50639

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LIX. KÖTET.

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LIX.

ÓZDI KOHÁSZATI ÜZEMEK
Műszaki Könyvtára Ózd
3393-2219.

BUDAPEST.
KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.
1940.

TARTALOMJEGYZÉK.

Lap

Ábrahám Ambrus: Az emberi szív sinustájéka és az idegrendszer ..... 551—565

Apor László és Nagy István: Korarézkori sírok Kotacparton 943—955

Bánhegyi József: Magyarország Lachneái ..... 596—615

Bartha Ferenc: Néhány hazai Lithoglyphus populáció radula-vizsgálata ..... 957—959

Bay Zoltán: Nagyenergiájú korpuszkulák és fotonok számlálása elektronsokszorozóval ..... 106—112

Boros János, l. Gyulai Zoltán.

Brugger Frigyes: A budakörnyéki dolomitok kőzetkémiai vizsgálata ..... 619—641

Buza László: Vizsgálatok a lépfenebacillus virulentiájáról .. 188—195

Cholnoky Jenő: A mésztufa vagy travertino képződéséről 1004—1019

v. Cholnoky László, l. Zechmeister László.

Császár Elemér: A röntgensugárzás energiájának mérése. V. 137—141

Csiki Ernő: Magyarországi új bogarak ..... 918—920

Czike Kálmán, l. Endrédy Endre és Czike Kálmán.

Dávid Lajos: Iterativ matrixok általánosítása ..... 62—69

Doby Géza: A növények nitrogén-anyagcseréjéről. I. Szója homoktenyészetben ..... 155—174

Egerváry Jenő: Az n-méretű euklidesi tér görbéiről ..... 787—795

— Az n-méretű euklidesi tér görbéinek símulógömbjeiről 776—784

Emszt Kálmán, l. Herrmann Margit.

Endrédy Endre: A mangán előfordulása a talajok adszorpciós komplexusában ..... 290—297

— és Czike Kálmán: Vizsgálatok a talaj vízadszorpciójáról 299—310

Eperjessy György: A cuticularis excretióról ..... 882—890

Erdélyi János: Újabb adatok a nadapi községi bánya ásványtani ismeretéhez ..... 1039—1059

Fejes László: Egy extremális soklapról ..... 476—478

— Finkey József: Mágneses szeparációs kísérletek a bagamér—nagylétai gyepvasérceknél ..... 219—224

— — Flotációs kísérletek a gyöngyösoroszi komplexércekkel.. 226—242

Lap

Finkey József: Flotációs diagrammok kiértékelése ..... 870—880
Frőhlich Pál és Gombay Lajos: A szilárd festékfoszforok negativ polározású emissziójáról ..... 846—857
Gál Geláz: A madarak pajzsmirigyszerkezetének ciklikus változásai ..... 360—376
Gelei József: A véglények tökéletesbülésének alapelvei ... 312—326
Gombás Pál: A valenciaelektronok sajátfüggvényének meghatározásáról *Na*, *K*, *Rb* és *Cs* fémek esetében 125
Gombay Lajos, l. Frőhlich Pál.
Gyulai Ernő l. ifj. Issekutz Béla.
Gyulai Zoltán és Boros János: Színezett alkálihalogenid kristályok elektromos vezetése egyoldalú nyomás alatt .. 115—123
Hajós Márta: A magyarországi szfaleritek morfogenetikai vizsgálata ..... 1078—1107
Herrmann Margit és Emszt Kálmán: Dioritporfiritek a biharmegyei Rézbánya környékén ..... 1062—1076
Imre Lajos: Az uranium X_2- és uranium Z-atommagok izomériájának kérdéséről ..... 480—499
Ifj. Issekutz Béla, Komlós Endre és Gyulai Ernő: A florizin és monojódecetsav hatása a békamáj glukogénolisisére 210—217
Jávorka Sándor: Az Asplenium fontanum (L.) Bernh. felfedezése Magyarországon ..... 998—1002
— Növényelterjedési határok a Dunántúlon ..... 967—995
Jelitai József: A két Bolyai domáldi haszonbérszerződési tervezete ..... 842—844
Jugovics Lajos: A Sulyomtető aszfaltnyomokat tartalmazó andezitje a Cserhát-hegységben ..... 275—288
Kerékjártó Béla: A hiperbolikus síkgeometria felépítése I—II. ..... 19—59
— A gömb lineáris csoportjának topológiai jellemzése ..... 420—440
— A komplex projektív geometria topológiai alapjairól .... 442—453
— Az egyenes tranzitív csoportjairól ..... 455—474
— A gömbfelület topologikus leképezéseinek kompakt csoportjairól ..... 805—827
— A projektiv sík periodikus leképezéseiről ..... 798—803
Kormos Tivadar: Ochotona-maradványok a magyarországi preglaciális faunában 936
— Ürge- és pelemaradványok a magyarországi preglacialis faunában 921
Komlós Endre, l. ifj. Issekutz Béla.
Kövessi Ferenc: Az élőlények fejlődése szabályosságának magyarázata ..... 385—386
Lengyel Béla: Elegyüvegek elektromos vezetőképessége és átviteli száma ..... 501—514

Lap

Makláry Lajos: Morfogenetikai vizsgálatok a magyarországi baritokon 643
Manninger Rezső: A paratyphus-C-fertőzésének járványtana 533—548
Marek József, Wellmann Oszkár és Urbányi László: A mész-, illetőleg foszfordús takarmányozás hatása a malacvér alkalitartalékára és közömbösítő képességére ..... 176—178
— A takarmány ásványi sóarányának, valamint a D-vitaminnak befolyása az ásványi anyagok kihasználására a szervezetben ..... 182—184
Mauthner Nándor: A primulaverosid, az orvosi kankalin (Primula officinalis) glukosidja acetylszármazékának szintézise ..... 516—519
— A 3-methylpyrogallolaldehyd szintézise ..... 522—524
Mischung Ilona: Zselatinfoszforok abszorpciója és a Beer-féle törvény ..... 860—868
Miskolczy Dezső: A neuron-elmélet kórtani megvilágításban ..... 197—207
Nagy István, l. Apor László.
Neuber Ede: Irányelvek a skleroma fajlagos kórismézésében és kezelésében ..... 527—530
Neumann Ernő, l. Zechmeister László.
Pantó Gábor: A csucsomi ércelőfordulás mikroszkópi és genetikai vizsgálata ..... 673—699
Pátkai Imre és Szent-Iványi József: Madárfaunisztikai megfigyelések a pótharaszti pusztában (Pest megye) ..... 330—334
Rados Gusztáv: Felcserélhető Hermite-matrixok és hozzájuk tartozó Hermite-alakok ..... 1—4
— Az egyváltozós függvények lineáris függetlenségére vonatkozó Gramtól eredő kritériumoknak új bebizonyítása és általánosítása ..... 7—16
— Hermite-determinánsokra vonatkozó néhány tételnek intuitív levezetése ..... 411—416
— Kúpszeletek és másodrendű felületek elméletében fellépő néhány bonyolódott polynom tényezőkre bontása ..... 749—760
— Két bonyolódott n-változós polynom tényezőkre bontása 765—771
Rédei László: Algebrai számtestek ideálosztálycsoportjainak páros részéről ..... 829—839
Stiller Jolán: A holsteini Nagy Plöni-tó Peritrichusfaunája 379—382
Szabó Zoltán: A Dipsacaceae-család új génusza ..... 399—405
— A Cephalaria-génusz új monográfiája ..... 962—963
Szent-Iványi József l. Pátkai Imre és Szent-Iványi József.
— Vasvári Miklós I. (1936. VI—X.) és II. (1937. V—VIII.) kisázsiai kutatóútjának állattani eredményei. III. Lepkék 350—355
Szentpétery Zsigmond: Piroxenit Szarvaskőről ..... 244—258

Lap

Szőkefalvi Nagy Gyula: Valós zéróhelyekkel bíró polinomokról ..... 72—92
Sztrókay Kálmán: A recski ércek ásványos összetétele és genetikai vizsgálata ..... 722—746
Szurovy Géza: Ásvány-kőzettani megfigyelések a Mátrahegység déli részéből ..... 701—720
Tokody László: Felsőbányai kalkopirit, bournonit és tetraedrit ..... 1023—1035
Turán Pál: Determinánsokra vonatkozó szélsőérték-feladatok 95—103
Urbányi László, l. Marek József.
Vitális István: A báró Eötvös Lóránd-féle torziós ingamérések és a szénkutatás ..... 260—273
Wagner János: Chiton-tanulmányok ..... 583—593
Wellmann Oszkár, l. Marek József.
Wolsky Sándor: Adatok a selyemlepkepeték lélekzőmechanizmusának ismeretéhez. I. ..... 893—901
Zechmeister László, v. Cholnoky László és Neumann Ernő: Van-e a lisztnek provitamin A-tartalma? ..... 146—153
Zimmermann Gusztáv: Adatok a fetalis koponyatető kialakulásáról ..... 568—580
— A plica hepatoduodenalis kialakulásáról ..... 904—913

INHALTSVERZEICHNIS.

Seite

Ábrahám, A.: Die Sinusgegend des menschlichen Herzens und das Nervensystem ..... 566—567

Apor, L. und Nagy, I.: Gräber aus der Früh-Bronzezeit ... 956

Bánhegyi, J.: Die Lachneen Ungarns ..... 616—618

Bartha, F.: Untersuchungen an der Radula einiger ungarischer Lithoglyphus-Populationen ..... 960—961

Bay, Z.: Zählung von Korpuskeln und Photonen hoher Energie mittels Elektronenvervielfacher ..... 113—114

Boros, J. siehe Gyulai, Z.

Brugger, F.: Petrochemische Untersuchung der Triasdolomite des Budaer Gebirges 642

Buza, L.: Untersuchungen über die Virulenz des Milzbrandbacillus 196

Cholnoky, J.: Über die Bildung von Kalksinter.....1020—1022

Cholnoky, L. siehe Zechmeister, L.

Császár, E.: Die Energiemessung der Röntgenstrahlen 145

Csiki, E.: Coleoptera nova ex Hungaria ..... 918—920

Czike, K. siehe Endrédy, E. und Czike, K.

Dávid, L.: Verallgemeinerung iterativer Matrizen ..... 70—71

Doby, G.: Über Stickstoffwechsel der Pflanzen. I. Sandkulturen von Soja 175

Egerváry, E.: Über die Kurven des n-dimensionalen euklidischen Raumes ..... 796—797

— Über die Schmiegungskugeln der Kurven des n-dimensionalen euklidischen Raumes..... 785—786

Emszt, K. siehe Herrmann, M.

Endrédy, E.: Über den austauschbaren Mangangehalt der Böden 298

Endrédy, E. und Czike, K.: Untersuchungen über die Wasseradsorption des Bodens 311

Eperjessy, G.: Kutikuläre Exkretion von Rettichblättern bei übermässiger Ernährung ..... 891—892

Seite

Erdélyi, Johann: Neuere Beiträge zur mineralogischen Kenntnis des Gemeindesteinbruches von Nadap (Ungarn) 1060—1061
Fejes, L.: Über einen extremalen Polyeder 479
Finkey, J.: Magnetische Separationsversuche mit den Raseneisenerzen von Bagamér—Nagyléta 225
— Flotationsversuche mit den komplexen Erzen von Gyöngyösoroszi 243
— Die Auswertung der Flotationsdiagramme 881
Frőhlich, P. und Gombay, L.: Die negativ polarisierte Emission der Gelatine-Farbstoffphosphoren ..... 858—859
Gál, G.: Zyklische Veränderungen im Bau der Schilddrüse verschiedener Vögel ..... 377—378
Gelei, J.: Die Prinzipien der Vervollkomnung bei den Protozoen 327—329
Gombás, P.: Zur Bestimmung der Eigenfunktion der Valenzelektronen in den Metallen *Na*, *K*, *Rb* und *Cs* ..... 126—136
Gombay, L. siehe Frőhlich, P.
Gyulai, E. siehe Issekutz, B. jr.
Gyulai, Z. und Boros, J.: Die elektrische Leitfähigkeit farbzentrenenthaltender Alkalihalogenid-Kristallen unter einseitigen Druck 124
Hajós, M.: Morphologische Trachtstudien der ungarischen Zinkblenden 1107
Herrmann, M. und Emszt, K.: Dioritporphyrite aus der Gegend von Rézbánya im Komitat Bihar 1077
Imre, L.: Über die Frage der Isomerie der UX- und UZ-Atomkerne 500
Issekutz, B. jr., Komlósi, E. und Gyulai, E.: Wirkung von Phlorizin und Monojodessigsäure auf die Glukogenolyse des Froschlebers 218
Jávorka, S.: Die Entdeckung des Asplenium fontanum (L.) Bernh. in Ungarn 1003
— Pflanzenareale in Transdanubien in Ungarn ..... 996—997
Jelitai, J.: Entwurf eines Pachtvertrages zwischen Bolyai Vater und Sohn 845
Jugovics, L.: Der asphaltspurenführende Andesit des Sulyomtető im Cserhát-Gebirge (Ungarn) 289
Kerékjártó, B.: Sur la géometrie hyperbolique plane ..... 60—61
— Sur le caractère topologique du groupe homographique de la sphère 441
— Sur les fondements topologiques de la géométrie projective complexe 454
— Sur les groupes transitifs de la droite 475
— Sur les groupes compacts de transformations topologiques de la sphère 828

Seite

KERÉKJÁRTÓ, B: Sur les transformations périodiques du plan projectif 804

KORMOS, T.: Spuren der Gattung Ochotona im ungarischen Präglazial ..... 937—942

— Ziesel- und Schläferreste im ungarischen Präglazial ..... 922—935

KOMLÓSI, E. siehe ISSEKUTZ, B. jr.

KÖVESSI, FR.: Erläuterungen der Gesetzmässigkeiten im Ablaufe der Lebenserscheinungen lebender Wesen ..... 387—398

LENGYEL, B.: Die elektrische Leitfähigkeit und Überführungszahlen von Mischgläsern 515

MAKLÁRI, L.: Trachtstudien an ungarländischen Barytkristallen ..... 644—672

MANNINGER, R.: Epidemiologie der Paratyphus-C-Infektionen 549—550

MAREK, J., WELLMANN, O. und URBÁNYI, L.: Über den Einfluss einer kalk- bzw. phosphorüberschüssigen Fütterung auf die Alkalireserve und den Puffergehalt des Blutes bei Ferkeln ..... 179—181

— Über den Einfluss des Salzgehaltverhältnisses im Futter, sowie des D-Vitamins auf die Ausnützung der Mineralstoffe im Organismus ..... 185—187

MAUTHNER, F.: Die Synthese des Acetylderivates des Primulaverosids, des Glucosides des gebräuchlichen Himmelschlüssels (Primula officinalis) ..... 520—521

— Die Synthese des 3-Methylpyrogallolaldehyds ..... 525—526

MISCHUNG, H.: Lichtabsorption der Gelatine-Farbstoffphosphoren und das Beersche Gesetz 869

MISKOLCZY, D.: Die Neuronenlehre im Lichte der Pathologie 208—209

NAGY, I. siehe APOR, L.

NEUBER, E.: Neuere Daten zu den spezifischen Reaktionen und zur spezifischen Therapie des Skleroms ..... 531—532

NEUMANN, E. siehe ZECHMEISTER, L.

PANTÓ, G.: Erzmikroskopische und paragenetische Untersuchung des Erzvorkommen von Csucsom bei Rozsnyó (Ungarn) 700

PÁTKAI, I. und SZENT-IVÁNY, J.: Avifaunistische Beobachtungen in der Pótharasztpuszta (Grosse Ungarische Tiefebene) ..... 335—349

RADOS, G.: Vertauschbare Hermitesche Matrizen und die zugehörigen Hermiteschen Formen ..... 5—6

— Eine neue Herleitung der Gramschen Kriterien ..... 17—18

— Die intuitive Herleitung einiger auf Hermitesche Determinanten bezüglichen Sätze ..... 417—419

— Die Faktorenzerlegung zweier komplizierter n-variabliger Polynome ..... 772—774

Seite

RADOS, G.: Die Faktorenzerlegung einer komplizierter Polynome aus der Theorie der Kegelschnitte und Flächen zweiter Ordnung ..... 761—764
RÉDEI, L.: Über den geraden Teil der Idealklassengruppen in algebraischen Zahlkörpern ..... 840—841
STILLER, J.: Beitrag zur Peritrichenfauna des Grossen Plöner Sees in Holstein ..... 383—384
SZABÓ, Z.: Eine neue Gattung der Familie der Dipsacaceen .. 406—410
— Eine Monographie der Gattung Cephalaria ..... 961—966
SZENT-IVÁNY, J. siehe PÁTKAY, I. und SZENT-IVÁNY J.
— Zoologische Ergebnisse der ersten (VI—X. 1936) und weiten (V—VIII. 1937) Forschungsreise N. Vasváris in Kleinasien ..... 356—359
SZENTPÉTERY, S.: Pyroxenit von Szarvaskő 259
SZŐKEFALVI NAGY, GY.: Über Polynome mit lauter reellen Nullstellen ..... 93—94
SZTRÓKAY, K.: Mikroskopische und genetische Untersuchungen an Erzen von Recsk (Mátrabánya) in Ungarn ..... 747—748
SZUROVY, G.: Mineralogisch-petrographische Beobachtungen am südlichen Abhang des Mátragebirges in Ungarn 721
TOKODY, L.: Über den Chalkopirit, Bournonit und Tetraedrit von Felsőbánya ..... 1036—1038
TURAN, P.: On extremalproblems concerning determinants 104—105
URBÁNYI, L. siehe MAREK, J.
VITÁLIS, I.: Die Messungen mit der Eötvös'schen Drehwage und die Kohlenforschung..... 274
WAGNER, H.: Studien an Chitonen ..... 594—595
WELLMANN, O. siehe MAREK, J.
WOLSKY, A.: Beiträge zur Kenntnis des Atmungsmechanismus der Seidenspinnereier I..... 902—903
ZECHMEISTER, L., CHOLNOKY, L. and NEUMANN, E.: Is there any provitamin-A in flour 154
ZIMMERMANN, G.: Über Formbildung des fetalen Schädeldaches ..... 581—582
— Zur Ausbildung der Plica hepatoduodenalis ..... 914—915

FELCSERÉLHETŐ HERMITE-MATRIXOK ÉS HOZZÁJUK TARTOZÓ HERMITE-ALAKOK.

RADOS GUSZTÁV t. tagtól.

Tudvalevően két HERMITE-matrix redőzete általánosságban nem lesz ismét HERMITE-matrix. Ha ugyanis

$$A = \underset{(g,\ h=1,\ 2,\ldots,\ n)}{\| a_{gh} \|}, \quad B = \| b_{gh} \|$$

két HERMITE-matrix, akkor ezeknek redőzete a

$$C = \underset{(g,\ h=1,\ 2,\ldots,\ n)}{\| c_{gh} \|} AB$$

matrix, amelyben

$$c_{gh} = \underset{(g,\ h=1,\ 2,\ldots,\ n)}{a_{g1} b_{1h} + a_{g2} b_{2h} + \cdots + a_{gn} b_{nh}},$$

a C matrix ismét HERMITE-féle akkor és csak akkor, ha kísérő matrixával [1] megegyező, azaz

$$(AB)^* = AB; \tag{1}$$

mivel pedig

$$(AB)^* = B^* A^* = BA \tag{2}$$

mert B és A feltevésünk szerint HERMITE-matrixok, (1) és (2)-ből következik, hogy $C = AB$ akkor és csak akkor HERMITE-matrix, ha

$$AB = BA.$$

[1] Valamely C matrix kísérő matrixa C^* úgy adódik, ha a transponált matrixában C'-ben az elemeiben előforduló i képzetes egységet $-i$-vel pótoljuk. Tehát $C^* = \overline{C'}$.

Tehát a következő tétel áll fenn:

Arra, hogy két HERMITE-*matrix redőzete ismét* HERMITE-*matrix legyen, szükséges és elegendő, hogy azok felcserélhetők legyenek.*

Legyenek A és B n-sorú és n-oszlopú, egymással felcserélhető HERMITE-matrixok és legyenek a hozzájuk tartozó HERMITE-alakok

$$\mathfrak{A} = \sum_{g=1}^{n} \sum_{h=1}^{n} a_{gh} x_g \bar{x}_h, \quad \mathfrak{B} = \sum_{g=1}^{n} \sum_{h=1}^{n} b_{gh} x_g \bar{x}_h$$

($\bar{x}_h$ az x_h konjugált értéke $h = 1, 2, \ldots, n$);

felvetjük azt a kérdést, hogy az A és B matrixok C redőzetéhez tartozó

$$\mathfrak{C} = \sum_{g=1}^{n} \sum_{h=1}^{n} c_{gh} x_g \bar{x}_h = \mathfrak{AB} = \mathfrak{BA}$$

HERMITE-alak és az összetevő $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ alakok között megállapítható-e valamelyes kapcsolat? E kérdésre való válaszadásban megsegítene bennünket olyan összefüggés ismerete, amely az $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ alakok sajátértékei között fennáll.

Két tetszésszerinti $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ bilienár alak sajátértékei és redőzetének sajátértékei közötti bonyolult kapcsolatra a bilineár alakok elmélete eleddig nem bírt fényt deríteni. Annál nevezetesebb, hogy ez a kapcsolat felette egyszerű, midőn az összetevő $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ alakok egymással felcserélhetők.

FROBENIUS-é az érdem, hogy ezt a kapcsolatot felismerte. A «Sitzungsberichte der Königlich preussischen Akademie der Wissenschaften» 1896. évfolyamában FROBENIUS «Über vertauschbare Matrizen» című értekezésében a 236. oldalon a következő tétel található:[1]

Ha $f(u, v, w, \ldots)$ $u, v, w, \ldots$ *változóknak tetszésszerinti racionális egész függvénye és az* $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}, \ldots$ *kettenként felcserélhető bilineár alakoknak sajátértékei*

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n,$$

illetve

$$\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n,$$

[1] A tételt szó szerint idézem, csak a jelöléseket cikkem jelöléseivel hoztam összhangba. *R. G.*

illetve

$$\nu_1,\ \nu_2,\ldots,\ \nu_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

akkor ezek függetlenül az f függvény választásától úgy rendelhetők egymáshoz, hogy az $f(\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C},\ldots)$ *bilineár alaknak sajátértékei*

$$f(\lambda_1,\ \mu_1,\ \nu_1,\ldots)$$
$$f(\lambda_2,\ \mu_2,\ \nu_2,\ldots)$$
$$f(\lambda_3,\ \mu_3,\ \nu_3,\ldots)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

legyenek.

Ha f-et úgy választjuk, hogy

$$f = uv$$

legyen, akkor FROBENIUS tétele szerint az $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ egymással felcserélhető bilineár alakok sajátértékei úgy rendezhetők egymás mellé, hogy az $\mathfrak{AB}$ redőzetnek sajátértékei

$$\lambda_1\mu_1,\ \lambda_2\mu_2,\ldots,\ \lambda_n\mu_n$$

legyenek, ha

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_n$$

$\mathfrak{A}$-nek és

$$\mu_1,\ \mu_2,\ldots,\ \mu_n$$

$\mathfrak{B}$-nek sajátértékei.

Más oldalról ismeretes, hogy ha valamely $\mathfrak{A}$ HERMITE-alaknak sajátértékei

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_n,$$

akkor ez a SCHUR-féle kanonikus alakra hozható, azaz van olyan $\mathfrak{U}$ unitárius-alak, amelyre nézve fennáll a

$$\mathfrak{U}^{-1}\mathfrak{A}\mathfrak{U} = \lambda_1 x_1\bar{x}_1 + \lambda_2 x_2\bar{x}_2 + \cdots + \lambda_n x_n\bar{x}_n$$

egyenlőség, amiből következik, hogy $\mathfrak{A}$-nak és a $\sum_{g=1}^{n} \lambda_g x_g\bar{x}_g$ alaknak értékkészlete megegyező. Így tehát abban az esetben, amidőn az összes λ_g-k pozitív előjelűek $\mathfrak{A}$ definit pozitív; midőn az összes λ_g-k negatív előjelűek, $\mathfrak{A}$ definit negatív; midőn néhány λ_g zerussal egyenlő, a többi pedig megegyező előjelű, $\mathfrak{A}$ semidefinit; midőnpedig a λ sajátértékek között ellenkező előjelűek is vannak, $\mathfrak{A}$ a szó szoros értelmében indefinit, azaz olyan, hogy értékkészletében pozitív előjelű és negatív előjelű értékek is fordulnak elő.

Mivel az előzők szerint az egymással felcserélhető $\mathfrak{A}$ és $\mathfrak{B}$ HERMITE-alakok $\mathfrak{AB}$ redőzetének kanonikus alakja

$$\lambda_1\mu_1 x_1\bar{x}_1 + \lambda_2\mu_2 x_2\bar{x}_2 + \cdots + \lambda_n\mu_n x_n\bar{x}_n$$

HERMITE-alak, ha

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_n$$

$\mathfrak{A}$-nak és

$$\mu_1,\ \mu_2,\ldots,\ \mu_n$$

$\mathfrak{B}$-nek $\mathfrak{A}$ sajátértékei mellé rendelt sajátértékei, a következő tételek állanak fenn:

1. *Két egymással felcserélhető definit-pozitív alaknak redőzete ismét definit-pozitív alak.*

2. *Két egymással felcserélhető definit-negatív* HERMITE-*alak redőzete definit-pozitív* HERMITE-*alak.*

3. *Ha két egymással felcserélhető* HERMITE-*alak közül az egyik definit-pozitív, a másik definit-negatív, akkor redőzetük definit-negatív* HERMITE-*alak.*

4. *Ha két egymással felcserélhető semidefinit alak közül az egyik r-edrangú, a másik s-edrangú, akkor redőzetük egy legfeljebb rs-edrangú semidefinit* HERMITE-*alak, mely definit-pozitív, ha mindkét alak semidefinit-pozitív, vagy mindkét alak semidefinit-negatív és definit-negatív, midőn az egyik alak semidefinit-pozitív, a másik semidefinit-negatív.*

5. *Ha két egymással felcserélhető* HERMITE-*alak közül az egyik a szó szoros értelmében indefinit, a másik definit vagy semidefinit, akkor redőzetük a szó szoros értelmében indefinit.*

E tételek általánosíthatók arra az esetre, midőn p számú

$$\mathfrak{A}^{(1)},\ \mathfrak{A}^{(2)},\ldots,\ \mathfrak{A}^{(p)}$$

kettenként felcserélhető HERMITE-alak redőzetéről van szó. Ha ezek között s számú definit-negatív, vagy semidefinit-negatív, akkor fennáll a következő tétel:

6. *Ha valamely* $\mathfrak{A}^{(1)}\mathfrak{A}^{(2)}\ldots\mathfrak{A}^{(p)}$ *redőzet összetevői kettenként egymással felcserélhető* HERMITE-*alakok közül* s *számú definit-negatív, vagy semidefinit-negatív, akkor e redőzet definit-pozitív vagy semidefinit-pozitív, ha* s *páros szám, definit-negatív, vagy semidefinit-negatív, ha* s *páratlan.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. december 11-én tartott üléséből).

VERTAUSCHBARE HERMITESCHE MATRIZEN UND DIE ZUGEHÖRIGEN HERMITESCHEN FORMEN.

Von GUSTAV RADOS Ehrenmitglied.

Bekanntlich ist die Faltung zweier HERMITEscher Formen im allgemeinen nicht wiederum eine HERMITEsche Form. Sind $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ zwei HERMITEsche Formen, so daß

$$\mathfrak{A}^* = \mathfrak{A}, \quad \mathfrak{B}^* = \mathfrak{B}$$

ist, wobei unter $\mathfrak{A}^*$ und $\mathfrak{B}^*$ die begleitenden Formen von $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ bedeuten, alsdann geht aus der Gleichung

$$(\mathfrak{AB})^* = \mathfrak{B}^*\mathfrak{A}^* = \mathfrak{BA}$$

hervor, daß die Faltung zweier HERMITEschen Formen dann und nur dann wiederum HERMITEsch ist, wenn diese Formen vertauschbar sind.

Es seien $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ vertauschbare HERMITEsche Formen mit je n Veränderlichen. Sind die Eigenwerte von $\mathfrak{A}$ $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$, so können nach einem von FROBENIUS herrührenden sehr bemerkenswerten Satz die Eigenwerte von $\mathfrak{B}$ $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ derart zugeordnet werden, daß die Produkte

$$\lambda_1\mu_1, \ \lambda_2\mu_2, \ldots, \ \lambda_n\mu_n$$

die Eigenwerte der Faltung $\mathfrak{AB}$ liefern. (Berliner Sitzungsber. 1896, pag. 236.)

Eigendenk dieser Tatsche und unter der Heranziehung der SCHUR'schen kanonischen Form HERMITEscher Formen ergeben sich unmittelbar die folgenden Sätze:

1. *Die Faltung zweier vertauschbaren definit-positiven sowie zweier negativ-definiten Formen ist stets eine definit-positive* HERMITEsche *Form.*

2. *Die Faltung einer definit-positiven* HERMITEschen *Form mit einer mit ihr vertauschbaren definit-negativen* HERMITEschen *Form ist stets definit-negativ.*

3. *Die Faltung zweier vertauschbaren* HERMITEschen *Formen von denen eine oder beide semidefinit ist, ist eine semidefinite* HERMITEsche *Form, deren Rang höchstens gleich ist dem Produkte der Rangzahlen der Komponenten. Sind beide Komponenten positive Formen oder beide negative Formen, so ist die Faltung eine positiv* HERMITEsche *Form sonst eine negative.*

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1939.)

AZ EGYVÁLTOZÓS FÜGGVÉNYEK LINEÁRIS FÜGGETLENSÉGÉRE VONATKOZÓ GRAM-TÓL EREDŐ KRITÉRIUMOKNAK ÚJ BEBIZONYÍTÁSA ÉS ÁLTALÁNOSÍTÁSA.

RADOS GUSZTAV t. tagtól.

Az

$$f_1(x), f_2(x)\ldots, f_n(x)$$

függvények lineárisan függetlenek, ha a

$$c_1f_1(x) + c_2f_2(x) + \cdots + c_nf_n(x) = 0$$

egyenlőség csak akkor áll fenn, ha

$$c_1 = 0, c_2 = 0,\ldots, c_n = 0;$$

más esetben e függvények lineárisan függőknek neveztetnek.

Hogyan lehet n számú megadott függvényről azoknak lineárisan független voltát fölismerni?

Erre már WRONSKI, lengyel mathematikus, a róla elnevezett determináns segítségével iparkodott válaszolni; de eltekintve attól, hogy a WRONSKI-determináns előállíthatósága végett a függvényrendszer függvényeinek az $(n-1)$-dik rendszámig való differenciálhatóságát lévén szükséges föltételezni, ami WRONSKI kriteriumának a szükségesnél szűkebb függvénykörre szorítja, a WRONSKI-determinánsnak zérustól különböző volta nem is minden esetben vonja maga után a függvényrendszer függvényeinek lineáris független voltát.

GRAM J. P., dán mathematikus, ettől eltérő és sokkal tágabb függvénykörre alkalmazható kriteriumot szolgáltatott, melynek alkalmazására nem szükséges a függvények differenciálhatóságának feltételezése, sőt még az a megszorító föltevés sem, amelyet KOWALEWSKI L. G. «Einführung in die Determinanten Theorie» (Leipzig 1909) című jeles kézikönyvében a 231. l. találunk,

mely szerint a függvényrendszer függvényeinek, bizonyos számközön belül való folytonosságának föltételezésével tesz.

Gram-nak kritériumait a következő tételek szolgáltatják.

Arra, hogy az

$$f_1(x),\ f_1(x), \ldots, f_n(x)$$

az x valós változónak valós és az (ab) számközön belül folytonos függvények lineárisan függetlenek legyenek, szükséges és elegendő, hogy a

$$G = \begin{vmatrix} \int_a^b f_1(x) f_1(x)\, dx & \int_a^b f_1(x) f_2(x)\, dx & \ldots & \int_a^b f_1(x) f_n(x)\, dx \\ \int_a^b f_2(x) f_1(x)\, dx & \int_a^b f_2(x) f_2(x)\, dx & \ldots & \int_a^b f_2(x) f_n(x)\, dx \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \int_a^b f_n(x) f_1(x)\, dx & \int_a^b f_n(x) f_2(x)\, dx & \ldots & \int_a^b f_n(x) f_n(x)\, dx \end{vmatrix}.$$

Gram-*féle determináns értéke pozitív szám legyen.*

Mivel pedig, mint kifogjuk mutatni, a G értéke mindenkor nem-negatív szám, fennáll a következő tétel is:

Arra, hogy az

$$f_1(x),\ f_2(x), \ldots, f_n(x)$$

függvények lineárisan függők legyenek, szükséges és elegendő, hogy

$$G = 0$$

legyen.

E tételeknek itt közlendő bebizonyításakor a függvényrendszer függvényeiről csak annyit teszünk fel, hogy azok az (ab) számközre a szó Riemann-féle értelmében integrálható függvények legyenek, amivel a Gram-kriteriumok tágabb körben lévén alkalmazhatók, azokat általánosítottuk.

I. Gram tételeinek bebizonyítása valós függvényrendszer esetében.

A bebizonyitás céljából a G Gram-féle determinánst kiszámítom. Egyszerű megfontolások arra vezetnek, hogy az mindenkor

oly n-szeres integrállal fejezhető ki, amelyről GRAM tételei közvetlenül leolvashatók, ha a következő könnyen bebizonyítható segédtételt előrebocsátjuk:

Segédtétel. *Az*

$$f_1(x),\ f_2(x), \ldots,\ f_n(x)$$

függvények akkor és csak akkor lineárisan függetlenek, ha a

$$D = \begin{vmatrix} f_1(x_1), & f_2(x_1), \ldots, & f_n(x_1) \\ f_1(x_1), & f_2(x_2), \ldots, & f_n(x_2) \\ \cdot & \cdot \quad \cdot \quad \cdot & \cdot \\ f_n(x_1), & f_n(x_2), \ldots, & f_n(x_n) \end{vmatrix},$$

amelyben

$$x_1,\ x_2, \ldots,\ x_n$$

határozatlan mennyiségek, a zérustól különböző.

Ugyanis a

$$\begin{aligned} c_1 f_1(x_1) + c_2 f_2(x_1) + \cdots + c_n f_n(x_1) &= 0 \\ c_1 f_1(x_2) + c_2 f_2(x_2) + \cdots + c_n f_n(x_2) &= 0 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ c_1 f_1(x_n) + c_2 f_2(x_n) + \cdots + c_n f_n(x_n) &= 0 \end{aligned}$$

homogén lineár egyenletrendszernek akkor és csak akkor

$$c_1 = 0,\ c_2 = 0, \ldots,\ c_n = 0$$

az egyedüli megoldása, ha e rendszer determinánsa, amely D-vel egyenlő, a zérustól különböző.

Nyilvánvaló, hogy lineáris függőség esete tehát akkor és csak akkor állhat fenn, ha

$$D = 0.$$

Most áttérhetünk a G GRAM-féle determináns kiszámítására. E célból azt a következő alakban írjuk:

$$G = \begin{vmatrix} \int_a^b f_1(x_1) f_1(x_1)\, dx_1 & \int_a^b f_1(x_1) f_2(x_1)\, dx_1 \ldots & \int_a^b f_1(x_1) f_n(x_1)\, dx_1 \\ \int_a^b f_2(x_2) f_1(x_2)\, dx_2 & \int_a^b f_2(x_2) f_2(x_2)\, dx_2 \ldots & \int_a^b f_2(x_2) f_n(x_2)\, dx_2 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \int_a^b f_n(x_n) f_1(x_n)\, dx_n & \int_a^b f_n(x_n) f_2(x_n)\, dx_n \ldots & \int_a^b f_n(x_n) f_n(x_n)\, dx_n \end{vmatrix},$$

EGYETEMI KÖNYVTÁR SZEGED

mert teljesen közömbös, hogy valamely határozott integrálban az integrálás változóját milyen betűvel jelöljük.

A G determináns — a determinánsoknak definíciója értelmében — a következő összeggel fejezhető ki:

$$G=\sum_{(g)}(-1)^{I_g}\left(\int_a^b f_1(x_1)f_{g_1}(x_1)\right)\left(\int_a^b f_2(x_2)f_{g_2}(x_2)\right)\ldots\left(\int_a^b f_n(x_n)f_{g_n}(x_n)\,dx\right), \qquad (I)$$

amelyben

$$(g)=g_1g_2\ldots g_n$$

az

$$1,\ 2,\ 3,\ldots,\ n$$

elemeknek permutációja és a $\sum_{(g)}$ összeg tagjai az általános tagból olyként adódnak, hogy $g_1g_2\ldots g_n$ helyébe az $1, 2,\ldots, n$ elemeknek összes ismétlésnélküli permutációit helyettesítjük és végül I_g a (g) permutáció inverzióinak száma.

Ha most figyelembe vesszük, hogy az (I) alatti kifejezésben szereplő n számú egyszerű integrálnak szorzata az

$$\int_a^b\int_a^b\cdots\int_a^b f_1(x_1)f_{g_1}(x_1)f_2(x_2)f_{g_2}(x_1)\ldots f_n(x_n)f_{g_n}(x_n)\,dx_1dx_2\ldots dx_n$$

n-szeres integrállal egyenlő, és hogy továbbá az összeadás és integrálás sorrendje fölcserélhető, akkor az (I) alatti egyenlőség a következő módon írható:

$$G=\int_a^b\int_a^b\cdots\int_a^b\left[(-1)^{I_g}\sum_{(g)}f_1(x_1)f_{g_1}(x_1)f_2(x_2)f_{g_2}(x_2)\ldots f_n(x_n)f_{g_n}(x_n)\right]dx_1\ldots dx_n= \qquad (II)$$

$$=\int_a^b\int_a^b\cdots\int_a^b\left[f_1(x_1)f_2(x_2)\ldots f_n(x_n)\sum_{(g)}(-1)^{I_g}f_{g_1}(x_1)f_{g_2}(x_2)\ldots f_{g_n}(x_n)\right]dx_1\ldots dx_n.$$

Mivel

$$\sum_{(g)}(-1)^{I_g}f_{g_1}(x_1)f_{g_2}(x_2)\ldots f_{g_n}(x_n)=$$

$$=\begin{vmatrix} f_1(x_1) & f_2(x_1) & \ldots & f_n(x_1)\\ f_1(x_2) & f_2(x_2) & \ldots & f_n(x_2)\\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot\\ f_1(x_n) & f_2(x_n) & \ldots & f_n(x_n)\end{vmatrix}=D,$$

a (II) alatti egyenlőség a következőbe megy át:

$$G = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_n(x_n)\, D dx_1 x_2 \ldots dx_n. \qquad \text{(III)}$$

Mivel a G determináns elemeiként szereplő integrálok értékére semmi befolyással sincsen, hogy az integrálás változóit minő betűkkel jelöljük, a (III) alatti egyenlőség baloldala nem változik, ha az egyenlőségre a

$$P = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \ldots x_n \\ x_{g_1} & x_{g_2} & \ldots x_{g_n} \end{pmatrix}$$

permutációt alkalmazzuk. Ekkor a jobboldalon az

$$f_1(x_1) f_2(x_2) \ldots f_n(x_n)$$

szorzat az

$$f_1(x_{g_1}) f_1(x_{g_2}) \ldots f_n(x_{g_n})$$

szorzatba megy át, a D determináns pedig $(-1)^{I_g} D$-be fog átmenni, ha I_g a $g_1 g_2 \ldots g_n$ permutációban előforduló inverziók számát jelenti, úgy fennáll a következő egyenlőség:

$$G = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b (-1)^{I_g} f_1(x_{g_1}) f_2(x_{g_2}) \ldots f_n(x_{g_n})\, D dx_1 dx_2 \ldots dx_n.$$

Ha ebben az egyenlőségben a

$$(g) = g_1 g_2 \ldots g_n$$

helyébe az

$$1, 2, \ldots, n$$

elemeknek összes $n!$ számú ismétlésnélküli permutációit helyettesítjük és az így nyert egyenlőségeket összeadjuk, lesz:

$$n!\, G = \sum_{(g)}{}' \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b D (-1)^{I_g} f_1(x_{g_1}) \ldots f_n(x_{g_n})\, dx_1 \ldots dx_n$$

és ha ismét az összeadás és integrálás sorrendjét megengedett módon fölcseréljük a

$$G = \frac{1}{n!} \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b D \sum_{(g)} (-1)^{I_g} f_1(x_{g_1}) \ldots f_n(x_{g_n})\, dx_1 \ldots dx_n$$

adódik, amely egyenlőségben

$$\sum_{(g)}(-1)^{I_g} f_1(x_{g_1}) f_2(x_{g_2}) \ldots f_n(x_{g_n}) = D$$

lévén, végül a következő figyelemreméltó egyenlőség adódik

$$G = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b D^2 dx_1 dx_2 \ldots dx_n.$$

Erről pedig szem előtt tartván ez előrebocsátott segédtételt, GRAM-nak tételei közvetlenül leolvashatók.

Talán nem felesleges az eddig talált eredményeket egy egyszerű példán áttekinteni. Legyen

$$n = 2;\ a = 0,\ b = 1;\ f_1(x) = x^\alpha,\ f_2(x) = x^\beta,$$

akkor föl kell tennünk, hogy az α és β kitevők mindketten nem-negatív számok különben nem teljesülne tételünknek az az érvényességi feltétele, hogy $f_1(x)$ és $f_2(x)$ mindketten a (01) számközben integrálható függvények.

Számítsuk ki mindenekelőtt a G GRAM-féle determinánst. Ez lesz

$$G = \begin{vmatrix} \int_0^1 f_1(x) f_1(x)\,dx & \int_0^1 f_1(x) f_2(x)\,dx \\ \int_0^1 f_2(x) f_1(x)\,dx & \int_0^1 f_2(x) f_2(x)\,dx \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \int_0^1 x^{2\alpha} dx & \int_0^1 x^{\alpha+\beta} dx \\ \int_0^1 x^{\alpha+\beta} dx & \int_0^1 x^{2\beta} dx \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} \frac{1}{1+2\alpha} & \frac{1}{\alpha+\beta+1} \\ \frac{1}{\alpha+\beta+1} & \frac{1}{1+2\beta} \end{vmatrix} = \frac{(\alpha-\beta)^2}{(1+2\alpha)(1+2\beta)(1+\alpha+\beta)^2}.$$

Mint látni való,

$$G > 0,$$

ha $\alpha \neq \beta$; tehát GRAM tételénél fogva $f_1 = x^\alpha$ és $f_2 = x^\beta$ lineárisan független. A G zérussal akkor és csak akkor egyenlő, midőn

$\alpha=\beta$ és amikor GRAM tétele értelmében f_1 és f_2 lineárisan függők, ami a jelen esetben triviális dolog, mert ebben az esetben $f_1=f_2(x)$.

Számítsuk most ki az

$$I=\frac{1}{2!}\int_0^1\int_0^1 D^2 dx_1 dx_2$$

kettős integrált. Mivel

$$D^2=\begin{vmatrix} x_1^\alpha & x_1^\beta \\ x_2^\alpha & x_2^\beta \end{vmatrix}^2 = x_1^{2\alpha}x_2^{2\beta}+x_1^{2\beta}x_2^{2\alpha}-2x_1^{\alpha+\beta}x_2^{\alpha+\beta},$$

I értéke lesz:

$$I=\frac{1}{2}\int_0^1\int_0^1 [x_1^{2\alpha}x_2^{2\beta}+x_1^{2\beta}x_2^{2\alpha}-2x_1^{\alpha+\beta}x_2^{\alpha+\beta}]\,dx_1dx_2=$$

$$=\frac{1}{(2\alpha+1)(2\beta+1)}-\frac{1}{(\alpha+\beta+1)^2}=\frac{(\alpha-\beta)^2}{(2\alpha+1)(2\beta+1)(\alpha+\beta+1)^2}.$$

Amint látható, I értéke a G-évei megegyező.

II. Gram tételei képzetes függvények esetében.

Legyenek

$$f_1(z), f_2(z),\ldots, f_g(z),\ldots, f_n(z)$$

a

$$z=x+yi \qquad (i=\sqrt{-1})$$

komplex változónak függvényei, úgyhogy

$$f_g(z)=f_{g1}(x,y)+if_{g2}(x,y)$$
$$(g=1,2,\ldots,n) \quad (i=\sqrt{-1})$$

és jelöljük $f_g(z)$ konjugált komplex értékét $\overline{f_g(z)}$-vel, úgyhogy

$$\overline{f_g(z)}=f_{g1}(x,y)-if_{g2}(x,y);$$

legyen továbbá

$$a=a_1+ia_2$$

és

$$b=b_1+ib_2$$

két komplex szám; ezek a

$$z=a+\vartheta(b-a)$$

komplex számközt vagy geometriai ábrázolásban az (ab) egyenes vonaldarabot fogják meghatározni, ha ϑ fölvesz minden értéket 0 és 1 között. Az $f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)$ függvényekről csak annyit teszünk föl, hogy azok az (ab) egyenes vonaldarab mentén integrálható függvények. GRAM-nak ilyen függvényekre általanosított tételei így szólnak:

Az

$$f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)$$

függvények akkor és csak akkor lineárisan függetlenek, ha a

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \int_a^b f_1(z)\overline{f_1(z)}\,dz & \int_a^b f_2(z)\overline{f_2(z)}\,dz \ldots & \int_a^b f_1(z)\overline{f_n(z)}\,dz \\ \int_a^b f_2(z)\overline{f_1(z)}\,dz & \int_a^b f_2(z)\overline{f_2(z)}\,dz \ldots & \int_a^b f_2(z)\overline{f_2(z)}\,dz \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \int_a^b f_n(z)\overline{f_1(z)}\,dz & \int_a^b f_n(z)\overline{f_2(z)}\,dz \ldots & \int_a^b f_n(z)\overline{f_n(z)}\,dz \end{vmatrix}$$ [1]

Hermite-féle determináns értéke pozitív szám.

E függvények akkor és csak akkor lineárisan függők, ha

$$\Gamma = 0.$$

Itt ismét fennáll az a segédtétel, hogy az

$$f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z)$$

lineáris függetlenségére szükséges és elegendő, hogy a

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_1(z_1) f_2(z_1) \ldots f_n(z_1) \\ f_1(z_2) f_2(z_2) \ldots f_n(z_2) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ f_1(z_n) f_2(z_n) \ldots f_n(z_n) \end{vmatrix}$$

determináns a $z_1, z_2, \ldots, z_n$ határozatlanoknak nem azonosan eltűnő függvénye legyen és hogy e függvények akkor és csak akkor lineárisan függők, midőn

$$\Delta \equiv 0.$$

---

[1] $\int_a^b f_g(x)\overline{f_s(z)}\,dz$ az (ab) vonaldarab mentén kiszámítandó $\int f_g(z)\overline{f_s(z)}\,dz$ integrált jelenti.

GRAM-nak tételei ismét evidensekké lesznek, ha úgy, mint az I. fejezetben, a Γ determinánst tényleg kiszámítjuk. Az ott alkalmazott meggondolások a jelen esetben a következő egyenlőségre vezetnek:

$$\Gamma = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b \overline{f_1(z_1)}\,\overline{f_2(z_2)} \cdots \overline{f_n(z_n)}\, \Delta dz_1 dz_2 \cdots dz_n. \qquad \text{(IV)}$$

Ha itt ismét a

$$\Pi = \begin{pmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_n \\ z_{g_1} & z_{g_2} & \cdots & z_{g_n} \end{pmatrix}$$

permutációt alkalmazzuk, akkor a baloldal nem változik, míg a jobboldalon álló n-szeres integrál integrandusa a következőbe megy át:

$$\overline{f_1(z_{g_1})}\,\overline{f_2(z_{g_2})}, \ldots \overline{f_n(z_{g_n})}\,(-1)^{I_g}\Delta,$$

ha I_g ismét a

$$g_1 g_2 \cdots g_n$$

permutációban foglalt inverziók számát jelenti. A IV. egyenlőség tehát a következőbe megy át

$$\Gamma = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b \Delta\,(-1)^{I_g} \overline{f_1(z_{g_1})}\,\overline{f_2(z_{g_2})} \cdots \overline{f_n(z_{g_n})}\, dz_1 \ldots dz_n.$$

Ha ebben a

$$g_1 g_2 \cdots g_n$$

helyébe az

$$1, 2, \ldots, n$$

összes ismétlésnélküli permutációit helyettesítjük és az így adódó egyenlőségeket összeadjuk az

$$n!\,\Gamma = \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b \Delta \left[\sum_{(g)} (-1)^{I_g} \overline{f_1(z_{g_1})} \cdots \overline{f_n(z_{g_n})}\right] dz_1 \ldots dz_n$$

egyenlőséget kapjuk, amelyben

$$\sum_{(g)} (-1)^{I_g} \overline{f_1(z_{g_1})}\,\overline{f_2(z_{g_2})} \cdots \overline{f_n(z_{g_n})} =$$

$$= \begin{vmatrix} \overline{f_1(z_1)} & \overline{f_2(z_1)} & \cdots & \overline{f_n(z_1)} \\ \overline{f_1(z_2)} & \overline{f_2(z_2)} & \cdots & \overline{f_n(z_2)} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \overline{f_1(z_n)} & \overline{f_2(z_n)} & \cdots & \overline{f_n(z_n)} \end{vmatrix} = \overline{\Delta}$$

lévén. ahol $\bar{\Delta}$ a Δ-nak konjugált komplex értékét jelenti, úgy hogy

$$\Gamma = \frac{1}{n!}\int_a^b\int_a^b\cdots\int_a^b \Delta\bar{\Delta}dz_1dz_2\ldots dz_n =$$

$$= \frac{1}{n!}\int_a^b\int_a^b\cdots\int_a^b |\Delta|^2 dz_1dz_2\ldots dz_n,$$

ahol $|\Delta|$ a Δ-nak abszolút értékét jelenti. Erről az egyenlőségről tekintettel az előrebocsátott segédtételre GRAM-nak tételei ismét közvetlenül leolvashatók.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1940 febr. 19-én tartott üléséből.

ÖZD * ÖZDI KOHÁSZATI ÜZEMEK * Műszaki Könyvtára

EINE NEUE HERLEITUNG DER GRAM'SCHEN KRITERIEN.

Von GUSTAV RADOS, Ehrenmitglied.

Im vorstehenden Artikel wird nachgewiesen, dass die GRAM'sche Determinante im Falle der reellen und im Intervalle (ab) integrirbaren Funktionen

$$f_1(x),\ f_2(x), \ldots,\ f_n(x)$$

folgendermassen dargestellt werden kann

$$G = \begin{vmatrix} \int_a^b f_1(x) f_1(x)\,dx & \int_a^b f_1(x) f_2(x)\,dx & \ldots & \int_a^b f_1(x) f_n(x)\,dx \\ \int_a^b f_2(x) f_1(x)\,dx & \int_a^b f_2(x) f_2(x)\,dx & \ldots & \int_a^b f_2(x) f_n(x)\,dx \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \int_a^b f_n(x) f_2(x)\,dx & \int_a^b f_n(x) f_2(x)\,dx & \ldots & \int_a^b f_n(x) f_n(x)\,dx \end{vmatrix} =$$

$$= \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b D^2 dx_1 dx_2 \ldots dx_n,$$

wo D die Determinante

$$D = \begin{vmatrix} f_1(x_1) f_2(x_1) \ldots f_n(x_1) \\ f_1(x_2) f_2(x_2) \ldots f_n(x_2) \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ f_1(x_n) f_2(x_n) \ldots f_n(x_n) \end{vmatrix}$$

bezeichnet. Diese Gleichung setzt die auf die lineare Unabhängigkeit resp. Abhängigkeit der Funktion $f_1(x),\ f_2(x), \ldots,\ f_n(x)$ in Evidenz.

Im Falle von n imaginären Funktionen

$$f_1(z),\ f_2(z),\ldots,\ f_n(z),$$
$$(z=x+yi,\ i=\sqrt{-1})$$

wo

$$f_g(z) = f_{g_1}(x,\ y) + if_{g_2}(x,\ y)$$
$$(g=1,\ 2,\ \ldots,\ n)$$

von denen nichts weiteres als ihre Integrirbarkeit auf einer geradlinigere Strecke (ab) vorausgesetzt wird, führe ich den Nachweis für die Richtigkeit der folgenden Relation:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \int_a^b f_1(z)\overline{f_1(z)}\,dz & \int_a^b f_1(z)\overline{f_2(z)}\,dz & \ldots & \int_a^b f_n(z)\overline{f_n(z)}\,dz \\ \int_a^b f_2(z)\overline{f_1(z)} & \int_a^b f_2(z)\overline{f_2(z)}\,dz & \ldots & \int_a^b f_2(z)\overline{f_n(z)}\,dz \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \int_a^b f_n(z)\overline{f_1(z)} & \int_a^b f_n(z)\overline{f_2(z)} & \ldots & \int_a^b f_n(z)\overline{f_n(z)}\,dz \end{vmatrix} =$$

$$= \int_a^b \int_a^b \cdots \int_a^b |\Delta|^2 dz_1 dz_2 \ldots dz_n,$$

in der $|\Delta|$ den absoluten Betrag der Determinante

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_1(z_1) & f_2(z_1) & \ldots & f_n(z_1) \\ f_1(z_2) & f_2(z_2) & \ldots & f_n(z_2) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ f_1(z_n) & f_2(z_n) & \ldots & f_n(z_n) \end{vmatrix}$$

bedeutet und aus der der GRAM'sche Satz, die Funktionen $f_1(z)\ldots f_n(z)$ dann und nur dann linear unabhängig sind, wenn der Wert von Γ eine pozitive Zahl ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Februar 1940.)

A HIPERBOLIKUS SÍKGEOMETRIA FELÉPÍTÉSE.

(Első közlemény.)

KERÉKJARTÓ BÉLA l. tagtól.

Jelen dolgozatomban a BOLYAI és LOBACSEFSZKIJ-től származó ú. n. hiperbolikus síkgeometriának új elemi felépítését adom. A tárgyalás alapjául «*A geometria alapjairól*» c. könyvem I. kötetében[1] felvett axiomarendszer összetartozási rendezési és egybevágósági axiomáit veszem fel, továbbá a BOLYAI-LOBACSEFSZKIJ-féle párhuzamossági axiomát a HILBERT-től származó alakban. Folytonossági axiomát nem veszünk fel. Axiomarendszerünk aequivalens a HILBERT: «*Neue Begründung der Bolyai-Lobatschefskyschen Geometrie*» című művében[2] felvett axiomarendszerrel, de attól főként abban különbözik, hogy szögek egyenlőségét nem tekintjük alapfogalomnak, hanem szakaszok egyenlősége alapján értelmezzük.

Tárgyalásom azonban lényegesen eltér a HILBERT-félétől s inkább annak a programmnak a hiperbolikus síkgeometriára való átvitele, melyet HESSENBERG az elliptikus síkgeometriára vonatkozóan megvalósított.[3] Ennek a tárgyalásnak előnye az, hogy *mélyebb betekintést nyujt az euklidesi és a hiperbolikus geometria között fennálló kölcsönös kapcsolatokba.*

Tárgyalásom gondolatmenetét a következőben ismertetem. POINCARÉ-tól származik a hiperbolikus síkgeometriának az

---

[1] Ezt a könyvet, melyre a következőkben többször utalok, *G. A. I.* jellel fogom idézni.

[2] HILBERT: Grundlagen der Geometrie c. könyvének III. függeléke.

[3] HESSENBERG: Begründung der elliptischen Geometrie. Mathem. Annalen, 61.

euklidesi síkban való következő megvalósítása. Hiperbolikus síkon értjük az euklidesi síknak valamely l egyenese által meghatározott egyik félsíkját. Hiperbolikus egyenesnek nevezzük az l-re merőleges egyeneseknek és köröknek az illető félsíkba eső félsugarát, illetve félkörét. A P, Q pontok hiperbolikus távolságán értjük a P, Q pontokon áthaladó, l-re merőleges körnek l-lel való P', Q' metszéspontjaiból és P, Q-ból alkotott

$$(PQQ'P') = \frac{PQ' . QP'}{PP' . QQ'}$$

kettősviszonynak a logaritmusát, illetve, ha a P, Q pontok az l-et a Q' pontban merőlegesen metsző egyenesen feküsznek, a

$$(PQQ') = \frac{PQ'}{QQ'}$$

osztásviszony logaritmusát. Ilyen módon előállítottunk egy *képgeometriát* (vagy modellt), melyről az euklidesi geometria tételei alapján igazolható, hogy eleget tesz a hiperbolikus síkgeometria axiomáinak.

A fent ismertetett hiperbolikus képgeometria egyelőre csak arra szolgál, hogy igazoljuk általa a hiperbolikus geometria létezését, de nem ad felvilágosítást arról, vajjon *minden axiomatikusan értelmezett hiperbolikus síkgeometria megegyező-e ezzel a képgeometriával.*

Jelen tárgyalásomban éppen erre a kérdésre adok igenlő választ. Olyan módon, hogy az axiomáival meghatározott hiperbolikus síkgeometriából kiindulva felépítek egy képgeometriát s erről igazolom, hogy a közönséges euklidesi síkgeometriával megegyező. Majd pedig megmutatom, hogy ebben az euklidesi síkban az eredetileg adott hiperbolikus geometriát a POINCARÉ-féle képgeometria valósítja meg.

A hiperbolikus síkgeometriának fent ismertetett képében az l-re merőleges félsugarak egymással párhuzamos hiperbolikus egyenesek, az l-lel párhuzamos egyenesek az előbbi hiperbolikus egyenesseregnek horociklusai és az l-lel ferdeszöget bezáró félsugarak a hiperbolikus egyenessereg egyeneseinek aequidistans vonalai. A hiperbolikus síkot ábrázoló félsíkot az l-en tükröz-

tetem; ehhez a két hiperbolikus síkpéldányhoz hozzáveszem az l egyenest s így visszakapom az euklidesi síkot.

Kiindulva az axiomatikusan értelmezett hiperbolikus síkgeometriából, veszek tehát egy párhuzamos egyenessereget, ennek horociklusait és aequidistans vonalait. Kiegészítem a síkot az egyenesek «végtelen távoli pontjaival», melyek együtt egy «egyenest» alkotnak; ennek a hiperbolikus síknak két példányát veszem s egyesítem megfelelő végtelen távoli pontjaiban. Az így megalkotott képsíkon a kiválasztott hiperbolikus egyenesekből, horociklusokból és aequidistans vonalakból megalkotom a képgeometria egyeneseit. A hiperbolikus síkgeometria elemi tételei alapján igazolom, hogy ezekre az egyenesekre teljesülnek az euklidesi síkgeometria axiomái, köztük nevezetesen az euklidesi párhuzamossági axioma, Majd értelmezem két pontnak a képgeometria értelmében való távolságát s megmutatom hogy ez a közönséges euklidesi távolsággal megegyező.

Eljárásom lényegét röviden így jellemezhetem: *ez az az eljárás, mellyel az euklidesi geometria létezését kellene igazolni, ha a hiperbolikus geometriának lenne afféle evidenciája, mint amilyet az euklidesi geometriának tulajdonítunk.*

Tárgyalásom eredménye pedig az, hogy az axiomatikusan megalapozott hiperbolikus geometriának egy egyértelműen meghatározott analitikus előállítását adja, abban az értelemben, mint HILBERT-nek az euklidesi geometria alapjaira vonatkozó vizsgálatai az euklidesi geometriának egy egyértelműen meghatározott analitikus előállításához: a DESCARTES-féle analitikus geometriához vezettek.

1. §. A hiperbolikus síkgeometria axiomarendszere.

I. Összetartozás. 1. *Bármely egyeneshez legalább két pont tartozik.*

2. *Bármely két ponthoz tartozik egy és csak egy egyenes.*

3. *Van három nem egy egyenesen fekvő pont.*

4. *Az összes pont egy síkhoz tartozik.*

II. Rendezés. 1. *Ha A, B, C egy egyenes három pontja és B az A és C között fekszik, akkor B a C és A között fekszik.*

2. *Ha A, B, C egy egyenes három különböző pontja, ezek közül egyik és csak egyik fekszik a másik kettő között. Ha egy egyenes A, B, C pontjai közül valamelyik a másik kettő között fekszik, akkor a három pont egymástól különböző.*

3. *Ha A, B az a egyenes két különböző pontja, van az a egyenesnek olyan D pontja, hogy B az A és D között fekszik.*

4. *Legyenek A, B, C nem egy egyenesen fekvő pontok és a olyan egyenes, melyhez nem tartozik az A, B, C pontok közül egyik sem. Ha a-nak van az AB szakasszal közös pontja* (vagyis ha van az *AB* egyenessel olyan közös pontja, mely *A* és *B* között fekszik), *akkor a-nak vagy a BC, vagy az AC szakasszal is van közös pontja.*

III. Egybevágóság. 1. *Minden AB szakasz önmagával egyenlő: $AB = AB$ és $AB = BA$. — Ha $AB = A'B'$, akkor $A'B' = AB$. — Ha $AB = A'B'$ és $AB = A''B''$, akkor $A'B' = A''B''$.*

2. *Ha AB az a egyenes szakasza és A' az a' egyenes pontja, akkor az a' egyenesen A' bármelyik oldalán egy és csak egy olyan B' pont van, melyre $AB = A'B'$.*

3. *Ha az A egyenesen fekvő AB és BC szakaszoknak nincs közös pontja, s az a' egyenesen fekvő A'B' és B'C' szakaszoknak nincs közös pontja, akkor az $AB = A'B'$ és $BC = B'C'$ egyenlőségekből következik: $AC = A'C'$.*

4. *Ha A, B, C nem egy egyenesen fekvő pontok, és A', B' olyan pontok, melyekre $AB = A'B'$, akkor van az A'B' egyenes bármelyik oldalán egy és csak egy olyan C' pont, melyre $AC = A'C'$ és $BC = B'C'$.* (Az előbbi három egyenlőséget a következő jelben foglaljuk össze: $ABC \equiv A'B'C'$).

5. *Ha A, B, C nem egy egyenesen fekvő pontok, és P az AB egyenes pontja, továbbá A', B', C', P' olyan pontok, melyekre $ABC \equiv A'B'C'$ és $ABP \equiv A'B'P'$, akkor $CP = C'P'$.*

Értelmezés. *Szögön* értünk valamely *O* pontból kiinduló két *a* és *b* félsugarat (ezek a szög szárai), melyek nem tartoznak egy egyeneshez, hozzászámítva az *O* pontot is. A szög a síkot két részre osztja (az I és II axiomák folytán); a *szög belsejéhez* tartozik a sík valamely pontja, ha mindegyik szárnak

ugyanazon az oldalán fekszik, mint a szög másik szára. (G. A. I. 8. §).

IV. Párhuzamosság. *Ha b valamely egyenes és A hozzá nem tartozó pont, akkor van két olyan A-ból kiinduló félsugár a_1 és a_2, melyek nem alkotnak egy egyenest, s amelyek b-t nem metszik, de minden az A-ból kiinduló s az (a_1, a_2) szög belsejében fekvő félsugár metszi b-t.*

Értelmezés. Ha a fenti axioma állítása teljesül, akkor az a_1, a_2 félsugarakat a b egyenessel *párhuzamos*nak nevezzük. Ha B a b egyenes valamely pontja, jelöljük b-nek B által meghatározott két félsugarát b_1, b_2-vel, úgyhogy a_1 és b_1 az AB egyenesnek ugyanazon az oldalán feküdjenek; az a_1 félsugarat a b_1 félsugárral (s ugyanúgy a_2-t b_2-vel) párhuzamosnak nevezzük.

Az értelmezésből következik, hogy ha egy félsugár egy másikkal, akkor a másik az elsővel, továbbá, ha két félsugár egy harmadikkal, akkor a két félsugár egymással is párhuzamos.

Értelmezés. Minden félsugárhoz hozzárendelünk egy *vég*et; az összes egymással párhuzamos félsugárról azt mondjuk, hogy végük közös. Az összes végeket megkapjuk, ha a sík valamely O pontjából kiinduló félsugarak végeit vesszük; ebből következik, hogy a végekre egy ciklikus rendezés áll fenn. (G. A. I. 8. §.)

Értelmezés. Az Ab és Ac félsugarak által alkotott $\sphericalangle bAc$ és az $A'b'$, $A'c'$ félsugarak által alkotott $\sphericalangle b'A'c'$ szöget egyenlőnek nevezzük (jelben: $\sphericalangle bAc = \sphericalangle b'A'c'$), ha az Ab és $A'b'$ félsugarakra egyenlő AB és $A'B'$ szakaszokat, s az Ac és $A'c'$ félsugarakra egyenlő AC és $A'C'$ szakaszokat mérve fel, a BC és $B'C'$ szakaszok egyenlők.

Értelmezés. Ha az Ab és Ab' félsugarak egy egyenest alkotnak, s ha a $\sphericalangle bAc$ és $\sphericalangle b'Ac$ szögek egyenlők, akkor ezeket *derékszög*nek, a b és c félsugarakat pedig egymásra *merőleges*nek nevezzük.

A következő segédtételeket illetően HILBERT müvére utalunk.

1. *Ha az a és b egyeneseket a c egyenes egyenlő váltószögekben metszi, akkor a és b nem metszi egymást és nem párhuzamos egymással.*

2. *Ha a és b nem metszők és nem párhuzamosak, van egy és csak egy olyan c egyenes, mely mindkettőre merőleges.*

3. *Ha b_1 és b_2 nem párhuzamos félsugarak, van egy és csak egy olyan egyenes, mely mindkét félsugárral párhuzamos; vagyis bármely két véghez van egy és csak egy olyan egyenes, mely ezt a két véget összeköti.*

Ebből könnyen levezethető a következő segédtétel:

4. *Ha a egy tetszőleges egyenes és b_1 olyan félsugár, mely nem párhuzamos a-val, akkor van egy és csak egy olyan egyenes, mely merőleges a-ra és párhuzamos b_1-gyel; vagyis b_1 végéből a-ra egy és csak egy merőleges bocsátható.*

Legyen ugyanis b_1' az a valamely A pontjából kiinduló b_1-gyel párhuzamos félsugár, és a_1 a-nak A által meghatározott egyik félsugara. Az a egyenes másik oldalán legyen b_2' az az A-ból kiinduló félsugár, melyre $\sphericalangle a_1Ab_1' = \sphericalangle a_1Ab_2'$. Az a b egyenes, mely b_1'-vel és b_2'-vel párhuzamos, merőleges a-ra.

2. §. A hiperbolikus sík kongruens leképezései.

A *sík kongruens leképezésén* olyan előírást értünk, mely a sík minden P pontjához hozzárendel egy P' pontot, úgyhogy a sík bármely P' pontja egy és csak egy P pontnak felel meg; továbbá, ha P és Q két tetszőleges pont, P' és Q' a hozzájuk rendelt pontok, akkor $PQ = P'Q'$.

Az I—III axiomák alapján értelmezhetők a következő kongruens leképezések (G. A. I. 15. és 19. §).

A síknak valamely a egyenesre vonatkozó *tükrözésénél* minden P pontnak az a egyenesre vonatkozó *tükörképét* feleltetjük meg, vagyis azt a P' pontot, melyre nézve PP' merőleges a-ra, továbbá PP' és a metszéspontját A-val jelölve, $AP = AP'$. Az a egyenest a P, P' *pontpár középvonalának* nevezzük.

A síknak egy a *egyenes mentén való eltolásánál* az a egyenes valamely A pontjának az a egyenes A' pontját, minden B pontjának azt a B' pontját feleltetjük meg, melyre AA' és BB' egyenlő és egyirányú szakaszok. Ha P a sík tetszőleges pontja, a P-ből a-ra bocsátott merőleges talppontja legyen B, ennek az eltolásnál megfelel a B' pont; B'-ben a-ra merőleges

félsugarat bocsátunk ugyanazon az oldalon, melyen B fekszik, s erre a félsugárra rámérjük a BP-vel egyenlő $B'P'$ szakaszt; az ilyen módon meghatározott P' pontot feleltetjük meg a P pontnak.

Értelmezés. Az a egyenes *aequidistans vonalán* olyan pontoknak az összességét értjük, melyek a-nak ugyanazon az oldalán, tőle egyenlő távolságban feküsznek; az a egyenest az illető aequidistans vonal *alapvonalának* nevezzük.

Az a egyenes mentén való eltolásoknál a aequidistans vonalai önmagukba mennek át.

5. *Az a egyenes mentén való eltolások kommutatív csoportot alkotnak;* vagyis bármely két az a egyenes mentén való eltolás összetétele maga is egy az a egyenes mentén való eltolás, és független attól a sorrendtől, melyben az eredeti két eltolást egymásután alkalmazzuk. (G. A. I. 19. §.)

A sík valamely O pontja körül való *félforgásnál* minden P pontnak a PO egyenesnek azt a P' pontját feleltetjük meg, melyre $PO = OP'$.

6. *Az O pont körül való félforgás előállítható mint két az O ponton áthaladó egymásra merőleges egyenesre vonatkozó tükrözés összetétele.*

Az I—IV axiomákból könnyen levezethető a következő tétel, tekintettel arra, hogy a sík kongruens leképezéseinél minden szög vele egyenlő szögbe, s egymást metsző egyenesek ugyanilyen egyenesekbe mennek át:

7. *Ha Aa és Bb párhuzamos félsugarak és AB merőleges b-re, ha továbbá Cc és Dd párhuzamos félsugarak és CD merőleges d-re, akkor az $AB = CD$ egyenlőségből következik az $\sphericalangle aAB$ és $\sphericalangle cCD$ szögek egyenlősége és megfordítva.*

Értelmezés. Az a és b egyenesek A és B pontját *homolog* pontoknak nevezzük, ha az a és b egyenes az AB egyenessel annak ugyanazon az oldalán egyenlő belső szögeket zár be.

Ha az a és b egyenesnek nincs közös pontja, akkor az a egyenes minden A pontjának a b egyenes egy és csak egy vele homolog B pontja felel meg. Ha a és b párhuzamos, ez az állítás a fenti 2. tételből könnyen következik; egyébként l. G. A. I. 22. §.

Legyen a_1 egy félsugár, ennek a végét jelöljük ω-val. Tekintsük az a_1-gyel párhuzamos (vagyis ω-végű) a egyenesek seregét. Ha a, b, c ennek a seregnek három egyenese, s ha A és B az a és b egyenesnek, B és C a b és c egyenesnek homolog pontjai, akkor A és C az a és c egyenesnek ugyancsak homolog pontjai.

Értelmezés. Az ω-végű egyenessereg *horociklusának* nevezzük olyan pontoknak az összességét, melyek valamely A ponttal a sereg egyenesein homologok.

8. *Az ω-végű egyenessereg bármely egyenesének a sereg bármely horociklusával pontosan egy közös pontja van.*

9. *A síknak az a egyenes mentén való eltolásainál az a-val párhuzamos egyenesek egymásba s ennek az egyenesseregnek a horociklusai egymásba mennek át.*

Értelmezés. Az ω-végű a és a' *egyenesek megfelelő oldalán* értjük az a egyenes által meghatározott, az a'-t tartalmazó félsíkot és az a' egyenes által meghatározott, az a-t *nem* tartalmazó félsíkot.

Értelmezés. A h horociklus AA' és BB' íveit egyenlőnek nevezzük, ha az AA' és BB' egyenesszakaszok egyenlők; egyirányúnak, ha A' és B' az A-t, illetve B-t ω-val összekötő $A\omega$ és $B\omega$ egyenesnek megfelelő oldalán feküsznek.

A síknak az ω-végű egyenessereg h *horociklusai mentén való eltolását* következőképpen értelmezzük. Legyen A és A' valamely h horociklus két pontja; h minden B pontjának azt a B' pontját feleltetjük meg, melyre az AA' és BB' horociklusívek egyenlők és egyirányúak. Ha P a sík tetszőleges pontja, jelentse B a $P\omega$ egyenesnek h-val közös pontját, B' a B-nek megfelelő pontot és P' a $B'\omega$ egyenesnek a P-n áthaladó h' horociklussal közös pontját; a P pontnak az ilyen módon meghatározott P' pontot feleltetjük meg.

10. *A horociklusok mentén való eltolások a sík kongruens leképezései; ezek kommutatív csoportot alkotnak, melynél a h horociklusok önmagukba és az ω-végű egyenesek egymásba mennek át.*

Bebizonyítjuk a következő tételt:

11. *A hiperbolikus sík minden mozgása* (vagyis az irányí-

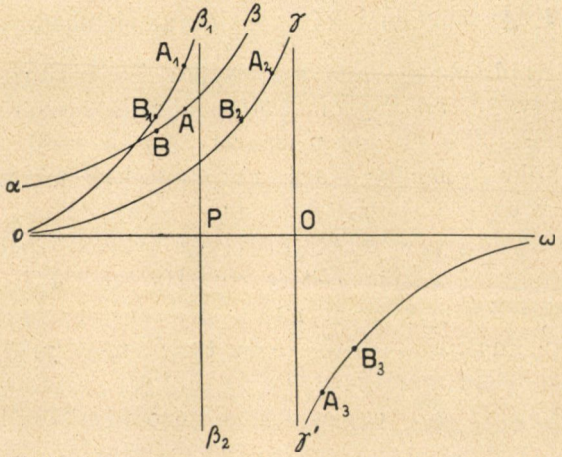
tást megtartó kongruens leképezése) *összetehető a következőkből:*

a) *félforgás a sík valamely O pontja körül;*

b) *eltolás valamely ω-végű egyenes mentén;*

c) *eltolás az ω-végű egyenessereg horociklusai mentén.*

Ha AB és $A'B'$ két tetszőleges egymással egyenlő egyenesszakasz, akkor van a síknak egy és csak egy olyan mozgása, mely A-t A'-be, B-t B'-be viszi át. Tegyük fel, hogy az A', B' pontok az $O\omega$ egyenesen feküsznek és ω az $A'B'$ félsugár vége; az $O\omega$ egyenes másik végét jelöljük o-val. (1. ábra.) Az AB



1. ábra.

egyenes végeit jelöljük α, β-val, úgyhogy sorrendjük $\beta AB\alpha$ legyen (tehát α az AB félsugár vége, β a BA félsugáré). Az $a\omega$ egyenest a h horociklusok mentén való eltolással átvisszük az $o\omega$ egyenesbe; ennél az AB pontpár olyan A_1B_1 pontpárba megy át, melyre $AB = A_1B_1$. A B_1A_1 félsugár vége legyen β_1; β_1-ből az $o\omega$ egyenesre merőlegest bocsátunk; ennek talppontja legyen P, másik vége β_2. Az O-ban az $o\omega$-ra bocsátott merőlegesnek végeit jelöljük γ, γ'-vel, úgyhogy β_1 és γ $o\omega$-nak ugyanazon az oldalán legyenek. Az $o\omega$ egyenes mentén való eltolással P-t átvisszük O-ba; ennél β_1 és β_2 átmegy γ-ba és γ'-be, s az A_1B_1 szakasz

egy az $o\gamma$ egyenesen fekvő A_2B_2 szakaszba. Az O pont körül való félforgásnál o és ω, s ugyancsak γ és γ' felcserélődnek egymással; igy az $o\gamma$ egyenes átmegy az $\omega\gamma'$ egyenesbe, s az A_2, B_2 pontpár a $\gamma'\omega$ egyenesen fekvő A_3, B_3 pontpárba, melynek elrendezése $\gamma' A_3 B_3 \omega$. Ismét a horociklusok mentén való eltolással átvisszük a $\gamma'\omega$ egyenest $o\omega$-ba; ennél az A_3B_3 átmegy az $o\omega$-n fekvő A_4B_4 szakaszba; végül az $o\omega$ egyenes mentén való eltolással A_4-et átvisszük A'-be; mivel $A_4B_4 = A'B'$ és fennáll az $oA'B'\omega$, $oA_4B_4\omega$ elrendezés, ugyanennél az eltolásnál B_4 átmegy B'-be. Ezzel bebizonyítottuk a 11. tételt.

3. §. Az euklidesi kép vonalainak értelmezése.

A hiperbolikus sík elemeinek alapján értelmezünk egy *kép-geometriát* (vagy *pseudo-geometriát*) a következő módon.

A hiperbolikus sík két példányát vesszük, ezeket H-val és $\bar{H}$-lal jelöljük. H minden pontja s ugyancsak $\bar{H}$ minden pontja a képsíknak egy-egy pontja. Az egyik példány valamely ω végét s a másik példánynak ezzel megegyező $\bar{\omega}$ végét elhagyva, a többi végekben egyesítjük H-t és $\bar{H}$-t. Ha tehát a H-nak valamely vége és $\bar{a}$ $\bar{H}$-nak ezzel megegyező vége, akkor az $a = a$ elem a képsíknak *egy* pontja. A H és $\bar{H}$ megegyező végeinek azonosításából származó pontok a képsík l_ω «vízszintes» egyenesét alkotják. H és $\bar{H}$ egy-egy megegyező pontját a képsíkban az l_ω *egyenesre szimmetrikus pontok*nak, vagy az l_ω-ra *vonatkozó tükörképek*nek nevezzük.

H-ban az ω-végű egyenessereg bármely horociklusa, s ugyanúgy $\bar{H}$-ban az $\bar{\omega}$-végű egyenessereg bármely horociklusa a képsíknak egy-egy «*vízszintes*» egyenesét alkotja.

Legyen a H valamely ω-végű egyenese, $\bar{a}$ $\bar{H}$-nak a-val megegyező egyenese, a kettőnek közös vége $a = \bar{a}$; az a és $\bar{a}$ egyenesek az $a = \bar{a}$ ponttal együtt a képsíkban *egy* «*függőleges*» egyenest alkotnak. Az a pont a és $\bar{a}$ pontjai között fekszik.

Legyen e_1 és e_2 az a egyenesnek két szimmetrikus aequidistans vonala (melyek egymás tükörképei a-ra vonatkozóan): a $\bar{H}$-ban ezekkel megegyező vonalak legyenek $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$ és $\bar{a}$. Az e_1 és $\bar{e}_2$ vonalak az $\bar{a}$ egyenes $a = \bar{a}$ végével együtt a képsíkban

egy «*ferde*» egyenest alkotnak; ugyanúgy az $\bar{e}_1$ és e_2 vonalak $a = a$-lal együtt. Az $a = \bar{a}$ pont e_2 és $\bar{e}_2$ pontjai között fekszik.

A képsíkban értelmezett egyeneseket (félreértés elkerülése végett) *vonalak*nak, vagy *l-vonalak*nak nevezzük; *egyenes*en a továbbiakban a hiperbolikus egyeneseket értjük.

Meg fogjuk mutatni, hogy a képsík vonalainak rendszerére teljesülnek a fenti I és II axiomacsoportok axiomái s az euklidesi párhuzamossági axioma.

Az I csoport 1, 3, 4 axiomái az értelmezések alapján közvetlenül következnek a hiperbolikus síkgeometria megfelelő axiomáiból. Ebből a csoportból csupán az I.2 axiomát kell igazolnunk; erre szolgál a következő tárgyalás.

12. *Ha A és B a H hiperbolikus sík két olyan pontja, melyek nem feküsznek sem egy ω-végű egyenesen, sem egy h horocikluson, akkor van egy olyan ω-végű a egyenes, melynek egy e aequidistans vonalán feküsznek.*

Legyen ugyanis k az A, B pontpár középvonala és a az ω végből k-ra bocsátott merőleges. A k-ra vonatkozó tükrözésnél A és B egymásba, a önmagába megy át; ebből következik, hogy A és B a-nak ugyanazon az oldalán és a-tól egyenlő távolságban feküsznek.

13. *Ha A és B a hiperbolikus sík két olyan pontja, melyek nem feküsznek egy ω-végű egyenesen, akkor van egy olyan őket elválasztó ω-végű a egyenes, melytől A és B egyenlő távolságban vannak;* t. i. az AB szakasz középpontján át fektetett ω-végű a egyenes. Ebből következik, hogyha A és $\overline{B}$ a H és $\overline{H}$ olyan pontjai, melyek nem feküsznek egy függőleges vonalon, akkor van egy olyan ferde $e_1 + \bar{e}_2$ vonal, melyhez tartoznak.

Ha a tetszőleges vég és A valamely pont, akkor A vagy az $a = a\omega$ egyenesen s ezért az $a + a$ függőleges vonalon, vagy az $a\omega$ egyenesnek az A ponton áthaladó e_1 aequidistans vonalán s így a képsíknak az $e_1 + \bar{e}_2$ ferde vonalán fekszik. Végül két tetszőleges α és β vég az l_ω vízszintes vonalhoz tartozik.

14. *A képsík bármely két pontjához tartozik tehát legalább egy l-vonal.*

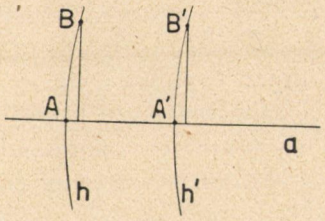
Két h és h' horociklusnak nincs közös pontja; bármely h horociklusnak bármely ω-végű a egyenessel pontosan egy közös

pontja van. Két ω-végű a és a' egyenesnek nincs közös pontja, sem közös vége. Ebből következik:

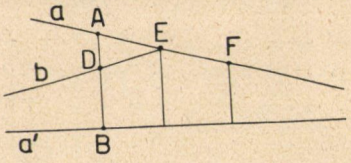
15. *A képsík két-két függőleges vagy vízszintes vonalának nincs közös pontja. Minden függőleges vonalnak minden vízszintes vonallal pontosan egy közös pontja van.*

16. *Bármely h horociklusnak az ω-végű a egyenes bármely e aequidistans vonalával pontosan egy közös pontja van.*

Jelöljük h'-vel az e aequidistans vonal valamely B' pontján áthaladó horociklust, A'-vel h'-nek a-val közös pontját (2. ábra). Az a egyenes mentén való eltolással átvisszük A'-t h és a közös A pontjába; ennél az eltolásnál h' átmegy h-ba és e önmagába; tehát B' képe B a h és e közös pontja. Ha h-nak és e-nek valamely más B_1 közös pontja is lenne, legyenek C és C_1 a



2. ábra.



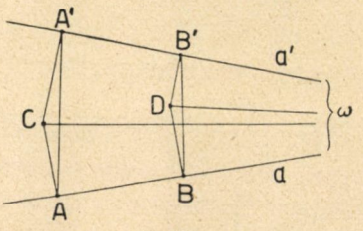
3. ábra.

B-ből és B_1-ből a-ra bocsátott merőlegesek talppontja; az a egyenes mentén való eltolásnál, mely C-t C_1-be viszi át, B átmegy B_1-be, a B-n áthaladó h horociklus a B_1-en áthaladó horociklusba, vagyis önmagába s így ennek a-val közös A pontja önmagába megy át. Az a egyenesnek ez az eltolása az azonosság s ezért B_1 azonos B-vel.

17. *Legyenek a és a' ω-végű egyenesek és e' az a'-nek olyan aequidistans vonala, mely a'-nek ugyanazon az oldalán fekszik, mint a; a-nak és e'-nek pontosan egy közös pontja van.*

Az a egyenes valamely A pontjából a'-re merőlegest bocsátunk; ennek B talppontjától felmérjük a BA félsugárra az (a', e') távolsággal egyenlő BD szakaszt (3. ábra). D-ből a' másik végéhez egyenest fektetünk, jelöljük ezt b-vel. a-nak és

b-nek van közös pontja, mint a II.4 és IV. axiomák alapján könnyen belátható. a és b közös E pontjától rámérjük az $E\omega$ félsugárra a DE-vel egyenlő EF szakaszt. Az E-ből a'-re bocsátott merőlegesre vonatkozó tükrözésnél a' önmagába, D és F egymásba megy át; ezért D és F a'-től egyenlő távolságban van. Tehát az a egyenes F pontja a'-nek e' aequidistans vonalához tartozik. Viszont a-nak nem lehet két olyan F_1 és F_2 pontja, melynek a'-től való távolsága egyenlő; az ellenkezőt téve fel, F_1-ből és F_2-ből a'-re merőlegest bocsátunk, ezek talppontja legyen G_1 és G_2. A G_1, G_2 pontpár k középvonalára vonatkozó tükrözésnél F_1 és F_2 egymásba, tehát a önmagába megy át, s így k közös merőlegese lenne a párhuzamos a és a' egyeneseknek, ellentétben az 1. tétellel.



4. ábra.

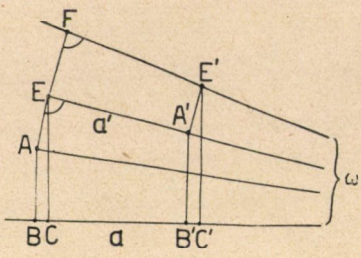
18. *Két ω-végű a és a' egyenes egy-egy e és e' aequidistans vonalának legfeljebb egy közös pontja van.*

Ellenkező esetben legyen C és D két olyan pont, melyek a-nak is a'-nek is ugyanazon az oldalán feküsznek, s melyekre $CA = DB$ és $CA' = DB'$, hol A, A' jelentik a C-ből, B, B' a D-ből az a-ra, illetve az a'-re bocsátott merőlegesek talppontját (4. ábra). C-ből és D-ből ω-végű egyeneseket fektetünk. A 7. tétel szerint az $AC = BD$ egyenlőségből következik $\sphericalangle AC\omega = \sphericalangle BD\omega$, s az $A'C = B'D$ egyenlőségből $\sphericalangle A'C\omega = \sphericalangle B'D\omega$; ebből $\sphericalangle A'CA = \sphericalangle B'DB$; tekintettel az $AC = BD$, $A'C = B'D$ egyenlőségekre adódik továbbá, hogy $AA' = BB'$ és $\sphericalangle A'A\omega \sphericalangle B'B\omega$. Ebből következik, hogy az a' egyenes A' és B' pontjainak a-tól való távolsága egyenlő, ellentétben a 17. tétellel.

19. *Legyen a és a' két ω-végű egyenes, e_1, e_2 és e_1', e_2' ezeknek szimmetrikus aequidistans vonalai. Tegyük fel, hogy a' és e_1 a-nak ugyanazon az oldalán, e_1 és e_1' pedig a-nak és a'-nek megfelelő oldalán vannak. Ha $(a, e_1) > (a', e_1')$, akkor e_1-nek van e_1'-vel közös pontja, de e_2-nek nincs e_2'-vel közös pontja.*

A 17. tétel szerint van a'-nek e_1-gyel közös pontja: E. E-ből

a-ra merőlegest bocsátunk, talppontja legyen C (5. ábra). Az E-ben a'-re emelt merőlegesnek e_1'-höz tartozó pontja legyen F. Az $\sphericalangle\, \omega FE$ szöggel egyenlő $\sphericalangle\, \omega Ec$ szöget felvesszük a'-nek másik oldalán, mint amelyiken e_1' fekszik; ennek a szögnek Ec szárára felmérjük az FE-vel egyenlő EA szakaszt. Abból a feltételünkből, hogy $(a, e_1) > (a', e_1')$, tehát $EC > EA$, következik, hogy A és E az a egyenesnek ugyanazon az oldalán van. a-nak az A ponton áthaladó aequidistans vonala metszi tehát az a' egyenest egy A' pontban. Az A pontból az a-ra bocsátott merőleges talppontját jelöljük B-vel. Az a egyenes mentén való eltolásnál, mely A-t A'-be viszi át, a B, C, E pontok képe legyen B', C', E'. $A'B'$ és $E'C'$ merőleges a-ra, továbbá $EC = E'C'$, $AE = A'E'$ és $\sphericalangle\, \omega EA = \sphericalangle\, \omega E'A'$. Az $EC = E'C'$ egyenlőség szerint E' *az* e_1 *aequidistans vonalon fekszik.* Az $AE = A'E'$, $\sphericalangle\, \omega EA = \sphericalangle\, \omega E'A'$ egyenlőségekből a 7. tétel szerint következik, hogy $E'A'$ merőleges $A'\omega$-ra, vagyis a'-re. Mivel $AE = EF = A'E'$, tehát E' *az* e_1' *aequidistans vonalnak is pontja.*



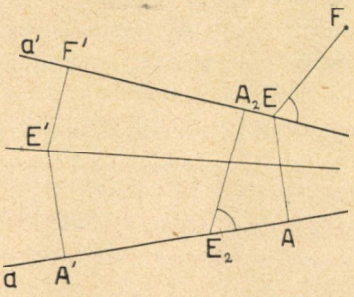
5. ábra.

Ha az e_2 és e_2' aequidistans vonalaknak is volna egy E'' közös pontja, akkor E' és E'' az a egyenesnek különböző oldalán, tőle egyenlő távolságban fekvő pontok s így az $E'E''$ szakasz P középpontja a-hoz s hasonlóan a'-höz tartoznék; de mivel a és a' párhuzamos, nincs közös pontjuk.

20. *Legyen* a *és* a' *két* ω*-végű egyenes,* e_1, e_2 *és* e_1', e_2' *ezeknek szimmetrikus aequidistans vonalai. Tegyük fel (mint előbb), hogy* a' *és* e_1 a*-nak ugyanazon az oldalán,* e_1 *és* e_1' *pedig* a*-nak és* a'*-nek megfelelő oldalán vannak.* e_1*-nek van* e_2'*-vel,* e_2*-nek nincs* e_1'*-vel közös pontja.*

Mivel e_2 és e_1' a-nak különböző oldalán feküsznek, második állításunk nyilvánvaló. Az első állítást hasonló meggondolással bizonyítjuk be, mint a 19. tételt. A 17. tétel szerint e_1-nek van a'-vel, és e_2'-nek a-val közös pontja; jelöljük ezeket E-vel, illetve

E_2-vel (6. ábra). Az E-ből a-ra s az E_2-ből a'-re bocsátott merőlegesek talppontja legyen A, illetve A_2. Az $\sphericalangle\, \omega E_2 A_2$-vel egyenlő $\sphericalangle\, \omega Ec$ szöget veszünk fel a'-nek másik oldalán, mint amelyiken E_2 van, s az Ec félsugárra rámérjük az A_2E_2-vel egyenlő EF szakaszt. a-nak az F-en áthaladó aequidistans vonala metszi a'-t egy F' pontban. Az a mentén való eltolásnál, mely F-et F'-be viszi át, az E pont olyan E' pontba megy át, mely közös pontja e_1-nek és e_2'-nek.



6. ábra.

A 18., 19. és 20. tételből következik, hogy *a képsík bármely két ferde vonalának legfeljebb egy közös pontja van;* a 16. és 17 tétel szerint bármely ferde vonalnak bármely vízszintes vagy függőleges vonallal, továbbá 15. szerint bármely függőleges vonalnak bármely vízszintes vonallal egy közös pontja van. Ezt az eredményünket a 14. tétellel összefoglalva, a képsíkra vonatkozó I.2 axiomát kapjuk:

21. *A képsík bármely két pontjához egy és csak egy l-vonal tartozik.*

*

A II. axiomacsoportról a következőket jegyezzük meg.

A hiperbolikus síkra vonatkozó II.1, 2, 3 axiomákból az adott értelmezések alapján közvetlenül következik ezeknek az axiomáknak a képsíkban való érvényessége. A hiperbolikus síkra vonatkozó II.4 axiomából következik, hogy bármely hiperbolikus egyenes, s így bármely ω-végű a hiperbolikus egyenes a hiperbolikus síkot két részre osztja; ha A és B a két rész egy-egy pontja, akkor az AB hiperbolikus egyenesszakasznak van a-val közös pontja. Ha A, B egy h horociklusnak pontjai, akkor 15. szerint van a h horociklusnak is az a egyenessel közös pontja, s ez az AB horociklusívhez tartozik. Hasonlóan, ha A és B egy ω-végű a' egyenes e' aequidistans vonalának pontjai, akkor e'-nek van a-val közös pontja 17. szerint, s ez e'-nek AB

szakaszához tartozik. Ebből következik, hogy a képsík bármely függőleges vonala a képsíkot két félsíkra osztja, s két különböző félsíkhoz tartozó pontot összekötő l-vonalszakasznak van az illető függőleges vonallal közös pontja.

Hasonlóan következik a 15—20. tételekből a megfelelő állítás a képsík vízszintes és függőleges vonalaira s ezáltal a következő a II.4 axiomával aequivalens eredményre jutunk:

A képsíkot bármely l-vonal két részre osztja; ha A és B ugyanannak a résznek pontjai, akkor az őket összekötő l-vonalszakasznak nincs, ha A és B két különböző résznek pontjai, akkor az őket összekötő l-vonalszakasznak van az illető l-vonallal közös pontja.

4. §. A képsík párhuzamos és merőleges vonalai.

22. *Ha az ω-végű, egymástól különböző a és a' egyeneseknek e_1 és e_1' aequidistans vonalai a-nak és a'-nek megfelelő oldalán vannak, s ha $(a, e_1) = (a', e_1')$, akkor e_1-nek és e_1'-nek nincs közös pontja.*

Legyen ugyanis P e_1-nek és e_1'-nek közös pontja; feltevéseink folytán a és a' a $P\omega$ egyenesnek ugyanazon az oldalán feküsznek. A P-ből a-ra és a'-re bocsátott merőlegesek talppontja legyen Q és Q'; mivel $PQ = PQ'$, a 7. tétel szerint $\sphericalangle\, \omega PQ = \sphericalangle\, \omega PQ'$, tehát a PQ és PQ' félsugarak egybeesnek; továbbá, mert $PQ = PQ'$, tehát a Q és Q' pontok, s ezért a PQ-ra merőleges a és a' egyenesek is egybeesnek; ez ellenmondás.

Értelmezés. A képsík két vonalát *párhuzamos*nak nevezzük, ha nincs közös pontjuk. A 15—22. tételek szerint két vonal akkor és csak akkor párhuzamos, ha mindkettő függőleges, vagy ha mindkettő vízszintes, vagy ha olyan $e_1 + \bar{e}_2$ és $e_1' + \bar{e}_2'$ ferde vonalak, hogy e_1 és e_1' alapvonaluknak megfelelő oldalán s attól egyenlő távolságban feküsznek.

A képsík vonalaira teljesül az euklidesi párhuzamossági axioma:

23. *Bármely l-vonalhoz bármely hozzá nem tartozó P ponton át egy és csak egy párhuzamos vonható.*

Ha l függőleges, vagy vízszintes, állításunk nyilvánvaló.

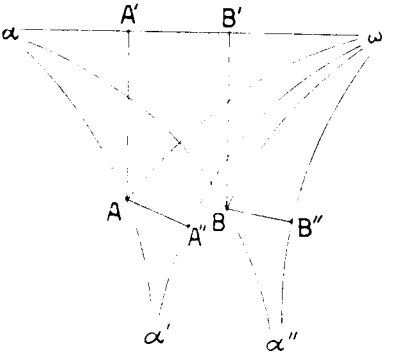
Ha $l = e_1 + e_2$ ferde vonal, s ha P a H hiperbolikus sík pontja, a P-n áthaladó h horociklusnak e_1-gyel és az e_1 a alapvonalával való metszéspontját jelöljük E-vel és A-val; legyen A' h-nak az a pontja, melyre az AE és $A'P$ horociklusívek egyenlők és egyirányúak. Az A' ponton áthaladó ω-végű a' egyenesnek az adott P ponton áthaladó e_1' aequidistans vonala és szimmetrikusának az l_ω-ra vonatkozó e_2' tükörképe olyan ferde vonalat alkotnak, mely a 22. tétel szerint párhuzamos $e_1 + e_2$-lal.

Értelmezés. Az ω-végű a egyeneseket s ezeknek h horociklusait egymásra *merőlegesnek* nevezzük. Az a és a' egyenesek e és e' aequidistans vonalát egymásra *merőlegesnek* nevezzük, ha az a és a' egyenesek egymástól különböző α és α' végét összekötő hiperbolikus egyenes átmegy e és e' közös pontján.

Ennek megfelelően a képsík függőleges és vízszintes vonalait egymásra merőlegesnek nevezzük. Két ferde vonalat akkor nevezünk egymásra merőlegesnek, ha H-ban fekvő részük (t. i. az e_1 és az e_1' aequidistans vonal) merőleges egymásra.

24. *Ha a képsík l vonala merőleges az l' és l'' vonalakra, akkor l' és l'' párhuzamos. Megfordítva, ha l' és l'' párhuzamos és l merőleges l'-re, akkor merőleges l''-re is.*

Ha ezek a vonalak függőleges, vagy vízszintes vonalak, akkor állításunk az értelmezésekből közvetlenül következik. Ha l, l', l'' az ω-végű a, a' a'' egyeneseknek e, e', e'' aequidistans vonalaiból származnak, akkor jelöljük e és e' közös pontját A-val, e és e'' közös pontját B-vel; ezekből a pontokból rendre a-ra és a'-re, illetve a-ra és a''-re merőlegeseket bocsátunk, talppontjukat A', A'', B', B''-vel, továbbá az a, a', a'' egyeneseknek ω-tól különböző végét α, α', α''-vel jelöljük (7. ábra). A merőlegesség értelmezése szerint A az $\alpha\alpha'$ és B az $\alpha\alpha''$ egyenes pontja. Mivel A és B az a egyenes e aequidistans vonalán vannak, $AA' = BB'$; ebből 7. szerint $\sphericalangle\, \alpha A\omega = \sphericalangle\, \alpha B\omega$;



7. ábra.

ezeknek mellékszögei: $\sphericalangle\, \omega A a' = \sphericalangle\, \omega B a''$; ebből ismét 7. szerint $AA'' = BB''$, tehát $(a', e') = (a'', e'')$ s mivel e' és e'' a'-nek és a''-nek megfelelő oldalán vannak, a 22. tétel szerint e' párhuzamos e''-vel. A tétel második része hasonló meggondolással adódik.

A most bebizonyított tétel alapján a merőlegesség értelmezését kiterjesztjük ugyanannak az a egyenesnek két e és e' aequidistans vonalára. Legyen a'' az a-tól különböző egyenes, e'' ennek az az aequidistans vonala, melyre e és e'' alapvonaluknak megfelelő oldalán s attól egyenlő távolságban vannak. Ha e' és e'' merőlegesek egymásra, akkor az e és e' aequidistans vonalakat is egymásra merőlegesnek nevezzük.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1936. május 11-én tartott üléséből.)

A HIPERBOLIKUS SÍKGEOMETRIA FELÉPÍTÉSE.

(Második közlemény.)

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

5. §. Szakaszok egyenlőségének értelmezése a képsíkon.

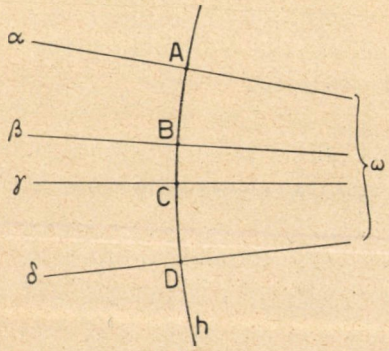
a) *Egy horociklus két ívének egyenlősége. l_ω két szakaszának egyenlősége.*

Legyenek α, β, γ, δ az ω-tól különböző végek, és legyenek A, B, C, D az $\alpha\omega$, $\beta\omega$, $\gamma\omega$, $\delta\omega$ egyeneseknek egy h horociklussal való metszéspontjai. Ha az AB és CD hiperbolikus egyenesszakaszok egyenlők, akkor azt mondjuk, hogy az A, B *pontok képtávolsága egyenlő a* C, D *pontok képtávolságával*, jelben: $[AB] = [CD]$ s ugyancsak, hogy az $\alpha\beta$ és $\gamma\delta$ képtávolságok egyenlők: $[\alpha\beta] = [\gamma\delta]$. (8. ábra).

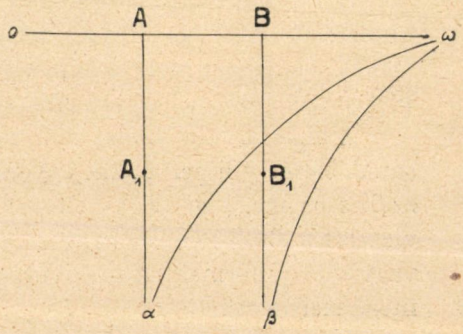
b) *Horociklusív és l_ω szakaszának egyenlősége.*

Ha A és B az $\alpha\omega$ és $\beta\omega$ egyeneseknek egy h horociklussal közös pontjai (8. ábra), akkor az $\alpha\beta$ és AB képtávolságokat egyenlőnek nevezzük: $[\alpha\beta] = [AB]$.

c) *Egyenesszakasz és l_ω szakaszának egyenlősége.*



8. ábra.



9. ábra.

Ha A és B az $o\omega$ egyenes pontjai, s ha $A\alpha$ és $B\beta$ az $o\omega$ egyenesre merőleges, annak ugyanazon az oldalán fekvő félsugarak, akkor: $[oA] = [o\alpha]$ és $[AB] = [\alpha\beta]$. (9. ábra).

d) *Aequidistans vonalszakasz és l_ω szakaszának egyenlősége.*

Ha A_1 és B_1 az $o\omega$ egyenes egy e aequidistans vonalának pontjai és α, β az A_1, illetve a B_1 pontból az $o\omega$ egyenesre bocsátott merőlegeseknek $o\omega$ ugyanazon az oldalán fekvő végei, akkor $[oA_1] = [o\alpha]$ és $[A_1B_1] = [\alpha\beta]$. (9. ábra).

e) *H és $\overline{H}$ egy-egy pontjának képtávolsága.*

Ha A a H és $\overline{B}$ a $\overline{H}$ hiperbolikus sík egy-egy pontja, legyen γ az $A\overline{B}$ pontokon áthaladó l-vonalnak l_ω-val közös pontja; legyenek továbbá α és β l_ω-nak olyan pontjai, melyekre *c)* és *d)* értelmében $[\alpha\gamma] = [A\gamma]$ és $[\gamma\beta] = [\gamma\overline{B}]$, akkor azt mondjuk, hogy az A, $\overline{B}$ pontok képtávolsága egyenlő az α, β pontok képtávolságával: $[A\overline{B}] = [\alpha\beta]$.

f) A képsík két szakaszának egyenlősége.

Ha A, B, C, D a képsík tetszőleges pontjai, legyenek α, β, γ, δ az l_ω vonalnak olyan pontjai, melyekre *b)-e)* szerint: $[AB] = [\alpha\beta]$ és $[CD] = [\gamma\delta]$. Ha *a)* értelmében $[\alpha\beta] = [\gamma\delta]$, akkor azt mondjuk, hogy az AB és CD képtávolságok egyenlők: $[AB] =]CD[$.

A képtávolságokra teljesülnek a III. 1, 2, 3 axiomák (1. §), mint az értelmezésekből közvetlenül következik.

6. §. A képsík vízszintes eltolásai.

A H hiperbolikus síknak a h horociklusok mentén való eltolása (l. 2. §) és $\overline{H}$-nak ezzel megegyező leképezése a képsíknak önmagára való leképezését értelmezi, melyet *a képsík vízszintes eltolásának* nevezünk.

A hiperbolikus síknak a h horociklusok mentén való eltolásánál bármely hiperbolikus egyenesszakasz vele egyenlő egyenesszakaszba megy át (2. §). Meg akarjuk mutatni, hogy a képsík vízszintes eltolásainál *a képtávolságok változatlanok maradnak*, vagyis hogy bármely A, B pontpárnak olyan A', B' pontpár felel meg, melyre $[AB] = [A'B']$.

Ha A, B egy horociklus pontjai, akkor A', B' ugyanennek

a horociklusnak pontjai, s mivel az AB és $A'B'$ hiperbolikus távolságok egyenlők, 5. § *a)* szerint $[AB] = [A'B']$. Jelöljük az ωA, ωB, $\omega A'$, $\omega B'$ egyenesek másik végét α, β, α', β'-vel; akkor ugyancsak 5. § *a)* szerint $[\alpha\beta] = [\alpha'\beta']$.

Legyenek A, B az $o\omega$ hiperbolikus egyenesnek pontjai, és α, β az $o\omega$-ra A-ban és B-ben, $o\omega$-nak ugyanazon az oldalán emelt merőleges félsugarak végei. Jelöljük A', B'-vel azokat a pontokat, melyekbe az A, B pontok valamely vízszintes eltolásnál átmennek. Az AB egyenes átmegy az $A'B'$ egyenesbe, AB-nek o vége az $A'B'$ egyenesnek ω-tól különböző o' végébe; az $o\omega$-ra merőleges $A\alpha$, $B\beta$ félsugarak ennél az eltolásnál az $o'\omega$-ra merőleges $A'\alpha'$, $B'\beta'$ félsugarakba mennek át, s mivel a fentiek szerint $[\alpha\beta] = [\alpha'\beta']$, továbbá 5. § *c)* szerint $[AB] = [\alpha\beta]$, $[A'B'] = [\alpha'\beta']$, ebből 5. § *f)* szerint következik, hogy $[AB] = [A'B']$.

Az $o\omega$ egyenes valamely e aequidistans vonalának az $A\alpha$, $B\beta$ egyenesekkel való A_1, B_1 metszéspontjai az eltolásnál az $o'\omega$ egyenes e' aequidistans vonalának az $A'\alpha'$, $B'\beta'$ egyenesekkel való A_1', B_1' metszéspontjaiba mennek át; ezekre $A_1A = A_1'A'$, tehát az A_1B_1 és $A_1'B_1'$ aequidistans vonalak párhuzamosak (4. §). Továbbá 5. § *d)* szerint $[A_1B_1] = [\alpha\beta]$, $[A_1'B_1'] = [\alpha'\beta']$, s mivel $[\alpha\beta] = [\alpha'\beta']$, tehát $[A_1B_1] = [A_1'B_1']$.

A képsík vízszintes eltolásai a fentiek szerint a hiperbolikus távolságot is, a képtávolságot is változatlanul hagyják.

Mivel a hiperbolikus síknak a horociklusok mentén való eltolásai kommutatív csoportot alkotnak (l. 2. §), ugyanez érvényes a képsík vízszintes eltolásairól. Eredményünket a következő tételben foglaljuk össze:

25. *A képsík vízszintes eltolásainál a képtávolságok változatlanok maradnak, s minden vonal vele párhuzamos vonalba megy át. A vízszintes eltolások kommutatív csoportot alkotnak.*

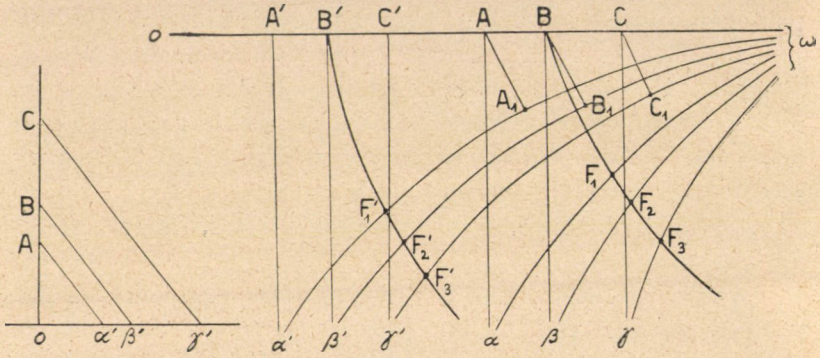
7. §. Pappus tétele. Szakaszok arányossága.

26. *Ha o, α', β', γ' az ω-tól különböző végek, ebben az elrendezésben, és A, B, C az $o\omega$ egyenes pontjai az $oABC\omega$ elrendezésben, melyekre*

$$[o\alpha'] = [\beta'\gamma'] \text{ és } [oA] = [BC],$$

továbbá, ha az $a'A$ és $\beta'B$ aequidistans vonalak párhuzamosak, akkor az $a'A$ és $\gamma'C$ aequidistans vonalak is párhuzamosak. Megfordítva, ha $a'A$, $\beta'B$ és $\gamma'C$ párhuzamosak és $[o\alpha'] = [\beta'\gamma']$, akkor $[oA] = [BC]$.

A 10. ábrán a baloldali ábra az euklidesi képsíkra, a jobboldali a hiperbolikus síkra vonatkozik.



10. ábra.

Az a', β', γ' végekből az $o\omega$ egyenesre bocsátott merőlegesek talppontját jelöljük A', B', C'-vel; a B'-n átfektetett horociklusnak az $a'\omega$, $\beta'\omega$, $\gamma'\omega$ egyenesekkel való metszéspontját F_1', F_2', F_3'-vel. Mivel $[o\alpha'] = [\beta'\gamma']$, tehát az 5. § értelmezései szerint

$$B'F_1' = F_2'F_3'.$$

Az A, B, C pontban az $o\omega$ egyenesre merőleges félsugarakat emelünk $o\omega$-nak azon az oldalán, melyen a', β', γ' feküsznek; ezeknek vége legyen: a, β, γ; az $a\omega$, $\beta\omega$, $\gamma\omega$ egyeneseknek a B-n áthaladó horociklussal való metszéspontja: F_1, F_2, F_3. Mivel $[oA] = [BC]$, az értelmezés szerint:

$$[o\alpha] = [\beta\gamma] \quad \text{és} \quad BF_1 = F_2F_3.$$

Az A-ból $a'\omega$-ra, B-ből $\beta'\omega$-ra, C-ből $\gamma'\omega$-ra bocsátott merőlegesek talppontja legyen rendre A_1, B_1, C_1. Feltevésünk szerint az $a'\omega$-nak A-n áthaladó $a'A$ aequidistans vonala párhuzamos

$\beta'\omega$-nak B-n áthaladó $\beta' B$ aequidistans vonalával, tehát a párhuzamosság értelmezése szerint (4. §):

$$AA_1 = BB_1.$$

Bebizonyítandó, hogy

$$AA_1 = CC_1.$$

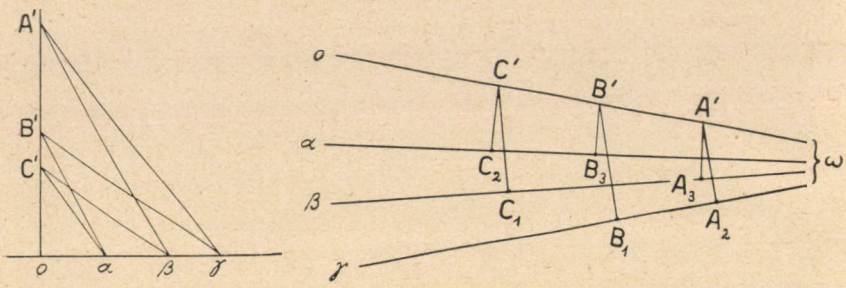
Az $o\omega$ egyenes mentén hiperbolikus eltolást végzünk, melynél A' átmegy B'-be (jelölése: $A' \rightarrow B'$). Ennél $\alpha' \rightarrow \beta'$; A átmegy valamely B^* pontba, s az A-ból $\alpha'\omega$-ra bocsátott merőlegesnek A_1 talppontja a B^*-ból $\beta'\omega$-ra bocsátott merőlegesnek B_1^* talppontjába; mivel a hiperbolikus eltolásnál a hiperbolikus távolságok változatlanok, tehát $AA_1 = B^*B_1^*$, s mivel ugyancsak $AA_1 = BB_1$, tehát az $o\omega$ egyenes B és B^* pontjai $\beta'\omega$-tól egyenlő távolságban feküsznek. A 17. tétel szerint tehát B^* azonos B-vel, vagyis az $o\omega$ mentén való eltolásnál, melynél $A' \rightarrow B' : A \rightarrow B$. E szerint $A'B' = AB$, s mivel ezeknek a pontoknak elrendezése $oA'B'\omega$ és $oAB\omega$, tehát ugyancsak $A'A = B'B$.

Annál az $o\omega$ mentén való eltolásnál, melynél $A' \rightarrow A : B' \rightarrow B$, továbbá $\alpha' \rightarrow \alpha$, $\beta' \rightarrow \beta$; a B'-n áthaladó horociklus átmegy a B-n áthaladó horociklusba s előbbinek az $\alpha'\omega$, $\beta'\omega$ egyenesekkel való F_1', F_2' metszéspontja, az utóbbinak $\alpha\omega$, $\beta\omega$-val való F_1, F_2 metszéspontjába. Mivel $B'F_1' = F_2'F_3'$ és $BF_1 = F_2F_3$, továbbá az $A' \rightarrow A$ eltolás eredményeként: $B'F_1' = BF_1$, tehát $F_2'F_3' = F_2F_3$, s mert ezeknek a pontoknak elrendezése a két horocikluson megegyező, tehát F_3' az $A' \rightarrow A$ eltolásnál F_3-ba megy át. Ebből következik továbbá, hogy az $\omega F_3'$ egyenes γ' vége az ωF_3 egyenes γ végébe, s a γ'-ből az $o\omega$-ra bocsátott merőlegesnek C' talppontja a γ-ból $o\omega$-ra bocsátott merőleges talppontjába: C-be megy át. Eszerint $A'A = C'C$, s így $A'C' = AC$.

Végül az $o\omega$ egyenes mentén való eltolásnál, mely A'-t C'-be viszi át: $A \rightarrow C$, $\alpha' \rightarrow \gamma'$; tehát az A-ból $\alpha'\omega$-ra bocsátott merőleges A_1 talppontja átmegy a C-ből a $\gamma'\omega$-ra bocsátott merőleges C_1 talppontjába, s ezért $AA_1 = CC_1$. Ezzel a 26. tétel első állítását bebizonyítottuk. A tétel második állítása az elsőből indirekt meggondolással közvetlenül adódik (l. G. A. I. 34. §.).

Hasonló meggondolással bizonyítjuk be a következő PAPPUS- (vagy PASCAL)-féle tételt:

27. *Ha o, α, β, γ az ω-tól különböző végek és A', B', C' az $o\omega$ egyenes olyan pontjai, melyekre az $\alpha C'$ és $\gamma A'$ aequidistans vonalak, s ugyancsak a $\beta C'$ és $\gamma B'$ aequidistans vonalak párhuzamosak, akkor az $\alpha B'$ és $\beta A'$ aequidistans vonalak is párhuzamosak.* (11. ábra.)



11. ábra.

C'-ből $\alpha\omega$-ra és $\beta\omega$-ra, B'-ből $\alpha\omega$-ra és $\gamma\omega$-ra, A'-ből $\beta\omega$-ra és $\gamma\omega$-ra merőlegeseket bocsátunk, ezek talppontja legyen rendre C_2, C_1, B_3, B_1 A_3, A_2. Feltevésünk szerint $C'C_2 = A'A_2$ és $C'C_1 = B'B_1$. Bebizonyítandó, hogy $A'A_3 = B'B_3$.

Az $o\omega$ egyenes mentén való eltolásnál, melynél $A' \rightarrow C'$, a $C'C_2 = A'A_2$ egyenlőség következtében: $\gamma \rightarrow \alpha$. Ugyancsak az $o\omega$ mentén való eltolásnál, melynél $C' \rightarrow B'$, mivel $C'C_1 = B'B_1$, tehát $\beta \rightarrow \gamma$. A fenti két eltolás szorzatánál, mely az 5. tétel szerint *felcserélhető*: $A' \rightarrow B'$, $\beta \rightarrow \alpha$; tehát az A'-ből $\beta\omega$-ra bocsátott merőleges A_3 talppontja átmegy a B'-ből $\alpha\omega$-ra bocsátott merőleges B_3 talppontjába, s ezért $A'A_3 = B'B_3$.

Értelmezés. Ha o, α, β az ω-tól különböző végek és A, B az $o\omega$ egyenes olyan pontjai, melyekre αA és βB párhuzamos (jelölése: $\alpha A \parallel \beta B$), akkor azt mondjuk, hogy fennáll a következő arányosság:

$$[o\alpha] : [o\beta] = [oA] : [oB].$$

A 26. és 27. tétel ennek az értelmezésnek megfelelően a következőket jelenti:

26. *a)* Ha $[o\alpha'] : [o\beta'] = [oA] : [oB]$ és ha $[o\alpha'] = [\beta'\gamma']$, $[OA] = [BC]$, akkor $[o\alpha'] : [o\gamma'] = [oA] : [oC]$.

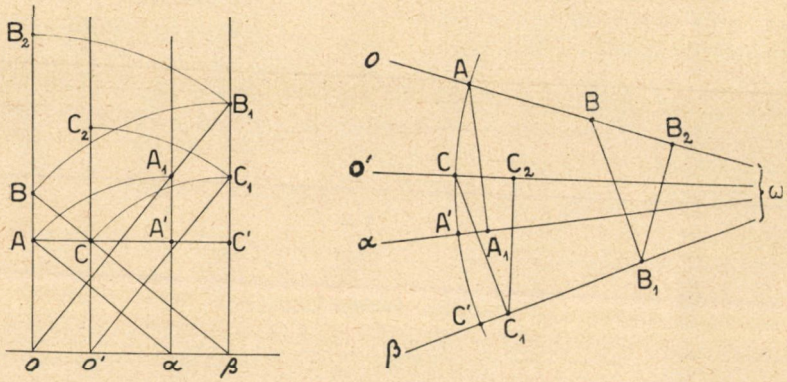
27. *a)* Ha $[o\alpha] : [o\gamma] = [oC'] : [oA']$ és $[o\beta] : [o\gamma] = [oC'] : [oB']$, akkor $[o\alpha] : [o\beta] = [oB'] : [oA']$.

Bebizonyítjuk a következő tételt:

28. *Ha o, α, β az ω-tól különböző végek és A, B az $o\omega$ egyenes olyan pontjai, melyekre az aA és βB aequidistans vonalak párhuzamosak, akkor*

$$[o\alpha] : [o\beta] = [aA] : [\beta B].$$

A 12. ábrán a baloldali ábra az euklidesi képsíkra vonatkozik; az ábra egyenesei a képsík l-vonalai; a hiperbolikus



12. ábra.

egyeneseket, melyek nem tartoznak az ω-véghez, az l_ω-ra merőleges körvonalakkal ábrázoljuk; a jobboldali ábra a hiperbolikus síkra vonatkozik.

Az A-ból $a\omega$-ra, B-ből $\beta\omega$-ra bocsátott merőlegesek talppontjai legyenek A_1, B_1; feltevésünk szerint $AA_1 = BB_1$. Az A-n átmenő h horociklusnak $a\omega$-val és $\beta\omega$-val közös pontjait jelöljük A', C'-vel. Legyen C h-nak az a pontja, melyre az AC és $A'C'$ horociklusívek egyenlők és egyirányúak; az ωC egyenes másik végét jelöljük o'-vel. A C-ből a $\beta\omega$-ra bocsátott merőleges talppontja legyen C_1. A horociklusok mentén való eltolással átvihetjük A-t C-be, s ennél $A' \to C'$, tehát $a \to \beta$ és $A_1 \to C_1$; ebből következik, hogy $AA_1 = CC_1$, s mivel $AA_1 = BB_1$, tehát $BB_1 = CC_1$. E szerint B és C $\beta\omega$ egyenesnek egy aequidistans

vonalán vannak. A $\beta\omega$ egyenes mentén való hiperbolikus eltolással átvisszük C_1-et B_1-be, ennél $C \to B$, s így $o' \to o$. Ebből következik, hogy C_1-nek $o'\omega$-tól való C_1C_2 távolsága egyenlő B_1nek $o\omega$-tól való B_1B_2 távolságával, s így az értelmezés szerint az oB_1 és $o'C_1$ aequidistans vonalak párhuzamosak, tehát $[\beta o'] : [\beta o] = [\beta C_1] : [\beta B_1]$. Tekintettel az $[\alpha A] = [\alpha A_1] = [\beta C_1]$, $[\beta B] = [\beta B_1]$ és $[\beta o'] = [\alpha o]$ egyenlőségekre, ez az arány egyértelmű a következővel: $[o\alpha] : [o\beta] = [\alpha A] : [\beta B]$.

A képsík vízszintes eltolásával vigyük át β-t α-ba; ennél a βB vonal a vele párhuzamos αA vonalba, tehát a B pont az αA vonal B' pontjába, és o a B'-n áthaladó függőleges vonalnak l_ω-val közös o' pontjába megy át. Mivel vízszintes eltolásnál a képtávolságok változatlanok, az értelmezésből és a 28. tételből kapjuk a következőt:

29. *Ha oA és $o'B'$ függőleges vonalak, s ha B' az αA ferde vonalon fekszik, akkor*

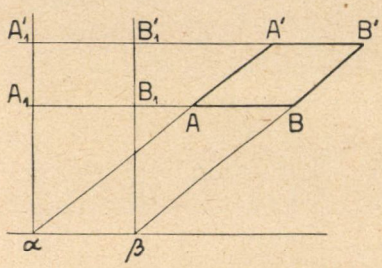
$$[oA] : [o'B'] = [o\alpha] : [o'\alpha] = [A\alpha] : [B'\alpha].$$

8. §. Parallelogrammák.

A képsík AA', $A'B'$, $B'B$, BA vonalszakaszaiból alkotott négyszöget *parallelogramm*ának nevezzük, ha

$$AA' \parallel BB' \text{ és } AB \parallel A'B'.$$

a) Ha AB és $A'B'$ *vízszintes* vonalak, és AA', BB' párhuzamos ferde vonalak, AA'-nek és BB'-nek az l_ω egyenessel közös pontját jelöljük α-val és β-val, továbbá az α-n, illetve β-n áthaladó függőleges vonalaknak az AB és $A'B'$ vonalakkal közös pontját A_1, A_1', illetve B_1, B_1'-vel. (13. ábra). Az 5. §-ban adott értelmezés szerint: $[\alpha\beta] = [A_1B_1] = [A_1'B_1']$ és $[A_1A_1'] = [B_1B_1']$. Annál a vízszintes eltolásnál, mely α-t β-ba viszi át, a 25. tétel szerint



13. ábra.

az aA vonal a vele párhuzamos βB vonalba, az aA_1 függőleges a βB_1 függőleges vonalba, s az AB és $A'B'$ vízszintes vonalak önmagukba mennek át. E szerint $A_1 \rightarrow B_1$, $A \rightarrow B$, $A_1' \rightarrow B_1'$, $A' \rightarrow B'$ s mert a képtávolságok az eltolásnál a 25. tétel szerint változatlanok, tehát

$$[AA'] = [BB'].$$

Ugyancsak $[A_1A] = [B_1B]$ s ezért $[A_1B_1] = [AB]$; hasonlóan $[A_1'A'] = [B_1'B']$ s ezért $[A_1'B_1'] = [A'B']$; tekintettel a fenti $[A_1B_1] = [A_1'B_1']$ egyenlőségre, ebből adódódik:

$$[AB] = [A'B'].$$

Tekintsünk most olyan parallelogrammákat, melyeknek két oldala *függőleges.*

b) Ha α és β két az ω-tól különböző vég, és A' az $a\omega$ egyenesnek, B és B' a $\beta\omega$ egyenesnek olyan pontjai, hogy az aB és $A'B'$ aequidistans vonalak párhuzamosak, akkor

$$[aA'] = [BB'] \text{ és } [aB] = [A'B'].$$

Legyen C az A'-n áthaladó horociklusnak a $\beta\omega$ egyenessel közös pontja; C-n át aB-vel párhuzamos aequidistans vonalat fektetünk, ennek l_ω-hoz tartozó pontját γ-val, az $A'B'$ vonalnak l_ω-hoz tartozó pontját β'-vel jelöljük. (14. ábra.) Az *a)* alatti eredményünk szerint

$$[\beta'\gamma] = [A'C] = [\alpha\beta],$$

s mivel $\beta'B' \parallel \gamma C \parallel aB$, a 26. tétel megfordítása szerint: $[\beta B] = [CB']$, s ezért $[\beta C] = [BB']$; továbbá az értelmezés szerint $[aA'] = [\beta C]$, tehát

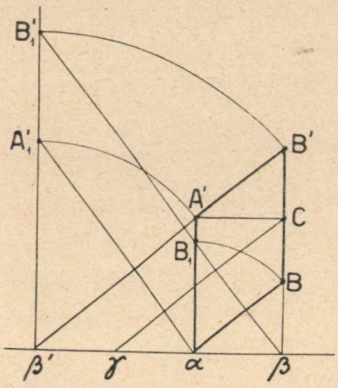
$$[aA'] = [BB'].$$

Ez azt jelenti, hogy a parallelogramma függőleges oldalai egyenlők.

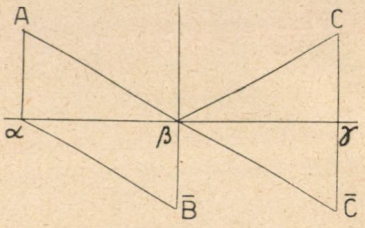
A második egyenlőség igazolása céljából, bocsássunk B-ből $a\omega$-ra, A'-ből és B'-ből $\beta'\omega$-ra merőleges hiperbolikus egyeneseket, ezek talppontja legyen B_1, A_1', B_1' (14. ábra); feltevéseink folytán $BB_1 = A'A_1' = B'B_1'$. Ebből következik, hogy B_1 és B_1'

a $\beta\omega$-nak egy aequidistans vonalán és A_1' az $a\omega$-nak a B_1B_1'-vel párhuzamos aequidistans vonalán fekszik. Előbbi eredményünk szerint az $aB_1B_1'A_1'$ parallelogramma függőleges oldalai egyenlők, tehát $[aB_1] = [A_1'B_1']$; tekintettel arra, hogy $[aB_1] = [aB]$ és $[A_1'B_1'] = [A'B']$, tehát

$$[aB] = [A'B'].$$



14. ábra.

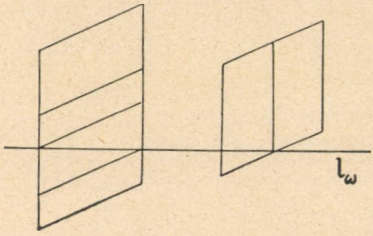


15. ábra.

c) Ha α és β az l_ω vonal két pontja, s ha A és $\bar{B}$ a H, illetve a $\bar{H}$ hiperbolikus síknak az $a\omega$, $\beta\bar{\omega}$ egyeneseken fekvő olyan pontjai, melyekre $a\bar{B} \parallel A\beta$, akkor $[A\alpha] = [\beta\bar{B}]$ és $[A\beta] = [a\bar{B}]$. (15. ábra).

Vízszintes eltolással átvisszük α-t β-ba, ennél $\beta \to \gamma$, $\bar{B} \to \bar{C}$. Mivel $a\bar{B} \parallel A\beta$ és $a\bar{B} \parallel \beta\bar{C}$, tehát βA és $\beta\bar{C}$ a képsík *egy* ferde vonalához tartozik. Ha $\bar{C}$-nak l_ω-ra vonatkozó tükörképét C-vel jelöljük, ebből következik, hogy βC és βA a $\beta\omega$-nak szimmetrikus aequidistans vonalai. A $\beta\omega$-ra vonatkozó tükrözésnél: $\gamma \to \alpha$, $\beta \to \beta$, $\beta C \to \beta A$, $\gamma\omega \to a\omega$, tehát $C \to A$. Az alkalmazott leképezéseknél a képtávolságok változatlanok, s így

$$[\bar{B}\beta] = [\bar{C}\gamma] = [C\gamma] = [A\alpha] \text{ és } [a\bar{B}] = [\beta\bar{C}] = [\beta C] = [\beta A].$$



16. ábra.

d) A képsík bármely olyan parallelogrammáját, melynek két oldala függőleges, felbonthatjuk, illetve kiegészíthetjük a *b)* és *c)* alatt tárgyalt speciális parallelogrammákra a 16. ábrának megfelelően. Ezekre is fennáll tehát kétkét szemközti oldal egyenlősége.

Ezzel bebizonyítottuk a következő tételt:

30. *Ha egy parallelogramma egyik oldala vízszintes vagy függőleges, akkor két-két szemközti oldala egyenlő.*

Ebből indirekt meggondolással következik:

Ha egy egyszerű négyszög egyik oldala vízszintes, vagy függőleges, s ha két szemközti oldala párhuzamos és egyenlő, akkor másik két oldala is párhuzamos és egyenlő.

9. §. A képsík függőleges eltolásai. Az eltolások csoportja.

A képsík *függőleges eltolásait* következőképpen értelmezzük. Legyen A és A' a képsík két tetszőleges olyan pontja, mely egy függőleges vonalon fekszik. Minden B ponthoz azt a B' pontot rendeljük hozzá, melyre AA' és BB' egyirányúak és képtávolságuk egyenlő, azaz: $[AA'] = [BB']$.

Megjegyzés. A hiperbolikus síknak valamely $o\omega$ egyenese mentén való eltolásánál a többi ω-végű egyenes *egymásba* megy át; a képsík függőleges eltolásainál minden függőleges egyenes önmagába megy át. Mindkét fajta eltolásnál a h horociklusok, vagyis *a vízszintes egyenesek egymásba mennek át.*

Az értelmezésből közvetlenül következik, hogy *a képsík függőleges eltolásai kommutatív csoportot alkotnak.*

A képsík bármely függőleges eltolásánál minden vonal párhuzamos vonalba megy át s a képtávolságok változatlanok. Legyen ugyanis A és B két tetszőleges pont, A', B' ezek képe. Ha A és B egy függőleges vonalon feküsznek, akkor nyilván $[AB] = [A'B']$. Ha A és B nem feküsznek egy függőleges vonalon, akkor mivel AA' és BB' függőleges és $[AA'] = [BB']$ a 30. tétel megfordítása szerint $[AB] = [A'B']$ és $AB \parallel A'B'$. E szerint az AB vonal tetszőleges B pontjának képe az AB-vel párhuzamos $A'B'$ vonalon fekszik.

A képsík *ferde eltolásán* értjük egy vízszintes és egy függőleges eltolás szorzatát. Mivel vízszintes és függőleges eltolásnál bármely szakasz vele egyenlő és párhuzamos szakaszba megy át, ugyanez érvényes a ferde eltolásokra is.

Jelentsen S egy vízszintes, és T egy függőleges eltolást. Valamely A pontnak S-nél és T-nél származó képét jelöljük A'-vel és B-vel; az AA' vízszintes vonal T-nél a B-n áthaladó vízszintes vonalba, az A'-n áthaladó függőleges önmagába megy

át; jelöljük B'-vel az A'-n áthaladó függőlegesnek a B-n áthaladó vízszintessel közös pontját. A T eltolásnál A' B'-be megy át. Hasonló meggondolással adódik. hogy az S eltolásnál B B'-be megy át. E szerint A az ST és a TS szorzatnál ugyanabba a B' pontba megy át, s mivel A a sík tetszőleges pontja, tehát *az ST és TS leképezések egymással azonosak.*

Mivel a vízszintes és függőleges eltolások egymással s ugyancsak a vízszintesek egymással, és a függőlegesek egymással felcserélhetők, tehát bármely S, S' vízszintes és T, T' függőleges eltolásokra:

$$(ST)(S'T') = (SS')(TT') = (S'T')(ST);$$

vagyis az ST és $S'T'$ eltolások szorzata az $(SS')(TT')$ eltolás, és az ST, $S'T'$ eltolások felcserélhetők. E szerint *a képsík eltolásai kommutatív csoportot alkotnak.*

Ha A és B a képsík két tetszőleges pontja, jelöljük az A-n áthaladó vízszintes és a B-n áthaladó függőleges vonal metszéspontját P-vel; továbbá S-sel az $A \rightarrow P$, és T-vel a $P \rightarrow B$ vízszintes, illetve függőleges eltolást. Az ST eltolásnál $A \rightarrow B$, s ez az egyetlen olyan eltolás, melynél $A \rightarrow B$. E szerint bármely két A és B ponthoz egy és csak egy olyan eltolás van, melynél A B-be megy át; ezt úgy fejezzük ki, hogy az eltolások csoportja a képsíkon *egyszeresen tranzitív.*

Fenti eredményeinket a következő tételben foglaljuk össze:

31. *A képsík eltolásainál minden AB vonalszakasz vele párhuzamos és egyenlő vonalszakaszba megy át. A képsík eltolásai egyszeresen tranzitív és kommutatív csoportot alkotnak.*

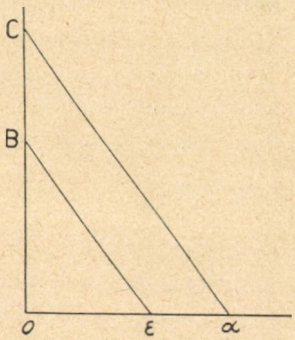
10. §. Szakaszok szorzása. Koordináták.

A képsíkon értelmezett szakaszegyenlőség szerint egymással egyenlő szakaszok nagyságát latin kisbetűvel jelöljük.

Az *a és b szakaszok $a + b$ összegét* így értelmezzük: legyenek egy vonalon O, A, B olyan pontok, melyek elrendezése OAB, s melyekre $[OA] = a$, $[AB] = b$, akkor értelmezés szerint $[OB] = a + b$. Szakaszok összeadására érvényes a kommutatív és asszociatív elv:

$$a + b = b + a \quad \text{és} \quad (a + b) + c = a + (b + c).$$

Felveszünk egy tetszőleges *egységszakaszt*, ezt e-vel jelöljük. A c szakaszt az a *és* b *szakaszok szorzatának* nevezzük, és ab-vel jelöljük, ha $c : b = a : e$. Emlékeztetünk ennek az aránynak értelmezésére (17. ábra); legyenek o, ε, α olyan végek, melyek közül o nem fekszik ε és α között, s melyekre $[o\varepsilon] = e$ és $[o\alpha] = a$; ha B és C az $o\omega$ egyenesnek azok a pontjai, melyekre $[oB] = b$ és $[oC] = c$, akkor feltéve, hogy az εB és αC vonalak párhuzamosak (vagy egybeesnek): $c : b = a : e$.



17. ábra.

A PAPPUS-féle tételből (27.) következik, hogy $ab = ba$, továbbá $(ab)c = a(bc)$, tehát a szorzás kommutatív és asszociatív művelet. Következik továbbá, hogy az $a : b = c : d$ arány egyértelmű az $ad = bc$ egyenlőséggel. (G. A. I. 35. §).

A 26. tételből következik a disztributív szabály:

$$(a + b)c = ac + bc \text{ és } c(a + b) = ca + cb.$$

Bevezetünk a képsíkon egy *derékszögű koordinátarendszert* a következő módon. Felveszünk az l_ω egyenesen egy o pontot, ehhez a 0 koordinátát rendeljük hozzá. Az l_ω-nak o által meghatározott két fele közül az egyiket pozitívnak, a másikat negatívnak nevezzük. l_ω minden ξ pontjához hozzárendeljük mint x koordinátát az $o\xi$ szakasz a nagyságát, illetve $-a$ -t, a szerint, hogy ξ a pozitív, vagy negatív oldalon fekszik. Az o ponton áthaladó függőleges vonalnak az o által meghatározott két félsugarát szintén pozitívnak és negatívnak nevezzük, s ezek Q pontjaihoz az oQ szakasz nagyságát pozitív, vagy negatív előjellel hozzárendeljük mint y koordinátát. Az l_ω-t és az o-n áthaladó függőleges vonalat x- illetve *y-tengely*nek nevezzük.

Ha a képsík valamely P pontján áthaladó függőleges és vízszintes vonalnak a tengelyekkel való metszéspontjaihoz rendre az x és az y koordináta tartozik, akkor a P ponthoz az (x, y) koordinátákat rendeljük hozzá.

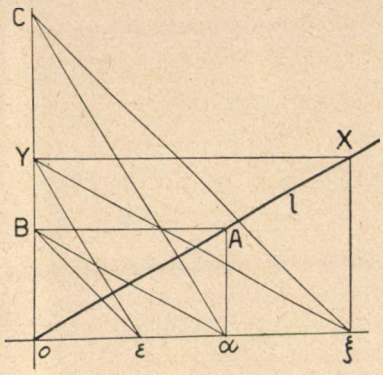
Az értelmezésből következik, hogy minden függőleges vonal

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

ÓZDI KOHÁSZATI ÜZEMEK Műszaki Könyvtára ÓZD

pontjaira $x = a$, hol a jelenti az illető vonalnak az x-tengellyel való metszéspontjához tartozó koordinátát. Ugyanúgy minden vízszintes vonal pontjaira $y = b$.

Legyen l egy az o ponton áthaladó ferde vonal; valamely A pontjának koordinátáit jelöljük (a, b)-vel s egy tetszőleges másik X pontjának koordinátáit (x, y)-nal. Az A-ból és X-ből a tengelyekre bocsátott merőleges vonalaknak a tengelyekkel való metszéspontját jelöljük α, B és ξ, Y-nal (18. ábra). Legyen ε a pozitív x féltengelynek az a pontja, melyre $[o\varepsilon] = e$ (egységszakasz). Képezzük az xb és ay szakaszszorzatokat, s jelöljük C-vel és C'-vel az y-tengelynek azokat a pontjait, melyekre $[oC] = xb$ és $[oC'] = ay$. Mivel $aB \parallel \xi Y$ (hiszen vízszintes eltolással mindkettő átvihető oA-nak az y-tengelyre vonatkozó tükörképébe), s mert a szorzat értelmezése szerint $\varepsilon B \parallel \xi C$ és $\varepsilon Y \parallel \alpha C'$, tehát a Pappus-féle tétel folytán C egybeesik C'-vel, s ezért $xb = ay$, vagy a szorzat felcserélhetőségét tekintve: $bx = ay$. Ilyen az o ponton áthaladó vonalak egyenlete.



18. ábra.

Ha l' tetszőleges ferde vonal, a vele párhuzamos, az o ponton áthaladó l vonal egyenlete legyen $bx = ay$. Mivel l és l' bármely vízszintes vonallal való metszéspontjainak (x, y) és $(x' y')$ koordinátái között fennáll az $x' = x + c$, $y' = y$ összefüggés, hol c jelenti az l' és az x-tengely metszéspontjához tartozó koordinátát, tehát l' egyenlete: $b(x - c) = ay$.

32. *A fent bevezetett szakaszkoordinátákban tehát minden egyenes lineáris egyenlettel fejezhető ki.*

11. §. A Pythagoras-féle tétel.

33. *Ha a az x-tengelynek és A az y-tengelynek egy-egy pontja, s ha B az aA ferde vonalszakasznak az a pontja,*

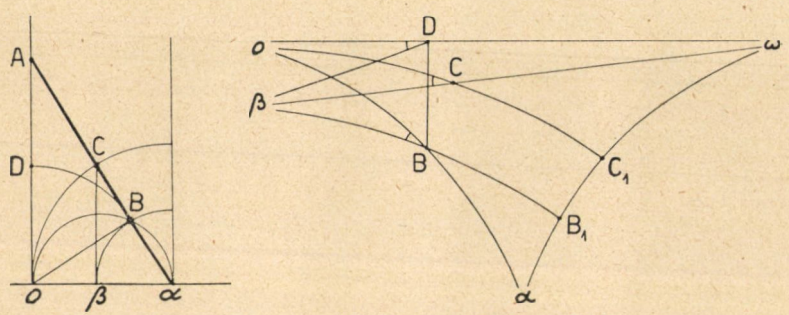
melyben az oB vonal merőleges aA-ra, akkor C-vel, illetve β-val jelölve az aA és oa vonalszakaszoknak azt a pontját, melyre

$$[ao] = [aC] \quad \text{és} \quad [aB] = [a\beta],$$

következik, hogy C a β-n áthaladó függőleges vonalon fekszik, továbbá, hogy

$$[\beta C] = [oB].$$

A következő meggondolás a hiperbolikus síkra vonatkozik. Mivel az aB és oB aequidistans vonalak merőlegesek egymásra, a 4. §-ban adott értelmezés szerint B az oa hiperbolikus egyenesnek pontja (19. ábra). Az $a\omega$ egyenesre B-ből és o-ból merő-



19. ábra.

legest bocsátunk, ezek talppontja legyen B_1 és C_1; a B_1B félsugár végét jelöljük β-val, a C_1o félsugárnak az aA aequidistans vonallal közös pontját C-vel; fennáll a $CC_1 = BB_1$ egyenlőség. A B_1, C_1 pontpár középvonalára vonatkozó tükrözésnél tehát:

$$B_1 \to C_1,\ C_1 \to B_1,\ B \to C,\ C \to B;\ o \to \beta,\ \beta \to o,\ \alpha \to \omega,\ \omega \to \alpha,$$

s így az oBa egyenes átmegy a $\beta C\omega$ egyenesbe; tehát C a $\beta\omega$ *egyenesen fekszik;* ez tételünk első állítása. A nevezett tükrözésnél egymásba mennek át s ezért egyenlők a következő szögek:

$$\sphericalangle\, oB\beta = \sphericalangle\, oC\beta.$$

B-ből merőlegest bocsátunk $o\omega$-ra, ennek talppontja legyen D; B-ből ω-végű félsugarat fektetünk. Mivel $\sphericalangle\, oB\omega$ és $\sphericalangle\, \omega Ba$

mellékszögek, ezeknek szögfelezői: BD és BB_1 egymásra merőlegesek; tehát BD közös merőlegese a βB_1 és $o\omega$ egyeneseknek. A B, D pontpár középvonalára vonatkozó tükrözésnél tehát:

$$B \rightarrow D,\ D \rightarrow B,\ \beta \rightarrow o,\ o \rightarrow \beta,$$

s ezért:

$$\sphericalangle\, oB\beta = \sphericalangle\, oD\beta.$$

Ebből és a fenti egyenlőségből következik:

$$\sphericalangle\, oC\beta = \sphericalangle\, oD\beta,$$

tehát *C és D a $\beta\omega$ és $o\omega$ egyenesek homolog pontjai*, vagyis az ω-végű egyenessereg egy horociklusán feküsznek. Ez az eredményünk a képgeometriában értelmezve azt jelenti, hogy $[\beta C] = [oD]$, s mivel ugyancsak $[oB] = [oD]$, tehát

$$[oB] = [\beta C].$$

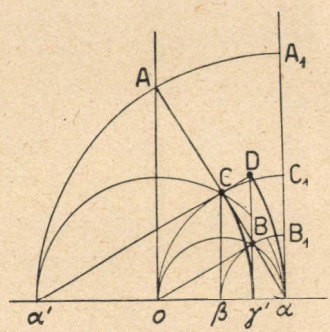
A 33. tételből indirekt meggondolással adódik következő megfordítása:

34. *Ha o, β, α az x-tengelynek, A az y-tengelynek és B, C az αA ferde vonalszakasznak olyan pontjai, melyekre*

$$[\alpha o] \doteq [\alpha C] \quad \text{és} \quad [\alpha\beta] = [\alpha B],$$

s ha a βC vonal függőleges, akkor az oB és αB vonalak merőlegesek egymásra.

Legyen ismét α az x-tengelynek, A az y-tengelynek pontja, és B az αA ferde vonalnak az a pontja, melyre az oB és αB vonalak merőlegesek egymásra. Az $\alpha\omega$-ra A-ból, B-ből és o-ból bocsátott hiperbolikus merőlegesek talppontjai legyenek A_1, B_1, C_1; az A_1A és B_1B hiperbolikus félsugár vége α' és β; a C_1o félsugárnak az αA aequidistans vonallal közös pontja C (20. ábra). A 34. tétel szerint az $\alpha'C$ és αC vonalak merőlegesek egymásra, tehát C az $\alpha'\alpha$ hiperbolikus egyenesen fekszik, s 33. szerint $[Ao] = [\alpha'C]$;



20. ábra.

ugyancsak $[oB] = [\beta C]$. Az értelmezések szerint $[\alpha A] = [\alpha\alpha']$ és $[\alpha B] = [\alpha\beta]$, ebből, tekintettel a megegyező elrendezésekre: $[AB] = [\alpha'\beta]$; végül $[\alpha o] = [\alpha C]$. Ebből:

$$[Ao\alpha] \equiv [\alpha' C\alpha];$$

ezzel a jellel foglaljuk össze a következő 3 egyenlőséget:

$$[Ao] = [\alpha' C],\ [A\alpha] = [\alpha'\alpha],\ [o\alpha] = [C\alpha].$$

Továbbá:

$$[ABo] \equiv [\alpha'\beta C].$$

Legyen D az α-ból $\alpha'\omega$-ra bocsátott hiperbolikus merőlegesnek az $\alpha' C$ aequidistans vonallal közös pontja, és γ' az $\alpha'\omega$-ra merőleges és a C ponton áthaladó hiperbolikus félsugár vége. Az értelmezés szerint $[\alpha'\alpha] = [\alpha' D]$ és $[\alpha' C] = [\alpha'\gamma']$; a 33. tétel szerint D a $\gamma'\omega$ egyenesen fekszik és $[\alpha C] = [D\gamma']$. Tehát $[\alpha' C\alpha] \equiv [\alpha'\gamma' D]$; ezt a fenti $[Ao\alpha] \equiv [\alpha' C\alpha]$ vonatkozással összehasonlítva:

$$[Ao\alpha] \equiv [\alpha'\gamma' D],$$

s mint fent igazoltuk:

$$[ABo] \equiv [\alpha'\beta C].$$

Mivel βC és $\gamma' D$ függőleges vonalak, és C az $\alpha' D$ ferde vonalon fekszik, a 29. tétel szerint

$$[\alpha' D] : [\alpha' C] = [\alpha'\gamma'] : [\alpha'\beta] = [\gamma' D] : [\beta C];$$

tekintettel az előbbi egyenlőségekre, ez az arány egyértelmű a következővel:

$$[A\alpha] : [Ao] = [Ao] : [AB] = [o\alpha] : [Bo]. \qquad (1)$$

Hasonlóan, az $Ao\alpha$ és $C\beta\alpha$ háromszögekre alkalmazva a 29. tételt, kapjuk:

$$[A\alpha] : [C\alpha] = [o\alpha] : [\beta\alpha] = [Ao] : [C\beta],$$

s mivel $[C\beta\alpha] \equiv [oB\alpha]$, tehát

$$[A\alpha] : [o\alpha] = [o\alpha] : [B\alpha] = [Ao] : [oB]. \qquad (2)$$

(1-ből):

$$[Ao]^2 = [A\alpha].[AB];$$

(2)-ből.

$$[oa]^2 = [Aa].[Ba];$$

ebből összeadással:

$$[Ao]^2 + [oa]^2 = [Aa].[AB + Ba] = [Aa]^2. \qquad (3)$$

Ha P, Q, R a képsík olyan pontjai, hogy PQ vízszintes és QR függőleges vonal, jelöljük a PQ, QR és PR szakaszok nagyságát rendre a, b, c-vel. A képsík eltolásával a PQR háromszöget egy aoA háromszögbe vihetjük át, s mert az eltolásnál a képtávolságok változatlanok, tehát (3) szerint

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Eredményünk a következő PYTHAGORAS-féle tétel:

35. *Ha PQ vízszintes és QR függőleges szakasz, s ha PQ, QR és PR nagysága rendre a, b, c, akkor* $a^2 + b^2 = c^2$.

Jelöljük a P és Q pontok koordinátáit (x_1, y_1), (x_2, y_2)-vel; a és b előjeltől eltekintve egyenlő $x_1 - x_2$-vel és $y_1 - y_2$-vel, tehát a P, Q pontok c távolságára a következő kifejezést kapjuk:

$$c^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2.$$

Ez az *euklidesi távolságkifejezés*, s ezzel igazoltuk, hogy *a képgeometria az euklidesi síkgeometriával megegyezik.*

Jegyezzük meg még, hogy a fenti (2) arány második részéből a belső tagok felcserélésével a következő eredményt kapjuk:

36. *Ha Ao függőleges vonal, s az oB és aA vonalak merőlegesek egymásra, akkor*

$$[Ao] : [oa] = [oB] : [Ba].$$

12. §. A hiperbolikus geometria megvalósítása a képsíkon.

A *hiperbolikus geometria síkja* az euklidesi síknak az l_ω vonal, vagyis az x-tengely által meghatározott egyik félsíkja; vegyük például a felső félsíkot, melyre $y > 0$.

A hiperbolikus egyenesek az x-tengelyre merőleges félkörök, vagy félsugarak. Az ω-végű hiperbolikus egyeneseket az x-tengelyre merőleges félsugarak állítják elő. Azt a hiperbolikus egyenest pedig, melynek végei α és β, az euklidesi síkon az az

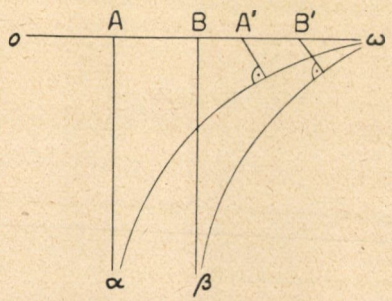
x-tengelyre merőleges félkör állítja elő, melynek középpontja az x-tengely $\alpha\beta$ szakaszának középpontja, s melynek végpontja α és β. Ugyanis az ω-ból az $\alpha\beta$ hiperbolikus egyenesre bocsátott merőleges másik végét γ-val jelölve, a γ pontból kiinduló euklidesi félsugarak a $\gamma\omega$ hiperbolikus egyenes aequidistans vonalai; ezek közül valamelyiknek az $\alpha\beta$ hiperbolikus egyenessel való metszéspontját X-szel, továbbá az $\alpha\beta$ és $\gamma\omega$ hiperbolikus egyenesek metszéspontját C-vel jelölve, az 5. §-ban adott értelmezés szerint $[\gamma X] = [\gamma C]$, tehát X a γ középpontú, a C ponton áthaladó euklidesi körnek pontja.

A 2. §-ban bebizonyítottuk, hogy a hiperbolikus sík minden mozgása összetehető a következő mozgásokból: *a)* félforgás a sík valamely C pontja körül; *b)* eltolás valamely ω-végű egyenes mentén; *c)* eltolás az ω-végű egyenessereg h horociklusai mentén.

A *c* típusú mozgások *az euklidesi sík vízszintes eltolásai*, melyeknek kifejezése a koordinátákkal a következő:

$$x' = x + a, \quad y' = y.$$

A *b)* típusú mozgások *az euklidesi sík hasonlósági leképezései* az x-tengely valamely pontjára, mint hasonlósági középpontra vonatkozóan. Ha ugyanis A, A', B, B' az $o\omega$ hiperbolikus egyenes olyan pontjai, melyekre $AB = A'B'$ és az AB és $A'B'$ szakaszok egyirányúak, bocsássunk $o\omega$-ra merőleges hiperbolikus félsugarat A-ban és B-ben $o\omega$-nak ugyanazon az oldalán, s ezeknek α és β végét kössük össze ω-val (21. ábra). Az $o\omega$ mentén való eltolásnál, mely A-t A'-be viszi át, B átmegy B'-be; annál az $o\omega$ mentén való eltolásnál pedig, mely A-t B-be viszi át: $A' \to B'$ és $\alpha \to \beta$; ebből következik, hogy A'-nek $\alpha\omega$-tól való távolsága egyenlő B'-nek $\beta\omega$-tól való távolságával, vagyis, hogy az $\alpha A'$ és $\beta B'$ aequidistans vonalak párhuzamosak, s így az értelmezés szerint



21. ábra.

$$[oA] : [oA'] = [oB] : [oB'].$$

Tegyük fel, hogy az $o\omega$ egyenes az y-tengely, s jelöljük az A, A', B, B' pontok koordinátáját a, a', y, y'-vel, akkor

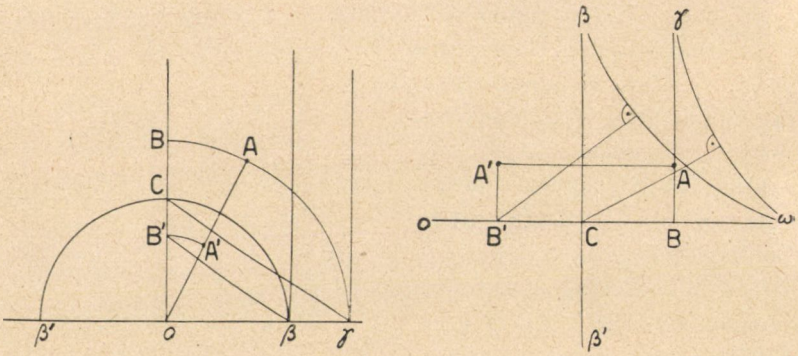
$$y : y' = a : a'.$$

Az $o\omega$ hiperbolikus egyenes aequidistans vonalai, vagyis az euklidesi síknak az o pontból kiinduló ferde félsugarai az $o\omega$ mentén való hiperbolikus eltolásnál önmagukba mennek át. Az $o\omega$-ra merőleges hiperbolikus egyenesek, vagyis az o középpontú euklidesi félkörök pedig egymásba mennek át. Ebből a fenti arányra való tekintettel következik, hogy egy tetszőleges (x, y) pontnak és (x', y') képének koordinátái így függenek össze:

$$x : x' = y : y' = a : a'.$$

E szerint az $o\omega$ egyenes mentén való hiperbolikus eltolás az euklidesi síknak az o középpontra vonatkozó hasonlósági leképezése.

Az *a)* tipusú hiperbolikus félforgást végezzük a körül a C pont körül, mely az euklidesi sík y-tengelyén az o ponttól e (egység) távolságban fekszik. A hiperbolikus síkban az $o\omega$



22. ábra.

egyenesre merőlegest bocsátunk a C pontban, ennek végeit β-val és β'-vel jelöljük; az értelmezés szerint $[o\beta] = [o\beta'] = e$. A C pont körül való hiperbolikus félforgást a $\beta\beta'$ és az $o\omega$ hiperbolikus egyenesekre vonatkozó tükrözések szorzataként állítjuk elő (22. ábra).

Valamely A pontnak a $\beta\beta'$ egyenesre vonatkozó tükör-

képét jelöljük A'vel; A és A' az $o\omega$ egyenesnek egy aequidistans vonalán vannak. Az A-ból és A'-ből az $o\omega$-ra bocsátott merőlegesek talppontja legyen B és B'; ezek is tükörképei egymásnak $\beta\beta'$-re vonatkozóan s így $B'C = CB$. A BA félsugár végét jelöljük γ-val; β és β' közül legyen β az, mely az $o\omega$ egyenesnek ugyanazon az oldalán van mint γ. Az $o\omega$ mentén való eltolásnál, mely B'-t C-be viszi át: $B' \rightarrow C$, $C \rightarrow B$, $\beta \rightarrow \gamma$, $\omega \rightarrow \omega$; tehát B'-nek a $\beta\omega$ egyenestől való távolsága egyenlő C-nek a $\gamma\omega$ egyenestől való távolságával, s így az értelmezés szerint a γC és $\beta B'$ aequidistans vonalak párhuzamosak, tehát:

$$[oC] : [oB'] = [o\gamma] : [o\beta].$$

Mivel $[oC] = [o\beta] = e$, $[oB'] = [oA']$ és $[o\gamma] = [oA]$, tehát:

$$e : [oA'] = [oA] : e, \text{ s így } [oA].[oA'] = e^2 = e.$$

Jelöljük A-nak és A'-nek o-tól való képtávolságát r-rel és r'-vel; A és A' koordinátáit (x, y), (x', y')-vel; fennállanak a következő összefüggések:

$$y : y' = x : x', \; r\,r' = e, \text{ és } r^2 = x^2 + y^2, \; r'^2 = x'^2 + y'^2.$$

Az euklidesi síknak ezt a leképezését, melynél minden az o pontból kiinduló félsugár önmagába megy át, s bármely pontnak és képpontjának a középponttól való távolságainak szorzata az egység, az *egységkörre vonatkozó inverzió*nak nevezzük.

Az $o\omega$ egyenesre vonatkozó tükrözés az euklidesi síkban a felső félsíknak az y-tengelyre vonatkozó tükrözése, melynek formulái: $x' = -x$, $y' = y$.

A hiperbolikus síknak a C pont körül való félforgása a fentiek szerint az euklidesi síknak az egységkörre vonatkozó inverziójából és az y-tengelyre vonatkozó tükrözéséből képezett szorzat.

Fenti meggondolásunkkal a következő tételt bizonyítottuk be:

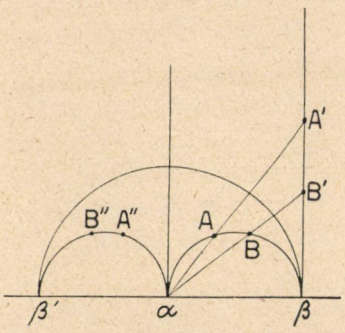
37. *A hiperbolikus sík mozgáscsoportját az euklidesi síkon való ábrázolásában a következő leképezések származtatják:*

a) *az egységkörre vonatkozó inverzió és az y-tengelyre vonatkozó tükrözés szorzata;*

b) *az o pontra vonatkozó hasonlósági leképezések;*

c) *az x-tengely mentén való eltolások.*

Állapítsuk meg végül annak feltételét, hogy az AB és $A'B'$ hiperbolikus egyenesszakaszok a hiperbolikus mértékben egyenlők legyenek. Ha A, B egy függőleges vonal pontjai, mely az x-tengelyt az α pontban metszi, s ha egy vízszintes eltolásnál A, B, α átmegy A_1, B_1, α_1-be, akkor $[\alpha A] = [\alpha_1 A_1]$, $[\alpha B] = [\alpha_1 B_1]$, s ugyancsak egyenlők az AB és A_1B_1 hiperbolikus távolságok, tehát: $AB = A_1B_1$. Az $a\omega$ egyenes mentén való hiperbolikus eltolásnál legyen A és B képe A_2, B_2; akkor $AB = A_2B_2$, s mivel ennek az eltolásnak az euklidesi síkon az α-ra vonatkozó hasonlósági leképezés felel meg: $[\alpha A] : [\alpha B] = [\alpha A_2] : [\alpha B_2]$. Ebből következik, hogy az $a\omega$ és az $a'\omega$ hiperbolikus egyeneseken fekvő AB és $A'B'$ szakaszok akkor és csak akkor egyenlők, ha $[\alpha A] : [\alpha B] = [\alpha' A'] : [\alpha' B']$.



23. ábra.

Legyen $A'B'$ az $\alpha\beta$ hiperbolikus egyenes valamely szakasza; β-ból $a\omega$-ra hiperbolikus merőlegest bocsátunk, ennek másik vége legyen β'. Az euklidesi síkon az α középpontú és a β, β' pontokon áthaladó körre vonatkozóan inverziót alkalmazunk. Ennél A-nak és B-nek képe az αA és az αB ferde vonalaknak a β-n áthaladó függőleges vonallal való A' és B' metszéspontja. (23. ábra). A 36. tétel szerint:

$$[A'\beta] : [\alpha\beta] = [A\beta] : [A\alpha] \text{ és } [B'\beta] : [\alpha\beta] = [B\beta] : [B\alpha];$$

ebből következik, hogy

$$[A'\beta] : [B'\beta] = [A\beta] . [B\alpha] : [A\alpha] . [B\beta].$$

A jobboldalon álló kifejezést $(AB\beta\alpha)$ *kettősviszony*nak, a baloldalon állót $(A'B'\beta)$ *osztásviszony*nak nevezzük.

Az α-n áthaladó függőleges vonalra vonatkozó tükrözésnél:

$$\alpha \to \alpha,\ \beta \to \beta',\ A \to A'',\ B \to B'' \text{ és } (AB\beta\alpha) = (A''B''\beta'\alpha).$$

Fenti meggondolásaink eredményeként kimondhatjuk a következő tételt:

37. *Ha A, B és A', B' az euklidesi sík felső felsíkjának pontjai, az AB hiperbolikus távolság akkor és csak akkor egyenlő az $A'B'$ hiperbolikus távolsággal, ha az A, B, illetve A', B' pontokon áthaladó és az x-tengelyre merőleges félköröknek az x-tengellyel való α, β, illetve α', β' metszéspontjaival alkotott $(AB\beta\alpha)$ és $(A'B'\beta'\alpha')$ kettősviszonyok egyenlők. Ha A és B, vagy A' és B' egy az x-tengelyre merőleges egyenesen fekszik, mely az x-tengelyt a β, illetve a β' pontban metszi, akkor a fenti állításban az illető kettősviszony helyébe az $(AB\beta)$, illetve az $(A'B'\beta')$ osztásviszony lép.*

Ezzel igazoltuk azt, hogy a hiperbolikus geometria az euklidesi síkon értelmezett POINCARÉ-féle képgeometriával azonos.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

SUR LA GEOMÉTRIE HYPERBOLIQUE PLANE.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Dans le modèle de la géométrie hyperbolique plane dû à POINCARÉ, le plan hyperbolique est formé par le demi-plan supérieur $y > 0$ (x, y désignent des coordonnées cartésiennes); les droites hyperboliques sont les demi-circonférences $(x-a)^2 + y^2 = r^2$ et les demi-droites $x = \text{const.}$ $(y>0)$. Les demi-droites $y = cx + d$ $(y > 0)$ sont les lignes équidistantes des droites hyperboliques $x = \text{const.}$, et les lignes $y = \text{const.}$ (>0) sont des horocycles orthogonaux sur le faisceau $x = \text{const.}$ A partir de la géométrie hyperbolique plane, on peut construire un modèle de la géométrie euclidienne plane par le procédé suivant. Prenons dans le plan hyperbolique un faisceau (a) de droites parallèles dans une direction, le faisceau (h) des horocycles orthogonaux sur (a), et les lignes équidistantes (e) des droites (a). Considérons deux copies du plan hyperbolique et désignons par l'indice 1 ou 2 les éléments appartenant à l'une ou à l'autre. Nous ajoutons au plan hyperbolique les points à l'infini [différent du point à l'infini ω du faisceau (a)], et nous réunissons les deux copies suivant les points à l'infini. Nous définissons une pseudo-géométrie par le moyen des éléments suivants: 1) une droite a est formée par la réunion de deux droites a_1 et a_2 et de leur point commun à l'infini; 2) une droite e est formée par les lignes équidistantes e_1 et e_2' de a_1 et de a_2, telles que les distances (a_1, e_1) et (a_2, e_2') sont égales et de signes contraires; 3) une droite h est un horocycle h_1 ou h_2.

A partir de l'égalité des segments au sens de la géométrie

hyperbolique, nous définissons une pseudo-égalité de la façon suivante. Soient α, β, γ, δ quatre points à l'infini, différent de ω; si A, B, C, D sont les points communs d'un horocycle h avec les droites $a\omega$, $\beta\omega$, $\gamma\omega$, $\delta\omega$, et si les distances hyperboliques AB et CD sont égales, nous disons que les pseudo-distances $[AB]$ et $[CD]$ sont égales: $[AB] = [CD]$ et aussi $[\alpha\beta] = [\gamma\delta]$, et $[\alpha\beta] = [AB]$. Si A et B sont deux points d'une droite $o\omega$ [appartenant au faisceau (a)], soient α et β les points à l'infini des demi-droites orthogonales sur $o\omega$ issues de A et de B vers le même côté de $o\omega$; soient A_1 et B_1 les points communs de ces demi-droites avec une ligne équidistante e de $o\omega$; nous posons alors: $[o\alpha] = [oA] = [oA_1]$, et $[\alpha\beta] = [AB] = [A_1B_1]$.

Nous démontrons que la pseudo-géométrie définie par les prescriptions ci-dessus est la géométrie euclidienne plane, et, que la géométrie hyperbolique donnée est identique avec le modèle de POINCARÉ dans cette pseudo-géométrie euclidienne.

[Mémoire présenté à la 3-ième classe de l'Académie des Sciences Hongroise; séance du 11 mai 1936 (première partie), et séance du 19 février 1940 (deuxième partie.)]

ITERATÍV MATRIXOK ÁLTALÁNOSÍTÁSA.

DÁVID LAJOS-tól.

Valamely

$$\begin{pmatrix} a_1^{(0)}, a_1^{(1)}, \dots a_1^{(k)}, \dots \\ a_2^{(0)}, a_2^{(1)}, \dots a_2^{(k)}, \dots \\ \dots\dots\dots\dots\dots \\ a_n^{(0)}, a_n^{(1)}, \dots a_n^{(k)}, \dots \end{pmatrix} \tag{*}$$

végtelen matrix, mint ismeretes, *iteratív* ha — kiindulva az első oszlopbeli tetszőleges komplex kezdőelemekből — az egymásra következő oszlopokat a k iterációs- (azaz oszlop-) indextől független

$$a_\nu^{(k)} = F_\nu(a_1^{(k-1)}, a_2^{(k-1)}, \dots a_n^{(k-1)}) \qquad (\nu=1,\dots n),\ (k=1, 2, \dots \text{in inf.})$$

egyenletrendszer szolgáltatja. Az irodalomban szereplő iteratív matrixoknál mindenik sor konvergens, ha $k \to \infty$ és

$$\lim a_1^{(k)} = \lim a_2^{(k)} = \dots = \lim a_n^{(k)}. \tag{A}$$

A következőkben nagy mértékben általánosítom az iteratív matrix eddigi fogalmát: a k-ik oszlopnak csak egyik eleme, az abszolút érték szerint legnagyobb (ill. legkisebb) legyen előírt függvénye a $(k-1)$-ik oszlop elemeinek, sőt még ez a függvény is függhet a k-tól. Végtelen sok ilyen általános iteratív matrixot értelmezek úgy, hogy mindeniknél áll az (A) *alaptétel*, és közéjük tartoznak az eddig ismert legfontosabb iterativ matrixok is.

I.

A $z_1 \dots z_n$ komplex változók valamely $f(z_1, \dots z_n)$ függvénye *középértékszerű ha* $f(|z|, \dots |z|) = |z|$.[1] Függvényünk *monoton növő*

[1] Ez kisebb megszorítás, mint a középérték függvényekre gyakori $\min(|z_1|, \dots |z_n|) \leqq f(|z_1|, \dots |z_n|) \leqq \max(|z_1|, \dots |z_n|)$ feltevés. A szövegbeli megszorításra nézve v. ö. E. L. Dodd, Annals of Math. 35. (1934), p. 740.

ha $f(|z_1|,\dots|z_n|) < f(|z_1'|,\dots|z_n'|)$, ahol $|z_\nu| \leqq |z_\nu'|$, $(\nu=1,\dots n)$ és legalább is egy ν-nél $|z_\nu| < |z_\nu'|$.

Először az (A) alaptételnek az elemek abszolút értékére vonatkozó következő megfelelőjét bizonyítom be: *ha a* (*) *matrixban*

$$|a_{M(k)}^{(k)}| \underset{(\nu=1,\dots n)}{\geqq} |a_\nu^{(k)}|, \tag{1}$$

$$a_{M(k)}^{(k)} = f_k(a_1^{(k-1)},\dots a_n^{(k-1)}), \underset{(k=1,\ 2,\dots \text{ in inf.}),}{} \tag{2}$$

ahol az f_k függvények között csak végesszámú különböző van, valamennyi egyértékű,[1] *folytonos, középértékszerű, monoton növő s kielégíti az*

$$|f_k(z_1,\dots z_n)| \underset{(k=1,\ 2,\dots \text{ in inf.})}{\leqq} f_k(|z_1|,\dots|z_n|), \tag{3}$$

egyenlőtlenséget,[2] *akkor* $\lim\limits_{k\to\infty} |a_\nu^{(k)}|$ *léteznek és*

$$\lim |a_1^{(k)}| = \lim |a_2^{(k)}| \cdots = \lim |a_n^{(k)}|. \tag{A_1}$$

Bebizonyítás. A (2) és (3) miatt

$$|a_{M(k)}^{(k)}| \leqq f_k(|a_1^{(k-1)}|,\dots|a_n^{(k-1)}|). \tag{4}$$

Ebből, mivel f_k monoton növő és középértékszerű,

$$|a_{M(k)}^{(k)}| \leqq |a_{M(k-1)}^{(k-1)}|. \tag{5}$$

Tehát létezik

$$\lim_{k\to\infty} |a_{M(k)}^{(k)}| = r, \quad r \geqq 0. \tag{6}$$

Ha $r=0$, akkor az (1) miatt (A_1) s vele együtt az (A) is áll. Ha $r>0$, akkor így bizonyítjuk be az (A_1)-et. Az (5) és a (6) szerint megadott $\varepsilon > 0$ esetén $r \leqq |a_{M(k)}^{(k)}| < r+\varepsilon$, tehát az (1) miatt

$$|a_\nu^{(k)}| < r+\varepsilon \tag{7}$$

ha elég nagy a k, pl. $k > N(\varepsilon)$. Kimutatjuk, hogy a (*) matrix bármely sorának nines torlódási pontja a o középpontú, r sugarú kör belsejében.

---

[1] Valamennyi függvényünk többértékű is lehet, de a függvényjel mindig egyértékűleg kijelölt tetszőleges ág jele.

[2] A (3) jobboldala $\geqq 0$, mivel f_k monoton növő és középértékszerű tehát áll a legelső jegyzet egyenlőtlensége; ámde ennek baloldala $\geqq 0$.

Ha ugyanis pl. az $a_\lambda^{(0)}$, $a_\lambda^{(1)}$,... sorozat valamely T tolódási pontja az előbbi kör belsejében lenne, akkor elég kicsi $h>0$ esetén belül volna a T a 0 középpontú, $r-h$ sugarú körön is. A T-nek e kör belsejéhez tartozó környezetében végtelen sok k értéknél $|a_\lambda^{(k-1)}|<r-h$ lenne. A (4), (7) és az előbbi egyenlőtlenség következtében

$$\begin{aligned}|a_{M(k)}^{(k)}| &\leqq f_k(|a_1^{(k-1)}|,\dots |a_\lambda^{(k-1)}|,\dots |a_n^{(k-1)}|)< \\ &< f_k(r+\varepsilon,\dots r-h,\dots r+\varepsilon),\end{aligned} \tag{8}$$

ha felhasználjuk az f_k monoton növő voltát is.

Az (A_1)-et szolgáltató tétel egyik feltevése szerint van a (8)-ban végtelen sok $k=k_\sigma$, $(\sigma=1,\ 2,\dots \text{ in inf.})$ iterációs-index közös $f_{k_\sigma}\equiv f$ függvénnyel. Ezeknél a (8)-ból

$$|a_{M(k_\sigma)}^{(k_\sigma)}|<f(r+\varepsilon,\dots r-h,\dots r+\varepsilon).$$

Itt $k_\sigma\to\infty$, $\varepsilon\to 0$ gondolva, mivel az f folytonos, azért az (5) és a (6) révén

$$r\leqq f(r,\dots r-h,\dots r)<f(r,\dots r,\dots r)=r,$$

tehát $r<r$ adódik. Ez az ellenmondás bizonyítja, hogy a T pont nincs a 0 középpontú, r sugarú kör belsejében. De a (7) szerint kívül sem lehet e körön. Tehát (A_1) igaz.

Megjegyzés. Bebizonyításunk átvihető arra az esetre, amikor $|a_{M(k)}^{(k)}|$ helyett $|a_{m(k)}^{(k)}|\leqq|a_\nu^{(k)}|$, $(\nu=1,\dots n)$ szerepel. Írva

$$a_{m(k)}^{(k)}=g_k(a_1^{(k-1)},\dots a_n^{(k-1)}),$$
$$(k=1,\ 2,\dots \text{ in inf.}),$$

ahol a g_k-ról feltételezzük az f_k minden tulajdonságát, csak a (3)-t a $\leqq$ helyett $\geqq$ jellel: igaz marad az (A_1), de $r=\infty$ is lehetséges.

II.

Az (A_1)-et szolgáltató általános tétel speciális esete adódik, ha matrixunk k-ik oszlopának valamennyi eleme előírt függvénye a $(k-1)$-ik oszlop elemeinek. Ekkor a következő tételt mondhatjuk ki: *ha a* (*) *matrixban*

$$a_\nu^{(k)}=F(a_1^{(k-1)},\ a_2^{(k-1)},\dots a_n^{(k-1)}), \tag{9}$$
$$(\nu=1,\dots n),\ (k=1,\ 2,\dots \text{ in inf.})$$

ahol az F_ν-k egyértékű, folytonos, középértékszerű, monoton növő s az $|F_\nu(z_1,\dots z_n)| \leqq F_\nu(|z_1|,\dots|z_n|)$ egyenlőtlenséget kielégítő függvények, akkor $\lim_{k\to\infty} |a_\nu^{(k)}|$ léteznek és egyenlők, vagyis áll az (A_1).

E speciális tétel alá tartoznak pl. a következő ismert algoritmusok:

(a) A LAGRANGE—GAUSS-féle medium aritmetiko-geometrikum algoritmusa, s ennek SCHAPIRA-féle általánosítása.[1] — *(b)* A BORCHARDT-féle négy elemű algoritmus komplex elemekre szóló általánosításával együtt.[2] — *(c)* A L. TONELLI-nél felsorolt 9 példa,[3] (egyikük az *(a)* általános esete). — *(d)* Az *(a)* E. PICKERT-féle általánosítása,[4] $(n=2)$. — *(e)* A pl. W. v. BÜLTZINGSLÖWEN-nél[5] tárgyalt, mind csak $n=2$ esethez tartozó, régóta ismert 9 algoritmus közül az 5 lényeges, t. i. amelyekre a többi visszavezethető. (Az egyik lényeges az *(a)* ha $n=2$).

A felsorolt $1+1+(9-1)+1+(5-1)=15$ algoritmus kimeríti a függvényelmélet — pl. elemi és modulfüggvények iteratív értelmezésének — nézőpontjából az irodalomban eddig tárgyalt legfontosabb eseteket. Különben végtelen sok, az (A_1)-nek megfelelően konvergens algoritmust nyerünk a következő módon. Legyen[6]

$$G_\nu(z_1,\dots z_n)=\sum_{\varrho=1}^{r}\sqrt[m_\varrho]{\sum_{\sigma=1}^{s} p_{\varrho\sigma} z_1^{c_{\varrho\sigma 1}} z_2^{c_{\varrho\sigma 2}}\dots z_n^{c_{\varrho\sigma n}}}, \tag{10}$$

ahol $m_\varrho \geqq 1$, $c_{\varrho\sigma\nu} \geqq 0$ egész, $p_{\varrho\nu} \geqq 0$ valós számok, és $c_{\varrho\sigma 1}+$

---

[1] V. ö. szerző értekezései közül pl. a Journ. für die r. u. a. Math. 135., 140. és 159.-belieket.

[2] H. GEPPERT, Journ. für die r. u. a. Math. 161.

[3] Giorn. di Mat. di Battaglini 48. (1910), p. 372—373.

[4] Dissert. Leipzig. 1911. — A LANGRANGE—GAUSS-féle algorithmus szintén $n=2$ esetre szóló WINTNER-féle «általánosítása» (Amer. Journ. of Math. 54. (1932)), szintén idetartozik, mivel az előbbire visszavezethető: nem-lényeges általánosítás.

[5] Dissert. Giessen, 1933. Az itt tárgyalt $3\times3=9$ algoritmus (p. 3—4) közül a szövegben említett 5 lényeges az 1., 4., 6., 7. és 9. számú. A 4. számú a LAGRANGE—GAUSS-féle algoritmus.

[6] V. ö. L. TONELLI, id. m. p. 349, ahol hasonló, de bonyolultabb a kiindulás.

$+ c_{\varrho\sigma 2} + \cdots + c_{\varrho\sigma n} = qm_\varrho$, a q-val az indexektől független egészet jelölve. Ekkor

$$G(z,\ldots z) = z^q \sum_{\varrho=1}^{r} \sqrt[m_\varrho]{\sum_{\sigma=1}^{s} p_{\varrho\sigma}} = z^q G(1,\ldots 1).$$

Mármost

$$\sqrt[q]{\frac{G(z_1,\ldots z_n)}{G(1,\ldots 1)}} = f(z_1,\ldots z_n) \tag{11}$$

írva, a jobboldal bármely egyértékűleg kijelölt ága folytonos, középértékszerű, monoton növő függvény és

$$|f(z_1,\ldots z_n)| \leqq f(|z_1|,\ldots |z_n|).$$

Tehát az (A_1)-hez tartozó tétel szerint: *ha a* (*) *matrixban*

$$a_\nu^{(k)} = f_\nu(a_1^{(k-1)},\ldots a_n^{(k-1)}), \qquad (\nu=1,\ldots n),\ (k=1,2,\ldots \text{in inf.}), \tag{12}$$

ahol az f_ν*-k a* (10)—(11) *szerinti f-függvények, akkor* $\lim_{k\to\infty} |a_\nu^{(k)}|$ *léteznek és egyenlők, vagyis áll az* (A_1).

III.

Ha a (6)-beli $r = 0$, akkor (A_1)-gyel együtt az (A) alaptétel is áll. Legyen tehát $r > 0$. Ekkor van oly pozitív egész K, hogy $|a_\nu^{(k)}| > 0$, $(\nu=1,\ldots n)$, ha $k > K$. Nem lényeges megszorítás, ha a (*) matrixból elhagyjuk az első K oszlopot és a $(K+1)$-ik oszlopon kezdjük az oszlop- (azaz iterációs-) indexekkel a számozást. Ekkor valamennyi elem $\neq 0$. Megállapodhatunk, hogy $0 \leqq arc\ a_\nu^{(k)} < 2\pi$, $(\nu=1,\ldots n)$, $(k=1,2,\ldots \text{in inf.})$. Az (A) alaptétel igaz akkor és csakis akkor, ha áll az (A_1), $\lim_{k\to\infty} arc\ a_\nu^{(k)}$ léteznek és egyenlők:

$$\lim arc\ a_1^{(k)} = \lim arc\ a_2^{(k)} = \cdots = \lim arc\ a_n^{(k)}. \tag{A_2}$$

Tegyük fel már most, hogy áll az (A_1). Ekkor matrixunk mindegyik sorának egy vagy több torlódási pontja van, valamennyi a 0 középpontú, r sugarú kör kerületén. Legyen pl. az első sor egyik torlódási pontja ζ_1. Ekkor e sornak van oly $a_1^{(l_0)}, a_1^{(l_1)}\ a_2^{(l_2)},\ldots$ részletsorozata, hogy $\lim_{k\to\infty} a_1^{(l_k)} = \zeta_1$. Vegyük matrixunk második

sorából az előbbi részletsorozat «megfelelő» részletsorozatát: $a_2^{(l_0)}, a_2^{(l_1)}, a_2^{(l_2)}, \ldots$ Legyen ennek egyik torlódási pontja ζ_2. Tehát van az előbbi részletsorozatnak oly $a_2^{(m_0)}, a_2^{(m_1)}, a_2^{(m_2)}, \ldots$ részletsorozata, hogy $\lim_{k\to\infty} a^{(m_k)} = \zeta_2$. Visszatérve a ζ_1-hez konvergáló részletsorozatra, vegyük ennél az előbbi (ζ_2-höz konvergáló) részletsorozatnak megfelelő $a_1^{(m_0)}, a_1^{(m_1)}, a_1^{(m_2)}, \ldots$ részletsorozatot. Ennek is ζ_1 a határértéke. Azután matrixunk 3-ik, 4-ik, ... sorával is így járva el, *a* (*) *matrix oly*

$$\begin{pmatrix} a_1^{(s_0)}, & a_1^{(s_1)}, \ldots & a_1^{(s_k)}, \ldots \\ a_2^{(s_0)}, & a_2^{(s_1)}, \ldots & a_2^{(s_k)}, \ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & & \\ a_n^{(s_0)}, & a_n^{(s_1)}, \ldots & a_n^{(s_k)}, \ldots \end{pmatrix}$$

almatrixát kapjuk, amelynek $k \to \infty$ *esetén mindenik sora konvergál:*

$$\lim a_1^{(s_k)} = \zeta_1, \quad \lim a_2^{(s_k)} = \zeta_2, \ldots \quad \lim a_n^{(s_k)} = \zeta_n. \tag{13}$$

Itt egyik határérték, pl. ζ_ν *a* (*) *matrix* ν*-ik sorának torlódási pontjai közül tetszés szerint választható.* ($|\zeta_\nu| = r$, $(\nu = 1, \ldots n)$.)

Az (A_1) esetén a (13)-nál többet jelentő (A) alaptételhez — vagyis az (A_2)-höz — további feltételek szükségesek. Célt érünk a következő két fogalom révén. A (*) matrix k-ik oszlopának *nyílása* a 0 csúcsú s az n darab $0\,a_\nu^{(k)}$ félegyenest tartalmazó legkisebb szögtér. Legkisebb nem-negatív mértékszáma legyen ψ_k. A (*) matrix k-ik és $(k+1)$-ik oszlopának *szélessége* e két oszlop mind a $2n$ elemét tartalmazó, 0 középpontú, legkisebb körgyűrű szélessége. Mértékszáma legyen $D_{k,k+1}$. Az (A_1)-nek $D_{k,k+1} \to 0$, az (A_2)-nek $\psi_k \to 0$ szükséges feltétele. Kimutatom a következő tételt: *ha áll az* (A_1) *s van oly pozitív* t*, hogy* $0 < a < \psi_k < t$ *esetén* $D_{k,k+1} \geqq p(a) > 0$*, ahol a* p*-függvény* k*-tól független, akkor*

$$\lim_{k\to\infty} \psi_k = 0. \tag{14}$$

Bebizonyítás. Az (A_1) miatt bármely pozitív δ-hoz tartozik oly N, hogy $r - \delta < |a_\nu^{(k)}| < r + \delta$, $(\nu = 1, \ldots n)$ ha $k > N$. Ha

megadott a esetén, $(o < a < t)$, végtelen sok k-nál $\psi_k > a$ volna, akkor az N-nél nagyobb ilyen k indexekre szorítkozva, állana

$$D_{k,\,k+1} < (r+\delta) - (r-\delta) = 2\delta < p(a),$$

ha még δ-t kisebbnek választjuk $\frac{1}{2}p(a)$-nál. Ámde feltevés szerint $D_{k,k+1} \geqq p(a)$. Tehát csak véges számú k-nál lehet $\psi_k > a$. Ezért áll a tételünk, lévén mindig $\psi_k \geqq 0$.

Ha bizonyos k-tól kezdve a k-ik oszlop nyílásának (valódi vagy nem-valódi) része a $(k+1)$-ik oszlop nyílása, tehát $\psi_k \geqq \psi_{k+1}$, és áll a (14), akkor e *szögskatulyázás* esetén az (A_2) is áll, s ezért az (A_1)-gyel együtt az (A) alaptétel is igaz. A II-beli $(a)-(e)$ algoritmusok nagyobbrészt — t. i. csak (e) alatti három kivételével — többértékűek. Ha azonban ezeknél valamely oszloptól kezdve egyértékűleg kijelölt (függvényelméleti alkalmazás nézőpontjából elegendő) ú. n. «legegyszerűbb» (GAUSS), «végesen oszcilláló» (DÁVID), vagy «reguláris» (GEPPERT) matrixokra szorítkoznak, akkor mindezekre, mind az egyértékűekre az alaptétel az (A_1) és az előbbi szögskatulyázással bebizonyítható, a felsorolt irodalom szerint.

Az említett 15 algoritmus mindegyike, csak a (d) alattit véve ki, megegyezik abban, hogy a $(*)$ matrix valamennyi oszlopa tartalmaz egy-egy aritmetikai középértéket. Ezekre alkalmazható a (14)-et szolgáltató tétel. Ugyanis ha megadott $\delta > 0$, r, ψ_k és változó, de abszolút értékre nézve már $(r+\delta)$-nál nem nagyobb $a_\nu^{(k)}$ esetén megállapítjuk pl. súlypontokkal okoskodva

$$\max \left| \frac{a_1^{(k)} + \cdots + a_n^{(k)}}{n} \right| = A(\psi_k)$$

értékét, akkor elég nagy k-tól kezdve

$$D_{k,\,k+1} \geqq r + \delta - A(\psi_k) > r + \delta - A(a) > 0,$$

ha $0 < a < \psi_k < t = \pi$. Tehát áll a (14), s mivel szögskatulyázás van jelen: az (A_2) is igaz. Éppen így lehet következtetni, ha az aritmetikai középértéknek pl. ilyen általánosítása szerepel:

$$\sqrt[m]{\frac{p_1 z_1^m + \cdots + p_n z_n^m}{p_1 + \cdots + p_n}}, \tag{15}$$

ahol m pozitív egész, a p_ν-k nem-negatív valós számok és $\sum p_\nu > 0$. Ekkor a (d) algoritmus sem kivétel. Általánosan: *ha* (A_1) *esetén a* $(*)$ *matrix valamennyi oszlopa tartalmaz előbbi általános aritmetikai középértékeket és bizonyos oszloptól kezdve bármelyik nyílás része a megelőzőnek, akkor áll az* (A) *alaptétel.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. dec. 11-én tartott üléséből.)

VERALLGEMEINERUNG ITERATIVER MATRIZEN.

Von LUDWIG v. DÁVID.

Ich nenne die unendliche Matrix (*)[1] iterativ, wenn ein, nämlich dem absoluten Betrage nach grösstes (kleinstes) Element der k-ten Spalte als Funktion der $(k-1)$-ten Spalte vorgeschrieben ist. Im Sinne dieser Verallgemeinerung erkläre ich sehr allgemeine iterative Matrizen mit dem *Grundsatz* (A), die die bisher untersuchten, funktionentheoretisch wichtigsten, iterativen Matrizen als Sonderfälle enthalten.

Der Grundsatz wird in die Gleichungen (A_1) und (A_2) zerlegt. Es wurde bewiesen: *Wenn in der Matrix* (*) *die Relationen* (1) *und* (2) *gelten, wo die* f_k *eindeutig bestimmte, stetige, mittelwertartige,*[2] *und monoton wachsende Funktionen sind mit der Eigenschaft* (3), *und wenn es nur endlichviele verschiedene* f_k *gibt, dann besteht* (A_1). — Es bezeichne ψ_k die *Öffnung* der k-ten Spalte der Matrix (*), d. h. die Grösse des kleinsten nicht-negativen Winkels mit der Scheitelpunkt, 0, der sämtliche $0a_\nu^{(k)}$ Halbstrahlen $(\nu=1,\dots n)$ enthält. Es bezeichne $D_{k,k+1}$ die *Breite* des kleinsten Kreisringes um 0, der sämtliche Elemente der k-ten und $(k+1)$-ten Spalte der Matrix (*) enthält. Es wurde bewiesen: *Bestehen die Gleichungen* (A_1) *und existiert ein solches* t, *dass im Falle* $0 < a < \psi_k < t$ *bei demselben* k $D_{k,k+1} \geqq p(a) > 0$ *ist, wo die Funktion* $p(a)$ *nicht vom* k *abhängt, so haben wir* $\lim_{k\to\infty} \psi_k = 0$. — Die letzte Gleichung ist notwendig für (A_2). Die in II. unter $(a)-(e)$ angeführten

[1] Vgl. den ungarischen Text.

[2] D. h. $f_k(|z|,\dots|z|,\dots|z|) = |z|$. Vgl. E. L. Dood, l. c.

iterativen Algorithmen[1] sind grösstenteils mehrdeutig. Beschränken wir uns bei diesen auf die, von einem gewissen k ab eindeutig bestimmten, sog. «einfachsten» (GAUSS), oder «endlichvielmal oszillierenden» (v. DÁVID), oder «regulären» (GEPPERT) Matrizen, so kann man den Grundsatz (A) bei sämtlichen angeführten Algorithmen beweisen mit Hilfe der vorigen Sätze und mit einer «Winkelschachtelung» betreffend die Öffnungen ψ_k. Übrigens können wir beliebig viele hieher gehörige iterative Algorithmen konstruieren mit dem genannten Grundsatz.

[1] Es gibt unter (a)—(e) zusammen 15 Algorithmen, wenn man nur die von einander verschiedenen und unabhängigen Fälle bez. Beispiele zählt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften von 11. Dezember 1939.)

VALÓS ZÉRÓHELYEKKEL BÍRÓ POLINOMOKRÓL.

SZŐKEFALVI NAGY GYULÁ-tól.

1. §. Bevezetés.

Az egyik dolgozatomban[1] kimutattam a következő tételt:

Ha d jelöli a csupa valós zéróhellyel bíró n-edfokú $f(x)$ polinom legkisebb és legnagyobb zéróhelyének egymástól való távolságát és ha $d^{(k)}$ jelöli ugyanezt az $f(x)$ polinom k-adrendű $f^{(k)}(x)$ deriváltjára vonatkozólag, akkor

$$d' \geqq d.\sqrt{\frac{n-2}{n}} \quad \text{és} \quad d^{(k)} \geqq d.\sqrt{\frac{(n-k)(n-k-1)}{n(n-1)}}. \tag{1}$$

Ennek a tételnek általánosításaképp most kimutatom a következő tételt:

Ha m, m_1 és m_2 pozitív egész szám, ha továbbá d_m, illetőleg δ_m jelöli a csupa valós zéróhellyel bíró $n = m + m_1 + m_2$-edfokú $f(x)$ polinomnak, illetőleg az $f'(x)$ deriváltnak növekvő (vagy legalább is nem fogyó) nagyság szerint rendezett zéróhelyei közül az elölről számított m_1-dik és a hátulról számított m_2-dik közötti távolságot és ha végül $d_m > 0$, akkor

$$\frac{\delta_m}{d_m} \geqq \frac{2}{1+\mu}\sqrt{\frac{m.\mu}{n}}, \quad \mu = \operatorname{Max}(m_1, m_2). \tag{2}$$

Ha $m_1 = m_2 = \mu = 1$, akkor ez az egyenlőtlenség megegyezik az (1) alatti első egyenlőtlenséggel, abból pedig egyszerűen lehozható a második.

---

[1] Über algebraische Gleichungen mit lauter reellen Wurzeln. Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung 27. k. (1918), 37—43. l.

Az I. tétel igazolására a következő tételt bizonyítom be és használom fel:

II. *Ha a csupa valós zéróhellyel bíró* $f(x)=(x-a).f_1(x)$ *polinom a zéróhelyét a valós tengelyen az egyik irányban* h *távolságra kimozdítjuk, akkor az* $f'(x)$ *deriváltnak az* $f_1(x)$ *polinom többszörös zéróhelyeitől különböző zéróhelyei eredeti helyükről mind ugyanabban az irányban mozdulnak el, de elmozdulásuk* h*-nál kisebb.*

III. *Ha* $f(x)$ *valós együtthatókkal bíró polinom, vagy valós nulladfajú egész függvény, ha továbbá* $P(x)$ *olyan valós függvény, amelynek második deriváltja a valós tengelyen nem vesz fel negatív értéket, és ha végül az* $f(x)$ *függvénynek egy a valós zéróhelyét a valós tengelyen az egyik irányban* v *sebességgel kimozdítjuk, akkor az*

$$F(x)=e^{-P(x)}.f(x)=e^{-P(x)}.(x-a).f_1(x)$$

függvény deriváltjának az $f_1(x)$ *függvény többszörös zéróhelyeitől különböző és az* $f(x)$ *függvény képzetes zéróhelyeihez tartozó* Jensen*-körökön kívül eső valós zéróhelyei a valós tengelyen eredeti helyükről mind ugyanabban az irányban, de legfeljebb* v *sebességgel mozdulnak ki.*

(Bármely olyan kör, amelynek átmérője az $f(x)$ valós függvénynek egy kapcsolt komplex zéróhelypárját összekötő szakasz, az $f(x)$ függvénynek egy Jensen-köre.)

Végül nulladfajú valós egész függvényekre és olyan magasabbfajú valós egyszerű függvényekre mutatok ki néhány tételt, amelyek a valós tengely kezdőpontjában nem tűnnek el. Ezek a tételek Laguerre[1] következő tétele általánosításainak tekinthetők:

Ha a csupa valós zéróhellyel bíró $f(x)$ n-edfokú polinom két szomszédos zéróhelyének távolságát n egyenlő részre osztjuk, akkor az $f'(x)$ derivált a két szélső osztásrész közül egyiknek belsejében sem tűnhetik el.

---

[1] E. Cesàro, Nouvelles Annales de Math. (3) **4** (1885), 328—330. l. Cesàro—Kowalewski, Elementares Lehrbuch der algebraischen Analysis und Infinitesimalrechnung, Leipzig 1904, 431. l.

2. §. A valós együtthatójú $f(x)$ polinom egyik valós zéróhelye elmozdulásának hatása az $f'(x)$ polinom valós zéróhelyeire.

A bevezetésben kimondott II. tétel a következőből hozható le:

IV. *Ha a csupa valós zéróhellyel bíró*

$$f(x) = (x-a)(x-a_1)\ldots(x-a_{n-1}) = (x-a).f_1(x)$$

polinom a zéróhelye a valós tengelyen az egyik irányban v sebességgel kimozdul, akkor az $f'(x)$ deriváltnak az $f_1(x)$ többszörös zéróhelyeitől különböző zéróhelyei eredeti helyükről ugyanabban az irányban, de legfeljebb v sebességgel mozdulnak ki.

Az $f'(x)$ polinomnak az $f(x)$ többszörös zéróhelyeitől különböző x zéróhelyeire fennáll az

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \frac{1}{x-a} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{x-a_k} = 0 \qquad (3)$$

egyenlet. Ha ebben az egyenletben a-t független változónak, az $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ számot ellenben állandónak tekintjük, akkor

$$\frac{dx}{da} = \frac{\frac{1}{(x-a)^2}}{\frac{1}{(x-a)^2} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(x-a_k)^2}} = \frac{1}{1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(x-a)^2}{(x-a_k)^2}} \leqq 1. \qquad (4)$$

Ezzel a kimondott tétel be van bizonyítva.

Azalatt, amíg a a bevezetésben kimondott II. tétel szerint leírja a h hosszúságú szakaszt, $f'(x)$-nek az $f(x)$ többszörös zéróhelyeitől különböző zéróhelyei az a pontnál általában kisebb sebességgel mozognak és e miatt h-nál kisebb útat írnak le. A $\frac{dx}{da}$ differenciálhányados ugyanis csak akkor lehet az egység, ha az $f'(x)$ derivált megfelelő zéróhelye a-val összeesik, tehát csak akkor, amikor a az $f_1(x)$ polinom valamelyik zéróhelyét átlépi.

Ezzel ki van mutatva a II. tétel is.

A III. tételben szereplő $f(x)$ függvény a következő alakban állítható elő:

$$f(x) = C\,x^q\left(1-\frac{x}{a}\right)\cdot \prod\left(1-\frac{x}{a_k}\right), \tag{5}$$

Ebből következik, hogy

$$\frac{F'(x)}{F(x)} = -P'(x)+\frac{q}{x}+\frac{1}{x-a}+\sum\frac{1}{x-a_k}=0$$

az $F'(x)$ függvénynek az $f_1(x)$ függvény többszörös zéróhelyeitől különböző valamennyi zéróhelyére nézve.

Ha ebben az egyenletben a-t független változónak tekintjük, akkor azt kapjuk, hogy

$$\frac{dx}{da} = \frac{1}{1+(x-a)^2.P'(x)+\sum\left(\frac{x-a}{x-a_k}\right)^2}. \tag{6}$$

A nevezőben szereplő összegbe itt be van számítva az $f(x)$ függvénynek az $x=0$ pontba eső zéróhelyéhez tartozó tag is.

Ha $a_\nu = a+ib$ és $a_{\nu+1}=a-ib$ $(b>0)$, akkor

$$\frac{1}{(x-a_\nu)^2}+\frac{1}{(x-a_{\nu+1})^2} = 2\cdot\frac{(x-a)^2-b^2}{\left[(x-a)^2+b^2\right]^2}.$$

Ez a kifejezés akkor pozitív, ha $(x-a)^2>b^2$, vagyis akkor, ha az x pont az a pont körül b sugárral leírt JENSEN-körön kívül van.

Ha tehát x az $F'(x)$ függvénynek olyan zéróhelye, amely egy JENSEN-körnek sem esik a belsejébe, akkor a (6) alatti kifejezés jobboldalának nevezőjében a kapcsolt komplex zéróhelypárokra vonatkozó tagok összege sem lehet negatív. Ezzel a III. tétel be van bizonyítva, mivel $0<\frac{dx}{da}\leqq 1$.

3. §. A δ_m és d_m hányadosára vonatkozó tétel bizonyítása.

1. A következőkben $g(x)$-szel olyan

$$g(x) = (x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)$$
$$(n = m+m_1+m_2,\ m>0,\ m_1>0,\ m_2>0) \tag{7}$$

n-edfokú polinomot jelölök, amelynek zéróhelyei mind valósak és közöttük az

$$\begin{gathered} a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a \equiv a_{m_1} < a_{m_1+1} \leqq \\ \leqq a_{m_1+2} \leqq \cdots \leqq a_{m+m_1} < b \equiv a_{m+m_1+1} \leqq \cdots \leqq a_n \end{gathered} \tag{8}$$

nagysági viszony áll fenn. A $g'(x)$ polinomnak az (a, a_{m_1+1}), illetőleg az (a_{m+m_1}, b) szakaszra eső zéróhelyét x_1-gyel, illetőleg x_2-vel jelölöm. A $g'(x)$ polinom növekvő nagyság szerint rendezett zéróhelyei közül tehát x_1 az előlről számított m_1-dik, x_2 pedig hátulról számítva az m_2-dik.

Az így értelmezett $g(x)$ polinomokra

$$a = a_{m_1} < x_1 < a_{m_1+1}, \quad a_{m+m_1} < x_2 < a_{m+m_1+1} = b,$$
$$b - a = d_m \quad \text{és} \quad x_2 - x_1 = \delta = \delta_m.$$

Ha a $g(x)$ polinom a_p zéróhelyét változónak, a többi $n-1$ zéróhelyét pedig állandónak tekintjük (még akkor is, ha a_p valamelyikkel összeesik), akkor az előzők alapján

$$\frac{dx_1}{da_p} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{x_1 - a_p}{x_1 - a_k} \right)^2} \quad \text{és} \quad \frac{dx_2}{da_p} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{x_2 - a_p}{x_2 - a_k} \right)^2} \tag{9}$$

és így

$$\frac{d(x_2 - x_1)}{da_p} = \frac{d\delta}{da_p} = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left[\left(\frac{x_1 - a_p}{x_1 - a_k} \right)^2 - \left(\frac{x_2 - a_p}{x_2 - a_k} \right)^2 \right]}{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{x_1 - a_p}{x_1 - a_k} \right)^2 \cdot \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{x_2 - a_p}{x_2 - a_k} \right)^2} =$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} \left[(a_p a_k x_1)^2 - (a_p a_k x_2)^2 \right]}{\sum_{k=1}^{n} (a_p a_k x_1)^2 \cdot \sum_{k=1}^{n} (a_p a_k x_2)^2}. \tag{10}$$

Itt $(a_p a_k x)$ jelöli az x pontnak az $a_p a_k$ pontpárra vonatkozó osztóviszonyát.

A (9) és (10) alatti kifejezés nevezőjében szereplő mindkét összeg valamennyi tagja véges és határozott értékű, mivel feltevésünk szerint x_1 és x_2 valamennyi a_k-tól különbözik.

Mivel p az 1, 2,..., n szám közül az egyiket jelenti, azért a (10) alatti kifejezésben előforduló mindkét összegben van egységgel egyenlő tag. Ha tehát bevezetjük a

$$K(a_p) = \sum_{k=1}^{n} \left[\left(\frac{x_1 - a_p}{x_1 - a_k} \right)^2 - \left(\frac{x_2 - a_p}{x_2 - a_k} \right)^2 \right] =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left[(a_p a_k x_1)^2 - (a_p a_k x_2)^2 \right] \tag{11}$$

jelölést, akkor a (10) alatti kifejezés alapján

$$\frac{d\delta}{da_p} = \frac{d(x_2 - x_1)}{\delta a_p} \quad \text{és} \quad K(a_p)$$

értéke egyszerre pozitív, negatív vagy zéró és

$$\left| \frac{d\delta}{da_p} \right| \leqq \left| K(a_p) \right|.$$

Ebből következik, hogy a $K(a_p) < 0$ esetben az a_p pontnak kissé jobbra, illetőleg balra való elmozdulásakor δ értéke fogy, illetőleg nő. Ha ellenben $K(a_p) > 0$, akkor az a_p pont jobbra, illetőleg balra való kicsiny elmozdulása δ értékének növekedését, illetőleg fogyását okozza.

2. Az I. tétel bebizonyítása végett keresni fogjuk a $g(x)$ polinomokra vonatkozólag a $\delta = x_2 - x_1$ különbség alsó határát.

Először azt mutatjuk ki, hogy egy olyan $g(x)$ polinom, amelyre vonatkozólag $K(a) > 0$ vagy $K(b) < 0$, mindig helyettesíthető egy olyan $g_1(x)$ polinommal, amelyre vonatkozó δ_1 különbség kisebb, mint a $g(x)$ polinomra vonatkozó δ különbség.

Ha ugyanis $K(a) > 0$, akkor az a-val összeeső legkisebbindexű a_h pontnak a valós tengelyen kissé balra való eltolásakor $g(x)$-ből olyan polinomot kapunk, amelyre vonatkozólag a megfelelő δ_1 különbség kisebb, mint δ. Ha $h < m_1$, akkor az új polinom $g_1(x)$ polinom. Ha ellenben $h = m_1$, akkor a $g(x)$-ből kapott $f_1(x)$ polinomnak egy $a' (< a)$ pontja felel meg a $g(x)$ polinom

a zéróhelyének. Egy olyan hasonlósági átalakítás, amely az (a', b) szakaszt a nálánál kisebb (a, b) szakaszba viszi át, az $f_1(x)$ polinom zéróhelyeit egy olyan $g_2(x)$ polinom zéróhelyeibe viszi át, amelyre vonatkozólag $\delta_2 < \delta_1 < \delta$.

Hasonlókép igazolható az előbbi állítás a $K(b) < 0$ esetre is. Ha ugyanis $K(b) < 0$, akkor a b ponttal összeeső legnagyobb-indexű a_h-nak kissé jobbra való eltolásával, a $h = m + m_1 + 1$ esetben pedig ezután egy hasonlósági átalakítással a $g(x)$ polinomból olyan $g_1(x)$ polinomot lehet kapni, amelyre vonatkozólag $\delta_1 < \delta$.

Ha tehát létezik olyan $g(x)$ polinom, amelyre δ a lehető legkisebb, akkor erre vonatkozólag $K(a) \leqq 0$ és $K(b) \geqq 0$.

3. Ha a_q és a_r egy $g(x)$ polinomnak egymástól különböző két olyan zéróhelye, amelyre vonatkozólag $K(a_q)=0$ és $K(a_r)=0$, akkor az $a_q a_r$ pontpár harmonikusan választja el az $x_1 x_2$ pontpárt.

A $K(a_q) = 0$ és $K(a_r) = 0$ egyenletből $K(a_p)$ (11) alatti kifejezésének tekintetbe vételével ugyanis az következik, hogy $(x_1 x_2 a_q)^2$ és $(x_1 x_2 a_r)^2$ értéke ugyanaz, mégpedig

$$\left(\frac{x_1 - a_q}{x_2 - a_q}\right)^2 = \left(\frac{x_1 - a_r}{x_2 - a_r}\right)^2 = \frac{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{x_2 - a_k}\right)^2}{\sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{x_1 - a_k}\right)^2}.$$

Mivel az $(x_1 x_2 a_q) = (x_1 x_2 a_r)$ esetben feltevésünkkel ellentétben $a_q = a_r$ volna, azért $(x_1 x_2 a_q) = -(x_1 x_2 a_r)$. Ezzel az előbbi állítás be van bizonyítva.

Könnyen igazolható a következő állítás igazsága is:

Ha egy $g(x)$ polinomnak a-tól és b-től különböző (végesben fekvő) a_k zéróhelyére nézve $K(a_k) \neq 0$, akkor $g(x)$-ből a_k megfelelő változtatásával olyan $g_1(x)$ polinomot kaphatunk, amelyre vonatkozólag $\delta_1 < \delta$.

Ha ugyanis $K(a_k) < 0$, illetőleg $K(a_k) > 0$, akkor az a_k pontnak a valós tengelyen kissé jobbra, illetőleg kissé balra való eltolásával δ értéke kisebbednék.

Ezzel az eljárással egy $g(x)$ polinomra vonatkozó δ szám nem kisebbíthető akkor, ha a polinomnak az (a, b) szakasz belsejébe eső zéróhelyei egy c pontban összeesnek és ebben a pontban $K(c) = 0$, továbbá ha a polinomnak az (a, b) zárt szakaszon kívül fekvő (végesbe eső) zéróhelyei (feltéve, hogy ilyenek léteznek) egy olyan d pontban esnek össze, amelyben $K(d) = 0$.

Ez az állítás abból következik, hogy egy $g(x)$ polinomnak az (a, b) szakaszon belül és kívül csak egy-egy olyan a_k zéróhelye lehet, amelyben $K(a_k) = 0$, és abból, hogy a $K(a_k) \neq 0$ esetben az a_k pont megfelelő változtatásával δ kisebbíthető.

Ha a $g(x)$ polinomnak megvannak az előbbi tulajdonságai, akkor

$$g(x) = (x-a)^{\mu_1}.(x-b)^{\mu_2}.(x-c)^{m}(x-d)^{\nu}$$

alakú. Itt $\nu \geqq 0$, továbbá $\mu_1 + \nu = m_1$ és $\mu_2 = m_2$, illetőleg $\mu_2 + \nu = m_2$ és $\mu_1 = m_1$ a szerint, amint $d < a$, illetőleg $d > b$.

4. Erre a $g(x)$ polinomra vonatkozólag

$$\begin{aligned} \frac{g'(x_1)}{g(x_1)} &= \frac{\mu_1}{x_1-a} + \frac{\mu_2}{x_1-b} + \frac{m}{x_1-c} + \frac{\nu}{x_1-d} = 0, \\ \frac{g'(x_2)}{g(x_2)} &= \frac{\mu_1}{x_2-a} + \frac{\mu_2}{x_2-b} + \frac{m}{x_2-c} + \frac{\nu}{x_2-d} = 0. \end{aligned} \tag{12}$$

Mivel a cd pontpár harmonikusan választja el az x_1x_2 pontpárt, azért

$$\frac{1}{x_1-c} + \frac{1}{x_1-d} = \frac{2}{x_1-x_2}, \quad \frac{1}{x_2-c} + \frac{1}{x_2-d} = \frac{2}{x_2-x_1}. \tag{13}$$

Ha c_1 és d_1 a c-től, illetőleg a d-től nem sokat különböző két olyan szám, hogy

$$\frac{1}{x_1-c_1} + \frac{1}{x_1-d_1} = \frac{2}{x_1-x_2} = \frac{1}{x_1-c} + \frac{1}{x_1-d}, \tag{14}$$

akkor e miatt a c_1d_1 pontpár is harmonikusan választja el az x_1x_2 pontpárt. Ezért fennáll egyszersmind az

$$\frac{1}{x_2-c_1} + \frac{1}{x_2-d_1} = \frac{2}{x_2-x_1} = \frac{1}{x_2-c} + \frac{1}{x_2-d} \tag{15}$$

egyenlőség is.

Ha

$$g_1(x) = \frac{g(x)}{(x-c)(x-d)}(x-c_1)(x-d_1),$$

akkor erre a $g_1(x)$ polinomra vonatkozólag x_1 és x_2 ugyanaz, mint a $g(x)$ polinomra vonatkozólag, mivel a

$$\frac{g_1'(x)}{g_1(x)} = \frac{\mu_1}{x-a} + \frac{\mu_2}{x-b} + \frac{m-1}{x-c} + \frac{\nu-1}{x-d} + \frac{1}{x-c_1} + \frac{1}{x-d_1}$$

függvény értéke az x_1, illetőleg x_2 helyen a (14) és (15) összefüggés miatt megegyezik a $\frac{g'(x_1)}{g(x_1)}$, illetőleg $\frac{g'(x_2)}{g(x_2)}$ értékkel. E két érték pedig (12) miatt zéróval egyenlő.

A $g(x)$ és a $g_1(x)$ polinomra vonatkozólag tehát

$$\delta = x_2 - x_1 = \delta_1.$$

Ha $m > 1$, akkor a $g_1(x)$ polinomra vonatkozó $K_1(c)$ és $K_1(c_1)$ érték közül legfeljebb az egyik lehet zéró. A c vagy a c_1 pontnak megfelelő eltolásával tehát az előzők szerint δ_1 kisebbíthető. Hasonlókép kisebbíthető δ_1 akkor is, ha $m = 1$ ugyan, de $\nu \geqq 2$.

Abban az esetben, amikor $m = 1$ és $\nu = 1$, akkor c_1-nek az $\frac{a+b}{2}$ szám felé való közelítésekor d_1 a valós tengely végtelen távoli pontja felé, a $g_1(x)$ polinom pedig eggyel alacsonyabbfokú olyan $g_2(x)$ polinom felé tart, amelyre vonatkozólag

$$\delta_1 = x_2 - x_1 = \delta_2.$$

Ezekből és az előzőkből következik, hogy a $g(x)$ polinomokra vonatkozó $\delta = x_2 - x_1$ különbség alsó határának meghatározása végett elég a

$$\begin{gathered} G(x) = (x-a)^{\mu_1}(x-b)^{\mu_2}(x-c)^m \\ (a<c<b,\ 1 \leqq \mu_1 \leqq m_1,\ 1 \leqq \mu_2 \leqq m_2) \end{gathered} \tag{16}$$

alakú polinomokra szorítkozni. Minden más alakú $g(x)$ polinomot lehet ugyanis az ismertetett eljárásokkal egy $G(x)$ alakú polinomhoz úgy tartatni, hogy az eljárások folyamán a δ különbség kisebbedjék, vagy legalább sohase növekedjék.

5. A $G(x)$ polinomra vonatkozólag x_1 és x_2 a

$$\frac{G'(x)}{G(x)} = \frac{\mu_1}{x-a} + \frac{\mu_2}{x-b} + \frac{m}{x-c} = 0 \qquad (17)$$

egyenletnek vagyis az

$$(m+\mu_1+\mu_2)x^2 - [\mu_1(b+c)+\mu_2(a+c)+m(a+b)]x + \\ + [\mu_1 bc + \mu_2 ac + m.ab] = 0$$

másodfokú egyenletnek két gyöke.

Ha egyszerűség kedvéért $a=-1$, $b=1$ és $N=m+\mu_1+\mu_2$ tesszük, akkor a (17) alatti egyenlet a

$$Nx^2 - [c(\mu_1+\mu_2)+\mu_1-\mu_2]x + [c(\mu_1-\mu_2)-m] = 0 \qquad (18)$$

alakot veszi fel. Ebből az egyenletből

$$N^2\delta^2 = N^2(x_2-x_1)^2 = [c(\mu_1+\mu_2)+\mu_1-\mu_2]^2 - 4N[c(\mu_1-\mu_2)-m]. \qquad (19)$$

Az $N^2\delta^2$-nek mint c függvényének minimuma van. Ez a minimum

$$\frac{16\,Nm\mu_1\mu_2}{(\mu_1+\mu_2)^2}.$$

Mivel $b-a=d_m=2$, azért ebből

$$\frac{x_2-x_1}{b-a} \geqq \frac{2}{\mu_1+\mu_2}\cdot\sqrt{\frac{m.\mu_1.\mu_2}{m+\mu_1+\mu_2}} \geqq \frac{2}{\mu+1}\cdot\sqrt{\frac{m.\mu}{n}} \qquad (20)$$

Az utolsó egyenlőtlenség abból következik, hogy a

$$\frac{(\mu_1+\mu_2)^2}{\mu_1\mu_2} = \left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}+\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\right)^2 = 4+\left(\sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}}-\sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1}}\right)^2$$

kifejezésnek akkor legnagyobb az értéke, ha μ_1 és μ_2 közül az egyik legnagyobb értékét éri el, a másik a legkisebbet, vagyis ha közülök az egyik $\mu = \mathrm{Max}(m_1, m_2)$ a másik 1.

Ezzel az I. tétel a $g(x)$ polinomokra be van bizonyítva.

6. Az eddig vizsgált $g(x)$ polinomokra feltételeztük, hogy $a < x_1$ és $x_2 < b$. Most ezt a feltételt elejtjük és $f(x)$-en olyan

$$f(x) = (x-a_1)(x-a_2)\ldots(x-a_n)$$
$$(n=m+m_1+m_2)$$

polinomot értünk, amelynek zéróhelyeire az

$$a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a \equiv a_{m_1} \leqq a_{m_1+1} \leqq \cdots \leqq a_{m+m_1} \leqq \leqq b \equiv a_{m+m_1+1} \leqq \cdots \leqq a_n \tag{21}$$

egyenlőtlenségek állanak fenn. A $g(x)$ polinomok vizsgálása után azt is feltételezzük, hogy az $a \equiv a_{m_1} = a_{m_1+1}$ és $a_{m+m_1} = = a_{m+m_1+1} \equiv b$ egyenlőség közül legalább az egyik fennáll.

Az $f'(x)$ polinomnak az a és a_{m_1+1}, illetőleg az a_{m+m_1} és b közé eső zéróhelyét ismét x_1-gyel, illetőleg x_2-vel jelöljük. Az előbb tett feltevés miatt tehát az $a = x_1$ és $x_2 = b$ egyenlőség közül legalább az egyik mindig fennáll.

Az $x_2 - x_1$ alsóhatárának vizsgálásakor az $a = x_1$ esetben feltételezhetjük, hogy $a_{m+m_1} < x_2 < b$. Ha ugyanis $a_{m+m_1} = x_2 = b$ volna, akkor az a_{m+m_1} pontnak és a vele összeeső kisebb indexű a_h pontoknak az a pont felé való közelítésekor x_2 kisebbedik a nélkül, hogy x_1 változnék. Ezzel az eljárással tehát $\delta = x_2 - x_1$ kisebbedik. Hasonló okból feltételezhetjük, hogy az $x_2 = b$ esetben $a < x_1$.

Az $a = x_1$ esetben a b ponttól jobbra fekvő a_k pontoknak b felé, az a és b közé eső a_k pontoknak az a pont felé való közelítésekor és az $a_1, a_2, \ldots, a_{m_1-1}$ pontnak az a ponttól balra való távolításakor a II. tétel miatt x_2 kisebbedik, x_1 pedig mint $f'(x)$-nek az $f(x)$ polinom $a = a_{m_1+1}$ többszörös zéróhelyével egybeeső zéróhelye helyén marad, $\delta_m = x_2 - x_1$ tehát kisebbedik.

Ezzel az eljárással az $f(x)$ polinomnak m_2 zéróhelye a b pont felé, m zéróhelye az a pont felé $m_1 - 1$ zéróhelye pedig a valós számegyenes $-\infty$ pontja felé tart. Ha $F_1(x)$ az $f(x)$ polinomnak határpolinomja, akkor erre a polinomra vonatkozólag a megfelelő x_1 és x_2 közül $x_1 = a$, x_2 pedig az

$$\frac{F_1'(x)}{F_1(x)} = \frac{m+1}{x-a} + \frac{m_2}{x-b} = 0 \tag{22}$$

egyenlet gyöke. Ennélfogva

$$\frac{\delta_m}{d_m} = \frac{x_2 - x_1}{b-a} \geqq \frac{m+1}{m+m_2+1}. \tag{23}$$

Ha $x_2 = b$, akkor az $a_1, a_2, \ldots, a_{m_1-1}$ pontnak az a pont felé, az $a_{m_1+1}, a_{m_1+2}, \ldots, a_{m+m_1}$ pontnak a b pont felé, az

a_{m+m_1+2}, $a_{m+m_1+3}, \ldots$, a_n pontnak a valós tengely $+\infty$ pontja felé való közelítésekor az $f(x)$ polinom a és b zéróhelye és az $x_2 = b$ pont helyén marad, az x_1 pont ellenben jobbra mozog. Az $f(x)$ polinom ekkor olyan $F_2(x)$ polinom felé tart, amelyre vonatkozólag

$$\frac{F_2'(x)}{F_2(x)} = \frac{m_1}{x-a} + \frac{m+1}{x-b} = 0. \tag{24}$$

Ennek az egyenletnek x_1 a zéróhelye, $x_2 = b$, ennélfogva

$$\frac{\delta_m}{d_m} = \frac{x_2-x_1}{b-a} \geqq \frac{m+1}{m+m_1+1}. \tag{25}$$

Az $a = x_1$ és a $b = x_2$ esetre vonatkozó (23), illetőleg (25) egyenlőtlenséget a

$$\frac{\delta_m}{d_m} \geqq \frac{m+1}{m+\mu+1} \tag{26}$$

egyenlőtlenség foglalja össze.

Az

$$(m+\mu+1)^2(\mu+1)^2\left[\left(\frac{m+1}{m+\mu+1}\right)^2 - \left(\frac{2}{\mu+1}\sqrt{\frac{m\mu}{m+\mu+1}}\right)^2\right] =$$
$$= (m+1)^2(\mu+1)^2 - 4m\mu(m+\mu+1) = (m\mu-m-\mu-1)^2 =$$
$$= [(m-1)(\mu-1)-2]^2 \tag{27}$$

azonos egyenletből következik, hogy

$$\frac{2}{\mu+1}\sqrt{\frac{m\mu}{n}} \leqq \frac{2}{\mu+1}\sqrt{\frac{m\mu}{m+\mu+1}} \leqq \frac{m+1}{m+\mu+1}. \tag{28}$$

Ezzel a (20) és a (26) egyenlőtlenség alapján az I. tétel teljesen be van bizonyítva.

[A (28) egyenlőtlenség abból is következik, hogy $F_1(x)$ és $F_2(x)$ olyan alakú, mint a (16) alatti $G(x)$ polinom azzal a hozzáadással, hogy c vagy a-val, vagy b-vel egyenlő. A (19) által értelmezett δ^2 függvény minimumának meghatározásakor nem tételeztük fel azt, hogy c különbözik a-tól és b-től.]

4. §. Megjegyzések és kiegészítések az I. tételhez.

1. Mivel $\mu \leqq n-m-1$, azért az I. tétel következőkép is kifejezhető:

V. *Ha a és b $(b-a=d_m>0)$ a csupa valós zéróhellyel bíró n-edfokú $f(x)$ polinomnak két olyan zéróhelye, hogy az (a, b) nyitott szakasz legfeljebb $m-1$, az (a, b) zárt szakasz pedig legalább $m+1$ zéróhelyét tartalmazza a polinomnak, akkor az $f'(x)$ deriváltnak az (a, b) zárt szakaszon fekvő legkisebb és legnagyobb zéróhelyének δ_m távolságára a*

$$\frac{\delta_m}{d_m} \geqq \frac{2}{n-m} \sqrt{\frac{m(n-m-1)}{n}}$$

egyenlőtlenség áll fenn.

A (20) egyenlőtlenségből az I. tételnél pontosabb következő tétel is kimondható:

VI. *Ha m, m_1, m_2 pozitív egész szám, ha továbbá d_m, illetőleg δ_m jelöli a csupa valós zéróhellyel bíró $n=m+m_1+m_2$-edfokú $f'(x)$ deriváltjának nagyság szerint rendezett zéróhelyei közül az előlről számított m_1-dik és a hátulról számított m_2-dik közötti távolságot és ha végül $d_m>0$, akkor*

$$\frac{\delta_m}{d_m} \geqq \operatorname{Min}\left\{\frac{2}{\mu_1+\mu_2}\sqrt{\frac{m\mu_1\mu_2}{m+\mu_1+\mu_2}}\right\}; \qquad (29)$$

$$1 \leqq \mu_1 \leqq m_1, \quad 1 \leqq \mu_2 \leqq m_2.$$

Ha $\mu = \operatorname{Max}(m_1, m_2)$ és $\nu = \operatorname{Min}(m_1, m_2)$, akkor a (29) egyenlőtlenség jobboldalán álló számok közül a legkisebbnek meghatározására elég csak azt az $m_1+m_2-1=\mu+\nu-1$ számot figyelembe venni, amely m_1m_2 következő számpárjaihoz tartozik: (μ, ν), $(\mu, \nu-1), \ldots, (\mu, 1)$; $(\mu-1, 1)$, $(\mu-2, 1), \ldots, (1, 1)$.

Ennek a megjegyzésnek igazsága abból következik, hogy a (29) jobboldalán álló azok közül a tagok közül, amelyekben $\mu_1+\mu_2$ ugyanaz, az a legkisebb, amelyikben μ_1 és μ_2 közül az egyik a legnagyobb, a másik a legkisebb.

A VI. tételben a δ_m és d_m hányadosának alsó határára is könnyen igazolható a

$$\text{Min}\left\{\frac{2}{\mu_1+\mu_2}\sqrt{\frac{m\mu_1\mu_2}{m+\mu_1+\mu_2}}\right\} \leqq \frac{m+1}{m+\mu+1} =$$

$$= \text{Min}\left\{\frac{m+\mu_1}{m+\mu_1+\mu_2},\ \frac{m+\mu_2}{m+\mu_1+\mu_2}\right\}$$

$$(1 \leqq \mu_1 \leqq m_1,\quad 1 \leqq \mu_2 \leqq m_2)$$

egyenlőtlenség, mivel

$$\frac{m+\mu_1}{m+\mu_1+\mu_2} \geqq \frac{2}{\mu_1+\mu_2}\sqrt{\frac{m\mu_1\mu_2}{m+\mu_1+\mu_2}}.$$

Ez az egyenlőtlenség ugyanis a $\lambda = \frac{\mu_1}{\mu_2}$, $M = \frac{m}{\mu_2}$ helyettesítéssel visszavezethető a (27) segítségével bebizonyított (28) egyenlőtlenségre.

2. A (19) alatti δ^2 függvény minimumát a

$$c_0 = \frac{(N+m)(\mu_1-\mu_2)}{(\mu_1+\mu_2)^2}$$

helyen veszi fel. Ha c_0 az $a = -1$, $b = +1$) szakaszon kívül van, akkor ez a minimum nem lehet a $\delta_m = x_2 - x_1$ pontos alsóhatára, mivel ekkor a (18) alatti másodfokú egyenletnek csak az egyik gyöke fekszik az (a, b) szakasz belsejében. Ha c az (a, b) szakasz egy c_1 belső pontjából kiindulva közeledik a c_0 ponthoz, akkor azalatt, amíg c eléri az (a, b) szakasznak a c_0 ponthoz közelebbi végpontját, δ^2 fogy és feladatunknak megfelelő minimumát az (a, b) szakasznak ebben a végpontjában éri el. Ekkor azonban a (7) alatti $g(x)$ polinom helyett az előző § 6. pontjában vizsgált $f(x)$ polinomra vonatkozó (25) alatti egyenlőtlenséget kell tekintetbe venni.

Mivel

$$|c_0| = \left|\frac{(N+m)(\mu_1-\mu_2)}{(\mu_1+\mu_2)^2}\right| \leqq \frac{(2m+\mu+1)(\mu-1)}{(\mu-1)},$$

azért a $|c_0| < 1$ egyenlőtlenség csak akkor állhat fenn, ha

$$(2m+\mu+1)(\mu-1) < (\mu-1)^2, \text{ vagyis ha } (m-1)(\mu-1) < 2.$$

Ebből következik az I. és a VI. tételnek következő élesítése:

VII. *Abban az esetben, amikor* $(m-1)(\mu-1) \geqq 2$, *az I. és a VI. tételben egyszersmind fennáll a*

$$\frac{\delta_m}{d_m} \geqq \frac{m+1}{m+\mu+1} \left(> \frac{2}{\mu+1} \sqrt{\frac{m\mu}{n}} \right)$$

egyenlőtlenség is.

Az $m = 1$, illetőleg a $\mu = 1$ ($m_1 = m_2 = 1$) esetre

$$(x+1)^{n-2} \cdot \left[x - \frac{(n+1)(n-3)}{(n-1)} \right] \cdot (x-1), \text{ illetőleg } (x^2-1)x^{n-2}$$

állít elő egy olyan n-edfokú polinomot, amelyre az I. tétel egyenlőtlensége egyenlőségi jellel érvényes.

5. §. Laguerre egyik tételének általánosítása nulladfajú egész függvények.

LAGUERRE-nek a bevezetésben említett tétele[1] nulladfajú egész függvényekre a következőkép általánosítható:

VIII. *Ha a csupa valós zéróhellyel bíró nulladfajú* $f(x)$ *egész függvénynek* α *és* $\beta (> \alpha)$ *két egymásra következő zéróhelye, mégpedig* α *q-szoros,* β *pedig r-szeres zéróhely, ha továbbá* $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$, *illetőleg* $\beta_1, \beta_2, \ldots$ *jelöli az* $f(x)$ *függvénynek* α*-nál kisebb, illetőleg* β*-nál nagyobb zéróhelyeit* (mindenik zéróhelyet annyiszor számítva, mint amennyi annak a sokszorossága), *akkor az* $f'(x)$ *deriváltnak az* (α, β) *szakasz belsejébe eső* x_0 *zéróhelyére fennáll az*

---

[1] LAGUERRE tételének más általánosításaira lásd a következő dolgozatokat:

SZŐKEFALVI NAGY GYULA: 1. a bevezetésben idézett dolgozatban 40–41. l. 2. Egy polinom deriváltja zéróhelyeinek helyzetéről. Matematikai és Fizikai Lapok **38** (1931). 53—55. l. 3. Valós együtthatójú polinomok deriváltjának valós zéróhelyeiről. Mat. és Természettudományi Értesítő **53** (1935), 781—792. l. (Ugyanez németül Acta Scient. Math. Szeged, **8** (1936), 45—52. l.)

MONTEL P.: Sur les zéros des dérivées analytiques. Bull. de la Soc. Math. de France **58** (1930), 119. l.

$$\alpha+\frac{(\beta-\alpha)q\cdot}{q+r+S_\alpha}<x_0<\beta-\frac{(\beta-\alpha)r}{q+r+S_\beta}$$
$$\left(S_\alpha=\sum_k\frac{\beta-\alpha}{\beta-\alpha_k},\ S_\beta=\sum_k\frac{\beta-\alpha}{\beta_k-\alpha}\right) \tag{30}$$

egyenlőtlenség.

Az $f(x)$ nulladfajú egész függvény

$$f(x)=C(x-\alpha)^q(x-\beta)^r x^m \prod_h\left(1-\frac{x}{\alpha_h}\right)\cdot\prod_k\left(1-\frac{x}{\beta_k}\right) \tag{31}$$

alakban állítható elő. Itt C állandó, m nem negatív egész szám. A két végtelen szorzat az $f(x)$ függvénynek az $x=0$ ponttól különböző α_h, illetőleg β_k zéróhelyeire terjesztendő ki. Ha $\alpha=0$ vagy $\beta=0$, akkor $m=0$ teendő.

Az $f'(x)$ deriváltnak az $f(x)$ többszörös zéróhelyeitől különböző x zéróhelyeire fennáll az

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{q}{x-\alpha}+\sum_h\frac{1}{x-\alpha_h}+\frac{r}{x-\beta}+\sum\frac{1}{x-\beta_k}=0 \tag{32}$$

egyenlet. Itt az $f(x)$ függvénynek az $x=0$ pontba eső esetleges zéróhelyére vonatkozó m tag az első, illetőleg a második összegbe van beszámítva a szerint, amint $0<\alpha$, illetőleg $0>\beta$.

Az $f'(x)$ függvénynek az α és β közé eső x_0 zéróhelyére tehát fennáll az

$$\frac{q}{x_0-\alpha}+\sum\frac{1}{x_0-\alpha_h}=\frac{r}{\beta-x_0}+\sum\frac{1}{\beta_k-x_0} \tag{33}$$

egyenlet és ennek az egyenletnek mindkét oldalán szereplő valamennyi tag pozitív.

Ebből az egyenletből következik, hogy

$$\frac{q}{x_0-\alpha}\leqq\frac{r}{\beta-x_0}+\sum\frac{1}{\beta_k-x_0}=\frac{r}{\beta-x_0}+\frac{1}{\beta-x_0}\cdot\sum\frac{\beta-x_0}{\beta_k-x_0}$$

és

$$\frac{r}{\beta-x_0}\leqq\frac{q}{x_0-\alpha}+\sum\frac{1}{x_0-\alpha_h}=\frac{q}{x_0-\alpha}+\frac{1}{x_0-\alpha}\cdot\sum\frac{x_0-\alpha}{x_0-\alpha_h}$$

Mivel a feltételezett $\alpha_h < \alpha < x_0 < \beta < \beta_k$ egyenlőtlenség miatt

$$\frac{\beta - x_0}{\beta_k - x_0} < \frac{\beta - \alpha}{\beta_k - \alpha} \quad \text{és} \quad \frac{x_0 - \alpha}{x_0 - \alpha_h} < \frac{\beta - \alpha}{\beta - \alpha_h}, \tag{34}$$

azért

$$\frac{q}{x_0 - \alpha} < \frac{1}{\beta - x_0}\left(r + \sum \frac{\beta - \alpha}{\beta_k - \alpha}\right) = \frac{r + S_\beta}{\beta - x_0}$$

és

$$\frac{r}{\beta - x_0} < \frac{1}{x_0 - \alpha}\left(q + \sum \frac{\beta - \alpha}{\beta - \alpha_h}\right) = \frac{q + S_\alpha}{x_0 - \alpha}.$$

Ebből a két egyenlőtlenségből következik a (30) alatti egyenlőtlenség. Ezzel a VIII. tétel be van bizonyítva.

Abban az esetben, ha az $f(x)$ függvénynek csak véges H számú α-nál kisebb, vagy véges K számú β-nál nagyobb zéróhelye van, akkor $S_\alpha \leqq H$, illetőleg $S_\beta \geqq K$. Ekkor a (31) egyenlőtlenségből következik, hogy

$$\alpha + \frac{(\beta - \alpha)q}{q + r + S_\beta} < x_0 < \beta - \frac{(\beta - \alpha)r}{q + r + H},$$

ill.

$$\alpha + \frac{(\beta - \alpha)q}{q + r + K} < x_0 < \beta - \frac{(\beta - \alpha)r}{q + r + S_\alpha}.$$

Ezekből az egyenlőtlenségekből következik a polinomokra vonatkozó LAGUERRE-féle tétel is.

Meg kell jegyeznünk, hogy S_α és S_β abszolut konvergens sornak összege és így véges szám, mivel a (32) alatti első összeg az α_h-tól különböző β helyen, a második összeg pedig a β_k-tól különböző α helyen abszolut konvergens.

6. §. Csupa valós zéróhellyel bíró magasabbfajú egyszerű egész függvényekre vonatkozó tételek.

1. Egy p-edfajú $F(x)$ egész függvény mindig előállítható

$$F(x) = e^{g(x)} \cdot x^m \prod_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{x}{\gamma_k}\right) e^{g_k(x)} \tag{35}$$

alakban, ahol m nem negatív egész szám, $g(x)$ legfeljebb p-edfokú polinom,

$$g_k(x) = \frac{x}{\gamma_k} + \frac{1}{2}\left(\frac{x}{\gamma_k}\right)^2 + \cdots + \frac{1}{p}\left(\frac{x}{\gamma_k}\right)^p \text{ és ahol } \frac{1}{|\gamma_k|^{p+1}}$$

abszolut konvergens. Az $F(x)$ függvény akkor egyszerű, ha $e^{g(x)} = C$ állandó.[1]

A következőkben csupa valós zéróhellyel bíró olyan p-edfajú $f(x)$ egyszerű függvényeket vizsgálunk, amelyek a kezdőpontban nem tűnnek el. Az ilyen $f(x)$ függvények alakja tehát

$$f(x) = C \cdot \prod_k \left(1 - \frac{x}{\gamma_k}\right) \cdot e^{g_k(x)}. \tag{36}$$

Ismeretes,[2] hogy az $f'(x)$ deriváltnak az $f(x)$ függvény egymásra következő két ugyanazon előjelű zéróhelye között egy és csak egy zéróhelye van. Az $f'(x)$ függvénynek az $f(x)$ függvény egymásra következő ellenkező előjelű zéróhelye között (feltéve, hogy van ilyen két zéróhelye) van egy olyan zéróhelye, amely a kezdőponttól különbözik, ha p páros, de nincs akkor, ha p páratlan.

2. A VIII. tétel általánosításaképp kimutatjuk a következő tételt:

IX. *Ha a csupa valós zéróhellyel bíró és a kezdőpontban el nem tűnő páros p fajszámú $f(x)$ egyszerű egész függvénynek a q-szoros, $\beta (\beta > a)$ r-szeres zéróhelye és e két zéróhely között $f(x)$ sehol sem tűnik el, ha továbbá $a_1, a_2, \ldots, \beta_1, \beta_2, \ldots$ jelöli az $f(x)$ függvénynek a-nál kisebb, illetőleg β-nál nagyobb zéróhelyeit* (mindegyik zéróhelyet annyiszor számítva, mint annak sokszorossága), *és ha végül S_1 és S_2 jelöli az*

$$S_1 = \left(\frac{\beta}{a}\right)^p q + \sum_h \left(\frac{\beta}{a_h}\right)^p \frac{\beta - a}{\beta - a_h}, \quad S_2 = \left(\frac{a}{\beta}\right)^p r + \sum_k \left(\frac{a}{\beta_k}\right)^p \frac{\beta - a}{\beta_k - a}$$

összeget, akkor az $f'(x)$ deriváltnak az (a, β) szakasz belsejébe eső $x_0 (\neq 0)$ zéróhelyére fennáll az

$$a + \frac{(\beta - a)q}{q + S_2} < x_0 < \beta - \frac{(\beta - a)r}{r + S_1}$$

egyenlőtlenség.

---

[1] VIVANTI G.—GUTZMER A.: Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen. Leipzig 1906, 158. lap.

[2] VIVANTI—GUTZMER, 183—184. lap.

Mivel a (36) alatt értelmezett $f(x)$ függvényre vonatkozólag

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x_p}{\gamma_k^p(x-\gamma_k)}, \tag{37}$$

azért a IX. tételben mondott tulajdonságú $f(x)$ függvény deriváltjának x_0 zéróhelyére fennáll a

$$\frac{q}{\alpha^p(x_0-\alpha)} + \sum_h \frac{1}{\alpha_h^p(x_0-\alpha_h)} = \frac{r}{\beta^p(\beta-x_0)} + \sum_k \frac{1}{\beta_k^p(\beta_k-x_0)} \tag{38}$$

egyenlet és ennek mindkét oldalán valamennyi tag pozitív.

Ebből az egyenlőségből kiindulva ugyanúgy lehet igazolni a IX. tételt, mint ahogyan a (33) egyenlőségből kiindulva a VIII. tételt.

A $\sum_h \frac{1}{\alpha_h^{p+1}}$ és a $\sum_k \frac{1}{\beta_k^{p+1}}$ sor abszolut összetartásából következik az, hogy S_1 és S_2 véges szám. A $c_1 = \text{Min}\left|\frac{\beta}{\alpha_h} - 1\right|$ és a $c_2 = \text{Min}\left|1 - \frac{\alpha}{\beta_k}\right|$ pozitív szám létezése nyilvánvaló és így

$$\sum_h \frac{1}{|\alpha_h^p(\beta-\alpha_h)|} = \sum_h \frac{1}{\left|\alpha_h^{p+1}\left(\frac{\beta}{\alpha_h} - 1\right)\right|} < \frac{1}{c_1}\sum_h \frac{1}{|\alpha_h^{p+1}|}$$

és hasonlókép

$$\sum_k \frac{1}{|\beta_k^p(\alpha-\beta_k)|} < \frac{1}{c_2}\sum_k \frac{1}{|\beta_k^{p+1}|}$$

3. Páratlan fajszámú egyszerű egész függvényekre a következő tétel mondható ki:

X. *Ha a kezdőpontban el nem tűnő egyszerű $f(x)$ függvény p fajszáma páratlan és ha a függvény zéróhelyei mind valósak és ugyanazon előjelűek, akkor az $f'(x)$ deriváltnak zéróhelyeire a IX. tétel változatlanul érvényes.*

Feltételezzük tehát, hogy az $f(x)$ függvény zéróhelyei mind valósak, de közöttük vannak pozitívok és negatívok. Ha α és $\beta(>\alpha)$ jelöli az $f(x)$ függvénynek egymásra következő két

pozitív, q-szoros, illetőleg r-szeres zéróhelyét, ha továbbá $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$, *illetőleg* $-\delta_1, -\delta_2, \ldots$, *jelöli az* $f(x)$ *függvénynek* α*-nál kisebb pozitív, illetőleg negatív zéróhelyeit és* $\beta_1, \beta_2, \ldots$ *jelöli az* $f(x)$ β*-nál nagyobb zéróhelyeit* (az egyes zéróhelyeket sokszorosságuknak megfelelően számítva), *és ha végül U, illetőleg V jelöli az*

$$U = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^p q + \sum_{h=1}^{n} \left(\frac{\beta}{\alpha_h}\right)^p \frac{\beta-\alpha}{\beta-\alpha_h},$$

illetőleg a (39)

$$V = \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^p r + \sum_{k} \left(\frac{\alpha}{\beta_k}\right)^p \frac{\beta-\alpha}{\beta_k-\alpha} + \sum_{i} \left(\frac{\alpha}{\delta_i}\right)^p \frac{\beta-\alpha}{\delta_i+\alpha}$$

összeget, akkor az $f'(x)$ *deriváltnak az* (α, β) *szakasz belsejébe eső* x_0 *zéróhelyére fennáll az*

$$\alpha + \frac{q}{q+V}(\beta-\alpha) < x_0 < \beta - \frac{r}{r+U}(\beta-\alpha)$$

egyenlőtlenség. Ennek a tételnek az $f(-x)$ *függvényre való alkalmazásával megfelelő tétel mondható ki akkor is, ha* α *és* β *negatív.*

A (38) alatti egyenletnek megfelelő egyenlet a X. tételben jellemzett $f(x)$ függvényre

$$\frac{q}{\alpha^p(x_0-\alpha)} + \sum_{h=1}^{n} \frac{1}{\alpha_h^p(x_0-\alpha_h)} = \\ = \frac{r}{\beta^p(\beta-x_0)} + \sum_{k} \frac{1}{\beta_k^p(\beta_k-x_0)} + \sum_{i} \frac{1}{\delta_i^p(\delta_i+x_0)}. \tag{40}$$

Ebben az egyenletben minden tag pozitív, mivel a δ_i számok pozitívok.

A (40) egyenletből a VIII. tétel bizonyítására használt eljárással következik, hogy

$$\frac{q}{\alpha^p(x_0-\alpha)} < \frac{1}{\beta-x_0}\left[\frac{r}{\beta^p} + \sum_{k} \frac{\beta-\alpha}{\beta_k^p(\beta_k-\alpha)} + \sum_{i} \frac{\beta-\alpha}{\delta_i^p(\delta_i+\alpha)}\right] = \\ = \frac{V}{\alpha^p(\beta-x_0)}$$

és

$$\frac{r}{\beta^p(\beta-x_0)} < \frac{1}{x_0-\alpha}\left[\frac{q}{\alpha^p}+\sum_{h=1}^{n}\frac{\beta-\alpha}{\alpha_h^p(\beta-\alpha_h)}\right]=$$

$$=\frac{U}{\beta^h(x_0-\alpha)} \leq \frac{1}{x_0-\alpha}\left[\left(\frac{1}{\alpha}\right)^p q+\sum_{h=1}^{n}\left(\frac{1}{\alpha_h}\right)^p\right].$$

Ezekből az egyenlőtlenségekből közvetlenül következik a (39) alatti egyenlőtlenség és így a X. tétel. A (39) alatti egyenlőtlenségben U a legutóbbi egyenlőtlenség szerint egyszerű alakú összeggel helyettesíthető.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. évi dec. 11-én tartott üléséből.)

ÜBER POLYNOME MIT LAUTER REELLEN NULLSTELLEN.

Von GYULA (JULIUS) v. SZŐKEFALVI NAGY.

Vom Verfasser rührt der folgende Satz ab.[1]

Ist $f(x)$ ein Polynom n-ten Grades mit lauter reellen Nullstellen und bezeichnet d bzw. $d^{(k)}$ den Abstand zwischen der kleinsten und grössten Nullstelle des Polynoms $f(x)$ bzw. seiner k-ten Derivierten $f^{(k)}(x)$, so bestehen die Ungleichungen

$$d' \geqq d \cdot \sqrt{\frac{n-2}{n}} < d \cdot \frac{n-2}{n-1},$$

$$d^{(k)} \geqq d \cdot \sqrt{\frac{(n-k)(n-k-1)}{n(n-1)}} > d \cdot \frac{n-k-1}{n-1}.$$

Dieser Satz wird hier auf folgende Weise verallgemeinert:

Es sei $f(x)$ ein Polynom $n = m + m_1 + m_2$-ten Grades $(m > 0,\ m_1 > 0,\ m_2 > 0)$ mit lauter reellen Nullstellen. Sind die Nullstellen der Grösse nach geordnet und ist a bzw. b die von der ersten bzw. letzten Nullstelle ab m_1-te bzw. m_2-te Nullstelle von $f(x)$, so bezeichnet d_m den Abstand zwischen a und b. Hat d'_m dieselbe Bedeutung für die Derivierte $f'(x)$ und ist $\mu = \mathrm{Max}(m_1, m_2)$, so besteht die Ungleichung

$$d'_m \geqq \frac{2}{\mu+1} \sqrt{\frac{m \cdot \mu}{n}} \, d_m.$$

Ist $(m-1)(\mu-1) \geqq 2$, so besteht die genauere Ungleichung

$$d'_m \geqq \frac{m+1}{m+\mu+1} \cdot d_m \geqq \frac{2}{\mu+1} \sqrt{\frac{m\mu}{n}} \cdot d_m.$$

[1] Jahresbericht d. Deutschen Math.-Vereinigung Bd. 27. (1918), 37–43.

Für den Beweis dieses Satzes wird der folgende Hilfssatz angewendet:

Beschreibt die Nullstelle a von $f(x)=(x-a)\cdot f_1(x)$ auf der reellen Asche in der einen Richtung die Strecke s, während die Nullstellen von $f_1(x)$ fest bleiben, so bewegen sich die (von den Nullstellen von $f_1(x)$ verschiedenen) Nullstellen von $f'(x)$ in derselben Richtung und beschreiben je eine Strecke kleiner als s.

Dieser Hilfssatz wird auf reelle ganze Funktionen $F(x)$ vom Geschlecht Null und auf Funktionen von der Form $G(x)=e^{-P(x)}\cdot F(x)$ verallgemeinert, wenn $P(x)$ eine reelle Funktion, für welche auf der reellen Achse $P''(x)\geqq 0$ gilt.

Endlich wird eine Satz von LAGUERRE über die Lage der Nullstellen der Derivierten des Polynomes $f(x)$ mit lauter reellen Nullstellen auf ganze einfache und im Anfangspunkte nicht verschwindende Funktionen mit lauter reellen Nullstellen verallgemeinert.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1939).

DETERMINÁNSOKRA VONATKOZÓ SZÉLSŐÉRTÉK-FELADATOK.

TURAN PAL-tól.

Egy előbbi dolgozatban[1] foglalkoztunk a következő, az irodalomban többször előforduló[2] szélsőérték-feladattal: keresendő azon n-edrendű determinánsok abszolút értékének maximuma, melyek $+1$ és -1 elemekből vannak felépítve. Ha ezen maximum értékét $M_n(\pm 1)$-el jelöljük, akkor l. c. nyertük, hogy

$$\sqrt{n!} \leqq M_n(\pm 1) \leqq n^{\frac{n}{2}}. \tag{1}$$

A felső becslés HADAMARD determinánstételéből adódott, az alsót pedig azáltal nyertük, hogy az összes (2^{n^2} számú) n-edrendű determináns négyzetösszegét kiszámítottuk, melyek ± 1 elemekből képezhetők.

PALEY[3] kimutatta, hogy pl., ha n 4-el osztható és $(n+1)$ primszám, akkor $M_n(\pm 1) = n^{\frac{n}{2}}$; azt a sejtést is kimondotta, hogy ez fennmarad, ha csak egyáltalán n 4-el osztható, egy sejtés, amelyet $n=2^k$ ($k=2, 3, 4, \ldots$) esetére SYLVESTER már bebizonyí-

---

[1] SZEKERES GYÖRGY és TURÁN PÁL: Egy szélsőérték-feladat a determinánselméletben. Matematikai és Természettudományi Értesítő 1937. p. 796—806.

[2] Lásd [1]; újabban még T. POPOVICIU: Remarques sur le maximum d'un déterminant dont tous les éléments sont non négatifs. Bul. Soc. sti Cluj. 1937. P. 572—582.

[3] R. E. A. C. PALEY: On orthogonal matrices. Journal of mathematics and Physics 1933. p. 311—320.

tott. PALEY bizonyítása azon alapszik, hogy ő közvetlenül megad bizonyos n-edrendű determinánsokat valós karakterek segítségével, melyekben két különböző sor kompozituma 0. Ez a mód speciális n-ekre a maximum pontos értékét adja és a többi n-ekre is (1)-nél jobb becslést ad; a dolog lényegébe mégis kevésbbé jó betekintést ad, mint [1] alatt követett középértékelő módszer, ami rögtön látszik a következő feladaton: keresendő azon n-edrendű determinánsok abszolút értékének maximuma, melyek elemei ± 1-ből állanak és bizonyos helyeken az elemek értékét megkötjük. Ez esetben PALEY módszere semmit se ad, nem is adhat, míg a középértékek pontos kiszámításával könnyen adódik jó alsó becslés, nem lényegesen rosszabb, mint (1)-ben. Így pl. nyerjük majd a következő tételt: Legyen egy ± 1 elemekből képezett n-edrendű determináns első két sora előírott, csupán azt kötjük ki, hogy ne legyenek lényegileg azonosak, azaz ne álljon $sg\varepsilon_{11}\varepsilon_{21} = sg\varepsilon_{12}\varepsilon_{22} = \cdots = sg\varepsilon_{1n}\varepsilon_{2n}$ (különben a determináns értéke 0 volna). Ekkor van oly n-edrendű determináns, mely ± 1 elemekből van felépítve, első két sora előírott és abszolút értéke $\geqq 2\sqrt{(n-1)!}$. Figyelemreméltó, hogy az előírott elemekre a fentadott triviális megkötésen kívül más megkötés nincs e tételben. Ezen középértékek vizsgálata (1)-re is jobb alsó becslést ad; érdekes megjegyezni, hogy itt a középértékekben már n számelméleti jellege is befolyással bír.

Az [1] alatti dolgozatban kimutattuk, hogy a ± 1 elemekből képezhető összes n-edrendű determinánsok négyzetösszege $n!\,2^{n^2}$. Ennek természetes általánosítása a következő feladat: $a_1, a_2, \ldots, a_k$ adott elemekből képezhető n-edrendű determinánsok négyzetösszegét határozzuk meg. Ezen feladat még $k=2$ esetre sem vezethető vissza közvetlenűl $a_1=1$, $a_2=-1$ esetre, kivéve az $a_1=-a_2$ esetet. Mégis felhasználva a könnyen igazolható

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \ldots 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \ldots 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \ldots 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \quad \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 \ldots 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \ldots 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1)^{k-1}(k-1)$$

relációt (ahol k a determináns sorainak száma), bebizonyítható, hogy azon k^{n^2} számú n-edrendű determináns négyzetösszege, melyek $a_1, a_2, \ldots, a_k$ elemekből képezhetők,

$$= n!\, k^{n^2}\left[\frac{k\sigma_2+(n-1)\,\sigma_1}{k^2}\right]\left[\frac{k\sigma_2-\sigma_1^2}{k^2}\right]^{n-1},$$

ahol $a_1 + a_2 + \cdots + a_k = \sigma_1$, $a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_k^2 = \sigma_2$. Ennek bizonyítását nem fogjuk részletezni.

I Tétel. Jelentse $S_n^{(2)}(k, \varepsilon)$ azon összes n-edrendű determinánsok négyzetösszegét, melyek a ± 1 elemekből képezhetők, az első k sorban azonban előírt $\varepsilon_{\mu\nu}$ elemek állanak ($\mu = 1, 2, \ldots, k$, $\nu = 1, 2, \ldots, n$, $\varepsilon_{\mu\nu} = \pm 1$). Ekkor

$$S_n^{(2)}(k, \varepsilon) = (n-k)!\, 2^{n^2-kn} \sum_{1 \leqq i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqq n} \begin{vmatrix} \varepsilon_{1i_1}\varepsilon_{1i_2}\ldots\varepsilon_{1i_k} \\ \varepsilon_{2i_1}\varepsilon_{2i_2}\ldots\varepsilon_{2i_k} \\ \vdots\ \vdots\ \quad\vdots \\ \varepsilon_{ki_1}\varepsilon_{ki_2}\ldots\varepsilon_{ki_k} \end{vmatrix}^2.$$

Bizonyítás. Egy tetszőleges, ± 1 elemekből képezett n-edrendű determináns $\Sigma(-1)^{I(P)}\eta_{1i_1}\eta_{2i_2}\ldots\eta_{ni_n}$, ahol $I(P)$ a $P \equiv (i_1, i_2, \ldots, i_n)$ permutáció inverzióinak számát jelöli, az összegezés pedig $(1, 2, \ldots, n)$ elemek összes permutációira vonatkozik. Ezen determináns négyzete nyilván

$$\sum_{P_1 \equiv (i_1, i_2, \ldots, i_n)} \quad \sum_{P_2 \equiv (j_1, j_2, \ldots, j_n)} (-1)^{I(P_1)+I(P_2)}\eta_{1i_1}\eta_{1j_1}\eta_{2i_2}\eta_{2j_2}\ldots\eta_{ni_n}\eta_{nj_n}$$

Most tegyük $\eta_{1i_1}, \eta_{1j_1}, \ldots, \eta_{ki_k}, \eta_{kj_k}$ helyett a rögzített $\varepsilon_{1i_1}, \varepsilon_{1j_1}, \ldots, \varepsilon_{ki_k}, \varepsilon_{kj_k}$ értékeket és összegezzünk

$$\eta_{k+1,1}, \eta_{k+1,2}\ldots, \eta_{k+1,n}, \eta_{k+2,1}, \ldots, \eta_{n1}, \eta_{n2}, \ldots, \eta_{nn}$$

szerint. Így nyerjük, hogy

$$S_n^{(2)}(k, \varepsilon) =$$

$$= \sum_{P_1}\sum_{P_2}(-1)^{I(P_1)+I(P_2)}\varepsilon_{1i_1}\varepsilon_{1j_1}\ldots\varepsilon_{ki_k}\varepsilon_{kj_k}\sum_{\substack{\eta_{k+1,1}=\pm 1 \\ \eta_{k+1,2}=\pm 1 \\ \vdots \\ \eta_{k+1,n}=\pm 1 \\ \vdots \\ \eta_{nn}=\pm 1}}\eta_{k+1,i_{k+1}}\eta_{k+1,j_{k+1}}\ldots\eta_{ni_n}\eta_{nj_n}.$$

Tekintsük a belső összeget. Ha van oly $k+1 \leqq \nu \leqq n$, hogy $i_\nu \neq j_\nu$, akkor ezen η_ν szerinti összegezés miatt a belső összeg nyilván 0. Ha pedig $i_{k+1} = j_{k+1}$, $i_{k+2} = j_{k+2}, \ldots, i_n = j_n$, akkor a belső összeg nyilván 2^{n^2-kn}. Azaz

$$S_n^{(2)}(k, \varepsilon) = 2^{n^2-kn} \sum_{\substack{P_1 \equiv (i_1, i_2, \ldots, i_k, i_{k+1}, \ldots, i_n) \\ P_2 \equiv (j_1, j_2, \ldots, j_k, i_{k+1}, \ldots, i_n)}} (-1)^{I(P_1)+I(P_2)} \varepsilon_{1i_1}\varepsilon_{1j_1} \ldots \varepsilon_{ki_k}\varepsilon_{kj_k}, \tag{2}$$

ahol tehát $(j_1, j_2, \ldots, j_k)$ az $i_1, i_2, \ldots, i_k$ egy permutációja, ezen utóbbi elemek pedig $1, 2, \ldots, n$ elemek közül valók. Rögzítsük egy pillanatra $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ k-as csoportot; ekkor, mivel igaz a könnyen belátható

$$I(i_1, i_2, \ldots, i_n) + I(j_1, j_2, \ldots, j_k, i_{k+1}, \ldots, i_n) \equiv$$
$$\equiv I(i_1, i_2, \ldots, i_k) + I(j_1, j_2, \ldots, j_k) \bmod 2$$

egyenlőség, (2)-ben a belső tag nem változik, ha $i_{k+1}, \ldots, i_n$-et tetszőlegesen permutáljuk. Azaz

$$S_n^{(2)}(k, \varepsilon) = (n-k)!\, 2^{n^2-kn} \sum_{\substack{P_1' \equiv (i_1, i_2, \ldots, i_k) \\ P_2' \equiv (j_1, j_2, \ldots, j_k)}} (-1)^{I(P_1')+I(P_2')} \varepsilon_{1i_1}\varepsilon_{1j_1} \ldots \varepsilon_{ki_k}\varepsilon_{kj_k},$$

ahol $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ tehát $(1, 2, \ldots, n)$ elemek egy tetszőleges k-ad-osztályú ismétlésnélküli variációja és $(j_1, j_2, \ldots, j_k)$ az $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ elemek egy tetszőleges permutációja. Ha $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ tovább is rögzített, akkor a j-k szerint összegezve

$$S_n^{(2)}(k, \varepsilon) = (n-k)!\, 2^{n^2-kn} \sum_{P_1' \equiv (i_1, i_2, \ldots, i_k)}{}' (-1)^{I(P_1')} \varepsilon_{1i_1}\varepsilon_{2i_2} \ldots \varepsilon_{ki_k} \begin{vmatrix} \varepsilon_{1i_1} & \varepsilon_{1i_2} & \ldots & \varepsilon_{1i_k} \\ \varepsilon_{2i_1} & \varepsilon_{2i_2} & \ldots & \varepsilon_{2i_k} \\ \vdots & & & \\ \varepsilon_{ki_1} & \varepsilon_{ki_2} & \ldots & \varepsilon_{ki_k} \end{vmatrix}.$$

Az $(i_1, i_2, \ldots, i_k)$ csoport elemeit permutálva, a belső összeg

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_{1i_1} & \varepsilon_{1i_2} & \ldots & \varepsilon_{1i_k} \\ \vdots & & & \\ \varepsilon_{ki_1} & \varepsilon_{ki_2} & \ldots & \varepsilon_{ki_k} \end{vmatrix}^2,$$

ahol már $i_1 < i_2 < \cdots < i_k$. Ezzel a tétel be is van bizonyítva.

Ha tekintetbe vesszük azon ismert[4] tételt, hogy I. tétel jobboldalán levő összeg az

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11}\,\varepsilon_{12}\dots\varepsilon_{1n} \\ \vdots \\ \varepsilon_{k1}\,\varepsilon_{k2}\dots\varepsilon_{kn} \end{pmatrix}$$

matrix sorok szerint önmagával képezett kompozíciója (tekintve, hogy $k \leqq n$), nyerjük, hogy

$$S_n^{(2)}(k,\,\varepsilon) = (n-k)!\,2^{n^2-kn}$$

$$\begin{vmatrix} (\varepsilon_{11}^2+\varepsilon_{12}^2+\dots+\varepsilon_{1n}^2)(\varepsilon_{11}\varepsilon_{21}+\varepsilon_{12}\varepsilon_{22}+\dots+\varepsilon_{1n}\varepsilon_{2n})\dots(\varepsilon_{11}\varepsilon_{k1}+\dots+\varepsilon_{1n}\varepsilon_{kn}) \\ (\varepsilon_{21}\varepsilon_{11}+\dots+\varepsilon_{2n}\varepsilon_{1n})(\varepsilon_{21}^2+\varepsilon_{22}^2+\dots+\varepsilon_{2n}^2)\dots(\varepsilon_{21}\varepsilon_{k1}+\dots+\varepsilon_{2n}\varepsilon_{kn}) \\ \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \\ (\varepsilon_{k1}\varepsilon_{11}+\dots+\varepsilon_{kn}\varepsilon_{1n})(\varepsilon_{k1}\varepsilon_{21}+\dots+\varepsilon_{kn}\varepsilon_{2n})\dots(\varepsilon_{k1}^2+\dots+\varepsilon_{kn}^2) \end{vmatrix}. \quad (3)$$

Egy determináns két sorát nevezzük lényegileg azonosoknak, ha csak egy konstans szorzóban különböznek egymástól. Ekkor fennáll a következő:

II. Tétel. Egy n-edrendű determináns első két sorát írjuk elő ± 1 elemekből; az egyetlen korlátozás az, hogy e két sor ne legyen lényegileg azonos. Ekkor az első két sor további $(n-2)$ számú, ± 1 elemekből álló sorral oly n-edrendű determinánssá egészíthető ki, melynek abszolút értéke $\geqq 2\sqrt{(n-1)!}$

Bizonyítás. Az általánosság rovása nélkül feltehető, hogy az első sor elemei csupa $+1$-ből állanak. Ekkor (3)-ból

$$S_n^{(2)}(2,\,\varepsilon) = (n-2)!\,2^{n^2-2n}\,[n^2-(\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{2i})^2]. \quad (4)$$

Ha $|\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{2i}| = n$, akkor $sg\,\varepsilon_{21} = \dots = sg\,\varepsilon_{2n}$, azaz a két első sor lényegileg azonos. Ettől eltekintve tehát $|\sum_{i=1}^{n}\varepsilon_{2i}| \leqq n-2$, azaz (4)-ből

$$S_n^{(2)}(2,\,\varepsilon) \geqq (n-2)!\,2^{n^2-2n}4(n-1). \quad (5)$$

Ha még tekintetbe vesszük azon ismert tényt, hogy valós számok legnagyobbikának abszolút értéke nem kisebb a négyzetes középértékénél, II. tétel (5) alapján bebizonyítást nyert.

[4] L. p. Beke: Determinánsok. p. 108.

III. Tétel. Egy n-edrendű determináns első 3 sorát írjuk elő ± 1 elemekből; az egyetlen korlátozás az, hogy semelyik két sor ne legyen lényegileg azonos. Ekkor az első 3 sor további $(n-3)$ számú, ± 1 elemekből álló sorral oly n-edrendű determinánssá egészíthető ki, melynek abszolút értéke $\geqq 4\sqrt{(n-2)!}$.

Bizonyítás. Az általánosság rovása nélkül az első elemei csupa $+1$-ek, a második sorban pedig az első ν számú elem $+1$, a többi $(n-\nu)$ számú -1. $(1 \leqq \nu \leqq n-1)$. Ekkor

$$S_n^{(2)}(3, \varepsilon) = (n-3)!\, 2^{n^2-3n} \begin{vmatrix} n & (2\nu-n) & (\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{3i}) \\ (2\nu-n) & n & (\sum_{i=1}^{\nu} \varepsilon_{3i} - \sum_{i=\nu+1}^{n} \varepsilon_{3i}) \\ (\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{3i}) & (\sum_{i=1}^{\nu} \varepsilon_{3i} - \sum_{i=\nu+1}^{n} \varepsilon_{3i}) & n \end{vmatrix} =$$

$$= (n-3)!\, 2^{n^2-3n} \begin{vmatrix} n & 2\nu-n & C_1+C_2 \\ 2\nu & 2\nu & 2C_1 \\ C_1+C_2 & C_1-C_2 & n \end{vmatrix} =$$

$$= (n-3)!\, 2^{n^2-3n} \begin{vmatrix} n & 2\nu & (C_1+C_2) \\ 2\nu & 4\nu & 2C_1 \\ (C_1+C_2) & 2C_1 & n \end{vmatrix} =$$

$$= (n-3)!\, 2^{n^2-3n} 4\,[n\nu(n-\nu) - \nu C_2^2 - (n-\nu)\, C_1^2], \qquad (6)$$

ahol $C_1 = \sum_{i=1}^{\nu} \varepsilon_{3i}$, $C_2 = \sum_{i=\nu+1}^{n} \varepsilon_{3i}$. Legyen először $\nu = 1$. Ekkor

$$S_n^{(2)}(3, \varepsilon) = (n-3)!\, 2^{n^2-3n+2}\,[(n-1)^2 - C_2^2].$$

$|C_2| = n-1$ nem lehet, mert akkor az első 3 sor csak a következő 4 eset egyike lehet

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \ldots & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \\ 1 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ -1 & 1 & 1 \ldots & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \ldots & 1 \\ 1 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ -1 & -1 & -1 \ldots & -1 \end{pmatrix}.$$

Mindegyik esetben van két sor, amelyik lényegileg azonos. Tehát $|C_2| \leqq n-3$, azaz ez esetben

$$S_n^{(2)}(3, \varepsilon) \geqq (n-2)!\, 2^{n^2-3n+4}. \tag{7}$$

Hasonló módon nyerjük (7) egyenlőtlenséget (6)-ból, ha $\nu = n-1$. Ha végül $2 \leqq \nu \leqq n-2$, akkor $|C_1| \leqq \nu$, $|C_2| \leqq n-\nu$; de mindkét helyen az egyenlőség jele nem állhat fenn egyszerre. Azaz vagy

$$\left\{\begin{matrix} |C_1| \leqq \nu-2 \\ |C_2| \leqq n-\nu \end{matrix}\right\},$$

vagy

$$\left\{\begin{matrix} |C_1| \leqq \nu \\ |C_2| \leqq n-\nu-2 \end{matrix}\right\}$$

áll; mindkét esetben (6)-ból könnyen nyerhető (7). (7)-ből III. tétel éppúgy következik, mint (5)-ből II. tétel.

Mint (4)-ből látszik, $S_n^{(2)}(2, \varepsilon)$ akkor a legnagyobb, ha $|\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_{2i}|$ lehetőleg kicsi; *0-á azonban csak akkor tehető, ha n páros*. Ekkor

$$S_n^{(2)}(2, \varepsilon) = (n-2)!\, n^2 .\, 2^{n^2-2n}. \tag{8}$$

Mint (6)-ból látszik, $S_n^{(2)}(3, \varepsilon)$ akkor a legnagyobb, ha $|\sum_{i=1}^{\nu} \varepsilon_{3i}|$ és $|\sum_{i=\nu+1}^{n} \varepsilon_{3i}|$ lehetőleg kicsik; 0-á azonban csak úgy tehetők, ha ν és $(n-\nu)$ párosak. $\nu(n-\nu)$ maximuma $\nu = \frac{n}{2}$-nél éretik el, ami csak akkor érhető el, ha $\frac{n}{2}$ páros. Összefoglalva $S_n^{(2)}(3, \varepsilon)$ aránylag akkor tehető a legnagyobbá, *ha* $n \equiv 0 \ mod\ 4$ és értéke ekkor

$$S_n^{(2)}(3, \varepsilon) = (n-3)!\, n^3 .\, 2^{n^2-3n}. \tag{9}$$

Legyen $n \equiv 0 \bmod 4$, az első 3 sor elemeit írjuk elő (9)-nek megfelelően, a negyedik sor elemeit is előírjuk és tekintsük $S_n^{(2)}(3, \varepsilon)$-t. (3)-ból

$$S_n^{(2)}(4,\ \varepsilon)=\begin{vmatrix} n & 0 & 0 & (C_1+C_2+C_3+C_4)\\ 0 & n & 0 & (C_1+C_2-C_3-C_4)\\ 0 & 0 & n & (C_1-C_2+C_3-C_4)\\ (C_1+C_2+C_3+C_4) & (C_1+C_2-C_3-C_4) & (C_1-C_2+C_3-C_4) & n \end{vmatrix}(n-4)!\,2^{n^2-4n}=$$

$$=(n-4)!\,2^{n^2-4n}[n^4-n^2(C_1+C_2+C_3+C_4)^2-n^2(C_1+C_2-C_3-C_4)^2-n^2(C_1-C_2+C_3-C_4)^2],$$

ahol C_1, C_2, C_3 és C_4 rendre a

$$\sum_{i=1}^{\frac{1}{4}n}\varepsilon_{4i},\quad \sum_{i=\frac{1}{4}n+1}^{\frac{1}{2}n}\varepsilon_{4i},\quad \sum_{i=\frac{1}{2}n+1}^{\frac{3}{4}n}\varepsilon_{4i},\quad \sum_{i=\frac{3}{4}n+1}^{n}\varepsilon_{4i}$$

kifejezéseket jelölik. Ha tehát az ε_{4i} számokat úgy választjuk, hogy

$$C_1+C_2+C_3+C_4=C_1+C_2-C_3-C_4=C_1-C_2+C_3-C_4=0,$$

azaz

$$C_2=-C_1,\ C_3=-C_1,\ C_4=-C_1, \tag{10}$$

ami már az n-re való további feltételek nélkül teljesülhet, akkor

$$S_n^{(2)}(4,\ \varepsilon)=(n-4)!\,n^4.\,2^{n^2-4n}. \tag{11}$$

Végezetül még egy megjegyzést teszünk az (1) alatti $M_n(\pm 1)$-re vonatkozólag. Sok esetben egy összeg kiszámítása nehezebb egy integrálénál; $M_n(\pm 1)$ értékének meghatározására elég volna az

$$I_n^{(2k)} = \int_{x_{11}=-1}^{+1} \int_{x_{12}=-1}^{+1} \cdots \int_{x_{nn}=-1}^{+1} \left| \begin{matrix} x_{11} x_{12} \ldots x_{1n} \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ x_{n1} x_{n2} \ldots x_{nn} \end{matrix} \right|^{2k} dx_{11} dx_{12} \ldots dx_{nn}$$

integrál értékét ismerni minden egész k-ra. Ezt csak $k=1$-re ismerjük, mikoris

$$I_n^{(2)} = 2^{n^2-2n} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^n n!.$$

A bizonyítást nem részletezzük.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

ON EXTREMALPROBLEMS CONCERNING DETERMINANTS.

From P. TURÁN.

The object of this paper is the following extremalproblem: to find the absolut maximum of the determinants of order n, *a)* whose elements are $+1$ and -1, *b)* which have praescribed elements on praescribed places. If we omit the restriction *b)*, we get a problem, which was investigated by SYLVESTER, DE SCARPIS, COLUCCI, BARBA, R. E. A. C. PALEY, POPIVICIU, SZEKERES—TURÁN and others. We praescribe the elements of the first k rows ($k<n$) and denote them by $\varepsilon_{\mu\nu}(\mu=1, 2,\ldots, k, \nu=1, 2,\ldots, n)$ and the absolut maximum of such determinants by $M_n(k, \varepsilon)$. Of course we suppose, that no two rows are essentially identical, i. e, for no $1\leqq i<j\leqq k$ holds

$$\frac{\varepsilon_{i1}}{\varepsilon_{j1}}=\frac{\varepsilon_{i2}}{\varepsilon_{j2}}=\cdots=\frac{\varepsilon_{in}}{\varepsilon_{jn}}, \tag{1}$$

(for in this case is every determinant 0). Then we prove

$$n^{\frac{n}{2}}\geqq M_n(k, \varepsilon)\geqq \sqrt{(n-k)!}\sqrt{D},$$

where D denotes the determinant of order k, which arises composing the matrices $\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}\ldots\varepsilon_{1n}\\ \vdots\\ \varepsilon_{k1}\ldots\varepsilon_{kn}\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}\varepsilon_{11}\ldots\varepsilon_{1n}\\ \vdots\\ \varepsilon_{k1}\ldots\varepsilon_{kn}\end{pmatrix}$ rows by rows.

Further we have proved

$$n^{\frac{n}{2}}\geqq M_n(2, \varepsilon)\geqq 2\sqrt{(n-1)!}$$
$$n^{\frac{n}{2}}\geqq M_n(3, \varepsilon)\geqq 4\sqrt{(n-2)!}$$

independently of the $\varepsilon_{\mu\nu}$-s (but supposing (1)). The method of of the proof is in every cases the summation of the squares of certain determinants; we obtain simple expressions for this sums. Further we give without proof the following two formula, which are perhaps interesting in itself: the first is

$$\int_{x_{11}=-1}^{1}\int_{x_{12}=-1}^{1}\cdots\int_{x_{nn}=-1}^{1}\left|\begin{matrix}x_{11}x_{12}\dots x_{1n}\\ \vdots\\ x_{n1}x_{n2}\dots x_{nn}\end{matrix}\right|^2 dx_{11}dx_{12}\dots dx_{1n}\dots dx_{nn}=$$

$$=2^{n^2-2n}n!\left(\frac{2}{3}\right)^n,$$

the second, if $a_1, a_2, \dots, a_l$ are arbitrary real numbers, is

$$\sum_{x_{11}=a_1\dots a_l}\sum_{x_{12}=a_1\dots a_l}\cdots\sum_{x_{nn}=a_1\dots a_l}\left|\begin{matrix}x_{11}\dots x_{1n}\\ \vdots\\ x_{n1}\dots x_{nn}\end{matrix}\right|^2=$$

$$=n!\,l^{n^2}\left[\frac{l(a_1^2+\dots+a_l^2)-(a_1+\dots+a_l)^2}{l^2}\right]^{n-1}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{l(a_1^2+\dots+a_l^2)+(n-1)(a_1+\dots+a_l)^2}{l^2}\right].$$

(Paper presented to the meeting of the III. Class of The Hungarian Academy of Sciences on February 19, 1940.

NAGYENERGIÁJÚ KORPUSZKULÁK ÉS FOTONOK SZÁMLÁLÁSA ELEKTRONSOKSZOROZÓVAL.

BAY ZOLTÁN l. tagtól.

Két rövid közleményben,[1, 2] továbbá egy részletesebb dolgozatban[3] beszámoltam egy új elektronszámláló berendezésről, melynél a számlálandó individuális elektronoknak az észlelés céljából szükséges sokszorozása a szekundér elektronemisszió elve alapján történik. Megmutattam az új módszernek termikus elektronokra s kis energiájú fotonokra való alkalmazását. Az ismertetett elektronsokszorozók lényeges építési elve az elektronfokusszálás, mely néhány száz elektronvoltnyi energiákra van méretezve. Az elektronok ezt az energiát a sokszorozólemezekre alkalmazott potenciálmező következtében nyerik, a kilépő elektronok energiája csupán néhány elektronvolt, vagy kisebb. Nagy sebességű elektronok esetén a fokusszálás hatástalan, tehát a számlálás hatásfoka kicsiny.

Következik az elmondottakból, hogy minden olyan elemi processzus, mely *kis sebességű* elektronokat vált ki, az új módszerrel számlálható.

Ismeretes, hogy α-részek fémfelületekből kis sebességű elektronokat váltanak ki,[4] így az α részeknek az alább leírt számlálhatósága nem meglepő. Ugyanez érvényes nagy sebességű ionokra,

---

[1] Z. Bay: Nature, **141**, 284 (1938).

[2] Z. Bay: Nature, **141**, 1011 (1938).

[3] Bay Z.: Term. Tud. Értesítő LVII. 513 (1938).

[4] H. Geiger: Handb. d. Phys. **22/2**, 219 (1933), E. Rutherford, J. Chadwick, C. D. Ellis, Radiations f. Rad. Subst. 147. l., G. A. Hill, W. W. Buechner, J. S. Clark and J. B. Fisk: Phys. Rev. **55**, 463 (1939).

melyeknek számlálására ALLEN[5] alkalmazta a jelen módszert. Hasonló a helyzet nagy sebességű elektronoknál és β részeknél,[6] melyek számlálhatóságát jelen dolgozat igazolja.

Nagy energiájú fotonok (γ- és X-sugarak) számlálhatósága nem következtethető hasonlóan irodalmi adatok alapján, mivel ezek nagy sebességű elektronokat váltanak ki. Ennek dacára jelen vizsgálat azt mutatta, hogy mind γ-, mind röntgen-fotonok kb. ugyanazzal a hatásfokkal számlálhatók, mint a GEIGER—MÜLLER-számlálócsövekkel, ami úgy értelmezhető, hogy a fém belsejében kiváltott nagy sebességű Compton- vagy fotoelektronok a fém felületén való kilépés alkalmával kis sebességű szekundér elektronokat váltanak ki.

A vizsgálatok összefoglaló eredménye ennélfogva az, hogy a szekundér elektronemisszió elvének felhasználásával *univerzálisan* alkalmazható számlálóberendezést nyerünk.

A kísérleti berendezés. Említett közlemény[3] részletes leírását adja egy *Ag—Cs_2O—Cs* számlálónak, melyet a zéróeffektus csökkentése céljából folyékony levegővel hűtöttünk. A hűtést az *Ag—Cs_2O—Cs*-réteg kis kilépési munkája ($\varphi = 0{\cdot}75$ volt, $A = 9{\cdot}8 \cdot 10^{-2}$ amp/cm^2 grad^2) teszi szükségessé. Más réteg választása mellett is elvileg szükség van a hűtésre, ha kisenergiájú (ultravörös) fotonokat akarunk számlálni; ha ugyanis azt a követelményt állítjuk fel, hogy szobahőmérsékleten a zéró effektus kisebb legyen, mint 10 min^{-1}, akkor a kilépési munka nem lehet kisebb, mint $\varphi \sim 1{\cdot}3$ volt, ami kizárja a $\lambda > 9500$ Å fotonok észlelését. Nagy energiájú korpuszkulák és fotonok számlálásánál a kilépési munka tetszésszerinti nagy lehet, tehát kereshetünk oly rétegeket, melyek nagy kilépési munka mellett jó szekundér emissziós tulajdonságokkal bírnak.

Az első ily irányú kísérlet *Ni—BaO—Ba* réteggel történt. A multiplikációs tényező 200 volt primér elektronsebesség mellett $m = 2{\cdot}5$, a termikus emisszió elhanyagolható volt. A további kísérletek azonban azt mutatták, hogy az eredmények nem eléggé reprodukálhatók. A réteg kilépési munkája közel van az említett $\varphi = 1{\cdot}3$ volt értékhez, s a réteg elkészítése körülményeitől függő

[5] J. S. ALLEN: Phys. Rev. **55**, 966 (1939).

[6] E. RUTHERFORD, J. CHADWICK, C. D. ELLIS: l. c. 153. l.

szórás következtében a zéró effektus néha 1000 min^{-1} értékeket is elért. Hasonlóan ingadozó eredményeket kaptunk *SrO*, továbbá *BaO*, *SrO*, *CaO* keverékeinek alkalmazásával. Valószínű, hogy az ingadozásokat az oxidrétegek durva kristályos szerkezete okozta, ezért a vizsgálatokat mikrokristályos szerkezetű rétegek keresésével folytattuk.

Újabban ZWORYKIN magnéziumötvözetekből készített szekundér emissziós felületeket, melyeket megelőzően vákuumban hőkezelésnek vetett alá. Azt találtuk, hogy ha a vákuumban való hőkezelést oxigénatmoszférában való hőkezeléssel helyettesítjük, lényegesen nagyobb szekundér emissziós faktorokat érhetünk el. ZWORYKIN a jó szekundér emissziós tulajdonságok kialakulását a magnéziumötvözetek specifikus tulajdonságának tartja s egy stabil kristálystruktura kialakulásával magyarázza, mely a hőkezelés közben megy végbe. A mi esetünkben a jelenség valószínű magyarázata az, hogy hevítés közben az ötvözet belsejéből az alacsonyabb olvadáspontú komponens (*Mg*) a felületre diffundál ki s ott eloxidálván, egy mikrokristályos *MgO* réteg keletkezik. A nagy szekundér emissziós faktor vagy a réteg közvetlen tulajdonsága, vagy pedig annak következtében áll elő, hogy a réteg alkáliákat köt meg, melyek nyomokban, mint tisztátalanságok, az ötvözetben mindig jelen vannak. E kérdés nincs még teljesen tisztázva, de utóbbi sejtést megerősíteni látszik, hogy alkáliáknak a rétegre való szándékos reávitele a szekundér emissziós faktort növeli. A lemezek sokszorozási tényezője 4·5—6 (200 volt elektronsebesség mellett) és könnyen reprodukálható. Termikus emissziójuk elhanyagolható. Lényeges előnyük, hogy a lemezeket elkészítésük után levegőre lehet kihozni, anélkül, hogy szekundér emissziós tulajdonságukat elveszítenék. Így a külön elkészített sokszorozó tetszésszerinti vákuumberendezéshez csatlakoztatható, ami gyors egymásutánban különböző vizsgálatok elvégzését engedi meg. Példaképpen közöljük egy így készített elektronsokszorozó adatait: összes multiplikáció kb. 10^7, összes feszültség 3000 volt, szigetelés az egyes elektródák között $>10^{14}$ ohm. E kiváló szigetelést — mely a számlálóberendezés időbeli felbontóképességének jó kihasználása érdekében fontos — azáltal lehetett elérni, hogy — nem lévén szükség a lemezek szempontjából extrém jó vákuumra —

elkerülhettük a vákuum javítására általában használt fémelpárologtató (getter) eljárást. Hideg emisszió az alkalmazott működési feszültségeknél nem lépett fel.

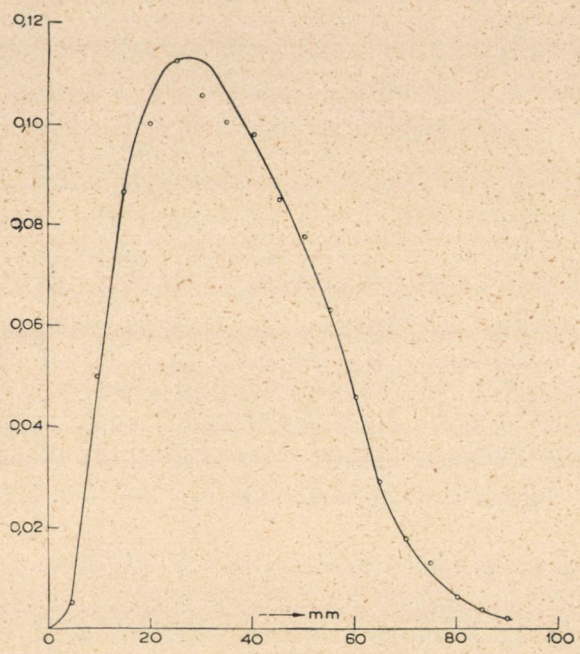
A szekundér emissziós réteg kialakulásának fenti magyarázatát, mely szerint egy alacsonyabb olvadáspontú komponensnek a felületre való kidiffundálása és oxidálása szükséges, megerősítették a további kísérletek. Ezek szerint magnéziumnak a jelenléte nem szükséges s hasonló nagy sokszorozási tényezők érhetők el *Zn* és *Cu* (sárgaréz), valamint *Cr* és *Fe* ötvözetekkel. Sárgaréz sokszorozó lemezek 1000 órán át tartó makroszkópikus áramkivétel után sem mutatták a sokszorozási tényező csökkenését.

Az így készült sokszorozó zéró effektusa 1—5 min^{-1} volt. Annak eldöntésére, hogy e kicsiny zéróeffektust mi okozza (termikus emisszió, hideg emisszió, kozmikus sugarak), kísérleteket végeztünk a hőmérséklet csökkentésével és az elektromos térerősség növelésével. Mivel a zéróeffektus egyik esetben sem változott, a spontán lökések valószínűleg kozmikus sugaraktól származnak. Megerősíti e következtetést, hogy a megfigyelt lökések száma egyezett azzal a becsléssel, mely a lemezek vastagsága és anyaga szerint kozmikus sugarakkal számolva adódik, továbbá, hogy a lökések amplitudói nagyobbak voltak, mint individuális elektronok esetében.

Számlálási kísérletek. A kísérleteket kiterjesztettük α, β, γ és *röntgen*-sugarakra. Azt találtuk, hogy az α és β sugarak számlálása kvantitativ. Az összehasonlítás azonos *Po* és *RaE* preparátumokkal és azonos kúpszögek mellett csúcsszámlálóval történt. A preparátumokat kicsiny nyílásszögű fémcsövekben helyeztük el, a cső végét vékony *Al* lemezzel borítottuk, a cső belső falán kiváltott elektronok kilépésének megakadályozására. A csövet a katódlemezre irányítottuk, vigyázva arra, hogy a multiplikáló lemezeket ne érje sugárzás. Katódlemeznek sárgarezet, wolframot, ezüstlemezt használtunk. γ- és röntgensugarakra a számlálás hatásfoka az összehasonlításul szolgáló GEIGER—MÜLLER-csövekével egyezett nagyságrendben ; különböző katódlemezek vagy egyazon fémből készült, de különböző előzetes kezelésnek alávetett (oxidálás) lemezek némileg eltérő érzékenységet mutattak. Erre vonatkozó pontosabb mérések még folyamatban vannak.

A korpuszkulák vagy fotonok által kiváltott kis sebességű elektronok számát a lökések amplitudói segítségével határozhatjuk meg.

Az egyes lökések amplitudói a statisztikus ingadozása miatt nem arányosak a katódról kiinduló elektronok számával és nincs maximális nagyságú amplitudó sem, amely megadhatná a kiváltott



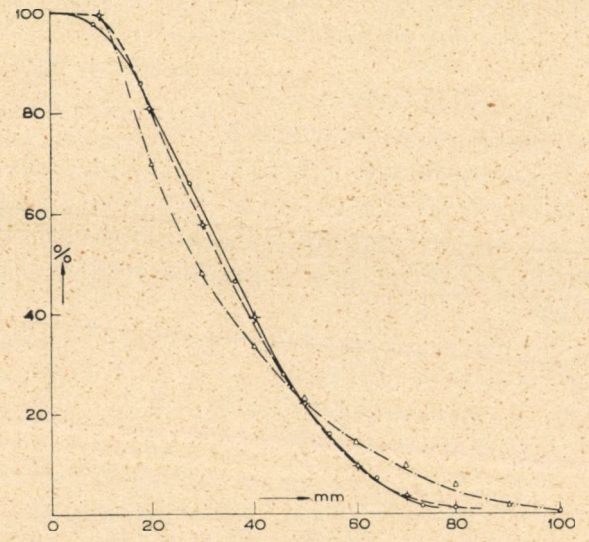
1. ábra.

Amplitudóeloszlás individuális elektronok esetén. Ordináta: 5 mm abszcisszaintervallumba eső lökések relativ száma.

elektronok maximális számát. Az amplitudóeloszlás ismerete azonban megadja a katódból kiváltott elektronok számának középértékét. (Az amplitudóeloszlás részletes valószínűségi elmélete megadhatja a primér rész által kiváltott szekundér elektronok számának valószínűségi eloszlását is. Ily irányú vizsgálatok folyamatban vannak.) Legyen az amplitudóeloszlás valószínűségi sűrűsége $\varphi(x)$, akkor

$$Q = N \int_0^\infty x \ \varphi(x) \tag{1}$$

adja N lökés esetén az anódról elmenő összes töltést. Ezt az elektronsokszorozó összes multiplikációjával osztva kapjuk a katódról kiinduló összes töltést s ebből az egy primér részre jutó elektronok közepes számát. Az összes multiplikáció meghatározása helyett pontosabb eredményt kapunk, ha meghatározzuk az anódról elmenő összes töltést, amely úgy áll elő, hogy a katódról individuális



2. ábra.
——o—— individualis elektromok
– – – ☼ – – – α részek
· – · –△– · – · γ kvantumok

elektronok (kisenergiájú fotoelektronok, Richardson-elektronok) indulnak ki.

Az 1. ábra példaképpen az amplitudóeloszlást $(\varphi(x))$ mutatja individuális elektronok esetén, a 2. ábra pedig az összehasonlítást adja $Po\alpha$ és $Ra\gamma$ sugarakra sárgaréznél.

A 2. ábra görbéi az 1. ábrában levő görbetípusok integrálásával keletkeztek. A tetszésszerinti abszcisszához tartozó ordináta az abszcisszánál *nagyobb* amplitudójú lökések százalékos számát adja, a görbe területe tehát a Q töltéssel (1) arányos. A megfigyelt lökések száma néhány ezer volt mindegyik görbénél. A megfigyelés

katódsugároszcillográffal és mozgó filmre való fotografálással történt. A Richardson-elektronok és γ-sugarak görbéihez 1-szeres, az α-részekhez 10-szeres abszcisszaskála tartozik.

Az ábrából jól látszik, hogy egy α-rész átlag 10, egy γ-kvantum átlag 1 kissebességű elektront vált ki a sárgarézlemezből. Hogy a γ-görbe alakja az elektrongörbétől némi eltérést mutat, valószínűleg abban leli magyarázatát, hogy a γ-sugárnyaláb, dacára az ólomcsatornával való szűrésnek, nem volt elég keskeny, tehát az első *multiplikációs* lemezekből is váltott ki elektronokat, melyek multiplikációja kisebb, így viszonylag (az elektrongörbével összehasonlítva) nagyobb a kis amplitudójú lökések száma.

β- és röntgensugaraknál a 2. lapon említett kiváltási mechanizmus alapján valószínű, hogy ezek a γ-görbéhez hasonló görbét szolgáltatnak. Ezt mutatják az eddigi kvalitatív megfigyelések, melyek szerint az amplitudók kb. olyan nagyságúak, mint egyes elektronoknál.

Megjegyezzük még, hogy a leírt berendezés vizuális fotonok számlálására is alkalmas. E célból egy jó hatásfokú fotokatódra van szükség. Kísérleteinkben K katódát alkalmaztunk s így az egész látható spektrumban nagy érzékenységű fotonszámlálót nyertünk. Az érzékenység kék fényre 4000 fot/el, ami ugyan mögötte marad a Cs sokszorozó nagyobb érzékenységének,[3] viszont folyékony levegővel való hűtés nélkül kényelmesebb munkalehetőségeket nyujt.

Budapest, 1940. január.

M. Kir. József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Atomfizikai Intézete.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

ZÄHLUNG VON KORPUSKELN UND PHOTONEN HOHER ENERGIE MITTELS ELEKTRONENVERVIELFACHER

Von Z. BAY.

Die in den zitierten Arbeiten 1, 2, 3, früher beschriebene Methode der Elektronenzählung mit Hilfe der sekundären Elektronenverfielfachung wird hier auf die Zählung von α, β, γ- und Röntgenstrahlen erweitert. Da die Einrichtung der Elektronenvervielfacher als wesentlichen Bauprinzip eine Elektronenoptik enthält, die für einige hundert Volt dimensioniert ist, können Korpuskel und Photonen hoher Energie nur dann mit Hilfe der neuen Methode gezählt werden, wenn sie fähig sind Elektronen von *kleiner Geschwindigkeit* auszulösen. Für α-Partikel, Ionen und β-Elektronen ist dies seit langem bekannt, für γ- und Röntgen-Quanten hatte sich im Laufe dieser Arbeit herausgestellt, dass sie ebenfalls mit der neuen Methode zählbar sind, was offenbar darauf zurückzuführen ist, dass die von ihnen ausgelösten Compton- und Photoelektronen beim Austritt aus der Metalloberfläche sekundäre Elektronen von kleiner Geschwindigkeit auslösen.

Der Unterschied in der experimentellen Einrichtung gegenüber der früher beschriebenen besteht darin, dass hier Elektronenvervielfacher angewendet wurden, die ohne Kühlung mit flüssiger Luft bei Zimmertemperatur einen kleinen — der kosmischen Strahlung entsprechenden — Zeroeffekt aufweisen. Nach verschiedenen Untersuchungen mit *Ba*-, *Sr*-, *Ca*-Oxydschichten wurden Metallegierungen angewendet, deren eine Komponente von niedrigerem Schmelzpunkt während einer thermischen Vorbehandlung auf die Oberfläche herausdiffundiert und dort in einer ent-

sprechenden Sauerstoffatmosphäre oxydiert wird. So wurden mit *Ag—Mg*, *Cu—Zn* (Messing) und *Fe—Cr* Legierungen sekundäre Elektronenvervielfachungsfaktoren von 4·5—6 bei einer Primärgeschwindigkeit von 200 V erreicht und zwölfstufige Vervielfacher gebaut, deren Gesamtvervielfachungsfaktor rund 10^7 bei 3000 V. Gesamtspannung betrug. Der Isolationswiderstand erreichte Werte bis über 10^{14} Ohm, was bei völliger Ausnutzung des hohen Auflösungsvermögens der Zähler von Wichtigkeit ist.

Die Zahl der von den verschiedenen Korpuskeln und Quanten ausgelösten sekundären Elektronen von kleiner Geschwindigkeit wurde durch Ausmessung der statistischen Verteilung der Amplituden und durch Vergleich derselben mit der Amplitudenverteilung, wenn individuelle Elektronen (Richardson-Elektronen) die Kathode verlassen, bestimmt. Das Verfahren wird durch die Figuren 1 und 2 veranschaulicht. Fig. 1 zeigt die Amplitudenverteilung im Falle von Richardson-Elektronen, Fig. 2 gibt die Integrale der Verteilungskurven im Falle von α-Strahlen von *Po*, γ-Strahlen von *Ra* und Richardson-Elektronen. Die Abszissenskale ist für die α-Strahlen in zehnfachem Masstabe verkleinert worden. Durch Vergleich der Flächeninhalte sieht man, dass α-Strahlen im Mittel 10, β-Strahlen 1 Elektronen von kleiner Geschwindigkeit aus der angewandten Messingkathode auslösen.

Die Zählung von α- und β-Strahlen ist quantitativ, die Ausbeute bei γ- und Röntgen-Quanten ist grössenordnungsmässig dieselbe, wie bei GEIGER—MÜLLER Zählrohren.

Als Endergebnis kann festgestellt werden, dass die neue Zählmethode sich auf allen Gebieten der Korpuskularzählung gut reproduzierbar und mit guter Empfindlichkeit bewährt. Ihr hohes Auflösungsvermögen übertrifft alle andere Zählmethoden.

Budapest, Januar 1940.

Institut für Atomphysik der Kgl. Ung. Palladin Joseph-Universität für Technische und Wirtschaftswissenschaften.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.)

SZÍNEZETT ALKÁLIHALOGENID KRISTÁLYOK ELEKTROMOS VEZETÉSE EGYOLDALÚ NYOMÁS ALATT.

GYULAI ZOLTÁN l. tag- és BOROS JÁNOS-tól.

Additív festésű és röntgenszínezésű alkalihalogenid kristályokban az alkaliatomok és kolloid részecskék a kristály szabálytalan helyein helyezkednek el. SIEDENTOPF[1] ultramikroszkópikus felvételei szerint a kolloidok főképpen kristálytani irányokban rendeződnek. Ezek a kolloidok különböző tulajdonságokat mutatnak, nevezetesen fényelektromosan érzékenyek, magasabb hőmérsékleten eletronokat adnak le.[2] Az alkali atomok elhelyezése a rácsnak csak bizonyos helyein lehetséges, ahol arra megvannak a fizikai feltételek.[3] A kristályrácsban ilyen fizikai állapotokat többek között mechanikai behatásokkal, nevezetesen mechanikai deformációval is lehet létrehozni, amint ezt PRZIBRAM[4] rádiumsugárzással végzett festési kísérletei igazolják.

A saját kísérleteinkkel mi most azt probáltuk meg, hogy egy neutrális atom, amelyik a rácsnak megfelelő helyébe be van építve, megmarad-e ezen stabil állapotában, ha a környezetét megváltoztatjuk. A környezet megváltoztatását külső nyomással végeztük. A nyomásra ugyanis a kristályban bizonyos felületeken csúszások lépnek fel, és így a csúszások által érintett térfogatokban a rács-

[1] H. SIEDENTOPF: Phys. ZS. 6, 855, 1905.

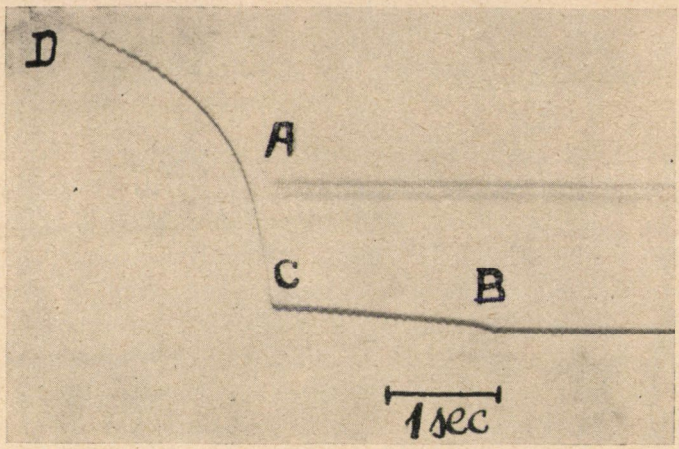
[2] O. STASIW: Gött. Nachr. Math. Phys. Kl. 1932. 261. Z. GYULAI: ZS. f. Phys. 113, 28, 1939.

[3] J. H. DE BOER: Elektronenemission und Absorptionserscheinungen. Kap. 78. usw.

[4] K. PRZIBRAM: ZS. f. Phys. 68, 403, 1931.

ionok többé-kevésbbé újra rendeződnek és ennek megfelelően az itt elhelyezett neutrális atomok környezete is megváltozik. Ezek a csúszások a legújabb felfogás szerint bizonyos kristálytani irányokban, azonban nem geometriai felületeken, hanem több hálózati síkot befogadó térben történnek.[1]

Ámbár a kísérleti adatok erre vonatkozólag csak újabb eredetűek, ennek a képnek a szükségességét már régebben fel kellett venni a kősókristályokban egyoldalú nyomás hatására fellépő áram-



1. ábra. Az oscillográf által adott áramidőgörbe. *BC* a normális vezetési áram; *A* a nyomás kezdetének ideje; *CD* az áramugrás görbéje.

ugrások magyarázatánál.[2] É szerint tehát várható, hogy additív festésű kristályok nyomásánál a csúszási térelemekben az ionok által létrehozott áramugrásokhoz még az ott érintett neutrális atomok is hozzájárulnak azáltal, hogy ezek némelyike elektronját elveszíti.

Hogy a mechanikai behatások a festékcentrumok bizonyos fizikai viselkedését befolyásolják, azt már észlelték többen a fellépő elszíntelenedés, részben az abszorpciós maximum eltoló-

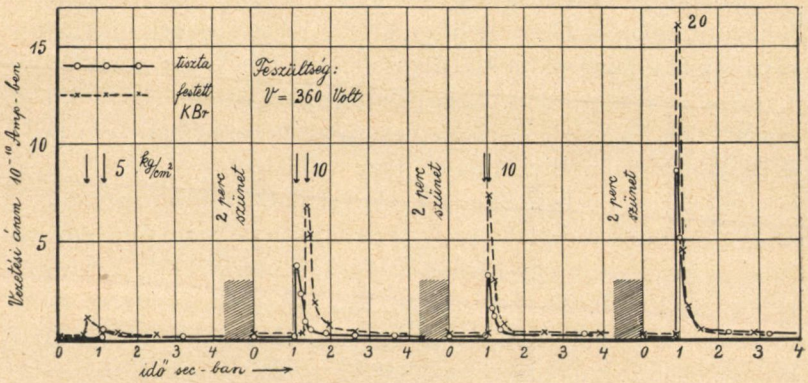
---

[1] E. Houwink: Elastizität..., Beitrag von W. G. Burgers, 97, Fig. 59.

[2] Gyulai Z. és Hartly D.: ZS. f. Phys. 51, 378, 1928.

dása vagy az abszorpciós görbe felezési szélességének megnövekedése által.[1]

Ha tehát a festett kristályokban nyomás hatására jelentékenyen nagyobb áramugrásokat nyerünk, mint a tiszta kristályokban, úgy az annak bizonyítéka, hogy a színes centrumok — tehát neutrális atomok és atomkomplexumok — elektronjaikat elveszítve maguk is hozzájárulnak az áramugráshoz. A mérések keresztülvitelére a már ismert nyomóberendezést használtuk.[2] Az elektrométer helyett azonban most csőelektrométert alkalmaztunk.[3] A csőelektrométer áramát egy BAY-féle oscillográffal[4] regisztráltuk.



2. ábra. A nyomásokozta áramugrások lefolyása az 1. ábrában adott oscillogrammok kiértékelése után, tiszta és additive festett *KBr* kristály esetében (40. és 45. mérés).

Ennek célja kettős volt. Egyfelől ezáltal a méréseket érzékenyebbé tettük, másfelől pedig az áramugrások időbeli lefolyását pontosabban sikerült követni. Egy oscillogrammot mutat az 1. sz. ábra. Az áramugrások nagyságát a regisztrálási áramgörbék differenciálásával lehet megállapítani. A nyomás kezdetét egy kontaktus megszakadása egy lámpa kialvása által automatikusan jelzi a

[1] K. HELBIG: ZS. f. Phys. 91, 573, 1934. E. POSER u. o. 593. W. FLECHSIG: ZS. f. Phys. 36, 605, 1926.

[2] Lásd előbbi oldalon GYULAI és HARTHLY.

[3] Az elektrométercsőért PATAY IMRE ig. úrnak e helyen is hálás köszönetet mondunk.

[4] BAY Z.: Math. Term.-tud. Ért. LIII. 169, 1935.

regisztráló papíron. *A* pont. A kristályban levő normális vezetési áramot, ha az elég nagy, a regisztrálási görbe *BC* emelkedő része mutatja. Ennek a hajlásszöge állandó, ami megfelel annak, hogy a vezetési (ion) áram konstans. Az áramgörbék időbeli lefutását a 2. sz. ábra mutatja. Látjuk, hogy az áramugrás 0·1 sec alatt eléri maximumát és körülbelül 0·2—0·3 sec alatt már felére esik. Az áramugrás azután fokozatosan megszűnik és csak a konstans vezetési áram marad.

Mérési eredmények.

Miután az első közleményhez képest a mérés érzékenységét is fokoztuk, remélni lehetett, hogy kisebb megterhelések alkalmazásával az áramugrások is szabályosabbak lesznek. Ez a várakozás azonban nem teljesedett be, nevezetesen sem az áramugrások nem mutatnak a megterhelésekkel tűrhető arányosságokat, sem pedig az egyes kristályindividuumok nem mutatnak egymással eléggé egyező eredményeket. Mindkét tapasztalat azonban egyezik az általános tapasztalattal, hogy kristályoknak struktúraérzékeny tulajdonságai nagy egyéni különbségeket mutatnak.[1] A megterhelések 5, 10, 10, 20 kg-os ugrásokban történtek, és így az utolsó mérésnél az összmegterhelés 45 kg volt. Hogy különböző méretű kristályokon és különböző feszültségek mellett végzett méréseket egymással össze lehessen hasonlítani, az áramugrásokat átszámoltuk specifikus vezetőképességekre. Ugyancsak a jobb összehasonlítás lehetősége miatt mind a négy ugrást átszámoltuk 1 kg/c.^{2} nyomásra. Így a táblázatokból látható, hogy mindegyik kristály miképpen viselkedett minden egyes részletmegterhelésnél. Az utolsó oszlopban az egyes vezetőképesség-ugrások középértéke van feltüntetve. Az első táblázat additív festésű kolloidális *K* atomcsoportokat tartalmazó *KCl* és *KBr* kristályokra vonatkozik.

A *KCl* és *KBr* kristályok szintétikus kristályok voltak, részben Pohl professzor ajándékai, amiért e helyen is köszönetet mondunk. Mivel itt minden kristálynak keletkezési feltételei egyénileg mások, azért sok előzetes vizsgálat után csakis olyan kristályok jönnek összehasonlításra, amelyek egy darabból voltak le-

[1] A. Smekal referátuma a HB. d. Phys. XXIV/2.-ben.

I. Táblázat.

A specifikus vezetőképesség ugrásszerű (átmeneti) változása kolloidális és *U*-centrumokat tartalmazó *KBr* és *KCl*-kristályokban 10^{-15} Ohm^{-1} cm^{-1} egységekben.

A mérés sorszáma	Kristályanyag	A specifikus vezetőképesség 40° C-on	Megterhelés kg/cm²-ben (5, 10, 10, 20-as ugrásokban)				Az egykristályra vonatkoztatott ugrások középértéke	Az egyfajta kristályokra vonatkozó középérték	A színes kristályok ugrástöbblete, mint az elektronok járuléka	Az elektronjárulék %-os értéke
			5	15	25	45				
			A specifikus vezetőképesség ugrása 1 kg/cm² megterhelésre számítva							
40	Tiszta *KBr*	1·05	4·22	20·25	17·3	23·9	16·4	19·3	—	—
48		1·76	0	1·17	43·2	28·5	18·3			
49		2·64	3·5	20·4	44·3	24·6	23·2			
44	Additive festett *KBr*.	4·07	8·55	26·6	59·7	28·6	30·8	31·4	12·1	62 %
45		5·5	11·3	37·0	39·8	44·3	33·1			
50		5·3	0	30·7	54·7	35·8	30·3			
53	Tiszta *KCl*.	1·48	4·55	25·25	31·0	13·4	18·55	19·37	—	—
54		1·93	3·0	30·25	31·4	16·75	20·2			
65	*KCl U*-centrumokkal	1·66	9·88	38·7	38·7	18·6	26·5	25·12	5·87	30 %
66		1·93	4·72	36·6	29·4	15·6	21·55			
67		2·03	10·55	49·3	49·3	—	27·3			
55	Additive festett *KCl*.	5·44	16·0	69·4	74·3	33·1	48·2	39·17	19·8	100 %
56		6·26	4·94	21·6	56·9	37·4	36·15			

repesztve és együtt a szokásos módon additive festve. Mivel a festés egyszersmind hőkezelést is jelent, az összehasonlításra szolgáló tiszta kristály a festésnél vele együtt volt melegítve. *KCl*-nél ú. n. *U* centrumokat tartalmazó kristályok is vizsgálat alá jöttek.

Amint látjuk, egyéni különbségek vannak, de azért az *F*, illetve *U* centrumokat tartalmazó kristályok lényegesen nagyobb vezetőképességbeli ugrásokat mutatnak, mint a tiszta anyag. Hogy az *U* centrumokat tartalmazó kristályok ugrásai kisebbek, mint az *F* centrumokat tartalmazóké, az logikus, mert itt, amint ez a POHL-féle iskola vizsgálataiból ismeretes[1] az elektronok egy szilárdabb kötésbe mentek át, és így érthető, ha kevesebb elektron válik szabaddá. A táblázat utolsó oszlopa a vezetőképesség változásának azt a többletét tünteti fel, ami a színes kristályoknál a színes centrumok elektronjaitól származik. *NaCl* kristályok is jöttek vizsgálat alá, de itt, mivel csak természetes kristályok állottak rendelkezésre — és mivel már évek óta Wieliczkából nem kaphatók *NaCl* kristályok — az individuális különbségek sokkal nagyobbak, mint *KBr* és *KCl* esetében. Egyes additív (piszkos-barna) színezésű *NaCl* kristályok azért jelentékeny hatást adtak.

Ezen mérések után röntgenezett, ú. n. atomáris festésű *KCl* és *KBr* kristályok jöttek vizsgálat alá. Mint ismeretes, a *KCl* és *KBr* kristályok röntgenezve lila, illetve kék színt nyernek. Azonban ezek a színek igen kevéssé stabilisak és már szobafény mellett is másodpercek alatt elszíntelenednek, ami azt jelenti, hogy a festést okozó atomok az elektronjaikat igen könnyen leadják. A vizsgálatoknál természetesen a röntgenezett kristályokat sötétben kellett kezelni. Az eredményt mutatja a II. sz. táblázat.

Amint látjuk, a százalékos többlet a tiszta kristályokhoz képest itt még nagyobb, mint az additív festésű kristályoknál, ami megegyezik azzal a fent említett tapasztalattal, hogy a színes centrumok, jelenleg neutrális atomok, az elektronjaikat még sokkal könnyebben leadják, mint a diffuzió útján keletkezettek.

---

[1] J. H. DE BOER idézett könyve, 83. §. 212.

II. Táblázat.

A specifikus vezetőképesség ugrásszerű változása atomáris (röntgenezett) centrumokat tartalmazó *KCl* és *KBr*-kristályokban 10^{-15} Ohm^{-1} cm^{-1} egységekben.

A mérés sorszáma	Kristályanyag	A specifikus vezetőképesség 40° C-on	Megterhelés kg/cm²-ben (5, 10, 10, 20-as ugrásokban)				Az egykristályra vonatkoztatott ugrások középértéke	Az egyfajta kristályokra vonatkozó középérték	A színes kristályok ugrástöbblete, mint az elektronok járuléka	Az elektronjárulék %-os értéke
			5	15	25	45				
			A specifikus vezetőképesség ugrása 1 kg/cm² megterhelésre számítva							
86	Tiszta *KCl*	2·4	23·5	19·1	48·2	21·7	28·1	32·7	—	—
87		2·8	22·5	46·8	41·7	20·85	32·9			
95		3·8	26·9	39·4	46·4	21·5	33·5			
96		4·58	23·1	44·6	44·6	33·0	36·3			
88	Röntgenezett *KCl*	3·8	71·8	63·7	59·6	34·2	57·2	55·1	22·4	69 %
89		4·58	113·4	70·6	81·1	31·8	74·2			
90		2·86	22·0	58·2	49·2	26·5	38·9			
91		2·28	28·2	85·2	46·1	41·8	50·3			
92	Tiszta *KBr*	3·73	19·1	36·8	36·8	34·5	31·8	32·4	—	—
93		4·57	24·1	28·7	48·6	27·2	32·1			
94		3·97	18·7	51·8	33·6	29·6	33·4			
97	Röntgenezett *KBr*	13·3	5·8	28·0	110·8	79·2	55·9	63·1	30·7	94 %
98		13·7	44·1	59·2	84·1	62·6	62·5			
99		14·2	28·2	56·6	82·9	117·2	71·0			

Discussio.

Amint látjuk, a festett kristályok sokkal nagyobb nyomási effektust adnak, mint az eredeti, nem festettek. A színes centrumok közül az, amelyik elektronját leadja, elszíntelenedik. Ilyen módon a nyomás hatására fellépő elszíntelenedésből lehetne következtetni az effektusban résztvevő centrumok számára. Az itt alkalmazott nyomások oly kicsinyek voltak, hogy az elszíntelenedés szabad szemmel — külön direkt mérések is voltak e célra végezve — nem volt észrevehető. Így tehát a színes centrumok számának jóval kevesebb mint egytized része vett részt a folyamatban. A kristály egy cm^3-ében az ionok száma $2{\cdot}78—3{\cdot}98 \cdot 10^{22}$, a színes centrumok száma cm^3-ként additív festésnél közelítőleg $10^{17}—10^{18}$, atomáris (röntgenezett) festésnél közelítőleg $10^{15}—10^{17}$. Ha vesszük az egy ion, illetve színes centrumra vonatkoztatott vezetőképesség-ugrást, akkor látjuk, hogy a színes centrumok $10^4—10^7$-ig többszörösen nagyobb arányban járulnak a vezetőképesség-ugráshoz, mint az ionok. Ebből megközelítőleg arra következtethetünk, hogy a színes centrumok túlnyomó részben a csúszási térelemekben vannak elhelyezve. Ez a viszony még akkor is kedvező a színes centrumokra, hacsak a csúszási térelemekben levő ionokat vesszük számba. Első megközelítéssel a csúszási térelemeket azonosíthatjuk a kristály térfogatának azzal a részével, amelyik az alakváltozás következtében helyet változtat. E meggondolást azonban sajnos, nem lehet teljesen keresztülvinni és quantitative érvényesíteni, mert egy még ismeretlen tényezővel is kell számolnunk. Ez pedig az, hogy az ionok és a színes centrumok áram-részesedésében egyszer ionok, a másik esetben elektronok (a maradék ionoktól eltekinthetünk, mert azok száma igen kicsiny) szerepelnek és ezeknek lényegesen különböznek az eltolódási útjaik. *NaCl* kristályban az elektronok eltolódására van egy adat,[1] azonban ez sértetlen kristályra vonatkozik és egyelőre ezt nem lehet átvinni a deformált kristályra, ahol a folyamat lényegesen csak e térelemekben játszódik le. Míg az ionok lényegesen csak e térelemekben mozoghatnak, addig az elektronok

[1] GYULAI Z.: ZS. f. Phys. 32. 103, 1925.

beléphetnek a kristálynak szomszédos részeibe is, amelyek a csúszási térelemeket határolják. Ha tehát az adatokat nem is tudjuk számszerűleg értékesíteni, megmarad mint fontos eredmény az a megállapítás, hogy a kristály alakváltozásánál a színes centrumok jelentékeny résszel járulnak az áramugráshoz, ami az érintett centrumok egyrészének elektron-leadásával jár.

Dolgozatunk a Debreceni Tisza István Tudományegyetem Orvoskari Fizikai Intézetében készült. Hálás köszönetet mondunk a Tudományos Akadémiának a vizsgálatok elvégzéséhez nyujtott támogatásáért.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

DIE ELEKTRISCHE LEITFÄHIGKEIT FARBZENTRENENTHALTENDER ALKALIHALOGENID-KRISTALLEN UNTER EINSEITIGEN DRUCK.

Von Z. GYULAI und J. BOROS.

In dieser Arbeit wird die Frage gestellt, ob die Farbzentren (Neutrale Alkaliatome, kolloidale Alkaliteilchen und *U* Zentren) Elektronen abgeben, wenn der physikalische Zustand in ihrer Umgebung durch plastische Verformung des Kristalls geändert wird. Die Art der Untersuchung besteht in der Messung der Stromsprünge in den gut isolierenden *KCl*, *KBr* und *NaCl* Kristallen, welche infolge der momentan ausgeführten Verformungen eintreten. Es wurde der bekannte Druckapparat verwendet, mit dem einer der Verfasser den Effekt endeckt hat, aber es wurde anstatt des Elektrometers ein Röhrenelektrometer mit Verstärker und einem BAY-scher Oscillograf gebraucht. Die Stromsprünge, welche durch Differentiation der Stromzeitkurven erhalten wurden, sind auf Sprünge der specifischen Leitfähigkeit umgerechnet und angegeben. Die Messungen zeigen, dass die Farbzentren enthaltenden Kristalle von 60% bis 100% grössere Sprünge zeigen, als die reinen Vergleichskristalle. *U* Zentren enthaltende Kristalle zeigen nur 30% Vergrösserung, was verständlich ist, wenn man es überlegt, dass die Elektronen der *U* Zentren stärker gebunden sind. Nachdem die Stromsprünge als strukturempfindliche Eigenschaft aufzufassen sind, zeigen dementsprechend die einzelnen Kristalle bedeutende individuelle Unterschiede. Bei den gefärbten Kristallen werden diese individuellen Unterschiede durch die Unterschiede im Färbungsgrad noch weiter erhöht.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. März 1940.)

A VALENCIAELEKTRONOK SAJÁTFÜGGVÉNYÉNEK MEGHATÁROZÁSÁRÓL *Na, K, Rb* ÉS *Cs* FÉMEK ESETÉBEN.

GOMBÁS PÁL-tól.

Jelen dolgozatban célunk az alkalifémekben (*Li* kivételével) a valenciaelektronok sajátfüggvényét, ill. eloszlását meghatározni. A problémát redukálni lehet egy egytest problémára, mert elegendő csak az 1 valenciaelektront tartalmazó elemi gömbre, vagyis az 1 iont, ill. valenciaelektront tartalmazó elemi cellával egyenlő térfogatú gömbre szorítkozni. A PAULI-elvet, mely megszabja, hogy a valenciaelektron az alapállapotban melyik kvantumállapotban foglal helyet, azáltal vesszük figyelembe, hogy a (2) potenciált vezetjük be, mely a közepes potenciáltól, V_0-tól az ionon kívül levő térrészben csak kevéssé tér el. Ebben a térrészben tehát $v = V - V_0$ kis perturbációnak tekinthető és ennek alapján egy perturbációszámítás segítségével meg lehet határozni a valenciaelektronok sajátfüggvényét. A valenciaelektronok sajátfüggvényét a (34) formula adja, mely az ionon kívüli térrészben, mint r függvénye csaknem konstans menetet mutat.

Szeged, Ferencz József-Tudományegyetem Elméleti Fizikai Intézete. 1940. január.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

ZUR BESTIMMUNG DER EIGENFUNKTION DER VALENZELEKTRONEN IN DEN METALLEN *Na, K, Rb* UND *Cs*.

Von PAUL GOMBAS in Szeged.

Ausgehend vom Falle gänzlich freier Elektronen wird eine Störungsrechnung entwickelt und mit dieser die Eigenfunktion der Valenzelektronen der Metalle *Na, K, Rb* und *Cs* bestimmt. Es wurde auch der Polarisation des Atomrumpfes durch das Valenzelektron und der Austauschwechselwirkung der Valenzelektronen mit den Rumpfelektronen Rechnung getragen. Die Eigenfunktion zeigt ausserhalb des Atomrumpfes bei allen vier Matallen einen fast konstanten Verlauf.

1. §. Einleitung.

In einer vorangehenden Arbeit[1] des Verfassers wurde zur Berechnung der Lage und Breite des tiefsten Energiebandes der Valenzelektronen der Alkalimetalle vom Falle gänzlich freier Elektronen ausgehend eine Methode ausgearbeitet und auf das metallische *Na, K, Rb* und *Cs* mit Erfolg angewendet. Es zeigt sich nun, dass man auf denselben Grundlagen auch die Verteilung der Valenzelektronen derselben Alkalimetalle sehr einfach bestimmen kann. Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist dies zu zeigen und für die Eigenfunktion bzw. die Verteilung der Valenzelektronen der Metalle *Na, K, Rb* und *Cs* eine einfache Formel herzuleiten, deren Gültigkeitsbereich der Raumteil ausserhalb der Atomrümpfe, also fast das ganze Atomvolumen ist.

Zur Berechnung der Eigenfunktion der Metallelektronen

---

[1] P. Gombás, ZS. f. Phys. 113, 150, 1939.

approximiert man die 1 Ion (bzw. 1 Valenzelektron) enthaltende Elementarzelle mit einer Kugel vom gleichen Volumen und es genügt im folgenden sich auf diese Elementarkugel zu beschränken.[2] Das PAULI-Prinzip bzw. die daraus folgende Besetzungsvorschrift für das Valenzelektron werden wir auch hier ganz ähnlich wie in der zitierten Arbeit dadurch in Betracht ziehen, dass wir zum elektrostatischen Potential, χ, des Ions $-\varkappa(\Delta\chi)^{\frac{3}{4}}$ hinzufügen, wo Δ den Laplaceschen Operator bedeutet. $\varkappa$ ist folgender Zahlenfaktor.

$$\varkappa = \frac{\pi^2}{2}\left(\frac{3}{4\pi^2}\right)^{\frac{2}{3}}\varepsilon^{\frac{1}{3}}a_H \tag{1}$$

wo ε die positive Elementarladung und a_H den ersten H-Radius bezeichnet. Wir führen also das Potential

$$V = \chi - \varkappa(\Delta\chi)^{\frac{3}{4}} \tag{2}$$

ein.

Bezüglich der Ersetzung des PAULI-Prinzips durch das Zusatzpotential $-\varkappa(\Delta\chi)^{\frac{3}{4}}$ verweisen wir auf einige frühere Arbeiten[3] des Verfassers, in welchen der Zusammenhang des PAULI-Prinzips mit dem Zuzatzpotential ausführlich diskutiert wurde.[4]

Mit dem Potential V haben wir nun die Eigenfunktion ψ des tiefsten Energiezustandes des Valenzelektrons mit Berücksichtigung der Randbedingung[5]

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)_{r=R} = 0 \tag{3}$$

zu bestimmen, wo r die Entfernung vom Kern des Ions und R den Radius der Elementarkugel bedeutet.

---

[2] E. WIGNER u. F. SEITZ, Phys. Rev. (2), 43, 804, 1933.

[3] P. GOMBÁS, ZS. f. Phys. 108, 509, 1938; 111, 195, 1938; Ann. d. Phys. 35, 65, 1939.

[4] Bezüglich dieses Zusammenhanges vgl. man auch H. HELLMANN, Acta Physicochimica 1, 913, 1935, wo mit Hilfe dieses Zusammenhanges die Bindung der K_2 und KH Moleküle berechnet wurde.

[5] Man vgl. hierzu E. WIGNER und F. SEITZ, l. c.

2. §. Begründung der Störungsrechnung.

Das Potential V kann man in 3 Anteile zerlegen und zwar

$$V = \frac{\varepsilon}{r} + \left(\chi - \frac{\varepsilon}{r}\right) - \varkappa(\Delta\chi)^{\frac{2}{3}}, \tag{4}$$

wo $\frac{\varepsilon}{r}$ das COULOMBsche Potential, $\chi - \frac{\varepsilon}{r}$ das nicht COULOMBsche elektrostatische Potential des Ions darstellt und $-\varkappa(\Delta\chi)^{\frac{2}{3}}$ dem PAULI-Prinzip bzw. der Besetzungsvorschrift Rechnung trägt.

$\chi - \frac{\varepsilon}{r}$ und $\varkappa(\Delta\chi)^{\frac{2}{3}}$ kann man aus den HARTREEschen Tabellen berechnen. Man kann aber auch die Differenz

$$\left(\chi - \frac{\varepsilon}{r}\right) - \varkappa(\Delta\chi)^{\frac{2}{3}} = W$$

nach HELLMANN durch folgende Funktion angeben[6]

$$W = A\varepsilon\frac{e^{-2\lambda r}}{r}, \tag{5}$$

wo die Parameter A und λ mit Hilfe empirischer Konstanten bestimmt werden. HELLMANN gibt für diese Parameter die in der Tabelle 1 zusammengestellten Werte an.

Tabelle I.

	Na	*K*	*Rb*	*Cs*
λ	$0{\cdot}536\,\frac{1}{a_H}$	$0{\cdot}449\,\frac{1}{a_H}$	$0{\cdot}358\,\frac{1}{a_H}$	$0{\cdot}333\,\frac{1}{a_H}$
A	1·826	1·989	1·610	1·672

Im folgenden werden wir die von HELLMANN angegebene Funktion W benutzen, da sie sich für den vorliegenden Fall besonders gut eignet. Durch das Einführen des Ausdruckes (5) in V wird auch der Polarisation des Atomrumpfes durch das Valenzelektron und der Austauschwechselwirkung des Valenz-

[6] H. HELLMANN, Acta Physicochimica, 5, 23, 1936.

elektrons mit den Rumpfelektronen Rechnung getragen. A und λ wurden nämlich gerade so bestimmt, dass der berechnete S Grundterm des freien Atoms mit dem empirischen übereinstimmt und der angeregte S Term und P Grundterm möglichst gut angenähert werden. Allerdings geht durch das Einbeziehen empirischer Parameter der rein theoretische Charakter der Rechnungen verloren, da aber bei Benutzung der Funktion (5) die Berechnung der Eigenfunktion der Metallelektronen wesentlich vereinfacht wird, wollen wir in den folgenden (5) benutzen.

Das Metall Li schliessen wir aus den weiteren Betrachtungen aus, da das Li^+ Ion nur 2 Elektronen enthält, so dass die Ersetzung des PAULI-Prinzips durch das Potential $-\varkappa(\Delta\chi)^{\frac{1}{3}}$ nicht mehr gerechtfertigt werden kann.

Wir definieren nun ein mitteleres Potential V_0 folgendermassen

$$V_0 = \frac{1}{\tau}\int_{\tau} V d\tau, \tag{6}$$

wo τ das Volumen der Elementarkugel und $d\tau$ das Volumenelement bezeichnet. In der Fig. 1 ist das Potential V und das konstante mittlere Potential V_0 für Rb graphisch dargestellt, für die anderen 3 Metalle ist der Verlauf von V und die Lage von V_0 im Verhältniss zu diesem ganz analog. Aus Fig. 1 ist zu sehen, dass man V_0 zum Ausgangspunkt einer Störungsrechnung

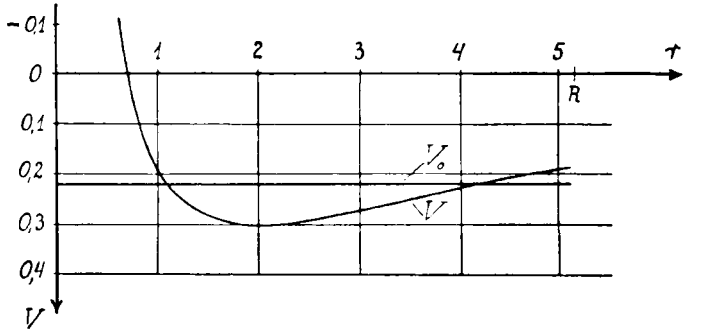


Fig. 1.
V und V_0 als Funktion von r für Rb. r in a_H-Einheiten, V in $\frac{\varepsilon}{a_H}$-Einheiten

machen kann. In dem Gebiet (bei Rb) von $r \sim 2{\cdot}5\ a_H$ bis zum Rand der Elementarkugel $R = 5{\cdot}16 a_H$, was rund einen Raumteil von 88% der Elementarkugel entspricht, ist nähmlich, wie man sieht die Abweichung vom mittleren Potential $v = V - V_0$ relativ klein, so dass man in diesem Raumteil, also praktisch in dem Gebiet ausserhalb des Atomrumpfes, $v = V - V_0$ als Störungspotential betrachten kann.

3. §. Gänzlich freie Elektronen.

Wir betrachten zunächst den Fall gänzlich freier Elektronen, in den wir für V das konstante mittlere Potential V_0 setzen. Bei der Berechnung von V_0 kann man die Integration über W statt auf τ auf den ganzen Raum ausdehnen, da W ausserhalb der Elementarkugel sehr rasch auf 0 abfällt. Auf diese Weise erhält man

$$V_0 = \frac{3\varepsilon}{2}\frac{1}{R} - \frac{3A\varepsilon}{4\lambda^2}\frac{1}{R^3} \tag{7}$$

Wir haben nun mit $V = V_0$ die Eigenfunktion des Valenzelektrons für den tiefsten Energiezustand mit der Randbedingung (3) aus der SCHRÖDINGERschen Gleichung:

$$\frac{1}{2}\varepsilon^2 a_H \Delta\psi_0 + (E_0 + V_0\varepsilon)\psi_0 = 0 \tag{8}$$

zu berechnen, wo E_0 die tiefste Energie des Valenzelektrons und ψ_0 die Eigenfunktion in diesem Zustand bezeichnet. Da das Problem kugelsymmetrisch ist, wird aus (8)

$$\frac{d^2\psi_0}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\psi_0}{dr} + k^2\psi_0 = 0 \tag{9}$$

wo

$$k^2 = \frac{2}{\varepsilon^2 a_H}(E_0 + V_0\varepsilon) \tag{10}$$

ist.

Wenn man die Bezeichnung

$$\Psi_0 = r\cdot\psi_0 \tag{11}$$

einführt, so erhält man aus (9) folgende Gleichung

$$\frac{d^2\Psi_0}{dr^2} = -k^2\Psi_0 \tag{12}$$

deren Lösung wie bekannt

$$\Psi_0 = D_0 \sin kr \tag{13}$$

ist. Es folgt also [7]

$$\psi_0 = D_0 \frac{\sin kr}{r} \tag{14}$$

D_0 bezeichnet den Normierungsfaktor, für welchen man aus der Normierungsbedingung

$$\int_\tau \psi_0^* \psi_0 d\tau = 1 \tag{15}$$

folgenden Wert erhält

$$D_0 = \left(2\pi R - \frac{\pi}{k} \sin 2kR\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{16}$$

ψ_0 hat der Randbedingung (3) zu genügen, aus welcher

$$k = 0 \tag{17}$$

folgt. Es wird also

$$\psi_0 = \left(\frac{3}{4\pi R^3}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\tau^{\frac{1}{2}}} \tag{18}$$

und

$$E_0 = -V_0\varepsilon \tag{19}$$

4. §. Störungsrechnung.

Wir betrachten nun $v = V - V_0$ als Störungspotential, setzen also

$$V = V_0 + v \tag{20}$$

und entwickeln die Störungsrechnung.

Für die Eigenfunktion ψ und die Energie E des tiefsten Energiezustandes der Valenzelektronen im Alkalimetall setzen wir

$$\psi = D(1 + \varphi) \tag{21}$$

$$E = E_0 + \eta, \tag{22}$$

---

[7] Die Lösung $\psi_0 = D_0 \frac{\cos kr}{r}$ fällt aus, da sie bei $r = 0$ nicht endlich ist.

wo $D\varphi$ die Störung der Eigenfunktion, D den Normierungsfaktor und η die Störungsenergie bezeichnet.

Für η erhält man, wenn man sich mit den von erster Ordnung kleinen Gliedern begnügt

$$\eta = -\int_\tau \psi_0^* v \varepsilon \psi_0 d\tau = -\frac{1}{\tau}\int_\tau (V - V_0)\varepsilon d\tau = 0. \tag{23}$$

Unser Ziel ist φ bzw. ψ zu bestimmen. ψ hat der Schrödingerschen Gleichung

$$\frac{1}{2}\varepsilon^2 a_H \Delta\psi + (E + V\varepsilon)\psi = 0 \tag{24}$$

zu genügen. Aus dieser erhält man mit Berücksichtigung von (19), (20), (22) und (23) folgende Gleichung.

$$\frac{1}{2}\varepsilon^2 a_H \Delta\psi + v\varepsilon\psi = 0. \tag{25}$$

Wenn man folgende Bezeichnungen einführt

$$\Psi = r.\psi = D(r + r\varphi) = D(r + \Phi) \tag{26}$$

$$\Phi = r.\varphi \tag{27}$$

erhält man aus (25) für Ψ die Gleichung

$$\frac{1}{2}\varepsilon^2 a_H \frac{d^2\Psi}{dr^2} = -v\varepsilon\Psi. \tag{28}$$

Da φ als Störungsfunktion gegenüber 1 als klein zu betrachten ist, hat man $\Phi = r\varphi$ gegenüber r als klein anzusehen. Wenn man die von höherer Ordnung kleinen Glieder vernachlässigt, erhält man aus (28)

$$\frac{1}{\gamma}\cdot\frac{d^2\Phi}{dr^2} = -vr. \tag{29}$$

$$\gamma = \frac{2}{\varepsilon a_{//}}. \tag{30}$$

Nach Einsetzen von v folgt

$$\frac{1}{\gamma}\frac{d^2\Phi}{dr^2} = -\varepsilon + A\varepsilon e^{-2\lambda r} + V_0 r \tag{31}$$

und hieraus durch zweimalige Integration

$$\Phi = \gamma \left(-\frac{\varepsilon}{2} r^2 + \frac{A\varepsilon}{4\lambda^2} e^{-2\lambda r} + \frac{V_0}{6} r^3 + \frac{c_1}{2} r + \frac{c_2}{2} \right) \quad (32)$$

wo $\frac{c_1}{2}$ und $\frac{c_2}{2}$ Integrationskonstanten sind, welche man zweckmässigerweise in dieser Form schreibt.

Für φ und ψ ergibt sich also

$$\varphi = \left(-\varepsilon r + \frac{A\varepsilon}{2\lambda^2} \frac{e^{-2\lambda r}}{r} + \frac{V_0}{3} r^2 + c_1 + \frac{c_2}{r} \right) \frac{1}{\varepsilon a_H} \quad (33)$$

$$\psi = D \left[1 + \left(\frac{V_0}{3} r^2 - \varepsilon r + c_1 + \frac{c_2}{r} + \frac{A\varepsilon}{2\lambda^2} \frac{e^{-2\lambda r}}{r} \right) \frac{1}{\varepsilon a_H} \right] \quad (34)$$

Beide Formeln sind nur in dem Gebiet ausserhalb des Atomrumpfes gültig.

Die Konstante c_2 wird durch die Randbedingung (3) festgelegt, aus welcher für c_2 folgende Gleichung folgt

$$\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{r=R} = \\ = D \left(\frac{2V_0}{3} R - \varepsilon - \frac{c_2}{R^2} - \frac{A\varepsilon}{2\lambda^2} \frac{e^{-2\lambda R}}{R^2} - \frac{A\varepsilon}{\lambda} \frac{e^{-2\lambda R}}{R} \right) = 0. \quad (35)$$

Hieraus erhält man für c_2

$$c_2 = \frac{2V_0}{3} R^3 - \varepsilon R^2 - \frac{A\varepsilon}{2\lambda^2} e^{-2\lambda R} (2\lambda R + 1). \quad (36)$$

Die additive Konstante c_1 kann man folgendermassen bestimmen. Wie man aus der Figur 1 sieht, hat die Konstante V_0 mit dem Potencial V zwei Schnittpunkte was bedeutet, dass das Störungspotential, v, für zwei r-Werte verschwindet. Dies gilt nicht nur für *Rb* sondern auch für *Na*, *K* und *Cs*. Der kleinere r-Wert, für welchen $v=0$ ist, liegt im Inneren des Atomrumpfes und ist für das Weitere von keiner Interesse, der grössere r-Wert, bei welchem v verschwindet und welchen wir im folgenden mit r_0 bezeichnen, liegt in dem Gebiet, für welches unsere Störungsrechnung gültig ist. Wir bestimmen c_1 dadurch,

dass wir fordern, dass die Störungsfunktion, φ für r_0 verschwindet. Hieraus erhält man für c_1

$$c_1 = -\frac{V_0}{3} r_0^2 + \varepsilon r_0 - \frac{c_2}{r_0} - \frac{A\varepsilon}{2\lambda^2} \frac{e^{-2\lambda r_0}}{r_0}. \tag{37}$$

Hiermit sind die Konstanten in (34) festgelegt und damit ist ψ bestimmt. Aus der Eigenfunktion erhält man für die Metallelektronendichte

$$\varrho = \psi\psi^* = D^2(1+\varphi)^2. \tag{38}$$

In der Tabelle II haben wir die Werte von R, r_0, V_0, c_1 und c_2 zusammengestellt.

Tabelle II.

	Na	*K*	*Rb*	*Cs*
R	$3{\cdot}915\ a_H$	$4{\cdot}766\ a_H$	$5{\cdot}164\ a_H$	$5{\cdot}553\ a_H$
r_0	$3{\cdot}04\ a_H$	$3{\cdot}80\ a_H$	$3{\cdot}89\ a_H$	$4{\cdot}47\ a_H$
V_0	$0{\cdot}3037\ \frac{\varepsilon}{a_H}$	$0{\cdot}2464\ \frac{\varepsilon}{a_H}$	$0{\cdot}2207\ \frac{\varepsilon}{a_H}$	$0{\cdot}2041\ \frac{\varepsilon}{a_H}$
c_1	$3{\cdot}193\ \varepsilon a_H$	$3{\cdot}967\ \varepsilon a_H$	$4{\cdot}524\ \varepsilon a_H$	$4{\cdot}911\ \varepsilon a_H$
c_2	$-3{\cdot}431\ \varepsilon a_H^2$	$-5{\cdot}301\ \varepsilon a_H^2$	$-7{\cdot}141\ \varepsilon a_H^2$	$-8{\cdot}427\ \varepsilon a_H^2$

5. §. Diskussion.

In der Figur 2 ist ψ/D, also die nicht-normierte Eigenfunktion und in Fig. 3 ϱ/D^2, also die nicht-normierte Elektronen-

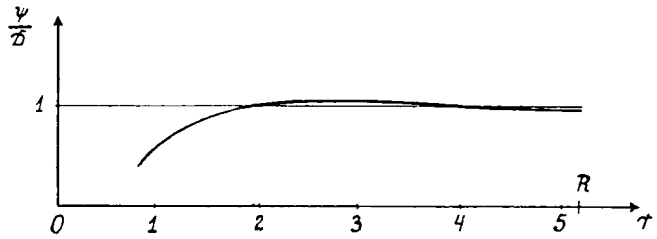


Fig. 2.

$\frac{\psi}{D}$ als Funktion von r für das metallische *Rb*.

dichte für Rb als Funktion von r eingezeichnet. Für Na, K und Cs zeigt ψ bzw. ϱ einen ganz analogen Verlauf. Wie man aus diesen Figuren sieht, ist ψ bzw. ϱ ausserhalb des Atomrumpfes angenähert konstant. Für den Verlauf von ψ zwischen $r \sim 1 a_H$ und $r=R$ ist charakteristisch, dass ψ/D zunächst von kleinen Werten an bis dicht über 1 anstiegt, bei $r \sim 2{\cdot}5 a_H$ ein flaches Maximum erreicht und dann langsam auf einen etwas kleineren Wert als 1 abfällt. Einen ganz analogen Verlauf zeigt in den äusseren Gebieten des Ions die von WIGNER und SEITZ berechnete Eigenfunktion des metallischen Na.[8]

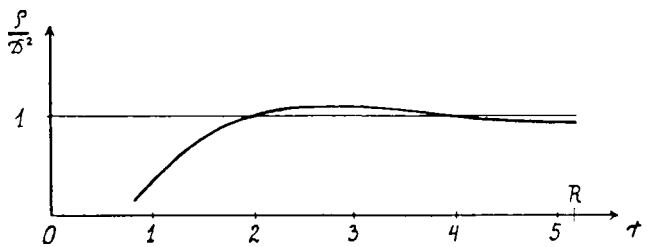


Fig. 3.

$\frac{\varrho}{D^2}$ als Funktion von r für das metallische Rb.

In den inneren Gebieten des Ions verliert die Formel (34) bzw. (33) ihre Gültigkeit, dort wird nämlich die Störungsrechnung unbrauchbar, da man im Inneren des Ions v nicht mehr als kleine Störung betrachten kann.

In einer früheren Arbeit[9] des Verfassers wurde die Verteilung der Metallelektronen im metallischen K mit dem Ritzschen Approximationsverfahren bestimmt. Auch dort ergab sich für ϱ ein angenähert konstante Verlauf. Das flache Maximum, welches ϱ in den äusseren Gebieten des Ions aufweist, liegt aber dort bei $r=R$ und nicht wie in der vorliegenden Arbeit bei $r \sim 2{\cdot}5 a_H$. Die Ursache dessen ist hauptsächlich darin zu suchen, dass in der genannten Arbeit die Polarisation des Atomrumpfes durch

---

[8] E. WIGNER u. F. SEITZ, Phys. Rev. (2), 46, 509, 1934, man vgl. auch GEIGER-SCHEELS Handb. d. Phys. 2. Aufl. XXIV/2, S. 506.

[9] P. GOMBÁS, ZS. f. Phys. 108, 509, 1938.

das Valenzelektron und die Austauschwechselwirkung des Valenzelektrons mit den Rumpfelektronen vernachlässigt wurden, während in der vorliegenden Arbeit diesen Effekten durch das halbempirisch bestimmte Potential (5) Rechnung getragen ist.

Die numerischen Rechnungen wurden von den Herren A. Kónya und J. Dombi durchgeführt, wofür ich ihnen auch auf dieser Weise meinen Dank ausspreche.

Szeged, Institut für theoretische Physik der Universität. Jan. 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Feber 1940.

A RÖNTGEN-SUGÁRZÁS ENERGIÁJÁNAK MÉRÉSE.

CSÁSZÁR ELEMÉR l. tagtól.

V. RÉSZ.

E dolgozat célja annak a megállapítása, hogy mi módon lehetne a Röntgen-ergométer *érzékenységét fokozni*. Az erre vonatkozó alapelveket megállapíthatjuk, ha áttekintjük az ergométer működését. A készülék lényeges része egy hőelem, melynek sugárfelfogója a Röntgen-sugárzás hatására felmelegszik. Az előálló hőfokkülönbség miatt a hőelemben elektromos áram keletkezik. Minél nagyobb a hőmérsékletkülönbség, annál nagyobb az elektromos indítóerő és egyébként azonos körülmények között annál nagyobb az áram erőssége. Tehát az érzékenység fokozása végett arra kell törekedni, hogy egy bizonyos sugárzás beesésekor minél nagyobb legyen a hőfokkülönbség a sugárfelfogó és a nagytömegű (ú. n. hideg) fémrészek között. Ez úgy érhető el, hogy *a sugárfelfogó kúp hőkiadását a lehető legkisebbre csökkentjük*. A kúp saját hőjét először a környező *levegő hővezetése* és hőszállítása (konvekció) útján, másodszor a hozzáforrasztott *fémek hővezetése*, végül harmadszor *hősugárzás* útján veszíti. Az érzékenység fokozódik, ha e három hővesztési lehetőséget csökkentjük.

1. Légüres térben szobahőmérsékleten végzett mérések.

Az érzékenység fokozásának egyik módja az, hogy a sugárzásmérő készüléket *légüres térbe tesszük*. Ezt az eljárást már többen követték. Így LEBEDEW,[1] JOHANSEN,[2] MOLL és BURGER[3] s még

[1] LEBEDEW: Ann. d. Phys. **9**, 209, 1907.

[2] JOHANSEN: U. o. **33**, 517, 1910.

[3] MOLL u. BURGER: Phil. Mag. **1**, 618, 1925.

mások is. A szükséges légritkítást a következő meggondolások alapján állapítjuk meg.

Ismeretes, hogy a gázok hővezetőképessége széles határok között független a nyomástól.[1] Mégpedig a függetlenség mindaddig fennáll, míg az átlagos szabad úthossz elhanyagolható a gázt tartalmazó edény méreteihez képest. Ez azt jelenti, hogy a közönséges méretek között a légköri nyomástól kezdve néhány mm Hg-oszlop nyomásáig változatlan a hővezetési együttható.

Tehát a hővezetés csökkenése csak akkor következik be, ha a ritkítás elég magasfokú, vagyis, ha a nyomás elég kicsiny. Mégpedig a feltétel a következő: ha az átlagos szabad úthossz nagy az edény méreteihez képest, tehát a molekulák keresztülrepülhetnek az edényen a nélkül, hogy egymással összeütköznének, akkor a hővezetés a nyomással arányosan csökken, s vele együtt zérussá válik.

Pontosabban két nagy vízszintes lemez között, melyek közül a felsőnek hőmérséklete T_1, az alsóé $T_2 < T_1$, a lemezekkel párhuzamos területegységen az időegység alatt keresztüljutó energiamennyiség [2]

$$E = \frac{3}{8} p \sqrt{\frac{3R}{MT}} \left(T_1 - T_2\right);$$

ebben az egyenletben p jelenti a gáz nyomását, R az egyetemes gázállandót, M egy mol gáz tömegét, T pedig egy átlagos hőmérsékletet T_1 és T_2 között. Látható a képletből, hogy az időegység alatt a területegységen keresztüljutó energia (a hővezetőképesség) egyenesen arányos a gáz nyomásával; tehát ha ez a ritkítás fokozásával zérus felé közeledik, akkor a hővezetőképesség is zérus felé tart.

A normális állapotú levegőben a szabad úthossz átlagos értéke

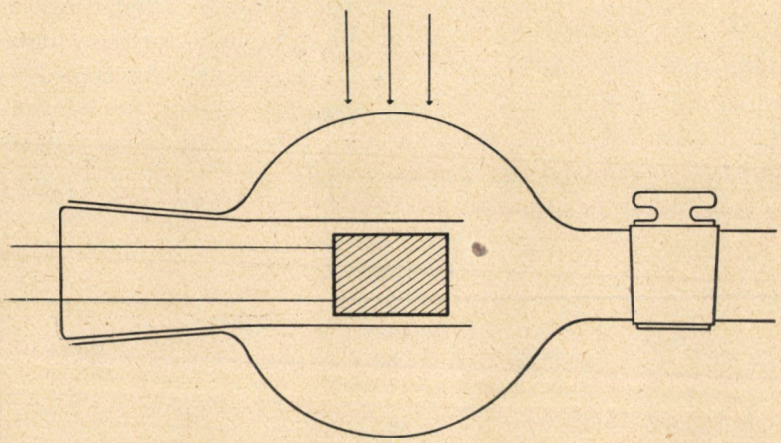
$$l = 96.10^{-7} \text{ cm}.$$

De ez fordítva arányos a sűrűséggel, tehát nagy ritkítás esetében cm, sőt méterrendű is lehet a szabad úthossz. Ilyen nagy ritkítást és kis nyomást elő lehet állítani a higanygőzös diffúziós légszi-

[1] GEIGER u. SCHEEL: HB. d. Phys. IX. 430.
[2] GEIGER u. SCHEEL: U. o. 440.

vattyúval, ha a higanygőzt pl. folyékony levegővel megfagyasztjuk. A kívánt feltételek teljesültek a kísérleti berendezésben.

Tájékozódásul megemlítjük, hogy LEBEDEW kísérleteiben a használt hőelemek érzékenysége egy légköri nyomástól kezdve kb. 5 mm-es nyomásig változatlan maradt. Majd hirtelen fokozódni kezdett, s kb. 0·01 mm-es nyomásnál olyan nagy lett, hogy további ritkítás alatt már alig növekedett. (Megjegyzendő, hogy ő sokkal kisebb tömegű hőelemeket használt, mint amilyen a Röntgen-



1. kép.

ergométerben van; ugyanis a hőelemek 0·025 mm átmérőjű platina- és konstantán-drótból készültek.)

Hogy a Röntgen-ergométer viselkedését légüres térben megfigyeljem, mindenekelőtt kis mérőeszközt készíttettem. Az egész elfért kb. 3 cm átmérőjű és 5 cm hosszú fémhengerben. Szerkezete egyébként hasonló volt a régebbi készülékéhez.[1] A légritkítás végett a készüléket megfelelő üvegedénybe tettem. Mégpedig a szobahőmérsékleten végzett mérésekhez kétféle kísérleti berendezést használtam.

Az első edény keresztmetszete az 1. képen látható. Nagyobb, gömbölyded üvegedénybe balról széles csiszolat nyúlik be, mely

[1] CSÁSZÁR: Mat. és Termt. Ért. **52**, 1, 1934.

bő üvegcsőben folytatódik. Ebben helyeztem el a sugárfelfogót. A csiszolat fején keresztül kivezetett platinadrótokat a galvanométerhez kapcsoltam. A jobbról látható csappal elzárható üvegcső egy Gaede-féle, acélból készült diffúziós szivattyúval állt összeköttetésben, de a szivattyú csiszolatán még a gázkifagyasztó edény is rajta volt, tehát a kiszívandó térbe higanygőz nem juthatott. A légritkítás fokát elektromos kisüléssel vizsgáltam meg; e végett külön fémelektródok nyúltak az edény belsejébe. A légritkítás olyan nagyfokú volt, hogy elektromos kisülés egyáltalában nem lépett fel az edény belsejében (kisebb szikrainduktor használatakor), tehát a nyomás kisebb volt 10^{-4} Hg mm-nél.[1] Az üvegedény nagyobb fadobozban nyugodott, melyet vattával béleltem ki. A fadobozt pedig földelt fémburkolat vette körül a sugárfelfogókészülék elektrosztatikai védelme végett. A mérések eredményét az 1. táblázat tartalmazza.

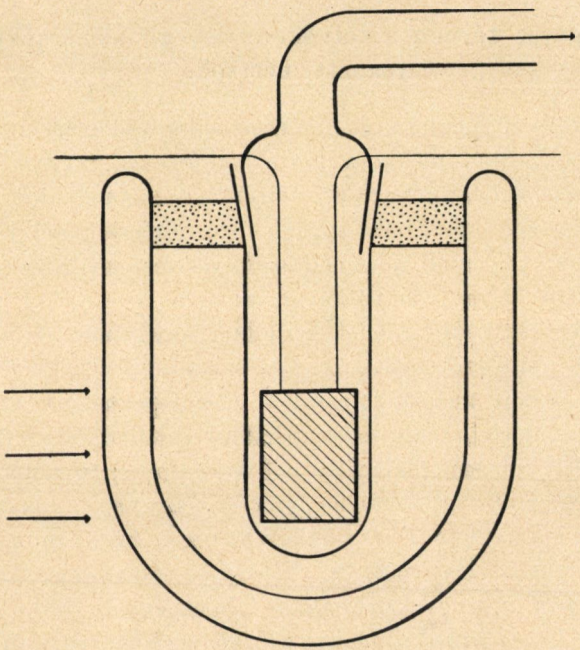
1. táblázat.

Kv	Ma	Szűrő mm-ben	Távolság cm-ben	Kitérés		Hányados
				levegőben	űrben	
80	4	1 Al	38	35	93	2·7
124	4	1 Cul + 0·5 Al	48	28	76	2·7

Amint látható, a levegő eltávolítása az üvegedényből nem növelte feltűnően az érzékenységet, hiszen a kitérés az eredetinek csak 2·7-szeresére növekedett.

A hőszigetelés javítása végett még DEWAR-féle edényt is használtam. A kísérleti berendezés a 2. képen látható. A sugárfelfogót nagyobb kémcső fenekére tettem, melynek csiszolatos dugójából üvegcső vezetett a légszivattyúhoz. A kémcső parafalemezzel elzárt DEWAR-edényben foglalt helyet. A beeső Röntgensugárzás keresztüljárta a DEWAR-féle edény falát is. Ez azonban nem okozott semmiféle zavart, mert viszonylagos mérésről volt szó. Ennek

[1] STINZING: Zs. f. phys. Chem., **58**, 70, 1923. (Geiger u. Scheel-HB. d. Phys. II. 402.)



2. kép.

a hőszigetelésnek nagy előnye volt az, hogy a galvanométer egyensúlyi helyzete feltűnően állandóan maradt. A mérések eredményét a 2. táblázat tartalmazza.

2. táblázat.

Kv	Ma	Szűrő mm-ben	Távolság cm-ben	Kitérés		Hányados
				levegőben	űrben	
106	4	1 Al + Dew.	40	30	86	2·9

A két kitérés hányadosa valamivel nagyobb, mint az előbb. De az érzékenység nem növekedett feltűnően.

Ez a körülmény arra enged következtetni, hogy a sugárfelfogó kúp hőveszteségét első sorban nem a levegő hővezetése, hanem a hozzá csatlakozó tellurrúd és ezüstdrót hővezetése és esetleg a hősugárzás okozza.

2. Légüres térben a folyékony levegő hőmérsékletén végzett mérések.

A következő feladat volt annak az eldöntése, hogy a *sugárzási veszteség* csökkentése mekkora mértékben fokozza az érzékenységet. Már az első dolgozatomban felvetettem azt a gondolatot, hogy az érzékenység növelhető, ha a sugárfelfogó hőmérsékletét jelentősen csökkentjük, pl. alkalmas módon folyékony levegővel vesszük körül. Ekkor ugyanis ugyanolyan sugárzás beesésekor nagyobb hőmérséklet-emelkedésre lehet számítani, amely meg nagyobb hőelektromos indítóerőt kelt.

Matematikai meggondolással is megalapozhatjuk ezt az eljárást. Tegyük fel, hogy a sugárfelfogó minden ráeső sugárzást elnyel, tehát teljesen fekete testnek tekinthető; továbbá másféle hőveszteség, mint a sugárzás nincsen. Legyen a sugárfelfogó abszolút hőmérséklete T; e hőmérsékleten a környezettel legyen hőegyensúlyban. Ha most az időegység alatt ráeső sugárzás energiája q-val megnövekszik, akkor a hőegyensúly beállása végett a hőmérsékletnek emelkednie kell; legyen az emelkedés dT. Ekkor fennáll [1]

$$q = s(T + dT)^4 - sT^4 = s.4\,T^3.dT.$$

E képletből látható, hogy ugyanaz a q hőmennyiség nagyobb dT hőmérsékletemelkedést okoz, ha T alacsony. Ugyanis legyen $T_0 < T$, ekkor

$$T^3 dT = T_0^3 dT_0,$$

tehát

$$\frac{dT_0}{dT} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^3.$$

Ha T a szobahőmérséklet, kb. 300 absz. fok és $T=100$ absz. fok, akkor

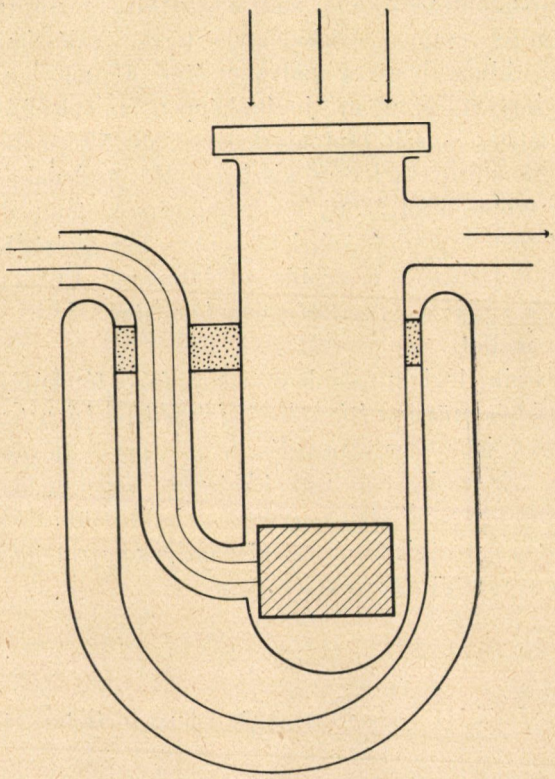
$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^3 = \left(\frac{300}{100}\right)^3 \sim 27,$$

tehát

$$dT_0 \sim 27.dT.$$

[1] CSÁSZÁR: l. c.

Amint látható, elméletileg óriási érzékenység-növekedés várható. Hogy ez a valóságban nem következik be, annak oka, hogy nemcsak sugárzási veszteség van. Ezt megerősítik MÜLLER[1] vizsgálatai is. Ő azt tapsztalta, hogy az általa használt hőelemek érzékenysége folyékony levegőben csak 2—4-szeresére emelkedett.



3. kép.

A kellő alacsony hőmérsékletet folyékony levegővel állítottam elő. A kísérleti berendezés hasonló volt az előbbihez, de annyiban eltért tőle, hogy a Röntgen-sugárzás nem járta át a folyékony levegőt, hanem felülről esett a sugárfelfogóra (3. kép). A sugárfelfogót tartalmazó üvegedény folyékony levegőbe merült; jobboldalon a

[1] MÜLLER: Die Naturwissenschaften, **19**, 416, 1931.

légszivattyúval állt összeköttetésben, baloldali nyúlványában pedig a galvanométerhez vezető drótok foglaltak helyet.

A mérések úgy folytak le, hogy először a légszivattyúval előállítottam a nagyfokú légritkított teret, azután bocsátottam be a folyékony levegőt a DEWAR-féle edénybe. Mérés közben a légszivattyú állandóan működött, mert a légritkítás biztosítása végett nem zártam el csappal a kiszívandó teret. Valószínűleg ez is hozzájárult ahhoz, hogy a galvanométer állandó lassú járást mutatott, melyet azonban javításképpen figyelembe vettem. A 2. táblázatban közölt lámpaterheléssel, de 59 cm távolságból és 1·2 mm Al szűrővel a levegő kiszívása előtt szobahőmérsékleten 23, légüres térben, a folyékony levegő hőmérsékletén pedig 79 osztályrész kitérést kaptam (középértékben); a két kitérés hányadosa 3·5, tehát nem feltűnően nagyobb az előbbieknél. Ebből az következik, hogy a sugárzási veszteség nem igen jön számba a vezetési veszteségek mellett.

Úgy látszik, legjelentősebb a sugárfelfogó fémkúphoz csatlakozó *tellurrúd* és *ezüstdrót hővezetése miatt fellépő hőveszteség*. Tehát az érzékenység jelentékeny növelése végett ezt a hővezetést kell csökkenteni. Ez pedig csak úgy lehetséges, hogy ezeknek a fémalkatrészeknek egyes méreteit lényegesen kisebbítjük. Ez különösen a tellur esetében ütközik nehézségekbe, melyeket azonban a további vizsgálatok során törekszünk legyőzni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1938. január 16-án tartott üléséből.)

DIE ENERGIEMESSUNG DER RÖNTGENSTRAHLEN.

Von E. CSÁSZÁR, korr. Mitglied der Akademie.

V. TEIL.

Der Verfasser untersucht den Einfluss der Wärmeleitfähigkeit der Luft, der Wärmestrahlung und Wärmeleitfähigkeit der Metallbestandteile auf die Empfindlichkeit des von ihm konstruierten Röntgenergometers.

Die ersten Untersuchungen wurden auf Zimmertemperatur ausgeführt. Ein Kleinmodell des Ergometers wurde in ein Glasgefäss hineingelegt, aus welchem die Luft durch eine Quecksilber-Diffusionspumpe und der Gasrest mittels flüssiger Luft durch Gefrieren entfernt wurde. Das Glasgefäss stand anfangs in einer gegen Wärmeübergang gut isolierten Holzschachtel, später in einer DEWAR-Flasche. Infolge des Ausfallens der Wärmeleitfähigkeit der Luft hat sich die Empfindlichkeit auf das 2·7-fache erhöht

Die späteren Untersuchungen wurden auf der Temperatur der flüssigen Luft ausgeführt. Das Glasgefäss, welches das Ergometer enthielt und auf obige Weise ausgepumpt wurde, war jetzt in eine mit flüssiger Luft gefüllte DEWAR-Flasche versenkt worden. Die Strahlung fiel von oben ein. Infolge der Verringerung der Wärmestrahlung hat sich die Empfindlichkeit auf das 3·5-fache erhöht.

Auf Grund der experimentellen Ergebnisse stellt der Verfasser fest, dass der grösste Wärmeverlust durch die Wärmeleitfähigkeit der *Te*-Stange und des *Ag*-Drahtes, welche sich dem die Strahlung absorbierenden Metallmantel anschliessen, verursacht wurde. So ist also im Interesse der Erhöhung der Empfindlichkeit in erster Reihe die Stärke der *Te*-Stange zu verkleinern oder ein anderes Verfahren zu suchen, um die Wärmeleitfähigkeit dieses Bestandteiles zu vermindern; der *Ag*-Draht muss auch dünn genug sein.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 16. Jänner 1938.)

VAN-E A LISZTNEK PROVITAMIN A-TARTALMA?

ZECHMEISTER LÁSZLÓ l. tagtól, v. CHOLNOKY LÁSZLÓ- és NEUMANN ERNŐ-től.

(A pécsi egyetem vegytani intézetében készült dolgozat.)

Ha a búzalisztet éterrel rázzuk, halványsárga oldat jön létre, amelynek spektruma carotinoid festék jelenlétére mutat. Általános népegészségügyi szempontból fontos és sokat vitatott kérdés, hogy az ily kivonat carotint ($C_{40}H_{56}$) tartalmaz-e, mely a szervezetben A-vitaminná alakul át, vagy pedig élettani szempontból jelentőség nélküli festéket. A kérdés szabatos megoldása mindeddig késett.

Az első idevágó kísérletek WESENER és TELLER,[1] valamint MONIER—WILLIAMS[2] nevéhez fűződnek, akik szerint az említett festék főrészben vagy egészben carotin. Kifejezetten vagy hallgatólagosan egész sorozat szerző támogatta később e feltevést, akik közül pl. GEDDES, BINNINGTON és WHITESIDE,[3] WHITESIDE, EDGAR és GOULDEN,[4] WORZELLA és CUTLER,[5] FIFIELD, SMIDER, STEVENS és WEAVER,[6] végül GREVEN[7] nevét említhetjük. DARÁNYI és VITÉZ,[8]

---

[1] J. A. WESENER és G. L. TELLER: J. ind. engin. chem. 3, 912 (1911).

[2] G. W. MONIER—WILLIAMS: Report to the Local Gov. Board. Publ. Health and med. subj. N. S. No. 73 (1912).

[3] W. GEDDES, D. S. BINNIGTON és A. G. O. WHITESIDE: Cereal chemistry 11, 1 (1934).

[4] A. G. O. WHITESIDE, J. EDGAR és G. H. GOULDEN: Cereal chemistry 11, 615 (1934).

[5] A. A. WORZELLA és C. H. CUTLER: Cereal chemistry 12, 708 (1935).

[6] C. G. LIFIELD, S. R. SMIDER, H. STEVENS és R. WEAVER: Cereal chemistry 13, 463 (1936).

[7] H. GREVEN: Mühle 73, 1644 (1936).

[8] J. v. DARÁNYI és ST. v. VITÉZ: Zeitschr. Unters. Lebensm. 68, 597 (1934).

továbbá VITÉZ[9] azt találták, hogy a fehérített liszttel táplált állatok avitaminotikus megbetegedést mutatnak, mely A-vitamin-készítmények adagolására gyógyul ; e kutatók szerint a liszt carotin tartalmának eltűnése a fehérítés folyamán, magyarázná meg legjobban a klinikai észleleteket.

Áttekintve a liszt-lipochromra vonatkozó újabb irodalmat, azt látjuk azonban, hogy mennél tovább haladt előre a kutatás, annál inkább megrendült a meggyőződés a liszt nagyobbmérvű carotin tartalmában.[10] Jellemzőek erre egy kiváló amerikai kutató, BAILEY intézetében végzett vizsgálatok. Amíg FERRARI és BAILEY[11] 1929-ben még a carotint tekintette főfestéknek, addig hat évvel később MARKLEY és BAILEY[12] már azon a nézeten volt, hogy a pigmentnek csak kisebb része carotin, t. i. $^1/_3$—$^1/_7$-e. Ez még mindig aránylag tekintélyes mennyiség lenne, minthogy 1 kg lisztben 1—3 mg összfesték van, míg az ember napi carotin-szükséglete 1—2 mg körül mozog. Tehát legalább is egy része a provitamin A-szükségletnek a mindennapi kenyér- és tészta-fogyasztás útján kielégülést nyerne, feltéve persze, hogy a sütésnél vagy főzésnél a carotin-mennyiség nem csökken.

A kérdés szabatos eldöntését nyilván csak igen érzékeny és megbízható módszerektől várhatjuk. Ilyen az intézetünkben régóta alkalmazott chromatographiás eljárás, amely nemcsak igen kis mennyiségű carotin kimutatására alkalmas, hanem kétes esetekben megadja azt a lehetséges felső határt is, amelynél több carotin, ha egyáltalán jelen van, a vizsgált nyersanyagban nem lehet. Például szolgálhat a disznómáj esete, amelynek vitatott carotin-tartalmáról annyit megállapíthattunk, hogy annak mennyisége

---

[9] ST. v. VITÉZ: Zeitschr. Unters. Lebensm. 70, 258 és 265 (1935).

[10] V. ö. a következő két összefoglaló jellegű munkát : E. M. P. WIDMARK és M. NEYMARK: Sveriges Utsädesförenings Tidskrift 1937, 278 (svéd nyelven), továbbá : H. JÖRGENSEN: Mehlbleichungsmittel und Mehlverbesserungsmittel und der Mechanismus ihrer Wirkung. VIe Congr. internat. techn. chim. Ind. agricult. Budapest (1939).

[11] C. G. FERRARI és C. H. BAILEY: Cereal chemistry 6, 218, 346, 457 (1929).

[12] M. C. MARKLEY és C. H. BAILEY: Cereal chemistry 12, 33, 40, 49 (1935).

1 kg májban legfeljebb 0·01—0·02 mg lehet.[13] E módszer birtokában talán nagyobb kilátással kapcsolódhattunk be az említett lisztvizsgálatokba, mint a korábbi szerzők.

A liszt-kivonat elszappanosítása után a *Tswett*-féle oszlop egy nagyobb főréteget mutatott, mely nyilvánvalóan az élettanilag hatástalan xanthophyll (lutein, $C_{40}H_{56}O_2$) volt, azonkívül pedig egy mellékréteget, amely az oszlopban elfoglalt helyzeténél fogva lehetett volna carotin; végül a festéknek harmadik részlete átmosódott az adsorbensen. Az utóbbi frakció teljesen, a mellékréteg festéktartalma pedig nagyrészben hypo-fázisossá válik újabb elszappanosításnál, tehát túlnyomó részben itt sem carotinnal, hanem nehezen hidrolizálható polyen-esterekkel van dolgunk. A kísérleti részben található adatok szerint carotint biztosan kimutatnunk nem sikerült. Annyit azonban állíthatunk, hogy a vizsgált lisztfajták semmiesetre sem tartalmazhatnak belőle többet, mint kb. 0·01 mg-ot kg-onként.

Minthogy a liszt kryptoxanthintól teljesen mentes, kimondhatjuk, hogy *provitamin A-forrásként számba sem jöhet.* Ezzel megdőlnek mindazon chemiai, élelmiszerchemiai és klinikai következtetések, melyek az irodalomban találhatók. Ha valaki az általunk vizsgált nullásliszből akarná fedezni carotin-szükségletét, úgy legalább 100 kg-ot kellene elfogyasztania naponkint.

Mi okozza mármost az éteres vagy benzines kivonatok sárga színét? Erre választ találunk pl. MALMBERG és EULER[14] értekezésében, akik 100 g lisztben nem bírtak carotint kimutatni, s akik szerint a főfesték xanthophyll.

A xanthophyll kimutatása eddig elsősorban oldhatósági és színképvizsgálatok alapján történt, azonban tudomásunk szerint sem az említett festéket, sem pedig más carotinoidot, még senkinek sem sikerült kristályos, tiszta állapotban kinyerni a lisztből. Más helyen már kifejtettük, hogy ilyen preparativ siker hiányában carotinoidok kimutatása mindig tökéletlen marad.

Annak oka, hogy az eddigi szerzők meg sem kísérelték a feladat

---

[13] L. ZECHMEISTER és P. TUZSON: Zeitschr. physiol. Chem. 239. 147 (1936).

[14] M. MALMBERG és H. v. EULER: Biochem. Zeitschr. 284, 238 (1936).

megoldását, nyilván a festék igen kis mennyiségében rejlik, azonkívül különösen azon tényben, hogy a kivonatban a festék és a színtelen anyag (pl. sterin) aránya igen kedvezőtlen. Az állati zsírok lipochromjánál gyüjtött tapasztalataink szerint, ilyen esetben a chromatographiás módszer ismételt alkalmazása célhoz vezethet. A liszt-lipochrommal végzett első adsorptiós kísérletnél az oszlopon maradt az összes festékeknek még nem differenciált rétege, amely rendszerint erősen szétterül, határai elmosottak. Ugyanekkor a színtelen anyagok nagy része a szűrletbe ment. Az eljárás többszöri megismétlése alkalmával a tisztátalanságok mennyisége folyton csökken, az oszlop-kép mindig határozottabb lesz, a festékréteg vékonyabbá, színdúsabbá válik, éles határokkal, és ha idáig eljutottunk, úgy meg lehet kísérelni a kikristályosítást.

A kísérleti részben leírt módon alkalmazva ezt az elvet, végül is *15 mg tiszta, kristályos és helyes elemzési adatokat szolgáltató xanthophyllt (lutein) nyertünk 60 kg nullásliszt feldolgozásánál.* A készítmény teljesen azonosnak bizonyult csalánból készült luteinnel, amit az ú. n. keverék-chromatographikus próba is megerősített, t. i. a nyert festék és a csalánxanthophyll közös oldata egységes réteget adott és nem vált szét az adsorptiós oszlopon.

További lisztfajták vizsgálata folyamatban van.

Az eddigi kísérletekhez szolgáló eszközök részben a Széchenyi Tudományos Társaság, részint a herceg Esterházy-féle alapítvány szíves adományából szereztettek be.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

I. A liszt-carotinoidok meghatározása.

Carotin.

Kiindulási anyagul elsősorban nullásliszt szolgált Baranya megyéből (1939 július), amelyet pár nappal kísérleteink megkezdése előtt őröltek. 1 kg lisztet 4—5 óra alatt peroxidmentes éterrel lassan perkoláltunk, majd a kivonatot (1·5 l) éjjelen át 0·1 l tömény methilalkoholos káli fölött tartottuk, amelyről ismét leemeltük az éteres főoldatot. A lúgos réteget félliter friss éterrel enyhén ráztuk, majd óvatosan 1 l vizet adtunk a folyadékhoz. Az így keletkező

felső réteg egyesítendő az éteres főoldattal, amelyet azután lúgmentesre mosunk, nátriumszulfáttal szárítunk és 40°-on, csökkentett nyomásnál bepárlunk, lassú széndioxid-áramban. A következő adsorptiós kísérletet az anyagban maradt éter-nyomok meghiúsítanák vagy zavarnák, ezért célszerű a párlati maradékot könnyű benzinnel (forrp. 70°) újból felvenni és a lepárlást megismételni.

Most következett a pigment adsorptiós-analízise. Az anyag benzines oldatát 18 cm magas és 3·5 cm széles kalciumhidroxid-oszlopra öntöttük és addig mostuk az oszlopot tiszta oldószerrel, amíg az alábbi chromatogramm kialakult. Túlságosan erős fejlesztés az alsó festék-réteget is a szűrletbe vinné. A baloldalon megadott számok a milliméterben kifejezett rétegvastagságot jelzik:

40 sárga, nem egyeséges: xanthophyllok,
60 színtelen; «üres» réteg,
2 halványsárga; lehetne carotin (?);
szűrlet: sárgás, carotintól különböző, de hasonló spektrumú.

A két utóbbi frakció epiphasikus viselkedést mutatott. A spektrumok egyes kísérleteknél inkább a β-, máskor inkább az α-carotinéhoz állottak közelebb.

Az optikai súlypontok helyzete pl.:

482, 452 $\mu\mu$, illetve: 477, 448 $\mu\mu$.

Azonban egyik mellékfesték sem lehet carotin. Az utóbbi tudvalevőleg methanolos lúg hatására nem változik, míg a szóbanforgó festékek ilyen kezelésnél hypophasisokká váltak s egyidejűleg ugrásszerűen emelkedett adsorptiós affinitásuk is. Világos azért, hogy itt nehezen elszappanosítható polyen-esterek voltak jelen. Ez a megállapítás a szűrlet-festék egész tömegére, a 2 mm-es rétegeknek azonban csupán a felére érvényes.

Az utóbbinak másik fele tehát lehetne carotin. Amidőn azonban a vizsgált oldatokat tiszta, más forrásból nyert β-carotinnal egyesítettük, ettől a kérdéses festékek elváltak, s így az ú. n. keverék-chromatogramm módszere is ellene szól annak, hogy féligmeddig számbavehető carotinmennyiség jelen legyen. A lehetséges felső határt 0·01 mg-ra becsüljük kilogrammonként, a vizsgált lisztben.

Xanthophyll (lutein.)

A fent említett, 40 mm széles korongból szesszel eluáltuk a festéket és könnyű benzint adtunk az oldathoz, végül pedig pontosan annyi (de nem több) vizet, hogy a pigment a felső rétegbe vándoroljon. Túlságosan nagymennyiségű víz a színtelen tisztátalanságok ègész tömegét is a felső folyadékrétegbe szorítaná át, ami a további munkára nézve hátrányos lehetne. A leemelt és szárított oldat chromatographálása 18×4·5 cm méretű oszlopon történt, amelynek anyagát 1 rész calcium carbonicum praecipitatum és 3 rész calcium carbonicum levissimum-ból kevertük össze. Fejlesztőszerül benzol és könnyű benzinnek 1 : 20 arányú elegye szolgált, végül pedig tiszta benzinnel szorítottuk ki az adsorbensből a benzol utolsó nyomait. A nyert kép a következő volt:

70 színtelen,
2 barnássárga : neoluteinek } jod-katalízissel
0·5 sárga : neoluteinek } luteint adtak.[15]
10 sárga : xanthophyll, főfesték.

A neoluteinek spektruma benzinben 473, 444 $\mu\mu$ volt, a természetes festéké 477·5, 447 $\mu\mu$.

A festékrétegeket külön-külön alkohollal elulálván, átvittük őket könnyű benzinbe és photometerben mértük. Különböző lisztpróbáknál az eredmény rendszerint 1—3 mg közt van, 1 kg-ra számítva.

Minthogy gyakorlatilag a xanthophyll az egyetlen számottevő festék a lisztben, nem követünk el lényeges hibát, ha az összes festék meghatározására az alábbi egyszerűsített eljárást követjük : 100 g anyagot könnyű benzinnel kivonni, az oldatot 100 cm^3-re vacuumban bepárolni és üllepítés után colorimeterben vagy photometerben mérni.

---

[15] V. ö. L. Zechmeister és P. Tuzson: Ber. dtsch. chem. Ges. 72, 1340 (1939); L. Zechmeister, L. v. Cholnoky és A. Polgár: U. ott 72,1678 (1939).

II. Kristályos xanthophyll elkülönítése.

60 kg lisztet 5 kg-os részletekben vontunk ki. Mindegyik perkolatumnak első 5 l éterét az alábbiak szerint közvetlenül dolgoztuk fel, míg az utána lecsepegő halvány oldat a következő 5 kg kivonására szolgált. Az egész kivonat térfogata 60 l volt. A kivonatot csökkentett nyomáson 15 l-re sűrítettük be, míg további bepárlás a fokozódó habzás miatt nem látszott kívánatosnak.

Az elszappanosítás és a festéknek éterbe való óvatos átvitele itt is a fenti leírás szerint történt; az alkali-mentesre mosott és kellően megszárított oldat térfogata 3 l volt. Vákuumban, széndioxid átáramoltatása közben szárazra pároltuk; majd könnyű benzinben oldottuk a sötét olajat és megismételtük a lepárlást.

A kalciumhidroxidon (20×6 cm) nyert chromatogramm erősen szétterült és rosszul elhatárolt, látszólag egységes főfestéket mutatott, mialatt könnyű volt a mellékfestékeket a szűrletbe mosni. A xanthophyllt alkohollal kivontuk és vigyázva átvittük benzinbe, minél kisebb mennyiségű víz segélyével. A benzines oldat új oszlopra került, és a leírt műveleteket, a chromatographiával együtt még háromszor megismételtük. Az oszlopon látható kép szemmelláthatólag javult az eljárás folyamán; az utolsó oszlopon már aránylag keskeny és élesen elhatárolt a főfestékréteg.

A jelenség oka az, hogy a liszt-kivonat színtelen anyagai, elsősorban a nagymennyiségű sterinek, festék-chromatographia szempontjából eluenseknek tekinthetők, s így akadályozzák a polyen rögzítését. Az ismételt műveletek folyamán azonban ezen vegyületek fokozatosan a szűrletbe jutnak, ahonnan egyébként minden nehézség nélkül sikerült őket kikristályosítani.

Ha elértük a xanthophyll-réteg éles elhatárolását, úgy áttérhetünk a carbonat-oszlopon való további tisztításra. Oldószerül benzol-benzinkeverék (1 : 20) szolgált. A majdnem tökéletesen egységes főréteget eluáltuk és benzol-benzinbe vittük át, majd szárítottuk és elűztük az oldószert. A maradék már részben kristályos volt. Egész kis mennyiségű benzolban való oldás és könnyű benzin hozzáadása után mikroszkopikus méretű szép sárga tűk váltak le, amelyek bogáncs-alakban csoportosultak. Termelés: 15 mg. Az

analizis céljaira rövid ideig 60°-on szárítottuk őket 0·1 mm nyomáson. Elemzés:

2·616 mg anyag adott 8·090 mg CO_2-t és 2·332 mg H_2O-t.

Összegképlet $C_{40}H_{56}O_2$.

Számított: 84·44% C és 9·93% H.
Talált: 84·34% C és 9·97% H.

Az olvadáspont, korrekció után: 193.

Optikai súlypontok:

szénkénegben	507·5,	474·5 μμ
benzolban	489 ,	457 «
benzinben	477 ,	447 «
alkoholban	477·5,	446·5 «

Csalánból nyert lutein és a fenti készítmény közös oldata nem vált szét carbonat-oszlopon.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

IS THERE ANY PROVITAMIN-A IN FLOUR?

By L. ZECHMEISTER, L. CHOLNOKY AND E. NEUMANN.

Unbleached wheat flour from southern Hungary contains (if any) no more than 0·01 mg of carotene per kg. Since it is free also from cryptoxanthin, it is perfectly valueless as a provitamin A source.

Practically the only polyene occuring in the investigated flours is xanthophyll (lutein). Some of the by-pigments are isomerization products, while the nature of others is unknown.

Through repeated application of the chromatographic method 15 mg. of analytically pure xanthophyll (lutein) crystals have been isolated from 60 kg of flour.

(Paper presented to the meeting of the III. Class of The Hungarian Academy of Sciences on January 22, 1940.

A NÖVÉNYEK NITROGÉN-ANYAGCSERÉJÉRŐL. I. SZÓJA HOMOKTENYÉSZETBEN.

FÜLEKY GYÖRGY kísérletei.

DOBY GÉZÁ-tól.

A növények nitrogén-anyagcseréjének menete nagy körvonalakban ugyan eddig is ismeretes, azonban a részletekről már kevesebbet tudunk, kivált külső tényezők, pl. a táplálás hatásáról. Az utóbbi időben több figyelmet fordítanak erre. Ezt a tudományos célokon kívül gyakorlati célok is indokolják, mint az élelmezés, takarmányozás és az ipari feldolgozás, a módszerek tökéletesedése pedig lehetővé teszi.

Az állati és növényi nitrogén-anyagcsere között a különbség a nitrogéntáplálék minőségében és az anyagcsere másik végén a lebontási termékek sorsában van. A közbülső rész, a proteinok felépítése az elsődleges szerves nitrogénvegyületekből és lebontásuk első szaka hasonló. E lebontás további szakában ammónia létesül, amelyet az állat azzal tesz ártalmatlanná, hogy amidok alakjában kiüríti. A növény is ártalmatlanná teszi az ammóniát, amikor amidokká (asparagin, carbamid, ureidok stb.) alakítja. De ezeket nem üríti ki, hanem ismét bevonja szintézises anyagcseréjébe és fehérjéket létesít belőlük.

Minde változatos felépítő és lebontó átalakulások fínomabb részleteit igyekszik az újabb kutatás, mintegy 10 év óta, megállapítani. Ez azonban, különösen a növényben, sok kísérleti nehézséggel jár. Ilyen a nitrogénvegyületek nagy változatossága és könnyű átváltozása egymássá, nitrát és enzímek jelenléte, amely az analitikai műveletek közben folyton zavar, azután a nitrogénvegyületek szétválasztásának tökéletlensége, a növényi szervek csekély differenciáltsága és nehéz hozzáférhetősége stb.

A növényi nitrogén-anyagcsere kutatásában az utóbbi években különösen a németek (2, 21, 28, 29) és amerikaiak (15, 16a, 30), ezek közül kivált a hawaii egyetem kutatói (5, 7, 37, 45) tűntek ki, akik főként az ananásszal, cukornáddal és paradicsommal foglalkoznak. Ide kell számítanunk néhány adatot a nitrogéntáplálás hatásáról a baktériumos nitrogéngyűjtésre (13, 19, 47). Minde munkák közül csak a legújabbakat idézem, amelyek különlegesen összefüggnek jelen közleményünkkel.

Előző kísérleteink után (9, 10, 11, 44), amelyekről már szerencsém volt beszámolni, a szóját választottuk kísérleti növényül, mert nitrogén-anyagcseréjéről (1,18), kivált Hazánkban, részletes adataink nincsenek, pedig ez az anyagcsere a nitrogént megkötő baktériumokkal való symbiosis révén is nagyon változatos. Ezenkívül nagy posphatid-, lipoid- és fehérjetartalmánál fogva az élelmezésben is jelentős (41, 46).

A szója homoktenyészetei.

Termelési kísérleteinket 1938 nyarán végeztük intézetünk udvarán 20 db. mintegy hatliteres, zománcos bádogedényben, tiszta, steril kvarchomokban a szokásos módon. A homok vízkapacitása 27·5% volt. A tenyészedényeket két guruló asztalon helyeztük el, amelyeket esőben tető védett. A 20 tenyészetet öt edényenként négy táplálási csoportra osztottuk:

1. Nitrogéntől mentesen táplálva ..... = —*N*,
2. ugyanaz, de beoltva ..... = —*No*,
3. teljesen táplálva ..... = *T*,
4. ugyanaz, de beoltva ..... = *To*.

A tápláló oldatok összeállítása a következő volt:

Minden edényre jutott:

K_2SO_4	3·012 g,	vízben oldva.
$Ca(H_2PO_4)_2 . 2H_2O$.	2·358 «	
$MgSO_4 . 7H_2O$	0·738 «	
$FeCl_3$	0·081 «	

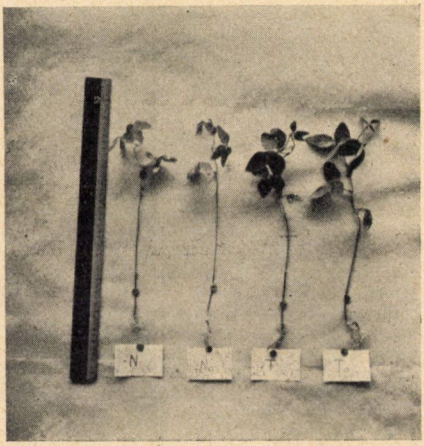
$CaCO_3$ 3·5 g, előzetesen a homokba keverve.

Az egész oldat *pH*-ja nyitott edényben 7·02.

A teljes táplálású edények ezenkívül három részletben összesen 4·272 g $H_4N \cdot NO_3$-ot kaptak 100 cm³ vízben oldva; az első részletet vetéskor április 24-én, a másodikat virágzás előtt május 30-án, a harmadikat virágzáskor, június 30-án adtuk.

A nitrogénes oldat *pH*-ja nyitott edényben 7·10 (4).

Minthogy a fejlődés folyamán káliuméhség tünetei mutatkoztak, június 27-én edényenként még 1·211 g K_2SO_4-ot vízbe oldva



1. kép.
4 hetes növénykék. A fejlődési különbség már jól látszik.
Szárazanyag: (Trockensubst.) -N = 0·23 g, -No = 0·36 g; T = 0·41 «, To = 0·43 «
(4 Wochen alte Pflanzen.)

pótoltunk. Ennélfogva az egyes táplálóanyagok, illetve gyökök mennyisége edényenként összesen a következő g-egyenértéksúlyt tette ki:

K	0·0485	*Cl*	0·0015
Ca	0·0875	SO_4	0·0545
Mg	0·0060	*N*	0·0534 [1]
Fe	0·0015	PO_4	0·0518

Szükségtelennek tartottuk, hogy az oligoelemeket külön adagoljuk.

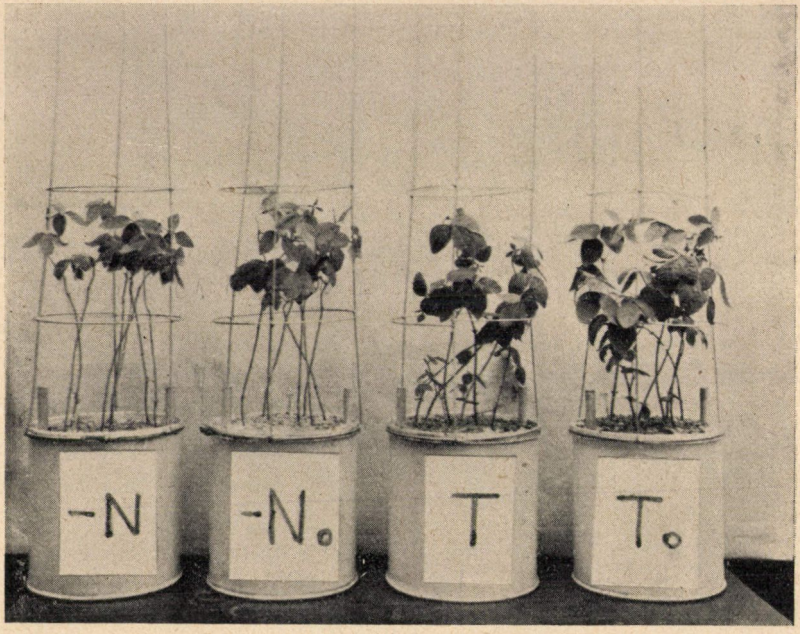
A vetőmag FLEISCHMANN-féle tisztatenyésztésű törzsből szár-

[1] N_2-ből számítva, mint egyenértéksúlyból.

mazott; csírázó képessége 98%, tehát kitűnő volt. A Bacillus radicicola különleges törzsű tiszta tenyészetből származott.[1]

Vetés április 24-én.

Vetéshez a magot előzetesen kevés vízbe, majd fiziológiás konyhasóoldatba áztattuk, amelyben egyúttal a baktériumtenyészetet is szétoszlattuk az oltott növények részére. Minde műveleteket

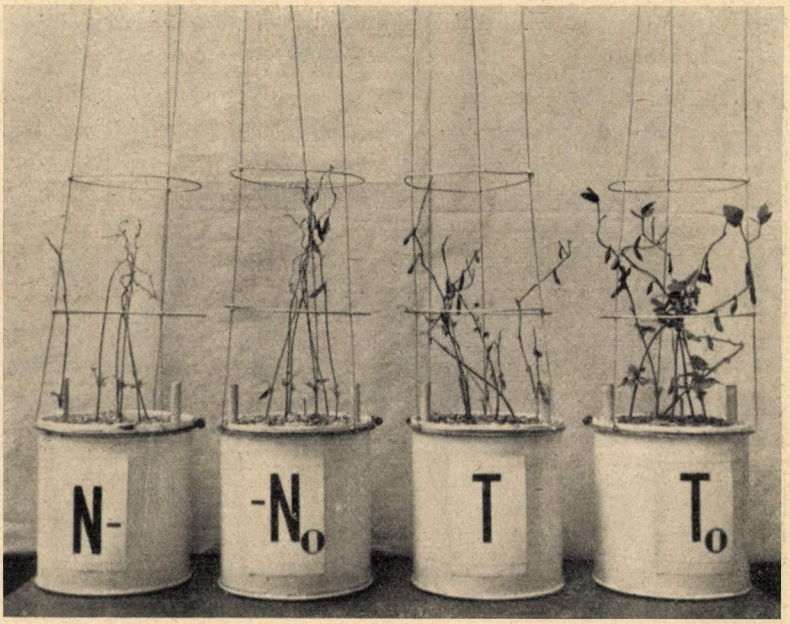


2. kép.
6 hetes növények. -N és -No: Megnyult, vézna testalkat, sárgászöld levélzet; száradni kezd. T és To: Buján zöld levelek, bőséges bokrosodás, zömök testalkat.
(6 Wochen alte Pflanzen.)

a vetéssel együtt sötétben végeztük a baktériumok fényérzékenysége miatt. Edényenként 14 mag került elvetésre; ezekből egyese-

[1] A szója vetőmagját Fleischmann Rudolf dr. állami növénynemesítési telepi igazgató úr volt szíves átengedni. A Bacillus radicicola különleges törzsét Belák Sándor orvosprofesszor úr és Illényi András egyet. tanársegéd úr volt szíves rendelkezésünkre bocsátani. Mind a három úrnak értékes ajándékukért hálás köszönetünket fejezzük ki.

léskor hét növényt hagytunk meg edényenként. A vízmennyiséget eleinte a homok vízkapacitásának 50%-án tartottuk; körülbelül két hónap multán 75%-oson. Időközönként a vizet egy-egy napig 50%-ra csökkentettük, hogy a homok jól átszellőződjék. Néhányszor levéltetvek jelentkeztek, kivált az éhező növényeken; ezeket 0·05%-os nicotinoldattal irtottuk.



3. kép.

$3^1/_2$ hónapos növények. Aratás előtt. A legtöbb növény már elszáradt. A teljesen tápláltakon sok jól fejlett hüvely, kivált To-n, amelyen még mindig van zöld levél.

($3^1/_2$ Monate alte Pflanzen.)

A növények fejlődését a mellékelt fényképek mutatják. Ezért csak a következő adatokat említjük fel: A vetés után körülbelül két hétre keltek ki a növénykék. Négyhetes korukban egyeseltük. A teljesen tápláltak csaknem egy hónappal korábban virágzottak és dúsan hoztak magot, míg az éhezők közül csak az oltottak termettek egy-két magtalan hüvelyt.

Aratás augusztus 23-án, mintegy négyhónapos (121 napi) korban.

A fejlődési idő még a legjobban tápláltakra nézve is rövidebb volt, mint általában a szabadban tenyészőké. De ezt nemcsak a magas épületek között levő udvar kedvezőtlen viszonyai okozták, hanem a tiszta kvarchomokban való tenyésztés is, amely a szójával tulajdonképpen merész vállalkozás volt. De kísérletünk főcélja az volt, hogy a különbségeket állapíthassuk meg és az éhezési anyagcserét tanulmányozhassuk.

Külön fel kell említenem, hogy az oltott növények gyökerein egyetlen egyszer sem találtunk baktériumos csomókat, pedig már a növények méreteiben, szárazanyaguk mennyiségében is voltak jellemző különbségek, még inkább a kémiai összetételben, amint az adatokból ki fog tűnni.

Elemzési módszerek.

A következő adatokat külön a gyökerekben, szárrészekben (beleértve a leveleket) és magvakban határoztuk meg:

A termés szárazanyaga, hamu, összes nitrogén, nitrát-, ammónia-, aminosav-, amid- és fehérje-nitrogén, levonással hozzávetőleg a szerves anyag.

Az elemzési eljárások, minden igyekezet ellenére, még mindig nem elég tökéletesek ahhoz(20), hogy eredményeiket pontosnak és megbízhatónak mondhatnók. Ebben az értelemben a biokémiailag fontos vegyületek közül a nitrogénvegyületek különösen nagy nehézségeket okoznak nemcsak sokféleségük miatt, hanem mert könnyen átváltoznak egymássá enzímek hatására(32), de különböző kémiai műveletektől is. Ezért szinte minden szerző (2, 6, 8, 12, 17, 35, 36, 39, 40) javítani igyekszik valamit az eljárásokon vagy az egész elemzési meneten. Mindemiatt még nagyon gondos dolgozással is tulajdonképpen csak megegyezésen alapuló, egymással összehasonlítható adatokat kapunk, amelyek azonban a valóságot csak megközelítik. A legnehezebb feladat mindenesetre az enzímek hatásának kiküszöbölése. Elroncsolásukra ugyan többféle mód kínálkozik (fagyasztás az eltartás közben, forróvízbe mártás, vagy ezzel, vagy forró alkohollal kivonás stb.), de egyik sem tökéletes, mert a

nitrogénvegyületeket részben megváltoztatja. Ezen a növények frissen való feldolgozása, ahogy ajánlják, sem segít, de többnyire nem is valósítható meg a munkatorlódás miatt. Ezért a PERROT-féle enzímes elölést választottuk, amelyet eddig erre a célra senki sem használt, pedig a legkíméletesebb és mégis hatásos eljárások közé tartozik. A nitrogéntartalmú vegyületek egymáshoz való arányát, nev. a «fehérje-csoport»-ét szintén kissé megváltoztatja, de ez aránylag csekély. Ellenben így lehetővé válik a hosszabb idei eltartás és ezzel a sok torlódó munka fokozatos elvégzése. A módszer veleje az, hogy a friss növényt rövid ideig előre felfűtött autoklávban forró alkohol gőzének tesszük ki, azután rögtön hideg vacuum-exsiccatorba visszük át, miáltal hirtelen lehűl. Vetőmaggal végzett előzetes kísérleteink a következő eredményeket adták:

1. táblázat.

(Perrot-zás eredménye vetőmaggal.)

N a vetőmag 1 g szárazanyagában.

A N minősége	A sterilezés ideje, perc			
	0	5	10	20
	N mg			
Összes	62·0	62·0	62·0	61·4
Ammónia	1·1	1·1	1·1	1·1
Nitrát	0·5	0·5	0·5	0·5
Aminosav	6·0	4·5	4·0	4·0
Amid	0·8	0·8	0·8	0·8
Összes oldható	7·5	7·6	6·4	7·2
Fehérje	53·4	54·1	55·4	54·0

A Perrot-zást ezek után öt percig végeztük, ami az oldható nitrogénvegyületek mennyiségét alig észrevehetően csökkentette a fehérje javára. Igaz ugyan, hogy a változás fokát nincs módunk megállapítani, mert a frissen használt anyag feldolgozása közben az el nem roncsolt enzímek csökkenthették a fehérje mennyiségét, vagy növélhették a peptidek- és aminosavakét. A fehérjét itt is trichlorecetsavval választottuk le. Az így előkészített őrölt anya-

got, miután ismét «légszáraz»-zá tettük, légzáró üvegekben tartottuk sötét helyen.

Szárazanyag: 200—500 mg-ot 60°-on előszárítva, 105°-os elektromos szárítószekrényben szárítottunk.

Összes nitrogén: 50—100 mg légszáraz anyagot KJELDAHL szerint dolgoztunk fel 6%-os salicylkénsavval, K_2SO_4-tal és $CuSO_4$-tal, a nitrátot $Na_2S_2O_3$-tal redukálva, mikrokészülékben desztilláltuk.

Fehérje-nitrogén: 500 mg anyagból trichlorecetsavval lecsaptuk a fehérjét és benne KJELDAHL-lal határoztuk meg a nitrogént. A csersavas kicsapást (29), az aminosav-nitrogén meghatározása miatt nem használhattuk.

Oldható nitrogén: A fehérjecsapadékról leszűrt oldat egy részében KJELDAHL szerint meghatároztuk a nitrogént, miután a nitrátot titántrichloriddal redukáltuk.

Ammónia-nitrogén: Az előző oldat másik részét magnesiumoxyddal 30—40 mm-es vacuumban 40—50°-on $n/50$ H_2SO_4-ba desztillálva, visszatitráltuk.

Amid-nitrogén: SACHSSE módszere szerint 30%-os kénsavval hydrolysálva, magnesiumoxyddal desztilláltuk le, mint előbb.

Aminosav-nitrogén: A fehérjéről leszűrt oldat 2 cm^3-ében VAN SLYKE szerint határoztuk meg.

Nitrát-nitrogén: Az eredeti anyag 50 mg-jából BLOOM—TRESCHOWnak (3) TRESCHOW—GABRIELSEN (43) szerint javított módszerével *m*-xylenollal colorimeteresen határoztuk meg.

Kísérleti eredmények.

Termelési eredmények.

A termés mennyiségét a *szárazanyaggal* (2. tábl.) fejezzük ki, mert a növények túlnyomó része ekkorra csaknem száraz volt, kivált a levelek.

A növények nitrogénes táplálásának, amint már előbb említettük, mélyreható hatása nemcsak a teljesen tápláltak 3—5-szörös termésmennyiségében jut kifejezésre, hanem különösen abban, hogy a teljesen tápláltak nagymennyiségű magot érleltek, ami az éhezőkön teljesen hiányzott. Ha a növények különböző szerveinek

2. táblázat.

A növények szárazanyaga (1 edény átlaga) g.

Növényi rész	—*N*	—*No*	*T*	*To*
Gyökér	0·15±0·00	0·25±0·01	0·30±0·01	0·33±0·02
Levél-szár	1·56±0·07	2·16±0·03	5·19±0·29	5·14±0·01
Mag	—	—	1·75±0·06	2·82±0·13
Hüvely	—	—	0·70	0·99
Összes sz. a.	1·71±0·08	2·41±0·05	7·94±0·36	9·28±0·20

súlyát a gyökéréhez viszonyítjuk (3. táblázat), kitűnik, hogy az éhezőkön a gyökér a többi szervhez képest erősebben fejlődött ki, mint a teljesen tápláltakon. Ez jellemző az éhező növényekre, amint erre már EPERJESSY kutatásai mutattak(16b.).

3. táblázat.

A növényi szervek viszonylagos súlya.

Növényi szerv.	—*N*	—*No*	*T*	*To*
Gyökér	1	1	1	1
Levél-szár	10·4	8·6	17·3	15·6
Mag	—	—	5·8	8·9
Hüvely	—	—	2·3	3·0

A nitrogéngyűjtő baktériumokkal való *oltás* az éhező növények termését ugyan tetemesen növelte (a gyökér 62%-kal, a szárlevélképletek 38%-kal többet termettek), még sem pótolhatta a nitrogénes táplálást, aminek kétségtelenül a kedvezőtlen talaj, a tiszta kvarchomok volt az oka. A teljesen tápláltakon az oltás csak a magtermésen segített, de ezt tetemesen, 61%-kal növelte. A mag minősége is javult, 100 szem súlya a *T*-ből 8·76 g, a *To*-ból 9·40 g.

A nitrogén elemzési eredményei.

Ha a különbözően táplált növények nitrogénvegyületeinek csoportjait mennyiségileg hasonlítjuk össze, akkor jellegzetes kü-

lönbségeket állapíthatunk meg. Ez legjobban tűnik ki akkor, ha a nitrogénvegyületek adatait különböző alapértékhez viszonyítva vizsgáljuk. A következő négyféle ilyen adatviszonyt vettük figyelembe, amelyeknek táblázatait közleményünk végén állítottuk össze, kifejezve az adatokat:

1. a szárazanyag %-ában (4. táblázat),

2. az egy-egy edényben nőtt növények mg-ban számított abszolut súlyaként (5. tábl.),

3. a növények «összes nitrogén»-jének %-ában (6. tábl.),

4. a szerves vegyületekben levő nitrogén %-ában (7. tábl.).

A növények szárazanyagának %-os tartalmában (4. tábl.) a *nitrát* az éhezőkben természetesen csak nyomokban van, míg a nitrogénnel tápláltakban tetemes mennyiségre emelkedik, kivéve a magvakban, ahol mennyisége elenyészően csekély. Az *ammónia* csak a teljesen tápláltak szár-levélképleteiben szökik fel, egyébként aránylag csekély és csaknem egyenlő, meglehetősen egyöntetű az *aminosav* és *amid* is. Az utóbbi az aminosavnak $^1/_5$—$^1/_9$ része között váltakozik.

Ellenben jellemző különbségek tűnnek fe az *összes nitrogén* és a *fehérje* %-os mennyiségében. A gyökérben ezek a különbségek még nem nagyok, természetesen a nitrogénnel tápláltak javára; a szár-levélképletekben azonban a teljesen tápláltak adatai az éhezők értékeinek 2—$2^1/_2$-szeresére emelkednek.

Legmagasabb a mag százalékos összes-nitrogén- és fehérjetartalma. Sajátságos, hogy az *oltás* hatása mindvégig leszorította a százalékos értékeket, ami legerősebben természetesen a mag összes nitrogén- és fehérjetartalmában érvényesül.

Jellemzők a különbségek a *hamu* és kivált az *összes szerves anyag* százalékos tartalmában (4. tábl.). A hamu nagyobb, a szerves anyag kisebb az éhezőkben, illetve értelemszerűen a nem-oltottakban.

A százalékos tartalomnál jóval értékesebb felvilágosítást kapunk az *egy-egy edényre eső nitrogénvegyületek abszolút értékeiből*, mg-ban kifejezve (5. tábl.). Az egész növényben az összes-nitrogén az éhező növényekben körülbelül annyi, mint a vetőmaggal bevitt mennyiség; ezzel szemben a nitrogénnel tápláltakban egyöntetűen mintegy 10-szerese az éhezőkének, mégpedig összehasonlítva oltottat és oltatlant egyaránt.

Ez az arányosság azonban általában nem áll fenn a nitrogénvegyületek egyes csoportjaira (6. tábl.). Az *ammónia* a nitrogénmentes egész növényekben közel egyenlő, a teljesekben fokozatosan kisebb. Legfeltűnőbb mindenesetre, hogy az *aminosav* %-a az éhező egész növényekben körülbelül kétszerese a tápláltakénak. A baktériumos *oltás* az egész növény összes-nitrogénjében (absolut értékekben, 5. tábl.) mindenképpen többletet okozott; a «—*No*»-ban mintegy 5 mg a nitrogénnyereség, a «*To*»-ban 47 mg. Ez tehát közelítően kilencszeresen múlja felül az éhezők nitrogénmegkötését.

Áttérve most az *egyes szervek nitrogénvegyületeire*, az *összes nitrogén* abszolút mennyisége nagyjában a szervek mennyiségéhez igazodik, legkisebb a gyökérben, legtöbb a szár-levélképletekben. A *gyökérben* a nitrogénvegyületek csoportjainak egymáshoz való arányában (6. tábl.) szembeötlő különbség az ammónia és a fehérje nagyobb százaléka az éhezőkben (a «—*N*»-ben a fehérje mintegy 10%-kal). A *szár-* és *levélképletekben* a fehérje-nitrogén abszolút mennyisége (5. tábl.) a nitrogénnel tápláltakban mintegy ötszöröse az éhezőkének. Az *oltás* az éhezőkben csekély többletet okozott az összes-nitrogén, az aminosavak és a fehérje abszolút mennyiségében (5. tábl.). Itt a szár- és levélképletekben tehát csak mindössze 3·6 mg nitrogénnyereséget idézett elő. A nitrogénnel tápláltak szár-levélképleteiben az oltás még csökkenést is okozott, ami azonban, amint látni fogjuk, a mag vegyületeinek, kivált a fehérjének mennyiségében leli magyarázatát. Ha most a nitrogénvegyületek csoportjainak *arányára* (6. tábl.) térünk át, mindenekelőtt a nitrogénnel tápláltak szár-levélképleteinek *nitrátja* mutat nagy %-os többletet, ami azonban a nitrátos táplálásnál fogva természetes. Feltűnő ellenben itt is, hogy az *ammónia* viszonylagos mennyisége független a táplálástól. Az aminosav és fehérje %-a viszont az éhezőkben jóval nagyobb.

A *magvakban* az abszolút mennyiségek (5. tábl.) az oltottakban kivétel nélkül nagyobbak, többnyire sokkal nagyobbak, tehát éppen fordítva, mint a szár- és levélképletekben. A nitrogénnyereség a levegőből 66 mg, vagyis az oltatlanok nitrogénjének felével több! A nitrogénvegyületek csoportjai között sorban a legnagyobb mennyiségi különbséget mutatja a fehérje, azután az aminosavak.

Amíg az abszolút mennyiségek ilyen jellemzők az oltottak javára, addig a magvakban a nitrogénvegyületek egymáshoz való viszonylagos mennyiségei (6. tábl.) majdnem mindenütt egyenlők.

Nitrogén-anyagcsere.

Az eddig megbeszélt adatokból a nitrogén-anyagcserének alábbi képét vázolhatjuk: A «—*N*»-csoport növényei saját fehérjéiket minden külső nitrogéntáplálék híján a vetőmag-fehérjének (az összes-nitrogénnek mintegy 90%-a!) lebontási termékeiből építették fel. Az ekkor végbemenő hydrolysis termékeiből az éhező növény csak 66% fehérje-nitrogént tudott felépíteni, míg a többi hydrolytos termékekként maradt meg; kivált az aminosavak aránylagos mennyisége nagy. Már itt is látszik, hogy az éhező növényekben a kondenzálási folyamatok erősen szenvedtek. Ennek különösen szemléltető képét adják a szerves nitrogén százalékosan kifejezett mennyiségei (7. tábl.), amelyek szerint az éhezőkben a vetőmag-fehérjének csak $^4/_5$-e kondenzálódhatott, viszont az aminosavak több, mint a háromszorosra emelkedtek. A fotoszintézis ezekben a növényekben a levelek kis számánál és korai elhalásánál fogva csak kevés szerves anyagot létesíthetett. Része volt ebben még a kisebb klorofill-tartalomnak is, amely Tam- és Magistadnak (42) ananászon végzett gondos kísérletei szerint a nitrogéntáplással párhuzamos. Ez különben éhező növényeink leveleinek bágyadt zöld színén is meglátszott, szemben a nitrogénnel tápláltak buja zöld színével.

A fotoszintézis tehát az éhezőkben annyira csekély volt, hogy nemcsak a szerves anyag abszolút mennyisége maradt el messze a teljesen tápláltaké mögött, hanem százalékos mennyisége is kisebb az éhezőkben (4. tábl.). Ez a körülmény és a hamu fordított arányossága arra mutat, hogy *az éhezőkben az általános anyagcsere sem folyt le egyensúlyozottan*, amit különben várni lehetett. Ezért az éhezőkben a szerves anyag egységére körülbelül csak félannyi nitrogén és fehérje jut (összes *N*/szerves anyag = 0·03), mint a teljesen tápláltakban (0·06). Még nagyobb az eltérés a hamu és az összes-nitrogén viszonyában; itt a hamu egységére a teljesen tápláltakban körülbelül 3-annyi (hányados = 0·24, illetve 0·31)

jut, mint az éhezőkben (hányados = 0·09). A rossz fotoszintézisnek és egyensúlyozatlan anyagcserének további következménye, hogy az éhezők gyökerében jóval több ammónia maradt feldolgozatlanul, viszont kevesebb aminosav. Innen az aminosavak feltűnően magas %-a az éhezők szár- és levélképleteiben. De ezenkívül feltűnő a fehérje nagy%-a a «—*N*»-csoport gyökér- és levélszár-képleteiben egyaránt.

E háromféle vegyület viszonylagos mennyiségének ez az alakulása annak a rendezetlen egyensúlynak a következménye, amely az éhező növényekben a tömeghatásnál fogva állt be. Az éhezők ugyanis rossz tápláltságuk folytán rövid életükben magot nem hozhattak, s így fehérjéjük a gyökérben és főként a szárban szintétizálódott. Viszont ez a szintézis tömeghatásával visszaszorította az aminosavak kondenzálását, s így ezek a szárban, levelekben halmozódtak fel. Sőt ez tovább a gyökérben még az ammónia felgyűlését is maga után vonta. Ezzel kapcsolatban arra kell gondolni, hogy az ammóniának a gyökérben megszorult nagy %-a mérgező hatást is fejthetett ki, amit az éhezők rossz fejlődésének és korai halálának okai közé lehet számítani(26, 29).

A fehérje nagy aránya a gyökérben és a szár-levélképletekben, valamint az utóbbiakban a sok aminosav tehát nyilván jellemző éhezési tünet.

Egészen hasonló az *oltott éhezők* nitrogén-anyagcseréje. De ezek a levegőből mégis pótoltak némi nitrogént és ezért anyagcseréjük átmenetet alkot az éhezőktől a teljesen tápláltak felé. Éhezési nitrogén-anyagcseréjük tehát már kevésbbé jellegeztes, és bár szár-levélképleteikben még aránylag jóval több az aminosav (a több nitrogénből és cukorból, 6. tábla), fehérjéjük már aránylag kevesebb.

Mélyrehatóan megváltozik a kép *a nitrogénnel tápláltakban.* A nagy különbség mindenekelőtt a *nitrát* nagy nitrogéntartaléka, amely természetesen az egész anyagcserére, így a fotoszintézisre és az élettartam meghosszabbodására is rányomta bélyegét. Minthogy ezek a növények magvakat is érleltek, a fehérje viszonylagosan (6. tábl.) legnagyobb mennyiségben (kb. 84%) itt gyűlt össze; az egész növény összes nitrogéntartalmából 29—40%, az összes fehérje-nitrogénből 43—56% jut a magvakra. Ezért az

aminosav/fehérje és az amid/fehérje aránya is jóval kisebb a magvakban, mint a többi szervben, kivált mint az éhezőkben. Amilyen arányban a fehérje a magvak felé növekszik, olyan arányban fordítva, az ammónia és az aminosavak viszonylagos mennyisége csökken.

Ezzel szemben a nitrát a szár-levélképletekben éri el a legnagyobb mennyiséget, mert a szárak rostedénynyalábjai szállítják a levelekbe, ahol legnagyobb része a fehérje szintézisére használódik fel(37). De azért még a termésbe is jut.

Mindenesetre nagy az *ellentét az ammónia és a nitrát feldolgozása között.* Amíg a két vegyület aránya a gyökérben körülbelül egyenlő, addig a szár-levélképletekben a nitrát az ammóniának a 6—7-szeresét teszi ki. Az ammónia tehát hamar felhasználódott (21) aminosavak és fehérje szintézisére, míg a nitrát jó része felvándorolt a szárba és a levelekben, majd pedig a magban alakult át szerves nitrogénvegyületekké. Hasonló viszonyokat találtak többek között Sideris és munkatársai(37, 31), valamint Clark is (5); Prianizsnikov (34) kísérletei szerint pedig ez a körülmény teszi lehetővé, hogy az ammónia nem érheti el a mérgező koncentrációt, ha a növényben rendes viszonyok uralkodnak, mint itt a nitrogénnel tápláltakban.

Feltűnő a *nitrát* jelenléte az éhező növényekben, bárha mennyisége nagyon csekély. Vickery (45) és néhány más szerző szerint nitrát bizonyos feltételek alatt magában a felsőbbrendű növényben is létesülhet(14, 27, 38). Azonban a nitrát növényeinkben még más eredetű is lehet, amire az éhező növények összes-nitrogéntartalma mutat. Ez ugyanis valamivel több mint amennyi a vetőmagból beléjük juthatott. Ha még figyelembe vesszük, hogy a nitrogénvegyületeknek bár kis része még a lélekzésben is elbomlik, valószínűnek kell tartani, hogy szennyezés által az udvar porából, sőt talán a nicotinos permetezés révén és általában a leveleken át is kerülhetett némi nitrogén, valószínűleg ammónia alakjában, a növényekbe és a homokra. Itt a felső rétegekben nitrifikálásra is lehetett alkalom.

Sajátságos az *amidok* viszonylagos mennyisége (6. tábl.). Ez az összes táplálási csoportokban és összes szervekben csaknem azonos. Az éhezőkben a lélekzés nyilván annyira rászorult a fehér-

jék lebontási termékeire is, hogy amid létesülésére az aránylag nagy lebontási ammóniamennyiség ellenére sem telt. A nitrogénnel tápláltakban viszont a rendes fotoszintézisnél fogva háborítatlan volt a fehérje felépítése, tehát szintén nem volt ok SCHULTZE, PRIANIZSNIKOV(34), MOTHES (28) stb. szerint az amidok nagyobbmérvű gyarapodására(22, 25).

Az éhező növények rossz növekedésének lehető okára még egy adatcsoport világít rá, ha az aminosavak abszolút mennyiségeit (5. tábl.) hasonlítjuk össze. Néhány évvel ezelőtt egy korán elhúnyt magyar szerző, ORSÓS (33), és később WHITE PH. R.(49) kutatásaiból kitűnt, hogy egy sereg aminosav *auxin*szerű, tehát hormonos hatást fejt ki a növények növekedésére. Valószínűnek kell tartani, hogy az aminosavak jóval nagyobb mennyisége a nitrogénnel táplált növényekben az auxinok termeléséhez hozzájárult, ami viszont hiányzott vagy sokkal csekélyebb volt az éhezőkben. A nitrogéntáplálás hatása tehát még ilyen oligovegyületekre is érvényesül, amire gyakorlati téren eddig még nem terelődött a figyelem.

Az *oltás* (13) az éhező és a nitrogénnel táplált növények nitrogén anyagcseréjére nagyjában azonosan hatott. Mind az éhezők, mind a teljesen táplált növényekben levő összes nitrogén abszolút mennyisége (5. tábl.) az oltás hatására 12—13%-kal növekedett. Az egyes növényi szervek közül már a gyökerek is több nitrogént tarthattak meg; a szár-levélképletekre azonban csak az éhezőkben jutott több nitrogen. A teljesen tápláltak szár-levélképleteiben az oltás tehát csökkentette az összes nitrogen-vegyületcsoportok abszolút mennyiségét, de csak azért, mert ezek egy része a magba vándorolt. *Az oltás tehát különösen a magtermés nagyságára, minőségére és a növények fejlődési időszakának tartamára hatott.* Ezért láthattuk, hogy, bárha az éhező oltottak magot nem hozhattak, mégis a kezdő folyamat a hüvely szórványos kialakításában megnyilvánult, holott az éhező nem-oltottakban ennek nyoma sem volt. A tenyészési idő meghosszabbítása a gyakorlatra nézve a szója termesztésében nem kívánatos. Az oltás a teljesen tápláltak nitrogénanyagcseréjében csak nagyobb mennyiségű nitrogénvegyületet termelt, de a *nitrogen-anyagcserét egyébként nem változtatta meg.* Erre mutat, hogy a magvak nitrogénvegyület-csoportjainak szá-

zalékos adatai és arányszámai mindenütt (4., 6. és 7. tábl.) csaknem teljesen megegyeznek.

Az éhezők adatai és nitrogén-anyagcseréje továbbá azt is bizonyította, hogy abban a kedvezőtlen fejlődési közegben, amilyen a kvarchomok, az oltás magában nem pótolhatja a nitrogéntáplálást. Némi, legalább kezdeti nitrogéntáplálás nélkülözhetetlen.

Az éhezés anyagcseréjére jellemző továbbá az összes-nitrogén százalékában kifejezett *összes szerves nitrogén* (6. tábl.). Már az *egész* növényben is feltűnik, hogy, amíg az éhezőkben az összes-nitrogénnek mintegy 90%-a szerves nitrogén, addig a nitrogénnel tápláltakban csak mintegy 80%. Ez az ellentét azonban a szárlevélképletekben még élesebb, mert az éhezőkében itt körülbelül 90%, a tápláltakban ellenben csak 67% a szerves nitrogén. A magyarázatot itt is a magvak adják meg, amelyekben a szerves nitrogén %-a csaknem teljes egyöntetűséggel 95%-ra rúg, még a vetőmagban is. Az éhezők szár-levélképleteiben tehát megreked a szerves kötésű nitrogén, míg a nitrogénnel tápláltakban túlnyomóan a magba vándorol.

A szerves nitrogénvegyületek részletező áttekintése további felvilágosítást ad az anyagcseréről, ha a vegyületeket az összes szerves nitrogénvegyületek százalékában fejezzük ki (7. tábl.). Minthogy itt a nitrogénnel táplált növények gyökerében és szárlevélképletében az aminosav, amid és fehérje százalékos mennyisége mindvégig azonos magasságon mozog, nyilvánvaló, hogy a fehérjeszintézis a gyökérben épp olyan erélyes, mint a szár-levélképletekben. Ha pedig az éhezők adatait is bevonjuk az összehasonlításba, kitűnik, hogy ezek anyagcseréje itt is eltérőnek mutatkozik a rendestől.

A mag és vetőmag szerves nitrogénszázalékának (7. tábl.) összehasonlításával némi felvilágosítást kaphatunk az *utóérés* nitrogén-anyagcseréjéről. Kitűnik, hogy az utóérésben a kondenzálási folyamatok továbbhaladnak, a fehérje aránya az aminosav és amid rovására növekszik. Mindazonáltal nem szabad elfelednünk, hogy itt a friss és utóérett mag különböző generációkból és eltérő helyről származott. Ezért, hogy exaktan összehasonlítható eredményeket kaphassunk, folyamatban vannak kísérleteink, amelyekben az utóérés anyagcseréjét ugyanazon származású magon tanulmányozhatjuk.

Végigtekintve a különbözően táplált növények nitrogénanyagcseréjén, összefoglalva a következő jelenségeket állapíthatjuk meg:

Az *éhezők* csak a vetőmag nitrogénjét használhatták ki, így fotoszintézisük tökéletlen, magot nem hozhattak. Ezért nitrogénanyagcseréjük egyensúlya mélyrehatóan megváltozott, a kondenzálási folyamatok szenvedtek. Ennélfogva fehérjéjük a szár-levélképletekben gyűlt össze, ammóniájuk és aminosavtartalmuk is rendellenesen nagy. A *teljesen tápláltak* egyensúlyozott anyagcseréjükben dúsan érleltek magot; az ammóniát gyorsan dolgozták fel, nitrátjuk tetemes része azonban még a szár-levélképletekbe jutott.

Az *oltás* csak az éhezőkben változtatta meg a nitrogén-anyagcsere menetét, amely így némileg átmenetet alkot a rendes felé. A teljesen tápláltakban az oltás csupán a mennyiségeket nagyobbította. A mag mennyiségét és minőségét tetemesen javította.

Irodalom.

1. Alten: Ernährung der Pflanze **35** (1939) 277.
2. Alten, Rauterberg és Knippenberg: Bodenkunde u. Pflanzenernähr. **53** (1938), 335.
3. Bloom és Treschow: Zeitschr. f. Pflanzenernähr. u. Düng. **A 13** (1929), 159.
4. Boyan O. C.: Chem. Zentrbl. **1923. III.** 499.
5. Clark H. E.: Plant Physiology **11** (1936) 5.
6. *Committee on chemical methods*, Plant Physiol. **10** (1935) 383, 393.
7. Das: Plant Physiol. **11** (1936) 251. Ez a szerző megerősíti Doby és Makfalvy kísérleti eredményeit enzímek koncentrációja és a nitrogéntáplálás összefüggéséről.
8. Davidson és Shive: Plant Physiol. **10** (1935), 73.
9. Doby: Mathem. és Term.-tud. Értesítő **54** (1936), 881.
10. Doby és Hibbard: Journ. of. Biological Chemistry **72** (1927),405.
11. Doby és Makfalvy: Mathem és Term.-tud. Ért. **50** (1933), 441.
12. Doneen és Stuart: Plant Physiol. **7** (1932), 717.
13. Dworák: Köztelek **48** (1938), 186.
14. Eckerson: Contribution Boyce Thompson Institut **4** (1932), 119.
15. Emmert: Plant Physiol. **12** (1937), 999.
16*a*. Emmert: Plant Physiol. **14** (1939), 341.
16*b*. Eperjessy: Mezőg. Kutatások **2** (1929), 11. szám.
17. Gerdel: Plant Physiol. **7** (1932), 507.
18. Guisberg és Shive: Soil Science **22** (1927), 175.
19. Hopkins, Wilson és Peterson: Plant Physiol. **7** (1932), 597.

20. KLEIN G.: Handbuch der Pflanzenanalyse **3** (1936).

21. KLEIN G. és KISSER: Goebels Beiträge allgem. Botan. **1923.**

22. KLEIN és TAUBÖCK: Jahrb. wissensch. Botan. **73** (1930), 193; **74** (1931), 429; Biochem. Zeitschr. **241** (1931), 413; **251** (1932), 10, 278.

23. KORNFELD A.: Zeitschr. f. Pflanzenernähr. u. Düng. **A 32** (1933), 201.

24. KORNFELD A.: Ernährung d. Pflanze **30** (1934), 335.

25. KULTSCHER: Fortschr. d. Botan. **2** (1933), 184.

26. LUBARSKAJA: Bodenkunde u. Pflanzenernähr. **A 28** (1933), 340.

27. MC KEE és LOBB: Plant Physiol. **13** (1938), 407.

28. MOTHES: Planta **1** (1926), 472.

29. MOTHES: Planta **28** (1938), 599.

30. MULAY: Plant Physiol. **6** (1931), 333, 519 és **7** (1932), 107.

31. NIKLAS és GRANDEL: Beziehung. zw. Pflanzen u. Bodennitraten, Naturwiss. u. Landwirt. **12.** füz. (1927).

32. ORCUTT és WILSON P. W.: Plant Physiol. **11** (1936), 713.

33. ORSÓS O.: Protoplasma **26** (1936), 351.

34. PRIANIZSNIKOV: Zeitschr. Pflanzenernähr. Düng. **A 30** (1933) 38. — **A 33** (1934), 134.

35. RAUTERBERG és KNIPPENBERG: Bodenkunde u. Pflanzenernähr. **13** (1939), 194.

36. SCHLENKER: Plant Physiol. **7** (1932) 685.

37. SIDERIS, KRAUS és YOUNG: Plant Physiol. **12** (1937), 899; **13** (1938), 489; **14** (1939), 227.

38. SOMMER: Plant Physiol. **11** (1936), 229.

39. STUART W. N.: Plant Physiol. **10** (1935), 135; **11** (1936) 173.

40. STUART és APPLEMAN: Bulletin of the University of Maryland **372** (1935).

41. SURÁNYI J.: Mezőgazdasági Közlemények **1937.** 1. szám.

42. TAM és MAGISTAD: Plant Physiol. **10** (1935), 159.

43. TRESCHOW és GABRIELSEN: Zeitschr. f. Pflanzenernähr. u. Düng. **A 32** (1933), 357.

44. VÁLY és PEKÁRY: Mathem. és Term.-tud. Értesítő **58** (1939) 731.

45. VICKERY, PUCHER és CLARK: Plant Physiol. **11** (1936), 413.

46. VILLAX Ö.: Mezőgazdaság **12** (1935), 67.

47. VIRTANEN: Chem. Zentr.-Blatt **1936. II.** 3312, 3433; **1937. II.** 3332; **1938. I.** 627.

48. WEEWERS: Biochem. Zeitschr. **354** (1917).

49. WHITE PH. R.: Plant Physiol. **12** (1937), 793; **14** (1939), 527.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

4. táblázat.

A növények nitrogén-, hamu- és szervesanyag-tartalma, kifejezve a szárazanyag %-ában.
(Gehalt an Stickstoff, Asche und organischer Substanz, in Prozenten der Trockensubstanz.)

Növény, növényi szerv (Pflanze, oder Organe)	Egész növény (Ganze Pflanze)				Gyökér (Wurzel)				Szár- és levélképletek (Stamm-Blattorgane)				Mag (Samen)		Vetőmag (Saatkorn)
Táplálási csoport (Ernährungsgruppe)	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	III. *T*	IV. *To*	
1. Összes-N	2·41	1·92	5·45	5·33	2·19	2·05	2·90	2·82	2·42	1·91	5·06	4·69	7·13	6·78	6·20
2. Ammónia-N	0·14	0·12	0·25	0·15	0·19	0·19	0·19	0·19	0·13	0·12	0·28	0·16	0·13	0·12	0·11
3. Nitrát-N	0·10	0·05	0·9⁻	0·77	0·05	0·04	0·26	0·24	0·10	0·05	1·30	1·18	0·10	0·08	0·05
4. Aminosav-N	0·51	0·49	0·67	0·64	0·34	0·33	0·49	0·49	0·52	0·51	0·67	0·66	0·62	0·62	0·42
5. Amid-N	0·07	0·06	0·14	0·13	0·05	0·07	0·09	0·07	0·06	0·06	0·13	0·12	0·16	0·13	0·08
6. Összes oldható N	—	—	2·04	1·70	—	—	1·02	0·92	—	—	2·42	2·16	1·10	0·99	0·75
7. Fehérje-N	1·59	1·20	3·37	3·47	1·57	1·31	1·81	1·81	1·59	1·18	2·59	2·38	5·98	5·71	5·40
8. Hamu	—	—	—	—	—	—	—	—	25·73	20·95	20·36	15·03	5·86	6·36	—
9. Összes szerves anyag	—	—	—	—	—	—	—	—	74·27	79·05	79·64	84·97	94·14	93·64	—
10. Összes N/szerves anyag	—	—	—	—	—	—	—	—	0·03	0·02	0·06	0·06	—	—	—
11. Összes N/hamu	—	—	—	—	—	—	—	—	0·09	0·09	0·24	0·31	—	—	—

1. Gesamtstickstoff. — 2. Ammoniakstickstoff. — 3. Nitratstickstoff. — 4. Aminosäurestickstoff. — 5. Amidstickstoff. — 6. Gesamt-lösl. Stickstoff. — 7. Eiweisstickstoff. — 8. Asche. — 9. Ges. org. Substanz. — 10. Quotient ges. Stickstoff/org. Subst. — 11. Quotient ges. Stickstoff/Asche. — *Kulturen:* I. Ohne Stickstoff. — II. Dieselbe geimpft. — III. Totalernährt. — IV. Dieselbe geimpft.

7. táblázat.

A szerves nitrogénvegyületek nitrogéntartalma, kifejezve az összes szerveskötésű nitrogén %-ában.

(Stickstoff-Fraktionen in Prozenten des organisch gebundenen Stickstoffs.)

Növény, növényi szerv (Pflanze, oder Organe)	Egész növény (Ganze Pflanze)				Gyökér (Wurzel)				Szár-levélképletek (Stamm- und Blattorgane)				Mag (Samen)		Vető-mag
Táplálási csoportok (Ernährungs-Gruppe)	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	III. *T*	IV. *To*	(Saat-korn)
1. Összes szerves N _ _ _	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0
2. Fehérje-N _ _ _ _ _	73·6	68·7	80·6	82·0	80·0	76·9	75·4	76·0	73·0	67·8	76·3	75·3	88·4	88·2	91·4
3. Aminosav-N _ _ _ _ _	23·4	27·9	16·6	15·0	17·4	19·1	20·4	20·9	24·0	28·9	19·7	20·9	9·2	9·7	7·1
4. Amid-N _ _ _ _ _ _	3·1	3·4	3·4	3·0	2·6	4·0	4·1	3·1	3·1	3·4	4·0	3·8	2·5	2·1	1·5

1. Organisch gebundener Gesamtstickstoff. — 2. Eiweisstickstoff. — 3. Aminosäurestickstoff. — 4. Amidstickstoff. — *Kulturen:* I. Ohne Stickstoff. — II. Dieselbe geimpft. — III. Totalernährt. — IV. Dieselbe geimpft.

5. táblázat.

A növények szerveinek nitrogénvegyület-csoportjai, mg N egy edény növényeiben. — (Stickstoff-Fraktionen, mg Stickstoff je Kulturgefäss.)

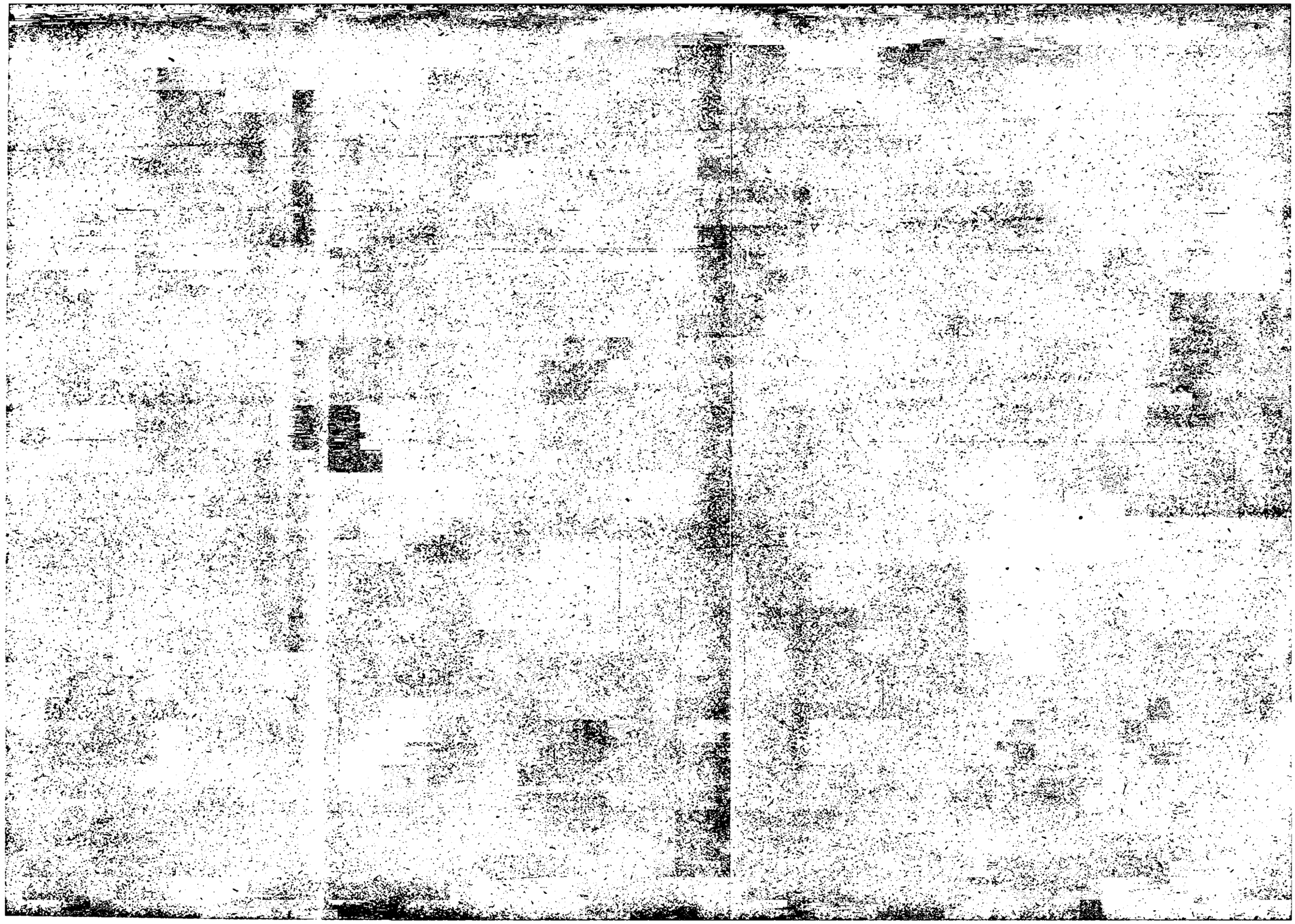
Növény, növényi rész (Pflanze, oder Organe)	Egész növény — (Ganze Pflanze)				Gyökér — (Wurzel)				Szár-levélképletek — (Stamm- und Blattorgane)				Mag — (Samen)		Vető-mag (Saat-korn)
Táplálási csoport (Ernährungsgruppe)	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	I. —*N*	II. —*No*	III. *T*	IV. *To*	III. *T*	IV. *To*	
1. Összes N	41·35±0·8%	46·71±0·3%	395·03±0·01%	441·92±0·6%	3·44±0·9%	5·13±0·4%	8·74±0·3%	9·51±1·1%	37·91±0·8%	41·55±0·3%	262·66±1·4%	241·20±0·3%	125·0±0·5%	191·2±0·7%	35·7
2. Ammónia-N	2·32±0·9 «	2·97±3·0 «	17·74±1·1 «	12·26±0·4 «	0·29±0·0 «	0·49±0·0 «	0·58±0·0 «	0·62±0·0 «	2·20±0·9 «	2·48±3·1 «	14·73±1·2 «	8·23±0·2 «	2·2±0·5 «	3·4±0·9 «	0·7
3. Nitrát-N	1·81±1·1 «	1·18±0·0 «	70·03±1·1 «	63·59±0·2 «	0·09±0·0 «	0·10±0·0 «	0·78±0·0 «	0·46±0·0 «	1·72±1·1 «	1·08±0·0 «	67·30±1·2 «	60·68±0·2 «	1·7±0·6 «	2·3±0·4 «	0·3
4. Aminosav-N	8·67±0·9 «	11·76±0·2 «	48·68±0·4 «	53·06±0·4 «	0·54±0·0 «	0·81±0·0 «	1·48±0·0 «	1·64±0·0 «	8·13±1·0 «	10·95±0·2 «	34·76±1·1 «	33·97±0·2 «	10·8±0·4 «	17·6±0·9 «	2·4
5. Amid-N	1·13±0·8 «	1·44±0·0 «	10·18±1·0 «	10·42±0·6 «	0·08±0·0 «	0·17±0·0 «	0·30±0·0 «	0·24±0·0 «	1·05±1·0 «	1·27±0·0 «	7·01±1·1 «	6·17±0·2 «	2·9±0·3 «	3·9±1·0 «	0·5
6. Összes oldható N	—	—	147·95±1·0 «	141·17±0·4 «	—	—	3·07±0·0 «	3·24±0·6 «	—	—	125·68±1·2 «	111·08±1·3 «	19·7±0·9 «	28·0±1·0 «	4·3
7. Fehérje-N	27·25±1·0 «	28·96±0·3 «	244·14±0·7 «	289·34±0·6 «	2·48±0·8 «	3·27±0·3 «	5·46±0·0 «	5·96±0·8 «	24·77±1·0 «	25·68±0·3 «	134·48±1·2 «	122·40±0·3 «	104·1±0·7 «	160·9±1·0 «	31·1

6. táblázat.

A növények szerveinek nitrogénvegyület-csoportjai, az összes-nitrogén %-ában. — (Stickstoff-Fraktionen in Prozenten des Gesamtstickstoffs.)

1. Összes N	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %	100·0 %
2. Ammónia-N	5·6 «	6·4 «	4·5 «	2·8 «	8·6 «	9·6 «	6·7 «	6·6 «	5·3 «	6·0 «	5·6 «	3·6 «	1·8 «	1·8 «	1·8 «
3. Nitrát-N	4·4 «	2·5 «	17·7 «	14·4 «	2·5 «	1·9 «	8·9 «	4·8 «	4·5 «	2·6 «	25·7 «	25·2 «	1·4 «	1·2 «	0·8 «
4. Aminosav-N	21·0 «	25·2 «	12·3 «	12·0 «	11·7 «	15·9 «	17·0 «	17·2 «	21·7 «	26·3 «	13·2 «	14·1 «	8·7 «	9·1 «	6·8 «
5. Amid-N	2·7 «	3·0 «	2·5 «	2·3 «	2·1 «	3·3 «	3·4 «	2·5 «	2·7 «	3·0 «	2·8 «	2·6 «	2·3 «	2·1 «	1·4 «
6. Összes oldható N	—	—	37·4 «	31·9 «	—	—	35·1 «	34·2 «	—	—	47·9 «	46·1 «	15·4 «	14·7 «	12·1 «
7. Fehérje-N	65·8 «	62·0 «	61·8 «	65·5 «	72·1 «	63·8 «	62·5 «	62·6 «	65·3 «	61·8 «	51·2 «	50·7 «	83·3 «	84·2 «	87·1 «
8. Szerves N	89·5 «	90·2 «	76·6 «	79·8 «	89·9 «	83·0 «	82·9 «	82·3 «	89·7 «	91·1 «	67·2 «	67·4 «	94·3 «	95·4 «	95·3 «
9. Amino/fehérje	0·3	0·4	0·2	0·18	0·2	0·25	0·27	0·28	0·33	0·43	0·26	0·28	0·11	0·11	0·08
10. Amid/fehérje	0·04	0·05	0·04	0·4	0·03	0·05	0·054	0·04	0·04	0·049	0·055	0·051	0·02	0·02	0·16

Nummern wie in der Tabelle 4., aber: 8. Stickstoff in organischer Bindung. 9. Quotient Aminostickstoff/Eiweisstickstoff. 10. Quotient Amidstickstoff/Eiweisstickstoff.



ÜBER STICKSTOFFWECHSEL DER PFLANZEN. I. SANDKULTUREN VON SOJA.

Mit Versuchen von G. v. FÜLEKY.

Von G. v. DOBY.

Sojapflanzen wurden in vier Gruppen in Sandkultur gezüchtet:

1. Ernährt ohne Stickstoff..... = —*N*,
2. wie 1., aber geimpft ..... = —*No*,
3. vollernährt ..... = *T*,
4. wie 3., aber geimpft ..... = *To*.

Die ersten zwei Gruppen vermochten keine Samen zu bringen, daher häufte sich Eiweiss in den Stamm- und Blattorganen an. Hiedurch wurde hier die Kondensation der Aminosäuren zurückgedrengt, in den Wurzeln auch Ammoniak. In den vollernährten Pflanzen konnte Ammoniak viel rascher, als Nitrat, in organische Bindung überführt werden. In den Hungerpflanzen war die Photosynthese stark beeinträchtigt, daher die organische Substanz auch verhältnissmässig geringer, Asche dagegen mehr, als in den vollernährten.

Die Impfung mit Bac. radicicola konnte den Stickstoffmangel nicht wettmachen. In den Vollernährten verursachte die Impfung besonders einen erhöhten Eiweissgehalt in den Samen und überhaupt eine reichere Entwicklung der letzteren.

(S. die beigefügten Abbildungen und Tabellen.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. März 1940.)

A MÉSZ- ILLETŐLEG FOSZFORDÚS TAKARMÁNYOZÁS HATÁSA A MALACVÉR ALKALITARTALÉKÁRA ÉS KÖZÖMBÖSÍTŐ KÉPESSÉGÉRE.

MAREK JÓZSEF r., WELLMANN OSZKÁR l. tagtól és URBÁNYI LÁSZLÓ vendégtől.

Kísérletes vizsgálataink eredményei alapján ismételten hangsúlyoztuk, hogy a szervezetnek elégtelen D-vitaminellátása esetén, az egyoldalúan foszfor-, illetőleg mészdús takarmányozás súlyosan megzavarja az anyagforgalmat, ennek folyományaképpen a vér és a csontok összetétele is jellegzetes módon megváltozik és ezzel karöltve fiatal állatokban angolkór fejlődik. Ezen az alapon azt a felfogást fejtettük ki, hogy ilyen körülmények között a sav-bázis-egyensúlynak az acidosis, illetőleg az alkalosis irányában való megbontása váltja ki a csontbántalom fejlődését, ennélfogva egyrészt acidosisos, másrészt alkalosisos rhachitis megkülönböztetése megokolt. Minthogy azonban saját és mások megállapítása szerint a *sav-bázisegyensúly* viselkedésének megjelölésére elfogadott *alkalitartalék* számértéke a vérben ugyanazon faj és fajta keretén belül is egyedenkint igen *tág határok között*, kereken 36 és 80 térfogatszázalék CO_2 között *ingadozik* és így egy-egy beteg állat vizsgálata során az összehasonlításhoz szükséges biztos alap híján a még rendes, vagy a *valamelyik irányban már kórosan megváltozott alkalitartalek szabatos megállapítása sokszor nem lehetséges*, ezért az acidosisos, illetőleg alkalosisos rhachitis megkülönböztetését a búvárok egy része nem fogadja el.

Ilyen körülmények között szükségesnek látszott, hogy az eleség savbázis-viszonyait jelző földalkali-alkalicitás értékének, a takarmányban foglalt és abból a szervezetben kihasznált mész és

foszfor arányának figyelembevételével, ásványi anyagokkal különbözőképpen kiegészített egységes összetételű eleségen tartott, 38, részint egészséges, részint mesterségesen rhachitisben megbetegített, a kísérlet elején 6—8 hetes malacon idevágó kísérleteket végezzünk. A három csoportba sorozott állatok egyező alaptakarmányát akképen egészítettük ki, hogy az 1. csoportban 10 kg élősúlyra 15·74 g $CaHPO_4$ és 2·85 g NaH_2PO_4 vagy csupán 7·28 g NaH_2PO_4 hozzákeverése után földalkali-alkalicitása —80 mg egyenértékre módosult, tehát savi hatásúvá lett, a 2. csoportban 6·29, 7·11, 7·93 és 9·57 g szénsavas mész, illetve 8·29 g szénsavas magnézium hozzákeverése után a földalkali-alkalicitás értéke +5, +10, +15 és +25 mg egyenértékű lett és ebben a tekintetben normális takarmány jellegét viselte magán, míg a 3. csoportban a 18·96 g mennyiségben hozzákevert szénsavas mész a földalkali-alkalicitás értékét +80 mg egyenértékre növelte, azt tehát túlságosan lúgos hatásúvá tette. Ehhez képest az eleség *Ca/P*-aránya a három csoportban 0·11 és 0·76, 0·28 és 3·39, illetőleg 4·20 és 5·35 között ingadozott.

A kísérlet végén a nyakszúrással elvéreztetett állatok vérének nagyobb részét paraffinolaj alatt felfogtuk, megalvadását és benne állás közben tejsav képződését megakadályoztuk közömbös kémhatású, 0·02 kcm-ben 2 mg káliumoxalátot és 1 mg nátriumfluoridot tartalmazó oldat hozzáadásával. *Az alkalitartalék nagyságát* a 40 mm Hg-oszlop nyomású CO_2-t tartalmazó levegővel telített vérplazmának a HALDANE-féle eljárással meghatározott összes *szénsavtartalmából számítottuk ki*, a *hydrogénionkoncentrációt* viszont chinhydron-elektród alkalmazásával *elektrometriás úton határoztuk meg.* A vizsgálatok kiegészítése, az eredmények ellenőrzése és *a vérplazma közömbösítő képességének jellemzése* céljából végül *potentiometriás titrálással határoztuk meg a vérplazma sav-, illetőleg lúgkapacitását.*

Habár a kísérleti eredmények arról tanúskodnak, hogy *foszfordús takarmányozással* összefüggésben *a savi jellegű foszfátion, mészdús táplálkozás esetén* viszont *a bázisként viselkedő kalciumion szívódott fel nagy feleslegben,* de különben a takarmány *Ca/P*-arányához igazodva, mégis a szervezetbe felszívódott ezek a feleslegek *nem módosították a vérplazma pH értékét,* mely a három csoportban szintes azonos, átlagban 7.48, 7.49 és 7·46 volt. Ámbár ezek szerint

kifejezett acidosisról, illetve alkalosisról nem lehet szó, mégis a savbázisegyensúlynak a szervezetbe jutott nagy mész-, illetve foszforfeleslegek hatására előállott módosulása *kompenzált acidosisra, illetőleg alkalosisra utal,* nevezetesen a vérplazma alkalitartaléka az 1. csoportban átlagosan 58·17, a másodikban 61·23, a harmadikban 63·92 térf. % CO_2-nek felelt meg, vagyis *a foszfordús takarmányozás csökkentette, a mészdús ellenkezőleg növelte az alkalitartalék átlagos értékét,* vagyis más szóval, *foszforfeleslegek hatására a savbázisegyensúly az acidosis, mészfeleslegek felszívódása folytán az alkalosis irányában módosult.* Az ezekkel kapcsolatban kifejlődött csontbántalmat ennélfogva jogosan megilleti az acidosisos, illetve alkalosisos elnevezés, aminthogy különben *a chemiai vérkép* és *a csontok chemiai összetétele is az acidosisos vagy alkalosisos jelleghez idomulva alakul.*

A vérplazma reakciószabályozó képességét és pufferanyagtartalmát kifejező *sav- és lúgkapacitási érték* meghatározása azt az eredményt szolgáltatta, hogy *a savi jellegű, foszfordús táplálkozás általában csökkenti, a bázisos jellegű, mészdús takarmányozás viszont növeli ezt az értéket,* még pedig *foszforfeleslegek felszívódása esetén a sav- és a lúgkapacitást közel egyenlő mérvben, mészfeleslegekkel összefüggésben csupán a savkapacitást számottevő mérvben, a lúgkapacitást ellenben csak kevéssé.* Ezek szerint mészdús táplálkozás kiváltotta *alkalosisos rhachitis folyamán fokozódik a vér és a szövetnedvek ellenállóképessége a savi jellegű káros hatásokkal szemben.* Ez a megállapítás újabb bizonyíték abban az irányban, hogy *rhachitis nem kizárólag acidosisos alapon, mint általában állítják, hanem alkalosisos alapon is fejlődhetik és ez a kétféle eredet a vér és a csontok behatóbb vizsgálata, szintúgy a vérsavónak a zsírtalanított finom csontporra vagy a csonthamu összetételéhez hasonló sókeverékre gyakorolt «oldó» hatása alapján egymástól megkülönböztethető.*

A dolgozat egész terjedelmében magyar és német szakfolyóiratokban fog megjelenni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN EINFLUSS EINER KALK- BZW. PHOSPHORÜBERSCHÜSSIGEN FÜTTERUNG AUF DIE ALKALIRESERVE UND DEN PUFFERGEHALT DES BLUTES BEI FERKELN.

Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBÁNYI.

Die Zahlenwerte für die Alkalireserve im Blute, die man für die Feststellung einer Azidose bzw. Alkalose als entscheidend zu betrachten pflegt, schwanken nach den einzelnen Tieren auch der gleichen Gattung sehr bedeutend, und zwar zwischen den weiten Grenzen von rund 36·0 und 80·0. Es lässt sich demzufolge im gegebenen Falle bei rhachitisch erkrankten Tieren nicht zuverlässig das Vorhandensein einer Azidose bezw. Alkalose feststellen, da es zumeist an dem zum Vergleich erforderlichen zuverlässigen Ausgangswert mangelt. Nur bei mehrzähligen Tiergruppen vergleichend ausgeführte Untersuchungen können durch die dabei erhaltenen Durchschnittswerte besagen, in welcher Richtung sich bei einem gegebenen Versuchsfutter die Alkalireserve verändert hat. Da auf dieser Grundlage die von den Verfassern behauptete azidotische bzw. alkalotische Herkunft der Rhachitis mehrererseits bezweifelt wurde, fühlten sich die Verfasser veranlasst zur Ausführung von entsprechenden Untersuchungen zur Erforschung des Säure-Basengleichgewichtes unter dem Einfluss einer teils in azidotischer teils in alkalotischer Richtung sich auswirkenden Fütterung bei 38 jungen Ferkeln. Ausser der Bestimmung der mineralstofflichen Zusammensetzung der Nahrung, des das Säure-Basenverhältnis angebenden Erdalkali-Alkalizitätswertes und des *Ca/P*-Verhältnisses sowohl im Futter als auch in den ausgenützten Nährstoffen, wurden mit bekannten Verfahren einerseits die

Werte für pH und die Alkalireserve, andererseits für die Säure- und die Laugekapazität im Blutplasma bestimmt.

Die Versuche ergaben, dass durch eine *P*-überschüssige Ernährung die Resorption von Überschüssen des säurend wirkenden Phosphations, durch *Ca*-überschüssige Fütterung eine solche des basisch wirkenden Kalkions begünstigt wird. Trotzdem erleidet aber der Durchschnittswert für pH im Blutplasma keine Abänderung, es liegt dementsprechend auch keine ausgesprochene Azidose bzw. Alkalose vor in Abhängigkeit von einer phosphor- bzw. kalküberschüssigen Ernährung, wenn auch unter dem Einfluss der resorbierten *Ca*- bzw. *P*-Überschüsse das Säure-Basengleichgewicht im Organismus sich wesentlich verändert hat, bei azidotischer Fütterung namentlich die Alkalireserve einen bedeutend niedrigeren Durchschnittswert zu erkennen gibt als bei Zufuhr von Kalküberschüssen, während bei einer praktisch normalen *Ca*- und *P*-Zufuhr der Zahlenwert eine Mittelstelle zwischen den Grenzwerten einnimmt. Hiernach verschiebt sich das Säure-Basengleichgewicht unter der Wirkung von Phosphorüberschüssen in der Richtung von Azidose, infolge von resorbierten Kalküberschüssen in der Richtung von Alkalose hin. Einer auf derartiger Grundlage entstandenen Knochenerkrankung gebührt daher mit Recht eine azidotische bzw. alkalotische Bezeichnung, und zwar umso eher, als sich auch das chemische Blutbild sowie die chemische Zusammensetzung der Knochen in der gleichen Richtung verändert.

Der Zahlenwert für die Säure- und Laugekapazität, womit die reaktionsregelnde Fähigkeit und der Puffergehalt des Blutplasmas ausgedrückt wird, erfährt durch eine säuernde, phosphorreiche Ernährung im allgemeinen eine Herabsetzung, im Zusammenhang mit einer basisch wirkenden, kalciumreichen Fütterung eine Steigerung, dabei unter dem Einfluss der resorbierten *P*-Überschüsse die Säure- und die Laugekapazität nahezu gleich, bei Kalküberschüssen nur die Säurekapazität in namhafter Weise. Hiernach nimmt im Zusammenhang mit einer durch eine kalküberschüssige Ernährung veranlassten Alkalose und einer solchen Rhachitis die Widerstandsfähigkeit des Blutplasmas und sonstiger Gewebssäfte säuernden Einwirkungen gegenüber zu. Diese Feststellung dient als weiterer Beweis dafür, dass Rhachitis nicht

allein auf azidotischer, sondern auch auf alkalotischer Grundlage entstehen kann. Ihre Herkunft auf der einen oder auf der anderen Grundlage lässt sich sicher erkennen einerseits durch eine genaue chemische Untersuchung des Blutes und der Knochen, andererseits aus dem Verhalten der «lösenden» Fähigkeit des Blutserums auf die feinvermahlenen entfetteten Knochen, auf die Knochenasche oder auf eine der Knochenasche zusammensetzungsähnliches Salzgemisch.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften von 22. Januar 1940.)

A TAKARMÁNY ÁSVÁNYI SÓARÁNYÁNAK, VALAMINT A D-VITAMINNAK BEFOLYÁSA AZ ÁSVÁNYI ANYAGOK KIHASZNÁLÁSÁRA A SZERVEZETBEN.

MAREK JÓZSEF r., WELLMANN OSZKÁR l. tagtól
és URBÁNYI LÁSZLÓ vendégtől.

Az angolkór okainak és lényegének felderítése céljából régóta folytatott kísérletes vizsgálataink során végérvényesen megállapítottuk, hogy az angolkór az ásványi anyagforgalom sajátszerű zavarának folyománya és hogy ezt a sóforgalmi zavart éppen úgy kiválthatja a szervezet elégtelen kalcium- vagy foszforellátása, mint a táplálékban a sav- vagy ellenkezőleg a bázisértékek jelentékeny túlsúlya, ha egyidejű D-vitaminhiány folytán nem érvényesülhet ennek a vitaminnak ellensúlyozó hatása az anyagforgalomra. Ehhez képest eredete szerint megkülönböztetünk achalicosisos, illetve aphosphorosisos, továbbá acidosisos, illetve alkalosisos rhachitist. Várakozásunkkal és több búvár állításával ellentétben vizsgálataink során azonban nem sikerült a vér alkalitartalékjának meghatározásával állategyedenként kimutatni az egyoldalúan földbázis- vagy pedig foszfordús, tehát alkalosis, illetve acidosis irányában ható tápláléknak befolyását a szervezet savbázis-egyensúlyára. Elgondolásunk szerint ennek oka lehetne elsősorban az, hogy a feles mész, illetve foszfor felszívódása nem növekedik meg arányosan a sav-bázisegyensúlyt módosító mennyiségben. Másfelől arra a további lehetőségre is kellett gondolnunk, hogy a savbázis-egyensúlyt szabályozó chemiai rendszerek és fiziológiás berendezések tevékenysége ellensúlyozza a felszívódott anyagok kedvezőtlen hatását. Végül számolni kellett az alkalmazott meghatározási módszer valamilyen fogyatékosságával.

A kérdés tisztázása céljából egyenként hatnapos ciklusból álló 29 anyagforgalmi vizsgálatot végeztünk részben mesterségesen rhachitisben megbetegített 27 fiatal malacon, melyeket részint gyakorlatilag D-vitaminmentes, részint D-vitaminnal kiegészített eleségen tartottunk és a máskülönben ugyanazon összetételű alaptakarmányukat mész-, illetve foszforsókkal különbözőképpen kiegészítettük, egy részüknek végül a D-vitamint nem az eleséggel adtuk, hanem olajban feloldva mindössze egyszer a bőr alá fecskendeztük.

Az anyagforgalmi vizsgálatokat megelőző néhány heti előetetés során a malacokat hozzászoktattuk a kísérleti takarmány fogyasztásához és a bélürülék gyüjtésére alkalmas ketrecben való tartózkodáshoz. A mindenkor pontosan lemért eleségből és ivóvízből netalán meghagyott és tisztán lemért részt a napi adagból levontuk. A mennyiségileg összegyüjtött, légszáraz bélürülék őrleményét chemiai elemzésnek vetettük alá s eközben a szárazanyag, a *N*, a *CaO*, a *MgO* és a P_2O_5 meghatározására terjeszkedtünk ki. Az egyenlően etetett kéttagú csoportokban tartott malacok vizeletének gyüjtése lehetetlen volt, a vizeletvizsgálat mellőzésével végrehajtott kihasználási kísérletek ennélfogva egyoldalúak, ennek ellenére azonban, tapasztalatunk szerint, megbízható képet szolgáltatnak az egyes anyagok kihasználásáról.

A részleteiben másutt közlésre szánt dolgozathoz mellékelt táblázatok adataiból mindenekelőtt következik, hogy a bélürülék *Ca*- és *P*-tartalmának hányadosa fordítva arányos a fogyasztott takarmány *Ca/P*-arányával és hogy az a takarmány növekedő földalkali-alkalicitásával karöltve folytonosan csökken. Ezek szerint egyoldalúan mészfeleslegekkel rendelkező takarmányozás esetén viszonylagosan sok foszfor, foszfordús táplálkozással összefüggésben viszont sok kalcium hagyja el a szervezetet. A bevitelt meghaladó mészmennyiség távozik a testből akkor is, midőn az eleségben kevés a mész, mert ilyenkor a szervezet saját mészkészletének egy részét választja ki a bélfalon át, hiányos *Ca*-bevitel esetén tehát még külön is érik mészveszteségek.

Minthogy természetes viszonyok között a táplálék földalkali-alkalicitásának értékét javarészt a *Ca/P*-hányados értéke szabja meg, az eleség földalkali-alkalicitásának befolyása a kalcium és a

foszfor kiválasztására nagyjában hasonló módon érvényesül, mint a *Ca/P*-arányé, azzal a különbséggel mégis, hogy a mész és a foszfor egyidejű kihasználásának olyan takarmány kedvez a legjobban, melynek földalkali-alkalicitása +5 és +25 mg egyenérték között mozog. Az utóbbi körülmény arra vezethető vissza, hogy a szervezetben uralkodó kémhatásviszonyok között a mész és a foszforsav elsősorban a csontok összetételéhez hasonló bázisos jellegű sókeverék alakjában lépnek a legállandóbb kapcsolatba egymással. Az ilyen viszonyok között egyúttal a fejlődő állatok súlygyarapodása is a legkedvezőbb, minthogy ilyenkor a többi táplálóanyagok kihasználása is a legkedvezőbben alakul.

Különös figyelmet érdemel az a további megállapításunk, hogy a D-vitamin csak lényegtelen eltolódást eredményez a kalcium és a foszfor kiürülésének arányában a táplálék célszerűtlen sóaránya esetén, rhachitisellenes hatása ennélfogva nem kizárólagosan és nem is annyira a mész- és a foszforforgalom szabályozásából, mint inkább onnan eredhet, hogy a szárazanyag és az összes táplálóanyagok kiürítésének csökkentése révén az egész anyagforgalom és a sejtanyagcsere megélénkülését biztosítja. Erre a következtetésre kellett jutnunk a bélürülék és a takarmány elemzési adatainak egybevetése alapján. A D-vitaminnak ez a kedvező hatása egyébiránt csupán az alkalmazásának legelején jut szembetűnően érvényre.

A dolgozat egész terjedelmében a «Mezőgazdasági Kutatások» és a «Deutsche Tierärztliche Wochenschrift» című folyóiratokban fog megjelenni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN EINFLUSS DES SALZGEHALTVERHÄLTNISSES IM FUTTER SOWIE DES D-VITAMINS AUF DIE AUSNÜTZUNG DER MINERALSTOFFE IM ORGANISMUS.

Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBÁNYI.

Unter Fortsetzung von Untersuchungen zur Klärung der Frage nach den Ursachen und dem Wesen der Rhachitis und ihr verwandter Knochenerkrankungen, wurde dafür die versuchsmässige Erklärung gesucht, warum in den vorangehenden Rhachitisversuchen durch die Bestimmung der Alkalireserve im Blute keine Beeinflussung des Säurebasengleichgewichtes durch eine erdbasen- bzw. eine phosphorüberschüssige Ernährung, somit durch ein in alkalotischer bzw. azidotischer Richtung wirkendes Futter nachgewiesen werden konnte.

Zu diesem Zwecke wurden je 6 Tage dauernde insgesamt 29 Stoffwechselversuche an 27 solchen jungen Ferkeln ausgeführt, die zum Teil an künstlich erzeugter Rhachitis krank waren. Ihr gleich zusammengesetztes Grundfutter wurde verschiedenartig mit Kalk- bzw. Phosphatsalzen ergänzt und dabei einesteils D-vitaminfrei ausgestaltet, andernteils mit D-Vitamin in öliger Lösung ergänzt, oder es kam fernerhin die ölige Lösung des D-Vitamins in einmaliger subkutaner Einspritzung zur Anwendung. Der eigentliche Stoffwechselversuch folgte an eine meist langdauernde Vorfütterung, während der sich die Tiere an das Versuchsfutter sowie an den Aufenthalt in den für quantitative Kotsammlung geeigneten Käfigen gewöhnt hatten. Zufolge der Unmöglichkeit einer zuver-

lässigen quantitativen Harngewinnung bei den gruppenweise untergebrachten Ferkeln, können zwar die Ergebnisse der Ausnützungsuntersuchung auf Vollständigkeit nicht Anspruch erheben, auf Grund früherer Versuche können sie aber trotzdem nahezu ein richtiges Bild über die Ausnützung der einzelnen Stoffe liefern.

Aus dem durch Analyse des tatsächlich verzehrten Futters und des gesammelten Kotes gewonnenen Zahlenwerten wurde vor allem festgestellt, dass der *Ca/P*-Quotient im Kote in umgekehrten Verhältnis zu dem im aufgenommenen Futter steht und Hand in Hand mit dem Ansteigen des positiven Zahlenwertes für die Erdalkali-Alkalizität des Futters immer kleiner wird. Dementsprechend gelangen bei einseitig kalküberschüssiger Ernährung grosse Phosphormengen, bei phosphorüberschüssiger Fütterung wiederum grosse Kalkmengen zur Ausscheidung. Die tatsächliche Zufuhr übersteigende Kalkmengen werden fernerhin auch bei kalkarmer Ernährung ausgeschieden, weil unter solchen Umständen der Organismus seine eigenen Kalkvorräte behufs Ausscheidung angreift.

Entsprechend der Abhängigkeit des Erdalkali-Alkalizitätswertes im Futter hauptsächlich von dem Werte für den *Ca/P*-Quotient unter natürlichen Verhältnissen, kommt der Einfluss des Erdalkali-Alkalizitätswertes der Nahrung auf die Ausnützung des *Ca* und *P* im grossen ganzen in ähnlicher Weise zur Geltung wie der des *Ca/P*-Verhältnisses, jedoch mit dem Unterschiede, dass die Ausnützung am besten durch ein solches Futter gefördert wird, dessen Erdalkali-Alkalizitätswert sich zwischen +5 und +25 mg Äquivalenzen bewegt. Die Erklärung hierfür ergibt sich daraus, dass unter den im Organismus vorhandenen Reaktionsverhältnissen der Kalk und die Phosphorsäure sich in erster Linie zu einem der Knochenzusammensetzung ähnlichen basischen Salzgemisch vereinigen. Unter diesen Verhältnissen gestaltet sich auch die Gewichtszunahme eines jungen wachsenden Tieres am günstigsten.

Eine besondere Beachtung verdient die weitere Feststellung, dass bei einem ungünstigen Salzverhältnis in der Nahrung durch das D-Vitamin nur unwesentliche Verschiebungen in dem Verhältnis der Ausscheidung des Kalkes und des Phosphors ver-

anlasst werden, die antirhachitische Wirkung des D-Vitamins daher nicht ausschliesslich und nicht so sehr auf eine Regelung des Kalk-Phosphorstoffwechsels allein zurückzuführen ist, sondern vielmehr davon herrührt, dass durch Herabsetzung der Ausscheidung der Trockenmasse und sämtlicher Nährstoffe ein regerer Ablauf des Stoffwechsels im allgemeinen und des Zellstoffwechsels im besonderen gesichert wird. Diese günstige Auswirkung des D-Vitamins wurde bloss in der allerersten Zeit seiner Anwendung verzeichnet.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.)

VIZSGÁLATOK A LÉPFENEBACILLUS VIRULENTIÁJÁRÓL.

BUZA LÁSZLÓ-tól.

Nemrég beszámoltam kísérletekről, melyekben a lépfenebacillus vérsejtoldóképességét vizsgáltam.[1] Azt találtam, hogy teljes virulentiájú lépfenetörzseim fel tudták oldani, illetve megemészteni a juh vörös vérsejtjeit, ezzel szemben csökkent virulentiájú vaccinajellegű törzseim erre nem voltak képesek. Ezekből a kísérleti eredményekből azt az általános következtetést vontam le, hogy csak a teljesen virulens lépfenebacillusok tudják a vért feloldani, viszont a csökkent virulentiájú (vaccinajellegű) törzsek vérsejtoldóképességüket elvesztették. Azóta végzett vizsgálataim szükségessé tették e következtetésem módosítását, mert meggyőződtem arról, hogy lehetnek olyan lépfenetörzsek is, melyek, bár erősen oldják a juh vörösvérsejtjeit, virulentiájukban mégis erősen gyengültek.

Újabb vizsgálatok megindítására az késztetett, hogy egy olyan (*MAD*-jelű) lépfenetörzs jutott kezembe, amely erősen oldta a juh vérsejtjeit s virulentiájában mégis annyira csökkent, hogy nyulakat és tengerimalacokat még $^1/_2$, illetve $^1/_4$ agartenyészet beoltása esetén sem betegített meg és fehéregereket is csak nagyobb mennyiségben ($^1/_{80}$ agartenyészet) tudta elpusztítani. Ez a törzs tehát teljesen eltérően viselkedett, mint az eddig megvizsgált számos vérsejtoldó lépfenetörzsem, melyek kivétel nélkül teljes virulentiájúaknak bizonyultak.

Arra gondoltam, hogy lépfenetörzseim buroktermelő képességé-

---

[1] Mathematikai és Természettudományi Értesítő, **58**, 179 (1939).

nek megvizsgálásával talán meg tudom fejteni e törzs eltérő viselkedésének okát.

BAIL[2] alapvető kísérletei óta számos kutató foglalkozott a lépfenebacillus buroktermelőképessége és virulentiája közötti összefüggés megvizsgálásával. Újabban STAMATIN,[3] SCHAEFER[4] és mások, de különösen STERNE[5] vizsgálatai világítottak rá arra, hogy a lépfenebacillus virulens alakja nemcsak az állati testben szaporodik burkosan (S-alakban), hanem megfelelő körülmények között táptalajokban is. A buroktermelőképesség mutatiószerű elvesztése mind az illető törzs virulentiájának kisebb-nagyobb fokú elvesztésében, mind pedig telepeinek száraz, meduzafejszerű alakjában (R-alakban), tehát az eredetileg cseppszerű telep feltűnő alakbeli megváltozásában (S→R) nyilvánul meg. A buroktermelőképesség vizsgálatát nagyon megkönnyítette NUNGESTER[6] azon megállapítása, melynek helyességét STERNE alapos vizsgálatokkal igazolta, hogy a virulens lépfenetörzsek buroktermelőképessége táptalajokban széndioxyd jelenlétéhez van kötve, s hogy ezért, ha virulens törzseket széndioxydtartalmú levegőben tenyésztünk, azok táptalajokon is burkosan, nyálkás telepekben szaporodnak tovább.

Mindenekelőtt olyan eljárás kidolgozására törekedtem, mely lehetővé teszi a lépfenebacillus vérsejtoldó- és buroktermelőképességének párhuzamos vizsgálatát. Ez sikerül is oly módon, hogy 15% defibrinált juhvért tartalmazó agarlemezeket beoltásuk után exsiccatorba vagy BEGEROW-féle edénybe zárunk és a levegő egy részét az edényekből kiszivattyúzzuk és széndioxyddal pótoljuk.

Irodalmi adatok szerint a lépfenebacillus 10—30% széndioxydot tartalmazó környezetben termel leginkább burkot (NUNGESTER 10—25%, STERNE 10—30%, IVÁNOVICS[7] 25% széndioxydot tart a legmegfelelőbbnek). Kísérleteimet én is ilyen széndioxydtartalmú környezetben kezdtem meg, de végül is, állandóan vál-

---

[2] Zbl. f. Bact., I. Orig. **45**, 159 (1915).

[3] Arhiva veterinara **26**, 1 (1934).

[4] Compt. rend. Soc. biol. **122**, 897 (1936).

[5] Ondestepoort Journ. Vet. Science and Anim. Industry **8**, 271 (1937), 9, 49 (1937).

[6] Journ. inf. Diseases **44**, 436 (1938).

[7] Zeitschr. Immunitätsforsch. **94**, 436 (1938).

toztatva a széndioxyd mennyiségét, az 5% (vagy a 2·5%) széndioxydot tartalmazó gázkeveréket találtam a legmegfelelőbbnek. Az ilyen gázkeverék nagyjában az alveolaris levegő összetételének felel meg. Kísérleteim céljaira főleg azért alkalmaztam ezt a gázkeveréket, mert ilyen környezetben a lépfenebacillus ugyanúgy oldja fel a vörösvérsejteket, mint a rendes levegő jelenlétében. Bizonyos esetekben azonban megfelelőbbnek látszott magasabb széndioxydtartalmú gázkeveréket használni, de a széndioxyd mennyiségének fokozásával egyre nehezebbé válik a lépfenebacillusok véroldóképességének elbírálása, 60% széndioxydtartalom esetén pedig ez már úgyszólván lehetetlen.

Mindenekelőtt a már többször említett *Mad*-jelű, csökkent virulentiájú, de mégis erős vérsejtoldóképességgel bíró lépfenetörzset vizsgáltam meg. Ez a törzs széndioxydtartalmú környezetben is erősen oldta a vörösvérsejteket, telepei alatt ugyanis már 24 órán belül megemésztette a vörösvérsejteket, de a telepek, melyek felülete száraz volt, szarvszerű kifutókat bocsátottak ki szélükből és majdnem kizárólag száraz, buroktalan egyedekből és láncokból állottak. Mikroskop alatt is csak elvétve találtam néhány burokkal körülvett láncot (a lépfenebacillus burkának kimutatása kizárólag carbolvizes toluidinkék-festéssel történt).

Megvizsgáltam ezután 10 teljes virulentiájú lépfenetörzset, melyet lépfenében elhullott állatok tetemében történt kitenyésztésük után azonnal vettem munkába. Valamennyi törzs erősen oldta a vérsejteket, de telepeik széndioxydtartalmú környezetben nagyon különböztek az előbb említett, csökkent virulentiájú törzs telepeitől. Ezek a törzsek ugyanis az első 24 órában kizárólag kerek, símaszélű, cseppszerű, nedves és csillogó telepeket alkottak, melyek kizárólag burokkal körülvett láncokból állottak. Csak később nőttek ki a kerekszélű telepek széléből száraz, szarvszerű kifutók, ezek azonban már túlnyomóan buroknélküli láncokból tevődtek össze. Ha ezeket a száraz, szarvszerű kifutókat új véragarlemezekre oltottam, már csak száraz telepek keletkeztek, melyekről mikroskop alatt meg lehetett állapítani, hogy szinte kizárólag buroktalan bacillusokból állanak. Véroldóképességük azonban ezeknek a telepeknek is változatlanul erős maradt.

Érdekes annak a 40 teljes virulentiájú, vérsejtoldó lépfene-

törzsnek viselkedése, melyeket részben az utolsó két év folyamán, részben már régebben, sőt éppenséggel már évtizedekkel ezelőtt tenyésztettek ki lépfenés állatok teteméből, s azóta hol csak nagy időközökben, hol pedig sűrűn oltottak át agarról-agarra. A 40 törzs közül 26 az első 24 órában túlnyomóan símaszélű, nedves, cseppszerű telepeket alkotott, melyek főleg burokkal körülvett láncokból állottak, de később az ilyen telepek széléből is kinőttek szarvszerű buroktalan bacillusokból összetett kifutók. A többi 14 lépfenetörzs másképpen viselkedett, mert ezek kétféle telepformában szaporodtak el már a tenyésztés első napján is. Ezekből is kinőtt több-kevesebb símaszélű, cseppszerű, burkos bacillusokból álló telep, melyek széléből később a már többször említett száraz, szarvszerű kifutók indultak ki, de a telepek túlnyomó része már kezdettől fogva száraz, meduzafejhez hasonló volt és kizárólag vagy majdnem kizárólag buroktalan bacillusokból állott.

Következik ebből, hogy a teljes virulentiájú lépfenebacillusok másképpen viselkednek akkor, ha közvetlenül az állati szervből történt kitenyésztésük után vizsgáljuk meg őket, és másképpen akkor, ha többszöri átoltás után kerülnek vizsgálatra, sőt ez utóbbi esetben az is fontos lehet, hogy hányszor és milyen időközökben történt a törzs továbboltása. Ha ugyanis közvetlenül az állati testből származó törzset vizsgálunk, a tenyészet kizárólag burkosan szaporodó bacillusokból áll s a telepek símaszélűek, nedvesen fénylenek, ha pedig a törzs rövid időközökben sokszori átoltáson esett keresztül, már keverékkel van dolgunk, melyben burkosan szaporodó bacillusokon kívül olyanok is vannak, melyek buroktermelőképességüket már végkép elvesztették. A keverék burkos egyedei símaszélű, nyálkás telepekben nőnek, azok ellenben, melyek buroktermelőképességüket elvesztették, száraz, meduzafejre emlékeztető telepeket alkotnak. Az ilyen burkos és buroktalan bacillusokból álló elegy olyan mutatio következtében áll elő, mely minusvariansok lehasadását eredményezi. Hogy ez így van, bizonyítja az a megfigyelésem, hogy a síma, nyálkás telepekből állandóan hasadnak le a törzsek átoltásakor a minusvarianst képviselő száraz, szarvszerű kifutók, melyek buroktalan bacillusokból állanak, és ezek ismételt átoltás során is mindig ilyen buroktalan bacillusokból álló száraz telepekben szaporodnak tovább. A teljes virulentiájú

lépfenetörzsek továbbtenyésztésekor ily módon mindig többkevesebb száraz, buroktalan változat hasad le. A mutatio tehát S→R irányú, ebben az esetben tehát kizárólag csak a buroktermelőképesség elvesztésében nyilvánul meg, holott a vérsejtoldóképesség közben változatlanul megmaradhat. Nyilvánvalóan ilyen mutatio eredménye a dolgozatom elején megemlített *Mad*-törzsnek mai viselkedése. Ezt a törzset már több év óta felhasználták az intézetben fertőzési kísérletekre. Még egy évvel ezelőtt is teljes virulentiájú volt, de ez év tavaszától kezdve már nem betegítette meg biztosan a laboratóriumi kísérleti állatokat, legutóbb pedig, mint már említettem, a nyulakat és tengerimalacokat még nagyobb mennyiség beoltása esetén is életben hagyta. Mivel ezt a törzset nagyon gyakran oltották át és mert ezzel bőségesen kínálkozott alkalom buroktalan változatok lehasadására és elszaporodására, az történhetett, hogy véletlenül egyik-másik átoltáskor az új táptalajba kizárólag buroktalan bacillusok kerültek át, amelyek utódai azután, szintén buroktalanok lévén, immár csak száraz telepeket alkottak.

Ahogy a teljes virulentiájú lépfenebacillusok elveszthetik buroktermelőképességüket, veszendőbe mehet ugyancsak mutatio útján vérsejtoldóképességük is. Eddigelé már legtöbb teljes virulentiájú törzsemből hasadt le vérsejteket oldani nem tudó változat. E dolgozatomban 13 ilyen irányban részletesebben megvizsgált változatról számolok be, melyek az eredetileg teljes virulentiájú törzseknek részben 42·5°-on való tenyésztése vagy 38°-on való nagyon gyakori átoltása során hasadtak le. Velük megegyező magatartást tanúsított 12 olyan lépfenebacillustörzsem is, melyeket kereskedésbeli lépfenevaccinákból tenyésztettem ki. Az említett 25 változat egyike sem tudta széndioxyd jelenlétében a vörösvérsejteket feloldani, buroktermelés tekintetében azonban a törzsek között különbség mutatkozott. Valamennyi tartalmazott ugyan burkos és buroktalan bacillusokat, melyek az első napon a véres agaron részben símaszélű, nyálkás, részben száraz, meduzafejszerű telepekben nőttek, amíg azonban a magam kitenyésztette változat közül hét, valamint két kereskedésbeli vaccinatenyészet majdnem csupa burkos bacilluspéldányból állott, addig a többiben változó arányban, de legfeljebb 50%-nyi mennyiségben fejlődtek burkos

bacillusokat tartalmazó nyálkás telepek. Ennek oka abban van, hogy a burkos telepek alól az első 24 órai tenyésztés után itt is kinőnek, akárcsak a véroldó burkos telepekből, száraz, buroktalan lépfeneláncokból álló szarvszerű kifutók, ezek azonban, szemben a véroldó burkos telepek kifutóival, nem tudják feloldani a vörösvérsejteket.

Az eddig közölt kísérletek eredményéből kitűnik, hogy *a teljes virulentiájú, vagyis vérsejtoldó és buroktermelő tulajdonsággal egyaránt felruházott lépfenetörzsekből mutatiószerűen nemcsak olyan változatok hasadhatnak le, melyek csak buroktermelőképességüket vesztettek el, hanem gyakori az olyan mutatio is, melynek következtében egyes bacilluspéldányok csak vérsejtoldóképességüket vesztik el a nélkül, hogy buroktermelőképességük változást szenvedne, sőt lehetséges az is, hogy mind buroktermelő-, mind vérsejtoldóképességük szűnik meg.* Akármelyik képességét veszti is el a lépfenebacillus, azt már nem nyerheti vissza, amint erről számos továbboltás alkalmával ismételten meggyőződtem.

A teljes virulentiájú, tehát buroktermelő és vérsejtoldó lépfenetörzsekből lehasadó változatokat megfelelő gondos átoltással színtenyészet alakjában tovább lehet tenyészteni. Az előadottak szerint az eredeti, teljes virulentiájú törzsekből háromféle változatot lehet nyerni: 1. olyan törzseket, melyek még fel tudják oldani a vörös vérsejteket, de buroktermelőképességüket elvesztették, 2. olyan törzseket, melyek már nem tudják feloldani a vörösvérsejteket, de buroktermelőképességük még megvan, s végül 3. olyan törzseket, melyek végkép elvesztették mind a vérsejtoldó-, mind a buroktermelőképességüket.

Eddigi vizsgálataim szerint e változatok közül a 3. tisztán tovább tenyészthető, de az 1. és 2. változatból a továbboltás során akármikor lehasadhat a 3. változat, mint ahogy a teljes virulentiájú törzsek is csak akkor tarthatók meg a teljes virulentiafokon, ha a törzsek továbbtenyésztésekor mindig ügyelünk arra, hogy csak a teljes vérsejtoldóképességgel bíró, kifejezetten nyálkás, símaszélű, cseppszerű telepeket oltsuk át.

Számos kutató beszámolt már arról, hogy a lépfenebacillus buroktermelőképességének elvesztésével együtt csökken, sőt el is veszhet a virulentiája is, magam pedig idézett dolgozatomban azt

állapítottam meg, hogy a virulentia fokát a vérsejtoldóképesség is meghatározza. Szükségesnek látszott ezért annak vizsgálata is, hogy a teljes virulentiájú lépfenetörzsekből lehasadt háromféle változat virulentia dolgában hogyan viselkedik. Ebből a szempontból több törzset vizsgáltam meg, házinyulakat, tengerimalacokat és fehéregereket használva a velük való fertőzésre.

Azok a lépfenetörzsek, melyek oldották a vörösvérsejteket és buroktermelőképességgel bírtak, nemcsak a fehéregerekre, hanem tengerimalacokra és nyulakra nézve is nagyfokban virulensek voltak. A megvizsgált öt törzs teljesen egyformán viselkedett, mégpedig tengerimalacokat 1/400—1/40,000 agartenyészet beoltása esetén 26—79 óra alatt, a házinyulakat pedig 1/200—1/20,000 agartenyészet beoltása esetén 28—106 óra alatt lépfenés vérfertőzésben elpusztította.

Azok a törzseim, melyek burkot ugyan tudtak termelni, de véroldóképességüket elvesztették, már kevésbbé voltak virulensek. Öt ilyen irányban megvizsgált törzs közül egyik sem tudta a nyulakat még 1/200 agartenyészet beoltása esetén sem megbetegíteni lépfenében, de a tengerimalacokat 1/400 agartenyészettel történt fertőzés esetén 2—4 nap alatt mindig elpusztították szabályszerű lépfenés vérfertőzésben.

Nyulakra és tengerimalacokra teljesen avirulens volt az a 10 lépfenetörzs, melyek elvesztették buroktermelőképeségüket. E tekintetben nem mutatkozott különbség az öt vérsejtoldó és az öt vérsejteket oldani nem tudó törzs között, mert nagymennyiségű lépfenebacillus (nyulaknak $^1/_2$ agartenyészet, tengerimalacoknak $^1/_4$ agartenyészet) beoltása után sem betegedtek meg a kísérleti állatok. Fehéregerekre ellenben nem volt közömbös a buroktalan lépfenebacillusok tenyészete sem, mert a szerint, hogy mekkora volt a befecskendezett lépfenebacillusadag, az egerek kisebb-nagyobb része elpusztult, nem ugyan lépfenés vérfertőzésben, hanem valószínűleg intoxicatióban, mely az oltás helye körül, a bőralatti kötőszövetben támadt, akárhányszor nagyfokú kocsonyás beszűrődésben nyilvánult meg. A beszűrődés helyén mindig találtam több-kevesebb buroktalan, élő lépfenebacillust, a lépben, a vérben azonban csak elvétve akadtam egyes buroktalan bacillus-példányokra. Egérmegbetegítő képességükben egyébiránt sikerült

bizonyos különbséget is találnom a vérsejtoldó és az erre már nem képes buroktalan lépfenetörzsek között. Ha ugyanis fehéregereket a kétféle változat ugyanolyan mennyiségeivel (pl. 1/80 agartenyészettel) fertőztem, egyfelől nagyobb arányban (91—93%) hullottak el a vérsejtoldó változattal fertőzött egerek, mint a vérsejteket oldani nem tudó változattal fertőzöttek (75—83%), másfelől a vérsejtoldó változattal fertőzöttek kivétel nélkül hat nap alatt elhullottak, holott a vérsejteket oldani nem tudó változattal fertőzöttek akárhányszor 12 napig is eléltek.

A fertőzési kísérletek eredményéből az következik, hogy a lépfenebacillus virulentiája, illetve megbetegítőképessége legalább is két tényezőtől függ, illetve valamilyen módon legalább két, a mesterséges tenyészetekben is jól megállapítható tulajdonsághoz van kötve. A buroktermelőképességen kívül, melynek jelentőségére már sok kutató rámutatott, elsőrendűen fontos a vérsejtoldóképesség is, mert azok a törzsek, melyek buroktermelőképessége egyforma, virulentiájukban különböznek, a szerint, hogy tudják-e oldani a vörösvérsejteket, avagy nem. Ez a vérsejtoldóképesség talán azonos vagy valaminő összefüggésben van azzal a hypothetikus *A*-faktorral, melyet STERNE elméleti megfontolás alapján a virulentia egyik tényezőjének tételez fel.

A közölt vizsgálatok eredménye abban foglalható össze, hogy *a buroktermelő és vérsejtoldó lépfenetörzsek a lehető legnagyobb virulentiával vannak felruházva.* Lépfenés tetemekből mindig ilyenek tenyészthetők ki. *Ha valamely lépfenetörzs elveszti vérsejtoldó hatását, ezzel együtt csökken virulentiája is. Az ilyen alapon virulentiájukban gyengült lépfenebacillusok felelnek meg a* PASTEUR*-féle vaccináknak. Ha megszűnik a buroktermelőképesség is, ezzel együtt tovább csökken a virulentia, sőt szinte teljesen elveszhet,* függetlenül attól, hogy az illető változatnak megmaradt-e vérsejtoldóképessége, vagy sem. Hogy azonban a vérsejtoldóképesség megmaradása az ilyen esetekben sem közömbös, hanem a lépfenebacillus megbetegítőképességét bizonyos értelemben meghatározza, az ismertetett egérkísérletekből világosan következik.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1939. nov. 20-án tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE VIRULENZ DES MILZBRANDBAZILLUS.

Von LADISLAUS v. BUZA.

Die Virulenz bzw. krankmachende Fähigkeit der Milzbrandbazillen ist zumindest durch zwei Faktoren bedingt bzw. mit zumindest zwei auch kulturell nachweisbaren Eigenschaften in irgendeiner Weise verknüpft. Ausser der von vielen Forschern wiederholt betonten Wichtigkeit der Kapselbildungsfähigkeit hat nämlich nach den hier mitgeteilten Versuchsergebnissen auch die hämolytische Fähigkeit der Milzbrandbazillen insofern eine hervorragende Bedeutung, als von gleicherweise kapselbildenden Milzbrandstämmen jene mit hämolytischer Eigenschaft wesentlich virulenter sind als solche, denen die letztere Fähigkeit fehlt. Vielleicht ist die hämolytische Eigenschaft mit jenem hypothetischen Faktor *A* identisch, den STERNE auf Grund theoretischer Betrachtungen neben dem Kapselbildungsvermögen ebenfalls als einen die Infektion bestimmenden Faktor postuliert.

Milzbrandstämme mit Kapselbildungsfähigkeit und hämolytischer Eigenschaft dürfen als vollvirulent angesehen werden. Geht die hämolytische Fähigkeit verloren, so hat damit auch die Virulenz wesentlich abgenommen. In solchen Fällen handelt es sich um Milzbrandbazillen von der Virulenz der PASTEURschen Vakzinen. Geht das Kapselbildungsvermögen verloren, so ist damit ebenfalls eine Virulenzverminderung verknüpft, und zwar eine derart beträchtliche, dass fast gänzlich avirulente Varianten entstehen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Nov. 1939.)

A NEURON-ELMÉLET KÓRTANI MEGVILÁGÍTÁSBAN.

MISKOLCZY DEZSŐ-től.

Nem lehet erről a kérdésről e helyen szólni a nélkül, hogy kegyelettel ne idéznők LENHOSSÉK MIHÁLY és SCHAFFER KÁROLY emlékét. A neuron-tan kialakítása és állandó megvédelmezése körül LENHOSSÉK szerzett el nem múló érdemeket, SCHAFFER pedig annak szentelte munkás életét, hogy fényt derítsen az idegegység magatartására kóros körülmények között. Annál fájdalmasabb, hogy ez a két úttörő magyar tudós örökre letette a tollat.

Immár félszázados a vita a fölött, hogy az idegsejt nyujtványaival egyetemben önálló, egyéni életet él-e, vagy pedig szoros anyagi összefüggésben áll-e a többi idegsejttel? Az egyik sejt neurofibrillumai átmennek-e megszakítás nélkül a másikba (continuitas), vagy pedig csak érintkeznek vele a synapsis helyén (contactustan)? Legutoljára RAMÓN Y CAJAL (1935) foglalta össze és vitatta meg meggyőző módon azokat a megfigyeléseket, amelyek az idegsejt önálló mivoltát bizonyítják. Szerinte a neuron egységét anatomiai függetlensége, vagyis az egybeolvadás, anatomosis hiánya, fejlődéstani önállósága, működésének egyéni sajátossága, az ideginger̈letnek polarizált, azaz a dendrittől az axon felé irányított áramlása bőségesen bizonyítja. De megerősíti még a tant az is, hogy a neuron tengelyi nyujtványának valamilyen káros behatás folytán elveszett darabját teljesen önállóan tudja kiegészíteni (regeneratio), végül pedig az, hogy az idegsejtek bizonyos ártalmakra nem összességükben betegszenek meg, hanem külön-külön, egyéni módon reagálnak az ártalmas ingerekre.

Előadásomban arra a kérdésre szeretnék felelni, hogy az idegrendszer kórtana minő adatokat szolgáltat a neuron-tan megerősítésére.

1. Az a régen ismert jelenség, hogy a sejtjétől leválasztott tengelyi nyujtvány hüvelyeivel együtt elpusztul, igen értékes lehetőségeket szolgáltat az idegrendszer pályáinak a tanulmányo-

1. kép. A kisagyi moharostok elfajulása az olivo-cerebellaris pályák átmetszése után. *1* ép moharost, *2* duzzadt, halványan impraegnált oldalsó végződés, *3* szemcsésen széteső végágazat. *4*, *5* elfajult rostok az átmetszés után 7 nappal, *6* hatalmas végbunkó, 7 nappal az átmetszés után. Cajal-féle ezüstözés fagyasztott metszeten. Kutya.

Abb. 1. Degenerationsformen der Moosfaserendigungen der Kleinhirnrinde nach Unterbrechung der olivo-cerebellaren Bahnen. *1* normale Moosfaser; *2* blasse, körnige Imprägnierbarkeit und Schwellung einer kollateralen Arborisation. *3* körnige Degeneration einer terminalen Endaufspitterung. *4*, *5* Degenerationsbilder nach 7 Tagen. *6* riesige Endkeule einer Moosfaser 7 Tage nach der Operation. *Cajal*sche Silberimprägnation am Gefrierschnitt. Hund.

zására. Nem kell egyebet tenni, mint követni a pusztulásban lévő vagy elpusztult vezetékek nyomait. Ez az eljárás azonban csak akkor világosít fel bennünket a tengelyfonál végződési módja és pontos helye felől, ha alkalmas módszerrel vizsgáljuk az átmetszett

2. kép. Kisagyi hypo-dysgenesis. A Purkinjesejtek szétszórtan feküsznek. Az *A*, *B* és *C* jelű sejteket kosárrostok borítják, a felső sorban fekvő két neuron csupasz. *a* kuszórost, amely a *D* sejthez tart. A szemcsesejtek erősen megritkultak. *Bielschowsky*-f. ezüstözés.

Abb. 2. Hypo-Dysgenese des Kleinhirns. Die Purkinjezellen liegen in zwei Lagen zerstreut. Die Zellen *A*, *B*, *C* sind mit kräftigen Korbfasern bedeckt, die zwei Neurone in der oberen Reihe sind korblos. Die Faser *a* zieht als Kletterfaser zur Zelle *D*. Hochgradiger Schwund der Körnerzellen. Silbermethode von *Bielschowsky*.

pálya végződési területét. Ilyen eljárás segítségével azt fogjuk látni, hogy azok a végkészülékek, amelyeknek a tengelyfonala útjában valahol megsérült, degenerálnak, a körülöttük lévő, érintetlen axonú szabad végződések pedig épek maradnak. Az elfajulás azonban megáll a végkészülékeknél, nem terjed a következő, a

degeneráló axonnal synapsisban lévő neuronra. Ez a vizsgáló módszer alkalmas még arra is, hogy vele a központi idegrendszer szövevényes rosthalmazában egyes pályák eddigelé még ismeretlen végződési módjait felfedhessük, amint az nekem a gerincvelőből és az alsó olivából a kisagyba tartó pályák esetében sikerült (1. kép).

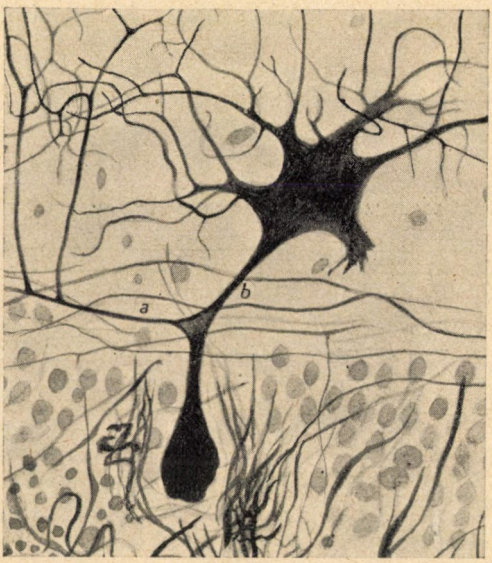
3. kép. Kisagyi hypo-dysgenesis. A középső kerek Purkinjesejtet fésűszerűen veszik körül a kosársejt axonvégződései. A jobboldalon fent fekvő körtealakú sejtet csupán két kosárrost érinti.

Abb. 3. Hypo-Dysgenese des Kleinhirns. Die rundliche Purkinjezelle in der Mitte wird durch kammartig herabziehende Fasern eines Korbzellenaxons festgehalten. Die birnförmige Zelle rechts oben wird nur von zwei Korbfaserschlingen berührt.

2. Az idegsejtek kifejlődésének önállósága mellett sokszor megesik, hogy a kialakulásuk során nemcsak alakjukat, hanem helyüket is változtató neuronok egyike-másika útjában valamilyen akadályra talál és rendeltetési helyének elérése előtt valahol útközben megreked. Az ilyen megzavart fejlődés néhány példájáról mesterem, Schaffer Károly bemutatása révén e helyen már be-

EGYETEMI KÖNYVTÁR FŐLYÓIRAT

számoltam.[1] A kisagyvelő kérgében elég gyakran találkozhatunk ilyen félbemaradt fejlődésű és útjában megakadt Purkinje-sejttel, néha még különben ép viszonyok között is. Ha azonban a fejlődés alatt valamilyen ártalom erőteljesebben zavarja meg az idegsejtek kibontakozását, akkor ennek mélyreható nyomai lesznek, feltéve,



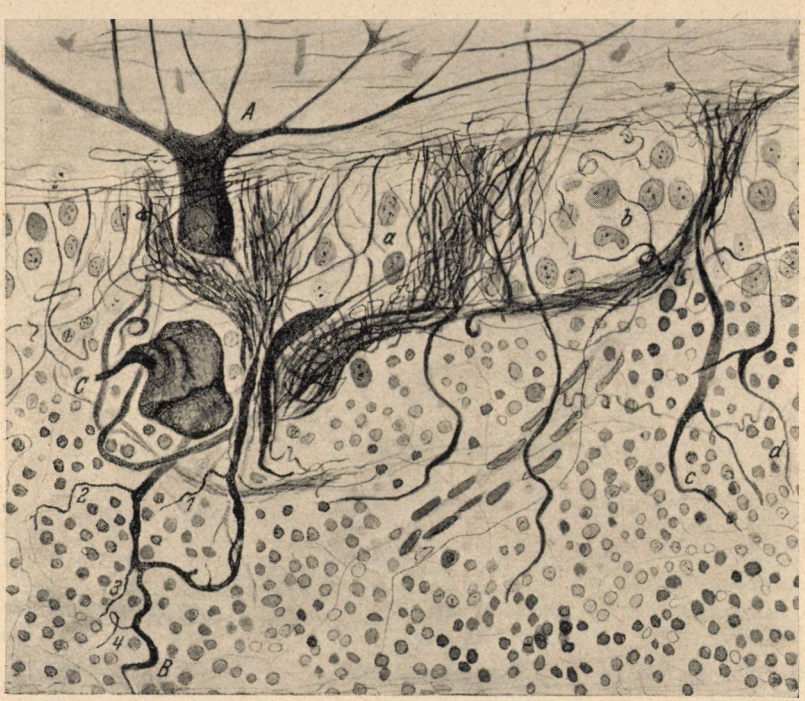
4. kép. *Wilson*-féle betegség. A Purkinjesejt sorvadása folytán a rostfészek és sejttest között hézag támadt. Az egyik dendrit sorvadt (*a*), a másik hatalmasan megduzzadt (*b*). *Cajal*-féle ezüstözés fagyasztott metszeten.

Abb. 4. *Wilson*sche Krankheit. Kleinhirn. Durch die Sklerose der Purkinjezelle entsteht eine Lücke zwischen dem Faserkorb und dem Zellkörper. Der eine Dendrit (*a*) ist atrophisch, der andere (*b*) hochgradig geschwollen. Silberimprägnation am Gefrierschnitt nach *Cajal*.

hogy a sejtek túlélik a káros behatást. Ilyenkor megtörténhet az, hogy a fejlődő neuronok sejtsora, amely pl. a kisagyi kéregben valóságos rajvonalban húzódik a felszín felől lefelé a rendeltetési helyére, megbomlik, szerteszóródik. Egy ilyen eset tanulmányozása

[1] Matematikai és Természettudományi Értesítő, 1933. 50 kt.

alkalmával a kisagy kérgében alig láttam PURKINJE-sejtet, amely a helyére eljutott volna, ezek szétszórva feküdtek a molekuláris réteg egész szélességében (2. kép). Jellemző volt az, hogy a PURKINJE-sejtek egy része nem tudott kapcsolatba lépni, ízesülni a kisagyi kéreg kosársejtjeinek axonvégződéseivel, hanem csupaszon, vagyis CAJAL-féle kosár nélkül maradt. Viszont a sejtek másik részét bár tökéletlenül, de mégis utólérte és beborította a kosár-



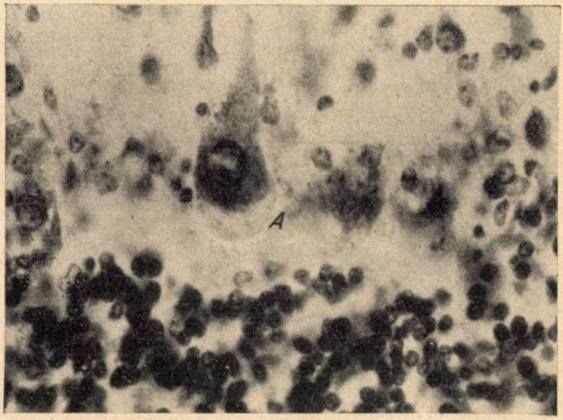
5. kép. Kisagy. *Wilson*-féle betegség. *a*, *b* üres rostkosarak. Az egyik kosárrost (*B*) kanyargós lefutása során több friss sarjat menesztett magából (*1*, *2*, *3*, *4*). *C* hatalmasan duzzadt moharost, *c*, *d* megduzzadt és a velőállomány felé növekvő, elágazódó kosárrostok.

Abb. 5. *Wilson*sche Krankheit. *a*, *b* leere Körbe. Die Faser *B* gibt während ihres geschlängelten Verlaufs bis in die Marksubstanz mehrere neugebildete Seitenäste (*1*, *2*, *3*, *4*) ab. *C* mächtige retikulierte Anschwellung einer Moosfaser; *c*, *d* hypertrophische Korbfasern, die sich vom Korbgeflecht loslösen und nach Abgabe von neugebildeten Seitenästen zur Marksubstanz ziehen.

sejteknek a PURKINJE-sejtek felé törekvő axonja (3. kép). A fibrilláris folytonosság elméletével ez az egyenlőtlenség az interneuronalis kapcsolatok létrejöttében nem fejthető meg.

3. Érdekesek azok a jelenségek is, amelyek akkor jönnek létre, ha a meglévő kapcsolatok a neuron-láncolat egyik tagjának önálló megbetegedése folytán megszakadnak.

Az idegsejtek megbetegedésének egyik jellegzetes alakja a sejtzsugorodás. Ha a sejt összetöpörödik, teste és a köréje fonódó



6. kép. Vízszintesen vonuló éles határú sejttisztás a Purkinjesejtek rétege alatt. *A:* Purkinjesejt, amelynek teste alul hólyagos lett, magva túlfestődött. Kutya. Tartós adrenalinmérgezés.

Abb. 6. Eine streifenförmige, scharf begrenzte horizontale Lichtung dicht unterhalb der Purkinjezellen. Die Zelle *A* mit hyperchromatischem Kern erlitt eine basale Vakuolisation. Hund. Adrenalinvergiftung.

idegen axonvégződések között hézag támad (4. kép), mert a neuron nem tölti ki többé teljesen a rostfonadékból álló fészkét. Ha az idegen axonok a sejt testébe behatolnának és fibrillumos szerkezetével összeolvadnának, amint BIELSCHOWSKY és WOLFF hitték, akkor ez a jelenség nem jöhetne létre. Figyelmet érdemel azonban az, hogy az érintkezési felületét elvesztő, csatlakozó neuronok axonjai miként reagálnak arra, hogy feladatuknak, az ingerületek közvetítésének többé megfelelni nem tudnak. Az ilyen axonvégződések megvastagodnak és növekedni kezdenek, mintha újabb csatlako-

zást keresnének (5. kép, *c*, *d*) ; útjokban nem egyszer a kisagy velőállományáig is eljutnak (5. kép *B*).

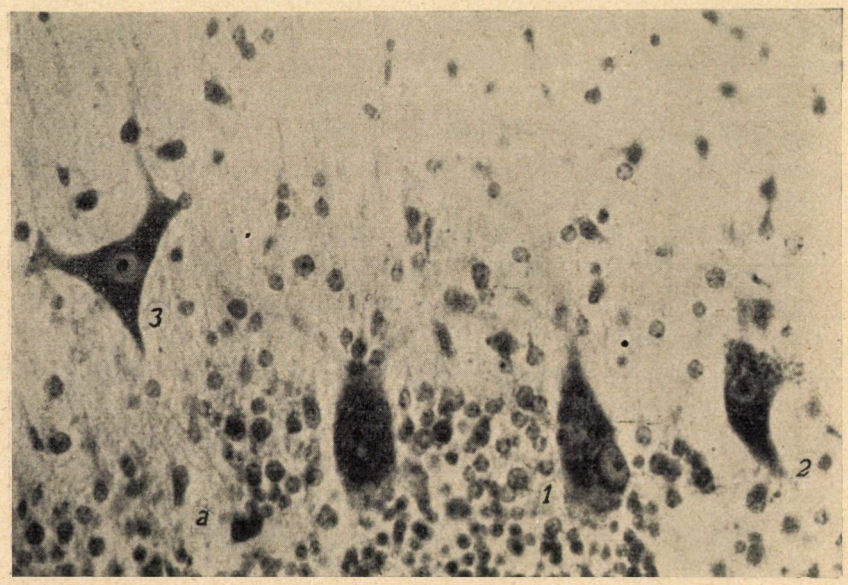
Az idegsejtek egyéni reakciós módja a káros behatásra és egyéni kiveszése az agyvelő kéregállományának szabályos sejtsoraiból, jól tanulmányozható kísérleti úton is. A szegedi Agykutató Intézetben munkatársaimmal, STIEF SÁNDORral és TOKAY LÁSZLÓval együtt kutyákat tartósan mérgeztünk adrenalinnal. Ilyen mó-

7. kép. A Purkinjesejtek rétegében három körülírt sejttisztás (*1*, *2*, *3*). Az *a* sejt, amelynek magva magasra felhúzódott s tigroidrajzolata ép, mintha az egyik ilyen üres fészekből került volna ki. Kutya. Tartós adrenalinmérgezés. *Nissl*-kép.

Abb. 7. In der Lamina ganglionaris liegen drei umschriebene Lichtungen (*1*, *2*, *3*), in welchen die Purkinjezellen fehlen. Die Zelle *a* mit hochgelagertem Kern und guter Nisslstruktur scheint aus einer der Lichtungen herausgetreten zu sein. Hund. Chronische Adrenalinvergiftung. *Nissl*-Bild.

don az agykéregben körülírt helyen éreredetű sejtpusztulást lehetett előidézni. A kisagy kérgében a PURKINJE-sejtek alatt a felszínnel párhuzamosan az UCHIMURA-féle lamina dissecans érhálózata húzódik. Adrenalinmérgezéskor e vízszintes érfonat felett fekvő PURKINJE-sejtek egy része eltűnik, elpusztul. A sejtek egy másik csoportja testének alsó részén betegszik meg, itt hólyagok támadnak, a tigroid rögök elvesznek (6. kép). Később a lamina disse-

cans felől tovább is érkező ártalmas ingerek hatására a veszélyeztetett idegsejt magja kimozdul a helyéről és a sejttest magasabb részei felé húzódik. Majd maga a sejttest is távolodni kényszerül a kóros ingerek közeléből, s ennek az eredménye a sejt kimozdulása lesz a molekuláris réteg felé. A sejt tulajdonképpen nem keres ma-



8. kép. Járványos agyvelőgyulladás. *1* alsó részén duzzadt Purkinjesejt félrenyomott maggal. *2* alsó részén sorvadt sejt magasra tolt, zsugorodó maggal. *3* háromszögüvé vált sejt, amely talán az alatta lévő üres fészekből (*a*) származik. *Nissl*-kép.

Abb. 8. Status postencephaliticus. *1* am unteren Pol geschwollene Purkinjezelle mit seitlich verlagertem Kern. *2* am unteren Pol geschrumpfte Zelle mit hochgelagertem pyknotischem Kern. *3* dreieckig gewordene, vermutlich aus dem Nest *a* dislozierte Zelle. *Nissl*-Bild.

gának új utat, hanem az egész molekuláris réteget protoplasmás lombozatával beágazó dendritjei mentén húzódik amoeba módjára biztonságosabb hely felé (7. kép). Ezt a kísérleti úton előidézhető sejtvándorlást az emberben számos betegségnél észlelhettem. Láttam ilyen, a helyéről kimozdult sejtet a Wilson-féle betegség, Addison-kór, járványos agyvelőgyulladás, paralysis progressiva,

idült alkoholmérgezés, uraemia, schizophrenia, senilis dementia stb. eseteiben (8. kép).

4. Kétségtelen, hogy az idegsejtek nemcsak sokféle alakúak, hanem vegyi összetételük is lényeges egyéni eltéréseket mutat, hiszen az egyes neuroncsoportok működése is igen változatos. Az agyvelő bizonyos sejtcsoportjai például ép viszonyok között is sötét pigmentet tartalmaznak. A substantia nigra sejtjeinek a festékanyaga egyes betegségek során elvész (járványos agyvelőgyulladás, PICK-féle betegség stb.). A PICK-féle betegségnél érdekes azonban megfigyelni, hogy a depigmentatio nem lép fel egyszerre minden sejten, hanem csak egyes példányokon. E mellett a sejtek egyike-másika még egy másik sejtbetegségben, az ú. n. axonalis izgalomban is sínylődik. E kétféle sejtelváltozás összetalálkozása folytán már most a legváltozatosabb képek jöhetnek létre, megint csak azért, mert a sejtek reakciós képessége teljesen egyéni.

5. Nagyon meggyőző módon érvényesül a neuron önállóságának elve az átöröklődő agyi betegségekben. Ezek kórtani lényegének tanulmányozásakor ugyanis kiderül, amint azt SCHAFFER tanítványaival egyetemben igen sok heredodegeneratiós betegségben kimutatta, hogy az egyes sejtrendszerek endogén módon, vagyis minden a sejtre a környezetéből ható külső ártalom nélkül elpusztulhatnak azért, mert életképességük korábban merül ki, mint az idegrendszer többi sejtjeié. Az átöröklődő betegségeket éppen az ilyen részleges szerv-halál jellemzi, amikor a pusztulás csakis meghatározott sejtcsoportokban és az ezekből eredő agyi pályákban, vagyis neuron-rendszerekben következik be. A pályák tehát elektív, neurocytogén módon betegszenek meg, amint ezt SCHAFFER éles szeme felismerte. Az átöröklődő idegrendszeri betegségek kielégítő kórtani rendszerezése csakis a neuronoknak betegségenkint változó és minden kórformára jellemző egyéni megbetegedési hajlama, az őket elektive sujtó abiotrophia felismerése révén sikerülhet.

Messzire vezetne, ha most kiindulva a legegyszerűbben áttekinthető rendszerbántalomból, az atrophia musculorum progressivából egészen a minden idegsejt életműködését felfüggesztő TAY—SACHS—SCHAFFER-féle betegségig, sorra venném mindazokat a neuronrendszereket, amelyek a kóros átöröklés révén neurocyto-

gén módon elpusztulhatnak. Ezeknek az áttanulmányozása a többi ismertetett jelenséggel együtt egyértelműen bizonyítja azt, hogy a neuron nemcsak önállóan fejlődik és egyéni életet él a szervezet nagy sejtbirodalmában, hanem nagyon sokszor egyéni halállal is múl ki.

Mindezekből a példákból azt láttuk, hogy az idegkórtant a neuronelmélet valósággal megtermékenyítette, sőt a számtalan egybehangzó megfigyelés az elméletet ténnyé, nélkülözhetetlen elvvé avatta, amely nélkül a neuropathologia ma már nem is lehet meg.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1939. nov. 20-án tartott üléséből.)

DIE NEURONENLEHRE IM LICHTE DER PATHOLOGIE.

Von D. MISKOLCZY.

Es werden Beobachtungen aus der Neuropathologie angeführt, welche die Richtigkeit der Neuronenlehre zu bekräftigen imstande sind.

1. Bezüglich der Kontaktlehre konnte MISKOLCZY mit Hilfe der CAJALschen Silberimprägnation am Gefrierschnitt nachweisen, dass die Axone der spino- und olivocellaren Bahn als Moosfasern endigen, da eine isolierte Degeneration nach Durchschneidung der erwähnten Bahnen auftrat (Abb. 1).

2. Gewisse Dysgenesen der Nervenzellen treten sehr oft isoliert als Wanderungsbehinderung im Verlaufe der normalen Entwicklung auf. Dies beweist die Unabhängigkeit der sich entwickelnden Nervenzelle. Merkwürdig ist es, dass bei stärkeren dysgenetischen Störungen der Kleinhirnrinde nur einige PURKINJE-Zellen mit den Korbzellenaxonen in Kontakt gelangen, viele dagegen keine Korbformation erhalten (Abb. 2 und 3).

3. Die Tatsache, dass früher bestandene Kontaktbeziehungen zwischen gewissen Gliedern in der Verkettung der Neuronen untereinander bei gewissen pathologischen Vorgängen sich lösen können, ist auch ein Beweis der selbständigen Reaktionsfähigkeit der Nervenzelle auf pathologische Reize (Abb. 4 und 5). Die PURKINJE-Zellen können unter pathologischen Bedingungen ihre Fasernester verlassen, wodurch der Kontakt zwischen Axon und Zelle gelöst wird (Abb. 6, 7 und 8).

4. Melaninhaltige Nervenzellen reagieren individuell mit De-

pigmentation auf exogen oder endogen entstandene Reize (Encephalitis epidemica, Picksche Krankheit).

5. Die elektiven Nekrobiosen gewisser Nervenzentren und Bahnen bei den heredodegenerativen Krankheiten des Nervensystems können ebenfalls als ein endogen primäres Befallensein isolierter Neuronensysteme aufgefasst werden.

Die Leitsätze der Neuronenlehre können also auch bei vielen pathologischen Vorgängen des Zentralnervensystems als wirksam erkannt werden.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Nov. 1939.)

A FLORIZIN ÉS MONOJÓDECETSAV HATÁSA A BÉKAMÁJ GLUKOGENOLISISÉRE.

Ifj. ISSEKUTZ BÉLÁ-tól, KOMLÓS ENDRÉ-től és GYULAI ERNŐ-től.

A szénhydrátok alkoholos erjedése és a harántcsíkolt izom szénhydrát anyagcseréje igen sokat vizsgált és elég jól ismert terület. Ehhez képest meglepően kevesen foglalkoztak eddig a májban lejátszódó hasonló folyamatokkal. Érdemesnek tartottuk ezért megvizsgálni, hogyan befolyásolja a májban a glukogen elbomlását az a két anyag, amely az izom glukogenolysises folyamatainak megismerésében olyan nagy, mondhatni döntő szerepet játszik: a monojódecetsav és a florizin. Mivel a szénhydrátanyagcsere az izomban a működéssel szorosan összefügg, lehetségesnek látszik, hogy az izomban a glukogennek és cukornak bomlása a különleges célnak megfelelő utakon és módokon megy végbe. Ezért tehát nem lehet eleve feltételezni azt, hogy a szénhydrát háztartásnak másik, mondhatni legfontosabb tényezőjében, a májban a glukogen bomlása az izoméhoz teljesen azonosan történik. Amennyiben azonban ilyen különbség fennállana, annak valószínűleg a fentebb említett két fontos anyaggal szemben való viselkedésben is mutatkoznia kellene.

Houssa (1) macskán és kutyán florizin előkezelés után az adrenalin glukogenolitikus hatását a májra, mely a vér cukortartalomemelkedésében mutatkozik, csökkenve találta. Ezzel szemben Lundsgaard (2) átáramoltatott nyúlvesén és májon a florizint úgy kis, mint nagy adagokban a cukor anyagcserére hatástalannak találta. Noltie (3) a jódecetsav hatását a máj post mortalis glukogenolysisére vizsgálta, kevés eredménnyel. Takahisa (4) florizinnal mérgezett nyulak máját vetette részletes

analysis alá, s megállapította, hogy míg a máj glukogen-, laktacidogen-, nitrogen- és összfoszfáttartalma csökken, a szervetlen, foszfagen- és pirofoszfátmennyiség nő. A máj glukogentartalma florizin-mérgezésre BRENTANO (5) szerint is csökken; ezzel szemben CESARE és GALLO (6) a vesék kiirtása után a florizinezett állatok májában több glukogent talált, mint a veséjüktől megfosztott, de nem mérgezett állatokéban. REX-KISS és ZSADON (7) azt észlelték, hogy a jódecetsav kutyában a vércukor és tejsav tartalmának csökkenését okozza. Ezek az itt röviden felsorolt eredmények, HOUSSA és LUNDSGAARD ellentmondó megfigyeléseinek kivételével, egyáltaláu nem adnak felvilágosítást arról, hogy mi a florizin és monojódecetsav hatása az adrenalin-hiperglikémiára és hogyan befolyásolja ez a két anyag a máj cukortermelését.

Kísérleteinket id. ISSEKUTZ (8) módszere szerint túlélő békamájakon végeztük, melyeket a vena abdominalison keresztül Ringer-oldattal áramoltattunk át. A kissé ferdén elhelyezett háromszögletes üveglemezen fekvő májból kifolyó Ringer-oldatot alkalmas vízfújtató berendezéssel, a máj felett kb. 30 cm magasságban elhelyezett, üvegtartályba emeltük vissza és így a májon átáramló Ringer-oldatot körforgásban tartottuk. A kísérlet kezdetén először a békamájat Ringer-oldattal mindaddig átmostuk, amíg a kifolyó folyadék a vértől csaknem teljesen mentes lett, azután 50 ccm Ringer-oldattal egy órán át folytattuk az előbb leírt módon a békamáj-átáramoltatást. Az első periódus végén 20 ccm Ringer-oldattal az egész rendszert átöblítettük és az egyesített két folyadék cukortartalmát HAGEDORN, JENSEN szerint meghatároztuk. Így megkaptuk a békamáj által egy óra alatt termelt cukor mennyiségét, amelyet aztán egy gramm májra átszámítva vettünk fel a táblázatba. Az ezután következett második periódusban ugyancsak egy óráig átáramoltattuk a békamájat olyan Ringer-oldattal, mely 1 : 500,000 higításban tartalmazott adrenalint. Végül a békamáj glukogentartalmát PFLÜGER módszere szerint, GOOD—KRAMMER és SOMOGYI módosításában, határoztuk meg. A glukogenhidrolizisből kapott cukrot WILLSTÄTTER és SCHUDEL szerint titráltuk meg.

Az első táblázatban a normál békákon végzett 16 kísérletünket foglaltuk össze, melyeket párhuzamosan a florizinnel és mono-

I. Táblázat.

Óránkénti cukortermelés mg/g	Cukortermelés Adrenalin 1 : 500,000	A cukortermelés emelkedése %	Glykogen %
1·37	4·28	212	—
1·81	9·07	401	—
4·17	7·73	85	—
6·59	9·32	41	—
4·03	5·62	39	6·1
4·08	7·02	72	5·9
4·91	9·50	93	5·6
2·16	4·94	129	7·9
0·80	2·73	241	6·3
4·08	5·28	29	9·5
1·22	3·80	211	10·9
1·44	2·00	39	2·4
2·91	4·00	37	3·7
1·88	2·30	22	—
1·46	2·50	71	—
4·53	6·82	50	5·3
Közép- 2·96 érték ±0·42	5·43 ±0·65	83	6·4 ±0·80

jódecetsavval mérgezett békákéval, azokkal egyidőben, végeztünk. Ezek tehát a következő két kísérleti sorozatunk kontrolljául szolgálnak. Ezen májak normális cukortermelése egy óra alatt és egy grammra számítva 2·95 mg, a közepes eltérés ±0·42. Adrenalin hatására a cukortermelés igen jelentékenyen fokozódik. Középértékben 5·43±0·65 mg. Ez tehát 83%-os emelkedésnek felel meg. A májak glukogen-tartalma 6·4±0·80%.

A második táblázatban összefoglalt kísérleteket megelőzőleg 15—20 órával a békáknak 0·03 g florizint fecskendeztünk a hasi nyiroktömlőjébe, hogy így ez kellő hosszú ideig hathasson még az élő állatban. Azok a kísérleteink ugyanis, amelyekben az átáramló folyadékhoz adtuk a florizint, abba az akadályba ütköztek, hogy ennek jelenléte a cukor meghatározást felette megnehezíti. Ha

II. Táblázat.

Florizinnel kezelt békák. Az átáramoltatás előtti napon 0·03 g subcutan.

Óránkénti cukortermelés mg/g	Cukortermelés Adrenalin 1 : 500,000	A cukortermelés változása %	Glykogen %
4·80	2·07	— 43	—
3·21	5·04	+ 57	—
1·11	3·78	+ 240	8·5
1·46	1·06	— 27	—
4·65	3·48	— 25	—
7·01	1·91	— 73	13·8
0·50	0·47	— 6	12·9
4·41	5·78	+ 31	—
4·04	7·78	+ 92	—
2·73	1·50	— 45	—
1·93	2·10	+ 9	—
Közép- 2·98 érték ± 0·60	3·18 0·68	7%	—

azonban az élő állatokat kezeltük a leírt módon florizinnel, akkor ez az átáramló folyadékban nem volt kimutatható, a cukormeghatározást nem zavarta. Az így kezelt békák májának cukortermelése 11 kísérlet középértékében óránként 2·98±0·60 mg. Tehát teljesen azonos a normális békákéval. Hasonlóképpen a békamájak glukogentartalma is normálisnak mutatkozott, abban a néhány kísérletben, amelyben ezt meghatároztuk. S mégis a békamájak adrenalin érzékenysége erősen csökkent, sőt meg is szűnt. A kísérletek nagyobb többségében ugyanis az adrenalinnal történt átáramlás órájában a cukortermelés nemcsak hogy nem nőtt, hanem jelentékenyen csökkent. Két esetben a hibahatáron belül változatlanul maradt, három esetben mérsékelten, egy esetben pedig erősen nőtt. Középértékben az adrenalin hatására a májak cukortermelése 3·18 ± 0·68 mg, ami az első periódussal szemben mindössze 7% emelkedést jelent. Vagyis a florizin a

kísérletek nagy részében meggátolta az adrenalin cukormobilisáló hatását a békamájban.

Ugyanezt az eredményt még sokkal egyértelműbben mutatják azok a kísérleteink, amelyeket olyan békákon végeztünk, amelyeknek a hasi nyiroktömlőjébe a kísérletet megelőzőleg 6 órával 0·04 mg pro 1 g testsúly monojódecetsavat fecskendeztünk. Az így végzett 12 kísérletünket a harmadik táblázat tartalmazza. Ezen békamájak cukortermelése is az első órában jóformán teljesen azonosnak mutatkozott az előbbi két táblázatban foglaltakkal, mert 2·72 ± 0·30 mg volt. Hasonlóképpen a májak glukogentartalma sem mutat lényeges csökkenést. Középértékben ezek a májak is 6 ± 1·4%-ot tartalmaznak. Az adrenalin érzékenysége azonban ezeknek a májaknak a kísérletek túlnyomó részében teljesen meg volt szűnve. Ugyanis az adrenalinnal való átáramoltatás

III. Táblázat.

Monojodecetsavval kezelt békák. Atáramoltatás előtt 6 órával 0·04 mg/g subcutan.

Óránkénti cukortermelés mg/g	Cukortermelés Adrenalin 1 : 500,000	A cukortermelés változása %	Glykogen %
3·00	3·56	+ 19	1·1
1·43	0·60	— 58	10·5
2·66	2·80	+ 5	12·0
1·18	0·80	— 32	11·0
2·80	2·02	— 28	—
1·09	1·71	+ 57	—
3·38	5·45	+ 61	1·4
3·97	3·89	— 2	1·6
2·66	0·89	— 66	2·6
4·32	4·20	— 3	5·5
3·02	3·51	+ 16	8·8
3·17	3·38	+ 6	5·5
Közép- 2·72	2·73	—	6·0
érték ± 0·30	± 0·44		± 1·4

időszakában a cukortermelés 2·73 ± 0·44 mg volt, vagyis a középértékek teljesen azonosak. Mindössze csak két kísérletben mutatkozott az adrenalin hatásának a cukortermelésre jelentékenyebb fokozódása, a többiekben vagy változatlan maradt, vagy pedig csökkent az. Tehát ezek a kísérletek csaknem egyértelműleg azt bizonyítják, hogy a monojódecetsav meggátolja az adrenalin hatását a békamáj cukortermelésére.

Id. Issekutz (8) vizsgálatai szerint az inzulinnal kezelt békamájak cukortermelése a normálisnak csekély töredékére (0·44 mg pro g) csökken. Az adrenalin hatására azonban mégis nő a békamájak cukortermelése (0·88 mg pro g), bár távolról sem éri el a normális májak cukortermelését. Ezeket az eredményeket összehasonlítva a mi fentebb közölt kísérleteinkkel, azt látjuk, hogy az inzulinnak, másrészt a florizinnek és monojódecetsavnak a glykogenolizisre való hatásában lényeges különbség van. Az utóbbiak a békamáj normális cukortermelését nem befolyásolják, ezzel szemben teljesen vagy csaknem teljesen meggátolják az adrenalin cukormobilizáló hatását. Az inzulin viszont a normális cukortermelést csökkenti erősen le, az adrenalin hatását ellenben csak gyengíti, de teljesen nem függeszti fel.

Ez a feltűnő különbség arra mutat, hogy a florizinnek és a monojódecetsavnak egészen más a hatásmechanismusa, mint az inzulinnak. A monojódecetsav azóta játszik nagy szerepet a szénhydrát anyagcsere tanulmányozásában, mióta Lundsgaard felfedezte, hogy az izom összehúzódásakor a tejsav keletkezését egészen meggátolja. Későbbi vizsgálatok során kiderült, hogy gátolja azt az oxydoredukciós folyamatot is, amelyben a Harden—Euler-féle co-zimase részt vesz. Ez azonban szoros összefüggésben áll a foszforálási rendszer (adenilfoszforsav) működéssel. Ily módon tudja a monojódecetsav a foszforálást gátolni. Wilbrandt és Lasst (9) mutatták ki azt, hogy a monojódecetsav meggátolja a glukoze ú. n. szelektiv reszorbcióját, mely abban nyilvánul, hogy ez más monoszaharidoknál sokkal gyorsabban szívódik fel a bélhuzamból. Szerintük ezt az okozza, hogy a glukozeból a bélfalon való áthaladtában foszforsavas-eszter keletkezik s a monojódecetsav ezt az eszterifikációt gátolja meg. Hasonló módon magyarázza Lundsgaard (10) és Wilson (11) a florizin okozta cukor-

vizelést, melynek az az oka, hogy a glomerulus filtratumba került glukoze a vese tubulusaiba nem tud újra felszívódni, mert ehhez s foszforálás szükséges, amit florizin gátol.

Cori, Colorick és Cori (12) vizsgálatai szerint a glykogen elhasadása is a Robison eszter (glukoze-1-foszforsavas eszter), mint közbeeső lépcsőn át történik. Miután pedig ilyen glukogent foszforikáló enzim nagyon sok szervben, a májkivonatban is, előfordul, valószínűnek tartják, hogy a glykogen bomlását a májban ez az enzimrendszer okozza, nem pedig a diasztaze. Ostern és Holmes (13) legújabb vizsgálatai is arra mutatnak, hogy úgy a glykogen felépítésében, mint bomlásában a foszforálási folyamatok igen nagy szerepet játszanak. Ők azonban kísérleteiket emlősállatokon végezték, mégpedig nem átáramoltatással, hanem egyszerűen a májpépben vizsgálták a glykogen bomlását.

Lehetségesnek látszik egyrészt az, hogy a hideg- és melegvérűek májában a glykogen bomlása nem egyformán történik, de az is lehetséges, hogy átáramoltatás hiánya okozta az utóbbi szerzőknek a miénkkel nem teljesen egybevágó eredményét. Ugyanis a mi kísérleteinkből azt a következtetést kell levonni, hogy a békamáj normális cukortermelése nem foszforálási folyamat, mert ezt sem monojódecetsav, sem florizin nem gátolja. Úgy látszik, hogy foszforálás lényeges szerepet a békamájban csak akkor játszik, mikor adrenalinnal a cukortermelést erősen fokozzuk. Így érthető, hogy ezt a hatást a foszforálást mérgező anyagokkal teljesen meggátolni sikerült.

Nincs azonban kizárva, hogy az adrenalin hatástalansága ilyenkor más okból következik be. Erre vonatkozólag további vizsgálatok, melyekben a békamájak foszforálási folyamatait tanulmányozzuk, vannak folyamatban.

Összefoglalás. A Ringer-oldattal átáramoltatott békamájak cukortermelése változatlan marad akkor is, ha a kísérlet előtti napon florizint vagy monojódecetsavat kaptak az állatok. Hasonlóképpen nem csökkent a békamájak glukogentartalma sem, mégis az adrenalin az így kezelt békák májában nem tudja a glukogenolizist fokozni. Valószínűnek látszik, hogy az adrenalin hatástalanságának az az oka, hogy a florizin és a monojódecetsav gátolja a foszforálást. Míg a fokozott cukortermelés valószínűleg foszforsavas

eszterképződés útján történik, addig a normális cukortermelésben ennek, a békamájban, jelentékenyebb szerepe nincs, mert ezt monojódecetsavval gátolni nem sikerült.

Irodalom.

1. Houssa, P.: C. r. Soc. Biol. Paris **118**, 1214. 1935.
2. Lundsgaard, E.: Skand. Arch. Physiol. **72**, 265, 1935.
3. Noltie, H. R.: Quart. J. exper. Physiol. **24**, 377, 1935.
4. Takahisa, T.: Jap. J. med. Sci. Trans. IV. Pharmacol **8**, 117.
5. Brentano: Klin. Wsch. 1939. I. 82.
6. Cesare, A. et Gallo, G.: Boll. Soc. ital. Biol. sper. **12**, 137, 1937.
7. Rex-Kiss, B. u. Zsadon, B.: Archiv. f. exp. Path. u. Pharm. **193**. 615. 1939.
8. Id. Issekutz: Biochem. Zeitschr. **147**, 264, 1924 ; **272**, 412, 1934.
9. Wilbrandt u. Laszt: Biochem. Zeitschr. **259**, 298, 1933.
10. Lundsgaard: Biochem. Zeitschr. **264**, 221, 1933.
11. Wilson: H. of. Biol. Chem. **97**, 497, 1932.
12. Cori, Colorick u. Cori: J. biol. Chem. **117**, 135, 1938; **118**. 619, 1937.
13. Ostern, P. u. Eric Holmes: Nature 1939. II. félév, 34. lap.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

WIRKUNG VON PHLORIZIN UND MONOJODESSIGSÄURE AUF DIE GLUKOGENOLYZE DES FROSCHLEBERS.

Von B. v. ISSEKUTZ jr., E. KOMLÓS und E. GYULAI.

Die Zuckerbildung in, mit Ringerschen Lösung durchströmten Froschleber beträgt pro Stunde 2·96 ± 0·42 mg, berechnet auf 1 g Lebersubstanz. Diese Resultate bleiben dieselbe, wenn die Frösche am Vortag des Experimentes Phlorizin (0·03 g) oder Monojodessigsäure (0·04 mg) in Bauchlyphsack injiziert bekommen. Der Glycogengehalt im Froschleber (6·4 ± 0·8%) wird auch nicht geendert. Adrenalin kann in die behandelte Tiere die Leberglycogenolyse nicht beschleunigen. In unbehandelte Tiere beträgt die Zuckerproduktion nach 1 : 500,000 Adrenalin 5·43 ± 0·65 mg pro g, ist also mit 83% erhöht, hingegen in mit Phloridzin behandelten nur 7% und in mit Monojodessigsäure behandelten ist die Zuckerproduktion auch nach Adrenalin unverändert.

Es ist wahrscheinlich das Adrenalin darum unwirksam bleibt, weil durch Phlorizin und Monojodessigsäure die Phosphorilierung gehemmt wird; hingegen hat diese Esterbildung bei normale Zuckerproduktion keine wichtige Rolle, da es durch Monojodessigsäure unhemmbar ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Februar 1940.)

MÁGNESES SZEPARÁCIÓS KISÉRLETEK A BAGAMÉR—NAGYLÉTAI GYEPVASÉRCEKKEL.

FINKEY JÓZSEF l. tagtól.

Ez a lápi képződésű, alluviális gyepvasércvonulat fenti községek határában mintegy 15 km hosszban terül el. A fedőréteg vastagsága átlagban alig haladja meg az 1 m-t. A frissen ásott érc többnapi szállítás után is erősen nedves, sáros kinézésű, s mintegy 28—30% nedvességet tartalmaz. Találunk benne keményebb, fényes limonitot is, de legnagyobb része lágy, földes kinézésű anyag, mely igen sok 0·1 mm-es és még kisebb kvarchomok-szemecskéket tartalmaz. Ezek valószínűleg a telep keletkezésekor, mint futóhomok kerültek bele. Sok gélanyagot és szerves (humusz) anyagot is tartalmaz.

A nedves nyersérc hosszabb idő alatt légszáraz állapotba kerül, amikor nedvességtartalma 7·5—10%. A 22 órán át, 110°C-nál szárított érc a levegőn, néhány nap alatt, 3—4% nedvességet vesz fel. A szárított ércben van:

21·0—23·6% *Fe*,
2·2— 4·4% *Mn*,
41·0—56·5% SiO_2 (kvarc),
4·4—17·0% hidrátvíz.

Az érc ilyen állapotban, a kevés vastartalom és az igen nagy kovasavtartalom miatt, nem kohósítható gazdaságosan, úgyhogy az előkészítési kísérleteknek elsősorban a fínom kvarchomok eltávolítására kell irányulni. Ez a cél pedig legkönnyebben *mágneses szeparációval* érhető el. Szeparáció előtt az ércet oly fínomra kell aprítani, hogy a kvarcszemecskék felszabadíttassanak, de lehet-

séges, hogy ez már aránylag durvább feltárás mellett is elérhető. A laza érc egyébként könnyen aprítható.

Ebből a célból a 3—4 óráig 110°C-nál szárított, s mintegy 4·5% nedvességtartalmú ércet, mely 23·6% *Fe*-t, 4·4% *Mn*-t és 41·0% SiO_2-t tartalmazott, először 2 mm legnagyobb szemnagyságra aprítottam.[1]

A felaprított érc granulometrikus összetételét a következőnek találtam:

2—1	mm	22·1%
1—0·5	mm	23·8%
0·5—0	mm	54·1%

A 2—1 mm-es osztály átlagos *Fe*-tartalma 30·3%, SiO_2-tartalma pedig 32·4% volt, ami feltevésemet részben igazolta, de ezen feltárás a további kísérleteknél durvának bizonyult.

A mágneses szeparáláshoz a kölni *Humboldt*-gyár által készített WETHERILL—ROWAND-típusú, keresztszalagos, laboratóriumi mágneses szeparátort használtam.[2]

A 2—1 mm-es osztály szeparációja azt mutatta, hogy ez az osztály mágneses úton nem dúsítható (I. kísérlet).

További kísérletezésre az ércet 1 mm legnagyobb szemnagyságra aprítottam, s ebben volt:

1—0·25	mm	42%,
0·25—0	mm	58%.

Az 1—0·25 mm-es osztály mágneses szeparálása ugyancsak negatív eredménnyel járt (II. kísérlet).

A 0·25—0 mm-es osztály szeparálásánál (III. kísérlet) nyert termények mennyisége és összetétele a következő volt:

mágneses rész (46% súly) ....33% *Fe* ... 33% SiO_2,
nem mágneses rész (54% súly) ....15% *Fe* ... 64% SiO_2.

---

[1] A következőkben ismertetendő általános tájékoztató kísérleteknél a *Fe*, *Mn* és SiO_2 meghatározását SZÉKI JÁNOS egyetemi tanár végezte.

[2] L. FINKEY JÓZSEF: Redukált bauxitok mágneses szeparációja. Bányászati és Kohászati Lapok. 1939. 16. sz.

Mivel a III. kísérlet, a két első eredménytelennel szemben, határozott eredményt mutatott, az egész ércmennyiséget 0·25 mm legnagyobb szemnagyságra aprítva szeparáltam (IV. kísérlet). A kísérlet eredménye:

mágneses rész (48% súly) ... 33·4% *Fe* ... 23·7% SiO_2,
nem mágneses rész (52% súly)... 15·9% *Fe* ... 63·2% SiO_2.

Megvizsgáltam azt is, hogy fínomabb feltárás és erősebb szárítás mellett nem javul-e az eredmény? E végből a nyersércet 3 órán keresztül 170°C-nál szárítottam, 0·4% nedvességtartalomig, s 0·15 mm legnagyobb szemnagyságra aprítottam (IV. kísérlet). A mágneses szeparálás eredménye:

mágneses rész (47% súly) ... 31·2% *Fe* ... 27·4% SiO_2,
nem mágneses rész (53% súly) ... 17·6% *Fe* ... 54·9% SiO_2.

Az eredmény tehát valamivel gyengébb, mint a IV. kísérletnél. A látszólagos ellentmondás oka az, hogy a tökéletesebb feltárás előnyét ellensúlyozzák, s részben lerontják az ilyen fínomszemű anyag szeparálásánál fellépő nehézségek (az igen fínom szemecskék hozzátapadnak a szeparátor gumiszalagjához és a nagyobb szemekhez stb.).

Ezekből a kísérletekből kitűnik, hogy a szeparálandó ércet 0·25 mm szemnagyságig szükséges feltárni, de a fínomabb feltárás már nem előnyt, hanem inkább hátrányt jelent, úgyhogy *a feltárás optimális értéke 0·25 mm.*

Megvizsgáltam azt is, hogy mi lesz az eredmény, ha az ércet a szeparálás előtt pörkölöm? Megtartva a 0·25 mm-es aprítást, az ércet világos vörösizzásnál (kb. 800°C) pörköltem, s utána szeparáltam (VI. kísérlet). Az eredmény a következő volt:

mágneses rész (35% súly)

26·2% *Fe*..... 39·3% SiO_2..... 8·7% *Mn*,

nem mágneses rész (65% súly)

23·4% *Fe*..... 55·4% SiO_2 ..... 2·4 %*Mn*.

Ez a kísérlet két meglepő eredményt szolgáltatott. Egyik a vas dúsulásának a hiánya, másik pedig a mangán erős dúsulása, ami a következőképpen magyarázható. Az igen finom kvarcszemek vörösizzásnál összeülnek a vasérccel s ezáltal különböző vasszilikátok képződnek, melyek vastartalmában nincsen lényeges különbség. Ez az oka annak, hogy a mágneses és nem mágneses (igen gyengén mágneses) rész *Fe*-tartalma csak 26·2%, illetőleg 23·4%. Ebből a szempontból tehát az eredmény határozottan rossz.

Amíg az első öt kísérletnél, mikor az érc csak szárítva volt, a mágneses és nem mágneses rész *Mn*-tartalma között lényeges különbség nem volt (általában 3—5% között változott), addig itt a mágneses rész *Mn*-tartalma majdnem négyszerese a nem mágneses rész *Mn*-tartalmának. Ennek pedig az az oka, hogy az Mn_2O_3 a pörkölésnél Mn_3O_4-gyé redukálódott, mely erősen mágneses anyag (Fe_2O_3-nál ez a redukálódás csak kezdő fehér izzáson, kb. 1300°C-nál következik be), s nem sült össze a kvarccal. Valószínű, hogy ezzel az eljárással egy harmadik, mangánban sokkal dúsabb terményt is lehet előállítani, de ennek kikísérletezése az adott esetben nem volt indokolt.

Ez az eredmény arra is figyelmeztet, hogy ha nem kifejezetten a *Mn* dúsítása a célunk, a megvizsgált ércet a mágneses szeparáció előtt nem szabad pörkölni.

Az előzőkben röviden ismertetett hat tájékoztató kísérlet eredményei meghatározzák a gyakorlatilag elérhető legjobb eredmény feltételeit: a nyersérc szárítása kb. 4% nedvességtartalomig, s aprítás 0·25 mm legnagyobb szemnagyságra a mágneses szeparáció előtt. Természetes, hogy a szeparátor mágneses térerősségét a nyersanyag mágneses permeabilitásának megfelelően kell szabályozni.

Ezen feltételek mellett számos részletes kísérletet végeztem ezekkel a gyepvasércekkel. Az eredmények mindig nagyon jól megegyeztek egymással, úgyhogy azok a gyakorlati megvalósításnál feltétlenül megbízható adatokat nyujtanak. Csekély eltérés csak annyiban van, amennyiben a nyersanyag is — ugyancsak csekély mértékben — az előbb már megadott, változó összetétellel bír.

Egy ilyen kísérlet részletes eredményeit a következőkben ismertetem.[1]

A szárított nyersércben volt:

21·2% *Fe*,
2·2% *Mn*,
56·4% SiO_2 (kvarc),
4·4% hidrátvíz.

A mágneses szeparációval öt terményt állítottam elő, az anyag mágneses permeabilitásának csökkenő sorrendje szerint, s azokat 1—5. által jelöltem, úgyhogy az 1. sz. termény a legerősebben, az 5. sz. pedig a leggyengébben mágneses.

A súlyállandóságig szárított termények összetételét az *1. sz. táblázatban* állítottam össze.

1. táblázat.

Termény	1.	2.	3.	4.	5.
Súly %	17·4	10·8	9·0	10·9	51·9
Fe%	34·3	30·4	30·3	30·0	10·5
Mn%	3·4	3·2	3·1	3·1	1·1
SiO_2 %	32·6	37·0	37·4	38·2	79·1
H_2O%	6·2	6·0	5·4	5·4	1·9

A négy első termény összetétele lényegesen elüt az ötödikétől. Az *Fe*-, *Mn*- és H_2O-tartalom fokozatosan, de nem nagy mértékben, csökken, s hasonlóképpen nő a SiO_2-tartalom is.

Az 5. terménynél azonban a változás azonban már hirtelen, ugrásszerű. Az *Fe*-, *Mn*- és H_2O-tartalom körülbelül egyharmada, a SiO_2-tartalom pedig körülbelül kétszerese a 4. terményének, úgyhogy itt van a határ a mágneses és nem mágneses (igen gyengén mágneses) részek között.

Az 1. sz. táblázat nyers adatainak átszámítása által nyert megfelelő technikai értékeket a *2. sz. táblázatban* állítottam össze.

---

[1] A kísérlettel kapcsolatos vegyelemzéseket MIKA JÓZSEF egyetemi adjunktus készítette.

2. táblázat.

Súly-kihozatal %	*Fe* %	*k* %	*Mn* %	*k'* %	SiO_2 %	H_2O %
17·4	34·3	28·9	3·4	28·1	32·6	6·2
28·2	32·8	45·1	3·3	44·3	34·3	6·1
37·2	32·2	57·9	3·2	56·7	35·0	5·9
48·1	31·7	73·7	3·2	73·0	35·7	5·8
100·0	20·7	100·0	2·1	100·0	58·2	3·8

Ebben a táblázatban *Fe*, *Mn*, SiO_2 és H_2O a *dúsított érc* százalékos vas-, mangán-, kvarc- és hidrátvíztartalmát jelenti, az első rovatban megadott *súlykihozatal* mellett, *k* és *és k'* pedig ugyancsak a megfelelő súlykihozatalhoz tartozó *fémkihozatalt* a vasból és mangánból.

Az öt termény külön elemzéséből számított 20·7% *Fe*-, 2·1% *Mn*-, 58·2% SiO_2- és 3·8% H_2O-tartalom jól megegyezik az előbb megadott átlagminta elemzési adataival.

Ennek a táblázatnak az adatai is igazolják az előbb megállapított következtetés helyességét, úgyhogy ha a négy első terményt egyesítjük, akkor 48·1% súlykihozatal mellett 31·7% *Fe*- és 3·2% *Mn*-tartalmú dúsított ércet nyerünk. Ugyanakkor a meddő 10·5% *Fe*-t és 79·1% SiO_2-t tartalmaz. Az *Fe*-nél elért 1·53 és a *Mn*-nál elért 1·52 dúsítási fok mindenesetre igen jónak tekinthető.[1] A nyersérc minőségét tekintve, feltétlenül jó a 73·7 és 73% fémkihozatal is. Igaz, hogy ez a dúsított érc még mindig 35·7% kovasavat tartalmaz, tehát úgy vastartalma, mint különösen kovasavtartalma miatt csak másodrendű vasérc.

De ez ma már nem lehet akadálya az értékesítésnek, miután Paschke és Petz (Claustal) kezdeményező kísérletei alapján Corby (Anglia) és Völklingen már megoldották a vasban szegény, savanyú ércek nagyolvasztókban való kohósításának a kérdését.

Az előkészítés technikai feltételei és eredményei vizsgálataim által tisztázva vannak. A gazdaságos értékesítés gyakorlati lehetősége az ércvagyontól függ.

[1] L. Finkey József: Redukált bauxitok mágneses szeparációja.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

MAGNETISCHE SEPARATIONSVERSUCHE MIT DEN RASENEISENERZEN VON BAGAMÉR—NAGYLÉTA.

Von JOSEF FINKEY korr. Mitglied.

Vorliegende Abhandlung erscheint in den Mitteilungen der berg- und hüttenmännischen Abteilung der kgl. ung. Palatin Josef-Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften, Bd. XII. 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. März 1940.)

FLOTÁCIÓS KISÉRLETEK A GYÖNGYÖSOROSZI KOMPLEX ÉRCEKKEL.

FINKEY JÓZSEF l. tagtól.

I. Általános rész.

Gyöngyösoroszi községtől (Heves vm.) mintegy 6 km-re, É. É. Ny.-irányban vannak az *Oroszi-bánya* tárói, melyek a piroxén-andezitben levő teléreket tárják fel. Az *arany-* és *ezüsttartalmú* kvarcos telérek főbb érces ásványai: *szfalerit, galenit, pirit, chalkopirit* és *fakóérc*. A külszínen, párhuzamosan a *Tóka*-patakkal hét telér jól követhető, kb. 8 km hosszúságban és kb. 1 km összélességben.[1]

A telérek egy részét a mult század 50—60-as éveiben a *Pál-bányatársulat* két táróval művelte.[2] A *Péter-Pál*-táró 1857-ben 171 m, 1868-ban 380 m hosszú volt. Az itt termelt zúzóércből nyert dúsított érc 20—25% ólmot, s tonnánként 300—600 g ezüstöt és 310—530 g aranyat tartalmazott. A *Károly*-táró telére 4 m vastag, csapása 22^h 15°, dőlése nyugati. A zúzóércből 6·1% súlykihozatal mellett nyert dúsított ércben 7% *Pb*, 61% kéneskő, 1360 g/t *Ag* és 300 g/t *Au* volt, vagyis a feldolgozott ércre átszámítva: 0·43% *Pb*, 83 g/t *Ag* és 18 g/t *Au* a kinyert fém.

Oroszi bányateleptől D.-re 700 m-re — a *Tóka*-pataktól Ny.-ra — volt az ércelőkészítőmű, mely egy 12 nyilas zúzóval, 2 seperszérrel, 1 aranyszérrel és 6 iszapszérrel dolgozott. Ennek az elő-

[1] Magánértesülésem szerint legújabban még több új, eddig nem ismert telért sikerült kinyomozni.

[2] A történeti adatokat Löw Márton: Ércelőfordulások a Mátrában (Földtani Közlöny, LV. k. 127. l.) című munkájának a felhasználásával közlöm.

készítőműnek az óránkénti feldolgozási képességét kb. 3 q-ra becsülöm. 1936 októberében még megtaláltam az előkészítőmű romjait, a régi színítőhely nyomával. Itt a hányón főleg szfalerites érceket (melyeket bizonyára nem kohósítottak) találtam, ércben szegény és meddő kőzetdarabokkal együtt.

1926-ban ismét megkezdették a *Péter-Pál-* és *Károly*-telér feltárását, de később — az alacsony cink- és ólomárak miatt — a feltárási munkákat újból abbahagyták. 1936-ban víztelenítették a feltárt részeket, s ekkor volt alkalmam a két telért megtekinteni. A *Péter-Pál*-telért, mely az előbb említett 7 telér közül Ny.-ról a 3-ik, az 1928-ban készült 95·5 m mély, IV. sz. aknából (aknaszáj 503 m a t. sz. f.) lehetett bejárni, az aknától É.-ra 85 m, D.-re 100 m hosszban. A telér csapása 23^h, dőlése 70—80°, átlagos vastagsága 1·3 m.

Széki János egyetemi tanár elemzése szerint a telér újonnan feltárt részének átlagos összetétele:

Pb	1·50%
Zn	7·20«
Fe	2·00«
S	6·50«
Savban oldhatatlan	67·60«
Au	2·0 g/t
Ag	25·8 «

A *Károly*-telért az újranyitott *Károly*-táróból (tárószáj 464 m a t. sz. f.) lehetett bejárni. E tároó kb. 600 m hosszban van kihajtva, A tárószájtól 160 m-re van egy 60 m mély vakakna, melynek mélyszintje 200 m hosszban van kihajtva.

A *Károly*-telér anyagának átlagos összetétele, ugyancsak Széki János szerint:

Pb	1·24%
Zn	6·00«
Fe	3·10«
S	5·20«
Savban oldhatatlan	75·20«
Au	2·0 g/t
Ag	26·8 «

Ha a régi előkészítési eredményeket tekintjük, azt látjuk, hogy a szfaleritet eldobták. A dúsított érc ólomtartalma igen kevés, az arany- és ezüsttartalom azonban feltűnően nagy. Ezt az eredményt semmi esetre sem érhették el a telér nyersanyagának közvetlen, mechanikai nedves előkészítésével, hanem bizonyára a már előzetesen színített ércet készítették elő, s valószínű, hogy az ércelőkészítőmű csak időnként dolgozott, mikor kellő mennyiségű válogatott érc gyűlt össze. Nem túlzok, ha úgy becsülöm, hogy a válogatásnál és a szérelésnél az összes fémveszteség 50% vagy talán még több is lehetett.

Ilyen rossz kihozatal és kis teljesítmény mellett rentabilitásról szó sem lehet. A régi faszerkezetű zúzókkal — «finom aprításnál» — kb. 0·25—1 mm-es szemnagyság volt elérhető, átlagban körülbelül 0·5—0·6 mm.

A két telér anyagával végzett részletes vizsgálataim szerint a nyersérc (bár vannak benne durvább szemek, sőt helyenként dús részek is) akkor van jól feltárva, ha — 0·16 mm legnagyobb szemnagyság mellett — a felaprított érc 55—58%-a 0·06 mm-nél kisebb.

Bár a nedves ércelőkészítéssel ma már lényegesen jobb eredmény érhető el, mint a régi, primitív berendezések alkalmazása mellett, az érc a szükséges finom aprítás miatt kevésbbé alkalmas ehhez az eljáráshoz, mely kb. 0·06 mm alsó határig ad jó eredményt. A megadott granulometrikus összetétel mellett jó eredmény csakis a *flotációs ércelőkészítő eljárással* érhető el. Viszont ennek az eljárásnak a gyakorlati keresztülvitelét *megnehezíti*, hogy a meddőn kívül *három, jól úsztatható érces terményt:* galenites, szfalerites és pirites dúsított ércet, *kell egymástól szétválasztani.*

II. Laboratóriumi kísérletek.

Hogy a flotálással elérhető eredményeket s azok feltételeit megállapíthassam, a m. kir. Iparügyi Minisztérium felkérésére és az általa rendelkezésemre bocsátott anyaggal — melynek átlagos összetételét az előbb már közöltem — laboratóriumi flotációs kísérleteket végeztem, még pedig külön a *Péter-Pál-* és külön a *Károly*-telér anyagával. Utóbbi erősen állott, agyagos, ami elő-

készítéstechnikai szempontból a nehezebb flotálhatóságban jut kifejezésre. Feltárás: mint I. alatt már megadtam. Kísérleteimet az ismert *Slide-készülékkel* végeztem. Minden egyes kísérletnél 600 g ércet dolgoztam fel egyszerre, s ehhez 1800 cm^3 vizet adtam.

Kísérleteimnek célja volt három érces terménynek: ólmos, cinkes és pirites dúsított ércnek az előállítása és azoknak a feltételeknek a megállapítása, melyek mellett ez a legjobb eredménnyel érhető el. A később közölt számadatok megítélésénél figyelembe kell venni, hogy a középterményeket vagy előkoncentrátumokat, csekély súlymennyiségük (30—40 g, nem egyszer még kevesebb) miatt, nem flotálhattam át újra, holott az üzemben ezeket tisztítják, illetőleg ismételten átflotálják. Erre vonatkozó megjegyzéseimet később adom elő.

1. Flotálás káliumetilxantáttal.

Ezeknél a kísérleteknél gyüjtőanyagul [1] *káliumetilxantátot* használtam. Kísérleteim folyamán a különböző flotációs reagenseket, azok mennyiségét, sorrendjét, hatásidejét stb. többször változtattam, hogy az eredményre való befolyásukat és így az optimális feltételeket meghatározhassam. Ciánnátriummal és cinkszulfáttal a szfaleritet bázikus fürdőben jól vissza lehetett szorítani, a piritet azonban — az irodalomból ismert nézettel szemben — már kevésbbé jó eredménnyel. A szfaleritet rézszulfáttal ismét aktíválni lehetett. A galenit flotálásakor kristályszódával tettem a fürdőt bázikussá, nehogy azt is visszaszorítsam. A szfalerit flotálásánál égetett meszet is adtam a fürdőhöz, hogy a pirit ekkor sem jöjjön fel a habbal. Galenitflotálásnál a xantát mellett fakreozotot is használtam. Habképző anyag mindig fenyőtűolaj volt, azonkívül a szfalerit- és piritflotálásnál vízüveget is alkalmaztam védőkolloid gyanánt. A pirit flotálásánál a fürdőt kénsavval savanyítottam át. A reagensek feladási sorrendje és mennyisége a következő volt.

a) *Galenit flotálásánál:* kristályszóda (100 g/t), ciánnátrium

[1] L. Finkey József: A flotációs ásványelőkészítő eljárás. Sopron, 1937. 30. és 61. l.

(250 g/t), cinkszulfát (1330 g/t), káliumetilaxntát (50 g/t), fakreozot (60 g/t), fenyőtűolaj (40 g/t).

n) *Szfalerit flotálásánál:* égetett mész (2000 g/t), rézszulfát (1500 g/t), vízüveg (250 g/t).

c) *Pirit flotálásnál:* koncentrált kénsav (10,000 g/t), káliumetilxantát 640 g/t), fenyőtűolaj (25 g/t), vízüveg (200 g/t).

A felsorolt reagensekkel elért optimális eredményeket az 1. *sz. táblázatban* állítottam össze.[1]

1. táblázat.

Termény	Péter-Pál-telér				Károly-telér			
	súly %	Pb %	Zn %	Fe %	súly %	Pb %	Zn %	Fe %
1.	1·14	60·86	7·53	3·70	1·32	42·78	4·41	15·34
2.	1·07	53·72	4·35	4·60	1·32	36·41	9·03	14·15
3.	0·81	46·97	9·18	7·40	0·68	15·20	14·52	17·20
4.	1·26	15·80	22·77	9·89	0·54	8·17	7·74	15·60
5.	5·17	0·50	47·50	9·25	4·30	0·86	49·14	9·25
6.	3·84	1·22	41·37	11·56	2·15	1·20	41·94	13·87
7.	1·98	2·46	20·67	23·58	1·09	2·08	20·07	14·80
8.	0·44	2·96	18·18	17·40	1·25	4·97	18·00	22·89
9.	0·35	3·53	22·70	9·25	1·37	2·54	11·40	15·03
10.	0·78	3·55	14·97	13·59	0·27	1·22	17·70	7·92
11.	83·16	0·05	0·40	2·08	85·71	0·05	1·48	1·24

Az 1. sz. táblázat adataiból a következőket állapíthatjuk meg.

Péter-Pál-telér. Az 1. sz. termény 1·14% súlykihozatallal és 60·8% *Pb*-tartalommal jó ólomérc. A 2. és 3. termény, összesen 1·87% súlykihozatallal és 51% átlagos *Pb*-tartalommal, dús középtermény, melyet ismételten átflotálva és az 1.-höz adva, feltétlenül nyerhető 2% ólomérc 60% *Pb*-tartalommal.

A 4. és 7. termény cinkes középtermény. Az 5. és 6. termény, 9% összsúlykihozatallal és 45% átlagos *Zn*-tartalommal, kevésbbé jó cinkérc. A 4. és 7. középtermény átflotálása után feltétlenül elérhető 10% súlykihozatal.

[1] A vegyelemzéseket KRUTKOVSZKY KÁROLY egyetemi adjunktus végezte.

A vastartalom mindegyik terményben olyan csekély, hogy a megfelelő termények ismételt átflotálása után is, 40% kéntartalmú pirites termény — számottevő mennyiségben — alig nyerhető.

Ezekből az adatokból következik, hogy a Péter-Pál-telér nyersércének 1 tonnájából, a *xantát-flotálással* nyerhető:

20 kg ólomérc ..... 60% *Pb*-tartalommal,
100 « cinkérc ..... 45% *Zn*-tartalommal,
? « pirit ..... 40% *S*-tartalommal.

Károly-telér. Már említettem, hogy a *Károly*-telér érce nehezebben flotálható, mint a *Péter-Pál*-teléré. Ennek oka, hogy ez a telér mállott, agyagos. Kedvezőtlenül hatott minden bizonnyal az is, hogy a bánya évekig víz alatt állott, mert a mállott kőzet lehetővé tette a víznek nagyobb távolságba való behatolását, ami elsősorban a galenitet oxidálta (a galenit gyorsabban oxidálódik, mint a szfalerit). Valószínű, hogy friss érc feldolgozásánál jobb lesz az eredmény.

Az 1—4. sz. termény ólmos középtermény. Bár összesen 3·85 súlyszázalékot tesz ki, fémtartalmát tekintve, nem igen remélhető, hogy ismételt flotálással 60% *Pb*-tartalmú dúsított ércből 1%-nál több legyen nyerhető. Esetleg 55%-os érc nyerhető valamivel több súlykihozatal mellett.

Az 5. és 6. sz. termény 6·45% összsúlykihozatallal és 46·7% átlagos *Zn*-tartalommal, az előbbihez hasonló cinkérc. A 7—9. sz. középtermények (összesen 3·7%) átflotálása és előbbihez való hozzáadása által remélhető összesen 7·5—8% cinkérc, 45% *Zn*-tartalommal.

Az *Fe*-nek a különböző terményekben való eloszlásából következik, hogy jóminőségű pirites termény számottevő mennyiségben itt sem igen nyerhető.

A *Károly*-telér nyersércének 1 tonnájából tehát nyerhető a *xantát*-flotálással:

10—12 kg ólomérc ..... 60—55% *Pb*-tartalommal,
75—80 « cinkérc ..... 45% *Zn*-tartalommal,
? « pirit ..... 40% *S*-tartalommal.

Laboratóriumi kísérleteim szerint *a chalkopirit a galenittel együtt flotálódott ki*, úgyhogy a dúsított ólomércben 1·05—1·68%

Cu is van. Ez azonban nem hátrány, hanem inkább előny, mert a galenites ólomérc kohósításánál a réz jól és könnyen kinyerhető.

Az előzőkből kitűnik, hogy a szfaleritet és piritet dezaktiválva,[1] az általánosan használt xantátos eljárással a galenit és szfalerit jól szétválasztható volt ugyan, a pirit azonban az egyes terményekben annyira szétosztódott, hogy az első flotálásnál kellő kéntartalmú pirites termény nem is volt nyerhető. Ha pedig a fürdőt, a pirit visszaszorítása céljából erősen lúgossá tettem, akkor a galenit oly rosszul flotálódott, hogy az ólomérces termény csak 25—30% *Pb*-t tartalmazott.

2. Flotálás tiokarbaniliddal.

Valamely ércelőfordulásra kidolgozott flotációs eljárás csak ritkán alkalmazható más, egyébként hasonló, ércelőfordulás anyagának előkészítésénél. Hiszen ennek lehetősége és eredménye oly nagy mértékben függ a különböző ásványok könnyen módosuló felületi tulajdonságaitól, hogy — különösen komplex érceknél — a legmegfelelőbb eljárás csak előzetes, rendszeres és módszeres kísérletek által állapítható meg.

Xantátos kísérleteimnél nem tudtam a piritet az ismert eljárásokkal úgy visszaszorítani, hogy vele együtt a galenit is el ne veszítette volna relatív úszóképességét. Ezt a nehézséget úgy sikerült legyőznöm, hogy a galenit flotálásánál gyüjtőanyag-gyanánt, xantát helyett, *tiokarbanilidet*, illetőleg annak meleg *ortotoluidinban való oldatát* (1 : 4 s. r. arányban) használtam. Ez az oldat a gyakorlatban «TT-keverék» néven ismeretes. Az alkálixantátok (főleg az etilxantátok) lúgos fürdőben a legtöbb piritet nem hozzák fel, mert annak felületén $Fe(OH)_3$ keletkezik. Bár a *recski* ércelőfordulás piritje is nehezen dezaktiválható, *a gyöngyösoroszi piritnél* még feltűnőbb ez a nehézség. Ezt a jelenséget a következőképpen magyarázom.

Az erősen bomlott, pirites *recski kékpala* vizsgálatánál megállapítottam, hogy a kilúgozható sók nem tartalmaznak ferri-, hanem csak ferro-iónokat.[2] Valószínű, hogy az ilyen nehezen dezaktiválható piritek felületének bomlásakor, legalább is átmene-

[1] FINKEY JÓZSEF: A flotációs ásványelőkészítő eljárás. 66. l.

[2] FINKEY JÓZSEF: A recski kékpala flotálása. Matematikai és Természettudományi Értesítő. LVIII. k. 1939.

tileg, $Fe(OH)_3$ helyett $Fe(OH)_2$ keletkezik, ami lehetővé teszi a xantát-gyöknek a kristályfelületbe való belépését,[1] ami által a pirit újból aktiválódik.

A tiokarbanilidnek ez a különleges hatása még közelebbi tisztázásra szorul, a megoldás azonban valószínűleg ott keresendő, hogy ha a tiokarbanilidben a *S*-t *O*-val helyettesítjük (karbanilid), gyüjtőhatását teljesen elveszíti.

A módszeresen véghezvitt kísérletek alapján a következő reagensek, a megadott sorrendben és mennyiségben alkalmazva adták a legjobb eredményt.

a) *Galenit flotálásánál:* kristályszóda (1500 g/t), ciánnátrium (250 g/t), cinkszulfát (1000 g/t), TT-keverék (80 g/t), fenyőtűolaj (15 g/t), vízüveg (100 g/t).

b) *Szfalerit flotálásánál:* égetett mész (2000 g/t), rézszulfát (1500 g/t), TT-keverék (80 g/t), káliumetilxantát (30 g/t), fenyőtűolaj (15 g/t), vízüveg (200 g/t).

c) *Pirit flotálásánál:* koncentrált kénsav (10,000 g/t), káliumetilxantát (40 g/t), fenyőtűolaj (23 g/t), vízüveg (250 g/t).

Az ezzel az eljárással elért eredményeket a 2. *sz. táblázatban* állítottam össze.

2. táblázat.

Termény	Péter-Pál-telér				Károly-telér			
	súly %	Pb %	Zn %	Fe %	súly %	Pb %	Zn %	Fe %
1.	2·33	54·48	8·10	4·62	0·82	39·30	7·11	7.77
2.	0·75	35·47	11·94	6·66	0·44	34·04	7·38	12·20
3.	2·01	16·53	23·91	6·47	2·05	14·15	14·67	14·26
4.	2·40	3·57	33·57	5·55	4·47	0·22	53·82	9·43
5.	6·10	0·10	56·67	5·55	0·88	3·41	32·05	14·74
6.	4·14	0·054	33·27	15·72	1·73	1·31	21·48	31·63
7.	0·45	2·35	18·84	19·42	1·26	3·93	11·25	31·08
8.	0·64	1·50	15·96	21·27	1·14	2·43	7·53	24·42
9.	3·75	0·40	6·00	31·45	1·09	1·46	6·57	13·32
10.	77·43	0·025	0·92	2·46	86·12	0·045	0·96	2·22

[1] A xantátok elektrolitek.

E táblázat adataiból a következőket állapíthatjuk meg.

Péter-Pál-telér. Az 1. sz. termény, 2·3% súlykihozatallal és 54·5% *Pb*-tartalommal, dús előkoncentrátum. Ennek, valamint a 2. és 3. sz., összesen 2·76%-ot kitevő középterménynek ismételt átflotálásával feltétlenül nyerhető 2% súlyú és 60% *Pb*-tartalmú ólomérc.

A 6·1% súlykihozatalú, 5. sz. termény magas, 56·7%-os cinktartalommal bír. A 4—6. sz. terményeknek, 12·6% összsúly mellett, 45·5 % a *Zn*-tartalma. Ez a súlykihozatal már csak lényegtelenül fokozható a kb. 1%-ot kitevő 7. és 8. sz. középtermény ismételt átflotálásával. Viszont az 5. sz. termény *Zn*-tartalmából következtethető, hogy a 4. és 6. sz. termények átflotálásával nyerhető, 10% súlykihozatal mellett, 50%-os cinkérc is.

A 9. sz. termény, 3·75% súlykihozatallal és 31·45% *Fe*-, tehát 36% *S*-tartalommal, dús, pirites előkoncentrátum. Ennek, valamint a 6—8. sz. középterményeknek is ı ételt átflotálásával feltétlenül nyerhető 3% s. r., 40%-os pirites termény. Ezzel az eljárással tehát nyerhető a *Péter-Pál*-telér 1 tonna nyersércéből:

20 kg	ólomérc	60% *Pb*-tartalommal,
120 «	cinkérc	45% *Zn*-tartalommal vagy
100 «	«	50% *Zn*-tartalommal és
30 «	pirit	40% *S*-tartalommal.

Az eredmény feltétlenül jobb, mint amit a xantát-flotálással értem el.

Károly-telér. A három első, összesen 3·3 súlyszázalékot kitevő termény jó ólmos középtermény. A fémtartalmakból következtetve az elérhető eredmény itt is kb. ugyanaz, mint a xantátos flotálásnál.

A 4. sz., 4·5% terménynek itten is magas a cinktartalma. A 4—6. sz. termény, 7·1% együttes súlykihozatallal, átlagban 49% *Zn*-t tartalmaz, ami ugyancsak jó cinkérc. Ha figyelembe vesszük a 3. és 6—7. sz. termények átflotálását is, akkor megállapíthatjuk, hogy nyerhető 50%-os cinkérc 7% súlykihozatal vagy 45%-os cinkérc 8—9% súlykihozatal mellett.

A 6. és 7. sz. termény, 3% együttes súlykihozatallal — a *Fe*-tartalomból következtetve — átlagban mintegy 36% *S*-t tartal-

maz, tehát dús, pirites középtermény. Ennek, valamint a 8—9. sz. terményeknek ismételt átflotálásával bizonyára nyerhető 2% s. r., 40%-os pirites termény.

Végeredményben tehát nyerhetünk ezzel az eljárással a *Károly*-telér 1 tonna nyersércéből:

10—12	kg	ólomércet	60—65% *Pb*-tartalommal,
70	«	cinkércet	50% *Zn*-tartalommal vagy
80—90	«	cinkércet	45% *Zn*-tartalommal és
20	«	piritet	40% *S*-tartalommal.

Az eredmény itten is jobb, mint amit a xantátos flotálással értem el.

A közöltekből kitűnik, hogy *a TT-keverékkel való flotálással jól megoldható a gyöngyösoroszi ércek szelektív flotálása:* kohósítható ólomércnek, cinkércnek és piritnek a kinyerése.

Ezek az ércek, mint már közöltem, mintegy 2 g aranyat tartalmaznak tonnánként. Ennek legnagyobb része valószínűleg a különböző szulfidokhoz van kötve. E kérdés tisztázásához azonban nem elég a kevés anyaggal végzett laboratóriumi kísérlet, mert az ezzel nyert néhány grammos dúsított ércmennyiség nem elég a pontos aranymeghatározáshoz.

Az előzőkben ismertetett laboratóriumi vizsgálatok nagy fontossággal bírnak, mert biztosan kiejlölik a nagybani eljárás útját, megengednek számszerű következtetéseket is, de ilyen, aránylag *szegény ércnél*, a végleges üzemi berendezés létesítése előtt, mégsem tesznek feleslegessé nagyobb mennyiségekkel végzett, ú. n. *félüzemi kísérleteket.*

Hiszen egyes reagenseknek — tonnánként — 10 g-nyi változása nem egyszer lényegesen befolyásolja az eredményt. 600 g ércnél ez 0·006 g, 10—20 g középterménynél pedig 0·0001—0·0002 g. Ilyen pontos adagolást nagyon nehéz betartani. Tonnánként 2 g arany, 600 g ércben összesen 0·0012 g, s ha ennek valamely terményében, pl. a középterményben, 10—20%-a van, ez mindössze 0·00012—0·00024 g.

Mindez megokolja a nagyobb mennyiségű nyersérccel való kísérleteket, melyeknek célja, a laboratóriumi kísérletek eredményeire támaszkodva:

1. a középtermények átflotálása, hogy a pontos kihozatalok és fémtartalmak megállapíthatók legyenek,

2. az aranytartalmak és kihozatalok megállapítása.

III. Félüzemi kísérletek.

Az előbbi indokok alapján a m. kir. Iparügyi Minisztérium elfogadta a félüzemi kísérletek elvégzésére vonatkozó javaslatomat. Ezeket a kísérleteket legkönnyebben a *recski* állami ércelőkészítőművel kapcsolatban lehetett elvégezni, hol sok szükséges dolog rendelkezésre áll. Elkészítettem egy, 35 kg befogadóképességű, egycellás *M. S.* kombinált készülék tervét, melynek alapelve azonos a Slide-készülék alapelvével. Ezt a készüléket a *recski*-bánya gépműhelye készítette el; s a *Ganz-gyár* is rendelkezésünkre bocsátott egy, hasonló befogadóképességű, *Fazék*-féle pneumatikus készüléket, hogy összehasonlító kísérleteket végezhessünk.

35 kg nyersérc bemérésénél 1% súly is 350 g-ot tesz ki, úgyhogy bármely középtermény jól átflotálható volt a recski ércelőkészítőmű laboratóriumában is meglevő Slide-készülékkel.

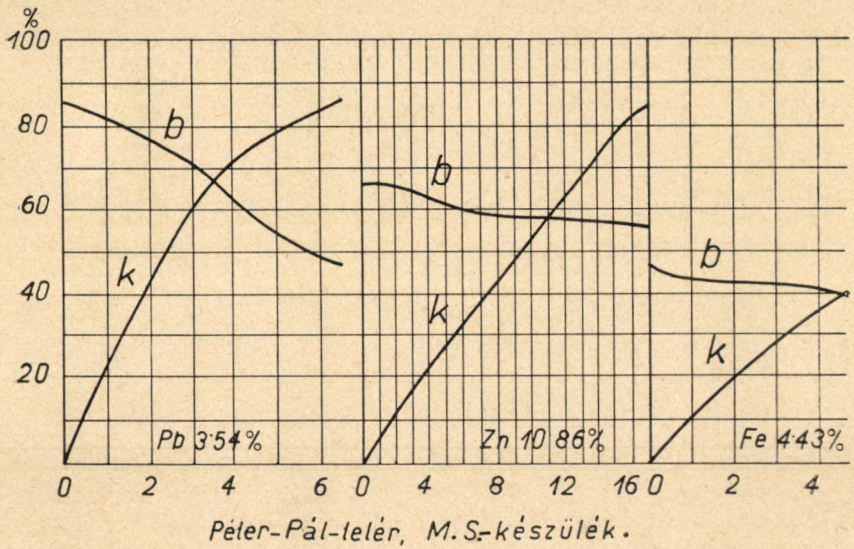
Laboratóriumi kísérleteimnek ismertetett eredményei alapján csak a TT-keverékkel való flotálást tartottam szükségesnek.

Ezeket a kísérleteket állandó, részletes utasításaim és személyes ellenőrzésem mellett, tanársegédem, TARJÁN GUSZTÁV végezte, míg a vegyelemzéseket túlnyomórészben EMŐD GYULA fémkohómérnök készítette. Néhány cinkelemzés a m. kir. Földtani Intézet kémiai laboratóriumában készült.[1]

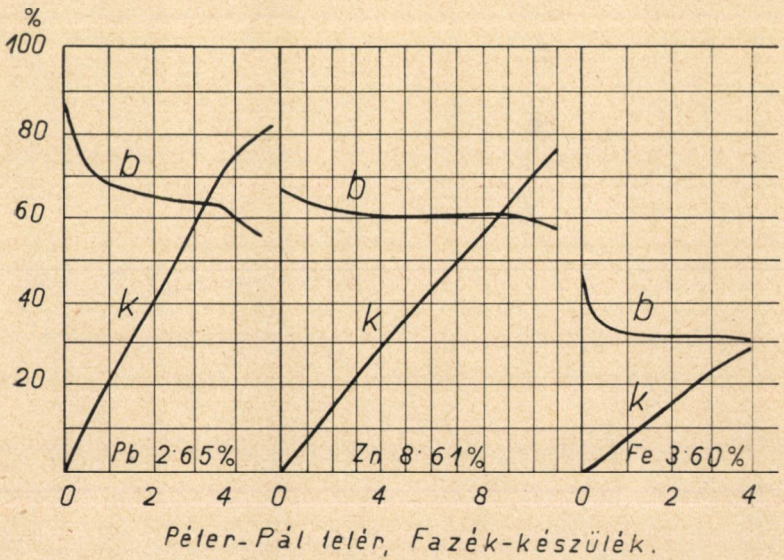
A sokszáz kísérleti és még több számítási adat táblázatos közlése igen sok helyet foglalna el, azért a kiszámított eredményeket diagrammokban összeállítva tüntetem fel az 1—4. sz. ábrákon. Mindegyiknél meg van adva az érc eredete és a flotáló készülék típusa. A fém jele mellett levő szám a nyersérc átlagos fémtartalmát adja.

Mindegyik diagrammon külön van megszerkesztve a galenit, szfalerit és pirit szelektív flotálásával, *a középtermények vagy elő-*

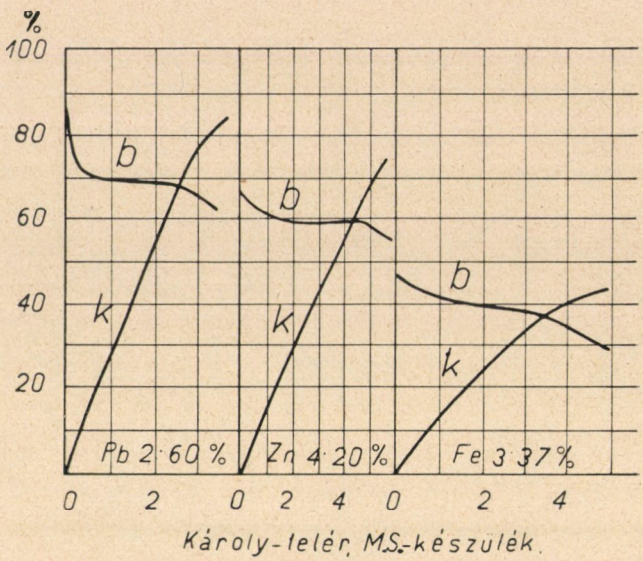
[1] A flotálási kísérletek 1937. november és december, valamint 1938. január havában készültek.


%
100
80
60
40
20
b
k
Pb 3·54%
Zn 10·86%
Fe 4·43%
0 2 4 6 0 4 8 12 16 0 2 4
Péter-Pál-telér, M. S.-készülék.

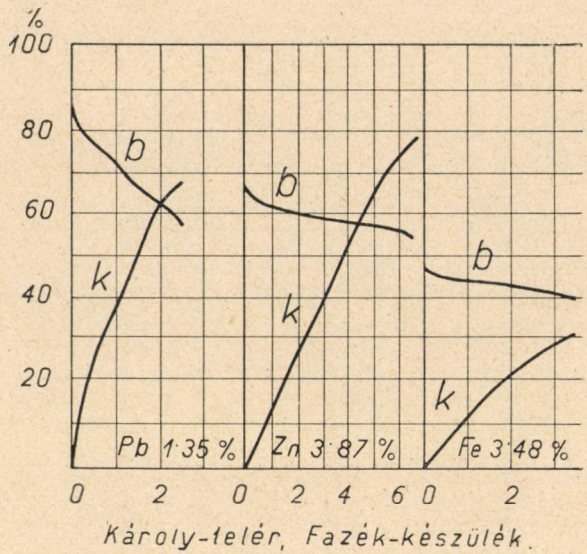
1. ábra.


%
100
80
60
40
20
b
k
Pb 2·65%
Zn 8·61%
Fe 3·60%
0 2 4 0 4 8 0 2 4
Péter-Pál telér, Fazék-készülék.

2. ábra.


%
100
80
60
40
20
b
k
Pb 2·60 %
Zn 4·20 %
Fe 3·37 %
0 2 0 2 4 0 2 4
Károly-telér, MS.-készülék.

3. ábra.


%
100
80
60
40
20
b
k
Pb 1·35 %
Zn 3·87 %
Fe 3·48 %
0 2 0 2 4 6 0 2
Károly-telér, Fazék-készülék.

4. ábra.

koncentrátumok átflotálása után elérhető, végleges és pontos, számszerű eredmény. A vízszintes tengelyre a százalékos súlykihozatal van felmérve, s meg van szerkesztve a százalékos fémkihozatal görbéje (a tengelyrendszer kezdőpontján átmenő *k* görbe), valamint a dúsított érc átlagos fémtartalmát ábrázoló *b* görbe.

A diagrammok további kiértékelésénél olyan fémtartalmakat vettem fel, melyekkel az egyes termények jól értékesíthetők, még pedig:

ólomércben..... 60% *Pb*,
cinkércben ..... 55% *Zn*,
piritben..... 35% *Fe* (40% *S*).

Ilyen fémtartalmak mellett, a diagrammok szerint, átlagban a következő fémkihozatalok érhetők el:

Pb-ból 70—75% (83% is volt),
Zn-ből 75—80% (85% is volt),
Fe-ból 30—35% (43% is volt).

A dúsított ólomércben az *Au*-nak 40—45%-a, az *Ag*-nak 50—55%-a van.

A nyersércben levő *Fe*-nak kb. $^1/_3$ része van a pirites terményben, ugyanannyi a meddőben s a többi $^1/_3$ rész eloszlik a dúsított ólom- és cinkércben.[1] A három szulfidos terményben az aranynak kb. 70%-a, az ezüstnek kb. 80—85%-a van, de a cinkércben és piritben levő nemes fémeket — csekély mennyiségük miatt — aligha fizetik meg.

A kísérletek különböző fémtartalmú nyersérccel lettek elvé-

[1] A vaskihozatal gyakorlatilag egyenlőnek tekinthető a piritkihozatallal, bár az ércben chalkopirit is van, de ennek mennyisége nagyon kevés. Így pl. a dúsított ólomércben, 1·5% *Cu*-tartalom és 3·5% súlykihozatal mellett, a nyersércre vonatkoztatva 0·045% chalkopirithez kötött vas van. Kísérleteim szerint a chalkopirit legnagyobb része a galenites terményben dúsul, úgyhogy ha csak 50%-os kihozatalt számítunk, a nyersércben 3% összes vastartalom mellett 0·09% chalkopirithez kötött vas van. Ennek alapján számítva, a *Péter Pál-telér* nyersércében van 6·2% pirit, 0·28% chalkopirit, 3·4% galenit és 10·3% szfalerit, összesen 20·2% szulfid.

gezve, éppen ezért szükségesnek tartottam a nyert eredményeket a nyersérc átlagos összetételének megfelelő összetételű ércre átszámítani. ROZLOZSNIK PÁL részletes mintavételei szerint, melyek a m. kir. Földtani Intézetben lettek vegyelemezve, az átlagos összetétel a következő:

	Péter-Pál-telér	Károly-telér
Pb	2·9%	2·0%
Zn	6·9%	4·0%
Au	2·0 g/t	2·0g/t
Ag	47·0 g/t	28·0 g/t
Fe[1]	3·0%	3·0%

A két telér fémtartalma között levő különbség szükségessé teszi a két telérre való külön számítást. A következőkben az előbb megadott fémkihozatalok középértékével fogok számolni.

Péter-Pál-telér.

Súlykihozatal az ólomércből:

$$2{\cdot}9 \,.\, 72{\cdot}5 : 60 = 3{\cdot}5\%,$$

tehát egy tonna nyersércből nyerhető 35 kg dúsított érc, s ebben van

$$35 \,.\, 0{\cdot}6 = 21 \text{ kg ólom.}$$

Súlykihozatal a cinkércből:

$$6{\cdot}9 \,.\, 77{\cdot}5 : 55 = 9{\cdot}7\%,$$

tehát egy tonna nyersércből 97 kg, s ebben van

$$97 \,.\, 0{\cdot}55 = 53{\cdot}5 \text{ kg cink.}$$

Arany:

$$2 \,.\, 0{\cdot}425 = 0{\cdot}85 \text{ g,}$$

ezüst:

$$47 \,.\, 0{\cdot}525 = 24{\cdot}7 \text{ g.}$$

Egy tonna dúsított ólomércben 24·3 g/t *Au* és 705 g/t *Ag* van.

[1] Több kísérleti adat alapján szerzőtől becsült érték.

A piritből a súlykihozatal:

$$3 \cdot 32.5 = 2{\cdot}8\%,$$

tehát tonnánként 28 kg, s ebben van

$$28 \cdot 0{\cdot}4 = 11{\cdot}2 \text{ kg kén.}$$

Károly-telér.

Súlykihozatal az ólomércből:

$$2 \cdot 72{\cdot}5 : 60 = 2{\cdot}4\%,$$

azaz tonnánként 24 kg, s ebben van

$$24 \cdot 0{\cdot}6 = 14{\cdot}4 \text{ kg ólom.}$$

Súlykihozatal a cinkércből:

$$4 \cdot 77{\cdot}5 : 55 = 5{\cdot}6\%,$$

tonnánként 56 kg, s ebben van

$$56 \cdot 0{\cdot}55 = 30{\cdot}8 \text{ kg cink.}$$

Arany: mint a *Péter-Pál*-telérnél, 0·85 g, ezüst:

$$28 \cdot 0{\cdot}525 = 14{\cdot}7 \text{ g.}$$

Egy tonna dúsított ércben 35·4 g/t *Au* és 612 g/t *Ag* van.

Pirit és kén — becslés szerint — ugyanannyi, mint a *Péter-Pál*-telérnél.

Ha kevesebb *Pb*- és *Zn*-tartalommal is megelégszünk, mint az általam felvett 60 és 55%, tehát nem érceladásra, hanem saját kohósításra számítunk, akkor a fémkihozatalok még kedvezőbben alakulnak. A megfelelő értékek könnyen kiszámíthatók a közölt diagrammok alapján.

A kísérletekből egyébként az is kitűnik, hogy a *gyöngyösoroszi* ércek flotálásánál úgy a *Minerals Separation Ltd. (M. S.)* kombinált készüléke, mint a *Fazék*-féle készülék, egyformán jó eredménynyel használható.

A *gyöngyösoroszi* ércek fémben szegények, s bár az általam

megállapított eljárással technikailag jó eredménnyel előkészíthetők, értékesítésük kb. a rentabilitás határán van, s nagy mértékben függ a mindenkori fémáraktól. De ebből a szempontból nagyon fontos az ércvagyon is, ami megszabja a termelés mennyiségének a lehetőségét is; mert hiszen a termelés fokozásával a súlyegységre eső termelési és előkészítési költség is kisebbedik. Éppen ezért nagyjelentőségű az ércvagyonnak pontos megállapítása nemcsak általános ipari, hanem honvédelmi szempontból is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

FLOTATIONSVERSUCHE MIT DEN KOMPLEXEN ERZEN VON GYÖNGYÖSOROSZI.

Von JOSEF FINKEY korr. Mitglied.

Vorliegende Abhandlung erscheint in den Mitteilungen der berg- und hüttenmännischen Abteilung der kgl. ung. Palatin Josef-Universität für technische und Wirtschaftswissenschaften, Bd. XII. 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. März 1940.)

PIROXENIT SZARVASKŐRŐL.

SZENTPÉTERY ZSIGMOND l. tagtól.

I. és II. tábla.

Az utóbbi években behatóan foglalkoztam a szarvaskő ultrabázisos kőzetekkel. E vizsgálatok során feltűnt az innen leírt amfiboldiallagitok igen nagy TiO_2-tartalma (**8.** p. 1200). Az a gondolat merült fel, hogy ez a szokatlan nagy mennyiség talán csak helyi jelenség, csak a gyűjtési pontokra szorítkozik, tehát nem jellemző a szarvaskői összes piroxenitekre. Éppúgy nem jellemző, mint némely majorlápai peridotit és hornblendit szintén nagy *Ti*-tartalma (**8, 10**) a szarvaskői többi peridotitra és hornblenditre. A viszonyok tisztázására szükségessé vált vizsgálatok eredményeit már 1928 őszén összeállítottam, de azután szerencsés alkalmam volt e kőzetek érceit egy egyszerű fémmikroszkóppal is tanulmányozni és a helyszínen újabb vizsgálati anyagot is gyűjteni. Az alábbiakban most ezekkel az adatokkal kibővítve mutathatom be az eredményeket.

A piroxenit legfontosabb előfordulási helye Szarvaskőtől délre a Zsindeloromhegy (újabban Vasbányahegy) Kecskefark nevű erdőrészlete, a Majorlápa és Határlápa nevű vízárkok között. Itt van a régi bányatáró is, a kecskefarki vagy vaskapui táró, újabban denevértáró. Az itteni eruptivtestnek a földtani helyzetét legújabban Vendl Aladár tanulmányozta és mélyfúrási adatokkal is alátámasztott szelvényében egészen új képet adott róla (12). Kutatásai a többek között megerősítették azt a véleményt, hogy ezek az ultrabázitok széli differenciálódási termékek, melyek sliresen is kiképződtek, részben azonban egészen új megvilágításba helyezte ennek a vasércben gazdag résznek a gabbróval szemben elfoglalt helyzetére és tömegének nagyságára vonatkozó ismeretein-

ket. Kimutatta azt is, hogy nemcsak szélső, de felső kiválási termék, tehát nem gravitációs eredetű.

Az eddigi kutatásaim alapján is bizonyos, hogy az ultrabázisos részben túlnyomóan uralkodik a peridotit többféle fajtája: wehrlit, diallágperidotit, dunit stb. Ezek tömegében, velük a legszorosabb kapcsolatban jelenik meg úgy a piroxenit, mint a hornblendit, de mindig csak kisebb helyeken, nagyon alárendelten. Ugyancsak ilyen piroxenit fordul elő a bányatáró északi mellékjáratával feltárt részben is, valamint a bányatáró felett mélyített kutató gödrök közül egyesekben. Az előfordulási viszonyokat egyébként a fentemlített értekezésben (**8**) részletesen tárgyaltam, így itt ezekre nem térek ki.

A Majorlápa ultrabázisos slirjeiben (180 és 197 m körül) az uralkodó peridotitfajták mellett olyan piroxenit is előfordul, amely gabbróba megy át (**8.** p. 1198). Az Újhatárvölgy egyes slirjeinek határöveiben szintén vannak piroxenites részletek, melyek hornblenditbe mennek át. Gabbróba átvezető piroxeniteket több helyen találtam a patak mély feltárásának felsőbb szintjeiben is.

A szarvaskői piroxeniteknél olyan tiszta típusok, mint aminők a peridotitoknál, de különösen a majorlápai hornblenditeknél gyakoriak, valósággal ritkák. Az évek során át gyűjtött igen gazdag anyagban mégis meg lehet állapítani bizonyos típusokat, melyekre a mindig túlnyomóan uralkodó keverékfajták visszavezethetők, bárha a keverékfajták megállapításánál mindig van több-kevesebb bizonytalanság.

Ami magát az elnevezést illeti, arra nézve meg kell jegyeznem, hogy mindegyik piroxenitben uralkodik a diallag, azért jogosan lehetne ezeket diallagitoknak is nevezni. Tekintettel azonban arra, hogy egyéb piroxének (bronzit, augit, hipersztén, diopszid) is szepelnek, néha meglehetős mennyiségben, általánosságban jobban megfelel a piroxenit elnevezés.

Az egyes piroxenitfajták között minden elképzelhető átmenet meg van, de meg van úgy a gabbró, mint a peridotit és hornblendit felé is, bár ez utóbbiak felé már sokkal gyorsabb. Nagyon gyors az átmenet a bányatáró 15—17·2 m, 21—21·75 m és az ércben gazdag 25—26·7 m szakaszain, ahonnan az 5 cm-enként megejtett vizsgálat alapján úgy a piroxenitnek, mint a peridotitnak

és hornblenditnek sok átmeneti fajtája került ki. VÄYRYNEN Petsamo vidékéről, Finnországból is olyan piroxenitet ír le (9. p. 77), mely a peridotitba (szerpentin) igen gyorsan megy át, a gabbróba azonban csak lassanként.

Ásványos összetétel. A piroxenitek ásványos összetételére nézve útalok a szarvaskői titánvasérces kőzetekről írt értekezésre (8. p. 1181—1198), ahol ezt általánosságban már ismertettem. Itt mindössze csak egyes tulajdonságokra térek ki bővebben, belevéve a legújabbi vizsgálati eredményeket is.

A piroxenitek általában nem nagy szeműek, a legtöbb 4—6 milliméteres. Ásványaik közül legnagyobb a diallag, bronzit és amfibol (itt az egyik, ott a másik), az olivin mindig sokkal kisebb, az érc vagy az olivinnel egyforma, vagy annál is kisebb. De vannak nagyszemű piroxenitek is, így a bányatáró 14·75, 15—16 m-es szakaszain s az Újhatárvölgy egyes helyein, ahol 2 cm-t is elér a szemnagyság.

A *diallag* alakja csak ott valamivel jobb, ahol különálló amfibollal érintkezik, mert a legtöbbször átnőtte a barna amfibol. Az összenövés olyan, hogy alap a diallag, ennek főleg a külső részein vannak szabálytalan amfibolrészek, melyek olykor az egész diallagkristályban egyforma orientációjúak. Egyetlen amfibolszem azonban néha több diallagkristályt sző át, úgy, hogy a nagyobb amfibolrészek a diallagon kívül esnek, míg az apró szabálytalan részek a diallagban szét vannak oszolva. A diallag gyakran poikilites az olivin és ércszemektől, többször pedig lemezesen kristályosodik össze bronzittal. Az ikerképződés nem gyakori, akkor is főleg csak kétszeres iker az (100) szerint, igen ritka a sokszoros iker sok vékony egyénnel. Zárványai közül az ilmenittáblácskák olykor kimutathatólag a bázis irányában helyezkedtek el.

Optikai tulajdonságai közül felemlítem, hogy üde állapotban igen halvány barna, igen világos sárgásbarna, leggyakoribb törésmutatói a legújabb mérések szerint: $n\alpha$=1·680, $n\beta$=1·686, $n\gamma$=1·704. Az összes mérések középértéke: $n\alpha$=1·683, $n\beta$=1·690, $n\gamma$=1·706, tengelynyílása 59°, $n\gamma : c$ 41° a középérték. A legnagyobb kettőstörése, amit észleltem, 0·029 volt.

Diallagszerkezetet nem mutató és majdnem színtelen, ritkán igen halványzöld *diopszid* nagyon kevés van, annál több van

olyan, amely a diallag valamivel erősebb színét mutatja. A leghalványabb diopszid fénytörése pár esetben valamivel gyengébb volt, mint a diallagé, a középértékben azonban nem találtam különbséget, mert erősebb fénytörésű is akad.

Közönséges *augit* gyakori, de kevés. Alakja kissé jobb, mint a diallagé, széles oszlopai főleg csak széleiken szaggatottak. Amfibollal csak ritkán szövődik össze. A diallágnál kissé erősebb színű. Törésmutatóinak középértéke: $n\alpha$=1·689, $n\beta$=1·696, $n\gamma$=1·712, de van olyan is, melynél az α és β között csak 0·003 a különbség. A $2V_\gamma$ középértéke= 61°, $n\gamma : c$ pedig 48°. Ritka a *titánaugit*hoz közeledő halvány ibolyásbarna színű, néha rózsaszínű árnyalatú piroxén; gyenge pleochroizmusa: α= halvány sárgásbarna, γ= halvány ibolyásbarna. Az anyag nem kedvező volta miatt újabban csak annyit tudtam biztosan meghatározni, hogy a hosszanti lapon (010) nem sötétedik teljesen, itt-ott némi gyenge nyomát mutatja a homokóra-szerkezetnek, kettőstörésének maximuma 0·026, $n\gamma : c$ középértéke 46°.

Meglehetősen el van terjedve a *bronzit*, melynek kristályai olykor közelednek az automorf alakhoz, leggyakoribb széles lemezei azonban a diallagéhoz hasonlók, gyakran össze is nőnek diallaggal. Az üde bronzit halványbarna, pleochroizmusa gyenge: $n\alpha$ és $n\beta$ = sárgásbarna, $n\gamma$ = halványbarna, olykor zöldes árnyalatú, $n\beta$ középértéke= 1·688, legnagyobb kettőstörése = 0·010. A kissé elváltozott kőzetekben már bronzszínű és fényű lesz. Típusos *hipersztént* nem találtam, de van ehhez közeledő piroxén: $n\alpha$= halvány vörösbarna, világos rózsaszínű, $n\beta$ = halvány sárgásbarna, $n\gamma$ = zöldesszürke; $n\beta$ középértéke = 1·695, legnagyobb kettőstörése 0·012 volt. Ez a ritka ásvány sokkal jobb alakú, mint a többi piroxén.

Az *olivin* rendesen legömbölyödött izometrikus szem, olykor erősen ki is maródott. Alakját olykor még az ércekkel szemben is megőrzi, pedig ezek zárványként is előfordulnak benne. A ritka piroxén- és amfibolzárványokról ki lehet mutatni, hogy kimarási üregekben vannak. Gyakran összerepedezett. Üde állapotban színtelen vagy igen halvány zöldessárgás színű, csak az elváltozásnál lesz erősebb színű. Főtörésmutatói a régibb és újabb mérések középértéke alapján: $n\alpha$ = 1·674, $n\beta$ = 1·694, $n\gamma$.= 1·713,

$2V_\alpha = 89°$. A főtörésmutatók értékei tág határok között mozognak, a tengelyszög nem igen változik, de sokkal kisebb is akad.

A barna *amfibol* állandó alkotórész, önállóan vagy diallaggal párhuzamosan összeszövődve. Alakja legrosszabb a femikus ásványok közt, szemnagysága többször kissé nagyobb, mint a többi alkatrészé. Legnagyobb szemek a hornblenditpiroxenitekben vannak. Színe mindig erős, abszorpciója a rendes. Az üde kristályok pleochroizmusa leginkább a barnaszín különböző mélységeiben nyilvánul: $n\alpha$ = világosbarna, elég gyakran sárgás árnyalatú, $n\beta$ = barna, $n\gamma$ = sötétbarna, vörösbarna. A törésmutatók értékei eléggé változnak, középértékek: $n\alpha = 1{\cdot}662$, $n\beta = 1{\cdot}680$, $n\gamma = 1{\cdot}692$, $2V_\alpha = 80°$, $n\gamma : c = 12°$, de ez utóbbi oly változó (0°—14°), hogy a középérték nem sokat mond, leggyakoribb 7°—9°. A többi amfibolfajta másodlagos.

A femikus ásványok közt a legritkább a *biotit*, főleg ércekkel találjuk gyakran foszlányos apró lemezkéit. Az üde biotit színe változó árnyalatú barna. Van vörösbarna és sárgásbarna is. Erős pleochroizmusa és abszorpciója a rendes. $2V_\alpha$ 0° körül van.

Az igazi piroxenitekben igen ritka a *plagioklász*, itt fajtája Ab_{20} körül van, szerepe csakis a gabbroid fajtákban van, ahol bázisos labradorig (Ab_{46}) is felemelkedik. A fínom albit és periklin ikres kristályok az amfibollal szemben rendesen, a piroxénnel szemben ritkán, az olivinnal szemben sohasem automorfok. Az ásványokon kívül néha gáz és folyadékzárványokat is tartalmaznak.

A szarvaskői ultrabázitok érceinek vizsgálatát, mint egyik értekezésben (**8.**) említettem, Vidacs Aladárra bíztam, aki azonban a közbejött események miatt nem folytathatta munkáját. Miután azonban újabban Vendl Aladár (**12**) a szarvaskői wehrlitek érceire nézve a mult évben megfigyeléseket tett közzé, (sőt a mult évben az Akadémián be mutatta Papp Ferencnek ide vonatkozó értekezését is, kinek eredményeit azonban csak Vendl munkájából ismerem), szükségesnek tartottam, hogy ilyen körülmények között legalább a piroxenitek érceivel magam is foglalkozzam, addig is, amíg azokat Vidacs dr., vagy valamelyik más tanítványom, vagy akár magam részletesen fel nem dolgozzuk. Eddigi vizsgálataim alapján már most megállapíthatom, hogy Vendlnek a wehrlitek ilmenit és magnetit tartalmára vonatkozó

megállapításai (**12.** p. 604) egészen jól ráillenek a piroxenitek hasonló érceire is.

A piroxenitekben szerepel az *ilmenit, magnetit, hematit, barnavasérc* és többféle *szulfidérc*. Ezekkel a szulfidércekkel most közelebbről nem foglalkoztam, azt elegendő készítmény hiányában is későbbre kell halasztanom.

Az ércek eloszlása nagyon szabálytalan, néhol sok van, sőt nagyobb csoportokat, szabálytalan halmazokat is alkotnak. Közülük az ilmenit és magnetit az uralkodó, a hematit és barnavasérc csak helyenkint említésreméltó, leginkább a ritka elváltozott kőzetekben. Így a szulfidércek is, melyek főleg egyes különálló zsinórokban és különálló ércesedett helyeken fordulnak elő.

A két főérc egymáshoz való mennyiségbeli viszonya a piroxenitekben is nagyjában olyan, mint azt VENDL a wehrlitnél megállapította. Az ilmenit legtöbbször uralkodik, van olyan kőzet, melyben az ilmenit többszörte nagyobb mennyiségű, viszont ritka eset, midőn a magnetit valamivel több.

Az ilmenit és magnetit legnagyobb része legömbölyödött szem, van azonban élesen automorf és egészen xenomorf is. Az olivinnel szemben több esetben xenomorfok. A nagyobb érchalmazokban olykor szögletes kövezetszerkezetűek. Az ilmenit néha körülnövi a magnetitet, de az ellenkezőre is van példa. Az egyes szemek nagysága a μ-ostól 1·5 mm-ig változik. Különösen nagyok a hosszúkás ilmenitlemezek. Egyes kőzetekben általában aprók a szemek, itt azonban mindig vannak sokkal nagyobbak is. Másutt egyenletesen nagyobbak az ércszemek. Zárványuk főleg olivin, spinell és gömbölyű szulfidérc. A magnetit néha, az ilmenit gyakrabban iker. Az ilmenitikrek olykor igen fínomak, néha kis, néha nagy számúak, különböző vastagok, de vannak egyforma széles egyénekből álló ikrek is. Ikerrácsozat is előfordul az ércszemeknél az R irányában.

A szarvaskői ultrabázisos magmarésznek VENDL A. által is említett lassú lehűlése (*12.* p. 600) következtében tehát az ilmenit és magnetit anyagának jórésze külön kristályokban merevedett meg. Az optikai vizsgálatok és vegyi kísérletek alapján azonban arra lehet következtetni, hogy a két érc anyagának különválása eredetileg még sem volt egészen teljes, az ilmenitben (legalább is

némelyik ilmenitben) maradt valami kevés magnetitrész, némelyik magnetitben is ilmenitrész.

A magnetit színe szürke és világos barnásszürke, ritkán igen halvány rózsaszínű árnyalattal, de van egészen világosszürke vagy szürkésfehér. Az ilmenit úgy a levegőn, mint olajban rózsásszürke vagy halványszürke, a magnetit színétől leginkább még olajimmerzióval lehet megkülönböztetni. Így sem mindig. A reflexió erősségére vonatkozólag fotométerrel nem kaptam megnyugtató eredményeket. A nyert R értékek ugyan nem haladják túl a magnetit-ilmenit határértékeket, de ezen belül állandóan változnak egymáshoz közelednek. Ennek oka lehet ugyan úgy műszerbeli gyengeség, mint megfigyelési hiba, de a sok egybehangzó eredmény alapján inkább az értékek változósága látszik előttem valószínűnek.

Sajátságos, hogy a magnetit és ilmenit anyagának egy kristályon belül való szétválását savakal való kezelés nélkül legtöbbször csak a gyöngyházszerű csillogás sejteti, de még maratással is legfeljebb csak következtethetünk rá a származott rajzolatokból és maradványokból. Ennek oka talán az, hogy nagyon kevés bennük a másiknak az anyaga, ezért nem történik legtöbbször határozott szétválás a már kialakult kristály keretén belül. A legkifejezettebb szétválási formát nem is magnetit-ilmenit között, hanem a Majorlápa egyik meglehetősen elváltozott kőzetében ilmenitnél észleltem, melyben hematitlencséket találtam.

A maratási kísérleteknél megfelelő eredményt csak nagyon kevés magnetitkristálynál értem el, melyek cc. sósavval a normális 2″—5″ alatt már jelentékeny szerkezeti kimaródást mutattak. A legtöbb magnetitszemnél azonban hideg sósavval még sokkal hosszabb idő alatt se mindig kaptam kielégítő eredményt, sőt még a forró sósav se mindenütt hatott eléggé a normális idő alatt. Ahhoz pedig, hogy fényességét teljesen elveszítse, tehát erősen kimaródjon, legalább 4′, másoknál 10′ is kellett. A legtöbb magnetitben azonban még ezután is maradtak apró szabálytalan foltok, rostos halmazkák, melyek az ilmenit tulajdonságát mutatták. Ezek a különálló kettősentörő részek maratás nélkül egyáltalában nem látszottak. Megjegyzendő, hogy ezek a maratásbeli különbözőségek egyenlő körülmények közt (pl. egyenlő irányokban) főleg az egyes kőzetek lelőhelyei szerint változnak. A kimaródás ott, ahol nem szár-

maznak jellemző rajzolatok, vagy egyenletesen indul meg vagy olyan, hogy a felület egyes vékony sávok mentén válik sötétté a szabálytalan fényes részek között, majd a kimart részek szélesednek, végül csak egyes apró foltok maradnak néhol fényesek.

Az ilmenitnél csak forró konc. sósavval lehet eredményt elérni. 10′ körül (egyiknél előbb, másiknál később) egyesek a széleiken kezdenek kimaródni. 20′ körül már egyes szemek belső részén is látszik a hatás, a karcolások mélyülnek. Egyes szemeknél már jóval előbb, pár perc alatt parányi sötét likacsok támadnak, talán a bennük lévő magnetitrész kioldódása miatt. 30′ körül egyeseknek a felületén különböző alakú maratási kiemelkedések és bemélyedések, jellemző rajzolatok, csatornaszerű árkok stb. képződnek, 1^h körül az ilmenit egy része (kisebb része) feloszlóban van, darabokra válik a széles kimaródások mentén, egyes részei valamivel sötétebbek lesznek. Egyes szemek azonban még másfél órai maratás után is megőrzik fényességüket és egyöntetűségüket.

Ezek a maratásbeli különbözőségek úgy a magnetitnél, mint az ilmenitnél sokkal nagyobbak annál, mint hogy csak az egyes metszetek különböző irányaival stb. lehetne magyarázni. Hajlandó vagyok ezért ezt részben a bennük lévő idegen anyag (pl. a magnetitben lévő ilmenit, ebben a magnetit stb.) különböző mennyiségének ill. hatásának tulajdonítani. Bizonyos az, hogy másképpen viselkednek, mint a tiszta magnetit és ilmenit, aminőket ebből a szempontból szintén vizsgáltam.

Az erős kimarás folytán származott szerkezet a magnetitnél főleg szemcsés, az ilmenitnél főleg lemezes, de igen gyakran előfordul a rostos, száras vagy éppen rudas szerkezet. Az ilmenitnek bázislapján és a magnetit bizonyos lapján (amit csiszolatban közelebbről nehéz meghatározni, talán a kockalapon: **1.** p. 219) maratás után sajátságos kiemelkedések látszanak: egy vagy több szintből álló kerek lapos kúpok, gömbös dudorok és ilyenekből álló változatos halmazok, valóságos oszlopsorok stb. Más szemeken bemélyedések keletkeztek. Olyan szabályos kiemelkedések és bemélyedések azonban, aminőket a magnetiten írnak le (**1**) és aminőket magam is észleltem most a próbacsiszolatokon (Kirunavaara stb.), a szarvaskői piroxenit magnetitjein nem találhatók.

Egyes ilmenitszemeknél az erős kimaratásnál fokozatosan

jelenik meg egy többé-kevésbbé szabályos, párhuzamos, az egész kristályon végighaladó, igen sűrű ikerlemezesség. Függetlennek látszik ez a lemezesség az ilmenit eredeti ikersávjaitól, annyiban, hogy megjelenésekor az eredeti ikersávok olykor (de nem mindig) már feloszlásnak indulnak s amidőn teljesen kifejlődik, az eredeti ikersávok helyenként egészen el is tűnnek. Ez a sűrű ikerlemezesség egyes ilmenitszemeknél korábban, másoknál később jelenik meg. Az előbbi esetben néha előfordul, hogy a kifejlődő lemezek közt lévő szintén lemezszerű anyag (talán magnetit?) elég gyorsan kimaródik, helye e miatt sötétté válik, míg a fényesen maradt lemezszélek mint bordák szinte szabadon állanak ki a csiszolat felületén. Ha az ilmenitszem felülete merőleges az ikerlemezekre, akkor csak az egymással párhuzamos lemezszéleket, fínom vékony léceket látjuk, ha azonban ferde, akkor részben maguk a lemezek is kivehetők. Azok a rendkívül fínom, olykor elmosódó, az ilmenitnél világosabb parányi sávocskák és apró lencsék, melyek a maratás alkalmával olykor kifejlődnek, merőlegesek az ikerlemezekre.

Egyes ilmenitszemeknél először sajátságosan parányi ízekre tagolt, rövid lemezkék lépnek fel, melyek a további maratásnál hosszukban növekednek, végül összeérnek, és mint vékonyabb-vastagabb párhuzamos ikersávok sűrűn egymás mellett szintén végigfutnak az egész ilmeniten. Ezekből azonban a legerősebb maratással sem lesz egészen olyan szabályosan egyöntetű lemezekből álló rendszer, mint aminőről fentebb szó volt, mert az említett parányi sávocskák és lencsék mindig apróbb részekre (ízekre) tagolják a csiszolat síkjában megjelenő lemezrészeket.

Van azonban egy másik fajta lemezesség is. Ezek a szintén csak a maratásnál megjelenő, általában rövid lemezkék érdekes elvetődéseket mutatnak a kimaratásnál láthatóvá vált hasadási vagy repedési vonalaknál. Nem olyan merevek, mint az előbbiek és néha két irányban is húzódnak, olykor valósággal kettéágaznak.

A piroxenitekben a felsoroltakon kívül szerepel még a *rutil*, melyet itt-ott másodlagos ásványnak kell tartanunk, *apatit* csak a gabbrópiroxenitekben fordul elő kis mennyiségben, míg a *spinell* valósággal ritkaság.

A másodlagos ásványok ugyanazok, melyeket az említett értekezésekben (*8*, *10*) már tárgyaltam, így csak névszerint említem

meg a fontosabbakat: uralit, aktinolit, tremolit, smaragdit, pennin, klinochlór, ripidolit, básztit, krizotil, antigorit, iddingszit, titanit, epidot, klinozoizit, zoizit β, prehnit, kálcit, kvarc. Ezek közül mindössze az olivinből származó szerpentin szaporodik néhol fel. A piroxeniteket ú. i. általában jóval üdébbeknek találtam, mint a velük együtt előforduló peridotitokat és hornblenditeket.

Vegyi összetétel. Az újabban megelemzett kőzetek az egyes típusok legüdébb és nagyobb részben olivinben szegény vagy majdnem olivinmentes tagjai. Az olivinben gazdag szarvaskői ultrabázitokat ú. i. már az eddigi értekezésekből (**2, 8, 10, 12**) jól ismerjük. Az új elemzéseket POLNER ÖDÖN vegyészmérnök készítette kérésemre 1938—1939-ben.

Az aránylag legtisztább típus tagjai a tulajdonképpeni piroxenitek:[1]

1. Piroxenit, bányatáró 16·7 m. Térfogati összetétele százalékokban: *pi* = 75, (ebből *br* = 10), *am* = 3, *érc* = 21 (kissé uralkodik az ilmenit, mennyisége kb = 13), egyéb = 1, közte *ol* is. T = 3·523.

2. Olivines diallagit, bányatáró 18·1 m. Százalékos összetétele: *di* = 72, *am* = 4, *ol* = 7, *érc* = 15 (ebből ilmenit kb. = 12), egyéb = 2, közte *br* is. T = 3·493.

3. Ércdiallagit, bányatáró 29 m. Százalékos összetétele: *di* = 58, *am* = 2, *ol* = 5, *érc* = 33 (ilmenit mennyisége 18 körül van), egyéb = 2, közte *bi* is. T = 3·682.

Jelentékeny mennyiségű amfibolt tartalmaznak a következők:

4. Amfibolpiroxenit, bányatáró 25 m. Százalékos összetétele: *pi* = 60 (ebből *br* = 9), *am* = 15, *ol* = 5, *érc* = 19 (ilmenit és magnetit kb. egyenlő), egyéb = 1, közte *pl* és *bi*, T = 3·513.

5. Amfibol-ércdiallagit, bányatáró 26 m. Százalékos összetétele: *di* = 51, *am* = 12, *ol* = 3, *érc* = 34 (ilmenit nem sokkal több, mint magnetit, kb. 20). T = 3·710.

Hornblenditekhez közeledő piroxenitek a következők:

6. Biotitos hornblenditpiroxenit, bányatáró 16·5 m. Százalékos összetétele: *pi* = 50 (ebből *br* = 7), *am* = 32, *bi* = 6, *érc* = 10 (a magnetit jóval több, mint az ilmenit), egyéb = 2, közte *ol* is. T = 3·368.

---

[1] A rövidítések jelentése: *pl* = plagioklász, *pi* = piroxén, *di* = diallag, igen kevés esetleges augit, diopszid, *am* = barna amfibol, *bi* = biotit, *ol* = olivin, *érc* = ilmenit, magnetit, esetleges hematit, limonit és szulfidérc, egyéb = rutil, spinell, 1 %-ot el nem érő olivin, biotit, plagioklász, bronzit, végül a másodlagos ásványok, melyeknek mennyisége a megelemzett üde kőzetekben mindig csekély. Amennyiben az «egyéb» 1 %-ot nem tesz ki, nem is jelölöm. Az értékek mind lekerekített számok.

7. Hornblenditdiallagit, bányatáró 16·25 m. Százalékos összetétele: *di* = 51, *am* = 29, *ol* = 2, *érc* = 16 (ilmenit uralkodik, mennyisége kb. 11), egyéb = 2, közte *br* is. T = 3·470.

8. Hornblenditpiroxenit, bányatáró 15·6 m. Százalékos összetétele: *pi* = 50 (ebből *br* kb. 8), *am* = 32, *ol* = 3, *érc* = 14 (ebből ilmenit kb. 10), egyéb = 1, közte *pl* is. T = 3·460.

Az igen gyakori olivinpiroxenitekből 1 elemzés van:

9. Olivinpiroxenit, bányatáró 15·1 m. Százalékos összetétele: *pi* = 54 (ebből *br* kb. 15), *am* = 6, *ol* = 16, *érc* = 22 (ebből ilmenit kb. 17), egyéb = 2. T = 3·502.

A leggyakoribb típus a peridotithoz közeledő piroxenit:

10. Peridotitdiallagit, bányatáró 27·5 m. Százalékos összetétele: *di* = 52, *am* = 2, *ol* = 30, *érc* = 15 (belőle ilmenit kb. 9), egyéb = 1, közte *pl* is. T = 3·556.

Az érceknek egymáshoz való mennyiségbeli viszonyára megjegyzem, hogy míg ezekben a kőzetekben az ilmenit általában nem sokkal több a magnetitnél, csak ritkán többszöröse (2. és 9. sz. kőzet), sőt van olyan kőzet is, ahol a magnetit uralkodik (6. sz.), addig a régebben megelemzett két kőzet közül (**8.** p. 88) az egyikben (bányatáró 22·75 m) kb. négyszerte több az ilmenit, mint a magnetit, a másikban (bányatáró 15·75 m) pedig alig van valami kevés magnetit.

Eredeti elemzések:

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
SiO_2	31·70	30·00	26·70	30·90	25·16	43·49	37·30	36·97	31·74	28·35
TiO_2	10·10	10·84	8·89	6·32	9·56	2·51	8·05	8·65	14·60	7·75
Al_2O_3	2·80	3·30	2·50	4·64	3·40	3·83	3·12	2·81	3·06	4·45
Fe_2O_3	13·20	6·70	19·31	11·06	18·59	10·99	11·73	10·34	7·64	7·85
FeO	24·00	20·53	23·60	31·40	28·39	15·97	16·00	19·60	22·20	22·07
MnO	0·71	0·82	0·54	0·68	0·78	0·53	0·57	0·63	0·67	0·68
MgO	7·19	13·95	10·50	5·96	5·66	9·17	10·22	10·30	13·01	13·98
CaO	8·34	11·28	6·13	6·70	6·71	9·98	10·32	8·41	4·22	13·60
Na_2O	0·80	0·64	0·91	1·58	0·84	1·55	1·08	1·08	0·75	1·13
K_2O	nyom	0·08	0·02	0·31	0·23	nyom	0·04	0·17	0·06	0·04
P_2O_5	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00	0·00
H_2O+	0·90	0·90	0·64	0·65	0·97	0·97	0·73	0·50	1·15	0·64
H_2O-	0·23	0·09	0·13	0·29	0·10	0·50	0·35	0·30	0·38	0·09
	99·97	99·13	99·87	100·49	100·39	99·49	99·51	99·76	99·48	100·63

Az az abnormálisan nagy TiO_2 tartalom, ami a régebben megelemzett szarvaskői két piroxenitben van (**8.** p. 1200), tehát valóban csak helyi jelenség. Bizonyos azonban, hogy a megelemzett piroxenitek átlagos *Ti*-tartalma is jóval nagyobb a normálisnál, sőt van köztük olyan is (9. sz.), amely e tekintetben megközelíti

az említett elemzéseket. Azt mondhatjuk tehát, hogy ezek szerint az elemzések szerint a TiO_2-ben való gazdaság majdnem általánosan jellemző tulajdonsága e piroxeniteknek. Éppen így jellemző az erős bázisosság, továbbá a vasoxidok nagy, a $MgCa$-oxidok aránylag kis mennyisége is.

Jó képet kapunk e kőzetekről,[2] ha a fenti tíz és a régebben leírt két piroxenit (**8.** p. 88), összesen tehát 12 piroxenit elemzésének a középértékét összehasonlítjuk az eddig megelemzett 14 szarvaskői hornblendit (**10.** p. 216—237) és 7 szarvaskői peridotit (**8.** p. 200 és **17.** p. 596) elemzéseinek középértékeivel :

Eredeti elemzések :

	Hornbl.	Pirox.	Perid.
SiO_2	38·63	32·08	30·18
TiO_2	6·24	10·24	11·20
Al_2O_3 ...	8·07	3·23	1·62
Fe_2O_3	7·46	10·48	8·58
FeO	15·14	22·09	27·61
MnO	0·47	0·66	0·39
MgO	10·11	10·49	13·72
CaO	10·28	8·55	5·25
Na_2O	1·42	0·99	0·59
K_2O	0·17	0·10	0·06
P_2O_5	0·23	0·00	0·03
H_2O+	1·39	0·71	0·75
H_2O-	0·46	0·29	0·09
Egyéb ...	0·01	99·91	100·07
	100·08		

Molekula százalékok :

	Hornbl.	Pirox.	Perid.
SiO_2 ...	40·91	33·98	31·40
TiO_2 ..	4·96	8·14	8·74
Al_2O_3 ..	5·03	2·02	0·99
FeO ...	19·71	28·41	30·97
MgO ..	16·06	16·66	21·41
CaO ..	11·67	9·70	5·86
Na_2O ..	1·45	1·02	0·59
K_2O ...	0·11	0·07	0·03
P_2O	0·10	0·00	0·01
	100·00	100·00	100·00

Annak a differenciálódásnak, amely a szarvaskői eruptívumok sokféleségét létrehozta, némi nyoma még ezekben az ultrabázitokban is megvan. Az egyes csoportokban, ha nem is nagy határok

[2] A szarvaskői ultrabázitokról Grazban (1938. aug. 24) tartott előadásomban (**11**) kissé eltérő számok szerepelnek: 1. azért, mert akkor még csak 8 új piroxenitelemzés volt készen, tehát csak 10-nek a középértékét közölhettem, 2. azért, mert most a peridotitoknál csak az újabb elemzéseket vettem tekintetbe, hozzájuk véve Takáts dr. két új elemzését is, melyet Vendl prof. közölt (**12**). Így a következő peridotitok szerepelnek összehasonlításomnál: wehrlit Emszt elemzése 1906, amfibolperidotit Emszt elemzése 1930, ércperidotit Emszt elemzése 1930, diallagércperidotit Polner elemzése 1936 (ezek fel vannak sorolva: **8.** p. 88), wehrlit John elemzése 1907, diallagperidotit Takáts elemzése 1937, wehrlit Takáts elemzése 1937 (ezek fel vannak sorolva: **12.** p. 596).

között, de elég szabályosan változnak az alkotó vegyületek: a kovasav az *Al*-oxiddal és alkáliákkal együtt fokozatosan csökken a hornblendittől a peridotitig, velük együtt a *CaO* is, ezekkel ellentétben a vasoxidok összege növekedik a *MgO*-al és a TiO_2-al együtt. Az is kitűnik ezekből az elemzésekből, hogy a piroxenit több értéke, így a kovasav, titánsav, *Al*-oxid, a vasoxidok összege közelebb van a peridotit értékeihez, mint a hornblenditéhez. A hornblendittől különösen az *Al*-oxid mennyiségében különbözik.

De felismerhetjük ezekben az ultrabázitokban magának a szarvaskői kőzetvidéknek a sajátosságait is, ha összehasonlítjuk ezeket az újabb irodalomban szereplő hasonló kőzetek elemzéseivel. Ezeket részben már közöltem (**10**), úgy hogy most csak a piroxenitekre vonatkozó kibővített adatokat ismertetem. Az összehasonlításnál a rendelkezésemre álló ilyen összefoglaló munkákban (**3, 6**) található egyes lehetőleg rokon kőzetek elemzéseinek (Rosenbusch: **3.** p. 255, az 1—12, 16—17. sz. elemzésnek és Tröger: **6.** p. 278, a 675., 678—681., 683—686. sz. elemzésnek) összesen 24 piroxenitelemzésnek a középértékét vettem alapul. Ezeknek az elemzéseknek a határát azért bővítettem ki a **11.** sz. értekezés adataival szemben, mert a szarvaskői piroxenitek közé olyan új elemzések is kerültek, melyek ezt szükségessé tették. Ezért térnek el kissé a most adott számok az ott közöltektől.

Eredeti elemzések:			Niggli, Becke, Tröger és Marchet értékei:					
	Ros.	Trög.		Ros.	Trög.		Ros.	Trög.
SiO_2 ..	32·08	45·23	*si* ...	59	78	ξ..	5·5	7
TiO_2 ...	10·24	1·42	*qz* ..	—49	—26	η..	20	28
Al_2O_3 .	3·23	5·64	*ti* ..	12·6	1·8	ζ..	18	23
Fe_2O_3 ..	10·48	6·16	*al* .	3·5	6	ϑ_{011}	1·06	3.5
FeO....	22·09	7·94	*fm* .	78	70.5			
MnO ..	0·66	0·10	*c* ...	16·5	22·5	*s* .	6	2
MgO ...	10·49	19·45	*alk*	2	1	*az*	0·42	0·44
CaO ...	8·55	12·17	*k*....	0·05	0·17	*k*..	0·05	0·17
Na_2O...	0·99	0·49	*mg* ..	0·37	0·72	*L°/o*	0·07	0·12
K_2O....	0·10	0·16	*cm* ..	0·37	0·30			
P_2O_5 ...	0·00	0·04	*fc* ...	0·74	0·46	*ls* .	0·25	0·20
H_2O+..	0·71	1·27	*c : fm*	0·21	0·31	*fs* .	1·58	1·13
H_2O-..	0·29	0·04	*m* .	2	3	*qs*	— 0·83	— 0·33
Egyéb .	—·—	0·07						
	99·91	100·18						

Kétségtelen, hogy a szarvaskői piroxenit jóval bázisosabb, mint az irodalom piroxenitjeinek középértéke. Jellegzetessége azonban nemcsak a kovasav jóval kisebb értékben van, hanem abban is,

hogy a vasoxidok mennyisége majdnem háromszorta nagyobb, míg *Mg*-oxidja majdnem felényi, mint a többi piroxenité. Nagy titánsavtartalma pedig a normális piroxenitek közt szinte egyedülálló.

*

Szarvaskő vidékének piroxenitjei egészen jól körülhatárolható csoportot képeznek ugyane vidék többi ultrabasitjaival, a hornblenditekkel és a peridotitokkal szemben. De meg van bennük a szarvaskői kőzetvidék sok jellemző tulajdonsága is: az erős bázisosság, titánsavban való nagy bőség, a nátron túlnyomó uralkodása a káli fölött, a vasoxidok különösen nagy szerepe és a magnézia aránylag kis mennyisége. Ezek a tulajdonságok a szarvaskői piroxenitek legfontosabb jellemző sajátságai, melyek élesen megkülönböztetik ezeket más kőzetvidékek hasonnevű kőzeteitől.

A használt irodalom.

1. Becke, F.: Ätzversuche an Mineralien der Magnetitgruppe. T. M. P. M. Bd. 7. p. 200—249. Wien, 1886.

2. Pálfy M.: A szarvaskői wehrlittömzs. Földt. Közl. XL. p. 480—486. Budapest, 1910.

3. Rosenbusch–Osann: Elemente der Gesteinslehre. Stuttgart, 1923.

4. Ramdohr, P.: Beobachtungen an Magnetit, Ilmenit, Eisenglanz etc. Preuss Bergakad. z. Clausthal. Festschrift. p. 307—341. Leipzig, 1925.

5. Schneiderhöhn—Ramdohr: Lehrbuch der Erzmikroskopie. I_1, II. Berlin, 1931—1934.

6. Tröger, E.: Spezielle Petrographie d. Eruptivgesteine. Berlin, 1935.

7. Vendl M.: Kőzet-, szén- és ércmeghatározó módszerek. Sopron, 1935.

8. Szentpétery Zs.: Titanomagnetites kőzetek a szarvaskői Vaskapu vidékéről. M. Tud. Akad. Mat. Termtud. Értesítő. LVI. p. 1172—1212. Budapest, 1937.

9. Väyrynen, H.: Petrologie d. Nickelerzfeldes Kaulatunturi u. Kammikivitunturi in Petsamo. Bull. d. l. Comm. Geol. d. Finlande. Nr. 116. p. 1—198. Helsinki, 1938.

10. Szentpétery Zs.: Szarvaskői amfibololit. M. Tud. Akad. Mat. Termtud. Értesítő. LVII. p. 390—407. Budapest, 1938.

11. Ugyanaz: A Bükkhegység ultrabasitjai. Acta chem. mineralog. phys. VII. p. 1—7. Szeged, 1939.

12. Vendl A.: A szarvaskői wehrlitről. M. Tud. Akad. Mat. Term. Tud. Értesítő. LVIII. p. 591—606. Budapest, 1939.

Táblamagyarázat.

1. Piroxenit szerkezeti képe. Diallag, bronzit, minimális amfibol, sok érc: uralkodólag ilmenit. Bányatáró 16·2 m, 1 Nicol; 19 × nagyítás.

2. Amfiboldiallagit szerkezeti képe. Diallag, amfibol, ilmenit. Bányatáró 15·8 m. 1 Nic. 19 ×.

3. Érdiallagitból érchalmaz széle: ilmenit, magnetit, diallag. Bányatáró 2·2 m. 1 Nic. 19 ×.

4. Ilmenit és magnetit kristályok gömbölyű olivinszemek körül. Bányatáró 27·5 m. Felületi csiszolat, mint az alábbiak is mind (4—12 kép). 1 Nic. 56 ×.

5. Ilmenitnek a bázishoz közeli metszetei ikersávokkal. Bányatáró 21·1 m. +Nic. 105 ×.

6. Magnetitkristály ilmenitszemek közt. Bányatáró 27·5 m. 1 Nic. 105 ×. Konc. *HCl* 5″.

7. Ilmenit+magnetit-csoport gömbölyű olivinszemekkel. Bányatáró 18·1 m. 1 Nic. 56 ×.

8. Ugyanaz forró konc. sósavval kezelve 1^h hosszat. Az ilmenitszemek v. egyáltalában nem v. csak részben (baloldalon részlegesen) maródtak ki. A magnetit igen erősen kimaródott.

9. Sajátságos gyöngyfényű xenomorf magnetit legömbölyödött ilmenit mellett. Bányatáró 27·8 m. 1 Nic. 130 ×.

10. Magnetit kristály felülete. Bányatáró 14·75 m. Hideg konc. sósavval kezelve 35″. 1 Nic. 1500 ×. olajimm.

11. Ilmenit másodlagos, sűrű ikerlemezességgel. Forró konc. sósavval kezelve 1^{h}15″. Bányatáró 15 m. 1 Nic. 680 ×. olajimm.

12. Ilmenit, ízekre tagolt lemezekből álló másodlagos ikerrendszer, eltűnő eredeti ikerlemezzel. Forró konc. sósavval kezelve 1^{h}15′. Bányatáró 14·8 m. 1 Nic. 1100 ×. olajimm.

Értekezésem megjelenése közben kaptam meg a Mat. Term.-tud. Értesítő LVIII. k. 3-ik részét Papp Ferenc cikkével (p. 918—925), melyben a szarvaskői wehrlit érceit is leírja. Fontos itt, hogy ő ugyanazokat a fémoxidokat találta a wehrlitben, mint aminőket a fent ismertetett pyroxenitből most leírtam. Miután a szarvaskői wehrlit és piroxenit magmatikus ércesedése azonos, ez nagyon megnyugtató rám nézve, az t. i., hogy egy olyan gyakorlott régi kalkografusnak, aminő Papp dr., az eredményei lényegileg megegyeznek az én adataimmal.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

PYROXENIT VON SZARVASKŐ.

Von S. v. SZENTPÉTERY.

Mit Tafel I—II.

Der wichtigste Fundort befindet sich am Zsindeloromberg (Vasbányaberg), an der Nordseite des Vaskapu, südlich von Szarvaskő; daselbst wurde im Kecskefark-Waldteile jener alte Stollen angelegt, welcher der beste Aufschluss der Ultrabasite (Peridotit, Pyroxenit und Hornblendit) ist. Ähnliches Gestein kommt an mehreren Stellen des Wassergrabens Majorlápa und etwas weiter nördlich im Ujhatár vor. Das Gestein erscheint überall in kleineren Massen; auch im Stollen, wo derselbe zwischen den Peridotiten wiederholt eingeschaltet sich befindet, spielt der Pyroxenit eine sehr untergeordnete Rolle.

Auf Grund der mineralischen und chemischen Zusammensetzung kann man gewisse Typen aufstellen: Pyroxenit, Olivinpyroxenit, Hornblendepyroxenit, Erzpyroxenit, Peridotitpyroxenit, Hornblenditpyroxenit. Diese Typen sind teils miteinander, teils mit den Peridotit- und Hornblenditarten, sowie den Gabbroarten durch Übergänge verbunden. Der Übergang ist einerseits scharf, anderseits verschwommen, dem Gabbro zu ist es im allgemeinen stufenweise. Unter den Gemengteilen herrscht der Diallag immer vor, so dass man diese Gesteine auch als Diallagite bezeichnen könnte. Mit Rücksicht darauf, dass nebenbei auch andere Pyroxenarten vorkommen, obzwar in kleiner aber wechselnder Menge, ist der Name Pyroxenit, als umfassende Benennung, richtiger.

Aus den mitgeteilten 12 chemischen Analysen kann man feststellen, dass diese Pyroxenite ebenfalls stark basisch, reich an Eisenoxyden und an Titansäure, arm an Magnesia und Kalk sind. Auf Grund dieser Eigenschaften unterscheiden sie sich scharf von ähnlichen Gesteinen anderer Gesteinsprovinzen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. März 1940.)

A BÁRÓ EÖTVÖS LORÁND-FÉLE TORZIÓS INGAMÉRÉSEK ÉS A SZÉNKUTATÁS.

VITÁLIS ISTVÁN l. tagtól.

A többé-kevésbbé *szintes* helyzetű, fiatal, üledékes rétegekkel fedett medence-fenekek tagoltsága,a felszín alatt rejlő kiemelkedések: sasbércek (Horstok) és mélyedések: szerkezeti (tektonikai) árkok vagy a gyűrődések folytán keletkezett boltozatok (antiklinálisok) és nyergek (szinklinálisok), valamint az *eltakart* keret- és alaphegységek a geológus kutató szeme előtt többnyire rejtve maradnak, minthogy a külszíni jelek, a *természetes feltárások* az ilyen, többé-kevésbbé *sík* területen rendszerint nem nyujtanak kielégítő támaszpontot ahhoz, hogy a felszín alatt rejlő *szerkezeti viszonyokra* vonatkozólag valószínű következtetéseket vonhassunk le.

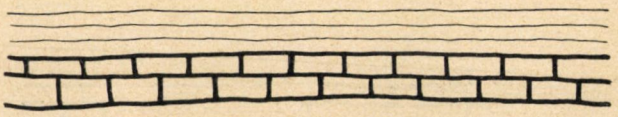
Hazánkban például a Nagy Magyar Alföldön a holocénple sztocén-takaró alatt a *külszínen* egyrészt csak a szelíd *dombhátságok:* a Nyírség, az arad—csanádi, a Telecskai, a duna—tiszaközi dombhátak és másrészt csak a Duna, a Tisza észak-déli, a Hármas-Körös, a Maros keleti-nyugati, a Szamos, a Fehér-Körös délkelet-északnyugati és a Közép-Tisza, a Berettyó, a Temes és a Béga északkelet-délnyugati irányú *folyószakaszai*, mint feltételezhető *vető*-vonalak sejtetik, hogy a Nagy-Alföld medencéjének a feneke nem sík, hanem hepe-hupás, amelyen kiemelkedő sasbércek vagy antiklinálisok és bemélyedő szerkezeti árkok vagy szinklinálisok váltakozhatnak.

Hasonló a helyzet a Kis Magyar-Alföldön, sőt egyes feltérségeken és alaphegység-keretek közti medencerészekben is.

Az ilyen *eltakart* területeken a felszín alatt rejlő medencefenekek tagoltságának: a sasbércek és szerkezeti árkok, az antiklinálisok

és a szinklinálisok, valamint a medencék alaphegység-kereteinek a kinyomozása a legegyszerűbb esetből indulva ki, következőképpen gondolható el.

A *régebbi* üledékek általános tapasztalat szerint rendszerint sűrűbbek, *tömöttebbek*, mint a *fiatalabb, lazább* rétegek. (L. az 1. ábrát.) Ha már most az idősebb, *tömöttebb* kőzetek akár gyűrődések, akár hasadékmenti ú. n. szerkezeti elmozdulások következtében *egy szintbe* kerülnek a fiatalabb, a *lazább* rétegekkel: a *tömegvonzásban jelentkező változások* mérési adatai alapján következtetni lehet arra, hogy a felszín alatt hol rejtőznek az egyenetlenségek: a felszín alatti kiemelkedések és mélyedések.



1. ábra.

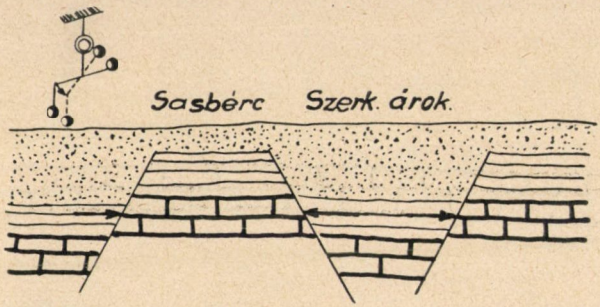
A felszín alatt rejtőző kiemelkedések: sasbércek oldalain ugyanis ott, ahol a szerkezeti mélyedés fiatalabb, *lazább* üledékcsoportja *egy szintbe* került a felszín alatti sasbérc régibb, *tömöttebb* rétegcsoportjával: a sasbérc ezen tömöttebb rétegei felé a tömegvonzás vízszintes összetevőjében, a legtöbb esetben, *növekedés* mutatkozik és *ez a növekedési irány a sasbérc különböző oldalain mind egy központ felé konvergál és így jelzi a felszín alatt rejtőző sasbérc helyét.* Viszont az egymástól elforduló: *divergáló irányok* a felszín alatt rejtőző *szerkezeti mélyedésre* engednek következtetni.

A nehézségerő vízszintes összetevőjénél jelentkező növekedés mérésére megbecsülhetetlen műszer a báró *Eötvös Loránd-féle torziós mérleg*, amennyiben a nehézségerőnek e műszerrel meghatározható vízszintes összetevője: a nehézségerő *gradiense*, amelyet nyíllal ábrázolhatunk, hegyével a tömeghalmaz, illetve geológiai értelmezés szerint a *sasbérc felé mutat*, és így sok helyen történt felállás, illetve mérés után a felszín alatt rejtőző sasbérc vagy felboltozódás: antiklinális helyét megjelölheti. (L. a 2. ábrát.) A kép még pregnánsabb lesz, ha az egyenlő értékeket *izogamma*-vonalakkal kötjük össze.

Báró Eötvös Loránd az általa szerkesztett torziós inga mérési

adatai alapján a Nagy Magyar Alföldön, Kecskemét vidékén mutatott ki gradiensekkel és izogamma-vonalakkal a felszín alatt olyan *tömeghalmazt* és *tömeghiányt*, amelyben a geológus egyfelől kiemelkedést: brachiantiklinálist vagy sasbércet, másfelől bemélyedést: brachiszinklinálist vagy szerkezeti teknőt tételezhet fel.

Böckh Hugó a tömeghalmazban, a tömegvonzási «maximum»-ban, illetve földtani értelmezés szerint a brachiantiklinálisban *földgáz-* és *földiolajfelhalmozódást*: akkumulációt sejtett s ösztön-



2. ábra.

zésére az 1910-es években a m. kir. pénzügyminisztérium kebelében a hazai földgáz és földiolaj felkutatásának az elősegítésére, még báró Eötvös Loránd életében, megszervezték a Báró Eötvös Loránd-féle kutatóosztályt, amelyből később, Eötvös Loránd halála után, a «*Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet*» fejlődött ki, élén előbb Pekár Dezsővel, majd, annak nyugalomba vonulása után, Fekete Jenővel.

Ez az intézet az utóbbi években az iparügyi minisztérium keretén belül egyre intenzivusabb munkát végzett a Telegdi Roth Károly által irányított kutatómunkában, amely a hazai hasznosítható ásványkincsek, főleg a földgáz- és a földi olaj feltárását tűzte ki célul.

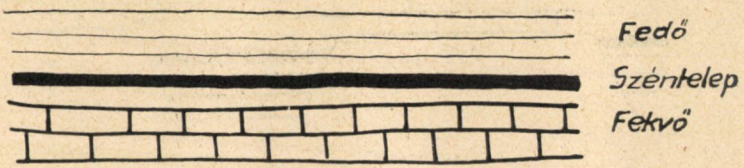
A Geofizikai Intézet 1936—1938. évi kutatómunkásságának az eredményeit most bocsátotta közre Fekete Jenő, mint az intézet vezetője.[1]

[1] Fekete Jenő: Jelentés a m. kir. Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet működéséről az 1936—1938. években. Budapest, 1939.

Ezzel az értékes és érdekes Jelentéssel kapcsolatban arra szeretném a szakkörök figyelmét felhívni, hogy — véleményem szerint — a földgáz- és a földi olaj felkutatásának az elősegítésére végzett torziós ingamérések adataiból — mint szénkutató geológus — azt látom, hogy a *torziós inga mérési adatait, a többé-kevésbbé szintes, fiatal rétegekkel eltakart medencékben, egyes esetekben szénkutatásra is fel lehetne használni*, különösen, ha a műszer-felállások, illetve a mérések sűrűbben végeztetnek.

A széntelepek tudvalevőleg medencékben képződtek az ott élt vagy a odahordott szerves lények, első sorban növényi testek felhalmozódása révén.

A széntelepek fekvője gyakran régi, *tömött* kőzetből álló *alaphegység*, amelynek viszonylag nagy a *tömegvonzása*. Ha pedig a széntelep nem alaptelep, hanem valamely üledékes rétegcsoport



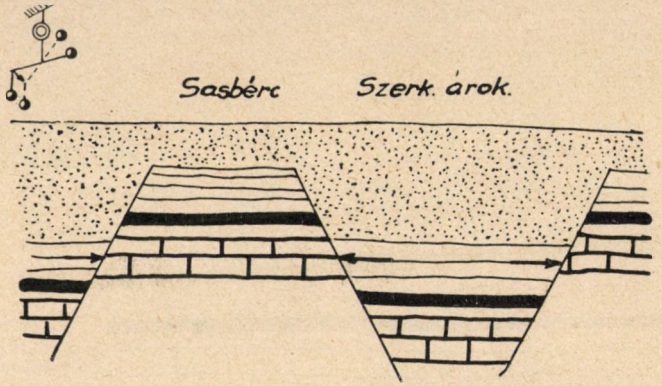
3. ábra.

integráló tagja, akkor is a közti széntelep fekvőjét alkotó üledékes kőzet, a reá nehezedő fedő rétegek nyomása és más fizikai—vegyi hatások következtében, rendszerint sűrűbb, tömöttebb, vagyis a *fekvőnek* viszonylag akkor is nagyobb a tömegvonzása, mint a széntelep fölött következő fiatalabb, többnyire kevésbbé összenyomott, *lazább*, vagyis viszonylag kisebb tömegvonzású *fedőrétegeké*. (L. a 3. ábrát.) Habár természetesen vannak kivételek is, ha pl. a fedőben extruziós magmakőzet: lávaár jelenik meg.

A széntelepes rétegek azonban a legritkább esetben maradnak meg eredeti szintes településükben, minthogy szerkezeti elmozdulások következtében redőkbe gyűrődnek vagy lejtő helyzetbe billennek, vagy vetőhasadékok között táblákra szakadoznak és vertikális irányban elmozdulnak úgy, hogy egyes széntáblák lesüllyednek: szerkezeti mélyedésekbe kerülnek, mások helyben maradnak vagy feljebb tolódnak. (L. a 4. ábrát.)

A tatabányai szénmedencében például egyes széntáblák 100, 200, sőt 400 méter mélyre zökkentek le, a felszínhez képest; az esztergomvidéki szénmedencében pedig egyes széntáblák 300, 500, 700 méterrel mélyebben rejtőznek a felszínhez viszonyítva.

Természetesen minél nagyobb mélységben fekszenek a széntáblák, annál *költségesebb* az ilyen nagy mélységben fekvő széntábláknak a feltárása, kutatófúrással.



4. és 6. ábra.

Minthogy a kiemelkedő sasbércekre és a bemélyedő szerkezeti teknőkre szakadozott szénmedencékben a vetők mentén *egy szintbe* kerülhetnek a *fekvőt* alkotó idősebb, *sűrűbb*, vagyis viszonylag nagyobb tömegvonzású fekükőzetek a fiatalabb, *lazább*, vagyis kisebb tömegvonzású *fedő*rétegekkel: a már előbb előadottaknál fogva természetes, hogy a báró Eötvös Loránd-féle torziós inga különösen a sasbércek és a szerkezeti árkok, a lejtős helyzetű rétegcsoportok kinyomozására igen alkalmas. Ennek a műszernek ugyanis éppen az a nagy előnye, hogy a *tömegvonzásnak a vízszintes síkban jelentkező, már igen kicsiny változását tudja mérni.*

A Báró Eötvös Loránd Geofizikai Intézet igazgatójának: Fekete Jenőnek most közzétett Jelentésében az I. tábla a *salgótarjánvidéki* szénmedence délnyugati részében *Sóshartyán—Mátraverebély—Nagybátony* vidékén tünteti fel a torziós ingamérések eredményeit, vagyis olyan területen, ahol azokat a földtani viszo-

nyokkal, a kutatófúrásokkal és a bányavágatokkal összehasonlíthatjuk s a tanúlságot levonhatjuk.

A sóshartyán—mátraverebély—nagybátonyi geofizikai térképet összehasonlítva az ottani földtani viszonyokkal, a szénkibúvásokkal, a szénkutatófúrások és a bányavágatok adataival, úgy látszik, hogy a torziós ingamérések adatai alapján szerkesztett gradiens- és izogamma-térképek sík, vagyis eltakart területeken értékes, illetve értékesíthető segítséget nyujthatnak a szénkutatófúrások telepítésére vonatkozólag.

Az a körülmény, hogy a szóbanforgó ingamérések, illetve azok eredményeinek az értelmezése nem a széntelepek felkutatását célozta: biztosítja az említett geofizikai térképnek a szénkutatás szempontjából a teljes tárgyilagosságot.

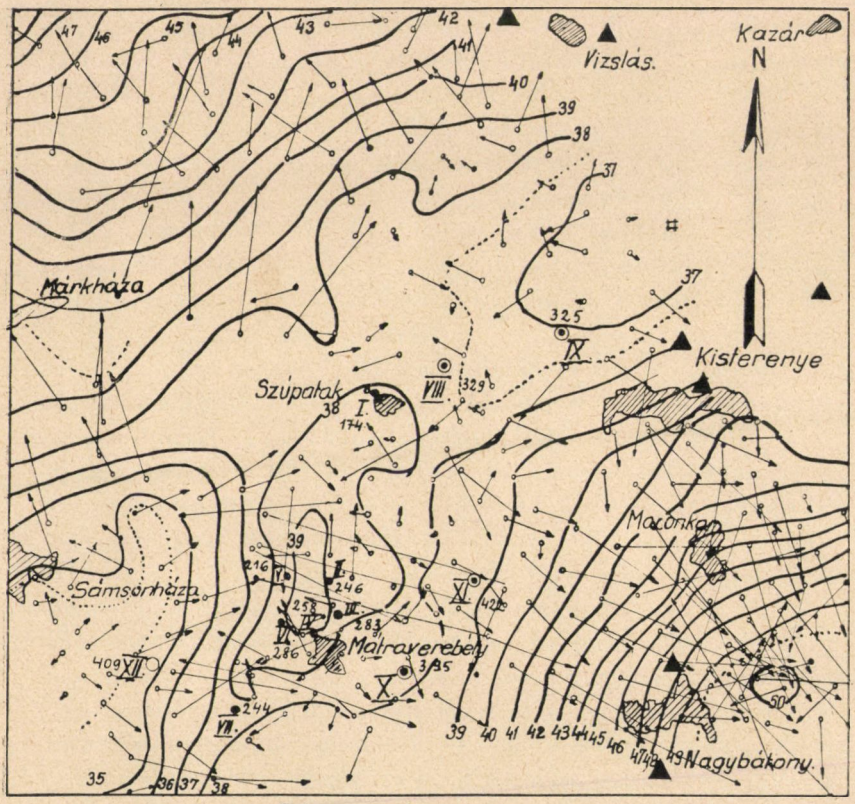
A torziós inga mérési adatai alapján szerkesztett gradiens- és izogamma-térképeknek a szénkutatás céljaira való felhasználhatóságát — azt hiszem — úgy illusztrálhatom a legegyszerűbben, hogy az említett Fekete Jenő-féle sóshartyán—mátraverebély—nagybátonyvidéki, geofizikai-térképre rávittem a szénkibúvásokat, valamint a bányafeltárások és a kutatófúrások alapján ismert széntelepmélységeket.

Így ugyanis nyomban látjuk, hogy ahol a gradiensek *egymás felé fordult nyílhegyei* és az izogammák tömeghalmazt, tömegvonzási *maximumot* jeleznek, vagyis ahol geológiai értelmezés szerint *sasbérc* van, nevezetesen a geofizikai térkép délkeleti részén: Nagybátony—Maconka—Kisterenye—Dorogháza—Mátramindszent között, az alsó miocén szén sok helyen *természetes kibúvásban* került felszínre (l. az 5. ábrát) és így ott a szenet *tárób*ányászattal termelhetik.

Ahol ellenben, mint például Kisterenye—Szúpatak—Vizslás között a gradiensek *egymástól elfordult nyílhegyei* és az izogammavonalak tömeghiányt, illetve tömegvonzási *minimumot* jeleznek, vagyis ahol geológiai értelmezés szerint *szerkezeti mélyedés* van, abban a széntáblákat már a felszín alatt kutatófúrásokkal kellett feltárni és a szenet táró helyett lejtős *aknákkal* kellett felnyitni. (L. az 5. ábrát.)

A nagybátony—maconka—kisterenye—dorogháza—mátramindszenti nagy tömeghalmazt, illetve tömegvonzási maximumot,

mint szerkezeti sasbércet azonban már a geológus is régen megállapíthatta, minthogy Nagybátony—Dorogháza—Szuha—Mátra-



Jelmagyarázó:

▲ Szénkibúvás.
• Fúrással felkutatott szén felszín alatti tömegvonzási maximumokon: sasbérceken.
⊙ Fúrással felkutatott szén a felszín alatti tömegvonzási minimumban: szerkezeti árokban.
○ Fedőben megállt fúrás tömegvonzási minimumban: mély szerkezeti árokban.

5. ábra.

mindszent község között a széntelep fekvőjét alkotó glaukonitos homokkő a sasbérc magjaként a külszínen is látható.

Kisterenye—Szúpatak—Vizslás között a tömegvonzási mini-

mumra, mint szerkezeti mélyedésre viszont a felszínen látható schlier-fedőréteg jelenléte figyelmeztette már régen a geológust, minthogy azt a külszínen három oldalról: Kisterenye—Kazár—Vizslás felől az idősebb, széntartalmú üledék környezi, Kisterenyénél és Vizslásnál szénkibúvásokkal.

Annak a megítélésére, hogy a torziós ingamérések, illetve általánosabban a geofizikai mérések adhatnak-e útmutatást a szénkutatásra vonatkozólag, a legtanulságosabbak az olyan szerkezetek, amelyek ugyanazon korú *fedő*-réteg alatt a geológus szeme előtt, többé-kevésbbé *rejtve* vannak.

Ilyenféle szempontból tanulságos az a kisebb *tömegvonzási maximum*, vagyis földtani értelmezés szerint felszín alatti *sasbérc*, amelyet a báró Eötvös Loránd-féle Geofizikai Intézet fizikusai a torziós ingamérések, illetve geofizikai vizsgálat alapján *Mátraverebély—Szúpatak* között mutattak ki.

Mátraverebély—Szúpatak között Noszky Jenő részletes földtani felvétele szerint éppenúgy schlier-fedő takarja a külszínt, mint a Kisterenye—Vizslás között kimutatott tömegvonzási minimum, vagyis szerkezeti mélyedés helyén, és így a geológus alig sejthette, hogy Mátraverebély és Szúpatak között a felszín alatt sasbérc rejtőzhet.[2]

Ezen a mátraverebély—szúpataki *tömegvonzási maximumon*, illetve földtani értelmezés szerint *felszín alatti sasbércen*, még mielőtt a geofizikai mérések eredményeit publikálták volna, az érdekelt magánvállalatok hét szénkutató fúrást mélyítettek le, amelyeknek a helyét az 5. sz. ábrán I—VII. számmal jelöltem meg. Ez a hét szénkutató fúrás átlag 244 méter mélységben érte el a felszín alatt a felső széntelepet.

Ezt a mátraverebély—szúpataki tömegvonzási maximumot, illetve geológiai értelmezés szerint felszín alatti sasbércet a szóban forgó geofizikai térkép szerint körös körül *tömegvonzási minimumok*, vagyis földtani meglátás szerint *szerkezeti mélyedések* környezik. A sasbérc északi oldalán megállapított minimum helyén nem volt

---

[2] Értesülés szerint a szúpatak—mátraverebélyi felszín alatti sasbércet kutatógödrökben mért lejtősödési adatok alapján Schréter Zoltán is kimutatta.

még szénkutatófúrás, ellenben a többi oldal felé — ismétlem, hogy a geofizikai térkép közzététele *előtt* — öt szénkutató fúrást mélyítettek le és ezek mind kénytelenek voltak a felszín alatti sasbércen talált felső széntelep után az átlagos 244 méter mélység helyett jelentősen nagyobb mélységre menni le. Az 5. ábrán ezeket a tömegvonzási minimumok helyére, illetve a szerkezeti árkokba mélyített szénkutatófúrásokat is megjelöltem VIII—XII. számmal.

Ezekre vonatkozólag a következőket közölhetem: 1. a Szúpatak—Kisterenye—Vizslás közötti tömegvonzási minimum, illetve szerkezeti mélyedés nyugati oldalán a VIII. és IX. számmal jelölt fúrás csak 329 és 325 méter mélységben érte el a felső széntelepet, holott a Szúpatak—Mátraverebély közötti tömegvonzási maximum helyén, illetve a felszín alatti sasbércen Szúpatak északi szélén az I. számmal jelölt fúrás már 174 méter mélységben meglelte a felső széntelepet. 2. Mátraverebély—Nagybátony között az egymástól elfordult gradiens-nyilak által jelzett *tömegvonzási minimum* helyén, illetve a szerkezeti mélyedésben a X. számmal jelölt fúrás csak 393 méter mélységben, a XI. számmal jelölt fúrás pedig csak 422 méter mélységben lelte meg a felső széntelepet, holott a Mátraverebély—Szúpatak közötti tömegvonzási maximum helyén, illetve a felszín alatti sasbércen a II—VII. számmal jelölt fúrások átlag már 255 méter mélységben elérték a felső széntelepet. 3. Mátraverebély—Sámsonháza—Tar között az egymástól elfordult gradiens nyilak által jelzett nagy tömegvonzási *minimum*, illetve szerkezeti *mélyedés*, keleti oldalán a XII. számmal jelzett kutatófúrás még 409 méter mélységben is a schlier-*fedő*rétegben állt meg, holott a szúpatak—mátraverebélyi tömegvonzási maximum helyén, illetve a felszín alatti sasbércen a II—VII. számmal jelölt fúrás átlag már 255 méter mélységben a felső széntelepet is elérte.

Most már *utólag*, vagyis miután a torziós ingamérések alapján szerkesztett geofizikai térképet is közrebocsátották, megállapíthatjuk, hogy a X. és XI. számmal jelölt két szénkutató fúrás Mátraverebély keleti szélén azért volt kénytelen 255 méter helyett 393 és 422 méter mélységre, vagyis 138—167 méterrel mélyebbre menni le a felső széntelepig, minthogy ott a torziós ingamérések adatai, vagyis az egymástól elfordult gradiensnyílhegyek tanúsága szerint tömegvonzási *minimumba*, vagyis geológiai értelmezés szerint *szer-*

kezeti mélyedésbe volt ez a két fúrás telepítve. A XII számmal jelölt szénkutató fúrás pedig, Mátraverebélytől nyugatra, azért nem érte el 409 méter mélységben sem a felső széntelepet, minthogy az ingamérések adatai, vagyis az egymástól elfordult gradiensnyílhegyek szerint Mátraverebély—Sámsonháza—Tar között nagy kiterjedésű tömegvonzási *minimum*, vagyis geológiai értelmezés szerint igen nagy kiterjedésű és nagyon mély szerkezeti teknő van. (L. az 5. ábrát.)

A torziós ingamérések és a XII. számmal jelölt fúrás adatai alapján megállapítható, hogy a Mátraverebély—Sámsonháza—Tar közötti tömegvonzási minimum, illetve szerkezeti mélyedés az egész vidék legnagyobb *tömeghiánya*, illetve *tömegvonzási minimuma*, vagyis geológiai értelmezés szerint a *legnagyobb és legmélyebb szerkezeti teknője;* a torziós ingamérésekkel ugyanis ott találták a legkisebb (34·5) értékű izogamma-vonalat.

Erre a mátraverebély—sámsonháza—tari szerkezeti mélyedésre a geológust a geofizikai mérési adatok közlése előtt az figyelmeztette, hogy ott a schliernél fiatalabb fedőrétegek, t. i. a torton lajtamészkő, a szarmata üledékek is a felszínen láthatók, holott félkörben ezeknél idősebb: helvetienkorú schlier a takaróréteg.

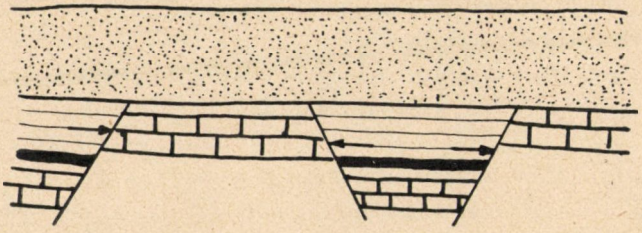
Ennek a sámsonháza—mátraverebély—tari tömegvonzási minimumnak, illetve szerkezeti mélyedésnek eddigelé még csak a keleti oldalán indult volt meg a már említett és az 5. ábrán XII. számmal jelölt szénkutató fúrás, ámde azt is abbahagyták, mivel a 409 méter mélységig harántolt rétegekből arra kellett következtetni, hogy ott a kutató fúró a széntelepet csak 650—700 méter mélységben érhetné el.

A most közzétett Fekete Jenő-féle gradiens- és izogammatérkép tehát megerősítette és szemlélhetővé tette azt a geológiai, rétegtani következtetést, hogy Sámsonháza—Tar között a Kis Zagyva és a Zagyva összefolyásánál olyan nagy mélységre süllyedtek le a széntáblák, hogy ott a szén kitermelésére a nagy mélység miatt ezidőszerint gondolni sem lehet.

A tar—sámsonházai tömegvonzási minimum, illetve szerkezeti mélyedés északnyugati határát — a hosszú gradiensnyílak jelzése szerint — délnyugat-északkeleti csapásirányú vető alkotja, amelyen túl Kisbárkány, Lucfalva és Zagyvapálfalva felé a szó-

banforgó geofizikai térkép a felszín alatt olyan hátságot tüntet fel, amelyen az izogamma-redők a felszín alatt rejlő, északnyugat-délkeleti csapásirányú s egymással sűrűn váltakozó, keskeny sasbércek és szerkezeti árkokat jeleznek, amelyeket azonban gyűrődéses redőknek is lehet értelmezni. Ez a szerkezet érthetővé teszi, hogy a délnyugat-északkeleti irányban telepített fúrások egymással váltakozóan kisebb és nagyobb mélységben érték el a széntáblákat.

A báró Eötvös Loránd-féle Geofizikai Intézet szóbanforgó gradiens- és izogamma-térképe igen jól szemlélteti a *sóshartyáni* nagykiterjedésű tömegvonzási maximumot is, amelyet a geológu-



7. ábra.

sok régóta ismernek, mivel ott a salgótarjánvidéki alsó miocénkorú széntelepek mélyebb fekvője, az oligocénkorú kiscelli tályag, mint a nagykiterjedésű sasbérc *külszíni* magja is látható. A széntelepek ennek a tömegvonzási maximumnak, illetve sasbércnek az oldalán is természetes feltárásokban kerültek felszínre.

Úgy hiszem, hogy az itt közlöttekből levonható az a következtetés, hogy a báró Eötvös Loránd-féle torziós ingamérések s általában a geofizikai kutatások (szeizmikus mérések) adatain alapuló gradiens- és izogamma-térképek igen jó képet nyujthatnak a szerkezeti mozgások következtében a felszín alatt különböző mélységekben elhelyezkedett széntáblák fekvéséről, és így *azzal a reménységgel kecsegtetnek, hogy a torziós ingaméréseket sikerrel lehet alkalmazni olyan sík területeken, ahol nincsen elegendő geológiai támpont a vetők helyére, az egyes széntáblák elmozdulására, a felszín alatti*

sasbérceken, lépcsőfokokon és szerkezeti árkokban való elhelyezkedésükre, vagyis a szénkutató fúrások telepítésére nézve.

A *sík*, illetve a fiatal üledékekkel *eltakart* széntelepes medencékben különösen két esetben volna indokolt a torziós ingamérésekkel való szénkutatás.

Az egyik eset az, amikor *a sík, illetve a fiatal üledékekkel eltakart területeken nincsen elegendő geológiai támpont a felszín alatt rejtőző sasbérceken állva maradt, vagyis viszonylag kisebb mélységben levő széntáblák helyének a megállapítására.* (L. a 6. sz. ábrát.) A másik eset pedig az, amikor az eltakart denudáció a felszín alatt rejlő sasbércekről elpusztította a széntáblákat; *azok a széntáblák ellenben, amelyek szerkezeti mélyedésekbe süllyedtek be, éppen ezért elkerülhették a denudáció pusztító hatását.* (L. a 7. sz. ábrát.)

Az utóbb említett esetre a Magyar Középhegység dunántúli részének egyes medencéit hozhatom fel. A Bakony, a Vértes, a Gerecse és a Buda-Pilisi-hegység harmadkorszakú medencéi között ugyanis vannak olyanok, amelyekben a felszín alatt rejtőző sasbércek kisebb-nagyobb részéről az ú. n. «*infra-*, illetve *intraoligocén denudáció*» letarolta az eocén, sőt a paleocén széntáblákat is, a szerkezeti mélyedésekben ellenben a széntáblák sok helyen elkerülhették az intraoligocén denudációt. Legújabban pl. a tatabányai medence nyugati részében az addig ismert széntábláknál több mint 200 méterrel mélyebben leltek ilyen szerkezeti mélyedésben rejtőzött széntáblát és abban az eddig föltárt szén mennyisége meghaladja a 100 millió métermázsát. Ezen a helyen a torziós ingamérések valószínűleg tömegvonzási *minimumot* jeleztek volna.

Arra az esetre, amikor a felszín alatt rejtőző sasbérceken megmaradhattak a széntáblák, de a sík területen, a színtesen fekvő fiatal fedőrétegek alatt a geológus kutató szeme elől el vannak rejtve, a Kis Magyar Alföldnek az anyaországhoz visszatért részét hozhatom fel példának, amely a Duna-folyam Komárom—Párkány közötti szakaszától északra fekszik. Valószínű ugyanis, hogy a fiatal holocén-pleisztocén fedőrétegek alatt ott rejtőznek a Dorog—Tokod vidékén ismert és bányászott oligocén-, eocén- és paleocénkorú, igen értékes szén kisebb-nagyobb táblái is.

A Duna-folyam komárom—párkányi, nyugat—keleti szakasza nagy vető-vonalat jelez, amelyen túl észak felé általában véve a

nagy mélység miatt csak olyan helyeken lehetne indokolni a költséges szénkutató fúrások lemélyítését, ahol a felszín alatt *sasbércek* rejtőznek, minthogy azokon viszonylag magasabban fekszenek, vagyis a felszín alatt kisebb mélységben érhetők el az oligocén, az eocén és a paleocén szén táblái. Feltehető, hogy a torziós ingamérések ezeken a helyeken tömegvonzási *maximumokat* jeleznének, amelyeknek a jelenlétét valószínűleg megerősítenék a szeizmikus mérések adatai is.

Azt, hogy a Kis Magyar Alföld északi részén ilyen felszín alatti széntelepes sasbércek tényleg rejtőzhetnek, földtanilag azzal indokolhatom, hogy egy ilyen, kis kiterjedésű sasbércet a Duna-folyam alacsony vízállásakor már 1925-ben láttam Párkánynál, az Istenhegy nevű domb dunafelőli oldalán, a felszíni lösz és a pleisztocén kavicstakaró alatt, amelyet a Duna medre tárt fel. Sőt ott ugyanakkor olyan felső oligocén korszakra utaló kövületeket: *Potamides margaritaceus, Potamides plicatus, Neritina picta, Eburna caronis, Mytilus haidingeri, natica sp., ostrea sp.* maradványokat is gyüjtöttem, mint aminők a Duna-folyam túlsó oldalán a sárisápi felső oligocén széntelepes üledékeket jellemzik. Egyébként a párkányi Istenhegy dunai feltárásában a felső oligocén szén telepecskéjét is láttam.[3]

Sajnos, ez a párkányi istenhegyi sasbérc — eddigi ismereteink szerint — kicsiny kiterjedésű, és így a rajta levő, felszín alatti, paleogén szén mennyisége sem nagy. Valószínű azonban, hogy a Kis Alföld egyéb részein, a Kis Alföldet nyugat-keleti és reá merőleges észak-déli, valamint a délnyugat-északkeleti és az arra az irányra merőleges délkelet-északnyugati csapásirányú vetők között a báró Eötvös Loránd-féle torziós ingamérésekkel — kiegészítve szeizmikus mérésekkel — a nagyon fiatal és laza felszíni takaró alatt olyan nagykiterjedésű sasbérceket, illetve tömegvonzási maximumokat lehet felkutatni, amelyeken viszonylag kisebb mélységben rejtőzhetnek az oligocén, az eocén és a paleocén szén táblái.

A Kis Magyar Alföldön ezeknek a tömegvonzási *maximumoknak*, vagyis geológiai értelmezése szerint felszín alatti *sasbérceknek*

[3] VITÁLIS ISTVÁN: A visszatért Felvidék és Kárpátalja szénelőfordulásai. Bány. és Koh. Lapok. LXXIII. (1940.) évf. 2. sz. p. 21.

a felkutatása esetleg egyszerre két, nagyon értékes ásványkincs feltárásához vezethet, ú. m. egyrészt a *földgáz* és a *földiolaj*, másrészt a *paleogén szén* felkutatásához. Ezek közül különben akármelyik olyan nagy érték, amely reáterelheti az érdeklődést az itt ismertetett elgondolásra, illetve annak megvalósítására.

Örvendenék, ha az elmondottakból a vállalkozó tőke is levonná azt a következtetést, hogy a báró Eötvös Loránd-féle torziós ingamérések alapján megszerkesztendő gradienses és izogammás térképek egyidejűleg segíthetnék a Kis Magyar Alföld északi részén egyfelől a fosszilis szénhidrogének: a földgáz és a földiolaj és másfelől a fosszilis szenek felkutatását.

Zala vármegye területén Szentadorján (Lispe) környékén a geofizikai mérések alapján lemélyített fúrások csak gyenge pontusi lignitet harántoltak, de az alatt nagyon értékes földgáz- és különösen földiolaj felhalmozódásokat tártak fel; valószínű, hogy a Kis-Alföld északi része alatt a fosszilis szenek: az oligocén, az eocén és a paleocén szén telepei is értékesíthetőknek bizonyulnának.

Korunkban a fosszilis szenek és a fosszilis szénhidrogének a legfontosabb természeti erőforrások, felkutatásuk megkísérlése tehát nemzeti feladat.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. márc. 11-én tartott üléséből.)

DIE MESSUNGEN MIT DER EÖTVÖS-SCHEN DREHWAGE UND DIE KOHLENFORSCHUNG.

Von I. v. VITÁLIS.

Vorliegende Abhandlung erscheint in den Mitteilungen der Berg- und Hüttenmännischen Abteilung der Kgl. ung. Palatin Josef-Universität für technische und Wirtschafts-Wissenschaften.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaft vom 11. März 1940.)

A SULYOMTETŐ ASZFALTNYOMOKAT TARTALMAZÓ ANDEZITJE A CSERHÁT-HEGYSÉGBEN.

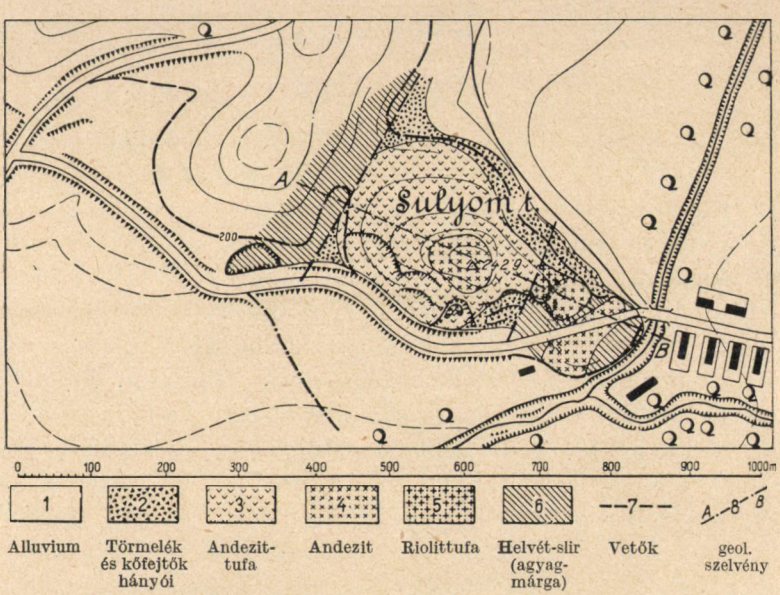
JUGOVICS LAJOS-tól.

A III. táblával.

Sulyomtető vulkáni kúpja a Cserhát-hegység északkeleti végén, közvetlenül a Zagyva-folyó medréből, cca 50—55 m-re emelkedik ki. Hosszúkás, közel kelet-nyugati irányban megnyúlt gerincét főleg vulkáni tufák, ezeken áttört andezit és kevés helvetien-slir (agyagmárga) építik fel. Nyugati irányban a gerinc slir-halmokban folytatódik. Sulyomtetőt felépítő képződmények elterjedését az 1. sz. geologiai térkép tárja elénk, melyből látható, hogy az aránylag kicsiny gerinc, kőzeteit illetőleg, igen változatos. Főtömege andezittufa, a kicsiny csúcsa (242·9 m) andezitből áll, de ezenkívül a gerinc keleti végén, az előbbitől elkülönülve még kisebb tömzs-, illetve telérszerű andezitbetelepülést találunk a helvetien slir agyagos rétegeiben. A települési viszonyokat a mély országúti bevágás és a közelében mélyített két kis kőfejtő tárja fel. Megállapítható, hogy az andezit nemcsak benyomult az agyagos slirbe, hanem részben fel is emelte azt. Az országúti bevágás az andezittelért 6—8 m vastagságban tárja fel, mely ferdén, DK—ÉNy-i irányban települ a slirben. Az andezit sötétszürke, rosszul rétegzett kőzet, mely az agyagmárgával való érintkezésen kifakult, világosszürke porozus vagy lávabrecciaszerű kifejlődésű. Az andezit és a slir érintkezése zavart, mert ennek laza agyagos, vagy megpörkölt rétegei a lávabrecciával rendszertelenül összekeveredett települést árulnak el. A vulkáni tömeg közé gyűrődött agyagos kőzetben helyenként több centiméteres gipszkristályokat és kalcitkristályos bevonatokat találtam. (A gipszkristályok hosszú prizmáin a (010), (110) és (110) lapok ismerhetők fel. Penetrátiós ikrek gyakoriak.)

Ezen andezittelér közelében, a gerinc belseje felé, az előbbi-

nél valamivel nagyobb tömegű, kiszélesedő tömzsszerű andezit települ, melyet két kisebb kőfejtő, 40—50 m szélességben tár fel. A két andezittömeget közbetelepült slirmárga választja el egymástól, de valószínű, a mélyben összefüggnek egymással. Az andezit és a közbetelepült márga érintkezését a kőfejtő kb. 20 m magas vertikális falban tárja fel. A kontaktuson az andezit mállott, barnásvörösszínű oxidált tömeg, míg az agyagmárga 15—20 cm



1. ábra. Sulyomtető vázlatos geologiai térképe.

vastagságban megpörkölődött és világosszürke színű, réteges kemény kőzet. Ilyen megpörkölődött agyagmárga az andezittömegében is található. A kőfejtőben az andezitet 30—40 cm vastag, közel vertikálisan települő, pörkölt márgaréteg járja át, melyben SZENTES foraminiferamaradványokat is talált. MAJZON a következő fajokat határozta meg:

Trifarina tricarinata D'ORB.
Virgulina schreiberoina CZJZ.
Globigerina bulloides D'ORB.
Pullenia quinqueloba RSS.

Siphonina reticulata Czjz.
Nonion communis d'Orb.
Spongia-tűk.
Spatangida-tüskék.

Majzon megállapítja, hogy: «a fauna foraminiferái nálunk a miocén fínomabb üledékeiben találhatók. Slirre utalnak különösen a szivacstűk. Az üledék nyílttengeri voltát bizonyítja a *Globigerina bulloides* d'Orb. faj gyakori előfordulása, sőt tapasztalataim szerint a *Pullenia quinqueloba* Rss. faj is. Ezek a pelágikus formák rend-

2. ábra. Sulyomtető keletről.

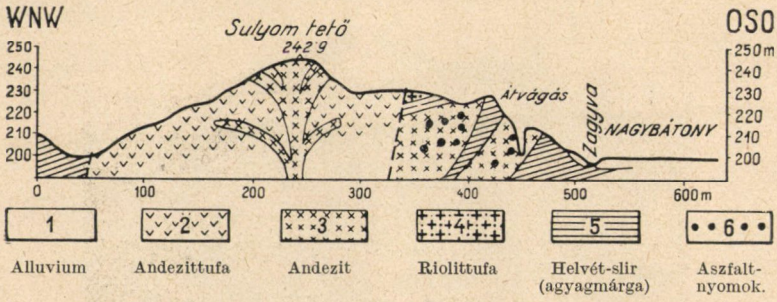
szerint együtt szoktak előfordulni, különösen akkor, ha a Globigerinák gyakoriak.»

A kőfejtőkben az andezitet vertikális hasadékok, litoklázisok járják át (ezek mentén települt a foraminiferás pörkölt márgaréteg is), de a kőzet egyébként is egész tömegében erősen repedezett. A hasadékok mentén a litoklázisok környékén vasoxidos bevonatok, kvarc- és kalcitkristályrétegek találhatók, az andezit sárgás-vörösbarnaszínű. Mindezek a jelenségek tektonikai mozgásokra és posztvulkáni hatásokra engednek következtetni.

Geológiai szempontból legérdekesebb az a megfigyelés, hogy a slirmárga nemcsak körülveszi az andezittömzsöt, hanem arra reá is települ. A márga mellett ugyancsak az andezittömzsre települve

kisebb — ma kb. 20—25 m széles — riolittufatömeg is található. Az idősebb képződményeknek a fiatalabb andeziten való települését és az egész vulkáni kúp szerkezetét a 3. sz. szelvényben próbáltam szemléltetni.

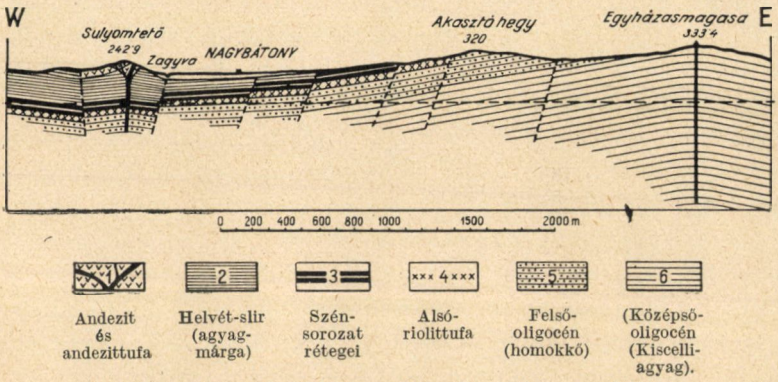
Az andezittömzs nyugat felé — a reátelepült márga- és riolittufatömegekkel együtt — andezittufával határos. Érintkezésük eltárás hiányában nem figyelhető meg, mert a gerinc oldalait ezen a részen régi tufahányók vastag törmeléke borítja. Tekintve, hogy riolittufát az andezittufa alatt sehol sem találtam, viszont a gerinc keleti felében az andezittufa hiányzik, a kis andezittömzs és vele határos andezittufa között kisebb vetődés feltételezhető (3. sz. geol. szelvény).



3. ábra. Sulyomtető geologiai szelvénye.

Sulyomtető nyugati felét, mely az előbbinél magasabb és nagyobb, főleg andezittufa építi fel. Ez a felszínen 30—40 m vastagságban van feltárva. A gerincnek ezen részén emelkedő kis csúcsa andezitből és közbetelepült andezittufából áll. Az andezit azonban nemcsak a csúcsot alkotja, hanem az andezittufában, annak alsó rétegeiben is, rendszertelenül elágazó, vékonyabb-vastagabb telérek alakjában megtalálható. Mindez azt bizonyítja, hogy a mai csúcs helyén volt az egyik kitörési centrum. Az innen kitóduló láva az andezittufát több irányban törte át, sőt mint a csúcskörüli kis feltárások bizonyítják, a tufából kisebb tömegeket magával is ragadott. Az andezittufában elágazó andezitteléreket kitermelték, mint azt a gerinc déli oldalában mélyesztett kőfejtők tanusítják, ahol a kontaktus mállott, használhatatlan andezitrétegeit még ma is megtalálhatjuk.

Sulyomtető vulkáni gerince a Mátra- és Cserhát-hegységek között emelkedik, az előbbihez közelebb. Morfológiailag azonban a Cserhát-hegységhez számítódik, amennyiben a kettőt elválasztó Zagyva-folyó nyugati oldalán települ. Sulyomtető hegyszerkezeti és vulkánológiai helyzetét illetőleg pontos képet akkor kapunk, ha azt távolabbi környékének tektonikai felépítésével hozzuk kapcsolatba. SZENTES, aki e vidék geológiai vizsgálatában az előző években résztvett, Sulyomtető és távolabbi környékének tektonikai felépítését a 4. sz. szelvénye alapján a következőkben állapítja meg: «a nagybátonyi Sulyomtető vulkáni gerince a Zagyva-folyó völgyében, a Cserhát és Mátra között fekszik, a nélkül azonban,



4. ábra. Sulyomtető környékének geolog. szelvénye. (Dr. Szentes Ferenctől.)

hogy a kettő között hegyszerkezeti vagy vulkánológiai kapcsolatot teremtene. Sulyomtető andezit és andezittufa kitörése még határozottan a Mátrához tartozik, melynek hatalmas andezittömege a középső miocénben, egy meglévő nagyszerkezeti (variszkuszi?) vonal mentén tört ki. Felépítésében erre a vonalra merőleges ÉNy—DK-i irányok is jól felismerhetők. Ilyen vonal mentén ugrik előre a Kékeshez viszonyítva a Galyatető és ugyanezt az irányt követik a Galya-hegység környékéről, valamint Hajnács-hegytől kiinduló igen kiterjedt deikok is, melyek a sliren keresztül ÉNy-i irányban, néha kilométereken keresztül követhetők és szépen kipreparált falaik helyenként olyan szabályosak, mintha mesterséges várfalak lennének. Ebben az irányban haladva jutunk el Sulyom-

tetőhöz is, a nélkül azonban, hogy az, ezen deikok valamelyikével szorosabb felszíni kapcsolatban lenne. Valószínű, hogy Sulyomtető andezitje egy hatalmas eruptivus fázisnak utolsó és szélső megnyilvánulása, melynek nagy része a felszínig sem tudott kitörni, hanem a slir alatt rejtve maradt, a külszínre csupán egyes andezitteléreket bocsájtott. Ezen elgondolás szerint Sulyomtető a Mátrahegység nagy eruptiosorozatának egy későbbi, bázikusabb peremi fáciese.

A miocén végén és a pliocénben újabb orogén fázisok a régebbi hegyszerkezeti formákat összetörték, a meglevő lapos redőket felszabdalták. Ilyen kiemelt redőtöredéken mélyítik jelenleg a földiolaj-kutatófúrást Nagybátony közelében Egyházasmagasa-hegyen. Ilyen vetődések mentén süllyedtek le — a Zagyva-folyótól nyugatra — a széntelepek is, cca 200 m mélységbe. Ilyen vetődés mentén alakult ki a Zagyva völgye. Ugyanezek az erők törték össze Sulyomtető andezitjét is, abban számtalan litoklázist képezve, melyek mentén a posztvulkáni tevékenység is szabadon érvényesülhetett.»

Andezittufa. Sulyomtető andezittufája külső sajátságaira, de összetételére nézve sem egységes. Az alsó szintekben sötétebb szürke-barnásszürke színű, aprószemcsés, tömeges, kemény kőzet, melynek egynemű, homokos alapanyagában apró lapillik, aránylag sok és friss földpát, pyroxén és kevés amfibol-prizma található. Idegen zárványt: riolittufadarabokat, biotitkristályt igen keveset tartalmaz. A csúcs körül, különösen annak keleti oldalán az andezittufa már világosabb színű, sőt összetétele is más. Kékesszürke porózus kőzet, melyben sok biotit- és amfibolkristály, ezenkívül sok dió- ököl-, emberfejnagyságú, sőt méteres átmérőjű riolittufatömbök találhatók zárvány gyanánt. Ez az andezittufa már némi padosságot árul el.

Sulyomtető andezittufatömegét, kb. 215 m magasságtól felfelé, postvulkáni hatások érték, kifakult, barnássárga, laza, szétporló kőzet lett, melyet rozsdabarna erek járnak át. Ugyanez a hatás a csúcs andezitjében kevesebb változást idézett elő.

Riolittufa. Sulyomtető gerincében csak az andezittömzsön települ riolittufa, mely a Mátra- és Bükkhegységek ú. n. «középső riolittufáihoz» teljesen hasonló. Világosszürke, tömeges kőzet,

melynek alapanyagában horzsakődarabok, sok biotit, kevesebb amfibolkristály, víztiszta kvarcszemecskék, néha kavicsdarabok ülnek. A riolittufa helyenként — foltokban — sötétebb szürkeszínű lesz, mintha más kőzet lenne. A részletesebb vizsgálatra megállapítható, hogy ezekben a foltokban a riolittufának csak a színes elegyrészei és zárványai szaporodtak meg és okozzák annak külső megváltozását. Ezek a foltok kevesebb és apró horzsakődarabokat, igen sok biotitot és kékesszürke lapillit tartalmaznak. A riolittufának ezen színváltozásait a Cserhát-hegység egyéb részein is észleltem, néhol rétegesen váltakozva, de mindig a fenti kifejlődésben.

Andezit. A sulyomtetői gerincben előforduló, egymástól elkülönült andezitek, ásványos összetételre és szövetre nézve — dacára a külső sajátságokban itt-ott mutatkozó csekély eltéréseknek — hasonlóak, ami azt bizonyítja, hogy a mélyben egymással összefüggnek, ugyanazon magmából származnak. A csúcskörüli andezitet intenzívebb posztvulkáni hatás érte, míg a gerinc keleti részében feltárt andezitek erősebben összetörtek. Az országúti bevágásban és a mellette mélyesztett kis kőfejtőkben feltárt, friss andezit sötét kékesszürke színű, tömött kőzet, melyben szabad szemmel csak földpátkristályok ismerhetők fel. A csúcs kőzete barnásszürke, helyenként sárgászöld pettyekkel tarkázott kőzet, mely gömbhéjas elválást árul el.

Mikroskop alatt az andezit hypokristályosan porfiros, közelebbről hyalopilites szövetet árul el. Az alapanyagot fogyó sorrendben : földpát, augit, magnetit, üveg és apatit építik fel. Beágyazások: földpát, kevés augit és járulékosan hypersztén. A kőzet nagymértékű összetöredezettségét a mikroskopos vizsgálat mindenben alátámasztja : erősen kataklázos szerkezetű. (I. sz. mikrofotográfia.)

A beágyazások 45 térf. %-t tesznek ki, melyből 35·7 térf. % a földpátra, 7·7 térf. % a monoklinaugitra és csak 1·6 térf. % esik a hypersztén e. A kőzetben helyenként található szerpentin, kalcit pseudomorfozák, elmállott beágyazások, valószínű hypersztén, esetleg olivin voltak.

A *földpátok* hypidiomorf, nagy (010) szerinti táblás vagy prizmás kristályai között 2·2 mm hosszú és 0·5 mm széles prizmákat is mértem. A kisebb, idiomorf beágyazásokon az alapformák felismerhetők. Az albit, albit-karlsbadi, ritkábban a periklin tör-

vény szerinti ikerösszenövés általánosan elterjedt, azonban úgy a beágyazások, mint az alapanyag földpátjai között egyes, homogén kristályokat is találni. Az ikerkristályok mindig zónás szerkezetűek, az éles határú zónák között a fénytöréskülönbség jól mérhető. A földpátkristályok gyakran csomókba tömörülnek és közöttük pyroxének is találhatók. A földpátbeágyazások magja az alábbi mérések szerint *bytownit*, melyre kifelé *labrador*-zóna következik (90—51% *An*-tartalommal). A rekurrencia ritka.

Albit-ikrek, *MP*-re merőleges metszetben:

	mag		zóna	
$\alpha' M$	36°33'	73% *An*	26°59'	51% *An*
$\alpha' M$	30°10'	58% *An*	26°30'	50% *An*
$\alpha' M$	34°00'	67% *An*	28°34'	54% *An*
$\alpha' M$	39°40'	79% *An*	—	—
$\alpha' M$	35°17'	69% *An*	30°22'	58% *An*

Albit-karlsbadi komplex-ikrek, *M*-re merőleges metszet:

$\alpha' M$	1. egyén ..	36°42'	37°47' ..... 43°24'
$\alpha' M$	2. egyén ..	26°08'	30°33' ..... 30°07'
An-tartalom.....		74%	83% 90%

A plagioklászok kioltása gyakran foltos. Erős diszperzió jellemzi őket. Sok plagioklász zárványmentes, de nagyobb részük üveg- vagy alapanyagfoszlányt tartalmaz. Az üvegfoszlányok a hasadási irányokban, vagy a magban foglalnak helyet; zárványdús és zárványmentes zónák gyakran váltakoznak. Egyes földpátkristályok repedései mentén, korroziós üregeiben, aszfaltnyomokat is találtam.

A *monoklin pyroxén* xenomorf, korrodált szemcséi vagy hypidiomorf prizmái között néha 1 mm hosszú és 0·7 mm széles kristályokat is találtam. A kisebb, idiomorf kristályokon az (100), (010) és (110) lapok felismerhetők. Az (100) szerinti ikerösszenövés előfordul. A legtöbb augitkristály erősen repedezett vagy kataklázos szerkezetű, annyira, hogy a nagyobb kristályok csak apró szemcsék mozaikszerű halmaza. A kétféle pyroxén összenövése gyakori, a nagyobb hyperszténmagot keskeny augitzóna veszi körül. Áteső fényben az augit halványszürkéssárga. Pleochroizmust nem árul el. Kioltás, $c\gamma = 45°\ 58'$. Kettőstörés $(\gamma - \alpha) = 0{\cdot}0255$. ($\Gamma = 0{\cdot}711$ μ, $d = 27{\cdot}7$ μ.). Berek-kompenzátorral mérve. Opt. karakter: (+). Diszperzió a *B*-tengely körül: $\varrho > \nu$ (erős), az *A*-ten-

gely körül gyenge és határozatlan. Zárványként az augit földpát- és magnetitszemcséket tartalmaz. Az andezitben a fínom, mikroskop alatt észlelhető aszfaltnyomok, főleg az augithoz kapcsolódnak, annak magját, máskor zónáját, sőt gyakran az egész kristályt foglalják el.

Hypersztén járulékos elegyrész, prizmás kristályai 1·4 mm hosszúságot és 0·4 mm szélességet is elérik. Önálló korrodált prizmái erősen repedezettek és a jó hasadás rajtuk ritkán észlelhető. A hypersztén áteső fényben halvány szürkéssárga és gyenge pleochroizmust árul el: γ=39 Blaugrau μ; α=6 Orange v.[1] Opt. karaktere: negativ. Opt. tengelyszöge 50—60°. Diszperzio: $\varrho > \nu$.

Kettőstörés: $(\gamma - \alpha)$=0·0131 (Γ=0·345 μ, d=26·2 μ), napfényen, Berek-kompenzátorral mérve. A hyperszténben kevés földpát- és magnetitzárvány található. A repedések mentén kezdődő szerpentinesedés mállásra mutat. Bitumenzárvány hyperszténben ritkább, mint az augitban.

Az *alapanyagot* felépítő ásványok között a *földpát* a legfontosabb és a legnagyobb mennyiségben szereplő elegyrész. Lécalakú és terminállapoknélküli kristályai többnyire két egyénből összenőtt ikrek, zónás szerkezetűek, 0·5 mm hosszúságot is elérik. E földpát fénytörése magasabb, mint a kanadabalzsamé és az alapanyagüvegé. Meghatározása a következő mérések alapján történt:

Albit-ikrek, MP-re merőleges metszetben.

$\alpha' M$	23°42′	42% *An*		
$\alpha' M$	26°12′	49% *An*		
$\alpha' M$	21°20′	38% *An*	11 59′	29% *An*
$\alpha' M$	20°19′	37% *An*	13°22′	30% *An*

Ezek alapján a földpátlécek *andezinek*.

Az alapanyag másik fontos elegyrésze a *monoklin augit*, melynek idiomorf prizmái max. 0·5 mm hosszúak, de gyakrabban csak mikrolitos dimenziójúak, a közönséges augitok jellemző formáit mutatják. Az (100) szerinti ikerösszenövés ritka, a zónás szerkezet gyengén észlelhető. Áteső fényben halvány szürkéssárgák.

Az alapanyagban igen sok egyenletesen eloszlott *magnetit* található, melyek a keleti andezittelér kőzetében nagyobbak, több-

[1] A RADDE-féle internacionális színskála szerint.

nyire idiomorf, 0·01 mm élhosszú kristályok, míg a csúcs andezitjében csak mikrolitok.

Az *üveg* mennyisége erősen változik, helyenként annyira csökken, hogy csak vékony bekérgezés a földpát- és augitkristályok körül. Áteső fényben halvány barnássárga színű, ellenben sötétebb szinű, világosbarna lesz az üveg, ahol sok a magnetitmikrolit. Az üveg fénytörése a kanadabalzsaménál alacsonyabb.

Az andezitben — különösen a csúcs andezitjében — *szerpentin-* és *kalcit*foltok, erecskék találhatók. Exogén- zárványként az andezit kvarc- és homokkőszemcséket tartalmaz.

A csúcs andezitje egyes elegyrészek kialakulása tekintetében némi eltérést árul el, sok benne az üveg és magnetit. A magnetitmikrolitok néhol úgy felszaporodnak, hogy az alapanyag majdnem teljesen átlátszatlan tömeg. Az alapanyagában sokkal kevesebb a földpát, azok is többnyire tűalakú prizmák, helyenként folyási jelenséget mutatnak. A pyroxénbeágyazások mennyisége is kevesebb. A kőzet sok szerpentin- és kalcitfoltja valószínű a posztvulkáni jelenségek hatására végbement mállásokkal áll összefüggésben. Aszfaltnyomokat a csúcs andezitje nem tartalmaz.

Sulyomtető andezitjét Emszt Kálmán ny. kísérletügyi főigazgató úr elemezte, fogadja e helyről is hálás köszönetem.

SiO_2	54·59 %				
TiO_2	0·81	*si*	= 161·7		
Al_2O_3	18·10	*al*	= 31·6		
Fe_2O_3	2·60	*fm*	= 30·3	ξ =	44·4
FeO	5·27	*c*	= 25·2	η =	56·8
MnO	0·06	*alk*	= 12·8	ζ =	38
MgO	2·54	*k*	= 0·23		
CaO	7·84	*mg*	= 0·37	fajsúly =	2·699
Na_2O	3·41	*h*	= 20·5	(4 db-on végzett mérés	
K_2O	1·58	*p*	= 0·71	középértéke).	
H_2O+^{110}	2·07	*ti*	= 0·80		
H_2O-^{110}	0·19	*qz*	= +10·1		
SrO	0·11	*c/fm*	= 0·83		
BaO	0·04				
P_2O_5	0·57				
CO_2	0·13				
	99·91				

Összehasonlítva ezen projektioértékeket a Niggli-féle magmatípusokkal, megállapítható, hogy ez a kőzet peléeites és normáldioritos csoportokkal árul el rokonságot. A peléeites típussal nagyobb a megegyezése, ettől csak a *si*-értékben van eltérés.

Összegezve a vizsgálatok eredményét, látjuk, hogy *Sulyomtető kőzete ásványos és kémiai összetétele alapján hyperszténtartalmú augitandezit.*[1]

A Cserháthegységben, az újabban vizsgált és elemzett andezitek közül[2] a *Szanda-hegy* pyroxénandezitje (V) áll ásványos és kémiai tekintetben Sulyomtető andezitjéhez legközelebb.

A Cserhát-hegységgel kelet felé határos *Mátra-hegység* andezitjei közül[3] a szurdok—püspöki pyroxénandezit (VI) és a Lahocahegy keleti oldalának biotit-amfibolandezitje (VII) árul el kémiai rokonságot a Sulyomtető andezitjével.

A *Szt. Endre Visegrádi-hegység* andezitjei közül[4] a Bölcső-hegy pyroxénandezitje (VIII) áll kémiailag közel a mi kőzetünkhöz.

Az összehasonlításra felsorolt andezitek közül Sulyomtető andezitje legnagyobb megegyezést kémiailag, a Lahoca-hegy biotit-amfibolandezitjével mutat. Projektioértékeik majdnem teljesen megegyeznek, pontjaik a projektióban egymás mellé esnek, eltérés csak a *k*- és *mg*-értékekben mutatkozik.

Aszfaltnyomok az andezitben.

Sulyomtető kőzetei közül aszfaltnyomokat csak az országút melletti andezittelérek tartalmaznak, ellenben a csúcs andezitjéből az hiányzik.

Sulyomtető vulkáni gerincében az első aszfaltnyomokat Noszky 1906. évben észlelte[5] a gerinc DK-i részén, a helvetien-slirrel (agyagmárgával) érintkező világosszürke, porozus andezitben. A világháború után hajtott országúti bevágásban, mely főleg az andezitteléren vezetett keresztül, az aszfaltelőfordulás mind gyakoribb lett. 1936. évben, a Sulyomtetőn végzett geológiai felvételeim alkalmával az aszfaltnyomokat nemcsak a kontakt-

[1] Schafarzik F.: A Cserhát pyroxénandezitjei. Budapest, 1892. (Schafarzik ezt a kőzetet augitmikrolitos augit-hypersztén andezitnek határozta.)

[2] Reichert R.: A Szandahegy-pyroxénandezitja. Földtani Közlöny 60. 1931. p. 76—81.

[3] Mauritz, B.: Die Eruptivgesteine Mátra-Gebirges (Ungarn). Neues Jahrb. f. Mineralogie etz. Beil. Bd. LVII; Abt. A. 1927. p. 331—396.

[4] Takáts T.: Adatok a szentendre—visegrádi hegycsoport andezitjainak ismeretéhez. Doktori értekezés. Budapest, 1928.

[5] Noszky J.: A Mátra-hegység geomorfológiai viszonyai. 1927. p. 129.

andezitben, hanem attól kissé távolabb, a kis tömzsszerű andezit belsejében, az aránylag friss, kékesszürke andezitben is megtaláltam. E kőzetben az aszfalt apró cseppek, foltok alakjában található, de a repedésekben, üregekben néha nagyobb mennyiségben is előfordul, az egyik üregben kb. 1 deciliternyi fekete színű, nyúlós, szagtalan folyadékot találtam.

Az aszfalt előfordulási viszonyaira nézve a következőket figyeltem meg. Azok az üregek és repedések, melyekben aszfalt található, többnyire legömbölyödött falúak, esetleg kvarc- és kalcitkristályokkal vannak bekérgezve. A kvarckristályokon a hatszöges prizma és piramis ($\pm$ tetartoeder) fejlődött ki. A kalcitkristálybekérgezések a $-\frac{1}{2}$ R romboederek párhuzamos összenövéséből álló rétegek. Mindkét bekérgezésen pirit-impregnatiók figyelhetők meg.

Az aszfalt az andezitben igen fínoman eloszlott mennyiségben is megtalálható, mint ezt a mikroszkópos vizsgálatok bizonyítják. Az aszfaltnyomok az andezit alapanyagában a fínom repedések mentén foltokban, vagy egyes elegyrészek kristályaiban zárványként figyelhetők meg, máskor azok átalakult, vagy elmállott helyét tölti ki, többnyire kalcit társaságában. (II. mikrofotogr.)

Az aszfalt mikroszkóp alatt sötét zöldesbarnán áttetsző. Az elegyrészek közül különösen a monoklinaugitot kíséri, melyben nemcsak zárványként található meg, hanem kristályait részben vagy teljesen kitölti. Ritkábban található a hyperszténben, de a legritkábban a földpátban. Az alapanyagot kitöltő aszfaltfoltokban pl. a földpátlécek teljesen épek és zárványmentesek. Megemlítem, hogy az aszfaltnyomokat tartalmazó andezitcsíszolatokban az elegyrészek, de különösen a pyroxének, erősen kataklázos szerkezetűek.

Az eruptív kőzetekben található bitumenelőfordulások eredetére vonatkozólag, mint ismeretes, kétféle elmélet áll fenn. Egyik szerint a bitumen a mélyben települő üledékes rétegekből vándorolt oda. A másik elmélet szerint a bitumen az eruptív tömegekben keletkezett akkor, amikor azok széntelepeken vagy bitumentartalmú rétegeken törtek át. Ha a sulyomtetői andezit aszfaltnyomainak eredetét keressük, akkor a következő tényeket kell szem előtt tartani. Aszfaltnyomok csak a gerinc keleti részén, a helvetien-

	si	al	fm	c	alk	k	mg	pz	c/fm	metszet	ξ	η	ζ
I. Sulyomtető augit-andezitje	161·7	31·6	30·3	25·2	12·8	0·23	0·37	+10·5	0·83	V.	44·4	56·8	38
II. Tonalitos magma-tpyus	200	33	33	22	12	0·40	0·50	+52	0·83	IV.	45	55	34
III. Peléeites magma-typus	180	33	33	23	11	0·20	0·40	+36	0·67	IV/V.	44	56	34
IV. Normáldioritos magmatypus	155	29	35	22	14	0·28	0·48	+01	0·63	IV.	43	51	36
V. Szanda-hegy pyroxén andezitje	164	31	32·5	24·5	12	0·35	0·43	+16	0·75	V.	43	55·5	36·5
VI. Szurdok-Püspöki pyroxéndezit	163	31·5	31	25	12·5	0·31	0·36	+13	0·81	V.	44	56·5	37·5
VII. Lahoca-hegyi biotit-amfibolandezit	159	32	30	25·5	15·5	0·14	0·49	+09	0·84	V.	44·5	57·5	38
VIII. Bölcső-hegyi pyroxénandezit	162	32	32·5	23·5	12	0·35	0·40	+14	0·37	V.	44	55·5	35·5

slirbe (agyagmárgába) nyomult andezitben találhatók. A csúcsban és körülötte feltárt andezittelérek — melyek az andezittufán törtek át — aszfaltnyomot nem tartalmaznak. Az aszfaltnyomokat tartalmazó andezit egész tömegében erősen repedezett, és litoklázisok sűrűn járják át. A sulyomtetői aszfaltnyomok eredetét kutatva nem hagyható figyelmen kívül az sem, hogy Sulyomtető gerince körül — valószínű alatta is — a helvetien agyagmárgában átlag 90—150 m mélységben barnaszén települ, melyet a Nagybátonyi R.-T. ki is termel. Ezekben a szénrétegekben aránylag sok a methángáz. Megemlítem még, hogy Sulyomtetőtől Ny felé, kb. 3 km-re, a szentkúti kolostor mellett mélyesztett szénkutatófúrásból a methángáz, bár kis mennyiségben, de állandóan ömlik.

A Sulyomtetőn található alábbi *ásványok*, bár szerény, jelentéktelen előfordulások, de csonka hazánk csekély ásványlelőhelyeinek számát mégis gyarapítják, ezért röviden jellemezve felsorolom őket.

Az andezitben, az aszfaltnyomokkal kapcsolatban kristályosodott kvarc-, kalcit-, továbbá pirit- és limonit-impregnációk találhatók. Az andezit és slirmárga érintkezésén — a márgában — gipszkristályok jelennek meg.

Az andezittufát átjáró hasadékok mentén gyakran 1 cm-es kvarc- és kalciterek, máskor chalcedonos bevonatok figyelhetők meg. Sulyomtető déli oldalában mélyesztett andezittufa-kőfejtőkben néhány milliméteres markazitteléreket találtak,[1] melyek felülete melanteritté alakult. Csajághy G. elemzése szerint ez az érc tonnánként 3·21 g ezüstöt és 0·03 g aranyat tartalmaz.

M. kir. József Nádor Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Gazdasággeológiai Intézete.

Budapest, 1939.

[1] Lóczy Lajos: Igazgatói jelentés az 1935. évről. M. kir. Földtani Intézet évi jelentése 1932—35. évekről. p. 293.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. febr. 20-án tartott üléséből.)

DER ASPHALTSPUREN-FÜHRENDE ANDESIT DES SULYOMTETŐ IM CSERHÁT-GEBIRGE (UNGARN).

Von LUDWIG JUGOVICS.

Tafel III.

Die Abhandlung wird deutsch in der Zeitschrift «Schweizerische Mineralogische und Petrographische Mitteilungen» erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Februar 1939.)

A MANGÁN ELŐFORDULÁSA A TALAJOK ADSZORPCIÓS KOMPLEXUSÁBAN.

ENDRÉDY ENDRÉ-től.

SCHARRER és SCHROPP, NIETHAMMER, HOAGLAND, TRÉNEL[1] és mások vizsgálataiból kitűnt, hogy bizonyos elemeknek, így a *B, Cu, Co, Mn, Mo* stb.-nek már igen kis mennyisége nagy jelentőségű a növények életében. Ezeknek az elemeknek növényfiziológiai jelentőségét számos közvetlen kísérlet is igazolja. Arra nézve azonban csak szórványosan történtek kísérletek, hogy milyen mennyiségben és milyen alakban fordulnak elő ezek a «nyomelemek» a talajban. Az magától értetődik, hogy ezeknek az elemeknek a talajban előforduló összes mennyisége nagy általánosságban nem áll közvetlenül a növény rendelkezésére. A legkönnyebben fel tudja használni a növény a nyomelemeknek azt a részét, mely mint vízben oldódó vegyület van jelen a talajban. Mivel azonban légnagyobb részük a talajban erősen adszorbeálódik, vízben oldható alakban a talajban összes mennyiségüknek csak igen kis hányada fordulhat elő. A növény azonban nemcsak a talaj vízben oldható, hanem adszorbeált anyagait is fel tudja használni s így a nyomokban előforduló elemek adszorbeált része legalább olyan fontos, mint vízben oldható hányaduk.

A mondottak szerint tehát megkíséreltem hat különféle talajszelvényben a semleges sóoldattal kicserélhető nyomelemek közül a mangán mennyiségét meghatározni. A mangán növényfiziológiai fontosságát t. i. a Dachau talajainak vizsgálatánál gyakorlati

[1] TRÉNEL, M.: Verhandlungen der II. Kommission der Internat. Bodenkundl. Gesellschaft. Helsinki, 1938. 32—56 o.

szempontból is eléggé tisztázták[2] s így célszerűnek látszott megismerni talajainknak könnyen mozgó *Mn*-tartalmát is.

Mangánból a talajok brutto mennyiségben elég sokat szoktak tartalmazni. Magyar talajokban BALLENEGGER vizsgálatai szerint, csak a 20%-os sósavban oldható részben is 0·02—0·14% *MnO*-ot találunk. Ez azonban jórészt mint $MnO_2(Mn_3O_4?)$ van jelen s a növény normális életfolyamatai révén nem oldódik egykönnyen. A közvetlenül számításba veendő mangán mennyisége tehát csak az, amit semleges vagy igen gyengén savanyú só- vagy egyéb oldatokkal kicserélhetünk, vagyis az a *Mn*, ami adszorbeált állapotban van jelen.

Mivel a kicserélhető *Mn* várható mennyisége általában igen csekély volt, azonban váratlanul igen nagy mennyiségek is előfordulhattak, ki kellett dolgozni olyan eljárást, amellyel módunkban áll 10—5000γ (γ=0·001 mg) közötti *Mn*-mennyiségeket azonos kísérleti feltételek mellett meghatározni. Sorozatos meghatározásokat t. i. csak így lehet végezni. Ezért tehát nem az ALTEN és WEILAND[3] által módosított MARSHALL-féle perszulfátos eljárást alkalmaztam, mely említett szerzők szerint 0·5—5·0 mg *Mn*/100 cm^3 koncentrációközben szolgáltat értékeket, hanem a *Mn*-t a WILLARD és GREATHOUSE[4] által először alkalmazott KJO_4-al oxidáltam MnO_4'-á s az oldatok koncentrációját nem relativ színösszeállítás útján, hanem abszolut fényabszorpció-méréssel, a PULFRICH-féle fotométer segítségével határoztam meg. Megállapítottam továbbá azt is, hogy a foszforsavval kellően megsavanyított $Mn^{\cdot\cdot}$-oldatok úgy kénsav, mint salétromsav hozzátételte nélkül símán és quantitative MnO_4'-á oxidálhatók. Egyúttal azt is megállapíthattam, hogy a perjodat-mangán reakciót elegendő foszforsav jelenlétében sem H_2SO_4, sem HNO_3, továbbá kisebb mennyiségű Cl', nagymennyiségű alkáliszulfát vagy ferrisó jelenléte nem zavarja. E kérdésekről más helyen az eljárással kapcsolatban majd bővebben fogok szólni.

---

[2] TRÉNEL, M.: loc. cit. 36. old.

[3] ALTEN, F. és WEILAND, H.: Zeitschr. f. Pflanzenernährung. Teil A. Bd. XXX. p. 193.

[4] WILLARD, H. H. és GREATHOUSE: Journ. Amer. Chem. Soc. 38. p. 2366—2377. (1937).

A méréseket Zeiss S53 (5300A° súlypontú) szűrővel, a rendes fotométerlámpával (Nitra-égő) végeztem. Annyi bizonyos, hogy a MnO_4' abszorpciós görbéjének emelkedő szakasza miatt a látótér két mezője kissé különböző színű volt, kis gyakorlattal azonban ettől teljesen függetleníthetjük magunkat s az azonos fényintenzítást a két mezőben könnyen be tudjuk állítani. A Hagephot-higanylámpa monokromatikus fénye (5460A°) természetesen még jobb.

A $Mn^{\cdot\cdot}$, illetve a MnO_4' mg %-ra vonatkozó extinkciójának meghatározása céljából olyan *Mn*-oldatok különböző mennyiségeit, melyek sorra 1·005, 0·8547, 0·1005 és 0·01005 *Mn*-t tartalmaztak 1 cm³-ben s amelyeknek *Mn*-tartalmát gravimetriás úton ellenőriztem, 200 cm³-es ERLENMEYER-lombikba mértem és vízzel 50 cm³-re felhígítva, különböző mennyiségű 1·7 sűrűségű foszforsav-oldatot, KJO_4-ot (SCHUCHARDT-féle készítmény), H_2SO_4- és HNO_3-at adva hozzá, 10'-ig forraltam, 24 óráig gondosan elzárva sötétben állani hagytam, majd ez idő után 100 cm³-es mérőlombikba mostam és $KMnO_4$-ról frissen desztillált vízzel feltöltve, az oldat extinkció-koefficiensét meghatároztam. Az eredményeket az 1. táblázatban foglaltam össze.

Mint a táblázat adataiból látható, a *Mn* 0·04—5 mg között ± 1% pontossággal határozható meg, ami a legtöbb esetben kielégítő. Mivel azonban a legtisztább pro analysi vegyszerek is tartalmazhatnak igen kis mennyiségű *Mn*-t, a fotométer másik nyílása elé nem tiszta vizet, hanem a következő oldatot tettem : 50 cm³ vízhez a megfelelő mennyiségű foszforsavat, illetve egyéb anyagot és a tényleges kísérleti oldat oxidálására használt KJO_4-ot tettem s az oldatot előírás szerint oxidálva, 100 cm³-re töltöttem fel.

A kiegyenlítő oldat alkalmazása azért szükséges, mert 10—20γ $Mn^{\cdot\cdot}$ meghatározásánál a kémszerek *Mn*-tartalma, valamint a hozzátett anyagoktól okozott fényabszorpció már határozottan zavar.

A *Mn* oxidálása MnO_4'-á mindig símán megy végbe, csak 10 mg *Mn*-nál képződik az első pillanatban mangánperoxydból álló fekete csapadék, mely azonban a reakció további folyamán szemmelláthatólag feloldódik, valami hatása azonban kétségtelenül van, mert ilyen mennyiségű *Mn* alkalmazása esetében ε_{Mol}

1. táblázat.

Alkalmazott *Mn* mg 100 cm^3	H_3PO_4 d=1·7 cm^3	KJO_4 g	Hozzáadott idegen só vagy sav	Rétegvastagság(s) cm	Mért extinkció *E*	Extinkciókoefficiens ε	Moláris extinkciókoefficiens mg %-ra ε_{Mol}
0·0402	5·0	0·2	—	3·003	$0·051_5$	$0·017_{15}$	(0·427)
0·1005	5·0	0·2	—	15·00	0·625	$0·041_7$	0·415
0·8547	5·0	0·2	—	2·995	1·065	0·356	0·416
0·8547	5·0	0·2	5 cm^3 H_2SO_4	2·002	0·715	0·357	(0·418)
0·8547	5·0	0·2	5 « HNO_3	2·002	0·724	0·362	(0·423)
0·8547	5·0	0·2	0·2 g KCl	2·995	1·062	0·355	(0·415)
1·005	5·0	0·2	—	1·000	0·417	0·417	0·415
1·005	5·0	0·2	—	2·002	0·825	0·412	0·410
1·005	5·0	0·2	—	2·002	0·832	0·416	0·413
1·005	5·0	0·2	—	3·004	1·235	0·411	0·409
1·005	2·5	0·2	—	2·002	0·842	0·421	0·419
1·005	10·0	0·2	—	2·002	0·829	0·414	0·412
5·025	5·0	0·4	—	0·251	0·525	2·091	0·416
5·025	5·0	0·4	—	0·501	1·042	2·080	0·414
10·05	5·0	0·4	—	0·251	1·005	4·002	(0·398)

Középérték (kivéve a zárójelben lévő számokat): 0·414
A középérték közepes hibája ± 0·001

mindig alacsonyabb az általános értéknél. Bár megfelelő görbe segítségével még e meghatározások is használhatók, mégis célszerűbb 5 mg-nál több *Mn* jelenléte esetében az oldatot megfelelően higítani.

A foszforsavból 2·5—10·0 cm^3 közötti mennyiséget lehet alkalmazni, legcélszerűbb azonban 100 cm^3 végtérfogatra, tehát kb. 50 cm^3 oxidációs térfogatra számítva, 5 cm^3 1·7 fajsúlyú foszforsavat használni. A KJO_4-ból 1 mg-nál kevesebb *Mn* esetében 0·1—0·2, 1 mg-nál többnél 0·4 g-ot alkalmazunk.

A moláris extinkciókoefficiensek középértéke 0·1—5·0 mg $Mn^{\cdot\cdot}$-t 100 cm^3-ben tartalmazó oldatokon végzett mérésekből 0·414±0·001-nek adódott. Az oldat mért extinkciókoefficienséből tehát a *Mn* mennyisége 100 cm^3-ben $\varepsilon \times 2·415$ mg. ε_{Mol} értéké-

nek számításánál természetesen nem vettem figyelembe az 5 mg-on felüli, valamint 0·1 mg-on aluli mennyiségekkel végzett méréseket, mert a beállítás bizonytalansága, illetve a nagyobb százalékos hiba miatt bizonytalanabbak. Nem vettem figyelembe természetesen az idegen sók, savak stb. jelenlétében végzett méréseket sem.

Miután az eljárás így feltétlenül biztos értékeket szolgáltatott a *Mn* meghatározására, munkám további részében a talajok kicserélhető mangántartalmát vizsgáltam.

A kicserélés céljából 25 g légszáraz talajt HISSINK szerint 500 cm³ *n*/1 NH_4Cl-oldattal kilúgozva, az oldatot bepárologtattam és az ammoniumsókat 100 cm³ 1·40 fajsúlyú HNO_3-al elroncsoltam, az oldatot szárazra pároltam s a 120° C-on kiszárított maradékot 0·3—0·5 cm³ HNO_3-al (d=1·4) 1—2 csepp 3%-os H_2O_2 segítségével vízben feloldottam és kemény szűrőn (Sch., Sch. No 589, Blauband) 100 cm³-es mérőlombikba szűrtem és jelig töltöttem A 100 cm³ oldatból egy-egy meghatározáshoz 20 cm³-t (=5 g talaj) 100 cm³-es ERLENMEYER-lombikba mértem, 2 cm³ H_3PO_4-ot (d=1·7) és 0·1 KJO_4-ot adtam hozzá, azután 10'-ig forraltam, másnap 25 cm³-es mérőlombikba mostam és jelig töltöttem, jól összekevertem, azután mértem. 25 cm³ folyadék elegendő ahhoz, hogy a rendes küvettákban 5 cm-es rétegvastagsággal mérjünk. Ha a *Mn* kevesebb a talajban, mint 10^{-4}%, vagyis 10^{-3} milliaequivalens, úgy célszerű a 15 cm-es mikro-abszorpcióscsövet használni.

A vizsgálandó talajokat úgy választottam ki, hogy lehetőleg sokféle típust képviseljenek. Természetesen a mangánon kívül a talajok összes többi adszorbeált kationját, valamint fontosabb egyéb sajátságait meghatároztam. A vizsgált talajok rövid leírása a következő :

51. sz. szelvény. Gyoma környékéről. Savanyú réti agyagtalaj, alluviális eredetű. Szántó, kb. 30 éve művelik. A sötét barnásszürke humuszos szint (A+B) 60 cm vastag, alatta sárgásbarna vasas agyag 100 cm-ig. Ez alatt sárgásbarna, majd 120 cm-től szürke gley-es agyag, 120 cm alatt Ca-konkréciókkal, 100 cm alatt tőzeges foltokat is találunk.

26. sz. szelvény. Kissé degradált, kilúgzott szikes talaj Mezőtúr környékéről. Legelő, 0·5 cm szürke, hamuszerű A-szint, 5—60

cm-ig sötétbarna, tömött *B*-szint, alatta 60—80 cm-ig barna, meszes, mészkonkréciós agyag, 80 cm alatt sárga lősz-szerű meszes, mészkonkréciós homokos agyag.

36. sz. szelvény. Mezőtúr határából. Szántó. Degradált mezőségi talaj vagy egykori erdőtalaj. 0—20 cm-ig fakóbarna vályog, 20—65 cm sötétbarna agyagos vályog, 65—95 cm sárgásbarna agyagos vályog kevés gipszkiválással, 95—210 cm sárga, meszes, mészkonkréciós lősz.

II., XI., XII. sz. szelvények. Szántó Cserhátsurányban, Nógrád vm., legalább 100 éve művelés alatt. Egykori barna erdőtalajok, határozatlanul elválasztható humuszréteggel, kissé vasasak

A vizsgálatok eredményét a 2. táblázatban foglaltam össze.

A táblázat számadataiból kitűnik, hogy a kicserélhető *Mn* mennyisége talajonként és rétegenként igen különböző, 0—0·207 milliaequivalens/100 g között változik. Az adatokból kiolvasható egyéb szabályszerűségek közül először is arra kell rámutatnom, hogy számbavehető mennyiségű adszorbeált és kicserélhető mangánt a vizsgált talajokban általában csak a savanyú és jelentősebb mennyiségű szervesanyagot tartalmazó rétegekben találunk. Ott, ahol a talaj kémhatása semleges, vagy éppen lúgos, kicserélhető *Mn* nincs, vagy csak igen kis mennyiségben található. Mivel a már adszorbeált ionok általában lényegesen renyhébben reagálnak oxidáló hatásokra, feltehető, hogy a *Mn* még a bikarbonátokat tartalmazó kb. 7 *pH*-jú oldatokban is már csak kevéssé képes vándorolni, mert ennél a *pH*-nál már a vízben oldott oxigén oxidációs potenciálja oly magas, hogy a $Mn^{\cdot\cdot}$-t oldhatatlan $Mn^{\cdot\cdot\cdot}$ és $Mn^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$ vegyületekké alakítja át. A mállásnál keletkető $Mn^{\cdot\cdot}$ tehát csak addig tud a szelvényben mozogni, míg annak olyan részébe nem jut, ahol a *pH*7-nél magasabb vagy pedig éppen már jelentősebb mennyiségű $CaCO_3$ van. A humusz mennyiségével is bizonyos korrelációban látszik állani a kicserélhető *Mn* mennyisége, általában a magasabb humusztartalmú talajokban több.

Mivel a talajokat, amelyeket vizsgáltam, úgy választottam ki, hogy lehetőleg hasonló reakcióállapotú, de művelt és művelés alatt nem álló talajokat elemezzek meg, érdekes gyakorlati korrelációra lehet az adatokból következtetni. Ha t. i. a művelés ideje szerint kíséreljük osztályozni a talajokat, látjuk, hogy minél régebben

2. táblázat.

Minta	Kicserélhető $Mn^{\cdot\cdot}$		A talaj S-értéke	A Mn az S-érték %-ban	pH vizes szuszpenzióban	Hidrolitos aciditás	$CaCO_3$	Humusz (C × 1·72)
	%	mg-egyenérték 100 g talajban	mg-egyenérték 100 g talajban			y_1	%	%
51 szelv. 0— 20 cm	$14{\cdot}1.10^{-4}$	0·026	35·57	0·1	5·8	14·5	nincs	4·2
« « 20— 60 «	8·8. «	0·016	—	—	6·5	4·5	«	2·7
« « 70—100 «	3·1. «	0·006	—	—	6·8	1·6	«	2·1
« « 120—150 «	nyomok	nyomok	—	—	7·0	0·0	9·0	1·0
26 « 0— 5 «	$41{\cdot}7.10^{-4}$	0·076	23·00	0·3	5·0	20·8	nincs	4·6
« « 5— 30 «	21·3. «	0·039	—	—	7·0	7·1	«	3·1
« « 30— 60 «	0·9. «	0·002	—	—	8·0	0·6	«	2·4
« « 100—140 «	0·7. «	0·001	—	—	8·2	0·0	9·4	0·8
36 « 0— 15 «	113·7. «	0·207	14·02	1·5	5·5	19·9	nincs	4·0
« « 20— 50 «	51·7. «	0·094	25·78	0·4	5·8	11·1	«	3·7
« « 70— 90 «	2·4. «	0·004	—	—	6·7	0·0	1·0	1·4
« « 110—140 «	4·7. «	0·001	—	—	8·2	0·0	11·9	0·9
II. « 0— 20 «	14·4. «	0·026	15·94	0·2	6·6	7·5	nincs	2·2
II. « 60— 80 «	3·0. «	0·005	—	—	6·1	4·3	«	—
XI. « 0— 20 «	13·7. «	0·025	24·25	0·1	6·7	5·7	«	1·8
XII. « 0— 20 «	6·1. «	0·011	—	—	6·7	4·5	«	2·1
XII. « 60— 80 «	5·9. «	0·011	—	—	6·7	5·9	«	—

művelik az illető talajt, annál kevesebb benne a kicserélhető *Mn* mennyisége.

Bár e 6 szelvény vizsgálata ezirányban nem enged meg messzemenő következtetéseket, mégis gondolhatunk arra, hogy a művelés folytán csökkenő *Mn*-tartalom feltétlenül befolyással van a talajok termékenységére.

Az a tény, hogy a kicserélhető *Mn* savanyú talajokban nagyobb mennyiségben fordul elő, bizonyos geochemiai következtetésekre is módot ad. Régebbi vizsgálataim folyamán kezembe került néhány nyirokminta a Bükk-hegységből, melyekben olyan jelentős mennyiségű *Mn* halmozódott fel MnO_2 alakjában, hogy az anyagot 10%-os sósavval kezelve, Cl_2 fejlődött. Ennyi MnO_2 pedig (az erdőtalajok vaskőfokát kivéve) általában csak a laterit- vagy terra rossa-szerű talajokban szokott felhalmozódni. Ha azonban figyelembe vesszük, hogy vizsgálataim szerint vannak talajok, ahol a kicserélhető *Mn* mennyisége 0·1—0·2 milliaequivalens 100 g talajban, úgy tekintetbe véve azt, hogy a *Mn* normális körülmények között *pH* 7-nél lúgosabb közegben már csak igen kevéssé mozgékony, könnyen elképzelhető, hogy a *Mn* itt a ma már átalakult vagy hiányzó felső rétegekből savanyú kilúgzás útján (erdő, podzol-képződés) került az alsó rétegekbe és ott kicsapódott. Ezt a tényt eddig is ismertük, azonban a *Mn* vándorlását általában mindig bizonyos szerves védőkolloidokkal hoztuk összefüggésbe. Vizsgálataimból azonban kitűnik, hogy kellően savanyú közegben jelentős mennyiségű *Mn* tisztán ionosan is vándorolhat.

Megjegyzem még, hogy a vizsgált legsavanyúbb talajokban (36. sz. szelv. 0—15. sz. szelv. 0—20), megkíséreltem a kicserélhető *Fe* mennyiségét is meghatározni. Közelítő meghatározásaim szerint a vas mennyisége ugyanakkor, amikor a talajokban 0·0014—0·011 % *Mn* volt, általában 0·0001 % körül mozgott.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1939. dec. 11-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN AUSTAUSCHBAREN MANGANGEHALT DER BÖDEN.

Von A. v. ENDRÉDY.

Vf. entwickelte eine neue Form der Perjodatmethode zur Bestimmung von Mangan und untersuchte damit den austauschbaren Mangangehalt von sechs verschiedenen ungarischen Böden. Es wurden gewisse Regelmässigkeiten gefunden und gleichzeitig konnte gezeigt werden, dass durch eine rein ionische Wanderung grosse Manganmengen mobilisiert werden können. Die Arbeit wird in der Zeitschrift Bodenkunde und Pflanzenernährung ausführlich erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dec. 1939.)

VIZSGÁLATOK A TALAJ VÍZADSZORPCIÓJÁRÓL.

ENDRÉDY ENDRE- és CZIKE KÁLMÁN-tól.

A talaj vízadszorbeáló képességét bizonyos megadott feltételek mellett visszatartott vízmennyiségekkel jellemezhetjük. Ilyen általánosan használatos ú. n. szabványszerű meghatározások a minimális víztartóképesség (V_k) megállapítása VAGELER[1] szerint, továbbá a vízadszorpció mérése 95·6%, valamint 35% relatív párateltségű térben. A 95·6% relatív párateltségű térben a talaj által felvett és a száraz talaj 100 g-jára vonatkoztatott vízmennyiséget nevezzük higroszkóposságnak (Hy) MITSCHERLICH[2] szerint. A 35%-os relatív párateltségű térben felvett vizet pedig újabban KURON[3]-féle higroszkóposságnak (hy) is szokták nevezni.

A három mennyiség között az eddigi vizsgálatok szerint bizonyos tapasztalati összefüggés van. Sőt VAGELER, ALTEN és KURMIES[4] szerint, mivel a talaj által adszorbeált víz nem a szemcsék felületéhez, hanem a felületen adszorbeált kationokhoz (kicserélhető bázisok) kötődik, a hy, Hy és V_k között elméletileg is indokolható az összefüggés.

Másrészt pedig mind ENDRÉDY,[5] mind KOTZMANN[6] vizsgálatai azt mutatták, hogy a hy érték igen jól jellemzi a talajok kötött-

---

[1] VAGELER, P.: Kationen und Wasserhaushalt des Mineralbodens, Berlin, J. Springer, p. 315, l. még ENDRÉDY E.: Vízügyi Közlemények 1936. 576. o.

[2] LEMMERMANN, O.: Die Methoden d. Untersuchung des Bodens. I. Beiheft z. Z. f. Pflanzenernährung S. 56.

[3] LEMMERMANN, O.: Die Methoden etc. II. Beiheft S. 29.

[4] ALTEN, F. und KURMIES: Handb. d. Bodenlehre, hrsg. von E. Blanck, I. Erg. Bd. p. 54.

[5] ENDRÉDY E.: Vízügyi Közlemények 1936.

[6] KOTZMANN (MADOS) L.: Mezőgazd. Kutatások XI. p. 217. ff. (1938).

ségét. KÜHN[7] pedig megállapította, hogy az ú. n. «tökéletesen légszáraz talaj nedvessége» szintén jellemző adata a talajoknak. A magyar viszonyok között zárt helyiségben általában uralkodó relatív párateltséget (50% körül) figyelembe véve, várható volt, hogy a *hy* és a «tökéletesen légszáraz talaj nedvessége» KÜHN szerint bizonyos korrelációban fog egymással állani. Ennek a korrelációnak az lett volna a jelentősége, hogy tömeges vizsgálatoknál, mint pl. Magyarország talajtani térképének a m. kir. Földtani Intézet által történő felvételénél a kötöttséget jellemző *hy* értéket a légszáraz talaj nedvességével tudtuk volna helyettesiteni.[8] Ilyen vizsgálatokat elég nagyszámú talajon már KOTZMANN[9] is végzett.

Vizsgálataink célja tehát az volt, hogy a *hy*, *Hy*, V_k, valamint a *hy* és a légszáraz talaj nedvessége közötti összefüggéseket lehetőleg nagy anyagon megállapítsuk és megkíséreljük ellenőrizni ALTEN és KURMIES feltevéseinek helyességét. Ezenkívül megvizsgáltuk azt is, hogyan változik a *hy* és *Hy* értéke ugyanazon relatív páranyomás mellett különböző hőmérsékleten.

A munka módszertani részét illetően csak annyit említünk meg, hogy a V_k meghatározását VAGELER[10] szerint, míg a *hy* és *Hy* meghatározását a MITSCHERLICH-féle exsiccatormódszerrel[11] 50, illetve 10%-os kénsavoldat fölött végeztük. A légszáraz talaj nedvességének meghatározása 105°-on 24 óráig való szárítással történt. Az adszorbeált (kicserélhető) kationok meghatározása a bizonyos mértékig módosított HISSINK-féle eljárással történt. A telítetlenséget (adszorbeált *H*) részben a hidrolitos aciditás y_1 értékéből számítottuk, részben azonban DI GLERIA—KOTZMANN szerint határoztuk meg. Meghatároztuk ezenkívül a talajok humusz- és $CaCO_3$-tartalmát is.

A *hy* és *Hy* meghatározását 20 ± 1 (illetve a varsányhelyi rizsföld mintáitól kezdődően 18 ± 1), valamint 11 ± 1 C° hőmérsékleten végeztük. A V_k meghatározása mindig 20°-on történt.

A kísérletek eredményeit az I. és II. táblázatban foglaltuk

---

[7] KÜHN, ST.: Z. Pflanzenernährung. A. 26. 357. 1932.

[8] Lásd pl. KREYBIG L.: A m. kir. Földtani Intézet Évkönyve, XXXI. köt. 2. füz.

[9] KOTZMANN: l. c.

[10] VAGELER: l. c. p. 315.

[11] Erre vonatkozóanl. KURON, H.: Z. Pflanzenernährung. A. 18. p. 188.

I. táblázat. Kísérletek 20°-on. (Varsányhely rizs 12—18-tól 18°-on.)

Típus és hely	Kőzettani minőség	Minta		Légszáraz talaj nedvessége	hy	Hy	Vk	$\frac{Hy}{hy}$	$\frac{Vk}{hy}$	$\frac{Vk}{Hy}$	Humusz	$CaCO_3$
		száma	mélysége cm	%	%	%	%				%	%
Kotús réti talaj, Okány, Bihar vm.	kotú	12.	0— 30	11·31	8·99	24·06	57·0	2·68	6·3	2·4	—	nincs
	tőzegfoltos humuszos agyag		40— 70	6·22	4·56	11·97	40·4	2·63	8·9	3·4	—	«
	gleyagyag		90—120	5·51	4·34	12·16	40·9	2·80	9·4	3·4	—	«
Kilúgozott és degradált szikes, Mezőtúr	humuszos vályog	26.	0— 5	4·66	3·84	—	38·3	—	10·0	—	4·6	nincs
	humuszos agyag		5— 30	6·70	5·43	—	50·1	—	9·2	—	3·1	«
	« «		30— 60	7·00	5·09	—	52·9	—	10·4	—	2·4	«
	lösz		100—140	4·94	3·88	—	40·8	—	10·5	—	0·8	9·4
Degradált mezőségi talaj, Mezőtúr	humuszos vályog	36.	0— 20	2·16	1·93	4·51	25·8	2·34	13·4	5·7	4·0	nincs
	humuszos agyagos vályog		20— 50	3·80	3·21	7·26	29·2	2·26	9·1	4·0	3·7	«
	agyagos vályog		70— 90	4·16	3·48	8·39	34·4	2·41	9·9	4·1	1·4	1·0
	lősz		110—140	2·94	2·54	6·73	32·9	2·65	13·0	4·9	0·9	11·9
	«		160—210	2·55	2·22	6·24	30·4	2·81	13·7	4·9	—	8·7
Réti agyag, Gyoma	humuszos agyagos vályog	51.	0— 20	4·87	4·60	—	44·2	—	9·6	—	4·2	nincs
	« « «		20— 60	5·18	4·82	—	45·7	—	9·5	—	2·7	«
	homokos agyag		80—100	4·48	4·13	—	42·9	—	10·4	—	2·1	«
	« «		110—140	3·85	3·58	—	37·5	—	10·5	—	1·0	9·0
Degradált mezőségi talaj, Mezőtúr	humuszos vályog	55.	0— 15	4·72	3·97	10·57	38·4	2·66	9·7	3·6	—	nincs
	humuszos agyagos vályog		20— 60	5·35	4·32	12·44	39·3	2·88	9·1	3·2	—	0·4
	agyagos lösz		80—100	4·42	3·53	9·88	35·7	2·80	10·1	3·6	—	13·9
	« «		110—140	3·70	3·16	9·29	—	2·94	—	—	—	14·0

I. táblázat. Kísérletek 20°-on. (Varsányhely rizs 12—18-tól 18°-on.) (Folytatás.)

Típus és hely	Kőzettani minőség	Minta száma	Minta mélysége cm	Légszáraz talaj nedvessége %	hy %	Hy %	V_k %	$\frac{Hy}{hy}$	$\frac{V_k}{hy}$	$\frac{V_k}{Hy}$	Humusz %	$CaCO_3$ %
Sötétbarna mezőségi talaj, Túrkeve	humuszos vályog	64.	0— 15	3·63	3·48	9·22	37·4	2·65	10·7	4·1	5·1	0·9
	« «		20— 60	3·57	3·49	9·87	37·0	2·83	10·6	3·7	3·6	4·7
	« «		60—100	3·29	3·33	9·09	37·7	2·73	11·3	4·1	2·9	9·0
	humuszos lösz		100—130	2·72	2·68	8·01	38·8	2·99	14·5	4·8	1·9	12·7
	lösz		140—200	2·13	2·17	—	32·0	—	14·8	—	0·8	13·4
	homokos agyag		220—250	3·04	2·98	8·73	41·3	2·93	13 9	4·7	—	6·2
Degradált mezőségi talaj, Mezőtúr	humuszos vályog	65.	0— 20	4·35	3·83	10·34	—	2·70	—	—	—	nincs
Erdőtalaj, Zsadány, Orosi puszta	humuszos vályog	65.	0— 10	2·05	1·88	5·21	—	2·77	—	—	—	nincs
	« «		10— 30	3·48	3·06	8·70	—	2·84	—	—	—	«
Kissé kotús réti talaj, Varsányhely-puszta, Sarkadkeresztúr	kissé kotús agyag	Rizsföld,	12— 18	7·06	6·27	15·70	63·9	2·50	10·2	4·1	—	nincs
	humuszos agyag	gödör	40— 46	6·11	5·34	14·01	54·7	2·62	10·2	3·9	—	«
	gleyfoltos homokos agyag		75— 81	3·58	3·09	8 00	34·5	2·59	11·2	4·3	—	«
	« « «		105—111	3·82	3·29	9·99	38·1	3·04	11·6	3·8	—	«
			125—131	4·29	3·71	12·59	48·6	(3·40)	13·1	(3·9)	—	«
Kissé kotús réti talaj, Varsányhely-puszta, Sarkadkeresztúr	kissé kotús agyag	Rizsföld,	10— 20	7·17	6·38	16·51	66·8	2·59	10·5	4·0	—	nincs
	humuszos agyag	fúrás	40— 50	6·37	5·80	16·27	59·6	2·80	10·3	3·7	—	«
	gleyfoltos homokos agyag		70— 80	3·79	3·32	9·58	37·8	2·88	11·4	3·9	—	«
			100—110	3·82	3·33	9·18	39·0	2·76	11·7	4·2	—	«
				Általános középértékek				2·74	10·8	4·0		

II. táblázat. Kísérletek 11±1° C-on.

Típus és hely	Kőzettani minőség	Minta száma	Minta mélysége cm	*hy*	*Hy*	$\frac{Hy}{hy}$	Humusz	$CaCO_3$
Kilúgzott szikes, Mezőcsát	Humuszos vályog	12.	0—11	1·72	4·24	2·44	4·9	nincs
	humuszos agyagos vályog		11—25	3·60	9·84	2·73	3·0	«
Sötétbarna mezőségi talaj, Mezőcsát	humuszos vályog	22.	0—20	3·38	8·07	2·39	4·1	nincs
	humuszos vályog		20—45	3 33	8·91	2·68	3·6	8·1
	lösz		45—60	2·46	7·22	2·93	2·3	25·7
	lösz		60—100	1·82	5·37	2·95	1·1	29·8
Kilúgzott és degradált szikes Mezőtúr	humuszos vályog	26.	0—5	3·95	9·34	2·36	4·6	nincs
	humuszos agyag		5—30	5·77	13·39	2·32	3·1	«
	lősz		100—140	3·91	9·98	2·55	0·8	9·4
Degradált mezőségi talaj, Mezőtúr	humuszos agyagos vályog	36.	20—50	3·61	8·40	2·33	3·7	nincs
Réti agyag, Gyoma	humuszos agyagos vályog	51.	0—20	4·98	12·51	2·51	4·2	nincs
	« « «		20—60	5·40	14·68	2·71	2·7	«
	homokos agyag		70—100	4·67	11·96	2·56	2·1	«
	« «		120—150	4·13	9·91	2·40	1·0	«
Sötétbarna mezőségi talaj, Túrkeve	humuszos vályog	61.	0 - 15	3·63	9·63	2·65	5·1	0·9
	« «		20—60	3·54	9·57	2·70	3·6	4·7
	« «		60—100	3·24	9·56	2·95	2·9	9·0
	humuszos lösz		100—130	2·76	8·02	2·91	1·9	12·7
	lösz		140—200	2·23	6·61	2·96	0·8	13·4
Kissé kotús réti talaj Varsányhely puszta, Sarkadkeresztúr	Kissé kotús agyag	Rizsföld.	12—18	7·23	17·27	2·39	—	nincs
	humuszos agyag	gödör	40—46	6·26	15·79	2·52	—	«
	gleyfoltos homokos agyag		75—81	3·69	8·77	2·38	—	«
			105—111	3·85	10·20	2·65	—	«
			125—131	4·61	13·93	3·02	—	«

Általános középérték: 2·62.

össze. A $V_k : hy$, illetve $V_k : Hy$ viszonyt azonban csak a 20° (18°) C-on végzett kisérleteknél számítottuk ki, mivel feltehető, hogy a V_k értéke a hőmérséklettel szintén változik. A táblázatokban közölt nedvességtartalmakat 100 g száraz talajra, súlyszázalékban kifejezve, adtuk meg.

A kísérletekből a következő általános viszonyszámok adódtak:

$$20°\text{C-on}: \frac{Hy}{hy} = 2{\cdot}74, \quad \frac{Vk}{hy} = 10{\cdot}8 \quad \frac{Vk}{Hy} = 4{\cdot}0 \quad 11°\text{C-on}: \frac{Hy}{hy} = 2{\cdot}62$$

A $Hy : hy$ viszony tehát a hőmérséklettől kevéssé függ. A kísérletekből ezenkívül az is kitűnt, hogy a viszonyszámok a talaj humusz- és $CaCO_3$-tartalmától is függenek. Ha az eredményeket ebből a szempontból bíráljuk, látjuk, hogy a felső humuszos szintek viszonyszámai általában alacsonyabbak, míg az altalajok viszonyszámai magasabbak. Az anyag azonban nem elegendő arra, hogy vele variáció-statisztikai számításokat végezzünk, s így meg kell elégednünk a qualitatív megállapítással. Ez a qualitatív megállapítás is feljogosít azonban bennünket arra, hogy megállapítsuk, miszerint minden lineáris összefüggés, amelyet a $Hy : hy$, $V_k : Hy$ vagy $V_k : hy$ viszonyra felállítanak, többé-kevésbbé alapjában hibás. Ebben az értelemben tehát az általunk kiszámított átlagos hányadosok is csak igen tág közelítés értékével bírnak. Orientáló számításokra azonban alkalmasak, s így, különösen humuszos, közepes kötöttségű vagy nehéz talajoknál a következő összefüggéseket írhatjuk fel (20°C-on):

$$Hy \approx 2{\cdot}7\ hy \qquad V_k \approx 4\ Hy \qquad V_k \approx 10{\cdot}8\ hy$$

Ugyancsak kedveztőlen képet mutat a légszáraz talaj nedvessége: hy viszony is. A viszony oly tág határok között ingadozik, hogy általános tényezőt nem adhatunk meg. Különben a III. táblázatban összefoglaltuk az errevonatkozó eredményeket. A hányados 0·99—1·38 között változik. Hogy a légszáraz talaj nedvessége egyébként mennyire állandó, arról a IV. táblázatból nyerünk felvilágosítást. Az adatokból látható, hogy az állandóan fűtött, száraz levegőjű helyiségben tartott talajok, ha egyszer a légszáraz állapotot elérték, nedvességüket nem igen változtatják. Viszont, ha légszáraz talajt télen fűtetlen helyiségben tartunk, úgy jelentős

III. táblázat.

A légszáraz talaj nedvessége: *hy* viszony 20 C°-on.

Minta		Légszáraz talaj nedvessége $\frac{}{hy}$	Minta		Légszáraz talaj nedvessége $\frac{}{hy}$	Minta		Légszáraz talaj nedvessége $\frac{}{hy}$	Minta		Légszáraz talaj nedvessége $\frac{}{hy}$
12.	0—30	1·26	36.	110—140	1·16	64.	0—15	1·04	Varsányhely, rizs, gödör	40—46	1·14
	40—70	1·36		160—210	1·15		20—60	1·02		75—81	1·16
	90—120	1·27	51.	0—20	1·06		60—100	0·99		105—111	1·16
26.	0—5	1·21		20—60	1·07		100—130	1·02		135—141	1·16
	5—30	1·23		80—100	1·08		140—200	0·98	Varsányhely, rizs, fúrás	0—10	1·12
	30—60	1·38		110—140	1·08		220—250	1·02		40—50	1·10
	110 140	1·27	55.	0—15	1·19	65.	0—20	1·14		70—80	1·14
36.	0—20	1·12		20—60	1·24	65.*	0—10	1·09		100—110	1·15
	20—50	1·18		80—100	1·25		10—30	1·14		—	—
	70—90	1·20		110—140	1·17	Varsányhely, rizs, gödör	12—18	1·13		—	—

IV. táblázat.

Minta	Szárazlevegőjű, fűtött helyiségben eltartott talaj nedvessége %-ban		Minta	Fűtetlen helyiségben eltartott talaj nedvessége %-ban	
	1937. máj. 1.	1940. jan. 1.		1939. nov. 1.	1940. jan. 1.
Városhely. rizs 12—18	7·16	6·94	51. 0—20	4·87	5·82
40—46	6·12	6·15	20—60	5·18	6·30
75—81	3·63	3·55	60—100	4·48	5·52
105—111	3·91	3·76	110—140	3·85	4·71
125—131	4·52	4·53	64. 0—15	3·63	4·07
—	—	—	20—60	3·57	4·00
—	—	—	60—100	3·29	3·68
—	—	—	100—130	2·72	3·06
—	—	—	140—200	2·13	2·50

mennyiségű nedvességet vehet fel. Ilyenkor ugyan elérhetjük a «légszáraz» állapotot oly módon, hogy KÜHN nyomán a talajt fűtött, száraz levegőjű helyiségben portól védve egy hétig száradni hagyjuk s ezután határozzuk meg a nedvességet. Ennek azonban a négy nap alatt igen kevés eszközzel végrehajtható *hy*-meghatározással szemben semmi gyakorlati előnye nincsen.

Sokkal figyelemreméltóbb azonban, hogy a 11, illetve 20°C-on meghatározott *hy*, illetve *Hy*-értékek igen kevéssé különböznek, sőt a 11°C-on meghatározottak általában kissé magasabbak (V. táblázat). Ha a vízadszorpció csak a vízgőznyomástól függene, úgy 11°-on feltétlenül kevesebb vizet kellene a talajoknak megkötni, mert hiszen a 10% kénsav abszolút vízgőznyomása 20°-on 16·77 mm *Hg*, 11°-on csak 9·41 mm, az 50% kénsavé pedig 20°-on 6·17, míg 11°-on csak 3·37 mm. MITSCHERLICH szerint a vízadszorpció csak a relatív vízgőztenziótól függ, a hőmérséklettől, legalább is 10—30° között, független. Eredményeink is arra mutatnak, hogy ez látszólag tényleg így áll. A 11°-nál talált és a 20°-os adatokhoz viszonyítva pozitív előjelű kis különbségek azonban arra figyelmeztetnek, hogy itt csak bizonyos kompenzációval van dolgunk, mert ha az adszorpció a hőmérséklet emelkedésével közelítőleg olyan arány-

V. táblázat.

A *hy* és *Hy* 11, illetve 20°-on mért értékeinek összehasonlítása.

Minta		*hy*		$\Delta\, hy_{11°-20°}$	*Hy*		$\Delta\, Hy_{11°-20°}$	$\frac{Hy}{hy}$	
		20°-on	11°-on		20°-on	11°-on		20°-on	11°-on
26.	0—5	3·84	3·95	+0·11	—	—	—	—	—
	5—30	5·43	5·77	0·34	—	—	—	—	—
	100—140	3·88	3·91	0·03	—	—	—	—	—
36.	20—50	3·21	3·61	0·40	7·26	8·40	1·14	2·26	2·33
51.	0—20	4·60	4·98	0·28	—	—	—	—	—
	20—60	4·82	5·40	0·58	—	—	—	—	—
	70—100	4·13	4·67	0·54	—	—	—	—	—
	120—150	3·58	4·13	0·55	—	—	—	—	—
64.	0—15	3·48	3·63	0·15	9·22	9·63	0·41	2·65	2·65
	20—60	3·49	3·54	0·05	9·87	9·57	—0·30	2·83	2·70
	60—100	3·33	3·24	—0·09	9·09	9·56	+0·42	2·73	2·95
	100—130	2·68	2·76	+0·08	8·01	8·02	+0·01	2·99	2·91
	140—200	2·17	2·23	0·06	—	—	—	—	—
Varsányhely, rizs. gödör	12—18	6·27	7·23	0·96	15·70	17·27	1·51	2·50	2·39
	40—46	5·34	6·26	0·92	14·01	15·79	1·78	2·62	2·52
	75—81	3·09	3·69	0·60	8·00	8·77	0·77	2·59	2·38
	105—111	3·29	3·85	0·56	9·99	10·20	0·21	3·04	2·65
	125—131	3·71	4·61	0·90	12·59	13·93	1·34	(3·40)	3·02

ban csökken, amint a vízgőztenzió emelkedik, úgy a vízadszorpció látszólag tényleg független a hőmérséklettől. Erre vonatkozóan különben nagyobb kísérletsorozatot kezdtünk meg, melynek eredményeiről majd más közleményben fogunk beszámolni.

Végül megkíséreltük VAGELER, ALTEN és KURMIES nyomán a *hy* és *Hy* értékét több talajnál az adszorbeált kationokból kiszámítani. A számítást részben ALTEN és KURMIES[12] következő egyenletével:

$$W_f = 2{\cdot}21\ Na\pi^{-\frac{1}{2}} + 0{\cdot}87\ K\pi^{-\frac{1}{2}} + 0{\cdot}45\ Ca\pi^{-\frac{1}{6}} + 0{\cdot}46\ Mg\pi^{-\frac{1}{6}}$$

[12] ALTEN: loc. cit. p. 54.

(W_f = a 100 g száraz talaj által megkötött víz g-ban, *Na*, *K*, *Ca*, *Mg* a 100 g száraz talaj által adszorbeált kationok mennyisége *mg*-egyenértékben kifejezve, π az állandó vízgőznyomás létrehozására használt oldat ozmózisnyomása at-ban), részben pedig VAGELER egyenletével:

$$Hy = 0{\cdot}444\ (T - 0{\cdot}5\ (Ca + Mg))$$

(*Hy* a higroszkóposság MITSCHERLICH szerint, *T* a 100 g száraz talaj által adszorbeált összes kationok, a *H*'-t is beleértve, mennyisége *mg*-egyenértékben, *Ca* és *Mg* a 100 g talaj által adszorbeált *Ca* és *Mg* mennyisége *mg*-egyenértékben) végeztük. A számítások eredményeit a VI. táblázatban foglaltuk össze.

Az adatokból látható, hogy adszorbeált *H*-t nem tartalmazó talajoknál, ahol nincs sok $CaCO_3$, az ALTEN—KURMIES egyenlet tűrhető értékeket ad. Ha azonban a talaj erősebben savanyú vagy magas $CaCO_3$-tartalmú, úgy az egyenletből számított értékek messze alatta maradnak a tényleg találtnak.

Ha a savanyú talajoknál a VAGELER-féle egyenlettel számolunk, úgy ott, hol a *H*'-t KOTZMANN—DI GLERIA szerint határoztuk meg, az értékek tűrhetőek, ahol azonban a hidrolitos aciditás y_1 értékéből 0·65-ös tényezővel kiszámított *H*'-t vesszük figyelembe, az értékek szintén rendkívül ingadoznak. Általában tehát sem ALTEN—KURMIES, sem pedig VAGELER egyenletét a *Hy* számítására alkalmazni nem lehet, még úgy sem, ha figyelembe vesszük, hogy ezek az egyenletek tulajdonképpen csak 25°C-on érvényesek. VAGELER és ALTEN számításaikat főleg kevéssé savanyú, alacsony humusz- és $CaCO_3$-tartalmú talajoknál végezték, ahol feltehető, hogy a vízads orpció tényleg csak az adszorbeált *Ca*, *Mg*, *K* és *Na* függvénye.

A 96% relatív gőznyomásnál nagyobb tenziójú térben fellépő kapilláris kondenzációt természetesen egyik egyenlet sem foglalja magában. Még fokozottabb mértékben lép fel ez a jelenség akkor, ha a talaj, mint a V_k meghatározásánál, cseppfolyós vízzel kerül egyensúlyba. Éppen ezért az ALTEN—KURMIES egyenlettel számított V_k értékei messze alatta maradnak a tényleg meghatározottnak.

A *hy* számítását az adszorbeált kationokból azért nem kísérel-

VI. táblázat. A *Hy* számítása az adszorbeált kationokból.

Minta		100 g száraz talajban mg-egyenérték adszorbeált						*Hy* az *Alten—Kurmies*-féle képlettel számítva (1)	*Hy Vageler* képletével számítva (2)	*Hy* kísérletileg meghatározva (20°-on)	$Hy - Hy_1$	$Hy - Hy_2$
		$Ca/_2$	$Mg/_2$	K	Na	H	T					
64.	0— 20	28·93	2·91	2·12	0·46	nincs	34·42	7·87	—	9·22	+1·35	—
	20— 60	27·99	3·28	1·06	0·42	«	32·75	7·59	—	9·87	1·28	—
	60—100	21·88	2·60	0·86	0·52	«	25·86	6·00	—	9·09	3·09	—
	100—130	12·02	10·40	1·11	1·51	«	25·04	5·90	—	8·01	2·11	—
26.	0— 5	12·23	7·89	1·12	1·71	14·19*	37·14	5·42	12·02	9·34	3·92	—2·98
	5— 30	20·27	14·84	0·61	4·16	4·95*	39·88	9·65	9·91	13·39	3·74	+3·48
36.	0— 15	9·62	3·12	0·88	0·40	13·23*	27·25	3·23	9·27	4·51	1·28	—4·76
	20— 50	16·09	8·46	0·62	0·71	7·51*	33·39	6·09	9·37	7·26	1·17	—2·11
51.	0— 20	25·89	7·58	1·13	0·94	9·25	44·79	8·30	12·46	12·51	4·16	+0·05
	20— 60	25·72	8·92	0·68	1·14	5·68	42·14	8·58	11·02	14·68	6·10	+3·66
	60—100	22·25	7·97	0·65	1·47	4·21	36·55	7·65	9·52	11·96	4·31	+2·44

* A hidrolites aciditás y_1 értékéből *Kappen* szerint számítva ($H = 0{\cdot}65\ y_1$).

tük meg, mert az 50%-os kénsav ozmózisnyomását mai ismereteink alapján csak igen tág határok között tudjuk kiszámítani. SCHOFIELD és ALTEN [13] ugyan megadnak egy összefüggést, mely szerint az ozmózisnyomás a kapilláris potenciál alapján a vízgőztenzióból kiszámítható, ez azonban oly magas értéket ad az ozmózisnyomásra, hogy nem látszik elfogadhatónak.

Vizsgálataink eredményeit végül röviden a következőkben foglalhatjuk össze:

1. A Hy/hy, V_k/hy és V_k/Hy minden talajra, az esetleges kísérleti hibáktól függetlenül más és más, a Hy/hy viszony átlagos értékét 2·3—3·0 határok között 11° C-on 2·62, illetve 20°-on 2·74-nek találtuk.

2. A vízadszorpció, legalábbis 10 és 20° C között látszólag csaknem független a hőmérséklettől s csak az alkalmazott kénsav töménységétől függ.

3. A «légszáraz talaj nedvessége» nem helyettesítheti a hy értékét, miután a légszáraz talaj nedvessége : hy viszony elég erősen változik.

4. A vizsgált talajoknál az adszorbeált kationokból csak igen nagy közelítéssel tudjuk kiszámítani a Hy értékét.

Megjegyezzük még, hogy KOTZMANN [14] a legkisebb négyzetek módszerével alacsonyabb átszámítási tényezőt kapott a Hy/hy viszonyra ($Hy=2{\cdot}46\ hy+0{\cdot}66$), ez azonban az 1. alatt mondottak szerint könnyen érthető, mert egészen más talajokat vizsgált.

---

[13] ALTEN: Verhandlungen der I. Kommission d. Internat. Bodenkundl. Ges. Vol. A. Bangor, Wales, 1938. p. 49.

[14] KOTZMANN: l. c.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE WASSERADSORPTION DES BODENS.

Von A. v. ENDRÉDY und K. v. CZIKE.

Verfasser bestimmten bei mehreren Böden die Hygroskopizität nach MITSCHERLICH, die Kennzahl der Böden nach KURON und die minimale Wasserkapazität nach VAGELER, sowie die Feuchtigkeit des «völlig lufttrockenen Bodens» nach KÜHN.

Aus den Untersuchungen ergab sich, dass die Kennzahl nach KÜHN labil ist, und keineswegs als Ersatz der Kuron'schen Kennzahl (*hy*) dienen kann. Für das Verhältnis Hygroskopizität: Kuron'sche Kennzahl (*Hy/hy*) ergaben sich, sowie bei 11, wie bei 20° C zwischen 2·3—3·0 schwankenden Zahlen, für das Verhältnis minimale Wasserkapazität (V_k): *Hy* im Mittel 4·0, für V_k/hy im Mittel 10·8. Die mittleren Verhältniszahlen *Hy/hy* sind bei 11° C 2·62, bei 20° 2·74.

Die bei 11° bestimmten *Hy* und *hy*-Werte sind allgemein etwas höher als diejenigen bei 20°.

Der Versuch der Berechnung der *Hy* aus den adsorbierten Kationen nach ALTEN—KURMIES und VAGELER führte zu sehr schwankenden Ergebnissen.

Die Arbeit wird ausführlich in der Zeitschrift «Bodenkunde und Pflanzenernährung» erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.)

A VÉGLÉNYEK TÖKÉLETESBÜLÉSÉNEK ALAPELVEI.

GELEI JÓZSEF rendes tagtól.

A tökéletesbülés kérdésével foglalkozó búvárok a véglényeket vagy figyelemre se méltatják, vagy pedig csak egyes kérdésekkel kapcsolatban egészen röviden utalnak rájuk. Ezt azzal magyarázhatjuk, hogy a legtöbb kutató a tökéletesbülés kérdését az élőlények sejti tagolódásával hozza szoros összeköttetésbe, vagy pedig nem látja szemei előtt azt a csodálatos tökéletességet és bonyolódottságot, amely a véglényeken is lehetővé teszi a tökéletesbülés kérdésének kimerítő szemléletét. SEWERTZOFF az 1931-ben megjelent híres könyvében, melyben a fajfejlődés során jelentkező alkati tökéletesbülést tárgyalja, a kilencedik fejezetben összegyüjti a szervek fajfejlődéstani változására vonatkozó alapelveket (typusokat, vagy principiumokat), s itt is csak imitt-amott mutat rá esetekre, ahol a fajfejlődéstani törvényszerűségek a véglényekre is illenek. E dolgozatban — a SEWERTZOFF-féle osztályozást és sorrendet követve — következőkben vizsgáljuk meg, hogy az átalakulás eddig ismeretes törvényszerűségei a véglényekre miképpen vonatkoznak, mily mértékig alkalmazhatók és azok mennyiben szolgálják a tökéletesbülést. Szemlélődésünkben túlnyomórészt a csillós véglényeket vesszük figyelembe.

1. A működések erősítése (intensificatio, PLATE 1924).

SEWERTZOFF a működéserősbülésnek szenvedőleges és cselekvőleges eseteit különbözteti meg. A véglények között a szenvedőleges működéserősbüléséről s vele az illető szerv mennyiségi gyarapodásáról csakis a külbőrke (pellicula), illetőleg bőrhártya (cuticula) esetében beszélhetünk. Bőrkemegvastagodást azokon a

csillósvéglényeken észlelhetünk, melyek mászkáló életmóddal és ellapult testtel aljzat-, illetőleg törmeléklakókká váltak. Vastagbőrkéjű véglénnyel leggyakrabban a *Hypotricha-* és *Entodiniomorpha*-csoportban találkozunk. Az előbbiek közül az *Euplotesek*, az utóbbiak közül pedig különösen az *Ophryscolecidák* tekinthetők jellegzetes törmeléklakóknak, s hogy az apró részecskék között bújkálhassanak, azokat egymástól széttolhassák, kemény páncéllal, a páncélon ormókkal, illetőleg tüskékkel vannak felszerelve. Az *Oprhyscolecidák* különösen emlékeztetnek bizonyos ormós, tüskés talajlakó kerekesférgekre, s így jó példák a környezetazonosság hasonlóságra formáló képviselőire (convergentia).

A szervek cselekvő erősbülésének számos példáit ismerjük a csillós véglényekben, éspedig éppen magukon a csillókon. A csilló, mint rendkívül vékony, szálszerű helyváltoztató szerv, önmagában alig képes erősbülésre. Csupán a *Cyclidiumok* és a *Halteriák* esetében látjuk, hogy ezeken az ugrásra, vagy pediglen vele kapcsolatosan hirtelen fékezésre termett állatokon hatalmas, vastag, ostorszerű csillók képződnek. Egyebütt a működéserősbülés a változatlan méretben megmaradt csillók számának gyarapodásával kapcsolatos. A legtöbb állaton tapasztaljuk, hogy a csillósorok a mellső testvégen, vagy a hasoldalon összesűrűsödnek, s a sorban a csillók a szokottnál sűrűbben lépnek fel. Általán is a gyorsmozgó állatokon vehető észre, hogy csillózatuk sűrűbb, mint a lassan mozgóké (*Ophryoglenák* szembeállítva a *Trachelophyllumok*kal). A működéserősbülésnek legegyszerűbb esete az, hogy egyetlen csilló helyén szoros egymásmellett két vagy több csilló keletkezik, s azok össze is tapadnak. Így jönnek létre a csillópárok és az összetett csillók (synciliumok). Csillópárokkal rendszerint a mellső testvégen találkozunk. A törmeléklakó *Colpodák* egész testükön csillópárosok, itt u. i. a csilló a talaj rögei között támaszkodásra, illetőleg a rögök szétfeszítésére szolgál. Az összetett csillók keresztmetszetükben vagy egyenlő méretűek s akkor járólábakat (cirrus) alkotnak, vagy pedig hosszúkásak s akkor csapkodóhártyákat, szárnyakat (membranella) képeznek. Néha egy-egy csillósor hosszabb-rövidebb szakasza sűrűsödik meg annyira, hogy ilyenképpen csillólemez, vagy vitorlahártya képződik (a *Hymenostomaták* szájszegő vitorlája). Az összetett csillókban a csillók együvé vannak

tapadva (csak néha látunk a széleken szárnyaltságot) s ennek következtében sokkal nagyobb erőt tudnak kifejteni, mint a magános csillók. Ez abból is nyilvánvaló, hogy ezek az összetett képletek mindig hosszabbak, mint ugyanazon állat magános csillói. S csak néha tapasztaljuk, hogy árkok vagy csatornák csillói törpék (erre legjobb példa a garattölcsér keféje). Az erősbödés folytatólagosan is fokozható azzal, hogy az összetett csillók éspedig különösen a csapkodó hártyák maguk is számos többedmagukkal további munkaközösségbe csoportosulnak s ilyenképpen az ú. n. örvényszervet hozzák létre *(Spirotricha)*.

A tökéletesbülés szempontjából a csillóelemek számának gyarapodása nemcsak annyit jelent, hogy az összetett képlet erősebb munkára képes, hanem egyúttal jelenti azt is, hogy a működés változatosabbá és sokoldalubbá válik. Az összetett csilló u. i. nemcsak a víz sodrát keltő csapkodó mozgásra alkalmas, hanem abból járóláb, fogószerv, szellőztető, kormányfarok, fékező- és nyelőkészülék egyaránt képződhet. Erről részletesebben az 5. pont alatt.

Az érzősörtéknek csekély szerepük van a csillósok világában, mégis ezekről is megállapíthatjuk, hogy a mellső testvéghez közelebb, tehát ott, ahol az érzékelés lehetősége fokozottabb, ezek is sűrűbben lépnek fel, mint a hátrább eső szakaszon.

A sejtszáj erősbödésen megy keresztül a *Pleurostomatidák*on azáltal, hogy oldalt hártyásan kihúzódik, s néha még a hátsó testvégre is átnyúlik *(Bryophyllum*ok*)*, miközben lövedékszerű támadó elemeit (trichocysta) nagymértékben felszaporítja. Az örvénylők csoportjában a szájelőtti mező (praestomium), mint örvényteknő nagymértékben hosszabbítható, olyannyira, hogy e miatt igen sok fajnak sejtszája a hátulsó testvég közelébe kerül.

A lüktetőhólyag, illetőleg kiválasztóplasma szintén nagymértékben képes a működés erősbülésével, illetőleg változásával kapcsolatos átalakulásra. A szerint, ahogy azt a szükség megkívánja, gyorsabban vagy lasabban lüktet, illetőleg, ahogy a testméret megszabja, kisebb vagy nagyobb képletben jelentkezik. Nagytestű állatokon igen sokszor tapasztaljuk, hogy a lüktetőhólyag oly nagyméretűvé válik, hogy egyetlen résen ki se tudja üríteni a váladékát, hanem a kiürítőrések száma még 10-re is felszaporodik (porus-intensificatio). Szintén nagytestű állatokon tapasztalható az,

hogy a lüktetőhólyagok száma igen nagy mértékben felszaporodik; a szabadszemmel jólláthatók *Bursáriák*ban pl. 100-at is találunk. Felemlítendő az is, hogy a *Parameciumok* a kiválasztó felület nagyobbítása végett a lüktetőhólyaghoz sugárcsatornákat képeztek.

2. A működések gyengülése.

Ez a pont nagyrészt azonos a 11. alatt tárgyalandó demobilisatióval. Mivel ott azonban a teljes működésbeszüntetések eseteit beszéljük meg, helyénvalónak látom az 1. pont ellentéteként a működésgyengülést itt tárgyalni.

Egyrészt a helyhezkötött működéserősbülésnek, másrészt pedig a működéshelyettesítésnek szokott következménye lenni, hogy más területek, illetőleg a helyettesített szervek működése meggyengül vagy teljesen megszűnik s ennek következtében az illető szerv csökevényessé válik (vagy éppen eltűnik, 11. pont). A *Holotricha*-csoportban a hátsó testvégen rendszeresen ritkábbá válik a csilló. *Hypotricha* csoportban is látunk ilyesmit pl. a *Kahlia* dorsolateralis cirrussora hátrafelé gyengül. Sok *Hypotrichus*ban viszont az az igen gyakori eset, hogy a hátsó cirrusok egyoldalú mozgásra képesek, holott a mellsők sokoldalú munkát végeznek.

A lüktetőhólyagról is látjuk, hogy kétféle okból is kisméretűvé, illetve csökevényessé válhat. Így egyfelől a környező víznek azonos osmotikus nyomása, másfelől pedig a külső testkéregnek, az ektoplasmának elvastagodása teheti működését feleslegessé. Innen van az, hogy tengeri állatokban, illetőleg a teljesen elkocsonyásodott *Loxodesek*ben már nem találunk lüktetőhólyagot.

3. A működésszakaszok rögzülése (A. N. SEWERTZOFF 1931.)

Ez a tökéletesbülési elv SEWERTZOFF szerint különösen a bonyolódott munkájú szervek esetén valósul meg, midőn egy-egy cselekvésszakasz a többiek rovására megerősbödik s a szervet megfelelő átalakulásra készteti. SEWERTZOFF híres példája erre a talponjáró állat lépésének különböző szakaszsora, miközben az állat először talpára, majd ujjaira s a lépés legvégén körmeire támaszkodik (planti-, digiti- és unguligradus-állapot), s ilyenképpen alkalom adódik a talponjárókból az ujjon-, illetőleg a körmönjárók kialakulására. — Idevonatkozólag a véglények világában nem sok példát talá-

lunk. A csillókról állapíthatjuk meg, hogy azoknak mozgásában van egy ú. n. görbült nyugalmi szakaszuk. S ezt látjuk megvalósítva a merev csillók esetén, minők igen sok állatnak farkuszonyai *(Pleuronema, Paramecium)* és a *Loxocephalus*ok szűrőfésűi.

A szakaszrögzülésre az egész állatvilágból a véglényekben találunk legszebb példát a lüktetőhólyag működésében. Ez a szervecske az amoebákban az áramló bélplasmában még körbekering s éppen csak akkor telepszik meg az ektoplasmán, mikor ki kell ürülnie. Ezzel szemben az összes ciliátákban azt tapasztaljuk, hogy a szervnek ez a felragadt állapota véglegesül, vagyis a kiürítés szakasza rögzítődik. Ezzel a szerv természetesen tökéletesbül is, mert számára végleges helyén a külbőrkéből kiürítőcsatorna képződik.

4. A működésváltozás (A. Dohrn, 1875).

Ez a Dohrn által felfedezett átalakulási, illetőleg tökéletesbülési elv azon alapszik, hogy csaknem valamennyi szervnek főműködése mellett mellékrendeltetése is van s időközben főfeladatát elhanyagolja, helyette pedig valamely mellékhivatása főműködéssé lép elő. Híres példa erre a végtagok átalakulása szájszervekké, vagy az ősvesecsatornák átalakulása ivarszervekké. — A csillósok esetében a csillókról tudjuk azt, hogy azok helyváltoztató feladatuk mellett mellékesen érzékelnek, különösen pediglen tapintanak. Gyakori eset, hogy a csillók megmerevednek, s ez esetben helyváltoztató feladatuk helyébe főként tapintófeladatot gyakorolnak *(Stentorok)*, illetőleg egyáltalán érzősörtékké alakulnak át (ragadozó *Gymnostomaták* és *Hypotrichusok*).

5. A működések bővülése (Plate 1912.).

Plate szerint a működések az esetben bővülnek, hogyha a szerv fokozott teljesítőképesség mellett bonyolódottságában gyarapszik s ezáltal sokoldalúbbá válik. A szerv tökéletesbülése itt kétféle lehet, nevezetesen a főműködés megtartása mellett vagy valamely mellékműködése fokozódik, vagy pedig összes régi működései mellé újak csatlakoznak. Az állati tökéletesbülésnek ez a legfontosabbik esete, mert itt nyilván arról van szó, hogy az állat teljesítőképessége új találmányok útján fokozódik. Ennek az alapelvnek a véglények, különösen pediglen a csillósok tökéletesbülésé-

ben igen nagy jelentősége van. Itt különbséget kell tennünk rokon és teljesen új munka között.

Rokonmunkára már a csillók esetében láttunk példát, midőn megállapítottuk, hogy a rendes körülmények között a víz csapkodására hivatott szerv lépkedésre, fogásra, szellőztetésre, mozgásgátlásra, kaparásra, vagy nyelésre válik alkalmassá. A működésbővülés alapja itt egyszerűen a működés, illetőleg alkaterősbülés.

A véglény csillója azonban az állatvilágban egyebütt általában nem gyakorolt új munkára is alkalmassá válik és pedig érzékelőképességéből kifolyólag egyszerűen csak azáltal, mert ingerületvezető szálacskák segítségével a szervezet legkülönbözőbb alkatrészeivel lép összeköttetésbe s így megteremti a csillós véglény ú. n. csillóirányította (cilioregulativ) életműködéseit (lásd egyúttal a 14. pontot). Így megállapítható, hogy a csillónak savval történt érintésére a szomszédos lövedékek kipattannak, vagy a csillónak a lüktetőhólyagtól kiürített gyüledéktől való érintésére a csillók ú. n. elsöprő, eltávolító mozgást végeznek. Csillóirányította az ú. n. tokanyagömlés is, mert az állat akkor, mikor betokozódásra készül, helyben egyöntetű lassú forgómozgást végez s közben egységes burkolóhártyává sodorja össze a lassan kiürülő kocsonyás nyálkaállományt. Ezenkívül a csillómozgás a táplálkozással kapcsolatosan nemcsak a táplálék odasodrására, hanem a söpredékből a hasznos anyagok kiválasztására s a szájtölcsérbe való irányításra is alkalmas. E közben maga a szájtölcsér is átalakuláson éspedigen valóságos bővülésen esik át, amennyiben egyes fajok a sodradékból csak nagyobb élő táplálékokat válogatnak ki, s így végül a sodró állat ragadozóvá válik, amint azt igen sok *Hypotrichus*on tapasztaljuk.

A legérdekesebb működésbővülésen a *Peritrichusok* sejtszája, illetőleg az ú. n. garatrése (cytopharynx) megy át, amennyiben itt ez a testszakasz nemcsak a táplálék besodrására, hanem fordítva az ürülék és a lüktetőhólyag gyüledékének eltávolítására is felhasználódik. Itt tehát a működésbővülésnek szokatlan példájaként ú. n. *szájkloáka* alakul ki, éspedigen azon az alapon, mert a szervezet csillói mind a gyüledéknek, mind pediglen a salaknak tovasodrására is szolgálnak, a *Peritrichusuk*on pediglen csillót csakis a szájtölcsérrel kapcsolatban találunk, tehát itt alrésnek is meg a gyüledékkiürítőrésnek is mind a szájba kellett kerülnie.

Ha már ezeknél a helytűlő (sessilis) élőlényeknél tartunk, akkor meg kell említenünk azt is, hogy hátulsó testrészük is működésbővülésen esik keresztül, amennyiben tapadófarokká alakul át, s ennek érdekében egyrészt összehúzékony szálacskákat (myonema), másrészt egy tapadó kocsonyás nyújtványt fejleszt. Ez a működésbővülés tehát alkati bonyolódással is karöltve jár.

Nem mulaszthatom el, hogy a működésbővülés kiváló példájaként a lüktetőhólyagról ne emlékezzem meg. Ez az édesvízi véglényekben egyelőre mint nyomáscsökkentő (osmoregulator) jött létre a szervezetet veszélyeztető fölösleges víz eltávolítására, közben azonban a szervezet égési anyagainak eltávolítását is átvette, s ezáltal lehetővé tette azt, hogy egyes édesvízí lények bőrkéje megvastagodjék.

6. Működéskorlátozás (A. N. SEWERTZOFF 1931).

Ez az eset valamely szerv működéseinek csökkenését, tehát a PLATE-féle elv ellentétét jelenti. Nem azonos a 11. ponttal, ahol cselekvő szervnek szenvedőlegessé válását beszéljük meg, de rokon a 2. ponttal. Ez a fejlődési forma egészen ritka jelenség a véglények világában. Példaként mindössze a merev csillókat említhetjük, melyeket a működésszakaszok rögzülésére már egyszer felemlítettünk. Az állat testvégén kialakuló kormánypamat, vagy némely *Oligotrichán*ak, mint pl. a *Halteriák*nak fékező csillói tartoznak ide. Mindkétfajta csilló mozdulatlan. Feladatuk érdekében azáltal tökéletesbülnek, hogy a többi csillóknál jóval hosszabbakká s némirészt vastagabbakká is válnak. Ezáltal növekszik surlódásuk s fokozódik a merevségükből származó ellenállásuk, aminek következtében a kormányzásra, illetőleg szükség esetén a mozgásgátlásra váltak alkalmassá.

7. A szervek helyettesítése (M. KLEINENBERG, 1886.).

Ebben az esetben a helyettesítő szerv mindig a helyettesített helyén keletkezik, csakhogy fejlődéstanilag más alapból származik, a helyettesített szerv pedig eltűnik.

KLEINENBERG híres példája a gerinchúr helyettesítése a porcos és később csontos gerincoszloppal.

Erre a helyettesítésre a csillósok világában ritkán találunk

példát. Ilyesmiről beszélhetünk a *Hymenostomaták* jobb ajakának esetében, ha az ottálló szegővitorlát merev ajakhártya helyettesíti. A szegővitorlának egyik feladata u. i., hogy a tápláló vízárammal szemben ütközőfalul szolgáljon, s erre a célra a merev felületi hártya is éppoly alkalmas, mint a mozgó. Ilyesmivel találkozunk részben a *Glaucomák*on és az *Euplotes*-féléken. Másik példaként említhetjük fel a száj varsakészülékének magasabbrendűekben a garattölcsérrel, illetőleg cytopharynxszal való helyettesítését. Az alsóbbrendű csillósok szájvarsája a táplálék iránymegszabását szolgálja. Ugyanerre való még tökéletesebb formában a *Trichostomatáktól* felfelé valamennyi csillós garattölcsére is. S miként a chorda a helyettesítés alkalmával lassanként elcsökevényesedik, úgy itt is a garattölcsér felléptével a varsaszálak száma csökken meg olyannyira, hogy végül a *Hypotrichusok*ban csak egyet találunk belőle.

8. Az azonos élettani helyettesítés (D. M. Fedotow 1925).

Ezen a helyettesítésnek azt a módját értjük, midőn valamely szervet egy más helyen keletkező szerv teljesen azonos működésével helyettesít (példa erre a piócákban a vérérrendszer helyettesítése a coelomából keletkezett résrendszerrel). A helyettesített szerv elcsökevényesedik vagy eltűnik, miként az előbbi esetben. — Mivel ilyen szerveltűnésről csak a száj szegőhártyája esetében tudunk, így itt csak az *Euplotesek*re mutathatunk rá, ahol a szegőhártyának táplálékfogó és visszatartó szerepét a szájtölcsér, illetőleg peristomium jobbszegélyén álló lábak sokkal jobban betöltik, ezáltal a szegővitorlát helyettesítik s azt eltünésre késztetik.

Ha azt az esetet is ideszámítjuk, hogy valamely szerv működésével a másutt különben kifejlődő szervet eleve helyettesíti, s így annak létrejöttét adott esetben meggátolja, akkor rámutathatunk a csillósoknál arra, hogy az entoplasma circulációjával kapcsolatosan a keringő emésztőodú fölöslegessé teszi a bélcsövet, sőt a táplálékelosztó résrendszert is.

9. A működések helyettesítése (Sewertzoff 1931.).

Ebben az esetben valamely működést távolabbfekvő s másként alkotott szervnek nem egészen azonos, hanem csak a jellege szerint

közelálló működése helyettesít s ezáltal a helyettesített szervet szintén hanyatlásra vagy eltűnésre készteti. (SEWERTZOFF pédája: a gyíknak lábakkal való járását, a kígyószerű állatok törzsének kígyózása, vagy az ős kétéltűek bőrpáncélját a jelenkoriakban méregmirigyek helyettesítik.)

A működéshelyettesítésnek erre az esetére kiváló példát találunk a csillósok világában a trichocysták és a pellicula vastagságának viszonyában. A vékonybőrkéjű *Holotricha*-csoportban nagyon elterjedt a cselekvőlegesen ható lövedékekkel való védekezés. Mihelyet azonban csövet épít valamely holotrichus lény, lövedékei mindjárt hiányoznak. A *Spirotricha*-csoportban szintén nem találunk lövedékeket, ezekben az állatokban azonban a pellicula vastagabb, s így a vastag bőrke szenvedőleges védelmet nyujt az állatoknak, tehát helyettesíti s egyben fölöslegessé teszi a trichocystákat.

10. A működések cselekvőlegessé tétele (A. N. SEWERTZOFF 1931.).

A mozdulatlan szerveknek mozgékonnyá való átalakulása a tökéletesbülésnek egyik legszebb példája. Idevonatkozólag a *Peritrichusok* nyújtanak megkapó esetet a merev nyélnek rugalmas összehúzékony nyéllé való átalakulásával. Kétségtelen u. i., hogy ebben az állatcsoportban azok az egyszerű és alsóbbrendű lények, melyek merev nyélen ülnek, s ezekből jöttek létre az összehúzékony-nyelűek. A nyél mozgósítása egyúttal tökéletesbülést is jelent, mivel a csőben belső összehúzékony csatorna képződik s azzal kapcsolatosan bonyolódott alkati átváltozások jelentkeznek. Sőt telepképzés esetén tovább bonyolódik a szerv, mert a telep összefüggő csőrendszerében valamiképp az ingerületvezetés is megoldódik, s a külső ingerhatásra az egész telep egyszerre rándul össze.

11. A működés megszüntetése (A. N. SEWERTZOFF 1931.).

Ennek a fejlődési, illetőleg átalakulási alapelvnek a gerincesek származástanában van nagy jelentősége, ahol számtalan esetben tapasztalhatjuk azt, hogy mozgékony testrészek, csontok a származás során megmerevednek, összevarratosodnak, illetőleg összecsontosodnak, s így éppen csak jelenlétük, illetőleg helyzetük révén hasznosak. A véglények kicsiny, puha teste alig szolgáltat példát

a cselekvő működés beszüntetésére. Idetartozik a csillóknak egyebütt már említett megmerevedése, vagy a *Carchesium* és a *Zoothamnium* makrontjain a peristomium megmerevedése azzal, hogy ott a más egyedeken megtalálható myonemák elsorvadnak.

12. A működések azonosulása (A. N. SEWERTZOFF 1931.).

Az átalakulásnak ez az esete voltakép hanyatlást jelent, mert itt arról van szó, hogy előbb szétkülönödéssel (differentiálódás) tökéletesebbé vált szervek utólag újra hasonlókká, illetőleg egyformákká válnak. SEWERTZOFF idevonatkozó példaként a kígyók csigólyáinak egyformává válását említi, a korábbi különböző állapottal szemben. Erre a fejlődési formára, a véglények esetében nem találunk példát.

13. A működések megoszlása (A. N. SEWERTZOFF 1931.).

Ez a folyamat a szétkülönödésnek azt az esetét tárja elénk, mely egyúttal az ősi egységes szervnek kettéoszlásával, esetleg feldarabolásával kapcsolatos. A véglények között a tökéletesbülésnek erre az esetére két kiváló példát ismerünk. Az egyik a mikro- és a makronukleus kialakulása az ősi egységes magból, s vele kapcsolatosan a szaporítás feladatának az elkülönítése a közönséges üzemet szolgáló magműködéstől. A másik eset az iránymeridiánus szétkülönödése egy baloldali tiszta csillómeridiánusra és jobboldali csillótlan nutritorikus vonalra. Ezt az esetet részletesen *Loxocephalus*on írtam le (GELEI 1940.).

*

SEWERTZOFF az itt összeállított 13 pontban sorolja föl a fajfejlődéstani átalakulás módozatait. Már ő maga megállapítja, hogy részletezése nem tökéletes és ennélfogva tetszés szerint gyarapítható. Szerinte az átalakulási módozatok mind abból folynak, hogy a sejt sokképességű (pluripotens) és képességeiből valami a működések közben alkati és élettani szempontból intensiválódik. Szerintem azonban csak maga az intensificatio igazi fejlődéshez, a szoros értelemben vett evolutióhoz nem igen vezet. Hanem e helyett a fejlődés akkor válik igazán jelentős folyamattá, ha az állat addig nem látott és nem használt új «találmányokkal» áll elő (lásd az 5. pontot!). A következőkben ezeket beszéljük meg.

14. Új működések beállítása.

Ez a pont sok tekintetben rokon az 5.-kel, ahol a működések bővülésének PLATE-féle elvét tárgyaltuk. A különbség köztem és PLATE között az, hogy ő meglévő szervek működésének bővüléséről beszél, holott én e fejezetben új szervek keletkezését és így természetesen teljesen új működések jelentkezését értem.

A véglény sejti mivoltának következményével szemben két új találmányával gazdagította a szerves világot. Egyik a nyelőcső (oesophagus) és a belőle leváló emésztőodu, a másik a kiválasztóplasma. Továbbá félfolyékony halmazállapotával szemben létrehozta a rugalmas támasztó rostokat. Ezenkívül azonban a váladékképzés terén is van két véglény-«találmány»: a tokanyag (tektin) és a védőlövedékek (trichocysta).

A sejtalkat általános fizikai föltételei közé tartozik a protoplasma halmazállapotából származó többé-kevésbbé gömbölyded forma és síma testfölület, melynek borító hártyáján át az átszivárgással (diffusio) oldható meg a táplálékfelvétel és a gyüledékek leadása. Ha pedig a gömbölyded alakkal szemben az attól eltérő bármely más forma megőrzésére vázrostokot hoz létre az állat, s ha a táplálék felvételére már az amoebától kezdve *nyelőcsatorna*, majd annak a végén emésztőodu válik le, s ha a csillósokban a nyelőcsatorna támogatására varsapálcikák képződnek, akkor ezek egytőlegyig mind új találmányok. Különösen új találmány a kiválasztóplasma és a lüktetőhólyag, főként azért, mert a gyüledékdiffusió a külbőrkén át történik, a kiválasztóplasma azonban az entoplasma találmánya. Ugyancsak entoplasma termékek a tektin és a trichocysták is, ezek onnan az ectoplasmába vándorolnak és onnan a neuronemákon képződött csomókon, relatorokon ürülnek ki.

15. A működések összekapcsolása.

SEWERTZOFF ezzel a kérdéssel könyvének 13. fejezetében philetikus correlációk, vagy coordinátiók fejlődése címen foglalkozik. Az bizonyos, hogy a működések összekapcsolódása, illetőleg a szervek kapcsolata több mint egyszerű alapelv, hanem ez sokkal inkább általános szerveződési kérdésnek tekinthető. Annál is inkább, mert ez a kérdés a szervezet összhangjának (harmonia, centralisatio)

megteremtésével és a szervek alárendelésének (subordinatio, integratio) kérdésével azonos, holott ezzel szemben a fönn megbeszélt alapelvek az egyes szervekre vonatkoznak. Én azonban éppen a véglényeken folytatott szemlélődéseim alapján arra a meggyőződésre jutottam, hogy a szervezet alkatrészeinek, illetőleg teljesítményeinek összhangja s a szervek kapcsolata nemcsak mint általános összhangolásnak, illetőleg az egyes szerv szempontjából nem csak a subordatiónak kérdése fogható fel, hanem magának valamely adott szervnek szempontjából mint a visszaható tökéletesbülésnek, vagy éppen hanyatlásnak a kérdése is megvizsgálható. Itt tehát lényegében azt vizsgáljuk meg, mit nyer a szerv a szomszédságával való kapcsolatából.

Az általános összhangolást a véglény teljesen akadálytalanul hajthatja végre, mert a munkaegységnek és összhangnak éppen a sejt a legkiválóbb példája. Az esetleg sokszorosan fellépett szervek összevonása elé sehol semmi határ akadályt nem gördít. Ezért könnyű dolog a synciliumokkal szemben más területeken a csillóapasztás keresztülvitele.

A működések kapcsolatának szervfejlesztő jelentősége a csillók esetében válik a legnyilvánvalóbbá. A csillót a támasztó fonalrendszerrel erőművileg a pellicula köti össze. Ezenkívül vannak általános összeköttetései a védőlövedékekkel és a tokképzőanyaggal, vagy helyhezkötött kapcsolatai a szájjal, az alréssel, a kiválasztóréssel, valamint az érzősörtékkel. Ezek mindenikével az ingerületvezető szálacskák vagy neuronemák útján kapcsolódik. Ez a sokoldalú szerves összeköttetés a csilló szempontjából példátlan működésbővülésre vezet, melynek mását a sejteslények csillói sehol semmi vonatkozásban el nem érik (l. még az 5. pontot).

Igen érdekes élettani kapcsolatot találunk egyfelől a védőlövedék: trichocysta, illetve a tokanyag, másfelől kiürítőréseik, valamint a salakhólyag és a hozzátartozó alrés között. A trichocysta meg a tektin az entoplasmában keletkezik, illetőleg az emésztőodu annak áramaival kering, s ezek a képletek a végén mégis mindig hibátlanul az ectoplasmatikus szolgálattevő helyre jutnak. Ebben az esetben az összeköttetés a vándorló elem és a szolgálati hely között csakis vegyi: hormonális lehet.

16. A működések elkülönítése.

Ez az elv az előbbinek éppúgy ellentéte, mint ahogy azt már a SEWERTZOFF által sorbaállított alapelvekről is ismételten láttuk, hogy a fejlődést sokszor ellentétes lehetőségek is szolgálják. Ha a működések, ill. a szervek kapcsolata a szervezet összhangját jelenti, úgy az elkülönítés a működések önállóságát, bizonyos tekintetben autonómiáját juttatja kifejezésre. Ennek az autonómiának a sejtes lények fejlődésében s általában abban a fölényben, melyben a sejtes lény az egysejtű felett áll, mérhetetlen jelentősége van. A sejt az élet szempontjából elkülönült, autonóm alapegység, mely maga is képes önmagában az összes életműködés gyakorlására. Sokan mondják, hogy a véglény éppen azért maradt el a sejtes lény mögött, mert nincs autonóm egységekre tagolódva.

Pedig ezzel szemben a búvároknak eleve megakadhatott volna a szeme azon, hogy pl. a véglényben az emésztés semmi hátrányt nem szenved a sejtes lényé mögött, mert az itt is a környezettől elkülönített területeken ú. n. emésztőodúban játszódik le. Ez az odú is a környezettől hártyával van elkülönítve, s a hártya a táplálék felvételének pillanatában mindig a garatbőrkéről szakad le, s így éppúgy ectoplasmatikus származású, mint a kültestfelületi bőrke: a pellicula. Gondolhattak volna a kiválasztószerv lüktető hólyagjára is, mely elkülönített működését ugyancsak elkülönítő hólyaghártyának köszönheti, s amely magasabbrendűekben állandó bélelőhártyává válik.

Az újabb vizsgálatok a véglény sejtenbelüli elkülönödéseinek hártyás megoldását a legkülönbözőbb területen kiderítették. Legelőször az összehúzékony szálacskáknak ú. n. myonema-csatornáit ismertük meg. Ezek a csatornák jól láthatók a *Stentor* törzsén, a *Vorticellák* nyelén, s mindenütt az elkülönített munkát szolgálják. Később kiderült, hogy az ingerületvezető-szálacskák, a neuremák is hüvellyel vannak körülvéve (GELEI GÁBOR 1938). Legutóbb közreadott vizsgálataim a támasztórostokra nézve állapították meg, hogy szintén képző burokba helyeződnek el. (Gelei J. 1939*b*.) A gyüledékkristályokról már régebben leírtam (GELEI 1925), hogy azokat is képzőhártya veszi körül.

Mindezeknek az elkülönítőhártyáknak közös jellemvonása,

hogy osmiumtól barnulnak, hogy tehát ú. n. lipoid-hártyákat képviselnek. S ha feltesszük a kérdést, hogy mi által különít el a sejt, akkor ott is alkati szempontból a sejthártyára, mint szintén lipoidhártyára mutathatunk rá, s ezzel kapcsolatosan kiemelhetjük azt, hogy a tökéletesbülést lényegében itt is, ott is azonos alkatú felületi hártya teszi lehetővé, amikor az zsírnemű tartalmával a bezárt rész autonom működését és autonóm fejlődését biztosítja.

A véglény azonban bennünket arra a csodálatos dologra is megtanít, hogy ilyen hártyanélkül is lehetséges a környezettől való elválás, önállósulás és önálló működés.

Több dolgozatban mutattam rá arra (GELEI, 1935, 1939), hogy az exkrétiós plasma a környezetbe amöboid-módon belegyökerezik s hogy oszlás alkalmával a rendszerint hátulfekvő szerv a mellső testtájra amöboid-sarjakat bocsát, melyek az ectoplasma belső felületén mint valami plasma-amöbácskák előrevándorolnak, s ott a kiválasztórés körül gyülekeznek (GELEI, 1938.). Az amoeba testében éppenséggel együttvándorol a kiválasztó-plasma az entoplasma áramaival s mégsem olvad fel sehol a környezetben. A trichocistákról is hasonlót tapasztalok újabban; ezek az entoplasmában keletkező váladékképletek nem egyszerű mirigytermékként jönnek létre, hanem minden egyes lövedéket saját termelőplasma övez, mely környezetétől szintén nem válik el élesen, s mégsem vész el, hanem a lövedéket az ectoplasmába is nyomon követi.

Összefoglalás.

Ebből a felsorolásból megállapíthatjuk, hogy a származástani átalakulás valamennyi alapelve, melyet a sejteslényekre nézve megállapítottak, — egy jelentéktelen eset kivételével — a véglényre is illik, vagyis hogy a véglény is ugyanazon törvényszerűségek uralma alatt futotta be származástani pályáját, mint a sejtes lény. Sőt három oly új alapelvre (14—16) is sikerült rámutatnunk, melyek észrevételére a véglény különösen alkalmas, de amelyeknek a sejtes lény fajfejlődésében is nagy jelentősége van. A különbség egysejtű és sejtes lény között abból adódik, hogy a véglény éppen a miatt, mert sejtekre nincs tagolva, kicsinek maradt, szervezeti bonyolódottsága éppen e miatt igen korlátozott, némely

esetben éppen hiányos, (szín, szem, vérerek, kopoltyúk nincsenek) és így az egyes fejlődéstani alapelvek megvalósítására szűkösek, fogyatékosak a lehetőségek. Kitetszik ez pl. a legrégebben felfedezett átalakulási alapelv, nevezetesen a DOHRN-féle működésváltozás megvalósításból is; erről a sejtesek világában köteteket lehet összeírni és íme itt kimeríthettük egy pár példával. Mind a mellett a véglény bámulatosan sok szervezeti alkatelemet, aránylag bonyolult testet és sokoldalú életműködéseket tudott megvalósítani, aminek következtében az alsóbbrendű sejteslények (spongyák, tömlősök) fölött áll s a *Hypotrichusok* szervezettségi szintje majdnem üti a legalsóbbrendű férgekét (lásd bővebben GELEI, 1940*b*). Ebben a tökéletesbülésben a felsorolt alapelvek nem játszottak egyenlő szerepet, vezet köztük az intensificatio(1), az összekapcsolódásokból származó tökéletesbülés (15) és különösen vezetnek az új találmányok esetei (14).

(Végezetül megjegyzem, hogy ez a cikk az Akademiában megtartott előadásomnak csak egy részét tartalmazza. A háborus papiroshiány miatt a hosszú dolgozatot megrövidítettem, azonkívül kétfelé szakítottam, s a másik része az Állattani közleményekben jelenik meg).

Irodalom.

GELEI GÁBOR (1938): Über die Isolation der erregungsleitenden Bahnen bei Ciliaten. Biol. Zentralbl. Bd. 58.

GELEI JÓZSEF (1935): A véglények kiválasztószerve stb. Math. és Term. Tud. Közl. XXXVII. köt.

GELEI JÓZSEF (1938): Das Excretionsplasma von Didinium etc. Arch. f. Protistenkde. Bd. 90.

GELEI JÓZSEF (1939): A Véglények lüktetőhólyagjának élettudományi jelentősége. Math. Term. Tud. Ért. LVII. köt.

GELEI JÓZSEF (1939*b*): Das äussere Stützgerüstsystem des Paraciumkörpers. Arch. f. Protistenkde. Bd. 92.

GELEI JÓZSEF (1940*a*): A véglények idegrendszerének tagolódása Ibid. 58.

GELEI JÓZSEF (1940*b*): A szervezeti tökéletesség foka a véglények világában. Állattani Közl.

PLATE, L. (1925:) Abstammungslehre 2. Aufl. G. Fischer, Jena.

SEWERTZOFF, A. N. (1931): Morphologische Gesetzmässigkeiten der Evolution. G. Fischer, Jena.

A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. dec. 11-én tartott üléséből.)

DIE PRINZIPIEN DER VERVOLLKOMMNUNG BEI DEN PROTOZOEN.

Von J. v. GELEI.

Untersucht man die Prinzipien oder Typen der phylogenetischen Entwicklung, wie sie SEWERTZOFF 1931 in Kap. IX zusammengestellt hatte, so ergibt sich für die tierischen Einzeller folgendes.

1. Eine Intensifikation der Funktionen ergibt sich in der Verdickung der Pellicula bei Detritusbewohnern und in der Verlängerung des Zellmundes bei den Pleurostomata, weiterhin in der Entstehung der Syncilien und daraus der des Wirbelorgans. Die Pulsationsblase passt sich an die quantitativen Veränderungen durch Erhöhung der Pulsationsfrequenz oder Vergrösserung der Blase oder aber durch Vermehrung derselben an. — 2. Eine Abschwächung (Desintensifikation) erleiden die Cilien an Stellen, wo sie ihre Funktion wenig ausüben können, z. B. am hinteren Körperende (dieser Fall ist ähnlich der unter Nr. 11 angeführten Demobilisation.) — 3. Das Prinzip der Fixation der Funktionsphasen ist unter den Protisten selten verwirklicht. Als solcher Fall wären die nach vorne hin gekrümmten Cilien im Siebkamm der *Loxocephalus*-Arten (Fixation der Bereitschaftsphase der schlagfertigen Cilien) und die Anheftung des einst wandernden Excretionsplasmas an die Pellicula zu bezeichnen. — 4. Einen Funktionswechsel erleiden die Cilien, wenn sie sich zu steifen Tastcilien (Stentoren) oder schliesslich zu Tastborsten verwandeln. — 5. Eine Funktionserweiterung tritt an den Syncilien auf, wenn sie neben der Schwimmfunktion eine Stütz-, Schreit-, Kratz-, Fang- und Stemmfunktion ausüben (verwandte Funktionen) oder an den einfachen Cilien, wenn sie durch neuroide Verbindungen die Trichocystenexplosion, Tektinausschei-

dung, Kot- und Harnentleerung und die Mundbewegung beeinflussen. Der Cytopharynx der Peritrichen dient auch zur Entleerung des Kotes und des Harnes (Vermehrung der Zahl der Funktionen.). — 6. Verminderung der Zahl der Funktionen ist selten zu beobachten; hierher gehören die geraden steifen Stützcilien oder Schwanzborsten, Geisseln. — 7. Eine Substitution der Organe finden wir im Falle der steifen Mundlippen, wenn sie an Stelle der Segelmembran erscheinen oder wenn bei den *Trichostomata* statt des Reusenapparates phylogenetisch jüngerer Tiere ein Mundtrichter erscheint. — 8. Den Fall der physiologischen Substitution finden wir bei solchen Hypotrichen verwirklicht, wo statt der rechten Segelmembran die nebenstehenden Cirren das Halten der Nahrung besser ausüben und daher die Segelmembran zum Schwund bringen. — 9. Das Prinzip der Substitution der Funktionen finden wir bei den Hypotrichen insofern verwirklicht, als dicke Pellicula die Trichocysten überflüssig macht (passive Verteidigung verdrängt die aktive). — 10. Eine Aktivation der Funktionen sehen wir im Falle mancher Peritrichenstiele, wo das anfänglich steife Organ infolge der Spiralmyoneme in ein aktives verwandelt wird. — 11. Die Demobilisation ist selten, sie wird im Falle der steifen Cilien verwirklicht. — 12. Eine Similation der Funktionen ist bei den Protisten unbekannt. — 13. Dagegen finden wir eine Teilung der Funktionen im Falle der beiden Kerne: Propagationskern: Mikronucleus, Arbeitskern: Makronucleus, weiterhin im Falle des Richtungsmeridians, wenn derselbe sich auf einen Cilienmeridian und einem nutritorischen Meridian spaltet.

Nun finden wir ausser diesen 13 Typen noch drei bisher unberücksichtigte Prinzipien, nämlich die der absoluten Neubildung, der Verbindungsverstärkung und der Isolation. — 14. Eine vollständige Neubildung ist unter den Protisten der Oesophagus und die sich davon abtrennende Verdauungsblase, das Excretionplasma mit der Pulsationsblase, die Stützfäden, die Trichocysten und das Tektin. — 15. Eine Verbindung der Funktionen finden wir organologisch verwirklicht in Falle der Cilien, als diese mit den Trichocysten, dem Tektin und den verschiedensten Organellen in neuroide Verbindung treten. — 16. Die Isolation der Funktionen

wird vermittels lipoider Membranen verwirklicht, aber im Falle des Excretions- und Trichocystenbildungsplasmas geht dies auch ohne Lipoid.

Diese 16 Prinzipien dienen nicht in gleichem Masse der Vervollkommnung. Die Fälle Nr. 2, 6 und 11 bedeuten geradezu einen Rückgang in der Entwicklung. Die wichtigsten bei den Protisten sind die unter Nr. 1, 4, 5, 10, 13, 14, 15 und 16 angeführten Prinzipien.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenscahften vom 11. Dec. 1939.)

MADÁRFAUNISZTIKAI MEGFIGYELÉSEK A PÓTHARASZTI PUSZTÁBAN (PESTMEGYE).

PÁTKAI IMRE- és SZENT-IVÁNY JÓZSEF-től.

Pótharaszt-puszta kb. 30 km-re fekszik Budapesttől Monor, Vasad és Kakucs községek közelében. Keleti részében van a 200 hold kiterjedésű «Forrás-erdő» vagy egyszerűen «Forrás», ahogy itt nevezik. Ez többé-kevésbbé ősi állapotban maradt ú. n. steppe-erdő, ahol Nagykőrös város Dezső Kázmér polgármester indítványára megszüntette az erdőgazdálkodást s a területet természetvédelemre javasolta.

A «Forrás-erdő» szélépítette buckáit sajátságos növénytakaró fedi. Girbe-görbe törzsű fehér és fekete nyárfák sorakoznak rajtuk ritkás csoportokban, köztük itt is, ott is különböző cserjéket, bokrokat (sóskaborbolya, csipke, galagonya) látunk. (L. az 1. képet.) Helyenként a törpe *Salix rosmarinifolia* buja párnáira bukkanunk, másutt a *Calamagrostis epigeios* egész réteket alkot a homokbuckák közötti kissé nedvesebb mélyedésekben. (L. a 2. képet.) Júniusban a ritkás pusztai erdő facsoportjai között elterülő réteken az árvalányhaj *(Stipa pennata)* ezüstös szálai csillognak a napfényben s néhány színes homoki virág teszi tarkává az egyébként egyhangú, színekben szegény pusztai tájat. A virágok között feltűnik a rózsaszín szirmú *Dianthus diutinus*, a skarlátpiros *Cynoglossum hungaricum*. Nyár végén egy másik szegfű, a *Dianthus serotinus* fehér virágai s az apró gyöngyszemekhez hasonló, előbb fehér, majd később megpirosodó *Polygonum arenarium* díszítik a rétek kiszáradó füvét. Végül meg kell említenünk az itt-ott tenyésző kisebb csoportokat alkotó borókákat is. (L. az 1. képet.)

Alföldünknek egykor sok ilyen pusztai erdeje lehetett, ame-

lyek egyrészt az észak-német düne-vidékekre, másrészt a délorosz pusztákra emlékeztetnek. Ma már nagyon kevés helyen (Bugac, Pusztapeszér, Kiskunhalas, Nyírség) találjuk meg többé-kevésbbé eredeti állapotban ezt a szép magyar tájtypust.

A pótharasztpusztai erdő többi része főképpen tölgyes és akácos. A Forrás-erdővel határos nedvesebb erdőrészben van egy kis nyíres (l. a 3. képet), sőt az erdőmérnöki lakul szolgáló «Pusztabíróház» közelében van egy szép darab őseredeti gyertyános is.

1. ábra. *Phot. Szent-Iványi.*

Az erdők és szántóföldek között elég nagy rétek s legelők terülnek el. Van két mocsaras turjános rész is a pótharaszti pusztában, amelyekben a nád helyenként igen sűrű. Az egyik turján (t_1) a «Forrás-erdő» (W_1) közvetlen szomszédságában lévő nedvesebb nyárfás (W_2) mellett terül el. Ez átmegy egy nedves zsombékos rétbe (Ws), amely a Gombos-major (a Pótharaszt-pusztán kutató biológusok rendes szálláshelye) közelében lévő nyíltvizű szikes tóig (T_1) terjed. E szikes tó (itt «Piócás-tó néven ismerik) vize átterjed egy szép diófaerdőbe, ahol a fák az év legnagyobb részé-

ben 50 cm-es vízben állnak. Más oldalról vékony nádszegély övezi a «Piócás-tavat». A másik turján (t_2) a Gombos-majorból Inárcs-puszta felé vezető út mentén van; a mellette lévő nedves rét a *nagy pólik* fő tartózkodási helye. Van még egy kis náddal benőtt kerek tó (T_2) t_1-től nem messze. A felsorolt zsombékos, nádas helyek s turjánok pompás vízimadár-biotópok.

Szent-Iványi József (Sz.) 1938. évben 14 gyüjtőkirándulást tett erre a vidékre. Ez alkalommal főképpen ízeltlábúakat gyüj-

2. ábra. *Phot. Szent-Iványi.*

tött és háromhetes cyklusokban mennyiségi biocönotikai vizsgálatokat is végzett az erdő és rét talaj-, ill. fűbiotópjában. E mellett állandóan figyelemmel kísérte a madárvilágot. 1939. május 21—22-én Pátkai Imre (P.) is csatlakozott Szent-Iványhoz s ezen a két napon P. egész sereg madártani megfigyelést végzett. A német szövegben adják P. és Sz. az általuk megfigyelt madarak 106 fajt kitevő névsorát.

Mint ebből a jegyzékből látjuk, Pótharaszt-pusztán és környékén gazdag madárélet van. Az a körülmény, hogy ezen az aránylag

kis területen oly sokféle a biotóp, megkönnyítette a szerzők munkáját. Pótharaszt-puszta madárvilága könnyebben áttekinthető, mint a Nagy-Alföldnek azok a részei, ahol az egyes biotóp-typusok (nádas, akácos, buckás, rét stb.) nagyobb kiterjedésűek s ahol egyénekben gazdag, de fajokban szegény madárvilág telepedett meg. E kedvező helyzet tette lehetővé, hogy az egyes élethelyekre többé-kevésbbé jellemző életközösségeket megállapíthattuk. Ezek a következők :

3. ábra. *Phot. Szent-Iványi.*

1. *Borókás (Juniperetum)* (a steppe-erdő egy része): erdei pacsirta, kis poszáta.

2. *A steppe-erdő többi része:* erdei pityer, tövisszúró gébics, kecskefejő.

3. *Akácerdő:* sárgarigó, szürke légykapó.

4. *Lomberdő (dús aljnövényzettel):* széncinege, sisegő füzike, kis fülemüle.

5. *Kopár homokos vidék nagyon gyér növényzettel:* ugartyúk.

6. *Turján:* nádirigó, törpegém, tőkésréce, böjtiréce.

7. *Szikes tó:* barátréce, cigányréce, feketenyakú vöcsök.

8. *Nedves rét:* csaláncsúcs, nagy goda, bíbic.

Végül meg kell jegyeznünk, hogy e dolgozat csak előzetes jelentés ennek az állatföldrajzilag oly érdekes s biotópokban oly gazdag területnek a madárvilágáról. A jövőben újabb megfigyeléseket óhajtunk végezni s akkor teljesebb képet kapunk e vidék ornisáról.

Köszönettel tartozunk Dezső Kázmér nagykőrösi polgármester úrnak, aki a Gombos-majorban szállást adott nekünk, ezenkívül Szent-Iványi József a Magyar Tudományos Akadémia III. osztályának mond e helyen is hálás köszönetet gyüjtőútjainak anyagi támogatásáért.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

AVIFAUNISTISCHE BEOBACHTUNGEN IN DER PÓTHARASZTPUSZTA (GROSSE UNGARISCHE TIEFEBENE).

Von I. PÁTKAI und J. v. SZENT-IVÁNY (Budapest).

Die Pótharasztpuszta liegt etwa 30 km von Budapest in der Nähe der Ortschaften Monor, Vasad, Kakucs und Inárcs-puszta. Es handelt sich um ein Waldgut von ungef. 8000 Hektar Ausdehnung, zu welchem ferner noch 400 Hektar Felder und Weingärten gehören. Im östlichen Teile des Gutes, welches Eigentum der Stadt Nagykőrös ist, liegt ein etwa 160 Hektar grosses Reservat, ein Gebiet, welches sich in mehr oder weniger unberührtem Zustand befindet und in welchem die Stadtgemeinde Nagykőrös auf Initiative des Herrn Bürgermeisters K. Dezső die Waldwirtschaft einstellte. In diesem kleinen Naturschutzgebiet, einem richtigen «Steppenwald» sind Weiss- und Schwarzpappel die vorherrschenden Bäume, die spärlich auf den vom Wind aufgehäuften Sandhügeln wachsen. (S. Abb. Nr. 1.) Hie und da sehen wir auch Birke (s. Abb. Nr. 3) und andere Laubbäume. Von Nadelhölzern ist der Wacholder urwüchsig. (S. Abb. Nr. 1.) Ausserdem wachsen hier noch verschiedene, niedrige Sträucher, wie *Crataegus, Berberis, Salix rosmarinifolia* usw. Einige Steppenblumen wie *Cynoglossum hungaricum, Dianthus diutinus, serotinus, Polygonum arenarium, Helichrysum arenarium* blühen auf den Waldwiesen. In manchen Teilen finden wir *Calamagrostis epigeios* in grossen Mengen (s. Abb. Nr. 2) und von den Gramineen wächst hier noch das Reihergrass *(Stipa pennata)* als typische Pflanze dieser öden Gegend. Die Assoziation dieser Flora verleiht diesem kleinen Nationalpark ein ganz eigenartiges Bild.

Der übrige Wald besteht zum Teil aus Akazien und zum Teil aus Eichen. Ausserdem liegt in der Nähe der Wohnung des städtischen Forstingenieurs ein kleines Stück urwüchsigen Hainbuchenwaldes.

Zwischen den Wäldern und Äckern breiten sich ziemlich grosse Weiden und Wiesen aus, die von einigen kleinen Wasseradern durchzogen werden. Neben dem Steppenwald liegt ein etwas feuchterer Laubwald und daneben ein Boltenmohr, ungarisch «turján» genannt. Dieses Moor ist mit Schilf und anderen Wasserpflanzen dicht bewachsen. Zwischen den eng nebeneinander liegenden Erhöhungen sind ziemlich tiefe Löcher vorhanden, welche das Gehen im «turján» sehr erschweren. Diese Gegend ist eine richtige Herberge für Wasservögel. Ein ähnliches «turján» liegt unweit des «Gombosmajor» (Vorwerk Gombos, das gleichzeitig dem Verwalter als Wohnung dient). Dieses Boltenmohr ist von Wiesen, Weiden und Äckern begrenzt und ebenfalls mit ziemlich hohem Schilf und verschiedenen Wasserpflanzen bewachsen. Bei der Aufzählung der beobachteten Vogel-Arten nennen wir das letztere «turján» t_2 und das vorhergehende t_1. Ausser diesen beiden Boltenmohren ist noch ein grösserer, sodahältiger Teich (T_1) (von etwa 2—3 Hektar Ausdehnung) südöstlich des Vorwerks vorhanden. Auf der einen Seite dieses Teiches liegt ein kleines Röhricht, auf der anderen geht der Teich zum Teil in einen Robinien-Wald über, in welchem vereinzelt noch urwüchsige Pappeln zu sehen sind, und zum Teil in einen kleinen Walnusswald. Die Akatien, Pappeln und Nussbäume stehen im Wasser. Östlich von diesem Teich liegt eine nasse Wiese (Ws), welche in eine Hutweide übergeht und ebenfalls ein für Wasservögel sehr geeignetes Biotop darstellt. Ausserdem ist noch ein unweit des Steppenwaldes, mitten im Laubwald liegendes kleines Röhricht (T_2) zu erwähnen, wo wir ebenfalls einige Wasservögel beobachteten. Zwischen den Röhrichten, Waldteilen und nassen Wiesen sehen wir an manchen Stellen ganz ödes, vegetationsarmes Dünenland. Den Steppenwald, der in nächster Zeit als Naturschutzgebiet erklärt werden soll, bezeichnen wir mit W_1, den zwischen ihm und dem «turján» liegenden Laubwald mit W_2, den übrigen Laubwald (in der Umgebung der Forstingenieur-Wohnung) mit W_3.

Im Jahre 1938 unternahm J. v. SZENT-IVÁNY in das hier kurz geschilderte Gebiet mehrere Sammelausflüge. Im Zusammenhang mit einer quantitativ-biocoenotischen Arbeit wurden diese Ausflüge alle drei Wochen wiederholt, doch sammelte J. v. Sz. auch zwischen den einzelnen Zyklen öfters in diesem Gebiet. Als Erfolg dieser Sammeltouren erschienen mehrere Arbeiten von J. v. SZENT-IVÁNY und von anderen Autoren (1—3, 9, 13—16), in welchen auch einige für die Fauna Ungarns neue Arten (1, 3, 19) festgestellt wurden. J. v. SZENT-IVÁNY beobachtete zur Zeit seines Aufenthaltes in der Pótharaszt-puszta und seiner Umgebung auch jedesmal die Vogelwelt. Zur Beobachtung der Avifauna besuchte am 21. V. 1938 auch I. PÁTKAI das Gebiet und verweilte hier zwei Tage. Im Folgenden geben I. PÁTKAI (P.) und J. v. SZENT-IVÁNY (Sz.) die Liste der von ihnen beobachteten Vögel. Einige Beobachtungen wurden von J. v. SZENT-IVÁNY schon im Juni 1937 angestellt.

Bevor wir die Aufzählung der Arten beginnen, müssen wir Herrn Bürgermeister K. DEZSŐ unseren herzlichsten Dank aussprechen, da es uns durch seine liebenswürdige Gastfreundschaft möglich war, im Vorwerk «Gombos-major» zu wohnen. Ausserdem muss J. v. SZENT-IVÁNY der Ungarischen Akademie der Wissenschaften seinen innigsten Dank für die finanzielle Unterstützung seiner Sammelausflüge aussprechen.

Corvidae.

1. *Corvus corone cornix* L. P. sah über T_1 am 21. IV. 2 Exemplare fliegen. Sz. beobachtete am 7. IX. 22 Exemplare auf der Hutweide neben Ws. — 2. *C. f. frugilaegus* L. In Pp. (=Pótharaszt-puszta) fanden wir keine Nestkolonie; Sz. beobachtete am 7. IX. einige hundert Saatkrähen auf den Äckern. — 3. *Colaeus monedula turrium* BREHM (s. Lit. Nr. 8). Am 7. IX. sah Sz. ein Exemplar in Gesellschaft von Nebelkrähen auf der Hutweide neben Ws. — 4. *Pica p. pica* L. P. beobachtete die Elster in mehreren Exemplaren im westlichen Rand von W_1, Sz. einigemale auch in W_3 und am 7. VIII. 5 Exemplare auf den Stoppelfeldern von Pp. — 5. *Garrulus g. glandarius* L. Am 7. IX. sah Sz in W_2 3 Exemplare. Ausserdem beobachtete Sz. am 13. VI. 1937 in W_3 5 (3+2) Exemplare.

Sturnidae.

6. *Sturnus v. vulgaris* L. 2+6 Exemplare in der Nähe von T_1 am 21. V. von P. beobachtet.

Oriolidae.

7. *Oriolus o. oriolus* L. P. sah in W_1 am 21. V. 2 Exemplare. Sz. beobachtete den Pirol in den Akatienwäldern unweit von T_1 von Mai bis September regelmässig.

Fringillidae.

8. *Chloris ch. chloris* L. P. beobachtete 8 Exemplare in W_2 am 21. V. — Wie mir Herr E. GRESCHIK mitteilt, handelt es sich hier wahrscheinlich um eine gemischte Population von *Chloris ch. chloris* und *Chloris chl. Mühlei*, da in Nordungarn die Stammform, in Siebenbürgen und in der Bácska aber bereits *Mühlei* vorkommt. Dies beweisen auch die von Herrn J. HOMOKI-NAGY in Kiskunfélegyháza gesammelten und sich in der Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums befindenden Exemplare, welche die Merkmale beider Rassen gemischt zeigen. Die endgültige Entscheidung dieser Frage kann aber — wie GRESCHIK meint— erst nach der Prüfung eines grösseren von verschiedenen Punkten der ungarischen Tiefebene stammenden Grünlingmateriales festgelegt werden. — 9. *Carduelis c. carduelis* L. Am 21. V. beobachtete P. in den Weingärten von Halesz (nordöstlich von W_1) ein Pärchen. Sz. sah am 7. VIII. grössere Scharen auf den Weiden und Wiesen von Pp. — 10. *Serinus canarius serinus* L. Am 21. V. in den Weingärten von P. 3 Exemplare, am 7. IX. in W_1 von Sz. ungef. 15 Exemplare beobachtet. — 11. *Fringilla c. coelebs* L. Im Populetum W_2 beobachtete Sz. bei allen seinen Ausflügen 8—10 Exemplare. — 12. *Passer d. domesticus* L. Im Vorwerk «Gombos-major» gemein. — 13. *P. m. montanus* L. Am 27. VI. beobachtete Sz. viele Exemplare am Waldrand unweit von T_2. — 14. *Emberiza c. calandra* L. P. beobachtete am 22. V. 3 Exemplare in t_1, Sz. ein Exemplar am 27. V. auf einer Wiese neben dem von der Ortschaft Vasad zur Pp. führenden Weg. — 15. *E. c. citrinella* L. In den Akatienwäldern unweit des Vorwerks «Gombos-major» sehr häufig. Die Goldammer hält sich bei uns nach VASVÁRI (17) zur Brütezeit mehr im Hügelland auf. Der unweit von Pp. liegende Monorer Wald und die

Akatienwälder der Pp. erhielten ihre *citrinella*-Population anscheinend von dem etwa 40 km weit liegenden Budaer Gebirge. — 16. *E. schoeniclus stresemanni* STEINB. Am 21. V. von P. in t_1 5 Exemplare beobachtet.

Alaudidae.

17. *Galerida c. cristata* L. In der Umgebung des Vorwerks «Gombos-major» von Sz. öfters beobachtet. — 18. *Lullula a. arborea* L. Am 21. V. beobachteten P. und Sz. zwei singende ♂ ♂ in W_1. — 19. *Alauda a. arvensis* L. auf den Äckern der Pp. brüteten 1938 zahlreiche Pärchen. Rassenzugehörigkeit noch unsicher.

Motacillidae.

20. *Anthus t. trivialis* L. P. beobachtete am 21. V. in W_1 6—8 Paare dieser Art, welche sich hier herumtrieben. — 21. *A. pratensis* L. Am 30. IV. sah Sz. 10 Exemplare auf Ws. — 22. *Motacilla f. flava* L. Am 21. V. sah Sz. an dem von der Ortschaft Vasad zur Pp. führenden Wege auf einer Wiese ein Pärchen.

Certhiidae.

23. *Certhia f. familiaris* L. In W_2 2 Exemplare von P. beobachtet.

Sittidae.

24. *Sitta europaea caesia* WOLF. Sz. sah am 17. VI. in W_2 5 (2+2+1) Exemplare.

Paridae.

25. *Parus m. maior* L. In den Wäldern der Pp. überall gemein.— 26. *P. c. caeruleus* L. In W_2 von Sz. im Juni 2—3 Pärchen des öfteren beobachtet. — 27. *P. palustris communis* BALDENS. In demselben Wald am 21. V. von P. und Sz. ein Exemplar, am 17. VII. von Sz. 3 Exemplare beobachtet. Rassenzugehörigkeit noch unsicher. — 28. *Aegithalus caudatus europaeus* HERM. Am 21. V. sah P. in W_2 8 Schwanzmeisen. Sz. beobachtete diese Art öfters in W_3 und einigemale auch in den Robinienwäldern.

Laniidae.

29. *L. minor* Gm. Am 13. VI. 1937 von Sz. in W_3 mehrere Exemplare, von P. in Vasad (auf den Akazien des Dorfes) am 21. V. 1938 zwei Exemplare beobachtet. — 30. *L. c. collurio* GN. Sz. be-

obachtete am 13. VI. 1937 in W_3 3 Pärchen und vom Mai bis September 1938 viele Exemplare in W_1. Im Steppenwald brüteten 8—10 Paare.

Muscicapidae.

31. *Muscicapa s. striata* PALL. P. sah in den Gärten von Vasad am 21. V. zahlreiche Exemplare auf den Robinien. Sz. beobachtete am 12. Juni 1937 in W_3 ein und im Juni 1938 in den Akazienwäldern unweit des Vorwerks 4—5 Pärchen. — 32. *M. a. albicollis* TEMM. Am 7. IX. 1938 sah Sz. in W_3 3 Exemplare. — 33. *M. p. parva* BECHST. Am 1. V. in W_1 von Sz. 1 Exemplar beobachtet. — 34. *Phylloscopus c. collybita* VIEILL. P. beobachtete am 21. V. ein Exemplar dieser Art im Weingarten neben W_1 und Sz. hörte den Ruf mehrerer Exemplare am 30. IV. in W_2. — 35. *Ph. s. sibilatrix* BECHST. P. beobachtete am 21. V. in dem oben erwähnten Weingarten 3 und in W_1 zwei Exemplare. Ausserdem wurde sie von Sz. in W_2 und W_3 von Mai bis August in vielen Exemplaren beobachtet. Die Zahl der in W_2 brütenden Pärchen kann auf 6—7 geschätzt werden. — 36. *Acrocephalus a. arundinaceus* L. In t_1 und t_2 nisteten 1938 mehrere Exemplare, welche von P. am 21. V., von Sz. den ganzen Sommer hindurch beobachtet wurden. — 37. *A. s. scirpaceus* HERM. P. sah am 21. V. in t_1 1 Exemplar. — 38. *A. palustris* BECHST. Am 21. V. beobachteten wir 2 Exemplare in t_1. — 39. *A. schoenobenus* L. Am 21. V. beobachteten wir in t_1 ein Exemplar. — 40. *Hippolais i. icterina* VIEILL. P. beobachtete 2 Exemplare (1 ♂ singend) in den Weingärten von Halesz. Sz. sah am 29. Mai ein Pärchen in W_1 und am 14. VI. ein Exemplar in der Ortschaft Vasad. — 41. *Sylvia n. nisoria* BECHST. P. sah in W_1 am 21. V. 4 Exemplare. Sz. beobachtete 3 (2+1) Exemplare am 13. Juni 1938 in dem Akazienwald unweit von T_1. — 42. *S. b. borin* BODD. Am 21. V. beobachtete P. 2 Exemplare in W_1. Sz. fand am 27. V. in einem Wacholderstrauch in W_1 ein Nest mit 3 Eiern. — 43. *S. a. atricapilla* L. P. sah 2 Exemplare in W_2 am 21. V., Sz. beobachtete diese Art öfters im Jahre 1938 in demselben Biotop. Ausserdem sah Sz. am 12. VI. 1937. in W_3 2 (1+1) Exemplare. — 44. *S. c. communis* LATH. Am 21. V. von beiden Verfassern in W_3 2 (1+1) Exemplare beobachtet. Ausserdem beobachtete Sz. die Art am 12. VI. 1937 in mehreren Exemplaren in W_3 und im Carpinetum, unweit der

Wohnung des Forstingenieurs. — 45. *S. c. curruca* L. P. beobachtete am 21. V. 1938 6 Exemplare in W_3, Sz. mehrere Exemplare im Mai, Juni und Juli 1938 ebendort. — 46. *Turdus ericetorum philomelos* BREHM. In W_2 und W_3 sehr häufig. — 47. *T. m. merula* L. Wie die vorige Art. — 48. *Oenanthe oe. oenanthe* L. Am 21. V. beobachteten wir ein Pärchen im sandigen Reservat. Nest in einem Kaninchenbau. — 49. *Saxicola r. rubetra* L. P. beobachtete auf Ws. am 21. V. 2 Exemplare. Sz. fand am 27. Juni das Nest dieses Pärchens mit drei flaumigen Jungvögeln in einem Rosenbusch am Rande der nassen Wiese. — 50. *Luscinia m. megarhyncha* BREHM. In allen Wäldern sehr häufig. Nach dem Gesang der ♂♂ kann die Zahl der Pärchen, welche in dem kleinen Waldteil zwischen W_1 und t_1 (also in W_2) brüteten, auf 6—7 geschätzt werden. — 51. *Erithacus r. rubecula* L. In W_3 am 13. VI. 1937 ein Exemplar von Sz. beobachtet.

Hirundinidae.

52. *Hirundo r. rustica* L. Im Vorwerk «Gombos-major» nisteten wenige Pärchen. — 53. *Delichon u. urbica* L. Am 30. IV. 1938 sah Sz. viele (35—40) Exemplare fliegend in der Nähe des Vorwerks. P. beobachtete am 21. V. in der Ortschaft Vasad 3 Exemplare.

Cypselidae.

54. *Apus a. apus* L. Am 7. VIII. sah Sz. über Ws. ungef. 25 Exemplare etwa 300 m hoch fliegen.

Caprimulgidae.

55. *Caprimulgus europaeus meridionalis* HART. In W_1 sehr häufig. Wir beobachteten den Ziegenmelker andauernd beim Nachtschmetterlingfang. Sz. fand am 13. VI. 1937 im Reservat neben einer alten Weisspappel auf der Erde 2 Jungvögel, welche noch fast unbefiedert waren. Gleichzeitig wurden auch die Eltern beobachtet.

Upupidae.

56. *Upupa u. epops* L. P. sah am 21. V. 2 Exemplare in den Weingärten von Halesz. Sz. beobachtete im Juni ein Pärchen in der Nähe des Vorwerks G. In dem Akatienwald unweit des Vorwerks brüteten 1938 2—3 Pärchen.

Coraciidae.

57. *Coracias g. garrulus* L. P. beobachtete in den Weingärten von Halesz am 21. V. 2 Exemplare. Sz. sah am 17. VIII. an den Garben der Stoppelfelder unweit des Vorwerks 5 Exemplare ; am 7. VIII. beobachtete Sz. in der Nähe von t_1 auf den Hutweiden 2 Exemplare und am 6. IX. an derselben Stelle 4 Exemplare.

Picidae.

58. *Picus v. viridis* L. In den Weingärten von Halesz sah P. am 21. V. 1 Exemplar. Sz. beobachtete den Grünspecht öfters einzeln in W_2, W_3 und auch in den Akazienwäldern. — 59. *Dryobates maior pinetorum* Brehm. Sz. beobachtete in W_3 am 12. Juni 1937 2 Exemplare und in W_1 am 17. V. 1938 ein Exemplar. P. sah 1 ♀ in W_2 am 21. V. — 60. *Jynx t. torquilla* L. P. sah 1 Exemplar am 21. V. im Populetum. Sz. hörte den Ruf des Wendehalses am 13. VI. 1937 in W_3.

Cuculidae.

61. *Cuculus c. canorus* L. P. sah 2 Stück neben t_1 am 21. V., Sz. am 27. V. in den Akatienwäldern nahe von T_1 1 Exemplar. Der Ruf des Kuckucks war übrigens im Frühjahr 1938 überall in den Wäldern der Pp. zu hören. Es ist bemerkenswert, dass Sz. bei einem Nachtschmetterlingfang am 12. Juni 1937 um 24 Uhr in W_2 den Kuckuck zweimal rufen hörte. Zur gleichen Zeit konnte man den Gesang von zwei Drosselrohrsängern und drei Nachtigallen vernehmen. Die ersteren sangen fast die ganze Nacht hindurch in t_1, die letzteren in W_2.

Strigidae.

62. *Asio o. otus* L. Wir hörten die Waldohreule am 21. V. und 22. V. 1937. in der Nacht schreien — 63. *Athene n. noctua* Scop. Der gemeinste Nachtvogel der Wälder von Pp. Wir beobachteten ihn in W_1, W_2, W_3 und auch in den Akazienwäldern und in der Umgebung des Vorwerks Gombos-major. — 64. *Strix a. aluco* L. Am 31. VI. 1937 scheuchte Sz. ein Exemplar in W_1 auf.

Falconidae.

65. *Falco s. subbuteo* L. Wir beobachteten am 21. V. 3 Exemplare, welche in Gesellschaft mehrerer Abendfalken über T_1 nach Schwimmkäfer jagten. — 66. *F. v. vespertinus* L. Sz. beobachtete

ausser dem erwähnten Falle am 27. V. bei Abenddämmerung 8—10 Exemplare über den Hutweiden neben T_1, welche hier auf Maikäfer jagten. Ihre Brutkolonie konnten wir in Pp. nicht finden. Als Sz. am 8. IX. 1939. einen Sammelausflug in die Pp. machte, flogen um eine Gruppe von etwa 150 Akazien unweit der Ortschaft Vasad 17 Exemplare herum. — 67. *Buteo b. buteo* L. Wir sahen ein Exemplar am 21. V. auf der Wiese neben T_1. Sz. beobachtete den Mäusebussard 1938 öfters in dem Akazienwald nahe beim Vorwerk. — 68. *Circus ae. aeruginosus* L. P. sah bei t_1 am 21. V. ein Exemplar. Sz. beobachtete die Rohrweihe öfters in der Umgebung von t_1, t_2 und T_1. — 69. *C. pygargus* L. Sz. scheuchte ein Weibchen dieses Vogels auf Ws. im Juni 1938 dreimal auf. Es ist nicht ausgeschlossen, dass der Vogel hier brütete. — 70. *Accipiter g. gentilis* L. Am 13. VI. sah Sz. ein altes Weibchen in W_2. — 71. *A. n. nisus* L. Ein Exemplar von Sz. am 27. V. 1938 in W_2 beobachtet. Es jagte eine Grasmücke. Der Sperber, welcher im Frühsommer in der Ebene selten zu sein pflegt, wurde in dem sehr ähnlichen Monorer Wald von N. Vasvári (17) am 2. Juni 1938 beobachtet. — 72. *Milvus m. migrans* Bodd. Zwei Exemplare von P. am 21. V. im Reservat beobachtet.

Ciconiidae.

73. *Ciconia c. ciconia* L. Nach den Beobachtungen des Herrn Gutsverwalters J. Szabó haben sich in dem auf einer grossen Pappel aufgebrachten Kunstnest Mitte April 1938 2 Exemplare 3 Tage lang aufgehalten; am 4. Tag flogen sie aber morgens fort und kehrten nicht mehr zurück. Ein Paar nistete auf einem dürren Baum in W_3 unweit von t_1 und zog zwei Junge auf. P. beobachtete am 21. V. 3 Exemplare auf der Wiese neben t_1. Sz. sah am 7. VIII. 9 Exemplare über t_2 in der Luft schweben.

Ardeidae.

74. *Ardea c. cinerea* L. Am 21. V. sahen wir auf einer Hutweide neben dem Weg von Vasad nach Pp. 1 Exemplar. — 75. *A. p. purpurea* L. Sz. beobachtete einen Purpurreiher öfters auf der Wiese unweit von T_1. — 76. *Nycticorax n. nycticorax* L. Am 13. VI. scheuchte Sz. ein Exemplar in t_1 auf. — 77. *Ixobrychus m. minutus* L. In T_1 und t_1 brütete je ein Paar, das von Sz. öfters aufgescheucht

und beobachtet wurde. — 78. *Botaurus s. stellaris* L. Am 21. V. hörten wir am Abend öfters den Ruf der Rohrdommel in t_1.

Anatidae.

79. *Anas p. platyrhynchus* L. Am 21. V. beobachteten wir in t_1 5 Paare. Die Stockente brütete aber auch in t_2 und T_1. Sz. sah am 6. VIII. über t_2 in der Abenddämmerung 9 Exemplare fliegen. Ausserdem wurde eine Familie (mit 8 Jungen) im Juni und Juli von Sz. öfters in T_1 unter den Walnussbäumen aufgescheucht. Am 7. IX. flog vor Sz. in t_1 eine Schar von ungef. 80 Stück auf. — 80. *A. querquedula* L. Wir beobachteten in t_1 am 21. V. 3 Paare. — 81. *A. strepera* L. P. beobachtete am 21. V. ein Exemplar in t_1. Sz. sah am 7. IX. 1938 auf Ws. eine Schar von ungef. 100 Stück. 82. *Spatula clypeata* L. Die Löffelente scheint in Pp. nicht zu brüten. Sz. beobachtete am 7. IX. 2 Exemplare in T_2. — 83. *Nyroca f. ferina* L. Am 21. V. beobachteten wir 8—10 Exemplare in t_1 und 20—25 Exemplare in T_1. — 84. *N. n. nyroca* L. 6—7 Paare brüteten 1938 in t_1 und 10—15 Paare in T_1. Sz. beobachtete am 27. VI. ein ♀ mit 10 Jungvögeln auf dem Wasser von T_1 unweit des Rohrsaumes, und am 8. September 1939 sah Sz. 3—400 Stück in dem im Wasser stehenden Walnusswald.

Podicipidae.

85. *Podiceps g. griseigena* Bodd. Sz. beobachtete an der oben erwähnten Stelle ein Exemplar dieses schönen Tauchers. Der Vogel hielt sich auf dem Wasser in einer Entfernung von 12—15 m von Sz. auf und konnte mehr als eine halbe Stunde lang beobachtet werden. Es tauchte mehrmals unter und kam unweit von dieser Stelle wieder hoch. Als sich später die oben erwähnte Entenfamilie näherte, tauchte es unter und kam anscheinend mitten im Röhricht wieder hoch, da er nicht mehr zu erblicken war. — 86. *Podiceps n. nigricollis* Brehm. P. sah auf T_1 am 21. V. 6 Exemplare. — 87. *Podiceps r. ruficollis* Pall. Wir beobachteten diese Art am 21. V. in 2 Exemplaren auf T_1.

Columbidae.

88. *Columba oe. oenas.* L. Nistende Exemplare wurden nicht beobachtet. Sz. sah am 7. VIII. 1938 17 Exemplare über dem Akazienwald unweit des T_1 von Osten nach Westen fliegen. — 89. *C. p. palumbus* L. In W_2 nisteten zwei Paare, welche Sz. im

Frühjahr öfters aufscheuchte. — 90. *Streptopelia t. turtur* L. In den Akazienwäldern, sowie auch in W_3 sehr häufig. — 91. *S. d. decaocto* FRIV. Die Art hält sich in 3 Paaren ständig in der Ortschaft Vasad auf. P. beobachtete sie am 21. V. und 23. V., Sz. jedesmal bei der Durchfahrt durch dieses Dorf. Den charakteristischen Ruf : «tŭ-tū-tū hört man schon von weitem, wenn man sich dem Dorf nähert. — Das Vorkommen dieses Vogels in Vasad wird auch von A. KLEINER (7) erwähnt. *Streptopelia d. decaocto* wurde hier und im Nachbardorf Péteri zuerst von A. BORZSÁK beobachtet. Die orientalische Lachtaube (von E. NAGY «Türkentaube genannt) wurde übrigens nach einem in der Türkei gesammelten Exemplar 1836 von E. FRIVALDSZKY (5.) beschrieben. Das erste Exemplar dieses eigenartigen Vogels in Ungarn entdeckte etwa vor 8 Jahren B. MARJAY in Berettyóujfalu. (S. Lit. 6, 11, 12.) Seitdem wurden Brustellen an vielen Orten des Karpathenbeckens festgesetellt, worüber uns 21 Aufsätze (In den Zeitschriften «Aquila , «Kócsag», «Természet», «Természettudományi Közlöny») Bericht geben. Auffallend ist die Tatsache, dass sich die Türkentaube in Ungarn fast immer in der Nähe von Häusern, in den Gärten der Dörfer und Städte aufhält und ihren Brutplatz auch im Winter nicht verlässt. Man kann daher annehmen, dass es sich hier um eine Halbdomestikation (die Vögel fressen mit den Hühnern auf den Bauernhöfen) handelt. Diese Ansicht wird von G. VERESS (19) vertreten. A. KLEINER meint, dass sich diese Taubenart in Ungarn allmählich natürlich verbreitet und dass es sich keinesfalls um Exemplare handelt, welche von bulgarischen Gärtnern in Käfigen nach Ungarn gebracht wurden und hier verwilderten. VON BOETTCHER behauptet in seiner Arbeit (4), dass die orientalische Lachtaube am Balkan überall dort zu finden ist, wo Türken wohnen und dass der Vogel bei den Türken sehr beliebt ist. Darum ist es auch möglich — wie E. GRESCHIK meint (6), — dass dieser eigentümliche Vogel schon zur Zeit der Türkenherrschaft nach Ungarn eingeschleppt wurde, nur ist sie den Forschern unbekannt geblieben. Wie mir Herr Oberwirtschaftsrat E. NÉMETH mitteilt, hat sich der Vogel neuerdings auch in Mátyásföld (bei Budapest) angesiedelt und brütet hier in mehreren Pärchen. Der westlichste bisher bekannte Punkt seiner Verbreitung in Europa soll Wienerneustadt sein (18).

Burhinidae.

92. *Burhinus oe. oedicnemus* L. Am 21. V. hörten wir den Ruf des Triels öfters in der Nähe von t_1 und t_2. Sz. sah ein Exemplar nicht weit von t_1, welches von ihm auf etwa 250 m in dem öden Dünengelände aufgescheucht wurde.

Caradriidae.

93. *Vanellus v. vanellus* L. Auf den Wiesen und Hufweiden von Pp. nisten 25—30 Paare. — 94. *Tringa t. totanus* L. Am 21. V. sahen wir auf Ws. 5 Exemplare. — 95. *T. ochropus* L. Neben t_1 sah Sz. am 7. VIII. 5 Exemplare. — 96. *Limosa l. limosa* L. Sz. beobachtete 3 Paare von April bis August ständig auf Ws. P. beobachtete am 21. V. an derselben Stelle 4 Exemplare. Sie flogen mit dem bekannten Schreckruf auf, als wir uns ihren Brutplätzen näherten. — 97. *Numenius a. arquatus* L. In der Umgebung von t_2, auf einer nassen Wiese beobachtete Sz. das ganze Jahr hindurch mehrere Exemplare. Am 7. IX. beobachtete Sz. 12—14 Stück, die um t_2 flogen. P. sah am 22. V. von weitem 6 Exemplare um t_2 rufend fliegen. Am selben Tage beobachtete Sz. ein Exemplar dieses Vogels auf Ws. Es ist schade, dass wir die Nester nicht finden konnten. Wir nehmen aber an, dass auf der Wiese neben t_2 2—3 Paare des grossen Brachvogels brüteten, da Sz. öfters den eigenartigen Schreckruf hörte und im August und September mehr Exemplare beobachtete, als im Frühjahr. — 98. *Capella g. gallinago* L. P. beobachtete ein ♂ auf einer feuchten Wiese neben dem Weg zwischen Vasad und Pp., welches hier balzte. Sz. scheuchte im Juni und Juli ein Exemplar öfters auf Ws. auf. Diese Art scheint also hier zu brüten.

Laridae.

99. *Larus r. ridibundus* L. In der Pp. ist die Lachmöwe kein Brutvogel, da die Teiche hier ungeeignet sind. Die Möwen erscheinen im Herbst auf den Wiesen und Feldern nur als Gäste. So sah Sz. am 7. IX. 1938 5 Exemplare auf Ws.

Rallidae.

100. *Rallus a. aquaticus* L. Am 27. VI. scheuchte Sz. im Röhricht von T_2 ein Exemplar auf. — 101. *Porzana porzana* L. P. sah am

21. V. in t_1 ein Exemplar. — 102. *Crex crex* L. Der Wachtelkönig liess seine Stimme auf den Wiesen und Getreidefeldern zwischen t_1 und t_2 ständig hören. Es brüteten hier etwa 3 Paare. — 103. *Fulica a. atra* L. Der gemeinste Wasservogel in Pp. Wir beobachteten ihn in t_1, t_2, T_1 und T_2, weiters am 13. VI. 1937 auch auf einem ganz kleinen Tümpel in der Nähe des Carpinetums. Mit Vorliebe schwimmen die Blässhühner in dem im Wasser stehenden Teil des Waldes bei T_1 herum.

Phasianidae.

104. *Perdix p. perdix* L. Das Rebhuhn wird im Winter gefüttert. Im Frühjahr sahen Sz. und P. mehrere Pärchen auf den Wiesen und Äckern, es brüteten aber auch einige Paare in W_1. Im August und September jagte hier der Gutsbesitzer Herr. G. WEKKERLE öfters und Sz. beobachtete nicht selten Ketten von 15—20 Stück. — 105. *Coturnix c. coturnix* L. Auf den Getreidefeldern hörten wir am 21. V. 2 Exemplare. Die Wachtel scheint in Pp. sehr selten zu sein. — 106. *Phasianus colchicus* subsp. In den Wäldern von Pp. überall gemein. Vielfach mit *torquatus* bastardiert. Offenbar ein Rassenbräu. Der Fasan wird vom Pächter des Jagdreviers ebenfalls gefüttert.

Wie wir aus dieser Liste ersehen, ist in der Pótharasztpuszta und in ihrer Umgebung ein ziemlich reges Vogelleben vorhanden. Der Umstand, dass auf einem engbegrenzten Gebiet verhältnissmässig viele Biotope anzutreffen sind, erleichterte unsere Arbeit wesentlich. Die Fauna der Pótharasztpuszta war leichter zu übersehen als die Vogelwelt jener Teile der ungarischen Tiefebene, in welchen die einzelnen Biotope (Röhricht, Akazienwald, Hutweiden, nasse Wiesen etc.) einen viel grösseren Umfang besitzen und in welchen sich eine individuenreiche, aber artenarme Vogelwelt angesiedelt hat. Infolge dieser günstigen Lage war es uns möglich die für die einzelnen Lebensräume mehr oder weniger charakteristischen Assoziationen festzustellen. Diese sind wie folgt:

1. *Juniperetum* (ein Teil des Steppenwaldes): Heidelerche, Zaungrasmücke.

2. *Der übrige Steppenwald:* Baumpiper, Rotrückiger Würger, Ziegenmelker.

3. *Akazienwald:* Pirol, Grauer Fliegenschnäpper.

4. *Laubwald (mit dichtem Unterholz):* Kohlmeise, Waldlaubsänger, Nachtigall.

5. *Ödes Dünenland mit spärlichem Pflanzenwuchs:* Triel.

6. *Turján:* Rohrdrossel, Zwergrohrdommel, Stockente, Knäckente.

7. *Sodahältiger Teich:* Tafelente, Moorente, Schwarzhalstaucher.

8. *Nasse Wiese:* Braunkehlchen, Kiebitz, Uferschnepfe.

Zum Schluss müssen wir noch betonen, dass unser Aufsatz nur eine vorläufige Mitteilung über die Fauna dieser interessanten Stelle der Ungarischen Tiefebene ist. Wir wollen in Zukunft weitere Beobachtungen anstellen und dann werden wir ein vollständigeres Bild der Avifauna dieser Gegend erhalten. Nähere Brutbeobachtungen konnten im Jahre 1938 deswegen nicht durchgeführt werden, da der grösste Teil der hier verbrachten Zeit von der quantitativ soziologischen Arbeit in Anspruch genommen war.

Schrifttum. — Irodalom.

1. Balogh, J.: «Interessante Milbenfunde aus Ungarn (Moosmilben, Oribatei).» (Fragm. Faun. Hung. Tom. I, fasc. 2—3, p. 58—59.)

2. Balogh, J.: «Neue spinnenfaunistische Angaben aus Ungarn.» (Tom. cit., fasc. 4, p. 63—64.)

3. Balogh, J.: «Neue milbenfaunistische Angaben aus dem Karpathenbecken (Gamasina).» (Tom., fasc. cit., p. 72—74.)

4. Boettcher, H. v.: «Die Hühnervögel und Tauben Bulgariens.» (Kócsag III, 1930, Nr. 1—2, p. 16—24.)

5. Frivaldszky, E.: «Balkányvidéki természettudományi utazás.» (A Magyar Tudós Társaság Évkönyvei 1834—1836, Bd. III, 3. Kl., p. 156—184, Taf. VIII.)

6. Greschik, E.: «Streptopelia decaocto decaocto (Friv.) in Berettyóújfalu.» (Kócsag VI, 1933, Nr. 1—2, p. 61.)

7. Kleiner, A.: «Das Vordringen der orientalischen Lachtaube in Europa.» (Gefiederte Welt, Jahrg. 66 (1937), Heft 38, p. 1—3.)

8. Kleiner, A.: «Systematische Studien über die Corviden des Karpathenbeckens nebst einer Revision ihrer Rassenkreise III. Colaeus monedula L.» (Im Druck.)

9. Móczár, L.: «Einige interessante mediterrane und steppenbewohnende Hymenopteren von der Pótharaszt-puszta.» (Fragm. Faun. Hung. Tom. I, fasc. 4, p. 79—80.)

10. NAGY, E.: «Ki ismeri a házak körül szabadon élő kacagógerlét?» (A Természet XXXIX, Nr. 11—12, 1—15. Juni 1933, p. 137.)

11. NAGY, E.: «Die orientalische Lachtaube (Streptopelia decaocto decaocto Friv.) ein neuer Brutvogel Ungarns.» (Aquila XXXVIII—XLI, 1931—1934, p. 408—409.)

12. NAGY, E.: «Die Türkentaube (Streptopelie decaocto Friv.) als neuer Brutvogel in Ungarn.» (Proceedings of the VIII. International Ornithological Congress. Oxford, 1934, p. 260—264.)

13. SZENT-IVÁNY, J. v.: «Beitrag zur Lepidopterenfauna der Pótharasztpuszta (Gr. Ung. Tiefebene).» (Fragm. Faun. Hung., Tom. I., fasc. 4, p. 65—70.)

14. SZENT-IVÁNY, J. v.: «Neue entomofaunistische Angaben aus Ungarn.» (Tom., fasc. cit., p. 79—80.)

15. SZENT-IVÁNY, J. v.: «Beitrag zur Kenntnis der Apterygoten-Fauna des Karpathenbeckens.» (Tom., fasc. cit. p. 90—93.)

16. SZENT-IVÁNY, J. v.: «Lepidopterologiai jegyzetek II.» (Fol. Ent. Hung. Vol. IV, fasc. 1—2, Budapest 31. XII. 1938, p. 3—5.)

17. VASVÁRI, N.: «Über die Vögel des Monorer Waldes.» (Aquila Tom. XXXIV—XXXV, 1927—1928, p. 424—425.)

18. VASVÁRI, N.: «Gerlék.» (A Természet XXXIV, Nr. 11, Nov. 1938, p. 261—264.)

19. VERESS, G.: «A balkáni kacagógerle Pakson.» (A Természet XXXV, Nr. 5, Mai 1939, p. 112.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.

VASVÁRI MIKLÓS I. (1936. VI—X.) ÉS II. (1937. V—VIII.) KISÁZSIAI KUTATÓ-ÚTJÁNAK ÁLLATTANI EREDMÉNYEI.[1]

SZENT-IVÁNY JÓZSEF-től.

III. Lepkék (Lepidoptera).

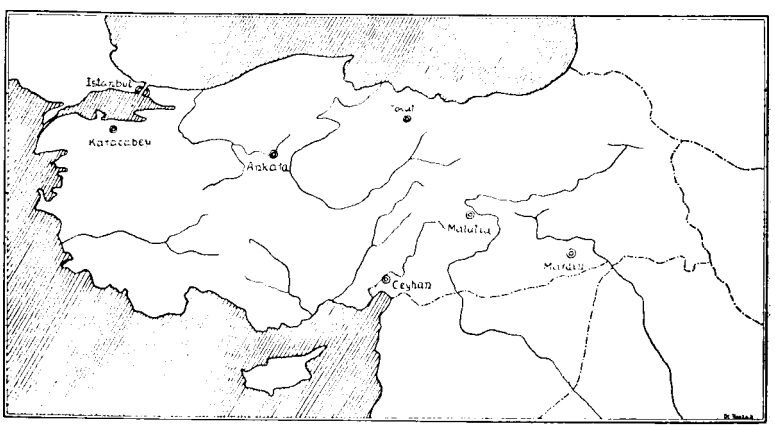
Vasvári Miklós 1936-ban és 1937-ben a Magyar Tudományos Akadémia és a Magyar Nemzeti Múzeum támogatásával nagyobb állattani kutató-utat tett Törökországban. 1936-ban egyedül gyüjtött s ez alkalommal a madárgyüjtés annyira igénybevette minden idejét, hogy rovarokat — eltekintve az alkoholos anyagtól — csak kevés számban gyüjthetett. A lepkék rendjéből mindössze egy fajt, nevezetesen a medvelepkék *(Arctiidae)* családjába tartozó csaknem kozmopolita elterjedésű, de Közép-Európában aránylag ritka *Utethesia pulchella* L. néhány példányát gyüjtötte szeptember végén Tokad város környékén, száraz erdei réten.

1937-ben Vasvárit Pátkai Imre is elkísérte kutató útjára. Így a gyüjtő-munka megoszlott. 1937-ben a begyüjtött tekintélyes bogáranyag mellett, melynek egy részét Kaszab Zoltán (3) dolgozta fel, Vasvári és Pátkai néhány lepkét is gyüjtöttek. A 13 fajhoz tartozó 32 állatot hat különböző lelőhelyen (l. az 1. ábrát) gyüjtötték. Az anyagot az egyes lelőhelyek rövid jellemzésével a következőkben ismertetem.

1. *Papilio (Papilio) Machaon syriacus* Verity. 1♂, 1♀. Lelő-

[1] A lepkéken és a gyászbogarakon kívül a puhatestűek kerültek még feldolgozásra. Az ezeket tárgyaló közlemény jelen folyóiratba jelent meg Wagner János (10—11.) tollából.

hely: Sultan Suyu Hara (hara=méntelep) (Vilayet: Malatya), 1937. VI. 20. Nagy ♀, jóval kisebb ♂ példány. Mindkettő megfelel ELLER K. (2) jellemzésének, miszerint az alsó szárny basális rajzolata gyenge. Valószínűleg a II. ivadékhoz (a ♀ esetleg a III. ivadékhoz) tartozó állatok. Sultan Suyu Hara az Euphratesbe ömlő Sultan Suyu folyó mentén fekszik; környéke száraz, mészköves dombvidék, ahol helyenként intenzív öntöző gazdálkodás folyik. Az öntözés VASVÁRI szerint erősen befolyásolja a biotopok s az azokon élő biocoenosisok alakulását.



1. ábra.

2. *Papilio (Cosmodesmus) Podalirius persicus* VERITY. 1 ♀. Lelőhely: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya) 1937. VI. 20. Alapszíne csaknem teljesen fehér, potroha erősen fehér behintésű, farknyúlványa rendkívül hosszú. Megfelel annak a jellemzésnek, amelyet PFEIFFER E. (6) ad a syriai Marasch-ban gyüjtött példányokról. Mint a nyári (II. vagy III.) ivadékhoz tartozó állat, alfaji hovátartozósága mellett a f. *smyrnensis* Eimer név illeti meg. SEITZ (9) azt írja, hogy ez az alak erősen elüt a középeurópai *Podalirius* f. *zancleus*ától, míg a tavaszi ivadéka majdnem teljesen olyan, mint az európai rasszé.

3. *Pieris brassicae* L. 1 ♂. Lelőhely: Ankara, Gazi állami birtok, 1937. VII. Semmiben sem különbözik a középeurópai alaktól. Alsó szárnyának fonákján nincs oly erős fekete pontozottság,

mint PFEIFFER (6) maraschi példányain. Ankara magas földje (átlag 800 m a tenger színe felett) általában igen száraz; a Gazi állami birtok, ahol VASVÁRIék gyüjtöttek (régebben Mustafa Kemál pasa birtoka volt), a Büyük Dere patak (dere=patak) mellett terül el. Itt is öntöző gazdálkodás folyik s főleg gyümölcsöt termelnek.

4. *Pyrameis cardui* L. 1♂. Lelőhelye: Ankara, Gazi birtok, 1937. VII.

5. *Satyrus briseis hyrcana* STGR. 1♀. Lelőhely: Mardin, 1937. VII. 27. — 1♀. Lelőhely: Ankara, Gazi birtok 1937. VII. 27. REBEL H. (7) Ankara vidékéről a subspec. *ferghana* STGR.-t említi; PFEIFFER E. (6) Maraschból a subsp. *hyrcana*-t. Dr. VASVÁRI két példánya közül a Mardinban gyüjtött valamivel nagyobb az Ankarában gyüjtöttnél, alsó szárnya erősebben cakkos. Mindkét példánynak valamivel szélesebb a fehér szalagja, mint a subsp. *hyrcanaé*; ebből a szempontból némileg a *fergana* STGR. rasszra emlékeztetnek, fonákjuk azonban teljesen a typusos *hyrcana*-énak felel meg. Mindkét állat igen nagy. Mardin Diarbekirtől délre fekszik, a syriai határ közelében. A terület vörös homokkő alkotta száraz hegyvidék, helyenként meszes völgyekkel, fügefaültetvényekkel. Mardin volt VASVÁRI kutatóútjának legkeletibb pontja. Sajnos, itt nagyon keveset gyüjthetett, mert e vidék stratégiai okok miatt nagyon szigorú ellenőrzés alatt áll.

6. *Adopaea actaeon* ROTT. subsp.? 3♂♂, 1♀. Lelőhely: Sultan Suyu Hara (Malatya) 1937. VI. A ♂♂ semmiben sem különböznek a középeurópai példányoktól, a ♀ felső szárnya azonban elüt, amennyiben a középsejtet körülvevő világos foltsor összefolyt s egységes világos mezőt alkot (subsp.?).

7. *Zygaena (Coelestis) formosa* H. S. 1♂. Lelőhely: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya) 1937. VI. — Régebben a *Z. fraxini* Ménétr. egyik alakjának tekintették, REISS H. (8) külön fajnak tartja.

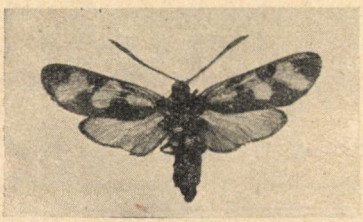
8. *Zygaena (Coelestis) laeta* HB. 1♂. Lelőhelye: Karacabey, 1937. VIII. Bursától nyugatra elterülő kopár dombos vidék, némileg a Csiki hegyekre (Budaörs) emlékeztet. VASVÁRIék augusztus elején gyüjtöttek itt nagy szárazságban.

8a. *Zygaena (Coelestis) laeta orientis* BGFF. 1♀. Lelőhely:

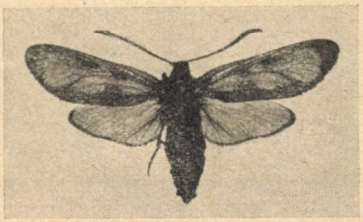
Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya) 1937. VI. Rendkívül nagy, vastag potrohú példány. Potroha egészen az alapjáig piros. Egyéb jellegeit tekintve is megfelel REISS (7) jellemzésének s a rendelkezésemre álló összehasonlító anyaggal is egyezik.

9. *Zygaena (Thermophila) filipendulae. Ramburi* LED. 1♂. Lelőhely: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya) 1937. VI. Felső szárnyának rózsaszínű foltjai elég nagyok, nagyobbak, mint a SEITZ «Supplementa»-kötetében (7) ábrázolt példányon. A foltok nemcsak párosával olvadtak össze, hanem az egyes foltpárokat (1+2, 3+4, 5+6) is vékony h dak kötik össze egymással. (L. a 2. ábrát.) Mint DANIEL (1) írja, a maraschi példányok felső szárnyának foltjai is többnyire erősen összefolytak.

10. *Zygaena (Thermophila) filipendulae* var. *rosa* OBERTH. 1♀. Lelőhely: Sultan Suyu Hara, 1937. VI. Valószínűleg a subsp. *Ramburi* LED. szélsőségesen confluens alakja. Feltűnően nagy példány erősen fejlett potrohhal. Rajzolata csaknem teljesen megegyezik OBERTHÜR (4) két ábrájával (Étud. Lépid. Compar. Vol. III, Pl. XXII, fig. 106—107.). Az 1+2 és 3+4 foltpárt a középen széles, a szárny elülső szegélye mentén keskeny híd köti össze. A két



Phot. Kovács I.
2. ábra.



Phot. Kovács I.
3. ábra.

foltpár s a két híd megközelítőleg trapézalakú kis alapszínmezőt zár körül. A 3+4 és 5+6 foltpár között is van egy kis hosszúkás alapszín-mező. Ez valamivel nagyobb, mint OBERTHÜR két állatán. A 3+4 és 5+6 foltpár közé azok alsó részén is benyúlik egy vékony sugár a fénylő zöldesfekete alapszínből (l. a 3. ábrát). OBERTHÜR két ábrázolt példánya közül az egyiken teljesen hiányzik az a rajzolati elem, a másikon megvan, de sokkal gyengébb kifejlődésben.

10. *Utethesia pulchella* L. 3♂♂, 1♀. Lelőhely: Sultan Suyu Hara, 1937. VI. A törzsalaktól semmiben sem tér el.

11. *Callimorpha quadripunctaria* L. 1♂, 2♀♀. Lelőhely: Istanbul, 1937. V. 14. Feltűnően nagy példányok. A ♀♀ nem ütnek el lényegesen a balkáni var. *magna* (nom. merc.)-tól, a ♂ felső szárnyának szalagjai ellenben keskenyebbek, alsó szárnya is élénkebb piros, s így némileg a syriai *fulgida* OBERTH. rasszra emlékeztet.

12. *Bryophila maeonis* LED. 2♂♂, 1♀. Lelőhely: Ankara, 1937. VII. 27. Aladin-lámpa fényére szálltak.

12a. *Bryophila maeonis var. sordida* STGR. 1♀. Lelőhely: Ankara, 1937. VII. 27. Aladin-lámpa fényére szállt. E faj Kis-Ázsiában nagy elterjedésű lehet. REBEL (7) is, OSTHELDER (5) is mint gyakori állatot említi.

13. *Oria musculosa* HB. 3♂♂, 1♀. Lelőhely : Ceyhan (Vilayet: Adana). Nagy, feltűnő rajzolatú példányok. Ceyhan Adanától északkeletre fekszik. Dimbes-dombos mocsaras vidék, kb. 80 kilométerre a tengerparttól.

A felsorolt állatok között egy többé-kevésbbé endemikus kisázsiai faj van. Ez a *Zygaena formosa* H. S., amely Kisázsián kívül még Syriában fordul elő. Így állatföldrajzi szempontból a KASZAB(3) által kisázsiai-syriai fajoknak nevezett faunaelem-csoportba volna osztható. A *Bryophila maeonis* LED. sem fordul elő Európában. Keletmediterrán faj, amely Kis-Ázsiában igen gyakori s innen átterjed Perzsiába s Közép-Ázsiába. *Az Adopaea acteon* ROTT. Közép-Európában is előfordul, de itt ritka, előfordulása szigetszerű. Többé-kevésbbé pontomediterrán elterjedésű. A *Pieris brassicae* L. Ázsia legkeletibb részei kivételével az egész palearktikumot lakja. A *Pyrameis cardui* L. csaknem az egész világon elterjedt. A *Deiopeia pulchella* L. is többé-kevésbbé kozmopolita. A *Callimorpha quadripunctaria* PODA és a *Zygaena filipendulae* L. Európában és Kis-Ázsiában, a *Zygaena laeta* HB. Kelet-Európában és Kis-Ázsiában, a *Satyrus briseis* L. Európa néhány szárazabb vidékén s Ázsiában egészen Samarkandig terjedt el. A *Papilio machaon* L. palearktikus-nearktikus faj. Ezzel szemben a *Papilio podalirius* L. kelet felé csak Közép-Ázsiáig terjedt el s Észak-Amerikában hiányzik. Hasonló elterjedésű az *Oria musculosa* HB.

Az ismertetett lepkeanyag egy ♂ *Bryophila maeonis* LED.

kivételével a Magyar Nemzeti Múzeum lepkegyüjteményében van. Az anyag egy részének meghatározását BARTHA VIKTOR ezredes úr kitűnő összehasonlító anyaga alapján végeztem, amiért e helyen is hálás köszönetet mondok neki.

Irodalom.

1. DANIEL, F.: «Zygaenidae-Cymatophoridae.» (in: «Lepidopteren-Fauna von Marasch in türkisch Nordsyrien» von L. Osthelder und Ernst Pfeiffer München. (Mitt der Münch. Entom. Ges. XXII. Jahrg. 1932, Heft II.)

2. ELLER, K.: «Die Rassen von Papilio Machaon L.» Leiden, E. J. Brill Verl., 1936. pp. 96, 16. Taf.

3. KASZAB Z.: «Vasvári Miklós kisázsiai gyüjtőútjainak állattani eredményei. II. Gyászbogarak (Tenebrionidae).» — Zoologische Ergebnisse der ersten (VI.—X—1936.) und zweiten (V.—VIII. 1937.) Forschungsreise N. Vasvári's in Kleinasien.» (Matem. és Természettud. Ért. LVIII. 1939, p. 578—590.)

4. OBERTHÜR CH.: «Études de lépidopterologie comparée.» Fasc. IV. Rennes, Avril 1910, pp. 691.

5. OSTHELDER L.: «Noctuidae.» (in: «Lepidopteren-Fauna von Marasch in türkisch Nordsyrien. Von L. Osthelder und Ernst Pfeiffer München) (Mitt. der Münch. Entom. Ges. XXIII. Jahrg., 1932. Heft II. p. 83—102.)

6. PFEIFFER, E.: «Diurnae.» (in: «Lepidopteren-Fauna von Marasch etc. (Mitt. der Münch. Entom. Ges. XXI. Jahrg. 1931, Heft II, p. 81—86, XXII. Jahrg., 1932, Heft I, p. 17—32, Heft II, p. 38—51.)

7. REBEL, H.: «Lepidopteren aus der Umgebung Ankaras, I., II. Teil.» (Annalen des Naturhistorischen Museums in Wien, Band XLVI, 1931, p. 1—14, 1. Taf., Band XLVII, 1936, p. 43—58.)

8. REISS, H.: «Zygaenidae» (in: Seitz: Die Gross-Schmetterlinge des palaearktischen Faunengebietes, Supplementa zu Band II, p. 1—50.)

9. SEITZ, A.: «Die Gross-Schmetterlinge des Palaearktischen Faunengebietes». Band 1—3, Stuttgart.

10. WAGNER, H.: «VASVÁRI MIKLÓS 1936. évi kisázsiai kutatóútjának állattani eredményei. I. Puhatestű állatok (Mollusca). — Zoologische Ergebnisse der Forschungsreise N. VASVÁRI's in Kleinasien. (1936. Matem. és Természettud. Ért. LVI., 1937, p. 1042—1060.)

11. WAGNER H.: «VASVÁRI MIKLÓS második kisázsiai kutatóútjának állattani eredményei.» I. Puhatestű állatok (Mollusca). — Zoologische Ergebnisse der zweiten Forschungsreise N. VASVÁRI's in Kleinasien.» I. Weichtiere (Mollusca). (Matem. és Természettud. Ért. LVII, 1938, p. 769—777.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

ZOOLOGISCHE ERGEBNISSE DER ERSTEN (VI—X. 1936.) UND ZWEITEN (V—VIII. 1937) FORSCHUNGSREISE N. VASVÁRI'S IN KLEINASIEN.

III. Lepidoptera.

Von JOSEF von SZENT-IVÁNY.

N. VASVÁRI unternahm mit Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und der Zoologischen Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums zwei Forschungsreisen nach Klein-Asien. 1936 war er durch seine ornithologische Untersuchungen bezw. Aufsammlungen derart in Anspruch genommen, dass er dem Fange von Insekten nur wenig Zeit widmen konnte, zumal er diese Reise allein durchführte. In diesem Jahre fing VASVÁRI Ende September auf einer trockenen Waldwiese bei Tokad einige Exemplare der mehr oder weinger kosmopolitischen Art *Uthetesia pulchella* L. 1937 begleitete ihn dann I. PÁTKAI, so, dass sich auf diese Weise die Sammelarbeit auf 2 Personen aufteilte. In diesem Jahre sammelte N. VASVÁRI ein sehr schönes Coleopteren-Material, dessen Tenebrioniden von Z. KASZAB (3) bereits bearbeitet und veröffentlicht wurden. Von den übrigen Tiergruppen wurden bis jetzt nur die Mollusken (10—11) bearbeitet.

Im Folgenden gebe ich eine kurze Beschreibung der an 6 verschiedenen Stellen (s. Abb. 1.) gesammelten Lepidopteren:

1. *Papilio (Papilio) Machaon syriacus* VERITY. 1♂, 1♀. Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya) 20. VII. 1937. Das ♀ ist ziemlich gross, das ♂ bedeutend kleiner. Beide entsprechen der von ELLER (2) gegebenen Charakterisierung, nach welcher die Basalzeichnung der Sommergeneration dieser Rasse ziemlich schwach ist. Beide Exemplare gehören anscheinend der zweiten (das ♀ eventuell der dritten) Generation an.

2. *Papilio (Cosmodesmus) Podalirius persicus* VERITY. 1 ♀. Fundort: Sultan Suyu Hara, 20. VI. 1937. Grundfarbe hell crémefarben, fast weiss, Abdomen stark weiss bestäubt, Schwanz dünn und lang. Entspricht der Beschreibung jener Exemplare, welche E. PFEIFFER (6) in Marasch sammelte. Als Tier der Sommergeneration gehört es wohl der forma *smyrnensis* Eimer an. Nach SEITZ (9) unterscheidet sich die Sommerform des kleinasiatischen *Podalirius* wesentlich von der des europäischen, dagegen sind die Frühjahrsformen einander sehr ähnlich. H. REBEL (7) erwähnt von Ankara die Form *zanclaeus* Z. Die typische forma *smyrnensis* scheint also mehr im östlichen Teile Kleinasiens vorzukommen.

3. *Pieris brassicae* L. 1♂. Fundort: Ankara, staatliches Landgut Gazi (früher Eigentum von Mustafa Kemal Pasa), VII. 1937. Von der mitteleuropäischen Form nicht verschieden. Die Unterseite ist nicht so stark schwarz bestäubt wie bei den Exemplaren aus MARASCH (6).

4. *Pyrameis cardui* L. 1♂. Fundort: Ankara, VI. 1937.

5. *Satyrus briseis hyrcana* STGR. 1 ♀. Fundort: Mardin, 14. VII. 1937. 1♀. Fundort: Ankara, Staatl. Landgut Gazi, 27. VII. 1937. REBEL (7) erwähnt aus der Umgebung von Ankara die Rasse *fergana* STGR., PFEIFFER (6) aus Marasch die subsp. *hyrcana*. Das von VASVÁRI in Mardin gesammelte Exemplar ist etwas grösser, als das aus Ankara und auch seine Hinterflügel sind etwas stärker gezackt. An beiden Exemplaren sind die weissen Binden der Vorderflügel verhältnissmässig breit, die Unterseite ist aber ganz der Rasse *hyrcana* Stgr. entsprechend gefärbt und gezeichnet.

6. *Adopaea acteon* ROTT. subsp.? 3♂♂, 1 ♀. Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya), VI. 1937. Die ♂♂ sind von den mitteleuropäischen Exemplaren nicht verschieden, das ♀ ist aber anders gezeichnet. Es hat um die Zelle keine halbkreisförmigen Flecken, sondern ein einheitliches, lichteres Feld, welches anscheinend durch den Zusammenfluss der kleinen Flecken zustande gekommen ist. (Subsp.?)

7. *Zygaeana (Coelestis) formosa* H. S. 1♂ Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya), VI. 1937. Früher galt diese Form als eine Rasse von *Zygaena fraxini* MÉNÉTR., in der Seitz'schen Supplementa wird sie aber von REISS (8) als gute Art aufgefasst.

Das mir vorliegende etwas abgeflogene Exemplar entspricht genau der Beschreibung und Abbildung des SEITZ'schen Werkes.

8. *Zygaena (Coelestis) laeta* HB. 1 ♂ Fundort: Karacabey (westlich von Bursa), VIII. 1937. Kleines, ziemlich beschädigtes Exemplar.

8a. *Zygaena (Coelestis) laeta orientis* BGFF. 1 ♀. Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya), VI. 1937. Auffallend grosses Exemplar, Abdomen bis zur Basis rot.

9. *Zygaena (Thermophila) filipendulae Ramburi* LED. 1 ♂. Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya), VI. 1937. Die rosafarbigen Flecken der Vorderflügel ziemlich ausgebreitet. Die Flecken (1 + 2, 3 + 4, 5 + 6) sind auch untereinander durch schmale Brücken mehr oder weniger verbunden. (s. Abb. 2.) DANIEL (1) erwähnt ähnliche konfluente Tiere aus Marasch.

9a. *Zygaena (Thermophila) filipendulae* var. *rosa* OBERTH. 1 ♀. Fundort: Sultan Suyu Hara (Vilayet: Malatya), VI. 1937. Anscheinend eine extrem konfluente Form der subsp. *Ramburi* LED. Eine Übergangsform wird von DANIEL (1) erwähnt. Das mir vorliegende grosse ♀ entspricht fast ganz der beiden von OBERTHÜR (Lépidopt. Comp. III, pl. XXII. fig. 106—107.) abgebildeten Exemplare, nur ist zwischen 3+4 und 5+6 ein dünner, schwarzer Streifen vorhanden, welcher aus der glänzend grünlich schwarzen Grundfarbe in das rosa Feld hineinragt (s. Abb. 3.) Dieser Streifen fehlt dem einen OBERTHÜR'schen Exemplar ganz und ist bei dem anderen nur schwach angedeutet.

10. *Uthetesia pulchella* L. 3 ♂♂, 1 ♀. Fundort: Sultan Suyu Hara VI. 1937.

11. *Callimorpha quadripunctaria* L. 1 ♂, 2 ♀♀. Fundort: Istanbul, 14. VI. 1937. Auffallend grosse Exemplare. Die ♀♀ unterscheiden sich von denen der var. *magna* (nom. merc.) nicht, das ♂ hat aber am Vorderflügel schmälere Bänder und das Rot der Hinterflügel ist viel lebhafter. Deshalb erinnert dieses Tier etwas an die syrische Rasse *fulgida* OBERTH.

12. *Bryophila maeonis* LED. 2 ♂♂, 1 ♀, Fundort: Ankara, 27. VII. 1937, am Licht einer Aladinlampe gefangen.

12a. *Bryophila maeonis* var. *sordida* STGR. 1 ♀. Fundort: Ankara, 27. VII. 1937. Diese Art scheint in Kleinasien sehr häufig

zu sein. Wird von REBEL (7), ebenso wie von OSTHELDER (5) erwähnt.

13. *Oria musculosa* HB. 3♂♂, 1 ♀. Fundort: Ceyhan (Vilayet Adana.) Scharf gezeichnete Exemplare. Das ♀ und ein ♂ auffallend gross.

Alle erwähnten Exemplare befinden sich in der Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums mit Ausnahme eines ♂ von *Bryophila maeonis*, das in der Sammlung des Herrn Oberst VIKTOR von BARTHA steht. Einen Teil der aufgezählten Tiere bestimmte ich auf Grund des schönen Vergleichsmaterials des Herrn Oberst von BARTHA, wofür ich ihm auch an dieser Stelle herzlichst danke.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.)

A MADARAK PAJZSMIRIGYSZERKEZETÉNEK CIKLIKUS VÁLTOZÁSAI.

GÁL GELÁZ O. S. B.-től.

A IV. táblával.

A pajzsmirigy kutatás újabb eredményei ráterelték a figyelmet a pajzsmirigy működésének változásaira, ami histologiai szempontból a szövettani szerkezet változásaiban jut kifejezésre. E működésváltozásnak ma már több tényezőjét ismerjük, amelyek közül a költözés jelensége hívta fel figyelmemet a madarak pajzsmirigyének ciklikus változásaira. Ebből a szempontból a költöző fürj és a nem költöző fogoly pajzsmirigyének szerkezeti változásait állítottam szembe egymással. Ezek mellett a házi veréb teljes és a házi galamb részleges ciklusát is megvizsgáltam. Végül még 80 drb egyéb hazai madár pajzsmirigyét is feldolgoztam szövettani szempontból. Mindezeket a vizsgálatokat részben a Budapesti P. P. Tudományegyetem Állatbonctani Intézetében, részben a Tihanyi Biologiai Intézetben, legnagyobb részben pedig a pannonhalmi főapátsági Szent Gellért-főiskola állattani laboratóriumában végeztem.

A mirigyeket a Romeis-féle keverékben rögzítettem, majd a Péterfi-féle methylbenzoat-celloidin-paraffin módszerrel ágyaztam be és az 5—7 μ vastagságú metszet-sorozatokat Delafield-féle haematoxylinnel és eosinnal festettem meg. A készítmények számozása a gyüjtött madarak sorszámaival megegyezik s a gyüjtés időrendjében történt. A működési görbéket a mag és a hám nagyságingadozásainak középértékeiből vett átlag alapján szerkesztettem meg.

A madarak pajzsmirigyének szövettani szerkezete a következő három főtípusban jelenik meg előttünk: 1. a retentiós,

2. a resorptiós, 3. a secretiós típusban. (UHLENHUT, GLEBINA, KÜCHLER.)

1. A *retentiós*, vagy *raktározó mirigy* tüszői (2. és 7. kép). többnyire nagyok, telve kolloiddal, faluk s magvuk vékony. Az egyes tüszők között kevés a parenchymatikus állomány. A vérerek száma csekély s azok is csak kevéssé belöveltek.

2. A *resorptiós*, vagy *felszívó mirigy* (3. és 5. kép) tüszőhámja magas, benne a magvak nagyok, erős chromatinállománnyal. A kolloid-peremén és a tüszőhámsejtekben is vakuolumok jelennek meg. Valószínű, hogy az egész resorptiós folyamatot a mag indítja meg. Támogatja ezt a feltevést az a megfigyelés, hogy a fürj ivari folyamataival egybeeső resorptiójának megindulásakor a mag átlagos nagysága áprilistól májusig 2·6 μ-ról 3·74 μ-ra emelkedik, míg a hám magassága 3·2 μ-ról csak 3·9 μ-ra. Ezzel szemben júniusig, amikor a resorptió a legerősebb, a mag nagyságában változás többé már nem mutatkozik, míg a hám magassága 3·9 μ-ról 9·37 μ-ra szökik fel. Igen jellemzi a resorptiót a tüszőhámsejtek leválása és a kolloidba jutása (hám-desquamatio). (3. 5. és 8. kép.) Ennek a jelenségnek a következőképpen kísérlem meg magyarázatát adni. Ismeretes, hogy ebben a fázisban a véredények megszaporodnak, a meglévők kitágulnak s vérrel mind erősen belöveltek. Természetes, hogy ez a véredényhálózat erős nyomást fejt ki a tüszők falára. A sejtek, erős működésük következtében, ezt a nyomást sem hossz-, sem oldalirányú lapulással nem egyenlíthetik ki, hanem csak úgy, hogy egyes sejtek kilökődnek, kisajtolódnak az összefüggő hámrétegből a tüsző üregébe s így a kolloidba jutnak, ahol vakuolum veszi körül azokat. Ezek a vakuolumok VRTEL (idézi: EGGERT) szerint úgy jönnek létre, hogy a meginduló proteolytikus folyamatok következtében hígfolyékony anyagok keletkeznek s ezek tartják távol az így besodródott sejteket a chromophil kolloidtól. Ezt meggondolva az a kérdés merülhet fel, hogy a tüszősejtek a resorptió végén elpusztulnak-e. UHLENHUTH úgy véli, hogy ha elpusztulnának, akkor nagyon sok mitozist kellene látnunk e mirigyekben. Sok esetben ugyanis a resorptio oly erősen, mintegy eruptiv módon megy végbe, hogy a tüszőkből a kolloid teljesen eltűnik s helyét a besarjadzott hámsejtek töltik ki, amelyek már nem alkotnak

többé összefüggő réteget. Ez állapot végén magam sem találtam mitózisokat s a valószínűség a mellett szól, hogy e «szétzilált» sejtek ismét összefüggő hámréteggé rendeződnek.

Most még arra a kérdésre kell felelnünk, hogy a kolloid kiürítése hogyan megy végbe. A fentebb említett vakuolumok a hámsejtekben és a kolloidban, majdnem általánosan elfogadott feltevés szerint, szintén tartalmaznak kolloidot, de nemfestődő, chromophob kolloidot. Breitner és Bensley véleménye szerint ez a kolloid a tüszőhámsejteken keresztül jut a vérbe. Hürthle felfogása az, hogy a kolloid a hámsejtek között lévő pórusokon ürül ki. Matsumaga ezt úgy egészíti ki, hogy szerinte ezek a sejtközötti nyílások, rések közvetlenül a lymphaedényekkel állanak összeköttetésben. Valószínűleg a Breitner—Bensley-féle felfogás jár közelebb a valósághoz. Eggert a kolloidnak a vérbejutását vándor sejtek útján is megfigyelte.

3. A *secretio*, vagy kolloidelválasztás idején (6. kép.) a hám szintén magas, a chromophob hólyagocskák itt is megjelennek a hámban és a kolloid szélén is, azonban kisebbek, mint a felszívódásos mirigyben s kevesebb a számuk is. Haladási irányuk éppen fordított; a hámsejtekből a tüszők ürege felé haladnak. A vérellátás ilyenkor is bő, sok az eosinophil granulocyta is. A hámsejtek alapi részén több helyütt acidophil festődésű kolloid-cseppecskéket figyeltem meg. Eggert ezt a különösen erős lefolyású secretióra és resorptióra egyaránt jellemzőnek tartja. Uhlenhuth szerint pedig az ilyen intracelluláris kolloid-cseppek a sejtek életképességének csökkenését jelentik, miután a sejt hosszabb ideig végzett túlfeszített munkát.

Kérdés, hogy a tüszők hogyan növekednek a kolloid elválasztás folyamán? Csak passzive nyúlik-e meg a tüsző fala, vagy van más módja is a tüszőmegnagyobbodásnak? Majdnem minden búvár megfigyelte már a kisebb tüszőknek nagyobb tüszővé történő összeolvadását. Két szomszédos tüsző között a kettős választófal mindfnkább elvékonyodik, majd közepén meg is szakad, a megmaradt részek mindig rövidebbek lesznek s végül a két tüsző teljesen eggyé olvad.

Természetes, hogy e szerkezeti, illetőleg működési típusok nem mindig érvényesülnek a mirigy minden részén. A leggyakoribb

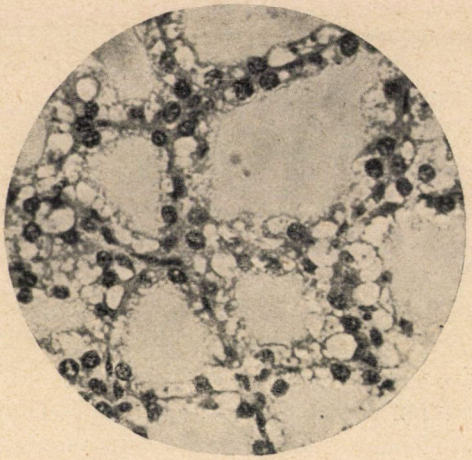
esetben a 2. és 3. típus egyidejűleg látható a mirigyben. E tapasztalat alapján az egyes mirigyek működési állapotának megítélésében a következő négy csoportot különböztethetjük meg: 1. Retentiós, vagy *raktározó mirigy*, amelyben láthatólag minden működés szünetel, 2. *egyensúlyban lévő mirigy:* a secretió és a resorptió csekély intenzitású s körülbelül egyenlő erős. 3. Secretiós vagy *elválasztó mirigy:* az elválasztó működés a túlnyomó. 4. resorptiós vagy *felszivó mirigy:* a felszívó működés válik túlnyomóvá.

Most azokat az életfolyamatokat kell megvizsgálnunk, amelyek a pajzsmiriggyel kölcsönhatásban vannak. Elsősorban az *ivari folyamatok*kal kell foglalkoznunk. Sok kitűnő vizsgálat mellőzésével itt csak egy jelentős vizsgálatot említünk meg, amelyet Marza, Blinov és Elterich végeztek a galambok női ivarmirigye és pajzsmirigye között fennálló kölcsönhatás megvilágítására, melynek eredménye az a megfigyelés, hogy a tojásrakás idején s a kotlás első napjaiban, továbbá a fiókák táplálásának idején a pajzsmirigy erős működésnek indul. Az ivarérett hímgalambokon is tapasztalható az ivarmirigyek működésének idején ez a folyamat, de nem annyira határozottan, mint a tojókon.

A *vedlés* egyike a legjobban megvizsgált működési tényezőknek. E helyen csak Küchler megfigyelésére utalunk, aki erős pajzsmirigyműködést észlelt a házi veréb, a mezei veréb és a vörösbegy őszi vedlése idején.

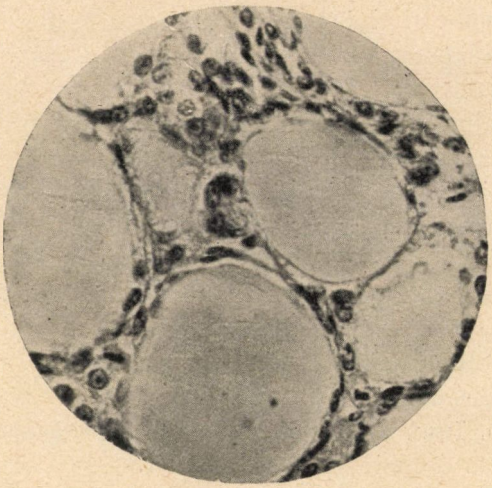
Kutatásaimnak főcélja a pajzsmirigy és a *madárvonulás* között lévő kapcsolat kiderítése. Schenk Jakab egyike volt az elsőknek, aki a madárvonulás és a hormonok közötti kapcsolatra gondolt. Groebbels is az anyagcsere és a belső elválasztás kérdésének tekinti a költözés kérdését. A pajzsmirigy szerepét a költözésben Küchler és Gál Imre kutatták, utóbbi főleg élettani szempontból. Küchler vizsgálatai szerint a vörösbegy februári és március eleji kolloidresorptiója sokkal erősebb, mint a mezei verébé és a sármányé. A házi verébé ugyanekkor retentiós. Ezzel szemben Gál Imre a házi galamb és a gerle pajzsmirigyében a költözés idején semmi eltérést sem talált.

A belső tényezők után a külső tényezőket is meg kell vizsgálnunk. Adler kísérletei a pajzsmirigy szerepére vetnek világot a test *hőmérsékletének* fenntartásában. Magas hőmérsékletű kör-



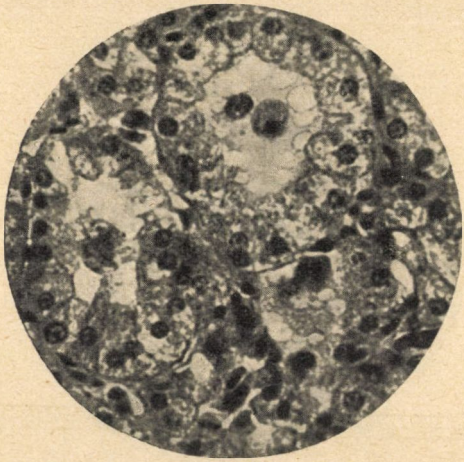
1. Coturnix coturnix L. 1937. III. 17. — Resorptiós mirigy. A tüszőhámsejtekben hatalmas chromophob hólyagok láthatók (1 : 600).

Resorptionsschilddrüse. Mächtige chromophobe Bläschen sind sichtbar in den Follikelepithelzellen.



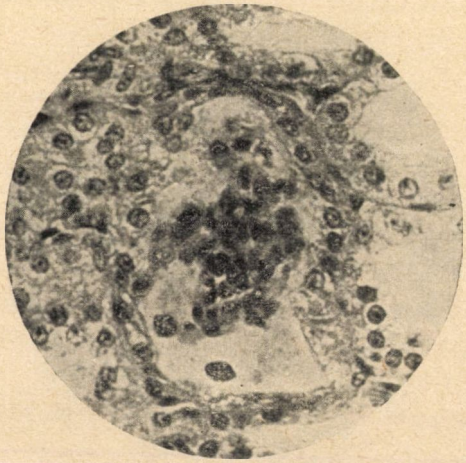
2. Perdix perdix L. 1937. III. 17. — Retentiós mirigy (1 : 600).

Retentionsdrüse.



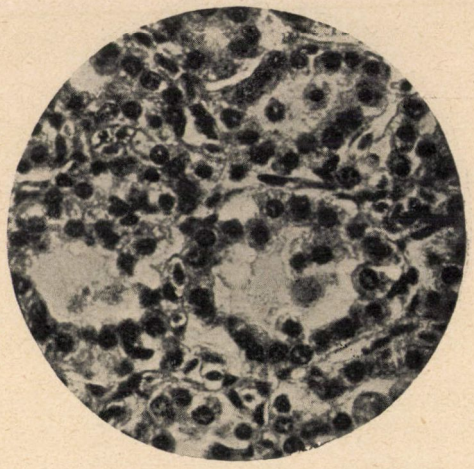
3. Coturnix coturnix L. 1937. IX. 17. — Erősen működő resorptiós mirigy tüszőhámsejtleválással (1 : 600).

Stark wirkende Resorptionsdrüse mit Epitheldesquamation.

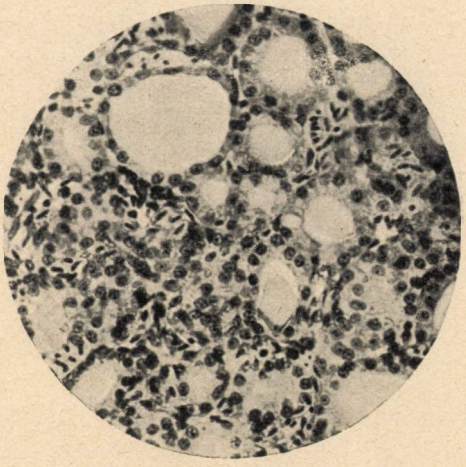


4. Perdix perdix L. 1936. I. 23. — A kolloidban erythrocyták, alul két különálló eosinophil granulocyta (1 : 600).

Im Kolloid sind Erythrocyten und unten zwei eosinophile Granulocyten abgesondert.



5. Passer domesticus L. 1937. XI. 20. — Erősen működő resorptiós mirigy tüszőhámsejtleválással (1 : 600).
Stark wirkende Resorptionsdrüse mit Epitheldesquamation.



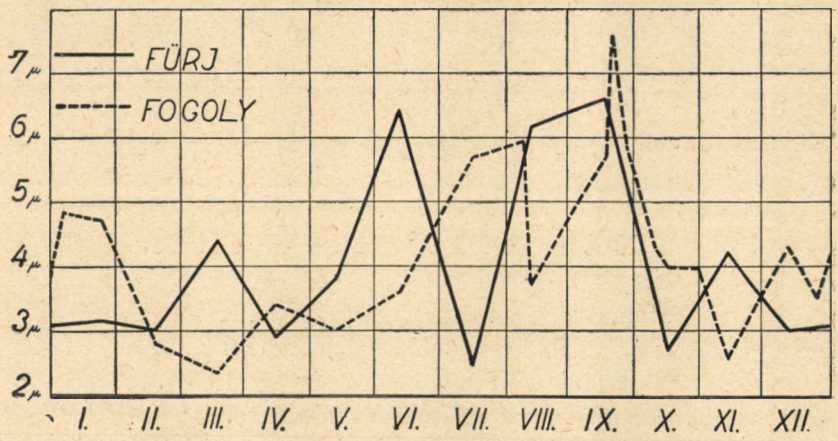
6. Pica pica L. 1939. I. 2. — Secretiós mirigy (1 : 350).
Secretionsdrüse.

nyezetben tartott ebihalak pajzsmirigyei retentiósak, hideg helyen resorptiósakká válnak.

Kevéssé kutatott klimatikus tényező a *fény* és a sugárzás hatása. Bergfeld a sötétben tartott patkányok pajzsmirigyét srősebben működőnek találta, mint a napfényben élőkét. Úgy látszik, hogy hatása azonos a hőmérséklet hatásával. Természetesen nehéz a hőhatást a fényhatástól elkülöníteni.

1. Fürj és fogoly.

Vizsgálatunk első célja a költözési tényező keresése volt. A tényezők közül ezt tegyük első helyre. Ha a fürj és fogoly pajzsmirigyének működési görbéit egymással összehasonlítjuk, (1. sz.



1. sz. működési görbe.

Tätigkeitskurve der Schilddrüse der Wachtel (—) und des Rebhuhns (- - - - -).

működési görbe) azt állapíthatjuk meg, hogy mindkettő működésében két nagyobb és egy, ill. két kisebb kilendülés van. A költözési tényezők szempontjából most e görbéknek csak a tavaszi és az őszi részleteit hasonlítsuk össze. E tekintetben két érdekes eltérés mutatkozik: Az egyik márciusban, a másik novemberben. (L. a tüszők szerkezetét feltüntető vázlatos rajzokat is.) Mindkét időben a vonuló fürj pajzsmirigye erősebb működést tüntet fel

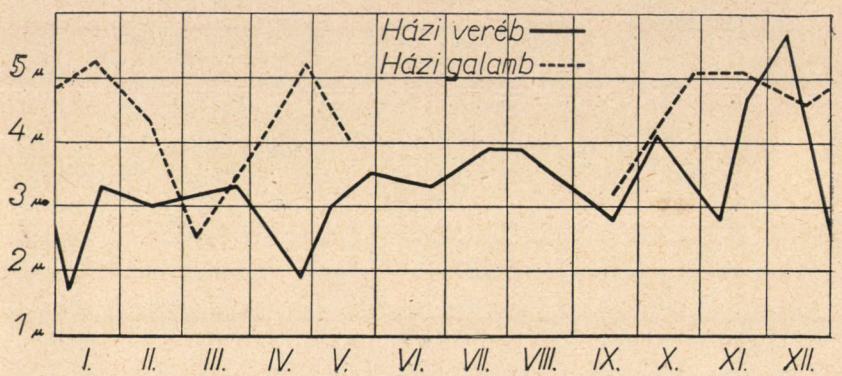
(1, kép), míg ugyanakkor a fogolyé retentiós állapotban van (2. kép). Ismeretes, hogy a fürj április végén érkezik hozzánk. Azonban a vonulási ösztön felébredését ennél az időpontnál 1—2 hónappal előbbre kell helyeznünk tekintettel arra, hogy a fürjek zöme Afrika belsejében telel át. Ezek alapján a fürj pajzsmirigyének márciusi működése belső jeladás, mely a költözés idejének elérkezésére figyelmeztet. Az őszi vonulási tényező már nehezebben fedezhető fel. A fürj novemberi pajzsmirigyének működésemelkedése csak abban az esetben magyarázható a költözéssel, ha olyan példányról van szó, amelyik később szokott téli szállására indulni. A fürjek nagy tömege tőlünk szeptember közepe után távozik, azonban egyesek októberre, novemberre, sőt decemberre is visszamaradnak. Egyéb tényezőt hiába keresnénk e működésemelkedésben. A vedlés már a vonulás előtt befejeződött. Esetleges szokatlan hősülyedés sem volt ebben az időben. A valószínűség tehát a mellett szól, hogy a novemberi fürj mirigyének szerkezetében mutatkozó különbség oka ismét a költözési tényező. További különbség a téli hónapokban mutatkozik a fürj és a fogoly pajzsmirigyének szerkezetében; A 45. és 46. sz. soproni fürj és fogolypéldányok esetében az átlagos hőmérséklet az elküldés előtti napon (XII. hó) +2·5 C° volt, a 47. és a 48. sz. fürj- és fogolypéldányok esetében pedig (I. hó) —3·0 C°. E két hőmérsékleti hatásra a két madár nem egyformán reagál. A fürj, mint költöző madár ily hősülyedésre nem tud kellő alkalmazkodó képességgel válaszolni, mint az állandóan itt élő fogoly. A 202. sz. fogoly (dec. végéről) egyéni eltérésnek tekinthető. A vedlési folyamatok hatása szintén jól felismerhető mindkettő mirigyén. Sajnos, hogy sem saját, sem irodalmi biztos adatok nincsenek e fajok vedlésének pontos idejére vonatkozólag. Így tehát csak hozzávetőlegesen állapíthatjuk meg annak idejét. A fürjek zöme szeptember közepe után indul téli szállására, tehát a vedlés egy hónappal ez előtti időben történhetik. Valószínű, hogy a fogoly, mert nem költöző madár, csak később vedlik. Ennek megfelelően találtam is egy szeptember 27-éről való példányt, amelyen a vedlés jelei még világosan láthatók voltak. Kimondhatjuk tehát, hogy a fürj augusztusban, a fogoly pedig szeptemberben vedlik. Az ennek megfelelő működési emelkedést, mely a kolloid fokozott felhaszná-

lásában áll, mindkét faj működési görbéje feltünteti. Feltűnő, hogy a fürjnél ez az erős működés nemcsak augusztusban, hanem szeptemberben is mutatkozik. Ez esetben szeptember havában már a költözési tényezőt is figyelembe kell vennünk. Hátra van még mindkét faj egy-egy erős működési kilengésének magyarázata. Az egyik a júniusi fürj (77. sz.), a másik a júliusi (81. sz.) és az augusztus eleji (194., 195. sz.) fogoly pajzsmirigyében figyelhető meg. Ismeretes, hogy a fürj évenként kétszer rakja le tojásait. Először júniusban, másodszor augusztusban. Ezzel teljesen megegyezik a fürj működési görbéjének júniusi kilengése. A másodszori költés idejével pedig e szerint egybeolvad a vedlés-költözés tényezőinek hatása. A fogoly júliusi és augusztus eleji erős pajzsmirigyműködését is az elhúzódó ivari folyamatokkal magyarázhatjuk. A fogoly első költése különböző okokból sokszor nem sikerül, ilyenkor újabb költés következik be. Az áprilisi kisebb működésemelkedés a fogoly működési görbéjén az ivari folyamatokkal szintén megokolható. E szerint a fürj pajzsmirigyének négy, a fogolyénak három működés fázisa van. A fürj márciusi és novemberi működése a költözési tényezővel, a júniusi költéssel, az augusztus-szeptemberi a vedléssel magyarázható. A fogoly mirigyének téli működése a szervezet reactiója a test erősebb hőkisugárzásával és gyengébb táplálkozásával szemben, az április-júliusi a költéssel és a szeptemberi a vedléssel függ össze.

2. A házi veréb.

A fogoly pajzsmirigyének évi ciklusához hasonlóan a szintén egész éven át nálunk tartózkodó házi veréb pajzsmirigye is három működési fázist mutat (2. sz. működési görbe). Az egyik, az októberi, a vedléssel függ össze, a másik a téli működési fázis. A pajzsmirigy itt is visszatükrözi a szervezet erősebb igénybevételét, mely a téli mostoha körülmények között minden oldalról éri a szervezetet. Úgylátszik, hogy a hőmérsékletcsökkenés nem jelent a veréb szervezetére nézve erősebb megpróbáltatást, mert a december 9-i (121. sz.) mirigy + 9 C° napi átlagos hőmérséklet mellett is erős resorptióban van, míg a január 6-i —10·1 C° mellett is retentiós marad. A harmadik működési fázis az április végéig összegyüjtött kolloidot használja fel a háromszori költés

ideje alatt májustól augusztusig. Ezzel szemben WATZKA (22) csupán «dimorphizmust» állapított meg a prágai háziverebek pajzsmirigy-cyclusában, ami abban jut kifejezésre, hogy a novembertől februárig tartó működési időt a nyári nem működési idő váltja fel. KÜCHLER (12) hangoztatva a további vizsgálatok szük-



2. sz. működési görbe.

Tätigkeitskurve der Schilddrüse des Haussperlings (—) und der Haustaube (- - - - -).

ségességét, a berlini háziverebek pajzsmirigy-ciklusában már két működési fázist különböztet meg (ápr.—júl. és aug.—nov.). A téli időszakban tehát az ő vizsgálatai alapján retentiós a háziveréb pajzsmirigye.

3. A házi galamb.

A részleges működési görbe alapján (2. sz. működési görbe, a június—augusztus hónapok hiányzanak) két fázist különböztethetünk meg: a téli működés és a költés fázisát. A működés emelkedése már október végén megkezdődik és februárig tart. A költési időnek megfelelő működés az április végi (213. sz.) példány mirigyében mutatkozik. A házi galamb pajzsmirigyének működési görbéjén, ha a tüszőnagyság átlagos értékét is figyelembe vesszük, feltűnő rendellenesség tapasztalható. A tüszőhám magasságának és a hámsejtmagvak átlagértékének csökkenésével, illetőleg emelkedésével a tüszőnagyság értéke nem ellentétesen, hanem párhuzamosan halad a téli működés idején.

A házigalamb pajzsmirigy-ciklusának vizsgálatával eddig GÁL IMRE (6) foglalkozott, aki csak egy működési fázist állapít meg (szept.—febr.), amely fokozatosan megy át a nyári csekély működési állapot felé. Ciklus-vizsgálata folyamán a költési időben tehát nem tapasztalt működésemelkedést. Megemlíti azonban, hogy más szempontból történt vizsgálatai meggyőzték arról, hogy a petefészek változásainak jelentős hatása van a pajzsmirigyre.

GÁL IMRE dolgozatában a költözésre vonatkozólag a következő megállapításra jut: «A költöző és nem költöző madarak a költözés ideje alatt nagyjában azonos szövettani képet mutatnak.» Ezzel szemben rá kell mutatnom a fürj és a fogoly márciusi és novemberi mirigyének különbözőségére, továbbá az Összefoglalás 10. pontjában felsorolt fajokra, melyeknek mirigyei éppen a költözési időben fokozott működésben vannak.

Összefoglalás.

1. A fürj, a fogoly, a háziveréb és a házigalamb pajzsmirigyének szerkezetében évszakos ingadozás tapasztalható.

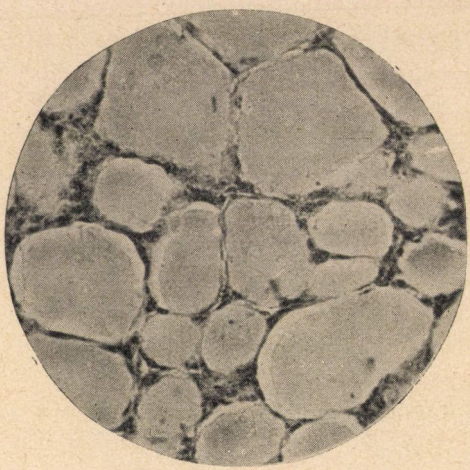
2. A fürj pajzsmirigyének működésében négy erősebb kiemelkedés van, amelyek közül a márciusi és a novemberi a költözéssel, a júniusi az ivari folyamatokkal és a költéssel, végül az augusztus—szeptemberi a vedléssel kapcsolatos.

3. A fogoly pajzsmirigyének működésében három erősebb kiemelkedés van, amelyek közül az április—júliusi az ivari folyamatokkal, a szeptemberi a vedléssel s a december—januári pedig a hideg időjárással függ össze.

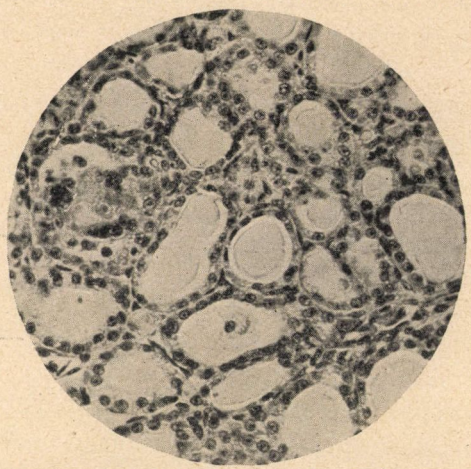
4. A háziveréb pajzsmirigyének működésében szintén három fázis különböztethető meg, amelyek közül a május—augusztusi az ivari folyamatokkal és a költéssel, az októberi a vedléssel függ össze s a harmadik, a december—márciusi, a téli működés fázisa.

5. A házigalamb pajzsmirigyének működéséből a részleges ciklus alapján megállapítható az október—februári téli működés fázisa és az ivari folyamatokkal kapcsolatos áprilisi működési fázis.

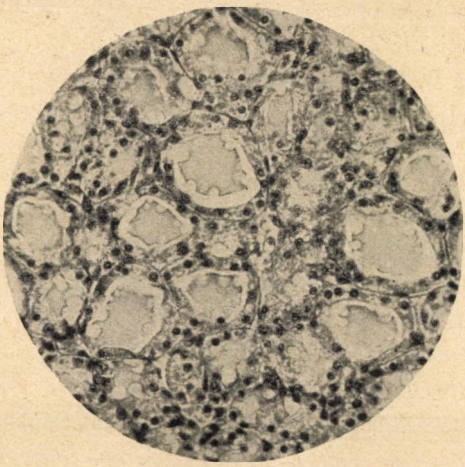
6. A ciklikusan nem vizsgált fajokat a pajzsmirigyük szerkezetét megváltoztató működési tényezők figyelembevételével a



7. Turdus pilaris L. 1937. II. 2. — Retentiós mirigy (1 : 350).
Retentionsdrüse.

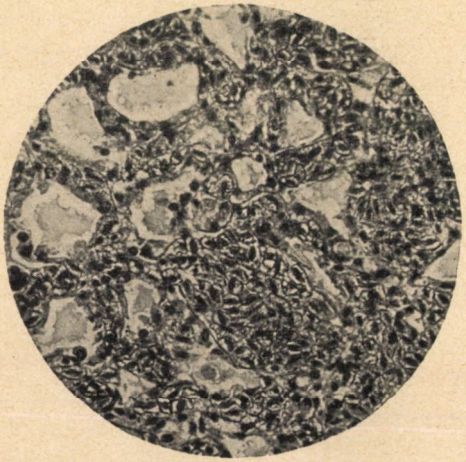


8. Pica pica L. 1939. V. 12. — Kotló példány erős hámsejt-leválással (1 : 350).
Brütendes Exemplar mit starkem Epitheldesquamation.



9. Muscicapa striata Pall. 1938. VII. 22. — Valószínűleg a költési tényező hatására erősebben működő resorptiós mirigy. A jobboldalon lévő nagyobb tüsző hámjában látható a «kétféle» mag (1 : 350).

Wahrscheinlich zur Wirkung des Faktors des Brütens stärker wirkende Resorptionsdrüse. Im Epithel des grösseren Follikels an der rechten Seite sind die «zweierlei» Kerne sichtbar.



10. Turdus philomelos Brehm 1938. X. 11. — A költözés hatása: szélsőségesen bő vérellátás, erős resorptió (1 : 350).

Die Wirkung der Wanderung: äusserst reichliche Blutversorgung, starke Resorption.

következőképpen csoportosíthajtuk: Télen működő mirigyük van a következő fajoknak: *Buteo buteo vulpinus* Gloger (126. sz.), *Accipiter nisus* L. (208. sz.), *Asio otus* L. (125., 134. és 135. sz.), *Strix aluco* L. (204. sz.), *Pica pica* L. (203. sz., 6. kép). Csekélyebb működést mutat a *Turdus viscivorus* L. (52. sz.) és a *Pyrrhula pyrrhula* L. (137. sz.) pajzsmirigye.

7. Retentiós jellegű a következő fajok téli pajzsmirigye: *Phasianus colchicus* L. (131. és 132. sz.), *Picus viridis* L. (128. sz.), *Turdus pilaris* L. (49. sz.), *Passer montanus* L. (127. sz.), *Corvus frugilegus* L. (205. sz.).

8. A tollazat fejlődése szempontjából figyelemre méltó a *Podiceps cristatus* L. (10., 85. és 91. sz.) és a *Falco tinnunculus* L. (7. sz.) és vedlés szempontjából pedig a *Larus ridibundus* L. (25. sz.) és a *Hirundo rustica* L. (86. és 94. sz.) pajzsmirigyei.

9. Az ivari folyamatok és a költési tényező keresendő a következő fajok pajzsmirigyének szerkezetváltozásában: *Anas crecca* L. (60. sz.), *Strix aluco* L. (146. sz.), *Muscicapa striata* Pall L. (188. sz., 9. kép), *Fringilla coelebs* L. (189. sz.), *Pica pica* L. (215. sz., 8. kép), *Garrulus glandarius* L. (56. sz.).

10. A költözés és a pajzsmirigy kapcsolataira utalnak a következő fajok működő pajzsmirigyei: *Nycticorax nycticorax* L. (212. sz.), *Rallus aquaticus* L. (57. sz.), *Scolopax rusticola* L. (145. és 147. sz.), *Turdus philomelos* Brehm (197. sz., 10. kép), *Oriolus oriolus* L. (66. sz.), *Fringilla coelebs* L. (112. sz.).

11. A resorptiót a mag indítja meg. Először ez nagyobbodik s csak ezután az egész hámsejt.

12. A tüszőhámsejtek a véredények kitágulásával létrejött nagy nyomás következtében válnak ki a hámsejtek összefüggő rétegéből s jutnak a tüsző üregébe.

Felhasznált irodalom.

1. Adler, L.: Schilddrüse und Wärmeregulation. Arch. exper. Path. **86**, 1920.

2. v. Andersson, O. A.: Zur Kenntniss der Morphologie der Schilddrüse. Arch. f. Anat. u. Physiol. 1894.

3. Bargmann, W.: Über intrafollikuläre Blutungen in der Schilddrüse der Selachier. Anat. Anz. **88**, 1939.

4. Bargmann, W.: im Handbuch der mikroskopischen Anatomie des Menschen. VI. Band. 2. Teil. Innersekretorische Drüsen. I. Schilddrüse, Epithelkörperchen, Langerhanssche Inseln. 1939.

5. Eggert, B.: Morphologie und Histophysiologie der normalen Schilddrüse. Zwangl. Abh. aus d. Geb. d. Inneren Sekretion. Bd. **3**, 1938.

6. Gasca, L.: Ricerche sulla istofisiologia della ghiandola tiroide di Anas domestica. Arch. ital. Anat. **30**, 1932.

7. Gál Imre: Szövet- és élettani cyklusvizsgálatok a madárpajzsmirigyen és azok viszonya a költözés élettanához. Doktori értekezés. Budapest, 1937.

8. Glebina, H.: Zyklische Veränderungen der Schilddrüse bei Füchsen. Z. f. Zellforsch. u. mikr. Anat. **25**, 1936.

9. Groebbels, F.: Zur Physiologie und Histophysiologie des Zugvogels. Zsch. vergl. Physiol. **12**, 1930.

10. Haecker, V.: Über jahreszeitliche Veränderungen und klimatisch bedingte Verschiedenheiten der Vogelschilddrüse. Schweizerische med. Wsch. **56**, 1926.

11. Haecker, V.: Phänanalytische Untersuchungen über Hochgebirgs- und Tieflandsvögel mit besonderer Berücksichtigung der Schilddrüse. Z. indukt. Abstammungs u. Vererbungslehre **43**, 1926.

12. Hart, C.: Beiträge zur biologischen Bedeutung der innersekretorischen Organe. Pflügers Arch. f. d. ges. Physiol. **196**, 1922.

13. Hirsch, G. Ch.: Form- und Stoffwechsel der Golgi-Körper. Berlin. Bornträger 1939.

14. Hürthle, K.: Beiträge zur Kenntniss des Secretionsvorganges in der Schilddrüse. Pflügers Arch. f. d. ges. Phys. **56**, 1894.

15. Kraus, E. J.: Das Kolloid der Schilddrüse und Hypophyse des Menschen. Virchows Arch. **218**, 1914.

16. Krizenecky, J.: Das Gefieder des Geflügels in seiner Abhängigkeit von den Drüsen mit innerer Secretion. Arch. f. Geflügelkunde, Bd. **1**.

17. Küchler, W.: Jahreszyklische Veränderungen im histologischen Bau der Vogelschilddrüse. J. f. Ornithol. **83**, 1935.

18. Langendorff, O.: Beiträge zur Kenntniss der Schilddrüse. Arch. f. Physiol. 1889.

19. Novotny, Gy.: A tyúk endokrin mirigyeiről. Állatorvosdoktori rtekezés. Közl. az összeh. élet- és kórtan köréből. **24**, k. 1931.

20. Schenk, J.: Az erdei szalonka vonulása Európában. Aquila **30/31**, 1923/24.

21. Schwarz, E.: Pigmentierung, Form und Wachstum der Feder des Haushuhns in Abhängigkeit von der Thyreoidea-Funktion, Dissertatio. Berlin, 1930.

22. Uhlenhuth, E.: Die Morphologie u. Phys. d. Salamander-Schilddrüse. I. Histologisch-embriologische Untersuchungen des Secre-

tionsprocesses in den verschiedenen Lebensperioden der Schilddrüse des Marmorsalamanders, Ambystoma opacum. Roux Arch. **109**, 1927.

23. WAGNER, H. O.: Über Jahres- und Tagesrhytmus bei Zugvögeln. Z. vergl. Physiol. **12**, 1930.

24. WATZKA, M.: Physiologische Veränderungen der Schilddrüse. Z. mikrosk. anat. Forsch. **36**, 1934.

25. WOITKEWITSCH, A. A.: Entwicklungsgeschichtliche Untersuchungen an der Vogelschilddrüse. Z. f. Zellforsch. u. mikr. Anat. **24**, 1936.

26. ZAWADOWSKY, B.: Eine neue Gruppe der morphogenetische Funktionen der Schilddrüse. Roux Arch. **107**, 1926.

27. ZAWADOWSKY, B.: Zur Frage der Wechselbeziehungen zwischen Schilddrüse und Geschlechtsdrüsen bei Hühnern. Roux Arch. **110**, 1927.

28. ZAWADOWSKY B. und LIPTSCHINA, L.: Über den Einfluss der Hyperthyreoidisierung auf das Legen der Hühner. Roux Arch. **113**, 1928.

29. ZAWADOWSKY und ROCHLINA: Einfluss der Hyperthyreoidisierung auf die Färbung und Geschlechtsstruktur der Hühnergefieders. Roux Arch. **113**, 1928.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1939. nov. 20-án tartott üléséből.)

ZYKLISCHE VERÄNDERUNGEN IM BAU DER SCHILDDRÜSE VERSCHIEDENER VÖGEL.

Von G. GÁL.

Tafel IV.

1. Im Bau der Schilddrüse von Wachtel, Rebhuhn, Haussperlings und Haustaube sind jahreszyklische Schwankungen festzustellen.

2. In der Tätigkeit der Schilddrüse der Wachtel können vier stärkere Erhöhungen, unterschieden werden, unter welchen die im März, bezw. im November auftretenden mit der Wanderung zusammenhängen, die im Juni mit den geschlechtlichen Vorgängen und mit dem Brüten, während die im August—September eintretende Erhöhung durch die Mauser bedingt ist.

3. Die Tätigkeit der Schilddrüse des Rebhuhns zeigt drei stärkere Erhöhungen, unter welchen die sich im April—Juli einstellende mit den geschlechtlichen Vorgängen verbunden ist, die im September mit der Mauser und die im December—Januar mit der Kälte.

4. In der Tätigkeit der Schilddrüse des Haussperlings kann man ebenfalls drei Phasen unterscheiden, von welchen die Mai—Augustphase mit den geschlechtlichen Vorgängen und mit dem Brüten verknüpft ist, die Oktoberphase mit der Mauser und die dritte, die December—Märzphase die Phase der winterlichen Tätigkeit darstellt.

5. In der Tätigkeit der Schilddrüse der Haustaube kann man auf Grund des teilweisen Zyklus eine Oktober—Februarphase, die Phase der winterlichen Tätigkeit, und eine Aprilphase, die Phase der geschlechtlichen Vorgänge feststellen.

6. Die auf ihren Zyklus nicht untersuchten Arten kann man mit der Berücksichtigung der ihren Schilddrüsenbau verändernden

Wirkungsfaktoren folgenderweise gruppieren: Im Winter wirksame Drüsen haben folgende Arten: *Buteo buteo vulpinus* GLOGER, *Accipiter nisus* L., *Asio otus* L., *Strix aluco* L., *Pica pica* L. (Abb. 6.), *Turdus viscivorus* L., *Pyrrhula pyrrhula* L.

7. Retentionstypus zeigen die winterlichen Schilddrüsen folgender Arten: *Phasianus colchicus* L., *Picus viridis* L., *Turdus pilaris* L., *Passer montanus* L., *Corvus frugilegus* L.

8. In Anbetracht der Entwicklung des Gefieders sind beachtenswert *Podiceps cristatus* L. und *Falco tinnunculus* L., in Bezug auf die Mauser aber *Larus ridibundus* L., *Hirundo rustica* L.

9. Die geschlechlichen Vorgänge und der Faktor des Brütens ist in der Bauveränderung der Schilddrüse folgender Arten zu suchen: *Anas crecca* L., *Strix aluco* L., *Muscicapa striata* PALL. (Abb. 9.), *Fringilla coelebs* L., *Pica pica* L. (Abb. 8.), *Garrulus glandarius* L.

10. Auf einen Zusammenhang zwischen Wanderung und Funktion der Schilddrüse verweisen die Schilddrüsen der folgenden Arten: *Nycticorax nycticorax* L., *Rallus aquaticus* L., *Scolopax rusticola* L., *Turdus philomelos* BREHM (Abb. 10.), *Oriolus oriolus* L., *Fringilla coelebs* L.

11. Der Zellkern setzt die Resorption in Gang. Zuerst vergrössert er sich selbst und erst dann wächst die ganze Epithelzelle an.

12. Die Follikelepithelzellen scheiden infolge des durch die Erweiterung der Blutgefässe zustandegekommenen grossen Druckes aus der zusammenhängenden Schichte der Epithelzellen aus und gelangen so in den Hohlraum des Follikels.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaft vom 20. Nov. 1939.)

A HOLSTEINI NAGY PLÖNI-TÓ PERITRICHUS FAUNÁJA.*

STILLER JOLÁN-tól.

Az idő rövidségére való tekintettel a tónak 2 területére korlátozódtak a megfigyelések. Az egyik a tó ú. n. kis medencéjének nyilt vize, a Prinzeninsel és a Hydrobiologiai Intézet előtt elhúzódó parti részlet között, a másik a vasútállomás előtt lévő szennyvízcsatorna torkolata és az intézet előtti csónakkikötőhíd között elhúzódó parti sáv.

A nyilt tó planktonja 6 Peritrichus fajt tartalmazott, amelyek közül 5 a tudomány részére új faj. Ezek mind *oligosaprobionta*-fajok, amelyek a vízvétel után igen gyorsan beszüntetik a rendes élettevékenységüket és hamarosan elpusztulnak. Különösen érzékeny a levegő hőmérsékletén felmelegedett vízminta csökkent oxygéntartalmával szemben a planktontikus, szabadon úszó *Epistylis rotans*, valamint a három epiphytikus faj, a *Vorticella hyalina*, *V. chlorellata* és *V. anabaenae*. Ezek közül legtovább maradt életben a *V. chlorellata*, valószínűleg a vele symbiosisban élő, oxygentermelő Chlorellák kedvező behatása következtében.

A planktonban talált két epizoikus faj, a *Vorticella dimorpha* és *Epistylis irregularis* közül az utóbbi valamivel ellenállóbb. Ez a faj még 5—6 órával a vízvétel után is megtalálható egy *Cyclops*-faj potrohán. Az egyes telepek túlnyomórészt üres nyelei azonban elárulják, hogy az állatok életkörülményei kedvezőtlenekké váltak s az állatok rajzóképzéssel igyekeztek kedvezőbb élettérbe jutni.

* A Magyar Tudományos Akadémia támogatásával készült dolgozat. Egész terjedelmében az Archiv für Hydrobiologie-ban jelenik meg.

Csak kivételesen élt e fajnak egy magányos példánya még másnap is. A sejtturgor emelkedése következtében az állat teste kissé fel volt fúvódva s az erősen megnagyobbodott lüktető hólyag mellett fellépett egy nagy mellékhólyag, ami szintén pathologikus jelenség.

Ezeknek az *oligosaprobiontikus* alakoknak közös sajátsága, hogy testük áttetsző, gyengéd alkatú, néha üvegszerű és színtelen. Entoplasmájukban csak kevés tápodu található. Ezeket fínom detritusrészecskéket tartalmazó folyadék tölti meg. Ezek a többnyire kicsi lények — mint típusos örvénylők — táplálkozásukban detritusra és baktériumokra vannak utalva. Bár a Nagy Plöni-tó *erősen eutrophikus* és planktonban igen gazdag, az itt élő örvénylők csak kevés táplálékot találnak. A tó hűvös, tiszta vize tágabb értelemben bakteriummentes és az elhalt szervezetek hamarosan lehullanak a fenékre. A felületi vízrétegek tehát detritusban és oldott szerves anyagokban is szegények. Az itt élő Peritrichusok ily módon gazdaállataik hulladékára vagy azokra a detritusmennyiségekre vannak utalva, amelyek a gazdanövények szálai között rekednek meg. Elhalt sejteket és kocsonyarészecskéket is felhasználják táplálékul. Ezekre a kedvezőtlen táplálkozási viszonyokra vezethető vissza az állatok rendkívül ritka oszlása.

Jóval gazdagabb volt Peritrichusokban *a szennyvízcsatorna és a Hydrobiologiai Intézet közötti parti sáv.* Innen összesen 15 faj került ki. Ezek között volt 2 a tudomány részére új faj.

A nyilt tótükör és a parti sáv egyetlen közös Peritrichus-faja volt a *Vorticella hyalina,* mely ebben a *saprobiontikus* környezetben nagyobb és durvább megjelenésű, mint a planktonban.

A parti sáv Peritrichusainak teste kevésbbé áttetsző, mivel az entoplasmájuk zavarosabb és szemcsézettebb, mint a planktontikus alakoké. A tápoduk száma is megnövekedett és tartalmuk sűrűbb, mint a planktontikus fajoknál. A szennyvízcsatorna torkolatához közeledve, mind feltűnőbb ez a jelenség.

Sajnos, az időjárás nem kedvezett a parti öv ökologiai vizsgálatának. A sziklákkal mesterségesen megerősített part a szennyvízcsatorna táján beleesett az uralkodó szél irányába s ez a körülmény megnehezítette a sziklás felület benépesedését. A szél hatása következtében a szennyvíz igen gyorsan keveredik a tó tiszta vizé-

vel s így lehetetlenné válik egy typusos szennyvíz-biocoenosis kialakulása.

Védett helyeket csakis az intézet csónakkikötőhídja alatt, valamint az intézet előtti sekélyebb parton elhelyezett sziklák között találunk. Ez a terület már távolabb esik a szenyvízcsatorna torkolatától s vize, részben az öntisztulás folyamata, különösképpen pedig a keveredés következtében már kevésbbé szennyezett. Az itt talált algavegetáció, alsóbbrendű rákok és a *Nais proboscidea* nevű féreg gazdag Peritrichusvilága *typusos β-mesosaprobiontikus életegyüttest alkot.*

A hullámverés szeles időben elmossa e két ökologiai szempontból igen különböző élettér hatását. Ezért a parti sáv Peritrichusai egységesen, a 2 élettérbe való elkülönítés nélkül soroltattak fel.

Kutatásaim közben a következő fajok kerültek elő:

a) A nyílt tótükör.

Epistylis rotans Svec planktontikus, igen gyakori.

Epistylis irregularis n. sp. Cyclops-fajokon, gyakori.

Vorticella dimorpha n. sp. *Conochilus unicornis* kocsonyájában, igen gyakori.

V. hyalina n. sp. *Gloiotricha*-telepeken, gyakori.

V. chlorellata n. sp. *Gloiotricha*-telepeken, igen gyakori.

V. anabaenae n. sp. *Anabaena*-telepeken, gyakori.

b) A parti öv.

Rhabdostyla inclinans Roux *Nais proboscideán*, gyakori.

Epistylis lacustris Imhoff *Cyclopson*, igen gyakori.

Epistylis plicatilis Ehrbg. zöld algákon, meglehetősen ritka.

Pyxidium acaule Kent zöld algákon, meglehetősen ritka.

Opercularia penardi Kahl a kikötőhíd facölöpjeiről származó *Chladophorán*, gyakori.

Opercularia confusa n. sp. a kikötőhíd facölöpjeiről származó *Chladophorán* és a szomszédos parti sziklákon, gyakori.

Vorticella microscopica From. zöld algákon, ritka.

V. marginata STILLER *Chladophorán*, gyakori.

V. campanula Ehrbg. Chladophorán, meglehetősen ritka.

V. similis STOKES *Chladophorán*, nagyon ritka.

V. convallaria L. *Chladophorán*, meglehetősen gyakori.

V. hyalina n. sp. *Chladophorán*, ritka.

Cothurnia elegans n. sp. a kikötőhíd közeléből származó *Chladophorán*, ritka.

Cothurnia curvula ENTZ u. ott, meglehetősen ritka.

Pyxicola constricta STOKES u. ott, meglehetősen ritka.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1939. dec. 11-én tartott üléséből.)

BEITRAG ZUR PERITRICHENFAUNA DES GROSSEN PLÖNER SEES IN HOLSTEIN.[1]

Von JOLÁN STILLER, Szeged, Ungarn.

Es wurde die Peritrichenfauna des kleinen Beckens zwischen der Prinzeninsel und der Hydrobiologischen Anstalt, sowie der Uferzone zwischen der Mündung des Abwasserkanals vor der Eisenbahnhaltestelle und der Landungsbrücke der Hydrobiologischen Anstalt untersucht.

Der offene Wasserspiegel enthielt 6 Peritrichenarten ; 5 davon waren für die Wissenschaft neu. Es waren ausnahmslos *oligosprobe* Formen, welche nach der Wasserentnahme infolge Verminderung des Sauerstoffgehaltes der an der Lufttemperatur erwärmten Wasserprobe sehr bald ihre normale Lebenstätigkeit einstellen und schnell zugrunde gehen. Am schnellsten geht die planktonische *Epistylis rotans* zugrunde. Von den epiphytisch lebenden *Vorticella*-Arten ist *V. chlorellata* am widerstandsfähigsten, wohl infolge günstigen Einflusses ihrer Symbionten : der sauerstofferzeugenden Chlorellen. *Epistylis irregularis* überlebt sämtliche übrigen *Epistylis*-Arten. Sie sass noch 5—6 Stunden nach der Entnahme auf den Abdominalsegmenten von *Cylops*. Die grosse Zahl der leeren Äste beweist aber auch hier das Eintreten ungünstiger Lebensverhältnisse.

Ein charakteristisches Merkmal der *oligosaproben* Formen ist der zarte, durchscheinende Körper, sowie die kleine Zahl der Nahrungsvakuolen, deren Inhalt fein zerteilt und flüssig ist. Im

[1] Mit Unterstützung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften.

(Aus der Hydrobiologischen Anstalt der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft in Plön. Direktor : Prof. Dr. A. Thienemann).

kühlen, reinen Wasser dieses *stark eutrophen* Sees finden die Peritrichen, als bakterien- und detritusfressende Strudler, nur wenig Nahrung, da die abgestorbenen Organismen sehr bald zu Boden sinken und die oberflächlichen Wasserschichten keine Zersetzungsprodukte enthalten und im weiten Sinne bakterienfrei sind.

Viel grösser war der Arten- und Individuenreichtum der *Peritrichenfauna der Litoralzone* zwischen der Mündung des Abwasserkanals und der Hydrobiologischen Anstalt. Von den 15 hier gefundenen Arten waren 2 für die Wissenschaft neu. Der Körper dieser *saproben* Arten ist weniger durchscheinend, derber ausgebildet und enthält zahlreiche Nahrungsvakuolen, deren Inhalt fester ist als bei den oligosaproben Formen. Diese Unterschiede sind besonders in der Umgebung der Kanalmündung auffallend.

Die ökologische Untersuchung der Litoralzone wurde durch die Witterung nicht begünstigt. Der ständige Wind machte die Besiedlung des künstlich befestigten felsigen Ufers in der Umgebung der Kanalmündung fast unmöglich. Ausserdem vermengt sich das ständig bewegte, reine Seewasser sehr leicht mit dem hineinfliessenden Abwasser, so dass es auch nicht zur Ausbildung einer typischen polysaproben Biocoenose kam, wie sie für diese Stelle charakteristisch wäre. Geschützte Stellen fanden sich nur abseits von der Kanalmündung unter der Landungsbrücke und zwischen den Ufersteinen des hier flachen Ufers. Hier sind die Folgen der Verunreinigung infolge Selbstreinigung und Vermengung des Wassers schon kaum merkbar. Die reiche Peritrichenfauna der hier gefundenen Grünalgen, Kleinkrebse und *Naïs proboscidea* bilden ein typische β-mesosaprobe Biocoenose.

Infolge des windigen Wetters war die Grenze dieser zwei ökologisch verschiedenen Gebiete verwischt und ihre Peritrichenfauna konnte dadurch nur einheitlich, mit unsicherer Abgrenzung bearbeitet werden.

Die Arbeit erscheint demnächst im Archiv für Hydrobiologie.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1939.)

AZ ÉLŐLÉNYEK FEJLŐDÉSE SZABÁLYOSSÁGÁNAK A MAGYARÁZATA.

KÖVESSI FERENC-től.

Az erjesztősejtek (Saccharomyces spec.) fejlődésében uralkodó törvényszerűségeket kifejező hullámgörbéknél szereplő periodusos rész tanulmányozásának folytatásáról és az r_2, a_2, w_2, v_{02} koefficiensek kiszámításáról.

A X. közlemény összefoglalása.

Szerző a X. közleményben folytatja a hullámfelület metszeteinél keletkező periodusos hullámgörbékben szereplő r_2, a_2, w_2, v_{02} koefficienseknek a kísérleti adatokbóli kiszámítását. A közlemény ennek megfelelően több fejezetre oszlik.

4. *Az r_2 és a_2 koefficiensek meghatározása és számszerű értékük megállapítása.*

5. *A w_2 koefficiens kiszámítása az M_2 és r_2 koefficiensek értékéből meghatározása $w_2 = \sqrt{M_2^2 + r_2^2}$ összefüggés alapján.*

6. *A v_{02} kezdősebesség meghatározása és számszerű értékének kiszámítása.*

A levezetések és számítások olyan természetűek, hogy azokat néhány szóval e címekben megadottaknál jobban összefoglalni nem lehet. Az érdeklődő szíveskedjék bővebb tájékozódás céljából az itt következő német szövegű X. közlemény eredeti leírásához fordulni.

*

A IX. közlemény keretében új és az előzők alapján nem várt alapvető eredmény, mint a 821. és 831. lapokon láttuk.

$$\frac{T_n}{2} : \frac{T_{n-1}}{2} = k = \text{konstans}$$

a periodusok idejének geometriai haladványt mutató összefüggése, jelen esetben csökkenése, melynek létesítőjéül az itt szereplő *potentiális energiának* (munkaképességnek) időbeli alakulásánál dominálló szigorú törvényszerűséget kell tekintenünk. A potentiál folytonos változása, az anyag és energiaforgalomnak folytonos módosulása folytán létrejövő belső fiziologiai tényezők megváltozására vezethető vissza. Ezért ez a törvényszerűség majd fontos feladat teljesítésére lesz hivatva akkor, mikor ezen külső és belső biologiai viszonyok között, meg a biomotoros energiának a potentiális tulajdonsága közötti összefüggést igyekszünk kísérletileg és elméletileg megállapítani.

Emeli ezen összefüggés súlyát az a körülmény, hogy ugyanezen geometriai haladvány mutatkozik, a magasabbrendű növények tenyészkúpjain. A főrügyek mellett elhelyezkedő mellékrügyek vagy rügykezdemények alapjai között mérhető távolságoknál ugyanezen geometriai haladvány tapasztalható.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. jún. 26-án tartott üléséből.)

ERLÄUTERUNGEN DER GESETZMÄSSIGKEITEN IM ABLAUFE DER LEBENSERSCHEINUNGEN LEBENDER WESEN.

Von FRANZ KÖVESSI (Budapest).

X. Mitteilung.

Die Wellenkurve, die die Gesetzmässigkeit in der Entwicklung der Gärungspilze (Saccharomyces spec.) darstellt, wird in ihrem periodischen Teile weiter behandelt und die Koeffizienten r_2, a_2, w_2, v_{02} werden ausgerechnet.[1]

In meiner vorherigen Publikation habe ich ausführlich gezeigt, dass der Entwicklungsgang der in meinem Versuch Nr. 61 der Mutterkultur entnommenen Nachkommen eine *S*-förmige Kurve zeigt. Auch sahen wir, dass wenn wir die *S*-förmigen Entwicklungskurven der Nachkommen nach ihrer Impfungszeit ordnen, wir eine regelmässige Wellenfläche erhalten, und wenn wir diese mit Ebenen bestimmter Richtung schneiden, so erhalten wir Wellenlinien. Diese Wellenlinien können wir mit der Gleichung (8*d*) der periodisch gedämpften Schwingung ausdrücken und wenn wir aus den Ergebnissen der Versuche die Koeffizienten der Gleichung M_2, r_2, a_2, w_2 ausrechnen, werden wir imstande sein, jeden beliebigen unbekannten Punkt der Kurve zu bestimmen. In der IX. Mitteilung beschrieb ich eingehend, wie der Koeffizient M_2 auszurechnen sei.[2] In der jetzigen Arbeit befasse ich mich damit,

[1] In der Sitzung der III. Kl. der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 26. Juni 1939, vom ordentlichen Mitglied ALEXANDER MÁGÓCSY-DIETZ vorgelegt.

[2] Mathematischer und Naturwissenschaftlicher Anzeiger der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Zeitschrift der III. Kl. Bd. LVIII. 3. p. 820. Budapest, 1939.

aus den Versuchsangaben die Koeffizienten r_2, a_2, w_2, v_{02}, zu bestimmen. Im meiner nächsten Mitteilung werde ich dann zeigen, wie man mit Hilfe der in vorigen mitgeteilten Gleichung (8*d*) der obigen Koeffizienten und der aperiodischen Achse jeden beliebigen Punkt der Wellenlinie berechnen kann.

4. Zahlenmässige Bestimmung der Koeffizienten r_2 und a_2.

Zur Berechnung meiner Wellenkurven benötige ich ausser den Perioden oder den Grössen $M_2t=2\pi t:T$ auch die Koeffizienten r_2 und a_2. Diese werden wir aus zwei voneinander möglichst weit entfernten Amplituden berechnen. Die Gleichungen (8*d*) (16*d*) vereinfachen sich im Falle einer Cosinusfunktion für solche Werte von M_2t, welche ein ganzes Vielfaches von π sind, zu

$$s_p = a_2 e^{-r_2 t} \cos(M_2 t) = \pm\, a_2 e^{-r_2 t}.1.$$

da dann der Faktor cos $(M_2t)=\pm 1$ ist.

Wir werden unsere Rechnungen leicht ausführen, wenn wir die zu ihnen nötigen Amplituden angeben. Wie wir aus Fig. 11—21 und 31 sehen, eignet sich zu diesem Zwecke die zur Zeit t=376·78, ferner zur t=1411·3 sich ergebende Amplitude, weil die zufälligerweise in ihre Nähe geratenen Versuchspunkte ihren Wert gut bestimmen. Für diese Berechnung bedürfen wir der in der VII. Mitteilung (Anzeiger Bd. LVI. p. 1104—1117) befindlichen Figuren 11—21, die mit den aperiodischen Achsen gezeichnet wurden; wir können von ihnen sowohl den Wert des bezeichneten Wellenmaximums, als auch der Achsenordinate ablesen. Den Achsenwert können wir mit den im vorherigen angegebenen Rechnungen genauer bestimmen, und wenn wir den Achsenwert von dem Werte der maximalen Amplitude subtrahieren, so erhalten wir die gesuchte Amplitude.

Die Berechnung des zu irgendwelchem Zeitpunkt t gehörigen s_h Wertes der aperiodischen Achse, trug ich in der VIII. Mitteilung (S. 1149) genügend ausführlich vor. Es erübrigt sich sie hier zu wiederholen. Wir können mit ihrer Hilfe berechnen, z. B. den Wert der Wellenkurvenachse des 30. Tagesschnittes zur Zeit t=376·78 und t=1411·3.

Als Resultat der Berechnung erhalten wir, dass die aperiodische Achse $s_{h,\,t=376\cdot78}=35\cdot24$ gr. CO_2, $s_{h,\,t=1411\cdot3}=29\cdot47$ gr. CO_2 Werte zeigt. Wenn wir aber die Fig. 16 oder 31 auf ein Millimeterpapier in grösseren Dimensionen aufzeichnen, und von diesen die zu den angegebenen Zeitpunkten gehörige Amplitude ablesen, so erhalten wir, dass $(s_h+s_p)_{t=376\cdot78}=45\cdot04$ ist, während $(s_h+s_p)_{t=1441\cdot3}=36\cdot00$ ist. Wenn wir aus Achse + Welle den Wert der Achse subtrahieren, so erhalten wir die Amplituden, die diesen Zeitpunkten entsprechenden maximalen Ausschläge.

$$\begin{array}{lll} \text{Zum Zeitpunkt } t_1 = & 376\cdot78 & \text{ist } s_{p_1} = 9\cdot80 \\ \text{«} \quad \text{«} \quad t_2 = & 1411\cdot3 & \text{«} \quad s_{p_2} = 5\cdot90 \\ \hline t_2-t_1 = & 1034\cdot52 & \end{array}$$

$$\frac{s_{p_1}}{s_{p_2}} = \frac{9\cdot80}{5\cdot90} = 1\cdot661$$

Hiernach ist der Gang der Rechnung der folgende:

$$\frac{s_{p_1}}{s_{p_2}} = \frac{a_2 e^{-r_2 t_1}}{a_2 e^{-r_2 t_2}} = e^{r_2(t_2-t_1)}$$

$$\log \frac{s_{p_1}}{s_{p_2}} = r_2(t_2-t_1)\log e$$

$$r_2 = \frac{\log \frac{s_{p_1}}{s_{p_2}}}{(t_2-t_1)\log e} = \frac{\log 1\cdot661}{1034\cdot52 \log e} = \frac{0\cdot220370}{449\cdot286} =$$
$$= 0\cdot000{,}490{,}49$$

folglich $r_2=0\cdot000{,}490{,}49$.

Mit Hilfe von r_2 können wir a_2 ausrechnen entweder aus s_{p_1} oder aus s_{p_2}

$$a_2 = \frac{s_{p_1}}{e^{-r_2 t_1}} = \frac{9\cdot80}{e^{-0\cdot000{,}490{,}49\times376\cdot78}}$$

$$e^{-0\cdot000{,}490{,}49\times376\cdot78} = e^{-0\cdot184{,}806.8}$$

$$-0\cdot184{,}806{,}8 \log e = -0\cdot080{,}260{,}6 = +0\cdot919{,}739-1$$

$$\text{Num} \log (0\cdot919{,}739-1) = 0\cdot831{,}26 = e^{-r_2 t_1}$$

$$a_2 = \frac{9\cdot80}{0\cdot831{,}26} = 11\cdot789.$$

Wenn wir diesen Koeffizienten aus der Amplitude zur Zeit t_2 ausrechnen, erhalten wir genau dasselbe Resultat: a_2=11·789. Ein Beweis, dass das Verfahren und die Berechnung fehlerlos sind.

Das Resultat der Rechnungen ist, dass

$$r_2 = 0{\cdot}000{,}490{,}49 \qquad a_2 = 11{\cdot}789$$

Zusammenfassend können wir sagen: die aus den Versuchsangaben der 30-tägigen Entwicklung der Nachkommen gezeichnete Wellenkurve wird von einem in der Zeit konstanten r_2 befriedigt, woraus wir schliessen können, dass sich r_2 im Laufe der Zeit t innerhalb der gegebenen Versuchsgrenzen nur wenig ändert. Das Vorzeichen von r_2 ist positiv.

Der Wert des *Koeffizienten* a_2 genügt, wie wir aus dem Verlauf der Rechnung schliessen können, den Versuchsangaben. Das Vorzeichen von a_2 ist ebenfalls positiv.

Bei unseren Versuchen können wir immerhin eine geringe Abhängigkeit des r_2 und a_2 von der Zeit erfahren, auf deren biologische Ursache ich später hinweisen werde.

5. Die Berechnung des Koeffizienten w_2 aus den Koeffizienten M_2 und r_2 auf Grund des Zusammenhanges $w_2 = \sqrt{M_2^2 + r_2^2}$.

Nun folgt die Berechnung der Grösse w_2 aus den Wellenangaben der 30tägigen Entwicklung. Nachdem wir M_2 und r_2 im Vorherigen ausgerechnet haben, so ist sie schon leicht, denn

$$M_2 = \sqrt{w_2^2 - r_2^2}$$

woraus

$$w_2 = \sqrt{M_2^2 + r_2^2}$$

Sehen wir das Verfahren z. B. im Falle, dass t=376·78 sei:

$$M_{2t=376{\cdot}78}^2 = (0{\cdot}955{,}411)^2 \quad = 0{\cdot}912{,}810{,}18$$
$$r_2^2 = (0{\cdot}000{,}490{,}49)^2 \; = 0{\cdot}000{,}000{,}24$$
$$w_2^2 = M_2^2 + r_2^2 = 0{\cdot}912{,}810{,}42$$
$$w_{2t=376{\cdot}78} = +\sqrt{0{\cdot}912{,}810{,}42} = \pm\, 0{\cdot}955{,}411{,}12.$$

Wenn wir nun den Wert von w_2 bei einem anderen Zeitpunkte t, z. B. $t=1411{\cdot}3$ suchen, so müssen wir wissen, dass M_2 in jedem Augenblick der Zeit t einen anderen Wert haben wird, während r_2 in Abhängigkeit von der Zeit in erster Annäherung fast ganz konstanten Wert behält, oder wenigstens sich nur ganz wenig ändert.

$$M^2_{2t=1411{\cdot}3} = (1{\cdot}275{,}411)^2 \quad = 1{\cdot}626{,}673{,}219$$
$$r_2^2 = (0{\cdot}000{,}490{,}49)^2 = 0{\cdot}000{,}000{,}241$$
$$w_2^2 = M_2^2 + r_2^2 = 1{\cdot}626{,}673{,}46$$
$$w_{2t=1411{\cdot}3} = \pm \sqrt{1{\cdot}626{,}673{,}46} = \pm\, 1{\cdot}275{,}411{,}095.$$

Wir sehen somit, dass infolge der geringen Wertveränderung von r_2 sich w_2 von M_2 kaum unterscheidet und in seinem Verhältnis zur Zeit t bekommen wir nur auf der siebenten, manchesmal nur auf der zehnten Dezimalstelle eine Abweichung. Und doch kommt durch diese kleine Abweichung von r_2 ein Unterschied zustande, der im Ablaufe der Lebenserscheinungen von so grosser Wichtigkeit für das lebende Wesen ist. Sie trägt dazu bei, dass sich die Eigenschaften des Lebenden verändern. Sie verursacht die Dämpfung, die Verkürzung des Lebens, die Schwächung der Energien und das Eintreten des Todes. Hätte ich meine den Wert von r_2 betreffenden Rechnungen nicht so genau ausgeführt, so hätte ich die feinen Unterschiede des w_2 in der Funktion der Zeit t gar nicht nachweisen können. Auch die anderen Koeffizienten müssen aus diesem Grunde mit derselben Genauigkeit angegeben werden, obwohl ich überzeugt bin, dass infolge der Versuchsfehler die letzten Ziffern nicht verlässlich sind. Doch erweisen die Versuche, wie grosse Genauigkeit bei ihnen und den Berechnungen angestrebt werden muss, wenn wir sie als Basis richtiger Schlussfolgerungen betrachten wollen.

Zusammenfassend unsere Erfahrungen betreffend w_2, können wir feststellen, dass obwohl wir bisher w_2 in erster Annäherung für konstant angesehen haben, müssen wir jetzt zugeben, dass w_2 sich in der Wirklichkeit im Laufe der Zeit in der Zeit t ändert, bzw. w_2 merkbar den in der Zeit t auftretenden Änderungen der biologischen Verhältnisse folgt.

6. Zahlenmässige Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{02}.

Die Berechnung des Koeffizienten v_{01} der Anfangsgeschwindigkeit der aperiodisch gedämpften Schwingung zeigte ich in meiner III. Mitteilung (Berichte Bd. XXXVI. 1929, S. 94, Separatabdruck S. 68). Im Falle periodischer Bewegung können folgende Überlegungen und Erfahrungen aufgestellt werden.

Je nachdem, ob wir zum Ausdruck der gedämpften Schwingung s_p den in der IX. Mitteilung unter (8*b*) angegebenen *sinus*- oder den unter (8*d*) gezeigten *cosinus*-Ausdruck benützen, ändert sich der für die Anfangsgeschwindigkeit v_{02} gültige Ausdruck, ohne dass daraus wichtigere Konsequenzen entstünden. Trotzdem, damit wir klar sehen, wird es nicht überflüssig sein, wenn wir beide Möglichkeiten untersuchen, damit wir die Abweichung zwischen den zwei Ausdrücken verstehen. Einfachheitshalber nehmen wir in beiden Fällen an, dass der Beginn des Versuches und der Zeitrechnung genau zusammenfallen. Dann kommt die in der IX. Mitteilung Punkt 2 beschriebene $2\pi d$ Verschiebung nicht vor, und es wird keine Korrektur benötigt, folglich wird in beiden Gleichungen A gleich mit dem Faktor a_2 sein. Für die erste Untersuchung nehmen wir den sinus-Ausdruck (8*b*)

$$s_p = a_2 e^{-r_2 t} \sin (M_2 t) \qquad (8.b)$$

beziehungsweise

$$s_p = a_2 e^{-r_2 t} \sin \frac{2\pi}{T} t \qquad (8.b)$$

Die Anfangsgeschwindigkeit v_{02} bekommen wir aus dem ersten Differentialquotienten der periodisch gedämpften Schwingung (8*b*)

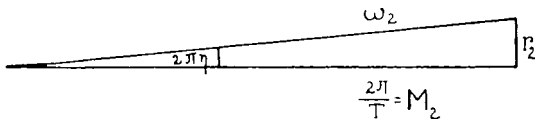
$$\frac{ds_p}{dt} = v_2 = -a_2 e^{-r_2 t} [r_2 \sin (M_2 t) - M_2 \cos (M_2 t)]. \qquad (28)$$

Diesen Ausdruck können wir bedeutend vereinfachen.

Wir wissen nämlich, dass

$$M_2 = \sqrt{w_2^2 - r_2^2}, \text{ woraus } w_2^2 = \sqrt{M_2^2 + r_2^2}.$$

Zeichnen wir diesen, das rechtwinklige Dreieck charakterisierenden Ausdruck



bezeichnen sodann den Winkel zwischen der Hypotenuse w_2 und der Kathete M_2 mit η oder mit $2\pi\eta$. Die daraus entstammenden Zusammenhänge können wir vorteilhaft zur Vereinfachung bei den die Geschwindigkeit und andere Derivate ausdrückenden Funktionen in der Weise benützen, dass wir r_2 und M_2 mit Hilfe vom Winkel η ausdrücken und diese in die Derivate einsetzen. Natürlich können die hier zu zeigenden Vereinfachungen nur in solchen Fällen angewendet werden, bei denen die Koeffizienten r_2, M_2, w_2 in erster Näherung für konstant angesehen werden können. Dann ist

$$r_2 = w_2 \sin 2\pi\eta \tag{29}$$

$$M_2 = w_2 \cos 2\pi\eta \tag{30}$$

Wenn wir jetzt r_2 und M_2 an Stelle der in der eckigen Klammer der Gleichung (28) befindlichen Grössen einsetzen, so erhalten wir

$$v_2 = + a_2 e^{-r_2 t} w_2 \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \gamma_1\right). \tag{31}$$

Wenn der Beginn unseres Versuches und der Anfang der Zeitrechnung in dem Momente beginnt, in welchem die mit der Sinusfunktion ausgedrückte Wellenkurve s_p (8*b*) die aperiodische Achse schneidet (wo $s_p = O$), was dem ersten Moment des ersten Viertels entspricht, dann entspricht die Schwingungsgeschwindigkeit in diesem Momente der Gleichung (31).

Oder wenn wir $v_{2\max}$ mit dem Produkt $a_2 w_2$ ausdrücken:

$$v_{2\max} = + a_2 w_2 \tag{32}$$

so wird der Wert von v_2 sein

$$v_2 = + v_{2\max} e^{-r_2 t} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \gamma_1\right). \tag{33}$$

Wenn wir die oben angegebene Bedingung in Betracht ziehen, dass der Schnittpunkt der Wellenkurve und der Achse zusammenfällt mit dem Zeitrechnungsanfang, so folgt für $t=O$,

$$e^{-r_2 t} = 1 \text{ und } \cos \frac{2\pi}{T} t = 1$$

$$v_{2,\,t=0} = v_{2\max} \cos 2\pi\eta \tag{34}$$

oder in ähnlicher Weise aus (31)

$$v_{2,\,t=0} = + a_2 w_2 \cos 2\pi\eta. \tag{34.a}$$

Um diesen (34a) Ausdruck zu vereinfachen, ziehen wir den Zusammenhang (30) in Betracht, setzen ihn in (34a) ein und erhalten

$$v_{2,\,t=0} = v_{02} = + a_2 M_2. \tag{35}$$

Der Ausdruck (35) stimmt überein mit dem Ausdruck der Geschwindigkeit in der aperiodischen Funktion, von der wir in der III. Mitteilung gesehen haben, dass $v_0=am$, oder wie wir später geändert haben:

$$v_{1,\,t=0} = a_1 M_1 \tag{6}$$

(Berichte Bd. XXXIV. 1929, p. 94, Separatabdruck p. 68). Die grosse Ähnlichkeit der Anfangsgeschwindigkeit $v_{t=n}=O$ der aperiodischen und periodischen Schwingungsbewegung (35) wirkt jedenfalls bezüglich der Verlässlichkeit unserer Erörterungen beruhigend.

Als zweiten Fall nehmen wir nun die mit (8d) bezeichnete Cosinusfunktion, in der

$$s_p = a_2 e^{-r_2 t} \cos (M_2 t) \tag{8.d}$$

bzw.

$$s_p = a_2 e^{-r_2 t} \cos \frac{2\pi}{T} t. \tag{8.d}$$

Die Geschwindigkeit ist entsprechend dem ersten Differentialquotienten

$$\frac{ds_p}{dt} = v_0 = - a_2 e^{-r_2 t} [r_2 \cos (M_2 t) + M_2 \sin (M_2 t)]. \tag{36}$$

Auf Grund der vorherigen Überlegungen und der Grundgleichungen (29) und (30) können wir auch (36) bedeutend vereinfachen. Wenn wir $r_2=w_2\sin 2\pi\eta$ und $M_2=w_2\cos 2\pi\eta$ in (36) einsetzen, so erhalten wir mit einigen Vereinfachungen

$$v_2 = -\, a_2 e^{-r_2 t} w_2 \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + 2\pi\eta\right). \tag{37}$$

Untersuchen wir dementsprechend, wie gross die Geschwindigkeit der Schwingung v_2 in Beginn des Versuches sein wird, wenn dieser Augenblick mit dem Beginn unserer Zeitrechnung und mit jenem Zustand des Ablaufes der Erscheinung,der den Anfangsmoment des zu berechnenden Versuches darstellt, zusammenfällt. Wie wir aus Fig. 31, die wir auf Grund der Versuchsergebnisse gezeichnet haben, ersehen, ist der Wert der Elongation s_p zur Zeit $t=O$ am grössten und wird von diesem Moment an eine Zeitlang ständig immer kleiner. Aus der Wiederholung der Periodizität kann festgestellt werden, dass der Anfangszustand unseres Versuches den Anfangszustand des zweiten Kreisviertels zeigt, in dem die Geschwindigkeit v_{02} natürlich eine andere sein wird, als in unserem vorherigen Falle, der sich auf den Anfangsmoment des ersten Viertels bezog.

Im Prinzip soll jetzt auch das Maximum der Geschwindigkeit $v_{2\,\max}$ gleich sein dem Produkte $a_2 w_2$, wie dies Gleichung (32) zeigt:

$$v_{2\max} = a_2 w_2 \tag{32}$$

und die Geschwindigkeit in jedem Momente der laufenden Zeit t wird

$$v_2 = -\, v_{2\,\max} e^{-r_2 t} \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \eta\right) \tag{38}$$

beziehungsweise

$$v_2 = -\, a_2 w_2 e^{-r_2 t} \sin\left(\frac{2\pi}{T}\, t + 2\pi\eta\right). \tag{39}$$

Infolge der Annahme, dass der Versuchsbeginn und der Beginn der Zeitrechnung zusammenfallen, und beide mit dem Orte der

grössten Elongation, übereinstimmen, wird aus den Gleichungen $e^{-r_2 t} = 1$ und $\cos 2\pi \frac{t}{T} = 1$ (38) resp. (39)

$$v_{2,\,t=0} = -\,a_2 w_2 \sin 2\pi\eta \tag{40}$$

oder wenn wir nach Gleichung (29) $r_2 = w_2 \sin 2\pi\eta$ in (40) einsetzen, so erhalten wir für die Anfangsgeschwindigkeit

$$v_{2,\,t=0} = -\,a_2 r_2 \tag{41}$$

Wir sehen, dass der Wert der Anfangsgeschwindigkeit $v_{2,\,t=0}$ je nach der Sinus (35) und Cosinusform (41) nicht der gleiche ist, da sowohl das Vorzeichen, als auch der neben der Amplitude a_2 stehende Faktor in beiden Fällen verschieden sind. Die Erklärung hiefür müssen wir in dem Umstande suchen, wie ich dies in der IX. Mitteilung 2. Kap. ausführlich darlegte, dass wir in dem zweiten Falle die Zeitrechnung statt auf t auf t' bezogen, was die Phasisverschiebung $\frac{\pi}{2}$ verursachte und des weiteren, dass wir statt Sinus die Cosinusfunktion benützten. Das mussten wir schon darum tun, weil dem Beginn unseres Versuches dieser Ausdruck am besten entsprach. Hätten wir unter dem Zwange der Versuchsdaten unsere Berechnungen mit der Sinusfunktion begonnen, so wären wir doch zur Cosinusfunktion gelangt, da die Sinusfunktion im zweiten Viertelkreise zum Cosinus wird, und dies hätte den von uns tatsächlich verwendeten Ausdruck zum Ergebnis erbracht. Die Geschwindigkeit ändert sich auf die Weise, wie unsere Ableitungen zeigen.

Da M_2, w_2, r_2, a_2, wie dies unsere Überlegungen und Berechnungen erweisen, in ihrer Abhängigkeit von der Zeit in erster Annäherung konstant sind, wird die aus der Multiplikation von a_2, mit M_2, resp. $a_2 r_2$ entstehende $v_{2,\,t=0}$ im Laufe unserer Versuche näherungsweise konstant sein.

In dieser allgemeinen Erörterung zeigte ich als Beispiel die Werte der Koeffizienten r_2, a_2, v_{02}, M_2, w_2, die zu den Wellen-

kurven gehören, welche wir erhalten, wenn wir die Wellenoberfläche nach $t=30$ Tagen schneiden. Sie sind die folgenden:

$$r_2 = 0{\cdot}000{,}490{,}49 \qquad M_{2,\,t=376{\cdot}78} = 0{\cdot}955{,}411$$
$$a_2 = 11{\cdot}789 \qquad w_{2,\,t=376{\cdot}78} = 0{\cdot}955{,}411{,}12$$
$$v_{02} = 0{\cdot}005{,}782{,}4 \qquad M_{2,\,t=1411{\cdot}3} = 1{\cdot}275{,}411$$
$$w_{2,\,t=1411{\cdot}3} = 1{\cdot}275{,}411{,}095$$

Zusammenfassung der X. Mitteilung.

In dieser X. Mitteilung setzt der Verfasser die Berechnungen der Wellenkurven und deren Koeffizienten fort. Die einzelnen Kapitel enthalten:

4. *Zahlenmässige Bestimmung der Koeffizienten r_2 und a_2.*

5. *Die Berechnung des Koeffizienten w_2 aus den Werten der Koeffizienten M_2 und r_2 auf Grund des Zusammenhanges*

$$w_2 = \sqrt{M_2^2 + r_2^2}.$$

6. *Zahlenmässige Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit v_{02}.*

Interessenten mögen nähere Orientierung in der Originalbeschreibung suchen.

*

In der IX. und X. Mitteilung finden wir als neues und nach dem Vorherigen unerwartetes Resultat, wie auf S. 821. und 831.

$$\frac{T_n}{2} : \frac{T_{n-1}}{2} = k$$

ersichtlich, dass es eine Konstante ist. *Dieser Zusammenhang bedeutet eine geometrische Progression der Periodenzeiten, im vorliegenden Falle eine abnehmende Progression,* als deren Veranlassung die strenge Gesetzmässigkeit in der zeitlichen Entwicklung der hier wirkenden potentiellen Energie (Arbeitsfähigkeit) betrachtet werden muss. Die fortwährende Veränderung des Potentials kann auf die fortwährenden Veränderungen der inneren physiologischen Faktoren zurückgeführt werden, diese hingegen werden durch die fort-

während Modifikation des Stoff- und Energiewechsels verursacht. Diese Gesetzmässigkeit wird berufen sein, eine wichtige Aufgabe zu erfüllen, wenn wir uns bestreben werden, den Zusammenhang zwischen diesen äusseren und inneren biologischen Verhältnissen und zwischen biomotorischer Energie und potentialer Eigenschaft im Versuche und theoretisch festzustellen.

Die Bedeutung dieses Zusammenhanges wird durch den Umstand gehoben, dass sich bei den Vegetationskegeln der höheren Pflanzen dieselbe geometrische Progression zeigt. Die neben den Basen der Hauptknospen sich bildenden Nebenknospen zeigen in ihrer Entfernung voneinander eine ähnliche geometrische Progression.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 26. Juni 1939.)

A DIPSACACEAE-CSALÁD UJ GÉNUSZA.

SZABÓ ZOLTÁN l. tagtól.

A *Cephalaria*-nemzetség feldolgozásakor a többi fajtól eltérő habitusával és részletsajátságaival figyelmemet magáravonta az a *Cephalaria*-nemzetségbe sorozott faj, amelyet SCHIMPER WILHELM 1838-ban gyüjtött Abesszíniában és amely *Cephalaria acaulis* STEUD. névvel került a herbáriumokba. (1. kép.) Magam lassankint majd minden európai herbáriumban találtam belőle egy-két (összesen 22) példányt és így fokozatosan megismerve a növényt, kialakult bennem az a nézet, hogy e faj nem sorolható a *Cephalaria*-nemzetség tagjai közé.

Már a M. T. Akadémia Vitéz-pályázatára 1914-ben benyujtott kéziratomban a nemzetség rendszerét olyképpen állapítottam meg, hogy a *Cephalaria* génusz alatt két algénuszt különböztettem meg, mégpedig az egyedül a *C. acaulis*t tartalmazó *I. Dipsacella* és a többi *Cephalaria*-fajt tartalmazó *II. Eucephalaria* algénuszt. Erre a megkülönböztetésre nemcsak az elszigetelt abesszíniai földrajzi elterjedés ösztönzött, hanem azok a morfológiai sajátságok is, amelyek a *Dipsacus*-génuszra is emlékeztettek. A nagyobb anyag tanulmányozása, továbbá a termés szövettani feldolgozása arra ösztönöztek, hogy később e fajt véglegesen kiemeljen a *Cephalariák* közül és a nemzetség rendszerét tőle függetlenül állapítsam meg, amint azt: «*A Cephalaria génusz rendszere*» c. értekezésemben (Math. Term. Tud. Értesítő XXXIX. 1922. p. 267—275) tettem. Ezután 1925-ben a «*Geschichte der Gattung Cephalaria*» (Magy. Bot. Lapok XXIV. 1925. 9. old.) c. értekezésemben a *Cephalaria acaulis* fajt a *Dipsacus*-génuszhoz tartozónak véltem.

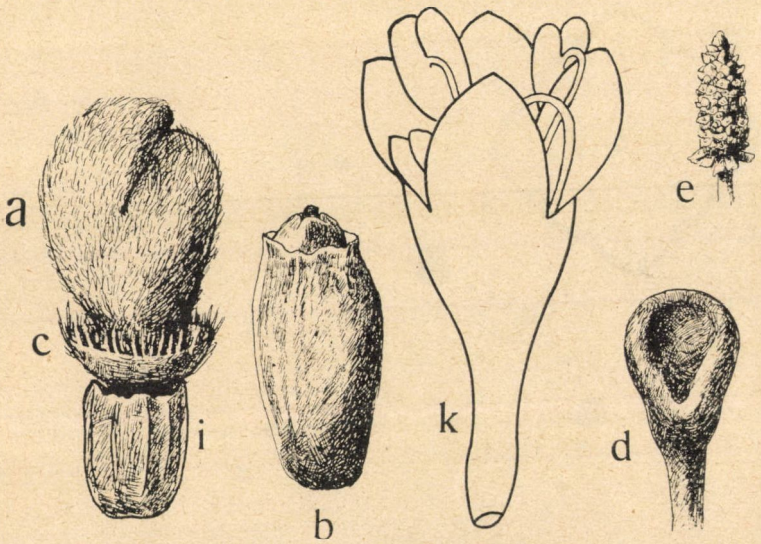
Azóta a *Dipsacus*-génusszal foglalkozva, beigazoltnak látom

1. kép. *Simenia acaulis* (STEUD) SZABÓ.
1. Egész növény 1/1. 2—3. Levélalakok 1/1. 4. Tőlevélalak 1/1. 5. Virágmurva 5/1. 6. Külső gallérlevél 2/1. 7. Termés 10/1. 8. Csésze 10/1. *del. Szabó.*

azt, hogy ez a faj a *Dipsacus*-génuszba sem sorolható anélkül, hogy ennek a génusznak világos és jól körülhatárolt sajátságait el ne homályosítanánk. Feltűnő ugyanis a *C. acaulis*-on, hogy a bimbókorban (1. kép 1) még gömbölyű virágzat, illetőleg ennek a tengelye a virágzó példányokon meglehetősen hengeresen meg-

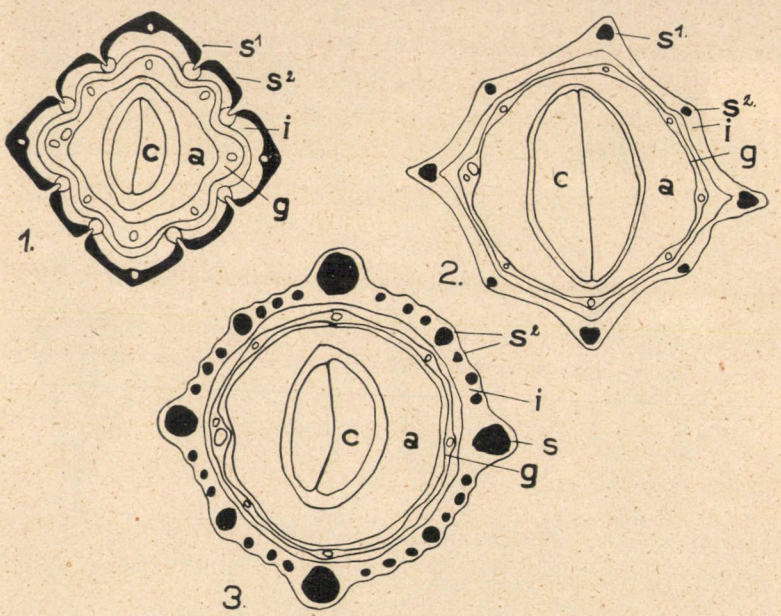
EGYETEMI KÖNYVTÁR

nyúlik (2. kép *e*), a *Dipsacus*ok és a *Succisá*k virágzatához hasonlóvá válván. Ezt a hasonlóságot fokozza még az a jelenség, hogy a virágzat alján alig van néhány gallérlevél (1. kép 1.), vagyis sterilis levél, ezek is rendesen hosszúra nyúltak, nem oly apróan pikkelyszerűek, mint a *Cephalarián*. Involucelluma fiatalon, bimbókorban (2. kép *i*) csúcsán alig észrevehetően négylebenyű, ami a *Cephalariá*k involucellumának kezdő fejlődési szakára emlékeztető, később a négy saroklebeny között igen alacsony köztes lebeny is kifejlődik, amikor azonban a termés megérik és megszárad, az egész involucellum a *Cephalaria*-nemzetség fognélküli *Phalacrocarpus* alnemzetségének termésére emlékeztet (1. kép 7, 2. kép *b*). Ez a hasonlóság az összevont nyakrész alacsony koronája miatt alakul meg. E miatt a *Dipsacus*-termésekhez is hasonlóvá válnék, azonban azon a néhány termésen, amelyet láttam, a bordázottság korántsem oly éles, mint a *Dipsacus*-fajokén. Mint az 1. képen (1—4) látható,



2. kép. *Simenia acaulis* (Steud). Szabó.
a = bimbó 7/1, *b* = éretlen termés 8/1, *c* = csésze 7/1, *d* = bibe 50/1. *e* = virágzati tengely 2/1. *i* = involucellum 7/1. *k* = párta és porzók 10/1. *del. Szabó.*

a levélszabás élesen eltér minden ismert *Cephalaria*- vagy *Dipsacus* fajtól. Ehhez hasonló különálló alkotású a csésze, amely teljesen épszélű (1. kép 8, 2. kép *i*), valóban szorosan vett csészealakú, peremén kisebb serteszőrökkel. Teljesen hiányzik a *Cephalariák* csészéjének fogazottsága. A párta csöve (2. kép *k*) viszonylagosan szintén hosszabb, mint a *Cephalariáké* és tölcséresen szétterülő.

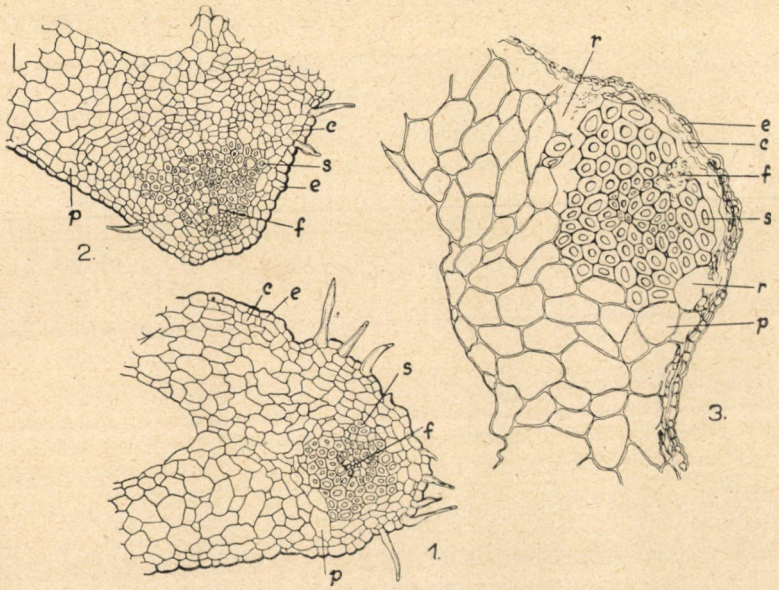


3. kép. *A Cephalaria leucantha* (1), *Dipsacus silvester* (2), és a *Simenia acaulis* (3) termésének keresztmetszete. *i* = involucellum, *s* = stereoma, *g* = ovarium, *a* = albumen, *c* = cotyledon.
1 : 30 *del. Mándy.*

A bibe a Cephalariákéhoz és Dipsacusokéhoz hasonló (2. kép *d*). A virágok tartólevelei (1. kép 5), a murvák a *Cephalariák*éra emlékeztetnek, igen kemény állományúak, csúcsuk különösen élesen elhatárolódó fekete rajzolattal apró szúrós heggyel. A gallérlevelek (1. kép 6) közül egynéhány hosszabbra nyúlik, tehát nem apróan pikkelyszerű, mint a *Cephalariáké*, de mégsem olyan erősen kifejlett, mint a *Dipsacus*oké. Szintén *Dipsacus*-vonás az is, hogy a virágzatok szélső virágai nem sugárzóak. Még azt is ki kell emel-

nünk, hogy az egész növény nélkülözi a *Dipsacus*okra jellemző tüskéket vagy a szúrós serteszőröket.

Amint ezekből az adatokból látszik, már a külső jellemvonások is megkülönböztetik ezt a fajt a *Cephalaria*-fajoktól éppúgy, mint a *Dipsacusok*tól. Annál érdekesebb az a különbség, amelyet a termésburok szöveti szerkezetében észlelhetünk. Amint a 3. kép



4. kép. *A termésbordák szövetei.*

1. Dipsacus silvester sarokborda. 1 : 500.
2. Dipsacus silvester köztesborda. 1 : 500.
3. Simenia acaulis sarokborda. 1 : 650.

e = epidermis, *c* = kristályréteg, *f* = edénynyaláb, *s* = stereoma, *r* = szövetszakadás, *p* = parenchyma. *del. Mándy.*

összeállításából látszik, a kritikus faj termésburkának szöveti szerkezetében a stereomaelemek eloszlása szintén a *Cephalaria* és a *Dipsacus* jellemző eloszlása közötti helyet foglalja el. A *Cephalariák* (3. kép 1) termésének középkeresztmetszetében mind a négy sarokbordában, mind pedig a négy köztes bordában összefüggő stereomalemezek (s^1, s^2) alakulnak, a *Dipsacus*ban különálló kötegek vannak (3. kép 2, s^1, s^2) a sarokbordákban és hasonlóan kisebb

kötegek a köztes bordákban. Ez okozza a *Dipsacus*-termések éles nyolcbordájúságát. Az *acaulis*-faj termésburka (3. kép 3) erősen kifejlett négy stereomaköteget (s^1) tartalmaz a sarokbordákban, de csak négy kisebbet (s^2) a köztes bordákban, ezeken kívül azonban a bordák közötti barázdákban 3—3 kisebb stereomaköteg állapítható meg, amelyek a termés alapjától kezdődő fokozatos elágazásokra vezethetők vissza. Ezt sorozatos metszetben megállapíthattam. E miatt látszik a fiatal involucellum koronája (2. kép *b*) a *Cephalariá*tól és a *Dipsacus*októl egyaránt eltérő lapos peremmel körülvéve, amely csak a négy sarkon tagolódik élesebben. A stereomaszövetek összehasonlítása a 4. képen látható.

Mindezek alapján indokoltnak látom az *acaulis*-faj részére az 1914. évi kéziratban elkülönített alnemzetséget külön nemzetségnek (génusznak) tekinteni — már csak azért is, mert így mind a *Cephalaria*-, mind pedig a *Dipsacus*-nemzetség egyöntetűsége megmarad. A *Dipsacella* nevet azonban el kell ejtenem, mert azt Opiz (Seznam, 1852 p. 38) más értelemben lefoglalta. E miatt a termőhely neve alapján *Simenia* génusznevet használom.

Simenia nov. gen.

Receptaculum cylindraceo-oblongum. Involucri foliola sterilia pauca, oblonga, paleis longiora, triangularia. Achenium fusiforme, apice contractum, minutissime sublobatum sub 8-sulcatum. Calyx cupularis, margine integer, pilosiusculus.

Spec. unica:

1. Simenia acaulis (Steud.) Szb.

Steudel in plant. Schimper. Abyss. sect. II. no 563, Richard, Tentamen Florae Abyssynicae, Paris (1847) p. 368., Walpers, Annales II. (1851—52) p. 803. — *C. abyssinica* Hochst. nom. in herb. mus. Berol.

Planta pumila. Caulis simplex, subscaposus, in exemplaria a me visa 15—30 cm altus, aphyllus, rarius subfoliosus, striatus, praecipue sub capitulo setosus. Folia plerumque radicalia, rosulata, infima spathulata, petiolata, ellyptico-oblonga, superiora subpetiolata, apice subobtusa, margine repanda vel crenata, hinc-inde lobata, lobis ovalibus, superne galbra, subtus in nervo medio

margineque pilosa. Capitulum globosum vel subcylindraceum, in volucri foliola pauca, triangularia, hinc inde elongata, pilosa, paleae oblongae, carinatae, apice brunneae, apiculatae, subpilosae. Achenium striatum, apice contractum, muticum, cca 4·5 mm long., 1·4 mm lat. Calyx cupularis, margine ciliatus. Involucellum florend tempore in descript. cl. RICHARDI: 4 alatum, apice 4 lobo, lobis acutis.

Icon nostra: no. 1. p. 2.

Distributio: Alpes Abyssiniae, distr. Simen.

Vidi: In monte Bachit (Bahit, Boua-hit prov. Semiène vel Simen Abyssiniae) leg. W. SCHIMPER, Iter Abyss. sect. II. no 563. 1838; 1857 no 31, 71. Floret Augusto. (Herb. DELESSERT Genève, mus. Wien, mus. Berolin, Breslau, acad. Petrop., hort. Petrop., mus. Budapest, univ. Firenze!)

A *Simenia acaulis* a Dipsacaceák családjának egyik legszebb tagja, amely immáron több mint száz esztendeje ismeretes. Felfedezője SCHIMPER WILHELM először 1838-ban gyüjtötte Abesszínia hegyvidékén. A felfedezőről érdemes megjegyezni azt, hogy állandóan Abesszíniában élt, ahová 30 éves korában került. Mannheimben 1804-ben született, Abesszínia tigréi tartományában telepedett le 1834-ben, amelynek fejedelmi helytartója volt, majd hosszú ideig fogságban élt és 1878-ban húnyt el Aduában. Már afrikai letelepedése előtt algieri tanulmányútját megírta és kiadta (1834), de abesszíniai gyüjtésének eredményei csak abban az exsiccata-kiadványban maradtak fenn, amelyet RICHARD dolgozott fel 1847-ben.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jan. 22-én tartott üléséből.)

EINE NEUE GATTUNG DER FAMILIE DER DIPSACACEEN.

Vom korresp. Mitglied ZOLTÁN v. SZABÓ.

Während der Bearbeitung der Gattung *Cephalaria* fiel mir eine von den übrigen Arten durch ihren Habitus und durch ihre sonstigen speziellen Eigenschaften abweichende, in die Gattung *Cephalaria* eingeordnete Art auf, die WILHELM SCHIMPER im Jahre 1838 in Abessinien sammelte und die unter dem Namen *Cephalaria acaulis* STEUD. (Abb. 1) ihren Weg in die Herbarien fand. Ich selbst fand sie nach und nach in fast allen europäischen Herbarien mit 1—2 Exemplaren vertreten (insgesamt 22 Stück) und auf diese Weise allmählich mit ihr bekannt geworden, wurde in mir die Ansicht reif, dass diese Art nicht den Gliedern der Gattung *Cephalaria* angereiht werden kann.

Zu dieser Unterscheidung bewogen mich nicht nur die abgetrennte abessinische geographische Verbreitung, sondern auch die morphologischen Eigenschaften, die an die Gattung *Dipsacus* erinnerten. Das Studium an einem grösseren Material, ferner die histologische Bearbeitung der Frucht, brachten es mit sich, dass ich diese Art endgültig aus der Gattung *Cephalaria* heraushob. In meiner im Jahre 1925 erschienenen, «*Geschichte der Gattung Cephalaria*» betitelten Abhandlung (Ung. Bot. Blätter, XXIV. 1925. S. 9) hielt ich die *Cephalaria acaulis* zur Gattung *Dipsacus* gehörig.

Seitdem, bei eingehender Befassung auch mit dieser Gattung, sehe ich es als erwiesen an, dass genannte Art in die Gattung *Dipsacus* nicht einzuordnen sei, ohne die klar und gut umgrenzten

Eigenschaften der letzteren unsicher zu gestalten. Es ist nämlich an der *C. acaulis* auffallend, dass der im Knospenzustande noch kugelige Blütenstand, resp. die Achse des letzteren sich zur Blütezeit walzig verlängert (Abb. 2*e*), wodurch eine Ähnlichkeit mit dem Blütenstande der *Dipsacus*- und *Succisa*-Arten entsteht. Diese Ähnlichkeit wird noch dadurch erhöht, dass sich am Grunde des Blütenstandes kaum einige Hüllblätter, resp. sterile Blätter vorfinden, auch sind sie für gewöhnlich langgestreckt (Abb. 1, 1) nicht schuppenartig klein, wie an den *Cephalarien*. Ihr Involucellum ist, jung, im Knospenzustande, an seinem Scheitel kaum wahrnehmbar vierzipfelig, was an das beginnende Entwicklungsstadium des Involucellums der *Cephalarien* erinnert, später entstehen noch zwischen den vier Eckzipfeln sehr niedrige Zwischenzipfel (Abb. 2*b*, *i*), bei Fruchtreife und nach dem Eintrocknen erinnert aber das ganze Involucellum etwas an die Frucht der zahnlosen Untergattung *Phalacrocarpus* der Gattung *Cephalaria*. Diese Ähnlichkeit kommt durch die niedrige Krone des eingezogenen Halsteiles zustande. Dadurch würde sie auch der Frucht des *Dipsacus* ähnlich werden, aber an den wenigen Früchten, die mir unterkamen, sind die Rippen keinesfalls so scharf hervortretend, wie an den Dipsacus-Arten (Abb. 1 : **7**). Wie in Abb. 1 ersichtlich, weicht der Blattzuschnitt scharf von dem aller bekannten *Cephalaria*- oder *Dipsacus*-Arten ab. Dementsprechend ist auch der Kelch ausnehmend gestaltet, der als vollständig ganzrandig im wahren Sinne des Wortes kelchförmig und an seinem Rande mit kleineren Borstenhaaren bestanden ist. (Abb. 1 : **8**, 2 : *i*). Die Zähnelung der *Cephalarien*-Kelche fehlt an ihm vollständig. Auch die Kronröhre ist verhältnismässig länger, als die der *Cephalarien*, und breitet sich trichterförmig aus (Abb. 2*k*). Die Tragblätter (Abb. 1 : **5**) der Blüten erinnern an die der *Cephalarien*, sind von sehr harter Konsistenz, mit einer sich scharf abgrenzenden schwarzen Zeichnung am Scheitel und in einer kleinen stacheligen Spitze endigend. Manche der Hüllblätter (Abb. 1 : **6**) sind länger gestreckt, also nicht klein schuppenartig, wie die der *Cephalarien*, doch auch nicht so stark entwickelt, wie die des *Dipsacus*. Ein Zug vom *Dipsacus* ist der Umstand, dass die Randblüten nicht strahlen. Die ganze Pflanze ist frei von für

die *Dipsacus*-Arten charakteristischen Stacheln und stacheligen Borstenhaaren.

Wie aus diesen Angaben hervorgeht, unterscheiden bereits die äusseren Merkmale diese Art von den Arten der Gattung *Cephalaria* und auch der Gattung *Dipsacus*. Umso interessanter aber ist jener Unterschied, den wir im Gewebeaufbau der Fruchthülle wahrnehmen können. Wie es aus der Zusammenstellung der Abbildung 3 ersichtlich ist, nimmt die Verteilung der Stereomelemente im Gewebeaufbau der Fruchthülle der kritischen Art eine Mittelstellung unter den bezeichnenden Verteilungen ein, die den *Cephalaria*- und den *Dipsacus*-Arten eigen sind. Im Querschnitte der Cephalarienfrüchte bilden sich sowohl in den vier Eckrippen, wie in den vier Zwischenrippen zusammenhängende Stereomplatten aus, in jenen der *Dipsacus*-Arten finden wir selbstständige Stränge in den Eckrippen und ähnlich kleinere Stränge in den Zwischenrippen. Dies verursacht die acht scharfen Rippen der Dipsacusfrüchte. Die Fruchthülle der «*C. acaulis*» enthält vier stark entwickelte Stereomstränge in den Eckrippen, aber bloss vier kleinere in den Zwischenrippen, ferner sind noch je drei kleinere Stereomstränge in den Furchen zwischen den Rippen wahrzunehmen, die auf die im basalen Teil der Frucht beginnenden sukzessiven Verzweigungen zurückzuführen sind, wie ich dies aus Serienschnitten feststellen konnte. Dies erklärt es, warum, abweichend von der *Cephalaria* und dem *Dipsacus*, die Krone des jungen Involucellums mit einem flachen Rand umgeben erscheint, der nur an den vier Kanten schärfer gegliedert ist (Abb. 2, *b*). Die Querschnitte der Abb. 4 zeigen die Struktur der Stereomstränge.

Auf Grund all des Vorhergesagten sehe ich es für begründet an, die bisherige «*C. acaulis*» als einen Vertreter einer selbstständigen Gattung zu betrachten. Auf diese Weise wird die Homogenität sowohl der Gattung *Cephalaria*, wie der Gattung *Dipsacus* bewahrt. Die neue Gattung benenne ich *Simenia*.

Zwischen den Gattungen der «*Dipsacacées*» in der VAN TIEGHEMschen Klassifizierung, das heisst zwischen den durch die achtrippige Fruchthülle, den viergliederigen Kelch, die vierlappige Krone und die einfache Narbe gekennzeichneten nahverwandten Gattungen *Dipsacus*, *Cephalaria*, *Simenia* und der die Art «*Dipsacus pilosus* L.

einschliessenden HILL'schen Gattung *Virga*, können wir auf Grund des Vorhergesagten folgende Unterschiede aufstellen:[1]

1. *Dipsacus*. Hüllblätter des Blütenstandes zahlreich, weit länger, als die Tragblätter der Blüten. Blütenstand eiförmig-walzig. Scheitel der Fruchthülle stumpf oder mit vier sehr kleinen Zähnen bestanden. Kelch schalenförmig, oft vierzipfelig. Krone sehr langröhrig, trichterig. Im Querschnitt der Fruchthülle acht Stereomstränge, die als acht scharfe Rippen hervortreten. Die vier Eckrippen schärfer, als die vier Zwischenrippen. *(D. silvester, laciniatus, sativus.)*

2. *Virga*.[2] Blütenstand beinahe kugelig, Hüllblätter wenige, weich, lanzettlich-abstehend, kaum länger, als die Tragblätter der Blüten. Scheitel der Fruchthülle mit vier kleinen Eckzähnen und vier Zwischenzähnen. Kelch schalenförmig, vierzipfelig. Krone kurzröhrig, trichterförmig. Im Querschnitt der Fruchthülle nach FISCHER[3] keine rippenbildenden Stereomstränge, es bildet sich vielmehr unter der ganzen Epidermis eine Stereomschichte mit 2—3 Reihen dickwandigen Zellen aus, die nur an den vier Eckkanten stärker in Erscheinung treten. (*Virga pilosa* HILL.)

3. *Cephalaria*. Blütenstand teller- oder kegelartig oder auf halbkugelförmigen Blütenboden kugelig, Tragblätter der Blüten einander dachziegelartig deckend, die äussersten klein, schuppenartig, eventuell ohne Blüten. Scheitel der Fruchthülle für gewöhnlich mit vier längeren und vier kürzeren Zähnen, manchmal zahnlos. Kelch kleinzähnig. Krone kurzröhrig, trichterförmig. Im Querschnitt der Fruchthülle in den vier breiten Rippen freistehende Stereomplatten. Die vier Eckrippen schärfer, als die vier flachen Zwischenrippen (65 Arten).

4. *Simenia*. Blütenstand anfangs kugelig, später sich mit walzenförmigem Blütenboden streckend. Tragblätter der Blüten

---

[1] FISCHER: Beiträge zur Systematik der Dipsaceen (Lotos, 1906).

[2] *Virga pilosa* HILL. Veg. Syst. V. 12. (1763), Hort. Kew. 75. (1768) fide BECK: Fl. Niedöst. II. 2. 1143 (1843). — *Dipsacella setigera* OPIZ, Ök. techn. Fl. Böhm. II. 1. (1838) p. 198 ex BECK l. c. — OPIZ, Seznam rostlim kveteny Ceske 1852, p. 38. — Conf. JUNGER in Öst. Bot. Zeitschr. 41 (1891) p. 134.

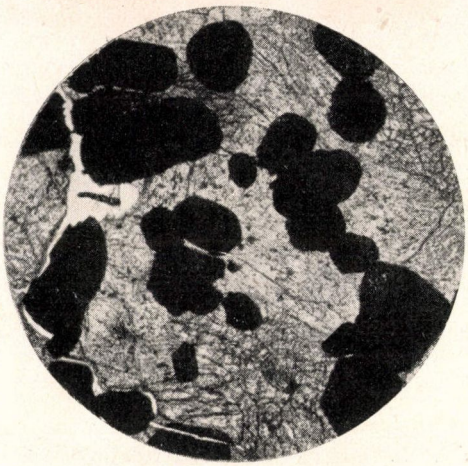
[3] Vergl. FISCHER: Beitr. zur Systematik der Dipsaceen (Lotos, 1906)

sich dachziegelartig deckend, die äusseren gestreckt, abstehend, blütenlos. Scheitel der Fruchthülle mit einem 4—8-mal sehr niedrig gezipfelten Rande. Kelch schalenförmig, vollkommen ganzrandig. Krone langröhrig, trichterförmig. Im Querschnitt der Fruchthülle an den vier Ecken stärkere Stereomstränge, dazwischen vier kleinere Stereomstränge, zwischen den 8 Strängen verlaufen weitere (je 3) getrennte Stereomstränge. Rippen der Fruchthülle verschwommen.

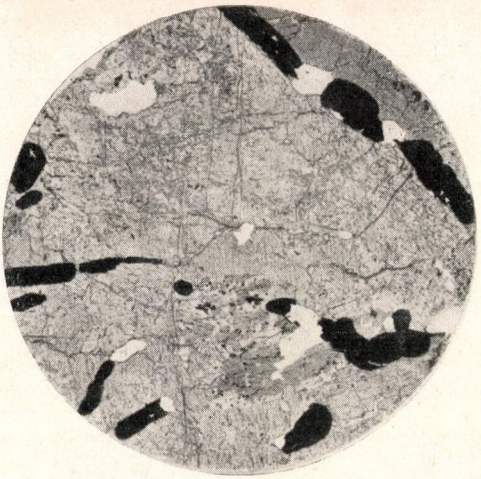
Die Diagnose der Untergattung und der ihr angehörigen Art siehe S. 404—405 des ungarischen Textes.

Die Art der beschriebenen Gattung ist eines der schönsten Glieder der Familie der Dipsacaceen, und nunmehr schon über hundert Jahre bekannt. Ihr Entdecker, WILHELM SCHIMPER, sammelte sie zuerst im Jahre 1838 in der Berggegend Abessiniens.

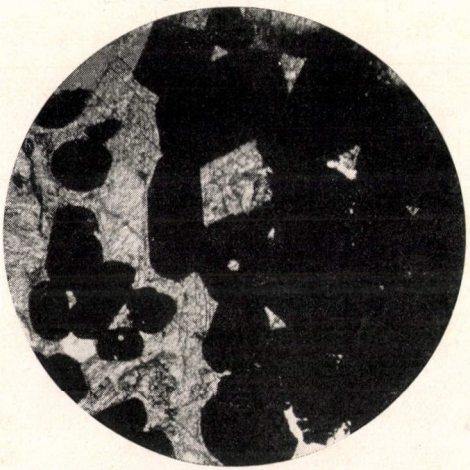
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Januar 1940.)



1.



2.



3.

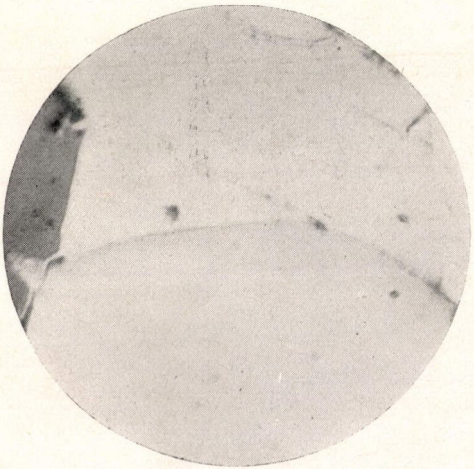
4.

5.

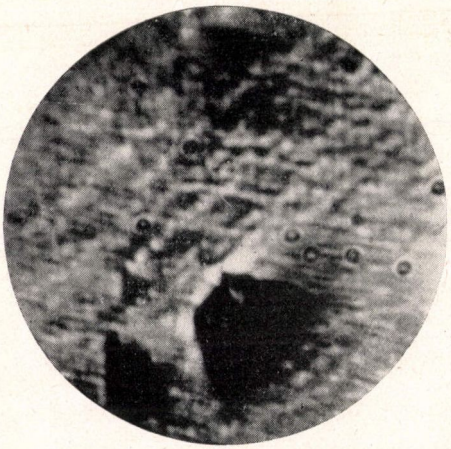
6.

7.

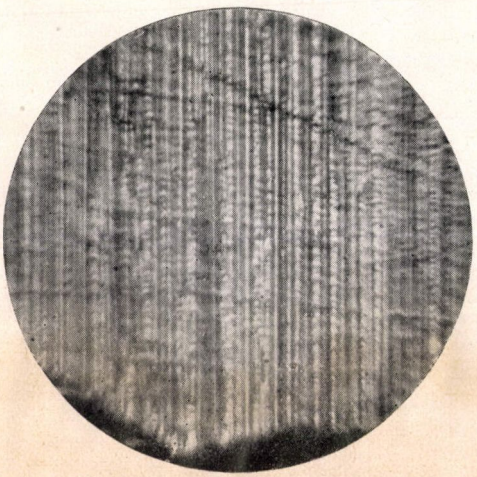
8.



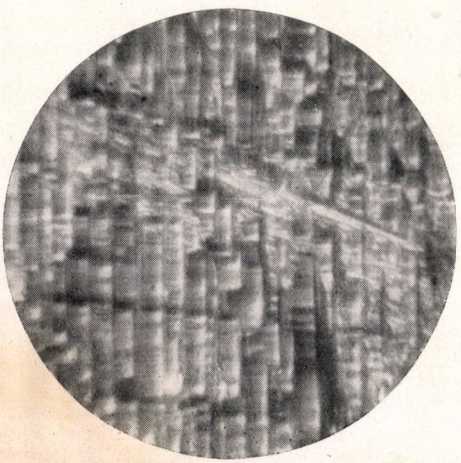
9.



10.

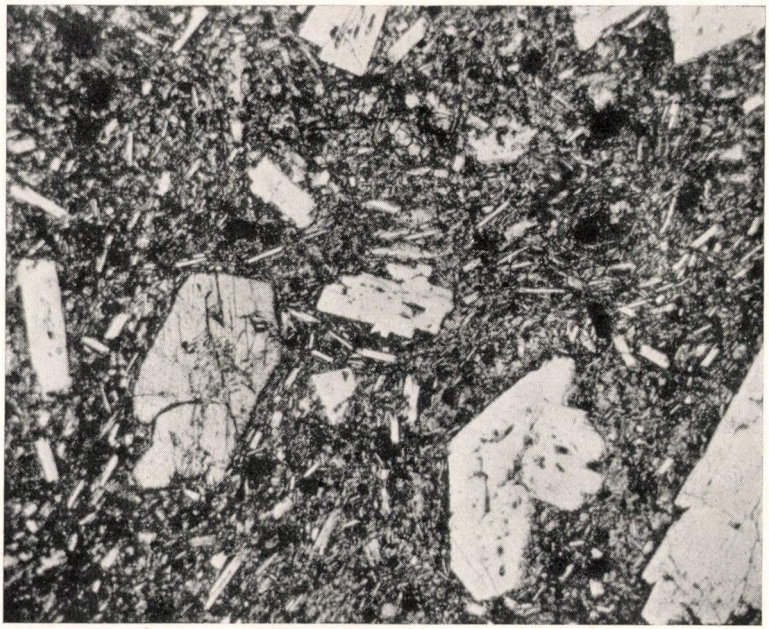


11.



12.

Jugovics L.: A Sulyomtető aszfaltnyomokat tartalmazó andezitje a Cserhát-hegységben.



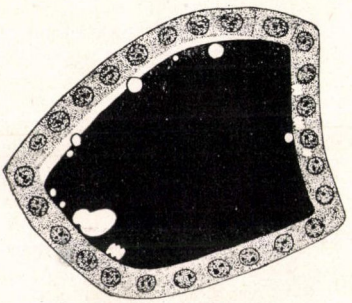
I. *Sulyomtető augitandezitje.* Beágyazások: plagioklasz és augit. Alapanyag: plagioklasz, augit, magnetit és üveg.

II. *Aszfaltnyomok a Sulyomtető augitandezitjében.* A nagyobb foltok közepén az augitkristály maradékai láthatók. A földpátkristályok hasadási irányai mentén, a korroziós üregekben, továbbá az alapanyagban az aszfalt igen finoman elosztva található.

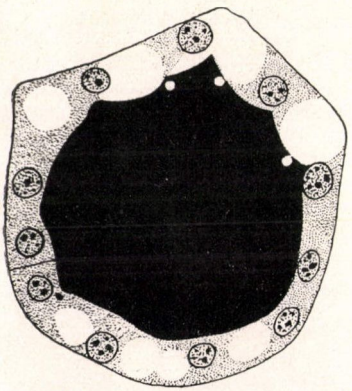
Mat. és Term.-tud. Értesítő.
LIX. évf. IV. tábla. 1940.

Gál Geláz: A madarak pajzsmirigyszerkezetének ciklikus változásai.

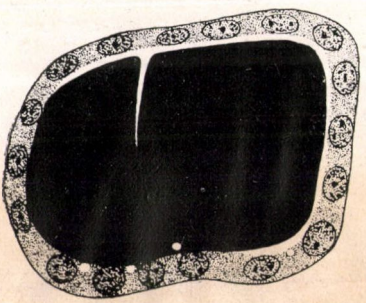
Fürj



II.

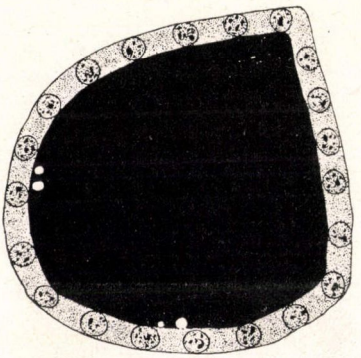


III.

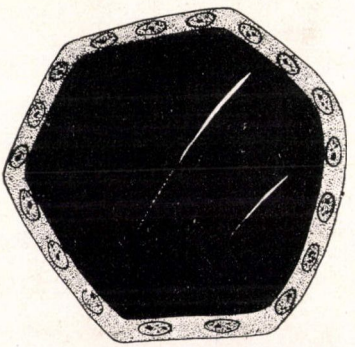


IV—V.

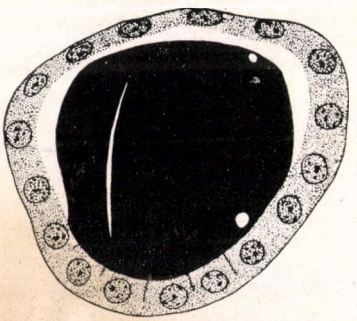
Fogoly



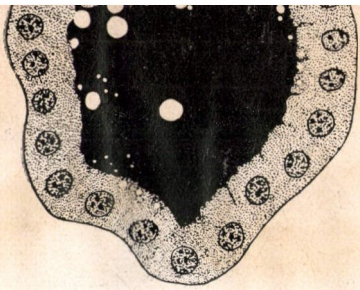
II.



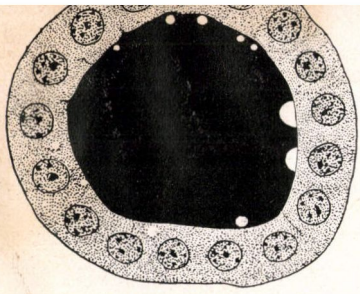
III.



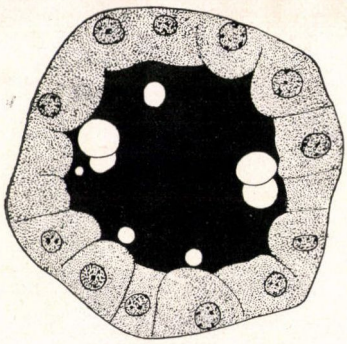
IV—V.



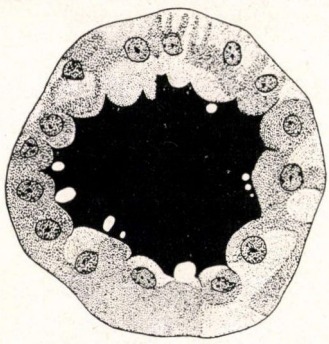
VI—VII.



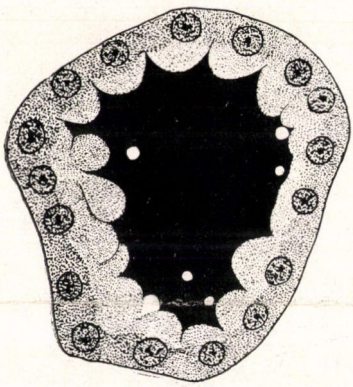
VI—VII.



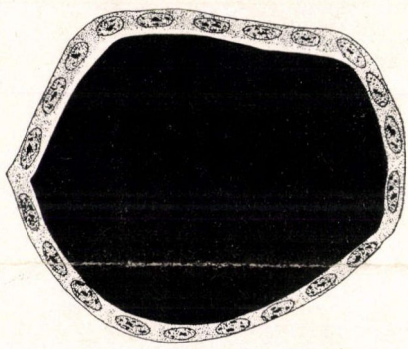
VIII—X.



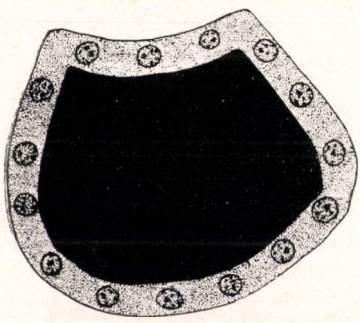
VIII—X.



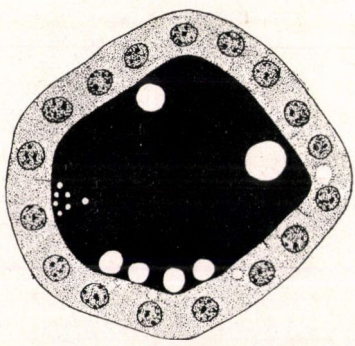
XI.



XI.



XII—I.



XII—I.

A fürj és a fogoly pajzsmirigy tüszőjének szerkezete hónapok szerint vázlatosan. — Bau der Schilddrüsenfollikel der Wachtel und des Rebhuhns nach Monaten, schematisch dargestellt.

HERMITE-DETERMINÁNSOKRA VONATKOZÓ NÉHÁNY TÉTELNEK INTUITIV LEVEZETÉSE.

RADOS GUSZTÁV t. tagtól.

A

$$H_a = |a_{gh}| \qquad (g=h=1, 2, \ldots, m)$$

m-edfokú determinánst HERMITE-félének nevezzük, ha elemei (melyek komplex számok) az

$$a_{gh} = \bar{a}_{hg} \qquad (g, h=1, 2, \ldots, m)$$

feltételeket kielégítik. Ezekben, valamint a következőkben, valamely $z = x + yi$ $(t=\sqrt{-1})$ komplex szám konjugált értékét $(x-yi)$-t $\bar{z}$-sal jelöljük.

A H_a determináns

$$A_1 = a_{11}$$

$$A_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

$$A_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad (L)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$A_m = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2m} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mm} \end{vmatrix}$$

főminorainak sorozatát, amelyben minden főminor az utána következőnek sarok-főminora, a *sarok-főminorok láncolatának* fogom nevezni.

E fogalom bevezetése után néhány a HERMITE-determinánsokra vonatkozó tétel a HERMITE-alakról való ismereteink alapján közvetetlenül adódik, holott közülök néhánynak direkt levezetése hosszadalmas tárgyalásokat igényel.

1. Tétel. *Ha a sarok-főminorok (L) láncolatában minden főminornak értéke pozitív szám, akkor összes főminorainak számértéke pozitív előjelű.*

Legyen

$$D_k = \begin{vmatrix} a_{k_1k_1} & a_{k_1k_2} & \dots & a_{k_1k_g} \\ a_{k_2k_1} & a_{k_2k_2} & \dots & a_{k_2k_g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{k_gk_1} & a_{k_gk_2} & \dots & a_{k_gk_g} \end{vmatrix}$$

egy tetszésszerinti főminora, akkor erről kell kimutatnunk, hogy értéke pozitív szám.

A H_a HERMITE-determináns az

$$f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} a_{gh} x_g \bar{x}_h$$

HERMITE-alaknak discriminánsa. Valamely HERMITE-alak — mint ismeretes — akkor és csak akkor definit pozitív alak, ha sarok-főminorainak láncolatában előforduló összes determinánsok pozitív előjelűek. Ezt tartsuk szem előtt és alkalmazzuk az f_a HERMITE-alakra a következő egyértelműen megfordítható lineáris helyettesítést:

$$\begin{aligned} x_{g_1} &= x'_1 \\ x_{g_2} &= x'_2 \\ &\dots\dots \\ x_{g_g} &= x'_g, \end{aligned} \qquad (H)$$

míg a többi x változókat változatlanul meghagyjuk. Az f_a transzformált alakja F_a olyan lesz, amelyben a D_k az F_a alak discriminánsának g-adfokú sarok-főminora. A (H) helyettesítés egyértelmű megfordíthatósága folytán az f_a és F_a értékkészlete azonos lévén f_a-val egy időben F_a definit pozitív alak, de akkor ennek minden sarok-főminora és így a D_k is pozitív. Ezzel a kimondott tétel be van bizonyítva.

2. Tétel. *Ha a H_a* HERMITE-*determináns sarok-főminorai-*

nak láncolatában a páros fokú főminorok pozitív értékűek, a páratlan fokúak negatív értékűek, akkor H_a-nak bármely páros fokú főminora pozitív számmal, bármely páratlan fokú főminora negatív számmal egyenlő.

Ugyanis ebben az esetben

$$-f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} (-a_{gh}) x_g \bar{x}_h$$

definit pozitiv alak lévén, discriminánsának bármely főminora az 1. tétel értelmében pozitív számmal egyenlő. Ha ismét D_k az f_a discriminánsának tetszésszerinti g-edfokú főminora, akkor

$$sg \cdot \begin{vmatrix} -a_{k_1 k_1} & -a_{k_1 k_2} & \dots & -a_{k_1 k_g} \\ -a_{k_2 k_1} & -a_{k_2 k_2} & \dots & -a_{k_2 k_g} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{k_g k_1} & -a_{k_g k_2} & \dots & -a_{k_g k_g} \end{vmatrix} = (-1)^g D_k = +1$$

lévén,

$$sg D_k = (-1)^g$$

és ezzel a tételünk be van bizonyítva.

3. Tétel. *Legyenek*

$$H_a = |a_{gh}| \quad \text{és} \quad H_b = |b_{gh}| \qquad (g, h = 1, 2, \dots, m)$$

oly HERMITE*-determinánsok, amelyek sarok-főminorainak láncolatában minden főminor pozitív számmal egyenlő, akkor a*

$$H_c = |a_{gh} + b_{gh}| \qquad (g, h = 1, 2, \dots, m)$$

determináns főminorai pozitív számmal egyenlők.

A tett föltevések mellett ugyanis az

$$f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} a_{gh} x_g \bar{x}_h$$

$$f_b = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} b_{gh} x_g \bar{x}_h$$

HERMITE-alakok mindketten definit pozitív alakok. Ekkor azonban e két alaknak összege, azaz a

$$\sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} (a_{gh} + b_{gh}) x_g \bar{x}_h$$

alak, melynek discriminánsa H_c is definit pozitív alak lévén, (az 1. tétel értelmében) H_c minden főminora pozitív számmal egyenlő.

4. Tétel. *Ha a* H_a *és* H_b HERMITE-*determinánsok sarok-főminoraiknak láncolatában a páros fokú főminorok pozitív, a páratlan fokúak negatív számokkal egyenlők, akkor ugyanez áll a* H_c *összes főminoraira.*

Ez onnan következik, hogy a tett föltevések mellett a

$$-(f_a+f_b)=\sum_{g=1}^{m}\sum_{h=1}^{m}(-a_{ga}-b_{ga})x_g\bar{x}_a$$

alak definit pozitív.

5. Tétel. *Ha*

$$H_a=|a_{gh}|_{(g,\,h=1,\,2,\ldots,\,m)} \qquad \text{és} \qquad |b_{kl}|_{(k,\,l=1,\,2,\ldots,\,n)}$$

HERMITE-*alakok sarok-főminorai mindannyian pozitív számokkal egyenlők és*

$$m>n,$$

akkor az

$$H_c=\begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{11}+b_{12} & \ldots & a_{1m}+b_{m1} & a_{1n+1} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \ldots & a_{2n}+b_{2n} & a_{2n+1} & \ldots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & \ldots & a_{nn}+b_{nn} & a_{nn+1} & \ldots & a_{nm} \\ a_{n+11} & a_{n+12} & \ldots & a_{n+1n} & a_{n+1n+1} & \ldots & a_{n+2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & a_{mn+1} & \ldots & a_{mm} \end{vmatrix}$$

HERMITE-*determinánsnak összes főminorai pozitív számokkal egyenlők.*

Ez ismét abból következik, hogy a definit pozitív

$$f_a=\sum_{g=1}^{m}\sum_{h=1}^{m}a_{gh}x_g\bar{x}_h$$

és

$$f_b=\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}b_{kl}x_k\bar{x}_l$$

HERMITE-alakok összeadásából keletkezett alak megint definit pozitív és discriminánsa a H_c determináns.

6. Tétel. *Ha a* H_a HERMITE-*féle determinánsa* ϱ-*adrangú és az*

$$|a_{gh}|_{(g,\,h=1,\,2,z\ldots,\,\varrho)}$$

ϱ-*adfokú sarok-főminorának minden sarok-főminora pozitív számmal egyenlő és a* H_b HERMITE-*determináns* σ-*adrangú és az*

$$|b_{kl}|_{(k,\,\varrho=1,\,2,\ldots,\,\sigma)}$$

sarok-főminorainak minden főminora pozitív számmal egyenlő, ha továbbá

$$m > n > \varrho > \sigma,$$

akkor az

$$H_c = \begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \ldots & a_{1n}+b_{1n} & a_{1n+1} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \ldots & a_{2n}+b_{2n} & a_{2n+1} & \ldots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & \ldots & a_{nn}+b_{nn} & a_{nn+1} & \ldots & a_{nm} \\ a_{n+11} & a_{n+12} & \ldots & a_{n+1n} & a_{n+1n-1} & \ldots & a_{n+1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & a_{mn+1} & \ldots & a_{mm} \end{vmatrix}$$

HERMITE-*determináns* ϱ-*adrangú és sorai és oszlopai úgy rendezhetők, hogy a* ϱ-*adfokú sarok-főminorának összes sarok-főminorai pozitív előjelű számokkal legyenek egyenlők.*

A tett föltevések mellett ugyanis van oly lineár helyettesítés, S, amely az

$$f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{n} a_{gh} x_g \bar{x}_h$$

$$f_b = \sum_{u=1}^{n} \sum_{v=1}^{n} b_{uv} x_u \bar{x}_v$$

semidefinit alakokat a következő alakokba viszi át:

$$Sf_a = a_1 X_1 \bar{X}_1 + a_2 X_2 \bar{X}_2 + \cdots + a_\varrho X_\varrho \bar{X}_\varrho \quad a_\alpha > 0 \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, \varrho)$$

$$Sf_b = b_1 X_1 \bar{X}_1 + b_2 X_2 \bar{X}_2 + \cdots + b_\sigma X_\sigma \bar{X}_\sigma \quad b_\beta > 0 \quad (\beta = 1, 2, \ldots, \sigma)$$

úgyhogy

$$S(f_a+f_b) =$$
$$=(a_1+b_1)X_1\overline{X}_1+\cdots+(a_\sigma+b_\sigma)X_\sigma\overline{X}_\sigma+a_{\sigma+1}X_{\sigma+1}\overline{X}_{\sigma+1}+\cdots+a_\varrho X_\varrho\overline{X}_\varrho.$$

Innen kitűnik $S(f_a+f_b)$ HERMITE-alak ϱ-adrangú. Mivel pedig a rangszám lineár helyettesítéssel szemben invariáns, következik, hogy az f_a+f_c alaknak rangszáma szintén ϱ. Mivel pedig $\varrho<m$, kimondhatjuk, hogy az f_a+f_b HERMITE-alak előjeltartó singuláris alak, tehát semidefinit pozitív alak és determinánsa a H_c determináns. Tételünk be van bizonyítva.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

DIE INTUITIVE HERLEITUNG EINIGER AUF HERMITESCHE DETERMINANTEN BEZÜGLICHEN SÄTZE.

Von GUSTAV RADOS Ehrenmitglied.

Bezeichnungen. Im Nachfolgenden wird der konjugierte Wert einer komplexen Zahl, $z=x+y\sqrt{-1}$ durch $\bar{z}$ bezeichnet. Die Determinante

$$H_a = |a_{gk}|_{(g,\,h=1,\,1,\ldots,\,m)}$$

wird eine HERMITEsche genannt, wenn

$$a_{hg} = \bar{a}_{gh}$$

ist. Die Hauptminoren

$$\left|\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1f} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2f} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{f1} & a_{f2} & \ldots & a_{ff} \end{array}\right|_{(f=1,\,2,\ldots,\,m)}$$

sollen *Eckminoren* genannt werden. Die m Eckminoren bilden eine *Minorenkette.*

Im vorstehenden Aufsatz wurden mittels bekannter auf HERMITEsche Formen bezüglichen Theoremen die nachfolgenden Sätze hergeleitet.

1. *Sind die m Determinanten der Minorenkette einer* HERMITE*-schen Determinante positiv, alsdann sind auch alle Hauptminoren derselben positiv.*

Dies folgt unmittelbar daraus, dass in diesem Falle die HERMITEsche Form

$$f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} a_{gh} x_g \bar{x}_h$$

eine positive definite Form ist.

2. *Sind unter den Determinaten der Kette diejenigen deren Grad eine gerade Zahl ist positiv, diejenigen von ungeraden Grade negativ, so zeigen alle Hauptminoren dasselbe Verhalten.*

Der Beweis dieses Satzes erledigt sich durch die Bemerkung, daß unter den gemachten Voraussetzung die HERMITE'sch Form

$$-f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} (-a_{gh})\, x_g \bar{x}_h$$

positiv definit ist.

3. *Besteht die Minorenkette der* HERMITE*schen Determinante*

$$H_a = |a_{gh}|_{(g,\, h=1,\, 2,\ldots,\, m)}$$

aus positiven Zahlen und auch diejenige der HERMITE*schen Determinante*

$$H_b = |b_{kl}|_{(k,\, l=1,\, 2,\ldots,\, n)}$$

und ist $m > n$, so sind alle Hauptminoren der Determinante

$$H_c = \begin{vmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \ldots & a_{1n}+b_{1n} & a_{1n+1} & \ldots & a_{1m} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \ldots & a_{2n}+b_{2n} & a_{2n+1} & \ldots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1}+b_{n1} & a_{n2}+b_{n2} & \ldots & a_{nn}+b_{nn} & a_{nn+1} & \ldots & a_{nm} \\ a_{n+11} & a_{n+12} & \ldots & a_{n+1n} & a_{n+1n+1} & \ldots & a_{n+1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \ldots & a_{mn} & a_{mn+1} & \ldots & a_{mm} \end{vmatrix}$$

positiv.

Dieser Satz ergibt sich aus der einfachen Bemerkung, dass mit den positiv definiten HERMITEschen Formen

$$f_a = \sum_{g=1}^{m} \sum_{h=1}^{m} a_{gh} x_g \bar{x}_h$$

$$f_b = \sum_{k+1}^{m} \sum_{l=1}^{m} b_{kl} x_g \bar{x}_l$$

zugleich die HERMITEsche Form $f_a + f_b$ positiv definit ist und H_c die Discriminanten von $f_a + f_b$ ist.

4. *Sind in den Minorenketten von H_a und H_b die Minoren von geraden Grade gleich positiven Zahlen, diejenigen von*

ungeraden Grade gleich negativen Zahlen, so gilt dasselbe von allen Hauptminoren der HERMITEschen *Determinante* H_c.

Dies folgt daraus, dass in diesem Falle $-(f_a+f_b)$ eine negative definite HERMITEsche Form ist.

5. *Ist* H_a *vom Range* ϱ *und* H_b *vom Range* σ *und ist* D_ϱ *eine nicht verschwindender Eckminor und sind ferner die nicht-verschwindenden Minoren der Kette von* D_ϱ *gleich positiven Zahlen und*

$$m > n > \varrho > \sigma,$$

so ist H_c *vom Range* ϱ *und es können in ihr die Reihen und Spalten so angeordnet werden, dass der Eckminor sowie alle Hauptminoren seiner Kette gleich positiven Zahlen seien.*

In diesem Falle können die Formen f_a und f_b durch dieselbe lineare Substitution auf die kanonische Form gebracht werden, woraus gefolgert werden kann, dass f_a+f_b eine positive semidefinite HERMITEsche Form vom Range ϱ ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

A GÖMB LINEÁRIS CSOPORTJÁNAK TOPOLÓGIAI JELLEMZÉSE.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

Bevezetés.

Jelen dolgozatomban az euklidesi sík hasonlósági csoportjának és a gömb lineáris csoportjának topológiai jellemzésére vonatkozó problémát oldom meg, a következő tételek bebizonyításával.

I. tétel. *A sík önmagára való topologikus leképezéseinek minden kétszeresen tranzitív, folytonos csoportja homöomorf az euklidesi sík hasonlósági leképezéseinek a csoportjával.*

II. tétel. *A gömbfelület önmagára való topologikus leképezéseinek minden háromszorosan tranzitív, folytonos csoportja homöomorf a gömb lineáris leképezéseinek a csoportjával.*

Az I. tétel egyszersmind új megoldását adja az euklidesi sík-mozgáscsoport topológiai jellemzésére vonatkozó problémának, melyet HILBERT oldott meg «*Über die Grundlagen der Geometrie*» című nevezetes dolgozatában. Az I. tétel alapján ugyanis az euklidesi sík mozgáscsoportja úgy jellemezhető, mint a sík kétszeresen tranzitiv folytonos csoportjának az egész síkon *reguláris leképezéseiből* álló invariáns alcsoportja.[1]

A II. tétel szolgáltatja a körgeometriának és a komplex egyenes projektiv geometriájának topológiai alapját. Ennek segítségével CARTAN-nak a komplex egyenes projektiv geometriájára

---

[1] A reguláris leképezések fogalmára vonatkozóan l. KERÉKJÁRTÓ BÉLA: Felületek reguláris leképezéseinek elmélete. Mat. és Term.-tud. Értesítő, 43. köt. (1934) 371—406. o.

vonatkozó fontos vizsgálatait[2] közvetlenül a lineáris csoport topológiai tulajdonságaihoz kapcsolhatjuk, a nélkül, hogy ennek a csoportnak analitikus kifejezését felhasználnók. Erre a kérdésre másik dolgozatomban fogok visszatérni.

A tárgyalás alapjául következő tételem szolgál, mely a folytonos csoportok analitikus jellegére vonatkozó HILBERT-féle problémának a kéttagú csoportok esetében való teljes megoldását adja:[3]

Minden kéttagú folytonos csoport homöomorf a következő négy csoport közül valamelyikkel:

1. az egyenes irányítását megtartó hasonlósági leképezéseinek csoportja;

2. az euklidesi sík eltolásainak csoportja;

3. a körhengerfelület mozgáscsoportja;

4. a torusfelület önmagában való eltolásainak csoportja.

Ebből a tételből közvetlenül következik, hogy *a sík, illetve a gömb az egyedüli olyan felület, melyen kétszeresen, illetve háromszorosan tranzitív folytonos csoport létezik.*

1. §. A sík kétszeresen tranzitív csoportjában foglalt forgásokról.

Legyen G a sík önmagára való topologikus leképezéseinek egy csoportja. Bevezetünk a síkban egy *korlátos mértéket*, például a síknak egy gömbfelületre való stereográfikus vetítése által.

Tegyük fel, hogy a G csoport a síkon *kétszeresen tranzitív* a következő értelemben: bármely két (A, B) és (A', B') pontpárnak megfelel a G csoport egy és csak egy olyan leképezése, mely A-t A'-be és B-t B'-be viszi át.

A kétszeresen tranzitív G csoportot *folytonos*nak nevezzük, ha minden (A, B) pontpárnak és tetszőleges pozitív ε számnak

---

[2] CARTAN, ELIE: Leçons sur la géométrie projective complexe. Paris, 1931.

[3] KERÉKJÁRTÓ, B. v.: Geometrische Theorie der zweigliedrigen kontinuierlichen Gruppen. Abhandl. Mathem. Seminar. Hamburg, 8. k. (1930), 107—114. o.

megfelel egy olyan pozitív δ szám, hogy G-nek bármely leképezése, mely A-t is, B-t is δ-nál kevesebbel mozdítja el, ε-nál kevesebbel különbözik az azonosságtól, vagyis minden más pontot ε-nál kevesebbel mozdít el.

Ha (A', B') olyan pontpár, hogy az (A, A') és (B, B') távolságok δ-nál kisebbek, s ha (A°, B°) tetszőleges más pontpár, jelöljük T-vel és T'-vel G-nek azt a leképezését, mely az (A°, B°) pontpárt (A, B)-be, illetve (A', B')-be viszi át. A $T^{-1}T'$ leképezés A-t A'-be, B-t B'-be viszi át, s így ε-nál kevesebbel különbözik az azonosságtól. E szerint a T és T' leképezések ε-nál kevesebbel különböznek egymástól, vagyis minden P pontra nézve a $T(P)$ és $T'(P)$ képpontok távolsága kisebb mint ε. A G csoportnak ezt a tulajdonságát úgy fejezzük ki, hogy G-nek az (A°, B°) pontpárt az (A, B) pontpárba átvivő leképezése az (A, B) pontpárral *folytonosan változik.*

A G csoport folytonosságából közvetlenül következik, hogy *G összes leképezései megtartják az irányítást.*

Legyen O a sík valamely pontja. A G csoportnak azok a leképezései, melyeknek O fixpontja, G-nek alcsoportját képezik, mely az O pontban pontozott síkon egyszeresen tranzitív; ezt az alcsoportot G_O-val jelöljük. Ha tehát P és P' két tetszőleges, az O-tól különböző pont, van G_O-ban egy és csak egy olyan leképezés, mely P-t P'-be viszi át.

A Bevezetésben idézett, a kéttagú folytonos csoportokra vonatkozó tételemből következik:

1.1. A G csoportnak azok a leképezései, melyek az O pontot változatlanul hagyják, G-nek egy kommutatív G_O alcsoportját alkotják; ez homöomorf az euklidesi sík egy O pontjára vonatkozó hasonlósági leképezéseinek a csoportjával.

1.2. A G_O csoport tartalmaz egy egytagú ciklikus Γ_O alcsoportot, mely az O körül való forgások csoportjának felel meg.

A Γ_O csoporthoz tartozó leképezéseket az *O pont körül való forgások*nak nevezzük. Ha A az O-tól különböző pont, a Γ_O csoportnak az A ponton áthaladó *pályavonala*, vagyis azoknak a pontoknak az összessége, melyekbe A a Γ_O csoport leképezéseinél átmegy, egyszerű zárt görbe; k_O-val vagy k_O^A-val jelöljük s az A ponton áthaladó O középpontú *kör*nek nevezzük.

1.3. A G_O csoport minden leképezésénél a k_O körök serege önmagába megy át.

Legyen ugyanis ϱ a I'_O és T a G_O csoportnak egy-egy tetszőleges eleme. Jelöljük $B=\varrho(A)$ és $A'=T(A)$-val az A pontnak ezeknél a leképezéseknél származó képét. Mivel T és ϱ felcserélhető, tehát $T(B)=\varrho T(A)=T\varrho(A)=\varrho(A')$. E szerint a k_O^A kör B pontját a T leképezés a $k_O^{A'}$ körhöz tartozó $B'=\varrho(A')$ pontba viszi át.

A Γ_O ciklikus csoportban van egy és csak egy involutorius leképezés; σ_O-val jelöljük s *az O pont körül való félforgás*nak nevezzük.

Ha A és B egymástól különböző pontok, van a G csoportban egy és csak egy olyan σ leképezés, mely az (A, B) pontpárt a (B, A) pontpárba viszi át. A σ leképezés négyzete: σ^2 önmagába viszi át A-t és B-t, tehát σ^2 az azonosság: $\sigma^2=I$. σ a síknak önmagára való involutorius leképezése megmaradó irányítással; ennek egy és csak egy fixpontja van, C.[4] σ a C pont körül való, a I'_C csoportban foglalt félforgás. A C *pontot* az A, B *pontpár középpontjá*nak nevezzük.

1.4. Ha a G csoport T leképezése az A, B pontokat az A', B' pontokba, akkor az A, B pontpár C középpontját az A', B' pontpár C' középpontjába viszi át.

Jelöljük ugyanis $C'=T(C)$-vel a C pontnak a T leképezésnél származó képét. A σ_C félforgásnak T-vel való transzformáltja, vagyis $T^{-1}\sigma_C T$ involutorius leképezés, melynek fixpontja C'; ezért $T^{-1}\sigma_C T=\sigma_{C'}$. Mivel T^{-1}-nél A' A-ba, σ_C-nél A B-be és T-nél B B'-be megy át, tehát $\sigma_{C'}$ felcseréli egymással A'-t és B'-t, vagyis C' az A', B' pontpár középpontja,

1.5. Az A, B pontpár középpontja folytonosan változik az A, B pontokkal.

A G csoport folytonosságából következik, hogy G-nek az a T leképezése, mely A-t A'-be és B-t B'-be viszi át, tetszőlegesen

---

[4] *A sík minden önmagára való periodikus leképezése vagy forgással, vagy tükrözéssel homöomorf, aszerint, hogy megtartja vagy megfordítja az irányítást.* Lásd KERÉKJÁRTÓ, B. v.: Vorlesungen über Topologie. Berlin, 1923. 224—226. o.

kevéssel különbözik az azonosságtól, ha az (A, A') és (B, B') távolságok elegendő kicsinyek. Mivel $C' = T(C)$, tehát C és C' távolsága is tetszőleges kicsiny.

1.6. A σ_C félforgás folytonosan változik a C ponttal.

Legyen η tetszőleges pozitív szám. A σ_C félforgás egyenletes folytonossága következtében van olyan pozitív ε szám (tegyük fel, hogy $\varepsilon < \eta$), hogyha a P, Q pontok távolsága kisebb mint ε, σ_C-nél származó képeik távolsága kisebb mint η, vagyis: $(\sigma_C(P), \sigma_C(Q)) < \eta$, ha $(P, Q) < \varepsilon$. Legyen A a C-től különböző pont. A G csoport folytonosságából következik olyan δ pozitív szám létezése, hogyha $(C, C') < \delta$, akkor G-nek az a T leképezése, mely C-t C'-be és A-t önmagába viszi át, az azonosságtól ε-nál kevesebbel különbözik.

Legyen P egy tetszőleges pont; a fentiek szerint

$$(P, T^{-1}(P)) < \varepsilon,$$

s ezért:

$$(\sigma_C(P), T^{-1}\sigma_C(P)) < \eta;$$

továbbá:

$$(T^{-1}\sigma_C(P), T^{-1}\sigma_C T(P)) < \varepsilon.$$

Ebből a két egyenlőtlenségből következik:

$$(\sigma_C(P), T^{-1}\sigma_C T(P)) < \varepsilon + \eta < 2\eta.$$

Mivel pedig $T^{-1}\sigma_C T(P) = \sigma_{C'}(P)$, az utóbbi egyenlőtlenség azt jelenti, hogy a $\sigma_C(P)$ és $\sigma_{C'}(P)$ pontok távolsága kisebb a tetszőlegesen kicsiny 2η számnál, feltéve, hogy a C és C' pontok távolsága kisebb mint δ.

1.7. Ha A és B különböző pontok, a σ_A és σ_B félforgások $\sigma_A\sigma_B$ szorzatának nincs fixpontja.

Ha ugyanis C fixpont volna a $\sigma_A\sigma_B$ leképezésnél, jelöljük ennek σ_A-nál származó képét C'-vel; akkor $\sigma_A(C) = C'$ és $\sigma_B(C') = C$. Mivel σ_A és σ_B involutorius leképezések, ugyancsak $\sigma_A(C') = C$ és $\sigma_B(C) = C'$, tehát C' is fixpont volna a $\sigma_A\sigma_B$ leképezésnél, mely tehát — mivel két fixpontja van — az azonosság lenne. Ez ellenmondás.

1.8. Ha P tetszőleges pont, és $P, \tau(P), \tau^2(P), \ldots$ a P pont-

nak a $\tau = \sigma_A \sigma_B$ *leképezés hatványainál származó képei, akkor ezeknek a pontoknak a sorozata divergens.*

Ez az állítás az 1.7 tétel alapján közvetlenül következik a BROUWER-féle transzláció-tételből.

2. §. A G_O csoportban foglalt homotétikus leképezésekről.

Az A_1 pont által származtatott O kezdőpontú *lánc*on értjük a következő pontok sorozatát:

$A_1, A_2 = \sigma_{A_1}(O), A_3 = \sigma_{A_2}(A_1), \ldots, A_n = \sigma_{A_{n-1}}(A_{n-2}), \ldots$

Jelöljük A_{-1}-gyel az A_1 pontnak a σ_O félforgásnál származó képét: $A_{-1} = \sigma_O(A_1)$, és legyen $A_{-2}, A_{-3}, \ldots$ az A_{-1} pont által származtatott O kezdőpontú lánc. Az

$$\ldots, A_{-n}, \ldots, A_{-2}, A_{-1}, A_0 = O, A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$$

pontsorozatban, melyet *kettőslánc*nak nevezünk, minden A_ν pont az $A_{\nu-1}, A_{\nu+1}$ pontpárnak a középpontja.

2.1. A kettőslánc A_k *pontja körül való* σ_{A_k} *félforgás az* A_n *pontot az* A_{2k-n} *pontba viszi át.*

Egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy $k=0$. A σ_O félforgás az O pontot önmagába és A_1-et A_{-1}-be viszi át; mivel A_1 az O, A_2 pontpár középpontja, az 1.4 tétel szerint $\sigma_O(A_1)=A_{-1}$ az $O, \sigma_O(A_2)$ pontpár középpontja, s így $\sigma_O(A_2)=A_{-2}$. Teljes indukcióval következik ebből, hogy minden n-re $\sigma_O(A_n) = A_{-n}$.

2.2. A lánc pontjai divergens sorozatot alkotnak.

Ugyanis a σ_O és σ_{A_1} félforgások $\sigma_O\sigma_{A_1}$ szorzatánál az A_n pont az A_{n+2} pontba megy át 2.1 szerint; az 1.8 tételből következik tehát, hogy az $A_1, A_3, A_5, \ldots$ és az $A_2, A_4, A_6, \ldots$ sorozatok divergensek.

2.3. Ha a G_O *csoport* T *leképezése az* A_1 *pontot az* A'_1 *pontba viszi át, akkor az* A_1 *pont által származtatott lánc n-edik elemét az* A'_1 *által származtatott lánc n-edik elemébe viszi át.*

A T leképezés az 1.4 tétel szerint az O, A_2 pontpár A_1 középpontját az $O, T(A_2)$ pontpár $A'_1 = T(A_1)$ középpontjába viszi át; ebből következik, hogy $T(A_2) = A'_2$. Teljes indukcióval következik hasonlóan $T(A_n) = A'_n$.

Jelöljük minden n pozitív egész számra vonatkozóan T_n-nel

a G_0 csoportnak azt a leképezését, mely az A_1 pontot az általa származtatott lánc n-edik pontjába, A_n-be viszi át. Könnyen belátható, hogy T_n független az A_1 pont megválasztásától; ha ugyanis A_1' valamely más pont, és T a G_0 csoportnak az a leképezése, mely A_1-et A_1'-be viszi át, akkor 2.3 szerint a $T^{-1}T_nT$ leképezés az A_1' pontot az általa származtatott lánc n-edik elemébe viszi át. Mivel pedig G_0 kommutatív, tehát $T^{-1}T_nT = T_n$.

A 2.1 tétel folytán az $A_1, A_2, \ldots$ láncnak $A_{n'}, A_{2n'}, A_{3n'}, \ldots$ elemei maguk is láncot alkotnak. A $T_{n'}$ leképezés az A_1 pontot az $A_{n'}$ pontba, s ezért 2.3 szerint az A_n pontot az $A_{nn'}$ pontba viszi át. A $T_{nn'}$ leképezés is, a $T_nT_{n'}$ leképezés is A_1-et $A_{nn'}$-be viszi át; ebből következik, hogy

$$T_nT_{n'} = T_{nn'}.$$

Jelöljük $T_{m/n}$-nel a $T_mT_n^{-1}$ leképezést. Mivel G_0 kommutatív csoport, tehát tetszőleges pozitív egész számokra fennáll a következő vonatkozás:

$$T_{m/n}T_{m'/n'} = T_mT_n^{-1}T_{m'}T_{n'}^{-1} = T_mT_{m'}T_n^{-1}T_{n'}^{-1} = T_{mm'}T_{nn'}^{-1} = T_{mn'/nm'},$$

vagyis tetszőleges pozitív racionális r és r' számokra:

$$T_rT_{r'} = T_{rr'}.$$

Ezzel igazoltuk a következő tételt:

2.4. A racionális pozitív r számoknak megfelelő T_r leképezések a G_0 csoport alcsoportját alkotják. T_r és $T_{r'}$ szorzata $T_{rr'}$.

Minden racionális pozitív r számra nézve jelöljük A_r-rel az A_1 pontnak a T_r leképezésnél származó képét; jelöljük továbbá A_{-r}-rel az A_r pontnak a σ_0 félforgásnál származó képét.

Ha n tetszőleges pozitív egész számot jelent, az $A_{m/2n}$ $(m=0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$ pontok kettőslláncot alkotnak 2.3 szerint. Erre a kettőslláncra alkalmazva a 2.1 tételt, adódik a következő eredmény:

2.5. A σ_0 félforgásnak és az $A_{r/2}$ pont körül való félforgásnak a szorzata, melyet τ_r-rel jelölünk, az $A_{r'}$ pontot az $A_{r+r'}$ pontba viszi át (r és r' tetszőleges racionális számok).

Bebizonyítjuk a következő tételt:

2.6. Az $A_{1/2}$, $A_{1/3}$, $A_{1/4}$,... *pontsorozat az* O *ponthoz konvergál.*

Jelöljük k^n-nel és $k^{1/n}$-nel az A_n, illetve az $A_{1/n}$ ponton áthaladó, O középpontú kört. Ha az $A_{1/n}$ pontok sorozata nem konvergálna A-hoz, legyen $n_1, n_2, \ldots$ pozitív egész számoknak olyan sorozata, hogy az összes $A_{1/n_1}, A_{1/n_2}, \ldots$ pontok egy O középpontú k^* körnek külsejében feküsznek. Mivel minden n-re $T_n(k^{1/n}) = k^1$, tehát ha Q a k^* kör belsejének tetszőleges, az O-tól különböző pontja, akkor Q-nak a $T_{n_1}, T_{n_2}, \ldots$ leképezéseknél származó képei valamennyien a k^1 kör belsejében vannak. Jelöljük T-vel a G_O csoportnak azt a leképezését, mely a Q pontot A_1-be viszi át. Minden ν indexre nézve a $T_{n_\nu} T(Q) = TT_{n_\nu}(Q) = T_{n_\nu}(A_1) = A_{n_\nu}$ pont a $T(k^1)$ kör belsejében feküdnék, ellentétben a 2.2 tétellel, mely szerint az $A_1, A_2, \ldots$ sorozat divergens.

2.7. Az A_1 *pontnak és tetszőleges pozitív* ε *számnak megfeleltethetünk olyan pozitív egész* n_0 *számot, hogyha* $n > n_0$, *akkor az*

$$\ldots, A_{-2/n}, A_{-1/n}, A_0 = O, A_{1/n}, A_{2/n}, A_{3/n}, \ldots, A_1, \ldots$$

kettőslánc bármely két egymásra következő elemének távolsága kisebb mint ε.

A 2.5 tétel szerint a τ_1 leképezés az O pontot A_1-be és $A_{1/n}$-et $A_{n+1/n}$-be viszi át; mivel τ_1 folytonos, 2.6-ból következik, hogy az $A_{n+1/n}$ $(n = 1, 2, \ldots)$ pontsorozat A_1-hez konvergál. Legyen δ olyan pozitív szám, hogy a G csoport bármely leképezése, mely A_0-t is, A_1-et is δ-nál kevesebbel mozdítja el, ε-nál kevesebbel különbözzék az azonosságtól. Ha n_0 elegendő nagy, akkor minden az n_0-nál nagyobb n indexre az $(A_0, A_{1/n})$ és az $(A_1, A_{n+1/n})$ távolságok δ-nál kisebbek. A $\tau_{1/n}$ leképezés, mely 2.5 folytán az A_0 pontot $A_{1/n}$-be és A_1-et $A_{n+1/n}$-be viszi át, ε-nál kevesebbel különbözik az azonosságtól. Ebből következik, hogy minden m egész számra az $A_{m/n}$ és az $A_{m+1/n} = \tau_{1/n}(A_{m/n})$ pontok távolsága kisebb mint ε.

OA_1 *félsugár*nak nevezzük a pozitív racionális r indexű A_r pontokból s ezek sűrűsödési pontjaiból álló halmazt. OA_1 *vonal-*

nak nevezzük a racionális r indexű A_r pontokból s ezek sűrűsödési pontjaiból álló halmazt. Az A_r pontokat az OA_1 vonal (illetve az OA_1 félsugár) *racionális pontjai*nak nevezzük az A_1 pontra vonatkozóan.

A síknak az OA_1 vonal mentén való eltolásait a következő módon értelmezzük. Legyen P az OA_1 vonal valamely pontja és Q az O, P pontpár középpontja. A σ_O és σ_Q félforgások $\tau = \sigma_O\sigma_Q$ szorzatánál az O pont P-be megy át. A τ leképezést, melynek 1.7 szerint nincs fixpontja, a P ponthoz tartozó, az OA_1 vonal mentén való eltolásnak nevezzük.

Az A_r racionális pontokhoz tartozó τ_r eltolások az $A_{r'}$ racionális pontok összességét önmagába viszik át 2.5 szerint; mivel τ_r folytonos, tehát τ_r az OA_1 egyenest is önmagába viszi át.

A 2.5 tétel szerint a τ_r és $\tau_{r'}$ eltolások $\tau_r\tau_{r'}$ szorzatánál az O pont $A_{r+r'}$-be és A_1 $A_{1+r+r'}$-be megy át; ugyanígy a $\tau_{r'}\tau_r$ és a $\tau_{r+r'}$ leképezésnél. A G csoportra vonatkozó feltételünkből következik tehát:

$$\tau_r\tau_{r'} = \tau_{r'}\tau_r = \tau_{r+r'};$$

vagyis *azok az OA vonal mentén való eltolások, melyek a racionális pontokhoz tartoznak, kommutatív csoportot alkotnak.*

Legyen B és C az OA_1 vonal két tetszőleges pontja; jelöljük τ-val és τ'-vel az OA_1 vonal mentén való eltolásokat, melyek ezekhez a pontokhoz tartoznak. Legyen $A_{r_1}, A_{r_2}, \ldots$ és $A_{s_1}, A_{s_2}, \ldots$ racionális pontoknak rendre a B és a C ponthoz konvergáló sorozata. Az 1.6 tétel szerint a τ_{r_ν} és τ transzlációk s hasonlóan a τ_{s_ν} és τ' transzlációk tetszőlegesen kevéssel különböznek egymástól, ha a ν index elég nagy. A τ és τ' leképezések egyenletes folytonosságából következik, hogy a $\tau\tau'$ és $\tau'\tau$ leképezések mindketten tetszőlegesen kevéssel különböznek a $\tau_{r_\nu}\tau_{s_\nu} = \tau_{s_\nu}\tau_{r_\nu} = \tau_{r_\nu+s_\nu}$ leképezéstől, ha ν elegendő nagy. E szerint *a $\tau\tau'$ és a $\tau'\tau$ leképezések azonosak egymással.*

Ebből következik, hogy $\tau(O) = \tau'\tau(O) = \tau\tau'(O) = \tau'(B)$; jelöljük ezt a pontot D-vel. Az $A_{r_\nu+s_\nu} = \tau_{r_\nu+s_\nu}(O)$ pontok sorozata a D ponthoz konvergál. Az OA_1 vonal mentén való τ'' eltolás,

mely a D ponthoz tartozik, tetszőleges kevéssel különbözik $\tau_{r_\nu+s_\nu}$-től, ha ν elég nagy. Tehát:

$$\tau'' = \tau\tau' = \tau'\tau.$$

Bebizonyítottuk ilyenképpen a következő tételt:

2.8. Az OA_1 vonal mentén való eltolások kommutatív csoportot alkotnak, mely az OA_1 vonalon egyszeresen tranzitív.

Jelöljük h-val az OA_1 vonal mentén való eltolások csoportját.

2.9. Az OA_1 vonal a síkon sehol sem sűrű ponthalmaz.

Az ellenkezőt téve fel, ennek a *zárt* ponthalmaznak volna legalább egy *belső pontja*, s mivel a halmaz *topológiailag homogén* (vagyis bármely pontját bármely más pontjába átvihetjük a halmaz önmagára való topologikus leképezésével, t. i. valamely τ eltolással), a belső pontoknak topologikus leképezéseknél való megmaradásából következik, hogy a halmaz összes pontjai belső pontok. Ebben az esetben tehát az OA_1 vonal az egész síkkal azonos volna, s a h csoport a síkon egyszeresen tranzitív folytonos csoport volna. A kéttagú folytonos csoportokra vonatkozó tételem szerint volna h-nak egy egytagú folytonos alcsoportja, mely tartalmazza a τ_1 leképezést s ezzel együtt a következőket: τ_1 n-edik gyökét, vagyis a $\tau_{1/n}$ leképezést ($n=1, 2, \ldots$); $\tau_{1/n}$-nek m-edik hatványát, vagyis a $\tau_{m/n}$ leképezést ($m=0, \pm1, \pm2, \ldots$); a $\tau_{m/n}$ elemek sűrűsödési elemeit. Ez az egytagú alcsoport e szerint azonos lenne a kéttagú h csoporttal, ami nyilván ellenmondás.

A G_O csoportnak azok a T_r leképezései, melyek a pozitív racionális r számoknak felel meg, egymásba viszik át az OA_1 félsugár racionális pontjait a 2.4 tétel szerint. Mivel a T_r leképezés folytonos, következik ebből, hogy a T_r leképezés az OA_1 félsugarat önmagába viszi át.

Ha A az OA_1 félsugárnak tetszőleges, O-tól különböző pontja, s ha $A_{r_1}, A_{r_2}, \ldots$ e félsugár racionális pontjainak az A ponthoz konvergáló sorozata, akkor a G_O csoportnak az a T leképezése, mely az A_1 pontot A-ba viszi át, tetszőlegesen kevéssel különbözik a T_{r_ν} leképezéstől, feltéve, hogy ν elegendő nagy. Ebből az következik, hogy az OA_1 félsugár a T leképezésnél is önmagába megy át.

A G_O csoportnak azok a leképezései, melyek az OA_1 félsugarat önmagába viszik át, G_O-nak egy g_O alcsoportját alkotják; g_O a G_O-nak *valódi alcsoportja*, mivel az OA_1 félsugár a síkon sehol sem sűrű (2.9). A g_O csoport *zárt és önmagában sűrű* a 2.7 tétel folytán. A g_O csoportnak az $A=A_1$ ponton áthaladó pályavonala az OA_1 félsugár (kivéve az O pontot); ez *összefüggő* ponthalmaz a 2.7 tétel szerint, de *nem kompakt*, 2.2 folytán.

Mivel a G_O csoport az euklidesi sík egy O pontra vonatkozó hasonlósági leképezéseinek a csoportjával homöomorf (1.1), a diofantikus megközelítések elméletéből következik, hogy egyedüli zárt és önmagukban sűrű alcsoportjai a következők:

(1) az O pont körül való forgásokból álló Γ_O csoport;

(2) Γ_O szorzatai egy a G_O-hoz, de nem a Γ_O-hoz tartozó S leképezésnek S^n ($n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$) hatványaival;

(3) egytagú, folytonos, nem ciklikus alcsoport;

(4) egytagú, folytonos, nem ciklikus alcsoport szorzatai egy O pont körül való periodikus forgás hatványaival.

A g_O csoportot illetően az (1) és a (2) eset nem jöhet tekintetbe. Ugyanis a Γ_O csoportnak az A ponton áthaladó pályavonala a k_O^A kör, mely kompakt halmaz; az $S^n.\Gamma_O$ csoport pályavonalát pedig az O középpontú, az $S^n(A)$ ($n=0, \pm 1, \pm 2, \ldots$) pontokon áthaladó körök alkotják, s ez a halmaz nem összefüggő. Tehát csak a (3) és (4) csoportot kell figyelembe venni.

G_O valamely egytagú, folytonos, nem ciklikus alcsoportjának a pályavonala egy *egyszerű nyílt vonal*nak[5] valamely pontja által meghatározott egyik félsugara, melynek minden k_O körrel pontosan egy közös pontja van. Ezért az OA_1 félsugár vagy egy ilyen egyszerű nyílt félsugár, vagy véges sok ilyen félsugárnak az összege, melyek egy O körül való periodikus forgásnál egymásba mennek át.

Az OA_1 vonal az OA_1 félsugárból s ennek az O körül való félforgásnál származó képéből áll. A fentiek szerint tehát az

---

[5] *Egyszerű nyílt vonal*on az egyenes olyan topologikus képét értjük, melyen az egyenes bármely divergens pontsorozatának divergens pontsorozat felel meg,

OA_1 vonal vagy egy egyszerű nyilt vonal, vagy véges sok ilyen vonalnak az összege, melyek egy az O pont körül való periodikus forgásnál egymásnak felelnek meg.

Az utóbbi eshetőséget kizárja azonban az OA_1 vonal homogeneitása. Ugyanis az $A_{1/2}$ pont körül való félforgásnál az A_1 pontnak az OA_1 vonalra vonatkozó környezete, mely egy egyszerű ív, átmegy az O pontnak ugyanilyen környezetébe.

Ebből következik:

2.10. A G_O csoportnak az a g_O alcsoportja, mely az OA_1 félsugarat önmagába átvivő leképezésekből áll, egytagú, folytonos, nem ciklikus csoport.

A g_O csoporthoz tartozó leképezéseket az O centrumra vonatkozó *homotétikus leképezések*nek nevezzük. Minden az O centrumra vonatkozó homotétikus leképezés az OP félsugarakat önmagukba és a k_O köröket egymásba viszi át.

Eredményünk szerint *az OA_1 vonal egyszerű nyilt vonal.*

Az A_r racionális pontok halmaza az OA_1 vonalon mindenütt sűrű. Mivel a fixpontnélküli τ_r leképezés az $A_{r'}$ pontot az $A_{r+r'}$ pontba viszi át, az $A_{r'}$ pontoknak az OA_1 vonalon való elrendezése megegyezik a megfelelő r racionális számoknak nagyság szerint való elrendezésével. Bevezetünk az OA_1 vonalon egy *x koordinátát* olyan módon, hogy minden racionális A_r pontnak az $x=r$ koordinátát feleltetjük meg, s ezt a hozzárendelést folytonosan kiterjesztjük az egyenes összes pontjaira.

Az x koordinátával az OA_1 vonalnak a h csoport transzlációi által származtatott leképezéseit az $x'=x+a$ formula fejezi ki, hol a tetszőleges valós számot jelent. Ez közvetlenül következik a 2.5 tételből, figyelembe véve a csoportnak és a koordinátának a folytonosságát.

Hasonlóan adódik a 2.4 tételből, hogy ugyanezzel az x koordinátával az OA_1 egyenesnek azokat a leképezéseit, melyeket az O centrumra vonatkozó homotétikus leképezések származtatnak, az $x'=cx$ formulával fejezhetjük ki, hol c tetszőleges pozitív valós számot jelent.

Eredményeinket a következő tételben foglaljuk össze:

2.11. Az x koordinátával az OA_1 vonalnak azokat a leképezéseit, melyeket a h csoportban foglalt eltolások származ-

latnak, az $x' = x + a$ *formulával (hol* a *valós), azokat a leképezéseit pedig, melyeket a* g_O *csoportban foglalt homotétikus leképezések származtatnak, az* $x' = cx$ *formulával (*c *pozitív, valós) fejezhetjük ki.*

3. §. A G csoport leképezéseinek analitikus kifejezése.

Az előző szakasz eredményei szerint az O és A_1 pont, melyeket tetszőlegesen választottunk, meghatároz egy OA_1 vonalat.

Ha O' és A_1' az OA_1 vonal két tetszőleges pontja, középpontjuk $A_{1/2}'$ s ugyancsak az $A_2' = \sigma_{A_1'}(O')$ pont is az OA_1 vonalhoz tartozik az 1.5 és 1.6 tétel folytán. Ebből következik továbbá, hogy az $O'A_1'$ vonalnak mindazok a pontjai, melyeknek az O', A_1' pontokra vonatkozó koordinátája diadikus racionális szám, az OA_1 vonalhoz tartoznak; mivel pedig ezeknek a pontoknak a halmaza az $O'A_1'$ vonalon mindenütt sűrű, tehát az $O'A_1'$ vonal minden pontja az OA_1 vonalhoz tartozik. Az OA_1 és az $O'A_1'$ vonalak egyszerű nyilt vonalak, s ezért a fentiekből következik, hogy egymással azonosak. Ezt az eredményünket fejezzük ki a következő tételben:

3.1. Egy vonalat bármely két pontja egyértelműen meghatároz.

A fentihez hasonló meggondolással adódik az 1.4 tételből:

3.2. Ha a G *csoport* T *leképezése az* A, B *pontokat az* A', B' *pontokba, akkor az* AB *vonalat az* $A'B'$ *vonalba viszi át.*

Bevezetünk a Γ_O forgáscsoportban egy θ *kanonikus paramétert* ($O \leqq \theta < 2\pi$) úgy, hogy a θ és θ' értékeknek megfelelő ϱ_θ és $\varrho_{\theta'}$ forgások szorzata a $\theta + \theta'$ paraméterértéknek megfelelő $\varrho_{\theta+\theta'}$ forgás legyen (a $\theta + \theta'$ számot mod.2π redukáljuk). A θ érték a ϱ_θ forgásnak megfelelő POINCARÉ-*féle rotáció-szám*, mely transzformálással szemben változatlan; azaz a G csoport bármely T leképezésére nézve a ϱ_θ és $T^{-1}\varrho_\theta T$ forgásoknak megfelelő rotáció-számok egyenlők.

Ha OA és OB két tetszőleges, az O pontból kiinduló félsugár, ezek közül mindegyiknek egy és csak egy pontja közös egy tetszőleges O középpontú körrel; ezért egy és csak egy olyan az O pont körül való forgás van, mely az OA félsugarat

az OB félsugárba viszi át. Az ehhez a forgáshoz tartozó θ paraméterértéket nevezzük $\sphericalangle AOB$ *szög*nek. A rotáció-számnak transzformálásnál való invarianciájából következik:

3.3. Ha a G csoport valamely leképezésénél az O, A, B pontok rendre az O', A', B' pontokba mennek át, akkor az $\sphericalangle AOB$ és az $\sphericalangle A'O'B'$ szögek egyenlők.

Ha az $\sphericalangle AOB$ szög egyenlő $\pm\pi/2$-vel, az OA és OB vonalakat egymásra *merőleges*nek nevezzük.

3.4. Ha a c vonal az a és b vonalakat egyenlő megfelelő szögekben metszi, a-nak és b-nek nincs közös pontja.

Legyen A és B a c vonalnak a-val és b-vel közös pontja; legyen O c-nek egy az AB szakaszon kívül fekvő pontja. Az O centrumra vonatkozó μ homotétikus leképezésnél, mely az A pontot B-be viszi át, az a vonal b-be megy át, 3.3 szerint. Ha P az a és b vonal közös pontja volna, akkor a P és $\mu(P)$ pontok az OP és a b vonal közös pontjai lennének; ez azonban ellentmond a 3.1 tételnek.

3.5. Ha a c vonal az a és b vonallal nem egyenlő megfelelő szögeket zár be, akkor a-nak és b-nek van közös pontja.

Legyen A és B a c vonalnak a-val és b-vel közös pontja. Jelöljük a'-vel azt az A ponton áthaladó vonalat, melyre nézve c az a' és b vonallal egyenlő megfelelő szögeket zár be. Legyen O a c vonalnak olyan pontja, melyet a c vonalon az A pont a B ponttól elválaszt. Összekötjük O-t a-nak olyan P' pontjával, melyet az a' vonal az O ponttól elválaszt. Egy O centrumú homotétikus leképezéssel átvisszük az a' vonalnak az OP' vonallal közös P pontját a P' pontba; az A pontnak ennél a leképezésnél az OA vonal valamely A' pontja, továbbá az a' vonalnak olyan a'' vonal felel meg, hogy a c vonal a''-t és b-t egyenlő megfelelő szögekben metszi. Egy A centrumú homotétikus leképezéssel átvisszük az A' pontot B-be; a 3.3 tétel szerint az a'' vonal ennél a leképezésnél b-be, a pedig önmagába megy át; az a és a'' vonal közös P' pontjának tehát az a és b vonalak közös pontja felel meg.

Két vonalat *párhuzamos*nak nevezünk, ha nincs közös pontjuk. A 3.4 és 3.5 tételekből következik, hogy *a vonalak rendszerére teljesül az* Euklides*-féle párhuzamossági axioma.*

A G csoport leképezéseinél párhuzamos vonalak párhuzamos vonalakba mennek át.

Az OA egyenes mentén való eltolásoknál az OA-val párhuzamos vonalak serege önmagába megy át, s 3.3 szerint ugyancsak önmagába megy át az OA-ra merőleges vonalak serege is.

Ha az OA vonal mentén való τ eltolásnál a P pont a P' pontba megy át, akkor a PP' vonal párhuzamos az OA vonallal. Ellenkező esetben legyen O a PP' és OA vonal közös pontja; jelöljük Q-val és Q'-vel a P és a P' ponton áthaladó és az OP-ra merőleges vonalaknak az OA-val közös pontját. Az O centrumra vonatkozó μ homotétikus leképezés, mely P-t P'-be viszi át, a Q pontot a Q' pontba viszi át; ugyanúgy a τ leképezés is. Ebből az következnék, hogy a μ és τ leképezés azonos egymással; de ezt viszont kizárja az a körülmény, hogy μ-nek van fixpontja, τ-nak nincs. Ezzel igazoltuk, hogy *az OA vonal mentén való eltolásoknál minden az OA-val párhuzamos vonal önmagába megy át.*

Bevezetünk a síkon egy *derékszögű koordinátarendszert* a következő módon. Az OA vonalon az x koordinátát az előző szakaszban leírt eljárással értelmezzük; legyen O a kezdőpont, $x=0$, és jelöljük OA-val azt a félsugarat, melynek a pozitív x koordinátaértékek felelnek meg. Legyen OB és OB' az O pontból kiinduló és az OA vonalra merőleges két félsugár; jelölésüket válasszuk olyan módon, hogy $\sphericalangle AOB = \sphericalangle B'OA = +\pi/2$ legyen. Ha k_O tetszőleges O középpontú kör, s x a k_O kör és az OA félsugár közös pontjához tartozó koordináta, akkor a k_O körnek az OB és az OB' félsugarakkal való metszéspontjához rendre a $+x$ és $-x$ értékeket rendeljük hozzá, mint azoknak y koordinátáját.

Legyen P a sík valamely pontja; a P ponton átfektetünk az OA-ra és az OB-re merőleges vonalakat, ezeknek rendre az OA-val és az OB-vel való metszéspontját jelöljük A_x-szel és B_y-nal; legyen x, illetve y ezeknek a pontoknak a koordinátája. A P pontnak az (x, y) valós számpárt feleltetjük meg mint koordinátákat.

Fenti eredményeinkből következik, hogy az ilyen módon meghatározott koordinátarendszerrel az OA vonal mentén való

eltolásokat az $x' = x + a$, $y' = y$ egyenletek fejezik ki (2.11); hasonlóan az OB vonal mentén való eltolásokat az $x' = x$, $y' = y + b$ egyenletek. A *sík általános eltolásán* értjük egy az OA mentén való eltolásnak és egy az OB mentén való eltolásnak a szorzatát. Ezeknek az (x, y) koordinátákkal való kifejezése a fentiek alapján: $x' = x + a$, $y' = y + b$. E szerint:

3.6. A sík eltolásai kommutatív csoportot alkotnak, mely a síkon egyszeresen tranzitív. A sík eltolásait az $x' = x + a$, $y' = y + b$ *egyenletek fejezik ki, hol* a *és* b *tetszőleges valós számok.*

Az O centrumra vonatkozó homotétikus leképezések az O-ból kiinduló félsugarakat önmagukba, az O középpontú köröket pedig egymásba viszik át. Ebből következik, hogy bármely az O középpontra vonatkozó homotétikus leképezés az OA és az OB vonalakon az $x' = cx$ és az $y' = cy$ leképezéseket származtatja (2.11), hol a c konstans értéke mindkét egyenletben ugyanaz. Mivel ennél a leképezésnél az OA-val és az OB-vel párhuzamos vonalak serege önmagába megy át, következik, hogy az (x, y) pont képe a (cx, cy) pont. E szerint:

3.7. Az O *centrumra vonatkozó homotétikus leképezéseket az* $x' = cx$, $y' = cy$ *egyenletek fejezik ki, hol* c *tetszőleges pozitív valós számot jelent.*

Ennek az eredményünknek alapján adódik, hogy minden az O ponton áthaladó vonal $y = cx$ alakú lineáris egyenlettel fejezhető ki. Mivel minden vonalat a sík valamely eltolásával átvihetünk az O ponton áthaladó vonalba, tehát *minden vonal lineáris egyenlettel fejezhető ki.*

Az O pont körül való forgások minden vonalat vonalba visznek át, s ezért ezek a forgások $x' = ax + by$, $y' = cx + dy$ alakú lineáris egyenletekkel fejezhetők ki, hol az a, b, c, d valós számok a θ forgásszöggel folytonosan változnak. Az O pont körül $+\pi/2$ szöggel való forgásnál az (1, 0) koordinátájú pont a (0, 1) pontba, és ez a $(-1, 0)$ pontba megy át; ebben az esetben tehát az együtthatók értékei: $a = d = 0$, $-b = c = 1$; ennek a forgásnak az egyenletei tehát: $x' = -y$, $y' = x$. Az $x' = ax + by$, $y' = cx + dy$ egyenletekkel kifejezett, θ-szögű forgásnál az (1, 0) pont az (a, c) pontba és a (0, 1) pont a (b, d)

pontba megy át. A $\pi/2$-szögű forgásnál tehát az (a, c) pont a (b, d) pontba megy át; tekintettel a $\pi/2$-szögű forgás fenti egyenleteire, adódik tehát: $b = -c$, $d = a$.

Bevezetjük a síkban a $z = x + iy$ *komplex koordinátát.* Tegyük $r = +\sqrt{a^2+b^2}$, és $a = r\cos\varphi$, $b = -r\sin\varphi$; a forgás egyenleteit a következő komplex egyenlettel helyettesíthetjük:

$$z' = re^{i\varphi}z.$$

Ha ez egy n-periodusú forgás, n-edik hatványának kifejezéséből adódik:

$$z^{(n)} = r^n e^{ni\varphi}z \equiv z;$$

tehát $n\varphi = 2m\pi$, s ezért $\varphi = \Theta$; továbbá $r^n = 1$, tehát $r = 1$. A Γ_O-ban foglalt periodikus forgások Γ_O-nak mindenütt sűrű részhalmazát alkotják; mivel r a Θ-val folytonosan változik, tehát minden Θ-ra $r=1$. Ez az eredményünk a PYTHAGORAS-*féle tételt* adja. E szerint:

3.8. A síknak az O kezdőpont körül való forgásait az

$$x' = x\cos\Theta - y\sin\Theta,\quad y' = x\sin\Theta + y\cos\Theta$$

egyenletek, vagy a $z=x+iy$ komplex koordinátában a $z'=e^{i\Theta}z$ egyenlet fejezi ki.

Bebizonyítjuk a következő tételt:

3.9. A G csoport minden leképezése előállítható egy az O centrumra vonatkozó homotétikus leképezés, egy az O körül való forgás és egy eltolás szorzataként.

Legyen T a G csoport valamely leképezése; jelöljük az O és A pontnak T-nél származó képét O'-vel és A'-vel. Legyen τ a síknak az az eltolása, mely az O' pontot O-ba viszi át, s legyen $A_1 = \tau(A')$. Jelöljük ϱ-val azt az O körül való forgást, mely az OA_1 félsugarat az OA félsugárba viszi át, és legyen $A_2 = \varrho(A_1)$. Legyen végül μ az az O centrumra vonatkozó homotétikus leképezés, mely az A_2 pontot A-ba viszi át. A T és a $(\tau\varrho\mu)^{-1}$ leképezések megegyeznek egymással az O és A pontokban, s ezért azonosak egymással.

A μ^{-1}, ϱ^{-1}, τ^{-1} leképezéseket rendre a következő komplex koordinátájú egyenletek fejezik ki: $z' = cz$, $z' = e^{i\Theta}z$, $z' = z + b$

(3.6, 3.7, 3.8); tegyük $re^{i\theta} = a$, akkor T-nek következő kifejezését kapjuk: $z' = az + b$.

A G csoport is és a $z' = az + b$ hasonlósági leképezések csoportja is kétszeresen tranzitív a síkon; ebből következik, hogy minden a, b komplex értéknél (ha $a \neq 0$) a $z' = az + b$ leképezés G-hez tartozik. Ezzel bebizonyítottuk a következő tételt, melyet a Bevezetésben mint I. tételt mondtunk ki:

3.10. A kétszeresen tranzitív G csoport a $z' = az + b$ lineáris leképezések csoportjával azonos, hol a, b tetszőleges komplex számok $(a \neq 0)$.

4. §. A gömb lineáris leképezéseinek csoportja.

Legyen G' a gömbfelület önmagára való topologikus leképezéseinek a gömbfelületen *háromszorosan tranzitív* folytonos csoportja. Legyen U a gömbfelület valamely pontja; a G' csoportnak azok a leképezései, melyek az U pontot önmagába viszik át, egy G_U alcsoportot alkotnak, mely az U pontban pontozott gömbfelületen kétszeresen tranzitív.

Legyen O egy az U-tól különböző pont; jelöljük G_{OU}-val a G'-nek azt az alcsoportját, melyet az O és az U pontot változatlanul hagyó leképezések alkotnak. Van a G_{OU} csoportban egy és csak egy involutorius leképezés (l. 1. §); jelöljük ezt σ_{OU}-val s nevezzük *az O, U pontpár körül való félforgásnak.* Mivel az O és az U pontot a gömbön tetszőlegesen választottuk, nyilvánvaló, hogy bármely A, B pontpárnak is megfelel egy és csak egy σ_{AB} félforgás az A, B pontpár körül.

4.1. Ha a σ_{AB} félforgásnál a C és D pontok egymással felcserélődnek, akkor a σ_{CD} félforgásnál az A és B pontok felcserélődnek egymással.

Legyen ugyanis ϱ a G' csoportnak az a leképezése, mely az (A, B, C) ponthármast a (C, D, A) ponthármasba viszi át. Brouwer tétele[6] szerint van a ϱ leképezésnek legalább egy P fixpontja, mely szükségképpen különböző az A és C ponttól.

---

[6] *A gömbfelület minden az irányítást megtartó, önmagára való topologikus leképezésénél van legalább egy fixpont.* Lásd például Kerékjártó: Vorlesungen über Topologie, 193. o.

A ϱ^2 leképezésnek három fixpontja van: P, A és C, s ezért $\varrho^2 = I$ (azonosság). A ϱ involutorius leképezés felcseréli egymással az A és C pontokat s ugyancsak a B és D pontokat. A σ_{AB} félforgásnak ϱ-val való transzformáltja, vagyis $\varrho^{-1}\sigma_{AB}\,\varrho$ involutorius leképezés, melynek fixpontjai C és D, tehát

$$\varrho^{-1}\sigma_{AB}\varrho = \sigma_{CD}.$$

A baloldali kifejezés szerint a σ_{CD} félforgás felcseréli egymással az A és B pontot.

4.2. A G' csoportnak bármely a G_U alcsoporthoz nem tartozó leképezése előállítható egy a G_U-hoz tartozó leképezés és egy σ_{AB} félforgás szorzataként.

Legyen S a G' csoportnak a G_U-hoz nem tartozó leképezése. Jelöljük C-vel az U pontnak S-nél származó képét, és legyenek A és B olyan pontok, melyek a σ_{CU} félforgásnál egymásba mennek át. Jelöljük ezeknek a pontoknak az S leképezés inverzénél származó képét A' és B'-vel. Ha T a G_U csoportnak az a leképezése, mely A'-t A-ba és B'-t B-be viszi át, továbbá σ_{AB} az A, B pontpár körül való félforgás, mely 4.1 szerint felcseréli egymással a C és U pontot, akkor a $T.\sigma_{AB}$ leképezés az $(A'\ B',\ U)$ ponthármast az $(A,\ B,\ C)$ ponthármasba viszi át, ugyanúgy mint az S leképezés. Ebből következik, hogy $T.\sigma_{AB} = S$.

A gömbfelületet az U pontból való stereográfikus vetítéssel a síkra képezzük le, s bevezetünk a síkon egy olyan z komplex koordinátát, melyben a G_U csoport leképezéseit a $z' = az + b$ lineáris transzformációk állítják elő (3.10).

4.3. Minden a G' csoportban foglalt félforgást a z komplex változó lineáris transzformációjával fejezhetünk ki.[7]

Jelöljük A-val és A'-vel a $z = +1$, $z = -1$ és P-vel, P'-vel a $z = +\zeta$, $z = -\zeta$ koordinátájú pontokat; legyen O a koordináta kezdőpontja: $z = 0$. A σ_{OU} félforgás felcseréli egymással az A és A' pontokat, s ugyancsak a P és P' pontokat; a 4.1. tétel szerint tehát az O és U pontokat felcseréli egymással a $\sigma_{AA'}$ félforgás is, a $\sigma_{PP'}$ félforgás is. A $\sigma_{AA'}.\sigma_{PP'} = \mu'$ leképezésnél

[7] A következő bizonyítás módszerét illetően lásd: KERÉKJÁRTÓ, B. de: Sur les inversions dans un groupe commutatif. Comptes Rendus, Académie des Sciences, Paris, **210**. k. (1940), 288. o.

tehát az O és az U pont változatlan, s így μ' a G_{OU} csoporthoz tartozik. A 3.7 és 3.8 tétel szerint μ' kifejezése: $z' = \zeta' . z$.

Jelöljük μ-vel a $z' = z/\zeta$ leképezést, mely G_{OU}-hoz tartozik s a P és P' pontokat az A és A' pontokba viszi át. A $\sigma_{AA'}$ félforgásnak μ^{-1}-gyel való transzformáltja a $\sigma_{PP'}$ félforgás:

$$\mu \sigma_{AA'} \mu^{-1} = \sigma_{PP'}.$$

Ez a vonatkozás a fenti $\sigma_{AA'} \sigma_{PP'} = \mu'$ vonatkozással együtt a következőt adja:

$$\sigma_{AA'} . \mu \sigma_{AA'} \mu^{-1} = \mu',$$

amit így fogunk írni:

$$\sigma_{AA'} \mu \sigma_{AA'} = \mu' \mu.$$

Jelöljük $\sigma_{AA'}(z)$-vel annak a pontnak komplex koordinátáját, melybe a z koordinátájú pont a $\sigma_{AA'}$ félforgásnál átmegy.

A $\sigma_{AA'} \mu \sigma_{AA'}$ leképezésnél a z pont a $\sigma_{AA'}\left(\sigma_{AA'}(z) \cdot \frac{1}{\zeta}\right)$ pontba megy át. Ugyanis $\sigma_{AA'}$-nél z átmegy $\sigma_{AA'}(z)$-be, ez μ-nél $\sigma_{AA'}(z) \cdot \frac{1}{\zeta}$-ba, s az utóbbi $\sigma_{AA'}$-nél átmegy a $\sigma_{AA'}\left(\sigma_{AA'}(z) \cdot \frac{1}{\zeta}\right)$ pontba. Másrészt a $\mu' \mu$ leképezés a z pontot a $\frac{\zeta'}{\zeta} \cdot z$ pontba viszi át. A fenti vonatkozás szerint tehát:

$$\sigma_{AA'}\left(\sigma_{AA'}(z) \cdot \frac{1}{\zeta}\right) = \frac{\zeta'}{\zeta} \cdot z,$$

amely egyenlőség minden z és ζ komplex értékre érvényes. A ζ' értékének, mint ζ függvényének meghatározására tegyünk a fenti egyenlőségben z helyett 1-et; mivel $\sigma_{AA'}(1) = 1$, tehát:

$$\sigma_{AA'}\left(\frac{1}{\zeta}\right) = \frac{\zeta'}{\zeta}.$$

Tegyünk a fenti egyenlőségben ζ helyett $1/z$-t, s e szerint:

$$\frac{1}{\zeta} = z \quad \text{és} \quad \frac{\zeta'}{\zeta} = \sigma_{AA'}(z),$$

akkor a következő egyenlőséget kapjuk:

$$\sigma_{AA'}\left(\sigma_{AA'}(z) . z\right) = \sigma_{AA'}(z) . z.$$

Ez az utóbbi egyenlőség azt jelenti, hogy a $\sigma_{AA'}(z).z$ pont fixpontja a $\sigma_{AA'}$ félforgásnak, bármely komplex érték is z; mivel a $\sigma_{AA'}$ félforgás fixpontjai a $z=\pm 1$ pontok, tehát

$$\sigma_{AA'}(z) = \pm \frac{1}{z}.$$

Ha $z=+1$, akkor $\sigma_{AA'}(z)=+1/z$, s mivel $\sigma_{AA'}(z)$ folytonos, tehát minden komplex z értéknél

$$\sigma_{AA'}(z) = + \frac{1}{z}.$$

Ilyen módon bebizonyítottuk, hogy a $z=\pm 1$ *pontok körül való* $\sigma_{AA'}$ *félforgást a* $z'=1/z$ *lineáris transzformáció fejezi ki.*

Jelentsen B, C két tetszőleges, az U-tól különböző pontot; jelöljük T-vel a G_U csoportnak azt a leképezését, mely A és A'-t B és C-be viszi át. A $T^{-1}\sigma_{AA'}T = \sigma_{BC}$ vonatkozásból, tekintettel arra, hogy T és $\sigma_{AA'}$ lineáris transzformációval fejeződik ki, következik, hogy σ_{BC} is kifejezhető z lineáris transzformációjával.

A 3.10, 4.2 és 4.3 tételek folytán a G' csoport minden leképezését a z komplex változó lineáris transzformációja állítja elő. Mivel a G' csoport is, s a $z'=az+b/cz+d$ lineáris transzformációk csoportja is háromszorosan tranzitív a gömbfelületen, ebből következik, hogy minden a, b, c, d komplex számértéknél, melyre nézve $ad-bc\neq 0$, a $z'=az+b/cz+d$ lineáris transzformáció G'-höz tartozik, Ezzel bebizonyítottuk a következő tételt (mely a Bevezetésben kimondott II. tétel):

4.4. A háromszorosan tranzitív G' *csoport a* $z'=az+b/cz+d$ *lineáris transzformációk csoportjával azonos, hol* a, b, c, d *tetszőleges olyan komplex számok, melyekre* $ad-bc\neq 0$.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

SUR LE CARACTÈRE TOPOLOGIQUE DU GROUPE HOMOGRAPHIQUE DE LA SPHÈRE.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Le présent mémoire donne la solution du problème de caractériser topologiquement le groupe des similitudes du plan euclidien et le groupe homographique d'une variable complexe, par le moyen des théorèmes suivants:

Théorème I. *Tout groupe continu doublement transitif de transformations topologiques du plan en lui-même est homéomorphe au groupe des similitudes du plan euclidien.*

Théorème II. *Tout groupe continu triplement transitif de transformations topologiques de la surface d'une sphère en elle-même est homéomorphe au groupe homographique d'une variable complexe.*

Le mémoire paraîtra sous le titre ci-dessus dans le Journal de Mathématiques pures et appliquées.

(Mémoire présenté à la III-me classe de l'Académie Hongroise des Sciences, séance du 20 mai 1940).

A KOMPLEX PROJEKTÍV GEOMETRIA TOPOLÓGIAI ALAPJAIRÓL.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

Bevezetés.

A komplex egyenes projektív geometriájának csoportját a z komplex változó homográfikus és antihomográfikus leképezéseinek, vagyis a

$$z' = \frac{az+b}{cz+d} \quad \text{és} \quad z' = \frac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d}$$

formulákkal kifejezett leképezéseknek a csoportja szolgáltatja, hol $\bar{z}$ jelenti z komplex konjugáltját, a, b, c, d pedig tetszőleges olyan komplex számok, melyekre $ad-bc \neq 0$.

A lineáris leképezések csoportját előző dolgozatomban[1] topológiailag jellemeztem, mint a gömbfelület önmagára való topologikus leképezéseinek háromszorosan tranzitív folytonos csoportját.

Jelen dolgozatomban, mely tárgya szerint az előző dolgozathoz csatlakozik, a gömb homográfikus és antihomográfikus leképezéseiből álló csoport topológiai jellemzését vezetem le elemi módszerekkel; továbbá CARTAN-nak a homográfikus leképezések antiinvolucióval való előállítására vonatkozó tételeit[2] bizonyítom be a leképezések és a csoport topológiai tulajdonságai alapján.

A komplex egyenes projektív geometriájának topológiai felépítésével tovább fogok foglalkozni egy következő dolgozatomban.

---

[1] KERÉKJÁRTÓ BÉLA: A gömb lineáris csoportjának topológiai jellemzése. Mat. és Term.-tud. Értesítő, LIX. köt. (1940), 420. o.

[2] CARTAN, ELIE: Leçons sur la géométrie projective complexe. Paris, 1931.

I. Egy komplex változó homográfikus és antihomográfikus leképezéseinek csoportja.

Egyrészről a homográfikus leképezések csoportját, másrészről a homográfikus és az antihomográfikus leképezések csoportját topológiailag a következő tétellel jellemezhetjük:

Legyen G és G' a gömbfelület önmagára való topologikus leképezéseinek folytonos csoportja. Ha bármely két $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ és (A, B, C) ponthármashoz tartozik a G csoportnak egy és csak egy olyan leképezése, mely az $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ ponthármast az (A, B, C) ponthármasba viszi át, akkor G a homográfikus leképezések csoportjával homöomorf. Ha a G' csoportban pontosan két olyan leképezés van, mely az $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ ponthármast az (A, B, C) ponthármasba viszi át, akkor G' a homográfikus és antihomográfikus leképezések csoportjával homöomorf.

A homográfikus és antihomográfikus leképezések G' csoportjának fenti jellemzése szinte közvetlenül következik a G homográfikus csoport jellemzéséből. Tekintettel a G' csoportnak a komplex egyenes projektív geometriájában való fontos szerepére, érdekesnek tartjuk, hogy a G' csoport közvetlen jellemzését elemi módszerekkel be lehet bizonyítani.

1. Legyen T és T'' a G' csoportnak az a két leképezése, mely az $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ ponthármast az (A, B, C) ponthármasba viszi át. A $T^{-1}T'' = \Sigma$ leképezésnél az A, B, C pontok fixpontok, ugyanúgy az I azonos leképezésnél, valamint a G' csoporthoz tartozó Σ^2 leképezésnél is; a G' csoportra vonatkozó feltételünkből következik tehát, hogy e közül a három leképezés közül kettő azonos egymással; de mert $\Sigma \neq I$ és $\Sigma^2 \neq \Sigma$, tehát $\Sigma^2 = I$, vagyis Σ involutorius leképezés. Mivel a Σ involutorius leképezésnek 3 fixpontja van, tehát Σ egy tükrözéssel homöomorf; Σ fixpontjai egyszerű zárt görbét alkotnak, mely áthalad az A, B, C pontokon; ezt a görbét az A, B, C pontok által meghatározott *körvonal*nak nevezzük, és a Σ leképezést erre a körre vonatkozó *tükrözés*nek. Fenti meggondolásunkból következik, hogy *bármely 3 ponton egy és csak egy körvonal megy át.*

A Σ tükrözésnek a G' csoport bármely elemével való

transzformáltja maga is egy tükrözés; ebből következik, hogy *a G' csoport minden leképezésénél a körök körökbe mennek át.*

A T és T' leképezések közül, melyeknél az $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ ponthármas az (A, B, C) ponthármasba megy át, az egyik, mondjuk T, megtartja a gömbfelület irányítását, a másik $T' = T.\Sigma$ megfordítja az irányítást. G'-nek azok a leképezései, melyek megtartják a gömbfelület irányítását, G'-nek egy G alcsoportját alkotják, mely a gömbfelületen háromszorosan tranzitív: bármely két $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ és (A, B, C) ponthármashoz tartozik G-nek egy és csak egy olyan leképezése, mely az előbbit az utóbbiba viszi át.

2. Legyen U a gömbfelület valamely pontja; ezt a pontot *végtelen távoli pont*nak nevezzük; az U ponton áthaladó köröket *egyenes*eknek is fogjuk nevezni.

Ha A és B két tetszőleges az U-tól különböző pont, van a G' csoportban két és csak két olyan leképezés, melyek felcserélik egymással az A és B pontot és változatlanul hagyják az U pontot; jelöljük ezeket σ-val és Σ-val. σ és Σ involutorius leképezések, mivel σ^2-nek és Σ^2-nek fixpontjai az A, B, U pontok. Jelöljük a két leképezés közül σ-val azt, mely megtartja az irányítást; a másik, Σ egy l egyenesre vonatkozó tükrözés.

Jelöljük l'-vel az A és B ponton áthaladó egyenest és Σ'-vel az erre vonatkozó tükrözést. Az 1. szakasz eredménye szerint a σ, Σ, Σ' leképezések között fennáll a $\sigma = \Sigma.\Sigma'$ vonatkozás. A σ involutorius és az irányítást megtartó leképezés a gömbfelületnek egy félforgásával homöomorf; ennek két fixpontja van, U és O. Mivel a σ leképezésnél az l' egyenes önmagába s az A, B pontok egymásba mennek át, tehát az O fixpont az l' egyenes AB szakaszához tartozik. Az O pontot az AB *szakasz középpontjá*nak, s a $\sigma = \sigma_{OU}$ leképezést az O, U pontpár körül való *félforgás*nak fogjuk nevezni.

A G csoportban nincs még egy olyan involutorius leképezés, melynek fixpontjai az O és U pontok. Ha ugyanis σ' egy másik ilyen leképezés volna, jelöljük $B' = \sigma'(A)$-val az A pontnak σ'-nél, és $A' = \sigma(B')$-vel ennek σ-nál származó képét. Legyen T a G csoportnak az a leképezése, mely az A pontot A'-be viszi át, s a B' és U pontokat változatlanul hagyja. A σ' le-

képezésnek T-vel való transzformáltja, vagyis $\sigma'' = T^{-1}\sigma' T$ megtartja az irányítást, változatlanul hagyja az U pontot, s felcseréli egymással az A' és B' pontokat, ugyanúgy mint a σ leképezés; mivel a σ'' leképezés fixpontja $O' = T(O)$ különböző O-tól, a σ és σ'' leképezések nem azonosak egymással; e szerint a G csoportban két olyan leképezés volna, mely az (A', B', U) ponthármast a (B', A', U) ponthármasba viszi át, s ez ellenmondás.

Bármely C, D pontpárnak megfelel egy és csak egy e körül a pontpár körül való félforgás. Legyen ugyanis T a G csoportnak olyan leképezése, mely az O pontot C-be és az U pontot D-be viszi át; a σ_{OU} félforgásnak T-vel való transzformáltja, vagyis $T^{-1}\sigma_{OU}T = \sigma_{CD}$ a C, D pontpár körül való félforgás.

3. A k és k' köröket, melyeknek közös pontjai C és D, egymásra *merőleges*nek nevezzük, ha a k körre vonatkozó Σ_k tükrözésnél a k' kör önmagába megy át. Ebben az esetben a Σ_k és a $\Sigma_{k'}$ tükrözések szorzata a σ_{CD} félforgás. Mivel $\sigma_{CD} = \sigma_{CD}^{-1} = \Sigma_{k'} . \Sigma_k$, következik, hogy a k' körre vonatkozó $\Sigma_{k'}$ tükrözésnél a k kör önmagába megy át.

A G' csoport bármely leképezésénél két egymásra merőleges kör két egymásra merőleges körbe megy át. Legyen ugyanis k és k' két egymásra merőleges kör, és legyen $k_1 = T(k)$, $k_1' = T(k')$ ezeknek a G' csoport valamely T leképezésénél származó képe. A $\Sigma_{k_1} = T^{-1}\Sigma_k T$ és a $\Sigma_{k_1'} = T^{-1}\Sigma_{k'} T$ leképezések rendre a k_1, illetve a k_1' körre vonatkozó tükrözések. Mivel a $\Sigma_k . \Sigma_{k'} = \sigma_{CD}$ leképezés a k és k' körök közös C és D pontja körül való félforgás, tehát a

$$T^{-1}\Sigma_k T . T^{-1}\Sigma_{k'} T = T^{-1}\sigma_{CD}T$$

vonatkozásból következik, hogy $\Sigma_{k_1} . \Sigma_{k_1'} = \sigma_{C'D'}$, hol $C' = T(C)$ és $D' = T(D)$ a k_1 és k_1' körök közös pontjait jelentik; az utóbbi vonatkozás szerint a k_1 és k_1' körök merőlegesek egymásra.

4. Legyen A és A' két olyan pont, mely a σ_{OU} félforgásnál egymásba megy át. Jelöljük l-lel az O és A ponton áthaladó egyenest; mivel az l egyenes a σ_{OU} félforgásnál önmagába megy át, tehát az A' pont is az l egyeneshez tartozik. Van egy és csak egy az A és A' ponton áthaladó kör, mely merőleges

l-re; jelöljük ezt a kört k-val. Bebizonyítjuk, hogy *a k kör merőleges minden az O ponton áthaladó egyenesre.* Jelöljük l'-vel az O ponton áthaladó, az l-re merőleges egyenest. Mivel a $\Sigma_{l'}$ tükrözésnél az A és A' pontok egymásba mennek át, tehát ennél a tükrözésnél a k kör önmagába megy át. Ebből következik továbbá, hogy a σ_{OU} félforgásnál is a k kör önmagába megy át. Legyen l_1 és l'_1 két tetszőleges, egymásra merőleges egyenes az O ponton át; jelöljük ezeknek a k körrel közös pontjait rendre A_1, A'_1, B_1, B'_1-vel. Mivel a σ_{OU} félforgásnál a k kör és az l_1, l'_1 egyenesek önmagukba mennek át, tehát a σ_{OU} félforgás felcseréli egymással az A_1 és A'_1 pontokat, s ugyancsak a B_1 és B'_1 pontokat. Mivel pedig a σ_{OU} félforgás a Σ_{l_1} és $\Sigma_{l'_1}$ tükrözések szorzatával azonos, tehát a Σ_{l_1} tükrözés felcseréli egymással a B_1 és B'_1 pontokat s változatlanul hagyja az A_1 és A'_1 pontokat; a k kör, mely ezen a négy ponton átmegy, a Σ_{l_1} tükrözésnél változatlan, vagyis a k kör merőleges az l_1 egyenesre.

5. Jelöljük (l)-lel az O ponton áthaladó egyenesek seregét és (k)-val az (l) vonalseregre merőleges körök seregét. Ha a G csoport valamely ϱ leképezésénél az O és U pontok önmagukba s a P pont olyan P' pontba megy át, hogy P és P' a (k) körseregnek ugyanahhoz a k köréhez tartoznak, akkor a ϱ leképezés a k kört önmagába viszi át.

A G csoportnak azok a leképezései, melyeknél O és U invariáns, egy G_{OU} alcsoportot alkotnak; a G_{OU} csoportnak azok a leképezései, melyeknél a (k) seregnek egy k_0 köre önmagába megy át, egy egytagú ciklikus csoportot alkotnak, melyet Γ_{OU}-val jelölünk.

A Γ_{OU} csoport leképezéseinél a (k) körsereg önmagába megy át; a (k) körseregnek ezek a leképezései együtt egy a Γ_{OU} csoporttal izomorf ciklikus csoportot alkotnak. Mivel a (k) körsereg nyilt halmaz, ez a ciklikus csoport az azonosságra redukálódik; tehát *a Γ_{OU} csoport minden leképezésénél bármely az (l) egyenesseregre merőleges k kör önmagába megy át.*

6. *A Γ_{OU} csoport elemei a G_{OU} csoport összes elemeivel felcserélhetők.* Legyen ugyanis μ a G_{OU} csoportnak és ϱ_α a Γ_{OU} csoportnak tetszőleges eleme; jelentse α a Γ_{OU} csoport *kanonikus*

paraméterét, $(0 \leqq \alpha < 1)$, mellyel a ϱ_α és $\varrho_{\alpha'}$ elemek szorzatát az $\alpha + \alpha'$ paraméterértékhez tartozó $\varrho_{\alpha+\alpha'}$ elem fejezi ki. A $\mu^{-1}\varrho_\alpha\mu$ leképezésnél az (l) seregre merőleges bármely k kör önmagába megy át, tehát ez a leképezés a Γ_{OU} csoporthoz tartozik, vagyis:

$$\mu^{-1}\varrho_\alpha\mu = \varrho_{\alpha'},$$

hol $\alpha' = f(\alpha)$ olyan módon van meghatározva, hogy $f(0) = 0$, s ezért $f(1) = 1$. Tegyük a

$$\varrho_{f(\alpha)} = \mu^{-1}\varrho_\alpha\mu$$

vonatkozásban $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n$; így adódik a következő vonatkozás:

$$\varrho_{f(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n)} = \mu^{-1}\varrho_{\alpha_1}\mu\cdot\mu^{-1}\varrho_{\alpha_2}\mu\cdots\mu^{-1}\varrho_{\alpha_n}\mu = \varrho_{f(\alpha_1)+f(\alpha_2)+\cdots+f(\alpha_n)};$$

ebből:

$$f(\alpha_1+\alpha_2+\cdots+\alpha_n) = f(\alpha_1)+f(\alpha_2)+\cdots+f(\alpha_n).$$

Ha $\alpha_1 = \alpha_2 = \cdots = \alpha_n = 1/n$ tesszük, akkor adódik, hogy $f(1/n) = 1/n$ és $f(m/n) = m/n$. Mivel $f(\alpha)$ folytonos, tehát minden α-ra $f(\alpha) = \alpha$. A most levezetett $\varrho_\alpha = \mu^{-1}\varrho_\alpha\mu$ vonatkozás éppen azt jelenti, hogy a μ és ϱ_α leképezések felcserélhetők egymással.

7. A G_{OU} csoportnak azok a leképezései, melyek valamely az O ponton áthaladó egyenesnek az O pont által meghatározott egyik λ félsugarát önmagába viszik át, G_{OU}-nak egy egytagú folytonos g_{OU} alcsoportját alkotják; jelöljük β-val ennek a csoportnak a kanonikus paraméterét, és μ_β-val a g_{OU} csoport általános elemét $(-\infty < \beta < +\infty)$. *A g_{OU} csoport minden μ_β leképezésénél bármely az O pontból kiinduló félsugár önmagába megy át.* Legyen ugyanis ϱ_α a Γ_{OU} csoportnak az a leképezése, mely a λ félsugarat a λ' félsugárba viszi át, s jelentse μ_β a g_{OU} csoport valamely elemét. Mivel μ_β és ϱ_α felcserélhetők egymással, tehát $\mu_\beta = \varrho_\alpha^{-1}\mu_\beta\varrho_\alpha$; ebből a vonatkozásból következik, hogy a μ_β leképezésnél a λ' félsugár önmagába megy át.

A G_{OU} csoport bármely leképezése kifejezhető egy a g_{OU}-hoz tartozó μ_β leképezés és egy a Γ_{OU}-hoz tartozó ϱ_α leképezés szorzataként. Legyen ugyanis T a G_{OU} csoport valamely eleme, P egy tetszőleges az O-tól és U-tól különböző pont, és $P' = T(P)$ ennek a T leképezésnél származó képe. Jelöljük Q-val az OP

félsugárnak a P' ponton áthaladó, az (l) egyenesseregre merőleges k körrel való metszéspontját. Legyen μ_β a g_{OU} csoportnak az a leképezése, mely a P pontot Q-ba viszi át, s legyen ϱ_α a Γ_{OU} csoportnak az a leképezése, mely a Q pontot a P' pontba viszi át. A $\mu_\beta\varrho_\alpha$ leképezésnél O és U önmagába, és a P pont P'-be megy át, ugyanúgy mint a T leképezésnél. Ebből következik, hogy $T = \mu_\beta\varrho_\alpha$.

Mivel a g_{OU} és a Γ_{OU} csoportok elemei egymással felcserélhetők, előbbi eredményünkből következik, hogy *a G_{OU} csoport kommutatív.*

8. Legyen E valamely az O-tól és U-tól különböző pont; határozzuk meg a g_{OU} csoport β kanonikus paraméterét úgy, hogy az E pontnak a $\beta = 0$, és az $E' = \sigma_{EU}(O)$ pontnak a $\beta = \log 2$ érték feleljen meg. Minden az O-tól és U-tól különböző P pontnak megfelel a G_{OU} csoportnak egy és csak egy $\mu_\beta\varrho_\alpha$ leképezése, melynél az E pont a P pontba megy át; a P ponthoz hozzárendeljük a

$$z = e^{\beta+2\pi i\alpha}$$

komplex koordinátát. Az előző dolgozat 3. és 4. szakaszában alkalmazott módszerekkel bebizonyíthatjuk, hogy ezzel a koordinátával a G csoport leképezéseit a

$$z' = \frac{az+b}{cz+d}$$

lineáris transzformációk fejezik ki, hol a, b, c, d tetszőleges olyan komplex számok, melyekre $ad - bc \neq 0$.

A $z - \bar{z} = 0$ egyenesre vonatkozó tükrözést ugyanezzel a koordinátával a $z' = \bar{z}$ egyenlet fejezi ki. Ebből következik, hogy a G' csoportnak a G-hez nem tartozó elemei a

$$z' = \frac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d}$$

antihomográfikus leképezések. E szerint *a G' csoport a z komplex változó homográfikus és antihomográfikus leképezéseinek csoportjával azonos.*

II. A homográfikus leképezések előállítása antiinvolúciók szorzataként.

CARTAN-nak a homográfikus és antihomográfikus leképezések involúciókkal és antiinvolúciókkal való előállítására vonatkozó tételeit, melyeket CARTAN részben a csoport analitikus előállítása alapján bizonyított be, a következőben a leképezések és a csoport topológiai tulajdonságai alapján fogjuk levezetni.

1. *Involúciók és antiinvolúciók*, Miként az előző fejezetben, jelentse G' a gömb önmagára való topologikus leképezéseinek olyan folytonos csoportját, melyben bármely két $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ és (A, B, C) ponthármashoz pontosan két az előbbi ponthármast az utóbbiba átvivő leképezés tartozik.

A G' csoportban foglalt involutorius leképezések közül azokat, melyek a gömbfelület irányítását megtartják, *involúciók*nak, azokat pedig, melyek az irányítást megfordítják, *antiinvolúciók*nak nevezzük. A periodikus leképezésekre vonatkozó tételeim szerint minden involúció homöomorf egy félforgással, s minden antiinvolúció vagy egy főkörre vonatkozó tükrözéssel, vagy a diametrális leképezéssel (melynél a gömb minden pontja a diametrálisan szemben fekvő pontba megy át), a szerint, hogy a leképezésnek van vagy nincs fixpontja. Az antiinvolúcióknak ezt a két fajtáját CARTAN szerint *első- és másodfajú antiinvolúciók*nak nevezzük.

Minden A, B pontpárhoz tartozik egy és csak egy σ_{AB} involúció, melynek fixpontjai az A és B pontok. (Lásd az I. fejezet 2. szakaszát.) Ha a σ_{AB} involúciónál a C és D pontok felcserélődnek egymással, akkor a σ_{CD} involúciónál az A és B pontok egymásba mennek át (l. előző dolgozatomban 4.1); az (A, B) és (C, D) pontpárokat ebben az esetben *konjugált pontpárok*nak nevezzük.

2. *Minden homográfikus leképezés két involúció szorzata.* Ennek a tételnek következő bebizonyítása CARTANtól származik,

Ha a H homográfikus leképezésnek *két fixpontja* van, A és B, legyen (C, D) az (A, B) pontpárhoz konjugált valamely pontpár, és σ_{CD} a C, D fixpontokhoz tartozó involúció. A $H.\sigma_{CD}$ homográfikus leképezésnél az A és B pontok egymásba mennek

át; ugyanis H-nál A önmagába és σ_{CD}-nél A a B pontba megy át; hasonlóan, H-nál B önmagába és σ_{CD}-nél B az A pontba megy át. Mivel a $H.\sigma_{CD}$ homográfikus leképezésnek van legalább egy P fixpontja, $(H.\sigma_{CD})^2$-nek három fixpontja van: P, A és B, s ezért $(H.\sigma_{CD})^2 = I$, tehát $H.\sigma_{CD} = \sigma_{C'D'}$ egy involució, melynek fixpontjai (C', D') az (A, B) pontpárhoz konjugált pontpárt alkotnak. Ebből következik:

$$H = \sigma_{C'D'}\sigma_{CD},$$

vagyis H két involució szorzata.

Ha H-nak csak *egy fixpontja* van, A, legyen B tetszőleges az A-tól különböző pont és B' ennek a H-nál származó képe; jelentse C azt a pontot, melyre nézve az (A, C) pontpár a (B, B') pontpárhoz konjugált. A σ_{BA}, σ_{CA} involuciók $\sigma_{BA}\sigma_{CA}$ szorzatánál a B pont B'-be, az A pont önmagába megy át, s ennek a leképezésnek A-n kívül nincs más fixpontja (l. az előző dolgozatban, 1.7). Ebből következik, hogy

$$H = \sigma_{BA}\sigma_{CA}.$$

3. *A nem involutorius antihomográfikus leképezések osztályozása.*

Legyen K egy nem involutorius antihomográfikus leképezés; ennek négyzete $K^2 = H$ az azonosságtól különböző homográfikus leképezés.

a) Ha H-nak két fixpontja van, A és B, s ha ezek nem fixpontjai K-nak, legyen $A' = K(A)$ az A pontnak K-nál származó képe. Mivel $A = H(A) = K^2(A) = K(A')$, tehát a K leképezésnél az A és A' pontok egymásba mennek át, s így $H(A') = K^2(A') = K(A) = A'$, tehát A' is fixpontja a H homográfikus leképezésnek; ebből következik, hogy A' a B ponttal azonos, tehát $B = K(A)$, vagyis, hogy *a K antihomográfikus leképezés felcseréli egymással a $H = K^2$ homográfikus leképezés két fixpontját.*

Az A, B fixpontokhoz tartozó Γ_{AB} forgáscsoport (l. I. fejezet, 5. szakasz) pályavonalait A, B középpontú köröknek nevezzük. Ezeknek a köröknek a serege a K antihomográfikus leképezésnél önmagába megy át, Mivel ezeknek a köröknek a halmaza egy intervallum pontjainak a halmazával homöomorf, a K által a

körseregen létesített leképezésnek az intervallumnak olyan önmagára való topologikus leképezése felel meg, mely a két végpontot egymással felcseréli, s amelynek ennélfogva az intervallumon egy és csak egy fixpontja van. Ennek megfelelően van egy és csak egy az A, B középpontokkal bíró kör, mely a K leképezésnél önmagába megy át. Ugyanez a kör invariáns a $H=K^2$ leképezésnél is; ebből következik, hogy a H homográfikus leképezés az A, B pontpár körül való forgás, vagyis egy *elliptikus típusú* lineáris leképezés.

b) Ha H-nak két A, B fixpontja van, s ha ezek K-nak is fixpontjai, akkor az A, B pontokon áthaladó körök serege a K leképezésnél önmagába megy át. Tekintsük ezeknek a köröknek az A, B pontok által meghatározott félköreit, mint az A kezdőponttól a B végpont felé irányított íveket. Minden irányított félkörnek a K leképezés egy ugyanolyan irányítású félkört feleltet meg, tekintettel arra, hogy K-nál A és B invariánsok. Az irányított félkörök halmaza egy körvonal pontjainak a halmazával homöomorf. Mivel a K antihomográfikus leképezés megfordítja a gömbfelület irányítását, s mert a félkörökön az irányítás megmarad, tehát K a félkörök ciklikus halmazát megfordított irányítással képezi le önmagára. Ebből következik, hogy a halmazban pontosan két olyan félkör van, melyek K-nál önmagukba mennek át, s így ezek szükségképpen egy és ugyanannak a körnek az A, B pontok által meghatározott két félköre. Ez a K-nál invariáns kör a $H=K^2$ leképezésnél is önmagába megy át, mégpedig olyan módon, hogy az A, B pontok által meghatározott mindegyik félköre önmagába megy át. Ebből következik, hogy H egy *hiperbolikus típusú* lineáris leképezés,

c) Végül ha $H=K^2$-nek csak egy fixpontja van, ez szükségképpen fixpontja, mégpedig egyetlen fixpontja, a K leképezésnek is; H ebben az esetben *parabolikus típusú* lineáris leképezés.

Ezzel bebizonyítottuk a következő, CARTANtól származó tételt:

A gömb bármely nem involutorius antihomográfikus leképezésénél vagy egy invariáns pontpár, vagy két invariáns pont, vagy egy invariáns pont van; ennek megfelelően a le-

képezés négyzetes rendre elliptikus, hiperbolikus, illetve parabolikus típusú homográfikus leképezés,

4. *Homográfikus leképezések előállítása előfajú antiinvoluciók szorzataként.*

Minden homográfikus leképezés előállítható négy elsőfajú antiinvolució szorzataként. Minden homográfikus leképezés két involució szorzata (II. 2). Továbbá minden involució előállítható két olyan tükrözés (vagyis elsőfajú antiinvolució) szorzataként, melyeknek szimmetriakörei az involució fixpontjaiban merőlegesen metszik egymást (I. 3). Ebből következik a fenti állítás.

Ha H nem loxodromikus típusú, homográfikus leképezés, akkor előállítható két elsőfajú antiinvolució szorzataként.

Tegyük fel először, hogy H-nak *két fixpontja* van, A és B, és legyen (C, D) tetszőleges olyan pontpár, mely (A, B)-re vonatkozóan konjugált. A $\sigma_{C'D'} = H.\sigma_{CD}$ involució fixpontjai, C', D' ugyancsak az (A, B) pontpárra vonatkozóan konjugált pontpárt alkotnak (II.2).

Ha H *elliptikus típusú*, akkor a C,D, C', D' pontok egy A, B középpontú k körön feküsznek. Ugyanis a C ponton áthaladó, A, B középpontú k körnek pontja D, mivel C és D a σ_{AB} félforgásnál egymásba mennek át. Ez a kör a H elliptikus leképezésnél megmaradó irányítással, a σ_{CD} involuciónál pedig megfordított irányítással önmagába megy át, ezért a k körön a $H.\sigma_{CD}$ leképezésnek két fixpontja van; ezek a C' és D' pontok. Az A, B, C, D pontokon áthaladó k' kör és az A, B, C', D' pontokon áthaladó k'' kör merőlegesek a C, D, C', D' pontokon áthaladó k körre, s ezért (I.3 szerint) $\sigma_{CD} = \Sigma_k . \Sigma_{k'}$ és $\sigma_{C'D'} = \Sigma_k . \Sigma_{k''}$, hol Σ_k, $\Sigma_{k'}$ $\Sigma_{k''}$ rendre a k, k', k'' körre vonatkozó tükrözést jelenti. Mivel $\sigma_{C'D'}$ involutorius, tehát $\sigma_{C'D'} = \Sigma_k . \Sigma_{k''} = \Sigma_{k''} . \Sigma_k$, és

$$H = \Sigma_{k''}\Sigma_k . \Sigma_k\Sigma_{k'} = \Sigma_{k''}\Sigma_{k'}.$$

Ha H *hiperbolikus típusú* leképezés, akkor a C, D, C', D' pontok egy az A, B pontokon áthaladó k körön feküsznek; ugyanis az A, B, C pontokon áthaladó k kör a σ_{AB} félforgásnál önmagába, a C pont pedig D-be megy át, s így a D pont is ezen a körön fekszik. A k kör a H leképezésnél megmaradó, s a σ_{CD} involuciónál megfordított irányítással önmagába megy át,

s ezért a $H.\sigma_{CD}$ leképezés két fixpontja, C' és D', a k körnek pontja. Az A, B középpontokkal bíró k' és k'' körök, melyek rendre a C, D, illetve a C', D' pontokon mennek át, merőlegesek a k körre; a k' és k'' köröknek nincs közös pontja. Mivel $\sigma_{CD} = \Sigma_k \Sigma_{k'}$ és $\sigma_{C'D'} = \Sigma_{k''} \Sigma_k$, tehát $H = \Sigma_{k''} \Sigma_{k'}$.

Ha a H leképezésnek *egy fixpontja* van, A, vagyis ha H *parabolikus típusú* leképezés, akkor H előállítható a $\sigma_{BA}\sigma_{CA}$ involuciók szorzataként (II.2). Jelöljük k-val az A, B, C pontokon áthaladó kört, továbbá k'-vel és k''-vel a k-ra merőleges, az A ponton és rendre a C, illetve a B ponton áthaladó kört. A k' és k'' köröknek A az egyedüli közös pontja; ezek a körök tehát érintik egymást az A pontban. Mivel $\sigma_{BA} = \Sigma_{k''} \Sigma_k$ és $\sigma_{CA} = \Sigma_k \Sigma_{k'}$, tehát $H = \Sigma_{k''} \Sigma_{k'}$.

Be fogjuk bizonyítani a fenti eredménynek CARTAN-tól származó következő megfordítását:

A k' és a k'' körökre vonatkozó $\Sigma_{k'}$ és $\Sigma_{k''}$ tükrözések szorzata elliptikus, hiperbolikus, illetve parabolikus típusú homográfikus leképezés, a szerint, hogy a k' és k'' kör két pontban metszi egymást, vagy nincs közös pontja, vagy egy pontban érinti egymást.

Ha a k' és k'' körnek két A és B közös pontja van, akkor minden A, B középpontú kör, mivel merőleges k'-re és k''-re, önmagába megy át a $\Sigma_{k'}$ és a $\Sigma_{k''}$ tükrözésnél, s így ezeknek $\Sigma_{k'} \Sigma_{k''}$ szorzatánál is; ez az utóbbi tehát egy elliptikus típusú homográfikus leképezés.

Ha a k' és k'' körnek nincs közös pontja, akkor az összes olyan körök, melyek k'-re is, k''-re is merőlegesek, két fix A és B ponton mennek át, s mindezek a körök invariánsok a $\Sigma_{k'}$ és $\Sigma_{k''}$ tükrözéseknél. Ebben az esetben tehát $\Sigma_{k'} \Sigma_{k''}$ hiperbolikus típusú.

Végül, ha k'-nek és k''-nek egy A közös pontja van, akkor A fixpontja a $\Sigma_{k'} \Sigma_{k''}$ leképezésnek, mégpedig egyetlen fixpontja. Ebben az esetben $\Sigma_{k'} \Sigma_{k''}$ az A fixponthoz tartozó parabolikus típusú homográfikus leképezés.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

SUR LES FONDEMENTS TOPOLOGIQUES DE LA GÉOMÉTRIE PROJECTIVE COMPLEXE.

Par B. de KERÉKJARTÓ.

Dans la première partie de ce mémoire, je démontre, par des moyens élémentaires et très simples, la caractérisation suivante du groupe des homographies et des antihomographies :

Si G' est un groupe continu de transformations topologiques de la surface d'une sphère en elle-même tel qu'à deux triples de points quelconques $(A^\circ, B^\circ, C^\circ)$ et (A, B, C) correspondent deux et seulement deux transformations de G' qui changent A° en A, B° en B, C° en C, le groupe G' est homéomorphe au groupe des homographies et des antihomographies d'une variable complexe.

Dans la deuxième partie, je déduis par des raisonnements topologiques les théorèmes de M. Elie Cartan concernant la représentation des homographies par des antiinvolutions de première espèce.

(Mémoire présenté à la III-me classe de l'Académie Hongroise des Sciences, séance du 20 mai 1940).

AZ EGYENES TRANZITÍV CSOPORTJAIRÓL.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

Bevezetés.

Az egyenes önmagára való topologikus leképezéseiből alkotott folytonos csoportoknak a szerkezetét BROUWER határozta meg alapvető fontosságú dolgozataiban.[1] Az egytagú csoportok topológiai szerkezetének meghatározása után a két- és a háromtagú csoportok tárgyalására azt az eljárást alkalmazta, hogy a bennük foglalt egytagú alcsoportok szerint felbontotta a többtagú csoportokat s ilyen módon igazolta, hogy az egytagú alcsoport paraméterével a többtagú csoport leképezéseit differenciálható függvények állítják elő. A reájuk vonatkozó differenciálegyenletek megoldásával analitikusan előállította a két- és a háromtagú csoportokban foglalt leképezéseket. Ez a módszer elég nehéz, s a differenciálegyenletek elméletének alkalmazása idegen a kérdéses topológiai feladat szempontjából.

Tekintettel ezeknek a kérdéseknek a fontosságára, érdemesnek tartom megmutatni, hogy azoknak a módszereknek, melyeket a gömb homográfikus csoportjának jellemzésére vezettem be,[2] a tárgy természete szerint egyszerűsített alkalmazása elvezet a BROUWER-féle tételekhez. Ennek a tárgyalásnak során csupán az egyenes topologikus és különösen a periodikus leképezéseire vonatkozó egyszerű tételekre s azonkívül arra az ismert tételre

---

[1] BROUWER, L. E. J.: *Die Theorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen unabhängig von den Axiomen von* LIE. I. Mathem. Annalen, 67. k. (1909). 246—267. o.

[2] KERÉKJÁRTÓ BÉLA: *A gömb lineáris csoportjának topológiai jellemzése.* M. T. Értesítő, LIX. k. (1940), 420. o.

fogunk hivatkozni, mely szerint az $f(x+y)=f(x)+f(y)$ függvényegyenletnek egyedüli folytonos megoldása az $f(x)=cx$ függvény, hol c konstans.

Tárgyalásunkban a csoport folytonossága helyett a csoportnak az egyenesen való *egyszeres vagy többszörös tranzitivitását* vesszük alapul. Valamely V varietás önmagára való topologikus leképezéseiből álló G csoportot a V varietáson n-szeresen tranzitívnak nevezünk, ha teljesül a következő feltétel: legyen $A_1, A_2, \ldots, A_n$ a V varietásnak n tetszőleges egymástól különböző pontja, s legyen $A'_1, A'_2, \ldots, A'_n$ ugyancsak n egymástól különböző pont a V varietáson; van a G csoportban egy és csak egy olyan T leképezés, mely minden ν indexnél az A_ν pontot az A'_ν pontba viszi át. A G csoportot folytonosnak nevezzük, ha a T leképezés az $(A'_1, A'_2, \ldots, A'_n)$ pontrendszerrel folytonosan változik.

Dolgozatom 1. §-ában bebizonyítom, hogy *az egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek minden egyszeresen tranzitív csoportja folytonos.* Ebből következik, hogy *az egyenesnek minden n-szeresen tranzitív csoportja, amennyiben ilyen csoport létezik, folytonos.* Megmutatom azonban, hogy az egyenesnek csak egyszeresen vagy kétszeresen, és a projektív egyenesnek csak egyszeresen vagy háromszorosan tranzitív csoportja létezik.

A 2.—4. §-ban az *egyenes egyszeresen és kétszeresen, s a projektív egyenes háromszorosan tranzitív csoportját* határozom meg, megállapítva, hogy ezek a csoportok rendre *az egyenes eltolásainak, hasonlóságainak, illetve projektív leképezéseinek csoportjával homöomorfak.* Ezeknek a BROUWER-től származó tételeknek az alapján könnyen meghatározható a nem tranzitív csoportok szerkezete; erre a kérdésre vonatkozóan utalok BROUWER fent idézett dolgozatára.

Végül az 5. §-ban az egyenes tranzitív csoportjainak paraméter-csoportját, illetve paraméter-terét vizsgálom meg.

1. §. Az egyenes tranzitív csoportjainak folytonossága.

1.1. Az egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek bármely az egyenesen egyszeresen tranzitív csoportja folytonos.

Az egyszeresen tranzitív csoport értelmezése folytán a csoport bármely az azonosságtól különböző leképezésének nem lehet fixpontja. Az egyenes egyszeresen tranzitív csoportjához tartozó leképezések tehát megtartják az egyenes irányítását, mivel az egyenesnek bármely az irányítást megfordító leképezésénél van legalább egy fixpontja.

Az egyenesen bevezetünk egy pozitív irányítást, s ennek megfelelően bármely két egymástól különböző A és B ponthoz az $A<B$ vagy a $B<A$ vonatkozást rendeljük hozzá, a szerint, hogy az AB szakasz pozitív vagy negatív irányú. Bármely három A, B, C pontra az $A<B$ és a $B<C$ vonatkozásból következik az $A<C$ vonatkozás.

Legyen T az egyenesen egyszeresen tranzitív G csoportnak valamely leképezése. Jelöljük $T(A)$-val az A pontnak T-nél származó képét. Ha valamely A pontra fennáll az $A<T(A)$ vonatkozás, akkor minden B pontra is $B<T(B)$. Ha ugyanis egyidejűleg fennállana az $A<T(A)$ és $T(B)<B$ vonatkozás, ez azt jelentené, hogy az AB szakasz a T leképezésnél egy ennek a szakasznak belsejében fekvő szakaszba menne át, s így a T leképezésnek volna legalább egy fixpontja az AB szakasz belsejében.

Ha A és B két tetszőleges olyan pont, melyekre fennáll az $A < B$ vonatkozás, akkor képeikre fennáll a $T(A) < T(B)$ vonatkozás, tekintettel arra, hogy a T leképezés megtartja az egyenes irányítását.

Legyen O az egyenes valamely pontja, és legyen $A_1, A_2, \ldots$ olyan monoton pontsorozat, mely valamely A ponthoz konvergál; tegyük fel például, hogy $A_1<A_2<\cdots<A$. Jelöljük T_ν-vel, illetve T-vel a G csoportnak azt a leképezését, mely az O pontot az A_ν, illetve az A pontba viszi át. Be fogjuk bizonyítani, hogy a $T_1, T_2, \ldots$ leképezések sorozata a T leképezéshez konvergál.

Legyen Q valamely az O-tól különböző pont; jelöljük Q-nak a T_ν, illetve a T leképezésnél származó képét B_ν-vel, illetve B-vel. Az $A_\nu<A_{\nu+1}$ vonatkozásból következik: $B_\nu<B_{\nu+1}$, mivel a csoporthoz tartozó $T_\nu^{-1}T_{\nu+1}$ leképezésnél az A_ν pont $A_{\nu+1}$-be és a B_ν pont $B_{\nu+1}$-be megy át. Hasonlóan az $A_\nu<A$ vonatko-

zásból következik, hogy $B_1 < B$, mivel a csoportnak $T_1^{-1}T$ leképezése az A_1 pontot A-ba és a B_1 pontot B-be viszi át. E szerint a $B_1, B_2, \ldots$ sorozat monoton és $B_1 < B_2 < \cdots < B$.

Azt állítjuk, hogy a $B_1, B_2, \ldots$ sorozat a B ponthoz konvergál. Ellenkező esetben legyen ugyanis B' olyan pont, melyre a $B_\nu < B' < B$ vonatkozás minden ν indexnél fennáll. Jelöljük T'-vel a csoportnak azt a leképezését, mely a O pontot B'-be viszi át, továbbá $T'(O) = A'$-vel az O pontnak a T' leképezésnél származó képét. A $T^{-1}T'$ leképezésnél a B pont B'-be és az A pont A'-be megy át, s ezért a $B' < B$ vonatkozásból következik, hogy $A' < A$; hasonlóan a $B_\nu < B'$ vonatkozásból következik, hogy $A_\nu < A'$, minden ν indexnél. E szerint minden ν-nél fennállana az $A_\nu < A' < A$ vonatkozás, ellentétben azzal a feltételünkkel, hogy $A = \lim A_\nu$.

Ezzel bebizonyítottuk, hogy a $T_\nu(O)$ pontok sorozata a $T(O)$ ponthoz konvergál, bármely pontja is az egyenesnek O. A monoton függvényekre vonatkozó ismert tételek szerint következik ebből, hogy az egyenes bármely véges szakaszán a T_ν leképezések egyenletesen konvergálnak a T leképezéshez. Ha tehát az egyenesen egy korlátos távolságmérést vezetünk be, például az egyenesnek a körvonalra való stereográfikus vetítésével, akkor minden ε pozitív számnak megfelel egy olyan ν_0 index, hogy bármely a ν_0-nál nagyobb ν indexre nézve a T_ν és a T leképezések ε-nál kevesebbel különböznek egymástól, vagyis, hogy bármely P pontnak a T_ν-nél és a T-nél származó képe egymástól ε-nál kisebb távolságban fekszik.

1.2. Az egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek bármely az egyenesen kétszeresen tranzitív csoportja folytonos.

Ennek bebizonyítására meg kell mutatnunk, hogy bármely A, B pontpárnak és tetszőleges ε pozitív számnak megfelel egy olyan δ pozitív szám, hogyha az adott G csoportnak egy tetszőleges leképezése az A és a B pontot δ-nál kisebb távolságra mozdítja el, akkor ez a leképezés ε-nál kevesebbel különbözik az azonosságtól, vagyis az egyenes bármely pontját ε-nál kisebb távolsággal mozdítja el helyéről.

A G csoportnak azok a leképezései, melyek az A pontot

önmagának feleltetik meg s az egyenes irányát megtartják, G-nek egy g_A alcsoportját alkotják, mely az AB félsugáron egyszeresen tranzitív. Az 1.1. tétel szerint ez a csoport folytonos, tehát az adott ε számnak megfeleltethetünk egy olyan η pozitív számot, hogy a g_A csoportnak bármely leképezése, mely a B pontot η-nál kevesebbel mozdítja el, $\varepsilon/2$-nél kevesebbel különbözik az azonosságtól; nyilvánvaló, hogy $\eta < \varepsilon/2$. Hasonló meggondolással meghatározhatunk egy olyan η' pozitív számot, hogy a G csoportnak bármely leképezése, mely a B pontot önmagának feleltheti meg, és az A pontot η'-nél kevesebbel mozdítja el, az azonosságtól $\eta'/2$-nél kevesebbel különbözzék. Legyen végül δ olyan pozitív szám, melyre: $\delta < \eta/2$, $\delta < \eta'$.

Ha A' és B' tetszőleges olyan pontok, melyekre az (A, A') távolság is és a (B, B') távolság is kisebb mint δ, jelöljük T_1-gyel a G csoportnak azt a leképezését, mely a B pontot önmagába, és az A pontot A'-be viszi át; mivel $(A, A') < \delta < \eta'$, következik, hogy a T_1 leképezés az azonosságtól $\eta/2$-nél kevesebbel különbözik. Jelöljük B''-vel a B' pontnak a T_1 leképezés inverzénél származó képét: $B'' = T_1^{-1}(B')$; a $(B', B'') < \eta/2$, és $(B, B') < \delta < \eta/2$ vonatkozások folytán a (B, B'') távolság kisebb mint η. Ezért a G csoportnak az a T_2 leképezése, mely az A pontot önmagába és a B pontot B''-be viszi át, $\varepsilon/2$-nél kevesebbel különbözik az azonosságtól. A T_2 és T_1 leképezések $T_2 T_1$ szorzatánál az A pont A'-be, a B pont B'-be megy át; s mert $\eta/2 + \varepsilon/2 < \varepsilon$, a $T_2 T_1$ leképezés ε-nál kevesebbel különbözik az azonosságtól.

1.3. Az egyenesnek nincs n-szeresen tranzitív csoportja, ha $n > 2$.

Ha $n > 2$, az egyenesen n-szeresen tranzitív csoportnak azok az elemei, melyeknél az egyenes két A és B pontja önmagába megy át, olyan alcsoportot alkotnának, mely az A és B pontok elhagyásával maradó halmazon meg tranzitív. De ez lehetetlen, mivel az egyenes bármely topologikus leképezésénél, mely az A és a B pontot önmagába viszi át, az AB szakasz belsejéhez tartozó pontok egymásba mennek át.

A *valós projektív egyenesre* vonatkozóan, mely egy körvonallal homöomorf, hasonló meggondolással a következő tételekhez jutunk:

1.4. A projektív egyenes minden egyszeresen vagy háromszorosan tranzitív csoportja folytonos.

1.5. A projektív egyenesnek nincs n-szeresen tranzitív csoportja, ha $n>3$.

Be fogjuk bizonyítani a következő tételt:

1.6. A projektív egyenesnek nincs kétszeresen tranzitív csoportja.

Ha G a projektív egyenesnek kétszeresen tranzitív csoportja volna, akkor G-nek az egyetlen olyan leképezése, melynél két fixpont van, az azonosság. Ebből következik, hogy a G csoport minden leképezése megtartja az egyenes irányítását, hiszen a projektív egyenesnek bármely az irányítását megfordító leképezésénél két fixpontja van. Legyen A és B két tetszőleges pont; van a G csoportban egy és csak egy olyan leképezés, jelöljük ezt σ^{AB}-vel, mely az A, B pontpárt a B, A pontpárba viszi át; ennek a leképezésnek a négyzeténél az A és a B pont önmagába megy át, s ezért $(\sigma^{AB})^2=I$ (azonosság), vagyis σ^{AB} involutorius leképezés. Legyen C az A-tól és B-től különböző pont, s jelentse σ^{AC} azt az involutorius leképezést, mely A-t és C-t felcseréli. Tekintsük a σ^{AB} és σ^{AC} leképezések $\tau=\sigma^{AB}\sigma^{AC}$ szorzatát; ennél a leképezésnél a B pont C-be, és az A pont a $B'=\sigma^{AC}(B)$ pontba megy át. Mivel a σ^{AC} leképezésnél a projektív egyenesnek az A, C pontok által meghatározott két szakasza, melyeket AC-vel és CA-val jelölünk, egymásba megy át, következik, hogy az A, C és a B, B' pontpárok elválasztják egymást. E szerint az A, B pontok által meghatározott egyik szakasz, jelöljük ezt AB-vel, tartalmazza a B' és C pontot. A τ leképezésnél az AB szakasz a $B'C$ szakaszba megy át, mely része az AB szakasznak; ennekfolytán van a τ leképezésnek egy fixpontja az AB szakasz belsejében. Hasonlóan a τ leképezés inverzénél a CB' szakasz a BA szakaszba megy át, mely része CB'-nek; tehát a BA szakasz belsejében is van egy fixpontja a τ leképezésnek. Ebből az következnék, hogy a τ leképezés, mivel két fixpontja van, az azonosság; ennek viszont ellentmond az, hogy τ a B pontot a tőle különböző C pontba viszi át.

2. §. Az egyenes egyszeresen tranzitív csoportja.

Tétel. *Az egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek az egyenesen egyszeresen tranzitív csoportja homöomorf az egyenes eltolásainak a csoportjával.*

A következő bizonyítás BROUWER-től származik.

Legyen O az egyenes egy pontja, T az adott csoportnak valamely az azonosságtól különböző eleme; jelöljük $A_1 = T(O)$-val az O pontnak T-nél származó képét, és $A_2 = T(A_1)$-gyel az A_1 pont képét. Mivel a T leképezésnek nincs fixpontja, T megmegtartja az egyenes irányítását, s így az OA_1 és A_1A_2 szakaszok megegyező irányúak; e szerint az A_1 pont az OA_2 szakaszhoz tartozik.

Legyenek $A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots$ az O pontnak a T leképezés $T, T^2, \ldots, T^n, \ldots$ hatványainál származó képei. Jelöljük T^{-1}-gyel a T leképezés inverzét; legyenek $A_{-1}, A_{-2}, \ldots, A_{-n}, \ldots$ az O pontnak a T^{-1} hatványainál, vagyis a $T^{-1}, T^{-2}, \ldots, T^{-n}, \ldots$ leképezéseknél származó képei.

Az $A_1, A_2, \ldots$ *pontsorozat divergens.* Ellenkező esetben jelöljük B-vel ennek a monoton pontsorozatnak a limeszét. Mivel a T leképezés folytonos, tehát a B pontnak a T leképezésnél származó $B' = T(B)$ képe az $A_2 = T(A_1), A_3 = T(A_2), \ldots$ sorozatnak a limesze volna. Másszóval a B' pont egybeesnék a B ponttal, holott feltételünk folytán T-nek nincs fixpontja.

Jelöljük X-szel az OA_1 szakasz változó pontját, és S-sel a csoportnak azt az elemét, mely az O pontot X-be viszi át. Legyen Y az X pontnak az S leképezésnél származó képe; tehát $X = S(O)$, $Y = S(X) = S^2(O)$. Míg az X pont folytonosan változik O-tól A_1-ig, az Y pont folytonosan változik O-tól A_2-ig, s az X monoton változásának az Y monoton változása felel meg. Van tehát az OA_1 szakasznak egy és csak egy olyan X pontja, amelynek megfelelő Y pont egybeesik A_1-gyel; jelöljük ezt a pontot $A_{1/2}$-lel, s azt a leképezést, mely az O pontot $A_{1/2}$-be viszi át, $T^{1/2}$-lel. Hasonlóan értelmezzük sorban az $A_{1/4}, A_{1/8}, \ldots$ pontokat s az ezeknek megfelelő $T^{1/4}, T^{1/8}, \ldots$ leképezéseket.

Az $A_{1/2}, A_{1/4}, \ldots$ *pontsorozat az O ponthoz konvergál.* Ha

ugyanis A tetszőleges olyan pont, mely O és $A_{1/2^n}$ között fekszik, s ha S a csoportnak az a leképezése, melynél az O pont A-ba megy át, akkor az $S(A)$ pont O és $T^{1/2^n}(A)$ között, ez az utóbbi pedig O és $T^{1/2^n}(A_{1/2^n}) = A_{1/2^{n-1}}$ között fekszik. E szerint, ha A az $A_{1/2^n}$ sorozat limesze, akkor $S(A)$ az $A_{1/2^{n-1}}$ sorozat limesze, vagyis $S(A) = A$. Ebből pedig az következik, hogy S az azonosság és így $A = S(O) = O$.

Feleltessük meg a csoport $T^{p/2^n} = (T^{1/2^n})^p$ elemének a $\xi = p/2^n$ paramétert, és a $T^{p/2^n}(O)$ pontnak az $x = p/2^n$ koordinátát. Az x koordináták nagyság szerint való elrendezése megegyezik a megfelelő pontoknak az egyenesen való elrendezésével. Az értelmezés folytán a ξ és a ξ' paraméterértékeknek megfelelő leképezések szorzata a $\xi+\xi'$ paraméterértéknek megfelelő leképezés. A ξ paramétert és az x koordinátát folytonosan kiterjeszthetjük tehát a csoport összes elemeire és az egyenes összes pontjaira, s ebben a koordináta- és paraméterrendszerben a csoport összes leképezéseit az $x' = x + \xi$ képlet fejezi ki, hol ξ tetszőleges valós számot jelent.

Az egyenesen egyszeresen tranzitív csoportnak fent bevezetett ξ paraméterét *kanonikus paraméter*nek nevezzük. Ennek jellemző tulajdonsága, hogy a ξ és ξ' paraméterértékeknek megfelelő leképezések szorzata a $\xi+\xi'$ paraméterértéknek megfelelő leképezés. Ebből a tulajdonságból következik, hogy az azonossághoz a kanonikus paraméter nulla értéke tartozik, továbbá, hogy inverz elemekhez tartozó kanonikus paraméterértékek abszolút értékben egyenlők és ellenkező előjelűek.

2.1. Egytagú folytonos csoport kanonikus paramétere, egy állandó tényezőtől eltekintve, egyértelműen meg van határozva.

Ha ugyanis $\xi_1 = f(\xi)$ egy másik kanonikus paramétere a csoportnak, akkor bármely ξ és ξ' értékekre

$$f(\xi+\xi') = f(\xi) + f(\xi').$$

Ennek a függvényegyenletnek egyedüli folytonos megoldása az $f(\xi) = c\xi$ függvény (c konstans).

Az egyenes egyszeresen tranzitív csoportjának meghatározására alkalmazott módszerrel jellemezhető a projektív egyenes egyszeresen tranzitív csoportja is; az erre vonatkozó tételt kö-

vetkezőképpen fogalmazhatjuk meg, tekintettel a projektív egyenesnek a körvonallal való homöomorfizmusára:

Tétel. *A projektív egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek egyszeresen tranzitív csoportja a körvonal középpontja körül való forgásainak csoportjával homöomorf.*

3. §. Az egyenes kétszeresen tranzitív csoportja.

Tétel. *Az egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek az egyenesen kétszeresen tranzitív csoportja az egyenes hasonlósági leképezéseinek a csoportjával, vagyis a valós számok összeadási és szorzási csoportjával homöomorf.*

Jelöljük G-vel az egyenes topologikus leképezéseinek kétszeresen tranzitív csoportját.

3.1. Bármely A, B pontpárhoz tartozik a G csoportnak egy és csak egy olyan involutorius leképezése, mely az A és B pontot egymással felcseréli. Ennek a leképezésnek egy fixpontja van, és az az AB szakaszhoz tartozik.

A G csoport kétszeres tranzitivitása folytán létezik G-ben egy és csak egy olyan σ leképezés, mely az A, B pontpárt a B, A pontpárba viszi át. A σ leképezés négyzeténél A és B fixpontok, s mert σ^2 a kétszeresen tranzitív G csoport eleme, ebből következik, hogy $\sigma^2=J$ (azonosság). E szerint σ *involutorius leképezés.*

Ha az X változó pont monoton és folytonos módon leírja az AB szakaszt, az $X'=\sigma(X)$ pont ugyancsak monoton és folytonos módon ellenkező irányban írja le ezt a szakaszt. Van tehát az AB szakasznak egy és csak egy olyan C pontja, melyre $C=\sigma(C)$. Ezt a pontot az AB *szakasz középpontjának* nevezzük. Fenti meggondolásunkból kiderül, hogy *az AB szakasznak egy és csak egy középpontja van.*

3.2. Az egyenes minden P pontjához a G csoportnak egy és csak egy olyan involutorius leképezése tartozik, melynek fixpontja P.

Jelöljük $\bar{\sigma}$-lal a G csoportnak azt a leképezését, mely két adott A és B pontot felcserél egymással, és legyen C a $\bar{\sigma}$ leképezés fixpontja (lásd 3.1.). Van a G csoportban legalább egy

olyan T leképezés, mely a C pontot az adott P pontba viszi át. A $\bar{\sigma}$ involutorius leképezésnek T-vel való transzformáltja, vagyis a $\sigma = T^{-1}\bar{\sigma}T$ leképezés ugyancsak involutorius és fixpontja a $T(C) = P$ pont. E szerint van a csoportban legalább egy olyan involutorius leképezés, melynek P a fixpontja.

Ha σ és σ' két olyan a G csoporthoz tartozó involutorius leképezés volna, melyeknek P fixpontja, akkor van legalább egy olyan A pont, melynek a két leképezésnél származó képe: $B=\sigma(A)$ és $B'=\sigma'(A)$ egymástól különböző. Jelöljük $A'=\sigma(B')$-vel B'-nek σ-nál származó képét, s legyen T a G csoportnak az a leképezése, mely az A pontot A'-be és B'-t önmagába viszi át. A P pontnak T-nél származó képe: $P'=T(P)$ szükségképpen különböző P-től, hiszen a T leképezésnek csak egy fixpontja van, a B' pont, s ez különböző P-től. A σ' leképezésnek T-vel való transzformáltja: $\sigma''=T^{-1}\sigma'T$ involutorius, felcseréli egymással az A' és B' pontot, s önmagába viszi át a P' pontot. A σ leképezés ugyancsak felcseréli az A' és B' pontot és önmagába viszi át a P pontot. E szerint az $A'B'$ szakasznak két középpontja volna, P és P', ellentétben a 3.1. tétellel.

A G csoportnak azt az involutorius leképezését, melynek P a fixpontja σ_P-vel jelöljük és a *P pontra vonatkozó tükrözés*nek nevezzük.

3.3. Ha a G csoport T leképezése az A, B pontokat az A', B' pontokba, akkor az AB szakasz C középpontját az $A'B'$ szakasz C' középpontjába viszi át.

Ha ugyanis a C-re vonatkozó σ_C tükrözés felcseréli egymással az A és B pontot, akkor σ_C-nek T-vel való transzformáltja: $T^{-1}\sigma_C T$ a $C'=T(C)$ pontra vonatkozó tükrözés; ez a leképezés felcseréli egymással az A' és B' pontot, mivel A' a T^{-1} leképezésnél A-ba, A a σ_C leképezésnél B-be, és B a T leképezésnél B'-be megy át.

Legyen O és A_1 az egyenes két tetszőleges pontja; képezzük a következő pontsorozatot, melyet az O és A_1 pontok által meghatározott *lánc*nak nevezünk:

$$A_0 = O,\ A_1,\ A_2 = \sigma_{A_1}(A_0),\ A_3 = \sigma_{A_2}(A_1), \ldots,\ A_n = \sigma_{A_{n-1}}(A_{n-2}), \ldots$$

Legyen $A_{-1}=\sigma_O(A_1)$ az A_1 pontnak az O pontra vonatkozó

tükörképe, s képezzük az O és A_{-1} pontok által meghatározott láncot:

$$A_0, A_{-1}, \ldots, A_{-n}, \ldots$$

Az A_n pont az $A_{n-1}A_{n+1}$ szakasznak a középpontja, minden n indexnél.

Az O pontra vonatkozó σ_O tükrözésnél az A_n pont az A_{-n} pontba megy át (n tetszőleges egész számot jelent). Ezt teljes indukcióval következőképpen igazoljuk. Az A_1 pont, mely az OA_2 szakasznak a középpontja, a σ_O tükrözésnél az A_{-1} pontba, és az O pont önmagába megy át; a 3.3. tétel szerint tehát az A_{-1} pont az O és a $\sigma_O(A_2)$ pont által meghatározott szakasznak a középpontja, s ezért $\sigma_O(A_2)=A_{-2}$. És így tovább. Hasonlóan minden n és k indexre vonatkozóan: $\sigma_{A_n}(A_{n+k})=A_{n-k}$. E szerint:

3.4. Az A_n pont az $A_{n-k}A_{n+k}$ szakasznak a középpontja (n és k tetszőleges egész számok).

Jelöljük H-val a G csoportnak azt a leképezését, mely az O pontot önmagába és az A_1 pontot A_2-be viszi át. Mivel A_1 az OA_2 szakasz középpontja, a 3.3. tétel szerint az $A_2=H(A_1)$ pont az O és a $H(A_2)$ pont által meghatározott szakasz középpontja, s ezért 3.4. szerint: $H(A_2)=A_4$. Hasonlóan adódik minden n-re $H(A_{2n})=A_{2n+1}$.

Ebből következik, hogy *az $A_1, A_2, A_4, \ldots$ pontok sorozata divergens.* Ellenkező esetben ugyanis ennek a monoton sorozatnak volna egy limesze, s ez a H leképezésnek az O-tól különböző fixpontja volna, holott a kétszeresen tranzitív G csoporthoz tartozó és az azonosságtól különböző bármely leképezésnek legfeljebb egy fixpontja van.

Bevezetünk az egyenesen egy x valós koordinátát a következő módon. Minden A_n ponthoz hozzárendeljük az n egész számot mint x koordinátát. Az A_nA_{n+1} szakasz középpontjához hozzárendeljük az $x=n+\frac{1}{2}$ koordinátát, az $n, 2$ és az $(n+1)/2$ koordinátájú pontok által meghatározott szakasz középpontjához az $x=(2n+1)/4$ koordinátát, és így tovább. Jelöljük minden diadikus x számnál A_x-szel az x koordinátájú pontot.

Az $A_{1/2}, A_{1,4}, A_{1/8}, \ldots$ pontok sorozata az O ponthoz konvergál. A fenti H leképezésnek, mely az O pontot önmagába és az A_1 pontot A_2-be viszi át, az inverzénél az A_1 pont az

$A_{1,2}$ pontba, s minden n-re az $A_{1/2^n}$ pont az $A_{1/2^{n-1}}$ pontba megy át. Ha az $A_{1/2^n}$ sorozatnak a limesze különböző volna O-tól, ez egy második fixpontja volna H-nak, ami lehetetlen.

Ebből az eredményünkből következik, hogyha az $n/2^k$ diadikus számok sorozata az $n/2^k$ diadikus számhoz, akkor az ezeknek megfelelő pontok sorozata az $n/2^k$ koordinátának megfelelő ponthoz konvergál. Mivel továbbá a diadikus számoknak nagyság szerint való elrendezése megegyezik a nekik megfelelő pontoknak az egyenesen való elrendezésével, tehát kiterjeszthetjük az x koordináta meghatározását az egyenes összes pontjaira: a megfelelő x koordinátaértékek összessége a valós számok összességével megegyezik.

Külön feljegyezzük a fenti eljárásunk során megismert következő eredményünket:

3.5. A G csoportnak az a H leképezése, mely az O pontot önmagába és az OA_2 szakasz A_1 középpontját A_2-be viszi át, az OA_1 szakasz $A_{1/2}$ középpontját az A_1 pontba viszi át.

Be fogjuk bizonyítani a következő tételt:

3.6. Az x és y koordinátájú pontok által meghatározott szakasz középpontjának koordinátája: $\frac{1}{2}(x+y)$.

Tegyük fel előbb, hogy x és y diadikus racionális számok, s írjuk fel ezeket $x=m/2^k$, $y=n/2^k$ alakban. Jelöljük A'_1-vel az $1/2^{k+1}$ koordinátájú pontot. Az O és A'_1 pontok által, illetve az O és $A'_{-1}=\sigma_O(A'_1)$ pontok által meghatározott lánc elemei legyenek:

$$\ldots, A'_{-n}, \ldots, A'_{-2}, A'_{-1}, O, A'_1, A'_2, \ldots, A'_n, \ldots$$

Ebben a sorozatban a $2m$, illetve $2n$ index-szel bíró elem a két megadott pont; az általuk meghatározott szakasz középpontja, 3.4. szerint, ennek a sorozatnak $m+n$ indexű eleme; a hozzátartozó koordinátaérték tehát $(m+n)\,2^{k+1} = \frac{1}{2}(x+y)$. A koordináta folytonosságából következik állításunk érvényessége tetszőleges x, y koordinátaértékekre.

A G csoport valamely leképezését fejezzük ki az $x'=f(x)$ függvénnyel. A 3.3. tétel folytán bármely két x, y számra fennáll a következő függvényegyenlet:

$$f\left(\frac{x+y}{2}\right) = \frac{f(x)+f(y)}{2}.$$

Ismeretes, hogy ennek a függvényegyenletnek egyedüli folytonos megoldásai az $f(x)=ax+b$ lineáris egész függvények[1]. Jelöljük ugyanis $g(x)$-szel az $f(x)-f(0)$ függvényt, melyre ugyanilyen alakú függvenyegyenlet érvényes, s azonkívül $g(0)=0$. A

$$g\left(\frac{x+y}{2}\right)=\frac{g(x)+g(y)}{2}$$

egyenletben tegyünk x helyett $2x$-et és y helyett 0-t; adódik:

$$\frac{g(2x)}{2}=g(x).$$

Tegyünk a fenti egyenletben x helyett $2x$-et és y helyett $2y$-t; így kapjuk, hogy

$$g(x+y)=\frac{g(2x)+g(2y)}{2}=g(x)+g(y).$$

Ennek az egyenletnek folytonos megoldásai csupán a $g(x)=ax$ függvények, hol $a=g(1)$ konstans. Jelöljük az $f(0)$ konstans értékét b-vel. E szerint:

$$f(x)=ax+b.$$

Ezzel bebizonyítottuk, hogy *a fent bevezetett x koordinátával a G csoport minden leképezését $x'=ax+b$ alakban fejezhetjük ki.*

Mivel a G csoport is, s az $x'=ax+b$ lineáris egész leképezések csoportja is kétszeresen tranzitív az egyenesen, következik, hogy bármely valós a ($\neq 0$) és b értékekre nézve az $x'=ax+b$ leképezés a G csoporthoz tartozik, vagyis, hogy *a G csoport az $x'=ax+b$ hasonlósági leképezések csoportjával azonos.* Ez a szakasz élén megfogalmazott tétel.

A G csoportnak azok a leképezései, melyek az O pontot s az O pont által meghatározott egyik félsugarat önmagába viszik át, G-nek egy g_0 alcsoportját alkotják, mely az O pont által meghatározott egyik félsugáron egyszeresen tranzitív. Jelöl-

[1] A következő meggondolást illetően lásd: SIERPIŃSKI, W.: *Sur les fonctions convexes mesurables.* Fundamenta Mathematicae, 1. k. (1920). 125–129. o.; különösen a 129. oldalon levő [1] lábjegyzetet.

jük y-nal ennek a csoportnak kanonikus paraméterét, mellyel a g_0 csoportot az illető félsugáron az $y' = y + \eta$ képlettel fejezzük ki (2. §). Határozzuk meg az y paramétert, mint az illető félsugáron való koordinátát úgy, hogy az $x=1$ pontnak az $y=0$ érték, és az $x = 2$ pontnak az $y = \log 2$ érték feleljen meg. Mivel ugyanezt a g_0 csoportot a fentiek szerint az $x' = ax\,(a>0)$ képlettel is kifejezhetjük, tehát a $\log x' = \log x + \log a$ képlet szerint $\log x$ is kanonikus paramétere a csoportnak, s ez az utóbbi megegyezik y-nal az $y=0$ és $y = \log 2$ pontban. Ebből a 2. §-ban az egytagú folytonos csoport kanonikus paraméterére vonatkozó megállapításunk szerint (2.1) következik, hogy $y = \log x$.

Ezt az eredményünket így fogalmazhatjuk meg:

3.7. Ha g_0 jelenti a G csoportnak azt az alcsoportját, mely az O pontot és az O pont által meghatározott egyik félsugarat önmagába átvivő leképezésekből áll, s ha y a g_0 csoportnak olyan kanonikus paramétere, hogy valamely A_1 pontnak az $y = 0$ érték és az $A_2 = \sigma_{A_1}(O)$ pontnak az $y = \log 2$ érték felel meg, akkor az $x = e^y$ koordinátát vezetve be ezen a félsugáron, továbbá a $-x$ koordinátát rendelve hozzá az x pontnak az O pontra vonatkozó tükörképéhez, az x koordinátával a G csoportot az $x' = ax + b$ hasonlósági leképezések állítják elő.

4. §. A projektív egyenes háromszorosan tranzitív csoportja.

Legyen G a projektív egyenes önmagára való topologikus leképezéseinek háromszorosan tranzitív csoportja.

Jelöljük U-val a projektív egyenes valamely pontját; a G csoportnak azok a leképezései, melyeknél az U pont önmagába megy át, G-nek egy G_U alcsoportját képezik; ez az alcsoport az U pont elhagyásával származó egyenesen *kétszeresen tranzitív*. Ha ugyanis A, B és A', B' az U-tól különböző pontok, s ha A és B különbözők, s ugyancsak A' és B' is különbözők egymástól, akkor feltevésünk szerint a G csoportban egy és csak egy olyan leképezés van, mely az (A, B, U) ponthármast az (A', B', U) ponthármasba viszi át; tehát a G_U csoportban egy

és csak egy olyan leképezés van, melynél az (A, B) pontpár az (A', B') pontpárba megy át.

Az U pontot *végtelen távoli pont*nak vesszük, s az elhagyásával származó egyenesen bevezetünk egy olyan x koordinátát, mellyel a 3. §-ban bebizonyított tételnek megfelelően a G_U csoport leképezéseit az $x' = ax + b$ lineáris egész transzformációk állítják elő.

Jelöljük O-val az x koordináta kezdőpontját ($x=0$), és G_{OU}-val G-nek azt az alcsoportját, mely az O és az U pontot változatlanul hagyó leképezésekből áll.

A 3.2 tétel szerint van a kétszeresen tranzitív G_U csoportban egy és csak egy olyan involutorius leképezés, melynek (az U ponton kívül) az O pont fixpontja; ezt a leképezést σ_{OU}-val jelöljük és az O, U fixpontokhoz tartozó *involució*nak nevezzük.

Ha C és D a projektív egyenes két tetszőleges pontja, van a G csoportban legalább egy olyan T leképezés, mely az O pontot C-be és az U pontot D-be viszi át. A σ_{OU} involuciónak T-vel való transzformáltja, vagyis $T^{-1}\sigma_{OU}T$ szintén involució, s ennek fixpontjai az O, U pontoknak T-nél származó képei: $T(O)=C$, $T(U)=D$. E szerint $T^{-1}\sigma_{OU}T=\sigma_{CD}$ a C, D fixpontokhoz tartozó involució, mely fixpontjai által egyértelműen meg van határozva.

Az involuciók között fennáll a következő *reciprocitás*:

4.1. Ha a σ_{CD} involució felcseréli egymással a C' és D' pontot, akkor a $\sigma_{C'D'}$ involució felcseréli a C és D pontot.

Jelöljük ugyanis τ-val a G csoportnak azt a leképezését, mely a (C, D, C') ponthármast a (C', D', C) ponthármasba viszi át. Mivel a σ_{CD} involuciónál a projektív egyenesnek a C, D pontok által meghatározott két szakasza egymásba megy át, tehát a C' és D' pontokat, melyek a σ_{CD} involuciónál egymásnak felelnek meg, elválasztják egymástól a C, D pontok, s ezért a D és a D' pontok a projektív egyenesnek a C, C' pontok által meghatározott két szakasza közül ugyanahhoz tartoznak. Így a τ leképezésnél, mely a C és C' pontokat felcseréli egymással és a D pontot D'-be viszi át, a projektív egyenesnek a C, C' pontpár által meghatározott mindkét szakasza önmagába megy

át megfordított irányítással; mindkét szakaszon van tehát egy-egy fixpont: P és Q. A τ leképezés négyzeténél négy fixpont van: P, Q, C, C', s mivel τ^2 a háromszorosan tranzitív G csoportnak eleme, ebből következik, hogy τ^2 az azonosság, vagyis τ *involutorius leképezés*. Mivel pedig τ a D pontot D'-be viszi át, tehát D'-nek a képe D. A σ_{CD} leképezésnek τ-vel való transzformáltja: $\tau^{-1}\sigma_{CD}\tau$ involutorius, éppen úgy, mint σ_{CD}; fixpontjai a C és D pontnak τ-nál származó képe: $\tau(C)=C'$ és $\tau(D)=D'$; e szerint: $\tau^{-1}\sigma_{CD}\tau = \sigma_{C'D'}$. A C pont a $\tau = \tau^{-1}$ leképezésnél C'-be, ez σ_{CD}-nél D'-be és D' a τ leképezésnél D-be megy át. E szerint a $\sigma_{C'D'}$ involució felcseréli egymással a C és D pontokat. Ezzel a 4.1. tételt bebizonyítottuk.

A G_{OU} csoportnak azok a leképezései, melyek megtartják az egyenes irányítását, vagyis az O, U pontok által az egyenesen meghatározott két félsugár közül mindegyiket önmagába viszik át, G_{OU}-uak egy g_{OU} alcsoportját alkotják, mely az O, U pontok által meghatározott bármelyik félsugáron egyszeresen tranzitív. A G_{OU} csoport a g_{OU} csoport elemeiből s ezeknek a σ_{OU} involucióval való szorzatából áll.

A 3.7. tétel szerint a fent bevezetett x koordinátát, mellyel a G_{OU} csoport leképezéseit az $x' = ax + b$ lineáris egész transzformációk fejezik ki, a g_{OU} csoport alapján a következőképpen értelmezhetjük.

Vezessük be a g_{OU} csoportban az y kanonikus paramétert olyan módon, hogy ahhoz a H leképezéshez, mely valamely A_1 pontot az $A_2 = \sigma_{A_1U}(O)$ pontba visz át, az $y = \log 2$ paraméterérték tartozzék. Jelöljük μ^y-nal a g_{OU} csoport általános elemét. Rendeljük hozzá az A_1 ponthoz az $x=1$, a $P = \mu^y(A_1)$ ponthoz az $x=e^y$, továbbá a $P' = \mu^y\sigma_{OU}(A_1)$ ponthoz az $x=-e^y$ koordináta-értéket. Az ilyen módon meghatározott x *koordinátával a* g_{OU} *csoport leképezéseit az* $x'=ax (a>0)$, *és a* G_{OU} *csoport leképezéseit az* $x'=ax+b$ *lineáris transzformációk állítják elő.*

Ebben az állításban cseréljük fel az O és az U pont szerepét, hogy ezáltal meghatározzuk az O pontot változatlanul hagyó G_O csoportnak az x koordinátával való kifejezését.

Bevezetünk tehát a g_{OU} csoportban egy olyan y_1 paramétert, hogy ahhoz a H' leképezéshez, mely az A_1 pontot az

$A_2' = \sigma_{A_1 O}(U)$ pontba viszi át, az $y_1 = \log 2$ érték tartozzék. A 4.1. alatt bebizonyított reciprocitási tétel szerint az

$$A_2' = \sigma_{A_1 O}(U)$$

vonatkozásból következik:

$$A_1 = \sigma_{A_2' U}(O).$$

E szerint az A_2' pont az OA_1 szakasz középpontja az U végtelen távoli pontra vonatkozóan, ugyanúgy, mint az A_1 pont az OA_2 szakasznak a középpontja. A 3. §-ban levezetett 3.5. eredményünk szerint a g_{OU} csoportnak az a H leképezése, mely az A_1 pontot A_2-be, az A_2' pontot A_1-be viszi át; ebből következik, hogy a H'-vel jelölt leképezés a fenti H leképezésnek az inverze. A 2. §-ban az egytagú csoport kanonikus paraméteréről tett megjegyzésünk szerint (2.1.) tehát a g_{OU} csoportban bevezetett y és y_1 paraméterek között az $y_1 = -y$ kapcsolat áll fenn.

Ha a fenti állításban felcseréljük egymással az O és az U pont szerepét, ennek megfelelően y helyett a $-y$ paramétert és az x koordináta helyett az $1/x$ koordinátát kell bevezetnünk. Ezáltal a következő tételhez jutunk:

4.2. Az O pontot változatlanul hagyó leképezéseket az x koordinátával az

$$\frac{1}{x'} = a\frac{1}{x} + b, \quad \text{vagyis:} \quad x' = \frac{x}{bx+a}$$

lineáris transzformációk állítják elő.

Jelöljük Q-val az $x=q$ koordinátájú pontot, és G_Q-val G-nek azt az alcsoportját, mely a Q pontot változatlanul hagyó leképezésekből áll. A G_Q csoporthoz tartozó

$$S: x' = x + q$$

leképezésnél az O pont a Q pontba megy át. A G_O csoport bármely leképezésének S-sel való transzformáltja a G_Q csoporthoz tartozik, s viszont G_Q minden leképezése G_O valamely elemének S-sel való transzformáltja. G_O-nak és S-nek fenti kifejezéseiből adódik tehát, hogy *a G_Q csoport leképezéseit az*

$$x' = \frac{(x-q)}{b(x-q)+a} + q$$

lineáris transzformációk állítják elő.

Ha T a G csoport tetszőleges eleme, T előállítható két olyan T_1 és T_2 leképezés szorzataként, melyek közül T_1 a G_Q és T_2 a G_U alcsoportnak eleme. Legyen ugyanis Q valamely az U-tól és a $T^{-1}(U)$-tól különböző pont; a $Q'=T(Q)$ pont U-tól különböző. A G_U csoportban van tehát legalább egy olyan T_2 leképezés, mely a Q pontot Q'-be viszi át. A $T_1=T.T_2^{-1}$ leképezésnél a Q pont önmagába megy át, vagyis T_1 a G_Q csoporthoz tartozik. Mivel T_1 és T_2, tehát ezeknek szorzata T is az x koordináta lineáris transzformációjával fejezhető ki.

Másfelől minden lineáris transzformáció hozzátartozik a G csoporthoz, mivel a lineáris transzformációk csoportja ugyanúgy mint a G csoport a projektív egyenesen háromszorosan tranzitív. Eredményünk a következő:

Tétel. *A projektív egyenes topologikus leképezéseinek háromszorosan tranzitív csoportja az*

$$x'=\frac{ax+b}{cx+d}$$

lineáris transzformációk csoportjával homöomorf (a, b, c, d tetszőleges olyan valós számokat jelentenek, melyekre $ad-bc\neq 0$).

5. §. Az egyenes tranzitív csoportjainak paramétercsoportjai.

Az egyszeresen tranzitív csoport saját magának paramétercsoportja.

Az egyenes *kétszeresen tranzitív* G csoportját az $x'=ax+b$ lineáris egész transzformációkkal állítottuk elő. Az (a, b) és (a°, b°) paraméterértékeknek megfelelő leképezések szorzata az

$$x'=a^\circ ax+(a^\circ b+b^\circ)$$

tehát az $(a^\circ a, a^\circ b+b^\circ)$ paraméterértékeknek megfelelő leképezés. Ha az a és b értékeket az euklidesi síkban derékszögű koordinátákként értelmezzük, akkor a b tengely pontjaitól ($a=0$) eltekintve, a sík minden pontjának megfelel a G csoportnak egy és csak egy leképezése. Az (a°, b°) pontnak megfelelő leképezés az euklidesi síknak önmagára való leképezését értelmezi, mely az (a, b) változó pontnak az

$$a'=a^\circ a,\quad b'=a^\circ b+b^\circ$$

koordinátákkal bíró képpontot feleltei meg. Ez a leképezés az euklidesi síknak homothétikus leképezése olyan középpontra vonatkozóan, mely a b-tengelyhez tartozik; illetve, ha $a^\circ = 1$, akkor az euklidesi síknak a b-tengely irányában való eltolása.

E szerint az egyenes kétszeresen tranzitív csoportjának paramétercsoportja az euklidesi síknak egy b egyenese mentén való eltolásaiból, és a b egyenesen fekvő középponttal bíró homothétikus leképezéseiből áll,

A G csoport nem összefüggő; paraméter-tere a b egyenes által meghatározott két félsíkból áll. Az $a>0$ félsíknak a G csoportnak azok a leképezései felelnek meg, melyek az egyenes irányítását megtartják; ezek G-nek egy összefüggő Γ alcsoportját alkotják.

Az azonosságnak az (a, b) síkban az $(1, 0)$ koordinátájú pont felel meg. A Γ csoportban foglelt egytagú alcsoportoknak a

$$\lambda b + \mu(1-a) = 0$$

egyenletekkel előállított egyeneseknek az $a > 0$ félsíkban fekvő félsugarai felelnek meg.

Ha az $a>0$ félsíkot a hiperbolikus sík Poincaré-féle modelljeként értelmezzük, akkor azoknak a homothétikus leképezéseknek, melyeknek középpontja az $a=0$ egyenesen fekszik, a hiperbolikus síknak egy párhuzamos egyenes-sereg egy-egy egyenese mentén való eltolásai, s a b-tengely mentén való eltolásoknak a hiperbolikus síknak a fenti egyenes-sereg horociklusai mentén való eltolásai felelnek meg.[1] Ilyen módon *a Γ csoport paramétercsoportját, mint a hiperbolikus síkon egyszeresen tranzitív mozgáscsoportot állítottuk elő.*

A Γ csoport előállítható az euklidesi síkon egyszeresen tranzitív csoportként, ha az a, b koordináták helyett az

$$X = b, \quad Y = \log a$$

koordinátákat vezetjük be. Ezekkel a koordinátákkal a paramétercsoport leképezéseit az

$$X' = e^{Y^\circ} X + X^\circ, \quad Y' = Y + Y_0$$

egyenletek állítják elő.

---

[1] V. ö. Kerékjártó Béla: *A hiperbolikus síkgeometria felépítése.* M. T. Értesítő, 59. k. (1940), 19—61. o.; különösen 54—56. o.

Egy előbbi dolgozatomban bebizonyítottam, hogy *az euklidesi sík minden egyszeresen tranzitív, nem kommutatív folytonos csoportja a fenti egyenletekkel állítható elő.*[1] Ennek a tételnek az alkalmazása a 3. §-ban foglalt eredmények más levezetésére is felhasználható volna.

A projektív egyenes *háromszorosan tranzitív* csoportjának leképezéseit az

$$x' = \frac{ax+b}{cx+d}$$

lineáris transzformációkkal fejeztük ki. Ha az a, b, c, d együtthatókat a háromméretű projektív tér homogén koordinátáiként értelmezzük, akkor a csoport paraméter-terét mindazok a pontok alkotják, melyek nem feküsznek az

$$ad - bc = 0$$

egyenlettel előállított másodrendű vonalfelületen. Ez a felület a teret két részre osztja; a felület külsejében, illetve belsejében fekvő pontoknak azok a lineáris leképezések felelnek meg, melyek megtartják, illetve megfordítják a projektív egyenes irányítását.

Az azonosságnak az I (1, 0, 0, 1) pont felel meg. A csoportban foglalt *egytagú alcsoportok*nak az I ponton áthaladó egyenesek felelnek meg. Az I pontból az $ad-bc=0$ felülethez húzott érintőkúpfelületnek az alkotói a parabolikus típusú egytagú alcsoportokat, a kúpfelület belsejében, illetve külsejében fekvő s az I ponton áthaladó egyenesek rendre az elliptikus, illetve a hiperbolikus típusú egytagú alcsoportokat állítják elő. A kúpfelületnek érintősíkjai a lineáris csoportban foglalt *kéttagú alcsoportok*nak a képei.

Ezek az állítások, melyekkel a projektív csoportban foglalt alcsoportok elrendezését szemléltettük, közvetlenül adódnak az illető csoportok analitikus előállításából.

---

[1] KERÉKJÁRTÓ, B. von: *Geometrische Theorie der zweigliedrigen kontinuierlichen Gruppen.* Abhandl. Mathem. Seminar Hamburg, 8. k. (1930), 107—114. o.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 21-én tartott üléséből.)

SUR LES GROUPES TRANSITIFS DE LA DROITE.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Un groupe H de transformations topologiques d'une variété V en elle-même est appelé n-uplement transitif sur V, si à deux systèmes quelconques de n points de V: $(A_1, A_2, \ldots, A_n)$ et $(A'_1, A'_2 \ldots, A'_n)$ correspond une transformation T du groupe G et une seule qui change le premier système en le second. Le groupe G est dit continu si la transformation T varie continuement avec le système $(A'_1, A'_2, \ldots, A'_n)$.

Dans le mémoire précédent je démontre d'abord que *tout groupe simplement transitif de la droite, de même que tout groupe n-uplement transitif de la droite, en tant qu'un tel groupe existe, est continu.* Cependant la droite n'admet que des groupes simplement ou doublement transitifs, et la droite projective des groupes simplement ou triplement transitifs.

M. Brouwer a démontré dans ses travaux importans sur les groupes continus que les groupes simplement, doublement et triplement transitifs de la droite sont homéomorphes respectivement aux groupes suivants: groupe des translations, groupe des similitudes et groupe des homographies de la droite.

Dans le mémoire précédent je donne des démonstrations nouvelles et élémentaires de ces théorèmes en utilisant des méthodes qui, dans un mémoire antérieur, m'ont permis de caractériser topologiquement le groupe homographique de la sphère.

(Mémoire présenté à la III-me classe de l'Académie Hongroise des Sciences; séance du 24 juin 1940).

EGY EXTREMÁLIS SOKLAPRÓL.

FEJES LÁSZLÓ-tól.

Tekintsünk egy kivételességektől (szingularitásoktól) mentes zárt konvex felületet, továbbá tekintsük az adott csúcspontszámmal bíró beírt soklapok (poliéderek) közül a maximális térfogatút. Bebizonyítottam,[1] hogy

I. ennek a soklapnak minden lapja háromszög,

II. megrajzolva ennek a soklapnak egy tetszésszerinti C csúcspontjába torkoló lapjaira a reájuk merőleges kifelé mutató és a megfelelő lap területével arányos vektorokat, ezeknek eredője a felület C-hez tartozó normálisával párhuzamos.

Az alábbiakban a konvex felületbe beírható maximális felszínű konvex soklappal foglalkozunk. Erre a soklapra bebizonyítunk egy a II. tétellel analóg tételt. A továbbiakban azonban látni fogjuk, hogy az I. tételnek megfelelő tétel a maximális felszínű soklapra nem mondható ki.

A II. tétel imént jelzett analogonja a következő:

Tekintsünk egy kivételességektől mentes zárt konvex $\mathfrak{F}$ felületet s jelöljük $\mathfrak{P}$-vel az adott számú csúcsponttal bíró beírt konvex soklapok közül a maximális felszínűt (ill. ezek egyikét). *Legyen C $\mathfrak{P}$-nek egy tetszésszerinti csúcspontja s jelöljük rendre $C_1, C_2, \ldots, C_m$-mel a C-vel szomszédos (C-vel közös élen fekvő) csúcspontokat. Rajzoljuk meg C-ből kiindulva a $\overline{C_iC_{i+1}}$ ($i=1, 2, \ldots, m$; $C_{m+1}\equiv C_1$) szakasszal egyenlő nagyságú és a C_iC_{i+1} egyenesre a CC_iC_{i+1} síkban merőleges $\mathfrak{v}_i$ vektort. Az így kapott m vektor $\mathfrak{v}=\mathfrak{v}_1+\mathfrak{v}_2+\cdots+\mathfrak{v}_m$ eredője az $\mathfrak{F}$ felület C-be rajzolt normálisával párhuzamos.*

[1] L. Fejes: Über zwei Maximumaufgaben bei Polyedern. (Tôhoku Math. Journal, Vol. 46. (1939), 79—83.)

Tételünk bizonyítása végett vizsgáljuk a soklap felszínének változását akkor, amidőn C infinitézimális elmozdulást tesz.[2] Nézzük először azt az áttekinthetőbb esetet, midőn a C-ben találkozó lapok mind háromszögek. A CC_iC_{i+1} háromszögben a $\overline{C_iC_{i+1}}$ oldal nem változik; a hozzátartozó magasság változása ellenben egyenlő a C csúcspont $\Delta\mathfrak{r}$ elmozdulásvektorának a magasságra eső vetületével. A magasság irányába mutató egységvektort $\mathfrak{e}_i$-vel jelölve a magasság változása $-(\mathfrak{e}_i\Delta\mathfrak{r})$ skaláris szorzattal lesz egyenlő. A terület változása tehát $-\frac{1}{2}\overline{C_iC_{i+1}}(\mathfrak{e}_i\Delta\mathfrak{r}) = -\frac{1}{2}(\mathfrak{v}_i\Delta\mathfrak{r})$ s így a soklap felszínváltozása: $\Delta F = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m}(\mathfrak{v}_i\Delta\mathfrak{r}) = -\frac{1}{2}(\mathfrak{v}\Delta\mathfrak{r})$.[3]

Látjuk tehát, hogy a C csúcspontnak valamely infinitézimális elmozgatásakor a soklap felszíne akkor és csak akkor nem változik, ha az elmozdulás a $\mathfrak{v}$-ra merőleges síkban történik. E síknak tehát tételünkkel megegyezésben egybe kell esnie az $\mathfrak{F}$ felület C-hez fektetett érintősíkjával, mert ellenkező esetben a soklap felszíne C-nek $\mathfrak{F}$-en történő alkalmas irányú elmozgatásakor növekednék.

Vegyük most azt az esetet, midőn a C-ben találkozó lapok nem mind háromszögek. Ekkor a soklap típusa C-nek egy infinitézimális elmozgatásakor általában megváltozik. A C-be torkoló nem háromszöglap ugyanis — ha az elmozdulás nem ennek síkjában történik — vagy C és a vele szomszédos két csúcspont által meghatározott háromszöggé redukálódik, vagy olyan háromszögekre bomlik, amelyeknek oldalai a szóbanforgó lap C-ből kiinduló átlói és az eredeti soklap megfelelő élei. Ámde egy elemi meggondolás meggyőz bennünket arról, hogy a $\mathfrak{v}$ vektor nem változik, ha $\mathfrak{P}$ bármelyik C-be torkoló lapját C-ből kiinduló átlókkal háromszögekre bontjuk és ezeket az átlókat éleknek számítva képezzük a tételünkben leírt módon a $\mathfrak{v}$ vektort. Ezzel azonban tételünket erre az esetre is igazoltuk.

Ez az utóbbi körülmény fényt vet arra, hogy miért lehet a maximális felszínű soklapnak — a maximális térfogatútól eltérően —

---

[2] Az új soklapon az alábbiakban a megváltozott C csúcspontot és az eredeti soklap C-től különböző csúcspontjait magábazáró legkisebb konvex testet értjük.

[3] A negatív előjelet annak a ténynek megfelelően alkalmaztuk, hogy a felszín a $\mathfrak{v}$ irányában történő elmozduláskor csökken.

háromnál nagyobb oldalszámú lapja is.[4] A bevezetésben említett II. tételben szereplő vektor — a $\mathfrak{v}$ vektortól eltérően — ugyanis nyilván más-más lesz a szerint, hogy $\mathfrak{P}$-t az említett különböző típusú soklapok melyikének határeseteként fogjuk fel. Az I. tétel bizonyítása azonban éppen ezen alapszik.

Befejezésül megemlítem azt az önként felmerülő problémát, hogy az adott csúcspontszámmal bíró soklapok helyett az $\mathfrak{F}$-ben fekvő adott lapszámmal bíró konvex soklapok közül keressük a maximális felszínűt. Erre a soklapra eddig még nem sikerült az adott csúcspontszámú soklapra vonatkozó feltételhez hasonló szükséges feltételt kiszabni, jóllehet maximális térfogatú soklap esetében (l. az 1. alatt idézett dolgozatot) ez a kérdés megoldást nyert.

[4] Meg kell jegyeznem, hogy ezt konkrét példán igazolni még nem tudtam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24-én tartott üléséből.)

ÜBER EINEN EXTREMALEN POLYEDER.

Von L. FEJES.

Es wird folgender Satz bewiesen:

Es sei $\mathfrak{F}$ eine singularitätsfreie konvexe geschlossene Fläche und $\mathfrak{P}$ derjenige Polyeder, welcher unter sämtlichen in $\mathfrak{F}$ einbeschriebenen konvexen Polyedern mit vorgegebener Eckenzahl die grösstmögliche Oberfläche besitzt. Es sei ferner C ein beliebiger Eckpunkt von $\mathfrak{P}$ und bezeichnen wir mit $C_1, C_2, \ldots, C_m$ die mit C benachbarten nacheinanderfolgenden Ecken von $\mathfrak{P}$. Zeichnen wir nun von C aus die m auf C_iC_{i+1} in der Ebene CC_iC_{i+1} $(i=1, 2, \ldots, m;\ C_{m+1}\equiv C_1)$ senkrechten Vektore $\mathfrak{v}_1, \mathfrak{v}_2, \ldots, \mathfrak{v}_m$ derart, dass der Betrag von $\mathfrak{v}_i$ mit $\overline{C_iC_{i+1}}$ gleich ausfällt, so stimmt die Richtung der Vektorensumme $\mathfrak{v} = \sum_{i=1}^{m} \mathfrak{v}_i$ mit der Richtung der Normalen von $\mathfrak{F}$ in C überein.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.)

AZ URÁNIUM X_2- ÉS URÁNIUM Z-ATOMMAGOK IZOMÉRIÁJÁNAK KÉRDÉSÉRŐL.

IMRE LAJOS-tól.

Az izotópia fogalma eredetileg a radióaktiv bomlássoroknál tapasztalt bizonyos periódusos szabályszerűségeknek az értelmezéséhez vált szükségessé, annak a tapasztalatnak a megjelölésére, hogy különböző radióaktiv sajátságokkal bíró alapanyagok közt vannak olyanok is, amelyeknek a kémiai jellege azonosnak vehető. Amint a későbbiek folyamán a radióaktív bomlássorokon kívül is egyre több olyan tapasztalat gyűlt össze, amelyek szerint a kémiai elemeknek az atomjai egymás közt nem minden tekintetben egyformák, az izotópia fogalma szükségképpen bizonyos fejlődésen esett át, főleg abban az értelemben, hogy izotop atomfajtákat nem kell okvetetlenül azonos vegyi jellegűeknek felfognunk, nevezetesen olyankor nem, ha a kérdéses izotopok atomsúlyai igen nagy mértékben különböznek egymástól. Ez a módosítás azonban nagyon jól összeegyeztethető az izotópia jelenségeinek azzal az általános értelmezésével, amely az atomfajtákat az atommagnak a tömege és elektromos töltése szerint osztályozza és a kémiai viselkedést túlnyomórészt az utóbbinak tulajdonítja, míg az atommagnak a tömege az atomnak egyéb sajátságait, egyebek közt pl. a radióaktív bomlékonyságát szabja meg.

Egészen a legújabb időkig nem volt szükség arra, hogy az atomfajtákat egyéb szempontok szerint is osztályozzuk, mint az atommagnak a tömege és elektromos töltése. Az utolsó néhány esztendő kutatásainak az eredménye azonban azt mutatja, hogy a mesterséges radióaktív anyagok közt tekintélyes számban vannak olyan atomfajták is, amelyeknek nemcsak a magtöltése, hanem a

magtömege is egyenlő és az illető atomfajták mégis különböznek egymástól a radióaktív tulajdonságokban. Az ilyen atomfajták megjelölésére az eddigi izotópia-fogalom nem elegendő; újabb jelenséggel állunk itt szemben, amely emlékeztet az azonos bruttoösszetételű, de különböző szerkezetű kémiai alakzatokra, az *izomér* vegyületekre. Erre a hasonlóságra való tekintettel beszélünk atommagizomériáról, amikor azt akarjuk kifejezni, hogy azonos tömegű és azonos töltésű atommagok a bomlékonyság tekintetében különböznek egymástól.

Izomér atommagok létezésének magyarázatául két alapgondolat merült fel. G. GAMOW[1] feltételezi negatív töltésű protonnak mint ötödik őselemi részecskének a létezését az atommagon belül; az elektromos töltéstől eltekintve, a negatív proton sajátságai lényegileg megegyeznének a pozitív töltésű (közönségesen ismert) protonéival, egyebek közt abban a tekintetben is, hogy a neutronnak negatív protonná vagy a negatív protonnak neutronná való átalakulását szintén elektronoknak az atommagon kívül való megjelenése kísérné. Ha tehát valamely atommagnak két neutronját gondolatban úgy távolítjuk el, hogy az egyiknek a helyébe pozitív protont, a másiknak a helyébe pedig negatív protont viszünk, akkor nyilván olyan új atommagot nyerünk, amely sem a tömeg, sem pedig a töltés tekintetében nem mutatna különbséget az előbbihez képest, noha a szerkezete és ennek folytán a bomlékonysága is eltérne az eredeti atommagétól.

A másik alapgondolat C. F. v. WEIZSÄCKER[2] fogalmazásában akként fejezhető ki, hogy izomér atommagok létezését az atommag gerjesztett állapotainak kivételesen hosszú életkorára kell visszavezetnünk. Általános elméleti megfontolások szerint ilyen «rendellenesen» hosszúéletű gerjesztett állapot — vagyis metastabil atommag-állapot — olyankor állhat elő, ha a gerjesztett állapot és az alapállapot közt kicsiny az energiakülönbség, ellenben a forgatónyomatékok különbsége nagy. (A metastabil állapot életkora:[3] $\tau = 5 . 10^{-21} . (l!)^2 . (2\pi . 20/(\hbar\omega))^{2l+1}$ sec., ahol $l =$ az alap- és

[1] G. GAMOW: Phys. Rev. 45. 728. 1934; Nature 135, 858. 1935.
[2] C. F. v. WEIZSÄCKER: Naturw. 24. 813. 1936.
[3] Lásd pl.: H. A. BETHE: Rev. Mod. Phys. 9. 226. 1937.

a metastabil állapothoz tartozó forgatónyomatékok különbsége $h/2\pi$ egységekben, ω = az alapállapotba való átmenet közben kibocsátott γ-sugár frequenciája, vagyis $h/2\pi . \omega$ = a két állapot közti energiakülönbség, 10^6 e. v. egységekben kifejezve). Lehetséges tehát, hogy az atommag aránylag sokáig megmarad ilyen metastabil állapotban; ez a metastabil atommag — amelynek a bomlási valószínűsége e szerint nem más, mint a gerjesztett és az alapállapot közti átmenetnek a valószínűsége — alkotná az egyik izomér módosulatot, míg a másik izomér az alapállapotnak felelne meg.

A WEIZSÄCKER-féle elgondolásnak megvan az az előnye, hogy valamivel kevésbbé föltevésszerű, mint GAMOW elmélete, ennélfogva több lehetőséget nyujt a kísérleti ellenőrzés számára. Számszerűség tekintetében pontos összehasonlítást a való jelenségekkel a WEIZSÄCKER-féle magyarázat sem enged ugyan meg, mert hiszen ehhez a magnyomatékoknak és a gerjesztési energiáknak az értékeit eleve ismernünk kellene, már pedig ilyen ismeretek ma még csak gyéren állnak rendelkezésünkre. Azonban az egyes atommagok szerkezetének a pontos ismerete nélkül is ellenőrizhetjük az elméletnek azt a *qualitatív* következtetését, amely szerint izomér atommagok közt belső átalakulás mehet végbe, miközben a metastabil állapot és az alapállapot közti energiakülönbséget az atommag γ-sugár alakjában kisugározza. A szerint, hogy ennek a γ-sugárnak milyen hatásait vesszük észlelési alapul, részben fizikai, részben pedig kémiai eljárásokat követhetünk WEIZSÄCKER elméletének a kísérleti vizsgálatában.

A fizikai módszerek azt a körülményt használják ki, hogy az említett átalakulással járó γ-sugár az atommagot körülvevő elektronburoknak a belső héjaiban másodlagos elektronsugárzást vált ki (γ-sugárconversio), amely a két izomér együttes β-spektrumában mint a többi spektrumrészektől aránylag könnyen elkülöníthető vonalas β-spektrumrészlet jelentkezik. Ily módon eddigelé a $^{104}_{45}Rh$-atommagról[1] és a $_{43}Ma$-atommagról[2] lehetett biztosan kimutatni, hogy két-két olyan izomér módosulatban fordulnak elő, amélyek egyike a másikból γ-sugárzás közben keletkezik.

---

[1] B. PONTECORVO: Phys. Rev. 54, 542. 1938.

[2] E. SEGRÈ és G. T. SEABORG: Phys. Rev. 54, 772. 1939; 55, 808, 1939.

A kémiai eljárásoknál az a körülmény játssza a döntő szerepet, hogy az átalakulást kísérő γ-sugár vagy pedig ennek a conversiójából származó másodlagos β-sugárrészecske az átalakulás pillanatában olyan erős visszalökést gyakorol az atomra, hogy ez kiszabadul eredeti molekulakapcsolataiból és így most már jellegzetes atomi tulajdonságai alapján elkülöníthető a vegyület alakjában megkötött többi atomoktól, tehát a vele izomér atomoktól is. Ennek az elgondolásnak a tényleges kísérleti megvalósítása láthatólag a legegyszerűbben úgy történhetik, ha a vizsgálandó izomér atommagokat előzetesen olyan vegyületbe visszük, amelynek a kötött és a szabad atomjai közt ne mehessen végbe atomkicserélődés.[1] De észlelhetjük a két izomér különválását — amint erre a szerző rámutatott[2] — olyankor is, amikor ez a kicserélődési folyamat jelen van: ekkor ugyanis a kicserélődési *egyensúly* a két izomérre nézve nem lesz azonos, *ha* az egyik izomér valóban a másiknak a közvetlen leszármazottja, amint azt WEIZSÄCKER elmélete állítja. A radióaktív ${}^{80}_{35}Br$-atommagnak a 4·4 órás félidejű és a 18 perces félidejű izomérjeivel végzett ilyen, kémiai vizsgálatok egyöntetűen igazolták ennek az állításnak a helyességét.

Az eddigiek szerint tehát az atommag-izoméria értelmezésére *qualitatív* vonatkozásban a magnyomaték alkalmasnak látszik; fennmarad azonban az a kérdés, hogy WEIZSÄCKER elmélete *quantitatív* szempontból is maradéktalanul számot vet-e az izomér atommagoknak a sajátságaival, vagyis hogy a magnyomatékon kívül nem játszanak-e szerepet az izoméria jelenségeinél az atommagnak egyéb sajátságai is, amelyeket az elmélet a mai alakjában nem vesz figyelembe. Némi felvilágosítás remélhető ebben a kérdésben olyan tapasztalatoktól, amelyek a metastabil magállapotok keletkezésének a *módjáról* nyujtanak tájékoztatást. Elsőrendűen fontos ebből a szempontból annak a megállapítása, hogy természetes atommagoknak az önként végbemenő szétesése, radióaktív elbomlása hozhat-e létre két különböző izomér bomlásterméket vagy pedig csak atommagoknak a kölcsönhatása, atommagreakció

[1] E. SEGRÈ, R. S. HALFORD és G. T. SEABORG: Phys. Rev. 55, 321. 1939; DON C. DE VAULT és W. F. LIBBY: Phys. Rev. 55, 322. 1939; G. E. VALLEY és R. S. M. CREARY: Phys. Rev. 55, 666. 1939.

[2] L. IMRE, Naturw. 28, 158. 1940.

segítségével állíthatunk elő, vagyis *szintetizálhatunk* izomér atommagokat. Az utóbbi felfogás az atommag-izoméria jelenségeit fogalmilag közelebb hozná a közönséges kémiai vegyületek izomériajelenségeihez.

Az uránium X_2- és uránium Z-atommagok izomériájára vonatkozó feltevések.

A természetes atomfajták megismerését célzó kutatásokkal kapcsolatban eddig mindössze két esetben látszott szükségesnek izomér atommagok feltételezése. Nevezetesen az uránium Z nevű radióaktív atomfajtának mint protaktinium-izotópnak az értelmezése ütközött nehézségekbe az egyszerű izotópia-elv alapján és ugyancsak lehetetlennek látszott ilyen alapon a 210-es tömegszámú stabil ólom-atomfajtának a létezése is, minthogy a 210-es tömegszámú természetes ólom-atomfajta a rádium D-vel azonos az egyszerű izotópia-elv értelmében. A 210-es tömegszámú stabil ólom-atomfajta létezése[1] — úgy látszik — tömegspektroszkópiai úton megcáfoltnak tekinthető,[2] ellenben az uránium Z kérdése mindmáig nem nyert megoldást.

Az uránium Z felfedezése O. Hahn nevéhez fűződik;[3] a protaktiniumnak az uránium-ércekből való elkülönítése közben észlelt Hahn olyan jelenségeket, amelyek arra a következtetésre késztették, hogy ezekben az ércekben még egy, addig ismeretlen, a protaktiniummal izotóp radióaktív atomfajta fordul elő, melynek a bomlási félideje 6·7 óra. A későbbiekben W. G. Guy és A. S. Russell,[4] majd O. Hahn tanítványa, E. Walling[5] hasonló tapasztalatokról számoltak be; ezek a tapasztalatok csak úgy látszottak érthetőknek, ha feltételezték, hogy az uránium Z az uránium X_1-ből származik β-sugárzás közben. E szerint az uránium X_1 kétféle módon bomlik β-sugárzással: az UX_1-atomoknak túlnyomó többsége, még pedig 99·7%-a uránium X_2-vé, 0·30%-a

[1] K. T. Bainbridge és E. B. Jordan: Phys. Rev. 50, 282. 1936.
[2] J. Mattauch: Naturw. 25, 763. 1937.
[3] O. Hahn: Naturw. 9, 84. 1921.
[4] W. G. Guy és A. S. Russell: J. Chem. Soc. 123, 2618. 1923.
[5] E. Walling: ZS. phys. Chem. B. 14. 290. 1931.

pedig uránium Z-vé alakulna át. A két bomlástermeknek az atomsúlya tehát egyenlő (t. i. ugyanakkora, mint az UX_1-é) és a periódusos rendszámuk is azonos (t. i. egy egységgel nagyobb, mint az UX_1-é) és mégis különböző sebességgel bomlanak (az UZ bomlási állandója $2{\cdot}87.10^{-5}$ sec^{-1}, az UX_2-é pedig $9{\cdot}9.10^{-3}$ sec^{-1}). Ilyenformán a két atomfajtának izomérnek kell lennie és amennyiben az említett megfigyelések helytállók, a WIEZSÄCKER-féle elmélet értelmében azt kell következtetnünk, hogy vagy az UZ keletkezik az UX_2-ből közvetlenül γ-sugárzással, vagy pedig az UX_2 az UZ-nek közvetlen γ-átalakulási terméke.

Ennek az izomér átalakulásnak a lehetősége szempontjából N. FEATHER és E. BRETSCHER,[1] majd N. FEATHER és J. V. DUNWORTH[2] tették vizsgálat tárgyává az UX_2- és UZ-atommagok izoméria jának a problémáját, mégpedig fizikai módszerek segítségével. Az (UX_1+X_2+Z) együttes β- és γ-sugárspektrumának az elemzésére alapított gondolatmenetük lényegileg a következő. A sugárerősségi mérések tanúsága szerint az uránium Z egy-egy atombomlását átlagosan kb. másfél γ-quantum kibocsátása követi; ha ezt a számot — amelynek a pontossága a mérések körülményessége miatt úgysem túlságosan nagy — felfelé kikerekítjük, azt mondhatjuk, hogy közel két γ-quantum kilövelése jár együtt egy-egy β-részecske kibocsátásával. Másrészt az is kiderült a kísérletekből, hogy az UZ β-spektruma nem egységes, hanem két, különböző energia-maximummal bíró spektrum-részletből tevődik össze. Kézenfekvő tehát az a gondolat, hogy a kisebb energiájú β-spektrumnak megfelelő atommag-állapotot tekintsük az UZ-ből keletkező U_{II}-atommag magasabb spin-quantumszámmal jellemzett gerjesztett állapotának, amelyből az U_{II}-atommag γ-sugár kibocsátása útján megy át a nagyobb energiájú β-spektrumnak megfelelő, alacsonyabb spin-quantumszámú, de még szintén gerjesztett állapotba; ez utóbbi, legalacsonyabb gerjesztési állapotból a másik, kísérletileg észlelhető γ-sugárquantum kibocsátása közben menne át az U_{II}-atommag az alapállapotba. Igaz ugyan, hogy a mérések szerint a jelzett β-sugár-energiamaximumok közti különbség

[1] N. FEATHER és E. BRETSCHER: Proc. Roy. Soc. (A) 165, 530, 1938.

[2] N. FEATHER és J. V. DUNWORTH: Proc. Roy. Soc. (A). 168, 566, 1938

($0{\cdot}99.10^6$ e. v.) jóval nagyobb, mint az észlelt γ-sugárenergia ($0{\cdot}70.10^6$ e. v.), azonban — mint a szerzők írják — ez az egyetlen mód arra, hogy az U_{II}-atommag alapállapotából — amelynek a spin-quantumszáma az alapállapotú UX_2-évei megegyezik — visszafelé következtessünk a metastabil UX_2- (vagyis UZ-) atommagnak a spin-quantumszámára és így az alapállapotú, valamint a metastabil magnívóknak olyan schémáját elgondolhassuk, amelynél a spinváltozások számértékei elég nagyok és így észszerűen összhangba hozhatók (a WEIZSÄCKER-féle elmélet alapján) az uránium Z-nek a tényleges életkorával.

Az ily módon megszerkesztett — többé-kevésbbé hypothetikus — magnívó-schéma a mellett szól, hogy az uránium Z keletkezik az uránium X_2-ből, nem pedig megfordítva. A következtetés azonban nem üti meg az ilyen kérdésekben megkívánható szigorúságnak a mértékét; végeredményben tehát fizikai módszerekkel nem sikerült *kétségtelen* bizonyítékot szerezni arra vonatkozóan, hogy az uránium X_2- és uránium Z-atommagok valóban izomérek-e abban az értelemben, hogy köztük a WEIZSÄCKER-féle elmélettel leírható átalakulás végbemenne.

Ami a problémának a kémiai részét illeti, az előbbi fejezetben említett olyan módszerek, amelyeknél a vizsgálandó izomér atommagokat valamilyen alkalmas szerves vegyületbe visszük, természetesen szóba sem jöhetnek az UX_2- és UZ-atommagok esetében. Nemcsak azért, mert a protaktinium-izotópoknak semmiféle nemdisszociáló szerves vegyületét nem ismerjük, sőt még csak nem is azért, mert az UX_2-nek a rövid életkora miatt (félidő 1·12 perc!) ilyen szerves vegyületnek a létesítése a jelen esetben a lehetetlenséggel határos, hanem elsősorban azért, mert ha a feltételezett anyaelemnek (UX_2) az életkora rövid a bomlástermékéhez (UZ) képest, akkor az említett módszereknek az alkalmazását a radioaktív bomlás törvénye elvileg kizárja. (T. i. mindig csak a hosszabbéletű UZ-nek a bomlását észlelnők, akár mellette van az UX_2, akár nincs). Ellenben használhatónak látszott a kérdésnek a kísérleti tanulmányozására a szerzőtől származó adszorpciós eljárás, amely első ízben a $^{80}_{35}Br$-izomérek elválasztásánál nyert alkalmazást.[1]

[1] L. IMRE, l. c.

Ennek az eljárásnak a lényege az, hogy szilárd felület és ezzel érintkező oldat közti egyensúly eltolódik, ha a felületen megkötött atommagok a WEIZSÄCKER-féle elmélet követelte, γ-sugárzással járó izomér átalakulást szenvednek, amint ezt a következő meggondolás alapján azonnal beláthatjuk.

Addig, amíg az eloszlási egyensúlyt csak a molekulák hőmozgása szabja meg, az eloszlási hányadosnak a számértéke a következő két mennyiségnek a hányadosával egyenlő: $w_1 = F.D/\delta.1/v$ és $w_{-1} = F/X.D/\delta.C$, ahol F és X = a felület mértéke cm²-ekben, ill. g-mólokban, D = diffuzió-együttható az oldatra nézve, δ = a felülethez tapadt NERNST-féle folyadékhártya vastagsága, v = az oldat térfogata. Minthogy ezek a mennyiségek egy és ugyanannak az elemnek a különböző izotópjaira nézve azonosak (eltekintve az egészen kis atomsúlyú izotópoktól), ennélfogva az egyes izotópok eloszlási hányadosai teljesen azonosak lesznek. Ha ellenben két olyan izotópról van szó, amelyek egyike (1. jelzésű atomfajta) γ-sugárzás közben átalakul a másikká (2. jelzésű atomfajtává), akkor a sugárkilövelést kísérő visszalökés mint a molekulák hőmozgásán kívül álló, új energia-tényező megnöveli az átalakult (2. jelzésű) atommagoknak a felületről való visszaoldási valószínűségét. Míg tehát a felületre való vándorlás sebessége (w_1) mind a két atomfajtára nézve egyenlő, addig a visszaoldás valószínűsége az 1. jelzésű atomfajtára nézve w_{-1} lesz, a 2. jelzésű atomfajta visszaoldási valószínűsége azonban valamilyen ennél nagyobb ($w_{-1}+x$) számértéket vesz fel. Ennek következtében az eloszlási hányados számértékei (α_1) és (α_2) szintén különbözők lesznek a két izomérre nézve, éspedig:

$$\alpha_1 = w_1/w_{-1};\ \alpha_2 = w_1/(w_{-1}+x);\quad \text{vagyis}\quad \alpha_2/\alpha_1 = w_{-1}/(w_{-1}+x) \quad (1)$$

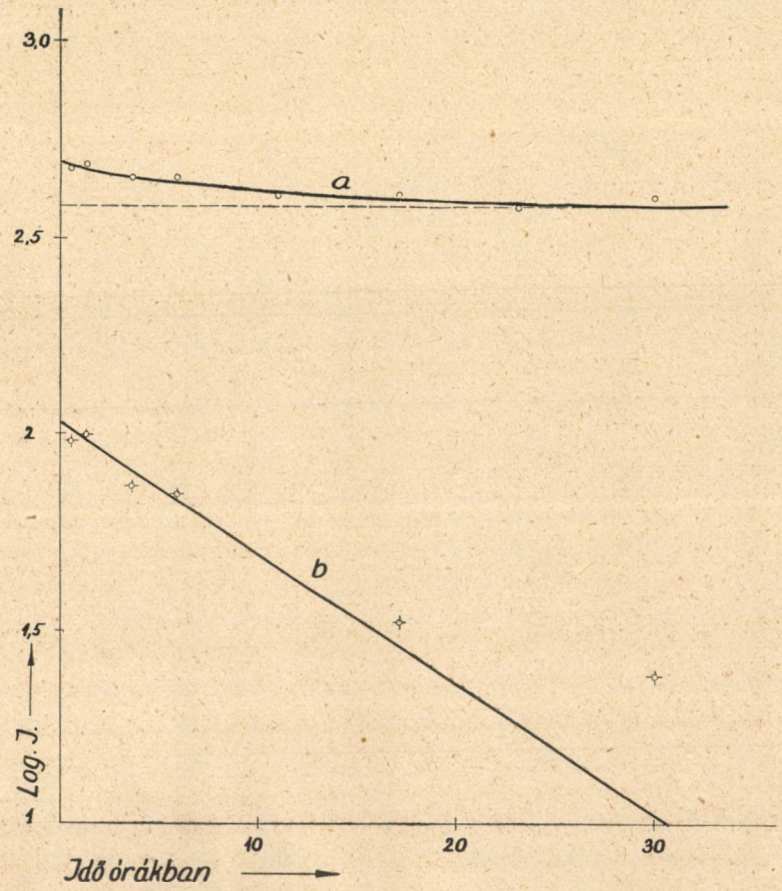
Adszorbeáló kristálypor gyanánt ebben az esetben célszerűen választhatjuk a tantálsavat, amely O. HAHNnak a tapasztalatai szerint[1] igen jól adszorbeálja a protaktinium-izotópokat, de az uránium X_1-et csak nyomokban veszi fel. Ez az utóbbi kikötés lényeges, mert a kísérleteket úgy kell végeznünk, hogy állandó radióaktív egyensúly legyen a rendszerben levő *összes* UX_2 és *összes* UZ között és ezt csak úgy érhetjük el, ha az uránium X_1-et

[1] O. HAHN: ZS. phys. Chem. A. 103. 161. 1923.

is belevisszük a rendszerbe: így a rövidéletű UX_2 is állandóan regenerálódik, tehát összes mennyisége nem csökken az UZ mennyiségéhez képest. Arra is ügyelnünk kell, hogy az adszorpció-kísérlet időtartama ne legyen rövidebb a feltételezett izomér átalakulási terméknek (az uránium Z-nek) az átlagos életkoránál, mert csak ilyen hosszú idő alatt érvényesülhet a γ-sugárvisszalökésnek az egyensúlyt módosító hatása.

A mellékelt ábra az egyik ilyen hosszú időtartamú adszorpciós kísérlet eredményének a legfontosabb részletét ábrázolja. A kísérlet maga úgy történt, hogy 0·04 g tantálsav-port 0° C hőmérsékleten 10 órán át kevertem uránium X_1-nek 0·2 norm. sósavat tartalmazó, 50 cm³ térfogatú oldatával, majd az oldatot 10″ jelzésű kolloid-szűrőn át leszívattam, ügyelve arra, hogy a tantálsav a szűrőnek mintegy 4 cm²-nyi felületén egyenletesen oszoljék el. A szűrőt azután üveglapra rögzítve és (a tantálsav-por esetleges lepergésének a megakadályozása végett) 0·007 mm vastag alumínium-fóliával letakarva először β-elektroszkóppal, majd 0·10 mm falvastagságú GEIGER—MÜLLER-féle elektron-számlálócsővel vizsgáltam a sugárzóerőssége (J) szempontjából, az elválasztástól számított kb. 30 órán át. A β-elektroszkópos méréseknek a célja a tantálsavhoz tapadt UX_2-mennyiségnek a megállapítása volt, míg a számlálócsöves mérések a feltételezett UZ-adszorpciónak a meghatározását célozták. Uránium Z-nek ugyanis az eddigi ismereteink szerint az uránium X_1 oldatában jelen kellett lennie, mert ez az oldat olyan UX_1-ből készült (lásd alább!), amely előzetesen több mint egy hétig érintetlenül állt, tehát egyensúlynyi mennyiségben kellett tartalmaznia nemcsak a rövidéletű UX_2-t, hanem a 6·7 órás felezési idejű UZ-t is, feltéve természetesen, hogy az UZ valóban az UX_1-nek a közvetlen β-sugárzási leszármazottja vagy az UX_2-nek a közvetlen izomér átalakulási terméke. Minthogy azonban az előbbiekben említett kutatók megállapításai szerint az UZ-nek a várható aktivitása (az UX_2-aktivitásnak kb. 0·3 százaléka) túlságosan kicsiny lett volna az elektroszkópos mérés érzékenységéhez viszonyítva: ezért eleve jobbnak látszott a méréseknek számlálócsővel való folytatása, mihelyt az UX_2 elbomlása folytán az aktivitás annyira lecsökkent, hogy az elektroszkópos mérés már nehézségekbe ütközött.

Az ábra csak a számlálócsővel végzett méréseknek az eredményeit tünteti fel, amelyek az *UZ*-kérdés szempontjából döntőek. A kísérleti adatoknak a logaritmusos ábrázolásából nyert (*a*) görbe láthatólag két részre bontható: az egyik rész nagyon lassan bomló



1. ábra.

radióaktív anyagra mutat, amely nyilván nem lehet más, mint a tantálsavhoz tapadt UX_1-szennyezés; ha ennek csaknem állandó aktivitását kivonjuk az első órákban észlelt, kissé gyorsabb csökkenést mutató aktivitás-értékekből, akkor közelítően egyenest kapunk (*b*), melynek a hajlásszöge kb. 6—10 órás félidejű radió-

aktív anyagra mutat. E. WALLING[1] ezt a gyorsabban bomló aktivitásrészletet tulajdonítja az *UZ*-nek, úgyhogy ennek a részletnek a zérus-időpontra (a mi esetünkben: a szűrés időpontjára) való extrapolálása adná meg az *UZ*-nek a tantálsavhoz tapadt eredeti mennyiségét, bizonyos önkényes egységekben. Megadhatjuk azonban a mennyiséget — ugyancsak WALLING nyomán — az eredeti UX_1-törzsoldat összes aktivitására vonatkoztatott egységekben is, ha az elektroszkópot is meg a számlálócsövet is kalibráltuk ezzel a törzsoldattal. Ilyen kalibrációs mérésekből az derült ki, hogy amennyiben az ábra első részében észlelhető, kb. 6—10 órás felezési idővel bomló aktivitást WALLING eljárása szerint *UZ*-nek tulajdonítjuk, ennek az uránium *Z*-nek az aktivitása mintegy 0·0001 UX_1-egységet tett ki, míg az ugyanakkor, ugyanazon a tantálsavfelületen adszorbeált UX_2 0·35 UX_1-egységnyi aktivitást mutatott; az *UZ*-aktivitás tehát mindössze mintegy 0·28 ezrelékét tette ki az UX_2-aktivitásnak. Ez igen kicsiny számérték ahhoz a 3 ezrelékhez képest, amelyet az előbbiek alapján várhattunk, *ha* az UX_2- és *UZ*-atommagok nem izomérek.

Az eredmény *qualitatív* szempontból egyezik azzal a feltevéssel, mely szerint az *UZ* az UX_2-ből származnék γ-sugárzás közben és így a felületre vonatkoztatott eloszlási hányadosának a számértéke olyan irányban tolódik el az UX_2-éhez képest, ahogyan az 1. egyenlet alapján előre vártuk. Hogy azonban kísérleti eredményünket valóban úgy kell-e értelmeznünk, mint az UX_2- és *UZ*-atommagok izomériájának a következményét, azt ennek az 1. egyenletnek a *quantitatív* tartalma szempontjából is közelebbi vizsgálatnak vethetjük alá.

Izomér atommagok részleges elválasztásának számszerű lehetőségei a határfelületi atomkicserélődési egyensúly eltolódása alapján.

A feladat megoldásához úgy juthatunk el, ha az 1. egyenletben szereplő x-nak a számértékét az izomér átalakulás sebességéből levezetjük. E végből jelöljük a metastabil állapotú («1. jelzésű») izomérnek a felületen megkötött mennyiségét x_1-el, bomlási állan-

[1] E. WALLING: Diss. Berlin, 1928.

dóját λ_1-el, az alapállapotú («2. jelzésű») izomérnek a felületen megkötött mennyisége pedig legyen x_2, bomlási állandója λ_2; legyen továbbá x_2^* a «2. jelzésű» izomérnek az a mennyisége, amely az «1. jelzésű» izomér x_1 mennyiségével radióaktív egyensúlyban lenne. Időegységenkint tehát $\lambda_2.x_2^*$ mennyiségű «2. jelzésű» izomér keletkezik a felületen és minthogy a keletkezést kísérő sugárvisszalökés igen erőteljes a kémiai kötés erősségéhez képest, ez a $\lambda_2.x_2^*$ mennyiség a hőmozgások okozta elemi visszaoldási folyamatoktól függetlenül és *ezeken felül* szintén oldatba megy. E szerint a felületről összesen a következő mennyiségű «2. jelzésű» izomér megy oldatba időegységenkint: $w_{-1}.x_2+\lambda_2.x_2^*=\left(w_{-1}+\lambda_2.\frac{x_2^*}{x_2}\right).x_2$, vagyis $\varkappa=\lambda_2.x_2^*/x_2$. Az 1. egyenlet szerint tehát a 2. jelzésű izomér eloszlási együtthatója ($a_2=x_2/y_2$, ha y_2=az oldatban levő mennyiség) a következő arányban lesz kisebb az 1. jelzésűénél ($a_1=x_1/y_1$)

$$x_2/y_2 : x_1/y_1 = F/X.D/\delta.C : (\lambda_2.x_2^*/x_2+F/X.D/\delta.C) \qquad (2)$$

Legyen $x_2+y_2=a$ és vegyük figyelembe, hogy a radióaktív egyensúly törvénye értelmében $a=\frac{\lambda_1}{\lambda_2}.(x_1+y_1)$; e szerint

$$\lambda_2.x_2^*/x_2 + F/X.D/\delta.C = F/X.D/\delta.C.x_1/y_1.\frac{a-x_2}{x_2} =$$

$$= F/X.D/\delta.C.x_1/y_1.\frac{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}.(x_1+y_1)-x_2}{x_2},$$

azaz

$$\lambda_2.x_2^* + F/X.D/\delta.C.x_2 =$$

$$= F/X.D/\delta.C.x_1/y_1.\frac{\lambda_1}{\lambda_2}.(x_1+y_1) - F/X.D/\delta.x_1/y_1.x_2,$$

vagyis

$$F/X.D/\delta.C.(1+x_1/y_1).x_2 = F/X.D/\delta.C.\frac{\lambda_1 x_1}{\lambda_2}.(1+x_1/y_1) - \lambda_2.x_2^*.$$

Minthogy pedig $\frac{\lambda_1 x_1}{\lambda_2}=x_2^*$ (lásd fent!), ennélfogva

$$F/X.D/\delta.C.(1+x_1/y_1).x_2 = F/X.D/\delta.C.(1+x_1/y_1).x_2^* - \lambda_2.x_2^*,$$

tehát végül:

$$\frac{x_2}{x_2^*} = \frac{F/X.D/\delta.C.(1+x_1/y_1) - \lambda_2}{F/X.D/\delta.C.(1+x_1/y_1)}. \qquad (3)$$

Ennek az egyenletnek a kísérleti ellenőrzésére legalkalmasabbnak látszott a radióaktív $^{80}_{35}Br$-atomfajta, amelynek két izomér módosulatban való előfordulása több, egymástól független vizsgálat szerint kétségtelenül bizonyítottnak tekinthető, mégpedig abban az értelemben, hogy a 4·4 órás félidejű $^{80}_{35}Br$ a metastabil állapotú izomér («1. jelzésű izomér»). A radióaktív brómot aethylénbromidból nyertem neutron-besugárzással és ezt követő, kénessavas vízzel való kirázással; az aethylénbromid nyomait benzollal oldottam ki, majd a vizes oldatot eredeti térfogatának kb. harmadrészéig elforraltam és a mindenkori kísérlet körülményeinek megfelelő hőmérsékletre lehűtve, a megfelelő térfogatra kiegészítve stb. alkalmaztam.

A radióaktív brómmal végzett adszorpciós kísérleteknél ezüstklorid-kristálypor szolgáltatta az adszorbeáló felületet. A 3. egyenletben előforduló F/X hányadosnak az értéke erre a kristályra nézve az ismeretes formula szerint:[1] $F/X = 7{\cdot}376.10^8$ cm²/g mól, a D/δ számértéke pedig a kísérletek hőmérsékletén, 9·6° C mellett[2]: = 6 cm/óra. A C a jelen esetben az ezüstklorid felületén megkötött $AgBr$-molekuláknak az oldékonyságát jelenti; ezt a szerzőnek az ú. n. pseudo-izotherma-módszerével lehetett meghatározni.[3] A módszernek a lényege az, hogy ha a radióaktív Br'-iónoknak a felület és különböző koncentrációjú Br'-iónoldatok közti eloszlását úgy ábrázoljuk a LANGMUIR-féle izotherma-egyenlet alaki előírása szerint, mintha ez az eloszlás *csak* valóságos adszorpciótól (és nem atomkicserélődéstől) származnék, akkor olyan izotherma-egyenest kapunk, amelynek a koncentráció-

---

[1] $F/X = 6{\cdot}06.10^{23}.[M/(6{\cdot}06.10^{23}.\sigma)]^{2/3}$; lásd pl. L. IMRE: Trans. Far. Soc. 33, 571. 1937; M = molekulasúly, σ = fajsúly.

[2] A diffuzió-állandó számértékéül az ezüstnitrátnak a LANDOLT—BÖRNSTEIN-táblázatokban közölt adatát használtam fel, δ számértékét oldássebességi kísérletekből vettem. (L. IMRE: ZS. phys. Chem. A. 177, 409. 1936.)

[3] L. IMRE: Koll.-ZS. sajtó alatt.

tengellyel való metszéspontja a C számértékével egyező távolságra van a koordinátarendszer kezdőpontjától. Ilyen mérések[1] a következő számértékhez vezettek: $C=3{\cdot}5.10^{-10}$ gr mól/cm^3. Végül $\lambda_2=2{\cdot}3$ óra^{-1} (=a 18 perces $^{80}_{35}Br$— izomérnek a bomlási állandója).

Ha ezeket a számadatokat beírjuk a 3. egyenletbe, azt kapjuk, hogy $x_2/x_2^* = \dfrac{1{\cdot}55.\left(1+\dfrac{x_1}{y_1}\right)-2{\cdot}3}{1{\cdot}55.\left(1+\dfrac{x_1}{y_1}\right)}$. Az egyik kísérletben pl. a 4·4 órás $^{80}_{35}Br$-izomér eloszlási hányadosa (x_1/y_1) 5·3-et tett ki; erre az esetre tehát a számított x_2/x_2^*-érték $=0{\cdot}74$, míg a tényleges mérések 0·69-ot adtak, igen jó egyezésben az elméleti értékkel.

Ezek után tehát jogosultnak látszott a 3. egyenlettel számítható elméleti egyensúly-eltolódás értékét összehasonlítási alapul elfogadni annak a megítélésénél, hogy az UZ-nek tantálsav-felületen végbemenő adszorpciójánál észlelt, feltűnően alacsony aktivitásértéket úgy értelmezhetjük-e, mint izomér átalakulás okozta egyensúly-eltolódást.

A tantálsav esetében a következő mennyiségek szerepelnek: $F/X=9{\cdot}58.10^8$ cm^2/g mól; D/δ (0° C hőmérsékleten)[2] $\approx 0{\cdot}7$ cm/óra. A C-nek a meghatározásához — sajnos — a pseudo-izotherma módszerét nem alkalmazhattam, mert ehhez néhány milligramm vegyileg tiszta protaktiniumra lett volna szükség, amely nem állt rendelkezésre. Meg kellett tehát elégednem becslésszerű értékkel, amilyet úgy kaphatunk, ha az UX_2-nek az eloszlási együtthatóján (x_1/y_1) kívül mikroszkópos mérések segítségével meghatározzuk az adszorbeáló tantálsavnak az abszolút felületét (F) is. Feltéve ugyanis azt, hogy a tantálsav felületének minden Ta-atomja ki-

[1] A mérések részleteiről a szerző a ZS. Phys. Chem.-ben szándékozik a közeli jövőben beszámolni.

[2] A tantálpentahydroxyd-molekula diffuzió-állandóját illetően közvetlen kísérleti adatok nem állnak rendelkezésre; az itt közölt értéket számítással nyertem a NERNST-féle egyenlet alapján:

$$D = 0{\cdot}01185.uv/(u+v).\nu.[1+0{\cdot}0034.(t-18)]\ \text{cm}^2/\text{nap};$$

a következő értékeket használtam:

u 60 ($Ta^{\cdots}$-ión), v 174 (OH'ión), ν = 0·1.

cserélhető egy-egy *Pa* (UX_2)-atommal, az eloszlási egyensúly értéke a következő lesz (PANETH-féle egyenlet):

$$v \cdot \frac{x_1}{y_1} = w_1/w_{-1} = \frac{F}{F/X} \cdot \frac{1}{C};$$

ebből C értéke kiszámítható.

A mikroszkópi mérések szerint a fenti adszorpciós kísérlethez használt tantálsav-por fajlagos felülete: $3{\cdot}77.10^3$ cm^2, vagyis 0·04 g pornak a felülete: $1{\cdot}508.10^2$ cm^2; másrészt az ismertetett kísérleti adatok szerint az eloszlási hányados: $x_1/y_1 = 0{\cdot}35/0{\cdot}65 = 0{\cdot}54$ a térfogat $v = 50$ cm^3, tehát

$$C = \frac{1{\cdot}508.10^2}{50.0{\cdot}54.9{\cdot}58.10^8} = 5{\cdot}83.10^{-9} \text{ g mól/cm}^3.$$

Az így nyert adatoknak a felhasználásával az *UZ* eloszlási egyensúlyának a várható eltolódását — amennyiben az *UZ* az UX_2-nek izomérje — a következő numerikus kifejezés adja meg:

$$\frac{x_2}{x_2^*} = \frac{9{\cdot}58.10^8.0{\cdot}7.5{\cdot}83.10^{-9}.1{\cdot}54 - 0{\cdot}103}{9{\cdot}58.10^8.0{\cdot}7.5{\cdot}83{\cdot}10^{-9}.1{\cdot}54} = 0{\cdot}983.$$

A tantálsav felületén adszorbeált *UZ*-nek a mennyisége tehát mindössze kb. 2 százalékkal lehet kisebb annál, amelyet akkor észlelnénk, ha az *UZ* nem izomér az UX_2-vel, hanem az UX_1-nek a közvetlen β-sugárzási leszármazottja. Ez a számadat (2%) lehet ugyan hibás — főleg a C-nek a becslésszerű meghatározása miatt — de semmiesetre sem *annyira* hibás, hogy 2% helyett 90%-ot (!) tegyen ki az egyensúly eltolódásának a mértéke, mint ahogy a fenti kísérleti eredményből következnék, *ha* elfogadjuk a már többször említett szerzőknek azt az állítását, hogy az UX_1-atomoknak (vagy az UX_2-atomoknak) 3 százaléka *UZ*-vé alakul át. Az ellenmondás kiküszöbölésére tehát csak egyetlen mód kínálkozott: fel kellett tenni a kérdést, hogy vajjon fennáll-e egyáltalában az uránium X_1 és az uránium Z között az a mennyiségi kapcsolat, amely az uránium Z eredetét magyarázó eddigi föltevésekre okot és alapot szolgáltatott.

Lehet-e az uránium Z az uránium X_1-nek a közvetlen bomlásterméke ?

A megelőzőekben említett kutatók az uránium Z eredetére olyan megfigyelésekből következtetnek, amelyeknek a tanusága szerint az uránium Z az uránium X_1-készítményekben található, mégpedig a mindenkori UX_1-mennyiséggel egyenesen arányos volna az UZ-nek az egyensúlyi mennyisége. Ezek a megfigyelések túlnyomórészt urániumszurokércből vagy kereskedésbeli, közönséges urániumsókból közvetlenül nyert uránium X_1-készítményekkel történtek. Ezzel szemben a jelen munka szerzője a fent ismertetett adszorpciós módszerre való tekintettel — amely módszer nagyon tiszta vegyszerek alkalmazását kívánja — kénytelen volt SCHERING—KAHLBAUM-féle «pro analysi» uranylnitrátból kiindulni ;[1] összesen kb. 1 kg ilyen legtisztább uranylnitrát került feldolgozásra UX_1-előállításhoz.

Egyébként az UX_1 elkülönítése E. WALLING előírása szerint történt :[2] a kristályvizétől részben megfosztott és porított uranylnitrátot száraz káliumszulfát és kevés ammóniumferroszulfát jelenlétében aethylaetherben oldjuk, amely az uránium mellett jelenlevő UX_1-et nem veszi fel; az UX_1 tehát a K_2SO_4 és $(NH_4)_2Fe(SO_3)_2$ mellett oldatlanul visszamarad, kevés urániummal szennyezve, amelytől (és természetesen a káliumszulfáttól is) az ismert ammóniás-ammóniumkarbonátos módszerrel könnyen elválasztható. Az így megtisztított — csak kevés vasat tartalmazó — UX_1-ből mintegy 100 cm^3-nyi törzsoldat készült, normál sósavval. A törzsoldat elkészülte után egy héttel — amikor tehát az UX_1-nek a 6·7 órás félidejű UZ-vel már feltétlenül radióaktív egyensúlyban kellett lennie — kezdődtek csak meg az alábbi kísérletek, melyeknek az volt a célja, hogy megállapítsuk, ebben a vegyileg rendkívül tiszta UX_1-készítményben is olyan arányban (3 ezrelékben) van-e jelen az UZ az UX_2-höz képest, mint — a fent említett szerzők kísérletei szerint — az uránium-szurokércből közvetlenül nyert UX_1-készítményekben.

---

[1] Sajnos, ehhez a vegytiszta urániumhoz véletlen folytán kevés szennyezett, közönséges uranylnitrát is keveredett.

[2] E. WALLING: Diss. Berlin, 1928.

a) Az UX_1-törzsoldat 1 cm³-ét 0·4 norm. sósavval 20 cm³-re kiegészítve 25° C hőmérsékleten 0·05 gr tantálsav-porral félóráig kevertem (üvegből készült szárnyas keverővel, 480 percenkinti fordulatszámmal), azután az oldatot 10″ jelzésű kolloid-szűrőn át leszívattam. A szűrőn maradt tantálsav-port deszt. vízben szuszpendáltam, a szuszpenzióhoz kb. 30 mg lanthannitrátot adtam és a lanthant folypátsavval kicsaptam. Ez a csapadék az UX_1-szennyezéseknek a túlnyomórészét is magával viszi, ha tehát a lanthanfluoridról — megint kolloidszűrőn át — leszivatjuk a fluórsavas oldatot, ez az oldat a feltevés szerint eredetileg jelenlevő protaktinium-izotópokat (tehát az uránium *Z*-t is) meglehetősen tiszta állapotban tartalmazza a tantálsav mellett. A tantálsavat és vele együtt a feltételezett uránium *Z*-t ammóniával kicsapjuk, kolloidszűrőre gyüjtjük (kb. 4 cm²-nyi felületen egyenletesen elosztva) és a β-sugárzását 0·1 milliméter falvastagságú GEIGER—MÜLLER-féle számlálóval vizsgáljuk, a leválasztástól számított mintegy 30 órán át. A mérések csak gyenge UX_1-nyomokat árultak el, de 6·7 órás félidővel bomló β-sugárzó radióaktív anyag (*UZ*) jelenlétére nem lehetett következtetni. A kísérletnek kétszer annyi UX_1-törzsoldattal való megismétlése lényegileg ugyanazt az eredményt szolgáltatta.

b) Az *a)* alatt leírt kísérletet azzal a módosítással is elvégeztem (még pedig 2—2 cm³ törzsoldattal), hogy a félórai keverés után kolloidszűrőre gyüjtött tantálsavnak az aktivitását gyorsan és egymásután többször β-elektroszkóppal megmértem. Miután így megállapítottam, hogy a 2 cm³ törzsoldatban foglalt UX_1-el egyensúlyban levő UX_2-nek mintegy 36%-a ténylegesen adszorbeálódott a tantálsav-felületre, *ugyanezt* az — immár szűrőre gyüjtött — tantálsavat, minden további tisztítás nélkül még további 30 órán át vizsgáltam a 0·1 mm falvastagságú GEIGER—MÜLLER-féle számlálóval. A mérés most természetesen nagyobb UX_1-szennyezést jelzett (a 2 cm³-ben foglalt összes UX_1-nek valamivel több mint egy ezreléke tapadt a tantálsavhoz), de 6·7 órás félidővel bomló β-sugárzó anyag jelenlétére megint nem lehetett biztosan következtetni. A kísérlet megismétlése annyiban kissé eltérő eredménnyel járt, amennyiben az UX_1-szennyezés mellett gyorsabban bomló aktivitást is észlelni lehetett, amelynek az

időbeli csökkenése azonban inkább *ThB*-szennyezés benyomását keltette és amelynek az elválasztás időpontjára visszaszámított erőssége nem volt lényegesen nagyobb, mint a 2 cm³ törzsoldat UX_1-aktivitásának kb. egytized ezreléke.

c) Az UX_1-törzsoldat 4 cm³-ét 0·4 norm. sósavval kb. 50 cm³-re egészítettem ki, majd 30 mg lanthannitrát hozzáadása után tantálsavat tartalmazó fluórsavval hoztam össze (30 mg tantálsav, kb. 15 cm³ 5%-os fluórsavban). A lanthanfluorid-csapadékról a fluórsavas oldatot kolloidszűrőn át leszűrtem, a szűredékhez ismét hozzátettem 30 mg lanthannitrátot és az így létesített lanthanfluoridtól (megint kolloid-szűréssel) elválasztottam a fluórsavas oldatot. Ennek az oldatnak — amely a kétszeres fluórsavas kicsapás folytán nagymértékben meg volt tisztítva az UX_1-től — tartalmaznia kellett a protaktinium-izotópokat (az UX_2 kivételével, amely a rövid életkora miatt természetesen maradéktalanul elbomlott a mintegy három órát igénylő kémiai műveletek befejezéséig); tehát annak a tantálhydroxydnak, melyet ebből a fluórsavas oldatból nyertem ammóniával, a protaktinium-izotóp *UZ*-re jellemző, 6·7 órás félidővel bomló aktivitást is mutatnia kellett, ha egyáltalán volt *UZ* az UX_1-törzsoldatban. Ilyenféle aktivitás valóban jelentkezett is a számlálócsővel végzett méréseknél, azonban oly csekély erősségben (a kísérlethez használt 4 cm³ törzsoldat összes UX_1-aktivitásának egytized ezrelékénél kisebb erősségben!), hogy *UZ* jelenlétére nem lehetett több joggal következtetni, mint valamilyen szennyezésre.

d) Az UX_1-törzsoldat 4 cm³-ét deszt. vízzel 10 cm³-re egészítettem ki, majd 20 mg zirkóniumot és kb. 0·5 gr báriumkloridot («pro analysi» MERCK-félét) oldottam benne, azután a báriumot az esetleges rádium-izotóp-szennyezésekkel együtt tömény sósavval kicsaptam és gyorsan szűrtem. A kicsapott kristálytömegnek azonnali elektroszkópos vizsgálata azt mutatta, hogy az így létesített báriumklorid-csapadék semmiféle kimutatható nyomokban nem visz magával UX_2-t, ennélfogva érintetlenül az oldatban hagyja a feltevés szerint jelenlevő *UZ*-t is. A szűredéket most kb. 30 órán át állni hagytam, hogy az esetleges $MsTh_2$- és *ThB*-szennyezések, melyeket most már az anyaelemeiktől (a *Ra*-izotóp $MsTh_1$-től, ill. *ThX*-től) elkülönítettem, jórészt elbomoljanak,

azután ugyanezt a tisztítási műveletet megismételtem és további 12 órai várakozás után a megtisztított szűredékből a *c)* alatt leírt módon eltávolítottam az UX_1-et. A végül visszamaradt fluórsavas tantálsavoldatból (amelynek tehát az esetleges uránium *Z*-t is tartalmaznia kellett) a tantált+esetleges *UZ*-t ammóniával kicsaptam, kolloidszűrőre gyüjtöttem és 0·1 mm falvastagságú GEIGER—MÜLLER-féle számlálóval kb. 30 órán át vizsgáltam. Csekély UX_1-nyomokon kívül semmiféle jelét sem találtam 6·7 órás félidővel bomló β-sugárzó radioaktív anyag jelenlétének. A kísérletet még kétszer megismételtem; az eredmény mind a kétszer ugyanazt mutatta: hogy t. i. *UZ*-nek nyoma sem mutatkozott az UX_1-törzsoldatban.

Ezekből a kísérletekből egyöntetűen azt a tanulságot vonhatjuk le, hogy az itt-ott jelentkező, *UZ*-re emlékeztető aktivitásnyomok is valószínűleg inkább *ThB*- és $MsTh_2$-szennyezésektől származtak, semmint *UZ*-től; a rendelkezésemre álló uránium X_1-készítmény tehát vagy egyáltalán nem tartalmazott *UZ*-t, vagy pedig nagyságrendileg kisebb mennyiségben tartalmazott, mint az előbbiekben említett kutatók uránium X_1-készítményei. Akár az egyik, akár a másik lehetőséget fogadjuk is el, mindenképpen arra a következtetésre kényszerítenek a most ismertetett jelenségek, hogy az uránium *Z* sem az UX_1-ből, sem pedig az UX_2-ből nem származhatik, ennélfogva nem is lehet izomér az UX_2-vel.

Ez a következtetés nem jelenti szükségképpen az uránium *Z* létezésének a tagadását, csak arra utal, hogy ennek a radioaktív atomfajtának az eredete ezidőszerint még vitás. Ugyancsak megoldásra vár az a kérdés is, hogy az uránium X_1—X_2 β-spektruma szerkezetének a magyarázatához *fizikai* okokból van-e szükség annak a feltételezésére, hogy az UX_2-vel izomér atomfajtának léteznie kell. E kérdések megoldásának a szükségességét hangsúlyozva, úgy jellemezhetjük az atommag-izoméria problémájának jelenlegi állapotát, hogy izomér atommagok *valószínűleg* nem keletkeznek a természetes atombomlás során, hanem csak szintézis útján, mesterséges atommagreakciókkal állíthatók elő.

Összefoglalás.

A szerző olyan kémiai eljárást ismertetett, amelynek segítségével izomér atommagokat részlegesen el lehet egymástól különíteni olyan esetekben is, amikor a metastabil izomér állapotnak az életkora kisebb, mint a belőle keletkező alapállapotú izomér atomfajta életkora, feltéve, hogy a metastabil izomérnek az anyaeleme is jelen van a rendszerben. A módszer azon alapszik, hogy a határfelületi egyensúly az izomér átalakulással járó γ-sugárzás következtében eltolódik.

Az UX_2- és UZ-atommagok közt feltételezett izomér átalakulásnak a módszer szempontjából várható eredménye ellentmondott a tényleges kísérleti megfigyelés eredményének, mégpedig olyan értelemben, hogy uránium Z-ről sem mint az UX_1-nek, sem pedig mint az UX_2-nek a közvetlen átalakulási termékéről nem lehet szó. Ezt a következtetést egyéb kémiai vizsgálatok is megerősítették. A kísérleti eredmények e szerint arra mutatnak, hogy az uránium Z nem lehet izomér az uránium X_2-vel.

A neutronsugarak előállítására szolgáló rádium, valamint a mérőműszerek beszerzésében igen hathatós támogatást nyujtott az *Országos Természettudományi Tanács* és a *Széchenyi Tudományos Társaság;* mély hálával mondok nekik köszönetet ezen a helyen is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE FRAGE DER ISOMERIE DER UX_2- UND UZ-ATOMKERNE.

Von L. Imre.

(Die Arbeit wird inhaltlich auch in der Zeitschr. physikal. Chemie veröffentlicht werden).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

ELEGYÜVEGEK ELEKTROMOS VEZETŐKÉPESSÉGE ÉS ÁTVITELI SZÁMA.[1]

LENGYEL BÉLÁ-tól.

Az üveg elektromos vezetőképességének kérdése alapvonásaiban már tisztázott. Az üveg kationvezető,[2] melyben az egyértékű ionok, azaz — mivel a gyakorlati üvegek ilyenekként nátriumionokat tartalmaznak — a nátriumionok mozgékonyak. Sok esetben lehetséges a nátrium-ionok kicserélése más ionokkal elektrolízis vagy diffuzió révén, mely folyamatokra nagyszámú kísérleti megfigyelés derít fényt.[3]

Kevésbbé világos azonban, hogy a nátrium, illetve az egyértékű ionok mozgása az üvegben milyen szerkezeti elemek függvényeként alakul ki. E kérdés megvilágítására elsősorban olyan vizsgálatok hivatottak, amelyek a vezetőképesség és az üvegösszetétel közötti kapcsolatra vonatkoznak. E tekintetben csak csekélyszámú irodalmi adat áll rendelkezésünkre. A kérdéssel legbehatóbban GEHLHOFF és THOMAS foglalkoztak, azonban méréseik inkább csak a jelenségek kvalitatív áttekintését engedik meg.[4] Így megállapították, hogy az üveg SiO_2 tartalmának helyettesítése a CaO, B_2O_3, BaO, Fe_2O_3, PbO, MgO, vagy ZnO bármelyikével csökkenti, az Al_2O_3, K_2O, Na_2O helyettesítése viszont növeli a

[1] Dolgozat a Kir. Magy. Pázmány Péter Tudományegyetem Általános Kémiai Intézetéből.

[2] WARBURG: Wied. Ann. 21, 262, 1884. SCHWARZ und HALBERSTADT: Z. anorg. Chem. 203, 365, 1932.

[3] GÜNTHER—SCHULZE: Ann. Phys. 37, 435, 1912. HEYDWEILER und KOPFERMANN: Ann. Phys. 37, 435, 1912. HUBMANN: Ann. Phys. (5) 9, 733, 1931. v. LENGYEL, Z. phys. Chem. A. 167, 295, 1933. MANEGOLD und STÜBER: Z. phys. Chem. A. 173, 322, 1935.

[4] GEHLHOFF und THOMAS: Z. techn. Phys. 6, 544, 1925.

vezetőképességet. Az ellenállás azonban korántsem lineárisan változik a változó üvegkomponens mennyiségével, hanem rendszerint kevéssé értelmezhető alakú görbék adódnak, amelyek nem egyszer maximumon vagy minimumon mennek át.

A kérdés szabatosabb megvilágítására célszerűnek mutatkozik a kísérleti körülmények lehető leegyszerűsítése, mert csak ez engedhet bepillantást a vezetés mechanizmusának kialakulásába. A következők annak az egyszerű esetnek a vizsgálatával foglalkoznak, hogy hogyan változik a vezetőképesség olyan nátrium diszilikát összetételű üvegben, amelyben — minden egyéb szerkezeti elem változatlanul tartása mellett — a nátriumionok helyébe egyre növekedő mennyiségben káliumionokat építünk be mindaddig, míg a tiszta káliumdiszilikát üveghez nem jutunk el.

Hasonló összetételű elegyüvegekre már GEHLHOFF és THOMAS munkáiban is találunk utalást, nevezetesen azt, hogy a tiszta nátron- és káliüveg közötti elegyüvegtartományban a vezetőképesség nem lineálisan változik az összetétellel, hanem minimumon megy át.

Ez inkább tájékozó jellegű megfigyelésnél tovább vezethet a vezetőképesség temperaturakoefficiensének vizsgálata. A vezetőképesség változása a hőmérséklettel ugyanis szilárd ionvezetőkre általában a RASCH és HINRICHSEN által levezetett alábbi összefüggés szerint folyik le:[1]

$$\varkappa = A\ e^{-\frac{Q}{RT}} \tag{1}$$

ahol $\varkappa$ a specifikus vezetőképességet, R a gázállandót, T az abszolút hőmérsékletet, Q és A pedig az üveg minőségére jellemző állandókat jelentenek. Az elméletileg szabatosan meg nem határozható A állandó bonyolult függvény, melyben többek között a vándorlási folyamatban résztvevő ionok száma, töltése, valamint ezeknek az egyes helyzetekben való közepes tartózkodási ideje — tehát egy a valódi mozgékonysággal összefüggő mennyiség — szerepel.

Jóval egyszerűbb a Q állandó értelmezése. Ez nem egyéb, mint az a küszöbpotenciál (aktiválási energia, leoldási munka stb.), melyet a figyelembevett ionnak le kell győznie, hogy a környező

[1] RASCH und HINRICHSEN: Z. Elektrochem. 14. 41. 1908.

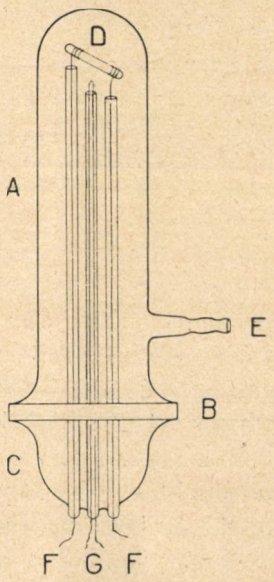
ionburokból kilépve, a helycserefolyamatokban résztvehessen. A Q értékből tehát annak a kötésnek az erősségére lehet következtetni, amely a kérdéses iont a helyéhez rögzíti. Mivel pedig a fenti vezetőképességi képlet az üvegre érvényesnek bizonyult,[1] a vezetőképesség hőmérsékleti görbéjéből a Q állandó s így a leoldási munka értéke meghatározható.

E dolgozat a már említett elegyüveg-tartományhoz tartozó Q értékek kísérleti meghatározását tartalmazza. Mint alább látni fogjuk, ez értékek önmagukban nem alkalmasak a viszonyok tisztázására, úgyhogy a vezetőképességi mérésekhez az átviteli számok meghatározásának kellett csatlakoznia.

Vezetőképesség.

A kísérleteket dr. Vogl Mária végezte.

A vezetőképesség temperaturakoefficiensének meghatározása céljából platinatégelyben előállított, kívánt összetételű üvegömledékből kb. 2 mm átmérőjű botokat húztunk, melyeknek 2—3 cm-es darabjait használtuk fel az ellenállás meghatározására. Az eljárás az volt, hogy a rudacska két végét 4—5 mm magasságban Heraeus-féle platinázó oldat segítségével ráégetett platinatükörrel vontuk be, amely a vezető összeköttetést szolgáltatta. A platinatükörre platinafólia került, majd az erre tekert platinadróttal felszerelt üvegmintát az 1. ábra szerinti készülék ben helyeztük el, melynek egyes részei további magyarázatot nem igényelnek. Mérés alatt a készüléket evakuáltuk és a kívánt hőmérséklet beállítása céljából az A edényre elektromos fűtőtestet húztunk.

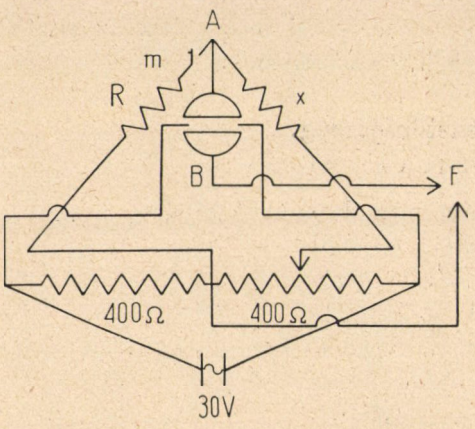


1. ábra.

A edény,
B zárógyűrű,
C zárókupak,
D üvegminta,
E vákuum vezeték,
F kivezető drótok,
G termo-elem.

[1] Fulda: Sprechsaal, 60, 769, 1927.

Minthogy az adott körülmények között az ellenállás kb. 10^8 Ohmtól 10^1 Ohmig változott, e nagy intervallumot egyetlen mérőmódszerrel felölelni nem lehetett. Ezért az egész munkaterületet három részre osztottuk. Kis ellenállások mérésére, kb. 10^5 Ohm ellenállásig, a Wheatstone-féle módszert használtuk. A nagy ellenállások (10^6—10^8 Ohm) mérésére már egyszerű egyenáramú kört lehetett használnunk a körbe iktatott galvanométerrel. Csupán az üvegellenállást kellett oly kommutáló-szerkezettel kapcsolni, amely a rajta átfolyt áram irányát másodpercenként 5—6-szor megváltoztatta. E rendszabályra a polarizáció kiküszöbölése végett volt szükség.



2. ábra.

Legtöbb gondot okozott a középső intervallum (kb. $5 \cdot 10^4$—$3 \cdot 10^6$ Ohm) mérése, mert itt a híd-módszer már nem alkalmazható, viszont a polarizáció az egyenáramú mérést még kommutálás esetén sem engedi meg. Ez intervallum mérésére a 2. ábrában közölt vázlat szerinti váltóáramos módszert dolgoztuk ki. A hálózati váltóáramú körből letranszformált és stabilizált áramot két 400 Ohmos csúszó ellenállás vette fel, melyek a vázolt módon földelve voltak. Az ellenállásról az ismeretlen x ellenállás és egy ismert R ellenállás sorba kapcsolt rendszerének két végére változtatható feszültségeket adhattunk. A két ellenállás közé a B binánselektrométer egyik binánsa volt kapcsolva, míg a másik állandóan földelve volt (F). A bináns tűtöltését a 400 Ohmos ellenállások végéről kapta, így tehát az áram irányának minden egyes változásakor a tű töltésének előjele is megváltozott. A bináns ennélfogva olyan állandó kitérést mutatott, amely az A-ban fellépő potenciál abszolút értékének felel meg.

Méréskor ismert (manométerrel mért) v feszültséget kapcsol-

tunk a mérendő üveg- és az összehasonlító ellenállás két szabad végére, és észleltük az elektrométer kitérését. Ezután az áramkört m-nél megszakítottuk és megkerestük azt a v' feszültséget, amelynél a méréskor észlelt kitérés ismét előállott. Az adatokból a keresett ellenállás a következő összefüggések alapján számítható ki.

$$\frac{x+R}{R} = \frac{v}{v'} \qquad 2)$$

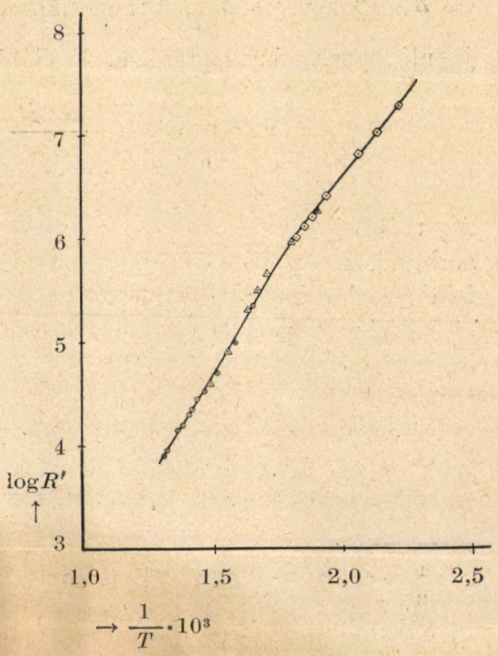
vagyis

$$x = R\left(\frac{v}{v'} - 1\right) \qquad (3)$$

Az R ellenállást mindig úgy választottuk meg, hogy a két ellenállás viszonya ne legyen nagyobb, mint 3 : 1.

Maga a kísérlet úgy folyt le, hogy az összeállított berendezést hosszabb ideig 500 C° körüli hőmérsékleten tartottuk, majd 1 C°/perc sebességgel kb. 100°-ig hűtöttük le és kb. 10 fokonként mértük az ellenállást. Az így kapott pontok és az emelkedő hőmérséklet közben mért pontok egyetlen görbét határoztak meg. Egy és ugyanazon üvegpéldányon különböző időben végzett mérés teljes reprodukálhatóságot mutatott.

A mérőmódszer használhatóságának feltüntetésére szolgál a 3. ábra, amely egy K-diszilikát üvegen mért R' ellenállások logaritmusát ábrázolja $1/T$ függvényében. A különböző módszerekkel egymást átlapolóan felvett pontok ugyanarra a görbére esnek. A görbéből az is látható, hogy a RASCH—



3. ábra.

HINRISCHEN-féle összefüggés érvényes. A mutatkozó törés szilárd ionvezetők ellenállási görbéin ismert jelenség.[1] Az üveg esetében transzformációspont fellépésétől ered.[2]

Az így felvett görbékből a vezetőképességi képlet állandói a következőképpen számíthatók ki. Az 1. képletből következik, hogy

$$\frac{1}{\varkappa} = \text{konst. } R' = \frac{1}{A} e^{\frac{Q}{RT}} \tag{4}$$

Logaritmálva és $1/T$ szerint differenciálva

$$d \ln R' = \frac{Q}{R} d \frac{1}{T} \tag{5}$$

Minthogy Q és R a T-től függetlenek, az integrálás a következőket adja:

$$\Delta \ln R' = \frac{Q}{R} \Delta \frac{1}{T} \tag{6}$$

ha $\Delta \ln R'$ a véges $\Delta \frac{1}{T}$ differenciához tartozó ellenállásváltozást jelenti logaritmikus léptékben. Az előbbiből Q értéke

$$Q = 4{,}55 \frac{\Delta \log R'}{\Delta \frac{1}{T}} \text{ cal} \tag{7}$$

Az utóbbi egyenletben szereplő differenciahányados értékét a görbéből, mégpedig annak az üveg rideg állapotának megfelelő felső részéből határoztuk meg.

Az így kapott Q értékeket 4-be helyettesítve és a vizsgált üvegrúd méreteit is figyelembe véve, a fajlagos vezetőképességhez tartozó A értékét minden további nélkül kiszámíthattuk.

A mérési eredményeket az 1. táblázat és a 4., valamint 5. ábra tüntetik fel. Az adatokból az állapítható meg, hogy mind a két vezetőképességi konstans értéke kb. 75% K_2O esetén éles maximu-

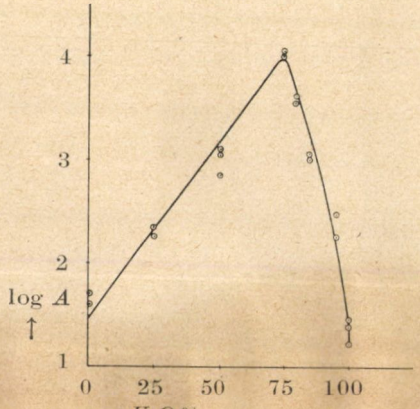
---

[1] L. pl. SMEKAL: Die Physik, 4. Jahrg. 17, 1936.

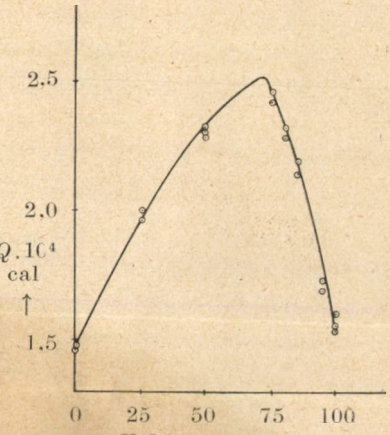
[2] FULDA: Sprechsaal 60, 769, 1927. BERGER: Z. tech. Phys. 15, 443. 1934, SEDDON, TIPPETT and TURNER: Journ. Soc. Glass Techn. 16, 450, 1932.

I. táblázat.

Az üveg összetétele *(Mol)*			Q cal	A	log A
SiO_2	Na_2O	K_2O			
2,00	1,00	0,00	14600	$5{,}14.10^1$	1,71
			14400	$3{,}92.10^1$	1,59
2,00	0,75	0,25	19600	$1{,}77.10^2$	2,25
			20000	$2{,}23.10^2$	2,37
2,00	0,50	0,50	23200	$1{,}33.10^3$	3,12
			23200	$1{,}15.10^3$	3,06
			22800	$6{,}80.10^2$	2,83
2,00	0,25	0,75	24200	$1{,}09.10^4$	4,04
			24600	$1{,}05.10^4$	4,02
2,00	0,20	0,80	23200	$3{,}65.10^2$	3,56
			22800	$4{,}50.10^3$	3,65
2,00	0,15	0,85	21400	$9{,}53.10^2$	2,98
			21900	$1{,}15.10^3$	3,06
2,00	0,05	0,95	17300	$1{,}75.10^2$	2,24
			16900	$3{,}00.10^2$	2,48
2,00	0,00	1,00	15500	$2{,}82.10^1$	1,22
			16000	$2{,}38.10^1$	1,45
			15500	$1{,}68.10^1$	1,38



4. ábra.



5. ábra.

mot mutat. Igen tekintélyes az A állandó értékének növekedése, amennyiben kb. 10^1-ről 10^4-re nő.

Hogy A növekedésével egyidejűleg a vezetőképesség mégsem nő, hanem csökken, az a Q állandó egyidejű és tekintélyes növekedésére vezethető vissza. Q viselkedése arra mutat, hogy az üvegben mozgékony ionok mozgékonysága a kálium beépítésével egész a maximumig rendkívül csökken, vagyis az elegyüvegekben az üveg szerkezete olykép módosul, hogy a vándorló iont helyéhez kötő erők megnövekednek. A maximumon túl növekvő K mennyiség az üvegszerkezetre viszont fellazítólag hat.

Érdekes még, hogy a káliüveg Q értéke a nátronüvegénél alig nagyobb. A káli- és nátronüveg vezetőképessége tehát egymástól nem sokban különbözik, szemben azzal az esettel, amikor a már kész nátronüvegbe vándoroltatunk K-t. Ekkor ugyanis a K a vezetőképességet nagymértékben csökkenti és kötéserőssége a nátriumhoz képest megnövekedett.

A vezetőképesség tekintetében mutatkozó tapasztalatok nem mondanak sokat, amíg a vezetés természetét nem ismerjük. A vezetőképességi formula érvényességéből az következik, hogy a megadott ábrázolásban mutatkozó egyenes darabokhoz csak egyféle Q érték tartozhatik. Ez másszóval annyit jelent, hogy ami a figyelembevett hőmérsékleti intervallumban (kb. 300°-ig) vezet, az csak egyféleképpen lehet az üvegvázhoz kötve. Nem tisztázott azonban, hogy az elegyüvegekben a Na vagy K ionok vándorolnak-e, illetve hogy a tiszta nátronüveg Na^+ vezetése az elegysorozatban hogyan alakul át a tiszta káliüveg K^+ vezetésévé. Erre a kérdésre az átviteli számok meghatározása adhat csak feleletet.

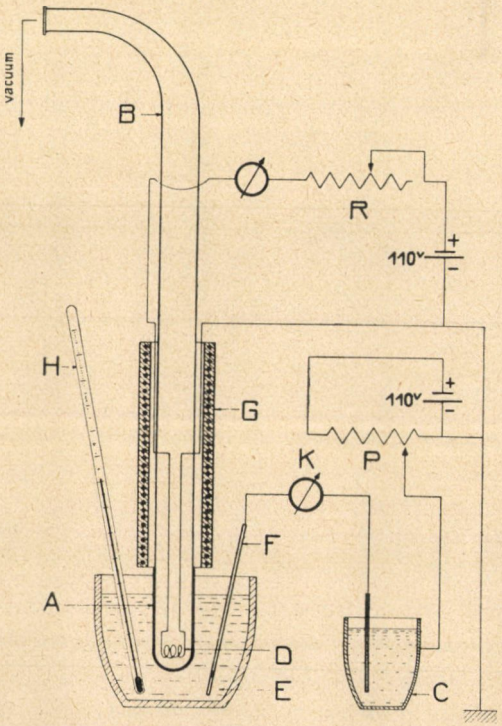
Átviteli szám.

A kísérleteket Reiner René végezte.

Az átviteli szám meghatározására a szilárd ionvezetők esetére kidolgozott Tubandt-féle módszer[1] nem látszott célravezetőnek, mert tapasztalataink szerint üvegpor paszillákká nem sajtolható és az összecsiszolás révén sem biztosítható a kellő érintkezés, vala-

[1] Tubandt és munkatársai, Z. anorg. Chem. 110, 190, 1920, 165, 195, 1927, 197, 225, 1931.

mint a lemezek szétválasztása. Ezért a meghatározásra különleges módszert dolgoztunk ki, melynek lényegét a 6. ábra szemlélteti. Az ábrán látható A kupakot a kísérleti üvegből állítottuk elő és vákuumzáróan forrasztottuk össze a vákuumhoz vezető B csővel. Ha a vákuumban izzásba hozott D volfrámspirális és az E sóolvadékba merülő F platinadrót között, mint elektródok között



6. ábra.

az ábrán látható elektromos elrendezés segítségével elektrolizáló áramot indítottunk meg, akkor az áram hatására az üveg mozgékony ionjai a A kupak belső felülete felé vándoroltak és arra ki is léptek. Itt az izzó spirálisból ugyanoda jutó elektronáram fémmé semlegesítette őket. Az elektrolízis folytán keletkező alkalifémek a sófürdő, valamint a csőre húzott G fűtőtest hatására elpárologtak és a B cső felső, hidegebb részén rakódtak le.

Ez eljárás segítségével tehát az üvegből kivándorolt alkalifémeket a berendezés erre alkalmas részén gyüjthettük össze. Az elektrolízis befejeztével a készülék alsó részét az alkalifémtükör alatt fekvő helyen vákuumba lehúztuk, s így a kielektrolizált fémet analízisre alkalmas formában állottak rendelkezésünkre.

A *Na* és *K* kvantitativ elválasztására a HEGEDÜS-féle jodometriás módszert használtuk,[1] melynek lényege az, hogy a fémek közül jodiddá átalakításuk után izobutilalkohol és éter meghatározott arányú elegyében a *NaJ* oldódik, a *KJ* pedig nem. Az elválasztás után a jodidokat jodáttá kell alakítani és *KJ* hozzáadásával a jodid-jodát reakció szerint kivált jód nátriumtioszulfáttal titrálható.

A két szélső üveg esetén nem alkalmaztuk a fenti analitikai módszert, hanem — figyelemmel az előre várható eredményre — megelégedtünk annak kvalitatív megállapításával, hogy a nátronüvegből csak *Na*, a káliüvegből pedig csak *K* vándorol ki. Ezt a kvalitatív ellenőrzést spektroszkópiai úton végeztük el.

A kísérletek lefolyását illetőleg meg kell jegyeznünk, hogy a vizsgálati üvegkupaknak a berendezés többi részével való vákuumtartó egyesítése sok nehézséget okozott. A biztos kötést még az optimálisan választott SCHOTT-féle összekötő üvegekkel, valamint a hőmérsékletváltozás gondos kiküszöbölésével sem sikerült elérni. Az üveg a kísérletek folyamán gyakran repedt el fel nem deríthető okokból és száznál több kísérletet kellett megindítanunk ahhoz, hogy az alább ismertetendő csekélyszámú kísérleti adathoz jussunk.

A kísérlet megkezdése előtt az összeforrasztott készüléket kb. 350°-on evakuáltuk és kigázosítottuk. A sóolvadék elhelyezése és az elektrolizis megkezdése után 20—30 *mAmp* erősségű áramot kaptunk. 10—15 *mg* fémelegyet elektrolizáltunk ki, majd az elektrolizist megszüntettük, lemértük a *C* coulométerben kivált ezüst mennyiségét és a fémtükör oldása után az összalkali egyenértékek számát sósavas titrálással meghatároztuk. A kísérletet csak akkor fogadtuk el helyesnek, ha az előbbi adatok a kísérleti hibák határán belül megegyeztek.

Következett az analitikai meghatározás, melynek eredményé-

[1] M. HEGEDÜS: Z. anal. Chem. 107, 166, 1936.

ből az átviteli számot úgy számítottuk ki, hogy az analízisből származó, *Na*-ra adódó egyenértékeket elosztottuk a titrálás útján kapott összalkáliegyenértékek számával.

Ez az eljárás azért látszott indokoltnak, mert az analízis *Na*-értékeit ítéltük megbízhatóbbaknak. Az analízisből kapott összalkálimennyiség a közvetlenül titráltnál ugyanis többször kisebbnek adódott és egyidejűleg a *K*-meghatározás pontossága sem érte el a HEGEDÜS által megadott értéket. E zavar okát nem sikerült kikutatnunk, de mivel a pontos *K*-értékekre szükségünk nem volt, az alaposabb kivizsgálástól eltekintettünk.

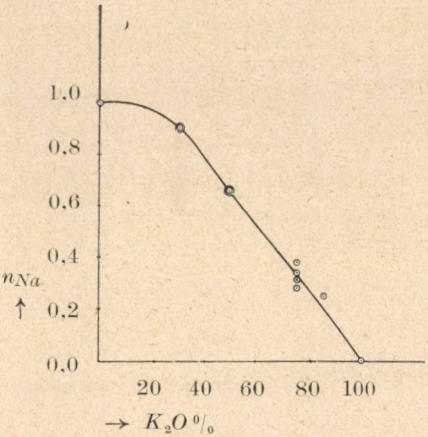
A tiszta *Na*, illetve *K* üvegeken kívül olyan elegyüvegeket tettünk vizsgálat tárgyává, melyekben a *Na*-nak 30, 50, 75 és 85%-át helyettesítettük *K*-al. A két szélső, vagyis tiszta nátrium-, illetve káliumüvegen a már említett spektroszkópiai meghatározás csak egynemű, tehát tiszta *Na*, illetve *K* vezetést adott.

Az összes adatokat a 2. táblázat, illetve a 7. ábra tünteti fel. Mindenekelőtt azt állapíthatjuk meg, hogy valamennyi elegyüvegben vegyes vezetés áll fenn és az ellenállásmérésekből adódó maximum helyén, azaz 75% *K*-tartalom körzetében a görbén semmi rendellenesség sem észlelhető.

2. táblázat.

Kísérlet száma	K_2O %	t° C	*Ag* coul	*OH* titr	*Na*	*K*	*Na*+*K*	^{n}Na
			mg egyenértékek					
61	30	300	0,500	0,486	0,438	0,039	0,477	0,90
67	30	300	0,870	0,856	0,772	0,086	0,858	0,90
46	50	300	0,530	0,544	0,348	0,143	0,491	0,64
47	50	300	0,640	0,635	0,420	0,175	0,595	0,66
49	50	300	0,385	0,380	0,249	0,102	0,351	0,66
52	75	300	0,225	0,224	0,085	0,146	0,231	0,38
53	75	300	0,334	0,323	0,110	0,213	0,322	0,34
54	75	300	0,429	0,401	0,112	0,294	0,406	0,28
55	75	300	0,503	0,502	0,162	0,345	0,507	0,32
85	85	300	0,477	0,476	0,117	0,328	0,445	0,25

Ez a meglepő eredmény a vezetőképesség vizsgálata révén szerzett tapasztalatokkal (egyetlen leoldási munka) csak úgy egyeztethető össze, ha feltételezzük, hogy az elegyüvegekben a vezetés szempontjából a *Na*- és *K*-ionok között észrevehető különbség nincsen és mozgékonyságuk, azaz kötéserősségük az üvegfázisban azonos.



7. ábra.

Ezt a feltevést a vezetőképességi mérések annyiban támasztják alá, hogy a tiszta üvegek esetében sem mutatkozott a leoldási munkák között oly különbség, mint az a bonyolult összetételű, kereskedelmi nátron-, illetve káliüvegek viselkedéséből várható lett volna. A tiszta *Na* üveghez tartozó leoldási munka középértékben 14500 kalóriának, a *K* üvegé pedig 15700 kalóriának adódott. Ez a kb. 1000 kalóriás különbség pedig olyan, hogy az az ellenállási görbe felvételekor még észlelhető ugyan, de már nincs messze a megfigyelhetőség határától.

Hogy itt csakugyan azonos mozgékonyságú ionokról van szó, annak alátámasztására még az átviteli szám hőmérsékleti együtthatójának megállapítása is alkalmas lehet. Ha ugyanis a vezetőképességből adódó egyetlen Q érték mindkét fajta ion leoldási energiáját jelenti, akkor a kétféle iontól származó részvezetőképességek a hőmérséklet emelkedésével egyformán kell nőnie, vagyis az átviteli számban nem szabad hőmérsékleti együtthatónak fellépnie.

E kérdés kísérleti eldöntésére a 30% *K*-t tartalmazó üvegen 300 és 350°-on határoztuk meg az átviteli számot.

A 3. táblázatban összefoglalt eredmények szerint hőmérsékleti együtthatónak valóban nincs nyoma.

El kell fogadnunk tehát azt a megállapítást, hogy a vizsgált elegyüvegekben a *Na* és *K* vezetési mechanizmusa között lényeges

3. táblázat.

Kísérlet száma	K_2O %	t° C	Ag coul	OH titr	Na	K	$Na+K$	n_{Na}
			mg egyenértékek					
61	30	300	0,500	0,486	0,438	0,039	0,477	0,90
67	30	300	0,870	0,856	0,772	0,086	0,858	0,90
62	30	350	0,766	0,760	0,686	0,072	0,758	0,90
66	30	350	1,075	1,060	0,960	0,058	1,018	0,90

különbség nincsen. Az átviteli szám görbéjének az egyenestől való eltérése valószínűleg a kétféle ion különböző polározhatóságára és az ionátmérőkben mutatkozó különbségre vezethető vissza. De az is megállapítható e mérésekből, hogy a leoldási munkákban tapasztalt feltűnő maximum teljesen független a vezetésben résztvevő ionok minőségétől és a kötéserősség fokozódását az üveg szilikátvázának ama megváltozására kell visszavezetnünk, amely az üvegnek elegyalkáliákból való felépítése következtében áll elő.

Összefoglalás.

1. Káliumot és nátriumot rendszeresen változó mennyiségben tartalmazó alkalidiszilikát-elegyüvegeken meghatározott vezetőképességi állandók (A és Q) 75% káliumtartalom esetében maximumot mutatnak.

2. A Q állandó elméleti értelmezéséből következik, hogy a mozgékony ionok leoldási munkája, illetve kötéserőssége egyaránt nő, ha a tiszta káliüvegbe építünk be nátriumot vagy nátronüvegbe káliumot.

3. A tiszta nátron-, illetve káli-üvegben a Na^+, illetve a K^+ leoldási munkája nagyjából azonos.

4. A nátron-üveg Na^+-, a káliüveg K^+-vezető.

5. Az elegyüvegek egész területén vegyes vezetés lép fel, az átviteli számok a hőmérséklettől függetlenek.

6. Az átviteli számok viselkedését a vezetőképességi adatokkal egybevetve következik, hogy a Na^+ és K^+ kötéserőssége az elegyüvegekben azonos és a leoldási munkákban tapasztalt maximum független a vezetésben résztvevő ionok minőségétől, ellenben az üveg szilikátvázának ama megváltozásaként mutatkozik, amely az üvegnek alkálielegyekből való felépítése következtében áll elő.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

DIE ELEKTRISCHE LEITFÄHIGKEIT UND ÜBERFÜHRUNGSZAHLEN VON MISCHGLÄSERN.

Von BÉLA v. LENGYEL.

1 Es wurden die Leitfähigkeitskonstanten (A und Q) von Alkalidisilikat-Mischgläser mit wechselndem $Na:K$ Verhältnis aus der Temperaturkoeffizient des Widerstandes bestimmt.

2. Es ergab sich ein scharfes Maximum beider Konstanten in der Gegend von 75% K_2O.

3. Aus der theoretischen Deutung der Q Konstante folgt, dass die Ablösungsarbeit der beweglichen Ionensorte gleichfalls anwächst, wenn K^+ in Natronglas, oder Na^+ in Kaliglas eingebaut wird.

4. Die Ablösungsarbeiten in reinem Natron- und Kaliglas sind einander nahezu gleich.

5. Natronglas ist reiner Na^+, Kaliglas reiner K^+-Leiter.

6. Es wurden die Überführungszahlen als Funktion des Alkaliverhältnisses gemessen.

7. Im ganzen Mischgebiet besteht eine Mischleitung und die Überführungszahlen zeigen keinen Temperaturkoeffizient.

8. Es folgt aus sämtlicher Daten, dass die Bindungsfestigkeit (Ablösungsarbeit) beider Alkaliionen dasselbe ist, ferner dass das gefundene Maximum unabhängig erscheint von der Art der leitenden Ionen; für sein Zustandekommen seien Veränderungen verantwortlich, welche im Glasgerüst infolge der Einbau von Alkalimischungen entstehen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

A PRIMULAVEROSID, AZ ORVOSI KANKALIN (PRIMULA OFFICINALIS) GLUKOSIDJA ACETYLSZÁRMAZÉKÁNAK SZINTÉZISE.[1]

MAUTHNER NÁNDOR l. tagtól.

Már régebben A. GORIS, M. MASCRÈ és Ch. VICHNIAE[2] francia kutatók az orvosi kankalinból (Primula officinalis) egy új glukosidet különítettek el, melyet ezen előfordulása alapján primulaverosidnek neveztek el. Enzimes hidrolizis útján ezen glukosid monomethylgentisinsavmethylesterre és egy új disaccharidre primverosera bomlott. E disaccharid további savas hidroliziskor egy molekula *d*-glukosera és egy molekula *d*-xylosera hasadt. A primverose szabatos szerkezetét HELFERICH és RAUCH[3] 1927-ben eszközölt szintézise állapította meg mint 1-xylosido 6-glukoset. Azóta francia kutatók megállapították, hogy ezen disaccharid igen elterjedt a növényvilágban glukosidjai alakjában.

A természetes glukosidek szintézisével foglalkozó munkáim folytatásaképpen, a primulaverosid szintézisét is megkíséreltem. Az aglykon szintézisére a salicylsavra lúgos közegben kaliumpersulfatot hagytam hatni, miáltal egy második hidroxilgyök para állása lépett a benzolmagba és így gentisinsav képződött. E sav részleges metilezéseker dimethylsulfattal, monomethylgentisinsav állott elő. A savat methylalkohollal és sósavgázzal

---

[1] A Pázmány Péter Tud. Egyetem általános kémiai intézetében készült dolgozat.

[2] A. GORIS und H. CANAL, Centralblatt 1936 I, 3351; Chem. Centralblatt 1913 I, 310.

[3] HELFERICH und RAUCH, Ann. 455, 168 (1927).

esterjévé alakítottam át. Második összetevő gyanánt szükséges α-acetobromprimveroset laevoglukosanból ZEMPLÉN és GERECS[1] szintúgy ZEMPLÉN és BODNÁR[2] adatai szerint állítottam elő. E módszer igen alkalmas az acetobromprimverose előállítására. A szintézis céljából monomethylgentisinsavmethylestert és acetobromprimveroset chinolinban oldjuk és száraz activ ezüstoxidet adunk hozzá, miáltal a hexaacetylprimulaverosid képződik. Az acetylszármazék elszappanosítása kísérleti nehézségekbe ütközött, de az azonosítás lehetséges a természetes glukosidnak acetylszármazékká való átalakítása útján.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

Monomethylaether (5) gentisinsavmethylester.

GRAEBE és MARTZ[3] előírása a gentisinsav előállítására téves, mert adataiknak pontos betartása mellett lehetetlen gentisinsavat előállítani. GRAEBE és MARTZ tévedése abban áll, hogy elmulasztják az erősen megsavanyított reakciósoldatnak hosszabb ideig való forralását. Mint kísérletek igazolták, a gentisinsav képződése egy közbeneső phenylkénsavszármazék útján történik. A még nem forralt oldatból csak változatlan salicylsavat lehet aetherrel kivonni, az anyalúgok semmi gentisinsavat sem tartalmaznak. Nagyobb mennyiségű gentisinsav előállítására a következő előírás igen bevált:

20 g salicylsavat 27·5 g natriumhidroxidból és 400 cm³ vízből készített oldatban feloldunk és 1 g vassulfatot kevés vízben oldva hozzáöntünk. A reakcióelegyet jeges vízzel lehűtjük és 42 g kaliumpersulfatot időnkénti hűtés közben 15—18 C° között egy fél óra alatt hozzáadagolunk. A reakcióelegyet két napig közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután jeges vízzel lehűtjük és 40 cm³ tömény kénsav és 200 cm³ víz jéghideg keverékével lassan megsavanyítjuk. Az oldatot egy ideig

---

[1] Ber. 64, 1545 (1931).
[2] Ber. 72, 47 (1939).
[3] Ann. 34, 213.

jeges vízben állni hagyjuk és a kivált salicylsavat, ráncos szűrőn leszűrjük. Ezután a leszűrt oldatot háromszor mindig 250 cm^3 aetherrel kivonjuk a változatlan salicylsavnak eltávolítására. A vizes oldatot ezután $^3/_4$ óra hosszat forraljuk. A lehűlt oldatot háromszor mindig 300 cm^3 aetherrel kivonjuk, az aetheres oldatot ráncos szűrőn megszűrjük és az aetheres oldatot ledesztilláljuk. A gentisisvsav visszamarad (10·4 g) és további tisztítás céljából 15 cm^3 forró vízből átkristályosítjuk és jeges vízzel az oldatot lehűtjük. Termelés 7—8 g. A részleges methylezés céljából 25 g gentisinsavat feloldunk 13 g natriumhidroxidból és 130 cm^3 vízből készített oldatban, szobahőmérsékletre hűtjük le és 31 cm^3 dimethylsulfatot adunk hozzá és időnkénti vízzel való hűtés közben 25 percig jól összerázzuk közönséges hőmérsékleten. Ezután a reakcióelegyet 1 óra hosszat visszafolyóhűtőcsővel forraljuk. Másnap a reakcióelegyet megsavanyítjuk, a kristályos részt leszűrjük, a részben olajszerű terméket a lombikban hagyjuk, vízzel kimossuk és az ester elszappanosítására a leszűrt részt is a lombikba tesszük. Az egészet 20 g natriumhidroxidból és 80 cm^3 vízből készített natronlúggal 3 óra hosszat visszafolyóhűtőcsővel forraljuk. Ezután a reakcióelegyet sósavval megsavanyítjuk és a kivált monomethylgentisinsavat leszűrjük és 500 cm^3 vízből kristályosítjuk át. Termelés 14—15 g. Olv. p. 143—144 C°.

Az esterifikáláshoz 29 g savat leöntünk, 100 cm^3 tömény methylalkohollal száraz sósavgázt vezetünk be és 8 óra hosszat visszafolyóhűtőcsővel a vízfürdőn hevítjük. Ezután a methylalkohol $^2/_3$ részét ledesztilláljuk, vízzel elegyítjük és háromszor aetherrel kivonjuk. A megszűrt aetheres oldatot kétszer híg natriumbicarbonatoldattal átrázzuk és az oldatot vízmentes natriumsulfattal szárítjuk és az aethert ledesztilláljuk. A visszamaradó olajat fraktionnálva desztilláljuk, miközben a monomethylaethergentisinsavmethylester 261—262 C°-on desztillál át. Ennélfogva forrpontja magasabb, mint azt Graebe és Martz[1] (235—240 C°) megadták.

[1] Ann. 340, 215.

Hexaacetylprimulaverosid.

1·8 g monomethylaethergentisinsavmethylestert és 6·4 g acetobromprimveroset 10 cm^3 vízmentes chinolinnal leöntünk, 2·3 g száraz, activ ezüstoxidet adunk hozzá, majd üvegpálcikával 20 percig keverjük. Ezután a reakcióelegyet félórára exsiccatorba helyezzük. A reakcióelegyet 60 cm^3 jégecettel öntjük le, jól összekeverjük és két ráncos szűrőn kétszer 750 cm^3 vízbe szűrjük át. Ezután mindegyik szűrőt 20 cm^3 jégecettel kimossuk. Másnap a kiválott acetylszármazékot leszűrjük, vízzel jól kimossuk és agyagtányéron szárítjuk ki. Termelés 3 g. A további tisztítás céljából a terméket alkoholból kristályosítjuk át, miközben csontszénnel derítjük. Mégegyszeri alkoholból való átkristályosítás után az acetylszármazék tiszta. A hexaacetylprimulaverosid színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 198—199 C°-on olvadnak.

4·425 mg anyag adott: 8·529 mg CO_2-t és 2·245 mg H_2O-t. $C_{32}H_{40}O_{19}$ képlet alapján a számított érték: $C = 52·70\%$, $H = 5·40\%$

Kísérletileg talált érték: $C = 52·54\%$, $H = 5·35\%$.

Az acetylszármazék könnyen oldódik alkoholban és acetonban.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24-én tartott üléséből.)

DIE SYNTHESE DES ACETYLDERIVATES DES PRIMULAVEROSIDS, DES GLUCOSIDES DES GEBRÄUCHLICHEN HIMMELSCHLÜSSELS (PRIMULA OFFICINALIS).

Von F. MAUTHNER korresp. Mitglied.

Vor längerer Zeit haben A. Goris, M. Mascrè und Ch. Vichniae[1] aus dem gebräuchlichen Himmelschlüssel (Primula officinalis) ein neues Glucosid Primulaverosid isoliert. Bei der enzymatischen Spaltung zerfiel dieses Glucosid in Monomethylaether (5) gentisinsäureester und in ein neues Dissacharid Primverose. Die letztere zerfällt bei der weiteren Säurespaltung in ein Molekül *d*-Glucose und ein Molekul d. Xylose. Die genaue Konstitution der Primverose wurde von Helferich und Rauch[2] 1927 durch Synthese als 1 Xylosido 6 Glucose festgestellt. Seitdem fanden verschiedene Forscher das dieses Disaccharid im Pflanzenreich in Form von Glucosiden sehr verbreitet ist. In Fortsetzung meiner früheren Arbeiten über die Synthese von natürlichen Glucosiden zog ich auch die Synthese des Primulaverosids in den Kreis meiner Untersuchungen. Zur Synthese des Aglykons liess ich auf Salicylsäure alkalisches Persulfat einwirken und erhielt so die Gentisinsäure. Bei der partiellen Methylierung desselben mittelst Dimethylsulfat entstand daraus die Monomethylaethergentisinsäure. Die letztere wurde mittelst Methylalkohol und Salzsäuregas in ihrem Methylester ver-

[1] Chem. Centr. 1913 I, 310; A. Goris und H. Canal, Chem. Centr. 1936 I, 3351.

[2] Helferich und Rauch Ann. 455, 168 (1927).

wandlet. Die als zweite Komponente nöthige α-Acetobromprimverose stellte ich aus Laevoglucosan nach den Angaben von ZEMPLÉN und GERECS[1] und von ZEMPLÉN und BODNÁR[2] dar. Diese Methode eignet sich vorzüglich zur Darstellung der Acetobromprimverose. Zur Synthese wurde der Monomethylaethergentisinsäuremethylester und α-Acetoprimverose in Chinolin gelöst und durch trockenes, aktives Silberoxyd kondensiert, wodurch die Hexaacetylprimulaverosid erhalten wurde. Die Verseifung des Hexaacetylproduktes ist bisher nicht geglückt, doch ist die Identifizierung möglich, durch darstellung des Acetylderivates des naturlichen Glucosides.

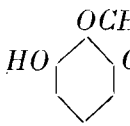
[1] Ber. 64, 1545 (1931).
[2] Ber. 72, 47 (1939).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.)

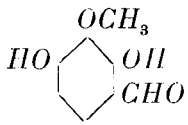
A 3-METHYLPYROGALLOLALDEHYD SZINTÉZISE.[1]

MAUTHNER NÁNDOR l. tagtól.

Hosszabb idő óta foglalkozom a pyrogallolaldehydek[2] szintézisével és most az eddig ismeretlen 3-methylpyrogallolaldehyd szintézisét ismertetem. E vegyület előállításához szükségem volt a nagyon nehezen hozzáférhető 2-methylprogallolaetherre (I). Ezen aether keletkezik pyrogallolnak jodmethyllel való methylezésekor az isomer 1-Methylpyrogallolaether mellett. A methylezési terméket HERZIG és POLLAK[3] az acetylszármazékká alakították át és frakcionnált kristályosítás útján különítették el egymástól. Ezen eljárás igen hosszas és nagyon rossz termelést ad. Már régebben közöltem egy megfigyelésemet,[4] mely szerint a két és három értékű phenolok acetylszármazékai a vacuumban bomlás nélkül desztillálhatók. E megfigyelésem alapján a nyers methylezési terméket fraktionnáltam az első frakciót acetylchlorid segélyével acetylszármazékává alakítottam át és ezt a vacuumban desztillál tam. Az acetylszármazék elszappanosítása által a 2-methylprogallolaether keletkezett, melyet a módosított GATTERMANN-féle aldehydszintézis szerint zinkcyanyddel és sósavgázzal a 83—84 C°-on olvadó 3-methylpyrogallolaldehyddé (II) alakítottam át.



I.



II.

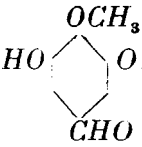
[1] A Pázmány Péter Tud. Egyetem általános kémiai intézetében készült dolgozat.

[2] Ber. 41, 102 (1926); Journ. für prakt. Chemie 119, 306 (1928); Ann. Chem. 395, 273 (1913); Ann. Chem. 449, 102 (1926).

[3] Chem. Centralblatt 1904 II 1119.

[4] Journ. für prakt. Chemie 136, 205 (1933), 136, 213 (1933).

Az aldehyd biztosan a fentebbi szerkezettel bír, mert a másik lehetséges isomert:



III.

már előzőleg a 4-methylgallussavból szintézis[1] útján állítottam elő és ez a fenti aldehydtól különböző, olvadáspontja 139—140 C°.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

2-Methylpyrogallolaether.

100 g pyrogallolt 200 cm³ alkoholban oldunk és 29·4 g kaliumhidroxyd 150 cm³ alkoholos oldatával elegyítjük. Azután 80 g jodmethylt adunk hozzá és 10 óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdőn hevítjük. Ezután az alkoholt ledesztilláljuk és 500 cm³ aethert adunk a reakcióelegyhez, miáltal a még oldott jódkalium is kiválik. A csapadékot leszűrjük, az aethert lepároljuk és a visszamaradó terméket vacuumban desztilláljuk. Három frakciót fogtam fel: I. 145—155°, II. 155—165°, III. 165—175° 12 mm nyomás alatt. Az I. frakció 30 g volt és ezt 60 cm³ acetylchloriddel 1 óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel a vízfürdőn hevítettem és azután a vacuumban frakcionáltam. E közben 12 mm nyomás alatt a következő 3 frakciót fogtam fel: I. 160—170°, II. 170—180°, III. 180—190°.

Az I. és II. frakciókat alkoholból kristályosítottam át, miközben előbb a nehezebben oldható 1-methylpyregallolaether diacetyl származéka vált ki, míg az anyalúgból a 2-methylpyrogallol acetylszármazékát nyertem. Ez utóbbit addig kristályosítottam át alkoholból, mígnem 51—54 C° olvadáspontot mutatott. Ezt a frakciót híg natronlúggal megbontottam, aetherrel kivontam, natriumsulfattal szárítottam és végül vacuumban desztilláltam. Az olajszerű desztillatum hosszabb állás után részben megdermedt. A kristályokat agyagtányéron szárítottam és ezután benzolból kristályosítottam át. 10 g diacetylszármazékból 0·8 g tiszta aethert nyertem, mely 85—87 C°-on olvadt meg.

[1] Journal für prakt. Chemie 119, 306 (1928).

3-Methylpyrogallolaldehyd.

0·6 g 2-methylpyrogallolaethert feloldunk 30 cm^3 tömény aetherben, 3 g zinkcyanidet adunk hozzá és 2 óra hosszat szárított sósavgázt vezetünk be. A reakció közben az olajszerű reakciótermék kiválott, ezután az oldószert leöntjük és kétszer vízmentes aetherrel kimossuk. Az olajszerű reakciós-termékhez 100 cm^3 vizet öntünk és ¼ órát forraljuk a ketimid elbontása céljából. A lehült oldatot háromszor aetherrel kivonjuk és az aetheres kivonatot kétszer 40%-os bisulfitoldattal jól átrázzuk. A bisulfitoldatot sósavval erősen megsavanyítjuk és háromszor aetherrel kivonjuk. Az aetheres oldatot natriumsulfattal szárítjuk és az oldószert lepároljuk. Az aldehyd mihamar megdermed és további tisztítás céljából ligroinból kristályosítjuk át. Termelés 0·2 g.

4·210 mg anyag adott: 8·805 mg CO_2-t és 1·875 mg H_2O-t.

A $C_8H_8O_4$ képlet alapján a számított értékek: C=57·1%, H=4·8%.

Kísérletileg talált értékek: C=57·03%, H=4·95%.

A 3-methylpyrogallolaldehyd színtelen tűket képez, amelyek 83—84 C°-on olvadnak. A vegyület könnyen oldódik alkoholban és aetherben. Hideg ligroinban a termék nehezen oldódik.

Az aldehyd további jellemzése céljából még a *p*-nitrophenylhydrazonját állítottam elő. 0·5 g aldehydet 10 cm^3 50%-os ecetsavban oldunk, az oldatot hevítjük és 0·5 g *p*-nitrophenylhydrazin ecetsavas (10 cm^3 50%-os) oldatával elegyítjük. Rövid ideig hevítjük, miközben a phenylhydrazon vörös tűkben kiválott, amelyet további tisztítás céljából alkoholból kristályosítunk át.

3·820 mg anyag adott: 0·488 cm^3 nitrogént (15 C°, 712 mm).

A $C_{14}H_{13}O_5N_3$ képlet alapján a számított értéke: N=13·86%.

Kísérletileg talált érték: N=14·00%.

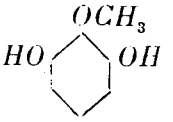
A hydrazon vörös tűket képez, amelyek 250 C°-ra hevítve nem olvadnak meg, hanem teljesen szétbomlanak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24-én tartott üléséből.)

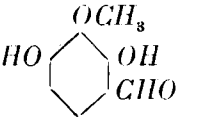
DIE SYNTHESE DES 3-METHYLPYROGALLOLALDEHYDS.

Von F. MAUTHNER korr. Mitglied.

Seit langerer Zeit beschäftige ich mich mit der Synthese der Pyrogallolaldehyde[1] und berichte jetzt über die Synthese des noch unbekannten 3-Methylpyrogallolaldehyds. Hiezu benöthigte ich als Ausgangsmaterial, das sehr schwierig zu beschaffende 2-Methylpyrogallolaether (I). Diese Verbindung entsteht bei der Methylierung des Pyrogallols mittelst Jodmethyl neben dem Isomeren 1-Methylpyrogallolaether. Das Methylierungsprodukt wurde von HERZIG und POLLAK[2] ins Acetylderivat übergeführt und dieses durch fraktionnierte Krystallisation getrennt. Das Verfahren ist sehr mühsahm und liefert sehr schlechte Ausbeuten. Vor längerer Zeit machte ich die Beobachtung[3] dass die Acylprodukte der zwei und dreiwerthigen Phenole im Vacuum unzersetzt destillieren. Auf Grund dieser Beobachtung[4]



I.



II.

habe ich das rohe Methylierungsgemisch fraktionniert, führte die erste Fraktion durch Acetylchlorid in die Acetylderivate über und destillierte dieselben im Vacuum. Aus dem Acetyl-

---

[1] Ber. 41, 920 (1908); Ann. Chem. 395, 273 (1913); 449, 102 (1926); Journ. für prakt. Chemie 119, 306 (1928); 145, 313 (1936).

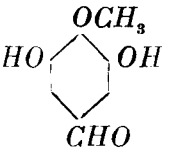
[2] Chem. Centralblatt 1904 II, 1119.

[3] Journ. für prakt. Chemie 136, 205 (1933); 136, 213 (1933).

[4] Journ. für prakt. Chemie 136, 205 (1933); 136, 213 (1933).

produkt durch Verseifung entstandene 2-Methylpyrogallolaether wurde nach der modifizierter GATTERMANNschen Aldehydsynthese mittelst Zynkcyanid und Salzsäuregas in den 3-Methylpyrogallolaldehyd (II.) übergeführt vom Schmelzpunkt 83—84°.

Der Aldehyd besitzt bestimmt obige Konstitution, denn der zweite mögliche isomere Aldehyd:



III.

ist schon früher[1] vor mir auf anderem eindeutigem Wege dargestellt worden und hat einen ganz anderen Schmelzpunkt (139—140°).

[1] Journ. für prakt. Chemie 119, 306 (1928).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.

IRÁNYELVEK A SKLEROMA FAJLAGOS KÓRISMÉZÉSÉBEN ÉS KEZELÉSÉBEN.

NEUBER EDÉ-től.

Még a mult század végén a legelőkelőbb dermatologiai iskolák, így Bécsben HEBRA, majd KAPOSI vezetése alatt álló kitűnő szakemberek a skleroma kórképét a syphilises folyamatokkal azonosították. Ez annál inkább megtörténhetett, mert ekkor mindkét betegség kórtanát, illetve kórokozóját még nem ismerték.

Rendkívül nagy haladást jelentett, amikor FRISCH 1882-ben az orrváladékból egy tokos bacillust mutatott ki, amelyről azt hitte, hogy a skleroma kórképét okozza. El is nevezték a tokos bacillust: *bacillus rhinoscleromatis* FRISCHnek. Amilyen nagy lelkesedéssel fogadták és ismetrék el a Frisch-féle skleroma-bacillus kóroktani szerepét, éppen olyan hamar kételyek támadtak abban az irányban, vajjon tényleg ez a baktérium okozza-e ezt a kórképet s nem mint saprophyta fordul-e elő a betegségre jellegzetes bő orrváladékban. Utóbbi feltevésre tulajdonképpen megvolt minden jogosultság, mert még ma sem sikerül a bacillus rhinoscleromatis Frisch-sel egészséges egyén orrnyálkahártyáját fertőzni. Az a benyomásom, hogy a szervezetet csak bizonyos, előttünk egyelőre teljesen ismeretlen áthangolás teszi fogékonnyá e fertőzésre, más szavakkal, csakis ilyen áthangolás után képes a Frisch-féle skleroma-bacillus az orrnyálkahártyán megtapadni, szaporodni s azon kóros elváltozásokat kiváltani.

Ennek a rövid előadásnak a keretében nem térhetek ki a skleroma kóroktanának régebbi irodalmára, amely különben sem tudja e kérdést megvilágítani, legkevésbbé tisztázni, mert hibásan beállított vizsgálatokon épült fel. Az alábbiakban tehát kizárólag saját kutatásaimra szorítkozom.

A kórtani szempontok megítélésében a legnagyobb zavart az

okozta, hogy vizsgálataim előtt a tokos skleroma-bacillustól a *bac. pneumoniae* FRIEDLÄNDER, a *bac. ozaenae* ABEL, a *bac. lactis aërogenes* ESCHERICH s még egyéb tokos bacillusokat bakteriologiailag nem tudták elkülöníteni. Ezt a differenciálást fermentatiós kísérletekkel is megkísérelték, de ezek a próbálkozások sem sikerültek. Utóbbiakkal a tokos bacillusok csoportját egyéb bacillusoktól el lehetett ugyan különíteni (csoport-fajlagosság), a tokos csoporton belül azonban nem sikerült az egyes tokos bacillusokat ezzel a biochemiai eljárással elválasztani, vagyis a typus-fajlagosságot kimutatni.

Legelőször nekem s a velem együtt dolgozó GOLDZIEHER VILMOS kartársnak sikerült serologiailag, még pedig a komplement-kötési reactio segélyével a skleroma-bacillust a FRIEDLÄNDER-féle tokos bacillustól differenciálni, majd igen nagy állat- (nyúl) és ember-anyagon tovább dolgozva, most már *saját magam* tudtam a skleroma-bacillust a bac. FRIEDLÄNDEREN kívül még a bac. ozaenae ABEL és a bac. lactis aërogenes ESCHERICH-féle tokos bacillusoktól egész pontosan és biztosan differenciálni. *A komplement-kötéses eljárás segélyével tehát nemcsak az egyes tokos bacillusokat tudtam egymástól elválasztani, hanem bebizonyítottam azt is, hogy a bac. rhinoscleromatis Frisch tényleg, minden kétséget kizárólag a skleroma kórokozója, s ezzel egyúttal azt is sikerült megállapítanom, hogy a skleroma egy sui generis megbetegedés.*

Mindenesetre nyitva áll még az a kérdés, hogy miképpen történik a fertőzés, mert emberről emberre mesterséges fertőzés nem sikerül. Állati fertőzést nem ismerünk — egészen ritka, alig ellenőrizhető eseteken kívül — pedig tudvalevőleg a skleromás betegek túlnyomó része földművesek, pásztorok stb., jóval ritkábban városi emberek sorából kerül ki.

Az általunk bevezetett komplement-fixatiós eljáráson kívül a tokos bacillusok differenciálására később agglutinatiós és praecipatiós eljárásokat is alkalmaztak, amelyek gyorsaság és biztosság szempontjából a komplement-kötéses eljárás értékét meg sem közelítik. A kettő közül még az agglutinatiós eljárás az érzékenyebb, a toktalanító eljárás azonban sok időt vesz igénybe s nem ritkán magát a bacillust is károsítja, s ezért magát az agglutinatiós eljárást kedvezőtlenül befolyásolja, s a vele nyert eredményeket is bizonytalanná teszi.

Hogy a skleroma-bacillus kóroktani szerepét még inkább biztosítsam, ezért skleroma-vaccinával skleromás betegeken *allergiás reactiókat* igyekeztem kiváltani. Ilyen vizsgálatok tekintetében az irodalomban alig találtam nyomokat (KUBELIK, ABRAMOVITZ és BIERNATZKI), amelyek e kérdés megoldására azonban semmi esetre sem tarthatnak igényt. *Az általam végzett percutan, cutan és intracutan allergiás reactiók közül kétségkívül az intracutan eljárás adja a legmegbízhatóbb eredményeket, mert nemcsak helyi, hanem gócreactiókat is vált ki, még pedig kizárólagosan skleromás betegen, s semmiesetre sem más, még egyéb tokos bacillusok által okozott betegségekben szenvedő egyéneken.*

Ezeket a klinikai kísérleteket azért vagyok bátor említeni, mert utóbbiakkal a skleroma-bacillus kóroktani szerepét megerősítettem, illetve biztosítottam.

Miután a skleroma-kórkép diagnosztikáját sikerült kidolgoznom, igyekeztem a továbbiakban ezt az előbb-utóbb rendszerint halálhoz vezető betegséget meggyógyítani. Miután előttem ez a vállalkozás gyógyszeres, sugaras, sebészi és egyéb eljárásokkal nem sikerült, ezért *fajlagos gyógymódokhoz* folyamodtam, így elsősorban a *fajlagos vaccina*-kezeléshez. Utóbbi fajlagos therapiával, vagyis skleroma-vaccinával számos beteget sikerült már meggyógyítanom, s így *ezzel az eljárással nemcsak számos skleroma-betegnek az életét tudtam megmenteni, hanem egyszersmind a skleroma-bacillus typus-fajlagosságát ezen az úton is be tudtam bizonyítani, mert egyéb tokos bacillusok vaccináival a skleromás folyamatot nem tudtam befolyásolni, legkevésbbé meggyógyítani.*

Az immunbiologiából mindenki előtt ismeretes, hogy az aktiv immunisáló gyógykezelésben csak az a beteg részesíthető, aki megőrizte szervezetének ellenállóképességét s nincs az anergiás szakban. Már pedig a skleromás betegek többnyire évekig tartó betegségük következtében túlnyomólag egészségileg erősen leromlottak, vérszegények s ezért olyan fajlagos eljárásban kell őket részesítenünk, amellyel a szervezet a fajlagos védő-anyagokat kívülről készen kapja s nem kell ezeket — mint az aktiv immunisáló vaccina-gyógymódban — saját magának termelnie. Ezért alkalmaztam először három évvel ezelőtt a *reconvalescens-savó kezelést*, amikor meggyógyult skleromás beteg vérsavóját skleromás betegbe fecsken-

deztem s ezáltal kész fajlagos védőanyagokat vittem be a betegbe, vagyis a skleromás szervezet ezeket a fajlagos védőanyagokat készen kapta s nem kellett értük megdolgoznia. Különösen igen leromlott, anergiás szervezetet sikerült ilyen beavatkozással az anergiás szakból kiragadnom s a hyper-, illetve az allergiás szakba átvinnem.

A fajlagos kezelésnek ez a typusa még inkább sikerült a *skleroma-reconvalescensek vérátömlesztésével,* amikor a fajlagos védőanyagokat közvetlenül vittük a beteg (skleromás) szervezetbe. a védőanyagoknak minden praeparálása, illetve károsodása nélkül.

A fentiek ismertetéséből kitűnik, hogy az immunbiologiai módszereknek gyakorlati alkalmazása ma már milyen előkelő helyet foglal el a fertőző betegségek diagnosztikájában és gyógyításában.

Még csak azt kívánom egész röviden megemlíteni, hogy az utóbbi hónapokban sikerült skleromás betegeket *sajátvér (autohaemotherapia) kezeléssel* meggyógyítanom. Ez tulajdonképpen alig egyeztethető össze immunbiologiai ismereteinkkel és felfogásunkkal, mert ezzel a gyógykezeléssel a skleromás betegből vett 5—10—20 ccm vért saját farizmába visszafecskendeztünk. Vagyis a beteg csak annyi fajlagos védőanyagot kapott vissza, mint amennyit tőle vettünk. Ilyen elgondolással immunbiologiai szemüvegen át nézve gyógyulás, sőt még javulás sem volna várható. Pedig a betegek meggyógyultak. A skleroma megbetegedés gyógyításában ez egy teljesen új eljárás s e tekintetben irodalmi adatokra sem támaszkodhatunk. Egyes szerzők, főleg RAVAUT kísérletei arra engednek azonban következtetni, hogy az általuk tanulmányozott fertőző betegségekben szenvedő emberek és állatok vérében a fajlagos védőanyagokon kívül még fajlagos antigenek is jelen vannak, illetve keletkeznek. Ezek mindenesetre igen kicsiny mennyiségben találhatók, azonban igen aktivak s szerinte mint katalysatorok szerepelnének. Lehetséges, hogy a skleroma sajátvér kezelésében is katalysatorszerűen ható kis mennyiségű antigenek foglaltatnak s ilyen módon javulást, illetve gyógyulást eredményeznek.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott ülésén.)

NEUERE DATEN ZU DEN SPEZIFISCHEN REAKTIONEN UND ZUR SPEZIFISCHEN THERAPIE DES SKLEROMS.

Von EDUARD NEUBER.

NEUBER bespricht kurz die spezifischen Reaktionen des Skleroms, von welchen er mit seinem Mitarbeiter MAX GOLDZIEHER im Jahre 1909 das *Komplement-Bindungsverfahren* ausarbeitete. Letzteres Verfahren eignet sich besonders zum Nachweis der Typenspezifizität des Sklerombazillus. Später befasste er sich auch mit den *allergischen Reaktionen* und es ist ihm gelungen mit letzteren Reaktionen ein äusserst verlässliches spezifisches diagnostisches Verfahren auszuarbeiten. Er hält die intrakutanen allergischen Reaktionen für die empfindlichsten. Er betont besonders, dass das Antigen, welches zu diesen Reaktionen verwendet wird, verlässlich, spezifisch und empfindlich sein soll. Später baute er die spezifische *Vaccin-Therapie* aus, und zwar so, dass er gesundheitlich heruntergekommene, blutarme Sklerompkranke zwecks Roborierung *vorher mit einem Goldpräparat* (Solganal B.) behandelte, damit er die Kranken aus dem anergischen Stadium herausraffe und in das hyperergische überbringe. Nur bei solchen Sklerompkranken begann er die Vaccinbehandlung, welche in sonst gutem gesundheitlichen Zustand waren, weil er sich überzeugt hatte, dass die im anergischen Stadium verabreichte Vaccinbehandlung den Zustand der Sklerompkranken verschlimmert, was auch verständlich ist, weil die, in diesem Zustand in den Organismus gebrachte Vaccine die von der ursprünglichen Infektion stammende spezifische Schutzstoffe bindet, der Organismus aber kann in diesem anergischen Zustand keine neuen erzeugen.

Neuestens wendete er eine Therapie mit *Rekonvaleszentenserum* und mit *Blut von Skleromrekonvaleszenten (Bluttransfusion)* an; diese zwei Heilverfahren, besonders aber das letztere ergab sehr gute Resultate, weil er mit ihnen fertige spezifische Stoffe in den Organismus bringen konnte, und der Organismus keine Schutzstoffe erzeugen musste, so wie der Organismus dies bei der spezifischen Vaccinbehandlung zu tun gezwungen ist.

In den letzten Monaten befasste er sich auch mit *Eigenblutbehandlung* der Skleromkranken, welche Methode auch sehr gute Resultate gab.

In den letzten Jahren ist es NEUBER *gelungen mit diesen spezifischen Heilmethoden seine Skleromkranken in fast hundert Prozent auszuheilen, so dass er das Problem der Skleromtherapie als ein gelöstes Problem betrachtet.*

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

A PARATYPHUS-(!)FERTŐZÉSEK JÁRVÁNYTANA.

MANNINGER REZSŐ r. tag székfoglalója.

Azóta, hogy levelezőtagsági székfoglalómban (1928) a paratyphusbakteriumok rendszertanának tisztázására irányuló vizsgálataim eredményét összefoglaltam, ennek a kereken nagyven év óta állandóan hullámzó kérdésnek hatalmas új lökést adott egyfelől az idetartozó bakteriumfajok és typusok antigenszerkezetének tüzetesebb tanulmányozása, másfelől annak határozott felismerése, hogy a serologiai módszer az eltérő fajokba és typusokba tartozó alakok biochemiai viselkedésének figyelembevétele nélkül tökéletlen eredményekre vezet. A paratyphusbakteriumok biochemiai viselkedésének tisztázása terén különösen LÜTJE szerzett érdemeket, az antigenszerkezet kutatói közül pedig elegendő SCHÜTZE, SAVAGE, WHITE, SCOTT és KAUFFMANN munkásságára utalnom. Az utóbbi kutatók mutattak rá arra, hogy az egyes typusok felismerésére csak akkor lehet kilátásunk, ha a vizsgált bakteriumtörzseknek meghatározzuk mind *O*-, mind *H*-antigenjeit s az utóbbiak között figyelemmel vagyunk mind a fajlagos, mind a nemfajlagos phasisokra.

Az idézett összefoglalásomban ismertetett hat fajból az antigenszerkezet és a biochemiai viselkedés alapján több fajt vagy helyesebben typust hasítottak le. Számuk megközelíti a 80-at, s jóformán hónapról hónapra olvasunk újabb typusok felfedezéséről.

Bajos megjósolni, hogy a fajoknak ez a felaprózása hova fog vezetni, s nevezetesen nehéz volna nyilatkozni arról, hogy az egymástól mindössze jelentéktelen tulajdonságokban eltérő typusok megkülönböztetésének mekkora lesz a jelentősége a gyakorlati járványtan szempontjából. Bizonyos azonban, hogy ha a jövőben

gyakorlati okokból célszerű lesz is egyes typusokat ismét összevonni, nem egy kérdés biztos megoldására szükség lesz az antigenelemzésre és a biochemiai viselkedés tüzetes megállapítására. Különösen a fertőzések forrásának kinyomozására tesz ma is már több irányban felbecsülhetetlen szolgálatot a minél aprólékosabb typusmegkülönböztetés. E tekintetben legyen szabad csak két példára hivatkoznom. Ha valamely ételmérgezéssel kapcsolatban Essentypusú paratyphusbakteriumokat tenyésztünk ki a betegekből, a fertőzés forrása nem lehetett más, mint fertőzött kacsatojás, ha pedig typhusjárvány során a beteg egyénekben pl. xylosebontó typhusbacillusokat állapítunk meg, a járvány csak olyan egyéntől indulhatott ki, aki nem akármilyen, hanem csakis xylosebontó typhusbacillusokat ürít.

Bárhogyan alakuljon is a jövőben a helyzet, elérkezett már az ideje annak, hogy számot vessünk azzal a kérdéssel, hogy a typusok megkülönböztetése hogyan egyezik a járványtani tapasztalatokkal. Ez alkalommal megkísérlem összefoglalni ismerteinket a paratyphus-C-csoporton belül a Bacterium suipestifer szűkebb csoportkörébe tartozó bakteriumokról. Azért ezekről, mert munkatársaimmal együtt ennek a kérdésnek tisztázása évek óta különösebben foglalkoztatott.

Foglalkoznom kell tehát azokkal a fertőzésekkel, amelyek kórokozóit a VI, VII, (*c*), 1, (3), 4, 5 antigenképlet jellemzi. A közismert WHITE—KAUFFMANN-féle összeállításban 5 idetartozó typus szerepel: a Bacterium (Salmonella) paratyphi-C, a Bacterium suipestifer, a Bacterium suipestifer var. kunzendorf, a Bacterium typhi-suis és a Bacterium typhi-suis var. voldagsen. Nézetem szerint azonban helyesebb a Bacterium suipestifer var. kunzendorf és a Bacterium typhi-suis var. voldagsen megkülönböztetésétől egyáltalán eltekinteni, mert ezek a Bacterium suipestifer és a Bacterium typhi-suis mindössze olyan változatai, melyek fajlagos *H*-antigenjüket (*c*) elvesztették. Ha valahol, akkor a megmaradó három fajból álló csoporton belül van döntő jelentősége a biochemiai viselkedés megállapításának, mert egyfelől a Bacterium suipestifer és a Bacterium typhi-suis antigenszerkezetében semmi különbség sincsen, másfelől a Bacterium suipestifer csakis biochemiai magaviselete alapján különböztethető meg a Bacterium thompson aspe-

Faj és varietas	O-antigen	H-antigenek		Erjesztőképesség [4]				
		fajlagos	nem-fajlagos	Arabinose	Dextrose	Lactose	Mannit	Stern-féle glycerines leves
Bact. paratyphi-C [1] _ _ _ _ _	VI, VII	c	1, 4, 5	S G	S G	O O	S G	változatlan
Bact. suipestifer [2] _ _ _ _ _ _	VI, VII	c	1, 3, 4, 5	O O	S G	O O	S G	«
(Bact. suipestifer var. kunzendorf) _ _ _ _ _ _	VI, VII	—	1, 3, 4, 5	O O	S G	O O	S G	«
Bact. typhi-suis [3] _ _ _ _ _ _	VI, VII	c	1, 3, 4, 5	S O	S (G)	O O	O O	«
(Bact. typhi-suis var. voldagsen) _ _ _ _ _ _	VI, VII	—	1, 3, 4, 5	S O	S (G)	O O	O O	«

[1] Syn.: Bact. erzindjan. Bact. paratyphis β_5. Bact. paratyphi N_1. Typus Orient.

[2] Syn.: Typus suipestifer america, Bact. cholerae suis.

[3] Syn.: Bact. glässer.

[4] *O* jelenti a sav- vagy gáztermelés hiányát, *S* savtermelést, *G* gáztermelést, *(G)* pedig azt jelenti, hogy a gáztermelés hol kimutatható, hol nem.

cificus változatától. A bennünket érdeklő három fajt a mellékelt táblázatban foglalt bélyegek minden irányban meghatározzák.

A *Bacterium paratyphi-C*-ről ma már nyugodtan elmondhatjuk, hogy kizárólag emberben okoz betegséget. Ennek felismerését régebben megnehezítette az a körülmény, hogy a vonatkozó törzseket részben hiányosan írták le, részben más ismert fajokba sorolták be. Éppen az antigenelemzés, kapcsolatban arabinosebontó tulajdonságuk végleges felismerésével, tette lehetővé a Bacterium erzindjan, Bacterium paratyphi β_5, Bacterium paratyphi N_1 és más neveken leírt bakteriumtörzsek azonosítását és összefoglalását a Bacterium paratyphi-C fogalmi körébe, egyben pedig határozott megkülönböztetésüket a Bacterium suipestifertől.

Miután már a világháború idejében német és osztrák orvosok Kis-Ázsiában (NEUKIRCH) és Wolhyniában (WEIL és SAXL) leírtak idevágó járványokat, közvetlenül a háború után Mezopotámiában (MC ADAM, ANDREWES és NEAVE) és Szerbiában (HIRSCHFELD, TEN BROEK és SCHÜTZE) észleltek nagyobbszámú megbetegedéseket. Különösen nagykiterjedésű járvány alakjában mutatkozott a betegség az 1920—1923 években Moszkvában (MALYSCHEN IWASCHENTZOFF). Azóta is több, részben járványos jellegű megnyilvánulását észlelték exotikus országokban, így Brit Guyanában (GIGLIOLE, 1932), Kantonban (THIN, 1933) és Holland-Indiában (DE MOOR, 1935), Európában azonban tudomásom szerint újabban mindössze Jugoszláviában írtak le két kóresetet (CERNOSUBOV, FILIPOVIĆ és STAVEL, 1937). Feltűnő, hogy a betegség sem Nyugat-, sem Közép-Európában nem fordul elő. Így Magyarországon sem állapították meg eddigelé. Ezért nevezte el okozóját KAUFFMANN Typus Orient-nek. Hogy a fertőződés kizárólag emberről-emberre történik, s hogy nevezetesen a sertésnek a betegség terjesztésében nincsen szerepe, nemcsak abból következik, hogy a betegséget több olyan területen (pl. Kis-Ázsiában és Mezopotámiában) észlelték, melynek mohamedán lakossága sertéshússal egyáltalán nem él, hanem abból is, hogy okozóját soha még nem találták meg sem egészséges, sem beteg állatokban. Ez a bakteriumfaj egyébiránt, akárcsak a szintén kizárólag emberpathogen Bacterium paratyphi-A és Bacterium paratyphi-B, az esetek javarészében typhusos kór-

képet idéz elő, a feltűnő nagyarányú halálozás (letalitás) azonban bizonyára annak is folyománya, hogy az eddig leírt járványok során nagyon gyakran olyan egyénekben észlelték a betegséget, akik malariában, kiütéses typhusban vagy visszatérő lázban voltak betegek, vagy akiknek ellenállóképességét, mint Moszkva vidékén 1920—1923-ig, az éhinség megtörte.

Ahogy a Bacterium paratyphi-C kizárólag az emberben fordul elő és okoz megbetegedéseket, úgy a *Bacterium-typhi-suis* csak sertésekben található meg. Ismételten leírtak ugyan emberi megbetegedéseket, amelyek okozóját a Bacterium typhi-suisban jelölték meg (Bernhardt, Pieper), és az orvosi közvéleményben sokáig tartotta magát a felfogás, hogy ez a bakterium az emberre is veszedelmes, a vonatkozó bakteriumtörzsekről azonban utólag kiderült, hogy a Bacterium suipestiferrel (Savage és White) vagy a Newport-typussal (Kauffmann) voltak azonosak. Németországban Glässer (1907), majd nyomatékosabban Dammann és Stedefeder (1910) hívta fel a figyelmet a sertéseknek a Bacterium typhi-suis okozta betegségére. Azóta Németországban ismételten megállapították ezt a bajt, de mindig csak egyes állományokra szorítkozó helyi járványok alakjában, 1928 óta azonban sajátszerű módon ott is a ritkaságok közé tartozik (Lütje). Németországon kívül Japánból van idevágó adatunk (Watanabe), legújabban pedig Sever és Schneider magyarországi előfordulásáról számolt be, de ők is 1913 óta mindössze 32 helyi jelentőségű istállójárvány alakjában állapították meg.

A Bacterium typhi-suis okozta sertésbetegség országos viszonylatban ritkaságánál fogva nem tekinthető nagyjelentőségű bajnak, a fertőzött állományokra nézve azonban annál nagyobb csapás, mert kórokozójának nagyfokú pathogenitasa miatt a fertőződő sertések korra, nemre és a tartási körülményekre való tekintet nélkül megbetegednek idősült bélgyulladásban, mely kiterjedt fekélyképződéssel jár, és hol hetek, hol hónapok multva teljes elsenyvedésre vezet. Járványtani szempontból fontos annak megállapítása, hogy a Bacterium typhi-suis nem ubiquitarius mikroorganismus, hanem csak itt-ott jelentkezik kimutatható behurcolással kapcsolatban. Erre nemcsak az a már említett tapasztalat utal, hogy a vonatkozó betegség feltűnően ritka, hanem az is, hogy

a bakteriumnak egészséges állományokban való kimutatására irányuló nagyszámú vizsgálatunk következetesen eredménytelen volt. A Bacterium typhi-suis ebből a szempontból is különbözik a Bacterium suipestifertől.

A *Bacterium suipestifer*, a Bacterium paratyphi-C-vel és a Bacterium typhi-suis-szal ellentétben, mind sertésekben, mind az emberben okoz megbetegedéseket. Azt, hogy a Bacterium suipestifer sertéseket megbetegíthet, 1885 óta tudjuk (SALMON és SMITH), annak felismerése azonban, hogy emberben is kifejtheti kórokozó hatását, újabb keletű megállapítás. A mellett a Bacterium suipestifer, szemben a már szóbakerült két bakteriumfajjal, nagyon elterjedt mikroorganismus és megállapításaink szerint minden egészséges sertésfalkában előfordul, hol egyes állatpéldányoknak, hol soknak emésztőcsövében. Különös, hogy ennek a bakteriumfajnak előfordulásáról mind országok szerint, mind ugyanazon országokban kutatókként nagyon eltérő adatok láttak az irodalomban napvilágot. Így Németországban UHLENHUTH és munkatársai (1908) 600 egészséges sertés közül 51-ben (8·5%), SEIFFERT (1909) 60 közül 2-ben (3·5%), SOBERNHEIM (1910) 51 közül 3-ban (5·8%), BERMANN (1927) pedig 78 közül ugyancsak 3-ban (3·8)% mutatták ki a béltartalomban. Ezzel szemben Észak-Amerikában JORDAN (1918) 291, Angliában SAVAGE (1907, 1908) 6+36 és LOVELL (1932, 1934) 40+144 egészséges sertés vizsgálata során egyetlenegyszer sem találták meg a vastagbél tartalmában, de ugyanakkor más paratyphusfajok jelenlétét sem derítették ki, úgyhogy SAVAGE még 1932-ben annak a nézetének adott kifejezést, hogy nemcsak a Bacterium suipestifer, hanem más paratphusfajok is legfeljebb egészen kivételesen élősködnek a sertés emésztőcsövében. Ezzel szemben azóta (1937) az angol egészségügyi minisztérium megbízásából történt bakteriologiai vizsgálat 500 egészséges vágósertésnek éppenséggel bélfodri nyirokcsomóiban négy ízben (0·8%) derítette ki a Bacterium suipestifert. (A béltartalmat, melyben gyakrabban megtalálhatták volna, úgy látszik, nem vizsgálták meg.) Hazánkban DRECHSLER az egészséges sertéseknek mindössze 2·6—4·3%-ában mutatta ki ezt a bakteriumot. SEVER és HOFFMANN hasonló irányú vizsgálatai viszont teljesen eredménytelenek voltak. Ezzel szemben intézetemben BUZNA egyik vizsgálati sorozatában 121 helyről

származó 2782 egészséges sertés közül 296 állatnak (10·5%) bélürülékéből tenyésztette ki.

Ezek a különböző eredmények részben a vizsgáló eljárások eltérő teljesítőképességében, részben biologiai okokban lelik magyarázatukat. A vizsgáló eljárás teljesítőképességének annyiban van jelentősége, hogy a béltartalomnak a tenyésztőtalajra való egyszeri rávitele esetén a közönséges bélflóra megakadályozza a Bacterium suipestifer telepeinek kifejlődését, holott megfelelő dúsító eljárás közbeiktatásával a Bacterium suipestifer könnyen előállítható tiszta tenyészetben. Különösen alkalmasnak találtuk e célra CARNOT dúsító eljárását, melynek alkalmazásával egy vizsgálati sorozatban 149 olyan egészséges sertés közül 34-nek (22·8%) ürülékében találtuk meg a Bacterium suipestifert, mely a dúsító eljárás elhagyásával nem volt bacillushordozóként felismerhető. De éppen ennek a rendkívül nagy teljesítőképességű módszernek további alkalmazásával jutottunk olyan megállapításokra, amelyek azt bizonyítják, hogy a Bacterium suipestiferrel fertőzött állatok nem mindig juttatnak ürülékükben kimutatható mennyiségben suipestiferbakteriumokat a külvilágba, mert a bakteriumürítés sűrűségére külső és belső tényezőknek lényeges befolyásuk van. Így az olyan sertések, amelyek ürülékében nem lehet a Bacterium suipestifert kimutatni, bakteriumürítőkké válnak, ha pl. szülésen esnek át vagy testi kifáradásnak vannak kitéve. Egy kísérletünkben nyolc gazdaságban 325 egészséges sertés közül csak egynek (0·3%) ürülékében volt a Bacterium suipestifer kimutatható, holott ugyanezen sertések között vidékről Budapestre történt felszállításuk után 27-et (8·5%) találtunk bacillusürítőnek. Ingadozás mutatkozik a fertőzött állatoknak bacillusürítőkként lehetséges kimutatása tekintetében évszakok szerint is. BUZNA ugyanis intézetemben azt találta, hogy egyes hónapokban, nevezetesen májusban, valamint szeptembertől novemberig, a sertések lényegesen gyakrabban ürítenek ki suipestiferbacillusokat, mint különben. Hogy ez a megállapítás helyes, s hogy nevezetesen akárhány állat bacillushordozó, noha ürülékében a Bacterium suipestifer nem mutatható ki, igazolja az is, hogy REDECHA ugyancsak intézetemben 351 egészséges vágósertés közül csak 50-nek (14·2%) béltartalmából tudta

ezt a bakteriumot kimutatni, holott epehólyagjukban 74 esetben (21·1%) volt jelen.

Mindez elfogadható módon értelmezi az irodalomban található ellentétes adatokat és egyúttal azt bizonyítja, hogy a sertések emésztőcsövének csakugyan gyakori lakója a Bacterium suipestifer. A közölt vizsgálatok eredményéből azonban az is következik, hogy a bakteriumhordozó sertések hiánytalanul ürülékeiknek akárminő gondos bakteriologiai vizsgálatával sem ismerhetők fel, mert a Bacterium suipestifer mennyisége a bakteriumhordozók emésztőcsövében — és következésképpen bélürülékükben is — már csekély behatásokra erősen ingadozik. A Bacterium suipestifer ugyanis az emésztőcsőben mindenek szerint elszaporodik akkor, ha a szervezetet olyan behatás éri, mely ellenállóképességét bárminő kis fokban is hátrányosan befolyásolja.

Még feltűnőbben szaporodik el a Bacterium suipestifer akkor, ha a sertés szervezetét olyan behatás éri, mely ellenállóképességét jelentékeny mértékben töri meg. Ilyenkor a Bacterium suipestifer, a sertés emésztőcsövének ez a különben ártalmatlan lakója, nemcsak az emésztőcsőben szaporodik el bőségesen, hanem behatol a vastagbelek nyálkahártyájába és kedvező körülmények között innen a véráramba is, ahol azután szintén elszaporodhatik és vérfertőzést idéz elő. A gyakorlati tapasztalat azt bizonyítja, hogy a Bacterium suipestifer sertésben sohasem okoz megbetegedést, ha valamely fajlagos vagy nem fajlagos ok nem csökkenti a bacillushordozó állatok ellenállóképességét. Ilyen ok fennforgásakor azonban a Bacterium suipestifer hol szórványos, hol tömeges megbetegedéseket okoz, még pedig tekintettel arra, hogy minden sertésállományban rendes körülmények között is előfordul, kimutatható behurcolás nélkül.

Fajlagos befolyás indítja meg a Bacterium suipestifernek a véráramba való betörését a sertéspestis esetében. A sertéspestist ugyan nem a Bacterium suipestifer idézi elő, hanem ultravirus (szűrhető ragályanyag), mégis az ultravirus felfedezése előtt Salmon és Smith a Bacterium suipestifert azért jelölte meg e betegség okozójául (innen származik elnevezése is), mert a sertéspestisben beteg állatok vérében és szerveiben gyakran megtalálta. Ma tudjuk, hogy a Bacterium suipestifer a sertéspestisben megbetegedett állat

vérébe és szerveibe mint ú. n. másodlagos kórokozó utólag vándorol be a bélből annak folytán, hogy a betegség tulajdonképpeni okozója, az ultravirus, a szervezet ellenállóképességének csökkentésével előkészíti a talajt korlátlan elszaporodására. Hogy a Bacterium suipestifer a sertéspestis folyamán nemcsak bevándorol a véráramba, hanem a maga részéről súlyosbítja és módosítja is a betegség kórképét, sajátos kórbonctani elváltozások kimutatával, mások eltérő véleményével szemben, bebizonyítottam.

Érdekes különben, hogy amíg régebben nagyon gyakran megállapították a Bacterium suipestifert a sertéspestissel kapcsolatban másodlagos okozóként, addig újabban annyira ritkulnak az ilyen leletek, hogy nem egy szerző következetesen negatív tapasztalatai alapján kétségbevonja a Bacterium suipestifer másodlagos szerepét is a sertéspestis oktanában. Mi is az utóbbi években feltűnően ritkán állapítjuk meg a Bacterium suipestifert a sertéspestisben elhullott sertések tetemében. Az 1931—1938-ig eltelt kilenc év alatt 813 sertéspestises tetem vizsgálatakor 164 esetben (20·2%) mutattunk ki Bacterium suipestifer okozta másodlagos fertőzést ; 1931-ben a suipestiferleletek száma 33·3%-ot tett ki, ez az arányszám 1934-ig 23·9%-ra csökkent, azóta pedig 4·6 és 8·2% között ingadozik. Ennek oka azonban nem abban van, hogy a Bacterium suipestifernek nincs vagy időközben elveszett feltételes kórokozó hatása, hanem abban, hogy a vizsgálatra kerülő hullaanyag változott meg idővel. Már régebben (1931) kimutattam ugyanis, hogy a Bacterium suipestifer okozta másodlagos fertőzés gyakorisága önként érthető módon annál nagyobb, minél hosszabb az alapbántalom lappangási ideje és minél hosszabbra húzódik el lefolyása. Már pedig újabban mindinkább a járványkitörések legkezdetén keresik fel vizsgálati anyaggal a laboratóriumokat, amikor tudvalevőleg a legfogékonyabb állatok szoktak a legrövidebb lappangási idő után megbetegedni és nagyon rövid ideig tartó betegeskedés után, akárhányszor éppenséggel gutaütésszerűen elpusztulni. Másfelől a sertéspestis-járványok gyors elfojtása a korszerű védekező eljárással meggátolja a hosszabb lefolyású kórfolyamatok kifejlődését. A Bacterium suipestifer okozta másodlagos fertőzés gyakoriságának összefüggése a sertéspestis lappangási idejével jól bizonyítható egyébként kísérleti adatokkal is. Az intézetben 1930 óta a

sertéspestis elleni szérum állami ellenőrzése során 910 kontrolsertés hullott el erélyes sertéspestises fertőzésre. 1930—1931-ig a kontrolsertések 33·7%-ában állapítottunk meg másodlagos suipestifer-vérfertőzést. Ebben az időszakban a kísérletileg létesített betegség átlagos lappangási ideje 3·5 nap volt (szélső értékek 2—6 nap). Azóta az ultravirus megbetegítőképessége a folytonos állatpassage-ok következtében annyira gyarapodott, hogy az átlagos lappangási idő 1932—1933-ban 2·5 napra szállott alá (szélső értékek 1—6 nap), s ezzel kapcsolatban a suipestiferleletek száma is 7·6%-ra süllyedt. 1934 óta az átlagos lappangási idő következetesen 2·4 nap volt (szélső értékek 1—4 nap), a suipestiferleletek arányszáma pedig mindössze 0·7 és 3·2% között mozgott.

Arra különben, hogy a Bacterium suipestifer a sertéspestisben beteg szervezetben milyen gyakoriságban okoz másodlagos fertőzést, az évszakoknak, jelesen az egyes időszakok eltérő időjárásbeli és takarmányozásbeli viszonyainak is van valamelyes befolyásuk. Saját tapasztalataink szerint a másodlagos suipestiferfertőzések görbéje februárban valamelyest, júniusban és az augusztustól októberig terjedő időszakban pedig feltűnőbben emelkedik. Aligha véletlen, hogy ennek a görbének az emelkedései csak jelentéktelen eltolódást mutatnak azokhoz a viszonyokhoz képest, amelyeket a Bacterium suipestifernek az egészséges sertések emésztőcsövében való elszaporodását illetőleg állapítottunk meg.

Azt a betegséget, melyet a Bacterium suipestifer sertésekben, még pedig majdnem kivétel nélkül fiatal állatokban, a sertéspestis ultravirusának közreműködése nélkül idéz elő, a sertések paratyphusának nevezzük. Szokott hevenyés alakját, mely mind kórfejlődése, mind anatomiai és klinikai megnyilvánulása dolgában az ember typhusának analogonja, 15 évvel ezelőtt különítettem el járványtani megfigyelések, valamint mikrobiologiai és kísérleti tanulmányok eredménye alapján a sertéspestistől, mellyel annakidején érthető okokból összetévesztették. A betegség mindenütt felüti fejét, ahol a fiatal szervezetek ellenállóképességét nem fajlagos körülmények csökkentették. Ilyenek tapasztalataim szerint a túlságosan nedves levegőjű hideg istállókban való állandó tartózkodás, fehérjében túlságosan szegény vagy ellenkezőleg azokban túlságosan bővelkedő, szintúgy földalkaliákat és phosphorsavat

elégtelen mennyiségben vagy nem megfelelő arányban tartalmazó, vagy vitaminokban szegény eleségen tartás, fárasztó szállítás, túlságosen erős reactiók oltások után stb., különösen ha több ilyen hajlamosító körülmény találkozik. Legújabban KOTLÁN és VAJDA reámutattak arra is, hogy az Oesophagostomum dentatum nevű bélféreg nagyobbmérvű behatolása a vastagbelek nyálkahártyájába szintén előmozdítja a Bacterium suipestifer bevándorlását a szövetek közé.

Ezeket a megállapításokat, úgy látom, általánosan elfogadták. mindössze RADTKE vonta kétségbe az említett nem fajlagos ellenálláscsökkentő behatások szerepét a sertésparatyphus kifejlődésében és azt hiszi, hogy a paratyphusos malacmegbetegedésekre kizárólag a sertésinfluenza ultravirusával történt fertőzés hajlamosít ugyanúgy, ahogyan a sertéspestis esetében ennek a betegségnek ultravirusa. Felfogásának azonban ellentmond abbeli tapasztalatunk, hogy az 1934—1938. években megállapított paratyphuseseteink közül 178-ban (36·3%) semmi nyomát sem találtuk a lélekzőszervek bárminő megbetegedésének, úgyhogy legalábbis ezekre az esetekre minden további nélkül kizárhatjuk a betegség influenzás eredetét.

Hosszú időn át, nyilván OSTERTAG tekintélyének befolyása alatt, az volt a közfelfogás, hogy a Bacterium suipestifer az emberben nem okoz megbetegedést. A háború vége óta azonban egyre gyakrabban számolnak be ilyen természetű emberi megbetegedésekről, sőt nem egy régebb kóresetből fennmaradt, másként meghatározott bakteriumtörzsről is sikerült újabban kimutatni, hogy a Bacterium suipestiferrel azonos. Idetartoznak pl. a HEIMANN (1911), valamint BERNHARDT (1913) leírta járványok (LÜTJE). A most már nagyszámú közlések a világ minden tájáról részben egyes kóresetekről, részben tömeges megbetegedésekről számolnak be. Az egyes megbetegedések részint gyermekekre, részint felnőttekre vonatkoznak. Gyermekeket illetőleg azóta, hogy NABORRO és társai (1929) az első esetet leírták, tudomásom szerint 11 szerző 12 olyan megbetegedést ismertetett, melyben a Bacterium suipestifer kórokozó hatása kétséget kizárólag bebizonyosodott. Magyarországon 1934-ben GAJZÁGÓ és GÖTTCHE két, TEVELI pedig egy kóresetet írt le, azóta pedig GAJZÁGÓ és GÖTTCHE (szíves szó-

beli közlésük szerint) még négy esetet észleltek. Az eddig leírt összes esetekben a bántalom lényege áttéti úton keletkezett jóindulatú izület- vagy csontvelőgyulladás volt. Felnőtteket illetőleg 1921 óta 26 dolgozatot ismerek 89 megbetegedési esettel. A vonatkozó közlések nem alkalmasak statisztikai feldolgozásra. Egyes szerzőket ugyanis különösebben a klinikai viszonyok érdekelték, a többiek ellenben a klinikai leletek közelebbi közlése nélkül inkább csak a kérdés bakteriologiájával foglalkoznak. Annyi azonban a közleményekből mégis megállapítható, hogy felnőttekben a Bacterium suipestifer okozta megbetegedések az eseteknek körülbelül felében typhusos jellegűek voltak (WORDLEY, KOPP, HICKS és ROBERTSON, BAUER és MC CLINTOCK, CERNOSUBOV, FILIPOVIĆ és STAVEL stb.), egyes esetekben genyes áttétekkel hol csontokban, hol más szervekben (CURBELO, INSUA és TOYOS, KEMKES és STEIGLER, SELIGMANN és CLAUBERG), és kimenetelük feltűnően gyakran halálos volt. A többiben legnagyobbrészt többé-kevésbbé súlyos hevenyés gyomorbélgyulladásról (TEN BROEK, LI és YÜ, SELIGMANN és CLAUBERG, STOLZ, POT), hurutus tüdőgyulladásról (SHAW, BULLOWA) vagy a felső légutak hurutjáról (ANDREWES & NEAVE, MACKENZIE, BRANHAM) volt szó. Magyarországon a m. kir. Országos Közegészségügyi Intézetben bakteriologiai vizsgálattal tisztázott 10 eset közül négyben typhusos kórkép, a többiben hevenyés gyomorbélgyulladás volt a klinikai lelet (RAUSS), a betegség lefolyásáról azonban nincs tudomásunk. Az a körülmény, hogy az egyes megbetegedések között aránylag sokszor állapítottak meg typhusos kórképet, ill. vérfertőzéses folyamatokat áttétekkel, egyeseket arra a felfogásra késztetett, hogy a Bacterium suipestifert az állatokból származó többi paratyphusfajjal és typussal szemben különlegesen kifejezett pathogenitas jellemzi (SMITH, CERNOSUBOV, FILIPOVIĆ és STAVEL). Hogy ennek a feltevésnek nincsen jogosultsága, kitűnik akkor, ha figyelemmel vagyunk a Bacterium suipestifer okozta tömeges emberi megbetegedésekre. Ilyenekről nagyobb számban az utolsó 15 esztendőből van tudomásunk, amióta a hús- és ételmérgezési járványok esetén a Bacterium suipestifer okozta fertőzés lehetőségére is gondolnak és ezért a bakteriologiai vizsgálatot ilyen irányban is kiterjesztik. A Bacterium suipestifer okozta tömeges emberi meg-

betegedések ugyanis a hús- és ételmérgezésre jellemző alakban nyilvánulnak meg. A legtöbb egyén megbetegedése tehát mindössze fejfájással, hányással és hasmenéssel járó hevenyés gyomorbélgyulladás képében jelentkezett, nem egy járványkitörés alkalmával azonban egyik-másik egyénen súlyosabb typhusos kórképet is észleltek, ugyanolyant, aminőkről az izolált megbetegedések leírói emlékeznek meg. Ez a tapasztalat a mellett szól, hogy a könnyű megbetegedések csak abban az esetben kerülnek bakteriologiai vizsgálatra, ha tömeges megjelenésükkel felhívják magukra a figyelmet. Különben a csak legfeljebb néhány napig tartó gyomorbélpanaszokat vagy egyáltalán nem méltatják figyelemre, vagy ha orvos elé kerülnek is, aligha szolgáltatnak okot kimerítő bakteriologiai vizsgálatra, ami nélkül pedig a bántalom eredete nem ismerhető fel. Viszont könnyen érthető, hogy a súlyos, typhusos kórképben megnyilvánuló izolált kóresetek gyakrabban kerülnek orvoshoz, aki a megbetegedés okának tisztázására bakteriologiai és serologai módszereket is igénybevehet. Hogy azután az ilyen súlyosabb természetű esetekben a lefolyás halálos is lehet, az magától értetődik és annál kevésbbé tulajdonítható a Bacterium suipestifernek a többi állati eredetű paratyphusfajjal szemben való különleges pathogenitasának, mert tudott dolog, hogy a többi állati eredetű paratyphusfajok, a Bacterium typhi-murium és a Bacterium enteritidis, valamint rokonaik, szintén okoznak az emberben nem egyszer a megszokott hevenyés gyomorbélgyulladás helyett súlyos megbetegedéseket.

Fontos kérdés, hogy az embernek a Bacterium suipestifer okozta megbetegedéseinek forrását hol keressük. Kezdetben az volt a felfogás, hogy minden suipestiferfertőzés közvetlen forrása a sertés. De éppen az újabb tapasztalatok rácáfolnak erre a felfogásra. Egyfelől ugyanis az egyes megbetegedések esetén legtöbbször semmiféle, még közvetett összefüggést sem lehetett feltételezni az emberek fertőződése és sertések között, másfelől a tömeges ételmérgezések esetében is sokszor nem lehetett sertéshús vagy sertészsigereket tartalmazó élelmiszer a fertőzés forrása. Tudjuk, hogy tömeges suipestifer-fertőzések nemcsak sertéshúsnak és különösen sertéshúsból és zsigerekből készült kolbászféléknek, hanem marhahúsnak (Köbe, Hippmann és mások), sajtnak

(SAVAGE és WHITE), tejnek (STEWARD és LITTERES), édestésztának (LÜTJE) és fagylaltnak (BRAUN és MÜNDEL, SCHNITTER) elfogyasztása után is előfordultak. Minthogy a Bacterium suipestifert kivételesen szarvasmarhákban (KÖBE, HIPPMANN) és fiatal csirkékben (CERNAIANU) is megtalálták, az utóbbi esetekre némi erőszakossággal még rá lehetne fogni azt, hogy a nem sertéseredetű élelmiszerekbe szarvasmarhából vagy tyúkokból (az utóbbiakból esetleg tojással) került a Bacterium suipestifer. Teljességgel el kell azonban tekintenünk sertéseknek és más állatoknak mint közvetlen fertőző forrásoknak felvételétől a városi csecsemők megbetegedésénél. Fel kell ezért itt vetnem újból a kérdést, amint azt már levelezőtagsági székfoglalómban tettem, hogy a Bacterium suipestifer bizonyos körülmények között nem találja-e meg az ember emésztőcsövében is létfeltételeit, másszóval, hogy nem kell-e számolnunk azzal, hogy alkalomadtán az ember is lehet átmeneti vagy tartós gazdája a Bacterium suipestifernek. Ámbár ebben az irányban rendszeres vizsgálatok tudtommal még nem történtek, újabban mégis ismeretessé váltak adatok, melyek ezt a lehetőséget valószínűvé teszik. Különösképpen kell itt hivatkoznom a m. kir. Országos Közegészségügyi Intézet anyagára. RAUSS szerint ugyanis az intézetben három chronikus suipestiferürítőt tartanak nyilván. Alkalomadtán mások is találtak már suipestifer-bakteriumokat egészséges egyének székletében (KALIĆ és KOROSTOVEC, CERNOZUBOV, FILIPOVIĆ és STAVEL, SELIGMANN és CLAUBERG), KUTTNER és ZEPP esetében pedig Bacterium suipestifer okozta csontvelőgyulladásban beteg gyermek anyjának vérsavója agglutinálta a gyermekből kitenyésztett bakteriumot. Egyáltalán nincs tehát kizárva a lehetősége annak, hogy alkalomadtán egészséges emberek is fertőzhetik társaikat anélkül, hogy maguk szükségképpen megbetegednének és ezzel magukra mint a fertőzés forrására felhívják a gyanút. Hogy azután a bacillushordozó emberek esetről-esetre honnan fertőződnek, vonatkozó tapasztalatok hiányában nem dönthető el. De elképzelhető, hogy a Bacterium suipestifer fertőzött sertéshús elfogyasztása útján jut emésztőcsövükbe, ahol azután rövidebb-hosszabb ideig élősködik. Az ilyen bacillushordozók egészségesek maradhatnak, mert a Bacterium suipestifer az emberben is minden valószínűség szerint csak különleges körülmények között okoz

megbetegedést: egyfelől akkor, ha tömérdek bakterium kerül emésztőcsövébe, másfelől akkor, ha a szervezet ellenállóképessége csökkent. Az előbbi lehetőségre alkalom kínálkozik az ételmérgezések esetében különösen akkor, ha állott élelmiszer kerül elfogyasztásra, melyben a Bacterium suipestifernek módjában volt erősen elszaporodnia. Az utóbbi lehetőséggel akkor állunk szemben, ha a fertőzött egyén valamely gyengítő betegségen esett át. Nem véletlen ezért, hogy a Bacterium suipestifer okozta izolált emberi megbetegedések kórelőzményi adatai között akárhányszor találkozunk influenzával, maláriával és más bántalmakkal. Hogy valamely betegség mennyire előkészítheti a talajt a Bacterium suipestifernek a véráramba való betörésére, szépen kiviláglik Cernozubov, Filipovič és Stavel dolgozatából. Ők a Bacterium suipestifer okozta másodlagos vérfertőzést 30 olyan egyénben állapították meg, akik egyúttal typhusban voltak betegek.

Az olyan egyének, akik a Bacterium suipestifer okozta betegségben szenvednek vagy azon nemrégiben átestek, természetesen különösebben terjeszthetik a fertőzést, de ilyenkor is nehéz lehet alkalomadtán a fertőzés forrását kinyomozni, mert a fertőző egyén betegsége enyhesége miatt könnyen elkerülheti a figyelmet. Hogy e tekintetben egyes egyének milyen sokáig szerepelhetnek fertőző forrásokként, Curbelo, Insua és Toyos egy betegének esete bizonyítja. A betegnek a Bacterium suipestifer okozta genyes csípőizületi gyulladása volt, amellyel kapcsolatban kialakult sipolyon át két év elmúltával is még ürültek suipestifer-bacillusok.

Mindezek alapján a Bacterium suipestifert olyan feltételesen kórokozó mikroorganizmusnak kell tekintenünk, mely az embert is megbetegítheti. A körülmények szerint hol ártalmatlan béllakója az embernek, hol pedig hevenyés gyomorbélgyulladást vagy vérfertőzéses bántalmat idéz elő, s az utóbbi esetben a kórkép a typhus benyomását is keltheti.

Az előadottakból kitűnik, hogy a Paratyphus-C-csoporton belül a Bacterium suipestifer szűkebb körébe sorolt három bakteriumfaj megkülönböztetését nemcsak állandó bakteriologiai-serologiai eltérések, hanem járványtani érvek is megokolttá teszik. A Bacterium paratypi-C kizárólag az emberben, a Bacterium typhi-suis

kizárólag a sertésben okoz megbetegedéseket. A Bacterium suipestifer elsősorban a sertésbél lakója ugyan és a sertésben idéz elő meghatározott körülmények között kóros folyamatokat, de veszélyessé válhatik az emberre is. Az utóbbi tekintetben ugyanolyan szerepet játszik, mint azok a többi paratyphusfajok (Bacterium typhi-murium, Bacterium enteritidis és rokonaik), melyek általában szintén állatokban élősködnek, alkalomadtán azonban emberben is előidézhetnek hol enyhébb, hol súlyosabb megbetegedéseket.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott üléséből.)

EPIDEMIOLOGIE DER PARATYPHUS-C-INFEKTIONEN.

Vom o. Mitglied R. MANNINGER.

Die neuzeitliche Aufspaltung der Paratyphusarten in zahlreiche Typen durch Prüfung ihres antigenen Verhaltens und ihrer biochemischen Leistungsfähigkeit bedeutet einen gewaltigen Fortschritt in bakteriologisch-systematischer Hinsicht und ist auch für die Lösung epidemiologischer Fragen, namentlich für den sicheren Nachweis von Infektionsquellen, von Wichtigkeit geworden. Die Zukunft wird jedoch erst zeigen müssen, bis zu welchem Grade die Differenzierung der Typen aus praktischen Gründen angängig ist. Diesbezüglich sind in erster Linie epidemiologische Tatsachen zu berücksichtigen, und insbesondere ist von ausschlaggebender Wichtigkeit die Untersuchung der Frage, wieweit die Typendifferenzierung mit den epidemiologischen Erfahrungen im Einklang steht.

In der vorliegenden Arbeit wird die Beantwortung dieser Frage hinsichtlich jener Arten versucht, die durch die serologische Formel VI, VII, (*c*), 1, (3), 4, 5 gekennzeichnet sind. Nach Abzug der bloss als Minusvarianten geltenden Formen Bacterium typhi-suis var. voldagsen und Bacterium suipestifer var. kunzendorf, werden in dieser Hinsicht die Infektionen durch die Arten Bacterium paratyphi-C, Bacterium typhi-suis und Bacterium suipestifer untersucht. Das Bacterium paratyphi-C verhält sich bloss menschenpathogen, während das Bacterium typhi-suis nur bei Schweinen Erkrankungen hervorruft. Dagegen verursacht das Bacterium suipestifer nicht nur bei Schweinen, sondern auch bei Menschen Krankheitsfälle. Dieses Bakterium wird bei Schweinen

auch unter normalen Verhältnissen weitverbreitet vorgefunden und entfaltet seine krankmachende Fähigkeit nur dann, wenn die Widerstandsfähigkeit der Bakterienträger durch spezifische (Virus der Schweinepest) oder unspezifische Ursachen (gesundheitswidrige Haltungsbedingungen) eine Verminderung erfahren hat. Die durch das Bacterium suipestifer beim Menschen erregten Erkrankungen verlaufen teils unter dem Bilde einer akuten Gastroenteritis, teils in Form mehr oder weniger schwerer typhöser Krankheitserscheinungen, somit auf ähnliche Weise wie bei anderen paratyphösen Krankheitsfällen tierischer Herkunft. Als unmittelbare Infektionsquellen kommen häufig Schweine, in den übrigen Fällen vermutlich Menschen in Betracht.

Die epidemische Bedeutung der besprochenen drei Paratyphusarten ist folglich grundverschieden, und daher stehen die epidemiologischen Erfahrungen im besten Einklang mit der serologisch-bakteriologischen Unterscheidung dieser Bakterienarten.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

AZ EMBERI SZÍV SINUSTÁJÉKA ÉS AZ IDEGRENDSZER.

(6 szövegközti ábrával).

ÁBRAHÁM AMBRUS-tól.

Sinustájéknak nevezhetjük az emberi szívnek azt a részét, amely magában foglalja a vena cava cranialis, vena cava caudalis és az auricula dextra között elterülő sulcus terminalist, a crista terminalist a sinuscsomóval, valamint a velük közvetlenül határos szívfalat. Ez a tájék erősen foglalkoztatja az anatomusokat és fiziológusokat, főképpen azóta, mióta újabban a kísérleti élettan ebben a tájékban, különösen pedig a sinuscsomóban véli megtalálni a szívizomzatnak azt a részét, amely a szív mozgásához szükséges nomotop ingereket termeli s a szív távolabbi részei felé elindítja. Ennek a tájéknak s az idegrendszernek a kapcsolata engem is régóta foglalkoztat, azonban egyrészt anyaghiány miatt, másrészt pedig a technikai nehézségek miatt csak most kerültem abba a helyzetbe, hogy a kérdésre világosságot próbáljak deríteni. A vizsgálati anyagot Baló professzor volt szíves rendelkezésemre bocsátani, akinek lekötelező szívességéért e helyen is hálás köszönetet mondok. A felmerülő technikai nehézségeket hosszas próbálgatás után magam küzdöttem le oly módon, hogy a Bielschowsky-féle eljáráson, amelyet idegvizsgálataimban már hosszú idő óta használok, ezúttal is kisebb változtatásokat eszközöltem, amelyek azután elegendők voltak arra, hogy a sinustájék idegkapcsolatai pontosan előtűnjenek. A vizsgálati anyagot, amely a fenti leírás értelmében nem volt más, mint egy cca. 2 cm hosszú és $1^1/_2$ cm széles szívfal, heteken keresztül rögzítő folyadékban tartottam, majd kivágtam belőle azt a részt, amely magában foglalja a sinus-

csomót s az ezt közvetlenül határoló szövetek egy részét. Az így kapott anyagot azután a BIELSCHOWSKY-féle eljárás szerint ezüstöztem, majd aranyoztam s azután mikroszkópi vizsgálatra előkészítettem.

A sinuscsomó, amely az így körülhatárolt darabban mindig maradék nélkül benne foglaltatott s amelynek helyét pontosan meghatározni nem tartozik a legkönnyebb feladatok közé, a legtöbb megbízható szövettani vizsgálat szerint a vena cava cranialis alsó szöglete és a jobb fülecs közötti sarokból kiindulólag halad a pitvar izomzatában a vena cava caudalis felé. Irányát az epicardium felől a sulcus terminalis s az endocardium felől az ennek megfelelő crista terminalis jelzi. Alsó határa a szív hosszában haladó WENCKEBACH-féle nyaláb. A sinuscsomó hossza a felnőtt ember szívében nem haladja meg a 3 cm-t. Maximális szélessége 3—4 mm, vastagsága pedig rendesen nem több, mint 2 mm. Alakja répaalakú. Vastagabb része a vena cava cranialis felé esik. Vastagabb feji részének külső fele az epicardiumot a myocardium felé határoló zsírszövetbe ütközik, vékonyabb végrésze viszont eléri az endocardiumot. Ebből következik, hogy a csomó nekitámaszkodva a crista terminalisnak, ferdén halad át a jobb pitvar falán.

A sinuscsomót 1907-ben KEITH és FLACK fedezte fel. Alaposabb leírása KOCH (1922) nevéhez fűződik. SEGRE (1920) szerint az emberi sinuscsomó kettős s a vena cava cranialis tájékát patkóalakban veszi körül. A patkó jobb nyalábja felel meg a KEITH—FLACK-féle csomónak. A sinuscsomót szövettani tekintetben a kötőszövetben, főleg pedig a rugalmas rostokban való gazdagság jellemzi. A csomó kötőszöveti állományán végigfut egy jól fejlett arteria, melynek hosszmetszetét igen gyakran látjuk a sinustájékból készült tangentialis metszeteken. Ez az arteria, mint KOCH vizsgálataiból tudjuk, az arteria coronaria dextrából ered. Az arteriának kísérő vénája nincsen. Azok a kis vénák, amelyek a sinusból jönnek, az auricula cordis dextraba nyílnak.

A sinuscsomót tulajdonképpen lényegében rendkívül finom vékony izomrostok alkotják, amelyek a csomó feji tájékán fonadékszerűleg rendeződnek. Ezek a rostok jóval vékonyabbak, mint a pitvar falát alkotó harántcsíkolt izomrostok, de megvannak bennük mindazok az alkotó részek, amelyek a szívizomzatot különösen

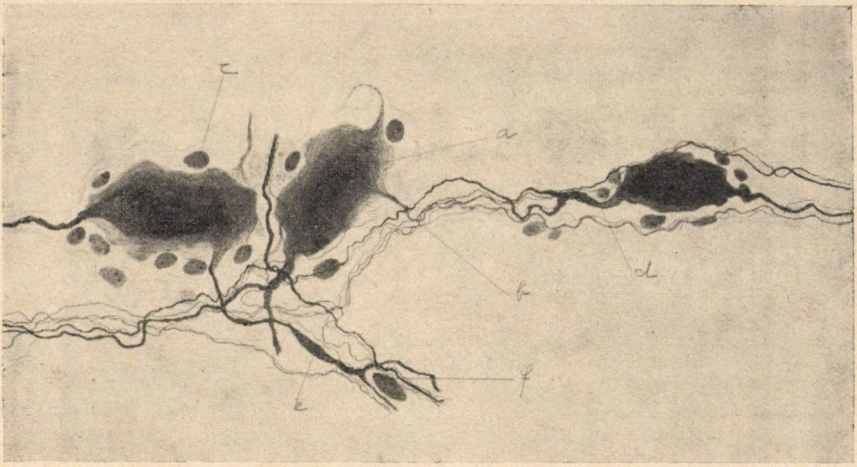
jellemzik. A rostok sarkoplasmában gazdagok, keresztmetszetük változó, végük felé erősen kihegyezettek, bennük a myofobrillák erősen háttérbe szorulnak, harántcsíkolatuk gyenge, magvaik központi fekvésűek, aránylag nagyok s olykor átérik a rost egész vastagságát. A magvak chromatinállománya gazdag, ezért tömörebbeknek látszanak, mint a rendes szívizomrostok magvai. A magalak változó. Azt is közölték már, hogy a sinusrostok glykogentartalma nagyobb, mint a pitvar többi rostjaié, azonban ezek a vizsgálatok az emberre nézve eddig nincsenek megerősítve. A sinuscsomó izomrostjai fokozatosan mennek át a pitvar rostjaiba olyképpen, hogy megvastagodnak s harántcsíkolatuk élesebbé válik. Mönkeberg (1924) ötféle olyan rostnyalábot különböztet meg, amelyek a sinuscsomót a különböző pitvarterületekhez kapcsolják.

Hogy a sinuscsomó idegekben gazdag lehet, arra már a felfedezői, Keith és Flack is gondoltak. A későbbi vizsgálók, akik közül Koch, Oppenheimer B. A., Lawrentjew és Hachiro Seto nevét kell megemlítenünk, sok adatot sorakoztattak föl a sinuscsomó ideggazdagságát illetőleg, azonban az egész tájék pontos beidegzési viszonyait eddig még senki sem vizsgálta olyan értelemben, hogy ebből a szívmozgás okaira vonatkozólag következtetéseket vonjon. Erre a célra készültek az én vizsgálataim, amelyekről rövid beszámolót az alábbiakban adok.

Az emberi szív sinustájéka, mint az a Bielschowsky szerint ezüstözött és utóaranyozott készítményeken világosan látható, idegelemekben felette bővelkedik. A csomó közvetlen közelében, de tőle távolabb is, különösen a vena cava cranialis mellett az epicardium alatt, főleg pedig a myocardium határán lévő zsírszövetben hatalmas idegtörzsek futnak, amelyek közelében, különösen pedig a nagy törzsekből kiágazó kisebb ágak mentén igen nagy számban akadunk olykor többirányú idegkapcsolattal rendelkező kisebb-nagyobb dúcokra s ezek mellett olyan idegsejtekre is, amelyek a kisebb idegtörzsek lefutásába vannak beiktatva.

Az idegtörzsek rendszerint párhuzamosak a szív felületével. Olykor többedmagukkal haladnak egymás mellett s ilyenkor előfordul az is, hogy rostjaik kicserélődnek. Ezenkívül más szervektől eltérően felette vastag idegtörzsek követik a sinustájék arteriáit és pedig metszetben mind a két oldalon. Az ilyen törzsekből kilépő

ágak azután sűrűn térnek be az adventitiába és ebben gazdag fonadékot formálnak, amelynek kifutó ágai a mediához mennek. A rostok, amennyiben ez az impregnált készítményekről leolvasható, vékonyak, hullámosak, párhuzamosan haladnak és velőtlenek. A vékonyabb idegtörzsekben, amelyek a másodlagos fonadékok alkotásához járulnak hozzá, olykor idegsejtek is vannak. (1. ábra.) Ezek a sejtek, mint az 1. ábrán jól látható, részben



1. ábra. Homo sapiens szív: idegfonadek a sinustájék epicardiumából. Bielschowsky-féle eljárás. *a* idegsejt; *b* idegtörzs; *c* amphicytamag; *d* sejtnyúlvány; *e* neurofibrilla; *f* neurilemmamag. Nagyítás 1000.

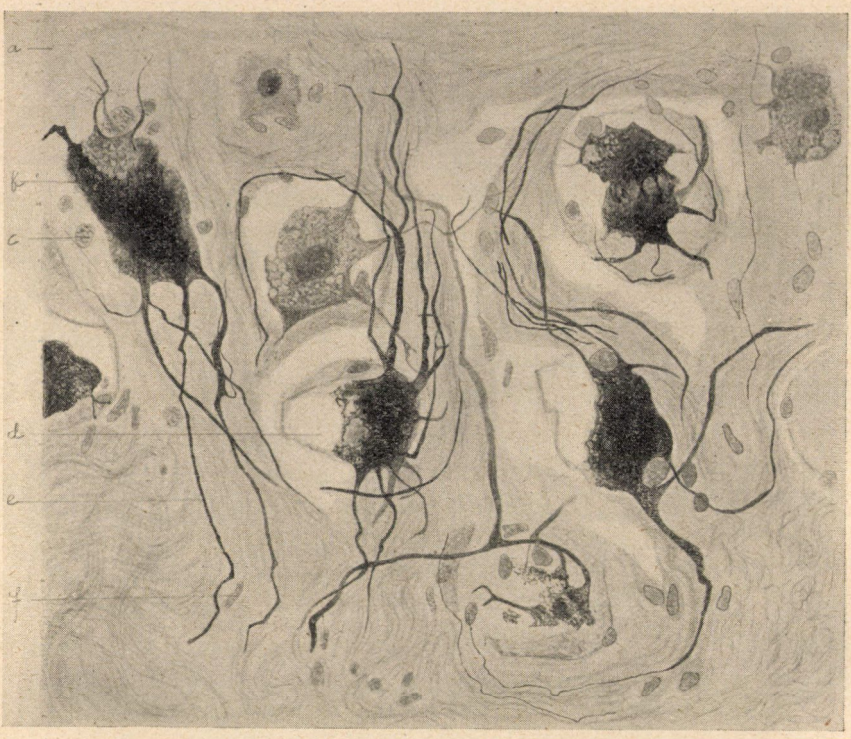
Abb. 1. Homo sapiens. Nervengeflecht aus dem Epicard der Sinusgegend. Bielschowskys Methode. *a* Nervenzelle, *b* Nervenstamm, *c* Amphicytenkern, *d* Nervenfortsatz, *e* Neurofibrille, *f* Neurilemmkern. Vergr. 1000 ×.

bipolarisak, részben multipolarisak. Az ilyen képen az idegrostoknak, az idegsejteknek s a sejtek nyúlványainak egymáshoz való helyzete egészen jellegzetes és olyan, amilyennel gyakran találkozunk nemcsak a gerinceseknek, hanem a magasabbrendű gerinctelen állatoknak a bélcsatornájában is. Az idegtörzsben futó rostok között vannak vékonyabbak, vastagabbak, de mindannyian velőtlenek. A sejteket kerekded vagy hosszúkásmagvú amphicyta sejtek veszik körül, amelyeknek olykor a határa is elég jól látszik.

Az idegsejtekben különösen a plasma szélén neurofibrillaris fonadék észlelhető, amely a nyúlványokba is folytatódik, ahol a neurofibrillák lefutása párhuzamosnak mondható. A nyúlványok egy része az idegtörzsecskébe lép, ennek alkotójává szegődik s olykor ebben el is ágazik, másik része ellenkező irányban halad, de akad olyan idegsejt is, amelyiknek csak egyik nyúlványa lép be az idegbe, a másik egészen más irányba tekint.

A dúcok, mint mondottam, felette nagy számban lepik el az epicardium és a myocardium határán levő zsírszövetet. Alakjuk, nagyságuk s az idegekhez való helyzetük változó. Olykor valóságos központok, amelyekbe több ideg lép be s amelyekből több ideg indul ki, máskor pedig úgyszólván csak egy törzsnek helyi kiszélesedései. Alakjuk hol szabálytalan, hol az egyik végén, hol pedig mind a két végén lekerekített. Szerkezetükre nézve meglehetősen megegyeznek. Fő alkotó elemeik az idegsejtek, amelyek, mint általában, más sympathikus eredetű dúcokban különböző eredetű és különböző nagyságú sejtek sokaságával vannak körülvéve. Az idegsejtek alakja és nagysága igen különböző. Vannak közöttük unipolaris és bipolaris formák is, azonban a legtöbb a multipolaris typust követi. A multipolarisok között, mint Hachiro Seto is helyesen észlelte, vannak Dogiel I. typusú sejtek, amelyeknek a nyúlványai egy kivételével rövidek. Ez utóbbiak rendesen közvetlen a sejt közelében végződnek, míg a hosszú nyúlvány messze megy a sejttől. A Dogiel I. typusú sejtek mellett jóval nagyobb számban találjuk a Dogiel II. typusú sejteket, amelyeknek a testéből sok olyan nyúlvány ered, amely mind jó messzire fut a sejttől. (2. ábra.) A Dogiel II. typusú sejtek plasmája hálózatos szerkezetű. A nyúlványok száma a legtöbb esetben igen nagy s a szám az egyes sejteken belül változó. A nyúlványok átlag vastagok s a sejtből széles alappal erednek. Plasmájukban párhuzamosan futnak a neurofibrillák. A legtöbb sejten jól látszik egy vékony nyúlvány, amit a vastag dendritekkel szemben kétségtelenül neuritnek kell tartanunk. A nyúlványok nagy része, mint mondottam, messze fut a sejttől, de vannak olyanok is, amelyek a szomszédos sejtet ölelik körül. Azon sejtek egy része, amelyeket a 2400-szoros nagyítással készült 2. ábra tüntet fel, megítélésem szerint kóros bélyegeket hordoz

magán, amennyiben több sejtnek majdnem a fele hiányzik. Véleményem szerint ez az alakbeli elváltozás nem azonos az eddig több ízben észlelt vacuolizáltsággal.



2. ábra. Homo sapiens szív: ganglion a sinustájék epicardiumából. Bielschowsky-féle eljárás. *a* kötőszövet; *b* idegsejt; *c* amphiyctamag; *d* kóros idegsejt; *e* idegsejtnyúlvány; *f* kötőszöveti mag. Nagyítás 2400.

Abb. 2. Homo sapiens. Ganglion aus dem Epikard der Sinusgegend. Bielschowskys Methode, *a* Bindegewebe, *b* Nervenzelle, *c* Amphicytenkern, *d* pathologisch veränderte Nervenzelle, *e* Nervenfortsatz, *f* Bindegewebskern. Vergr. 2400 ×.

A dúc alapszövete kötőszövet, amelynek kötőszöveti rostjai között sok keskeny, hosszúkás, chromatinszegény kötőszöveti magra akadunk. Ezektől a magvaktól élesen különböznek azok a kerekded vagy kissé ovális magvak, amelyek közvetlenül az ideg-

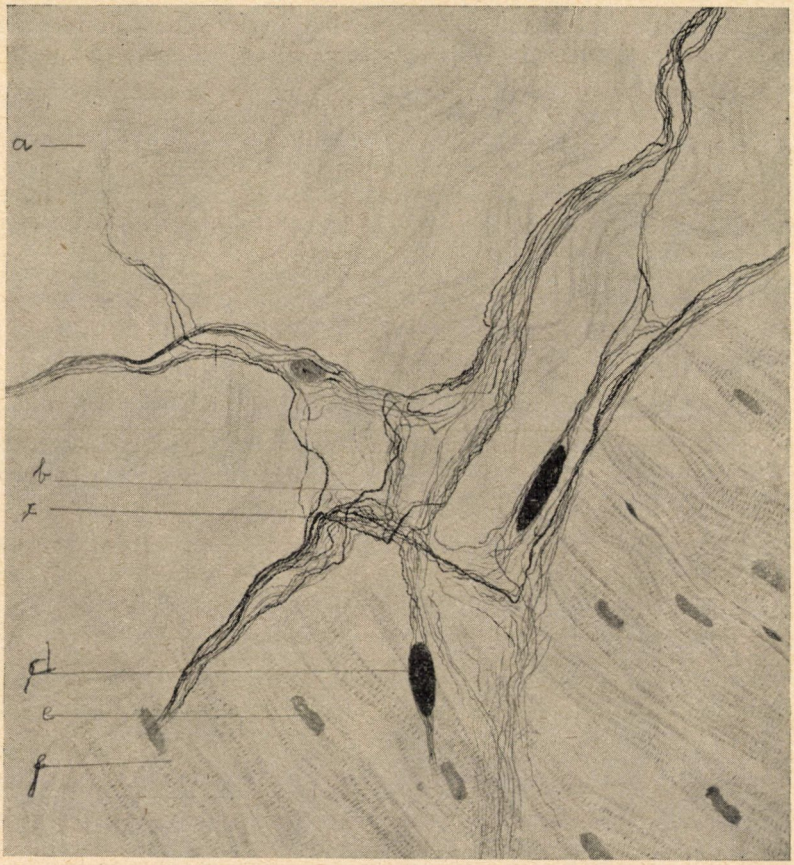
sejtek szomszédságában találhatók. Ez utóbbiak köré csoportosuló sejteket STÖHR legújabban a régi szerzőkkel szemben syncytiumnak tartja, amelynek beidegzésére egy intraplasmatikusan fekvő fínom hálózat szolgál, amelyből egyes fínom rostocskák az idegsejt plasmájába is belépnek. Én magam nem tudok egyetérteni a STÖHR-féle felfogással egyszerűen azért, mert a sejtek között olykor, ha nem is élesen, sikerült határt látnom, de nem érthetek egyet azért sem, mert a sejtek körül itt is látható fonadékot praeganglionalis rostok végszervének tartom. Ez a fonadék, véleményem szerint, komplikált idegvégződés, amely vagus, vagy sympathikus eredetű rostokról ingerületet tesz át a dúc sejtjeire.

Az idegtörzsekből és dúcokból kisebb-nagyobb törzsek mennek a sinustájék izomrostjaihoz, amelyek között elég sok a rugalmas rostokban bővelkedő kötőszövet. Az idegtörzsek, amelyek az izomrostokhoz futnak, laza szerkezetűek, rostjaik részben vastagok, részben pedig egészen vékonyak s mindannyian hullámos lefutásúak. Ezek a rostok az izomrostokon egy harmadlagos laza fonadékot alkotnak. (3. ábra.) Az idegtörzsekből gyakorta egyes rostok lépnek ki, amelyek a különböző izomrostokon keresztül-kasul haladva, olykor nagy kanyarulatokat és hullámokat formálnak, majd pedig egy másik rosthoz szegődve újra ideget alkotnak. Elég gyakran lehet látni azt is, hogy valamely rost hosszabb-rövidebb lefutás után vagy az izomroston, vagy a rostok közötti kötőszövetben végződik. És ezzel elérkeztünk a szív szövettanának egy igen sokat kutatott, igen sokat vitatott, de ennek dacára ma sem tisztázott kérdéséhez. Ez a kérdés jelenti egyfelől azt, hogy hogyan kapcsolódnak az idegrostok a szívizomrostokhoz és jelenti másodszor azt, hogy vajjon a szív falában fel lehet-e ismerni és egymástól meg lehet-e különböztetni azokat a rostokat, amelyeknek egyik része a vagusból, másik pedig a sympathikusból jön. Magam ezzel a kérdéssel más helyen foglalkoztam és ott a madárszíven végzett megfigyeléseim alapján arra az álláspontra helyezkedtem, hogy a szívizomban a vagusrostok és végződéseik megkülönböztethetők a sympathikus rostoktól és végződéseiktől. Most azonban olyan helyzetben vagyok, hogy a jelen vizsgálati anyag alapján a kérdéshez érdemlegesen nem szólhatok hozzá. Az ember szívében ugyanis a sinustájékon a különben egészen kifogástalanul

3. ábra. Homo sapiens szív: idegfonadék a sinustájék myocardiumából. BIELSCHOWSKY-féle eljárás. *a* izomrost; *b* idegtörzs; *c* idegrost; *d* hajszáledény; *e* endothelmag; *f* izomrostmag. Nagyítás 400.

Abb. 3. Homo sapiens. Nervengeflecht aus dem Myokard der Sinusgegend. BIELSCHOWSKYS Methode. *a* Muskelfaser, *b* Nervenstamm, *c* Nervenfaser, *d* Blutkapillare, *e* Endothelkern, *f* Muskelfaserkern. Vergr. 400 ×.

impraegnált készítményeken sem látok soha olyan idegalakulatot, amelyre nyugodt lélekkel rámondhatnám, hogy idegvégződés. Hasonlóképpen nem találok olyan alaktani bélyeget sem, amelynek alapján vagus és sympathikus rostok között különbséget tudnék tenni. Ennek a főoka természetesen egyrészt az, hogy az intracardialis rostok mind velőtlenek, tehát alaktanilag el nem határolhatók, másrészt pedig az, hogy a készítményeken végződni látszó



4. ábra. Homo sapiens szív: idegfonadék a myocardium széléről. Bielschowsky-féle eljárás. *a* kötőszövet; *b* idegrost; *c* fínom idegfonadék; *d* neurilemmamag; *e* izomrostmag; *f* izomrost. Nagyítás 2400.

Abb. 4. Homo sapiens. Nervengeflecht vom Rande des Myokards. Bielschowskys Methode. *a* Bindegewebe, *b* Nervenfaser, *c* feines Nervengeflecht, *d* Neurilemmkern, *e* Muskelfaserkern, *f* Muskelfaser. Vergr. 2400 ×.

rostokon nincs semmi olyan képződmény, amelyből kétségtelenül meg lehetne állapítani, hogy itt csakugyan végződésről van szó és nem esetleg egy átforduló vagy elvágott idegrost kelti a végződés látszatát. Hachiro Seto, aki legújabban foglalkozott az emberi szív beidegzésével, az intracardialis rostok végének a Stöhr—

REISER-féle terminalreticulumot tartja s a szívizomzatról ilyenféle rajzokat közöl. Az ő rajzai rajztechnikailag nagyon szépek, mutatósak, én azonban azt hiszem, hogy ezek a tényeknek egy kis fantázia segítségével kiegészített csalóka képei. Távol áll tőlem, hogy a SETO-féle vizsgálatok komolyságában kételkedjem, azonban a terminalreticulum jelenlétének tagadására késztet az, hogy én a szívizompraeparatumokon a terminalreticulumot a legnagyobb mikroszkópi nagyítással s a legjobb akarattal sem tudom felfedezni. Kétségtelen tény ugyan, hogy a mikroszkóp lencséje alatt olykor jelentkeznek olyan képek, amelyek a terminalreticulum látszatát keltik, azonban a gondos vizsgálat engem eddig még minden esetben kétségtelenül meggyőzött arról, hogy a látszólagos terminalreticulumot alkotó rostok egymással sohasem anastomizálnak, hanem mindig egymás mellett, egymás alatt, illetőleg egymás felett haladnak. (4. ábra.) Hogy ez így van, arról mindenkit meggyőzhet a 4. ábra, amely 2400-szoros nagyítással s a lehető legnagyobb elővigyázatossággal készült. Ezen az ábrán minden kétséget kizáróan látszik az, hogy olyan esetben is, amikor a felületes szemlélet reticulumot hajlandó látni, csak egy rendkívül fínom, erősen vékony rostokból álló bonyolult fonadékról van szó, amelyben az alkotó rostok önállósága mindig teljességgel megmarad. Ennek következtében a SETO-féle vizsgálatok után is fennmarad a nyitott kérdés, hogy hol és hogyan végződnek az intracardialis idegrostok. Nekem erre vonatkozólag ma is az az álláspontom, s ezt a mai fiziológia és pharmakológia is szinte megdönthetetlenül bizonyítja, hogy végződéseknek kell lenniök, végződések vannak s ezek nem lehetnek mások, mint azok az izomrostokhoz epilemmálisan hozzásímuló, semmiféle feltűnő terminalis alakulattal nem rendelkező egyes idegrostocskáknak a végei, amelyeket mi túl nagy óvatosságból vonakodunk idegvégződésekként elkönyvelni. Véleményem szerint így végződnek, de külön-külön, a szív mindkét idegrendszeréhez tartozó idegrostok, amelyeket morphológiailag elkülöníteni azért nem tudunk, mivel, mint mondottam, mind velőtlenek s egyforma lefutásúak. És ez nem is lehet másképp, mert a különböző rendszerekhez tartozó idegrostoknak az izgatására oly hihetetlen gyorsasággal jelentkező szívmozgásváltozásokat másképpen megmagyarázni nem lehet.

A sinustájék myocardialis alkotó elemei után figyelemmel kísértem a határoló rétegeket is, nevezetesen az epicardiumot és az endocardiumot. Az epicardiumban a már ismertetett nagy idegtörzsek és gazdag fonadékot alkotó idegek mellett közvetlenül a hám alatt egyes varicosus vékony rostokból álló nagyszemű fonadékot találtam, melynek vékony ágai egészen a hám közelségébe kerülnek. Ezek mellett egy rendkívül érdekes és komplikált szerkezetű laza gomolyra akadtam, amelyhez hasonlót a szívből nem ismer az irodalom. (5. ábra.) Ez a gomoly, mint a mikroszkópi képből világosan látszik, az epicardium belső határán helyezkedik el, egészen közel a myocardiumhoz, sőt bizonyos mér-

5. ábra. Homo sapiens szív: idegvéggomoly az epicardiumból. Bielschowsky-féle eljárás. Nagyítás 800.

Abb. 5. Homo sapiens. Nervenendknäuel aus dem Epikard. Bielschowskys Methode. Vergr. 800×.

tékig már benne van a myocardiumban. A gomolyba, mint ezt az 5. ábrán jól lehet látni, egyetlen velőhüvely nélküli varicosus rost fut be, amely hatalmas kanyarulatok után alkotja a hosszúkás, laza gomolyt, amelynek belsejét a belőle keletkező vékonyabb rostokból alkotott fínom fonadék tölti ki. Szerkezetét illetőleg kétségtelenül érző s megegyezik azokkal a laza gomolyokkal, amelyek a bőrből, különösen pedig a nemiszervek stratum papillarejából ismeretesek, de eltér ezektől abban, hogy a rost, amelynek kanyargós lefutásából s egymást követő gyakori elágazásából előáll, velőtlen s így, mivel vékony is, nyilván a sympathikus rendszerbe tartozik.

Az endocardium, megfigyeléseim szerint, idegben jóval gazdagabb, mint az epicardium. Idegrendszerében egymástól jól elütő

kétféle rostot lehet megkülönböztetni, nevezetesen vékony, fínom varicosus rostokat, amelyek vagy nagy törzsekben, vagy kisebb idegekben, vagy magánosan futnak és egészen feltűnő vastag rostokat, amelyekhez hasonlók a sinustájék előbb tárgyalt területein sehol sem fordulnak elő. Ezek a rostok mindig közvetlenül az endothel alatt futnak, ezzel párhuzamosan és különböző, de a szívre egészen jellegzetes, kisebb-nagyobb kiterjedésű véggomolyokban végződnek. (6. ábra.) A gomoly, melyet a 6. ábra feltüntet,

6. ábra. Homo sapiens szív: idegvéggomoly az endocardiumból. Bielschowsky-féle eljárás. Nagyítás 800.

Abb. 6. Homo sapiens. Nervenendknäuel aus dem Endokard. Bielschowskys Methode. Vergr. 800 ×.

kétségtelenül érző gomoly, amely teljesen elüt azoktól az érzőnek mondott idegelágazásoktól, amelyeket legújabban Hachiro Seto közölt az emberi szív endocardiumából. A rajzon közölt gomolyon itt-ott megszakítás mutatkozik az idegrost lefutásában, azonban ez nem szól a folytonosság ellen, mert már a felületes szemlélő is mindjárt tisztában lehet azzal, hogy itt egy valóságos összefüggő gomolyról van szó, amelyet néhol elvágott a mikrotom kése. E nagykiterjedésű laza gomoly mellett láttam még olyanokat

is, amelyek szerkezetükben egészen megegyeznek azokkal a betokozatlan érző végtestekkel, amelyek gyakoriak az ember tenyér- és talpbőrében, valamint a külső nemiszervek hámalatti kötőszövetében. Ezek a gomolyok minden bizonnyal a szív endocardiumának érző idegvégkészülékei. Szerkezetüket illetőleg különösen feltűnő az alkotó rostnak a vastagsága, amit talán az eredetével tudnánk megmagyarázni, ha csatlakozunk HACHIRO SETO-nak ama véleményéhez, amely szerint a szívben található vastag rostok a vagus érző, vastag rostrendszeréhez tartoznak.

Amint a fentiekből kiviláglik, a szív sinustájéka idegekben rendkívül gazdag. Ez bizonyos mértékig érthető abból, hogy ezen a tájékon szájadzanak be a nagy üres vénák, amelyeknek természetesen itt is, mint mindenütt, a falnak majdnem összes rétegeire kiterjedő hatalmas idegkísérete van, de érthető másodszor azért is, mert itt van a sinuscsomó, amelyről a fiziológusok nagyrésze határozottan azt gondolja, hogy ez termeli a szív mozgásához szükséges nomotop ingert, amiért a szív mozgását myogennek tartják. Ezzel a felfogással szemben áll azoknak a fiziológusoknak az elgondolása, akik a szívmozgások okait az idegrendszerben, elsősorban pedig a szívdúcokban vélik megtalálni s a szívmozgás okát neurogennek mondják. Ennek a két tannak a hívei már régóta erős harcot vívnak, amely még ma sem mondható eldöntöttnek, egyszerűen azért, mert ha a komoly érvekre hallgatunk, akkor mind a két oldalon bőségesen találunk ilyeneket. Ennek a dolgozatnak a keretei nem alkalmasak arra, hogy a két elmélet között igazságot próbáljak tenni, azonban azt hiszem, hogy a fenti megállapításaim és vizsgálati eredményeim, valamint az ezek nyomán készült és közölt rajzaim minden szakembert meg kell, hogy győzzenek arról, hogy a sinustájékra, tehát a sinuscsomó helyére eső felette nagy ideggazdagság semmiképpen sem beszél a myogen theoria feltétlen bizonyossága mellett, különösen akkor, mikor más myogen úton magyarázott mozgások is, mint amilyen a bélperistaltika, rögtön csődöt mondanak, ha megszűnt az idegimpulsus. Megengedhető az, hogy a sinuscsomónak a szív mechanikai izomrostjaitól eltérő szerkezete miatt különös működést tulajdonítsunk, azonban a Stannius ligaturák mégsem szólnak a

csomó egyeduralma mellett akkor, amikor olyan nagy körülötte a különböző rendszerbe tartozó idegsejtek és idegrostok száma, amelyektől kísérleti célokra sohasem izolálható.

Összefoglalás.

1. Az emberi szív sinustájéka, amely a nomotop ingertermelésnél elsőrendű szerepet játszó sinuscsomót is magába foglalja, idegekben felette gazdag.

2. A sinustájék idegrendszerét egyrészt vastag idegtörzsek, másrészt egymással közlekedő fonadékok s kisebb-nagyobb dúcok alkotják, amelyek nagyobb mennyiségben az epicardium és myocardium határán lévő zsírszövetben csoportosulnak.

3. Az idegtörzsek és fonadékok hullámos lefutású, fínom varicosus rostokból állanak, melyek közé itt-ott egyesével vagy többesével idegsejtek vannak beiktatva.

4. A dúcokban csoportosuló sejtek túlnyomólag multipolarisak s a Dogiel első és második typusba tartoznak. Az amphicyták magvai különbözők s a sejthatárok elmosódottak. Az amphicyta tokon belül rendkívül fínom kosárszerű idegfonadék foglal helyet, amelynek rostjai nem lépnek be az idegsejtek plasmájába. Ez a pericellularis fonadék valószínűleg a vagus és sympathikus rostok idegvégkészüléke.

5. Az epicardiumban a gazdag idegfonadékok mellett, egészen közel a myocardium rostjaihoz, sympathikus eredetű laza érző gomolyok vannak.

6. Az endocardiumban gyakoriak a különböző typusú érző véggomolyok, amelyeknek rostjai feltűnő vastagok s amelyekhez hasonló rostok a sinustájék más területein teljességgel ismeretlenek. A gomolyok az endocardium érző idegvégkészülékei.

7. A sinustájék véredényei idegekben különösen gazdagok. Az arteriák mentén, közel az adventitiához, hatalmas idegtörzsek futnak, amelyekből oldalágak lépnek az adventitiába. Ezek az oldalágak a mediában igen bonyolult s végkapcsolataiban ezidőszerint ismeretlen fínom fonadékot alkotnak.

8. A sinustájék nagy ideggazdagságából a szívmozgások neurogen voltára lehet következtetni.

Irodalom. – Literatur.

1. Ábrahám Ambrus: A gerincesek intracardialis idegrendszere. Mathematikai és Természettudományi Értesítő. LVI. kötet. 1937.

2. Cyon, E. v.: Die Nerven des Herzens. Ihre Anatomie und Physiologie. Berlin, 1907.

3. Hachiro Seto: Mikroskopische Studien zur Innervation des menschlichen Herzens. Arbeiten aus dem anatomischen Institut der Kaiser-Japanischen Universität zu Sendai. H. XIX. 1936.

4. Möllendorf, W. v.: Handbuch der mikroskopischen Anatomie des Menschen. Bd. VI. Berlin, 1930.

5. Stöhr, Ph.: Über «Nebenzellen» und deren Innervation in Ganglien des vegetativen Nervensystems, zugleich ein Beitrag zur Synapsenfrage. Zeitschr. für Zellforschung und mikr. Anatomie. Bd. 29. Heft. 5. 1939.

6. Testut, L.: Traité D'Anatomie Humaine. Huitième edition. Tome deuxième. Paris, 1929.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott üléséből.)

DIE SINUSGEGEND DES MENSCHLICHEN HERZENS UND DAS NERVENSYSTEM.

Von AMBROSIUS ÁBRAHÁM.

(Mit 6 Textabbildungen.)

Der Verfasser hat die Innervation der Sinusgegend des menschlichen Herzens mit der Silbermethode BIELSCHOWSKYS untersucht. Die Ergebnisse sind die Folgenden.

1. Die Sinusgegend des menschlichen Herzens, die auch den bei der nomotopen Reizerzeugung eine hervorragende Rolle spielenden Sinusknoten in sich schliesst, ist mit Nerven ausserordentlich reich versehen.

2. Das Nervensystem der Sinusgegend wird von dicken Nervenstämmen, Nervengeflechten und Ganglien gebildet, die besonders im Fettgewebe der epi-myokardialen Grenze angehäuft sind.

3. Die Nervenstämme bestehen aus feinen, varikösen Nervenfasern mit welligem Verlauf. Zwischen den Nervenfasern befinden sich hie und da auch Nervenzellen.

4. Die Nervenzellen der Ganglien sind grösstenteils multipolar und gehören zum ersten und zweiten Typ DOGIELS.

5. Im Epikard sind in der Nähe des Myokards eigenartige Nervenendknäueln zu sehen.

6. Im Endokard sind Nervenendknäuel vorhanden, die durch ausserordentlich dicke Nervenfasern gebildet werden. Diese Endknäueln sind die spezifischen sensiblen Nervenendorgane des Endokards.

7. Die Blutgefässe der Sinusgegend sind mit Nerven besonders

reich versehen. Neben den Arterien verlaufen auffallend dicke Nervenstämme. Aus diesen treten Nebenzweige in die Adventitia hinein, die einige Fasern in die Media entsenden. Diese bilden ein sehr feines kompliziertes Geflecht, dessen Endteile sich einer genaueren Betrachtung entziehen.

8. Der Nervenreichtum der Sinusgegend spricht für die neurogene Theorie der Reizerzeugung des Herzens.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

ADATOK
A FETALIS KOPONYATETŐ KIALAKULÁSÁRÓL.

(Kraniometriai vizsgálatok.)

ZIMMERMANN GUSZTÁV-tól.

(Két képpel és négy táblázattal.)

A koponya fejlődéstani ismertetése rendszerint a csontmagok számának felsorolásával, a csontosodás időbeli lefolyásának ismertetésével elégszik meg, de nem, vagy alig veszi figyelembe, hogy a csontosodási folyamattal a koponyaalak fejlődése nincs befejezve. A fejlődő koponya méreteiben, arányaiban és formáiban nem kicsinyített mása, miniatűrje a kifejlettnek. hanem e jelzett tulajdonságokban az előbbi és az utóbbi között lényeges különbségek vannak. A házi emlősök, főképpen a patások koponyaformájának kialakulására postembryonalisan ható erőteljes hatású formáló tényezőkön (nasalis sinusok, fogazat, szarv és tarkóizomzat) kívül az élet során belső hatások (hormonok), fokozatosan bekövetkező átalakulások különböző stádiumokban a koponya alakjának más-más megjelenési formát adnak. Más jellegűek e változások az embryonalis, fetalis és a postfetalis korban, más hatásokra, más célok szolgálatában állnak be azok itt és ott. A házi emlősökön eddig vizsgált postfetalis folyamatokat aránylag egyszerűbben tudták jellemezni, mert feltűnőbb változásokat mutattak, míg az emberyonalis, illetőleg fetalis korban bekövetkező, aránylag kisebb, de ugyancsak jelentős változások eddig kevesebb figyelemben részesültek. A házi emlősök koponyateteje kialakulásának fejlődéstani nézőpontból való metrikus jellemzése tudomsáunk szerint és az általunk hozzáférhető irodalomban (l. ott) mindezideig hiányzik, sőt a most leírthoz hasonló célkitű-

zéssel a postfetalis korra vonatkozóan sem történtek vizsgálatok, így érthető, hogy több itt felvetett kérdésre az eddigi irodalomban nem találni feleletet.

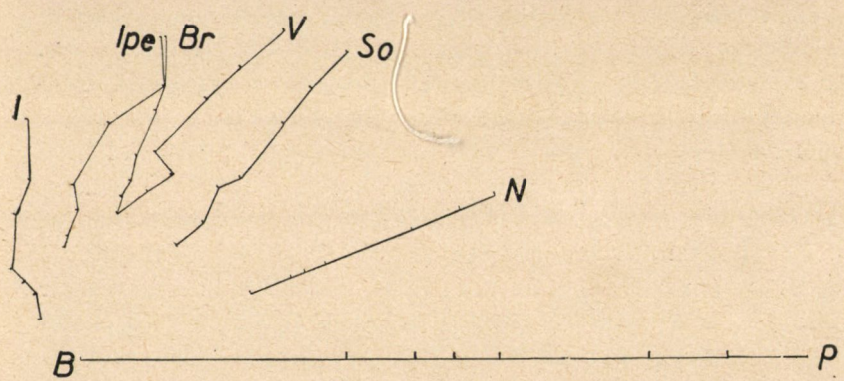
A koponyatetőnek egészben való kialakulása, formáinak, méreteinek és arányainak a fejlődés során való módosulása, a bekövetkező átalakulások időbeli lefolyásának jellegzetességei méretekkel is kimutathatók, mint az a következő összefoglaló leírásból kitűnik, melyben abszolút számadatokkal, a koponyaalapra vonatkoztatott viszonyszámokkal (az egyes méreteket az alap százalékában kifejezve) és ugyancsak a koponyalapra vonatkoztatott vetületben fejezhetők ki az egyes mérőpontok helyzetváltozása. A fejlődés, a növekedés mértékének, arányának, irányának megállapítása a hosszúsági, magassági és szélességi növekedésnek előrehaladása, az egyes növekedési irányoknak egymással való összefüggése, a különböző stádiumok közötti eltérések jellemzése képezte vizsgálat tárgyát. Legfontosabb kérdés volt, hogy hol, mikor, hogyan, milyen mértékű és irányú növekedés állapítható meg? Arányos-e ez, gyorsabb vagy lassúbb-e az arányosnál? Arányos növekedéskor valamely méretnek az alapra vonatkoztatott százalékszáma minden stádiumban azonos, nem arányos növekedéskor ez adat megváltozik, ez egyben a megfelelő anatomiai forma módosulását is jelenti. Utóbbi lehet egyenletes és nem egyenletes, továbbá folytonos vagy átmeneti jellegű.

A koponyatető medianvonala (profilvonal) mentén felvett fixpontok rekonstrukcióján (l. az 1. és 2. képen) a hosszanti és magassági növekedés módja állapítható meg, a harántirányú növekedést pedig a középvonaltól kétoldalt symmetrikusan helyeződő fixpontok közötti méretek adják.

E vizsgálatok, méretek különböző korú, de egyfajtájú (hazai vöröstarka) borjú- (marha) fetus koponyájára vonatkoznak. Kilenc hetes kortól egészen a születésig minden fejlődési fokozatból több állt rendelkezésre, úgyhogy egészben több mint félszáz koponyát vizsgáltunk. Kraniometriai vizsgálat céljára csupán a három hónaposnál idősebb fetusok feje alkalmas, mert ekkor már a hártyás részek redukciójával bizonyos stabilitást ér el a koponyatető. Az életkor meghatározása Gurlt, Colin, Pusch és Schmaltz adatai alapján történt. (17). A tarkó-faroktő hosszúság lemérése

után az atlantooccipitalis izületben leválasztott fejet, rövid ideig 10%-os formalinrögzítés és a csontos váznak a lágyrészektől való megtisztítása után, 10%-os (!) hydrogensuperoxyd-oldat fehérítette meg. Később száraz, de nem túlmeleg helyen történt szárítás után váltak vizsgálatra alkalmassá a koponyák. Az anyag összeállítása Dózsa István egyetemi tanársegéd tevékeny közreműködésével történt.

A dolgozat során nem csupán egy-egy fej méretei kerülnek ismertetésre, hanem több azonoskorú magzat fejének mérésekor



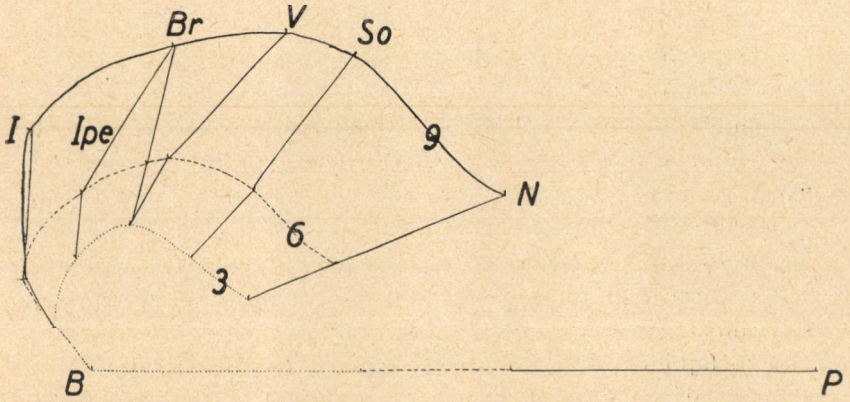
1. *kép.* Az agykoponya medianvonalán lévő mérőpontok hosszúsági és magassági helyzetváltozása a 3—9. magzati hónapig. Fixpontok: *B* basion, *I* inion, *Ipe* sutura interparietalis elülső vége, *Br* fontanella bregmatica elülső szöglete, *V* vertex, *So* a foramen supraorbitalekat összekötő vonal és a nyílvarrat találkozási pontja, *N* nasion, *P* prosthion.

Abb. 1. Lageveränderung der Messpunkte in der Medianlinie des Gehirnschädels während der einzelnen embryonalen Monaten. Die Messpunkte sind: *B* Basion, *I* Inion, *Ipe* vordere Endpunkt der Sutura interparieatlis, *Br* vordere Endpunkt der Fontanella bregmatica, *V* Vertex, *So* Schnittpunkt der die beiden Foramina supraorbitalia verbindenden Linie mit der Pfeilnaht, *N* Nasion, *P* Prosthion.

nyert adatok középértékei. A hosszúsági és magassági méretek kivétel nélkül a mediansíkban vétettek fel ívkörző segítségével és az egyes méretek eredeti nagyságukban azonnal rajzban rögzíttettek. E rajzon a basion (B)-prosthion (P) vonal vízszintesen van ábrázolva (l. az 1. és 2. képen) s minden méret e két pontból kiindulva vétetett fel. Ez alap növekedésének mértéke szolgál az intrauterinalis fejlődés alatt egységül, mellyel minden, centiméterben kifejezhető méret összehasonlítható és az alap százalékában

kifejezhető (l. a táblázatokat). Ennek az a jelentősége, hogy a különböző korú magzatok azonos méretei egymással egybevethetők, mert a százalékban kifejezett adatok csupán egy (arányosan növekedő) adat változásának függvényei.

A mediansíkban található fixpontokat a basion és prosthiontól való távolságuk alapján lehetett meghatározni, az így felvett mérőpontok a következők: opisthion (*O*), inion (*I*), a sutura interparietalis nasalis vége (*Ipe*), a sutura interfrontalis caudalis vége bregma (*Br*), az alapra vonatkoztatott legnagyobb merőleges



2. *kép.* A koponyatető medianvonalának rekonstrukciója 3—6—9 hónapos magzatokon. Mérőpontok magyarázatát l. az 1. képnél.
Abb. 2. Rekonstruktion der Medianlinie des Schädeldaches im 3—6—9 Embryonalmonat. Erklärung der Messpunkte s. Abb. 1.

magasság, vertex (*V*), a foramen supraorbitaleket összekötő egyenes és a nyílvarrat metszési pontja, supraorbitale (*So*), nasion (*N*), (l. az 1. és 2. képen). Harántméretek felvételekor a következő néhány fixpont és ellenkezőoldali társa közötti távolság szolgált alapul: a sutura frontolacrimalisnak a szemgödör szélén levő pontja, endorbitale (*End*), a foramen supraorbitale, a homlokcsont processus zygomaticusának leglateralisabb pontja, ectorbitale (*Ect*), a koszorúvarratnak a halántékárok felső szélére eső pontja, a falcsont legkiemelkedőbb része, tuber parietale (*Tub*), a lambdavarrat és pikkelyvarrat találkozási pontja, asterion (*As*).

*

A koponyatetőnek az intrauterinalis élet folyamán való alak- és helyzetváltozásának adatokkal való kifejezéséhez szükséges az egyes pontoknak (fixpontoknak) helyzetváltozását követni. Minden fejlődési stádiumban az egyes adatokat a jelzett alapra lehet vonatkoztatni, ennek egyik végpontját, a basion helyzetét állandónak véve. Hozzá viszonyítható a mediansíkba eső többi fixpontnak magassági vagy hosszúsági (előre és hátrafelé való) eltolódása. Különböző fejlődési stádiumokban az azonos pontok helyzetének változása érzékelhetővé válik hosszmértékben kifejezve vagy szögben törés esetén szögmértékben is megadható. A magassági méretek változását a mérőpontból az alapra bocsátott merőleges fejezi ki. Ha ez adatot százalékban az alapra vonatkoztatjuk, a különböző korban mutatkozó különbségek egymással könnyen összehasonlíthatók. A fixpontoknak a mediansíkban való hosszúsági eltolódását kétféleképpen lehet érzékeltetni : egyrészt az alap egy fixpontját az illető ponttal összekötő egyenes és az alap közötti szög változásával, másrészt az illető pontból az alapra bocsátott merőleges metszési pontjának az alap fixpontjától való távolságának változásával, azaz az illető pont alapra való vetületének helyváltoztatásával. Az egyes fixpontoknak időbeli helyzetváltozása, a fejlődés során való magassági és hosszúsági módosulása kerül az alábbiakban elsősorban ismertetésre. A *B* helyzetét fixnek véve, a fent felsorolt mediansíkba eső mérőpontoknak az intrauterinalis élet említett szakaszában létrejövő helyzetváltozásai a következők :

Az *opisthion* (O) magassága a *B*—*P* alap hosszának növekedésével arányosan változik, mert magassági méretét kifejező százalékszáma nagyjában állandó. Hosszúsági eltolódás sem előre, sem hátra nem figyelhető meg rajta, a *P*—*B*—*O* szög mindvégig állandó, körülbelül 130°. Tehát a foramen magnumnak a horizontalis helyzetből verticalisba való átmenete jelen vizsgálat adatainak alapján és e korra vonatkozóan nem erősíthető meg.

Az *inion* (I) helyzete az embryonalis fejlődés során a legérdekesebb módosulásokon megy keresztül. Nagyfokú magassági növekedése az alap növekedésénél gyorsabb ütemben, mégis egyenletesen változik. A háromhónapos magzat inionjának magassága az alapnak 16%-a, ez a 9. hónapig fokozatosan az alap 33·4%-ává

1. táblázat. A fixpontok magasságméretei a *B-P* alap százalékában kifejezve.

Tafel 1. Höhe der Messpunkte im Verhältniss zur *B-P* Grundlinie in % ausgedrückt.

Magzati életkor	I.	Ipe.	Br.	V.	So.	N.
3. hó	16·0	42·6	56·0	56·0	44·0	24·0
4. «	20·2	38·3	50·0	51·0	41·5	26·6
5. «	21·0	41·0	49·5	51·0	46·7	25·0
6. «	22·0	42·8	48·0	50·8	43·2	26·0
7. «	25·6	42·5	45·0	47·0	41·8	24·3
8. «	28·5	42·8	42·8	45·6	42·8	24·7
9. «	33·4	45·0	45·0	47·0	42·2	24·0

2. táblázat. A fixpontok vetülettávolságai a basion $\frac{\text{előtt}}{\textit{mögött}}$ a *B-P* alap százalékában kifejezve.

Tafel 2. Entfernung der Messpunkte auf der *B-P* Grundlinie projiciert vor und *hinter* dem Basion im % ausgedrückt.

Magzati életkor	I.	Ipe.	Br.	V.	So.	N.
3. hó	*13·4*	*5·4*	16·0	16·0	36·0	64·0
4. «	*12·5*	*3·2*	14·5	19·1	37·2	63·2
5. «	*15·2*	*0·8*	14·2	24·7	37·2	61·0
6. «	*16·1*	*1·7*	13·5	17·7	40·0	58·0
7. «	*11·8*	5·0	13·1	23·1	35·6	57·4
8. «	*7·6*	10·9	10·9	23·6	35·7	57·2
9. «	*7·6*	10·7	10·7	27·7	36·5	56·9

nő (l. az 1. táblázatot). A két szélső érték között mutatkozó, százalékban kifejezett különbség híven tükrözi vissza az inion magasságának növekedési sebességét, mely az alap hosszirányú növekedésének kétszerese. Magassági növekedésén kívül az inion hosszúsági kiterjedésben is végez kitéréseket. Az első hat hónapban *caudalis* irányba nyomul (l. a 2. táblázatot), a 6. hónap után ezzel szemben eltolódása *nasalis* irányba csap át, ez az időszak egybe-

esik a fokozottabb mértékű magasságváltozással is. Az inion hosszúsági helyzetváltozása a vetülettávolságok arányában beálló ingadozásokkal jól kimutatható. A háromhónapos magzat inionjának az alapra való vetülete a basion mögött 13·4%-ra van (l. a 2. táblázatot), a 6. hónapig e távolság növekedik, azután rohamosan csökken, úgyhogy a kilenchónaposon már csak 7·6% a basion mögött (l. az 1. képen I). Nasalis irányba való nyomulása tehát arányában nemcsak eléri, de jóval túl is haladja a 3—4 hónapos stádiumot, azaz az inionnak a 6. hónapig tartó caudalis irányú növekedését a 7. hónaptól kezdődően ugrásszerűen nasalis irányú benyomódás követi. Az inion hosszúsági helyzetváltozásának kimutatására az alapra vonatkoztatott vetülettávolság változásán túl a *P—B—I* szög nagyságának változása is alkalmas. Hathónapos korig egybeesik a *P—B—O* szöggel, ami az inion ez idő alatti caudalis irányú eltolódását fejezi ki. A 6. hónapon túl az inion nasalis irányba nyomul, a *P—B—I* szög tehát mind kisebb lesz, kilenchónapos korig 104°-ra csökken (l. a 3. táblázatot).

Az *interparietale* (Ipe) magassági növekedése egyenletes és arányos, lépést tart az alap hosszúsági növekedésével, ami százalékos meghatározás esetén állandó százalékszámban nyilvánul. E szám középértékben 41·6% és az intrauterinalis életben csakcsekély ingadozást mutat (l. az 1. táblázatot). A magassági növekedésen kívül az Ipe magzatkorban még *nasalis* irányú eltolódást is tüntet fel, mely eltolódás az első hat hónapban kisebbfokú, ettől kezdve a 8. hónapig azonban rohamosabb (l. az 1. és 2. képen) ami a fontanella bregmaticának e korban való kitöltődésével áll correlatióban. (Tehát az irodalomban hangoztatott születés utáni fontanella bregmatica kitöltődéssel szemben (Ussow) ez már a 8. magzati hónapban következik be.) E helyzetváltozást számokkal a következőképpen lehet szemléltető módon jellemezni: háromhónapos korban az Ipe vetülete az alap 5·4%-ával van a *basion mögött*, míg héthónapos magzaton az Ipe-ből az alapra bocsátott merőleges már a *basion előtt* metszi az alapot 5%-kal; nyolchónaposon majdnem eléri a bregmát és vetülete 10·9% (l. a 2. táblázatot). Ekkor a fontanella kitöltése befejeződik, nasalis irányú növekedése megakad és születéskor vetülete a bregma hátrafelé való tolódása következtében 10·7%-kal van a basion előtt. A nasalis irányú

3. táblázat. A fixpontoknak szögben kifejezett helyzetváltozásai.
Tafel 3. Lageveränderung der Messpunkte in Winkeln ausgedrückt.

Magzati életkor	P-B-I szög °	P-B-Ipe szög °	P-B-Br szög °	P-B-V szög °	P-B So szög °	P-B-N szög °
3. hó	130	97	73	75	50	21
4. «	129	95	74	69	48	22
5. «	131	91	74	63	51	22
6. «	130	93	75	70	49	23
7. «	115	83	74	64	49	22
8. «	106	76	75	62	50	23
9. «	104	78	76	59	50	22

eltolódást szemléltető módon jellemzi a P—B—Ipe szög is, mely a háromhónapos korban nagyobb a derékszögnél, 97°, majd fokozatosan csökken (l. a 3. táblázatot) és a 8. hónapban éri el a legkisebb értékét, 76°, ezután ismét kisfokú növekedés figyelhető meg, születéskor ugyanis 78°.

A *bregma* (Br) néven általában a koszorú- és nyílvarrat találkozási pontját értik. Tekintettel azonban arra, hogy magzatkorban e helyen az aránylag nagy fontanella bregmatica található, a bregma helyét a nyílvarrat és a homlokcsont hátulsó szélének találkozási pontjához kell rögzíteni. E fixpont az intrauterinalis élet folyamán *kétirányú elmozdulást* szenved. Egyrészt magassága csökken, másfelől caudalis irányba tolódik el. A bregma *benyomódása* fokozatos, az alap növekedésével összehasonlítva azonban annál gyorsabb ütemű (l. a 2. képen), ami a százalékszámok tetemes csökkenésében mutatkozik: háromhónapos korban a bregma magassága az alap 56%-a, míg születéskor már csak 42·8% (l. az 1. táblázatot). A benyomódáson kívül jellemző a bregmára a *caudalis irányú vándorlás* (l. az 1. képen), ami a basionhoz viszonyított vetülettávolság egyenletes (de az arányosnál nagyobb mértékű) csökkenésében nyilvánul: a 3. hónapban a bregma vetülete a basion előtt van 16%-nyira, míg születéskor e távolság már csak 10·7%.

A *vertex* (V) vándorlása a legszabálytalanabb a fixpontok között. Magassága relative állandóan és egyenletesen csökken:

háromhónapos magzaton egybeesik a bregma magasságával, azaz 56%, míg születéskor 45·6%. E magasságváltozás fokozatos és egybeesik a bregma benyomódásával, miközben még nasalis irányú eltolódás is megfigyelhető. A méhenbelüli élet 3. hónapjában a vertex helye megegyezik a bregmáéval (l. az 1. képen), tehát vetületük is egyező: 16%. A 4. hónapban nasalisan nyomul, az 5. hónapban vetülete majdnem eléri a bregma-supraorbitale távolság vetületének közepét, a 6. és 7. hónapban némi ingadozást mutat, majd a 8. hónapban ismét növekedik, a 9.-ben pedig 27·7% e távolság és ekkor már közelebb esik a supraorbitalehoz, mint a bregmához. Az utolsó két-három hónapban bekövetkező nasalis irányú vándorlásnak tulajdonképpen nem hű kifejezői a fentebb felsorolt százalékszámok, tekintve, hogy e korban az agykoponyai résszel szemben az arckoponyai tájék fejlődése nyomul inkább előtérbe. Sokkal kézenfekvőbb módon bizonyítja a vertex nasalis irányú vándorlását a P—B—V szög, mely a 6. és 7. hónapra eső ingadozástól eltekintve magzatkorban fokozatosan csökken (l. a 3. táblázatot). Tekintettel tehát arra a körülményre, hogy a B—P távolság és végpontjai rögzítettek, a szög nagyságának csökkenése pusztán a vertex helyváltoztatásának következménye. A megtermékenyítés utáni 3. hónapban e szög 75°, míg születéskor csak 59°.

A *supraorbitale* (So) magassági növekedése arányos az alap növekedésével. Magassága középértékben az alap 43·4%-a. Nagy ingadozást nem mutat, szélső értékek a 41·8% (a 7. hónapban) és a 46·7% (az 5. hónapban). A basiontól való vetületi távolsága is állandó százalékszámmal fejezhető ki (l. a 2. táblázatot). A supraorbitale magassága és vetülete tehát állandó százaléka az alapnak, azaz fejlődési sebességük arányos (l. a 2. képen) és egymáshoz viszonyított helyzetük az intrauterinalis élet során nem változik. E körülményt kézzelfoghatóan bizonyítja a P—B—So szög is, mely szintén állandó, 49·5°.

A *nasion* (N) szintén azok közé a mérőpontok közé tartozik, melyeknek magassága arányosan, az alaphoz való viszonya pedig egyáltalában *nem* változik az intrauterinalis élet során (l. a 2. képen). Magassága középértékben 24·9%, határértékek 24% (3. hónapban) és 26·6% (4. hónapban). A basiontól való vetületi távol-

sága százalékban kifejezve a korral csökken, 64%-ról 56·9%-ra (l. a 2. táblázatot). Tekintve, hogy az agykoponyai résznek a mediansíkban a nasion a legapicalisabb pontja, e csökkenés az arckoponyai rész fokozott fejlődésével függ össze. A nasion fix helyzetét magasságának állandóságán kívül a P—B—N szög feltűnő állandósága (22°; l. az 1—2. képen) is szemléltető módon bizonyítja. Az agykoponyaalap megtörése, illetőleg felemelkedése (STEHLIN, USSOW) a vizsgált stádiumokon nem volt megállapítható.

A továbbiakban a koponyatető egyes csontjai hosszúsági és szélességi növekedésének ismertetése következik ugyancsak az alap hosszúságához viszonyítva.

A nyakszirtcsont harántoválisa *pars supraoccipitalis*át a 3—4 hónapos korban kétoldalt, az irodalmi adatok alapján eddig nem ismeretes, két, aránylag nagy *fontanella occipitotemporalis* határolja. Medianhossza a B—P alap 17%-a, legnagyobb szélessége 28% ekkor. A 7. hónapban a két fontanella occipitotemporalis kitöltődik, a 8.-ban hossza 27·4%, szélessége pedig 39%. Mindkét irányban tehát egyformán erőteljesen nő. A supraoccipitale fejlődésére jellemző, hogy egyenletes ugyan a növekedése, de gyorsabb az alapénál, mint ez a százalékszámokból is kiderül. A nyakszirtpikkelyen az inion kezdetben alig különül el, az 5. hónapban kezd jobban kiemelkedni és a 6., 7. hónapban teljesen kialakult. A pars supraoccipitalisnak az os interparietaleval való összenövése a 6. hónapban kezd kifejezettebbé válni és — ellentétben az irodalmi adatokkal (USSOW, WILHELM) — a 8. hónapban a kettő határa alig vehető észre.

Az *os interparietale* az előbbivel ellentétben nem mutat oly gyors ütemű fejlődést, mert hosszúsági és szélességi mérete az alappal arányosan nő. A kétoldali falközötti csont általában a 6. hónap folyamán nő össze, bár a sutura interparietalis nyoma sokszor a nyolchónapos fetus koponyáján is feltűnik. A falközötti csontnak fő feladata a keskeny falcsontokkal együtt a fontanella bregmatica kitöltése (a nasalis irányú eltolódásra vonatkozó adatokat l. az Ipe leírásánál).

A *homlokcsont* vetületben kifejezett hosszúsága (Br—N) az embryonalis fejlődés első hat hónapjában némi csökkenést mutat (l. a 4. táblázatot), majd a 7. hónaptól kezdve százalékos aránya

4. táblázat. A homlokcsont haránt- és hosszanti méretei a *B-P* alap százalékában kifejezve.

Tafel 4. Quer- und Längsmasse des Stirnbeins im % ausgedrückt.

Magzati életkor	Endor-bitale	Ector-bitale	Supraor-bitale	Tuber parietale	Br-N v. táv.	Br-So v. táv.	So-N v. táv.
3. hó	41·3	62·5	44·0	58·6	50·0	20·0	30·0
4. «	38·3	60·0	40·0	56·3	49·0	23·4	25·6
5. «	40·0	58·0	40·9	53·3	47·6	23·8	23·8
6. «	39·8	56·0	36·4	52·3	44·0	26·2	17·8
7. «	35·0	53·7	36·2	48·1	44·9	23·1	21·8
8. «	34·0	52·7	33·0	50·0	45·4	23·1	22·3
9. «	36·0	53·2	34·0	47·0	46·2	23·0	23·2

ismét nő. A homlokcsont hosszának relativ csökkenése tulajdonképpen a növekedésnek a jele, ugyanis az alap nasion előtti részének (arcorri rész) erősebb növekedésével a B—N vetületi távolság százalékos aránya csökken (l. a 2. táblázatot). Tehát ha e távolság (B—N) egy része, a nagyobb távolság százalékarányánál a Br—N, kisebb mértékű csökkenést szenved, akkor nyilvánvaló, hogy tulajdonképpen növekedett. A Br—N vetületi távolság két összetevőre: Br—So és So—N részekre bontható, a két rész fejlődése nem egyenlő ütemű, miután a homlokcsont felső vonalának az intrauterinalis élet során bekövetkező alakváltozásával a Br—So részben domborulat, a So—N részen pedig homorulat keletkezik.

A *Br—So rész*, a homlokcsont agykoponyai része, a kezdeti időben tüntet fel nagyobb mértékű növekedést (a 6. hónapig), míg később fejlődésében visszamarad. A bregma- és a supraorbitalepontok vetületének távolságváltozása érzékelteti e folyamatot, a 3. hónaptól a 6. hónapig növekedik (l. a 4. táblázatot), a 7. és 8.-ban csökken. E szakasz tulajdonképpen nagyobb mértékben növekedik, ugyanis később (a 6. hónaptól kezdődően) e helyen domborulat keletkezik. A domborulat nagyságát és alakjának változását a vertex előrefelé való vándorlása is kifejezi (l. a 2. képen).

A *So—N rész*, a homlokcsont arckoponyai része, vetületi távolságban a 6. hónapig fogy, azután ismét növekedni kezd. A háromhónapos magzaton a So—N vetületi távolsága aránylag

nagyobb, az öthónaposon a Br—So és a So—N részek egyenlő nagyok, a 6. hónapban éri el a So—N a legkisebb értéket, majd születésig ismét emelkedik (l. a 4. táblázatot). A homlokcsont e szakaszára az előbbi (Br—So) résszel ellentétben a homorulatképződés jellemző. Az első hat hónapban a végpontok vetületi távolsága csökken, mert homorulat alakul ki (l. a 2. képen). Ennek legmélyebb pontja az endorbitalekat összekötő síkba esik. A 6. hónaptól kezdve a vetületi távolság növekedik, az arckoponyai résznek ettől az időtől kezdődő nagyobb arányú fejlődése és a koponyacsontok pneumatizálódása miatt. Az itt keletkező homlokcsonti öblök a homorulatot kitöltik és így a hosszúsági növekedés kifejezettebb.

A homlokcsont különböző pontjain felvett harántméretek egybevetéséből kitűnik, hogy a homlokcsont harántirányú fejlődése a hosszirányú fejlődéshez viszonyítva lényegesen kisebb mértékű. A kezdetben tehát széles és aránylag rövid homlokcsont a sokkal nagyobb mértékű hosszirányú növekedés következtében «karcsúbbá» válik. Nasocaudalis irányban haladva a homlokcsont elülső része sokkal nagyobbfokú visszamaradást mutat, mint a caudalisabban eső pontok. A két foramen supraorbitalet összekötő egyenes mutatja a legnagyobb fokú elmaradást, utána az ectorbitalék következnek, majd a tuber parietalen aránylag a legcsekélyebb visszamaradást lehet találni (l. a 4. táblázatot). Összegezésül megállapítható tehát, hogy a homlokcsont elülső (arckoponyai) részlete sokkal inkább visszamarad a harántirányú fejlődésben, mint az agykoponyai részlet.

Összefoglalás.

Összefoglalva az eredményeket, megállapítható, hogy a fetalis koponyatetőn arányos és nem arányos növekedésű részletek vannak. Arányos növekedés a profilvonal oralis részén található a supraorbitale és nasion területén, ezzel szemben a medianvonal hátulsó részén a bregma, az interparietale és az inion helyzetváltozásai a B—P alapra vonatkoztatva eltérnek az arányostól mind hosszúsági, mind magassági növekedésükben. A koponyatető csontjainak hosszúsági és szélességi növekedését összehasonlítva ugyancsak

arányos, vagy pedig ettől eltérő növekedést lehet megfigyelni. A falközötti csont egyenletes és az alappal arányos, a nyakszirtpikkely pedig gyorsabb növekedést mutat, míg a homlokcsont hosszanti növekedése gyorsabb az arányosnál, harántirányú növekedése ellenben, különösen nasalis részén, visszamaradt.

Irodalom.

1. Andres: Inaug. Diss. Zürich. 1923.

2. Claus: Anatomischer Anzeiger 39. k. 293—320. o. 1911.

3. Duerst: Vergleichende Untersuchungsmethoden am Skelet bei Säugern. Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden. 7. rész. 2. füzet, 1926.

4. Ellenberger—Baum: Handbuch der vergleichenden Anatomie der Haustiere. 17. kiadás. Berlin. 1932.

5. Hilzheimer: Zeitschrift für Tierzüchtung und Züchtungsbiologie, 12. k. 85—118. o. 1928.

6. Marek: Inaug. Diss. Zürich. 1898.

7. Martin: Lehrbuch der Anatomie der Haustiere. 1. k. Stuttgart, 1912.

8. Martin—Schauder: Lehrbuch der Anatomie der Haustiere. 3. k. 1. rész. Stuttgart. 1934.

9. Nagy: Matematikai és Természettudományi Értesítő. 54. k. 991—1005. o. 1936.

10. Petkoff: Zeitschrift für Anatomie. 92. k. 258—278. o. 1930.

11. Pfuhl: Anatomischer Anzeiger. 59. k. 33—80. o. 1924.

12. Török: Grundzüge einer systematischen Kraniometrie. Stuttgart. 1890.

13. Ussow: archiv für wissenschaftliche und praktische Tierheilkunde. 27. k. 339—394. o. és 28. k. 113—137. o. 1901—1902.

14. Wilhelm: Anatomischer Anzeiger. 59. k. 1—11. o. 1924.

15. Zietzschmann: Lehrbuch der Entwicklungsgeschichte der Haustiere. Berlin. 1924.

16. Zimmermann: Háziállatok anatomiája. 3. kiad. Bpest, 1939.

17. Zimmermann: Fejlődéstan. 2. k. Budapest, 1922.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott üléséből.)

ÜBER FORMBILDUNG DES FETALEN SCHÄDELDACHES.

(Kraniometrische Untersuchungen.)

Von GUSTAV ZIMMERMANN.

Die Form des Gesamtschädels weist mannigfaltige Veränderungen während des Lebens auf. Solche sind bezüglich der postfetalen Entwicklung bereits beschrieben, aber eine Beschreibung der embryonalen, bzw. fetalen Schädelformveränderungen fehlt. Der Zweck der vorliegenden Arbeit ist die Formausbildung des fetalen Schädeldaches an einzelnen charakteristischen Eigenschaften zu schildern, insbesonders das Verhältnis des Höhen-, Längen- und Breitenwachstums zueinander. In diesem Sinne wurde zuerst an Hand von Rekonstruktionen die Veränderungen der Medianebene des Schädels untersucht, wobei das Längen- und Höhenwachstum bestimmt wurde. Es sollte dabei die Höhe der Messpunkte, die Länge der einzelnen Punkte in Projection auf der Basis (zwischen Basion-Prosthion) und weiters der Winkel zwischen der Grundlinie und der Linie zwischen der einzelnen Messpunkte und des Basion berücksichtigt werden.

Mit diesen Verfahren konnte festgestellt werden, dass das *Opisthion* in der Höhe und in der Länge proportional zur Grundlinie wächst. Das *Inion* wächst in die Höhe doppelt schneller, als die Länge der Grundlinie. Das Längenwachstum des Inion ist in der ersten Phase de Entwicklung (d. h. bis zum 6. Monat) mässig caudal gerichtet, dann kehrt es um, um rapid in nasaler Richtung zu ziehen; dabei kommt es verhältnismässig (im % ausgedrückt) näher dem Basion zu liegen, als in der ersten Entwicklungsstadien. Das Vorwärtsdrängen des Inion kann auch sehr anschaulich durch

dem P—B—I Winkel dargestellt werden, der in dieser Zeit ständig abnimmt. Der nasale Endpunkt der *Sutura interparietalis* dringt in die Höhe mit dem Wachstum der Grundlinie proportional, demgegenüber wird ihre Projectionslänge hinter dem Basion ständig geringer, schliesslich kommt sie vor dem Basion zu liegen, was auf ein Vorwärtsdrängen des Interparietale hinweist. Dieser Vorgang kann auch durch Abnahme des P—B—Ipe Winkels veranschaulicht werden. Die Höhe des *Bregmas* nimmt in Verhältnis zur Grundlinienlänge ständig ab. Ebenfalls vermindert sich seine Projectionslänge vom Basion ausgehend auf der Grundlinie gemessen. Die Höhe des *Vertex* wird auch im Verhältnis zur Grundlinienlänge immer geringer und schiebt sich auch (in der Projection) in nasaler Richtung vor. Das *Supraorbitale* (zwischen den beiden Löchern auf der Sagittalnaht gemessen) wächst in die Höhe und auch in die Länge mit der Grundlinie proportionell. Das *Nasion* wächst in die Höhe in gleichem Masse, in die Länge etwas weniger, da der Gesichtsschädel sich im späteren Zeitabschnitten mächtig entwickelt.

Im zweiten Abschnitt der Arbeit wurde der Entwicklungsgang der einzelnen Schädeldachelemente untersucht. Dabei zeigte sich, dass das *Supraoccipitale* sowohl in der Länge, wie auch in der Breite gleichmässig wächst, während das Grundlinienlängenwachstum stärker erscheint. Das *Interparietale* nimmt in der Länge und Breite mit der Grundlinie proportionell zu. Das *Stirnbein* wächst viel schneller in die Länge, als in die Breite, sodass es mehr schlankere Form annimmt.

Zusammenfassend kann hervorgehoben werden, dass am fetalen Schädeldach teils proportionell, teils ungleichmässig wachsende Teile zu unterscheiden sind. Mit dem Grundlinienwachstum gleichmässig ist die Entwicklung der oralen Messpunkte (N—So), während die aboralen Messpunkte (Br—Ipe—I) ungleichmässige Wachstumsvorgänge aufweisen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

CHITON-TANULMÁNYOK.

(4 szövegábrával.)

WAGNER JÁNOS-tól.

Alábbi tanulmányom a magyar királyi vallás- és közoktatásügyi Miniszter Úr Őnagyméltóságának számomra kiutalt anyagi támogatásával készült, és az első magyarnyelvű dolgozat, mely a hazai *Chiton*-félékkel behatóbban foglalkozik. Vizsgálataimat részben a nápolyi zoologiai állomás magyar asztalánál, részben pedig a Quarnerói-öbölben végeztem. Tanulmányutaim során legelsőben is a *Chiton*-félék előfordulási viszonyait tanulmányoztam, mert ezekről még ma is sok téves adatot találunk az irodalomban; e kérdéssel kapcsolatban környezettani tanulmányokat is végeztem és foglalkoztam az állatok mozgásával és táplálkozásával. A Magyar Nemzeti Múzeum gyüjteménye és az irodalom adatai alapján pedig revideáltam, illetve összeállítottam a magyar Adriából eddig ismeretessé vált fajok jegyzékét.

I. Ökologiai tanulmányok.

(Adatok a *Chiton*-félék életmódjához. A *Chiton*ok előfordulása. Környezeti viszonyok. A *Chiton*ok mozgása.)

A *Chiton*-félék a legősibb puhatestű állatokhoz *(Amphineura)* tartoznak. Legnagyobb részük a partközeli tengeri régiókban él, bár mélytengeri alakjaik is vannak. Az Adriában és a Földközitengerben elsősorban a tágabb értelemben vett «parti öv» lakói. Legtöbb fajuk itt fordul elő, azonban a parti öv különböző szinteiben más és más alakok találhatók. Sajnos, a *Chiton*ok előfordulásáról szóló irodalmi adatok ezt eddig nem igen vették figyelembe

és még a legújabb időkben is jelentek meg munkák, melyek egyszerűen «*Chitones*» összefoglaló név alatt emlékeznek meg a partközeli régió fajairól. Ezek az adatok egyáltalában nem helytállók. Saját quarnerói kutatásaim ugyanis arról győztek meg, hogy a parti öv legfelső részében, mely apály alkalmával részben szárazra kerül, kizárólag csak a *Middendorffia caprearum* Sc. nevű faj él. Más *Chiton*-félét ebben a legfelső régióban sehol sem találtam. *A Middendorffia caprearum a mészköves partok jellemző lakója, úgylátszik kizárólag a meszes partokat kedveli, ezekhez kötött.* A Quarnero partjai mentén és Isztriában mindenütt megvan. A Nápolyiöböl vulkáni kőzetből álló szikláin ellenben hiányzik, de a Sorrento félsziget közelében és Capri szigetén megint megtalálható. A közvetlenül a parti színtáj után következő régióban már több *Chiton*-faj él. Itt találjuk a *Chiton olivaceust*, az *Isnochiton Rissoit* és a *Lepidopleurus cajetanust*. Még mélyebb vizekbe hatol le a *Callochiton laevis*, a *Chiton corallinus*, a *Lepidopleurus cancellatus* és az *Acanthochiton*-nem két faja. Jellemző mélytengeri alak a *Hanleya Hanleyi*, melyet azonban az Adriából eddig még biztosan nem mutattak ki.

Mint már föntebb említettük, a mészköves partok legfelső színtájának jellemző *Chiton*ja a *Middendorffia caprearum*. Más faj ebben a felső régióban nem fordul elő. A *Middendorffiák* ott élnek, ahol a hullámok a sziklákat állandóan verik-csapkodják és a part mészköve erősen korrodált, kimart, apró kis üregekkel tarkított. Ezért ez a faj már a partról is gyüjthető. Igaz, hogy nem könnyű dolog rájuk találni és csak hosszabb gyakorlat után ismeri fel a kutató szeme a jól elrejtőzött *Middendorffiák*at. Az állatok gyakran moszatok alá húzódnak meg és állandó tartózkodási helyükön apró kis bemélyedések, nyomok keletkeznek, melyek világos színükkel jól elválnak a sötétebb, algákkal benőtt szikláktól. Ezek a bemélyedések néha centiméternyi mélyek is lehetnek, alakjuk pedig tökéletesen megfelel a benne ülő állat alakjának. Ebből egyrészt az következik, hogy az állat ezeket a vájatokat maga hozza létre, másrészt pedig, hogy minden egyes állatnak megvan a maga saját tartózkodási helye, melybe a táplálék megszerzése után mindig visszatér. Valószínüleg a mészkőben élő *Middendorffiák* is éppúgy marják ki a mészkősziklákat, mint a velük együtt előforduló

Patella-csigák, melyekről ismeretes, hogy lábuk mirigyeinek váladéka savas hatású. Sajnos, a *Chiton*ok mészoldó képességére vonatkozó pontosabb vizsgálatokat eddig még nem végeztek. Visszatérésük otthonukba a táplálék megszerzése után szintén ugyanaz a jelenség, amit a *Patella*-csigák életében is látunk. Hogy mindig ugyanaz az állat tér-e vissza egy bizonyos üregbe, nem biztos, de már csak azért is nagyon valószínű, mivel a *Chiton*ok teste rendszerint pontosan beleillik a vájulatba. Hogy milyen nehézségekbe ütközik néha egy-egy állatot védett üregéből kiemelni, azt csak az tudja, aki már gyüjtött *Chiton*okat. A *Middendorffiák*at legcélszerűbb késsel gyüjteni; az éles pengét az állat talpa alá toljuk és azután óvatosan leválasztjuk, lefejtjük őket a szikláról. Természetesen néha a legnagyobb elővigyázat mellett is megsérülhetnek egyes állatok. Ezek rendszerint csak nagyon rövid ideig élnek és az akváriumban már nem tapadnak meg, hanem rövid idő alatt elpusztulnak. Azonban nemcsak a *Middendorffiák*, hanem a többi *Chiton*-félék is szeretnek üregekbe, mélyedésekbe elrejtőzni. Ezt mindenki tudja, aki már tartott akváriumban ilyen állatokat. Előszeretettel keresik fel az akváriumi edények sarkos mélyedéseit, vagy a vízbe helyezett tárgyak belsejébe húzódnak vissza. Nápolyi tartózkodásom alatt főleg a *Chiton olivaceus*-szal és *Acanthochiton*okkal foglalkoztam. Ezek napközben a lehetőség szerint iparkodtak elrejtőzni. Elrejtőzési igyekezetük már nagy fényérzékenységükből is következik. Egy alkalommal megfigyelhettem, hogy az akváriumba helyezett nagyobb *Pecten jacobeus* nevű kagylófaj egyik üres, homorú teknőjébe három darab *Chiton* (2 *Chiton olivaceus* és 1 *Acanthochiton communis*) rejtőzött el.

A *Chiton*ok napközben rendszerint mozdulatlanul ülnek egyhelyben, éjszaka azonban táplálékszerző útra indulnak. Mivel csak éjjel, illetve főleg csak a sötétben mozognak, nem könnyű őket mászás közben megfigyelni. Mászási gyorsaságukról és megtett útjaik hosszáról eddig még nem voltak pontosabb adatok ismeretesek. Nápolyban sokat kisérleteztem ezirányban a *Chiton olivaceus* nevű fajjal, melynek mozgási gyorsaságát többször is sikerült lemérnem. Egészen pontos adatokat természetesen a technikai nehézségek miatt nem kaphattam, vizsgálataim azonban mégis adtak annyi eredményt, hogy egy fejlett, kb. 3 cm hosszú *Chiton*

olivaceus egyetlen éjszaka a sima üvegfalon néha 150 cm-es utakat is megtett. Más alkalommal ugyanaz az állat csak 70—80 cm-nyi utat tett meg és rendszerint mindig kiindulási helyére tért vissza. Az állatok mozgása különben eléggé lassú, bár az egyes példányok szerint meglehetősen változik a sebesség értéke. Nagy általánosságban ezért csak annyit állapíthattam meg, hogy a kifejlett *Chiton olivaceus*ok egyfolytában, azaz megállás nélkül mászva, egy óra alatt mintegy 25—35 cm-nyi utat tudnak megtenni.

II. A Chiton olivaceus színezetének környezettani jelentősége. A Chitonok táplálkozása. Chitonok és Patellák.

A Nápolyi-öböl leggyakoribb *Chiton*ja a *Chiton olivaceus* SPNGLR. Ez az alakilag annyira állandó faj színezetében olyan rendkívüli módon variál, hogy ha valahol, akkor a *Chiton olivaceus* esetében bizonyára érvényes az a tétel, hogy nincsen két teljesen egyforma színeződésű héj. A színeződésben fontos szerepet játszik a rajzolat is, melynek változékonysága különösen nagyító alatt figyelhető meg jól, s nem csoda, hogy ezen az alapon régebben sok varietást» különböztettek meg. PILSBRY szerint a tarkaházú alakoktól elkülöníthető az egyszínű var. *unicolor* ISSEL, mely egészen ehér, sárgásbarna vagy piros (8, p. 181). Saját vizsgálataim szerint f Nápolyi-öbölben gyüjtött *Chiton olivaceus*ok héjuk színezete, aletve rajzolata alapján a következőképpen voltak megkülönböztethetők:

I. *Világos, olajzöld és szürkés-zöldes héjú állatok.*

(Ide tartoznak az összes világosabb héjú példányok, tehát a kékes-szürkék, szürkék, kékes-zöldek, zöldessárgák, stb. Rajzolatuk sávozott és a különböző lemezdarabok színezete egymástól nem tér el.)

II. *Sötéten színezett héjú állatok* (sötétzöld, barnás vagy feketés színű példányok).

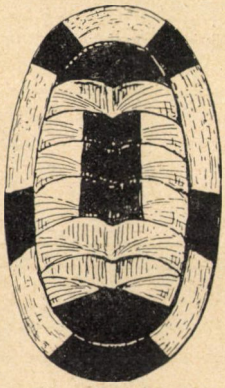
III. *Sötéten tarkázott héjú állatok.*

(Ezeknek az alapszíne ugyancsak zöldes-szürke vagy olajzöld, azonban egyes lemezeik vagy lemezdarabjaik sötétek, miáltal a héj az előbbi «sávozott» típusokkal szemben sötéten foltos, illetve «tarka».)

IV. *Pirosan tarkázott héjú állatok.* (1. ábra.)

(Egyes lemezeik vagy lemezdarabjaik pirosak, vörösek vagy narancssziníűek.)

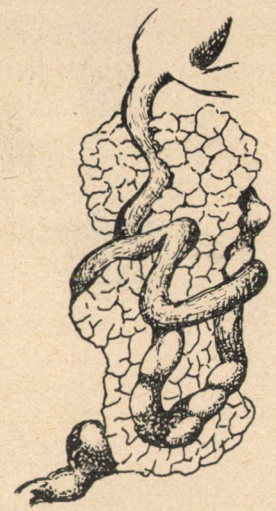
A Nápolyban gyüjtött *Chiton olivaceus*ok megvizsgálása után azt találtam, hogy közülük a legtöbb (mintegy 78%) az első két csoportba tartozik (66% világos és 12% sötétebb színezetű állat). A feltűnőbb, foltozottabb példányok száma lényegesen kisebb (22%), s ezek közül is csak 5%-on volt pirosas színeződés található. Bár ezekhez a vizsgálatokhoz csak a Nápolyban gyüjtött anyag állott rendelkezésemre, talán mégis le szabad vonni belőle azt a következtetést, hogy az *egyszínűnek látszó*, sávozott színruha egyúttal bizonyos fokig védelmi színezet is, mely az állatokat a sziklás partokon szinte láthatatlanná teszi. Hasonló jelenség figyelhető még meg két másik adriai, illetve mediterrán elterjedésű *Chiton*-fajon is, nevezetesen a *Callochiton laevis*en, valamint a *Chiton corallinus*on. Ezeknek a színe az esetek többségében ugyanis piros és rendszerint egészen olyan árnyalatú, mint azoké a mészalgáké (*Peysonellia*-fajok), amelyeken az állatok előszeretettel tartózkodnak. Ezzel szemben az élénkebb s a környezettől elütő, tarkább színek és foltok jobban felhívják az állatokra a figyelmet, s ezért könnyebben áldozatul esnek ellenségeiknek. Éppen Nápolyban állapították meg nemrégen, hogy a *Chiton*ok főellenségei a *Sargus*-halak, melyek e célra alkalmasan módosult fogazatukkal a *Chiton*okat a sziklákról rágják le. Nápolyi megfigyelések szerint főleg a *Sargus sargus*, a *Sargus vulgaris* és a *Sargus annularis* fogyasztják őket. Mivel e fajok elsősorban «szem-állatok», feltehető, hogy az élénkebb színezetű, tarkább héjú példányokat pillantják meg először, s ezért ezek nagyobb számmal esnek a halak áldozatául. Így azután könnyen lehetséges, hogy az egyszínű és kevésbbé feltűnő alakokból már csak ezért is több marad meg mint a tarkákból.



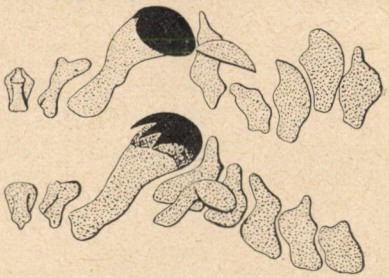
1. ábra.

A legtöbb *Chiton*, mint ismeretes, növényi táplálékot fogyaszt,

mégpedig főleg az apály-dagály öv szikláin tartózkodó zöld algákat, *Florideá*kat, *Fucaceá*kat, *Diatomeá*kat, stb. eszik. Egyes fajok emésztőcsatornájában *Foraminiferák*, korallok maradványai és *Balanus*ok is találhatók. Radulájuk úgy látszik csak felületesen rágja meg a táplálékot, mert belükben nem egyszer nagyobb ételmaradványdarabokat is vizsgáltam. Az általam tanulmányozott fajok közül a *Middendorffia caprearum*nak, valamint az *Acanthochiton*oknak is erős, háromhegyű rágófoguk van (4. ábra), míg a *Chiton olivaceus* rágófogának éle egyszerű, síma (3. ábra). Ezek a különbségek nyilván a különböző életmóddal, illetve táplálékszerzéssel állnak összefüggésben. A *Chiton*ok radulájában



2. ábra.



3. és 4. ábra.

általában csak a második mellékfogon alakul ki rágóél, ez rendszerint sötét feketésbarna színű és igen könnyen leválik a fogról. A radula gyakran tetemes hosszúságot ér el, néha scaknem $^1/_3$-át teszi az állat egész testhosszának. Ez a nagymértékű megnövekedés szintén a *Chiton*ok különleges életkörülményeiben leli magyarázatát. A táplálékmaradványok apró kis tojásalakú rögökben hagyják el az állat testét. A felboncolt *Chiton*ok bele rendszerint tele van ilyen apró bélsár-rögökkel. (2. ábra.) Színük szürke, s ezért jól megkülönböztethetők a sárga bélcsatornában. Nagyjából tojásalakúak és körülbelül egyforma nagyok. Különböző alakú és kiterjedésű szemcsék halmazából állanak.

Az adriai *Chiton*okkal folytatott környezettani vizsgálatok

kapcsán a *Chiton*ok és a velük egy biocönosisban élő meglehetősen ősi szabású *Patella*-csigák között sok szervezetbeli hasonlóságot találunk. Ilyen hasonlóság elsősorban az, hogy testük általában lapított, alacsony és legalább külsőleg kétoldalian szimmetrikusnak látszó. Feltűnő továbbá jellemző lábalakjuk. A láb és a talp széles, vastag tapadókoronggá alakul át, köpenyük pedig körben haladó redőként borítja be a testet. Idegrendszerük jellemző közös sajátságai közül megemlíthetjük, hogy a *Patellák* idegrendszerében is két hosszú pedális idegtörzs alakul ki, ezenfelül azonban még más idegrendszerbeli hasonlóságokat is találunk. Mindkét csoportra nagyon jellemző a rendkívül hosszú radula, mely nyilvánvalóan az állatok életmódjának függvénye. A *Patellák* oesophagusában mindkét oldalon zacskók alakulnak ki, s ezek működésük tekintetében valószínűleg a *Chiton*ok cukormirigyének felelnek meg. Végül még fel kell említenünk, hogy a *Patellák*nak is megvan még mind a két veséjük, igaz ugyan, hogy ezek közül a baloldali már nagyon kicsiny. E feltűnő megegyezések ellenére a két csoport nem áll egymással semmiféle rokonságban. A *Docoglossák* mai ismereteink szerint csavarházú csiga-ősöktől származtak és egyszerűsödtek le mai alakjukra, míg az egészen ősi, primitív szervezetű *Chiton*féléknek semmi közük sincsen a csigákhoz. Feltehető, hogy a *Patellák* sajátos tulajdonságai (a látszólagos kétoldali szimmetria, a különleges tapadóláb, a hosszú radula, stb.) utólagos, másodlagos szerzemények, amelyek a hullámöv-szintáji élethez való alkalmazkodás következtében jöttek létre. Ezért a két csoport látszólagos szervezettségbeli megegyezései nem rokonsági kapcsolatokra utalnak, hanem a konvergencia jelenségének egyik nagyon szemléletes példáját állítják elénk.

III. A magyar Adriában előforduló Chiton-félék rendszeres ismertetése.

A hazai *Chiton*-félék rendszeres összeállítását eddig még nem kísérelte meg senki. MÁTISZ pontosabb termőhelyek nélkül öt fajukat sorolja fel a Quarneróból (7, p. 420—445), az ő adatait azonban nem tekinthetjük teljesen megbízhatóknak. Utána HALLER, (4) CARUS, (1) COEN (3) és mások foglalkoztak az Adria *Chiton*jaival,

a nélkül azonban, hogy különösebb figyelmet fordítottak volna a magyar tengerpart fajainak pontosabb ismertetésére. Legújabban LELOUP és VOLZ tanulmányozták az Adria *Chiton*-faunáját. (6) Az ő gondos vizsgálati adataik, továbbá saját kutatásaim, a Nemzeti Múzeum gyüjteményének anyaga és az irodalom feljegyzései alapján az alábbiakban összeállítottam a magyar tengerből eddig ismert összes fajokat, megjegyezni kívánom azonban, hogy ez az összeállítás még korántsem tekinthető véglegesnek és még nagyon sok gyüjtésre van szükség, hogy csak némiképpen is tiszta képet alkothassunk az adriai *Chiton*-félék elterjedéséről.

A Chiton-félék ismertetése.

Classis: *Loricata.*

A) *Ordo Lepidopleurida.*

I. Genus *Lepidopleurus* RISSO, 1826.

1. *Lepidopleurus cajetanus* POLI.

Isztriából, a Quarneróból és Dalmácia több pontjáról ismeretes. A Nemzeti Múzeum gyüjteményében vannak még példányok a Bretagne partjairól, Sziciliából és a Földközi-tengerből.

2. *Lepidopleurus cancellatus* SOW.

Isztriában és Dalmáciában is előfordul. WAGNER a Quarneróban gyüjtötte. A Nemzeti Múzeum gyüjteményében angliai példányokat is találtam.

II. Genus *Hanleya* GRAY, 1857.

3. *Hanleya Hanleyi* BEAN.

E fajt az irodalom Punte Bianche mellől említi. Azóta sehol sem fogták az Adriában, miért is a fenti adat újabb megerősítésre szorul. A Nemzeti Múzeum gyüjteményében angliai példányait találtam.

B) *Ordo Chitonida.*

III. Genus *Callochiton* GRAY, 1847.

4. *Callochiton laevis* MONT.

A ritkább fajok közé tartozik. Előfordul Isztriában, a Quarneróban, a dalmát partok mentén és a dalmát szigetek partjain.

IV. Genus *Middendorffia* DALL, 1882.

5. *Middendorffia caprearum* SCACCHI.

A mészköves partok ismert lakója. Isztriában, a Quarneróban és Dalmáciában mindenütt gyakori. (Ica, leg. GOZMÁNY, WAGNER, Rovigno és környéke, leg. KOLOSVÁRY). A Nemzeti Múzeum gyüjteményében vannak még példányok Szicilia partjairól, Palermóból, Barcelonából és a Földközi-tengerből.

V. Genus *Isnochiton* GRAY, 1847.

6. *Isnochiton Rissoi* PAYR.

Isztriából és a Quarneróból ismeretes. A ritkább fajok közé tartozik.

VI. Genus *Trachydermon* CARPENTER, 1864.

7. *Trachydermon cinereus* L.

A Quarneróból *Chiton marginatus* néven említi a régebbi irodalom, azonban bizonyító példányai nincsenek meg, s így előfordulása meglehetősen kétséges.

VII. Genus *Chiton* LINNÉ, 1758.

8. *Chiton olivaceus* SPGLR.

Az Adria és a Földközi-tenger egyik leggyakoribb faja, tipikus mediterrán alak», mely Isztriától kezdve Dél-Dalmáciáig mindenütt él. A Nemzeti Múzeum gyüjteményében vannak példányok Isztriából (Rovigno és környéke, leg. KOLOSVÁRY), Castelmuschióból, Veglia szigetéről, Piranóból, Cattaróból, Napoliból (WAGNER), Sziciliából és Alexandriából.

9. *Chiton corallinus* RISSO.

Az irodalom Triesztből, Rovignoból és a dalmát partokról említi. A ritkábban előforduló fajok közé tartozik.

VIII. Genus *Acanthochiton* GRAY, 1821.

10. *Acanthochiton communis* RISSO.

Az Isztriai-félsziget partjai mentén és Dalmáciában egyaránt előfordul. A Nemzeti Múzeum gyüjteményében a következő termőhelyekről találtam példányokat: Rovigno, Castelmuschio, Veglia, Dalmát partvidék, Napoli (WAGNER), Cannes.

11. *Acanthochiton fascicularis* L.

Isztriában és Dalmáciában is előfordul, de valószínűleg sokkal ritkább, mint nagyobbtermetű rokona. Múzeumunk gyüjteményében angliai példányait is találtam.

Összefoglalás.

Szerző fenti dolgozatában az Isztriai-félszigeten és Nápolyban végzett tanulmányainak eredményeit közli. Szerző a legalsóbbrendű puhatestű állatokkal, a páros idegű *Chiton*-félékkel foglalkozott. Ezek elterjedését és előfordulását tanulmányozva, arra a megállapításra jutott, hogy a különböző *Chiton*-félék a parti övben bizonyos meghatározott sorrend szerint helyezkednek el. A mészköves sziklapartok legfelső részét a *Middendorffia caprearum* Sc. nevű faj lakja. Ebben a legfelső régióban rajta kívül más *Chiton*-faj nem él. A *Middendorffia caprearum*, a mészköves partok jellemző alakja magavájta mélyedésekben található, és éppúgy előfordul a Quarneróban és az Isztriai-félsziget más pontjain, mint a Sorrentofélszigeten vagy a sziciliai mészköves partokon. A mélyebb szintájak alakjai közül szerző főleg a *Chiton olivaceus*t és az *Acanthochiton*okat tanulmányozta. Sikerült megfigyelnie a *Chiton olivaceus* mozgását és több ízben lemérte a mozgások sebességét. Színezet- és rajzolattanulmányai alapján annak a feltevésének ad kifejezést, hogy a *Chiton olivaceus* leggyakoribb színeződése bizonyos fokig védő-színezet gyanánt fogható fel, a tarka, élénk mustrázattal szemben, különösen ha tekintetbe vesszük, hogy a *Chiton*okat pusztító *Sargus*-félék elsősorban a szemükkel érzékelnek. A *Chiton*ok táplálkozásának kérdésével foglalkozva szerző több faj raduláját és bélcsatornáját tanulmányozta. A *Chiton*ok radulája a táplálékot csak felületesen rágja meg. A bélcsatorna rendszerint tojásalakú rögöket tartalmaz, melyek különböző alakú és nagyságú szemcsék halmazából állanak. A *Chiton*-félék és a velük egy szintájban élő *Patella*-csigák között rendkívül sok alaktani megegyezés észlelhető. Ezek azonban nem a két csoport rokonságára utalnak, hanem csupán korrelációs megegyezések, mivel a *Patellák* mai szervezetének feltűnő sajátságai valamennyien másodlagos szerzemények, melyek a «hullámverés szintájához» való alkalmazkodás eredményeképpen jöttek létre. Az Adriából az eddigi adatok szerint 11 *Chitonida*-fajt ismerünk, melyek 8 különböző genusba tartoznak. Ezek közül mindössze két faj előfordulása kétes. A többi 9 az Adriaitenger régebben Magyarországhoz tartozott partjai mentén is megtalálható.

Irodalom.

1. Carus, J. W.: Prodromus Faunae Mediterraneae. 2, 1889/1893.

2. Clessin, S.: Chitonidae, in: Martini und Chemnitz Systemat. Conchylienkabinett, 6, 1903.

3. Coen, G.: Nuovo saggio di una sylloge molluscorum adriaticorum. R. Com. Talassogr. Ital. Mem. CCXL, 1937.

4. Haller, B.: Die Organisation der Chitonen der Adria. I, II. Arb. Zoolog. Inst. Wien—Triest, 4, 1882, 5, 1882.

5. Kühnelt, W.: Über Kalklösung durch Landschnecken. Zoolog. Jahrb. Syst. Ökol. 63, 1932.

6. Leloup, E. und Volz, P.: Die Chitonen (Polyplacophoren) der Adria. Thalassia, II, 1938. *(Ebben bőséges további irodalom található.)*

7. Mátisz, J.: A tenger állatvilága. (Fiume és a magyar-horvát tengerpart.) Magyarország vármegyéi és városai.

8. Pilsbry, H.: Polyplacophora in: Tryon, G. W.: Manual of Conchology. 14, 15, 1892—1893.

9. Plate, L.: Die Anatomie und Phylogenie der Chitonen. Zoologisch. Jahrb. Suppl. 5, 1902.

10. Thiele, H.: Revision des Systems der Chitonen. Zoologica, 22, 1909—1910.

11. Thiele, H.: Handbuch der systematischen Weichtierkunde I, 1931.

12. Vatova, A.: Compendio della Flora e Fauna del Mare Adriatico presso Rovigno. R. Com. Talassogr. Ital. Mem. 143, 1926.

13. Weinkauff, H. C.: Die Conchylien des Mittelmeeres, ihre geographische und geologische Verbreitung. II. Cassel, 1868.

Ábramagyarázat. — Erklärung der Abbildungen.

1. ábra. Feltűnő színezetű *Chiton olivaceus*. (A rajzon feketének feltüntetett héjdarabok a valóságban élénkpirosak.)

1. Abbildung. Auffallend gefärbte *Chiton olivaceus*. (Die auf der Abbildung schwarz gezeichneten Schalenstücke sind in der Natur lebhaft rot.) (Napoli, 10. V. 1939.)

2. ábra. A *Chiton olivaceus* bélcsatornájának egy részlete. (Benne jól látszanak a tojásalakú bélsárrögök.)

2. Abbildung. Ein Teil des Darmkanals von *Chiton olivaceus*, mit gut wahrnehmbaren eiförmigen Kotballen. (Napoli, 9. V. 1939.)

3. ábra. A *Chiton olivaceus* radulafogai kissé sematizálva.

3. Abbildung. Radulazähne von *Chiton olivaceus*, etwas schematisiert. (Napoli, 13. V. 1939.)

4. ábra. Az *Acanthochiton communis* radulafogai kissé sematizálva.

4. Abbildung. Radulazähne von *Acanthochiton communis*, etwas schematisiert. (Napoli 15. V. 1939.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. április 15-én tartott üléséből.)

STUDIEN AN CHITONEN.

(Mit 4 Abbildungen im Text.)

Von HANS WAGNER.

Verfasser teilt in der vorliegenden kleinen Arbeit die Ergebnisse seiner Untersuchungen an adriatischen und mittelmeerländischen Chitoniden mit. Er arbeitete faunistisch besonders an den Küsten der Adria (Quarnero), während ein Teil der biologischen Untersuchungen an der Zoolog. Station von Neapel durchgeführt wurde. Das Vorkommen der verschiedenen Arten in ihrem Lebensraum und die weiteren ökologischen Verhältnisse studierte der Verfasser hauptsächlich in Istrien. In den obersten Regionen der aus Kalkstein bestehenden Küsten ist *Middendorffia caprearum* Sc. die charakteristische Leitform der Adria und des Mittelmeeres, die an den Kalk gebunden zu sein scheint. Von den tieferlebenden Formen wurden hauptsächlich *Chiton olivaceus* Splgr. und *Acanthochiton communis* Risso untersucht. Es konnte u. a. die Bewegung (Kriechen) der ersteren Art öfters beobachtet werden und auch ihre Geschwindigkeit wurde mehrmals gemessen. Ausserdem untersuchte Verfasser noch genauer die Färbung und die Zeichnung von *Chiton olivaceus*, und äussert auf Grund dieser Untersuchungen die Meinung, dass die häufigste Färbung dieser Art gewissermassen als «Schutzfärbung» aufgefasst werden kann (gegenüber den bunten, auffallend gefärbten Schalen), besonders wenn in Betracht gezogen wird, dass die *Chiton*-fressenden *Sargus*-Arten in erster Linie «Augen-Tiere» darstellen. Bei den Nahrungsuntersuchungen wurde u. a. auch die Zungenbewaffnung und der Darmkanal einiger Arten eingehend studiert. Im Darmkanal der Tiere konnten oft eiförmige Konkremente beobachtet werden, die von verschieden grossen

und verschieden gestalteten Körnchen zusammengesetzt sind. Im systematischen Teil stellte Verfasser auf Grund der Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums und nach Literaturangaben alle Arten zusammen, die bisher aus dem früher zu Ungarn gehörenden Teil der Adria bekannt geworden sind. Nach den Daten der einschlägigen Literatur leben in der Adria insgesamt 11 Arten, von denen 9 auch an den einstigen ungarischen Küsten vorkommen.

Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. April 1940.)

MAGYARORSZÁG LACHNEÁI.

BÁNHEGYI JÓZSEF-től.

A *Lachnea* génusz a csészegombák *(Discomycetes) Lachneaceae* családjába tartozik. Nevét Fries adta 1823-ban a Systema Mycologicum II. kötetében. A *Peziza* génusz II. seriesét nevezte e néven, egyesítve a szőrös csészegombákat. Ebben a seriesben nemcsak a mai rendszerek *Lachneái*t csoportosította, hanem sok más, teljesen eltérő génuszokat is elhelyezett (*Sarcoscypha, Lachnum, Tapesia* stb.). A mai *Lachneák*kal mindenben megegyező, azonban szőrtelen csészegombákat a *Humaria* tribusba sorolta.

Fuckel (18)[1] 1869-ben, Fries felfogásával homlokegyenest ellenkezően, a szőrös *Pezizák* részére felállította a *Humaria* génuszt, a szőrteleneket pedig az általa felállított *Leucoloma* génuszban egyesítette. Fuckel tehát a *Lachnea* nevet nem használta. Gillet (21) volt az első mykológus, aki a *Lachnea* nevet, mint gombagénuszt használta. 1879-ben megjelent monográfiájában Fries felfogásában közölte a serteszőrökkel borított csészegombákat. Ettől az időtől kezdve ezt a nevet használta Saccardo (52), kivéve a fehér sertéjűeket, melyeket a Cooke (15)-féle *Neottiella* néven írt le a Sylloge Fungorumban. Rehm (50) 1896-ban, nagy *Discomyceta* monográfiájában a *Lachnea* génuszban egyesítette az összes húsos állományú, tönktelen, színtelen és barnaszínű sertékkel borított, elliptikus spórájú csészegombákat, tekintetbe véve a sok átmeneti alakot, amely a színtelen és a barna serték között van. Rehm felfogása elterjedt az egész világon és jelenleg is a leghasználatosabb. A franciák Boudier (10) fajfelfogását követik, aki a Rehm-féle

[1] A szerzők neve után közölt szám az irodalom sorszámára utal.

Lachnea génuszt hét génuszra bontotta fel. Ezek közül többet azonban meglehetősen erőszakoltan különített el, ezért a szétválasztás sem tudományos, sem gyakorlati alapon nem indokolt. Az újabb időben SCHRÖTER, KUNTZE és CLEMENTS vallottak más felfogást és használtak új neveket *(Humariella, Scutellinia, Pelodiscus, Neottiopezis)*.

1928-ban SEAVER (57) amerikai mykológus a *Lachnea* név helyett a *Patella* nevet használja, mert LINNÉ egy virágos növény génuszt *Lachnaea*-nak nevezett el és ezt 1751-ben, a Philosophia Botanicában, valamint 1762-ben a Species Plantarum II. kiadásában *Lachnea*-nak írta. Többi munkájában LINNÉ mindig következetesen *Lachnaeá*nak írta a *Thymelaeaceae* családba tartozó virágos növényt. MAIRE (42) SEAVER nyomán 1937-ben a BOUDIER általi felosztás után megmaradt *Lachnea* génusz elnevezésére a *Mycolachnea* nevet ajánlja. Én a *Lachnea* nevet használom továbbra is, mert LINNÉ a Species Plantarum I. kiadásában a virágos növényt *Lachnaeá*nak írta. Ennek helyes neve tehát a nomenklaturai szabályok szerint *Lachnaea*, ezért a gomba neve lehet *Lachnea*, mert van egy betű különbség a két név között. Különben pedig annyira távol áll a két génusz a rendszerben, hogy félreértésre nem adhat okot a két hasonló név, ami a SEAVER által adott *Patella* névről nem mondható el, mert már létezik egy *Patellea, Patinella* és *Patellaria* gombagénusz. Végső esetben a teljesen meghonosodott *Lachnea* nevet a «nomina conservanda» közé ajánlom felvenni, hogy a különben is eléggé zavaros gombanomenklatura áttekinthető maradjon.

Jelen dolgozatomban REHM génuszfelfogását követem, aki a *Lachnea* génuszt a következőkkel jellemzi: A termőtest szétszórt vagy csoportos, ülő, fiatalon félgömbalakú, majd kereken felnyíló, később csésze- vagy korongalakú. Kívül színtelen vagy barna színű, merev sertékkel borított. Az ascusok 8-spórásak, hengeresek, lekerekített csúcsúak. A spórák egysejtűek, elliptikusak, símák vagy érdesek, egy—több olajcseppel vagy a nélkül. A paraphysisek fonalalakúak, csúcsukon kiszélesednek. Az excipulum parenchymatikus.

Dolgozatomban a történelmi Magyarország területéről 20 fajt illetve varietást közlök, részint saját gyüjtéseim, részint a her-

báriumokban található példányok alapján. Ezek közül egy faj és egy varietás a tudományra új. Azokat az irodalmi adatokat, melyeknek helyességéről az eredeti példányok hiánya miatt nem győződhettem meg, az egyes fajok után, illetve a kétes és nem vizsgált fajok között külön közlöm. A gyüjtők nevét a lelőhelyek után zárójelben adom.

Clavis analytica specierum *Lachnearum* Hungariae:

1*a* Hymeniis albis 2
1*b* Hymeniis nigris, flavis (cremeis) vel rubris (aurantiacis, miniatis) 5
2*a* Apotheciis 1—3 cm diam. 3
2*b* Apotheciis minoribus 4
3*a* Hymeniis levibus ..... *Lachnea hemisphaerica.*
3*b* Hymeniis rugosis ..... *L. hemisphaerica* var. *carbonaria.*
4*a* Sporidiis fusiformibus ..... *L. gregaria.*
4*b* Sporidiis ellipticis ..... *L. Woolhopeia.*
5*a* Hymeniis nigris ..... *L. subatra.*
5*b* Hymeniis flavis (cremeis) vel rubris (aurantiacis, miniatis) 6
6*a* Hymeniis flavis (cremeis) 7
6*b* Hymeniis rubris (aurantiacis, miniatis) 11
7*a* Sporidiis latitudine 12 μ, maioribus, hymeniis cremeis *L. cremea.*
7*b* Sporidiis minoribus, hymeniis flavis 8
8*a* Pilis brunneis 9
8*b* Pilis hyalinis vel pallide-ochraceis 10
9*a* Pilis simplicibus, apotheciis 3—5 mm diam. .. *L. stercorea.*
9*b* Pilis stellato-ramosis, apotheciis 1—2 mm diam. *L. stercorea* var. *gemella*
10*a* Apotheciis extus parce pilosis, pilis inferne valde incrassatis ..... *L. theleboloides.*
10*b* Apotheciis extus dense pilosis, pilis inferne non incrassatis *L. Lojkaeana.*
11*a* Pilis stellato-ramosis ..... *L. calvescens.*
11*b* Pilis simplicibus 12
12*a* Sporidiis guttulis carentibus ..... *L. umbrata.*
12*b* Sporidiis uni- bi- vel pluri-guttulatis 13
13*a* Sporidiis valde verrucosis 14

13*b* Sporidiis levibus vel asperis 15
14*a* Sporidiis longitudine 22 μ maioribus ..... *L. Lusatiae.*
14*b* Sporidiis minoribus ..... *L. pseudotrechispora.*
15*a* Sporidiis levibus 16
15*b* Sporidiis asperis 18
16*a* Sporidiis longitudine 22 μ maioribus (guttulis magnis binis aliisque minoribus instructis) ..... *L. carneo-sanguinea.*
16*b* Sporidiis minoribus 17
17*a* Sporidiis uni- vel bi-guttulatis. Habitat in carbonariis. *L. melaloma.*
17*b* Sporidiis pluriguttulatis. Habitat in lignis ..... *L. setosa.*
18*a* Margine pilis longioribus pallide-ochraceis, membranis tenuibus; basim versus autem pilis brevioribus brunneis, membranis crassis ..... *L. Hrabanovi.*
18*b* Pilis solum brunneis et membranis crassis 19
19*a* Sporidiis 18—22×11—13 μ ..... *L. scutellata.*
19*b* Sporidiis 22—25×13—16 μ ..... *L. umbrorum.*

1. *Lachnea hemisphaerica* (Wigg.) Gill.

Apotheciuma 1—3 cm átmérőjű, korsóalakú, a hymenium szürkés- vagy sárgásfehér. A barnaszínű serték 800—1500 μ hosszúak, hegyesek, alul 14—19 μ szélesek, keresztfalakkal osztottak. A spórák 19—23(—25)×11—13 μ nagyok, két olajcseppel, érdesek.

Erdőkben a földön él, ritkán erősen elkorhadt fatönkön. Budapest: Jánoshegy, Vadaskert, Hűvösvölgy, Csillebérc; Kaposvár: Nádasdi erdő, Aranyosi erdő; Kaposszentjakab; Vértes-hegység: Máriaszakadék, Felsőgalla mellett; Haragistya-tető mellett, Pelsőc és Lekenye között (Bánhegyi); Pozsony: Mühlau, Pötschen, Thebner Kogel (Bäumler); Puszta Vacs: Nagyerdő (Boros); Ivád, *Humaria arenosa* néven; Eperjes, *Humaria brunnea* néven; Eperjes; Sátoraljaújhely; Alsónémeti; Nyíregyháza (Hazslinszky); Nemes Podhrad (Holuby); Kassa: Csermelyvölgy; Nyíregyháza; Eperjes; Selmecbánya; Helyő (Mágocsy-Dietz); Pozsony: Gebirgspark (Michaelis); Letkés: Széppatakpuszta (Moesz); Zebegény (Szepesfalvy); Somogy: Csatornavölgy. — Irodalmi adatok: Pozsony: Kramer (Bäumler, 5, p. 163); Pozsony:

Kupferhammer (SLUBEK, apud BÄUMLER: 5, p. 163); Iglófüred (FILARSZKY apud MOESZ: 45, p. 803); Nagykőrös: Pálfája, Nagyerdő; Pusztavacs; Nyír; Szekszárd: Kisbükk, Bat, Sötétvölgy (HOLLÓS: 24, p. 130 és 25, p. 138); Inovec : Neumühle (HRUBY: 30, p. 1097); Ung megye (LAUDON apud HAZSLINSZKY: 22, p. 265); Folkmári hegy (KALCHBRENNER: 33, p. 269). Mindenfelé közönséges, közelebbi lelőhely nélkül (SCHULZER: 56, p. 136 és 54, p. 62).

A *Lachnea hemisphaerica* közül törlendő: Nemes Podhrad (HAZSLINSZKY) = *Cyathus striatus* (HUDS.) WILLD. és Nemes Podhrad (HOLUBY) = fiatal *Basidiomyceta*.

2. *Lachnea hemisphaerica* var. *carbonaria* BÁNH. n. var.

Ascomate 1·5—4 cm diam., sessili, fasciculato, primo hemisphaerico, dein applanato, irregulariter valde lobato-undulato, hymenio albido-cinereo, valde rugoso, extus pilis brunneo-fulvis, septatis, e cellula basali usque ad 15—20 μ lat. dilatata, sursum sensim attenuatis, apice acutis, 200—600 μ longis, inferne 8—10 μ latis, membranis vix incrassatis; ascis cylindrico-clavatis, octosporis, ad basim attenuatis, 240—270×14—17 μ; paraphysibus simplicibus, filiformibus, septatis (2·7—3 μ lat.), ad apicem incrassatis (5·5—6·5 μ); sporidiis ellipticis, hyalinis, asperulis, guttulis binis magnis, 18·5—21×10·5—12 μ.

Habitat in carbonariis vetustis, in Quercetis. Hungaria media, comit. Fejér, in valle «Sárkánylyukvölgy», pr. pag. Vérteskozma. 6. IX. 1939. Leg. BÁNHEGYI.

Külsőleg teljesen megegyezik a BOUDIER által leírt *Lachnea superans*szal, azonban spórái kisebbek és nem símák, hanem érdesek. A typustól a ráncos hymeniumon és a termőhelyen kívül főkép a rövidebb és ritkábban álló sertékben tér el.

3. *Lachnea gregaria* REHM.

Termőteste 2—5 mm átmérőjű, szürkésfehér hymeniummal. A serték 150—300 μ hosszúak, alul 8—11 μ szélesek, tompás csúcsúak, barnák, keresztfalakkal osztottak. A spórák orsóalakúak, vagyis mindkét csúcsukon hegyesedők, 22—25×9—11 μ nagyságúak, egy nagy olajcseppel.

Korhadó növényi részek között a földön. — Tátra (HAZS-

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

LINSZKY); Orlova (LOJKA). Mindkét példány *Lachnea stercorea* néven szerepelt, HAZSLINSZKY közölte is e néven.

4. *Lachnea Woolhopeia* (COOKE et PHILL.) SACC.

Apotheciuma 3—5 mm átmérőjű, a hymenium szürkésfehér. Kívül barna színű, 100—200×7—11 μ nagyságú, a csúcs felé keskenyedő, rendesen háromsejtű serték borítják. A legalsó sejt igen gyakran kiszélesedik. A rövid serték között néhány hosszú, vékony serte is található. A spórák gömb-elliptikusak, a fiatal spórák között gyakran majdnem szabályos gömbalakút is találunk. 17—19×13·5—15·5 μ nagyságúak. A paraphysisek fonalasak, csúcsukon 7—8 μ szélesek. A spórák 1—2 nagy olajcseppet tartalmaznak.

Az irodalom szerint nedves talajon él, én elhagyott szénégető nedves földjén találtam. Vérteshegység : Sárkánylyukvölgy, Vérteskozma község mellett (BÁNHEGYI).

Szeptember elején nagy számban gyüjtöttem ezt a kis gombát egy elhagyott szénégető melletti kunyhó oldalfalán, melynek deszkából épített oldalát a széntörmelékes földdel borították be. Október közepén még tele volt a fal ezzel a ritka gombával. SEAVER (57) a *Lachnea (Peziza) albo-spadicea* GREV.-el egyesíti, véleményem szerint jogtalanul, mert ez színtelen sertéivel és sokkal keskenyebb (9—11 μ) spóráival lényegesen eltér. SEAVER leírása szerint a spórák 9—12 μ szélesek, valószínű tehát, hogy ő a *L. albo-spadiceát* gyüjtötte. Az általam gyüjtött példányok pontosan megegyeznek BOUDIER (11) leírásával és szép rajzával.

5. *Lachnea subatra* REHM.

A termőtest 3—7 mm széles, a hymenium ibolyás árnyalatú barnás-fekete. Megszáradva fekete. Kívül színtelen vagy világos okkerszínű, 150—230×12—15 μ nagyságú, vékonyfalú, tompacsúcsú, hármasával csomóban elhelyezett sertékkel. Az elliptikus spórák 18·5—21×9—12 μ nagyok, két nagy és több kis olajcseppel.

Elhagyott szénégetőn, a földön. — Budapest : Jánoshegy (BÁNHEGYI). A STARBÄCK (58) által leírt *Lachnea capituligera* a fenti faj synonymja.

6. *Lachnea cremea* BÁNH. n. sp.

Ascomatibus 1—1·8 mm diam., sparsis, primo hemisphaericis, dein applanatis, hymenio albido-cremeo, extus pilis ochraceo-ferrugineis, septatis, acutis (90—130×10—12 μ), margine pilis 2—3-fasciculatis vestitis; ascis cylindrico-clavatis, hyalinis, octosporis, ad basim attenuatis, 210—240×20—22 μ; paraphysibus filiformibus, simplicibus, septatis, 2·5—3 μ latis, ad apicem versus sensim usque ad 4·5 μ lat. incrassatis; sporidiis 18—19×13·5—14·5μ, latissime ellipticis, hyalinis, levibus, guttula centrali magna aliisque minoribus instructis.

Hab. ad terram argillaceam, humidam, nudam in silvis, ad ripas rivuli, prope «Haragistya-tető», inter pagos Pelsőc et Lekenye, comit. Gömör. 25. VIII. 1939. Leg. BÁNHEGYI.

Lachneae Chelkowskianae ROUPPERT (in Bull. Ac. Sc. Cracoviae, 1908. p. 650) proxima, ab ea differt ascomatibus minoribus, ascis maioribus, sporidiis latioribus et colore hymenii; a *Lachnea Torrentis* REHM (Ascom. exs. no. 1724, in Ann. Myc. V. 1907. p. 212) colore hymenii, sporidiis uniguttulatis et multo latioribus, a *Lachnea Woolhopeia* (COOKE et PHILL.) SACC. ascomatibus minoribus, pilis brevioribus, colore hymenii differt.

7. *Lachnea stercorea* (PERS.) GILL.

Sárgaszínű termőteste 3—5 mm átmérőjű, kívül barna, keresztfalakkal osztott, hegyes, 250—500 μ hosszú és alul 16—22 μ széles, egyszerű sertékkel fedett. A spórák 17—20×8—10 μ nagyok, simák és olajcseppnélküliek.

Növényevő állatok trágyáján. — Dobrini havasok (GYŐRFFY). Irodalmi adatok: Szepes megye (HAZSLINSZKY: 22, p. 265); Nyír, Kecskemét mellett (HOLLÓS: 24, p. 130); Észak-Magyarország (SCHULZER: 55, p. 175); Pozsony: Kecskehegy (HAZSLINSZKY apud MÁGOCSY-DIETZ: 41, p. 62).

Nem *Lachnea stercorea:* Tátra (HAZSLINSZKY) és Orlova (LOJKA). Mindkettő *Lachnea gregaria* REHM. HAZSLINSZKY (22) azt írja, hogy állítólag Pozsony megyében is nő (ENDLICHER). Ez a gomba, ENDLICHER leírása szerint, az *Ascobolus stercorarius* (BULL.) SCHRÖT. ENDLICHER (16, p. 46) közli a *Peziza stercoraria* BULL.

nevet, mint synonymát és ezt tévesztette össze HAZSLINSZKY a *Lachnea stercoreá*val.

8. *Lachnea stercorea* var. *gemella* KARST.

Aranysárga apotheciuma 1—2 mm átmérőjű, kívül barna színű, keresztfalakkal osztott egyszerű és ezenkívül csillagalakban elágazó sertékkel borított. A spórák alakja és nagysága megegyezik a typuséval.

Növényevő állatok trágyáján. — Pop Iván: menedékház mellett (BÁNHEGYI). — Irodalmi adat: Kriván: Háromforrás (HUSZ: 31, p. 100).

Úgy a tőalakot, mint ennek *gemella* változatát az egyes szerzők mind másképpen értelmezik. Én REHM felfogásához csatlakoztam, aki a fenti bélyegek alapján különbözteti meg a typust és a változatot. BOUDIER (11) és SEAVER (57) a *Lachnea stercoreát* is csillagszőrökkel említi. VELENOVSKY (59) pedig a *Lachnea stercoreát* egyesíti a *Lachnea theleboloides* (ALB. et SCHW.) GILL.-el és a csillagszőrökkel borítottat *Lachnea gemella* néven külön fajnak tekinti. A *Lachnea theleboloides* azonban színtelen sertéivel teljesen eltér a barna sertéjű *Lachnea stercoreától*.

9. *Lachnea theleboloides* (ALB. et SCHW.) GILL.

2—5 mm átmérőjű, okkersárga termőtestét kívül 100—250 μ hosszú, alul erősen kiszélesedő, ritkán álló, színtelen vagy gyengén sárgás serték fedik. A spórák simák, olajcseppnélküliek, 17—21×9—10·5 μ nagyok.

Trágyán és erősen trágyázott talajon. — Rozsnyó: Aranyvölgy, tehéntrágyán (BÁNHEGYI); Rákosfalva, trágyázott talajon (KOSZILKOV); ez utóbbi a Flora Hungarica exs. 508. számaként jelent meg *Humaria subhirsuta* (SCHUM.) KARST. néven. — Irodalmi adatok: Pozsony: Pölnweg (BÄUMLER: 5, p. 164); Eperjes; Szepesolaszi; Igló (HAZSLINSZKY: 22, p. 266. *Humaria subhirsuta* néven és p. 264. *Humaria theleboloides* néven); Szepesolaszi, trágyázott földön; Olcnó: Vapenec-völgy, tehéntrágyán (KALCHBRENNER: 32, p. 237 *P. theleboloides* és p. 236 *P. subhirsuta* néven); Ponor-Ohába és Malomvíz, Hunyad megye (LOJKA apud REHM: 42, p. 1 és 2 *Humaria theleboloides* és *H. theleboloides* var. *rubra* néven).

SEAVER (57) nyomán egyesítem a *Humaria subhirsuta* (SCHUM.) KARST.-t a *Lachnea theleboloides* (ALB. et SCHW.) GILL.-el. A két faj azonosságát már BOUDIER (10) is észrevette, mikor a következőket írja: «Cette espèce *(Ch. subhirsuta)* n'est probablement qu'une forme plus développée de theleboloides.»

10. *Lachnea Lojkaeana* REHM.

3—5 mm széles, barnás-sárga apotheciumát kívül 100—240 μ hosszú, 4—6 μ széles, keresztfalnélküli vagy 1—2 keresztfallal osztott, alul világossárga, a csúcs felé színtelen, vékonyfalú serték borítják. Közben 30—50 μ hosszú, 7—9 μ széles, tompacsúcsú, sárgás színű serték is vannak. A spórák 14—16×9—9·5 μ nagyok, símák, olajcseppnélküliek.

Elhagyott szénégető szélén, agyagos talajon. — Vértes-hegység: Macskabükk, Felsőgalla mellett (BÁNHEGYI).

SEAVER (57) egyesíti a *Lachnea theleboloides* (ALB. et SCHW.) GILL.-el. Kétségtelen, hogy közeli rokonságban van a két faj, azonban sűrűbben álló és alul ki nem szélesedő sertéivel eltér a *Lachnea theleboloidestől*.

11. *Lachnea calvescens* (BOUD.) SACC. et TROTT.

(Syn.: *Lachnea lutea* MOESZ, Gombák a Száva partjáról, in Bot. Közl. XV. 1916. p. 82 c. ic.; *Lachnea (Cheilymenia) furcifera* HÖHNEL, Fragmente zur Mykologie. XIX. Mitt., Nr. 1001 bis 1030, in Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-Naturw. Klasse. CXXVI. 1917. p. 58 (340); *Lachnea superba* VELENOVSKY, Monogr. Disc. Boh. I. 1934. p. 305.)

2—3 mm átmérőjű, narancsveres termőtestét ritkán álló, 80—250 μ hosszú és 8—13 μ széles, tompacsúcsú, okkersárga színű egyszerű és ezenkívül rövidebb, 2—4-ágú csillagszőrök borítják. A spórák 15·8—18·5×8—9 μ nagyok, finoman érdesek, olajcseppnélküliek.

Agyagos, csupasz talajon, utak szélén. — Pilisszántó (BÁNHEGYI); Eperjes (HAZSLINSZKY, *Humaria hirta* néven); Kupinovo: Jaszenszka-erdő, Horvátország (MOESZ, *Lachnea lutea* n. sp. néven, 43, p. 82).

Magyarország területéről először MOESZ (43) közölte *Lachnea*

lutea n. sp. néven. A spórákat 11—14×7—9 μ nagyoknak írta, azonban az eredeti példányok megvizsgálásakor kiderült, hogy fiatal példányokat vizsgálhatott, mert a jól kifejlett, érdes spórák 15·8—18·5 μ hosszúak, a fiatal, fejletlen spórák természetesen kisebbek. A részletes leírás után közölt rokon fajok tárgyalásából kiderül, hogy a BOUDIER (11) által leírt *Cheilymenia calvescens*t is figyelembe vette, azonban BOUDIER leírása több helyen nem egyezett meg a horvátországi példánnyal. BOUDIER nem említi a csillagszőröket, a spórákat 19—20×9—10 μ nagyoknak és a paraphysisek csúcsát 10—13 μ vastagoknak írja. Ezeknek a különbségeknek az alapján MOESZ természetesen új fajnak írta le a fenti gombát.

MOESZ dolgozatát nem ismerve írta le 1917-ben HÖHNEL (27) Ausztriából a *Lachnea furciferá*t. A részletes leírásból biztosan kiderül, hogy ez a *Lachnea luteá*val megegyezik. Úgy MOESZ, mint HÖHNEL agyagos, csupasz talajról közlik gombáikat, én hasonlóképpen agyagos talajú út szélén gyüjtöttem. A pilisszántói példányokat az eltérések ellenére is *Lachnea calvescens* néven közöltem (4), megemlítve, hogy az általam gyüjtött példányok kissé eltérnek BOUDIER leírásától. Hogy a három fenti gomba azonosságáról kétségtelenül meggyőződjem, a Francia Nemzeti Múzeum Növénytárához fordultam, hogy BOUDIER eredeti példányát vizsgálatra elkérjem. Mivel az eredeti példány már nincs meg, ezért Mme M. LE GAL szívességéből egy olyan *Lachnea calvescens* példányt kaptam, melynek cédulájáu jelezve volt, hogy ezt a példányt BOUDIER látta. Ennek a megvizsgálása után kiderült, hogy BOUDIER eredeti leírása javításra szorul, mert a termőtest külső felületét nemcsak egyszerű, hanem csillagszőrök is borítják, a spórák nem 19—20×9—10 μ, hanem 15·8—18·5×8—9 μ nagyok, a paraphysisek csúcsa nem 10—13 μ széles, hanem csak 5—8 μ és jódtól nem kékül meg. Ezek alapján biztosan állítható, hogy a *Lachnea lutea*, *furcifera* és a *calvescens* ugyanaz a gomba. VELENOVSKY *Lachnea superbá*ját nem tudtam megszerezni, azonban az eltérések ellenére is *Lachnea calvescens*nek tartom. VELENOVSKY maga írja: «*Lachnea calvescens* BOUD. erit affinis, sed hymenium dicitur aurantio-rubrum.» Szerinte a hymenium «igneo-coccinea». A hymenium színe azonban változik, a friss példányok élénk narancsvörös színűek, ritkán vörösek.

12. *Lachnea umbrata* (Fr.) Phill.

3—8 mm átmérőjű, vörösszínű termőtestét 200—300 μ hosszú, halványbarna serték borítják. Elliptikus spórái 15—16×8 μ nagyok, símafalúak, olajcseppnélküliek.

Nedves talajon, rendesen iszapos agyagon. — Csobánka: a Kiskevélyi barlang talaján (Gyelnik). — Irodalmi adatok: Magas Tátra: Fekete víz (Filarszky és Moesz apud Moesz: 45, p. 803); Budapest: Füvészkert (Mágocsy-Dietz: 41, p. 62).

Nem *Lachnea umbrata:* Antalóc (Laudon) = *Lachnea umbrorum;* Eperjes (Hazslinszky) = nem *Lachnea.*

13. *Lachnea Lusatiae* (Cooke) Sacc.

Az apothecium 4—5 mm átmérőjű, vörösszínű. A serték 400—450 μ hosszúak, 26—32 μ szélesek, igen vastag (8 μ) falúak, rendesen S alakban görbültek, kevés és igen vékonyfalú keresztfallal. 22—24×11—13 μ nagyságú spóráit nagy, kerek szemölcsök borítják.

Korhadó fán. — Kassa: Csermelyvölgy (Bánhegyi); Igló, *Peziza scutellata* néven (Hazslinszky).

S alakban görbült sertéivel és nagy szemölcsökkel borított spóráival minden *Lachneától* könnyen megkülönböztethető. Velenovsky (59) a spórákat 27—30 μ, Cooke (15) pedig 25×15 μ nagyoknak írja.

14. *Lachnea pseudotrechispora* (Schröt.) Rehm.

4—8 mm átmérőjű, vörösszínű termőtestét ritkán álló 240—300 μ hosszú, 18—24 μ széles, barnaszínű, hegyes, keresztfalakkal osztott serték fedik. A spórák durván szemölcsösek, 16—20×13—14 μ nagyságúak.

Nedves, csupasz földön. — Kupinovo: Jaszenszka erdő, Horvátország (Moesz).

Moesz (43, p. 84) 1916-ban közölte ezt a ritka gombát *Lachnea miniata* néven, azonban Höhnel (29) vizsgálatai szerint sem a *Lachnea miniatának,* sem az általa (26) leírt *Lachnea Boudierinek* nincsenek barna, merev sertéi, mint a kupinovói példányoknak. Ezért ez a gomba csak a Schröter által leírt *Lachnea pseudotrechispora* lehet.

15. *Lachnea carneo-sanguinea* (Fuck.) Phill.

3—5 mm átmérőjű, húsvörösszínű termőtestét 100—170 μ hosszú, vékonyfalú, alul barna, a csúcs felé majdnem színtelen, tompacsúcsú serték borítják. Az elliptikus spórák 24—26×12—13 μ nagyságúak, símafalúak, egy vagy két nagy és több kis olajcseppel.

Kiszáradt mocsár iszapos talaján. — Pozsony (Sabransky); Pozsony: Mühlau (Bäumler).

16. *Lachnea melaloma* (Alb. et Schw.) Sacc.

2—4 mm átmérőjű, barnásvörös termőtestét igen rövid, 60—70 μ hosszú, hajlékony, nem merev serteszerű képletek borítják. Az orsószerűen keskenyedő csúcsú, elliptikus spórák 17—21×8—9 μ nagyságúak, 1 vagy 2 olajcseppel.

Elhagyott szénégetőn. — Tátra, in Rehm: Asc. exs. 715 (Linhart).

Nem *Lachnea melaloma:* Szepesolaszi, in Rabenhorst, Fungi eur. 723 (Kalchbrenner). Ez a gomba teljesen sertenélküli és spórái is kisebbek, 15—18×7—8 μ nagyságúak; Eperjes (Hazslinszky) = *Geopyxis cupularis* (L.) Sacc.; Budapest: Füvészkert (Mágocsy-Dietz, *Lachnea melaloma β convexum* néven) = *Plicaria;* Eperjes (Hazslinszky, *Lachnea melaloma* var. *eriectorum* néven) = *Geopyxis cupularis* (L.) Sacc.

A *Lachnea melaloma, intermixta* és a *Humaria euchroa* igen közeli rokonok. Az irodalomban a legnagyobb zavar uralkodik e három faj elhatárolásában. A legelőször leírt faj ezek közül a *Lachnea melaloma*, azonban Albertini és Schweinitz nem említik a spórák nagyságát. A másik két fajt Karsten írta le. Rehm nagy monográfiájában csak a *Lachnea melalomát* és az *intermixtát* vette fel, a *Humaria euchroát* nem említi. A leírás szerint van is különbség a két faj között, azonban ezek alapján nem lehet elválasztani a két fajt. Hogy Rehm sem volt tisztában a helyzettel, azt legjobban az bizonyítja, hogy sem a maga, sem a mások által kiadott exsiccata példányokat monográfiájában nem közölte egységesen leírásának megfelelően. Seaver (57) a *Lachnea melalomát* és az *intermixtát* egyesítette. Velenovsky (59) mind a hármat megtartotta, azonban az általa közölt *Lachnea intermixta* és a *Humaria*

euchroa között különbséget tenni nem lehet. Mindkettőt kopasznak írta le, csak a paraphysisek vastagsága között lenne különbség. Ez azonban még faji bélyegnek sem elegendő, nem hogy ezen az alapon külön génuszba is kerüljön a két állítólagos faj. A *Humaria* és a *Lachnea* génuszok között a különbség az, hogy a *Lachneát* kívül serték borítják, a *Humaria* pedig kopasz. Ezen az alapon a VELENOVSKY-féle kopasz *Lachnea intermixta* és a KARSTEN által is kopasznak jelzett *Humaria euchroa* csak a *Humariák* közé sorolható és nem lehet az egyiket a *Lachneák*hoz, a másikat a *Humariák*hoz beosztani. Egészen bizonyos, hogy e három faj leírásában tévedés van, ezért nem lehet a kérdést csak a diagnózisok alapján eldönteni. E három faj valódi helyzetét a rendszerben csak az eredeti példányok revideálása oldhatja meg. Mivel az eredeti példányokat nem tudtam megszerezni, ezért végleges választ nem tudok adni. A különféle exsiccaták és az általam gyüjtött példányok alapján két typust tudtam megkülönböztetni. Az egyiket az orsóalakúan keskenyedő csúcsú spórák és a rövid serték jellemzik. Ezt tartom a *Lachnea melalomá*nak. A másik typus jellemző sajátságai a kopasz apothecium és a lekerekített csúcsú spórák. Ez a *Humaria euchroa*. Ez utóbbi typus sokkal gyakoribb Magyarországon, mint az előbbi. Az összes általam gyüjtött példányok ide tartoznak a kopasz termőtestűek közé. A serték hiánya miatt nem sorolhatjuk a *Lachneák* közé, hanem a *Humariák*hoz.

17. *Lachnea setosa* (NEES) PHILL.

3—5 mm átmérőjű, barnásvörös, néha bőrbarna színű termőtestét 1200—1500 μ hosszú, vastagfalú, barna, hegyes serték borítják. A spórák 16·5—18·5 × 11—13 μ nagyok, rendesen símák, ritkán kissé érdesek, olajcseppekkel teltek.

Korhadó fán. — Vértes-hegység: Sárkánylyukvölgy; Tereszteny ei völgy, Pelsőc mellett; Budapest: Vadaskert és Hűvösvölgy (BÁNHEGYI); Egerbakta (BOROS); Ivádi erdő; Sóvár (HAZSLINSZKY); Kaposvár: Kislaki erdő (LOJKA, *Peziza umbrosa* néven); Vihorlát; Diósgyőr (MÁGOCSY-DIETZ); Letkés: Széppatak-puszta (MOESZ); Budapest: Hűvösvölgy (SZEMERE); Kecskemét: Bugac (SZURÁK); Szentgyörgy, Pozsony mellett (ZAHLBRUCKNER). MOESZ példányán

kívül a többi mind *Lachnea scutellata* néven szerepelt a gyüjteményekben. — Irodalmi adat: Balázsfalva (BARTH: 2, p. 125).

Nem *Lachnea setosa:* Eperjes (HAZSLINSZKY) = *Sphaerospora trechispora* (B. et BR.) SACC.; Hosszúaszó Erdélyben, in THÜMEN: Fungi austriaci exs. 1013 (BARTH) = *Lachnea scutellata.*

18. *Lachnea Hrabanovi* VEL.

2—4 mm átmérőjű, vörösszínű termőtestét a peremen 400—500 μ hosszú, vékonyfalú, világos-okker színű serték fedik, lejjebb 150—250 μ hosszú, sötétbarna, vastagfalú serték vannak. Érdes spórái 20—23×14—15 μ nagyok, 1—2 nagy olajcseppel.

Korhadó fán. — Szeged: Tiszapart (BÁNHEGYI); Eperjes; Tátra (HAZSLINSZKY). A HAZSLINSZKY által gyüjtött gombák *Lachnea scutellatá*nak voltak meghatározva.

VELENOVSKY 1934-ben írta le ezt a *Lachneá*t. A magyarországi példányok eltérnek az eredeti leírástól, mert a spórák nagyobbak és csak kissé érdesek. VELENOVSKY szerint: «Sp. 18—20, subglobosae, grosse verrucosae.»

19. *Lachnea scutellata* (L.) GILL.

(Syn.: *Lachnea hirta* (SCHUM.) GILL.)

3—10, kivételesen 18 mm átmérőjű, vérvörösszínű termőtestét 600—1000 μ hosszú, barnaszínű, vastagfalu, keresztfalakkal osztott, hegyes serték borítják. A spórák 19—22×11—13 μ nagyságúak, érdesek.

Korhadó fán és nedves földön. — Hosszúaszó, in THÜMEN: Fungi austriaci exs. 1013, *Lachnea setosa* néven (BARTH); Kőszeg: Tátravölgy; Kassa: Ottilia menedékház mellett; Rozsnyó: Aranyvölgy; Zebegény: Malompatak völgye; Budapest: Hűvösvölgy; Dobogókő, Pilisszentkereszt mellett (BÁNHEGYI); Pozsony (BÄUMLER); Pozsony: Szentgyörgy (BOLLA); Prencsfalu; Zanoga-havas (HAZSLINSZKY); Prencsfalu (KMET); Salgótarján; Karancs; Vihorlát; Ungvár, *Humaria livida* néven; Batizfalu (MÁGÓCSY-DIETZ); Budapest: Paedagogium (MOESZ); Nemes Podhrad (HOLUBY), csak a Nemzeti Múzeum herbáriumában levő példány *Lachnea scutellata.* A budapesti egyetemi növényrendszertani intézet her-

báriumában ugyanerről a helyről, ugyanazon a napon ugyancsak HOLUBY által gyüjtött példány *Lachnea umbrorum*. — Irodalmi adatok: *Lachnea scutellata* néven: Iglófüred (FILARSZKY apud MOESZ: 45. p. 803); Tátrafüred (FILARSZKY és MOESZ apud MOESZ: 45, p. 803); Nagycsür és Fenyőfalva Szeben megyében (FUSS: 19, p. 471); Lunkány és Várhely (HAZSLINSZKY: 22*a*, p. 59); Szekszárd: Kisbükk, Sötétvölgy; Kecskemét: Műkert; Nyír; Szikra-Alpár; Nagykőrös: Mintakert; Cegléd; Pusztavacs (HOLLÓS: 25, p. 138 és 24, p. 130); Kriván (HUSZ: 31, p. 100); Szepesség (KALCHBRENNER: 32, p. 237); Pozsony: Gemsenberg (KITAIBEL apud MOESZ: 44, p. 145); Pozsony: Bruckau (LUMNITZER: 40, p. 531, ENDLICHER: 16, p. 47 és BOLLA: 7, p. 64); mindenfelé, közelebbi lelőhely nélkül (SCHULZER: 56, p. 136 és 54, p. 62); Detrefalva (SZEPESFALVY apud MOESZ: 45, p. 803); *Lachnea hirta* néven: Szekszárd: Sötétvölgy (HOLLÓS: 25, p. 138); Inovec (HRUBY: 30, p. 1097); Alsótátrafüred (HUSZ: 31, p. 100); Szepesség (KALCHBRENNER: 33, p. 269).

Nem *Lachnea scutellata:* Pozsony (BÄUMLER) = *L. umbrorum;* Egerbakta (BOROS) = *L. setosa;* Ivádi erdő; Sóvár (HAZSLINSZKY) = *L. setosa;* Eperjes; Tátra (HAZSLINSZKY) = *L. Hrabanovi;* Igló (HAZSLINSZKY) = *L. Lusatiae;* Eperjes; Tátra (HAZSLINSZKY) = *L. umbrorum;* Eperjes, Vízzáró-völgy (HAZSLINSZKY) = *L. calvescens;* Nemes Podhrad (HOLUBY) = *L. umbrorum;* Budapest (SZEMERE) = *L. setosa;* Kecskemét (SZURÁK) = *L. setosa;* Pozsony: Szentgyörgy (ZAHLBRUCKNER) = *L. setosa;* Ruszkahavas (HAZSLINSZKY) = vizsgálatra alkalmatlan, kevés.

VELENOVSKY (59) és HÖHNEL (28) nyomán egyesítem a *Lachnea hirtát* a *L. scutellatával.* REHM (50) ugyan külön tárgyalja a két fajt, azonban megjegyzi, hogy nem tudott más különbséget találni a két faj között, mint azt, hogy a *L. hirta* apotheciuma száraz állapotban jobban behajlik, mint a *L. scutellatáé.* Ez könnyen megmagyarázható, mert a nedves földön élő REHM-féle *L. hirta* termőtestének széle száradáskor jobban behajolhat, mint a REHM szerint fán élő *L. scutellata* termőtestének a pereme. A kétféle termőhely alapján sem lehet különválasztani a két fajt, mert többször találtam patakparti nedves földön és ugyanott nedves fán teljesen megegyező példányokat, melyek közül egyesek félig

a földön, félig a fán voltak. M. Le Gal (36) szerint a két faj között az a különbség, hogy a *Lachnea hirta* spórái érdesebbek a *Lachnea scutellata* spóráinál. Egyébként azt is megjegyzi, hogy a *Lachnea hirtát* a *Lachnea scutellata* egy formájának lehet tekinteni. A *Lachnea scutellata* igen közeli rokonságban van a *Lachnea setosával* és sok tekintetben rokon a *Lachnea umbrorum*mal is. Ez az oka a régebbi szerzők sok téves határozásának.

20. *Lachnea umbrorum* (Fr.) Gill.

3—7 mm átmérőjű, vörösszínű termőtestét 240—260 (ritkábban 400) μ hosszú, barnaszínű, vastagfalú, hegyes serték borítják. Spórái 22—25×13·5—16 μ nagyok, olajcseppekkel teltek, érdesek.

Nedves földön, főképpen patakparti iszapon és nedves fán. — Budapest: Hűvösvölgy; Vértes-hegység: Máriaszakadék; Zebegény: Malompatak völgye; Rozsnyó: Aranyvölgy (Bánhegyi); Pozsony (Bäumler); Igló, *Niptera circularis* n. sp. néven; Eperjes és Tátra, *Peziza scutellata* néven; Eperjes, *Lachnea setosa* néven (Hazslinszky); Nemes Podhrad, *Peziza scutellata* néven (Holuby); Antalóc, *Humaria umbrata* néven (Laudon). — Irodalmi adatok: Baláta-tó (Boros: 8, p. 20); Herkulesfürdő: Domugled (Bubák: 12, p. 33); Magas-Tátra: Kistarpataki Öttó (Filarszky apud Moesz: 45, p. 803); Cegléd; Nagykőrös (Hollós: 24, p. 130); Kaposvár (Lojka apud Rehm: 49. p. 2).

Kétes és nem vizsgált fajok:

Lachnea albo-spadicea (Grev.) Sacc. — Stájerlak, Krassó-Szörény megye (Hollós: 23, p. 19). Seaver (57) ezt a fajt a *Lachnea Woolhopeia* (Cooke et Phill.) Sacc.-al egyesítette.

Lachnea coprinaria (Cooke) Sacc. — Eperjes; Sumjác; Kaposvár; Ponor-Ohába (Lojka apud Rehm: 49, p. 1); Erdély (Rehm: 50, p. 1055).

Lachnea Hystrix (Saut.) Sacc. — Kárpátok (Pilát apud Velenovsky: 59, p. 306).

Lachnea Hystrix var. *carpathica* Vel. — Kárpátok (Pilát apud Velenovsky: 5,9 p. 306).

Lachnea acerina Vel. — Kárpátok (Pilát apud Velenovsky:

59, p. 306). E három utóbbi *Lachnea* igen közel áll a *Lachnea setosához*.

Lachnea Hazslinszkia (COOKE) SACC. — Magyarország (HAZSLINSZKY apud COOKE: 15, p. 238) és Salgói erdő, Sáros megye (HAZSLINSZKY: 22, p. 266).

COOKE írta le ezt a gombát a fent idézett helyen *Peziza (Sarcoscypha) Hazslinszkia* néven magyarországi példány alapján. A HAZSLINSZKY gyüjteményében e néven szereplő gomba vizsgálatra alkalmatlan, mert fiatal, spóranélküli példányokból áll. A rövid, barnaszínű serték jól láthatók.

Lachnea intermixta (KARST.) REHM. — Szekszárd: Sötétvölgy (HOLLÓS: 25, p. 138).

Lachnea miniata (FUCK.) SACC. — Eperjes (HAZSLINSZKY: 22, p. 266) = *Plicaria*.

Lachnea vitellina (PERS.) PHILL. — Diósgyőr (MÁGOCSY-DIETZ: 41, p. 62); Magyarország (LOJKA apud REHM: 50, p. 1062); Szekszárd: Remete-Kápolna, Bati erdő (HOLLÓS: 25, p. 138).

Munkám végén hálás köszönetet mondok a Magyar Tudományos Akadémiának azért az anyagi támogatásért, amellyel lehetővé tette azt, hogy munkámat a wieni döntéssel Hazánkhoz visszacsatolt Felvidékre is kiterjeszthettem.

Irodalom.

1. ALBERTINI, J. B. et SCHWEINIZ, L. D.: Conspectus fungorum in Lusatiae superioris agro Niskiensi crescentium. 1805.

2. BARTH, J.: Systematische Verzeichnis derjenigen Pflanzen, welche der Gefertigte auf mehreren Excursionen in Siebenbürgen im Jahre 1876 gesammelt hat. (In Archiv d. Ver. f. siebenb. Landeskunde. N. Folge. XV. 1880.)

3. BÁNHEGYI J.: Budapest környékének Discomycetái. (In Index Horti Bot. Univ. Budapestinensis. III. 1937.)

4. BÁNHEGYI, J.: Contributions à la connaissance des Discomycètes des environs de Budapest. (In Borbásia. I. 3—7. 1939.)

5. BÄUMLER, J. A.: Beiträge zur Cryptogamen-Flora des Pressburger Comitates. III. Heft. (In Verhandl. d. Vereins f. Natur- u. Heilkunde in Pressburg 1897.)

6. BÄUMLER, J. A.: U. a. IV. Heft. u. ott 1902.

7. BOLLA, J.: Die Pilze der Pressburger Flora. (In Verhandl. d. Vereins f. Naturkunde zu Pressburg. II. 1857.)

8. Boros, Á.: Magyar láptanulmányok II. (In Magy. Bot. Lapok. XXII. 1924.)

9. Boudier, É.: Nouvelle classification naturelle des Discomycètes charnus. (In Bull. Soc. Myc. France. I. 1885.)

10. Boudier, É.: Histoire et Classification des Discomycètès d'Europe. 1907.

11. Boudier, É.: Icones Mycologicae ou Iconographie des champignons de France principalement Discomycètes. 1905—1910.

12. Bubák, F.: Ein Beitrag zur Pilzflora von Ungarn. (In Beiblatt z. d. «Növ. Közl.» VI. 1907.)

13. Clements, F. E.: New Species of Fungi. (In Bot. Surv. Nebr. V. 1901.)

14. Clements, F. E.: Nova Ascomycetum Genera. (In Bull. Torr. Bot. Club. XXX. 1903.)

15. Cooke, M. C.: Mycographia seu Icones Fungorum. 1875.

16. Endlicher, I.: Flora Posoniensis. 1830.

17. Fries, E. M.: Systema Mycologicum. I—III. 1821—32.

18. Fuckel, L.: Symbolae mycologicae. Beiträge zur Kenntnis der rheinischen Pilze. (In Jahrb. d. Nassauischen Ver. f. Naturk. XXIII. u. XXIV. 1869—70.)

19. Fuss, M.: Systematische Aufzählung der in Siebenbürgen angegebenen Cryptogamen. (In Archiv d. Ver. f. siebenb. Landesk. N. Folge. XIV. 1877.)

20. Fuss, M.: Zur Cryptogamenflora Siebenbürgens. (In Verhandl. u. Mitth. d. siebenb. Ver. f. Naturw. IV. 1853. V. 1854.)

21. Gillet, C. C.: Champignons de France. Les Discomycètes. I—VI. 1879—1883.

22. Hazslinszky, F.: Magyarhon és társországainak szabályos discomycetjei. (In Math. és Természettud. Közl. XXI. 1885.)

22*a*. Hazslinszky, F.: A bánát-erdélyi határvidék gombaviránya. (In Math. és Természettud. Közl. X. 1872.)

23. Hollós, L.: Új adatok Magyarország gombáinak ismeretéhez. (In Kecskeméti áll. főreálisk. 1898—99. Értesítője. 1899.)

24. Hollós, L.: Kecskemét vidékének gombái. (In Math. és Természettud. Közl. XXXII. 1913.)

25. Hollós, L.: Szekszárd vidékének gombái. (In Math. és Természettud. Közl. XXXVII. 1933.)

26. Höhnel, F.: Fragmente zur Mycologie. XIV. Mitt., Nr. 719 bis 792. (In Sitzb. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. CXXI. 1912. 783. *Lachnea (Melastiza) Boudieri* v. H. n. sp.)

27. Höhnel, F.: Fragmente zur Mycologie. XIX. Mitt., Nr. 1001 bis 1030, u. ott. CXXVI. 1917. 1022. *Lachnea (Cheilymenia) furcifera* v. H. n. sp.

28. Höhnel, F.: Mykologisches. (In Öst. Bot. Zeitschr. LV. 1905.)

29. Höhnel, F.: Mykologische Fragmente. (In Ann. Myc. XV. 1917. CLXVIII. Über *Peziza Chateri* W. Smith.)

30. Hruby, J.: Beitrag zur Pilzflora des Westkarpathen. (In Folia Crypt. I. 1932.)

31. Husz, B.: Adatok a Magas-Tátra és a Szepesség mikroszkópikus gombaflórájának ismeretéhez. (In Bot. Közl. XIX. 1920—21.)

32. Kalchbrenner, K.: A szepesi gombák jegyzéke. I. (In Math. és Természettud. Közl. III. 1865.)

33. Kalchbrenner, K.: A szepesi gombák jegyzéke. II., u. ott V. 1867.

34. Karsten, P. A.: Monographia Pezizarum fennicarum. (In Not. Fauna et Flora fenn. X. 1869.)

35. Kuntze, O.: Revisio Generum Plantarum II. 1891.

36. Le Gal, M.: Florule mycologique des Bois de La Grange et de l'Etoile. Discomycètes Operculés. (In Revue de Mycologie. II. 1937.)

37. Linné, C.: Philosophia botanica. 1751.

38. Linné, C.: Species Plantarum. I. ed. 1753.

39. Linné, C.: Species Plantarum. II. ed. 1762.

40. Lumnitzer, I.: Flora Posoniensis. 1791.

41. Mágocsy-Dietz, S.: Hazslinszky Frigyes hagyatékából. III. (In Bot. Közl. XXIII. 1926.)

42. Maire, R.: Fungi catalaunici. (In Public. d. l'Inst. Bot. III. 1937.)

43. Moesz, G.: Gombák a Száva partjáról. (In Bot. Közl. XV. 1916.)

44. Moesz, G.: Kitaibel herbáriumának gombái. (In Ann. Mus. Nat. Hung. XX. 1923.)

45. Moesz, G.: Gombák Magyarország északi részéből. (In Fol. Crypt. I. 1930.)

46. Persoon, Ch. H.: Mycologia europaea. I—III. 1822—28.

47. Petrak, F.: Mykologische Notizen. II. (In Ann. Myc. XIX. 1921.)

48. Phillips, W.: A manual of the British Discomycetes. 1887.

49. Rehm, H.: Ascomycetes Lojkani. 1882.

50. Rehm, H.: Die Pilze Deutschlands, Österreichs und der Schweiz. III. Abt. Ascomyceten. In Rabenhort's Krypt.-Flora. 1896.

51. Rehm, H.: Ascomycetes novi. (In Ann. Myc. V. 1907.)

52. Saccardo, P. A.: Sylloge Fungorum. VIII—XXV. 1889—1934.

53. Schröter, J.: Kryptogamen-Flora von Schlesien. III. 2. 1893—1908.

54. Schulzer, I., Kanitz, A. und Knapp, J. A.: Die bisher bekannten Pflanzen Slavoniens. (In Verhandl. d. Zool.-Bot. Ges. in Wien. XVI. 1866.)

55. Schulzer, I.: Mykologische Beobachtungen aus Nord-Ungarn im Herbste 1869. (In Verhandl. d. Zool.-Bot. Ges. in Wien. XX. 1870.)

56. Schulzer, I.: Systematische Aufzählung der Schwämme Ungarns, Slavoniens und des Banates. (In Verhandl. d. Zool.-Bot. Ges. in Wien. VII. 1857.)

57. Seaver, F. J.: The North American Cup-Fungi. 1928.

58. Starbäck, K.: Nagra märklingare skandinaviska ascomycetfynd. (In Bot. Not. 1898.)

59. Velenovsky, J.: Monographia Discomycetum Bohemiae. I—II. 1934.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. dec. 11-én tartott üléséből.)

DIE LACHNEEN UNGARNS.

Von J. BÁNHEGYI.

Verfasser gibt einen kurzen historischen Überblick der Gattung *Lachnea*. Nach REHM werden hier sämtliche stiellosen *Peziza*-Arten von fleischiger Konsistenz, mit farblosen und braunen Borsten bedeckten, elliptischen Sporen, in der Gattung *Lachnea* zusammengefasst. Eingehend wird der Name *Patella* besprochen, welchen SEAVER an Stelle von *Lachnea* empfielt. LINNÉ hat in der Philosophia Botanica und in der II. Auflage der Species Plantarum eine *Thymelaeaceen*-Gattung *Lachnea* genannt. Den Namen dieser Blütenpflanze finden wir aber in LINNÉS sämtlichen übrigen Werken, auch in der I. Auflage der Species Plantarum, *Lachnaea* geschrieben. Nach den Nomenklaturregeln ist LINNÉS Blütenpflanze richtig *Lachnaea* zu schreiben und der Pilz kann auch weiterhin den Namen *Lachnea* führen. Die zwei Gattungen stehen übrigens im System so weit voneinander, dass eine Verwechslung wohl ausgeschlossen ist. Von SEAVERS *Patella* kann dasselbe wohl kaum gesagt werden, wenn wir die Pilzgattungen *Patellea, Patellaria* und *Patinella* in Betracht ziehen. Letzten Endes empfielt Verfasser den eingebürgerten *Lachnea* Namen unter die «nomina conservanda» aufzunehmen.

Verfasser zählt vom Gebiete des historischen Ungarns 20 Arten und Varietäten auf, teils nach eigenen Sammlungen, teils nach Herbarexemplaren. Von diesen wird 1 Art und 1 Varietät als für die Wissenschaft neu beschrieben.

Solche Literaturangaben, deren Originalexemplare Verfasser nicht zur Einsicht bekommen konnte, werden nach den betreffenden Arten oder unter den zweifelhaften und nicht untersuchten Arten angeführt.

Die den Artbeschreibungen beigefügten Bemerkungen sind die folgenden:

Lachnea hemisphaerica var. *carbonaria* BÁNH. n. var. stimmt äusserlich vollständig mit der von BOUDIER beschriebenen *Lachnea superans* überein, nur sind die Sporen kleiner und nicht glatt, sondern rauh. Die Sporen sind denen der *Lachnea hemisphaerica* (WIGG.) GILL. gleich; von dieser letzteren unterscheidet sich die *Lachnea hemisphaerica* var. *carbonaria* ausser dem runzeligen Hymenium und dem Standorte, hauptsächlich durch den kürzeren und schütterer stehenden Borsten.

Lachnea Woolhopeia (COOKE et PHILL.) SACC. Das Apothecium ist 3—5 mm breit, das Hymenium grauweiss, aussen braun, misst 100—200×7—11 μ, verjüngt sich gegen die Spitze zu, verbreitert sich unten, ist meist mit 3-zelligen Borsten bedeckt, dazwischen auch mit längeren, mehrzelligen Borsten. Die Sporen sind sehr breit, 17—19×13·5—15·5 μ gross, rundlich-elliptisch, mit einem grossen und mehreren kleinen Öltropfen. Sie stimmt vollständig mit BOUDIERS Beschreibung und Zeichnung überein. SEAVER stellt sie zu *Lachnea albo-spadicea* (GREV.) SACC., was Verfasser durchaus nicht gerechtfertigt findet, denn *Lachnea albo-spadicea* unterscheidet sich scharf von unserer Art durch ihren farblosen Borsten und den viel schmäleren Sporen. Nach COOKE messen die Sporen der *Lachnea albo-spadicea* 20×9—11 μ, die der *Lachnea Woolhopeia* aber 20—22×13—15 μ. Verfasser fand diese Art Anfang September bei einer aufgelassenen Kohlenbrennerei, auf der mit Kohlenstücken und Erde bedeckten Bretterwand einer Hütte.

Lachnea calvescens (BOUD.) SACC. et TROTT. wurde aus Ungarn zuerst von MOESZ als *Lachnea lutea* n. sp. mitgeteilt. Die Sporen wurden 11—14×7—9 μ und nicht 15·8—18·5×8—9 μ angegeben. Wie es sich herausstellte, handelte es sich um junge Exemplare. MOESZ konnte seine *Lachnea lutea* nicht mit BOUDIERS *Cheilymenia calvescens* identifizieren, nachdem die Beschreibung letzterer Art mangelhaft und in einigen Daten ungenau ist. Dies konnte Verfasser auf Grund eines ihm von Mme M. LE GAL zugesandten Exemplar dieser Art, das auch von BOUDIER geprüft wurde, feststellen und die Beschreibung ergänzen. Die aus Österreich stammende *Lachnea furcifera* HÖHNELS, der die Arbeit von MOESZ nicht

kannte, ist der Beschreibung nach ohne Zweifel mit *Lachnea lutea* (also auch mit *Lachnea calvescens*) identisch. Ebenso wahrscheinlich auch VELENOVSKYS *Lachnea superba*, die Verfasser nicht sehen konnte.

Lachnea pseudotrechispora (SCHRÖT.) REHM. Die 4—8 mm im Durchmesser messenden Apothecien sind von schütter stehenden 240—300 μ langen, braunen, dickwandigen septierten Borsten bedeckt. Sporen 17—20×13—14·5 μ gross, mit grossen, runden Warzen, welche manchmal zusammenfliessen und dann netzförmig erscheinen. Dem Habitus und den Sporen nach steht sie der *Lachnea miniata* (FUCK.) SACC. und *Lachnea Boudieri* HÖHN. nahe, doch sind die Borsten ganz verschieden.

Lachnea Hazslinszkia (COOKE) SACC. In der Sammlung HAZSLINSZKYS liegt unter diesem Namen ein für die Untersuchung ungeeignetes Exemplar, ohne Sporen; das im Durchmesser 0·3—0·5 mm messende Apothecium ist aussen mit kurzen anliegenden Borsten bedeckt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1939.)

A BUDAKÖRNYÉKI DOLOMITOK KŐZETKÉMIAI VIZSGÁLATA.

BRUGGER FRIGYES-től.

A budakörnyéki dolomitok terjedelmes irodalmában a kőzet kémiai összetételéről nagyon kevés adatot találunk. Összesen 13 elemzés áll rendelkezésünkre, ebből is 5 pordolomitra vonatkozik. E néhány elemzés adatai sem egységesek és azonkívül egyrészük nem a kőzetátlagnak összetételét adja, mert a mintákat csak helyi szempontok figyelembevételével gyüjtötték be. E miatt azután az elemzésekből levont kőzetkémiai következtetések sem lehetnek egybehangzóak.

A kémiai összetételre vonatkozó első nyomokat NENDTVICH(16) munkájában találjuk (1859). Ebben a budavidéki dolomitokat felosztja tömör dolomitra, omladozó dolomitra és dolomit-darára. A közölt elemzési adatok (6 elemzés, ezek közül egy pordolomitra vonatkozik) normál-dolomit összetételre vallanak, azonban az R_2O_3 és SiO_2 tartalom aránytalanul magas. Kivétel csupán a dolomitpor, amely a legtisztább. Ezekből az eredményekből arra lehetne következtetni, hogy a pordolomitok általában ideálisabb összetételűek, mint az ép dolomitok. E következtetés hibás volta azonban kitűnik abból, hogy NENDTVICH kvarcerektől átjárt dolomitokat (Sashegy) elemzett és a minták megválasztásánál nem gondolt arra, hogy azok esetleg csak helyi jelentőségűek. Ezenkívül a pordolomit-mintát egészen más helyről gyüjtötte be mint az ép dolomitokat s így nem lehet összehasonlítást tenni a két fajta között.

NENDTVICH után időbeli sorrendben BERNÁTH (3, 4) közöl elemzési adatokat. Gellérthegyi dolomitminták MgO-tartalmát

vizsgálta, azonkívül egy zugligeti dolomit teljes elemzését is elvégezte. Adataiból arra következtethetnénk, hogy a budai dolomitok *MgO*-tartalma igen erősen változik. Elemzésében a víztartalom is valószínűtlenül magas (1·97%).

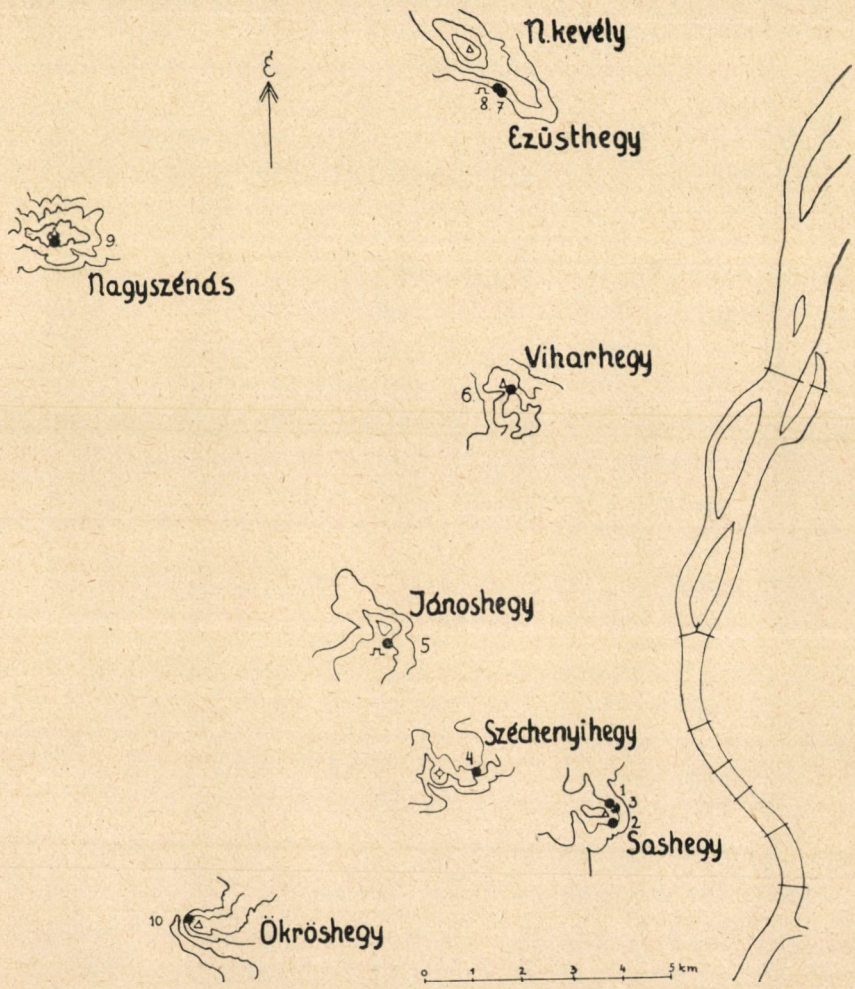
A legújabb időben Ferenczi és Vavrinecz munkáiban találunk a budai dolomitokra vonatkozó elemzéseket. Ferenczi (9) két elemzése közül az ép dolomit 68·76% $CaCO_3$-ot tartalmaz, a porlódó dolomit pedig normál-dolomit összetételű. Eltekintve attól, hogy ezek az adatok ellentmondanak az irodalomban található régebbi megállapításoknak, még Ferenczi bizonyítani kívánt azon feltevésével sem egyeznek, miszerint a törésvonaltól (vagyis a porló dolomittól) távolodva a kőzet összetétele normális lesz.

A másik szerző már sokkal valószínűbb értékeket közöl. Vavrinecz (25, 26) elemzései szerint ugyanis az ép dolomitban a $CaO : MgO$ molarány már 52·9 : 47·1; a pordolomitra vonatkozó vizsgálata szerint pedig megállapíthatjuk, hogy ez alig különbözik az ép dolomit összetételétől. Vavrinecz összesen négy elemzést közöl, melyből három pordolomitra vonatkozik.

A felsorolt elemzéseket áttekintve megállapíthatjuk, hogy a feldolgozott minták nem mindig egyeztek az eredeti kőzet átlagos összetételével és a minták nagyobbrészt kvarcos dolomitok voltak. Ezáltal az eddigi adatok a budai dolomitok átlagos összetételétől gyakran erősen eltérnek.

A budakörnyéki dolomitok kémiai összetételéről egyéb elemzési adat az irodalomban nincsen, sőt a távolabbi vidékekről (Dunántúl) származó dolomitok kőzetkémiai vizsgálatában sem bővelkedünk. A Vértes-hegységből Taeger (24) közöl négy elemzést, melyek közül azonban kettő nem a kőzetátlagnak megfelelő mintákból készült, a fennmaradó kettő közül pedig az egyik valószínűtlenül magas R_2O_3-tartalmú. Gedeon (10) elemzése a Vértesből már megfelelőbb értékeket szolgáltat. A bauxit-keletkezéssel kapcsolatosan Pobozsny (19) a gánti fődolomit vegyelemzését közli, melyben azonban 1·34% nem dolomitos részt, ebben 0·64% Al_2O_3 és 0·12% SiO_2-t, valamint 0·21% «siliciumtrioxyd»-ot találunk.

A mondottak alapján tehát láthatjuk, hogy az eddigi vizsgálatokból a budakörnyéki dolomitok kémiai összetételéről csak igen keveset tudunk. Mivel a dolomitok képződésének kérdését csak



megfelelő elemzések és kőzettani vizsgálatok segítségével lehet megoldani, szükséges volt néhány kellően megválasztott dolomitmintát úgy kőzettani, mint kémiai szempontból részletesen megvizsgálni. Az említett vizsgálatok elvégzése egyúttal arra is némi reményt nyujtott, hogy a dolomitok geológiai kora és kémiai összetétele között esetleg bizonyos összefüggést találhatunk.

A mintavétel helyeinek kijelölésénél és a minták begyüjtésénél figyelembe kellett venni, hogy a mintavétel lehetőleg nagy területet öleljen fel, a minták különböző geológiai korú kőzetekből származzanak és hogy a porlódó dolomitnál a szomszédos ép kőzetet is begyüjtsük. E szempontokat figyelembevéve, a mintákat igen nagy gonddal vettem, ügyelve arra, hogy csak egészen tiszta, a kőzet átlagának megfelelő anyagot válasszak ki.

A megvizsgált minták a mellékelt térképvázlaton feltüntetett következő lelőhelyekről származnak:

1. Sashegy, 258·9 △-tól 44° → 120 m. Szálban álló kőzet.
2. Sashegy, 258·9 △-tól 135° → 86 m. Szálban álló kőzet.
3. Sashegy, 258·9 △-tól 47° → 120 m. Szálban álló kőzet.
4. Széchenyi-hegy, 439 ⊙ -tól 92° → 620 m. Szálban álló kőzet.
5. Jánoshegy, Tündérszikla, 383 ○ -tól 240° → 150 m. Kőfejtő.
6. Viharhegy, 448·7 ○ -tól 225° → 60 m. Szálban álló kőzet.
7. Nagykevély és Ezüsthegy közti nyereg, 405 ⊙ -tól 310° → 240 m. Kőfejtő.
8. Nagykevély és Ezüsthegy közti nyereg, 405 ⊙ -tól 310° → 235 m. Kőfejtő.
9. Nagyszénás, 550·5 △-tól 190° → 200 m. Szálban álló kőzet.
10. Ökröshegy, csúcs. Szálban álló kőzet.

Ami a minták geológiai korát illeti, az 1., 2. és 3. sz. az alsó karni emelet Megalodus carinthiacus szintjébe,[1] a 6. sz. a felső karni emelet Ostrea montis caprilis szintjébe (27) (szaruköves dolomit), a 7. és 8. sz. a felső karni emelet Tropites subballastus szintjébe [1] tartozik. A 9. és 10. sz. minta ladini Diploporás dolomit. (13) A 4. és 5. sz. kőzet kora még pontosabb meghatározásra szorul.

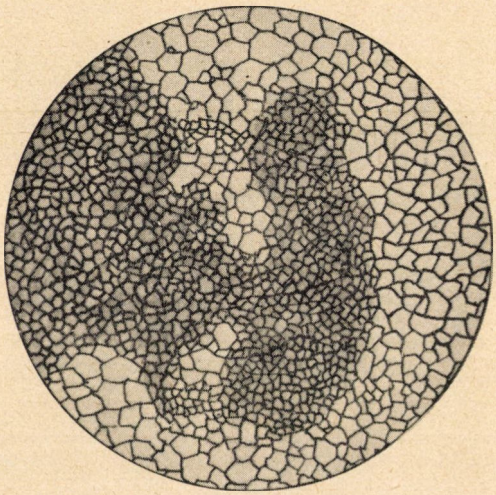
Kőzettani vizsgálat.

A begyüjtött mintákat először kőzettani vizsgálatnak vetettem alá. A helyszíni megfigyelések és a szabad szemmel és mikro-

[1] Dr. Horusitzky F. szóbeli közlése alapján.

szkópi berendezésekkel végzett vizsgálatok alapján a következőket állapíthattam meg.

1. sz. A kőzet összetöredezett; a törési felületen tömött, cukorra emlékeztető dolomit. Friss állapotban kissé barnás, mállottan szürkés-fehér színű. A kőzet repedéseiben víztiszta, apró dolomitkristálykák figyelhetők meg. Mikroszkóp alatt igen egyenlőtlen nagyságú, változó határvonalú (xenomorf) kristályszemekből áll. A nagyobb szemcsékből felépített részletek víztiszták, az apróbb



1. ábra.

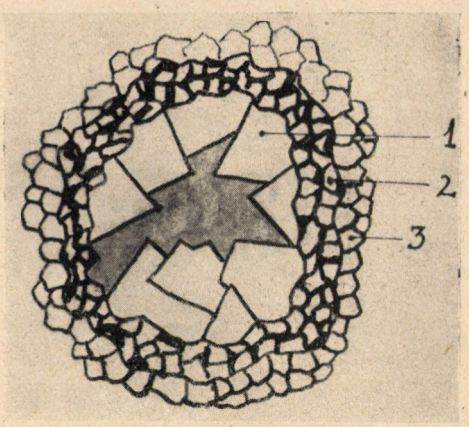
szemcsék alkotta mezők zavarosabbak. E szerkezetet be nem fejezett átkristályosodással magyarázhatjuk. (1. ábra.)

2. sz. kőzet az 1. sz. mintához nagyon hasonló, szintén összetöredezett, tömött szövetű; színe szürkés-fehér. A kőzet repedéseit víztiszta kvarc tölti ki. A kvarc, ha elegendő hely volt, szép fennőtt kristályokat alkot. Mikroszkóp alatt a kőzet egyenletes szemnagyságú xenomorf kristálykákból áll, ennek következtében mozaikszerkezetet figyelhetünk meg.

A 3. sz. minta sárgás-fehér dolomitpor, melyben elszórtan néhány mm-es limonitos csomócskák találhatók. A kőzet binokuláris-mikroszkóp alatt teljesen szabálytalan alakú kristálytörmelék-

ből áll; nagyon gyéren ép romboéderek is vannak benne, melyek azonban az átlagos szemnagyságnál 5—6-szor nagyobbak. A dolomitpor minden szemcséje egyetlen kristály, maximálisan 0·3 mm, de elvétve találunk több kristályból álló halmazokat is, melyek szövete hasonlít az ép dolomitéhoz, csupán lazább szerkezetű. A romboéderek a porban előforduló 2—3 mm nagyságú gumókból erednek. (2. ábra.)

4. sz. Üde, tömött, cukros szövetű, világos szürkés-fehér dolomit. Mikroszkóp alatt breccsás szerkezetet látunk, mely idősebb



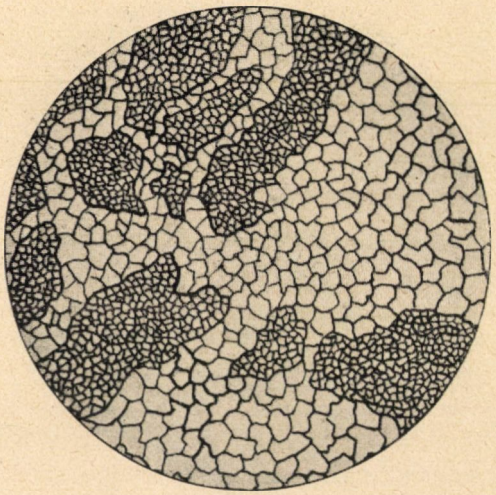
2. ábra.
1 = dolomit romboeder, 2 = vastól megfestett dolomitszemcsék, 3 = porlódó dolomit.

és fiatalabb generációból áll. Az idősebb egész apró szemekből felépített szigeteket alkot, a nagyobb kristályszemekből álló fiatalabb részben. Úgy az apró, mint a nagy kristályszemek egyenletes nagyságúak, víztiszták és xenomorfok. (3. ábra.)

5. sz. Fehér színű, kissé sárgás árnyalatú, szintén a cukorra emlékeztető szövetű dolomit. A begyüjtés helyének környékén hévforrásnyomok figyelhetők meg. A kőzet egyébként összerepedezett, szögletes, éles darabokra válik szét. A kőzetüregekben a kőzettel egyidős, apró dolomitromboéderek vannak. Mikroszkóp alatt aprószemű erősen zavaros xenomorf dolomit-kristálykákat látunk. Az egykori repedéseket fiatalabb, nagyobb és víztiszta

kristályszemcsékből álló dolomitgeneráció tölti ki. E fiatalabb mezőkben szigeteket alkotnak a zavarosabb szemű alapkőzet részei. A két generáció érintkezésénél a szemecskék még apróbbak és zavarosabbak s e miatt itt mindig éles határvonal figyelhető meg. Ezt az érdekes szerkezetet a dolomitosodás folyamán egészen átalakult kövületek maradványainak foghatnók fel. (4. ábra.)

6. sz. Világosbarnaszínű, tömött szövetű dolomit; helyenként erősen összetöredezett és breccsás külsejűvé cementált szerkezettel. A begyüjtött minta azonban egyenletesebb, kevésbbé breccsás



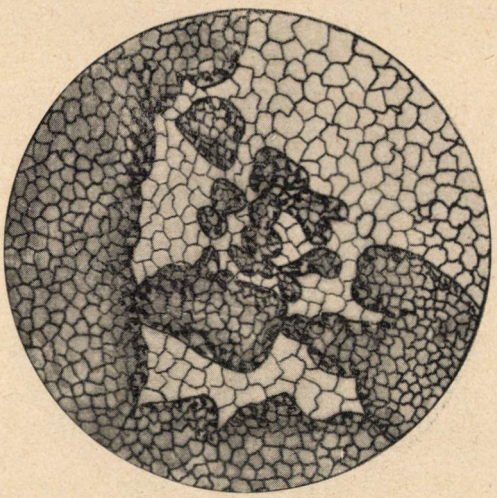
3. ábra.

külsejű kőzet. Mikroszkóp alatt egyenletesen finomszemű szerkezetével tűnik ki, csupán a dolomit szemcséinél valamivel nagyobb idiomorf kvarcszemecskék vannak benne elszórva. E jelenség nyujt magyarázatot arra, hogy az alábbiakban tárgyalt elemzési adatok között e kőzet SiO_2-tartalma aránylag magasabb a többi dolomit kovasavtartalmához képest.

A 7. és 8. sz. kőzetminta ugyanazon feltárás két különböző pontjáról származik. A 7. sz. minta porlódó dolomit átmenete az ép dolomitba, szerkezete erősen kataklázisos; kisebb-nagyobb darabokra hullik szét. Színe fehér, szövete szintén cukorra emlé-

keztető. Külsőleg teljesen ép ideális dolomitnak látszik, de kisebb szilárdsága már elárulja, hogy átmeneti kőzettel van dolgunk. Az egyes szemek között már hézag tapasztalható, minek bizonyságául a kőzetdarabkák belseje organikus festékoldatokkal a hajszálcsövesség folytán megszínezhető. Mikroszkóp alatt a kőzet szövete egyébként egyenletes, mozaik-szövetre emlékeztető. A kristályszemcsék határozatlan körvonalúak.

A 8. sz. minta szintén az előbbi lelőhelyről származik, erősen porló, rózsaszínű dolomit. A kőzet szövetére jellemző, hogy a



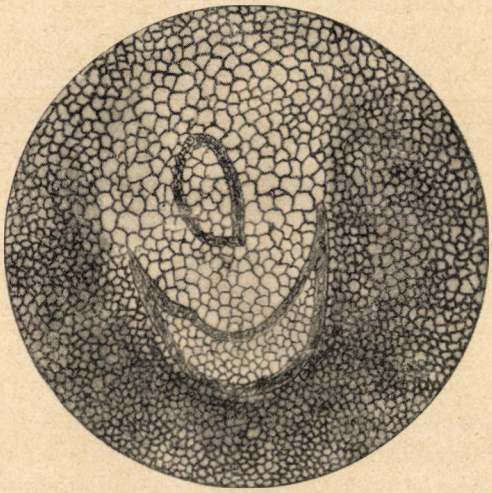
4. ábra.

rózsaszínű részek kötőanyagképen fehér, tömött dolomitdarabkákat ragasztanak össze. Azonban behatóbb vizsgálat alapján megállapíthatjuk, hogy a beágyazott fehér kőzetrészek a 7. sz. minta dolomitjával teljesen egyezőek, csupán lazább szerkezetűek. De azt is könnyen megállapíthatjuk, hogy a beágyazott részek és a kötőanyag között csak színbeli különbség mutatkozik ; alakbeli változást nem tapasztalunk, a szemcsék alakja mindkét esetben teljesen xenomorf.

9. sz. Üde külsejű, világosszürke színű, fínomszemű dolomit. Mikroszkóp alatt a kőzet szövetére jellemző, hogy apró, de egyenlőtlen szemek építik fel. A tömött kőzetet nagyobb kristályszemek-

ből álló erecskék hálózzák be. Az alapszövetben apró kövületekre emlékeztető képletek is megfigyelhetők, melyeket kissé szürkésen zavarosabb szemecskék alkotnak. Általában megállapítható, hogy a kőzet kristályszemcséi nem oly tiszták, mint a többi kőzet mintáiban tapasztalható volt. Lehetséges, hogy e jelenség a kisebb mértékű átkristályosodásban leli magyarázatát. (5. ábra.)

10. sz. Halvány rózsaszínű, fínomszemű, friss külsejű dolomit. Mikroszkóp alatt egyenlőtlen szemcsékből álló részletek váltakoznak nagyobb és víztiszta szemekkel. Helyenként igen vékony, csak



5. ábra.

erős nagyítással látható kristályszemek alkotta erek hálózzák be az alapanyagot. Úgy a kőzet, mint szerkezete nagyon hasonlít a 9. sz. kőzetmintához.

Általánosságban megállapítható, hogy a budakörnyéki dolomitkőzetek szerkezetét teljesen kristályos, de xenomorf szemek építik fel. A szerkezet túlnyomó részben mozaikra emlékeztető képet nyujt és mikroszkóp alatt legtöbbnyire egynemű benyomást kelt. A nagymértékben tapasztalható átkristályosodás alapján a vizsgált kőzetek túlnyomó része dolomitmárványnak nevezhető. Egyébként már Scherf (21) is utal arra, hogy a budai karbonátos kőzeteket metamorfizáló folyamatok érték.

Kémiai vizsgálat.

A dolomitokat 1%-os *HCl*-ben oldottam, hogy a nem karbonátos rész lehetőleg teljesen változatlan maradjon.

Az elemzéseknél a *CaO*, *MgO*, R_2O_3, *BaO*, *SrO*, SiO_2, K_2O, CO_2 és SO_3 meghatározása GROVES (11) előírása szerint történt. A *CaO*-t, *MgO*-t és R_2O_3-at kétszer választottam le. Az *MgO*-t GROVES előírásával szemben csupán Meker-lánggal izzítottam, mivel fújtató lángon való izzításnál állandó súlyvesztességet észleltem. Az SO_3 meghatározásánál 2 g-ból kiindulva, $\pm$ 0·002%-ra pontos eredményeket nyertem. A vizsgált kőzetek igen magas karbonáttartalma miatt a CO_2 meghatározását GROVES előírásától eltérően akként módosítottam, hogy a CO_2 fejlesztést kétszer annyi idő alatt hajtottam végre és a kőzet teljes elbontása után a készüléken át még félóráig levegőt szivattam keresztül. Az alkáliákat LAWRENCE SMITH módszerével, GROVES előírása szerint határoztam meg. Mivel azonban karbonátos kőzetet vizsgáltam, az előírt 6·4 g $CaCO_3$ helyett 5 g dolomitra HILLEBRAND (12) nyomán csak 3·2 g $CaCO_3$-ot használtam. A K_2O-ot K_2PtCl_6 alakjában mértem. A meghatározások $\pm$ 0·002%-ra pontosak. A kötött vizet PENFIELD eljárásával határoztam meg. A *Mn*-t ENDRÉDY (6) előírása szerint KJO_4-tal $KMnO_4$-tá oxidálva ZEISS—PULFRICH fotométerrel kolorimetrikusan mértem, az eredmények pontossága $\pm$ 0·0002%-ra tehető. A vasat és aluminiumot, ahol nagyobb mennyiségben volt jelen, BERG (2) oxychinolinos módszerével választottam el; ahol nagyon kevés volt, a vasat rhodanid alakban ZEISS—PULFRICH fotométerrel kolorimetrikusan mértem. Az aluminiumot itt a különbségből számítottam ki. A réz meghatározása NYDAHL (18) előírása szerint történt: 5 g dolomitból kiindulva fotometerrel mértem a színintenzitást $\pm$0·000005% *CuO* pontossággal. A TiO_2 meghatározására ENDRÉDY[1] ajánlatára a chromotropsavas reakciót (8) használtam fel: 5 g dolomitot *HCl*-ben oldva, az oldatot felhígítottam és az oldhatatlan rész leszűrése nélkül az R_2O_3-at ammoniával leválasztottam. A leszűrt csapadékot szűrővel együtt elhamvasztva, az SiO_2-t $HF-H_2SO_4$-val elűztem és a visszamaradt oxidokat szóda-bórax-eleggyel feltártam.

[1] Szóbeli közlése alapján.

Az olvadékot *HCl*-ben oldva az R_2O_3-t ammoniával ismét leválasztottam, leszűrtem, majd híg kénsavban a csapadékot feloldva az oldatot SO_3 gőzök távozásáig besűrítettem. Az oldatot tömény kénsavval 25 cm³-es mérőlombikba mosva 5 mg szilárd chromotropsavat adtam hozzá és jelig töltve, az oldat extinctióját Zeiss—Pulfrich fotométerrel, S_{53} szűrőt alkalmazva, megmértem. A TiO_2-tartalmat megfelelő standard oldatokon végzett mérésekből szerkesztett görbe alapján számítottam ki. Az eredmények ±0·0001%-ra pontosak. A fajsúlyt Winkler (28) eljárása szerint állapítottam meg.

Az eredmények értelmezése.

Az elemzési táblázatot áttekintve rögtön látjuk, hogy három (2., 3., 8. sz.) kőzetminta erősen eltérő összetételű, ami azzal magyarázható, hogy ezeket a kőzeteket vagy kvarcerek járják át, vagy pedig porló dolomitok (bővebben l. 5. és 8. old.). Így tehát a dolomitok közepes összetételét csak a többi hét igen közel megegyező elemzésből számítottam ki:

H_2O	0·07%	Oldhatatlan rész:	
CaO	31·21	Fe_2O_3	0·007%
SrO	0·01	Al_2O_3	0·016
MgO	21·46	SiO_2	0·044
Fe_2O_3	0·021		0·067
MnO	0·0021		
Al_2O_3	0·029	ΣR_2O_3	0·074
TiO_2	0·0005	ΣAl_2O_3	0·045
CuO	0·00013		
Na_2O	0·049		
K_2O	0·006		
CO_2	47·29		
SiO_2	0·01		
SO_3	0·013		
Oldhatatlan	0·07		
	100·23		

A hét elemzésből számított átlag nagyon tiszta normáldolomit összetételének felel meg. A nem dolomitos rész nagyon

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{20/4}$	2·841	2·816	2·827	2·843	2·795	2·838	2·819	2·821	2·838	2·847
H_2O_-	0·04	0·05	0·04	0·05	0·11	0·07	0·06	0·03	0·07	0·06
H_2O_+			0·24		—			0·30		
CaO	30·99	29·93	29·01	31·61	30·98	31·42	30·97	33·98	31·26	31·22
SrO	< 0·01	< 0·01	< 0·005	< 0·01	< 0·01	< 0·01	< 0·01	< 0·01	< 0·01	< 0·01
BaO			0·05							
MgO	21·84	20·63	20·09	21·17	21·52	21·12	21·52	18·95	21·59	21·50
Fe_2O_3	0·014	0·018	0·084	0·047	0·017	0·020	0·009	0·011	0 021	0·017
MnO	0·0053	0·0040	0·0042	0·0036	0·0015	0·0023	0·0008	0·0006	0·0008	0·0015
Al_2O_3	0·015	0·042	0·058	0·038	0·024	0·052	0·019	0·028	0·018	0·034
TiO_2	0·0004	0·0001	0·00015	0·0006	0·0003	0·0009	< 0·00005	0·0003	0·0010	0·0005
CuO	0·000148	0·000384	0·000177	0·000151	0·000118	0·000155	0·000101	0·000129	0·000133	0·000104
Na_2O	0·040	0·030	0·038	0·030	0·089	0·047	0·046	0·036	0·044	0·044
K_2O	0·009	0·005	0·015	0·002	0·011	0·004	0·006	0·013	0·006	0·005
CO_2	47·22	44·95	44·18	47·18	47·22	47·42	47·37	46·82	47·38	47·24
SiO_2	0·004	0·01	0·015	0·01	0·01	0·02	0·01	0·01	0·01	0·01
SO_3	0·03	0·015	0·013	< 0·005	0·024	< 0·005	< 0·005	0·01	0·015	0·015
oldhl	0·036	4·71	6·24	0·03	0·05	0·27	0·01	0·20	0·04	0·04
	100·24	100·39	100·19	100·17	100·06	100·44	100·02	100·39	100·45	100·18

Oldhl.										
Fe_2O_3 —	0·003	0·017	0·11	0·008	0·004	0·017	0·002	0·079	0·008	0·010
Al_2O_3 —	0·016	0·042	0·17	0·017	0·023	0·022	0·003	0·060	0·017	0·017
SiO_2 — —	0·011	4·651	5·96	0·006	0·023	0·231	0·003	0·058	0·018	0·013
	0·030	4·710	6·24	0·031	0·050	0·270	0·008	0·197	0·043	0·040
Mol										
CaO — —	0·5526	0·5337	0·5173	0·5637	0·5524	0·5603	0·5523	0·6059	0·5574	0·5567
MgO — —	0·5417	0·5117	0·4983	0·5251	0·5337	0·5238	0·5337	0·4700	0·5355	0·5332
	1·0943	1·0454	1·0156	1·0888	1·0861	1·0841	1·0860	1·0759	1·0929	1·0899
CO_2 — —	1·0732	1·0216	1·0041	1·0723	1·0732	1·0777	1·0766	1·0641	1·0768	1·0736
diff. — —	0·0211	0·0238	0·0115	0·0165	0·0129	0·0064	0·0094	0·0118	0·0161	0·0163
$\frac{CaO}{MgO}$	$\frac{50·50}{49·50}$	$\frac{51·05}{48·95}$	$\frac{50·93}{49·07}$	$\frac{51·74}{48·26}$	$\frac{50·85}{48·15}$	$\frac{51·68}{48·32}$	$\frac{50·86}{49·14}$	$\frac{57·63}{42·37}$	$\frac{51·00}{49·00}$	$\frac{51·06}{48·94}$
Dolomit súly % —	99·86	98·79	98·45	96·80	98·63	96·56	98·49	86·88	98·45	98·30
ΣR_2O_3 *súly %* —	0·058	0·119	0·422	0·110	0·068	0·111	0·033	0·178	0·064	0·078
$TiO_2 : \Sigma R_2O_3$	1:140	1:1190	1:2810	1:183	1:230	1:123	—	1:594	1:64	1:156

kevés. Az 1%-os *HCl*-ben oldhatatlan rész jóval kisebb az eddigi budakörnyéki dolomitokkal foglalkozó elemzésekben szereplő adatoknál. Igaz ugyan, hogy pl. VAVRINECZ elemzésében található 0·95% SiO_2 arra vezethető vissza, hogy a mártonhegyi dolomit a szaruköves-féleségekhez tartozik (a vizsgált mintáim 6. sz. kőzetével egykorú) és így indokolt a nagyobb mennyiségű oldhatatlan maradék. A fenti $CaO : MgO$ arányt az eddigi elemzésekből többékevésbbé megtaláljuk NENDTVICH, TAEGER 2. sz., valamint GEDEON és VAVRINECZ elemzéseiben. FERENCZI ép dolomitjából 37·36% CaO-ot mutat ki, szemben az általam számított 31·21% CaO átlaggal, amiből következik, hogy a $CaO : MgO$ arány nála lényegesen a CaO javára tolódik el. BERNÁTH szintén a normál-dolomit CaO-tartalmánál jóval magasabb CaO-mennyiséget ad meg zugligeti dolomit-elemzésében.

Míg a fenti átlaghoz felhasznált hét elemzés értékei csak alig térnek el egymástól, addig a többi három minta közül a 2. sz. kvarceres dolomit lényegében csak a magasabb SiO_2- és R_2O_3-tartalomban különbözik az 1. sz.-tól. (1., 2. és 3. sz. u. a. a lelőhely.) A kvarcot melegvizes oldat rakhatta le, de a kőzetet eközben nem igen támadhatta meg.

Az átlagtól a 3. és 8. sz. pordolomit-minták a jóval magasabb ΣR_2O_3-ban (0·42, ill. 0·18%) és magas SiO_2-, ill. $CaCO_3$-ban különböznek. FERENCZI pordolomitjánál szintén megtaláljuk e különbségeket. VAVRINECZnek a pordolomitra vonatkozó elemzéseiben is nagyobb az oldhatatlan rész mennyisége. Kőzeténél el kell tekintenünk azonban az SiO_2-tartalomtól, mert ennek szerepe a szaruköves dolomit esetében nem mértékadó.

Valamennyi elemzésben a $CaO+MgO$ molhányadosainak összege jelentősen kisebb a CO_2 molhányadosánál. A különbség viszonylag oly nagy, hogy kísérleti hibákkal nem magyarázhatjuk. Ugyanilyen CO_2-hiányt találunk különben VAVRINECZ elemzéseiben is. A CO_2-hiány tehát arra vall, hogy vagy a Ca, vagy a Mg egyrésze oxid (hidroxid, ill. bázikus karbonát) alakjában van jelen. Mivel a $MgCO_3$ sokkal könnyebben veszíti el széndioxidját, feltételezhetjük, hogy a vizsgált dolomitok MgO-ot (hidroxidot stb.) tartalmaznak.

Keletkezés.

A petrográfiai és kémiai eredmények több-kevesebb következtetést engednek meg a budai dolomitok keletkezésére vonatkozólag.

A rendkívül kevés oldhatatlan maradék a mellett szól, hogy e dolomitok mind riffképződmények. [A recens riffek oldhatatlan maradéka szintén igen csekély (22)]. Dolomitjaink organogén voltára utal még, hogy *HCl*-ben való oldás közben bitumenes szag érezhető. A *CuO*-tartalom valószínűleg szintén organikus eredetű.

A csekély oldhatatlan maradékból még arra is következtethetünk, hogy e dolomitok sekély tengerben, a parthoz nem túlságosan közel keletkezhettek. A part valószínűleg mészkőből állt. A szaruköves dolomit azonban, az oldhatatlan maradék jóval nagyobb mennyiségéből következően, partközeli képződmény lehet; erre különben már KUTASSY (13) is utal.

A dolomitosodás folyamata csendes, lehetőleg áramlásmentes helyet igényelt, ahol a dolomitosodás szempontjából fontos (15) organikus maradékok felhalmozódhattak, szemben pl. a dachsteinmészkővel, mely KUTASSY (13) szerint erős hullámverésű tengerben keletkezett. Lehetséges, hogy a dolomitok más riffektől körülzárt területen képződtek s így védve voltak a dolomitosodás szempontjából hátrányos áramlásoktól.

A dolomitosodás még a tengerben megkezdődhetett, de az egyenletes, majdnem 100%-os dolomittartalom arra utal, hogy a kőzet még átkristályosodáson is ment keresztül. A kövületek teljes elmosódottsága, a kőzet mozaikszerű strukturája és az elemzéseknek dolomitmárvány-elemzésekkel való hasonlatossága is e mellett szól. (14) Az átkristályosodás nyomás, valószínűleg a rétegek saját súlya alatt és oldatok jelenlétében történhetett s e közben a még nem dolomitalakban jelenlevő $CaCO_3$ és $MgCO_3$ dolomittá egyesült. Ez annál is valószínűbb, mivel e folyamat jelentékeny térfogatcsökkenéssel jár. (1) Az átkristályosodás által megnövekedett a kristályszemek mérete és a kőzet mozaikstrukturát kapott.

A dolomit átkristályosodásával kapcsolatosan figyelemreméltó az a hiány, mely, mint már említettük, a $(CaO+MgO):CO_2$ molarányában a CO_2 kárára mutatkozik. A MgO jelenléte t. i. a dolomitmetamorfózis vizsgálatánál szerzett tapasztalatok szerint mindig

azt jelzi, hogy a $MgCO_3$-tartalmú kőzetet hőhatás érte s a magasabb hőmérsékleten a $MgCO_3$-ból a CO_2 egy része eltávozott. Míg az ép dolomitokban ez az elemzésekben szereplő MgO-felesleg oxid alakjában van jelen, addig a porlódó dolomitokban a hévizek hatására $Mg(OH)_2$ keletkezhetett. E feltevés mellett szól különben a pordolomitok jelentős kötöttvíztartalma is.

Kémiai összetétel és geológiai kor.

Bár a megelemzett dolomitok összetétele igen hasonló, mégis az elemzések pontossága lehetővé teszi, hogy a minták összetétele és geológiai kora között bizonyos összefüggést állapítsunk meg. Ezeknek az összefüggéseknek mérlegelésénél a porlódó és kvarcerektől átjárt dolomitokat természetesen figyelmen kívül kell hagynunk. A fenti szempont figyelembevételével hét dolomitot (1., 4., 5., 6., 7., 9. és 10. sz.) vehetünk tekintetbe.

Tekintsünk el egyelőre az elemzések egyéb adataitól és vizsgáljuk a CaO és MgO molarányát. Mielőtt azonban e molhányadosokat összehasonlítanánk, mérlegelnünk kell, hogy az elkerülhetetlen elemzési hibák mennyire befolyásolják az $f=\frac{CaO_{Mol}}{MgO_{Mol}}$ értékét. Ha az egyenlet totális differenciálját kiszámítjuk és a CaO és MgO százalékos mennyiségét vesszük változókul (a MgO molekulasúlyát kereken 40-nek, átlagos mennyiségét 20 súlyszázaléknak, a CaO molekulasúlyát 56-nak, %-os mennyiségét 30-nak vehetjük), úgy

$$df=0{\cdot}05d(MgO)—0{\cdot}03d(CaO)$$

ahol $d(MgO)$, ill. $d(CaO)$ az illető oxidok meghatározásánál elkövetett hiba a kőzet súlyszázalékában. A meghatározások hibája úgy a CaO-nál, mint a MgO-nál kereken $\pm 0{\cdot}1\%$-ra tehető. Így tehát a legkedvezőtlenebb esetet figyelembe véve, mikor a hibák ellenkezű előjelűek, a df értéke:

$$df=0{\cdot}05\times 0{\cdot}1+0{\cdot}03\times 0{\cdot}1=0{\cdot}008.$$

Ha tehát a különböző dolomitoknál talált f-értékek 0·008-nál többel különböznek egymástól, úgy az elemzések osztályozására az f értékét felhasználhatjuk. Lássuk most az egyes dolomitok f-értékét:

1. ..... 0·980
4. ..... 0·932
5. ..... 0·966
6. ..... 0·934
7. ..... 0·966
9. ..... 0·961
10. ..... 0·958

Mint az adatokból láthatjuk, az 5., 7., 9. és 10. sz. dolomitok *f*-értékei igen közel megegyezők. A 9. és 10. sz. (Nagyszénás és Ökröshegy) dolomitok kétségen kívül ladini diploporás dolomitok. A nagykevélyi 7. sz. dolomit a felsőkarni Tropites subballastus szintbe tartozik. Az 5. sz. dolomit kora paleontológiai adatok híján még bizonytalan. A 4. és 6. sz. dolomitok *f*-értéke is közel egyenlő. A 6. sz. viharhegyi dolomit az alsókarni emelet Ostrea montis caprilis szintjébe tartozik, a 4. sz. kora bizonytalan. Végül az ideális dolomithoz (f=1·000) legközelebb álló sashegyi 1. sz. dolomit az alsókarni emelet Megalodus carinthiacus szintjéből való.

Az *f*-értékek alapján tehát az 5., 7., 9. és 10. sz. dolomitok egykorúak volnának. Ugyanez állana a 4. és 6. sz. kőzetekre is. A korra vonatkozó következtetéseinknél azonban az elemzések egyéb adatait is figyelembe kell vennünk. A 4. és 6. sz. kőzetek többi elemzési adatai, leszámítva az oldhatatlan rész mennyiségénél fellépő csekély különbséget, tökéletesen megegyeznek s így nagy valószínűséggel egykorúaknak vehetők.

A közel egyező *f*-értékű 5., 7., 9. és 10. sz. dolomitok közül a 9. és 10. sz., mint már említettük, egykorú. Viszont az 5. sz. kőzet összes adatai annyira hasonlóak a 7. sz.-hoz, hogy e két dolomitot szintén azonos korúnak vehetjük.

Természetesen e néhány elemzésből végleges következtetéseket a kor és összetétel közötti összefüggésre még nem tehetünk, annyi azonban bizonyos, hogy ha majd kellő számú elemzés áll rendelkezésünkre, a kövületszegény dolomitok korának elbírálásánál az elemzések igen nagy segítséget nyujthatnak. Hogy azonban az elemzésekből ilyen következtetéseket tehessünk, a mintákat igen nagy körültekintéssel kell vennünk és az elemzések pontosságára nagy gondot kell fordítanunk, nehogy a rendkívül kis különbségek elbírálását elemzési hibák befolyásolják.

Ritkább alkatrészek.

A meghatározott ritkább alkatrészek közül az *SrO* 0·01%-nál kisebb mennyiségben szerepel, ami megegyezik Noll (17) idevágó adataival. Mivel a korallok és molluskák héjának *SrO*-tartalma általában 0·04—0·5% között változik, valószínű, hogy átkristályosodás alkalmával a *SrO* nagy része eltávozott.

BaO-t csak két dolomitnál határoztam meg, mivel azonban a *BaO* karbonátos kőzetekben általában mint $BaSO_4$ van jelen, (7) az ép dolomitok igen csekély SO_3-tartalmából következik, hogy ezekben a *BaO* mennyisége is kevesebb, mint 0·01%. Ez egyébként Engelhardt (7) megállapításaival is egyezik, aki szerint a karbonátos kőzetek *BaO*-tartalma átlagban 0·01%-nak vehető.

A *MnO* mennyisége is igen csekély, az R_2O_3-hoz való viszonya átlag 1 : 35. A *MnO*-tartalom a pordolomitokban sem növekedik, jelezvén, hogy a hévízből *Mn* nem vált ki. A *MnO* csekély mennyiségéből az is következik, hogy a budai dolomitok színeződése nem a *Mn*-tól származik, hanem még az ibolyás árnyalatú dolomitokat is csak vasoxidok színezhetik.

A $TiO_2 : R_2O_3$ viszony általában kevéssé változik, a kvarcos dolomitban és pordolomitokban azonban erősen az R_2O_3 javára tolódik el, bizonyítékául annak, hogy e kőzetek magas R_2O_3-tartalma nem elsődleges, hanem a hévizekből került beléjük. A hévizek t. i. TiO_2-ot nem igen tartalmazhatnak, tehát világos, hogy a viszonynak az R_2O_3 javára történt eltolódása csak oly módon jöhetett létre, hogy a hévizekből vasoxid és aluminiumoxid rakódott le.

A *CuO* mennyisége $1{\cdot}01—1{\cdot}55 \times 10^{-4}$% között változik. A kvarcos dolomitban az átlagnak háromszorosára növekszik. A porlódó dolomitban is van az eredeti kőzettel szemben 0·28, ill. $0{\cdot}29 \times 10^{-4}$%-kal való növekedés. Kétségtelen, hogy úgy a kvarcos ereket lerakó, mint a porlódást előidéző hévizek, habár egymástól eltérő sajátságúak voltak, réznyomokat tartalmaztak. A dolomitokban eredetileg jelenlévő réztartalom erősíti ezek biogén voltát is. Tudjuk ugyanis, hogy rézre szükségük van a tengeri növényeknek és riffkoralloknak is. (5) Figyelemreméltó az a jelenség is, hogy a molluskák vérének festőanyagában, a haemo-

cyaninban, a réz akként szerepel, mint a vas a magasabbrendűek haemoglobinjában. (23)

Az alkaliák mennyisége nem jelentéktelen, bár a legtöbb karbonátelemzésben elhanyagolják. A $K_2O : Na_2O$ arány 1 : 8, szemben a tengervízben való 1 : 20 arányhoz. A kálium e relatív növekedését növényi élettel magyarázhatjuk. Érdekes és talán nem véletlen, hogy mindkét pordolomitban ez az arány 1 : 2·5, tehát e kőzetekben a K_2O viszonylagos növekedését tapasztalhatjuk.

Ritka elemnek nevezhetjük itt a ként is, bár a gipsz néha együtt fordul elő a dolomittal. A porlódó dolomitban az SO_3-tartalom az eredeti kőzetben levő mennyiség négyszeresére emelkedik. Az SO_3 növekedése a pordolomitban Vavrinecz elemzéseiből is kitűnik. A más természetű oldattól átjárt 2. sz. kvarcos dolomitban az SO_3-tartalom kisebb, mint az eredeti kőzetben.

Bauxitképződés lehetősége dolomitból.

A dunántúli bauxitokat az irodalomban több szerző dolomitból származtatja. Így Pobozsny (19) kiszámította, hogy ha a gánti fődolomit elmállik, 1 m³-ből 16·62 kg Al_2O_3 keletkezik, ami kb. 32 kg bauxitnak felel meg. Elemzéseim középértékéből hasonló számítást végezve, azt kapjuk, hogy 1 m³, vagyis 2830 kg dolomit mállásából, ha a mállásnál mindazon részek, melyek 1%-os HCl-ben nem oldódnak, helyben maradnak, 1·94 kg marad vissza. Ebben a részben 0·23 kg Fe_2O_3, 0·48 kg Al_2O_3 és 1·23 kg SiO_2 van. Így azonban a maradék csak kb. 0·90 kg bauxitnak felelne meg, tehát a Pobozsny által számított érték $^1/_{35}$ részének. Ha meggondoljuk, hogy a dolomit mállásánál aránylag csak kevés dolomit megy oldatba és a főtömeg mint hordalék távozik el s így a hordalék aluminiumtartalma a bauxit-keletkezés számára elvész, a dunántúli bauxitok dolomit-reziduumnak nem tekinthetők. Természetesen még azt is feltételezzük, hogy a dunántúli dolomitok sem tartalmaznak sokkal több Al_2O_3-t ; ez pedig Taeger és Gedeon előbbiekben tárgyalt elemzései alapján valószínű. Sokkal reálisabbnak látszik telegdi Roth (20) feltevése, mely szerint a dunántúli bauxit subaerikus képződmény.

A dolomit porlódása.

A dolomitok porlódását elsősorban a hévizek okozzák. Ott, ahol hévforrás működött, a dolomit összetétele lényegesen megváltozott. A hévforrásból SiO_2 és R_2O_3, a Nagykevélyen jelentékeny mennyiségű kalcit, a Sashegyen pedig kevés barit is vált ki. Ferenczi és Vavrinecz elemzéseiben a pordolomitok ugyancsak az $R_2O_3+SiO_2$, ill. $R_2O_3+SO_3$ növekedését jelzik. Hogy a dolomitpor R_2O_3-tartalmának nagyobb része tényleg utólag került a kőzetbe, azt a TiO_2-hoz való arányából is láthatjuk (közönséges dolomitokban átlag 1 : 130, pordolomitokban 1 : 1700). A CuO-tartalom szintén mindkét pordolomitban megnövekedett 0·28, ill. $0{\cdot}29 \times 10^{-4}$ %-kal.

De a dolomit nem csupán ott porlódik el, ahol közvetlenül hévforrások hatottak rá, hanem e helyektől távolabb is, mint pl. a 7. sz. minta esetében látjuk; ezt hévforrás közvetlenül nem érte, amit az is bizonyít, hogy a megelemzett minták közül ez a legtisztább. E dolomitrészek kisebb szilárdsága két okra vezethető vissza: 1. A hévforrás hőhatása által a kőzet meglazult, mely effektushoz a dolomit hőkitágulásának anizotropiája is hozzájárulhatott. 2. A törésvonalak mentén való előfordulás helyt adna annak a feltevésnek, hogy mechanikai nyomás hatott a dolomitra s ezáltal veszített szilárdságából, jóllehet vékonycsiszolatban az ép és a kisebb szilárdságú dolomit között semmi különbséget nem észlelhetünk. Nem szabad azonban figyelmen kívül hagyni, hogy a dolomitban, az irodalom adatai szerint, nyomás hatására polimintetikus ikrek csak ritkán fordulnak elő, mesterséges úton pedig szég egyáltalán nem sikerült a kalcit-nyomási-ikrekhez hasonló dolomit nyomási-ikreket előállítani. Így tehát elvileg semmi akadálya nincs azon feltevésünknek, miszerint a pordolomit képződésénél a nyomás is jelentősen közreműködött. A dolomitnak a hévforrás oldó hatásától független porlódását előidéző mindkét említett tényező egyidejű hatása is elképzelhető.

A dolomitok porlódását már Scherf (21) is a hévforrások működésére vezette vissza és a keletkezett dolomitporról azt állítja, hogy az átkristályosodott dolomit, mely főleg 0·01 mm-es éles romboéder-kristálykákból áll. Több dolomitport átvizsgálva, azt

találtam, hogy a por szemcséi nagyság és alakban megegyezőek az eredeti kőzet szemcséivel és teljesen xenomorfok. (l. 5. és 8. old.) Tehát egyáltalán nem valószínű, hogy a pordolomitokat a hévforrások átkristályosították.

Összefoglalás.

A budakörnyéki dolomitok kőzettani és kémiai vizsgálata során megállapítást nyert, hogy a mikroszkópi vékonycsiszolatban nagymérvű átkristályosodás figyelhető meg és a kőzetek nagy része egészen dolomitmárványszerű képet nyujt.

A kőzetek kémiai összetétel szempontjából rendkívül tiszták nak mondhatók, azaz ideális összetételűek.

A pordolomitok elemzési adataiban magasabb SiO_2- és R_2O_3-tartalom, valamint esetenkint feleslegben levő $CaCO_3$ tapasztalható.

Genetikai szempontból utólagosan átkristályosodott riffképződménynek tekinthetők.

A képződmények geológiai kora és azok pontosabb kémiai összetétele között összefüggések állapíthatók meg.

A kémiai összetétel vizsgálata kiterjedt a ritkább alkatrészek közül a SrO, BaO, MnO, TiO_2, CuO, K_2O, Na_2O és SO_3 meghatározására is.

Az elemzési értékek alapján a dunántúli bauxittelepek nem tekinthetők dolomit-reziduumnak.

A porlódást előidéző okok közt, a hévforrások oldóhatásán kívül, helyenkint ezeknek hőhatása egymagában is elegendőnek látszik.

Kir. Magy. Pázmány Péter Tud.-Egyetem ásvány-kőzettani intézete 1940.

Irodalom.

1. Behrend F.—Berg, G.: Chemische Geologie. Ferdinand Enke, Stuttgart, 1927.

2. Berg, R.: Das O-oxychinolin «oxin». Die chemische Analyse. 34. Ferdinand Enke, Stuttgart, 1935.

3. Bernáth J.: A budai Gellérthegy dolomitfajainak magnéziatartalma. A kir. magyar Természettud. Társ. Közl. 1866. 79.

4. Bernáth, J.: Magyarországi ásványok elemzése. Math. és Term.-tud. Közl. **5**. 134—156. 1879.

5. Clarke, F. W.: The Data of Geochemistry. U. S. Geol. Survey. Bull. 770. 1924.

6. Endrédy E.: A mangán előfordulása a talajok adszorbciós komplexumában. Math. Term.-tud. Ért. **59**. 290—298.

7. v. Engelhardt, W.: Die Geochemie des Barium. Chemie der Erde. **10**. 185—246. 1935.

8. Feigl, F.: Qualitative Analyse mit Hilfe von Tüpfelreaktion. Akad. Verlagsges. Leipzig, 1938.

9. Ferenczi I.: Adatok a budakovácsi hegység geológiájához. Földtani Közl. **55**. 196—216. 1925.

10. Földvári A.: A dunántúli Középhegység eocénelőtti karsztja. Földtani Közl. **63**. 49—56. 1933.

11. Groves, A. W.: Silicate analysis. Thomas Murby and Co. London, 1937.

12. Hillebrand, W. F.: The analysis of silicate and carbonate rocks. U. S. Geol. Survey. Bull. 700. 1919.

13. Kutassy, E.: Beitrag zur Stratigraphie und Paleonthologie der Alpinen Triasschichten in der Umgebung von Budapest. Földtani Int. Évk. **27**. 105—175. 1927.

14. Leitmeier, H.: Dolomit. Doelter: Handbuch der Mineralchemie. I. 360—402. 1912.

15. Linck, G.: Bildung des Dolomits und Dolomitisierung. Chemie der Erde. **11**. 278—286. 1937.

16. Nendtvich, K.: Buda vidékének dolomitjei. Magyar Akad. Ért. 1859. 112—127.

17. Noll, W.: Geochemie des Strontiums mit Bemerkungen zur Geochemie des Bariums. Chemie der Erde. **8**. 507—600. 1934.

18. Nydahl, F.: Die Bestimmung des Kupfers im Rauhfutter nach der Diaethyldithiocarbamat-Methode. Zs. Anal. Chem. **116**. 315—328. 1939.

19. Pobozsny I.: A Vértes hegység bauxittelepei. Földtani Szemle. 1. 5. füz. 1929.

20. telegdi Roth K.: A Dunántúl bauxit-telepei. Földtani Szemle, **1**. 95—103. 1922.

21. Scherf E.: Hévforrások okozta kőzetelváltozások a buda—pilisi hegységben. Hidrol. Közl. **2**. 19—88. 1928.

22. Skeats, E. W.: On the chemical and mineralogical evidence as to the origin of the dolomites of southern Tyrol. Quart. Journ. Geol. Soc. London. 1905. 97—141.

23. Soós L.: Rendszeres állattan. Danubia, Pécs. 1924.

24. Taeger H.: A Vértes-hegység földtani viszonyai. Földtani Int. Évk. **17**. 31—256. 1909.

25. Vavrinecz G. : Ásványelemzések. II. Magy. Chem. Folyóirat **39**. 54—56. 1933.

26. Vavrinecz G.: Budai halloysit és lisztes dolomit összetétele. Magyar Chem. Folyóirat **41**. 70. 1935.

27. Vigh Gy.: Adatok a budai és gerecsevidéki triász ismeretéhez. I. Földtani Közl. **57**. 53—63. 1927.

28. Winkler, L. W.: Ausgewählte Untersuchungsverfahren für das chemische Laboratorium. Die chemische Analyse. **29**. Ferdinand Enke. Stuttgart, 1931.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

PETROCHEMISCHE UNTERSUCHUNG DER TRIASDOLOMITE DES BUDAER GEBIRGES.

Von F. BRUGGER.

Verfasser untersuchte petrographisch und chemisch die Triasdolomite des Budaer Gebirges. Aus den petrographischen Untersuchungen konnte man feststellen, dass die genannten Dolomite stark umkristallisiert, dolomitmarmorartig sind. Chemisch sind die Dolomite äusserst rein, ihre Zusammensetzung entspricht fast der idealen Dolomitformel. Die Zusammensetzung der Dolomitsanden weicht insofern von der der festen, kompakten Dolomiten ab, dass der Gehalt an SiO_2 und Sesquioxyden steigt und ein gewisser $CaCO_3$ Überschuss vorhanden ist.

Zwischen dem geologischen Alter und der Zusammensetzung der Dolomite besteht ein gewisser Zusammenhang; gleichalterige Dolomite sind von sehr ähnlicher Zusammensetzung. Selbstverständlich kann man aber diesen Schluss nur an einer grösseren Anzahl von Analysen genauer feststellen.

Im Laufe der Analysen wurde auch auf seltenere Bestandteile, wie SrO, BaO, MnO, TiO_2, CuO, K_2O und Na_2O geprüft. Der SrO-Gehalt wurde, mit den Angaben von NOLL übereinstimmend, 0·01% gefunden. BaO ist in grösseren Mengen nur in den Dolomitsanden vorhanden. Interessant ist der geringe, aber konstante CuO-Gehalt, der bei dem sicher hydrothermalen Einflüssen ausgesetzten Dolomit etwa auf das dreifache des normalen Gehaltes steigt. Der Gehalt an K_2O und Na_2O ist auch nicht unbedeutend.

Aus dem Sesquioxyd-Gehalt kann man folgern, dass die Bauxite nicht als Verwitterungsrückstände des Dolomits aufgefasst werden können.

Die Analysen und die mikroskopische Untersuchung deuten dahin, dass die Bildung der Dolomitsande nicht ausschliesslich mit der lösenden Wirkung der Thermen zusammenhängt, sondern sich auch durch die rein thermische Einwirkung derselben erklären lässt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

MORFOGENETIKAI VIZSGÁLATOK A MAGYARORSZÁGI BARITOKON.

MAKLÁRI LAJOS-tól.

A magyarországi baritelőfordulások tanulmányozása során néhány új, illetve kevéssé ismert lelőhelyet sikerült találnom. Ezek baritkristályait részletesen megvizsgáltam; formáikat meghatároztam. E lelőhelyek a következők: *Dognácska, Nandrás, Óradna, Gyöngyösoroszi, Nagybánya, Borpatak, Erzsébetbánya, Boica, Aranyosbánya, Nagyág, Óbuda, Esztergom, Sárospatak, Beregszász.* (Részletes leírásukat l. a német szövegben.)

Saját vizsgálataim és az irodalmi adatok alapján megkíséreltem a magyarországi baritok morfogenetikai sajátságait megállapítani. A típusok elkülönítésénél Fr. Braun (8) beosztását követtem. Az ő II. antimonit- és VI. szilikát-típusa azonban nézetem szerint összevonható és egységesen antimonit-típusnak nevezhető. E típust genetikai és morfológiai alapon két részre osztom: antimonit-típus *a)* (= Braun II. antimonit-típus) és antimonit-típus *b)* (= Braun VI. szilikát-típus). E módosítással a Braun-féle típusokat elfogadtam és a magyarországi baritelőfordulások kristályait a morfológiai és genetikai viszonyok tekintetbevételével, továbbá a perzisztencia-értékek kiszámításával a megfelelő morfogenetikai típusokba beosztottam. Végül megállapítottam, hogy a magyarországi baritok leggyakoribb és legjellemzőbb termettípusa *c*(001) szerint táblás kristály, melynek kombinációjában a hasadási formákon kívül elsősorban egyszerű jelű prizmák vesznek részt.

A Kir. Magy. Pázmány Péter Tudományegyetem Ásvány- és Kőzettani Intézetében készült dolgozat.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

TRACHTSTUDIEN AN UNGARLÄNDISCHEN BARYTKRISTALLEN.

Von L. MAKLÁRI.

Die morphogenetischen Trachtstudien stehen im Vordergrund der heutigen kristallographischen Untersuchungen. Fr. Braun (8) beschäftigte sich sehr eingehend mit den morphogenetischen Verhältnissen des Baryts. Die ungarischen Baryte werden wir in die Braun'sche Trachttypen einreihen. Die Arbeit führte ich teils auf Grund des ungarischen Schrifttums, teils eigener Untersuchungen aus. Bei Durchsehen des Barytmaterials der Mineralog. Abteilung des Ungarischen Nationalmuseums und einiger Privatsammlungen fand ich mehrere, noch nicht oder unvollständig untersuchte Barytfundorte. Der erste Teil meiner Mitteilung enthält die Beschreibung dieser Barytvorkommen.

I. Bisher eingehend noch nicht untersuchte und neue Barytfundorte.

Dognácska (Komitat Krassó-Szörény). Aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Ein Gemisch von bläulichen, hornfelsartigen Quarz, grünlichen, rhomboedrischen Kalzit und grösseren, eingewachsenen Baryttafeln. Auf dem Gangstück sitzen dicht nebeneinander durch Spaltflächen begrenzten Baryttafeln.

Die wasserklaren, von Amethyst begleiteten Barytkristalle aus dem Ferdinánd-Bergwerk zeigen die folgenden Formen: *a*(100), *b*(010), *c*(001), *m*(110), *o*(011), *u*(101), *d*(102).

Aus der Privatsammlung des Herrn Al. Koch. Auf einer *Mn*- und *Fe*-haltigen Grundmasse finden wir eine grobkörnige Quarzschichte mit Amethyst, auf den letzteren sitzen tafelige

Barytkristalle in Begleitung von Dolomitkugeln. Barytformen: *a*(100), *c*(001), *m*(110), *w*(106).

Nandrás (Komitat Gömör-Kishont). In den oberflächlich limonitisierten Sideritgängen ziehen sich einige Quarzadern mit Kupferkies und dünntafeligem Baryt, der letztere als Product des *Ba*-Gehalte des verwitterten Siderits. Die Formen der Barytkristalle sind: *c*(001), *m*(110), *o*(011), *d*(102).

Óradna (Komitat Beszterce-Naszód). Aus der Privatsammlung des Herrn Al. Koch. Auf einem stark verwitterten, Pyrit- und karbonathaltigen Nebengestein sitzen schlecht ausgebildete, zonar aufgebaute, bläuliche Barytkristalle mit den Formen *c*(001), *m*(110), *b*(010), *o*(011).

Gyöngyösoroszi (Komitat Heves). Auf weissem Hydroquarzit kommen durch die Spaltflächen begrenzte Baryttafeln vor. (Vrgl. K. Sztrókay, Földtani Közlöny 68. 30.)

Nagybánya (Komitat Szatmár). Zwei Gangstück aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Sie sind den Vorkommen von Felsőbánya sehr ähnlich. Die festgestellten Formen sind: *a*(100), *b*(010), *c*(001), *o*(011), *u*(101), *d*(102), *l*(104), *m*(110), *λ*(210), *η*(320), *z*(111), *r*(112), *y*(122).

Aus der Sammlung des Herrn J. Kupás. Auf beiden Seiten des Gangstückes sitzen dicht nebeneinander die Baryttafeln (Fig. 1). Die grösseren Kristalle wurden gemessen; die beobachteten Formen und festgestellten Kombinationen sind: *b*(010), *c*(001), *m*(110), *l*(104), *W*(108), *z*(111), *k*(118).

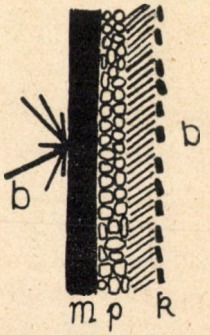


Fig. 1.

1. *b c m l*
2. *b c m l* k* z* W**
3. *b c m . . z W*

Die mit einem Stern (*) bezeichneten Formen wurden nur wegen des schwachen Reflexes durch Schimmern festgestellt.

Borpatak (Komitat Szatmár). Die im Jahre 1936 gefundenen Stücke aus dem Lipót-Bergwerk weisen Barytkristalle von dreierlei Art auf.

I. «Sura»-Gang von III. Horizont. Das Grundgestein ist ein grünsteinartiges Andesit mit vielen weissen Barytadern in Begleitung von Plumosit. Die Barytkristalle sind in der Richtung der *b*-Achse 2·5—3 cm gross, durchsichtig und enthalten sehr wenige Plumositeinschlüsse. Die festgestellten 18 Formen sind: *a*(100), *b*(010), *c*(001), *o*(011), *u*(101), *d*(102), *l*(104), *w*(106), *m*(110), *λ*(210), *n*(120), *χ*(130), *η*(320), *e'*(430), *z*(111), *y*(122), *r*(112), *f*(113). Die Kristalle sind tafelig nach *c*(001). Die beobachteten Kombinationen (Fig. 2):

1.	*a*	.	*c*	*o*	*u*	*d*	*l*	.	*m*	*λ*	.	.	*η*	.	*z*	.	*r*	*f*
2.	*a*	*b*	*c*	*o*	*u*	*d*	*l*	.	*m*	.	*n*	*χ*	.	.	*z*	*y*	.	*f*
3.	*a*	*b*	*c*	*o*	*u*	*d*	*l*	.	*m*	.	.	.	.	.	*z*	*y*	.	.
4.	*a*	.	*c*	.	*u*	*d*	*l*	.	*m*	.	.	.	.	.	.	.	.	.
5.	*a*	*b*	*c*	*o*	*u*	*d*	*l*	*w*	*m*	.	.	.	.	.	*z*	*y*	*r*	*f*
6.	*a*	*b*	*c*	*o*	*u*	*d*	*l*	*w*	*m*	.	.	.	.	.	*z*	*y*	.	.
7.	.	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*l*	*w*	*m*	.	.	.	.	.	*z*	*y*	*r*	.
8.	.	*b*	*c*	*o*	.	.	.	.	*m*	*λ*	.	.	.	*e'*	*z*	*y*	*r*	.
9.	*a*	.	*c*	.	*u*	*d*	*l*	.	*m*	.	.	.	.	.	*z*	.	.	.
10.	*a*	.	*c*	.	.	*d*	*l*	.	*m*	*λ*	.	.	*η*	.	.	.	.	.

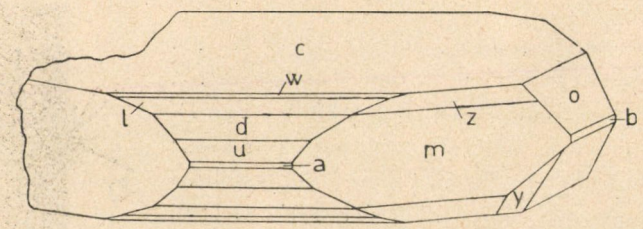


Fig. 2.

Bildungsprozess: Die Mineralien des Gutin-Gebirges sind hydrothermale Bildungen in den jungtertiären Gesteinen. Die oben besprochenen Barytkristalle von Borpatak sind ebenfalls von hydrothermaler Herkunft; dies wurde durch die Plumositeinschlüsse bestätigt. Denn die Bildungstemperatur des Plumosits ist 200—400° C (13), der Baryt aus einer kälteren Lösung entscheidet, er st also eine apomagmatisch-hydrothermale Bildung. Die ausserordentliche Reinheit und schöne Ausbildung des Baryts weist

auch auf eine am Ende eines magmatischen Cyklus von niedrigerer Temperatur stattgefundene Kristallisation hin.

II. Auf einem sehr verwitterten Nebengestein sitzen grünlichblaue Barytkristalle in Begleitung von Pyrit. Die beobachteten Formen sind: $a(100)$, $c(001)$, $u(101)$, $d(102)$, $l(104)$, $w(106)$, $W(108)$, $m(110)$, $z(111)$. Die festgestellten Kombinationen sind:

1.	*a*	*c*	*u*	*d*	*l*	.	.	*m*	.
2.	.	*c*	.	*d*	*l*	*w*	*W*	*m*	*z*

III. Die Barytkristalle sitzen auf einem mit Pyrit eingesprengten Milchquarz. Die Formen sind: $b(010)$, $c(001)$, $o(011)$, $u(101)$, $d(102)$, $m(110)$, $z(111)$. Die Form $u(101)$ tritt an allen Kristalle eigentümlicher Weise ausgekeilt auf (Fig. 3).

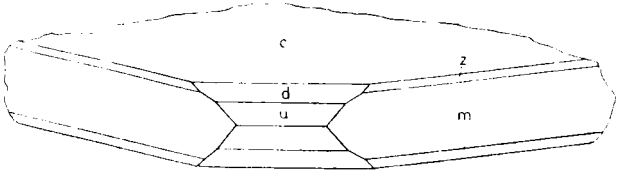


Fig. 3.

Erzsébetbánya (= Oláhláposbánya, Komitat Szolnok-Doboka). Sieben Stück aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Der auf kugelförmigem Siderit gewachsene Baryt findet sich in den Gängen des Pyroxenandesits. Die Barytafeln von 2—3 cm Durchmesser enthalten oft Realgar-Ringe. Es wurden kleinere Kristalle gemessen; die beobachteten Formen sind: $a(100)$, $b(010)$, $c(001)$, $o(011)$, $l(104)$, $d(102)$, $m(110)$, $\lambda(210)$, $z(111)$, $y(122)$, $r(112)$, $v(115)$. Figur 4. Die Kombinationen der den Kristallen von Felsőbánya ähnlichen Barytkristallen sind folgende:

1.	*a*	.	*c*	.	*l*	*d*	*m*	λ	*z*	.	.	.
2.	*a*	*b*	*c*	*o*	*l*	*d*	*m*	λ	.	*y*	.	.
3.	.	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	*z*	.	*r*	*v*
4.	.	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	.	.	.	.
5.	.	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	*z*	.	.	.
6.	*a*	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	.	.	.	.

7.	*a*	*b*	*c*	.	.	*d*	*m*	*λ*	.	.	.	.
8.	*a*	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	.	*y*	.	.
9.	.	*b*	*c*	*o*	.	.	*m*	.	.	*y*	.	.
10.	.	.	*c*	.	*l*	*d*	*m*	.	*z*	.	.	.
11.	*a*	*b*	*c*	*o*	*l*	*d*	*m*	.	.	.	.	.
12.	.	*b*	*c*	*o*	.	*d*	*m*	.	.	*y*	.	.

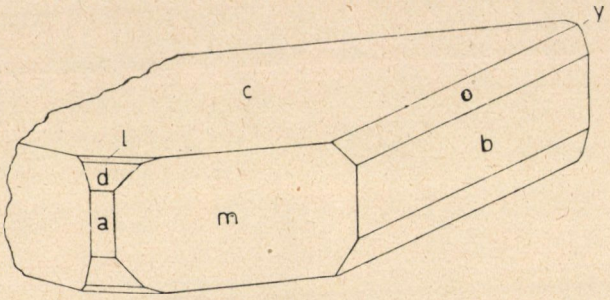


Fig. 4.

Boica (Komitat Hunyad). Drei Stück aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Schlecht ausgebildete Barytkristalle kommen auf quarzigem Nebengestein mit gedieg. Gold, Galenit und Sphalerit vor. Kristallographisch unbedeutendes Vorkommen.

Aranyosbánya (Komitat Torda-Aranyos). Zwölf Stück aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Die bläulichen Barytkristalle wurden von Kalzit begleitet. Ausser den vorherrschenden Formen *c*(001), und *m*(110) sind die übrigen Formen untergeordnete. Die beobachteten Formen sind: *a*(100), *b*(010), *c*(001), *o*(011), *l*(104), *d*(102), *u*(101), *m*(110), *λ*(210), *η*(320), *z*(111), *y*(122).

Die festgestellten Kombinationen sind:

1.	*a*	*b*	*c*	*o*	*l*	*d*	*u*	*m*	*λ*	*η*	*z*	*y*
2.	.	*b*	*c*	*o*	*l*	*d*	.	*m*	*λ*	*η*	*z*	*y*
3.	.	*b*	*c*	*o*	.	.	.	*m*	*λ*	.	*z*	*y*
4.	.	*b*	*c*	*o*	.	.	.	*m*	*λ*	.	*z*	*y*
5.	.	*b*	*c*	*o*	*l*	*d*	*u*	*m*	*λ*	*η*	*z*	*y*

Nagyág (Komitat Hunyad). Aus der Mineralog. Sammlung

des Ungarischen Nationalmuseums. Die nur durch Spaltflächen begrenzten Baryttafeln kommen mit Rhodocrosit vor.

Óbuda (Komitat Pest). Dieser Fundort wurde nur wegen der Ausserordentlichkeit des Vorkommens erwähnt. In dem Kisceller-Ton wurden Septarien als lokale Konzentrationen gefunden, in diesen kommen die durch Al. Koch (29) beschriebenen schönen Barytkristalle vor.

Esztergom (Komitat Esztergom). Aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Die Barytkristalle sind denjenigen von Óbuda sehr ähnlich. Der in dem Sandstein vorkommende Baryt ist eine Kaltwasserbildung. Die schmutziggelben Kristallen sind von einfacheren Kombinationen. Die beobachteten sechs Formen sind: *b*(010), *c*(001), *d*(102), *u*(101), *m*(110), *z*(111). Die Kombinationen zweier gemessenen Kristalle sind:

1. . *c d u m z*
2. *b c . . m z*

Sárospatak (Komitat Zemplén). Aus der Mineralog. Sammlung des Ungarischen Nationalmuseums. Die Morphologie und Paragenesis der Kristalle sind dem Vorkommen von Gyöngyösoroszi sehr ähnlich.

Beregszász (Komitat Bereg). Die Barytkristalle aus dem Borzlyuk-Bergwerk sitzen auf dem hydroquarzitischen Rhyolittuf. Sie sind gelb und in der Richtung der *a*-Achse stark gestreckt (Fig. 5). Die beobachteten Formen sind: *o*(011), *d*(102), *m*(110), *z*(111). Auffallend ist die Abwesenheit der Form *c*(001).

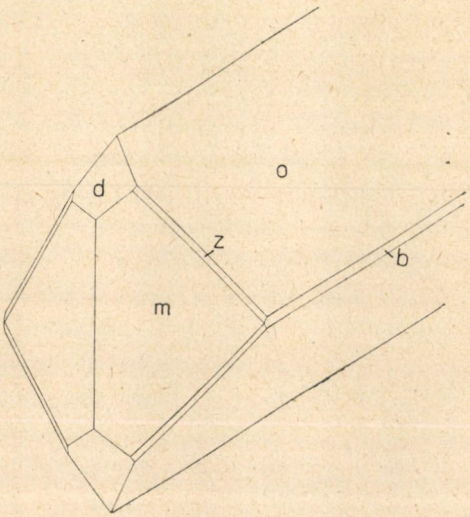


Fig. 5.

Bildungsprozess: Dieser Baryt kommt immer in den Klüften des ver-

witterten Rhyolits vor. Es liegt sehr nahe, dass der *Ba*-Gehalt auf dem Sanidin des Muttergestein zurückzuführen ist. Die Elemente *Ba* und *K* besitzen fast gleiche Atomradien (*Ba* 1·43 Å beob., 1·35 Å ber.; *K* 1·33 Å beob., 1·33 Å ber.). Das Element *Ba* ist im Sanidin getarnt und seine Absonderung von dem Kalium wird nur bei Verwitterung stattfinden (38). Aus dem Kalium bildet sich ein Sial-Komplexum, «Kaolin» und das Barium bildet eine stabile Verbindung: Baryt infolge der Wirkung der zirkulierenden sulfathaltigen Lösungen.

II. Morphogenetik der ungarischen Baryte.

Die Typisierung der Barytkristalle wurde schon mehrmals versucht. Die Lösung der Frage ist von Fr. Braun die erfolgreichste; er beachtete ausser der Morphologie die Bildungsverhältnisse. Wir werden bei den Typeneinteilungen der ungarischen Baryte — mit einer kleineren Änderung — die Braun'schen Prinzipien befolgen.

Die weiter unten besprochenen Stammtypen sondern sich voneinander sehr gut ab. Meiner Meinung nach ist die starre Absonderung der Typen von II. Antimonit und VI. Silikat erzwungen. Auch nach Braun gibt es einige Übergangstypen. Das Einteilungsprinzip der Braun'schen Typen: die Paragenesis der oben erwähnten zwei Typen ist beinahe gleich. Im Laufe meiner Untersuchungen wurde es mir ganz klar, dass sich hier nur um formenreichere Kombinationen handelt. Es ist ganz gewiss, dass wenn die Reihenfolge der Typen gleichzeitig die genetische Reihenfolge aufweist, der Antimonittypus in der Typeneinteilung unmittelbar vor dem jüngsten Wolnyntyp steht. Charakteristisch ist nach Braun das Auftreten der Realgar- und Auripigmenteinschlüssen bei der mit Antimonit vorkommenden, dünntafeligen Baryte. Ich muss aber bemerken, dass wir eben diese zwei Mineralien als charakteristischesten Glieder der aus apomagmatisch-hydrothermalen Lösungen am letzten ausscheidenden Mineralassotiationen bezeichnen können; also wenn der mitvorkommende Baryt auch eine jüngste Bildung sein kann.

Es wäre am besten den Typus II und VI, diese genetisch

gleichzeitigen Bildungen zusammenfassend als Antimonittyp zu nennen. Nach BRAUN sind für den Typus VI die dicktafeligen, durch Spaltflächen begrenzten Kristalle charakteristisch. Er macht von den Realgar- und Auripigmenteinschlüssen keine Erwähnung. Die Barytkristalle von Felsőbánya — von diesem Typ— enthalten solche Einschlüsse. Nach meinem Vorschlag: Antimonit-Typus *a)* (= Antimonit-Typus II BRAUN), Antimonit-Typus *b)* (= Silikat-Typus VI. BRAUN).

Das BRAUN'sche System macht keinen Unterschied zwischen der primären und secundären Bildung der Barytvorkommen; dies ist nun sein grösster Fehler, wenn man bedenkt, der Systematik doch die Bildung zu Grunde liegt.

Im folgenden werde ich die Typen der ungarischen Baryte auf Grund meiner eigenen Untersuchungen bzw. des diesbezüglichen Schrifttums mit Rücksicht auf die BRAUN'sche Typeneinteilung vorlegen.

I. Rombisch-tafeliger Typus P^{a}_{001} [100], [010].

Die älteste Barytgeneration. Seine Paragenesis:

$$\text{Quarz} \rightarrow \begin{cases} \text{Siderit} \\ \text{Limonit} \\ \text{Cinnabarit} \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \text{Chalkopyrit} \\ \text{Pyrit} \end{matrix} \rightarrow \textit{Baryt} \xrightarrow{\begin{matrix} \text{Chalkopyrit} \\ \text{Quarz} \end{matrix}} \text{Überzug von Haematit oder Limonit}$$

Die Tabelle 1. enthält die Häufigkeitspersistenzen der Typus I. Unter den Werten der ungarischen Baryte stehen diejenigen der ausländischen. Aus beiden berechneten %-Werten stellt Figur 6 dar.

Unter den ungarischen Vorkommen folgen die weiter unten aufgezählten Fundorte den I. Typ.

Déva (Komitat Hunyad). ZIMÁNYI (69, Taf. V, Fig. 2, 2*a*).[1]

Dernő (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (66, Taf. XIII, Fig. 2, 3, 4).

Alsósajó (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (66, Taf. XIII, Fig. 10, 11).

Rozsnyó (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (69, p. 80).

[1] Die in Klammern gesetzten Zahlen beziehen sich auf die Figurnummer der Originalabhandlung; mit der Benützung dieser Figuren geschieht die Einteilung der Kristalle in den betreffenden Typus.

Tabelle 1.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*Ψ* 031	*w* 106	*l* 104	*g* 103	*d* 102	*u* 101	*λ* 210	*m* 110	*y* 122	*f* 113	*r* 112	*z* 111
Ungarn																
10 Stück	10	5	6	10	—	—	5	—	9	4	3	10	1	1	1	6
%	100	50	60	100	—	—	50	—	90	40	30	100	10	10	10	60
Ausland																
28 Stück	28	19	9	28	4	3	18	5	26	9	5	23	3	6	4	14
%	100	67·9	32·1	100	14·3	10·7	64·3	17·9	92·9	32·1	17·9	82·1	10·7	21·4	14·3	50
Zusammen:																
38 Stück	38	24	15	38	4	3	23	5	35	13	8	33	4	7	5	20
%	100	63·2	39·5	100	10·5	7·9	60·5	13·2	92·1	34·2	21·1	86·8	10·5	18·4	13·2	52·6

Ergänzungsformen: φ (012), $\varkappa$ (041), — (450), 5·3 %; W (108), U (201), — V (304), — (407), η (320), N (230), — (4.11.0), χ (130), μ (124), ξ (142), v (115) und p (114) 2·6 %.

Koppánd (Komitat Torda-Aranyos). A. Koch (24, 25, 26), Balogh (2), Zimányi (64, Taf. I).

Rókahegy (Komitat Pest). Jugovics (20, Fig. 2).

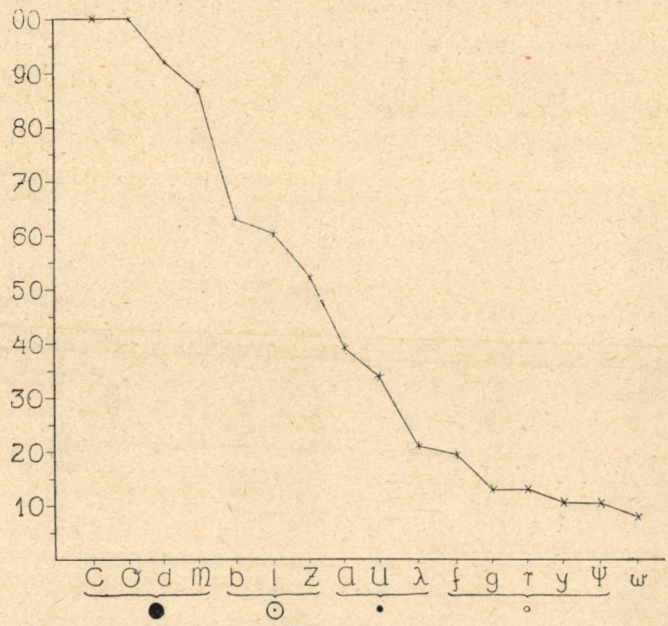


Fig. 6.

IIa. und IIb. Erztypus $P^{b}_{0,1}$ [010].

Paragenesis:

IIa. Quarz → Galenit { Limonit, Pyrit, Quarz, Siderit, Kalzit } Chalkopyrit → *Baryt* → Quarz (Chalkopyrit, Pyrit) →

IIb. Sphalerit, Quarz { Pyritt, Galenit, Haematit } → Quarz (Chalkopyrit, Kalzit) → *Baryt* (Haematit) →

Die Barytkristalle beider Unterabteilungen kommen also mit Sulfiderzen vor. Es ist auffallend, dass das ungarische Schrifttum, trotz den vielen jungtertiären Erzgängen, sehr wenige Baryt-

vorkommen von Erztyp erwähnt. Ich wiedergebe hier nur die Beobachtungen von BRAUN.

IIa. *Sajóháza* (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (67, Taf. 1, Fig. 1, 2).
Porkura (Komitat Hunyad). ZIMÁNYI (69, Taf. V, Fig. 3).
IIb. *Rákó* (Komitat Abauj-Torna). ZIMÁNYI (65, Fig. 4).
Felsőbánya (Komitat Szatmár). BRAUN (8, Tabelle III, IV).

IIIa. und IIIb. Karbonat-Typus. A^b, A_a.

Paragenesis:

$$\text{IIIa. Quarz} \rightarrow \begin{cases}\text{Siderit}\\ \text{Pyrit}\end{cases} \rightarrow \begin{matrix}\text{Dolomit, Ankerit}\\ \text{Kalzit} \longrightarrow \textit{Baryt} \rightarrow\\ \text{Siderit}\end{matrix}$$

$$\text{IIIb. } \begin{matrix}\text{Dolomit}\\ \text{Kalzit}\\ \text{Siderit}\end{matrix} \longrightarrow \textit{Baryt} \rightarrow \begin{matrix}\\ \text{Pyrit}\\ \end{matrix}$$

Die Häufigkeitspersistenzen der Unterabteilung IIa sind in der Tabelle 2. und in der Figur 7 zusammengefasst.

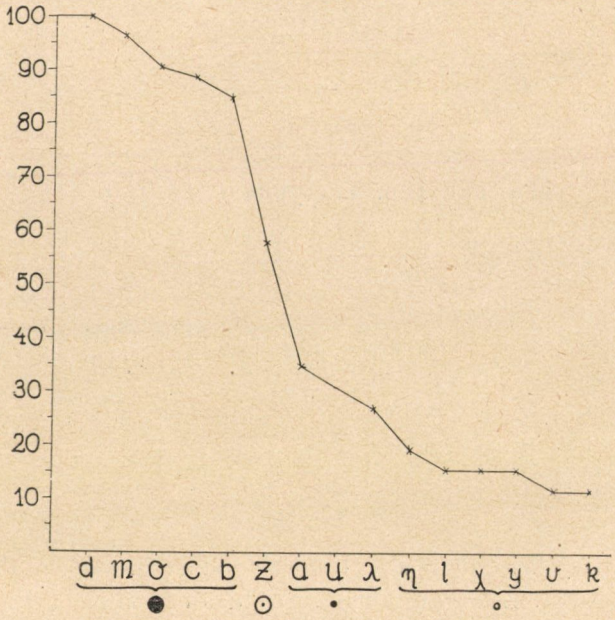


Fig. 7.

Tabelle 2.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*l* 104	*d* 102	*u* 101	*λ* 210	*η* 320	*m* 110	*χ* 130	*y* 122	*z* 111	*r* 112	*v* 115	*k* 118
Ungarn																
11 Stück	10	8	7	11	—	11	1	6	4	10	1	3	8	1	3	3
%	90·9	72·7	63·6	100	—	100	9	54·5	36·3	90·9	9	27·2	72·7	9	27·2	27·2
Ausland																
15 Stück	13	14	2	13	4	15	7	1	1	15	3	1	7	1	—	—
%	87	93	13	87	27	100	47	7	7	100	20	7	47	7	—	—
Zusammen:																
26 Stück	23	22	9	24	4	26	8	7	5	25	4	4	15	2	3	3
%	88·5	84·6	34·6	90·3	15·4	100	30·8	26·9	19·2	96·2	15·4	15·4	57·7	7·7	11·5	11·5

Ergänzungsformen: *f* (113), p (772) und *π* (916), 3·8%.

Unter allen Typencharakterisierungen ist die Unterabteilung *b)* die unwahrscheinlichste. Ich berechnete die diesbezüglichen Werte nur von insgesammt 19 Kristallen (von diesen 5 aus demselben Fundort). Die Häufigkeitspersistenzen sind in Tabelle 3. zusammengestellt und in der Figur 8 dargestellt.

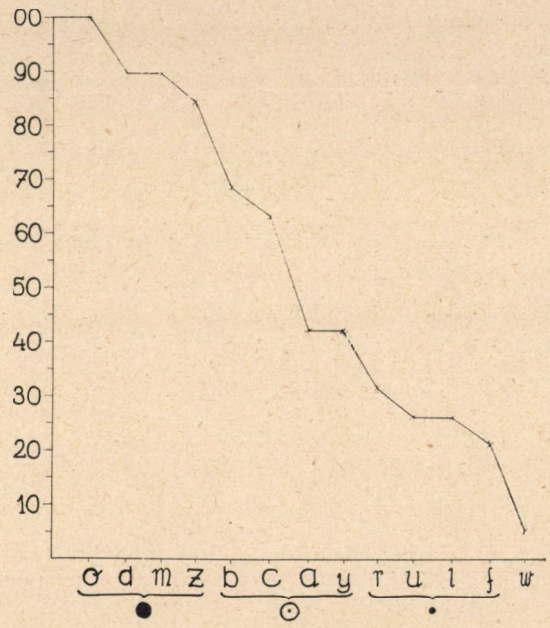


Fig. 8.

Die hierhergehörigen ungarischen Fundorte sind:

IIIa. *Alsósajó* (Komitat Gömör). Zimányi (66, Taf. XIII, Fig. 12).

Dobsina (Komitat Gömör). Melczer (35, Fig. 1, 2, 3).
Sajóháza (Komitat Gömör). Zimányi (67, Taf. I. Fig. 3, 4).
Lunkány (Komitat Hunyad). Zimányi (63, Taf. II, Fig. 2).
Rudabánya (Komitat Borsod). Kertai (22).
Felsőbánya (Komitat Szatmár). Al. Koch (28, Fig. 20—22).

Tabelle 3.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*u* 101	*d* 102	*l* 104	*m* 110	*z* 111	*r* 112	*y* 122	*f* 113
Ungarn												
11 Stück	6	6	3	11	2	9	—	9	8	—	2	1
%	54·5	54·5	27·3	100	18·2	81·8	—	81·8	72·7	—	18·2	9·1
Ausland												
8 Stück	6	7	5	8	3	8	5	8	8	6	6	3
%	75	87	63	100	38	100	63	100	100	75	75	38
Zusammen:												
19 Stück	12	13	8	19	5	17	5	17	16	6	8	4
%	63·2	68·4	42·1	100	26·3	89·5	26·3	89·5	84·2	31·6	42·1	21·1

Ergänzungsformen: w (106), τ (410), λ (210), n (120), χ (130), η (320), μ (124), ξ (142), p (114), — (117), i (021), I (133) 5·3%.

IIIb. *Gyertyánliget* (Komitat Máramaros). KRIZSÓ (31, Textfig. 2, Taf. I, Fig. 1, 2).
Dernő (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (66, Taf. XIII, Fig. 1).
Óbuda (Komitat Pest). AL. KOCH (29, Fig. 1).
Rókahegy (Komitat Pest). JUGOVICS (20, Textfig. 1).
Beregszász (Komitat Bereg) in dieser Mitteilung Fig. 5.

IV. Isometrischer Typus $I_{001, 110}$ [110].

Paragenesis:

Zeolit Kalzit
Quarz ——— *Baryt* →
Karneol Dolomit

BRAUN stellte diesen Typ auf Grund des Schrifttums auf. Ich fand unter den ungarischen Baryten einige, und zwar sehr charakteristische Fundorte. Die *P*-Werte sind in der Tabelle 4. aufgezählt und in Figur 9 graphisch wiedergeben.

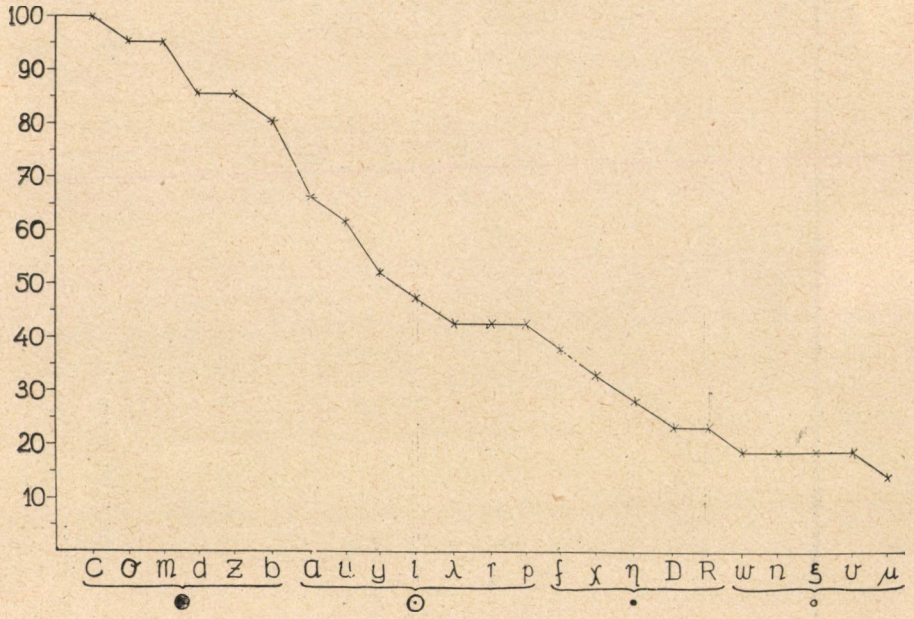


Fig. 9.

Tabelle 4.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*w* 106	*l* 104	*d* 102	*u* 101	*D* 302	λ 210	η 320	*m* 110	*n* 120	χ 130	μ 124	*y* 122	ξ 142	*v* 115	*p* 114	*f* 113	*r* 112	*z* 111	*R* 223
Ungarn																							
6 Stück	6	5	3	5	—	3	6	3	1	3	4	5	1	—	—	2	—	2	3	2	3	4	1
%	100	83·3	50	83·3	—	50	100	50	16·6	50	66·6	83·3	16·6	—	—	33	—	33	50	33	50	66·6	16·6
Ausland																							
15 Stück	15	12	11	15	4	7	12	10	4	6	2	15	3	7	3	9	4	2	6	6	6	14	4
%	100	80	73·3	100	26·7	46·7	80	67	26·7	40	13·3	100	20	46·7	20	60	26·7	13·3	40	40	40	93·3	26·7
Zusammen:																							
21 Stück	21	17	14	20	4	10	18	13	5	9	6	20	4	7	3	11	4	4	9	8	9	18	5
%	100	80·9	66·7	95·2	19·1	47·6	85·7	61·9	23·8	42·9	28·6	95·2	19·1	33·3	14·3	52·4	19·1	19·1	42·9	38·1	42·9	85·7	23·8

Ergänzungsformen: β (310) 9·5 %; *i* (021), *H* (119), *P* (116), ϱ (144), *e* (1.1.20) 4·8 %.

Die hierhergehörigen ungarischen Fundorte sind:
Gyertyánliget (Komitat Máramaros). Al. Koch (27, Fig. 2, 3.)
Felsőbánya (Komitat Szatmár). Al. Koch (27, Fig. 4.)
Lunkány (Komitat Hunyad). Zimányi (63, Taf. II, Fig. 1.)
Telekes (Komitat Borsod). Schmidt (47, Taf. I, Fig. 3, 5, 6.)

Va. und Vb. Antimonit-Typus P^{b}_{001} [010] [001] [011] und P^{b}_{001} [010].

Paragenesis:

Va. Antimonit → { Quarz / Pyrit } → Realgar, *Baryt*, Antimonit, Auripigment ⟶

Vb. { Galenit / Sphalerit } Quarz → Pyrit / Antimonit → Kalzit-Dolomit → *Baryt* → Pyrit / Quarz →

Dieser Typ ist als Felsőbányaer Typus zu bezeichnen. Hierher gehören die mehreren und charakteristischen Fundorte der ungarischen jungtertiären Erzgängen. Den Stammtypus kennzeichnen die nach *c*(001) tafeligen und in der Richtung der *b*-Achse verlängerten, durch Spaltflächen begrenzten Kristalle. Dieser Typus kommt aber auch unter den zu Sedimentgesteinen gebundenen Mineralassotiationen vor (z. B. Budaer Gebirge).

Die Tabelle 5. und die Figur 10. fassen die Häufigkeitspersistenzen der Unterabteilung V*a* zusammen.

Über den Habitus der Unterabteilung V*b* gibt Tabelle 6. und Figur 11. eine Aufklärung.

Die eingehend untersuchten ungarischen Fundorte:
V*a*. *Szalónak* (Komitat Vas). Schmidt (46).
Telekes (Komitat Borsod). Schmidt (47, Taf. I, Fig. 4).
Ferencvölgy (Komitat Máramaros). Franzenau (14, Fig. 1).
Nagybánya (Komitat Szatmár) in dieser Mitteilung.

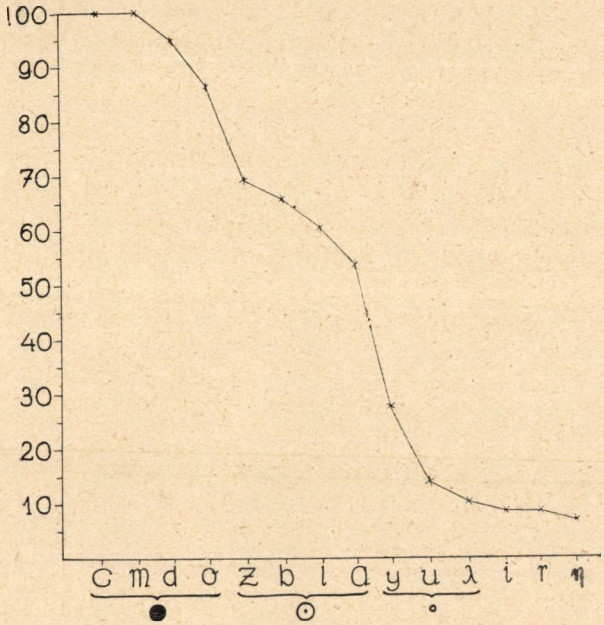

100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
c m d o z b l a y u λ i r η

Fig. 10.

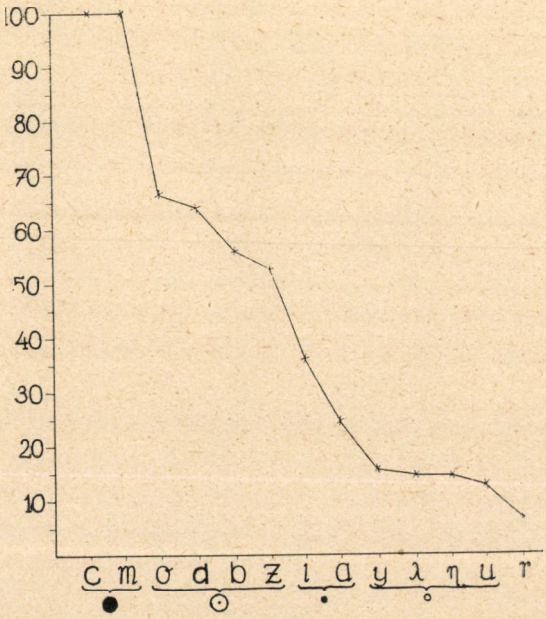

100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
c m o d b z l a y λ η u r

Fig. 11.

Tabelle 5.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*i* 021	*l* 104	*d* 102	*η* 320	*u* 101	*λ* 210	*m* 110	*y* 122	*r* 112	*z* 111
Ungarn														
41 Stück	41	29	22	33	3	24	38	3	8	6	41	13	5	26
%	100	70·7	53·7	80·5	7·3	58·5	92·7	7·3	19·5	14·6	100	31·7	12·2	63·4
Ausland														
17 Stück	17	9	9	17	2	11	17	1	—	—	17	3	—	14
%	100	52·9	52·9	100	11·8	64·7	100	5·9	—	—	100	17·6	—	82·4
Zusammen:														
58 Stück	58	38	31	50	5	35	55	4	8	6	58	16	5	40
%	100	65·5	53·5	86·2	8·6	60·3	94·8	6·9	13·8	10·3	100	27·6	8·6	69

Ergänzungsformen: *n* (120), *f* (113) 5·2%; *I* (133), *ρ* (144), *Q* (155), 3·5%; *v* (115) 1·7%.

Tabelle 6.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*l* 104	*d* 102	*u* 101	*λ* 210	*η* 320	*m* 110	*y* 122	*r* 112	*z* 111
Ungarn													
80 Stück	80	50	21	53	31	48	12	14	12	80	18	5	46
%	100	62·5	26·3	66·3	38·8	60	15	17·5	15	100	22·5	6·3	57·5
Ausland													
70 Stück	70	34	16	46	23	48	7	8	10	70	7	5	33
%	100	48·6	22·9	65·7	32·8	68·6	10	11·4	14·3	100	10	7·1	47·1
Zusammen:													
150 Stück	150	84	37	99	54	96	19	22	22	150	25	10	79
%	100	56	24·7	66	36	64	12·7	14·6	14·6	100	16·6	6·7	52·7

Ergänzungsformen: χ (130) 5·3 %; v (115) 4 %; n (120) 3·3 %; f (113), R (223) 2·7 %; W (108), p (114) 2 %; w (106), — (601); σ (105) 1·3 %; — (047), N (230), k (118), ν (212), δ (414), ω (313), s (132) 0·7 %.

Borpatak (Komitat Szatmár) in dieser Mitteilung.
Felsőbánya (Komitat Szatmár). BRAUN (8).
Erzsébetbánya (Komitat Szolnok-Doboka) in dieser Mitteilung.
Selmecbánya (Komitat Hont). BRAUN (8).

Vb. *Dognácska* (Komitat Krassó-Szörény) in dieser Mitteilung.
Ötösbánya (Komitat Szepes). SCHMIDT (45, Taf. IV, Fig. 18).
Alsósajó (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (66, Taf. XIII, Fig. 9).
Sajóháza (Komitat Gömör). ZIMÁNYI (67, Taf. I, Fig. 5).
Gömör-Rákos (Komitat Gömör). MARIE VENDL (57, Fig. 2, 3).
Rákó (Komitat Abaúj-Torna). ZIMÁNYI (65, Fig. 4, 5).
Rudabánya (Komitat Borsod). KERTAI (22).
Óradna (Komitat Beszterce-Naszód) in dieser Mitteilung.
Selmecbánya (Komitat Hont). BRAUN (8).
Körmöcbánya (Komitat Hont). MOESZ (37, Taf. III, Fig. 1, 2), BRAUN (8).
Nagybánya (Komitat Szatmár). A. BRAUN (7), in dieser Mitteilung.
Borpatak (Komitat Szatmár). LÖW—TOKODY (33, Fig. 15). in dieser Mitteilung.
Felsőbánya (Komitat Szatmár). ZELLER (61), AL. KOCH (27, 28), BRAUN (8).
Kapnikbánya (Komitat Szatmár). AL. KOCH (29, Fig. 2, 3), BRAUN (8).
Gyertyánliget (Komitat Máramaros). AL. KOCH (27).
Kis-Hnilecz (Komitat Szepes). SCHMIDT (45, Taf. IV, Fig. 13).
Budaer Gebirge (Komitat Pest). BERNÁTH (6), J. BRAUN (9), ZIMÁNYI (63), CÈSARO (10), JUGOVICS (20).
Esztergom (Komitat Esztergom) in dieser Mitteilung.
Kőrösmező (Komitat Máramaros). MOESZ (36, Fig. 1, 2).
Teplicer Thermen (Komitat Trencsén). BECKE (5).

VI Wolnyn-Typus A_c.

Die jüngste Barytbildung. Paragenesis:

Limonit ——→ *Baryt* →
Alaunstein

Die Häufigkeitspersistenzen stellt die Tabelle 7. und die Figur 12 dar.

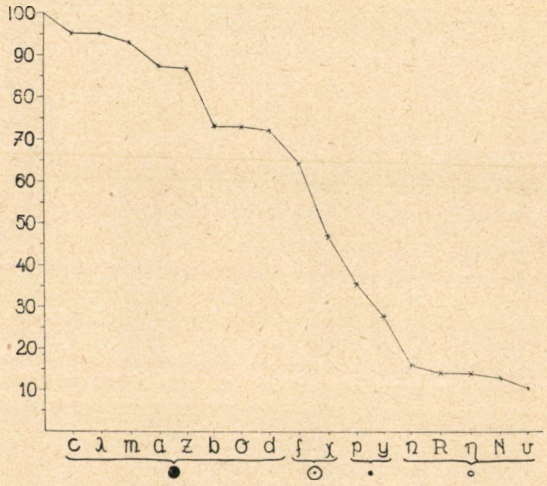


Fig. 12.

Der ausgezeichneteste Fundort der Barytkristalle von Wolnyntyp ist Ungarn; hier wurden sie zuerst beschrieben. In dem Szepes-Gömörer Erzgebirge ist der Wolnyn in dem Eisernen Hut sehr verbreitet. Die bisher untersuchten Vorkommen sind folgende:

Rozsnyó (Komitat Gömör). Zimányi (68), Marie Vendl (57), Franzenau (16, Taf. V, Fig. 1, 2), Tokody (53), Szécskay (50, Taf. I—II. Fig. 2—13), Schmidt (48, Taf. IX, Fig. 1—3).
Muzsaly (Komitat Bereg). Schmidt (49, Taf. I, Fig. 1—6).
Kis-Hnilecz (Komitat Szepes). Schmidt (45).
Kis-Almás (Komitat Hunyad). Franzenau (15, Fig. 6).

*

Tabelle 7.

	c 001	*b* 010	*a* 100	*o* 011	*d* 102	*λ* 210	*η* 320	*m* 110	*N* 230	*n* 120	*χ* 130	*y* 122	*z* 111	*v* 115	*p* 114	*f* 113	*R* 223
Ungarn																	
46 Stück	41	35	35	28	33	45	5	43	4	4	22	14	43	6	17	35	6
%	89·1	76·1	76·1	60·9	71·7	97·8	10·9	93·5	8·7	8·7	47·8	30·4	93·5	13	36·9	76·1	13
Ausland																	
58 Stück	58	41	56	48	42	54	10	54	10	13	27	15	38	5	20	32	9
%	100	70·7	96·6	82·8	72·4	91	17·2	91	17·2	22·4	46·6	25·9	65·5	8·6	34·5	55·2	15·5
Zusammen :																	
104 Stück	99	76	91	76	75	99	15	97	14	17	49	29	81	11	37	67	15
%	95·2	73·1	87·4	73·1	72·1	95·2	14·4	93·2	13·4	16·3	47·2	27·9	86·9	10·6	35·6	64·4	14·4

Ergänzungsformen : τ (410) 9·6% ; A (013) 8·7% ; φ (012) 7·7% ; l (104), r (112) 3·9% ; — (10.23.0), μ (124) 2·9% ; α (018), S (014) — (701), β (310), L (140), δ (334), ν (212) 1·9% ; — (907), H (530), — (370), — (551), γ (312), F (146) 1%.

Nach Besprechung der Typen teile ich die Persistenzwerte der bisher untersuchten Barytkristalle mit; BRAUN gibt diejenige von 185 Kristallen an. Ich berechnete die Persistenzwerte der insgesamt 396 Barytkristalle, unter diesen 211 ungarische; die Resultate sind in der Tabelle 8. zusammengefasst. Die Tabelle enthält unter I. die Formen, II. die Zahlen der ungarischen Kristalle, III. die zugehörigen %-Werte, IV. die von BRAUN angegebenen Werte der ausländische Fundorte, V. die aus der beiden berechneten Mittelwerte.

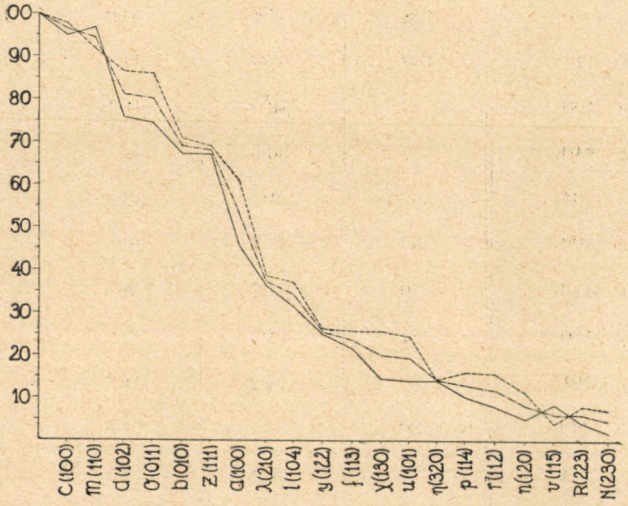


Fig. 13.

Die Figur 13. stellt die Daten der drei letzteren Zahlenwerte dar. Die volle Linie bedeutet in der graphischen Darstellung die ungarischen, die punktierte die ausländischen Fundorte und die strichpunktierte Linie die Mittelwerte.

Die Formen *c*(001) und *m*(110) besitzen die grössten Persistenzwerte. Über 50% sind ausser der am Baryt häufigen Form *z*(111) nur die drei Endflächen und Prismen von einfacher Indizes. Für die nach seiner Häufigkeit zehnte Form *y*(122) ist $P=25{\cdot}8\%$. Unter den habitusbestimmenden Formen kommt keine Pyramide vor.

Tabelle 8.

I.	II.	III.	IV.	V.
c (001)	200	94·8	97·8	96·3
m (110)	204	96·7	91·9	94·3
d (102)	160	75·8	86·4	81·1
o (011)	157	74·4	85·9	80·2
5. *b* (010)	142	67·2	70·8	69
z (111)	142	67·2	69·2	68·2
a (100)	97	46	61·1	53·6
λ (210)	77	36·5	38·9	37·7
l (104)	67	31·7	37·3	34·5
10. *y* (122)	53	25·1	26·5	25·8
f (113)	46	21·7	25·9	23·8
χ (130)	31	14·7	25·9	20·3
u (101)	30	14·2	24·4	19·3
η (320)	30	14·2	14·6	14·4
15. *p* (114)	22	10·4	16·2	13·3
r (112)	17	8	15·7	11·9
n (120)	11	5·2	11·4	8·3
v (115)	18	8·5	4·3	6·4
R (223)	9	4·3	8·1	6·2
20. *N* (230)	4	1·9	7·4	4·7
φ (012)	4	1·9	4·3	3·1
τ (410)	3	1·4	4·3	2·9
w (106)	2	0·9	4·9	2·9

Als Endresultat können wir feststellen: der allgemeinste und charakteristischeste Habitus des Baryts ist ein nach $c(001)$ tafeliger, durch Spaltflächen und Prismen von einfacher Indizes begrenzter Kristall.

Mineralogisch-petrographisches Institut der Kgl. Ung. Pázmány Péter-Universität zu Budapest.

Schrifttum.

1. M. J. Ackner: Mineralogie Siebenbürgens. Hermannstadt, 1885.

2. E. Balogh: Die bituminösen Kalke und ihre Mineralien aus der Umgebung von Kolozsvár, Kajántó u. Torda. Múzeumi Füz. Az erd. Nem. M. Ért. 1911. 1. 2—31. Ref.: Zs. f. Krist. 54. 186—188.

3. W. Basche—H. Mark: Über die Struktur von Verbindungen des Typus MXO_4. Zs. f. Krist. 1926. 64. 1—70.

4. H. Baumhauer—C. O. Trechmann: Neuere Beobachtungen am Baryt des Binnentales. Zs. f. Krist. 44. 609—617.

5. F. Becke: Barytkristalle in den Quellbildungen des Teplitzer Thermen. Tscherm. Min. Petr. Mitteil. 1882. 5. 82.

6. Bernáth J.: A budai súlypát vegyelemzése. T. Tud. Közl. 1863—4. IV. 74—80.

7. A. Braun: Mineralogische Notizen. Zs. f. Krist. 5. 106.

8. Fr. Braun: Morphologische, genetische und paragenetische Trachtstudien an Baryt. N. Jahrbuch f. Min. Abt. A. Beil.-Bd. 65. 1932. 173—219.

9. J. Braun: Die Minerale der Ofener Berge mit besonderer Rücksicht auf den Kalkspath. Bpest. 1889. 1—24. Ref.: Földtani Közl. 1891. 21. 312.

10. G. Césaro: Beitrag zur Untersuchung der Mineralien. Bull. de a Classe des Sc. de l'Acad. Roy. de Belg. 1907. 313—339. Ref.: Zs. f. Krist. 46. 485.

11. K. Chudoba: Zur morphologischen Typisierung der verschiedenen Kristalltrachten. Cblatt f. Min. Abt. A. 1930. 334—338.

12. K. Chudoba—K. Obenauer: Über Baryt aus dem Carbon der Grube Friedrichstal (Saargebiet). Cblatt f. Min. Abt. A. 1930. 239—250.

13. C. Doelter: Handbuch d. Min. Chemie. Dresden u. Leipzig. 1926.

14. Franzenau Á.: Egy új lelhelyű két ásványról. Földtani Közl. 1880. 10. 76—77.

15. Franzenau Á.: A hunyadmegyei Kis Almás néhány ásványa. Bpest. 1894.

16. Franzenau Á.: A rozsnyói wolnyról. Ann. M. N. Hung. 1913. 9. 103.

17. V. Goldschmidt: Atlas der Kristallformen. Heidelberg, 1913.

18. R. Helmacker: Über Baryte des eisensteinführenden böhmischen Untersilur und über Baryt im Allgemeinen. Denkschr. der Kaiserl. Akad. Wien. 1872. 32. 1.

19. M. Henglein: Kristallographische Beiträge zur Kenntnis der Schwerspäte des Freiberger Bergreviers. N. Jahrbuch f. Min. Beil. Bd. 32. 80.

20. Jugovics L.: Ásványtani közlemények. Rókahegyi barit. Ann. M. N. Hung. 1912. 10. 593—98.

21. G. Kalb—L. Koch: Die Kristalltracht des Baryt in minerogenetischer Betrachtung. Zs. f. Kr. 1931. 78. 169—170.

22. Kertai Gy.: Rudabánya oxidációs zónájának új ásványai. Földtani Közl. 65. 21—30.

23. Klockmann—Ramdohr: Lehrbuch der Mineralogie. Stuttgart, 1936.

24. Koch A.: Új coelestin és barytelőfordulás Túr mellett. Orv. Ttud. Ért. 1886. 11. 217.

25. Koch A.: Ásványtani közlemények Erdélyből. Orv. Ttud. Ért. I. 1886, 11. 211—226; II. 1888. 13, 181—196; III. 1890. 15, 141—145.

26. Koch A.: Új coelestin- és barytelőfordulás Torda közelében. Mat. és Term.-tud. Közl. VI. k.

27. Koch S.: Ásványtani közlemények. Ann. M. N. Hung. 1920—21. 18. 147—152.

28. Koch S.: Valentinit és orientált baryt Felsőbányáról. Földtani Közl. 1923. 53.

29. Koch S.: Barytkristályok Óbudáról és Kapnikbányáról. Ann. M. N. Hung. 1930. 27.

30. Krenner J.: Baryt Dognácskáról, arzénkovand, pyrit, quarz Bindtről. Földtani Ért. 1880. 1. 33.

31. Krizsó J.: Kristálytani tanulmányok. Baryt Kabolyapolyánáról. Földtani Közl. 1909. 39.

32. A. Lacroix: Mineralogie de la France. Paris, 1893—95.

33. Löw M.—Tokody L.: Adatok Nagybánya és Borpatak ásványainak ismeretéhez. Földtani Közl. 1928. 58. 87—92.

34. W. Maucher: Die Bildungsreiche der Mineralien. Freiberg/Sa. 1914.

35. Melczer G.: Baryt Dobsináról. Földtani Közl. 1896. 26. 321—24.

36. Moesz G.: Calcit és baryt Kőrösmezőről. Föltani Közl. 1897. 22. 449.

37. Moesz G.: Baryt, antimonit, pyrargyrit és pyrit Körmöcbányáról. Földtani Közl. 1902. 32. 39—46.

38. van Nieuwenburg—R.W. Dewald: The geochemical frequency of barium. Rec. Trav. chim. Pays-Bas. 55, 1936. 262. Ref.: N. Jahrbuch. II. 1936. 5. Heft.

39. P. Niggli: Lehrbuch der Mineralogie. I. Berlin, Bornträger.1924.

40. P. Niggli: Kristallisation und Morphologie des rombischen Schwefels. Zs. f. Krist. 1923. 58. 490.

41. Papp K.: A magyar birodalom vasérc- és kőszénkészlete. Bpest, 1915.

42. Presl: Mineralogie. 1887.

43. Reichert—Zeller—Koch: Ásványhatározó. Budapest. 1931.

44. V. Samoiloff: Beiträge zur Kristallographie des Baryts. Bull. Soc. Imp. d. Natural. d. Moscou. 1902. 16. 105—263.

45. A. Schmidt: Mitteilungen über ungarische Mineralvorkommen. Zs. f. Krist. 1887. 12, 105, 108, 111.

46. Schmidt S.: Szalónak vidékének néhány ásványáról. Mat. és Term.-tud. Ért. 1897. 15, 340—41.

47. Schmidt S.: Baryt és cerussit Telekesről Borsod megyében. Ért. a Term.-tud. köréből. M. T. Akad. Bpest, 1882.

48. Schmidt S.: Krasznahorka-váralja wolnynja. Természetrajzi Füz., Bpest, 1879. III.

49. Schmidt S.: A muzsalyi wolnyn. Természetrajzi Füz., Bpest. 1879. III.

50. Szécskay: Kristálytani vizsgálatok a betléri wolnynon. M. T. Ak. 1876. VII. k. IX.

51. H. Tertsch: Trachten der Kristalle. Heft. 1. d. Forsch. Kr.-Kunde, Berlin. 1926.

52. L. Tokody: Über zwei neue Persistenzwerte. Zs. f. Krist. 1926. 64. 160—163.

53. Tokody L.: Adatok a Szepes-Gömöri Érchegység ásványainak ismeretéhez. Mat. és Term.-tud. Ért. 54. 1936. 665.

54. Tóth Mike: Magyarország ásványai. Bpest, 1882.

55. Vendl A.: A kiscelli agyag. M. k. Földtani Int. Évk. 29.

56. Vendl A.: A kiscelli agyag mállása. Mat. és Term,-tud. Ért. 48. 1931.

57. Vendl Mária: Baryt Gömör-Rákosról, Rozsnyóról és Felsőbányáról. Ann. M. N. Hung. 1922. 19.

58. Vígh Gy.: Újabb ásványelőfordulások a Gerecsehegységben. Földtani Közl. 1928. 58.

59. W. G. Wyckoff—E. Merwin: Die Raumgruppe des Baryt ($BaSO_4$). Zs. f. Krist. 61. 452—462.

60. O. Zedlitz: Trachtstudien an Kupferlasurkristallen verschiedener Paragenesen der Tsumebmine, Südwestafrika. Zs. f. Krist. 1929. 71. 1—44.

61. Zeller T.: Adatok a felsőbányai barytok kristálytani ismeretéhez. Földtani Közl. 53.

62. Zepharovich: Mineral. Lexikon. Wien, 1859.

63. Zimányi K.: Ásványtani közlemények. Földt. Közl. 22. 7—8. füz.

64. ZIMÁNYI K.: A dobogóhegyi baryt és coelestin kristálytani viszonyai. Mat. és Term.-tud. Ért. 1887. 6. 84—87.

65. ZIMÁNYI K.: Adatok Gömör és Abaúj-Torna vármegyék ásványtani ismeretéhez. Földtani Közl. 1905. 35. 494.

66. ZIMÁNYI K.: Két gömörmegyei barytról. Ann. M. N. Hung. 1907. 5. 556—63.

67. ZIMÁNYI K.: Baryt orientált továbbnövekedéssel Sajóházáról. Földtani Közl. 1909. 39. 12—15.

68. ZIMÁNYI K.: Adatok Rozsnyó ásványainak ismeretéhez. Ann. M. N. Hung. 1915. 13.

69. ZIMÁNYI K.: Ásványtani közlemények a Szepes-Gömöri-Érchegységből és a Délkeleti-Felföldről. Ann. M. N. Hung. 1922. 19. 78—102.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Februar 1940.)

A CSUCSOMI ÉRCELŐFORDULÁS MIKROSZKÓPI ÉS GENETIKAI VIZSGÁLATA.

PANTÓ GÁBOR-tól.

(5 szövegközti képpel és az V—VI. táblákkal.)

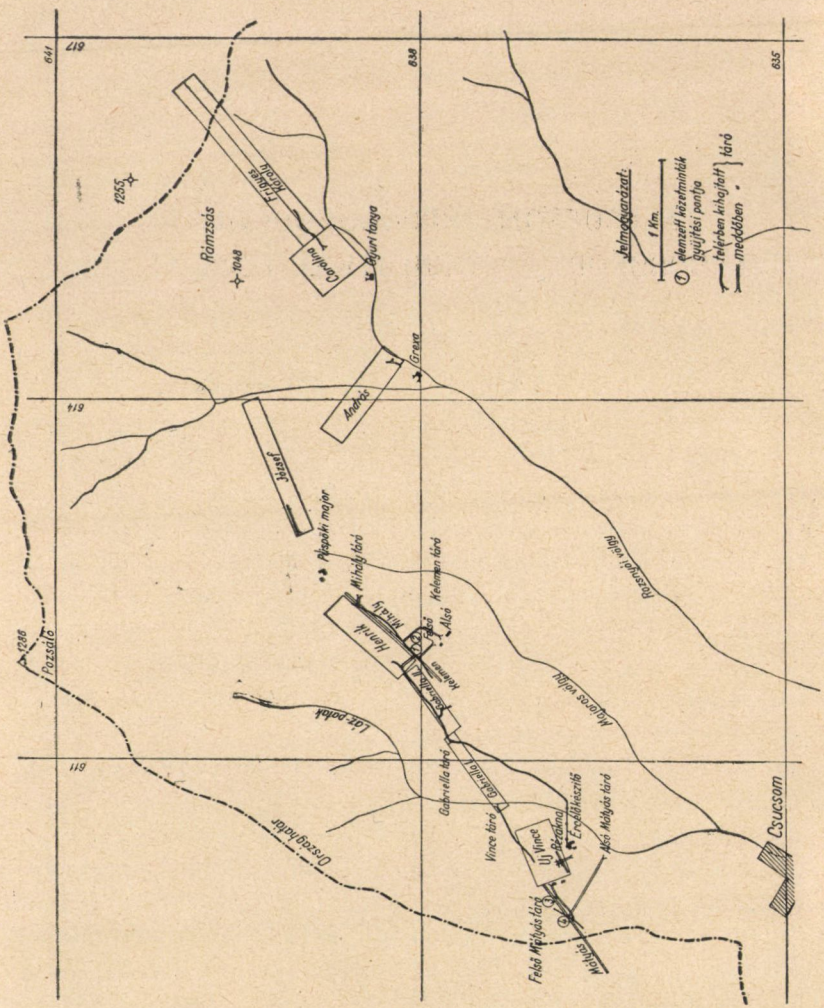
A csucsomi ércelőfordulás hazánk aranyat és antimonitot szolgáltató bányahelyeinek sorába tartozik. Utóbbi érchányák a Kárpátok belső peremén, nagyjában körív mentén helyezkednek el. Legjelentősebb közülük Pernek, Bazin, Magurka és a Gyömbér masszivumához tartozó több kisebb bányahely, azonkívül Csucsom és Aranyipa.

Szepes és Gömör megyében az antimonelőfordulások egy 3—4^h irányú vonulat mentén települtek. A vonulat kiindulása Betlérnél van és hosszúsága a szerint, hogy végpontja Szepesbányánál vagy az abaúji határnál adódik, 20, ill. 28 km (39. p. 124). Csucsom és a Rámzsás közé eső 7 km-es szakasszal a vonulat feltárt ércvagyonának súlypontja az 1938-as határon belül esik (l. 1. kép).

Az említett szakaszon az antimonbányászat központja Csucsom. 1773-ból való az első biztos adat az antimonbányászatra vonatkozólag. A bányászat különösen a XIX. század első felében virágzott. Lyukasfenekű cserepekben szabadtűzön, közvetlenül a bányáknál csurgatták ki az ércből az antimon crudumot (9).

Századunkban az érc aranytartalmának felfedezése, majd az úsztató ércdúsító eljárás (flotáció) bevezetése biztosította a bányászat gazdaságosságát. A visszacsatolás óta a bányát a kincstár szerezte meg és tervszerű feltárásokkal remélhetőleg hosszú időre biztosítani fogja a bánya virágzását.

A csucsomi ércvonulat egész környéke a Kárpátok Uhlig-féle felosztásában említett «érchozó sorozat»-ba (erzführende Serie) tar-



1. kép. A csucsomi m. kir. ércbánya vázlatos bányatérképe.

tozik, amelyet ő Variszcidának tart. Alapja gránit, erre kristályos palák préselődtek, melyeknek 60—70°-os *D*-i dőlése igen állandó (36).

Šuf a vidék paleozói képződményeit Matějka nyomán két csoportba osztja: 1. Gölnici-sorozat és 2. Rozsnyó-Vashegyi-sorozat. Előbbit legnagyobbrészt fillitek és porfiroidok alkotják, az utóbbi pedig a Gölnici-sorozat kőzeteinek elpusztulásából szár-

mazó metamorfizált törmelék (34. p. 154). Az ércvonulat közvetlen szomszédságában csaknem kizárólag a Gölnici-sorozat tagjai vannak.

A Gölnici-sorozat korát illetően eltérőek a felfogások. A legtöbb szerző karbon- vagy permkorúnak tartja (34. p. 153). A porfiroid mindenesetre fiatalabb a fillitnél, mert ennek zárványait tartalmazza.

A vidék tektonikája ugyancsak kevéssé tisztázott. Feltétlenül korábbi tektonikai fázisban játszódott le a fillitek, majd a porfiroidok palásodása és későbbi kéregmozgások hozták létre az érctelérek hasadékrendszereit. Az előbbi folyamatot Uhlig gránitintruzióval hozza kapcsolatba és a karbon-perm időszakra teszi, az utóbbi korát Šuf a Stille-féle pfalzi redőzésben állapítja meg (34. p. 165).

Jelenleg különösen a csucsomi Gabriella-bánya csapásirányú vágataiban lehet az ércet befogadó hasadékrendszert tanulmányozni. A hasadék falait azok egymáson való elcsúszása legtöbb helyen tükörsimára csiszolta és ragyogóra fényesítette. Dörzsbreccsát is találni, kaolinos képlékeny anyagba ágyazva. A hasadék csapása a palásság csapásával nem esik mindig egybe, gyakran attól kis szöggel eltér. A kettő (hasadék és palásság) dőlésének különbségét nem lehet közvetlenül mérni, elvonszolódás a palásság eredeti irányát erősen megváltoztatta. A hasadék rendesen csaknem álló, a palásság viszont nemzavart helyeken általában 60--70° dőlésű.

A telérkitöltések (érces és meddő) igen nagy mértékben elváltozott szövete még későbbi erős kéregmozgásokra utal. Ezek minden valószínűség szerint az alpesi redőződés idején zajlottak le. (34. p. 165).

A csucsomi ércesedés három kőzetfajtával áll közvetlen kapcsolatban; ezek : a porfiroid, fillit és grafitos pala. Közülük legelterjedtebb a *porfiroid,* mely az antimonittelérek mellékkőzete. E porfiroidok közé igen változatos kőzettípusok tartoznak.

A Szepesgömöri Érchegység különböző részeiből származó porfiroidok annyira eltérők, hogy közös jellemzést róluk alig adhatunk. Míg palásság az egyiken alig figyelhető meg, addig a másik egészen finoman leveles. Az egyikben a közel cm-es beágyazások sem ritkák,

a másikban nagyítóval láthatót is alig találni. A kőzetek színe, sötétsége ugyancsak rendkívül ingadozó.

Csucsomon leggyakoribb a kifejezetten palás, jól látható beágyazásokkal elég sűrűn hintett sárgás vagy zöldesszürke, középsötét porfiroid. Általában jellegzetessége a fillitekkel szemben a palásság lapjait borító összefüggő, zsíros tapintású szericitbevonat, melyen a beágyazásoknak megfelelő dudorok jól láthatók. Az antimonit-telérhasadék falát legnagyobbrészt világosabb, sárgásabb porfiroid alkotja, ettől távolabb sötétebb, gyakran zöldes porfiroid gyakoribb. A különböző típusú porfiroidok azonban átmenet nélkül helyezkednek el egymás mellett és gyakran csak néhány méteres foltra terjed ki előfordulásuk, úgyhogy eredetükre vonatkozólag következtetést vonni nem sikerült.

Erről a változatos kifejlődésű kőzetfajtáról szerzett ismereteink Schafarzik nagyjelentőségű felfedezésével és rendkívül gondos kőzetleírásával nagy mértékben tisztultak. (30) A csucsomi völgy északi részében jól tanulmányozható az a kvarcporfirtömzs, mely a porfiroid eredeti kőzetének a metamorfózis hatása alól megmenekült szigete. Regely azt figyelte meg, hogy a kvarcporfirtömzstől távolodva a porfiroidon egyre fokozottabb regionális metamorfózis nyoma látható (23. p. 181).

A csucsomi antimonbányában hatalmas területen volt alkalmam a porfiroidot friss feltárásban megfigyelni. Makroszkópos vizsgálat is kétségtelenül bizonyítja már, hogy az egyes bányarészek porfiroidjai igen különböző fokú metamorfózison mentek át. Ezek elhelyezkedésében azonban semmiféle szabályszerűséget észlelni nem sikerült.

A porfiroidokat makroszkóposan főleg két jellemvonás különbözteti meg a kvarcporfiroktól : 1. a kőzet lemezessége, 2. a palásság lapjainak símasága, zsíros tapintata, ami a kőzet szericittartalmával áll összefüggésben.

A két jellemvonás két független folyamat eredménye. Míg a kőzet lemezességét a regionális metamorfózis dinamikus hatása pusztán fizikai folyamat révén idézi elő, addig a szericitesedés kémiai átalakulás és létrejöttéhez a nyomáson kívül kőzetnedvesség és hő is szükséges (6. p. 173).

Bár metamorfóziskor a két folyamat karöltve játszódik le,

érvényesülésükben lényeges különbségek lehetnek. A két folyamat eredőjét, vagyis a kőzet palásságát, illetve szövetét vizsgálva igen változatos képet kapunk az egyes folyamatok abszolút és egymáshoz viszonyított előrehaladásának mértéke szerint.

Ha a préselés és szericitesedés egyensúlyban van, mintaszerű lencsés szerkezet (Flaserstruktur) áll elő. Az ilyen szerkezetű porfiroidok közül a földpátbeágyazást bővebben, csillámot pedig gyérebben tartalmazók kisebbfokú átalakulást szenvedtek, míg a csaknem szericit- és kvarcból állók erősebb metamorfózison estek át. Ha a préselés volt viszonylag gyengébb, akkor a szericit-bevonatok a hatalmas beágyazások között ráncolódnak; végül, ha a szericitesedés az alárendeltebb, akkor a beágyazások ellapultak, a lemezesség kifejezett, de a palassági lapok alig csillognak. E fő típusokat — melyeket egymással számos átmeneti tag köt össze — igen nagy változatosságban lehet megfigyelni a csucsomi antimonbánya porfiroidjain.

Hangsúlyozni kell azonban, hogy elhibázott volna a porfiroidok eltérő szövetét egyedül a metamorfózis folyamán érvényesült hatások különbözőségével magyarázni, hiszen a kiindulási kőzetanyagot sem ismerjük biztosan. A tufaporfiroidokat a rendes porfiroidoktól mai ismereteinkkel nem tudjuk pontosan elválasztani — ezért az előbbi beosztás csak erősen általánosított érvényű.

A porfiroidok uralkodó elegyrésze a *kvarc*. Jellegzetes reszorbciós-körvonalú nagy beágyazások alakjában, vagy apróbb-nagyobb szemnagyságúra összetöredezve találjuk meg az alapanyagban, melyet szericittel keverten ugyancsak kvarcszemecskék építenek fel. Mindhárom alakjában feltűnő az erősen undukáló kioltás. Sok esetben a hullámosság sávjaira merőlegesen álló, eltérő kioltású csíkokat lehetett megfigyelni. Az összetöredezett szemek sarkaikkal szorosan egymásba illenek. Rendkívül gyakori az ú. n. habarcsos szerkezet (Mörtelstruktur), amikor apróbbszemű kvarctörmelék fogja körül és ragasztja egymáshoz a nagyobb kvarcszemeket.

A *földpátok* mennyisége az egyes kőzetmintákban igen változó volt. Helyenként mennyisége a kvarcét is meghaladja, másutt viszont teljesen hiányzik; e két szélsőség között minden fokozat megtalálható. Az ortoklász általában uralkodik a plagioklász felett, a viszony azonban meg is cserélődik. A nagyobb beágyazásokon

különösen jól figyelhetők meg a hegynyomás-okozta törések, görbülések. Ikerlemezes plagioklászokon a szem két felének elvetődését pontosan meg lehet állapítani (l. 2. kép). A szemnagyság igen változó, az apróra morzsolódott szemeket nem egyszer igen nehéz a kvarctörmeléktől pontosan elválasztani.

Az *ortoklász*szemek többnyire lekerekített körvonalúak, gyakran két-három ikeregyénből állanak. Felületük mindig mart és a belőlük keletkezett szericit apró pikkelyei rendezetlen tömegben lepik el.

A *plagioklászok* hasonló szemnagyságúak, vékony, de egymásközt többnyire egyenlőtlen vastagságú ikerlemezekből állanak. Némely esetben periklin-törvény szerinti ikerképződés figyelhető meg. Néhány szép példa akadt a nyomási ikerképződésre is. Szimmetrikus kioltású szemek maximális kioltási szögéből következtetve, a plagioklászok az $Ab_{80}An_{20}$ összetételhez állnak közel. Ezek felülete is mart, ha nem is annyira, mint az ortoklászoké. Szericitesedés mellett jellemzőbb átalakulásuk a saussuritesedés, ami a plagioklászok felületébe mélyedő sok apró klinozoizitszemről ismerhető fel.

Igen fontos elegyrész a *szericit*, ez szabja meg főként a különbségeket az egyes porfiroid-típusok között. Mennyisége a szericitesedés foka szerint változik — a mikroszkópi kép becslése alapján mintegy 5—30% között. A szericitpikkelyek háromféleképen találhatók meg a csiszolatokban: 1. lapjaikkal a palásság síkjába rendeződve helyezkednek el, 2. ortoklászszemek felületén hintve, 3. rendezetlenül az alapanyag apró kvarcszemcséi közé keveredve. Hogy a szericittartalom hányadrésze simult a palásság síkjába, az a palásságnak, a szövet rendezettségének (Gefügeregelung) mértéke. Az egyes porfiroidminták különösen a palásság irányára $\perp$ csiszolatok vizsgálatánál nyújtanak ebben a tekintetben egymástól élesen elütő képet. A szericitbevonatok vastagsága, erősebben vagy gyengébben hullámos lefutása és általában méretüknek a beágyazásokhoz való viszonya tekintetében a változatosságnak rendkívül tág tere van.

A szericitpikkelyek meglehetősen aprók. Az ortoklászszemeken lévők a legkisebbek, az alapanyagban elszórtak igen változó nagyságúak, a palássági síkba rendezettek között találni a legnagyobba-

kat. Közepes méretük 1—2μ vastagság, 10—20μ hosszúság. Lapjuk ritkán szélesebb 5—8μ-nál.

Biotit nem elmaradhatatlan elegyrésze a porfiroidnak, a sötétebb színűekben azonban mindig megtalálható. A szericitet kíséri, de mellette mindig alárendelt szerepet tölt be. Pikkelyei átlag kétszer akkorák mint a szericité. A metamorfózis során sárgászöldre fakultak, pleokroizmusuk azonban meglehetősen élénk: *a:* világos zöldessárga, *b* és *c:* olivzöld.

Klorit úgyszólván egyik porfiroidmintából sem hiányzik. Fűzöld pikkelyei általában még a biotitéénál is nagyobbak, pleokroizmusuk élénk. Optikai viselkedésük alapján *penninn*ek bizonyultak. Megjelenésük és egyben keletkezésük módja kétféle. A kőzetben hintve, legtöbbször a biotit kíséretében előforduló pikkelyei minden valószínűség szerint ennek a csillámfajtának átalakulási termékei. Igen gyakoriak azonban a kőzetet behálózó kloriterek is, melyek egy későbbi bázikus erupcióval állhatnak kapcsolatban. Ezek kloritja néhol igen szép sugarasan rendeződött.

Az *epidotot* a kétféle klorit kíséretében ugyancsak két genezisben találjuk meg. Apró, zavaros halványsárga szemei élénk interferencia-színnel tűnnek ki.

A *klinozoizit* nem állandó elegyrész, de a plagioklászoknak gyakran tekintélyes mennyiségben fellépő mállásterméke. Apró szemecskéi magas fénytörésük és levendulakék interferenciaszínük révén feltűnők. Prizmatikus, gyakran izekre tagolt szemein a ferde kioltás jól megfigyelhető.

Cirkon és *apatit* állandó járulékai a porfiroidok ásványtársaságának. Cirkon a leukokrát (biotitmentes) típusokban gyakoribb; 30—40μ-os kerek szemei sem ritkák. Az apatit izekre tört prizmái nagyon jellegzetesek.

Opak ásványszemek kis mennyiségben hintve szintén elmaradhatatlanok a porfiroidból. Egy részüket leukoxén-szegély övezi, ami *ilmenitre* enged következtetni. A többi minden bizonnyal apró *magnetit*szem.

A porfiroid hasadékaiba utólag berakódott nem érces ásványok közül a már említett zöldcsillámon és epidoton kívül turmalin, kvarc, mikroklin, plagioklász és kalcit (ankerit) fontosak.

Turmalin jelentős mennyiségben lép fel, úgyhogy bizonyos

részeken a porfiroid anyagának helyébe csaknem teljesen ez lép. Ezektől a pontoktól távolabb csak a kőzet repedései rakódtak tele turmalinnal. Bársonyos fekete, gyakran sugarasan rendeződő tűi vékonycsiszolatban kéken vagy sárgásbarnán átlátszók. Pleokroizmusuk igen élénk.

Egy helyen megütöttem egy kloritot és kvarcot is tartalmazó halvány rózsásszínű földpáteret. A mikroszkópi vizsgálat elárulta, hogy legnagyobb részét pompás szép ikerlemezességű *mikroklin*

2. kép. Kevéssé préselt porfiroid mikroszkópi képe (3. sz. elemzés). Nagyítás 1 : 16.

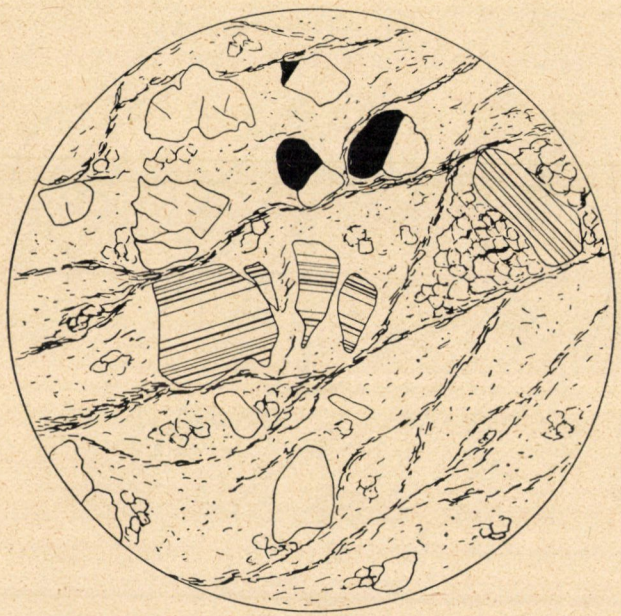
alkotja. (V. tábla, 1. kép.) Mellette a porfiroidénál savanyúbb plagioklász szemei találhatók még.

Kvarc önálló ér- vagy más ásvány kísérőjeként úgyszólván mindenhol megjelenik. Kora, eredete minden bizonnyal többféle. Érdekességként említem, hogy a turmalinerekben gyakoriak az ideálisan idiomorf hatszöges kvarcszemek.

Később karbonát töltötte ki a kőzetrepedések szabadon maradt réseit. A különböző pontokról vett karbonátos próbák eltérő vas-

tartalmúak, tehát részben kalcitnak, részben ankeritnek minősítendők. Romboédereik meglehetősen nagyok és gyakran állnak poliszintetikus ikerlemezekből. A turmalin- és kalcit-(ankerit) kiválás fokozottabb mértékű az antimonittelér közelében, azonban ezek és az ércesedés gazdagsága között párhuzamot nem lehetett megfigyelni.

ENDRÉDY ENDRE a csucsomi antimonbányában gyüjtött négy porfiroidminta pontos kémiai elemzését bocsátotta rendelkezésemre. Ezek szabad szemmel is, a mikroszkópi kép alapján is erősen

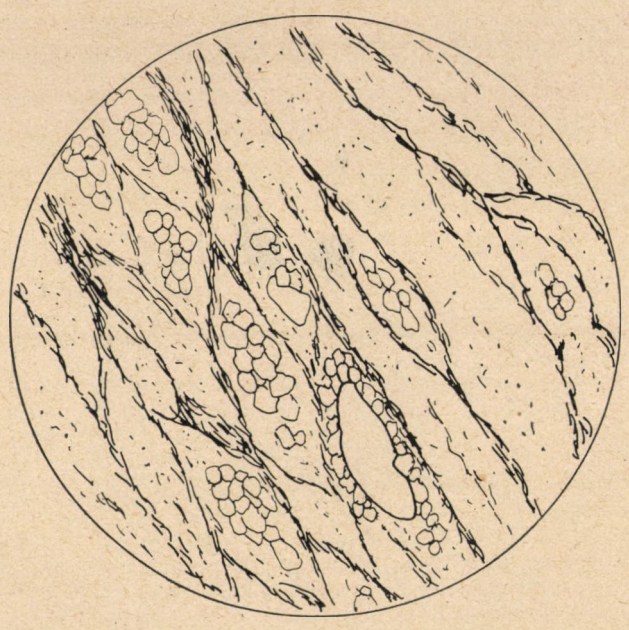


3. kép. Kevéssé szericitesedett porfiroid mikroszkópi képe (1. sz. elemzés). Nagyítás 1 : 16.

különböző kőzetek. Az első kettő (1. és 2.) sötétebb, biotittartalmú, az opak ásványszemek gyakoribbak bennük. A második kettő (3. és 4.) világosabb, biotit nincs bennük, ilmenit, magnetit kevés. A számozás sorrendjében egyre előrehaladottabb bennük a földpátok szericitesedése. A 4.-ben már nem is találni földpátszemet. A 2.-ban feltűnően sok a plagioklász és különösen sok a klinozoizit, a 4.-et ankerit impregnálta.

Szövetük is nagy mértékben különbözik. A 3. szenvedhette a

legkisebb préselést. Bár szericit elég bőven van benne, a bevonatok a hatalmas beágyazások között élesen kanyarognak (2. kép). Az 1. (l. 3. kép) és a 2. erősen préseltek, a kis szericittartalom javarészt a vékony, szakadozott bevonatokat építi fel. A 4.-ben a sűrűn futó szericitbevonatok lelapított beágyazásokat vesznek körül (l. 4. kép).



4. kép. Erősen préselt és szericitesedett porfiroid mikroszkópi képe (4. sz. elemzés). Nagyítás 1 : 16.

Az elemzések eredményei:

	1.	2.	3.	4.
SiO_2	67·02%	63·04%	63·86%	64·13%
Al_2O_3	15·77%	16·90%	18·92%	16·14%
Fe_2O_3	1·06%	1·42%	0·98%	0·63%
FeO	2·88%	3·52%	1·77%	2·96%
MgO	2·10%	2·90%	1·32%	1·47%
CaO	1·29%	4·58%	1·10%	2·08%
Na_2O	3·58%	2·77%	3·03%	1·58%
K_2O	3·30%	1·59%	5·46%	4·45%

	1.	2.	3.	4.
H_2O	0·11%	0·12%	0·10%	0·13%
H_2O_1	1·74%	2·32%	1·97%	2·10%
CO_2	0·61%	0·15%	0·59%	3·70%
TiO_2	0·59%	0·68%	0·65%	0·48%
ZrO_2	van	van	van	van
P_2O_5	0·19%	0·19%	0·20%	0·21%
MnO	0·03%	0·06%	0·03%	0·05%
BaO	0·10%	0·03%	0·08%	0·03%
Összesen ...	100·47%	100·27%	100·06%	100·14%

A ZrO_2 mennyisége számbavehető ugyan, de 0·1%-nál kevesebb. A minták lelőhelyei : (l. 1. kép)

1. Gabriella-bánya, 25-ös szint, az aknánál.
2. Gabriella-bánya 75-ös szint, az aknánál.
3. Felső Mátyás-tároló első *Ny*-i oldalvágata, vájvég.
4. Mátyás-bánya, 60-as szint, az aknánál.

A kovasav és Al_2O_3 százalékai között nincsenek nagy különbségek. A *Fe*- és *Mg*-tartalom jól tükrözi a sötét elegyrészek mennyiségét ; 2. és 4. magas *Ca*-tartalmával ugrik ki, ami a mikroszkópi kép alapján indokolt is. Az alkáliák abszolút értékei és egymáshoz való viszonyuk jelentősen ingadozik.

Egytemesebb összehasonlítási alapot nyújtanak az elemzési eredmények alapján számított *CIPW*-normák és *Niggli*-értékek.

	1.	2.	3.	4.
Q	27·48	25·44	22·08	34·08
or	19·46	9·45	32·25	26·69
ab	30·39	23·58	25·15	13·62
an	4·45	20·85	3·61	4·17
C	4·69	2·96	6·32	6·84
en	4·80	7·30	2·80	1·60
hy	2·77	4·09	0·79	1·45
mt	1·62	2·09	1·39	0·93
il	1·22	1·37	1·22	0·91
ap	0·34	0·34	0·34	0·34
ankerit	1·40	0·40	1·40	6·10
Sal/fem	7·10	5·30	11·30	7·50
Szimbolum	I. 4. 1. 4.	II. 4. 2. 4.	I. 4. 1. 2.	I. 4(3). 1. 2.

	1.	2.	3.	4.
si	296	233·8	277·9	301·04
al	41·03	36·9	48·54	44·63
fm	28·06	31·10	18·27	24·36
c	6·29	18·2	5·25	10·51
alk	24·61	13·72	27·94	20·50
c/fm	0·224	0·585	0·288	0·432
mg	0·492	0·515	0·468	0·423
k	0·377	0·274	0·542	0·649
o	0·125	0·127	0·174	0·093
qz	97·56	78·92	66·14	119·04
ti	1·96	1·89	2·11	1·69
p	0·345	0·29	0·366	0·423
co_2	3·68	0·757	3·52	23·71
h	25·62	28·69	28·6	32·88
Metszet	II.	IV.	III.	IV(III).

Jól látható, hogy erősen túltelített kőzettel van dolgunk. A szabad kvarc-tartalom azonban nem arányos pontosan a SiO_2%-kal. A 3.-ban a rendkívül magas alkáli-tartalom miatt aránytalanul kicsinek adódik a kvarcérték, a 4. magas kvarcszáma ellenben arra enged következtetni, hogy ennek a kőzetnek eredetileg is kisebb volt a földpáttartalma, mint a többié. Csak a két utóbbi elemzés utal *K*-jellegű kőzetre, az első kettőben még *Na* jut uralomra.

Feltűnő, hogy az erősebben metamorfizált (szericitesedett) tagok *Na*-tartalma kisebb, az átalakulás tehát valószínűleg *Na*-veszteséggel jár. Azonban még a csaknem kizárólag kvarc- és szericitből álló 4. porfiroid is jelentős *Na*-tartalmú, tehát a mikroszkópi vizsgálatkor észlelt szericittartalom egy részét *paragonitnak* kell tekintenünk.

A korundérték (*C*) rendkívül nagynak adódik, de ezt a jelentős csillámtartalom teljesen érthetővé teszi. Az *en* és *hy* komponensek a biotit- és klorittartalom mértékei. A csillámok molekulái tartalmazzák a tekintélyes kötöttvíz legnagyobb részét.

A csucsomi porfiroidoknak a kvarcporfirral és a Szepesgömöri Érchegység más részeiből származó porfiroidokkal való összehasonlítása végett közlöm az eddig megjelent elemzésekből számított normákat és NIGGLI-értékeket.

	Kvarcporfir		Porfiroid						Tufaporfiroid
	1.	2.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	
	(Ernyei)						(Horváth)		(Ernyei)
Q	45·84	24·—	39·78	39·72	48·24	36·66	41·40	40·44	46·92
or	22·24	33·36	15·57	34·47	20·57	29·47	16·12	41·14	18·35
ab	—	15·72	9·96	—	8·38	18·86	28·30	7·34	13·62
an	12·51	15·85	2·50	8·90	—	1·11	5·84	6·12	1·39
C	12·14	0·10	15·52	4·69	10·30	5·10	2·14	1·53	9·68
en	—	—	0·90	—	—	—	1·40	0·70	—
hy	1·85	4·49	8·84	6·73	—	3·83	—	0·92	1·58
mt	3·71	7·42	5·34	4·18	1·60	3·71	2·32	2·32	6·03
hem	—	—	—	—	—	—	2·40	—	—
ankerit	—	—	—	—	7·30	0·50	—	—	—
Sal/fem	16·8	7·5	5·52	8·04	9·8	8·04	15·33	24·4	11·75
Szimbolum	I 3 2 1	I 4.1 2	II.3.1.2	I.3.1.1	I.2.1.2	I 4 1.2	I 4(3).1.2	I 4.1.1	I.2.1.2
Lelőhely:	Rozsnyói v. Görgeteg	Felső csucsomi v.	S Szadlowszky t.	a j ó Bernhardi t.	h á z Új altáró	a Auguszta t.	Aranyida Harb (⊹ 941)	Gölnicbánya Grellenseifen v.	Szomolnok Charitas
Irodalom:	30. p. 420.		30. p. 426.				27. p. 256.		30. p. 430.
si	312·—	259·—	252·4	339·—	356·9	373·6	409·9	465·5	360·—
al	57·7	35·3	50·7	41·4	49·1	44·3	41·3	46·7	49·5
fm	18·—	30·7	35·4	31·—	28·9	24·4	24·4	12·2	30·—
c	12·7	13·6	2·4	9·4	4·8	2·9	6·9	8·2	2·—
alk	11·6	20·4	11·5	18·2	17·2	28·4	27·4	32·8	18·4
c/fm	0·70	0·44	0·07	0·30	0·16	0·12	0·28	0·67	0·66
mg	—	—	0·06	—	0·07	—	0·2	0·21	—
k	—	0·7	0·58	—	0·68	0·59	0·35	0·85	0·55
o	0·52	0·49	0·31	0·33	0·50	0·415	0·68	0·28	0·54
qz	165·5	77·3	106·2	166·2	188·1	160·1	200·1	234·2	186·3
h	3·30	2·4	1·5	2·4	8·—	3·7	4·2	4·1	4·5
metszet	V.	IV.	I.	III.	II.	II.	III.	IV.	IV.

Az előbbi két táblázatnak emezekkel való összevetésekor : azonnal szembeötlik két különbség : 1. Az összes, de különösen az aranyidai és gölnicbányai porfiroidok jelentősen savanyúbbak a csucsomiaknál, 2. e kőzetek *K*-jellege sokkal erősebben hangsúlyozott.

A NIGGLI-féle *o*-értékek közül a csucsomiak az eredeti állapotot bizonyosan hívebben tükrözik vissza. Szideritesedés és mállás okozhatja a többiek magasabb értékeit. Csucsom nagyobb *mg*-értékeit az utólag berakodott klorit okozhatja.

Mindezektől eltekintve azonban, mind az ásványos összetételben, mind az egyes alkotórészek arányában nagyfokú a megegyezés. A csucsomi porfiroidok zökkenő nélkül beilleszthetők a szepesgömöri porfiroidok társaságába, közös eredetük igen valószínű.

A porfiroidok paramétereit a NIGGLI-féle magmatípus-határozó adataival egyeztetve, legnagyobb fokú megegyezés a tasnagránitos, ill. normálgránitos magmáknál adódott. (16. p. 346.) A magasabb *al*-értékeket a szericitesedést kísérő *Na*-veszteség számlájára írhatjuk. A magmatípusok alapján közelfekvő gondolat, hogy a szepesgömöri porfiroidok az Érchegység alapját alkotó gránittal genetikai kapcsolatban állnak.

A Csucsom környékén található *filliteket* ŠUF két csoportra osztja metamorfózisuk foka és aszerint, hogy gránátot tartalmaznak-e vagy sem. Az alsó Mátyás-táró a gránátmentes fillit jó feltárása. Szabad szemmel megállapítható, hogy e kőzet kiválóan lemezes, sötétszürke fillit, tompafényű palássági lapokkal. Dőlése állandó, a porfiroidéval egyező. Helyenként erős gyűrődések, zökkenések nyomai láthatók benne. A csiszolati kép jellegzetességét sűrűn álló, párhuzamos, de vékony szericitbevonatok adják. Ezek közeit apró, egyenletes szemnagyságú kvarc tölti ki; behintve még barnaszínű turmalinlécecskéket és opak ásványszemeket tartalmaz. Jelentős mennyiségű ércet a fillitben nem találni. Kvarclencsékbe ágyazva kisebb piritcsomók akadnak benne. A gránátos fillit az ércesedéstől még távolabb jelenik meg. Lapjai élénkebben csillognak, hatalmas rozsdaszínű udvarok jelzik a kimállott gránátszemek helyét.

A Mátyás-bányában a fillit és porfiroid határán 11^h irányú

60°-os síkban a két kőzet közé mintegy 15 m vastagon *grafitos pala* ékelődik be. Ennek csillogó, szénfekete színét és palásságát finom, a palásság síkjában elhelyezkedő grafitpikkelyek okozzák. A gyéren megjelenő szericitpikkelyek ugyancsak a palásság síkjába rendeződtek. Pirithexaéderek elszórva elég gyakoriak. A grafitos pala kb. 8 m széles átkristályosodott ankerit-telért foglal magába, mely csapásirányban meglehetősen kiterjedt. SCHAFARZIK a Vince-táróból, mely ottlétekor járható volt, hasonlót ír le. (30. p. 432.) Mikroszkóppal látható, hogy az ankerit apró, egyenletes nagyságú xenomorf szemekből áll, melyeket a préselés kissé ellapított. Poliszintetikus ikerlemezesség gyakori bennük. Csupán irányítottan elhelyezkedő kloritpikkelyek és kevés kvarc szennyezi. Az ankerit szegélyén néhol szulfidos ércfelhalmozódás található. Ilyent írt le SCHAFARZIK és ilyenre telepítették a világháború alatt a Vince- és Mátyás-tárók közötti «Rézaknát».

A csucsomi ércesedés részletes tárgyalására térve, a porfiroidról mondottak alapján az újabb felfogás értelmében (RAMDOHR) mellőznünk kell az extruziv vagy intruziv eredet kérdését. (19. p. 132.) Az érchozó oldatok egyazon magma termékei voltak akár a kvarcporfirral, akár gránittal állottak közelebbi kapcsolatban. Csucsom típusos felszinközeli (epitermális) bányahely, kifejezett «telescoping» ásványasszociációval. (19. p. 134.)

Éremikroszkópi vizsgálataim során a csucsomi antimonbánya ércében a következő ásványok voltak meghatározhatók:

termésarany	Au	kalkopirit	$CuFeS_2$
antimonit	Sb_2S_3	covellin	CuS
pirrhotin	Fe_nS_{n+1}	tetraédrit	R_3SbS_3
pirit	FeS_2	bournonit	$PbCuSbS_3$
markazit	FeS_2	berthierit	$FeSbS_4$
arzenopirit	$FeAsS$	jamesonit	$Pb_2Sb_2S_5$
gudmundit(?)	$FeSbS$	boulangerit(?)	$Pb_5Sb_4S_{11}$
szfalerit	ZnS	geokronit	$Pb_5Sb_2S_8$
galenit	PbS		

Ezeken kívül még két, optikai tulajdonságaik alapján pontosan elkülöníthető ércet figyeltem meg több csiszolatban is, azonban közelebbi meghatározásuk nem volt lehetséges.

Az *antimonit* a csucsomi ércvonulat teléreinek egyedül uralkodó érce, a nemesfémen kívül a bányászat egyetlen célja. A telérhasadékokat többnyire kvarccal keverten tölti ki. Az érc és meddője elhelyezkedésében törvényszerűség nem figyelhető meg. Az antimonit gyakran érintkezik a hasadék falával, ilyenkor a csúszás nyoma kiváló érctükrök alakjában figyelhető meg. Kisebb elmozdulások azonban a telér egyes részei között is voltak.

Az antimonit kristályainak nagyságát illetőleg a néhány μ-os keresztmetszetűektől, amelyek fénytelen, porló tömeget alkotnak, a több cm-es kristályokból felépített, csillogó rostos halmazokig mindenféle átmenetet megtalálunk. A kvarccal néhol egészen fínom erek alakjában nő össze, máshol nagyobb foltokat alkot benne. Bizonyos pontokon különösen gazdag volt az ércesedés és ott az antimonit a telérhasadékon túlterjedve szabálytalanul elágazó, Csucsomon «apofizisek»-nek nevezett színtiszta érctömzsöket alkot és széles övben impregnálja a mellékkőzetet. Ma a Mátyás-bányában fejtenek ilyent. Valószínű, hogy a XIX. század gazdag bányászatának alapja hasonló előfordulás lehetett.

A tömzs vagy telérkitöltés alakjában megjelenő antimonit egyaránt erős deformációt szenvedett. Az érctömeg súlyától és tektonikus erők hatására a rendkívül transzlációképes antimonit rostjai összegyűrődtek. Szabad szemmel ezt a durvakristályos ércdarabokon lehet jól megfigyelni.

Mikroszkópos vizsgálatnál kitűnik, hogy a különféle nagyságú antimonit kristálytűk legtöbbjét juxtapoziciós hosszanti ikerlemezek építik fel. Ezek a (001) szerinti metszetben is csak ritkán láthatók nyugodt elhelyezkedésben. (V. tábla 2. kép) Az említett deformáló erők hatására a kristályok hossztengelyük körül megcsavarodtak, gyűrődtek s teljesen összefonódtak. Az ily módon előálló transzlációs szerkezet az eredeti ikerlemezességgel felismerhetetlenségig összekeveredett. (V. tábla, 3. kép) Az erős alakváltozásokat összetöredezés, morzsolódás is kísérte, ez pedig megzavarta a kristályok felületi feszültségének egyensúlyát. Kristályok újraképződése és egyesülése (Rekristallisation und Sammelkristallisation) következett be (17. p. 1053). Ezt a strukturát, amely különösen a prizmaszerinti csiszolatokban nyújt hihetetlenül változatos és különös képet (V. tábla 4. és 5. kép), a rendelkezésre álló adatok alapján

közelebbről leírni és különböző tényezőkre visszavezethető részleteit elkülöníteni nem lehetett.

Az antimonit hatalmas tömege feltétlenül hosszabb ércképző periodus folyamán keletkezett. A mikroszkópi kép alapján azonban generációkat elkülöníteni nem lehetett. Az «apofizisek» egységes érctömege rövidebb idő alatt, megszakítatlan érclerakódás révén keletkezhetett. A teléreket ellenben változó mennyiségű kvarc közé ágyazva szemnagyság, deformáció, de főleg *Au*-tartalom tekintetében jelentősen különböző antimonitfoltok építik fel. Itt inkább gondolhatunk hosszabban elnyúló, esetleg meg-megszakadó ércképződésre.

A csucsomi bánya ércéből az antimoniton kívül csupán a *természetaranyat* nyerik még ki. Vizsgálataimhoz rendelkezésre álló idő és ércanyag nem tette lehetővé e nagyjelentőségű fém előfordulási viszonyainak pontosabb tisztázását.[1] A csucsomi ércből készített 80 érccsiszolat közül mindössze egyből került mikroszkópos természetarany a lencse elé. Ez a Mátyás-bánya 60-as szintjén, az aknánál gyüjtött telérdarab antimonitot és kvarcot tartalmazott szabálytalanul összeszövődő foltok alakjában. Körülbelül húsz további, a mikroszkópi kép alapján ehhez igen hasonló csiszolatban meddő volt a keresés. Az ércelőkészítőmű golyósmalmából kikerült, rendkívül feldúsított érctörmelék vizsgálata és az üzemi aranymeghatározások nyujtanak még támpontot az aranyelőfordulás megítéléséhez.

A dúsított ércből szérkézéssel átlag 200—250μ átmérőjű, göröngyös felületű sötétsárga aranyszemeket sikerült elválasztani. Ezeknek vizsgálata semmi adatot sem szolgáltatott ahhoz, hogy eredetileg milyen anyagba voltak beágyazva az aranyszemek. Az egyetlen érccsiszolat egyaránt tartalmaz antimonitba és kvarcba ágyazott aranyszemecskéket. Ezek felülete is lyukacsos, az arany szinte szivacsos szerkezetű. Az üzemi aranymeghatározásokból sem lehet kihámozni, hogy az arany nagyobb része antimonitban vagy kvarcban van-e elrejtve. Az is nyilt kérdés marad, hogy az aranytartalom hanyadrészét teszik a látható méretű szemek és mennyi fordul elő ennél fínomabb eloszlásban. Az arany fínomsága: 956.

[1] Szabadszemmel látható aranyat telérdarabban nem találtam Ilyent Csucsomról eddig egyedül Koch S. írt le. (13)

Az antimonit tömege mellett az összes többi szulfidos érc mennyisége szinte elenyészik. Legnagyobbrészt csak mineralogiai és genetikai érdekességűek.

Pirrhotin a jelentősebbek közé tartozik, bár egykori tömegének már csak apró töredékei találhatók meg. Nyomástól eredő szép transzlációs lemezességét már KERTAI leírja (10. p. 41). A pirrhotin főtömege markazittá, ill. piritté alakult át. A kénfelvétel általánosan ismert kétféle jellegzetes szerkezettel járó módja kitűnően megfigyelhető (32. p. 138). A «birds eye structure» (madárszemszerkezet) zavaros, markazitszerű anyaga nem állandó. Markazitlemezekké alakulása a szegély felől halad előre, a lemezek gyakran tollas elrendeződésűek. (V. tábla, 6. kép.) Lemezes markazit keletkezése közvetlenül a pirrhotinból is megfigyelhető, de nem dönthető el, hogy a közvetett vagy közvetlen keletkezési mód a gyakoribb.

Pirit a bányának úgyszólván minden részében előfordul. Antimonitban, a telérkvarcban, porfiroidban, fillitben, grafitos palában egyaránt fellelhető hintve vagy csomók alakjában. Ez a sokféle előfordulás bizonyosan nem szimultán keletkezett, beosztásukra, vagy koruk megállapítására azonban semmiféle támpont nem kínálkozott. Szomszédos szemek gyakran annyira különböznek egymástól a felület minősége, reflexiós szín és anizotrópia tekintetében, hogy keletkezésük között hézagot kell feltételezni. Legfeltűnőbb különbségeket éppen az anizotrópia-viszonyokban lehet találni. Idegen ion-tartalommal (As^{3+}, Sb^{3+}) hozható kapcsolatba, (32., 35.), hogy a piritszemek nagy része, főképpen az arzenopirit vagy gudmundit társaságában levők jelentősen anizotrópok. Ezek a szemek frissebbek, jobban fényezhetők az izotrópoknál. Kataklázos és reszorbciós szerkezet igen gyakori. Utóbbi a kalkopiritbe ágyazott szemeken figyelhető meg legszebben.

A *markazit* előfordulása nagyrészt az egykori pirrhotinhoz van kötve. A «madárszemek» aprószemcsés tömegén nem sok jellemzőt lehet megállapítani. A lemezes szerkezetű részek behatóbb vizsgálatakor azonban kiderül, hogy a markazitlemezek nem homogének. Kisebb-nagyobb foltokban pirit váltja fel, de a markazit mennyisége túlsúlyban van. A lemezes markazitra általánosan jellemző, hogy a körülforgatás egyik állásánál világoskék anizotróp

színt ad. Jól látszik, hogy a lemezek markazitrésze sem egységes, amire különben a rossz felületből és egyenetlen körvonalból is következtetni lehet.

Biztosan nem lehet megállapítani, hogy melyik markazit független a pirrhotin-átalakulástól. Találni az előbbi markazittípus közelében pirittel keverten olyan markazitszemeket, melyek nem viselik magukon a pirrhotinból való keletkezés szerkezeti bélyegeit. Felületük és főleg anizotrópiájuk (zöld, sötétkék színek jellemzők) arra enged következtetni, hogy belső felépítésük is más. Némelyik szemen ikerlemezességet lehet jól megfigyelni.

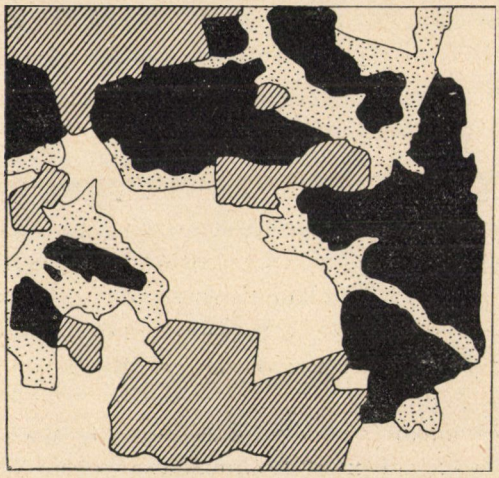
A markazit kalkopiritokozta kiszorítása igen közönséges. Gyakran csak a kalkopiritszigetek zugaiban akadunk a lemezes markazitnak a meddő szegélyéhez tapadt maradványaira.

Az *arzenopirit* igen korai érchozó oldatok terméke ; többnyire idiomorf kristályai leggyakrabban a mellékkőzetben vannak elég gazdagon hintve, de jelentős szerep jut nekik az érctelér piritfelhalmozódásaiban is. Igen jellegzetes, szép zónás szerkezetet lehetett egyes megszakított növekedésű kristályokon megfigyelni. A mag pontos határait néhol kalkopiritzárványok adják meg. Erősen összetöredezett szemek főleg a nagyobbak között akadnak. Kalkopirit, pirit vagy tetraédrit gyakran szorítja ki az arzenopiritet (VI. tábla, 7. kép).

Olajimmerzióban vizsgálva különösen feltűnő, hogy egyes arzenopiritszemek reflexiós pleokroizmusa sokkal élénkebb és a barnás rózsaszínbe hajló felületük símább, anizotróp színeik világosabbak és tarkábbak. Az említett vonásokat legszebben azokon a szemeken lehetett felismerni, amelyeket csoportokban elszórt megjelenésük miatt esetleg idősebb ércek (pirrhotin vagy tetraédrit) átalakulási termékének tarthatunk. A bányahely elemtársulásának kifejezett antimonos jellegét is tekintetbe véve, ezeket az ásványszemeket több-kevesebb bizonyossággal a *gudmundit* néven leírt *FeSbS* összetételű ásványnak kell tartanunk (20. p. 203, 4. p. 7). E mellett szól az is, hogy az említett viselkedésű ásványszemek nem az arzenopiritre jellemző rombuszalakúak, hanem nyúltabbak. Szarvalakú ikerképződésre, amilyent Johansson ír le a gudmunditról (8), szép példák akadnak.

Sajátságosan viselkednek az arzenopirit-gudmunditszemek

konc. KOH és H_2O_2 elegyével való étetéskor. Erős barnulás és többnyire szép szerkezetétetés következik be 2—3′ alatt, de csak a felület bizonyos részein. Egyes szemeket, a szemeknek zegzugosan körülhatárolt, éles relieffel kiemelkedő szabálytalan foltjait egyáltalán nem támadja meg az ételőszer. (VI. tábla, 8. kép.) Étetés előtt a foltok határai egyáltalán nem vehetők észre. Nem sikerült megtalálnom az irodalomban a gudmundit étetési adatait, azonban a + és — étetésű foltok anyaga között feltétlenül kémiai különbséget kell sejtenünk. További feltevés, hogy az ionrádiuszok



5. kép. A galenitnak (fekete) jamesonittá (pontozott) való átalakulása. (Szfalerit: vonalozott, meddő: fehér). Nagyítás 1 : 100.

eltérése (Sb: 6·2 Å, As: 5·6 Å) folytán izomorf elegyedésre képtelen $FeSbS$- és $FeAsS$-molekulák külön foltokban találhatók meg és a «felületi hártya» (Oberflächenfilm) megakadályozza, hogy ezek határai a reflexió alapján is kitűnjenek.

Szfalerit a legkorábbi érckiválások terméke. Erősen lyukacsos felületű, többnyire legömbölyödött szemei a bánya számos pontján gyűjtött ércmintában megtalálhatók. Színe makroszkóposan is világos; belső reflexe sárgás, világos-barnás színű. Kénsavas $KMnO_4$-oldattal étetve kitűnt, hogy szinte valamennyi kristály jellegzetes zónás felépítésű. A szfaleritképződésnek tehát ritmikusan megszakításokkal kellett váltakoznia. Igen gyakori kísérője a gale-

nit. A két érc szemcséinek határvonala, melyen a hexaéder- és tetraéder-lapok nyomai gyakran megállapíthatók, a kiválási sorrend eldöntéséhez feltétlenül egyértelmű bizonyítékot nem nyújt.

A szemcsékben hintett *galenit* főként a szfalerit társaságában található meg, utóbbihoz képest jóval kisebb mennyiségben. Kitűnően megfigyelhető, hogy utólag antimonos oldatok támadták meg a galenitet és a szegély felől előrehaladva nagyrészt jamesonitté alakították át, a szfalerittel határos részeken azonban elmaradt a kiszorítás (l. 5. kép). Igen valószínű, hogy a jamesonittal együtt előforduló bournonit is a galenit rovására keletkezett.

A *kalkopirit* az utóbb tárgyalt szulfidoknál fontosabb szerepet tölt be. Kiválása hosszabb időszakon át tartott és bizonyosan csak az ércesedés utolsó szakaszában ért végett. Változatos ásványtársaságokban található a bánya különböző pontjain. Mindig a többi ásványszem közötti hézagokat tölti ki, gyakran szorít ki más érceket: piritet, markazitot, arzenopiritet, gudmunditot, boulangeritet. Szerkezete konc. *KOH* és H_2O_2 elegyével való étetés útján[1] jól láthatóvá válik. (VI. tábla, 9. kép.) Többnyire apró szemcsejű, a szemcsék pedig vékony ikerlemezesek. Nagyobb egységes szemeken + nikolok között szépen látszanak a parkettásan elhelyezkedő ikerlemezek, melyeken gyakran erős deformáció észlelhető.

A *covellin* egészen alárendelt mennyisége a repedések mentén másodlagosan kalkopiritből keletkezett. Az átalakulás érdekessége, hogy pontosan kristálytani irányok szerint halad előre, a covellinlemezek a repedés két oldalán tollasan rendeződnek.

A *tetraédrit* is csak mikroszkópi mennyiségben lehet megfigyelni. A jelek szerint a kalkopirittel egyidőben keletkezett, vagy szételegyedéssel, vagy pedig kristályrácsának tágabb befogadóképessége alapján. Egyébként szintén hézagkitöltő; olykor a kalkopirit kiszorító csatornáiban is megtalálható. Néhol mirmekitszerűen nő vele össze.

A *bournonit* helyenként a jamesonit és galenit társaságában fordul elő. Kivételesen találni csak nagyobb mennyiségben. A két, egymásra merőleges irányú ikerlemezességnek kitűnő példái akadnak (VI. tábla, 10. kép).

[1] Az itt először alkalmazott konc. *KOH* és 20%-os H_2O_2 elegye 5' alatt fejti ki hatását.

Berthierit a vasszulfidok közelében található meg. Lécei rendkívül jellegzetes reflexiós pleokroizmusukról könnyen felismerhetők. Pontosabb vizsgálatkor a reflexió alapján megállapítható, hogy a lécek magvában más az orientáció, mint a szegélyen. Keresztezett nikolok között az igen élénk anizotróp színekből az is kitűnik, hogy mindkét részt még apróbb, szubparallel összenövésű lécecskék építik fel.

Utoljára maradt az ólom-antimon-szulfosók tárgyalása. Ezek vizsgálata kellő gyakorlat és megfelelő összehasonlító csiszolatok nélkül igen nagy nehézségekkel jár és tévedésekre sok alkalmat nyujt. Legnagyobb óvatossággal végzett meghatározásuk alapján a következők jelenléte valószínű : jamesonit, boulangerit, geokronit. Mindegyik más helyről, különböző asszociációban került elő; kettő közülük nem fordul elő ugyanabban a darabban.

Jamesonit a legtöbb helyen a galenitbe benyomulva található meg. Nagyobb felhalmozódásai is akadnak néhol, melyekben csak apró galenitszigetek tanuskodnak a hasonló eredetről. A jamesonit itt kifejezetten rostos; sugarasan, kévésen rendeződik. Feltűnően gyakoriak benne + nikolok között az élénkvörös belső reflexek, ami magasabb *Ag*-tartalomra enged következtetni és ezt az ércminta üzemi analizise is alátámasztja.

A vasszulfidok társaságában lehet megtalálni egy ólomantimonszulfosó kalkopiritrágta foltjait, melyeket a rendelkezésre álló diagnosztikai bélyegek alapján leginkább *boulangeritnek* lehetett minősíteni. Kalkopirit javára lejátszódó kiszorítása gyakran bámulatosan vékony, elágazó, de nagyjából párhuzamos lefutású csövecskékben halad előre (VI. tábla, 11. kép). Az igen élénk anizotrópia alapján néhol szubparallel összenövést lehetett megállapítani. Egy rózsás-krém reflexiójú, gyengén anizotróp, meg nem határozott ásvány szigetei találhatók meg többfelé a boulangeritben.

Pirit, arzenopirit és egy ismeretlen érc kíséretében találhatók a *geokronit* (21. p. 233., 22. p. 344) nagyjából izometrikus szemei. Az optikai és étetési viszonyok megegyezésén kívül a csaknem elmaradhatatlan ikerlemezesség, mely a kioltás irányához ferdén áll, biztos támpontja a meghatározásnak. Az ikerlemezek erős deformációja, amiről egyébként a rendelkezésre álló irodalomban

nem történik említés, a csucsomi ércekben teljesen indokolt. (VI. tábla 12. kép.)

A geokronit állandó szomszédja egy rendkívül erős reflexiós pleokroizmusú és mindig ibolyás anizotróp színeket adó ásvány. A reflexió színei annyira eltérők, mint a berthierit esetében, de a legsötétebb állásnál sokkal sárgásabb színt ad. A minta meghatározott ásványaiban nincs réz, a darab felülete mégis malachitos. Az ismeretlen ásvány valószínűleg *Cu*-tartalmú.

Az oxidációs folyamatok mértéke az ércelőfordulás egész területén alárendelt. Az antimonit leggyakoribb átalakulási terméke az *antimonokker*. A bánya egyetlen pontján, az antimonithoz közel ugyan, de már a grafitos pala agyagzárványaiban fordultak elő a *valentinit* 3—4 mm-es fennőtt, gyantasárga kristályai. Lapjaik erősen görbültek, rostozottak voltak. A rézércek mállástermékei a kalkopirit repedéseiben található kismennyiségű *téglaérc* és a szabadon álló felületeket bevonó *malachit*.

A kísérő ásványok közül a *kvarc* legelterjedtebb. Főként az ankerittelérrel kapcsolatos ércelőfordulásban, de a bánya néhány más pontján is karbonát váltja fel. Deformált, vékony, nagyon szép ikerlemezeket lehet ebben megfigyelni. A *turmalin* az ércel közvetlen kapcsolatban ritkábban fordul elő.

A megvizsgált ércminták a csucsomi Gabriella-, Kelemen-, Mátyás- és Vince-bányákból, azonkívül a Mihály-bánya és «Rézakna» hányójáról valók (l. 1. kép). Az antimonitos ércvonulat ezen kb. 3 km-nyi szakaszán az akár porfiroidban, akár ankeritben húzódó telérek ércanyaga helyi különbségeket leszámítva általános vonásaiban megegyezik, közös eredetű.

Ilyen bányahelynél, ahol az ércesedés kétségtelenül többször megújult és az érchozó oldatok összetétele nagy mértékben változott, az ércek kiválási sorrendjéről igen nehéz beszélni. Az ércesedés hosszú időszakában legalább is két fő ércképző fázist lehet elkülöníteni. Az első, mely a turmalinosodást előidéző, kétségtelenül magas hőmérsékletű termák (19. p. 137) működésével állott kapcsolatban, piritet, arzenopiritet rakott le. A pirrhotin, a szfalerit és a galenit is bizonyosan a második fázis előtt keletkezett, tehát vagy az előbbi végén, vagy egy külön közbülső szakaszban vált ki. A második ércesedés az előbbinél sokkal intenzívebb volt. Jellemző ter-

mékei az antimonit hatalmas tömege mellett a szulfosók változatos csoportja. A kalkopirit, pirit természetesen átfutók (Durchläufer).

Az arany keletkezését és korát illetően az ércmikroszkópi vizsgálat egyetlen biztos adatot sem szolgáltatott. Bazinnal és Magurkával feltételezhető genetikai kapcsolat és Koch S. 1933. évi lelete (13), amikor arzenopirit és szfalerit mellett talált szabadaranyat a csucsomi telérkvarcban, a mellett szólnak, hogy az arany nagyobb mennyisége kvarchoz kötve, az első ércesedés során jelent meg. Az arany arzenopirit-, vagy piritokozta kicsapódására is gondolhatunk (3. p. 7).

Egybefoglalva most már a csucsomi ércelőfordulás eddig tárgyalt teleptani és ásványtani jellemvonásait, megállapíthatjuk, hogy helyét a hidrotermális érctelepek rendszerében az idős arany-kvarc-formációk között kell keresnünk. Földünk igen nagy kiterjedésű és rendkívüli gazdasági jelentőségű arany-kvarcos telérei átlagos típusától azonban hatalmas szulfidtartamával lényegesen eltér. Átlagosan 2—10% ezeknek a teléreknek szulfidtartalma és hazánkon kívül a Morro Velho-iakban van a legtöbb: 36·7%. Csucsom tehát, ahol az érctelér szulfidtartalma éppen a második ércképző fázis termékeivel hatalmas, összefüggő szakaszokon messze túlhaladja ezt az értéket, a többi hasonló hazai bányahellyel együtt egyedülálló, kevert típust képvisel. A szulfidok közül az antimonit túlsúlya éppen nem gyakori eset és hazánkon kívül Európában csak Milleschau és Schönberg (Csehország), valamint Brandholz (Fichtel) szolgáltatnak példát reá (3. p. 4).

A kiválás sorrendjét tekintve, a hasonló, két fázisban bekövetkezett ércesedés gyakori eset az arany-kvarc-formációkban. Az aranykiválás idejét illetően azonban analógiákkal sem juthatunk közelebb a meghatározáshoz. Van példa reá, hogy az első, van, hogy a második szulfidgenezis szolgáltatta az arany nagyobb hányadát.

A csucsomi ércesedés genetikailag bizonyosan összefügg az aranyos-antimonos ív többi érctelepével. Típusuk is megegyezik a csucsomival, bár az ásványasszociációkban akadnak kisebb-nagyobb eltérések is. Kapcsolat a Szepesgömöri Érchegység többi bányáival nem mutatható ki, bár az ércesedés kezdő fázisában turmalinosodással, később pedig ankeritképződéssel találkozunk mindkét területen.

Összefoglalás.

Csucsom a leggazdagabb antimonitelőfordulásaink egyike Betlértől Szepesremetéig húzódó, porfiroidba ágyazott 3—4^h irányú 20 km-es telérvonulat magvát alkotja.

A mellékkőzet kőzettani vizsgálata és kémiai elemzése arról tesz tanuságot, hogy az különböző mértékben metamorfizált típusos kvarcporfir. Szoros genetikai kapcsolata a Szepesgömöri Érchegység többi porfiroidjával és a masszívum alapját alkotó gránittal, a számított normák és Niggli-értékek alapján valószínű.

Az ércesedés két ciklusban, csökkenő hőmérsékletű oldatok hatására következett be. Az idősebb generáció piritet, arzenopiritet, pirrhotint, szfaleritet tartalmaz, a fiatalabbat antimonit, *Pb—Sb*-szulfosók jellemzik. Az arany mindkettő ásványai között előfordul, s így valószínűleg két generációban is keletkezett.

Az ércelőfordulás a hazai rokon-bányahelyekkel együtt minden valószínűség szerint az arany-kvarc-formációk genetikai típusa alá vonható, bár azoktól jelentős szulfidtartalma révén lényegesen eltér.

Kir. Magy. Pázmány Péter Tud.-egyetem ásvány-kőzettani intézete. 1940.

Irodalom.

1. Barth Tom.—Correns C. W.—Eskola P.: Die Entstehung der Gesteine. Berlin, 1939.

2. Berg G.: Über den Begriff der Rejuvenation und seine Bedeutung für Mineralparagenesen. Fortschr. d. Min. **12.** 13. 1927.

3. Buschendorf F.: Betrachtungen über die Gangkomponenten sowie über das Vorkommen und die Verteilung des Goldes in der Primärzone alter Goldquarzgänge. Ztschr. f. prakt. Geol. **34.** 1. 1926.

4. Gavelin Sv.: Auftreten und Paragenese der Antimonminerale in zwei Sulfidvorkommen im Skelleftefelde, Nordschweden. Sver. Geol. Undersökn. Årsbok. **30.** No. 11. 1936. (Ser. C. No. 404.)

5. Grubenmann U.—Niggli P.: Die Gesteinsmetamorphose. Berlin, 1924.

6. Harker A.: Metamorphism. London, 1932.

7. Holmes A.: Petrographic Methods and Calculations. London, 1921.

8. Johansson K.: Mineralogische Mitteilungen. Ztschr. f. Krist. **68.** 87. 1928.

9. Kauffmann K.: A gömörmegyei bányaipar viszonyai. Pest, 1869.

10. KERTAI GY.: Ércmikroszkópi és paragenetikai megfigyelések a Szepesgömöri Érchegységből. Ann. Mus. Nat. Hung. **30.** 25. 1936.

11. KISS M.: A rozsnyói medence geológiai viszonyairól. tekintettel a hegyszerkezetre. Ftani Közl. **30.** 267. 1900.

12. KOCH S.: Magyarország jelentősebb ásványelőfordulásai. REICHERT—ZELLER—KOCH: Ásványhatározó III. Budapest. 1931.

13. KOCH S.: Ásványtani közlemények Gömör megyéből. Ftani Közl. **64.** 155. 1924.

14. NIGGLI P.: Gesteins- und Mineralprovinzen. Berlin, 1923.

15. NIGGLI P.: Versuch einer natürlichen Klassifikation der im weiteren Sinne magmatischen Lagerstätten. Abh. prakt. Geol. **1.** 1925.

16. NIGGLI P.: Die Magmentypen. Schweiz. Min. u. Petr. Mitt. **16.** 335. 1936.

17. RAMDOHR P.: Über den Mineralbestand und die Strukturen der Erzen des Rammelsbergs. Neues Jb. f. Min. Beil. Bd. **57.** Abt. A 1013. 1928.

18. RAMDOHR P.: Neue Beobachtungen über die Verwandbarkeit der Erzen als «geologische Thermometer». Ztschr. f. prakt. Geol. **39.** 65. 1931.

19. RAMDOHR P.: Fortschritte auf dem Gebiete der Lagerstättenkunde. Fortschr. d. Min. **22.** 105. 1937.

20. RAMDOHR P.: Erzmikroskopische Untersuchungen an einigen seltenen oder bisher wenig beachteten Erzmineralien. Ztrbl. f. Min. 1937. Abt. A. 193. és 289. 1938. Abt. A. 129.

21. RAMDOHR P.: Antimonreiche Paragenesen von Jakobsbakken bei Sulitelma. Norsk. Geol. Tidsskrift. **18.** 275. 1938.

22. RAMDOHR P.—ÖDMAN O.: Falkmanit, ein neues Bleispiessglanzerz und sein Vorkommen, besonders in Boliden und Grube Bayerland. (Mit einem Beitrag zur Kenntniss des Geokronits.) Neues Jb. f. Min. Beil. Bd. **75.** Abt. A. 315. 1939.

23. REGULY J.: A Volovec D-i lejtője Betlér és Rozsnyó között. Ftani Int. Jel. 1903. 176.

24. REGULY J.: A Volovec déli lejtője Veszverés és Betlér között Ftani Int. Jel. 1904. 159.

25. REGULY J.: A Szepesgömöri Érchegység Nagyveszverés és Krasznahorkaváralja közötti szakaszának geológiai viszonyai. Ftani Int. Jel. 1905. 145.

26. REINISCH R.: Petrographisches Praktikum. Berlin 1904.

27. ROZLOZSNIK P.: Aranyida bányageológiai viszonyai. Ftani Int. Évk. **19.** 235. 1912.

28. ROZLOZSNIK P.: Dobsina környékének földtani viszonyai. Geologica Hung. Ser. Geol. **5.** 1936.

29. SCHAFARZIK F.: Előzetes jelentés a Gömör és Szepes megyékben előforduló kvarcporfirokról és porfiroidokról. Ftani Közl. **32.** 306 1902.

30. SCHAFARZIK F.: Adatok a Szepesgömöri Érchegység pontosabb geológiai ismeretéhez. Mat. Term.-tud. Ért. **22.** 414. 1904.

31. SCHNEIDERHÖHN H.: Genesis und Paragenesis der Sulfidmineralien. Doelters Handb. d. Mineralchemie. **4.** 894. 1926.

32. SCHNEIDERHÖHN H.—RAMDOHR P.: Lehrbuch der Erzmikroskopie. Berlin, 1931.

33. SPURR J. E.: The Ore Magmas. New York, 1923.

34. ŠUF J.: Přispěkvy k poznáni geologie a petrografie jihovýchodni časti Slovenskeho Krušnohoři. «Carpatica». Prága, 1936.

35. SZTRÓKAY K.: A gyöngyösoroszii ércelőfordulás mikroszkópiai vizsgálata. Mat. Term.-tud. Ért. **58.** 904. 1939.

36. UHLIG V.: Bau und Bild der Karpathen. Leipzig, 1903.

37. ULRICH F.: Vzácná nerostná paragenese z Koterbachu na Slovensku. «Bratislava». Revue consacrée à l'etude de la Slovaquie et de la Russie Subcarpathique. **10.** 247. Pozsony, 1936.

38. VENDL M.: Kőzet-, szén- és ércmeghatározó módszerek. Sopron. 1935.

39. VENDL M.: Die technisch wichtigen Mineralschätzen Ungarns mit Ausnahme der Kohle und Erdöle vor und nach dem Zusammenbruch. A bánya- és erdőmérnöki osztály Közleményei. **10.** 3. rész 105. Sopron, 1939.

40. WINCHELL N. H. & A. N.: Elements of Optical Mineralogy. New York, 1927.

41. PAPP K.: A Magyar Birod. vasérc- és kőszénkészlete. 1915.

Táblamagyarázat.

V. tábla.

1. kép. Mikroklin az érctelér mellékkőzetében. 200×. +N.

2. kép. Zavartalanul ikerlemezes antimonit. 130×. +N.

3. kép. Ikerlemezes antimonit a transzláció nyomaival. 200×. +N.

4. kép. Ikerlemezes antimonit transzlációval és átkristályosodással 200×. +N.

5. kép. Gyűrt antimonit. 34×. +N.

6. kép. Tollasan rendeződött markazit. 130×. || N.

VI. tábla.

7. kép. A kalkopirit kiszorítja az arzenopiritet. (Keményebb: arzenopirit, lágyabb: kalkopirit.) 130×. || N.

8. kép. *KOH* cc.- és H_2O_2-dal étetett arzenopirit. 200×. || N.

9. kép. *KOH* cc.- és H_2O_2-dal étetett kalkopirit. 200×. || N.

10. kép. Ikerlemezes bournonit. 200×. +N.

11. kép. Boulangeritben csövesen előnyomuló kalkopirit. (világos: kalkopirit, sötét: boulangerit) 470×. +N.

12. kép. Deformált ikerlemezes geokronit. 200×. +N.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24-én tartott üléséből.)

ERZMIKROSKOPISCHE UND PARAGENETISCHE UNTERSUCHUNG DES ERZVORKOMMEN VON CSUCSOM BEI ROZSNYÓ (UNGARN.)

Von G. PANTÓ.

(Tafel V—VI.)

Die reichsten antimonit- und goldführenden Erzgänge der Komitaten Zips und Gömör befinden sich in der Nähe von Csucsom, nördlich von Rozsnyó.

Die mikroskopische Untersuchung, sowie die chemische Analysen bestätigen, dass das Nebengestein der Gänge aus Porphyroid besteht, das durch verschieden starke regionale Metamorphose aus typischem Quarzporphyr entstanden ist. Die berechneten *CIPW*-Normen und NIGGLI-Werten beweisen, dass dieses Nebengestein mit den übrigen Porphyroiden des Zips-Gömörer Erzgebirges gemeinsamen Ursprung hat.

Die abwechslungsvolle «telescoping» Erzgefolge der epithermalen Gänge wurde höchst wahrscheinlich in zwei Bildungsphasen abgesetzt. Während der ersten, heisshydrothermalen Phase wurden Pyrit, Arsenopyrit, Pyrrhotin und Sphalerit ausgefällt. Die zweite Bildungsphase wird durch die Dominanz von Antimonglanz und der Bleispiessglanzerzen charakterisiert. Ob Gold hauptsächlich beim ersten oder beim zweiten Vorgang ausgeschieden wurde, konnte nicht festgestellt werden.

Betrachtungen über den Erzbestand und über die Gangartmineralien (Quarz und Turmalin sind die wichtigsten) weisen darauf hin, dass die Erzgänge von Csucsom, sowie die recht ähnlichen anderen ungarischen Vorkommen (Pernek, Bazin, Magurka, Szepesbánya und Aranyida) unter den Typ «ältere Goldquarzformationen» eingereiht werden sollen, obwohl sie mit einem recht bedeutendem Sulfidgehalt (40—80%) von denen deutlich abweichen. Diese eigentümliche, gemischte Abart der Goldquarzgänge ist unserer heutigen Kenntnissen nach nur in Ungarn vertreten.

Min. u. Petr. Institut der Petrus Pázmány Universität in Budapest, 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Jun. 1940.)

ÁSVÁNY-KŐZETTANI MEGFIGYELÉSEK A MÁTRA-HEGYSÉG DÉLI RÉSZÉBŐL.

SZUROVY GÉZÁ-tól.

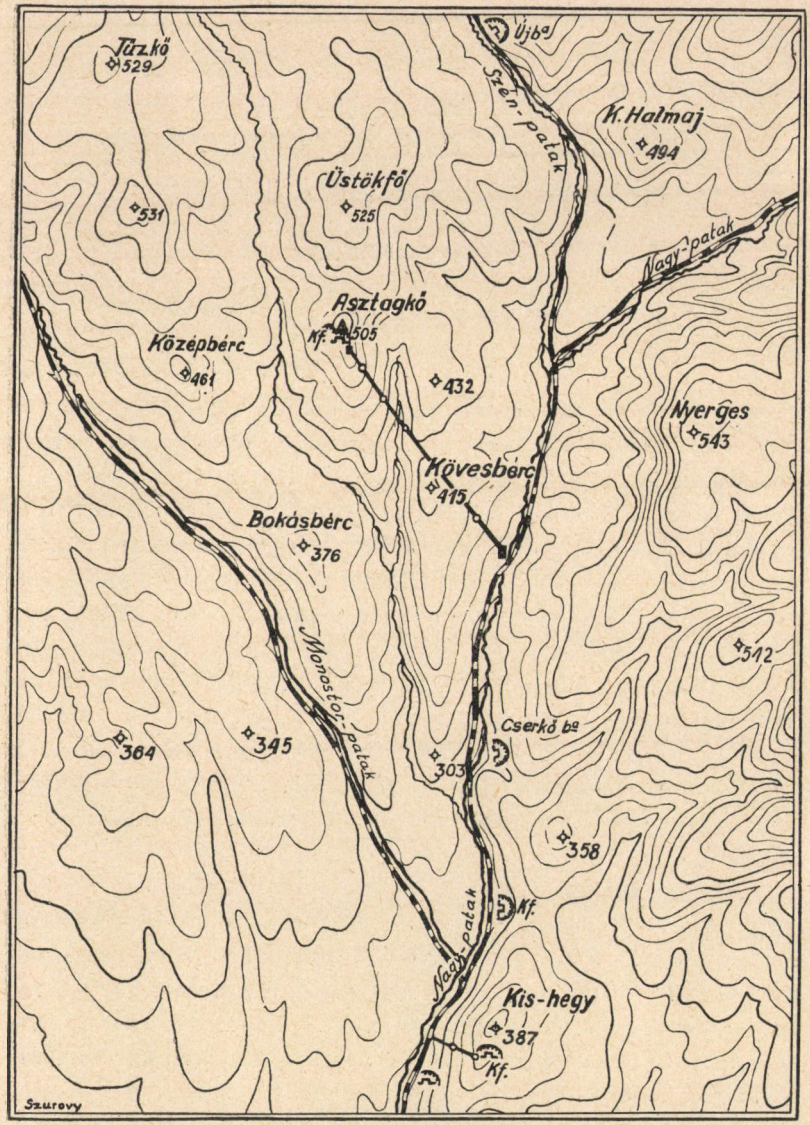
5 szövegközötti képpel, a VII. és VIII. táblával.

A Kárpátok felgyűrődése és az Alföld süllyedése eredményezte törésvonalak mentén riolites, dacitos, andezites magmák törtek fel. Az Alföld peremét koszorúként övezik ezek a fiatal vulkánikus hegyek. A Cserhát és a Bükk között emelkedik a Mátra. Kőzettani és szerkezeti tekintetben szoros kapcsolatban áll a Cserháttal és a Bükk déli részét felépítő eruptív kőzetekkel (24, 27). A Mátra földrajzi határának a Zagyva és Tarna völgyét szokás venni. Ez az elhatárolás azonban a geológiai viszonyokkal csak kevéssé van összefüggésben (21).

A hegység zöme piroxénandezit. Ennek szegélyén biotit-amfibolandezitek és piroxénbiotitandezitek törtek fel. Az erupciók korát az alsó- és felsőmediterrán határára teszik. A felső mediterrán végén a piroxénandezitet riolitek törték át. A kitörések mindenütt erős hamúszórással jártak, tufa- és lávapadok váltakoznak egymással (13).

A jelen dolgozat tárgyát alkotó terület Gyöngyössolymostól északra a Nagy-patak, Szén-patak és Monostor-patak közé esik. A Nagy-patak balpartján fekvő Cserkőbánya, a Szén-patak balpartján fekvő Újbánya és az Asztagkőn telepített kvarcitbánya módot nyujt behatóbb megfigyelésekre. A megfigyeléseket ki lehet egészíteni a fentemlített patakok eróziós feltárásainak vizsgálatával. (L. térkép.)

A magmatikus szétkülönülés első fázisában, a liquidmagmatikus fázisban a magma *Fe*-tartalma mint magnetit, ilmenit, hematit és pirit vált ki. Ezzel egyidejűleg a *Ti*-tartalom is kivált az ilmenitben, a *P*-tartalom pedig az apatitban.



Az Asztagkő környékének térképe.

A liquidmagmatikus elkülönülést általában a benyomulási kőzetekben történő nehézségi elkülönülésre tartják fenn. A benyomulási kőzetekben a magma lassú hűlése megengedi, hogy az elsőnek kiváló nehézfémek szulfidjai és oxidjai összehalmozódjanak (16). Azonban kétségtelenül ugyanez a folyamat játszódik le a kiömlési kőzetekben is. Ezt annál inkább feltételezhetjük, mert a benyomulási magmákban uralkodó nagy nyomás mellett nagy a viszkozitás is, ami az elkülönülés sebességét csökkenti. Viszont a kiömlési lávákban a kis nyomás mellett kicsi a viszkozitás. Elsőül itt is az ércek és az apatit válnak ki, csakhogy összehalmozódásuk az aránylag kevéssé viszkózus olvadékban sem tud a gyors hűléssel lépést tartani. Sajátalakú kristályaik nagy tömegben, de szétszórtan válnak ki az olvadékoldatban. Helyenkint mégis keletkeznek kisebbmérvű összehalmozódások. Ezek akkorák, hogy ércmikroszkóppal is jól vizsgálhatók.

Igen gyakoriak a pirit szemcsés tömegei. Az intratellurosan kivált magnetit szemcsés, szabálytalan alakú halmazokban jelenik meg. A hematit finoman lemezes halmazai szintén tartalmaznak magnetitet. (VIII. tábla, 3. kép.) Az effuziósan kivált magnetitgeneráció a szokásos oktaéder-metszetekben jelenik meg. Előfordulnak vázszerű összenövései is. Az ugyancsak effuziósan kivált titánvascsillám barnásvörösen áttetsző éles hatszöges pikkelyeket alkot az alapanyagban. Ezek a pikkelyek különösen a hematitfészkek közelében találhatók nagy tömegben. Az ilmenit szabálytalan szemekben jelenik meg. Gyakran nő össze a magnetittal. Az apatit apró prizmái a földpátokban szerepelnek zárványként. Viszonylagos ritkaságuk a magma csekély P-tartalmára vezethető vissza.

A megszilárdulás főfázisában, a főkristályosodás alkalmával váltak ki a kőzetet alkotó ásványok. Elsősorban intratellurosan olivin, majd hipersztén, augit és végül a földpátok.

Az olivin repedezett, legömbölyödött kristályszemekben fordul elő. Makroszkóposan zöldesszínű. Mikroszkóposan többékevésbbé sajátalakú, az (110) és (021) kombinációja. Gyakran korrodált. Ikreket alkot a (012) és (021) szerint. A (012) szerinti iuxtapoziciós ikreken a két egyén c-tengelyének egymáshoz való hajlása 32°—33°, a (021) szerint pedig 84°. Megtartása friss, a

repedések mentén nem mindig és akkor is csak gyengén szerpentinesedett el. Az olivin is összehalmozódott bizonyos helyeken, mert míg egyes helyeken nagy tömegben található, addig máshol egyáltalán nincs meg.

A beágyazások között legnagyobbak a hipersztének. Egy centiméter hosszúságot is kitevő nyulánk oszlopok és zömök prizmák. Ritkán xenomorfok. Ilyenkor a szegélyükön foszlányosak. Formáik közül (010), (100) és (122) volt megállapítható. Juxtapoziciós és félpenetrációs ikrek igen gyakoriak. Leggyakoribbak a (011) és (023) szerint alkotott ikrek. A két függőleges tengely által bezárt szög 60°, illetve 43°. Ritkák a (043) szerint képződött ikrek. Ezeken a két függőleges tengely 76°-ot zár be egymással. Optikailag negativok. *FeO* tartalmuk igen magas. A repedéseiket vasérc tölti ki és hidrotermális hatásra — valószínűleg szénsavas ágenciák közreműködésével — részben egy eddig ismeretlen szerpentinszerű vasszilikáttá, részben pedig bastittá alakultak át. (VII. tábla, 1. kép.) Pleochroizmusuk gyenge, vastagabb csíszolatokban azonban eléggé szembeötlő:

a = vörösessárga.
b = barnásvörös.
c = zöldesbarna.

Zárványokul magnetitet, üveget és salakot tartalmaznak. Az augittal alkotott — a Mátra-hegység más részein különben igen gyakori — összenövéseiket itt nem sikerült megfigyelnem (13).

Az augit meglehetősen fejlett kristályai szétszórtan fordulnak elő. A szegélyük foszlott. Tele van apró, hatszögletes titánvasecsillám-pikkelyekkel. Pleochroizmusuk igen gyenge, csak vastag csiszolatokban figyelhető meg:

a = fűzöld.
b = sötétebb fűzöld.
c = sárgászöld.

A kettőstörés pozitív. Az optikai sajátságok mind diopszidszerű augitra vallanak. Zárványokul magnetit és üveg találhatók bennük. Másodlagosan szemecskékre estek szét. (VIII. tábla, 6. kép.) Az eredeti alakjukat megtartják, de a szemecskék optikai orientációja

más és más. Gyakori az az eset is, amikor egy ép augit-kristályt augit-szemecskékből álló koszorú vesz körül (13).

A magma a kitörés alkalmával áttörte a felsőoligocén glaukonitos homokköveket és azokból darabokat kebelezett magába. Ezeket a bekebelezett darabokat kvarccá olvasztotta át. A kvarcgumók szegélyét — a balatoni bazaltokhoz egészen hasonló módon — augit-prizmákból álló koszorú veszi körül. (VIII. tábla, 7. kép.) (14).

Az augitokon kitűnően látszik a prizmaszerinti hasadás. Gyakran alkotnak számos lemezből álló poliszintetikus ikreket az (100) szerint. (VII. tábla, 2. kép.) Ritkábban iuxtapoziciós ikrek is megfigyelhetők az (101) és ($12\bar{2}$) szerint. Az előbbi esetben a függőleges tengelyek által bezárt szög 80°, az utóbbi esetben pedig 60°.

A földpátok villogó táblái szabadszemmel is jól kivehetők. Sajátalakúak. A (001), (010), (110), ($1\bar{1}0$), ($10\bar{1}$) formák kombinációi. Ritkábbak a ($20\bar{1}$), (021) formák lapjai és egy esetben volt megfigyelhető az ($1\bar{3}0$). Általában izometrikusak vagy kissé megnyúltak a *c*-, illetve az *a*-tengely irányában. Többnyire ikrek, de előfordulnak önálló egyedek is. Leggyakoribbak a két-három vastag lemezből álló karlsbadi ikrek és az albit-törvény szerint alkotott sok vékony lemezből álló poliszintetikus ikrek. Ez a két ikertörvény gyakran összeszövődik egymással. Ritkák a periklintörvény szerinti ikrek. A bavenói törvény szerint képződött iker mindössze két esetben fordult elő, a manebachi ikertörvény pedig egyáltalán nem volt megfigyelhető.

Az albit+karlsbadi konjugált ikrekben a szimmetrikus kioltás:

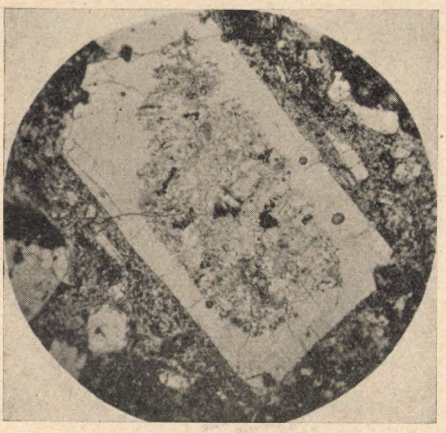
		1 és 1′	2 és 2′
1.	kristálycsoport	±22°	∓40°
2.	«	±29°	∓42°
3.	«	±31°	∓43°
4.	«	±32°	∓45°
5.	«	±30°	∓45°
6.	«	±28°	∓45°
7.	«	±28°	∓43°
8.	«	±30°	∓51°
9.	«	±29°	∓44°
10.	«	±31°	∓45°

A a-ra merőleges metszetben a kioltás +34°, +36°. A hozzátartozó albitiker kioltása +76°, +85°.

A törési exponensek középértéke $\frac{\alpha+\beta+\gamma}{3} = 1{,}571—1{,}576$.

Ez értékek szerint a földpátok mind a bázikus bytownit-anortit sorba tartoznak.

A hazai andezitjeinkre oly jellemző zónás szerkezet itt is gyakori. A mag bázikus bytownit, sokszor csaknem anortit. Erre egy savanyúbb, majd ismét egy bázikusabb burok következik. A legkülső burok mindig a legsavanyúbb, összetétele többnyire $Ab_{35}—An_{65}$ körül van. (VIII. tábla, 5. kép.)



1. Kép.
Salak-, üveg- és érczásványokat tartalmazó földpát.

Jellemzőek a zárványok is. Ezek vagy a földpát szegélyén koszorúalakban helyezkednek el — ilyenkor a földpát középső része víztiszta — vagy közepén vannak és ilyenkor a földpát szélei víztisztak. (1. kép.) Zárványokul érc, apatit, salak és üveg szerepelnek.

A porfiros elegyrészek kiválása után a magma viszonylag savanyúbb lett. Effuziósan ismét ércek, az alapanyag augitjai, földpátjai és üveg szilárdultak meg.

Az alapanyag augitjai a szokásos apró prizmametszetek. A földpátlécek gyakran alkotnak ikreket az albit-törvény szerint. Az a-tengelyre merőleges metszetekben a kioltás az albit ikersíkhoz képest +28°, +31°, +32°, +31°, ami $Ab_{50}—An_{50}$, $Ab_{45}—An_{55}$, $Ab_{40}—An_{60}$, $Ab_{35}—An_{65}$ összetételnek felel meg. A törésmutató 1,56 körül van, tehát az alapanyag földpátjai a bázikus andezin-labrador sorba tartoznak. Üveg aránylag kevés van, a szövet általában pilotaxitos, a Cserkő déli részében hialopilites.

A magma megszilárdulása után 870 C° körüli hőmérsékleten savgőzökkel telített oldat maradt vissza. Ezt a nagy belső feszültség a megszilárdulás következtében keletkezett repedésekbe préselte, valamint a nyomás kisebb-nagyobb üregeket hozott létre. A repedések keletkezését a Kárpátok felgyűrődésével kapcsolatos kéregmozgások is jelentékenyen elősegítették. Az illó alkatrészek a nyomás gyors csökkenése következtében eltávozhattak, ezért az utókristályosodás első két fázisa: a pegmatitos és pneumatolitos fázis teljesen hiányzik. A pneumatolitos fázis azonban mégis megvan annyiban, hogy az eltávozó gázok a kőzetben meglehetősen nagy üregeket, hólyagokat hoztak létre. Akad közöttük másfél méteres is. Ezekben az utókristályosodás utolsó fázisában felszálló melegvizes oldatok raktak le ásványokat.

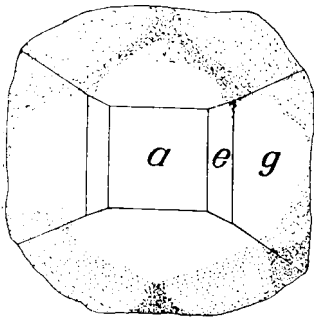
A fiatal vulkáni kőzetekkel kapcsolatban ásványtani szempontból a hidrotermális fázisnak van a legnagyobb jelentősége. Az egész Mátrát behálózzák a hidrotermális kvarctelérek. A feltárások elégtelensége folytán eddig gejzirképződményeknek tartották számos helyen felszínre bukkanó részeiket, azonban érctartalmuk alapján indokoltnak látszik közös eredetre való visszavezetésük (20). Tehát nem utóvulkáni működésnek köszönhetik keletkezésüket, hanem a magmamegszilárdulás utolsó mozzanatának kell őket tekintenünk. Természetesen nem lehet éles határt vonni a két fázis között, mert az utóvulkáni működés folyamatai is elmosódott átmenettel kapcsolódnak a magmamegszilárdulás utolsó mozzanataihoz. Lehet, hogy a sok kvarcitkúp nagyrésze gejzirműködésnek az eredménye. Azonban az Asztagkőben kicsúcsosodó kvarctelér rokonsága a Gyöngyösoroszi-i szulfidos érctelérekkel antimonit-tartalma miatt feltételezhető. Ezt a telért mintegy 1200 lépésnyire elég jól lehet nyomozni. Csapása ÉÉK—DDNY. Az Üstökfőtől az Asztagkőn át egészen a Bokásbércig követhető. (L. térkép.) A kérdés végleges tisztázásához minden egyes kibukkanást behatóan meg kellene vizsgálni külön-külön. Ez feltárások hiányában jelenleg nem valósítható meg.

A maradékoldatokból szfalerit, pirit, tridimit, majd a hőmérséklet esésével β-kvarc, pirit, markazit,antimonit, kalcedon, barit és kalcit váltak ki. Az ércek kiválási sorrendje a gyors megszilárdulás miatt nem tisztázható pontosan. Az ércmikroszkópi

vizsgálatok szerint valószínű a következő sorrend: szfalerit, pirit, markazit, antimonit.

A szfalerit elszórt xenomorf-szemek alakjában jelenik meg. A szemek olyan aprók, hogy csak ércmikroszkóp alatt láthatók. Színe szürkésfehér, gyenge kékes árnyalattal. Keresztezett nikolok között fekete, többnyire azonban a belső reflexektől sötétbarna. Hasadás, ikerképződés nem figyelhető meg.

A pirit eleinte magasabb hőmérsékelten éles, sajátalakú kristályok formájában vált ki. Kiválott azonban egészen alacsony hőmérsékleten is zónás gélpirit formájában. Meglehetősen nagy mennyiségben fordul elő különösen az üregek falában. Az ércmikroszkóp alatt kitűnik erősen reliefes voltával. Kiválása ritmikusan történhetett. Bizonyos lapok kifejlődtek rajta, ezekre kovaréteg vált ki, majd ismét pirit. Ez többször ismétlődött és sajátságos bástyaszerűen felépített zónás szerkezetet eredményezett. (VIII. tábla, 4. kép.)



2. kép. Pirit.

A zónás gélpirit mellett mindig találunk markazitot. Keresztezett nikolok között szép ikerlemezesség figyelhető meg. Az egyes lemezek színe zöld, kék, lila.

A pirit a repedések falán fentnőve is kikristályosodott. Az 1—1·5 mm nagy kristályokat általában egy gránátszerű szilikátburok kérgezi be. A burok lapjai símák, fényesek, elég jól tükröznek. A mérések szerint a kristályok az (100), (210) és (320) formák kombinációi. (2. kép.)

Meghatározásukra az alábbi szögértékek szolgáltak:

	mért:	számított:
(100) : (210)	26°30′	26°33′54″
(100) : (320)	33°47′	33°41′24″

A szilikátbekérgezés könnyen leválik a kristályokról. Alatta a pirit üde, a lapok azonban rostozottak, így nem mérhetők. A lapok becsillantása közelítőleg a fenti szögértékeket eredmé-

nyezi, tehát a bekérgezés pszeudomorfózának tekinthető a pirit után. A bekérgezés vastagsága mindössze 0·2—0·25 mm. Barnás-vörösen áttetsző, erősen fénytörő, izotróp. Gyakran mállott a felülete, ilyenkor kissé rozsdás, érdes. Alatta a pirit mindig friss.

Az antimonit az Asztagkő kvarcitkúpján telepített bányából került elő egy robbantás alkalmával. A kvarcit repedései mentén 4—5 cm hosszú kristályokból álló sugaras halmazokat alkot. Terminális lapokat nem lehet megfigyelni, mert limonitos, kvarcos anyag kérgezi be. Igen fínom tűit a mellette lévő baritban találjuk zárványként. Ércmikroszkóp alatt keresztezett nikolok között ikerlemezességet figyelhetünk meg. A fínomabb repedések mentén az antimonit átitatja a kvarcitot. Mellette szulfosókat nem találunk.

Főleg az antimonit látszik bizonyítani, hogy az Asztagkő a Mátra érces teléreivel áll összefüggésben, tehát nem gejzirkúp.

A forróvizes oldatokból elsőnek a tridimit vált ki. Az Asztagkő kvarcitjának üregeiben mindenütt megtaláljuk 0·3—0·5 mm-nyi táblás kristályainak halmazait. Gyakran igen apró kvarckristálykák telepednek rája.

A hőmérséklet esésével mindenütt bőven vált ki β-kvarc. A kristályok 0·5—2 mm nagyok. Rendkívül egyszerűek. A prizma és a pozitív-negatív alapromboéder kombinációi. Víztiszták, a prizmalapon vízszintes irányban kissé rostozottak. A kvarcit üregeit mindenütt ellepik. Itt közvetlenül a kvarciton ülnek. A Cserkő andezitjében is előfordulnak. Az andezit egyes üregeit achátszerű kriptokristályos kova béleli ki, ez kék- és szürke-színű. Rajta ülnek a víztiszta vagy tejfehér kvarckristálykák.

A kvarc kiválása egészen a legalacsonyabb hőmérsékletig történt, mert egyik generációját megtaláljuk az antimonittartalmú bariton is. A kristályok 0·1—0·2 mm nagyok. Ellentétben az előbbi kvarcokkal, prizmalappal nőttek fenn, tehát mind a két végükön szabadon kifejlődött dihexaederek.

Az andezit kisebb-nagyobb üregeit is kovakocsonya töltötte meg. Ennek beszáradásából különféle kriptokristályos kvarcváltozatok keletkeztek.

Az üregek falát igen szép kalcedon vonja be. A kalcedon

0·5—1 cm vastag. Színe tejfehér, kékes, pirosas. Alatta többnyire egy sötétkék, üvegszerű kvarcréteg van. Néha, mint a már fentebb említett esetben is, achátszerűen szalagos.

Gyakran apró kvarckristályok lepik el.

A kalcedonon gyakran görbült kvarcrudacskák alkotta kusza halmazok fordulnak elő. A rudacskák átmérője 0·2—0·3 mm. Hosszuk 1·5 cm is lehet. Belsejükben egy igen vékony fekete zsinór húzódik. Ez rideg, merev. Ha kettétörünk egy rudacskát, akkor a fekete tű vége kiáll. Mivel a kvarcburokból nem lehet tisztán kiszabadítani, azért közelebbi meghatározása nem sikerült.

A forró oldatokból barit is meglehetős mennyiségben vált ki. Tizenöt kristályt vizsgáltam meg. A kristályok felépítése egyszerű, az alábbi formák kombinációi:

$a(100)$	$d(102)$
$b(010)$	$w(106)$
$c(001)$	[1] $É(9,0,14)$
$m(110)$	$o(011)$
$\eta(320)$	$z(111)$

A meghatározásra szolgáló fontosabb szögértékek a következők:

	mért:	számított:
$m : m'$	78°21′	78°22′26″
$\eta : \eta'$	57°09′	57°03′
$d : c$	38°55′	38°51′28″
$w : c$	14°57′	15°02′
$É : c$	46°08′	46°01′07″
$o : c$	52°41′	52°43′
$z : c$	64°21′	64°19′

Az egyes mért kristályok formaösszetételét a következő táblázat szemlélteti:

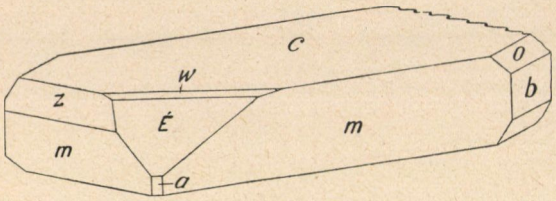
[1] Új forma.

	a	*b*	*c*	*m*	*o*	*d*	*z*	*w*	*η*	*É*
1.	+	+	+	+	+	—	+	+	—	+
2.	+	+	+	+	+	+	—	—	+	—
3.	+	+	+	+	+	+	—	—	+	—
4.	+	+	+	+	+	+	+	—	—	—
5.	—	+	+	+	+	—	—	—	+	—
6.	—	+	+	+	+	—	—	—	+	—
7.	—	+	+	+	+	—	—	—	—	—
8.	—	+	+	+	+	—	—	—	—	—
9.	—	—	+	+	+	+	—	—	—	—
10.	—	+	+	+	+	—	+	—	—	—
11.	—	+	+	+	—	—	—	—	—	—
12.	—	+	+	+	—	—	—	—	—	—
13.	—	—	+	+	—	—	—	—	+	—
14.	—	—	+	+	—	—	—	—	—	—
15.	—	—	+	+	—	—	—	—	—	—

A baritokat részben az andezit üregeiben, részben a kvarciton az antimonit mellett találjuk. Előfordulnak ezenkívül még az antimonittól függetlenül is igen nagy tömegben a kvarcit repedéseinek a falán, továbbá a kvarcitban húzódó limonitos-opálos erekben bennőve.

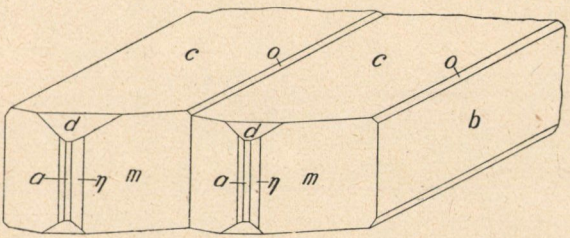
Különösen érdekes az első kristály. Ez a $(\bar{1}10)$ lappal nőtt fenn. A kristály a *b* tengely szerint megnyúlt, a (001) lap szerint táblás. Erősen torzult. A (010) és (011) csak keskeny és rövid lapokkal jelenik meg. A [*h*0*l*] zónában a legszebben fejlett lap a (9.0.14) új formának bizonyult. Kifejlődött még keskeny lappal az (106) és kis négyszögletes lapocskával az (100). Az (111) mindössze egy közepesen fejlett lappal lép fel. Ugyancsak közepes nagy az (110) is. A lapok általában símák, jól tükröznek. A (9.0.14) nagyon szépen fejlett síma lap. Kitűnően tükröz. Hajlása 10—10 mérés középértékét véve a (001)-hez, 46°08′, a $(00\bar{1})$-hez 133°59′. Meghatározása a régi HELMACKER-féle 0·8152 : 1 :1·3114 tengelyarány alapján történt, nem pedig a WYCKOFF—MERWIN-féle röntgenvizsgálatokon alapuló 1·630 : 1 : 1·3114 tengelyarány szerint. E szerint a tengelyarány szerint történő lapjelölés ellentmond a kristályfizika néhány alapvető megállapításának. (3. kép.) (12, 33).

A második és harmadik mért kristály 0·6 mm hosszú, 0·3 mm széles. Az *a*-tengely irányában megnyúltak. A (010) lapon egymással párhuzamosan összenőttek. A (010) és (001) körülbelül egyenlő mértékben fejlődtek ki. Az (110) alárendeltebb. Kis villogó lapokkal jelenik meg az (102). Ugyancsak villogó, keskeny csíkok alakjában lép fel az (100), a (011) és a (320). Az oldallapon, prizmán és bázison növekedési gödröcskék vannak, de ezek a tükrözést alig zavarják. (4. kép.)



3. kép. Táblás barit.

Az 5., 6., 7. és 8. mért kristály teljesen hasonló a fentihez. Szintén megnyúltak az *a*-tengely irányában. Ugyanolyan felépítésű kristályokkal alkotnak hipoparallel összenövéseket. Az (100) és (102) lapot egyiken sem találjuk meg. A (320) az egyiken megvan keskeny csík alakjában.



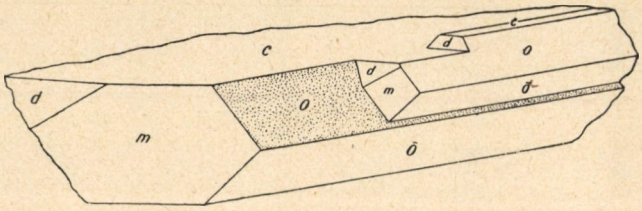
4. kép. Barit párhuzamos összenövése az oldallapon.

A kilencedik kristály szintén megnyúlt az *a*-tengely szerint. Körülbelül 5 mm hosszú, 2 mm széles töredék. Uralkodó formák a (001), a (011) és az (110). Alárendelt lapok alakjában jelenik meg az (102). A (011) lapon a nagy kristályhoz teljesen hasonló kisebb kristály nőtt fenn az *a*-tengellyel párhuzamosan. A lapok fényesek, jól tükröznek. (5. kép.)

Az eddig ismertetett baritok mind az andezit üregeiben nőttek fenn. A kalcedonon csak egyetlenegy esetben fordult elő kékesszínű barittáblákból álló kristályhalmaz. Lehetséges, hogy kék színüket ugyanaz az anyag okozza, mely a kalcedont festi kékre.

Általában az andezitban előforduló baritok valamely zöld színű vasszilikát-gélen ülnek. Keletkezésük a kíséretükben mindig meglévő kalcittal egyidejűleg történt, mert körülnövik a kalcitot és kalcit telepszik rájuk. Nem egy kristályt sósavval kellett kioldani a kalcitból. Ilyenkor a körülnőtt kalcit is kioldódik, de negatív lenyomata megmarad a barit lapjain.

A kalcitnál fiatalabb baritgeneráció igen vékony táblácskák alakjában található meg. Ezeket a fínom táblácskákat vasas gélek



5. kép. Barit párhuzamos összenövése az $\bar{o}$ lapon.

zöldre színezik. A kristályok lapos-táblásak a (001) szerint és megnyúltak az *a*-tengely irányában. Az (110) és (010) lapokat rendkívül keskeny csíkok alakjában figyelhetjük meg.

Érdekesek a barit hipoparallel összenövései. Ilyeneket Koch S. írt le Felsőbányáról (9), Zimányi K. pedig Sajóházáról (34). Az általuk leírt összenövések nem hasonlítanak az itt megismertekhez.

Egészen eltérő baritot találunk a kvarciton. Itt kétféle kifejlődését figyelhetjük meg.

A kvarcit repedéseinek a falát sűrűn borítják limonittól barnán bekérgezett baritkristályok. Tejfehér színűek, felületük erősen mart. Ezért egyáltalán nem mérhetők, rajtuk semmiféle formát nem lehet megfigyelni. Ezek a baritok hasonlítanak a Budai-hegység némely pontján előforduló baritokhoz. A Budai-hegységben mindig ott jelennek meg a dolomitban, ahol a dolomitot a feltört hévvizek erősen elkovásították. (25) Így találjuk például a Csíki-hegyekben és a Törökugraton. Ezeken a helyeken majdnem

kétségtelen, hogy gejzirműködésnek köszönhetik eredetűket. De az Asztagkőben, ha gejzirműködés hozta is létre ezeket a baritokat, akkor is a posztvulkáni működés idejében a kvarcit már megvolt, mert a benne előforduló antimonit a magmatikus maradékoldatból vált ki.

Az antimonit kíséretében egészen más típusú baritot találunk. A kristályok centiméter nagyra is megnőnek. Izometrikusak, a (001) és (110) egyenlő mértékben fejlődtek ki. Mindössze ez a két forma építi fel őket. Színük a bennük lévő fínom antimonittűk sűrű szövedékétől fekete. Különben víztiszták. A lapok fényesek, rajtuk a már említett piriny6 kvarcdihexaederek ülnek.

A kvarcitban helyenkint húzódó limonitos, opálos erekben bennőtt baritot találunk. Ezek is lapos-táblásak a (001) szerint; 4—5 mm vastagok, 2—3 cm nagyra is megnőnek.

A megmért kristályokat a következő csoportokba lehet sorolni:

A. csoport.

A kristályok megnyúltak a *b*-tengely szerint. Termetmegszabó formák: (001) és (110). Mellékformák: (111) és (102). Alárendelt formák: (011), (010) és (100). Kiegészítő formák: (106) és (9,0,14). Paragenetikai sorrend:

kalcedon—vasszilikát gél—kalcit—barit—kalcit.

B. csoport.

A kristályok megnyúltak az *a*-tengely szerint. Termetmegszabó formák: (001) és (010). A habitusra jellemző forma: (110). Mellékforma: (011). Alárendelt formák: (102) és (320). Paragenetikai sorrend:

kalcedon—vasszilikát gél—kalcit—barit—kalcit.

C. csoport.

A kristályok megnyúltak az *a*-tengely szerint. Termetmegszabó formák: (001) és (011). Jellemző forma: (110). Mellékforma: (102). Paragenetikai sorrend:

kalcedon—vasszilikát gél—kalcit—barit—kalcit.

D. csoport.

A kristályok izometrikusak. Kizárólag a (001) és az (110) kombinációi. Paragenetikai sorrend:

antimonit—barit—kvarc.

É. csoport.

Ebben a csoportban összefoglalhatjuk a kvarcit falán lévő mart kristályokat és a limonitos, opálos anyagban bennőtt kristályokat.

Amint tehát látjuk, három — termet szempontjából egymástól merőben eltérő — csoport paragenezise azonos. A negyedik csoport pedig termetben is, genezisben is eltér az előbbitől. Az ötödik csoport a legutolsó kristályosodási folyamatok alkalmával kivált baritokat foglalja magában.

Ha mégis be akarjuk sorolni ezeket a baritokat az általánosan elfogadott BRAUN-féle morfogenetikai csoportokba, akkor az első három csoport többé-kevésbbé jól beleillik a BRAUN-féle III*a.* és *b.* karbonát-típusba (1). Ezt a típust CHUDOBA nyomán *Ab*, *Aa*-val jelöljük. Az oszloposan kifejlett kristályok a *b*-, illetőleg az *a*-tengely irányában nyúltak meg. A két alcsoport egymástól meglehetősen elüt. Hogy mi ennek az oka, arra biztos választ nem tudunk adni. MAKLÁRI a kíséretükben esetleg előforduló szulfidok hatására gondol (12). Mivel a kristályok csaknem egyidejűleg váltak ki a kíséretükben lévő kalcittal, kézenfekvőbb lenne talán az eltérő termet okát a jelenlevő tömény karbonátos oldatok különböző viszkozitásában és az anyagáramlást gátló hatásában keresni.

BRAUN előbbre teszi a kalcit kiválását. A jelen esetben a kalcit egy része idősebb, egy része fiatalabb, tehát az egyidejű keletkezés feltételezhető. Szulfidok hatására azért nem gondolhatunk, mert bár jelen vannak a kőzetben kisebb összehalmozódások alakjában, éppúgy hathatnak az egyik kristálytípusra, mint a másikra, hiszen a különböző kifejlődésű kristályok egymástól alig néhány centiméterre vannak.

A negyedik csoport kristályai jól beleillenek a BRAUN—MAKLÁRI-féle *Vb* antimonit-típusba. Jele P^{b}_{001} [010]. (1, 2).

Az elsődleges kalcit a barittal egyidős vagy annál fiatalabb.

Tejfehér gömböket alkotó halmazai nagy tömegben fordulnak elő az andezit üregeiben. Ezek a kristályok nem mérhetők, mart felületűek. Valószínűleg a $-\frac{1}{2}R$ lapos, görbült romboéderei.

A barit mellett bőségesen vált ki víztiszta kalcit is. Ezek a kristályok a prizma és a $-\frac{1}{2}R$ sajátságos, lapos, görbült, ágyúpátszerű kombinációi.

A másodlagos kalcit szemcsés kitöltéseket alkot.

Másodlagos opál elég gyakori. Előfordulnak tejopál, májopál- és üvegopál nevű változatai.

A hidrotermális hatás a kőzetalkotó ásványokban is idézett elő változást. A földpátok teljesen frissek. Az olivin alig egy kissé szerpentinesedett el, tehát felszíni mállás, atmoszferikus átalakulás nem játszhatott közre, mert az kétségkívül legelőször az olivint bontotta volna meg és megtámadta volna a földpátot is.

Ezzel szemben azt látjuk, hogy kizárólag a hipersztén szenvedett átalakulást. A hipersztén erősen repedezett. A repedéseket vasérc tölti ki. Ez főleg hematit, illetve vascsillám. A repedések mentén a hipersztén anyaga átalakulóban van egy kloritszerű ásvánnyá. A kérdéses ásvány finom szálas, rostos. Erősen pleochroos. A hosszanti irányban sötét haragoszöld, rá merőlegesen világos sárgászöld. Kioltása egyenes. Fénytörése 1·6 körül van.

Az apróbb hipersztének már teljesen átalakultak ilyen módon.

Ez az ásvány az üregekben fentnőve is kikristályosodott. Az üregek falát sötét, kékesfekete kvarcgél vonja be. A kőzet szegélye a kovagél alatt a sok vastól egészen téglavörös. A kovagélre kékesfehér kalcedon következik. Ennek apró félgömbjein alkotnak lehelletfinom bevonatot a kérdéses ásványnak 0·1 μ-nyi finom szálakból összetapadt pamacsai. A szálak hossza 20 μ körül van. (VIII. tábla, 8. kép.) Hajlíthatók, nem rugalmasak. Optikailag ugyanazokat a sajátságokat figyelhetjük meg rajtuk, mint a hiperszténben lévő rostokon. A csúcsokon gyakran igen szabályos, apró kvarcgömböcskék ülnek. Néhol pedig apró sárgásfehér kalcitromboéderek és finom barittáblák telepednek rájuk.

Kémiai elemzésre 250 mg anyagot sikerült aránylag tisztán lekaparni. Az elemzést ENDRÉDY ENDRE végezte a következő eredménnyel:

SiO_2	56·9%
Al_2O_3	8·8%
Fe_2O_3	25·6%
CaO	2·6%
MgO	1·2%
H_2O-	0·7%
H_2O+	4·0%
Összesen	99·8%

Meglepő a sok kovasav. Ennek egy része a fentebb már említett kvarcgömböcskékre vezethető vissza. Ezek a víztiszta, parányi gömböcskék gyakran tömegesen ülnek a pamacsok végén. A vas jelentős része mint FeO van jelen. Feltűnő a MgO aránylag kis mennyisége. Egyéb alkatrészek meghatározása a csekély anyagból nem volt lehetséges. A meg nem határozott anyagok között biztos a MnO jelenléte.

Az ásvány tehát egy kloritváltozat. Kémiai összetétel szempontjából némileg hasonló hozzá a bliabergit:[1]

MgO | CaO	0·43%
FeO	26·74%
MnO	4·45%
Al_2O_3	27·60%
SiO_2	39·13%
H_2O	3·26%
Összesen	101·61%

Ugyancsak hasonló a leidyit összetétele is:[2]

MgO	3·07%
CaO	3·15%
FeO	8·50%
Al_2O_3	16·82%
SiO_2	51·41%
H_2O	17·08%
Összesen	100·03%

[1] DOELTER: Handbuch der Mineralchemie. IV. 3. 1002. old.
[2] DOELTER: Handbuch der Mineralchemie. II. 2. 668. old.

Ezekben azonban jelentékenyen több az aluminiumoxid a kovasav, illetőleg a vasoxid hátrányára.

A mátrai ásvánnyal fizikai sajátságok és összetétel szempontjából teljesen megegyező ásványt eddig még nem ismerünk. Rendkívüli ritkasága és igen csekély volta miatt lehetetlen volt teljesen megbízható és pontos elemzést készíteni. Összetételét a rendelkezésre álló elemzésből kiszámítva a következőképpen írhatjuk fel:

$$CaO.4(Fe_2O_3,\ FeO,\ MgO).2Al_2O_3.20SiO_2.5H_2O$$

VIII. tábla, 8. kép.)

Összefoglalás.

A Mátra-hegység déli részén az Üstökfő—Gyöngyössólymos közötti vidék andezitje piroxénandezit. Színes elegyrészek benne a hipersztén, augit és olivin. A földpátok nagyon bázikusak, bytownit-anortit összetételűek.

A vidék több pontján találunk kvarcitot. A kvarcit egy része antimonittartalma miatt származásilag összefüggésbe hozható a gyöngyösoroszii szulfidos érctelérekkel, más része utóvulkáni hatásokra létrejött gejzirit.

A jelentéktelen ércesedés ásványtársaságát magnetit, ilmenit, pirit, szfalerit, hematit, markazit és antimonit alkotja.

A hévizes oldatok az andezit üregeiben kovagéleket, kvarcot kalcedont, kalcitot és baritot raktak le. Különösen érdekesek a baritok. Ezek a BRAUN-féle karbonát-, illetőleg antimonit *b*-típusba sorolhatók. Rajtuk egy eddig ismeretlen forma is előfordul: az *É*(9.0.14).

Ugyancsak hévizes hatások átalakították a kőzet hipersztenjét is egy kloritváltozattá. Fínom pamacsai rendkívül ritkán fennőve is előfordulnak a kőzet kovagélekkel bevont üregeiben.

Készült a budapesti kir. magy. Pázmány Péter Tudományegyetem Ásvány-Kőzettani Intézetében. 1940.

Irodalom. — Schrifttum.

A Mátra-hegységre vonatkozó kimerítő irodalmat megtaláljuk MAURITZ és NOSZKY idézett műveiben. Itt csak a dolgozat elkészítésénél felhasznált fontosabb forrásmunkákat sorolom fel.

1. BRAUN, FR.: Morphologische, genetische und paragenetische Trachtstudien an Baryt. N. Jb. f. Min. Abt. A. Bl. Bd. 65. 1932. 173—219.

2. CHUDOBA, K.: Zur morphologischen Typisierung der verschiedenen Kristalltrachten. C. Bl. f. Min. Abt. A. 1930. 334—338.

3. CHUDOBA, K.: Die Feldspäte und ihre praktische Bestimmung. Stuttgart, 1932.

4. DANA, J. D.: The system of mineralogy. London, 1911.

5. DOELTER, C.: Handbuch der Mineralchemie. Dresden u. Leipzig, 1926.

6. DUPARC, L. et REINHARD, M.: La détermination des plagioclases dans les coupes minces. Soc. Phys. et Hist. Nat. Genève. 40. 1924. 1.

7. KALB, G.—KOCH, L.: Die Krystalltracht des Baryt in minerogenetischer Betrachtung. Zsch. f. Krist. 78. 1931. 169—170.

8. KLOCKMANN—RAMDOHR: Lehrbuch der Mineralogie. Stuttgart, 1936.

9. KOCH, S.: Valentinit és orientált baryt Felsőbányáról. Földt. Közl. 53. 1923.

10. LARSEN, E. S.—BERMAN, H.: The microscopic determination of the nonopaque minerals. Washington, 1934.

11. LŐW M.: Ércelőfordulások a Mátrában. Földt. Közl. 55. 1925.

12. MAKLÁRI L.: Morfogenetikai vizsgálatok magyarországi baritokon. Szeged, 1940.

13. MAURITZ B.: A Mátra-hegység eruptív kőzetei. Budapest, 1909.

14. MAURITZ B.—HARWOOD, H. F.: A celldömölki Sághegy bazaltos kőzete. Mat. Termtud. Ért. 55. 1937. 938—958.

15. NEWHOUSE, W. H.: The composition of vein solution as shown by liquid inclusions in minerals. Econ. Geol. 27. 1932.

16. NIGGLI, P.: Versuch einer natürlichen Klassifikation der im weiteren Sinne magmatischen Lagerstätten. Abh. Prakt. Geol. 1. 1925.

17. NIGGLI, P.: Lehrbuch der Mineralogie. I—II. Berlin, 1924 u. 1926.

18. NIGGLI, P.: Tabellen zur allgemeinen und speziellen Mineralogie. Berlin, 1927.

19. NIGGLI, P.: Mineralprovinzen und Paragenesis. Hdw. d. Nat.-Wiss. 6. 1932.

20. NOSZKY J.: A Mátra hajdankori gejzirjei. Természet. 1. 17.

21. NOSZKY J.: A Mátrahegység geomorphologiai viszonyai. Karcag, 1927.

22. RITTMANN, A.: Die Zonenmethode. Schweiz. Min. Petr. Mitt. 1929.

23. Rosenbusch, H.—Mügge, O.: Mikroskopische Physiographie der petrographisch wichtigen Mineralien. Stuttgart, 1927.

24. Schafarzik F.: A Cserhát piroxénandezitje. A Magy. Földt. Int. Évk. 9. 173.

25. Scherf E.: Hévforrások okozta kőzetelváltozások a Buda—Pilisi-hegységben. Hidr. Közl. 2. 45.

26. Schneiderhöhn—Ramdohr: Lehrbuch der Erzmikroskopie. Berlin, 1931.

27. Schréter, Z.: Földtani felvétel a Bükkhegység délkeleti oldalán. M. K. Földt. Int. Évi Jel. 1920—23. 36—38.

28. Seifert, H.: Geologische Thermometer. Fortschr. d. Min. 14. 1930.

29. Short, M. N.: Microscopic determination of the ore minerals. Washington, 1931.

30. Spurr, J. E.: The ore magmas. 1923.

31. Sztrókay K.: Néhány ásvány Gyöngyösoroszióból. Földt. Közl. 68. 1938.

32. Sztrókay K.: A gyöngyösoroszii ércelőfordulás mikroszkópiai vizsgálata. Mat. Termtud. Ért. 58. 1939. 904—916.

33. Wyckoff, W. G.—Merwin, E.: Die Raumgruppe des Baryt ($BaSO_4$). Zsch. f. Krist. 61. 452—462.

34. Zimányi, K.: Baryt orientált továbbnövekedéssel Sajóházáról. Földt. Közl. 39. 1909. 12—15.

Táblamagyarázat.

1. Hipersztén hematit-zárványokkal. || N. 100×.
2. Poliszintetikus augit-iker. +N. 250×.
3. Lemezes vascsillám kvarccal. || N. 130×.
4. Zónás szerkezetű gélpirit. || N. 34×.
5. Zónás földpát. +N. 50×.
6. Másodlagosan szemecskékre esett augit-iker. || N. 50×.
7. Augit-prizmák alkotta koszorú a kvarczárvány határán || N. 240×.
8. Zöld kloritféleség. 30×

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. június 24-én tartott üléséből.)

MINERALOGISCH-PETROGRAPHISCHE BEOBACHTUNGEN AM SÜDLICHEN ABHANG DES MÁTRAGEBIRGES IN UNGARN.

Von G. SZUROVY.

25 Textbilder u. Tafel VII. u. VIII.

Das charakteristische Gestein des zwischen Üstökfő und Gyöngyössolymos liegenden Gebietes am Südabhang des Mátragebirges ist ein Pyroxenandesit, dessen dunkle Gemengteile Hypersthen, Augit und Olivin sind. Die Feldspäte sind sehr basisch, der Bytownit-Anorthit-Reihe entsprechend.

Quarzit ist von mehreren Fundorten des Gebietes bekannt. Infolge des Antimonglanzgehaltes können diese Quarzite teils mit den Sulphidgängen von Gyöngyösoroszi genetisch zusammenhängen, teils sind sie Produkte postvulkanischer Geysirtätigkeit.

Die Mineralassoziation der unbedeutenden Vererzung besteht aus Magnetit, Ilmenit, Pyrit, Zinkblende, Eisenglanz, Markasit und Antimonglanz.

In den Hohlräumen des Andesits sind Silikogele, Chalcedon, Quarz, Kalzit und Baryt als hydrothermale Einlagerungen zu finden. Besonders interessant ist der Baryt, der in die BRAUN'sche Karbonat-, bzw. Antimonglanz-*b*-Typen eingereiht werden kann. Es konnte das Auftreten einer bisher nicht beobachteter Form festgestellt werden: *É*(9.0.14).

Infolge der Einwirkung von Hydrothermen ist der Hypersthen des Gesteins in eine Chloritvarietät umgewandelt. Pinselartige Gebilde dieses Minerales kommen selten auch am Silikogel der Hohlräume aufgewachsen vor.

Min. u. Petr. Institut des Pázmány Péter Universität, Budapest.
1940. Juni 24.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.)

A RECSKI ÉRCEK ÁSVÁNYOS ÖSSZETÉTELE ÉS GENETIKAI VIZSGÁLATA.

SZTRÓKAY KÁLMÁN-tól.

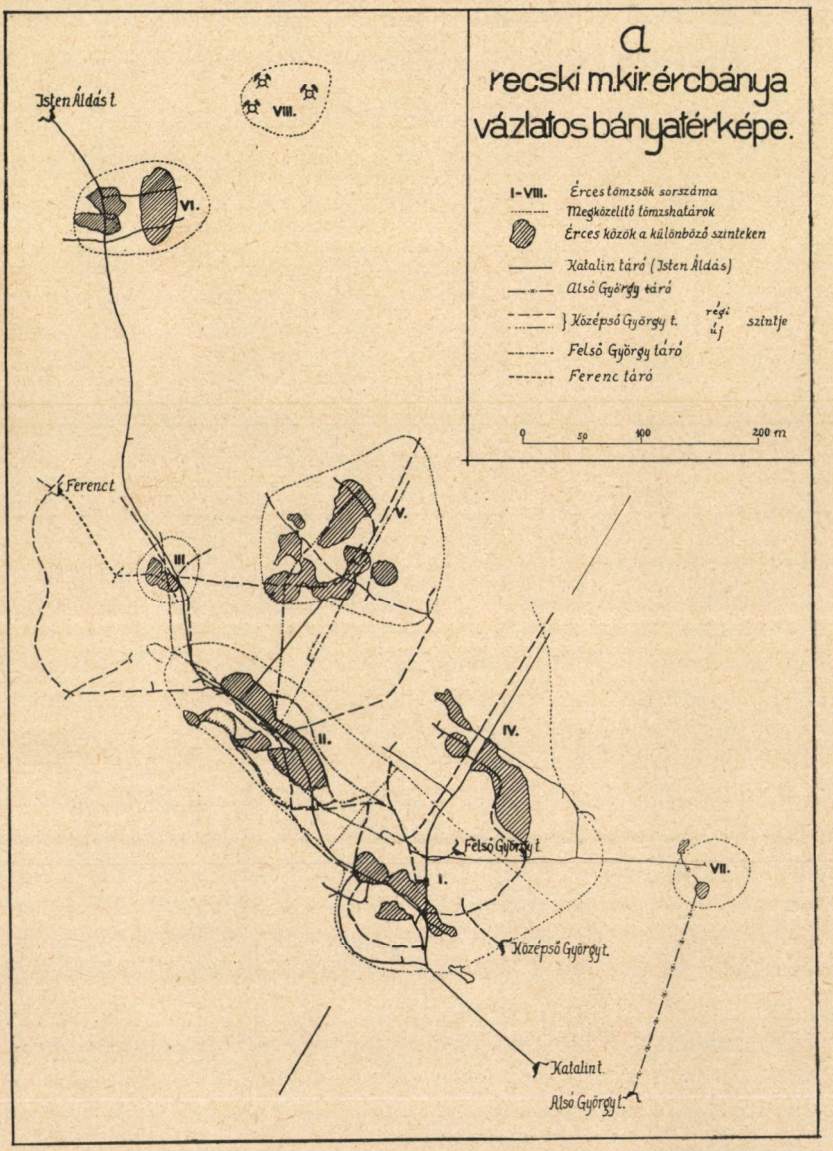
IX—XI. táblával.

Hazai szulfidos ércelőfordulásaink túlnyomó részben a harmadkorban lezajlott vulkáni tevékenység termékei. Az andezites magmákhoz kötött érctelepek közt azonban lényeges különbségek mutatkoznak. Így a Mátrahegység északi lábánál lévő Lahocahegy érces felhalmozódása is élesen elkülönítendő a többi hazai, hasonló genezisű ércelőfordulástól. A recski Lahocahegy oligocénkori vulkánosságnak köszöni létrejöttét, szemben a Mátrahegység főtömegének középmiocénkori feltörésével. E korkülönbség mellett a kőzetanyagban is eltérés mutatkozik, ugyanis míg a Mátrahegység zömét a piroxénandezit lávái és tufái alkotják, addig területünk biotitos-amfibolandezitből, ennek tufájából és breccsájából épül fel. A benne keletkezett ércesedés pedig az érctartalom és teleptani jellegzetességek miatt egyedülálló a magyar ércelőfordulások közt.

A recski ércbányászat multját, viszontagságos történetét, a települési viszonyokat legutóbb VITÁLIS I. (26) igen behatóan és részletesen ismertette. A bányamű főbb termelési és üzemi adatai TELEGDI ROTH K. (22), valamint az eddigi kutatások eredményei VENDL MIKLÓS (25) összefoglaló munkájában találhatók meg.

Az alábbi vizsgálat tehát az ércelőfordulás genetikai, újabb ércmikroszkópi és a megfigyelt teleptani sajátságainak ismertetésére szorítkozik.

Hazai szulfidos érctelepeink kevés kivétellel a hidrotermális érctelepcsoport körébe sorolhatók. A hidrotermális szulfidos


a
recski m.kir. ércbánya
vázlatos bányatérképe.
I-VIII. Érces tömzsök sorszáma
Megközelítő tömzshatárok
Érces közök a különböző szinteken
Katalin táró (Isten Áldás)
Alsó György táró
Középső György t. régi új szintje
Felső György táró
Ferenc táró
0 50 100 200 m
Isten Áldás t.
VIII.
VI.
Ferenc t.
III.
V.
II.
IV.
Felső György t.
VII.
I.
Középső György t.
Katalin t.
Alsó György t.

1. kép.

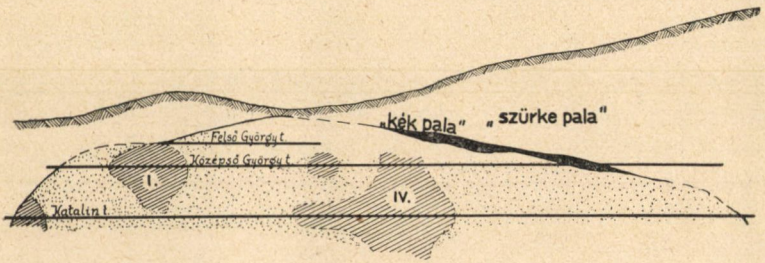
ércképződmény a felszínre vagy a felszín közelébe feltört magma utolsó termékének tekintendő, tehát nem más mint differenciációval keletkezett és megszilárdult maradékoldat. A régebbi felfogásban megvan a hajlandóság arra, hogy az ilymódon keletkezett ércfelszaporodásokat «postvulkáni» képződménynek tekintse. E felfogás helytelenségét az újabb geokémiai vizsgálatok és elméletek világosan bebizonyították, amidőn kiderült, hogy a magmatikus ércfelszaporodás csak egy fázisa a differenciációs folyamatoknak. Ha e folyamatok mindig később zajlanak is le, mint a főtömeg kőzetanyagának kiválása, mégsem szabad az utó-(post-)vulkáni megjelölést használnunk, mert az ma már csak a tényleges utójelenségekkel kapcsolatos termékekre, pl. szolfatárák kénkiválása, fumarolák átalakító hatása, szublimációs hematit képződése stb. értendő. Igaz ugyan, hogy a legtöbb érctelepnél — így, mint később rátérünk, a recski érceknél is — az ércesedés megismétlődésével találkozunk; más helyen pedig alacsony hőmérsékleten kivált ásványokra magas temperaturájú paragenezis telepszik stb. Ez azonban szintén nem «utóvulkáni» folyamat eredménye, hanem azt bizonyítja, hogy a vidéken megújhodott (rejuvenációs) feltörés zajlott le és a maradékoldatok a kisebb feszültségi és viszkozitás-viszonyaik miatt a már «jól bevált» régebbi hasadékokat járták újra be. A recski ércanyag behatóbb mikroszkópiai vizsgálatakor kiviláglik, hogy itt is hidrotermális-szulfidos ércesedéssel kell számolnunk. Hogy azonban ez az ércelőfordulás egyedülálló a Kárpátok ívében, sőt azon kívül is, az talán nemcsak a maradékoldatok különleges összetételében, hanem a mellékkőzet fizikai sajátságaiban is leli magyarázatát.

Az ércelőfordulás tektonikai viszonyai a szakkörök előtt eléggé ismeretesek, de meg az idevágó nagy irodalom is bőven foglalkozott vele, ezért tehát a felesleges ismétlések elkerülése végett csak annyit említünk meg, amennyi a későbbi megállapítások segítségére szolgálhat. A Lahocahegy érces telepei ú. n. tömzsökben helyezkednek el. A mellékkőzet igen erősen elváltozott andezit-breccsa és tufa.[1] Erre az érces kőzetre felül lepelszerűen telepszik egy vé-

[1] PAPP F. (13) szerint ez a breccsás kőzetanyag amfiboldaciton települ, mely utóbbin amfibolandezit tört keresztül. E megfigyelésre az alábbiak során még visszatérünk.

kony, palás, kovásodott és elbomlott tufa, a «kék pala». Legfelül pedig az ércmentes, szürkés, kissé palásodott andezittufa helyezkedik el, a «szürke pala». Úgy látszik, a kőzetüvegben gazdag kék pala, mint át nem eresztő réteg, határt szabott az ércesedésnek; közvetlenül alatta majd mindig gazdag ércet fejtenek.

Az érctömzsök száma jelenleg nyolc. A nyolcadik tömzsöt kutatófúrások alapján ismerjük csak. Az érces tömzsök határozott tektonikai vonalak mentén helyezkednek el. Így az I., II., III. sz. egymásután, mintegy 450 m hosszú ÉNy csapású egyenessel köthetők össze, a Középső György- és Ferenc-tárónyílások közt.



2. kép. Vázlatos szelvény az I—IV. sz. tömzsökön keresztül (l. 4, p. 13).

A IV., V., VI. tömzs «ércvonala» 150 méterrel távolabb ugyanilyen csapású, valamint a VII. és VIII. tömzsöt összekötő egyenes is közelítőleg párhuzamos az előbbiekkel.

Az érces tömzsöknek ilyen szabályos felsorakozása bizonyosan nem véletlen műve s azt bizonyítja, hogy az érces folyamatok tektonikai tényezőkkel állottak szoros kapcsolatban. A tömzsök alakjai, azaz a lefejtésre érdemes térrészek teljesen szabálytalanok. Némileg gombaformájúak (I. és II. tömzs), de elhatárolásuk mindig nagy nehézségekbe ütközik és a 2. sz. képen vázolt szelvény is csak a szemléletesség kedvéért nyujt élesebb határokat. Úgy látszik, nagyobb mélységek felé az ércimpregnáció nem távolodik úgy el a sejthető főhasadékoktól, mint fent, ahol a «kék pala» alatt az érces oldatok megtorlódtak.

Az érctartalom elem-asszociációja intermedier eruptivumra enged következtetni. Másszóval ez az ércfelszaporodás is andezites magmának köszöni létrejöttét és az ásványos összetételében sze-

replő elemek kevéssé különböznek hazánk többi, harmadkori vulkáni eredetű érces telepeinek elem-összetételétől.

Az ásványos összetétel szempontjából Recsk ércei elég változatosnak mondhatók és a tüzetesebb kalkográfiai vizsgálat számos esetben újdonsággal szolgálhat úgy a gyakorlati bányászat, mint az ércelőkészítés számára is.

Az eddigi ismereteinket (13) kiegészítve, a Lahocahegy bányájában az alábbi ércek állapíthatók meg:

enargit Cu_3AsS_4	wittichenit Cu_3BiS_3
luzonit Cu_3AsS_4	?galenobizmutit $PbBi_2S_4$
pirit FeS_2	emplektit $CuBiS_2$
melnikovit-pirit FeS_2	guanajuatit (frenzelit) Bi_2Se_3
markazit FeS_2	covellin CuS
fakóércek Cu_3AsS_3	redrutit Cu_2S
lautit $CuAsS$	bournonit $CuPbSbS_3$
arany Au	boulangerit $Pb_5Sb_4S_{11}$
galenit PbS	bornit Cu_5FeS_4
szfalerit ZnS	hematit Fe_2O_3
seligmannit $CuPbAsS_3$	magnetit Fe_3O_4

Ezeken kívül még néhány, csekély mértékű fellépésük vagy nem elég kifejező optikai tulajdonságaik miatt közelebbről meg nem határozható ércváltozat — főleg szulfosó — volt megfigyelhető az ércmintákban.

Enargit és luzonit. Az enargit tipomorf jellegű ásványa az érctelepeknek, mégpedig az intruziv-hidrotermális *Au-*, *As-*, *Cu-*, *Fe*-formációnak, valamint az extruziv-hidrotermális *Cu-*, *Pb-*, *Zn-*, *Ag-*, *Sn-*, *Bi*-elem-asszociációnak (18). Mindkét teleptípus úgy telérkifejlődésben, mint impregnációban, valamint «kiszorítási» telepben is előfordulhat. Így az enargitos érctelepeket okvetlenül ascendens eredetűeknek kell felvenni, jóllehet Berg G. a bor-i enargitnál descendes keletkezést vélt felismerni (2), míg Ahlfeld F. a szardiniai Alghero enargitját, legalábbis részben, cementative keletkezteti.[1] Kár, hogy az enargitos telepek vizsgálata koránt sincs abban a stádiumban, mintahogy ezt ez a nagyon is gyakori érc meg-

[1] Szóbeli közlés.

érdemelné. De még az enargit kristályszerkezeti állandóinak meghatározása sem jutott végleges eredményre. KATSUTOSHI (7) az eddigi morfológiailag megállapított tengelyaránytól ($a:b:c=$ $=0{\cdot}869:1:0{\cdot}831$) eltérő rácsállandókat számított ki: $a=6{\cdot}39$, $b=3{\cdot}68$, $c=6{\cdot}15$ Å és a rács szimmetriáját V_h^{12}-tércsoportban találta meg. Majd PAULING (14) vizsgálatai szerint $a=6{\cdot}46$, $b=7{\cdot}43$, $c=6{\cdot}18$ Å volnának a rácsállandók, a szimmetria pedig V_h^{13} vagy C_{2v}^7 tércsoporttal ad közeli egyezést. Szerinte a szerkezet a wurtzit-strukturával áll igen közeli rokonságban, ekkor pedig hozzá hasonló ikerképződményeket kellene találnunk, de e jelenség mindezideig az enargitnál nem volt egész bizonyossággal felismerhető.

Annyi bizonyos, hogy a vázolt rácsszerkezeti bizonytalanságok nem tisztázhatók az ércmikroszkópia segítsége nélkül. A probléma mélyén ugyanis kettős kérdés rejtőzik, mégpedig 1. az enargitmolekula (Cu_3AsS_4) állandó *As*-szegénysége, amelyen egyes szerzők a $Cu_7As_2S_9$ formula használatával igyekeznek segíteni. Idekapcsolódik az alább bővebben tárgyalandó, még alig ismert *lautit* ($CuAsS$) szerepe, mely minden valószínűség szerint az enargittal társulva fordul elő; így ez az ásvány gördíthet akadályokat az enargit exakt rácsmeghatározása elé, valamint benne az *As* mennyisége jóval tekintélyesebb, tehát a keletkezéskor ennek magas *As* igénye zavarhatja meg az enargit kémiai egyensúlyát is. 2. A másik kérdés pedig a luzonit-módosulat tisztázása. Ismeretes, hogy a Cu_3AsS_4 összetételű vegyület dimorf. Monoklin változatát luzonitnak hívjuk. Azonban keletkezési feltételei, illetve átalakulási viszonyai még kivizsgálásra szorulnak. Később látni fogjuk, hogy a két ércváltozat mily nagymértékű belső összeszövődésben léphet fel, tehát röntgenvizsgálatnak csak a legkényesebben kiválogatott kristályos anyagot volna szabad alávetni.

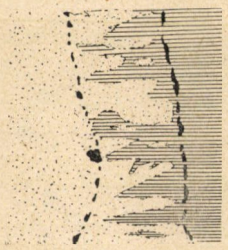
Mindkét változatot érinti a *Sb*-tartalom kérdése. T. i. úgy a rombos Cu_3AsS_4 (enargit), mint a monoklin Cu_3AsS_4 (luzonit) molekulában az *As*-t több-kevesebb *Sb* helyettesítheti. Ha a *Sb*-tartalom túlsúlyba jut, *famatinit*, illetve *stibioluzonit* elnevezést szoktuk használni (5, 19). A recski ércekben ez utóbbiak jelenlétének kiderítésére nagy súlyt helyezve, PAPP F. (13) vizsgálatával ellentétben azt kell mondanunk, hogy *sem famatinitet, sem*

stibioluzonitot bizonyossággal megállapítani nem lehetett. A recski enargitos ércanyagra vonatkozó kémiai elemzések nagyon változó *Sb*-tartalomról számolnak be. BITTSÁNSZKY, NENDTWICH, ZSIVNY(30) VAVRINECZ (24) elemzései mind azt bizonyítják, hogy az antimonban gazdagabb féleségek *As*: *Sb* aránya sem közelíti meg a kívánt értéket. Még VAVRINECZ különleges enargitjának elemzése adná a legnagyobb *Sb*-tartalmat, az *As*: *Sb*=2: 1 arányt. A kérdés tisztázására, mivel tisztán optikai úton a nagy hasonlóság miatt nem lehet célt elérni, a hibátlanul fényezett ércfelületen végzett étetési kísérletek fényt derítettek. Kitűnt a pontosabb kezelésnél, hogy az egyes kristályok zónás szerkezetének rétegei, egészen szabálytalan egymásutánban, több-kevesebb *Sb*-t tartalmaznak. Azaz a famatinitre pozitív hatású HNO_3 csak egyes szerkezeti héjakat (zónákat) mart meg gyengébben, vagy kissé erősebben, bizonyítván, hogy bennök némi *Sb*-tartalom van. Azonban az előírt koncentráció és étetési idő pontos betartása mellett egész szemcséken, egységesen nem sikerült a kívánt étetési elszíneződést tapasztalnunk. Ugyancsak az *Sb*-tartalom csekélyebb mennyiségére enged következtetni az a tény is, hogy a galenit és enargit + fakóérc érintkezésének reakciós szegélyén a seligmannit, $CuPbAsS_3$ (l. bővebben alább) szulfosó keletkezhetett.

Az enargit és luzonit állandóan együtt és szoros összenövésben fordul elő és azt kell mondanunk, hogy közülük a luzonit a fontosabb érc! Sötét ibolyásveres színe és a hasadás teljes hiánya alapján szabad szemmel is könnyen elkülöníthető a vasfekete, csak nagyon gyengén vörhenyes, jólhasadó enargittól.

Mikroszkóp alatt a legszembetűnőbb sajátságok egyike, hogy a luzonit és enargit képződési egymásutánja a legtöbb készítményen következetesen megfigyelhető. A sorrend körülbelül az, hogy alul kvarcos meddőre némi pirit települ, majd luzonit és erre jó kristályos enargit következik. De ez a sorrend még ismétlődhetik is: luzonit (idősebb), enargit I., újra luzonit (fiatalabb) és ismét enargit II. A két enargit a luzonit átkristályosodásával (Ummineralisation) keletkezett; az enargit tehát csak másodlagosan képződött tagja a paragenezisnek. Az enargit-szemcsék közt még sok helyütt megtalálni a luzonitmaradványokat, sőt, ahol a «gumós»-ércnek sugaras szerkezete van (pl. V. tömzs 472. sz.), a koncentrikus övek

enargitja vegyesen tartalmaz még enargitot és luzonitot is. De az átkristályosodás ténye mellett bizonyít az is, hogy ahol élesebb határ van a két érc között, ott mindig apró pórusok sora fut végig; az üregecskék egy része covellinnel (*Cu*-felesleg?), termésarannyal van kitöltve és a határ közelében apró, 10—20 μ nagyságú, idegen ércszemecskék: fakóérc, covellin, redrutit, *Bi*- és *Se*-tartalmú ásványok találhatók. E jelenség annyira állandó, hogy az említett ércek (l. alább is) felkutatásához a vázolt határrészek biztos útmutatással szolgálnak. A tisztán luzonitos «kérgek»-ben a *luzonit* vaskos, sokszor kvarccal szennyezett, az egyes szemcsék szabálytalanok, de mindig sűrűn ikerlemezesek. (IX. tábla 4. kép.) Általában a luzonitot nemcsak pleochroós színéről, hanem állandó ikerlemezes felépítéséről is azonnal fel lehet ismerni. De meg kell mondanunk, hogy a határ a két érc között nem mindig éles; néha a lyukacskáktól jelzett zóna szét is nyílik és a két vonal között vegyesen találjuk meg a két ércet. (3. kép.) Megint másutt mintha a visszaalakulás jelei mutatkoznának, így pl. a III. tömzs 110. sz. pillérmaradványból vett minta enargitjában utólag keletkezett szép luzonit-rácsozat figyelhető meg (IX. tábla 3. sz.). De ugyan csak az előbbi pontjáról a bányának a két érc egymásutánjában, különösen a luzonit-mezőkben ritmikus kiválás tapasztalható; a ritmikus héjakat karbonátos töltőanyag választja el egymástól.



3. kép. Enargit-luzonit határa; a köztes mező vegyesen tartalmazza a két ércet (pontozott: enargit; vonalozott: luzonit; két fekete pontsor: az átkristályosodáskor keletkezett üregek).

Az *enargit*-szemcsék orientációja szintén nagyon szabálytalan. A hasadás majd mindig jól kivehető; a második generáció enargitja mindig jobban automorf; prizmatikus, szögletes elhatárolású kristályai szép étetési szerkezetet árulnak el. Az enargit — úgy látszik — a már korábban kivált pirit rovására is növekedett s lökésszerű, ritmikus elvégződésű kristályai felületét kis piritkéreg

szegélyezi (4. kép). Gyakran a kőzetüregek falán, mint legifjabb képződmény, fennőtt kristálycsoportokat is alkot.

Annak ellenére, hogy a legújabb felfogás szerint (l. fentebb) szerkezete a wurtzitéval rokon s így ikerlemezes felépítés keletkezése elvárható volna, az enargitban nem sikerült ikeralkotást megfigyelni. Ellenben újdonságként kell felemlítenünk a préselési (nyomási) ikerlemezességet (IX. tábla, 1. sz.), mely eddig az enargitnál ismeretlen volt. A vékony ikerlemezek síkja $\perp$ a hasadás (110) síkjára.

A hasadási, (110) szerinti vonalak az enargitban, úgy látszik, párhuzamosak a luzonit-lemezekkel vagy legalább is ezek ikersíkja az enargit prizmazónájával esik egybe. A luzonitból keletkezett enargit mindig jobban szembeszökő hasadással tűnik ki.

4. kép. Ritmikus kiválású enargit (fehér) felületét piritkéreg szegélyezi (ferdén vonalozva). Nagyítás kb. 80×.

A *pirit* (és a rokonságához tartozó *melnikovit-pirit*, valamint a *markazit*) fontossága és előfordulása alapján mindjárt a bánya főérce után sorolandó. Szerepe és mikroszkópiája nehezen tisztázható. Az kétségtelen, hogy több generációban is fellép és a luzonit-enargittal való érintkezésnél szép kiszorítási formák elszenvedője. Jelentősége bizonyára több és fontosabb, mint amennyit a minták mikroszkópi képe elárul. Mégis a vizsgálat eredményeinek ismertetésénél csak egy-két fontosabb jelenség megemlítésére szorítkozhatunk. Az ércesedés minden fázisában módja volt a keletkezésre; a rézércektől távolabb, a meddő tufában is több-kevesebb pirit-impregnációt lehet megfigyelni. A fő-ércek (fakóérc → luzonit+enargit) átkristályosodásánál az *Fe*-felslegnek pirit alakjában való kiválása gyakran megfigyelhető; a fakóérc-maradékok szegélyét ugyancsak szabályos pirit-koszorú övezi. A IV. tömzs 795. sz. helyén a luzonit-enargit kiszorítja a piritet, mely később ez érceken belül újra, gél-alakban, kissé sötétebb sárga színnel kivált. Ezért

van ez ércek belseje telehintve apró gél-pirit szemekkel. A nagyobb FeS_2-szigetek magját pirit kérgezi be, melynek felületére merőlegesen rostozott markazit került. A bányamű szempontjából azonban sokkal fontosabb a másodlagosan, alacsony hőmérsékleten keletkezett, legtöbbször gél-állapotú vasszulfid szerepe. (IX. tábla, 2. sz.) A mozgékony gél-pirit az érctelepeken belül descendens mozgást is végezhet; újra felszaporodik, a laza meddő kőzetet impregnálja, átkristályosodik. Az esetleg keletkező hatékony kénsavval a kivált érceket elbontja, alkatrészeiket oldat- vagy elemi állapotban magával viheti. Így jöhettek létre a héjas-zónás melnikovit-pirit gumók, legtöbbször gazdag *As*- és *Au*-tartalommal. Ez már egy neme a cementációs folyamatoknak, de az érctelepek belsejében is keletkezhetik. Módunkban volt több ilyen, a bányászat szempontjából fontos «pirites» mintát megvizsgálni s a jelenségek különféle alakjaival megismerkedni. A legszebb héjas melnikovit az 1048. sz. mérési pontról, a «kék pala» alatti fejtésből való; ilyen a VII. tömzs 610. sz. mérésnél is. A Katalin-táró 1075. sz. pontjának vékony piritrétegei közt kevés fakóérc és *Bi*-érc volt megfigyelhető. A III. és V. tömzs közötti kutató vágat (880. sz.) nagy, pirites gumóit több-kevesebb gélpirit alkotja, míg a szilárdságot szennyesszürke amorf-kvarc kölcsönzi; a kvarc-váz kis hasadékaiban alig μ-nyi aranylemezkék vannak. A IV. tömzs ÉNy 795. sz. helyének melnikovitja szép gélstrukturája mellett ikerlemezes markazitot is tartalmaz. A 13-as ereszke menti pirit szemcséi lemezes szerkezetűek, a lemezkék közt fakóérc és ibolyás, izotrop érc *(bornit)* figyelhető meg (XI. tábla 13.). Ha a gél-pirit kiválásakor nincs elegendő kísérőásvány, mely hézagtöltő feladatot látna el, akkor laza, nagyon fínomszemcsés, porózus aggregátum keletkezik. Az ilyen strukturájú pirit a legkisebb behatásra fínom homok módjára húll széjjel. A recski bánya piritjei közt e jelenséggel számos helyen találkozunk: így pl. a 13-as ereszke Ny 126. sz. alatti fejtésben vagy a IV. tömzs kék palamenti 1060. sz. pontjánál. E pirites ércanyag *Au*-tartalmáról és ennek természetéről az arany mikroszkópiájával kapcsolatban lesz bővebben szó.

A *fakóércek* szerepe és fontossága a recski ércekben kétségtelenül igen nagy, azonban a leművelt ércanyag mai stádiumában begyüjthető ércminták már nem nyujtanak kielégítő választ min-

den felmerülő kérdésre. Fontos jelenség, hogy *minden* enargitos ércmintában, legalább is mikroszkópikus mennyiségben, a fakóérc fellelhető. Ennek kettős magyarázata van: 1. teljes bizonyossággal megállapítható, hogy a *Cu*-tartalmú ércesedés bevezető érce a fakóérc volt, mégpedig kissé különösen zöld reflexiós színű, magas *As*-tartalmú fakóérc, melyet a délafrikai Tsumeb *Cu*-érctelepeiben SCHNEIDERHÖHN először «zöld enargitnak» nevezett el. Ma már tudjuk, és ez Recsken is bizonyossá vált, hogy nem más, mint fakóérc. Tsumeb bányáiban az enargit átalakulásából keletkezett; Recsken a sorrend fordított: a zöld fakóérc (tennantit) alakult át luzonittá, illetve enargittá. Ez az átalakulás könnyen végbemehet, hiszen a két rácsszerkezet közeli rokonságban van: a fakóércnek $[R_3(As, Sb)S_3]$[3] szfalerit-típusú, az enargitnak (Cu_3AsS_4) a wurtzittel rokon szerkezeti felépítése van. Ennek az átalakulásnak kétségtelen bizonyítékairól a galenit-szfalerittel kapcsolatban, illetve az érckiválási sorrend genetikai taglalásánál lesz bővebben szó. 2. Az enargitból való visszaalakulásnak sincsenek akadályai, másszóval, adott paragenezisben a fakóércnek másodlagos keletkezése várható úgy összetétele, mint genetikai természete alapján is. De meg kísérleti úton is sikerült KOZU és TAKANÉ kutatóknak melegítéssel tennantitot enargitból előállítania![4] Így tehát érthető, hogy ninesen recski luzonit+enargitos ércesíszolatunk, melyben fakóérc ne volna fellelhető. Ez egyúttal megmagyarázza a recski ércanyag állandó *Ag*-tartalmát is.

Ismeretes, hogy a fakóérc-csoport tagjainak összetételében meglehetős nagy a változatosság, aminek megfelelően a mikroszkópi reflexiós-szín is változik. A recski fakóércek között csak két változatot lehetett megkülönböztetni, mégpedig a fentebb említett elsődleges ércet és a gél-pirites minták másodlagos fakóércét. Mindkettő reflexiós színe zöldes, kissé kékes árnyalattal: *tennantit*nek, azaz *Cu-As*-fakóércnek minősítendők. E változatokban mindig lehet több-kevesebb ezüst is.

Az V. tömzs 1082. sz. pontja (Katalin-tároló szintjén, olajnyomokkal) egyike a fakóércben leggazdagabb fejtéseknek. E hely-

[3] R_3 túlnyomó esetben $= Cu_3$.

[4] P. RAMDOHR szóbeli közlése.

ről több készítményt átvizsgálva, megállapítható volt, hogy hozzája több más érc is társul kb. egyenlő arányban, sőt helyenként az érc zöme galenit+szfaleritből áll. De mellettük, a reakciós szegélyen seligmannit ($CuPbAsS_3$) is megfigyelhető (l. bővebben alább); a fakóérc-mezőkben pedig luzonit, kevés enargit és lautit ($CuAsS$) is előfordul. Majd más mintában azt találjuk, hogy a fakóércnek mondott érc majdnem egészében lautitból és egy közelebbről meg nem határozható szulfosó-testecskék aggregátumából áll s csak alárendelten, a szulfosó körül nagyobb nagyítással fedezhető fel a fakóérc. Az V. tömzs alatti 1083. sz. pontról való mintában ugyanezt a képet kapjuk, csupán a fakóérc több s a lautit+luzonit kevesebb. Kis szulfosó-testecskék itt is kísérik a két érc érintkezését. A likacsos fakóércben számos helyen vörös belső reflex figyelhető meg. Szfalerit csak az érc szélein, a meddőbe nyúló zugokban-sarkokban egy-egy parányi maradék-szemecskeként fordul elő. Úgy a fakóérc, mint a lautit lehet *Ag*-tartalmú, sőt a mellettük szereplő több-kevesebb mennyiségű szulfosó is tartalmazhat ezüstöt, tehát e bányafejtvény magas *Ag*-tartalma nem indokolatlan.

A IV. tömzs 1050-es mintájában elsősorban is a karbonátos mellékkőzet a meglepő; a bennefoglalt érc azonban szintén nem tisztára fakóércből áll! Az ércanyag nagyrészt nagyon fínom tűk halmaza s e szálak oly parányi vékonyak, hogy meghatározásukra gondolni sem lehetett, csupán a sötétvörös belső reflex volt bennök észlelhető, ami nemesebb fém- (*Ag*)-tartalomra enged következtetni. A hintett pirit mellett helyenként kevés zöldes fakóércet és kicsi szigetekként kevés enargitot figyelhettünk meg. Nem sokkal tér el a leírtaktól még egy «fakóérces» fejtés anyaga: az Istenáldástáró, VI. tömzs 502. sz. mérési pontja. Itt is a keményebb, kovás meddőben kis szigetek vannak, melyek kb. egyenlő arányban luzonit+enargitból és fakóérc bőlállnak, kísérőik még *Bi*-ércszemek, covellin és szulfosók. A jelek szerint szintén van *Ag*-tartalom is az ércben.

Ha a bánya érceiben a fakóércet általában jellemezni akarnók, ismételten hangsúlyoznunk kell, hogy nagyon elterjedt ásvány és a *Cu*-érces folyamat elsődleges érce. Később átalakult, de maradványai kis szigetekben fellelhetők és ilyenkor pirit-koszorú,

covellin-öv vagy kalkopiritszegély jelzik, hogy itt oly reziduumszigetek maradtak fenn (X. tábla 7), melyek átalakulása már *Cu*- vagy *Fe*-felesleg miatt nem történhetett meg. A széleken maradt fakóérc-szemek néha a meddő felé határozottan automorf körvonalúak. Ugyanígy a fakóérc primér jellegét bizonyítja az is, hogy több helyütt találkozunk zónás felépítésű pirittel, melynek magjában fakóérc van. Helyenkint a még korábbi piritet kiszorította s ilyenkor a két érc határán reakciós képletként kalkopirit-koszorú jelentkezik (pl. II. tömzs ÉNy 737. sz.). Néha szabad arany is vált ki a fakóérc s az enargit+luzonit határán (II. tömzs, 737. sz.).

Azonban, mint fentebb is említettük már, másodlagosan is keletkezett fakóérc s bár ennek reflexiós színe is határozottan zöldes, mégis árnyalataiban a primér érctől elütő. E másodlagos fakóércben nem, vagy csak igen ritkán tapasztalunk idegen testecskéket; általában homogénebb és a gél- vagy félig kristályos-állapotú pirit hézagaiban, a fürtös-vesés felépítésű pirit koncentrikus rétegeiben lelhető fel leginkább.

A *lautit* nevű érc elterjedése és szerepe nem tisztázható teljesen. Neve fentebb már több ízben szóbakerült s így néhány szóval közelebbről is szükséges megismertetni. Összetétele: *CuAsS*, néha tekintélyes mennyiségű *Ag*-t is tartalmazhat, mely azonban valószínűleg nem a molekulába illeszkedik be. Rombos. Makroszkóposan vasfekete színű; fémfénye kissé vörhenyes árnyalatú. Könnyebben polirozható az enargitnál, egyébként optikai viszonyai, étetési reagenciái nagyon egyezők az enargitéival; legtöbbször csupán a hasadás hiánya árulja el jelenlétét, de még ez alapon is nagyobb gyakorlat szükséges a felismeréséhez. Úgy látszik, hogy Recsk érceiben nagyobb fontosságot kell neki tulajdonítanunk és a bánya évi 1500 kg átlagos ezüst-hozadékát nem csupán a fakóérc, hanem a szintén jelenlévő lautit is elősegíti. A fakóérces fejtések anyagában sikerült határozottabban először felismerni, de később több mintában is megállapítható volt. Azonban jelentőségét, főleg mennyiségét felbecsülni igen nehéz az enargithoz való teljes hasonlósága miatt.

Az *arany* a recski bányászat egyik fő féme. Elterjedése annyira általános, hogy a vizsgálatok kezdetén szinte meglepő volt gyakori

fellépése. A luzonitos készítmények közt mondhatni ritkaságnak számított az olyan, melyben nem volt termés-arany fellelhető. Sőt sikerült néhány olyan szerencsés csíszolatot is készíteni, mely nek bármely, a tárgylencse elé kerülő helyén aranyszem vonta magára a figyelmet. E felismerés merő ellentétben áll az eddigi felfogással és gyakorlattal: *az enargit és luzonit tartalmaz aranyat,* éspedig helyenkint nagy bőségben. A másik fontos tény, hogy az *Au*-t a réz-arzéntartalmú érces folyamatok hozták magukkal és elsődleges helye az enargit+luzonitban van. Az ú. n. «dús-pirit» aranytartalma cementációs folyamatok révén csak másodlagos lehet.

Az a határ, mely a csiszolatokban a luzonit és enargit között húzódik végig, jellegzetes képet nyujt és következetesen termés-aranyat tartalmaz. E vonalakon az érc porózus és lyukacskák füzére sorakozik végig. A likacsokat covellin, arany, néha kalkopirit tölti ki; a környéken apró kis szételegyedési testecskék (fakóérc, *Bi*-ércek, pirit és szulfosószemecskék) figyelhetők meg. Azonban arany szépen akad e zónától kissé távolabb is, de legtöbbször csak a luzonitos mezőkben, tiszta enargitban eddig csak néhány esetben sikerült megfigyelni. Egy alkalommal a galenitben (kis üreg falának a szélén) is előfordult. A szemecskék alakja nagyon változatos; kerek vagy határozatlan körvonalú lemezkék, zsinórok (XI. tábla 9, 10, 11). Nagyságuk is különböző, 1—2 μ-tól 60—80 μ-ig változik. A kiválásra vonatkozólag a II. tömzs 788. sz. pontjáról származó mintában fontos megfigyelést lehet tenni: az aranyban gazdag luzonit a nála idősebb piritet részben kiszorította, kristályait szétrombolta s egy, a luzonitban kivált aranylemez hosszú zsinór alakjában a maradék pirit-szemeket körülöleli. Itt tehát kétségtelen, hogy a piritnél a luzonit későbbi képződmény és a Cu-ércek hozták magukkal az *Au*-t. A fakóérc és luzonit határán is több izben volt alkalmunk aranyat megfigyelni (pl. II. tömzs, ÉNy, 737). Nagyobb mennyiségű arany a következő bányamérési pontok luzonitos ércmintáiban fordult elő: II. tömzs, 737., 753., 788., 468—43. pillér; III. tömzs, 110. pillér, IV—VII. tömzs között 678; V. tömzs 742. és még számos régebbi gyüjtésű, jelöletlen helyről származó mintában is.

Az aranyban gazdag «dús-pirit» kalkográfiai vizsgálatakor az

Au-tartalom kinyomozása nehézségekbe ütközik. Az üzemi szempontból olyannyira fontos«dús-pirit» mikroszkópi képe nem nyujt kellő tájékoztatást arra nézve, hogy hol és hogyan rejtőzik ez ércekben a sokszor meglepően magas *Au*-tartalom. Néhány fontos megfigyelést itt is tehetünk, de a válasz mégsem kielégítő. Előljáróban azt kell megemlíteni, hogy SCHNEIDERHÖHNnek a brádi 12 Apostol-bánya aranydús, kvarcos piritjén végzett ilyen irányú vizsgálatai teljes eredménytelenséggel végződtek. Még a legjobb készítményekben, a legnagyobb nagyításokkal sem tudott az arany nyomára akadni (19. p. 68 és p. 164). E helyzetnél Recsk valamivel kedvezőbbnek mondható. Elsősorban két aranytartalmú piritváltozatot kell megkülönböztetnünk. Az egyik elsődlegesnek látszó, a főérces fázisba tartozó kvarcos pirit (pl. II. t. 464, 737; V. t. 760). Itt a többé-kevésbbé automorf piritkristályok nem növekedtek zavartalanul; zónásak; a héjak-övek közé kvarc, enargit+luzonit illeszkedett. Úgy a kvarc, mint e *Cu*-ércek aranytartalmúak lehetnek és esetleges cementációnál a rézércek elpusztulnak, átépítődnek, az *Au* felhalmozódik. A második változat a laza, külsőre kékes színű «dús-pirit», melynek piritje egészen különleges megjelenésű. Szabálytalan, xenomorf szemek halmaza, a szemek között nincsen vagy csak kevés a töltőanyag. A reflexiós-szín sötétebb sárga, a csiszolási keménység szemenkint változik. Nagyon jellemző e mintákra, hogy bennük érdekes, lemezes szerkezetű piritszemeket lehet találni (XI. tábla 13). E szemekben a kéreg fehéressárga tömött pirit, belül a párhuzamos lemezek barnább színű piritből állanak s a közöttük lévő teret ibolyás színű, izotróp *Cu*-érc (cementációs bornit?) és fakóérc tölti ki. E jelenség következetesen minden «dús-pirit» mintában fellép. A pirit-szemcsék közt elhintve, néha egészen kicsi luzonit-enargitszigetecskéket is meg lehet figyelni. Szabad aranyat csupán egy mintában a III—V. tömzs közötti 880. sz. pont pirit-gumóinak anyagában sikerült találni (40 μ széles 90 μ hosszú aranylemezt). Ezen kívül azonban a «dúspiriteken» való vizsgálódás, minden igyekezet ellenére, meddő maradt. A felismerést két körülmény nehezíti meg: a pirit reflexiós színe itt sötétsárga s nagyon hasonlít az aranyéhoz; másodsorban az arany rendkívül fínom szemecskék alakjában van egészen bizonyosan elhintve, úgyhogy a porózus, de kemény pirit mellett még

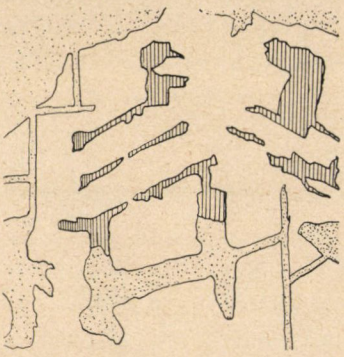
igen nagy gonddal sem lehet a felületét megfényezni. Kis gömbösfürtös ércrögöcskék, melyek a pórusok mélyén vagy oldalán ültek, több ízben magukra vonták a figyelmet a pirittől elütő zöldessárga színükkel; tűvel karcolhatók voltak, de ételtésre vagy más kezelésre teljesen alkalmatlanok. Gyanítható, hogy ezek aranyszemecskék voltak és polirozásnál nem lehetett a felszínre hozni a környezet, a folyton lazuló-gördülő, kemény pirit-szemek miatt. Ebben az esetben azonban ez ércek dúsító előkészítésénél a 0·06 mm-es maximális felaprítás nem mondható kielégítőnek (lásd 4. p. 609).

A *galenit* és *szfalerit* együttes előfordulása és jellegzetes fellépése genetikai szempontból legelőször érdemelne említést. Egészen bizonyos, hogy a Lahocahegy ércanyaga két fázisban vált ki. A két hidrotermális ércesedés élesen elüt egymástól és úgy látszik, hogy a két érces folyamat a helyszínen lezajlott két erupcióval áll összefüggésben (13). Az első genezis termékei alkatrészben szegényebbek, míg a másodikéi úgy mennyiségben, mint elemváltozatosságban jobban bővelkednek.

A galenit és szfalerit tehát az első fázis terméke, hozzájuk még legfeljebb pirit társul. E két ércnek a hazai harmadkori eruptívumokban való fellépése általános és közismert (21). Tehát a terület különös érdekessége, hogy itt is ez volt az érces kiválások legelsője, mintegy úttörője. Ha e két ércnek mai lelhelyeit vizsgáljuk, úgy szembetűnő azok kis területre való korlátozottsága, valamint centrális helyzete (IV. és V. tömzs). Mint már fentebb említettük, az ú. n. fakóérces fejtések érceinek nagy része áll e két ércből. Van rá adatunk, hogy az Istenáldás-táró fejtéseiben és egyebütt is (1. p. 520) jött szfalerit elő, tehát joggal feltételezzük, hogy a mainál nagyobb területen, ha kis mennyiségben is, de megvolt ez a paragenezis és a második fázis anyaga már nagyrészt érces utakon jutott a kőzetbe. A vizsgált érces mintákban jól látni, hogy a galenit és szfalerit egyidőben váltak ki. Helyenkint egymás rovására kölcsönös térnyerés történt. A szfalerit sokszor zónás, ritmikus vázakat alkot a galenitben (5. sz. kép); több helyütt párhuzamos összenövéssel galenit-testecskéket zár magába (X. tábla 8). Automorf, hatszöges metszetei koszorúszerűen zárványosak (kvarczárványok); vagy néha a galenit túlsúlya miatt a *ZnS* kristályai egészen feldarabolódnak. A galenit hasadása

nagyon erőteljesen látszik s szép hasadási idomok, négyzetek, fűrészfogra emlékeztető, típusos háromszögek figyelhetők meg.

A két ércet remek kiszorítási képletek kíséretében támadta meg a második érces fázis bevezető főérce, a fentebb már többször említett zöld-fakóérc (tennantit). A környék erősen porózus, egyenetlen és a fakóérc-galenit reakciós szegélyén mindig megjelenik a *seligmannit*, $CuPbAsS_3$. A seligmannit viszonylag még az ércmikroszkópiában is kevéssé ismert ásvány és ezért a kézikönyvek is csak szűkszavúan emlékeznek meg róla, bár a jelek szerint elég gyakori s csupán a kellő adatok hiányzottak felismeréséhez. Összetétele elárulja, hogy a bournonittel ($CuPbSbS_3$) kell izomorfnak lennie; szintén rombos ($a : b : c = 0{\cdot}928 : 1 : 0{\cdot}876$). Hasadást nem tapasztalunk rajta; jól fényezhető; csiszolási keménysége jóval kisebb a tennantiténél s kevéssé nagyobb a galeniténél. Reflexiós-pleochroizmusa levegőben igen gyenge, olajimmerzióban jelentékenyebb; tennantit mellett piszkos-szürke vagy rózsásszürke—világosszürke, de mindig világosabb emennél. A bournonit kékeszöld árnyalata itt hiányzik. Egyébként a reflexióképesség hasonló a többi szulfarzenitéhez. Anizotrópiája +nikolok közt erős (szemben a bournonittel), diagonális állásnál különösen élénk telt-kék és zöldeskék színével tűnik ki. Belső reflexet nem találunk. Étetés Short reagenciáival: *KOH* pozitív, fokozatosan irizáló bevonattal; negatív: HNO_3, *HCl*, *KCN*, $FeCl_3$, $HgCl_2$.



5. kép. Szfalerit vázkristályok (vonalozva) a galenitben (fehér); mindkettőt a tennantit (pontozva) emészti fel. Nagyítás 80 ×.

Ikeralkotásra igen hajlamos, poliszintétikus, de különösen parkettára emlékeztető, a bournonithoz teljesen hasonló ikerképződményeiről gyorsan felismerhető (X. tábla 6). Reakciós érc. Így a perui Cerro de Pasco bányában ugyancsak tennantit és galenit érintkezési szegélyén gyakori; de általában az *As*-ben gazdag parageneziseknek bizonyára elterjedt ásványa, csupán nem

eléggé volt eddig ismeretes és lehet, hogy eddig többször bournonitnak vagy felületesen tennantitnek nézték.

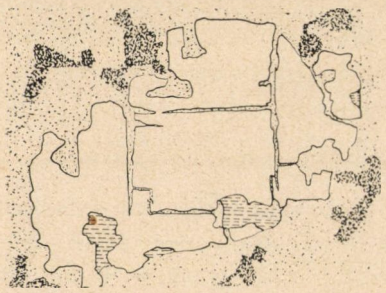
A seligmannit keletkezésével kapcsolatos kiszorítási formákra jellemző, hogy amint az előnyomuló fakóérc a galenitet a hasadások mentén megtámadta, a hasadékokat kitöltő érc helyenkint seligmannitba megy át; gyakrabban azonban csak a két érc szegélyén alkot kisebb-nagyobb szigeteket (6. kép). A fakóérc a szfaleritet könnyebben támadta meg (a *Zn* nem idegen a fakóércmolekulában s mindkét ásvány ugyanazon rácstípusú!) a kiszorítási képletek ezt a könnyedén lezajló folyamatot tükrözik vissza. A szfaleritben a benyomulás zegzúgos, szabálytalan csatornák, hasadékok stb. mentén mindig előbbre jutott, mint a fakóércmolekula számára idegen *PbS* esetében. Itt kezdeti fokon a már félig kész hasadási vonalakat használja fel (X. tábla 5) és az így támadt hálózat segítségével, majd seligmannit képzésével tudja csak a galenitet kiszorítani.

Az érintkezési zónák mögött nyomban megindult a fakóérc luzonittá alakulása (6. kép). E jelenség láttára arra lehetne gondolni, hogy a *Pb* jelenléte katalizálta a fakóérc luzonitosodását.

A *Bi- és Se-ércek* általánosan elterjedt ásványai a recski ércanyagnak, azonban mindig csak mikroszkópikus méretekben lelhetők fel. Éppen ez oknál fogva mennyiségüket nehéz volna felbecsülni. Meghatározásuk nem könnyű, mivel méretük csupán néhány μ és a környező ércek pedig kedvezőtlenül befolyásolják a reflexiós-szín pontosabb megállapítását.

A *Bi*-ércek közül bizonyossággal csak kettőt: a *wittichenit*et (Cu_3BiS_3) és *emplektit*et ($CuBiS_2$) lehetett megállapítani, de valószínű a *galenobizmutit* ($PbBi_2S_4$) előfordulása is. A meghatározásokat étetéssel és kvalitatív mikroanalízissel is ellenőriztük. Előfordulásukra jellemző, hogy mint szételegyedési testecskék az átalakulási zónák mentén: tennantit-luzonit, illetve luzonit-enargit határán a leggyakoribbak és igen sokszor arany, covellin s még néhány ismeretlen ércszemecske van a társaságukban (l. fentebb is). Meghatározásuk után a többi ércmintában már könnyebb volt megjelenésüket felismerni sárgás-krém (emplektit) vagy szürkéskrém (wittichenit) reflexiós-színükről. Az emplektit inkább léces, végeken szálasan szétágazó (XI. tábla 12); a wittichenit gömbölyded

vagy szabálytalan alakú; mindkettő rombos. Bizonyos, hogy a *Bi* is a fakóércanyaggal került az ércekbe s később az átkristályosodások miatt kellett kiválnia. A testecskéket — főleg a wittichenitet, de legtöbbször az emplektitet is — még ha luzonitban vagy enargit ban fordulnak is elő, kisebb-nagyobb fakóércudvar veszi körül (l. XI. tábla 12). Ha az egyes ércminták származási helyét átvizsgáljuk, kitűnik, hogy majd minden tömzs ércében találkozunk a fenti ásványokkal, így a II., III., IV., V., VI. tömzsben, valamint a IV—VII. tömzsök közti fejtés anyagában is előfordulnak.



6. kép. Maradék galenit-sziget (fehér) a fakóércben. A fakóérc a hasadások mentén támadja meg a galenitet; az érintkezésnél seligmannit (szaggatott vízszintes vonalkázás); sűrűbb pontozású szigetek: luzonittá alakult fakóérc. Nagyítás 80×.

A *Se*-tartalmú ásványok meghatározása, bár elterjedettségük éppen olyan általánosnak mondható, nem sikerült ilyen biztonsággal, mivel e szemecskék aránylag kisebb méretűek s optikájuk is kevésbbé feltűnő. A megjelenési forma és optikai viszonyok alapján feltehető a *guanajuatit* (*frenzelit*, Bi_2Se_3) nevű ritkább bizmutszelenid előfordulása. De lehetséges, hogy más, vele rokonságban lévő, még kellőképpen ki nem vizsgált izomorf elegyedésű s hasonló megjelenésű *Cu-*, *Ag-*, *Bi*-szelenidek is előfordulnak. Mint említettük, meghatározásuk és ellenőrzésük igen nagy nehézségekbe ütközik mindaddig, míg nem nyílik mód belőlük viszonylag nagyobb mennyiséget tartalmazó ércmintát vizsgálat alá venni.

A *covellin* szerepe a vizsgálat ércanyagban nem mondható nagy jelentőségűnek; alárendelt mennyiségű előfordulására a vizsgálatok fényt derítenek. Szabad szemmel csak egy-két mállottabb ércdarab felületén lehet jelenlétét megfigyelni. Mikroszkóp alatt szórványosan, kis mennyiségekben úgyszólván mindenütt előfordul ott, ahol átalakulások, átkristályosodások mentek végbe és az esetleges rézfeleslegnek ki kellett válnia. Így a fakóérc luzonittá

alakulásakor (X. tábla 7); a luzonit és enargit határzónájában szórványos szigetek, erek vagy övek alakjában vizsgálható. Másodlagos keletkezése pirit és rézszulfát-oldat jelenlétében a következő folyamat szerint mehet végbe:

$$4FeS_2+7CuSO_4+4H_2O=7CuS+4FeSO_4+4H_2SO_4.$$

Több alkalommal nem lehetett eldönteni, hogy a covellin a primér vagy szekundér eredetnek köszöni-e fellépését. Vele vagy előfordulásának közelében, a luzonit-enargit-határon néhány esetben rombos *redrutitot* (Cu_2S) sikerült megfigyelni, ami arra enged következtetni, hogy a luzonit enargittá átalakulása (legalább is helyenkint) 91° C alatt ment végbe, tehát már nagyon alacsony hőmérséklet mellett zajlott le. Két ízben kisebb mennyiségű, inkább már másodlagosnak mondható lemezes *(lamellás)* szerkezetű) redrutit is előfordult. Bár viselkedése kissé anomális volt, szerkezete és érctársasága a meghatározás helyességét igazolják.

A *kalkopirit* szintén csak mikroszkópikus mennyiségben lép fel s általában a készítményekben ritkán mutatkozik. Kétféle előfordulást lehetne megkülönböztetni. Az egyik a pirit és fakóérc érintkezési határán valószínűleg reakciós termékként keletkezett s egész látóteret betöltő mezőkben apró szemecskék halmazából áll. Másutt pedig megint az enargit-fakóérc határán kisebb-nagyobb testecskékben vagy az aranyszemek közelében 2—3 μ széles hasadék kitöltéseként volt megfigyelhető. Érceinkben feltűnő módon nagyon alárendelt jelentősége van.

A szulfosók közül kettőt sikerült meghatározni,[5] a *bournonitot* ($CuPbSbS_3$) és *boulangeritet* ($Pb_5Sb_4S_{11}$); mindkettő fellépésének kis jelentősége van. A bournonit csak egy mintában (II. tömzs 753) volt észlelhető, míg a boulangerit szálas-tűs halmazai, melyek néha a meddő kvarcba is átnyúlnak, úgy látszik, gyakoribb képletei az asszociációnak. Mellettük még egyéb, hasonló jellegű érceket is meg lehet figyelni, de meghatározásuktól a felmerülő nehézségek miatt el kellett tekintenünk. E szórványosan és kis mennyiségben előforduló szulfosók jelentősége abban van, hogy bizonyságai az első genetikai mozzanatnak, másszóval a galenit-szfalerites ércek-

[5] A szintén idetartozó seligmannitról gyakorisági és genetikai okokból már fentebb megemlékeztünk.

nek a *Cu*-ércek által való kiszorításakor keletkezhettek. Mivel a bányának oly pontjain is fellelhetők, hol ma már az első ércesedésnek semmi nyoma sincsen, feltehető, hogy a *Pb—Zn*-érces oldatok, ha nem is nagy mennyiségben, de a mai érces közöket már szintén bejárták volt.

Másodlagos termékként kell megemlíteni a *hematit* és *magnetit* előfordulását. Több ízben volt alkalmunk e két, kétségtelenül oxidációs eredetű ércet megfigyelni. Pl. a IV. 1060. sz. mérési pontról származó kék pala-menti «dús-pirit» szemcséin jól láthatók a bomlás jelei s az átalakulási folyamat egyes mozzanatai kapcsán kisebb-nagyobb mennyiségben keletkező magnetit. Ugyanígy keletkezik a hematit is magnetittel egyetemben, pl. a III—V. tömzs közötti kutató vágat (880. sz.) pirit-gumóiban. E helyütt nagyon érdekes maradék- (relikt-) struktura is megfigyelhető s a két érc mellé még kalkopirit is társul másodlagos termékként.

A recski érceken határozott oxidációs és cementációs jelenségeket, illetve e folyamatok által létrehozott érces zónákat nem lehetett egész bizonyossággal megállapítani. Ismeretes, hogy a bányászat e területen természéz fejtésével indult meg s a terület egyéb cementációs termékeiről is esik említés, azonban ma már sem természetben (v. ö. 13), sem jelentősebb mennyiségű bornitot, redrutitot, covellint vagy kalkopiritet nem fejtenek. Ugyanígy áll a helyzet az oxidációs termékekkel is. Kevés malachit- és azuritról van ugyan említés (13), de sem kuprit vagy téglaérc, vagy fekete rézérc (tenorit) előfordulásról nem tudunk. Közülük egyesek mikroszkóppal bent az érctömzsökben helyenkint itt-ott megfigyelhetők, de nagyobb jelentőségük nincsen. Mindezek magyarázatát talán a tufás-breccsás mellékkőzet természetében kell keresnünk, mely ismert szerkezeténél fogva e kémiai és fizikai átalakulások rögzítésére nem alkalmas.

Ami a «kék palá»-t, illetve alatta változó vastagságban húzódó «dús-pirit»-et illeti, mégis azt kell mondanunk, hogy ez a képződmény fogható fel — már a fenti vizsgálatok alapján is — a cementációs jelenségek hordozójaként. Bizonyos, hogy többé-kevésbbé határozott összefüggését követni lehet, belőle helyenkint bezsákolódások, fészkek keletkeztek. A benne lévő pirit másodlagos, de

oxidációs és kevés cementációs jelenséget együttesen lehet benne megfigyelni s ugyancsak valószínű, hogy helyenként magas *Au*-tartalma is cementációs kicsapódásokra vezethető vissza.

A *mellékkőzet* vizsgálatára ez alkalommal nem térhettünk ki. A területre vonatkozó irodalom kellő részletességgel foglalkozik az érceket kísérő kőzetek petrográfiai jellemzésével.

A *kísérő ásványok* csoportja jellemző, de nem mondható változatosnak. Szép fennőtt kvarckristályokon kívül több kvarcváltozat: tejkvarc, vágott-lemezes kvarc, kalcedonfélék említendők. Karbonátos ásványok közül kalcit, majd ennek vaskos, helyenként anyakőzetként megjelenő változata, valamint dolomit (30) érdemel említést. Tudomásunk van terméskén előfordulásról is (28, 29); 0·5 mm-es barit-kristályokat Zsivny írt le a bányából. Ugyancsak ő említi a whewellit előfordulását is. Az ércfejtéseknek felületi átalakulása folytán keletkezett számos ásványos «kivirágzás» ismeretes (23): kalkantit ($CuSO_4.5H_2O$); melanterit ($FeSO_4.7H_2O$); pizanit $[(Fe,Cu)SO_4.7H_2O]$; halotrichit $[FeAl_2(SO_4)_4.24H_2O]$ és a brochantit $[CuSO_4.3Cu(OH)_2.H_2O]$.

Genetikai szempontból a recski Lahocahegy érces folyamatai a következőkben volnának összefoglalhatók. Irodalmi adatok utalnak arra, hogy két vulkáni tevékenységgel kell a területen számolnunk. Az ércanyag két elkülöníthető paragenezise is arra enged következtetni, hogy a Lahocahegy laza tufáit és breccsáit két ízben járták át érchozó oldatok. Az első genezis folyamán tehát *Pb—Zn—Fe*-ércek váltak ki galenit-szfalerit-pirit alakjában, majd ezt követte a sokkal erőteljesebb, érctartalomban sokkal gazdagabb *Cu—As—Au—Ag—Bi*-paragenezis, fakóérc-luzonit-enargit-lautit-arany-emplektit-wittichenit-asszociációban. Az első ércesedés zöme, a jelek szerint a IV—V—VI. tömzsök táján zajlott le. Mennyisége és mérete bizonyosan csekélyebb volt, bár a második fázis érceiben is lépten-nyomon találkozhatunk a két elütő paragenezis reakciójából származó termékekkel, sőt kisebb-nagyobb szfalerit-szemek a neki idegen luzonitos mezők szélein, sarkaiban-zugaiban sok helyütt felismerhetők.[6]

[6] Andrian (1. p. 520) is említ szórványosan előforduló ásványként szfalerit-kristályokat.

A második ércesedés alacsonyabb hőmérsékletű hidrotermális folyamat eredménye: ezt bizonyítja, hogy a gazdag *As*-tartalom ellenére nyomát sem találjuk pl. arzenopiritnek, mely pedig hasonló paragenezisben az érctelep «thermometere» lehetne. E második ércfeljövetel bizonyára ugyanazon hasadékrendszeren történt, melyet már a *Pb—Zn*-ércek előkészítettek. Ezeknek az érc-utaknak a tufás-breccsás felhalmozódások alatt való megközelítése, a fenti vizsgálatok alapján, a fakóérces fejtések figyelembevételével volna leginkább lehetséges.

Az arany-, ezüst- és bizmuttartalom a *Cu—As—S* formációhoz kapcsolódik. Az érc kezdetben *As*-fakóérc (tennantit) alakjában vált ki, mely az útjában talált *Pb—Zn*-szulfidokat részben felemésztette, részben új ércek képződését idézte elő (seligmannit, bournonit, boulangerit stb.), majd luzonittá és enargittá alakult. Az *Au* színállapotban vált ki; az *Ag* a maradék fakóércbe, lautitba és szulfosókba került bele, míg a *Bi* és *Se* külön ásványok alakjában szételegyedett.

*

Vizsgálataim befejeztével hálámat tolmácsolom dr. TELEGDI ROTH KÁROLY iparügyi min. tanácsos és PANTÓ DEZSŐ főbányatanácsos uraknak szives támogatásukért. Hálás köszönettel tartozom SZILAS GYULA főmérnök úrnak, a recski m. kir. ércbánya vezetőjének, valamint GERENCSÉR LÁSZLÓ mérnök úrnak, hogy szíves készségük és személyes fáradozásuk lehetővé tette vizsgálati anyagom nagyrészének begyüjtését.

(Kir. Magy. Pázmány Péter Tud. Egyetem Ásvány-Kőzettani Intézete, 1940.)

Irodalom.

1. ANDRIAN, F. v.: Die geol. Verhältnisse der Mátra. Jahrb. der Geol. Reichsanstalt. Wien, **18**. 1868.

2. BERG, G.: Mikroskopische Untersuchung an Erzen von Bor in Serbien. Zeitschr. f. prakt. Geol. **26**. 1918.

3. BORCHERT, H.: Über Entmischungen in System *Cu—Fe—S* und ihre Bedeutung als «geol. Thermometer». Chemie der Erde. **9**. 1934/35.

4. FINKEY J.: A recski kékpala flotálása. Mat. Term.-tud. Ért. **58**. 1939.

5. HARCOURT, G. A.: The distinction between Enargite and Famatinite (Luzonite). Amer. Mineralogist. **22**. 1937.

6. HELKE, A.: Die jungvulk. Gold-Silber-Erzlagerstätten der Karpathenbogens. Arch. f. Lagerstättenforschung. **66**. Preuss. geol. Landesanstalt. 1938.

7. KATSUTOSHI, T.: Cryst. structure of Enargite Cu_3AsS_4. Proc. Imp. Acad. Sendai. **9**. 1933.

8. LÖW M.: Ércelőfordulások a Mátrában. Földt. Közl. **55**. 1925.

9. MAURITZ B.: A Mátra-hegység eruptív kőzetei. M. Tud. Akad. Mat. Term.-tud. Közl. **30**. 1909.

10. NIGGLI, P.: Versuch einer natürl. Klassifikation der im weiteren Sinne magmatischen Erzlagerstätten. Abh. zur prakt. Geol. **1**. 1925.

11. NIGGLI, P.: Mineralprovinzen und Paragenesis. Handwörterbuch. d. Naturwissenschaften. **6**. 1932.

12. PAPP F. Ércvizsgálatok hazai ércelőfordulásokon. Földt. Közl. **63**. 1933.

13. PAPP F.: A recskkörnyéki ércelőfordulásról. Bány. Koh. Lapok. **71**. 1938.

14. PAULING, L. and WEINBAUM, S.: The cryst. structure of Enargite, Cu_3AsS_4. Zeitschr. f. Kristall. **88**. 1934.

15. PÁLFY M.: Magyarország arany-ezüstbányáinak geol. viszonyai és termelési adatai. M. kir. Földt. Int. gyakorl. füzetei. 1929.

16. RAMDOHR, P.: Über den Mineralbestand und die Strukturen der Erze des Rammelsbergs. Neues Jahrb. Beil. Bd. **57**. A. 1928.

17. RAMDOHR, P.: Neue Beobachtungen über die Verwendbarkeit opaker Erze als «geol. Thermometer». Zeitschr. f. prakt. Geol. **39**. 1931.

18. SCHNEIDERHÖHN, H.: Genesis und Paragenesis d. Sulfidmineralien. Doelters Hdb. d. Mineralchemie. **4**. 1926.

19. SCHNEIDERHÖHN, H.—RAMDOHR, P.: Lehrb. der Erzmikroskopie. **2**. Berlin, 1931.

20. SCHWAKE, FR.: Erzmikroskopische Untersuchung des Kupfererzvorkommens von Nieder-Marsberg. Chemie d. Erde. **9**. 1934/35.

21. SZTRÓKAY K.: A gyöngyösoroszi ércelőfordulás mikroszk. vizsg. Mat. Term.-tud. Értesítő **58**. 1939.

22. TELEGDI ROTH K.: Magyarország bányászata a világháború után. Term. Tud. Közl. Pótf. 1940. I.

23. VAVRINECZ, G.: Recski ásványok elemzése. Magy. Chem. Folyóirat. **35**. 1929.

24. VAVRINECZ G.: Antimondús enargit-féleség Recskről. Bány. Koh. Lapok. **64**. 1931.

25. VENDL, MIKLÓS: Die technisch wichtigen Mineralschätze Ungarns mit Ausnahme der Kohlen und Erdöle vor und nach dem Zusammenbruch. Mitteil. d. berg. und hüttenmännischen Abt. Sopron. **10**. 3. 1938.

26. VITÁLIS I.: A recski arany-, ezüst- és rézércbányászat. Bány. Koh. Lapok. **66**. 1933.

27. VITÁLIS S.: Mátrabánya arany-, ezüst- és rézércbányászata. Földt. Közl. **56**. 1926.

28. ZELLER T.: Terméskén Recskről. Földt. Közl. **53**. 1923.

29. ZSIVNY V.: Ásványtani megfigyelések Recskről. Ann. Mus. Nat. Hung. **19**. 1922.

30. ZSIVNY V.: A recski Lahoca néhány ásványáról. Mat. Term.-tud. Ért. **42**. 1925.

Tábla magyarázat.

I. tábla.

1. Nyomásos ikerlemezesség az enargitban. Az ikerlemezek ⊥-ek a hasadásra. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol +.

2. Melnikovit-pirit, a rétegességre merőleges rostos szerkezettel. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol 87°.

3. Luzonit-rekrisztallizáció enargitban. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol +.

4. Ikerlemezes, öregszemű luzonit. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol 89°.

II. tábla.

5. Szfalerit (sötétszürke) galenit (fehéresszürke) és fakóérc (halványszürke) a «kiszorítási zónából». A fakóérc a galenitet a hasadási vonalak mentén támadja meg. Keskeny csatornák a szfaleritben szintén fakóérc. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol ||.

6. Parkettaszerű ikerlemezes seligmannit a reakciós zónából. Körülötte galenit (sötétszürke) és fakóérc (vil.-szürke). Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol. 85°.

7. Maradék fakóérc-szigetek (szürke) az enargitban (vil.-szürke). A fakóércet covellin (feketés-szürke) szegélyezi. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol. ||.

8. Szfalerit párhuzamos összenövése galenittel (fehér testecskék). Nagyítás 200×. Nikol. ||.

III. tábla.

9. Arany «zsinór» (fehér) az enargitban. Olajimmerzió. Nagyítás 400×. Nikol ||.

10. Arany-szemcse (fehér) a luzonitban lévő üreg falán. Olajimmerzió. Nagyítás 400×. Nikol ||.

11. Arany a porózus luzonitban. Olajimmerzió. Nagyítás 400×. Nikol ||.

12. Emplektit az enargitban. Az emplektit körül fakóérc (kissé világosabb-színű udvar). Olajimmerzió. Nagyítás 450×. Nikol ||.

13. Lemezes szerkezetű pirit a kékpalamenti «dús-pirit»-ből. A vékony lemezek közeit bornit és luzonit tölti ki. Olajimmerzió. Nagyítás 200×. Nikol ||.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

MIKROSKOPISCHE UND GENETISCHE UNTERSUCHUNGEN AN ERZEN VON RECSK (MÁTRABÁNYA) IN UNGARN.

Von K. v. SZTRÓKAY.

Mit den Tafeln IX—XI.

Wie mehrere ungarische Erzlagerstätten, hängt auch das Erzvorkommen des am nördlichen Fusse des Mátra-Gebirges liegenden Lahoca-Berges mit dem tertiären Vulkanismus zusammen.

Entgegen der bisherigen Kenntnisse, konnte man durch erzmikroskopische Untersuchungen reiche Assoziation nachweisen und wichtige genetische Fragen klären. Die Haupterze der Lagerstätte sind: Luzonit+Enargit und Fahlerz, zu welchen sich grössere Mengen von Pirit gesellen. Ausser denen konnte man ged. Gold, Melnikovit-Pirit, Markasit, Bleiglanz, Zinkblende, Kupferkies, Kupferindig, Lautit, Seligmannit, Boulangerit, Bournonit, Kupferglanz; *Bi*-Erze: Wittichenit, Emplektit und Guanajuatit (Frenzelit), ferner Eisenglanz und Magnetit nachweisen.

Durch die erzgenetische Untersuchung konnte man feststellen, dass die in dem lockeren Andesittuff von oligozänem Alter gebildeten Stöcke, die Erzprodukte einer zweiten hydrothermalen Phase sind. Auf dem Gebiet spielten sich zwei Phasen der vulkanischen Tätigkeit ab und die zwei erzbildenden Prozesse hängen anscheinend auch mit diesen beiden vulkanischen Phasen zusammen. Die tuffigen und brekcienartigen Gesteine des Gebirges wurden also durch zwei, voneinander in der Zeit trennbaren erzführenden Lösungen imprägniert. Die Produkte der ersten Phase waren die, in den ungarischen jungtertiären Erzlagerstätten oft auftretenden *Pb*—

Zn—Fe-Erze (Bleiglanz+Zinkblendende+Pirit). In der viel mächtigeren und wirkungsvolleren zweiten Phase wurden dagegen *Cu—As—Au—Ag—Bi—Fe*-Erze ausgeschieden. Die Glieder der zweiten Paragenese sind: Fahlerze, Luzonit+Enargit, Lautit, Pirit, Gold, Emplektit, Wittichenit usw.

Die Blei-Zinkerze der ersten Phase wurden teilweise durch die *Cu—As*-Erze verdrängt, teilweise aber bildeten sich an der Berührungsgrenze sog. Reaktionsmineralen (Seligmannit, Bournonit und andere Sulfosalze). Aus der Assoziation der zweiten Erzbildung fehlen diejenige Mineralien, die zu ihrer Bildung höhere Temperatur benötigen (z. B. Arsenkies), was auf einen bei niedrigerer Temperatur abspielenden Vorgang hinweist.

Beide Erzbildungen stiegen wahrscheinlich durch dasselbe Spaltsystem empor. Das Gleichgewicht des zweiten Prozesses wurde nur nach wiederholten Umkristallisationen erreicht. Die Ausscheidung begann durch die Bildung von Tennantit, das später teilweise oder ganz in Luzonit, dieses dann wieder in Enargit+Lautit umgewandelt wurde. Entlang der Umbildungszone haben sich das ged. Gold, Kupferindig und Kupferkies ausgeschieden, das Silber kam in das Restfahlerz, Lautit und in die Sulfosalze, das Wismut kommt in Form Entmischungskörper zerstreut in den *Cu—As*-Erzen überall vor.

In den höheren Horizonten der Vererzung treffen wir Zementationserscheinungen, stellenweise mit reichlichem Goldgehalt. Spuren von Oxidationsprozessen findet man kaum.

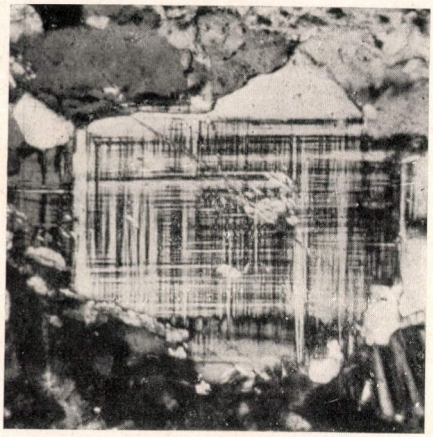
Die Begleitmineralien sind charakteristisch: Quarz und verschiedene Quarzvarietäten, Kalkspat, Dolomit, Baryt, Schwefel und Whewellit. Die an der Oberfläche der Erzschläge gebildeten sekundären Mineralien: Chalkantit, Melanterit, Pisanit, Halotrichit und Brochantit waren schon früher bekannt.

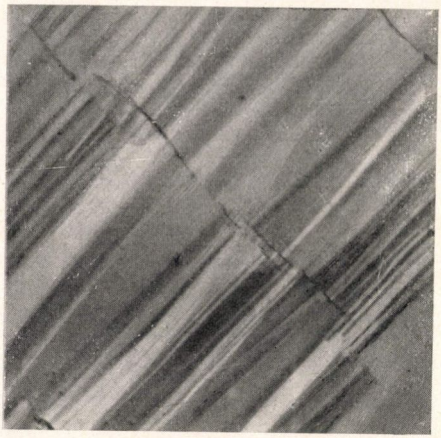
(Mineralog.-petrogr. Institut der Petrus Pázmány Universität, in Budapest, 1940.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

Pantó Gábor:
A csucsomi ércelőfordulás mikroszkópi és genetikai vizsgálata.

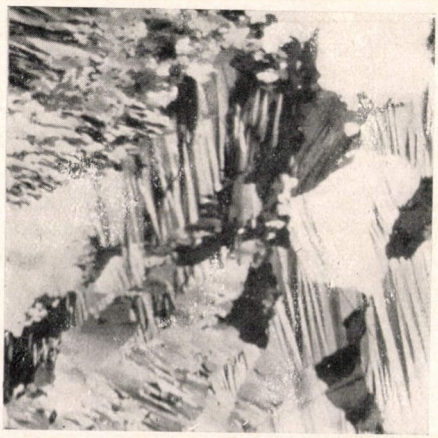
1.





2.

3.



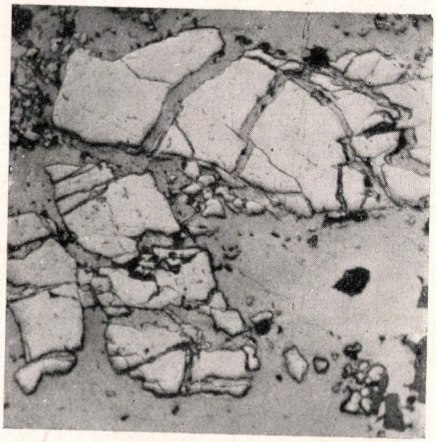
4.

5.

6.

Pantó Gábor:
A csucsomi ércelőfordulás mikroszkópi és genetikai vizsgálata.

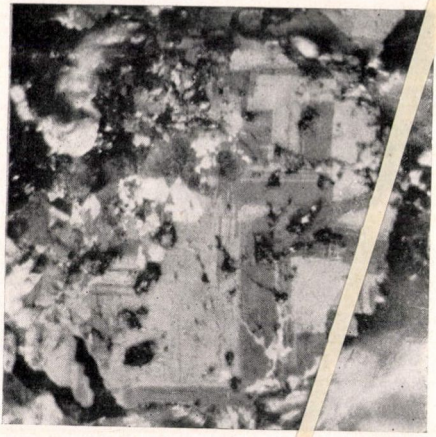
7.



8.

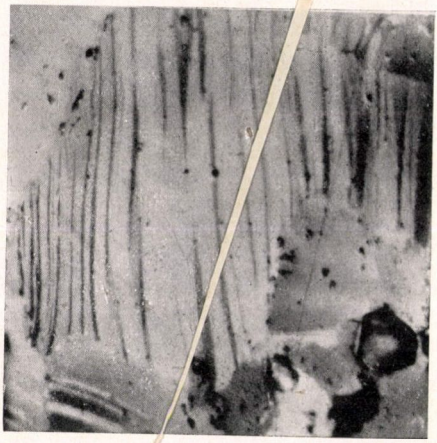
9.

10.

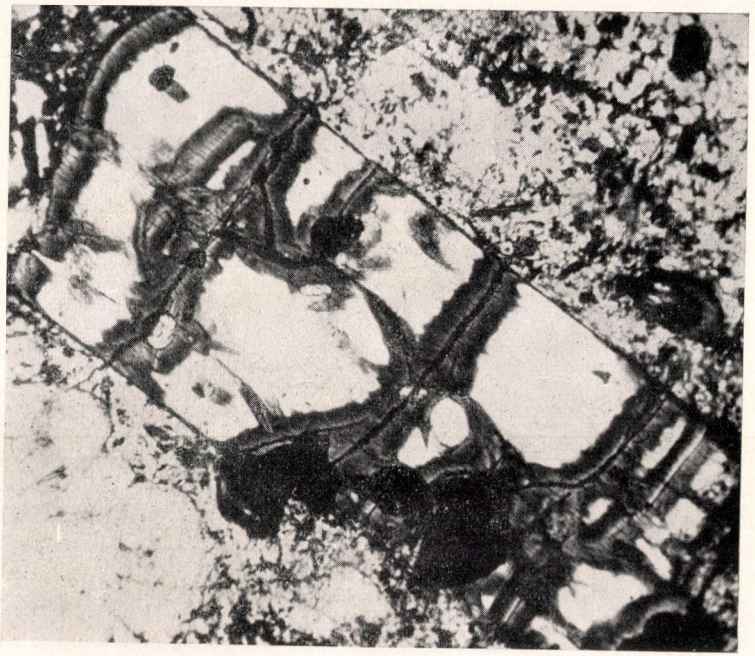


11.

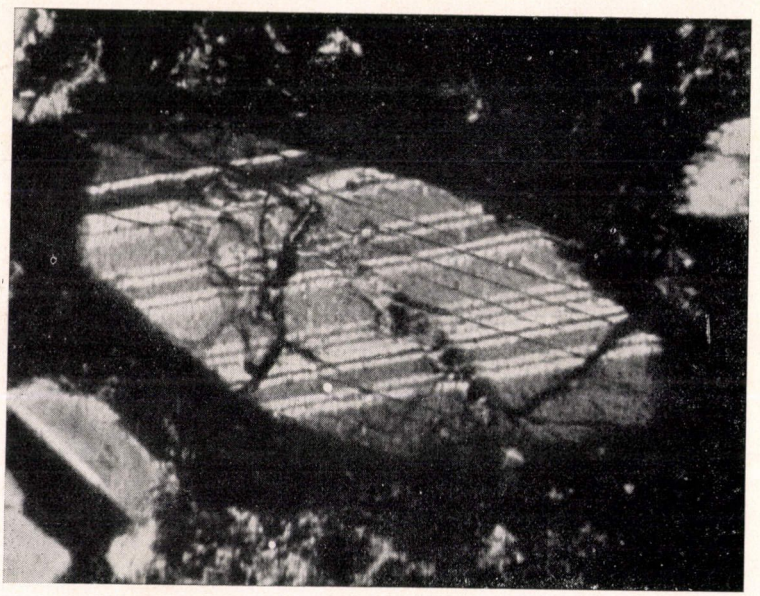
12.



Szurovy Géza:
Ásvány-kőzettani megfigyelések a Mátra-hegység déli részéből.



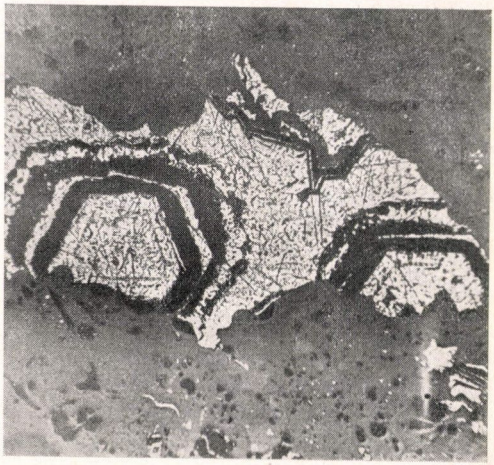
1.



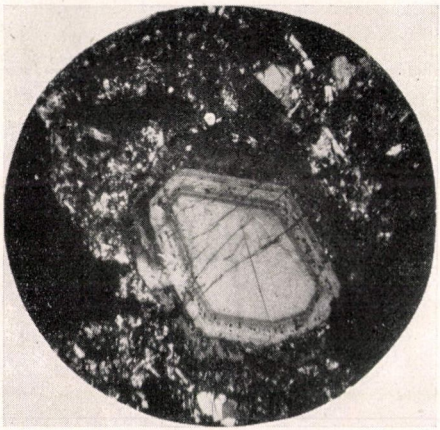
2.

Szurovy Géza:
Ásvány-kőzettani megfigyelések a Mátra-hegység déli részéből.

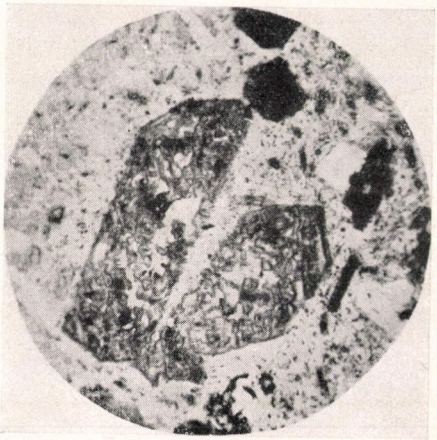
3.



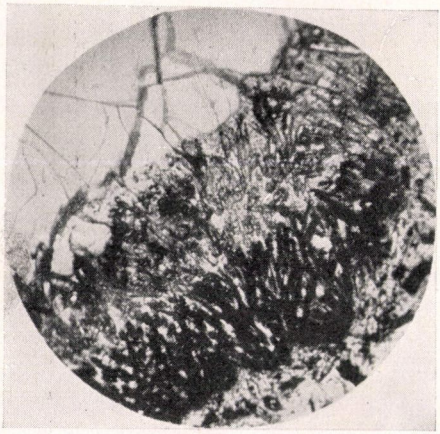
4.



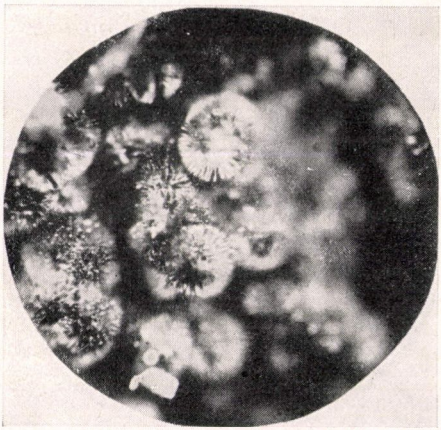
5.



6.



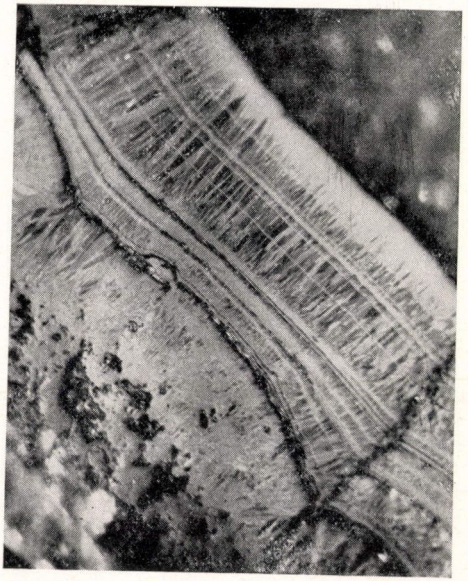
7.



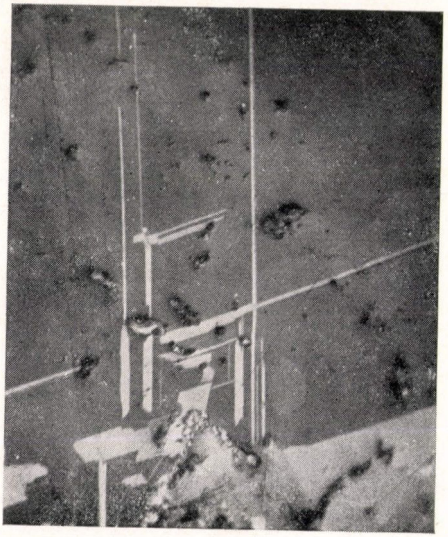
8.

Sztrókay Kálmán:
A recski ércek ásványos összetétele és genetikai vizsgálata.

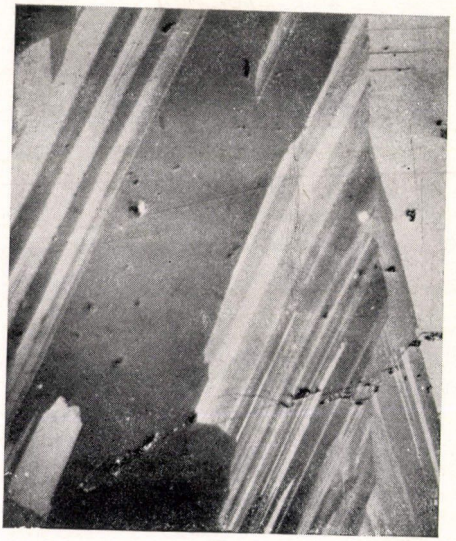
1.



2.

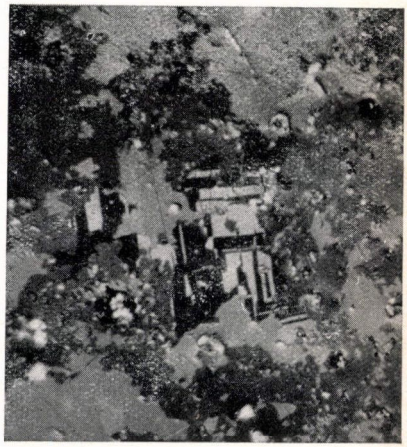


3.



4.

5.



6.

7.

8.

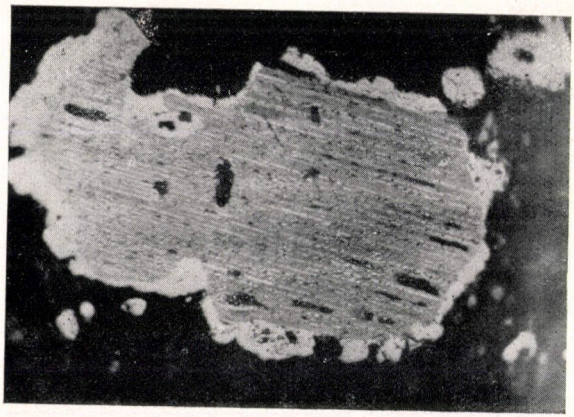
Sztrókay Kálmán:
A recski ércek ásványos összetétele és genetikai vizsgálata.

9.

10.

11.

12.



13.

A KÚPSZELETEK ÉS MÁSODRENDŰ FELÜLETEK ELMÉLETÉBEN FELLÉPŐ NÉHÁNY BONYOLÓDOTT POLYNOM TÉNYEZŐKRE BONTÁSA.

RADOS GUSZTÁV t. tagtól.

Adott racionális egész függvénynek megadott racionális tartományban való irreducibilitásának vagy reducibilitásának megállapítása, azaz e függvénynek oly tényezőkre való felbontása, amelyeknek együtthatói a megadott racionális tartományhoz tartoznak, olyan feladat, amelyet KRONECKER LEOPOLD «Grundzüge einer Theorie der algebraischen Grössen» című, Berlinben 1882-ben REIMER kiadásában megjelent alapvető munkájában teljesen megoldott.[1] KRONECKER e műnek 4. §-ában olyan eljárást fejtett ki, amelynek segítségével bárhány változós polynomnak tetszés szerint adott racionális tartományban való tényezőkre bontása és ezzel a polynom reducibilitásának avagy irreducibilitásának kérdése véges számú lépésben elvégezhető.

E véges szám már egészen egyszerű esetekben akkora, hogy a szükséges lépések megtételére egy emberélet sem nyujtana elegendő időt. Így hát KRONECKER eljárása inkább csak elméleti értékű és minden konkrét esetben ennek természetéhez alkalmazkodó külön eljárás kieszelése szükséges.

A jelen értekezésben bizonyos geometriai kérdésekben fölmerülő bonyolódott, több változós polynomok tényezőkre bontásáról lesz szó. E tényezőkre bontások kilátást nyujtanak arra, hogy MÖBIUSnak a kúpszeletek elméletében szereplő híres krite-

[1] Ez a mű KUMMER EDUARD, KRONECKER hajdani tanárának 50 éves doktori jubileuma alkalmából a Journal für die reine und angewandte Mathematik 92. kötetében mint ünnepi irat (Festschrift) is megjelent.

riumai a másodrendű felületekre, legalább részben általánosíthatók lesznek. Möbius kriteriumai alapján eldönthető, hogy öt pontjának megadásával meghatározott középponti kúpszelet ellipszis-e vagy hyperbola.[2] A másodrendű felületek elméletében az analog kérdés volna: *9 pontjának megadásával meghatározott kúppá el nem fajuló középponti másodrendű felület alkotói valósak-e vagy képzetesek.*

Végül megjegyzem, hogy noha fejtegetéseimben a gondolatmenetet geometriai elgondolások vezérlik, a tárgyalások velejükre nézve minden geometriai szemlélettől független algebrai tételeken alapulnak.

1. KÉT VÁLTOZÓS POLYNOMOK ESETE.

1. Legyenek

$$\underset{i=1,2,3,4,5}{x_i,\ y_i} \qquad (P_i)$$

olyan 5 pontnak koordinátái, amely közül nincsen olyan három, amely egyugyanazon egyenesen fekszik, akkor a P_i pontok meghatározta másodrendű görbe egyenlete a következő:

$$F(x, y) \equiv \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & xy & x & y & 1 \\ x_1^2 & y_1^2 & x_1y_1 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & x_2y_2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & x_3y_3 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & x_4y_4 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & y_5^2 & x_5y_5 & x_5 & y_5 & 1 \end{vmatrix} \equiv$$

$$\equiv A_{11}x^2 + A_{22}y^2 + 2A_{12}xy + 2A_{13}x + 2A_{23}y + A_{33} = 0.$$

Ebben az egyenletben x, y a kurrens koordinátákat, A_{11}, A_{22}, A_{33} a fenti hatodfokú determináns első sorának x^2, illetve y^2, illetve 1 elemeihez tartozó aldeterminánsok, A_{12}, A_{13}, A_{23} az xy, x, y elemekhez tartozó aldeterminánsoknak fele részei.

Ha az x_i, y_i ($i=1, 2, 3, 4$) koordináták megadott 4 pontnak

[2] L. Möbius «Der barycentrische Calcul» című munka III. fejezetét 371—393. l., továbbá Möbius tárgyalásait tetemesen egyszerűsítő «A Möbius-féle kriteriumokról a kúpszeletek elméletében» című értekezését Hunyady Jenő kiváló néhai akadémiai tagnak.

koordinátái, míg a P_5 pont koordinátái x_5, y_5 változó mennyiségek, akkor az

$$A_{ik}(x_5, y_5) \quad (i, k=1, 2, 3)$$

együtthatók az $x_5 y_5$ változóknak másodfokú polynomjai.

Az

$$F(x, y) = 0$$

egyenlet egyenespárt akkor és csak akkor határoz meg, ha az x_5, y_5 értékrendszer a

$$G(x_5, y_5) \equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x_5, y_5) & A_{12}(x_5, y_5) & A_{13}(x_5, y_5) \\ A_{12}(x_5, y_5) & A_{22}(x_5, y_5) & A_{23}(x_5, y_5) \\ A_{13}(x_5, y_5) & A_{23}(x_5, y_5) & A_{33}(x_5, y_5) \end{vmatrix} = 0$$

egyenletet kielégíti, azaz amidőn a $P_5(x_5, y_5)$ pont ezen egyenlet meghatározta 6-odrendű görbének pontja.

E 6-odrendű görbéről kimutathatjuk, hogy három egyenespárra szétesik.

Foglalkozzunk e célból a P_1, P_2, P_3, P_4 pontokon átmenő kúpszelethalmaz meghatározásával. Ha e halmaz valamelyik kúpszeletének egyenlete

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0,$$

akkor a_{ik} $(i, k=1, 2, 3)$ együtthatók viszonyainak meghatározására a következő egyenletrendszerrel rendelkezünk:

$$a_{11}x_i^2 + a_{22}y_i^2 + 2a_{12}x_i y_i + 2a_{13}x_i + 2a_{23}y_i + a_{33} = 0, \quad (i=1, 2, 3, 4)$$

mely öt ismeretlent tartalmaz és négy egyenletből áll. Mivel ez egyenletrendszer együtthatóiból alkotott

$$\begin{Vmatrix} x_1^2 & y_1^2 & 2x_1y_1 & 2x_1 & 2y_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & 2x_2y_2 & 2x_2 & 2y_1 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & 2x_3y_3 & 2x_3 & 2y_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & 2x_4y_4 & 2x_4 & 2y_4 & 1 \end{Vmatrix}$$

matrix utolsó három oszlopának soraiból alakítható harmadfokú determinánsok mindannyian a zérustól különböző értékűek, mert föltevésünk szerint a P_1, P_2, P_3, P_4 pontok között nincsen olyan három, amely egyugyanazon egyenesen fekszik; kimondhatjuk,

hogy egyenletrendszerünk egyenletei egymástól függetlenek. Ennek következtében gyökrendszerei egyméretű halmazt alkotnak, úgyhogy

$$\varrho a_{ik} = a'_{ik} + a''_{ik}\lambda \qquad (i, k=1, 2, 3;\ i<k)$$

kifejezések, amelyekben ϱ arányossági tényezőt, λ pedig parametert jelent, szolgáltatják az a_{ik} együtthatók viszonyszámait. Így tehát a P_i $(i=1, 2, 3, 4)$ pontok meghatározta kúpszeletsor egyenlete

$$H(x, y, \lambda) \equiv (a'_{11}+a''_{11}\lambda)x^2 + (a'_{22}+a''_{22}\lambda)y^2 + \\ + 2(a'_{12}+a''_{12}\lambda)xy + 2(a'_{13}+a''_{13}\lambda)x + (a'_{23}+a''_{23}\lambda)y + a'_{33}+a''_{33}\lambda = 0.$$

Ez az egyenlet egyenespárt akkor és csak akkor határoz meg, ha λ a

$$\Psi(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\lambda & a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{13}+a''_{13}\lambda \\ a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{22}+a''_{22}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda \\ a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{33}+a''_{33}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek gyöke. Ha tehát e harmadfokú egyenlet gyökei

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ \lambda_3,$$

akkor a

$$H(x_5, y_5, \lambda_1) = 0$$
$$H(x_5, y_5, \lambda_2) = 0$$
$$H(x_5, y_5, \lambda_3) = 0$$

egyenletek, amelyekben a kurrens koordinátákat x_5, y_5 betűkkel jelöltük, határozzák meg a kúpszeletsor összes egyenespárjait. Minden x_5, y_5 értékrendszer, amely a

$$H(x_5, y_5, \lambda_i) = 0 \qquad (i=1, 2, 3)$$

egyenletet kielégíti, kielégíti egyszersmind a

$$G(x_5, y_5) = 0$$

egyenletet. Ennek következtében az utóbbi egyenlet meghatározta 6-odrendű görbe szetesik három egyenespárra.

Ily módon a következő algebrai tétel adódik:

A

$$G(x_5, y_5)$$

6-odfokú polynom a λ_1, λ_2, λ_3 *gyökök adjunctiója után a*

$$G(x_5, y_5) = EH(x_5, y_5, \lambda_1)\, H(x_5, y_5, \lambda_2)\, H(x_5, y_5, \lambda_3) \qquad (I)$$

alakban állítható elő, amelyben E számbeli tényezőt jelent.

2. Kérdezhetjük továbbá, hogy a

$$F(x, y) = 0$$

egyenlet mikor határoz meg parabolát? Ez — mint ismeretes — akkor és csak akkor fog bekövetkezni, midőn

$$g(x_5, y_5) \equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x_5, y_5) & A_{12}(x_5, y_5) \\ A_{12}(x_5, y_5) & A_{22}(x_5, y_5) \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet fennáll, azaz midőn a $P_5(x_5, y_5)$ pont az ezen egyenlet meghatározta negyedrendű görbének pontja.

Más oldalról a

$$H(x, y, \lambda) = 0$$

parabolát akkor és csak akkor határoz meg, midőn λ a

$$\psi(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11} + a''_{11}\lambda & a'_{12} + a''_{12}\lambda \\ a'_{12} + a''_{12}\lambda & a'_{22} + a''_{22}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

másodfokú egyenletnek gyöke. Ha ennek gyökei

$$\lambda_1, \ \lambda_2,$$

akkor a

$$\begin{aligned} H(x_5, y_5, \lambda_1) &= 0 \\ H(x_5, y_5, \lambda_2) &= 0 \end{aligned} \qquad (p)$$

egyenletek a kúpszeletsor összes paraboláit határozzák meg. Mivel pedig minden x_5, y_5 értékrendszer, amely a (p) alatti egyenletek valamelyikét kielégíti, kielégíti egyszersmind a

$$g(x_5, y_5) = 0$$

egyenletet is, ez utóbbi egyenlet meghatározta 4-edrendű görbe szétesik a (p) alatti egyenletek meghatározta két parabolára.

Innen tehát következik, hogy

$$g(x_5, y_5) = E' H(x_5, y_5, \lambda_1)\, H(x_5, y_5, \lambda_2), \qquad (I_1)$$

ahol E' számbeli tényezőt jelent. A geometriai nomenklaturától független algebrai tétel pedig a következő:

A $g(x_5, y_5)$ 4-edfokú polynom a

$$\psi(\lambda) = 0$$

másodfokú egyenlet gyökeinek adjunctiója után szétesik két másodfokú tényező szorzatára.

Az E' számbeli tényező előjelének megállapítása után az (I) alatti relációból Möbiusnak az 5 pontja meghatározta kúpszeletre vonatkozó kriteriuma közvetlenül következik.

II. 3-VÁLTOZÓS POLYNOM ESETE.

A jelen fejezetben tárgyalandó 3-változós polynomok a másodrendű felületek elméletében szerepelnek, amikor 9 pontja meghatározta másodrendű felület alkotóinak valós vagy képzetes volta iránt érdeklődünk.

Legyen

$$P_\alpha(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha) \qquad (\alpha = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)$$

9 olyan pont, amely között nincsen olyan 4, amely egyugyanazon síkban fekszik, akkor a tőlük meghatározott másodrendű felület egyenlete a következő:

$$F_1(x, y, z) \equiv$$

$$\equiv \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 & xy & yz & zx & x & y & z & 1 \\ x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & x_2y_2 & y_2z_2 & z_2x_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & z_3^2 & x_3y_3 & y_3z_3 & z_3x_3 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & z_4^2 & x_4y_4 & y_4z_4 & z_4x_4 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \\ x_5^2 & y_5^2 & z_5^2 & x_5y_5 & y_5z_5 & z_5x_5 & x_5 & y_5 & z_5 & 1 \\ x_6^2 & y_6^2 & z_6^2 & x_6y_6 & y_6z_6 & z_6x_6 & x_6 & y_6 & z_6 & 1 \\ x_7^2 & y_7^2 & z_7^2 & x_7y_7 & y_7z_7 & z_7x_7 & x_7 & y_7 & z_7 & 1 \\ x_8^2 & y_8^2 & z_8^2 & x_8y_8 & y_8z_8 & z_8x_8 & x_8 & y_8 & z_8 & 1 \\ x_9^2 & y_9^2 & z_9^2 & x_9y_9 & y_9z_9 & z_9x_9 & x_9 & y_9 & z_9 & 1 \end{vmatrix} \equiv$$

$$\equiv A_{11}(x_9, y_9, z_9)x^2 + A_{22}(x_9, y_9, z_9)y^2 + A_{33}(x_9, y_9, z_9)z^2 + \\ + 2A_{12}(x_9, y_9, z_9)xy + 2A_{23}(x_9, y_9, z_9)yz + 2A_{13}(x_9, y_9, z_9)zx + \\ + 2A_{14}(x_9, y_9, z_9)x + 2A_{24}(x_9, y_9, z_9)y + 2A_{34}(x_9, y_9, z_9)z + \\ + A_{44}(x_9, y_9, z_9) = 0,$$

ahol x, y, z a kurrens koordinátákat jelentik, az A_{ik} együtthatók pedig az $x_9, y_9 z_9$ mennyiségeknek másodfokú polynomjai. Ez az egyenlet kúpfelületet akkor és csak akkor határoz meg, midőn az x_9, y_9, z_9 értékrendszer a

$$G_1(x_9, y_9, z_9) \equiv \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{34} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} \end{vmatrix} = 0$$

az x_9, y_9, z_9 mennyiségekben 8-adfokú egyenletet kielégíti. Tehát megadott

$$\underset{(\beta=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{x_\beta, y_\beta, z_\beta} \qquad (P_\beta)$$

8 pont mellett ezek az x_9, y_9, z_9 ponttal együtt kúpfelületet akkor és csak akkor határoznak meg, midőn a $P_9(x_9, y_9, z_9)$ pont a $G(x_9, y_9, z_9) = 0$ egyenlet meghatározta 8-adrendű felületnek pontja.

Ha az

$$\underset{(\gamma=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma}$$

értékrendszerek meghatározta

$$\underset{(\gamma=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{P_\gamma}$$

pontokat megrögzítjük, akkor ezek a történt feltevés mellett egyméretű felületsort határoznak meg, mert az

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + a_{33}z^2 + \\ + 2a_{12}xy + 2a_{23}yz + 2a_{13}zx + 2a_{14}x + 2a_{24}y + 2a_{34}z + a_{44} = 0$$

egyenlet együtthatóinak meghatározására szolgáló

$$\underset{(\gamma=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{a_{11}x_\gamma^2 + a_{22}y_\gamma^2 + a_{33}z_\gamma^2 + 2a_{12}x_\gamma y_\gamma + 2a_{23}y_\gamma z_\gamma + 2a_{13}z_\gamma x_\gamma + \\ + 2a_{14}x_\gamma + 2a_{24}y_\gamma + 2a_{34}z_\gamma + a_{44} = 0} \qquad (E)$$

egyenletrendszer együtthatóiból alakított

$$\underset{(\gamma=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{\| x_\gamma^2, y_\gamma^2, z_\gamma^2, 2x_\gamma y_\gamma, 2y_\gamma z_\gamma, 2z_\gamma x_\gamma, 2x_\gamma, 2y_\gamma, 2z_\gamma \|}$$

matrix utolsó 4 oszlopából alakított

$$\underset{(\gamma=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)}{\| x_\gamma \quad y_\gamma \quad z_\gamma \quad 1 \|}$$

matrix soraiból alakítható 4-edfokú determinánsok mindannyian a zérustól különbözők, mivel föltevésünk szerint a P_γ pontok között nincsen olyan 4, amely egyugyanazon a síkon fekszik.

Az (E) alatti egyenletrendszerből az a_{ik} együtthatók viszonyai tehát olyan módon adódnak, hogy

$$\sigma'' a_{ik} = a'_{ik} + a''_{ik}\lambda.$$
$$(i, k = 1, 2, 3, 4)$$

Ily módon a P_γ 8 pont meghatározta másodrendű felületsor egyenlete a következő:

$$\begin{aligned} H_1(x, y, z, \lambda) \equiv\ & (a'_{11}+a''_{11}\lambda)x^2 + (a'_{22}+a''_{22}\lambda)y^2 + (a'_{33}+a''_{33}\lambda)z^2 + \\ & + 2(a'_{12}+a''_{12})xy + 2(a'_{13}+a''_{23}\lambda)yz + 2(a'_{13}+a''_{13}\lambda)zx + \\ & + 2(a'_{14}+a''_{14})x + 2(a'_{24}+a''_{25}\lambda)y + 2(a'_{34}+a''_{34}\lambda)z + \\ & + a'_{44}+a''_{44}\lambda = 0. \end{aligned}$$

Ez az egyenlet kúpot akkor és csak akkor határoz meg, ha λ a

$$\Psi_1(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\lambda & a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{14}+a''_{14}\lambda \\ a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{22}+a''_{22}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{24}+a''_{24}\lambda \\ a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{33}+a'_{33}\lambda & a'_{34}+a''_{34}\lambda \\ a'_{14}+a''_{14}\lambda & a'_{24}+a''_{24}\lambda & a'_{34}+a''_{34}\lambda & a'_{44}+a''_{44}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

4-edfokú egyenletnek gyöke. E szerint a másodrendű felületsor összes kúpfelületeit a

$$\begin{aligned} H(x, y, z, \lambda_1) &= 0 \\ H(x, y, z, \lambda_2) &= 0 \\ H(x, y, z, \lambda_3) &= 0 \\ H(x, y, z, \lambda_4) &= 0 \end{aligned}$$

egyenletek szolgáltatják, amelyekben λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 a fenti 4-edfokú egyenletnek gyökei. Mivel a 4 kúpnak minden pontja egyszersmind pontja a $G(x, y, z) = 0$ egyenlet meghatározta 8-adrendű felületnek, ez utóbbi szétesik 4 kúpfelületre.

Innen a következő tétel adódik:

A $G_1(x, y, z)$ 8-adfokú polynom a $\Psi_1(\lambda)=0$ egyenlet gyökeinek adjunkciója után szétesik 4 másodfokú tényezőre oly módon, hogy

$$\begin{aligned} & G(x, y, z) \equiv \\ & = \sigma_1 H(x, y, z, \lambda_1) H(x, y, z, \lambda_2) H(x, y, z, \lambda_3) H(x, y, z, \lambda_4), \end{aligned} \qquad (I_2)$$

ahol σ_1 számbeli tényező.

2. Az

$$F(x, y, z) = 0$$

paraboloidot akkor és csak akkor határoz meg, ha a

$$g_1(x, y, z) \equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x_9, y_9, z_9) & A_{12}(x_9, y_9, z_9) & A_{13}(x_9, y_9, z_9) \\ A_{12}(x_9, y_9, z_9) & A_{22}(x_9, y_9, z_9) & A_{23}(x_9, y_9, z_9) \\ A_{13}(x_9, y_9, z_9) & A_{23}(x_9, y_9, z_9) & A_{33}(x_9, y_9, z_9) \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet fennáll, amely változó x_9, y_9, z_9 mellett 6-odrendű felületnek egyenlete. Ez azt jelenti, hogy a P_9 pont a P_γ ($\gamma = 1, 2, \ldots, 8.$) pontokkal együtt akkor és csak akkor határoz meg másodrendű paraboloidot, ha P_9 a fenti 6-odrendű felületnek pontja.

Más oldalról a

$$H(x, y, z, \mu) = 0$$

felületsornak azok és csak azok a felületei paraboloidok, amelyeknek egyenletében μ a

$$\varphi_1(\mu) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\mu & a'_{12}+a''_{12}\mu & a'_{13}+a''_{13}\mu \\ a'_{12}+a''_{12}\mu & a'_{22}+a''_{22}\mu & a'_{23}+a''_{23}\mu \\ a'_{13}+a''_{13}\mu & a'_{23}+a''_{23}\mu & a'_{33}+a''_{44}\mu \end{vmatrix} = 0$$

gyöke. Ha e gyökök

$$\mu_1, \mu_2, \mu_3,$$

akkor a

$$H_1(x, y, z, \mu_1) = 0$$
$$H_1(x, y, z, \mu_2) = 0$$
$$H_1(x, y, z, \mu_3) = 0$$

egyenletek szolgáltatják a másodrendű felületsereg összes paraboloidjait. Mivel pedig e paraboloidok mindegyikének minden pontja egyszersmind pontja a

$$g_1(x, y, z) = 0$$

egyenlet meghatározta 6-odrendű felületnek, ez szétesik a 3 másodrendű paraboloidra. Innen a következő algebrai tétel adódik:

A $g_1(x, y, z)$ 6-odfokú polynom a $\varphi_1(\lambda)$ zérushelyeinek adjunkciója után három 2-odfokú tényező szorzata gyanánt állítható elő úgy, hogy

$$g_1(x, y, z) \equiv E H_1(x, y, z, \lambda_1)\, H_1(x, y, z, \lambda_2)\, H_1(x, y, z, \lambda_3), \quad (I_3)$$

ahol E számbeli tényező.

E számbeli tényező előjelének meghatározása nehézséggel jár és nekem idáig nem sikerült. Őszintén örvendenék, ha ez

más valakinek sikerülne, mert akkor az (I_8) alatti reláció alapján mód adódnék arra, hogy MÖBIUSnak ama kriteriumához, amely az 5 pontjának megadásával meghatározott kúpszeletre vonatkozik, analogont találna, mely a 9 pontjából meghatározott másodrendű középponti felületek mineműségére következtetést engedne a 9 pont fekvése alapján.

Hangsúlyozom, hogy a most következő tárgyalások nem végérvényesek és csak heurisztikus értékűek. Végleges eredmények csak az (I_8)-ban szereplő E numerikus tényező előjelének meghatározása után várhatók.

Ismeretes, hogy valamely

$$p_{11}x^2+p_{22}y^2+p_{33}z^2+2p_{12}xy+2p_{23}yz+2p_{13}zx+ \\ +2p_{14}x+2p_{24}y+2p_{34}z+p_{44}=0$$

egyenlet meghatározta felület akkor és csak akkor kúpfelület, ha a

$$P=\begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} & p_{34} \\ p_{14} & p_{24} & p_{34} & p_{44} \end{vmatrix}$$

determináns zérussal egyenlő. Ha a $P \neq 0$, akkor a felület nem kúp.

Ha a

$$P_{44}=\begin{vmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{vmatrix}$$

aldeterminiráns a zérustól különböző, akkor és csak akkor a felület középponti felület (azaz olyan, melynek középpontja a végesben van).

Ismeretes továbbá, hogyha

$$P_{44}>0$$

a felület alkotói képzetesek, ha pedig

$$P_{44}<0$$

a felület alkotói valósok, azaz a felület egyköpenyű hyperboloid.

Ha az

$$x_\alpha,\ y_\alpha,\ z_\alpha \qquad (P_\alpha)$$
$$(\alpha=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$$

pontok adva vannak, tehát x_α, y_α, z_α ismeretes valós értékrendszerek, azt kérdezhetjük, milyen fekvésűnek kell a $P_9(x_9, y_9, z_9)$ pontnak lennie, hogy a 9 pont meghatározta felület alkotói képzetesek legyenek és milyen fekvésűnek, hogy ezek az alkotók valósak legyenek. A felület kettőspontnélküli középponti akkor lesz, ha

$$G_1(x_9, y_9, z_9) \neq 0$$

és

$$g_1(x_9, y_9, z_9) \neq 0.$$

A P_9 pontot úgy választjuk, hogy ne essék a 8 P_α pont meghatározta másodrendű felületsor 4 kúpfelületének egyikére sem, sem pedig a 3 paraboloid valamelyikére.

A (I_3) egyenlőségből következik, hogy

$$\text{sign. } g_1(x_9, y_9, z_9) =$$
$$= \text{sign. } (E) \text{ sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_1) \text{ sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_2) \text{ sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_3).$$

A tárgyalást ama föltevés mellett folytatom, hogy a vizsgálat kiderítette volna, hogy

$$\text{sign. } (E) = +1,$$

akkor

$$\text{sign. } g_1(x_9, y_9, z_9) =$$
$$= \text{sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_1) \text{ sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_2) \text{ sign. } H_1(x_9, y_9, z_9, \lambda_3). \qquad (I_3^*)$$

Itt most két lehetséges eset külön-külön tárgyalandó:

I. A $\psi_1(\lambda) = 0$ egyenletnek mind a három gyöke valós

II. A $\psi_1(\lambda) = 0$ egyenletnek egy gyöke valós.

Az I. esetben a felületsor mindhárom paraboloidja valós felület. A P_9 pont választása háromféleképpen lehetséges:

1. A P_9 pont mind a három paraboloidon kívül esik (azok domború oldalán), akkor az (I_3^*) reláció jobboldalán szereplő szorzat minden tényezője pozitív lévén:

$$\text{sign. } g_1(x_9, y_9, z_9) = +1,$$

tehát a felület alkotói képzetesek.

2. A P_9 egyik paraboloidon belül, a másik kettőn kívül esik, ekkor

$$\text{sign. } g_1(x_9, y_9, z_9) = -1$$

lévén, a felület alkotói valósak.

3. P_0 pont két paraboloidon belül, egyiken kívül esik, ekkor

$$\text{sign. } g_1(x_0, y_0, z_0) = +1$$

és az összes alkotók képzetesek.

A II. esetben egyik gyök például λ_1 valós, akkor λ_2 és λ_3 konjugált komplex számok. Ilyenek a

$$H_1(x_0, y_0, z_0, \lambda_2) \quad \text{és} \quad H_1(x_0, y_0, z_0, \lambda_3)$$

számok is és így (I_3^*) a következőbe megy át:

$$\text{sign. } g_1(x_0, y_0, z_0) = \text{sign. } H_1(x_0, y_0, z_0, \lambda_1),$$

mert a konjugált komplex $H_1(x_0, y_0, z_0, \lambda_2)$ és $H_1(x_0, y_0, z_0, \lambda_3)$ számok szorzata pozitív.

Az utoljára odaírt egyenlőség mutatja, hogy a felület összes alkotói képzetesek, ha a P_0 pont a felületsor egyetlen paraboloidján kívül esik és valósak, ha P_0 e paraboloidon belül esik.

Hasonló meggondolás volna alkalmazandó abban az esetben, ha

$$\text{sign. } (E) = -1$$

lenne.

Végül megjegyezzük, hogy az (I), (I_1), (I_2), (I_3) egyenlőségek levezetése végérvényes, mert az alkalmazott következtetések minden geometriai szemlélettől független algebrai következtetések voltak és csak a nomenklatura volt geometriai, amint az világosan ki fog derülni egyik legközelebb közreadandó közleményemből, amelyben a jelen dolgozatban levezetett egyenlőségeket n-változós polynomokra általánosítottam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

DIE FAKTORENZERLEGUNG EINIGER KOMPLIZIRTER POLYNOME AUS DER THEORIE DER KEGELSCHNITTE UND FLÄCHEN ZWEITER ORDNUNG.

Von GUSTAV RADOS Ehrenmitglied.

In der vorstehenden Arbeit wird die Faktorenzerlegung einiger Polynome ausgeführt, vermittels derselben sich eine Aussicht eröffnet zur Aufstellung von analogen Kriterien für Flächen 2-ter Ordnung, wie sie MÖBIUS zur Bestimmung der Art eines durch 5 seiner Punkte bestimmten Kegelschnittes lediglich aus der Lage dieser Punkte gegeben hat. (S. MÖBIUS Gesammelte Werke Leipzig 1885 pag. 326—330.)

I. Es sei

$$F(x, y) \equiv \begin{vmatrix} x^2, & y^2, & xy, & x, & y, & 1 \\ x_1^2, & y_1^2, & x_1y_1, & x_1, & y_1, & 1 \\ x_2^2, & y_2^2, & x_2y_2, & x_2, & y_2, & 1 \\ x_3^2, & y_3^2, & x_3y_3, & x_3, & y_3, & 1 \\ x_4^2, & y_4^2, & x_4y_4, & x_4, & y_4, & 1 \\ x_5^2, & y_5^2, & x_5y_5, & x_5, & y_5, & 1 \end{vmatrix} \equiv$$

$$\equiv A_{11}(x_5, y_5)x^2 + A_{22}(x_5, y_5)y^2 + 2A_{12}(x_5, y_5)xy + \\ + 2A_{23}(x_5, y_5)yz + 2A_{13}(x_5, y_5)zx + 2A_{13}(x_5, y_5)x + \\ + 2A_{23}(x_5, y_5)y + A_{33}(x_5, y_5) = 0$$

die Gleichung des durch die Punkte

$$\underset{(\alpha=1, 2, 3, 4)}{x_\alpha, y_\alpha \quad P_\alpha}$$

und P_5 mit den Koordinaten x_5, y_5 bestimmten Kegelschnittes.

Die Determinante desselben

$$G(x_5, y_5) = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{vmatrix}$$

ist ein Polynom 6-ten Grades der Grössen x_5, y_5 und es bestimmt demnach die Gleichung

$$G(x_5, y_5) = 0$$

eine Kurve 6-ter Ordnung. Es muss demnach P_9 ein Punkt dieser Kurve sein, soll der durch die 5 Punkte bestimmte Kegelschnitt einen Doppelpunkt besitzen.

Ist

$$H(x, y, \lambda) \equiv (a'_{11}+a''_{11}\lambda)x^2+(a'_{22}+a''_{22}\lambda)y^2+2(a'_{12}+a''_{12}\lambda)xy + \\ +2(a'_{13}+a''_{13}\lambda)x+2(a'_{23}+a''_{23}\lambda)y+a'_{33}+a''_{33}\lambda = 0$$

die Gleichung des durch die Punkte P_1, P_2, P_3, P_4 bestimmten Kegelschnittbüschels, so besitzen diejenigen und nur diejenigen Kegelschnitte des Büschels einen Doppelpunkt, in deren Gleichung λ eine Wurzel der Gleichung 3-ten Grades

$$\Psi_1(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\lambda & a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{13}+a''_{13}\lambda \\ a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{22}+a''_{22}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda \\ a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{33}+a''_{33}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

ist. Sind diese Wurzeln λ_1, λ_2, λ_3, so ergibt sich die folgende Faktorenzerlegeng von $G(x_5, y_5)$:

$$G(x_5, y_5) \equiv EH(x_5, y_5, \lambda_1)H(x_5, y_5, \lambda_2)H(x_5, y_5, \lambda_3). \qquad (I)$$

Die 5 Punkte P_α und P_5 bestimmen dann und nur dann eine Parabel, wenn

$$g(x_5, y_5) \equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x_5, y_5) & A_{12}(x_5, y_5) \\ A_{12}(x_5, y_5) & A_{22}(x_5, y_5) \end{vmatrix} = 0$$

ist. Anderseits ist notwendig und hinreichend dafür dass ein Kegelschnitt des Büschels eine Parabel sei, dass in der Gleichung des Büschels

$$H(x, y, \mu) = 0$$

μ eine Würzel der Gleichung

$$\varphi_1(\mu) = \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\mu & a'_{12}+a''_{12}\mu \\ a'_{12}+a''_{12}\mu & a'_{22}+a''_{22}\mu \end{vmatrix} = 0$$

sei. Sind die Wurzeln dieser quadratischen Gleichung μ_1, μ_2, so ergibt sich für die Faktorenzerlegung der Polynoms $g(x, y)$ vom 4-ten Grade die folgende Identität

$$g(x, y) = E'H(x, y, \mu_1)H(x, y, \mu_2), \qquad (I_1)$$

wo E' einen numerischen Faktor bedeutet. Kennt man das Vorzeichen desselben, so ergibt sich aus (I_1) das von MÖBIUS für Kegelschnitte aufgestellte Kriterium.

II. Die Gleichung der durch 9 ihrer Punkte,

$$x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, 8, 9) \qquad (P_\alpha)$$

bestimmten Fläche 2-ter Ordnung ist

$$F_1(x, y, z) \equiv \begin{vmatrix} x^2 & y^2 & z^2 & xy & yz & zx & x & y & z & 1 \\ x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & y_1z_1 & z_1x_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_8^2 & y_8^2 & z_8^2 & x_8y_8 & y_8z_8 & z_8x_8 & x_8 & y_8 & z_8 & 1 \\ x_9^2 & y_9^2 & z_9^2 & x_9y_9 & y_9z_9 & z_9x_9 & x_9 & y_9 & z_9 & 1 \end{vmatrix} \equiv$$

$$\equiv A_{11}(x_9, y_9, z_9)x^2 + A_{22}(x_9, y_9, z_9)y^2 + \\ + A_{33}(x_9, y_9, z_9)z^2 + \cdots + A_{44}(x_9, y_9, z_9) = 0;$$

in dieser sind die Koeffizienten Polynome 2-ten Grades der Grössen x_9, y_9, z_9. Diese Gleichung bestimmt dann und nur dann eine Kegelfläche wenn das Polynom 8-ten Grades

$$G_1(x_9, y_9, z_9) = \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} & A_{34} \\ A_{14} & A_{24} & A_{34} & A_{44} \end{vmatrix}$$

verschwindet.

Ist die Gleichung des durch die Punkte $P_1, P_2, \ldots, P_8$ bestimmten Flächenbüschels zweiten Grades

$$H_1(x, y, z, \lambda) \equiv (a'_{11} + a''_{11}\lambda)x^2 + (a'_{22} + a''_{22}\lambda)y^2 + \cdots + a'_{44} + a''_{44}\lambda = 0,$$

so bestimmt diese dann und nur dann eine Kegelfläche, wenn λ Wurzel der Gleichung 4-ten Grades

$$\Psi_1(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\lambda & a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{14}+a''_{14}\lambda \\ a'_{12}+a''_{12}\lambda & a'_{22}+a''_{22}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{24}+a''_{24}\lambda \\ a'_{13}+a''_{13}\lambda & a'_{23}+a''_{23}\lambda & a'_{33}+a''_{33}\lambda & a'_{34}+a''_{34}\lambda \\ a'_{14}+a''_{14}\lambda & a'_{24}+a''_{24}\lambda & a'_{34}+a''_{34}\lambda & a'_{44}+a''_{44}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

ist. Hieraus erhält man für die Faktorenzerlegung des Polynoms 8-ten Grades $G_1(x, y, z)$

$$G_1(x, y, z) = \\ = E_1 H_1(x, y, z, \lambda_1) H_1(x, y, z, \lambda_2) H_1(x, y, z, \lambda_3) H_1(x, y, z, \lambda_4), \qquad (I_2)$$

wo λ_1. λ_2, λ_3, λ_4 die Wurzeln der biquadratischen Gleichung

$$\Psi_1(\lambda) = 0$$

sind und E_1 ein numerischer Faktor ist.

Die Gleichung $F(x, y, z) = 0$ bestimmt dann und nur dann ein Paraboloid, wenn

$$g_1(x_9, y_9, z_9) \equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x_9, y_9, z_9) & A_{12}(x_9, y_9, z_9) & A_{13}(x_9, y_9, z_9) \\ A_{12}(x_9, y_9, z_9) & A_{22}(x_9, y_9, z_9) & A_{23}(x_9, y_9, z_9) \\ A_{13}(x_9, y_9, z_9) & A_{23}(x_9, y_9, z_9) & A_{33}(x_9, y_9, z_9) \end{vmatrix} = 0$$

ist. Die Gleichung des Flächenbüschels

$$H_1(x, y, z, \mu) = 0$$

bestimmt dann und nur dann ein Paraboloid, wenn μ eine Wurzel der Gleichung 3-ten Grades.

$$\psi(u) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11}+a''_{11}\mu & a'_{12}+a''_{12}\mu & a'_{13}+a''_{13}\mu \\ a'_{12}+a''_{12}\mu & a'_{22}+a''_{22}\mu & a'_{23}+a''_{23}\mu \\ a'_{13}+a''_{13}\mu & a'_{23}+a''_{23}\mu & a'_{33}+a''_{33}\mu \end{vmatrix} = 0$$

ist. Sind die Wurzeln dieser kubischen Gleichung

$$\mu_1, \mu_2, \mu_3$$

so zerfällt das Polynom 6-ten Grades $g_1(x, y, z)$ folgendermassen:

$$g_1(x, y, z) \equiv E'' H_1(x, y, z, \mu_1) H_1(x, y, z, \mu_2) H_1(x, y, z, \mu_3), \quad (I_3)$$

wo E'' wiederum einen numerischen Faktor bezeichnet, dessen Vorzeichenbestimmung noch aussteht. Ist diese Bestimmung bewerkstelligt, alsdann kann man vermittels der Raumeinteilung durch die 3 Paraboloide und der Identität (I_3) lediglich aus der Lage des Punktes P_9 in Bezug auf diese Raumeinteilung entscheiden, falls der Punkt P_9 auf keiner der 4 Kegelflächen des Büschels liegt, ob die durch die 9 Punkte bestimmte Fläche 2-ter Ordnung reelle oder imaginäre Erzeugende besitzt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Otober 1940.)

KÉT BONYOLÓDOTT n-VÁLTOZÓS POLYNOM TÉNYEZŐKRE BONTÁSA.

RADOS GUSZTÁV t. tagtól.

A Matematikai és Természettudományi Értesítő jelen kötetében «A kúpszeletek és másodrendű felületek elméletében fellépő néhány bonyolódott polynom tényezőkre bontása» címmel egy értekezést tettem közé, amelyben geometriai elgondolások vezérfonalán sikerült bizonyos, a Möbius-kritériumokkal kapcsolatos két- illetve háromváltozós polynomoknak tényezőkre bontása. Már akkor is hangsúlyoztam, hogy tárgyalásaim mindennemű geometriai szemlélettől független algebrai tételekre támaszkodnak és hogy csak a használt terminológia geometriai.

Ez világosan ki fog derülni a jelen dolgozatomból, amelyben az idézett értekezésben levezetett tételeket n-változós polynomokra kiterjesztem, amidőn a geometriai szemlélhetőség önmagától megszűnik és a geometriai terminológiát csak kényelem kedvéért használom.

I. FOGALMI MEGÁLLAPÍTÁSOK ÉS SEGÉDTÉTELEK.

1. Valamely

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

n számból álló értékrendszert az n-méretű tér pontjának nevezzük; az értékrendszert alkotó számokat megadott sorrendjükben e pont koordinátáinak nevezzük.

Az

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv$$
$$\equiv a_{11}x_1^2 + \cdots + a_{1n}x_n^2 + 2a_{12}x_1x_2 + \cdots + 2a_{n-1n}x_{n-1}x_n$$
$$+ 2a_{1n+1}x_1 + \cdots + 2a_{nn+1}x_n + a_{n+1n+1} = 0$$

egyenletet kielégítő értékrendszerek összességét az n-méretű tér másodrendű felületének, az egyenletet magát e felület egyenletének nevezzük.

Az egyenlet bal oldalán szereplő $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ kifejezés az $x_1, x_2, \ldots, x_n$ változóknak másodfokú polynomja. A benne előforduló együtthatóknak száma

$$\nu + 1 = n + \frac{n(n-1)}{2} + n + 1 = \frac{(n+2)(n+1)}{2}.$$

Minthogy föltesszük, hogy F-nek nem minden együtthatója zérussal egyenlő, az el nem tűnő együtthatók egyikével az egyenleten végig oszthatunk, úgyhogy az egyenletben szereplő lényeges állandóknak száma az együtthatók számánál 1-gyel kisebb és így ezeknek száma

$$\nu = \frac{(n+2)(n+1)}{2} - 1 = \frac{(n+3)n}{2}.$$

Ez a szám mutatja, hogy az n-méretű tér másodrendű felületét hány adat határozza meg.

Ha az $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)=0$ egyenlet együtthatóiból alakított

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n+2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n+11} & a_{n+12} & \cdots & a_{n+1\,n+1} \end{vmatrix}$$

determináns zérussal egyenlő, a felületet *másodrendű kúpfelületnek*, ha pedig a

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0,$$

akkor a felületet *paraboloid* felületnek nevezzük.

Legyen most már adva a felületnek

$$\nu = \frac{(n+3)n}{2}$$

számú pontja és ezeknek koordinátái

$$x_1^{(\alpha)}, x_2^{(\alpha)}, \ldots, x_n^{(\alpha)}, \quad (\alpha = 1, 2, \ldots, \nu)$$

akkor a másodrendű felület egyenletének polynomjában szereplő együtthatóknak meghatározására a következő lineár egyenletrendszerrel rendelkezünk:

$$\Phi_a \equiv a_{11}x_1^{(\alpha)2} + \cdots + a_{nn}x_n^{(\alpha)2} + 2a_{12}x_1^{(\alpha)}x_2^{(\alpha)} + \cdots + 2a_{n-1n}x_{n-1}^{(\alpha)}x_n^{(\alpha)} + \\ + 2a_{1n+1}x_1^{(\alpha)} + \cdots + 2a_{nn+1}x_n^{(\alpha)} + a_{n+1\,n+1} = 0, \qquad (\mathrm{E})$$
$$(\alpha = 1, 2, \ldots, \nu)$$

mely az együtthatók viszonyának egyértelmű meghatározását engedi, ha determinánsa a zérustól különböző. Az eltűnő determináns esetét ezúttal kizárva, fenntartjuk magunknak erre a mélyebb vizsgálatot igénylő esetre visszatérni, a jelen dolgozatban csak az el nem tűnő determináns esetével foglalkozunk.

Nyilvánvaló, hogy az

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv$$

$$\equiv \begin{vmatrix} x_1^2 & x_2^2 & \ldots & x_n^2 & x_1 & x_2 & \ldots & x_{n-1}x_n & x_1 & \ldots & x_n & 1 \\ x_1^{(1)2} & x_2^{(1)2} & \ldots & x_n^{(1)2} & x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \ldots & x_{n-1}^{(1)}x_n^{(1)} & x_1^{(1)} & \ldots & x_n^{(1)} & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_1^{(\nu-1)2} & x_2^{(\nu-1)2} & \ldots & x_n^{(\nu-1)2} & x_1^{(\nu-1)}x_2^{(\nu-1)} & \ldots & x_{n-1}^{(\nu-1)}x_n^{(\nu-1)} & x_1^{(\nu-1)} & \ldots & x_n^{(\nu-1)} & 1 \\ x_1^{(\nu)2} & x_2^{(\nu)2} & \ldots & x_n^{(\nu)2} & x_1^{(\nu)} & x_2^{(\nu)} & \ldots & x_{n-1}^{(\nu)}x_n^{(\nu)} & x_1^{(\nu)} & \ldots & x_n^{(\nu)} & 1 \end{vmatrix} \equiv$$

$$\equiv A_{11}(x^{(\nu)})x_1^2 + \cdots + A_{nn}(x^{(\nu)})x_n^2 + 2A_{12}(x^{(\nu)})x_1x_2 + \cdots + \\ + 2A_{n-1n}(x^{(\nu)})x_{n-1}x_n + 2A_{1n+1}(x^{(\nu)})x_1 + \cdots + 2A_{n+1n1}^{(x^{\nu})}x_n + \qquad (1) \\ + A_{n+1\,n+1}(x^{(\nu)}) = 0,$$

egyenlet amelyben $x_1, x_2, \ldots, x_n$ kurrens koordináták, az $A_{in}(x^{\nu})$ polynomok pedig az $x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, x_n^{(\nu)}$ változóknak másodfokú polynomjai, oly másodrendű felületnek egyenlete, mely a megadott ν számú ponton átmegy.

Ha a felületnek csak $\nu-1$ számú pontja van adva

$$x_1^{(\alpha)}, x_2^{(\alpha)}, \ldots, x_n \\ (\alpha = 1, 2, \ldots, \nu-1)$$

koordinátája által, akkor a rendelkezésére álló

$$\Phi_1 = 0, \Phi_2 = 0, \ldots, \Phi_{\nu-1} = 0$$

lineár egyenletrendszer az a_{ik} együtthatók viszonyainak meghatározására az ismeretlenek számánál 1-gyel kisebb számú egyenletből áll, úgyhogy az ismeretlenek viszonyai egyméretű halmazt alkotnak és az

$$\varrho a_{ik} = a'_{ik} + a''_{ik}\lambda \\ (i, k = 1, 2, \ldots, n, n+2)$$

egyenletekből adódnak, amelyekben ϱ arányossági tényező, a λ pedig változó paraméter.

A $(\nu-1)$ pontjából megadott felületsor egyenlete

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_\lambda) \equiv$$
$$\equiv (a'_{11}+a''_{11}\lambda)x_1^2+\cdots+(a'_{nn}+a''_{nn}\lambda)x_n^2+2(a'_{12}+a''_{12}\lambda)x_1x_2+\cdots+$$
$$+2(a'_{n-1n}+a''_{n-1n}\lambda)x_{n-1}x_n+2(a'_{1n+1}+a''_{1n+1}\lambda)x_1+\cdots+ \qquad (2)$$
$$+2(a'_{nn+1}+a''_{nn+1}\lambda)x_n+a'_{n+1\,n+2}a''_{n+1\,n+2}\lambda=a.$$

1. **Segédtétel.** *Ha az*

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

változók polynomja az x_1 változóban k_1-edfokú, az x_i-ben k_2-edfokú, az x_n-ben k_n-edfokú és $(k_1+1)(k_2+1)\ldots(k_n+1)$-számú különböző $x_1, x_2, \ldots, x_n$ értékrendszer meghatározta helyen zérussal egyenlő, akkor e polynom összes együtthatói zérussal egyenlők.

Az $n=1$ esetben legyen a polynom

$$f(x) \equiv a_{k_1}x^{k_1}+a_{k_1-1}x^{k_1-1}+\cdots+a_0$$

és legyen

$$\begin{aligned} f(\xi_1) &\equiv a_{k_1}\xi_1^{k_1}+a_{k-1}\xi_1^{k_1-1}+\cdots+a_0=0 \\ f(\xi_2) &\equiv a_{n_1}\xi_2^{n_1}+a_{n-1}\xi_2^{n_1-1}+\cdots+a_0=0 \qquad (3) \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ f(\xi_{k_1+1}) &\equiv a_{k_1}\xi_{k_1+1}^{k_1}+a_{k_1-1}\xi_{k_1+1}^{k_1-1}+\cdots+a_0=0 \end{aligned}$$

és e mellett legyenek a $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{k_1+1}$ egymástól különböző számok. A (3) alatt fölírt egyenletrendszer az $a_{n_1}, a_{n_1-1}, \ldots, a_0$ ismeretlenekre nézve homogén lineár egyenletrendszer, melynek determinánsa

$$\begin{vmatrix} \xi_1^{k_1} & \xi_1^{k_1-1} & \ldots & \xi_1 & 1 \\ \xi_2^{k_1} & \xi_2^{k_1-1} & \ldots & \xi_2 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \xi_{k_1+1}^{k_1} & \xi_{k_1+1}^{k_1-1} & \ldots & \xi_{k_1+1} & 1 \end{vmatrix}$$

az egymástól különböző $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{k_1-1}$ értékek kettenkénti különbözőségeinek szorzatával lévén egyenlő, a zérustól különböző. De akkor a (3) alatti homogén lineár egyenletrendszernek a triviális megoldáson kívül nincsen megoldása és így

$$a_{k_1}=a_{k_1-1}=\cdots=a_0=0.$$

A tételnek akárhány változós polynomokra való bebizonyítása teljes indukcióval könnyen végezhető.

2. **Segédtétel.** *Ha valamely $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ polynom egy nála nem magasabbfokú $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ polynom összes zérushelyein eltűnik, akkor f a F-nek osztója.*

Ha F-et elosztván f-fel a hányados $Q(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ és a f-nél alacsonyabb fokú maradék $R(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, úgyhogy

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, Q(x_1, x_2, \ldots, x_n) + R(x_1, x_2, \ldots x_n)$$

és $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ a f-nek végtelen sok zérus helyeinek egyike, akkor az

$$F(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = f(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)\, Q(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) + R(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$$

egyenlőségből — mivel

$$f(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = 0 \quad \text{és} \quad F(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = 0$$

következik, hogy

$$R(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = 0;$$

de akkor a 1. pont segédtételénél fogva az R polynom minden együtthatója zérussal lévén egyenlő

$$F(x_1, x_2, \ldots x_n) = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, Q(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

azaz f csakugyan a F-nek osztója.

II. A KÉT n-VÁLTOZÓS POLYNOM TÉNYEZŐKRE BONTÁSA.

Az

$$x_1^{(\alpha)}, x_2^{(\alpha)}, \ldots, x_n^{(\alpha)} \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, \nu - 1)$$

értékrendszerek legyenek numerikus értékrendszerek. Azt kérdezzük, miképpen választandó az

$$(x^{(\nu)}) = (x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)})$$

értékrendszer úgy, hogy az I. fejezetben (1) alatt fölírt egyenlet kúpfelületet határozzon meg. Ez akkor és csak akkor fog bekövetkezni, ha $(x^{(\nu)})$ pont az

$$G(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}) \equiv$$

$$\equiv \begin{vmatrix} A_{11}\ (x^{(\nu)}) & A_{12}\ (x^{(\nu)}), \ldots, & A_{1n+1}\ (x^{(\nu)}) \\ A_{21}\ (x^{(\nu)}) & A_{22}\ (x^{(\nu)}), \ldots, & A_{2n+1}\ (x^{(\nu)}) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & \\ A_{n+1}(x^{(\nu)}) & A_{n+12}(x^{(\nu)}), \ldots & A_{n+1\,n+1}(x^{(\nu)}) \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet meghatározta $2(n+1)$-edrendű felületnek pontja.

E kúpfelületek nyilván megegyeznek az I. fejezet (2) alatti egyenletével meghatározott felületsor kúpjaival. A (2) alatti egyenlet a λ paraméternek ama és csak amaz értékei mellett határoz meg kúpfelületet, amelyek az

$$\varphi^{(\lambda)} \equiv \begin{vmatrix} a'_{11} + a''_{11}\lambda, & a'_{12} + a''_{12}\lambda, & \ldots\ a'_{1n+1} + a''_{1n+1}\lambda \\ a'_{12} + a''_{12}\lambda, & a'_{22} + a''_{22}\lambda, & \ldots\ a'_{2n+1} + a''_{2n+1}\lambda \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & & \\ a'_{n+1} + a''_{n+1}\lambda, & a'_{n+12} + a''_{n+1}\lambda, & \ldots\ a'_{n+1\,n+1} + a''_{n+1\,n+1}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

n-edfokú egyenletnek gyökei.

Ha ezek a gyökök

$$\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{n+1},$$

akkor tehát

$$\begin{aligned} f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda_1) &= 0 \\ f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda_2) &= 0 \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot & \\ f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda_{n+1}) &= 0 \end{aligned}$$

egyenletek a felületsor összes kúpfelületeit szolgáltatják. Mint hogy e kúpfelületek mindegyikének összes pontjai egyszersmind a

$$G(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv 0$$

$2(n+1)$-edrendű felületnek pontjai, az I. fejezet 2. segédtétele értelmében $G(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ osztható az $f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda_\alpha)$ $(\alpha = 1, 2, \ldots, n+1)$ függvények mindegyikével, és mivel ezek általánosságban tételenként egymáshoz képest relativ prímek, a következő tétel kimondható.

$G(x_1, x_2, \ldots x_n)$ $2(n+1)$-edfokú polynom a $\varphi(\lambda) = 0$ $(n+1)$-edfokú egyenlet gyökeinek adjunctiója után szétesik $(n+1)$ számú tényező szorzatára, úgyhogy

$$G(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \varepsilon \prod_{\alpha=1}^{n+1} f(x_1, x_2, \ldots, x_n \lambda_\alpha),$$

ahol ε numerikus tényezőt jelent.

Az I. fejezet (1) alatti egyenlete az

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$$

egyenlet paraboloidot akkor és csak akkor határoz meg, ha az $(x^{(\nu)})$ értékrendszer meghatározta pont egyszersmind pontja a

$$g(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}) \equiv$$

$$\equiv \begin{vmatrix} A_{11}(x^{(\nu)}), A_{12}(x^{(\nu)}), \ldots, A_{1n}(x^{(\nu)}) \\ A_{21}(x^{(\nu)}), A_{22}(x^{(\nu)}), \ldots, A_{2n}(x^{(\nu)}) \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ A_{n1}(x^{(\nu)}), A_{n2}(x^{(\nu)}), \ldots, A_{nn}(x^{(\nu)}) \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet meghatározta $2n$-edrendű felületnek.

Más oldalról a

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda) = 0$$

felületsorok csak azok a felületi paraboloidok, amelyeknek egyenletében szereplő λ az

$$\psi(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a'_{11} + a''_{11}\lambda & \ldots & a'_{1n} + a''_{1n}\lambda \\ a'_{21} + a''_{21}\lambda & \ldots & a'_{2n} + a''_{2n}\lambda \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a'_{n1} + a''_{n1}\lambda & \ldots & a'_{nn} + a''_{nn}\lambda \end{vmatrix} = 0$$

n-edfokú egyenletnek gyökei. Ha ennek az egyenletnek gyökei

$$\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n,$$

akkor az

$$f(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}, \mu_\beta) \quad (\beta = 1, 2, \ldots, n)$$

egyenletek a felületsor összes paraboidjait szolgáltatják. Ismét úgy következtetvén mint előbb, a következő tétel adódik:

A $G(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)})$ $2n$-edfokú polynom az n-edfokú egyenlet gyökeinek adjunctiója után szétesik n számú másodfokú polynom szorzatára olyformán, hogy

$$g(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}) = \varepsilon' \prod_{\beta}^{n} \prod_{1} f(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}, \lambda_\beta),$$

ahol ε' numerikus tényező.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. november 18-án tartott üléséből.)

DIE FAKTORENZERLEGUNG ZWEIER KOMPLIZIERTER n-VARIABLIGER POLYNOME.

Von GUSTAV RADOS, Ehrenmitglied.

Ein Wertsystem

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

soll als Punkt des Raumes von n Dimensionen-, die Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_n$ in der angegebenen Reichenfolge dessen Koordinaten genannt werden.

Den Inbegriff aller Punkte, deren Koordinaten die Gleichung

$$\begin{gathered} a_{11}x_1^2 + \cdots + a_{nn}x_n^2 + 2a_{12}x_1x_2 + \cdots + 2a_{n-1n}x_{n-1}x_2 + \\ + 2a_{1n+1}x_1 + \cdots + 2a_{nn+1}x_n + a_{n+1\,n+1} = 0 \\ (a_{ik} = a_{ki}) \end{gathered} \tag{1}$$

befriedigen nenne ich Fläche 2ter Ordnung des Raumes von n Dimensionen.

Die obige Gleichung enthält

$$\nu = \frac{(n+3)n}{2}$$

Konstante, sodaß die Fläche 2ter Ordnung durch ν ihrer Punkte festgelegt ist. Es seien

$$(x^{(\alpha)}) = (x_1^{(\alpha)}, x_2^{(\alpha)}, \ldots, x_n^{(\alpha)}) \qquad (\alpha = 1, 2, \ldots, \nu)$$

ν ihrer Punkte, alsdann kann die Gleichung der Fläche wie folgt angesetzt werden:

$$F(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv$$

$$\equiv \begin{vmatrix} x_1^2 \ldots x_n^2 & x_1 x_2 & \ldots x_{n-1} x_n & x_1 & \ldots x_n & 1 \\ x_1^{(1)2} \ldots x_n^{(1)2} & x_1^{(1)} x_2^{(1)} & \ldots x_{n-1}^{(1)} x_n^{(1)} & x_1^{(1)} & \ldots x_n^{(1)} & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_1^{(\nu)2} \ldots x_n^{(\nu-1)2} & x_1^{(\nu-1)} x_2^{(\nu-1)} & \ldots x_{n-1}^{(\nu-1)} x_n^{(\nu-1)} & x_1^{(\nu-1)} & \ldots x_n^{\nu-1} & 1 \\ x_1^{(\nu)2} \ldots x_n^{(\nu)2} & x_1^{(\nu)} x_2^{(\nu)} & \ldots x_{n-1}^{(\nu)} x_n^{(\nu)} & x_1^{(\nu)} & \ldots x_n^{(\nu)} & 1 \end{vmatrix} =$$

$$\equiv A_{11}(x^{(\nu)}) x_1^2 + \cdots + A_{nn}(x^{(\nu)}) x_n^2 + 2A_{12}(x^{(\nu)}) x_1 x_2 + \cdots +$$
$$+ 2A_{n-1n}(x^{(\nu)}) x_{n-1} x_n + 2A_{1n+1}(x^{(\nu)}) x_1 + \cdots + \qquad (2)$$
$$+ 2A_{nn+1}(x^{(\nu)}) x_n + A_{n+1\,n+1}(x^{(\nu)}) = 0,$$

wo $x_1, x_2, \ldots, x_n$ die kurrenten Koordinaten-, $A_{ik}(x^{(\nu)})$ Polynome 2ter Grader der Variablen $x_1, x_1^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)}$ sind.

Die durch die Gleichung (1) bestimmte Fläche soll Kegelfläche heissen wenn die Determinente

$$\text{Det.}\,(a_{ik})_{(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n,\,n+1)}$$

gleich Null ist und Paraboloid genannt werden, wenn

$$\text{Det.}\,(a_{ik})_{(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n)} = 0$$

ist.

Das durch die $\nu-1$ Punkte

$$x_1^{(\beta)}, x_2^{(\beta)}, \ldots, x_n^{(\beta)}$$
$$(\beta=1,\,2,\ldots,\,\nu-1)$$

bestimmte Flächenbüschel sei durch die Gleichung

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n, \lambda) \equiv$$
$$\equiv (a'_{11}+a''_{11}\lambda) x_1^2 + \cdots + (a'_{nn}+a''_{nn}\lambda) x_n^2 + 2(a'_{12}+a''_{12}\lambda) x_1 x_2 + \cdots +$$
$$+ 2(a'_{n+1n}+a''_{n-1n}\lambda) x_{n-1} x_n + 2(a'_{1n+1}+a''_{1n+1}\lambda) x_1 + \cdots + \qquad (3)$$
$$+ (a'_{nn+1}+a''_{nn+1}\lambda) x_n + a'_{n+1\,n+1} + a''_{n+1\,n+1}\lambda = 0$$

gegeben.

Bezeichnet mann schliesslich die Determinante $(n+1)^{\text{ten}}$ Grades

$$\text{Det.}\,[A_{ik}(x^{(\nu)})] = G(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)})$$
$$(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n,\,n+1)$$

ferner die Determinente ν^{ten} Grades

$$\text{Det.}\,[A_{ik}(x^{(\nu)})] = g(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)}, \ldots, x_n^{(\nu)})$$
$$(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n)$$

und die Wurzeln der Gleichung $(n+1)^{\text{ten}}$ Grades

$$\underset{(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n,\,n+1)}{\text{Det.}}\,[a'_{ik}+a''_{ik}\lambda]=0 \tag{4}$$

durch

$$\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_n,\ \lambda_{n+1}$$

ferner die Wurzeln der Gleichung n^{ten} Grades

$$\underset{(i,\,k=1,\,2,\ldots,\,n)}{\text{Det.}}\,[a'_{ik}+a''_{ik}\mu]=0 \tag{5}$$

durch

$$\mu_1,\ \mu_2,\ldots,\ \mu_n,$$

so hat man, wie ein der vorstehenden Note in ungarischer Sprache nachgewiesen wird, die folgenden Faktorenzerlegungen:

1. *Das polynom* $2(n+1)^{ten}$ *Grades* $G(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n^{(\nu)})$ *zerfällt nach Adjunktion der Wurzeln der Gleichung* (4) *in* $n+1$ *Faktoren* 2ten *Grades, so daß*

$$G(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n^{(\nu)})=\varepsilon\prod_{\alpha=1}^{n+1} f(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n^{(\nu)}, \lambda_\alpha),$$

wo ε *einer numerischen Faktor bedeutet.*

2. *Das Polynom* $2n^{ten}$ *Grades* $g(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n^{(\nu)})$ *zerfällt nach Adjunktion der Wurzeln der Gleichung* (5) *in* n *Faktoren* 2ten *Grades, so daß*

$$g(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n^{(\nu)})=\varepsilon'\prod_{\beta=1}^{n} f(x_1^{(\nu)}, x_2^{(\nu)},\ldots, x_n, \mu_\beta)$$

ist, wobei ε' *einen numerischen Faktor bedeutet.*

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. Nov. 1940.)

AZ n-MÉRETŰ EUKLIDESI TÉR GÖRBÉINEK SÍMULÓGÖMBJEIRŐL.

EGERVÁRY JENŐ-től.

Ha egy térgörbén, valamely reguláris pontjának elég kis környezetében, négy különböző pontot veszünk fel, úgy ezek nem feküsznek egy síkban, tehát egy véges sugarú gömböt határoznak meg. Ezen gömb határhelyzetét akkor, ha a négy pont egymástól függetlenül a görbe P pontjához konvergál, tudvalevőleg a térgörbe P pontjához tartozó símulógömbnek nevezzük.

Ezen símulógömb R_2 sugara a térgörbe $\frac{1}{\varrho_1}$ és $\frac{1}{\varrho_2}$ görbületeivel és ezeknek az s ívhossz szerinti deriváltjaival tudvalevőleg következőképpen fejezhető ki:

$$R_2^2 = \varrho_1^2 + \left(\frac{d\varrho_1}{ds}\right)^2 \varrho_2^2. \tag{1}$$

A símulógömb középpontjának elmozdulását pedig a

$$\left(R_2^2 - \varrho_1^2\right)\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2 = R_2^2\left(\frac{dR_2}{ds}\right)^2 \tag{2}$$

egyenlet határozza meg, hol $d\sigma$ a símulógömbök középpontjai által alkotott polus-görbének a ds-hez tartozó íveleme.

Ha tehát a símulógömb R_2 sugara állandó, akkor a görbe

vagy szferikus $\left(\frac{d\sigma}{ds} = 0\right)$,

vagy ú. n. csavart kör $(\varrho_1 = R_2 = \text{const.})$.[1]

---

[1] A símulógömb idézett tulajdonságaira nézve l. pl. E. Cesàro — G. Kowalewsky, Lehrb. d. alg. Analysis (1904) p. 623—627.

A négyméretű térgörbék simulógömbjének R_3 sugarát, mint a görbületek függvényét, J. G. HARDY[2] adta meg a

$$R_3^2=\varrho_1^2+\varrho_2^2\left(\frac{d\varrho_1}{ds}\right)^2+\varrho_3^2\left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2}+\frac{d}{ds}\,\varrho_2\,\frac{d\varrho_1}{ds}\right)^2 \tag{3}$$

alakban.

Az n-méretű térgörbék különböző méretű simulógömbjeinek sugarai közt C. BRUNEL[3] állapított meg rekurrens relációkat.

Jelen dolgozat célja az n-méretű euklidesi tér görbéihez tartozó különböző méretű simulógömbök vizsgálata, elsősorban a háromméretű térgörbék simulógömbjeire vonatkozó, fent idézett tételeknek n-méretű térre való általánosítása. A dolgozatban foglalt főbb eredmények a következők:

Ha az n-méretű tér valamely rektifiálható görbéjét az s ívhossz szerint n-szer folytonosan differenciálható

$$x_1=x_1(s),\ x_2=x_2(s),\dots\ x_n=x_n(s) \tag{4}$$

koordináták határozzák meg,

ha továbbá $P(s_0)$ a görbének reguláris pontja, melyre nézve a

$$G_k=\begin{vmatrix} X_{11} & X_{12}\cdots & X_{1k} \\ X_{21} & X_{22}\cdots & X_{2k} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ X_{k1} & X_{k2}\cdots & X_{kk} \end{vmatrix}\qquad X_{ij}=\sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)}\,x_\nu^{(j)} \quad (k=1,2,\dots n) \tag{5}$$

GRAM-féle determinánsok egyike sem tűnik el, akkor:

a görbén, annak $P(s_0)$ pontja környezetében felvett $P(s_1)\dots P(s_{k+1})$ pontokon átmenő $k-1$ méretű gömb határhelyzete $P(s_\varkappa)\to P(s_0)$ esetén a $P(s_0)$ ponthoz tartozó $k-1$ méretű simulógömb, melynek R_{k-1} sugara, mint a koordináták deriváltjainak függvénye, a

$$\begin{vmatrix} -R_{k-1}^2 & q' & q'' & \dots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1k} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ q^{(k)} & X_{k1} & X_{k2} & \dots & X_{kk} \end{vmatrix}=0 \quad (k=2,3\dots n) \tag{6}$$

---

[2] J. G. HARDY, Curves of triple curvature, American Journ. of Math. 24 (1902) p. 13—38.

[3] C. E. A. BRUNEL, Sur les propriétés métriques des courbes gauches dans un espace à n dimensions, Math. Ann. 1882 (19) p. 37—56.

egyenlettel van meghatározva, ahol

$$q^{(\varkappa)} = \frac{1}{2} \frac{\partial^{\varkappa}}{\partial s^{\varkappa}} \sum_{\nu=1}^{n} \left[x_\nu(s) - x_\nu(t) \right]^2_{t=s}$$

és X_{ij} a (5)-ben adott jelentéssel bír.

Ennek alapján a simulógömbök és a görbületek közt a következő összefüggést állapítjuk meg:

$$R_{k+1}^2 = R_k^2 + \frac{R_k^2}{R_k^2 - R_{k-1}^2} \left(\frac{dR_k}{ds} \right)^2 \varrho_{k+1}^2 \quad \overset{(k=1,2,\ldots n-2)}{(R_0=0,\ R_1=\varrho_1)}, \tag{7}$$

mely nyilván az (1) reláció közvetlen általánosítása.

Kimutatjuk továbbá, hogy az n-méretű térben a (2) relációnak következő általánosítása érvényes:

$$(R_{n-1}^2 - R_{n-2}^2) \left(\frac{d\sigma}{ds} \right)^2 = R_{n-1}^2 \left(\frac{dR_{n-1}}{ds} \right)^2, \tag{8}$$

ahol $d\sigma$ a polus-görbe ds-hez tartozó ívelemét jelenti.

Ha tehát az $n-1$ méretű simulógömb R_{n-1} sugara állandó, akkor

vagy a görbe hiperszférikus,[4]

vagy a görbe $n-2$ méretű simulógömbjének R_{n-2} sugara szintén állandó, és $R_{n-2} = R_{n-1}$.

A (7) relációk által az $\frac{1}{\varrho_k}$ görbületek közvetlenül a simulógömbök R_k sugarai által vannak kifejezve. Ha viszont a simulógömb sugarát kívánjuk a görbületek által kifejezni, akkor célszerű a $\Delta_k = \pm \sqrt{R_k^2 - R_{k-1}^2}$, $(k=1, 2, \ldots n-1)$ mennyiségeket (Δ_k az ugyanazon ponthoz tartozó k és $k-1$ méretű simulógömbök középpontjainak távolsága) bevezetni, melyek a következő az általánosított FRENET-formulákhoz analog relációkat elégítik ki:

$$\begin{aligned}
\frac{d\Delta_1}{ds} &= \frac{\Delta_2}{\varrho_2} \\
\frac{d\Delta_2}{ds} &= -\frac{\Delta_1}{\varrho_2} + \frac{\Delta_3}{\varrho_3} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{d\Delta_{n-1}}{ds} &= -\frac{\Delta_{n-2}}{\varrho_{n-1}} + \frac{d\sigma}{ds}
\end{aligned} \tag{9}$$

[4] Azaz $n-1$ méretű gömbön fekszik.

Ha ezen relációk alapján a Δ_k mennyiségeket, mint a görbületek és azok deriváltjainak függvényeit meghatároztuk, akkor

$$R_k^2 = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_k^2, \tag{10}$$

mely egyenlet pl. a $k = 3$ speciális esetben R_3-nak fentebb idézett, HARDY-tól származó (3) kifejezését szolgáltatja.

I. Az $x_\nu = x_\nu(s)$ görbe valamely reguláris $P(s_0)$ pontjához tartozó k-méretű símulógömb alatt értjük a $P(s_0)$ környezetében felvett $P(s_1)$, $P(s_2)$,... $P(s_{k+2})$ pontokon átmenő k-méretű gömb határhelyzetét, midőn azok egymástól függetlenül $P(s_0)$-hoz konvergálnak. A $P(s_1)$... $P(s_{k+2})$ pontokon átmenő k-méretű gömb R sugara tudvalevőleg[5] a

$$-2R^2 = \frac{\begin{vmatrix} \overline{P_iP_j^2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \overline{P_iP_j^2} \end{vmatrix}} \qquad \overline{P_iP_j^2} = \sum_{\nu=1}^{n} [x_\nu(s_i) - x_\nu(s_j)]^2 \tag{11}$$

$$(i, j = 1, 2, \ldots k+2)$$

egyenletből adódik.

II. A $P_i \to P_0$ határátmenet elvégzése céljából egy H. A. SCHWARZ-tól származó tételt[6] általánosítunk több változó esetére a következő módon:

Legyen az $f(s, t)$ egyértékű valós kétváltozós függvény az (s_0, t_0) helyen $\dfrac{\partial^{i+j} f(s, t)}{\partial s^i \partial t^j}$ $(i, j = 1, 2, \ldots n)$ parciális deriváltjaival együtt folytonos, akkor az idézett SCHWARZ-féle tételt előbb az s, azután a t független változóra vonatkozólag alkalmazva nyerjük, hogy

---

[5] L. pl. Encykl. d. math. Wissenschaften, III. B. SEGRE, Mehrdimensionale Räume.

$\begin{vmatrix} o & b_i \\ c_j & a_{ij} \end{vmatrix}$ a $\begin{vmatrix} o & b_1 \ldots b_n \\ c_1 & a_{11} \ldots a_{1n} \\ c_n & a_{n1} \ldots a_{nn} \end{vmatrix}$ determináns szokásos rövidített jelölése.

[6] H. A. SCHWARZ, Verallgemeinerung eines analytischen Fundamentalsatzes. Ges. math. Abh. Bd. 2, p. 296—302.

$$\frac{\begin{vmatrix} f(s_1t_1)\dots f(s_1t_n) \\ \dots\dots\dots\dots \\ f(s_nt_1)\dots f(s_nt_n) \end{vmatrix}}{\Pi(s_i-s_j)(t_i-t_j)} = \frac{\begin{vmatrix} f(\sigma_1\tau_1) & \dots & f_{t^n}^{(n)}(\sigma_1\tau_n) \\ \dots\dots\dots\dots & & \dots\dots\dots\dots \\ f_{s^n}^{(n)}(\sigma_n\tau_1) & \dots & f_{s^nt^n}^{(2n)}(\sigma_n\tau_n) \end{vmatrix}}{[1!\,2!\dots(n-1)!]^2} \tag{12}$$

$$\min s_\nu \leqq \sigma_\nu \leqq \max s_\nu, \quad \min t_\nu \leqq \tau_\nu \leqq \max t_\nu,$$

tehát a $f(s, t)$ függvényre vonatkozó feltételek szerint:

$$\lim_{\substack{s_\nu \to s_0 \\ t_\nu \to t_0}} \frac{\begin{vmatrix} f(s_1t_1)\dots f(s_1t_n) \\ \dots\dots\dots\dots \\ f(s_nt_1)\dots f(s_nt_n) \end{vmatrix}}{\Pi(s_i-s_j)(t_i-t_j)} = \frac{\begin{vmatrix} f(s_0t_0) & \dots & f_{t^n}^{(n)}(s_0t_0) \\ \dots\dots\dots\dots & & \dots\dots\dots\dots \\ f_{s^n}^{n}(s_0t_0)\dots & & f_{s^nt^n}^{(2n)}(s_0t_0) \end{vmatrix}}{[1!\,2!\dots(n-1)!]^2}$$

III. Ezen eredményt az $f(s, t) = \overline{P(s)\,P(t)}^2 = \sum_{\nu=1}^{n} [x_\nu(s)-x_\nu(t)]^2$ függvényre alkalmazva, a $k-1$ méretű símulógömb R_{k-1} sugarának a következő kifejezését nyerjük:

$$R_{k-1}^2 = -\frac{1}{2}\lim_{P_t \to P_0} \frac{\begin{vmatrix} \overline{P_iP_j}^2 & \\ 0 & 1 \\ 1 & \overline{P_iP_j}^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \overline{P_iP_j}^2 \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & q' & \dots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q^{(k)} & X_{k1} & \dots & X_{kk} \end{vmatrix}}{G_k} \tag{13}$$

ahol

$$q^{(\varkappa)} = \frac{1}{2}\frac{\partial^\varkappa}{\partial s^\varkappa}\sum_{\nu=1}^{n}\Big[x_\nu(s)-x_\nu(t)\Big]_{t=s}^2$$

és mint eddig

$$X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)} x_\nu^{(j)} \quad \text{és} \quad G_k = \begin{vmatrix} X_{11}\dots X_{1k} \\ \dots\dots\dots \\ X_{k1}\dots X_{kk} \end{vmatrix}$$

IV. A

$$Q_k = \begin{vmatrix} q & q' & \dots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q^{(k)} & X_{k1} & \dots & X_{kk} \end{vmatrix} \tag{14}$$

rövidítéssel

$$R_k^2 - R_{k-1}^2 = \frac{Q_k}{\dfrac{\partial Q_k}{\partial q}} - \frac{Q_{k+1}}{\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial q}} =$$

$$= \frac{\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial X_{k+1,\,k+1}} \cdot \dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial q} - Q_{k+1} \dfrac{\partial^2 Q_{k+1}}{\partial q \partial X_{k+1,\,k+1}}}{\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial q} \dfrac{\partial^2 Q_{k+1}}{\partial q \partial X_{k+1,\,k+1}}} \quad [7]$$

tehát egy JACOBI-tól származó tétel [8] alapján:

$$R_k^2 - R_{k-1}^2 = \frac{\left(\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial q^{(k+1)}}\right)^2}{G_{k+1} G_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots n-1) \tag{15}$$

megegyezésben azzal a geometriailag evidens ténnyel, hogy ugyanazon ponthoz tartozó különböző méretű simulógömbök sugara a méretszámmal növekszik.

V. A simulógömb sugarának az ívhossz szerinti deriváltjának kiszámítása céljából elsősorban utalunk arra, hogy az I_{k-1}^2 (13) alatti kifejezésének számlálójában szereplő szegélyezett GRAM-féle determináns deriváltja: [9]

$$\frac{dQ_k}{ds} \quad \frac{d}{ds}\begin{vmatrix} 0 & q' & \ldots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \ldots & X_{1k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ q^{(k)} & X_{k1} & \ldots & X_{kk} \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 0 & q' & \ldots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \ldots & X_{1k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ q^{(k+1)} & X_{k+1,1} & \ldots & X_{k+1,k} \end{vmatrix} =$$

$$= 2 \frac{\partial Q_{k+1}}{\partial X_{k+1,\,k}},$$

---

[7] Amennyiben a_{ij} az A determináns egyik eleme, $\dfrac{\partial A}{\partial a_{ij}}$ az egész dolgozat folyamán az a_{ij}-hez tartozó aldeterminánst jelenti.

[8] Ha $A = |a_{ij}|$, akkor

$$\frac{\partial A}{\partial a_{ij}} \frac{\partial A}{\partial a_{kl}} - \frac{\partial A}{\partial a_{il}} \frac{\partial A}{\partial a_{kj}} = A \frac{\partial^2 A}{\partial a_{ij} \partial a_{kl}}.$$

L. pl. PASCAL, Repertorium der höheren Math. Bd. I, 1, p. 61.

[9] Minthogy

$$Q_k = \begin{vmatrix} 0 & q' & \ldots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \ldots & X_{1k} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ q^{(k)} & X_{k1} & \ldots & X_{kk} \end{vmatrix} = -\sum_{(\varkappa)} \begin{vmatrix} x'_{\varkappa_1} & x'_{\varkappa_2} & \ldots & x'_{\varkappa_{k-1}} & q' \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x^{(k)}_{\varkappa_1} & x^{(k)}_{\varkappa_2} & \ldots & x^{(k)}_{\varkappa_{k-1}} & q^{(k)} \end{vmatrix}^2$$

tehát

$$-R_{k-1}\frac{dR_{k-1}}{ds}=\frac{\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial X_{k+1,k}}\cdot\dfrac{\partial G_{k+1}}{\partial X_{k+1,k+1}}-\dfrac{\partial G_{k+1}}{\partial X_{k+1,k}}\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial X_{k+1,k+1}}}{G_k^2}=$$

$$=-\frac{\dfrac{\partial Q_{k+1}}{\partial q^{(k+1)}}\cdot\dfrac{\partial Q_k}{\partial q^{(k)}}}{G_k^2} \tag{16}$$

VI. A görbéhez tartozó $n-1$ méretű simulógömbök középpontjainak mértani helyét (éppúgy, mint a háromméretű térben) az adott görbe pólusgörbéjének nevezzük.

Az $n-1$ méretű simulógömb középpontjának koordinátái:[10]

$$\xi_\nu=\frac{\partial W}{\partial x_\nu^{(n+1)}}:\frac{\partial W}{\partial q^{(n+1)}},$$

---

tehát

$$\frac{dQ}{ds}=-2\sum_{(x)}\begin{vmatrix} x'_{x_1} & \dots & x'_{x_{k-1}} & q' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x^{(k-1)}_{x_1} & \dots & x^{(k-1)}_{x_{k-1}} & q^{(k-1)} \\ x^{(k)}_{x_1} & \dots & x^{(k)}_{x_{k-1}} & q^{(k)} \end{vmatrix}\cdot\begin{vmatrix} x_{x_1} & \dots & x'_{x_{k-1}} & q' \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x^{(k-1)}_{x_1} & \dots & x^{(k-1)}_{x_{k-1}} & q^{(k-1)} \\ x^{(k+1)}_{x_1} & \dots & x^{(k+1)}_{x_{k-1}} & q^{(k+1)} \end{vmatrix}=$$

$$=2\begin{vmatrix} 0 & q' & \dots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q^{(k-1)} & X_{1,k-1} & \dots & X_{k,k-1} \\ q^{(k+1)} & X_{1,k+1} & \dots & X_{k,k+1} \end{vmatrix}$$

q. e. d.

[10] Pólusgörbe alatt értjük az $n-1$ dimenziós oszkullálógömbök középpontjainak mértani helyét. Az $n-1$ dimenziós oszkulláló gömb középpontjának koordinátái: (l. H. A. Schwarz l. c.)[6]

$$\xi_\nu=\frac{\partial W_{n+1}}{\partial x_\nu^{(n+1)}}:\frac{\partial W_{n+1}}{\partial q^{(n+1)}},$$

ahol $W_{n+1}=W(q', x'_1, \dots x'_n)$ a $q', x'_1, x'_2, \dots x'_n$ függvények Wronski-féle determinánsa. E szerint

$$\frac{d\xi_\nu}{ds}=\frac{\dfrac{\partial W_{n+1}}{\partial x_\nu^{(n)}}\dfrac{\partial W_{n+1}}{\partial q^{(n+1)}}-\dfrac{\partial W_{n+1}}{\partial x_\nu^{(n+1)}}\dfrac{\partial W_{n+1}}{\partial q^{(n)}}}{\left(\dfrac{\partial W_{n+1}}{\partial q^{(n+1)}}\right)^2}=W_{n-1}\frac{\dfrac{\partial^2 W_{n+1}}{\partial x_\nu^{(n)}\partial q^{(n+n)}}}{G_n}$$

és

$$\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2=\sum_{\nu=1}^{n}\left(\frac{d\xi_\nu}{ds}\right)^2=\frac{W_{n+1}^2}{G_n^2}\begin{Vmatrix} x'_1 & x'_2 & \dots & x'_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^{(n-1)} & x_2^{(n-1)} & \dots & x_n^{(n-1)} \end{Vmatrix}^2=\frac{W_{n+1}^2 G_{n-1}}{G_n^2}.$$

ahol

$$W = W(q', x_1', \ldots x_n')$$

a

$$q = \frac{1}{2}(x_1^2 + \ldots, x_n^2), \quad x_1, \ldots x_n$$

függvények deriváltjainak WRONSKI-féle determinánsa. Ebből rövid számítással[10] adódik, hogy

$$\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2 = \sum_{\nu=1}^{n}\left(\frac{d\xi_\nu}{ds}\right)^2 = \frac{W^2 G_{n-1}}{G_n^2} = \frac{\left(\frac{\partial Q_{n+1}}{\partial q^{(n+1)}}\right)^2 G_{n-1}}{G_n^2} \qquad (17)$$

ahol $d\sigma$ a pólusgörbe ds-nek megfelelő ívelemét jelenti.

VII. Az R_k símulógömb-sugarak és az $\frac{1}{\varrho_k}$ görbületek közt a koordináta rendszertől független relációkat nyerhetünk, ha a GRAM-féle determinánsokat (15) és (16)-ból az

$$\frac{1}{\varrho_k^2} = \frac{G_{k+1}G_{k-1}}{G_k^2}$$[11]

egyenlet figyelembevételével eliminálјuk:

$$R_k^2\left(\frac{dR_k}{ds}\right)^2 = \frac{(R_{k+1}^2 - R_k^2)(R_k^2 - R_{k-1}^2)}{\varrho_{k+1}^2}, \quad (k = 1, 2, \ldots n-2). \qquad (18,7')$$

Ezen relációk, melyek a görbületeknek a símulógömb sugarak által való kifejezését adják, egy elemi stereometriai tételből[12] határátmenettel is származtathatók.

---

[11] Az $\frac{1}{\varrho_k}$ görbületeknek a szövegben idézett kifejezését illetőleg l. pl. EGERVÁRY J., Az n-méretű euklidesi tér görbéinek görbületeiről, Math. és Term. Tud. Értesítő, ez évi kötetében.

[12] Ugyanis egy $(P_1P_2\ldots P_{k+1}P_{k+2})$ szimplex köré írt k-dimenziós gömb r_k sugrra, továbbá a $(P_1P_2\ldots P_{k+1})$, $(P_2\ldots P_{k+1}P_{k+2})$, ill. $(P_2\ldots P_{k+1})$ szimplexek köré irt $k-1$, ill. $k-2$ dimenziós gömbök r_{k-1}, r'_{k-1}, ill. r_{k-2} sugarai közt egy a húrnégyszögre vonatkozó elemi tétel alapján a következő összefüggés áll fenn

$$r_k^2 - r_{k-2}^2 =$$

$$= \frac{\left(\sqrt{r_{k-1}^2 - r_{k-2}^2} - \sqrt{r_{k-1}'^2 - r_{k-2}^2}\right)^2 + 4\sqrt{(r_{k-1}^2 - r_{k-2}^2)(r_{k-1}'^2 - r_{k-2}^2)}\sin^2\frac{\eta}{2}}{\sin^2\eta}$$

hol η a $(P_1P_2\ldots P_{k+1})$ és $(P_2\ldots P_{k+1}P_{k+2})$ szimplexek által bezárt szög. Ebből határátmenettel közvetlenül a (18) egyenlet adódik.

Továbbá (17)-ból (15) és (16) figyelembevételével következik, hogy

$$R_{n-1}^2 \left(\frac{dR_{n-1}}{ds}\right)^2 = (R_{n-1}^2 - R_{n-2}^2)\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2. \tag{8}$$

VIII. A (18, 8) relációk alapján egy, a hárommérétű tér görbéire vonatkozó ismert tétel következő általánosítását nyerjük:

Ha az n-méretű tér görbéjéhez tartozó $n-1$ méretű símulógömb R_{n-1} sugara állandó, akkor

vagy a görbe hiperszférikus, azaz egy $n-1$ méretű gömbre van írva $\left(\frac{d\sigma}{ds} = 0\right)$

vagy a görbe $n-2$ méretű símulógömbjének R_{n-2} sugara R_{n-1}-gyel egyenlő állandó $(R_{n-1}^2 - R_{n-2}^2 = 0)$.

Ha a görbe k méretű símulógömbjének R_k sugara állandó, akkor ezzel egyidejűleg vagy a $k+1$, vagy a $k-1$ méretű símulógömb sugara szintén állandó.

IX. Minthogy a k-méretű símulógömb az ugyanazon ponthoz tartozó $k-1$ méretűt tartalmazza, tehát középpontjaiknak távolsága $\sqrt{R_k^2 - R_{k-1}^2}$.

A
$$\Delta_k = \sqrt{R_k^2 - R_{k-1}^2}\ \operatorname{sgn} \frac{\partial Q_{k+1}}{\partial q^{(k+1)}}$$

mennyiségeket bevezetve tehát

$$R_k^2 = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_k^2, \tag{10}$$

továbbá (16) (18) szerint

$$R_k \frac{dR_k}{ds} - R_{k-1} \frac{dR_{k-1}}{ds} = \frac{\Delta_{k+1}\Delta_k}{\varrho_{k+1}} - \frac{\Delta_k \Delta_{k-1}}{\varrho_k},$$

azaz

$$\frac{d\Delta_k}{ds} = -\frac{\Delta_{k-1}}{\varrho_k} + \frac{\Delta_{k+1}}{\varrho_{k+1}} \quad {}^{(k=1,2,\ldots,n-2)} \quad \Delta_0 = 0,\ \Delta_1 = \varrho_1 \tag{19}$$

és (16), (8) szerint

$$\frac{d\Delta_{n-1}}{ds} = -\frac{\Delta_{n-2}}{\varrho_{n-1}} + \frac{d\sigma}{ds}, \tag{19'}$$

vagyis a Δ_k mennyiségek az általánosított FRENET-féle egyenletekhez analog relációknak tesznek eleget.

A (19) egyenlet

$$\Delta_{k+1} = \frac{\varrho_{k+1}}{\varrho_k}\,\Delta_{k-1} + \varrho_{k+1}\,\frac{d\Delta_k}{ds}$$

alakban írva, a Δ_k mennyiségeknek a görbületek által való rekurzív kifejezésére alkalmas:

$$\Delta_1 = \varrho_1$$

$$\Delta_2 = \varrho_2\,\frac{d\varrho_1}{ds}$$

$$\Delta_3 = \varrho_3\left(\frac{\varrho_1}{\varrho_2} + \frac{d}{ds}\,\varrho_2\,\frac{d\varrho_1}{ds}\right).$$

. . . . . .

Ezek alapján az (10) egyenletből $k = 2$ esetben a háromméretű térre vonatkozó közismert (1) kifejezés, $k = 3$ esetben pedig R_3-nek fentebb idézett, J. G. HARDYtől származó (3) kifejezése adódik.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. okt. 23-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE SCHMIEGUNGSKUGELN DER KURVEN DES n-DIMENSIONALEN EUKLIDISCHEN RAUMES.

Von E. EGERVÁRY.

In vorliegender Arbeit wird eine von H. A. SCHWARZ herrührende Grenzwertsatz auf Funktionen von zwei Variabeln erweitert und mit dessen Hilfe der folgende Ausdruck für den Radius R_{k-1} der $k-1$-dimensionalen Schmiegungskugel abgeleitet:

$$R_{k-1}^2 = -\frac{\begin{vmatrix} & q' & \dots & q^{(k)} \\ q' & X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q^{(k)} & X_{k1} & \dots & K_{kk} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \dots & \dots & \dots \\ X_{k1} & \dots & X_{kk} \end{vmatrix}}, \qquad X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)} x_\nu^{(j)}$$

$$(k = 2, 3, \dots n)$$

wo

$$q^{(k)} = \frac{1}{2} \frac{\partial^k}{\partial s^k} \sum_{\nu=1}^{n} \left[x_\nu(s) - x_\nu(t) \right]_{t=s}^2$$

bedeutet.

Die Elimination der Derivierten der Koordinaten ergibt folgenden Zusammenhang zwischen den Krümmungen $\frac{1}{\varrho_k}$ und den Schmiegungskugelradien

$$R_k^2 \left(\frac{dR_k}{ds} \right)^2 = \frac{(R_{k+1}^2 - R_k^2)(R_k^2 - R_{k-1}^2)}{\varrho_{k+1}^2}, \quad (R_0 = 0, \; R_1 = \varrho_1)^{(k=1, 2, \dots n-2)}$$

Diese Gleichung kann auch direkt auf Grund von elementaren stereometrischan Sätzen durch Grenzübergang abgeleitet werden. Für $k = n - 1$ tritt an die Stelle dieser Gleichung

$$R_{n-1}^2 \left(\frac{dR_{n-1}}{ds}\right)^2 = (R_{n-1}^2 - R_{n-2}^2)\left(\frac{d\sigma}{ds}\right)^2$$

wo $d\sigma$ die Entfernung der Mittelpunkten von zwei benachbarten Schmiegungshyperkugeln bedeutet.

Aus diesen Gleichungen folgt unmittelbar, dass bei konstantem R_{n-1} die Kurve entweder hypersphärisch ist, oder gleichzeitig mit R_{n-1} auch R_{n-2} konstant ist. (ähnliches gilt für $R_k = \text{const.}$, $k = 2, 3, \ldots n-2$).

Die mit geeigneten Vorzeichen versehene Grössen $\Delta_k = \pm\sqrt{R_k^2 - R_{k-1}^2}$ $(k = 1, 2, \ldots n-1)$ genügen den Relationen:

$$\frac{d\Delta_k}{ds} = -\frac{\Delta_{k-1}}{\varrho_k} + \frac{\Delta_{k+1}}{\varrho_{k+1}} \quad {}^{(k=1,2,\ldots n-2)} \quad \Delta_0 = 0, \ \Delta_1 = \varrho_1$$

$$\frac{d\Delta_{n-1}}{ds} = -\frac{\Delta_{n-2}}{\varrho_{n-1}} + \frac{d\sigma}{ds}$$

welche eine bemerkenswerte Analogie zu den verallgemeinerten Frenetschen Gleichungen aufweisen.

Werden $\Delta_1, \Delta_2, \ldots$ auf Grund von diesen Relationen, als Funktion der Krümmungen $\frac{1}{\varrho_k}$ und ihrer Derivierten ausgedrückt, so wird

$$R_k^2 = \Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \cdots + \Delta_k^2.$$

Im speciellen Falle $n = 4$, $k = 3$ erhält man auf dieser Weise einen von J. G. HARDY angegebenen Ausdruck von R_3.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 23. Okt. 1939.)

AZ n-MÉRETŰ EUKLIDESI TÉR GÖRBÉIRŐL.

EGERVÁRY JENŐ-től.

Térgörbék görbülete, illetve torziója tudvalevőleg értelmezhető mint az érintő, illetve binormális kontingenciaszögének az ívelemhez való viszonya. Az n-méretű euklidesi tér görbéinek görbületei a régebbi idevágó vizsgálatokban analóg módon vannak értelmezve és pedig a W. F. MEYER,[1] valamint J. G. HARDY[2] által adoptált értelmezés szerint a k-dik görbület a kísérő n-éder k-dik tengelyének kontingencia szöge és az ívelem közti viszonyszámmal egyenlő. A görbület ezen értelmezésénél kifogásolható, hogy a FRENET-féle formulák és egyéb differenciálgeometriai összefüggések elvesztik a háromméretű tér esetén mutatkozó egyszerűségüket és szimmetriájukat.

Nyilván erre való tekintettel W. BLASCKE a RIEMANN-féle tér görbéire vonatkozó vizsgálataiban[3] a görbületeket pusztán formálisan definiálja, mint az általánosított FRENET-féle formulákban fellépő koefficienseket.

Jelen dolgozatban ki fogjuk mutatni, hogy ha a k-dik görbületet mint a k méretű símuló hipersík kontingenciaszögének az ívelemhez való viszonyát értelmezzük, akkor

1. ezen görbületek húrszimplexek élhosszainak egy elemi

---

[1] W. Fr. MEYER, Ausdehnung der Frenet-schen Formeln auf den R_n. Deutsche math. Ver 19., (1910) p. 160—169.

[2] J. G. HARDY, Curves of triple curvature, American Journ. of Math. 24., (1902) p. 13—38.

[3] W. BLASCHKE, Frenets Formeln für den Raum von Riemann, Math. Zeitschr. 6., (1920) p. 94—99.

függvényéből határátmenettel ugyanúgy származtathatók, mint a közönséges görbület húrháromszögből a közismert

$$\frac{1}{\varrho_1} = \lim_{P_x \to P} \frac{4\overline{P_1P_2P_3}}{\overline{P_2P_3} \cdot \overline{P_3P_1} \cdot \overline{P_1P_2}}$$

formula alapján, tehát távolságfogalom bevezetésével metrizált terekben is értelmezhetők;

2. a megfelelő differenciálgeometriai feltételeknek eleget tevő görbék esetén ezen görbületek, mint a koordináták deriváltjainak függvényei a BLASCHKE-féle görbületekkel egyeznek, tehát ezeknek alapulvétele esetén a FRENET-féle formulák, továbbá a símuló gömbök és a görbületek közti összefüggések megtartják a háromméretű térnél mutatkozó egyszerű és szimmetrikus alakjukat. Dolgozatunk idevágó főeredménye a következő:

Ha az n-méretű euklidesi tér egy rektifiálható görbéjét az s ívhossz szerint n-szer folytonosan differenciálható $r(s)$ vektor, illetve ennek derékszögű komponensei, az

$$x_1 = x_1(s),\ x_2 = x_2(s), \ldots x_n = x_n(s) \tag{1}$$

koordináták határozzák meg, továbbá

ha $P_0 = P(s_0)$ a görbének egy reguláris pontja, azaz olyan, amelyre nézve a

$$G_k = \begin{vmatrix} X_{11} \ldots X_{1k} \\ \ldots\ldots\ldots \\ X_{k1} \ldots X_{kk} \end{vmatrix} \quad \begin{matrix} (k = 1,\ 2, \ldots n) \\ X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)} x_\nu^{(j)} \end{matrix} \tag{2}$$

GRAM-féle determinánsok egyike sem tűnik el, akkor:

I. A görbe P_0 pontjához, és ennek környezetében felvett P_1 pontjához tartozó k-méretű símuló hipersíkok η_k hajlásszögének a P_0P_1 ívhosszhoz való viszonya $P_1 \to P_0$ esetén a következő határértékkel bír:

$$\frac{d\eta_k}{ds} = \lim_{P_1 \to P_0} \frac{\eta_k}{\overline{P_0P_1}} = \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k} \tag{3}$$
$$(k = 1, 2, \ldots n-1).$$

II. A görbén, P_0 pontjának környezetében felvett P_1, $P_2, \ldots P_{k+1}$ pontokat egymástól függetlenül P_0-hoz konvergáltatva,

az ezek által alkotott k-méretű szimplex $V(P_1 \dots P_{k+1})$ köbtartalmának és a $\overline{P_iP_j}$ élhosszak szorzatának hányadosa a következő határértékhez tart:

$$\lim_{P_x \to P_0} \frac{V(P_1P_2 \dots P_{k+1})}{\prod_{(i,j)} \overline{P_iP_j}} = \frac{1}{1!2! \dots (k-1)!k!^2} \left\{ \sum_{(\nu)} \begin{vmatrix} x'_{\nu_1} \dots x'_{\nu_k} \\ x''_{\nu_1} \dots x''_{\nu_k} \\ \dots\dots\dots \\ x^{(k)}_{\nu_1} \dots x^{(k)}_{\nu_k} \end{vmatrix}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} =$$

$$= \frac{\sqrt{G_k}}{1!2! \dots (k-1)!k!^2}. \tag{4}$$

III. A görbén, P_0 környezetében felvett $(P_1, P_2, \dots P_{k+1})$, illetve $(P_2 \dots P_{k+1}, P_{k+2})$ pont-csoportok által meghatározott k-méretű hipersíkok ε_k hajlásszögének a $\overline{P_1P_{k+2}}$ húrhoz való viszonya $P_x \to P_0$ esetén a következő határértékkel bír:

$$\left.\begin{aligned} &(k+1) \lim_{P_x \to P_0} \frac{\varepsilon_k}{\overline{P_1P_{k+2}}} = \\ &= \frac{(k+1)^2}{k} \lim \frac{V(P_1P_2 \dots P_{k+1}P_{k+2})\, V(P_2 \dots P_{k+1})}{\overline{P_1P_{k+2}}\, V(P_1P_2 \dots P_{k+1})\, V(P_2 \dots P_{k+1}P_{k+2})} = \\ &= \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Ezek szerint, ha az $\frac{1}{\varrho_k}$ k-dik görbületet, mint a k-méretű símuló hipersík kontingencia-szögének az ívelemhez való viszonyát értelmezzük, akkor (3) és (5) alapján

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{\varrho_k} = \frac{d\eta_k}{ds} = \\ &= \frac{(k+1)^2}{k} \lim_{P_x \to P_0} \frac{V(P_1P_2 \dots P_{k+1}P_{k+2})\, V(P_2 \dots P_{k+1})}{\overline{P_1P_{k+2}}\, V(P_1P_2 \dots P_{k+1})\, V(P_2 \dots P_{k+1}P_{k+2})} = \\ &= \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Miután ezen görbületek, mint a koordináták deriváltjainak függvényei, a BLASCHKE-től származókkól egyeznek, tehát a kísérő n-éder e_ν egységvektorainak az s ívhossz szerinti deriváltjai és

az e_ν egységvektorok közt a következő általánosított FRENET-féle egyenletek állnak fenn:[3]

$$\left.\begin{aligned}
\frac{de_1}{ds} &= \frac{e_2}{\varrho_1} \\
\frac{de_2}{ds} &= -\frac{e_1}{\varrho_1} + \frac{e_3}{\varrho_2} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{de_\nu}{ds} &= -\frac{e_{\nu-1}}{\varrho_{\nu-1}} + \frac{e_{\nu+1}}{\varrho_\nu} \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\frac{de_n}{ds} &= -\frac{e_{n-1}}{\varrho_{n-1}}.
\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Továbbá a görbe $r(s)$ vektorának s szerinti kifejtése a kísérő n-éderre vonatkozólag a következő alakú:

$$r(s) = e_1(s+\cdots) + e_2\left(\frac{s^2}{2\varrho_1}+\cdots\right) + \cdots e_n\left(\frac{s^n}{n!\,\varrho_1\varrho_2\cdots\varrho_{n-1}}+\cdots\right) \tag{8}$$

A (4)-ben szereplő határérték differenciálgeometriai interpretációja a $n=3$, $k=2$ speciális esetben, vagyis a térgörbék torziójára vonatkozólag DARBOUXtól[4] származik. Megjegyezzük még, hogy a n-méretű tér görbéinek $\frac{1}{\varrho_2}$ torziója (6) alapján még a

$$\frac{1}{\varrho_2} = \frac{9}{2}\lim_{P_x \to P_0} \frac{V(P_1P_2P_3P_4)}{\sqrt{V(P_2P_3P_4)\,V(P_3P_4P_1)\,V(P_4P_1P_2)\,V(P_1P_2P_3)}}$$

szimmetrikus alakban is előállítható,[5] teljes analógiában az $\frac{1}{\varrho_1}$

[4] G. DARBOUX, Leçons sur la théorie generale des surfaces, (1913) Tome I. p. 17.

A szóbanforgó határértékekkel kapcsolatban lásd még: R. MEHMKE, Bemerkung über den Torsionsradius vom Raumkurven. Grunert Arch. LXII. 212—214; R. SAUER, Monatshefte für Math. u. Phys. 1937 (45) p. 358—365; G. ALEXITS, Compositio Mathematica, 1939, Vol. 6, p. 471—477.

[5] Ugyanis (6) szerint $k=2$ esetén

$$\frac{1}{\varrho_2^2} = \left(\frac{9}{2}\right)^2 \lim \frac{V(P_1P_2P_3P_4)\cdot\overline{P_2P_3}}{\overline{P_1P_4}\,V(P_1P_2P_3)\,V(P_2P_3P_4)} \cdot \frac{V(P_1P_2P_3P_4)\cdot\overline{P_1P_4}}{\overline{P_2P_3}\,V(P_1P_2P_4)\,V(P_1P_3P_4)} \cdot$$

$k>2$ esetben $\frac{1}{\varrho_k}$ kifejezésének hasonló módon való szimmetrizálása lényegesen bonyolultabb eredményre vezet.

görbületnek közismert

$$\frac{1}{\varrho_1} = 4 \lim_{P_x \to P_0} \frac{V(P_1 P_2 P_3)}{\overline{P_2P_3} \cdot \overline{P_3P_1} \cdot \overline{P_1P_2}}$$

alakjával.

I. Legyen az n-méretű euklidesi tér egy rektifiálható görbéje az

$$x_1 = x_1(s),\ x_2 = x_2(s), \ldots x_n = x_n(s) \tag{1}$$

egyenletek által meghatározva és tegyük fel, hogy az $x_\nu(s)$ függvények az s ívhossznak az $s = s_0$ hely környezetében n-szer folytonosan differenciálható függvényei.

Legyen továbbá $P_0 = P(s_0)$ a görbének egy reguláris pontja, melyre vonatkozólag a

$$G_k = \left\| \begin{matrix} x_1' x_2' \ldots x_n' \\ x_1'' x_2'' \ldots x_n'' \\ \ldots\ldots\ldots \\ x_1^{(k)} x_2^{(k)} x_n^{(k)} \end{matrix} \right\|^2 = \left| \begin{matrix} X_{11} X_{12} \ldots X_{1k} \\ X_{21} X_{22} \ldots X_{2k} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ X_{k1} X_{k2} \ldots X_{kk} \end{matrix} \right| \qquad \begin{matrix} x_\nu^{(k)} = \left(\dfrac{d^k x_\nu}{ds^k} \right)_{s=s_0} \\ X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)} x_\nu^{(j)} \\ (k = 1, 2, \ldots n) \end{matrix} \tag{2}$$

GRAM-féle determinánsok mindegyike zérustól különböző. Ekkor nyilván a

$$X_{kk} = x_1^{(k)2} + x_2^{(k)2} + \ldots x_n^{(k)2}$$
$$(k = 1, 2, \ldots n)$$

mennyiségek szintén zérustól különbözők.

A görbe $P_0 = P(s_0)$ pontjához tartozó k-méretű simuló hipersík irányítása tudvalevőleg[6] a

$$\| x_\nu^{(\varkappa)}(s_0) \| \equiv \left\| \begin{matrix} x_1'(s_0) x_2'(s_0) \ldots x_n'(s_0) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_1^{(k)}(s_0) x_2^{(k)}(s_0) \ldots x_n^{(k)}(s_0) \end{matrix} \right\| \tag{13}$$

[6] A görbén, $P(s_0)$ környezetében felvett $P(s_1) \ldots P(s_{k+1})$ pontokon átmenő k-dimenziós hipersík irányítását a

$$\| x_\nu(s_\varkappa) - x_\nu(s_1) \|;\ (\varkappa = 2, 3, \ldots k+1;\ \nu = 1, 2, \ldots n)$$

matrix határozza meg. $s_\varkappa \to s_0$ esetén ezen hipersík határhelyzete az oszkulláló hipersík és a fenti matrix a [10] alatt idézett SCHWARZ-féle tétel szerint a szövegben megadott (13) matrixba megy át.

matrix által van meghatározva. Következésképpen a $P(s_0)$ és $P(s_1)$ pontokhoz tartozó k-méretű símuló hipersíkok által bezárt η_k szög szinusza [7]

$$\sin^2\eta_k = \frac{\|x_\nu^{(\varkappa)}(s_0)\|^2 \cdot \|x_\nu'^{(\varkappa)}(s_1)\|^2 - \left\{\|x_\nu^{(\varkappa)}(s_0)\| \cdot \|x_\nu'^{(\varkappa)}(s_1)\|\right\}^2}{\|x_\nu^{(\varkappa)}(s_0)\|^2 \cdot \|x_\nu^{(\varkappa)}(s_1)\|^2} \tag{14}$$

tehát, az

$$X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{n} x_\nu^{(i)} x_\nu^{(j)}$$

rövidítést alkalmazva:

$$\left(\frac{d\eta_k}{ds}\right)^2 = \lim_{P_1 \to P_0} \frac{\sin^2\eta_k}{\overline{P_0P_1}^2} =$$

$$= \frac{1}{G_k^2} \begin{vmatrix} X_{11} \cdots\cdots X_{1k} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_{k-1,\,1} \cdots X_{k-1,\,k} \\ X_{k,\,1} \cdots\cdots X_{k,\,k} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_{11} \cdots\cdots X_{1,\,k+1} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_{k-1,\,1} \cdots X_{k-1,\,k+1} \\ X_{k+1,\,1} \cdots X_{k+1,\,k+1} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} X_{11} \cdots\cdots X_{1k} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ X_{k-1,\,1} \cdots X_{k-1,\,k} \\ X_{k+1,\,1} \cdots X_{k+1,\,k} \end{vmatrix}^2 \tag{15}$$

továbbá C. G. Jacobi egy ismert tétele [8] alapján

$$\frac{d\eta_k}{ds} = \frac{1}{G_k} \sqrt{G_{k+1} \frac{\partial^2 G_{k+1}}{\partial X_{kk} \partial X_{k+1,\,k+1}}} \quad (k=1,\,2,\ldots n-1) = \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k} \tag{15'}$$

II. Válasszuk a görbén, $P(s_0)$ környezetében a $P(s_1)$, $P(s_2), \ldots P(s_{k+1})$ pontokat és tekintsük az ezek által meghatáro-

[7] Az $x_{\varkappa\nu}$, illetve $y_{\varkappa\nu}$ $(\varkappa = 0,\,1,\ldots k;\ \nu = 1,\,2,\ldots n)$ koordinátákkal bíró pontok által meghatározott két k-dimenziós hipersík η hajlásszöge a

$$\cos\eta = \frac{\|x_{\lambda\nu} - x_{0\nu}\| \cdot \|y_{\lambda\nu} - y_{0\nu}\|}{\sqrt{\|x_{\lambda\nu} - x_{0\nu}\|^2 \cdot \|y_{\lambda\nu} - y_{0\nu}\|^2}}$$

egyenlet által van meghatározva. L. a kérdésnek L. Kroneckertől származó tárgyalását H. Kühne, Beiträge zur Lehre von der n-fachen Mannigfaltigkeit c. dolgozatában, Arch. f. Math. u. Ph. 11, (1892) p. 353—407.

[8] Ha $A = |a_{ij}|$, akkor

$$\frac{\partial A}{\partial a_{ij}} \frac{\partial A}{\partial a_{kl}} - \frac{\partial A}{\partial a_{il}} \frac{\partial A}{\partial a_{kj}} = A \frac{\partial^2 A}{\partial a_{ij} \partial a_{kl}}.$$

L. p. E. Pascal, Repertorium der höheren Matematik. Bd. I. 1, p. 61.

zott szimplex k-méretű $V(P_1 \dots P_{k+1})$ köbtartalmának és a szimplex összes $\overline{P_iP_j}$ élei szorzatának a hányadosát:[9]

$$\left\{\frac{V(P_1P_2\dots P_{k+1})}{\prod\limits_{(i,j)}\overline{P_iP_j}}\right\}^2 =$$

$$= \frac{1}{(k!)^2}\cdot\frac{\sum\limits_{(\nu)}'\begin{vmatrix} x_{\nu_1}(s_1)x_{\nu_2}(s_1)\dots\dots x_{\nu_k}(s_1) & 1\\ x_{\nu_1}(s_2)x_{\nu_2}(s_2)\dots\dots x_{\nu_k}(s_2) & 1\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots & \\ x_{\nu_1}(s_{k+1})x_{\nu_2}(s_{k+1})\dots x_{\nu_k}(s_{k+1}) & 1\end{vmatrix}^2}{\begin{vmatrix} s_1^k s_1^{k-1}\dots\dots s_1 & 1\\ s_2^k s_2^{k-1}\dots\dots s_2 & 1\\ \dots\dots\dots\dots & \\ s_{k+1}^k s_{k+1}^{k-1}\dots s_{k+1} & 1\end{vmatrix}^2}\prod_{(i,j)}\frac{(s_i-s_j)^2}{\overline{P_iP_j}^2} \qquad (16)$$

Ha a P_1, P_2,... P_{k+1} pontokat a görbe mentén egymástól függetlenül P_0-hoz konvergáltatjuk, úgy tekintettel egy H. A. Schwarztól származó tételre[10] és arra, hogy

[9] Az n-dimenziós tér k-dimenziós szimplexe köbtartalmának négyzete egyenlő a k-dimenziós koordinátasíkokra való $\binom{n}{k}$ számú orthogonális projekció köbtartalmának négyzetösszegével. L. p. Kronecker-Kühne, l. c.[7]

[10] Ha $f_1(t)$, $f_2(t)$,... $f_n(t)$ a t valós változónak egyértékű, valós, n-szer folytonosan differenciálható függvényei, akkor

$$\frac{\begin{vmatrix} f_1(t_1) f_2(t_1)\dots f_n(t_1)\\ f_1(t_2) f_2(t_2)\dots f_n(t_2)\\ \dots\dots\dots\dots\\ f_1(t_n) f_2(t_n)\dots f_n(t_n)\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1\, t_1\dots t_1^{n-1}\\ 1\, t_2\dots t_2^{n-1}\\ \dots\dots\dots\\ 1\, t_n\dots t_n^{n-1}\end{vmatrix}} = \frac{1}{1!\,2!\dots(n-1)!}\begin{vmatrix} f_1(\tau_1) & \dots & f_n(\tau_1)\\ f_1'(\tau_2) & \dots & f_n'(\tau_2)\\ \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots\\ f_1^{(n-1)}(\tau_n) & \dots & f_n^{(n-1)}(\tau_n)\end{vmatrix}$$

ahol

$$\min t_\nu \leqq \tau_1 \leqq \tau_2 \leqq \dots \leqq \tau_n \leqq \operatorname{Max} t_\nu$$

és $\min t_\nu$ ill. $\operatorname{Max} t_\nu$ a $t_1, t_2, \dots t_n$ értékek legkisebbikét, illetve legnagyobbikát jelenti. L. H. A. Schwarz, Verallgemeinerung eines analytischen Fundamentalsatzes. Ges. math. Abh. Bd. 2. p. 296–302.

$$\lim_{P_j \to P_i} \frac{s_i - s_j}{\overline{P_iP_j}} = 1$$

$$[1!2!\dots(k-1)!k!^2]^2 \lim_{P_x \to P_0} \left\{ \frac{V(P_1P_2\dots P_{k+1})}{\prod_{(i,j)} \overline{P_iP_j}} \right\}^2 =$$

$$= \sum_{(\nu)} \begin{vmatrix} x'_{\nu_1}(s_0) \dots x'_{\nu_k}(s_0) \\ \dots\dots\dots\dots \\ x^{(k)}_{\nu_1}(s_0) \dots x^{(k)}_{\nu_k}(s_0) \end{vmatrix}^2 = \begin{vmatrix} X_{11} \dots X_{1k} \\ \dots\dots \\ X_{k1} \dots X_{kk} \end{vmatrix} = G_k$$

A görbe $P_1P_2\dots P_{k+1}$, illetve $P_2\dots P_{k+1}P_{k+2}$ pontjai által meghatározott k-méretű hipersíkok által bezárt ε_k szög szinuszát az n-méretű geometria következő elemi formulája adja:[11]

$$\sin \varepsilon_k = \frac{k+1}{k} \cdot \frac{V(P_1P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})\, V(P_2\dots P_{k+1})}{V(P_1P_2\dots P_{k+1}).\, V(P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})}.$$

Konvergáltassuk most a $P_1, P_2, \dots P_{k+2}$ pontokat a görbe mentén egymástól függetlenül P_0-hoz, ekkor a $\prod_{r \leqq i<j \leqq s} \overline{P_iP_j} = \Pi_{rs}$ átmeneti rövidítést alkalmazva, az előbbiek alapján:

$$(k+1) \lim_{P_x \to P_0} \frac{\sin \varepsilon_k}{\overline{P_1P_{k+2}}} =$$

$$= \frac{(k+1)^2}{k} \lim_{P_x \to P_0} \frac{\dfrac{V(P_1P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})}{\Pi_{1,k+2}} \cdot \dfrac{V(P_2\dots P_{k+1})}{\Pi_{2,k+1}}}{\dfrac{V(P_1P_2\dots P_{k+1})}{\Pi_{1,k+1}} \cdot \dfrac{V(P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})}{\Pi_{2,k+2}}} = \quad (5')$$

$$= \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k}.$$

III. Ha tehát az n-méretű tér görbéjének k-dik görbületét mint a k-méretű simuló hipersík kontingenciaszögének és az ívelemnek a viszonyát definiáljuk, akkor

---

[11] L. W. Fr. MEYER, Über die Anwendung eines Sylvester-schen Determinantensatzes auf ein metrisches Problem des R_n. Deutsche Math. Ver. 20 (1911) p. 211—216. A szóbanforgó tétel egyszerű stereometriai meggondolással levezethető általánosítása a háromszögre vonatkozó $\sin \alpha = \frac{2T}{bc}$ összefüggésnek.

$$\frac{1}{\varrho_k} = (k+1) \lim_{P_x \to P_0} \frac{\varepsilon_k}{P_1 \overline{P_{k+2}}} = \\ = \frac{d\eta_k}{ds} = \frac{\sqrt{G_{k+1} G_{k-1}}}{G_k}; \; k = 1, 2, \ldots n-1 \tag{6'}$$

megegyezőleg W. Blaschke fentebb idézett eredményével. E szerint:

$$\frac{1}{\varrho_1 \varrho_2 \ldots \varrho_k} = \sqrt{\frac{G_{k+1}}{G_k}}; \; k = 1, 2, \ldots n-1 \tag{18}$$

és

$$\frac{1}{\varrho_1^k \varrho_2^{k-1} \ldots \varrho_k} = \sqrt{G_{k+1}}. \tag{19}$$

IV. Ha az $x_1, x_2, \ldots x_n$ koordinátákat a reguláris $s = s_0$ ponthoz tartozó kísérő n-éderre vonatkoztatjuk, úgy, hogy a $X_1, X_2, \ldots X_k$ tengelyek a k-méretű símuló hipersíkba esnek, akkor a koordinátáknak az ívhossz szerinti kifejtései nyilván a következő alakkal bírnak

$$x_\nu = \left(\frac{d^\nu x_\nu}{ds^\nu}\right)_0 \frac{(s-s_0)^\nu}{\nu!} + \cdots; \; (\nu = 1, 2, \ldots n).$$

Ez esetben a koordináták deriváltjainak matrixa

$$\left\| \begin{matrix} x_1' x_2' \ldots & x_n' \\ x_1'' x_2'' \ldots & x_n'' \\ \ldots\ldots\ldots & \\ x_1^{(n)} x_2^{(n)} \ldots & x_n^{(n)} \end{matrix} \right\|_{s=s_0} = \left| \begin{matrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ . & (x_2'')_0 & 0 & \ldots & 0 \\ \ldots & (x_3''')_0 & \ldots & & 0 \\ \ldots\ldots\ldots & & & & \\ \ldots\ldots\ldots & & & & (x_n^{(n)})_0 \end{matrix} \right|$$

vagyis

$$\sqrt{G_k} = (x_2'')_0 (x_3''')_0 \ldots (x_n^{(n)})_0,$$

tehát (18) figyelembevételével

$$(x_k^{(k)})_0 = \sqrt{\frac{G_k}{G_{k-1}}} = \frac{1}{\varrho_1 \varrho_2 \ldots \varrho_{k-1}},$$

azaz

$$x_1 = s - s_0 + \cdots; \; x_k = \frac{(s-s_0)^k}{k! \varrho_1 \varrho_2 \ldots \varrho_{k-1}} + \cdots (k = 2, 3, \ldots n). \tag{8'}$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1939. máj. 15-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE KURVEN DES n-DIMENSIONALEN EUKLIDISCHEN RAUMES.

Von E. EGERVÁRY.

Ist eine Kurve im n-dimensionalen euklidischen Raum durch die n-mal stetig differenziierbaren Funktionen

$$x_1 = x_1(s), \dots \qquad x_n = x_n(s)$$

der Bogenlänge s bestimmt und sind für $s = s_0$ die Gramsche Determinanten

$$G_k = \begin{vmatrix} X_{11} \dots X_{1k} \\ \dots\dots\dots \\ X_{k1} \dots X_{kk} \end{vmatrix}; \quad X_{ij} = \sum_{\nu=1}^{(k=1,\,2,\dots n)} x_\nu^{(i)}(s) x_\nu^{(j)}(s)$$

alle von 0 verschieden, so gelten — wie es in der vorliegenden Arbeit bewiesen wird, — folgende Sätze:

I. Das Verhältnis des Winkels η_k der zu den Kurvenpunkten $P(s_1)$ und $P(s_2)$ gehörenden k-dimensionalen Schmiegungshyperebenen zur Bogenlänge $s_2 - s_1$ hat für $s_1,\ s_2 \to s_0$ den Grenzwert

$$\frac{d\eta_k}{ds} = \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k}; \qquad \overset{(k=1,\,2,\dots n-1)}{G_0 = G_1 = 1}. \tag{I}$$

II. Die Funktion

$$\Phi(P_1P_2\dots P_{k+2}) = \\ = \frac{(k+1)^2}{k} \frac{V(P_1P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})\ V(P_2\dots P_{k+1})}{P_1P_{k+2}\ V(P_1P_2\dots P_{k+1})\ V(P_2\dots P_{k+1}P_{k+2})} \tag{II'}$$

der Kantenlängen eines Sehnensimplex $[P(s_1)\,P(s_2)\dots P(s_{k+2})]$, wo $V(P_1\dots P_h)$ den $h-1$ dimensionalen Inhalt von $[P(s_1)\dots P(s_h)]$ bedeutet, hat für $s_x \to s_0$ ebenfalls den Grenzwert:

$$\lim_{P_x \to P_0} \Phi(P_1P_2\dots P_{k+2}) = \frac{\sqrt{G_{k+1}G_{k-1}}}{G_k} \tag{II}$$

Wird demgemäss die k-te Krümmung $\frac{1}{\varrho_k}$ als das Verhältnis des Kontingenzwinkels der k-dimensionalen Schmiegungshyperebene zum Bogenelement definiert, so stimmt sie einerseits als Funktion der Derivierten mit den von W. BLASCKE auf formalem Wege definierten Krümmungen[3] überein, während andererseits die Darstellung (II) eine Definition der Krümmungen auch in Räumen ermöglicht, welche bloss durch Einführung des Distanzbegriffes metrisiert sind.

Wird diese Krümmungsdefinition zugrundegelegt, so erhalten sowohl die verallgemeinerte Frenetsche Formeln, als auch die auf das begleitende n-Bein bezügliche Koordinatenentwickelungen eine einfache und symmetrische Form, welche zu den im dreidimensionalen Raum geltenden, entsprechenden Relationen eine vollkommene Analogie aufweisen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Mai 1939.)

A PROJEKTÍV SÍK PERIODIKUS LEKÉPEZÉSEIRŐL.

KERÉKJÁRTÓ BÉLA l. tagtól.

1. §. A projektív sík leképezése által a gömbön származtatott leképezésekről.

A projektív sík csoportjának topológiai szerkezetére vonatkozó vizsgálatok szempontjából szükséges a projektív sík periodikus leképezéseinek meghatározása.

A projektív síknak, mely nem-irányítható felület, kétlevelű irányítható fedőfelülete a gömb. A *gömbfelület periodikus leképezéseit* topológiailag jellemeztem egy régebbi dolgozatomban a következő tételekkel:

1. A gömbfelületnek az irányítását megtartó önmagára való periodikus leképezése a gömb valamely forgásával homöomorf.

2. A gömbfelületnek az irányítását megfordító önmagára való periodikus leképezése a gömbnek egy főkörre vonatkozó tükrözésével, vagy egy forgásnak s a forgástengelyre merőleges főkörre vonatkozó tükrözésnek szorzatával homöomorf.

A *gömbfelelület involutorius leképezéseit*, vagyis azokat, melyeknek periodusa 2, a fenti tételek következő korollárriumai jellemzik:

3. A gömbfelületnek az irányítását megtartó önmagára való involutorius leképezése a gömbnek egy félforgásával homöomorf.

4. A gömbfelületnek az irányítását megfordító önmagára való involutorius leképezése a gömbnek egy főkörre vonatkozó tükrözésével, vagy a gömb diametrális leképezésével homöomorf, aszerint, hogy a leképezésnek van, vagy nincs fixpontja.

Ezeknek a tételeknek alapján a projektív sík periodikus le-

képezéseit a következő eljárással határozhatjuk meg. A projektív sík minden P pontjának megfelel a gömbfelületnek, mint a projektív sík fedőfelületének, két P_1 és P_2 pontja. A projektív sík minden P pontjára vonatkozóan feleltessük meg egymásnak a gömbfelület P_1 és P_2 pontját; ezáltal a gömbfelületnek önmagára való α involutorius leképezését kapjuk, melynek nincsen fixpontja; a fenti 3. és 4. tétel szerint α a gömbfelület diametrális leképezésével homöomorf. Feltehetjük, hogy α maga a *diametrális leképezés*, mely a gömbfelület átellenes pontjait feleltteti meg egymásnak.

Legyen t a projektív sík valamely önmagára való topológikus leképezése. Jelöljük P-vel a projektív sík változó pontját és legyen $P' = t(P)$ a P pontnak t-nél származó képe. A gömbnek a P, illetve a P' pont felett fekvő pontjait jelöljük P_1, P_2 és P_1', P_2'-vel.

A gömbfelület minden P_1 pontjának megfeleltetjük a P_1' és P_2' pontok közül az egyiket. Ha valamely P_1 pontnak a P_1' pontot, a P_1 környezetében fekvő pontoknak a P_1' környezetében fekvő pontokat feleltetjük meg. Ezáltal a gömbfelületnek önmagára való, kicsinyben kölcsönösen egyértelmű és folytonos leképezését értelmezzük. Mivel a gömbfelület egyszeresen összefüggő, a leképezésnek kicsinyben való egyértelműségéből következik, hogy a leképezés az egész gömbfelületen egyértelmű. Mivel a t leképezés topológikus, a P_1 és a P_2 pont környezetének a P_1' és a P_2' pont egy-egy környezete kölcsönösen egyértelmű módon felel meg; ebből következik, hogy a gömbfelületen a fenti előírással értelmezett leképezés az egész gömbfelületen kölcsönösen egyértelmű és folytonos, tehát a gömbfelületnek önmagára való topológikus leképezése.

Aszerint, hogy a P_1 pontnak a P_1', illetve a P_2' pontot feleltetjük meg, a gömbfelületnek két különböző topológikus leképezését kapjuk. Ha ezek közül a leképezések közül az egyiket s a másiknak az inverzét bármilyen sorrendben szorozzuk egymással, az α diametrális leképezést kapjuk. Ha tehát a két leképezés közül az egyiket $\bar{t}$-lal jelöljük, akkor a másik leképezés: $\alpha\bar{t} = t\alpha$. A két leképezés közül az egyik megtartja, a másik megfordítja a gömbfelület irányítását; jelöljük $\bar{t}$-lal azt a leképezést, mely megtartja az irányítást.

A $\bar{t}$ és a ta leképezést a projektív sík t leképezése által a *gömbfelületen származtatott leképezések*nek nevezzük. A projektív sík azonos leképezése a gömbfelületen az azonos leképezést és az α diametrális leképezést származtatja. A t leképezés n-edik hatványa, t^n, a gömbfelületen a $\bar{t}^n$ és $\bar{t}^n a$ leképezéseket származtatja.

2. §. A projektív sík involutorius leképezése.

Ha t a projektív síknak önmagára való involutorius leképezése, az általa a gömbfelületen származtatott $\bar{t}$ és $\bar{t}a$ leképezések is involutoriusak. Ugyanis a t^2 leképezés a projektív síkon az azonosság; az általa származtatott, az irányítást megtartó $\bar{t}^2$ leképezés tehát a gömbfelületen az azonosság. Mivel továbbá $ta = at$, és $a^2 = 1$ (azonosság), tehát $(\bar{t}a)^2 = 1$.

A gömbfelületnek irányítását megtartó t involutorius leképezése az 1. §-ban idézett 3. tétel szerint a gömbfelület félforgásával homöomorf. Legyen A_1 és A_2 a t leképezés két fixpontja; a $\bar{t}$ leképezés értelmezése folytán ez a két pont a gömbfelület két átellenes pontja; ezeknek a projektív síkon *a t leképezésnek egy izolált fixpontja* felel meg.

Szerkesztünk a gömbfelületen egy görbesereget, melynek mindegyik görbéje az A_1 és A_2 fixpontokat egymástól elválasztja és a $\bar{t}$ leképezésnél önmagába megy át. Tekintsük ennek a görbeseregnek az α diametrális leképezésnél származó képét; mivel $\bar{t}a = a\bar{t}$, tehát az utóbbi görbesereg mindegyik görbéje is önmagába megy át a $\bar{t}$ leképezésnél. Az első görbesereg olyan görbéjének, mely az A_1 fixpont elegendő kicsiny környezetében fekszik, az α diametrális leképezésnél a második görbesereg olyan görbéje felel meg, mely az A_2 fixpont környezetében fekszik. Az első görbesereg görbéjét folytonosan változtatjuk A_1-től A_2 felé, míg eljutunk a sereg első olyan c görbéjéhez, melynek van az $\alpha(c) = c'$ görbével közös pontja.

A c és c' görbék egyesítéséből származó ponthalmaz a $\bar{t}$ és az α leképezéseknél önmagába megy át, s ezért a c és c' görbék közös pontjainak összessége is önmagába megy át mindkét leképezésnél. Ha P_1 jelenti c és c' valamely közös pontját, legyen $Q_1 = \bar{t}(P_1)$ és $P_2 = \alpha(P_1)$ ennek a $\bar{t}$, illetve az α leképezésnél

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

származó képe. A P_2 pont a t leképezésnél a Q_1-gyel átellenes Q_2 pontba megy át; ugyanis $t(P_2) = a\,\bar{t}(P_1) = \bar{t}a(P_1) = a(Q_1) = Q_2$.

A $\bar{t}$ leképezésnél a c görbe megmaradó irányítással önmagába megy át; a P_1 és Q_1 pontok egymásba, s ugyanúgy a P_2 és Q_2 pontok egymásba mennek át. Ebből következik, hogy ha a P_1, Q_1 pontok nem esnek egybe a P_2, Q_2 pontokkal, akkor *a* (P_1, Q_1) *és a* (P_2, Q_2) *pontpár elválasztja egymást a c görbén.*

Mivel a c és c' görbék érintik, de nem metszik egymást, közös pontjaiknak ciklikus elrendezése a két görbén megegyezik egymással. Vezessük be mindkét görbén az A_1 pontra vonatkozó pozitív körüljárási irányt s ennek megfelelően jelöljük P_1cP_2-vel a P_1 és P_2 pontok által a c görbén meghatározott ívet, melynek a P_1 kezdőponttól a P_2 végpont felé való irányítása a c görbén bevezetett pozitív iránnyal megegyezik. A P_1cP_2 ívnek az a leképezésnél a $P_2c'P_1$ ív, a P_2cP_1 ívnek pedig a $P_1c'P_2$ ív felel meg. Ha a Q_1 pont például a P_1cP_2 ívhez tartozik, akkor a $Q_2 = a(Q_1)$ pont a $P_2c'P_1$ ívhez; mivel pedig a P_1, P_2, Q_1, Q_2 pontok ciklikus elrendezése a c és a c' görbén megegyező, tehát a Q_1, Q_2 pontok közül az egyik a P_1cP_2, a másik a P_2cP_1 ívhez tartozik, vagyis *a* (P_1, P_2) *pontpár és a* (Q_1, Q_2) *pontpár elválasztja egymást a c görbén.* Ez azonban ellentmond fenti eredményünknek. Az a feltevés, hogy a P_1, Q_1 pontok különbözők a P_2, Q_2 pontoktól, ellenmondásra vezetett. Mivel $P_1 \neq P_2$ és $P_1 \neq Q_1$, tehát $P_1 = Q_2$ és $Q_1 = P_2$.

A P_1 és P_2 pontok a ta leképezésnél önmagukba mennek át; ugyanis:

$$P_1 = Q_2 = ta(P_1),$$

és

$$P_2 = Q_1 = t(P_1) = ta\big(a(P_1)\big) = \bar{t}a(P_2).$$

A ta leképezés a gömbfelület irányítását megfordító involutorius leképezés, melynek fenti meggondolásunk értelmében van fixpontja; az 1. §-ban idézett 4. tételből következik, hogy ta homöomorf a gömbfelületnek egy főkörre vonatkozó tükrözésével. Mivel $ta = a\bar{t}$, tehát a $\bar{t}a$ leképezés minden fixpontjával átellenes pont is fixpontja a leképezésnek. A ta leképezés fixpontjaiból álló egyszerű zárt görbének eszerint *a projektív síkon egy egyszerű zárt görbe felel meg, mely a t leképezésnél pontonkint*

invariáns: ez a görbe a projektív síkot nem darabolja el, s így a projektív síkon egy *egyenessel izotop*.

A projektív sík involutorius leképezésének topológikus szerkezetét a fenti adatok teljesen meghatározzák. Eredményünket a következő tételben mondjuk ki:

I. tétel. *A projektív sík önmagára való involutorius leképezésénél egy izolált fixpont s egy pontonkint invariáns, a projektív síkon egy egyenessel izotop egyszerű zárt görbe van. A leképezés egy harmonikus perspektivitással homöomorf.*

3. §. A projektív sík periodikus leképezései.

Legyen t a projektív síknak önmagára való n-periodusú leképezése ($n>2$). A gömbfelületnek a t leképezés által származtatott $\bar{t}$ leképezése, mely megtartja az irányítást, szintén n-periodusú; az 1. § 1. tétele szerint tehát $\bar{t}$ a gömbfelület valamely forgásával homöomorf. A t leképezés két fixpontja a gömbfelületnek két átellenes pontja; ezeknek a projektív síkon a t *leképezés egy izolált fixpontja* felel meg.

Ha az n periodus páros, $n = 2\nu$, akkor t^ν a projektív sík involutorius leképezése, melynek a 2. §-ban bebizonyított tétel szerint egy izolált fixpontja van, s további fixpontjai a projektív síkon egy egyenessel izotop egyszerű zárt γ görbét alkotnak. A t^ν leképezés izolált fixpontja azonos a t leképezés izolált fixpontjával. A γ görbe a t leképezésnél önmagába megy át; ugyanis a γ görbének a t-nél származó képe a $t^{-1}t^\nu t = t^\nu$ leképezésnél pontonkint invariáns, s ezért γ-val azonos. Eszerint a γ görbe a t leképezésnél ν-periodusú leképezéssel önmagába megy át; a t leképezésnek nincs fixpontja a γ görbén, s így a t által a γ görbén származtatott leképezés egy forgással homöomorf. Ebben az esetben a γ görbe az egyetlen olyan görbe, mely a a projektív síkon egyenessel izotop és a t leképezésnél önmagába megy át.

Ha az n periodus páratlan, akkor a gömbfelületen származtatott ta leképezés periodusa $2n$; ugyanis $(\bar{t}a)^n = \bar{t}^n a^n = a$. Vegyünk fel a gömbfelületen egy olyan görbesereget, melynek görbéi a $\bar{t}$ leképezés két fixpontját elválasztják egymástól, s a $\bar{t}$

leképezésnél önmagukba mennek át; tekintsük ezeknek a görbéknek α-nál származó képét. Legyen c az első görbeseregnek olyan görbéje, mely érinti α-nál származó $\alpha(c) = c'$ képét. Ha P_1 a c és c' görbe valamely közös pontja, akkor a P_1 pontnak a $\bar{t}\alpha$ leképezés hatványainál származó képei, $P_1, P_2, \ldots, P_{2n}$, melyek valamennyien különböznek egymástól, közös pontjai a c és c' görbéknek. A c görbe P_1P_2, $P_3P_4, \ldots, P_{2n-1}P_{2n}$ ívei és a c' görbe P_2P_3, $P_4P_5, \ldots, P_{2n}P_1$ ívei együtt egy $\bar{\gamma}$ egyszerű zárt görbét alkotnak, mely a $\bar{t}$ leképezésnél is, az α leképezésnél is önmagába megy át. A $\bar{\gamma}$ görbének a projektív síkon egy egyenessel izotop γ egyszerű zárt görbe felel meg, mely a t leképezésnél önmagába megy át.

Bebizonyítottuk a következő tételt:

II. tétel. *A projektív síknak önmagára való n-periodusú leképezésénél, ha $n > 2$, egy fixpont van, továbbá egy egyenessel izotop görbe, mely n-, illetve n/2-periodusú leképezéssel önmagába megy át, aszerint, hogy n páratlan, vagy páros. Az utóbbi esetben egy és csak egy olyan görbe létezik, mely egyenessel izotop és a leképezésnél önmagába megy át. A leképezés egy periodikus perspektivitással homöomorf.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

SUR LES TRANSFORMATIONS PÉRIODIQUES DU PLAN PROJECTIF.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Dans le mémoire précédent, l'auteur démontre les deux théorèmes suivants:

I. Toute transformation involutive du plan projectif admet un seul point invariant isolé; ses autres points invariants forment une courbe simple et fermée, isotope à une droite dans le plan projectif. La transformation est homéomorphe à une homologie harmonique.

II. Toute transformation de période $(n > 2)$ du plan projectif admet un seul point invariant; il y a une courbe γ isotope à une droite qui est transformée en elle-même par une transformation de période n ou $n/2$ suivant que n est impair ou pair; si n est pair, la courbe invariante γ est uniquement déterminée. La transformation est homéomorphe à une homologie périodique.

(Mémoire présenté à la III-me classe de l'Académie Hongroise des Sciences; séance du 21 octobre 1940).

A GÖMBFELÜLET TOPOLÓGIKUS LEKÉPEZÉSEINEK KOMPAKT CSOPORTJAIRÓL.

KERÉKJARTÓ BÉLA l. tagtól.

Bevezetés.

DE RHAM GYÖRGY genfi egyetemi tanár a budapesti Tudományegyetemen f. évi május 10-én tartott előadásában a gömbforgások homöomorfizmusára vonatkozó érdekes eredményeit ismertette. Ezzel kapcsolatban felvetette az n-méretű gömb kompakt csoportjainak topológiai meghatározására vonatkozó kérdést és sejtésképpen a következő tételt mondta ki:

Az n-méretű gömbnek önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseiből álló bármely kompakt csoport az n-méretű gömb forgásainak a csoportjával, vagy ennek valamely alcsoportjával homöomorf.

Mint DE RHAM professzor megjegyezte, ez a tétel nem következik NEUMANN JÁNOSnak a kompakt csoportok analitikus jellegét megállapító tételéből, mely csupán azt biztosítja, hogy bármely kompakt csoport *paramétercsoportja* homöomorf egy gömb forgáscsoportjának valamely alcsoportjával.

Jelen dolgozatom tárgya DE RHAM sejtésképpen kimondott tételének $n = 2$ dimenziószám esetében való bebizonyítása. Ebből a tételből s MONTGOMERY és ZIPPIN [1] legutóbb közölt tételéből, mely szerint *a gömbfelület forgáscsoportjának nincsen a gömbön tranzitív alcsoportja,* adódik a gömb forgáscsoportjának következő jellemzése:

[1] MONTGOMERY, D. and ZIPPIN, L.: *A theorem on the rotation group of the two-sphere.* Bulletin Amer. Math. Soc., vol 46. (1940), p. 520—521.

A gömbfelületnek önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseinek a gömbfelületen tranzitív, kompakt csoportja a gömb forgásainak a csoportjával homöomorf.

1. §. A gömb kompakt csoportjában foglalt leképezésekről.

Legyen G a gömbfelület önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseinek egy csoportja.

Valamely T leképzésnek az I azonosságtól való távolságán értjük a $(P, T(P))$ gömbi távolságok felső korlátját, hol P a gömbfelület változó pontját, és $T(P)$ a P pontnak a T leképezésnél származó képét jelenti. A T leképezésnek az azonosságtól való távolságát $|T|$-vel jelöljük.

Az S és T leképezésnek egymástól való (S, T) távolságán értjük az $|ST^{-1}|$ és $|S^{-1}T|$ távolságok közül azt, amelyik nem nagyobb a másiknál.

Az $S_1, S_2, \ldots$ topológikus leképezések sorozata értelmezés szerint akkor konvergál valamely S topológikus leképezéshez, ha az (S_n, S) távolságok sorozata 0-hoz konvergál.

A G csoportot *kompakt*nak nevezzük, vagy ha G véges sok elemből áll, vagy ha G végtelen sok elemet tartalmaz és bármely végtelen részhalmazából kiválasztható egy olyan egymástól különböző elemekből álló részsorozat, mely a gömbnek egy S topológikus leképezéséhez konvergál; ez az S leképezés hozzátartozhatik a G csoporthoz, vagy nem.

Tegyük fel, hogy G *kompakt csoport*. Ha G véges, akkor egy régebben bebizonyított tételem[2] szerint vagy egy véges ciklikus, vagy diédercsoporttal, vagy valamelyik szabályos test forgási csoportjával, tehát minden esetben a gömb forgáscsoportjának valamelyik alcsoportjával homöomorf. Ezt az esetet a következő tárgyalásunkban figyelmen kívül hagyhatjuk, vagyis a továbbiakban feltehetjük, hogy G *végtelen* csoport.

Minden olyan S leképezést, melyhez G-nek valamely egymástól különböző elemeiből álló részsorozata konvergál, a G

[2] KERÉKJÁRTÓ, B. von: *Über die endlichen topologischen Gruppen der Kugelfläche.* Proc. Acad. Amsterdam, vol. 22. (1919).

csoport *sűrűsödési elemének* nevezünk. A G csoport elemeiből és sűrűsödési elemeiből álló halmaz maga is egy kompakt, s azonkívül zárt csoport; ezt a csoportot $\overline{G}$-lal jelöljük.

1.1. *Minden a $\overline{G}$ csoporthoz tartozó leképezés reguláris*[3] *az egész gömbfelületen.*

Legyen T a $\overline{G}$ csoport valamely eleme, és P a gömbfelület tetszőleges pontja. Tegyük fel, hogy T nem reguláris a P pontban; az értelmezés szerint létezik tehát egy a P ponthoz konvergáló $Q_1, Q_2, \ldots$ pontsorozat és $\nu_1, \nu_2, \ldots$ egész számoknak olyan sorozata, hogy minden k indexnél

$$\left(T^{\nu_k}(P),\ T^{\nu_k}(Q_k)\right) > \varepsilon,$$

hol ε egy a k indextől független pozitív szám. Mivel $\overline{G}$ kompakt csoport, tehát van a hozzátartozó $T^{\nu_1}, T^{\nu_2}, \ldots$ leképezések sorozatának olyan $T^{\nu'_1}, T^{\nu'_2}, \ldots$ részsorozata, mely a gömbfelület önmagára való S topológikus leképezéséhez konvergál. E szerint elegendő nagy k indexnél:

$$\left(T^{\nu'_k}(Q_k),\ S(Q_k)\right) < \varepsilon/3$$

s ugyancsak

$$\left(T^{\nu'_k}(P),\ S(P)\right) < \varepsilon\ 3.$$

Mivel az S leképezés folytonos a P pontban, tehát elegendő nagy k indexnél

$$\left(S(P),\ S(Q_k)\right) < \varepsilon/3.$$

A fenti három egyenlőtlenségből összeadással adódik:

$$\left(T^{\nu'_k}(Q_k),\ T^{\nu'_k}(P)\right) < \varepsilon,$$

feltevésünkkel ellentétben. Ezzel igazoltuk az 1.1. tételt.

Egy előbbi dolgozatomban[4] bebizonyítottam, hogy a gömbfelületnek minden az irányítást megtartó és az egész gömbfelületen reguláris leképezése a gömbfelületnek egy forgásával homöomorf. Az 1.1. tételből ennek alapján következik:

1.2. *A $\overline{G}$ csoport minden leképezése a gömbfelület egy-egy forgásával homöomorf.*

---

[3] KERÉKJÁRTÓ BÉLA: *Felületek reguláris leképezéseinek elmélete.* Mat. Természettud. Ért. 53. k. (1936), 371—406. o.

[4] KERÉKJÁRTÓ, B. von.: *Topologische Charakterisierung der linearen Abbildungen.* Acta Scient. Math. t. 6. (1934), p. 235—262.

Ez az eredményünk azt jelenti, hogy a $\bar{G}$ csoport bármely T leképezéséhez meghatározhatunk a gömbön egy olyan mértékrendszert (vagy metrikát), amelyben ezt a leképezést egy közönséges forgás állítja elő. Ebből azonban még nem következik, hogy ugyanabban a mértékrendszerben forgásokként állíthatjuk elő a csoport összes leképezéseit (vagy akár csak kettőt is közülök).

2. §. Reguláris leképezések távolsága az azonosságtól.

NEWMAN tétele[5] szerint egy metrikus varietás önmagára való p-periodusú leképezése legalább egy pontot ε/p-nél nagyobb távolsággal mozdit el, hol az ε pozitív számot egyedül a metrikus varietás adatai határozzák meg. Ezt a tételt alkalmazzuk a gömbfelület önmagára való periodikus leképezéseire.

Tegyük fel, hogy a gömb sugara egység nagyságú. Vegyük fel a gömb O középpontját egy térbeli vektor-koordinátarendszer kezdőpontjának s jelöljük x-szel a gömbfelület egy tetszőleges pontjához tartozó vektor-koordinátát. Legyen S a gömbfelületnek önmagára való p-periodusú leképezése; az x pontnak az S leképezés hatványainál származó képeihez tartozó vektor-koordinátákat jelöljük $x^1, x^2, \ldots, x^{p-1}$-gyel; ezekből képezzük a következő vektorösszeget:

$$y = x + x^1 + x^2 + \cdots + x^{p-1}.$$

Ha a gömbfelület minden x pontjának megfeleltetjük az ilyen módon értelmezett y pontot, az y pontok összessége egy folytonos zárt felületet alkot; jelöljük ezt a felületet F_1-gyel, s az egységsugarú gömbfelületet F_0-val. A gömbfelület $x, x^1, \ldots, x^{p-1}$ pontjainak az F_1 felület p egymással egybeeső pontja felel meg; ha tehát az F_1 felületet a gömb középpontjából a gömbfelületre vetítjük, a vetület p-szeresen fedi a gömbfelületet. Ebből, mint NEWMAN bebizonyította, következik, hogy az O kezdőpontnak az F_1 felületre vonatkozó indexe:

$$\Omega_{F_1}(O) \equiv 0 \pmod{p}.$$

[5] NEWMAN, M. H. A.: *A theorem on periodic transformations of spaces.* Quart. Journ. of Math., Oxford series, vol. 2. (1931), p. 1—8.

Másrészt az O pontnak az F_0 gömbfelületre vonatkozó indexe:

$$\Omega_{F_0}(O) = \pm 1.$$

Az F_0 gömbfelületet folytonos deformálással átvihetjük az F_1 felületbe, közbeiktatva a következő felületsereget:

$$F_\lambda: \qquad y_\lambda = x + \lambda(x^1 + x^2 + \cdots + x^{p-1}), \quad (0 \leqq \lambda \leqq 1).$$

Mivel

$$\Omega_{F_0}(O) \neq \Omega_{F_1}(O),$$

tehát van olyan λ érték $(0 < \lambda \leqq 1)$, melynél az F_λ felület átmegy az O ponton; ennek a felületnek valamely y_λ pontjában tehát:

$$y = x + \lambda(x^1 + x^2 + \cdots + x^{p-1}) = 0.$$

Van tehát a gömbfelületnek olyan x pontja, hogy valamely a $(0, 1)$ számközhöz tartozó λ értéknél

$$x = -\lambda(x^1 + x^2 + \cdots + x^{p-1}).$$

Tekintsük az O ponton át az Ox vektorra merőlegesen fektetett síkot s az általa a gömbön meghatározott két félgömböt. A fenti formula szerint az $x^1, x^2, \ldots, x^{p-1}$ pontok nem feküdhetnek valamennyien az x pontot tartalmazó félgömbön, hanem közülök valamelyik, mondjuk x^l, a másik félgömbhöz tartozik. Feltehetjük, hogy $l \leqq p/2$; ellenkező esetben az adott periodikus leképezés helyett annak inverzét tekintenők. Mivel az x és x^l pontok két különböző félgömbhöz tartoznak, távolságuk nagyobb mint 1, s ezért az (x, x^1), $(x^1, x^2), \ldots, (x^{l-1}, x^l)$ távolságok közül legalább az egyik nagyobb mint $1/l \geqq 2/p$. Az x pont ismételt képei között van tehát két olyan x^k és x^{k+1}, melyre,

$$(x^k, x^{k+1}) > \frac{2}{p}.$$

Eszerint van a gömbfelületnek olyan pontja, t. i. az x^k pont, melynek az S leképezésnél származó $x^{k+1} = S(x^k)$ képétől való távolsága nagyobb mint $2/p$.

Fenti meggondolásunk eredményeit a következő két tételben mondjuk ki:

2.1. *Az egységsugarú gömbfelületnek önmagára való p-*

periodusú leképezésénél legalább egy pont 2/p-nél nagyobb távolsággal mozdul el.

2.2. *Az egységsugarú gömbfelület önmagára való p-periodusú leképezésének van olyan hatványa, mely legalább egy pontot 1-nél nagyobb távolsággal mozdít el.*

Jegyezzük meg, hogy a 2.2. tétel állítása nem periodikus reguláris leképezések esetében is érvényes. Ha ugyanis a gömbfelületnek önmagára való reguláris leképezése nem periodikus, akkor a leképezés négyzete egy π-vel inkommenzurábilis szögű forgással homöomorf, s ezért megválasztható hatványainak olyan sorozata, mely egy involutorius leképezéshez konvergál. Mivel ez az utóbbi leképezés a gömbfelületnek legalább egy pontját 1-nél nagyobb távolsággal mozdítja el, ugyanez érvényes az adott leképezés valamelyik hatványára vonatkozóan. Eszerint:

2.3. *Az egységsugarú gömbfelület bármely önmagára való reguláris leképezésének van olyan hatványa, mely legalább egy pontot 1-nél nagyobb távolsággal mozdít el.*

3. §. A gömbfelület pontjainak rendszámáról.

Ha A a gömbfelület tetszőleges pontja, akkor a G csoportnak azt a *redukált alcsoportját*, mely az A pontot változatlanul hagyó leképezésekből áll, G_A-val jelöljük. A G_A csoportban foglalt leképezések számát *az A pontnak a G csoportra vonatkozó rendszámának* nevezzük. Ha az A pont a G csoportnak legalább egy az azonosságtól különböző leképezésénél önmagába megy át, rendszáma nagyobb mint 1, és megfordítva.

Az értelmezésből közvetlenül következik, hogy *két olyan A és B pontnak, melyek a G csoportnál homologak, rendszáma egyenlő.* Ha ugyanis T a G csoportnak olyan leképezése, mely az A pontot B-be viszi át, akkor a G_A csoportnak T-vel való transzformáltja: $T^{-1}G_AT = G_B$, s ezért a G_A és a G_B csoportban foglalt leképezések száma egyenlő.

3.1. *Ha a G kompakt csoport végtelen, akkor van egy az azonossághoz konvergáló részsorozata.*

Legyen ugyanis T_1, T_2,... a G csoporthoz tartozó, egymástól különböző leképezéseknek valamely végtelen sorozata. Mivel

G kompakt, van ennek a sorozatnak egy olyan részsororozata, mely egy (a $\bar{G}$ csoporthoz tartozó) T leképezéshez konvergál; ezt a részsorozatot jelöljük ugyancsak $T_1, T_2, \ldots$-vel. A G csoporthoz tartozó

$$S_1 = T_1 T_2^{-1}, S_2 = T_2 T_3^{-1}, \ldots, S_\nu = T_\nu T_{\nu+1}^{-1}, \ldots$$

leképezések sorozata az azonossághoz konvergál:

$$S_1, S_2, \ldots \to I.$$

Az S_ν leképezésnek az 1.2. tétel szerint két fixpontja van; ezek közül az egyiket jelöljük P_ν-vel. Válasszunk ki a $P_1, P_2, \ldots$ pontok sorozatából egy olyan részsorozatot, mely valamely I ponthoz konvergál; ezt a részsorozatot jelöljük ugyanúgy, mint az eredetit. Ha valamely indextől kezdve $P_\nu = P_{\nu+1} = \ldots$, akkor $P = P_\nu$.

Ha az S_ν leképezés periodikus, periodusát jelöljük n_ν-vel; ellenkező esetben legyen $n_\nu = \infty$. A P_ν pont rendszáma n_ν, vagy n_ν-nek valamely többszöröse.

3.2. *Az $n_1, n_2, \ldots$ számok sorozata nem lehet korlátos.*

Ha ugyanis minden ν-nél $n_\nu < p$, hol p egy a ν indextől független egész szám, akkor a 2.1. tétel szerint minden S_ν leképezés az $\varepsilon = 2/p$ mennyiségnél nagyobb távolságban volna az azonosságtól, ellentétben az $S_1, S_2, \ldots$ sorozat megválasztásával.

3.3. *A $P_1, P_2, \ldots$ pontsorozat P határpontjának a $\bar{G}$ zárt csoportra vonatkozó rendszáma végtelen.*

Ha a sorozat pontjai valamely indextől kezdve azonosak a P ponttal, állításunk közvetlenül következik a 3.2. tételből.

Legyen η tetszőleges kis pozitív szám ($\eta < 1$). Mivel az $S_1, S_2, \ldots$ leképezések sorozata az azonossághoz konvergál, tehát elegendő nagy ν indexnél

$$|S_\nu| < \eta.$$

A 2.3. tétel szerint S_ν hatványai között van olyan $S_\nu^{k'_\nu}$, melyre

$$|S_\nu^{k'_\nu}| > 1 > \eta.$$

Jelöljük minden ν indexnek megfelelően k_ν-vel azt a legkisebb kitevőt, melyre

$$|S_\nu^{k_\nu}| \leq \eta.$$

Mivel $|S_\nu^{k_\nu - 1}| < \eta$ és $|S_\nu| < \eta$, tehát

$$\eta \leqq |S_\nu^{k_\nu}| < 2\eta.$$

Az $S_\nu^{k_\nu}$ leképezések sorozatából kiválasztható olyan részsorozat, mely egy S leképezéshez konvergál. Az S leképezésre, melynek fixpontja a P pont, a fentiek folytán az

$$\eta \leqq |S| \leqq 2\eta$$

vonatkozás érvényes. Ebből egyrészt az következik, hogy az S leképezés az azonosságtól különböző. Másrészt, ha S periodikus, akkor 2.1. szerint periodusa nagyobb mint $1/\eta$. Mivel pedig az η pozitív számot tetszőlegesen kicsinynek választhatjuk, tehát a fenti eljárással meghatározhatunk olyan a P pontot változatlanul hagyó leképezéseket, melyek vagy nem periodikusak, vagy ha periodikusak, periodusuk tetszőlegesen nagy. Ebből következik, hogy a P pontnak a G csoportra vonatkozó rendszáma végtelen.

A 3.1., 3.2., 3.3. tételekből következik:

3.4. *Ha a $\overline{G}$ kompakt és zárt csoport végtelen, akkor van a gömbfelületen legalább egy végtelen rendszámú pont.*

Fenti bizonyításunkból adódott a következő eredmény is:

3.5. *A gömbfelületnek azok a pontjai, melyeknek a $\overline{G}$ zárt kompakt csoportra vonatkozó rendszáma egynél nagyobb, zárt halmazt alkotnak. A végtelen rendszámú pontok maguk is zárt halmazt alkotnak.*

4. §. A körlemez kompakt zárt csoportjai.

További tárgyalásunk során alkalmazni fogjuk a következő tételt, mely a körlemez kompakt csoportjait jellemzi:

4.1. *A körlemeznek önmagára való, az irányítást megtartó leképezéseiből álló zárt és kompakt csoport vagy egy periodikus forgás hatványaiból álló véges ciklikus csoporttal, vagy a kör középpontja körül való összes forgásokból álló végtelen ciklikus csoporttal homöomorf.*

Ennek a tételnek bebizonyítására szolgál következő tárgyalásunk.

Tekintsük a körlemezt határoló körvonalnak azokat a leképezéseit, melyeket az adott csoport elemei származtatnak. Ezek a leképezések maguk is egy zárt kompakt csoportot alkotnak, melynek minden leképezése reguláris, megtartja a körvonal irányítását, s ezért a körvonal egy-egy forgásával homöomorf. Ha valamely P pont a csoport leképezéseinél *véges* sok $P_1, P_2, \ldots, P_{n-1}$ pontba megy át, jelöljük ezeket a pontokat olyan módon, hogy a körvonalon való ciklikus elrendezésük $(P, P_1, P_2, \ldots, P_{n-1})$ legyen. Ha t-vel jelöljük a csoportnak azt a leképezését, melynél a P pont P_1-be megy át, akkor a $t, t^2, \ldots, t^{n-1}$ leképezéseknél a P pont képei rendre a P^1, $P^2, \ldots, P^{n-1}$ pontok. A körvonalon értelmezett csoport ebben az esetben az $(I, t, t^2, \ldots, t^{n-1})$ elemekből álló ciklikus csoport. — Ha azonban a P pont a csoport leképezéseinél *végtelen* sok különböző pontba megy át, akkor a P-vel homolog pontoknak van legalább egy sűrűsödési pontja, mely a csoport zártsága miatt ugyancsak homolog P-vel. Van tehát a csoportnak olyan leképezése, mely a P pontot tetszőlegesen kevéssel mozdítja el; mivel ez a leképezés reguláris, ennek hatványainál a P pont olyan pontokba megy át, melyek a körvonalat tetszőleges sűrűséggel befedik. Ebből következik, hogy a P-vel homolog pontok halmaza a körvonalon mindenütt sűrű, s mivel zárt, tehát a körvonallal azonos. Eszerint a csoport a körvonalon tranzitív; mivel pedig a csoport mindegyik leképezése a körvonal egy-egy forgásával homöomorf, s ezért az azonosságot kivéve, a csoport egyik leképezésének sincs a körvonalon fixpontja, tehát a csoport a körvonalon egyszeresen tranzitív, s így ismert tétel szerint a körvonal összes forgásaiból álló csoporttal homöomorf.[6]

Ezzel bebizonyítottuk, hogy a körvonalnak az irányítást megtartó leképezéseiből álló bármely kompakt és zárt csoport a körvonal forgáscsoportjával, vagy annak egy véges alcsoportjával homöomorf.

A körlemezen értelmezett csoport elemei a körvonalon származtatott csoport elemeinek kölcsönösen egyértelmű módon

[6] Lásd például: KERÉKJÁRTÓ BÉLA: *Az egyenes tranzitív csoportjairól.* A Mat. Természettud. Ért. jelen kötetében.

felelnek meg, vagyis a körlemezen értelmezett csoport két különböző eleme a körvonalon is két különböző leképezést származtat. Ez közvetlenül következik abból, hogy a csoport leképezései a zárt körlemezen regulárisak (lásd 1.1.), s hogy a körlemeznek olyan reguláris leképezése, mely a határkörön az azonosság, az egész körlemezen is az azonos leképezés.

Ha tehát a körlemez adott csoportjában foglalt leképezések a körvonalon egy *véges* ciklikus csoportot származtatnak, mely a t leképezés hatványaiból áll, akkor jelöljük T-vel a körlemezen értelmezett csoportnak azt a leképezését, mely a t leképezésnek felel meg; a T hatványaiból alkotott $(I, T, T^2, \ldots, T^{n-1})$ csoport a körlemez megadott csoportjával azonos.

Ha azonban a körvonalon értelmezett csoport *végtelen* s ezért egytagú folytonos ciklikus csoport, jelöljük t-vel ennek a csoportnak egy nem periodikus leképezését, és T-vel a körlemezen értelmezett csoportnak azt a leképezését, mely t-nek felel meg. T a körlemez nem periodikus reguláris leképezése megmaradó irányítással s ezért egy π-vel inkommenzurábilis szögű forgással homöomorf. A T összes hatványaiból s ezek sűrűsödési elemeiből álló halmaz azonos a megadott csoporttal. Ezzel a szakasz élén kimondott tételt bebizonyítottuk.

5. §. A gömbfelület redukált csoportjainak szerkezete.

Legyen G *kompakt és zárt csoport;* tekintsük a G csoportnak azt a G_A redukált alcsoportját, mely az A pontot változatlanul hagyó leképezésekből áll. Be fogjuk bizonyítani olyan egyszerű zárt görbe létezését, mely a G_A csoport minden leképezésénél megmaradó irányítással önmagába megy át.

5.1. *A G csoport leképezéseinek összessége a gömbfelületen egyenletesen folytonos.*

Állításunk részletesebben azt jelenti, hogy minden ε pozitív számhoz megadható egy olyan δ pozitív szám, hogy, ha P és Q a gömbfelület két tetszőleges pontja, melyeknek egymástól való távolsága kisebb mint δ, s ha T a G csoport tetszőleges leképezése, akkor a $T(P)$ és $T(Q)$ pontok távolsága kisebb mint ε. Ezt az állításunkat ugyanazzal a meggondolással igazolhatjuk, mint

a csoport leképezéseinek regularitását (lásd az 1.1. tétel bebizonyítását).

Megadott ε számnak a 6.1. állítás értelmében megfelelő δ számok felső korlátját $\varphi(\varepsilon)$-nal jelöljük.

Legyen ε tetszőleges pozitív szám ($\varepsilon<1$) és legyen $\varepsilon_1=\varphi(\varepsilon)$, $\varepsilon_2=\varphi(\varepsilon_1)$; nyilván $\varepsilon_2\leqq\varepsilon_1\leqq\varepsilon$. Az A pont körül ε_1 sugárral vont $\varkappa$ körvonal a G_A csoport bármely leképezésénél olyan görbébe megy át, melynek minden pontja az A pont körül ε és ε_2 sugárral vont körvonalak által határolt zárt körgyűrűhöz tartozik, s az A pontot az ε sugarú körvonal külsejében fekvő pontoktól elválasztja. Jelöljük $\{\varkappa\}$-val azoknak a görbéknek az összességét, melyekbe a $\varkappa$ kör a G_A csoport leképezéseinél átmegy, s legyen D az a $\{\varkappa\}$ halmaz által meghatározott tartomány, mely az A pontot tartalmazza; az A pont körül ε_2 sugárral vont kör belseje a D tartományhoz tartozik.

Mivel a $\{\varkappa\}$ görberendszer a G_A csoport minden leképezésénél önmagába megy át, az általa a gömbfelületen meghatározott tartományok G_A leképezéseinél egymásba mennek át; mivel pedig az A pont a G_A csoport minden leképezésénél változatlan, tehát *a D tartomány is, s az ennek határát alkotó γ kontinuum is önmagába megy át a G_A csoport valamennyi leképezésénél.*

Egy más helyütt közölt módszerem[7] alkalmazásával bebizonyíthatjuk, hogy γ *egyszerű zárt görbe.* Ennek alapján a következő eredményhez jutunk:

5.2. *Ha az A pont rendszáma nagyobb mint* 1, *akkor meghatározható egy olyan γ egyszerű zárt görbe, mely az A pontot változatlanul hagyó G_A csoportnál (vagyis a G_A csoport minden leképezésénél) önmagába megy át.*

A γ görbe által a gömbfelületen meghatározott két (zárt) tartományra alkalmazzuk most a 4.1. tételt. Eszerint a G_A csoport a nevezett két tartomány közül mindegyikben egy forgáscsoporttal homöomorf; mindegyik tartományban egy-egy olyan pont van, mely a G_A csoportnál változatlan; ezek közül az egyik az A pont, a másikat jelöljük A'-vel.

---

[7] Lásd a [4] lábjegyzetben idézett dolgozat 1. §-ának 2. és 3. részét (237—243. o.).

Fenti meggondolásunkkal bebizonyítottuk a következő tételt:

5.3. *Ha az A pont rendszáma nagyobb mint 1, akkor van egy és csak egy olyan az A-tól különböző A' pont, mely az A pontot változatlanul hagyó G_A csoport leképezéseinél, és csakis ezeknél, önmagába megy át. A G_A csoport a gömbfelületnek egy tengelye körül való összes forgásainak a csoportjával, vagy ennek valamely véges (ciklikus) alcsoportjával homöomorf.*

Az 5.3. tétel értelmében egymásnak megfelelő A és A' pontokat *átellenes pontok*nak nevezzük. Mivel $G_A = G_{A'}$, ezt a csoportot a továbbiakban $G_{AA'}$-vel fogjuk jelölni.

Ha az A pont rendszáma végtelen, akkor 5.3. szerint a $G_{AA'}$ csoport egytagú folytonos ciklikus csoport. Ennek a pályavonalai egyszerű zárt görbék, melyek az A és A' pontokat egymástól elválasztják. Minden az A-tól és A'-től különböző ponton a $G_{AA'}$ csoportnak egy és csak egy pályavonala megy át; a $G_{AA'}$ csoport pályavonalainak serege a gömbfelület párhuzamos köreinek seregével homöomorf. A $G_{AA'}$ csoport pályavonalait A, A' középpontú *pszeudo-körök*nek, vagy *körök*nek fogjuk nevezni.

5.4. *A G csoport minden leképezésénél átellenes pontok átellenes pontokba és körök körökbe mennek át.*

Legyen ugyanis A, A' egy átellenes pontpár, és $k_{AA'}$ egy A, A' középpontú kör. Ha a G csoport T leképezésénél az A, A' pontok a B, B' pontokba mennek át, akkor a $T^{-1}G_{AA'}T$ csoport fixpontjai B és B'; ezek tehát átellenes pontok. A $G_{AA'}$ csoport pályavonalainak a T leképezésnél a $G_{BB'} = T^{-1}G_{AA'}T$ csoport pályavonalai, s ezért a $k_{AA'}$ körnek egy B, B' középpontú $k_{BB'}$ kör felel meg.

6. §. A G csoport szerkezete.

Ha a G csoport véges, akkor a gömbfelület mindegyik pontja véges rendszámú, s csak véges sok olyan pont van, melynek rendszáma egynél nagyobb. Viszont, ha a gömbfelület minden pontja véges rendszámú, akkor a G csoport véges (3.4. szerint). Ebben az esetben a G csoport vagy egy véges ciklikus, vagy diédercsoporttal, vagy valamelyik szabályos test forgási csoportjával homöomorf, mint már fentebb megjegyeztük.

Ha a G csoport végtelen, akkor van legalább egy végtelen

rendszámú A pont; ennek átellenese A' szintén végtelen rendszámú (lásd 5.3.).

Foglalkozzunk előbb azzal az esettel, midőn *A-n és A'-n kívül nincs más végtelen rendszámú pont.*

Mivel egymással homolog pontok rendszáma egyenlő, tehát ebben az esetben a G csoport minden leképezésénél *az A, A' pontok vagy önmagukba, vagy egymásba mennek át.*

Ha az A és az A' pont a G csoport minden leképezésénél önmagába megy át, akkor G a $G_{AA'}$ csoporttal azonos s így az 5.3. tétel szerint a gömb egy tengelye körül való forgásainak a csoportjával homöomorf.

Ha pedig az A és A' pontok a G csoport valamely σ leképezésénél egymásba mennek át, akkor ennél a leképezésnél az A, A' középpontú körök serege önmagába megy át olyan módon, hogy a körsereg A-tól A' felé való irányításának a leképezés az ellenkező irányítást felelteti meg. Van tehát a seregben egy és csak egy kör, mely a σ leképezésnél önmagába megy át; ezt az A, A' középpontokkal bíró *főkör*nek nevezzük és $K_{AA'}$-vel jelöljük. A gömbfelületnek a $K_{AA'}$ főkör által meghatározott két tartománya a σ leképezésnél egymásba megy át, tehát egyikök sem tartalmazhatja a σ leképezés fixpontját; eszerint a σ leképezés fixpontjai: B és B', melyek szükségképpen átellenes pontok, a $K_{AA'}$ főkörön feküsznek. A σ leképezést fixpontjainak feltüntetésével így jelöljük: $\sigma = \sigma_{BB'}$. Mivel a $\sigma_{BB'}$ leképezés négyzetének kettőnél több fixpontja van (t. i. a B, B' pontokon kívül A és A' is), tehát $\sigma_{BB'}$ *involutorius* leképezés. $\sigma_{BB'}$-t a B, B' pontpár körül való *félforgás*nak nevezzük.

Ha T jelenti a $G_{AA'}$ egytagú ciklikus csoport tetszőleges elemét, akkor, mivel a T leképezésnél a $K_{AA'}$ főkör önmagába megy át, a B és B' pont képe a $K_{AA'}$ főkörnek két átellenes C és C' pontja. A $\sigma_{CC'} = T^{-1}\sigma_{BB'}T$ leképezés involutorius, fixpontjai a C és C' pontok, s ez a leképezés, ugyanúgy mint $\sigma_{BB'}$, felcseréli egymással az A és az A' pontot.

A $G_{AA'}$ csoportnak az a leképezése, mely B-t B'-be, a B' pontot a B pontba viszi át; ez tehát a $G_{AA'}$ ciklikus csoportban foglalt $\sigma_{AA'}$ félforgás. A $\sigma_{AA'}$ félforgásnál a $K_{AA'}$ főkör minden C pontja az átellenes C' pontba megy át.

Fenti meggondolásunkkal a G csoport szerkezetét teljesen meghatároztuk. A G csoport a $G_{AA'}$ egytagú ciklikus csoport elemein kívül azokból a félforgásokból áll, melyeknek fixpontjai az A, A' középpontokkal bíró $K_{AA'}$ főkör két-két átellenes pontja. Ezt a csoportot, mely a véges diédercsoportnak természetes általánosítása, *végtelen diédercsoport*nak fogjuk nevezni.

Most levezetett eredményünket következőképpen mondhatjuk ki:

6.1. *Ha a gömbfelületen pontosan egy olyan átellenes pontpár van, melynek rendszáma végtelen, akkor a G csoport vagy egy egytagú folytonos ciklikus csoport, mely a gömbfelület egy tengelye körül való forgásainak a csoportjával homöomorf, vagy egy végtelen diédercsoport, mely a gömb egy tengelye körül való forgásaiból s a forgástengelyre merőleges tengelyek körül való félforgásaiból álló csoporttal homöomorf.*

Az előbb kizárt eset elintézése végett be fogjuk bizonyítani a következő tételt:

6.2. *Ha a gömbfelületen van két olyan végtelen rendszámú pont, melyek nem átellenesek, akkor a gömbfelület minden pontjának rendszáma végtelen s a csoport a gömbfelületen tranzitív.*

Legyen A és B két végtelen rendszámú pont, melyek nem átellenesek; jelöljük A'-vel és B'-vel a velük átellenes pontokat. Az A ponton áthaladó, B és B' középpontokkal bíró $k^A_{BB'}$ kör minden pontja végtelen rendszámú, mivel ezek a pontok az A ponttal homologak. A $k^A_{BB'}$ kör minden pontján átmegy egy-egy az A, A' középpontokkal bíró kör; az ezeken a körökön fekvő pontok szintén végtelen rendszámúak. A nevezett pontok összessége az A pontnak a gömbfelületen egy teljes környezetét alkotja; eszerint az A pont a végtelen rendszámú pontok halmazának belső pontja a gömbfelületen. Ebből következik, hogy *a végtelen rendszámú pontok halmaza a gömbfelületen nyílt halmaz.* Másfelöl a 3.5. tétel szerint a végtelen rendszámú pontok *zárt halmazt* alkotnak. A két utóbbi állításból következik, hogy a végtelen rendszámú pontok halmaza a gömbfelülettel azonos.

Fenti bizonyításunk szerint az A pont homolog egy környe-

zetének összes pontjaival. Mivel a G csoport feltevésünk szerint zárt, tehát az A-val homolog pontok halmaza ugyancsak zárt. Ebből következik, hogy a gömbfelület minden pontja homolog A-val, vagyis, hogy a G csoport a gömbfelületen tranzitív. Ezzel a 6.2. tételt bebizonyítottuk.

7. §. A gömbfelület tranzitív kompakt csoportjához tartozó geometria.

Legyen G a gömbfelület önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseinek a gömbfelületen tranzitív, kompakt és zárt csoportja.

Mivel minden pont végtelen rendszámú (a 3.4. tétel és a tranzitivitás feltétele folytán), tehát minden A pontnak megfelel az 5.3. tétel értelmében egy átelleres A' pont. Az A, A' pontok egymásnak kölcsönösen egyértelmű és folytonos módon, s azonkívül involutoriusan felelnek meg.

A gömbfelület *diametrális leképezésén* értjük azt a leképezést, mely minden A pontnak az átellenes A' pontot felelteti meg.[8] Ez a leképezés, melyet $\mathfrak{A}$-val jelölünk, a fentiek szerint topológikus és involutorius, s a gömbfelület irányítását megfordítja (mivel nincs fixpontja).

Minden átellenes A, A' pontpárhoz tartozik egy $G_{AA'}$ egytagú folytonos ciklikus csoport, mely G-nek az A, A' pontokat változatlanul hagyó leképezéseiből áll.

A G csoport tranzivitása folytán van G-ben olyan $\sigma_{BB'}$ leképezés, melynél az A pont A'-be, s ezért az A' pont A-ba megy át. A $\sigma_{BB'}$ leképezés involutorius s fixpontjai, B és B', az A, A' középpontokkal bíró $K_{AA'}$ főkörön feküsznek; ennek a főkörnek bármely átellenes C, C' pontpárja körül való $\sigma_{CC'}$ félforgás az A, A' pontokat felcseréli egymással. Mivel az A, A' pontok körül való $\sigma_{AA'}$ félforgásnál a $K_{AA'}$ főkör átellenes C, C'

[8] Ezt a leképezést hasonló célból, mint a jelen dolgozatban, alkalmaztam: *Folytonos csoportok geometriai elmélete, II. A háromdimenziós tér euklidesi és hyperbolikus csoportjairól* c. dolgozatomban (Mat. Természettud. Ért. 45. k. (1928), 290—305. o.; angol nyelven: Annals of Math. vol. 29. (1928), p. 169—179.).

pontjai egymásnak felelnek meg, tehát $\sigma_{AA'}$ a C, C' középpontokkal bíró és az A, A' pontokon áthaladó kört önmagába viszi át; ez a kör a C, C' középpontokkal bíró $k_{CC'}$ körök seregének a főköre: $K_{CC'}$. Eszerint:

7.1. *A $K_{AA'}$ főkör pontjai páronkint átellenes pontok. $K_{AA'}$ bármely átellenes C, C' pontpárjának megfelelő $K_{CC'}$ főkör átmegy az A és A' ponton.*

Mivel az $\mathfrak{A}$ diametrális leképezés megfordítja a gömbfelület irányítását és a $K_{AA'}$ főkört megmaradó irányítással önmagába viszi át, tehát felcseréli egymással a $K_{AA'}$ által a gömbfelületen meghatározott két félgömböt. Eszerint *bármely főkör a gömbfelületet két olyan félgömbre osztja fel, hogy az egyik félgömb tetszőleges pontjának átellenese a másik félgömbhöz tartozik.*

Mivel egy tetszőleges $K_{PP'}$ főkör páronkint átellenes pontokból áll, tehát $K_{PP'}$-nek van a $K_{AA'}$ főkör által meghatározott két félgömb közül mindegyiken legalább egy-egy pontja. Ebből következik, hogy *két tetszőleges főkörnek legalább két közös pontja van.*

A következő meggondolás igazolja, hogy két tetszőleges főkörnek pontosan két közös pontja van, melyek szükségképpen átellenesek. Tegyük fel, hogy a $K_{AA'}$ és $K_{PP'}$ főköröknek két nem átellenes B és C pont közös pontja volna; az ezekkel átellenes pontokat jelöljük B'-vel és C'-vel. Mivel a $K_{AA'}$ főkörnek átellenes pontja B és B', tehát a $\sigma_{BB'}$ félforgásnál az A és A' pontok egymással felcserélődnek; ugyanezért a $\sigma_{BB'}$ és a $\sigma_{CC'}$ félforgás felcseréli egymással az A és A' pontot, valamint a P és P' pontot. A $\sigma_{BB'}\sigma_{CC'}$ leképezésnél tehát az A, A', P, P' pontok közül mindegyik önmagába menne át; ebből következnék, hogy $\sigma_{BB'}\sigma_{CC'} = I$, amit azonban kizár az a feltevésünk, hogy B és C egymástól különböző és nem átellenes pontok.

Ezzel bebizonyítottuk a következő tételt:

7.2. *Két tetszőleges főkörnek pontosan két közös pontja van, melyek szükségképpen átellenes pontok.*

A 7.1. tétel alapján könnyen belátható, hogy *a G csoport minden leképezésénél főkörök főkörökbe mennek át.*

Tekintsük az A, A' átellenes pontpáron áthaladó főkörök összességét; 7.1. szerint ezeknek a középpontjai a $K_{AA'}$ főkör

átellenes pontjai. A 7.2. tétel szerint közülök bármely kettőnek nincs A-n és A'-n kívül más közös pontja. Egy tetszőleges a $G_{AA'}$ csoportban foglalt leképezésnél a $K_{AA'}$ főkörön fekvő B, B' átellenes pontpár a $K_{AA'}$-n fekvő C, C' átellenes pontpárba, s ezért a $K_{BB'}$ főkör a $K_{CC'}$ főkörbe megy át. Eszerint a $G_{AA'}$ csoportnál az A, A' pontokon áthaladó főkörök serege önmagába megy át. Ebből következik, hogy az A ponton s egy tetszőleges az A-tól és A'-től különböző P ponton egy és csak egy főkör megy át. Eszerint:

7.3. *A gömbfelület két tetszőleges nem átellenes pontján egy és csak egy főkör megy át.*

A gömbfelület két tetszőleges P és Q pontjához a következő értelmezés szerint hozzárendeljük a (P, Q) *távolság*ot. Tegyük fel, hogy P és Q nem átellenesek, s legyen $K_{AA'}$ a rajtuk áthaladó főkör. A $G_{AA'}$ csoportban bevezetünk egy θ *kanonikus paramétert*, $0 \leqq \theta < 2\pi$, azaz olyat, hogy a θ és θ' paraméterértékeknek megfelelő leképezések szorzatához a $\theta + \theta'$ paraméterérték tartozzék. Van a $G_{AA'}$ csoportban egy és csak egy olyan T leképezés, mely a P pontot Q-ba viszi át; a T-hez és a T^{-1}-hez tartozó θ és θ' paraméterértékek összege egyenlő 2π-vel; θ és θ' közül azt, mely nem nagyobb π-nél, nevezzük (P, Q) távolságnak. Ha pedig P és Q átellenes pontok, akkor, értelmezés szerint, a (P, Q) távolság egyenlő π-vel.

Ha a P, Q pontok a G csoport valamely leképezésénél az R, S pontokba mennek át, akkor $(P, Q) = (R, S)$. Megfordítva, ha $(P, Q) = (R, S)$, akkor van a G csoportnak olyan leképezése, melynél a P, Q pontok az R, S pontokba mennek át. Ennek az állításnak az igazolása a következő.

Ha θ a $G_{AA'}$ csoport kanonikus paramétere, akkor $\theta/2\pi$ az illető leképezéshez tartozó POINCARÉ-féle *rotáció-szám*; ez topológikus leképezésnél változatlan, vagyis ha ϱ a $G_{AA'}$ csoport valamely eleme és T a gömbfelületnek tetszőleges önmagára való topológikus leképezése, akkor a ϱ és a $T^{-1}\varrho T$ leképezésekhez tartozó rotáció-számok egyenlők. Ha nevezetesen T a G csoport eleme, melynél az A, A' pontok a B, B' pontokba mennek át, akkor $\varrho' = T^{-1}\varrho T$ a $G_{BB'}$ csoporthoz tartozik. Ha P és Q a $K_{AA'}$ főkörön fekvő pontok, s ha P a ϱ leképezésnél Q-ba megy át,

akkor P-nek és Q-nak T-nél származó képei a $K_{BB'}$ főkörnek olyan R és S pontjai, melyek közül R a ϱ' leképezésnél S-be megy át. Mivel ϱ és ϱ' rotáció-száma egyenlő, s mert ezeknek a rotáció-számoknak 2π-szerese rendre a (P, Q) és az (R, S) távolsággal egyenlő, következik, hogy $(P, Q) = (R, S)$. — Ugyanezzel a meggondolással adódik most bebizonyított állításunk megfordítása. Ezzel igazoltuk, hogy *főköríveknek a G csoport által és a fenti távolság-értelmezés által létesített egyenlőségi vonatkozása egymással megegyezik.*

Jegyezzük meg, hogy a fent értelmezett *távolságok az $\mathfrak{A}$ diametrális leképezésnél is változatlanok.* Ha ugyanis P, Q két tetszőleges pont, ezeknek a diametrális leképezésnél a velük átellenes P', Q' pontok felelnek meg. Legyen $K_{AA'}$ az a főkör, mely ezeken a pontokon áthalad. A $G_{AA'}$ csoportnak az a leképezés, mely a P pontot Q-ba, a P' pontot Q'-be viszi át (5.4), s ezért az értelmezés szerint $(P, Q) = (P', Q')$.

Ha P és Q a gömbfelület két nem átellenes pontja, ezek a rajtuk áthaladó főkört két olyan ívre osztják fel, melyek közül az egyik nem tartalmaz két átellenes pontot; ezt az ívet *félkörívnél rövidebb,* a másikat *félkörívnél hosszabb* ívnek nevezzük. Az előbbinek *hosszúságán* a (P, Q) távolságot, az utóbbién a $2\pi - (P, Q)$ számértéket értjük. Ha P és Q átellenes pontok, bármely rajtuk áthaladó főkörnek a P, Q pontok által meghatározott félköréhez a $(P, Q) = \pi$ hosszúságot rendeljük hozzá.

Tekintsünk két főkört, melyeknek közös pontja A és A'. Az A, A' pontok által meghatározott egyik félkörüket jelöljük K_1-gyel és K_2-vel. A $G_{AA'}$ csoportban van egy és csak egy olyan leképezés, mely a K_1, K_2 félkörök közül az egyiket a másikba viszi át, s melynek paramétere nem nagyobb π-nél; az ehhez a leképezéshez tartozó paraméterértéket nevezzük $\sphericalangle (K_1, K_2)$ *szögnek.* Ha B a K_1 félkörnek, és C a K_2 félkörnek egy-egy az A-tól és A'-től különböző pontja, akkor a $\sphericalangle (K_1, K_2)$ szöget $\sphericalangle BAC$-vel is fogjuk jelölni.

Ugyanolyan okból, mint a távolságok, a szögek is változatlanok a G csoportnál, valamint az $\mathfrak{A}$ diametrális leképezésnél. Viszont szögek egyenlőségéből következik a G csoportnál való aequivalenciájuk.

A fentiekből közvetlenül adódnak a következő tételek:

7.4. *Távolságok egyenlősége s szögek egyenlősége reflexív, szimmetrikus és tranzitív vonatkozás.*

7.5. *Ha P, Q a $K_{AA'}$ főkörnek két tetszőleges nem átellenes pontja, s ha R, R' a $K_{BB'}$ főkörnek valamely átellenes pontpárja, akkor az R, R' pontok által a $K_{BB'}$ főkörön meghatározott RR' és $R'R$ félkörök közül mindegyiken van egy és csak egy olyan S, illetve $\bar{S}$ pont, melyre $(P, Q) = (R, S) = (R, \bar{S})$.*

7.6. *Ha K_1 és K_2 az A, A' átellenes pontokat összekötő félkörök, s ha K_1' a B, B' átellenes pontokon áthaladó K' főkörnek a B, B' pontok által meghatározott egyik félköre, akkor a K' által meghatározott mindegyik félgömbön van egy és csak egy olyan a B és B' pontokat összekötő K_2', illetve K_2'' félkör, melyre $\sphericalangle(K_1, K_2) = \sphericalangle(K_1', K_2') = \sphericalangle(K_1', K_2'')$.*

7.7. *Legyen P_1P_2 és P_2P_3 a $K_{AA'}$ főkörnek és Q_1Q_2, Q_2Q_3 a $K_{BB'}$ főkörnek két-két közös pont nélküli s félkörívnél rövidebb íve. Ha $(P_1, P_2) = (Q_1, Q_2)$ és $(P_2, P_3) = (Q_2, Q_3)$, akkor $(P_1, P_3) = (Q_1, Q_3)$.*

Bebizonyítjuk végül a következő tételt *(háromszögek első egybevágósági tétele)*:

7.8. *Legyenek A, B, C nem egy főkörön fekvő pontok és AB, BC, CA az ezeket összekötő, félkörívnél rövidebb főkörívek. Legyenek továbbá A_1, B_1, C_1 nem egy főkörön fekvő pontok és A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 az ezeket összekötő, félkörívnél rövidebb főkörívek. Ha $(A, B) = (A_1, B_1)$, $(A, C) = (A_1, C_1)$ és $\sphericalangle CAB = \sphericalangle C_1A_1B_1$, akkor $(B, C) = (B_1, C_1)$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A_1B_1C_1$ és $\sphericalangle BCA = \sphericalangle B_1C_1A_1$.*

Mivel $(A, B) = (A_1, B_1)$, a G csoport alkalmasan választott leképezésével átvihetjük az A_1 pontot A-ba és a B_1 pontot B-be. Ennél a leképezésnél a C_1 pont olyan C_2 pontba megy át, melyre nézve $(A, C_2) = (A, C)$ és $\sphericalangle C_2AB = \sphericalangle CAB$. Ha a C és a C_2 pont az A, B pontokon áthaladó főkörnek ugyanazon az oldalán fekszik, akkor az utóbbi egyenlőségből következik, hogy C és C_2 egy és ugyanazon az A pontból kiinduló félkörön fekszik, s mivel $(A, C_2) = (A, C)$, tehát a C_2 pont egybeesik C-vel. Ebből következnek a tételünk állításában foglalt egyenlőségek.

Ha azonban a C és a C_2 pont az A, B pontokon áthaladó

főkörnek különböző oldalán fekszik, akkor legyenek A', B', C_2'' rendre az A, B, C_2 pontokkal átellenes pontok. Mivel a diametrális leképezésnél a távolságok és a szögmértékek változatlanok, tehát $(A', C_2'') = (A, C_2) = (A, C)$, $(A', B') = (A, B)$ és $\sphericalangle C_2''A'B' = \sphericalangle C_2AB = \sphericalangle CAB$. Az A, B pontokon áthaladó főkör középpontjai körül való félforgásnál az A' pont A-ba, a B' pont B-be és C_2'' olyan C_3 pontba megy át, melyre $(A, C_3) = (A, C)$ és $\sphericalangle C_3AB = \sphericalangle CAB$. Mivel pedig C_3 és C az A, B pontokon áthaladó főkörnek ugyanazon az oldalán fekszik, tehát az előbbi esetre vonatkozó meggondolás szerint C_3 egybeesik C-vel; így adódnak a tételben állított egyenlőségek.

A 7.2.—7.8. tételek szerint a G csoport alapján értelmezett geometriában érvényesek a *szferikus-elliptikus geometria* axiomái. Mint HESSENBERG[9] bebizonyította, ezekből az axiomákból levezethetők az elliptikus geometria projektiv tételei s azokból továbbá a trigonometriai képletek. Ebből következik, hogy *a G csoport az elliptikus sík mozgásainak a csoportjával, vagyis a gömb forgásainak a csoportjával homöomorf.*

8. §. A csoport analitikus kifejezése.

Az előbbi szakasz tárgyalásának folytatásaként meg fogjuk állapítani a G csoport leképezéseinek analitikus kifejezését; erre a célra alkalmazni fogjuk a *derékszögű háromszögekre vonatkozó cosinus-tételt*, mely a fentiek szerint a 7.2.—7.8. tételekből levezethető.

Két olyan főkört, melyek közül az egyiknek középpontjai a másik főkörön feküsznek, egymásra *merőlegesnek* nevezünk. Két merőleges főkörnek egymással találkozó íveit ugyancsak merőlegesnek nevezzük.

Legyenek A, B, C olyan pontok, melyek nem feküsznek egy főkörön; tegyük fel, hogy az AC és BC főkörívek merőlegesek egymásra, s jelöljük az (A, B), (B, C), (C, A) távolságokat rendre c, a, b-vel. A cosinus-tétel szerint fennáll a

$$\cos c = \cos a . \cos b.$$

egyenlőség.

[9] HESSENBERG, G.: *Begründung der elliptischen Geometrie.* Math. Ann. 61. k. (1905), 173—184. o.

Legyen $K_{XX'}$ egy tetszőleges főkör; vegyünk fel ezen két olyan átellenes Y, Y' és Z, Z' pontpárt, hogy az ezeknek megfelelő $K_{YY'}$ és $K_{ZZ'}$ főkörök, melyek a $K_{XX'}$ főkörre merőlegesek, egymásra is merőlegesek legyenek. Mivel a merőlegesség a G csoportnál változatlan marad, könnyen belátható, hogy *az X, X' pontpár körül való negyedforgásnál, vagyis a $G_{XX'}$ csoportban foglalt négy-periodusú leképezésnél az (Y, Z, Y', Z') pontok ciklikusan felcserélődnek egymással.*

8.1. *A G csoport minden leképezése előállítható a $G_{ZZ'}$ csoport elemeiből s a $G_{XX'}$ csoportban foglalt negyedforgásból alkotott szorzatként.*

A $G_{YY'}$ csoport a $G_{ZZ'}$ csoportnak a $G_{XX'}$ csoportban foglalt $\tau_{XX'}$ negyedforgással való transzformáltja: $G_{YY'} = \tau_{XX'}^{-1} G_{ZZ'} \tau_{XX'}$. Ha P tetszőleges pont, megadható a $G_{YY'}$ és a $G_{ZZ'}$ csoportnak egy-egy olyan $\varrho_{YY'}$ és $\varrho_{ZZ'}$ eleme, hogy a $\varrho' = \varrho_{YY'} \varrho_{ZZ'}$ leképezésnél a Z pont a P pontba megy át. Ugyanis az Y, Y' pontpár körül való alkalmas $\varrho_{YY'}$ forgással átvisszük a Z pontot a P ponton áthaladó, Z, Z' középpontú körnek a $K_{YY'}$ főkörrel való egyik metszéspontjába, majd a Z, Z' pontpár körül való $\varrho_{ZZ'}$ forgással átvisszük ezt a pontot a P pontba. — A P pont átellenese legyen P'; a P, P' pontpár körül való tetszőleges forgás a $G_{ZZ'}$ csoport valamely eleméből keletkezik a fenti ϱ' leképezéssel való transzformáció által. — Eszerint a $G_{PP'}$ csoport tetszőleges elemét előállíthatjuk a $G_{ZZ'}$ csoport elemeiből és a $\tau_{XX'}$ negyedforgásból alkotott szorzatként.

Bevezetünk a gömbfelületen egy koordinátarendszert a következő módon. A $K_{XX'}$, $K_{YY'}$, $K_{ZZ'}$ főkörök a gömbfelületet nyolc háromszögre osztják fel; ezeket csúcsaikkal így jelöljük: XYZ, $X'YZ$ stb. Ezek közül a háromszögek közül egyik tetszőlegeset jelöljük $X''Y''Z''$-vel, hol X'' jelenti az X és X' pontok közül az egyiket, s hasonlóan Y'' és Z''. Legyen P az $X''Y''Z''$ háromszög valamely pontja; ehhez a ponthoz az

$$x = \varepsilon_1 \cos(X'', P),\ y = \varepsilon_2 \cos(Y'', P),\ z = \varepsilon_3 \cos(Z'', P)$$

koordinátákat rendeljük hozzá, hol $\varepsilon_1 = \pm 1$, aszerint, hogy X'' az X, vagy az X' ponttal azonos; hasonló ε_2 és ε_3 jelentése.

Ezekkel a koordinátákkal *az X, X' pontpár körül való negyedforgást* a következő képletek fejezik ki:

$$\tau_{XX'}: \quad x' = x,\ y' = -z,\ z' = y.$$

Ez az állítás a koordináták értelmezéséből közvetlenül következik.

A $G_{ZZ'}$ csoport elemeit ugyanezekkel a koordinátákkal a következő képletek fejezik ki:

$$G_{ZZ'}: \quad x' = x\cos\alpha - y\sin\alpha,\ y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha,\ z' = z,$$

hol α az illető forgás szögét jelenti. Legyen ugyanis P tetszőleges pont, és P_1 a P pontnak a $G_{ZZ'}$ csoport illető leképezésénél származó képe. Mivel a $G_{ZZ'}$ csoport leképezéseinél a Z-től való távolságok nem változnak, tehát $(P, Z) = (P_1, Z)$, vagyis $z' = z$. Jelöljük továbbá θ-val a $G_{ZZ'}$ csoport kanonikus paraméterét; a $G_{ZZ'}$ csoportnak azt az elemét, mely az α paraméterértéknek felel meg, a kanonikus paraméter következő transzformációja fejezi ki:

$$\theta' = \theta + \alpha.$$

Jelöljük θ-val a Z, P pontokon áthaladó főkörív és a $K_{ZZ'}$ főkör metszéspontjának az X ponttól való távolságát, akkor a cosinustétel szerint:

$$x = \cos(X, P) = \cos\theta \,.\, \sin(Z, P)$$
$$y = \cos(Y, P) = \sin\theta \,.\, \sin(Z, P),$$

s ebből, mivel $(Z, P_1) = (Z, P)$, adódik:

$$\begin{aligned} x' = \cos(X, P_1) &= \cos(\theta+\alpha) \,.\, \sin(Z, P) = \\ &= [\cos\theta \,.\, \sin(Z, P)] \,.\, \cos\alpha - [\sin\theta \,.\, \sin(Z, P)] \,.\, \sin\alpha = \\ &= x\cos\alpha - y\sin\alpha; \end{aligned}$$

hasonlóan:

$$y' = x\sin\alpha + y\cos\alpha.$$

Mivel a $G_{ZZ'}$ csoport elemeit is, s a $G_{XX'}$ csoportban foglalt $\tau_{XX'}$ negyedforgást is az (x, y, z) koordináták orthogonális unitárius transzformációival állítottuk elő, a 8.1. tétel alapján ugyanez érvényes a G csoport minden elemére vonatkozóan. Eszerint:

8.2. *A G csoport leképezéseit az (x, y, z) változók orthogonális unitárius transzformációi fejezik ki.*

Összefoglalás.

Tárgyalásunk eredményeit a következő tételekben foglaljuk össze:

I. tétel. *A gömbfelület önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseinek bármely kompakt és zárt csoportja homöomorf a következő csoportok közül valamelyikkel:*

Véges csoportok: a) véges ciklikus csoport;
b) véges diédercsoport;
c) a szabályos testek csoportjai.

Végtelen csoportok: a') egytagú folytonos ciklikus csoport;
b') végtelen diédercsoport;
c') a gömb forgásainak csoportja.

Ha nem tesszük fel, hogy a csoport zárt, csak azt, hogy kompakt, akkor a csoport vagy a fenti véges csoportok közül valamelyikkel, vagy pedig a fenti végtelen csoportok közül az egyiknek egy mindenütt sűrű alcsoportjával homöomorf.

Montgomery és Zippin-nek a Bevezetésben idézett tételére hivatkozva adódik az I. tételből a következő

II. tétel. *A gömbfelület önmagára való, az irányítást megtartó topológikus leképezéseinek kompakt és a gömbfelületen tranzitív csoportja a gömb forgásainak a csoportjával homöomorf.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. hó 21-én tartott üléséből.)

SUR LES GROUPES COMPACTS DE TRANSFORMATIONS TOPOLOGIQUES DE LA SPHÈRE.

Par B. de KERÉKJÁRTÓ.

Dans une conférence faite à l'Université de Budapest, M. DE RHAM a exposé ses beaux résultats sur l'homéomorphie de deux rotations de la sphère à n dimensions. Dans cette connexion il a soulevé le problème concernant la caractérisation topologique des groupes compacts de la sphère à n dimensions, et, de plus, il a formulé comme conjecture le théorème suivant:

Tout groupe compact de transformations topologiques de la sphère à n dimensions en elle-même, conservant le sens, est homéomorphe au groupe des rotations de cette sphère ou à l'un de ses sous-groupes.

Cette proposition, comme l'a fait observer M. DE RHAM, ne découle pas du théorème de M. VON NEUMANN qui assure seulement que le *groupe des paramètres* d'un groupe compact est homéomorphe à un sous-groupe du groupe des rotations de la sphère à k dimensions.

Dans le mémoire précédent, je démontre la proposition ci-dessus pour le cas de $n = 2$ dimensions. En utilisant un théorème démontré récemment par MM. MONTGOMERY et ZIPPIN, qui affirme que *le groupe des rotations de la sphère à 2 dimensions n'admet aucun sous-groupe transitif*, j'obtiens la caractérisation suivante du groupe des rotations de la sphère:

Si un groupe compact de transformations topologiques de la surface d'une sphère en elle-même, conservant le sens, est transitif sur la sphère, le groupe est homéomorphe au groupe des rotations de la sphère.

(Mémoire présenté à la III-me classe de l'Académie Hongroise des Sciences; séance du 21 oct. 1940).

ALGEBRAI SZÁMTESTEK IDEÁLOSZTÁLYCSOPORTJAINAK PÁROS RÉSZÉRŐL.

RÉDEI LÁSZLÓ-tól.

Legyen megadva egy tetszésszerinti k végesfokú algebrai számtest a racionális számok teste fölött, továbbá a k-ban egy legáltalánosabb értelemben vett ideálosztálycsoport, röviden osztálycsoport, amit A/H-val jelölhetünk, ahol A a k összes ideáljainak[1] csoportja, s a H «főosztály» egy tetszésszerinti, WEBER—TAKAGI értelmében vett ideálcsoport[2] a k-ban.[3]

A különböző A/H osztálycsoportokról sajnos, csak nagyon gyér ismereteink vannak.[4] Ez vonatkozik különösen ama csoport invariánsaira is. Ezeknek meghatározásához az egyik eljárás a k fölött az A/H-hoz tartozó osztálytestek felállítása. Elegendő közülük azokra szorítkozni, amelyek k fölött ciklikusok és törzsszámhatvány fokúak. Ennek a munkának ahhoz a részéhez, amikor ez a fok 2-nek hatványa, vezérfonalat óhajt nyujtani a jelenlevő dolgozat. Ezzel akkor útmutatást nyerünk az osztály-

[1] Ideál alatt a tört ideálokat is értem. A zérust nem tekintem ideálnak.

[2] L. az osztálytestek elméletére nézve pl. H. HASSE, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil I, Ia, II, Jahresb. d. D. M. V., **35** (1926), 1—55, **36** (1927), 233—311, Ergänzungsband **6** (1930), 1—204. Most különösen tekintetbe jön I, 4—9.

[3] Természetesen A és H számára egy közös értelmezési modulust választva gondolunk.

[4] Kivéve, ha k a racionális számok teste, amikor A/H megegyezik a prim kongruencia-maradékosztályok csoportjaival.

csoport páros invariánsainak, vagyis ama csoport úgynevezett páros részének meghatározásához. Alkalmazásként egy későbbi dolgozatban tárgyalni fogom azt az esetet, amikor k tetszésszerinti másodfokú számtest és $A\ H$ (bármelyik) gyűrűosztálycsoport.

Dolgozatom tartalma közelebbről a következő. Felteszem, hogy $A\ H$ rendje páros és e_n-nel jelölöm az A, H csoport 2^n-nel osztható invariánsainak számát ($n \geqq 1$). Jelentsen K_n egyet a célbavett osztálytestek közül, olyant ugyanis, amelyre a k-ban hozzárendelt ideálcsoport tartalmazza H-t és a K_n/k test 2^n-edfokú ciklikus.

Természetesen a K_n testek megszerkesztése csak lépésenként képzelhető, s ebben az irányban alapvető a következő tétel, ami abban az esetben, amikor k másodfokú számtest és A/H az abszolút osztálycsoport, H. REICHARDT-tól[5] való. Az én bizonyításom valamivel egyszerűbb lesz, mint nála a mondott különös eseté.

I. Tétel. *Bármely $K_n (n \geqq 1)$ fölött akkor és csak akkor létezik legalább egy K_{n+1}, ha minden B ambig ideálosztályra*[6]

$$\left(\frac{K_n}{B}\right) = 1.^7 \tag{1}$$

Tekintsünk két különbözőt az összes K_1 testek közül, amiket K_1-gyel és L_1-gyel jelölök. A K_1L_1 összetett testnek nyilvánvalóan van a K_1, L_1 testeken kívül még egyetlen olyan részteste, ami k fölött másodfokú, s ami akkor ugyancsak egyik az összes K_1 közül. Ezt ama két test szorzatának nevezem és $K_1.L_1$-gyel jelölöm. Ehhez a szorzási szabályhoz hozzávesszük még a következőket: $K_1.K_1 = k$, $k.K_1 = K_1.k = K_1$, $k.k = k$. Ezekután az összes K_1 és a k egy $(2, 2, \ldots, 2)$ tipusú alcsoportot alkotnak, amit (K_1)-gyel jelölök. A csoport egységeleme k.

---

[5] H. REICHARDT, Zur Struktur der absoluten Idealklassengruppe im quadratischen Zahlkörper, Journ. f. Math., 170 (1933), 75—82, 1. Satz.

[6] Azaz $B^2 = H$.

[7] A baloldalon a k-ra vonatkoztatott ARTIN-féle jel értendő, úgy hogy a nevezőben levő ideálosztály helyébe ennek egyik tetszésszerinti elemét gondoljuk. Tudjuk, hogy az ARTIN-féle jel ekvivalens ideálokra egyenlő, s így a fenti jelölés nem kifogásolható.

II. Tétel. *A k és az összes olyan K_1, amely fölött van legalább egy $K_n (n \geqq 1)$, a (K_1)-nek egyik részcsoportját alkotják, amit $(K_1)_n$-nel jelölünk.*[8] *Ebben a független elemek száma egyenlő e_n-nel.*[9]

Az eme tétel miatt fontos $(K_1)_n$ csoport megvilágítását fogja szolgálni a következő:

Értelmezés. *Ha adott K_1 és $n (\geqq 1)$ mellett van a K_1 fölött legalább egy K_n s minden ilyen K_n-re az A/H osztálycsoport egy bizonyos C 2-hatványrendű*[10] *elemével*

$$\left(\frac{K_n}{C}\right) \tag{2}$$

rendje változatlan és legfeljebb 2, akkor jelentse

$$(K_1, C)_n \tag{3}$$

az 1, -1 számok multiplikatív csoportjának ugyanolyan rendű elemét.[11]

A következő négy tétel közül a III. és IV. tételek szerint a $(K_1, C)_n$ jel multiplikatív C-ben és K_1-ben, az V. tétel rekurzív utasítást ad a létező $(K_1, C)_n$ jelek felkeresésére, a VI. tétel a $(K_1)_n$ csoportnak, s ezzel a II. tétel alapján az e_n-nek a $(K_1, C)_n$ (illetve csupán $(K_1, B)_n$) jelekből való meghatározását adja.

III. Tétel. *Fennáll*

$$(K_1, C)_n (K_1, C')_n = (K_1, CC')_n, \tag{4}$$

hacsak az illeni három $(\ )_n$ jel közül kettő létezik, amiből a harmadik létezése már következik.

---

[8] Különösen $(K_1)_1 = (K_1)$.

[9] V. ö. H. REICHARDT idézett dolgozatával, 2. Satz.

[10] Más rend megengedése minden haszon nélkül lenne abból az okból, hogy páratlan rendű C-vel a (2) egyenlő 1-gyel.

[11] V. ö. szerzőnek három régebbi dolgozatával: Egy új számelméleti jel, alkalmazással a másodfokú számtestek elméletére I, II és Másodfokú számtestek abszolút osztálycsoportjának 2-, 4- és 8-cal osztható invariánsai, ez az Ért., 56 (1937), 807—847, 57 (1938), 488—498, illetve 56 (1937), 848—852. Az ezek közül az elsőben bevezetett $\{a_1, a_2, a_3\}$ jel $a_3, a_1 a_2$ különös esetének nagymértékű általánosítása a fenti $(K_1, C)_n$ jel, amire más helyen még rá fogok mutatni.

IV. Tétel. *Ha* $K_1 \neq L_1$, *akkor*

$$(K_1, C)_n (L_1, C)_n = (K_1 . L_1, C)_n, \tag{5}$$

hasonló záradékkal mint a III. tételben.

V. Tétel. *Minden* $(K_1, C)_1$ *jel létezik. A* $(K_1, C)_n$ $(n \geqq 2)$ *jel akkor és csak akkor létezik, ha* K_1 *fölött van legalább egy* K_n, *s ha minden olyan* L_1*-re,*[12] *amely fölött van legalább egy* K_{n-1}, *létezik* $(L_1, C)_{n-1}$ *és egyenlő 1-gyel.*

VI. Tétel. *Adott* K_1 *fölött akkor és csak akkor létezik legalább egy* K_n $(n \geqq 2)$, *ha* K_1 *fölött létezik legalább egy* K_{n-1} *és minden létező* $(K_1, B)_{n-1}$ *egyenlő 1-gyel.*[13]

Az V. tétel szerint adott $n(\geqq 1)$ esetében mindazon K_1 mellett, amely fölött van K_n, az olyan C-k összessége, amelyekre $(K_1, C)_n$ létezik, független a K_1 különös megválasztásától. Ezek a C-k a III. tétel szerint csoportot alkotnak. Közülük az ambig ideálosztályok ugyancsak csoportot alkotnak, amelyet $(B)_n$-nel jelölök.[14] Más szóval $(K_1, B)_n$ *akkor és csak akkor létezik, ha* K_1 *a* $(K_1)_n$*-be és* B *a* $(B)_n$*-be tartozik.* Az e_n lehető gazdaságos meghatározását szolgálja a következő:

VII. Tétel. *A* $(B)_n$ *rendje megegyezik* $(K_1)_n$ *rendjével, azaz* $(B)_n$*-ben is a független elemek száma* e_n. *Legyen* $e_n > 0$ *mellett* $B'_n, B''_n, \ldots, B_n^{(e_n)}$; $K'_{1n}, K''_{1n}, \ldots, K_{1n}^{(e_n)}$ *egy-egy független bázis azokból a csoportokból és*

$$M_n \quad \begin{pmatrix} (K'_{1n}, B'_n)_n & (K''_{1n}, B'_n)_n \ldots (K_{1n}^{(e_n)}, B'_n)_n \\ (K'_{1n}, B''_n)_n & \\ \vdots & \\ (K'_{1n}, B_n^{(e_n)})_n & (K_{1n}^{(e_n)}, B_n^{(e_n)})_n \end{pmatrix}, \tag{6}$$

továbbá $s_n^{(i)}$ *és* $o_n^{(i)}$ *az* M_n *i-dik sora, illetve oszlopa, végül* r_n *az* M_n *multiplikatív rangja, azaz a multiplikatív értelemben független sorok (vagy oszlopok) száma.*[15] *Az* M_n*-ből a következő*

[12] $L_1 = K_1$ is megengedett.

[13] Céljainkra elegendő lett volna a $(K_1, C)_n$ jelt csupán $C = B$ mellett értelmezni, azonban rövidülés ezzel nem állt volna elő.

[14] Arra az esetre, amikor egyetlen K_n sincs $(e_n = 0)$, azaz, ha $(K_1)_n = k$, legyen kényelem kedvéért $(B)_n = H$.

[15] Az itteni fogalmakra nézve l. szerző régebbi dolgozatát: Néhány újabb kongruenciafeltétel a másodfokú számtest abszolút osztálycsoportjának nyollcal osztható invariánsaira, ez az Ért., 54 (1936), 747. o.

szabály szerint határozhatók meg $(B)_{n+1}$, $(K_1)_{n+1}$, e_{n+1}. *Mindazok a* $B_n^{(i)}B_n^{(j)}\ldots B_n^{(u)}$ *szorzatok alkotják a* $(B)_{n+1}$ *összes H-tól különböző elemeit, amelyekre a megfelelő* $s_n^{(i)}s_n^{(j)}\ldots s_n^{(u)}$ *szorzat egységvektor.*[15] *Hasonlóan mindazok a* $K_{1n}^{(i)}K_{1n}^{(j)}\ldots K_{1n}^{(u)}$ *szorzatok alkotják a* $(K_1)_{n+1}$ *összes k-tól különböző elemeit, amelyekre* $o_n^{(i)}o_n^{(j)}\ldots{}^{(u)}_{n}$ *egységvektor. Végül* $e_{n+1}=e_n-r_n$.

Megjegyzés. Az $r_n<e_n$ esetben, miután a VII. tételből meghatároztuk a $(B)_{n+1}$, $(K_1)_{n+1}$ csoportokat s ezekből kiválasztottunk egy-egy B'_{n+1}, $B''_{n+1},\ldots$, $B_{n+1}^{(e_{n+1})}$; $K'_{1,n+1}$, $K''_{1,n+1},\ldots$, $K_{1,n+1}^{(e_{n+1})}$ független bázist, akkor az M_{n+1} matrix meghatározásához szükséges még eme K_1 testek fölött egy-egy K_{n+1} megszerkesztése. Ehhez az általános elméletre (osztálytestek elmélete és Galois-elmélet) kell utalnunk, továbbá az I. tételre. Az $M_1, M_2,\ldots$ sorozat addig folytatható, mígnem egy M_n-re $r_n=e_n$, ami más szóval azt jelenti, hogy ebben az M_n-ben a sorok (oszlopok) multiplikatív értelemben mind függetlenek. Akkor erre az n-re egyszersmind 2^n az A/H páros invariánsainak maximuma. Általában $e_i=e_1-(r_1+r_2+\cdots+r_{i-1})$ $(i=2, 3,.,., n)$.

*

Rátérek a fentiek bizonyítására. Legyen g_n az A/H-nak olyan részcsoportja, amelyre A/g_n 2^n-edrendű ciklikus. Az osztálytestek elmélete értelmében a K_n-hez k-ban hozzárendelt ideálcsoport egy g_n,[16] s fordítva, minden g_n-hez egy K_n tartozik. Továbbá a monotonitás tétele szerint K_n fölött akkor és csak akkor létezik legalább egy K_{n+1}, ha g_n tartalmaz legalább egy g_{n+1}-et. E szerint az I. tétel, tekintettel az Artin jel tulajdonságára úgy fogalmazható, hogy g_n akkor és csak akkor tartalmaz legalább egy g_{n+1}-et, ha g_n tartalmaz minden B-t.

Tegyük fel ezért előbb egy $g_{n+1}(<g_n)$ létezését. Fennáll

$$A = g_{n+1} + Xg_{n+1} + X^2g_{n+1} + \cdots + X^{2^{n+1}-1}g_{n+1}, \qquad (7)$$

ahol X az A/H-nak egyik eleme. Egyszersmind

$$g_n = g_{n+1} + X^{2^n}g_{n+1}. \qquad (8)$$

[16] Gyakran az A/H-nak egy részcsoportját, s az ennek elemeiben tartalmazott ideálok csoportját a jelölésben nem fogjuk megkülönböztetni.

Bármely B (7) miatt a $B = YX^i$ alakban jelentkezik, ahol $Y \in g_{n+1}$.[17] Akkor $B^2 = H$ és $Y^2 \in g_{n+1}$ miatt $2^n \mid i$, s így (8) miatt tényleg $B \in g_n$.

Tegyük fel ezután, hogy egy bizonyos g_n minden B-t tartalmaz. Akkor $(B) \leqq g_n$, ahol (B) az összes B csoportja. A g_n-hez tartozó karaktercsoport[18] a $\{\chi_n\}$[19] alakban adható meg, ahol χ_n az A/H csoportnak egyik 2^n-edrendű karaktere. Jelentse χ az A/H bármelyik karakterét és (χ^2) az összes χ^2-ből álló csoportot. Nyilvánvaló, hogy (B)-hez a (χ^2) karaktercsoport tartozik. Akkor fennáll $\{\chi_n\} \leqq (\chi^2)$, s így alkalmas χ_{n+1}-gyel $\chi_n = \chi_{n+1}^2$. E szerint χ_{n+1} 2^{n+1}-edrendű, s így a $\{\chi_{n+1}\}$-hez egy g_{n+1} tartozik, amely $\{\chi_n\} < \{\chi_{n+1}\}$ miatt része g_n-nek. Ezzel az I. tételt bebizonyítottuk.

A II. tétel bizonyításához tekintsünk egy tetszésszerinti K_1, K_n $(K_1 \leqq K_n)$ párt. A K_n-hez tartozó karaktercsoportot ismét a $\{\chi_n\}$ alakban vesszük fel. Ekkor K_1 a $\{\chi_n^{2^{n-1}}\}$ karaktercsoporthoz tartozik. Más szóval K_1 egy olyan $\{\lambda\}$ karaktercsoporthoz tartozik, amelyben λ valamely karakternek 2^{n-1}-dik hatványa és ő maga másodrendű. Fordítva nyilvánvaló, hogy minden ilyen λ egy olyan K_1-et határoz meg, amely fölött van K_n.

Tekintsünk most az összes K_1 közül egy másikat is, legyen ez $L_1 (\neq K_1)$, s legyen L_1 is olyan, hogy fölötte van egy K_n. Tartozzék L_1-hez a fenti módon $\{\lambda'\}$ $(\lambda' \neq \lambda)$. Akkor $\lambda\lambda'$ is másodrendű karakter, s nyilván $K_1 . L_1$-hez $\{\lambda\lambda'\}$ tartozik. Minthogy pedig λ-val és λ'-vel együtt $\lambda\lambda'$ is valamelyik karakternek 2^{n-1}-dik hatványa, azért $K_1 . L_1$ fölött is van egy K_n test. E szerint kimutattuk a II. tételnek első állítását, t. i. a $(K_1)_n$ csoport létezését.

A második állítás úgy is fogalmazható, hogy a $(K_1)_n$ csoport rendje 2^{e_n}. A fentiek szerint $(K_1)_n$-nek a k-n kívül annyi eleme van, mint ahány λ. Akkor a $(K_1)_n$ rendje megegyezik az olyan legfeljebb másodrendű karakterek számával, amelyek valamely

[17] «$\in$» a tartalmazás jele.

[18] L. pl., HECKE, Vorlesungen über die Theorie der algebraischen Zahlkörper, Leipzig (1923), 37. o.

[19] $\{a, b, \ldots\}$ jelenti az $a, b, \ldots$ elemeken felépülő csoportot.

karakter 2^{n-1}-dik hatványával egyenlők. Tekintettel arra, hogy egy abelcsoport és az ő karaktercsoportja egy-egyértelműen izomorfok, ez a szám nyilvánvalóan 2^{e_n}. Ezzel a II. tételt bebizonyítottuk.

A III. tétel azonnal következik az értelmezésből és az ARTIN-jelnek a nevező szerint való multiplikatív tulajdonságából.

A továbbiakhoz néhány előkészületet végzek. Ha g egy tetszésszerinti csoport néhány elemének összességét jelenti, akkor g^i jelentse a g-beli elemek i-dik hatványainak összességét, az esetleges többszörös elemeket csak egyszer számítva. Állítom a következőt:

a Tetszésszerinti K_1 fölött akkor és csak akkor létezik legalább egy K_n, ha a K_1-hez k-ban hozzárendelt g_1 ideálcsoportra és ennek g_1' mellékcsoportjára nézve

$$g_1^{2^{n-1}} \neq g_1'^{2^{n-1}}.^{20} \tag{9}$$

Ugyanis elegendő azt kimutatni, hogy (9) éppen legalább egy $g_n (\leqq g_1)$ csoport létezésének feltétele. Tegyük fel azért előbb egy ilyen g_n létezését. Akkor

$$A = g_n + Xg_n + X^2g_n + \cdots + X^{2^n-1}g_n, \tag{10}$$

ahol X az A/H egyik eleme, és

$$g_1 = g_n + X^2g_n + X^4g_n + \cdots + X^{2^n-2}g_n, \tag{11}$$

$$g_1' = Xg_1. \tag{12}$$

A (10) és (11) miatt

$$g_1^{2^{n-1}} \leqq g_n. \tag{13}$$

Továbbá (10) miatt $X^{2^n-1} \notin g_n$, s így (13) miatt még inkább $X^{2^n-1} \notin g_1^{2^{n-1}}$. Másrészt (12) szerint $X \in g_1'$, amiből $X^{2^n-1} \in g_1'^{2^{n-1}}$. E szerint most tényleg fennáll (9).

Fordítva most tegyük fel (9)-et. Tartozzanak az A/H-nak $g_1, A^{2^n-1}, g_1^{2^{n-1}}$ részcsoportjaihoz a $\{\chi\}, \bar{g}, \bar{g}_1$ karaktercsoportok, ahol akkor χ másodrendű karakter; láthatóan $\bar{g}$ és g_1 ama karakterek csoportja, amelyeknek 2^{n-1}-dik hatványa 1, illetve a $\{\chi\}$ cso-

[20] Minthogy a (9) baloldala csoport, s ennek egyik mellékcsoportja a jobboldal, azért (9) helyett $H \notin g_1'^{2^{n-1}}$ is vehető.

portba tartozik. Minthogy (9) miatt $A^{2^n} \neq g_1^{2^n}$, azért $\overline{g} \neq \overline{g}_1$, s így az előbbi miatt van egy olyan λ karakter, amire $\lambda^{2^{n-1}} = \chi$. Akkor λ rendje 2^n, s így a $\{\lambda\}$-hoz egy olyan g_n tartozik, amely része g_1-nek. Ezzel az állítást bebizonyítottuk.

Állítom még a következőt:

b) $(K_1, C)_n$ akkor és csak akkor létezik, ha fennáll (9) *és a C 2^{n-1}-dik hatvány. Mégpedig akkor a $(K_1, C)_n$ értéke* 1 *vagy* -1 *a szerint, amint C a $g_1^{2^{n-1}}$-be, vagy a $g_1'^{2^{n-1}}$-be tartozik.*

Ugyanis az értelmezés szerint $(K_1, C)_n$ létezéséhez tényleg szükséges a (9) teljesülése, s azért a továbbiakhoz ezt már feltételezzük. Minthogy $g_1'^{2^{n-1}}$ egyik mellékcsoportja $g_1^{2^{n-1}}$-nek, azért ezek egyenlő számú elemet tartalmaznak. Másrészt a III. tétel szerint adott K_1 és n mellett mindazok a C osztályok, amelyekre $(K_1, C)_n$ létezik, csoportot alkotnak, s hasonló igaz azokról a C-kről is, amelyekre $(K_1, C)_n = 1$. A két csoport közül az utóbbi az előbbinek részcsoportja, s az index csak 1 vagy 2 lehet. Más szóval adott K_1 és n mellett a létező $(K_1, C)_n$ jelek értékkészlete vagy csupa 1-ből, vagy felerészben 1-ből, felerészben -1-ből áll. Elegendő tehát még csak annyit kimutatni, hogy $(K_1, C)_n$ akkor és csak akkor (létezik és) egyenlő 1-gyel, ha $C \in g_1^{2^{n-1}}$, és hogy $(K_1, C)_n$ (létezik és) egyenlő -1-gyel, ha $C \in g_1'^{2^{n-1}}$.

Tudvalevő, hogy a (2) akkor és csak akkor egyenlő 1-gyel, ha a K_n-hez k-ban hozzárendelt g_n ideálcsoport tartalmazza C-t. E szerint az iménti két részállításunk elsőjéhez elegendő azt bebizonyítani, hogy az összes $g_n (\leqq g_1)$ közös része egyenlő $g_1^{2^{n-1}}$-gyel. Jelentse χ ismét azt a másodrendű elemet az $A\,H$ karaktercsoportjából, amellyel g_1 a $\{\chi\}$-hez tartozik. Minthogy a $g_n (\leqq g_1)$ csoportok azokhoz a $\{\lambda\}$ karaktercsoportokhoz tartoznak, amelyekre $\lambda^{2^n} = \chi$, azért a szóbanlevő közös részhez az a $\{\lambda, \lambda', \ldots\}$ karaktercsoport tartozik, amelyben $\lambda, \lambda', \ldots$ az előbbi egyenlet összes megoldásai. Ez az utóbbi csoport nyilvánvalóan azonos a fentebbi $\overline{g}_1$-gyel, amelyről már megjegyeztük, hogy hozzá a $g_1^{2^{n-1}}$ tartozik, amivel a szóbanlevő részállítást bebizonyítottuk.

A hátralevő részhez legyen $C \in g_1'^{2^{n-1}}$. Minthogy C most 2^{n-1}-dik hatvány, azért a (2) rendje legfeljebb 2. Ezért az értel-

mezés szerint elég még csak azt kimutatni, hogy a (2) egyetlen $K_n(\geqq K_1)$ mellett sem egyenlő 1-gyel, vagyis, hogy $g_1'^{2^{n-1}}$-nek egyetlen $g_n(\leqq g_1)$ csoporttal sincs közös eleme. Ez tényleg következik a (12)-ből előálló $g_1'^{2^{n-1}} = N^{2^{n-1}} g_1^{2^{n-1}}$ egyenlet, továbbá (10) és (13) alapján. Ezzel utóbbi állításunkat bebizonyítottuk.

A IV. tétel bizonyításánál feltételezhetjük, hogy az (5) baloldalának tényezői léteznek. Tartozzanak a K_1, L_1, $K_1.L_1$, K_1L_1 osztálytestekhez a k-nak g_1, h_1, j_1, a ideálcsoportjai. Akkor az A/H-nak alkalmas S, T elemeivel

$$g_1 = a + Sa,\ h_1 = a + Ta,\ j_1 = a + STa.$$

A megfelelő mellékcsoportok

$$g_1' = Ta + STa,\ h_1' = Sa + STa,\ j_1' = Sa + Ta.$$

Legyen rövidség kedvéért $\alpha = a^{2^{n-1}}$, $\sigma = S^{2^{n-1}}a$, $\tau = T^{2^{n-1}}a$. Akkor α az A/H-nak részcsoportja, míg σ, τ az α-nak mellékcsoportjai. Fennáll

$$g_1^{2^{n-1}} = \alpha + \sigma,\ h_1^{2^{n-1}} = \alpha + \tau,\ j_1^{2^{n-1}} = \alpha + \sigma\tau,$$
$$g_1'^{2^{n-1}} = \tau + \sigma\tau,\ h_1'^{2^{n-1}} = \sigma + \sigma\tau,\ j_1'^{2^{n-1}} = \sigma + \tau,$$

ahol $\sigma\tau$ elemei természetesen többszörösség nélkül értendők, azaz $\sigma\tau$ is az α-nak egyik mellékcsoportja.

A feltevés miatt az éppen bebizonyítottak szerint fennáll (9), s a hasonló egyenlőtlenség g helyett h-val. Akkor α, σ, τ, $\sigma\tau$ páronként különbözők, s így a (9) g helyett j-vel is fennáll. Minthogy továbbá a feltevésből b szerint már az is következik, hogy C 2^{n-1}-dik hatvány, azért ezzel az (5) jobboldalának létezését bebizonyítottuk.

Hátra van még kimutatni az (5) fennállását. $A^{2^{n-1}} = g_1^{2^{n-1}} + g_1'^{2^{n-1}} = \alpha + \sigma + \tau + \sigma\tau$ miatt C eleme az α, σ, τ, $\sigma\tau$ valamelyikének. Ha éppen pl. $C \in \sigma$, akkor $C \in g_1^{2^{n-1}}$, $h_1'^{2^{n-1}}$, $j_1'^{2^{n-1}}$, s így b szerint (5) most átmegy az $1.-1=-1$ helyes egyenletbe. A többi három eset hasonlóan helyes egyenletre vezet, s ezzel a IV. tételt bebizonyítottuk.

Az V. tétel első állításának helyessége az értelmezésből nyilvánvaló. Minthogy továbbá az értelmezés szerint a $(K_1, C)_n$ $(n \geqq 2)$ létezéséhez szükséges legalább egy $K_n'(> K_1)$ létezése, azért ezt ezután feltételezem.

Tegyük fel továbbá először, hogy $(K_1, C)_n$ létezik. Akkor $C = N^{2^{n-1}}$, ahol N az A/H egyik eleme. Ha tehát h_1 jelenti a tételbeli L_1-hez k-ban hozzárendelt ideálcsoportot, akkor $N^2 \in h_1$ miatt $C \in h_1^{2^{n-2}}$. Ebből a és b szerint következik, hogy $(L_1, C)_{n-1}$ létezik és egyenlő 1-gyel.

Tegyük fel ezután, hogy $(K_1, C)_n$ nem létezik. Akkor $C = N^{2^r} (0 \leqq r \leqq n-2)$, ahol N az A/H egyik olyan eleme, amely nem négyzete egy másik elemnek. Ha e mellett $r \leqq n-3$, akkor C nem 2^{n-2}-dik hatvány, tehát b szerint $(K_1, C)_{n-1}$ nem létezik, holott a feltevés miatt K_1 fölött van egy K_{n-1} test.

Hátra van még az $r = n-2$ eset. Akkor $C = N^{2^{n-2}}$. Minthogy most $C = H$ nem lehetséges, azért N rendje legalább 2^{n-1}. Van tehát az A/H csoportnak olyan 2^{n-1}-edrendű χ karaktere, amellyel $\chi(N)$ (vagyis χ értéke az N elemre) 2^{n-1}-dik primitiv egységgyök. Tartozzon a $\{\chi\}$ karaktercsoporthoz az A H-nak h_{n-1} részcsoportja, amelyre akkor A/h_{n-1} 2^{n-1}-edrendű ciklikus. A h_{n-1} ideálcsoporthoz e szerint egy K_{n-1} test tartozik. Tekintem az ez által tartalmazott L_1 testet. Legyen h_1 az L_1-hez tartozó ideálcsoport, amelyhez biztosan a $\{\chi^{2^{n-2}}\}$ karaktercsoport tartozik. Minthogy $\chi^{2^{n-2}}(N) \neq 1$, azért $N \notin h_1$, s így $N \in h_1'$, ahol h_1' a h_1 mellékcsoportja. Ebből következik $C \in h_1'^{2^{n-2}}$, azaz b miatt $(L_1, C)_{n-1} = -1$. Ezzel az V. tételt bebizonyítottuk.

A VI. tétel bizonyításánál abból a feltevésből indulhatunk ki, hogy K_1 fölött létezik egy K_{n-1}, minthogy ez mindenesetre szükséges egy $K_n (> K_1)$ létezéséhez.

Ezután a és b szerint $(K_1, B)_{n-1}$ akkor és csak akkor -1, ha $B \in g_1'^{2^{n-2}}$, ahol g_1' jelentése ugyanaz, mint (9)-ben. Elegendő tehát azt kimutatni, hogy (9) és

$$B \notin g_1'^{2^{n-2}} \quad \text{(minden } B\text{-re)} \tag{13}$$

egymásból következnek. Tényleg (13) azt jelenti, hogy $g_1'^{2^{n-2}}$-nek minden eleme legalább 4-edrendű, s így belőle $H \notin g_1'^{2^{n-1}}$, vagyis a (9) fennállása következik. Viszont, ha (13) nem igaz, akkor van egy $B \in g_1'^{2^{n-2}}$. Ebből $H \in g_1'^{2^{n-1}}$, s így most $g_1'^{2^{n-1}} = g_1'^{2^{n-1}}$, azaz (9) nem érvényes. Ezzel a VI. tételt bebizonyítottuk.

A VII. tétel bizonyításához mindenekelőtt láttuk az V. tételben,

hogy minden $(K_1, B)_1$ jel létezik, s így $(B)_1$ megegyezik az összes B csoportjával. Akkor $(B)_1$ rendje 2^{r_1}, s ez a II. tétel szerint tényleg megegyezik $(K_1)_1$ rendjével. E szerint az M_1 matrix mindenesetre értelmezve van. Tegyük fel, hogy egy tetszésszerinti n-re már kimutattuk a $(B)_n$ és $(K_1)_n$ rendjeinek egyenlőségét; akkor ez a közös rendszám a II. tétel szerint 2^{e_n}. Amennyiben $e_n > 0$, akkor ezzel M_n értelmezve van. Kimutatjuk, hogy az M_n-ből a $(B)_{n+1}$ és $(K_1)_{n+1}$ megszerkesztésére vonatkozó szabály helyes. Tekintettel arra, hogy egy csupa 1 és -1 elemből álló matrixban a multiplikatív értelemben független sorok és oszlopok száma egyenlő,[15] s arra, hogy M_n négyzetes matrix, akkor máris következik $(B)_{n+1}$ és $(K_1)_{n+1}$ rendjeinek egyenlősége. Ugyancsak következik az, hogy $(K_1)_n$ és $(K_1)_{n+1}$ rendjeinek hányadosa 2^{r_n}, amiből a II. tétel szerint előáll $e_{n+1} = e_n - r_n$. Ezek szerint a mondott szabály kimutatásából következni fog a VII. tétel többi állítása is.

Előbb a $(K_1)_{n+1}$-re vonatkozó szabályt vizsgáljuk meg. Mindenesetre $(K_1)_{n+1} \leqq (K_1)_n$, s ezért elegendő azt megvizsgálni, hogy $(K_1)_n$-nek egy tetszésszerinti K_1 eleme mikor tartozik $(K_1)_{n+1}$-be. Ez a K_1 a VI. tétel szerint akkor és csak akkor eleme $(K_1)_{n+1}$-nek is, ha minden létező $(K_1, B)_n$ egyenlő 1-gyel. Ez a $(K_1, B)_n$ pontosan csak a $(B)_n$ elemeire létezik, s a mondott feltétel a III. tétel alapján azt mondja, hogy

$$(K_1, B'_n)_n, (K_1, B''_n)_n, \ldots, (K_1, B_n^{(e_n)})_n$$

egységvektor. Ez ismét a IV. tétel miatt pontosan azt jelenti, hogy a $K_1 = K_{1n}^{(i)} . K_{1n}^{(j)} \ldots K_{1n}^{(u)}$ $(1 \leqq i < j < \cdots < u \leqq n)$ egyértelmű szorzatelőállításnak megfelelő $o_n^{(i)} o_n^{(j)} \ldots o_n^{(u)}$ szorzat egységvektor. E szerint a szóbanlevő szabály helyes.

Hasonlóan a $(B)_{n+1}$-re vonatkozó szabály helyességéről is meggyőződhetünk, mert a fentebbiek szerint fennáll $(B)_{n+1} \leqq (B)_n$, s ezután az előbbi mintára alkalmazásba vehetők az V., IV., III. tételek. (Ez az út az $r_n = e_n$ esetben $(K_1)_{n+1} = k$ miatt nem járható, de akkor közvetlenül belátjuk a szabály helyességét abból, hogy ez most a $(B)_{n+1}$ csoporthoz a H-n kívül egyetlen elemet sem szolgáltat, s másrészt [14] szerint most $(B)_{n+1} = H$.) Ezzel a VII. tételt is bebizonyítottuk.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1940. febr. 19-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN GERADEN TEIL DER IDEALKLASSENGRUPPEN IN ALGEBRAISCHEN ZAHLKÖRPERN.

Von L. RÉDEI in Budapest.

Gemeint sind die geraden Invarianten einer im weitesten (d. h. WEBER—TAKAGIschen) Sinne genommenen Idealklassengruppe A/H eines beliebigen algebraischen Zahlkörpers k vom endlichen Grade (A = alle Ideale von k, H = Hauptklasse); die Anzahl der durch 2^n teilbaren unter ihnen bezeichne $e_n (n \geqq 1)$. Unter den durch A/H definierten Klassenkörpern soll K_n irgendeinen solchen bedeuten, der vom Relativgrade 2^n und zyklisch über k ist.

I. Satz. Über einem $K_n (n \geqq 1)$ gibt es ein K_{n+1} dann und nur dann, wenn das ARTINsche Symbol $\left(\frac{K_n}{B}\right)$ für alle ambige Klassen $B (B^2 = H)$ gleich 1 ist (in einem Spezialfall bewiesen von H. REICHARDT).[3] Im Nenner ist für B ein Ideal von ihm gemeint.

Ich definiere die abelsche Gruppe vom Typus $(2, 2, \ldots, 2)$ der Elemente K_1 und k (Einheitselement) so, dass für zwei verschiedene Elemente K_1, $L_1 (\neq k)$ als Kompositum $K_1 . L_1$ der dritte über k quadratische Unterkörper des Zusammengesetzten Körpers $K_1 L_1$ gilt.

II. Satz. Für $n \geqq 1$ bilden k und die K_1, über denen es ein K_n gibt, eine Untergruppe $(K_1)_n$ von (K_1) der Ordnung 2^{e_n}. (Vgl.[5])

Definition. Gibt es für ein K_1 und $n (\geqq 1)$ wenigstens ein $K_n (\geqq K_1)$ und ist die Ordnung von $\left(\frac{K_n}{G}\right)$ bei einer bestimmten

Klasse C von Zweierpotenzordnung für alle K_n gleich und höchstens 2, so bedeute $(K_1, C)_n$ das Element ähnlicher Ordnung in der multiplikativen Gruppe der Zahlen 1, -1.

III. und IV. Satz. Das Symbol $(K_1, C)_n$ ist nach C, bzw. K_1 multiplikativ (s. (4) und (5)).

V. Satz. Das Symbol $(K_1, C)_n$ existiert für $n=1$ immer, für $n \geqq 2$ dann und nur dann, wenn es über K_1 wenigstens ein K_n gibt und wenn $(L_1, C)_{n-1}$ für jedes L_1 (= oder $\neq K_1$) mit wenigstens einem Oberkörper K_{n-1} existiert und gleich 1 ist.

VI. Satz. Es gibt über einem K_1 ein $K_n (n \geqq 2)$ dann und nur dann, wenn es über K_1 wenigstens ein K_{n-1} gibt und wenn alle Symbole $(K_1, B)_{n-1}$, die existieren, gleich 1 sind.

Will man doch alle e_n auf Grund der II. und VI. Sätze bestimmen, so ist die wirkliche Konstruktion von Körpern auf Grund der allgemeinen Theorie nicht zu vermeiden, wobei dann auch der 1. Satz gut zu gebrauchen ist. Es wird noch aus den II.—VI. Sätzen das kürzeste Verfahren zusammengestellt, um mit Hilfe von gewissen Matrizen (s. (6)) e_n zu bestimmen. In einem späteren Aufsatz folgen Anwendungen auf die Ringklassengruppe und Norm der Ringeinheiten quadratischer Zahlkörper.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Febr. 1940.)

A KÉT BOLYAI DOMÁLDI HASZONBÉRSZERZŐDÉSI TERVEZETE.

JELITAI JÓZSEF-től.

Bolyai Farkas anyjának öröksége «egy Domáld (Kis-Küküllő vármegye) mellett levő birtok volt: nemesi kúria, szántóföldek, rétek, szőllők, kocsma-jog és hat jobbágy».[1] Itt élt Farkas 1801 és 1804 közt, mint fiatal házas, János pedig igen kevés megszakítással tizenkét esztendeig, egész 1846-ig.[2] Erre a birtokra vonatkozik az alábbi tervezet, amelyet 1938 augusztusában találtam Marosvásárhelyt a Bolyai-kéziratok közt. Farkas kézírása, ívrét papíron. Keltezés, aláírás, pecsét nincs rajta. Szélein és hátlapján tele van írva János későbbi üdvtani feljegyzéseivel.

«Domáldi jószágocskámat, az abban lévő birtokosi jussomat megtartván hóltomig, vagy életemben addig, míg valamelyik fiam osztályt kívánna, és az véghez is menne, vagy hogy Cs. K. Kapitány fiamnak részét kiadjam, el adnám; árendába adom Cs. K. Kapitány fiamnak, következő feltételek alatt.

1mo Hogy ha hivatalom' folytatására alkalmatlannak érezném magamot, vagy említett jószágocskámat el-adnám: három holnapi előre tejendő jelentéssel a' jószágot Cs. K. K. fiam kibocsássa.

2do Hogy semmi superaedificatummal sem engem se a' másik fiamat Gergelyt ne terhelje.

3^{tio} Hogy halálom napjától fogva Négy honappal tartozzék Cs. K. Kapitány Fiam, az említett jószágocskából mindenestől elköltözni; ha azalatt testvérével osztályuk meg-esvén, a' neki jútandóban nem maradna.

---

[1] Dávid Lajos: *A két Bolyai*. 2.

[2] U. o. 126.

4to Arenda censusba semmit se kivánok egyebet: csak hogy a' téli gyümölcsnek (különösen a' poynik almának) kétharmadát évenként küldje bé; és minden évben, az-az a' subscriptio napjától kezdve minden esztendőben küldjön bé hozzám edj szép mathesisi Abhandlungot (melyen természet szerint nem folyó irási kisebb rangu irat értetik) tisztán leírva, melyet azon módon a' M. Tudós Társasághoz küldjek; én pedig néki arrol évenként, megtartandó nyugtatványt adni tartozom. Még a' már hanyatló esztendő terméséből is a' mindennemű dezmat, téli mindenféle veteményt a' szürettel együtt oda engedem; csak a'már kész szénát és sarjut tartom meg a' kerti törökbuzával együtt.

5to Kötelezi magát Cs. K. Kapitány Fiam BOLYAI BOLYAI JÁNOS a' fent irtt feltételeket 1000 az-az ezer darab conventios ezüst huszas tiszta adosság gyanánt felvejendő vinculum' terhe alatt megtartani; mellyel a' nem vártt esetben, míg élek nekem, azután GERGELY fiamnak tartozand.

Melyben is Cs. K. Kapitány Fiammal megegyezvén; azt nevünk írásával 's pecsétjeinkkel megerősítjük.»

A M. T. Akadémia BOLYAI-gyüjteményében több adatot találtam erre a domáldi birtokra vonatkozólag. Időrendben az első egy «köt-Levél», amely «a MVásárhelyi Ev: Ref: Collegium rendes Taníttoja BOLYAI FARKAS Ur, és ErzsébethVárosi Hütös Polgár CSIKI PÉTER Ur között» jött létre. CSIKI 1853 szept. 29-től bérbeveszi három évre BOLYAI «Curiálissát, a' mellette lévő veteményes, gyümöltsős kertekkel, Berekkel, és Tonorokkal [tonor = élő fákkal bekerített föld] együtt, ugy a' Domáldi határon lévő szántokkal, rétekkel és szőllőkkel.» Évi haszonbér 50 ezüst forint. 1 frt = 3 ezüst huszas. «A' tsakis veszsző Erdőből állo állodiált Erdőkből» nem volt szabad tüzelésre fát hordani, csak kerítésnek. A szerződés említ «a' Tonorok végébe lévő fűszfákat» és az «Udvar melletti Berekbéli Borza és fűszfákat.» A korábbi gondviselő LÁSZLÉÁN (LESZLÉÁN) SZIVUJ. A CSIKI-írta szöveg végén ez áll: «BOLYAI FARKAS maga tulajdon kezével az ennek CSÍKI Urnál lévö párjában irtt azon feltétellel, mellyel nevemet ott írtam alá.»

Atyja halála után BOLYAI JÁNOS eladja az ő és GERGELY domáldi jószágát 1600 rajnai forintért a domáldi evangélikus egyházközségnek. A német nyelven írt szerződés 1857 márc. 8-án

kelt Marosvásárhelyt. (15 aláírás, Domáld = Maldorf.) Csiki Péterné bérlő Jánoshoz írt magyar levelében ragaszkodik a bérlethez, a szerződés szerint 1857 termése még az övé.

Az erdélyi nagyfejedelemségbeli orsz. cs. kir. földtehermentesítési bizottmány 1856. évi 7506. ill. 1858 jún. 26-i jogérvényes határozata alapján a marosvásárhelyi cs. kir. Kerületi Törvényszék 1858 júl. 23-i ülésén kiszabja az úrbéri kárpótlást a domáldi (erzsébetvárosi járás, nagyszebeni kerület) Bolyai-birtokért. Tételszám: 2307, polg. szám: 5013. «4. telek, 12 hold, 1335□° területtel a 1 fl. kamat és 40 erdélyi veder bor terméssel v 5 ako a 1 f 46 x 8 f 50 xr kárpotlási öszveg 403. for $54^3/_4$ xr». Ennek a fele: 201 f $57^1/_4$ xr, mert az akkori forintban nem 100, hanem 60 krajcár volt. Leszámítva az 1788. sz. alatti 34 f 25 x előleget és a 116 f $21^2/_4$ x 8 évi kamat-utalványt, marad 51 f $10^3/_4$. A megjegyzés rovatában ez áll: «A' kárpotlás „végképi."»

Végül Bolyai János saját kezével írt németnyelvű felhatalmazást ad Gergelynek a domáldi birtokért járó földtehermentesítési kötvények átvételére és eladására. Kelt Marosvásárhelyt, 1859 okt. 25-én.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21.-én tartott üléséből.)

ENTWURF EINES PACHTVERTRAGES ZWISCHEN BOLYAI VATER UND SOHN.

Von JÓZSEF JELITAI.

Gefunden 1938 in Marosvásárhely (Siebenbürgen). In ungarischer Sprache verfasst; kein Datum, keine Unterschriften. An den freien Rändern und an der ursprünglich leeren Rückseite später mit J. v. Bolyai's Aufzeichnungen für seine *All-Heil-Lehre* vollgeschrieben.

Farkas (Wolfgang) v. Bolyai verpachtet sein Grundstück (~12 Joch; Felder, Wiesen, Weingärten, Schankrecht und 6 Fronbauern) in Domáld (Maldorf bei Elisabethstadt) an seinen Sohn: János (Johann). Er bedingt sich ausser einem Anteil an der Getreide- und Obsternte als jährlichen Pachtzins die Einsendung einer schönen mathematischen Abhandlung in Reinschrift (allerdings nicht etwa eine Arbeit von geringfügiger Bedeutung), deren Empfang er bescheinigen würde. Diese alljährlich fällige Arbeit gedenkt er an die Ungarische Akademie der Wissenschaften weiterzuleiten. Bei Nichterfüllung hat der Pächter 1000 Silberzwanziger Konventionsmünze zu bezahlen.

Die Bolyai-Sammlung der Ungarischen Akademie der Wissenschaften enthält auch nähere Einzelheiten über dieses Bolyaische Grundstück.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Okt. 1940.)

A SZILÁRD FESTÉKFOSZFOROK NEGATIV POLÁROZÁSÚ EMISSZIÓJÁRÓL.

FRÖHLICH PÁL lev. tag és GOMBAY LAJOS-tól.

I. Bevezetés.

A festékoldatokra vonatkozó vizsgálatok nyomán kiderült, hogy az emisszió parciális polározása negatív is lehet. Vagyis lehetséges, hogy lineárisan poláros gerjesztő fény esetén a parciálisan poláros emisszió maximális amplitudójának iránya a gerjesztő vektorral nem párhuzamos, hanem arra merőleges. Ez úgy a fluoreszcenciánál, mint a foszforeszcenciánál tapasztalható.

Ha a fluoreszcenciánál a gerjesztő hullámhosszúságot változtatjuk, akkor az emisszió parciális polározásának mértéke is megváltozik, éspedig általában a hullámhosszúság csökkenésével csökken, esetleg periodikusan változik, de negatívvá is válhat.[1]

Találtak negatív polározású foszforeszcencia emissziót is, és pedig a KAUTSKY-rendszerű cellophán festékfoszforok esetén mély hőmérsékletnél.[2] Erre vonatkozólag azonban részletes vizsgálatok hiányzanak. Úgyszólván csak maga a tény ismeretes.

---

[1] P. FRÖHLICH: Zeitschr. für Physik 1925, **35**. kötet. 193. oldal. S. I. WAWILOW: Zeitschr. für. Physik 1929. **55**. kötet. 690. oldal. I. CAHEN: Journal de Chemie Physique 1933, **30**. kötet. 422. oldal. S. I. MITRA: Zeitschr. für Physik 1935. **97**. kötet, 138. old. L. GRIESEBACH: Zeitschrift für Physik. 1936. **101**. kötet. 13. oldal.

[2] H. KAUTSKY: Berichte der Deutschen Chem. Gesell. Abteilung A. 1931. **64**. kötet 1611. és 2053., továbbá 2677. oldal; 1932. **65**. kötet, 401. oldal.

A. JABLONSKI: Bulletin de L'Académie Polonaise: 1935 A et B. 31. oldal és Zeitschr. für Physik 1935. **96**. kötet 236. oldal ; Bulletin de L'Académie Polonaise: 1934 A et B. 15. oldal; Nature: 1934, **133**. kötet. 140. oldal.

Jelen munkában részletesen megvizsgáltuk a zselatin festékfoszforokat a negatív polározású foszforeszcencia emisszió szempontjából. Kétségtelen ugyanis, hogy e kérdés ismerete elő fogja segíteni az emissziós centrumok mechanizmusára vonatkozó probléma tisztázódását is.

II. Kísérleti berendezés és vizsgálati módszer.

Megvizsgáltuk többek között rhodulin orange N, rhodulin gelb, methylviolette 5B, eosin w. gelblich és erythrosin szilárd zselatinos oldatának foszforeszcencia emisszióját a polározásra való tekintettel. Az összes festékek Grübler gyártmányúak.

A foszforok elkészítése úgy történt, hogy a zselatint forró vízben feloldottuk és ehhez a kívánt koncentrációnak megfelelő előre kiszámított mennyiségű festéket kevertük. A koncentráció $10^{-1\cdot5}$ gr festék/cm^3 száraz zselatintól $10^{-3\cdot5}$ gr festék/cm^3 száraz zselatinig változott. Az így nyert oldatot egyenletesen szétöntöttük egy lapos edényben levő higany felületén. Az oldatból a vizet elpárologtatva egy szilárd, lemezalakú zselatin festékfoszfort kapunk, amely a higany felszínéről egyszerűen leemelhető. Azt a hőmérsékletet, amelynél a foszfor megszilárdul, — jelen esetben 22° C — a foszfor alaphőmérsékletének nevezzük. Vizsgálatainknál az anyagot úgy méreteztük, hogy a foszforlemez vastagsága a megszilárdulás után minden esetben 0·1 mm legyen.

A foszforlemezt egy fémkeretbe helyeztük, mely beleillet egy kettősfalú fémdoboz belső terébe.[1] A doboz kettős falai által bezárt tér tartalmazta a hűtőanyagot, ami a jelen vizsgálatoknál mindig cseppfolyós levegő volt, vagy az elektromos fűtőtest. Úgy a gerjesztő, mint az emittált fény útjának szabaddá tételére ezt a kettős fal által határolt teret egy-egy hengerpalást szeli át. Az ez által létesült két cső közvetlenül csatlakozik a foszfort tartalmazó belső térhez. Kívülről pedig a két hengeres cső üveg- vagy quarzablakkal elzárható. De a mi vizsgálatainknál erre nem volt szükség.

---

[1] Mischung Ilona: Math. és Termtud. Értesítő 1938. 57. kötet és Acta Chem. Miner. Physika 1938. 6. kötet.

A fémdobozt a foszforral együtt egy nagy Becquerel-rendszerű[1] foszforoszkópba a két forgó korong közé helyeztük.

Mély hőmérséklet előállításához cseppfolyós levegőt használtunk. Az előbb említett hengeres cső két külső nyílását nem zártuk el külön, mert erre a foszforoszkóp forgó korongja miatt nem volt szükség. Ügyelni kellett azonban arra, hogy a fordulatszám ne legyen túlnagy, mert akkor a nagy súrlódás miatt nem hűlt le eléggé a foszfor, sem pedig túlkicsiny, mert akkor a forgó korongok nem zárják eléggé a teret és így az erős hőkicserélődés miatt nem kapjuk a kívánt hőmérsékletet. A foszfor hőmérsékletét közvetlenül a lemez mellé nyúló pentán hőmérővel mértük. A foszforoszkóp korongjainak percenkinti 2000 fordulatszáma mellett a foszfor hőmérséklete állandóan —180° C volt, amíg a doboz hűtőtere cseppfolyós levegőt tartalmazott. Úgy, hogy normálisan e fordulatszám mellett dolgoztunk. Ez más szóval azt jelenti, hogy a megfigyelés a gerjesztés után 0·0025 sec.-mal történt. Ezt a fordulatszámot minden hőmérséklet esetén megtartottuk.

Megjegyzem, hogy végeztünk olyan irányú vizsgálatot is, hogy függ-e az emisszió polározása a foszforoszkóp fordulatszámától. Vagyis, hogy az emisszió csillapodásának különböző időpontjai szerint változik-e a parciális polározás értéke. Az eredmény negatív volt. Tehát a polározás a csillapodás minden időpontjában azonos értékű.

Magas hőmérsékletet elektromos fűtéssel állítottunk elő. Csak 100° C-ig mentünk fel a hőmérséklettel, mert ennél magasabb hőmérsékleten a foszfor elváltozik és deformálódik.

Megemlítem, hogy vizsgálataink szerint kis térerősség mellett az elektromos tér az emisszió parciális polározásának fokát nem befolyásolja.

A foszfor gerjesztéséhez egy 5000 W-os izzólámpát használtunk, melynek áramkörében levő ampéremérővel és a hozzákapcsolt voltmérővel ellenőriztük a fényenergia állandóságát. A fényt egy domború lencse segítségével egy nagy Nicol-prizmán át a foszforoszkópban elhelyezett foszforlemezre merőlegesen vittük. Az emisszió

[1] Lásd pl. P. PRINGSHEIM: Fluorescenz und Phosphorescenz 1928. III. kiadás. 11. old.

parciális polározottságát egy Cornu-féle polariméterrel mértük. Az észlelés iránya ugyancsak merőleges a foszforlemezre.

III. Kísérleti eredmények.

1. *Konstans hőmérséklet esete.* Ha a festékfoszforokat 22° C hőmérséklet mellett, vagyis az alaphőmérsékleten lineárisan poláros fénnyel gerjesztjük, akkor az emittált fény minden esetben parciálisan polározott. A polározás mértéke különböző festékek esetén különböző. Ugyanazon festéknél pedig mint az az 1., 2. és 3. táblázat I. és II. sorából látható, csökkenő koncentrációval növekszik.

1. Táblázat. Rhodulin Orange N.

I.	^{10}log koncentráció		— 1·5	— 2	— 2·5	— 3	— 3·5
II.	Parciális polározás foka %-ban	Alaphőmérséklet + 22° C	14	20·5	25	28·5	35
III.		— 180° C	0	— 8	— 10	— 17	— 19
IV.		Hűtés után + 22° C	20	26·4	30·2	33·2	43
V.		Szelektiv maximum (kb. 30° C-nál)	20·1	27	30·3	33·5	43·5
VI.		+ 100° C	9·5	16	22	26	28·5

2. Táblázat. Methylviolett 5B.

I.	^{10}log koncentráció		— 3	— 3·5
II.	Parciális polározás foka %-ban	Alaphőmérséklet + 22° C	18·5	22·5
III.		— 180° C	— 11·5	— 20
IV.		Hűtés után + 22° C	21·4	24·5
V.		Szelektiv maximum (kb. 39° C-nál)	23·5	27
VI.		+ 100° C	15·5	21·5

3. Táblázat. Eosin w. gelblich.

I.		^{10}log koncentráció	2·5	— 3	— 3·5
II.	Parciális polározás foka %-ban	Alaphőmérséklet + 22° C	10·5	16·5	34
III.		— 180° C	0	0	0
IV.		Hűtés után + 22° C	21	27	50·5
V.		Szelektiv maximum (kb. 20° C-nál)	21·5	27·5	50·5
VI.		+ 100° C	10	12	32·5

A foszfort —180° C-ra lehűtve és állandóan e hőmérsékleten tartva, az emisszió parciális polározása a festék anyaga és a koncentráció szerint különböző ugyan, de vagy negatív, vagy zéró. Mély hőmérsékleten is érvényes az a szabály, hogy a parciális polározás mértékének abszolút értéke csökkenő koncentrációval növekszik. Lásd az 1., 2. és 3. táblázat III. sorát. Olyan festéket, melynél 180° C esetén a parciális polározás mértéke pozitív lett volna, nem találtunk. De egyes festékeknél, mint eosin w. gelblich (3. táblázat) és erytrosin, a parciális polározás mértéke nem ment zéró alá. Valószínűnek látszik azonban, hogy megfelelő mélyebb hőmérsékletnél a parciális polározás itt is negatív lenne, de —180° C alá már technikai okokból nem vittük a foszforlemez hőmérsékletét.

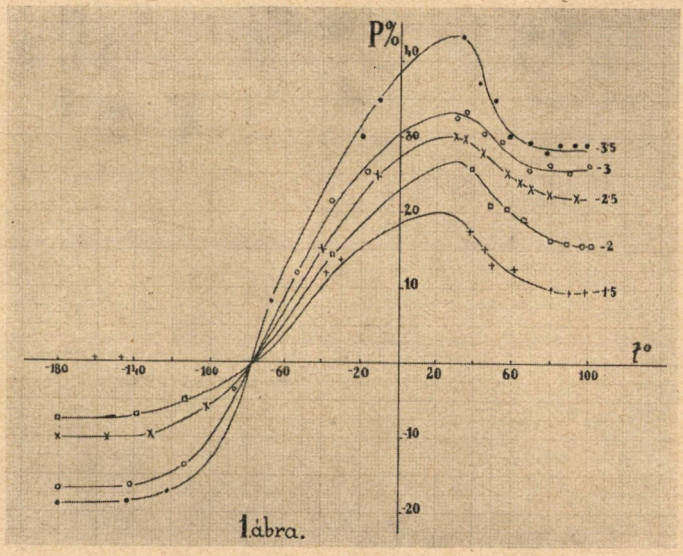
Előző vizsgálatainkból ismeretes, hogy szobahőmérsékletről —180° C-ra lehűtve a foszfort, az emisszió színváltást mutat,[1] mely irányulhat különböző festékek szerint vagy a hosszú, vagy a rövid hullámok felé. Kitűnt, hogy —180° C-nál az emisszió negatív polározású függetlenül attól, hogy hosszú vagy rövid színváltó-e a foszfor. Mert pl. a rhodulin orange N hosszú színváltó, míg a methylviolette 5B rövid színváltó, de azért mind a kettő mély hőmérsékleten negatív polározású foszforeszcencia fényt emittál.

[1] FRŐHLICH PÁL: Mathematikai és Termtud. Értesítő 1934. **52.** kötet és Acta Chem. Miner. Physika 1934. **IV.** kötet.

Ez azért fontos, mert így kétségtelen, hogy a foszforeszcencia emisszió negatív polározását nem a hullámhosszúság változása idézi elő, hanem csak a mély hőmérséklet.

Úgy konstans alaphőmérséklet, mint —180° C esetén a parciális polározás mértéke ugyanazon festéklemeznél az időben konstans.

2. *Egyenletes temperálás.* A —180° C-ig lehűtött foszfor hőmérsékletét fokozatosan növeltük, oly módon, hogy a cseppfolyós

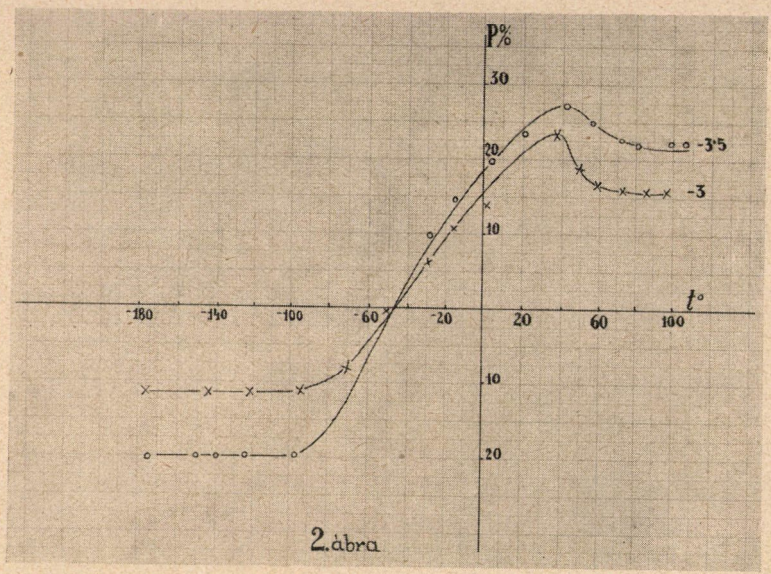


1ábra.

levegő pótlását megszüntettük, minek következtében a foszfor hőmérséklete lassan, átlag 2 fok/min. sebességgel emelkedett. Amikor a hőmérséklete a 0° C-t elérte, fűtéssel emeltük tovább, egészen +100° C-ig. Közben egyes hőmérsékleteken megmértük a parciális polározás mértékét. Minden foszfornál azt tapasztaltuk, hogy a polározás mértéke a hőmérséklet emelésével egyideig konstans marad, azután monoton növekszik egy szelektív maximumig, majd csökken és végül konstans értéket vesz fel.

A polározás mértékének a hőmérséklettel való ezen változását az 1., 2. és 3. ábrákban grafikusan tüntettük fel. Az abszcissa tengelyre a hőmérsékletet mértük fel Celsius fokokban, s az ordinata

tengelyre a polározás mértékét százalékokban. A görbék mellé írott számok a koncentráció 10 alapú logarithmusát jelentik. Tehát egy-egy görbe azonos koncentrációjú foszforlemezre vonatkozik. Az 1. ábrán látható a rhodulin orange N öt különböző koncentrációjának, a 2. ábrán a methylviolette 5B két különböző koncentrációjának, és a 3. ábrán az eosin w. gelblich három különböző koncentrációjának esete. A grafikonok megerősítik a már



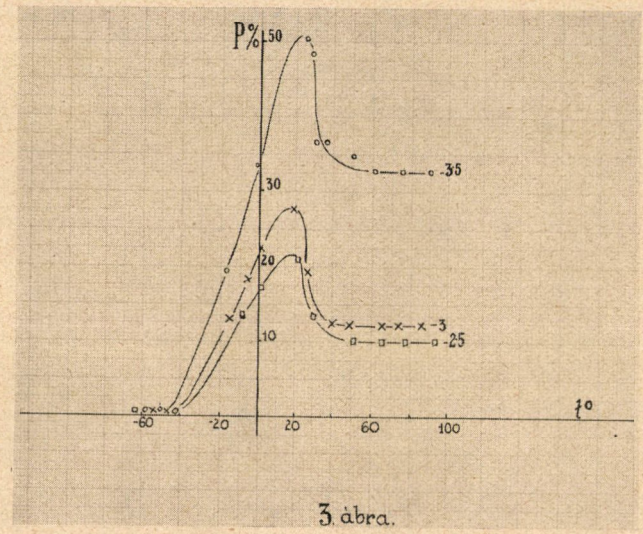
2. ábra

említett tényt, hogy akár pozitív, akár negatív az emisszió polározása, a koncentráció csökkenésével a parciális polározás abszolút értéke növekszik.

Az a hőmérséklet, amelynél nulla a polározás mértéke, vagyis a görbék tengelymetszete, különböző festékeknél különböző, de ugyanazon festéken belül független a koncentrációtól. Ugyanez áll a szelektív maximum és konstans érték hőmérsékletére is. A temperálás folyamán természetesen újból felveszi a foszfor az alaphőmérsékletet. Most e hőmérsékleten az emisszió polározásának mértéke kivétel nélkül minden festéknél nagyobb, mint az az érték, amit a lehűlés előtt az alaphőmérsékleten nyertünk. Ezek

az értékek az 1., 2. és 3. táblázatok IV. sorában vannak feltüntetve és látni, hogy a IV. sorban szereplő értékek nagyobbak mint az azonos koncentrációkhoz tartozók a II. sorban.

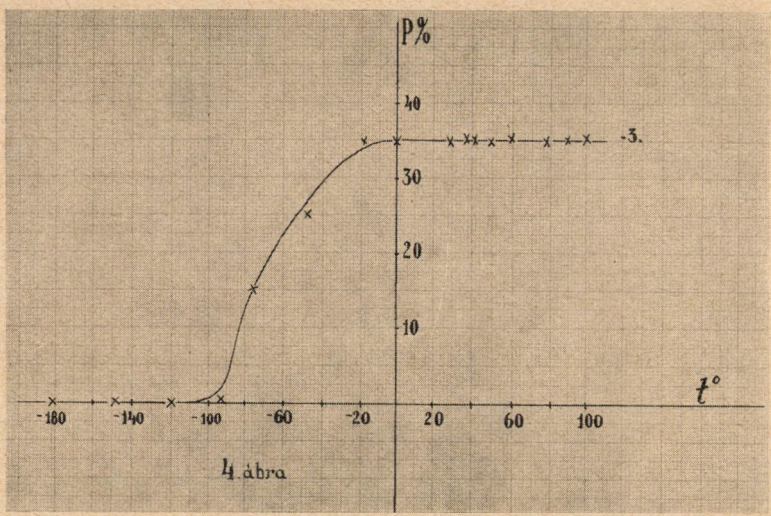
A temperálás folyamán, mint már említettük, az emisszió színe megváltozik. Spektrális eloszlásban az igen kicsiny fényerősség miatt a parciális polározás nem volt megvizsgálható. De az kétségtelenül megállapítható, hogy a színváltozás azon hőmérsékleti közben következik be, ahol a polározás görbéjének emelkedő ága a legmeredekebb.



3. ábra.

3. *A polározás kritikus hőmérséklete.* Az 1. és 2. ábra mutatja, hogy a rhodulin orange N és methylviolette 5B megfelelő kicsiny koncentrációk esetén —180° C-tól felfelé, egy nagy hőmérsékleti közben negatív polározású fényt foszforeszkál. De vizsgálataink azt is bizonyítják, hogy ennek az az előfeltétele, hogy a foszfort előzetesen egy a polározás szempontjából kritikus hőmérséklet alá vigyük. Például az 1. ábrán a harmadik görbéből látható, hogy a rhodulin orange N $10^{-2\cdot5}$ gr/cm^3 koncentrációjú zselatin foszfor esetén —120° C hőmérsékleten negatív a polározás, éspedig p=-9%. De ezt a polározást csak akkor mutatja az emisszió, ha a lemezt előzetesen —170° C alá süllyesztjük és azután melegítjük fel

—120° C-ra. Ha nem így járunk el, hanem ha a lemezt szobahőmérsékletről fokozatosan csökkentve visszük le —120° C-ra, akkor nem lesz az emisszió polározása negatív, hanem zéró. Tehát abban a hőmérsékleti közben, amelyben a grafikonok szerint az emisszió negatív polározású, konstans zéró lesz a polározás, ha a foszfort előzetesen nem hűtjük a kritikus hőmérséklet alá. A kritikus hőmérséklet kérdésének külön vizsgálata most van folyamatban. Az már megállapítást nyert, hogy ez függ a festék anyagától és ugyanazon festéknél nagyobb koncentráció esetén mélyebben



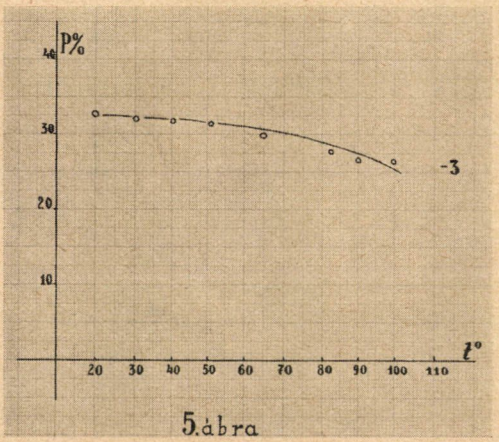
4. ábra.

fekszik. A kritikus hőmérsékletre vonatkozó tapasztalat alapján mondhatjuk, hogy pl. a 3. ábrán látható eosin w. gelblich csak azért nem mutat negatív polározást, mert a kritikus hőmérséklete a használt koncentrációkra nézve alacsonyabb, mint az általunk alkalmazott legmélyebb —180° C hőmérséklet.

4. *A kihevítés és kifagyasztás esete.* Ha egy —180° C-tól +100° C-ig temperált lemezt 24 óra mulva újból megvizsgálunk, akkor nem ismétlődnek meg az eredeti polározási értékek. Ugyanis a polározás egyrészt sohasem lesz negatív, hanem megfelelő mély hőmérsékleten mindenütt zéró értéket vesz fel, másrészt a szelektív maximum is eltűnik.

A 4. ábrán látható egy rhodulin orange N foszforlemez esetén a másodszori temperáláskor a polározás menetének grafikonja. A polározás mértéke mély hőmérsékleten nulla. A hőmérséklet emelésekor ezt az értéket megtartja —90° C-ig, ahol egyszerre pozitív értéket vesz fel és monoton növekszik, amíg egy maximumot el nem ér. Ezt a maximumot azután további hőmérsékletemelkedésnél állandóan megtartja.

Teljesen azonos az eset, ha a foszforlemezt előzetesen csak kihevítjük, azaz szobahőmérsékletről felemeljük hőmérsékletét 100° C-ra és 24 óra mulva megvizsgáljuk. Ekkor sem kapunk



5. ábra

negatív értéket és szelektív maximumot, hanem a görbe menete hasonló ahhoz, amit a 4. ábrán látunk.

Tehát úgy látszik, hogy a magas hőmérséklet lényegesen megváltoztatja az emissziós centrumok strukturáját. Arra lehetne gondolni, hogy a magas hőmérséklettel kiűzzük a zselatinfoszforból a kötött vizet és ez okozza a jelenséget. Ez az eddigi tapasztalatok szerint nem látszik valószínűnek, mert ha a foszfort szabad levegőn hagyjuk, van alkalma vizet felvenni és a polározás menete mégsem nyeri vissza eredeti alakját. Bár ennek a kérdésnek eldöntése még részletesebb vizsgálatot igényel.

Ha a foszforlemezt csak mély hőmérsékletre —180° C-ra visszük, vagyis kifagyasztjuk és 24 óra mulva megvizsgáljuk,

akkor az előbbi hatásból semmit sem látunk, azaz a polározás görbéi megfelelnek az 1., 2. és 3. ábrákon látható grafikonoknak. De hogy a foszfor kifagyasztása is lényegesen megváltoztatja az emissziós centrumok struktúráját, az abból látszik, hogy mint már említettük, negatív polározás csak akkor jelentkezik, ha a foszfort előzetesen a kritikus hőmérséklet alá lehűtöttük. Ha ugyancsak előzetes hűtés nélkül az alaphőmérsékletből kiindulva felfelé kezdjük a temperálást, akkor a polározás foka monoton csökken, de csak kis mértékben és nem mutat sehol szelektív maximumot. Ez utóbbi esetben a polározás menete az 5. ábrán látható.

Tehát úgy a negatív polározás, mint a szelektív maximum csak előzetes kifagyasztás esetén jöhet létre.

IV. Az eredmények értelmezése.

Az előzőekben ismertetett eredmények értelmezése PERRIN [1] és JABLONSKI [2] elméletével lehetséges. E szerint tételezzük fel, hogy minden foszfor centrumhoz hozzá van rendelve két anizotróp linearis oszcillator. Az egyik az abszorpció, a másik az emisszió oszcillatora. A két oszcillator nem párhuzamos, hanem α szöget zárnak be. $\left(0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}\right)$. Ez esetben kiszámítható, hogy linearisan poláros fénnyel gerjesztve a foszfort, az emisszió alappolározásának mértéke:

$$P_0 = \frac{3\cos^2\alpha - 1}{\cos^2\alpha + 3}. \qquad \text{I.)}$$

Megjegyzendő, hogy a festékmolekula által emittált fény polározása akkor lesz alappolározású, ha a molekula rotációmentes. Az I. alatti egyenlet szerint tehát az alappolározás $+^1/_2$ és $-^1/_3$ közötti értékű lehet. Ha most még kiegészítjük az elméletet azzal, hogy a hőmérséklet változásával α is megváltozik, akkor ezzel az általunk tapasztalt jelenségek értelmezést nyertek. Minél kisebb mértékben változik az α szög a hőmérséklettel, annál stabilisabb a foszfor.

---

[1] FR. PERRIN: Ann. der Phys. 1929. **12.** kötet, 169. old.

[2] A. JABLONSKI: Zeitschrift für Physik: 1935. **96.** kötet, 236. oldal.

Tehát vizsgálataink egyrészt igazolják PERRIN és JABLONSKI elméletét, és annak használhatósági körét kitágítják, másrészt azt bizonyítják, hogy a kifagyasztás labilisabbá, a kihevítés pedig stabilisabbá teszi a foszfor centrumokat.

E dolgozat a ROCKEFELLER-Alap anyagi támogatásával a szegedi M. kir. Horthy Miklós Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetében készült. Őszinte köszönetet mondunk BÁNOS GIZELLA úrhölgynek, aki vizsgálataink folyamán a technikai munkák keresztülvitelében segítségünkre volt.

Szeged. 1940. október hó.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21.-én tartott üléséből.)

DIE NEGATIV POLARISIERTE EMISSION DER GELATINE-FARBSTOFFPHOSPHOREN.

Von P. FRÖHLICH und L. GOMBAY.

Es wurde die negative Polarisation der Emission von Gelatine-Farbstofflösungen untersucht. Wird nämlich der Phosphor mit linear polarisiertem Licht erregt, und steht die Hauptpolarisationsrichtung der partiell polarisierten Emission zu dem Erregungsvektor nicht parallel, sondern senkrecht, dann wird die Emission als negativ polarisiert bezeichnet.

Verschiedene Farbstoffen wurden aus diesem Gesichtspunkte geprüft. So unter anderen Rhodulin Orange N, Methylviolette 5 B und Eosin w. gelblich in fester Gelatine.

Es ergab sich, dass bei entsprechenden Konzentrationen die Phosphoreszenzemission des auf —180° C abgekühlten Phosphors negativ polarisiert ist. Erhöht man die Temperatur allmählich, so bleibt der Polarisationsgrad eine Weile ungeändert, dann wächst er monoton, erreicht den Wert Null, dann über positive Werte ein Maximum, das aber selektiv ist. Bei weiterer Temperaturerhöhung zeigt der Polarisationsgrad ein Sinken und endlich einen konstanten Wert, den er auch noch bei +100° C behält. Mit zunehmender Konzentration nimmt der absolute Wert des Polarisationsgrades ab.

Die Polarisation ist also in einem beträchtlichen Temperaturbereiche negativ. Aber dies ist nur der Fall, wenn man den Phosphor unter eine bestimmte, in Bezug auf die Polarisation kritische Temperatur abkühlt und ihn dann allmählich erwärmt. Geht man in gegengesetzter Richtung voran, und kühlt den Phosphor von der Zimmertemperatur langsam ab, so ist der Polarisationsgrad, wo er zuvor negativ war, überall Null. Der Phosphor muss also

um überhaupt negativ polarisierte Emission zu zeigen eher unter eine kritische Temperatur gebracht werden. Diese Temperatur ist bei verschiedenen Farbstoffen verschieden und hängt auch von der Konzentration ab. Bei Vermeidung der kritischen Temperatur zeigt sich auch das oben erwähnte selektive Maximum nicht, sondern die Polarisationskurve nähert sich assymtotisch einem Maximum.

Wird der Phosphor vor der Untersuchung erhitzt, und zwar auf +100° C gebracht, dann zeigt er weder die negative Polarisation, noch das selektive Maximum, selbst dann nicht, wenn er eher unter die kritische Temperatur gebracht wird.

Daraus ist unzweifelhaft zu sehen, dass durch das Erhitzen des Phosphors und auch durch seine Abkühlung unter die kritische Temperatur die Emissionszentren wesentlich geändert werden.

Unsere Untersuchungen bestätigen die Verwendbarkeit der PERRIN—JABLONSKIschen Theorie,[1] und sie zeigen, dass das Abkühlen die Labilität, das Erhitzen die Stabilität der Phosphorzentren erhöht.

Szeged, Institut für Experimentalphysik der Horthy Miklós Universität. Oktober 1940.

---

[1] FR. PERRIN: Ann. d. Phys. 1929. **12**; A. JABLONSKI: Zeitschr. f. Phys. 1935. **96**.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oct. 1940.)

ZSELATINFOSZFOROK ABSZORPCIÓJA ÉS A BEER-FÉLE TÖRVÉNY.

MISCHUNG ILONÁ-tól.

Bevezetés.

Minthogy a BEER-féle törvény sok esetben érvénytelen, valamely oldat abszorpcióját csak az esetben ismerjük teljesen, ha az abszorpciónak a koncentrációtól való függését az egész spektrumban megvizsgáljuk.

Eltekintve azoktól az esetektől, ahol a koncentráció megváltozásával kémiai átalakulások következtében az abszorpció egész spektrális menete megváltozhat,[1] a BEER-féle törvény érvényessége nagy koncentrációk felé bizonyos határon túl egész általában nem is várható. Az abszorbeáló részecskék igen közel jutva egymáshoz erőtereik zavarják egymást, s az abszorpció egységnyi koncentrációra átszámítva, vagyis az extinkció nagy koncentrációk felé általában növekszik.[2]

Némely folyékony festékoldatnál azt tapasztalták,[3] hogy bár kémiai átalakulás nem volt kimutatható és híg oldatokról volt szó, a BEER-féle törvény nem érvényes, hanem bizonyos koncentrációközben a koncentráció csökkenésével az extinkció növekszik. SÖDERBORG szerint ez a jelenség szoros kapcsolatban van a fluoreszcenciaképességgel. Azok a folyékony festékoldatok, melyek nem fluoreszkálnak, követik a BEER-féle törvényt. Fluoreszcencia-

[1] HALBAN u. EBERT. ZS. f. Phys. Chem. 112. 1924. HALBAN. ZS. f. Phys. Chem. 120. 1926.

[2] Handbuch der Phys. GEIGER—SCHELL 21. 20 és 25 old.

[3] B. SÖDERBORG. Ann. d. Phys. 41. 1913. Van der Plaats. Ann. d. Phys. 47. 1915.

képes oldatok csak olyan nagy koncentrációknál tesznek eleget a törvénynek, ahol az emittáló centrumok közelsége végett már nem fluoreszkálnak; csökkenő koncentrációval a fluoreszcencia mindinkább erősödik, s közben a BEER-féle törvény nincs teljesítve. Csak olyan oldatoknál teljesül megint, ahol a fluoreszcencia-képesség a koncentrációtól független.

Ugyancsak folyékony festékoldatot vizsgál a BEER-féle törvény szempontjából HAKENBECK.[1] Nagy koncentrációknál az előző szerzőkkel a törvény érvényességét állapítja meg, kis koncentrációk felé azonban az előző szerzők eredményeivel szemben a törvénytől való eltérés az extinkció csökkenésében jelentkezik.

Szilárd festékes zselatinfoszforok, sőt tudomásom szerint festékek szilárd oldata általában ilyen szempontból nincsen megvizsgálva. Zselatinfoszforok abszorpciójának spektrális menetét az optimális foszforeszcenciaemisszionak megfelelő koncentrációnál egy régebbi dolgozatomban határoztam meg.[2] Jelen vizsgálatok az abszorpciónak a koncentrációtól való függésére vonatkoznak.

Mérési eredmények.

Méréseimet fent idézett dolgozatomban részletesen ismertetett módon, fényelektromos cellával, a reflexióból származó hiba figyelembevételével végeztem. Az általánosam isnert $I = I_0 e^{-\alpha d}$ képletben szereplő α-t, vagyis az abszorpciókoefficienst határoztam meg. A szerves festékek közül itt is az emisszió szempontjából legkedvezőbbnek látszó Rhodulin Orange N (GRÜBLER) festéket vizsgáltam.[3]

A látható spektrumban 10^{-2}—$10^{-3{\cdot}25}$ gr festék/cm^3 zselatin koncentrációközben mértem az abszorpciót; az ultraibolyában $10^{-2{\cdot}25}$—$10^{-3{\cdot}25}$ közben, itt 10^{-2} koncentráció az üres zselatin nagy abszorpciója miatt már nem mérhető. Nagy koncentrációk felé az abszorpciókoefficiens túl nagy értéke szab határt a mérés lehető-

[1] E. HAKENBECK, Ann. d. Phys. 1. 1929.

[2] MISCHUNG I. Math. és Term. tud. Ért. 57, 1938 és Acta Chem. Min. Phys. 6. 1938.

[3] A festékes zselatinfoszfor elkészítésének módját lásd: FRÖCHLICH P. Math. és Term. tud. Ért. 47. 1930.

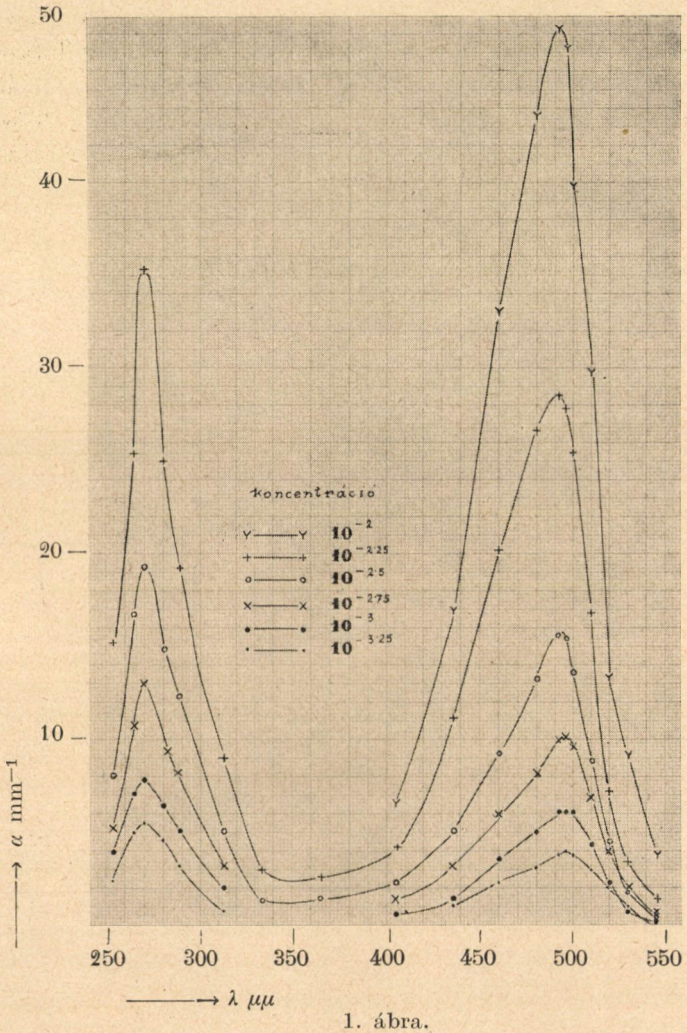
ségének, kis koncentrációk felé a mérési hiba, mely túlnyomórészt a zselatin inhomogén voltából származik.

1. táblázat.

$\log_{10} k$ / $\lambda_{\mu\mu}$	Festett zselatin, α mm^{-1}						Üres zselatin α_0
	— 3·25	— 3	— 2·75	— 2·5	— 2·25	— 2	
546	0·3	0·4	0·7	0·6	1·7	4·0	0·2
530	1·1	0·9	2·2	2·0	3·7	9·3	
520	2·2	2·5	4·2	4·7	7·4	13·5	0·2
510	3·3	4·5	7·1	9·1	17·0	29·9	
500	3·9	6·2	9·8	13·7	25·6	39·9	
496	4·0	6·2	10·2	15·6	27·9	47·3	0·1
492	3·9	6·2	10·1	15·7	28·6	48·4	
480	3·2	5·0	8·2	13·4	26·8	43·6	0·1
460	2·5	3·9	6·3	9·5	20·4	33·3	
436	1·3	1·7	3·5	5·4	11·4	17·3	0·3
405		1·3	2·2	3·1	4·9	7·5	0·8
365				3·0	4·2	Igen nagy, nem mérhető.	1·6
334				4·8	6·5		3·5
313	5·8	7·0	8·2	10·2	14·0		5·0
289	14·5	16·4	19·5	23·6	30·5		11·3
280	23·4	25·2	28·3	33·7	43·8		18·8
270	26·7	29·0	34·2	40·5	56·5		21·2
265	28·1	30·2	34·0	39·9	48·5		23·1
254	28·7	30·2	31·5	34·4	41·5		26·3

Az 1. táblázat adja a festett zselatin abszorpciókoefficiensét különböző koncentráció mellett és az üres zselatin abszorpcióját.[1] A festett zselatinra vonatkozó adatokból levonva az üres zselatin megfelelő értékeit kapjuk tisztán a festék befolyását az abszorpcióra, vagyis a zselatinba ágyazott festék abszorpcióját, melyet 1. ábra mutat.

[1] Az 1. táblázatban az üres zselatinra vonatkozó adatok fent idézett dolgozatomból valók.



1. ábra.

Mint az 1. ábrából látható, az abszorpciósávok struktúrája a koncentrációval lényegében nem változik. A maximum mindenütt ugyanazon hullámhossznál jelentkezik és nagyjából a sávok alakja is változatlan.

A BEER-féle törvény érvényességének megállapítására az összes abszorpcióértékeket azonos koncentrációra kell átszámítani. A tör-

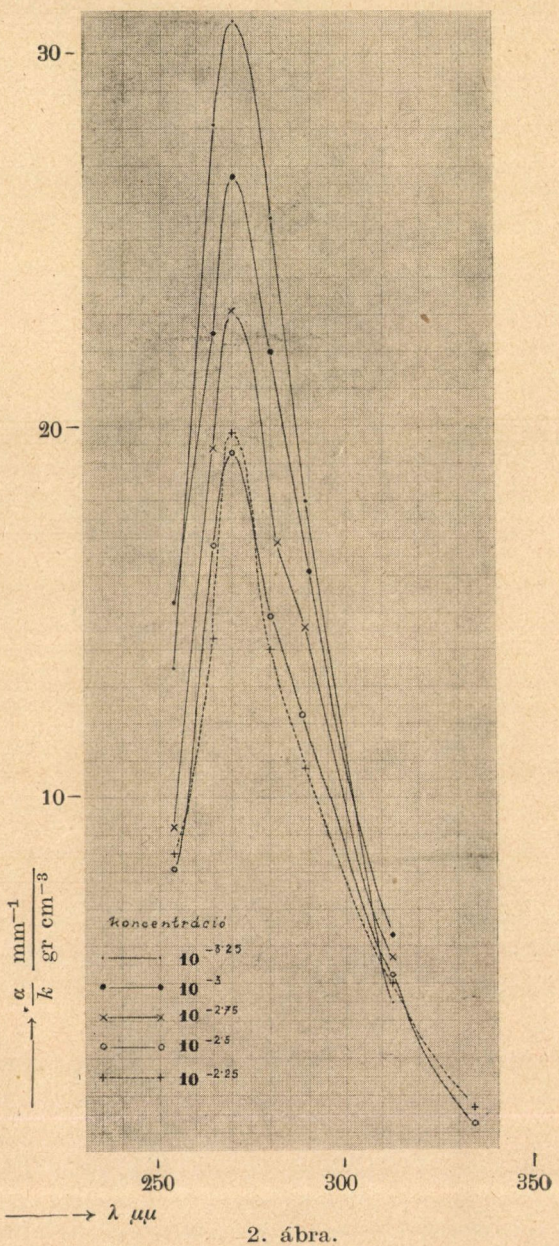
vény érvényes, ha az így kapott görbék fedik egymást. Az összes abszorpciókoefficienseket $10^{-2.5}$ g/cm^3 koncentrációra számítottam át, az így redukált értékeket az ultraibolyában a 2. táblázat, a látható spektrumban a 3. táblázat, a megfelelő görbéket a 2., illetve 3. ábra adja. (Ezek 1. ábrához képest áttekinthetőség végett 1 : 2 arányban nagyítottak.)

2. táblázat.

$\log_{10}k$ / $\lambda_{\mu\mu}$	−3·25	−3	−2·75	−2·5	−2·25
334	--	—	—	1·3	3·0
313	4·5	6·3	5·7	5·2	5·0
289	18·0	16·1	14·6	12·3	10·8
280	25·6	20·2	16·9	14·9	14·0
270	30·9	26·7	23·1	19·3	19·8
265	28·1	22·5	19·4	16·8	14·3
254	13·5	15·3	9·2	8·1	8·5

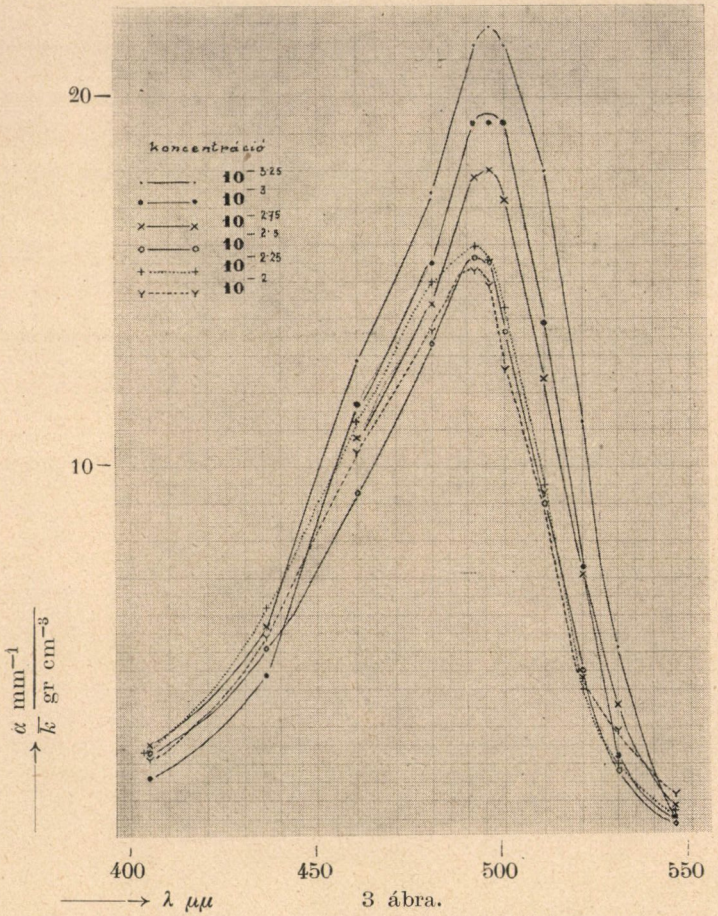
3. táblázat.

$\log_{10}k$ / $\lambda_{\mu\mu}$	−3·25	− 3	−2·75	−2·5	−2·25	−2
546	0·6	0·6	0·9	0·4	0·8	1·2
530	5·1	2·2	3·6	1·8	2·0	2·9
520	11·2	7·3	7·1	4·5	4·0	4·2
510	18·0	13·9	12·4	9·0	9·5	9·4
500	21·4	19·3	17·2	13·6	14·3	12·6
496	21·9	19·3	18·0	15·5	15·6	14·9
492	21·4	19·3	17·8	15·6	16·0	15·3
480	17·4	15·5	14·4	13·3	15·0	13·7
460	12·9	11·7	10·8	9·3	11·3	10·5
436	5·6	4·4	5·7	5·1	6·2	5·4
405	—	1·6	2·5	2·3	2·3	2·1
365	—	—	—	—	1·4	2·6


30
20
10
koncentráció
10 -3·25
10 -3
10 -2·75
10 -2·5
10 -2·25
α/k mm⁻¹ / gr cm⁻³
250
300
350
λ μμ

2. ábra.

Mint a 2. és 3. ábrából látszik, az abszorpció azonos koncentrációra átszámítva kis koncentrációtól nagyobb felé — főképp a sávok maximumában és annak környezetében — fokozatosan csökken, s bizonyos koncentráción túl állandóvá válik. (A sávok szélén,



3 ábra.

ahol az abszorpcióértékek aránylag kicsinyek, a görbék különösen a látható spektrumban a 3. ábrán rendszertelenül metszik egymást. Ez részint kétségtelenül magyarázható azzal, hogy a mérési hiba befolyása a sáv ezen részén azonos koncentrációra való redukciónál

lényegesen megnövekszik.) Az extinkció fokozatos csökkenése nagy koncentrációk felé körülbelül $10^{-2\cdot5}$-ig tart, azon túl a görbék nagyjából egybeesnek.

A BEER-féle törvény tehát érvényes körülbelül $10^{-2\cdot5}$-től nagyobb koncentrációk felé. Olyan nagy koncentrációt, ahol a BEER-féle törvény az abszorbeáló részecskék közelsége miatt szünnék meg esetleg, már nem sikerült kimérni.

Kisebb koncentrációk felé $10^{-2\cdot5}$—$10^{-3\cdot25}$ közben az extinkció fokozatosan növekszik, és pedig körülbelül egyenletesen, mint egy számtani sor, ha a koncentráció mértani sor szerint csökken.

Úgy foghatjuk fel ezt a kapott eredményt, mintha az abszorpciókoefficiens $\bar{a}_k = a_k + a_0$ az üres oldószerre vonatkozó a_0-tól eltekintve is két tagból tevődne össze. $a_k = k\,(E_0 + E_k)$, ahol E_0 független a koncentrációtól. Az extinkció másik tagja E_k azonban maga is függ a koncentrációtól, k-tól, és pedig ha $k = \frac{k_0}{r^n}$, ahol k_0 az alapul vett koncentráció, r a hígítást létrehozó osztó szám (dolgozatomban $k_0 = 10^{-2\cdot5}$ és $r = 10^{0\cdot25}$), és n a vizsgált koncentrációköznek megfelelő pozitív, illetve negatív futó egész szám, akkor eredményeim szerint $E_k = nl$. ahol l a koncentrációtól független. Vagyis az abszorpciókoefficiens:

$$\bar{a}_k = \frac{k_0}{r^n}\,(E_0 + n\,l) + a_0$$

s az n növekedésével, vagyis a koncentráció csökkenésével az nl tag okozza az extinkció növekedését. Kérdéses, hogy fenti formula az általam vizsgált koncentrációközön kívül kisebb koncentrációk felé meddig érvényes, bár kétségtelen, hogy $r>1$ következtében $\lim_{n=\infty} \bar{a}_k = a_0$; s így végtelen kis koncentráció esetén sem tartalmaz ellentmondást.

A szilárd zselatinfoszforoknak ez a viselkedése az abszorpció szempontjából egészen hasonló azokhoz az eredményekhez, melyeket SÖDERBORG és később PLAATS folyékony festékoldatoknál talált. Közelfekvő az a feltevés, hogy a BEER-féle törvénytől való eltérés esetleg itt is kapcsolatban van a fluoreszcenciaképességgel, és pedig oly módon, hogy az abszorpciónak az a része, mely a BEER-féle törvénytől való eltérést okozza, talán itt is fluoreszcenciagerjesztésre

használódik fel. A zselatinfoszforok fluoreszcenciaemissziója még egyáltalán nincs megvizsgálva, ilyen irányú vizsgálatok most vannak folyamatban.

Összefoglalás.

Szilárd zselatinfoszforok, vagyis szilárd zselatinba ágyazott szerves festékek nem tesznek eleget a BEER-féle törvénynek.

Speciálisan Rhodulin Orange N festék képezte részletes vizsgálatok tárgyát. Abszorpcióját a látható és ultraibolya spektrumban 10^{-2}—$10^{-3{\cdot}25}$ gr festék/cm^3 zselatin koncentráció közben vizsgáltam. Nagyobb koncentrációknál az abszorpcióképesség azonos koncentrációra átszámítva független a koncentrációtól, tehát követi a BEER-féle törvényt. Kisebb koncentrációk felé az extinkció fokozatosan növekszik.

*

E dolgozat a ROCKEFELLER-Alap anyagi támogatásával a szegedi M. kir. Horthy Miklós Tudományegyetem Kísérleti Fizikai Intézetében készült. Az intézet igazgatójának, FRÖHLICH PÁL egyet. ny. r. tanár úrnak állandó érdeklődéséért és munkámban való szíves támogatásáért őszinte hálás köszönetet mondok.

Szeged, 1940. október hó.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

LICHTABSORPTION DER GELATINE-FARBSTOFFPHOSPHOREN UND DAS BEERSCHE GESETZ.

Von H. MISCHUNG.

Es wurde das Beersche Gestz in Bezug auf Gelatine-Farbstoffphosphoren untersucht.

Der untersuchte Farbstoff war Rhodulin Orange N, dessen Phosphoreszenzemission sehr bedeutend ist. Die Absorption wurde in einem Konzentrationsbereiche von 10^{-2}—$10^{-3{\cdot}25}$ gr Farbstoff per cm^3 Gelatine im sichtbaren und ultravioletten Spektrum bestimmt.

Bei gewissen grossen Konzentrationen folgt der Gelatinephosphor dem Beerschen Gesetz, bei kleineren Konzentrationen aber ist die Extinktion nicht konstant, sondern sie wächst arithmetisch, wenn die Konzentration nach einer geometrischen Reihe sinkt.

Die Resultate sind mit den von anderen Autoren über flüssige Farbstofflösungen gefundenen im Einklang.

Es liegt nahe anzunehmen, dass derjenige Anteil der Absorption, welcher die Abweichung vom Beerschen Gesetz verursacht, zur Fluoreszenzerregung verbraucht wird.

Szeged, Institut für Experimentalphysik der Horthy Miklós Universität. 1940. Október.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oct. 1940.)

FLOTÁCIÓS DIAGRAMMOK KIÉRTÉKELÉSE.

FINKEY JÓZSEF r. tagtól.

(Székfoglaló értekezés.)

Egy nemrég megjelent értekezésemben[1] már utaltam arra, hogy egy flotációs előkészítési diagrammot nem lehet egy mechanikai érc- vagy szénelőkészítési diagrammal közvetlenül összehasonlítani és azonosan értelmezni. Egy szénmosási kísérletnél pl. a nyersszenet különböző fajsúlyú oldatokkal különítjük el különböző fajsúlyú terményekre. A kísérleti adatok alapján megszerkesztett diagrammból leolvasható értékek optimális értékek, melyeket igyekszünk az üzemben minél jobban megközelíteni, mert a mechanikai előkészítésnél a termények szétválasztása fajsúly szerint történik, s minden fajsúlyhoz egy meghatározott hamutartalom tartozik.[2]

Ezzel szemben a flotációs eljárásnál az egyes ásványok elkülönülése nem kizárólag a relativ úszóképességet meghatározó kapilláris határszög nagysága szerint megyen végbe, mert azt még sok más fizikai és kémiai tényező is befolyásolja.[3] Ez az oka annak, hogy egyszeri flotálással csak a legritkább esetben érthető el jó eredmény, és hogy több terményt (középtermény, előkoncentrátum) ismételten át kell flotálni.

Ha az egyszeri flotálással nyert termények súlyát és fém-

---

[1] FINKEY JÓZSEF: A recski kékpala flotálása. Matematikai és Természettudományi Értesítő. LVIII. kötet.

[2] JOSEF FINKEY: Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Aschengehalt und spezifischem Gewicht ungarischer Braunkohlen. Bány. és Koh. Közlemények. Sopron. 1930. — Die Beurteilung der Ergebnisse der Kohlenaufbereitung. U. ott, 1931.

[3] FINKEY JÓZSEF: A flotációs ásványelőkészítő eljárás. Sopron, 1937.

vagy hamutartalmát meghatározzuk, az ezek alapján megszerkesztett diagramm jól feltünteti, hogy a súlykihozatal növekedésével miként csökken a fémtartalom, vagy nő a hamutartalom, de mint idézett értekezésemben is megjegyeztem: «Itt az alapgörbe nem tényleges értékeket, hanem csak módosított átlagértékeket ad. Ennek integrálgörbéje mindenesetre helyes, de a fordított következtetés már nem helytálló.».

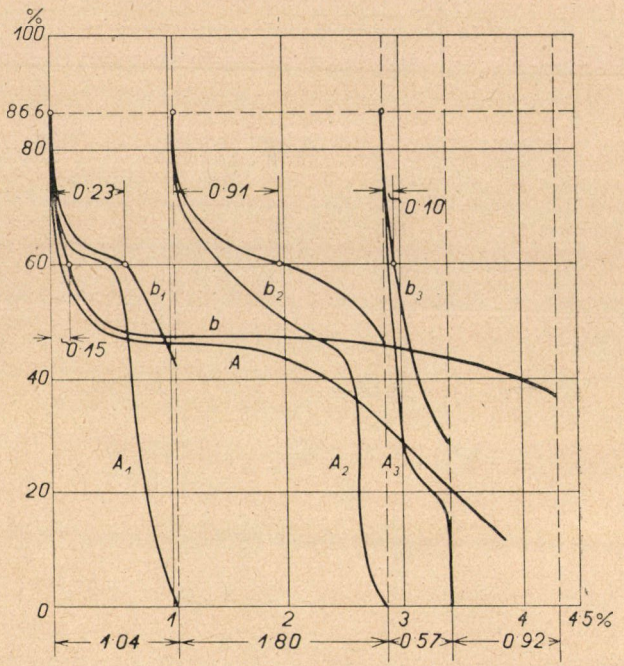
Ha jól feltárt ércet flotálunk és az egyes terményeket mikroszkóp alatt megvizsgáljuk, azt tapasztaljuk, hogy — a flotációs diagramm alapgörbéjének adataival ellentétben — minden terményben vannak teljesen tiszta érces szemcsék és meddő szemcsék, melyek az első flotálásnál nem különültek el egymástól.

De nemcsak így, minőségileg, hanem számos kísérlettel, mennyiségileg is ki tudtam mutatni és szemléltetően feltüntetni ezt az összefüggést.

Egy ilyen kísérletem adatai az *1. sz. táblázatban* vannak számszerűleg feldolgozva és az 1. ábrán grafikusan ábrázolva.

1. sz. táblázat.

Termény	Súly %	Pb %	Súlyk. %	Átl. Pb %	Rész-termény	Súly %	Pb %	Súlyk. %	Átl. Pb %
					1.	0·38	62·71	0·38	62·71
1.	1·04	47·08	1·04	47·08	2.	0·19	60·35	0·57	62·27
					3.	0·47	16·59	1·04	41·46
					1.	0·99	59·60	0·99	59·60
					2.	0·31	47·19	1·30	56·64
2.	1·80	44·30	2·84	45·38	3.	0·12	46·01	1·42	55·81
					4.	0·38	8·35	1·80	45·86
					1.	0·12	57·46	0·12	57·46
					2.	0·04	28·46	0·16	50·21
3.	0·57	25·68	3·41	42·68	3.	0·10	21·32	0·26	39·10
					4.	0·31	20·01	0·57	28·99
4.	0·92	11·45	4·33	36·55	—	—		—	—



1. ábra.

1·80% átlagos *Pb*-tartalmú galenites érc flotálásánál a három első termény ismételten át lett flotálva 3—4 részterményre. Az első flotálás adataiból megszerkesztettem az *A* alapgörbét, mely a «relativ úszóképesség» szerint rendezett, feltárt nyersérc tényleges fémtartalmát tünteti fel a súlykihozatal (vízszintes tengely) függvénye gyanánt, *b* pedig a dúsított ércnek az alapgörbéből megszerkesztett átlagos fémtartalomgörbéje, tehát az *A* görbe integrálgörbéje.

Ha 60% *Pb*-tartalmú dúsított ércet kívánunk az egyszeri flotálással előállítani, akkor az, mint a diagrammból lemérhető, csak **0·15**% súlykihozatallal érhető el, vagyis egy tonna nyersércből csak 1·5 kg dúsított érc nyerhető.

Az egyes terményeket átflotálva, s azok részterményeit hasonló módon megvizsgálva, megszerkeszthetjük az A_1—A_3 részleges alapgörbéket, s ezekből viszont az ismételt flotálással nyert dúsított érc b_1—b_3 átlagos *Pb*-tartalmát. Ha csak a három első

terményt flotáljuk át, akkor is, ismét 60%-os ólomércet feltételezve, a súlykihozatal :

$$0{\cdot}23 + 0{\cdot}91 + 0{\cdot}10 = \mathbf{1{\cdot}24}\%,$$

tehát több, mint nyolcszorosa az előbbi súlykihozatalnak.

Ha a kísérleteket a szokásos, kisméretű laboratóriumi készülékekkel[4] végezzük el, sok terménynek olyan kevés a súlya, hogy azt újból átflotálni, — legalább is megbízható eredménnyel, — nem igen lehet.[5] De ha a laboratóriumi kísérletek alapján módunkban is van azokat nagyobb készülékekkel megismételni, s az egyes terményeket újból átflotálni, akkor is fontossággal bír annak az ismerete, hogy az ismételt flotálással, mely ilyen részletes kísérleteknél sok munkával és költséggel jár, milyen eredményt remélhetünk.

Felvetődik tehát az a kérdés, hogy az egyszeri flotálással nyert adatokból, megfelelő számítási eljárással, lehet-e következtetni az ismételt flotálással elérhető eredményekre?

Vizsgálataim azt mutatják, hogy ez lehetséges, még pedig igen pontos eredménnyel.

Egy, hat évvel ezelőtt megjelent értekezésemben[6] azzal a kérdéssel foglalkoztam, hogy ha valamely érc- vagy széntelep bizonyos minőségű nyersanyagával előkészítési kísérleteket végzünk, lehet-e azok adataiból ugyanazon telepnek az előbbitől eltérő, fém- vagy hamutartalmú anyagával elérhető előkészítési eredményre következtetni? Ez a kérdés gyakorlati szempontból igen nagy fontossággal bír, mert egy egész telepre érvényes, pontos, átlagos érc- vagy szénminta vétele szinte lehetetlen, másrészt pedig az előkészítőműbe szállított nyersanyag összetétele, ha csak kisebb mértékben is, de állandóan változik. Az erre vonatkozó elméleti megfontolásaim alapján nyert képletem helyességét kísérleti adatokkal támogattam, s azóta is számos kísérletem megerősítette annak érvényességét.

---

[4] A finom, legtöbbször 0·1 mm-nél kisebb szemcsenagyság mellett már 200—500 g anyag is elegendő egy laboratóriumi kísérlethez.

[5] Az ismertetett s még ismertetendő kísérletek félüzemi, egyszerre 35 kg nyersanyag befogadására alkalmas készülékkel lettek elvégezve.

[6] FINKEY JÓZSEF: Adatok az előkészítési görbék kiértékeléséhez. Bányászati és Kohászati Lapok, 1934. 19. sz.

E képlet szerint b átlagos fémtartalom a következő s súlykihozatallal érhető el:

$$s = \frac{a}{b}\left[100 - K(b-a)\,(A_0-a)\right] \qquad (1)$$

hol a a nyersérc átlagos fémtartalma, A_0 a mineralógiailag tiszta érc fémtartalma, K pedig egy tényező, mely legalább egy kísérlet adatai alapján a

$$K = \frac{100\,a - bs}{a(b-a)\,(A_0-a)} \qquad (2)$$

képletből számítható ki.

Ha ez a képlet érvényes ugyanazon telep különböző minőségű,

2. sz. táblázat.

Termény	Súly %	Fe %	Súlyk. %	Átl. Fe %	Rész-termény	Súly %	Fe %
1.	4·15	32·71	4·15	32·71	1.	0·84	44·31
					2.	0·43	43·09
					3.	0·25	42·03
					4.	1·10	41·87
					5.	1·53	19·67
2.	2·45	28·35	6·60	31·09	1.	0·58	39·02
					2.	0·47	37·77
					3.	0·56	35·77
					4.	0·84	14·06
3.	1·43	13·50	8·03	27·95	1.	0·27	26·48
					2.	0·14	18·35
					3.	1·02	9·10

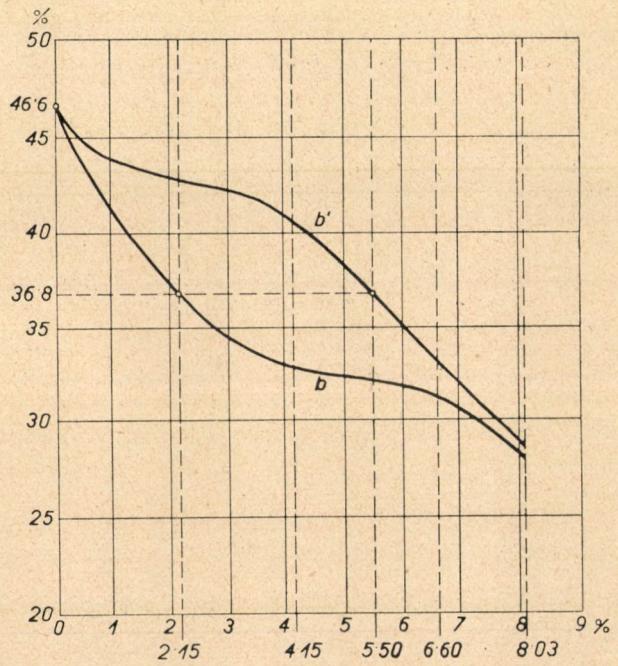
3. sz. táblázat.

Súlyk. %	0·84	1·27	1·52	2·62	3·20	3·67	4·23	4·50	6·03	6·17	7·01	8·03
Fe %	44·31	43·92	43·59	42·83	42·17	41·60	40·84	39·98	34·81	34·44	32·01	29·05

különböző fémtartalmú részeire, akkor nyilvánvalóan érvényesnek kell lenni ugyanazon telepnek flotáció által elkülönített részeire is.

Vizsgálataimmal sikerült is idézett képletemnek érvényességét erre a területre is kiterjeszteni.

Számos erre vonatkozó kísérletem közül kettőt fogok részletesen ismertetni.



2. ábra.

Egy 4·43% átlagos *Fe*-tartalmú pirites érccel végzett flotációs kísérlet adatai alapján számított értékeket a 2. és 3. *sz. táblázatban* foglaltam össze és a 2. ábrában szerkesztettem meg a fémtartalmakat a súlykihozatal függvénye gyanánt.

b a dúsított érc fémtartalma az első flotálásnál, *b'* pedig ugyanaz, ismételt flotálás mellett. A pirit pörkölése legalább 40% kéntartalom mellett végezhető el gazdaságosan. Ha biztonság kedvéért 42% kéntartalommal számolunk, ennek 36·8% vastartalom felel

meg (a tiszta pirit *Fe*-tartalma 46·6%), úgyhogy a részletes kiértékelésnél ezt a minimális *Fe*-tartalmat vettem figyelembe.

A 2. táblázat adatai szerint az első flotálásnál a három első termény egyike sem éri el ezt a fémtartalmat, s a 2. ábra szerint mindössze **2·15**% súlykihozatal mellett nyerhetünk 36·8%-os dúsított ércet. A részterményeket a fémtartalom csökkenő sorrendje szerint összeállítva, számítottam ki a 3. sz. táblázat adatait, amik az *ismételt flotálással* nyerhető dúsított ércnek a megadott súlykihozatalokhoz tartozó átlagos *Fe*-tartalmát adják. A diagramm szerint így 36·8%-os ércet már **5·50**% súlykihozatal mellett nyerhetünk.

Nézzük most, hogy az előbb közölt képletemből milyen értékeket számíthatunk ki, kizárólag a *b* görbe adatai alapján.[7]

Az 1. termény adatainak figyelembevételével a K együttható értéke:

$$K = \frac{100.4{\cdot}43 - 32{\cdot}71.4{\cdot}15}{4{\cdot}43\,(32{\cdot}71 - 4{\cdot}15)\,(46{\cdot}6 - 4{\cdot}15)} = \mathbf{0{\cdot}057}.$$

Ezzel az értékkel számítva, a három első terménÿből 36·8%-os dúsított ércet, ismételt átflotálással, a következő parciális súlykihozatalok mellett nyerhetünk:

$$s_1 = \frac{32{\cdot}71}{36{\cdot}8}\left[100 - 0{\cdot}057\,(36{\cdot}8 - 32{\cdot}71)\,(46{\cdot}6 - 32{\cdot}71)\right] = \mathbf{86{\cdot}0}\ \%,$$

$$s_2 = \frac{28{\cdot}35}{36{\cdot}8}\left[100 - 0.057\,(36{\cdot}8 - 28{\cdot}35)\,(46{\cdot}6 - 28{\cdot}35)\right] = \mathbf{70{\cdot}2}\ \%,$$

$$s_3 = \frac{13{\cdot}5}{36{\cdot}8}\left[100 - 0{\cdot}057\,(36{\cdot}8 - 13{\cdot}5\ )\,(46{\cdot}6 - 13{\cdot}5\ )\right] = \mathbf{18{\cdot}4}\ \%.$$

Ezek a súlykihozatalok az egyes termények 100%-os összsúlyára vonatkoznak, úgyhogy ha figyelembe vesszük a 2. sz. táblázatban a nyersérc súlyára vonatkoztatott értékeket, akkor a részsúlykihozatalok:

3·57, 1·72, 0·27 %,

[7] A *b* és *b'* görbe végpontjainak (8·03% súlykihozatalnál) egybe kellene esni. Tekintve, hogy mindkét görbe számos, egymástól független részelemzés adataiból lett kiszámítva, az egyezés — a csekély eltérés (29·05—27·95 ≐ 1·1%) mellett — igen jónak mondható, s éppen ezért feleslegesnek tartottam minden kiegyenlítést.

a tényleges összsúlykihozatal pedig:

$$s = \sum_{1}^{3} s_n = 5{\cdot}56\ \%.$$

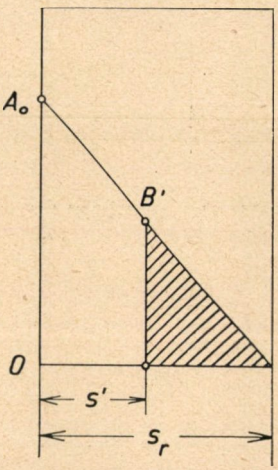
A megegyezés a kísérleti úton meghatározott 5·50% értékkel igen jó.

Gyakori eset, hogy az első flotálásnál nyert terményeknek csak egy részét kell ismételten átflotálni. Ezek a termények nem azonosak szükségszerűen a laboratóriumi kísérlet alkalmával előállított terményekkel. Ismételt átflotálás nélkül azonban a részterményeknek alapgörbéinek pontos alakját nem ismerjük. Ha a részsúlykihozatal s_r igen kicsiny, akkor lineáris összefüggést feltételezve, elég jól megközelíthetjük a fémtartalom tényleges eloszlását (3. ábra). Az s' súlykihozatalt a b görbe felhasználásával lemérhetjük a diagrammról, s akkor az ehhez tartozó tényleges fémtartalom:

$$B' = A_0\left(1 - \frac{s'}{s_r}\right), \qquad (3)$$

a visszamaradt, vonalkázott rész átlagos fémtartalma pedig:

$$B = \frac{B'}{2}. \qquad (4)$$



3. ábra.

Ezután a számítás a már ismertetett módon elvégezhető.

Elgondolásom helyességét ugyancsak sok kísérlettel tudtam igazolni, melyek közül egyet a következőkben ismertetek részletesen.

A nyerséreg galenites ólomérc 3·54%-os átlagos *Pb*-tartalommal. A kísérleti adatok alapján kiszámított értékeket a 4. és 5. sz. *táblázatban* állítottam össze, míg a diagramm a 4. ábrán látható.

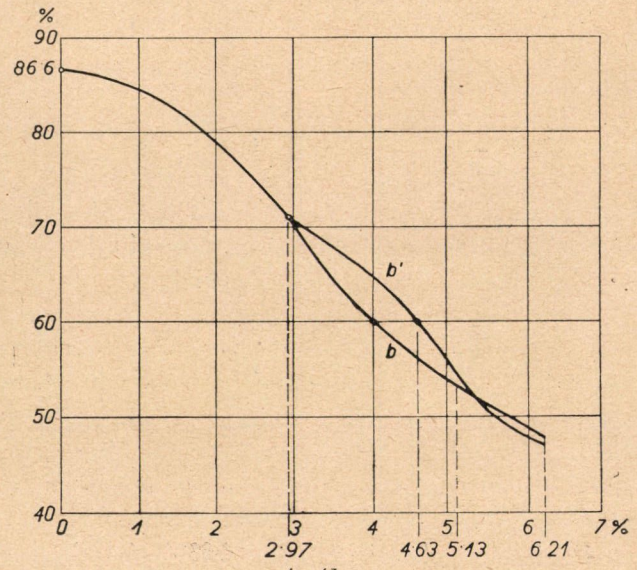
b és b' itten is a dúsított érc átlagos fémtartalma egyszeri és ismételt flotálás mellett. A közölt diagrammból lemérhető, hogyha 60% *Pb*-tartalmú dúsított ércet akarunk előállítani, ez egyszeri flotálásnál **4**%, ismételt flotálásnál pedig **4·63**% súlykihozatal mel-

4. sz. táblázat.

Termény	Súly %	Pb %	Súlyk. %	Átl. Pb %	Rész-termény	Súly %	Pb %
1.	2·97	71·05	2·97	71·05	—	—	—
2.	2·16	29·43	5·13	53·52	1.	0·51	46·76
					2.	0·19	41·73
					3.	0·50	25·68
					4.	0·96	19·17
3.	1·08	20·33	6·21	47·75	1.	0·31	33·17
					2.	0·03	28·14
					3.	0·74	19·92

5. sz. táblázat.

Súlyk. %	2·97	3·48	3·67	3·98	4·01	4·51	5·47	6·21
Pb %	71·05	67·48	66·15	61·92	61·31	57·67	50·92	46·97



4. ábra.

lett érhető el. Ha csak az egyszeri flotálás adatait ismerjük, az ismételt flotálással elérhető eredményt a következőképpen számíthatjuk ki.

4% súlykihozatalig elég az egyszeri flotálás. Ekkor a 2. termény ből, a 4. sz. táblázat adatai szerint, csak

$$5{\cdot}13-4=1{\cdot}13\%$$

súly marad, ami valamivel több, mint a 2/4. részterméný súlya. Ennek a visszamaradt résznek az átlagos *Pb*-tartalma, a 3. és 4. képlet szerint:

$$B=\frac{86{\cdot}6}{2}\left(1-\frac{1{\cdot}13}{2{\cdot}16}\right)=20{\cdot}6\ \%.$$

A 4. sz. táblázat 2/4. terményének adatai szerint a tényleges értéknek 19·2%-nál valamivel többnek kell lenni, a megegyezés tehát igen jó.

Az 1. termény adatait a 2. képletbe behelyettesítve[8] nyerjük,

$$K=\frac{100.3{\cdot}54-71{\cdot}05.2{\cdot}97}{3{\cdot}54\,(71{\cdot}05-3{\cdot}54)\,(86{\cdot}6-3{\cdot}54)}=\mathbf{0{\cdot}0072}.$$

Tehát a 2. termény egy részének és a 3. terménynek átflotálása által 60% *Pb*-tartalmú dúsított ércet a következő parciális súlykihozatalok mellett állíthatunk elő:

$$s_2=\frac{20{\cdot}6}{60}\left[100-0{\cdot}0072\,(60-20{\cdot}6\ )(86{\cdot}6-20{\cdot}6\ )\right]=\mathbf{27{\cdot}9}\ \%,$$

$$s_3=\frac{20{\cdot}33}{60}\left[100-0{\cdot}0072\,(60-20{\cdot}33)(86{\cdot}6-20{\cdot}33)\right]=\mathbf{27{\cdot}4}\ \%.$$

Tekintettel az átflotált termények 1·13 és 1·08% súlyára, a részsúlykihozatalok: **0·31** és **0·29**%, úgyhogy a tényleges összsúlykihozatal:

$$s=\sum_1^3 s_n=\mathbf{4{\cdot}60}\ \%,$$

ami ugyancsak jól megegyezik a diagrammból lemért 4·63% értékkel.

[8] A tiszta galenit *Pb*-tartalma 86·6%.

Hasonló jó megegyezést találtam számos más kísérlet adatainak összehasonlításánál is, melyeket itten helykímélés végett nem ismertetek.

Vizsgálataimmal nemcsak a flotációs előkészítési diagrammok helyes értelmezését adtam meg, hanem megmutattam azt is, hogy az egyszeri flotálás adataiból miként számíthatók ki kellő pontossággal, az ismételt flotálással elérhető eredmények.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21.-én tartott üléséből.)

DIE AUSWERTUNG DER FLOTATIONSDIAGRAMME.

Von JOSEF FINKEY ord. Mitglied.

Vorliegende Abhandlung erscheint in den Mitteilungen der berg- und hüttenmännischen Abteilung der kgl. ung. Palatin Josef-Universität der technischen und Wirtschaftswissenschaften, Bd. XIII. 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Okt. 1940.)

A CUTICULARIS EXCRETIORÓL.

I. közlemény.

EPERJESSY GYÖRGY-től.

A növények táplálóanyag forgalmában újabb kutatások szerint egy eddig észre nem vett jelenség, a sértetlen cuticulán át való kiválasztás, illetve kioldhatás, a «cuticularis excretio» játszik fontos szerepet. Többször tapasztalták, hogy a növények szárazanyagra számított hamutartalma a beérés után csökken. Különösen a lombos fák leveleiben lombhullás előtt mutatták ezt ki a kálium és phosphor mennyiségéről. (1) Ezt még nemrégen azzal a feltevéssel magyarázták, hogy a hamualkotórészek ilyenkor visszavándorolnak a levélből a növény testébe, sőt ebből a gyökereken át még a talajba is, (2) hogy a növény, kivált a gyéren előforduló kálival és phosphorral, takarékoskodjék. Ellenben a rendszerint bőven előforduló calcium és magnesium a lehulló levelekben bennemarad.

Ez a magyarázat ma már nem állhatja meg a helyét. Már csaknem 140 esztendővel ezelőtt DE SAUSSURE TH. (3) megállapította, hogy destillált vízbe mártott levelekből anorganikus sók oldódnak ki és ebből rögtön le is vonta a helyes következtetést, amely szerint az eső is kioldhatja a levelek sóit. Ez a fontos megfigyelés azonban feledésbe ment és csak mintegy 20 év előtt tett újból hasonló megfigyelést három német kutató, PFEIFFER, TH., RIPPEL, A. és PFOTENHAUER, C. (4) Szerintük árpa vagy borsó levelének hamutartalma csak a szabadban mutat visszaesést, ellenben üveg alatt tenyésztve nem. Ki is mondják, hogy a hamualkotórészek a szabadban nem vándorolnak vissza a talajba, hanem az eső mossa ki.

Ezeket az észleléseket azután mások is megerősítették (5), (6), (7), (8) és különösen ARENS (9), (11) és LAUSBERG (10) foglalkozott behatóbban e kérdéssel. ARENS számításai szerint pl. 18 órás eső 1 hektár répaföld növényeinek leveleiből 62 kg hamualkotórészt mos ki és ennek túlnyomó része (38·2 kg K_2O) káli. Már ez az adat is kellően megvilágítja, milyen jelentős a cuticularis excretio a növények sóbeli anyaggazdálkodásában. Hasonló adatokat hozott fel 1937-ben még VAN SCHREWEN (12).

Saját kísérleteim célja az volt, hogy megállapítsam, túltáplálástól a táplálás arányában emelkedik-e a cuticularis excretióval kiválasztott ásványi anyagok mennyisége. Kísérleti növénynek a gyors növekedésű hónaposretket *(Raphanus sativus)* választottam. Cserepekben kerti komposzt talajban csíráztatott növények megerősödése után az öntözővízzel adtam a talajhoz a táplálóoldatot (l. később), majd később a növények levelét bizonyos időközökben desztillált vízzel mostam. A kísérletet 1940. IV. 25-én állítottam be. A cserépben lévő talajhoz (1100 g) a talaj egész vízkapacitása 60%-ának megfelelő vízmennyiséget (= 400 cm^3) adtam, az elpárolgó vizet 1—2 naponként pótoltam. V. 25-én és VI. 3-án, az öntözővízzel való alapos felhígítás után TOTTINGHAM (13) szerint az alábbi sorozatokban a növényeknek a következő alaptápláló oldatokat adtam:

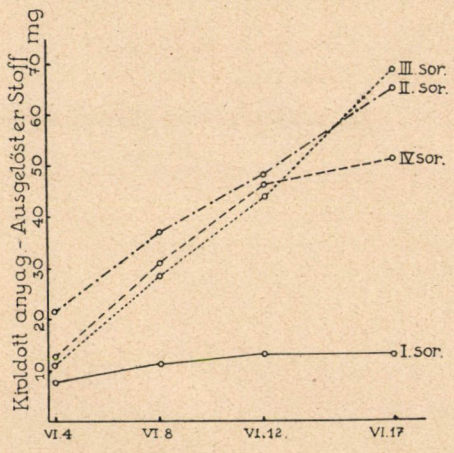
0·860 g KNO_3+0·838 g KH_2PO_4+0·911 g $Ca(NO_3)_2$+0·668 g $MgSO_4$ (összesen: 3·277 g só). I. sorozat: Külön táplálás nélkül. II. sorozat: Alaptápláló oldat (A=3·277 g só). III. sorozat: 2×alaptápláló oldat (2×A=6·554 g só). IV. sorozat: 5×A=16·385 g só). A sorozatok mindegyikében hat növény volt. A tenyészeteket világos, pormentes, állandó hőmérsékletű szobában tartottam. Minden sorozat hat növénye közül három az öntözésen kívül semmiféle más kezelésben nem részesült (A-csoport), három növény leveleit pedig bizonyos időközökben desztillált vízbe merítettem, hogy a cuticularis excretio nagyságát megállapítsam (B-csoport). A régebben alkalmazott permetezés helyett a cserepet állványba fogtam és a leveleket desztillált vízzel telt pohárba mártottam, mégpedig minden alkalommal 1 órán keresztül. A kioldást 4—5 naponként megismételtem; az egész kísérlet ideje alatt négyszer: VI. 4, VI. 8, VI. 12 és VI. 17. Az oldási vizet vízfürdőn bepároltam és a mara-

dékot szárítás után mértem. A kapott eredményeket, mégpedig minden időpontban az addig összesítve kapott, kioldott anyag számértékét a rajz mutatja:

A 100 g levélre számított kioldott anyagmennyiségek összesítve ezek:

Csoport:	I.	II.	III.	IV.
Kioldott anyag mg	35·6	76·7	80·8	119·4

Kitűnik, hogy exosmosissal a cuticulán keresztül már ilyen rövid megnedvesítési idő (4 óra) alatt is aránylag elég tekintélyes mennyiségű anyag kerül a desztillált vízbe. A kioldott mennyiség, 100 g levélmennyiségre számítva, függvénye a táplálás koncentrációjának, de nem lineárisan, hanem aszimptozisosan. Külön nem táplált növények leveleiből bizonyos idő múltán nem lúgozódik ki több anyag.



A bepároló edényben visszamaradó anyag sárgás színű amorf és színtelen, átlátszó tűs kristályokból áll. Hevítéskor megszenesedik, tehát az anorganikus részeken kívül szerves vegyületeket is tartalmaz. ARENS (9), LAUSBERG (10) és VAN SCHREWEN (12) káliumot, magnesiumot, calciumot, phosphort, ként, nátriumot, mangánt és vasat talált a kilúgozott anyagban. A kilúgozott anyagot további vizsgálatnak vetettem alá és megállapítottam, hogy az egyesített kilúgozott anyagban (0·2024 g) 1·59 mg P_2O_5 és 48·52 mg K_2O van, ami százalékra átszámítva 0·79 P_2O_5 és 23·97 K_2O%-nak felel meg. A káli-érték jól megegyezik VAN SCREWEN (12) adatával, aki cukorrépa leveléből kioldott anyagban 22·92% K_2O-ot talált.

Könnyen felmerülhet az a gondolat, hogy a levelek mosásával kapott anyag esetleg a levegőből por alakjában jutott a levél

felületre. Egészen pontosan sikerült kimutatni, hogy a levegőből a levélfelületre jutott por csak kis hányadát teheti ki a kísérleteimben mért anyagmennyiségeknek. Mikor a növényeknek már látható levélfelületük volt, a levelek magasságában, vízszintesen 100 cm^2 felületű bádoglapot helyeztem el és minden egyes levéláztatáskor a bádoglap felületén összegyűlt port is desztillált vízzel platinacsészébe mostam és a mosóvizet vízfürdőn bepároltam. A kísérlet befejezésekor 1·4 mg port mértem, vagyis a kísérlet ideje alatt ilyen súlyú por rakódott le 100 cm^2 felületre. Planiméterrel meghatároztam az I., III. és IV. sorozat növényeinek átlagos levélfelületét és kiszámítottam egy növény levélfelületére lehullott por mennyiségét. Feltételezve, hogy a levélfelület az idővel arányosan növekedett, számításra azt vehetjük fel, hogy a levélfelület az egész növekedési idő alatt a kifejlődött levél felületének felével volt egyenlő. Ha az egész növekedési idő alatt 100 cm^2 felületre lerakódott por súlya $= p$ milligramm, akkor a levélfelületre az egész növekedési idő alatt lerakódott por súlya (P) a következő képlettel számítható ki:

$$P = p \cdot \frac{F}{2} \text{ mg}$$

(Integrál számítással igazolható, hogy ez a képlet akkor is igaz, ha a növekedés ugyan nem arányos az idővel, de a növekedést feltüntető S-görbe és a végpontjait összekötő húr által alkotott idomok egyenlő területűek.) Ha e képlet segítségével kiszámítjuk az egyes sorozatokban egy növény levélfelületére lerakódott pormennyiséget és azt levonjuk a cuticularis excretióval kiválasztott anyag súlyából, az I. sorozatban 2·40 mg-os, a III. sorozatban 18·74 mg-os és a IV. sorozatban 14·21 mg-os értéket kapunk, amiből határozottan kitűnik, hogy a levélfelületről lemosott anyagnak csak nagyon kis része származhat a levegőből alálhullott porból.

A levelek utolsó mosása után, VI. 17-én, a levelek és a gyökér zöldsúlyát lemértem, majd száradás után a levél- és gyökérrész szárazanyag-tartalmát a szokott módon meghatároztam.

A növények abszolút levél- és gyökérsúlya a III. sorozatban éri el legnagyobb értékét, vagyis az alkalmazott tápláló adagok

közül a kétszeres tápláló adag a leghatásosabb. A IV. sorozatban (5-szörös alaptáplálás) a levél- és gyökérsúlyban egyaránt erős visszaesés mutatkozik, vagyis itt már megnyilatkozik a túltáplálás káros hatása. A levél szárazanyag-értékei nem mutatnak nagyobb változást, a gyökér szárazanyag százaléka az I. sorozatban a legkisebb és a IV. sorozatig emelkedik. A zöldlevél és a hozzátartozó szárazanyagértékek a *B*-sorozatban nagyobbak, mint az *A*-sorozatban és éppen fordított a helyzet a gyökérsúlyokban (különösen jól kitűnnek ezek a különbségek a relativ értékekre való átszámítás adataiból). Általánosságban pedig elmondható, hogy a *B*-sorozat növényei sokkal gyorsabban fejlődtek, üdébbek és zöldebbek voltak az *A*-sorozat növényeinél.

Az adatokból kitűnik, hogy az erőteljesebben és különösen a túltáplált növények fejlődésére határozottan hasznos, ha leveleiket időnként víz éri és így a cuticularis excretio segítségével testükből az ásványi anyagfölösleget képesek eltávolítani.

Vizsgálataimat kiegészítettem a levelek hamutartalmának meghatározásával, a hamuban pedig a phosphort és a káliumot határoztam meg.

A hamuértékek az *A*- és *B*-csoportban egyaránt az I. sorozatban a legalacsonyabb értékűek és a következő sorozatokban fokozatosan emelkednek (kivétel az *A*-csoport IV. sorozata). A *B*-csoport hamuértékei minden sorozatban magasabbak, mint az *A*-csoport megfelelő sorozataiban. A phosphor- és káliértékek között határozott ellentét fedezhető fel: míg a phosphorértékek az *A*- és *B*-sorozatban egyaránt az I. sorozattól a IV. sorozatig csökkennek, addig a káliértékek emelkednek. Az összes sorozatokban pedig a káliértékek a *B*-csoportban határozottan magasabb értékűek, mint az *A*-csoportban. Az adatok összehasonlításából kitűnik, hogy a táplálás emeli a növények hamutartalmát, amit számos kutató megállapított (az eredményeket Mangold (14) foglalta össze), továbbá, hogy a levelek időnként való megnedvesítésével fellépő cuticularis excretio növeli a hamualkotórészek felvételét. Összehasonlításul kiszámítottam, hogy a hamuban átlagosan 8·18% P_2O_5 és 32·12% K_2O van. Ha ezeket az adatokat összehasonlítjuk a levelekből kimosott anyag analízisének hasonló értékeivel, a 0·79 P_2O_5 és 23·97% K_2O értékekkel, megállapíthat-

1. Táblázat. — Tabelle 1.

Reteknövény zöld- és szárazanyagsúlya különböző mértékű táplálás esetén.
Frisch- und Trockensubstanz von Rettichpflanzen bei verschiedener Ernährung.

Sorozat Táplálás Reihe Ernährung	Növényi rész Pflanzenteile	*A*-csoport (mosás nélkül) Gruppe-*A* (ohne Waschung)					*B*-csoport (mosással) Gruppe-*B* (mit Waschung)				
		zöldsúly Frischgewicht		szárazanyag Trockensubstanz			zöldsúly Frischgewicht		szárazanyag Trockengewicht		
		g	relatív súly relativ Gewicht	%	g	relatív súly relativ Gewicht	g	relatív súly relativ Gewicht	%	g	relatív súly relativ Gewicht
I. sorozat *O* I. Reihe	levél Blätter	14·27	46·21	89·63	0·84	37·66	12·00	38·86	89·03	0·73	32·73
	gyökér Wurzel	26·00	58·71	84·79	1·03	45·98	21·78	49·18	84·02	0·99	44·19
II. sorozat *A* II. Reihe	levél Blätter	26·45	85·65	89·94	1·45	65·02	28·15	91·16	89·72	1·79	80·27
	gyökér Wurzel	30·75	69·44	86·99	1·27	56·69	24·65	55·67	87·31	1·18	52·67
III. sorozat 2×*A* III. Reihe	levél Blätter	27·56	89·25	89·30	2·10	95·70	30·88	*100·00*	89·03	2·23	*100·00*
	gyökér Wurzel	44·28	*100·00*	87·32	2·24	*100·00*	23·60	53·29	88·52	1·34	59·82
IV. sorozat 5×*A* IV. Reihe	levél Blätter	13·42	43·45	88·47	1·00	44·84	14·65	47·44	89·14	1·51	67·71
	gyökér Wurzel	12·05	27·21	87·91	0·81	36·16	11·03	24·91	88·34	0·77	34·37

O = külön táplálás nélkül. *A* = alaptáplálás.
O = Kontrolle. *A* = Grundernährung.

2. táblázat. — Tabelle 2.

A reteklevél szárazanyagára vonatkoztatott hamu-, phoshporsav- és káliértékei.

Asche-, Phosphorsäure- und Kaligehalt der Rettichblätter bezogen auf das Trockengewicht.

Sorozat Táplálás Reihe Ernährung	*A*-csoport (mosás nélkül) Gruppe *A* (ohne Waschung)			*B*-csoport (mosással) Gruppe *B* (mit Waschung)		
	100 g szárazanyagban van In 100 g Trockengewicht sind enthalten			100 g szárazanyagban van In 100 g Trockengewicht sind enthalten		
	hamu Asche	P_2O_5	K_2O	hamu Asche	P_2O_5	K_2O
	g	g	g	g	g	g
I. sorozat *O* I. Reihe	23·73	1·97	6·68	25·75	2·08	8·75
II. sorozat *A* II. Reihe	26·37	1·75	9·41	27·12	1·71	9·98
III. sorozat 2×*A* III. Reihe	27·88	1·34	9·21	28·16	1·46	9·14
IV. sorozat 5×*A* IV. Reihe	25·97	1·34	9·43	29·22	1·25	10·19

O = külön táplálás nélkül. — Kontrolle.
A = alaptáplálás. — Grundernährung.

juk, hogy a levélből a kálium bőségesen, phosphor ellenben csak igen kismértékben lúgozódik ki.

A kísérlet eredményei eléggé rámutatnak a cuticularis excretiónak a növény ásványi anyag gazdálkodásában való jelentőségére. ARENS (15) vizsgálatai alapján már 1936-ban rámutatott, hogy hosszabb ideig tartó szabadföldi kísérletekben nem mindegy, hogy a levelek hamutartalmát hosszabb száraz periódus végén vagy hosszantartó eső után határozzuk meg. Nem lehet összehasonlítani szabadban és üveg alatt tenyésztett növények levelének hamutar-

talmát. Elvetendő LAGATU és MAUME (16) talaj táplálóanyag állapotának meghatározására szolgáló módszere, mert ebben a szerzők a levél hamutartalmából következtetnek a talaj táplálóanyag tartalmára. Módosítani kell az egyes növényi tápanyagoknak ősszel a gyökéren át a talajba való vándorlásának az elméletét, mert a cuticularis excretiós vizsgálatok azt mutatják, hogy az ásványi anyagok túlnyomórészt az esővízzel és a harmattal lúgozódnak ki a levélből.

Szakirodalom. — Literatur.

1. VAIDYA, V. G.: Journal of Pomology and Horticultural Science 16, 101, 1938.

VAN ITALLIE, TH. B.: Verlauf der Stickstoff-, Phosphorsäure- und Kaliaufnahme verschiedener Feldgewächse. Die Ernährung der Pflanze. 36, 79, 1939.

BORESH, K.: Handbuch der Pflanzenernährung. Die anorg. Bestandteile. Berlin, 1931.

2. HONCAMP, F.: Handbuch der Pflanzenernährung u. Düngerlehre. I. B. 200, 1931.

3. SAUSSURE, TH.: Recherches chimiques sur la végétation. 1804.

4. PFEIFFER, TH., RIPPEL, A. és PFOTENHAUER, C.: Über den Verlauf der Nährstoffaufnahme und Stoffaufnahme bei der Gersten- bzw. Bohnenpflanzen. Journal für Landwirtschaft **69**. 137, 1921.

5. MASCHHAUPT, J. G.: Verslagen Landbouwk. Onderz. No. 25, Rijkslandbouwproefst. Groningen, 1921, 131.

6. MANN, C. E. T. and WALLACE, T.: Journal of Pomol. and Hort. Science **4**, 146, 1925.

7. WALLACE, T.: Journal of Pomol. and Hort. Science **8**, 44, 1930.

8. CAJLACHAN, M. H.: Über die Permeabilität des Plasmas in Blättern von Frühling- und Winterweizen. C. R. Acad. Sci. UNSS., 1935.

9. ARENS, K.: Die kutikuläre Exkretion des Laubblattes. Jahrbücher für wiss. Botanik **80**, 248—295, 1934.

10. LAUSBERG, TH.: Quantitative Untersuchungen über die kutikuläre Exkretion des Laubblattes. Jahrbücher für wiss. Botanik **81**, 769—805, 1935.

11. ARENS, K.: Physiologische Untersuchungen an Plasmopara viticola, unter besonderer Berücksichtigung der Infektionsbedingungen. Jahrbücher für wiss. Botanik **70**, 1929.

12. VAN SCHREVEN, D. A.: Onderzoek naar de uitscheiding van elementen door het blad. Mededeelingen van het Instituut voor Suiker bietenteelt **8**, 4. 1938. Refer.: Die Ernährung der Pflanzen **35**. 182, 1939.

13. Tottingham: Phys. Res. **1**. 133, 1914.

14. Mangold, E.: Kann künstliche Düngung die Nahrung für Mensch und Tier schädlich beeinflussen. Die Ernährung der Pflanzen **31**, 281, 1935.

15. Arens, K.: Kann man in allen Fällen aus den Ergebnissen der Aschenanalyse Schlüsse auf Lebensfunktionen der Pflanze ziehen? Landwirtschaftl. Jahrbücher **82**, 453. 1936.

16. Lagatu, H. et Maume, L. Le diagnostic foliaire de la pomme de terre. Ann. agronomiques 1932.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. nov. 18-án tartott üléséből.)

KUTIKULÄRE EXKRETION VON RETTICHBLÄTTERN BEI ÜBERMÄSSIGER ERNÄHRUNG.

Von G. EPERJESSY.

Es wurde untersucht, ob überernährte Pflanzen durch kutikuläre Exkretion mehr mineralische Substanz aus ihren Blättern auszuscheiden vermögen als wenigerernährte. Die Versuchspflanzen wurden auf Kompost-Gartenboden in Töpfen unter Glas herangezüchtet (25. IV. 1940—17. VI. 1940). Die Grundernährung war: 0·860 g KNO_3+0·838 KH_2PO_4+0·911 g $Ca(NO_3)_2$+0·668 g $MgSO_4$. Die Grundernährung wurde dem Boden (1100 g) in zwei Partien (25. V. und 3. VI.) mit Berieselungswasser stark verdünnt einverleibt. Behandlung: I. Reihe: Kontrolle = 0; II. Reihe: Grundernährung = A; III. Reihe: 2×Grundernährung=2×A; IV. Reihe: 5×Grundernährung=5×A. In jeder Reihe 6 Pflanzen, von welchen 3 nur berieselt wurden: Gruppe A (ohne Waschen); die Blätter der übrigen 3 Pflanzen wurden viermal je eine Stunde lang in destilliertes Wasser gebracht: Gruppe B (mit Waschen). Die Abbildung enthält die nach dem Eindampfen der Waschlösungen verbleibenden Substanzmengen. Man sieht daraus, dass mit intensiver werdender Ernährung die durch kutikuläre Exkretion aus den Blättern ausgeschiedenen Substanzmengen zunehmen. Die ausgelaugte Substanz enthält 23·97 v. H. K_2O und 0·79 v. H. P_2O_5. (In der Blätterasche sind vorhanden 32·12 v. H. K_2O und 8·18 v. H. P_2O_5.) Tabelle 1 enthält das Gewicht der frischen Rettichpflanzen und das der Trockensubstanz. Zweifache Grundernährung (III. Reihe) ergibt den Höchstertrag, bei fünffacher Grundernährung (IV. Reihe) zeigt sich bereits die schädliche Wirkung der

übermässigen Ernährung. Mit Ausnahme der Kontrollpflanzen ist das Blattgewicht bei den Pflanzen mit gewaschenen Blättern grösser als bei denen mit ungewaschenen Blättern. Ein zeitweiliges Befeuchten der Blätter ist also für die Blattentwicklung der gedüngten Pflanzen entschieden nützlich. Die Pflanzen mit gewaschenen Blättern sehen viel grüner, frischer aus und entwickeln sich rascher. Der Aschegehalt der Blätter steigt mit der Ernährung und ist bei den Pflanzen mit gewaschenen Blättern stets höher als bei den ungewaschenen. (Tabelle 2.) Mit steigender Intensität der Ernährung werden die auf die Trockensubstanz bezogenen Werte von P_2O_5 geringer, die Werte von K_2O höher. Die Pflanzen mit gewaschenen Blättern nehmen Kali in grösserer Menge auf, das Waschen der Blätter bedingt also intensivere Aufnahme von Aschensubstanz. Von letzterer wird Kali durch kutikuläre Exkretion in höherem Masse ausgewaschen, deshalb nehmen die Pflanzen mit gewaschenen Blättern Kali intensiver aus dem Boden auf als die übrigen Aschenbestandteile.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. November 1940.)

ADATOK A SELYEMLEPKEPETÉK LÉLEKZŐMECHANIZMUSÁNAK ISMERETÉHEZ.

I. A LÉLEKZÉS ÖSSZEHASONLÍTÁSA A KÜLÖNBÖZŐ FEJLŐDÉSI STÁDIUMOKBAN. KÜLÖNÖS TEKINTETTEL A SZÉNMONOXIDHATÁSRA.

WOLSKY SÁNDOR-tól.

A selyemlepkék petéinek fejlődésében tudvalevőleg több stádiumot lehet megkülönböztetni, minthogy a fejlődés az ú. n. annuale-rasszok esetében csaknem egy teljes évet vesz igénybe. A nyáron lerakott peték már néhány nap mulva, kb. a csíralemezképződés stádiumában egy bizonyos nyugalmi állapotba süllyednek, amelyben egészen a következő év tavaszáig maradnak. Akkor ismét megindul a továbbfejlődés, még pedig különösen jól akkor, ha télen át a petéket hideg helyen tartottuk és tavasszal 18—20° C-ú melegítőszekrénybe visszük át. Ilyenkor a kis hernyók kb. a keltetés 18. napján kikelnek. Ha ezekhez a fejlődési stádiumokhoz hozzászámítjuk azt az állapotot is, amelyben a peték megtermékenyítés előtt vannak, összesen négy jól elhatárolható stádiumot különböztethetünk meg, ú. m. (1) megtermékenyítés előtti állapot, (2) első fejlődési szakasz, (3) diapauza és (4) második fejlődési szakasz.

Ezeket a fejlődési stádiumokat a peték lélekzésének intenzitása tekintetében fennálló különbségek is jellemzik. A megtermékenyítés előtt a lélekzés csekély, az első fejlődési szakaszban azonban erősen növekszik, a kiindulási értéknek mintegy 3—4-szereséig, hogy azután a diapauza kezdetén fokozatosan ismét a megtermékenyítés előtti fokra, vagy esetleg valamivel még az alá is essen vissza. A második fejlődési szakaszban a lélekzés intenzitása ismét gyorsan emelkedik, csakhamar eléri az első fejlődésszakaszbeli

maximumot és azt túlszárnyalva is állandóan fokozódik egészen a hernyók kikeléséig (v. ö. ASHBEL, 1932). (Természetesen közvetlenül a kikelés előtt különösen magas értékeket kapunk, amelyek azonban már nem a peték, ill. embriók alap-gázanyagcseréjének felelnek meg, mert ilyenkor a kikelő hernyók a peteburokban már különböző mozgásokat végeznek.)

Vizsgálataim célja az volt, hogy megállapítsam, hogyan reagál a lélekzés ezekben a különböző stádiumokban az ú. n. lélekzési enzimrendszer («Atmungsferment», WARBURG—KEILIN rendszer) specifikus mérgeivel, elsősorban a szénmonoxiddal szemben, mert remélhető volt, hogy ebből következtetéseket lehet vonni a peték lélekzőmechanizmusára vonatkozólag. A vizsgálatok módszerét már korábban közöltem (WOLSKY 1937). Már akkor megállapítottam, hogy a nyugalmi időszak (diapauza) idején a selyemlepkepeték csekély lélekzése nem mérgezhető szénmonoxiddal, sőt bizonyos szénmonoxid-oxigén elegyekben a lélekzés némileg fokozódik (l. I. Táblázat). Ez a jelenség, amelyet más élő rendszereken is tapasztaltak, így a *Melanoplus differentialis* nevű szöcske nyugvó petéin (BODINE és BOELL 1934), a legújabb vizsgálatok szerint (LINDAHL és ÖHMAN 1938, LINDAHL 1939) bizonyos szubsztrátumdehidrogenáló rendszerek aktiválásán alapszik. (Az aktiválás vagy úgy történne, hogy a szénmonoxid a szubsztrátumdehidrogenáló enzim-

I. táblázat.

Megtermékenyítetlen és nyugvó (diapausa) peték oxigénfogyasztása óránként mm^3-ben, 500 petére számítva.

Stádium és hőmérséklet	Gázelegy	Oxigénfogyasztás. Átlag ± standard eltérés (σ)	lélekzési maradék (n)
megtermékenyítetlen peték 24—25 C°	levegő	4·92 ± 0·86	1·00
	85 % CO / 15 % O_2	5·74 ± 0·95	1·17
nyugvó (diapausa) peték 16—19 C°	levegő	3·10 ± 0·52	1·00
	90 % CO / 10 % O_2	3·25 ± 0·32	1·05
	80 % CO / 20 % O_2	3·75 ± 0·24	1·21

rendszerben található fémnyomokkal komplexeket alkot, vagy úgy, hogy bizonyos enzimeket, amelyek oxidált állapotban inaktivak, redukál.)

A megtermékenyítetlen petékre vonatkozó vizsgálatok eredményei messzemenően megegyeznek a nyugvó petéken tett megállapításokkal (l. I. Táblázat). Vagyis a lélekzés nemcsak hogy nem mérgezhető szénmonoxiddal, hanem csekély mértékben még fokozható is megfelelő szénmonoxid-oxigén elegyekkel. A megtermékenyítetlen peték normális lélekzésével kapcsolatban azonban meg kell említenem, hogy ez meglehetősen ingadozik és néha, főleg ha egészen frissen lerakott megtermékenyítetlen petékről van szó, feltűnően magas értékeket ad. Ez részben talán azzal függ össze, hogy a megtermékenyítetlen peték egy bizonyos százaléka rövid időre parthenogenetikus úton fejlődésnek indul (v. ö. Kellog 1917.) és ilyenkor természetesen lélekzésük az első fejlődési szakaszban levő megtermékenyített peték lélekzésének felel meg. Éppen ezért a megtermékenyítetlen és a nyugvó peték normális lélekzésére vonatkozó adatokat nem lehet egymással minden további nélkül összehasonlítani, annál inkább, mert a vizsgálatokat különböző hőmérsékleten végeztem, nevezetesen a megtermékenyítetlen petékre vonatkozókat nyáron, a nyári átlagnak megfelelő, optimálisnak látszó 24—25°-on, a nyugvó petékre vonatkozókat pedig télen, az akkori normális viszonyoknak megfelelő 16—19° C-on.

Az élénk fejlődés stádiumaiban, tehát a megtermékenyítéstől a diapauzáig (első fejlődési szakasz) és a diapauzától a hernyók kikeléséig (második fejlődési szakasz), a lélekzés — ellentétben az eddig elmondottakkal — szénmonoxiddal meglehetős erősen gátolható. E tekintetben főleg a második fejlődési szakaszt vizsgáltam meg részletesen, minthogy ebben magasabb értékeket találunk, és így az eredmények pontosabbak, hibájuk csekélyebb. (Természetesen figyelemmel voltam arra, hogy közvetlenül kikelés előtt álló peték, amelyek adatai, mint említettem, nem megfelelők, kísérletekre ne használtassanak.) Összehasonlító mérések alapján azonban megállapítottam, hogy az első fejlődési szakaszban a peték a szénmonoxiddal szemben éppen úgy viselkednek, mint a második fejlődésszakaszban, úgyhogy általában a megállapítások mindkét fejlődési stádiumra vonatkoznak.

Ismeretes, hogy a szénmonoxidnak és oxigénnek résznyomása a használt gázelegyekben határozott arányban áll a lélekzésgátlás nagyságával, a mitWARBURG ú. n. elosztási egyenlete fejez ki (v. ö. WARBURG 1927). E szerint $\frac{n}{1-n} \cdot \frac{CO}{O_2} = K$, ahol n a maralélekzés («Atmungsrest»), ha a normális lélekzést 1-nek vesszük, míg $\frac{CO}{O_2}$ a szénmonoxid, illetőleg oxigén százalékos aránya a gázelegyben. K (konstáns) nagyságából, az elosztási egyenlet érvényes ségéből, illetőleg a szükséges korrekciókból következtetni lehet a lélekzési enzimrendszer állapotára a petékben. Az elosztási egyenlet felállításának és K kiszámításának azonban természetesen különböző összetételű szénmonoxid-oxigén elegyek alapján kell történnie. Vizsgálataim során háromféle szénmonoxid-oxigén elegygyel végeztem rendszeres méréseket, amelyek 95, 90, illetőleg 86% szénmonoxidot és 5, 10, illetőleg 14% oxigént tartalmaztak.

A 86%-nál kevesebb szénmonoxidot tartalmazó elegyek már olyan csekély lélekzésgátlást okoztak csak, hogy azt nem lehetett volna a normális mérési ingadozások közepette pontosan megállapítani. Ugyancsak a mérések nagyobb pontossága kedvéért meglehetősen nagy különbségeket kellett alkalmazni az elegyek oxigéntartalma tekintetében. Ezért történt, hogy harmadik gázelegyként 95% szénmonoxid és 5% oxigén összetételű elegyet használtam, annak ellenére, hogy nitrogén-oxigén elegyekkel végzett vizsgálatok szerint 10%-nál kevesebb oxigénnek a résznyomása már nem elegendő a normális lélekzés fenntartásához, és így megfelelő korrekciót kell alkalmazni. Vizsgálataim szerint 95% nitrogén és 5% oxigén összetételű gázelegyben a selyemlepkepeték lélekzése a normálisnak csak 0·83 része volt, a lélekzésgátlás tehát ebben az elegyben 0·17. A 95% szénmonoxidot és 5% oxigént tartalmazó gázelegyben a lélekzési maradék (n) 0·37, a lélekzésgátlás ($1-n$) tehát 0·63. Ha ezt az adatot az oxigénhiány folytán előálló, előbb említett 0·17-et kitevő gátlásra nézve korrigálni akarjuk, a tisztán csak szénmonoxid által előidézett lélekzésgátlás 0·46-ra csökken, a lélekzési maradék pedig 0·54-re emelkedik. Ez a korrekció azonban valamivel nagyobb a szükségesnél, mert az oxigénhiány okozta lélekzéscsökkenéssel együtt jár a szénmonoxid lélekzés-

gátló hatásának aránylagos megnövekedése is, amit pedig nem akarunk levonni. Kísérletek, amelyeket 90% szénmonoxid, 5% oxigén és 5% nitrogén összetételű gázeleggyel végeztem, azt mutatják, hogy a helyes korrekció nem 0·17, hanem csak 0·14, vagyis a valódi, tisztán szénmonoxid okozta lélekzésgátlás a 95% szénmonoxidot és 5% oxigént tartalmazó elegyben 0·49, a lélekzési maradék pedig 0·51.

A 90% szénmonoxid és 10% oxigén összetételű elegyben a lélekzésgátlás 0·31, a lélekzési maradék 0·69, míg a 86% szénmonoxidot és 14% oxigént tartalmazó elegyben a gátlás 0·19, a lélekzési maradék pedig 0·81 (l. II. Táblázat). Ha mindezen adatok alapján felállítjuk az elosztási egyenletet, azt látjuk, hogy a nyert K értéke csak a 90 és 95% szénmonoxidot tartalmazó elegyre nézve lesz megközelítőleg állandó (20·1, illetőleg 19·8), míg a 86%-szénmonoxidot tartalmazó elegyre nézve sokkal magasabb (26·0), tehát nem felel meg annak a követelménynek, amely szerint a lélekzési maradék és lélekzésgátlás arányának a szénmonoxid és oxigén arányával alkotott szorzata állandó értéket (K) kell hogy képezzen. Vagyis a magasabb oxigéntartalmú gázeleğyre nézve a WARBURG-féle elosztási egyenlet egyszerű alakjában nem érvényes.

Ezt a jelenséget számos esetben, a legkülönbözőbb élő rendszereken észlelték és megmagyarázásával már WARBURG (1927) is foglalkozott. Ő és nyomában mások, főleg RUNNSTRÖM (1928, 1930, 1932) és ÖRSTRÖM (1932. 1935) azzal magyarázzák a magasabb

II. táblázat.

Fejlődő peték (4. stádium) oxigénfogyasztása óránként mm³-ben 500 petére számítva 22—24 C° hőmérsékleten.

Gázelegy	Kisérletek száma	Oxigénfogyasztás. Átlag ± standard eltérés (σ)	lélekzési maradék (n) Átlag ± σ	K
$\frac{86\ \%\ CO}{14\ \%\ O_2}$	12	44·1 ± 6·6 (levegőn 55·8)	0·81 ± 0·093	26·0
$\frac{90\ \%\ CO}{10\ \%\ O_2}$	8	30·2 ± 5·8 (levegőn 43·7)	0·69 ± 0·068	20·1
$\frac{95\ \%\ CO}{5\ \%\ O_2}$	10	18·0 ± 5·3 (levegőn 48·1)	0·51 (0·37) ± 0·058	19·8

oxigéntartalmú szénmonoxidelegyek hatásának eltérését az elosztási egyenlettől, hogy az ilyen esetekben a lélekzési enzimrendszer «telítetlen» állapotban van, vagyis több van belőle, mint amennyi a lélekzés katalizálásához szükséges és ez az igénybe nem vett felesleg okozná az eltérést az elosztási egyenlettől. WARBURG szerint (1927) az ilyen «telítetlen» élő rendszerek esetében az elosztási egyenletbe egy ε-nal jelzett faktort kell beiktatni, amely a telítettség fokát fejezné ki. Legújabban azonban LINDAHL (1939) kimutatta, hogy ez az ε faktor egyszerű korrekció és nem fejezi ki a telítettség fokát.

Ugyanakkor LINDAHL (1939) egészen új alapon keresi az elosztási egyenlettől való eltérések magyarázatát. Szerinte a szénmonoxid lélekzésgátló hatása mellett mindig bizonyos lélekzésfokozó hatást is fejt ki, feltehetőleg a lélekzőmechanizmus bizonyos szubsztrátumdehidrogenáló részeinek serkentése útján. A gátló hatás illetőleg serkentő hatás egyensúlya a gázelegyben levő szénmonoxid és oxigén aránya szerint változik és ebből adódna a magasabb oxigéntartalmú szénmonoxid-elegyek esetében, ahol a serkentő hatás viszonylag a legerősebb, az eltérés az elosztási egyenlettől. Ezt a magyarázatot LINDAHL tengerisün-petékkel végzett kiterjedt vizsgálatokkal támogatja. Kísérletei azon a körülményen alapszanak, hogy a szénmonoxid lélekzésgátló hatását erős megvilágítással meg lehet szüntetni és ilyenkor a serkentő hatás szabadon érvényesül. Sikerült ilyen módon fejlődő tengerisün-petéken a normális lélekzést szénmonoxiddal bizonyos körülmények között csaknem 50%-kal fokoznia, holott rendes körülmények között a szénmonoxid erősen gátolja a fejlődő tengerisün-peték lélekzését. LINDAHL magyarázata valószínűleg a selyemlepke-petékre is érvényes, minthogy itt is sikerült kimutatni bizonyos stádiumokban a szénmonoxid lélekzésfokozó hatását. Közvetlen bizonyítékot azonban sajnos, nem lehet szolgáltatni, mert a peték nagy terjedelme és átlátszatlansága folytán a megvilágítás itt hatástalan.

A LINDAHL-féle magyarázat alapján azonban tulajdonképpen szintén fel kell tételeznünk a lélekzési enzimrendszer bizonyos fokú «telítetlenségét», mert csak így lehetséges, hogy a lélekzés a normális érték fölé emelkedjék. Ha a rendszer «telítve» volna, vagyis teljesen igénybe volna véve a lélekzés katalizálására, akkor hiába

gyorsítaná meg a szénmonoxid a lélekzőmechanizmus valamely részreakcióját, ez nem juthatna kifejezésre lélekzésfokozódásban, ami pedig LINDAHL kísérleteiben bekövetkezett. Ezért tehát akár a WARBURG-féle telítettségi elméletet, akár a LINDAHL-féle magyarázatot fogadjuk el, mindenképpen fel kell tennünk a nyert eredmények alapján, hogy a lélekzési enzimrendszer (WARBURG—KEILIN-rendszer) a fejlődő selyemlepke-petékben telítetlen állapotban van; több van belőle, mint amennyi a lélekzés katalizálásához szükséges.

Ez lévén a helyzet a fejlődő és élénken lélekző petékben, egy egyszerű feltevéssel meg lehet magyarázni, hogy miért nem mérgezhető a peték lélekzése szénmonoxiddal a megtermékenyítés előtt és a diapauza alatt. Csak azt kell feltennünk, hogy a lélekzési enzimrendszer mennyisége a selyemlepke-petékben a fejlődés folyamán nem változik vagy legalább is nem változik lényegesen, hanem már a megtermékenyítés előtt annyi vagy csaknem annyi van belőle a sejtekben, mint később, az aktív fejlődés idején. Ha ezt feltesszük, akkor nyilvánvaló, hogy miután még az élénken lélekző fejlődési stádiumokban is bizonyos felesleg mutatkozik «Atmungsferment»-ből, a megtermékenyítés előtt és a diapauza alatt, amikor a lélekzés csekély, a feleslegnek még sokkal nagyobbnak kell lennie. Mivel a peték lélekzése ezekben a stádiumokban csak mintegy $^1/_{10}$ része a második fejlődési stádium vége felé mérhető átlagos lélekzésnek, mivel továbbá az alkalmazott szénmonoxid-oxigén elegyekkel, mint láttuk még a legélénkebb fejlődés idején is a lélekzésnek legfeljebb csak a fele (pontosan 0·49 része) gátolható, ugyanezek a gázelegyek a megtermékenyítés előtt és a diapauza alatt a lélekzési enzimrendszernek nyilván csak a feleslegét, sőt valószínűleg a feleslegnek csak egy részét tudják szénmonoxiddal megkötni és mindig marad belőle szabadon annyi, amennyi ezekben a fejlődési stádiumokban a csekély lélekzés katalizálásához szükséges. Ezért nem lehet a feltevés értelmében ilyenkor a lélekzést gátolni, sőt még egy bizonyos lélekzésfokozódást is észlelhetünk, ami arra vall, hogy a szénmonoxidtól meg nem kötött lélekzési enzimrendszer mennyisége még nagyobb, mint amennyi a lélekzés katalizálásához szükséges.

Ezt a magyarázatot számos közvetett érv támogatja, így az,

hogy a selyemlepke-petékhez hasonló élő rendszerekben, elsősorban a *Melanoplus differentialis* petéiben, ahol hasonló fejlődési stádiumokat lehet megkülönböztetni, a vizsgálatok szerint a lélekzési enzimrendszer mennyisége a fejlődés folyamán úgy látszik, nem változik lényegesen (vastartalom, oxidáze-tartalom állandósága, v. ö. BODINE és WOLKIN 1934, BODINE és BOELL 1935, 1936). A magyarázatot nem befolyásolja az, hogy a fejlődés folyamán a petékben nagy alaktani változások mennek végbe és a sejtek száma hatalmasan megnövekszik, ami a lélekzési viszonyok közvetlen egybevetését megnehezíti. Azonban a lélekzés mechanizmusára ezek a változások nem lehetnek hatással, másrészt a fejlődés bizonyos stádiumai között, pl. az első fejlődési stádium és a diapauza között nincsenek alaktani különbségek és a lélekzés mechanizmusa mégis nagy mértékben megváltozik.

Legújabban LINDAHL (1939) egy olyanszerű lélekzőmechanizmusbeli változásnak, mint amilyennel a selyemlepke-peték esetében találkozunk, nevezetesen a tengerisün-peték megtermékenyítés előtti és utáni lélekzése tekintetében fennálló különbségeknek a megmagyarázására más okokat keres, TAMIYA és munkatársainak újabb megállapításaira támaszkodva. Szerinte a WARBURG-féle vastartalmú lélekzési enzim a megtermékenyítés előtt egyáltalán nem vesz részt a lélekzés katalizálásban, hanem csak a megtermékenyítéskor kapcsolódik bele a reakcióláncba. A megtermékenyítetlen tengerisün-petékben az oxidáció reakcióláncának első tagja az indofenoloxidáze volna, amely autoxidábilitásánál fogva csekély lélekzés esetén alkalmas lehet az oxigén átvitelére, viszont szénmonoxid iránt nem érzékeny. Amint azonban a lélekzés fokozódik, az indofenoloxidáze nem tud már feladatának megfelelni, és ekkor akcióba lépne a WARBURG-féle vastartalmú lélekzési enzim. Ez a mindenesetre bonyolultabb magyarázat szintén alkalmazható lehet a selyemlepkepeték esetére, egyelőre azonban semmiféle támpont nincs arra nézve, hogy helytálló-e ebben az esetben. Ezért addig, amíg e kérdés meg nem vizsgálható, aminek ma még bizonyos akadályai vannak, az előbbi egyszerűbb magyarázatot kell előnyben részesítenünk.

Irodalom.

ASHBEL, R. (1932): «Sul ricambio gassoso della uova di bachi da seta (Bombyx mori L.) II.» Protoplasma (Berlin) **15**, 177.

BODINE, J. H. és E. J. BOELL (1934): «Action of carbon monoxyde on respiration of normal and blocked emberyonic cells (Orthoptera)». Journ. of cell. and comp. Physiol. **6**, 369.

BODINE, J. H. és E. J. BOELL (1935): «Peroxidases and cell activity in developing egg (Orthoptera)». Proc. Soc. exper. Biol. and Med. **32**, 183.

BODINE, J. H. és E. J. BOELL (1936): «Enzymes in ontogenesis (Orthoptera) II. The indophenol oxydase». Journ. of cell. and comp. Physiol. **8**, 213.

BODINE, J. H. és J. E. WOLKIN (1934): «Iron content and oxydation rates of a developing egg (Orthoptera)». Physiol. Zoöl. **7**, 464.

KELLOG, V. L. (1917): «Artificial parthenogenesis in the silkworm.» Biol. Bull. (Woods Hole) **14**.

LINDAHL, P. E. (1939): «Über die biologische Sauerstoffaktivierung nach Versuchen mit Kohlenmonoxyd an Seeigeleiern und Keimen.» Zeitschr. f. vergl. Physiol. **27**, 136.

LINDAHL, P. E. und L. O. ÖHMAN (1938): «Weitere Studien über Stoffwechsel und Determination im Seeigelkeim». Biol. Zbl. **58**, 179.

ÖRSTRÖM, Å. (1932): «Zur Analyse der Atmungssteigerung bei der Befruchtung des Seeigeleies. Auf der Grundlage von Versuchen über Oxydation und Reduktion von Dimethylparaphenylendiamin in der Eizelle.» Protoplasma (Berlin) **15**, 566.

ÖRSTRÖM, Å. (1935): «Über den Einfluss des Kohlenoxyds auf die Atmung der Hefezelle in verschiedenen Substraten. Modellversuche zur Physiologie der Befruchtung.» Protoplasma (Berlin) **24**, 177.

RUNNSTRÖM, J. (1928): «Struktur und Atmung bei der Entwicklungserregung des Seeigeleies.» Acta Zool. **9**, 445.

RUNNSTRÖM, J. (1930): Atmungsmechanismus und Entwicklungserregung bei dem Seeigelkeim.» Protoplasma (Berlin) **10**, 106.

RUNNSTRÖM, J. (1932): «Die Beeinflussung der Atmung und Spaltung im Seeigelkeim durch Dimethylparaphenylendiamin und Hydrochinon.» Protoplasma (Berlin) **15**, 532.

WARBURG, O. (1927): «Über die katalytischen Wirkungen der lebendigen Substanz.» Berlin, Verlag J. Springer.

WOLSKY, S. (1937): «A szénmonoxid hatása a selyemlepke (Bombyx mori L.) nyugvó petéinek lélekzésére. (The effect of carbon monoxyde on the respiration of resting eggs of the silkworm).» Állattani Közlem. **36**, 65.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-án tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DES ATMUNGSMECHANISMUS DER SEIDENSPINNEREIER.

I. VERGLEICH DER ATMUNG DER VERSCHIEDENEN STADIEN, MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG DER KOHLENMONOXIDWIRKUNG.

Von ALEXANDER WOLSKY (Tihany).

In der Entwicklung der Seidenspinnereier kann man vier Stadien unterscheiden, und zwar (1) Stadium vor der Befruchtung, (2) erste Entwicklungsphase, (3) Ruhestadium oder Diapause und (4) zweite Entwicklungsphase. Schon früher wurde nachgewiesen (WOLSKY 1937), dass ruhende (Diapause-) Eier geringe Atmung haben, welche aber durch Kohlenmonoxyd nicht gehemmt werden kann. Ja sogar wird die Atmung durch geeignete Kohlenmonoxyd-Sauerstoffgemische etwas noch gesteigert. In der vorliegenden Mitteilung werden ähnliche Angaben über unbefruchtete Eier veröffentlicht. In den Stadien rascher Entwicklung (Stadium 2 und 4) ist dagegen die Atmung viel intensiver, als in Stadium 1 und 3, gleichzeitig aber empfindlich gegen Kohlenmonoxyd. Versuche mit 3 verschiedenen Kohlenmonoxyd-Sauerstoffgemischen (95/5, 90/10, bzw. 86/14) an Eiern der zweiten Entwicklungsphase haben gezeigt, dass die Verteilungsgleichnng von WARBURG (1927), nach welcher $\frac{n}{1-n} \cdot \frac{CO}{O} = K$, für diese Eier nicht gültig ist. Mit diesen Gasgemischen war der erzielte Atmungsrest (n) 0·51, 0·69 bzw. 0·81, wodurch die Berechnung von K 19·8, 20·1, bzw. 26·0 ergibt. Für diese Ungültigkeit der Verteilungsgleichung, die an anderem Material schon öfters beobachtet wurde, bestehen zwei Erklärun-

gen. Die eine ist die «Sättigungshypothese» von WARBURG (1927, vgl. auch RUNNSTRÖM 1928, 1930, 1932 und ÖRSTRÖM 1932, 1935) und die andere die Erklärung, die neuerdings LINDAHL (1939) vorgeschlagen hat und nach welcher die Abweichungen von der Verteilungsgleichnung dadurch zustande kämen, dass Kohlenmonoxyd neben seiner Hemmungswirkung auch eine fördernde Wirkung auf die Zellatmung ausübt und letztere in jenen Kohlenmonoxydgemischen, die mehr Sauerstoff enthalten, verhältnismässig stärker ist. LINDAHL's Erklärung scheint auch für die Seidenspinnereier zuzutreffen (vgl. WOLSKY 1937), aber auch für diese Hypothese ist eine gewisse «Ungesättigtheit» des Atmungsfermentsystems eine notwendige Voraussetzung, denn sonst könnte die Atmung nicht über die Norm gesteigert werden, was aber in LINDAHL's Versuchen mit Seeigeleiern der Fall war. Deshalb kann aus den vorliegenden Versuchsergebnissen gefolgert werden, dass in den sich entwickelnden Eiern das Atmungsfermentsystem (WARBURG—KEILIN-System) «ungesättigt», also in einem gewissen Überschuss vorhanden ist. Auf Grund dieses Schlusses wird die Frage erörtert, wie die vorliegende Ergebnisse am einfachsten erklärt werden können. Die Arbeit wird ausführlich in der Festschrift für Professor O. POLIMANTI (Perugia) veröffentlicht.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oktober 1940.)

A PLICA HEPATODUODENALIS KIALAKULÁSÁRÓL.

ZIMMERMANN GUSZTÁV-tól.

(Egy képpel.)

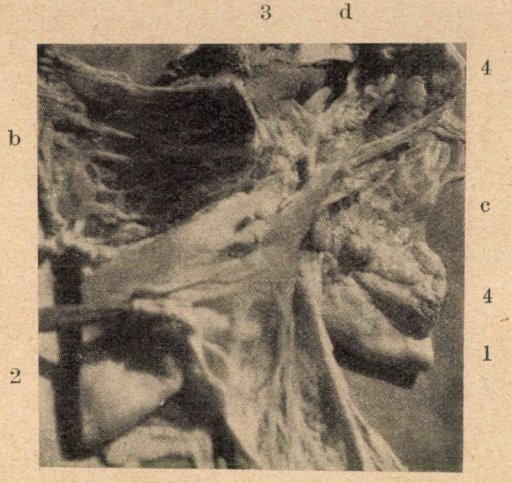
Valamely anatomiai részlet nagyobb, összehasonlító, átfogó áttekintéssel megállapítható törvényszerűségeinek felismerése a biológiai szemlélet nézőpontjából különlegesen érdekes és fontos. Nem teljesen ismert és nem helyesen értelmezett részleteknek további elemzése, alapelveknek, hasonlóságoknak megállapítása a megfelelő anatomiai részlet helyesebb magyarázatára, az igazsághoz közelebbálló szemléletre vezet. Tökéletesebb formában tudja adni az eddig hézagosan ismert összefüggéseket, de teljességre vagy kizárólagosságra való igényjogosultsága sem ennek, sem az ezutáni vizsgálatoknak sohasem lehet. A tökéletes ismeret még az anatomiában is elérhetetlen, azonban ennek minél jobban való megközelítése a kutatónak legszebb feladata. Töredékekből, csupán egyes részletmegfigyelésekből egészet kialakítani lehetetlen, de bizonyos józan kritikával közelebb lehet jutni az igazsághoz. Ilyen elgondolások alapján, eddig figyelembe nem vett nézőpontokból jellemzem az alábbiakban a csepleszlyuk ventralis határát alkotó plica hepatoduodenalis összetevőinek kölcsönös tájanatomiai helyzetét.

A *csepleszlyuk, foramen epiploicum Winslowi*, a hasüregben levő savósürgek, közelebbről a hashártya- és a csepleszzsák-ürege között létesít összeköttetést. Határait eddig mellékes körülmények alapján jelölték meg, figyelmen kívül hagyva azt, hogy lényegében a ventralis oldalon hashártyaredő határolja el. Ebből kifolyóan

a csepleszlyuk ábrázolása is különféle hiányokat mutat, mert nem a lényeget feltüntető redőt találni ezen, hanem valamiféle nyilást egyes zsigerek között, rendesen még ezt is schematizálva. Ennek következtében semmit sem lehet az ilyen képen a hashártya megfelelő részének tagozódásáról megtudni, pedig egyedül ez a lényeges a csepleszlyuk elhatárolásában. A viszonyoknak teljesen merev, élettelen ábrázolása található mindenfelé a tan- és kézikönyvekben, még az új kiadásokban ujonnan bevett ábrázolások között is, melyeknek alapján a valóság elferdítésével teljesen téves képzetek alakulhatnak ki. A leírások szerint a kiscseplesz végső részlete, *pars hepatoduodenalisa*, határolja a csepleszlyukat, sok helyen még ennyit sem találni róla. A plica hepatoduodenalisról a csepleszlyuk meghatározása helyén, csodálatos módon, gyakran meg sem emlékeznek. Általánosan elterjedt helytelen nézet, hogy e redő az epésbél ventralis fodrát adja, amely egészen az epevezetőig terjed (ez utóbbi magábavéve helyes adat), de nem egészítik ki azzal, hogy a plica hepatoduodenalis egyben a *mesoduodenum*nak kezdeti része. Ez alapon a plica hepatoduodenalis *és* a mesoduodenum nem függeszthető fel az epésbelet, mert előbbi az utóbbinak csupán egy részlete. A leírások mit sem említenek arról, sőt sok helyen kifejezetten kétségbe is vonják, hogy a kiscseplesz a nagycseplesszel és a mesoduodenummal találkozik és hogy ezek együtt egy közös redőt alkotnak. Még kevésbbé lehet találni bármit is természetesen arról, hogy a plica hepatoduodenalis lényeges része nem a kiscseplesz, hanem a nagycseplesz mélylemeze és a mesoduodenum által közösen kialakított redő. A nagycseplesz-mesoduodenum átmenetről, a csepleszlyuk leírásától függetlenül ugyancsak jóformán sehol nem találni semmit. ZIETZSCHMANNnak a kutya csepleszéről közölt dolgozata e tekintetben kivétel, mert az eddigi irodalmi adatokat messze felülmulva teljesen megfelelő felfogásban és helyes ábrázolásban tünteti fel a viszonyokat.

Határainak megjelölésekor különös figyelmet kell fordítani arra, hogy a csepleszlyuk a dorsalis hasfal (e helyén mindig a vena cava caudalis található) s a közös bélfodornak a májkapura térő jobboldal felé való kiágazása között található. Ez a hely egyben a csepleszzsák eredési szélének jobboldali végződése is. Jellemző, hogy itt a gyomor és epésbél dorsalis és a gyomor ventralis fodra

nem egymással szemben van, hanem egymás mellé kerül. Ilyenformán közös redőt alkot, amely a májkapura tér. Ez a redő a régi *(B. N. A.)* elnevezése szerint *ligamentum hepatoduodenale,* ami világosan kifejezi, hogy a bélcsövet a májjal köti össze. Újabban *(J. N. A.) pars hepatoduodenalis omenti minoris*nak nevezik, ami



A kutya plica hepatoduodenalisának összetevői kiterített helyzetben, a baloldalról a csepleszüreg felől tekintve. *a′* nagycseplesz mély lemeze *a″* nagycseplesz felületes lemeze, *b* kiscseplesz, *c* mesoduodenum, *d* foramen epiploicum Winslowi ; 1 epésbél, 2 gyomor, 3 máj, 4 pancreas.

Die Komponenten der Plica hepatoduodenalis des Hundes, in einer Ebene ausgebreitet, in linker Ansicht, von der Netzbeutelhöhle her gesehen. *a′* tiefes Blatt des grossen Netzes, *a″* oberflächliches Blatt des grossen Netzes, *b* kleines Netz, *c* Mesoduodenum, *d* Foramen epiploicum Winslowi ; 1 Zwölffingerdarm, 2 Magen, 3 Leber (-pforte), 4 Bauchspeicheldrüse.

szerény véleményem szerint teljesen helytelen, éppen ezért leírásomban a régi, sokkal helyesebb megjelölést, plica hepatoduodenalis, tartom meg. Leírásom tárgya a *kutya* (testnagyság, egygyomrun levő egyszerűbb viszonyok miatt) leginkább áttekinthető plica hepatoduodenalisa összetevőinek vizsgálata és az ezekből adódó redő kialakulásának értelmezése, annak a megjegyzésével, hogy

egyéb állatfajokon is elvben hasonló viszonyok találhatók, az itt adott typustól való eltérésük még következő, további vizsgálatok tárgya lesz.

A következőkben a csepleszlyukat határoló redő összetevőinek lényeges tulajdonságait, a redő componenseinek találkozási módját és kialakulásának feltételeit ismertetem. Átnézetes és a lényeges tulajdonságok alapján megrajzolt képet szeretnék adni a csepleszlyuk alsó határát alkotó redőről. Az egyes csepleszrészletek nem különálló, önmagukban zárt egységek, hanem a plica hepatoduodenalisban kapcsolatba lépnek egymással. Ezeknek egymással való találkozása a savóshártyafolytonosság elvének figyelembevételével értelmezhető helyesen. A plica hepatoduodenalisban a nagycseplesz mélylemeze, a kiscseplesz és a mesoduodenum egyesülnek. Az így kialakuló viszonyok fejlődéstani magyarázatát figyelmen kívül hagyva leírásomban *a plica hepatoduodenalist tájanatomiai értelmezésben jellemzem.* A térbeli viszonyok ismertetésével kívánom érthetővé tenni, hogyan alakul ki az összeköttetés az egyes savóshártyakettőzetek között, milyen a bélcső és a máj közötti összeköttetés térbeli megoldása, továbbá hogyan alakulnak ki az arteria hepatica, a vena portae és a ductus choledochus tájanatomiai viszonyai.

A csepleszlyukat ventralisan határoló redőben *három* savóshártyaredő találkozik a T-betűhöz hasonló keresztmetszetű formában. Mindhárom lemeznek egyik savóshártyája az egyik, másik savóshártyája a másik fennmaradó kettőzet megfelelő savóshártyájába folytatódik. E helytől távolodva a redő egyes componenseinek a zsigereken tapadó élesen elkülöníthető határai vannak. A találkozás helye a hashártya legérdekesebb részlete a pylorus-duodenum határtól dorsalisan található, hova három különböző irányból és helyről érkeznek savóshártyakettőzetek, melyek találkozásának vonalát az epevezető lefutása adja meg. Kiterített helyzetben baloldalról a gyomor zsigeri felülete, a csepleszzsák felől, jobboldalról pedig a gyomor rekeszi felülete, a szabad hasüreg felől tekinthető át az egyes redők találkozása. A kiscseplesz szélessége a pylorus-duodenum határ irányában elkeskenyedik s így éri el a májkapui savóshártyaszükületet. Itt találkozik a kiscseplesz a nagycseplesz mélylemezének a WINSLOW-lyukat határoló részével.

A másik componens, a nagycseplesz mély lemeze, a plica hepatoduodenalis szabad széléről indul ki. A csepleszlyuk alsó széle mentén eléri a kiscsepleszt. Baloldali savóshártyája a kiscsepleszbe megy át az epevezető lefutási vonalán. A ductus choledochus mentén a pylorus-duodenum határra tér és ennek zsigeri felületén áthaladva a nagycseplesz felületes lemezébe folytatódik. A foramen epiploicum *caudalis* részén az a. hepatica által emelt redőben, még pedig a redő élén, *két* bélfodorrészlet egyesül, illetőleg folytatódik egymásba. E *kettős* találkozás baloldali része a nagycseplesz mély lemeze, jobboldali része pedig a mesoduodenum. A csepleszlyuk *cranialis* részén kiindulva a ductus choledochus lefutási vonalán mind a *három* savóshártyacomponens találkozik. Itt a nagycseplesz mély lemezének a bursa omentalis felé eső savóshártyája a kiscsepleszbe folytatódik. A nagycseplesz mély lemezének a cavum peritonaei felé eső savóshártyája a plica hepatoduodenalis szabad szélének hajlatában a mesoduodenum baloldali savóshártyalemezébe megy át. A redők átmeneti része, a hármas találkozás helye a májkapu és a pylorus-duodenum határ közötti savóshártyaszükületen van.

A harmadik componensnek, a mesoduodenumnak, leginkább cranialis részlete a pylorus-duodenum határtól indul ki, ahol a mesogastrium dorsaleval és ventraleval is összefügg. E kapcsolatainak behatóbb, részletesebb ismertetése általában hiányzik. ZIETZSCHMANNnak a kutya csepleszről közölt dolgozata megemlékszik róla általánosságban, de nem részletezi behatóbban. A mesoduodenum a mesogastriumok folytatásában, az ezekkel közösen kialakított plica hepatoduodenalisszal veszi kezdetét. Így tehát a plica hepatoduodenalis a dorsalis mesenteriumnak része és nem mesoduodenum ventrale, mert az epésbélnek ventralis fodra nincsen, bár régebben általában tévesen ennek ellenkezőjét írták le. A mesoduodenumnak mindkét csepleszlemezzel való összeköttetése a savóshártyáknak a májkapu és a pylorus-duodenum határ közötti szűkületén a plica hepatoduodenalisban található. A mesoduodenum és a nagycseplesz összeköttetése terjedelmesebb, kétféle formában van jelen. A csepleszlyuk hátulsó részén a nagycseplesz mélylemezéből áthajlás útján, a savóshártyafolytonosság elve alapján folytatódik a mesoduodenum. A csepleszlyuk cranialis részén hármas talál-

kozásban a mesoduodenum nemcsak a mesogastrium dorsale mély lemezével, hanem a mesogastrium ventraleval is összefügg. E találkozás az epevezető, ductus choledochus, lefutása vonalán, a bélfodor májkapui szűkületén, a T-betűhöz hasonló keresztmetszetű formában jön létre. A mesoduodenum jobboldali lemeze e helyen egyenes lefutással a kiscsepleszbe folytatódik. A baloldali lemeze pedig az előbb említett áthajlás cranialis irányú folytatásában, a pancreas fejét befoglalva a nagycseplesz mélylemezébe megy át.

Bármely oldalról tekintjük a plica hepatoduodenalist, két-két componense átmegy egymásba. Találkozásuk helyén, a pylorusduodenum határon ezáltal két öböl jön létre. Az egyik a kiscseplesz és a nagycseplesz közötti öböl, amely a baloldalról tűnik elő és a csepleszzsák felől tekinthető át. A kiscseplesz és a nagycseplesz mélylemeze, a pylorus zsigeri felülete határolja. A két savóshártyarészlet találkozásánál, ezek szögletében, a savóshártyaszűkületen keresztül jellemző lefutásban halad az epevezető. A másik öböl vagy szöglet a mélylemez és a mesoduodenum között a szabad hasüreg felől a csepleszzsák cranioventralis visszahajtása után tekinthető át. A verőceér, vena portae, ebben az öbölben tér a mesoduodenumban a pancreas anulus portaejához. Harmadik öböl nem jöhet létre a hármas találkozó ellenére sem, mert a kiscseplesz és a mesoduodenum átmenete kiegyenesedett. E kiegyenesedett részlet két componense adja a plica hepatoduodenalisnak a szabad hasüreg felől áttekinthető részeit.

Jobboldali nézetben különbség az ellenkező oldalihoz képest, hogy a kiscseplesz-mesoduodenum átmenet jól áttekinthető, a nagycseplesznek pedig csak a gyomor nagy görbületén és az epésbél antimesenterialis szélén túlhúzódó részletei tűnnek fel. A májkapui savóshártyaszűkületre jellemző, hogy ebben a helyzetben különösen feltűnik a mesoduodenum nagy szerepe a plica hepatoduodenalis kialakításában. A két componens közötti határt ugyancsak az epevezető lefutása szabja meg.

A csepleszlyuk ventralis határát adó plica hepatoduodenalis egyes componenseinek találkozási módja a fentiekben áttekinthető, a továbbiakban ezeknek a viszonyoknak tájanatomiai szemléletben való értelmezését és magyarázatát akarom adni. Kialakulásuknak módját óhajtom vázolni, részben fejlődéstani alapon, részben

a savóshártya tagozódása működésbeli alkalmazkodásának elemezésével.

A plica hepatoduodenalis a májkapu és az epésbél között kialakult redő, pontosabban a bélfodornak (ebben haladnak a különböző vezetékek) a májjal való összeköttetésére szolgál. Szorosan véve nem a craniocaudalis irányban egymásután kidifferentiált savóshártyakettőzetek sorozatába illő, hanem speciális részlet. Nincsenek schematicusan felvehető eredési és tapadási viszonyai. Eredése az arteria coeliacanak az aortából való kilépése helyén található, tapadása pedig a májkapun van. Eredése és tapadása között levő részlete dorsalisan nincs rögzítve, hanem szabad szélt képez, amely a szabad hashártya és a csepleszzsák ürege közötti nyílást, a csepleszlyukat határolja. Jobboldali nézetben látszólag a kiscseplesz egyenes folytatása a mesoduodenum, valójában azonban az epésbél fodra a nagycseplesz mélylemezéből a csepleszlyuk szabad szélén át folytatódik, és e kettős redő egyesül másodlagosan a kiscsepleszsel. Az arteria hepatica által emelt redő képviseli az átmenetet a nagycseplesz és a mesoduodenum között. E redő baloldala a mesogastrium dorsale eredési mélylemeze, jobboldala a belőle a savóshártyafolytonosság elve alapján folytatódó mesoduodenum kezdeti részlete.

Ugyancsak a plica hepatoduodenalisban található meg a ventralis bélfodor hátulsó határa is. Eddig terjedően két oldalról tér savóshártya a nyelőcsőre és a gyomorra, az ezutáni szakaszon már csupán egy oldalról éspedig a dorsalis oldalról tér a bélfodor az epésbélre. A jelzett két rész közötti elkülönítés a pylorus-duodenum határon van. E helyen a gyomor helyzetváltozása miatt a ventralis oldalra került mesogastrium dorsale tapadási vonala az emésztőcsövet keresztezve ismét dorsalis helyzetet nyer. Így jut összeköttetésbe a gyomorhelyzetváltozás folytán dorsalis helyzetű mesogastrium ventraleval. Ezenkívül ugyanitt a savóshártyafolytonosság elve alapján az epésbél egyedül jelenlevő dorsalis fodrába a mesoduodenumba folytatódik. A dorsalis bélfodor gyomron tapadó és epésbélre térő részletei ilyenformán kapcsolatban vannak egymással.

A májjal való összeköttetés kialakítására a nagycseplesz-mesoduodenum határ a májkapu felé kiöblösödik és így a bél és máj

közötti összeköttetést tulajdonképpen a dorsalis bélfodor kiágazása adja. E kiágazás másodlagosan találkozik a kiscseplesszel és itt e savóshártyaredők egymásba folytatódnak. A rekesz homorulatában dorsalisan helyetfoglaló máj ventralis zsigeri felületén a porta hepatis jobboldali részlete és a pylorus-duodenum határ egymással szomszédosak. Ilyenformán az ezeket összekötő savóshártyakettőzet is rövid. Kialakulására jellemző, hogy a különböző oldalakról reátérő savóshártya-componensek szélességének csökkenésével a májkapu és a pylorus-duodenum határ közötti savóshártyaszüketet képezi.

A csepleszlyukat ventralisan határoló plica hepatoduodenalis lényegében véve a ventralis oldalról dorsalis irányba felemelkedő, dorsalisan élben találkozó savóshártyakettőzetek redője. A redő élén az arteria hepatica halad végig, ez a körülmény azt a benyomást kelti, mintha ez emelné fel. A másik két coeliaca-ág a csepleszen szintén redőt emel, ezek azonban az arteria hepatica redőjétől eltérően dorsalis irányból ventralisan emelkednek ki. A plica hepatoduodenalisban meglevő egyik összeköttetés az arteria hepatica révén jön létre, ez nem a bélcső és a máj összeköttetésére szolgál, hanem a máj tápláló vérkeringését adja. További összeköttetés, a bélcső és a máj közötti kapcsolat egyik formája a vena portaenak a májkapu felé irányuló lefutása révén adódik. Ez az előbbitől ventralisan és jobbra található. A bélfodorból vezet a májba. A másik bél-máj-összeköttettést az epevezető adja. Ez a redőnek kiscsepleszadta vezetéke, ennek és a dorsalis fodroknak közös határán halad, leginkább cranialisan; a májból vezet a bélbe.

A mesogastrium dorsale mindjárt eredési részénél mind a jobb-, mint a baloldalon a gyomor ventralis irányú nagygörbületére tér át. E nagygörbületen tapadó nagycsepleszben haladnak a coeliaca-ágak is, az arteria gastrica sinistra kivételével, utóbbi a plica gastropancreaticaban tér a gyomor kisgörbületére. A gyomor ventralis fodra, a kiscseplesz, mesogastrium ventrale, ezzel szemben a gyomor dorsalisan levő kisgörbületén tapad. A kiscseplesz, mesogastrium ventrale, a pylorus-duodenum határon végződik, illetőleg e helyen a dorsalis fodorral másodlagosan egyesül, ezáltal a ventralis bélfodor vele befejeződik. A plica hepatoduodenalist nem egyedül a kiscseplesz adja, sőt e redő duodenumra térő részé-

nek semmi köze sincs a kiscsepleszhez. Teljesen téves tehát a plica hepatoduodenalist pars hepatoduodenalis omenti minorisnak nevezni, miután e redő kialakításában, mint az a fentiekből is kiderül nemcsak a kiscseplesz, hanem a nagycseplesz és az epésbél egyedül jelenlevő dorsalis kettőzete is résztvesz, sőt az utóbbi kettő lényegesebb és nagyobb résszel járul hozzá a plica hepatoduodenalis kialakításához, mint a kiscseplesz. Mindezeken felül és az elmondottak következéseképpen teljesen tarthatatlan felfogás az, mintha a duodenumnak ventralis fodra lenne vagy egyáltalában lehetne.

A dorsalis és ventralis bélfodorrészletek találkozása helyén áthaladó vezetékek mind a májkapura térnek, ilyenformán e helyen kell egyesülniök az egyes savóshártya-componenseknek. Itt a májkapun az egyesülésen túl az egyes redők egymásba áthatolnak, a három vezeték pedig fokozatosan egymás alatt, nagyjában egymással párhuzamosan tér a májkapura.

Összefoglalás. A plica hepatoduodenalis a csepleszlyukat határolja, továbbá a májkapu és a pylorus-duodenum határ között létesít összeköttetést. Nem egyszerű redő, szabad széle nem csupán a ventralis bélfodor (kiscseplesz) vége. Nem helyes tehát a pars hepatoduodenalis omenti minoris megjelölés sem. A plica hepatoduodenalis dorsalis és ventralis savóshártyakettőzetekből együttesen kialakult összetett redő. Nagyobb részben dorsalis eredetű részek (mesogastrium dorsale és mesoduodenum) adják. Ezek az arteria hepatica által emelt és a májkapura térő redő formájában terjedelmesebb összeköttetésben vannak egymással. E két componens a redő élén a savóshártyafolytonosság elve alapján megy át egymásba. Másodlagosan egyesül ezekkel rövidebb szakaszon, az epevezető lefutása vonalán, a harmadik componens, a mesogastrium ventrale. A mesogastrium dorsale tapadási vonala a gyomrot a pylorus-duodenum határon keresztezi. A zsigereket két oldalról felfüggesztő savóshártyának ez a caudalis határa, az utána következő szakaszon a zsigerek csupán egy oldalról mégpedig a dorsalis oldalról megerősítettek. A duodenum kezdeti szakaszát felfüggesztő plica hepatoduodenalis tehát semmiképpen sem lehet mesoduodenum ventrale, mert ilyen nincsen.

Irodalom.

BRAUS, ELLENBERGER-BAUM, LESBRE, MARTIN, RAUBER-KOPSCH, SCHMALTZ, SISSON, SOBOTTA, TANDLER, ZIMMERL, ZIMMERMANN anatomiai tan- és kézikönyvei, ill. atlaszai.

ELLENBERGER-BAUM, Anatomie des Hundes. Berlin, 1891.

STIEVE, Nomina Anatomica. Jena. 1936.

KRÜGER, Zeitschrift f. Anat. 90. k., 458—548. o. 1929.

SCHMALTZ, Berliner Tierärztl. Wschrift. 1897. 385—9. o.

SUSSDORF, Archiv für Tierheilkunde, 63. k., 189—200. o. 1931.

ZIETZSCHMANN, Morpholog. Jahrb. 82. k., 1939.

ZIMMERMANN G. Verhandlungen der Anatomischen Gesellschaft auf der 47. Versammlung, 260—266. oldal. 1939.

U. a. Közlemények az összehasonlító élet- és kórtan köréből 27. k. 12. f. 1940.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21.-én tartott üléséből.)

ZUR AUSBILDUNG DER PLICA HEPATODUODENALIS.

Von GUSTAV ZIMMERMANN.

Trotzdem, dass die Anatomie des Netzbeutels bereits von manchen Seiten besprochen wurde und diesbezüglich vielfach und vielseitig Probleme aufgestellt und gelöst wurden, scheint doch der Übergang der einzelnen Netzteilen ineinander bisher systhematisch noch nicht genügend bearbeitet zu sein, nämlich der Zusammenhang der das Netz bildenden Falten wird dabei kaum irgendwo in der Literatur eingehend beschrieben. Der rechtsseitige Abschluss des Netzbeutelursprunges wird allgemein allzu schematisch aufgefasst. Die Darstellung des Netzbeutelloches, bzw. seiner ventralen Grenzfalte ist eben deshalb vielfach unzutreffend beschrieben. Richtige, das Wesentliche ergreifende Angaben sind doch diesbezüglich bei *Zietzschmann* zu finden.

Als das Wesentliche meiner Ergebnisse bezüglich der Ausbildung und der Zusammensetzung der Plica hepatoduodenalis des Hundes, soll folgendes zusammenfassend hervorgehoben werden. Die ventrale Grenze des Netzbeutelloches wird von der Plica hepatoduodenalis gebildet. Durch diese Falte wird die Leber mit dem Darmtrakt verbunden. Die Plica hepatoduodenalis ist nicht allein von einer Bauchfellfalte gebildet, sie ist also nicht einheitlich, sondern entsteht aus der Verschmelzung von drei Komponenten : dem grossen und dem kleinen Netz und dem Mesoduodenum. Alle drei Komponenten verschmälern sich in der Richtung der Porta hepatis. Hier zwischen der Leberpforte und der Pylorus-Duodenumgrenze ist die nächste Verbindung, die kürzeste Überbrückung zwischen der Leber und dem Darmtrakt. Hier überquert die An-

zatzlinie des grossen Netzes die Pylorus-Duodenumgrenze, wodurch hier die Vereinigung vom kleinen und vom grossen Netze — also der den Magen dorsal und ventral befestigenden Bauchfellfalten — entsteht. Die Plica hepatoduodenalis bildet also eine Ausbuchtung des dorsalen Gekröses, die von der Arteria hepatica in der Richtung der Leberpforte ausgezogen wird. An der Kante dieser Falte befindet sich die Grenze zwischen Mesogastrium dorsale und Mesoduodenum (dorsale). Diese Falte vereinigt sich secundär mit dem Mesogastrium ventrale, dem kleinen Netze, an der Verlaufslinie des Ductus choledochus. Mit ihm ist das Endstück des ventralen, Gekröses gegeben, da ein Mesoduodenum ventrale fehlt.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oct. 1940.)

MAGYARORSZÁGI ÚJ BOGARAK.

CSIKI ERNŐ-től.

(E. Csiki: COLEOPTERA NOVA EX HUNGARIA.)

Carabidae.

1. *Carabus violaceus* L. var. *Betuliae* nov. var.

Carabo violacei L. var. *pseudoviolaceo* Kr. et var. *rákosiensi* Csiki affinis, sed differt: corpore angustiore, pronoto proportionaliter latiore et elytris multo subtiliore ablutoque aciculato-granulatis, pronoto subtilissime rugoso-punctato, a var. *rákosiensi* praeterea statura majore. Long. 28—30 mm.

Inhabitat territorium geographicum «Nyírség» (latine: Betulia) nominatum planitiae Hungariae.

A *C. violaceus* L. var. *pseudoviolaceus* Kr. és var. *rákosiensis* Csiki között álló, mindkettőtől abban tér el, hogy teste karcsúbb, nagyon fínoman ráncoltan-pontozott előtora aránylag szélesebb, szárnyfedőinek reszelőszerű szemecskézettsége pedig sokkal fínomabb és elmosódottabb, a var. *rákosiensis*-től azonkívül nagyobb testalkata is elkülöníti. Hossza 28—30 mm.

Ez a *violaceus*-változat a tágabb értelemben vett Nyírség, beleszámítva a szomszédos sík területeket, lakója. Eddigi legészakibb ismert termőhelye Barabás (Bereg vm.), a legdélibb Debrecen (Hajdu vm.) és a legkeletibb Szatmár-Cseke és Kömörő (Szatmár vm.).

2. *Duvalius Kanabéi* n. sp.

Flavo-testaceus, nitidus, glaber, capite pronotoque subtilissime coriaceis, subobscuris; capite oblongo, latitudine paulo longiore, sulcis frontalibus integris usque ad strictúram extensis,

profundis, antice paulo, postice magis divergentibus; clipeo lateraliter puncto setigero uno, capite supra locum oculorum et postice prope sulcum frontalem ipse quoque puncto setigero instructo; antennis longitudine dimidio corporis, articulo secundo quam quarto paulo breviore, articulo tertio quam quarto et articulo quinto quam articulo tertio paulo longiore, articulis 6—10. aequilongis et longitudine articuli quarti aequalibus. Pronoto cordato, antice longitudine triente latiore, margine antico recto, lateribus antice arcuato-rotundatis, postice ad angulos posticos rectis directe angustatis, linea mediana longitudinalis acuta, antice posticeque evanescente. Elytris oblongo-ovatis, leviter convexis, angulis humeralibus arcuate-rotundatis, non obtuse angulatim vel producte rotundatis, apice conjunctim rotundatis, margine laterali antice punctis setigeris quatuor instructis, striis punctatis duabus internis profundioribus, externis obsoletioribus, interstitiis convexiusculis, interstitio tertio prope striam tertiam punctis setigeris tribus vestito. Long. 4 mm.

Habitat ad Ponorics (Comit. Hunyad).

Ab omnibus species generis *Duvalius* faunae hungaricae differt humeris arcuato-rotundatis, et non obtuse-angulatim vel producte rotundatis.

Sárgásbarna, csupasz, a fej és az előtor nagyon fínoman bőrszerűen ráncoltak, kissé fénytelenek; a fej tojásforma, szélességénél kissé hosszabb, a homlokbarázdák teljesek, a befűződésig terjednek, mélyek, elül kissé, hátul erősebben széttartók, a fejpaizs oldalán 1—1 sörtét viselő ponttal, a fejen a szemek helye fölött és hátul a homlokbarázdák mellett és előtt szintén 1—1 sörtét viselő ponttal. A csápok féltesthosszúságúak, a második csápíz kissé rövidebb mint a negyedik íz, a harmadik íz kissé hosszabb mint a negyedik és az ötödik íz kissé hoszabb mint a harmadik, a 6—10. íz egyenlő hosszú és olyan hosszú mint a negyedik íz. Az előtor háta szívalakú, elül egyharmaddal szélesebb mint amilyen hosszú, elülső széle egyenesen lemetszett, oldalai elül ívesen kerekítettek, innen hátrafelé a derékszögű hátulsó szögletek felé egyenesen keskenyedők, középső hosszanti vonala éles, elül-hátul elenyésző. A szárnyfedők hosszúkás tojásformák, gyengén domborúak, a vállon ívesen kerekítettek, nem tompaszögűen vagy kerekítetten

kiállók, a csúcson együttesen kerekítettek, az oldalszél mellett elül négy sörtés ponttal, a pontozott barázdák közül a két belső mélyebb, a szélsők elenyészők, a közterek gyengén domborodók, a harmadik köztérben a harmadik barázda mellett három beszúrt sörtés ponttal. Hossza 4 mm.

Előfordul Ponorics határában, Hunyad vármegyében.

Az összes magyarországi *Duvalius*-fajoktól abban tér el, hogy válla nem kerekített tompaszögű vagy kerekítetten kiálló, hanem laposan ívelten kerekített.

Ezt az új fajt vitéz KANABÉ DEZSŐ úr, akinek tiszteletére azt elneveztem, néhai MERKL EDÉ-től kapta *Anophthalmus Budae* KEND. név alatt, mely utóbbitól azonban kisebb teste, nem szőrös előtora és nem kerekítetten tompaszögű kiálló, hanem laposan ívesen kerekített válla által lényegesen különbözik. Az egyetlen példányt KANABÉ úr volt szíves gyűjteményem részére és leírás céljára átengedni. További kutatások hivatottak eldönteni, hogy ez az új faj a ponoricsi barlangban a *Duvalius Budae* KEND.-vel együttesen vagy a szabadban mélyen beágyazott kövek alatt él-e, mert erre vonatkozó adatok nincsenek.

Orthoperidae.

3. *Sericoderus Visnyae* n. sp.

Capite, pronoto (antice maculam nigrescentem exceptam), prosterno pedibusque rufobrunneis, elytris, meso- et metasterno, sternitisque abdominis nigris. Corpore fortiter convexo, supra polito, nitido, elytris haud coriaceis, superficie pilis levigatis sericeisque aureoflavis dense vestito. Elytris ad apicem fortiter angustatis. Long. 1 mm.

Hungaria occidentalis: Velem (Comit. Vas).

S. laterali GYLL. affinis, sed differt colore, elytris ad apicem fortiore angustatis et corpore convexiore.

A fej, az előtor háta (elül az áttetsző fejtől sötét folt kivételével), a melltő és a lábak barnás-vörösek, a szárnyfedők, a mellközép, a mellvég és a has feketék. A test erősebben domború, felülete síma, fénylő, nem bőrszerűen ráncolt, finom hátrafelé irányult aranysárga selymes szőrözettel fedett. A szárnyfedők hátrafelé erősebben keskenyedők. Hossza 1 mm.

A *S. lateralis* Gyll. közeli rokona, attól színeződése, hátrafelé erősebben keskenyedő szárnyfedői és domborúbb teste különböztetik meg.

Előfordul a vasmegyei Velem határában, ahol dr. Visnya Aladár, ny. tanár és a kőszegi városi múzeum igazgatója, 1939. évi július 22-én gyüjtötte gombáról. Az új fajt felfedezője és Kőszeg állatvilága lelkes kutatójának tiszteletére neveztem el.

Alleculidae.

4. *Isomira budensis* n. sp.

Nigro-brunnea, clipeo, palpis, antennarum articulis quinque primis pedibusque ferrugineis, interdum pronoto paulo rufo-brunneo, superficie dense punctato, punctatura capitis pronotique paulo densiore, capite pronotoque enim paulo subnitidis, superficie ceterum testaceo-sericeo piloso. Antennarum maris articulo quarto articulo tertio duplo longiore et crassiore. Long. 6—6·5 mm.

I. antennatae Panz. affinis, sed differt articulo quarto antennarum maris multo longiore et crassiore, corpore generaliter latiore et colore non ferrugineo, sed nigro-brunneo.

Habitat in Montibus Budenses, ubi mense Maii rarius quam *I. antennata* Panz. invenitur.

Feketés-barna, a fejpaizs, a szájszervek, az első öt csápíz és a lábak sárgás-vörösek, némelykor az előtor háta kissé vöröses-barna, a test felülete sűrűn pontozott, a fejen és az előtor hátán ez a pontozottság kissé sűrűbb, úgyhogy ezek kevésbbé fénylők, a felületet egyébként selymes sárgás-barna, testhez símuló szőrözet fedi. A hímek negyedik csápíze kétszer olyan hosszú mint a harmadik íz és erősen megvastagodott. Hossza 6—6·5 mm.

Az *I. antennata* Panz. legközelebbi rokona, a hím megnagyobbodott és megvastagodott negyedik csápíze azonban sokkal nagyobb és vastagabb, a test színe pedig nem barnás-vörös, hanem feketésbarna, az állat teste pedig általában szélesebb.

Előfordul a Budai hegyekben (Ferenc-hegy, Vadaskert, Kecskehegy, Csúcshegy), ahol virágzó bokrokon gyüjthető május hónapban, azonban sokkal ritkább mint az *I. antennata* Panz.

Chrysomelidae.

5. *Chrysomela globosa* Panz var. *banatica* nov. var.

A forman typicam differt: corpore toto cum antennis (articulis duabus primis rufobrunneis exceptis) pedibusque aeneo-nigropiceis, statura minore, pronoto densiore punctato, elytrorum punctis subseriatis paulo minoribus spissioribusque. Long. 6·5 mm.

Inhabitat tractum montanum Comit. Krassó-Szörényiensi (regio banatica), ubi formam typicam substituerit.

A törzsfajtól elsősorban bronzszínű barnás-fekete színeződése különbözteti meg, a csápok (kivéve a vöröses-barna első két ízet) és a lábak, valamint a test alsó oldala hasonló színűek, teste egyébként kisebb, az előtor háta sűrűbben pontozott, a szárnyfedők szabálytalan pontsorainak pontjai kisebbek és sűrűbben állanak. Hossza 6·5 mm.

Előfordul Krassó-Szörény vármegye hegyvidékén (Resicabánya, Boksánbánya).

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21.-én tartott üléséből).

ÜRGE- ÉS PELEMARADVÁNYOK A MAGYARORSZÁGI PREGLACIÁLIS FAUNÁBAN.

KORMOS TIVADAR-tól.

A tanulmány első része a Villányból 1934-ben leírt *Citellus primigenius* közelebbi ismertetésével és rokoni kapcsolataival foglalkozik az utóbbi években gyüjtött újabb maradványok alapján.

A második részben a hazai preglaciális pelékkel általánosságban, valamint a M. Tud. Akadémia támogatásával 1939-ben végzett gyüjtések alkalmával előkerült *Eliomys*-állkapocstöredékkel foglalkozik a szerző, mely nemének első fosszilis magyarországi képviselője. Minthogy a maradvány eléggé fogyatékos, a mai hazai *Eliomys quercinus*-tól való eltérései ellenére sem volt fajilag biztosan körülhatárolható.

Érdekes, hogy míg a püspökfürdői hasonlókorú faunában a pelék igen gyakoriak, addig a Villányi hegység két évtizeden át tüzetesen tanulmányozott faunájában a legnagyobb ritkaságszámba mennek. Ennek az a magyarázata, hogy amíg a püspökfürdői preglaciális állatvilág túlnyomórészben erdei jellegű, addig a Villányi-hegység e faunája inkább steppei, amelyből az erdőlakó pelék természetesen hiányoznak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

ZIESEL- UND SCHLÄFERRESTE IM UNGARISCHEN PRÄGLAZIAL.

Von T. KORMOS.

Im Jahre 1934 beschrieb ich aus dem Villafranchien-Saint Prestien von Villány eine bislang unbekannte Zieselart (*Citellus primigenius* KORM.), welche infolge ihrer primitiven Merkmale zuerst als *Sciurus* signalisiert wurde. (**1,** S. 314—315.)

Nachdem bezüglich des — aus dem Miozän von Weisenau b. Mainz durch H. v. MEYER (**2,** S. 474) beschriebenen — «*Spermophilus speciosus*» schon längst bekannt ist, dass derselbe zu den Sciuridae gehört (**3,** S. 68—69) und nachdem der durch KAUP aus den Dinotheriensanden von Eppelsheim angeführte «*Spermophilus superciliosus*» (**4,** S. 112, Taf. XXV. Fig. 3—4) bereits von GERVAIS (**5,** S. 24, Fussnote!) und seitdem durch eine Reihe von Forschern als diluvialer — während der Pleistozänperiode in die Eppelsheimer Sandablagerungen *nachträglich* gelangter — Rest erkannt und die KAUP'sche Art durch NEHRING (**6,** S. 207—208) in die Formenreihe des *Spermophilus rufescens* KEYS. et BLAS. eingereiht wurde, war die Sippschaft der echten Zieseln, ausser dem paläogenen *Plesiospermophilus angustidens* FILHOL aus den Phosphoriten von Quercy (**7,** S. 99), im europäischen Tertiär überhaupt nicht vertreten. Selbst aus der teils zum oberen Pliozän teils zum Altquartär gerechneten Forestbed-Fauna waren bisher Zieselreste vollkommen unbekannt. Um so häufiger kommen solche in den pleistozänen, insbesondere spät- und postglazialen Ablagerungen Mitteleuropas vor und sind durch die grundlegenden Arbeiten HENSEL's (**8**) und NEHRING's (**9**) usf. allgemein bekannt. Die pleistozänen Funde wurden im Anfang auf verschiedene lebende

Arten bezogen, aus deren Komplex sich nach Sichtung der Dokumentation hauptsächlich *Citellus citellus* LINNAEUS, sowie *Colobotis rufescens* KEYS. et BLAS. und *Colobotis fulvus* LICHT. in die Literatur einbürgerten.

Die aus dem ungarischen Pleistozän stammenden, zuerst als «*Spermophilus citellus*» gedeuteten Funde sind im Jahr 1916 von mir als eine — in den Formenkreis des *Citellus citellus* LINNAEUS und *Citellus suslica* GUELDENST. (=*Citellus guttatus* TROUESSART nec PALLAS) gehörende neue Art, *Citellus citelloides* KORMOS erkannt und beschrieben worden (**10,** S. 408), neben welcher auch der viel grössere Orenburger Ziesel *(Colobotis rufescens)* aus unseren jung- und postglazialen Ablagerungen nachgewiesen ist.

Ich habe gelegentlich der Beschreibung von *Citellus primigenius* bereits erwähnt, dass diese Art annähernd von der Grösse von *Colobotis rufescens* gewesen zu sein scheint, dessen untere Zahnreihe nach NEHRING eine sehr konstante Länge von 11·0—11·3 mm besitzt, wogegen die Zahnreihen der Villányer Zieselmandibel 10·8—11·0 mm lang sind. Ich selbst habe an fossilen Unterkiefern des Orenburger Ziesels aus Böhmen sogar Zahnreihen mit 11·4—11·5 mm Länge gemessen und die Zahnreihenlänge einer mir vorliegenden Mandibel des falben Ziesels *(C. fulvus)* von Podbaba bei Prag beträgt sogar 11·8 mm.

Bei *C. citelloides* beträgt die Länge der unteren Zahnreihen durchschnittlich 9·0 mm. An subfossilen Exemplaren des *C. citellus* aus Ungarn habe ich durchschnittlich 8·5 mm lange Zahnreihen messen können und annähernd das gleiche lässt sich auch an rezenten Unterkiefern dieser Art aus Ungarn feststellen, MILLER's Massangaben (**11,** S. 930), welche sich auf böhmische und mährische Tiere beziehen, variieren zwischen 9·0—10·0 mm (alveolar?). NEHRING (**9,** S. 202 und 222) gibt als Länge der unteren Zahnreihe von *Citellus citellus* 8·5—8·8 mm an, seine Masse stimmen also mit jenen der rezenten ungarischen Zieseln gut überein.

C. fulvus steht *C. primigenius* insoferne näher als der Orenburger Ziesel, dass er — wenigstens nach den, von mir untersuchten Exemplaren urteilend — einen *zweiwurzeligen* p_4 besitzt, wogegen dieser Zahn von *C. rufescens immer dreiwurzelig* ist.

NEHRING (**9**) hat auf Grund seiner eingehenden Untersuchun-

gen an postglazialen und rezenten Zieseln den Eindruck erhalten, «als ob der untere Prämolar der Spermophilus-Arten im Laufe der Zeit die Tendenz zum Verschmelzen des ursprünglich vorhandenen hinteren Wurzelpaars mehr und mehr entwickelt habe». Er behauptet an der zitierten Stelle auch, dass der untere Prämolar bei allen «diluvialen» Zieseln dreiwurzelig ist. Ich habe schon vor fünfzehn Jahren darauf hingewiesen (**10,** S. 418), dass diese Behauptung NEHRING's nicht verallgemeinert werden darf und wies darauf hin, dass «der Zeitpunkt, als der untere Prämolar der Vorgänger der Zieselarten noch allgemein dreiwurzelig war, in eine ältere, dem Pleistozän vorangehende Zeit, oder wenigstens auf den Anfang des Pleistozäns zu verlegen ist». Da sich nun der oberstpliozäne *Citellus primigenius* und — wie wir in den Folgenden sehen werden — auch andere, neuentdeckte Pliozänzieseln durch *zweiwurzelige* untere Prämolaren gekennzeichnet sind, ist dieser Zeitpunkt noch bedeutend weiter zurückzulegen, vorausgesetzt, dass der dreiwurzelige untere Prämolar einzelner fossilen und teilweise auch lebenden Formen nicht als eine durch Anpassung nachträglich erworbene Eigenschaft zu deuten ist.

Die Wurzelreduktion scheint eben nicht immer Hand in Hand mit dem Einfacherwerden der Kauflächen zu gehen. Bezüglich *Sciurus* behauptet FORSYTH MAJOR allerdings (**12,** S. 204—205), dass die ursprünglichere Backenzahnformen desselben die mit zahlreichen Höckern versehene ist, aus welcher durch Reduktion der Höcker die einfachere Kaufläche entstanden ist. Obwohl durch sekundär erworbene Höcker kompliziert gewordene Zahnformen vielfach nachgewiesen sind — es kann genügen, wenn ich hier bloss den Höhlenbären als eklatantes Beispiel erwähne — und wenn auch TULLBERG (**13,** S. 470) die obige Auffassung MAJOR's nicht akzeptirt, muss ich meinerseits derselben beipflichten und halte die, bei einzelnen Sciurinen vorkommende «Polibunie» für ein ursprünglicheres Stadium der stammesgeschichtlichen Entwicklung. Der Zusammenhang zwischen Höcker- und Wurzelreduktion müsste im übrigen auf Grund eines reichhaltigen Materials von Fall zu Fall genau untersucht werden, um über diese Erscheinungen ein definitives Urteil fassen zu können. Und wenn ich auch z. B. den Beweis geliefert zu haben gedenke, dass der

zweiwurzelige Prämolar des rezenten *Citellus citellus* aus dem ursprünglich dreiwurzeligen des geologisch älteren *Citellus citelloides* durch Reduktion entstanden ist (**10,** S. 408—418), liegt es an der Hand, dass unser pliozäner *C. primigenius*, welcher neben seinem zweiwurzeligen p_4 die komplizierteste Höckerentwicklung der Molaren unter allen bisher bekannten Zieseln aufweist, jedenfalls als eine ursprünglichere Form aufzufassen ist als der auch geologisch viel jüngere *Colobotis rufescens* mit seinem *dreiwurzeligen* unteren Prämolaren.

An einem am Nagyharsányberg gesammelten jugendlichen Unterkiefer von *Citellus primigenius* ist vor den Alveolen des ausgefallenen Prämolaren noch eine *dritte* Alveole und vor dem, eben durchbrechenden p_4 ein winziger Rest der vorderen Milchzahnwurzel vorhanden.

NEHRING, der den Zahnwechsel des Ziesels in seinem zitierten Aufsatz (**9,** S. 194—195 und 201—202) ausführlich beschrieb, berichtet darüber, dass in einigen juvenilen Unterkiefern des fossilen «*Spermophilus altaicus fossilis*» (=*Colobotis rufescens*) von Westeregeln der Milchzahn noch drin sitzt, aber «meistens in dem Stadium, dass der ihn verdrängende Prämolar zwischen den weitgespreizten Wurzeln jenes schon sichtbar ist». Leider, vergass er, die Situation der Milchzahnwurzel — welche für uns von Interesse wäre — anzugeben. Die vorderste kleine Alveole des Unterkiefers vom Nagyharsányberg ist nämlich nichts anderes als die *vordere Alveole des Milchzahnes*, wogegen die Stelle der *hinteren Wurzel desselben in einer kaum wahrnehmbaren, kleinen Alveole — tief in der zweiten Alveole des definitiven* p_4 *versteckt — an der Labialseite der Mandibel zu finden ist.* Der Stumpf der vorderen Milchzahnwurzel steckt in einem jüngeren Unterkiefer von Villány (Kalkberg) in der Alveole *vor dem* p_4 noch drin. Dieselbe Erscheinung kommt auch bei *Citellus citelloides* vor. Unter zehn von mir in den letzten Jahren in der Felsnische bei Pilisszántó gesammelten Mandibeln dieser Species ist in fünf die vordere Milchzahnalveole und in drei auch die drin steckende Wurzel sichtbar. Der untere Milchzahn scheint demnach durch den definitiven Prämolar auf der Weise verdrängt zu sein, dass durch den Druck des wachsenden Zahnes die vordere Wurzel abbricht und ihr Stumpf noch eine zeitlang

in der Alveole persistiert, wogegen die Stelle der hinteren Milchzahnalveole nach dem Ausfallen des d_1 *sofort durch die hintere Wurzel des* p_4 *okkupiert und verdeckt wird.* Es besteht demnach im Leben des jungen Ziesels eine — wenn auch nur kurze — Übergangsperiode, während welcher im Unterkiefer — gegenüber dem definitiven Zustand — *eine überzählige Alveole vorhanden ist, welche unter Umständen leicht verkannt und als Beweis einer dritten Wurzel des definitiven* p_4 *gedeutet werden kann.* Die phylogenetische Bedeutung dieses Tatsachenbefundes könnte nur in jenem günstigen Fall überprüft werden, wenn der Zahnwechsel der geologisch älteren Sciuroidea zu ermitteln wäre.

Bei diesem Punkte können wir gleich darauf hinweisen, dass *Citellus primigenius* in gewisser Hinsicht der Gattung *Sciurus* noch viel näher zu stehen scheint als die jüngeren *Citellus*- und *Colobotis*-Arten und dass infolgedessen *zwischen den Sciuridae und Tamiidae eine noch engere phylogenetische Beziehung als es vielleicht bisher angenommen wurde, bestehen dürfte.*

SIMIONESCU hat vor einigen Jahren aus dem älteren Pliozän von Malusteni (Moldau) einige Zieselreste publiziert (**14,** S. 23, Fig. 34—35), welche unter den bisher bekannten als die ältesten Belege der Gattung *Spermophilus* s. l. zu betrachten sind. Wenn auch diese Dokumente mangelhaft erhalten sind und ausser dem p_4 eines Unterkieferbruchstückes keine Zähne besitzen, lässt sich schon auf Grund der Abbildungen von SIMIONESCU feststellen, dass es sich tatsächlich um eine Zieselart handelt und dass der Symphysenteil derselben ebenfalls auffallend hoch und ihr Prämolar ebenfalls zweiwurzelig war, wie das bei *C. primigenius* der Fall ist. Herr Professor SIMIONESCU hatte die Freundlichkeit, das Original zu seiner Figur 34, ein linkes, zahnloses Unterkieferfragment, mir zur Ansicht zu übersenden. Die Alveolarlänge der Zahnreihe beträgt an diesem Fragment 11·0 mm, es handelt sich also um eine gleichgrosse Form wie *C. primigenius*, deren Prämolar deutlich *zweiwurzelig* war.

Besser erhalten und dadurch noch interessanter sind die Belege eines Ziesels aus der Forestbed-Fauna der Sackdillinger Höhle, welche durch HELLER (**15,** S. 267—268, Taf. XVI, Fig. 4*a* und *b*) vor Kurzem als *Spermophilus rufescens* KEYS et BLAS.

publiziert worden sind. HELLER gibt die Alveolarlänge der unteren Zahnreihe bei dieser Form in 11·6 mm an, es handelt sich also gleichfalls um eine grosswüchsige Art. HELLER schliesst aus den Grössenverhältnissen seiner Belege an die Zugehörigkeit zu *Spermophilus rufescens* und bemerkt, dass: «Die Alveolen des vordersten Zahnes p_4 verraten, dass der Zahn dreiwurzelig war, was wiederum auf *Spermophilus rufescens* hinweist». Nachdem Herr HELLER die Liebenswürdigkeit hatte, seine Belegstücke mir zum Vergleich mit meinen präglazialen Zieselresten anzuvertrauen, bin ich in der Lage, mich über die fraglichen Reste aus Autopsie äussern zu können. Ich glaube, dass der p_4 des betr. Beleges aus der Sackdillinger Höhle *deutlich zweiwurzelig* war. An der lingualen Seite der zweiten Alveole ist zwar die geringe Spur einer *scheinbaren* Zweiteilung wahrzunehmen, die Mandibel rührt aber von einem juvenilen Individuum her, welches erst vor Kurzem seine Zähne gewechselt hat, und an der lingualen Alveolarwand der zweiten Wurzel des definitiven p_4 ist noch die — allerdings leicht irreführende — Spur der *hinteren Milchzahnalveole* wahrnehmbar. Letztere ist in diesem Fall um so schwerer zu erkennen, da die vordere Milchzahnalveole bereits vollkommen resorbiert und verschwunden ist. Der Ziesel von Sackdilling hat m. E. mit *Sperm. rufescens* nichts zu tun, zeigt aber unverkennbare Merkmale, — hohe Symphysenpartie, vorspringender Alveolarrand, Zwischenhöcker auf der lingualen Seite der zwei vorderen Backenzähne, — welche für seine Identität mit *C. primigenius* sprechen. Auf Grund später gesammelter breiteren Belegserien Herrn G. BRUNNER's (Nürnberg) wird die endgültige Feststellung der Artzugehörigkeit wohl ermöglicht sein. HELLER bezweifelt es später selbst, dass sich die Bezeichnung *Sp. rufescens* für die Zieselreste der Sackdillinger Höhle aufrecht erhalten lässt und verleiht auch jener Meinung Ausdruck, dass es sich vielleicht um *C. primigenius* handelt. (**16**, S. 63.)

Auf jeden Fall ist es durch diesen Fund erwiesen, dass die Sippschaft der echten Ziesel bereits zur Zeit des obersten Pliozäns bis nach Deutschland verbreitet war und dass es absolut nicht notwendig ist, mit NEHRING a priori vorauszusetzen, dass diese Steppentiere erst in einem späteren Abschnitt der Pleistozän-

periode sich weit nach West- und Nordwest-Europa hinein verbreitet hatten.

*

Schläferreste gehören in der Präglazialfauna der Villányer Gegend zu den allergrössten Seltenheiten. Ausser dem Unterkieferfragment einer *Eliomys*-Art liess sich bisher an den bekannten Fundorten nichts hierhergehörendes nachweisen. Dagegen habe ich im Jahre 1922 — als ich die Villányer Steinbrüche das erstemal nach dem Weltkrieg besuchte, im Eingang des Kalkberger Steinbruchs eine mit Terrarossa ausgefüllte kleine Spalte gefunden, welche einige Knochenreste von Hasen, Spitzmäusen *(Beremendia)*, Schlangen, sowie zwei Unterkieferfragmente eines Schläfers enthielt. Ob nun diese Spaltausfüllung mit jener des «Roten Mandl» (des klassischen Fundortes am Kalkberg) altersgleich, oder mit der *Pitymys*- und *Lagurus*-führenden jüngeren Breccie der südlichen Steinbruchwand gleichzeitig ist, lässt sich schwer beurteilen. Nachdem aber Schläferreste an der Hauptfundstelle dieses Steinbruches nie gefunden worden sind, bin ich eher geneigt zu glauben, dass wir hier mit den Überresten einer anderen, möglicherweise jüngeren, Tiergesellschaft zu tun haben.

Wie es dem auch sei, liegen mir von der erwähnten Stelle zwei Mandibelbruchstücke eines Schläfers vor, welche bisher die einzigen sind, die aus der Präglazialfauna der Villányer Gegend die Gattung *Glis* vertreten.

Der anscheinend uralte Stamm der Siebenschläfer hat auch in der Präglazialfauna Ungarns und Siebenbürgens Sprossen getrieben, deren Vorkommen jedoch bisher auf den östlichen Teilen Ungarns beschränkt war. Éhik (**17**, S. 142) war der erste, der aus der Fauna des Gesprengberges bei Brassó *Glis* signalisierte, und es ist ihm auch gelungen diese Gattung aus einer ähnlichen Fauna von Magyarkő bei Brassó nachzuweisen. Wir haben in diesen beiden Fällen mit einer Form zu tun, welche der Gruppe des rezenten *Glis glis* schon auffallend nahe steht und von den Repräsentanten derselben kaum zu unterscheiden ist. Einen, zweifellos derselben Gruppe angehörenden fossilen Vertreter der Gattung *Glis* beschrieb 1920 Soergel (**18**) aus den Kiesen von Süssenborn bei Weimar, welcher durch schwächere Entwicklung der

Nebenleisten am m_1 und m_2 sowie durch längere und schmälere Molaren vom rezenten Siebenschläfer abweicht.

Eine von der heutigen stark abseits stehende Art, welche in der Fauna des Somlyóberges bei Püspökfürdő äusserst häufig war, ist 1930 von mir (**19**) unter dem Namen *Glis antiquus* in die Literatur eingeführt worden. *Glis antiquus* unterscheidet sich von den Vertretern der *glis*-Gruppe durch seine merklich kleinere Statur, durch den meist zweiwurzeligen p_4, sowie durch den in seiner Grösse sehr reduzierten m_3. Eine wahrscheinlich sehr nahe Verwandte Form wurde ebenfalls 1930 seitens HELLER (**15**) aus der Sackdillinger Höhle unter dem Namen *Myoxus glis* var. *sackdillingensis* beschrieben und abgebildet. Weitere Untersuchungen haben später HELLER zur Überzeugung gebracht, dass es passender ist, den Siebenschläfer von Sackdilling als selbständige Art aufzufassen und nannte denselben 1933 (**16**) bereits *Glis sackdillingensis*. Seiner Grösse nach stimmt dieser Schläfer mit *Glis antiquus* gut überein und auch sein zweiwurzeliger p^4 erinnert stark an den letzteren. Demgegenüber ist die Grössenreduktion des m_3 von *Glis sackdillingensis* nicht so auffallend als bei *Glis antiquus*. Es ist nicht ausgeschlossen, dass wir tatsächlich mit zwei zwar engverwandten, aber doch verschiedenen Formen zu tun haben. Jedenfalls steht es m. E. fest, dass *beide* von *Glis glis* abseits stehen und progressivere Typen darstellen.

Der Siebenschläfer von Villány ist noch filigraner als *Glis antiquus* und *G. sackdillingensis*, sein Foramen mandibulare ist winzig klein, der Processus coronoideus mehr nach hinten gerichtet, sein Oberende bloss 1·75 mm breit (bei *G. antiquus* 2·45—2·50 mm); der Schneidezahn äusserst schmal (Höhe 1·45, Breite 0·75 mm), der Prämolar sehr klein (1·05/1·00 mm), die zwei vorhandenen vorderen Molaren fast so lang als breit (m_1=1·65/1·55; m_2=1·60—1·60 mm). Nachdem der m_3 und der p^4 nicht belegt sind, kann die Identität mit den zwei kleineren Präglazialformen schwer festgestellt werden. Ich halte es zwar für wahrscheinlich, dass hier eine noch kleinere und etwas modifizierte fossile Form vorliegt, um aber das endgültig feststellen zu können, müsste man in Besitz besser erhaltener Belege sein. Solange das nicht der Fall ist, ziehe ich es vor, die Speciesfrage unentschieden zu lassen.

Kleine Siebenschläfer gab es in Europa bereits im Miozän. FRAAS (**20**) erwähnt ziemlich gut erhaltene Unterkiefer einer filigranen Art aus Steinheim, welche nach ihm in den Formenkreis von «*Myoxus*» *sansaniensis* LARTET gehören. Die deutschen Belege sind besser erhalten als die französischen und zeigen, dass das Tierchen eine bloss 4·5 mm lange untere Zahnreihe besass.

*

Vertreter der Familie der Muscardinidae sind in den Miozänablagerungen Mitteleuropas nicht selten. SCHLOSSER war der erste, der die hierher gehörenden Formen systematisch gruppierte. (**3**) Diese wurden später durch FORSYTH MAJOR (**21**) unter den rezenten Gattungen aufgeteilt, so dass wir heute bereits von miozänen Repräsentanten der Gattungen *Glis*, *Eliomys* und *Dyromys* sprechen können (**22**). Um so lückenhafter ist die Überlieferung diesbezüglicher pliozänen Dokumente, so dass zwischen Miozän und Pleistozän ein langer und bisher unüberbrückter Zeitraum besteht, aus welchem uns die Geschichte dieser — ökologisch wichtigen — Gruppe fast vollständig unbekannt ist. Auch aus den altquartären Ablagerungen und unter den Vertretern der «Forestbed-Fauna sind hierher gehörende Belege selten und wenn solche auch angeführt werden, wie das in Bezug auf die Tiergesellschaften von Süssenborn (**18**), Sackdillingen (**15**), Hundsheim-Deutsch-Altenburg (**23**), Brassó (**17**) und Püspökfürdő (**19**) der Fall ist, handelt es sich gewöhnlich um grössere Formen der Gattung *Glis (Myoxus)*. Von kleineren Vertretern der Familie wurde bisher meines Wissens nur *Muscardinus dacicus* KORMOS von Püspökfürdő beschrieben (**19**), sowie eine der Haselmaus nahe stehende Form aus der Sackdillinger Höhle signalisiert (**15**). Die Gattungen *Dyromys* und *Eliomys*, welche auf Grund gewissenhafter Untersuchungen NEHRING's (**24**/**25**) voneinander und von der Gattung *Muscardinus* leicht zu unterscheiden sind, waren aus derartigen Ablagerungen bis vor Kurzem überhaupt unbekannt. Erst 1936 gelang es HELLER (**26**) einen Zahn eines «recht merkwürdigen Myoxiden» von Gundersheim in Rheinhessen zu entdecken, welchen er als den Repräsentanten eines «aberranten Seitenzweiges von *Dyromys*» erblickt und unter der

Bezeichnung *Amphidyromys pusillus* n. g. n. sp. in die Literatur einführt. (**26,** S. 125—126, Taf. X, Fig. 1.)

Wenn *Glis antiquus* und *Muscardinus dacicus* in der Fauna von Püspökfürdő als sehr häufige Erscheinungen zu bezeichnen sind, fehlten die Vertreter der Muscardinidae an den Fundorten der Villányer Gegend lange Zeit überhaupt. Während der zwei Jahrzehnte, seit welchen ich diese regelmässig besuche, ist es mir niemals geglückt, auf Belege hierher gehörender Gattungen zu stossen. Um so grösser war meine Freude, als Herr STEININGER in Villány mich gelegentlich meiner Sammelreise im vergangenen Jahre mit einem Schächtelchen Kleinsäugerreste überraschte, welches neben anderen auch ein rechtes Mandibelfragment eines kleinen Schläfers enthielt.

Obwohl dieses — bisher einzige — Dokument sehr mangelhaft erhalten ist und bloss den Prämolar und den ersten Backenzahn enthält, konnte die generische Bestimmung schon auf Grund der Alveolen der zwei letzten Molaren ohne Schwierigkeit durchgeführt werden. Die diesbezüglichen ersten Auskünfte können der genauen Untersuchungen NEHRING's verdankt werden. Er berichtet schon 1896 über einen rechten Unterkiefer aus dem Schweizersbild (**27,** S. 56), dessen vier Backenzähne ausgefallen sind und welchen er trotzdem vollkommen richtig als «*Eliomys nitela* WAGN.» (=*Eliomys quercinus* LINNAEUS) bestimmt. Einige Jahre später geht er noch weiter und stellt in Bezug auf «*Myoxus nitedula*» (=*Myoxus dryas*=*Dyromys nitedula* PALLAS) fest, «dass die Alveolen der beiden letzten unteren Molaren mit denen von *Myoxus glis* übereinstimmen, nicht mit denen von *Eliomys quercinus;* die fraglichen zwei Molaren (m_2 und m_3 inf.) haben nämlich bei *M. nitedula* nur je zwei Wurzeln, welche hintereinander stehen, während sie bei *Eliomys quercinus* (ebenso bei *E. melanurus* WAGN.) drei Wurzeln haben, welche im Dreieck zu einander stehen». (**24,** S. 6.

Für den Zoologen, der das *ganze* Tier vor sich hat, dürfte die Wurzelzahl der Zähne nicht von grundlegender Wichtigkeit sein, um so mehr aber für den Paläontologen, dem es nicht gleichgültig sein darf, dass die zwei letzten Unterkiefermolaren von *Glis* und *Dyromys zwei-*, die von *Eliomys drei-* und jene von *Muscardinus vier*wurzelig sind. Wenn sich also auch REUVENS (**28,** S. 31) dahin

äussert, dass auf die Zahl und Stellung der Wurzelalveolen nicht viel Wert zu legen ist, so halte ich lieber mit NEHRING, der im vollen Bewusstsein der Verlässlichkeit seiner minutiösen Untersuchungen erklärt (**25,** S. 157), dass es ihm bei der Bestimmung der zahlreichen, von ihm untersuchten fossilen «Myoxiden-Kiefer, aus denen die Backenzähne teilweise oder sämtlich ausgefallen waren, noch niemals zweifelhaft gewesen ist», ob er «sie zu *Myoxus glis* oder *Eliomys quercinus* oder *Muscardinus avellanarius* zu rechnen hätte, auch wenn nur der Molarteil des betr. Kiefers erhalten war».

In der Schläfer-Mandibel von Villány sind, wie gesagt, die zwei ersten Backenzähne (p_4 und m_1) enthalten. Es ist deutlich zu erkennen, dass der p_4 *eine* Wurzel besitzt, welche aber verhältnismässig sehr dick ist und — als Spuren einer ursprünglichen Zweiteilung — an beiden Seiten eine feine Längsfurche trägt. Der m_1 besitzt *drei* Wurzeln: eine breite, querstehende hintere, sowie zwei vorderen. Die gleiche Zahl und Anordnung der Wurzeln ist auch an Stelle der m_{2-3} wahrzunehmen, mit dem Unterschiede jedoch, dass zwischen den drei Wurzeln des m_2 noch eine kleine, *vierte* eingeschaltet war. Auf Grund der Wurzelzahl und deren Anordnung ist es nicht fraglich, dass wir mit der Gattung *Eliomys* zu tun haben. Das wird auch durch die Gestalt der vorhandenen Zähne vollkommen bestätigt. Die Usurfläche der Zahnkronen ist nur mässig konkav; der Prämolar ist von rundlichem Umriss, in seiner Länge und Breite nicht verschieden (0·8—8·8 mm); er besteht aus einer etwas höheren Vorderspitze, sowie aus einer V-förmigen, labial und lingual etwas nach vorn gebogenen, *doppelten* Schmelzleiste. Von der Lingualseite betrachtet, ist dieser Zahn zweispitzig, wogegen labial eine grössere vordere und zwei ganz kleine hinteren Spitzen wahrzunehmen sind. Der erste Backenzahn besteht aus *zwei Paar* V-förmigen, nach vorwärts gebogenen Schmelzleisten, von denen aber nur das hintere Paar in einer vollständigen V-Form, mit einer lingualen Wulst und zwei labialen Spitzen, entwickelt ist; wogegen die Vorderleiste des ersten Paares als Zwischenleiste zurückgebogen ist und die Hinterleiste nicht bis zur vorderen Labialspitze des zweiten Leistenpaares reicht. Die rostrale Hälfte des ersten, quadratischen Backenzahnes ist demnach eher einer

Mäanderlinie ähnlich, welche labial bloss eine Spitze aufweist. Der Zahn ist also in Seitenansicht lingual zwei- und labial dreispitzig. Die Kronenlänge und die Breite sind gleich (1·3 mm). Die Alveolarlänge der Zahnreihe beträgt bloss 4·3 mm, wir haben also mit einer sehr kleinen Form zu tun. Unter den fünf, heute in Europa lebenden Arten der Gattung *Eliomys* befindet sich nach den Angaben MILLER's (**11,** S. 562—565) keine einzige, bei welcher die Länge der Zahnreihe *unter* 4·8 mm wäre. Der Grösse nach scheint unsere Form der miozänen *Eliomys Pomeli* TROUESSART (=*Myoxus murinus* POMEL), welcher nach FILHOL (**3,** S. 95)[1] eine 4 mm lange untere Zahnreihe besitzt, nahe zu stehen.

Obwohl es wahrscheinlich ist, dass wir mit einer ausgestorbenen, bisher unbeschriebenen Form zu tun haben, möchte ich von der specifischen Benennung derselben absehen. Gegenüber *Eliomys quercinus* weist zwar unser Fossil gewisse Unterschiede auf, nachdem aber ausser dieser Art in der heutigen Fauna Europas noch vier andere — und zwar alle aus der Mediterranregion — bekannt sind (*Eliomys gymnesicus* THOMAS, Balearen; *E. pallidus* BARRETT—HAMILTON, Sizilien; *Eliomys sardus* BARRETT—HAMILTON, Sardinien; *Eliomys lusitanicus* REUVENS, Portugal) und keine von diesen mir zum Vergleich vorliegt, können die verwandschaftlichen Beziehungen des Villányer Fossils nicht beruhigend nachgewiesen werden. Wir müssen uns demnach damit begnügen, dass es gelungen ist, die Anwesenheit der Gattung *Eliomys* in der Fauna des ungarischen Cromerian nachzuweisen; die spezifische Bestimmung derselben könnte erst erfolgen, wenn besser erhaltene Belege und ein hinreichendes Vergleichsmaterial vorlägen.

Es sei noch erwähnt, dass die Seltenheit der Schläfer in der Fauna des Villányer Präglazials, welche einen überwiegenden Steppencharakter aufweist, gegenüber der Häufigkeit dieser Nager in der Waldfauna von Püspökfürdő eine selbstverständliche ist.

---

[1] Bemerkung: Für *Myoxus murinus* POMEL, dessen Name bereits durch DESMAREST für eine lebende afrikanische Schläferart präokkupiert war, wurde 1899 durch TROUESSART ein neuer Name: *Eliomys Pomeli* vorgeschlagen. (**29,** I. S. 455.)

Literaturnachweis.

1. KORMOS, T.: Neue Insektenfresser, Fledermäuse und Nager aus dem Oberpliozän der Villányer Gegend. Földtani Közlöny. LXIV, 1934.

2. MEYER, H. v.: Mitteilung an Prof. Bronn u. a. über neue Säugetiere von Weisenau. N. Jahrb. f. Min. etc. Stuttgart, 1846.

3. SCHLOSSER, M.: Die Nager des europäischen Tertiärs etc. Palaeontograph., 31. Dritte Folge 7. Cassel, 1855.

4. KAUP, J. J.: Description d'ossements fossiles de mammifères etc Darmstadt, 1839.

5. GERVAIS, P.: Zoologie et paléontologie francaises. 2e edit. Paris 1859.

6. NEHRING, A.: Diluviale Wirbeltiere von Pösneck in Thüringen. N. Jahrb. etc. 1889. I. Stuttgart.

7. FILHOL, E.: In: Bull. de la Soc. philomat. Paris, VII. 1882—1883 (selbst nicht gesehen!).

8. HENSEL, R.: Beiträge zur Kenntnis fossiler Säugetiere. Zeitschr. d. Deutschen Geolog. Gesellsch. VIII. Berlin, 1856.

9. NEHRING, A.: Beiträge zur Kenntnis der Diluvialfauna. Zeitschr. f. die ges. Naturw. XLVIII. Berlin, 1876.

10. KORMOS, T.: Die Felsnische Pilisszántó etc. Mitt. a. d. Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Reichsanst. XXIII. 6. Budapest, 1916.

11. MILLER, GERRIT S.: Catalogue of the Mammals etc. London, 1912.

12. MAJOR, C. I. FORSYTH: On some miocene Squirrels, etc. Proc. Zool. Soc. London, 1893.

13. TULLBERG, T.: Über das System der Nagetiere. Upsala, 1899.

14. SIMIONESCU, I.: Vertebratele pliocene de la Malusteni (Covurlui) Acad. Rom. Publ. Fond. Vas. Adamachi. IX. XLIX. Bucuresti, 1930.

15. HELLER, FL.: Eine Forest-Bed-Fauna aus der Sackdillinger Höhle (Oberpfalz). N. Jahrb. f. Min. etc. Bd. 63. Abt. B. 1930.

16. HELLER, FL.: Ein Nachtrag zur Forest-Bed-Fauna aus der Sackdillinger Höhle (Oberpfalz). Zentralbl. f. Min. etc. 1933. Abt. B No. 1.

17. ÉHIK, GY.: Die präglaziale Fauna von Brassó. Földt. Közl. XLIII. 1913.

18. SOERGEL, W.: Der Siebenschläfer aus den Kiesen von Süssenborn bei Weimar. Zeitschr. d. Deutsch. Geol. Ges. 71. 1919.

19. KORMOS, T.: Diagnosen neuer Säugetiere von Püspökfürdő. Ann. Mus. Nat. Hung. XXVII. Bpest, 1930.

20. FRAAS, O.: Die Fauna von Steinheim. Jahresh. d. Ver. f. vaterl. Naturk. in Württemberg. 26. Stuttgart, 1870.

21. MAJOR, C. I. FORSYTH: On fossil Dormice. Geol. Mag. Dec. 4. Vol. 6. London, 1899.

22. Stromer, E.: Wirbeltiere im obermiozänen Flinz Münchens Abh. d. Bayer. Ak. d. Wiss. Math.-Naturw. Abt. XXXII. 1. München. 1928.

23. Freudenberg, W.: Die Säugetiere des älteren Quartärs von Mitteleuropa. Geol. u. pal. Abhandl. N. F. 12. H. 4/5. Jena. 1914.

24. Nehring, A.: Über einige griechische Nager. Sitz. Ber. d. Ges. Naturf. Fr. (1. Berlin, 1902. No.1.)

25. Nehring, A.: Über eine Myoxus-Species aus Tirol. Ibid. 1902. No. 7/8.

26. Heller, Fl.: Eine oberpliozäne Wirbeltierfauna aus Rheinhessen. N. Jahrb. f. Min. etc. Bd. 76. Abt. B. 1936.

27. Nehring, A.: Die kleineren Wirbeltiere vom Schweizersbild etc. Denkschr. d. Schweiz. Naturf. Ges. XXXV. Zürich. 1896.

28. Reuvens, C. L.: Die Myoxidae oder Schläfer. Dissertation. Leiden. 1890.

29. Trouessart, E. L.: Catalogus mammalium. Quinqu. suppl. 1904. Berlin. 1904—1905.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oktober 1940.)

OCHOTONA-MARADVÁNYOK A MAGYARORSZÁGI PREGLACIÁLIS FAUNÁBAN.

KORMOS TIVADAR-tól.

A Duplicidentata alrend Ochotonidae családját a magyarországi preglaciális faunában eddig mindössze egy Püspökfürdőről származó felső zápfog, egy alsó állkapocstöredék az m_3-mal, valamint két, általam régebben Beremenden gyüjtött laza fog képviselték.

A M. Tud. Akadémia támogatásával 1939. évben végzett gyüjtéseim során sikerült Beremenden egy felső állcsonttöredéket két foggal, továbbá egy fogatlan mandibulát gyüjtenem, amelyek — ha a faj közelebbi meghatározását nem is teszik lehetővé — a genus jelenlétét bizonyossá teszik és arra utalnak, hogy egy kicsiny, a hazai pleisztocénben igen gyakori «Ochotona pusilla»-hoz közelálló fajjal van dolgunk. A faji meghatározás csak tökéletesebb fenntartású vizsgálati anyag alapján volna lehetséges.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

SPUREN DER GATTUNG OCHOTONA IM UNGARISCHEN PRÄGLAZIAL.

Von T. KORMOS.

Die Familie der *Ochotonidae* war bis vor Kurzem bloss durch die ausgestorbene Gattung *Prolagus* im europäischen Pliozän vertreten. Die hierher gehörenden näher bekannten Formen (*Prolagus loxodus* GERV. und *Prolagus elsanus* FORSYTH MAJOR) sind aus Pliozänablagerungen Frankreichs und Italiens beschrieben worden. Der Verfasser dieser Zeilen konnte dieses Genus (als «*Myolagus* sp.») aus dem Pontien von Polgárdi in Ungarn nachweisen (**1.** S. 185) und bezeichnete den dortigen Vertreter der Gattung irrtümlich als den tertiären Stammvater des kleinen Pfeifhasen (Ochotona). Die fossile Form von Polgárdi ist aber ein echter *Prolagus*, welcher mit *Ochotona* nichts zu tun hat. Dagegen hat sich die quartäre Art *Prolagus sardus* HENSEL, welche in den Altpleistozän-Ablagerungen Corsica's und Sardiniens eine häufige Erscheinung ist, auf Corsica als Relikt bis in die neolithische Periode erhalten (**2.** S. 511).

Die erste Nachricht über eine echte pliozäne *Ochotona* aus Europa verdanken wir dem rumänischen Paläontologen SIMIONESCU, dem es vor einiger Zeit gelungen ist, eine solche aus der «Roussillon-Fauna» von Malusteni (Moldau) nachzuweisen (**3.** S. 108 und 142, Fig. 38—39, Taf. II, Fig. 6—9). Er nannte diese Art *Ochotona Ursui* und hält es für möglich, dass diese ein direkter Deszendent der von KHOMENKO aus der meotischen Fauna von Tharaklia (Bessarabien) beschriebenen und nach dem letzteren Autor stammesgeschichtlich zwischen *Lagopsis* und *Ochotona* stehenden *Proochotona eximia* (**4.** S. 15—19, Taf. I, Fig. 7—8) ist.

Bei uns hat ÉHIK 1913 aus der Altquartärfauna von Brassó

«*Ochotona* (*pusillus* PALL.?)» signalisiert (**5,** S. 144). Es handelte sich um ein linkes Oberkieferfragment mit vier Zähnen, über welches ÉHIK sich in den Folgenden äussert: «Die Bestimmung des Exemplares von Brassó bedarf zwar noch einer Bestätigung, doch ist es in Anbetracht des sonstigen Charakters der Fauna sehr wahrscheinlich, dass wir es mit dieser Art zu tun haben.»

Aus den Horizonten des «Villafranchien-Saint Prestien—Sicilien» war die Gattung *Ochotona* bisher nirgends nachgewiesen. Umso interessanter sind die Feststellungen SCHLOSSER's (**6,** S. 49) und TEILHARD DE CHARDIN's (**7,** S. 41 und 46, 47), wonach diese Gattung in Ostasien (China und Mongolei) bereits zur Zeit des «Pontien» — zusammen mit *Hipparion*, *Aceratherium*, *Ictitherium*, *Promephitis* etc. — auftritt, d. i. in einer Periode, in welcher die Familie der Ochotonidae in Mitteleuropa noch durch *Prolagus* vertreten war. Wenn auch YOUNG (**8,** S. 66) die lebenden Pfeifhasen-Arten Asiens mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit von «*Myolagus*» *Meyeri* TSCHUDI (= *Prolagus oeningensis* CUV.) ableiten zu können gedenkt, wobei «die pliozänen Zwischenglieder uns freilich bis jetzt noch nicht bekannt sind», müssen wir, wenigstens bei dem heutigen Stand der Dinge, auch die Möglichkeit der SCHLOSSER'schen Auffassung, wonach die Urheimat der Gattung *Ochotona* Asien wäre, anerkennen. Mit seinen Worten: «Its original home in Asia, there can be no doubt, for it appears there already in the fauna with *Hipparion* of Mongolia and has developed numerous species in Asia whilst only the pygmeic *pusillus* ha reached Europe in the pleistocene and the few New World species have immigrated perhaps not earlier in North America than at the end of the glacial time». (**6,** S. 53.)

SCHLOSSER glaubt allerdings in der meotischen *Proochotona* einen Deszendenten des — auf *Titanomys* zurückgeführten — *Prolagus* erblicken zu dürfen. Sollte sich diese Vermutung bestätigen, so wäre das von grundlegender Wichtigkeit; bevor aber die diesbezügliche grosse geographische Lücke zwischen Bessarabien und der Mongolei durch entsprechende Funde nicht überbrückt sein wird, kann auf die endgültige Lösung dieses Problems kaum gedacht werden.

Wenn auch das Vorhandensein der Gattung *Prolagus* als das

eines oberpliozänen Reliktes auf Corsica und Sardinien durch MAJOR bis zur neolithischen Zeit, ja sogar bis zur La Tene-Periode, erwiesen ist, kann das Vorkommen einer, diesem Genus angehörenden Art im *Löss* von Eppelsheim (Rheinhessen) m. E. als sehr fragwürdig erachtet werden. WITTICH, der von dort *Prolagus («Myolagus») Zitteli* beschrieb (**9**, S. 562), beruft sich zwar darauf, dass die Reste dieses Nagers «durchweg die echte, typische helle Farbe der Lössknochen» besitzen und dass eine Reihe von «Wahrscheinlichkeitsgründen dafür sprechen, dass dieselben tatsächlich aus dem Löss stammen. Ich halte das für sehr unwahrscheinlich. Es sind ja gerade in Eppelsheim pliozäne und pleistozäne Knochenreste seinerzeit des öfteren miteinander verwechselt worden und es ist kaum denkbar, dass *Prolagus* während der Eiszeit in Eppelsheim zusammen mit *Arctomys, Spermophilus rufescens, Lemmingen* usf. gelebt hätte. Meines Erachtens dürften die fraglichen Reste trotz ihrer hellen Farbe aus der Hipparionfauna stammen, in welcher diese Gattung unter anderen auch in Ungarn (Polgárdi) vorkommt.

Bei der Spärlichkeit der pliozänen Belege muss ein jeder neue *Ochotona*-Fund mit Freude begrüsst werden. Und so freut es mich auch, über das Vorkommen dieser Gattung im ungarischen «Cromerian» auf Grund einiger, wenn auch schlecht erhaltener Reste von Beremend und Püspökfürdő berichten zu können.

Es gelang mir an der Sohle eines alten, verlassenen Steinbruches am Beremender Weinberg in den Jahren 1926–1929 zwei Belege einer kleinwüchsigen *Ochotona*-Art zu sammeln, welche zur näheren Bestimmung ungeeignet sind. Es handelte sich um einen rechten oberen Schneidezahn und einen linken oberen Backenzahn. Auch in der Fauna von Püspökfürdő ist dieses Genus vertreten; aus der Ausbeute des Herrn Prof. Dr. M. TÓTH (1926) liegt ein kleines Mandibelfragment mit dem winzigen m_3 und ein oberer Molar, höchstwahrscheinlich derselben Art, vor.

Gelegentlich meiner Sammelreise im Jahre 1939, welche ich der Unterstützung der hohen Akademie verdanke, gelang es mir in Beremend zwie weitere Überreste von *Ochotona* zu erbeuten; u. zw. handelt es sich diesmal um ein rechtes Oberkieferbruchstück mit dem p^3 und dem m^2, sowie um ein zahnloses Mandibel-

fragment mit sämtlichen Zahnalveolen, jedoch ohne den Fortsätzen, welche abgebrochen sind.

Beim Vergleich mit der Beremender Form kommen vor allem *Ochotona Ursui* SIMIONESCU aus der Moldau, sowie *Ochotona Lagreli* SCHLOSSER aus der Hipparionfauna der Monoglei in Betracht. Der vordere Prämolar des Unterkiefers, sowie die zwei ersten Oberkiefer-Prämolaren, welche für die Artbestimmung entscheidend sein dürften, fehlen leider aus den Beremender Belegen; somit können bloss die Dimensionen zum Vergleich herangezogen werden. Für *Ochotona Lagreli* gibt SCHLOSSER die Länge der oberen und unteren Zahnreihe in 11 mm an. Die Mandibularzahnreihe von *Ochotona Ursui* ist nach den Angaben SIMIONESCU's 8 mm lang, doch dürfte dieses Mass nicht ganz ausschlaggebend sein, da ich an einer, durch das liebenswürdige Entgegenkommen des Herrn Prof. SIMIONESCU für Vergleichzwecke erhaltenen Mandibel der moldauischen Art eine Alveolar-Zahnreihenlänge von 9·4 mm messen konnte. Am Beremender Unterkiefer beträgt dagegen diese Länge bloss 7·8, an der Maxilla sogar nur 7·6 mm. Die *Ochotona* von Beremend ist demnach entschieden kleiner als die erwähnten Pliozänformen und dürfte in ihren Dimensionen den grössten Exemplaren von der, im Allgemeinen als «*Ochotona pusilla* PALLAS» bezeichneten und im mitteleuropäischen Jungpleistozän sehr häufigen Art, deren Mandibularzahnreihenlänge bei erwachsenen Exemplaren meinen Feststellungen nach zwischen 6·2—7·4 mm schwankt (Mittelwert 6·6 mm, vergl. **10,** S. 398), entsprechen. Soweit es sich auf Grund der vorliegenden spärlichen Reste beurteilen lässt, steht die Präglazialform von Beremend odontologisch der glazialen Art sehr nahe, mit dem Unterschiede jedoch, dass ihre Zähne etwas grösser und besonders in lingual-labialer Richtung *breiter* sind. Auch der obere Schneidezahn ist breiter und massiver.

Die systematische Stellung der *Ochotona* von Beremend lässt sich vorderhand nicht ermitteln; um so weniger, da meines Erachtens auch die Frage der europäischen Pleistozänformen als eine ungelöste betrachtet werden muss. Dem Beispiel NEHRING's (**11,** S. 184) folgend, ist man gewohnt, die aus pleistozänen Ablagerungen zum Vorschein kommenden Pfeifhasenreste als solche von «*Ochotona pusillus* PALLAS» zu bezeichnen; man findet aber

in der Literatur auch vereinzelte, grösstenteils sehr unsichere Bemerkungen über das angebliche fossile Vorkommen von «*Ochotona alpinus* PALLAS» und «*Ochotona hyperboreus* PALLAS». Der Mangel an einem geeigneten rezenten Vergleichsmaterial ist meist sehr schmerzhaft fühlbar, was um so mehr zu bedauern ist, da z. B. die gewissenhaften und sich auf breite Belegserien stützenden Untersuchungen HINTON's bezüglich der pleistozänen Lemminge und Wühlmäuse Gross-Britanniens gezeigt haben, dass es sich teilweise um spezielle, bereits ausgestorbene Arten handelt. Das könnte auch bei den Pfeifhasen und anderen Tiergruppen der Fall sein; um aber solche Fragen entscheiden zu können, muss man unbedingt in Besitz eines reichen komparativ-osteologischen Materials sein.

In Bezug auf die fossilen *Ochotona*-Reste von Beremend und Püspökfürdő müssen wir uns momentan damit begnügen, dass die *Gattung* in dieser Fauna entschieden nachgewiesen ist, und dass wir mit einer kleinen, dem in unseren Pleistozänablagerungen häufigen «*Ochotona pusillus*» nahestehenden Form zu tun haben, welche mit dem letzteren ev. in näherer Relation stehen dürfte.

Es sei hier noch erwähnt, dass die Gattung *Ochotona* neuerdings aus der Sackdillinger Höhle durch HELLER (**12,** S. 63) signalisiert worden ist. Es handelt sich hier bekanntlich um eine Präglazialfauna, welche mit unserer gleichzeitigen Tiergesellschaft viele gemeinsame Züge aufweist. Auch darf es nicht unerwähnt bleiben, dass der für das europäische Miopliozän charakteristische *Prolagus*, welcher eigentümlicherweise aus den gleichalten Ablagerungen Ostasiens fehlt, durch HELLER vor Kurzem aus dem Villafranchien-Saint Prestien Rheinhessens nachgewiesen wurde. (**13,** S. 296.)

FORSYTH MAJOR war seinerzeit (1899) der Meinung, dass die *Ochotonidae* und *Leporidae* vom unteren Miozän ab getrennt nebeneinander gingen und dass der Weg der Entwicklung in Europa vom oligozänen *Titanomys* über *Lagopsis* direkt zu *Ochotona*, in Amerika aber vom oligozänen *Palaeolagus* ausgehend zu Lepus s. lat. führte. Seither wurde aus dem Oligozän der Mongolei ein primitiver Ochotonide *(Desmatolagus)*, und aus dem Uinta-Eozän von Utah ein Palaeolagine: *Mytonolagus* bekannt (**16,** S. 297);

durch diese Entdeckungen bedarf die Auffassung MAJOR's jedenfalls einer Revision.

Literaturnachweis.

1. KORMOS, TH.: Der pliozäne Knochenfund bei Polgárdi. Földt. Közl. XLI. Budapest, 1911.

2. F. MAJOR, C. I.: On fossil and recent Lagomorpha. Trans. Linn. Soc., Ser. 2, Zoology, Vol. VII, 1898.

3. SIMIONESCU, I.: Vertebratele plioeene de la Malusteni (Covurlui). Acad. Rom. Publ. Fond. Vas. Adamachi, IX, XLIX, Bucuresti, 1930.

4. KHOMENKO, I.: La faune méotique du village Taraklia du Distrit de Bendery. Trav. Soc. Nat. II, Kishineff, 1914.

5. ÉHIK, J.: Die präglaziale Fauna von Brassó. Földt. Közl. Bd. 43.

6. SCHLOSSER, M.: Tertiary vertebrates from Mongolia. Palaeont. Sinica (C) 1.

7. TEILHARD DE CHARDIN, P.: Description de mammifères tertiaires de Chine et de Mongolie. Ann. de Paléont., XV. fasc. I.

8. YOUNG, CHUNG-CHIEN: Fossile Nagetiere aus Nord-China. Palaeont. Sin. (C) V, 3.

9. WITTICH, E.: Myolagus Zitteli n. sp., ein neuer Nager von Eppelsheim in Rheinhessen. Zentralbl. f. Min. etc. Stuttgart, 1902.

10. KORMOS, T.: Die Felsnische Pilisszántó etc. Mitt. a. d. Jahrb. d. kgl. ung. Geol. Reichsanstalt, XXIII. Budapest, 1916.

11. NEHRING, A.: Tundren und Steppen etc. Berlin, 1890.

12. HELLER, FL.: Ein Nachtrag zur Forest-Bed-Fauna aus der Sackdillinger Höhle (Oberpfalz). Zentralblatt f. Min. etc. 1933. Abt. B, No. 1.

13. HELLER, FL.: Eine oberpliozäne Wirbeltierfauna aus Rheinhessen. N. Jahrb. f. Min. etc. Bd. 76, Abt. B, 1936.

Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oktober 1940.)

KORARÉZKORI SÍROK KOTACPARTON.

APOR LÁSZLÓ-tól (Budapest) és NAGY ISTVÁN-tól (Szeged).

A szegedi m. kir. Ferenc József Tudományegyetem régészeti intézete 1933. július 31. és szept. 2-a között a hódmezővásárhelyi Kotacparton ásatásokat végzett. Népvándorláskori temető kutatása közben rendkívül értékes sírmezőkre bukkantak. Az ásatással PÁRDUCZ MIHÁLY foglalkozott egy dolgozatban, régészeti szempontból pedig BANNER professzor vizsgálatai derítettek fényt az említett lelőhelyen előkerült sírmellékletekre. Itt a legrégebbi tiszai III, aeneolithikum, rézkor, bronzkor, hallstatti, jazig, germán és a magyar középkor kultúráit jól el lehetett különíteni.

Jelen alkalommal a régészeti mellékletek alapján a korarézkorinak minősített csontanyaggal óhajtunk foglalkozni. BANNER azért tartotta határozottan korarézkorinak és nem aeneolithnak, mert a közelben a kerámiai anyag alapján különválasztható aeneolithkorú temetőt is találtak. A nagyszámú bütyökdíszítésű, köcsögalakú edények és a réz teljes hiánya miatt BANNER a kotacparti temetőt az eddig feltárt valamennyi magyarországi temető között a legöregebbnek tartja.

A korarézkori sírmezőből összesen 25 sírt ástak ki s ezek mélysége fél és másfél méter között váltakozik. A csontvázak kelet—nyugat irányban feküdtek. Különböző mértékben zsugorított helyzetben temetkeztek és a kezeket a halott arca elé helyezték. Ebből a rétegből hat különböző mértékben sérült koponya a szegedi anatómiai intézetbe került s ugyaninnen származó két teljes csontváz közül egyik a Régiségtudományi Intézetben, a másik a hódmezővásárhelyi múzeumban van, ahová földdel együtt kiásottan kerültek. A többi még feldolgozásra váró anyagot a budapesti Néprajzi Múzeumba szállították. Köszönetet mondunk

GELLÉRT és BANNER professzor uraknak, hogy a rendkívül becses anyagnak ezt a részét vizsgálatra nekünk átengedték.

Az Anatómiai Intézetben levő koponyák közül kettő aránylag csak kis mértékben sérült meg az ásatáskor, többinek nemcsak alapi része, hanem az arckoponyája is hiányos. Az alsó állkapcsok szintén hiányzanak. Egészen más a helyzet a teljes csontvázanyagot tartalmazó síroknál, melyeket most is eredeti fekvésben láthatunk. BANNER professzor hozzájárulása lehetővé tette, hogy a koponyákat és a felületen fekvő hosszúcsontokat a meglazított földből kiemelhettük és megvizsgálhattuk. Óvatos bánásmód mellett sikerült néhány fontosabb méretet felvenni.

Tekintettel a kisszámú anyagra az öt férfi és három női koponyán a MARTIN módszere szerint felvett méreteknek középértékét nem számítottuk ki, ezért magukat a méreteket és indexeket közöljük. (Lásd az 1., 2. és 3. számú táblázatot.) Az 50—60 év körüli férfi és a 30—40 év körüli női koponyák közül a hiányos koponyaalap miatt, a köbtartalmát csak kettőnek mérhettük meg üveggyöngyökkel, míg a többinek köbtartalmát WELCKER teoretikus módszere alapján számítottuk ki. Ezek szerint a férfiak közül csak egyetlenegy tartozik az euenkephaliás csoportba, a többi mind oligenkephal typusú. A női koponyák is az utóbbi csoportba tartoznak.

Adatainkat nem csoportosítottuk normák szerint, mert a hiányos adatok miatt erről le kellett mondanunk, de a koponyáknak leírását mégis a különböző nézetekben adjuk.

Az idetartozó koponyák vertikális nézetben, mint a mellékelt felvételeken látható, a SERGI-féle sphenoid, ékalakú körvonalat mutatják. A nem túlnagy falcsonti kiöblösödés mellett, kissé szűkülő homloktájék jellemzi ezeket.

Az oldalnézetre vonatkozólag már a táblázatból is láthatjuk, hogy a koponyák általában hosszúak. A legnagyobb hosszúság férfiakon 183—190, nőkön 174—183 mm. Ehhez képest a koponya legnagyobb szélessége kicsi; a férfiakon 137—142, nőkön 124—131 mm, tehát az index egy kivételével 71—74. A 7/11-es jelzésű meso-hipsikran koponya kivételével a többi dolichokran koponya alacsony fejű, tehát chamaekran. A szemöldök-ívek aránylag kifejezettek, a glabella-dudorok fejlettek, az orrgyök mélyen ülő. Az eny-

hén leeső homlok és a jól kiemelkedő halántéktaraj mellett feltűnik még, hogy a lejtő hasonló módon esik az occipitális régió felé is, de a lambda-tájon egy kis mélyedés után jól kivehető és jellemző kiemelkedés következik, ami azonban oly kisfokú, hogy a gl.-lambda és gl.-inion távolságok közötti különbség alig észrevehető.

A norma frontalisban a lateralishoz képest is jobban szembetűnik, hogy azonos típusú koponyákról van szó. A fejtető körvonalán látható, hogy a legmagasabb pont, a bregma felé gyengén kiemelkedik. Ez a bélyeg felismerhető már a BANNER ásatásából előkerült (KOPANCS 1933) és a GÁSPÁR 1935 által közölt újkőkorszak második felének harmadik periódusából származó koponyákon is.

A homlok alkatát a két homlokindex fejezi ki, melyek közül a haránthomlokjelző szerint egy keskeny steno-, két közepes metrio- és két széles homlokú eurymetop koponya van anyagunkban.

A sagittalis irányú ívhosszúság szerint nemenkint bizonyos különbség van. Nevezetesen a homlokív a férfi, falcsonti ív pedig a női koponyákon nagyobb, bár ez a különbség elenyésző. Férfikoponyákon az occipitalis ívhossz is nagyobb. Általában lapos homlokúak, chamaemetopok, a 7/17-es férfi és 7/18-as jelzésű női koponya orthometop.

Adataink megegyeznek BARTUCCnak a honfoglaláskori koponyákon észlelt megfigyelésével, hogy t. i. férfiakon a homlokív, női koponyákon a falcsonti ív hosszabb, bár annak, hogy a mediansagittalis síkban fekvő fedőcsontok közül melyik nagyobb, különösebb jelentőséget nem lehet tulajdonítani. Már régen megfigyelték, hogy a bajorok között a rövidfejű férfikoponyák 72%-ban frontalis, a középfejű alemannok 61%-ban parietalis típusúak. (MARTIN.)

A teljes arcmagasságot csak egyik koponyán tudtuk megmérni. Ennek a közepesen hosszúfejű koponyának arcindexe 84·38, tehát euryprosop, szélesarcú. A felsőarcindexe 45·31, tehát euryen; míg a 7/12-es hosszúfejű koponya felsőarc-jelzője 58·02 s így a keskenyarcúak lepten csoportjába tartozik.

Adatok hiányában csak négy férfikoponyának szemüregjelzőjét számíthattuk ki. Ezek szerint a 7/12-es és 7/19 jelzésűnek szemürege magas csoportba tartozik, hypsikonch, míg a 7/17-es és 7/14-es jelzésű közepes szemüregű, mesokonch.

A felvett orrméretek alapján csak két koponya orrindexét számíthattuk ki. Ezek szerint a 7/12-es hosszúfejű koponya közepesorrú, mesorrhin, szájpadjelzője 75·—, tehát keskeny szájpadú, leptostaphilin, a 7/17-es középfejű orrindexe szerint az alacsony, chamaerrhin csoportba tartozik.

Ha az elmondottakat röviden összefoglaljuk, ki kell, hogy emeljük, hogy a koponyák 87·5%-ban hosszúfejűek, a fejtetőfülmagasság alacsony, a homlok lapos, az arc, orr, szemgödör és szájpad keskeny vagy közepes. A fajtajelleg megállapításához a koponyáknak méretbeli és alaki leírása mellett fontos szerep jut a hosszú-csontoknak is. Már említettük, hogy a vizsgálatra került nyolc sír csontanyaga közül csak kettőnek van hosszúcsontja is, mégpedig teljes csontváza, mely a régészeti intézet, illetőleg a hódmezővásárhelyi múzeum tulajdonában van.

A megvizsgált két férficsontváznak csak baloldali végtagcsontjaihoz fértünk hozzá és így ennek méreteit a szimmetrikusan fekvő másik oldali csontok adataival nem hasonlítottuk össze. A humerusok hosszának középértéke 326 mm. A kőkorszak után következő átmeneti korból származó lelet női csontvázán a humerusokat MATEIGKA 290·6 mm-nek találta, GEYER pedig a hainburg—teichtali korabronzkori anyagon a nőit 285—295 és a férfiét 301 mmnek mérte. Ehhez képest a jelentékenyen nagyobb hosszúságú humerus tulajdonosa sokkal fejlettebb egyén lehetett.

A termet adatához szükséges teljes hosszon kívül végeztünk még néhány olyan mérést is, melyből következtethetünk a testalkatra. Ezeket összehasonlítottuk a GEYER által közölt adatokkal és meggyőződtünk, hogy felvett méreteink szabályosan illeszkednek be a GEYER-féle sorozatba.

Ez áll az összehasonlított legkisebb kerület méreteire is. Nevezetesen a hainburgi anyagon 60—61 mm, míg a kotacparti ásatásból előkerült humerusokon majdnem 70 mm a kerület. Ezekből az adatokból számítható hosszúság szélességi index szintén lényegesen nagyobb (22), ami arra vall, hogy fejlettebb, erősebb végtag, illetve testalkatúak csontjaival találkoztunk.

Hódmezővárashelyen a múzeumi példányon az alkar csontjait is megmértük. A radius 264 mm hosszú. GEYER a hainburgi leleten 227 mm-t mért. MATEIGKA adatai szerint 224·4 mm. Az ulna

279 mm, melynél úgy GEYER, mint MATEIGKA adatai mind sokkal kisebb értéket képviselnek. Ugyanez az arány a szélesség-vastagsági indexben is.

Az alsó végtag felső csontjának, a femurnak méretei azért fontosak, mert abból számítjuk ki a testmagasságot. Míg a neolith- és átmeneti korra vonatkozó adatok szerint a női csontvázakon 408. a bronz- és hallstatti korin 410 mm a femur hossza, az általunk megmért férficsontvázakon 447 mm, tehát nagyobb még GEYER adatainál is (432). Itt a nemi különbségen kívül más eltérés is mutatkozik. A robusticitás indexe nagyon jellemző, mert jelentékenyen magasabb (21·5), mint a hainburgi ásatás csontjain, de a mai európai emberénél is jóval nagyobb. (MARTIN.)

Meghatároztuk még a tibiának három méretét, melyeket az alábbi táblázatban foglaltunk össze az előbbi adatokkal együtt. Kitűnik, hogy méreteink sokkal nagyobbak, mint a MATEIGKA által közölt átmeneti korból valók.

	Méret	7/14	7/19
Humerus	teljes hossz	318	334
	dist. epiph. szél.	66	61
	diaph. kerület	70	67
	teljes hossz	442	451
Femur	dist. epiph. szél	80	68
	diaph. kerület	95	92
	teljes hossz	360	372
Tibia	phys. hossz.	350	368
	szélesség	22	20

A GEYERtől kiszámított végtagjelzők közül csak háromra vagyunk tekintettel és azokat most összehasonlítjuk. A femorotibiális index, a tibia teljes hossza százszoros szorzatának és a femur teljes hosszának hányadosa, 81·4 és 82·5. A femoro-humerális index, a humerus hosszának százszoros szorzata elosztva a femur teljes hosszával, 71·9 és 74·5; az intermembranális index, a humerus és radius hosszának összege szorozva százzal és elosztva a femur és tibia hosszának összegével 72·6. Ezek a számok a neolith-kor

utáni átmeneti korból származó anyagon talált eredményekhez állanak a legközelebb.

Már most, ha a faji hovatartozást el akarjuk dönteni, a koponyákról és hosszúcsontokról mondottakat kell egybevetni. Mivel hosszúcsont csak két sírhoz tartozik, először a koponyákat említjük, melyeken elsősorban az északi fajta jellegei ismerhetők fel. Ha a SCHLIZ által közölt koponyaképeket megtekintjük, a RÖSSENI-féle típus és a megvizsgált kotacparti koponyák között sok egyezést észlelhetünk. A RÖSSENI-féle kultúrkör neve alatt csoportosított leletekhez tartozó koponyáknak az a fő ismertető jelük, hogy legnagyobb szélessége a koponya hosszának utolsó harmadában van. Hasonló a helyzet, ha a Reche II. szalagkerámiás és az új kőkorszak harmadik perióduságából származó kopancsi lelettel, a GÁSPÁR által tiszai fajtának nevezett lelettel teszünk összehasonlítást.

Újabban LEBZELTER közölte a volt alsóausztriai Hadersdorf melleti első biztos neolith-kori sírmező ásatásainak eredményeit. Ezek közül a 9796. számú sír északinak leírt koponyája adatainkkal teljesen megegyezik. Idetartozik a 7/12, 7/17 és 7/19-cel jelölt sír. A 7/14-es koponya középfejű, ugyanennek az alakkörnek jellegeit viseli magán. Egyedül az orbita alakításában szerepel más faji elem is. Ha hozzászámítjuk még azt, hogy az idetartozó két csontváznak a femur hossza alapján kiszámított magassága 165 és 167 cm, ami élőben még nagyobb magasságnak felel meg, nem csalódunk, ha az északi fajta megtestesítőinek elődjeivel találkoztunk a kotacparti korarézkori temető sírjaiban.

Délmagyarországon ezideig végzett neolithkori ásatások során már Lengyel környékén is ehhez a fajtához tartozó leletről számoltak be. MALÁN szerint azonban ott sem egységes a kép, úgy a kotacparti sírmezőben is előfordultak az általunk megvizsgált koponyák között olyanok, melyek más fajtának jellegeit, leginkább mediterrán bélyegeket viselnek. (7/20, 9/12.) A lapos homlok mellett a feltűnő prognathia, a dudornélküli occipitalis tájék és a gyengébb csontozat mind erről tanúskodnak. Sajnos, az esetleges keveredés fokát 7/18, 7/23, megmondani nem lehet, mert az arckoponya törött, a hosszúcsontok hiányoznak, de valószínű, hogy a megvizsgált koponyák egyik része nem a Rösseni alakkörbe tartozik.

Készült a szegedi Horthy Miklós Egyetem anatómiai intézetében és a budapesti Pázmány Péter Egyetem összehasonlító bonctani intézetében.

Irodalom. — Literatur.

Bartucz L.: Honfoglaláskori magyar koponyák. A Magyar Nemzeti Múzeum Néprajzi Gyüjteményei. V. Budapest, 1926.

Bartucz L.: A magyar ember. Budapest, 1939.

Banner J.: Ásatás a hódmezővásárhelyi Kotacparton. Dolgozatok. Arbeiten des archäologischen Instituts der Kön. Ung. Franz Josef Universität in Szeged. VIII. 1932, XI. 1935.

Bella—Hillebrand: Der Mensch der Urzeit und seine Kultur (ungarisch) Bp. 1921.

Gáspár, J.: Die Rassen der jüngeren Steinzeit in Ungarn. Mitt. aus dem Anatomischen Instisut an der Universität Szeged. 1935.

Geyer, E.: Das frühbronzezeitliche Reihengräberfeld bei Hainburg—Teichtal. Mitt. d. Anthr. Ges. in Wien. 60. 1930.

Lebzelter, V.: Neolithische Gräber aus Klein-Hadersdorf bei Poysdorf in Niederösterreich. Mitt. der Anthr. Ges. in Wien. 66. 1936.

Malán M.: Adatok a lengyeli őstelep neolithkori lakóinak anthropológiájához. Bp. 1929.

Mateigka, H.: Über den Körperwuchs der prähistorischen Bevölkerung Böhmens und Mährens. Mitt. der Anthr. Ges. in Wien. 66. 1911.

Martin, R.: Lehrbuch der Anthropologie. Jena. 1914 és 1928.

Párducz M.: A hódmezővásárhelyi kotacparti neolithtelep és rézkori temető. Dolgozatok. Arbeiten VIII. 1932.

Reche, O.: Zur Anthropologie der jüngeren Steinzeit in Schlesien u. Böhmen. Arch. f. Anthr. N. F. 7. 1909.

Schliz, A.: Die vorgeschichtlichen Schädeltypen der deutschen Länder in ihrer Beziehung zu den einzelnen Kulturkreisen der Urgeschichte. Arch. f. Anthr. N. F. 7. 1909.

Virchov, R.: Excursion nach Lengyel (Südungarn). Zeitschr. f. Ethnol. XXII. 1890.

(M. T. Akadémia III. osztályának 1940. november 18-án tartott üléséből.)

1. Táblázat. — I. Tabelle.

Az agykoponya méretei Die Masse des Gehirnschädels	7/12	7/17	7/23	7/14	7/19	7/20	9/12	7/18
Legnagyobb hosszúság g—op (Grösste Hirnschädellänge, 1)	192	181	183	184	190	174	179	183
Glabella-Inion-hossz g—i (Glabello-Inionlänge, 2)	190	179	180	178	190	168	173	178
Glabella-Lambda-hossz g—l (Glabello-Lambdalänge, 3)	184	177	178	180	180	170	172	179
Koponyaalap hossza n—ba (Schädelbasislänge, 5)	—	104	—	—	—	—	—	—
Öreglik hossza ba—o (Länge des Foramen magnum, 7)	—	35	—	—	—	—	—	—
Legnagyobb szélesség eu—eu (Grösste Hirnschädelbreite, 8)	142	142	—	137	137	124	131 ?	—
Legkisebb homlokszélesség ft—ft (Kleinste Stirnbreite, 9)	91	95	97	91	100	95	—	101
Legnagyobb homlokszélesség co—co (Grösste Stirnbreite, 10)	117	110	119	114	118	112	—	118
Koponyaszélesség a fülnyílások között au—au (Biauricularbreite, 11)	—	128	—	—	—	—	—	—
Legnagyobb nyakszirtszélesség ast—ast (Grösste Hinterhauptsbreite, 12)	114	113	109	114	106	99	100	114
Koponyaszélesség a csecsnyúlványok között ma—ma (Mastoidealbreite, 13)	—	106	—	—	100	—	—	—
Öreglik szélessége (Breite des Foramen magnum, 16)	—	30	—	—	—	—	—	—

Basion-bregma-magasság ba—b (Basion-Bregmahöhe, 17)	—	145	—	—	110	—	—	—
Fülnyílás-bregma-magasság po—b (Ohr-Bregmahöhe, 20)	—	122	—	101	—	100	—	—
Vízszintes kerület (Horizontalumfang, 23)	52	52·5	51	50·7	53·2	48	49	51·5
Haránt kerület po—b—po (Transversalbogen, 24)	—	32·8	—	33	32	37·2	—	—
Sagittalis kerület n—o (Mediansagittal-Bogen, 25)	379	36·8	35·5	—	35	34·6	33·8	38·—
Homlokív n—b (Mediansagittaler Frontalbogen, 6)	12·4	12·4	11·8	—	120	114	115	122
Falcsontív b—l (Mediansagitt. Parietalbogen, 27)	122	128	125	—	115	125	118	126
Nyakszirtív l—o (Mediansagitt. Occipitalbogen, 28)	135	118	112	—	115	104	105	130
Felsőpikkelyív l—i (Obercshuppenbogen des Occipitale, 28)	75	80	67	—	—	58	75	85
Homlokhúr n—b (Mediansagitt. Frontalsehne, 29)	114	109	112	—	111	103	109	108
Falcsonti húr b—l (Med,ansagitt. Parietalsehne, 30)	117	117	113	—	111	112	103	123
Nyakszirthúr l—0 (Mediansagitt. Occipitalsehne, 31)	107	101	95	—	—	92	91	109
Felsőpikkelyhúr l—i (Mediansagitt. Sehne der Oberschuppe, 31 (1)	71	75	61	—	—	56	59	74
Köbtartalom (Kapazität, 38)	cca. 1,400	1,450	—	—	—	—	—	—

2. Táblázat. — Tabelle 2.

Az arckoponya méretei Die Masse des Gesichtsshädels	7/12	7/17	7/23	7/14	7/19	7/20	9/12	7/18
Arc-hosszúság ba—pr (Gesichtslänge, 40)	—	95	—	—	—	—	—	—
Alsóarc-hosszúság ba—gn (Untere Gesichtslänge, 42)	—	—	—	—	—	—	—	—
Felsőarc-szélesség fmt—fmt (Obergesichtsbreite, 43)	104	93	103	101	—	98	—	—
Külső szemzugok távolsága ek—ek (Biorbitalbreite, 44)	96	95	92	88	—	86	—	—
Járomív-szélesség zy—zy (Jochbogenbreite, 45)	131	128	—	—	—	—	—	—
Középarc-szélesség zm—zm (Mittelgesichtsbreite, 46)	96	95	—	—	—	—	—	—
Arcmagasság n—gn (Gesichtshöhe, 47)	—	108	—	—	129	—	—	—
Felsőarc-magasság n—pr (Obergesichtshöhe, 48)	76	58	—	—	77	—	—	—
Hátsó orrgyök-szélesség la—la (Hintere Interorbitalbreite, 49)	22	23	21	27	21	—	22	2
Elülső orrgyök-szélesség mf—mf (Vordere Interorbitalbreite, 50)	15	15	—	21	15	—	18	22

Szemüreg-szélesség mf—ek (Orbitalbreite, 51)	40	39	—	38	39	37	—	38
Szemüreg-magasság (Orbitalhöhe, 52)	34	31	—	30	37	—	—	—
Orrnyílás-szélesség (Nasenbreite, 54)	25	27	—	—	—	—	—	—
Orrüreg-magasság n—ns (Nasenhöhe, 55)	52	51	—	—	38	—	—	—
Orrcsontok legkisebb szélessége (Kleinste Breite der Nasenbeine, 57)	9	9	12	11	11	9	—	11
Orrcsontok legn. szélessége (1) (Grösste Breite der Nasenbeine, 57)	12	11	14	15	14	—	—	16
Felső állcsont hosszúsága (Maxilloalveolarlänge, 60)	—	—	—	—	55	—	—	—
Szájpadhosszúság (Gaumenlänge, 62)	48	—	—	—	—	—	—	—
Szájpadszélesség (Gaumenbreite, 63)	36	37	—	—	—	—	—	—
Állkapocs-magasság id—gn (Kinnhöhe, 69)	—	35	—	24	35	—	—	—
Állkapocság-magasság (Asthöhe, 70)	—	61	—	64	71	—	—	—

3. Táblázat. — Tabelle 3.

Jelzők — Indices		7/12	7/17	7/23	7/14	7/19	7/20	9/12	7/18
Hosszúság-szélességi jelző Langenbreitenindex	8/1	73·96	78·45	—	74·46	72·11	71·26	73·18	—
Hosszúság-fülmagassági jelző Langenohrhöhenindex	20/1	—	67·40	—	54·89	57·89	57·47	—	—
Haránt homlokjelző Transversaler Frontalindex	9/10	77·78	86·36	—	79·82	84·75	84·82	—	—
Haránt homlokfalcsonti jelző Transversaler Frontoparietalindex	9/8	64·08	66·90	—	66·42	72·99	76·61	—	—
Nyílirányú homlokfalcsonti jelző Sagittaler Frontoparietalindex	27/26	98·39	103·23	105·93	—	95·83	109·65	102·61	103·28
Homlokhajlás jelző Sagittaler Frontalindex	29/26	91·94	87·90	94·92	—	92·50	90·35	94·78	88·52
Falcsonthajlás jelző Sagittaler Parietalindex	30/27	95·90	91·41	90·40	—	96·52	89·60	87·29	97·62
Nyakszirthajlás jelző Sagittaler Occipitalindex	31/28	79·26	85·59	84·82	—	—	88·46	87·61	83·85
Felsőpikkelyhajlás jelző Krümmungsindex der Oberschuppe	31/28	94·67	93·75	91·04	—	—	96·55	78·77	87·06

Arcjelző Gesichtsindex n. Kollmann	47/45	—	84·38	—	—	—	—	—	—
Felsőarcjelző Obergesichtsindex	48/45	58·02	45·31	—	—	—	—	—	—
Szemgödörjelző Orbitalindex	52/51	85·—	79·49	—	78·95	94·87	—	—	—
Orrgyökjelző Interorbitalindex	50/44	22·92	24·21	22·83	30·68	—	22·09	—	—
Orrjelző Nasalindex	54/55	48·08	52·94	—	—	—	—	—	—
Szájpadjelző Gaumenindex	63/62	75·—	—	—	—	—	—	—	—
Haránt craniofacialis jelző Transversaler Craniofacialindex	45/8	92·25	90·14	—	—	—	—	—	—
Homlok felsőarcjelző Frontoorbitalindex	9/43	85·85	102·15	94·17	90·10	—	96·94	—	—
Homlokjáromívjelző Jugofrontalindex	9/45	69·47	77·22	—	—	—	—	—	—
Harántorrcsonti jelző Transvers. Nasenbeinindex	57/57	75·—	81·82	85·71	73·33	78·57	—	—	68·75

GRÄBER AUS DER FRÜH-BRONZEZEIT.

Von L. APOR u. I. NAGY.

In der Nähe von Hódmezővásárhely (Südost-Ungarn) wurden 25 Gräber aus der Früh-Bronzezeit gefunden. Unter den aufgefundenen Menschenknochen untersuchten die Verfasser sechs in verschiedenem Grade beschädigte Schädel sowie zwei in situ liegende Knochengerippe.

Die Masse der Schädel wurden nach dem MARTINschen Verfahren bestimmt. Die berechneten Indexwerte sowie die wichtigsten Masse der Röhrenknochen der beiden Gerippe sind tabellarisch zusammengestellt.

Der Kephalindex schwankt — einen Fall ausgenommen — zwischen 71 und 74. Die Entfernung zwischen der Ohrenöffnung und dem Schädeldach zeigt geringe Höhe. Der Gesichtsschädel ist schmal. In Bezug auf die Augenhöhlen gehören die untersuchten Schädel teils der hohen, teils der mittleren Gruppe an. Die Stirn ist im allgemeinen flach.

Vergleicht man die beigegebenen Lichtbilder von zwei der untersuchten Schädel mit den Zeichnungen von SCHLIZ, dann zeigt sich, dass sie mit dem RÖSSENER Typus übereinstimmen. Die Körperlänge von 165 und 167 lässt es wahrscheinlich erscheinen, dass die Gerippe dem nordischen Formenkreis angehören. An den mit 7/20 bzw. 9/12 bezeichneten Schädeln sind mediterrane Charakterzüge zu erkennen. Bei den Schädeln 7/18 und 7/23 konnte die Zugehörigkeit infolge Fehlens des Gesichtsschädels nicht festgestellt werden.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, vom 18. November 1940.)

NÉHÁNY HAZAI LITHOGLYPHUS POPULÁCIÓ RADULA-VIZSGÁLATA.

BARTHA FERENC-től.

Vizsgálataimmal azt akartam megállapítani, hogy az irodalomban szereplő récens és fosszilis L. fajok közül tüzetesebb vizsgálatok után hányat fogadhatunk el valóban helytálló fajnak. Régebbi kutatók ugyanis, úgy látszik, egy-két csigahéj alapján írtak le új L. fajokat. Itt sem vették kellőképpen tekintetbe a puhatestűek egyik fontos sajátságát, a változékonyságot. Ezért igen sok kellően meg nem indokolható faj szerepelt és szerepel még ma is az irodalomban. Már pedig új fajok felállítása alkalmával azért sem szabad megelégedni egy-két példány nyujtotta bélyegekkel, mert ezek az átlagtól nagyon eltérhetnek, e tekintetből pedig az átlag sokkal fontosabb. Szükséges tehát variációstatisztikai feldolgozás. Fokozott mértékben áll ez a fosszilis példányokra nézve, hiszen a paleontológusnak csak a héj áll rendelkezésére, s így legalább ezt tüzetesen kell tanulmányozni. De a variációstatisztikai módszerek egymagukban nem alkalmasak arra, hogy eredményük alapján a faji hovátartozás kérdését eldöntsük. Csupán irányt szabnak az anatómiai vizsgálatok részére. Fajmeghatározás szempontjából elsősorban a csigák radulájának és ivarszervének alkotása a fontos. Ez alkalommal a Lithoglyphusok radulájára vonatkozó vizsgálataimat ismertetem.

Már Scheppman megállapította, hogy a L.-ok radulafogai nagyon változékonyak ; ezt tudva számos példány radulájának megvizsgálásából igyekeztem következtetéseimet levonni.

A vizsgált példányok a Balatonból, a Dunából és a Tiszából származtak összesen hat lelőhelyről. A radulák összehasonlítását

mikrofotografiákon végeztem. Az egyenlő mértékben nagyított képeken a gerincfogak felületét planiméterrel mértem meg. Ilyen módon igyekeztem először egy példány, majd egy populáció, végül több populáció radulafogai változékonyságáról adatokat gyüjteni és megállapítani, hogy a fogalakok eltérései alapján egy vagy több fajra lehet-e következtetnünk.

A következő eredményekre jutottam:

1. Ugyanazon L. radulájának különböző részeit vizsgálva megállapíthattam, hogy a fogak alakja, nagysága még ugyanazon radulán is változik, és pedig minden szabályszerűség nélkül.

2. Ugyanazon populáció igen kicsi és igen nagy példányainak mértem külön-külön a fogterületét és megállapítottam, hogy mialatt a héjak kétszeresükre megnőnek, a fogak területe is körülbelül ilyen arányban növekszik meg. Ebből következtettem arra, hogy a «chitin»-fogak megtartják növekvőképességüket.

3. Ugyanazon populációban a nagy példányok radulaján jóval több harántsor található, mint a kicsinyekén.

4. Olyan populációkat is összehasonlítottam, amelyeken a héj átlagos nagyságában jelentős eltérés van. Azt találtam, hogy ilyen esetben a harántsorok száma nem a héj nagyságától függ, hanem az állat korától. A lágymányosi legnagyobb példányok a 13 mm-t is meghaladják, a keszthelyiek pedig csak a 9 mm-t. Mégis mindkét helyről gyüjtött legnagyobb példányok radulaján egyformán 55—60 harántsort találtam. Ebből következtetek arra, hogy ugyanazon maximális életkort feltételezve az állat kora lehet irányadó a harántsorok számára vonatkozóan. Ezt a megfigyelést támogatja az az ismert tapasztalat is, mely szerint a kopott fogak helyébe bizonyos időközökben új fogsorok iktatódnak be.

5. A különböző populációkat jellemzi ugyan egy bizonyos mértékben a gerincfog-alakok variációszélessége, de egymástól ez alapon a populációk nem választhatók el élesen. Vagyis ugyanazon populáció szélső példányai jobban különbözhetnek, mint a különböző populációk átmeneti példányai. A fogalakok összehasonlítására a planiméteres mérés közvetlenül nem alkalmas, mert ez csak a fogak nagyságáról ad felvilágosítást. De ha megrajzoljuk a gerincfogakat érintő vonalakat, melyek egy trapézt adnak ki és kiszámítjuk a körülfogó trapéz területének és a fog területének arányszámát,

úgy megállapíthatjuk, hogy ez a szám a nagyságtól függetlenül az alakra jellemző.

6. Eddigelé a radulának anyagát csak polarizációs mikroszkóppal vizsgáltam meg és én is megállapítottam, hogy az optikailag kettősen törő.

7. Az a kérdés, hogy vajjon vizeinkben csak a L.-naticoides él-e, vagy pedig mellette más fajok is előfordulnak, csak az ivarszervek vizsgálatának befejezése után dönthető el véglegesen.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-án tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNGEN AN DER RADULA EINIGER UNGARISCHER LITHOGLYPHUS-POPULATIONEN.

Von F. BARTHA.

Die untersuchten Exemplare stammten von sechs Fundorten, undzwar von verschiedenen Stellen des Balatonsees, der Donau und der Tisza. Der Vergleich der Radulen wurde mit Hilfe von Mikrophotographien durchgeführt, wobei die Mässung der Oberfläche der Medianzähne an gleichmässig vergrösserten Bildern mit den Planimeter erfolgte. So versuchte ich zuerst bei einem Exemplar, später bei einer Population und zuletzt bei mehreren Population Angaben über die Variabilität der Radulazähne zu sammeln und festzustellen ob wir durch die Abweichungen der Formen der Medianzähne auf eine, oder auf mehrere Arten schliessen können.

Dabei kam ich zu folgenden Resultaten:

1. Bei der Untersuchung der Radula der einzelnen L. Arten konnte ich feststellen, dass sich die Form und Grösse der Zähne in den verschiedenen Abschnitten der Radula verschieden verhalten.

2. Ich mass die Zahnoberfläche sehr kleiner und sehr grosser Exemplaren derselben Population und stellte fest, dass die «Chitin»-Zähne ihre Wachstumsfähigkeit beibehalten, während die Schalen auf das doppelte wachsen, vergrössern sich die Zahnoberflächen beiläufig in demselben Masse.

3. An der Radula grosser Exemplare finden wir vielmehr Querreihen, als bei den kleinen Stücken derselben Art.

4. Auch solche Populationen wurden verglichen, bei denen die durchschnittliche Grösse der Schale bedeutende Abweichung zeigt. Ich fand, dass in diesem Falle die Zahl der Querreihen nicht von

der Grösse der Schale, sondern vom Alter des Tieres abhängt. Die grössten Exemplare von Lágymányos (Budapest) sind über 13 mm gross, während die aus Keszthely nur 9 mm betragen. Trotzdem fand ich aber bei den grössten Exemplaren beider Fundorte 55—60 Querreihen. Daraus Schliesse ich, dass bei Annahme desselben maximalen Alters das Alter des Tieres ausschlaggebend sein kann für die Anzahl der Querreihen.

5. Wenn nun auch die Variationsbreite der Medianzähne der Radula für die verschiedenen Populationen bis einem gewissen Grade kennzeichnend sind, so können troztdem die einzelnen Populationen nicht scharf von einander geschieden werden, d. h. die extremen Exemplare derselben Population können viel stärkere Abweichungen zeigen, als die Übergangsexemplare zweier verschiedenen Populationen.

6. Bei der Untersuchung der Radula mit dem Polarisationsmikroskop kann festgestellt werden, dass sie optisch doppelbrechend ist.

7. Zur endgültigen Klarstellung der Frage, ob L. naticoides die einzige in unseren Gewässern lebende Art darstellt, oder ob neben ihr auch noch andere Arten vorkommen, muss einstweilen noch dahingestellt bleiben, bis die Untersuchung der Geschlechtsorgane beendet ist.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Okt. 1940.)

A CEPHALARIA-GÉNUSZ UJ MONOGRÁFIÁJA.

SZABÓ ZOLTÁN l. tagtól.

A Cephalaria-génusz monográfiája (Monographia-gen. Cephalaria). Írta dr. SZABÓ ZOLTÁN l. tag. 102 szövegközti képpel és 7 térképpel. A gróf Vigyázó Sándor és Ferenc-vagyon jövedelmének felhasználásával kiadja a Magyar Tudományos Akadémia. Budapest, 1940. I—VIII. és 1—352. old. 5 melléklet. Ára 8 Pengő.

A fent közölt címmel jelent meg 1940. év augusztus havában a Cephalaria-génuszról szóló monográfiám, amelynek rendszertani előmunkálatát a MagyarTudományos Akadémia 1915-ben a Vitéz-pályadíjjal tüntette ki.[1] Azóta a feldolgozást két irányban folytattam. Egyrészt újabb herbariumi anyagot vizsgáltam át és határoztam meg, másrészt a budapesti egyetemi botanikuskertben termesztett fajokon alaktani, fejlődéstani és szövettani vizsgálatokat végeztem. A herbariumi anyag kb. 3000 példánya öt hazai és 17 külföldi intézet (egyetem, múzeum), valamint számos magán személy gyüjteményéből származik.

Mivel a nagy terjedelmű és sok rajzot tartalmazó mű kiadása mindezideig nem volt lehetséges, néhány közleményemben közöltem a génusz rendszerének áttekintését magyarul, néhány új fajt, a génusz ismeretének történetét, az akkor ismert fajok határozó kulcsát, a virág, virágzat és termés alak-, szövet- és fejlődéstanát kivonatosan. A most megjelent monográfiában ezek az előzetes közlések részletesebb kifejtése foglaltatik bővebb illusztrálással, német nyelven is. A földrajzi elterjedés fejezete, valamint a 65 faj leírása, synonymikája és előfordulási adatai e monografiában jelentek meg először.

---

[1] Akadémiai Értesítő XXVII. 1915. 429. old.

A mű hat fejezetre tagolódik. Az I. fejezet a «*Cephalariák alaki és fejlődési sajátságai*» címmel (1—72. németül 251—302. old.) magában foglalja az élettartam és elágazás, a levélszabás, a virágzat és a virág alaktanát, a virágrészek fejlődését, a virág szöveteinek kiválását és eloszlását, az edénynyalábok csatlakozását, a termés alaki és szöveti szerkezetét, a termés jellemvonásainak rendszertani értékelését, ökologiáját, a csirázás ismertetését. Ez az általános első fejezet a magyarnyelvű részben 74 oldalt foglal el 50 eredeti rajzzal, makro- és mikrofotográfiával, a német-nyelvű szöveg 53 oldal terjedelmű.

A II. fejezet «*A Cephalariák földrajzi elterjedése*» címmel 7 térképpel, 13 (75—87, németül 303—316. old.) oldalon ismerteti a nemzetség elterjedését az európai, ázsiai és afrikai területeken kialakuló két areán, a fajok eloszlását, végül az egyes rokonsági körök elterjedését és fejlődését genetikai alapon.

A III. fejezet «*A Cephalariák ismeretének története*» (88—108, németül 317—333 old.) címmel hat szakaszban nyomon követi a LINNÉ által közölt négy fajtól kezdve a fajok felfedezésének és leírásának történetét 15 oldalon. Ehhez csatlakozik a IV. fejezetben (*«A nemzetség rendszere»*) a rendszerezés törekvéseinek ismertetése és a saját rendszerem leírása, amelyben a 65 faj 4 alnemzetség (Lobatocarpus, Fimbriatocarpus, Phalacrocarpus, Denticarpus) között oszlik meg (103—108, németül 334—340. old.). Az általános I—IV. fejezethez csatlakozik az V. Irodalomjegyzék (Literaturverzeichnis), amely e fejezetekre vonatkozó irodalmat sorolja fel.

A mű legtekintélyesebb része a VI. fejezet (113—248 old.), amely «*A Cephalaria-génusz fajainak leírása*» címet viseli. Ebben az egyes rendszertani kategóriák synonymjegyzéke, latin leírása, latin nyelvű határozókulcsa foglaltatik. A fajok mindegyikének leírásához a földrajzi elterjedés és a termőhelyfelsorolás csatlakozik. A 65 faj közül 51-nek analytikus rajzát közlöm, amelyek közül 49 eredeti.

A németnyelvű rész után a gyüjteménykiadványok jegyzéke (341—343), a Szerzők jegyzéke (343—347) és Növénynévjegyzék (348—352) fejezi be a könyvet.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

EINE MONOGRAPHIE DER GATTUNG CEPHALARIA.

Von korresp. Mitglied ZOLTÁN SZABÓ.

A Cephalaria-génusz monografiája (Monographie der Gattung Cephalaria, Monographia gen. Cephalaria). Von Dr. ZOLTÁN v. SZABÓ Korresp. Mitglied. Mit 102 Textfiguren und 7 Karten. Mit Benützung des Ertrages des Grafen Alexander und Franz Vigyázó-Vermögens herausgegeben von der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Budapest, 1940. I—VIII u. S. 1—352. 5 Beilagen. Preis 8 Pengő, Ungarisch und Deutsch.

Unter dem oben mitgeteilten Titel erschien im August des Jahres 1940 meine Monographie der Gattung Cephalaria, deren systematische Vorarbeit durch die Ungarische Akademie der Wissenschaften im Jahre 1915 mit dem Vitéz-Preis ausgezeichnet wurde.[1] Seitdem setzte ich die Bearbeitung in zwei Richtungen fort. Einerseits habe ich neueres Herbarmaterial durchgesehen und bestimmt, anderseits habe ich an im Botanischen Garten der Budapester Universität gezüchteten Arten morphologische, entwicklungsgeschichtliche und hystologische Untersuchungen vorgenommen. Die etwa 3000 Exemplare des Herbarmaterials entstammten den Sammlungen 5 heimischer und 17 ausländischer Institute und vieler Privatpersonen.

Da die Herausgabe des umfangreichen und viele Abbildungen enthaltenden Werkes bisher nicht möglich war, habe ich in einigen Mitteilungen die Übersicht über die Systematik der Gattung in ungarischer Sprache, einige neue Arten, die Geschichte der Kenntnis

[1] Akadémiai Értesítő XXVII 1915, S. 429.

der Gattung, den Bestimmungsschlüssel der bis dazumal bekannten Arten, die Morphologie, Hystologie und Entwicklungsgeschichte der Blüte, des Blütenstandes und der Frucht im Auszug wiedergegeben. In der jetzt erschienenen Monographie sind diese vorläufigen Mitteilungen eingehender bearbeitet enthalten, reicher illustriert und auch in deutscher Sprache veröffentlicht. Das Kapitel über die geographische Verbreitung, ferner die Beschreibung, Synonymik und Standortsangaben der 65 Arten wurde zum erstenmal in dieser Monographie publiziert. Das Werk teilt sich in 6 Kapitel auf. Das erste Kapitel «*Morphologische und biologische Eigenschaften der Cephalarien*» betitelt (S. 1—72 deutsch S. 251 –302) enthält die Beschreibung der Lebensdauer und der Verzweigung, der Blattformen, des Blütenstandes und der Blüte, die Entwicklung der Blütenteile, Differenzierung und Verteilung der Gewebe in den Blüten, Auschluss der Gefässbündel, den morphologischen und hystologischen Aufbau der Frucht, die systematische Bewertung der Charakterzüge der Frucht, ihre Ökologie, die Beschreibung der Keimung. Dieses allgemeine erste Kapitel umfasst im ungarischen Teile 74 Seiten mit 50 Originalabbildungen, Makro- und Mikrophotographien. Der deutsche Text erstreckt sich auf 53 Seiten.

Das II. Kapitel «*Geographische Verbreitung*» betitelt behandelt mit 7 Karten und auf 13 Seiten (S. 75—87, deutsch S. 303—316) die Verbreitung der Gattung in den beiden auf europäischen, asiatischen und afrikanischen Gebieten entstandenen Arealen, die Verteilung der Arten, schliesslich die Verbreitung und Entwicklung der einzelnen Verwandtschaftskreise auf genetischer Grundlage.

Das III Kapitel mit dem Titel «*Geschichte der Cephalarienforschung*» (S. 88—108, deutsch S. 317—333) verfolgt in sechs Abteilungen, beginnend bei den vier durch LINNÉ beschriebenen Arten, die Geschichte der Entdeckung und Beschreibung der Arten auf 15 Seiten. Dem schliesst sich in IV. Kapitel (*«System der Gattung»*) die Besprechung der Bestrebungen um das System und die Beschreibung meines eigenen Systemes an, in dem die 65 Arten sich auf 4 Untergattungen (*Lobatocarpus, Fimbriatocarpus, Phalacrocarpus, Denticarpus*) verteilen (S. 103—108, deutsch 334—340).

Den allgemeinen Kapiteln I—IV schliesst sich V das Liteaturverzeichnis an, das die bezűglichen Publikationen aufzählt.

Der anschaulichste Teil des Werkes ist Kapitel VI (S. 113—248), das den Titel «*A Cephalaria-genus fajainak leírása*» (Systema generis Cephalaria) führt. Darin ist das Synonymverzeichnis der einzelnen systematischen Kategorien, ihre lateinische Beschreibung und ihr lateinisch verfasster Bestimmungsschlüssel enthalten. Der Beschreibung jeder einzelnen Art schliesst sich die ihrer geographischen Verbreitung und eine Standortsaufzählung an. Von den 65 Arten sind 51 analytisch abgebildet, darunter sind 49 Originalzeichnungen. Nach dem deutschsprachigen Teil kommt das Werk mit dem Verzeichnis der Exsiccaten (S. 341—343) der Autoren (S. 343—347) und der Pflanzennamen (S. 348—352) zum Abschluss.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Oktober 1940.)

NÖVÉNYELTERJEDÉSI HATÁROK A DUNÁNTÚLON.

JÁVORKA SÁNDOR-tól.

Székfoglaló értekezés.

A «Pflanzenleben» méltán nagyhírű szerzője, KERNER ANTAL, valósággal a költői ihlet hangján ad először képet arról az ellentétről, amely egyrészt a Magyar-Alföld, a magyar puszták, a dúsvirágú, de nyáron kiaszott meleg hegylejtők növényzete, másrészt az osztrák és német felföld nyirkos éghajlatú, mindig üde zöld növényvilága között fennáll. A növényföldrajzi problémák, amelyeket KERNER ANTAL felvetett, az azóta kifejlődött szakirodalom, amely ma már magyar szemszögből világítja meg a Kárpáti medence növényzetének sajátos kialakulását, egyúttal egyre fokozottabban terelte a figyelmet a Dunántúlra, arra a területre, amely a Kelet és Nyugat közt mutatkozó éles ellentétet fokozatosan kiegyenlíti. Közismert tény, hogy a Keleti és Délkeleti Alpok, továbbá az Illir hegylánc közelsége, ezek klímaviszonyainak egészen a Balatonig és a Mecsekig való kihatása magyarázza meg első sorban a Dunántúl nyirkosabb légkörét és szélsőségektől jobban megkímélt üdébb növényzetét. Megmagyarázza egyúttal a Dunántúl kedvezőbb emberi települési adottságait is, amint azt legutóbb KOGUTOVICZ KÁROLYnak a Dunántúl tájrajzát bemutató munkájából is megismerhetjük.

Mint ismeretes, a növényzet igen gyakran pontosabban jelzi a klimatikus viszonyokat, mint bármely fínom meteorológiai műszer, így az egyes növényfajoknak sokszor eléggé rejtélyes elterjedése, vonulása, továbbá előfordulásuknak ökológiai és társulási viszonyai közvetve vagy közvetlenül a klímával, sokszor a

még eléggé ki nem kutatott mikroklímával meg a talajjal függnek össze. A Dunántúlon, helyesebben annak nyugati esősebb felén, tehát az újabban Transdanubicum név alatt megjelölt flóravidéken a vezető flóraelemek elterjedési határai e szerint mintegy vázát alkotják a flóratájak szerint való elkülönülésnek; a következőkben néhány ilyen dunántúli vezető flóraelemnek sajátos elterjedését ismertetem.

I. *Calluna vulgaris* (L.) HULL.

Ilyen flóraelemünk a *Calluna vulgaris* (L.) HULL. A dunántúli magyar nép ajkán csarab, csarap, csarabfű a neve.[1] Az *Ericaceák*nak ez a közismert, pikkelyes levelű, sötétlombú, őszfelé nyíló szép lilavirágú törpe cserjéje, a talaj tápanyaga tekintetében a legigénytelenebb növények egyike és ebben rejlik a veszedelme, mert a sovány, kilúgozott, mészben szegény podszolos talajban, a *Sphagnum*-lápok vizes savanyú humuszában éppúgy, mint a kavicsos mezőkön, sziklatörmeléken, kopár szilikátos sziklákon, száraz, sovány homokban egyaránt gyorsan megtelepszik és magvai útján is gyorsan terjed tovább. Az északnémetországi híres óriási kiterjedésű Lüneburger Heide területén például — melyből különben a porosz állam mintegy százhetven négyzetkilométer területet hasított ki természeti emlékül — a középkorban még tölgy- és bükkerdők álltak, melyeknek kiirtását az elkopárosodás és a jellegzetes elfenyéresedés, a Heide-képződés, *Callunetum* követte. A Kárpátok övében is a legszegényebb, legsoványabb talaj jelzője a *Calluna*, mint például Árva megye északi kavicsmezőin, ahol a lakosság helyenként abbahagyta a földművelést, mert az egy-két évig parlagon heverő kavicsos földjét a csarab azonnal benőtte.

A csarabnak Európa sarkvidékeitől, — ahol a legészakibb skandináv szigetig, Magerőig felhatol, de a tundrákat kikerüli — továbbá Nyugat-Szibériától le Volhyniáig a Kárpátok és az Alpok

[1] Egyéb magyar nevei: csaréb, peliszavirág (a vasmegyei Gödörházán, GÁYER GYULA feljegyzése), vadzán, vadzám (az Őrség vidékén); söprüzsd (Farkasfa, ahol alomnak is kaszálják), söprüvirág (Rábagyarmat), «Nyitotta» (Aggtelek vidékén PÁTER BALÁZS szerint); a német nyelvhatár közelében: hajdárfű (GÁYER). Régi szerzőinknél is számos részben az *Erica*ra vonatkozó magyar nevét találjuk.

hegyvidékéig és nyugat felé az Atlanti-Óceánig, tehát főleg a szubarktikus és az atlanti-óceáni klíma hatása alatt álló területeken van igazi hazája és elterjedési centruma, azon túl dél felé, egészen Marokkóig és Kis-Ázsia északi partvidékéig már csak szórványosan található, erdeifenyő vagy lúcfenyő, nyírfa és boróka, gyakran *Pteridium aquilinum* páfrány társaságában, illetőleg ezeknek aljazatnövénye gyanánt. Egyébként kísérőnövényei vidékek szerint mások és mások. Sajátos sötétzöld alacsony lombja különösen Európa északi és nyugati tengerei közelében egyhangú tömegeivel messze területeket komor méla tájjá varázsol. Ezt a jellegzetes komor, fátlan fenyérpusztát, a németek Heide-ját nem hiába népesítette be az északi népeknek vagy például SHAKESPEARE-nek fantáziája kísértetekkel és boszorkányokkal.

Ebből a komor, terméketlen talajú fenyérpusztából szerencsére a magyar földnek kevés jutott. Északról és nyugatról hozzánk terjeszkedve, a Kárpátok övében, különösen északon, még például a lúcfenyő aljnövényzetének egyik gyakori eleme. A Kárpátok övében, azoknak kilúgozott szürke erdei talajában azonban csak kevés helyen találjuk tömegesen, elterjedésének a magyar medence felé eső valószínű határvonalát pedig a következő eddig ismert termőhelyei adják: Pozsony (Zergehegy déli lejtője), Pozsonyszentgyörgy, Modor (HOLUBY adata) Bazin környéke, Inovec és Temetvény vára (KELLER JÓZSEF), a nyitrai Zoborhegy, Zsére, Gimes, Hidegvár, Velsic, Kicő, Tribecs déli lejtői (MOESZ GUSZTÁV adatai), Nagyugróc; azután a Garam-folyótól, majd a Szlatina-pataktól valahol északnak haladva a határvonal Tiszolc (Lavoda vrch), Nagyrőce mellett vonul tova a Rozsnyó feletti Pozsálló (Ökörhegy) és Krasznahorka lejtőin át a mai magyar határ mentén a Kassa alatti Baska községig (THAISZ LAJOS) és a Kassa körüli hegyekig. Innen a határvonal bizonytalanná válik, a Sátorhegység néhány pontja, a lecsapolt Szernye-láp Munkács alatt (108 m magasságban, MARGITTAI ANTAL közlése), a szatmármegyei Vám falu melletti Mikehegy (bizonyára andezittufán, DIVÉKY ADORJÁN), az ismert, Alföldünkhöz legközelebb eső termőhelye. A Bihar-hegységben és az Erdélyi Érchegységben elég gyakori, a Keleti- és Déli-Kárpátokban jóval ritkább és bizonytalan, itt a Feketeügy és az Ojtoz forrásvidéke (BAUMGARTEN), Nemerehegy (BÁNYAI JÁNOS), Sós-

mező (JÁVORKA), Verestorony-szoros, Déva, a Mehádiai Strazsuc-hegy (BORBÁS), Stájerlak-Anina vidéke (HEUFFEL) és Orsova (DEGEN) eddig ismert termőhelyei.

A Nagy- és Kis Magyar-Alföldön sehol sem találjuk, itt sem a klíma, sem a talajviszonyok nem nyujtanak neki megfelelő életföltételeket. A Magyar-Középhegység, Ősmátra középső és északkeleti területéről pedig összesen három pontról ismerjük: Salgó körül (HAZSLINSZKY herb.), Aggteleknél a Szin melletti Vizesvéghegyről (HULJÁK JÁNOS[1] és végül Sátoraljaújhely felett a Sátorhegységben. *Vaccinium myrtillus* és *V. vitis idaea* társaságában, több ponton, törmelékes tufatalajon (KISS ÁRPÁD)[2] mindenütt nyíres, bükkös vagy tölgyes erdőben.

Meglehetős homály fedte azonban a Calluna dunántúli elterjedését.[1] A nyugati határszéleken való gyakorisága arra engedett következtetni, hogy különösen a délnyugati praenoricum területén, GÁYER GYULA szép leírása nyomán[2] elterjedési vonala messze kelet felé nyúlhatik. Ezt a feltevést támogatta az a körülmény is, hogy a Göcsej, Hetés vidékén a pannónkorú agyagból álló dombhát völgyeit legújabb geológiai térképeink szerint is pleisztocén kavics borítja, melyen a *Calluna* nálunk előszeretettel tenyészik. A praenoricum egyes területeinek rendszeres bejárása azonban nyilvánvalóvá tette, hogy a kavicsréteg ott nagyon alárendelt szerepet játszik és a *Calluna* ehhez képest jóformán az egész Göcsejt kikerüli, ellenben a Rába jobbpartján húzódó Hegyhát és Kemeneshát kavicsmezőin már eléggé gyakori és minden valószínűség szerint a Sittkei erdőben, az ostffyasszonyfai állomás környékén tűnik el végképpen.

A *Calluna* mindenesetre a magyar Noricumnak és a praenoricum nyugati részének egyik jellegzetes növénye és sok helyütt a két flóravidéknek kelet felé való határvonalát is jelzi, és mint GÁYER kifejti, a *Sarothamnus*szal és más fajokkal egyetemben a jégkorszak végén a Morvamező kapuján át húzódhatott észak felől

---

[1] Bot. Közlemények, 1938. 218.

[2] Turisták Lapja 1937. 381. old.; Bot. Közlem. 1939. 245.

[1] BORBÁS: Balaton fl. p. 256.

[2] M. Bot. Lapok 1905. 34; Vas vármegye fejlődéstörténeti növényföldrajza. Vasvárm. Évk. 1/1925. 14, 16, 35.

az Alpok keleti lejtőire. Gyakorisága mindazáltal itt messze elmarad az Alpok esős külső övén jelentkező nagy elterjedtségétől, ahol már, a meszes talajokat kivéve, a sziklától a homokig és agyagig majd minden talajban könnyen megtelepszik. A Dunántúlon a nyugati határszéleken, a Lajta, Rozália, Soproni, Kőszegi és Borostyánkő hegységekben szilárd szilikátos kőzeten, így csillámpalákon, gneiszon, kvarciton, phylliten és sok helyütt már agyagon is megtelepszik. A praenoricum középső részén csupán a Rába két partján szélesen elhúzódó pleisztocén és levantei folyami kavicsmezőkön találjuk. Sümeg—Uzsapuszta vidékén kvarckonglomeráton és kvarchomokon, végül a Balatonnál, Kisörs—Ábrahámhegy—Révfülöp vidékén permi homokkövön és konglomeráton látható. A lesenceistvándi halastavakban a *sphagnum*-láp igen savanyú vizében is tengődik, épp úgy, akárcsak a Kárpátok dagadólápjain.

A megfelelő talajon kívül a *Calluna* megtelepedésének másik előfeltétele a megfelelő esőmennyiség és az aránylag hűvösebb nyár.

700—750 mm az az évi csapadékmennyiség, amely mellett a *Calluna* itt még tenyészik, júliusi és augusztusi csapadékmaximum mellett. Érdekes, hogy a pécsi Mecsek-hegyvonulatnak, illetve a Sopianicum flórajárásnak 800 mm-es csapadéka és mediterránjellegű októberi csapadékmaximuma, de aránylag száraz nyara már nem teremt kedvező életföltételt a *Calluna* megtelepedésére. Legalább a Jakabhegy permi homokkövén már nem találjuk, de nem találjuk a *Callunát* Somogy megye kilúgozott erdei talajú homokján, valamint az északi Bakony alján, a fenyőfői bázikus homokon sem.

Ugyancsak az esőmennyiség csökkenésének és a szárazabb nyári hónapoknak tudható be, hogy míg a balatonmenti permi homokkő délnyugati végén, a kisörsi hegytől egészen a révfülöpi Küszöborráig még ott tenyészik a *Calluna*, a permi vonulat felső, keleti, valamivel melegebb és szárazabb felében, Alsóörs és Almádi hegyein már végleg eltűnik, holott a *Calluna* egy-két kísérőnövénye (pl. a *Deschampsia flexuosa*) itt még feltalálható.

Vonjuk meg most a *Calluna* dunántúli határvonalát. A Lajtahegység csillámpalaján és kvarcitján, Gombocz Endre szerint, bár gyérebben, már előfordul, a *Calluna* határvonala tehát a hegység keleti szegélyét futja körül és átcsap Sopron fölé, a Fertő mellé,

onnan megint a Soproni hegység déli lábánál körívben nyugatra kanyarodik a Répce közelébe. A Rozália, Soproni, Lánzséri, Kőszegi hegyekben sok helyütt tömegesen látható. Kőszeg felett, a Répce mentén elhaladva Acsád, Alsószeleste alatt a pleisztocén kavicson még ott találjuk,[1] de Szombathelytől délre és keletre a Rábáig terjedő lapályról már alig van adatunk róla, csupán délnyugatra, Perint mellett Kukullómajornál ismerjük nagyobb állományát (JEANPLONG JÓZSEF adata). Mindazáltal a határvonalat Alsószelestétől áthúzhatjuk a Sittkei erdőig, ahol a már említett ostffyasszonyfai állomásnál a Kemeneshát kavicsmezőin találjuk elég tömegesen, mint *Querceto-Betuletum callunetosum*ot. A Kemeneshát kavicsmezejének további, északkeleti folytatásában eddig hiába kerestük, délnyugati folytatásában azonban helyenkint, egészen Zalafőig, mint a nyíres-tölgyes erdő degradációja tömegesen jelentkezik. így különösen méltán nevezetes a Vasvártól északkeletre eső Jeli-major kiterjedt szép *Betuleto-Juniperetum callunetosum*a.

Szentgotthárd körül és Körmend alatt, az Őrségben hasonló körülmények közt találjuk, itt Őriszentpéter, Dávidháza, Magyarszombatfa, Gödörháza vidéke, Istvánlak, a régi országhatárnál Vashidegkút vidéke, jelzik a dunántúli határvonal irányát. A Zalalövő alatti Méhesirsai erdőben egy fiatal *Pinetum silvestris* szélén látható kis Callunetum, a *Rhacomitrium canescens* társaságában, már eléggé kívül esik elterjedési vonalán. E szerint biztosra vehetjük, hogy Göcsej és Hetés vidékén elterjedési vonala az erdeifenyő vonalától jóval nyugatabbra húzódik és még kevésbbé terem Somogy megyében, annak ellenére, hogy homályos adatok vannak ottani előfordulásáról,[2] egy-két kétes ottani lelőhelyén hiába kerestük.

Tovább Jugoszlávia felé a határvonal ismét bizonytalanná válik, ismerjük például a Papuk-hegység több pontjáról, a zágrábi hegyekből; általában a horvát felföld csapadékdús, alkalmas talaján igen gyakori, sőt a Likában és a Krbavában a mészkő-

[1] BORBÁS: Vas vármegye flórája. 232. old.

[2] BORBÁS: Vas várm. fl. 133. BOROS: M. Bot. Lapok XXIII. 1924. 11.

rétegekre boruló agyagban mint kiterjedt *Calluneto-pteridietum* jelentkezik.[1]

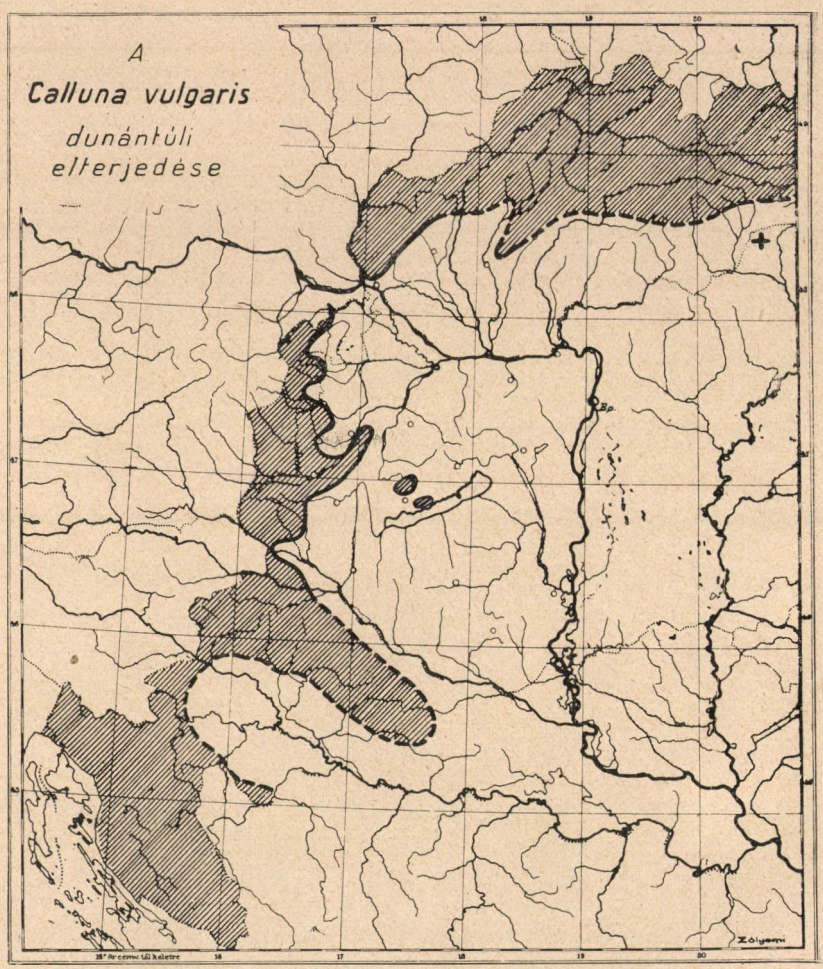
Ettől a folytonos határvonaltól keletre azonban van a csarabnak két szigetszerű balatondombvidéki, illetve bakonyalji előfordulása is. Szigetszerű t. i. abban a valószínű esetben, ha a csarab Türje, Egervár, Zalaegerszeg vonalában és a Marcal középső folyása táján, annak pannonkori agyagjában nem terem. Ennek a két szigetszerű előfordulásnak egyike a Sümeg, Nyirád, Tapolca közti terület, másika a balatoni felvidéken a Kisörsi-hegytől kezdve egészen a Révfülöpig és a Szepezd feletti Küszöborráig vonuló kopár keskeny kvarc-homokkővonulat. Itt a Kisörsi hegy keleti lankás, homokköves vagy konglomerátos lejtőin (északnak és délnek a kolostorromoktól), a Paptetőn és feljebb a Salföld felett a 246 és 237 méteres magaslatok oldalain, már igen szép, eléggé zárt állományait találjuk *Jasione montana* és *Cladonia rangiferina* társaságában, míg az ecseri rom felett és Kővágóörsön túl, a Küszöborra tövén már csak elszigetelt kis foltokban található. A Kisörsi hegyről id. Lóczy Lajos nyomán először László Gábor [2] és Mágocsy-Dietz Sándor [3] közölte.

A legszebb csarabállományok láthatók azonban az előbb említett Sümeg—Tapolca közti területen az Uzsa-pusztától 2—4 km-nyire északra, az állami út és a vasútvonal közötti ú. n. Úrbéri erdő majdnem észak-dél irányú harántvölgyelése (a Lesence száraz medre) mentén, annak a dolomitra ráboruló pannon emelet alatti sovány kvarcos homok- és konglomerát-talaján, közel négy négyzetkilométernyi területen. Ez a kevesek által ismert terület, évszázados tölgyes és cserfaligeteivel, nyíresével, seprőzanót, borókacserjéseivel, amelyek közé itt-ott már a fekete áfonya is vegyül és nyárvégi lila virág díszben pompázó, eléggé összefüggő csarabos állományaival, a Csonkaország legszebb, legérdekesebb vegetációs tájai közé tartozik, amelyhez foghatót másutt alig ismerünk, mert például a Vasvár alatti Jelipuszta vagy a többi praenoricum ismert

[1] Degen: Fl. Velebitica II. 325.

[2] A Balaton tud. tanulmányozásának eredményei I. 1. rész, 1913. 579. old.

[3] Bot. Közlemények 1914. 122.



1. ábra.

csarabosai már jóval szaggatottabbak és kisebb terjedelműek, vagy fiatal erdei fenyvesbe húzódnak.[1]

Kisebb Callunetumok még ettől északra és északkeletre, a

[1] Az Uzsa-puszta feletti csarabos, nálunk szinte egyedülálló sajátosságával és kedvező fekvésével, a természetvédelmi törvény oltalma alá kívánkozik és az illetékes szakkörök a védelem érdekében szükséges lépéseket már megtették.

Deáki-puszta körül, továbbá a Sárosfői erdő keleti szélén vannak,[1] ezenkívül adatunk van az Uzsa-pusztától északnyugatra eső Sarvaly-erdőből is.[2] SZÉP REZSŐ említi itt először az Uzsa feletti «Sümeg városi erdő» Callunetumát is, míg a Nemzeti Múzeum Növénytára ezt a területet 1927 óta tanulmányozza. SZENCZY kéziratának Keszthely-környéki *Calluna* adata is valószínűleg erre a területre vonatkozik.

Az uzsai Callunetum jellegzetes szigetszerű kifejlődését a talajviszonyokon kívül bizonyára sajátos helyi mikroklimatikus tényezők is befolyásolhatták. Bizonyára a legnyirkosabb és leghűvösebb bakonyalji területekkel van itt dolgunk, az itt tapasztalt nyárvégi korai ködök is ezt bizonyítják. A tapolcai lápteknőhöz csatlakozó Lesence-völgy számos hűvösebb klímára való havasalji, hegyvidéki és lápi növénye (*Carex Davalliana*, *C. umbrosa*, *Calamagrostis neglecta*, *Allium suaveolens*, *Primula farinosa*, *Nasturtium officinale*, *Pinguicula alpina*, az újabban megtelepült egy-két *Sphagnum*-folt *Drosera rotundifoliá*val, a Lesence-patakot kísérő ligeterdő szép *Prunus padus* állománya, a patak forrásánál legújabban felfedezett *Nephrodium cristatum*, azután az egész terület *Sarothamnus scoparius* tömegei) mind azt igazolják, hogy a Bakonyhoz viszonyítva, itt elütő, inkább a noricuméra és praenoricuméra emlékeztető klímahatások okozzák a vegetáció különlegességét.[3] Ennek tudható be, hogy a callunetum itt ilyen jellegzetes formáció gyanánt jelentkezik, annak ellenére, hogy erdeifenyő ezen a területen — ellentétben a fenyőfői előfordulással — legalábbis jelenleg ki nem mutatható, holott a *Calluna* a praenoricum és noricum területén az erdei fenyőhöz és a lúcfenyőhöz szívesen társul. Ellenben az uzsai Callunétumról is kimutatható, hogy csak úgy, mint Észak-Németországban vagy a mi noricumunk területén, a tölgyes vagy tölgyes-nyíres erdő degradációja gyanánt jelentkezik. DORNYAY BÉLA szerint az uzsai erdő — főleg kocsányos tölgy — hajdan nagy-

[1] RÉDL REZSŐ: Csonka-Magyarország legnagyobb csarabosa. A magyar kegyes tanítórend budapesti gimnáziumának 1937/8. évi értesítője.

[2] SZÉP REZSŐ adata. l. BORBÁS: Balaton fl. 256. old.

[3] Lásd még GÁYER: Vas vármegye fejlődéstörténeti növényföldrajza. 1925/26. 29. old.

mennyiségű tölgyfarönköt, hordódongát szállított (az egykori tölgyes hatalmas tanufái a sümegi út mentén ma is láthatók). Az erdő letarolása után a felszínre kerülő sovány konglomerátos vagy homokos talajban megjelent a nyír, a tölgyes cserfa-nyírfás legelőerdőnek adott helyet, melyben ezután a boróka és végül a Calluna telepedett meg. A *Quercetum cerris*, itt tehát *Asphodelus albus*sal is társulva, *Querceto-Betuletum callunetosum*má, majd *Betuleto-Juniperetum callunetosum*má, ez ismét helyenként *Juniperetum callunetosum*má és végül tiszta callunetummá degradálódott. Ez a degradációs folyamat áll be a noricum és paenoricum területén is, ahol a csarabos a *Quercetum sessilis* noricum degradációja gyanánt jelentkezik ugyan, de itt már mindgyakrabban az emberi beavatkozás révén többé-kevésbbé változó elterjedésű erdeifenyő kíséréjévé szegődve, a *Pinetum silvestris callunetosum* jellemző tagjává válik, bár eddigi megfigyeléseim szerint az erdeifenyőnek inkább csak szegélyét kíséri.

Az uzsai callunetumra jellemző a *Calluna vulgaris — Carex Fritschii* asszociációja; különösen a Lesencevölgy konglomerátosperemén a *Carex Fritschii*[1] helyenkint tömeges. Az egyik völgyhajlásban a csarabos nyíresben és bükkösben — ahol a laza sovány kvarc-homokot főleg a *Rhacomitrium canescens* var. *minus* köti le, az északi lejtőkön kisebb területen a *Vaccinium myrtillus*t 160—180 m tengerszínfeletti magasságban egyik legalacsonyabb hazai előfordulásában láthatjuk, *Campanula rotundifolia*, *Seseli annuum*, *Holcus lanatus*, *Molinia arundinacea* társaságában. Eléggé konstans elem a callunetumban mindenütt a *Pteridium aquilinum* is, úgyszintén különösen a soványabb homokban a *Corynephorus canescens*, kevésbbé konstans a *Jasione montana*, *Potentilla arenaria*, *Agrostis tenuis*, *Aira caryophyllea*, *A. capillaris*, *Festuca heterophylla*, *Sieglingia decumbens*, *Hieracium Bauhini*, *H. umbellatum* var. *linariifolium*, *Chondrilla juncea*, *Leontodon danubiale*, *Hypochoeris radicata*, *Galium verum*, *Euphrasia ericeto-*

[1] A *Carex montana* és *C. pilulifera* alakkörébe tartozó *C. Fritschii* Waisb.-t a Dunántúl subendemikus fajának tekinthetjük, amelynek az uzsai csarabos úgylátszik, egyik klimax területe. Borbás és Hegi tévesen tartják a *Carex montana* varietásának.

rum, Thymus chamaedrys, Pimpinella saxifraga, Helianthemum nummularium, Sedum boloniense, Allium montanum.

A cserjeszintben a termékenyebb talajban is gyakoriságával tűnik ki a *Sarothamnus scoparius*, amely itt GÁYER szerint is őshonosnak vehető. Ahol a konglomerát a meszesebb homoknak enged helyet, a *Quercus robur, petraea, cerris* aljnövénye gyanánt megjelenik az *Asphodelus albus.* A dolomitplató, melynek horpadásában a Lesence felső völgyének kvarckonglomerátja nyugszik, a völgy felső végén már jellegzetes kopár lejtők alakjában búvik elő; ilyen a Tomborcsertető 207 m (újabban 203 m), tovább keletre a Hármashegy 293 m magas dombja. Ezek a dolomitlejtők már jellegzetes bakonyi dolomitlakó elemeknek adnak helyet, — a Tomborcsertetőn *Daphne cneorum* és *Leontodon incanus* is díszlik — a dolomitra fekvő kötöttebb homokon, tölgyes ligetekben *Anthericum ramosum, Allium flavum, Chrysopogon gryllus, Carex humilis, Adonis vernalis, Cytisus austriacus, Seseli dévényense, Peucedanum oreoselinum, Centaurea Fritschii* részben tömegükkel is jellemzők.[1]

A nyugati praenoricum *Pinetum silvestris* callunetosuma, illetőleg inkább az egykori erdei fenyves állományok helyén keletkező szegényes *Calluna*-asszociáció meglehetősen azonos az uzsai callunetum asszociációjával, de a környező flóra számos más eleme is keveredik beléje, a magyar noricumban pedig a *Vaccinium myrtillus* már igen gyakran mint karakter faj elegyedik vele. A Rába jobbparti kavicsmezőin, Őriszentpéter mellett például a Callunetum jellemzőbb növényei: *Betula pendula, Salix aurita, Pteridium aquilinum, Sieglingia decumbens, Briza media, Aira caryophyllea, Holcus lanatus, Molinia coerulea, Rumex acetosa, Stellaria graminea, Moenchia mantica, Rosa gallica, Lotus corniculatus, Genista sagittalis, G. nervata, G. germanica, Betonica officinalis, Knautia drymeia, Galium verum, G. mollugo, Campanula patula, Jasione montana, Chrysanthemum leucanthemum, Erigeron acer, Carlina vulgaris, C. acaulis, Tragopogon orientalis, Leontodon hispidus, Hieracium umbellatum.*

Az egész Őrség és bizonyára az egész határszéli praenori-

[1] L. még RÉDL REZSŐ: A kegyes tanítórend budapesti gimnáziumának 1937/8. évi értesítőjében.

cum callunetumainak karakternövénye és tavaszi virágdisze továbbá a *Daphne cneorum*.

Jeli-puszta Callunetumát AMBRÓZY-MIGAZZI ISTVÁN gróf[1] és GÁYER GYULA[2] ismertette, a sittkei cserfaerdő «ericetumáról» BORBÁS VINCE számolt be.[3] A Callunetum karakter növényei nyugat és észak felé természetszerűen fokozatosan változnak. Az északnémetországi Heide karakternövényei a mieinkkel már csak kisebb részükben azonosak,[4] az atlanti óceáni nyirkos klíma teljesen fátlan Callunetumai — «a savanyú talaj stvepmezői» — pedig az asszociáció jellegében a másik szélsőséget képviselik. Éppen ezért a növényszociológia újabb megállapításai szerint a mi Callunetumaink csak igen nehezen sorozhatók be a kifejezetten atlanti klímára jellemző *Calluneto-Ulicetalia* (Quantin, 1935) Tx. 1937. (*Ulicion* Malcuit 1929) asszociáció sorozatába. Ilyen szempontból is tehát hazai Callunetumaink szociológiai viszonyai további megfigyelésekre szorulnak.

Összehasonlítva a dunántúli Callunetumok talajának pH. értékét, a talaj aciditását a külföldi mérésekkel eléggé egyezőnek találjuk. «Ortstein»-képződést nem figyeltünk meg, ha van, alárendelt szerepet játszik. A nálunk mért legalacsonyabb pH. érték 4·3, a legmagasabb 6·4. Ennél savanyúbb talajok csak a Kárpátok övében, ott figyelhetők meg, ahol a *Calluna* nagyobb esőmennyiség mellett *Vaccinium*okkal vagy *Nardus*sal társul.

Az eddig végzett talajmérések pH. értékei (ZÓLYOMI BÁLINT kartársam mérései, kolorimetrikus eljárással, Kühn-féle készülékkel):

Callunetum, Salföld mellett a Kisörsi-hegy nyúlványán (216 m-es magaslat) vörös homokkő (1938. aug. 6.) ..... pH. 4·3

Callunetum, Kékkút alatt, 237 m domb oldala, vörös homokkő. pH. 4·7

Callunetum, Kisörsihegy—Ábrahámhegy között vörös homokkő. pH. 4·5

---

[1] Bot. Közlem. 1922. 131. old.

[2] Term. Közlöny Pótfüz. 1922. 57. old.

[3] Vas vármegye flórája 97. old.

[4] L. P. GRAEBNER: Die Heide Norddeutschlands 1909. 149. old.

Betuleto-Callunetum, sümegi «Hálás» alatt, sovány homok. pH. 4·8—5·0

Betuleto-Juniperetum callunetosum, Uzsa-puszta, Lesence-völgy keleti oldala, kvarckonglomerát ..... pH. 6·4—6·2

Betuleto-Callunetosum, Uzsa-puszta, Lesence-völgy keleti oldala, homokos kavics ..... pH. 5·3—5·4

Pinetum silvestris callunetosum, Zalalövő alatt Méhesirsai erdő, agyagos kavics ..... pH. 4·9—5·0

Quercetum callunetosum (kocsántalan tölgyes széle), Németújvár, Pounici erdő, agyagos kavics ..... pH. 4·7

Pteridietum callunetosum, Horvátország, Gospić, Brušane felé, agyag ..... pH. 4·6

Callunetum vacciniosum, Krasznahorka felett, Prikrjad csúcsa alatt, andeziten nyugvó agyag ..... pH. 4·0—4·5

Quercetum (Quercus cerris, petraea, lanuginosa, Fraxinus ornus, Viscaria vulgaris, Sedum hispanicum, Hieracium florentinum) Balatonalmádi–Káptalanfüred, permi homokkő pH. 4·55

Chrysopogonetum, a callunetum szomszédságában, Uzsa-puszta felett, kötött homok ..... pH. 7·3

A csarabnak a mellékelt térképen (l. 8. oldal) feltüntetett elterjedési vonalát, sajnos, még mindig nem tekinthetem véglegesnek, mert az itt meghúzott vonal számos pontján, a vasúttól távolabb eső helyeken szakember még máig sem kutatott. Ezeknek a területeknek, pusztuló erdőinknek és a *Calluna* növénytársulási viszonyainak tanulmányozása a jövő hálás feladatai közé tartozik.

II. *Asphodelus albus* Mill.

A Dunántúl egy másik érdekes virágdísze az *Asphodelus albus* Mill. (=*ramosus* Kit., non L.). Méternyire megnövő tőkocsánya, eleinte barnás, később fehér tömött virágfürtje, ívesen hajló keskeny levele, valóban egy liliomfélének legszebb típusát mutatja. A magyar nép genyőtének, kenyétének hívja, amivel a gyökér gumójának nyálkatartalmára céloz, hívja ökörfarknak is, de szépségében is gyönyörködik, amikor a királyné dárdácskája, királyné gyertyája nevével ékesíti fel. Hazája Dél-Európa hegyvidéke, Spanyolországtól kezdve egészen nyugati Bulgáriáig. Testvérfajai,

főleg a mieinkhez hasonló *Asphodelus microcarpus*, a Földközi-tenger partvidékét, a szorosan vett mediterraneiszt lakják.[1] A mi fajunk, az *Asphodelus albus* Dél-Európa hegyvidékein nyílt, füves, ligetes helyeken, sovány, köves, agyagos vagy homokos lejtőkön átlagban 600—1400 m tengerszínfeletti magasságban, a Quercion és még gyakrabban a Fagion övében található, az Alpok déli völgyeiben kivételesen 2000 m magasságig is felhatol, e szerint mediterrán-montán, illetve ADAMOVIĆ legújabb beosztása szerint neomediterrán növényelemnek mondhatjuk, melynek elterjedési centrumát a Déli-Alpok, az Apenninek és az illir hegylánc adják.

Magyarországi elterjedése, mint egész elterjedésének legészakkeletibb, elszigetelt, discontinuus nyúlványa, a Transdanubicumnak három, egymástól eléggé elkülönült foltjára szorítkozik. A legnagyobb elterjedési területe a Rába jobbpartján húzódó, már említett diluviális kavicsmezőtől kezdve a Bakonyig terjed. Kezdődik tehát ez a terület az úgynevezett Hegyhát és Kemeneshát, a Farkaserdő és Csererdő nagykiterjedésű, északkeletnek húzódó gyenge emelkedésén, kb. Vasvár és Oszkó vidékétől egészen az Ostffyasszonyfa alatti Sittkei erdőig. Részben tehát ugyanazon a területen nő itt, amelyre a *Calluna* is felhúzódik, de míg emez inkább a kavicson nő, az Asphodelus az agyagos, porondos helyeket foglalja el, a tölgyes, cserfa erdő vagy nyíres kísérője gyanánt. Érdekes, hogy erről a területről és egyáltalában Magyarországról az *Asphodelus*t az irodalomban először nem Vas vármegye zseniális első kutatója, a XVI. század vége felé itt járt CLUSIUS említi, — a Rábán túl a Kemenesen, annak a töröktől való veszélyezettsége miatt CLUSIUS nem járt — hanem a derék, eleventollú VESZELSZKI ANTAL írja róla először 1798-ban megjelent munkájában,[2] «kivált a Kemenes és a Farkas erdején teremni bőven láttam». Azóta az erdőirtás, kultúra következtében az *Asphodelus* itt és egyebütt a Dunántúl erősen megritkult. A Kemenesháton a Vasvár—Oszkó-Kökényesi domb (BORBÁS) Jeli hálás környéki termőhelyek,

[1] Utóbbiról már Homeros is megemlékezik. A hitrege szerint az alvilág lelkei az Elysionban *Asphodelus*-mezőkön libegtek tova, a növény földalatti gumói pedig a halottak eledeléül szolgáltak.

[2] VESZELSZKI: A növevény plánták országából való gyüjtemény 79. old. tévesen *Asphodelus luteus* néven.

továbbá a Sittkei erdő méltán híres *Asphodelus* állományai közt jelenleg csupán csak Káld mögött, a Hidegkút alatti Macskatónál ismerjük (JÁVORKA—ZÓLYOMI, 1938), ahol éppúgy, mint a Kabhegyen, *Hemerocallis flava* társaságában láttuk. A Kemenesháttól keletre a Marcal és Kemenesalja lapályáról, a Karakói erdőt (WAISBECKER) kivéve nincs adatunk, csupán KITAIBEL közli horvátországi naplójában egy pusztuló erdőből Merse és Pórszalók között. A nyugati Bakony alján és a Bakonyban tűnik fel újra tömegesebben, ahonnan először szintén KITAIBEL kéziratai közlik. KITAIBEL horvátországi naplója (Diarium itineris croatici anno 1802) többek közt a következőkép emlékezik meg róla: ...Pápateszér. Im Wald sehr viel *Asphodelus ramosus*... in die Wälder bey Ugod... *A. ramosus* genyéte. Sues hyeme edunt radices; oves teneras herbas carpunt, sues aestate non egent alio pabulo... In Dáka der Boden ist durchaus von Pápa her etwas sandig, doch fruchtbar. *Quercus pubescens*... Auch hiemit sehr viel *Asphodelus*, die die Deutschen Aderköpfe (Natterköpfe) nennen. Das dürre Kraut frisst das Vieh im Heu... Bey Salamon, die waldigte Viehweide, von Eichen und Birken auf einem sandigen Boden stehend, ist vom vielen *Asphodelus* verdorben. In Sümegh... auf trockenen Stellen viel *Asphodelus*. In der waldigen Weide, welche nach Mihályfa gehört, ist wieder viel *Asphodelus*... In Szalapa Wald aus Birken u. Eichen mit viel *Asphodelus*. In Türgye, der Wald durch den man fährt, mit Birken, Eichen u. *Asphodelus*...»

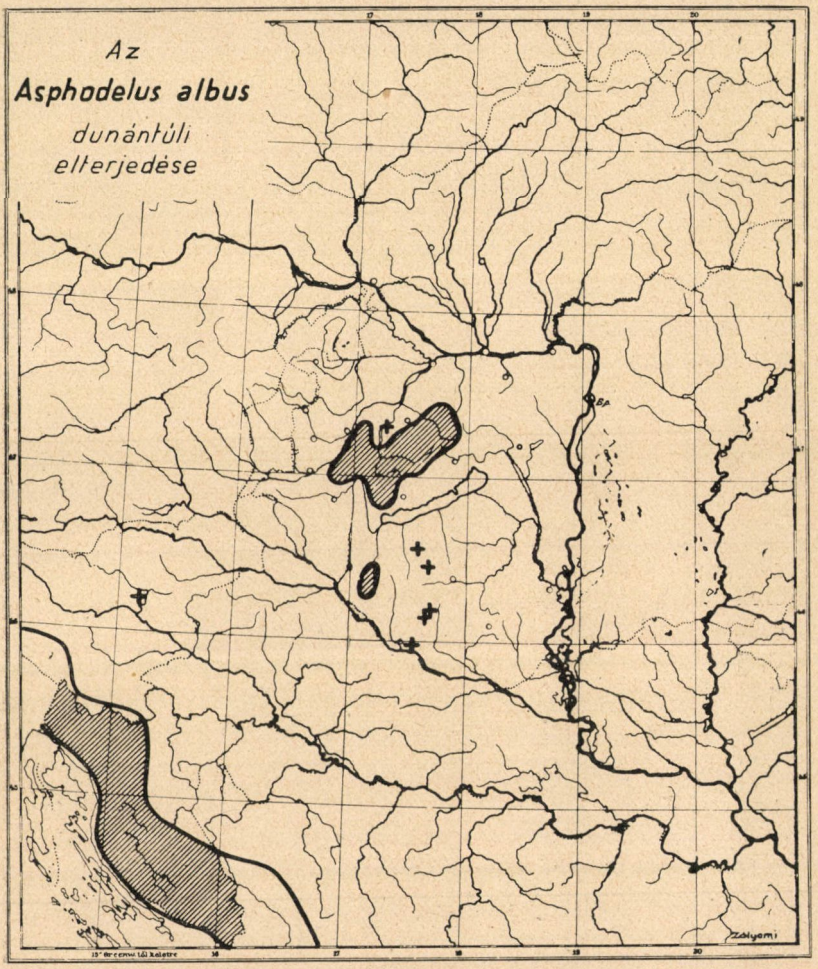
Legújabban Türje felett (a türjei erdőben) és Zalabér felett a szajkai erdőben is láttuk (JÁVORKA, ZÓLYOMI 1938). A türjei és szalapai termőhelyek már a Sümeg-környékiekhez nyernek csatlakozást. A KITAIBEL kéziratiban felsorolt adatokkal együtt tehát a Pápa alatti Dáka község, Pápasalamon, Bogdány, Tapolcafő, Ugod, azután beljebb a Bakonyban Jákó, Iharkút, Városlőd, Herend mellett a Feketehegy (SIMONKAI), Kőrishegy, Kékhegy-környéke, Márkó (PILLITZ adatai), a Cuhavölgy és Hódosér között (RÉDL REZSŐ), azután Bakonyszentlászló, Gelencsér, Bakonytamási, Pápateszér jelzik dunántúli és egyúttal középeurópai legészakkeletibb elterjedési pontját. A veszprém—városlőd—devecseri vasútvonaltól délre, Urkut (KITAIBEL) és a nevezetes Kabhegy is ismert termőhelye. A Kabhegynek főleg a 600 m-es csúcsa

körül található, másik ritka növénytársával, a *Hemerocallis flava*-val egyetemben.[1] A nagyvázsony—tapolcai országutat kelet felé már nem lépi át, az Agártető környékéről sem ismerjük, de Tapolca lapályán teljesen nyilt terepen, a nyirkos rétség kis emelkedésén Raposka felé még igen szép állományát találtuk, *Lathyrus pannonicus* társaságában. Közvetlen szomszédságában már *Stipa Joannis* és *Campanula sibirica* díszlett. Tapolcán túl még ott találjuk Karmacs, Rezivár, a Lázi-hegyek, a büdöskúti völgy környékén. Innen kezdve Vasvárig, tehát délnyugat felé való elterjedésének határait még nem ismerjük pontosan, de valószínű, hogy a Zala-folyó északi könyöke alatt már nem terem, vagy ott legalábbis igen ritka. Annál gyönyörűbb állományait élvezhetjük, különösen virágzása idején, május derekán, a magas Bakony délnyugati lábánál, Devecser és Sümeg között a sárosfői puszta feletti Meggyes-erdőben és még inkább a sárosfői tölgyes erdő délnyugati részein (gr. Eszterházy Tamás vadászkastélyától nyugatra és délre a Meleg-patak közelében) 180—200 m tengerszínfeletti magasságban, ahonnan ugyancsak több négyzetkilométernyi területről Rédl Rezső tanár[2] ismertette. Ez a sárosfői termőhely, továbbá a már említett sittkei és farkaserdei termőhelye sok ezernyi példány-számával kétségkívül szintén az ország egyik legszebb természeti látványossága, amely remélhetőleg továbbra is bántatlanul fogja kevésszámú látogatóját gyönyörködtetni. Ennek a területnek alsó folytatásában, a Deáki-pusztától keletre (Alsónyírádi erdő) és délnyugatra az uzsai csarabos irányában, végül az uzsai csarabosnak különösen keleti szegélyén és az ú. n. Kisbakonyban hol seregesen, hol szálanként tűnnek fel jórészt meddő, itt-ott virágzó példányai. Utóbbiak, a virágzás idején, május derekán az ugyanakkor nyíló *Sarothamnus* sárgába borult bokraival egyetemben valóban felejthetetlen látványt nyujtanak.

Az *Asphodelus*nak egy másik, kisebb elterjedésű területe van Somogy megyében, az Inke, Szenta, Somogyszob körül húzódó homokos erdőségekben, különösen a Szentai erdőben és a Rinya

[1] Gáyer: Vas vármegye fejlődéstörténeti növényföldrajza 29. old.

[2] Veszprémi Kegyesrendi Gimnázium 1929/30. évi értesítője 5. oldal. (Sep.)



2. ábra.

erdőben[1] és tovább északkeletre Mezőcsokonya alatt Somogyfajsz körül.[2] Végül egy harmadik területen Gyöngyös-puszta mellett (Boros) és Homokszentgyörgytől keletre, továbbá Drávatamási mellett; utóbbi helyekről ismét Kitaibel szlavóniai

[1] Boros: Magy. Bot. Lapok XXIII. 29.
[2] Kitaibel: Iter slavonicum kézirata.

útjának emlékiratai emlékeznek meg, aki Somogy megyében is az *Asphodelust* általában gyakorinak mondja. Ma itteni, délkeleti elterjedéséről 130 év múltán is alig tudunk valamit. Ez a körülmény is mutatja, hogy az ország szívétől távoleső, nehezen hozzáférhető helyeken, mint Zala, Somogy, Baranya déli része, még igen sok teendő vár a kutatóra, már azért is, mivel a kultúra itt is mind kisebb területekre szorítja az ősi növénytakarót.

Amint látjuk, az itt vázolt magyarországi termőhelyei ennek a díszes növénynek rendkívül érdekes kiugrást mutatnak a fajnak déleurópai elterjedési körében. Az Alpok déli völgyeiben t. i. az Asphodelus még felhatol ugyan Dél-Svájcig, azután Dél-Tirolig, de határvonala tovább keletre Karinthiát már nem éri el. Krajnának is csak a déli részét érinti, innen délkeletre csupán a déli Stájerország legdélibb részén, Celje (Cilli) alatt, a Merzlica-hegy tetején, 1000 m magasságban mint styep-maradványt találjuk.[1] Elterjedési vonala innen a Karszt-vidéken át délkeletre fordulva Modrus-Fiumén, Likán és a Dinara-hegyláncon keresztül le egészen a Pindos-hegyláncig és keletre egészen Szófia vidékéig húzódik. Olaszországban pedig az Alpokon kívül csak az Apenninekben találjuk, mindenütt a tölgy- és bükkerdő övében. Mindenesetre az illir flóraterületen mint xerothermikus flóraelem jelentkezik. A magyar, dunántúli előfordulása tehát teljesen szigetszerű, discontinuus. De míg Dél-Európában rendesen nyilt, füves helyeken, legtöbbször 600—1400 m közti magasságban van otthon, nálunk, bizonyára a szárazabb levegőt és a téli keményebb fagyok hatását kerülendő, az alacsony dombvidéket, a páradúsabb erdőszélét, a ritkás ligetes erdőt kedveli és általában 120—200 m magasság közt tenyészik, csupán a Kab-hegy tetején megy fel 600 m magasságig. Nálunk a kocsántalan vagy kocsános tölgy, ritkás csererdő aljnövényzetébe telepszik, tehát a *Quercion roboris-sessiliflorae*, az acidiphil tölgyesek asszociációjának tagja; vagy kökény- és galagonyabokrok közé, tehát cserjeszintbe telepszik, ahol *Pteridium aquilinum*, *Festuca heterophylla*, *Carex montana* és *C. Fritschii*, néha *Veratrum nigrum* lesz a megszokott társasága, a kavicsos vagy sovány, agyagos vagy mésztelen homokos talajjal éri be, a kulturált

[1] HAYEK: Engler's Bot. Jahrbücher 37. 1906. 354, 369.

helyeket pedig kerüli. Ha erdőszélre vagy erdei tisztásra talál, ott rendesen sűrűbb állományokba áll össze ; ahol azonban az erdő idővel föléje záródik, ott már alig jut virágzáshoz, lassan kivész, vagy legföljebb tengődik. Ilyen helyeken egy újabb erdővágás, csak úgy, mint pl. a *Hemerocallis flava* esetében, tenyészését újból életrekelti.

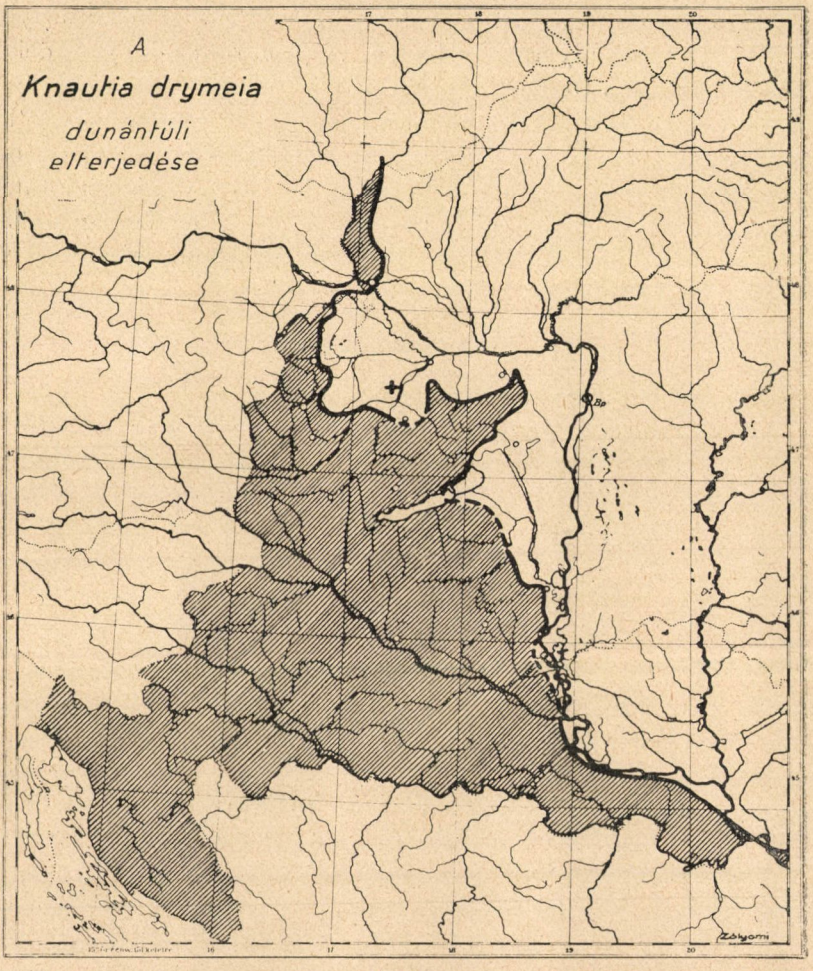
Mivel a mediterrán-montán zóna őszi csapadékmaximuma a Dunántúl délnyugati felében tapasztalt és az illir hegyláncok hatását jelző csapadékviszonyokkal eléggé egyezik,[1] ebben a megegyezésben kereshetjük az *Asphodelus* dunántúli tenyészetének előfeltételét, míg az ugyancsak a mediterrán-montán övben uralkodó nyári aszályt, illetve a kellő nyári melegösszeget az *Asphodelus* csak a Dunántúl legmélyebben fekvő lapályos területein kapja meg. Mivel nálunk a szélső nyugati hegyvidék nyara már jóval hűvösebb, részben ezzel magyarázhatjuk az *Asphodelus*nak a Rábától nyugatra való hiányát. A Rába keleti partján (a Farkaserdő és a Csererdő vonulatán), de még Devecser és Sümeg között is mint flórahatáron ezért találkozik össze az *Asphodelus* a *Callunával*, holott mind a kettő más-más növényszövetkezet tagja és bevándorlási irányuk is különböző. Mindenesetre a praenoricum egységes képét az *Asphodelus albus* elterjedése elég feltűnően megbontja és a Rábán-inneni részt inkább a Bakony délnyugati, hűvösebb részéhez kapcsolja. Lehetséges, hogy az *Asphodelus* a jégkorszak után itt kialakult ú. n. silvoso-pannonicum, tehát magyar típusú tölgy- és csererdő ősi eleme volt, amely a jégkorszakokban ismételten történt visszahúzódás, majd újra való előnyomulás idején az illir hegyláncolattal, mint legközelebbi elterjedési területtel való kapcsolatát elvesztette, ellentétben más illir (pl. *Cotinus*) elemekkel, melyekkel ez a közbülső kapocs többé-kevésbbé ma is fennáll. Az *Asphodelust* így az illir hegylánc felől hozzánk, a magyar Transdanubicum középső részére telepedett mediterrán-montán, illetve neomediterrán elemek, szorosan véve pedig a karszt-elemek egyik legfeltűnőbb tagjául kell tekintenünk. (l. 2. ábrát)

[1] Lásd KEÖPECI NAGY ZOLTÁN klímazonális térképét. Éppen az *Asphodelus* elterjedése közelfekvőnek teszi a feltevést, hogy a mediterrán jellegű csapadékmaximum határa feljebb, Sárvár—Pápa vonaláig is kitolható.

III. *Knautia drymeia* Heuff.

Egy harmadik dunántúli növényünket, a *Knautia drymeia* Heuff.-t, a magyar varfüvet, illir vagy nyugatpontusi flóraelemnek számíthatjuk. Elterjedésének centruma a Nyugati-Balkán, tehát főleg az illir hegylánc és a Keleti-Alpok; mégpedig elsősorban Keleti- és Déli-Stájerország és Alsó-Ausztria, föl egészen középső Morvaországig és elszórtan egészen a szász Svájcig, nyugat felé pedig Dél-Tirolig és Déli-Svájcig, közelrokon alakjai pedig egészen a Tengeri-Alpokig hatolnak. Szerbia felől ugyan az Alduna mentén felhatol egészen a Szarkó-havas környékéig és Lugosig meg Versecig, nyugat felé azonban határvonala visszaszorul a Duna jobbpartjára, ahol pl. a Fruska-Gora erdős ligetes helyein tömegesen látható. A Dunántúlon a Noricum és Transdanubicum területén a lombos erdők szélén mindenütt el van terjedve. Itteni határvonala sokban követi a *Calluna*, a *Primula vulgaris*, a *Cyclamen* határvonalát. A mellékelt térkép szemlélteti a pontosabb elterjedését. E szerint ott találjuk Pozsony és Pozsonyszentgyörgy ligeteiben, a Lajta-hegységben, a Soproni és Kőszegi hegyekben, a Kemenesalján a Ság-hegy vidékéig; Győr megyében a Bakony felől felhúzódó hegyhát völgyeiben Ravaszdig, Tényőig, Felpécig (Polgár Sándor) hatol fel, a Bakony és Vértes erdeinek, nyirkos berkeinek egyik jellemző ékessége. A Vértesben ritkul ugyan, de még Felső-Galla, Szár mellett és a Gerecse vidékén Agostyán mellett is megtalálta Gáyer Gyula. A Velencei-hegységet már kikerüli. A bakonyi Várpalota mellett a Burok-völgyön át lehaladva, határvonala a Bakony északi partján, úgy látszik, megkerüli a Balatont, hogy aztán Kaposvár és Szekszárd környékét érintve, a baranyai hegyekben és bizonyára a dunaparti berkeken át kerüljön le a Duna túlsó partjára. Külső Somogyból és Tolna megye északi részéből nincsenek felőle adataink, ezek a területek ma is még botanikailag felkutatlan helyeink. Balatonszemes melletti (Csapody Vera) és a tolnamegyei Lengyel- és Kurd-környéki előfordulása mégis valószínűvé teszi, hogy Somogy és Tolna határterületein, a nyirkosabb erdőkben még megtalálja létföltételeit.

A *Knautia drymeia*, amint fajneve is mutatja, elsősorban a tölgyesek kísérő aljnövénye, észak és északkelet felé azonban a



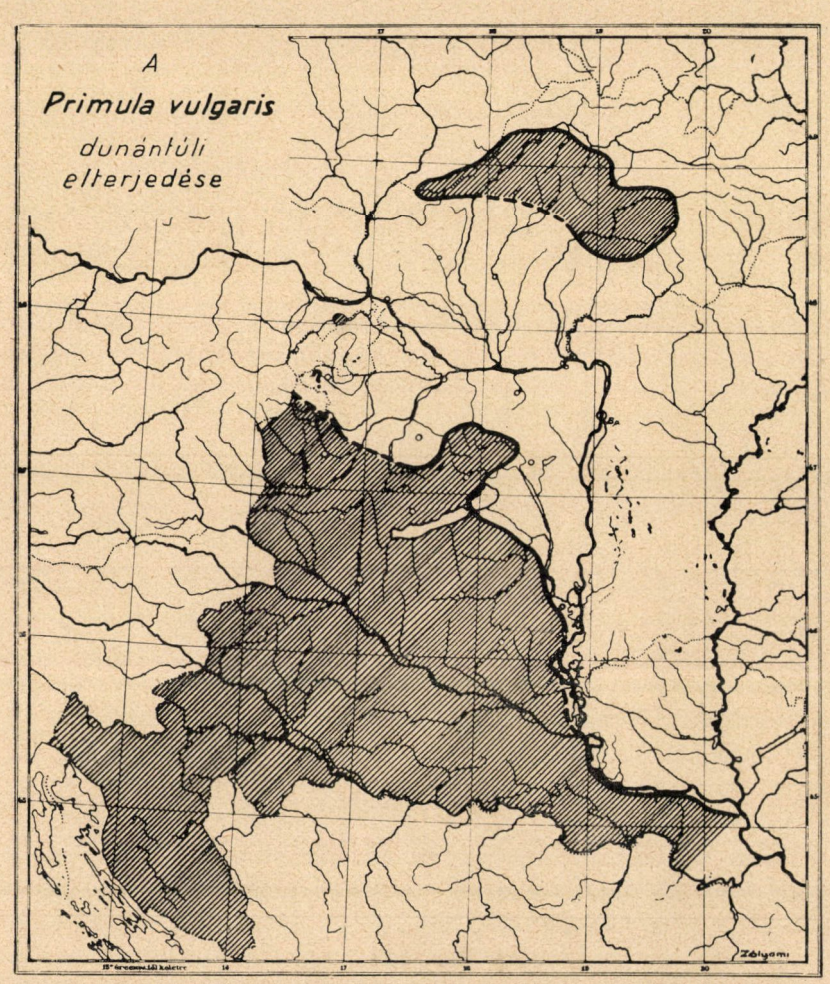
3. ábra.

bükkel kevert erdő nyiltabb vagy vizesebb helyén is jól érzi magát, az Alpokban, a magyar Noricumban és Praenoricumban pedig a lúc- és erdeifenyő alján is találjuk. Talajnemben nem válogat, hanem bizonyosfokú nyirkosságot kíván, ezt pedig részben a Dunántúlnak északmediterrán jellegű őszi és tavaszi csapadékmaximumában, részben az elegendő átlagos havi csapadékban kapja meg, ezeknek hiánya tehát északkelet és főleg a Magyar-

Alföld felé való terjedésének szab gátat, azért már a budai hegyvidék nyáron aszályosabb területén, vagy pl. Simontornya erdeiben sem találjuk. Dunántúli határvonala tehát elég szépen összevág a mi noricumunk, praenoricumunk és praeilliricumunk keleti határvonalával és a Magyarország klímatérképén feltüntetett téli hideggel bíró összefüggő zónát nálunk nem, vagy alig lépi túl. Ez a körülmény pedig valószínűvé teszi, hogy hazánkban való betelepedése a jégkorszak utáni melegebb, párásabb, esősebb időszakok beálltával következett be.

IV. *Primula vulgaris* Huds.

A *Knautia drymeia*-éhoz hasonló elterjedést mutat a Dunántúlon a *Primula vulgaris*, a közönséges vagy szártalan kankalin, melyet a Dunántúl népe koratavaszi virágzása miatt Józsefvirágnak és színe után zsibavirágnak, néhol mennyország kulcsának hív és különböző színű változatokban kertekben is termeszt. Inkább hegyvidékekre szorítkozó atlanti és neomediterrán flóraelem, nyirkosabb tölgy- vagy kevert erdőkben, ligetekben, vízpartokon mindjárt a hó eltakarodása után nyílik. Határvonala a Soproni-hegységben lép be hazánk földjére, a Lajta-hegységben még nem terem, csak a Bruck melletti városi erdőben van egy elszigetelt termőhelye. Sopron körül pedig csak kétes adatait ismerjük ; a határvonal azután eléggé azonos a *Knautia drymeia* vonalával, azonban a Vértesből már nem ismerjük biztosan, csupán a nyugati szélén, Csákvár körül találta Kerner Antal. Somogy megyének északi részében is elég gyakorinak kell lennie, mert Szántód—Balatonföldvár között is ismerjük (Szepesfalvi János adata). Tolna megyének több pontjáról is (Gyönk, Lengyel, Szekszárd vidéke) ismeretes. A hideggel szemben kevésbbé érzékenynek kell lennie, mint pl. a *Knautia drymeiá*nak, mert a Keleti-Alpok szegélye felől a Kárpátok övébe is felhatol és a nyitrai határszéli Javorina, azután a trencséni Szulyói-völgy, Znióváralja, Besztercebánya, Breznóbánya, Selmecbánya közti területen is találjuk (ez a terület is egybevág némileg a mediterrán jellegű itteni csapadékmaximummal). Azután nagy ugrással feltűnik az Északi-Kárpátok előhegyein, Bereg megyétől Szatmár megyéig, Besztercenaszódig, Szolnok-Dobokáig, onnan szakadozott foltok-



4. ábra.

ban Erdély nyugati szélén és Temesvár vidékén keresztül a Bánságban fut össze a Duna jobbpartján vonuló elterjedési vonalával. Amint látjuk, a HEGI munkájában[1] közölt elterjedési térképének magyar része nagyon hézagos. Európai elterjedési térképe különben szemléltetően mutatja, hogy a szigorú hideg telet nem bírja

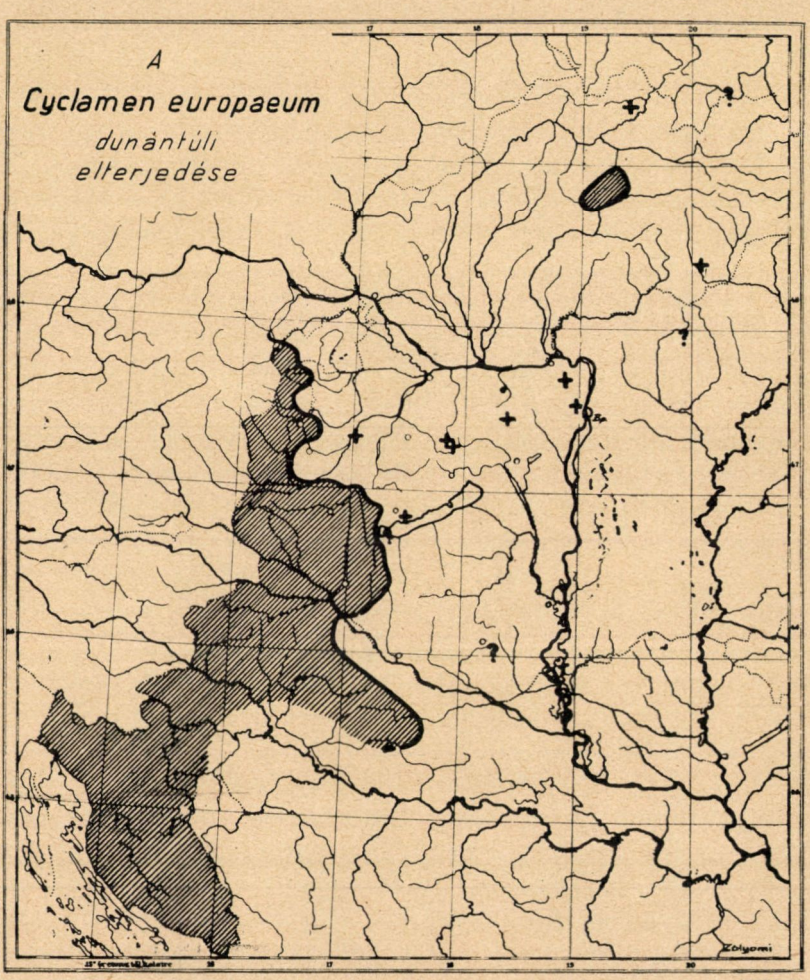
[1] Ill. Flora v. Mittel-Europa. V. 3. 1744. old.

és a viszonylag enyhetelű tájakat lakja, vagy a korán kitavaszodó melegebb hegyoldalakra vagy völgyekbe húzódik. Ezért találjuk még fönt a norvég tengerpartok völgyeiben is, de az Alpok központi részét vagy a Kárpátok zordabb övét már nem bírja és nem bírja Kis- és Nagy-Alföld szélsőséges, hidegtelű klímáját sem. Amiért elterjedése mégis túlmegy a KEÖPECZI NAGY ZOLTÁN-féle klímatérkép meleg, mérsékelt esőzónáján, annak mikroklimatikus okai lehetnek.

V. *Cyclamen europaeum* L.

Még egy, a Transdanubicumra jellemző növénnyel foglalkozhatunk itt részletesebben, ez a széltében ismert és illatos virágjáért kedvelt növénye a Dunántúlnak: a *Cyclamen europaeum* L. A nép köznapi nyelvén kunrépa, disznórépa, disznókenyér a neve, utalással a földalatti gumójára, mely a multban a makkoltatások korszakában a disznóknak szolgálhatott táplálékul, amely körülmény azután a Dunántúl nyugati vidékein bizonyára a Cyclamen erős megritkulásához vezetett. A *Cyclamen* nemzetség életjelenségeit különösen FR. HILDEBRAND ismertette részletesen.[1] A *Cyclamen* összes fajai a Földközi-tenger vidékén, mégpedig annak inkább keleti részében honosak, csupán a Cyclamen europaeum terjedt el az Alpok nyugati széléig. Submediterrán elemnek nevezi BRAUN—BLANQUET a *Cyclamen europaeum*ot, melynek elterjedési centruma a Keleti- és Délkeleti-Alpokra, továbbá a nyugatbalkáni Illir-hegyláncra esik. Innen sugárzik ki a Dunántúlra és a Magyar-Középhegység, a Matricum egyes dunántúli pontjain át mégegyszer szigetszerűen felbukkan a Nagy-Fátra környékén, ugyanott tehát, ahol néhány alpesi vagy illir társa, az *Amelanchier*, *Hacquetia*, *Aethionema*, *Primula vulgaris* is, dúsabb csapadékot kapva, szintén szigetszerűen előfordul. (Néhány kétes adat még Árvavára mellől, a Pienninekből, Rimaszombat mellől és a Mátrából közli.) Egykori valószínű jégkori vándorlásának mai összekötőkapcsát a Bakonyban, a Vértesben, a budai és pilisi hegyekben levő elszórt termőhelyei adják. A délnyugati Bakonyban Rezivár alatt, Zalaszántó mellett (DORNYAY BÉLA adata), a Badacsonyon a Rózsakő felett

[1] Die Gattung *Cyclamen*. Jena, 1898.



5. ábra.

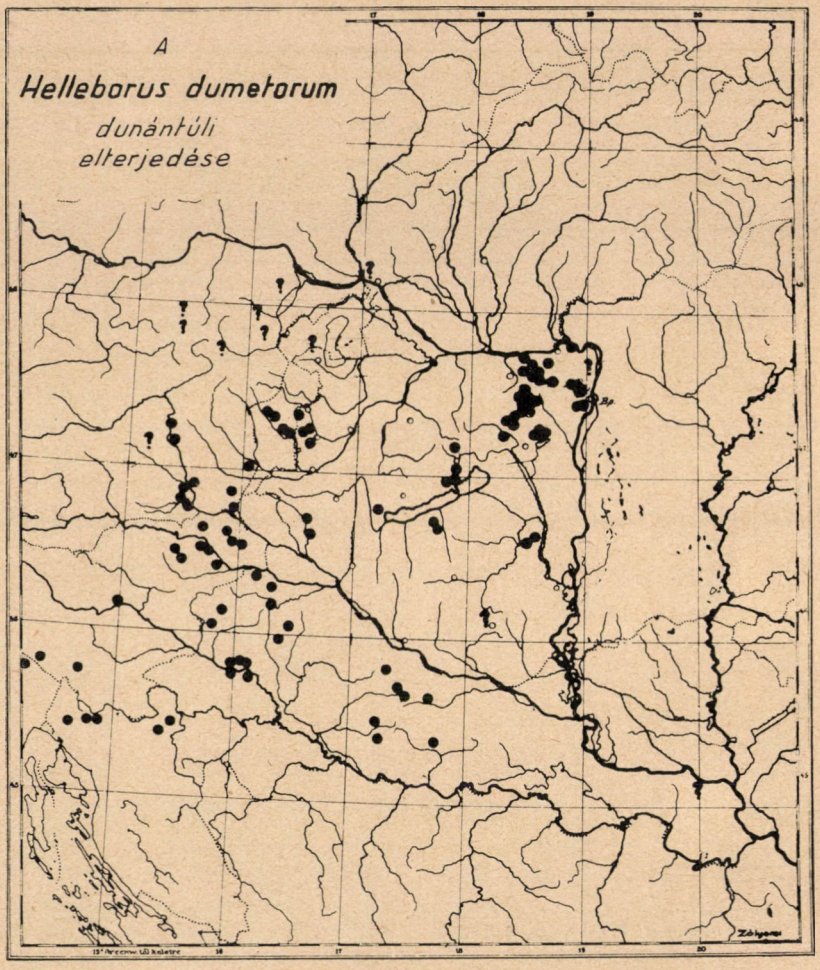
(itt Mihályfi Ferenc találta, Entz Géza közlése, 1939) azután Zirc felett a Hódosér mentén (Pillitz) Szentgál felett (Gáyer Gyula szerint) és Porva mellett (Rédl Rezső); a Vértesben Mindszentpusztán (Láng Gyula), a budai hegységben a Jánoshegyen (Simonkai) és még nemrégen a Vadaskert oldalán (Moesz Gusztáv), azután elég bőven a Pilis-hegy lábánál Pilisszentkereszt felett (Lengyel Géza) ismerjük, Veszelszki Antal szerint még «a Duna

mentében Pesthen alól» is termett. Mint mesophyta növény a *Cyclamen* is a nyirkosabb bükkös- és tölgyes-erdők barna talaját kedveli, déli Zalában a pannoniai agyagban és márgában árnyas, lombos ligetekben terem, a Borostyánkő-hegységben azonban már fenyvesben is találjuk. A Dunántúlon való összefüggőbb elterjedése pedig némileg a *Calluna* határvonalát követi. Ez a határvonal a Bécsi-medence keleti széleiről lép be Kismarton mellett (Kishőflány felé) hazánk földjére,[1] azután magábafoglalja a Soproni- és a Kőszegi-hegységet, ahol helyenként bőven terem. CLUSIUS is mindenfelé gyakorinak mondja. Ismerjük még a Szentgotthárd, Rábagyarmat, Körmend, Vasvár körüli falvak mellől, egészen a Jeli-pusztáig és Nyögérig (BÖRÖNDI LAJOS adata); tömegesebben található pl. Zalalövő felett Háságynál (JÁVORKA) azután az Örségben, pl. Kisrákos mellett (ZSOHÁR ZOLTÁN), majd Zalabaksánál, Muraszombatnál, Kerkaszentmiklósnál; a Göcsejben, Csömödér alatt Vetyem-pusztán, a Budnya-erdőn, Bak mellett (JÁVORKA), Lispénél (CSAPODY VERA). Nagykanizsa tágabb környékén (Gelse, Bakónak, Csapi, Récse, Kiskomárom, Komárváros, Zalamerenye, Csány, Rada körül) helyenként oly bőven terem, hogy onnan a városi piacokra is hozzák és szerte ültetik. (Somogy megyében Zákány, Gyékényes (HÉJJAS IMRE) adata, Szenta, Iharosberény, Szőllős-Györök (AMBRÓZY-MIGAZZI ISTVÁN gr. és CSAPODY VERA adata), Kaszó-puszta Somogyszob felett, Dávod-puszta Böhönye mellett (BOROS ÁDÁM), Marcali (AMBRÓZY-MIGAZZI ISTVÁN), Mesztegnyő: Kopár-puszta (RÉDL R.) és Balatonszentgyörgy alatt a Szegerdő (ENTZ GÉZA), az utolsó biztos délkeleti előfordulású helyei. Balatonberény (ENTZ GÉZA) és Pécs melletti előfordulása, úgy látszik, telepítés eredménye. Túl a Dráván Daruvár, Pakrac, Vučin környéke, tehát a Papuk-hegység adja elterjedésének legkeletibb határát, innen a határvonal egyenesen dél felé tart és magábazárja az Illir-hegylánc legnagyobb részét (lásd a térképet). A *Cyclamen* R. LEONHARDT szerint melegebb időkből fennmaradt reliktumnövény — többé-kevésbbé kitelelő levelei, korai és kései virágzási ideje is erre utal — a magasabb fekvésű helyeken a déli fekvést, meleg völgyteknőt kedveli és ilyen helyeken, különösen

[1] Lásd LEONHARDT térképét, Österr. Bot. Zeitschr. 1927.

az egykori elgleccseresedés helyén meszes televényen találjuk. Nálunk ezzel szemben a nyár aszályos szárazsága elől a tölgyes vagy bükkös erdő árnyas televényes talaját keresi fel. Ha feltesszük tehát, hogy a sertésmakkoltatás vagy a multban folyó állandó erdőirtás pusztította ki egykori nagyobb állományait és azelőtt például Somogy megye nagyobb részében és Baranyában is el lehetett terjedve, tehát a Silvoso-pannonicum aljnövényzetének volt tagja, akkor a *Cyclamen europaeum* határvonala is egykor teljesen a Transdanubicum nyugati határvonalával esett össze.

Nagy vonásokban vázoltam a nyugat, délnyugat és dél felől a Dunántúlra behatoló néhány vezető flóraelemnek elterjedését, főképp abból a célból, hogy alátámasszam velük a Transdanubicum flóravidék fogalmának létjogosultságát. Az elébb tárgyalt fajokéhoz hasonlóan dél felől a Transdanubicumra és legfeljebb még a Bakony lejtőire terjeszkednek még pl. a *Moenchia mantica* és a *Tunica saxifraga*, azután többé-kevésbbé a *Malva alcea*, a két *Aira-faj*, de még a szelíd gesztenye és a virágos kőris is. Jóval korlátoltabb elterjedése van már pl. a mediterrán-montán elemek között a *Potentilla micrantha*nak, a *Tamus communis*nak, az *Erythronium dens-canis*nak, a *Sarothamnus*nak, az *Ornithogalum sphaerocarpum*nak. Ilyen korlátolt elterjedése van pl. a nevezetes *Hemerocallis flava*nak, amely az európai kertekben Clusius útján Németújvár vidékéről vonult be, valódi hazája pedig Szibéria, egészen Japánig, azonkívül a Kaukázus vidéke, a Dunántúltól kezdve a Karsztig és Tirolig pedig csak szigetszerűen fordul elő. Pannoniai és egyúttal subendemikus vagy akár submediterrán elem a Dunántúlon a *Helleborus dumetorum* W. et K. Elterjedési centruma a Vértesre, Gerecsére és az északi Bakonyra esik (l. a 6. ábrát). A számos déli elem, amely már csak kisebb területen, foltonkint vagy mészhez kötött elszigetelt pontokon jelentkezik, már nem tartozik jelen ismertetésem körébe, de mindenesetre szintén arra vár, hogy pontos elterjedését kikutassuk és felvázoljuk. Az egész Transdanubicumban vagy legalább a Praenoricumban elterjedt, de ennek határán túl kelet felé már nem terjedő fajok jelentősége szembetűnő lesz akkor, ha megfontoljuk, hogy ezeknek száma aránylag csekély, hiszen különösen a Praenoricum fogalmának létjogosultságát éppen az a körülmény adja meg, hogy elmarad-



6. ábra.

nak rajta nyugat felől az alpesi, kelet felől majdnem az összes pannoniai elemek és a dél felől ide felnyomuló mediterrán elemek száma is meglehetősen csekély. Az elterjedésbeli változatosság mindezeknél a növényeknél még sok vonatkozásban rejtély marad előttünk és szövevényessé tesz számos problémát, amilyen pl. a nyugati Bakony és a Praenoricum választóvonalának kérdése is.

A különböző származású flóraelemek változatos elhelyezke-

dése mindenesetre azt mutatja, hogy a csonka országban a Dunántúlon találjuk aránylag a legtöbb növényföldrajzi elválasztóvonalat, ami másszóval azt is jelenti, hogy klíma és talaj itt mutat aránylag legtöbb fokozatot, legtöbb átmenetet. Ezzel függ össze az a tény, hogy a sokféle és sokfelől jövő emberi kultúrabefolyás is itt a Dunántúlon érvényesült legjobban. Erre tartott az egykori őslakók útja, erre a népvándorlások iránya délkelet felé és délkelet felől, idáig a «Pannonia glandifera» területéig ér a rómaiak térfoglalása dél és délnyugat felől, végül a magyarság vándorlása is itt, a Transdanubicum határán áll meg, miután a délorosz pusztáknak a magyarságot kísérő, bizonyára számos ismerős füve itt, az Alpok lábánál tűnt el végképp a szeme elől, amint azt gr. Teleki Pálnak délkeleteurópai, kontinentális klímahatást szemléltető térképe is igazolja. És a számos ok között a Dunántúl növénytársulási viszonyainak is van némi része abban, hogy a települő magyarságnak éppen törzsökös, előkelőbb része, így Árpád törzse is ide, a Transdanubicum széleire telepedett. A növényszövetkezeteknek éppúgy, mint az emberi kultúra berendezkedéseinek helyét itt is a természeti törvények, a kedvező klíma- és talajviszonyok jelölték ki. Ember és növény élettere és életközössége, egymásrahatása itt a Dunántúlon is tanulságos meggondolásokra nyujt alkalmat, melyeknek kikutatása az ökológiának ma is egyik legszebb feladata.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1937. nov. 22-án tartott üléséből.)

PFLANZENAREALE IN TRANSDANUBIEN IN UNGARN.

Von S. JÁVORKA.

Die über Transdanubien sich hinziehenden zahlreichen geographischen Grenzlinien — besonders die in engerem Sinne gezogene Linie des «Transdanubicum» Florengebietes — lassen sich in erster Reihe mit der Verbreitung der führenden Florenelementen rechtfertigen. Ein solches führende Florelement ist z. B. *Calluna vulgaris*, das Heidekraut, welches im Gürtel der Karpathen nur in sehr aufgelösten Flecken erscheint und in Transdanubien nur im ungarischen Noricum und auf den kiesigen Pleistozänflächen im westlichen Teile des Praenoricums, ferner isoliert auf Kvarzkonglomerat östlich der Stadt Sümeg und schliesslich auf dem Sandsteinzug des Berges «Kisörsi hegy» am Balaton-See ist heimisch. Im westlichen Grenzgebiete tritt unsere Pflanze hauptsächlich als Unterwuchs des *Pinetum-silvestris*, mehr gegen Osten als Degradation des *Quercetum* auf.

Asphodelus albus, ein mediterran-montanes Florenelement, zeigt ein gänzlich isoliertes, discontinuiertes Vorkommen, beginnend von den nördlichen Lehnen des Bakonygebirges bis zu dem Rába-Flusse und ein zerstreutes an einigen Punkten des Praeillyricums, am häufigsten siedelt es sich in den Eichenwaldungen der Ebene an.

Knautia drymeia und *Primula vulgaris* zeigen in Transdanubien so ziemlich die gleiche Verbreitung und verfolgen im Grossen u. Ganzen die östliche Grenzlinie des Transdanubicums.

Cyclamen europaeum verlässt hingegen das Gebiet des ungarischen Noricums und Praenoricums nicht, besitz aber im Matricum

sporadische Standorte, welche von seinem ostalpinen Zentrum zu den entferntesten inselartig gelegenen Standorten in der Gross-Fátra führen.

Eine sehr interessante Erscheinung ist das subendemische Vorkommen des *Helleborus dumetorum* im Transdanubischen Teile des Matricum und in den östlichen Auszweigungen des Noricums. (Siehe die Verbreitungsfiguren.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 22. Nov. 1937.)

AZ ASPLENIUM FONTANUM (L.) BERNH. FELFEDEZÉSE MAGYARORSZÁGON.

JÁVORKA SÁNDOR-tól.

Az *Asplenium fontanum*nak, ennek a kistermetű, a közönséges *Cystopteris fragilis*ra emlékeztető mészlakó páfránynak hazai előfordulásáról több régi, de egytől-egyig kétes adatunk szól. LUMNITZER [1] és nyomában ENDLICHER a pozsonymegyei Bazin mellől közlik. LUMNITZER példánya azonban KITAIBEL herbariumában egy fiatal, kistermetű *Nephrodium filix mas*, az *Asplenium fontanum*nak grániton való előfordulása pedig amúgyis valószínűtlen. Megbízhatóbb adatnak látszik SADLER JÓZSEFnek, a Pestmegyei Flóra kitűnő szerzőjének adata,[2] aki a Kassától keletre fekvő Dargóhegyről említi és példánya csakugyan meg is van a Magyar Nemzeti Múzeum herbáriumában. A Dargóhegy andezitjén azonban később ismételten hiába keresték, andeziten való előfordulása amúgyis igen kétséges, az onnan származó példány elcserélés eredménye is lehet. Egyéb hazai adatai az *Asplenium fontanum*nak még bizonytalanabbak.[3]

Az *Asplenium fontanum* (=*A. Halleri* DC.) legközelebbi biztos külföldi termőhelye Tirol határán Feldkirch vidéke. Egész elterjedési területe pedig Délnyugat-Európára, így főleg a svájci

---

[1] Fl. Posoniensis, p. 464 no. 1024.

[2] SADLER: Dissert. inaug. sistens descriptionem plantas Epiphyllospermarum.... 1820. p. 21.; De filicibus veris Hungariae 1830. p. 27.

[3] WILLDENOW: Spec. pl. V. P. 1. pag. 272: «Aspidium fontanum» in rupibus Angliae, Hungariae, Sibiriae. — KITAIBEL—KANITZ: Acrobrya p. 272. Ugyancsak megbízhatatlannak mondja ASCHERSON és GRAEBNER munkája ADOLF WEISS adatát a Galiciai Kárpátokból Skole mellett.

Jura, a Rhône-folyó felső folyása, Délkeleti Franciaország, Tengeri Alpok és Északkeleti Spanyolország mészsziklái ra szorítkozik,[1] míg discontinuus néhány termőhelye közül pl. a hozzánk közelebb eső heiligenbluti és az Alacsony Tauernekben a rottenmanni adat újabban nem nyert megerősítést. A Magyar Nemzeti Múzeum herbáriumában ugyan van egy *Asplenium fontanum* példány (KÜMMERLE J. BÉLA határozása), melyet Csehország északi részén a Triebsch melletti Pannahegy bazaltszikláján BUBÁK gyüjtött *Woodsia ilvensis* néven. Ennek a feltűnő adatnak azonban az újabb cseh irodalomban semmi nyoma, meglehet, hogy ez esetben is téves növénycsere történt.

A Balkánon, Macedóniában, Prilep mellett teljesen elszigetelten terem az *A. fontanum*nak közel rokona, az *A. Bornmülleri* KÜMM., míg a Kréta szigetéről HELDREICH által említett *A. fontanum* adat megint kétes, HALÁCSY a példányt nem látta. A középázsiai *A. fontanum* adatok pedig az *A. pseudofontanum* Koss.-ra vonatkoznak.[2]

Az *Asplenium fontanum* ilyenformán teljesen délnyugateurópai, neomediterrán növényelemnek számít, Közép-Európa keleti részéből való összes adatai pedig eddig egytől-egyig bizonytalanok.

Annál nagyobb volt a meglepődésem, amikor a M. T. Akadémia elnöke, JÓZSEF kir. herceg úr őfensége még a mult év folyamán szíves volt közölni velem, hogy alcsúti parkjának sziklanövényei között az *Asplenium fontanum* is díszlik és szaporodik és hogy az *Asplenium fontanum*ot az alcsúti parkba a közeli Vérteshegységből boldogult nagyemlékű Édesapja, József főherceg, a magyar honvédség főparancsnoka, Akadémiánk tiszteleti és igazgatósági tagja hozta. Az Elnök úr őfenségének szíves közlése szerint, ő édesapja kíséretében a mult század 80-as és 90-es éveiben többízben is felkereste Vérteskozma közelében az *Asplenium fontanum* termőhelyét és édesapja, a növény védelmét biztosítandó, ismételten intette fiát, hogy a termőhelyről ne szóljon senkinek, mert kipusztítják. (Ma is időszerű és követésre méltó tanács.) Hogy a növény

[1] Lásd HEGI Ill. Fl. v. Mitteleuropa II. Aufl. I. térképét a 41. lapon.
[2] Flora URSS. I. p. 68.

származása felől minden kétség ki legyen zárva, az Elnök úr őfensége szíves volt felkutatni édesapja egykori följegyzéseit, ahol mindjárt az 1887. és 1890. évi naplófeljegyzések között ismételten megtalálta a kirándulásra vonatkozó rövid «Vérteskozma. *Asplenium fontanum*» megjegyzést. Utoljára 1903-ban keresték föl a

József kir. herceg, tábornagy felvétele.

Asplenium fontanum az alcsúti kertben. A Vértesből telepítette át néhai József főherceg lovassági tábornok.

sziklát, melynek környéke akkor nem volt beerdősödve, illetve az erdő körülötte valószínűleg le volt tarolva.

Ez a szikla a Vérteskozma alatti Fánivölgy egyik kiugró sziklája lehetett, a Vértesnek botanikailag talán legérdekesebb pontja, ahol újabban rendszeres kutatók a *Primula auriculát* és érdekes *Sorbus*-alakokat is fölfedeztek. A szikla környéke időközben beerdősült és árnyékba került, így történhetett, hogy a szikla fokozatos árnyékba borulásával az *Asplenium fontanum* rajta megritkult, majd úgylátszik, egyelőre ki is veszett. Egyik példányát 1932-ben

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

még megszedte Boros Ádám a hozzá hasonló *Cystopteris filix-fragilisek* között, legújabban azonban már ismételten hiába kerestük ott. Lehet, hogy a Vértes vagy a Bakony valamely más sziklájáu még elő fog bukkanni. Mindenesetre itt azzal a jelenséggel van dolgunk, hogy a beerdősülés következtében számos félárnyékot kedvelő növényünk tenyészete mindaddig lappang, míg egy erdőirtás újból erőteljes tenyészetre nem bírja.

Tekintetes Akadémia! az a körülmény, hogy néhai fennkölt emlékű József főherceg a szerény megjelenésű *Asplenium fontanum*ot egyéb hozzá hasonló páfrányok között mint hazánk természeti ritkaságát felismerte, ismételten meglátogatta és nagy természetszeretetével oltalmába vette, nem fog meglepni bennünket, akik tudjuk, hogy nagy nádorunk családjában a természet szeretete, a virágkultusz és kertészkedő hajlam apáról fiúra öröklődik. A nagy nádornak, Akadémiánk pártfogójának nevéhez fűződik a pusztaságból elővarázsolt Alcsút, majd a Margitsziget és a Városliget parkjának létesítése. Kubinyi Ágoston szerint pl. Alcsúton több mint 12.000 fajta növényt telepített a nádor, köztük 4000-féle fát és cserjét, 3600 fajta rózsát, 200-féle fenyőt stb. Ugyancsak nagy nádorunk vásárolta meg Kitaibel Pálnak, a magyar Linnének herbáriumát a Magyar Nemzeti Múzeum részére. Fia, József főherceg, a honvédség főparancsnoka szintén kétségkívül korának egyik első kertésze is volt, nagyszámú parkjának gondozásán kívül ő teremtette meg a fiumei kopár karsztsziklán a Villa Giuseppe-t, amelybe délszaki és subtropikus flórát varázsolt és telepítéséről időnként szaklapjainkban is beszámolt. A Villa Giuseppe volt hosszú ideig az Adria keleti partjának délszaki kísérleti botanikuskertje és azt a hivatást töltötte be, amelyet ma pl. a Como-tó partján a híres Villa Carlotta vagy a Rivierán a La Mortola tölt be. Ugyancsak néhai József főherceg adta ki, leánya, Margit Thurn és Taxis hercegnő pompás akvarelljeivel díszítve, a gyógynövények színes atlaszát. Néhai József főherceg eme példátlan kertészeti és egyben botanikai ismereteinek, illetve az Elnök úr őfensége közlésének köszönhetjük tehát az *Asplenium fontanum* első biztos fölfedezését is a Történelmi Magyarország területén.

Az *Asplenium fontanum* egyébként nyugateurópai hazájában

félárnyékos mészkősziklák hasadékában terem, főleg az *Asplenium trichomanes* és *A. ruta muraria* társaságában és az Alpokban egészen 1500 m tengerszínfeletti magasságig is felhatol. Az *Asplenium ruta muraria* a Vértes szikláin csak a napfényesebb sziklákon látható. Valószínű tehát, hogy a Fánivölgy árnyas szikláinak aljáról az *Asplenium fontanum* az *A. ruta murariával* egyidőben tűnhetett el. Mindenesetre azonban az *Asplenium fontanum* a Magyar Középhegység dunántúli részében tanulságos módon csatlakozik azokhoz a növényelemekhez, melyek a nyugati vagy havasalji vidékekről telepedtek át a Vértes és Bakony alacsonyan fekvő hűvösebb völgyeibe. Ilyen növényelem ott pl. a már említett *Primula auricula*, a várpalotai Burokvölgyben az *Allium victorialis*, a *Carduus glaucus*. A legmesszebb utat azonban — spórái révén — az *Asplenium fontanum* tette meg, föltéve, hogy nem egykori nagyobb elterjedés maradványa.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. máj. 20-án tartott üléséből.)

DIE ENTDECKUNG DES ASPLENIUM FONTANUM (L.) BERNH. IN UNGARN.

Von S. JÁVORKA.

Über das Vorkommen von *Asplenium fontanum* in Ungarn waren bisher nur sehr zweifelhafte Daten bekannt. Laut Mitteilung des Erzherzogs Josef, Feldmarschall und Präsident der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, gedeiht aber *Asplenium fontanum* auch an einem Felsen des Vértesgebirges, wo diesen westeuropäischen Farn sein Vater, weiland Erzherzog Josef, General der Kavallerie entdeckt und in seinem Park in Alcsut angepflanzt hat. (Siehe die Figur.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

A MÉSZTUFA VAGY TRAVERTINO KÉPZŐDÉSÉRŐL.

CHOLNOKY JENŐ-től.

Kolozsvárott 1917-ben FABINYI RUDOLF kémikus kollégámmal kísérleteket hajtottunk végre abból a célból, hogy megtudjuk, miként oldja a víz a mészkövet s a mész milyen alakban van jelen a meszes vizekben. Tiszta szénsavat állítottunk elő mészkőnek sósavba való helyezésével s a képződött szénsavgázt olyan zárt üvegedénybe vezettük bele, amelyben $Ca(OH)_2$, tehát oltott mész volt oldva. A víz természetesen teljesen átlátszó volt. Amint a szénsavgázt belevezettük, azonnal megzavarodott s a csapadék $CaCO_3$, vagyis közönséges mészkőanyag volt. Ezt a víz nem nagyon tudja oldani. A szénsavgáz szaporításával azonban ez a zavarodás eltűnt, mert a $CaCO_3$ átalakult $Ca(H_2CO_3)_2$, vagyis kalciumhidrokarbonát, illetőleg kalciumbikarbonát-vegyületté s ez a vízben könnyen oldódik. Ha ezt a vizet most nyílt edényben félretettük, megint kicsapódott belőle a $CaCO_3$, most az edény falára, a nélkül, hogy a víznek akár hőmérséklete megváltozott volna és a nélkül, hogy a vízből számbavehető mennyiség elpárolgott volna. A vízből kicsapódott mészkő mennyisége semmiesetre sem állt arányban az elpárolgott vízmennyiséggel. E szerint tehát — többszörös kísérletek eredményeképpen — meg kellett állapítanunk, hogy a mészkő kicsapodásának nem a párolgás és nem a hőmérsékletváltozás az oka.

A kísérletek azonban minden kétséget kizárólag megmutatták, hogy egyik napról a másikra a nyugodtan álló vízből sok szénsavgáz távozott el, mert a közösnéges légköri nyomás alatt több volt a vízben, mint amennyit a víz elnyelve képes tartani. Ha az edényt

a vízzel a légszivattyú búrája alá helyezzük s a vízre ható nyomást megcsökkentjük, apró gyöngyökben sok szénsavgáz (és levegő) szabadul ki a vízből s megint megzavarodik, mutatva, hogy a kalciumbikarbonát rohamosan visszaalakult kalciumkarbonáttá.

A vízben elnyelt szénsavgáz mennyisége rendkívül kényes a nyomásra. Egészen könnyen és kézzelfoghatóan tudjuk ezt észlelni a szódavizes palackon. Ha csak egy cseppet eresztünk ki belőle, azonnal látjuk a buborékokat tömegesen gyöngyözni, mert a csepp kieresztésével a nyomást megcsökkentjük.

A szénsavgáz ilyen magaviseletét még eddig nem vették figyelembe. Legjobb barlangtani könyveink is a mészkicsapódás magyarázatára csak a párolgást és a hőmérsékletváltozást veszik tekintetbe.[1] Ezekkel pedig a mészkő kicsapódását nem lehet megmagyarázni. A barlangok levegője olyan páratelt, hogy a mennyezetről lecsüngő cseppek párolgása csak olyan minimális lehet, amely magyarázatul semmiesetre sem elegendő. Hőmérsékletváltozásról szintén nem lehet szó, mert hisz a barlang felé szivárgó víz már útközben felveszi a barlang levegőjének és mennyezete köveinek majdnem állandó hőmérsékletét. Amikor tehát a csepp függésbe kerül, hőmérséklete már ugyanaz, mint ami volt a levezető hézag belsejében.

Még a mindennapi életben jelentkező ilyenféle tüneményeket sem lehet így magyarázni. Mindennapi jelenség, ha mészoldatot tartalmazó vizet, akárcsak valami kemény ivóvizet a pohárban hagyunk, néhány nap alatt a víz szélén elég vastag mészkicsapódás rakódik le, csak ecettel tudja a háziasszony eltávolítani. Ennek a mésznek mennyisége sokkal nagyobb, mint ami az időközben elpárolgott víz mennyiségének megfelel. Nem a párolgás okozza tehát a kicsapódást, hanem a szénsavgáznak a vízből való távozása és e miatt a kalciumbikarbonátnak kalciumkarbonáttá való redukálódása.

Ezeket tudva könnyű magyarázatát találjuk meg a cseppkőképződésnek és általában a travertino-képződésnek.

[1] L. pl. KYRLE, GEORG: Theoretische Speläologie. Wien, 1923. 91. oldal. Ugyancsak így látjuk LEHMANN OTTÓ könyvében: Die Hydrographie des Karstes. Leipzig u. Wien, 1932. (Enzyklopädie der Erdkunde.)

A mészkő hasadékaiban leszivárgó vizet a tapadás erősen késlelteti, sőt a tapadásból származó hajcsövesség a vizet a vékony résekben fölemelni törekszik. Ezzel az emelő erővel szemben működik az illető rész fölött levő víz hidrosztatikus nyomása. Ez a nyomás elég tekintélyes legyen, hogy legyőzze a hajcsövesség emelő hatását. Erre a tényre már LEHMANN OTTO rámutatott.[1] A leszivárgó vízben sok szénsavgáz lehet elnyelve, mert egyrészt, mint esővíz a levegőből vett fel, másrészt a mészkő felületére, különösen termőtalajra hullott esővíz a talajból vehet föl igen sok szénsavat. Tudjuk, hogy a talajban állandó korhadás, lassú oxidáció folyik és szénsavgáz keletkezik. Ez aztán megsűrűsödik a talajváz szemecskéin, mert hisz ezek mindig gázsűrítő tulajdonságúak. Ha megered az eső száraz időjárás után, érezzük az úgynevezett «esőszagot». Ez azoknak a gázoknak jellemző szaga, amelyeket az esőcseppek előztek a termőtalaj részecskéinek felületéről. Kimutatható, hogy ilyenkor igen sok szénsavgáz van a megázott terület levegőjének alsó rétegeiben.

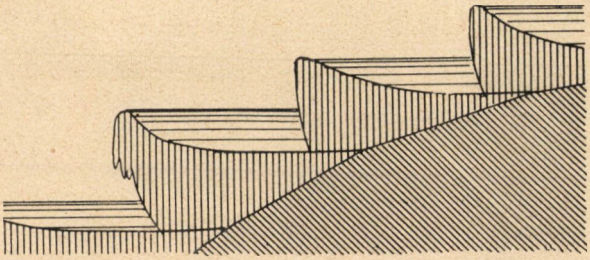
Itt tehát sok szénsavgáz kerül a lehullott esővízbe, különösen — azt hiszem — az ütköző esőcseppek erős dinamikus nyomása következtében. Ezt a sok gázt viszi magával a víz a szikla repedéseibe. Ott nyomás alatt áll, tehát nem szabadulhat ki belőle a szénsavgáz, hanem még talán növekedik a gáztartalom, amint a mészkőhöz tapadt gázmolekulákat is felszedi. De ez nem ismeretes jelenség, csak feltevés, fejtegetésünkre nincsen semmi jelentősége.

Amint a csepp a repedéseken át végre lejutott a barlang mennyezetére, ott mint csepp jó ideig függ, amíg újabb és újabb hozzászorított molekulák annyira meg nem növelik a csepp súlyát, hogy a csepp súlya felülmúlja a felületi feszültséget és a csepp lecsöppenik. Amint a csepp nől, folyton növekedik a felülete is és mivel a barlang levegőjében a CO_2 parciális nyomása kisebb, mint a csepp belsejében, tehát a CO_2 molekulák kiszabadulása meggyorsul.

Van idő tehát arra is, hogy egy csomó kalciumkarbonát kicsapódjék, különösen abban a pillanatban, amikor a csepp le-

[1] Id. m. 13. old.

cseppenik. Útközben most már a felület nagysága keveset nől, tehát ott nem szabadul ki szénsavgáz, de amint lecseppent, a barlang talaján szétterül, sokszorosan nagyobb felülete lesz, tehát még több szénsavgáz szabadul ki s még több mészkőmolekula csapódik ki. A lecseppenő víz a mennyezeten kis mészkőgyűrűt hagyott, idelenn meg szabálytalanabb mészkőhalmazt épít. A mennyezetről lefüggő képződmény, a sztalaktit csakugyan cső-szerű, legalább igen sok esetben, a talajon növekedő halmaz meg a sztalagmit szabálytalanabb alakú, de itt is vannak csodálatosan szabályosan fölépült oszlopok.



1. ábra. A közönséges tetaraták metszete. A ferdén vonalkázott rész az eredeti felszín kőzete, a függőlegesen vonalkázott részek a travertino-képződmények.

Van azonban a barlangokban még két, másféle travertino-képződmény is, sőt ezekhez még harmadiknak oda sorozhatjuk a nagyon ritka, különös körülmények között keletkezett, mondjuk karfiolszerű alakokat.

Az első forma az úgynevezett tetarata. Mintha nagy kagylóhéjak volnának egymás fölött lépcsőzetesen, úgy helyezkednek el kis medencék. Ugyanilyeneket látunk melegforrások travertino-képződményei közt is. 1. ábránk a tetaraták általános metszetét mutatja. A kis medencék szélessége lehet csak néhány centiméter, de lehet néhány méter is. Gyönyörűeket lehet látni a San-Canzianoi barlangban, az Aggteleki-cseppköves barlangban (2. ábra), a csoklovinai Cholnoky-barlangban és még számtalan más barlangban. A melegforrások tetaratái közt talán legnagyszerűbb volt a new-zealandi Tetarata, de ez, sajnos, a Taravera-vulkán kitörésé-

vel elpusztult. Gyönyörűek a Yellowstone-Nemzeti-Park gejzirje közt előtörő, állandó melegforrások tetaratái, mint pl. a 3. ábrán látható «Hymen-terrace».

Ezeknek a képződményeknek magyarázatát eleddig meg sem kísérelték. Sem párolgással, sem hőmérsékletváltozással nem lehet ezeket magyarázni, de a szénsavgáz és a mészoldat összefüggésének ismerete kezünkbe adja a megfejtést.

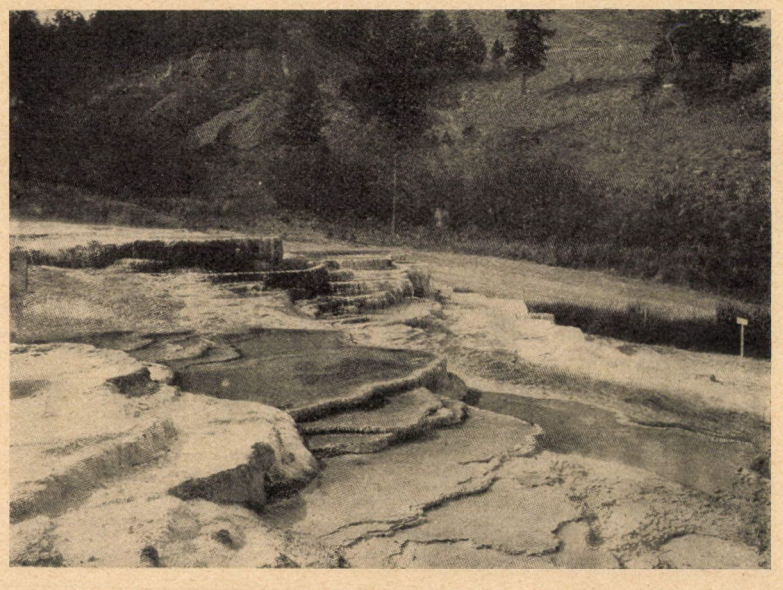
2. ábra. Óriási tetaraták az Aggteleki-cseppköves-barlangban. Kessler Hubert fényképe.

Tegyük föl, hogy a mészoldatot tartalmazó víz lankás lejtőn csúszik le s egyszerre sokkal meredekebb lejtőre jut, tehát sebessége rohamosan megnövekedik, ezzel megnől a felület is, sőt a görbült pályán sokszorosan nagyobb lesz, ezenkívül a részecskék közt *húzás* lép fel, hisz ez olyan erős lehet, hogy elszakad a víz s cseppekre bomolva hull le. Ha pedig a víz belsejében húzás lépett fel, akkor a szénsavgáz-molekulák rohamosan szabadulnak ki s a mészkő temérdek molekulája csapódik ki. A

kicsapódás a lejtőnek azon az élén történik, ahol a lankásabb lejtő meredekebbé válik. (4. ábra.)

A kicsapódott mészkő lassankint kis gátat épít az élre. Ez még jobban megnöveli a sebességkülönbséget a gát fölött és a gát alatt levő vízrészek közt, tehát még nagyobb lesz a felület és még élénkebb lesz a víz belsejében a húzás és így a mészkő kicsapódása.

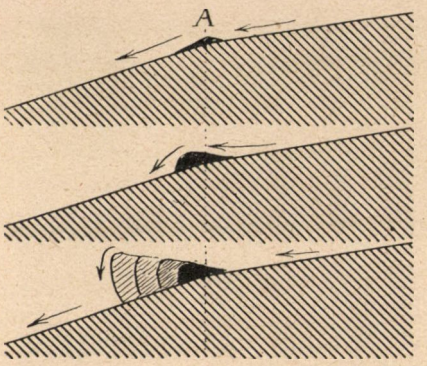
A travertinót lerakó víz a barlangokban rendesen olyan kevés, hogy súrlódása és tapadása miatt igen lankás lejtőn csak lassan



3. ábra. Hymen-terrace a Yellowstone-parkban. Szerző fényképe.

csúszhat le s nem igen lesz gyorsuló mozgása. De ha a lejtő hirtelen, élben, meredekebbre fordul, akkor igenis, gyorsan megnövekedik a sebessége és megkezdődik a párkány építése. Ha a lejtő már kezdetben meredekebb, akkor a víz gyorsuló mozgásban fut le és egész útjában travertinót rak le, de különösen sokat ott, ahol bármi kis rendetlenség vagy akadály miatt előbb meglassúdik, aztán hirtelen meggyorsul. Ilyen rendetlenségek minden lejtőn vannak, tehát mindenütt keletkezhetnek tetaraták. Sohasem lehet a medencéket egy magasságban, mintegy emeletekben végig át-

menően elhelyezkedve látni, hanem temérdek esetlegesség van köztük. Ha egyszer a tetaraták lépcsői elkezdtek fejlődni, akkor már gyorsan megy a dolog s nagyszerű alkotások lesznek belőlük. Különösen hatalmasak lehetnek a melegforrások tetaratái, mert a meleg vízben sokkal több mész van oldva és sokkal több juvenilis szénsavgáz van az ilyen vízben elnyelve. Ha a melegvízben nincsen elnyelve szénsavgáz, akkor tetaraták nem képződnek, csak idétlen travertino halmazok, mert ilyenkor csak a víz lehűlése következtében csapódik ki a mész és esetleg különféle hidrokvarcitok.



4. ábra. A tetaraták keletkezésének fokozatai. A legalsó rajzon látszik a travertino-képződmény növekedése.

Ha a barlangi víz állandóan meredekedő lejtőn fut le s a lejtő síma, nincsenek rajta egyenetlenségek, akkor a víz folyton gyorsuló mozgása miatt a lejtőn állandóan, egyenletesen csapódik ki a travertino és előáll a *mészkérgezés*.

A barlangokban gyakran látunk olyan helyeket, ahol nincsenek cseppkövek a talajon, tehát nincsenek sztalagmitok, hanem síma kérgezés vonja be a formákat. Kessler Hubert úrral, az Aggteleki-Cseppkövesbarlang igazgatójával végignéztük az egész óriási, ma már több mint 20 km hosszú barlangot és minden kétséget kizárólag megállapítottuk, hogy kérgezés mindig csak domború felületen van, soha homorú felületű kérgezést nem lehet látni. Két különböző domború felület egymással metszésbe kerülhet, de a metszés éles vápa marad, a kérgezés azt nem símítja el!

Láthatók a barlangban olyan részletek is, hogy eredetileg sztalagmitok sorakoztak valamely helyen, de ezek most vastagon be vannak kérgezve. Itt tehát a folyamatban változás történt. Volt idő, amikor a cseppek hosszabb időközökben hullottak le pontosan ugyanarra a helyre s ott néhány deciméter magas sztalagmitot építettek föl. Ez tartott néhány ezer évig. Aztán megvál-

toztak a körülmények és most sokkal több víz, sok helyről csepegett le ugyanarra a környékre s a sztalagmitot bevonta vastag kéreggel, sőt környezetének domború felületeit is bekérgezte. Síma, domború felületek változatos csoportja keletkezett, de nincsen sehol egyetlen darabka homorú felület sem!

Ez a csodálatos következetesség teljesen magyarázhatatlan volna minden eddigi feltevéssel, de szinte magától adódik ki a megfejtés a víz gyorsuló mozgásának azzal a következményével, hogy gyorsuló mozgás esetében a víz belsejében húzás lép fel s a szénsavgáz állandóan szabadul ki a víz belsejéből. Ilyen domború felületű kérgezést mutat 5. ábránk.

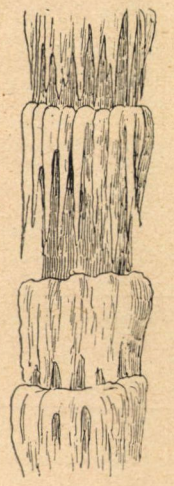
Látunk olyan sztalagmitokat is, amelyeknek tetejéről kiindulva folyton keskenyedő és kisebbedő keresztmetszetű bordázat csüng le, a sztalagmithoz tapadva. Az ilyen képződmény akkor keletkezik, ha a sztalagmit nagyon vastag és a tetején nagy, lapos, de domború felület keletkezik. A felület szélén hirtelen meggyorsul a lecsepegett víz mozgása, tehát egyenetlen, lefelé fogyó kérgezés keletkezik. A kerek alaprajzú sztalagmit tetejéről lecsurgó víz természetesen nem egyenlő mennyiségben csurog minden helyen, hanem lesznek olyan helyek, amelyeken több víz, hirtelenebb fordulóval jut le a sztalagmit oldalára és lesznek helyek, ahova kevesebb víz jut. Az előbbi helyeken a kérgezés gyorsan halad előre, az utóbbi helyeken lassabban. Ha azonban a kérgezett helyek bordái már nagyon kiemelkedtek, akkor több víz jut kettő közé s ott keletkezik új borda.

Az ilyen képződményeket rendesen falhoz tapadt sztalaktiteknek mondják. Nem egészen helyes a kifejezés, mert a sztalaktit csak alsó végén növekedik, ez a borda pedig egész hosszában hízik. Vannak sztalaktitok is, amelyek megvastagodtak, de ez mindenesetre a körülmények lényeges megváltozását jelenti. Eleinte vékony sztalaktit, egyenletes vastagságú cső függeszkedett a mennyezetre, de aztán ennek oldalán is kezdett a hozzátapadt víz lecsurogni s akkor a sztalagmit-bordák keletkezésével egyforma módon képződött kérgezés hízlalja meg a sztalaktitet.

A leggyakoribb jelenségek közé tartoznak az olyan pillérek, amelyeknek oldalát szakaszosan ilyen lecsüngő, elvékonyodó bordák díszítik. Ez a szakaszosság nem az egymással összenőtt sztalak-

5. ábra. Kérgezés az Aggteleki-cseppköves-barlangban. Kéreg mindig csak domború felületen képződik.

tit és sztalagmit keletkezésekor képződött, hanem csak azután, amikor a víz már az összenőtt pillér oldalán csurgott le. Az egyenetlenségek miatt a lecsurgó víz mozgásában vannak megakadások, tehát ismételten meginduló gyorsulások. Ilyen helyen mindjárt kis mészabroncs keletkezik s erről csüngenek le a bordák. Rendesen a sztalagmitek olyanok, hogy vastagságuk szakaszosan változik. Nem síma hengerek, hanem vastagabb és vékonyabb részletek váltakoznak, valószínűleg szekuláris időjárásváltozások következtében, mert e szerint változhat a barlangba jutó vízmennyiség. Ezek a vastagabb részletek szolgáltatnak aztán okot a képződmény oldalán lecsurgó víz sebességének és gyorsulásának szakaszos változásához.



6. ábra. Tetarata-képződés függőleges oszlopon.

Az ilyen elkeskenyedő, elvékonyodó, lecsüngő bordázat mindenütt jelentkezik, ahol a víz függőleges falon csurog le, sőt a bordák átmehetnek valódi sztalaktitokba, ha a függőleges fal lefelé megszűnik és visszahajló részlet következik (6. ábra). A tetaraták medencéinek oldalán is mindig hajlandóság mutatkozik ilyen bordázat keletkezésére s a bordák gyakran mennek át alul cseppkövekbe. Ez csak akkor lehetséges, ha a tetarata-medencék igen magasak, tehát meredek lejtőn képződtek.

A pillérek szakaszossága kezdetleges tetarata-képződmény. Talán nem is egészen helyes kezdetlegesnek mondanunk, hanem helyesebb úgy felfognunk a dolgot, hogy ez tetarata-képződmény függőleges hengerfelületen. A szakaszoknak semmi közük sem lehet valami szekuláris időjárásváltozáshoz, mert közvetlenül egymás mellett álló pillérek szakaszossága semminémű hasonlóságot, egyidejűséget nem mutat.

Itt most olyan folyamatváltozást láttunk, hogy a cseppkőképződményeket változott körülmények következtében kérgezés vonja be. Ismerünk olyan esetet is, hogy először volt kérgezés azután keletkeztek a kéreg tetején cseppkövek, sztalagmitok.

Az Aggteleki cseppköves-barlangban van egy nevezetes hely. Ott kőkorszakbeli eszközöket tartalmazó barlangi hordalék van mintegy 2 dm vastag kéreggel bevonva. A kéreg felülete természetesen domború. A kéreg tetején sztalagmitok állnak, a legnagyobb köztük mintegy 70 cm magas. Ez tehát azóta képződött, amióta a kéreg megszűnt tovább vastagodni. A kőeszközök lehetnek mintegy 10,000 évesek, a kéreg képződhetett 2—3000 esztendeig, úgyhogy a sztalagmit fejlődésére mintegy 7000 év jut, vagyis ezerévenkint körülbelül egy-egy deciméterrel magasbodott a sztalagmit. Ez más, hozzávetőleges számításokkal is jól egyezik. A kéregképződés, a cseppkövek képződése tehát igen lassú folyamat, s az ilyen igen lassú folyamatok, sajnos, laboratóriumi kísérletekkel nem utánozhatók, különben már megkíséreltük volna mesterséges cseppkövek készítését. A jégcsapokat nem szabad mintául vennünk, egészen más folyamatok eredményei azok.

A legfontosabb tudnivalónk mindenesetre az, hogy ott, ahol a kevés víz kis esésű felületről nagy esésűre lép, ott a víz hirtelen gyorsuló mozgással siet lefelé s az ilyen helyen a víz belsejében húzás lép föl s a szénsavgáz kiszabadul s a mészkő kicsapódik.

Áll ez a törvény mészoldatot tartalmazó patakok és folyók völgyének fejlődésében is. Ha valahol a gazdag mésztartalmú víz medrének lejtése hirtelen megnövekedik, ott szintén kicsapódik a mészkő s a tetaratákhoz hasonló, de sokkal nagyobb méretű képződményeket, illetőleg travertino-sáncokat épít föl. Nagyszerűeket lehet látni a Korana-folyó medrében a Károlyváros—fiumei vasút mentén. Legszebbek a plitvicai tavak. Ezek is minden kétséget kizárólag tetarata-képződmények. Ezekből mutat példát derék tanítványom, Szurovy Géza dr. egyik, idemellékelt fényképe (7. ábra).

A tetarataszerű travertino-képződmény azonban szinte óriás arányokat ölt ott, ahol a dús mésztartalmú víz kis esésből zuhatagba megy át. Minden dús mésztartalmú patak vízesésénél hatalmas travertino-képződmény keletkezik. A régi felfogással szemben hangsúlyoznunk kell, hogy nem a travertino-felhalmozódás okozza a vízesést, hanem a vízesés a travertino-felhalmozódást. Könnyen meggyőződhetünk erről, ha a travertino helyzetét pontosabban megfigyeljük. Mindig térszíni lépcsőn halmozódik fel, tehát ott,

7. ábra. A Plitvicai tavak tetaratái. SZUROVY GÉZA fényképe.

ahol a pataknak az eredeti felszíni formák miatt vízesése volt. A térszíni lépcsőre aztán tufa rakódik le s a lépcső most már előre épül és a vízesés mindjobban és jobban távozik eredeti helyéről.

Hatalmas travertino-lerakodások észlelhetők az Igréc-barlangból előtörő patak kifolyása helyén, mert a barlang a városi terraszok szintjében nyílik, tehát magasan az alluviális síkság fölött s a víz előbukkanása után azonnal vízeséssel zuhogott le a mai völgyfenékre.

Ugyanez az eset a révi Zichy cseppköves-barlang patakjának előtörése helyén. A barlang szintén a városi terraszok szintjében nyílik s onnan zuhanik le a barlangpatak vize, mintegy 10—12 m magasságból. A vízesés a vasútról jól látható. Tekintélyes tömegű travertino halmozódott föl a barlangnyílás előtt s ezen áll az épületek egy része.

A diósgyőri karsztforrás előbukkanása helyén is tekintélyes mennyiségű travertino van, de hisz ugyanezt számtalan barlangi patak előtörésének helyén kimutathatjuk.

Hazánkban a leghatalmasabb, vízeséssel keletkezett travertino-képződmény van a lillafüredi völgy nyílásában. Tudjuk, hogy a patak itt a gyönyörű hámori vízeséssel zuhanik le a lillafüredi völgyből a Hámori-völgybe. A lillafüredi völgy függ a hámori fölött. Ennek a függésnek nincs más magyarázata, csakis a travertino-képződés. Függő völgyek csak glaciális erózióval vagy a tenger partján abrázióval keletkezhetnek. Normális erózióval függő völgy nem keletkezhet s ha ilyent látunk, tudnunk kell, hogy itt valami különleges folyamattal van dolgunk. Ebben az esetben a travertino-képződés megmagyarázza a függést. A lillafüredi völgy eredetileg szintben torkolt bele a hámori völgybe, de a kemény mészkőben kis vízesései képződhettek. Ezeken indult meg a nagyon kemény patakvízből a travertino-képződés és ma hatalmas tömeg borítja a völgynyílást. A lejtő nem símulhat el, a patak nem vágódhatik be, hogy esését kiegyenlítse, mert a travertino állandóan képződik. Ha valami folyamatváltozás megakasztaná a travertino-képződést, akkor a patak gyorsan belevágódna a laza travertinóba s a vízesés magasságkülönbsége több kilométer hosszú völgyszakaszra osztódnék el.

Külföldön is ismerünk vízesések következtében keletkezett

travertino-felhalmozódásokat. Legismertebbek talán az itáliai Tivoli vízesései és travertino-felhalmozódásai. Igen szép, sőt nagyszerűnek mondható a Marmore-vízesés Terni mellett, az Umbriai-medence déli részén. A travertino-lerakodás egyik tömege lenn van a völgyben s akkor képződött, amikor a patak még barlangi vízfolyással tört elő a völgyfenék közelében. A másik halmaz fenn van a mai vízesés párkányán s ez azóta képződött, amióta a poljeszerű Terni—Rieti-medence vize a felszínen folyik le.

A tavakból és mocsarakból eredő folyóknak nagyon lágy vize szokott lenni, ezért nem keletkezik travertino például a Niagara lépcsőfokán vagy a Zambézi-folyó Victoria-vízesésén meg a Rajna schaffhauseni vízesésén. Különösen az úgynevezett «fekete-folyók» nagyon lágyvizűek, ezért ezeken sincs sehol travertino-képződés, bár sok vízesésük van.

Nagyon érdekes travertinotömeg került elő Balatonfüreden, a vízvezeték építésekor. Balatonfüredet a Siske-forrás vizével látják el. A forrás vize mészkő- és dolomitterületről fakad s egy darabig kanyonszerű, meredek oldalú völgyben folyik, kis esésben. A falu felső végén egy malom áll, a Siske-malom, ma már leszerelve. Ennek kerekére vízeséssel zuhant le a patak vize s nem lehetett érteni, hogy miért van itt olyan hirtelen nagy esés. De a vízvezeték gyüjtőmedencéjét éppen ide a malom fölé építették s természetesen mély medencét vájtak a talajba. Meglepetésünkre hatalmas travertino-képződményt tártak föl s ebbe mélyesztették a medencét. A travertinót eltávolítva képzelhetjük s akkor kiderül, hogy a travertino-képződésre alkalmat szolgáltató vízesés itt volt, ahol a kemény középtriász, Arcestes tridentinus-tartalmú, tűzköves mészkő vág keresztül a völgyön s alatta a sokkal puhább, *Trachyceras Reitzi*, homokos, tufás rétegei feküsznek. Természetes réteglépcső volt ezen a helyen, mert a rétegek majdnem vízszintesek, tehát a pataknak vízesése fejlődött ki.

Ugyanilyen vízesés volt az Arácsi-völgy, az úgynevezett Koloska-, vagyis Kolostorka-völgy arácsi nyílásában, de ott a kemény megyehegyi dolomit érintkezik a balatoni Riviéra abráziós szintjére telepedett pannoniai rétegekkel. Itt is vízesés volt, de kisebb, azért kevesebb travertino rakodott le. Itt is malom kelepel a vízesés alatt.

Melegforrások vizének napvilágra bukkanása helyén természetes, hogy a hőmérséklet gyors csökkenésének is lehet jelentékeny szerepe s a hőcsökkenés valószínűleg bonyolultabb átalakulásokat jelent, ezeket behatóbban kell tanulmányozni.

Fontos azt tudnunk, hogy az olyan mészdús vizek, amelyek növényzettel dúsan ellepett területre jutnak, ott megint egy újabb hatás következményeit kénytelenek elviselni. A sűrű növényzet, mondjuk erdő talaján növényi hulladékok korhadnak s a korhadás szénsavgázt produkál. Az odajutó víz tehát szénsavgázt vesz fel, ennek következtében nem csapódik ki belőle mész. A travertino azonban a vízesés táján gyorsan képződik, de az erdő kidőlt fatörzseit, növényi hulladékait nem tapasztja össze, hanem azok üregszerűen kimaradnak belőle. Az élő növényt bekérgesítheti, de a korhadó hulladékot nem. E miatt a travertino-lerakodásban szeszélyes üregek maradnak, néha igazán nagyok, néha csak egészen kicsinyek, egészen szeszélyesen elosztva.

Ilyen eredetű az üregeknek az a szeszélyes sorozata, amelyet alattuk vezető, mesterséges táróval kötöttek össze Lillafüreden. Ez a csodálatos Anna-barlang. Nem kioldással, nem is erózióval, hanem kihagyással keletkezett, rendetlen, egymással eredetileg összeköttetésben nem álló üregek. Mennyezetükről travertinóval kérgezett gyökerek csüngnek le, valami különös cseppköveket utánozva, de szó sem lehet róla, hogy cseppkövek volnának. Könnyű felismerni a kérgezett gyökereket, sokszor igazán csodaszép, fínom képződmények.

Ugyanilyen kihagyással keletkezett, rendetlen üregek sorozata a Várhegy barlangjainak most feltárás alatt álló, igen nagy kiterjedésű csoportja. Igaz, hogy egy részüket régebben már mesterségesen kibővítették, de túlnyomóan nagy részük eredeti, kihagyással keletkezett travertino-üreg. Az is ki van zárva, hogy normális barlangi erózióval keletkeztek volna. Még azt is feltehetjük itt, hogy tekintélyes tőzegtelepekre rakódott rá a travertino s a tőzeg később a travertinón átszivárgó víznek áldozatul esett. Ezt majd csak azok a feltárások fogják eldönteni, amelyekkel olyan üregek nyílnak, amelyeket az ember még nem ismert és nem alakított át.

Különösen fontos volna azoknak az üregeknek feltárása, amelyek a vár bástyáihoz vezetnek, tehát amelyek a bástyák

építése előtt a szabadba nyíltak ki. Ezek ugyanis kétségtelenül emberi lakásokul szolgáltak, éspedig szolgálhattak már az interglaciális időben, mert a Vár felszíne fellegvári-terrasz-szint, tehát véleményem szerint az utolsó interglaciális korszak előtt már mint terrasz emelkedett környezete fölé, tehát már az oldalában levő barlangok lakhatók voltak. Ezekben tehát minden valószínűség szerint megtalálhatók a paleolitos ősember maradványai, legalább is eszközei, úgy, mint a hasonló fekvésű Szeleta-barlangban.

A budapesti travertino-képződményeket érdemes volna a most elmondottak alapján behatóan tanulmányozni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. nov. 18-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE BILDUNG VON KALKSINTER.

Von J. v. CHOLNOKY.

Kalziumkarbonat ist im Wasser nur schwer löslich, wird aber, unter Einwirkung der Kohlensäure zu Kalziumhydrokarbonat umgebildet, vom Wasser unschwer gelöst. Entweicht nun Kohlendioxyd aus dem Wasser, so wird das Kalziumhydrokarbonat zu Kalziumkarbonat rückgebildet und fällt aus. Der Kohlendioxydgehalt des Wassers hängt aber in grossem Masse von dem auf ihm lastenden Druck ab. Sobald eine Druckverminderung eintritt, entweichen sofort Kohlendioxydmoleküle und Kalk fällt aus. Die an Höhlendecken sich bildenden Tropfen treten unter erheblichem Druck aus den Spalten des Kalkgesteins zu Tage (s. O. LEHMANN) und gelangen als Hängetropfen unter stark verminderte Druckverhältnisse. Hier vergrössert sich die Oberfläche des Tropfens fortwährend, was zur Folge hat, dass Kohlendioxyd entweicht und Kalk ausfällt. Man war bisher allgemein geneigt die Ursache der Kalkausscheidung in der Verdunstung und der Temperaturänderung zu suchen, während doch zur Erklärung des Ausfallens von Kalk ganz ungezwungen die Oberflächenvergrösserung herangezogen werden kann. Ein Tropfen, der von der Höhlendecke zu Boden fällt und dort eine von der Kugelform verschiedene abgeplattete Gestalt annimmt, wird eine vielmals grössere Oberfläche haben, so dass es zu weiterem Ausfallen von Kalkkarbonat kommt. Die Entstehung der Tropfsteingebilde findet auf diese Weise eine ganz einfache Erklärung.

Wenn Wasser auf sanft geneigter Ebene abwärtsgleitet, so kommt es infolge des Reibungs- und Adhäsionswiderstandes nicht eigentlich zu einer beschleunigten Bewegung, gelangt dieses aber

von seiner sanft geneigten Bahn auf eine solche mit grösserem Gefälle, so muss die Bewegung zweifelsohne zu einer beschleunigten werden, und es treten im Inneren des Wassers Zugwirkungen auf. Nicht nur der Druck sinkt demnach auf 0, sondern es tritt auch noch eine Zugwirkung im Inneren des Wassers auf, so dass ein allzurasches Anwachsen der Geschwindigkeit, zur Zerreissung der Flüssigkeitsfäden führen kann. Aus dem unter Zugwirkung stehenden Wasser entweichen stürmisch Kohlendioxydmoleküle und Kalk fällt aus.

An Rändern, über welche hinweg das Wasser von einer Ebene mit kleinerem Neigungswinkel, und eine solche mit grösserem Übertritt, fällt Kalk aus, was zur Bildung eines kleinen Dammes führt. Hiedurch wird nun der Geschwindigkeitsunterschied noch mehr vergrössert, die Fällung von Kalkmolekülen eine noch heftigere. Allmählich entsteht auf diese Weise ein kleiner hoher und steiler Damm, und die Tetarata-Bildung nimmt ihren Anfang. Auf Oberflächen mit ständig zunehmendem Neigungswinkel, deren gleichmässiger Bau durch Unebenheiten gestört wird, kann es zur Bildung ganzer Reihen von Stufen dieser Art kommen.

Auch aus dem Wasser von heissen Quellen fällt Kalk infolge von Druckverminderung und Entweichen von Kohlendioxyd aus. Die Temperaturverminderung spielt in diesem Falle gar keine Rolle. Beim Wasser der Geysire hingegen ist es gerade die Abkühlung die von Bedeutung ist, darum kommt es auch zur Fällung von Hydroquarzit.

In der Aggteleker-Tropfsteinhöhle suchten wir vergebens nach konkavgeformten, inkrustierten Oberflächenteilen. Die Inkrustation wird (wie das die in zahlreichen anderen Höhlen gemachten Beobachtungen beweisen) stets nur an konvexen Oberflächen angetroffen, da eben auf diesen das Wasser sich in beschleunigter Bewegung befindet.

Auch in Bächen, die hartes Wasser führen, kommt es sofort zur Tetarata-Bildung, sobald in ihnen Wasserfälle entstehen, ja die Travertin-Bildung vermag hier sogar ein beträchtliches Mass zu erreichen. Tatsächlich verursacht gerade der Wasserfall — in einem Fluss mit hartem Wasser — die Ablagerung des Travertins.

Bisher neigte man zu der Annahme, der Travertin verursache die Bildung des Wasserfalls, nach obigen Ausführungen darf aber wohl angenommen werden, dass Wasserfälle die Travertin-Bildung veranlassen (so z. B. bei Lillafüred, vor der Zichy-Höhle bei Rév, vor der Igric-Höhle, bei den Tivoli-Fällen, die Cascate delle Marmore bei Terni usw.).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 18. November 1940.)

FELSŐBÁNYAI KALKOPIRIT, BOURNONIT ÉS TETRAEDRIT.

TOKODY LÁSZLÓ-tól.

Felsőbánya három, már régóta ismert, de kevéssé tanulmányozott ásványán, a kalkopirit-, bournonit- és tetraedriten végzett kristálytani vizsgálatok eredményeiről számolnak be az alábbi sorok.

Kalkopirit.

A felsőbányai kalkopiritről az irodalmi adatok csak annyit közölnek, hogy szfenoidos kristályokban jelenik meg. Mérések egyáltalában nincsenek, így a kristályalakok közelebbi meghatározása is hiányzik. Vizsgálataim során kiderült, hogy e kristályok egyrészt nem teljesen szfenoidos termetűek, másrészt nem egyszerű, hanem meglehetősen bonyolult ikerkristályok.

A tanulmányozott kristályok azokon a telérdarabokon találhatók, melyek főtömegét pirit, szfalerit és kvarc alkotja; mindhárom ásvány kifejlődése vaskos. Ezekhez sárgásfehér, porló dolomit, $e\{210\}$ alakban megjelenő pirit és kevés $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$ formákkal jellemzett víztiszta kvarc járul.

Közelebbi vizsgálatra öt kristályt választottam ki. Ezek többékevésbbé fénylő lapokkal fejlődtek ki s így remélni lehetett, hogy kristályalakjaikat sikerül meghatározni. Sajnos, azonban mindössze csak két kristály mérési adatai szolgáltattak megnyugtató, kielégítő pontosságú szögértékeket. E két kristályról a következőket jegyezhetem meg.

Az első kissé rézvörösre futtatott kristály 1·5 mm nagy töredék. Biztosan megállapítható formái:

$z\{201\}$ $\quad$ $b\{605\}$
$m\{110\}$ $\quad$ $p\{111\}$
$p'\{1\bar{1}1\}$

A többi forma bizonytalan. Uralkodók: $z\{201\}$ és $p\{111\}$. Középnagy: $m\{110\}$. Alárendelt: $b\{605\}$ és $p'\{1\bar{1}1\}$. Kivétel nélkül erősen rostozottak; homályosak, tükrözésük általában gyenge.

A kristály termetét a nagy lapokkal kialakult $z\{201\}$ és $p\{111\}$ szabja meg, ezek kb. egyensúlyban fejlődtek ki. A $z\{201\}$ lapjait a vízszintes rostozottság jellemzi. A $p\{111\}$ lapjain a rostozás iránya a szimmetriasíkkal esik egybe.

A $p'\{1\bar{1}1\}$ sokkal kisebb, mint a $p\{111\}$. A szokott megjelenéstől eltérően a $p'\{1\bar{1}1\}$ fénytelen és szintén rostozott; a rostozás iránya szintén a szimmetriasíkkal párhuzamos. Tükrözése jobb, mint a $p\{111\}$ alaké.

A $b\{605\}$ keskeny lapjai vízszintesen rostozottak.

Az $m\{110\}$ közép nagy,illetve kis lapokkal alakult ki, ezek vízszintesen rostozottak, tükrözésük kielégítő.

A tanulmányozott kristály hármas iker, amit két nagyobb és egy kisebb kristály alkot. A két nagyobb kristály a kalkopiriten közönséges ikertörvény szerint nőtt össze. Ikerlap a $p\{111\}$ pozitív biszfenoid egyik lapja. A két, kb. egyenlő nagy kristály félig egymásba hatolt. A harmadik kristály az egyik, előbbi nagyobb kristályhoz csatlakozik ikerhelyzetben. Az összenövés azonban nem a fentemlített törvény szerint történt, hanem egy, a kalkopiriten kevésbbé gyakori ikertörvény szerint ment végbe. Az összenövés ugyanis azt az ikertörvényt követi, mely szerint az ikertengely a $\{201\}$ másodrendű bipiramis egyik sarkéle; az ikerlap pedig merőleges erre. Az ikerhelyzetben lévő kis kristályon csak az $m\{110\}$ és $z\{201\}$ lapjait állapíthattam meg, mert a kristálynak csak egyik csúcsa fejlődött ki. A $z\{201\}$ egyik lapja tükörfényes és így az ikertörvény pontos megállapítását lényegesen megkönnyíti. Az ikerállás eldöntését elősegíti, hogy a (201) és a $(\underline{201})$ egymással szöget nem zárnak be, hanem egy síkban vannak, viszont a $(20\bar{1})$ és $(\underline{20\bar{1}})$ között a számított értékkel igen jól egyező ikerszöget sikerült mérni. Ez az ikertörvény — miként említettem volt — a kalkopiriten meglehetősen ritka; a magyarországi kalkopiritek között egyedül csak a kapnikbányai kristályokon fordult elő. (1)

Néhány szögértéket az alábbiakban közlök:

	mért	számított
(605):(065)	65°22′	65°21½′
:(110)	57°12′	57°19′
(201):(021)	78°30′	78°11′
:(110)	50°54′	50°54½′

	mért	számított
(111):(110)	35°32′	35°40′
:(201)	39°44′	39°05½′
:(20$\bar{1}$)	75°43′	75°37′
:(1$\bar{1}$1)	69°—	70°07½′
(1$\bar{1}$1):(1$\bar{1}$0)	36°07′	35°40′

Az ikertörvények eldöntésére a következő szögadatok szolgáltak. Ikerlap az {111} egyik lapja:

	mért	számított
(111):(1$\underline{11}$)	37°29′	37°20′
(201):(2$\underline{01}$)	28°54′	28°46′

Ikertengely a {201} egyik sarkéle, az ikerlap merőleges erre:

	mért	számított
(201):(2$\underline{01}$)	0°	0°
(110):(1$\underline{10}$)	0°	0°
(20$\bar{1}$):(2$\underline{0\bar{1}}$)	94°59′	94°40′

A második kristály 3 mm nagy töredék. Lapjai rostozottak, helyenként tetraedrittel borítottak. Biztosan meghatározott kristályalakjai:

$p\{111\}$ $e\{101\}$
$m\{110\}$ $z\{201\}$

A felsorolt formák közel egyenlő nagyra fejlődtek. A $p\{111\}$ lapjai rostozottak; a rostozás iránya az (111):(1$\bar{1}$1) éllel párhuzamos. Az $m\{110\}$ felületét sűrűn egymáshoz illeszkedett apró tetraedritkristályok fedik; ugyanez figyelhető meg az $e\{101\}$-n is. A $z\{201\}$ síma. A lapok tükrözése általában gyenge.

A kristály megjelenése egyszerű kristályra emlékeztet, azonban a szögadatok alapján csakis mint igen bonyolult iker oldható meg. A tanulmányozott kristály $e\{101\}$ szerint alakult hármas iker. Beugró szögek nincsenek rajta. Az alapállásban levő egyén formái *pme*, az első ikeregyéné *p*, a második ikerkristályé *pez*. Az ikertörvény meghatározására döntő érvényűek az alábbi számított szögértékek:

(111):(1$\underline{11}$) = 1°23½′
(101):(1$\underline{01}$) = 1°42′

E szögadatok közül az első kétszer ismétlődik, tehát három kristály ikerösszenövéséről van szó. Az alaphelyzetben levő kristály és a második ikerkristály közé keskeny csíkalakban ékelődik a harmadik kristály (111) lapja. Az ikerállásra utalnak a $p\{111\}$ és $p\{111\}$ lapjainak eltérő rostozottsága is. A mért szögek:

$$(1\bar{1}\bar{1}):(\underline{1\bar{1}\bar{1}}) = 1°20'$$
$$(\underline{1\bar{1}\bar{1}}):(\underline{\underline{1\bar{1}\bar{1}}}) = 1°33'$$

Hármas iker bizonyítéka továbbá a két ikerállású egyén két lapja között mért másik szögadat is.

	mért	számított
$(\underline{111}):(\underline{\underline{111}})$	$2°38'$	$2°47'(=2\times 1°23\frac{1}{2}')$

Az ikerhelyzetet bizonyítja még a következő — szintén nagyon fontos — szögadat:

	mért	számított
$(101):(\underline{101})$	$1°39'$	$1°42'$

Az egyes egyéneken mért hajlásszögek közül közlöm az alábbiakat:

	mért	számított		mért	számított
$(\underline{111}):(\underline{1\bar{1}\bar{1}})$	$109°47'$	$109°52\frac{1}{2}'$	$(110):(111)$	$36°03'$	$35°40'$
$(\underline{\underline{111}}):(\underline{\underline{201}})$	$39°42'$	$39°05\frac{1}{2}'$	$(111):(101)$	$34°41'$	$35°03\frac{3}{4}'$
$(1\bar{1}\bar{1}):(110)$	$89°58'$	$90°—$	$(021):(101)$	$71°—$	$71°11\frac{1}{2}'$

Bournonit.

A felsőbányai bournonit előfordulása már régóta ismeretes. (2) Kristálytani adatokat azonban csak ZIRKEL (3) és SCHRAUF (4) közölt. ZIRKEL szerint a bournonit-kristályok kvarcon kalkopirittel, attól részben fedve találhatók. A bournonit kerékérc-kifejlődésű kristályain az $a\{100\}$, $m\{110\}$ és $n\{011\}$ formát állapította meg. SCHRAUF lapos-táblás kristályokat ismertetett és rajzolt le. E kristályok átnövési ikrek; kristályalakjaik: $a\{100\}$, $b\{010\}$, $m\{110\}$, $n\{011\}$ és $u\{112\}$. A felsőbányai bournonitot HIDEGH megelemezte. (5)

A következőkben ismertetendő bournonit kristályok kristályalakjaik, kifejlődésük és ásványtársulásuk tekintetében eltérnek úgy a ZIRKEL-, mint a SCHRAUFtól leírt kristályoktól.

A tanulmányozott darab főtömege a hasadási lapokon vörösesbarna, egyébként fekete vaskos szfalerit és vaskos galenit. E két ásványon kívül kevés pirit és kvarc található. A piriten csak az $e\{210\}$ alak ismerhető fel; a felsőbányai pirit általában formaszegény. A szürkésfehér kvarckristályokon az $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$ és $z\{01\bar{1}1\}$ lépett fel. ZIRKEL a bournonit társaságában, ill. azt beborító kalkopiritet figyelt meg. A vizsgált darabon kalkopirit egyáltalán nem volt, viszont az előbb ismertetett kalkopirittel sem fordult elő bournonit. A bournonit kristályok részben a szfaleriten fekszenek, részben abban félig benőve találhatók. A benőtt kristályok mintegy úsznak a szfaleritben és mindkét végükön kifejlődtek. Sajnos, összenövési helyzetüket nem lehetett megállapítani. Ez annál is érdekesebb feladat lett volna, mert MÜGGE alapvető munkájában (6) a bournonit és szfalerit összenövését nem említi.

A fennőtt, 0·5—1 mm hosszú és 0·25—0·5 mm vastag bournonit kristályok sűrűn egymás mellé helyezkedtek és rendszerint a $b\{010\}$ lapjukkal nőttek a szfaleritre. Mérésre alkalmas kristályt kiválasztani rendkívül nehéz, ezért mindössze csak öt kristályt mérhettem, ezeken a következő 16 alakot állapítottam meg:

$a\{100\}$	$f\{120\}$	$n\{011\}$
$b\{010\}$	$\{450\}$	$*\{0.15.14\}$
$c\{001\}$	$\Psi\{560\}$	$\Sigma\{031\}$
$i\{130\}$	$*\{15.14.0\}$	$o\{101\}$
$\{380\}$	$m\{110\}$	$\{907\}$
		$u\{112\}$

E formák közül a $*\{15.14.0\}$ és $*\{0.15.14\}$ a bournonitra általában új alak.

A kristályformák meghatározása az alábbi szögértékek alapján történt:

	mért	számított [1]
(100):(110)	= 43°19′	43°10′
:(101)	= 46°17′	46°17′
(010):(130)	= 19°03′	19°34′
:(380)	= 21°14′	21°47′27″
:(120)	= 27°58′	28°03′
:(450)	= 40°09′	40°27′
:(560)	= 41°49′	41°41′
:(15.14.0)	= 44°50′	44°51′26″
:(110)	= 46°45′	46°50′
:(100)	= 89°59′	90°—
(001):(011)	= 41°45′	41°53′
:(0.15.14)	= 43°30′	43°51′33″
:(031)	= 69°16′	69°37′
:(010)	= 89°59′	90°—
:(101)	= 43°33′	43°43′
:(907)	= 51°04′	50°52′
:(112)	= 33°16′	33°15′
(011):(110)	= 62°57′	62°48′
:(120)	= 53°50′	53°54′
:(112)	= 29°01′	29°17′

A véglapok közül a $b\{010\}$ a legnagyobb. Vízszintesen enyhén rostozott lapjai igen jól tükröztek. Nagyságban rögtön utánna $c\{001\}$ következik. E forma lapjai símák, de többé-kevésbbé homályosak, ezért tükrözésük halvány. Az $a\{100\}$ lapjai függőlegesen rostozottak, középnagyok vagy keskeny csíkok. Tükrözésük kielégítő.

A III. fajta prizmákat az eddig ismert egyetlen alakkal ellentétben hét forma képviseli. Ezek kivétel nélkül függőlegesen erősen rostozottak, ezért reflexük ismétlődő és sokszor igen halvány. A legnagyobb fejlettséget az $m\{110\}$ érte el. Szokatlanul nagy lappal állapíthattam meg a $\{380\}$ alakot. E forma a bournonit ritka kristályalakjai közé tartozik. Először TERMIER figyelte meg a peychagnard-i bournoniton (7). Az $i\{130\}$, $f\{120\}$ és $\Psi\{560\}$ a

[1] H. A. MIERS: Crystallographie of bournonite. Min. Mag. 1884. 6. 59—79. V. GOLDSCHMIDT: Kryst. Winkeltabellen. Berlin, 1897.

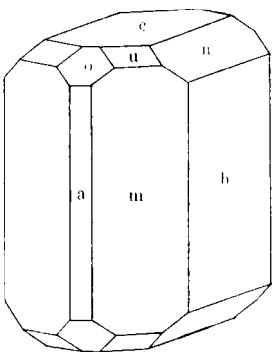
bournonitnak gyakori formái, a felsőbányai kristályokon keskeny lapokkal alakultak ki. Úgyszintén keskeny lapokkal lépett fel a $\{450\}$. Ezt a formát először Óradna bournonitjáról írta le Löw és Tokody (8). A $*\{15.14.0\}$ új forma. Csak egy kristályon egy lappal szerepelt. Keskeny, függőlegesen rostozott; tükrözése kielégítő. Az $m\{110\}$ vicinális formájának tekinthető, vele együtt jelent meg. Mért és számított értékei kitűnően egyeznek.

A II. fajta prizmák sorából a felsőbányai bournonitról már ismert $o\{101\}$ alakon kívül a $\{907\}$ formát állapítottam meg. Az $o\{101\}$ gyakori. Középnagy lapjai jól tükröztek. A $\{907\}$ csak egy kristályon jelent meg. Középnagy lapjának felülete mart. E forma a magyarországi előfordulások közül Óradnáról ismeretes(8).

Az I. fajta prizmák közül az $n\{011\}$ mindegyik kristályon szerepelt. Nagy lapjai általában homályosak, halványan tükröztek. Az egyik kristály egyik végén az $n\{011\}$ helyett vicinális alakja a $*\{0.15.14\}$ alakult ki. Ez az új forma minden sajátságában — nagyság, felületi kifejlődés, tükrözés — egyezett az $n\{011\}$-gyel. Érdekes, hogy a megfelelő III. fajta prizma — miként fentebb ismertettem — szintén előfordult a tanulmányozott kristályokon. A $*\{0.15.14\}$ mért és számított szögértékei jól egyeznek.

A bipiramisokat egyedül a már Schrauftól is megfigyelt $u\{112\}$ képviselte. E forma minden kristályon megjelent. Középnagy lapjai általában jól tükröztek.

A tanulmányozott kristályok egyszerű egyének. A fentebb ismertetett ásványtársulás kíséretében megjelenő bournonit tehát általában nem alkot ikerkristályokat. Egy másik ásványtársulás keretében viszont csakis ikerkristályok jelentek meg «kerékérc» alakban. E kiválóan szép kristályok 4—5 mm hosszúságot és 1·5—2 mm vastagságot értek el. A darab főtömegét fehéres vagy víztiszta $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$ formákból álló kvarckristályok alkották, ezekhez kevés kalkopirit, néhány szem pirit és galenit csatlakozott. A bournonit-kristályokon a $c\{001\}$ és a [001] öv közelebbről meg



1. ábra.

nem határozható lapjai fejlődtek ki. Úgy az előzőekben ismertetett egyszerű egyének, mint pedig a «kerékérc»-kristályok kifejlődése eltér az eddig ismert felsőbányai bournonit-típustól. Míg ugyanis a régebben leírt (ZIRKEL, SCHRAUF) kristályok $c\{001\}$ szerint táblásak, addig az általam vizsgált kristályok kivétel nélkül a c-tengely szerint megnyúltak. (1. ábra.)

Tetraedrit.

A tetraedrit társásványai között $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$ formákból álló kvarckristály bőségesen található, úgyszintén igen bőven fordul elő vaskos és kristályos kalkopirit és galenit, ezekhez kevés dolomit és pirit csatlakozik.

A tanulmányozott tetraedritek a kristályos kalkopiritet vonják be mintegy 0·5 mm vastagságban, az összefüggő tetraedrit-felületen határozott, jól mérhető tetraedrit-kristályformák állapíthatók meg. Előfordulnak olyan kalkopiritkristályok is, melyeknek felületén parányi fakóérc-tetraederek ülnek sűrűn egymás mellett. A bevonatot alkotó tetraedrit perimorfozának nem minősíthető, mert egyrészt éles határral válik el a kalkopirittől, másrészt mert önálló formákkal rendelkezik. Egy kristályból csiszolatot készítve, ércmikroszkóp alatt kitűnően látszik a kalkopirit és tetraedrit közti éles határ. E kalkopiritre nőtt tetraedritkristályokat először DÖLL írta le (9), kristálytani megfigyeléseket azonban nem közölt.

A megvizsgált tetraedrit-kristálytöredékek nagysága 1·5—5 mm. A kristályok sötét acélszürkék, majdnem feketék. Karcuk fekete. Jellemző rájuk, hogy mindig csak az egyik trigonális-csúcs körüli lapok fejlődtek ki. Felületük meglehetősen zavart, tükrözésük általában gyenge. Három kristályon az alábbi 11 alakot állapíthattam meg, ezek között a csillaggal (*) jelzett 4 forma a tetraedritre általában új.

$a\{100\}$	$*\{19.9.9\}$	$*\{752\}$
$d\{1\ 1$	$\tau\{885\}$	$*\{10.7.3\}$
$o\{111\}$	$*\{11.10.1\}$	$s\{321\}$
$n\{211\}$	$\{532\}$	

Legnagyobb lapokkal mindegyik kristályon a $d\{110\}$ fejlődött ki. Felülete síma, csak ritkán érdes; tükrözése igen jó.

A hexaeder csak egy kristályon szerepelt. Két középnagy lappal lépett fel, ezek kielégítően tükröztek.

A pozitív tetraeder két kristályon egy-egy kis lappal jelent meg, ezek símák, tükrözésük jó. Az egyik tetraederlapon egy parányi háromszögalakú rézvörös, enyhén ibolyásra futtatott (termésréz?) pikkelyke figyelhető meg.[1]

A tanulmányozott kristályokon mindössze két triakisztetraeder alakult ki: $n\{211\}$ és $\star\{19.9.9\}$. Az $n\{211\}$ mindegyik kristályon több lappal jelent meg. A kicsi vagy középnagy lapok általában símák, élénken fénylők; tükrözésük méretüknek megfelelően változik, általában jó. Az új $\star\{19.9.9\}$ csak egy kristályon volt megfigyelhető az $n\{211\}$ mellett. Keskeny csík, reflexe egységes, mért és számított szögértékei igen jól egyeznek.

A $\tau\{885\}$ a tetraedritnek ritka kristályalakja. Csak egy kristályon fejlődött ki egy keskeny, egységes, de halványan tükröző lappal.

A vizsgált kristályokon öt hexakisztetraeder jelent meg, ezek közül három általában új forma. Az $s\{321\}$ egy kristályon két igen élénken tükröző, csíkalakú lappal lépett fel. Az új formák közül a $\star\{752\}$ mind a három kristályon kialakult, az egyiken két lappal. A lapok keskenyek, tükrözésük halvány, ezért szögértékeik ingadozók; a $\star\{752\}$ kristályalakot mégis a tetraedrit biztos formái közé sorolhatjuk, mert mind a három kristályon fellépett és egy kristályon több lappal fejlődött ki. Az $\{532\}$ csak egy lappal jelent meg. E formát először UNGEMACH az Urbeis melletti Saint-Sylvestre-bánya tetraedritjén figyelte meg (10); Felsőbánya második előfordulási helye. A $\star\{11.10.1\}$ és $\star\{10.7.3\}$ csak egy-egy kristályon s csak egy-egy lappal volt megállapítható. Keskeny lapjaik tükrözése gyenge. Mért és számított szögértékeik különbsége nem haladja meg a 0°30′-t. E formák bizonytalanok.

A kristályok uralkodó alakja a $d\{110\}$. A tetraedrit rombdodekaederes típusa ritka s inkább az *As*-tetraedritek között fordul elő (Gotthard, Binnental, Framont, Cornwall, Tadergount (Algir)).

---

[1] Ércmikroszkóp alatt e pikkelyke felülete érdesnek tűnik fel; izotróp. Közelebbi vizsgálata a gazdaásvány feláldozása nélkül nem volt lehetséges.

A mért és számított szögértékeket az alábbi táblázat tünteti fel:

	mért	számított
(110):(100) =	44°49′	45°
:(111) =	34°59′	35°15′52″
:(211) =	29°53′	30°
(211):(100) =	35°06′	35°15′52″
:(111) =	19°26′	19°28′16″
(885):(110) =	23°44′	23°50′52″
:(111) =	10°58′	11°25′
(321):(110) =	19°13′	19°06′27″
(532):(211) =	23°33′	23°24′28″
*(19.9.9) :(111) =	20°50′	20°55′0″
:(211) =	1°17′	1°26′44″
*(11.10.1):(211) =	24°56′	25°17′10″
*(752):(110) =	16°02′	16°06′08″
:(211) =	13°28′	13°53′52″
*(10.7.3):(110) =	16°44′	16°59′40″

A felsőbányai kalkopirit és tetraedrit összenövését, mint pseudomorfozát először Döll írta le (9). Vizsgálatait megismételve és ércmikroszkópiai megfigyelésekkel kiegészítve, a kalkopiritre telepedett ásvány valóban tetraedrit és nem — mint gyakrabban található — szfalerit. Azonban, miként már fentebb kimutattam, sem pseudomorfozáról, sem perimorfozáról nem beszélhetünk; a tetraedrit kiválása önállóan a kalkopirit keletkezése után történt.

A kalkopirit és tetraedrit összenövése nem tartozik a ritkaságok közé, de miként Mügge alapvető munkájából (6) kitűnik: inkább a kalkopirit nő a tetraedritre, mint megfordítva. Azoknak az előfordulásoknak a száma igen csekély, ahol a tetraedrit vonja be a kalkopiritet; ezek sorában Mügge nem említi Felsőbányát.

A kalkopirit és tetraedrit összenövése rácsgeometriai és kristálykémiai alapon magyarázható meg.

A kalkopirit, tetraedrit és szfalerit szerkezete szorosan összefügg egymással. A kalkopirit rácsa deformált szfalerit-szerkezet, viszont a tetraedrit szerkezete a szfalerit rácsának nyolcszoros ismétlődése. Kristálykémiai szempontból tehát a szfalerit és kalkopirit homöotip szerkezetek; a szfalerit és tetraedrit pedig egymással

polimer izomorfia viszonyában vannak. Polimer izomorfia esetén keverékkristályképződés lehetséges, de a szerkezeti rokonságot a párhuzamos összenövés is kifejezheti (11); a tetraedrit- és szfalerit-nél mindkét lehetőségre ismerünk példát. Ha a kalkopirit rácsát deformált szfalerit-rácsnak fogjuk fel, akkor a kalkopirit és tetraedrit között is fennáll a polimer izomorfia s ezzel a két ásvány összenövése igen könnyen érthetővé válik. De ha a két szerkezet között ekkora rokonságot nem is tételezünk fel, a kalkopirit és tetraedrit szerkezetének hasonlósága kétségtelen: egymással legalább is az izotipia viszonyában vannak.

A kalkopirit szerkezetét R. Gross és N. Gross állapította meg (12), újabban pedig Pauling és Brockway határozta meg (13), utóbbiak szerkezet-megállapítása szerint az elemi cella c-tengelyére kétszeres érték adódik (a=5·27, c=10·30). A tetraedrit kristályszerkezetét Machatschki beható vizsgálataiból ismerjük (14). A kalkopirit rácsállandóit szembeállítva a tetraedrit rácsállandójával, ami középértékben 10·30 Å, a két ásvány szerkezetének rokonsága azonnal kitűnik:

kalkopirit	tetraedrit
$2a = 10{\cdot}54$ Å $= 2.5{\cdot}27$ Å (Gross)	$a = 10{\cdot}30$ Å
$2c = 10{\cdot}39$ Å $= 2.5{\cdot}19$ Å	

A kalkopirit és tetraedrit szerkezetének közelebbi rácsgeometriai vizsgálatából rögtön kiderül, hogy a két rácsnak közös (simultán) S-síkja van, ami párhuzamos összenövés szempontjából felette előnyös.

A két ásvány elemi cellájánál egyszerű számítással meggyőződhetünk arról, hogy mekkora az a legnagyobb rácsfelület, melyen azonos rácsirányok szerint érintkezik egymással a kalkopirit- és tetraedrit s ezzel eldönthetjük, hogy melyik kristályforma szerint előnyösebb az összenövés.

$$K = \frac{a_1 a_2}{4(a_1 - b_1)(a_2 - b_2)},$$

ahol a_1 és a_2 az a-kristály két rácsegyenesének periódusai, b_1 és b_2 a b-kristály megfelelő periódusai (12). E számításnál a kalkopiritre Gross adatait fogadtuk el. A tetraedrit szerkezetét illetőleg a rácsállandó Machatschki vizsgálatai szerint az *As* belépésével

csökkenőleg változik. A felsőbányai tetraedritből nincs kémiai elemzés. MACHATSCHKI szerint — minden közelebbi adat nélkül — a felsőbányai tetraedrit antimonfakóérc és rácsállandója $a=10{\cdot}29$ Å; a számításnál ezt az értéket használtuk. A számítás azt mutatja, hogy összenövésre úgy az (100), mint a (001) szerint egyaránt kedvező; a számértékek:

összenövési lap (100) $K = 1{\cdot}0348$
« « (001) $K = 1{\cdot}0505$

S valóban azt tapasztaltuk, hogy a tetraedrit a kalkopiritet folytonosan, teljesen beborítja. Ha pedig csak parányi fakóérc tetraederek telepedtek a kalkopiritre, akkor ennek minden lapján megtalálhatók a fakóérckristálykák.

A vizsgálati anyag szíves átengedéséért dr. ZIMÁNYI KÁROLY úrnak, a Magyar Nemzeti Múzeum ny. igazgatójának e helyen is hálás köszönetemet fejezem ki.

Pázmány Péter Tudományegyetem Ásvány- és Kőzettani Intézetében készült dolgozat.

Irodalom. — Schrifttum.

1. MAURITZ B.: Adatok a magyar chalkopyritek kristálytani ismeretéhez. — Beitr. zur kristallogr. Kenntnis der ungarischen Kupferkiese. Természetrajzi füzetek. 1902. **25.** 468.

2. B. COTTA—E. FELLENBERG: Die Erzlagerstätten Ungarns u. Siebenbürgens. Freiburg, 1862. 151.

G. VOM RATH: Bericht über eine geol. Reise nach Ungarn im Herbst 1876. Bonn, 1877. 37.

TÓTH M.: Magyarország ásványai. Budapest, 1882. 111.

V. v. ZEPHAROVICH: Min. Lex. Wien, 1873. II. 68, 1893. III. 46.

SZELLEMY G.: Nagybányának és vidékének fémbányászata. Nagybánya. 1894. 95.

SZELLEMY G.: Vyhorlat-Gutin trachithegység érctelepei. Budapest, 1896. 28.

3. F. ZIRKEL: Versuch einer Monographie des Bournonit. Sitzb. d. Math. u. Naturw. Cl. d. Ak. d. Wiss. Wien, 1862. **45.** Bd. 1. 438. és 464.

4. A. SCHRAUF: Atlas d. Krystallformen des Mineralreiches. Wien, 1865—77. Bd. I. Taf. 37. Fig. 18.

5. HIDEGH K.: Adatok egyes magyar ásványok chemiai elemzéséhez. Math. és Termtud. Közlemények. 1881. **17.** 109.

6. O. Müggе: Die regelmässigen Verwachsungen von Mineralien verschiedener Art. Neues Jahrb. f. Min. Beil. Bd. **16**. 1903. 360.

7. P. Termier: Sur la bournonite de Peychagnard (Isère). Bull. soc. franç. min. 1897. **20**. 101—110.

8. M. Löw—L. Tokody: Zur Kristallographie des Bournonits von Óradna. Zentralbl. f. Min. Abt. A. 1928. 105—113.

9. E. Döll: Pyrit nach Kupferkies, Tetraedrit nach Kupferkies; kugelförmige Hohlräume in Pseudomorphosen. Verh. d. geol. Reichsanst. Wien, 1884. 130—133.

10. H. Ungemach: Sur la tetraèdrite de la mine de Saint-Sylvestre (Urbeis, Alsace). Bull. soc. franç. min. 1909. **32**. 368—381.

11. V. M. Goldschmidt: Geochem. Verteilungsgesetze der Elemente. VI. Oslo. 1926. 17—21., VII. Oslo, 1926. 87—90.

12. R. Gross—N. Gross: Die Atomanordnung des Kupferkieses und die Struktur der Berührungsflächen gesetzmässig verwachsender Kristalle. Neues Jahrb. f. Min. Beil. Bd. **48**. 1923. 113—135.

13. L. Pauling—L. O. Brockway: The crystal structure of chalcopyrite $CuFeS_2$. Zeitschr. f. Krist. 1932. **82**. 188—194.

14. F. Machatschki: Formel u. Kristallstruktur des Tetraedrites. Norks geologisk. tidsskrift. 1928. **10**. 23—32.

F. Machatschki: Präzisionsmessungen der Gitterkonstanten verschiedener Fahlerze. Zeitschr. f. Krist. 1928. **68**. 204—222.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24.-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN CHALKOPYRIT, BOURNONIT UND TETRAEDRIT VON FELSŐBÁNYA.

Von L. TOKODY.

Chalkopyrit, Bournonit und Tetraedrit von Felsőbánya sind schon von altersher bekannt, ohne dass sich jemand mit deren eingehender Untersuchung befasst hätte.

Über den *Chalkopyrit* fehlen alle genaueren kristallographischen Beobachtungen. Nach meinen Untersuchungen sind diese einfach als sphenoidisch bezeichneten Kristalle sehr komplizierte Zwillingsbildungen. Die sicher festgestellten Formen eines 1·5 mm grossen Kristallbruchstückes: $z\{201\}$, $b\{605\}$, $m\{110\}$, $p\{111\}$, $p'\{1\bar{1}1\}$. Die Formen $z\{201\}$ und $p\{111\}$ sind vorherrschend, $m\{110\}$ ist mittelgross, $b\{605\}$ und $p'\{1\bar{1}1\}$ sind untergeordnet. Dieser Kristall ist ein Drilling. Zwei grössere Kristalle bilden einen Zwilling nach dem am Chalkopyrit so häufigen Zwillingsgesetze: die Zwillingsebene ist eine Fläche des Grundsphenoids. Die zwei, beinahe gleichgrossen Kristalle dringen bis zur Hälfte einander. Das dritte Zwillingsindividuum schliesst sich an einem des vorigen grösseren Kristalls in Zwillingsstellung. Dieser dritte Kristall folgt dem Zwillingsgesetz: Zwillingsachse parallel einer Polkante der Pyramide II. Ordnung $\{201\}$, Zwillingsebene dazu senkrecht.

Der zweite Kristall ist ein Bruchstück von der Grösse 3 mm. Die sicher festgestellten Formen sind: $z\{201\}$, $e\{101\}$, $m\{110\}$, $p\{111\}$. Er ist ein Drilling nach $\{101\}$ ohne einspringenden Winkeln.

Die 0·5—1 mm langen und 0·25—0·5 mm starken *Bournonit*-Kristalle kommen in Begleitung von Sphalerit, Galenit, Quarz und Pyrit vor. An fünf Kristallen wurden die folgenden Formen festgestellt; die mit einem Stern (*) bezeichneten Formen sind für den Bournonit überhaupt neu.

$a\{100\}$	$f\{120\}$	$n\{011\}$
$b\{010\}$	$\{450\}$	$*\{0.15.14\}$
$c\{001\}$	$\mathcal{F}\{560\}$	$\Sigma\{031\}$
$i\{130\}$	$*\{15.14.0\}$	$o\{101\}$
$\{380\}$	$m\{110\}$	$\{907\}$
		$u\{113\}$

Unter den Endflächen ist $b\{010\}$ vorherrschend; $c\{001\}$ ist kleiner als $b\{010\}$. Die Form $a\{100\}$ ist meistens untergeordnet. Unter den Prismen III. Art die Form $m\{110\}$ ist an allen Kristallen mit grossen Flächen vorhanden. Die Form $\{380\}$ war mit einer ungewöhnlich grossen Fläche entwickelt. Die Formen $i\{130\}$, $f\{120\}$, $\{450\}$, $\Psi\{560\}$ und $\star\{15.14.0\}$ sind schmale Streifen. Die Form $o\{101\}$ ist mit mittelgrossen Flächen sehr häufig. $\{907\}$ konnte nur an einem Kristall nachgewiesen werden. Das Prisma I. Art $n\{011\}$ ist an jedem Kristall mit grossen Flächen findbar. Die neue Form $\star\{0.15.14\}$ konnte gleichzeitig mit $n\{011\}$ lediglich an einem Kristall mit einer schmalen Fläche beobachtet werden. Von den Bipyramiden kam nur $u\{112\}$ an allen Kristallen mit kleinen Flächen zum Vorschein.

Die oben beschriebenen Kristalle bilden keine Zwillinge. In einer anderen Mineralassotiation — vorwiegend aus wasserhellem oder weisslichem Quarz und untergeordnet aus Galenit, Chalkopyrit, Pyrit bestehend — treten aber nur Zwillingskristalle in Rädelerzform auf. Diese Kristalle besitzen eine Länge von 4—5 mm und eine Dicke von 1·5—2 mm. Die Ausbildung der einfachen Kristalle, ebenso wie die der Rädelerzzwillinge weicht von den bisher bekannten Typ des Bournonits von Felsőbánya ab. Es wurden von Felsőbánya nur nach $c\{001\}$ tafelige und formenarme Kristalle beschrieben, die von mir untersuchten Kristalle sind im Gegenteil ohne Ausnahme nach der c-Achse stengelig und die einfachen Kristalle sind formenreich.

Die Begleitmineralien des *Tetraedrits* — in Reihenfolge von ihrer abnehmenden Menge — sind Quarz mit den Formen $m\{10\bar{1}0\}$, $r\{10\bar{1}1\}$, $z\{01\bar{1}1\}$, derber und kristallisierter Chalkopyrit, Galenit, Dolomit und Pyrit. Die Tetraedritkristalle sitzen entweder als winzige Kristalle auf dem Chalkopyrit oder überziehen denjenigen in etwa 0·5 mm Stärke. Im letzteren Fall kann man zwischen dem Tetraedrit und Chalkopyrit eine scharfe Grenze beobachten; die beiden Mineralien besitzen eigene Kristallformen. — An den Tetraedritkristallen wurden die folgenden 11 Formen festgestellt; die mit einem Stern (★) bezeichneten Formen sind für den Tetraedrit überhaupt neu.

$a\{100\}$	$*\{19.9.9\}$	$*\{752\}$
$d\{110\}$	$\tau\{885\}$	$*\{10.7.3\}$
$o\{111\}$	$*\{11.10.1\}$	$s\{321\}$
$n\{211\}$	$\{532\}$	

An allen Kristallen tritt $d\{110\}$ mit den grössten Flächen auf. Der Hexaeder kommt nur an einem einzigen Kristall vor. Der positive Tetraeder entwickelt sich an zwei Kristallen. Von den Triakistetraedern gelang es mir folgende Formen festzustellen: $n\{211\}$ und $*\{19.9.9\}$; $n\{211\}$ ist häufig, $*\{19.9.9\}$ tritt an einem Kristall neben $n\{211\}$ mit einer streifenförmigen Fläche auf. Die Flächen der Formen $a\{100\}$, $o\{111\}$, $n\{211\}$ sind klein bis mittelgross. Die Form $\tau\{885\}$ war nur durch eine schmale Fläche vertreten. Die Hexakistetraeder besitzen ohne Ausnahme schmale Flächen. Alle Tetraedritflächen reflektieren befriedigend. Der Typus der Kristalle ist rhombendodekaedrisch.

Die Verwachsung des Tetraedrits und Chalkopyrits wurde schon mehrmals beobachtet, aber meistens wächst der Chalkopyrit auf dem Tetraedrit; jene Vorkommen — wie Felsőbánya — wo der Tetraedrit den Chalkopyrit umhüllt, sind recht selten. Die regelmässige Verwachsung des Tetraedrits mit Chalkopyrit ist strukturell und kristallchemisch zu deuten. Die Chalkopyritstruktur ist ein deformiertes Sphaleritgitter, also sind der Sphalerit und Chalkopyrit homöotyp. Zwischen dem Sphalerit und Tetraedrit besteht eine Polymerisomorphie. Der Tetraedrit und der Chalkopyrit haben isotype Strukturen. Nach den Berechnungen ist zu der Verwachsung beider Mineralien die Fläche (100) ebenso bevorzugt wie die (001).

Mineralogisch-petrographisches Institut d. kgl. Ung. P. Pázmány-Universität zu Budapest.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.)

UJABB ADATOK A NADAPI KÖZSÉGI BÁNYA ÁSVÁNYTANI ISMERETÉHEZ.

ERDÉLYI JÁNOS-tól.

A nadapi kontaktelőfordulás Csonka-Magyarország egyik legérdekesebb ásványlelőhelye. A valószínűleg karbonkorú gránitot a fiatal harmadkorban több helyütt andezitmagna törte át. Ezekből az andezitvulkánokból ma már csak a kitörés kocsányai és néhány telérrészlet maradt fenn. Ilyen andezittelért tár fel a községi bánya.

Az andezit megszilárdulása után visszamaradt, savgőzökkel erősen telített, magas hőmérsékletű (500° körül) anyalúgot a mélységben uralkodó nagy nyomás a megmerevedő kőzet hasadékaiba és a még teljesen meg nem szilárdult kőzetanyagba préselte fel, hólyagüregeket hozott létre. A savgőzökkel és komplex-vegyületekkel telített oldatok megtámadták a kőzet anyagát, metazomatikus folyamatot, cserebomlásokat idéztek elő. Az uralkodó nyomásnak a felszín közelében történő jelentékeny csökkenésével kapcsolatban az oldatokban második forrás állt be, az oldott gázok elillantak s az előbbi hidrotermális metazomatózis mellett a pneumatolitos metazomatózis is fellépett. Egyidejüleg az oldatban a hidrotermális metazomatózis új, alacsonyabb hőmérsékletű és nyomású fázisa jött létre. Az első, 500°-on felüli hőmérsékletű és magas nyomáson végbemenő, ú. n. pirometazomatozis eredményezte az ércek lerakódását és a kvarc-kristályok képződését. A második fázisban megindult a pneumatolizis, a nyomás alól felszabaduló gázok elillanása. Ennek következményeként az andezitben az epidot és fluorit keletkezett, míg a környező gránitban a földpátok elkaolinosodása és szublimációs érclerakódás volt az eredmény. A lerakódott pirit és hematit FeF_3 alakjában szublimált,

majd ez vízgőzzel, illetve kénhidrogénnel cserebomlásba lépett. A szabaddá váló HF a plagioklászok Ca-mával fluoritot hozott létre. A pneumatolitos fázis rendszerint $HCl, HF, H_2S, CO_2, H_3BO_3$, H_2SO_4-tartalmú. A szulfátok közül, miként előző dolgozatomban ismertettem (1), a baritot sikerült megtalálni, míg a bórsavas ásványok közül, amint arról dr. Vendl Aladár műegyetemi ny. r. tanár úr szóbeli közléséből értesültem, a turmalin került elő. A nagy mennyiségű CO_2 a gránit elkaolinosodásánál játszott jelentős szerepet. Idézett dolgozatomban leírt hematit anyakőzete, durvaszemű aplit, az elkaolinosodás következményeként a bánya hányóján egy év alatt teljesen szétmállott.

A hidrotermális metazomatózis második fázisának hőmérséklete és nyomása alacsonyabb. Az 500°—300° közötti fázis a hipotermális metazomatózis; 300°—200° között mezotermális, 200°—50° között epitermális metazomatózis néven ismeretes. A lehülés folyamán mind a háromnak volt szerepe. A savgőzök távozása után az anyalúg meglehetősen alkáliás. Ez a lúgos, főleg meszes oldat a kőzetet repedései, illetve üregei mellett teljesen átalakította. A hipotermális metazomatózis eredményezte, mint már említettem, az epidotot és fluoritot, majd ehhez csatlakozva, a mezotermális és epitermális metazomatózis a zeolitok egész sorát hozta létre; végül barit és kalcit képződött a csaknem teljesen lehült oldatból.

A már ismert pirit, hematit és molibdenit mellett (1) az ércek közül újabban a *szfalerit* került elő. Sajnos jó kristályok nincsenek s így formákat meghatározni nem lehetett. Az andezit repedésein fordul elő pirit társaságában. Feketésbarna, kristálylapokkal csak itt-ott határolt szemcsék. Hasadásai lemezei gyanta-színnel áttetszők. Erősebb nagyítással néha apró tetraederes kristályokat is láthatunk. A hasadási lemezkék keresztezett nikolok között izotropok. Az ásványban kénmájreakcióval, illetve nátriumcinkkarbonátos mikrokémiai reakcióval a kén és cinket ki lehetett mutatni.

Az *epidot* (pisztacit) finom halványzöld tűk alakjában néha mohaszerűen fedi a repedések falát. A *fluoritot* szintelen vagy halványzöld illetve ibolyaszínű, egy alkalommal 6—8 mm átmérőjű (eddig innen ismeretlen nagyságú) oktaéderek alakjában találtam.

Az ismert zeolitok mindegyikét *(episztilbit, heulandit, cha-*

bazit, dezmin) sikerült megtalálnom, néha múzeálisan szép példányokban. Ezeken kívül előkerültek Nadapról eddig le nem írt ásványok is. Ezek : a *levyn, laumontit* és *skolecit* (mezolittal).

Az ismertek közül változatos kombinációi és figyelemre méltó optikai viselkedése miatt különösen jelentős az *episztilbit.*

A nadapi episztilbitet először MAURITZ B. ismertette 1908-ban(2). Jelenleg Hazánkban ez az egyetlen előfordulása. Három évtizeden át nem találták, az utóbbi időben azonban elég bőségesen került elő. Az előfordulás rendkívül hasonlit a Viesch (Wallis Kanton) közeléből leírt kontakt-előforduláshoz(3). Ott az 1—2 mm-es kristályokat heulandit, dezmin, zöld fluorit és hegyikristály kíséri. Nadapon a kvarc, fluorit, heulandit és dezminen kívül állandó kísérői az epidot, pirit, chabazit, levyn, kalcit, néha szfalerit és laumontit. A MAURITZ által észlelt (2)

$$c\{001\}$$
$$b\{010\}$$
$$a\{100\} \text{ (csak mint ikerlap)}$$
$$m\{110\}$$
$$u\{010\}$$

formákon kívül az újabban előkerült kristályok mindegyikén szerepel az s $(\bar{1}12)$ lap s így a nadapi episztilbiten a formák száma teljes.

Ennél több kristályalakot eddig sehol sem észleltek, amint ezt TRECHMANN is hangsúlyozza(4). Ez a néhány forma azonban a nadapi kristályokon a lapok kifejlődésétől és egymáshoz való viszonyától függően olyan változatos kombinációkban jelenik meg, amilyeneket eddig a világon sehol sem írtak el. A formák megjelenésére vonatkozólag MAURITZ megállapításait (2) következő megfigyeléseim egészíthetik ki:

c (001) lapjai nem mindig fényesek. Ha fénytelenek, akkor az összes tetőző-lapokon is bizonyos fokú korrodáltság észlelhető ;

u (011) lapjai többnyire fényesek és jól tükröznek ;

m (110) és b (010) lapokra vonatkozó megfigyeléseim egyeznek MAURITZ megállapításaival.

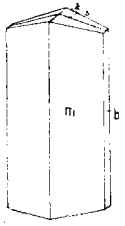
$s\{\bar{1}12\}$ alakot MAURITZ nem észlelte. E forma lapjai minden általam vizsgált kristályon megtalálhatók és minden esetben korrodáltak, többnyire teljesen fénytelenek, még felvillanással sem mérhetők. Ugyanezt állapította meg HINTZE is (5). Felületükön erős

nagyítással pikkelyezettség, felpattogzás észlelhető. A korrodáltság annál erősebb, minél nagyobb a lap. A kisebb lapok fényesebbek, ezek tükrözése jobb. Ez TRECHMANN megfigyelésével is egyezik(4). A lapok hosszában a *b*-tengellyel párhuzamosan alig észrevehető rovátka húzódik végig, amely, miként azt TENNE is megállapította(6), nem egyéb, mint az első véglap szerinti ikervarrat. Ő is észlelte az *s* lapok pikkelyezettségét ; a pikkelyek az *s*:*m* él irányában nyultak meg. A nadapi episztilbit termete *m* (110) szerint oszlopos. Többnyire egyik végükkel nőttek az anyakőzethez. A többi lap csak a kristály felső végén fejlődött ki még akkor is, ha az a prizma lappal nőtt hozzá a kőzethez. Ilyenkor a kristály túlsó vége szilánkos, szálkás, egyetlen kristálylap nélkül.

A kristályok mérete 1—7 mm. Termetük annyira rombos, hogy hosszú ideig annak is tartották. Csak optikai vizsgálatok derítették ki monoklin voltukat(6, 7). DES CLOIZEAUX szerint(7) tehát a rombos jelek átalakulnak monoklin jelekké, az alábbi táblázatnak megfelelően:

rombos	monoklin
(110)	(110)
(010)	(010)
(101)	(001) és ($\bar{1}$01)
(011)	($\bar{1}$12)
(121)	(011) és ($\bar{1}$11)

A későbbiekben kiderült, hogy a jelek száma is csökken(4), ugyanis sehol sem található egyszerű monoklin episztilbit-kristály A látszólag rombos, valamint a látszólag monoklin kristályok mindegyike első véglap szerinti iker. A ($\bar{1}$01) megfelel az ikerhelyzetben lévő (001)-nek, a ($\bar{1}$11) az ikerhelyzetű (011)-nek. A látszólag monoklin termet úgy jön létre, hogy az iker-állású kristályon kevesebb és tökéletlenebbűl fejlett lap jelenik meg, mint az alapállású egyénen. Ilyen látszólag monoklin kristályok *b* lap szerinti metszeteit (hasadási lemezeit) mikroszkóp alatt vizsgálva, a kristályt minden esetben első véglap szerinti ikernek találtam.



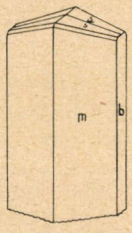
1. ábra. Egyszerű episztilbit-kristály.

A legegyszerűbb kombináció: *m* (110), *b* (010), *s* ($\bar{1}$12) (1. ábra). Egy esetben észleltem olyan kris-

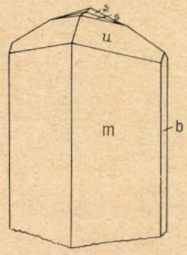
tályt, amelyen a második véglap hiányzott. A MAURITZTÓL leírt *m* (110) és *c* (001) egyszerű kombinációt az újonnan előkerült anyagban nem, csupán egy magángyüjteményből vizsgálat céljából rendelkezésemre bocsátott régi darabon észleltem.

További kombinációk:

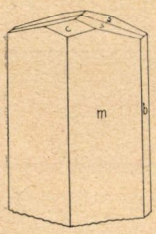
m, b, s, u, (2—3. ábra).
m, b, s, c, (4—6. «).
m, b, s, u, c. (7—12. «).



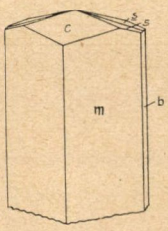
2. ábra.



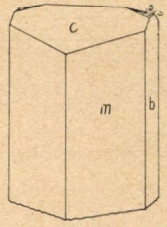
3. ábra.



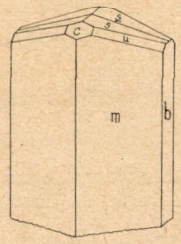
4. ábra.



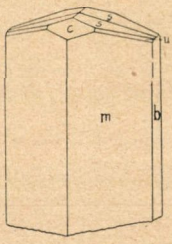
5. ábra.



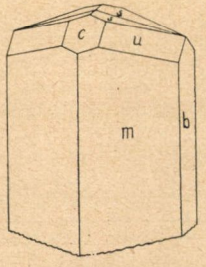
6. ábra.



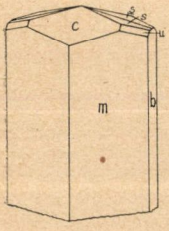
7. ábra.



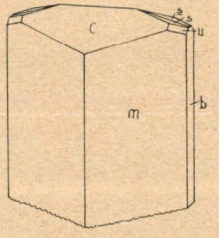
8. ábra.



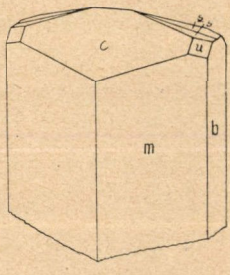
9. ábra.



10. ábra.



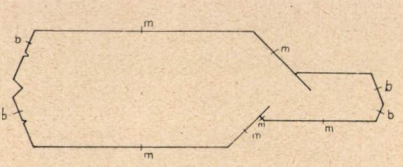
11. ábra.



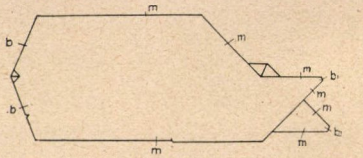
12. ábra.

Episztilbit-kristályok különféle kombinációi.

E kristályok vagy egyenként, vagy gyakrabban legyezőszerű csoportokban fordulnak elő(2). A másik, nadapi kristályokon meglehetős ritka ikerképződményen, amint azt MAURITZ megállapította(2), ikerlap az *m* (110). E törvény szerint az episztilbit érintkezési és áthatolási ikereket alkothat. MAURITZ mindkettőt említi. Vizsgálati anyagomban azonban csak áthatolási ikreket találtam 5 esetben. E kristályokon csupán a prizmazóna lapjai fejlődtek ki, a tetőzőlapok helyén legömbölyödött érdes, korrodált felület van egyetlen



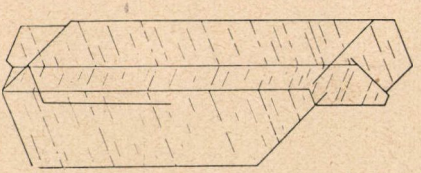
13. ábra.



14. ábra.

Episztilbit áthatolási ikerkristályai.

mérhető kristálylap nélkül. E miatt az ikerkristályoknak csupán vízszintes vetülete volt megszerkeszthető (13—14. ábra). A HINTZÉtől említett (5) lépcsős felépítésű áthatolási iker anyagomban csak egy volt (15. ábra). Ennek *c*-tengelyre merőleges csiszolatán a rajzban feltüntetett optikai orientáció látható. Az egyes egyéneken jól láthatók a hasadási irányok. A mért szögértékek meglehetősen ingadoznak (v. ö. MAURITZnál) (2). Az eltérés nemcsak különböző lelőhelyről származó episztilbiteken, hanem az egyes nadapi kristályok között is megvan. Ez ingadozás különböző magyarázatai közül legvalószínűbbnek a víztartalmon alapuló látszik. Erre a későbbiekben még visszatérek.



15. ábra.
Lépcsősen felépített episztilbit kristály; áthatolási iker.

A mérések eredményét a számított szögértékekkel[1] és az ingadozások feltüntetésével együtt a következő táblázatban állítottam össze :

[1] A számított szögadatokat HINTZE: «Handbuch der Mineralogie» című munkájából vettem.

	Kr.	n.	Mért:	Számított:	Ingadozás:
$m : m = (110) : (\bar{1}10)$....	18	34	44°57′	44°50′	44°07′—46°00′
$m : b = (110) : (010)$....	20	74	67°30′	67°35′	66°32′—68°25′
$b : s = (010) : (\bar{1}12)$....	14	22	74°08′	73°49·5′	73°30′—74°50′
$s : s = (\bar{1}12) : (\bar{1}\bar{1}2)$....	9	9	31°43·5′	32°21′	31°17′—32°09′
$c : \underline{c} = (001) : (00\underline{1})$....	5	5	68°08′	70°13′	67°15′—69°10′
$m : c = (110) : (001)$....	6	20	58°37·5′	57°52·5′	57°00′—59°30′
$b : u = (010) : (011)$....	6	10	65°00′	64°37′	64°30′—65°37′
$u : c = (110) : (001)$....	7	11	25° 3·5′	25°23′	24°38′—25°37′
$m : u = (110) : (011)$....	7	15	50°11·5′	49°55′	48°45′—50°45′
$s : c = (\bar{1}12) : (001)$....	2	5	37°47′	38°15′	37°30′—38°15′

Amint a táblázatból is látható, a tetőzőlapok egymáshoz mért hajlásszöge, $s : s$ és $c : c$ állandóan a ROSE-TENNE (6) tengelyaránnyal számított értékek alatt marad. Ezzel szorosan összefügg az $m : c$ és a $b : s$ szög növekedése. Az $s : c$ értéke is csaknem állandóan kisebb, mint a számított. A [001] övben az ingadozás teljesen szabálytalan.

Egy esetben a $c : c$ viszonyt rendkívül alacsonynak 74°52′-nek találtam, ennek megfelelően az $m : c$ értéke 59°30′ körül volt. A kristály b szerinti metszetét mikroszkóppal vizsgálva kitűnt, hogy ez a látszólag egységes kristály két külön egyénből áll, melyek egymáshoz viszonyítva néhány foknyi szöggel elfordultak.

Optikai viselkedésére vonatkozólag MAURITZ megállapításai az irányadók (2). Mint már említettem az epsztilbitet hosszú ideig rombos rendszerűnek tartották, azonban DES CLOIZEAUX (7) és TENNE (6) vizsgálatai kiderítették, hogy e kristályok első véglap szerinti monoklin ikrek. A kristály a második véglappal párhuzamosan kitűnően hasad és e hasadási lemezeken az optikai viszonyok jól megfigyelhetők. Az optikai tengelysík a második véglap. A hegyes szögfelező a tompa β-szögben 8—9°-ot zár be a c-tengellyel. A hegyes szögfelező iránya: c, a tompa szögfelező: a. A törésmutatókat az immerziós módszerrel meghatározva, a következő értékeket kaptam:

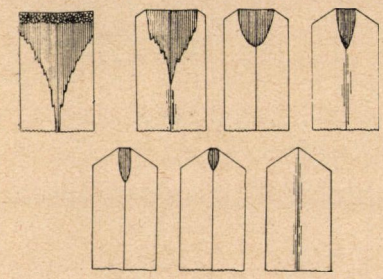
$$\alpha = 1.510, \qquad \gamma = 1.518.$$

A kettőstörés:

$$\alpha - \gamma = -0.008,$$

közepes és negatív.

Különböző episztilbit-kristályok b szerinti metszeteit vizsgálva érdekes jelenséget észleltem. A legtöbb kristályban a kristály csúcsánál, valamint az ikersík mentén, az s lap vonalából kiinduló ék- vagy U-alakú vonallal határolt területen a két ikerrész között a metszet semmilyen helyzetben sem olt ki. E területen rostos halmazpolarizáció észlelhető. Ugyanezt megfigyelte TENNE (6), DES CLOIZEAUX (7), TRECHMANN (4) és HINTZE is (5). Ők ezt mállásnak, kémiai elváltozásnak minősítették. A hasadási lemezek további vizsgálata során tett megfigyeléseim e felfogással nem egyeztethetők össze. Nézetem szerint e jelenségek magyarázatát egészen más irányban kell keresnünk.



16. ábra.
Halmazpolarizáció az episztilbiten.

A halmazpolarizáció jelensége szorosan az s ($\bar{1}12$) laphoz illeszkedik. Ha az s lap szélesebb, a halmazpolarizációs terület is nagyobb, ha az s lap keskenyebb, a halmazpolarizáció kisebb, esetleg csak orsó-alakú területre korlátozódik. Ha a kristályon az s lap nem szerepel, a halmazpolarizáció sem lép fel, legfeljebb az ikervonal mentén észlelhető néhány színes csík. A jelenséget a 16. ábra tünteti fel vázlatosan.

Rendkívül érdekes az episztilbit viselkedése melegítéskor, az ekkor fellépő változásokat HINTZE (5), RINNE (8) és MAURITZ ismertette (2). melegítéskor a két ikerrész kioltási szöge egyre kisebb lesz, magasabb hőmérsékleten a kristály rombos szimmetriát vesz fel s az ikersík eltűnik. Egyúttal a rugalmassági irányok helyzete is megváltozik (c=c, a=b, b=a) s az optikai tengelysík az első véglap lesz. MAURITZ a halmazpolarizációt nem észlelhette, mivel az szorosan az s ($\bar{1}12$) lapokhoz van kötve, melyek az általa vizsgált kristályokon nem szerepeltek. HINTZE, RINNE és MAURITZ megállapításaihoz csatlakoznak további vizsgálataim.

Olyan b lap szerint hasított episztilbit-lemezeket melegítettem, amelyeken a halmazpolarizációs folt megvolt. Észleléseim a következők:

a) A kioltási szög egyre kisebb, végül az ikersík eltűnik s a kristály felveszi a rombos szimmetriát, egyúttal eltűnik a halmazpolarizáció s a kristály itt is egyenes kioltású lesz. Lehülés alkalmával lassan, (még inkább vízzel lecsöppentve) a megfordított jelenségek észlelhetők : az ikervonal ismét megjelenik s az előbb egyenes kioltású halmazpolarizációs rész újra felveszi eredeti (színesen csíkozott) állapotát.

b) Az előbbinél tovább melegítve a kristálylemezt, az átlátszatlan, fehér lesz, ugyanakkor azonban az előbbi halmazpolarizációs terület még átlátszó marad, de jellege rombos lesz. A kristálylemezt most vízzel vagy alkohollal lecsöppentve, ismét átlátszóvá válik, a halmazpolarizáció (kissé elmosódottan) és az ikervonal újra megjelenik, de a kioltás szöge kisebb, mint eredetileg (5—6°). A jelenség még szebben megfigyelhető, ha a hevített kristályt xilolban oldott kanadabalzsamba ágyazzuk. A kioltás szöge ilyenkor a hevítés mértékétől függ. Hosszabb ideig, magasabb hőmérsékletre hevítve, balzsamba való beágyazás után a kioltás szöge még kisebb (2—3°).

c) Végül, ha addig hevítjük a lemezt, míg a halmazpolarizációs rész is átlátszatlan, fehér lesz, balzsamba beágyazás után ismét átlátszóvá válik ugyan, de sem az ikervonal nem jelenik meg többé, sem a halmazpolarizációt nem észleljük. A kristálylemez egyenesen olt ki, de a kettőstörés csökken.

d) Ha a lemezt csak addig hevítjük, hogy az eredetileg halmazpolarizációs rész még átlátszó legyen, mikor a kristály többi része már teljesen átlátszatlan, ez az átlátszatlan rész könnyen leválasztható, leporlasztható az átlátszó szilárd részről. Ily módon a halmazpolarizációs rész kipreparálható és viselkedése külön tanulmányozható. Ez a rész a lehűlés után is egyenesen olt ki. Ha azonban vizet vagy alkoholt csöppentünk rá, a csikozottság — ha nem is oly élénken, mint eredetileg — újra megjelenik. Legszebben látható ez alkohollal. Az alkohol elpárolgása után a kristálypikkely ismét egyszínűvé és egyenes kioltásúvá válik. Ha a hevítést annyira folytattuk, hogy az interferenciaszinek csökkenése már bekövetkezik, ez a játék nem ismételhető meg.

A jelenségek magyarázatát az episztilbit víztartalmában kell keresnünk. Ugyanis a zeoliteket általánosságban szilárd oldatnak

tekintik (9), amelyben a víz és a szilikát-váz a legbensőbb módon hatják át egymást. A víz nem kémiailag, hanem fizikailag van kötve, melegítéssel tehát nagyrészt könnyen eltávolítható. Feltételeznek azonban a zeolitekben kémiailag kötött vizet is, mely csak erősebb hevítéssel űzhető el. Hevítéskor előbb a térrács külső felületéről távozik el a víz, mely a kristály belsejéből az oldástenzió vagy a gőznyomás következtében diffuzió útján pótolódik (10). Így tehát emelkedő hőmérsékleten a kristályban a vízre vonatkozólag mindig újabb és újabb egyensúlyi helyzet áll elő. Meghatározott hőmérséklet alatt maradva, lehűlés alkalmával a kristály ismét képes felvenni eredeti víztartalmát. A víz helyére ilyenkor azonban más folyadékok, így alkohol, CS_2 és egyéb organikus oldószerek, gázok (Cl_2, Br_2) sőt, mint látjuk, a kanadabalzsam alkotói is léphetnek. Meghatározott hőmérsékleten túl hevítve, az eredeti állapot közönséges hőmérsékleten és nyomáson többé nem áll helyre. A vízfelvétel szempontjából «hiszterézis», akadályjelenségek lépnek fel, melyek annál nagyobbak, minél nagyobb a hevítés. Végül, mikor a kristály teljesen átlátszatlanná vált, csak a víztelenített kristályváz marad vissza. Tökéletes víztelenítés után a víz újra-felvétele teljesen irreverzibilis, amint ezt heulanditra vonatkozólag Niggli (11) és Scheumann (12) megállapították. Ilyen erősen hevített zeolitokon röntgenográfiai vizsgálatok alkalmával erős mechanikai deformáció észlelhető, hasonlóan a mechanikailag deformált kristályokhoz (pl. hajlított csillámlemez). Így Rinne a skolecit víztelenítésekor a rács átrendeződését észlelte (13), melylyel természetesen kapcsolatos volt az optikai viszonyok megváltozása. Ez amellett szól, mintha a víz mégis lényeges része volna a skolecit rácsának. Rinne éppen azért a zeolitok víztelenítését «kristálytani-kémiai leépítés»-nek nevezi és ez alatt oly kémiai átalakulást ért, mely a kristályváz érintése nélkül mehet végbe. Tehát fel kell tételeznünk egy szilikátvázt, melynek hézagaiba a víz vagy egyéb molekulák vagy atomcsoportok beilleszthetők anélkül, hogy a váz lényeges változást szenvedne. Azonban a skolecit példája azt mutatja, hogy ez nincs mindig így (14).

Az episztilbit vízveszteségét 100—350° között Jannasch mérte (15) és úgy találta, hogy 350°-ig a víztartalom 12—12·5%-a eltávozik. 250° körül kb. 10—11% a veszteség.

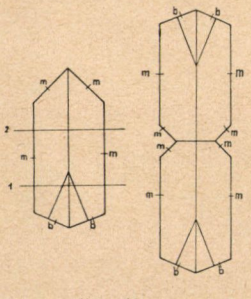
Mindezek előrebocsátása után feltételezem, hogy az episztilbit, mely Nadapon a mezotermális metazomatózis legelső zeolit-termékeként 200—300° közötti hőmérsékleten és magas nyomáson keletkezett, a kőzet üregeiben uralkodó különleges fizikai-kémiai viszonyok között a kisebb víztartalmú rombos módosulat alakjában kristályosodott. Magas hőmérsékleten és nyomáson tehát a rombos módosulat állandó. A nyomás és hőmérséklet csökkenése alkalmával a kristály újabb vízmennyiségeket vesz fel és átalakul a közönséges hőmérsékleten és nyomáson állandó monoklin módosulattá. A vízfelvétel tehát a külső és belső sajátságok megváltozásával jár együtt. Hogy az eredetileg magasabb külső szimmetria fennmaradhasson, a monoklin szimmetria felvételekor minden kristály első véglap szerinti ikerré alakul. Az így képződött két ikerrész oly alakváltozást szenved (a szivacs felduzzadásához hasonlíthatóan), hogy ennek következtében az ikersík mentén a két rész egymásra nyomást fejt ki s e nyomásra merőlegesen a palás szerkezethez hasonló csíkozottság, mikroszkóppal nézve halmazpolarizáció lép fel. Ez a nyomás természetesen legerősebb lesz a kristály felső végén, ahol külső erők e nyomóerőt nem ellensúlyozhatják. A belső szimmetria megváltozásával kapcsolatban külső alakváltozás is fellép és az eredetileg (011) indexű első fajta prizma az ikervonal mentén beroppan, felülete felpikkelyeződik, a kristálylap nagyságától függően többé-kevésbbé határozott alakban megjelenik az ikervarrat és kialakúl a ($\bar{1}12$) indexű monoklin kristálylap.

Ez a magyarázata annak, hogy miért nem lehet a világon sehol sem találni egyszerű monoklin episztilbit-kristályt, csak első véglap szerinti ikreket és miért korrodáltak és felpikkelyezettek minden kristályon az *s* ($\bar{1}12$) lapok. Ugyancsak ez magyarázza meg a szögek állandó ingadozását, különösen a *c* : *c* és az *s* : *s* viszonyban.

Hogy az *s* lap ténylegesen beroppant, misem bizonyítja jobban, hogy mikroszkópi metszetben az alatta levő sávon — ha az *s* lap nagyobb — nem csíkos, hanem szemcsés halmazpolarizáció észlelhető, ami mozaikszerűen összezúzott szerkezetre utal. Mikor az episztilbit-kristály melegítéskor elveszti a víz egy részét és rombos szimmetriát vesz fel, megszűnik a nyomás (amelyet az elemi kristályok is gyakorolnak egymásra) s ezzel kapcsolatban eltűnik a halmazpolarizáció. Lehűléskor és vízfelvételkor a folyamat

fordított s a halmazpolarizáció újra megjelenik. Azonban ez a halmazpolarizációs rész vagy nehezebben veszti el a vizet (kémiailag kötött víz) vagy nagyobb víztartalmú, mint a kristály többi része, mert átlátszó marad hevítés után akkor is, mikor a kristály többi részén már átlátszatlan lett. Teljes víztelenítés után azonban a szilikátrácsnak is deformálódnia kell, mert a kettőstörés értéke erősen csökken.

Az *m* (110) prizmalap szerinti ikreket HINTZE vizsgálta (5). Több csiszolatból, melyek részben a *c*-tengelyre merőlegesek, részben azzal párhuzamosak, ez utóbbiak vagy a második véglappal párhuzamosak vagy az ikersíkra merőlegesek voltak, azt a megállapítást vonta le, hogy a prizma szerinti ikrek nem két első véglap szerinti ikerből, tehát négy monoklin kristályból, hanem csak két egyszerű monoklin kristályból állanak. Ez feltevésemmel ellentétesnek tűnik fel. Épp azért prizma szerinti ikerkristályokból is készítettem ugyanilyen orientációjú csiszolatokat úgy, hogy a kristályt kanadabalzsamba beágyazva borotva-pengével három részre vágtam s ezeket megcsiszolva a kristály három különböző részéből kaptam csiszolatot. A nadapi kristályok alapján a kérdést eldönteni nem lehetett, mert a kristály belsejének túlnyomó része szemcsés halmazpolarizációjú.



17. ábra.
Ikervonalak elhelyezkedése az episztilbiten.

További vizsgálatokra olyan izlandi episztilbiteket használtam, melyeken az *s* ($\bar{1}12$) lapok nem voltak meg s így a metszetekben a halmazpolarizációs rész hiányzott.[1] Az érintkezési, valamint az áthatolási ikreknél is az első véglap szerinti ikervonalnak a *b* (010) lapokra merőlegesen kell jelentkezni s a két ikervonalnak az *m*-ikervonal meghatározott pontján a 17. rajznak megfelelően kell találkozni, ha feltevéseim helyesek. Az izlandi episztilbitekből készült csiszolatokon ezek az ikervonalak jól felismerhetők.

[1] A vizsgálati anyagot a Magyar Nemzeti Múzeum ásványgyüjteményéből ZSIVNY VIKTOR igazgató úr bocsátotta rendelkezésemre. Legyen szabad ez úton is megköszönnöm.

A két kristályfél ugyan egyszerre olt ki, mivel ilyen orientáció mellett a főrezgési irányok mindkét részben megegyeznek, azonban az ikervonal két oldalán jelentkező színkülönbség, valamint a Becke-vonal jelzi, hogy az ikervonal két oldalán a rugalmasságok értéke más.

Ha a prizma szerinti ikert a *c*-tengellyel párhuzamosan a prizmalapra merőlegesen az 1. vonalnak megfelelően metsszük, akkor két szélesebb külső és két keskenyebb belső egyénből állónak fogjuk látni. Ha a 2. vonallal jelzett helyen metsszük a kristályt, akkor két egyszerű monoklin egyénből állónak fogjuk találni. HINTZE csiszolatai valószínűleg ilyen helyzetűek voltak. Ő a két szimmetrikus ikerrész kioltását 15°-nak mérte. Csiszolataimban az ikerrészek páronkint közelítőleg (hullámos kioltás miatt, ami szintén belső feszültség jele) egyszerre oltanak ki, mert a baloldali kristály belső részében a hegyes szögfelező vetülete a metszet síkjára (főrezgési irány) ugyanaz, mint a jobboldali kristály külső részében. A kioltás szögét rendszerint 8—10°-nak találtam, azonban néha ettől jelentős eltérést is észleltem.

Mindezek alapján tehát az episztilbitnek két módosulatát kell feltételeznünk : a magasabb hőmérsékleten állandó rombos és a közönséges hőmérsékleten állandó monoklin módosulatot. A két módosulat vízfelvétellel, illetve leadással a hőmérséklet megváltozásakor egymássá átalakulhat.

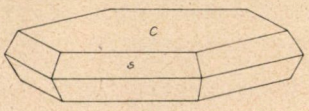
Természetesen ez csak feltevés, melyet a felsorolt adatok igazolni látszanak. A kérdést véglegesen eldönteni azonban csak pontos röntgenográfiai vizsgálatok alapján lehet, annál inkább is, mert a jelenségek nem illeszthetők be teljesen a zeolitek jelenlegi ismeretének keretébe. Sajnos episztilbitre vonatkozó röntgenográfiai vizsgálatok ezideig nincsenek.

A *levyn* a legritkábban előforduló zeolitek közé tartozik. Európában izlandi és angliai lelőhelyein kívül alig egy-két helyen találták (Cseh-Morvaország, Olaszország). Hazánkban Nadap az első előfordulása. A chabasit rokona. Hosszú ideig e két ásványt egynek vették, azonban megjelenési módja, a hasadás hiánya, kémiai összetétele és optikai viselkedése megkülönböztetik őket. Nadapon az andezit repedéseiből és üregeiből került elő. Fluorit, epidot, pirit, chabazit, heulandit episztilbit, kalcit és kvarc állandó

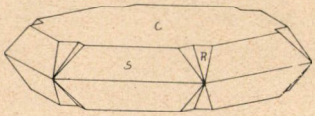
kísérői. Egy ízben skolecittűk és szemcsés kalcit közé beágyazva találtam.

A kristályok $\frac{1}{2}$ mm vastag 1—2 mm átmérőjű hatszögletű táblácskák. Alakjukat legtöbb esetben egy látszólagos hexagonális bipiramis és a bázislapok szabják meg. A látszólagos bipiramislapok a mérések szerint az $s\{02\bar{2}1\}$ indexű I. rendű negativ romboéder lapjainak felelnek meg. Ezenkívül több kristályon szerepelt az $R\{10\bar{1}1\}$ alapromboéder is.

A legegyszerűbb kombináció e két romboéder s a bázislapok kombinációja lenne, azonban ilyen egyszerű kristályt egyszer sem



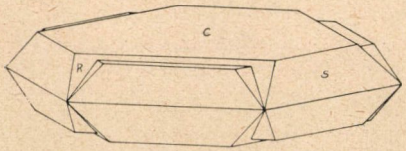
18. ábra.



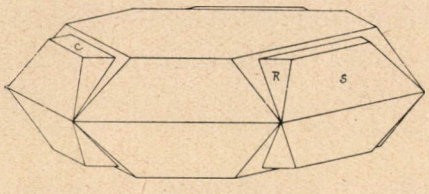
19. ábra.

Levyn-ikerkristályok.

találtam. Az előkerült levyn-kristályok mindegyike bázis szerinti áthatolási iker. A két ikeregyén többnyire úgy növekszik, hogy az $s(02\bar{2}1)$ romboéder-lapokkal határolt látszólagos bipiramisos alak jön létre (18. ábra). Más esetben a kristály sarkain kis ékalakú bemélyedést hoznak létre az alapromboéder lapjai (19. ábra). Olyan kristályok is előfordultak, amelyeken az R-romboéderlapok világosan felismerhetők s e lapok fölött kis kiugrás alakjában jelennek meg az átellenes kristály sarkai (20—21. ábra). A jelenség tökéletesen hasonló a chabazitnál is észlelhető ikrekhez. A levynt, mint említettem mégis külön ásványnak kell tekintenünk. Ha a chabazit alapromboéderére vonatkoztatnánk a levyn formáit, az $R(10\bar{1}1)$-ből $\frac{3}{4}R(30\bar{3}4)$, az



20. ábra.



21. ábra.

Levyn-ikerkristályok.

$s(02\bar{2}1)$-ből $-\frac{3}{2}R(03\bar{3}2)$, jóval magasabb indexű romboédereket kapnánk.

A chabazitnál észleltekhez hasonló jelenség az s romboéderlapokon látható rovátkoltság is. E vonalak az R- és s-lapok kombináció éleivel párhuzamosan haladva, a romboéder-lap függőleges középvonalában szög alatt találkoznak. Így látszólag egy szkalenoéder keletkezik. E rovátkák növekedési idomoknak, vicinális lapoknak felelnek meg. Az R-romboéder lapjai mindig egyenletesek, kissé korrodáltak fénytelenek, nehezen mérhetők. A bázislapok rendszerint elég fényesek, néha azonban homályosak. Ilyenkor rajtuk erősebb nagyítással jégvirághoz hasonló, szabálytalanul elhelyezkedő zeg-zugos rajzok láthatók.

A mérések eredményét a következő táblázatba foglaltam össze:[1]

	n.	Kr.	Mért:	Számított:
$R:c=(10\bar{1}1):(0001)$	14	7	$43°58\frac{3}{4}'$	44°15′
$s:c=(02\bar{2}1):(0001)$	39	11	$62°20\frac{1}{2}'$	62°37′

A levyn optikai viselkedésével Lacroix foglalkozott 1885-ben (16). Megállapításaival megfigyeléseim nem egyeznek mindenben. Ugyanis levyn-kristályt keresztezett nikolok között vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy a bázislapon nyugvó kristály világosabb és sötétebb mezőkre tagozódik jeléül annak, hogy a főtengely irányában igen gyenge kettőstörés van. E kettőstörést a színeltolódásból meghatározva 0.0002-nek találtam. Ezt az anomális kettőstörést jól megfigyelhetjük gipsz lemez segítségével. Ilyenkor a sötétszürke mezők helyén színes, sárga és kék mezőket kapunk. E mezők határán mindig ibolyaszínű csík, tehát kioltás van. A szektorok hosszanti iránya : c, tehát a kristály főtengelyének iránya $c=a$. Lacroix szerint (l. c.) e pozitív főzónajellegű mezőkre különülés a levynnél nem, csak a chabazitnál észlelhető (?). A mikroszkópasztalt forgatva azt tapasztaljuk, hogy ha a kristály átlója a gipszlemez nagyobbik rugalmasságával esik egybe, akkor az átló melletti két-két szektor sárga, az erre merőleges szektorok kékszínűek, ha az átló a gipszlemez kisebbik rugalmasságával megy párhuzamosan, akkor az ehhez közelebb eső négy szektor kék, a reá merő-

[1] A számított értékeket Hintze: «Handbuch der Mineralogie» című munkájából vettem.

leges szektorok sárgák. A kioltás az átlóktól a szektor belseje felé hullámosan és az átlókhoz szimmetrikusan történik. A törésmutatókat ω=1.494. ε=1.488-nak találtam. Innen a kettőstörés $\varepsilon-\omega$=0.006. E törésmutatók jól egyeznek E. S. Larsen által a Table Mt.-i levynre meghatározott értékekkel (ω=1.496, ε=1.491).[2] azonban az irodalomban másutt közölt adatoknál jóval kisebbek és már a chabazitéhoz közelednek. A chabazit kettőstörése azonban jóval alacsonyabb (0.002). Az ásvány melegítésekor a szektorok határa élesebbé válik.

Kémiai összetételére W. Wahl a következő racionális képletet állította fel (17) :

$$CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 3SiO_2 + 5H_2O.$$

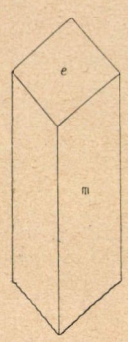
Ha összehasonlítjuk a skolecit képletével :

$$CaO \cdot Al_2O_3 \cdot 3SiO_2 + 3H_2O$$

érthetővé válik, hogy levyn-kristályok miért fordultak elő skolecittűk társaságában.

A kristály lángban könnyen olvad felduzzadás közben porcelánszerű golyóvá, miközben a *Ca* lángfestését észlelhetjük.

Laumontitot Napadról Reichert R. írt le, azonban nem a községi bányából, hanem a jóval távolabbi gr. Cziráky f. bányából (18). A községi bányában talált laumontit rendkívül apró, 0·5—1·5 mm hosszú, 0·2—0·4 mm vastag kristálytűk. Az andezit üregeiben többnyire egyik végükkel az anyakőzethez nőve pamatszerűen helyezkednek el. Színük fehér vagy gyengén sárgás. Állandó kísérőjük az episztilbit, levyn és heulandit. A kristályok rendkívül kicsiny volta és a kristálylapok egyenetlensége miatt a formák nehezen mérhetők. Mégis két jól mérhető kristályt sikerült találnom, melyeken a laumontitnál általában leggyakoribb $m\{110\}$ és $e\{\bar{2}01\}$ formákat észleltem. A többi kristály alkata is mind ugyanilyen (22. ábra).



22. ábra. Laumontit.

[1] U. S. G. Surv. Bull. 679. 1921. és Zeitschr. f. Krist. **57**. 689.

A mérések eredménye :

	Kr.	n.	Mért:	Számított: [1]
$m:m=(110):(1\bar{1}0)$	2	4	93°44′	93°44′
$:c=\quad :(\bar{2}01)$	2	3	66°28′	66°30′

A kristályok termete olyan, mintha több igen vékony kristály nőtt volna párhuzamosan egymáshoz. Emiatt az *c*-lap felülete fazettázott, de jól tükröző, az *m*-lapok hosszában rovátkoltak, de szintén elég jól tükröznek.

A kristálytűk hosszanti iránya: c. A prizmalapon, valamint a hasadási lapokon fekvő kristályok kioltását a különböző esetekben 37—45°-nak mértem, ami megfelel a laumontit optikai orientációjának. A törésmutatók $\alpha=1.510$, $\beta=(\gamma)=1.522$. A kettőstörés $\alpha-\gamma=-0.012$. E mérések jól egyeznek az irodalomban megadott értékekkel. A tengelydíszperzió nagy, úgy, hogy kioltás csak homogén fényben mérhető.

Forrasztócső előtt hevítve felduzzadás közben porcellánszerű golyóvá olvad. Kénsavval óraüvegen lecsöppentve és beszárítva apró gipszkristályok észlelhetők.

Új lelőhelyén meglehetős ritka, mindössze három alkalommal találtam.

A *skolecit-mezolit* selymesfényű sugaras, rostos halmazok vagy sugaras szerkezetű gömbök. Ez utóbbiak nehezen szétválaszthatók, szívósak és mechanikai hatásoknak ellentállók, míg az előbbiek könnyen mállnak és finom tükre foszlathatók szét. Már gyertyalángban olvadni kezd, forrasztócső előtt féregszerűen felduzzadva porcellánszerű golyóvá olvad.

A skolecittűk megnyúlási iránya $c=a$. A tűk kioltását 5—17° nak mértem. Első véglap szerinti ikreket többször sikerült megfigyelnem. A két kristályfélben a kioltás teljesen szimmetrikusan 17° volt. A törésmutatók $\alpha=1.513$, $\beta=\gamma=1.520$. A kettőstörés gyenge: $\alpha-\gamma=0.007$. Ez értékek az irodalmi adatokkal jól egyeznek. A skolezittűkkel párhuzamosan összenőve mezolittűket észleltem. A mezolit néha éles határral a skolecit végéhez illeszkedik. A rostok hosszanti iránya, valószínűleg skolecit hozzáelegyedése folytán, $c=a$. Hey és Bannister vizsgálatai kiderítették, hogy a

[1] A számított adatok Hintze idézett kézikönyvéből valók.

mezolit önálló ásványfaj. Azonos szerkezetű (isostructurell), de nem izomorf a nátrolittal és skolecittel (19). A kettőstörés igen gyenge. Keresztezett nikolok között a kristálytű minden helyzetben sötét marad, csak gipszlemezzel mutatható ki a kettőstörés. Itt is megfigyeltem első véglap szerinti ikreket. A szimmetrikus részek kioltása $\pm 9°$ volt. Törésmutatókat meghatározni nem tudtam, mert az ásványt a skolecittől különválasztani nem lehetett.

A skolecit-mezolit az andezit repedéseiben fordul elő. Állandó kísérői a kalcit, episztilbit és levyn. Ezenkívül egy ízben találtam heulandit, fluorit és pirit társaságában.

Apró chabazit-kristályokon és halvány sárgás dezmin-nyalábokon egy helyütt finom kristálytűket találtam, melyek hosszúsága 0.1—0.2 mm, vastagsága 0.01—0.08 mm volt. E kristálykák közelebbi vizsgálatkor *dezmin*nek bizonyultak (dezmin két generációban). Tekintve, hogy a nadapi dezminről eddig optikai adatok nincsenek (2), nem tartom érdektelennek a vizsgálatok közzétételét. A kristályok mindegyike az első tengely irányában megnyúlt, bázis szerinti áthatolási iker. Mikroszkop alatt a második véglapon nyugvó kristály ikkerrészei felváltva átellenesen oltanak ki. A kioltás szöge $\pm 5°$. Az ikeregyének között éles határ csak az a-tengelyvégeken van. Egyébként a határok elmosódottak, a kioltás hullámos. Az interferenciaszinek a kristályok rendkívül kicsiny méretei folytán alacsonyak. A törésmutatók $\alpha = 1.500$, $\gamma = 1.507$, kissé nagyobbak a szokottnál. A kettőstörés: $\alpha - \gamma = -0.007$ a dezminével jól egyezik. A kristályok megnyúlási iránya : $a = a$.

A kissé mállott pirit társaságában néhol előforduló *gipsz*-kristályok minden valószínűség szerint másodlagos képződmények.

Érdemesnek látszott megvizsgálni a paragenetikai sorrendet, mert az előkerült anyagban olyan ásványok szerepelnek egymás mellett, melyek keletkezési sorrendjét illetőleg idáig csak elméleti következtetésekre voltunk utalva. Vizsgálataim Mauritz megállapításaihoz csatlakoznak (2). A következő sorrendet állította fel: kvarc, pirit, fluorit, episztilbit, heulandit, chabazit, dezmin.

A sorrendben a legelső a kvarc. Az újabban előkerült kristályok mindegyike színtelen, a Mauritz által említett ametisztet (2) nem sikerült megtalálnom. A kristályok részben hexagonális

α-kvarcok, részben trigonális β-kvarcok, ami a képződési hőmérséklet meglehetős tágas voltára enged következtetni (20).

Utána az ércek következnek: a pirit, majd erre részben reánőve a szfalerit. A hematit minden valószínűség szerint még fiatalabb. Az epidot részben fiatalabb, részben idősebb, mint a fluorit. Ugyanis a fluorit-kristályok epidotzárványokat tartalmaznak, azonban fluoritra reánőve is találtam epidottűket. Mindkettő a hipotermális metazomatózis terméke.

A mezotermális és epitermális metazomatózis hozta létre a zeolitokat. Képződési hőmérsékletükre a hidrotermális szintézisek adnak közelebbi felvilágosítást (21). Legtöbbnyire 300° alatt képződnek, e hőmérséklet fölött csak ritkán nyertek zeolitokat. Szabad szénsav a zeolitok képződésére hátrányos, éppen azért kristályosodásuk csak a CO_2 távozása, a pneumatolizis lezajlása után várható. CaO jelenléte előnyös. Egyébként a kőzet kémiai összetételétől függ, hogy milyen zeolitok keletkeznek. A nadapi piroxénandezit alkálimészsorba tartozó kőzet. Ezért érthető, hogy itt kizárólag *Ca*-zeolitokat találunk, melyek a kőzet plagioklászából keletkeztek. Lényeges szerepet játszott az erősen meszes anyalúg is. A zeolitképződés tipikus hőmérséklete 200—100°. Megfigyelések szerint a zeolitek keletkezése a hematit és fluorit kristályosodásának végéhez csatlakozik. Az előkerült nadapi darabokon gyakori, hogy fluoritra reátelepedve találjuk az episztilbitet, dezmint, de leggyakrabban a chabazitet.

A Mauritztól megadott sorozatot ki kell egészítenünk a levyn-, laumontit- és skolecittel. A legidősebb az episztilbit és a levyn. Mindkettő csaknem állandóan tartalmaz epidotzárványokat. A levyn a heulanditnál idősebb, de az episztilbitnél fiatalabb. Ugyanis kísérői közül egyedül az episztilbit az, melyre reánőve előfordul. Egy ízben találtam chabazitot levynre nőve. A következő a laumontit, melyet többször is találtam levynre és episztilbitre tapadva, míg egy-egy alkalommal észleltem laumontittűkön heulanditot, illetve chabazitot. Azonban egyszer a laumontit is előfordult heulanditon fennőve. A skolecit episztilbitre, heulanditra és chabazitra reánőve szerepelt. Ezeknél tehát fiatalabb. Skoleciton fennőve csak kalcit fordult elő. Ezek szerint a zeolitok között utolsó a skolecit. Más zeolit-paragenezisekben is majdnem mindig az

utolsó képződmény. A sárgásfehér, illetve borsárga színű kalcit a zeolitoknál mindig fiatalabb. A barit az epitermális metazomatózis terméke, dezminnél kétségtelenül fiatalabb.

Ezek alapján a nadapi községi bányából ezidő szerint ismert ásványok paragenetikai sorrendje a következő :

1. α- és β-kvarc (színtelen és ibolyás ametiszt),
2. ércek (pirit, szfalerit, hematit, molibdenit).
3. epidot és fluorit,
4. zeolitok (episztilbit, levyn, laumontit, heulandit, chabazit, dezmin — két generációban —, skolecit mezolittal.
5. barit és kalcit.

Az ismert ásványok száma a gipsszel és turmalinnal együtt 20. Lehetséges, hogy ez a szám a továbbiakban még emelkedni fog.

E dolgozat a budapesti Pázmány Péter Tudományegyetem Ásvány-kőzettani Intézetében és a Magyar Nemzeti Múzeum Ásvány-kőzettárában készült.

Irodalom.

1. Erdélyi J.: A nadapi barit és hematit. (Földt. Közl. LXIX. 10—12. füz. 290. o. 1939.)

2. Mauritz B.: A nadapi zeolithok. (Annal. Mus. Nat. Hung. VI. 537. 1908.)

3. Tenne, C. A.: Über ein neues Vorkommen von Epistilbit. (N. Jb. Min. 1880. I. 285.)

4. Trechmann, Ch. O.: Ueber einige Beobachtungen am Epistilbit. (N. Jb. Min. 1882. II. 260.)

5. Hintze, C.: Beiträge zur Kenntnis des Epistilbits. (Z. Krist. **8**. 605. 1884.)

6. Tenne, C. A.: Ueber den Epistilbit. (N. Jb. Min. 1880. I. 43.)

7. Des Cloizeaux, A.: Sur la forme clinorhombique à laquelle doit être rapportée l'Epistilbite. (Bull. soc. min. de France. **2**. 161. 1879.)

8. Rinne, F.: Ueber die Veränderungen, welche die Zolithe durch Erwärmen bei und nach dem Trübewerden erfahren. (Sitzungsb. d. k. preuss. Akad. d. Wissensch. 1890. **46**. 1163.; Z. Krist. **21**. 410. 1893.)

9. Weigel, O.: Die Wasserbindung in den Zeolithen. (N. Jb. Min. 1921. I. 10.; Sitzungsber. d. Marburg. Gesellsch. z. Förderung d. ges. Naturwiss. 1919. 5. okt. S. 1—16.)

10. Johnsen, A.: Die anomalen Mischkristalle. (N. Jb. Min. 1903. II. 93.)

11. Niggli, P.: Zeolithe und mit ihnen verwandte Mineralien. (Z. Krist. **57**. 647. 1922.)

12. Scheumann, K. H.: Über den Wassergehalt des Heulandits. (Ber. sächs. Gesellsch. d. Wissensch. Math. Phis. Kl. **73**. 1921. 1—113.; N. Jb. Min. 1923. I. 31.)

13. Rinne, F.: Bemerkungen zur Röntgenographie des Skolezits und Metaskolezits. (N. Jb. Min. B. B. XLVIII. 240. 1923.)

14. Hey, M. H., Bannister, F. A.: Studies on the Zeolithes. Part. IX. Scolecite and Metascolecite. (Min. Mag. **24**. 227. 1936.; Z. Krist. Erg. B. IV. S. 214.)

15. Jannasch, P.: Ueber Heulandit und Epistilbit. (N. Jb. Min. 1882. II. 269.)

16. Lacroix, M. A.: Sur le diagnostic des Zéolithes en l'absence de formes cristallines déterminables. (Bull. Soc. Min. de France. **8**. 321—365. 1885.)

17. Wahl, W.: Über die Konstitution der Silikate. (Z. Krist. **66**. 33. 1928.)

18. Reichert, R.: Laumontit a nadapi gr. Cziráky-féle bányából. (Földt. Közl. **54**. 77. 1924.)

19. Hey, M. H., Bannister, F. A.: Studies on the zeolithes. (Min. Mag. **23**. 421—447. 1933.; Z. Krist. Erg. B. III. 525.)

20. Mügge, O.: Über Quarz als geologisches Thermometer. (Zentrbl. Min. 1921. 611.)

21. Parker, R. L.: Alpine Minerallagerstätten. (Min. Petr. Mitt. 1923. III. 298.) Doelter, C.: Handbuch der Mineralchemie. (E. Baur, Bd. II. 2. 556.) Boeke—Eitel: Grundlagen der Physikalisch-chemischen Petrographie (1923). Niggli, P., Morey, G. W.: Die hydrothermale Silikatbildung. (Z. anorg. Chem. **83**. 369. 1913.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. jún. 24-én tartott üléséből.)

NEUERE BEITRÄGE ZUR MINERALOGISCHEN KENNTNIS DES GEMEINDESTEINBRUCHES VON NADAP (UNGARN).

Von JOHANN ERDÉLYI.

Die am Kontakte von Granit und Andesit in dem Gemeindesteinbruche von Nadap (Komitat Fejér) gefundenen Mineralien kamen nach dreissigjährigem Stillstand der Steinbrüche in den in der letzten Zeit wieder in Betrieb gesetzten Steinbrüchen reichlicher vor. Ausser den von SCHAFARZIK, MAURITZ, HUNEK und A. VENDL beschriebenen Mineralien (Quarz, Amethyst, Pyrit, Hämatit, Molybdänit, Fluorit, Epidot, Epistilbit, Heulandit, Chabasit, Desmin, Calcit) wurden neuerdings die Mineralien Sphalerit, Levyn, Laumontit, Skolecit und Baryt gefunden. Es ist gelungen diese hydrothermalen, beziehungsweise pneumatolytischen Mineralien manchmal in besonders schönen Exemplaren zu finden.

Von den schon früher bekannten Mineralien ist der *Epistilbit* besonders merkwürdig wegen seines Flächenreichtums und seines optischen Verhaltens. An dem Epistilbit von Nadap ist $s(\bar{1}12)$ eine neue Form. Fast an jedem Kristall ist sie vorhanden, oft in ganz neuen Kombinationen. Alle Kristalle sind Zwillinge. Auf Grund seines optischen Verhaltens muss man annehmen, dass der Epistilbit zwei Modifikationen hat: die an höherer Temperatur beständige rhombische Modifikation mit geringerem Wassergehalte, und die bei Normaltemperatur beständige monokline Modifikation mit höherem Wassergehalte. Es ist optisch nachzuweisen, dass diese zwei Modifikationen sich bei der Wasseraufnahme, beziehungsweise Abgabe, ineinander verwandeln können. Bisher fehlen leider die zur endgültigen Entscheidung der Frage nötigen röntgenographischen Untersuchungen.

Der *Sphalerit* kommt in kleinen, kristallographisch nicht definierbaren Körnchen vor.

Nadap ist in Ungarn der erste Fundort des ausserordentlich seltenen *Levyns*. Alle Kristalle sind Durchdringungszwillinge nach der Basis. Kristallformen sind $c(0001)$, $R(10\bar{1}1)$, und $s(02\bar{2}1)$. In der Richtung der Hauptachse zeigt sich anomale Doppelbrechung.

Der *Laumontit* bildet kleine aufgewachsene Nadeln. Die Formen sind die bei Laumontit überhaupt häufigsten $m(110)$ und $e(\bar{2}01)$.

Der *Skolecit* bildet seidenglänzende radialfaserige Aggregate, oder radialstrahlige Kugeln. Man erkennt keine Kristallformen. Die optischen Angaben stimmen mit denen des Skolecits überein. Skolecit ist mit Mesolith parallel verwachsen, oder der terminale Teil der Skolecitnadeln besteht aus Mesolith. Desmin kommt in Form von feinen Nadeln vor.

Die Paragenesis der Mineralien von Nadap bestätigt die theoretisch aufgestellte Reihenfolge. Die Zahl der bisher bekannten Mineralien von Nadap erreicht die Summe von zwanzig.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 24. Juni 1940.)

DIORITPORFIRITEK A BIHARMEGYEI RÉZBÁNYA KÖRNYÉKÉN.

HERRMANN MARGIT-tól és EMSZT KÁLMÁN-tól.

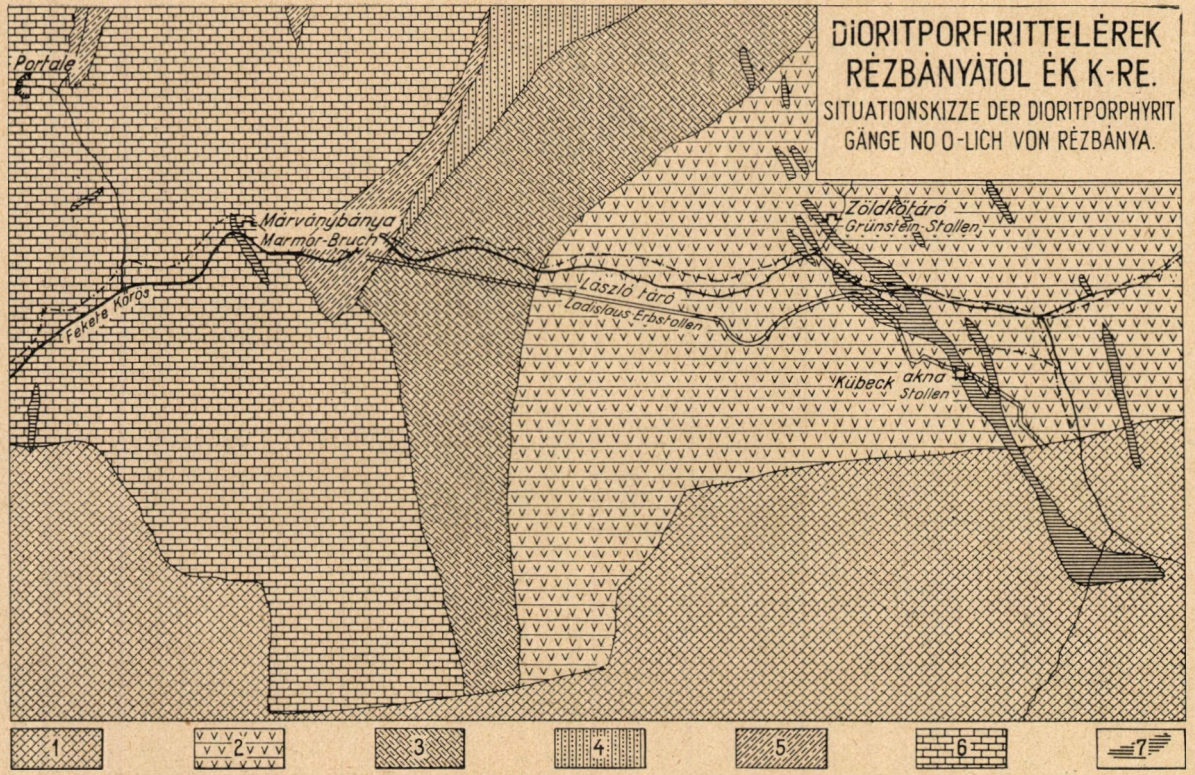
E dolgozat a biharmegyei *Rézbányá*tól ÉK–K irányban légvonalban kb. 5 km-nyi távolságban levő k. triaszkorú dolomiton és perm homokkövön feltörő, ÉNy—DK irányban húzódó *eruptív telérek*kel foglalkozik.

A Bihar-hegység földtani kutatásának eddigi történetét, valamint az eddig megállapított geológiai kutatások eredményét részletesen megtaláljuk a «PÁLFY—ROZLOZSNIK: A Bihar- és Béli-hegységek földtani viszonyai. I. rész. ROZLOZSNIK PÁL: Alaphegység és paleozoikum. (Geol. Hung. Ser. Geol. Tom. 7. Budapest, 1939)» című munkában.

Dolgozatunkhoz való vizsgálati anyagot ROZLOZSNIK PÁL 1911. évi biharmegyei geológiai felvételei alkalmából gyüjtötte s lekötelező szívességgel ezt nekünk petrografiai és kémiai vizsgálatra átengedte.

A *Korlát patak*tól délre húzódó eruptív telérek kőzeteiből (melyek a vizsgálat során *dioritporfirite*knek bizonyultak) négy különböző helyről vett anyagot vizsgálhattunk meg, melyhez még hozzávetve a Biharkapu márványbányája telérkőzete vizsgálatának eredményét (ld. HERRMANN—ZOMBORY: A Biharkapu (Portale) kristályos mészkövének telérkőzete. Math. és Term.-Tud. Értesítő, 58. kötet, 1939.), a Rézbánya környékén feltörő dioritporfiritek petrokémiai ismeretéről áttekinthető képet tudunk adni az alábbiakban.

A Korlát pataktól délre ÉNy—DK irányban húzódó telérágazatok megvizsgált kőzetei közül az elsőnek (I.) lelőhelye: Zöldkő-táró; a másodiké (II.): László-altáró (760 m); a harmadiké (III.): László-altáró (820 m); a negyediké (IV.): Kübek-akna.



1. Perm homokkő, pala, kvarcporfir. — Permischer Sandstein u. Quarzporphyr. 2. Középső-triász dolomit. — Mitteltriasischer Dolomit. 3. Felső-triász mészkő. — Obertriasischer Kalkstein. 4. Alsóliász homokkő. — Unterliasischer Sandstein. 5. Középső- és felsőliász és dogger márga és mészkő. — Mergel und Kalkstein. (Obere u. mittlere Lias u. Dogger.) 6. Malm mészkő. — Malm-Kalkstein. 7. Eruptív telérek. — Eruptív-Gänge.

I. Zöldkő-táró.

Finoman szemcsés, tömött, mállott kőzet. Színe: zöldes árnyalatú szürke. (Ezért nevezték régebben «zöldkő»-nek.) *Elegyrészei:* plagioklász, amfibol; nagyon kevés magnetit, kevés ortoklász (csak az alapanyagban!), kvarcszemecskék, apatit, zirkon; feltűnő a járulékos elegyrészek közt a titanit, ami jellemző a dioritporfiritekre. Szekundér elegyrészek: klorit (delesszit, penninn), epidot, legfőképpen pedig kalcit, mely nagy mennyiségben fordul elő a kőzetben. — *Szabad szemmel* is látható elegyrész a meglehetősen mállott földpát; átlagos szemnagysága: 1·6×1·3 mm. — *Mikroszkóp alatt:* szövete holokristályosan porfiros, egyenletes szemnagyságú, a dioritporfiritekre jellemző szövettípus. A kőzet majdnem színtelen mikroszkóp alatt, mert az amfibolok is alig zöldesek, színtelenek; színes elegyrészek (zöldesebb amfibol, kevés magnetit) alig fordulnak elő a kőzetben, a színtelenek (földpát-lécecskék, kalcit, apatit, zirkon) az uralkodók. A dioritporfiritekre jellemző mikrogránitos kvarcplagioklász aggregatum itt szintén látható. — *Porfiros*an kivált *földpát*ja a labrador-sorba tartozik. Vannak köztük üdébbek is, melyek jól mérhetők, de különben nagyon mállottak, erősen kalcitosodottak. Zónás struktura, mely szintén jellemző a dioritporfiritek plagioklászára, nem gyakori, vagy legalább is a nagyfokú mállás miatt nem lehetett észlelni. Zárványai: apatit, klorit, epidot, mállott amfibol-tücskék, zirkon, titanit-szemecskék. A nem mállott példányokon albit-karlsbadi, albit-periklin ikrek láthatók. Albit-karlsbadi ikreken mért konjugált kioltások (1 és 1′=32°, 2 és 2′=16°) szerint $Ab_{42}An_{58}$ tartalmú. Maximális kioltások a szimmetrikus zónában: 30°, 31°, 32°, *AbAn* összetétel e szerint: $Ab_{45}An_{55}$—$Ab_{42}An_{58}$. — *Porfiros*an kivált *amfibol*ja erősen mállott. Szemnagyság: 1·40×0·30 mm is. Hasadás a c-re közel ⊥ metszeten (120°-os) nagyon jól megfigyelhető, ugyanitt iker (100) szerint. Maximális kioltás: $c:\gamma=15°$. Az oszlopocskák hosszúak, karcsúak. Pleochroizmusa gyenge: majdnem színtelen — halványzöld — sárgászöld. — Málláskor színtelen, alig zöldes delesszitté változik át, csak nagyon ritkán penninné; nagyon gyakori még az amfibol mállásakor keletkezett szekundér epidot. — Az *alapanyag földpát*ja valamivel savanyúbb

az első generáció földpátjánál. A kis földpátlemezkéken a szimmetrikus zónában mért maximális kioltások: $25\frac{1}{2}°$, 30°, $30\frac{1}{2}°$, $32\frac{1}{2}°$; *AbAn* összetétel tehát: $Ab_{55}An_{45}$—$Ab_{42}An_{58}$. Átlagos szemnagyság: 0·09 mm. Nagyon mállott. Elváltozási termékei: kalcit, kaolin, epidot. Itt-ott kis ikerrovátkolatlan ortoklász-szemecskék is találhatók. — Az *alapanyag amfibol*ja azonos az első generáció amfiboljával. Szemnagysága azonos a földpátéval. Erősen mállott, színtelen, alig zöldes klorittá és epidottá. — *Kvarc*szemecskék csak nagyon kevés mennyiségben fordulnak elő az alapanyagban, *magnetit*-szemecskék szintén csak alig találhatók; *titanit*-szemecskék már sokkal sűrűbben. Az egész alapanyag sokszor *kalcit*-lepedékből áll, mely erős fénytöréséről, magasabbrendű interferenciaszínéről rögtön szembeötlik. — A kőzet *fajsúlyát* és *kémiai összetételét* lásd a táblázatban: 1071. old! (Az alkaliák elemzését Emszt Kálmán végezte, a többi adatok megállapításai Zombory Lászlótól.) A kőzetet a Portale melletti *biotitamfiboldioritporfirit*től eltérően *amfiboldioritporfirit*nek nevezhetjük.

II. László-altáró (760 m).

Friss, jó megtartású, sötétszürke, finoman szemcsés, tömött kőzet. Olyan, mint a Portale melletti márványbánya telérkőzete, csak itt kevesebb a makroszkópikusan kivált földpát. — *Elegyrészei:* plagioklász, amfibol; magnetit, kevés pyrit, titanit, apatit. Biotit itt sincs, pyritje és kvarcszemecskéje jóval kevesebb, mint a Portale melletti márványbányáéban. Szekundér képződmények itt is: klorit (delesszit), kaolin, kalcit, epidot. — *Szabad szemmel* is láthatók a földpátszemek (szemnagyság: 6 mm hosszú, 3 mm széles is!). — *Mikroszkóp alatt:* szövete holokristályosan porfiros, szemnagysága: apró, egyenletes, eltekintve a nagyobb, porfirosan kivált földpátoktól, mely jóval több, mint a Zöldkő-táróéban. Túlnyomó a színes elegyrész, főleg az amfibol és a belőle mállott klorit. — A *porfiros*an kivált *elegyrészek:* földpát, amfibol és nagyon kevés pyrit. A *földpátok* a labrador-sorba tartoznak. Zónás struktúrájuk rendkívül jellemző. $\varrho > v$; optikai jelleg: —. Albit-ikerlemezek gyakoriak, valamint az albit-periklin ikerrács, és gyakori az albit-karlsbadi komplex. Ritkán bavenói iker is. A szemnagyság

nem mindig a 6×3 mm, gyakoriabbak a kisebb 3×2 mm nagyságúak is. Albit-karlsbadi ikreken mért konjugált kioltások szerint (1 és 1′=22°, 2 és 2′=17½°) az összetétel $Ab_{51}An_{49}$. Maximális kioltások a szimmetrikus zónában 27½°, 28°, 32½° is; zónás struktúránál a kioltások az egyes zónák (a legkülsőbb réteg — legbelsőbb mag) 7°-ig is felmennek. Így a maximális kioltások szerint a földpát összetétele rendkívül változó, ami jellemző a dioritporfiritek földpátjaira: belül bázikusabb mag, kifelé savanyúbb zónákkal burkolva. Tehát *AnAb* összetételek: $Ab_{45}An_{55}$—$Ab_{40}An_{60}$. Némely porfiros földpáton 18°-os maximális kioltás volt mérhető a symmetrikus zónában; $v > \varrho$; optikai karakter: +. Mindezek $Ab_{65}An_{35}$ összetételű andezinre mutatnak. — A porfiros földpátok táblás kifejlődésűek, (010) és (001) szerinti hasadás jól megfigyelhető. Elég frissek, főleg csak kaolinosodás mutatkozik a málláskor. Zárványai: pyrit-, magnetit-, klorit-, zirkon-, amfibol- és epidotszemecskék. — *Amfibol*ja a *c*-re közel metszeten 120°-os hasadásáról, pleochroizmusáról (zöld—barna—zöldesbarna) könnyen felismerhető. Maximális kioltások: $c : \gamma = 15°$ is. Szemnagyság: 1·1 mm hosszú, 0·5 mm széles is; de vannak még karcsúbb oszlopformák is. Eléggé mállott. Smaragdzöld sugaras klorittá (delesszit) és epidottá változik át. — A kevés *porfiros*an kivált *pyrit* a jellemző alakkal és fémfényű, sárgás színnel. — Az *alapanyag földpátjai:* apró kis lécecskék, átlagos szemnagyságuk: 0·04×0·12 mm, savanyúbbak, mint a porfirosan kivált földpátok, a szimmetrikus zónában a maximális kioltások csak 27½°-ig voltak mérhetők, így az *AbAn* tartalom felmegy: $Ab_{49}An_{51}$-ig. — Az *alapanyag amfibolja* és mállási termékei ugyanolyanok, mint az első generáció amfiboljáé: epidot, delesszit. — A kőzet *fajsúlyá*nak megállapítását és *kémiai elemzését* EMSZT KÁLMÁN végezte. (Lásd a táblázatot: 1071. old.!) A kőzetet — mint az előzőt — szintén *amfiboldioritporfirit*nek nevezzük.

III. László-altáró (820 m).

Finoman szemcsés, tömött, friss, zöldesszürke kőzet. *Elegyrészei:* plagioklász, kvarc, amfibol, diopszid; továbbá ortoklász (csak az alapanyagban!), magnetit, apatit; szekundér klorit (delesszit), epidot, szerpentin, kaolin. — *Szabad szemmel* is látható

elegyrész a földpát (5 mm×2 mm-t is elér a szemnagysága) és a sokszor 1·2×6 mm nagyságú amfibol. — *Mikroszkóp* alatt: holokristályosan porfiros szövetű, elég egyenletes szemnagyságú, kivéve a szép, nagy földpát, az augit és a kevésbbé nagy amfibol porfiros elegyrészeket; több a színes elegyrész, mint a Zöldkő-táróénál, de azért még nem uralkodik a színtelenek felett; granofiros kvarc-plagioklász-ortoklász aggregátumok gyakoriak. — *Porfiros*an kivált *földpát*ja a savanyú labrador-, illetőleg a bázikus andezin-sorba tartozik. Maximális kioltások a szimmetrikus zónában 28°-ig is. E szerint $Ab_{51}An_{49}$ tartalmú; több, szép albit-karlszbadi ikren mért konjugált kioltások szerint:

1 és 1′ = 27°
2 és 2′ = 13°
} szerint $Ab_{50}An_{50}$ tartalmú.

1 és 1′ = 18°
2 és 2′ = 10°
} szerint $Ab_{63}An_{37}$ tartalmú.

1 és 1′ = 23°
2 és 2′ = 14°
} szerint $Ab_{55}An_{45}$ tartalmú.

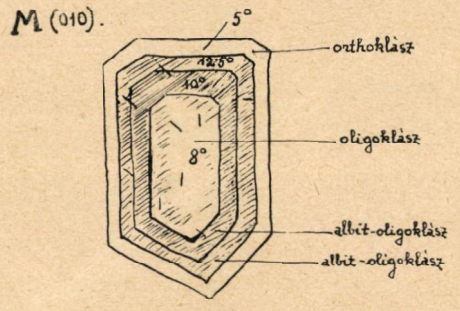
Az egyének frissek, nem mállottak. — *Porfiros*an kivált *amfibol*ja nem túlságosan mállott; szemnagysága eléri az 1·2×6·3 mm-t is; pleochroizmusa (mint a László-altáró (760m)-énél) barnás árnyalatú: a=halványsárgás, b és c=egymástól különböző árnyalatú barnászöld; *c*: c=13° is; mállási terméke klorit (delesszit) és főleg epidot. Az előbbi két kőzettől eltérően még *diopszid* is található a *porfiros*an kivált elegyrészek között; szemnagyság: 0·7×1·35 mm is; színtelen, alig pleochroos, halványzöld, zömök prizmák; *c*: c=30°-os maximális kioltás volt mérhető; zárványként (pl. egy 0·59×0·41 mm-es szem) a földpátban is előfordul; jóval kevesebb, mint az amfibol; mállásterméke főleg epidot, de pleochroizmust nem mutató, halványzöld, rostos szerpentin is. — Szintén eltérően az előbb leírt két kőzettől, itt nagyobb (1·3×0·8 mm is) *porfiros*an kivált *kvarc*szemek is találhatók; egy átlagos nagyságú csiszolatban körülbelül 3—4 szem; némelyik kvarcszemet amfibol-tűk koszorúzzák körül. — Az alapanyag plagioklásza jóval savanyúbb, mint az első generációé; a szimmetrikus zónában mért maximális kioltások szerint (4°—6°): An_{23}—An_{25} tartalmú oligoklász-andezin;

de van 12°-os maximális kioltás szerint $Ab_{72}An_{28}$ tartalmú oligoklász-andezin is. A 0·18×0·08 mm átlagos szemnagyságú plagioklászok a szintén körülbelül ugyanolyan szemnagyságú ortoklász- és a kb. 0·05×0·05 mm átlagos szemnagyságú kvarcszemecskékkel a dioritporfiritek alapanyagára annyira jellegzetes kvarc-plagioklász-ortoklász aggregátumokat alkotják. — Az *alapanyag amfibol*ja ugyanolyan, mint az első generációé; szemnagyságuk ugyanolyan, mint a kis földpátléceké; epidottá és delesszitté mállottak. — *Diopszid*nak vagy esetleges szerpentines mállási termékének nincs nyoma az alapanyagban. — Kevés, optikailag jellegzetes *apatit*-tű — (mely különben a nagyobb elegyrészekben zárványként is nagyon gyakori) — olykor kb. 0·31×0·07 mm lécecske alakjával, valamint kis négyzet, háromszög stb. alakú, 0·18×0·18 mm-es átlagos szemnagyságú *magnetit*-szemecskék — melyek szintén lehetnek nagyobb elegyrészek zárványai is — járulnak még hozzá az alapanyaghoz. — A kőzet *kémiai elemzését* és *fajsúlyá*nak meghatározását (ld. táblázat: 1071. old.!) EMSZT KÁLMÁN végezte. — A kőzetet *kvarc- és augittartalmú amfiboldioritporfirit*nek nevezhetjük.

IV. Kübek-akna.

Friss, jó megtartású, zöldesszürke, tömött, fínoman szemcsés kőzet. — *Elegyrészei:* földpát, kvarc, amfibol; továbbá ortoklász, apatit, kevés *Ti*-tartalmú magnetit; szekundér képződmények az epidot, delesszit, kalcit. — *Szabad szemmel*, szintén csak a földpátja látható; mégpedig pl. 3×2·5 mm, 2×2·1 mm szemnagyságúak. — *Mikroszkóp* alatt: *szövete* szintén holokristályosan porfiros, a jellegzetes granofiros kvarc-plagioklász-ortoklász-aggregatumokkal. — Túlnyomó a színtelen elegyrész; az alapanyag kis szemcséi majdnem csupa kis plagioklász, kvarc, ortoklász szemecskék, sőt a porfirosan kivált elegyrészek közt is a nagy földpáttáblák uralkodnak. — A *porfiros*an kivált *földpát*ok rendkívül frissek, szépen kifejlett tábláikon a kristálylapok kombinációi jól felismerhetők. Jól kifejlett, friss állapotuk miatt optikailag könnyen meg lehetett őket határozni. A dioritporfiritek földpátjaira jellegzetes zónás-strukturát egy *M* lap szerinti metszeten rendkívül tisztán meg lehetett figyelni. Ezen az ikerrovátkolatlan metszeten:

a legbelsőbb mag kioltása 8°, tehát oligoklász; az erre következő zónáé 10°, tehát albit-oligoklász; a következő zónáé $12\frac{1}{2}°$, tehát szintén albit-oligoklász ; a legkülsőbb zónáé 5°, tehát ortoklász.



1. ábra.

8°-os kioltás $Ab_{82}An_{18}$ tartalomra mutat;
10°-os « $Ab_{84}An_{16}$ « «
$12^1/_2$°-os « $Ab_{88}An_{12}$ « «
5°-os « ortoklászra vall.

Földpátjainak összetétele különben rendkívül változatos. A sok szép friss földpáttáblán több mérést lehetett végezni.

Maximális kioltások a szimmetrikus zónában: 8° ($Ab_{74}An_{26}$ tart.)
« « « « « 23° ($Ab_{57}An_{43}$ «)
« « « « « 24° ($Ab_{55}An_{45}$ «)
« « « « « 26° ($Ab_{53}An_{47}$ «)
« « « « « 27° ($Ab_{52}An_{48}$ «)
« « « « « 34° ($Ab_{39}An_{61}$ «).

Albit-karlsbadi ikreken mért konjugált kioltások:

1 és $1' = 20\frac{1}{2}°$ } szerint $Ab_{62}An_{38}$ tartalom;
2 és $2' = 6\frac{1}{2}°$ }

1 és $1' = 20\frac{1}{2}°$ } szerint $Ab_{62}An_{38}$ tartalom;
2 és $2' = 9°$ }

1 és $1' = 27°$ } szerint $Ab_{51}An_{49}$ tartalom;
2 és $2' = 12°$ }

1 és $1' = 23\frac{1}{2}°$ } szerint $Ab_{58}An_{42}$ tartalom;
2 és $2' = 11°$ }

Egy *M* szerinti metszeten mért kioltás: —18°; ($Ab_{48}An_{52}$ tart.)
« *M* « « « « ½° ($Ab_{72}An_{28}$ «)

Tehát a plagioklászok leginkább An_{38}—An_{49} tartalmú andezinek, jóval kevesebb az An_{26}—An_{28} tartalmú oligoklász-andezin és az An_{52}—An_{61} tartalmú labrador.

A kőzet *porfiros amfibol*ja erősen pleochroos; pleochroizmusa zöldes árnyalatú: sárgászöld—kékeszöld—sárgás; $c:\mathfrak{c}=11°$ is; szemnagysága 1·64×0·23 mm is; erősen mállott halványsárga-zöld pleochroizmust mutató sugaras-rostos delesszitté, de még gyakrabban epidottá. A szekundér epidot szemcsés aggregátumokban fordul elő, jellegzetes pleochroizmusa jól megfigyelhető: $\mathfrak{c}$=citromsárga, $\mathfrak{b}$=sárgás halványzöld, $\mathfrak{a}$=színtelen-halványsárgás. $\mathfrak{c}:\mathfrak{a}=1·5°$ körül. — A szekundér epidotszemecskék sokszor kis erekben húzódnak végig az amfiboloszlopokban, máskor az epidotos mállási termék a szélein elég friss amfiboloszlopok közepén mutatkozik; a mállás eredménye lehet még limonitos anyag is. — A friss, nem mállott amfiboloszlopokon jól meg lehet figyelni az (100) szerinti ikreket, sokszor már parallel fényben is, az erős pleochroizmus segítségével. — A László-altáró, 820 m. kőzetétől eltérően itt *nincs* a *porfiros*an kivált elegyrészek közt *diopszid*. *Porfiros*an kivált *kvarc* ellenben itt is van, valamivel kevesebb ugyan, mint a László-altáró 820 m. kőzeténél; átlagos szemnagyságuk 0·35××0·4 mm; egy-két kvarcszem itt is amfiboltűkkel van körülkoszorúzva. — Az *alapanyag földpát*ja (melynek átlagos szemnagysága 0·09×0·02 mm) a szimmetrikus zónában mért maximális kioltások szerint $Ab_{55}An_{45}$ tartalmú. — Az *alapanyag amfibol*ja meglehetősen mállott, éspedig szintén epidottá s csak ritkán klorittá. — Granofiros *kvarc-plagioklász-ortoklász* aggregátumok nagyon jól megfigyelhetők itt is. Otroklász-szemecskéi, kvarc-szemecskéi nagyobb mennyiségben, mint az előző kőzetnél, tehát mint a kémiai elemzés is mutatja, a legsavanyúbb kőzet az itt megvizsgált telérkőzeteink közt. — *Magnetit*, *apatit* és kevés *pyrit* is van még az alapanyagban. A magnetitszemecskék szemnagysága eléri a 0·24×0·24 mm nagyságot is, átlagos szemnagysága 0·1×0·1 mm, kis három-, négy- vagy sokszög alakokban, helyenként leukoxenesedve. — E kőzet *elemzés*ét és *fajsúly*meghatározását is (ld. táblázat: 1071. old.!)

Emszt Kálmán végezte. — A kőzetet *kvarctartalmú amfiboldiorit-porfirit*nek nevezhetjük.

A kémiai elemzések és a fajsúlymeghatározások eredményei:

	Zöldkő-tároló	Portale (I)*	Portale (II)*	László-altáró 760 m	László-altáró 820 m	Kübek-akna
	százalékokban					
SiO_2	47·97	54·20	54·64	54·49	56·95	58·53
TiO_2	1·21	0·93	0·94	1·20	1·36	1·39
Al_2O_3	**18·74	15·92	16·01	15·15	17·04	17·59
Fe_2O_3	0·27	1·94	1·93	0·35	0·37	1·27
FeO	3·99	5·41	5·93	6·93	4·49	4·01
MgO	7·00	5·19	5·02	4·96	4·99	3·17
CaO	**11·18	9·53	9·29	9·49	6·18	5·59
Na_2O	1·88	1·45	1·49	1·62	2·61	2·93
K_2O	3·07	3·23	2·74	2·25	***3·49	***3·33
H_2O+	1·51	1·69	1·10	1·50	1·74	1·56
H_2O-	0·80	0·40	0·10	0·25	0·34	0·46
CO_2	**2·32	0·20	0·08	1·05	0·13	0·18
ZrO_2	—	nincs	—	nyom	0·01	0·01
P_2O_5	—	nyom	nyom	0·44	0·30	0·24
S	nincs	0·28	0·32	0·31	0·30	0·16
Cr_2O_3	—	0·04	0·02	nincs	nincs	nincs
V_2O_3	—	0·08	0·08	nincs	nincs	nincs
MnO	0·17	0·13	0·11	0·10	0·06	0·08
SrO	—	—	—	0·32	0·06	0·12
BaO	—	nincs	nincs	nyom	0·02	0·07
Σ	100·11	100·68	99·80	100·41	100·44	100·69
D_4^{20}	2·801	2·853	2·870	2·725	2·773	2·734

* Lásd: *Herrmann—Zombory:* A Biharkapu (Portale) kristályos mészkövének telérkőzete. (Math. és Term. Tud. Ért. 58. köt. 1939.)

** Nagyfokú mállás eredménye.

*** Az optikai megállapítások szerint is e kőzetekben több az ortoklász, mint a többiekben.

Osann-féle értékek:

	s	*a*	*c*	*f*
Kübek-akna	66·01	7·42	8·04	14·53
László-altáró (820 m)	63·60	5·46	6·24	16·87
Típus *Bodega*	64·50	7·50	7·50	15·00
László-altáró (760 m)	60·54	3·37	6·64	19·99
Portale (I.)	59·74	3·78	6·42	19·79
Portale (II.)	60·16	3·53	6·87	19·60
Típus *Gröba*	60·50	5·50	6·00	18·50
Típus *Hippeln*	58·00	4·00	5·50	20·50

Normák az amerikai rendszerben:

	Kübek-akna	László-altáró (820 m)	László-altáró (760 m)	Portale (I.)	Portale (II.)
	százalékban				
Kvarc	10·98	6·54	8·76	6·54	8·22
Ortoklász	19·46	20·57	13·34	18·90	16·12
Albit	24·63	22·01	13·62	12·05	12·58
Anortit	25·02	24·46	27·70	27·50	28·91
Diopszid	1·11	3·83	13·95	15·98	14·73
Hipersztén	11·59	16·35	15·99	12·26	13·68
Magnetit	1·86	0·46	0·46	2·78	2·78
Ilmenit	2·58	2·58	0·28	1·82	1·82
Apatit	0·67	0·67	1·01	—	—
Összeg	97·70	97·47	97·11	97·83	98·84
A kőzet szimboluma	II.$_1$5.3.2.$_{1.1.2.}$	II.$_1$5.3.2.$_{1.1.1.}$	II.$_1$5.4.2.$_{1.1.2.}$	II.$_1$5.4.2.$_{1.1.1.}$	II.$_1$5.4.2.$_{1.1.2.}$

NIGGLI-*féle értékek:*

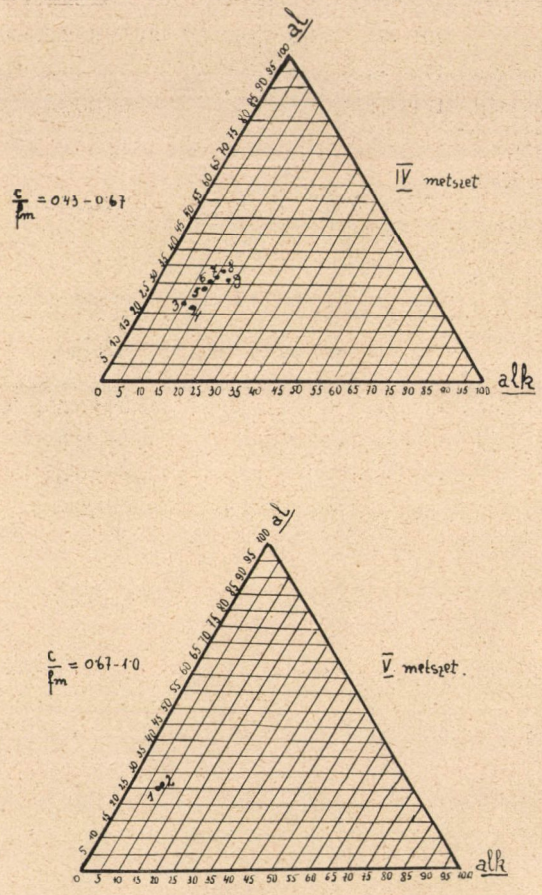
	si	*al*	*fm*	*c*	*alk*	*ti*	*p*	*k*	*mg*	$\frac{c}{fm}$	*h*	Metszet
Kübek-akna	191	34	30	20	16	3·4	0·4	0·43	0·52	0·66	19·9	IV.
László-altáró (820 m)	172	30·5	35	20	14·5	3·9	0·4	0·47	0·65	0·58	20·2	IV.
Lavia, Finnország (Kvarcdiorit-magmatípushoz tartozó)	191	31	35	20	14	—	—	0·30	0·44	—	—	IV.
Electr. Peak, Yell. Park (Normaldiorit-magmatípushoz tartozó)	175	31·5	33·5	20	15	—	—	0·28	0·48	—	—	IV.
Kvarcdiorit-magma típusa	220	31	31	19	19	—	—	0·25	0·48	—	—	IV.
Normalrdiorit-magma típusa	155	29	35	22	14	—	—	0·28	0·48	—	—	IV.
László-altáró 760 m)	153	25	38	29	8	2·5	0·5	0·48	0·55	0·76	28·9	V.
Portale (I.)	146	25·5	37·5	28	9	—	—	0·59	0·56	—	—	V.
Portale (II.)	148·5	25·5	38·5	27	9	—	—	0·55	0·53	—	—	V.
Haystack Montana (Gabbródiorit-magmatípushoz tartozó)	146	22·5	39·5	21·5	13·5	—	—	0·35	0·53	—	—	IV.
Gabbródiorit-magma típusa	135	24·5	42·5	23	10	—	—	0·28	0·50	—	—	IV.

A zöldkőtárói kőzet annyira mállottnak bizonyult, hogy rendkívüli Al_2O_3 és CaO tartalma miatt az amerikai normák átszámítása nem is volt lehetséges és így e kőzetnél úgy az amerikai normákat, mint az OSANN- és NIGGLI-féle értékek táblázatában a nagyfokú mállás következtében a típusok közti eligazodásban úgyis megtévesztő értékátszámításokat mellőztük.

A *kübekaknai* és a *László-altáró (820 m)*-i kőzet az OSANN-féle *Bodega-típus*hoz áll közel, míg a *Portale (I.)*, *Portale (II.)* és a *László-altáró (760 m)*-i az OSANN-féle *Gröba-* és *Hippeln-típusok*hoz hasonló.

Az amerikai normák és szimbolumok szerint is a «László-altáró (760 m)» és a «Portale (I.)», «Portale (II.)» állanak közelebb egymáshoz, míg másrészt a «Kübek-akna» és a «László-altáró (820 m)» értékei hasonlók. A «Kübek-akna» diopszid és hipersztén

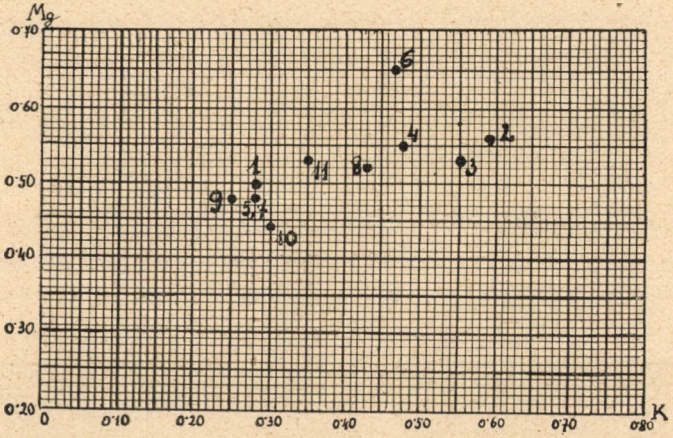
A Rézbánya környéki dioritporfiritek helyzete
NIGGLI-*tetraederben*:



2. ábra.

1. László-altáró (760 m). 2. Portale (I.) és Portale (II.) 3. Gabbródiorit-magmatípus. 4. Haystack, Montana. 5. Normaldiorit-magmatípus. 6. Lavia (Finnország) és László-altáró (820 m). 7. Electr. Peak, Yell. Park. 8. Kübekakna. 9. Kvarcdiorit-magmatípus.

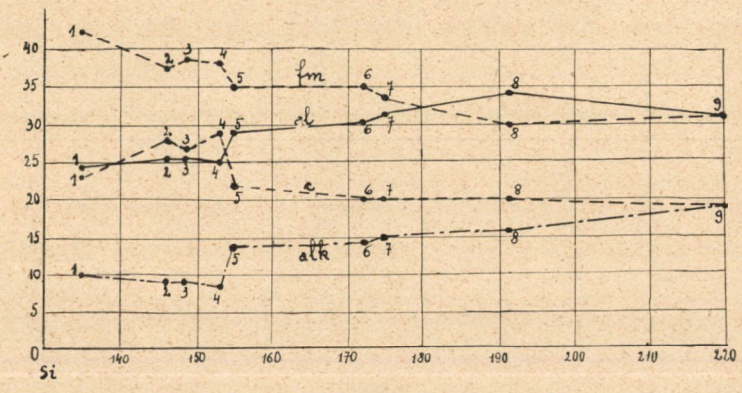
A Rézbánya környéki dioritporfiritek
Niggli-féle *Mg-K diagrammja:*



3. ábra.

1. Gabbródiorit magmatípus. 2. Portale (I.) 3. Portale (II.) 4. László-altáró (760 m). 5. Normáldiorit magmatípus. 6. László-altáró (820 m). 7. Electr. Peak, Yell. Park. 8. Kübek-akna. 9. Kvarcdiorit magmatípus. 10. Lavia, Finnország. 11. Gabbródiorit magmatípushoz tartozó Haystack Montana.

Niggli-féle *differenciációs diagramm:*



4. ábra.

1. Gabbródiorit magmatípus. 2. Portale (I). 3. Portale (II.) 4. László-altáró (760 m). 5. Normáldiorit magmatípus. 6. László-altáró (820 m). 7. Electr. Peak, Yell. Park. 8. Kübek-akna. 9. Kvarcdiorit magmatípus.

molekuláinak száma kevesebb, mint a különben hozzá közel álló «László-altáró (820 m)»-nél, ez arra vezethető vissza, hogy a kübekaknai kőzetben a mikroszkopi megállapítások szerint is túlnyomó a színtelen elegyrész.

A Niggli-féle értékek szerint a *kübekaknai* és a *László-altáró (820 m)*-i kőzetek a *normáldiorit-* és a *kvarcdiorit-magmatípusok* közé illeszkednek be; míg a *László-altáró (760 m)*-i és a *Portale (I.)* és *Portale (II.)* kőzetek a *gabbródiorit-* és a *normáldiorit-magmatípusok* közt alkotnak átmenetet.

A mikroszkópi és kémiai vizsgálatok eredményeit összevetve megállapíthatjuk, hogy a rézbányakörnyéki dioritporfiritok magmájában nagy eltérések nincsenek. SiO_2 tartalmuk 54·20%—58·53% közt ingadozik. S összehasonlítva az ÉNy—DK irányban húzódó telérágazatok kőzeteit, úgy látjuk, hogy ÉNy-ról DK felé haladva mind savanyúbbá válnak a kőzetek (ld. a Niggli-féle differenciációs diagrammot, 14. old.!); *si, alk* és *al* értékek növekednek, míg *fm* és *c* értékek esnek.

Készült a Magyar Nemzeti Múzeum Ásvány-Kőzettárában.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. május 20-án tartott üléséből.)

DIORITPORPHYRITE AUS DER GEGEND VON RÉZBÁNYA IM KOMITAT BIHAR.

Von M. HERRMANN und K. EMSZT.

Vorliegende Arbeit gibt die petrochemische Beschreibung jener eruptiven Gängen, die den körnigen Malm-Kalk, M. Trias-Dolomit und Perm-Sandstein der Umgebung von Rézbánya im Komitat Bihar durchbrechen. Diese eruptiven Gänge sind biotit-, Augit- oder Quarzführende Amfibol-Dioritporphyrite. — Die Ergebnisse der chemischen Analyse, die OSANN-, NIGGLI- und C. I. P. W.-Werte siehe im ungarischen Texte. — Aus den chemischen und mikroskopischen Untersuchungen kann festgestellt werden, dass im Magma der Dioritporphyrite der Gegend von Rézbánya keine grössere Unterschiede vorliegen: der SiO_2-Gehalt schwankt zwischen 54·20—58·53%. Ferner zeigt der Vergleich der von NW, nach SO ziehenden eruptiven Gang-Verzweigungen untereinander dass diese eruptiven Gesteine gegen SO immer sauerer werden (siehe das NIGGLI-sche Differentiations-Diagramm, Seite 14!), die *si*-, *alk*- und *al*-Werte ansteigen, während die *fm*- und *c*-Werte fallen.

Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 20. Mai 1940.)

A MAGYARORSZÁGI SZFALERITEK MORFOGENETIKAI VIZSGÁLATA.

HAJÓS MARTA-tól.

Hazánk gazdag szfaleritlelőhelyeivel már számos kiváló kutató foglalkozott. Hogy csak a nevesebbeket említsük: HESSENBERG, QUENSTEDT, SADEBECK, BECKE, GROTH, KALB, FRANZENAU, ZIMÁNYI, REICHERT és TOKODY.

Azonban részletes összefoglaló vizsgálatok nincsenek. Az említett szerzők leginkább csak egy-egy lelőhellyel foglalkoznak. Magyarország több lelőhelyének szfaleritjét még egyáltalán nem ismerjük és szükségesnek mutatkozott a már leírt lelőhelyek alaposabb átvizsgálása is.

A szfalerit természetének megfelelően az elsőkristályosodás alatt keletkezetteket kivéve, mindenféle genetikájú érctelepben otthonos. Hazánkban is megtaláljuk a likvidmagmatikus érctelepektől a hidrotermális érctelepekig mindenütt. Igazi hazája a hidrotermális $Pb-Ag-Zn$ érctelepekben van. Ilyenekben Magyarország bővelkedik, ezért volt Hazánk mindig egyike a szfalerit legjobb lelőhelyeinek.

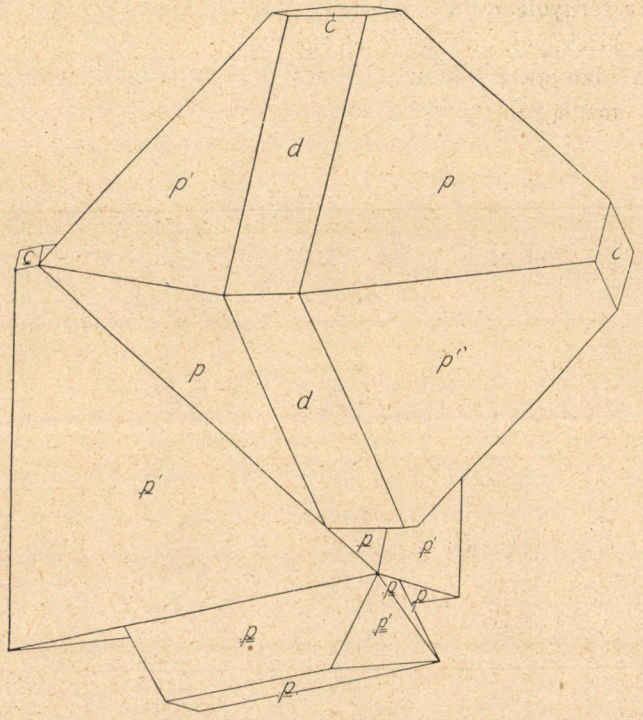
Az értekezés célja, hogy egységes genetikai rendszerben adjon áttekintést a magyarországi szfaleritekről, s végül megkísérelje azoknak egyes genetikai típusokba való besorolását.

*

A *bánsági kontakt vidék* oxidos és szulfidos érctelepeiben is megtaláljuk a szfaleritet. Vaskő-, Dognácska-, Oravica-, Csiklova-, Szászkabánya- és Újmoldováról említik. Ezeken a lelőhelyeken pirit, kalkopirit és galenit társaságában fordul elő durvaszemű

gránát, kalcit és dolomit kíséretében. Vaskőn rombdodekaederes alakban fejlődött ki, a tetraeder alárendelt. (39, 13, 20)

Szintén kontaktpneumatolitos hatások hozták létre a biharmegyei *Rézbánya* érctelepeit. Az itteni szfalerittel már többen foglalkoztak. KALB kubooktaederes alakban kifejlődött kristályokat említ innen, az $(1\bar{1}1)$, (111), (100), (110) és (311) formákkal. (17).



1. ábra. Hármas iuxtapoziciós szfalerit-iker Rézbányáról.

A jelenleg megvizsgált kristályok galenit, kalkopirit, kvarc és kalcit társaságában találhatók. Feketék, fémfényűek, karcuk szürke, 2—8 mm nagyok.

A nyolc vizsgált kristályon a következő formák fordulnak elő: $c(100)$, $d(110)$, $p(111)$, $p'(1\bar{1}1)$, $u'(2\bar{2}1)$.

Uralkodik a pozitív és negatív tetraeder. A két tetraeder lapjai egyenlő mértékben fejlődtek ki. Így a kristályok típusa oktaederes. Egyes kristályok csak a két tetraeder kombinációi.

A tetraederlapok — különösen a pozitív tetraeder lapjai — az oktaeder-élekkel párhuzamosan rostozottak.

A hexaeder keskeny, villogó lapjai ritkák.

A rombtizenkettős lapjai ugyancsak ritkán fordulnak elő keskeny csíkok alakjában.

A $(2\bar{2}1)$ deltoiddodekaedert Becke nyomán sorolhatjuk a negatív térnyolcadba. A keskeny kis lap kitűnően tükröz. (2)

A kristályok többnyire egyszerűek, de előfordulnak az (111) szerint alkotott, gyakran több egyedből álló ikrek is.

A megfigyelt kombinációk:

1. p p'
2. p p' c d u'
3. p p' c
4. p p' c
5. p p'
6. p p' d
7. p p' c
8. p p'

A *torockói* metaszomatikus ércteleprő ugyancsak ismerünk szfaleritet. Itt a szideritben fordul elő rendkívül apró (0·3 mm), többnyire legömbölyödött szemecskék alakjában galenit kíséretében. Érdekes, hogy pirit nincs mellette, holott a szomszédos kristályos palákban bőven találjuk ezt az ércet. (33)

Újabban az azelőtt likvidmagmatikus eredetűnek vélt *Szomolnokot* az intruziv hidrotermális lelőhelyek közé sorolják. Az apró barnás szfaleritek itt hintve fordulnak elő pirit, kalkopirit és antimonit társaságában. Mérhető kristályokat nem ismerünk. (39, 13, 20)

Hazánk intruziv hidrotermális ércztelepei közül megtaláljuk a szfaleritet *Perneken, Magurkán, Csucsomon* és *Aranyidán*. Szépen kristályosodva egyik helyről sem ismerjük. Perneken galenit kíséretében találjuk apró legömbölyödött fekete szemek alakjában. Magurkán és Aranyidán antimonit és antimon-szulfosók kíséretében fordul elő. Színe világosbarna, vörösessárga. Rostos, szemcsés ereket alkot. (39, 13, 20)

*

A kitörésbeli kőzetekhez kötött érctelepek tartalmazzák a szfalerit-előfordulások zömét.

Pneumatolizis utáni hidrotermális hatások hozták létre apró, legömbölyödött kristályait a *nadapi* andezitben. (ERDÉLYI J. szóbeli közlése nyomán.)

Idősebb kőzetekhez kötött hidrotermális érctelepeken találjuk *Sajóházán*, *Rozsnyón* és még számos jelentéktelenebb lelőhelyen.

Sajóháza és *Rozsnyó* szfaleritjeit már többen vizsgálták. A teleptani viszonyokat PAPP KÁROLY foglalta össze. (23)

Sajóházáról REICHERT az (100), (110), (410), (111), (1$\bar{1}$1), (3$\bar{1}$1), (8$\bar{3}$3), (5$\bar{2}$2), (2$\bar{1}$1), (2$\bar{2}$1), (3$\bar{2}$1) és (9$\bar{7}$2) formákat ismerteti. Érdekes a negatív térnyolcadban megjelenő sok vicinális lap: (8$\bar{3}$3), (5$\bar{2}$2), (9$\bar{5}$5), (9$\bar{4}$4), (5$\bar{3}$3), (7$\bar{3}$3), (7$\bar{2}$2).

A nagyobb (3—5 mm) kristályok fémfényűek és feketék, a kisebbek (1—2 mm) gyémántfényűek, barnásvörös színűek. (26)

Az eddigi adatokat négy kristály megmérésével egészítettem ki. A kristályok 0·5—2 mm nagyok. A szideriten ülnek. Színük barnásvörös, gyémántfényűek; karcuk okkersárga.

Megfigyelt formák: d(110), c(100), e(210), m'(3$\bar{1}$1) és u'(2$\bar{2}$1).

Uralkodó alak a rombtizenkettős. Lapjai csak ritkán rostozottak; kitűnően tükröznek.

A kocka lapjai kis téglalapok, lépcsősek, rostozottak; tükrözésük gyenge.

A (210) lapjait a rombtizenkettős lapjai elnyomják. Keskeny sávok alakjában van jelen, de sohasem teljes lapszámmal. Erről a lelőhelyről ezt a formát eddig nem ismertük.

A (3$\bar{1}$1) lapjai görbültek, boltozatosan hajlottak; tükrözésük széthúzódó.

A kristályok többnyire ikrek az (111) szerint.

Formaösszetétel:

1. c d e
2. c d e
3. c d . m'
4. c d . m' u'

Rozsnyón kétféle kifejlődésben találjuk a szfaleritet. Az 5—6 mm nagy kristályai martak, legömbölyödöttek, feketésbarna

színűek, nem mérhetők. A kisebb — 1-1·5 mm — kristályok viszont kitűnően tükröznek. A nagyobb kristályok a szideriten, a kisebbek a szideriten, kalkopiriten és tetraedriten nőttek fenn.

ZIMÁNYI az (110), (100), (410) és (320) formákat írja le. (42, 43) Ezeket REICHERT kiegészíti az (111), (5$\bar{2}$2), és (8$\bar{1}$1) formákkal. (26)

A kiegészítésül megvizsgált három kristály 1—2 mm nagy, vörösesbarnán áttetsző, gyémántfényű. Karcuk sötétsárga.

Meghatározott formák:

c(100)	b(320)
d(110)	ω'(4$\bar{3}$1)
f(410)	$*T''$(13.$\bar{9}$.1).

Uralkodó alak a rombdodekaeder. Lapjai jól tükröznek, némelyik természetes módon étetett.

A hexaeder-lapok kitűnően tükröző apró négyzetek.

A (410) lapjai szélesebbek, mint a (320) egészen keskeny lapjai. Ezek a lapok a [$c:d$] élek irányával párhuzamosan finoman rostozottak.

A (4$\bar{3}$1) formát Rozsnyóról eddig nem ismertük.

Az [1$\bar{1}$0 : 401] övben fordul elő kis görbült lap alakjában a (13.$\bar{9}$.1). Tükrözése széthúzódó, gyenge. Meghatározása, 10—10 mérés középértékét véve, a következő szögek alapján történt:

	mért:	számított:
$*T'':d = (13.\bar{9}.1):(110)$	$= 10°57'$	$10°53'36''$
$*T'':f = (13.\bar{9}.1):(4\bar{1}0)$	$= 36°09'$	$35°46'00''$.

A mért kristályok formaösszetétele:

1. c d
2. c d f b $*T''$
3. c d f . . ω'

Ikrek az (111) szerint gyakoriak. QUENSTEDT ismétlődő lemezes ikreket ismertet. (25)

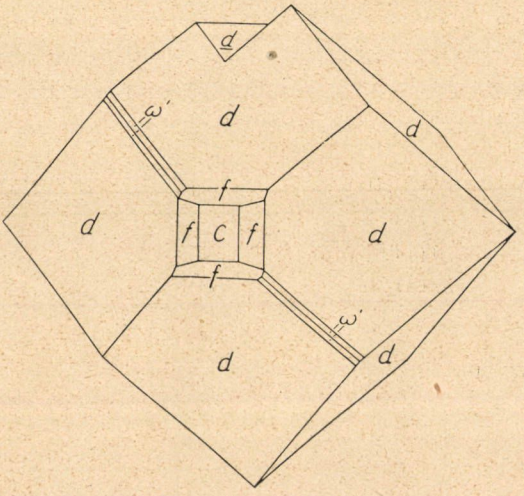
Dobsinán, Mártonházán, Pelsőcardón és *Jeszenyén* galenittel, *Jolsván* smithsonittal fordul elő. *Pohorellán* mészkő és agyagpala között alkot kitöltéseket. Mindenütt szemcsés. (39, 20)

Nagykuncfalván szintén nincsenek mérhető kristályai, itt 1 mm-es legömbölyödött szemeit találjuk. (37)

A *-gal jelölt formák újak.

A *bindtbányai* szfalerit szintén szideritre telepedett, mint a rozsnyói. Itt is két kifejlődése van: egy nagyobb (4—6 mm) és egy kisebb (1—1·5 mm). A nagy kristályok martak, sötétbarnák, a kicsinyek barnásvörösek. SCHMIDT az (110) és (311) formákat határozta meg rajtuk. (30)

Ugyancsak szideritben találjuk a szfaleritet *Luciabányán*. A kristályok aprók (1—1·5 mm), vörösbarnák. TOKODY a követ-



2. ábra. Szfalerit-iker Rozsnyóról.

kező formákat találta rajtuk: (100), (110), (410), (2$\bar{1}$1). (36) Uralkodó alak a rombdodekaeder. Ez érdekes módon megnyúlt, torzult lapokkal jelenik meg.

Pojnikon barnássárga vagy feketés szemcsés halmazai fordulnak elő galenittel és pirittel. (39, 20)

Vámosújfalun antimonit és pirit között alkot szemcsés ereket. (39, 20)

*

A leggazdagabb szfaleritlelőhelyeket fiatal harmadkori effuzivekhez kötve találjuk.

Egyike a leggazdagabb és legérdekesebb szfalerit-előfordulásoknak *Óradna*. Az érctelepek andezitmagma hatására metaszomatózis révén mészkőből keletkeztek. (20)

Az óradnai szfaleritekkel igen sokan foglalkoztak. Különösen a típusmeghatározásra szolgáltatnak jó példát, továbbá a pozitív és negatív oktánsok elkülönítésére a rostozások és vicinális formák alapján. (2, 29, 14, 8, 19, 16, 17, 25)

A szerzők innen az (111), (1$\bar{1}$1), (100), (110), (311), (2$\bar{1}$1), (3$\bar{2}$2), (3$\bar{2}$1) és (7$\bar{5}$3) formákat említik. Sadebeck szerint a pozitív és negatív tetraeder, valamint a kocka lapjai uralkodnak. (29)

Az óradnai szfalerit igen sok vasat tartalmaz. Fekete színű, gyémántfényű. Galenit, kalkopirit, bournonit és kalcit kíséri. A kristályok 0·5—13 mm nagyok. Karcuk világossárga-barna.

A kiegészítésül megvizsgált 8 kristályon a következő formák fordulnak elő:

c (100)	u (221)
d (110)	u'(2$\bar{2}$1)
p (111)	l (511)
p'(1$\bar{1}$1)	l'(5$\bar{1}$1)
m (311)	o'(5$\bar{2}$2)
k'(4$\bar{1}$1)	$^*h$ (13.1.1).

A kristályok formaösszetétele:

1.	c	p	p'	d	k'	u	.	.	.	.	.
2.	c	p	p'	d	.	.	u'	m	l'	.	$^*h$.
3.	c	p	p'	d	.	.	.	.	.	.	.
4.	c	p	p'	d	.	.	.	.	.	l	. .
5.	c	p	p'	.	.	.	.	.	.	.	.
6.	c	p	p'	d	k'	.	.	.	.	l	. o'
7.	c	p	p'	d	.	.	.	.	.	.	.
8.	c	p	p'	.	.	.	.	.	.	.	.

Uralkodó formák a pozitív és negatív tetraeder és a hexaeder.

A kockalapok fényesek, a [pcp] zóna éleivel párhuzamosan finoman rostozottak. Rajtuk gyakran találunk apró négyzetes mélyedéseket. Ezeket Becke megállapítása szerint pozitív és negatív tetraeder-lapok alkotják. (2)

Egyes kristályokon a kockalap fénytelen, mart felületű. A pozitív tetraeder lapjai a negatív tetraeder és a kocka élei szerint rostozottak.

A negatív tetraeder lapjai legömbölyödöttek. A nagyobb

kristályok negatív tetraeder-lapjain igen szép vicinális (növekedési) piramisokat láthatunk. Ezek éles, görbültoldalú háromszögek. Ha hiányoznak, akkor a tetraeder-lap síma, fényes.

A rombtizenkettős gyakori, de alárendelt forma.

A (311) keskeny lapjait már SADEBECK és GROTH is leírta innen. Ők a formát szintén a pozitív térnyolcadba sorolták. (27, 10)

A $(4\bar{1}1)$ triakistetraedert erről a lelőhelyről eddig nem ismertük. Keskeny lapjai eléggé jól tükröznek.

Ugyancsak ismeretlen volt az $(5\bar{1}1)$. Gyakori forma, sok lappal fordul elő.

Az (511) és $(5\bar{1}1)$ lapjai igen keskenyek.

Az $(5\bar{2}2)$ Óradnáról új forma. Lapjai közepesen fejlettek, fényesek.

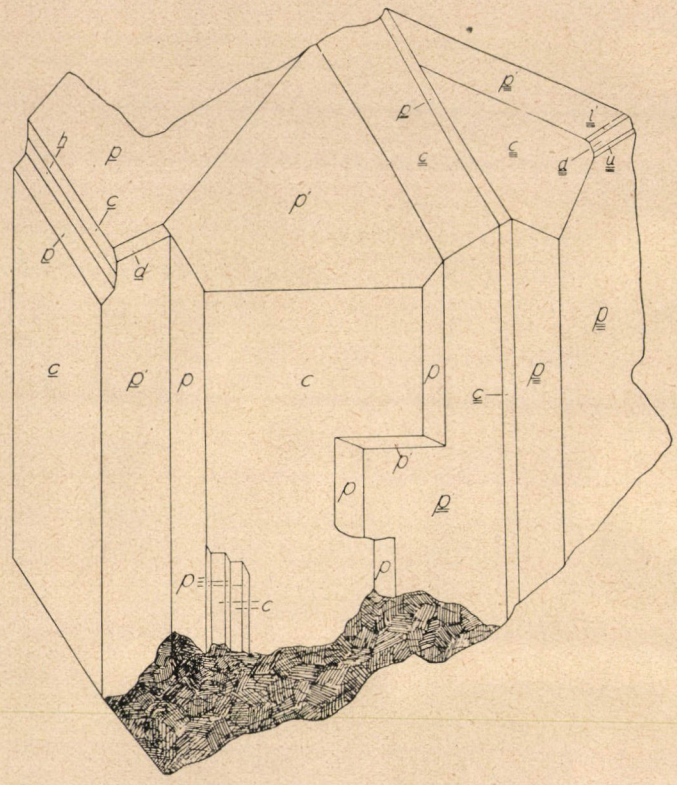
Teljesen új kristályalak a (13.1.1). A kocka és a (311) lapok között jól fejlett fényes lap. Kissé görbült, tükrözése ezért széthúzódó. A 30 mérés középértékéből vett eredmény azonban teljesen megbízható. Ritkaság, hogy egy magas-indexű forma ilyen jólfejlett lappal forduljon elő.

Erről a lelőhelyről nem ismertük még a (221) és $(2\bar{2}1)$ formát sem. Lapjai keskenyek, de jól tükröznek. GEBHARDT rombdodekaederes szfaleriteket említ innen. A rendelkezésre álló anyagban ez a típus nem fordult elő. (8)

A mért és számított szögértékek a következők:

			mért:	számított:
$k' : p'$ =	$(4\bar{1}1)$	$: (1\bar{1}1)$ =	35°16′	35°15′52″
$k' : c$ =	$(4\bar{1}1)$	$: (100)$ =	19°32′	19°28′16″
$u : d$ =	(221)	$: (110)$ =	19°29′	19°28′16″
$u' : p'$ =	$(2\bar{2}1)$	$: (1\bar{1}1)$ =	15°47′	15°47′36″
$m : c$ =	(311)	$: (100)$ =	25°13′	25°14′22″
$m : p$ =	(311)	$: (111)$ =	29°31′	29°29′46″
$l : p$ =	(511)	$: (111)$ =	38°57′	38°56′33″
$l' : p'$ =	$(5\bar{1}1)$	$: (1\bar{1}1)$ =	38°54′	38°56′33″
$o' : c$ =	$(5\bar{2}2)$	$: (100)$ =	29°02′	29°29′46″
$o' : p$ =	$(5\bar{2}2)$	$: (111)$ =	59°48′	59°50′00″
$*h : c$ =	(13.1.1)	$: (100)$ =	6°11′	6°13′00″
$*h : p$ =	(13.1.1)	$: (111)$ =	48°31′	48°31′39″.

Ikrek gyakoriak. Az összenövés síkja a tetraeder-lap. Több egyén ciklikusan nőtt össze. Ilyen ikreket Óradnáról Hochschild említ. (14)



3. ábra. Négyes penetrációs szfalerit-iker Óradnáról.

Az óradnai szfaleritet Loczka és Sipőtz elemezte az alábbi eredménnyel:

	S	*Zn*	*Cd*	*Fe*	Összeg	incl.
Loczka:	33·88	48·45	—	12·74	99·72	4·65 *Mn*
Sipőtz:	33·49	52·10	1·51	12·19	99·66	0·37 *Mn*.

(13)

*

A harmadkori andezitjeinkhez kötött hidrotermális érctelérekben csaknem mindenütt megtaláljuk a szfaleritet. Néhány kisebb lelőhely mellett Hazánknak három nagy bányavidéke tartozik ebbe a származási csoportba: a Magyar-Érchegység, a Szatmári-bányavidék és az Erdélyi-Érchegység.

A Mátrahegység andezitjeivel kapcsolatos hidrotermális szulfidos érctelérekben: *Recsken* és *Gyöngyösoroszin* is megvan a szfalerit. Recsken fekete, apró kristályai dolomitos konglomerátumban találhatók. Gyöngyösoroszin centiméteres bennőtt kristályai, szemcsés halmazai galenittel fordulnak elő. Színe gyantásbarna. (44, 34)

Nagytarnáról galenit és pirit kíséretében ismerjük. Az (100), (110), (111), (1$\bar{1}$1), (3$\bar{3}$1) és (2$\bar{2}$1) formákat határozták meg róla. (7)

A Magyar-Érchegységben Selmec-, Új-, Hodrus- és Körmöcbánya ismeretesek, mint a szfalerit lelőhelyei.

Selmecbányán a telérek kvarcában hintve jól fejlett kristályokként és kristálycsoportokként főleg galenittel együtt fordul elő. Kíséretében még pirit, kalkopirit és kalcit található. Színe mézsárga, barna, sötétbarna. A kristályok 1—10 mm nagyok. Élénk gyémántfényűek. Egy mézsárga kristályszilánk fénytörését sikerült a prizmamódszer segítségével meghatározni: $n_{Na}=2{\cdot}360$. A meghatározás a belső hasadási felületek miatt kissé bizonytalan.

Az előfordulást többek között Hessenberg, Sadebeck és Becke részletesebben megvizsgálta. (12, 27, 29, 2)

A kiegészítésül mért 10 kristályon a következő formákat sikerült meghatározni:

c (100)	l (5$\bar{1}$1)
d (110)	l' (5$\bar{1}$1)
p (111)	u (221)
p'(1$\bar{1}$1)	u'(2$\bar{2}$1)

k (411).

Ezek közül az említett szerzők a (411), (511) és (5$\bar{1}$1) formát nem írták le.

Formaösszetétel:

1.	c	d	p	p'	l	.	u	u'	k
2.	c	.	p	p'	l	l'	u	u'	.
3.	c	d	p	p'	l	l'	u	.	.
4.	c	d	p	p'	l	l'	u	.	.
5.	c	.	p	p'	l	l'	.	.	.
6.	c	d	p	p'	.	l'	.	.	.
7.	c	.	p	p'	.	l'	.	.	.
8.	c	d	p	p'	.	l'	.	.	.
9.	c	d	p	p'	l	l'	.	.	.
10.	c	d	p	p'	l	l'	.	u'	.

Szögértékek:

	mért:	számított:
$p' : l' = (1\bar{1}1) : (5\bar{1}1) =$	38°45′	38°56′33″
$c : l' = (100) : (5\bar{1}1) =$	15°45′	15°47′36″
$p : u = (111) : (221) =$	15°45′	15°47′36″
$p' : u' = (1\bar{1}1) : (2\bar{2}1) =$	15°45′	15°47′36″
$p : k = (111) : (411) =$	35°15′	35°15′52″.

Uralkodik a tetraeder és a kocka.

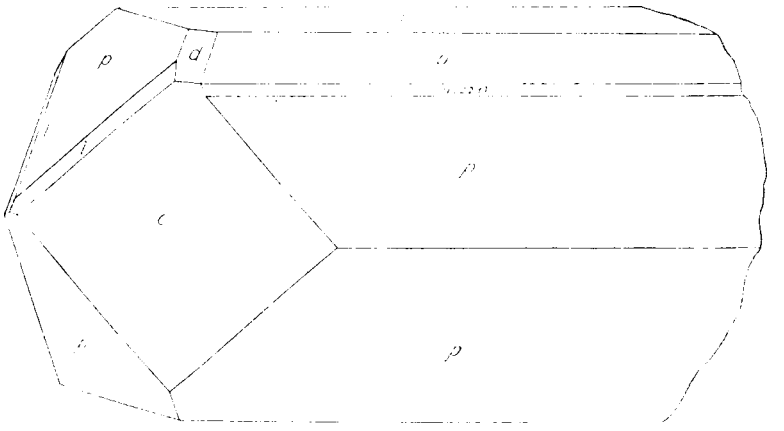
A hexaeder négyzet-, gyakrabban megnyúlt téglalap-alakban jelenik meg. Igen gyakran mart, étetett felületű. Sokszor lépcsős. A lépcsőzöttséget az (511) ismétlődő keskeny csíkjai okozzák.

A tetraederek közül mind a pozitív, mind pedig a negatív előfordul. Kifejlődésük a kristály termetétől függ. A pozitív és negatív tetraederek elkülönítése étetés nélkül úgyszólván csaknem lehetetlen, mert vagy egyenlő nagyra fejlődtek, vagy az egyik uralkodik. A többi forma sem dönti el a kristály helyzetét, mert az (511) triakistetraeder és a (221) deltoiddodekaeder is mindkét helyzetben előfordul. Forró normálsósavban főzve, a pozitív tetraederen háromoldalú étetési gödrök, a negativon pedig hasonló étetési dombocskák jelennek meg, mint azt már Becke részletesen megvizsgálta és leírta. Az étetési dombocskák miatt az étetés után a negatív tetraeder fénytelen lesz. (2)

A vizsgált kristályokon az (511), (5$\bar{1}$1), (221) és (2$\bar{2}$1) többnyire keskeny lapokkal fordult elő, gyakran lépcsőzések és rostozások alakjában. Tükrözésük elég jó. A (411) rosszul fénylő keskeny csíkokból áll.

A rombtizenkettős alárendelt, némely kristályon teljesen hiányzik. Az egyik vizsgált mézsárga kristályon azonban uralkodó forma.

Egy kristály a trigonális tengely irányában megnyúlt.



4. ábra. Az (111) szerint megnyúlt szfalerit Selmecről.

Az (111) szerinti ikerlemezesség gyakori.

A selmeci szfaleriteket Sipőtz elemezte:

S	*Zn*	*Cd*	*Fe*	összeg	incl.
32·79	65·24	1·52	0·47	100·02	—

(13)

Újbányán, Körmöcbányán és *Hodrusbányán* az előfordulás körülményei teljesen hasonlóak a selmecihez. Mért kristályokat egyik helyről sem ismerünk, mérhető kristályokat nem sikerült szerezni. (39, 13, 20)

A szatmári bányavidék hidrotermális érctelepei ugyancsak gazdagon tartalmaznak szfaleritet.

Nagybányán az andezitben és riolitban húzódó kvarcos telérek uralkodó érce a galenit és a pirit. Mellettük gyakran előforduló érc a ragyogó, vasfekete kristályokban megjelenő szfalerit. A kristályok általában aprók (1—1·5 mm), nem fejlődtek szépen ki, mert egymáson keresztül-kasul átnőttek. Ezért a kristályokat roppant nehezen lehet mérni.

Három megmért kristályon a következő formákat találjuk:

$c(100)$ $p'(1\bar{1}1)$
$p(111)$ $q'(2\bar{1}1)$
$m(311)$.

Uralkodik a két tetraeder.

A szfalerit *Borpatakon* is előfordul szemcsés erek alakjában.

Felsőbányán az érctelepek szintén riolitekkel és andezitekkel kapcsolatos hidrotermális hatásoknak köszönhetik eredetüket. A főére a galenit és a pirit, mellettük a szfalerit, kalkopirit, bournonit és markazit társaságában fordul elő. Színe barnásfekete, fémfényű. A kristályok 0·5—6 mm nagyok. (20, 16, 17)

Az ez alkalommal megvizsgált 8 kristályon a következő formákat sikerült meghatározni:

$c(100)$ $l(511)$
$d(110)$ $l'(5\bar{1}1)$
$b(320)$ $m(311)$
$p(111)$ $m'(3\bar{1}1)$
$p'(1\bar{1}1)$ $k(411)$
$u(221)$ $F'(5\bar{5}3)$?
$u'(2\bar{2}1)$

Formaösszetétel:

1.	c	.	p	p'	u	u'	l	l'	.	.	.	.	.
2.	c	d	p	p'	.	u'	l	l'	.	.	.	.	.
3.	c	d	.	.	.	.	.	.	b	.	.	.	.
4.	c	d	p	p'	u	.	.	.	.	.	m'	k	F'
5.	c	d	p	p'	u	.	.	l'	.	.	.	.	.
6.	c	d	.	p'	u	.	.	.	b	m	.	.	.
7.	c	d	.	p'	.	.	.	.	b	m	.	.	.
8.	c	d	.	.	.	.	.	.	b	.	.	.	.
9.	c	d	p	p'	.	.	.	.	.	.	.	.	.

Mért és számított szögértékek:

		mért:	számított:
l'	$: c = (5\bar{1}1) : (100) =$	15°48′	15°47′36″
l	$: p = (511) : (111) =$	38°54′	38°56′33″
u'	$: p' = (2\bar{2}1) : (1\bar{1}1) =$	15°46′	15°47′36″
u	$: d = (221) : (110) =$	19°20′	19°28′16″
F'	$: p' = (5\bar{5}3) : (1\bar{1}1) =$	12°36′	12°16′29″

	mért:	számított:
$k : c = (411) : (100)$	$= 19°28'$	$19°28'16''$
$k : p = (411) : (111)$	$= 35°15'$	$35°15'52''$
$m' : c = (3\bar{1}1) : (100)$	$= 25°10'$	$25°14'22''$
$m : p = (311) : (111)$	$= 29°29'$	$29°29'46''$

A kristályok egy részén a hexaeder és a tetraeder uralkodik, más kristályokon viszont a rombtizenkettős.

A kockalap felülete kissé mart, tükrözése elég jó.

A rombtizenkettős vagy alárendelt, vagy uralkodó forma. Ha alárendelt, akkor csak keskeny lapok képviselik; ha uralkodó, akkor lapjai nagyok és többnyire a szomszédos kockalapok éleivel párhuzamosan sűrűn rostozottak. Gyakran a rostozás tollas.

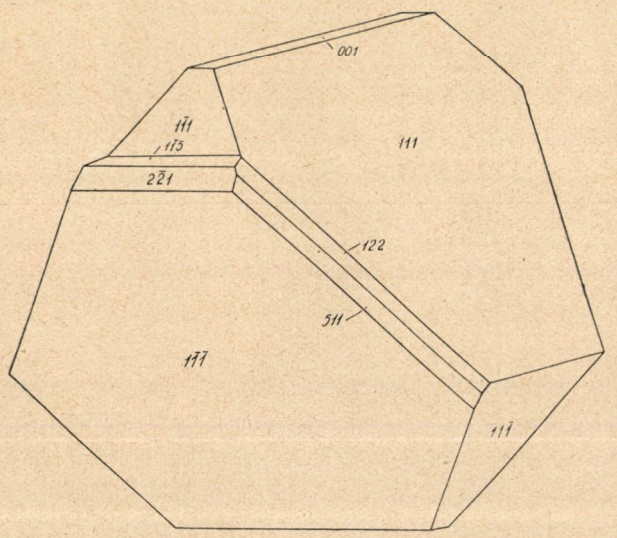
A tetraederek tükrözése kitűnő. A lapok simák vagy az oktaeder éleivel párhuzamosan fínoman rostozottak.

A (320), (221), ($2\bar{2}1$) lapjai keskenyek; kielégítően tükröznek.

Az ($5\bar{5}3$) rossz tükrözése miatt bizonytalan.

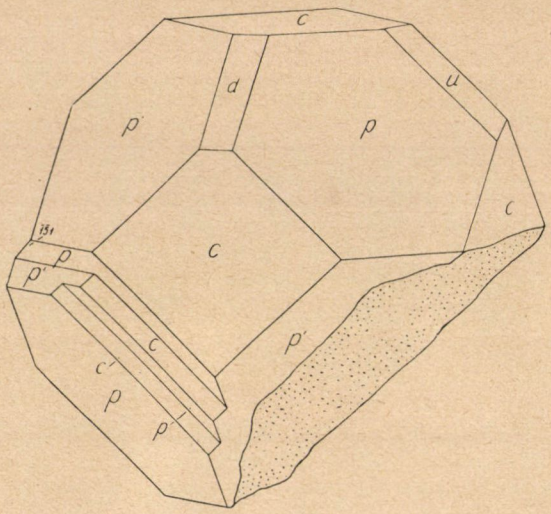
Az (511) és (311) a pozitív és negatív nyolcadban is előfordul; a (411) csak a pozitív nyolcadban.

A kristályok egyik csoportján vagy a pozitív vagy a negatív tetraeder uralkodik, a másik tetraeder és a hexaeder alárendelt.



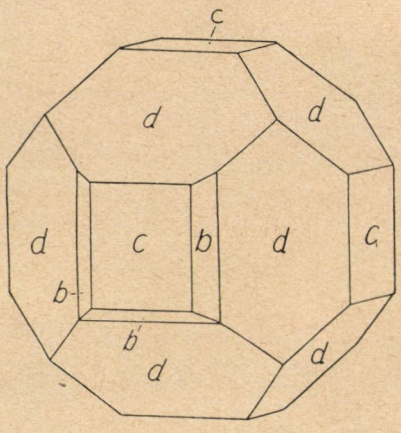
5. ábra. Tetraederes szfalerit Felsőbányáról.

Más kristályokon a két tetraeder és a kocka egyensúlyban fejlődött ki. A rombtizenkettős alárendelt.



6. ábra. Kubooktaederes szfalerit Felsőbányáról.

A kristályok harmadik csoportján a rombtizenkettős uralkodik. A hexaeder és a tetraeder alárendelt; a tetraeder gyakran teljesen hiányozhat.



7. ábra. Rombdodekaederes szfalerit Felsőbányáról.

Ikrek az (111) szerint gyakoriak.

A felsőbányai szfaleritet CALDWELL elemezte az alábbi eredménnyel:

S	*Zn*	*Cd*	*Fe*	Összeg	incl.
33·25	50·02	0·30	15·44	100·02	1·01 *Pb.*

(13)

Kisbánya érctelérei zöldkövesedett andezitben, ennek tufájában és breccsájában húzódnak. Uralkodó érc a pirit, pirrhotin, galenit és szfalerit. A szfaleritre kvarc és dolomit telepszik. (25)

A kristályok igen egyszerűek; formaszegények. Mindössze az alábbi formákból állanak:

$p\,(111)$	$c\,(100)$
$p'(1\bar{1}1)$	$k(411)$
$d\,(110)$	$^*g(441)$.

A megfigyelt formaösszetételek:

1. *c p p' d* . .
2. *c p p' d* . .
3. . *p p' d k* .
4. *c p p' d* . .
5. *c p p'* . .$^*g$
6. *c p p' d* . .
7. *c p p' d* . .
8. . *p p' d* . .

A lapok tükrözése kitűnő és jó. A (411) és (441) lapjai gyengébben tükröznek. Az utóbbi formát MÜHLHÄUSER a negatív helyzetben írja le, a pozitívból eddig ismeretlen volt. (22)

A kisbányai szfaleritkristályokra jellemző két szomszédos forma lapjainak lépcsőzetes ismétlődése. Különösen gyakori jelenség ez a rombtizenkettős és tetraeder lapjain.

A kristályok egy részén a tetraederek, más részén a rombdodekaeder uralkodik. Ha a pozitív és negatív tetraeder egyaránt fejlett, akkor a rombtizenkettős és a hexaeder alárendelt. A pozitív tetraeder egyenes vonalakkal fínoman rostozott, a negatív inkább síma. Ha a rombtizenkettős uralkodik, akkor a pozitív és negatív tetraeder, valamint a kocka alárendelt.

A kristályok kémiai összetétele VAVRINECZ (40) és JÓNÁS (15) szerint:

	S	*Zn*	*Fe*	*Pb*	Szennyezés	Összeg
VAVRINECZ:	33·78	56·03	10·78	0·27	0·15	100·94
JÓNÁS:	34·44	49·28	14·69	1·36	0·09	99·86
» :	34·44	49·21	14·66	1·50	0·09	99·90

Kapnikbányáról már régóta ismerjük a szfaleritet. A telérek vaskos kvarcában és rodokrozitjában alkot ereket, fészkeket, pirit és galenit kíséretében. A kapniki szfaleritet már nagyon sokan tanulmányozták behatóan. Újabban KALB és KOCH termet szempontjából is alaposan megvizsgálta. (16)

A mért kristályok 5—8 mm nagyok, barnássárgák, átlátszóak, karcuk világos okkersárga.

A mért kristályokon a következő formákat találjuk:

$c(100)$	$p'(111)$
$d(110)$	$q'(2\bar{1}1)$
$p(111)$	$m'(3\bar{1}1)$
$q(211)$	$l'(5\bar{1}1)$
$m(311)$	$*S'(4\bar{3}3)$
$l(511)$	$u'(2\bar{2}1)$
$*A(744)$	$y(4\bar{4}1)$
$n(322)$	$*t'(7\bar{7}2)$
	$\vartheta'(10.\bar{1}0.1)$.

Formaösszetétel:

1. $c\ d\ p\ p'\ .\ m'\ .\ l'\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$
2. $c\ d\ p\ p'\ m\ m'\ l\ l'\ q\ q'\ *S'\ u'\ \vartheta'\ y\ *A\ n\ *t'$
3. $c\ d\ p\ p'\ .\ m'\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .$

Mért és számított szögértékek:

		mért:	számított:
$q : d =$	$(211) : (110)$	$= 29°55'$	$30°00'00''$
$q' : c =$	$(2\bar{1}1) : (100)$	$= 35°16'$	$35°16'52''$
$m : c =$	$(311) : (100)$	$= 25°15'$	$25°14'22''$
$m' : p' =$	$(3\bar{1}1) : (1\bar{1}1)$	$= 29°28'$	$29°29'46''$
$l : c =$	$(511) : (100)$	$= 15°48'$	$15°47'36''$
$l' : p' =$	$(5\bar{1}1) : (1\bar{1}1)$	$= 38°47'$	$38°56'33''$

			mért:	számított:
$u' : p' =$	$(2\bar{2}1)$	$: (111) =$	15°48′	15°47′36″
$u' : c =$	$(2\bar{2}1)$	$: (001) =$	70°32′	70°31′44″
$*S' : c =$	$(4\bar{3}3)$	$: (100) =$	46°31′	46°41′10″
$*S' : p' =$	$(4\bar{3}3)$	$: (1\bar{1}1) =$	8°13′	8°02′58″
$y : p' =$	(441)	$: (1\bar{1}1) =$	25°20′	25°14′22″
$y : d =$	$(4\bar{4}1)$	$: (110) =$	10°01′	10°01′30″
$\vartheta' : p' =$	$(10.\bar{1}0.1)$	$: (1\bar{1}1) =$	31°19′	31°13′11″
$\vartheta' : d =$	$(10.\bar{1}0.1)$	$: (110) =$	4°02′	4°02′41″
$*A : c =$	(744)	$: (100) =$	39°00′	38°56′33″
$*A : p =$	(744)	$: (111) =$	15°46′	15°47′36″
$*t' : d =$	$(7\bar{7}2)$	$: (110) =$	11°40′	11°25′18″
$*t' : p' =$	$(7\bar{7}2)$	$: (1\bar{1}1) =$	23°35′	23°50′34″
$n : p =$	(322)	$: (111) =$	43°20′	43°18′50″
$n : c =$	(322)	$: (100) =$	11°24′	11°25′18″

Egyes kristályokon a rombtizenkettős uralkodik. Másokon a tetraeder és a hexaeder. Gyakran a rombtizenkettős a tetraeder- és a hexaeder-lapokkal egyensúlyban fejlődött ki.

A negatív térnyolcad formákban sokkal gazdagabb, mint a pozitív. Sokkal több benne a lépcsős lapismétlés és igen gyakoriak a görbültlapú formák.

A triakistetraederek közül a $(2\bar{1}1)$ és $(5\bar{1}1)$ formákat a negatív-, a (311) alakot pedig a pozitív oktánsból már többen leírták. A jelenleg vizsgált kristályokon mind a pozitív, mind pedig a negatív helyzetben is megtaláljuk őket.

A (322) és (744) a pozitív nyolcadban fordul elő, holott eddig csak a negatív oktánsból ismertük őket. Lapjaik meglehetősen nagyok.

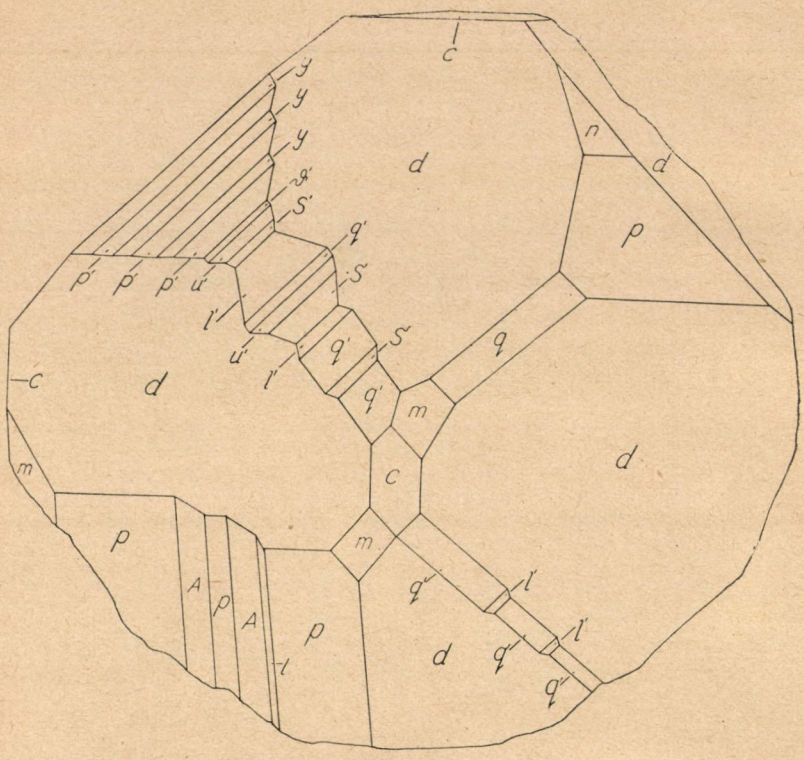
A $(4\bar{3}3)$ forma új. Több keskeny lappal szerepel.

A deltoiddodekaederek közül a $(4\bar{4}1)$ és $(7\bar{7}2)$ fordul elő. Szintén keskeny csíkok, a $(7\bar{7}2)$ új forma. A $(10.\bar{1}0.1)$ alakot Kapnikról eddig nem ismertük.

A kémiai összetétel Sipőcz szerint:

S	*Zn*	*Cd*	*Fe*	Összeg	Incl.
32·98	64·92	1·05	0·57	100·04	0·05 *Pb*, 0·06 *Cu*
					0·04 *Sb*, 0·37 *Mn*

(13)



8. ábra. Szfalerit Kapnikról.

Hasonlóan fordul elő a szfalerit *Erzsébetbányán, Illobán Misztbányán* és *Láposbányán.* Erzsébetbányáról Becke az (100), (110), (111), (1$\bar{1}$1) és (311) formát írja le. (39, 20, 2)

Az Erdélyi-Érchegység érctelepei riolittal, andezittel és dacittal kapcsolatos hidrotermális hatásra keletkeztek. Ezek az érctelepek Hazánk harmadik nagy, effuzivekkel kapcsolatos hidrotermális ércelőfordulásához tartoznak. A szfalerit itt is mindenütt megtalálható.

Verespatak, Vulkoj-Korábia, Bucsum, Kajanel kevéssé jelentős szfalerit-lelőhelyek. A kis mennyiségben fellépő szfalerit szép kristályokban nem jelenik meg. (39, 20)

A *Ruda* közelében lévő Muszári-hegy már érdekesebb ebből a szempontból. A telérek zöldkövesedett piroxénandezitben húzód-

nak, töltelékanyaguk aranytartalmú kvarc, kalcit és kaolin. Az ércek: aranytartalmú pirit, galenit, szfalerit és kalkopirit. (20)

A vizsgált darabon kvarckristályokra ránőtt 0·4—5 mm nagy, fémfényű, vérvörösen áttetsző feketés szfaleritek ülnek kalkopirit társaságában. Karcuk világossárga. Egyes kristályokon apró kalkopirit-kristálykák láthatók. A következő formákat sikerült meghatározni:

$p(111)$ $l(511)$
$p'(1\bar{1}1)$ $l'(5\bar{1}1)$
$d(110)$

Formaösszetétel:

1. $p\ p'\ d\ l$.
2. $p\ p'\ d$ . .
3. $p\ p'\ d$. l'
4. $p\ p'\ d$. l'
5. $p\ p'\ d$ . .

Uralkodik a pozitív és a negatív tetraeder, melyek egyensúlyban fejlődtek ki. A pozitív tetraederlapok az oktaeder-élekkel párhuzamosan erősen rostozottak. A negatív tetraeder lapjai többnyire görbültek, simák, rajtuk gyakran fordulnak elő vicinális növekedési piramisok.

A rombtizenkettős lapjai keskenyek, fényesek.

Az $(5\bar{1}1)$ keskeny csíkjai a szomszédos tetraederlapokkal lépcsőzetesen váltakoznak.

Ikrek az (111) szerint gyakoriak.

A *boiczai* szfalerittel már szintén többen foglalkoztak. Toborffy a tetraederes kristályokról a két tetraedert, a rombdodekaedert, a (331) és (322) formát említi. (35)

A jelenleg megvizsgált darabokon az alzat pirites kvarc. A szfalerit a kvarcon ül galenit és pirit társaságában. Mivel a kalkopirit rácsszerkezete közel megegyező a szfaleritével, azért egymás rácsába be tudnak lépni, egymást bizonyos mértékig mintegy helyettesíteni képesek. Boiczán gyakran találunk szép példát ilyen orientált összenövésekre. A szfaleriteken a kristályosodás utolsó termékeiként nyeregszerűen hajlott dolomitkristályokat és szép tejfehér barittáblákat találunk. A szfalerit a galenitet mennyiségileg is és nagyságban is felülmulja.

A vizsgált kristályok 2—5 mm nagyok, színük mézsárga, barna, sőt fekete. Gyémántfényűek, karcuk világossárga. Igen egyszerűek és torzultak. A negatív helyzetben gyakoriak az erősen görbült és görbevonalúan rostozott lapok.

Megállapított formák:

c (100)	l' ($5\bar{1}1$)
p (111)	$*h$ (13.1.1)?
p'($1\bar{1}1$)	$*s$ (443)
l (511)	v'($3\bar{3}1$)

Formaösszetétel:

1.	.	d	p	p'	.	.	.	$*s$	.
2.	c	d	p	p'	l	.	v'	.	$*h$
3.	.	d	p	p'	.	.	.	.	.
4.	c	d	p	p'	.	l'	.	.	.

Fontosabb szögértékek:

	mért:	számított:
$*h : c = (13.1.1) : (100) =$	6°00′	6°13′00″
$v' : d = (4\bar{3}1) : (1\bar{1}0) =$	13°30′	13°15′46″
$*s : p = (443) : (111) =$	7°20′	7°19′34″
$*s : d = (443) : (110) =$	27°55′	27°36′18″

Toborffy megállapításaival ellentétben három kristályon uralkodik a rombtizenkettős és csak egyen a tetraeder. Az utóbbin a tetraederlapok egyensúlyban fejlődtek ki.

A rombdodekaederes kristályokon a tetraederlapok aprók. A két szomszédos rombtizenkettős lap élét tompítják ismétlődő apró háromszögeikkel. A lapok tükrözése jó. A negatív tetraederek néha görbültek, ekkor tükrözésük széthúzódó.

A (443), (511), ($5\bar{1}1$) és (13.1.1) keskeny, rosszúl tükröző lapok. A (443) és a (13.1.1) a szfaleriten teljesen új formák. Az utóbbi rossz tükrözése miatt erről a lelőhelyről bizonytalan.

Füzesden a szfalerit ezüsttartalmú galenit, aranytartalmú pirit, kalkopirit és tetraedrit társaságában fordul elő. Kísérő ásványok a kvarc, kalcit és kevés rodokrozit. (20)

A vizsgált kristályok 4—9 mm nagyok, Színük barnássárga,

gyémántfényűek, karcuk világossárga. A megmért kristályokon a következő formák találhatók:

c (100)	$*j'$ ($3\bar{3}2$)
d (110)	v' ($3\bar{3}1$)
p (111)	m (311)
p' ($1\bar{1}1$)	k (411)
u (221)	l (511)
	$*h$ (13.1.1).

Formaösszetétel:

1. . d p . m u k $*h$ . . .
2. c d p p' . u . $*h$ . . .
3. c d p p' . . . . v' . .
4. . d . p' . . . $*h$. l
5. . d p p' . . . . v' . $*j'$

Fontosabb szögadatok:

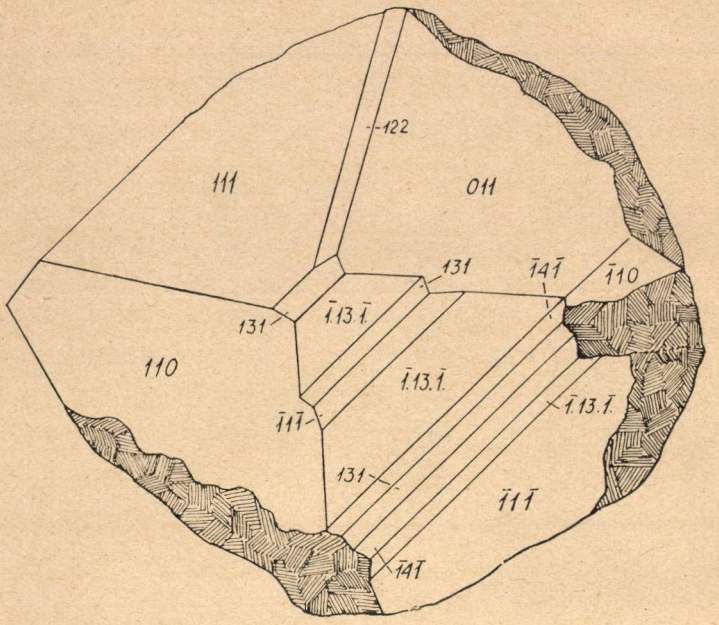
		mért:	számított:
$u : d =$	(221) : (110) =	19°31′	19°28′16″
$u : p =$	(221) : (111) =	15°47′	15°47′36″
$m : p =$	(311) : (111) =	29°30′	29°29′46″
$k : d =$	($\bar{1}4\bar{1}$) : (110) =	60°00′	59°59′00″
$*h : d =$	(13.1.1) : (110) =	49°30′	49°32′32″
$*h : p =$	(13.1.1) : (111) =	48°27′	48°31′39″
$v' : d' =$	($3\bar{3}1$) : (110) =	13°13′	13°15′46″
$v' : p' =$	($3\bar{3}1$) : ($1\bar{1}1$) =	22°03′	22°00′06″
$l' : p' =$	($5\bar{1}1$) : ($1\bar{1}1$) =	38°55′	38°56′33″
$*j' : d =$	($3\bar{3}2$) : (110) =	25°20′	25°14′22″

Uralkodó formák a rombtizenkettős, a pozitív és negatív tetraeder. Egyensúlyban fejlődtek ki. A hexaeder csak ritkán fordul elő keskeny kis lapocskákkal.

A (13.1.1) forma a jelen vizsgálatok alkalmával már Óradnán és bizonytalanul a boiczai szfaleriteken is előfordult. Füzesden pedig jól fejlett, kitűnően tükröző lapokkal jelenik meg és így biztos formának vehető.

A (221) lapjai keskenyek. A (311) lapjai szépen fejlettek.

A ($3\bar{3}2$) szintén új forma. Keskeny csík alakjában tompítja az (110) és ($3\bar{3}1$) közötti élet.



9. ábra. Szfalerit Füzesdről.

Ikrek gyakoriak az (111) szerint.

Porkurán a barna és barnásfekete szfalerit-kristályok kvarcra és ametisztre nőve galenittel, pirittel és arannyal fordulnak elő. (39, 13)

Kisalmásról mézsárga, átlátszó rombdodekaederes kristályokat ismerünk. Formáik: (110), (111), ($1\bar{1}1$), (311), (221), (322), ($10.\bar{1}0.1$), (511), (100). (6)

Aranyosbányáról piros és olajzöld oktaederes kristályai ismeretesek, ezek az (111). ($1\bar{1}1$) és (110) kombinációi. Gyakran az (110) hiányzik. (13)

Botesről szintén említik. (20)

Szépen fordul elő *Zalatnán*.

A megvizsgált stufán paragenetikai sorrendben a következő ásványokat találjuk:

$$\text{kvarc} - \text{pirit} - \begin{matrix}\text{galenit} \\ \text{szfalerit}\end{matrix} - \begin{matrix}\text{dolomit} \\ \text{kalcit}\end{matrix}$$

A mért 2—5 mm-es kristályok feketék, gyémántfényűek, karcuk barna. Meghatározott formák.

$p(111)$	$l(\bar{5}11)$
$p'(1\bar{1}1)$	$l'(5\bar{1}1)$
$c(100)$	$u(\bar{2}21)$
$d(110)$	$u'(2\bar{2}1)$

Formaösszetétel:

1. $c\ p\ p'\ .\ l\ l'\ u\ .$
2. $c\ p\ p'\ .\ l\ .\ .\ u'$
3. $c\ p\ p'\ d\ .\ .\ .\ .$
4. $c\ p\ p'\ d\ l\ .\ u\ .$
5. $c\ p\ p'\ d\ l\ .\ .\ .$

Uralkodó forma a két tetraeder és a kocka. A tetraederek egyensúlyban fejlődtek ki. A kockalapok az (511) ismétlődése miatt lépcsőzöttek. A rombtizenkettős alárendelt keskeny lapokkal jelenik meg. A többi formát keskeny, lépcsősen váltakozó lapok képviselik. Tükrözésük közepes.

Az említett kristályok kivétel nélkül ikrek az (111) szerint. Gyakoriak a párhuzamos összenövések is.

Nagyágon a telérek zöldkövesedett dacittal kapcsolatosak. (20)

A vizsgált stufán pirit-, galenit- és szfalerit-kristályok ülnek szorosan egymás mellett. Helyenkint kalcit települ rájuk.

A szfalerit 1—5 mm-es, fekete, gyémántfényű, vörösen áttetsző kristályokban fordul elő. A kristályok igen egyszerűek. Mindössze a

$c(100)$	$d(110)$
$p(111)$	$l(511)$
$p'(1\bar{1}1)$	

formák kombinációi.

Uralkodó alak a pozitív és negatív tetraeder és a hexaeder. A kockalapok a negatív tetraederlapok szerint gyakran lépcsőzöttek. A tetraederlapoknál valamivel kisebbek, tükrözésük kitűnő. Mindkét tetraeder rostozott: a rostok iránya a pozitív tetraederen egyenes, a negativon görbült.

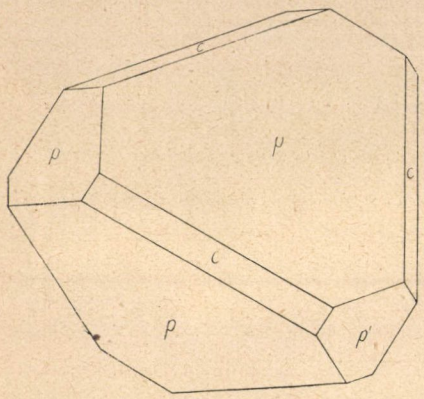
A rombtizenkettős és az (511) alárendelt.

Ikrek és párhuzamos összenövések gyakoriak.

Összetétele SIPŐTZ szerint:

S	*Zn*	*Cd*	*Fe*	Összeg	Incl.
33·47	63·76	0·14	1·37	100·44	0·06 *Pb*
					0·08 *Sb*
					1·56 *Mn*

(13)



10. ábra. Szfalerit Felsőkénesdről.

Felsőkénesd ércelőfordulása az agyagpalában húzódó kvarcszinthez kötött.

A vizsgált darabon apró-szemcsés pirit és víztiszta kvarckristályokon ülnek a 0·5—5 mm-es fekete, fémfényű szfaleritkristályok. Karcuk sárgásbarna. A kristályok igen egyszerűek; valamennyi a pozitív és negatív tetraeder és a kocka kombinációja.

A hexaeder alárendelt. A tetraederek erősen rostozottak. A vizsgált kristályok között iker nem fordult elő.

Típusfelosztás.

A szfaleritek típusfelosztásával már többen foglalkoztak. Körülbelül megegyező eredményre jutottak. Legelfogadottabb KALB rendszere. A többiek — SADEBECK, BECKE — csak egyes lelőhelyekre vonatkozólag állítottak fel típusokat, míg KALB általános rendszert adott. (27, 2, 16, 17, 18)

Ő két főtípust különböztet meg.

A kubooktaederes vagy schlaggenwaldi típust jellemzi, hogy a tetraederek és a kocka egyensúlyban fejlődött ki. Ezt a megfogalmazást meglehetősen tágan értelmezi, mert idesorolja a tetraederes kristályokat is, tehát azokat, amelyeken az egyik tetraeder — vagy a pozitív, vagy a negatív — uralkodik, a másik tetraeder és a kocka pedig háttérbe szorul, sőt az utóbbi

teljesen hiányozhat. Ez a típus szerinte a szulfidos ólom-cinkércтelepekre jellemző.

A másik főtípus a rombdodekaederes, vagy alston-moori típus. Uralkodik rajta a rombtizenkettős; a tetraederek és a hexaeder alárendeltek, sőt hiányozhatnak. KALB szerint jellemzi a sziderites, fluorbaritos, metaszomatikus ólom-cinkércтelepeket.

Végül kiegészítésül felállítja az átmeneti típust. Ezt a típust jellemzi, hogy a tetraederek és a kocka mellett a rombtizenkettős is uralkodóan fejlett.

Ha a magyarországi szfaleriteket be akarjuk sorolni ebbe a rendszerbe, a következő eredményt kapjuk:

Schlaggenwaldi típus: Rézbánya, Óradna, Nagytarna, Nagybánya, Erzsébetbánya, Ruda, Aranyosbánya, Zalatna, Nagyág, Felsőkénesd.

Alston-Moori típus: Vaskő, Sajóháza, Rozsnyó, Bindtbánya, Luciabánya, Kisalmás.

Átmeneti típus: Selmecbánya, Felsőbánya, Kisbánya, Kapnikbánya, Boicza, Füzesd.

A szfalerit mindig más szulfidos ércek kíséretében fordul elő. Tehát az a körülmény, hogy egyik vagy a másik típusban jelenik meg, nem vezethető vissza a szulfidos ércek hatására.

A szatmári bányavidék teljesen azonos származású lelőhelyei közül kettőn — Nagybányán és Erzsébetbányán — a schlaggenwaldi típust látjuk kifejlődve, míg a többit az átmeneti típusba soroljuk, jóllehet ugyanazon a kristályon a kubooktaederes típus mellett a rombdodekaeder nem fejlődött ki a tetraederekkel és a kockával egyensúlyban. Az átmeneti típusba sorolt lelőhelyeken egymás mellett fejlődtek ki kubooktaederes, tetraederes és rombdodekaederes kristályok, nem pedig együttesen, mint ahogyan azt KALB az átmeneti típus jellemző sajátságának állítja.

A kontakt-pneumatolitos Vaskőn ugyanúgy az alston-moori típus fejlődött ki, mint a hidrometaszomatikus Sajóházán és Rozsnyón.

Az átmeneti típusba sorolt lelőhelyeknek genetikailag semmiféle rokonsága sincsen az alston-moori típus lelőhelyeivel, mégis igen szép kifejlődésben találjuk meg ezt a típust is a kérdéses lelőhelyeken.

Mindezeket figyelembe véve a következő tényeket állapíthatjuk meg:

A szfalerit uralkodó formái a pozitív és negatív tetraeder, a rombdodekaeder és a kocka. Ezek egymáshoz való viszonya alapján megkülönböztethetünk:

1. tetraederes,
2. kubooktaederes,
3. rombdodekaederes,
4. átmeneti típust.

A tetraederes típust azért választjuk külön a kubooktaederestől, mert rajta a kocka gyakran egyáltalán nem fordul elő. A három utóbbi csoport értelmezése KALB szerint történik.

Ezek a típusok egymás mellett is előfordulhatnak ugyanazon a lelőhelyen (Felsőbánya, Kisbánya, Kapnikbánya). Keletkezésük a kristályosodás alkalmával uralkodó fiziko-kémiai körülményektől függ. Erre vonatkozólag részletes vizsgálataink még nincsenek. Tehát az egyes típusok származási jelentőségét ma még nem ismerjük kellő mértékben.

Összefoglalás.

A magyarországi szfaleritek részben mélységbeli, részben kitörésbeli magmatikus kőzetekkel kapcsolatosak. Mélységbeli kőzetekkel kapcsolatban pneumatolitos és hidrotermális érctelepekben találjuk őket. Ezek közül csak Rézbánya jelentős. A kitörésbeli kőzetekkel metaszomatikus és hidrotermális érctelepek kapcsolatosak. Az utóbbiak a legfontosabbak.

A szfaleritek uralkodó formái a $p(111)$, $p'(1\bar{1}1)$, $c(100)$, $d(110)$.

Másodrendű formák: $e(210)$, $b(320)$, $f(410)$, $q(211)$, $q'(2\bar{1}1)$, $m(311)$, $m'(3\bar{1}1)$, $k(411)$, $k'(4\bar{1}1)$, $l(511)$, $l'(5\bar{1}1)$, $n(322)$, $*S'(4\bar{3}3)$, $o'(5\bar{2}2)$, $*A(744)$, $*h(13.1.1)$, $u(221)$, $u'(2\bar{2}1)$, $v'(3\bar{3}1)$, $*j'(3\bar{3}2)$, $y(4\bar{4}1)$, $*q(441)$, $*s(443)$, $P'(5\bar{5}3)$, $*t'(7\bar{7}2)$, $\vartheta'(10.\bar{1}0.1)$, $\omega'(4\bar{3}1)$, $*T'(13.\bar{9}.1)$. A csillaggal jelzettek új formák.

A magyarországi szfaleritekre a KALB-féle csoportosítás a formakifejlődés szempontjából alkalmazható, de genetikai szempontból nincs jelentősége. Nagy általánosságban azt mondhatjuk,

hogy a schlaggenwaldi és az átmeneti típus inkább az ólom-ezüst-cinkérctelepeinkre jellemző, míg az alston-moori típus az oxidos és karbonátos vasérctelepeinkre. A szfalerit kíséretében mindig szulfidok vannak. Ezek mellett még pusztán kristályalaktani okokból szükségesnek mutatkozott a tetraederes típus elkülönítése is a kubooktaederes schlaggenwaldi típustól.

Az egyes típusok nem jelentenek szoros származási elhatárolást; egyik a másik mellett is előfordulhat ugyanazon a lelőhelyen.

Készült a budapesti kir. magy. Pázmány Péter tudományegyetem ásvány-kőzettani intézetében, 1940.

Irodalom. Schrifttum.

1. Ackner M. J.: Mineralogie Siebenbürgens. Hermannstadt. 1885.

2. Becke F.: Aetzversuche an der Zinkblende. Min. Petr. Mitt. 5. k. 1883. 457. l.

3. Böck H.: A Selmecbánya vidékén előforduló eruptiv kőzetek korviszonyairól. Földtani Közlöny. 1901. 289. l.

4. Böck H.: A gömörmegyei Vashegy és Hradek környékének geologiai viszonyai Földt. Int. Évk. 15. 1905. 57—80. l.

5. Dana J. D.: The system of mineralogy. London. 1911.

6. Franzenau Á.: A hunyadmegyei Kisalmás néhány ásványa kristálytani tekintetben. 1894. Budapest.

7. Franzenau A.—Tokody L.: Kristallogr. Untersuchungen ung Mineralien. Mat. u. Nat. Berichte aus Ungarn. 38. 1931. Budapest.

8. Gebhardt T.: Über Zinkblende. Neues Jahrb. für Min. Bl.-Band. 67. 1—56. l.

9. Goldschmidt V.: Atlas der Krystallformen. Heidelberg. 1923. Bd. 9

10. Groth P.: Min. Samml. Strassburg. 1878. 23.

11. Hessenberg F.: Min Notizen. No. 1. 1858. 183. l.

12. Hessenberg F.: Min. Notizen. No. 6. 1864. 239. l.

13. Hintze C.: Handbuch der Mineralogie. I. Leipzig. 1904.

14. Hohschild Ph.: Studien an Zinkblende. Neues Jahrb. für Min. 1908. Bl.-Band. 151—212. l.

15. Jónás G.: Az arsenátok alkalmazása a fémek súlyanalitikai meghatározásánál. Dokt. ért. Pécs. 1931. 45. l.

16. Kalb G.—Koch L.: Die Kristalltracht der Zinkblende in minerogenetischer Betrachtung. Cbl. f. Min. 1929. A. 353—357. l.

17. KALB G.: Zur Kristallmorphologie der Zinkblende unter besonderer Berücksichtigung der Vizinalerscheinungen. Z. f. Kr. Bd. 76. 1931. 386—395. l.

18. KALB G.: Bemerkungen über Vizinalerscheinungen. Z. f. Kr. A. 86. 1933. 1—7. l.

19. KOCH A.: Erdély ásványainak kritikai átnézete. Kolozsvár. 1885. 167—168. l.

20. KOCH S.: Magyarország jelentősebb ásványelőfordulásai. REICHERT R.—ZELLER T.—KOCH S.: Ásványhatározó III. rész. Természet Tudományi Társ. 1931.

21. MELCZER G.: Gömör vm. ásványai. Budapest. 1907. Ref. Z. f. Kr. Bd. 47. 296. l.

22. MÜHLHAUSER: Min. Petr, Mitt. 1901. 20. 83.

23. PAPP K.: A magyar birodalom vasérc- és szénkészlete. Budapest. 1915.

24. PÁLFY M.: Magyarország arany-ezüst bányáinak geológiai viszonyai és termelési adatai. M. K. Földt. Int. gyak. füz. 1929. Budapest.

25. QUENSTEDT: Handbuch der Min. Tübingen. 1863. 687. l.

26. REICHERT R.: A gömörmegyei Sajóháza és Rozsnyó szfaleritje. Math. és Term.-tud. Ért. 50. k. 1933. 660—667. l.

27. SADEBECK A: Über die Kristallformen der Zinkblende. Z. d. D. Geol. Ges. 1869. 21. 620—639. l.

28. SADEBECK A.: Hemiedrie der scheinbar holoedrischen Formen der Blende und Kupferkies. Z. d. D. Geol. Ges. 1872. 24. 179—186. l.

29. SADEBECK A.: Über geneigtflächige Hemiedrie. Z. d. D. Geol. Ges. 1878. 30. 576—614. l.

30. SCHAFARZIK F.: Adatok a Szepes-Gömöri-Érchegység pontosabb geológiai ismeretéhez. Math. és Term.-tud. Ért. 22. 1904. 414—447. l.

31. SCHMIDT S.: Mitteilungen über ung. Mineralvorkommen. Z. f. Kr. Bd. 12, 1887. 104. l.

32. SCHMIDT S.: Egyenlő lapszögek . . . etc. Math. és Term.-tud. Ért. 13. k. 1895. 331—362. l.

33. SZENTPÉTERY Zs.: Galenit és szfalerit, gőthit és pyrolusit Torockóról, Múz. Füz. IV. 1. Kolozsvár. 1917. 96. l.

34. SZTRÓKAY K.: A gyöngyösoroszii ércelőfordulás mikroszkópiai vizsg. Math. és Term.-tud. Ért. 58. k. 1939. 909. l.

35. TOBORFFY Z.: Mineralogische Notizen. Z. f. Kr. Bd. 44. 1908. 603. l.

36. TOKODY L.: Adatok Luciabánya és Jászószentmiklós ásványainak ismeretéhez. Földt. Közl. 67. k. 1937. 64. l.

37. TOKODY L.: Adatok a Szepes-Gömöri-Érchegység ásványainak ismeretéhez. Math. és Term.-tud. Ért. 54. k. 1936.

38. TOKODY L.: Magyarországi piritek kristálytani vizsgálata. Math. és Term.-tud. Közl. 38. k. 1938.

39. Tóth M.: Magyarország ásványai. Budapest. 1882. 455—461. l.

40. Vavrinecz G.: Ásványelemzések. II. Magyar chemiai folyóirat. 39. k. 1—4. f.

41. Zepharovich V.: Mineral. Lexikon, Wien. 1859.

42. Zimányi K.: Adatok Rozsnyó ásványainak ismeretéhez. Ann. Mus. Nat. Hung. 13. 1915. 557—576. l.

43. Zimányi K.: Ásványtani közlemények a Szepes-Gömöri-Érchegységből és a Délkeleti Felföldről. Ann. Mus. Nat. Hung. 19. 1922. 78—102. l.

44. Zsivny V.: Ásványtani megfigyelések Recskről. Ann. Mus. Nat. Hung. 19. 1922. 147. l.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1940. okt. 21-én tartott üléséből.)

MORPHOLOGISCHE TRACHTSTUDIEN DER UNGARISCHEN ZINKBLENDEN.

Von MARTA HAJÓS.

Die ungarischen Zinkblendevorkommen sind teilweise mit intrusiven, teilweise mit effusiven Gesteinen verbunden. Mit intrusiven Gesteinen verbunden sind die pneumatolitischen und hydrothermalen Erzlagerstätten. Unter diesen ist nur Rézbánya hervorzuheben. Die metasomatischen und hydrothermalen Erzlagerstätten gehören zum Gefolge der Extrusivgesteine. Letztere sind die wichtigsten.

Die dominierenden Zinkblendeformen sind: $p(111)$, $p'(1\bar{1}1)$, $c(100)$, $d(110)$.

Untergeordnete Formen sind: $e(210)$, $b(320)$, $f(410)$, $q(211)$, $q'(2\bar{1}1)$, $m(311)$, $m'(3\bar{1}1)$, $k(411)$, $k'(4\bar{1}1)$, $l(511)$, $l'(5\bar{1}1)$, $n(322)$, $*N(4\bar{3}3)$, $o'(5\bar{2}2)$, $*A(744)$, $*h(13.1.1.)$, $u(221)$, $u'(2\bar{2}1)$, $v'(3\bar{3}1)$, $*j'(3\bar{3}2)$, $y(4\bar{4}1)$, $*g(441)$, $*\lambda(443)$, $P'(5\bar{5}3)$, $*t'(7\bar{7}2)$, $\vartheta'(10.\bar{1}0.1.)$, $\omega'(4\bar{3}1)$, $*T'(13.\bar{9}.1.)$. Die mit einem Stern bezeichneten Formen sind für die Zinkblende überhaupt neu.

Bezüglich der Formentwicklung der ungarischen Zinkblenden können wir die Einteilung von KALB anwenden, doch ist diese Einteilung von genetischem Standpunkt aus nicht massgebend. Im allgemeinen finden wir, dass der schlaggenwalder Typ und der Übergangstyp eher in ungarischen Pb—Ag—Zn-Erzlagern auftreten, der Alston-Moor-Typ hingegen für ungarische oxid-karbonatische-Eisenerze charakteristisch ist. Die Zinkblende wird immer von Sulphiden begleitet. Aus kristallmorphologischen Gründen müssten wir neben den anwähnten Typen noch den tetraedrischen Typ aufstellen. Die einzelnen Typen besitzen keine scharfen genetischen Grenzen: an ein- und demselben Fundorte finden wir mehrere Typen.

Min. u. Petr. Institut der Pázmány P. Universität, Budapest, 1940.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. Okt. 1940.)

Apor László és Nagy István:
Korarézkori sírok Kotacparton.

1. 7/12. sz. koponya.

2. 7/12. sz. koponya.

3. 7/12. sz. koponya.

4. 7/12. sz. koponya.

5. 7/17. sz. koponya.

6. 7/17. sz. koponya.

7. 7/17. sz. koponya.

8. 7/17. sz. koponya.