonnal megcsúszik.* Látni fogjuk, hogy további mozgása során a test sehol sem tapad meg, tehát mindvégig az (állandó nagyságú) csúszási súrlódási erő hat rá.

A hasáb gyorsulása a mozgás során tehát kétféle értéket vehet fel aszerint, hogy a súrlódási erő éppen a pozitív vagy negatív irányba mutat:

$$a_{\pm} = g(\sin\alpha \pm \mu\cos\alpha),$$

és mivel a megadott számadatok szerint $\mu > \mathrm{tg}\alpha$, így $a_+$ előjele pozitív, $a_-$ előjele pedig negatív. Az $a_+$ gyorsulású mozgásszakasz addig tart, amíg a deszka (előjeles) sebessége nagyobb a hasáb sebességénél, míg az $a_-$ gyorsulású mozgásszakaszban a helyzet éppen fordított. A *3. ábrán* látható grafikonon ábrázoltuk a deszkalap és a hasáb sebességét az idő függvényében. Utóbbi egy olyan töröttvonallal ábrázolható, ahol az egyes szakaszok meredeksége $a_+$ és $a_-$. Mivel $|a_+| > |a_-|$, így a hasáb egy periódusra vett átlagsebessége (a „sodródási sebesség”) egyre növekszik, miközben a test lefelé sodródik a deszkán.

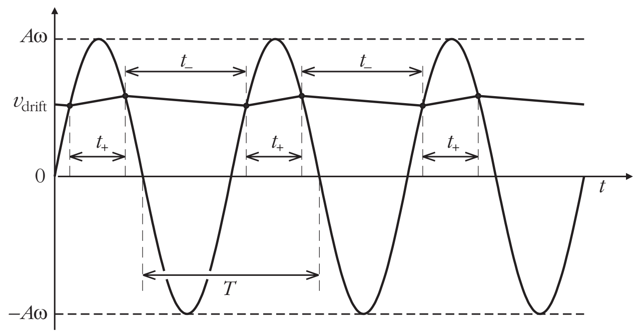



*3. ábra*

A sodródási sebesség növekedése addig tart, amíg a hasáb átlaggyorsulása zérussá nem válik. Ezután a hasáb sebessége egy állandó $v_{\mathrm{drift}}$ érték körül fluktuál (*4. ábra*). Ez az állandósult (stacionárius) mozgás a viszonylag nagy rezgetési frekvencia miatt hamar kialakul, így a teljes mozgási idő becslésekor a kezdeti felgyorsulás időszakát el is hanyagolhatjuk.

Az állandósult sodródás feltétele:

$$\langle a\rangle \equiv \frac{a_+t_+ + a_-t_-}{T} = 0.$$




*4. ábra*

Természetesen fennáll a

$$T = t_+ + t_-$$

egyenlőség is. Az egyenletekből megkaphatjuk a $t_+$ időtartam hosszát:

$$t_+ = \frac{a_-}{a_- - a_+}\,T = \left(1 - \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mu}\right)\frac{T}{2}.$$

A sodródási sebességet pedig abból a feltételből határozhatjuk meg, hogy a hasáb gyorsulása akkor vált irányt, amikor a deszka és a hasáb sebessége megegyezik. A sebesség ($v_{\mathrm{drift}}$ értékéhez képest kicsiny) fluktuációját elhanyagolva:

$$v_{\mathrm{drift}} \approx A\omega\cos\left(\omega\,\frac{t_+}{2}\right).$$

Végül, behelyettesítve a $T_+$-ra kapott eredményt:

$$v_{\mathrm{drift}} = A\omega\cos\left[\left(1 - \frac{\mathrm{tg}\alpha}{\mu}\right)\frac{\pi}{2}\right] = A\omega\sin\left(\frac{\pi\,\mathrm{tg}\alpha}{2\mu}\right).$$

A számszerű adatokat felhasználva $v_{\mathrm{drift}} \approx 0{,}32\ \mathrm{m\,s^{-1}}$ értéket kapunk, így a hasáb mozgásának becsült ideje

$$t = \frac{L}{v_{\mathrm{drift}}} \approx 18{,}8\ \mathrm{s}.$$

Hátravan még annak belátása, hogy a hasáb valóban nem tapad meg soha a lejtőn. A megtapadásnak két feltétele van: az egyik, hogy egy adott pillanatban a test és a deszkalap sebessége megegyezzen; a másik, hogy ugyanebben a pillanatban a deszka gyorsulásának nagysága kisebb legyen $|a_+|$-nál vagy $|a_-|$-nál aszerint, hogy a deszka épp lefelé vagy felfelé gyorsul. A sebesség-idő grafikonról látszik, hogy ez a két feltétel csak akkor következhet be, amikor a deszka gyorsulása nagyon kicsi, azaz sebessége nagy ($A\omega$-hoz közeli). Ekkora sebességre azonban a hasáb nem tud felgyorsulni, mert már előbb beáll a nála jóval kisebb $v_{\mathrm{drift}}$. A hasáb tehát mindvégig csúszva halad a lejtőn.

*Megjegyzés*

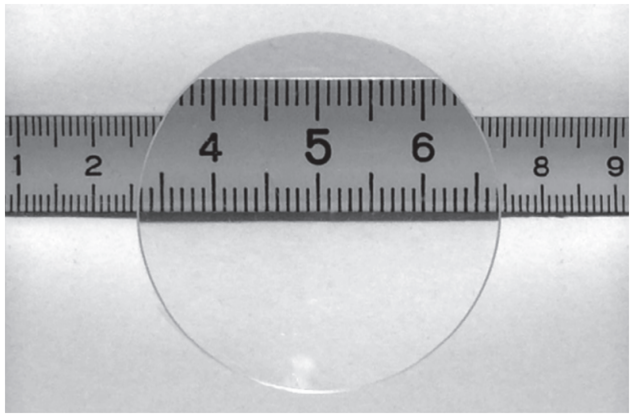
A megoldás során felhasználtuk, hogy a mozgás első, átmeneti szakasza (amely alatt a hasáb átlagsebessége eléri a $v_{\mathrm{drift}}$ értéket) rövid. Részletesebb számolással megmutatható, hogy ez az időtartam

$$\tau \approx \frac{A\omega}{\mu\, g\cos\alpha} \approx 0{,}13\ \mathrm{s}$$

nagyságrendű, tehát a becslésnél elkövetett hibánk valóban elhanyagolható (1-2% körüli érték).

*2. feladat* kitűzte: Tichy Géza és Vankó Péter

A fényképen látható vékony lencse átmérője 4,00 cm, a lencse és a mérőszalag távolsága 5,0 cm.

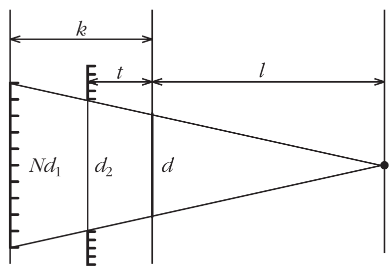



*5. ábra*

Mekkora a lencse fókusztávolsága?

*Megoldás*

A képen (*5. ábra*) látható, hogy a lencse a mérőszalagról egyenes állású, nagyított, látszólagos képet hoz létre. A képről két adat olvasható le: a lencsén belül (nagyítva) látható mérőszalagszakasz hossza (ezt jelöljük $d_1$-gyel) és az a távolság, amit a lencse kitakar a mérőszalagból (ez legyen $d_2$).




*6. ábra*

Készítsünk vázlatot az optikai elrendezésről (*6. ábra*)! A rajzon három sík látható: a lencse síkja, a mérőszalag síkja és a látszólagos kép síkja. Az átmérők közül a lencse $d$ átmérője meg van adva, a $d_2$ átmérőt leolvastuk a képről, a látszólagos kép átmérője pedig $Nd_1$, ahol $d_1$ a képről leolvasott méret és $N$ a nagyítás. A távolságok közül a $t$ tárgytávolság (a lencse és a mérőszalag távolsága) meg van adva, a $k$ képtávolság és az $l$ távolság (a lencse és a fényképezőgép távolsága) egyelőre ismeretlen.

A rajzon ábrázolt mennyiségek között egyszerű összefüggéseket írhatunk fel. A lencsetörvény alapján:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{t} - \frac{1}{k},$$

ahol $f$ a keresett fókusztávolság (a látszólagos képtávolság negatív, de $k$-t pozitív távolságként jelöltük). A nagyítás:

$$N = \frac{k}{t},$$

a látószögek egyenlőségéből (hasonló háromszögek):

$$\frac{N d_1}{k + l} = \frac{d_2}{t + l} = \frac{d}{l}.$$

Az egyenletrendszert rendezve ($k$-t, $l$-t és $N$-t kiejtve):

$$f = \frac{t\,d}{d_2 - d_1}.$$

Mielőtt ebbe a kifejezésbe behelyettesítenénk a megadott és leolvasott adatokat, foglalkoznunk kell az adatok *hibájával* is! Nem véletlenül szerepel a szövegben 4,00 cm és 5,0 cm. A lencse átmérőjét tolómérővel meg lehet mérni, így az tizedmilliméter (századcentiméter) pontossággal megadható. A lencse és a mérőszalag távolsága már nem mérhető ilyen pontosan, hiszen a lencse vastagsága sem nulla – ezt az adatot már csak milliméter pontosan adja meg a feladat szövege. A legkritikusabb a $d_1$ és $d_2$ távolságok minél pontosabb leolvasása, mert a fókusztávolság képletében ezek különbsége szerepel. Gondos megfigyeléssel ezek az átmérők néhány tizedmilliméter pontossággal leolvashatók a képről.

A megadott és leolvasott adatok hibájából már a hibaszámítás ismert szabályai szerint meghatározható a fókusztávolság relatív hibája:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta d_1 + \Delta d_2}{d_2 - d_1}.$$

A megadott és leolvasott adatok hibával:

$$t = 5 \pm 0{,}05 \text{ cm},$$

$$d = 4 \pm 0{,}005 \text{ cm},$$

$$d_1 = 3{,}4 \pm 0{,}02 \text{ cm},$$

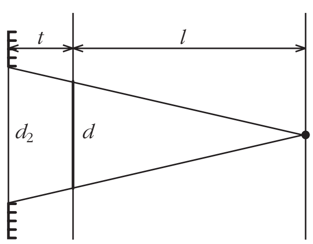
$$d_2 = 4{,}9 \pm 0{,}02 \text{ cm}.$$

Ebből a numerikus eredmény: $f = 13{,}3 \pm 0{,}5$ cm.

*Megjegyzések*

1. A versenyzők egy része másképp gondolkozott, másféleképp oldotta meg a feladatot. E megoldások gondolatmenete a következő.

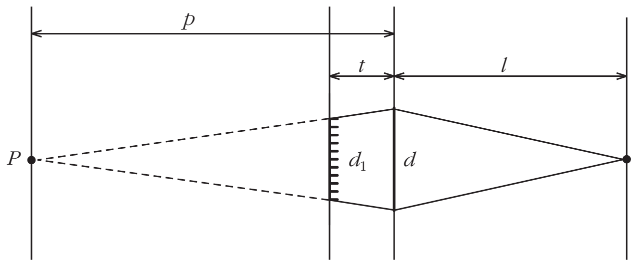
A megadott adatok (*7. ábra*) és a leolvasott $d_2$ „külső” átmérő alapján hasonló háromszögek segítségével kifejezhető a lencse és a fényképezőgép $l$ távolsága:




*7. ábra*

$$l = \frac{t\,d}{d_2 - d}.$$

A *8. ábrán* az látható, hogy a nagyított képen még éppen látható pontokból (a $d_1$ „belső” átmérő két széléről) induló (és a lencsén megtörve a fényképezőgépbe jutó) fénysugarak olyanok, mintha egy képzeletbeli $P$ pontból indulnának. A $P$ pont lencsétől mért $p$ távolsága az előzőhöz hasonló módon kifejezhető:




*8. ábra*

$$p = \frac{t\,d}{d - d_1}.$$

A képzeletbeli $P$ pontból induló fénysugarak a lencsén megtörve éppen a fényképezőgépbe jutnak, így a lencsetörvény alapján

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l},$$

amiből $l$ és $p$ behelyettesítésével és átrendezéssel a fókusztávolságra a már korábban levezetett eredményt kapjuk.

2. A versenyzők közül senki sem foglalkozott a hibákkal, és a leolvasást is „nagyvonalúan” végezték (a $d_2$ átmérőt legtöbben kereken 5 cm-nek, mások 4,8 cm-nek vették). Egy 1 mm-es leolvasási hiba 1 cm-es hibát okoz a fókusztávolságban – ennek ellenére az eredményt legtöbben 4-5 értékes jegy pontossággal adták meg. Így erre a feladatra – bár 16-an lényegében helyesen megoldották – senki se adott teljes értékű megoldást.

*3. feladat* *Holics László* feladata nyomán kitűzte: Gnädig Péter

Egy hosszú, vékony, egyenes tekercs (szolenoid) hossza $l$ = 1 m, átmérője $D_1$ = 2 cm, meneteinek száma $N_1$ = 2000, ohmos ellenállása elhanyagolható. A tekercs kivezetéseire 100 V effektív feszültségű, 100 kHz frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk. A szolenoid mellett, annak közvetlen közelében, a tengelyére merőleges felezősíkban egy $N_2$ = 200 menetszámú, lapos, $D_2$ = 3 cm átmérőjű tekercs helyezkedik el.

Mekkora effektív feszültséget mutat a lapos tekercsre kapcsolt (ideálisnak tekinthető) voltmérő?

Egy tanárlegenda, Holics László és a díjazott diákok.

*1. megoldás*

A hosszú tekercsben folyó áram hatására a tekercs belsejében valamekkora, időben periodikusan változó $\Phi(t)$ mágneses fluxus jön létre. A változó mágneses fluxus a hosszú tekercs minden menetében feszültséget indukál, ezek összege minden pillanatban megegyezik a tekercsre kapcsolt váltakozó feszültséggel:

$$U_1(t) = N_1 \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t}.$$

A lapos tekercsben nem folyik áram (a voltmérő ellenállása nagyon nagy), de a hosszú tekercs szórt mágneses tere feszültséget indukál benne. A feladat e szórt tér meghatározása.

A tekercsen kívüli mágneses mező ($l \gg D_1$ miatt) jó közelítéssel olyan, mintha a tekercs egyik végén egy pontszerű forrásból összesen $\Phi(t)$ mágneses fluxus indulna ki *gömbszimmetrikusan,* a tekercs másik végén pedig ugyanekkora fluxus nyelődne el (vagyis mintha egy $-\Phi(t)$ erősségű forrás helyezkedne el ott).

A lapos tekercs a hosszú tekercs felezősíkjában, a hosszú tekercshez közel helyezkedik el, így ezen a helyen mindkét forrás külön-külön

$$B(t) = \frac{\Phi(t)}{4\pi\left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

mágneses indukciót hoz létre (mert a $\Phi$ fluxus egy $l/2$ sugarú gömb felületén oszlik el egyenletesen). A lapos tekercs közel van a hosszú tekercshez, így $B$ közel merőleges a felületére. A lapos tekercsen áthaladó teljes (mindkét forrásból származó) fluxus emiatt:

$$\Phi_2(t) = 2\,B(t)\,\pi\left(\frac{D_2}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{D_2}{l}\right)^2 \Phi(t).$$

Ez az időben változó fluxus a lapos tekercsben

$$U_2(t) = N_2 \frac{\Delta\Phi_2(t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} N_2 \left(\frac{D_2}{l}\right)^2 \frac{\Delta\Phi(t)}{\Delta t} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{N_2}{N_1}\left(\frac{D_2}{l}\right)^2 U_1(t)$$

feszültséget indukál. (Felhasználtuk $U_1(t)$ korábban felírt kifejezését.)

Az $U_1(t)$ és $U_2(t)$ feszültségek minden pillanatban arányosak egymással, így az effektív értékek aránya is ugyanekkora. Ebből a keresett feszültség:

$$U_2 = \frac{1}{2}\frac{N_2}{N_1}\left(\frac{D_2}{l}\right)^2 U_1 \approx 4{,}5\ \mathrm{mV}.$$

*2. megoldás* *Fehér Zsombor* megoldása alapján

Egy hosszú, egyenes tekercs (szolenoid) belsejében kialakuló mágneses indukció nagyságára jól ismert a következő összefüggés:

$$B_\infty = \mu_0 \frac{NI}{l},$$

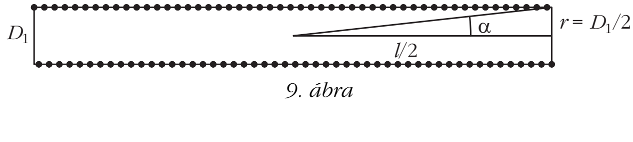
ahol $N$ a tekercs menetszáma, $I$ a tekercsen átfolyó áramerősség és $l$ a tekercs hossza, valamint $\mu_0$ értéke $4\pi\cdot 10^{-7}$ Vs/Am.

Ez az összefüggés azonban *véges* hosszúságú tekercsre *csak közelítőleg* igaz! A véges hosszúságú tekercs terét helyesen a következő kifejezés adja meg:

$$B = B_\infty \cos\alpha = \mu_0 \frac{NI}{l}\cos\alpha,$$

ahol $\alpha$ a tekercs zárókörének fél látószöge a tekercs középpontjából nézve. Ez az összefüggés a Biot–Savart-törvény segítségével levezethető (lásd a *2. megjegyzésben*).

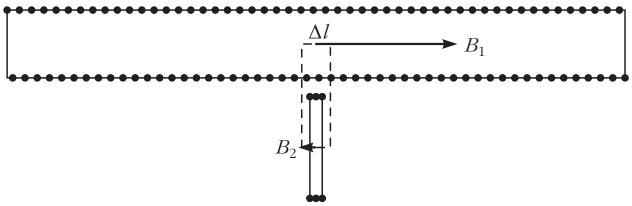
Hosszú, vékony tekercsnél $\alpha \ll 1$, és így $\cos\alpha \approx 1$, tehát az ismert összefüggés általában *jó közelítésként* használható. Ebben a feladatban azonban pont ez a kicsi különbség lesz számunkra fontos!




*9. ábra*

Először fejezzük ki $\cos\alpha$-t a tekercs adataival (*9. ábra,* kihasználjuk, hogy $\alpha \ll 1$, $\sin\alpha \ll 1$.):

$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} \approx 1 - \frac{1}{2}\sin^2\alpha \approx 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{D_1}{l}\right)^2.$$




*10. ábra*

Írjuk fel a gerjesztési törvényt egy olyan kis téglalapra, amelynek két oldala a két tekercs tengelyén fekszik (*10. ábra*):

$$B_1\,\Delta l + B_2\,\Delta l = \mu_0\, n\, I = \mu_0\, N_1 \frac{\Delta l}{l}\, I = \mu_0 \frac{N_1\, I}{l}\,\Delta l,$$

ahol $B_1$ és $B_2$ a hosszú, illetve a rövid tekercsben lévő indukció nagysága, $n$ pedig a kis hurok által körülfogott menetek száma. (Felhasználtuk, hogy a tengelyre merőleges indukciókomponens a szolenoid tengelye tájékán elhanyagolható.)

A hosszú tekercsben a mágneses indukció

$$B_1 = \mu_0 \frac{N_1\, I}{l}\cos\alpha \approx \mu_0 \frac{N_1\, I}{l}\left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{D_1}{l}\right)^2\right],$$

amit felhasználva

$$B_2 = \mu_0 \frac{N_1\, I}{l} - B_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{D_1}{l}\right)^2 \mu_0 \frac{N_1\, I}{l} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{D_1}{l}\right)^2 B_1 .$$

A tekercsekben indukált feszültség arányos a tekercsek menetszámával és az egy meneten áthaladó fluxussal, amiből a keresett feszültség:

$$U_2 = \frac{N_2\, B_2\, \pi \left(\dfrac{D_2}{2}\right)^2}{N_1\, B_1\, \pi \left(\dfrac{D_1}{2}\right)^2}\, U_1 = \frac{1}{2}\,\frac{N_2}{N_1}\left(\frac{D_2}{l}\right)^2 U_1 ,$$

az 1. megoldással megegyezően.

*Megjegyzések*

1. A megoldásban nem használtuk fel a megadott adatok közül a hosszú tekercs $D_1$ átmérője, valamint a rákapcsolt feszültség frekvenciájának számértékét. Ugyanakkor mindkét adat *nagyságrendje* fontos a megoldáshoz! Felhasználtuk, hogy $l \gg D_1$, mert emiatt közelíthettük a külső teret két *pontforrás* terével. A hosszú tekercs induktív ellenállása és így a tekercsen folyó áram nagysága függ a frekvenciától. Ha a frekvencia sokkal kisebb (például 50 Hz) lenne, akkor a tekercsen a rákapcsolt 100 V feszültség hatására olyan nagy áram indulna meg, amely a tekercset azonnal szétolvasztaná.

2. *A véges hosszúságú tekercs terének levezetése.* Egy $r$ sugarú körvezetőben folyó $\mathrm{d}I$ áram által keltett mágneses indukciót a kör síkjára merőleges szimmetriatengely mentén, a kör síkjától $h$ távolságra könnyen felírhatjuk a Biot–Savart-törvény segítségével:

$$B(h) = \frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{4\pi}\,\frac{2\,r\pi}{r^2+h^2}\,\frac{r}{\sqrt{r^2+h^2}} = \frac{\mu_0\, r^2\,\mathrm{d}I}{2\left(r^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Rakjuk össze az $l$ hosszúságú $N$ menetes tekercset $\mathrm{d}h$ vastagságú kis köráramokból. Ekkor egy ilyen kis körben

$$\mathrm{d}I = \frac{NI}{l}\,\mathrm{d}h$$

áram folyik, ami a tengelye mentén, a síkjától $h$ távolságra

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0\, N I\, r^2}{2\, l\left(r^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}}\,\mathrm{d}h$$

indukciót hoz létre.

A tekercs középpontjában lévő indukciót úgy kapjuk meg, hogy ezeket a kis indukciójárulékokat összegezzük $h = -l/2$-től $h = l/2$-ig:

$$B = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \mathrm{d}B = \frac{\mu_0\, N I\, r^2}{2\, l}\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{\mathrm{d}h}{\left(r^2+h^2\right)^{\frac{3}{2}}} =$$

$$= \frac{\mu_0\, N I}{l}\,\frac{\dfrac{l}{2}}{\sqrt{\left(\dfrac{l}{2}\right)^2 + r^2}} = \frac{\mu_0\, N I}{l}\cos\alpha ,$$

ahol $\alpha$ a tekercs zárókörének fél nyílásszöge a tekercs középpontjából nézve (lásd a *9. ábrát*).

Ezután került sor az eredményhirdetésre. A díjakat *Patkós András,* az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át.

Egyetlen versenyző sem oldotta meg mindhárom feladatot, ezért a versenybizottság 2015-ben nem adott ki első díjat.

Egy feladat helyes és egy feladat lényegében helyes megoldásáért *második díjat* nyert *Fehér Zsombor,* a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa – jelenleg az ELTE matematikus hallgatója; *Holczer András,* a Pécsi Janus Pannonius Gimnázium érettségizett tanulója, *Dombi Anna* és *Kotek László* tanítványa – jelenleg a BME villamosmérnök hallgatója; *Juhász Dániel,* a Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Csányi Sándor* tanítványa; *Sal Kristóf,* a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, Kotek László és Horváth Gábor tanítványa, valamint *Tompa Tamás Lajos,* a miskolci Földes Ferenc Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Zámborszky Ferenc* és *Kovács Benedek* tanítványa.

Egy feladat helyes megoldásáért és a hozzáfűzött diszkusszióért *harmadik díjat* nyert *Balogh Menyhért,*

A 2015. évi Eötvös-versenyen legeredményesebben szereplő diákok. (Fotók: Tichy-Rács Ádám)

a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Horváth Norbert* tanítványa.

Egy feladat lényegében helyes megoldásáért *dicséretben* részesült *Bege Áron,* a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, Horváth Gábor és *Szokolai Tibor* tanítványa; *Bencsik Bálint,* az Óbudai Árpád Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Nagy Attila* tanítványa; *Bugár Dávid,* a komáromi Selye János Gimnázium érettségizett tanulója, *Szabó Endre* tanítványa – jelenleg az ELTE fizikus hallgatója; *Forrai Botond,* a budapesti Baár-Madas Református Gimnázium 12. osztályos tanulója, Horváth Norbert tanítványa; *Frey Balázs,* a Váci Szakképzési Centrum Boronkay György Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Tóth Eszter* tanítványa; *Gémes Antal,* a hódmezővásárhelyi Bethlen Gábor Református Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Lakatos-Tóth István* és *Nagy Tibor* tanítványa; *Kasza Bence,* a Budai Ciszterci Szent Imre Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Ábrám László* és *Sarkadi Tamás* tanítványa; *Kovács Péter Tamás,* a Zalaegerszegi Zrínyi Miklós Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Juhász Tibor* és *Pálovics Róbert* tanítványa; *Körmöczi Dávid,* az Egri Szilágyi Erzsébet Gimnázium és Kollégium 12. osztályos tanulója, *Szabó Miklós* tanítványa; *Olosz Balázs,* a PTE Babits Mihály Gyakorló Gimnázium érettségizett tanulója, *Koncz Károly* tanítványa – jelenleg a BME villamosmérnök hallgatója; *Szamosfalvi Benjámin Balázs,* a Miskolci Herman Ottó Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Dudás Imre* tanítványa; *Szick Dániel,* a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, Horváth Gábor tanítványa; *Tomcsányi Gergely,* a Váci Szakképzési Centrum Boronkay György Műszaki Szakközépiskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, Tóth Eszter tanítványa, valamint *Török Péter,* a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója, Horváth Gábor és Szokolai Tibor tanítványa.

A MOL támogatásával a második díjjal nettó 25 ezer, a harmadik díjjal nettó 20 ezer forint pénzjutalom járt, a dicséretes versenyzők, valamint a díjazottak tanárai pedig a versenyt támogató Typotex Kiadó könyveit kapták.

## HÍREK – ESEMÉNYEK

# OBAMA ELNÖKSÉGE

A minden betűt észrevenni kész olvasó helycserét talál a tartalomjegyzék mellett. *Füstöss László* szerkesztő visszavonult a szerkesztőbizottságba, helyét idén januártól Lendvai János tölti be. A műszaki szerkesztőnek, mint 1992 óta annyiszor, nyolc éve is szerencséje volt. Megszerettette vele e lap készítését a *Marx György – Turi Zsuzsa* páros, feledhető intermezzo után *Németh Judittal* és – rövid ideig *Szabados Lászlóval,* majd – *Tóth Kálmánnal* újra felüdülés lett a szerkesztés, majd a nyolc éve történt váltást követően a *Szatmáry Zoltán* – Füstöss László párral teljes harmóniában tudott dolgozni (a nem említetteket borítsa jótékony homály).

Füstöss Laci híre már messze megelőzte őt, jó tollú szerzőként élvezetes perceket nyújtottak írásai, belecsempészett egyéni szófordulatai, ki-kikacsintó megjegyzései. Nem okozott csalódást (ne feledjük, Tóth Kálmán magasra rakta a mércét), olyan hévvel és a lap iránti szeretettel látott munkához, amely azonnal a régóta együttdolgozás képzetét hozta magával. Lelkesedése fikarcnyit sem tompult az évek során, végig ugyanazzal a lendülettel hajtotta ki szerzőbarátaiból az írásokat, bölcs humorával nyesegette a szószátyárok ömlengéseit, tette gördülékennyé az akadozó mondatokat, éles szemmel fedezte fel a hibákat. Néha persze panaszkodott: „fogynak” a barátok, átmennek az utca túloldalára, hiszen még mindig nem készítették el a beígért cikket. (Ez persze minden jó szerkesztőt sújtó átok.) A műszaki szerkesztőhöz, a szerkesztőbizottsághoz, de még a főszerkesztőhöz is csupán halvány megérzés jutott el munkája nehézségeiből. Annál többet kaphattam tőle világszemléletéből. Ha sokan ilyen nyitottak és befogadók lennének! Igazi citoyen kurázsi és kulturális sokszínűség jellemzi. Biztos tudással lepergeti magáról a lényegtelent, és szót emel a fontosért – gyakran nehéz megtalálni e kettő közt az arra érdemest!

*Obama* elnöksége a bölcs amerikai alkotmány értelmében nyolc év után – lehetett akármilyen jó elnök – idén letelik. Laci, te magad döntöttél, hogy átadod a stafétát, döntésed bölcs-e, nem ítélhetjük meg, de csuda jó szerkesztő voltál, azt tudjuk.

Laci! Sajnáljuk, hogy visszavonulsz, bár megértjük, hogy pihenésre is szükséged van. Köszönjük, hogy segítettél Lendvai Jánosnak a zökkenőmentes átmenetben – lehet, hogy csak a kolofónon vesszük majd észre a váltást? Köszönjük a nyolc évet, a 96 lapszámot, a mintegy 8000 oldalas könyvnek megfelelő *Fizikai Szemle*-folyam értő gondozását. Visszakaphatod korábbi barátaidat – nem kell átmenniük a túloldalra – és ne feledd, jó pár újat is szereztél!

A főszerkesztő, a szerkesztőbizottság és e folyóiratot szerető szerzők, olvasók nevében:

*Kármán Tamás*

# AZ AKADÉMIAI ÉLET HÍREI

## Felavatták az MTA Atomki új Tandetron iongyorsítóját

Stílszerűen egy, az európai nagyberendezésekről rendezett konferencia (INARIE – *In*tegrating *A*ccess to Pan-European *R*esearch *I*nfrastructures in Central and Eastern *E*urope) központi eseményeként került sor az Atomki új Tandetron részecskegyorsítójának[1] ünnepélyes avatására 2015. december 1-jén Debrecenben. Az eseményen beszédet mondott *Lovász László* a Magyar Tudományos Akadémia elnöke, *Papp László* Debrecen Megyei Jogú Város polgármestere, és *Christophe Rossel* az Európai Fizikai Társaság elnöke.

Az új gyorsító jelen kiépítettségében is többcélú berendezés, rendelkezik magfizikai, nukleáris asztrofizikai és analitikai mérőhelyekkel, valamint egy, a világon is igen ritka berendezéssel, a pásztázó ionnanoszondával, amely néhányszáz nanométeres átmérőjű ionnyalábjával a látható fény hullámhosszánál kisebb méretekben képes anyagok felületét módosítani, vagy azok összetételét meghatározni. A berendezéssel a részecske- és magfizikai kutatások mellett régészeti, ipari alkalmazásokat is el tudnak végezni, és jól hasznosítható az új berendezés a klímakutatásokban is. Az új gyorsító a legmagasabb szintű technológiát képviseli, ezért kiemelt szerepet játszik majd a felsőoktatásban, a szakemberképzésben és a tudományos ismeretterjesztésben is.

Az Atomki célja a gyorsító lehetőségeinek teljes spektrumát kihasználó laboratórium kiépítése, amely az intézetet és annak gyorsítóközpontját egy nagyobb régió tudásközpontjává és több európai infrastruktúra-hálózat fontos elemévé tenné. Ennek eléréséhez nagyságrendileg további egymilliárd forint értékű beruházás szükséges, ezért a már megindult kutatómunka mellett az intézet további jelentős pályázási aktivitást fejt ki.

*Rajta István, Nagy Dénes Lajos*

[1] http://w3.atomki.hu/atomki/Accelerators/Tandetron/

Szerkesztőség: 1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III., Eötvös Loránd Fizikai Társulat. Telefon/fax: (1) 201-8682
A Társulat Internet honlapja http://www.elft.hu, e-postacíme: elft@elft.hu
Kiadja az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, felelős: Szatmáry Zoltán főszerkesztő.
Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.
Nyomdai előkészítés: Kármán Stúdió, nyomdai munkálatok: OOK-PRESS Kft., felelős vezető: Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat, előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Megjelenik havonta, egyes szám ára: 800.- Ft + postaköltség.
**HU ISSN 0015–3257** (nyomtatott) és **HU ISSN 1588–0540** (online)

FROM TEACHERS
FOR TEACHERS

29 JUNE – 2 JULY 2017

# INVENTING THE FUTURE OF SCIENCE EDUCATION

## SCIENCE ON STAGE FESTIVAL 2017 DEBRECEN | HUNGARY


350 primary and secondary school teachers from all over Europe will present their most extraordinary teaching ideas at stands, in workshops and performances. Participants will be chosen through competitive national events in 25 countries for their science, technology and mathematics projects.

www.science-on-stage.eu

SCIENCE ON STAGE 2017 DEBRECEN

Debrecen | SCIENCE ON STAGE HUNGARY | atomki MTA DEBRECEN | Debreceni Egyetem UNIVERSITY OF NATIONAL EXCELLENCE KIEMELT FELSŐOKTATÁSI INTÉZMÉNY | SCIENCE ON STAGE EUROPE


ISSN 0015325-7
9 770015 325009 16001