50639

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LI. KÖTET.

HÉT TÁBLÁVAL

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LI.

MIT SIEBEN TAFELN

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1934.

SZEGED
FOLYÓIRATOK
42,45 1-31

MATEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA

SZERKESZTI MAURITZ BÉLA OSZTÁLYTITKÁR.

LI. KÖTET.

HÉT TÁBLÁVAL

MATHEMATISCHER
UND
NATURWISSENSCHAFTLICHER
ANZEIGER

DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

REDIGIERT VON B. MAURITZ KLASSENSEKRETÄR.

BAND LI.

MIT SIEBEN TAFELN

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1934.

50639

FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOMJEGYZÉK.

	Lap
Bay Zoltán: A kondenzált kisülések új elmélete és kísérleti megvizsgálása	20— 48
Entz Géza: A Magyar Biológiai Kutatóintézet munkálatairól	582—598
Erdélyi János: lásd Reichert.	
Gelei József: A Ciliaták csilló-meridiánusainak differenciálódása és az iránymeridiánus kérdése	613—631
Gelei József: Az ázalékállatkák (Paraméciumok) garatjának alkata	717—735
Jugovics Lajos: A medvesi bazalttakaró felépítése és kristálytufája	443—470
Jugovics Lajos: Cordierit-tartalmú zárványok a sághegyi bazaltban	472—493
Klug Lipót: A Desargues-féle konfiguráció kibővítése	70— 76
Klug Lipót: Adalékok a poláristér strukturájának ismeretéhez	197—198
Klug Lipót: Kúpszeletek és másodrendű felületek képei különös esetekben	199—213
Koch Sándor: lásd Zechmeister.	
Konek Frigyes: Észrevételek és adatok a nitrátion gravimetriás meghatározásához	294—302
Konek Frigyes és Wettstein Ervin: Eljárás a borban lévő szerves savak quantitativ meghatározására	305—322
Konek Frigyes és Rupe Hans: Különböző szubsztituensek befolyása aromás szekundér bázisok sóinak, főleg nitrátjainak oldhatóságára	325—326
Lengyel Béla: A káliumionok diffuziója üvegbe	50— 68
Marek József, Wellmann Oszkár és Urbányi László: A calcium, a magnézium és a foszfor felszívódása és kiválasztása, a szerves és a szervetlen foszfor megoszlása az emésztőcső különböző szakaszaiban	329—331
Mauthner Nándor: A vicinális resacetophenon szintézise	283—286
Mauthner Nándor: Az acetylgyök áthelyeződése a polyoxyphenoloknál II.	289—291
Orsós Ferenc: A canalis opticus és a fissura orbitalis superior egybeolvadása	513—522

★

	Lap
Orsós Ferenc: A sziklacsont alsó felszínének szerkezetéről és fejlődéséről	526—569
Pogány Béla: A krypton I. színkép főleg ultravörös vonalainak Zeeman-felbontásairól	1— 18
Reichert Róbert és Erdélyi János: A Csódi-hegy ásványairól	425—441
Rédei László: Felső korlát a másodfokú számtest abszolút osztálycsoportjának néggyel osztható invariánsai számára	219—224
Rédei László: A másodfokú számtest alapegységéről és az abszolút osztálycsoport nyolccal osztható invariánsairól	227—254
Rotarides Mihály: A megtapadó (sessilis) vízicsigák környezettani stb. jellemzése az Ancilidákon végzett szövettani vizsgálatok alapján	671—679
Rupe Hans: lásd Konek.	
Sebestyén Olga: A Diplopsalis acuta betokozódása és a Kolkwitziella salebrosa kérdése	683—694
Szádeczky K. Elemér: lásd Vendl.	
Szilády Zoltán: A Magyar Birodalom legyeinek synopsisa	600—611
Tokody László: Lice néhány ásványáról	495—499
Tóth Géza: lásd Zechmeister.	
Tuzson Pál: lásd Zechmeister.	
Urbányi László: lásd Marek.	
Vendl Miklós: Egy új iszapolókészülék	335—376
Vendl Miklós: Az új iszapolókészülékkel való gyakorlati analízis	378—401
Vendl Miklós és Szádeczky K. Elemér: Összehasonlító elemzések az új iszapolókészülékkel	403—423
Vitális István: A Limnocardium variocostatum n. sp.	696—702
Vitális István: A Limnocardium soproniense n. sp.	705—713
Wellmann Oszkár: lásd Marek.	
Wettstein Ervin: lásd Konek.	
Wolsky Sándor: Filogenetikai és mutatív szem-degeneráció a Gammaridák családjában	645—668
Zechmeister László és Tóth Géza: Állati és növényi chitin összehasonlítása	260—264
Zechmeister László és Tóth Géza: Az élesztő sejtl ártyájának polysaccharidja	271—281
Zechmeister László és Tuzson Pál: A mandarin festékéről	266—269
Zechmeister László, Tóth Géza és Koch Sándor: A kiscelli agyagban fellelt fosszilis gyanta vizsgálata	502—504
Zombory László: lásd Zsivny.	
Zsivny Viktor és Zombory László: Berthierit Kisbányáról	506—511

INHALTSVERZEICHNIS.

	Seite
Bay, Z.: Theorie der kondensierten Entladung und deren experimentelle Prüfung	49
Entz, G.: Referat über die Arbeiten des biologischen Forschungsinstitutes in Tihany	599
Erdélyi, J.: siehe Reichert.	
Gelei, J. v.: Die Differenzierung der Cilienmeridiane der Ciliaten und der Begriff des Richtungsmeridians	632—644
Gelei, J. v.: Der Cytopharynx der Paramecien	736—750
Jugovics, L.: Aufbau der Medveser Basaltdecke und ihr Kristalltuff (Ungarn)	471
Jugovics, L.: Einschlüsse von Basaltjaspis in dem Basalte des Ság-Berges (Ungarn)	494
Klug, L.: Erweiterungen der Desargues'schen Konfiguration	77—133
Klug, L.: Beiträge zur Kenntnis der Struktur des Polarraumes	134—196
Klug, L.: Über perspektiven Bilder von Kegelschnitten und Perspektivumrissen von Flächen zweiter Ordnung in besonderen Fällen	214—218
Koch, S.: siehe Zechmeister.	
Konek, Fr. v.: Bemerkungen und Beiträge zur gravimetrischen Bestimmung von Nitration	303—304
Konek, Fr. v. und Wettstein, E.: Verfahren zur quantitativen Trennung und Bestimmung der im Wein enthaltenen organischen Säuren	323—324
Konek, Fr. v. und Rupe, H.: Über den Einfluss verschiedener Substituenten auf die Löslichkeit der Salze — speziell der Nitrate — sekundärer aromatischer Basen	327—328
Lengyel, B. v.: Die Diffusion von Kaliumionen in Glas...	69
Marek, J., Wellmann, O. und Urbányi, L.: Resorption und Ausscheidung von Calcium, Magnesium und Phosphor, Verteilung des anorganischen Phosphors in den verschiedenen Abschnitten des Verdauungsschlauches	332—334

	Seite
Mauthner, F.: Die Synthese des vizinalen Resacetophenons	287—288
Mauthner, F.: Über die Wanderung der Acetylgruppe bei den Polyoxyphenolen. II.	292—293
Orsós, Fr.: Über die Verschmelzung des Canalis opticus und der Fissura orbitalis superior	523—525
Orsós, Fr.: Beiträge zur Struktur und Entwicklung der Unterfläche des Felsenbeins	570—581
Pogány, B.: Die Zeemanaufspaltungen der ultraroten Krypton I-Linien	19
Reichert, R. und Erdélyi, J.: Über die Minerale des Csódi-Berges	442
Rédei, L.: Eine obere Schranke der Anzahl von den durch vier teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe im quadratischen Zahlkörper	225—226
Rédei, L.: Über die Grundeinheit und die durch acht teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe im quadratischen Zahlkörper	255—259
Rotarides, M.: Ökologische Charakterisierung der sesshaften (sessilen) Wasserschnecken, auf Grund histologischer Untersuchungen an den Ancyliden	680—682
Rupe, H.: siehe Konek.	
Sebestyén, O.: Diplopsalis acuta in encysted condition and its relation to Kolkwitziella salebrosa Lindemann	695
Szádeczky K., E.: siehe Vendl.	
Szilády, Z.: A synopsis of the flies of Hungary IV.	612
Tokody, L.: Über einige Mineralien von Lice	500—501
Tóth, G.: siehe Zechmeister.	
Tuzson, P.: siehe Zechmeister.	
Urbányi, L.: siehe Marek.	
Vendl, M.: Ein neuer Schlämmapparat	377
Vendl, M.: Über die praktische Analyse mit dem neuen Schlämmapparat	402
Vendl, M. und Szádeczky K., E.: Vergleichende Untersuchungen mit dem neuen Schlämmapparat	424
Vitális, St. v.: Limnocardium vario-costatum n. sp.	703—704
Vitális, St. v.: Limnocardium soproniense n. sp.	714—716
Wellmann, O.: siehe Marek.	
Wettstein, E.: siehe Konek.	
Wolsky, S.: Phylogenetische und mutative Degeneration des Gammariden-Auges	669—670
Zechmeister, L. und Tóth, G.: Vergleich von tierischem und pflanzlichem Chitin	265

Seite

Zechmeister, L. und Tuzson, P.: Über die Farbstoff der Mandarine 270

Zechmeister, L. und Tóth, G.: Die Polyose der Hefemembran 282

Zechmeister, L., Tóth, G. und Koch, S.: Untersuchung des im Kisceller Tegel vorkommenden fossilen Harzes 505

Zombory, L.: siehe Zsivny.

Zsivny, V. und Zombory, L.: Berthierit von Kisbánya (Kom. Szatmár) 512

A KRYPTON I. SZÍNKÉP FŐLEG ULTRAVÖRÖS VONALAINAK ZEEMAN-FELBONTÁSAIRÓL.

POGÁNY BÉLA r. tagtól.

Első közlemény.

Székfoglaló értekezés.

Amíg az egyszer ionizált krypton-atóm vonalainak Zeeman-felbontásait a közelmultban maga ZEEMAN és BAKKER,[1] majd BAKKER és DE BRUIN[2] megvizsgálták, addig a neutrális krypton-atóm vonalai közül mindössze kettőnek, az 5570 Å és 5870 Å hullámhosszúságú zöld és sárga színképvonalaknak Zeeman-jelenségeiről van egy régebbi, LOHMANNTÓL[3] származó inkább kvalitatív jellegű észlelés, bár újabban MEGGERS, DE BRUIN és HUMPHREYS[4] e színképnek igen részletes és teljes analizisét adták. LOHMANN csak annyit közöl, hogy a sárga vonal közel normális triplettet mutat, a zöld vonal pedig a normálisnál nagyobbat.

A neutrális krypton-atóm színképvonalainak Zeeman-felbontásai újabban annyival is inkább érdekkel bírnak, mert egyrészt tudjuk, hogy anomalis g-faktorok várhatók, vagyis olyanok, melyek a két szélső kapcsolási esetnek, a Russell-Saunders-féle kapcsolásnak és a $[jj]$-kapcsolásnak egyikéhez sem tartoznak, hanem e kettő közötti átmenetnek felelnek meg. Másrészt újabban HOUSTON[5] a hullámmechanika alapján, GOUDSMIT[6] pedig egyszerűbb

[1] C. J. BAKKER, P. ZEEMAN: Proc. Amsterdam 32. 565. 1931.

[2] C. J. BAKKER, T. L. de BRUIN: Ztschrft f. Phys. 69. 36. 1931.

[3] W. LOHMANN: Phys. Z. 7. 809. 1906.

[4] F. MEGGERS, T. L. de BRUIN, C. J. HUMPHREYS: B. J. Jour. Res. 7. 643. 1931.

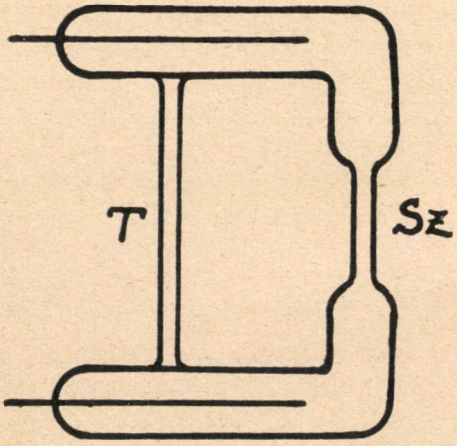
[5] W. V. HOUSTON: Phys. Rev. 33. 297. 1929.

[6] S. GOUDSMIT: Phys. Rev. 35. 1325. 1930.

meggondolásokkal a ps, ds elektronkonfigurációkra vonatkozóan, majd LAPORTE és INGLIS [1] a p^5s, d^9s elektronkonfigurációkra vonatkozóan formulákat adtak, melyek alapján a g-faktorok a mágneses tér nélküli term-multiplettek felbontásaiból a Russel-Saunders-féle és $[jj]$-kapcsolás közötti bármilyen átmeneti kapcsolás esetére kiszámíthatók.

A p^5s elektronkonfiguráció már mostan a nemes gázok neutrális atómjaiban lelhető fel, de az egyetlen megvizsgált termcsoport, melyen a Laporte-Inglis-féle formulák a tapasztalattal összehasonlíthatók voltak, a NEON I. színkép $2p^53s$ konfigurációjának termcsoportja, melynek mágneses felhasadásait BACK vizsgálta meg. Szerfölött kívánatos azonban, hogy mennél nagyobb észlelési anyag álljon rendelkezésre és a neutrális krypton-atóm erre annál is inkább alkalmas, mert az atómszám növekedésével a g-faktorok értékeiben mutatkozó anomáliának, a Landé-féle értékektől való eltérésnek növekednie kell.

1. Kísérleti berendezés.



1. ábra.

a) *Fényforrás.* Fényforrásul az 1. ábrában látható Geissler-cső szolgált. Ennek a mágneses térbe kerülő *Sz* szűk része olvasztott kvarcból készült, melyhez Schott-féle átmeneti darabokkal csatlakozott a két üvegvég, melybe a Wolfram-elektródok be voltak forrasztva. A mágneses térbe került rész azért készült kvarcból, mert üvegcsövek nem bírták a nagy igénybevételt, mikor pl. 100 órás expoziciók alkalmával a mágneses tér állandóan a falhoz nyomta a kisülést.

E Geissler-cső használata a színkép látható részében erősen

[1] O. LAPORTE, D. R. INGLIS: Phys. Rev. 35. 1337. 1930.

korlátozva volt az elmaradhatatlan *CO* és egyéb sávok miatt, melyek a Kr. I. színképre részben ráfeküdtek. Az ultravörös színkép azonban teljesen mentes volt zavaró sávoktól. A Geissler-cső egy kis transzformátornak szekundérkörében sorba volt kapcsolva néhány ezer cm kapacitású minospalackokkal. A transzformátor szekundérje néhány ezer Volt feszültség mellett kb 20 MA áramot adott a Geissler-csőbe.

b) *Mágneses tér.* A felvételekhez használt aránylag kicsiny, 3000—12000 Gauss erősségű mágneses tereket először az intézet nagy léghűtéses Boas-féle elektromágnesével, majd később egy közönséges régebbi fajta (Société Genevoise) elektromágnessel létesítettük. A hosszú, több napig tartó expozíciók alkalmával némi gondot okozott a mágneses térerősség állandósítása. Az elektromágnes táplálásához szükséges áramot ugyan az intézet nagy akkumulátortelepéből vettük, mely egyidejűleg állandóan töltődött, de ez az áramerősség mégis ingadozásokat mutatott a szerint, hogy a mágnes tekercseinek ellenállása a környezet hőmérsékletével hogyan változott. Ezért a mágnes szárait egy duplafalú edénynyel vettük körül, melyben éjjel-nappal cirkulált a vízvezetéki víz. A mágneses térerősség mérése eleinte a szokásos módon a Zn 4680 vonal felbontása alapján történt. E felbontás abszolut értékét az intézet nagy 6, 5 méteres konkáv rácsával mértük meg. Az így mért mágneses terekkel azután «kalibráltunk» néhány a felvételeken állandóan szereplő vonalat és később azokat használtuk fel a mágneses térerősség mérésére. Ilyenek gyanánt használtuk az ultravörösben a 8059, 7854, 7685, 7587 Å tripletteket, a zöldben az 5570-es vonal felbontását, mely szigorúan másfél normál $^3P_2 \rightarrow {}^3P_2$ triplettnek bizonyult. Kitűnő ellenőrzést nyujtott továbbá az ultravörösben és nagyobb terekben a mágneses tér erősségét illetően a mindig nagy erősségben jelentkező 8112 Å vonal felbontása. E vonal a $4p^5 5s\,{}^3P_2 — 4p^5 5p\,{}^3D_3$ átmenetből keletkezik, tehát a g összegtétel értelmében a *kapcsolástól függetlenül* azt a felbontást kell mutatnia (5 drb π és 10 drb σ-komponenst), mely szigorú Russell-Saunders-kapcsolás esetében is várható, mert a $4p^5 5s$ konfigurációban a $j=2$ és a $4p^5 5p$ konfigurációban a $j=3$ csak egyszer fordulnak elő. A megfigyelések, melyeket a Zn 4680 vonallal mért mágneses terekben végeztünk, ezt igazolták. Az emlí-

tett vonalak alapján meghatározott mágneses térerősségek a középértéktől $\pm$ 2 % eltérést mutatnak, pl. a 47. lemezen

8059 Å	alapján	....	H = 4250 = 4331 — 81	Gauss
7854 «	«	....	4325 = 4331 — 6	«
7685 «	«	....	4400 = 4331 + 69	«
7587 «	«	....	4350 = 4331 + 19	«

c) *Spektrográf.* A Zeeman-felbontások mérésére az intézet üveg Lummer-lemezét használtuk, melyet az előfelbontás céljából a fényerős Zeiss-spektrográffal kombináltunk. A Zeiss-spektrográfba az üveg-optikát helyeztük. A Lummer-lemez a Zeiss-cégtől származik, átmérője 240 mm, vastagsága d=5.718 mm. A *BK*7 típusú üvegből készült. A cég által megadott néhány törésmutatóérték alapján a Hartmann-formulája:

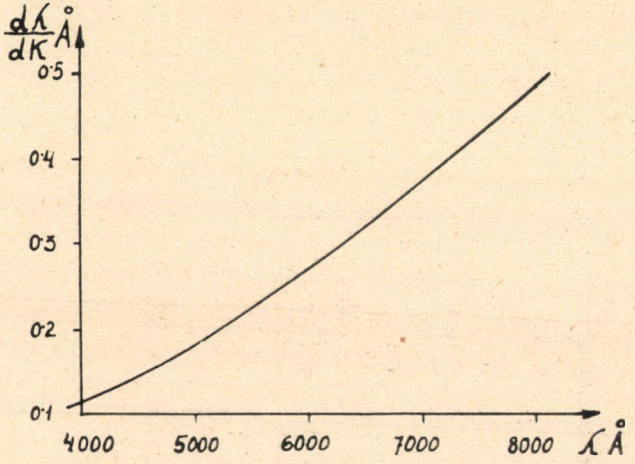
$$n = 1{\cdot}4971 + \frac{91{\cdot}285}{\lambda - 1209}$$

hol λ Å-egységben kifejezve használandó. A Lummer-felvételek abszolut kiértékelése céljából szükség van a

$$\frac{d\lambda}{dk} = \frac{\lambda^2\sqrt{n^2-1}}{2d\left(n^2-1-\lambda n\frac{dn}{d\lambda}\right)}$$

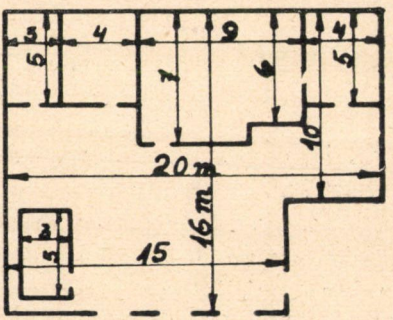
diszperzió-intervallum ismeretére. A $\frac{d\lambda}{dk}$ hányados megmondja, hogy mekkora az a $d\lambda$ hullámhosszintervallum a k-adrendű színképben, mely a λ hullámhosszúság k-adik és $k+1$-edik színképe közé esik. (A k-ad rendű $\lambda+d\lambda$ egybeesik a $k+1$-ed rendű λ-val.) $\frac{d\lambda}{dk}$-t mint λ függvényét Lummer-lemezünkre vonatkozóan a 2. ábra mutatja. A Geissler-cső le volt fedve egy ernyővel, melynek kicsiny nyílása a kisülésnek csak arról a részéről engedett fényt a spektrográfba, amely rész a mágneses tér középső homogén részében volt. Közvetlenül e kicsiny nyílás mögött volt a Nicol, mely hol a π, hol a σ-összetevőket engedte csak át. A nyílást egy 2·5 nyilású, 10 cm gyujtótávolságú Tessar képezte le a spektrográf kollimátorának résére. Hogy a Lummer-lemez teljesítőképességét ki lehessen használni, gondoskodni kell arról, hogy hőmérséklete az

expozició alatt ne ingadozzon 0·01 C-nál nagyobb értékkel.[1] Tekintettel arra, hogy jelen vizsgálat alkalmával az expozició-idők 5 órától 120 óráig változtak, ez különleges berendezkedést igényelt.



2. ábra.

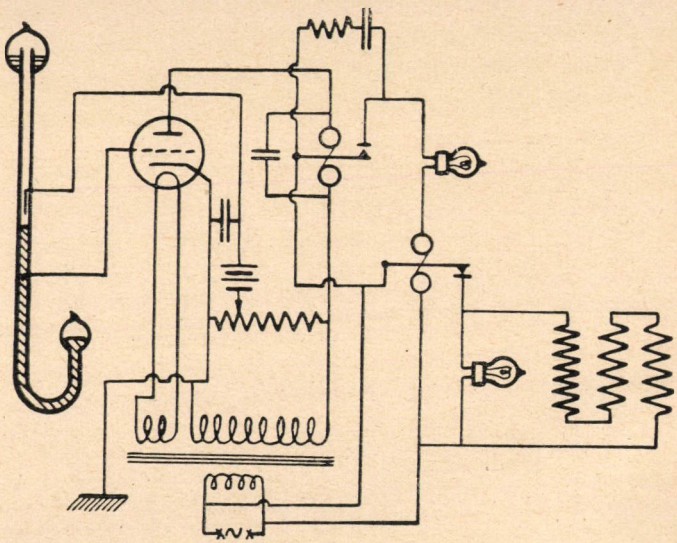
A hőmérséklet messzemenő állandósítása nemcsak a Lummer-lemeznél fontos, hanem más nagyfelbontású spektroszkópiai berendezésnél is, így pl. nagy konkávrácsoknál is, stb. Ezért az intézet alagsori spektroszkópiai laboratóriumának berendezésénél úgy jártunk el, hogy a kb. 290 m² helyiségből elkülönítettünk öt kisebb helyiséget a különböző spektrográfok számára. E helyiségek mind egy nagyobb teremből nyílnak (3. ábra); e teremben közösen vannak elhelyezve a hőmérsékletingadozásokat létesítő berendezések, úgymint áramforrások, transzformátorok, szivattyúk, elektromágnesek stb. A kisebb helyiségekben kizárólag a spektrográ-



3. ábra.

[1] Lásd pl. G. Hansen: Zeitschrift f. wiss. Phot. 23. 19. 1924.

fok nyertek elhelyezést, melyekhez az analizálandó fény a falakon vágott kicsiny ablakokon keresztül jut. E kisebb helyiségek a nagy teremtől, egymástól és a külvilágtól, hőszigetelő likacsos téglákkal, celotexszel, stb. vannak elválasztva. A központi fütés fütőtestei csak a közös nagyteremben vannak, az intézeti személyzet is általában csak itt tartózkodik, a hosszú felvételek alatt a spektrográfok szobáiba bemenni tilos. Ezáltal a durva hőmérsékletingadozások már ki vannak küszöbölve. A fínom szabályozást azután automaták



4. ábra.

végzik, melyeket az intézet műhelyében állítottunk össze. A spektrográf szobát elektromosan egy kevéssé a környezet hőmérséklete fölé fűtjük. A szobába egy éthergőz-hőmérő van szerelve, 4. ábra, mely már minimális hőmérsékletcsökkenésnél zár egy higanykontaktust, miáltal egy háromelektródás cső rácsa feszültséget kap. Az anódáram kapcsol egy érzékeny relaist, amilyet az automatatelefonban használnak, e relais pedig zár egy mágneses kapcsolót, mely egy elektromos fűtőtest áramát kapcsolja. E kapcsolóberendezés a nagyteremben van elhelyezve, működése jelzőlámpákkal állandóan ellenőrizhető. E kapcsolóberendezés érdekessége, hogy nem vesz igénybe akkumulátort, hanem a hálózatról vett feszült-

ségekkel működik, ami által elesnek az akkumulátorokkal egybekötött kényelmetlenségek és az üzembiztonság fokozódik. A kapcsolás jellegzetes momentumairól Babits Viktor más helyen be fog számolni. Így az egész szoba hőmérséklete 1° C tört részére állandósítva van. A Lummer-lemez e szobában egy vastag duplafalú szekrénykében van, mely vízfallal veszi körül. Hogy ily módon a Lummer-lemez hőmérséklete a hosszú expoziciók alatt is a kellő mértékben állandósítva van, bizonyítják az 5.—7. ábrákban bemutatott felvételeken látható éles interferenciák.

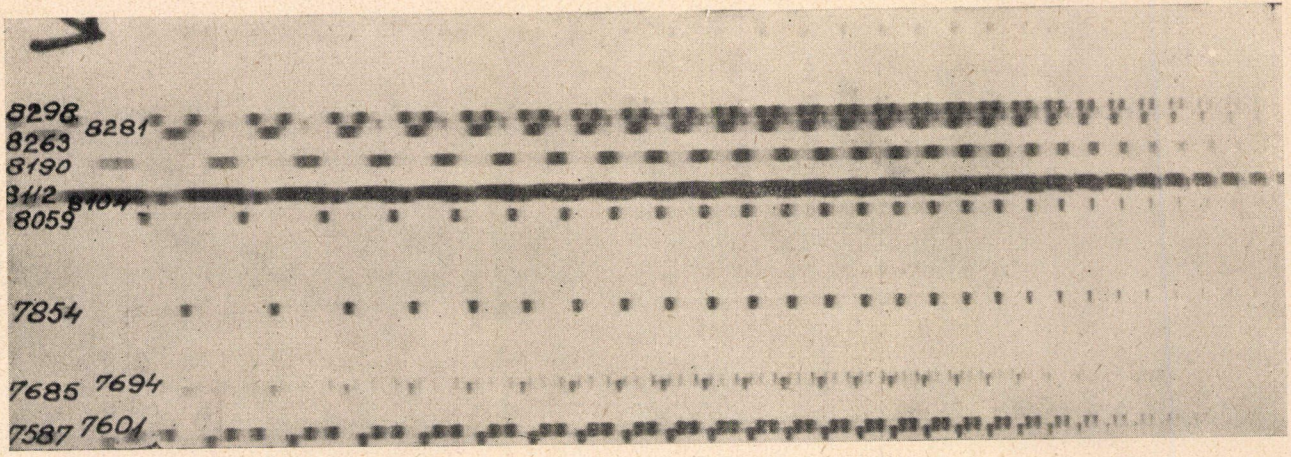
d) *Fényképezési anyag.* A kérdéses krypton-vonalak közül a legerősebbek a színkép ultravörös részében 7000—8500 Å körül vannak. E vonalak Zeeman-jelensége a Lummer-lemez számára az új, az ultravörösben érzékeny fényképezőlemezek által vált hozzáférhetővé. A felvételekhez Ilford Infrared, Hypersensitive panchromatic, Agfa Infrarot 810 és Perutz Persenso-lemezeket használtunk.

A Lummer-felvételek kiértékelése.

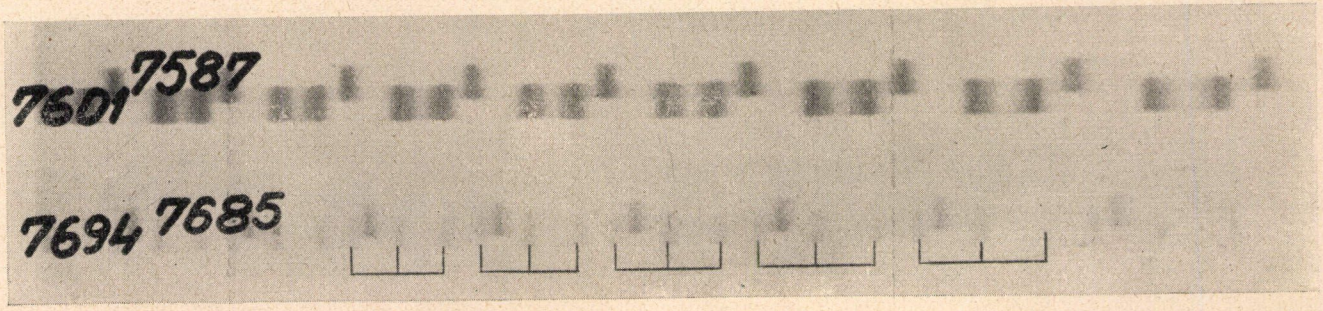
A felvételek kiértékelését a Humphreys [1] és Mac Nair [2] által is használt egyszerű módon lineáris interpolatióval eszközöltük. Az eljárás legegyszerűbben egy példán tekinthető át. Az 5. ábrán látható egy Lummer-felvételnek 4-szeresen nagyított másolata. A felvétel az ultravörös vonalak mágneses felbontásának π-komponenseit mutatja 11800 Gauss erősségű mágneses térben. (A π-komponensek elektromos vektora párhuzamos a mágneses térerősséggel.) E felvételnek egy tovább nagyított részletét mutatja a 6. ábra. A 8112 vonal π-kvintettje és a 8190 vonal π-triplettje meg van jelölve. A 7. ábrán meg van jelölve a 7694 vonal π-triplettje stb. Ha pl. arról van szó, hogy megmérjük a 8112 Å hullámhosszúságú mágneses π-kvintett két összetevőjének $d\lambda$ hullámhosszkülönbségét, akkor a két vonal x_i távolságát (6. ábra) osztjuk $\frac{a_i + a_{i-1}}{2}$-vel, vagyis az x_i-t tartalmazó alaptávolságok közepével és szorzunk a $\frac{d\lambda}{dk} = 0{\cdot}508$ Å értékkel, mely érték a 2. ábra görbéjéből veendő. Az eljárást mégegyszer illusztrálja a kérdéses felvétel fotometergörbéje a 8. ábrában.

[1] C. J. Humphreys: B. S. Jour. Research. 7. p. 459. 1931.

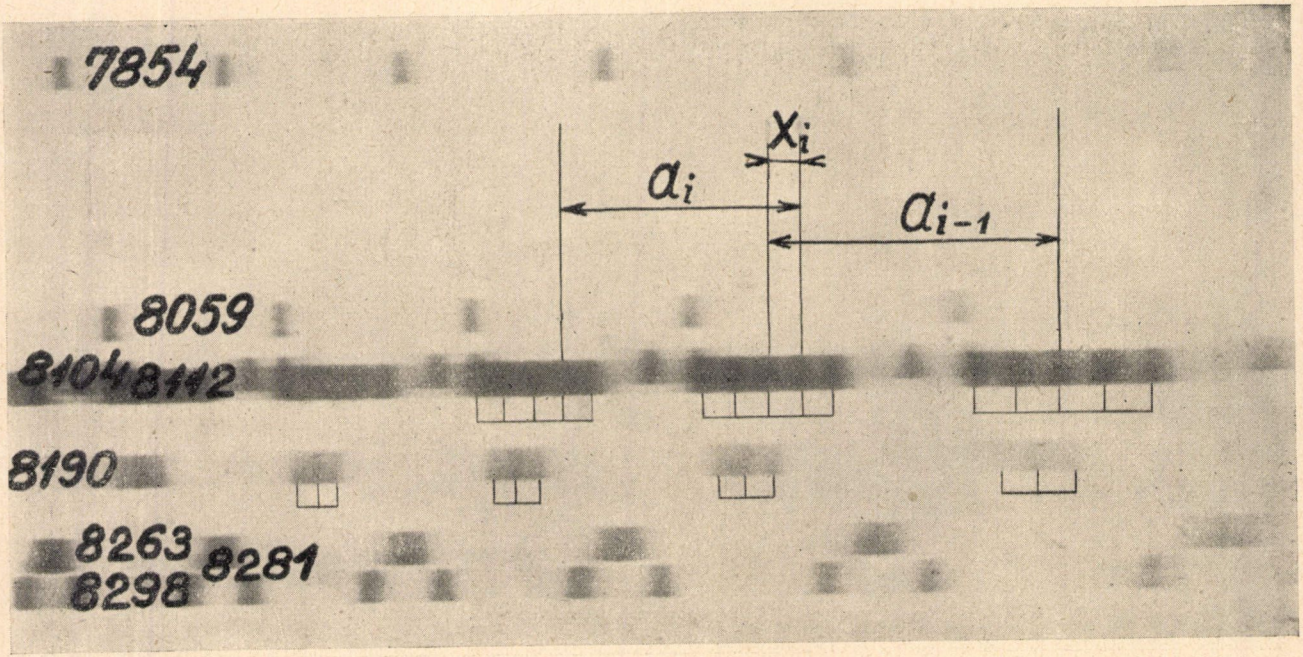
[2] Mac Nair: Phil. Mag. 2. p. 613. 1926.


8298
8281
8263
8190
8112
8059
7854
7685
7694
7587
7601

5. ábra.

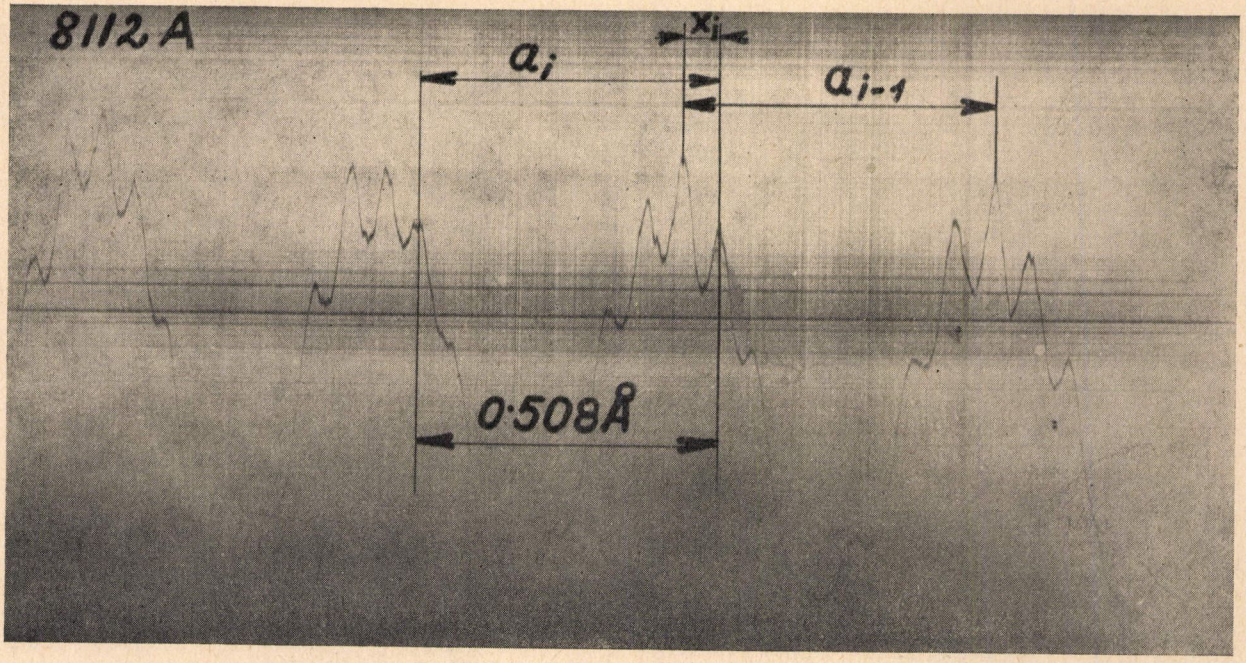

7601
7587
7694
7685

7. ábra.



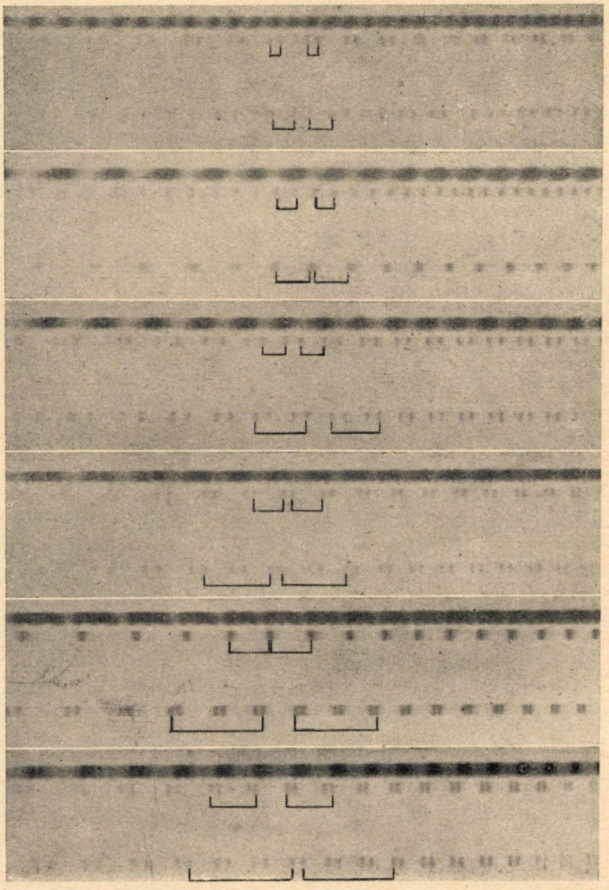
6. ábra.

EGYETEMI KÖNYVTÁR SZEGED FOLYÓIRATOK



8. ábra.

Egy felvételen ugyanaz a mágneses felbontás 20 usque 30 különböző rendben megtalálható, egy felvételen tehát ennyi független mérés eszközölhető. A felvételek kimérése általában az eredeti



9. ábra.

negatívon Zeiss-komparatorral történt. Tekintve, hogy egy felvétel 20—30 észlelést adott, minden összetévőre csak egyszer lett beállítva. Egy felvételről így is 20—30 leolvasás közepét nyerjük. A kérdéses 8112 vonal mágneses összetevői nem tartoztak a túlságosan éles vonalak közé, mint az a reprodukciókból is látható.

Ezt a vonalat kísérletképpen három komparáló — köztük magam is — kimérte, mindegyik rendben egy-egy leolvasást eszközölve, a három eredmény:

$\frac{2x_i}{a_i + a_{i-1}}$	$d\lambda$
0·128	0·065 Å
0·126	0·064 Å
0·132	0·067 Å

Ennek a mérésnek a pontossága tehát kb. 4 %.

Élesebb vonalak, mint pl. a 7694 O-triplett összetevőinek távolsága kb. 2% pontossággal mérhető. Két mérés pl. a triplett szélső összetévőjének a középső összetévőtől mért távolságára a

$\frac{2x_i}{a_i + a_{i-1}}$	λ
0·370	0·165 Å
0·365	0·163 Å

eredményre vezetett.

Ez a pontosság az interferenciák kiértékelésénél elegendő volt, mert a mágneses tér sem volt pontosabban mérhető.

Tekintettel arra, hogy a Zeeman-összetevők a Lummer-képen nagyobb felbontású mágneses multiplettek esetében tetemesen egymásba nyúlnak, különböző térerősségű felvételek készültek 2000-től 12000 Gaussig, hogy így nyomon követve a mágneses multiplettnek a térerősséggel arányos széthúzódását az ugyanazon rendű interferenciához tartozó összetevők egyértelműen csoportosíthatók legyenek. A 8. ábrában láthatók különböző térerősségű , -összetévők. A 7857 Å és a 8059 Å hullámhosszúságú vonalak a normálisnál nagyobb, illetőleg kisebb triplettet adnak mágneses térben. Ezen triplettek két σ-összetévője, melyek ugyanazon rendű interferenciához tartoznak, melyeknek távolsága adja tehát a triplett teljes felbontását, az ábrán kampós jellel össze van kötve.

A mérési eredmények.

Az ultravörös színképvonalak, melyek Zeeman-felbontásait megvizsgáltam, a következő termek[1] kombinációi:

[1] Meggers, de Bruin, Humphreys l. c.

1. Táblázat.

Elektron-konfiguráció	Paschen-jelzés	ν cm^{-1}	j		
$4p^5 5s$	s_5	32943,165	2	$^3P_2$	
	s_4	31998,139	1	$^3P_1$	
	s_3	27723,281	0	$^3P_0$	
	s_2	27068,192	1		$^1P_1$
$4p^5 5p$	p_{10}	21746,389	1	$^3S_1$	
	p_9	20620,503	3	$^3D_3$	
	p_8	20607,524	2		$^1D_2$
	p_7	19950,507	1		$^1P_1$
	p_6	19791,563	2	$^3P_2$	
	p_5	18822,039	0		$^1S_0$
	p_4	15318,979	1	$^3D_1$	
	p_3	14995,746	1	$^3P_1$	
	p_2	14969,727	2	$^3D_2$	
	p_1	14059,824	0	$^3P_0$	

Az utolsó oszlopban találhatók a termszimbolumok, melyek tiszta Russel-Saunders-kapcsolás esetében az s-, illetőleg p-termekhez rendelhetők volnának. Az adott esetben e szimbolumok csak arra szolgálnak, hogy a termek a j kvantumszámokkal egyetemben röviden megjelöltessenek, de semmit sem akarunk e szimbolumokkal mondani a kvantumvektorok kapcsolását illetően. Bár a tiszta Russell-Saunders-kapcsolástól messze vagyunk, azért a fenti szimbolumok hozzárendelése a termekhez, pl. az $^1D_2$, $^3P_2$ és $^3D_2$ szimbolumok hozzárendelése a három p-termhez, melyek belső kvantumszáma $j=2$, nem önkényes, hanem úgy történt, hogy az eltérés az észlelt g-faktorok és a szimbolumokhoz tartozó Landé-féle g-faktorok között a legkisebb legyen.

A következő táblázatban van összeállítva az észlelések eredménye.

2. Táblázat.

λ Å	${}^rL_j - {}^{r'}L'_{j'}$		π összetévők	σ összetévők	g	g'
8508	$5s'\,{}^1P_1 - 5p^3D_1$	L.	±0·5	±0·5, ±1·00	1·00	0·50
		é.	±0·59	±0·68, ±1·26	1·26	0·68
8298	$5s^3P_1 - 5p^1P_1$	L.	±0·5	±1·00, ±1·50	1·5	1·000
		é.	±0·242	±1·008, ±1·25	1·25	1·008
8190	$5s^3P_1 - 5p^3P_2$	L.	0	±1·50	1·50	1·50
		é.	0, ±0·147	±1·55	1·27	1·417
8112	$5s^3P_2 - 5p^3D_3$	L.	0, ±0·17, ±0·33	±1·00, ±1·17, ±1·33 ±1·50, ±1·67	1·50	1·33
		é.	0, ±0·18, ±0·32	±1·01, ±1·19, ±1·37 ±1·53, ±1·70	1·50	1·33
8104	$5s^3P_2 - 5p^1D_2$	L.	±0·50, ±1·00	±0·50, ±1·00, ±1·50, ±2·00	1·50	1·00
		é.	±0·41, ±0·81	±0·70, ±1·09, ±1·50, ±1·89	1·50	1·09
8059	$5s^3P_0 - 5p^3D_1$	L.	0	±0·50		0·50
		é.	0	±0·66		0·66
7854	$5s^3P_0 - 5p^3P_1$	L.	0	±1·5		1·5
		é.	0	±1·5		1·5
7694	$5s^3P_2 - 5p^1P_1$	L.	0, ±0·5	±1·00, ±1·50, ±2·00	1·5	1·00
		é.	0, ±0·503	±1·98	1·5	1·01
7685	$5s^1P_1 - 5p^3P_0$	L.	0	±1·00	1·00	
		é.	0	±1·23	1·23	
7601	$5s^3P_2 - 5p^3P_2$	L.	0	±1·50	1·50	1·50
		é.	±0·11, ±0·20		1·50	1·39
7587	$5s^3P_1 - 5p^1S_0$	L.	0	±1·50	1·5	
		é.	0	±1·24	1·24	
5570	$5s^3P_2 - 5p^3P_1$	L.	0	±1·50	1·50	1·50
		é.	0	±1·49	1·50	1·50
5562	$5s^3P_2 - 5p^3D_2$	L.	±0·33, ±0·67	±0·83, ±1·17, ±1·50, ±1·83	1·50	1·17
		é.	±0·315, ±0·62		1·50	1·185
4362	$5s^3P_2 - 6p^3S_1$	L.	0, ±0·5		1·5	2·0
		é.	0, ±0·324		1·5	1·824

A 2. táblázat negyedik és ötödik oszlopában találhatók a mágneses összetevőknek a normális felbontásban, mint egységben kifejezett távolságai a mágneses tér nélküli vonal helyétől. Minden színképvonalnál az első sorban a L betű után a Russell-Saunders-kapcsolás esetében várható felhasadások, a második sorban az észlelt felhasadások vannak bejegyezve. Å 8190 Å és a 7694 A vonalak σ-összetevői közül csak a két legerősebb lett kimérve, a 7601 Å, 5562 Å és a 4362 Å vonalaknál csak a π-komponenseket mértük ki. A mágneses összetevők távolságát a legtöbb színkép vonalon több különböző térerősség mellett mértük és az így kapott távolság azután osztva lett az illető térerősséghez tartozó normális felbontással. A megadott értékek általában különböző lemezekről nyert középértékek. A hatodik és hetedik oszlopban találhatók a g-értékek. Egyes termek g-értéke több különböző színképvonal felbontásaiból adódik: (Lásd 3. táblázat.)

A g-összegtétel — tudvalevőleg az egyetlen általános eredmény a mágneses felbontásokat illetően, mely minden kapcsolásnál érvényes — mint látható, ki van elégítve.

Az s-termekre vonatkozólag:

	megfigyelt	Landé
$5s\,^3P_1$	1·25	1·50
$5s\,^1P_1$	1·25	1·00
	2·50	2·50

A p-termekre vonatkozólag:

	megfigyelt	Landé
$5p^3P_2$	1·41	1·50
$5p^3D_2$	1·19	1·17
$5p^1D_2$	1·09	1·00
	3·69	3·67

A $j=1$ belső kvantumszámmal bíró $5p$-termek közül hiányzik $5p^3S_1$.

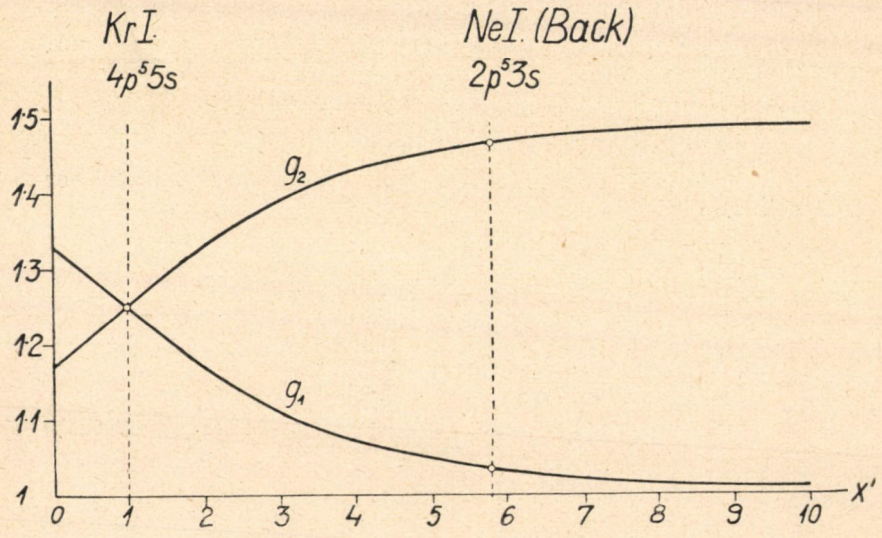
A g-összegtételből következne:

	megfigyelt
$5p^3D_1$	0·68
$5p^3P_1$	1·50
$5p^1P_1$	1·01
	3·19

3. Táblázat.

		g	$\overline{g}$
$5s^3P_2$	8112 Å	1,50	1,50
	8104 »	1,50	
	7694 »	1,50	
	7601 »	1,50	
	5570 »	1,50	
	5562 »	1,50	
	4362 »	1,50	
$5s^3P_1$	8298 »	1,25	1,25
	8190 »	1,27	
	7587 »	1,24	
$5s^1P_1$	8508 »	1,26	1,25
	7685 »	1,23	
$5p^3D_3$	8112 »	1,33	1,33
$5p^3D_2$	5562 »	1,185	1,19
$5p^3D_1$	8508 »	0,68	0,68
	8059 »	0,67	
$5p^3P_2$	8190 »	1,42	1,41
	7601 »	1,39	
$5p^3P_1$	7854 »	1,50	1,50
	5570 »	1,50	
$6p^3S_1$	4362 »	1,82	1,82
$5p^1D_2$	8104 »	1,09	1,09
$5p^1P_1$	8298 »	1,00	1,01
	7694 »	1,01	

Marad tehát az $5p\,^3S_1$ $g =$ értékére: $5—3{\cdot}19 = 1{\cdot}81$. Ez a term a 8928 Å vonalban szerepel. Ennek megfigyelése folyamatban. Egyelőre csak a $6p\,^3S_1$ g értéke van megmérve, mely 1·82-nak adódott.



10. ábra.

A g összegtétel tehát ki van elégítve. A g-összegtétel értelmében az $5s\,^3P_2$ és $5s\,^3P_1$ termek g-értékei a kapcsolástól függetlenek. A kapcsolás csak az $5s\,^3P_1$ és $5s\,^1P_1$ termek g értékeit érinti. A 10. ábrában láthatók a Laporte-féle [1]

$$g_{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2l(l+1)} \pm \frac{x'-1}{2l(l+1)\left[(x'-1)^2 + 4l(l+1)\right]^{\frac{1}{2}}}$$

formulákkal számított g-értékek a p^5s konfiguráció $j=1$ be'ső kvantumszámmal bíró két termjére vonatkozólag az x' kapcsolási parameter függvényében. x' értékét a konfiguráció 4 termjének mágneses tér nélküli viszonylagos elhelyezése határozza meg. A kryptonatom $4p^5\,5s$ konfigurációjában $x'=0{\cdot}92$. (Lásd Laporte, Table I.) Az ennek segítségével számítható g értékek 1·257 és 1·243. Az egyezés az általam észlelt értékekkel nagyon jó. Rövidesen

[1] *Laporte* l. c. p. 1339. (4) formula.

közölni fogom a kérdéses g-görbék más pontjaira vonatkozó eredményeket is; a folyamatban lévő vizsgálatok argonra és xenonra is ki fognak terjedni.

Munkatársaimnak dr. BABITS VIKTORnak és dr. SCHMID REZSŐnek e helyen is hálás köszönetet mondok.

A M. Kir. József-Műegyetem fizikai intézete. 1933. október hó 9-én.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

DIE ZEEMANAUFSPALTUNGEN DER ULTRAROTEN KRYPTON I-LINIEN.

Von B. POGÁNY ord. Mitglied.

Die deutsche Übersetzung erscheint in der «Zeitschrift für Physik», 86. Band, 729—737 Seite.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

A KONDENZÁLT KISÜLÉSEK ÚJ ELMÉLETE ÉS KÍSÉRLETI MEGVIZSGÁLÁSA.

BAY ZOLTÁN-tól.

Egyik előző dolgozatomban[1] foglalkoztam ritkított gázokban végbemenő oly elektromos kisülésekkel, melyeknek áramgörbéje diszkrét áramlökésekből áll, az áramlökések egy meredek emelkedést, igen nagy maximális intenzitást, egy gyors esést tartalmaznak. Ezeknek az áramlökéseknek kísérleti előállítása általában egy kondenzátornak a kisülési csövön keresztül való kisütésével valósítható meg (áramlökéseket előállítottam kondenzátor nélkül is, a kívánt áramgörbe elektromágneses gerjesztésével), így tehát e kisülések az irodalomban «kondenzált» kisüléseknek nevezett jelenségek csoportjába tartoznak. Tekintettel arra, hogy az irodalomban nem található meg a kondenzált kisüléseknél fellépő folyamatok pontos definiciója és vizsgálata, szükségesnek tartottam egy az eddigiektől független új módszerrel az említett dolgozatomban elért eredményeket kontrollálni és továbbfejleszteni.

Előző módszeremben az áramlökések időtartamának meghatározása a pozitív oszlop fényemissziója alapján történt. Bár az esetleg fellépő utóvilágítást (mint pl. neon esetén) el lehet határolni az áram áthaladása *alatt* gerjesztett fényemissziótól, mégis szükségesnek tartottam egy tisztán elektromos mérési módszer megadását az áramgörbe időbeli lefolyásának vizsgálatára. Eddigi eredmények alapján a várható időtartamok 10^{-5}—10^{-6} sec. nagyságrendbe esnek, oly körülmény, mely a katódsugár-oszcillográf alkalmazását nehézkessé teszi és alkalmatlanná egy a kísérleti feltételek-

[1] BAY ZOLTÁN: M. Tud. Akad. Math. és Term. Tud. Értesítője XLVII. 569, 1930.

ben változatos nagy terület áttekintő megvizsgálására. Az itt használt módszer egyszerű és gyors volta miatt megengedi az áramlökéseknek különböző körülmények között nagy számban való megvizsgálását.

Az új módszer alapján elvégzett mérések kvantitatíve megerősítették eddigi vizsgálataim eredményét: a kondenzált kisüléseknek a közönséges kisülésektől eltérő sajátságai az enorm nagy értékeket mutató áramintenzitással hozhatók vonatkozásba.

Az eddigi eredmények igazolásán felül kísérleti bizonyítéko nyert, hogy a nagy áramerősségek a kezdeti csilló kisülésnek alkalmas körülmények között *ívkisülésbe* való átmenete folytán jöhetnek létre. A módszer alkalmasnak bizonyul ritkított gázokban végbemenő ívkisüléseknek oly nagy áramerősségeknél való megvizsgálására, melyeket stacionáriusan a kisülési cső túlmelegedés miatt nem bír el.

A módszer elmélete.

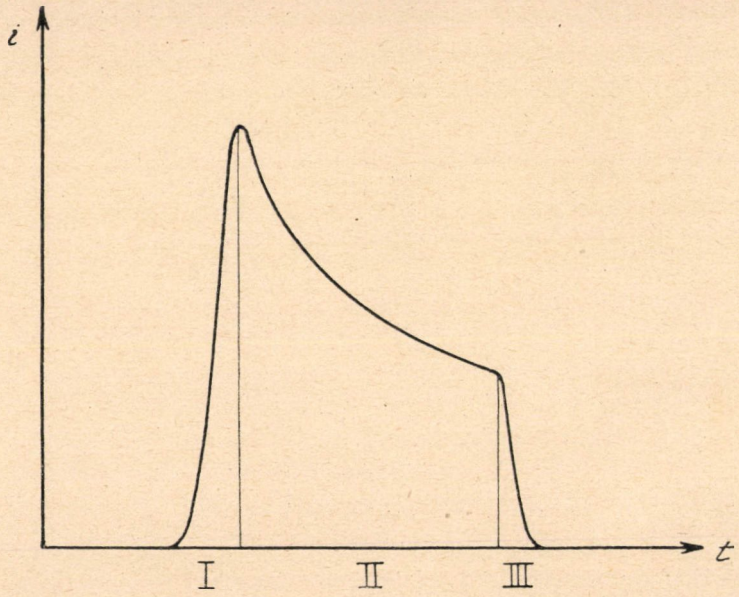
Hozzákapcsolva egy kisülési cső elektródjaihoz egy töltött kondenzátor két sarkát, a kondenzátor a csövön át kisül, ha a feszültség nagyobb, mint a cső gyulladási feszültsége. Ez esetben az áramgörbe sematikusan az 1. ábrában látható alakot mutatja.

A görbe I. részében az intenzitás felnövekszik egy a feszültség- és ellenállásviszonyoknak (a körben levő ohmikus ellenállás, a kör induktív ellenállása), továbbá a csőkarakterisztika idetartozó feszültség-áramerősség értékpárjának megfelelő értékre. Az áramlás eme kialakulásának időtartama a gyulladás késésével együtt néhány 10^{-5} sec. nagyságrendre tehető, ez idő nagyobb részében azonban az áramerősség elhanyagolhatóan kicsiny (Townsend-áram, eltolódási áram) s ha a kör induktív ellenállása kicsiny (ami jelen vizsgálatoknál mindig teljesítve van), akkor 10^{-6} sec., vagy kisebb nagyságrendű az az időtartam, mely alatt az intenzitás számottevő értékeket ér el.[1] A görbe e része alatt a kondenzátor feszültsége a töltésveszteség következtében már csökken, tehát i_m-el jelölve az áramerősség maximumát az áramlökés alatt,

[1] M. Steenbeck: Wiss. Veröff. a. d. Siemens-Konz. 9. (1), 42, 1930. W. Rogowsky u. R. Tamm: Archiv f. Elektr. 20, 625, 1928.

V-vel a kondenzátor kezdeti feszültségét, i_m elérésekor a kondenzátor feszültsége kisebb, mint V.

Az áramgörbe II. részében az áramerősséget a cső karakterisztikája (dinamikus) határozza meg. Mivel az elektródokon levő feszültség nagy intervallumot átfutva monoton esik, a görbe e részében az áramerősség monoton csökken. A görbe II. része addig tart, míg a kondenzátor feszültsége egy olyan értékre csökken,



1. ábra.

melynél kisebb feszültségeknél már áram a csövön nem mehet át s a cső kialszik. (L. 7. lap.)

A görbe III. része az áramerősségnek igen gyors esését mutatja, miközben a kondenzátor feszültségének további esése elhanyagolható.

A kondenzátor kapacitásának növelésével a II. rész időtartama növekszik az I-éhez képest s a kör ellenállásának megfelelő megválasztásával elérhetjük, hogy az áramlökés lényeges részét II. képezi. Ezt a teoretikusan áttekinthetőbb esetet külön vesszük vizsgálat alá. (L. alább.)

Kis kapacitásoknál a görbe I. része is figyelembe veendő, ami a jelenséget nagy mértékben bonyolítja, különösen, ha a kezdetben csilló karakterisztikát mutató kisülés ívkisülésbe megy át. Ilyenkor a görbe I. része nem mutat egységes karakterisztikát s az áramgörbe típusa teoretikusan nem adható meg. Ez esetben megelégszünk az áramintenzitás egy középértékének meghatározásával, úgy amint azt az említett stroboskópikus módszernél is tettük.

A használt mérési módszer alapgondolata abban áll, hogy az áramintenzitásnak az időegységre vett lineáris és kvadratikus közepeit (a középáramerősséget és az effektív áramerősséget) megmérve, ezekből az áramlökések egy közép áramerősségére, vagy alkalmas körülmények között az áramgörbe időbeli lefolyására és a momentán áramintenzitásokra következtethetünk.

1. A módszer segítségével az áramviszonyok felől akkor is tájékozódhatunk, ha az áramgörbe időbeli lefolyására nézve teoretikus támaszpontunk nincs.

Az azonos alakot s egyenlő irányú áramintenzitást mutató áramlökések száma legyen n sec^{-1}. Jelentse I_e az effektív áramerősséget, I a középáramerősséget (mindkettő az időegységre vonatkoztatva), akkor definició alapján :

$$\begin{aligned} I_e^2 &= n\int_0^\tau i^2 dt, \\ I &= n\int_0^\tau i dt, \end{aligned} \tag{1}$$

hol τ az áramlökés időtartama. A két egyenlet hányadosát véve:

$$\frac{\int_0^\tau i^2 dt}{\int_0^\tau i dt} = \frac{I_e^2}{I} \tag{2}$$

A baloldal az áramlökések számától független, tehát az *egyes* lökések áramgörbéire jellemző mennyiség, melynek dimenziója áramintenzitás. Az

$$i_k = \frac{\int_0^\tau i^2 dt}{\int_0^\tau i dt} \tag{3}$$

mennyiséget az áramintenzitás egy középértékeként definiáljuk. E középérték a következő tulajdonságokkal bír:

a) Érvényes, hogy

$$i_k \leq i_m. \tag{4}$$

Ugyanis

$$i_m \int_0^\tau i dt \geq \int_0^\tau i^2 dt,$$

tehát

$$\frac{\int_0^\tau i^2 dt}{\int_0^\tau i dt} \leq i_m$$

Mivel még fennáll, hogy i pozitív, i_k is pozitív és minthogy az áramgörbe folytonos, az áramintenzitás i_k értéket *föl is veszi.*

β) Érvényes, hogy

$$i_k \geq \frac{1}{\tau} \int_0^\tau i dt, \tag{5}$$

mert innen

$$\frac{1}{\tau} \left[\int_0^\tau i dt \right]^2 \leq \int_0^\tau i^2 dt,$$

ami a SCHWARZ-féle egyenlőtlenség egy esete.

A definiált i_k középérték a maximális áramerősség és az intenzitásnak egy lökés időtartamára vett időbeli középértéke közé esik.

Definiáljuk τ'-t a következőképpen:

$$i_k . \tau' = \int_0^\tau i dt, \tag{6}$$

akkor érvényes az is, hogy

$$i_k^2 . \tau' = \int_0^\tau i^2 dt, \tag{7}$$

mint erről közvetlen helyettesítéssel meggyőződhetünk.

Helyettesítve tehát az ismeretlen áramgörbét egy oly áramlökéssel, melynek intenzitása:

$$i = i_k$$

és időtartama τ', ez áramlökésre nézve úgy az *intenzitásnak, mint az intenzitás négyzetének időintegrálja* az ismeretlen görbe hasonló integráljaival egyezik, ennélfogva ekvivalens a két áramgörbe minden olyan hatásra nézve, mely az említett integrálokkal mérhető

(mágneses hatás, korpuszkulák transzportja, hőhatás stb., az ezeken alapuló műszerek kitérései).

A mondott okok alapján i_k és τ' a vizsgálandó áramgörbére nézve jellemző értékek, melyeknek meghatározása fizikai szempontból értékes és keresztülvihető. Közvetlen mérési adatokkal kifejezve (2), (3), (6), (7) alapján:

$$i_k = \frac{I_e^2}{I} \tag{8}$$

és

$$\tau' = \frac{1}{n} \cdot \frac{I^2}{I_e'} \cdot \tag{9}$$

Az említett stroboskópikus módszer τ és I meghatározása által az egy lökés tartamára vett időbeli középértéket, vagy τ és I_e megmérése által az egy lökés tartamára vett effektív áramerősséget szolgáltatta. Az itt definiált i_k ezeknél jellemzőbb középérték, mint pl. azt egy i_m-től zérusig exponenciálisan csökkenő görbe esete mutatja, melynél mindkét időbeli középérték zérus, míg

$$i_k = \frac{i_m}{2} \cdot$$

A τ' időtartamra nézve (5) és (6) alapján fennáll, hogy

$$\tau' \leq \tau,$$

ámde egy meredek emelkedést és esést mutató görbénél a különbség kicsiny s τ helyett τ'-t tekintve időtartamnak, az áramgörbe elején és végén azon görberészek időtartamát nem vesszük számításba, melyek kicsiny intenzitásértékekhez tartoznak (az intenzitásmérés egyéb módszereinél is csökkenti az időtartamot az a körülmény, hogy az intenzitásmérés *érzékenységi határa* a görbének alacsony intenzitású részeit «levágja»).

Ezért a mérési eredményeket összefoglaló táblázatokban a τ', értékeket feltüntettük, s az áramgörbe bennünket érdeklő nagyintenzitású részeihez tartozó időtartamnak tekintjük.

A mérés kivitele ezek alapján abban áll, hogy ugyanazon áramkörben az intenzitás közepeit egymásután kapcsolt két műszerrel mérjük, úgy, hogy egyik az effektív áramerősséget, másik a középáramerősséget méri.

Az effektív áramerősség mérésénél csupán hőhatáson alapuló műszer jöhet számításba, mivel az áramlökések előre várható kicsiny időtartama, ennélfogva az áramintenzitás nagy időszerinti differenciálhányadosai miatt tekercses műszerek előre meg nem határozható indukciós zavarokat létesítenének a mérésben. De tapasztalataim szerint a forgalomban lévő hődrótos műszerek sem alkalmazhatók mutatószerkezetük miatt, mivel a fellépő elektrosztatikus terek a mutatót egyensúlyi helyzetéből kitérítik. Jól megfelelt az effektív áramerősség mérésére az általam e célra szerkesztett, a kísérleti részben leírt hődrótos árammérő (11. lap).

A középáramerősség mérésénél hasonlóan fellépnének tekercses műszer alkalmazása mellett az említett indukciós zavarok, mégis megmaradhatunk a forgótekercses műszerek használata mellett a következő fogással: mivel a középáramerősség a kondenzátornak időegység alatti *töltésveszteségével* egyenlő, továbbá stacionárius viszonyok és jól szigetelt kondenzátorok mellett e töltésveszteség helyébe a kondenzátor *töltésnyereségét* írhatjuk, következik, hogy I-t a kondenzátor *töltőkörében* mérhetjük. Itt nem lépnek fel az áramerősség gyors változásai, mivel a töltőkörbe általában bekapcsolt ellenállás, továbbá a töltő áramforrás belső ellenállása a töltéskor fellépő áramlökéseket elszélesítik. Hogy az itt említett feltételek teljesülnek és I a töltőkörben mérhető, bizonyítja az a durranógáz-kapilláris-coulométerrel elvégzett kontrollkísérlet, mely szerint a coulométer a töltőkörben és kisütőkörben ugyanazt az értéket szolgáltatta középáramerősség gyanánt s ez érték a forgótekercses műszer leolvasási adatával egyezett.

2. A módszer nem szorítkozik középértékek meghatározására, ha az áramgörbe típusa teoretikusan megadható. Mielőtt az áramintenzitás momentán értékeinek meghatározási módjára ívkisülések esetén reátérnénk, foglalkozzunk kontroll szempontjából egy oly esettel, hol az áramgörbe ismeretes: egy V feszültségre töltött c kapacitású kondenzátornak r ohmikus ellenálláson át való kisütésével, hol a kör önindukciója elhanyagolható. Itt érvényesek:

$$\vartheta = V.e^{-kt}, \quad i = i_m.e^{-kt}, \quad i_m = \frac{V}{r}, \quad k = \frac{1}{c.r} \qquad (10)$$

Az áramlökések időtartama itt teoretikusan végtelen, ha a kondenzátor teljes kisütésével számolunk, k igen nagy értékeinél

azonban a kisülés lényegében a másodperc kicsiny törtrészei alatt megy végbe. Példaképpen az itt kísérletileg megvalósított legkedvezőtlenebb esettel számolva: ha $c=1{\cdot}5$ MF, $r=560$ Ohm, akkor $k\sim 1200$ és a kisülés kezdetétől számított 10^{-2} sec. mulva már a feszültség (és az áramerősség) kezdeti értékének e^{-12}-szeresére esik le. Másodpercenként 42 (a váltakozó áram periodusszáma) feltöltésnél és kisütésnél tehát a kondenzátor teljes kisütésével számolhatunk. Az effektív- és középáramerősségek n azonos lökés esetére számolva:

$$I_e^2 = n.i_m^2\int_0^\infty e^{-2kt}dt = n\cdot i_m^2\cdot\frac{1}{2k}$$
$$I \;= n.i_m\int_0^\infty e^{-kt}dt = n\cdot i_m\cdot\frac{1}{k}\cdot \qquad (11)$$

Innen

$$i_m = 2\,\frac{I_e^2}{I}\cdot \qquad (12)$$

Érvényes, hogy

$$I = n.c.V, \qquad (13)$$

tehát (10), (12) és (13) alapján, i_m és V kiküszöbölésével:

$$\frac{k}{2n}\cdot\frac{I^2}{I_e^2} = 1, \qquad (14)$$

mely egyenlet a feszültségtől függetlenül fennáll.

1. és 2. táblázatok $1{\cdot}5$ és $^1/_2$ MF kapacitású kondenzátorokkal végzett mérések eredményeit tüntetik fel. V mérését l. alább.

1. Tábla, $c=1{\cdot}5$ MF, $n=42$ sec $^{-1}$.

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_{max} Amp	$\frac{k}{2n}\cdot\frac{I^2}{I_e^2}$
17·0	56·5	240	563·3	0·422	1·007
17·0	90·5	240	214·3	1·086	1·025
17·0	121·5	240	115·8	1·96	1·05
17·0	161·0	240	65·8	3·44	1·055
17·0	208·0	240	39·1	5·74	1·065

Jegyzet: az észlelt I értékekből a voltmérő áramfogyasztása:

$I'=1{\cdot}91$ MA

levonandó (v. ö. 19. lap).

2. Tábla, $c = 0{\cdot}5$ MF, $n = 42$ sec^{-1}.

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_m Amp	$\frac{k}{2n} \cdot \frac{I^2}{I_e^2}$
9·6	45·5	341	536·6	0·6	0·965
9·6	77·0	341	187·6	1·72	1·02
9·6	112·0	341	89·1	3·64	1·015
9·6	129·5	341	65·8	4·82	1·05
9·6	165·0	341	39·1	7·92	1·058

Jegyzet: levonandó I észlelt értékeiből:

$$I' = 2{\cdot}71 \; MA.$$

Nagy közelítéssel exponenciálisan csökkenő jelleget mutat egy kisülési cső áramgörbéje a következő feltételek mellett:

a) a kondenzátor kapacitása nagy; ilyenkor a görbe lényegében a II. részből áll s I. hatása korrekcióképpen számolható,

b) a maximális áramerősség egy a körbe kapcsolt ellenállással kisebbítve van; e feltétel ugyancsak a II. részt teszi I-gyel szemben hosszabbá,

c) a kisülés ívkarakterisztikán megy végbe; e feltétel mellett fennáll, hogy a cső elektródjain levő feszültségkülönbség a görbe lefolyása alatt közel állandó. Bizonyítják ezt az ívkisülés dinamikus karakterisztikájára vonatkozó oszcillográf-vizsgálatok, melyek szerint már 50 periodusú váltakozó áram esetén az ívkarakterisztika csökkenő áramerősségeknél közel vízszintes,[1] még jobban érvényesül ez a *hiszterézis*-jelenség nagyobb frekvenciák mellett,[2] tehát a mi esetünkben, hol a kisülés időtartama 10^{-5} sec. nagyságrendű, az ívkarakterisztika vízszintes egyenesnek vehető. Hogy az említett oszcillogrammok eredményei alacsony nyomású gáztöltésre és hosszú pozitív oszlopra is átvihetők, valószínűvé teszik azok az oszcillogrammok, melyeket a higanygőzegyenirányítók mutatnak s melyek szerint a feszültség az áramerősségtől a kisülés beállta után nagy mértékben független.[3]

---

[1] H. Th. Simon: Phys. Zs. 7, 433, 1906.

[2] D. Roschansky: Phys. Zs. 9, 627, 1908.

[3] A. Güntherschulze: Elektr. Gleichrichter u. Ventile, II. kiadás Berlin, J. Springer, 1929, 88. l.

A mondott feltételek mellett v_0 jelentse a csövön lévő feszültséget, akkor elhanyagolható önindukció esetén az áramkörben érvényes:

$$-c\frac{dv}{dt}=i,\quad v=v_0+ir,$$

azaz

$$\frac{dv}{dt}+\frac{1}{cr}(v-v_0)=0, \tag{16}$$

a megoldás:

$$v-v_0=(V-v_0).e^{-kt},\quad k=\frac{1}{cr}, \tag{17}$$

$$i=i_m.e^{-kt},\ i_m r+v_0=V. \tag{18}$$

(17) és (18) a kisülési görbe II. részén érvényesek. E görberész határa ott van, ahol az áramerősség eléri azt a minimális értéket, mely mellett a kisülés még ívkarakterisztikával bírhat, ennél kisebb áramerősségeknél az ív kialszik s mivel a csilló kisülés katódesése az ív katódesésénél lényegesen nagyobb, az ív kialvása a kisülés megszűntét jelenti. A görbe ezután következő III. részének hatása a középértékek mérésében elhanyagolható.

Ismét τ-val jelölve az áramlökés időtartamát:

$$\begin{aligned} I_e^2 &= ni_m^2\int_0^\tau e^{-2kt}dt = ni_m^2[1-e^{-2k\tau}]\cdot\frac{1}{2k},\\ I &= ni_m\int_0^\tau e^{-kt}dt = ni_m[1-e^{-kt}]\cdot\frac{1}{k}, \end{aligned} \tag{19}$$

innen i_m és τ meghatározhatók. Értékeik:

$$i_m=\frac{2}{1+a}\cdot\frac{I_e^2}{I}, \tag{20}$$

$$\tau=\frac{1}{k}\cdot\log\frac{1}{a}, \tag{21}$$

hol

$$a=\frac{1-\frac{k}{2n}\cdot\frac{I^2}{I_e^2}}{1+\frac{k}{2n}\cdot\frac{I^2}{I_e^2}}. \tag{22}$$

Megmérve még V-t, (18)-ból v_0 meghatározható, miáltal a kisülési görbe minden adata ismeretes lesz, anélkül, hogy a gyorsan változó jelenségnél momentán értékeket mértünk volna.

v_0 meghatározása szükségessé teszi V igen pontos megmérését és V esésének az I. görberész alatt korrekcióként való figyelembevételét. Hasonló korrekciót i_m-nél nem szükséges alakalmaznunk, mivel *a)* és *b)* feltételek alapján az áramerősség középértékeinek mérésénél a kicsiny területű I. görbe szerepe elhanyagolható.

V korrekciója megvalósítható, ha a kör egyéb adatainak meghagyása mellett két különböző, ugyanazon nagyságrendbe eső kapacitással ugyanazt az i_m értéket megvalósítjuk. A kisebb kapacitású kondenzátort e célból magasabb feszültségre kell tölteni.

Legyenek a kapacitások c_1 és c_2, a feszültségek V_1 és V_2, akkor a I. görbére integrálva érvényes:

$$\begin{aligned} c_1(V_1 - V') &= \int_0^{\tau'} i dt, \\ c_2(V_2 - V') &= \int_0^{\tau'} i dt. \end{aligned} \tag{23}$$

V' az i_m-hez momentán tartozó kondenzátorfeszültséget jelenti, mely a kapacitástól független s nyilván nagy közelítéssel megegyeznek (23) jobboldalai is. Tehát

$$V' = \frac{c_1 V_1 - c_2 V_2}{c_1 - c_2}. \tag{24}$$

A V feszültség mérése legkönnyebben elektrométerrel történhetik úgy, hogy a kondenzátor sarkait a töltés után s a cső elektródjaira rákapcsolás előtt egy jól szigetelt elektrométer sarkaival kapcsoljuk össze. Mivel preciziós elektrométer nem állott rendelkezésemre, a feszültségmérést egy segédkondenzátor feltöltésével és annak nagy ellenállású preciziós forgótekercses voltmérőn át való kisütésével végeztem el. A voltmérő ilyenkor egy exponenciális görbére vett középértéket mutat:

$$V_k = nV \int_0^T e^{-k't} dt = nV\,[1 - e^{-k'T}] \cdot \frac{1}{k'},$$

hol $k' = c'r'$, c' a segédkondenzátor kapacitása, r' a voltmérő ellenállása, T két egymásra következő lökés között eltelt idő, azaz:

$$T = \frac{1}{n}.$$

Tehát

$$V = V_k \cdot \frac{1}{nc'r'\left[1 - e^{-\frac{1}{nc'r'}}\right]} \cdot \tag{25}$$

Úgy az 1., mint a 2. esetben elvégzett méréseknek egy kontrollját szolgáltatja az a körülmény, hogy a (8) és (19) formulák szerint az áramlökés középáramerőssége, illetve maximális áramerőssége n-től független, tehát azonos alakú lökéseket alkalmazva, de ezek sec-kénti számát változtatva I és I_e változnak ugyan, de kell, hogy álljon:

$$\frac{I_e^2}{I} = \text{const.}$$

Hogy ez a követelmény fennáll, azt az előzetes kísérletek nagy számával igazoltam.

Kísérleti és mérési berendezés.

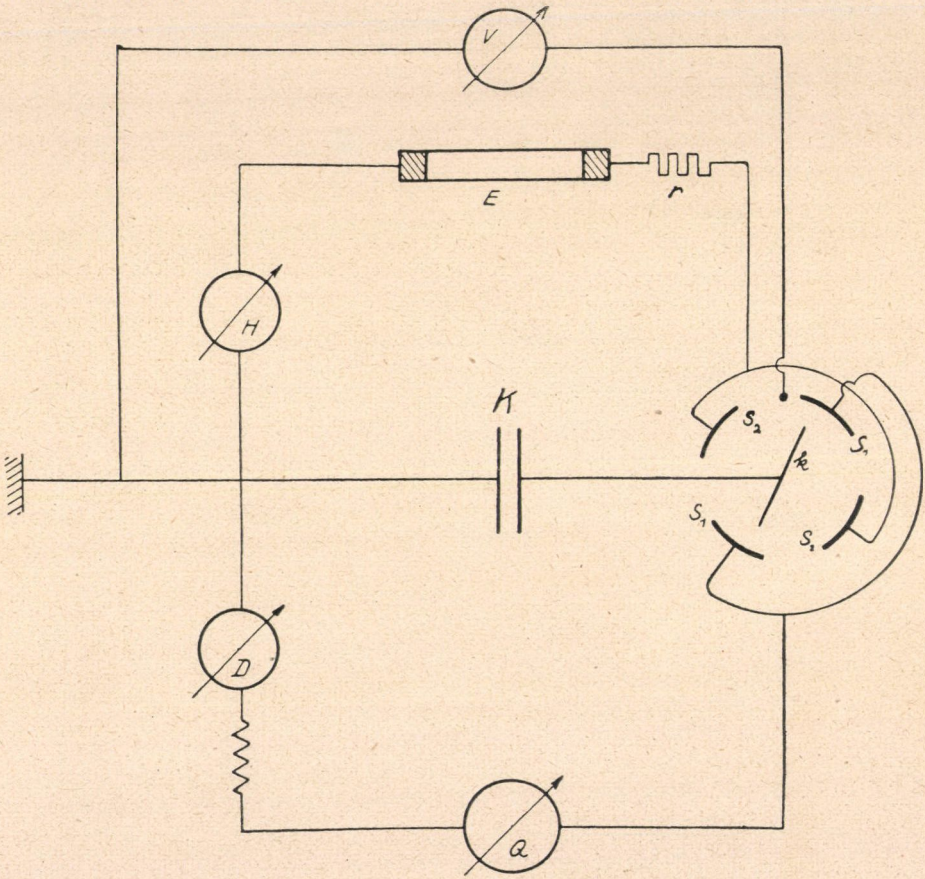
A csilló kisülésnek kis áramerősségeknél eső jelleget mutató karakterisztikája folytán az áramlökések egyszerűen egy kondenzátornak a cső elektródjaihoz parallelkapcsolásával is megvalósíthatók, miáltal *intermittáló* kisülés jön létre.[1] E kisüléstípusnál a kondenzátor töltési feszültsége a cső gyulladási feszültségével közel egyenlő s annál nagyobb csak annyiban lehet, amennyiben a gyulladáskor általában beálló különböző késési idő[2] miatt a kondenzátor magasabb feszültségre töltődik. Ugyanez érvényes az általam az előző ily tárgyú dolgozatban említett b és c kapcsolásokra nézve, hol a kondenzátor feszültségét közelítőleg a sorbakapcsolt *szikraköz+cső*-rendszer gyulladási feszültsége adja. A kondenzátor kezdeti feszültségének (V) ezen nem pontos determinációja azt eredményezi, hogy az egymást követő áramlökések kisülési görbéi nem jól egyeznek, ami a mérésnél I_e és I állandóságát s leolvashatóságát zavarja. Ezért a kísérleti berendezést oly módon változtattam meg, hogy V pontosan definiált értéket vegyen fel s hogy a cső gyulladási feszültsége fölött tetszésszerinti nagyra legyen választható.

A 2. ábrában E jelenti a kisülési csövet, K a használt kondenzátort, Q a kondenzátor feltöltésére szolgáló magasfeszültségű

[1] G. Valle: Összefoglaló értekezés. Phys. Zs. 27, 473, 1926.

[2] K. Zuber: Ann. d. Phys. 76, 231, 1925 és 77, 205, 1926.

áramforrást, F egy forgó kapcsolószerkezetet, melynek s_1 szektorai egymással és az áramforrással —, s_2 szektorai egymással és a cső egyik elektródjával vannak összekötve. A K kondenzátor egyik pólusa közvetlenül a k forgókarral van összekapcsolva, a másik



2. bára.

H hődrótos műszeren keresztül a kisülési csőhöz, D forgótekercses műszeren és egy ellenálláson keresztül pedig az áramforráshoz csatlakozik.

Ha Q egyenáramú áramforrás, akkor F tetszésszerinti fordulatszámmal bírhat s egy egész fordulat alatt a K kondenzátort két-

szer feltölti és kisüti a csövön át. Ha Q váltakozó áramú áramforrás, akkor k *synchron* forgása és helyes azimutbeállítása által elérhetjük, hogy a kondenzátor feltöltése azonos előjelű legyen, (ez a I mérése szempontjából szükséges). Ilyenkor a csövön átmenő lökések időegység alatti száma a váltakozó áram periodusszámához racionális viszonyban áll, miáltal n meghatározása pontosabb és állandósága biztosítva van.

Méréseimnél túlnyomóan 42 periodusú váltakozó áramot használtam és oly synchron motort k forgatására, mely a váltakozó áram két teljes periodusának ideje alatt fordult egyet, tehát a 2. ábrában látható berendezés szerint a váltakozó áram minden második félfázisa (egyirányú) volt kihasználva a kondenzátor feltöltésére. A másodpercenkénti áramlökések száma tehát

$$n = 42$$

volt.[1] A synchron-motor helyes azimutbeállítása a motorház elforgatásával történt, kontroll gyanánt az szolgált, hogy V az áramforrás effektív feszültségének állandó volta mellett maximumot ért el, jeléül annak, hogy a kondenzátor feltöltésére a váltakozóáramú görbe csúcsfeszültsége is ki volt használva.

A forgókapcsolót előbb egy forgókorongba ágyazott fémszektorral, később azonban sokkal eredményesebben forgó higanysugárral oldottam meg, hasonlóan a higanyos turbinaszaggatókhoz. Az s_1 és s_2 szektorok a turbinaháztól, a forgókészülék a hajtómotortól és a földtől, a szükséges magas feszültségekhez mérten voltak elszigetelve. A turbina ellentétes irányban két higanysugarat adott, ezáltal úgy a töltésnél, mint a kisütésnél a terhelésnek fele esett egy higanysugárra.

A V feszültség mérése céljából az F kapcsolóberendezésbe a S szonda volt beépítve úgy, hogy azt a higanyfonál forgás közben a töltési fázis megszakadása után érje. A jól szigetelt szonda feszültségének megmérése elektrométerrel, vagy nagy kondenzátorral blokkolt nagy ellenállású mágneses műszerrel történt (l. 9. és 19. lap).

I mérésére preciziós HARTMANN és BRAUN-rendszerű Deprez D'Arsonval-átmérőt használtam.

[1] A szegedi áramfejlesztő teleptől nyert értesülésem szerint ez érték ingadozása kisebb, mint egy százalék.

I_e mérése külön e célra szerkesztett hődrótos műszerrel történt, melynél a mutatószerkezet mellőzésével a leolvasást mikroszkóppal végeztem. A drót közepén egy feszítősúly volt alkalmazva, mely a kitérések aperiodikussá tétele céljából alul tányérszerűen kiképezve olajban mozgott. Bár a kitérés az áramerősségnek jól reprodukálható függvénye, mégis a nullpont vándorlásának a mérésekből való kiküszöbölése céljából minden egyes leolvasás után egy átkapcsoló szerkezet segítségével a műszeren egyenáramot bocsátottunk át s ugyanazt a kitérést beállítva, az áramerősséget preciziós műszerrel megmértük. A műszer érzékenysége a hődrót kellő megválasztásával naggyá tehető; méréseimhez 1 méter hosszú 0·05 mm átmérőjű chromnickeldrótot használtam, ily körülmények között 0·001 amp. nagyságrendű áramok már mérhetők voltak. Nagy áramerősségek mérése a műszer söntölésével történt.

A mérési eredmények.[1]

1. *Kísérletek higanykatóddal.* A kisülési cső jénai suprax-üvegből készült, az áram bevezetésére wolfram-beforrasztásokkal. A higany katódfelülete 45 mm átmérőjű körlap, a pozitív oszlop hossza 500 mm, a cső belső átmérője 15 mm. A cső anódja higany, a gáztöltést a temperaturának megfelelő tenziójú higanygőz és néhány mm *Hg* nyomású neon vagy hidrogén képezte. A gázok tisztasága azáltal volt biztosítva, hogy a mérés alatt állandóan gázáram ment át a csövön. A neon tisztítása úgy történt, hogy egy higanydiffuziós szivattyú állandó köráramot tartott fenn s a köráramban egy fémkáliumot tartalmazó kisülési cső és egy rézoxydkályha volt beépítve. A káliumgőzben történő kisülés a nemes gáz kivételével minden más szennyezést leköt.[2] Lassan történik a hidrogénszennyezés megkötése, ezért indokolt még külön a rézoxydkályha alkalmazása. A hidrogéngáz bombából áramlott be, egyik oldalon egy fékező szelepen át, másik oldalon a diffuziós szivattyú állandóan működött a gázáram fenntartása céljából.

---

[1] A méréseknél segítségemre volt Horváth Antal úr, kinek e helyen is köszönetet mondok.

[2] G. Gehlhoff: Graetz Handbuch der El. Bd. III. 877. l. J. A. Barth, Leipzig 1923.

A nyomás mérése Mac Leod-manométerrel történt, mely a cső egyik vagy másik oldalára volt átkapcsolható, az áramló gáz nyomásának meghatározása a két leolvasási érték középértékelésével történt.

Előzetes kísérletek szerint az ív gyulladása nagy mértékben függ a katódnak használt higany tisztaságától s jól definiált körülményeket csak rendkívül tiszta higannyal valósíthatunk meg. Jónak bizonyult a higanynak elektrolytikus tisztítása[1] s utána következő többszörös desztillálás.

Az ily módon tisztított higany katódon a következő jelenséget figyelhetjük meg:

A kondenzátor feszültségének lassú növelésével elérve a cső gyulladási feszültségét, azon egy csilló kisülés indul meg, mely a jellegzetes katódfényről felismerhető. A pozitív oszlop ilyenkor a higany spektrumát mutatja. Az áramerősség (i_k) kicsiny értéket mutat, jóval kisebbet annál az értéknél, melyet a mérőműszer ellenállása (egyéb ellenállás e kísérleteknél nem volt a körben) az alkalmazott feszültségnél megengedne. A feszültséget lassan növelve, elérkezünk egy oly értékhez, melynél a katódfény eltűnik s helyette a katódon az igen kicsiny kiterjedésű, intenzíven világító ív jelenik meg, az egymásután következő áramlökéseknél más-más helyen s a pontszerű ívek a tiszta katódfelületen egyenletesen oszlanak meg. Ugyanekkor az áramerősség ugrásszerűen egy, esetleg két nagyságrendet növekszik s neon esetén a pozitív oszlop túlnyomóan a neon spektrumot emittálja. Az áramerősség ugrásszerű változását letompítják mellékkörülmények: a katód hőmérsékletváltozása s ezzel együtt a higanygőz sűrűségének megváltozása a katód közelében, esetleges tisztátalanságok, melyek nagy gondosság mellett is a cső falából származhatnak (Na), ha a magas hőmérsékletű higanyív a csőfal közelében gyullad ki. Az ívkisülés helyének determinálása egyébként azonos körülmények között kísérleteim szerint a görbületi viszonyoktól is függ: a falak közelében lévő meniszkusz nagyobb görbülete elősegíti az ívnek a falak mel-

[1] E. Brummer u. St. v. Náray-Szabó: Zs. f. Elektrochemie 31, 95. 1925.

lett való gyulladását. A higanyfelület mechanikai rázása következtében beálló görbületnövekedések szintén kedvezőek az ív gyulladására. E mellékkörülmények miatt az ív gyulladásának feszültségi határa nem egyértelműen definiált az egymásután következő áramlökéseknél, ami egy feszültségi intervallumban a középáramerősségek bizonytalanságát eredményezi s leolvasásukat gátolja. Ezért az alább közölt mérésekben a tiszta csillókisülést és tiszta ívkisülést mutató áramlökések feszültségei között egy praktikusan ki nem küszöbölhető intervallum van.

3—8. táblázatok a neontöltésű higanykatódos cső mérési eredményeit tartalmazzák két különböző nyomás s három különböző kapacitás mellett. Az ívkisülésekhez tartozó lényegesen nagyobb áramerősség szembeötlő.

3. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}2$ MF, neon, $p = 2{\cdot}5$ mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp	τ' sec	Jegyzet
4·2	34	500	65·4	0·275	$0{\cdot}0_3364$	csilló
11·2	380	950	39·0	12·9	$0{\cdot}0_4206$	ív
15·0	1060	1300	5·95	75·0	$0{\cdot}0_5476$	»
29·0	2100	1520	5·95	152·0	$0{\cdot}0_5455$	»

4. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}0255$ MF, neon, $p = 2{\cdot}5$ mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp	τ' sec	Jegyzet
1·36	29	1100	65·4	0·62	$0{\cdot}0_452$	csilló
1·9	45	1450	65·4	1·06	$0{\cdot}0_443$	»
2·6	128	1950	65·4	6·30	$0{\cdot}0_598$	ív
3·7	230	2900	65·4	14·3	$0{\cdot}0_562$	»
5·2	435	4000	39·0	35·8	$0{\cdot}0_535$	»

5. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}00143$ MF, neon, $p = 2{\cdot}5$ mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp	τ' sec	Jegyzet
0·1	4·0	1470	602	0·16	$0{\cdot}0_4148$	csilló
0·15	6·8	1870	602	0·32	$0{\cdot}0_4108$	»
0·20	9·5	2400	602	0·41	$0{\cdot}0_4116$	»
0·22	12·0	2950	602	0·65	$0{\cdot}0_581$	»
0·30	19·0	3700	65·4	1·20	$0{\cdot}0_559$	»
0·40	59·0	4100	65·4	8·70	$0{\cdot}0_5115$	ív
0·60	108·0	5200	65·4	19·50	$0{\cdot}0_673$	»

6. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}2$ MF, neon, $p = 0{\cdot}54$ mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp	τ' sec	Jegyzet
3·0	10·0	800	65·4	0·033	$0{\cdot}0_2216$	csilló
4·3	21·0	920	65·4	0·102	$0{\cdot}0_2100$	»
6·0	31·0	1100	65·4	0·160	$0{\cdot}0_390$	»
7·5	38·0	1300	65·4	0·192	$0{\cdot}0_393$	»
20·0	1400	1820	5·95	98·0	$0{\cdot}0_549$	ív
27·0	2000	2500	5·95	148·0	$0{\cdot}0_544$	»

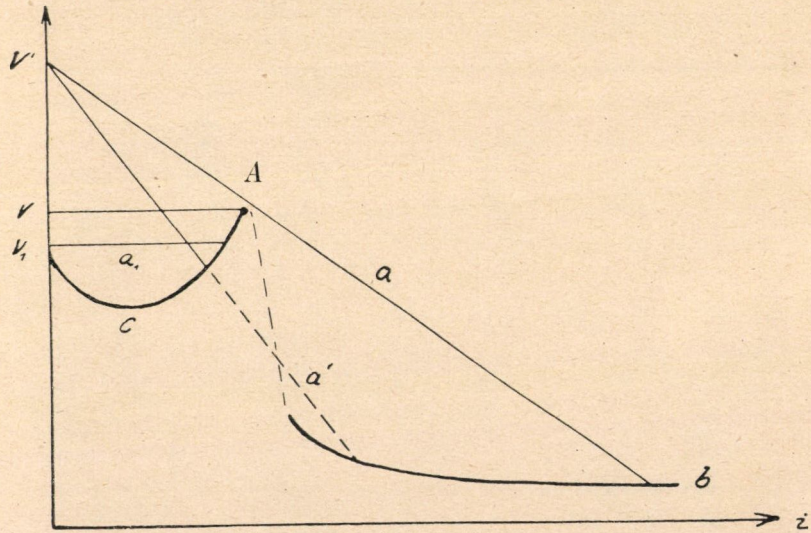
7. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}0255$ MF, neon, $p = 0{\cdot}54$ mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp.	τ' sec	Jegyzet
1·0	6·5	1000	65·4	0·042	$0{\cdot}0_356$	csilló
1·7	18·0	1400	65·4	0·193	$0{\cdot}0_3207$	»
1·9	23·0	1600	65·4	0·272	$0{\cdot}0_317$	»
3·1	170·0	2200	65·4	9·35	$0{\cdot}0_579$	ív
4·0	320·0	3000	39·0	25·6	$0{\cdot}0_537$	»
4·7	400·0	3500	39·0	34·0	$0{\cdot}0_533$	»

8. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}00143$ MF, neon, $p = 0{\cdot}54$ mm. *Hg*.

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp.	τ' sec	Jegyzet
0·20	6·8	2300	602	0·230	$0{\cdot}0_4 20{\cdot}5$	csilló
0·26	11·0	3400	602	0·465	$0{\cdot}0_4 133$	»
0·44	22·5	4500	602	1·15	$0{\cdot}0_5 910$	ív
0·65	135·0	5600	65·4	28·0	$0{\cdot}0_6 555$	»

A táblázatokban lévő mérési eredményeket könnyen diszkutálhatjuk, ha a csőnek egy magasabb feszültségeket mutató csilló- és egy alacsony feszültségű ívkarakterisztikát tulajdonítunk.



3. ábra.

A 3. ábrában *c* görbe egy csilló karakterisztikát, *b* ívkarakterisztikát jelent. Analóg karakterisztikákat wolfram-katódnál, kicsiny elektródtávolság (<30 mm) és nagy nyomás (>20 mm *Hg*) mellett WEHRLI[1] továbbá SEELIGER[2] vettek fel 0—1 Amp. inter-

[1] M. WEHRLI: Zs. f. Phys. **44**, 301, 1927.
[2] R. SEELIGER: Phys. Zs. **27**, 22, 1926.

vallumban. Eredményeiket a nálunk használt hosszú pozitív oszlopra és kicsiny nyomásra általánosítva a tapasztalattal összhangban maradunk. A két karakterisztika között sztatikus esetben nincs mindig folytonos átmenet, ezért a két görbét pontozottan kötöttük össze.

A csilló karakterisztikának kis áramerősségeknél mutatkozó eső jellege egy *normális* csilló kisülésnek felel meg. Attól az áramerősségtől kezdve, melynél a katódfény az egész katódfelületet borítja, a karakterisztika emelkedő, a fellépő anomális katódesés miatt. Az anomális katódesés nagyobbodó értékei következtében a katódfelület melegedése nagyobb, miáltal a katód termikusan kezd elektronokat emittálni. Melegedés közben mindig van a felületnek egy pontja, melynek hőmérséklete a környezeténél valamivel magasabb, a kisülés egyre jobban oda koncentrálódik, ami végül is az ív gyulladására vezet.

A 3. ábrában látható a egyenes az ellenállásegyenes.[1] Ha ez a csilló karakterisztikát A pontnál mélyebben találja, amint az a V_1-hez tartozó a_1, vagy a V'-höz tartozó a' esetében látszik, akkor a csilló kisülés *stabil* volta miatt ívkisülés nem jön létre. Így az A pont magasságának megfelelő V az a feszültség, melynél kisebb feszültségnél ív az áramkör bármily kis ellenállása mellett sem gyulladhat.

A mérési táblázatok igazolják az itteni megállapításokat: a kisülés kisebb feszültségeknél csilló jelleget mutat bármily nagy kapacitás és kis ellenállás mellett is. Példa erre a 6. táblázat első négy adata, melyek szerint 1300 volton alul $c = \frac{1}{5}\ MF$ mellett a kisülés középáramerőssége 0·2 amp.-en alul marad, holott a kör 65·4 ohm ellenállása kb. 20 amp. áramerősséget engedne meg. Ugyanezekhez a kisülésekhez 10^{-3} sec. és 10^{-4} sec. nagyságrendű, viszonylagosan nagy időtartamok tartoznak. A feszültség további növelésekor a jelenség eleinte a már említett bizonytalanságban szenved: egyes áramlökések csilló, mások ívkisülés jelleget mutatnak s a középértékek ingadoznak. A legközelebbi jól definiált mérés 1820 voltnál volt lehetséges, hol a középáramerősség a mérőműszernek 5·95 ohm ellenállása mellett már 98·0 amp., a kisülés

[1] W. Kaufmann: Ann. d. Phys. 2, 158, 1900.

időtartama pedig 10^{-6} sec. nagyságrendre esik le. A feszültség további növelésével, ami az ellenállásvonalnak parallel fölfelé tolását jelenti a 3. ábrában, az áramerősség folytonosan növekszik tovább.

E vizsgálatok megengedik azoknak a maximális feszültségeknek kísérleti meghatározását, melyek mellett különböző katódok és különböző gáztöltés esetén a csilló kisülés még nem megy át ívkisülésbe. E problémával DÄLLENBACH, GERECKE és STOLL[1] foglalkoztak közvetett úton, szcintillációk megfigyelésével. Náluk nagy ellenállás védte a kisülési csövet a (kontinuus) túlterheléstől, amire jelen vizsgálatokban nincs szükség, mivel a nagy áramerősségek csupán rövid ideig tartó momentán értékek. Szerzők feltételezték, hogy minden szcintilláció ívre vezetne, ha azt az áramkör ellenállásviszonyai megengednék, e föltevést azonban GÜNTHERSCHULZE[2] megfigyelései megcáfolták.

Az ily természetű vizsgálatoknál fontos egy lehető nagy kapacitás alkalmazása, ami a 4., 5., 7., 8. táblázatoknak a 3. és 6. táblákkal való egybevetéséből látszik. Kisebb kapacitásnál ugyanis az ív gyulladása a csőnek azonos körülményei között magasabb V feszültségnél van, ami a kisülési görbének az elméleti részben adott analizise alapján érthető. Kisebb kapacitásnál a görbe I. része alatt a kondenzátor feszültsége nagyobbat esik, innen van, hogy az 5. és 8. táblákban $c = 0{\cdot}00143\ MF$ kapacitásnál az ív gyulladásának feszültsége látszólag lényegesen magasabban van; a 4. és 7. táblákban $c = 0{\cdot}0255\ MF$ mellett kisebbek az ív gyulladásához tartozó feszültségek. A $c = 0{\cdot}2\ MF$ kapacitással végzett mérések feszültségeit az elméleti részben a 8. lapon adott eljárással korrigálhatjuk. Ettől jelen esetben eltekintettünk, mivel a korrekció az elektrométerrel mért feszültségek hibahatárán (kb. 5 %) belül van.

Hogy a kapacitás csökkenésével az ív gyulladásának feszültsége látszólag magasabban van, azt még egy körülmény indokolja: az ív gyulladásához, mint termikus jelenséghez, meghatározott energiaközlésre, azaz ugyanolyan áramsűrűség és anomális katódesés mellett, meghatározott időre van szükség. Kis kapacitás mellett tehát előfordulhat, hogy a kellő katódesés és kellő áramsűrűség

[1] W. DALLENBACH, E. GEREKE u. E. STOLL: Phys. Zs. 26, 10, 1925.
[2] A. GÜNTHERSCHULZE: Handb. d. Phys. XVII. 313, 1926.

jelen vannak, nem elegendő azonban a kisülés kicsiny időtartama az ív gyulladásához.

A 3., 4., 5. tábláknak a 6., 7., 8. táblákkal való összehasonlítása mutatja, hogy az ív gyulladásához szükséges feszültség a nyomás csökkenésével *növekszik*.

9. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}0255$ MF, hidrogén, $p = 0{\cdot}45$ mm. *Hg*.

I MA	I_c MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp.	τ' sec	Jegyzet
1·8	5·8	3500	602	0·019	$0{\cdot}0_223$	csilló
2·0	25·5	6300	65·4	0·325	$0{\cdot}0_3145$	»
10·0	1500	6500	5·95	22·5	$0{\cdot}0_6106$	ív

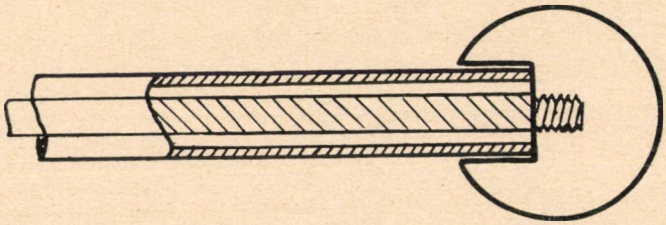
10. Tábla. Higany katód, $c = 0{\cdot}0255$ MF, a rétegezés felső áramerősségi határa hidrogénben

Nyomás mm H_g	I MA	I_c MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp.	τ'
9·0	10·6	1270	7100	5·95	152·0	$0{\cdot}0_5165$
7·5	9·4	975	6250	5·95	101·0	$0{\cdot}0_5222$
5·0	7·2	535	5680	5·95	40·0	$0{\cdot}0_5430$
3·3	6·3	470	5100	5·95	35·0	$0{\cdot}0_5430$
2·6	5·6	395	4550	11·39	28·0	$0{\cdot}0_5475$
2·1	5·3	295	4200	39·0	16·5	$0{\cdot}0_5765$
2·02	5·0	263	4100	39·0	13·8	$0{\cdot}0_5860$
1·75	5·0	271	3900	39·0	14·7	$0{\cdot}0_5810$
1·45	4·5	237	3800	39·0	12·5	$0{\cdot}0_5855$

A higanykatódos csövet hidrogéngáz-töltés mellett is megvizsgáltam. A mérési eredményeket a 9. és 10. táblázat tartalmazza. A jelenség lefolyása a neon töltés esetéhez analóg, de az ív gyulladási feszültsége lényegesen magasabban van, ezért a vizsgálatokat nem tudtam nagy kapacitásokra kiterjeszteni. A 9. tabellából látszik, hogy az áramerősség ugrása az ív gyulladásakor kicsiny feszültségi intervallumban következik be.

A kisülés rétegezést mutatott egy meglepően nagy áramerősségi intervallumban, melynek felső határa a nyomással változott. 10. tábla azokat az áramerősségi határokat tartalmazza, melyeknél a rétegezés még megfigyelhető volt s melyeken túl az áramerősséget növelve a rétegezés eltünt. A kisülések időtartama 10^{-6} sec nagyságrendben mozog, csupán kis áramerősségeknél emelkedik 10^{-5} sec. nagyságrendig, föltehető tehát, hogy a rétegezés a kisülés egész időtartama alatt jelen volt s nem csupán az áramgörbe kicsiny intenzitású értékeinél. E föltevést igazolta a jelenségnek forgótükörrel való megfigyelése.

A rétegezés megfigyelésének ily nagy áramerősségekre való kiterjesztése tudomásom szerint eddig nem fordult elő. A rétegvastagság nagy nyomásoknál kisebbedett s az áramerősségtől füg-



4. ábra.

getlennek látszott, ami megfelel a kis áramerősségeknél észlelt törvényszerűségeknek.[1]

2. *Kísérletek aluminium-katóddal.* A kisülési csövekben közönségesen használt aluminium-elektródok nem felelnek meg jelen vizsgálatoknál, mivel tisztátalanságok és az elektródfelületnek általában előforduló, nagy görbületi részei (csúcsok, élek) miatt az ív gyulladása már a cső gyulladási feszültsége mellett bekövetkezik. Egy aluminiumlemezből készült hengerkatód egy egésznapos gázárammal és túlterheléssel való tisztítás után még mindig alkalmatlannak bizonyult. Az ívek különösen az aluminiumlemez élein és az elektródhoz vezető aluminiumrúdnak az üvegrészekkel határos pontjain léptek fel. Különböző próbák után jó eredményeket értem el a 4. ábrában látható konstrukcióval. Az aluminium-

[1] L. pl. R. Bär: Handb. d. Phys. XIV. Kap. 5., Ziff. 79, 80, 301. 1927.

gömb hengerfuratában egynéhány tizedmilliméterrel kisebb átmérőjű üvegcső van, az áram hozzávezetése az üvegcső belsejében. A gömbfelületet símára csiszoltuk és a csőbe beépítés előtt kálilúggal tisztítottuk.

Ezzel a katóddal megvalósítható volt ugyanaz a jelenség, melyet a tiszta higany-katódnál láttunk: a gyulladási feszültség és az ív gyulladási feszültsége között nagy feszültségintervallum volt, hol a cső csupán csilló kisülést mutatott.

A cső suprax-üvegből készült, a pozitív oszlop hossza 135 mm, a cső átmérője 20 mm volt. A cső anódja aluminium. A gáztöltés hidrogén, melynél külön gondot kellett fordítani arra, hogy a diffuziós szivattyúból higanygőz ne diffundáljon (a gázáram ellenében is) a kisülési csőbe. E célt általában a higanynak folyékony levegővel való kifagyasztásával szokták elérni. Egyszerűen pótolható ez eljárás gázáram esetében egy kapillárissal, mely úgy van megválasztva, hogy a kívánt áramlási sebesség mellett (sec.-ként átáramló gázmennyiség) a gázmolekulák középsebessége a kapillárisban nagyobb legyen, mint a higanygőz diffuziós sebessége az adott körülmények között. E viszonyok áttekintésére laboratóriumomban kísérletek vannak folyamatban. Az itteni vizsgálatoknál az összes használt nyomások mellett megakadályozta a higanygőz visszadiffundálását egy 8 mm hosszú, 2 mm átmérőjű kapilláris, mely az áramlási sebességet nem csökkentette zavaróan.

11. Tábla. Aluminium katód, $c = 0{\cdot}0255$ MF, hidrogén, $p = 1{\cdot}72$ mm. *Hg*.

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_k Amp.	τ' sec	Jegyzet
1·0	17·5	1360	65·4	0·330	$0{\cdot}0_472$	csilló
3·0	72·0	2800	65·4	1·73	$0{\cdot}0_441$	»
4·2	128·0	3700	65·4	3·90	$0{\cdot}0_426$	»
5·2	167·0	4400	65·4	5·40	$0{\cdot}0_423$	»
5·5	179·0	4500	65·4	5·85	$0{\cdot}0_422$	»
8·5	1080	5700	5·95	137·0	$0{\cdot}0_515$	ív
14·7	2650	6500	5·95	475·0	$0{\cdot}0_674$	»

11. tábla egy mérési sorozatot tartalmaz $c=0{\cdot}0255$ MF kapacitással. Meglepően nagyok azok az áramerősségek, melyeket még csillókarakterisztikán el lehet érni, szemben a higany-katóddal, hol az ív gyulladásához szükséges áramerősség kisebb nagyságrendben mozgott. Az egymásután következő lökéseknél az ívek a katódfelületen egyenletesen oszlottak meg és intenzív fényemissziót mutattak.

Meghatároztam $c=0{\cdot}2$ MF kapacitású kondenzátorral az ív gyulladásának feszültségi határát. 12. táblában lévő észleletek szerint a feszültség a nyomás csökkenésével *növekszik*.

12. Tábla. Aluminium katód, $c=0{\cdot}2$ MF, a csillókisülés felső. eszültségi határa hidrogénben.

Nyomás mm H_g	I MA	I_e MA	V Volt	i_k Amp.	τ' sec	r Ohm
6·0	23·0	465	3150	9·4	$0{\cdot}0_458$	11·39
5·0	24·5	473	3280	9·15	$0{\cdot}0_464$	11·39
4·0	29·0	565	3700	11·0	$0{\cdot}0_463$	11·39
3·6	28·5	535	3700	10·0	$0{\cdot}0_468$	11·39
2·83	33·5	623	4000	11·6	$0{\cdot}0_469$	5·95
2·28	53·0	860	5800	14·0	$0{\cdot}0_490$	11·39
1·73	64·5	1100	6500	18·8	$0{\cdot}0_482$	5·95

3. *Az ívkisülés vizsgálata káliumamalgámkatódon.* A kisülési cső ugyanaz volt, melyet a higanykatódos kísérleteknél használtam, de a katód a leírt módon tisztított higanyhoz néhány százalék fémkáliumnak hozzáadásával készült. A cső anódja tiszta higany volt s a kísérletek neon gázban történtek.

A katód anyagának e megválasztását az indokolja, hogy e kísérletek az elméleti részben adott (18) — (22) formulák megvizsgálására szolgáltak s az ott felhasznált *a)*, *b)*, *c)* feltételek akkor vannak kellőképpen teljesítve, ha az ív gyulladása lehető kicsiny feszültségnél és áramsűrűségnél megy végbe s a kisülés túlnyomóan az ívkarakterisztikán történik. Hogy néhány százalékos alkaliamalgám az ív gyulladását lényegesen megkönnyíti, ismeretes az

argonalegyenirányítók technikájából.[1] A cső gyulladási feszültsége 800 Volt körül volt s kellő nagy kondenzátor és kis ellenállás mellett az ív gyulladása már e feszültségnél bekövetkezett, a mérésekhez használt nagyobb feszültségeknél pedig az áramlökések egymásra következő sorozata stabil karaktert mutatott.

A feszültségnek a nem preciziós elektrométerrel való megmérése itt nem volt kielégítő, mert tekintettel a (18) formulára, mely v_0-t két nagy feszültség különbségeként adja, a feszültségeknek lehető pontos mérésére van szükség. Az intenzitásmérések hibája 1 % alatt volt, ennek megfelelően i_m hibája 2—3 %, tehát a feszültséget is legalább ezzel a pontossággal kellett megmérni. Ezért az elméleti részben már említett módszerhez folyamodtam: a S szonda és a földvezeték közé $\frac{1}{2} MF$ kapacitású kondenzátort kapcsoltam. E kondenzátort a kisüléshez használt kondenzátor minden áramlökés előtt feltölti, miközben a két kondenzátor feszültsége az igen rövid ideig tartó érintkezés alatt azonos lesz (V). A segédkondenzátor sarkaihoz $r'=5\cdot10^5$ ohm ellenállású preciziós Deprez rendszerű voltmérő volt kapcsolva. V_k-val jelölve a voltmérő által mutatott középfeszültséget, a (25) formula szerint s az itteni kísérleti adatok mellett ($n=42$ sec $^{-1}$, $c'=5\cdot10^{-7}$ Fa, $r'=5\cdot10^5$ ohm):

$$V=V_k \,.\, 1{\cdot}049.$$

A voltmérő áramfogyasztása:

$$I'= V_k \frac{10}{5000} \text{ MA},$$

amit a c kondenzátor feltöltésénél mért I középáramerősségből le kell vonni. (A kondenzátor töltésének a feszültségtől való lineáris függése alapján a korrekció egyszerű kivonás.)

A 13. és 14. táblázatok 0·33 MF és 1·01 MF kapacitású kondenzátorokkal történt méréseket tartalmazzák. Előbbiek utóbbiaknak korrekciójául szolgálnak (24) formula alapján. (5. ábra.)

---

[1] A. GÜNTHERSCHULZE: Elektr. Gleichrichter stb. 209. l.

13. Tábla. Káliumamalgám katód, c=0·33 MF, neon p=2·8 mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	r Ohm	i_m Amp.
13·02	223·4	1143	137·6	7·16
18·17	289·0	1430	137·6	9·20
21·75	355·0	1703	137·6	11·6
26·07	417·0	2050	137·6	13·28
29·84	483·0	2302	137·6	15·66
35·24	620·0	2600	109·9	21·80
39·08	690·0	2890	109·9	24·36

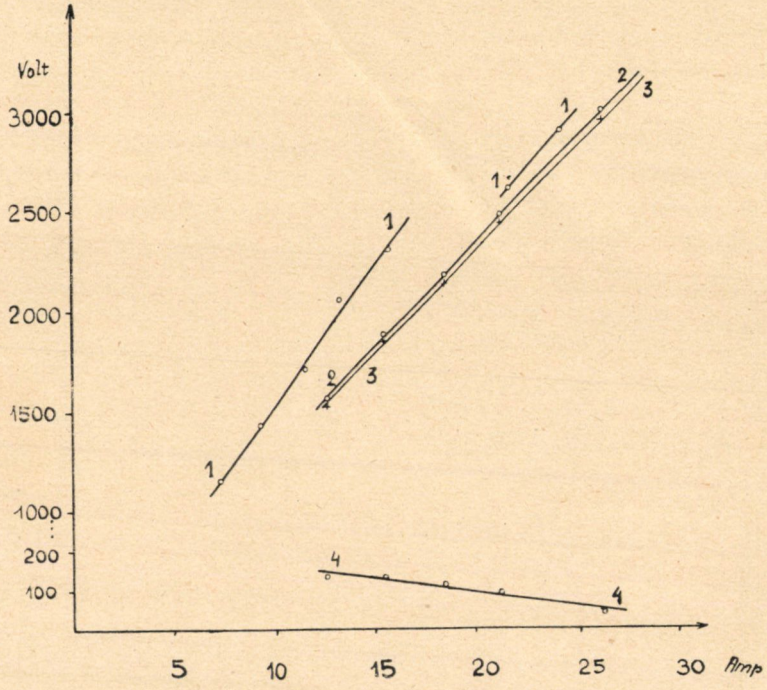
14. Tábla. Káliumamalgám katód, c=1·01 MF, neon, p=2·8 mm. *Hg.*

I MA	I_e MA	V Volt	V' Volt	r Ohm	i_m Amp.	τ sec	v_o Volt	V_1 Volt	i_{min} Amp.
57·05	606	1545	1521	109·9	12·60	$0{\cdot}0_3426$	139	200	0·555
71·22	748	1875	1845	109·9	15·52	$0{\cdot}0_3505$	135	196	0·555
82·66	884	2170	2135	109·9	18·40	$0{\cdot}0_3396$	115	220	0·955
96·68	1020	2470	2429	109·9	21·20	$0{\cdot}0_3470$	99	195	0·875
120·32	1259	2980	2930	109·9	26·30	$0{\cdot}0_3584$	40	140	0·910

5. ábra a mérési eredmények grafikus ábrázolását mutatja. A feszültségordináta a helyszűke miatt 200 és 1000 Volt között meg van szakítva, de az alsó és felső részben a lépték ugyanaz. Mindkét kondenzátornál i_m és V összetartozó értékpárjai nagy közelítéssel egyenesen vannak, ami arra mutat, hogy r_0 értékei különböző maximális áramerősségeknél kevéssé különböznek. A c=0·33 MF-hoz tartozó feszültség-áramerősséggörbe nagyobb ingadozásokat mutat, ami arra vezethető vissza, hogy viszonylagosan nagyobb a kisülési görbe I részének befolyása, ennek következtében a teoretikus i_m a valóságostól nagyobb eltéréseket mutat. De korrekció gyanánt a sorozat jól használható.

(4) görbe a v_0 értékeket tünteti föl; v_0 az áramerősség növekedésével monoton csökken, ami egy *eső* ívkarakterisztikára enged következtetni.

A mérésekből adódó v_0 értékek csökkenő jellege megfelel az ívkisülések általánosan ismert természetének. Az ív katódesése és anódesése az áramerősségtől függetlennek vehető, tehát v_0 csökkenése az áramerősség növekedésével a *pozitív oszlop* gradiensének csökkenésére vezethető vissza: oly eredmény, mely kis áram-



1. $c = 0{\cdot}33$ MF
2. $c = 1{\cdot}01$ MF
3. $c = 1{\cdot}01$ MF, korrigált feszültségek
4. $c = 1{\cdot}01$ MF, v_0 értékek

5. ábra.

erősségeknél fennáll s nagy áramerősségekre tudomásom szerint eddig nem volt igazolva.

A 14. táblázatban szereplő V_1 a feszültség értéke a kondenzátoron a kisülés után

$$(V - V_1).c.n = I$$

egyenletből számolva. Föltéve, hogy a cső elektródjain lévő feszültség egész az ív kialvásáig v_0 marad (ami kisebb közelítéssel áll

fenn, mint v_0 állandósága a II. görberész túlnyomó részében), kiszámítható az a *minimális* áramerősség, melynél az ív kialszik. 14. táblázat a

$$V_1 - v_0 = i_{\min} . r$$

egyenlettel számolt minimális áramerősségeket tünteti fel. Említett közelítés miatt ez értékeknek csupán nagyságrendje fogadható el s ez alapon a káliumamalgámív minimális áramerőssége néhány tized amp.-re tehető. Ez az eredmény az argonál-egyenirányítók tapasztalati adatával egyezik.

A kisülés időtartama (τ) közelítőleg állandó különböző áramerősségeknél, ami abban leli magyarázatát, hogy úgy a kondenzátor töltése, — mint (a mérések szerint nagy közelítéssel) a maximális áramerősség a feszültséggel lineárisan változik.

*

A szegedi Rockefeller-Kutatási Bizottságnak e helyen is köszönetet mondok támogatásáért, mellyel e munka elvégzését lehetővé tette.

Szeged, Elméleti Fizikai Intézet. 1933. július hó.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. nov. 13-án tartott üléséből.)

THEORIE DER KONDENSIERTEN ENTLADUNG UND DEREN EXPERIMENTELLE PRÜFUNG.

Von ZOLTAN BAY.

Es wird eine neue Methode zur Untersuchung von Stromstössen entwickelt. Das Prinzip der Methode besteht darin, dass durch Ermittlung des linearen und quadratischen Zeitmittelwertes der Stromstärke an Hand der theoretischen Untersuchung auf Momentanwerte der Stromintensität geschlossen wird. Die Methode wird auf Stromstösse in verdünnten Gasen angewandt und liefert im Falle, wenn der Ablauf der Stromkurve infolge Mangel an theoretischen Gesichtspunkten nicht näher festgesetzt werden kann, ein Mittelwert der Stromstärke, definiert durch

$$i_k = \frac{I_e^2}{I}$$

(I_e effektive, I mittlere Stromstärke), dessen Eingenschaften diskutiert werden. Bei Stromstössen, welche eine Bogenentladung aufweisen und durch geeignete Dimensionierung des äusseren Stromkreises theoretisch verfolgt werden können, gestattet die Methode die Bestimmung aller charakteristischen Momentanwerte.

Die experimentelle Ausführung der Methode wird beschrieben. Die Resultate bestätigen quantitativ die früheren Ergebnisse des Verfassers [1] und gestatten die Feststellung, dass die enorm hohen Stromintensitäten bei der kondensierten Entladung durch die Ausbildung eines Entladungsbogens an der Kathode bedingt werden. Die fallende Eigenschaft der Lichtbogencharakteristik wird auf den Fall der Entladungsröhren mit langer positiver Säule ausgedehnt.

[1] Diese Zeitschrift, XLVII. 569. 1930.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK

A KÁLIUMIONOK DIFFUZIÓJA ÜVEGBE.

LENGYEL BÉLÁ-tól.

Bevezetés.

Az üveg ionjainak elektrolizis közben való vándorlását már sokan tanulmányozták, de a hasonló diffuziós folyamatokat illetőleg az irodalomban alig találunk adatokat. A diffuzió kérdését elméleti szempontból legelőször WARBURG[1] vizsgálta meg. A WARBURG-féle elméletet kísérletileg GÜNTHERSCHULZE[2] igazolta, aki az ezüstionoknak üvegbe való diffuzióját tanulmányozta. A kísérleteket más ionokra nem terjesztették ki. E körülménynek oka abban keresendő, hogy míg egyrészt a nátriumnál mozgékonyabb ionok az üveget rövid behatás után tönkreteszik, addig másrészt a legtöbb ion mozgékonysága az üvegben jóval kisebb, mint a nátriumé, aminek következtében idegen ionok csak oly csekély mértékben vándorolnak be, hogy a bevándorolt mennyiséget analitikailag meghatározni rendkívül nehéz.

Ismeretes azonban, hogy nehezen-mozgékony ionoknak az üvegbe való beelektrolizálása annak ellenállását megnöveli. Ez a jelenség módot ad arra, hogy diffuzió révén az üvegbe kerülő idegen ionok mennyiségét ellenállásmérések segítségével határozzuk meg. Egy ilyen módszer kidolgozásához NYUL[3] megfigyelése szolgálhat kísérleti alapul, aki azt találta, hogy egy vékonyfalú, mindkét oldalán olvasztott KNO_3-mal érintkező üveggömb ellenállása állás közben növekedik. NYUL-nak azonban

---

[1] E. WARBURG: Ann. Phys. 40, 327, 1913.

[2] A. GÜNTHERSCHULZE: Ann. Phys. 40, 335, 1913.

[3] NYUL GY.: Disszertáció, Budapest 1932.

quantitatív eredményhez jutnia nem sikerült. A következőkben a diffuziót az ellenállás*növekedéssel* igyekszünk összekapcsolni és a nehezen-mozgékony ionok diffuzió jelenségeit ezen az úton kideríteni.

Elméleti rész.

Újabb időben számos esetben sikerült kimutatni, hogy a Fick-féle törvény szilárd testekben lejátszódó diffuziós folyamatokra alkalmazható. Nem szabad azonban szem elől tévesztenünk, hogy a törvény alkalmazása csak addig lehetséges, amíg vagy öndiffuzióról, vagy pedig olyan diffuzióról van szó, amikor az idegen ion a szilárd test saját ionjaihoz igen hasonló, vagyis amikor valamennyi vándorló ion ugyanolyan erőkkel van a kristályrácshoz kapcsolva.[1] Ellenkező esetben a diffuziós állandó az elegyzóna összetételétől függővé válik és értéke a diffuzió folyamán a tiszta anyagokra jellemző öndiffuziós állandók értékei között változhatik.

Jelen esetben kétségtelen, hogy a figyelembe jövő *Na*- és *K*-ionok kötéserőssége különböző, a Fick-féle törvény tehát közvetlenül nem alkalmazható. Ezt a nehézséget azonban elkerülhetjük, ha feltételezzük, hogy az említett ionok mozgékonyságai függetlenek az elegyzóna összetételétől és teljesen individuális viselkedést mutatnak. Ezt a feltevést a következő körülmények teszik valószínűvé:

Újabb vizsgálatok szerint az üveg *Si*- és *O*-atomok ágasbogas, rendszertelen láncolatából áll (*Si* helyett bármely más üvegképző oxid pozitív gyökét is vehetjük). A mozgékony kationok e láncolat között statisztikusan szétszórt üregekbe vannak beágyazva.[2] A hálózat atomjait összetartó erők sokkal nagyobbak, mint azok az erők, amelyek a kationokat a láncolathoz kapcsolják. Ennek következtében azonos töltéssel bíró kationok kötése nem függ ezek polarizáló képességétől, vagyis más szóval a kationok környezetüket nem képesek deformálni és ezáltal részben saját ma-

[1] Ezt a feltételt a fellazulási hők (Auflockerungswärme, Q) egyenlősége fejezi ki.

[2] W. H. Zachariasen: Journ. Amer. Chem. Soc. **54**, 3841, 1932.

guknak, részben valamely szomszédos kationnak a láncolathoz való kötéserősségét befolyásolni. Ha például az üveg *Na*-ionjait a körülbelül ugyanakkora *Ag*-ionnal helyettesítjük, akkor az ezüstionok mozgékonysága nagyjából ugyanaz, mint a nátriumionoké,[1] jóllehet az *Ag* ion mozgékonysága az *AgCl*-ben körülbelül 10^7-szer akkora, mint az *Na*-ion mozgékonysága az *NaCl*-ben.

E mellett figyelembe veendő még az a körülmény, hogy az üveg *Na*-tartalma 10% körül mozog. Lehetséges tehát, hogy az üveg alkaliionok olyan híg oldatának tekinthető, amelyben ezek egymásra erőket alig gyakorolnak.

A független mozgékonyságok feltételezése tehát jogosultnak látszik. Ez esetben azonban a FICK-féle törvény alkalmazható. Ha ugyanis az idegen ionnak az üvegben való megjelenése a saját ionok kötéserősségét (Q) nem változtatja meg, akkor az a diffuziós folyamatra jellemző valószínűség, hogy egy ion vándorlásképes állapotba kerül-e vagy nem, ($e^{-\frac{Q}{RT}}$), a diffuziós zóna összetételének változásától független.

A teljes diffuziós folyamat, vagyis az összes anyagvándorlás valamely adott keresztmetszeten keresztül, három részfolyamatra bontható. Ugyanis *Na-Na*, *K-K* és *K-Na* ionok között történhetnek helycserék. A káliumnak az üveg belsejébe való vándorlása nyilván a legutóbbi részfolyamat alapján megy végbe. Ezen legutóbbi helycsere valószínűségét a kálium- és nátriumionok vándorlásképessége szabja meg. E vándorlásképességek viszonyát vezetőképességmérésekből meg lehet becsülni.

Az ismert vezetőképességi formulából

$$x_i = A_i e^{-\frac{Q_i}{RT}} \tag{1}$$

kapjuk ugyanis, hogy ha az eredeti üveg vezetőképességét azon üveg vezetőképességével hasonlítjuk össze, amelyben a nátrium káliummal van helyettesítve, továbbá az A állandókat egymással egyenlővé tesszük:

---

[1] A. GÜNTHERSCHULZE: loc. cit.

$$\frac{\varkappa_{Na}}{\varkappa_K} = \frac{e^{-\frac{Q_{Na}}{RT}}}{e^{-\frac{Q_K}{RT}}}. \qquad (2)$$

Az A állandók egyenlővé tétele azért jogos, mert a legkülönbözőbb ionvezető szilárd testek vezetőképességének különbözősége főleg az exponens különbözőségétől, nem pedig az A állandókban mutatkozó különbségtől származik. Üvegek esetében ez a körülmény közvetlen igazolást is nyert. GEHLHOFF és THOMAS [1] ugyanis mindkét állandó értékét meghatározták egy sorozat olyan tiszta *Na*- és *K*-üvegen, melyek egyébként ugyanazt az összetételt mutatták, és azt találták, hogy az A állandók valóban alig változnak. Megjegyzendő, hogy a változatlan szilikát-szerkezet következtében (*K* elektrolitikus bevezetése) a viszonyok az A konstansok egyenlőségét illetőleg még kedvezőbbek, mintha az üvegeket külön-külön beolvasztjuk.

A (2) egyenlet jobboldala nem egyéb, mint a vándorlásképes ionok számának viszonya, amely viszony ezek szerint a vezetőképességek viszonyával egyenlő. Utóbbi üvegekre körülbelül 10^2-nak adódik (lásd alább), és ezért azt mondhatjuk, hogy egy olyan diffuziós rétegben, amelyben a *Na* és *K* stöchiómetriai koncentrációja ugyanaz, minden fellazult *K*-ionra körülbelül 100 *Na*-ion esik. Ebből következik, hogy minden egyes fellazult *K*-ion azonnal talál a környezetében vándorlásképes *Na*-ionokat és ezért a *K*-*Na* helycserét *kizárólag* a *K*-ionok vándorlásképessége (fellazulási hő) szabja meg.

Ha tehát a *K* diffuziós állandóján azt a *K* mennyiséget értjük, amely az idő és keresztmetszet egységében a szokásos koncentrációesés mellett a *vegyes* helycserék következtében vándorol, akkor ennek az állandónak az összetételtől függetlennek kell lennie. Ez a függetlenség mindaddig fennáll, amíg az elegyfázis valamely helyén a nátriumionok oly mértékben el nem fogynak, hogy a *K*-ionok immár nem találnak azonnal mozgékony *Na*-ra. Ezen *Na*-koncentrációtól kezdve a diffuziós állandó ér-

[1] Az adatok összeállítását lásd A. SMEKAL: Glastechnische Ber. 7, 265, 1929.

téke változóvá válik és lassacskán 0-ra csökken annak megfelelően, hogy már valamennyi Na-ion kicserélődött K-val és K-Na helycserék többé nem következnek be.[1] A megadott határokon belül azonban a FICK-féle törvény alkalmazható.

Vegyünk figyelembe egy 1 cm^2 alakú üvegrudat. Ha a rúd alapját KNO_3-olvadékba mártjuk, akkor az üveg az érintkezési helyen K-val telítődik és azonnal megindul a K-ionoknak az üvegbe való diffuziója; minden egyes K ion helyett egy Na-ion lép ki az üvegből az olvadékba. A diffuzió alatt az elektromos ellenállás növekedik.

A FICK-féle differenciálegyenlet a következő:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2},$$

ahol c a koncentrációt, t az időt és x a figyelembe vett helynek az alaplaptól való távolságát jelenti. Az egyenlet integrálása céljából a következő határfeltételeket vezetjük be: $c = c_0$. ha $x = 0$ $c = 0$, ha $x = \infty$ és $c = 0$, ha $t = 0$. c_0 a telítési koncentrációt jelenti és a stöchiometriai Na-koncentrációval vehető egyenlőnek.[2]

Az egyenlet megoldása

$$D_k = \left(\frac{M}{\sqrt{t}}\right)^2 \frac{\pi}{4c_0^2},$$

vagy

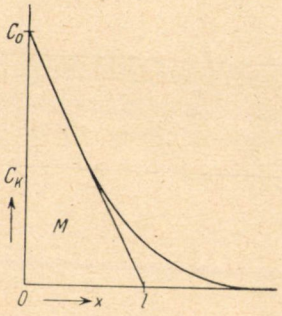
$$\frac{M}{\sqrt{t}} = \frac{2c_0}{\sqrt{\pi}} \sqrt{D_k}, \tag{4}$$

[1] Természetes, hogy a K-ionok öndiffuziója tovább is bekövetkezik, ez az öndiffuzió a keletkezett K-üveg vezetőképességéből a NERNST—EINSTEIN-féle formula segítségével ki is számítható.

[2] Ez az egyenlővététel helytelen akkor, ha az üvegben két különböző erőséggel kötött Na-ionfajta van jelen. (V. ö. M. LE BLANK und F. KERSCHBAUM: Z. physikal. Chem. **72**, 468, 1910.) Ez a feltevés azonban kísérletileg még nincs kellőleg igazolva (A. GÜNTHERSCHULZE und O. MOHR: Z. techn. Phys. **13**, 356, 1932), de még ha igaz is lenne, akkor is az erősebben kötött ionfajta az egésznek legfeljebb körülbelül 20%-át tehetné ki. Tekintettel arra, hogy az alábbi számítások csak közelítőek, az így elkövetett hiba elhanyagolható.

ahol M a t idő alatt az alaplapon átvándorolt összes K mennyiséget és D_k az előbb definiált diffuziós állandót jelenti. Ha feltevéseink helyesek, a (4) egyenlet értelmében M *egyenesen arányos* $\sqrt{t}$*-vel.*

A következő vizsgálandó kérdés az, hogy mi az összefüggés a diffuzió és az ellenállás*változás* között. A diffuziós hengert oly vezetőnek tekinthetjük, amelyet gondolatban az alaplappal párhuzamos síkokkal számos, egymással sorba kapcsolt rétegre bonthatunk. Egy-egy ilyen vezetődarab a kálium és nátrium részvezetőképességnek megfelelően ismét két parallel kapcsolt vezetőnek tekinthető. Az egész rendszer ellenállását, mint M függvényét csak akkor adhatjuk meg, ha a koncentrációeloszlás helyről-helyre ismeretes.



1. ábra.

A Fick-féle eloszlás figyelembevétele súlyos számolási nehézséget okozna. Egy rövid meggondolás azt mutatja azonban, hogy nem követünk el lényeges hibát, ha a Fick-féle koncentrációesést lineáris koncentrációeséssel helyettesítjük (v. ö. a sematikus 1. ábrát). Ezáltal ugyan M körülbelül 20%-kal kisebbnek adódik, ez a hiba azonban az ellenállásváltozásban nagyjából $^1/_5$ részre zsugorodik össze, mivel a linearitástól való eltérés csak a K-szegény rétegekben mutatkozik, az ellenállásváltozás pedig főkép a K-gazdag zónákban következik be.[1]

Az ellenállásváltozás a következőképpen számítható ki. Legyen l az elegyzóna mélysége egy bizonyos t időpontban, legyenek továbbá a mozgékonyságok u-val és a koncentrációk c-vel jelölve (1. ábra). Az ellenállásváltozást megkapjuk, ha az elegyzóna ellenállásából (R) levonjuk az eredeti üveg egy ugyanolyan darabjának ellenállását (R_{Na}). A linearitás feltétele a következő :

$$c_k = c_0 - \frac{c_0}{l} x. \qquad (5)$$

[1] Megjegyzendő, hogy Günther-Schulze (loc. cit.) az ezüst diffuziója esetében *kísérletileg* lineáris koncentrációesést talált.

Egy keskeny réteg ellenállása

$$\Delta R = \frac{1}{u_K c_K + u_{Na} c_{Na}} \Delta x.$$

Alakítsuk át a nevezőt annak figyelembevételével, hogy az összkoncentráció mindenütt állandó ($c_K + c_{Na} = c_0$), vezessük be az (5) egyenletből a változó x-et és térjünk át a limesre, akkor nyerjük

$$R = \int_0^l \frac{1}{u_K c_0 - (u_K - u_{Na}) \frac{c_0}{l} x} dx.$$

Az integráció a következőt adja:

$$R = \frac{l}{(u_K - u_{Na}) c_0} ln \frac{u_K}{u_{Na}}. \tag{6}$$

Ugyanazon eredeti üvegdarab ellenállása

$$R_{Na} = \frac{l}{u_{Na} c_0},$$

vagyis a keresett ellenállásváltozás

$$(R - R_{Na}) = \frac{l}{(u_K - u_{Na}) c_0} ln \frac{u_K}{u_{Na}} - \frac{l}{u_{Na} c_0}. \tag{7}$$

Ha továbbá

$$u_{Na} \gg u_K,$$

akkor a (7) egyenletet a következő egyszerűbb alakra hozhatjuk

$$(R - R_{Na}) = \frac{l}{u_{Na} c_0} \left(ln \frac{u_{Na}}{u_K} - 1 \right). \tag{8}$$

Az 1. ábra alapján

$$M = \frac{c_0 l}{2} \tag{9}$$

vagy l értékét (8)-ból helyettesítve

$$M = \frac{c_0^2}{2} \frac{u_{Na}}{ln \frac{u_{Na}}{u_K} - 1} \cdot (R - R_{Na}). \tag{10}$$

A (10) egyenlet ahhoz az érdekes eredményhez vezet, hogy a bevándorolt anyagmennyiség az ellenállásváltozással arányos. Ha végül M értékét a (10) egyenletből a (4) egyenletbe helyettesítjük, akkor nyerjük

$$\frac{(R - R_{Na})}{\sqrt{t}} = \frac{4}{\sqrt{\pi} \cdot c_0} \frac{ln \frac{u_{Na}}{u_K} - 1}{u_{Na}} \sqrt{D_K}. \qquad (11)$$

Ezen egyenlet szerint tehát *az ellenállásváltozásnak az idő négyzetgyökével arányosan kell bekövetkeznie.*

A következő kísérleti részben a (4) és (11) egyenletet fogjuk igazolni.

Kísérleti rész.

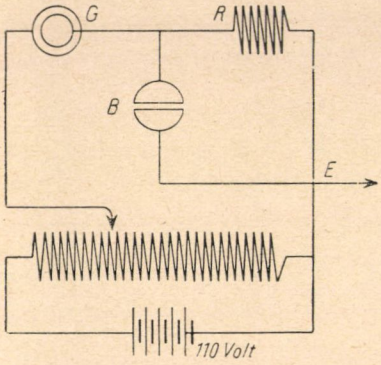
Az üvegfajta kiválasztása. Ha egy vékonyfalú, közönséges üvegből készült gömböt olvasztott $NaNO_3$-al megtöltve és ugyancsak olvasztott $NaNO_3$-ba mártva, 350° C körüli hőmérsékleten órákhosszat állni hagyunk, akkor a gömb ellenállása lassan nő és egy határérték felé közeledik. Ez a jelenség valószínűleg azzal függ össze, hogy az üvegben lévő belső feszültségek a hőmérséklet hatására lassan kiengednek (Entspannung), amely folyamat ellenállásnövekedéssel jár.[1] Ezért tehát olyan üveget kell választanunk, melynek a feszültségek megszűnésére jellemző hőmérséklete (Entspannungstemperatur) kísérleti hőmérsékletnél jóval magasabb. Ilyennek mutatkozott egy jenai, nehezen lágyuló különleges üvegfajta, amely 5·00% Na_2O-t tartalmazott.

Ezt az üveget mindenekelőtt közelebbi vizsgálatnak vetettük alá. Azt találtuk, hogy ellenállása teljesen állandó maradt, ha olvasztott $NaNO_3$-ban több napon át állni hagytuk. Ha nátriumnitrátból különböző áramerősségekkel elektrolizáltunk, az ellenállás ugyancsak változatlan maradt, ami arra mutat, hogy az üveg tiszta Na-ion vezető. Ezt különben az ellenállás-hőmérséklet-görbe is igazolta, amelyet a következőképpen vettünk fel.

Egy 1·15 mm falvastagságú és 18·2 mm külső átmérőjű üvegcsövet alul összeejtettünk. Ezt a csövet alacsonyabb hőmér-

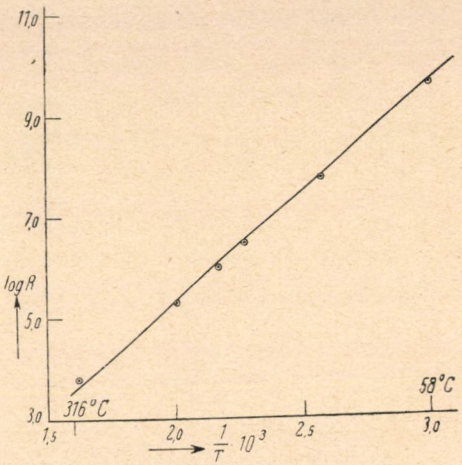
[1] NYUL GY.: loc. cit.

sékleten Hg-val, 350°-on pedig $NaNO_3$-al 35 mm magasságig megtöltve Hg, illetve $NaNO_3$ fürdőbe állítottuk. Az ellenállást 200°-ig a 2. ábrában látható berendezésben egyenáram segítségével határoztuk meg. A polarizáció elkerülése céljából lehetőleg kis feszültségeket használtunk. 350°-on WHEATSTONE-féle hídban történt az ellenállásmérés. Az eredményt az 1. táblázat tartalmazza. Ha a RASCH—HINRISCHEN-féle[1] törvény értelmében log R-et felrajzoljuk $1/T_{abs}$ ellen, akkor a 3. ábrában látható egyenest nyerjük, ami igazolja, hogy mért hőmérsékleti közben az áramot csak egyfajta ion szállítja.



G = üveg
R = összehasonlító ellenállás
B = binánselektrométer
E = föld

2. ábra.



3. ábra.

1. Tábla.

$t°$ C	$R\,\Omega$
58	$5{\cdot}0.10^9$
116	$6{\cdot}8.10^7$
166	$3{\cdot}3.10^6$
185	$1{\cdot}1.10^6$
224	$2{\cdot}1.10^5$
346	$5{\cdot}9.10^3$

[1] E. RASCH und F. W. HINRICHSEN: Z. Elektrochem. **14**, 41, 1908.

Végül a relatív ionmozgékonyság meghatározása céljából a csőbe K-t elektrolizáltunk be. Forró és Patai[1] azt találták, hogy az ilyenkor mutatkozó ellenállásnövekedés az áthaladt árammennyiséggel szigorúan arányos. Ez a mi esetünkben is igazolást nyert. A csövet $NaNO_3$-al töltve KNO_3-fürdőbe merítettük és több fokozatban, különböző áramerősséggel (10, illetve 5 mA) kívülről befelé elektrolizáltunk. Az áram megszakítása után az ellenállás gyakran kissé csökkent, ami a mérés pontosságát rontotta, úgyhogy körülbelül 10% hibával kellett számolnunk. Végeredményben azt kaptuk, hogy 430°-on összesen 16·8 Coulomb áthaladása közben 490 Ω-ról 1710 Ω-ra növekedett az ellenállás.

Ha feltételezzük, hogy elektroliziskor minden egyes elvándorló Na-ion helyét K-ion foglalja el, a két ion relatív mozgékonyságát kiszámíthatjuk. Az előbb megadott adatokból, továbbá az Na koncentrációjából ($c_{Na_2O} = 5\%$), az üveg sűrűségéből ($D = 2{\cdot}1$), valamint a cső geometriai méreteiből a keresett viszony a következőnek adódik:

$$\frac{u_{Na}}{u_K} = 1.2.10^2.$$

A diffuzió meghatározása súlyméréssel. A diffuzió lefolyásának közvetlen megfigyelése céljából az ismert súlymérési módszert alkalmaztuk.[2] Mivel a diffuziós állandó várható kis értéke és az atomsúlyokban mutatkozó csekély különbség miatt csak igen kis súlyváltozásra számíthattunk, a méréseket a legnagyobb gondossággal kellett végeznünk. A következőképpen jártunk el.

Körülbelül 10 gr finom szemcséjű, kiszitált üvegtörmeléket platinatégelybe öntöttünk, amely tégely megolvasztott $NaNO_3$-at tartalmazott. Az üveget az olvadékban 390°-on nehány óra hosszat gyakori kavargatás közben állni hagytuk. Ezután az egészet lehűtöttük és a tégely tartalmát főzőpohárban kioldottuk, az üveget hideg vízzel a nitrátreakció eltűnéséig mostuk, majd kis mérőedénybe vittük át, 120°-on egy órán át szárítottuk és vé-

[1] M. Forró und E. Patai: Z. Techn. Phys. 5, 256, 1931.

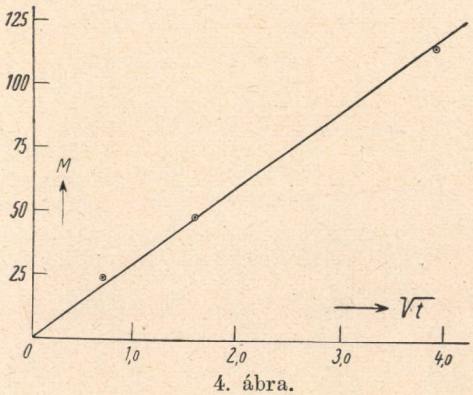
[2] C. Tabandt, H. Reinhold und W. Jost: Z. anorg. Chem. 177, 253, 1928.

gül mértük. Miután a súly ezen műveletek közben nem változott, az egész kísérletet megismételtük azzal a különbséggel, hogy $NaNO_3$ helyett KNO_3 fürdőt használtunk. Mivel egy-egy diffuziós szakasz befejezésekor az ezen időponthoz tartozó koncentrációeloszlás a lehűlés közben befagy, a diffuzió folytatható, ha ugyanazt az üveget egymásután többször visszük KNO_3-ba; ily módon a diffuziós folyamat időbeli lefolyásáról tájékozódhattunk.

2. Tábla.

Olvadék	t' óra	Δm mg	t óra	M mg	$\sqrt{t}$
$NaNO_3$	12	— 0·6	—	—	—
KNO^3	0·50	+ 9·9	0·50	24·1	0·70
	2·00	10·1	2·50	48·7	1·58
	13·25	27·4	15·75	115·8	3·93
$NaNO_3$	24	— 32·0	24	— 78·2	

Az eredmények a 2. táblázatban vannak összeállítva. A táblázatban t' egy-egy diffuziós szakasz órákban kifejezett idejét, Δm a milligrammokban kifejezett és 10 gramm anyagra átszámított súlyváltozást, t a diffuzió kezdetétől számított összes időt és végül M a t-hez tartozó összes bevándorolt (illetve kivándorolt) K-menyiséget jelenti. A táblázatból kitűnik, hogy 16 óra alatt az üveg nátriumtartalmának kereken 18%-a cserélődött ki K-val. A bevándorolt K az üvegből könnyen ismét kihozható.

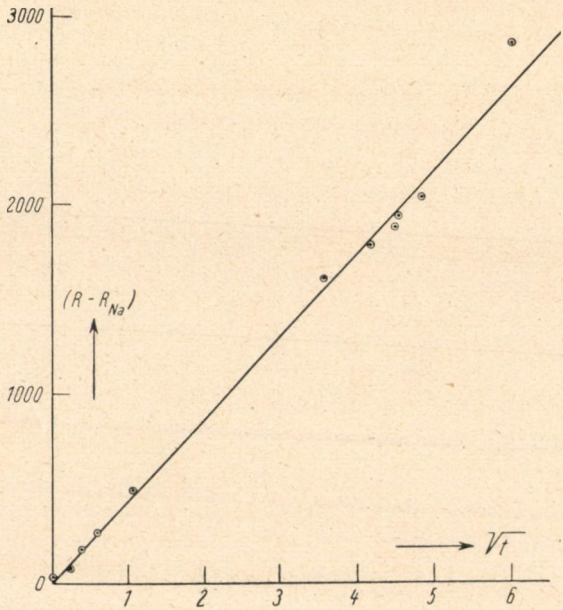


4. ábra.

Ha a 2. táblázat adatait a (4) egyenlet igazolására akarjuk felhasználni, akkor M-t $\sqrt{t}$ ellen kell felrajzolnunk. Amint a

4. ábrából látható, *a várt linearitás valóban fennáll és ezzel a* (4) *egyenlet helyessége igazolást nyert.*

A diffuzió meghatározása ellenállásméréssel. Egy körülbelül 20 mm átmérőjű gömböt $NaNO_3$-al töltve elektromosan fűtött $NaNO_3$ fürdőbe merítettünk. Az ellenállást, mint már említettük, a WHEATSTONE-féle módszerrel határoztuk meg. Ez-



5. ábra.

után a gömböt KNO_3 fürdőbe emeltük át. A két fürdő hőmérséklete pontosan egyezett, úgyhogy az átemelés következtében a gömb hőmérséklete legfeljebb átmenetileg változott 1—2°-kal. Az ellenállást időről-időre megmértük; az ellenállásváltozás mértéke a 3. táblázatban látható. Az 5. ábra a hosszú, körülbelül 36 óráig tartó diffuziós idő ellenére is $(R - R_{Na})$ és $\sqrt{t}$ között teljes linearitást mutat, ami azt bizonyítja, hogy *a* (11) *egyenletben foglalt feltevéseink a valóságnak megfelelnek.*

Amikor a gömböt KNO_3-ból ismét $NaNO_3$-ba tettük vissza, az ellenállás kezdetben gyorsan, majd később lassan csökkent és

3. Tábla.

t óra	R Ω	$\sqrt{t}$
0	290	0
0·034	340	0·18
0·18	450	0·42
0·37	530	0·61
1·12	750	1·06
12·87	1870	3·58
17·20	2040	4·15
20·30	2140	4·50
20·90	2200	4·55
23·65	2300	4·85
36·95	3110	6·05

végül közelítőleg, sőt gyakran teljesen (különösen rövid ideig tartó diffuzió után) eredeti értékére tért vissza. Ez azt jelenti, hogy a folyamatok reverzibilisen játszódnak le.

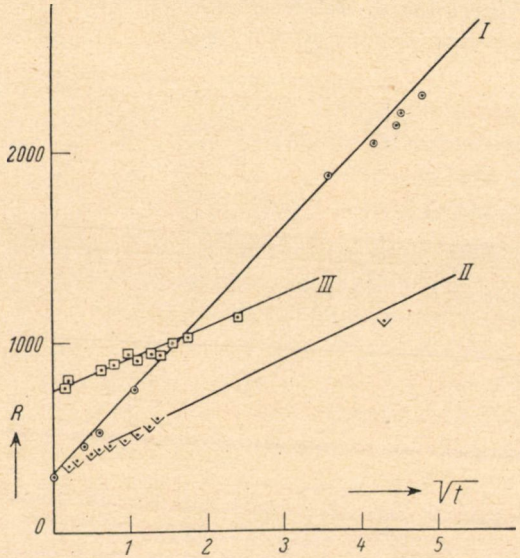
Az elméleti részben utaltunk arra, hogy a koncentrációtól független ionmozgékonyságok feltételezése nemcsak az üveg szerkezeti sajátságaival, hanem csekély *Na*-tartalommal is megokolható lenne. (A vizsgált üveg csak 5% Na_2O-t tartalmazott). Ha a diffuziós törvénynek kísérletileg megállapított érvényessége az utóbbi körülménnyel lenne magyarázható, akkor azt várhatnók, hogy az *Na*-tartalom növelésével eltérések fognak mutatkozni.

Ezen kérdés eldöntése céljából az ellenállás-idő görbét három különböző összetételű üvegen is felvettük, amelyek nátriumot növekedő mértékben tartalmaztak. Ezek a görbék a 6. ábrában vannak feltüntetve. Habár az egyes egyenesek hajlásszöge különbözik,[1] a négyzetgyökös törvény mind a három esetben teljesítve van, jóllehet az Na_2O-tartalom 5%-ról 17%-ra emel-

[1] A hajlásszögek különbsége nem hozható az *Na*-tartalommal közvetlen kapcsolatba, mert a II. gömb felülete a többiekénél kisebb volt, tehát egyenesének hajlásszöge teljesen összehasonlítható körülmények között a III. görbéhez közelednék.

kedik. Megállapíthatjuk tehát, hogy a diffuziós törvény alkalmazhatósága a nátriumtartalomtól független.

Ez az eredmény azt mondja, hogy a *K*-ionok nemcsak *Na*-szegény üvegekbe vándorolnak be a FICK-féle törvény értelmében, hanem a törvény érvényessége az üvegre általánosan jellemző. Jogosult tehát, hogy az alapul szolgáló feltevést is általánosítsuk és kimondjuk *az ionmozgékonyságok függetlenségének tételét.*[1]



Na_2O-tartalom: I = 5%, II = 14%, III = 17%.

6. ábra.

Érdekesnek látszott azt is megvizsgálni, hogy a káliüveg hasonló körülmények között hogyan viselkedik. A használt üveg

[1] Ez a kijelentés látszólag ellentmondásban van GEHLHOFF és THOMAS (Z. techn. Phys. 6, 544, 1926) észlelésével, amelynek értelmében konstans alkálitartalmú *Na-K*-elegyüvegekben a vezetőképesség az *Na*-koncentrációval nem lineárisan változik. Ez azonban az eddig mondottakkal szemben nem jelent ellentmondást, ha figyelembe vesszük, hogy a mi esetünkben olyan üvegekről van szó, amelyek szilikátváza *változatlan*, míg GEHLHOFF és THOMAS-nál ez a váz az ömledék lehülésekor mindig *ujonnan* keletkezett és így a *Na-K*-koncentrációviszonytól függhetett.

összes alkálitartalma 23% K_2O volt.[1] Ha ez a gömb KNO_3-ban állott (belül ugyancsak KNO_3-al volt töltve), akkor ellenállása nem változott.[2]

Az elektrolizis ugyancsak nem okozott változást, az üveg tehát éppúgy viselkedett, mint a nátronüveg $NaNO_3$-ban.

A gömbnek $NaNO_3$-ba való átemelése után az ellenállás kismértékben csökkent, az üveg azonban rövid időn belül megrepedt és felülete tömör tejfehér réteggel vonódott be. $RbNO_3$ olvadékban a várakozás ellenére sem állás közben, sem elektrolizis hatására ellenállásváltozás nem mutatkozott.

Ezek az észlelések általában véve összhangzásban vannak azokkal, amelyeket a nátronüvegen figyeltünk meg. Az $NaNO_3$-ban észlelt nagymértékű törékenység sem teljesen ismeretlen jelenség. Régóta tudjuk ugyanis, hogy *Li*-ionokat nem lehet nátronüvegbe beelektrolizálni, mert az olvasztott *Li*-sók az üveget ugyanolyan módon támadják meg, mint a jelen esetben.[3] E jelenség okát mindez ideig sem sikerült pontosan megadni, azonban sejtették, hogy a *Li* kisebb átmérője következtében az üvegben üregek keletkeznek, amelyek az üvegváz összeroppanásához vezethetnek. Ezt a nézetet a mi megfigyeléseink teljesen alátámasztják, mivel az *Na-Li* kicserélődés esetében hasonló viszonyok uralkodnak, mint amikor a *K*-t *Na* helyettesíti.

Nehezen érthető, hogy a *Rb* miért nem okoz ellenállásnövekedést. Ez a rendellenes viselkedés talán arra vezethető vissza, hogy míg a *K*-ion átmérője a *Na*-ionénál körülbelül 30%-kal nagyobb, addig a *Rb* alig 10%-kal nagyobb, mint a *K*, és így lehetséges, hogy a *Rb* mozgékonysága a *K*-étól csak kevéssé különbözik. Másrészt a használt *Rb* készítmény *K*-val volt szennyezve, és általános tapasztalásunk szerint a kísérletek csak akkor folynak símán le, ha teljesen tiszta sókat alkalmazunk.

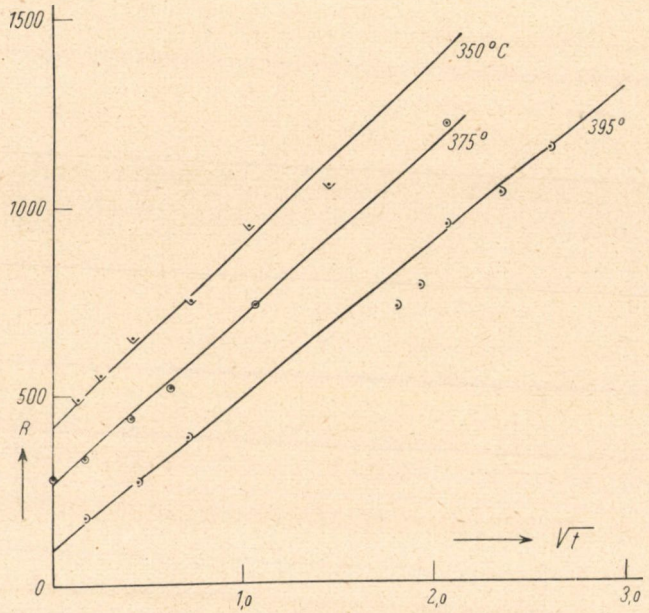
---

[1] Ezt az üveget az itteni laboratóriumban pro analisi anyagokból állitottuk elő.

[2] Az üveg ellenállása általában igen nagy volt és némely esetben kissé növekedett. Ez a növekedés azonban minden valószínűség szerint a belső feszültségek megszűnésével hozható kapcsolatba.

[3] E. WARBURG: Wied. Ann. 21, 621, 1884.

Temperatura-koefficiens. A munka folyamán gyakran megfigyeltük, hogy az egyenesek hajlásszöge a hőmérséklettől nem nagyon függ. A kérdés közelebbi megvizsgálása céljából az ellenállás-időgörbét három különböző hőmérsékleten vettük fel. Amint a 7. ábrából látható, a $\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}}$ mennyiség temperatura-koefficiense igen csekély. Ez a körülmény első pillanatra meglepő,



7. ábra.

mert tudjuk, hogy a diffuziós állandó értéke növekedő hőmérséklettel nagymértékben növekedik. Módunk van azonban arra, hogy a kérdéses temperatura-koefficienst kiszámítsuk.

E célból a (11) egyenletet átalakítjuk:

$$\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}} = \frac{4}{\sqrt{\pi}.c_0} \frac{ln\, u_{Na} - ln\, u_K - 1}{u_{Na}} \sqrt{D_k}. \qquad (11a)$$

A következő helyettesítések végzendők:

$$u_{Na} = \text{prop } x_{Na} = Ae^{-\frac{Q_{Na}}{RT}}$$

$$u_K = \text{prop } x_K = Ae^{-\frac{Q_K}{RT}}$$

$$D_K = \text{prop}' T x_K = A' e^{-\frac{Q_K}{RT}},$$

ahol az A és Q mennyiségek a hőmérséklettől függetlenek.

A (11a) egyenletbe behelyettesítve nyerjük

$$\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}} = \frac{4}{\sqrt{\pi . c_0}} \frac{ln\, Ae^{-\frac{Q_{Na}}{RT}} - ln\, Ae^{-\frac{Q_K}{RT}} - 1}{Ae^{\frac{Q_{Na}}{RT}}} \sqrt{A'T} . e^{-\frac{Q_K}{2RT}}$$

vagy, ha A mennyiségeket egy állandóvá egyesítjük,

$$\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}} = A''\left(\frac{Q_K - Q_{Na}}{RT} - 1\right) \sqrt{T} e^{\frac{2Q_{Na}-Q_K}{2RT}} \qquad (12)$$

Ha a fellazulási hők ismeretesek, akkor a temperatura-koefficienst számszerűleg meg lehet adni. Q_{Na}-t a 3. ábrából kaphatjuk meg, mivel az ismert vezetőképességi képletből ((1) egyenlet)

$$Q_{Na} = \frac{R}{0{\cdot}433} \frac{\Delta \log R}{\Delta \frac{1}{T}};$$

értéke 20,600 cal-nak adódik. Q_K-t ezen értékből a (2) egyenlet felhasználásával számíthatjuk ki, melybe a kísérletileg megállapított mozgékonysági viszonyt kell helyettesítenünk. Ily módon Q_k számára 27,200 cal-t kapunk.

Ezzel lehetővé válik, hogy a $\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}}$ kifejezés értékét tetszőleges hőmérsékleteken kiszámítsuk.[1] A számítás szerint ez az érték önkényes egységekben kifejezve 350°-on 76, illetve 395°-on 51 (4. Tábla). A temperatura-koefficiens tehát *negatív* és változása a figyelembe vett intervallumban körülbelül

[1] Az A'' értékét természetesen nem ismerjük, mivel azonban csak a (12) egyenlet baloldalának *változása* érdekel, A''-t, mint a hőmérséklettől nem függő tényezőt figyelmen kívül hagyhatjuk.

4. Tábla.

$T°$ C	$\left(\frac{R-R_{Na}}{\sqrt{t}}\right)_{\text{szám.}}$	$\left(\frac{R-R_{Na}}{\sqrt{t}}\right)_{\text{tal.}}$	$\frac{\Delta\left(\frac{R-R_{Na}}{\sqrt{t}}\right)}{\Delta T}$	
			szám.	tal.
350	76	96	— 33 %	— 15 %
395	51	82		

33 %. A megfelelő kísérleti adatokból (a 7. ábrán leolvasva, ugyancsak önkényes egységekben) ugyanez 350°-on 96, illetve 395°-on 82, a temperatura-koefficiens tehát ugyancsak *negatív* és a változás 15 %, míg a diffuziós állandó *pozitív* változása ugyanezen intervallumban több mint 200 %.

Az elmélet és kísérlet egyezése teljesen kielégítő, ha meggondoljuk, hogy a számítások csak közelítő jellegűek.

Összefoglalás.

1. Megvizsgáltam a káliumionoknak olvasztott sókból üvegbe történő diffuzióját.

2. A Fick-féle diffuziós egyenlet feltételezett alkalmazhatóságából azt következtettem, hogy a bediffundált K-ionmennyiségnek (M) *és* az e közben mutatkozó ellenállásnövekedésnek ($R-R_{Na}$) a diffuziós idő négyzetgyökével ($\sqrt{t}$) lineárisan kell változnia.

3. A diffuzió lefolyását egyrészt közvetlenül, a súlyváltozásmérés révén, és másrészt közvetve az ellenállásváltozás meghatározása alapján figyeltem meg.

4. A kívánt linearitás mind a két esetben igazolást nyert.

5. A diffuziós törvény érvényessége nem függ az üveg *Na*-tartalmától.

6. Ezen kísérleti tényekből következik, hogy az ionmozgékonyságok a koncentrációviszonytól függetlenek.

7. A $\left(\frac{R-R_{Na}}{\sqrt{t}}\right)$ mennyiség temperatura koefficiense *negatív* és kicsiny az elméleti számításoknak megfelelően.

*

E helyen is meleg köszönetet mondok Buchböck Gusztáv professzor úrnak, a Kir. magy. Pázmány Péter Tudományegyetem III. sz. kémiai intézet igazgatójának állandó, szíves érdeklődéséért, valamint Blum Erzsébet kisasszonynak értékes segítségéért, aki a kísérletek nagy részének elvégzését volt szíves magára vállalni.

Köszönettel tartozom továbbá az *Országos Természettudományi Tanácsnak* a nyujtott anyagi támogatásért.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. december 11-én tartott üléséből.)

DIE DIFFUSION VON KALIUMIONEN IN GLAS.

Von BÉLA v. LENGYEL.

1. Es wurde die Diffusion von Kalium aus verschiedenen geschmolzenen Salzen in Glas untersucht.

2. Aus der angenommenen Anwendbarkeit der FICKschen Diffussiongleichung wurde gefolgert, dass die eindiffundierte K Menge (M) *und auch* die währenddessen erfolgte Widerstandsvermehrung ($R-R_{Na}$) mit der Wurzel der Diffusionszeit ($\sqrt{t}$) linear verlaufen muss.

3. Der Verlauf der Diffusion wurde einerseits direkt, durch Wägung der Gewichtsänderung und anderseits indirekt, durch Messung der Widerstandsänderung verfolgt.

4. Die geforderte Linearität wurde in beiden Fällen bestätigt.

5. Die Gültigkeit des Diffusionsgesetzes ist unabhängig von dem Natriumgehalt des Glases.

6. Aus den vorangehenden experimentellen Tatsachen folgt der Satz der Unabhängigkeit der Ionenbeweglichkeit vom Konzentrationsverhältnis.

7. Der Temperaturkoeffizient der Grösse $\frac{(R-R_{Na})}{\sqrt{t}}$ ist negativ und klein in Übereinstimmung mit der theoretischen Berechnung.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1933.)

A DESARGUES-FÉLE KONFIGURÁCIÓ KIBŐVÍTÉSE.

KLUG LIPÓT-tól.

HUNYADI JENŐ

(1838—1889.)

a M. T. Akadémia r. tagja

EMLÉKÉNEK

írtam e dolgozatomat. Ő hatvan évvel előbb tanárom volt és ötven éve, hogy «Perspektív helyzetű alakzatok» című dolgozatomat a M. T. Akadémiának előterjesztette. Ebben is, mint a jelenlegiben, az úgynevezett «helyzetgeometria szabályos alakzatairól» szólok, mert az azokban szereplő alakzatok helyzetük tekintetében teljes szabályosságot mutatnak. Jelenleg az ily alakzatokat «konfigurációk»-nak nevezik és azokat alkotó elemek száma szerint jellemző képletekkel jelölik.

A DESARGUES GÉRARD-tól (1593—1662) származó (10_3, 10_3) konfiguráció tíz egyenesből és tíz pontból áll; az egyenesek mindegyikén annak három pontja van és a pontok mindegyikéből annak három egyenese sugárzik ki. Két perspektív háromszög a síkban, amelynek homolog oldalai egymást egy egyenesen metszik és homolog csúcspárjai három, egy pontba ütköző egyenesen vannak, ilyen DESARGUES-féle konfigurációt alkotnak. Ennek a konfigurációnak kibővítése, azaz újabb tulajdonságainak kiderítése tárgya a jelen dolgozatnak.

A konfiguráció öt négyszögre és öt négyoldalra bontható fel; mindegyik négyszög egy bizonyos négyoldal köré van írva és mindkettőnek csúcsai és oldalai a konfigurációnak összes pontjai és egyenesei.

A négyszögeknek és a négyoldalaknak öt-öt átlóháromszöge van; ezekről kimutatom, hogy páronként perspektívek, tehát negyvenöt perspektív háromszögpárt szolgáltatnak.

A négyoldalak átlóháromszögeinek tizenöt csúcsa (átlóspont) hatával tíz kúpszeleten van, és e tíz kúpszelet, valamint az átlóspontoknak tizenöt párja egy $(10_3, 15_2)^2$ konfigurációt alkot, amennyiben annak minden kúpszeletén három pontpár van és minden pontpárján két kúpszelet megy át.

A DESARGUES-konfiguráció tíz perspektív háromszögpárjának homolog oldalai egymást hármasával a konfiguráció tíz egyenesén metszik, de a nem homolog háromszögoldalak tizenöt metszőpontja hatával tíz kúpszeleten van. Ezek ismét egy $(10_3, 15_2)^2$ konfigurációt alkotnak, amely azonban az előbbitől abban különbözik, hogy ott a kúpszeleteken a ponthatosok négyfélékép involuciósak, míg ezeken a kúpszeleteken a ponthatosok nem képeznek involuciót.

A DESARGUES-konfiguráció egyeneseinek harmonikus pólusai arra a tíz háromszögpárra vonatkozólag, amelynek az illető egyenesek a perspektivitási tengelyei, hatosával szintén tíz kúpszeleten vannak és egy a DESARGUES-konfigurációra emlékeztető konfigurációt $(10_3, 10_3)^2$-t alkotnak, mert ezeknek mind a tíz kúpszeletén három-három pontpár van és a tíz pontpárjának mindegyikén e kúpszeletek közül három megy át. Ennek a konfigurációnak kúpszeletein a ponthatosok háromfélékép alkotnak involuciót.

Mind a három említett kúpszelet- és pontpár-konfigurációnak van három duális alakzata; ebben a kúpszeletek megmaradnak, de a pontpárok helyébe a kúpszeletek érintőpárjai lépnek fel. E konfigurációk tulajdonságainak felkeresése szintén tárgya a jelen dolgozatnak és az eredmények a következő tételekbe vannak összefog alva

1. Két perspektív háromszög $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ ugyanegy síkban, amelynek homolog csúcsait összekötő egyenesek: $a = A_1A_2$, $b = B_1B_2$, $c = C_1C_2$ egy D pontban találkoznak és így (DESARGUES szerint) homolog oldalainak metszőpontjai: $A = (B_1C_1,\ B_2C_2)$, $B = (C_1A_1,\ C_2A_2)$, $C = (A_1B_1,\ A_2B_2)$ egy d egyenesen vannak: egy (D, d)-vel jelölhető centrikus-kollineációt és egy $\varkappa$ polárismezőt (valamint ehhez tartozó vezérkúpszeletet, $\varkappa^2$-t) határoz

meg; amabban a kollineáció középpontja D, tengelye pedig d, és az A_1, B_1, C_1... pontoknak homolog pontjai az A_2, B_2, C_2, ...; ebben az A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2 pontoknak polárisai az a, b, c, d, $a_1=B_2C_2$, $b_1=C_2A_2$, $c_1=A_2B_2$, $a_2=B_2C_2$, $b_2=C_1A_1$ $c_2=A_1B_1$ egyenesek.

A (D, d) kollineáció két tetszésszerinti homolog pontjának P_1, P_2 a polárisai p_1, p_2 a $\varkappa$ polárismezőben olyan egyenesek, amelyek felváltva homologok a (D, d) kollineációban, azaz: a P_1 pont mezőjéhez tartozó p_2 egyenesnek a P_2 pont mezőjéhez tartozó p_1 egyenes a homologja.

A fentebbi tíz egyenes és tíz pont egy $(10_3, 10_3)$ szimbólummal jelezhető úgynevezett DESARGUES-féle konfigurációt, J-át, képez; ennek minden egyenesén a konfigurációnak három pontja van és minden pontjából a konfigurációnak három egyenese sugárzik ki.

2. Az $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ perspektív háromszögek csúcsai és a D pont az $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ négyszögeknek csúcsai, és ugyanazok a háromszögek felcserélve a d egyenessel együtt az $a_1b_1c_1d = A_2B_2C_2ABC$, $a_2b_2c_2d = A_1B_1C_1ABC$ négyoldalakat képezik. A négyszögek átlóháromszögeit és a négyoldalak átlóháromszögeit $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$-vel akarjuk jelezni, hol a két első átlóháromszögnek $\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2$, $\mathfrak{B}_1\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2$ csúcsai az a, b, c egyeneseken vannak és a másik két átlóháromszög $\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$; $\mathfrak{C}_1'\mathfrak{A}_1'$, $\mathfrak{C}_2'\mathfrak{A}_2'$; $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'$ oldalai az A, B, C pontokon mennek át.

Ha a d egyenesnek harmonikus pólusai az $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ háromszögekre nézve a D', D'' pontok; a D pontnak harmonikus polárisai ugyanezekre a háromszögekre nézve a d', d'' egyenesek és a D', D^1 pontok az $A_1B_1C_1D$ négyszögnek és a D'', D^2 pontok az $A_2B_2C_2D$ négyszögnek szembenfekvő oldalait harmonikusan választ ják el, ha továbbá a d', d^1 egyenesek az $A_2B_2C_2ABC$ négyoldalnak, a d'', d^2 egyenesek pedig az $A_1B_1C_1ABC$ négyoldalnak szembenfekvő csúcsait harmonikusan választják el, akkor a négy átlóháromszög közül az első és a második, továbbá a harmadik és a negyedik a (D, d) centrikus-kollineációban egymással perspektív, míg az első és a negyedik, a második és harmadik, az első és a harmadik, végre a második és a negyedik átlóháromszög a D^1, d^1; D^2, d^2; $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{d}_1$; $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{d}_2$ perspektivitási középpontra és tengelyre nézve perspektív.

A (D, d) centrikus kollineációban a D', D''; D^1, D^2 pontok és

a d', d''; d^2, d^1 egyenesek homologok, tehát a $DD'D''$, DD^1D^2 pontok egy-egy egyenesen vannak és a $dd'd''$, dd^2d^1 egyenesek egymást egy-egy pontban metszik.

A két négyszögnek polárisalakzata a $\varkappa$ polárismezőben a két négyoldal és azonkívül úgy a négyszögek, mint a négyoldalak maguk polárisnégyszögei, illetőleg polárisnégyoldalai a $\varkappa$ polárismezőnek, végre a D', D'', D^1, D^2, $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$ pontoknak polárisai a d'', d', d^2, d^1, $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ egyenesek.

3. A $\Delta = (10_3, 10_3)$ konfiguráció tíz perspektív háromszögpárra bontható, ezeknek perspektivitási tengelyei a konfiguráció egyenesei és az ezekhez tartozó perspektivitási középpontok e tengelyeknek pólusai a $\varkappa$ polárismezőben.

E tíz perspektív háromszögpártól meghatározott tíz centrikuskollineációt (D, d), (A_1, a_1), (B_1, b_1), (C_1, c_1), (A_2, a_2), (B_2, b_2), (C_2, c_2), (A, a), (B, b), (C, c)-vel akarjuk jelölni, hol a zárójelben levő pont és egyenes az illető kollineációnak középpontja és tengelye, és mert ezeken kívül még a kollineáció meghatározásához egy homolog pontpár szükséges, kimondjuk, hogy e kollineációkban az A_1A_2, DA_2, DB_2, DC_2, DA_1, DB_1, DC_1, CB, AC, BA pontpárok pontjai megfelelőleg homologok.

A Δ konfiguráció a következő öt négyszögre és öt négyoldalra bontható:

$$\begin{array}{ll} A_1B_1C_1D & A_2B_2C_2ABC \\ A_2B_2C_2D & A_1B_1C_1ABC \\ A_1A_2BC & B_1B_2C_1C_2AD \\ B_1B_2CA & C_1C_2A_1A_2BD \\ C_1C_2AB & A_1A_2B_1B_2CD, \end{array} \qquad (1)$$

ezeknek az egy sorban levő négyszögeknek és négyoldalaknak csúcsai és oldalai a Δ konfiguráció valamennyi pontját és egyenesét magukban foglalják és egymást «kiegészítő» (complementär) négyszögek és négyoldalaknak nevezzük és átlóháromszögeit

$$\begin{array}{ll} \mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1 & \mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1 \\ \mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2 & \mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2 \\ \mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5 & \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5 \\ \mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5 & \mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5 \\ \mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5 & \mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5 \end{array} \qquad (2)$$

betűkkel jelöljük.

E négyszögek, négyoldalak és átlósháromszögek kölcsönös helyzeteit és tulajdonságait a következő tételbe foglaljuk:

«A négyszögek polárisnégyszögei, a négyoldalak pedig polárisnégyoldalai a $\varkappa$ polárismezőnek és minden kiegészítő négyszög és négyoldal egymásnak polárisalakzata. A tíz átlósháromszög egymás között páronként perspektív és így ezek negyvenöt perspektivitást határoznak meg, és pedig: két-két négyszög átlósháromszöge a közös négyszögek csúcsára mint perspektivitási középpontra és két-két négyoldal átlósháromszöge a négyoldalak közös oldalára, mint perspektivitási tengelyre nézve perspektívek és a fent jelzett tíz centrikus kollineációban egymásnak homolog háromszögei, ami húsz perspektivitást foglal magában; van ezután öt perspektivitás, amelynél egy-egy négyszög átlósháromszöge a négyszöget kiegészítő négyoldal átlósháromszögével perspektív; végre húsz perspektivitás, amelynél egy-egy négyszög és négyoldal átlósháromszöge azzal a négyoldal, illetőleg négyszög átlósháromszögével perspektív, amely nem kiegészítője annak».

4. A Δ konfiguráció minden P pontjából hat olyan egyenes sugárzik ki, amelyen a konfiguráció öt négyoldala átlóspontjai párjával rajta vannak; ezek közül három egyenes két négyoldal perspektív helyzetű átlósháromszögének homolog csúcsait projiciálja, míg a másik három egyenesen a hátralevő három négyoldal átlósháromszögeinek egy-egy oldala van és ezeken az oldalakon a csúcspárok harmonikusan választják el az oldalak közös P pontját a konfigurációnak ugyanegy p egyenesen levő más három pontjától. Ezek a csúcspárok tehát egy P'^2 kúpszeleten vannak, amelyre vonatkozólag, valamint a $\varkappa$ polárismezőben, a P pontnak polárisa a p egyenes. A P'^2 kúpszeleten a három csúcspár, azaz a hat átlóspont négyféleképp involuciós; az egyik involuciónak a pólusa és tengelye a P pont és a p egyenes, a többi három (ciklikus) involuciónak pólusa a Δ konfigurációnak a p egyenesen levő három pontja.

A Δ konfiguráció tíz ilyen P'^2 kúpszeletet határoz meg, amely a rajtuk levő három-három pontpárral egy $K'^2=(10_3, 15_2)^2$ kúpszelet- és pontpár-konfigurációt képez; a tíz kúpszelet mindegyikén a konfigurációnak három pontpárja van és a tizenöt pontpár mindegyikén a konfigurációnak két kúpszelete megy keresztül.

Ehhez duálisan a Δ konfiguráció négyszögei átlóháromszögeinek oldalai tizenöt párban egyesítve egy $K^2 = (10_3, 15_2)^2$ kúpszelet- és egyenespár-konfigurációt képeznek; minden kúpszeletet a konfiguráció három egyenespárja érinti és minden egyenespárba a konfiguráció két kúpszelete van beírva, végre minden kúpszeletnek három érintőpárja négyfélekép involuciós.

5. A Δ konfiguráció még egy ugyanilyen szimbolummal jelölhető kúpszelet- és pontpár-konfigurációt, valamint kúpszelet- és érintőpár-konfigurációt $(10_3, 15_2)^2$-t határoz meg mint a K'^2 és K^2 volt. Ugyanis a Δ konfiguráció tíz perspektív háromszögpárjának nem-homolog oldalai és az ezekhez homolog, és így egymáshoz nem-homolog oldalai egymást három-három pontpárban metszik, amelyek (az (1) négyszögek csúcsai) egy-egy kúpszeleten vannak. A tíz ekkép származtatható kúpszelet és a tizenöt pontpár képezi azt a $(10_3, 15_2)^2$ kúpszelet- és pontpár-konfigurációt, amely a K'^2-től (és duálisa a K^2-től) abban különbözik, hogy ez utóbbinál a ponthatosok (illetőleg érintőhatosok) nem involuciósak.

6. A Δ konfigurációtól meghatározott tíz centrikus-kollineációban a kollineáció-tengelyeknek harmonikus pólusai a homolog háromszögpárokra vonatkozólag: tíz homolog pontpár, azaz húsz pont; ez egyrészt olyan öt négyszögnek a csúcsa, amely páronként a tíz centrikus-kollineációban homolog; másrészt olyan tíz háromszögpárnak a csúcsa, amely ugyancsak a konfiguráció pontjaira és egyeneseire, mint perspektivitási-középpontra és -tengelyre perspektív a nélkül, hogy a tíz centrikus-kollineációhoz tartoznék.

Ezért a Δ konfiguráció minden pontjából hét egyenes sugárzik ki, amelyen a húsz harmonikus pólusból kettő-kettő van, a többi hat harmonikus pólus pedig egy kúpszeleten fekszik. Ezeknek az egyeneseknek a száma, amelyen a harmonikus pólusok párjával, a Δ konfiguráció pontjai egyenként rajta vannak: hetven, míg a kúpszeletek száma, amelyen a harmonikus pólusok hatosával rajta vannak: tíz.

Minden ilyen kúpszeleten a hat harmonikus pólus háromfélekép alkot involuciót; az ezekhez tartozó három involució-pólus a konfiguráció egy-egy egyenesének három pontja.

A tíz kúpszelet és a tíz pontpár (harmonikus póluspár) egy $\Delta^2 = (10_3, 10_3)^2$ konfigurációt képez, amennyiben mindegyik kúp-

szeleten három pontpár van és minden pontpáron három kúpszelet megy át.

Ehhez van egy duális konfiguráció Δ'^2; ennek egyenesei a Δ konfiguráció pontjainak harmonikus polárisai azokra a persp. háromszögpárokra vonatkozólag, amelyeknek az illető pontok a perspektivitási középpontjai. A két kúpszelet-konfiguráció Δ^2, Δ'^2 egymásnak polárisalakzata a $\varkappa$ polárismezőben.

7. A Δ^2 konfiguráció tíz kúpszeletén a ponthatosok nemcsak háromféleképp involuciósak, hanem ezeknek az involucióknak bármelyikében az a társpontpár $P'Q''$, amely a másik két társpontpárt egymástól elválasztja, oly különös helyzetű, hogy ennek az involuciónak a pólusa és a másik két involució egyik és a másik tengelye, a pólushoz tartozó tengelyt harmonikusan választja el a $P'Q''$ társpontpár egyik, illetőleg másik pontjától.

A Δ^2 konfiguráció bármelyik kúpszelethármasa, amely a konfiguráció egyik pontpárján megy át, olyan tulajdonságú, hogy három kúpszeletpárjának három kontingenciapontja egybeesik a Δ konfiguráció három ugyanegy egyenesen levő pontjával, és ezekből a kontingenciapontokból a kúpszeleteken levő ponthatosok egymásba projiciálhatók. E szerint: a Δ^2 konfiguráció bármelyik kúpszeletének ponthatosa a Δ konfiguráció három pontjából önmagába, hat pontjából pedig egy másik kúpszeletnek ponthatosába projiciálható.

E körülményeket tekintve a $\Delta^2 = (10_3, 10_3)^2$ kúpszelet- és pontpár-konfiguráció két kúpszeletből és ezek egyikén felvett és a tételben kifejezett tulajdonságú ponthatosból megszerkeszthető.

*

Az itt röviden egybefoglalt tételeknek bizonyítását, továbbá a szerkesztéseknek kivitelét és magyarázatát megtalálja az olvasó a német szövegben.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. febr. 15-én tartott üléséből.)

ERWEITERUNGEN DER DESARGUES'SCHEN KONFIGURATION.

Von L. KLUG.

Inhalt.

Einleitung 77
a) Die aus der Desargues'schen Konfiguration stammenden fünfundvierzig perspektive Dreieckpaare 79
b) Die Konfiguration von zehn Kegelschnitten und fünfzehn Punktpaaren (Geradenpaaren) 90
c) Die Konfiguration von zehn Kegelschnitten und zehn Punktpaaren (Geradenpaaren) 103
d) Konstruktion dreifach involutorischer Sechspunkte 118
e) Andere Beziehungen der Desargues'schen und der $(10_3, 10_3)^2$ Konfiguration 127

Einleitung.

Die von GERARDUS DESARGUES (1593—1662) stammende Konfiguration $(10_3, 10_3)$ besteht aus zehn Geraden und zehn Punkten; auf jeder der Geraden liegen drei Punkte und aus jedem seiner Punkte strahlen aus drei Geraden derselben. Zwei perspektive Dreiecke der Ebene, deren homologe Seiten sich daher in drei Punkten einer Geraden treffen und deren homologe Eckpunkte auf drei sich in einem Punkt treffenden Geraden liegen, bilden mit ihren Seiten und Eckpunkten, so wie mit den projizierenden Strahlen der homologen Eckpunkte und den Treffpunkten der homologen Seiten eine solche Konfiguration. Die Erweiterung dieser Konfiguration, wie auch die Klarlegung neuer Eigenschaften derselben ist der Gegenstand dieser Arbeit.

Die Konfiguration kann man in fünf Vierecke und fünf Vier-

seite zerlegen; jedes der Vierecke ist einem der Vierseite umschrieben und die Seiten und Eckpunkte von beiden bilden die Geraden und die Punkte der Konfiguration. Diese Vierecke und Vierseite haben zehn Diagonaldreiecke, welche paarweise perspektiv sind, sie bilden daher fünfundvierzig Perspektivitäten.

Die fünfzehn Eckpunkte der Diagonaldreiecken der Vierseite liegen zu sechsen auf zehn Kegelschnitten, und diese Kegelschnitte wie auch fünfzehn Paare jener Eckpunkte bilden eine Konfiguration, die wir mit $(10_3, 15_2)^2$ bezeichnen wollen. Auf jedem der zehn Kegelschnitte liegen drei Punktpaare und durch jedes der fünfzehn Punktpaare gehen zwei der Kegelschnitte derselben.

Die homologen Seitenpaare der zehn perspektiven Dreieckpaare, in welche eine DESARGUES'sche Konfiguration zerlegt werden kann, treffen sich zu dreien auf den zehn Geraden derselben, die nicht-homologen Seitenpaare aber treffen sich zu sechsen auf zehn Kegelschnitten. Diese bilden ebenfalls eine Konfiguration $(10_3, 15_2)^2$, die sich aber von der früheren dadurch unterscheidet, dass bei jener die Sechspunkte auf den Kegelschnitten *vierfach* involutorisch liegen, während dieselben bei dieser überhaupt nicht involutorisch sind.

Die harmonischen Pole der Geraden der DESARGUES'schen Konfiguration in Bezug auf diejenigen perspektiven Dreiecke, von welchen die Geraden die Perspektivitätsachsen sind, liegen zu sechsen ebenfalls auf zehn Kegelschnitten und bilden eine auf die DESARGUES'sche erinnernde Konfiguration $(10_3, 10_3)^2$, indem auf jedem der zehn Kegelschnitte drei der Punktpaare liegen und durch jedes der zehn Punktpaare drei der Kegelschnitte gehen. Auch hier liegen die Sechspunkte auf den Kegelschnitten *dreifach* involutorisch.

Die drei Kegelschnitt- und Punktpaarkonfigurationen haben duale Gebilde; die Kegelschnitte verbleiben, aber anstatt den Punktpaaren derselben erscheinen Tangentenpaare, die Konfigurationen werden auf dualer Weise aus der DESARGUES'schen Grundkonfiguration abgeleitet.

Auch die Erforschung der Eigenschaften dieser Konfigurationen und die Konstruktion derselben von seinen Teilen ist ebenfalls der Inhalt dieser Arbeit.

a) Die aus der Desargues'schen Konfiguration stammenden fünfundvierzig perspektive Dreieckpaare.

1. Es seien $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ zwei in einer Ebene liegende perspektive Dreiecke (Fig. 1); die Treffpunkte der homologen Seitenpaare $A=(B_1C_1,\ B_2C_2)$, $B=(C_1A_1,\ C_2A_2)$, $C=(A_1B_1,\ A_2B_2)$ liegen auf der Geraden d und die Verbindungsgeraden der homo-

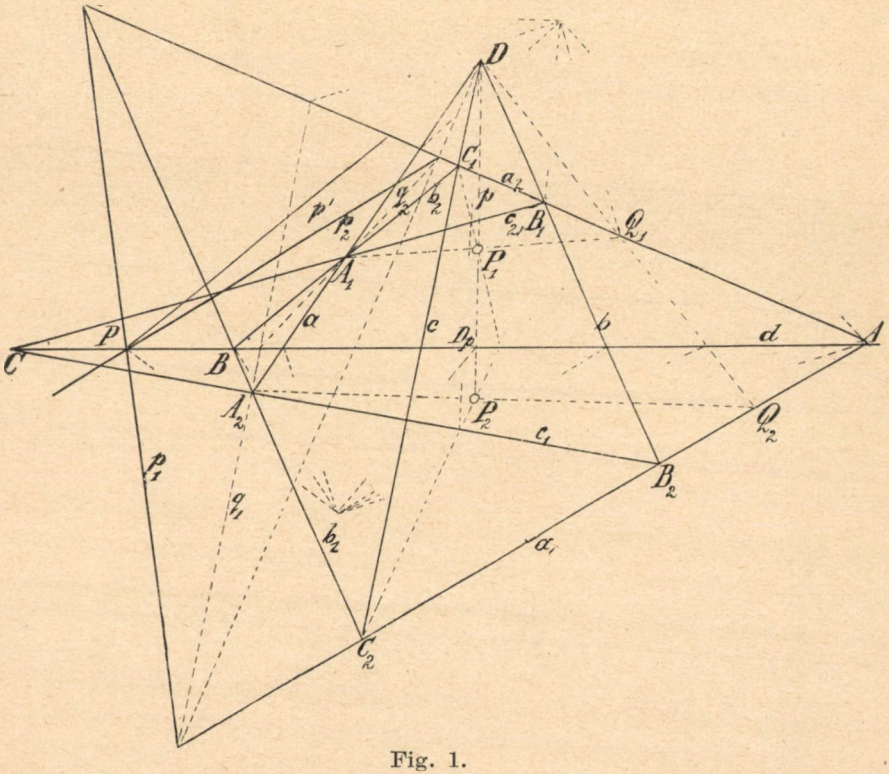


Fig. 1.

logen Eckpunkte $a=A_1A_2$, $b=B_1B_2$, $c=C_1C_2$ treffen sich im Punkte D. Bezeichnet man die Dreieckseiten wie folgt: $a_1=B_2C_2$, $b_1=C_2A_2$, $c_1=A_2B_2$, $a_2=B_1C_1$, $b_2=C_1A_1$, $c_2=A_1B_1$, so sind $A_1B_1C_1A_2B_2C_2ABCD$ die zehn Punkte und $a_1b_1c_1a_2b_2c_2abcd$ die zehn Geraden einer DESARGUES'schen Konfiguration $(10_3,\ 10_3)$, die wir kurz mit Δ bezeichnen wollen.

Die Vierecke $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ als entsprechende Gebilde von zwei zentrisch-kollinearen Feldern bestimmen diese Kollineation; D ist der Mittelpunkt und d die Achse derselben, und wir wollen diese Kollineation, welche das Dreieck $A_1B_1C_1$ in das Dreieck $A_2B_2C_2$ überführt, mit (D, d) bezeichnen.

Das Viereck $A_1B_1C_1D$ und das Vierseit $A_2B_2C_2ABC=a_1b_1c_1d$ als zwei einander entsprechende Gebilde bestimmen auch eine involutorische Korrelation, d. h. ein Polarfeld $\varkappa$ und seinen Kernkegelschnitt $\varkappa^2$; in diesem Polarfeld sind nicht bloss a_1, b_1, c_1, d die Polaren der Punkte A_1, B_1, C_1, D, sondern auch die Geraden a_2, b_2, c_2, a, b, c der Konfiguration Δ sind die Polaren der Punkte A_2, B_2, C_2, A, B, C derselben.

Es seien P_1, P_2 zwei homologe Punkte der Kollineation (D, d), und p_1, p_2 ihre Polaren im Polarfeld $\varkappa$; dann sei D_p der Treffpunkt der Geraden $p=DP_1P_2$ mit der Achse d, und P der Pol der Geraden p, also D_p der Pol der Geraden $DP=p'$ im Polarfeld $\varkappa$. Das Doppelverhältnis λ des Punktwurfs $DD_pP_1P_2$ ist gleich dem der Polaren $dp'p_1p_2$ dieser Punkte, also auch gleich dem des Wurfes $p'dp_2p_1$. Aber λ ist gleich der Charakteristik der Kollineation (D, d); also entspricht der Geraden p_2 des ersten Feldes in der Kollineation die Gerade p_1 des zweiten Feldes. Kurz: zwei entsprechende Punkte (Gerade) der Kollineation (D, d) haben zwei Polaren (Pole) im Polarfeld $\varkappa$; vertauscht man diese miteinander, so sind die vertauschten Polaren (Pole) entsprechende Geraden (Punkte) in der Kollineation (D, d).

So z. B. sind die Polaren $a_1=B_2C_2$, $a_2=B_1C_1$ der entsprechenden Punkte A_1, A_2 der Kollineation (D, d), vertauscht (d. h.: a_2, a_1) einander entsprechend, in dieser Kollineation.

Also:

Zwei perspektive Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ derselben Ebene, deren homologe Eckpunkte auf drei aus dem Punkt D ausstrahlenden Geraden $a=A_1A_2$, $b=B_1B_2$, $c=C_1C_2$ liegen, und deren homologe Seiten sich in den Punkten $A=(B_1C_1, B_2C_2)$, $B=(C_1A_1, C_2B_2)$, $C=(A_1B_1, A_2B_2)$ einer Geraden d treffen, bestimmen eine zentrische Kollineation (D, d) und ein Polarfeld $\varkappa$; im ersteren ist D der Kollineationsmittelpunkt, d die Kollineationsachse, und A_1, A_2; B_1, B_2;... sind entsprechende Punkte; im Polarfeld sind die Polaren

der Punkte $A, B, C, D, A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$*: die Geraden* $a, b, c, d,$ $a_1=B_2C_2$, $b_1=C_2A_2$, $c_1=A_2B_2$, $a_2=B_1C_1$, $b_2=C_1A_1$, $c_2=A_1B_1$.

Die Polaren p_1, p_2 *von zwei homologen Punkten* P_1, P_2 *der zentrischen Kollineation* (D, d), *im Polarfeld* $\varkappa$, *sind vertauscht* (p_2, p_1) *einander homologe Geraden in dieser Kollineation.*

Anmerkung. Mit (D, d) haben wir diejenige zentrische Kollineation bezeichnet, welche das Feld das Dreieckes $A_1B_1C_1$ in das Feld des Dreieckes $A_2B_2C_2$ überführt. Bezeichnet man mit $(D, d)^{-1}$ die inverse zentrische Kollineation der ersten, d. h. diejenige Kollineation, welche das Feld des Dreieckes $A_2B_2C_2$ in das Feld des Dreieckes $A_1B_1C_1$ überführt, so würde der letztere Teil obigen Satzes so lauten: «Die Polaren von zwei homologen Punkten der zentrischen Kollineation (D, d), im Polarfeld $\varkappa$, sind homologe Geraden der zentrischen Kollineation $(D, d)^{-1}$.»

2. Wir bezeichnen die Treffpunkte der Geraden der Konfiguration Δ wie folgt (Fig. 2):

$$\begin{array}{lll}
\mathfrak{A}_1=(DA_1,\ B_1C_1) & \mathfrak{B}_1=(DB_1,\ C_1A_1) & \mathfrak{C}_1=(DC_1,\ A_1B_1)\\
\mathfrak{A}_2=(DA_2,\ B_2C_2) & \mathfrak{B}_2=(DB_2,\ C_2A_2) & \mathfrak{C}_2=(DC_2,\ A_2B_2)\\
\mathfrak{A}'_1=(BB_2,\ CC_2) & \mathfrak{B}'_1=(CC_2,\ AA_2) & \mathfrak{C}'_1=(AA_2,\ BB_2)\\
\mathfrak{A}'_2=(BB_1,\ CC_1) & \mathfrak{B}'=(CC_1,\ AA_1) & \mathfrak{C}'_2=(AA_1,\ BB_1).
\end{array}$$

Die Diagonaldreiecke der Vierecke $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ und der Vierseiten $A_2B_2C_2ABC$, $A_1B_1C_1ABC$ sind dann: $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$, $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$.

Sowohl die zwei Vierecke, als auch die zwei Vierseite sind Polarvierecke bezw. Polarvierseite des Polarfeldes $\varkappa$, und dabei ist das erste und zweite Viereck die Polarfigur des ersten bezw. zweiten Vierseits. Darum sind auch die Diagonaldreiecke: $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$, sowie $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$ Polarfiguren von einander im Polarfeld $\varkappa$, und als solche mit einander perspektiv, bezüglich der Kollineationsmittelpunkte und -Achsen $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{d}_1$; $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{d}_2$, die zugleich Pol und Polare sind von einander im Polarfeld $\varkappa$. In der zentrischen Kollineation (D, d) sind aber weder die Punkte $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$, noch die Geraden $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$ homologe Elemente, ausgenommen, dass diese Kollineation eine involutorische ist.

Die Diagonaldreiecke der zwei Vierecke und die der zwei Vierseiten sind homologe Gebilde der Kollineation (D, d), bezw.

$(D, d)^{-1}$; denn z. B. die Treffpunkte $\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{A}_2$ der homologen Geraden B_1C_1, B_2C_2 mit der Geraden a sind homologe Punkte der Kollineation (D, d), und die Treffpunkte $\mathfrak{A}'_1$, $\mathfrak{A}'_2$ der homologen Geraden BB_2, CC_2; BB_1, CC_1 sind homologe Punkte der Kollineation $(D, d)^{-1}$.

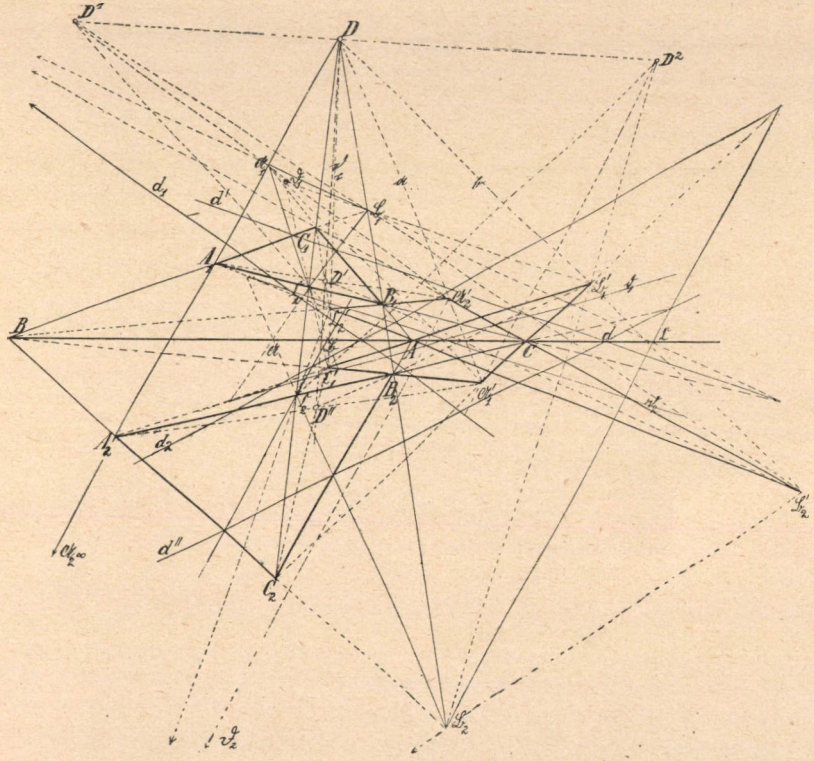


Fig. 2.

Die homologe Eckpunkte der Dreiecke $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ liegen auf den Geraden a, b, c, und die homologen Seiten treffen sich in den Punkten: $\mathfrak{A}=(\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1, \mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$, $\mathfrak{B}=(\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1, \mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2)$, $\mathfrak{C}=(\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1, \mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2)$; während die homologe Seiten der Dreiecke $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$, $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$ durch die Punkte A, B, C gehen und die Verbindungsgeraden der homologen Eckpunkte: $\mathfrak{a}=\mathfrak{A}'_2\mathfrak{A}'_1$, $\mathfrak{b}=\mathfrak{B}'_2\mathfrak{B}'_1$, $\mathfrak{c}=\mathfrak{C}'_2\mathfrak{C}'_1$ sich im Punkte D treffen und diese Geraden sind die Polaren der Punkte $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ im Polarfeld $\varkappa$.

Die harmonische Pole D', D'' der Geraden d in Bezug auf die Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ sind als Treffpunkte der homologen Eckpunkte der Dreiecke $A_1B_1C_1$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$; $A_2B_2C_2$, $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, homologe Punkte der Kollineation (D, d), und liegen daher mit dem Punkt D in einer Geraden $\mathfrak{d}$. Ebenso treffen sich die harmonische Polaren d', d'' des Punktes D in Bezug auf die nämlichen Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$, in einem Punkte $\mathfrak{D}$ der Geraden d, welcher der Pol der Geraden $\mathfrak{d}$ ist im Polarfeld $\varkappa$, während die Geraden d', d'' die Polaren sind der Punkte D'', D'.

Trennen die Punkte D^1, D' die Gegenseiten des Viereckes $A_1B_1C_1D$ und die Punkte D^2, D'' die Gegenseiten des Viereckes $A_2B_2C_2D$ harmonisch, so sind die Dreiecke $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$ perspektiv bezüglich des Mittelpunktes D^1, und die Dreiecke $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$ sind perspektiv bezüglich des Mittelpunktes D^2. Die Perspektivitätsachsen d^1 und d^2 dieser Dreieckpaare trennen harmonisch die Gegeneckpunkten der bezüglichen Vierseiten $A_1B_1C_1ABC$, $A_2B_2C_2ABC$ von den Geraden d', d''.

Sowohl die Punkte D^1, D^2, als auch die Geraden d^1, d^2 sind homologe Elemente der Kollineation (D, d), also liegen die Punkte D, D^1, D^2 in einer Geraden und die Geraden d, d^1, d^2 treffen sich in seinem Pole des Polarfeldes $\varkappa$.

Damit haben wir gezeigt, dass von den Dreiecken $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$ beliebige zwei perspektiv liegen.

Also:

Liegen die Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ in einer Ebene perspektiv bezüglich des Punktes $D=(A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2)$, und der Achse d, in deren Punkten $A=(B_1C_1, B_2C_2)$, $B=(C_1A_1, C_2A_2)$, $C=(A_1B_1, A_2B_2)$ sich die homologen Seiten treffen, sind ferner D', D'' die harmonische Pole der Geraden d, und d', d'' die harmonische Polaren des Punktes D in Bezug auf jene Dreiecke, und trennen die Punkte D', D^1 die Gegenseiten des Viereckes $A_1B_1C_1D$, die Punkte D'', D^2 die Gegenseiten des Viereckes $A_2B_2C_2D$ harmonisch, die Geraden d', d^1 und d'', d^2 aber die Gegenecken der Vierseiten $A_1B_1C_1ABC$, bezw. $A_2B_2C_2ABC$ harmonisch, sind endlich $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ die Diagonaldreiecke der Vierecke $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ und $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$ die Diagonaldreiecke der Vierseiten $A_1B_1C_1ABC$, $A_2B_2C_2ABC$ dann sind beliebige zwei der vier Diagonaldreiecken perspektiv. Und-

zwar sind: das erste und dritte, dann das zweite und vierte Dreieck homologe in der zentrischen Kollineation (D, d), während das erste und vierte, das zweite und dritte, das erste und dritte, endlich das zweite und vierte Dreieck bezüglich des Mittelpunktes und der Achse D^1, d^1 *bezw.* D^2, d^2; $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{d}_1$; $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{d}_2$ *perspektiv ist. Die Punkte* D', D''; D^1, D^2 *und die Geraden* d', d''; d^2, d^1 *sind homolge Elemente der zentrischen Kollineation (D, d), daher liegen die Punkte* D, D', D''; D, D^1, D^2 *je in einer Geraden, und die Geraden* d, d', d''; d, d^2, d^1 *treffen sich je in einem Punkte.*

Die zehn Eckpunkte und zehn Seiten des Viereckes $A_1B_1C_1D$ *und des Vierseits* $A_2B_2C_2ABC$ *sind die zehn Punkte und zehn Geraden einer Desargues'schen Konfiguration* $\Delta = (10_3, 10_3)$, *welche einen Kegelschnitt* $\varkappa^2$ *(und sein Polarfeld* $\varkappa$*) bestimmt; von diesem sind die Vierecke* $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ *Polarvierecke, und ihre Polarfiguren die Vierseite* $A_2B_2C_2ABC$, $A_1B_1C_1ABC$, *Polarvierseite, ferner sind die Polaren der Punkte* D', D'', D^1, D^2, $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$ *die Geraden* d', d'', d^2, d^1, $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$.

3. Im Polarfeld $\varkappa$ hat die Konfiguration Δ ausser den schon bekannten zwei Polarvierecken und Polarvierseiten noch drei Polarvierecke und drei Polarvierseite; alle diese sind (Fig. 3):

$$\begin{array}{ll} A_1B_1C_1D & A_2B_2C_2ABC \\ A_2B_2C_2D & A_1B_1C_1ABC \\ A_1A_2BC & B_1B_2C_1C_2AD \\ B_1B_2CA & C_1C_2A_1A_2BD \\ C_1C_2AB & A_1A_2B_1B_2CD. \end{array} \qquad (1)$$

(In Fig. 3 wurde als Gerade d die unendlichferne Gerade angenommen, so dass die Punkte A, B, C auf den homologen Dreieckseiten B_1C_1, B_2C_2... unendlichfern liegen.)

Die je in einer Zeile befindlichen Vierecke und Vierseiten kann man «komplementär» nennen, da ihre Eckpunkte und Seiten sich zu den zehn Punkten und Geraden der Konfiguration Δ ergänzen und jedes Viereck ist in sein komplementäres Vierseit einbeschrieben.

Benützen wir ausser den obigen Bezeichnungen noch die folgende:

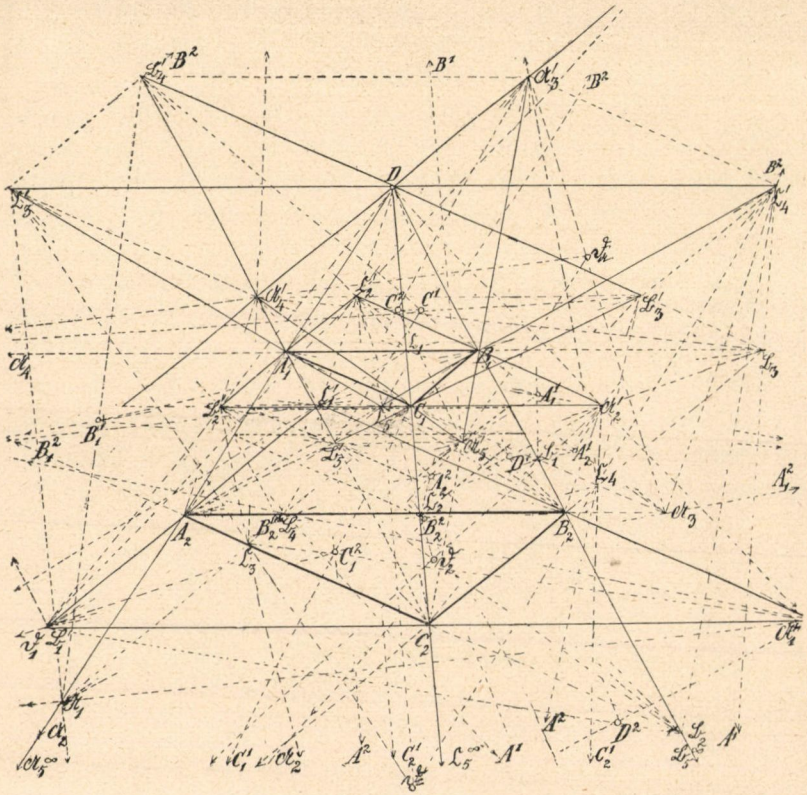


Fig. 3.

$\mathfrak{A}_3=(BA_1,\ CA_2)$ $\quad \mathfrak{B}_3=(CB_1,\ AB_2)$ $\quad \mathfrak{C}_3=(AC_1,\ BC_2)$

$\mathfrak{A}_4=(BA_2,\ CA_1)$ $\quad \mathfrak{B}_4=(CB_2,\ AB_1)$ $\quad \mathfrak{C}_4=(AC_2,\ BC_1)$

$\mathfrak{A}_5=(BC,\ A_1A_2)$ $\quad \mathfrak{B}_5=(CA,\ B_1B_2)$ $\quad \mathfrak{C}_5=(AB,\ C_1C_2)$

$\mathfrak{A}'_3=(DA,\ B_1C_2)$ $\quad \mathfrak{B}'_3=(DB,\ C_1A_2)$ $\quad \mathfrak{C}'_3=(DC,\ A_1B_2)$

$\mathfrak{A}'_4=(DA,\ C_1B_2)$ $\quad \mathfrak{B}'_4=(DB,\ A_1C_2)$ $\quad \mathfrak{C}'_4=(DC,\ B_1A_2)$

$\mathfrak{A}'_5=(B_1C_2,\ C_1B_2)$ $\quad \mathfrak{B}'_5=(C_1A_2,\ A_1C_2)$ $\quad \mathfrak{C}'_5=(A_1B_2,\ B_1A_2)$,

so sind die Diagonaldreiecke der unter (1) befindlichen Vierecken und Vierseiten:

$$\begin{array}{ll} \mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1 & \mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1 \\ \mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{B}_2 & \mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2 \\ \mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5 & \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5 \\ \mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5 & \mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5 \\ \mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5 & \mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5 \end{array} \qquad (2)$$

Die Seiten dieser Diagonaldreiecke sollen mit denselben kleinen Buchstaben bezeichnet werden, wie ihre Gegeneckpunkte; also ist z. B. $\mathfrak{a}_3=\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{b}'_4=\mathfrak{B}'_5\mathfrak{B}'_4$, usw.

Nachdem je zwei der fünf Vierecke (1) einen gemeinsamen Eckpunkt (und je zwei der fünf Vierseite eine gemeinsame Seite) haben, und die anderen Eckpunkte der Vierecke die Eckpunkte von zwei perspektiver Dreiecken sind, so bestimmen die zwei betrachteten Vierecke ebenso wie die früheren Vierecke $A_1B_1C_1D$, $A_2B_2C_2D$ eine zentrische Kollineation, bei welcher der gemeinsame Eckpunkt der Kollinationsmittelpunkt und die gemeinsame Seite ihrer komplementär Vierseiten die Kollineationsachse ist.

Früher in Punkt **2** haben wir gezeigt, dass von den Diagonaldreiecken solcher Vierecke und Vierseite beliebige zwei perspektiv sind, und somit können wir sagen, dass von den zehn Diagonaldreiecken der Tabelle (2) zwei beliebige ebenfalls perspektiv sind.

Die zehn Dreiecke können zu fünfundvierzig Dreieckpaare vereinigt werden; von diesen haben zweimal zehn Paare, also zwanzig Paare die Punkte und Geraden der Konfiguration Δ zu Kollineationsmittelpunkten und -achsen, die übrigen fünfundzwanzig Dreieckpaare haben ebensoviele Kollineationsmittelpunkte und -achsen.

Je zwei der Dreiecke in der ersten Reihe (Säule) der Tabelle (2) sind die Diagonaldreiecke von zwei Vierecken mit einem gemeinsamen Eckpunkt (Tabelle (1)) und die mit diesen in einer Zeile befindlichen zwei Dreiecke (2) sind Diagonaldreiecke von solchen Vierseiten (1), die eine gemeinsame Seite haben; beide Dreieckpaare sind daher perspektiv in Bezug auf den gemeinsamen Eckpunkt der Vierecke als Kollineationsmittelpunkt und auf der gemeinsamen Seite der Vierseite als Kollineationsachse.

So z. B. sind die Dreieckpaare $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5$; $\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5$, $\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_5$ in Bezug auf den Mittelpunkt C und die Achse $c=C_1C_2D$ perspektiv und sind homologe Teile derjenigen zentrischen Kollineation (C, c), welche die Viereck CA_1A_2B, CB_1B_2A bestimmen und welche daher das Dreieck A_1A_2B in das Dreieck der Konfiguration Δ in das Dreieck B_1B_2A überführt.

In folgender Tabelle (3) sind diese perspektiven Dreiecke angegeben:

In der zentrischen Kollineation	sind die homologen Dreiecke		
(D, d)	$A_1B_1C_1$ $A_2B_2C_2$	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$ $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$	$\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$ $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$
(A_1, a_1)	B_1C_1D $C\ B\ A_2$	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$ $\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$	$\mathfrak{A}'_5\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$
(B_1, b_1)	C_1A_1D $A\ C\ B_2$	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$ $\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_3$	$\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5\mathfrak{B}'_3$ $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$
(C_1, c_1)	A_1B_1D $B\ A\ C_2$	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$ $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$	$\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5$ $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$
(A_2, a_2)	B_2C_2D $C\ B\ A_1$	$\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ $\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3$	$\mathfrak{A}'_5\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_3$ $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$
(B_2, b_2)	C_2A_2D $A\ C\ B_1$	$\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_4$	$\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_5\mathfrak{B}'_4$ $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$
(C_2, c_2)	A_2B_2D $B\ A\ C_1$	$\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ $\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5$	$\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5\mathfrak{C}'_3$ $\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$
(A, a)	B_1B_2C C_1C_2B	$\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5$ $\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5$	$\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5$ $\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_5$
(B, b)	C_1C_2A $A_1A\ C$	$\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$ $\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5$	$\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5$ $\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_5$
(C, c)	A_1A_2B B_1B_2A	$\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$ $\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5$	$\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5$ $\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_5$

(3)

Betrachtet man jetzt zwei solche Dreiecke der Tabelle (2), die weder derselben Reihe noch derselben Zeile angehören, so sind diese und die mit diesen in einer Reihe und Zeile befindlichen zwei Dreiecke ebenfalls perspektiv. Die zwei Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen dieser zwei perspektiven Dreieckpaare sind homologe Punkte und Gerade in einer der zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration Δ; der Mittelpunkt derselben ist der gemeinsame Eckpunkt der zwei Vierecke (1) und die Achse

ist die gemeinsame Seite der zwei Vierseite, von welchen jene Dreieckpaare Diagonaldreiecke sind.

Folgende Tabelle (4) zeigt diese Dreieckpaare, sowie ihre Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen:

$$\begin{array}{cccc}
D^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2\\ d^1\end{matrix}\right. & A_1^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\\ a_1^1\end{matrix}\right. & B_1^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_3\\ b_1^1\end{matrix}\right. & C^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5\\ c_1^1\end{matrix}\right.\\
D^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1\\ d^2\end{matrix}\right. & A_2^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3\\ a_2^2\end{matrix}\right. & B_2^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_4\\ b_2^2\end{matrix}\right. & C_2^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5\\ c_2^2\end{matrix}\right.\\
A^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1\mathfrak{A}_1\\ a_2^2\end{matrix}\right. & A_2^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{A}_2\\ a_2^1\end{matrix}\right. & B^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5\\ b^2\end{matrix}\right. & C^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5\\ c^1\end{matrix}\right.\\
B^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_1\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\\ b^2\end{matrix}\right. & B_2^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_2\mathfrak{C}_2\mathfrak{B}_2\\ b_2^1\end{matrix}\right. & C^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5\\ c^2\end{matrix}\right. & A^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5\\ a^1\end{matrix}\right.\\
C^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1\\ c_1^2\end{matrix}\right. & C_2^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2\\ c_2^1\end{matrix}\right. & A^1\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{B}_5\\ a^2\end{matrix}\right. & B^2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5\\ b^1\end{matrix}\right.
\end{array}\qquad(4)$$

So sind z. B. in Bezug auf die Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen C^1, c^2; C^2 c^1 die Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5'$; $\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_0'$ der Vierecke und Vierseite CBA_1A_2, $B_1B_2C_1C_2AD$; CAB_1B_2, $C_1C_2A_1A_2BD$ perspektiv, und in der durch die homologen Vierecke CBA_1A_2, CAB_1B_2 bestimmten zentrischen Kollineationen (C, c) sind die Punkte C^1, C^2, und die Geraden c^2, c_1 homolog, während die Polaren der Punkte C^1, C^2 im Polarfeld $\varkappa$ die Geraden c^1, c^2 sind.

Endlich sind noch fünf perspektive Dreieckpaare übrig, nämlich die in der nämlichen Zeile befindlichen:

$$\begin{array}{ccccc}
\mathfrak{D}_1\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1\\ \mathfrak{d}_1\end{matrix}\right. & & \mathfrak{D}_2\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2\\ \mathfrak{d}_2\end{matrix}\right. & & \\
\mathfrak{D}_\mathfrak{a}\left|\begin{matrix}\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5\\ \mathfrak{d}_\mathfrak{a}\end{matrix}\right. & & \mathfrak{D}_\mathfrak{b}\left|\begin{matrix}\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5\\ \mathfrak{d}_\mathfrak{b}\end{matrix}\right. & & \mathfrak{D}_\mathfrak{c}\left|\begin{matrix}\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5\\ \mathfrak{d}_\mathfrak{c}\end{matrix}\right.
\end{array}\qquad(5)$$

wo die Perspektivitätsmittelpunkte $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{D}_\mathfrak{a}, \ldots$ die Pole sind der Perspektivitätsachsen $\mathfrak{d}_1$, $\mathfrak{d}_2$, $\mathfrak{d}_\mathfrak{a}, \ldots$ im Polarfeld $\varkappa$.

All dies zusammenfassend haben wir:

Die zehn Punkte der Konfiguration $\Delta = (10_3, 10_3)$ *sind die Eckpunkte von fünf Vierecken, und die zehn Geraden derselben sind*

die Seiten von fünf Vierseiten; jedes Viereck ist einem der Vierseite umschrieben und die Eckpunkte und Seiten der beiden «komplementären» Figuren sind die Punkte und Geraden der Konfiguration Δ.

Die vier Dreiecke eines jeden der Vierecke sind perspektiv mit den vier Dreiecken seines komplementären Vierseits; bei diesen vier Perspektivitäten sind die frei bleibenden Eckpunkte und Seiten, die Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen. Die Konfiguration Δ *bestimmet zehn solche perspektive Dreieckpaare und damit zehn zentrische Kollineationen, bei welchen die Dreieckpaare homologe Gebilde sind.*

Die zusammengehörigen zehn Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen sind Pole und Polaren des durch die Konfiguration bestimmten Polarfeldes x; *in diesem sind die fünf Vierecke Polarvierecke und ihre komplementäre Vierseiten als ihre Polargebilde, Polarvierseiten.*

Von den Diagonaldreiecken dieser fünf Vierecken und fünf Vierseiten sind beliebige zwei perspektiv, sie können also zu fünfundvierzig perspektive Dreieckpaare vereinigt werden u. zw. sind:

a) *die Diagonaldreiecke der Viereckpaare und die Diagonaldreiecke der zu diesen komplementären Vierseitenpaare sind perspektiv in Bezug auf die zehn Punkte und zehn Geraden der Konfiguration* Δ *als Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen, in den von seinen zehn Dreieckpaaren bestimmten zehn zentrischen Kollineationen; solche perspektive Diagonaldreieckpaare gibt es daher zweimal zehn;*

b) *das Diagonaldreieck eines beliebigen der fünf Vierecke ist perspektiv mit einem beliebigen, zu ihm nicht komplementären Vierseit und das Diagonaldreieck des zu diesem komplementären Viereckes ist perspektiv mit den Diagonaldreieck des zum ersteren komplementären Vierseits; es gibt zweimal zehn solche perspektive Dreieckpaare, und sowohl ihre zehn Paar Perspektivitätsmittelpunkte, als auch ihre Perspektivitätsachsen sind homologe Elemente in den zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration* Δ; *endlich*

c) *ist das Diagonaldreieck eines jeden Viereckes perspektiv mit dem Diagonaldreieck des dem Viereck komplementären Vierseits; die Anzahl dieser perspektiven Dreieckpaare ist fünf.*

Die Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen der perspektiven Dreieckpaare unter a) und c) sind Pole und Polaren im Polarfelde x;

während die Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen von je zwei Dreieckpaaren unter b), die homologe Elemente sind in irgend einer der zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration Δ — sind zugleich abwechselnd Pole und Polaren des Polarfeldes $\varkappa$.

b) Die Konfiguration von zehn Kegelschnitten und fünfzehn Punktpaaren (Geradenpaaren).

4. Die fünf Diagonaldreiecke (Tabelle (2)) der fünf Vierseiten der Konfiguration Δ haben fünfzehn Seiten; auf diesen werden die Eckpunktpaare von solchen Punktpaaren der Konfiguration Δ harmonisch getrennt, die konjugierte Pole sind im Polarfelde $\varkappa$. Aus jedem Punkte der Konfiguration Δ strahlen sechs Gerade aus, auf welchen diese Eckpunkte, d. h. die Diagonalpunkte, zu Paaren sich befinden; von diesen Geraden projizieren drei die homologen Eckpunkte von zwei perspektiven Dreiecken in einer der zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration Δ; auf den drei übrigen Geraden liegt je eine Seite der Diagonaldreiecke, und die Eckpunkte auf diesen trennen den Ausstrahlungspunkt von seiner Polaren im Polarfeld $\varkappa$ harmonisch. Darum liegen diese drei Eckpunktpaare auf einen Kegelschnitt, für welchen die Polare des Ausstrahlungspunktes zugleich die Polare des Polarfeldes $\varkappa$ ist.

So sind die Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1'$, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$ homologe Gebilde der zentrischen Kollineation (D, d), während auf den Seiten $\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'$, $\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'$, $\mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'$ der drei anderen Diagonaldreiecke die Eckpunktpaare von den Punktpaaren DA, DB, DC der Konfiguration harmonisch getrennt sind, und es liegen daher die Eckpunktpaare auf einem Kegelschnitt $\mathbf{D}'^2$, in Bezug auf welchen die Polare des Punktes D die Gerade $d=ABC$ ist.

Die sechs Punkte bilden auf den Kegelschnitt $\mathbf{D}'^2$ folgende Involutionen:

$$\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4' . \mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4' . \mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'$$
$$\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4' . \mathfrak{B}_3'\mathfrak{C}_4' . \mathfrak{C}_3'\mathfrak{B}_4'$$
$$\mathfrak{A}_3'\mathfrak{C}_4' . \mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4' . \mathfrak{C}_3'\mathfrak{A}_4'$$
$$\mathfrak{A}_3'\mathfrak{B}_4' . \mathfrak{B}_3'\mathfrak{A}_4' . \mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'.$$

Der Involutionspol und Achse der ersten Involution ist D und d; die Involutionspole der drei anderen sind A, B, C und

von den Achsen derselben trennt ein jeder, zwei von den drei Polen vom dritten Pol, harmonisch.

In der Tabelle (6) sind die zehn Kegelschnitte und die auf diesen liegende Diagonalpunkte der Vierseite der Konfiguration Δ, endlich die Pole der vier Involutionen, die jene Diagonalpunkte bilden. Der erste Pol bezieht sich auf die dort angegebene Involution ; aus dieser erhält man die drei übrigen Involutionen, wenn man dort zuerst den 4. und 6. Punkt vertauscht, dann den 2., 4. und 6. Punkt ziklisch ändert, also an Stelle des 2., 4., 6., den 4., 6., 2., dann den 6., 2., 4. setzt.

Die Kegelschnitte, auf welche die Sechspunkte liegen	Die erste Involution der vierfach involutorischen Sechspunkte	Die Pole dieser vier Involutionen
$\mathfrak{D}'^2$	$\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4.\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4.\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4$	$D \quad A\,B\,C$
$\mathfrak{A}'^2_1$	$\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5.\mathfrak{C}'_5\mathfrak{C}'_3.\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$	$A_1 \quad C_2B_2A$
$\mathfrak{B}'^2_1$	$\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5.\mathfrak{A}'_5\mathfrak{A}'_3.\mathfrak{C}'_2\mathfrak{A}'_2$	$B_1 \quad A_2C_2B$
$\mathfrak{C}'^2_1$	$\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5.\mathfrak{B}'_5\mathfrak{B}'_3.\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2$	$C_1 \quad B_2A_2C$
$\mathfrak{A}'^2_2$	$\mathfrak{B}'_5\mathfrak{B}'_3.\mathfrak{C}'_4\mathfrak{C}'_5.\mathfrak{C}'_1\mathfrak{B}'_1$	$A_2 \quad C_1B_1A$
$\mathfrak{B}'^2_2$	$\mathfrak{C}'_5\mathfrak{C}'_3.\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5.\mathfrak{A}'_1\mathfrak{C}'_1$	$B_2 \quad A_1C_1B$
$\mathfrak{C}'^2_2$	$\mathfrak{A}'_5\mathfrak{A}'_3.\mathfrak{B}'_4\mathfrak{B}'_5.\mathfrak{B}'_1\mathfrak{A}'_1$	$C_2 \quad B_1A_1C$
$\mathfrak{A}'^2$	$\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2.\mathfrak{C}'_1\mathfrak{B}'_1.\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$	$A \quad A_1A_2D$
$\mathfrak{B}'^2$	$\mathfrak{C}'_2\mathfrak{A}'_2.\mathfrak{A}'_1\mathfrak{C}'_1.\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4$	$B \quad B_1B_2D$
$\mathfrak{C}'^2$	$\mathfrak{A}'_2\mathfrak{B}'_2.\mathfrak{B}'_1\mathfrak{A}'_1.\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4$	$C \quad C_1C_2D$

(6)

Die in den zehn hier vorhandenen Involutionen befindlichen fünfzehn verschiedene Punktpaare sind die Eckpunktpaare auf den Seiten der Diagonaldreiecke der fünf Vierseite der Konfiguration Δ. Nachdem auf jedem der zehn Kegelschnitte der Tabelle drei Punktpaare liegen und durch jedes Punktpaar zwei Kegelschnitte gehen, so bilden die 10 Kegelschnitte und 15 Punktpaare eine Konfiguration $K'^2=(10_3, 15_2)^2$. Das Potenzzeichen «2» soll anzeigen, dass

in dem Symbol die Zahl 10 nicht eine Gerade, sondern einen Kegelschnitt und die Zahl 15 nicht einen Punkt, sondern ein Punktpaar bedeutet. In unserer Untersuchung finden wir noch andere Konfigurationen von Kegelschnitten und Punktpaaren.

Die bisherigen Resultate fassen wir im folgenden dualen Satz zusammen:

Aus jedem Punkte P der Konfiguration Δ strahlen sechs solche Gerade aus, auf welchen die Diagonalpunkte der fünf Vierseite der Konfiguration paarweise liegen: von diesen projizieren drei Gerade die homologen Eckpunkte von zwei perspektiven Diagonaldreiecken, während auf den drei übrigen Geraden je eine Seite der drei anderen Diagonaldreiecken, also je zwei Eckpunkte sind, welche den Punkt P der Konfiguration von drei anderen auf einer Geraden p derselben liegenden Punkten harmonisch trennen. Die letzteren drei Punktpaare liegen auf einem Kegelschnitt $\boldsymbol{P}'^2$, in Bezug auf welchen die Polare des Punktes P, sowie im Polarfeld x die Gerade p ist.

Diese drei Punktpaare auf dem Kegelschnitt $\boldsymbol{P}'^2$ liegen vierfach involutorisch; der Pol und die Achse der einen Involution ist P und p; die Pole der drei anderen ziklischen Involutionen sind die drei auf der Geraden p liegende Punkte der Konfiguration Δ, und von den Achsen

Auf jeder Geraden p der Konfiguration Δ treffen sich die Diagonalen der fünf Vierecke der Konfiguration zu Paaren in sechs Punkten; in drei derselben treffen sich drei Paare homologer Seiten von zwei perspektien Diagonaldreiecken, während die drei anderen Treffpunkte drei Eckpunkte der übrigen drei Diagonaldreiecken sind, und die in diesen Eckpunkten zusammenstossenden Seiten trennen die Gerade p von einem Punkte P der Konfiguration harmonisch. Diese drei Seitenpaare der Diagonaldreiecken berühren daher einen Kegelschnitt $\boldsymbol{P}^2$ in Bezug auf welchen, sowie im Polarfeld x, der Pol der Geraden p der Punkt P ist.

Diese drei Tangentenpaare des Kegelschnitts P^2 sind im Büschel seiner Tangenten vierfach involutorisch; die Achse und der Pol der einen Involution ist die Gerade p und der Punkt P, die Achsen der drei anderen ziklischen Involutionen sind die aus dem Punkte P ausstrahlende Geraden

trennt jede die zwei fremden Pole von ihrem Pole harmonisch, so dass die drei Pole und die drei Treffpunkte ihren Achsen mit der Geraden p eine Involution I_p bilden, deren zugeordnete Punkte konjugierte Pole im Polarfelde $\varkappa$ sind.

der Konfiguration Δ; die Pole aber sind diejenigen drei Punkte der Geraden p, welche je zwei der Achsen von der dritten harmonisch trennen, und somit bilden die Achsen mit den Strahlen, welche diese drei Pole aus dem Punkt projizieren, eine Involution i_P, deren zugeordnete Strahlen konjugierte Polaren sind im Polarfelde $\varkappa$.

Die zwei Kegelschnitte $\boldsymbol{P}'^2$, $\boldsymbol{P}^2$ sind Polargebilde von einander im Polarfelde $\varkappa$, und somit sind auf der Geraden p liegende Eckpunkte X_pY_p ihres gemeinsamen Polardreiecks PX_pY_p zugeordnete Punkte der Involution I_p, und die im Punkte P zusammenstossenden Seiten zugeordnete Strahlen der Involution i_P und zugleich konjugierte Pole, bezw. Polaren des Polarfeldes $\varkappa$.

Die Konfiguration $(10_3, 15_2)^2$ der 10 Kegelschnitte und 15 Punktpaare der Tabelle (6) kann man nicht nur mittels der Konfiguration $\Delta = (10_3, 10_3)$, sondern auch aus zwei seiner Kegelschnitte konstruieren.

Die zwei Kegelschnitte können beliebig sein, nur muss eine der gemeinsamen Sehnen sie in reellen Punkten treffen und die von den Treffpunkten begrenzte gemeinsame Sehne muss bei dem einen Kegelschnitt innerhalb, bei dem anderen aber ausserhalb desselben liegen, endlich ist nothwendig, dass diese Treffpunkte ein Punktpaar der Konfiguration bilden sollen.

Bezeichnen wir die zwei angenommenen Kegelschnitte (Fig. 4) mit $\mathbf{D}'^2$, $\mathbf{A}'^2$, weil diese laut Tabelle (6) ein gemeinsames Punktpaar $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ haben, welches der Konfiguration angehört, und das beliebige Punktpaar DA möge das Punktpaar $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ harmonisch trennen. Liegt der Punkt D auf die Strecke $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ und innerhalb des Kegelschnittes $\mathbf{D}'^2$, so liegt der Punkt A ausserhalb der Strecke $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ und des Kegelschnitts $\mathbf{D}'^2$ aber laut Annahme innerhalb des Kegelschnitts $\mathbf{A}'^2$.

Die aus dem Pol der Sehne $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ in Bezug auf den Kegel-

schnitt $\mathbf{D}'^2$ ausstrahlenden zwei Sehnen desselben, welche den Punkt A von den Punktpaaren $\mathfrak{A}'_3 D$ und $\mathfrak{A}'_4 D$ harmonisch trennen, treffen ihn in den Punktpaaren $\mathfrak{B}'_4\mathfrak{C}'_4$, bezw. $\mathfrak{B}'_3\mathfrak{C}'_3$, und wenn die Bezeichnung so gewählt ist, dass sich die Geraden $\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4$, $\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4$ im

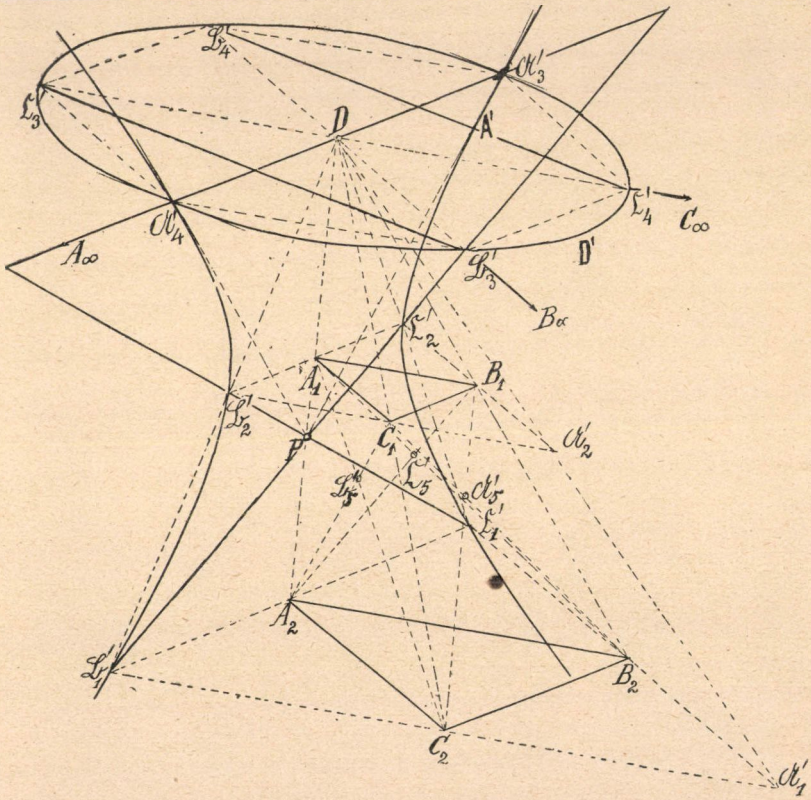


Fig. 4.

Punkte D treffen, so sind die Punkte $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4$ vierfach involutorisch.

Wenn wir ferner durch den Pol P der Geraden $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ in Bezug auf den Kegelschnitt $\mathbf{A}'^2$ die zwei Sehnen legen, welche den Punkt D von den Punktpaaren $\mathfrak{A}'_3 A$ und $\mathfrak{A}'_4 A$ harmonisch trennen, so treffen diese den Kegelschnitt $\mathbf{A}'^2$ in solchen Punktpaaren $\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_2$, $\mathfrak{C}'_1\mathfrak{B}'_3$, dass diese (wenn $A=(\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1, \mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2)$) mit den Punkten $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ vierfach

involutorisch liegen. Die Pole dieser zweimal vier Involutionen auf den Kegelschnitten $\mathbf{D'^2}$, $\mathbf{A'^2}$

$$\begin{array}{ll} \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4 . \mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4 . \mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4 & \mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2 . \mathfrak{C}'_1\mathfrak{B}'_1 . \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4 \\ \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4 . \mathfrak{B}'_3\mathfrak{C}'_4 . \mathfrak{C}'_3\mathfrak{B}'_4 & \mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2 . \mathfrak{C}'_1\mathfrak{A}'_4 . \mathfrak{A}'_3\mathfrak{B}'_1 \\ \mathfrak{A}'_3\mathfrak{C}'_4 . \mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4 . \mathfrak{C}'_3\mathfrak{A}'_4 & \mathfrak{B}'_2\mathfrak{A}'_4 . \mathfrak{C}'_1\mathfrak{B}'_1 . \mathfrak{A}'_3\mathfrak{C}'_2 \\ \mathfrak{A}'_3\mathfrak{B}'_4 . \mathfrak{B}'_3\mathfrak{A}'_4 . \mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4 & \mathfrak{B}'_2\mathfrak{B}'_1 . \mathfrak{C}'_1\mathfrak{C}'_2 . \mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4 \end{array}$$

sind D, A, B, C, bezw. A, A_1, A_2, B.

Dass die auf der angegebenen Weise konstruierten Sechspunkte vierfach involutorisch liegen, werden wir im 8. Punkte zeigen. Aber ihre Richtigkeit vorausgesetzt, haben wir von derjenigen DESARGUES'schen Konfiguration Δ, aus welcher jene zwei Kegelschnitte ableitbar sind, schon sechs Punkte D, A, B, C, A_1, A_2, und wir müssen noch die fehlenden vier Punkte B_1, C_1, B_2, C_2 suchen, um aus der vollständigen Konfiguration Δ die noch fehlenden acht Kegelschnitte und fünf Punktpaare der gewünschten Kegelschnittkonfiguration zu bestimmen.

Die Dreiecke A_1A_2D, $\mathfrak{B}'_1\mathfrak{B}'_2C$ sind in Bezug auf den Mittelpunkt A perspektiv, also treffen sich ihre homologen Seiten in den Punkten $(A_1A_2, \mathfrak{B}'_2\mathfrak{B}'_1)=D$, $(A_1B, \mathfrak{B}_2C)=C_1$, $(A_2B, \mathfrak{B}'_1C)=C_2$ einer Geraden. Ebenso treffen sich die homologen Seiten der perspektiven Dreiecke A_1A_2C, $\mathfrak{C}'_2\mathfrak{C}'_1B$ in den Punkten $(A_1C, \mathfrak{C}'_2B)=B_1$, $(A_2C, \mathfrak{C}''_1B)=B_2$, $(A_1A_2, \mathfrak{C}'_2\mathfrak{C}'_1)=D$ einer Geraden und die in dieser Weise konstruierten Punkte C_1, C_2, B_1, B_2 ergänzen die Konfiguration Δ zu zehn Punkten, aus welcher dann die gewünschte Konfiguration $\mathbf{K'^2}=(10_3, 15_2)^2$ der zehn Kegelschnitte und fünfzehn Punktpaare nach Obigen sich ergiebt.

Die Aufgabe aus zwei Kegelschnitten die übrigen acht der Konfiguration K'^2 zu konstruieren, hat ∞^1 Lösungen, da man das konjugierte Polenpaar DA der zwei gegebenen Kegelschnitte auf der gemeinsamen Sehne $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ ∞^1 vielemal annehmen kann.

Unter den Kegelschnitten hat bloss die Hyperbel solche endliche Sehnen, die auch ausserhalb derselben liegen, darum muss eine der zwei angenommenen Kegelschnitten $\mathbf{D'^2}$, $\mathbf{A'^2}$ eine Hyperbel sein.

Schauen wir zu, wie man die duale Konfiguration $\mathbf{K^2}=(10_3, 15_2)^2$

der $\mathbf{K}'^2$ konstruiert, (die ebenfalls aus 10 Kegelschnitten und 15 Tangentenpaaren derselben besteht welche Tangenten zu dreien jene Kegelschnitte berühren, und welche Kegelschnitte zu Paaren in die Tagentenpaare einbeschrieben sind), wenn ein Tangentenpaar a_3a_4 und zwei diesen einbeschriebene Kegelschnitte $\mathbf{D}^2$, $\mathbf{A}^2$ gegeben sind.

Zunächst müssen wir das Tangentenpaar a_3a_4 des Kegelschnitts $\mathbf{D}^2$ mit zwei solchen Tangentenpaaren, b_3b_4, c_3c_4, und dasselbe Tangentenpaar des Kegelschnitts $\mathbf{A}^2$ mit zwei solchen Tangentenpaaren b_2c_2, b_1c_1 ergänzen, dass diese und die gegebenen in den Tangentenbüscheln der zwei Kegelschnitte vierfach involutorisch sind.

Die Achsen dieser Involutionen sind schon sechs Gerade derjenigen Konfiguration Δ, aus welcher die zwei Kegelschnitte $\mathbf{D}^2$ und $\mathbf{A}^2$ ableitbar sind; von diesen sechs Achsen kann man die noch fehlenden vier Geraden der Konfiguration Δ, und aus dieser die übrigen acht Kegelschnitte der Konfiguration $\mathbf{K}^2$ dual entsprechend der früheren Konstruktion, bestimmen.

Die zwei Kegelschnitte $\mathbf{D}^2$, $\mathbf{A}^2$ müssen das gegebene gemeinsame Tangentenpaar in der Weise berühren, dass von den zwei Geraden, welche dieses Tangentenpaar harmonisch trennen, die eine d den Kegelschnitt $\mathbf{D}^2$, die andere a den Kegelschnitt $\mathbf{A}^2$ in imaginären Punkten treffe, also müssen die zwei Kegelschnitte in den Nebenwinkeln des Geradenpaares a_3a_4 liegen.

Nachdem wir die zwei Kegelschnitte $\mathbf{D}^2$, $\mathbf{A}^2$ und das Geradenpaar a_3a_4 so angenommen haben, suchen wir auf der Polaren des Punktes a_3a_4 nach dem Kegelschnitt $\mathbf{D}^2$ die zwei Punkte, welche die Gerade a vom Geradenpaar a_3d und a_4d harmonisch trennen; die aus diesen Punkten ausstrahlenden Tangenten b_4c_4, b_3c_3 des Kegelschnitts $\mathbf{D}^2$, wenn die Punkte b_3b_4, c_3c_4 auf der Geraden d liegen, bilden mit dem Tangentenpaar vierfach Involutionen.

Sucht man ferner die zwei Punkte auf der Polaren des Punktes a_3a_4 nach dem Kegelschnitt $\mathbf{A}^2$, welche die Gerade d von den Geradenpaaren a_3a, a_4a harmonisch trennen, so werden die aus diesen Punkten ausstrahlenden Tangentenpaare b_1c_2, c_1b_2 (wenn die Punkte b_1c_1, b_2c_2 auf der Geraden a liegen) und das Tangentenpaar a_3a_4 vierfach involutorisch sein.

Die Achsen dieser zweimal vier Involutionen

$a_3a_4 \cdot b_3b_4 \cdot c_3c_4$	$b_2c_2 \cdot b_1c_1 \cdot a_3a_4$
$a_3a_4 \cdot b_3c_4 \cdot c_3b_4$	$b_2c_2 \cdot b_1a_4 \cdot a_3c_1$
$a_3c_4 \cdot b_3b_4 \cdot c_3a_4$	$b_2a_4 \cdot b_1c_1 \cdot a_3c_2$
$a_3b_4 \cdot b_3a_4 \cdot c_3c_4$	$b_2c_1 \cdot b_1c_2 \cdot a_3a_4$

nämlich d, a, b, c und a, a_1, a_2, d sind schon sechs Gerade derjenigen Konfiguration Δ, aus welchem die noch fehlenden acht Kegelschnitte der Konfiguration $\mathbf{K}^2$ ableitbar sind. Von diesen sechs Geraden treffen sich a, b, c im Pole der Geraden d nach dem Kegelschnitt $\mathbf{D}^2$, und a_1, a_2, d im Pole der Geraden a nach dem Kegelschnitt $\mathbf{A}^2$.

Die noch fehlenden Geraden der Konfiguration Δ sind: $b_1=(a_1c, c_2b)$, $b_2=(a_2c, c_1b)$, $c_1=(a_1b, b_2c)$, $c_2=(a_2b, b_1c)$; und die fehlenden fünf Geraden, a_1, a_2, a_5, b_5, c_5 der Konfiguration $\mathbf{K}^2$, sind Diagonalen der fünf Vierecke der Konfiguration Δ, mit denen man die noch fehlenden acht Kegelschnitte finden kann.

Die Aufgabe aus zwei geeigneten Kegelschnitten der Konfiguration $\mathbf{K}^2$ die noch fehlenden acht Kegelschnitte zu finden, hat ebenfalls ∞^1 Lösungen, da die zwei gegebenen Kegelschnitte ∞^1 gemeinsame konjugierte Polaren d, a haben.

Die Gattung der zehn Kegelschnitte der Konfiguration $\mathbf{K}^2$ kann man aber nicht so wie bei $\mathbf{K}'^2$ bestimmen, da man in den Nebenwinkeln von zwei Geraden, dazu gerechnet auch die Scheitelwinkel, beliebige zwei Kegelschnitte einschreiben kann.

Die Konfiguration $\mathbf{K}'^2$, sowohl als auch seine duale $\mathbf{K}^2$ hat noch eine Beziehung zur Konfiguration Δ, die wir hier erwähnen wollen.

Die drei Pole der drei Sehnen, welche ein Kegelschnitt, z. B. $\mathbf{D}'^2$ der Konfiguration $\mathbf{K}^2$ mit drei anderen Kegelschnitten derselben gemein hat, also $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4$ $\mathfrak{B}'_3\mathfrak{B}'_4$, $\mathfrak{C}'_3\mathfrak{C}'_4$, liegen auf drei aus einem Punkte D ausstrahlenden Geraden a, b, c der Konfiguration Δ, und trennen die anderen auf diesen Geraden liegenden Punktpaare A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 von ihrem Treffpunkt D, harmonisch. Diese Pole sind Eckpunkte eines Dreieckes D^h, deren Seiten die homologe Seiten der perspektiven Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ vom Perspektivitätsmittelpunkt harmonisch trennen.

Nachdem die Konfiguration $\Delta, \mathbf{K}'^2$, und $\Delta, \mathbf{K}^2$ je zehn solche Dreiecke bestimmen, kann man sagen:

Die zehn Kegelschnitte der Konfiguration

$\boldsymbol{K}'^2=(10_3, 15_2)^2$ *haben paarweise fünfzehn gemeinsame Sehnen, deren Endpunkte die Punktpaare der Konfiguration sind; die Pole von je drei solchen Sehnen, die zu dem nämlichen Kegelschnitt gehören, in Bezug auf diesen Kegelschnitt sind die Eckpunkte eines Dreiecks, dessen Seiten die homologen Seiten von zwei perspektiven Dreiecken, der mit* $\boldsymbol{K}'^2$ *verbundenen Konfiguration* Δ, *vom Perspektivitätsmittelpunkt harmonisch trennen; die Anzahl dieser Dreiecke ist daher: zehn.*

$\boldsymbol{K}^2=(15_3, 10_2)^2$ *haben paarweise fünfzehn gemeinsame Tangentenpaare, welche zur Konfiguration gehören; die Berührungssehnen von je drei solchen Tangentenpaaren, welche dem nämlichen Kegelschnitt angehören, sind die Seiten eines Dreieckes, dessen Eckpunkte die homologen Eckpunkte von zwei perspektiven Dreiecken der mit* $\boldsymbol{K}^2$ *verbundenen Konfiguration* Δ, *von der Perspektivitätsachse harmonisch trennen; die Anzahl dieser Dreiecke ist daher: zehn.*

Die zehn Dreiecke des einen Satzes sind Polarfiguren der zehn Dreiecke des anderen im Polarfeld $\varkappa$.

Anmerkung. Die Dreiecke des Satzes links (rechts) können wir mit den nämlichen Buchstaben bezeichnen, als mit welchen der Perspektivitätsmittelpunkt (die Perspektivitätsachse) der zwei Dreiecke, dessen homologe Seiten (Eckpunkte) die Seiten (Eckpunkte) des Satzes harmonisch trennen, bezeichnet ist, nur wollen wir rechts oben den Buchstaben «*h*», als Erinnerung an das Wort «harmonisch» beifügen.

So trennen die Seiten und die Eckpunkte des Dreiecks D^h den Punkt D, und die Eckpunkte und Seiten des Dreieckes d_h die Gerade d von den Seiten und Eckpunkten der perspektiven Dreiecke $A_1B_1C_1=a_2b_2c_2$, $A_2B_2C_2=a_1b_1c_1$ der Konfiguration Δ harmonisch. Die Eckpunkte der auf den Geraden a, b, c liegenden Eckpunkte des Dreieckes D^h kann man mit doppelten Buchstaben $\overline{A_1A_2}$, $\overline{B_1B_2}$, $\overline{C_1C_2}$, und die Seiten des durch die Punkte A, B, C gehenden Dreieckes d mit den doppelten Buchstaben a_1a_2, b_1b_2, c_1c_2 bezeichnen.

So sind z. B. die Eckpunkte des Dreieckes $A_1^h : DA_2$, $\overline{B_1C}$, $\overline{C_1B}$, und die Seiten des Dreieckes a^h sind: $\overline{da_2}$, $\overline{b_1c}$, $\overline{c_1b}$; denn die Seiten der bezüglich des Perspektivitätsmittelpunktes $A_1=(ab_2c_2)$ und der Perspektivitätsachse $a_1=(AB_2C_2)$ perspektiven Dreiecke DB_1C_1, A_2CB werden von den Seiten des Dreieckes A_1^h und vom Punkt A_1, und die Eckpunkte jener perspektiven Dreiecke, von den Eckpunkten des Dreieckes a_1^h und der Geraden a_1, harmonisch getrennt.

5. Die Konfiguration J liefert uns ausser den schon betrachteten zwei Kegelschnittkonfigurationen $\mathbf{K}'^2$ und $\mathbf{K}^2$ noch zwei andere, die man ebenfalls mit $(10_3, 15_2)^2$ bezeichnen kann, denn beide bestehen aus zehn Kegelschnitten, nur bezieht sich bei diesen die Zahl 15 einmal auf Geradenpaare, das anderemal auf Punktpaare. Bei der ersten Konfiguration K'^2 berühren je drei Geradenpaare einen jeden der Kegelschnitte und jedes Geradenpaar wird von zwei der Kegelschnitte berührt, während bei der zweiten Konfiguration K^2 auf jeden der Kegelschnitte drei Punktpaare liegen, und durch jedes der Punktpaare zwei Kegelschnitte gehen. Von den zwei ersten Konfigurationen $\mathbf{K}'^2$ und $\mathbf{K}^2$ unterscheiden sich diese dadurch, dass weder die sechs Tangenten, noch die sechs Punkte dieser Kegelschnitte involutorisch sind.

Die in den Eckpunkten $\mathfrak{A}_5'$, $\mathfrak{B}_5'$, $\mathfrak{C}_5'$ zusammenstossenden Seitenpaare $\mathfrak{a}_3'\mathfrak{a}_4'$, $\mathfrak{b}_3'\mathfrak{b}_4'$, $\mathfrak{c}_3'\mathfrak{c}_4'$ der Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5'$, $\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5'$, $\mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5'$ der Vierseite der Konfiguration J sind die Gegenseiten eines Sechsseits $\mathfrak{a}_3'\mathfrak{b}_4'\mathfrak{c}_3'\mathfrak{a}_4'\mathfrak{b}_3'\mathfrak{c}_4'$, welches durch seine Eckpunkte ausgedrückt so lautet: $C_1A_2B_1C_2A_1B_2$ (da der Treffpunkt der Seiten $\mathfrak{a}_3'=\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5'$, $\mathfrak{b}_4'=\mathfrak{B}_5'\mathfrak{B}_3'$ der Punkt C_1, der Treffpunkt der Seiten $\mathfrak{b}_4'$, $\mathfrak{c}_3'=\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5'$ der Punkt A_2 usw. ist); und dessen Hauptdiagonalen C_1C_2, A_2A_1, B_1B_2 sich im Punkt D treffen, und welches Sechsseit daher einem Kegelschnitt D'^2 umschrieben ist.

In folgender Tabelle (6_1) sind die zehn Kegelschnitte und die ihnen umschriebenen Sechsseite durch seine Eckpunkte und Seiten angegeben:

Dem Kegelschnitt	ist umschrieben das Sechsseit mit den	
	Eckpunkten	Seiten
D'^2	$C_1A_2B_1C_2A_1B_2$	$\mathfrak{a}'_3\mathfrak{b}'_4\mathfrak{c}'_3\mathfrak{a}'_4\mathfrak{b}'_3\mathfrak{c}'_4$
$A_1'^2$	$D\,C\,C_1A_2B_1B$	$\mathfrak{b}'_5\mathfrak{c}'_5\mathfrak{c}'_2\mathfrak{b}'_4\mathfrak{c}'_3\mathfrak{b}'_2$
$B_1'^2$	$D\,A\,A_1B_2C_1C$	$\mathfrak{c}'_5\mathfrak{a}'_5\mathfrak{a}'_2\mathfrak{c}'_4\mathfrak{a}'_3\mathfrak{c}'_2$
$C_1'^2$	$D\,B\,B_1C_2A_1A$	$\mathfrak{a}'_5\mathfrak{b}'_5\mathfrak{b}'_2\mathfrak{a}'_4\mathfrak{b}'_3\mathfrak{a}'_2$
$A_2'^2$	$D\,C\,C_2A_1B_2B$	$\mathfrak{b}'_5\mathfrak{c}'_5\mathfrak{c}'_1\mathfrak{b}'_3\mathfrak{c}'_4\mathfrak{b}'_1$
$B_2'^2$	$D\,A\,A_2B_1C_2C$	$\mathfrak{c}'_5\mathfrak{a}'_5\mathfrak{a}'_1\mathfrak{c}'_3\mathfrak{a}'_4\mathfrak{c}'_1$
$C_2'^2$	$D\,B\,B_2C_1A_2A$	$\mathfrak{a}'_5\mathfrak{b}'_5\mathfrak{b}'_1\mathfrak{a}'_3\mathfrak{b}'_4\mathfrak{a}'_1$
A'^2	$B\,B_1C_2C\,C_1B_2$	$\mathfrak{b}'_1\mathfrak{b}'_2\mathfrak{a}'_4\mathfrak{c}'_1\mathfrak{c}'_2\mathfrak{a}'_3$
B'^2	$C\,C_1A_2A\,A_1C_2$	$\mathfrak{c}'_1\mathfrak{c}'_2\mathfrak{b}'_4\mathfrak{a}'_1\mathfrak{a}'_2\mathfrak{b}'_3$
C'^2	$A\,A_1B_2BB_1A_2$	$\mathfrak{a}'_1\mathfrak{a}'_2\mathfrak{c}'_4\mathfrak{b}'_1\mathfrak{b}'_2\mathfrak{c}'_3$

(6_1)

Die Gegenseitenpaare der Sechsseite sind die Geradenpaare der Konfiguration K'^2, in welche je zwei Kegelschnitte derselben einbeschrieben sind. So z. B. sind in den Gegenseitenpaaren $\mathfrak{a}'_3\mathfrak{a}'_4$, $\mathfrak{b}'_1\mathfrak{c}'_1$, $\mathfrak{a}'_2\mathfrak{b}'_2$,... die Kegelschnittpaare $D'^2A'^2$, $A_{21}'^2A'^2$, $C_2'^2C'^2$,... wie dies aus der Tabelle ersichtlich ist.

Die zweite Kegelschnittkonfiguration K^2, von welcher wir sprachen, erhält man aus den Diagonaldreiecken der Vierecken der Konfiguration $\mathcal{J}$. Die Seiten $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4$ der Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$ sind die Hauptdiagonalen des Sechsecks $\mathfrak{A}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{C}_4$, dessen Gegenseiten sich in den Punkten $A=(\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_3, \mathfrak{B}_3\mathfrak{C}_4)$, $B=(\mathfrak{C}_3\mathfrak{A}_4, \mathfrak{C}_4\mathfrak{A}_3)$, $C=(\mathfrak{A}_3\mathfrak{B}_4, \mathfrak{A}_4\mathfrak{B}_3)$ der Geraden d treffen; das Sechseck ist daher dem Kegelschnitt D^2 einbeschrieben.

Die Konfiguration gibt zehn solche Kegelschnitte, welche in folgender tabelle mit den Sechsecken zusammengestellt sind.

Im Kegelschnitt	ist das Sechseck einbeschrieben mit den	
	Seiten	Eckpunkten
D^2	$c_1a_2b_1c_2a_1b_2$	$\mathfrak{A}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{C}_4$
A_1^2	$d\ c\ c_1a_2b_1b$	$\mathfrak{B}_5\mathfrak{C}_5\mathfrak{C}_2\mathfrak{B}_4\mathfrak{C}_3\mathfrak{B}_2$
B_1^2	$d\ a\ a_1b_2c_1c$	$\mathfrak{C}_5\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_2\mathfrak{C}_4\mathfrak{A}_3\mathfrak{C}_2$
C_1^2	$d\ b\ b_1c_2a_1a$	$\mathfrak{A}_5\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_2\mathfrak{A}_4\mathfrak{B}_3\mathfrak{A}_2$
A_2^2	$d\ c\ c_2a_1b_2b$	$\mathfrak{B}_5\mathfrak{C}_5\mathfrak{C}_1\mathfrak{B}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{B}_1$
B_2^2	$d\ a\ a_2b_1c_2c$	$\mathfrak{C}_5\mathfrak{A}_5\mathfrak{A}_1\mathfrak{C}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{C}_1$
C_2^2	$d\ b\ b_2c_1a_2a$	$\mathfrak{A}_5\mathfrak{B}_5\mathfrak{B}_1\mathfrak{A}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{A}_1$
A^2	$b\ b_1c_2c\ c_1b_2$	$\mathfrak{B}_1\mathfrak{B}_2\mathfrak{A}_4\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2\mathfrak{A}_3$
B^2	$c\ c_1a_2a\ a_1c_2$	$\mathfrak{C}_1\mathfrak{C}_2\mathfrak{B}_4\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_3$
C^2	$a\ a_1b_2b\ b_1a_2$	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2\mathfrak{C}_4\mathfrak{B}_1\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_3$

(6_2)

Auf jedem der Kegelschnitte der Konfiguration K^2 sind drei Punktpaare und durch jedes der Punktpaare gehen zwei der Kegelschnitte. So gehen z. B. durch die Punktpaare $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$,... die Kegelschnittpaare D^2A^2, $C_1^2C^2$, $A_2^2A^2$,...

Vergleicht man noch die vier Kegelschnitte D'^2, D'^2, D^2, D'^2 der vier Kegelschnittkonfigurationen $(10_3, 15_2)^2$, d. h. K'^2, K'^2, K^2, K^2 und ihre Punktpaare und Tangentenpaare miteinander, so sehen wir, dass auf dem ersten Kegelschnitt die Eckpunkte $\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'$, $\mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'$ der Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5'$, $\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5'$, $\mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5'$ liegen, während die Gegenseiten dieser Eckpunkte den zweiten Kegelschnitt berühren; der dritte Kegelschnitt geht durch die Eckpunkte $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4$ der Diagonaldreiecke $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$ und die Gegenseiten dieser Eckpunkte berühren den vierten Kegelschnitt. Das nämliche kann gesagt werden von je vier Kegelschnitten der Konfigurationen, welche gleich lauten und mit gleichen Indices versehen sind.

Betrachtet man aber das dem Kegelschnitt D'^2 umschriebenen Sechsseit $C_1A_2B_1C_2A_1B$ und das dem Kegelschnitt D^2 einbeschriebene Sechseck $c_1a_2b_1c_2a_1b_2$, so findet man, dass die Pole der Gegen-

seiten des Sechsseits (z. B. die Pole von C_1A_2, C_2A_1), die Gegenecken des Sechsecks (also c_1a_2, c_2a_1) sind im Polarfelde $\varkappa$, woraus folgt, dass im Polarfeld $\varkappa$ nicht nur die beiden Kegelschnitte D'^2, D^2 Polarfiguren sind, sondern, dass die Polaren der drei Treffpunkte der Gegenseiten des dem Kegelschnitt D'^2 umschriebenen Sechsseits: die Hauptdiagonalen des dem Kegelschnitt D^2 einbeschriebenen Sechseckes sind.

Kurz:

Die Konfiguration $\lrcorner$ *lässt sich in zehn perspecktive Dreieckpaare zerlegen, die homologen*

Eckpunkte verbindende Geraden derselben treffen sich in den zehn Punkten der Konfiguration, während die Geraden, welche die nicht-homologen Punkte verbinden zu Paaren in Tripeln vereinigt zehn Kegelschnitte berühren, wobei eine Gerade die zwei nicht-homologe Eckpunkte verbindet und die Gerade, welche die zu diesen homologe Eckpunkte verbindet, zu einem Geradenpaar gehören. Die zehn Kegelschnitte und fünfzehn Geradenpaare bilden eine Konfiguration $(10_3, 15_2)$, *in jedem der Geradenpaare sind zwei ihrer Kegelschnitte einbeschrieben.*

Seiten derselben treffen sich in je drei Punkten der zehn Geraden der Konfiguration, während die Treffpunkte der nicht-homologen Seiten zu Paaren in Tripeln vereinigt, zehn Kegelschnitte berühren, wobei der Treffpunkt von zwei nicht-homologen Seiten und der Treffpunkt der zu diesen homologen Seiten zu einem Punktpaar gehören. Die zehn Kegelschnitte und fünfzehn Punktpaare bilden eine Konfiguration $(10_3, 15_2)^2$*; durch jedes dieser Punktpaare gehen zwei Kegelschnitte derselben.*

Die Pole und Polaren der fünfzehn Geradenpaare und ihre Treffpunkte des Satzes links im Polarfelde $\varkappa$ *der Konfiguration* $\lrcorner$, *sind die Punktpaare und ihre Verbindungsgeraden des Satzes rechts, daher sind auch die zehn Kegelschnitte des einen Satzes Polarfiguren der zehn Kegelschnitte des anderen Satzes im Polarfelde* $\varkappa$.

Beide Kegelschnittkonfigurationen kann man aus einem beliebigen Kegelschnitt und einem diesem umschriebenen oder einbeschriebenen Sechseck konstruieren.

Ist k^2 ein beliebiger Kegelschnitt und $C_1A_2B_1C_2A_1B_2$ ein diesem umschriebenes Sechseck, so treffen sich seine Hauptdiagonalen in einem Punkt D, und die nicht aufeinander folgenden zweimal drei Eckpunkte sind die Eckpunkte von zwei perspektiven Dreiecken, deren homologe Seiten sich in den drei Punkten A, B, C treffen, welche mit den obigen sieben Punkten die zehn Punkte der $\Delta = (10_3, 10_3)$ Konfiguration bilden. Diese bestimmt laut den linksseitigen Satz die Konfiguration der zehn Kegelschnitte und fünfzehn Geradenpaare, von welchen k^2 ein Kegelschnitt und die Gegenseiten des Sechseck drei Geradenpaare bilden.

c) Die Konfiguration von zehn Kegelschnitten und zehn Punktpaaren (Geradenpaaren).

6. Im Punkt **2** haben wir die harmonische Pole der Geraden d der Konfiguration Δ in Bezug auf die Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ mit D', D'' bezeichnet. Die Gerade d ergänzt die Seiten der zwei Dreiecke zu zwei Vierseiten $A_1B_1C_1d$, $A_2B_2C_2d$, deren Diagonaldreiecke $'_2\mathfrak{B}'_2\mathfrak{C}'_2$, $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{B}'_1\mathfrak{C}'_1$ mit jenen perspektiv sind; die Perspektivitätsachse ist die Gerade d und die Perspektivitätsmittelpunkte D', D'' sind die harmonische Pole der Geraden d in Bezug auf jene Dreiecke, welche mit dem Punkte D in einer Geraden liegen, da sie in der zentrischen Kollineation (D, d) homolog sind.

Auf diese Weise können wir die harmonischen Pole aller zehn Geraden der Konfiguration Δ in Bezug auf diejenigen zwei perspektiven Dreiecke aufsuchen, für welche die Gerade Perspektivitätsachse ist und dieselben mit den gleichen Buchstaben einmal und zweimal gestrichen, als der Perspektivitätsmittelpunkt ist. Bezüglich dieser harmonischen Pole sind die Dreiecke der Konfiguration Δ und die Diagonaldreiecken seiner Vierseite perspektiv; die Perspektivitätsachsen sind die Geraden der Konfiguration Δ.

Die perspektive Dreieckpaare sind nach den Vierseiten der Tabelle (1) in folgende Tabelle zusammengefasst, wobei die Buchstaben vor der Klammer die Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen anzeigen (Fig. **5**):

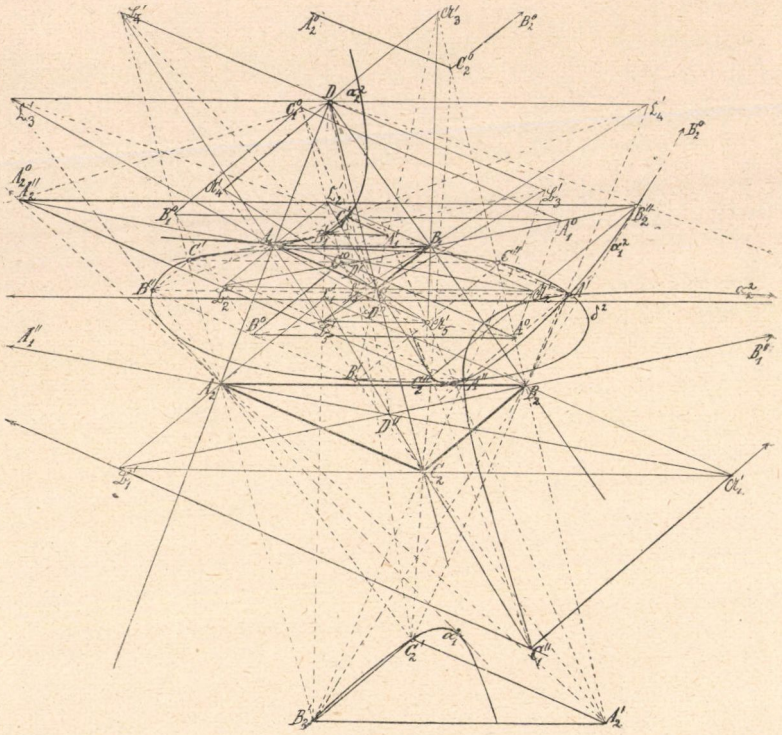


Fig. 5.

$$
\begin{array}{llll}
A_1'' \left\{ \begin{matrix} A_2BC \\ a_1 \end{matrix} \right. & B_1'' \left\{ \begin{matrix} AB_2C \\ b_1 \end{matrix} \right. & C_1''' \left\{ \begin{matrix} ABC_2 \\ c_1 \end{matrix} \right. & D'' \left\{ \begin{matrix} A_2B_2C_2 \\ d \end{matrix} \right. \\
\mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1' & \mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1' & \mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1' & \mathfrak{A}_1'\mathfrak{B}_1'\mathfrak{C}_1' \\
A_2'' \left\{ \begin{matrix} A_1BC \\ a_2 \end{matrix} \right. & B_2'' \left\{ \begin{matrix} AB_1C \\ b_2 \end{matrix} \right. & C_2''' \left\{ \begin{matrix} ABC_1 \\ c_2 \end{matrix} \right. & D' \left\{ \begin{matrix} A_1B_1C_1 \\ d \end{matrix} \right. \\
\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2' & \mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2' & \mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2' & \mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2' \\
A_1' \left\{ \begin{matrix} C_1B_1D \\ a_1 \end{matrix} \right. & A_2' \left\{ \begin{matrix} B_2C_2D \\ a_2 \end{matrix} \right. & B' \left\{ \begin{matrix} C_1C_2A \\ b \end{matrix} \right. & C'' \left\{ \begin{matrix} B_2B_1A \\ c \end{matrix} \right. \\
\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5' & \mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5' & \mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5' & \mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'\mathfrak{A}_5' \\
B_1' \left\{ \begin{matrix} A_1C_1D \\ b_1 \end{matrix} \right. & B_2' \left\{ \begin{matrix} C_2A_2D \\ b_2 \end{matrix} \right. & C' \left\{ \begin{matrix} A_1A_2B \\ c \end{matrix} \right. & A'' \left\{ \begin{matrix} C_2C_1B \\ a \end{matrix} \right. \\
\mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5' & \mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5' & \mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5' & \mathfrak{B}_3'\mathfrak{B}_4'\mathfrak{B}_5' \\
C_1' \left\{ \begin{matrix} B_1A_1D \\ c_1 \end{matrix} \right. & C_2' \left\{ \begin{matrix} A_2B_2D \\ c_2 \end{matrix} \right. & A' \left\{ \begin{matrix} B_1B_2C \\ a \end{matrix} \right. & B'' \left\{ \begin{matrix} A_2A_1C \\ b \end{matrix} \right. \\
\mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5' & \mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5' & \mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5' & \mathfrak{C}_3'\mathfrak{C}_4'\mathfrak{C}_5'
\end{array} \qquad (7)
$$

Die harmonischen Polpaare D', D''; A', A''; B', B''...C_2', C_2' ordnen wir den Geraden d, a, b,...c_2

der Konfiguration Δ zu; sie sind homologe Punkte in den zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration und liegen daher mit den Punkten D, A, B,...C_2 in je einer Geraden. Wenn wir im Folgenden ohne nähere Bezeichnung vom harmonischen Pol (oder Pole) der Geraden der Konfiguration Δ sprechen, meinen wir immer darunter den harmonischen Pol (oder Pole) der Geraden in Bezug auf einen (oder zwei) der Dreiecke in Bezug auf welchen (oder welche) die Gerade die Perspektivitätsachse ist.

In einer ebensolchen Tabelle wie (7) kann man zusammenstellen die harmonische Polaren der Punkte der Konfiguration Δ in Bezug auf die perspektiven Dreieckpaare, für welche die Punkte Perspektivitätsmittelpunkte sind, und diese mit gleichlautenden einmal und zweimal gestrichenen kleinen Buchstaben versehen, und die Dreiecke einzeln oder paarweise diesen Punkten zu ordnen. Bezüglich dieser harmonischen Polaren, als Perspektivitätsachsen sind diese Dreiecke als auch die Diagonaldreiecke der Vierecke der Konfiguration perspektiv; die Mittelpunkte dieser Perspektivitäten sind die Punkte der Konfiguration. Diese Perspektive Dreieckpaare sind nach den Vierecken der Tabelle (1) geordnet in folgende Tabelle (7*); wobei die Geraden und Punkte vor der Klammer die Perspektivitätsachsen und -mittelpunkte derselben angeben:

$$
\begin{array}{cccccccc}
a_1' & D\ C_1\ B_1 & b_1' & C_1\ D\ A_1 & c_1' & B_1 A_1\ D & d' & A_1 B_1 C_1 \\
A_1 & \mathfrak{A}_1\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{C}_1 & B_1 & \mathfrak{A}_1\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{C}_1 & C_1 & \mathfrak{A}_1\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{C}_1 & D & \mathfrak{A}_1\ \mathfrak{B}_1\ \mathfrak{C}_1 \\
a_2' & D\ C_2\ B_2 & b_2' & C_2\ D\ A_2 & c_2' & B_2 A_2\ D & d'' & A_2 B_2 C_2 \\
A_2 & \mathfrak{A}_2\ \mathfrak{B}_2\ \mathfrak{C}_2 & B_2 & \mathfrak{A}_2\ \mathfrak{B}_2\ \mathfrak{C}_2 & C_2 & \mathfrak{A}_2\ \mathfrak{B}_2\ \mathfrak{C}_2 & D & \mathfrak{A}_2\ \mathfrak{B}_2\ \mathfrak{C}_2 \\
a_1'' & B\ C\ A_2 & a_2'' & C\ B\ A_1 & b'' & A_1 A_2\ C & c' & A_2 A_1\ B \\
A_1 & \mathfrak{A}_3\ \mathfrak{A}_4\ \mathfrak{A}_5 & A_2 & \mathfrak{A}_3\ \mathfrak{A}_4\ \mathfrak{A}_5 & B & \mathfrak{A}_3\ \mathfrak{A}_4\ \mathfrak{A}_5 & C & \mathfrak{A}_3\ \mathfrak{A}_4\ \mathfrak{A}_5 \\
b_1'' & C\ A\ B_2 & b_2'' & A\ C\ B_1 & c'' & B_1 B_2\ A & a' & B_2 B_1 C \\
B_1 & \mathfrak{B}_3\ \mathfrak{B}_4\ \mathfrak{B}_5 & B_2 & \mathfrak{B}_3\ \mathfrak{B}_4\ \mathfrak{B}_5 & C & \mathfrak{B}_3\ \mathfrak{B}_4\ \mathfrak{B}_5 & A & \mathfrak{B}_3\ \mathfrak{B}_4\ \mathfrak{B}_5 \\
c_1'' & A\ B\ C_2 & c_2'' & B\ A\ C_1 & a'' & C_1 C_2\ B & b' & C_2 C_1 A \\
C_1 & \mathfrak{C}_3\ \mathfrak{C}_4\ \mathfrak{C}_5 & C_2 & \mathfrak{C}_3\ \mathfrak{C}_4\ \mathfrak{C}_5 & A & \mathfrak{C}_3\ \mathfrak{C}_4\ \mathfrak{C}_5 & B & \mathfrak{C}_3\ \mathfrak{C}_4\ \mathfrak{C}_5
\end{array}
\qquad (7^*)
$$

Die zu den Punkten (D, A_1...C_2) der Konfiguration Δ zugeordneten harmonischen Polarenpaare ($d'd''$, $a_1'a_1''$...$c_1''c_2''$) sind

homologe Geraden in den zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration, somit treffen sie sich auf den Geraden $(d, a_1, \ldots c_2)$ derselben. Und wenn wir in Folgendem nur über harmonische Polaren sprechen, so meinen wir darunter die harmonischen Polaren, oder die harmonische Polare eines Punktes der Konfiguration bezüglich beide oder eines der perspektiven Dreiecke, für welche der betreffende Punkt der Perspektivitätsmittelpunkt ist.

Die zwanzig harmonische Pole haben zu Polaren im Polarfelde $\varkappa$ die zwanzig harmonische Polaren; u. zw. die Polare eines mit einem Strich (zwei Strichen) versehenen Punktes ist die gleichlautende mit zwei Strichen (einem Strich) versehene Gerade. Zum Beispiel ist das Polargebilde des perspektiven Dreieckpaares A_1BC, $\mathfrak{A}_2'\mathfrak{B}_2'\mathfrak{C}_2'$ der Tabelle (7) im Polarfelde $\varkappa$ das perspektive Dreieckpaar $DC_2B_2 = a_1bc$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$ in Tabelle (7*); jene sind in Bezug auf den Mittelpunkt A_2'', diese in Bezug auf die Achse a_2' perspektiv; darum ist die Polare des Punktes A_2'' im Polarfeld $\varkappa$: die Gerade a_2'.

Die zwanzig harmonische Pole sind die Eckpunkte folgender fünf Vierecke, und die zwanzig harmonische Polaren sind die Seiten folgender fünf Vierseite und die Polarfiguren der Vierecke im Polarfeld $\varkappa$ sind die mit ihnen in einer Zeile befindlichen Vierseite:

$$\begin{array}{ll} A_1''B_1''C_1'''D'' & a_1'b_1'c_1'\,d' \\ A_2''B_2''C_2'''D' & a_2'b_2'c_2'\,d'' \\ A_1'A_2'B'C'' & a_1''a_2''b''c' \\ B_1'B_2'C'A'' & b_1''b_2''c''a' \\ C_1'C_2'A'B'' & c_1''c_2''a''b' \end{array} \qquad (8)$$

Sowohl die Vierecke, als auch die Vierseite sind homologe Figuren in den zehn zentrischen Kollineationen der Konfiguration J.

So z. B. sind in der zentrischen Kollineation (D, d) zu den Geraden $A_1\mathfrak{A}_2'$, $B\mathfrak{B}_2'$, $C\mathfrak{C}_2'$ und ihrem Treffpunkt A_2'', die Geraden $A_2\mathfrak{A}_1'$, $B\mathfrak{B}_1'$, $C\mathfrak{C}_1'$ und ihr Treffpunkt A_1'' homolog; und ebenso sind auch die Punktpaare $B_2''B_1'$; $C_2'''C_1'$; D', D'' homolog; also ist die homologe Figur des Viereckes $A_2''B_2'''C_2'''D'$, das Viereck $A_1'B_1'C_1'D''$.

Ebenso können wir auch so folgern für die Vierseite $a_2'b_2'c_2'd''$, $a_1'b_1'c_1'd'$, oder wir können sagen, dass diese Vierseite vertauscht

die Polarfiguren sind jener Vierecke im Polarfelde $\varkappa$, und daher, wie jene, homolog sind in der zentrischen Kollineation (D, d).

Ausser diesen Vierecken und Vierseiten sind die zwanzig harmonische Pole und Polaren noch die Eckpunkte von perspektiven Dreieckpaaren, bezw. die Seiten von zehn anderen perspektiven Dreieckpaaren, welche ebenfalls in Bezug auf die Punkte und Geraden der Konfiguration als Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen, perspektiv sind, ohne aber zu den zehn zentrischen Kollineationen zu gehören.

So sind die Dreiecke $A'_2B'_2C'_2$, $A'_1B'_1C'_1$ perspektiv, da sich die Verbindungsgeraden ihrer homologen Eckpunkte: $A'_2A'_1 = D\mathfrak{A}'_5$, $B'_2B'_1 = D\mathfrak{B}'_5$, $C'_2C'_1 = D\mathfrak{C}'_5$ im Punkte D treffen, und die homologe Seitenpaare durch die Punkte A, B, C der Geraden d gehen, wie dies aus den letzten sechs Zeilen der ersten Säule der folgenden Tabelle (9) zu sehen ist. Anderseits treffen die homologen Seitenpaare $a''_1a''_2$, $b''_1b''_2$, $c''_1c''_2$ der Dreiecke $a''_1b''_1c''_1$, $a''_2b''_2c''_2$ die Gerade d in den nämlichen Punkten, als die Geraden $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4$, während die homologen Eckpunkte auf den Geraden a, b, c liegen (Tabelle 9).

Dies in Betracht gezogen können wir folgende doppelte Tabelle aufschreiben: (Pag. 32.)

Die harmonische Pole $A'_1A''_1$ und A'_2, A''_2 sind gleichberechtigte Punkte; doch sind die Punkte A''_2, A''_1 in der zentrischen Kollineation (D, d) homolog, während die Punkte A', A'_1 nicht homolog sind, obzwar sie mit dem Punkte D in einer Geraden liegen. Wo ist hier der Grund dafür?

Die Punkte A'_1, A''_1 sind die harmonischen Pole der Geraden $a_1 = B_2C_2A$ in Bezug auf die perspektiven Dreiecke B_1C_1D, CBA_2 mit dem Perspektivitätsmittelpunkt A_1, während die Punkte A'_2, A''_2 die harmonischen Pole sind der Geraden $a_2 = B_1C_1A$ in Bezug auf die perspektiven Dreiecke B_2C_2D, CBA_1 mit dem Perspektivitätsmittelpunkt A_2.

In der zentrischen Kollineation (D, d) ist dem Punkt A''_2 als dem harmonischen Pole des zum ersten Felde gehörigen Geraden B_1C_1A in Bezug auf das zum nämlichen Felde gehörige Dreieck CBA_1, derjenige Punkt homolog im zweiten Felde, der harmonische Pol ist des zum zweiten Feld gehörigen Geraden B_2C_2A

In der zentrischen Kollineation sind	homologe		In Bezug auf die Perspektivitäts-Mittelpunkte u. -Achsen sind	perspektive	
	Vierecke	Vierseite		Dreiecke	Dreiseite
$(D,\ d)$	$A_2''B_2''C''D'$ $A_1''B_1''C_1''D''$	$a_1'b_1'c_1'd_1'$ $a_2'b_2'c_2'd''$	$D\ \ d$	$A_2'B_2'C_2'$ $A_1'B_1'C_1'$	$a_1''b_1''c_1''$ $a_2''b_2''c_2''$
(A_1, a_1)	$C''B'A_2'A_1'$ $B_1''C_1''D''A_1''$	$b_1'c_1'd'a_1'$ $c'b''a_2''a_1''$	$A_1\ \ a_1$	$CB''A_2''$ $B_1'C_1'D'$	$b_1''c_1''d''$ $c''b'a_2'$
(B_1, b_1)	$A''C'B_2'B_1'$ $C_1''A_1''D''B_1''$	$c_1'a_1'd'b_1'$ $a'c''b_2''b_1''$	$B_1\ \ b_1$	$A'C''B_2''$ $C_1'A_1'D'$	$c_1''a_1''d''$ $a''c'b_2''$
$(C_1,\ c_1)$	$B''A'C_2'C_1'$ $A_1''B_1''D''C_1''$	$a_1'b_1'd'c_1'$ $b'a''c_2''c_1''$	$C_1\ \ c_1$	$B'A''C_2''$ $A_1'B_1'D'$	$a_1''b_1''d''$ $b''a'c_2''$
(A_2, a_2)	$C''B'A_1'A_2'$ $B_2''C_2''D'A_2''$	$b_2'c_2'd''a_2'$ $c'b''a_1''a_2''$	$A_2\ \ a_2$	$C'B''A_1''$ $B_2'C_2'D''$	$b_2''c_2''d'$ $c''b'a_1'$ (9)
(B_2, b_2)	$A''C'B_1'B_2'$ $C_2''A_2''D'B_2''$	$c_2'a_2'd''b_2'$ $a'c''b_1''b_2''$	$B_2\ \ b_2$	$A'C''B_1''$ $C_2'A_2'D''$	$c_2''a_2''d'$ $a''c'b_1'$
$(C_2,\ c_2)$	$B''A'C_1'C_2'$ $A_2''B_2''D'C_2''$	$a_2'b_2'd''c_2'$ $b'a''c_1''c_2''$	$C_2\ \ c_2$	$B'A''C_1''$ $A_2'B_2'D''$	$a_2''b_2''d'$ $b''a'c_1'$
$(A,\ a)$	$C_1'C_2'B''A'$ $B_1'B_2'C'A''$	$b_1''b_2''c''a'$ $c_1''c_2''b'a''$	$A\ \ a$	$C_1''C_2''B'$ $B_1''B_2''C''$	$b_1'b_2'c'$ $c_1'c_2'b''$
$(B,\ b)$	$A_1'A_2'C''B'$ $C_1'C_2'A'B''$	$c_1''c_2''a''b'$ $a_1''a_2''c'b''$	$B\ \ b$	$A_1''A_2''C'$ $C_1''C_2''A''$	$c_1'c_2'a'$ $a_1'a_2'c''$
$(C,\ c)$	$B_1''B_2''A''C'$ $A_1'A_2'B'C''$	$a_1''a_2''b''c'$ $b_1''b_2''a'c''$	$C\ \ c$	$B_1''B_2''A'$ $A_1''A_2''B''$	$a_1'a_2'b'$ $b_1'b_2'a''$

in Bezug auf das ebenfalls zum zweiten Feld gehörige Dreieck CBA_2, — also der Punkt A_1''.

Im zweiten Fall gehört die Gerade B_2C_2A und das Dreieck B_1C_1D, wie auch die Gerade B_1C_1A und das Dreieck B_2C_2D in der zentrischen Kollineation $(D,\ d)$, nicht zum nämlichen Felde, also sind auch die harmonischen Pole der betreffenden Geraden in Bezug auf die Dreiecke der verschiedenen Felder, d. h. die Punkte A_1', A_2' nicht homolog in der zentrischen Kollineation $(D,\ d)$.

Dass diese zwei Punkte aber trotzdem mit dem Punkt D in einer Geraden liegen, folgt daraus, dass die Gerade DA'_1 von den Seiten DB_1, DC_1 des Dreieckes DB_1C_1, und die Gerade DA'_2 von den Seiten DB_2, DC_2 des Dreieckes DB_2C_2 durch den Treffpunkt A den dritten Seiten B_1C_1, B_2C_2 der zwei Dreiecke harmonisch getrennt wird, und somit die Geraden DA'_1, DA'_2 koinzidieren. Damit ist der Zweifel, der beim Betrachten der Tabelle entstehen konnte, grundlos.

Wie aus dieser Tabelle ersichtlich ist, liegen die harmonische Pole paarweise auf je sieben aus den Punkten der Konfiguration Δ ausstrahlenden Geraden; die Anzahl dieser Geraden ist daher $10 \cdot 7 = 70$.

So liegen auf den aus dem Punkt D ausstrahlenden Geraden die sieben harmonischen Polenpaare: $D'D''$, $A'_1A'_2$, $B'_1B'_2$, $C'_1C'_2$, $A''_1A''_2$, $B''_1B''_2$, $C''_1C''_2$, während die noch übrigen drei Polenpaare $A'A''$, $B'B''$, $C'C''$ einem besonderen Polarsechseck $A'B''C'A''B'C''$ angehören, deren Gegenseiten und Haupt- diagonalen: $B'C''$, $C'B''$, $A'A''$; $C'A''$, $A'C''$, $B'B''$; $A'B''$, $B'A''$, $C'C''$ sich in den Punkten A, B, C der Geraden d treffen.

Diese drei zu den aus dem Punkt D ausstrahlenden Geraden a, b, c zugeordneten Polenpaare liegen daher auf einem Kegelschnitt δ^2 und bilden daselbst eine dreifache Involution, deren Involutionspole die Punkte A, B, C der Geraden d sind.

Diesem dual entsprechend können wir sagen, dass sich die zwanzig harmonische Polaren paarweise in je sieben Punkten der Geraden der Konfiguration Δ treffen und die Anzahl dieser Treffpunkte daher 70 ist. So treffen sich auf der Geraden d die harmonischen Polarenpaare $d'd''$, $a'_1a'_2$, $b'_1b'_2$, $c'_1c'_2$, $a''_1a''_2$, $b''_1b''_2$, $c''_1c''_2$, während die noch übrigen drei $a'a''$, $b'b''$, $c'c''$ die Gegenseiten eines besonderen Brianchonsechsseits $a'b''c'a''b'c''$ sind, auf deren Hauptdiagonalen je ein Gegenseitenpaar sich treffen, d. h. die Geradenpaare $a'a''$, $b'c''$, $c'b''$; $b'b''$, $c'a''$, $a'c''$; $c'c''$, $a'b''$, $b'a''$ treffen sich auf den aus dem Punkt D ausstrahlenden Geraden a, b, c der Konfiguration Δ. Diese sechs harmonische Polaren bilden daher im Strahlenbüschel eines Kegelschnitt δ'^2 dreifach Involutionen, deren Involutionsachsen die Geraden a, b, c sind.

Auf den Kegelschnitten der ersten Rubrik der folgenden

Tabelle (10) liegen sechs harmonische Pole der Konfiguration Δ, dreifach involutorisch. Die zweite Rubrik zeigt eine dieser Involutionen, aus welcher man die zweite und dritte Involution erhält, wenn man die auf der unpaarer Stelle befindlichen Punkte behält, die auf der paare Stelle befindlichen vorwärts schreitend ziklisch verändert, also anstatt den 2., 4., 6. Punkt erst den 4., 6., 2., dann den 6., 2., 4. setzt.

Die dritte Rubrik giebt die Pole dieser Involutionen an, welche auf der in der vierten Rubrik sich befindlichen Geraden liegen.

Auf dem Kegelschnitt	ist eine Involution der dreifach invol. Punkte	die Pole dieser Involutionen	die den Kegelschnitten zugeordnete Geraden
δ^2	$A'A''.B'C''.C'B''$	$A, B, C,$	d
α_1^2	$A'A''.B_2'C_2'.C_2''B_2''$	A, B_2, C_2	a_1
β_1^2	$B'B''.C_2'A_2'.A_2''C_2''$	B, C_2, A_2	b_1
γ_1^2	$C'C''.A_2'B_2'.B_2''A_2''$	C, A_2, B_2	c_1
α_2^2	$A'A''.B_1'C_1'.C_1''B_1''$	A, B_1, C_1	a_2
β_3^2	$B'B''.C_1'A_1'.A_1''C_1''$	B, C_1, A_1	b_2
γ_2^2	$C'C''.A_1'B_1'.B_1''A_1''$	C, A_1, B_1	c_2
α	$D'D''.A_2'A_1'.A_1''A_2''$	D, A_2, A_1	a
β	$D'D''.B_2'B_1'.B_1''B_2''$	D, B_2, B_1	b
γ	$D'D''.C_2'C_1'.C_1''C_2''$	D, C_2, C_1	c

(10)

Werden in dieser Tabelle die griechischen Buchstaben mit einem Strich versehen, die grossen und kleinen Buchstaben durch kleine und grosse Buchstaben ersätzt, so erhält man eine neue Tabelle (10*), welche anzeigt, in welcher Zuordnung die harmonischen Polaren der Punkte der Konfiguration Δ in Bezug auf ihre perspektiven Dreiecke, als Kegelschnittstangenten der in der ersten Rubrik befindlichen Kegelschnitte, ziklisch involutorisch liegen, welche Achsen diese Involution haben und in welchen Punkten sich diese Achsen treffen.

Die Resultate dieser Untersuchungen aber lauten:

In den von der Konfiguration Δ bestimmten zehn zentrischen Kollineationen bilden die

harmonischen Pole der Kollineationsachsen in Bezug auf die perspektiven Dreieckpaare zehn homologe Punktpaare dieser Kollineationen, d. h. zwanzig Punkte; diese bilden die Eckpunkte von solchen fünf Vierecken, die paarweise homologe Gebilde dieser zehn Kollineationen sind; dann sind sie auch die Eckpunkte von solchen zehn Dreieckpaaren, welche in Bezug auf die nämlichen Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen perspektiv liegen, ohne diesen zehn zentrischen Kollineationen anzugehören.

Darum strahlen aus jedem der zehn Punkte der Konfiguration sieben Gerade aus, auf welcher die harmonischen Pole paarweise liegen, während durch die anderen sechs harmonischen Pole je ein Kegelschnitt geht. Die Anzahl dieser Geraden, auf welchen die harmonischen Pole mit den Punkten der Konfiguration paarweise liegen, ist siebzig, und die Anzahl der Kegelschnitte, auf welchen sie zu sechsen liegen, ist zehn.

Auf jedem dieser Kegelschnitte bilden die harmonische Pole dreifach Involutionen; die zu diesen harmonischen Polaren der Kollineationsmittelpunkte in Bezug auf die perspektiven Dreieckpaare, zehn homologe Geradenpaare dieser Kollineationen, d. h. zwanzig Geraden; diese bilden die Seiten von solchen fünf Vierseiten, die paarweise homologe Gebilde dieser zehn Kollineationen sind; dann sind sie auch die Seiten von solchen zehn Dreieckpaaren, welche in Bezug auf die nämlichen Perspektivitätsmittelpunkte und -achsen perspektiv liegen, ohne diesen zehn zentrischen Kollineationen anzugehören.

Darum treffen sich paarweise auf jedem der zehn Geraden der Konfiguration in sieben Punkten die harmonische Polaren, während die übrigen sechs harmonische Polaren je einen Kegelschnitt berühren. Die Anzahl dieser der auf den Geraden der Konfiguration liegenden Treffpunkte ist daher siebzig, und die Anzahl der Kegelschnitte, die sie zu sechsen berühren, ist zehn.

In den Tangentenbüscheln dieser Kegelschnitte bilden die harmonischen Polaren dreifach In-

gehörigen Involutionspole sind je drei auf einer Geraden liegenden Punkte der Konfiguration Δ.

Diese zehn Kegelschnitte und die zehn Punktpaare (die harmonischen Polenpaare) bilden eine Konfiguration $\Delta^2 = (10_3\ 10_3)^2$, indem auf jedem der Kegelschnitte drei der Punktpaare liegen und durch jedes Punktpaar drei Kegelschnitte gehen.

volutionen; die zu diesen gehörigen Involutionsachsen sind je drei aus einem Punkte der Konfiguration ausstrahlende Geraden derselben.

Diese zehn Kegelschnitte und zehn Geradenpaare (harmonischen Polaren) bilden eine Konfiguration $\Delta'^2 = (10_3,\ 10_3)^2$, indem jeden Kegelschnitt drei Geradenpaare berühren und in jedes der Geradenpaare drei Kegelschnitte einbeschrieben sind.

In dem durch die Konfiguration Δ bestimmten Polarfeld $\varkappa$ sind die Polaren der zwanzig harmonischen Pole des linksseitigen Satzes, die zwanzig harmonischen Polaren des rechtsseitigen Satzes, und also sind auch die zehn Kegelschnitte des einen Satzes Polarfiguren der zehn Kegelschnitten des anderen Satzes.

Anmerkung. Die zehn Kegelschnitte des linksseitigen (rechtsseitigen) Satzes kann man den zehn Geraden (Punkten) der Konfiguration Δ zuordnen, auf welchen die Involutionspole der auf den Kegelschnitten befindlichen harmonischen Pole liegen (in welchen die Involutionsachsen der die Kegelschnitte berührende harmonischen Polaren sich treffen).

Im Punkte A der gemeinsamen Sehne $A'A''$ der Kegelschnitte $\delta^2 = A'A''B'B''C'C''$, $a_1^2 = A'A''B_2'B_2''C_2'C_2''$ treffen sich die Sehnen $B'B''$, $C_2''B_2'$ und $C'B''$, $B_2'C_2'$ derselben, und ausserdem sind die Punktpaare $B'C_2''$, $C''B_2''$ und $C'B_2'$, $B''C_2'$ auf Geraden, die aus dem Punkt A_2 ausstrahlen (siehe Tabelle (9)); darum ist A_2 ein Kontingenzpunkt der Kegelschnitte δ^2, a_1^2.

Ebenso ist auch A_1 und D ein Kontingenzpunkt der Kegelschnittpaare $\delta^2 a_2^2$, bezw. $a_1^2 a_2^2$, da sich die Sehnenpaare $B'C''$, $C_1''B_1''$; $C'B''$, B_1C_1 im Punkte A, die Sehnenpaare $B'C''$, $C_1''B_1''$; $C'B''$, $B_1'C_1'$ im Punkte A_1, endlich die Sehnenpaare $C_1''C_2''$, $B_1''B_2''$; $B_1'B_2'$, $C_1'C_2'$ im Punkte D treffen.

Darum können wir die letzteren Sätze mit folgende ergänzen: *Die zehn Kegelschnitte der Konfiguration*

Δ^2 gehen zu dreien durch gewisse Paare der harmonischen Pole der Konfiguration Δ; drei auf einer Kontingenzachse befindlichen drei Kontingenzpunkte dieses Kegelschnittripels sind drei Punkte der Konfiguration; und diese Kontingenzachse ist die Polare desjenigen Punktes der Konfiguration Δ im Polarfelde $\varkappa$, welcher auf der gemeinsamen Sehne des Kegelschnittripels liegt.

Δ'^2 berühren zu dreien gewisse Paare der harmonischen Polaren der Konfiguration Δ; drei gemeinsamen Sehnen der Kegelschnittpaare des Kegelschnittripels sind drei aus einem Punkte der Konfiguration ausstrahlende Geraden derselben; dieser Punkt aber ist der Pol derjenigen Geraden der Konfiguration Δ im Polarfelde $\varkappa$, auf welchem der gemeinsame Kontingenzpunkt des Kegelschnittripels liegt.

Die sechs Punkte $A'A''B'B''C'C''$ des Kegelschnittes δ^2 werden aus den Punkten A, B, C ineinander, aus dem Punkt A_1 in die sechs Punkte $A'A''C_1''C_1'B_1'B_1''$ des Kegelschnittes a_2^2, und aus dem Punkt A_2 in die sechs Punkte $A'A''C_2''C_2'B_2'B_2''$ des Kegelschnittes a_1^2 projiziert. Ebenso kann man auch die sechs harmonische Pole des Kegelschnittes δ^2 aus den Punkten B_1, B_2, C_1, C_2 bezw. in die sechs harmonischen Pole der Kegelschnitte β_2^2, β_1^2, γ_2^2, γ_1^2 projizieren.

Daher:

Die sechs Punkte (harmonischen Pole) auf irgend einem Kegelschnitt der Konfiguration Δ^2 werden aus drei Punkten der Konfiguration Δ ineinander, aus sechs anderen Punkten derselben aber in die sechs Punkte von sechs anderen Kegelschnitten der Konfiguration Δ^2 projiziert.

Die sechs zur Konfiguration Δ'^2 gehörigen Tangenten eines Kegelschnittes dieser Konfiguration treffen sich paarweise auf drei Geraden der Konfiguration Δ, und treffen sechs andere zur Konfiguration Δ'^2 gehörigen Tangenten von sechs Kegelschnitten dieser Konfiguration auf sechs anderen Geraden der Konfiguration Δ.

7. Die fünfzehn Diagonalpunkte der fünf Vierseiten der Konfiguration Δ kann man als die Eckpunkte von zehn Dreiecken (Tabelle (11)) betrachten. Die Eckpunkte eines jeden dieser Dreiecken trennen harmonisch: 1) die homologen Seitenpaare der zehn perspektiven Dreieckpaaren der Konfiguration von ihren Perspektivitätsmittelpunkten; 2) die Strahlenpaare, welche die homologen Eckpunktpaare der perspektiven Dreiecke projizieren, von den Treffpunkten der homologen Seitenpaare.

So z. B. trennen die Eckpunkte $\mathfrak{A}'_5$, $\mathfrak{B}'_5$, $\mathfrak{C}'_5$ des Dreieckes $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ die Seitenpaare a_2a_1, b_2b_1, c_2c_1, der in Bezug auf den Punkt D perspektiven Dreiecke $A_1B_1C_1 = a_2b_2c_2$, $A_2B_2C_2 = a_1b_1c_1$ vom Punkte D, dann die Strahlenpaare bc, ca, ab, welche die homologen Eckpunktpaare projizieren, von den Treffpunkten $A=a_2a_1$, $B=b_2b_1$, $C=c_2c_1$ der homologen Seiten harmonisch.

Diese zehn Dreiecke wollen wir den zehn perspektiven Dreieckpaaren der Konfiguration Δ, sowie ihren Perspektivitätsachsen, also den zehn Geraden der Konfiguration zuordnen, und wir finden, dass die Seiten dieser Dreiecke durch die Treffpunkte der homologen Seiten der ihnen zugeordneten perspektiven Dreiecke, also durch die auf den Perspektivitätsachsen liegenden Punkte der Konfiguration gehen.

Es sind nämlich die Dreiecke $A_1A_2\mathfrak{B}'_5$, $B_1B_2\mathfrak{A}'_5$, da sich ihre homologen Seiten in den Punkten D, C_1, C_2 der Geraden c treffen, perspektiv; also geht die Seite $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5$ des Dreieckes $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ durch den Treffpunkt C der Seiten A_1B_1, A_2B_2 jener perspektiven Dreiecke, und ebenso gehen auch die zwei anderen Seiten $\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$, $\mathfrak{C}'_5\mathfrak{A}'_5$ durch die Punkte A, B.

Wir bekommen dann diese dualen Sätze:

Die fünfzehn Diagonalpunkte der fünf Vierseite der Konfiguration Δ sind die Eckpunkte von zehn solchen Dreiecken, deren Seiten durch je drei auf den Geraden der Konfiguration befindlichen Punkten derselben gehen.

Die fünfzehn Diagonalen der fünf Vierecke der Konfiguration Δ sind die Seiten von zehn solchen Dreiecken, deren Eckpunkte auf je drei aus den Punkten der Konfiguration ausstrahlenden Geraden derselben liegen.

Folgende doppelte Tabelle gibt die Dreiecke an, welche den Punkten und Geraden der Konfiguration Δ zugeordnet sind.

Den Geraden	sind zugeordnet die Dreiecke
d	$\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$
a_1	$\mathfrak{B}'_3\mathfrak{C}'_4\mathfrak{A}'_5$
b_1	$\mathfrak{C}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{B}'_5$
c_1	$\mathfrak{A}'_3\mathfrak{B}'_4\mathfrak{C}'_5$
a_2	$\mathfrak{B}'_4\mathfrak{C}'_3\mathfrak{A}'_5$
b_2	$\mathfrak{C}'_4\mathfrak{A}'_3\mathfrak{B}'_5$
c_2	$\mathfrak{A}'_4\mathfrak{B}'_3\mathfrak{C}'_5$
a	$\mathfrak{A}'_1\mathfrak{A}'_2\mathfrak{A}'_5$
b	$\mathfrak{B}'_1\mathfrak{B}'_2\mathfrak{B}'_5$
c	$\mathfrak{C}'_1\mathfrak{C}'_2\mathfrak{C}'_5$

Den Punkten	sind zugeordnet die Dreiecke mit den Seiten
D	$\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4$
A_1	$\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5$, $\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$
B_1	$\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$, $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{C}_2\mathfrak{A}_2$
C_1	$\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2$
A_2	$\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{C}_4\mathfrak{C}_5$, $\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$
B_2	$\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_5$, $\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{C}_1\mathfrak{A}_1$
C_2	$\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_5$, $\mathfrak{B}_4\mathfrak{B}_5$, $\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1$
A	$\mathfrak{B}_1\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{B}_2\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4$
B	$\mathfrak{C}_1\mathfrak{A}_1$, $\mathfrak{C}_2\mathfrak{A}_2$, $\mathfrak{B}_3\mathfrak{B}_4$
C	$\mathfrak{A}_1\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{A}_2\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{C}_3\mathfrak{C}_4$

(11)

Wir wollen jetzt zeigen, dass die homologen Eckpunkte der in Bezug auf den Punkt D perspektiven Dreiecke $A'_1B'_1C'_1$, $A'_2B'_2C'_2$ (siehe die (9) Tabelle), diesen Perspektivitätsmittelpunkt D, von den Eckpunkten des Dreieckes $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ harmonisch trennen.

Die dritte Zeile der (7) Tabelle zeigt nämlich, dass die Eckpunktpaare $A'_1A'_2$, $B'C''$ des Viereckes $A'_1A'_2B'C''$ in Tabelle (7) den Eckpunkt $\mathfrak{A}'_5$ seines Diagonaldreiecks $\mathfrak{A}'_3\mathfrak{A}'_4\mathfrak{A}'_5$ von den Punkten D bezw. A harmonisch trennen, d. h. dass die Punktwürfe $D\mathfrak{A}'_5A'_1A'_2$, $A\mathfrak{A}'_5B'C''$ harmonisch sind, und es folgt ebenso aus der vierten und fünften Zeile der Tabelle (7), dass auch die Punktwürfe $D\mathfrak{B}'_5B'_1B'_2$ $B\mathfrak{B}'_5C'A''$, $D\mathfrak{C}'_5C'_1C'_2$ $C\mathfrak{C}'_5A'B''$ harmonisch sind w. z. w. Daraus ergibt sich, dass die homologen Eckpunkte (Seiten) aller in der Tabelle (9) befindlichen perspektiven Dreieckpaare die Perspektivitätsmittelpunkte (-achsen) von den Eckpunkten (Seiten) der mit diesen in den nämlichen Zeilen befindlichen Dreiecke der Tabelle (11) harmonisch trennen.

Kurz:

Aus jedem Punkt der Konfiguration $\mathcal{J}$ strahlen sieben Gerade aus, auf welchen die harmonischen Pole paarweise liegen; auf drei dieser Geraden trennen diese harmonischen Pole den Ausstrahlungspunkt von den Eckpunkten desjenigen Dreieckes harmonisch, welches zur Polaren des Ausstrahlungspunktes im Polarfelde $\varkappa$ zugeordnet ist.

Auf jeder Geraden der Konfiguration $\mathcal{J}$ liegen sieben Treffpunkte der harmonischen Polaren; die aus drei dieser Treffpunkte ausstrahlenden harmonischen Polaren trennen jene Gerade von den Seiten desjenigen Dreiecks harmonisch, welches zum Pole der Geraden im Polarfelde $\varkappa$ zugeordnet ist.

Die Dreiecke links der Tabelle (11) sind in den am Schluss des **4.** Punktes betrachteten zehn Dreiecken D^h, $A_1^h, \ldots C^h$ einbeschrieben, und die Dreiecke rechts in (11) sind den zehn Dreiecken d^h, $a_1^h, \ldots c^h$ einbeschrieben.

So ist das Dreieck $\mathfrak{A}_5'\mathfrak{B}_5'\mathfrak{C}_5'$ dem Dreieck D^h, dessen Seiten auf den Geraden $A\mathfrak{A}_5'$, $B\mathfrak{B}_5'$, $C\mathfrak{C}_5'$ liegen und dessen Eckpunkte wir mit $\overline{A_1A_2}$, $\overline{B_1B_2}$, $\overline{C_1C_2}$ bezeichnet haben, einbeschrieben. Die Punktpaare $A\mathfrak{A}_5'$, $B\mathfrak{B}_5'$, $C\mathfrak{C}_5'$ trennen die Eckpunktpaare des Dreieckes D^h und wie wir soeben gezeigt haben, die harmonischen Polenpaare $B'C''$, $C'A''$, $A'B''$.

Der Punktwurf $AD\mathfrak{A}_3'\mathfrak{A}_4'$ ist des Vierseits $B_1C_1B_2C_2AD$ wegen harmonisch; die Projektionen desselben aus den Punkten B_2 und C_2 auf die Gerade $A\mathfrak{A}_5'$, nämlich: $A\overline{B_1B_2}C''\mathfrak{A}_5'$, $A\overline{C_1C_2}\mathfrak{A}_5'B'$ sind ebenfalls harmonisch, d. h.: auf der Seite $A\mathfrak{A}_5'=B'C''$ des Dreiecks D^h, trennt das Punktpaar $\mathfrak{A}_5'C''$ den Punkt A vom Eckpunkt $\overline{B_1B_2}$, und das Punktpaar $\mathfrak{A}_5'B'$ trennt den Punkt A vom Eckpunkt $\overline{C_1C_2}$ harmonisch. Dies können wir auch so ausdrücken: das Punktpaar $\mathfrak{A}_5'C''$ trennt den Punkt A von der Geraden b, und das Punktpaar $\mathfrak{A}_5'B'$ trennt den nämlichen Punkt A von der Geraden c harmonisch.

Ebenso können wir folgern, dass auf der Seite $B\mathfrak{B}_5'=C'A''$ des Dreieckes D^h das Punktpaar $\mathfrak{B}_5'A''$ den Punkt B von der Geraden c und das Punktpaar $\mathfrak{B}_5'C'$ denselben Punkt B von der Geraden a, schliesslich dass auf der dritten Seite $C\mathfrak{C}_5'=A'B''$ des Dreieckes D^h: das Punktpaar $\mathfrak{C}_5'B''$ den Punkt C von der Geraden a,

und das Punktpaar $\mathfrak{C}'_5 A'$ den Punkt C von der Geraden b harmonisch trennt.

In einem Satze zusammengefasst haben wir:

Auf jeder Seite der zehn Dreiecke Δ^h liegt ein Punkt der Konfiguration Δ und ein Diagonalpunkt der Vierseite dieser Konfiguration, dann zwei diese harmonisch trennende harmonische Pole; der Diagonalpunkt und je ein harmonische Pol trennt den Punkt der Konfiguration von je einem Eckpunkt des Dreieckes Δ^h_1 harmonisch.

Aus jedem Eckpunkt der zehn Dreiecke δ^h strahlt eine Gerade der Konfiguration Δ und eine Diagonale der Vierecke dieser Konfiguration aus, dann zwei diese harmonisch trennende harmonische Polaren; die Diagonale und je eine harmonische Polare trennt die Gerade der Konfiguration von je einer Seite des Dreieckes harmonisch.

Nach diesem Satz haben die auf dem Kegelschnitt δ^2 liegenden harmonischen Pole $A'A''B'B''C'C''$, ausserdem dass sie dreifach involutorisch sind ($A'A''.\ B'C''.\ C'B''$, $A'C''.\ B'B''.\ C'A''$, $A'B''.\ B'A'.\ C'C''$) noch die besondere Lage, dass diejenigen zugeordneten Punkte $B'C''$, $C'A''$, $A'B''$, welche in den drei Involutionen die zwei anderen zugeordneten Punktpaare voneinander trennen, auf den drei Seiten des Dreiecks D^h liegen. Die drei Achsen t_a, t_b, t_c der drei Involutionen gehen durch die drei Eckpunkte ($A'B''$, $A''C'$), ($B'C''$, $B''A'$), ($C'A''$, $C''B'$) des Dreieckes, und der auf jeder Seite des Dreieckes liegende Involutionspol und eine fremde Involutionsachse trennt harmonisch die zum Involutionspol gehörige Achse von einem auf dieser Seite liegenden Punkte der Involution.

So z. B. trennt harmonisch der auf der Seite $A'B''$ des Dreieckes D^h liegende Involutionspol C (der dritten der obigen Involutionen) und die Achse t_a (oder t_b), die zum Pol C gehörige Achse t_c vom Punkte B'' (bezw. A').

Darum kann man sagen:

Auf jeden der zehn Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2 liegen sechs aus der Konfigu-

Diejenigen sechs Tangenten jedes der zehn Kegelschnitte der Konfiguration Δ'^2, welche zu den

ration Δ stammende harmonische Pole nicht nur dreifach involutorisch, sondern in jeder dieser Involutionen hat dasjenige zugeordnete Punktpaar $P'Q''$, welches die beiden anderen voneinander trennt, die besondere Lage, dass der Pol dieser Involution und eine oder die andere Achse der beiden anderen Involutionen die zu jenem Pol gehörige Achse von einem oder dem anderen der zugeordneten Punkte $P'Q''$ harmonisch trennt.

harmonischen Polaren der Konfiguration Δ gehören, sind nicht nur dreifach involutorisch, sondern in jeder dieser Involutionen hat dasjenige zugeordnete Tangentenpaar $p'q''$, welches im Tangentenbüschel des Kegelschnittes die beiden anderen voneinander trennt, die besondere Lage, dass die Achse dieser Involution und der eine oder der andere Pol der beiden anderen Involutionen, den zu jener Achse gehörigen Pol von einer oder der anderen der zugeordneten Tangenten $p'q''$ harmonisch trennt.

Die Kenntnis dieser Eigenschaft der dreifach involutorischen Punkte (Tangenten) auf den Kegelschnitten der Konfiguration Δ^2 (bezw. Δ'^2) wird uns bei der Konstruktion derselben aus zwei seiner Kegelschnitte, die wir am Schluss des nächsten Punktes (8) zeigen wollen, vom Nutzen sein.

d) Konstruktion dreifach involutorischer Sechspunkte.

8. *Nimmt man in zwei Strahlenbüschel je ein Strahlentripel an und ordnet die Strahlenpaare des einen Tripels den Strahlen des andern in irgendeiner Weise zu, so treffen sich die zugeordneten Strahlen in sechs Punkten, die auf ein Strahlentripel eines dritten Strahlenbüschels liegen. Sind diese sechs Treffpunkte die Punkte eines Kegelschnittes, so liegen die Mittelpunkte der drei Strahlentripeln in einer Geraden.*

Es mögen die Strahlenpaare des Strahltripels vom Mittelpunkt T_a, die Strahlen des Strahlentripels vom Mittelpunkt T_b in den Punktpaaren $A'C''$, $B'B''$, $C'A''$ treffen (Fig. **6**). Da einer der Punkte C', A'' auf dem Strahl T_aB'' liegen muss, so wollen wir annehmen, dass dieser Punkt C' ist. Die Gegenseiten des dem

Geradenpaar $T_aB''C'$, $T_bA'C''$ einbeschriebenen Pascalsechsecks $T_aA'B''T_bC\,C''$, treffen sich in den Punkten $A''=(T_aA',\ T_bC')$, $B'=(T_aC'',\ T_bB'')$, $T_c=(A'B'',\ C'C'')$ der Pascalgeraden desselben, darum liegen die Punktpaare $A'B''$, $B'A''$, $C'C''$ auf drei Strahlen des Strahlentripels vom Mittelpunkt T_c, während die Punktpaare $A'A''$, $B'C''$, $C'B''$ und $A'C''$, $B'B''$, $C'A''$ auf den Strahlentripeln vom Mittelpunkt T_a, bezw. T_b liegen. Auch sieht man, dass die drei Strahlentripel T_a, T_b, T_c gleichberechtigt sind und dass die neun Geraden und neun Punkte eine $(9_3,\ 9_3)$ Konfiguration bilden. Wenn aber $A'A''C\,C''B'B''$ die sechs Eckpunkte eines einem

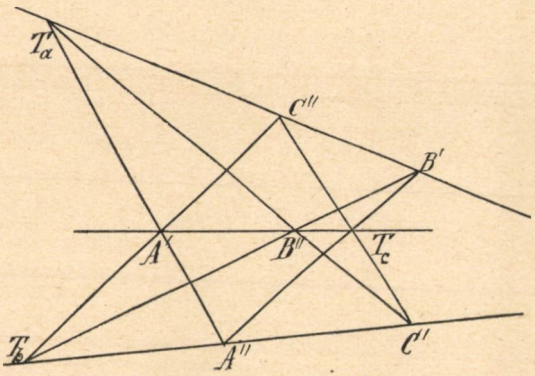


Fig. 6.

Kegelschnitt einbeschriebenen Sechsecks sind, dann sind T_a, T_b, T_c die Treffpunkte der Gegenseiten desselben und als solche liegen sie auf einer Geraden.

Den Satz können wir dann auch so aussprechen:

«Treffen sich zwei Paar Gegenseiten eines Pascalsechsecks auf zwei Hauptdiagonalen desselben, so trifft sich auch das dritte Gegenseitenpaar auf der dritten Hauptdiagonale.»

Auf jeden der zehn Kegelschnitte der Tabelle (10) bilden die harmonischen Pole die Eckpunkte eines solchen Sechseckes. So z. B. sind die harmonischen Pole $A'B''C'A''B'C''$ auf dem Kegelschnitt δ^2 die Eckpunkte eines solchen Sechsecks, d. h. die sechs Eckpunkte liegen dreifach involutorisch.

Wollen wir einem gegebenen Kegelschnitt k^2 ein solches

Sechseck einschreiben, so können wir die nicht aufeinander folgende Eckpunkte A', B', C' desselben beliebig annehmen; die Geraden $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$ treffen dann die Tangenten der Punkte A', B', C' in drei Punkte einer Geraden t (Fig. 7). Sind dann die Punkte A'', C'', B'' die Projektionen der Punkte A', B', C' aus einem beliebigen Punkte T_a der Geraden t, auf den Kegelschnitt k^2, so ist $A'B''C'A''B'C''$ das gewünschte Sechseck.

Es liegen nämlich die Dreiecke $A'B'C'$, $A''C''B''$ zentrisch-involutorisch; T_a ist der Involutionsmittelpunkt und die Polare desselben t_a nach dem Kegelschnitt k^2 ist die Involutionsachse.

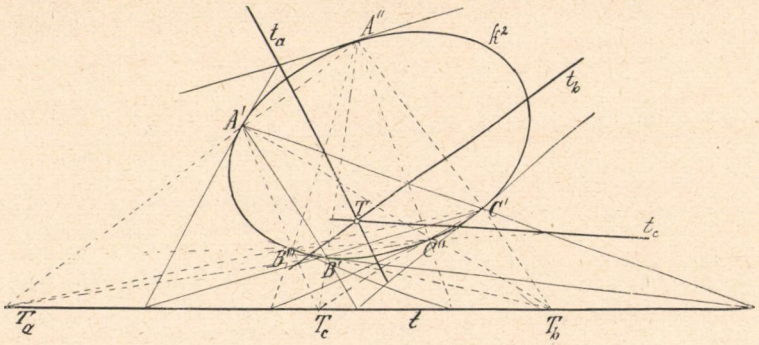


Fig. 7.

Die Pascalgeraden der Pascalsechsecke $C''A'C'B''B'B'$, $A''C'B'C''A'A'$ fallen mit der Geraden t zusammen; denn auf der ersten Pascalgeraden liegt der Punkt $T_a=(B'C'', C'B'')$, dann der Treffpunkt der Tangente des Punktes B' mit der Geraden $A'C'$ und der Punkt $T_b=(A'C'', B'B'')$; auf der zweiten Pascalgerade liegt der Punkt $T_a=(B'C'', A'A'')$, dann der Treffpunkt der Tangente des Punktes A' mit der Geraden $B'C'$ und der Punkt $(A'C'', C'A'')$, — also haben beide Pascalgeraden mit t zwei Punkte gemein, d. h. sie fallen mit t zusammen. Nachdem nun die Geraden $A'C''$ und t sich im Punkte T_b treffen, und also T_b der Treffpunkt der Geraden $A'C''$, $C'A''$, $B'B''$ ist, so liegen die dem Kegelschnitt einbeschriebenen Dreiecke $A'B'C'$, $C''B''A''$ in Bezug auf den Punkt T_b und seiner Polaren t_b zentrisch-involutorisch.

Ebenso können wir zeigen, dass auch die Dreiecke $A'B'C'$,

$B''A''C''$ in Bezug auf einen Punkt T_c der Geraden t und seiner Polaren t_c nach k^2 zentrisch-involutorisch sind.

In jeder dieser zentrischen Involutionen sind sowohl die Involutionspole, als auch die Involutionsachsen der zwei anderen Involutionen homologe Elemente. Dem Punkt $(A'C',\ B'B'')=T_b$ in der ersten zentrischen Involution ist der Punkt $(A''B',\ C''C')=T_c$ homolog; also sind auch ihre Polare t_b und t_c nach k^2 homolog, und sie werden somit von dem Involutionspol und der Involutionsachse T_a, t_a der ersten Involution harmonisch getrennt.

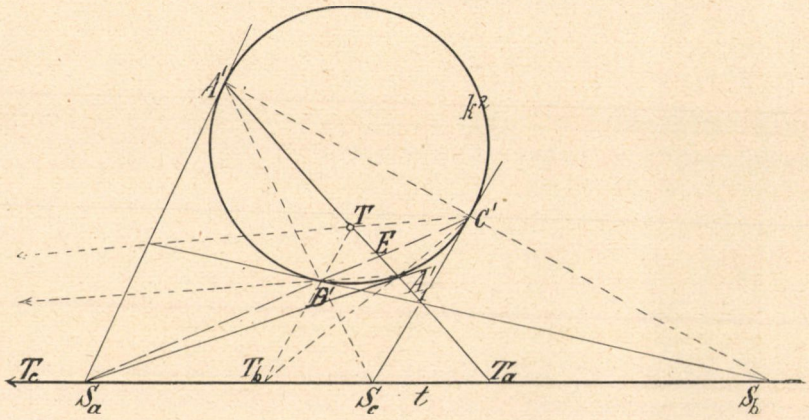


Fig. 8.

Zu bemerken ist noch, dass die Tangenten der Eckpunkte des Dreieckes $A''B''C''$ die Gegenseiten eben auf der Geraden t treffen, wie die des Dreiecks $A'B'C'$, und dass die Treffpunkte der homologen Dreieckseiten und die Tangenten der homologen Eckpunkte derselben in jeder der drei zentrischen Involutionen, vom Involutionspol und der Involutionsachse ebenfalls harmonisch getrennt sind.

Auf einem Kegelschnitt k^2 ist der Punkt A' gegeben (Fig. 8), und wir wollen auf diesem Kegelschnitt die zwei Punkte B', C' so bestimmen, dass die Tangenten der Eckpunkte des Dreieckes $A'B'C'$ die Gegenseiten auf einer gegebenen Geraden t, welche mit k^2 keine reelle Punkte gemein hat, — treffen.

Ist T der Pol der Geraden t nach k^2 und trifft die Gerade TA'

den Kegelschnitt und die Gerade t in den Punkten A_1', T_a, und trennt der Punkt E das Punktpaar TA_1' vom Punkte T_a harmonisch, dann trifft die Verbindungsgerade dieses Punktes E mit dem Pol S_a der Geraden $A'TA_1'$ den Kegelschnitt k^2 in den zwei gewünschten Punkten B', C'.

Es treffen sich nämlich die Gegenseiten TB', $A_1'C'$; TC', $A_1'B'$ des Viereckes $TB'A_1'C'$ auf der Geraden t in den Punkten T_b, T_c, da die Gegeneckpunkte TA_1', $B'C'$ des Vierecks die Gerade t vom Punkte E harmonisch trennen.

Da ferner die zwei Seiten $A'A_1'$, $C'C_1'$ des dem Kegelschnitt k_2 einbeschriebenen Dreiecks $A'A_1'C'$ durch die konjugierten Pole T, T_b des Kegelschnittes k^2 gehen, so liegt der Pol S_b der Geraden TT_b auf der dritten Seite $A'C'$ des Dreiecks und auf der Geraden t. Nachdem aber die Tangente des Punktes B' ebenfalls durch den Pol der Geraden $TB'T_b$ geht, so trifft diese Tangente die Seite $A'C'$ des Dreieckes $A'B'C'$ im Punkte S_b der Geraden t. Die Tangente des Eckpunktes A' traf aber schon die Dreieckseite $B'C'$ im Punkte S_a der Geraden t, also trifft auch die Tangente des dritten Eckpunktes C' die Gegenseite in einem Punkte S_c der Geraden t.

Zu bemerken ist noch, dass wenn die Gerade t den Kegelschnitt k^2 in reellen Punkten trifft, die beiden Treffpunkte der Geraden S_aE mit dem Kegelschnitt imaginär wären, und somit auch das Gewünschte Dreieck $A'B'C'$.

Sind auf dem Kegelschnitt k^2 die zwei Punkte $A'A''$ gegeben und will man die vier Punkte $B'B''C'C''$ auf k^2 in der Weise bestimmen, dass $A'A''.B'C''.C'B''$, $A'C''.B'B''.C'A''$, $A'B''.B'A''.C'C''$ Involutionen seien, deren Pole T_a, T_b, T_c auf einer gegebenen Geraden t liegen, so sucht man nach Obigem die zwei Eckpunkte $B'C'$ des Dreieckes $A'B'C'$, dessen Seiten die Tangenten der Gegeneckpunkte auf der Geraden t treffen; die Projektionen C'', B'' Punkte B', C' aus dem Punkte $T_a=(t,\ A'A'')$ auf dem Kegelschnitt ergänzen jene zu den gewünschten vier Punkten.

Geht die Gerade $A'A''$ durch den Pol T der Geraden t nach dem Kegelschnitt k^2, so gehen auch die Geraden $B'B''$, $C'C''$ durch diesen Pol, und die sechs Punkte bilden noch diese vierte Involution $A'A''.B'B''.C'C''$.

Es seien $A'A''$, $B'C''$ zwei zugeordnete Punktpaare einer auf

dem Kegelschnitt k^2 liegenden entgegengesetzten laufenden Involution gegeben (Fig. 9), und wir wollen von dieser noch zwei zugeordnete Punkte so bestimmen, dass die sechs Punkte noch zwei Involutionen bilden sollen.

Liegt der Punkt $P=(A'C'', B'A'')$ ebenso wie der Pol $T=(A'A'', B'C'')$ ausserhalb des Kegelschnittes k^2, also der Punkt $R=(A'B', A''C'')$ innerhalb desselben und treffen die Tangente des Punktes B' die Gerade $A'C''$ im Punkte Q, die Gerade QR den Kegelschnitt in den Punkten $C'C_0'$, die Geraden T_aC', T_aC_0' den Kegelschnitt

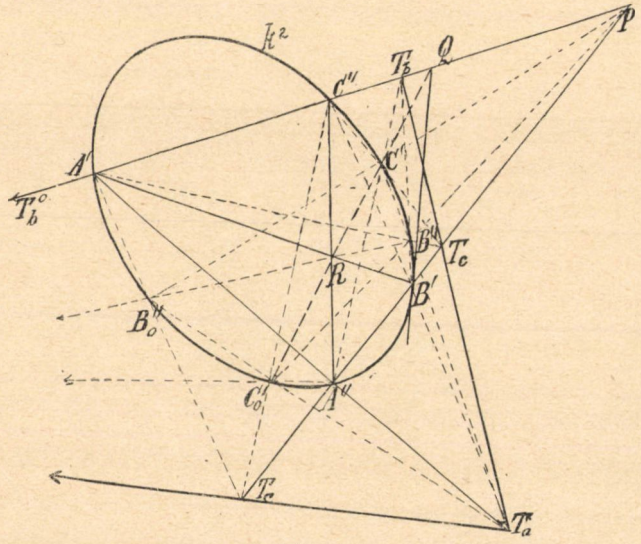


Fig. 9.

in den Punkten B'', B_0'', so haben die Sechspunkte $A'B''C'A''B'C''$, $A'B_0''C_0''A''B'C''$ schon die gewünschte Eigenschaft.

Laut Konstruktion gehen zwei Seiten $C'C_0'$, $C'B''$ des dem Kegelschnitt k^2 einbeschriebenen Dreiecks $C'C_0'B''$ durch zwei Eckpunkte des Polardreiecks PRT_a von k^2, also geht auch die dritte Seite $C_0''B''$ jenes Dreiecks durch den dritten Eckpunkt P dieses Dreiecks, und also liegt der Punkt $T_b=(B'B'', C'A'')$ auf der Pascalgeraden $PQ=A'C''$ des Sechsecks $A''C'C_0'B''B'B'$, d. h. die drei Geraden $A'C''$, $B'B''$, $C'A''$ treffen sich im Punkte T_b.

Trifft die Gerade T_aT_b die Gerade $A''B'$ im Punkte T_c, so sind

die Pole der Involutionen $A'A''.\ B'C''.\ C'B''$, $A'C''.\ B'B''.\ C'A''$, $A'B''.B'A''.C'C''$ die Punkte T_a, T_b, T_c, und wenn in der gegebenen Involution $C_0'B_0''$ zugeordnete Punkte sind, so haben wir noch die Involutionen $A'A''.\ B'C''.\ C_0'B''$, $A'C''.\ B'B_0''.\ C_0'A''$, $A'B_0''.\ B'A''.\ C_0'C''$, deren Pole T_a, T_b^0, T_c^0 ebenfalls in einer Geraden liegen. Also:

«In einer ungleich laufenden Involution kann man zu zwei zugeordneten Punktpaaren derselben, noch zwei solche zugeordnete Punktpaare finden, dass jedes mit den zwei ersteren noch in zweierlei Weise involutorisch liege.»

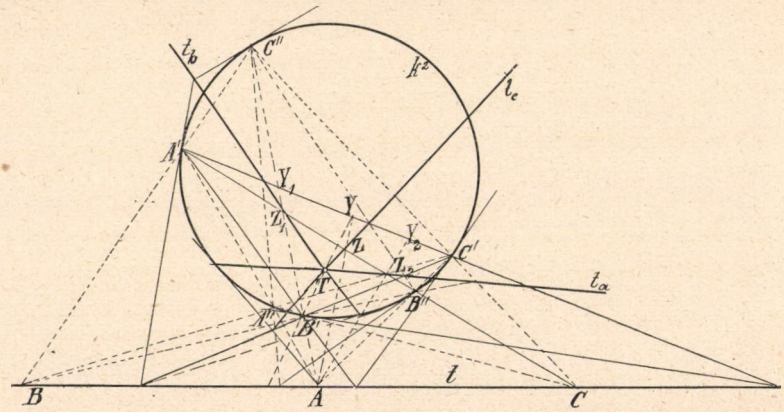


Fig. 10.

Auf dem Kegelschnitt k^2 wollen wir solche sechs Punkte bestimmen, wie die auf den Kegelschnitten der Konfiguration Δ^2 liegenden Punkte derselben und deren Lage in dem linksseitigen Satz am Schluss des vorangehenden Punktes (7) charakterisiert ist.

Drei dieser Punkte, $A'B'C'$, von denen keine zwei in den drei Involutionen der Sechspunkte zugeordnet sind, können wir willkürlich wählen, diese bestimmen schon die noch fehlenden drei Punkte $A''B''C''$.

Es mögen die Seiten des Dreieckes $A'B'C'$ (Fig. **10**) die Tangenten der Gegeneckpunkte auf der Geraden t treffen, und T sei der Pol des Geraden t nach dem Kegelschnitt k^2. Trennt nun der Punkt Y die Punkte $A'C'$ von der Geraden t, und der Punkt Y_1

die Punkte $A'Y$ ebenfalls von der Geraden t, schliesslich auch der Punkt Y_2 die Punkte $C'Y$ von der Geraden t harmonisch, so trennen auch die Punkte Y_1Y_2 den Punkt Y von der Geraden t harmonisch.

Der Treffpunkt A der Geraden $B'Y_1$ und t ist der Pol von einer der Involutionen, somit ergänzen die Projektionen A'', C'', B'' der Punkte A', B', C' aus dem Punkte A auf den Kegelschnitt k^2 diese zu den gesuchten Sechspunkten, und es treffen sich daher die Geraden $A'C''$, $B'B''$, $C'A''$ in der Pole B und die Geraden $A'B''$, $B'C''$, $C'C''$ in dem Pole C der zwei anderen Involutionen.

Wir haben hier nur zu beweisen, dass die Projektionen Z, Z_1, Z_2 der Punkte Y, Y_1, Y_2 aus dem Punkte A auf die Gerade $A'B''$ auf den Polaren t_c, t_b, t_a der Punkte C, B, A, d. h. auf den Achsen der drei Involutionen liegen.

Laut Konstruktion trennt der Punkt $Z=(A'B'', AY)$ das Punktpaar $A'B''$ von der Geraden t harmonisch; der Punkt Z liegt daher auf der Polaren t_c des Punktes C, und diese Polare geht durch den Punkt $(B'C'', C'A'')$. Da ferner der Punkt $Z=(B'C'', A'B'')$ ist, so liegt er auf der Polaren t_b des Punktes B; und schliesslich da der Punkt Z das Punktpaar Z_1Z_2 von der Geraden t harmonisch trennt, ist die Gerade TZ_2 die Achse t_a der dritten Involution, deren Pol der Punkt A ist.

Bei dieser Konstruktion wurden die Punkte $A''C''B''$, als Projektion der Punkte $A'B'C'$ aus dem Punkte $A=(t, B'Y_1)$ auf den Kegelschnitt k^2 bestimmt. Hätten wir aber die Punkte $A'B'C'$ aus dem Punkte $A_0=(t, B'Y_2)$ auf dem Kegelschnitt projiziert nach den Punkten $A_0''C_0''B_0''$, so würden die Punkte $A'B'C'A_0''C_0''B_0''$ ebenfalls den Forderungen entsprechen.

Daher haben wir:

Nimmt man auf dem Kegelschnitt k^2 ein Punkttripel an, so gibt es zwei solche Punkttripel auf dem Kegelschnitt, deren Punkte als zugeordnete Punkte zu den angenommenen, zwei besondere dreifach involutorische Sechspunkte bestimmen; die drei Involutionen dieser Sechspunkte haben die Eigenschaft, dass in jeder derselben jeder Punkt desjenigen zugeordneten Punktpaares, welches die beiden anderen voneinander trennt und ihre Involutionsachse den Involutionspol von einer Involutionsachse der zwei anderen Involutionen harmonisch trennt.

Es seien auf einem beliebigen Kegelschnitt δ^2 die Punktpaare $A'A''$, $B'B''$, $C'C''$ so gegeben, wie die Punktpaare auf den Kegelschnitten der Konfiguration $\Delta^2 = (10_3, 10_3)^2$ liegen, ferner sei α_2^2 ein durch das Punktpaar $A'A''$ gehender beliebiger Kegelschnitt; man ergänze diese zwei Kegelschnitte mit acht Kegelschnitten und die drei Punktpaare mit sieben Punktpaaren so, dass sie eine Konfiguration Δ^2 bilden sollen.

Lösung. Von diesen Daten müssen wir diejenige DESARGUES'sche Konfiguration Δ bestimmen, aus welcher sich die gesuchte Konfiguration Δ^2 ergibt.

Zu dem Ende suchen wir einen zur gemeinsamen Sehne $A'A''$ der Kegelschnitte δ^2, α_2^2 gehörigen Kontingenzpunkt A_1. (Fig. 5). Dieser ist einer der Kollineationsmittelpunkte der in Bezug auf die Achse $A'A''$ zentrisch-kollinearen Kegelschnitte δ^2, α_2^2. In dieser Kollineation seien zu den Punkten $B'B''C\,C''$ des Kegelschnitts δ^2, die Punkte $C_1''C_1'B_1'B''$ homolog.

Sind $B'C''$, $C'A''$, $B'C''$ diejenigen zugeordneten Punkte in den drei Involutionen der auf dem Kegelschnitt δ^2 angenommenen Punkten, welche die zwei übrigen zugeordneten Punktpaare voneinander trennen, so ist die Verbindungsgerade des Punktes A_1 mit dem Treffpunkt der Geraden $A'B''$, $C'A''$, die Gerade der Konfiguration Δ, und die Pole auf den Geraden $B'C''$, $C'A''$, $A'B''$ der drei Involutionen, sind die Punkte A, B, C der Konfiguration Δ.

Trennt der Punkt $\mathfrak{B}_3'$ das Punktpaar $C'B_1'$, und der Punkt $\mathfrak{C}_4'$ das Punktpaar $B''C_1'$ vom Punkte A_1 harmonisch, so ist der Treffpunkt der Geraden $C\mathfrak{C}_4'$, $B\mathfrak{B}_3'$ der Punkt D der Geraden a, und der Punkt A_2 trennt den Punkt D und den Punkt $(A'B'', A''C')$ vom Punkte A_1 harmonisch.

Die Geraden, welche den Punkt D mit den Punkten $(B'C'', B''A')$, $(C'A'', C''B')$, als den Eckpunkten eines Dreieckes D^h, verbinden, sind die Geraden b und c. Die Gerade b trifft die Geraden A_1C, A_2C in den Punkten B_1, B_2, die Gerade c aber trifft die Geraden A_1B, A_2B in den Punkten C_1, C_2 der Konfiguration Δ.

Da wir nun die ganze Konfiguration Δ verzeichnet haben,

können wir mit ihrer Hilfe die fehlenden Punktpaare und Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2 bestimmen.

e) Andere Beziehungen der Desargues'schen und der $(10_3, 10_3)^2$ Konfiguration.

9. Im Folgenden wollen wir untersuchen die Lage der Pole D^0, $A_1^0, \ldots$ der Geraden d, $a_1, \ldots$ in Bezug auf die Kegelschnitte δ^2, $\alpha_1^2, \ldots$ der Konfiguration Δ^2, und die Lage der Polaren d^0, $a_1^0, \ldots$ der Punkte D, $A_1, \ldots$ in Bezug auf die Kegelschnitte δ'^2, $\alpha_1'^2, \ldots$ der Konfiguration Δ'^2. Zu dem Ende ordnen wir jene Geraden und Punkte der Konfiguration Δ den betreffenden Kegelschnitten von Δ^2, und von Δ'^2 zu.

Die Punkte A, B, C (Fig. 5) der Geraden d sind die Involutionspole der auf dem Kegelschnitt δ^2 liegenden Sechspunkte $A'A''B'B''C'C''$; die zu diesen Polen gehörigen Involutionsachsen sind die Geraden, welche die homologen Eckpunkte des Dreiecks D^h und des diesem einbeschriebenen Dreiecks $\mathfrak{A}_5'\mathfrak{B}_5'\mathfrak{C}_5'$ verbinden und welche sich im Pol D^0 der Geraden d nach dem Kegelschnitt δ^2 treffen. Dieser Pol D^0 ist somit der harmonische Pol der Geraden d in Bezug auf die Dreiecke D^h, $\mathfrak{A}_5'\mathfrak{B}_5'\mathfrak{C}_5'$.

Nachdem aber die Seiten des Dreiecks D^h die Seiten der perspektiven Dreiecke $A_1B_1C_1$, $A_2B_2C_2$ vom Punkte D harmonisch trennen, so trennen auch von den harmonischen Polen D^0, D', D'' der Geraden d in Bezug auf diese Dreiecke D^0 die beiden anderen D', D'' vom Punkte D harmonisch.

Also:

Jede Gerade der Konfiguration Δ ist die Achse von zwei perspektiven Dreiecken derselben; die harmonischen Pole dieser Achse in Bezug auf die beiden perspektiven Dreiecke trennen harmonisch den Perspektivitätsmittelpunkt von dem Pole der

Jeder Punkt der Konfiguration ist der Perspektivitätsmittelpunkt von zwei perspektiven Dreiecken der Konfiguration Δ; die harmonischen Polaren dieses Mittelpunktes in Bezug auf die beiden Dreiecke trennen harmonisch die Perspektivitätsachse von der Po-

Achse in Bezug auf dem ihm zugeordneten Kegelschnitt der Konfiguration Δ^2.

laren des Mittelpunktes in Bezug auf den ihm zugeordneten Kegelschnitt der Konfiguration Δ'^2.

Die Gerade d, welche nach Früherem dem Dreieck $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ zugeordnet ist, ergänzt das Dreieck zu einem Polarvierseit des Kegelschnitts δ^2; und ebenso ist auch $D^0\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ ein Polarviereck dieses Kegelschnitts.

Also:

«Der harmonische Pol jeder Geraden der Konfiguration Δ in Bezug auf das ihr zugeordnete Dreieck ergänzt die Eckpunkte dieses Dreieckes zu einem Polarviereck des der Geraden zugeordneten Kegelschnittes, und die Gerade selbst ergänzt die Seiten des Dreiecks zu einem Polarvierseit des nämlichen Kegelschnittes.»

Die Polare $D^0\mathfrak{A}'_5$ des Punktes A nach dem Kegelschnitt δ^2, als Involutionsachse einer der Punktinvolutionen der in ihm liegenden Sechspunkte, trennt harmonisch die zwei anderen Involutionspole B, C vom Punkt A, geht also durch den auf der Geraden d liegenden Eckpunkt des Dreiecks A^h, und durch den Eckpunkt $\mathfrak{A}'_5$, des dem Dreieck A^h einbeschriebenen Dreiecks $\mathfrak{A}'_1\mathfrak{A}'_2\mathfrak{A}'_5$. Darum liegt der Pol A^0 der Geraden a in Bezug auf den Kegelschnitt α^2 ebenfalls auf der Geraden $D^0\mathfrak{A}'_5$, welche die Polare ist des Punktes D in Bezug auf den Kegelschnitt α^2. Oder kürzer ausgedrückt: die Polare des Punktes D nach dem Kegelschnitt α^2, fällt mit der Polaren des Punktes A nach dem Kegelschnitt δ^2 in die nämliche Gerade $D^0A^0\mathfrak{A}'_5$.

Allgemeiner ausgedrückt:

Zu zwei Geraden (a, d) der Konfiguration Δ, die im Polarfeld $\varkappa$ konjugierte Polaren sind, sind in der Konfiguration Δ^2 zwei Kegelschnitte (α^2, δ^2) zugeordnet; diejenige Gerade (A^0D^0), welche die Pole (A^0, D^0) der zwei Geraden in Bezug auf die ihnen zugeordneten Kegelschnitten verbindet, ist die Polare von denjenigen zwei Punkten (D, A) bezw. den zwei Kegelschnitten (α^2, δ^2), welche im Polarfelde $\varkappa$ den zwei angenommenen aber vertauschten Geraden (d, a) zugeordnet (also ihre Polaren) sind.

Analog diesem kann der duale Satz ausgesprochen werden.

Wir fanden im 7. Punkt, dass die zwei Kegelschnitte δ^2, α_2^2

in Bezug ihre gemeinsame Sehne $A'A''$ als Kollineationsachse und auf ihren Kontingenzpunkt A_1 als Kollineationsmittelpunkt zentrisch kollinear sind. In dieser Kollineation sind die Geraden $d=ABC$, $a_2=AC_1B_1$, und ihre Pole D^0, A_2^0 nach jenen Kegelschnitten, homolog, also liegen die letzteren zwei Punkte mit dem Punkt A_1 in einer Geraden. Da sich nun auch die Geraden d, a_2, a_1 in einem Punkte treffen, so haben wir:

Aus jedem Punkt der Konfiguration Δ strahlen drei ihrer Geraden aus; die Pole von beliebigen zwei derselben in Bezug auf den ihnen zugeordneten Kegelschnitten in der Konfiguration Δ^2 und der Pol der dritten Geraden im Polarfelde $\varkappa$, liegen in einer Geraden.

Auf jeder Geraden der Konfiguration Δ liegen drei ihrer Punkte; die Polaren von zwei beliebigen derselben in Bezug auf den ihnen zugeordneten Kegelschnitten in der Konfiguration Δ'^2 und die Polare des dritten Punktes im Polarfelde $\varkappa$, treffen sich in einem Punkte.

Aus den Punkten A, B, C der Geraden d der Konfiguration Δ strahlen noch die Geradenpaare a_1, a_2, b_1b_2, c_1c_2 aus; die Pole desselben in Bezug auf die ihnen zugeordneten Kegelschnitten der Konfiguration Δ^2, sind die Punktpaare $A_1^0A_2^0$, $B_1^0B_2^0$, $C_1^0C_2^0$, welche nach den linksseitigen Satz mit dem Punkt D in einer Geraden liegen, d. h. die Dreiecke $A_1^0B_1^0C_1^0$, $A_2^0B_2^0C_2^0$ sind in Bezug auf den Perspektivitätsmittelpunkt D, perspektiv. Nachdem nun infolge des obigen Satzes die homologen Seiten $A_1^0B_1^0$, $A_2^0B_2^0$ sich im Punkt C, und ebenso die zwei anderen homologen Seitenpaare der Dreiecke sich in den Punkten A und B treffen, so ist die Perspektivitätsachse dieser Dreiecke die Gerade $d=ABC$.

Wir können daher nach diesen Erörterungen die folgenden zehn perspektiven Dreieckpaare aufschreiben, deren Eckpunkte die Pole sind, der Geraden der Konfiguration Δ_1 in Bezug auf die ihnen zugeordneten Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2. Diese Dreieckpaare sind, mit den Perspektivitätsmittelpunkten und -achsen vor der Klammer:

$$
\begin{array}{llllll}
 & & D & \left\{ \begin{array}{l} A_1^0 B_1^0 C_1^0 \\ A_2^0 B_2^0 C_2^0 \end{array} \right. & & \\
A_1 & \left\{ \begin{array}{l} B_1^0 C_1^0 D^0 \\ C^0 B^0 A_2^0 \end{array} \right. & B_1 & \left\{ \begin{array}{l} C_1^0 A_1^0 D^0 \\ A^0 C^0 B_2^0 \end{array} \right. & C_1 & \left\{ \begin{array}{l} A_1^0 B_1^0 D^0 \\ B^0 A^0 C_2 \end{array} \right. \\
a_1 & & b_1 & & c_1 & \\
A_2 & \left\{ \begin{array}{l} B_2^0 C_2^0 D_2^0 \\ C^0 B^0 A_1^0 \end{array} \right. & B_2 & \left\{ \begin{array}{l} C_2^0 A_2^0 D^0 \\ A^0 C^0 B_1^0 \end{array} \right. & C_2 & \left\{ \begin{array}{l} A_2^0 B_2^0 D^0 \\ B^0 A^0 C_1 \end{array} \right. \\
a_2 & & b_2 & & c_2 & \\
A & \left\{ \begin{array}{l} B_1^0 B_2^0 C^0 \\ C_1^0 C_2^0 B^0 \end{array} \right. & B & \left\{ \begin{array}{l} C_1^0 C_2^0 A \\ A_1^0 A_2^0 C \end{array} \right. & C & \left\{ \begin{array}{l} A_1^0 A_2^0 B \\ B_1^0 B_2^0 A. \end{array} \right. \\
a & & b & & c &
\end{array}
\tag{12}
$$

Aus dieser Tabelle können wir eine andere ableiten, welche die Perspektivität der zwanzig Dreiecke der Konfiguration Δ mit den zwanzig Dreiecken der obigen Tabelle anzeigt und deren eine Zeile die folgende ist:

$$
\begin{array}{ll}
D^0 \left\{ \begin{array}{l} A_1 B_1 C_1 \\ A_2^0 B_2^0 C_2^0 \end{array} \right. & D^0 \left\{ \begin{array}{l} A_2 B_2 C_2 \\ A_1^0 B_1^0 C_1^0 \end{array} \right. \\
d & d
\end{array}
$$

usw.

Mit Worten ausgedrückt:

Die Pole der Seiten irgendeines Dreieckes der Konfiguration Δ in Bezug auf den diesen zugeordneten Kegelschnitten der Konfiguration Δ^2 sind die Eckpunkte eines mit dem angenommenen perspektiven Dreiecks; die Perspektivitätsachse fällt in die Perspektivitätsachse des angenommenen und des mit diesem in der Konfiguration Δ perspektiven Dreiecks, während der Perspektivitätsmittelpunkt der Pol dieser Achse ist in Bezug auf den in der Konfiguration Δ^2 ihm zugeordneten Kegelschnitt.

Die Polaren der Eckpunkte irgendeines Dreiecks der Konfiguration Δ in Bezug auf den diesen zugeordneten Kegelschnitten der Konfiguration Δ'^2 sind die Seiten eines mit dem angenommenen perspektiven Dreiecks; der Perspektivitätsmittelpunkt fällt mit dem des angenommenen und mit diesem in der Konfiguration perspektiven Dreiecks in der Konfiguration zusammen, während die Perspektivitätsachse die Polare dieses Mittelpunktes ist in Bezug auf den in der Konfiguration Δ'^2 ihm zugeordneten Kegelschnitt.

Wir fanden oben, dass die drei Punkte D^0, A^0, $\mathfrak{A}'_5$ in einer Geraden liegen, woraus wir folgern können, dass die Dreiecke

$A^0B^0C^0$, $\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ in Bezug auf den Punkt D^0 perspektiv sind. Anderseits treffen sich die homologen Seiten B^0C^0, $\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$ im Punkte A; also ist die Gerade $d=ABC$ die Perspektivitätsachse der beiden Dreiecke. Daraus können wir auf eine andere Tabelle der perspektiven Dreieckpaare schliessen, deren ein Teil hier folgt, woraus die ganze Tabelle durch ziklische Vertauschung der Buchstaben aufgeschrieben werden kann:

Diese ist:

$$\begin{array}{l} D^0 \\ d \end{array}\left\{\begin{array}{l} A^0B\,C^0 \\ \mathfrak{A}^0_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5 \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} A^0_1 \\ a_1 \end{array}\left\{\begin{array}{l} A^0B^0_2C^0_2 \\ \mathfrak{A}'_2\mathfrak{C}'_4\mathfrak{B}'_3 \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} A^0_2 \\ a_2 \end{array}\left\{\begin{array}{l} A^0B^0_1C^0_1 \\ \mathfrak{A}'_1\mathfrak{C}'_3\mathfrak{B}'_4 \end{array}\right. \quad \begin{array}{l} A^0_1 \\ a \end{array}\left\{\begin{array}{l} A^0_1A^0_2D^0 \\ \mathfrak{A}'_2\mathfrak{A}'_1\mathfrak{A}'_5 \end{array}\right. \tag{13}$$

In Worte gefasst:

Aus jedem Punkt (D) der Konfiguration Δ strahlen drei Gerade (a, b, c) aus; der Ausstrahlungspunkt hat eine Polare (d) im Polarfelde $\varkappa$, die drei Geraden haben drei Pole (A^0, B^0, C^0) in Bezug auf die ihnen zugeordneten Kegelschnitten (α^2, β^2, γ^2) der Konfiguration Δ^2, welche die Eckpunkte eines Dreiecks sind; dieses Dreieck ist perspektiv mit dem der Polaren (d) zugeordnetem Dreieck ($\mathfrak{A}'_5\mathfrak{B}'_5\mathfrak{C}'_5$); die Perspektivitätsachse ist diese Polare, der Perspektivitätsmittelpunkt ist sein Pol (D^0) in Bezug auf dem ihm zugeordneten Kegelschnitt (δ^2) der Konfiguration Δ^2.

Auf jeder Geraden der Konfiguration Δ liegen drei seiner Punkte; die Gerade hat einen Pol im Polarfelde $\varkappa$, und die drei Punkte haben drei Polaren in Bezug auf die ihnen zugeordneten Kegelschnitten in der Konfiguration Δ'^2, welche die Seiten eines Dreiecks sind; dieses Dreieck ist perspektiv mit dem, dem Pole, als Punkt der Konfiguration Δ zugeordneten Dreieck; der Perspektivitätsmittelpunkt ist dieser Pol, die Perspektivitätsachse ist seine Polare in Bezug auf dem ihm zugeordneten Kegelschnitt der Konfiguration Δ'^2.

Aus der (12)-ten und (13)-ten Tabelle kann man folgenden Satz ablesen:

Die zehn Gerade der Konfiguration Δ haben zehn Pole in Bezug auf die ihnen zugeordneten

Die zehn Punkte der Konfiguration Δ haben zehn Polaren in Bezug auf die ihnen zugeordneten

Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2, welche fünfundvierzig Verbindungsgerade geben. Von diesen Geraden treffen sich dreissig zu dreien in den zehn Punkten der Konfiguration Δ, die übrigen fünfzehn gehen einzeln durch die Diagonalpunkte der fünf Vierseite dieser Konfiguration. Jede dieser letzteren Geraden ist die Polare von zwei solchen Punkten der Konfiguration Δ in Bezug auf zwei Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2, welche zwei Punkte konjugierte Pole sind im Polarfelde x; die zwei Kegelschnitte aber sind denjenigen Geraden der Konfiguration zugeordnet, welche im Polarfelde die Polaren sind von den zwei konjugierten Polen.

Kegelschnitte der Konfiguration Δ'^2, die sich paarweise in fünfundvierzig Punkten treffen. Von diesen Punkten liegen dreissig zu dreien auf den zehn Geraden der Konfiguration Δ, die übrigen fünfzehn aber liegen einzeln auf den Diagonalen der fünf Vierecke dieser Konfiguraiton. Jeder dieser letzteren Punkte ist der Pol von zwei solchen Geraden der Konfiguration Δ in Bezug auf zwei Kegelschnitte der Konfiguration Δ'^2, welche konjugierte Polaren sind im Polarfelde x; die zwei Kegelschnitte aber sind denjenigen Punkten zugeordnet, welche im Polarfelde die Polen sind der zwei konjugierten Polaren.

Schlusswort.

Die Projektionen der zehn Geraden und zehn Punkte der DESARGUES'schen Konfiguration $\Delta = (10_3, 10_3)$ auf einer Fläche zweiter Ordnung F^2 aus einem ausserhalb der Fläche liegenden Punkt O, ist eine aus zehn Kegelschnitten und zehn Punktpaaren bestehende Konfiguration Δ_f^2 und da durch jedes der Punktpaare drei der Kegelschnitte gehen und auf jeden der Kegelschnitte drei Punktpaare liegen, so kann man dasselbe mit dem Symbol $(10_3, 10_3)_f^2 = \Delta_f^2$ bezeichnen. Abgesehen davon, dass diese Konfiguration nicht in einer Ebene liegt, unterscheidet sie sich von der Konfiguration Δ^2 des Textes darin, dass während bei dieser die auf jedem Kegelschnitt liegenden drei Punktpaare dreifach involutorisch sind, sind sie auf jenen Kegelschnitten nur bezüglich des Involutionspoles O einfach involutorisch.

Projiziert man daher die Konfiguration aus einem vom Punkte

O verschiedenen Punkte P auf irgendeine Ebene π, so erhält man als Projektion eine Konfiguration Δ_π^2, die aus zehn Kegelschnitten und zehn Punktpaaren besteht, welche aber sich von der Konfiguration Δ^2 nicht nur dadurch unterscheidet, dass auf ihren Kegelschnitten die Sechspunkte nicht dreifach involutorisch liegen, sondern auch dadurch, dass die zehn Kegelschnitte der Konfiguration Δ_π^2 einen (reellen oder imaginären) Kegelschnitt doppelt berühren, welcher der Kontur ist der Fläche II. O. F^2 aus dem Punkt P auf die Ebene $\varkappa$; man kann aber nicht behaupten, dass auch die Kegelschnitte der Konfiguration Δ^2 diese Eigenschaft hätten.

Aber es gibt noch einen wesentlichen Unterschied zwischen den Kegelschnittkonfigurationen Δ^2 und Δ_π^2.

Nachdem sich die Sehnen, welche durch die Punktpaare der Konfiguration Δ_f^2 gehen, im Punkte O treffen: müssen sich die Projektionen dieser Sehnen, also die Verbindungsgeraden der Punktpaare der Konfiguration Δ_π^2 in dem Punkte O', als der Spur der Geraden OP auf der Ebene π treffen. Aber von den Verbindungsgeraden der Punktpaare der Konfiguration Δ^2 treffen sich nur sieben in einem Punkte, welches Vorkommnis allerdings sich zehnmal wiederholt, und diese Treffpunkte sind die Punkte der Konfiguration Δ.

Es folgt daraus, dass die zwei Konfigurationen Δ^2 und Δ_π^2 verschieden sind.

(Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung am 15. Feber 1932.)

BEITRÄGE ZUR KENNTNIS DER STRUKTUR DES POLARRAUMES.

Von L. KLUG.

In dieser Arbeit befassen wir uns hauptsächlich mit den Eigenschaften eines solchen Polarfeldes und Polarraumes, dessen Inzidenzkegelschnitt, bezw. Inzidenzfläche imaginär ist.

Der imaginäre Kegelschnitt hat ∞^2 reelle Kegelschnitte als Vertreter; die imaginäre Fläche II. O. hat ∞^3 reelle Flächen II. O. zu ihren Vertretern, diese sind alle elliptisch, während die imaginäre Fläche selbst eine Regelfläche ist mit zwei imaginären Regelschaaren, von denen jede die andere zur Leitschaar hat.

Unter den reellen Vertretern des imaginären Kegelschnitts gibt es zwei Kreise, und man kann auch solche reelle Kegelschnittvertreter konstruieren, die einen beliebigen Punkt der Polarebene zu ihrem Brennpunkt haben. Der allgemeine Polarraum hat keine reelle Vertreter die Kugeln sind, doch hat er sechs Drehflächen II. O. zu seinen reellen Vertretern. Hat aber der Polarraum eine Drehachse, so ist die Anzahl der Drehflächen, die seine Vertreter sind: ∞^1, unter welchen bei einer gewissen Gattung des Polarraumes zwei Kugeln vorkommen.

Im Polarraum der imaginären Fläche bestimmt jedes reelle Polartetraeder derselben noch fünf reelle Polartetraeder, die zwei konjugierte desmische Tripel bilden und noch neun imaginäre Tetraeder, die jene zu einem vollständigen desmischen System ergänzen; die imaginäre Fläche geht durch die neun imaginären Kantenvierecke dieser neun Tetraeder.

Die sechs reelle Tetraeder des desmischen Systems bestimmen vierundzwanzig elliptische Flächen II. O., welche reelle Vertreter sind der imaginären Fläche.

Die ∞^3 reelle Vertreter der imaginären Fläche II. O. spalten sich (nach der Anzahl ihrer Polartetraeder) ∞^6-mal zu solchen vierundzwanzig reellen Vertretern, die neun Regelflächen II. O. bestimmen, die mit der imaginären Fläche je ein desmisches System von zehn Regelflächen bilden, wie wir dies im Folgenden zeigen wollen.

I. Das Polarfeld eines Kegelschnitts.

1. Das Polarfeld eines Kegelschnitts x^2 ist bestimmt durch zwei seiner konjugierten Polaren l, m und den Involutionen der auf diesen liegenden konjugierten Pole. Sowohl die zwei konjugierte Polaren als auch die beiden Involutionen auf diesen können beliebig angenommen werden. Trifft eine Gerade g die beiden konjugierte Polaren l, m, deren Pole L, M auf den Geraden m, l liegen, in den Punkten P, Q und sind diesen in den beiden Involutionen die Punkte P_1, Q_1 zugeordnet, dann treffen sich die Polaren LP_1, MQ_1 der Punkte P, Q im Pole G der Geraden g. Der Punkt $N=lm$ ist der Pol der Geraden $n=LM$ und der Punkt ng ist der Pol der Geraden NG, endlich ist $LMN=lmn$ ein Polardreieck des Polarfeldes.

Hat eine oder haben beide Involutionen der konjugierten Pole auf den zwei konjugierten Polaren l, m reelle Inzidenzpunkte, so ist der Inzidenzkegelschnitt des Polarfeldes reell, im entgegengesetzten Fall imaginär.

Es sei a die Polare eines Punktes A im Polarfelde eines Kegelschnitts x^2, und wir wollen den Ort derjenigen konjugierten Pole im Polarfelde bestimmen, welche den Punkt A von seiner Polaren a harmonisch trennen, also auf den Strahlen des Büschels A liegen.

Sind SS_1 zwei solche konjugierte Pole auf einem Strahl des Büschels A und XX_1 zwei beliebige konjugierte Pole auf der Geraden a, so sind auch $Y=(SX, S_1X_1)$, $Y_1=(SX_1\, S_1X)$ konjugierte Pole auf einem Strahl des Büschels A. Verändert sich das konjugierte Polenpaar XX_1 auf der Geraden a, so verändert sich auch das konjugierte Polenpaar YY_1 und beschreibt den gesuchten Ort. Dieser ist somit ein Kegelschnitt a^2, der den Kegelschnitt x^2 in seinen Treffpunkten TT' mit der Geraden a berührt.

Ist der Kegelschnitt x^2 imaginär, so ist der Kegelschnitt a^2

stets reell; ist aber x^2 reell, so haben wir zwei Fälle zu unterscheiden. Liegt nämlich 1. der Punkt A innerhalb x^2, so treffen ihn alle Strahlen des Büschels A in reellen Punkten; es gibt also auf diesen Strahlen keine reelle konjugierte Pole des Kegelschnitts x^2, welche den Punkt A von seiner Polaren a harmonisch trennen: der Kegelschnitt a^2 ist somit imaginär. Er ist aber bestimmt, denn man hat auf zwei beliebige konjugierte Polaren l, m von x^2 im Büschel A die Involution der konjugierten Pole in Bezug auf dem Kegelschnitt a^2.

Wenn 2. der Punkt A ausserhalb des Kegelschnitts x^2 liegt, so ist der Kegelschnitt a^2 stets reell und die Strahlen im Büschel A, welche ihn in reellen Punkten treffen, werden von den Strahlen, die mit ihm imaginäre gemeinsame Punkte haben, durch die zwei gemeinsamen Tangenten AT, AT' der beiden Kegelschnitte x^2, a^2 getrennt. Ist SS_1 ein solches reelles konjugiertes Polenpaar von x^2 auf dem Kegelschnitt a^2, so liegen die Punkte $U=(ST,\ S_1T')$, $U_1=(ST',\ S_1T)$ auf einem Strahl des Büschels A und auf dem Kegelschnitt x^2 und sind konjugierte Pole des Kegelschnitts a^2. Die Eigenschaft der beiden Kegelschnitte ist also gegenseitig insofern, dass die durch die gemeinsamen Tangenten derselben AT, AT' getrennte Strahlen des Büschels A jeden der beiden Kegelschnitte x^2 und a^2 in konjugierten Polen des anderen treffen. Die Eigenschaft besteht auch dann, wenn einer der beiden Kegelschnitte x^2, a^2 imaginär ist, nur treffen dann alle Strahlen des Büschels A den reellen Kegelschnitt in konjugierten Polen des imaginären Kegelschnitts.

Zwei solche Kegelschnitte wie x^2 und a^2, welche also einander doppelt berühren und die aus dem Treffpunkt A ihrer gemeinsamen Tangenten ausstrahlende Geraden den einen, also jeden in konjugierten Polen des anderen treffen, nennt man konjugierte Kegelschnitte; der Punkt A ist der Berührungspol und seine gemeinsame Polare a nach beiden Kegelschnitten die Berührungssehne derselben.

Sind P, P_1 zwei Punkte, welche den Berührungspol A der zwei konjugierten Kegelschnitte x^2, a^2 von der Berührungssehne a harmonisch trennen, so trennen auch die Polaren p, p_1 dieser Punkte nach x^2 den Punkt A von der Geraden a harmonisch und diese

Geraden p, p_1 sind die Polaren der Punkte P_1, bezw. P in Bezug auf dem Kegelschnitt a^2.[1] Man kann also die Polare p eines Punktes P nach dem Kegelschnitt x^2, mit Hilfe der Polaren p_1 des Punktes P nach dem zu x^2 konjugierten Kegelschnitt a^2 finden, wenn man die Gerade bestimmt, die p_1 vom Berührungspol und der Berührungssehne A, a der beiden konjugierten Kegelschnitte x^2, a^2 harmonisch trennt, oder wenn man zu dem Punkt P_1, der P von A und a harmonisch trennt, die Polare p nach dem Kegelschnitt a^2 bestimmt.

Gleichzeitig ersieht man daraus:

Konjugierte Kegelschnitte haben die Eigenschaft, dass das Polarfeld jedes der beiden Kegelschnitte durch den anderen Kegelschnitt in sich selbst polarisiert wird.

Jeden zu einem imaginären Kegelschnitt x^2 konjugierten Kegelschnitt nennt man auch den reellen Vertreter des imaginären Kegelschnitts; ihre Anzahl ist ∞^2, gleich der Anzahl der Punkte (Berührungspole), oder der Geraden (Berührungssehnen) in der Ebene des imaginären Kegelschnitts.

Bei folgenden Untersuchungen wird der Kegelschnitt x^2 stets imaginär angenommen, da bei diesem die Eigenschaften bezüglich der zu ihm konjugierten Kegelschnitten (seinen reellen Vertretern) einheitlicher hervortreten, wie bei einem reellen Kegelschnitt. Im § 12 werden wir dann die etwaigen Ergänzungen, die bei einem reellen Kegelschnitt vorkommen, nachholen.

2. Betrachtet man einen Punkt, durch welchen ein Kegelschnitt gelegt werden soll, als einfache Bedingung für denselben, so ist die Forderung, dass ein Kegelschnitt a^2 ein reeller Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 sein soll, eine dreifache Bedingung. Denn durch einen Punkt gehen ∞^1, und durch zwei Punkte gehen nur zwei Kegelschnitte, die reelle Vertreter sind des imaginären Kegelschnitts x^2. Mit diesen Kegelschnitten wollen wir uns näher befassen, um sie konstruieren zu können.

---

[1] Dies folgt aus dem bekannten Satz:

«Jedes Polardreieck eines Kegelschnitts ist Diagonaldreieck für ∞^1 dem Kegelschnitt einbeschriebenen Vierecke»; man hat nämlich die Eckpunkte des Polardreiecks als Involutionspole von drei auf dem Kegelschnitt liegenden Involutionen zu betrachten.

Ist A der Berührungspol und a die Berührungssehne des reellen Vertreters a^2 des Kegelschnitts x^2, , so ist a^2 zugleich der Ort der Berührungspole und sein Tangentenbüschel der Ort der Berührungssehnen derjenigen reellen Vertreter des Kegelschnittes x^2, welche durch den Punkt A gehen und die Gerade a berühren.

Trifft nämlich irgendein Strahl des Punktes A den Kegelschnitt a^2 und die Gerade a in den Punkten C, D, A' und sind die Tangenten der zwei ersten Punkte d, c, so werden diese Punkte und ihre Tangenten, also auch C, c und D, d durch die Punkte A, A' harmonisch getrennt. Der Punkt C und die Gerade c als Berührungspol und Berührungssehne (weil sie Pol und Polare sind von x^2) bestimmen daher einen durch den Punkt A gehenden Kegelschnitt c^2, als reellen Vertreter von x^2, der die Gerade a im Punkte A' berührt. Ebenso bestimmen D und d als Berührungspol und -sehne einen durch die Punkte A, A' gehenden und die Gerade a berührenden Kegelschnitt d^2, der ebenfalls ein reeller Vertreter von x^2 ist, und beide Kegelschnitte berühren einander in den Punkten A, A'.

Also:

In der Ebene eines imaginären Kegelschnitts x^2

gehen durch einen Punkt A ∞^1 *reelle Vertreter desselben; der Ort ihrer Berührungspole und ihrer Berührungssehnen ist derjenige reelle Vertreter* a^2 *des Kegelschnitts* x^2, *für welchen der Punkt* A *der Berührungspol und seine Polare* a *nach* x^2 *die Berührungssehne ist; diese* ∞^1 *reelle Vertreter berühren die Gerade* a *in je einem Punkt.*

berühren ∞^1 *reelle Vertreter desselben eine Gerade* a; *der Ort ihrer Berührungssehnen und Berührungspole ist derjenige reelle Vertreter* a^2 *des Kegelschnitts* x^2, *für welchen die Gerade* a *die Berührungssehne und ihr Pol* A *nach* x^2 *der Berührungspol ist; diese* ∞^1 *reelle Vertreter berühren je einen Strahl des Büschels* A *in seinem Scheitel.*

3. Um die reellen Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 zu bestimmen, die durch zwei reelle Punkte A, B, gehen, somit die Polaren derselben nach x^2, also zwei reelle Geraden a, b berühren, muss man die Treffpunkte C, D und die gemeinsamen Tangenten c, d derjenigen reellen Vertreter a^2, b^2

des Kegelschnitts x^2 bestimmen, deren Berührungspole die Punkte A, B und deren Berührungssehnen die Geraden a, b sind (Fig. 1).

Die Gerade $AB=g$ ist die Polare des Punktes $ab=G$ in Bezug auf die drei Kegelschnitte x^2, a^2, b^2 und da die Gerade g die zwei letzteren in konjugierten Polen der ersteren trifft und diese ein-

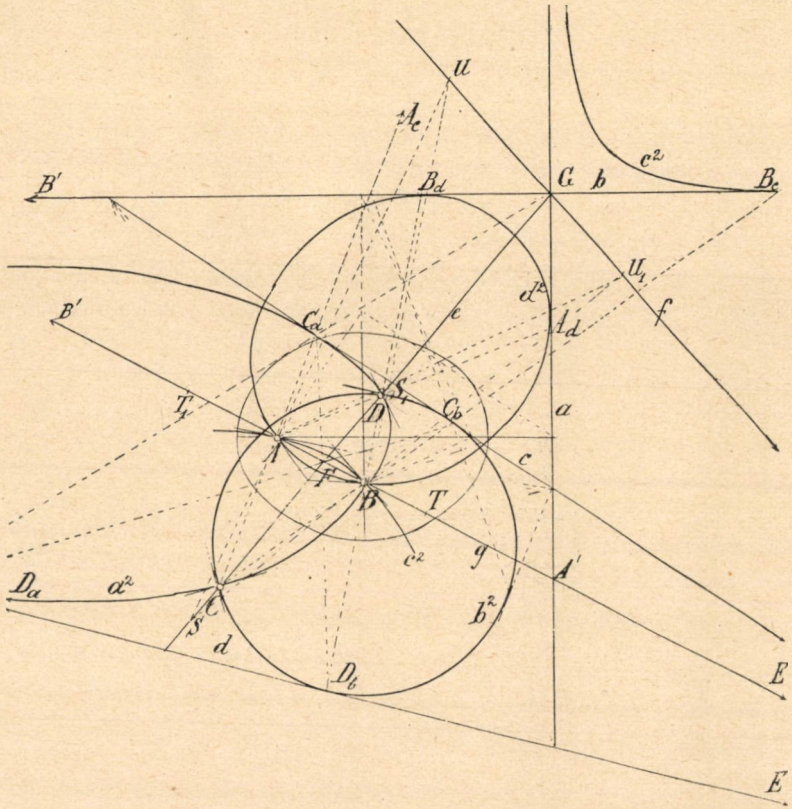


Fig. 1.

ander harmonisch trennen, so haben die beiden Kegelschnitte a^2, b^2 nur ein Paar aus dem Punkt G ausstrahlende reelle gemeinsame Sehnen e, f und ein Paar auf g liegende reelle Kontingenzpunkte. Da die Sehnen e, f die Gerade g in konjugierten Polen F, E vom x^2 treffen, so ist das Dreieck (EFG, efg) ein Polardreieck desselben und von den zwei gemeinsamen Sehnen trifft nur eine, e, die zwei

Kegelschnitte a^2, b^2 in reellen Punkten C, D, die andere f aber trifft diese in zwei konjugiert-imaginären Punkten.

Die Polaren c, d der Punkte C, D nach $\varkappa^2$ sind gemeinsame Tangenten der Kegelschnitte a^2, b^2, welche einander im Pole $E=fg$ der Sehne e treffen, der somit einer ihrer Kontingenzpunkte ist. Ebenso wird der Pol $F=eg$ der anderen gemeinsamen Sehne f der andere Kontingenzpunkt dieser Kegelschnitte sein, in welchen sich die konjugiert-imaginären gemeinsamen Tangenten als Polaren der maginären gemeinsamen Punkte treffen.

Die Polare des Punktes ac nach den beiden Kegelschnitten a^2, $\varkappa^2$ ist die Gerade AC, welche durch den Berührungspunkt C_a der Tangente c mit dem Kegelschnitt a^2 geht. Die Polare des nämlichen Punktes ac nach dem Kegelschnitt b^2 verbindet den Berührungspunkt C_b von b^2 und c mit dem Treffpunkt der Geraden AC und b, denn sie trennt die Gerade AC (als Polare des Punktes ac nach $\varkappa^2$), von dem Punkt B und der Geraden b harmonisch. Der Treffpunkt (AC, b) der Polaren des Punktes ac nach beiden Kegelschnitten a^2, b^2 ist somit der zum Punkt ac konjugierte Pol fü beide Kegelschnitte. Da aber allgemein die gemeinsamen Sehnen edr Kegelschnitte a^2, b^2 jede ihrer konjugierten Pole, also auch ac und (AC, b), harmonisch trennen, so trennen e, f auch die zwe Berührungssehnen a, b harmonisch.

Diesem dual entsprechend trennen die Kontingenzpunkte F, E die Berührungspole A, B harmonisch, und da F, E auf den Geraden e, f liegen, so trennen die gemeinsamen Sehnen auch die Berührungspole A, B harmonisch.

Die Kegelschnitte a^2, b^2 als reelle Vertreter des imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$, sind durch ihre Berührungspole A, B oder auch durch ihre Berührungssehnen a, b bestimmt, und da jeder reelle Vertreter des imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$ einen Berührungspol und -sehne mit $\varkappa^2$ gemein hat, so kann man sagen:

Zwei beliebige reelle Vertreter eines imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$ haben zwei reelle gemeinsame Sehnen, e, f und zwei mit diesen inzidente Kontingenzpunkte F, E, welche die Pole jener Sehnen sind nach $\varkappa^2$; die Sehnen und de Kontingenzpunkte trennen harmonisch die Berührungssehnen und -pole der beiden reellen Vertreter des Kegelschnitts $\varkappa^2$. Eine der gemeinsamen Sehnen e hat mit den reellen Vertretern

zwei reelle Punkte gemeinsam; die Polaren dieser Punkte nach x^2 sind die im Pole E von e sich treffenden gemeinsame Tangenten jener reellen Vertreter; endlich sind die beiden Kontingenzpunkte und der Treffpunkt der gemeinsamen Sehnen die Eckpunkte eines Polardreiecks von x^2.

Die beiden reelle Vertreter des Kegelschnitts x^2, nämlich a^2, b^2, sind zentrisch kollinear in Bezug auf den Kontingenzpunkt E als Kollineationsmittelpunkt und jeder der gemeinsamen Sehne $e=AB$ und f, als Kollineationsachse. Die Punkte A, B, also auch die auf e sich treffende Geraden AC, CB, sowie ihre Treffpunkte C_a, C_b mit der gemeinsamen Tangente c der beiden Kegelschnitte a^2, b^2, trennen den Punkt E von der Geraden e harmonisch. Da nun in jener Kollineation (E, e) der beiden Kegelschnitte a^2, b^2 ihre Punkte C_a, C_b homolog sind, so ist die Kollineation eine involutorische.

Sind D_a, D_b die Berührungspunkte der anderen gemeinsamen Tangente d der Kegelschnitte, so sind C_aD_a, C_bD_b die Polaren des Punktes E und der auf e liegende Kontingenzpunkt $F=(C_aD_b, C_bD_a)$ trennt die Punkte C_a, D_b und C_b, D_a von der Geraden f harmonisch. Die beiden Kegelschnitte a^2, b^2 sind also auch in Bezug auf den Kontingenzpunkt F und der gemeinsamen Sehne f als Involutionspunkt und -achse zentrisch-involutorisch.

Also:

Zwei beliebige reelle Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 sind zentrisch-involutorisch in Bezug auf jedem der zwei Kontingenzpunkte als Involutions-mittelpunkt und den mit diesem nicht inzidenten gemeinsamen Sehne, als Involutionsachse.

Ferner:

Zwei beliebige Kegelschnitte einer Ebene, die zwei reelle und zwei konjugiert-imaginäre gemeinsame Punkte und ebensolche gemeinsame Tangenten haben und zentrisch-involutorisch liegen, bestimmen einen imaginären Kegelschnitt x^2, von welchen die zwei Kegelschnitte reelle Vertreter sind.

Es gehen nämlich die zwei Geraden, welche die zwei reelle Treffpunkte der Kegelschnitte mit den Berührungspunkten der ihnen entsprechenden Tangenten (ihren Polaren nach x^2) verbinden durch den Berührungspol des betreffenden Kegelschnitts und

die Polare derselben in Bezug auf diesen Kegelschnitt ist seine Berührungssehne.

Gestützt auf den ersteren Satz kann man die durch zwei reelle Punkte A, B gehende reellen Vertreter eines imaginären Kegelschnittes konstruieren.

Es seien a, b die Polaren der Punkte A, B nach x^2; $G=ab$ der Pol der Geraden $AB=g$, und E, F seien die Punkte, welche das Punktpaar AB und das Geradenpunkt ab harmonisch trennen; endlich sei der Kürze halber $e=FG$, $f=EG$. Nach obigem Satz ist (EFG, efg) ein Polardreieck des Kegelschnitts x^2; E, F sind Kontingenzpunkte und e, f sind gemeinsame Sehnen derjenigen Kegelschnitte a^2, b^2, als reelle Vertreter von x^2, deren Berührungssehnen in a, b und Berührungspole in A, B liegen.

Die aus dem Punkt E ausstrahlende reellen Tangenten c, d des Kegelschnitts a^2 (oder b^2) sind die Berührungssehnen und die Treffpunkte der Geraden e mit dem nämlichen Kegelschnitt a^2 (oder b^2) sind die Berührungspole der zwei gewünschten Kegelschnitte c^2, d^2; also die durch die Punkte A, B gehende reellen Vertreter von x^2. Wie man aber die zwei reelle Vertreter des imaginären Kegelschnitts findet, die eine Gerade in einem gegebenen Punkt berühren, also durch zwei zusammenfallende Punkte gehen, haben wir in No. 2 gezeigt.

4. Die zwei reelle Vertreter c^2, d^2 des imaginären Kegelschnitts x^2, die wir soeben durch zwei reelle Punkte A, B gelegt haben, treffen sich noch in zwei konjugiert-imaginären Punkten A_i, B_i auf der anderen gemeinsamen Sehne f derselben, die Inzidenzpunkte einer Involution I_f sind. Um diese reelle Vertreter c^2, d^2 auch aus diesen konjugiert-imaginären Punkten, also aus der Involution I_f ihrer konjugierten Pole zu bestimmen, haben wir zu beachten, dass wenn C, D die Berührungspole sind von c^2, d^2, so sind die Geraden $e=CD$ und f konjugierte Polaren derselben; also sind die Projektionen der Treffpunkte (e, c^2) von e und c^2 aus dem Punkt A (und B) auf die Sehne f : konjugierte Pole von c^2, und die Projektionen der Treffpunkte (e, d^2) von e und d^2 aus demselben Punkt auf dieselbe Sehne f: konjugierte Pole von d^2, und da f eine gemeinsame Sehne beider Kegelschnitte ist, so sind diese Projektionen zugeordnete Punkte der Involution I_f.

Jene Treffpunktpaare (e, c^2), (e, d^2) sind aber konjugierte Pole des Kegelschnitts x^2 (weil die Gerade e durch die Punkte C, D geht), somit wird umgekehrt: die Projektion der Involution I_f aus dem Punkte A (und B) auf die Gerade e, die Involution der konjugierten Pole sein des Kegelschnitts x^2, und es werden auch die Inzidenzpunkte beider Involutionen aus dem Punkte A (und B) ineinander projiziert.

Kurz:

Zwei reelle Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 haben zwei reelle

gemeinsame Sehnen; auf der einen Sehne sind die Treffpunkte mit den reellen Vertretern reell, auf der anderen konjugiert-imaginär; die Projektion dieser letzteren Punkte aus jedem der reellen Treffpunkte auf die Gerade e, welche die Berührungspole der zwei reellen Vertreter verbindet, sind die Treffpunkte dieser Geraden e mit dem Kegelschnitt x^2.

Kontingenzpunkte; in dem einen derselben treffen sich zwei reelle, in dem anderen zwei konjugiert-imaginäre gemeinsame Tangenten der beiden reellen Vertreter des Kegelschnitts x^2; die Treffpunkte dieser Tangentenpaare liegen paarweise auf denjenigen konjugiert-imaginären Tangenten des Kegelschnitts x^2, deren reeller Punkt der Treffpunkt ist der Berührungssehnen der beiden reellen Vertreter des Kegelschnitts x^2.

Wenn die gemeinsame Sehne $g = AB$ der beiden Kegelschnitte c^2, d^2 die gemeinsame Tangenten a, b derselben in den Punkten A', B' trifft, so sind AA', BB' konjugierte Pole des Kegelschnitts x^2. Trennen nun die konjugierten Pole $E=gf$, $F=ge$; T, T_1 dieses Kegelschnittes x^2 einander harmonisch, so liegen die Punkte A, B innerhalb und also die Punkte A', B' ausserhalb der Strecke TT_1; denn die beiden Kegelschnitte c^2, d^2 liegen mit allen ihren Punkten im Winkelraum ihrer zwei gemeinsamen Tangenten ab, so dass auch die Punkte AB innerhalb dieses Winkelraums sind, d. h. innerhalb der Strecke $A'B'$, woraus dann folgt, dass sie auch innerhalb der Strecke TT_1 liegen.

Da die Punkte TT_1 dem reellen Vertreter f^2 des Kegelschnitts x^2 angehören, deren Berührungspol und -sehne F und f ist, so liegen

die Punkte A, B innerhalb und die Geraden a, b ausserhalb dieses Kegelschnitts f^2.

Also:

Zwei reelle Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 haben zwei reelle und zwei konjugiert-imaginäre gemeinsame

Punkte; die reellen Punkte sind innerhalb desjenigen reellen Vertreters des Kegelschnitts x^2, dessen Berührungssehne mit diesem auf dem reellen Träger der konjugiert-imaginären gemeinsamen Punkten liegt.

Tangenten; die reellen Tangenten liegen ausserhalb desjenigen reellen Vertreters des Kegelschnitts x^2, dessen Berührungspol mit diesem der reelle Treffpunkt (Kontingenzpunkt) ist der konjugiert-imaginären gemeinsamen Tangenten.

Die zwei letzteren Doppelsätze benützen wir bei der Konstruktion solcher reellen Vertretern eines imaginären Kegelschnitts, die *a)* durch zwei konjugiert-imaginäre Punkte gehen; *b)* zwei konjugiert-imaginäre Geraden berühren.

5. *a)* Es sei in der Ebene eines imaginären Kegelschnitts x^2 auf einer Geraden f eine Involution I_f mit den konjugiert-imaginären Inzidenzpunkten A_iB_i gegeben, durch die wir die reellen Vertreter c^2, d^2 des Kegelschnitts x^2 legen wollen. (Fig. 2)

Die Involution I_f hat ein solches zugeordnetes Punktpaar EG, welches zugleich konjugiertes Polenpaar ist von x^2, und wenn man mit F den Pol der Geraden f nach x^2 bezeichnet, so ist EFG ein Polardreieck dieses Kegelschnitts.

Der reelle Vertreter des Kegelschnitts x^2, nämlich f^2, dessen Berührungspol und -sehne F und f ist, möge die in F zusammenstossenden Seiten des Dreiecks EFG in den Punktpaaren SS_1, TT_1 treffen, und die zugeordneten Punkte UU_1 der Involution I mögen die Eckpunkte EG harmonisch trennen.

Bei einem der Vierecke SUS_1U_1, TUT_1U_1 liegen die Treffpunkte der Gegenseiten innerhalb, bei dem anderen ausserhalb des Kegelschnitts f^2. Wir nehmen an, dass die Treffpunkte $(SU, S_1U_1)=A$, $(SU_1\ S_1U)=B$ innerhalb des Kegelschnitts $f^2=SS_1TT_1$ auf der Geraden $FE=TT_1$ liegen, dann werden die Involution

$I=EG.UU_1\ldots$ und ihre imaginären Inzidenzpunkte A_iB_i aus dem Punkte A (und auch B) in die Involution $FG.SS_1\ldots$ und ihre konjugiert-imaginäre Inzidenzpunkte A_jB_j projiziert. Die Punkte A, B sind somit die reellen Treffpunkte, und ihre Polaren a, b die reellen gemeinsame Tangenten der durch die Inzidenz-

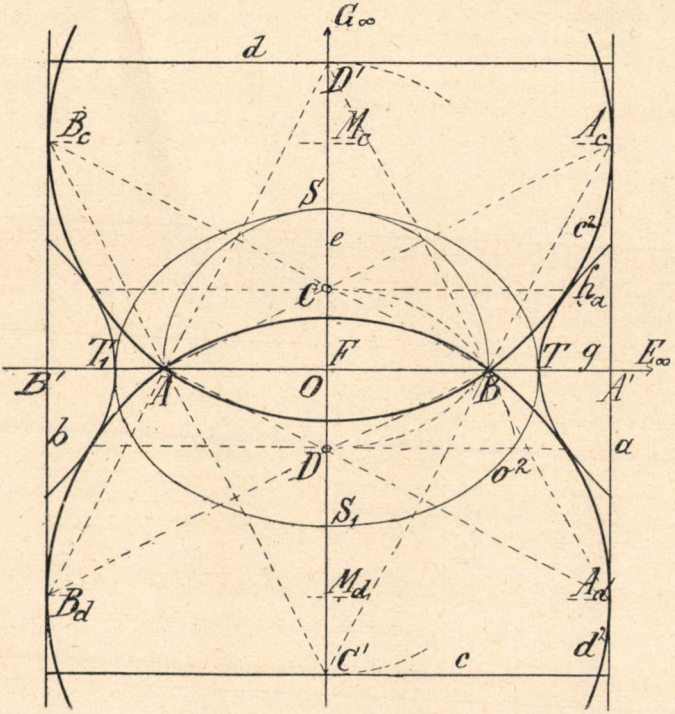


Fig. 2.

punkte der Involution I_f gehenden, also der gewünschten Kegelschnitte c^2, d^2.

Die beiden Kegelschnitte a^2, b^2, deren Berührungspole und -sehnen mit x^2 die Punkte und Geraden A, B; a, b sind, treffen sich in den Punkten C, D und haben die gemeinsame Tangenten c, d, und C, c, sowie D, d sind die Berührungspole und -sehnen der Kegelschnitte c^2, d^2.

b) Wenden wir uns jetzt zur zweiten Aufgabe, wo zur Be-

stimmung der reellen Vertreter c^2, d^2 des Kegelschnitts $\varkappa^2$ die Strahleninvolution i mit dem Mittelpunkt F gegeben ist, deren konjugiert-imaginäre Inzidenzstrahlen a_i, b_i die Kegelschnitte c^2, d^2 berühren sollen.

Treffen diejenigen zugeordnete Strahlen eg der Involution i, die zugleich konjugierte Polaren sind des Kegelschnitts $\varkappa^2$, die Polare f des Punktes F in den Punkten G, E, und sind ss_1, tt_1, diejenigen konjugierte Polaren von $\varkappa^2$, die ef, bezw. gf harmonisch trennen, uu_1 aber diejenigen zugeordnete Strahlen der Involution i, die eg harmonisch trennen, dann sind ss_1, uu_1; tt_1, uu_1 die Gegenseiten von zwei Vierecken, die zur Bestimmung der gewünschten Kegelschnitte dienen. Beide Vierecke haben nämlich noch ein drittes Gegenseitenpaar, von welchen ab a u s s e r h a l b desjenigen Kegelschnitts f^2 liegt, der als reeller Vertreter von $\varkappa^2$ seinen Berührungspol im Punkt F hat, während das dritte Gegenseitenpaar des anderen Vierecks den Kegelschnitt f^2 in reellen Punkten trifft. Sind a, b die Gegenseiten des ersten Vierecks sus_1u_1, so sind diese Gegenseiten die reellen gemeinsamen Tangenten der gewünschten zwei Kegelschnitten c^2, d^2, welche dann durch die Pole A, B dieser Tangenten a, b bezüglich $\varkappa^2$ gehen. Die Treffpunkte C, D und die gemeinsame Tangenten der zwei reellen Vertreter von $\varkappa^2$, nämlich a^2, b^2 (deren Berührungspole und -sehnen A, a, bezw. B, b sind) bestimmen als Berührungspole und -sehnen die Kegelschnitte c^2, d^2.

6. Wir wollen jetzt einige Anwendungen dieser Konstruktionen vorführen!

Es soll zu einer Ellipse k^2 eine ähnliche und ähnlich liegende Ellipse verzeichnet werden, die ein reeller Vertreter ist eines imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$.

o^2 sei diejenige Ellipse, deren Berührungssehne mit $\varkappa^2$ die unendlich ferne Gerade o ist der Ebene des Kegelschnitts $\varkappa^2$. Der Pol O dieser Geraden nach $\varkappa^2$ wird d e r M i t t e l p u n k t und die Ellipse o^2 selbst d i e Z e n t r a l e l l i p s e d e s P o l a r f e l d e s von $\varkappa^2$ genannt.

Die Zentralellipse o^2 hat ein konjugiertes Durchmesserpaar SS_1, TT_1, das mit einem konjugierten Durchmesserpaar der gegebenen Ellipse k^2 parallel ist, und es gibt somit zwei mit k^2 ähnliche und ähnlich liegende Ellipsen, die o^2 in den Endpunkten der

Durchmesser SS_1, bezw. TT_1 berühren, und von welchen die erste innerhalb, die zweite ausserhalb der Ellipse o^2 liegt. Die erste dieser Ellipsen trifft den Durchmesser TT_1 von o^2 innerhalb dieser liegenden Punkten A, B, deren Polaren a, b nach x^2 mit dem Durchmesser SS_1 parallel laufen.

Durch die Punkte A, B gehen zwei zu k^2 ähnliche und ähnlich liegende Ellipsen c^2, d^2, welche die Gerade a in den Punkten A_c, A_d, die Gerade b in den Punkten B_c, B_d berühren und welche die gewünschte Ellipsen sind. Die Gegenseiten der Vierecke AA_cBB_c, AA_dBB_d treffen sich in den Punkten C, C'; D, D' des Durchmessers SS_1, und wenn C, D innerhalb der Ellipsen c^2, d^2 liegen, so sind diese Punkte die Berührungspole von c^2, d^2, während ihre Berührungssehnen c, d durch die Punkte C', D' gehend zu dem Durchmesser TT_1 parallel sind.

Nimmt man anstatt der Ellipse k^2 einen Kreis an (Fig. 2), so werden die Punkte SS_1, TT_1 die Scheitelpunkte sein auf der Neben- und Hauptachse der Zentralellipse o^2. Bezeichnet man mit 2β und 2α die Länge der Neben- un Hauptachse derselben, so ist β der Abstand der Punkte A und B, und $r=2\alpha^2/\beta$ der Abstand der Geraden a, b (der Polaren von A und B nach x^2) vom Mittelpunkt O. Der aus dem Punkt A (oder B) als Mittelpunkt mit dem Halbmesser r beschriebene Kreis trifft die Nebenachse SS_1 der Ellipse o^2 in den Mittelpunkten M_c, M_d der reellen Vertreter c^2, d^2 des Kegelschnitts x^2 die Kreise sind. Diese gehen durch die Punkte A und B und berühren die Gerade a und b in den Punkten A_c, A_d; B_c, B_d. Die Treffpunkte C, D der Geraden AA_c, AA_d mit der Nebenachse SS_1 sind die Berührungspole dieser Kreise, und die auf jenen Geraden im Punkte A errichtete Senkrechten treffen die Nebenachse in den Punkten C', D' der Berührungssehnen c, d derselben.

Da die Halbmesser r der Kreise c^2, d^2 mit dem Halbmesser des Krümmungskreises in dem Scheitelpunkte S der Nebenachse der Zentralellipse o^2 gleich sind, so haben die Mittelpunkte M_c, M_d derselben von den Punkten A, B der Hauptachse (da $AB=2\beta$), den Abstand r, und können in einfacher Weise aus der Zentralellipse o^2 bestimmt werden.

Im Falle die Zentralellipse o^2 des Polarfeldes selbst ein Kreis ist, koinzidieren mit diesem die beiden Kreise c^2, d^2.

Anmerkung. Bezeichnet man mit α, β die halbe Haupt- und Nebenachse der Zentralellipse o^2, mit O den Mittelpunkt und liegt der Berührungspol D eines reellen Vertreters d^2 des imaginären Kegelschnitts x^2 auf der Hauptachse im Abstande $\delta = OD$ vom Mittelpunkt O, und ist der Kürze halber $\vartheta_\alpha^2 = (\alpha^2+\delta^2) : (\alpha^2-\delta^2)$, so ist, wie die einfache Rechnung zeigt, die auf der Hauptachse liegende Achse des Kegelschnitts d^2 gleich $\pm 2\alpha . \vartheta_\alpha^2$, die andere Achse $2\beta . \vartheta_\alpha$, und der Abstand seines Mittelpunktes M vom Punkt O ist gleich $2\alpha^2\delta : (\alpha^2-\delta^2)$. Für $\delta > \alpha$ ist der Kegelschnitt d^2 immer eine Ellipse und die auf der Hauptachse von o^2 liegende Achse derselben ist ihre Hauptachse.

Wenn aber der Berührungspol D auf der Nebenachse der Zentralellipse liegt ebenfalls im Abstande $OD = \delta$ vom Mittelpunkt und $\vartheta_\beta^2 = (\beta^2+\delta^2) : (\beta^2-\delta^2)$ ist, so wird die auf die Nebenachse von o^2 liegende Achse des Kegelschnitts d^2 gleich $\pm 2\beta . \vartheta_\beta^2$, die andere Achse $2\alpha . \vartheta_\beta$, und der Abstand seines Mittelpunktes von O gleich $2\beta^2\delta : (\beta^2-\delta^2)$ sein.

In diesem Fall können die beiden Achsen des Kegelschnitts d^2 gleich werden, u. zw. dann, wenn $\vartheta_\beta = \alpha : \beta$, also $\overline{OD^2} = \delta^2 = \beta^2(\alpha^2-\beta^2) : (\alpha^2+\beta^2)$, und die gleiche Halbachsen sind gleich $\alpha^2 : \beta$, während der Mittelpunkt M^* der zum Kreis verwandelten Ellipse d^2 vom Mittelpunkt O den Abstand hat: $(\alpha^4-\beta^4)^{\frac{1}{2}} : \beta$.

Liegt der Berührungspol D eines reellen Vertreters d^2 des imaginären Kegelschnitts nicht auf einer Achse der Zentralellipse o^2, sondern auf einem Durchmesser derselben im Abstand δ von seinem Mittelpunkte O, und ist die Grösse dieses Durchmessers 2α, die Grösse des zu diesem konjugierten Durchmessers 2β, so gelten ebenfalls die obigen Formeln, d. h.: der auf dem ersten Durchmesser liegende Durchmesser von d^2 ist: $2\alpha . \vartheta_\alpha^2$, der zu diesem konjugierte (der mit dem zum ersten konjugierten Durchmesser der Zentralellipse parallel liegt) ist: $2\beta . \vartheta_\alpha$, und der Abstand seines Mittelpunktes von O ist: $2\alpha^2\delta : (\alpha^2 - \delta^2)$, wenn $\vartheta_\alpha^2 = (\alpha^2+\delta^2) : (\alpha^2-\delta^2)$.

Da $\vartheta_\alpha^2 \geqq 1$, so hat die Zentralellipse des Polarfeldes von allen reellen Vertretern des imaginären Kegelschnitts die kleinsten Achsen.

Für die auf der Strecke OD^* liegende Berührungspole (wenn

D^* der Berührungspol dieses Kreises ist), wird die Hauptachse der Ellipse d^2 parallel sein mit der Hauptachse den Ellipse o^2; für die Berührungspole auf der Strecke von D^* bis zum Scheitelpunkt S der Nebenachse der Ellipse o^2, wir die Nebenachse der Ellipse d^2 parallel sein mit der Hauptachse der Ellipse o^2.

7. Im Polarfelde des imaginären Kegelschnitts x^2 kann ein jeder Punkt F als Brennpunkt von zwei reellen Vertretern des Kegelschnitts x^2 betrachtet werden, denn mit dem Brennpunkt F sind zugleich die aus ihm ausstrahlende zwei isotrope Geraden, als Tangenten der beiden Kegelschnitte, gegeben.

Es sei (EFG, efg) das bei F rechtwinkelige Polardreieck des Kegelschnitts x^2 (Fig. 3) und ss_1, tt_1 die aus den Eckpunkten der zwei spitzen Winkel, uu_1 die aus dem Eckpunkte F des rechten Winkels ausstrahlende konjugierte Polaren des Kegelschnitts x^2, welche die Seitenpaare harmonisch trennen.

Die zwei Vierecke sus_1u_1, tut_1u_1 haben noch jedes ein drittes Gegenseitenpaar $a=(su,\ s_1u_1)$, $b=(su_1,\ s_1u)$, bezw. $a'=(tu,\ t_1u_1)$ $b'=(tu_1,\ t_1u)$, die sich bezw. in den Punkten G, E treffen. Ist nun die Bezeichnung so gewählt, dass der Winkelraum ab den Winkelraum tt_1, und somit der Winkelraum ss_1 den Winkelraum $a\,b'$ einschliesst, so sind a, b zwei gemeinsame Tangenten und ihre auf der Seite $EF=g$ liegende Pole A, B nach x^2 zwei Punkte der gewünschten Kegelschnitte c^2, d^2. Aus diesen Daten kann man dieselben nach dem Vorgang in No. 3 bestimmen.

Die zwei Kegelschnitte c^2, d^2 erhält man aber auch auf einer anderen Weise. Da nämlich diese Kegelschnitte die Geraden a, b und die aus dem Punkt F ausstrahlenden isotropen Geraden berühren, gehören sie einer Schaar an und sind die durch den Punkt A gehende Kegelschnitte dieser Schaar. Ist nun k^2 irgend ein Kegelschnitt dieser Schaar und sind p, q die zwei aus dem Punkt ausstrahlende Tangenten des Kegelschnitts k^2, so berühren die zwei Geraden, welche p, q und die Punkte F, $E=ab$, harmonisch trennen, die gewünschten Kegelschnitte c^2, d^2 im Punkte A.

Nimmt man den Brennpunkt F im Mittelpunkt O der Zentralellipse o^2, deren Halbachsen α, β sind, an, so haben die gemein-

samen Tangenten a, b der Kegelschnitte c^2, d^2 von der Hauptachse den Abstand a, und die auf der Nebenachse liegende gemeinsame Punkte A, B dieser Kegelschnitte haben vom Mittelpunkt O den Abstand β^2/a. Die mit der Nebenachse von o^2 parallele Neben-

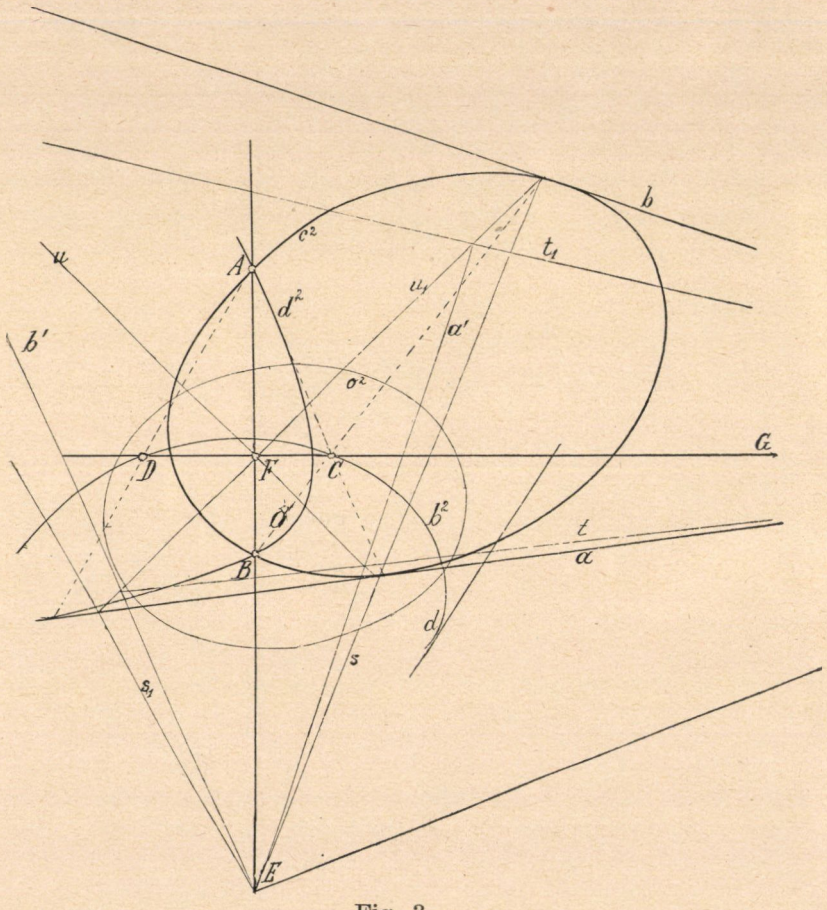


Fig. 3.

achsen der Kegelschnitte c^2, d^2 (die Ellipsen sind) sind also gleich $2a$ und die Hauptachsen sind gleich $2a^3/\beta^2$ und liegen auf der Hauptachse von o^2; der Abstand ihrer Mittelpunkte von O ist gleich $a(a^4 - \beta^4) : \beta^2$; endlich sind die zur Hauptachse senkrechte Fokalsehnen der drei Kegelschnitte o^2, c^2, d^2 gleich $2\beta^2/a$.

Nimmt man den Brennpunkt F des zu bestimmenden reellen Vertreters von x^2 in einem Brennpunkt der Zentralellipse o^2 an, so ist o^2 selbst eine der gewünschten Kegelschnitte; die zweite aber ist eine Hyperbel h^2. Wenn mit e die im Brennpunkt F auf die Hauptachse der Zentralellipse errichtete Senkrechte, mit E ihr Pol nach x^2 bezeichnet wird, so ist die Hyperbel h^2 die zentrisch-involutorische Figur von o^2 in Bezug auf E und e als Involutionsmittelpunkt und -achse.

8. *Drei reelle Vertreter eines imaginären Kegelschnitts x^2 haben paarweise je ein Paar, also insgesamt drei Paar reelle gemeinsame Sehnen und ebensoviele Paare reelle Kontingenzpunkte; jene Sehnen bilden im Allgemeinen die Gegenseiten eines Polarvierecks, diese Punktpaare aber die Gegenecken eines dem Polarviereck einbeschriebenen Polarvierseits von x^2, welches somit die Polarfigur jenes Vierecks ist in Bezug auf x^2.*

Liegen aber die Berührungspole der drei reellen Vertreter des Kegelschnitts x^2 in einer Geraden g, so treffen sich die Berührungssehnen im Pole G derselben und die Paare der Kontingenzpunkte der drei reellen Vertreter bilden auf g eine Punktinvolution, während die gemeinsame Sehnenpaare derselben zugeordnete Strahlen sind einer aus dem Punkt G ausstrahlenden mit jener perspektiven Strahleninvolution.

Sind nämlich A, a; B, b; C, c die Berührungspole und -sehnen der reellen Vertreter a^2, b^2, c^2 des imaginären Kegelschnitts x^2 und e_af_a, e_bf_b die reellen gemeinsamen Sehnen, E_aF_a, E_bF_b die reellen Kontingenzpunkte der Kegelschnittpaare b^2c^2, c^2a^2, so sind jene Sehnen konjugierte Polaren und diese Kontingenzpunkte konjugierte Pole von x^2, die bezw. die Berührungssehnen und -pole bc, BC; ca, CA harmonisch trennen (No. 3). Die zwei Paar Berührungssehnen sind also Gegenseiten eines Polarvierecks $e_ae_bf_af_b$ von x^2, und das dritte Gegenseitenpaar derselben, welches die Seiten ab seines Diagonaldreiecks abc harmonisch trennt, ist, nach einem bekannten Satz, ebenfalls ein konjugiertes Polarenpaar des Kegelschnitts x^2. Da aber x^2 nur ein konjugiertes Polarenpaar hat, welches die Berührungssehnen a, b der Kegelschnitte a^2, b^2 harmonisch trennt und diese die reelle gemeinsame Sehnen e_c, f_c derselben sind, so bilden diese das dritte Gegenseitenpaar des Vierecks $e_ae_bf_af_b$.

Ebenso folgt, dass die reellen Kontingenzpunkte E_c, F_c der Kegelschnitte a^2, b^2 Gegenecken sind des Polarvierseits $E_aE_bF_aF_b$ von x^2, womit der erste Teil des Satzes bewiesen ist.

Der zweite Teil folgt aus derjenigen Eigenschaft der reellen Kontingenzpunkte und gemeinsamen Sehnen der Kegelschnittpaare b^2c^2, c^2a^2, a^2b^2, dass sie konjugierte Pole, bezw. konjugierte Polaren sind von x^2.

9. Die Zentralellipse o^2 im Polarfelde des imaginären Kegelschnitts x^2 ist der Ort der Berührungspole und der Berührungssehnen derjenigen reellen Vertreter des Kegelschnitts, die Parabeln sind.

Bezeichnet man nämlich mit AA', BB' ein Paar konjugierte Durchmesser der Zentralellipse o^2; mit a, a' die Tangenten der Punkte A', A, so sind A, a und A', a' die Berührungspole und -sehnen von zwei reellen Vertretern des Kegelschnitts x^2, die den Durchmesser BB' im Mittelpunkt O und die unendlich ferne Gerade in seinem Treffpunkte mit dem Durchmesser AA' berühren, also kongruente Parabeln sind.

Nimmt man die Punkte P', Q'; P, Q auf den Tangenten a, bezw. a' so an, dass $P'A'=A'Q'=PA=AQ=OB\sqrt{2}$ sei, dann berührt die Parabel a^2 die Geraden $A'P$, $A'Q$ in den Punkten P, Q, und die Parabel a'^2 berührt die Geraden AP', AQ' in den Punkten P', Q'. Es gibt dann noch eine Hyperbel, welche die zwei Parabeln in den Punkten P, Q, P', Q' und die Zentralellipse in den Punkten B, B' berührt; für diese, als reeller Vertreter von x^2 ist der unendlich ferne Punkt des Durchmessers BB' der Berührungspol und der Durchmesser AA' die Berührungssehne. —

Auf einem beliebigen Durchmesser AA' der Zentralellipse o^2 nehmen wir ein Paar konjugierte Pole C, D des imaginären Kegelschnitts x^2 an, deren Polaren c, d nach x^2 durch die Punkte D, C gehen und mit dem zu AA' konjugierten Durchmesser BB' parallel sind.

Auf den Geraden c, d seien diejenigen konjugierten Pole von x^2, die D, bezw. C von den unendlich fernen Punkten harmonisch trennen, TT_1, UU_1 und die konjugierten Pole, welche die Punkte C, D harmonisch trennen, seien SS_1; es sind dann diese drei Paar konjugierte Pole die Gegenecken eines Polarvierseits von x^2. Liegen

die Punkte D und S_1 innerhalb, also C und S ausserhalb der Zentralellipse o^2, so ist $DS_1 < S_1C$; also wird von den zwei Kegelschnitten c^2, d^2, welche sich und die zu BB' parallele Geraden in den Punkten S, S_1 ihres gemeinsamen Durchmessers berühren und von welchen die erste die Geraden CT, CT_1 in den Punkten T, T_1, die zweite die Geraden DU, DU_1 in den Punkten U, U_1 berührt, die erste eine Ellipse und die zweite eine Hyperbel sein. Beide Kegelschnitte sind zugleich reelle Vertreter des imaginären Kegelschnitts x^2, mit C, c, bezw. D, d als Berührungspole und -sehnen.

Mit Rücksicht auf die früheren Resultate, erhalten wir:

Der imaginäre Kegelschnitt x^2 hat ∞^2 reelle Vertreter, die Ellipsen und ebensoviele, die Hyperbeln (darunter ∞^1 gleichseitige) und ∞^1, die Parabeln sind; die Berührungspole der Ellipsen liegen innerhalb, die der Hyperbeln ausserhalb, und die der Parabeln auf der Zentralellipse o^2 des Polarfeldes von x^2. Jede dieser Ellipsen hat mit einer der Hyperbeln einen Durchmesser gemein, der zugleich ein Durchmesser der Zentralellipse o^2 ist und beide sind Polarfiguren von einander bezüglich x^2. Je zwei der Parabeln, die einen Durchmesser von o^2 im Mittelpunkt berühren, sind kongruente Polarfiguren von einander nach x^2.

Unter den Ellipsen sind zwei Kreise, c^2, d^2, deren Mittelpunkte auf der Nebenachse von o^2 liegen und welche eine dieser Nebenachse gleiche gemeinsame Sehne, AB, auf der Hauptachse haben und deren Halbmesser dem Krümmungshalbmesser der Ellipse o^2 in ihren auf der Nebenachse liegenden Punkten (Scheiteln) gleich ist. Die zwei Kreise, die c^2, d^2 in ihren gemeinsamen Punkten rechtwinkelig schneiden, treffen die Nebenachse von o^2 innerlich o^2 in den Berührungspolen, äusserlich in Punkten der Berührungssehnen dieser Kreise mit x^2.

Ist die Zentralellipse o^2 selbst ein Kreis, so vereinen sich in diesem die beiden Kreise c^2 und d^2.

Anmerkung. Jeder dieser Kreise c^2, d^2, kann zur Konstruktion der Polaren der Punkte des Polarfeldes x^2 zweckmässig benützt werden. Denn trifft die Polare p_1 des Punktes P nach dem Kreis c^2 die Berührungssehne c derselben im Punkte Q, und die mit ihrem Berührungspol C inzidente und zu c parallele Gerade l im Punkte L_1, und liegt der Punkt L in Bezug auf C mit L_1

symmetrisch, so ist LQ die Polare des Punktes P nach dem imaginären Kegelschnitt x^2.

10. *Sind die Berührungspole von drei reellen Vertretern eines imaginären Kegelschnitts x^2 die Eckpunkte, also die Berührungssehnen die Seiten eines Polardreiecks desselben, so berühren sich die drei reelle Vertreter paarweise in denjenigen konjugierten Polen des Kegelschnitts x^2, welche die Eckpunkte des Polardreiecks harmonisch trennen und die Tangenten dieser Berührungspunkte auf den einzelnen Seiten treffen sich in den Gegenecken dieser und sind also konjugierte Polaren von x^2.*

Das Polardreieck ist für alle drei reelle Vertreter zugleich Polardreieck und jeder derselben ist seine eigene Polarfigur in Bezug auf die zwei anderen.

Im Polarfeld des imaginären Kegelschnitts x^2 gibt es ∞^3 solche Kegelschnittripel von reellen Veriretern derselben, der Anzahl der Polardreiecke des Kegelschnitts x^2 entsprechend; jeder reelle Vertreter kommt in ∞^1 Kegelschnittripeln vor.

Trennen nämlich die konjugierten Pole (Fig. 4) $E_{12}F_{12}$, $E_{13}F_{13}$, $E_{23}F_{23}$ die Eckpunkte A_1A_2, A_1A_3, A_2A_3 des Polardreiecks $A_1A_2A_3$ von x^2 harmonisch, so bilden diese die Gegenpunkte eines Vierseits und die drei Geradenpaare $f_{ij}=A_kE_{ij}$, $e_{ij}=A_kF_{ij}$, welche die Polaren der Punkte F_{ij}, E_{ij} sind, die Gegenseiten eines Vierecks. Die drei reelle Vertreter von x^2: a_1^2, a_2^2, a_3^2, deren Berührungspole und -sehnen die Eckpunkte A_1, A_2, A_3 und Gegenseiten des Polardreiecks $A_1A_2A_3$ sind, sind bezw. den drei einfachen Vierecken $E_{12}E_{13}F_{12}F_{13}$, $E_{12}E_{23}F_{12}F_{23}$, $E_{13}E_{23}F_{13}F_{23}$ des vollständigen Vierseits $E_{12}E_{13}E_{23}F_{12}F_{13}F_{23}=[EF]$ umschrieben, und den drei einfachen Vierecken des vollständigen Vierecks $e_{12}e_{13}e_{23}f_{12}f_{13}f_{23}=[ef]$ einbeschrieben. Die Kegelschnitte a_1^2, a_2^2 berühren sich in den Punkten E_{12}, F_{12} und die Polaren der Punkte E_{13}, F_{13} des Kegelschnitts a_1^2 in Bezug auf den Kegelschnitt a_2^2 sind die Tangenten $F_{13}A_2$, $E_{13}A_2$, und die Polaren der Punkte E_{23}, F_{23} von a_2^2 in Bezug auf a_1^2 sind die Tangenten $F_{23}A_1$, $E_{23}A_1$ der Punkte F_{23}, E_{23}.

Da schliesslich jeder reelle Vertreter des Kegelschnitts x^2 mit diesem ∞^1 Polardreiecke gemeinsam hat, und im Polarfelde ∞^3 Polardreiecke sind, so ist der Satz in allen Teilen bewiesen.

Um über die Gattung der drei reellen Vertreter a_i^2 eines ima-

ginären Kegelschnitts x^2, deren Berührungspole und -sehnen die Eckpunkte und Gegenseiten des Polardreiecks $A_1A_2A_3$ sind, einen Überblick zu gewinnen, bedenke man, dass wenn ein Eckpunkt A_1 innerhalb der Zentralellipse o^2 des Polarfeldes liegt, so hat die Polare mit o^2 keine reelle Punkte gemeinsam, also liegt von den Eckpunkten des Polardreiecks bloss A_1 innerhalb o^2 und somit ist a_1^2 eine Ellipse, die übrigen zwei reelle Vertreter aber sind entweder

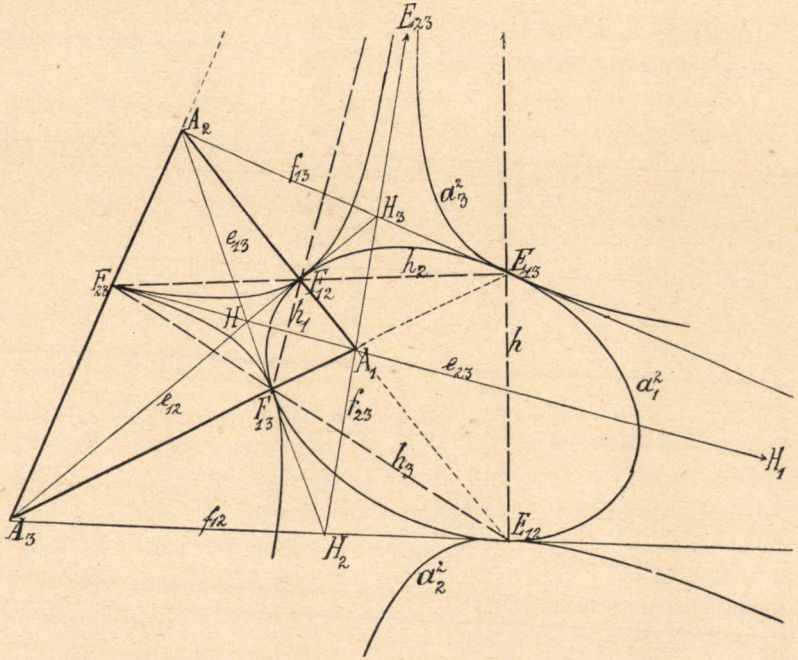


Fig. 4.

beide Hyperbeln, oder die eine ist Hyperbel, die andere aber Parabel.

Liegt der Punkt A_1 ausserhalb der Zentralellipse o^2, so können von den zwei anderen Eckpunkten A_2, A_3 des Polardreiecks beide ausserhalb o^2 oder auf o^2, aber niemals beide innerhalb derselben liegen.

Wenn schliesslich A_1 ein Punkt der Zentralellipse o^2 ist, so kann keiner der Punkte innerhalb derselben liegen.

Daraus folgt:

Sind die Berührungspole der reellen Vertreter eines imaginären Kegelschnitts die Eckpunkte eines Polardreiecks desselben, so sind diese reelle Vertreter entweder: 1. *drei Hyperbeln; oder* 2. *zwei Hyperbeln und eine Ellipse; oder* 3. *eine Hyperbel und zwei Parabeln.*

Sind die Seiten des Polardreiecks, welche das Kegelschnitttripel der reellen Vertreter des imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$ bestimmen, die zwei Achsen der Zentralellipse o^2 und die unendlich ferne Gerade, so besteht das Kegelschnittripel aus der Zentralellipse und aus zwei Hyperbeln h_a^2, h_b^2, die o^2 in den Scheiteln der Haupt- und Nebenachse und einander in den unendlich fernen Punkten der gleichlangen Durchmesser von o^2 berühren.

Ist c^2 eines der beiden Kreise, die den imaginären Kegelschnitt $\varkappa^2$ reell vertreten, der unendlich ferne Punkt seiner Berührungssehne c mit $\varkappa^2$, der eine Eckpunkt, der Berührungspol C der zweite Eckpunkt des Polardreiecks, so ergänzt die obige Hyperbel h_a^2, und noch eine Hyperbel den Kreis c^2 zu einem Kegelschnitttripel obiger Art.

Also:

«Die beiden Kreise c^2, d^2, welche reelle Vertreter des imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$ sind, haben eine doppelte Berührung mit derjenigen Hyperbel h_a^2, welche die Zentralellipse o^2 des Polarfeldes in ihren auf der Hauptachse liegenden Scheiteln und ihre gleichlangen Durchmesser unendlich fern berührt; die beiden mit der Hauptachse von o^2 parallele Berührungssehnen von c^2, h_a^2 und d^2, h_a^2 gehen durch die Berührungspole C, bezw. D der Kreise parallel zur Hauptachse von o^2.

Ist β die halbe Nebenachse, γ die Exzentrizität der Zentralellipse, ε die Exzentrizität der Hyperbel h_a^2, so ist der Abstand der zwei letzteren Berührungssehnen von der Hauptachse: $\beta\gamma/\varepsilon$.»

Anmerkung. Aus obigen Betrachtungen ergibt sich als Ergänzung zu No. 3: Wenn zwei Punkte A, B, durch welche die reellen Vertreter des imaginären Kegelschnitts $\varkappa^2$ gelegt werden sollen, konjugierte Pole des letzteren sind, so berühren sich die zwei reellen Vertreter in den Punkten A, B, und ihre Berührungspole, die ebenfalls konjugierte Pole sind, trennen diese Punkte harmonisch.

11. Sind auf den Seiten A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 eines Polardreiecks $A_1A_2A_3$ des imaginären Kegelschnitts x^2 diejenigen konjugierten Pole, welche die Eckpunkte harmonisch trennen: $E_{23}F_{23}$, $E_{13}F_{13}$, $E_{12}F_{12}$, so sind diese Punkte die Gegenecken eines solchen Polarvierseits des Kegelschnitts x^2, dessen Diagonaldreieck $A_1A_2A_3$ zugleich ein Polardreieck ist.

Ebenso bilden die aus den Eckpunkten des Polardreiecks $A_1A_2A_3$ ausstrahlende konjugierte Polaren A_1E_{23}, A_1F_{23}; A_2E_{13}, A_2F_{13}; A_3E_{12}, A_3F_{12}, welche die Seitenpaare harmonisch trennen, die Gegenseiten eines Polarvierecks von x^2, dessen Diagonaldreieck $A_1A_2A_3$ gleichfalls Polardreieck ist von x^2.

Also:

Der imaginäre Kegelschnitt x^2 hat die Eigenschaft, dass es unter seinen ∞^6 Polarvierseiten und ebensovielen Polarvierecken ∞^3 Polarvierseite und ebensoviele Polarvierecke gibt, deren Diagonaldreiecke Polardreiecke sind des Kegelschnitts x^2.

Die auf zwei beliebigen konjugierten Polaren von x^2 liegende konjugierte Pole, die den Treffpunkt derselben von seiner Polare harmonisch trennen, sind zwei Paar Gegenecken eines solchen Vierseits; und die aus zwei beliebigen konjugierten Polen von x^2 ausstrahlende konjugierte Polaren, welche die Verbindungsgerade der Pole von ihrem Pole harmonisch trennen, sind zwei Gegenseiten eines solchen Vierecks.

Aus dem ersten Satz in No. 8 ergibt sich noch der Folgende, den wir auch als eine Verallgemeinerung des obigen betrachten können:

Sind zwei Drei ecke in einer Ebene perspektiv, so bildenidie

Geradenpaare, welche je zwei Seiten des einen Dreiecks und die Eckpunkte auf der zur dritten Seite homologen Seite des anderen Dreiecks harmonisch trennen, die Gegenseiten eines Vierecks.

Punktpaare, welche je zwei Eckpunkte des einen Dreiecks und die in dem zum dritten Eckpunkt homologen Eckpunkt zusammenstossende Seiten des anderen Dreiecks harmonisch trennen, die Gegenecken eines Vierecks.

Betrachtet man die zwei perspektive Dreiecke als Polarfiguren von einander in Bezug auf einen Kegelschnitt, so ist das

Viereck ein Polarviereck und das Vierseit ein Polarvierseit des nämlichen Kegelschnitts.

Der Beweis des Satzes ergibt sich auch direkt gestützt auf folgenden:

«Zwei Punkte, die in einer Punktinvolution I, zwei Punkte und zugleich die diesen in der Involution I zugeordnete Punkte harmonisch trennen, sind selbst zugeordnet in der Involution I.»

Der imaginäre Kegelschnitt x^2 trifft die Seiten A_1A_2, A_2A_3, A_3A_1 des Polardreiecks $A=A_1A_2A_3$ in den drei konjugiert-imaginären Punktpaaren $A_{12}A_{21}$, $A_{23}A_{32}$, $A_{31}A_{13}$, welche durch die harmonische Würfe $A_{ij}=(A_iE_{ij}A_jF_{ij})=(A_jF_{ij}A_iE_{ij})$ definiert sind, wo die Punktpaare $E_{ij}=E_{ji}$, $F_{ij}=F_{ji}$ konjugierte Pole sind des Kegelschnitts x^2. Diese sechs Punkte sind sechsfach involutorisch; die Involutionsmittelpunkte sind die Eckpunkte des früheren Polarvierseits $[EF]$ und die Involutionsachsen sind die Seiten seiner Polarfigur, nämlich des Vierecks $[ef]$, da:

$$E_{12}=(A_{13}A_{23},\ A_{31}A_{32},\ A_{12}A_{21}),\quad E_{13}=(A_{12}A_{32},\ A_{21}A_{23},\ A_{13}A_{31}),$$
$$E_{23}=(A_{21}A_{31},\ A_{12}A_{13},\ A_{23}A_{32})$$
$$F_{12}=(A_{13}A_{32},\ A_{31}A_{23},\ A_{12}A_{21}),\quad F_{13}=(A_{12}A_{23},\ A_{21}A_{32},\ A_{13}A_{31}),$$
$$F_{23}=(A_{21}A_{13},\ A_{12}A_{31},\ A_{23}A_{32})$$

Wir wollen einiges über die Konfiguration dieses besondern Pascalsechsecks $A_{12}A_{21}A_{13}A_{31}A_{23}A_3{}^2$ hier einschalten.[1]

Nennt man Pascalpunkte des Sechsechs diejenigen 45 Punkte, in welchen sich die 15 Seiten desselben ausser den Eckpunkten treffen, so sind die drei Eckpunkte des Polardreiecks A einfache, die sechs Eckpunkte des Polarvierseits $[EF]$ dreifache Pascalpunkte, die übrigen 24 Pascalpunkte sind zwölf Paar konjugiert-imaginäre Punkte, die zu zwei Paaren auf den sechs Seiten des Vierecks $[ef]$ liegen.

Um dies letztere zu zeigen, bezeichnen wir die Seiten des Polarvierseits und die Eckpunkte des Polarvierecks wie folgt:

---

[1] S. die Abhandlung dieses Autors: «*Die Configuration des Pascalsechsecks in zwei besonderen Fällen*» in Orvos-Természettudományi Értesítő, XXI. Bd. 1899. Kolozsvár (Klausenburg).

$$E_{12}E_{13}E_{23} = h \qquad e_{12}e_{13}e_{23} = H$$
$$E_{23}F_{12}F_{13} = h_1 \qquad e_{23}f_{12}f_{13} = H_1$$
$$E_{13}F_{12}F_{23} = h_2 \qquad e_{13}f_{12}f_{23} = H_2$$
$$E_{12}F_{13}F_{23} = h_3 \qquad e_{12}f_{13}f_{23} = H_3.$$

Wir wollen den Treffpunkt der imaginären Geraden $A_{12}A_{31}$, $A_{21}A_{32}$ bestimmen. Da

$$A_{12} = (A_1E_{12}A_2F_{12}) \qquad A_{21} = (A_2E_{12}A_1F_{12})$$
$$A_{31} = (A_1F_{13}A_3E_{13}) \qquad A_{32} = (A_2F_{23}A_3E_{23})$$

ist, und die zwei ersten und letzten Punktwürfe bezüglich der Punkte F_{23}, bezw. F_{13} perspektiv liegen, so sind die Geraden

$$A_{12}A_{31} = F_{23}(A_1E_{12}A_2F_{12})$$
$$A_{21}A_{32} = F_{13}(A_2E_{12}A_1F_{12})$$

durch zwei perspektive harmonische Strahlenwürfe dargestellt, welche in $F_{23}E_{12}=h_3$, $F_{13}E_{12}=h_3$ einen gemeinsam entsprechenden Strahl haben und deren drei übrige homologe Strahlen sich in den drei Punkten

$$H = (F_{23}A_1,\ F_{13}A_2), \quad A_3 = (F_{23}A_2,\ F_{13}A_1),\ F_{12}$$

der Geraden e_{12} treffen. Der imaginäre Treffpunkt der zwei imaginären Geraden $A_{12}A_{31}$, $A_{21}A_{32}$ liegt somit auf der reellen Geraden e_{12} und wird durch den harmonischen Punktwurf $(Hh_3A_3F_{12})$ dargestellt, wo h_3 zugleich den Treffpunkt der Geraden h_3, e_{12} bezeichnet.

Ebenso findet man die übrigen imaginären Treffpunkte der imaginären Seitenpaare des Pascalsechsecks auf den Seiten des Vierecks $[ef]$, wovon wir die auf den Seiten e_{12} und f_{12} liegende hier angeben:

$$(A_{12}A_{31},\ A_{21}A_{32}) = (H\,h_3A_3F_{12}) \quad (A_{12}A_{13},\ A_{21}A_{23}) = (H_3h\ A_3F_{12})$$
$$(A_{12}A_{23},\ A_{21}A_{13}) = (A_3h_3H\ F_{12}) \quad (A_{12}A_{32},\ A_{21}A_{31}) = (A_3h\ H_3F_{12})$$

$$(A_{12}A_{23},\ A_{21}A_{31}) = (H_2h_1A_3E_{12}) \quad (A_{12}A_{32},\ A_{21}A_{13}) = (H_1h_2A_3E_{12})$$
$$(A_{12}A_{13},\ A_{21}A_{32}) = (A_3h_1H_2E_{12}) \quad (A_{12}A_{31},\ A_{21}A_{23}) = (A_3h_2H_1E_{12})$$

und von welche man die auf den Gegenseiten e_{13}, f_{13} und e_{23}, f_{23} des Vierecks $[ef]$ erhält, wenn man in diesen die Zeiger 2 mit 3, dann 1 mit 3 vertauscht.

Mit Hilfe der Pascalpunkte kann man die Pascalgeraden, die Kirkmanpunkte usw. des imaginären Sechsecks $A_{12}A_{21}\ldots A_{32}$ bestimmen, und erhält folgenden Satz:

Ist A ein Polardreieck eines imaginären Kegelschnitts x^2, so sind diejenigen konjugierten Pole auf den Seiten desselben, welche die Eckpunkte harmonisch trennen, die Gegeneckpunkte eines Polarvierseits, und diejenigen konjugierte Polaren, welche die Seitenpaare harmonisch trennen, die Gegenseiten eines Polarvierecks von x^2, und die Seiten des Polardreiecks A treffen den Kegelschnitt x^2 in den Eckpunkten eines besonderen Pascalsechsecks. Von den 45 Pascalpunkten dieses Sechsechs sind drei die Eckpunkte des Polardreiecks, 18 sind die Eckpunkte des Polarvierseits, von denen jeder ein dreifacher Pascalpunkt ist, endlich liegen auf jeder Seite des Polarvierecks zwei Paar konjugiert-imaginäre Pascalpunkte.

Von den 60 Pascalgeraden des Sechsecks sind 12 Paar konjugiert-imaginär; von den übrigen 36 sind auf jeder Seite des Polarvierecks vier, auf jeder Seite des Polarvierseits drei ($6.4+4.3=36$).

Von den 60 Kirkmanpunkten sind 12 Paar konjugiert-imaginär; von den übrigen 36 liegen vier in jedem Eckpunkt des Polarvierseits und drei in jedem Eckpunkt des Polarvierecks.

Von den 20 Steinerpunkten sind vier unbestimmbar auf den Seiten des Polarvierseits, 12 liegen paarweise in den Eckpunkten dieses Polarvierseits, 4 liegen in den Eckpunkten des Polarvierecks. Von den 15 Steinergeraden sind 6 die Seiten des Polarvierecks, 8 liegen paarweise auf den Seiten des Polarvierseits und eine ist unbestimmbar.

Von den 20 Cayleygeraden sind 4 unbestimmbar, doch hat jeder einen Punkt im Eckpunkt des Polarvierecks, 12 sind die Seiten dieses Polarveirecks doppelt gezählt und 4 sind die Seiten des Polarvierseits. Von den 15 Salmonpunkten sind 6 die Eckpunkte des Polarvierseits, 8 sind doppelt gezählt, die Eckpunkte des Polarvierecks und einer ist unbestimmt.

Das Polarfeld hat ∞^3 solche Pascalsechsecke und solche Konfigurationen.

Wir nehmen jetzt zwei Polardreiecke 135, 246 des imaginären Kegelschnitts x^2 an. Der Pol jeder Geraden, welche einen Eckpunkt des einen Polardreiecks mit einem Eckpunkt des anderen verbindet, ist der Treffpunkt der Gegenseiten jener Eckpunkte;

diesen bezeichnen wir mit dem Buchstaben, der in folgender Matriz mit den Seiten in einer Zeile und Reihe ist:

	13	35	51
46	α_2	γ_4	β_3
62	β_4	α_3	γ_2
24	γ_3	β_2	α_4.

Die aus den Eckpunkten 1, 3, 5; 2, 4, 6 ausstrahlende konjugierte Polarenpaare des Kegelschnitts x^2 bilden sechs Involutionen, deren Inzidenzstrahlenpaare i_1, i_3, i_5; i_2, i_4, i_6 konjugiert-imaginär sind und den Kegelschnitt x^2 berühren. Jedes der drei ersten Tangentenpaare bildet mit jedem der drei übrigen Tangentenpaare zwei Gegenseitenpaare eines imaginären Vierecks, dessen drittes Gegenseitenpaar reell ist und sich in einem der neun Punkte α_j, β_j, γ_j trifft. Diese neun imaginären Vierecke I_j^a, I_j^b, I_j^c kann man durch die imaginären Gegenseitenpaare ausdrücken. In folgender Matriz:

	i_5	i_1	i_3
i_2	I_2^a	I_4^c	I_3^b
i_3	I_4^b	I_3^a	I_2^c
i_6	I_3^c	I_2^b	I_4^a

sind zwei Gegenseiten des Vierecks mit ihm in einer Zeile und Reihe.

Die reelle Gegenseiten der drei Vierecke I_j^a, I_j^b, I_j^c bilden selbst die Gegenseiten von drei Vierecken $A=A_1A_2A_3A_4$, $B=B_1B_2B_3B_4$, $C=C_1C_2C_3C_4$, welche Polarvierecke sind des Kegelschnitts x^2, und die Eckpunkte ihrer Diagonaldreiecke $\alpha_2\alpha_3\alpha_4$, $\beta_2\beta_3\beta_4$, $\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ sind obige Punkte, indem zugleich $\alpha_j=(A_1A_j,\ A_kA_l)$, $\beta_j=(B_1B_j,\ B_kB_l)$, $\gamma_j=(C_1C_j,\ C_kC_l)$.

Die Diagonaldreiecke der neun imaginären Vierecke I_j^a, I_j^b, I_j^c sind ebenfalls reell; einer ihrer Eckpunkte ist α_j, bezw. β_j, γ_j; die zwei anderen sind Eckpunkte der Polardreiecke 135, 246 auf der Polaren des ersten Eckpunktes.

Die drei Polarvierecke A, B, C des imaginären Kegelschnitts x^2 bilden ein desmisches Tripel und bestimmen das dazu konjugierte desmische Tripel von Vierecken N_2, N_3, N_4, die ebenfalls Polar-

vierecke sind von x^2, welche dann durch die neun imaginären Vierecken $I_2^a, \ldots I_4^c$ zu einem desmischem Viereckssystem ergänzt werden.

Diese fünfzehn Vierecke spalten sich in zehn konjugierte desmische Viereckstripel, deren eines die sechs reellen Vierecke ABC, $N_2N_3N_4$ sind, während jedes der übrigen desmischen Tripel aus einem reellen und zwei imaginären Vierecken besteht.

Die sechs Vierecke eines jeden konjugierten desmischen Tripels sind Polarvierecke eines Kegelschnitts; das desmische Viereckssystem bestimmt zehn solche Kegelschnitte, die ein desmisches Kegelschnittsystem bilden; neun von diesen Kegelschnitten sind reell, der zehnte ist der imaginäre Kegelschnitt x^2.

Da im Polarfeld des imaginären Kegelschnitts x^2 ∞^6 Polardreieckpaare sind, so gehört x^2 zu ∞^6 desmische Kegelschnittsysteme und wir können sagen:

Der imaginäre Kegelschnitt x^2 bestimmt ∞^6 desmische Kegelschnittsysteme; in jedem derselben ist x^2 der imaginäre Kegelschnitt; er bestimmt auch ∞^6 desmische Viereckssysteme, in welchen alle reelle Vierecke Polarvierecke sind von x^2, während die imaginären Vierecke den Kegelschnitt x^2 mit ihren imaginären Gegenseiten berühren.[1]

12. Bei obigen Untersuchungen der Eigenschaften des Polarfeldes haben wir deshalb den imaginären Kegelschnitt benützt, weil bei diesem die Ergebnisse einheitlicher hervortreten, als bei einem reellen Kegelschnitt. Da die reellen Vertreter des imaginären Kegelschnitts x^2 zugleich die zu diesem konjugierte Kegelschnitte sind und die Benennung «reeller Vertreter» für reelle Kegelschnitte keinen Sinn hat, benützen wir im Folgenden, wo der zu betrachtende Kegelschnitt x^2 reell ist, die allgemeinere Benennung: «konjugierter Kegelschnitt».

Ist der Kegelschnitt x^2 eine Ellipse, so sind die zu diesem konjugierte ∞^2 Kegelschnitte a^2, deren Berührungspole ausserhalb x^2 liegen: Hyperbeln.

---

[1] Beweise obiger Behauptungen findet man in der Abh. des Autors: «*Desmische Vierecke*». Math. u. Naturwiss. Berichte aus Ungarn. Bd. XXXVIII. Budapest, 1931.

Ist x^2 eine Parabel, so sind die zu ihr konjugierte Kegelschnitte a^2 Hyperbeln oder Parabeln, je nachdem der Berührungspol ausserhalb x^2 im Endlichen oder unendlich fern liegt.

Wenn aber x^2 eine Hyperbel und x'^2 die zu dieser im gewöhnlichen Sinn konjugierte (d. h. in Bezug auf seinen Mittelpunkt als Berührungspol konjugierte) Hyperbel ist, so werden die zu x^2 konjugierte Kegelschnitte a^2, für alle innerhalb x'^2 liegenden Berührungspole: Ellipsen; für alle auf x'^2 liegenden Punkte Parabeln, endlich für alle ausserhalb beider Hyperbeln x^2, x'^2 liegende Berührungspole: Hyperbeln sein.

Sind 2α, 2β die Hauptachsen der beiden Hyperbeln x^2, x'^2, und ist $\alpha > \beta$, ($\gamma^2 = \alpha^2 - \beta^2$, $\varepsilon^2 = \alpha^2 + \beta^2$), dann gibt es unter den zu x^2 konjugierten Ellipsen zwei Kreise, deren Berührungspole auf ihrer Nebenachse liegen in einem Abstand vom Mittelpunkt gleich $\beta\varepsilon/\gamma$.

Durch einen ausserhalb des reellen Kegelschnitts x^2 liegenden Punkt gehen ∞^1, durch zwei solche Punkte gehen zwei zu ihr konjugierte Kegelschnitte.

Zwei beliebige zu dem reellen Kegelschnitt x^2 konjugierte Kegelschnitte a^2, b^2 haben zwei oder vier reelle gemeinsame Punkte, e nachdem die Gerade, die ihre Berührungspole A, B verbindet, den Kegelschnitt x^2 in keinem reellen oder in zwei reellen Punkten trifft. Berührt die Gerade AB den Kegelschnitt x^2, so ist der Berührungspunkt ein dreifacher Punkt beider Kegelschnitte, die dann ausser diesen noch einen Treffpunkt haben.

In allen Fällen trennen die gemeinsamen Sehnen, bezw. ein Paar gemeinsame Sehnen und die mit diesen inzidente Kontingenzpunkte der beiden Kegelschnitte a^2, b^2 die Berührungssehnen a, b und die Berührungspole A, B harmonisch, die also auch hier konjugierte Polaren, bezw. konjugierte Pole sind. Auch bei einem reellen Kegelschnitt x^2 ist jeder der Kontingenzpunkte der zu diesem konjugierten zwei Kegelschnitte a^2, b^2 der Pol einer gemeinsamen Sehne derselben, und jeder ihrer gemeinsamen Punkte der Pol einer ihrer gemeinsamen Tangenten.

Im Falle dass die beiden zu x^2 konjugierten Kegelschnitte a^2, b^2 auf ihren zwei gemeinsamen Sehnen die durch den Treffpunkt der Berührungssehnen a, b gehen, zwei Paar gemeinsame Punkte SS_1,

TT_1, also auch dem entsprechend zwei Paar gemeinsame Tangenten ss_1, tt_1, haben, so sind jene Punktpaare und das Punktpaar UU_1, in welchen die Verbindungsgerade AB der Berührungspole den Kegelschnitt x^2 trifft: die Gegenecken eines Vierseits $STUS_1T_1U_1$, und die zwei Tangentenpaare, so wie das aus dem Punkt ab zu x^2 ausstrahlende Tangentenpaar uu_1: die Gegenseiten eines Vierecks $stus_1t_1u_1$. Dieses Viereck und jenes Vierseit sind Polarfiguren von einander nach dem Kegelschnitt x^2. (Vergl. die Sätze in No. 4.)

Der Satz in No. 8 gilt auch hier, wenn anstatt des imaginären Kegelschnitts ein reelles angenommen wird.

Ist $A_1A_2A_3$ ein Polardreieck des reellen Kegelschnitts x^2, dessen Eckpunkt A_3 innerhalb derselben liegt, so werden von den drei zu diesem konjugierten Kegelschnitten a_1^2, a_2^2, a_3^2, deren Berührungspole und -sehnen die Eckpunkte A_1, A_2, A_3 und ihre Gegenseiten sind jenes Polardreiecks: die zwei ersten reell, der dritte imaginär sein. Die vier Kegelschnitte a_1^2, a_2^2, a_3^2, x^2 haben dann die nämliche gegenseitige Lage und Eigenschaften, wie die vier Kegelschnitte in No. 10, nur muss man da die beiden Kegelschnitte a_3^2, x^2 mit einander vertauschen.[1]

Endlich sei noch zum Satz in No. 11 *bemerkt, dass ein reeller Kegelschnitt* x^2 *keine solche reelle Polarvierecke und reelle Polarvierseite hat, deren Diagonaldreiecke — Polardreiecke des Kegelschnitts sind.*

II. Der Polarraum einer Fläche zweiter Ordnung.

13. Der Polarraum einer Fläche II. O. x^2 ist bestimmt durch ein Polarfeld desselben und die Involution I_a der konjugierten Pole auf der zur Ebene a des Polarfeldes konjugierten Geraden a. Ist nun A der auf a liegende Pol der Ebene a, D die Spur der Geraden a auf dieser Ebene, und sind b, c zwei aus dem Punkt D aus-

[1] Von solchen drei Kegelschnitten wie a_1^2, a_2^2, a_3^2 schreibt v. STAUDT in seinen «Beiträge zur Geometrie der Lage» No. 329; H. SCHRÖTER in seiner «Theorie der Kegelschnitte» im §: Harmonisch zugeordnete Kegelschnitte; H. WIENER in seiner «Darstellenden Geometrie», I. Bd.: Imaginäre Projektion.

strahlende konjugierte Polaren des Polarfeldes in a; B, C die zu D konjugierte Pole auf diesen Geraden, so ist $ABCD$ ein Polartetraeder des Polarraumes. Trifft nun eine Ebene π die Kanten a, b, c dieses Polartetraeders in den Punkten L, M, N und sind L_1, M_1, N_1 die auf jenen Kanten zu diesen Punkten konjugierte Pole, dann sind L_1BC, M_1CA, N_1AB die Polarebenen der Punkte L, M, N und ihr Treffpunkt P ist der Pol der Ebene $\pi=LMN$. Zugleich ist DP die Polare der Schnittlinie der Ebenen ABC, π, und die Pole dieser Schnittlinie im Polarfelde ihrer Ebenen sind die Treffpunkte der Geraden DP mit ihnen. ABC ist ein Polardreieck und die Projektionen desselben aus den Punkten D und P auf die Ebene π sind Polarfiguren von einander im Polarfelde dieser Ebene. Durch die gegebenen Daten ist also nicht nur der Pol P der beliebig angenommenen Ebene π, sondern auch das Polarfeld in dieser, sowie auch der mit diesem perspektive Polarbündel P bestimmt.

Man kann sowohl die Involution I_a auf der Geraden, als auch das Polarfeld in einer Ebene a beliebig annehmen, womit dann der Polarraum und seine Inzidenzfläche II. O. x^2 bestimmt ist. Wenn die Involution I_a imaginäre Inzidenzpunkte hat und auch der Inzidenzkegelschnitt des Polarfeldes imaginär ist, so wird auch die Inzidenzfläche x^2 des Polarraumes imaginär sein; in allen anderen Fällen ist sie reell.

In dem Polarraum, dessen Inzidenzfläche x^2 ist, wollen wir den Ort derjenigen konjugierten Pole der Fläche x^2 bestimmen, welche einen beliebigen Punkt A von seiner Polarebene a harmonisch trennen.

Ist SS_1 ein solches konjugiertes Polenpaar, so projizieren wir aus dem Punkt S die Punkte X der Ebene a durch einen Strahlenbündel $S(X)$ und die Polaren x_1 der Punkte X im Polarfelde a durch den Ebenenbündel $S_1(x_1)$; das Erzeugnis der beiden korrelativen Bündel ist eine Fläche II. O. x^2 und zugleich der gesuchte Ort. Denn trifft der Strahl SX die ihr entsprechende Ebene S_1x_1 im Punkte U, so trifft die Gerade S_1U die Ebene a in einem Punkt X_1 der Geraden x_1, deren Polare x durch den Punkt X geht. Der Treffpunkt U_1 des Strahles SX_1 mit der Ebene S_1x ist ebenso wie U ein Punkt des gewünschten Ortes, da UU_1 gleich SS_1 und XX_1 konjugierte Pole sind der Fläche x^2.

Die zwei Flächen x^2, a^2 haben das Polarbündel A und das Polarfeld in der Ebene a gemein; sie berühren sich somit im Inzidenzkegelschnitt a^2 des Polarfeldes. Die Beziehung der beiden Flächen x^2, a^2 ist auch gegenseitig; denn jede Ebene des Bündels A trifft die beiden Flächen in konjugierten Kegelschnitten. Wir nennen deshalb auch zwei Flächen II. O., welche einander in einem reellen oder imaginären Kegelschnitt a^2 berühren und noch die Eigenschaft haben, dass die Strahlen des Bündels A, dessen Scheitel der Pol der Ebene a des Kegelschnitts a^2 ist, jeder der beiden Flächen in konjugierten Polen der anderen treffen, konjugierte Flächen und den Pol A ihres Berührungskegelschnitts, den Berührungspol derselben.

Jede Fläche II. O. hat ∞^3 zu ihr konjugierte Flächen II. O., nachdem jeder Punkt des Raumes als Berührungspol eine solche bestimmt.

Konjugierte Flächen II. O. können beide reell sein, oder die eine ist reell, die andere aber imaginär, in welchem letzteren Fall man die reelle Fläche den «reellen Vertreter» der imaginären Fläche zu nennen pflegt, da man mit Hilfe dieser reellen Fläche, wenn auch sein Berührungspol bekannt ist, zu jedem Punkt die Polarebene in Bezug auf die imaginäre Fläche leicht finden kann.

Sind nämlich P, P_1 zwei Punkte, die vom Berührungspol und der Ebene des Berührungskegelschnitts der beiden konjugierten Flächen harmonisch getrennt sind, so sind auch ihre Polarebenen π, π_1 in Bezug auf eine der beiden Flächen von jenem Berührungspol und der Ebene des Berührungskegelschnitts harmonisch getrennt, und π_1, π sind die Polarebenen jener Punkte in Bezug auf die andere Fläche.

Daraus folgt:

Konjugierte Flächen II. O. haben die Eigenschaft, dass der Polarraum jeder derselben durch die anderen Fläche in sich selbst polarisiert wird.

14. Durch jeden Punkt A des Polarraumes der imaginären Fläche II. O. x^2 gehen ∞^2 reelle Vertreter derselben; der Ort ihrer Berührungspole und der Ebenen ihrer Berührungskegelschnitte ist diejenige Fläche II. O. x^2, für welche als reellen Vertreter von a^2 der Punkt A der Berührungspol ist.

Durch zwei Punkte A und B gehen ∞^1 solche reelle Vertreter der Fläche $\varkappa^2$; der Ort ihrer Berührungspole ist diejenige Kurve, in welcher sich die reelle Vertreter α^2 und β^2 treffen, deren Berührungspole die Punkte A und B sind.

Es seien α, β die Polarebene der Punkte A, B nach $\varkappa^2$, dann ε, φ die zwei Ebenen, welche die Punkte A, B und die Ebenen α, β harmonisch trennen und also sich in der Geraden $\alpha\beta$ treffen. Jede Ebene ξ des Büschels, dessen Achse die Gerade AB ist, trifft die Flächen α^2, β^2 in zwei Kegelschnitten und die Ebenen ε, φ in den zwei gemeinsamen Sehnen derselben, von welchen die in der ersten Ebene liegende diese in zwei reellen Punkten, die andere in zwei konjugiert-imaginären Punkten schneidet (3). Daher besteht die Kurve, in welcher sich die zwei reelle Vertreter α^2, β^2 von $\varkappa^2$ treffen, aus einem in der Ebene ε liegenden reellen Kegelschnitt e^2 und aus einem in der Ebene φ liegenden imaginären Kegelschnitt f^2. Die Gerade AB trifft die zwei Ebenen ε, φ in den Kontingenzpunkten F, E der zwei Flächen α^2, β^2, denn sie sind die Scheitel von zwei diese Flächen umhüllenden Kegel F^2, E^2: der Polarfiguren der Kegelschnitte f^2, e^2 in Bezug auf $\varkappa^2$.

Durch den reellen und imaginären Kegelschnitt e^2, f^2 gehen zwei imaginäre Kegel II. O., deren imaginäre Scheitel die Treffpunkte sind der Geraden AB mit der Fläche $\varkappa^2$ (4); ebenso treffen die zwei imaginäre Berührungsebenen der Fläche $\varkappa^2$ in diesen Punkten (deren reelle Achse die Gerade $\alpha\beta$ ist), den reellen und imaginären Kegel E^2, F^2 in zwei imaginären Kegelschnitten.

Kurz:

Zwei reelle Vertreter α^2, β^2 einer imaginären Fläche II. O. $\varkappa^2$ haben einen reellen und einen imaginären gemeinsamen Kegelschnitt e^2, f^2, dessen Ebenen ε, φ die Berührungspole A, B und die Ebenen α, β der Berührungskegelschnitte a^2, b^2 jener Flächen harmonisch trennen und somit sich in der Geraden $\alpha\beta$ treffen. Die zwei Kegelschnitte e^2, f^2 bilden den Ort der Berührungskegel E^2, F^2, deren Scheitel E, F die Ebenen α, β der Berührungskegelschnitte und ihre Pole, die Berührungspole A, B, harmonisch trennen, daher auf der Geraden AB liegen. Die Berührungsebenen dieser Kegel bilden den Ort der Ebenen, in

rührungspole derjenigen ∞^1 reellen Vertreter der imaginären Fläche x^2, welche durch die zwei Punkte A, B gehen.

Diese zwei Kegelschnitte e^2, f^2 liegen auf zwei imaginären Kegeln II. O., deren Scheitel die imaginären Treffpunkte sind, der Geraden AB mit der Fläche x^2.

welchen die Berührungskegelschnitte derjenigen ∞^1 reellen Vertreter der imaginären Fläche x^2 liegen, welche die Ebenen α, β berühren.

Diese zwei Kegel haben zwei gemeinsame imaginäre Kegelschnitte, deren imaginäre Ebenen die Fläche x^2 berühren und sich in der reellen Geraden $\alpha\beta$ treffen.

Die beiden Flächen α^2, β^2 sind zentrisch-involutorische Gebilde von einander; die Kontingenzpunkte E, F derselben sind die Involutionsmittelpunkte und die Ebenen ihrer gemeinsamen Kegelschnitte ε, φ sind bezw. die zu diesen gehörige Involutionsebenen (3).

15. Sind A, B, C drei Punkte, die in keiner Geraden liegen, so bilden ihre Polarebenen α, β, γ in Bezug auf die imaginäre Fläche II. O. x^2 ein Dreikant, dessen Spurdreieck auf der Ebene ABC mit dem Dreieck ABC perspektiv ist.

Die drei Punkte A, B, C sind Berührungspole von drei reellen Vertretern α^2, β^2, γ^2 der Fläche x^2. Die Flächenpaare $\beta^2\gamma^2$, $\gamma^2\alpha^2$, $\alpha^2\beta^2$ haben die reellen Kontingenzpunkte: E_a, F_a; E_b, F_b; E_c, F_c und die reellen Ebenen ihrer gemeinsamen Kegelschnitte: ε_a, φ_a; ε_b, φ_b; ε_c, φ_c, welche von jenen Kontingenzpunkten die Polarebenen sind, nach der Fläche x^2 und abwechselnd durch jene Kontingenzpunkte gehen. Sowohl jene Punktpaare, als auch die Ebenenpaare trennen die Punkt- und Ebenenpaare: BC, $\beta\gamma$; CA, $\gamma\alpha$; AB, $\alpha\beta$ bezw. harmonisch, so dass jene Punktpaare die Gegenecken eines Vierseits $[EF]$ und die Ebenenpaare die Gegenseiten eines Vierkants $[\varepsilon\varphi]$ sind, von welchen ABC das Diagonaldreieck, bezw. $\alpha\beta\gamma$ das Diagonaldreikant ist.

Die drei Seiten ε_a, ε_b, ε_c des Vierkants $[\varepsilon\varphi]$ treffen bezw. die Flächenpaare $\beta^2\gamma^2$, $\gamma^2\alpha^2$, $\alpha^2\beta^2$ in den reellen Kegelschnitten a^2, b^2, c^2, während die Schnittlinien ihrer Gegenseiten φ_a, φ_b, φ_c mit jenen Flächenpaaren, imaginär sind, so dass sich auf den Flächen α^2, β^2, γ^2 die Kegelschnittpaare b^2c^2, c^2a^2, a^2b^2 in zwei reellen Punkten L, M treffen die auf der Kante $\varepsilon_a\varepsilon_b\varepsilon_c$ des Vierkantes $[\varepsilon\varphi]$ liegen, während

je ein reeller und zwei imaginäre gemeinsame Kegelschnitte der Flächen sich auf den übrigen drei Kanten $\varepsilon_a\varphi_b\varphi_c$, $\varepsilon_b\varphi_c\varphi_a$, $\varepsilon_c\varphi_a\varphi_b$ in konjugiert-imaginären Punkten treffen. Diese vier Kanten des Vierkants $[\varepsilon\varphi]$ kann man die Radikalachsen der drei Flächen α^2, β^2 γ^2 nennen.

Ebenso sendet die Seite $E_aE_bE_c$ des Vierseits $[EF]$ zwei reelle Berührungsebenen λ, μ zu den drei Flächen α^2, β^2, γ^2, während sich in den drei übrigen Seiten des Vierseits konjugiert-imaginäre gemeinsame Berührungsebenen treffen. Die Seiten dieses Vierseits $|EF|$ sind somit die Kontingenzachsen der drei Flächen.

Die Punkte L, M sind Berührungspole und ihre Polarebenen λ, μ nach $\varkappa^2$ sind die Ebenen der Berührungskegelschnitte von zwei, durch die drei Punkte A, B, C gehenden reellen Vertretern λ^2, μ^2 der imaginären Fläche $\varkappa^2$.

Da die drei angenommenen Punkte A, B, C beliebig waren, so sind auch die Flächen α^2, β^2, γ^2 beliebige reelle Vertreter der imaginären Fläche $\varkappa^2$, und wir haben daher:

Drei beliebige reelle Vertreter α^2, β^2, γ^2 der imaginären Fläche II. O. $\varkappa^2$ haben vier reelle gemeinsame Sehnen (Radikalachsen); diese sind die Kanten eines Vierkants, dessen Diagonaldreikant die drei Ebenen α, β, γ bilden, in welchen die Berührungskegelschnitte der drei reellen Vertreter der imaginären Fläche $\varkappa^2$ liegen. Auf einer dieser Sehnen sind die zwei Treffpunkte L, M mit den drei Flächen α^2, β^2, γ^2 reell, auf den drei übrigen konjugiert-imaginär.

Ebenso haben diese drei Flächen vier Kontingenzachsen, welche die Seiten eines Vierseits sind; die Eckpunkte A, B, C seines Diagonaldreiecks sind die Berührungspole der drei Flächen mit $\varkappa^2$. In einer dieser Kontingenzachsen treffen sich zwei reelle gemeinsame Berührungsebenen λ, μ der drei Flächen α^2, β^2, γ^2, während die drei übrigen Kontingenzachsen die Treffgeraden sind von konjugiert-imaginären gemeinsamen Berührungsebenen derselben.

Das Vierseit der Kontingenzachsen und das Vierkant der Radikalachsen sind Polargebilde von einander bezüglich der Fläche $\varkappa^2$ und auch die beiden gemeinsamen Berührungsebenen λ, μ sind die Polarebenen der reellen Treffpunkte L, M der drei Flächen in Bezug auf $\varkappa^2$.

Durch die Eckpunkte des Dreiecks ABC als Berührungspole der drei reellen Vertreter α^2, β^2, γ^2 der imaginären Fläche $\varkappa^2$ gehen

zwei reelle Vertreter λ^2, μ^2 derselben; ihre Berührungspole sind die gemeinsamen Punkte L, M der drei Flächen α^2, β^2, γ^2 und die Ebenen ihrer Berührungskegelschnitte λ, μ sind die gemeinsamen Berührungsebenen dieser drei Flächen. Die Flächen λ^2, μ^2 treffen sich in einem durch die drei Punkte A, B, C gehenden reellen und in einem imaginären Kegelschnitt p^2, r^2, welche beide den Ort der Berührungspole der durch die reellen Punkte L, M und die konjugiert-imaginären Punkte auf den drei übrigen Kanten des obtgen Vierkants gehenden ∞^1 reellen Vertretern der Fläche x^2, bilden. Gleichzeitig berühren diese ∞^1 reelle Vertreter, die durch die vier Kontingenzachsen der drei Flächen α^2, β^2, γ^2 gehende zwei reelle Berührungsebenen λ, μ und drei Paar konjugiert-imaginäre Berührungsebenen der drei Flächen.

Wir können dies auch wie folgt ausdrücken:

Im Polarraum einer imaginären Fläche II. O. x^2, bestimmen drei in keiner Geraden liegende Punkte A, B, C einen durch die drei Punkte gehenden und x^2 in zwei Punkten berührenden reellen Kegelschnitt p^2 und einen imaginären Kegelschnitt r^2, sowie auch ihre Polarfiguren nach x^2, nämlich: einen reellen und einen imaginären Kegel II. O. P^2 und R^2, die also x^2 in den nämlichen zwei Punkten berühren. Die beiden Kegelschnitte bilden die gemeinsamen Linie und die beiden Kegel die Berührungskegel von zwei reellen Vertretern λ^2, μ^2 der imaginären Fläche x^2; die Berührungspole L, M dieser zwei Flächen sind Treffpunkte derjenigen drei reellen Vertretern α^2, β^2, γ^2, welche die drei Punkte A, B, C zu Berührungspolen haben, und die Ebenen λ, μ ihrer Berührungskegelschnitte sind die gemeinsamen Berührungsebenen λ, μ der drei Flächen α^2, β^2, γ^2.

Der Polarraum hat ∞^6 solche Kegelschnittpaare wie p^2, r^2; zwei beliebige reelle Vertreter der imaginären Fläche x^2 treffen sich in solchen, und es gehen bloss zwei reelle Vertreter durch dieselben.

Nehmen wir in einer Ebene π einer reellen Kegelschnitt p^2 an, der die imaginäre Fläche II. O. x^2 in zwei Punkten berührt, d. h. der imaginäre Kegelschnitt, in welchen die Ebene π die Fläche schneidet, habe mit p^2 eine doppelte Berührung. Es sei t die Berührungssehne, R der Berührungspol der beiden Kegelschnitte; P der Pol der Ebene π nach x^2, also PR die Polare der Berührungssehne t. Betrachtet man den reellen Kegelschnitt p^2 als Leitlinie und die imaginären Treffpunkte des Geraden PR mit der Fläche

π^2 als Scheitel von zwei Kegeln, so trifft die zu π konjugierte Polarebene $\varrho = Pt$ diese zwei Kegel in dem nämlichen imaginären Kegelschnitt r^2, der x^2 in denselben zwei Punkten berührt, wie der reelle Kegelschnitt p^2 (No. 14). Durch die beiden Kegelschnitte p^2, r^2 gehen zwei reelle Vertreter λ^2, μ^2 der Fläche x^2, deren Berührungspole L, M die Treffpunkte sind von drei solchen reellen Vertretern der Fläche x^2, deren Berührungspole auf dem Kegelschnitt p^2 liegen. Diese Berührungspole L, M, sowie ihre Polarebenen λ, μ nach x^2, trennen die Ebenen π, ϱ harmonisch.

Reelle Kegelschnitte, wie der angenommene p^2, welche nämlich die imaginäre Fläche x^2 doppelt berühren, gibt es im Polarraume ∞^6 (in jeder Ebene π sind ∞^3); jeder dieser Kegelschnitte bestimmt ein Paar Berührungspole L, M und also ein durch p^2 gehendes Flächenpaar $\lambda^2\mu^2$ als reelle Vertreter von x^2. Geht man aber von ein reelles Vertreterpaar $\lambda^2\mu^2$ der imaginären Fläche x^2 aus, so erhält man ebenfalls die Zahl ∞^6 für die Anzahl der Kegelschnitte p^2, in welchen sich die veränderliche Flächenvertreter λ^2 und μ^2 treffen.

Nehmen wir anderseits in einer beliebigen reellen Ebene ϱ einen imaginären Kegelschnitt r^2 an, der die imaginäre Fläche x^2 doppelt berührt (also auf einer Geraden t der Ebene ϱ dieselbe Involution der konjugierten Pole hat wie die Fläche x^2, und auch der Pol der Geraden t in Bezug auf die beiden Kegelschnitte r^2 (x^2, ϱ), der nämliche Punkt ist).

Es sei R der Pol der Ebene ϱ, also RP die Polare der Geraden t, und P der Pol der Ebene $\pi = Rt$ in Bezug auf die Fläche x^2, endlich seien I, I' die Treffpunkte der Geraden PR mit der Fläche x^2. Die Ebenen des Büschels mit der Achse PR schneiden den Kegelschnitt r^2 in konjugiert-imaginären Punkten, deren Verbindungsgeraden mit den konjugiert-imaginären Punkten I, I' sich in reellen Punkten treffen (4), die in der Ebene π auf einem Kegelschnitt p^2 liegen, d. h.: die Projektion des imaginären Kegelschnitts r^2 aus den Punkten I, I' auf die Ebene π ist der nämliche reelle Kegelschnitt p^2.

Beide Kegelschnitte r^2, p^2 liegen auf zwei reellen Vertretern λ^2, μ^2 der Fläche x^2, deren Berührungspole mit dieser Fläche sich als Treffpunkte von drei reellen Vertretern ergeben, deren

Berührungspole drei beliebige Punkte des reellen Kegelschnitts p^2 sind.

16. Wir nennen den Pol O der unendlich fernen Ebene ω in Bezug auf die imaginäre Fläche II. O. $\varkappa^2$ den Mittelpunkt, und den reellen Vertreter, deren Berührungspol der Mittelpunkt ist: das Zentralellipsoid ω^2 des Polarraumes. Der Berührungskegelschnitt o^2 der beiden Flächen $\varkappa^2$, ω^2 ist der unendlich ferne Kegelschnitt des durch $\varkappa^2$ bestimmten Polarraumes.

Jede durch den Mittelpunkt O gelegte Ebene schneidet das Zentralellipsoid ω^2 in der Zentralellipse des in dieser Ebene liegenden Polarfeldes des Polarraumes; der Mittelpunkt dieses Polarfeldes ist ebenfalls O.

Es sei P der Berührungspol eines reellen Vertreters π^2 der imaginären Fläche $\varkappa^2$. Die Ebene ξ des Büschels, dessen Achse OP durch den Mittelpunkt des Polarraumes geht, trifft das Zentralellipsoid ω^2 desselben in der Zentralellipse des in dieser Ebene ξ liegenden Polarfeldes; somit schneidet diese Ebene die Fläche π^2 in einer Ellipse, Hyperbel oder Parabel, je nachdem der Punkt P innerhalb, ausserhalb des Zentralellipsoids oder auf dasselbe liegt (No. 9). Die Fläche π^2 ist somit in diesen Fällen bezw. ein Ellipsoid, ein zweischaliges Hyperboloid oder ein Paraboloid. Die Achse OP des Ebenenbüschels trifft nämlich in allen Fällen die Schnittkurve (π^2, ξ) in zwei Punkten, die im zweiten Fall auf verschiedenen Ästen der Hyperbel liegen, darum ist die Fläche π^2 in diesem Fall ein zweischaliges Hyperboloid. Im dritten Fall berühren die Schnittparabeln (π^2, ξ) die zum Durchmesser OP konjugierte Durchmesserebene des Zentralellipsoids, ohne dass irgend zwei dieser Schnittparabeln von ihr getrennt würden; also kann die Fläche π^2 kein hyperbolisches Paraboloid sein.

Kurz:

Liegt der Berührungspol eines reellen Vertreters der imaginären Fläche II. O. $\varkappa^2$ innerhalb, ausserhalb oder auf dem Zentralellipsoid, so ist dieser reelle Vertreter bezw. ein Ellipsoid, ein zweischaliges Hyperboloid oder ein elliptisches Paraboloid. Der reelle Vertreter einer imaginären Fläche II. O. kann keine Kegelfläche sein.

Wir wollen jetzt die Frage beantworten, ob unter den reellen Vertretern einer imaginären Fläche $\varkappa^2$ Drehflächen II. O. vorkommen?

Zu dem Ende bezeichnen wir die Scheitelpunkte auf den Achsen des Zentralellipsoids ω^2 mit T_1, T_2; S_1, S_2; R_1, R_2 und die Längen derselben mit 2α, 2β, 2γ, wo $\alpha > \beta > \gamma$ ist.

In der Symmetrieebene $S_1S_2T_1T_2$ von ω^2 gibt es zwei Kreise, r^2, r'^2, welche reelle Vertreter sind von der Schnittkurve dieser Symmetrieebene und der imaginären Fläche $\varkappa^2$. Der Berührungspol des auf der Achse S_1S_2 liegenden Kreises r^2 sei R, und der durch r^2 gehende reelle Vertreter von $\varkappa^2$, dessen Berührungspol R ist, sei ϱ^2. Das Quadrat des Abstands dieses Berührungspols vom Mittelpunkt O des Polarraumes ist: $OR^2 = \beta^2(\alpha^2 - \beta^2) : (\alpha^2 + \beta^2)$.

Da die Symmetrieebene $S_1S_2T_1T_2$ sowohl für den Polarraum als auch für das Zentralellipsoid eine Symmetrieebene ist, so ist sie es auch für die Fläche ϱ^2; somit ist diese eine Drehfläche II. O., deren Drehachse im Mittelpunkt M_r des Kreises r^2 auf die Ebene $S_1S_2T_1T_2$ senkrecht steht.

Der in der Symmetrieebene $S_1S_2R_1R_2$ liegende Meridian dieser Drehfläche ist der reelle Vertreter des in dieser Ebene liegenden Inzidenzkegelschnitts des Polarfeldes von $\varkappa^2$ für den innerhalb der Zentralellipse $R_1R_2S_1S_2$ liegenden Berührungspol R, der somit ebenfalls eine Ellipse ist. Die eine Halbachse dieses Meridians ist gleich mit dem Halbmesser α^2/β des Kreises r^2; die andere Halbachse (bestimmt aus den Formeln der Anmerkung in No. 6) ist $\alpha\gamma/\beta$; also ist die Drehfläche ϱ^2 ein sogenanntes Sphäroid.

Durch den anderen Kreis r'^2 geht ebenfalls ein zu ϱ^2 bezüglich der Symmetrieebene $R_1R_2T_1T_2$ symmetrisches Sphäroid ϱ'^2, der ein reeller Vertreter ist der Fläche $\varkappa^2$, und dessen Berührungspol R' im Berührungspol des Kreises r'^2 liegt.

Betrachten wir fortsetzend den zu r^2 analogen Kreis s^2 in der Symmetrieebene $R_1R_2T_1T_2$, dessen Berührungspol S auf der Nebenachse R_1R_2 der Ellipse $R_1R_2T_1T_2$ liegt und das Quadrat seines Abstandes vom Mittelpunkt O ist: $\overline{OS}^2 = \gamma^2(\alpha^2 - \gamma^2) : (\alpha^2 + \gamma^2)$. Der Punkt S ist zugleich Berührungspol eines durch den Kreis s^2 gehenden reellen Vertreters σ^2 der Fläche $\varkappa^2$, der ebenfalls eine Drehfläche ist. Eine Halbachse seines in der Symmetrieebene $R_1R_2S_1S_2$ liegenden Meridians ist gleich dem Halbmesser seines grössten Parallelkreises, nämlich: α^2/γ; die andere Halbachse desselben (berechnet nach der Anmerkung in No. 6) ist gleich $\alpha\beta/\gamma$.

Da nun die letztere Halbachse kleiner ist als die andere: so ist die Drehfläche σ^2 ebenfalls ein Sphäroid, sowie auch das zu diesem bezüglich der Symmetrieebene $T_1T_2S_1S_2$ symmetrische σ'^2, welches ebenfalls ein reeller Vertreter der Fläche $\varkappa^2$ ist.

Betrachten wir endlich den zu r^2 analogen Kreis t^2 in der dritten Symmetrieebene $R_1R_2S_1S_2$ des Zentralellipsoids ω^2, dessen Berührungspol T, ebenso wie der Berührungspol S auf der Achse R_1OR_2 liegt, u. zw. so, dass: $OT^2=\gamma^2(\beta^2-\gamma^2):(\beta^2+\gamma^2)$ und dessen Halbmesser gleich ist β^2/γ.

Dieser Kreis ist der grösste Parallelkreis eines reellen Vertreters τ^2 der Fläche $\varkappa^2$; sie ist eine Drehfläche und T ist ihr Berührungspol. Die Halbachse ihres in der Symmetrieebene $R_1R_2T_1T_2$ liegenden Meridians ist gleich dem Halbmesser des grössten Parallelkreises, d. h. β^2/γ; der andere wird mit Hilfe der Ellipse $R_1R_2T_1T_2$ (nach Anmrk. No. 6) bestimmt und ist $\alpha\beta/\gamma$, somit grösser als der erstere. Diese Drehfläche wird also abweichend von den früheren kein Sphäroid, sondern ein sogenanntes Drehellipsoid sein, sowie auch das zu diesem bezüglich der Symmetrieebene $S_1S_2T_1T_2$ symmetrische τ'^2.

Also:

Im Polarraum einer imaginären Fläche II. O. $\varkappa^2$, dessen Zentralellipsoid ω^2 dreiachsig ist, gibt es sechs paarweise in Bezug auf die Symmetrieebenen von ω^2 symmetrische reelle Vertreter der Fläche $\varkappa^2$, die Drehflächen sind; zwei Paar derselben sind Sphäroide und das dritte Paar besteht aus zwei Ellipsoiden. Die Drehachsen von zwei Sphäroiden sind parallel mit der kleinen Achse und die von den zwei anderen Sphäroiden sind parallel mit der mittleren Achse von ω^2, während die Drehachsen der zwei Ellipsoide mit der grossen Achse von ω^2 parallel sind; endlich liegen die Aquatorialkreise dieser sechs Drehflächen in den Symmetrieebenen von ω^2.

Ist das Zentralellipsoid ω^2 des Polarraumes eine Drehfläche, so haben wir zwei Fälle zu unterscheiden: *a)* wenn es ein Drehellipsoid, *b)* wenn es ein Sphäroid ist.

a) Jeder Punkt der Drehachse T_1T_2 des Ellipsoids ω^2 als Berührungspol bestimmt einen reellen Vertreter der Fläche $\varkappa^2$, der eine Drehfläche ist. Für alle Berührungspole innerhalb ω^2, mitgerechnet diese selbst, sind die reellen Vertreter Ellipsoide; für

die Scheitelpunkte T_1, T_2 sind sie Paraboloide, endlich für die ausserhalb ω^2 liegenden Berührungspole der Drehachse sind sie zweischalige Hyperboloide.

Ausser diesen gibt es noch ∞^1 reelle Vertreter der Fläche $\varkappa^2$, die Sphäroide sind, dessen Berührungspole auf einem mit dem Äquator des Zentralellipsoids ω^2 konzentrischen Kreis k^2 liegen, dessen Halbmesserquadrat: $\delta^2=\beta^2.(\alpha^2-\beta^2):(\alpha^2+\beta^2)$ ist, wenn α die halbe Drehachse und β den Halbmesser des Äquatorkreises von ω^2 bedeutet. Nimmt man auf diesem Kreis k^2 einen Punkt T als Berührungspol an, so ist der reelle Vertreter $\varkappa^2$ für diesen Berührungspol ein Sphäroid, dessen Äquator in der Meridianebene TT_1T_2 von ω^2 liegt und einen Halbmesser von der Grösse α^2/β hat, dessen Drehachse durch den Mittelpunkt M_t seines Äquators gehend auf die Meridianebene TT_1T_2 senkrecht steht und von der Drehachse des Zentralellipsoids ω^2 den Abstand: $OM_t=(\alpha^4-\beta^4)^{\frac{1}{2}}:\delta$; endlich ist die Drehachse dieses Sphäroids gleich der Drehachse des Zentralellipsoids, nämlich: 2α.

b) Wird die kleine Achse R_1R_2 des dreiachsigen Zentralellipsoids ω^2 zur Drehachse desselben, also ω^2 ein Sphäroid, so ist diese Achse der Ort der Berührungspole aller reeller Vertreter der imaginären Fläche $\varkappa^2$, die Drehflächen sind.

Ist O der Mittelpunkt von ω^2; 2α der Durchmesser seines Äquators; $R_1R_2=2\gamma$ und sind die Punkte R, R' auf der Drehachse R_1R_2 so bestimmt, dass $\overline{OR}^2=\overline{OR'}^2=\gamma^2(\alpha^2-\gamma^2):(\alpha^2+\gamma^2)$, dann werden die reellen Vertreter ϱ^2 der Fläche $\varkappa^2$ für die Berührungspole auf der Strecke RR': Sphäroide; für die Berührungspole R, R': Kugeln; für die ausserhalb der Strecke RR' liegende Berührungspole der Strecken RR_1, $R'R_2$: Drehellipsoide; für die Berührungspole R_1, R_2 Drehparaboloide, endlich für alle Berührungspole, die ausserhalb der Strecke R_1R_2 auf der Geraden R_1R_2 liegen: zweischalige Drehhyperboloide. Die Halbmesser der zwei Kugeln sind: α^2/γ.

Von diesen Untersuchungen wollen wir nur Folgendes hervorheben:

Der Polarraum einer imaginären Fläche II. O. hat im Allgemeinen keine Kugel zu ihrem reellen Vertreter; ist aber das Zentralellipsoid desselben ein Sphäroid, so gibt es auf der Drehachse

desselben zwei Berührungspole von zwei reellen Vertretern, die Kugeln sind.

Ferner: Liegt ein Punkt D auf einer Achse des Zentralellipsoids ω^2 einer imaginären Fläche x^2 vom Mittelpunkt O im Abstande $\delta = OD$, und ist die Länge dieser Achse 2α, die Länge der zwei anderen Achsen $2\beta, 2\gamma$, und ist der kürzehalber $\vartheta_a^2 = (a^2+\delta^2) : (a^2 - \delta^2)$ so wird für den Punkt D als Berührungspol eines reellen Vertreters von x^2, diese eine Fläche II. O. δ^2 sein, dessen auf der ersten Achse liegende Achse gleich ist $2a . \vartheta_a^2$, und die zwei anderen mit den Achsen von ω^2 parallele Achsen gleich sind: $2\beta . \vartheta_a$, $2\gamma . \vartheta_a$, und der Abstand seines Mittelpunktes vom Mittelpunkt O ist gleich: $2a^2\delta : (a^2 - \delta^2)$; schliesslich hat das Zentralellipsoid von allen reellen Vertretern der imaginären Fläche die kleinsten Achsen.

17. Wir bezeichnen auf der Kante A_iA_j eines Polartetraeders $A = (A_1A_2A_3A_4,\ a_1a_2a_3a_4)$ der imag. Fläche x^2, dessen Seite a_i dem Eckpunkt A_i gegenüber liegt, diejenigen konjugierte Pole der Fläche x^2, welche die Eckpunkte harmonisch trennen, mit E_{ij}, F_{ij} (wobei F_{ij} auf der endlichen Teil der Kante liegt), und die Polarebenen der Punkte E_{ij}, F_{ij}, welche die Ebenen a_i, a_j harmonisch trennen und bezw. durch die Punkte F_{ij}, E_{ij} gehen, mit ε_{ij}, φ_{ij}. Diese zwölf konjugierten Pole sind die Eckpunkte von drei Polartetraedern $T_2 = E_{12}E_{34}F_{12}F_{34}$, $T_3 = E_{13}E_{24}F_{13}F_{24}$, $T_4 = E_{14}E_{23}F_{14}F_{23}$ der Fläche x^2, die ein desmisches Tripel bilden.

Diese konjugierten Pole E_{ij} F_{ij} sind noch die Eckpunkte von zwölf Vierseiten:

$E_{23}E_{24}E_{34}F_{23}F_{24}F_{34}$	$E_{23}E_{24}E_{34}F_{14}F_{13}F_{12}$	$E_{23}E_{24}E_{34}E_{14}E_{13}E_{12}$
$E_{34}E_{13}E_{14}F_{34}F_{13}F_{14}$	$E_{34}E_{13}E_{14}F_{12}F_{24}F_{23}$	$E_{34}F_{13}F_{14}E_{12}F_{24}F_{23}$
$E_{14}E_{24}E_{12}F_{14}F_{24}F_{12}$	$E_{14}E_{24}E_{12}F_{23}F_{13}F_{34}$	$E_{24}F_{14}F_{12}E_{13}F_{23}F_{34}$
$E_{12}E_{13}E_{23}F_{12}F_{13}F_{23}$	$E_{12}E_{13}E_{23}F_{34}F_{24}F_{14}$	$E_{14}F_{12}F_{13}E_{23}F_{34}F_{24}$,

deren Diagonaldreieck die Seiten sind: des Polartetraeders A und noch von zwei anderen Tetraedern: $B = B_1B_2B_3B_4$, $C = C_1C_2C_3C_4$, die gleichfalls ein desmisches Tripel bilden, welches zum ersten $T_2T_3T_4$ konjugiert ist. Dabei ist $B_iB_j = E_{ij}F_{kl}$, $C_1C_i = F_{1i}F_{jk}$, $C_jC_k = E_{1i}E_{jk}$.

Die beiden Tetraeder B, sind ebenso wie A Polartetraeder der Fläche x^2. Denn z. B. im Eckpunkt B_1 treffen sich die Polarebenen $\varphi_{12} = A_3A_4E_{12}$, $\varphi_{13} = A_2A_4E_{13}$, $\varphi_{14} = A_2A_3E_{14}$ der drei Punkte

F_{12}, F_{13}, F_{14}, und in der Ebene dieser drei Punkte liegt die Gegenseite $B_2B_3B_4$ des Eckpunktes B_1.

Ebenso treffen sich die Polarebenen $\varepsilon_{12} = A_3A_4F_{12}$, $\varepsilon_{13} = A_2A_4F_{13}$, $\varepsilon_{14} = A_2A_3F_{14}$ der drei Punkte E_{12}, E_{13}, E_{14} im Eckpunkt C_1 des Tetraeders, während die Ebene $E_{12}E_{13}E_{14}$ die Gegenseite $C_2C_3C_4$ ist des Eckpunktes C_1.

Nach der Annahme trennen die Eckpunkte auf den Gegenkanten $E_{12}F_{12}$, $E_{34}F_{34}$ des Polartetraeders T_2 die Eckpunkte A_1A_2, A_3A_4 des Polartetraeders A harmonisch. Aber auch die Eckpunkte auf den zwei anderen Gegenkanten $E_{12}F_{34}$, $E_{34}F_{12}$; $E_{12}E_{34}$, $F_{12}F_{34}$ des nämlichen Polartetraeders T_2 trennen die Eckpunkte auf den Gegenkanten B_1B_2, B_3B_4; C_1C_2, C_3C_4 der Polartetraeder B, C harmonisch. Ebenso verhalten sich auch die Eckpunkte auf den Gegenkanten der zwei anderen Polartetraeder T_3, T_4 gegenüber den Polartetraedern B und C.

Also:

Diejenigen konjugierten Pole, welche auf den Gegenkanten eines Polartetraeders A der imaginären Fläche II. O. x^2 die Eckpunkte harmonisch trennen, sind die Eckpunkte von drei solchen Polartetraedern der Fläche x^2, die ein desmisches Tripel bilden. Das zu diesem konjugierte desmische Tripel von Tetraedern besteht aus dem Polartetraeder A und noch zwei Polartetraedern B, C der Fläche. Jedes der sechs Polartetraeder bestimmt die übrigen fünf in gleicher Weise.

Den Polarraum der imaginären Fläche x^2 erfüllen ∞^6 solche konjugierte desmische Polartetraedertripel, wie das durch das Polartetraeder A bestimmte ist.

18. Die imaginäre Fläche x^2 trifft die Kanten A_iA_j, B_iB_j, C_iC_j der Polartetraeder A, B, C des desmischen Tripels in den konjugiert-imaginären Punkten A_{ij}, A_{ji}; B_{ij}, B_{ji}; C_{ij}, C_{ji}, welche durch die harmonische Würfe der Eckpunkte der konjugierten desmischen Polartetraedern ABC, $T_2T_3T_4$ dargestellt werden können; u. zw. sei (bei $E_{ij}=E_{ji}$, $F_{ij}=F_{ji}$)

$$A_{ij} = A_iE_{ij}A_jF_{ij},\quad B_{ij} = B_iE_{ij}B_jF_{kl},\quad C_{1i} = C_1F_{1i}C_iF_{jk},$$
$$C_{ij} = C_iE_{ij}C_jE_{kl}\quad (i, j \neq 1).$$

Die achtzehn Paar konjugiert-imaginäre Treffpunkte der neun Paar Gegenkanten der Tetraeder A, B, C sind die Eckpunkte folgender neun der imaginären Fläche x^2 einbeschriebenen Tetraeder;

$$\begin{array}{lll} I_2^a = A_{12}A_{21}A_{34}A_{43} & I_2^b = B_{12}B_{21}B_{34}B_{43} & I_2^c = C_{12}C_{21}C_{34}C_{43} \\ I_3^a = A_{13}A_{31}A_{24}A_{42} & I_3^b = B_{13}B_{31}B_{24}B_{42} & I_3^c = C_{13}C_{31}C_{24}C_{42} \\ I_4^a = A_{14}A_{41}A_{23}A_{32} & I_4^b = B_{14}B_{41}B_{23}B_{32} & I_4^c = C_{14}C_{41}C_{23}C_{32}. \end{array}$$

Diese neun imaginären und die sechs reelle Polartetraeder $A \ldots T_4$ kann man in folgende neun konjugierte desmische Tetraedertripel zusammenfassen:

$$\begin{array}{llll} AI_2^bI_2^c, & T_2I_3^aI_4^a & AI_3^bI_3^c, & T_3I_4^aI_2^a \quad AI_4^bI_4^c, \quad T_4I_2^aI_3^a \\ BI_2^cI_2^a, & T_2I_3^bI_4^b & BI_3^cI_3^a, & T_3I_4^bI_2^b \quad BI_4^cI_4^a, \quad T_4I_2^bI_3^b \\ CI_2^aI_2^b, & T_2I_3^cI_4^c & CI_3^aI_3^b, & T_3I_4^cI_2^c \quad CI_4^aI_4^b, \quad T_4I_2^cI_3^c, \end{array}$$

welche mit dem reellen desmischen Tripel ABC, $T_2T_3T_4$ ein vollständiges desmisches Tetraedersystem bilden.

Zunächst ist ersichtlich, dass sich in den folgenden Eckpunkten der sechs reellen Tetraeder je sechs imaginäre Gerade und die zu diesen konjugierte Gerade treffen; nämlich:

im Punkt	A_1	treffen sich die Geraden	$B_{1i}C_{1i}$,	$B_{ij}C_{ij}$			
«	«	B_1	« « « «	$C_{1i}A_{i1}$,	$C_{ij}A_{ij}$		
«	«	C_1	« « « «	$A_{1i}B_{i1}$,	$A_{ij}B_{ij}$		
«	«	A_i	« « « «	$B_{i1}C_{i1}$,	$B_{1j}C_{ki}$,	$B_{ik}C_{1j}$,	$B_{jk}C_{kj}$
«	«	B_i	« « « «	$C_{1i}A_{i1}$,	$C_{1j}A_{ki}$,	$C_{ik}A_{1j}$,	$C_{jk}A_{kj}$
«	«	C_i	« « « «	$A_{1i}B_{1i}$,	$A_{1j}B_{ki}$,	$A_{ik}B_{1j}$,	$A_{jk}B_{kj}$
«	«	E_{1i}	« « « «	$A_{1j}A_{ij}$,	$B_{1j}B_{ij}$,	$C_{1j}C_{k1}$,	$C_{ji}C_{ik}$
«	«	F_{1i}	« « « «	$A_{1j}A_{ji}$,	$B_{1j}B_{k1}$,	$B_{ji}B_{ik}$,	$C_{1j}C_{ij}$
«	«	F_{ij}	« « « «	$A_{1i}A_{ji}$,	$A_{ki}A_{jk}$,	$B_{1i}B_{ik}$,	$C_{1i}C_{ik}$
«	«	E_{ij}	« « « «	$A_{1i}A_{1j}$,	$B_{1i}B_{1j}$,	$C_{1i}C_{1j}$	
				$A_{ki}A_{kj}$,	$B_{ki}B_{kj}$,	$C_{ki}C_{kj}$.	

woraus dann folgt, dass die angegebenen achtzehn Tetraedertripel desmisch sind.

Um aber zu zeigen, dass die neun Tripelpaare auch konjugiert sind, betrachten wir eines derselben, z. B. das erste Paar: $AI_2^bI_2^c$, $T_2I_3^aI_4^a$.

Die aus einem Eckpunkt eines Tetraeders im ersten Tripel,

z. B. aus dem Eckpunkt B_{12}, zu den Gegenkanten eines anderen Tetraeders A des nämlichen Tripels gezogene Transversalen treffen diese Gegenkanten in sechs Punkten, und diejenigen sechs Punkte, welche die Treffpunkte von den Eckpunkten auf den Kanten dieses Tetraeders harmonisch trennen, sind die Eckpunkte des zu $AI_2^bI_2^c$ konjugierten desmischen Tripels.

Die aus dem Eckpunkt B_{12} zu den Gegenkanten A_1A_2, A_3A_4 des Tetraeders A ausstrahlende Transversale trifft diese in den Punkten E_{12}, F_{34}; denn aus dem Punkt B_{12} geht nur eine Transversale zu jenen Gegenkanten, und diese ist die reelle Gerade $B_{12}B_{21}=B_1B_2=E_{12}F_{34}$.

Aus den harmonischen Würfen $A_1E_{12}A_2F_{12}$, $A_3E_{34}A_4F_{34}$ folgt dann, dass F_{12}, E_{34} jene Punkte sind, die die Eckpunkte auf den Gegenkanten A_1A_2, A_3A_4 des Tetraeders A harmonisch trennen, dass also $E_{12}E_{34}F_{12}F_{34}=T_2$ das eine Tetraeder ist in dem zu $AI_2^bI_2^c$ konjugierten desmischen Tripel.

Jetzt wollen wir aus dem nämlichen Punkt B_{12} die Transversale führen zu ein anderes Gegenkantenpaar, z. B. A_1A_3, A_2A_4 des nämlichen Tetraeders A.

In den Zeilen und Reihen der folgenden Matrize:

$$\begin{matrix} A_1 & E_{12} & A_2 & F_{12} \\ E_{13} & B_1 & F_{24} & B_3 \\ A_3 & F_{34} & A_4 & E_{34} \\ F_{13} & B_2 & E_{24} & B_4 \end{matrix}$$

sind harmonische Punktwürfe, die auf je vier einer Regelschaar angehörenden harmonischen Geraden liegen, von welcher jede die Leitschaar der anderen ist.

Durch den Punkt B_{12} der Geraden B_1B_2 geht eine Gerade der Regelschaar, welche die Geraden A_3A_1, A_2A_4 ihrer Leitschaar in den imaginären Punkten A_{31}, A_{24} trifft. Diese Treffpunkte und die Punkte A_{13}, A_{42} auf den Gegenkanten A_1A_3, A_2A_4 des Tetraeders, welche die Eckpunkte harmonisch trennen, sind die Eckpunkte des Tetraeders $A_{13}A_{31}A_{24}A_{42}=I_3^a$, welches somit ebenfalls dem zu $AI_2^bI_2^c$ konjugiertem desmischen Tripel gehört.

Ebenso folgt, dass auch I_4^a ein Tetraeder dieses desmischen

Tripels ist, und damit haben wir gezeigt, dass jene neun Paar desmische Tetraedertripel konjugiert sind.

Die Gerade $A_{31}A_{24}B_{12}$ der obigen Regelschaar trifft die harmonischen Geraden A_3A_1, A_2A_4, B_1B_2, B_4B_3 ihrer Leitschaar in dem harmonischen Punktwurf $A_{31}A_{24}B_{12}B_{43}$. Betrachtet man aber noch die in den Zeilen und Reihen befindlichen harmonischen Punktwürfe der folgenden Matrize:

$$\begin{matrix} C_3 & E_{12}C_4 & E_{34} \\ E_{14}B_1 & F_{23}B_4 & \\ C_2 & F_{34}C_1 & F_{12} \\ E_{23}B_2 & F_{14}B_3, & \end{matrix}$$

so findet man, dass diese gleichfalls auf harmonischen Geraden von zwei Regelschaaren liegen, von welchen jede die Leitschaar der anderen ist. Die Gerade $B_{12}B_{43}$ gehört hier auch zu einer der Schaaren und die trifft die Geraden C_3C_2, C_4C_1 der anderen Schaar in den Punkten C_{32}, C_{41}. Es liegen somit die drei imaginären Punktpaare $A_{31}A_{24}$, $B_{12}B_{43}$, $C_{32}C_{41}$, so wie auch die zu diesen konjugierte Punktpaare $A_{13}A_{42}$, $B_{21}B_{34}$, $C_{23}C_{14}$ in je einer Geraden. Diese zwei Geraden, die wir mit i_1 bezeichnen werden, sind zwei konjugiert-imaginäre Geraden II. Art und liegen auf der imaginären Fläche II. O. x^2.

Die übrigen vierundzwanzig Eckpunkte der neun imaginären Tetraeder $I_2^a \ldots I_4^c$ liegen noch zu sechsen auf zwei Paar konjugiert-imaginäre Geraden II. Art i_3, i_5, welche der nämlichen Schaar wie i_1 angehören, und auf drei Paar imaginären Geraden i_2, i_4, i_6, welche der Leitschaar derselben angehören, was aus folgender Tabelle ersichtlich ist:

$$\begin{array}{cccc} & \overbrace{\phantom{A_{12}A_{34}}}^{i_2} & \overbrace{\phantom{A_{12}A_{34}}}^{i_4} & \overbrace{\phantom{A_{12}A_{34}}}^{i_6} \\ i_5 & A_{12}\,A_{34} & B_{14}\,B_{23} & C_{13}\,C_{42} \\ & A_{43}\,A_{21} & B_{32}\,B_{41} & C_{24}\,C_{31} \\ i_3 & B_{31}\,B_{42} & C_{12}\,C_{43} & A_{14}\,A_{23} \\ & B_{24}\,B_{13} & C_{34}\,C_{21} & A_{32}\,A_{41} \\ i_1 & C_{14}\,C_{23} & A_{13}\,A_{42} & B_{21}\,B_{34} \\ & C_{32}\,C_{41} & A_{24}\,A_{31} & B_{43}\,B_{12} \end{array} \qquad (a_1)$$

Die neun imaginäre Tetraeder $I_2^a \ldots I_4^c$ kann man dann durch ihre auf der imaginären Fläche x^2 liegende, je zwei Paar Gegenkanten so ausdrücken:

$$\begin{array}{lll} I_2^a = i_2 i_5 & I_2^b = i_6 i_1 & I_2^c = i_4 i_3 \\ I_3^a = i_4 i_1 & I_3^b = i_2 i_3 & I_3^c = i_6 i_5 \\ I_4^a = i_6 i_3 & I_4^b = i_4 i_5 & I_4^c = i_2 i_1. \end{array}$$

Die Resultate dieser Untersuchungen in Bezug auf den Polarraum lauten:

Ist die Inzidenzfläche x^2 eines Polarraumes imaginär, so ist dieselbe eine Regelfläche mit zwei imaginären Regelschaaren.

Ein Gegenkantenpaar eines Polartetraeders A desselben trifft die Fläche x^2 in den vier Eckpunkten eines Tetraeders $i_1 i_4$; zwei Gegenkanten desselben sind zwei konjugiert-imaginäre Gerade i_1 der einen Regelschaar und zwei andere Gegenkanten sind zwei konjugiert-imaginäre Geraden i_4 der anderen Regelschaar, welche die Leitschaar der ersten ist. Ebenso treffen die übrigen zwei Paar Gegenkanten des Polartetraeders A die Fläche x^2 in je vier Eckpunkten von zwei Tetraedern $i_3 i_6$, $i_5 i_2$; die imaginären Gegenkanten i_3 und i_5 dieser gehören der ersten Regelschaar, die zwei anderen i_6 und i_2 der zweiten Regelschaar, also der Leitschaar der früheren, auf der imaginären Fläche x^2.

Die drei Geradenpaare i_1, i_3, i_5 der ersten Regelschaar treffen die Geradenpaare i_2, i_4, i_6 der zweiten Regelschaar ausser in den Eckpunkten der obigen drei Tetraeder, noch in den imaginären Eckpunkten von zweimal drei Tetraedern: $i_2 i_3$, $i_4 i_5$, $i_6 i_1$ und $i_1 i_2$, $i_3 i_4$, $i_5 i_6$, welche ebenso wie die zwei ersten je ein Paar reelle Gegenkanten haben. Die drei reelle Gegenkanten der drei ersten und der drei übrigen Tetraeder sind die Gegenkanten von zwei reellen Polartetraedern B und C des Polarraumes, die mit dem Polartetraeder A ein desmisches Tripel bilden.

Die neun imaginären Tetraeder, sowie auch die drei reelle Polartetraeder A, B, C, endlich die drei Polartetraeder des zu diesem konjugierten desmischen Tripels sind solche fünfzehn Tetraeder, die man in zehn konjugierte desmische Tripei eines vollständigen desmischen Tetraedersystems vereinigen kann.

Endlich sei noch bemerkt, dass die drei konjugiert-imaginäre

Geradenpaare beider Regelschaaren i_1, i_3, i_5 und i_2, i_4, i_6 die Eigenschaft haben, dass jedes Paar die beiden übrigen der nämlichen Schaar harmonisch trennt und das auf der imaginären Fläche x^2 ∞^6 Sechstupel von solchen konjugiert-imaginären Geradenpaare, wie $i_1 i_2 \ldots i_6$, vorkommen.

19. Betrachten wir die reellen Vertreter der imaginären Fläche II. O. x^2, deren Berührungspole die Eckpunkte sind der drei Polartetraeder A, B, C eines desmischen Tripels und die wir den Berührungspolen A_i, B_i, C_i entsprechend mit α_i, β_i, γ_i bezeichnen.

Die Fläche α_1^2 geht durch die sechs konjugierten Pole E_{12}, F_{12}; E_{13}, F_{13}; E_{14}, F_{14} auf den in ihrem Berührungspol A_1 zusammenstossenden Kanten des Tetraeders A und wird in diesen konjugierten Polen von den Ebenen berührt, welche sie mit den Gegenkanten des Tetraeders A verbinden, also von den Ebenen: $E_{12}A_3A_4 = E_{12}E_{34}F_{34}$, $F_{12}E_{34}F_{34}$; $E_{13}E_{24}F_{24}$, $F_{13}E_{24}F_{24}$; $E_{14}E_{23}F_{23}$, $F_{14}E_{23}F_{23}$, d. h. von sechs Seiten der früheren drei Tetraeder T_2, T_3, T_4 des zu dem Tetraedertripel A, B, C konjugierten desmischen Tripels.

Von diesen Berührungsebenen treffen sich diejenigen drei, welche die Fläche α_1^2 in den Punkten

$E_{12}E_{13}E_{14}$	$F_{12}F_{13}F_{14}$
$E_{12}F_{13}F_{14}$	$F_{12}E_{13}E_{14}$
$E_{13}F_{12}F_{14}$	$F_{13}E_{12}E_{14}$
$E_{14}F_{12}F_{13}$	$F_{14}E_{12}E_{13}$

berühren in den Eckpunkten B_1, B_2, B_3, B_4 und C_1, C_2, C_3, C_4 der zwei Tetraeder B und C, und die Eckpunktpaare B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3, B_4C_4 liegen mit dem Berührungspol A_1 in einer Geraden.

Da diese Eigenschaft, die wir von dem reellen Vertreter α_i^2 gefunden haben, auch für die drei anderen reellen Vertreter α_i^2 und den acht reellen Vertretern β_i^2, γ_i^2 gelten, so hat man:

Sind die Berührungspole von vier reellen Vertretern α_i^2 einer imaginären Fläche II. O. x^2 die Eckpunkte eines Polartetraeders A, so berühren sich diese paarweise in denjenigen zwölf paarweise konjugierten Polen von x^2, welche die Eckpunkte auf den Kanten des Polartetraeders A harmonisch trennen, und es liegen auf jedem der vier reellen Vertreter sechs dieser Berührungspunkte. Die sechs Be-

rührungsebenen in den sechs Berührungspunkten eines beliebigen reellen Vertreters a_i^2 treffen sich zu dreien in den acht Eckpunkten von zwei solchen Polartetraedern B und C der Fläche x^2, die in Bezug auf den Berührungspol der Fläche a_i^2 perspektiv liegen. Die zwei Polartetraeder B, C bleiben dieselben, welcher immer der vier reellen Vertreter a_i^2 zu ihrer Bestimmung benützt wurde, so dass die Polartetraeder B, C in Bezug auf alle vier Eckpunkte des Polartetraeders A als Perspektivitätsmittelpunkte perspektiv liegen und somit A, B, C ein desmisches Tripel bilden. Jedes der Polartetraeder dieses Tripels ist gleichberechtigt in Bezug auf x^2, d. h. in den zwölf Berührungspunkten der vier reellen Vertreter a_i^2 berühren sich auch paarweise diejenigen zweimal vier reelle Vertreter β_i^2 und γ_i^2, deren Berührungspole die Eckpunkte der Polartetraeder B und C sind.

Die zwölf Berührungspunkte dieser Flächenpaare sind gleichfalls Eckpunkte von drei Polartetraedern T_2, T_3, T_4 der Fläche x^2, die das zu ABC konjugierte desmische Tripel bilden. Jeder Eckpunkt E_{ij} (oder F_{ii}) dieser drei Polartetraeder, durch welchen also je eine Kante der drei anderen Polartetraedern A, B, C geht, ist ein Berührungspunkt von drei solchen reellen Vertreterpaaren der Fläche x^2, deren Berührungspole die Eckpunkte sind auf diesen Kanten und die zu ihren Berührungsebenen, die in diesem Eckpunkte E_{ij} (oder F_{ij}) zusammenstossenden Seiten eines der Polartetraeder T_2, T_3 oder T_4 haben.

Um die Gattung der vier reellen Vertreter a_i^2 der imaginären Fläche x_1^2 zu bestimmen, deren Berührungspole die Eckpunkte eines Polartetraeders $A = A_1A_2A_3A_4$ sind, nehmen wir erstens an, dass ein Eckpunkt z. B. A_1 innerhalb, also die drei anderen ausserhalb seines Zentralellipsoid ω^2 liegen, in welchem Falle a_1^2 ein Ellipsoid, die drei übrigen reelle Vertreter aber zweischalige Hyperboloide sind.

Liegt A_1 ausserhalb ω^2, dann können von den drei übrigen Eckpunkten des Polartetraeders alle drei ausserhalb ω^2, zwei ausserhalb, einer innerhalb oder auf ω^2, einer ausserhalb, zwei auf ω^2, aber niemals können zwei Eckpunkte innerhalb ω^2 liegen.

Liegt endlich A_1 auf ω^2, so liegt höchstens noch ein Eckpunkt ebenfalls auf ω^2, die zwei anderen aber liegen ausserhalb derselben.

Dem entsprechend kann man sagen:

Sind die Berührungspole von vier reellen Vertretern einer imaginären Fläche II. O. $\varkappa^2$ die Eckpunkte eines Polartetraeders, so sind diese entweder: 1. *vier zweischalige Hyperboloide oder* 2. *drei zweischalige Hyperboloide und ein elliptisches Paraboloid oder ein Ellipsoid, schliesslich* 3. *zwei zweischalige Hyperboloide und zwei elliptische Paraboloide.*

20. Im Folgenden sei die Inzidenzfläche des Polarraumes eine reelle Fläche II. O. $\varkappa^2$, die aber, um Ausnahmen zu vermeiden, keine Kegelfläche ist, und wir wollen die Gattung der zu $\varkappa^2$ konjugierten Flächen II. O. bestimmen.

Ist $\varkappa^2$ eine elliptische Fläche, also keine Regelfläche, so sind die zu $\varkappa^2$ konjugierten Flächen für alle innerhalb $\varkappa^2$ liegenden Berührungspole: imaginär. Schliessen wir diesen Fall aus und nehmen wir an, dass der Berührungspol immer ausserhalb der elliptischen Fläche $\varkappa^2$ liegt.

Ist $\varkappa^2$ ein Ellipsoid, so sind für alle Berührungspole die zu ihr konjugierten Flächen einschalige Hyperboloide.

Ist $\varkappa^2$ ein elliptisches Paraboloid, so sind die zu ihr konjugierte Flächen einschalige Hyperboloide oder Paraboloide, je nachdem die Berührungspole im Endlichen oder unendlich fern liegen.

Ist $\varkappa^2$ ein zweischaliges Hyperboloid und ω^2 das zu diesem bezüglich seines Mittelpunktes O als Berührungspol (also in der Bedeutung, die man gewöhnlich benützt) konjugierte einschalige Hyperboloid, so sind alle zu $\varkappa^2$ konjugierte Flächen α^2 hyperbolische Paraboloide oder einschalige Hyperboloide, je nachdem die Berührungspole auf ω^2 oder ausserhalb dieser Fläche liegen. Denn ist P ein Punkt der Fläche ω^2, so ist seine Polarebene nach $\varkappa^2$ die Berührungsebene von ω^2 in dem anderen Endpunkt Q des durch P gehenden Durchmessers ($PO=OQ$). Auf diesem Durchmesser ist der zu O konjugierte Pol O' nach $\varkappa^2$ der unendlich ferne Punkt desselben, und da dieser den Punkt O von dem Punkt P und der Ebene π harmonisch trennt, so geht die zu $\varkappa^2$ bezüglich des Berührungspoles P konjugierte Fläche α^2 durch die Punkte O, O' und wird im ersten Punkte von der zu π parallelen Ebene, im Punkte O' aber von der unendlich fernen Ebene berührt. Die Fläche wird also von den Ebenen des Büschels POO' in Parabeln geschnitten, und da diese Parabeln diesseits und jenseits der Berührungsebene des

Punktes O liegen können, so ist die Fläche α^2 ein hyperbolisches Paraboloid.

Ist x^2 ein einschaliges Hyperboloid, so wird die zu ihr konjugierte Fläche α^2 ein Ellipsoid, ein zweischaliges Hyperboloid oder ein elliptisches Paraboloid, je nachdem der Berührungspol innerhalb, ausserhalb oder auf demjenigen zweischaligen Hyperboloid ω^2 liegt, welches zu x^2 in Bezug auf seinen Mittelpunkt O als Berührungspol konjugiert ist.

Ist schliesslich x^2 ein hyperbolisches Paraboloid, so sind die zu diesem konjugierte Flächen α^2 zweischalige Hyperboloide oder elliptische Paraboloide, je nachdem die Berührungspole im Endlichen oder unendlich fern liegen.

Von diesen Untersuchungen heben wir nur folgendes hervor:

Von zwei konjugierten Flächen II. O. ist die eine immer eine Regelfläche und die andere eine elliptische Fläche; jene kann auch imaginär sein, diese ist immer reell.

Ist eine der beiden konjugierten Flächen eine Zentralfläche II. O. und ist die zu dieser in Bezug auf den Mittelpunkt als Berührungspol konjugierte Fläche ω^2, so ist die zur Zentralfläche konjugierte Fläche ein Paraboloid, wenn der Berührungspol auf der Fläche ω^2 liegt.

Der zweite Teil des Satzes steht in vollständigem Einklang mit dem ersten Satz im No. 17, wo nämlich eine der beiden konjugierten Flächen x^2 imaginär war.

21. Es sei $A = A_1A_2A_3A_4$ ein Polartetraeder der reellen Fläche II. O. x^2, die aber keine Regelfläche ist; dann liegen von den Eckpunkten drei A_2, A_3, A_4 ausserhalb, der vierte innerhalb derselben. Mit E_{ij}, F_{ij} sollen wie früher diejenigen konjugierten Pole auf den Kanten bezeichnet werden, welche die Eckpunkte harmonisch trennen, und mit E_{1j}', F_{1j} die Treffpunkte der Kante A_1A_j und der Fläche x^2, die also ebenfalls die Eckpunkte harmonisch trennen, wobei die Punkte F_{ij}, F_{1j} auf den endlichen Teilen der Kanten sind.

Die Eckpunkte A_2, A_3, A_4 des Polartetraeders A als Berührungspole bestimmen drei zu x_1^2 konjugierte Regelflächen α_2^2, α_3^2, α_4^2; die vom vierten Eckpunkt A_1 als Berührungspol bestimmte Regelfläche ist imaginär. Jene berühren x^2 in den reellen Kegel-

schnitten $a_2^2 = E_{13}E_{14}F_{13}F_{14}$, $a_3^2 = E_{14}E_{12}F_{14}F_{12}$, $a_4^2 = E_{12}E_{13}F_{12}F_{13}$, diese in den imaginären Kegelschnitt a_1^2.

Die Flächenpaare $a_2^2a_3^2$, $a_2^2a_4^2$, $a_3^2a_4^2$ berühren einander in den Punktpaaren: $E_{14}F_{14}$, $E_{23}F_{23}$; $E_{13}F_{13}$, $E_{24}F_{24}$; $E_{12}F_{12}$, $E_{34}F_{34}$ und sie haben die drei Kantenvierecke $E_{13}E_{23}F_{12}F_{23}$, $E_{13}E_{24}F_{13}F_{24}$, $E_{12}E_{34}F_{12}F_{34}$ der drei desmischen Tetraeder T_2, T_3, T_4 gemein.

Auf jeder der drei Regelflächen a_2^2, a_3^2, a_4^2 liegen zwei dieser Kantenvierecke, deren Gegenseiten zwei solche Geradenpaare sind der einen und der anderen ihrer Regelschaaren, die einander harmonisch trennen. Es gibt aber in jeder dieser Regelschaaren noch ein drittes Geradenpaar, welches nämlich die zwei ersteren harmonisch trennt. Diese sind in jeder Schaar konjugiert-imaginär und bilden auf jeder der drei Regelflächen a_2^2, a_3^2, a_4^2 diejenigen Vierecke, in welchen die imaginäre Regelfläche a_1^2 jene trifft.

Bezeichnet man, wie in No. 18, die zwölf konjugiert-imaginären Treffpunkte der sechs Kanten A_iA_j des Polartetraeders A und der imaginären Regelfläche a_1^2 mit A_{ij}, A_{ji}, so kann man die auf den drei zur Fläche x_1^2 konjugierten reellen Regelflächen a_2^2, a_3^2, a_4^2 und auf der imaginären Fläche a_1^2 liegenden und zu den zwei Schaaren derselben gehörenden Geradenpaare in den in No. 22 befindlichen Matrizen aufschreiben, wo von den in den Zeilen und Reihen befindlichen Geradenpaaren das erste, das mittlere und das letztere, die zwei anderen Geradenpaare harmonisch trennt.

Auf den vier Flächen a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2 treffen die drei Geradenpaare der einen Schaar die drei Geradenpaare der anderen Schaar in den Eckpunkten von je neun Tetraedern eines vollständigen desmischen Systems und die übrigen sechs Tetraeder desselben sind Polartetraeder der betreffenden Fläche und bilden zwei desmische Tripel. Diese findet man ebenfalls in No. 22, wo die mit a_1^2 (und i^2) in einer Zeile und Reihe befindlichen sechs Tetraeder, Polartetraeder derselben Fläche sind.

Also:

Ist x_1^2 eine elliptische Fläche II. O., $A = A_1A_2A_3A_4$ ein Polartetraeder derselben und sind a_i^2 die vier zu x_1^2 konjugierte Flächen II. O., welche die vier Eckpunkte A_i^2 des Polartetraeders A als Berührungspole bestimmen, so wird jede dieser Flächen a_i^2 von den drei anderen in solchen Geradenpaaren jeder Schaar derselben getroffen, von denen

jedes Paar die zwei anderen harmonisch trennt. Die vier Treffpunkte jedes Geradenpaares der einen Schaar mit jedem Geradenpaar der anderen Schaar auf den vier Flächen, sind die Eckpunkte von Tetraedern, von welchen man in dieser Weise vierzehn verschiedene erhält, die mit dem Polartetraeder A ein vollständiges desmisches System Δ bilden. Auf jeder der vier Flächen a_i^2 liegen die Kantenvierecke von neun verschiedenen dieser Tetraeder, während die sechs übrigen Tetraeder des Systems Δ zwei konjugierten desmischen Tripeln angehören und Polartetraeder der betreffenden Fläche sind.

Endlich bemerke man noch, dass von den vier zur Fläche x_1^2 konjugierten Flächen a_i^2: drei Regelflächen reell sind und die vierte imaginär ist.

Wir ergänzen die obigen fünf Flächen II. O., nämlich die elliptische Fläche x_1^2 und die zu dieser konjugierten vier Regelflächen — die drei reellen a_2^2, a_3^2, a_4^2 und die imaginäre a_1^2 — mit drei elliptischen Flächen II. O. x_2^2, x_3^2, x_4^2, welche zu der imaginären Fläche x_1^2 bezüglich der Eckpunkte A_2, A_3, A_4 des Polartetraeders A, als Berührungspole konjugiert (d. h. ihre reelle Vertreter) sind, und für die also das Tetraeder A ebenfalls ein Polartetraeder ist. Es berühren sich dann die Flächenpaare $x_i^2 x_j^2$, gebildet aus den vier Flächen: x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2 in den Eckpunktpaaren $E_{ij}F_{ij}$ der Tetraeder T_2, T_3, T_4 des zu A — und noch zwei Tetraeder B und C — konjugiertem desmischen Tripels.

Diese vier Flächen x_i^2 sind aber nicht nur zu der imaginären Fläche a_1^2 bezüglich der Berührunspole A_i konjugiert, sondern sie sind auch konjugiert zu den drei anderen Regelflächen a_2^2, a_3^2, a_4^2 bezüglich der Eckpunkte A_i des Polartetraeders A als Berührungspole, aber in ein anderer Reihenfolge derselben.

In der ersten Matriz in No. 22 ist jeder Eckpunkt A_i des Polartetraeders A der Berührungspol für zwei solche konjugierte Flächen, die mit dem Berührungspol A_i in einer Zeile und Reihe sind. Die vier Regelflächen a_i^2 werden also nicht nur durch die zuerst angenommene elliptische Fläche x_1^2 und ihr Polartetraeder A bestimmt, sondern durch welche immer der drei elliptischen Flächen II. O. x_2^2, x_3^2, x_4^2.

Kurz:

Eine Fläche II. O. und ein Polartetraeder A derselben bestimmt

vier zu diese konjugierte Flächen II. O. a_i^2, deren Berührungspole mit der ersten Fläche die Eckpunkte A_i sind des Polartetraeders. Zu irgendeine dieser vier Flächen a_i^2 kann man noch drei bezüglich der drei freien Eckpunkte des Polartetraeders A, als Berührungspole, konjugierte Flächen finden, die dann mit der ersten Fläche solche vier Flächen x_i^2 sind, das jede Fläche des einen Quartupels (a_i^2), zu jeder Fläche des anderen Quartupels (x_i^2) bezüglich eines Eckpunktes des für alle acht Flächen gemeinsamen Polartetraeders A, konjugiert ist. Die Flächen des einen Quartupels sind elliptische Flächen, die des anderen sind Regelflächen, u. zw. sind drei von diesen reell, die vierte aber ist imaginär.

22. Gehen wir jetzt von zwei beliebigen konjugierten desmischen Tetraedertripeln ABC, $T_2T_3T_4$ aus, deren Eckpunkte mit den nämlichen Buchstaben und Zeiger bezeichnet sind, die wir in den vorangehenden Nummern benützt haben. Diese bestimmen, wie wir oben sahen, erstens neun imaginäre Tetraeder $I_2^a \ldots I_4^c$, die mit jenen sechs ein vollständiges desmisches System Δ bilden; zweitens drei Paar solche Flächenquartupel, wie diejenigen sind, welche wir in den vorangehenden Satz beschrieben und mit a_i^2, x_i^2 bezeichnet haben.

Das Tetraeder A des ersten desmischen Tripels bestimmt nämlich als Polartetraeder vier elliptische Flächen II. O.: x_1^2, x_2^2, x_3^2, x_4^2, welche bezw. durch diejenigen drei Eckpunktpaare $E_{ij}F_{ij}$ der Tetraeder T_2, T_3, T_4 gehen, die auf den in den Eckpunkten A_1, A_2, A_3, A_4 zusammenstossenden Kanten des Polartetraeders A liegen und deren Berührungsebenen in diesen Eckpunktpaaren sich in den Gegenkanten des Polartetraeders A treffen. Von den Eckpunkten des Polartetraeders A liegt dann einer innerhalb der Fläche x_i^2 und drei liegen ausserhalb derselben, und die Fläche soll mit demselben Zeiger versehen werden, wie der innerhalb derselben liegende Eckpunkt des Polartetraeders, d. h. jeder Eckpunkt A_i liegt innerhalb der Fläche x_i^2.

Zu diesen vier elliptischen Flächen x_i^2 sind bezüglich der Eckpunkte des Polartetraeders A als Berührungspole, bei verschiedenen Reihenfolge derselben vier Regelflächen II. O. a_1^2, a_2^2, a_3^2, a_4^2 konjugiert (die folgende erste Matrize in dieser Nummer), von welchen die erste, welche zu den innerhalb der Fläche x_i^2 liegenden

Eckpunkt A_i als Berührungspol (in allen vier Fällen) konjugiert ist, imaginär ist, die drei anderen aber reell sind.

Wird nun anstatt dem Tetraeder A des desmischen Tripels ABC einmal das Tetraeder B, ein zweitesmal C als Polartetraeder angenommen, so bestimmen diese, wie früher A, die vier elliptische Flächen II. O. λ_i^2, bezw. μ_i^2, welche ebenso wie die vier Flächen $\varkappa_i^2$ durch diejenigen drei Eckpunktpaaren $E_{ij}F_{kl}$, bezw. $E_{ij}E_{kl}$ und $F_{ij}F_{kl}$ der Tetraeder T_2, T_3, T_4 gehen, die auf den in den vier Eckpunkten zusammenstossenden Kantentripel der Polartetraeder B, bezw. C liegen und deren Berührungsebenen in diesen Eckpunktpaaren sich in den Gegenkanten der bezüglichen Polartetraedern treffen.

Auch von den Eckpunkten dieser Polartetraeder B, C liegt je einer innerhalb der elliptischen Flächen λ_i^2, μ_i^2, die wir wieder mit demselben Zeiger versehen, welchen der betreffende Eckpunkt hat; also liegen die vier Eckpunkte B_i und C_i innerhalb der vier Flächen λ_i^2 bezw. μ_i^2.

Zu den vier elliptischen Flächen II. O. λ_i^2 und ebensolchen vier Flächen μ_i^2 sind bezüglich der Eckpunkte der betreffenden Polartetraeder B und C als Berührungspole bei verschiedener Reihenfolge der Eckpunkte je vier Regelflächen II. O.: β_1^2, β_2^2, β_3^2, β_4^2, bezw. γ_1^2, γ_2^2, γ_3^2, γ_4^2 konjugiert, von welchen β_1^2 und γ_1^2, deren Berührungspole B_i, bezw. C_i (in allen zweimal vier Fällen) innerhalb der Flächen λ_i^2, bezw. μ_i^2 liegen, imaginär ist, die anderen zweimal drei Regelflächen β_i^2, γ_i^2 aber reell sind, deren Zuordnung hier folgt:

$\alpha^2\ \alpha_2^2\ \alpha_3^2\ \alpha_4^2$		$\beta_1^2\beta_2^2\beta_3^2\beta_4^2$		$\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$
x_1^2	$A_1A_2A_3A_4$	λ_1^2	$B_1B_2B_3B_4$	μ_1 $C_1C_2C_3C_4$
x_2^2	$A_2A_1A_4A_3$	λ_2^2	$B_2B_1B_4B_3$	μ_2 $C_2C_1C_4C_3$
x_3^2	$A_3A_4A_1A_2$	λ_3^2	$B_3B_4B_1B_2$	μ_3 $C_3C_4C_1C_2$
x_4^2	$A_4A_3A_2A_1$	λ_4^2	$B_4B_3B_2B_1$	μ_4 $C_4C_3C_2C_1$

Wir erhalten auf dieser Weise ausgehend aus dem beliebig angenommenen konjugierten desmischen Tetraedertripeln zwölf elliptische Flächen: x_i^2, λ_i^2, μ_i^2 (i=1, 2, 3, 4) und neun Regelflächen: α_i^2, β_i^2, γ_i^2 (i=2, 3, 4), sowie eine imaginäre Regelfläche i^2, in welcher sich die Flächen α_1^2, β_1^2, γ_1^2 vereinigen, deren reelle Vertreter die drei elliptische Flächen x_1^2, λ_1^2 und μ_1^2 sind, mit den zu diesen ge-

hörigen Berührungspolen A_1, B_1, C_1 und ihren Gegenebenen in den Tetraedern A, B, C als Ebenen ihrer Berührungskegelschnitte.

Auf jeder dieser zehn Regelflächen liegen je neun Kantenvierecke von neun Tetraedern des vollständigen desmischen Systems Δ, wie dies aus folgender Tabelle ersichtlich ist, wo in jeder der zehn Matrizen das erste, das mittlere und das letzte Geradenpaar sowohl in den Zeilen als auch in den Reihen die beiden andern harmonisch trennt.

$$\alpha_1^2 \beta_1^2 \gamma_1^2 = i^2$$

$$\begin{matrix} A_{12} & A_{34} & B_{14} & B_{23} & C_{13} & C_{42} \\ A_{43} & A_{21} & B_{32} & B_{41} & C_{24} & C_{31} \\ B_{31} & B_{42} & C_{12} & C_{43} & A_{14} & A_{23} \\ B_{24} & B_{13} & C_{34} & C_{21} & A_{32} & A_{41} \\ C_{14} & C_{23} & A_{13} & A_{42} & B_{21} & B_{34} \\ C_{32} & C_{41} & A_{24} & A_{31} & B_{43} & B_{12} \end{matrix}$$

α_2^2

$$\begin{matrix} B_1 & B_3 & F_{24} & F_{13} & B_{31} & B_{13} \\ B_4 & B_2 & F_{13} & E_{24} & B_{24} & B_{42} \\ F_{23} & F_{12} & C_1 & C_4 & C_{14} & C_{41} \\ E_{14} & E_{23} & C_3 & C_2 & C_{32} & C_{23} \\ B_{14} & B_{23} & C_{13} & C_{42} & A_{12} & A_{34} \\ B_{41} & B_{32} & C_{31} & C_{24} & A_{43} & A_{21} \end{matrix}$$

α_3^2

$$\begin{matrix} B_1 & B_4 & F_{23} & E_{12} & B_{14} & B_{41} \\ B_2 & B_3 & F_{14} & E_{23} & B_{32} & B_{23} \\ F_{23} & F_{12} & C_1 & C_2 & C_{12} & C_{21} \\ E_{12} & F_{34} & C_4 & C_3 & C_{34} & C_{43} \\ B_{21} & B_{34} & C_{14} & C_{23} & A_{13} & A_{42} \\ B_{12} & B_{43} & C_{41} & C_{32} & A_{24} & A_{31} \end{matrix}$$

α_4^2

$$\begin{matrix} B_1 & B_2 & F_{34} & F_{12} & B_{21} & B_{12} \\ B_3 & B_4 & F_{12} & F_{34} & B_{43} & B_{34} \\ F_{14} & F_{23} & C_1 & C_3 & C_{13} & C_{31} \\ E_{13} & E_{24} & C_2 & C_4 & C_{24} & C_{42} \\ B_{31} & B_{42} & C_{12} & C_{43} & A_{14} & A_{23} \\ B_{13} & B_{24} & C_{21} & C_{34} & A_{32} & A_{41} \end{matrix}$$

β_2^2

$$\begin{matrix} C_1 & C_3 & F_{13} & F_{24} & C_{13} & C_{31} \\ C_4 & C_2 & E_{13} & E_{24} & C_{24} & C_{42} \\ F_{14} & E_{14} & A_1 & A_4 & A_{14} & A_{41} \\ F_{23} & E_{23} & A_3 & A_2 & A_{32} & A_{23} \\ C_{14} & C_{23} & A_{13} & A_{42} & B_{21} & B_{34} \\ C_{41} & C_{32} & A_{31} & A_{24} & B_{43} & B_{12} \end{matrix}$$

β_3^2

$$\begin{matrix} C_1 & C_4 & F_{14} & F_{23} & C_{14} & C_{41} \\ C_2 & C_3 & E_{14} & E_{23} & C_{32} & C_{23} \\ E_{12} & F_{12} & A_1 & A_2 & A_{12} & A_{21} \\ E_{34} & F_{34} & A_4 & A_3 & A_{43} & A_{34} \\ C_{12} & C_{43} & A_{14} & A_{23} & B_{31} & B_{42} \\ C_{21} & C_{43} & A_{41} & A_{32} & B_{24} & B_{13} \end{matrix}$$

β_4^2

$$\begin{matrix} C_1 & C_2 & E_{12} & E_{34} & C_{12} & C_{21} \\ C_3 & C_4 & F_{12} & F_{34} & C_{34} & C_{43} \\ E_{13} & F_{13} & A_1 & A_3 & A_{13} & A_{31} \\ F_{23} & E_{24} & A_2 & A_4 & A_{24} & A_{42} \\ C_{13} & C_{42} & A_{12} & A_{34} & B_{14} & B_{23} \\ C_{31} & C_{24} & A_{21} & A_{43} & B_{32} & B_{41} \end{matrix}$$

γ_2^2

$$\begin{matrix} A_1 & A_3 & E_{13} & F_{13} & A_{13} & A_{31} \\ A_4 & A_2 & F_{24} & E_{24} & A_{24} & A_{42} \\ E_{14} & F_{23} & B_1 & B_4 & B_{14} & B_{41} \\ F_{14} & E_{23} & B_3 & B_2 & B_{32} & B_{23} \\ A_{14} & A_{23} & B_{31} & B_{42} & C_{12} & C_{43} \\ A_{41} & A_{32} & B_{13} & B_{24} & C_{34} & C_{21} \end{matrix}$$

γ_3^2

$$\begin{matrix} A_1 & A_4 & E_{14} & F_{14} & A_{14} & A_{41} \\ A_2 & A_3 & F_{23} & E_{23} & A_{32} & A_{23} \\ E_{12} & F_{34} & B_1 & B_2 & B_{21} & B_{12} \\ F_{12} & E_{34} & B_4 & B_3 & B_{43} & B_{34} \\ A_{12} & A_{34} & B_{14} & B_{23} & C_{13} & C_{42} \\ A_{21} & A_{43} & B_{41} & B_{32} & C_{42} & C_{31} \end{matrix}$$

γ_4^2

$$\begin{matrix} A_1 & A_2 & E_{12} & F_{12} & A_{12} & A_{21} \\ A_3 & A_4 & F_{34} & E_{34} & A_{43} & A_{34} \\ E_{13} & F_{24} & B_1 & B_3 & B_{31} & B_{13} \\ F_{13} & E_{24} & B_2 & B_4 & B_{24} & B_{42} \\ A_{13} & A_{42} & B_{21} & B_{34} & C_{14} & C_{23} \\ A_{31} & A_{24} & B_{12} & B_{43} & C_{32} & C_{41} \end{matrix}$$

Die fünfzehn Geradenpaare in dieser Tabelle treffen sich in den sechzig Eckpunkte der fünfzehn Tetraeder des vollständigen desmischen Systems Δ; von diesen Tetraedern sind diejenigen sechs, die in den folgenden Tabellen mit den Flächen in einer Zeile und Reihe stehen, Polartetraeder der betreffenden Fläche und bilden zwei konjugierte desmische Tripel, während von den neun anderen Tetraedern je ein Kantenviereck auf die Fläche liegt:

$$\begin{matrix} i^2 & A & B & C \\ T_2 & I_2^a & I_2^b & I_2^c \\ T_3 & I_3^a & I_3^b & I_3^c \\ T_4 & I_4^a & I_4^b & I_4^c \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \alpha_2^2 & I_2^b & I_2^c & A \\ I_3^a & B & T_3 & I_3^b \\ I_4^a & T_4 & C & I_4^c \\ T & I_4^b & I_3^c & I_3^a \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \alpha_3^2 & I_3^b & I_3^c & A \\ I_4^a & B & T_4 & I_4^b \\ I_2^a & T_2 & C & I_2^c \\ T_3 & I_2^b & I_4^c & I_3^a \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \alpha_4^2 & I_4^b & I_4^c & A \\ I_2^a & B & T_2 & I_2^b \\ I_3^a & T_3 & C & I_3^c \\ T_4 & I_3^b & I_2^c & I_4^a \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \beta_2^2 & I_2^c & I_2^a & B \\ I_3^b & C & T_3 & I_3^c \\ I_4^b & T_4 & A & I_4^a \\ T_2 & I_4^c & I_3^a & I_2^b \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \beta_3^2 & I_3^c & I_3^a & B \\ I_4^b & C & T_4 & I_4^c \\ I_2^b & T_2 & A & I_2^a \\ T_3 & I_2^c & I_4^a & I_3^b \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \beta_4^2 & I_4^c & I_4^a & B \\ I_2^b & C & T_2 & I_2^a \\ I_3^b & T_3 & A & I_3^a \\ T_4 & I_3^c & I_2^a & I_4^b \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \gamma_2^2 & I_2^a & I_2^b & C \\ I_3^c & A & T_3 & I_3^a \\ I_4^c & T_4 & B & I_4^b \\ T_2 & I_4^a & I_3^b & I_2^c \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \gamma_3^2 & I_3^a & I_3^b & C \\ I_4^c & A & T_4 & I_4^a \\ I_2^c & T_2 & B & I_2^b \\ T_3 & I_2^a & I_4^b & I_3^c \end{matrix} \qquad \begin{matrix} \gamma_4^2 & I_4^a & I_4^b & C \\ I_2^c & A & T_2 & I_2^a \\ I_3^c & T_3 & B & I_3^b \\ T_4 & I_3^a & I_2^b & I_4^c \end{matrix}$$

Nun haben wir noch nachzuweisen, dass es eine imaginäre Fläche II. O. gibt, deren reelle Vertreter die Flächen $\varkappa_1^2$, λ_1^2, μ_1^2 sind, zu welchen die Eckpunkte A_1, B_1, C_1 und die Gegenseiten der Tetraeder A, B, C als Berührungspole und als Ebenen der Berührungskegelschnitte gehören!

Wir wissen, dass die Flächen $\varkappa_1^2$, λ_1^2 bezw. durch die Punkte $E_{12}F_{12}E_{13}F_{13}E_{14}F_{14}$, $E_{12}F_{34}E_{13}F_{24}E_{14}F_{23}$ gehen; also ist die Ebene ihres gemeinsamen Kegelschnitts: $E_{12}E_{13}E_{14}=C_2C_3C_4$, d. h. die Gegenseite des Eckpunktes C_1 beim Tetraeder C.

Anderseits ist die Berührungsebene des Punktes F_{12} auf $\varkappa_1^2$

und des Punktes F_{34} auf λ_1^2 dieselbe, nämlich $E_{34}C_1C_2$; denn die Berührungsebene des ersten Punktes ist: $F_{12}A_3A_4 = F_{12}E_{34}F_{34} = E_{34}C_1C_2$, und die des zweiten Punktes ist: $F_{34}B_3B_4 = F_{34}E_{34}F_{12} = E_{34}C_1C_2$.

Ebenso sind die Berührungsebenen der Punkte F_{13}, F_{14} auf der Fläche $\varkappa_1^2$ und der Punkte F_{24}, F_{23} auf der Fläche λ_1^2 die Ebenen: $E_{24}C_1C_3$, bezw. $E_{23}C_1C_4$, und da diese beide und die erste Ebene $E_{34}C_1C_2$ durch den Punkt C_1 gehen, so ist C_1 ein Kontingenzpunkt der Flächen $\varkappa_1^2$, λ_1^2. Diese Flächen sind somit zentrisch-kollinear in Bezug auf den Eckpunkt C_1 und der Gegenseite $C_2C_3C_4$ des Tetraeders C als Kollineationsmittelpunkt und -ebene.

Nun treffen sich die Berührungsebenen $E_{12}B_1B_3$, $E_{13}B_1B_3$, $E_{14}B_1B_4$ der Punkte E_{12}, E_{13}, E_{14} der Fläche $\varkappa_1^2$ im Punkte B_1 und die Berührungsebenen $E_{12}A_1A_2$, $E_{13}A_1A_3$, $E_{14}A_1A_4$ der nämlichen Punkte der Fläche λ_1^2 im Punkte A_1, und da diese Punkte B_1, A_1 in der Kollineation homolog und von dem Kollineationsmittelpunkt und -ebene C_1, $C_2C_3C_4$ harmonisch getrennt sind, so ist die Kollineation eine i n v o l u t o r i s c h e.

Da man aber zwei zentrisch-involutorische Flächen II. O. die einen reellen und also noch einen imaginären Kegelschnitt gemein haben, als die reellen Vertreter einer imaginären Fläche betrachten kann: somit sind $\varkappa_1^2$, λ_1^2 die reellen Vertreter einer imaginären Fläche i^2. Dass aber A_1 und B_1 die Berührungspole für diese Fläche nsind, folgt daraus, dass sich die Geraden A_1E_{12}, A_1E_{13}, A_1E_{14} und B_1E_{12}, B_1E_{13}, B_1E_{14}, welche die gemeinsamen Punkte E_{12}, E_{13}, E_{14} der zwei Flächen $\varkappa_1^2$ und λ_1^2 mit den Berührungspunkten F_{12}, F_{13}, F_{14}, bezw. F_{34}, F_{24}, F_{23} ihrer sich im Punkte C_1 treffenden gemeinsamen Berührungsebenen verbinden, — in den Punkten A_1, bezw. B_1 treffen.

Ebenso kann man schliessen, dass die Flächen $\varkappa_1^2$, μ_1^2 in Bezug auf den Eckpunkt B_1 und seiner Gegenseite im Tetraeder als Involutionsmittelpunkt und -ebene zentrisch-involutorisch liegen, somit reelle Vertreter einer imaginären Fläche sind, deren Berührungspole in den Punkten A_1, C_1 liegen, und also dass alle drei Flächen $\varkappa_1^2$, λ_1^2, μ_1^2 die reellen Vertreter der nämlichen imaginären Fläche i^2 sind.

23. Die zwölf elliptischen Flächen II. O. $\varkappa_i^2$, λ_i^2, μ_i^2 und die zehn

zu diesen konjugierten Regelflächen II. O. α_i^2, β_i^2, γ_i^2 haben wir aus den beiden konjugierten desmischen Tetraedertripeln ABC, $T_2T_3T_4$ abgeleitet; es waren dabei die Tetraeder des ersten Tripels Polartetraeder der Flächen $\varkappa_i^2$, λ_i^2, μ_i^2, während von den Tetraedern des zweiten Tripels ein jedes zwei Eckpunkte auf diesen Flächen hatte. Wir vertauschen jetzt die Rollen der zwei konjugierten desmischen Tripel mit einander und untersuchen nach früherem Vorgang die ableitbaren neueren Flächen II. O. $\varkappa_i'^2$, $\lambda_i'^2$, $\mu_i'^2$ und ihre bezüglich der Eckpunkte der Tetraeder T_2, T_3, T_4 als Berührungspole konjugierten Flächen.

Das Tetraeder $T_2=E_{12}F_{12}E_{13}F_{13}$ als Polartetraeder bestimmt vier Flächen II. O.: $\varkappa_1'^2$, $\varkappa_2'^2$, $\varkappa_3'^2$, $\varkappa_4'^2$, welche durch diejenigen Eckpunktpaaren der Tetraeder A, B, C gehen, die auf den aus den Eckpunkten E_{12}, bezw. F_{12}, F_{34}, E_{34} ausstrahlenden Kanten des Tetraeders T_2 liegen und deren Berührungsebenen in diesen Eckpunktpaaren sich in den Gegenkanten dieses Tetraeders T_2 (welche zugleich Kanten der Tetraeder A, B, C sind) treffen.

Ebenso bestimmen die Tetraeder $T_3=E_{13}F_{13}E_{24}F_{24}$, $T_4=E_{14}F_{14}E_{23}F_{23}$ vier elliptische Flächen II. O. $\lambda_i'^2$, bezw. $\mu_i'^2$, für $i=1, 2, 3, 4$.

Die Fläche $\varkappa_1'^2$ geht also durch die Eckpunktpaare A_1A_2, B_1B_2, C_3C_4 auf den Kanten $E_{12}F_{12}$, $E_{12}F_{34}$, $E_{12}E_{34}$ des Tetraeders T_2, und die Berührungsebenen in jenen Punktpaaren treffen sich in den Kanten $E_{34}F_{34}=A_3A_4$, bezw. $E_{34}F_{12}=B_3B_4$, $F_{12}F_{34}=C_1C_2$; oder wir können auch sagen: die zwei Berührungsebenen in den zwei Eckpunkten eines jeden Tetraeders A, B, C sind abwechselnd die Gegenseiten des anderen Eckpunktes im Paare.

In Bezug auf die vier Eckpunkte E_{12}, F_{12}, E_{34}, F_{34} des Polartetraeders T_2 als Berührungspole sind der Fläche $\varkappa_1'^2$ vier Regelflächen konjugiert; von diesen ist die erste für den Berührungspol E_{12}: imaginär, u. zw. ist diese Fläche $i^2=\alpha_1^2$, β_1^2, γ_1^2, da alle sechs Tetraeder A, B,... T_4 ihre Polartetraeder sind.

Bezüglich des Berührungspoles F_{12} ist die zu $\varkappa_1'^2$ konjugierte Fläche: α_2^2; denn sie geht durch die Kantenvierecke $B_1B_4B_2B_3$, $C_1C_4C_2C_3$, $E_{14}F_{23}F_{14}E_{23}$, $E_{13}F_{24}F_{13}E_{24}$ und T_2, A sind ihre Polartetraeder. Ebenso sind im Bezug auf die Berührungspole F_{34}, E_{34} der Fläche $\varkappa_1'^2$ die Flächen β_2^2, γ_2^2 konjugiert, welche durch die

Kantenvierecke $C_1C_4C_2C_3$, $A_1A_4A_2A_3$, bezw. $A_1A_4A_2A_3$, $B_1B_4B_2B_3$ gehen und deren Polartetraeder T_2, B, bezw. T_2, C sind.

Vollführen wir diese Untersuchungen auf alle zwölf Flächen $x_i'^2$, $\lambda_i'^2$, $\mu_i'^2$ in Bezug auf die Berührungspole der Eckpunkte der entsprechenden Tetraeder T_2, T_3, T_4, so erhalten wir als konjugierte Flächen derselben die früheren zehn Regelflächen α_i^2, β_i^2, γ_i^2, $(i=1, 2, 3, 4)$, wo α_1^2, β_1^2, γ_1^2 die imaginäre Fläche i^2 ist.

In folgenden Matrizen sind die konjugierten Flächenpaare und ihre Berührungspole so zusammengefasst, dass in Bezug auf jeden Punkt als Berührungspol die zwei mit ihm in einer Zeile und Reihe befindlichen Flächen konjugiert sind:

$i^2\ \alpha_2^2\beta_2^2\gamma_2^2$	$i^2\ \alpha_3^2\beta_3^2\gamma_3^2$	$i^2\ \alpha_4^2\beta_4^2\gamma_4^2$
$x_1'^2\ E_{12}F_{12}F_{34}E_{34}$	$\lambda_1'^2\ E_{13}F_{13}F_{24}E_{24}$	$\mu_1'^2\ E_{14}F_{14}F_{23}E_{23}$
$x_2'^2\ F_{12}E_{12}E_{34}F_{34}$	$\lambda_2'^2\ F_{13}E_{13}E_{24}F_{24}$	$\mu_2'^2\ F_{14}E_{14}E_{23}F_{23}$
$x_3'^2\ F_{34}E_{34}E_{12}F_{12}$	$\lambda_3'^2\ F_{24}E_{24}E_{13}F_{13}$	$\mu_3'^2\ F_{23}E_{23}E_{14}F_{14}$
$x_4'^2\ E_{34}F_{34}F_{12}E_{12}$	$\lambda_4'^2\ E_{24}F_{24}F_{13}E_{13}$	$\mu_4'^2\ E_{23}F_{23}F_{14}E_{14}$

und auf die hier folgenden Flächen:

Liegen die Punkte			
$x_1'^2$	$A_1A_2B_1B_2C_3C_4$	der aus dem Eckpunkt E_{12}	ausstrahlenden Kanten ihres Polartetraeders T_2
$x_2'^2$	$A_1A_2B_3B_4C_1C_2$	« « « « F_{12}	
$x_3'^2$	$B_1B_2C_1C_2A_3A_4$	« « « « F_{34}	
$x_4'^2$	$C_3C_4B_3B_4A_3A_4$	« « « « E_{34}	
$\lambda_1'^2$	$A_1A_3B_1B_3C_2C_4$	« « « « E_{13}	« T_3
$\lambda_2'^2$	$A_1A_3B_2B_4C_1C_3$	« « « « F_{13}	
$\lambda_3'^2$	$B_1B_3C_1C_3A_2A_4$	« « « « F_{24}	
$\lambda_4'^2$	$C_2C_4B_2B_4A_2A_4$	« « « « E_{24}	
$\mu_1'^2$	$A_1A_4B_1B_4C_2C_3$	« « « « E_{14}	« T_4
$\mu_2'^2$	$A_1A_4B_2B_3C_1C_4$	« « « « F_{14}	
$\mu_3'^2$	$B_1B_4C_1C_4A_2A_3$	« « « « F_{23}	
$\mu_4'^2$	$C_2C_3B_2B_3A_2A_3$	« « « « E_{23}	

Daraus ergibt sich:

Zwei konjugierte desmische Tetraedertripel ABC, $T_2T_3T_4$ bestimmen neun imaginäre Tetraeder, die mit ihnen ein vollständiges desmisches System Δ bilden; dann sechs Flächenquadrupel II. O.

$\varkappa_i^2$, λ_i^2, μ_i^2, $\varkappa_i'^2$, $\lambda_i'^2$, $\mu_i'^2$ (für $i=1, 2, 3, 4$), deren Flächen alle elliptisch sind, ferner neun reelle Regelflächen II. O. a_i^2, β_i^2, γ_i^2 (für $i=2, 3, 4$) und eine imaginäre Fläche II. O. i^2, die also auch Regelfläche ist.

Jede der elliptischen Flächen geht durch drei solche Eckpunktpaare der Tetraeder des einen desmischen Tripels, die auf den au einem Eckpunkt ausstrahlenden Kanten eines Tetraeders des zu jenen konjugierten Tripels liegen, und dieses letztere Tetraeder is somit ein Polartetraeder der betreffenden elliptischen Fläche.

Die zehn Regelflächen II. O. sind zu den elliptischen Flächen konjugiert in Bezug auf die Eckpunkte der Tetraeder der konjugierten desmischen Tripel als Berührungspole und ihre Gegenseiten als Ebenen ihrer Berührungskegelschnitte so, dass die vierundzwanzig elliptische Flächen alle reelle Vertreter sind der imaginären Fläche i^2 bezüglich den Eckpunkten der sechs reellen Tetraeder als Berührungspole und den Gegenseiten als Ebenen der Berührungskegelschnitte.

Von den zehn Regelflächen geht jede durch neun Kantenvierecke von den Tetraedern des desmischen Systems Δ, während die übrigen sechs Tetraeder desselben, die zwei konjugierte desmische Tripel bilden, ihre Polartetraeder sind; die imaginäre Fläche i^2 hat sechs reelle Polartetraeder, während von den sechs Polartetraedern der neun reellen Regelflächen a_i^2, β_i^2, γ_i^2 immer zwei reell und die vier anderen imaginär sind.

Sagt man, dass die imaginäre Fläche i^2 und die neun reelle Regelflächen a_i^2, β_i^2, γ_i^2 ein desmisches Flächensystem bilden, so ergibt sich, dass die imaginäre Fläche i^2 und ein beliebiges Polartetraeder derselben, etwa A, die übrigen neun Regelflächen des desmischen Systems bestimmt.

Wir wollen dies in folgendem Satz ausdrücken:

Im Polarraum einer imaginären Fläche II. O. i^2 sind ∞^6 vollständige desmische Tetraedersysteme Δ (die aus je fünfzehn Tetraedern bestehen) enthalten; jedes der darin vorkommenden sechs reellen Tetraeder — zweier konjugierter desmischer Tripel — als Polartetraeder bestimmt ein solches Tetraedersystem.

Die ∞^3 reelle Vertreter der imaginären Fläche i^2 vereinigen sich ∞^6-mal zu sechs Flächenquartupel; die (elliptischen) Flächen II. O. desselben sind diejenigen reellen Vertreter der imaginären Fläche i^2, deren Berührungspole die sechsmal vier Eckpunkte sind der sechs

reellen Polartetraeder der Fläche i^2 im jedem der ∞^6 desmischen Tetraedersysteme Δ. Jedes dieser Tetraeder ist somit auch Polartetraeder der vier (elliptischen) Flächen des betreffenden Quartupels.

Zu jeder dieser (elliptischen) Flächen sind ausser der imaginären Fläche i^2 noch drei reelle Regelflächen II. O. konjugiert bezüglich der drei freien Eckpunkte des Polartetraeders als Berührungspole (während zum vierten Eckpunkt als Berührungspol die imaginäre Fläche i^2 konjugiert ist), und zu jeder der vier Flächen in einem Quartupel sind die nämlichen drei Regelflächen und die imaginäre Fläche i^2 konjugiert bei verschiedener Zuordnung ihrer Berührungspole.

Die sechs Flächenquartupel bestimmen insgesamt in dieser Weise ausser der imaginären Fläche i^2 nur neun Regelflächen, die mit i^2 ein desmisches Flächensystem bilden, da diejenigen neun reelle Regelflächen, welche man aus den reellen Tetraedern des einen desmischen Tripels erhält, dieselben sind, als die aus dem zu diesem konjugierten desmischen Tripel abgeleitet werden können.

Der Polarraum der imaginären Fläche i^2 hat ∞^6 solche neun Regelflächen II. O., die mit i^2 ein desmisches Flächensystem bilden.

(Vorgelegt der III. Klasse der Ung. Akademie der Wiss. in der Sitzung am 21. November 1932.)

ADALÉKOK A POLÁRISTÉR STRUKTÚRÁJÁNAK ISMERETÉHEZ.

KLUG LIPÓT-tól.

Jelen dolgozatban az oly polárismező és poláristér tulajdonságainak vizsgálatával foglalkozom, amelynek úgynevezett incidenskúpszelete, illetőleg incidensfelülete képzetes.

A képzetes kúpszelet síkjában az egyes pontok polárisainak meghatározásához rendszerint valós kúpszeletet alkalmazunk; ezt a képzetes kúpszelet valós képviselőjének nevezzük; minden képzetes kúpszeletnek kétszeresen végtelen sok (∞^2) valós képviselője van.

Épp így lehet az oly poláristérben, amelynek incidensfelülete képzetes, minden pontnak polárissíkját egy valós másodrendű felület segélyével megszerkeszteni; e számra háromszorosan végtelen sok (∞^3) másodrendű felület, amely a képzetesnek valós képviselője, elliptikus, míg maga a képzetes felület hiperbolikus, tehát oly sugárfelület, amelyen két, képzetes egyenesekből álló, sugársereg van.

A képzetes kúpszelet valós képviselői között két kör is van, míg az (általános) képzetes másodrendű felületnek nem lehet gömb a valós képviselője. De ha a képzetes másodrendű felületnek forgástengelye van, akkor ugyan ∞^6 valós képviselője forgásfelület, de csak egy bizonyos esetben van ezek között két gömb, amely a képzetes felületet képviseli.

A képzetes kúpszelet minden polárisháromszögének oldalai azt egy Pascalhatszög csúcsaiban metszik, amelynek konfigurációja szerkeszthető; s ebben például a 60 Pascalegyenes közül 36 valós, a többi 12 pár konjugált-képzetes egyenesből áll.

A képzetes másodrendű felületnek minden valós poláris-

tetraedere annak még öt valós poláristetraederét határozza meg, amely az elsővel együtt két konjugált desmikus tetraederhármast képez, s azonkívül még kilenc képzetes tetraedert, amely a hat poláristetraedert egy teljes desmikus rendszerré egészíti ki.

A hat valós poláristetraeder ismét 24 elliptikus másodrendű felületet határoz meg, amely a képzetes felületnek valós képviselője. Ezeknek segélyével kilenc másodrendű sugárfelület származtatható le, amely a felvett képzetes sugárfelülettel együtt egy desmikus felületrendszert képez.

A képzetes másodrendű felület ∞^3 valós képviselője, poláristetraederének száma szerint, ∞^6-szor egyesíthető huszonnégyesével ily csoportokba, amelyekből ugyancsak ∞^6 desmikus felületrendszerek származtathatók le, amint azt a német szövegű tárgyalásban látjuk.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. nov. 21-én tartott üléséből.)

KÚPSZELETEK ÉS MÁSODRENDŰ FELÜLETEK KÉPEI KÜLÖNÖS ESETEKBEN.

KLUG LIPÓT-tól.

A következőkben azoknak a pontoknak geometriai helyéről szólunk, amelyből projiciálva valamely kúpszeletnek projekciója és valamely másodrendű felületnek kontúrja egy megadott síkon: *a)* egyenoldalú hiperbola, *b)* kör lesz és bemutatjuk néhány ábrában e felületkontúroknak szerkesztését.

1. Jelöljük k^2-vel azt a kúpszeletet, amelyet a σ-síkra akarunk projiciálni; legyen GH annak a σ-síkkal parallel, EF pedig a GH-hoz konjugált átmérője.

Ha egy a σ-síkkal parallel sík a k^2 kúpszeletet az A, B pontokban metszi, akkor az AB átmérő fölé e síkban leírt körnek minden O pontjából a k^2 kúpszeletnek projekciója a σ-síkra egy-egy egyenoldalú hiperbola k'^2, amelynek aszimptotái az OA, OB egyenesekkel parallelek.

A σ-síkkal parallel sík változtatásával a változó körök egy M^2 másodrendű (II. r.) felületet írnak le; ennek az EF átmérőjéhez konjugált átmérőmetszete a σ-hoz parallel síkban: a GH átmérő fölé leírható s^2 kör; egyik szimmetriasíkja az EF átmérőn átmenő és a σ-ra merőleges sík; e szimmetriasíkban levő főmetszésének konjugált átmérői: EF és az s^2 körnek egyik átmérője; e főmetszésnek két tengelye az M^2 felületnek is két tengelye, a harmadik tengelye pedig az s^2 körnek az EF-re merőleges átmérője.

Tehát:

Ama pontok geometriai helye, amelyből projiciálva egy k^2 kúpszelet projekciója egy σ-síkon egyenoldalú hiperbola: egy a kúpszeleten átmenő másodrendű felület M^2; e felület egyik körmetszősíkjának

rendszere parallel a σ-síkkal, a k^2 kúpszelet síkja pedig a σ-hoz konjugált átmérősík. Aszerint, amint a k^2 kúpszelet ellipszis, parabola vagy hiperbola, az M^2 II. r. felület: ellipszoid, elliptikus paraboloid vagy hiperboloid, ez utóbbi pedig egy- vagy kétágú, aszerint, amint a k^2 hiperbolának a σ-síkkal parallel átmérője a k^2-t valós vagy képzetes pontokban metszi.

Az M^2 felület hengerré korcsosul, ha a σ-sík a k^2 hiperbola egyik aszimptótájával, t-vel, vagy a k^2 parabola tengelyével, t-vel parallel; a henger alkotói a t-re merőleges és a σ-síkkal parallel egyenesek.

2. A második kérdés, amelyet kitűztünk, az, hogy mely pontokból projiciálható a k^2 kúpszelet az adott σ-síkra, úgy hogy a projekció kör legyen?

Az előbbi jelölést megtartva, legyen k_0^2 a k^2 kúpszelethez az EF átmérőt illetőleg a k o n j u g á l t kúpszelet; tehát a k_0^2 kúpszeletnek az EF-hez konjugált GH átmérővel parallel húrjain a végpontok konjugált pólusai a k^2 kúpszeletnek. Így, ha az AB a k^2 kúpszeletnek a GH átmérővel parallel húrja, akkor az $AEBF$ négyszög szembenfekvő oldalainak metszőpontjai $D = (AE, BF)$, $D^* = (AF, BE)$, mint k^2 konjugált pólusai a k_0^2 kúpszeletnek pontjai és a GH-val parallel DD^* húr felezőpontja D_0 az EF átmérőn van.

Ha a DD^* egyenesre a rajta átmenő és a σ-síkkal parallel síkban merőlegest állítunk és ezen az O, O^* pontokat a D_0 ponttól DD_0 távolságban vesszük fel, akkor az O és O^* pontból a k^2 kúpszelet konjugált póluspárjai DD^*, D_0D_∞,... egy orthogonális sugárinvolució társsugaraival projiciálható a σ-sík végtelen távol fekvő egyenesébe, s ezért a k^2 kúpszeletnek projekciója k'^2 az O és O^* pontból a σ-síkra: kör.

Minthogy DOD^*O^* négyzet, azért a D, D^* pontok változtatásával az O, O^* pontok geometriai helye: a k_0^2 kúpszeletnek parallel projekciója az $EFOO^* \equiv \tau$-síkra, azaz egy kúpszelet o^2.

Ezért:

Ha a k^2 kúpszelet síkja a σ-síkot egy n egyenesben metszi és a kúpszeletnek az n-hez konjugált átmérője az EF, akkor az EF-en átmenő síkban, amely a σ síkot az n-re merőleges egyenesben metszi, van egy a k^2-vel közös EF átmérőjű kúpszelet, o^2, amelynek pontjaiból a k^2 kúpszelet a σ síkra, mint kör projiciálható. Ez az o^2 kúpszelet

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK

parallel projekciója a k^2-hez konjugált és azt az EF átmérő végpontjaiban érintő k_0^2 kúpszeletnek; a projiciáló sugarak az n egyeneshez 45° alatt hajlók és a σ síkhoz parallelek.

Ha a k^2 ellipszis vagy hiperbola, akkor a k_0^2 és az o^2 hiperbola, illetőleg ellipszis, míg ha a k^2 parabola és az n egyenes nem parallel tengelyével, akkor a k_0^2 és o^2 szintén az. De ha az n-hez konjugált EF átmérő nem metszi a k^2 hiperbolát valós pontokban, valamint ha a σ sík a k^2 parabola tengelyével parallel, akkor a k_0^2 és o^2 kúpszelet képzetes.

Ezért: egy kúpszelet centrális projekciója bármely síkra kör lehet, kivévén azt a két esetet, amelyben a kúpszelet hiperbola, és a sík annak mindkét ágát valós pontokban metszi, és ha a kúpszelet parabola és a sík annak tengelyével parallel.

3. Térjünk ezután az F^2 másodrendű felületekhez, amelyek közül a kúpot kizárjuk, és keressük azoknak a pontoknak geometriai helyét, amelyekből nézve, azaz projiciálva, az F^2 felületnek k'^2 konturja az adott σ síkon: egy egyenoldalú hiperbola. (Ez a látszólagos kontur, k'^2, vagy röviden kontúr, a valódi kontúrnak, k^2-nek centrális képe az O pontból, mint projiciáló középpontból; a k^2 kontúr pedig az O pont polárissíkjának metszése az F^2 felülettel.)

Jelöljük az F^2 II. r. felületnek a σ síkhoz konjugált átmérőjét EF-fel, és messe egy a σ-val parallel sík a felületet egy s_i^2 kúpszeletben, végre legyen m_i^2 az s_i^2 kúpszeletnek DE LA HIRE-köre.

Ha az O egy tetszésszerinti pontja az m_i^2 körnek, akkor O-ból az s_i^2 kúpszelethez kisugárzó érintőpár egymásra merőleges és így az érintőpár érintőpontjainak projekciói az O pontból a σ síkra: két merőleges egyenes végtelen távol fekvő pontja, amiért is a felület k^2 kontúrjának képe k'^2 az O pontból nézve a σ síkon: egyenoldalú hiperbola. Ilyen tulajdonságú, mint az O pont, az m_i^2 körnek minden pontja.

A σ-val parallel síkok az F^2 felületet hasonló és hasonló fekvésű s_i^2 kúpszeletekben metszik, és mert közülök bármely két kúpszelet homolog (tehát parallel), átmérőinek viszonya olyan, mint DE LA HIRE-körei átmérőinek viszonya, és mert az s_i^2 kúpszeleteknek bármely az EF átmérőn átmenő τ síkban levő pontjai egy $f_s^2 = (F^2, \tau)$ kúpszeleten vannak, ezért az m_i^2 köröknek ebben

a τ síkban levő pontjai is egy az f_s^2 kúpszelettel az EF átmérőre, mint affinitási tengelyre, affin f_m^2 kúpszeleten lesznek. Az m_i^2 körök tehát az f_m^2 kúpszeleten átmenő M^2 II. r. felületen vannak, amelynek az F^2-vel közös átmérője EF a σ síkhoz mindkét felületet illetőleg konjugált. Ezért:

Ama pontok geometriai helye, amelyből nézve egy F^2 II. r. felületnek kontúrja egy adott σ síkon egyenoldalú hiperbola: egy M^2 II. r. felület; mindkét felületnek a σ síkhoz ugyanegy konjugált átmérője van, míg a felületeknek a σ síkhoz parallel síkokban levő kúpszeletei oly vonatkozásban vannak, hogy az F^2-n levő kúpszeleteknek DE LA HIRE-*körei az M^2-nek kúpszeletei.*

4. Vizsgáljuk meg, hogy milyenek ezek az M^2 felületek a különböző F^2 II. r. felületeket tekintve!

Ha az F^2 ellipszoid, akkor az M^2 szintén az lesz.

Ha az F^2 elliptikus paraboloid, amelynek tengelye nem parallel a σ síkkal, akkor az M^2 is elliptikus paraboloid, amelynek amazzal egy közös átmérője és ennek végpontjában közös érintősíkja van. De ha a σ sík az F^2 paraboloid tengelyével parallel, és így a σ-hoz parallel síkok azt parabolákban metszik, akkor ezeknek vezérvonalai alkotói egy M^2 parabolikus hengernek, amely a keresett geometriai hely.

Ha az F^2 felület egy- vagy kétágú hiperboloid és a σ sík azt ellipszisben metszi, akkor az M^2 felület is egy- vagy kétágú hiperboloid; ha pedig a σ sík az F felületet parabolában metszi, akkor az M^2 hiperbolikus henger. Ha ellenben a σ sík metszése az F^2 hiperboloiddal hiperbola, akkor, ha F^2 egyágú hiperboloid, az M^2 kétágú hiperboloid vagy ellipszoid, míg ha az F^2 kétágú hiperboloid, úgy az M^2 egyágú hiperboloid vagy képzetes II. r. felület.

Ha végre az F^2 hiperbolikus paraboloid, akkor az M^2 elliptikus paraboloid, vagy parabolikus henger lesz, a szerint, amint a σ sík nem parallel, vagypedig parallel az F^2-nek tengelyével.

5. Ezután az oly pontoknak keressük a geometriai helyét, amelyekből nézve az F^2 II. r. felületnek a kontúrja egy adott σ síkon: kör.

A σ-val parallel síkok az F^2 felületet vagy csak valós, vagy

részben valós, részben képzetes kúpszeletekben, s_i^2-ben metszik, és a képzetes kúpszeleteknek éppúgy vannak gyujtópontjai, mint a valósaknak. Ha az O egyik gyujtópontja egy ily s_i^2 kúpszeletnek, akkor az abból kisugárzó konjugált polárisai a kúpszeletnek orthogonális involutiót alkotnak és így az O pont polárisa és a F^2 felület közös pontjainak projekciói a σ síkra, ennek végtelen távol fekvő képzetes körpontjai. Ezért:

Az F^2 II. r. felületnek kontúrja egy σ síkon, azoknak a valós vagy képzetes kúpszeleteknek gyujtópontjaiból nézve, amelyekben azt a σ-val parallel síkok a felületet metszik: kör.

Vizsgáljuk meg ezeknek a gyujtópontoknak geometriai helyét a különböző II. r. felületek szerint!

6. Legyen EF az F^2 ellipszoidnak a σ síkhoz konjugált átmérője. Ha a σ_i, σ_j síkok az E, F felületpontokat harmonikusan választják el és a σ síkkal parallelek, akkor a σ_i sík a felületet egy valós s_i^2 ellipszisben, a σ_j sík pedig egy képzetes kúpszeletben metszi, amelynek valós képviselője az s_i^2 ellipszisnek projekciója s_j^2 az E vagy az F pontból a σ_j^2 síkra. A σ_i, σ_j síkokkal változó s_i^2, s_j^2 ellipszisek közül az első az F^2 ellipszoidot, a második az ehhez az EF átmérőt, illetőleg konjugált kétágú hiperboloidot, Φ^2-öt, írja le.

A változó s_i^2, s_j^2 ellipsziseknek parallel fő- és melléktengelyei egy-egy síkban α-, illetőleg β-ban vannak; ezek közül az első az F^2 és Φ^2 felületet az f_1^2 és φ_1^2, a második pedig az f^2 és φ^2 konjugált ellipszisek- és hiperbolákban metszik.

Az s_i^2, valamint az s_j^2 ellipsziseknek gyujtópontjai az α síkban egy o_1^2 ellipszisen, illetőleg egy ω_1^2 hiperbolán vannak, amelyek a közös EF átmérőt illetőleg szintén konjugáltak és amellett az f_1^2, o_1^2 ellipszisek, valamint a φ_1^2, ω_1^2 hiperbolák az EF affinitási tengelyre vonatkozólag affinek.

Ha az s_i^2 és s_j^2 ellipszisek melléktengelyein oly pontpárokat veszünk fel, amelyeknek távolsága a középpontoktól az illető ellipszisek excentricitásával egyenlő, akkor ezek a pontok a β síkban egy o^2 ellipszisen és egy ω^2 hiperbolán lesznek, amely kúpszeletek a közös EF átmérőt illetőleg szintén konjugáltak.

Az s_j^2 és s_i^2 ellipszisek átmérőinek végpontjai származtatásuknál fogva konjugált pólusai az F^2 ellipszoidnak, illetőleg a Φ^2 kétágú hiperboloidnak, és ezért az ω^2 hiperbolának pontjai az F^2

ellipszoidhoz tartozó és a σ_j síkokban levő polárismezőknek gyujtópontjai, míg az o^2 ellipszisnek pontjai a Φ^2 hiperboloid σ_i síkokban fekvő polárismezőinek gyujtópontjai.

A σ síkkal parallel síkok tehát az F^2 ellipszoidot (Φ^2 kétágú hiperboloidot) oly valós és képzetes (illetőleg képzetes és valós) kúpszeletekben metszik, amelyeknek gyujtópontjai az o_1^2 (o^2) ellipszisen és az ω^2 (ω_1^2) hiperbolán vannak. Minthogy pedig az o_1^2 ellipszis pontjai az F^2 ellipszoidon belül, az ω_1^2 hiperbola pontjai pedig a Φ^2 egyágú hiperboloidon belül vannak, azért ezeknek pontjaiból nem vezethetők valós érintősíkok az illető felületekhez és így az F^2 ellipszoidnak és a Φ^2 hiperboloidnak konturja a σ síkon csak az ω^2 hiperbolának, illetőleg az o^2 ellipszisnek pontjaiból nézve lesz kör.

Az eredmény e kettős tételbe foglalható össze:

Ha az F^2 ellipszoidnak (a Φ^2 kétágú hiperboloidnak) EF átmérője a σ síkhoz konjugált és e síkkal parallel síkok azt az s_1^2 ellipszisekben metszik, akkor ezeknek melléktengelyein levő pontpárok, amelyek a középpontoktól éppoly távolságra vannak, mint a gyujtópontpárok, egy az EF átmérővel ugyanegy síkban levő o^2 ellipszisen (ω^2 hiperbolán) vannak. A o^2 ellipszishez (ω^2 hiperbolához) az EF átmérőt illetőleg konjugált ω^2 hiperbola (o^2 ellipszis) pontjainak az a tulajdonsága, hogy azokból nézve az F^2 ellipszoidnak (Φ^2 hiperboloidnak) a kontúrjai a σ síkon: körök lesznek.

Parallel síkok rendszere a kétágú hiperboloidot parabolákban, azután hiperbolákban is metszheti; azonban e kúpszeletek gyujtópontjaiból nem vezethetők érintősíkok a felülethez. Ezért: *Ha valamely sík a kétágú hiperboloidot parabolában vagy hiperbolában metszi, akkor a hiperboloidnak sem azon, sem az ahhoz parallel síkon nincsen körkontúrja.*

Ha az F^2 ellipszoid helyett egy elliptikus paraboloidot veszünk vizsgálatunk tárgyául, akkor az előbbi eljárás szerint következő tételhez jutunk:

Ha a σ sík nem parallel egy F^2 elliptikus paraboloid tengelyével akkor annak a σ-val parallel síkokban levő s_i^2 metszések melléktengelyein azok a pontpárok, amelyeknek távolsága az s_i^2 ellipszisek középpontjaitól azoknak excentricitásaival egyenlő, a paraboloidot egy E pontban érintő o^2 parabolán vannak; e parabolához az E ponton

átmenő átmérőt illetőleg konjugált ω^2 parabolának bármely pontjából nézve az F^2 paraboloidnak a kontúrja a σ síkon — kör.

De ha a σ sík a paraboloid tengelyével parallel, akkor annak a σ síkon nem lehet körkontúrja.

7. Az egynesvonalú másodrendű felületekhez a tér minden pontjából valós érintősíkok vezethetők. E felületek kontúrja tehát bármelyik síkmetszésének gyujtópontjából nézve a metszősíkkal parallel síkon — kör. Ezért:

Ha a parallel síkok az egyágú hiperboloidot vagy a hiperbolikus paraboloidot hiperbolákban metszik, akkor e metszések gyujtópontjai a felületnek a parallel síkokhoz konjugált átmérőjén átmenő két konjugált síkban vannak, éspedig: a hiperboloidnál egy hiperbolán és egy ellipszisen, a paraboloid esetében pedig két parabolán.

Ha azonban a parallel síkok a hiperboloidot ellipszisekben vagy parabolákban, a paraboloidot pedig parabolákban metszik, akkor az első esetben a metszések gyujtópontjai csak egy hiperbolán, a második esetben csak egy parabolán vannak.

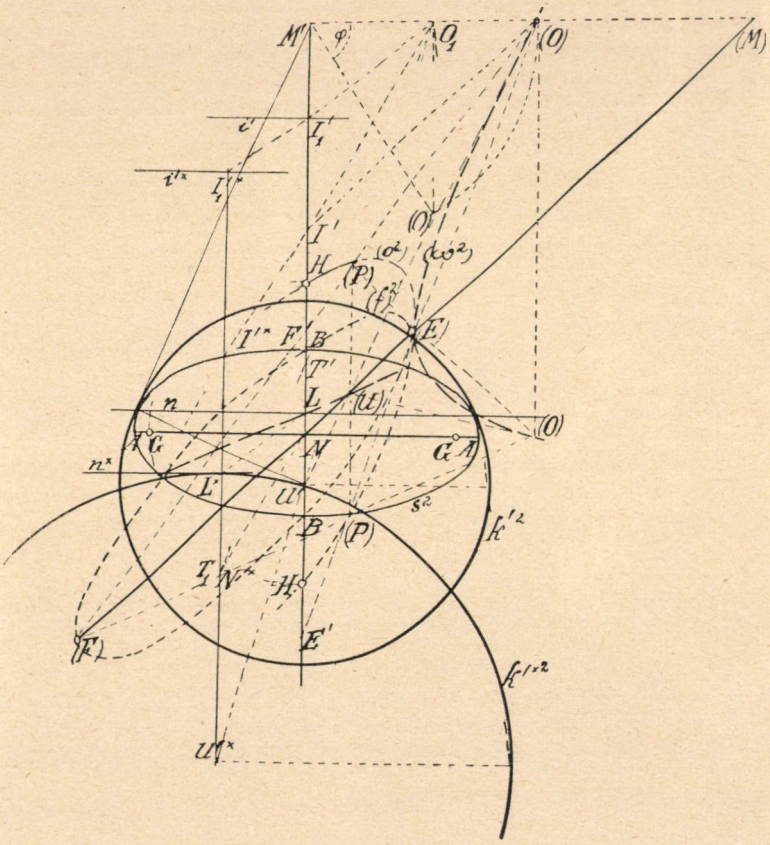
E gyujtópontok bármelyikéből nézve a felületek kontúrja a parallel síkok akármelyikén —kör.

8. Szerkesszük meg az F^2 ellipszoidnak kontúrját egy adott síkon ama föltétel mellett, hogy az kör legyen.

Messe a sík, amelyen keressük és amelyet (előzőleg) képsíknak tekintünk, az F^2 ellipszoidot az AA, BB fő- és melléktengelyű és N középpontú s^2 ellipszisben (1. ábra); ennek melléktengelyén a HH pontpár éppoly távolságra van a középponttól, mint a GG gyujtópontpár a főtengelyen. Ha az ellipszoidnak e képsíkhoz konjugált átmérője az EF és az $EFBB = \beta$ síkkal való metszése az f^2 ellipszis, ha továbbá ehhez az EF affinitási tengelyre affin és a HH pontpáron átmenő és az f^2-t az E, F pontokban érintő ellipszis o^2, akkor, amint láttuk (6), az o^2 ellipszishez az EF átmérőt illetőleg konjugált ω^2 hiperbolának bármely pontját, O-t, választhatjuk projiciáló középpontnak.

Borítsuk le az EFB síkot a BB tengely körül a képsíkba (amely leborítás, ha φ hajlásszöge a képsíkhoz adva van, egy ismeretes művelet), és legyen $(E)N(F)$ az EF átmérőnek leborított helyzete. A leborított (f^2) ellipszishez affin és a HH pontokon

átmenő o^2 ellipszisnek bármelyik $(E)(F)$-hez konjugált $(P)(P)$ húrjából megkapjuk az (ω^2) hiperbolának szintén $(E)(F)$-hez konjugált húrját, mert az $(E)(P)(F)(P)$ négyszög szembenfekvő oldalai egymást az illető húrnak (O), (O) végpontjaiban metszik. Válasszuk ezek közül például a felső (O)-t leborított projiciáló középpontnak!



1. ábra.

A $(P)(P)$ húrnak (U) felezőpontját és az (E), (F) pontokat az (O) ponttal összekötő egyenesek a HH egyenest az U, E, F pontoknak U', E', F' képeiben metszik, míg az (O) ponton átmenő és az $(E)(F)$-fel parallel egyenes metszése a HH-val: az EF átmérőnek az iránypontja I' és az N pont annak nyoma.

A képsíknak M pólusa az F^2 ellipszoidot illetőleg harmonikusan választja el az N pontot az E, F pontoktól, és így az $N(M)(E)(F)$ harmonikus pontnégyes. Az $(O)(M)$ egyenes pólusa az (ω^2) hiperbolát illetőleg az U' pont és így az $(O)(M)$ és HH egyenes M' metszőpontja az U'-hoz konjugált pólus. Ugyancsak konjugált póluspár az (ω^2) hiperbolára vonatkozólag az $E'F'$ pontpár és a két H pont is. E konjugált pólusokban metszik különben a HH melléktengelyt az s^2 ellipszisnek egymásra merőleges konjugált polárisai.

Az O pontnak polárissíkja $\varkappa$ az F^2 ellipszoidot illetőleg a képsíkot az M' pontnak az s^2 ellipszisre vonatkozó n polárisában, a β síkot pedig az O pontnak az f^2 ellipszisre vonatkozó LU polárisában metszi, ha az L pont: (n, BB). Az (O) ponton átmenő és az $L(U)$-val parallel egyenes a BB melléktengelyt az LU egyenesnek I'_1 iránypontjában éri, amiért is e ponton átmenő és az n nyommal parallel egyenes i' a $\varkappa$ kontúrsíknak az irányvonala.

A keresett k'^2 kontúr végre az az U' középpontú kör, amely az s^2 ellipszist abban a két valós vagy képzetes pontban érinti, amelyben az n nyom azt metszi és így az $M'L$ átmérőjű körhöz derékszög alatt hajlik.

Ha az F^2 felület nem ellipszoid, hanem elliptikus paraboloid, akkor az EF átmérőnek egyik végpontja, például az F, végtelen távol van és így a képe F' az átmérőnek I' iránypontjába jut, míg az előbbi f^2, o^2 ellipszisek és az ω^2 hiperbola helyébe parabolák lépnek, de különben a szerkesztés ugyanaz marad. Ha pedig az F^2 felület kétágú hiperboloid, akkor az EF átmérő E, F végpontjai az s^2 ellipszis N középpontjától nincsenek elválasztva, mint az ellipszoid esetében. Az EF átmérő iránypontja I' az $E'F'$ vonaldarabon belül (az ellipszoidnál azon kívül) van, végre az f^2 és o^2 hiperbola, az ω^2 pedig ellipszis lesz és minden szerkesztés megegyezik az előbbivel.

Minthogy az ω^2 kúpszelet, amelyen a projiciáló középpont felveendő, a három elliptikus pontú másodrendű felületet tekintve, hiperbola, parabola és ellipszis, látható, hogy az ellipszoidnak kontúrja egy adott síkon parallel projekcióban két különböző irányú sugarakkal projiciálva lehet kör; az elliptikus paraboloidnak körkontúrja a tengelye irányában projiciálva valamely síkra ennek

végtelen távoli egyenese, végre a kétágú hiperboloidnak nincsen körkontúrja, bármely irányú parallel sugarakkal projiciáljuk is azt, egy síkra.

Visszatérve a kiindulási pontunkhoz, emlékezünk, hogy a képsík előzőleg az F^2 felület s^2 ellipszisének síkja volt. Mozdítsuk el e képsíkot önmagával parallel, míg az EF átmérőnek egy T pontján nem megy át és határozzuk meg az F^2 felületnek kontúrját, k'^{*2}-t, az új képsíkon a régi k'^2 kontúrból.

A T pont leborított helyzetéből, (T)-ből, megkapjuk annak perspektív képét: $T' = ((O)(T), NI')$, és abból az O pont derékszögű képének, O_1-nek segélyével (a régi és az új képsíkon): a T pont derékszögű képét, T_1-et $(NT_1 \parallel O_1I', T_1=(O_1T', NT_1))$.

Az EF átmérőnek a T_1 pont a nyoma N^* az új képsíkon; képe $N^*I'^*$ pedig parallel és egyenlő NI'-sel, azaz $N^*I'^* \# NI'$, míg az új körkontúrnak középpontja az $U'^*=(O_1U', N^*I'^*)$, végre a k'^2, k'^{*2} körök az O_1 hasonlósági pontra vonatkozólag hasonló fekvésűek.

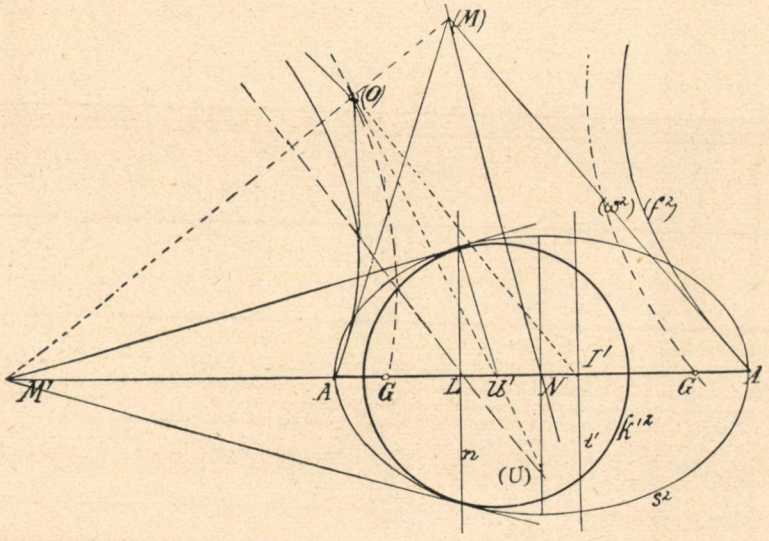
Az O_1I_1' egyenesnek metszőpontja I'^* az $N^*I'^*$-gal a $\varkappa$ és β sík metszővonalának új iránypontja, míg az $LL^* \# I_1'I_1'^*$ vonatkozásból megállapítható annak nyoma L^*. Az L^*, $I_1'^*$ pontokon átmenő és az NI' egyenesre merőleges n^*, $i_1'^*$ egyenes a körkontúr $\varkappa$ síkjának nyoma és irányvonala az új képsíkon, és az új szemtávolság (distanc) egyenlő a régi szemtávolságnak és a két képsík távolságának algebrai összegével.

9. Szerkesszük meg az F^2 egyágú hiperboloid perspektívkontúrját, k'^2-t, egy adott képsíkon, amidőn az kör lesz.

Messe a képsík a hiperboloidot az s^2 ellipszisben (2. ábra), amelynek főtengelye, középpontja és két gyujtópontja: AA, N, GG; messe továbbá az AA főtengelyen és a képsíknak a felületre vonatkozó M pólusán átmenő a sík a felületet az f^2 hiperbolában, és legyen ez az AA tengely körül a képsíkba leborítva az (f^2) hiperbola. Ehhez az MN affinitási tengelyt illetőleg egy a GG pontokon átmenő (ω^2) hiperbola affin; ahol a GG pontokhoz az AA pontok homologok. Az (ω^2) hiperbolából csak egy pontot, (O)-et kell meghatároznunk, amelyet leborított projiciáló középpontnak tekintünk; a visszahelyezett O pontra nézve megállapítjuk a hiperboloid kontúrját, k'^2-t, amely az előbbiek szerint kör lesz.

A képsíknak pólusa az AA egyenes körül a képsíkba leborítva, egybeesik az (f^2) hiperbola AA húrjának pólusával, (M)-mel, és az AA, $(M)(O)$ egyenesek M' metszőpontjának polárisa az s^2 ellipszisre nézve: a keresett körkontúr érintőhúrja n az s^2 ellipszissel.

Ha az (ω^2) hiperbola (O) pontján átmenő és az AA-val parallel húrjának pólusa a hiperbolát illetőleg (U), akkor az $(O)(M)M'$ egyenesnek pólusa $U' = ((O)(U), AA)$ középpontja a k'^2 kör-



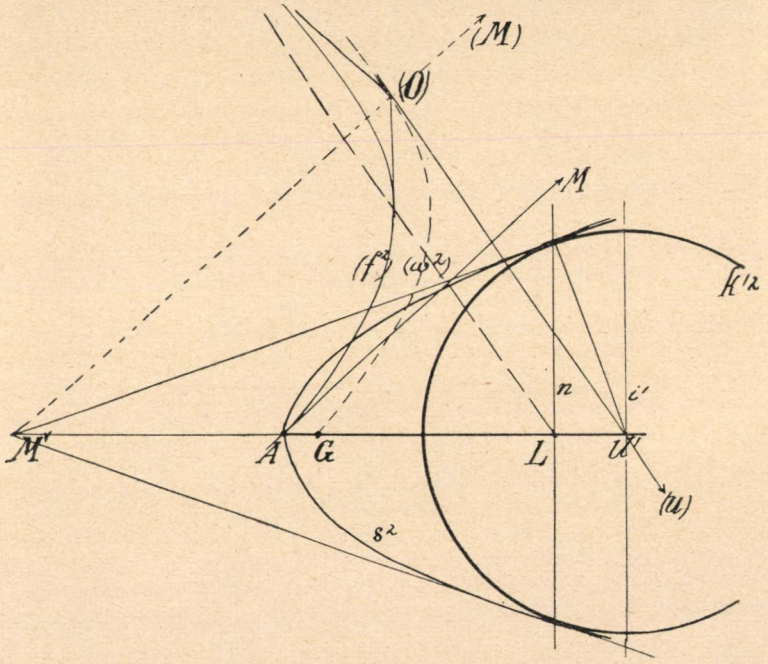
2. ábra.

kontúrnak, míg az (O) pont polárisa, tehát az $L = (n, AA)$ és az (U) pont összekötő egyenese: a valódi kontúr $\varkappa$ síkjának metszése az α síkkal a leborításban. E $\varkappa$ síknak az n egyenes a nyoma, és irányvonala, i', átmegy ezzel parallel az LU egyenesnek az AA-n levő I' iránypontján.

Ha az F^2 felület hiperbolikus paraboloid és a képsík annak tengelyével parallel és azt az s^2 parabolában metszi, akkor az utóbbi ábra s^2 ellipszise egy s^2 parabolába, az (f^2), (ω^2) hiperbolák pedig két kongruens parabolába mennek át, amelyeknek egybeeső tengelyük az s^2 parabola tengelyével parallel és

amelyeken az s^2 parabola A csúcsa és G gyujtópontja megfelelőleg rajta van (3. ábra).

Az (ω^2) parabola egy tetszésszerinti (O) pontján átmenő és az (f^2) parabolának A pontjához tartozó érintőjével parallel egyenes és az (ω^2) parabola érintője az (O) pontban az s^2 parabola AG tengelyét az M', illetőleg U' pontban metszi; az U' középpontja a kívánt körkontúrnak, k'^2-nek, az M' pedig érintőpólusa az s^2 parabolának és e körkonturnak; végre az érintőhúr n és az U' ponton



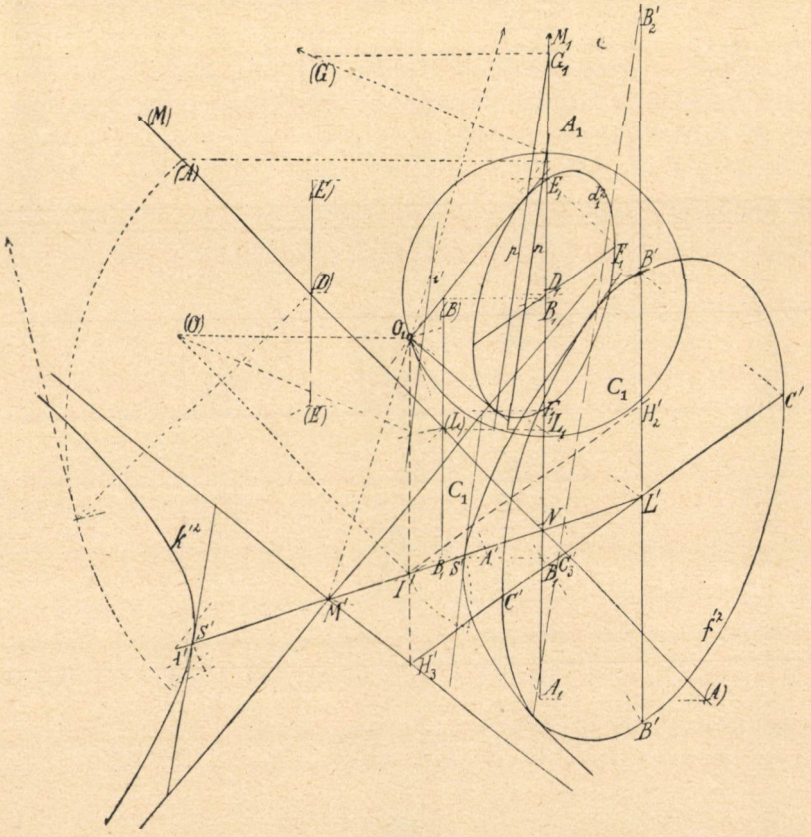
3. ábra.

át vele parallel haladó i' egyenes a nyoma, illetőleg irányvonala a valódi kontúr síkjának, $\varkappa$-nak.

10. Határozzuk meg az F^2 ellipszoidnak k'^2 perspektívkontúrját egy adott síkon, amidőn az egyenoldalú hiperbola (4. ábra).

Megadjuk az ellipszoidnak d^2 metszését a distanc-síkkal, és e síkhoz konjugált a átmérőnek végpontjait, A, A-t. A d^2 ellipszis-

nek derékszögű projekciója a képsíkra a d_1^2 ellipszis, és az AA átmérőnek A_1A_1 derékszögű projekciója a d_1^2 ellipszisnek E_1E_1 átmérőjébe esik, amelyhez az F_1F_1 átmérő konjugált. Az ellipszisnek a középpontja a D_1, míg az F^2 ellipszoid L középpontjának derékszögű képe az L_1 pont.



4. ábra.

A d_1^2 ellipszis DE LA HIRE-körén felveszünk egy tetszésszerinti O_1 pontot, amelyből tehát a d^2-hez kisugárzó érintők egymásra merőlegesek és az O_1 pontból O_1I' parallelt vezetünk az A_1A_1-hez. Ha a szemtávolság egy tetszésszerinti $O_1(O)$ vonaldarab és $O_1(O) \perp O_1I'$, ha továbbá az $(O)I'O_1$ szög az $AA = a$ átmérőnek

a hajlásszöge a képsíkhoz, akkor az I' pont az a átmérőnek iránypontja és az N pont annak nyoma ($ND_1 \# O_1 I'$). Az A_1A_1 derékszögű képe körül a képsíkba leborított $(A)(A)$ átmérő parallel a leborított $(O)I'$ iránysugarával és azon az (A), (D), (L) pontok az A, D, L pontoknak leborításai. Ha $(E)(D) \# E_1D_1$, akkor az $(A)(A)$ átmérőből és a hozzá konjugált $(E)(E)$ húrból meghatározható az F^2 ellipszoid $ABAB$ ellipszisének e húrhoz parallel $(B)(B)$ átmérője és annak derékszögű képe B_1B_1 az A_1A_1 egyenesen. Az ellipszoidnak a distanc-síkhoz parallel átmérősíkjában levő $f^2 = BCBC$ ellipszise úgy maga, mint derékszögű képe $f_1^2 = B_1C_1B_1C_1$ hasonló és hasonló fekvésű a d^2, illetőleg d_1^2-vel, amiből a B_1B_1-hez konjugált átmérője C_1C_1 megállapítható.

Az AA átmérőnek centrális képe az NI' egyenes; ezen az A, A, L pontoknak képei: A', A', L'; és az L' ponton átmenő és derékszögű képeivel parallel $B'B' = b'$, $C'C' = c'$ egyenesek az ellipszoid és az f^2 ellipszis $BB = b$, $CC = c$ konjugált átmérőinek képei, amelyeknek végpontjai a derékszögű képeiből nyerhetők.

Az O pont polárissíkja $\varkappa$ az F^2 ellipszoidot a k^2 kontúrban metszi, és mert minden az O-n átmenő π síknak p metszővonala a $\varkappa$ síkkal, polárisa egy a $\varkappa$ síkban levő P pontnak a k^2 kontúrra vonatkozólag, ezért a P pontnak és p egyenesnek P', p' képei is pólusa és polárisa a k'^2 kontúrnak. Általában mondhatjuk, hogy az O projiciáló középponton átmenő tetszés-szerinti π síknak p' metszése a képsíkkal polárisa annak a P' pontnak, az F^2 II. r. felület k'^2 konturját illetőleg, amely P' pont a képe a π sík P pólusának az F^2 felületre nézve.

A distanc-sík pólusa M az F^2 ellipszoidot illetőleg, harmonikusan választja el a d^2 ellipszis D középpontját az a átmérő végpontjaitól, és így M_1 derékszögű képe is harmonikusan választja el a D_1 pontot az A_1A_1 pontpártól és centrális képe, $M' = (O_1M_1, NI')$ felezi az $A'A'$ vonaldarabot és középpontja a k'^2 kontúrnak, míg aszimptótái az O_1 pontból a d_1^2 ellipszishez kisugárzó érintőkkel parallelek.

Ha a B_2' pont harmonikusan választja el az I' ponton átmenő és a $c' = C'C'$ átmérővel parallel $I'H_2'$ egyenest a $B'B'$ pontpártól és a C_3' pont harmonikusan választja el az I' ponton átmenő és a b'

átmérővel parallel $I'H'_3$ egyenest a $C'C'$ pontpártól, akkor B'_2 és C'_3 pólusa megfelelőleg az $I'H'_2$, $I'H'_3$ egyenesnek és így az I' pont polárisa a $B'_2C'_3$ egyenesnek a k'^2 kontúrt illetőleg. Ezért a k'^2 kontúr $M'I'$ átmérőjének $S'S'$ végpontjai és e végpontok érintői harmonikusan választják el az I' pontot a $B'_2C'_3$ egyenestől, amellyel a keresett k'^2 egyenoldalú hiperbola k'^2 meg van határozva.

Az ellipszoid b, c átmérőin levő B_2, C_3 pontok összekötő egyenesének polárisa az ellipszoidot illetőleg az a átmérő iránysugara OI, s így a kontúrnak síkja $\varkappa$ a B_2C_3 egyenesen megy keresztül. E kontúr síkjában van az M pont és az O pontnak a d^2 ellipszisre vonatkozó polárisa, amely adatokból a kontúr síkjának nyoma n és irányvonala i' megszerkeszthető.[1]

---

[1] A másodrendű felületek perspektívkonturjainak szerkesztése olvasható szerzőnek «*Konstruktion der Perspektivumrisse und ebenen Schnitte der Flächen zweiter Ordnung*» című dolgozatában. (Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie d. Wissenschaften Wien; Mathem.-naturw. Klasse; Bd. CXIII. Abt. II. November 1904.)

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

ÜBER PERSPEKTIVEN BILDER VON KEGELSCHNITTEN UND PERSPEKTIVUMRISSEN VON FLÄCHEN ZWEITER ORDNUNG IN BESONDEREN FÄLLEN.

Von L. KLUG.

Es werden hier die Orte der Punkte bestimmt, aus welchen projiziert die Bilder von Kegelschnitten und die Perspektivumrisse von Flächen II. O. auf einer gegebenen Ebene: *a)* gleichseitige Hyperbeln, *b)* Kreise werden.

1. Der Ort der Punkte, aus welchen auf eine gegebene Ebene σ projiziert, das Bild eines Kegelschnitts k^2 eine gleichseitige Hyperbel k'^2 wird, ist eine Fläche II. O. M^2, von welcher k^2 ein Diametralschnitt und deren eine Schaar von zyklischen Ebenen zur Ebene von k^2 konjugiert ist und zu σ parallel liegt.

Ist k^2 eine Ellipse, so wird M^2 ein Ellipsoid. Ist k^2 eine Hyperbel, so wird M^2 ein zweischaliges oder einschaliges Hyperboloid, je nachdem die mit der Ebene σ parallelen Ebenen nur einen Ast oder beide Äste derselben treffen. Ist die Ebene σ mit eine Asymptote t der Hyperbel parallel, so wird M^2 ein Zilinder, deren Erzeugende auf t senkrecht stehen und zu σ parallel liegen.

Ist der Kegelschnitt k^2 eine Parabel, so wird die Fläche M^2 ein elliptisches Paraboloid oder ein Zilinder, je nachdem die Achse der Parabel die Ebene σ im Endlichen oder in dem unendlichfernen Punkt trifft.

2. Der Ort der Punkte, aus welchen man einen Kegelschnitt k^2 auf eine Ebene σ als einen Kreis k'^2 projizieren kann, ist ein Kegelschnitt. Ist GH der zu σ parallele, EF der zu diesem konjugierte

Durchmesser von k'^2 und sind A, B solche konjugierte Pole derselben, deren Verbindungsstrecke AB von der Geraden EF im Punkte L halbiert wird und zu GH parallel liegt, so ist der Ort der Punkte A, B, der zu k^2 bezüglich des Durchmessers EF konjugierte Kegelschnitt k_0^2. Errichtet man im Punkte L auf AB die senkrechte Strecke CD, die vom Punkte L halbiert wird und zu σ parallel liegt, so ist der Ort der Punkte C, D ebenfalls ein durch die Punkte E, F gehende Kegelschnitt o^2, von dessen Punkten der Kegelschnitt k^2 auf die Ebene σ als Kreis projiziert wird. Je nachdem k^2 eine Ellipse, Hyperbel oder Parabel ist, wird k_0^2 und o^2 bezw. eine Hyperbel, Ellipse oder Parabel. Trifft σ beide Äste der Hyperbel k_0^2 oder ist sie mit der Achse der Parabel k^2 parallel, so ist k_0^2 und o^2 imaginär. Also ist die Projektion einer Hyperbel auf einer beide Äste schneidenden Ebene und die Projektion einer Parabel auf einer zu ihrer Achse parallelen Ebene — niemals ein Kreis.

3. Der Ort der DE LA HIRE-Kreise derjenigen Kegelschnitte, in welchen die zur Ebene σ parallelen Ebenen die Fläche II. O. F^2 treffen, ist eine Fläche II. O. M^2 die F^2 in den Endpunkten des zu σ konjugierten Durchmessers berührt. Die Perspektivumrisse der Fläche F^2 aus jedem Punkte dieser Fläche M^2 auf jede zu σ parallele Ebene sind gleichseitige Hyperbel.

Treffen die zu σ parallelen Ebenen die Fläche F^2 in Ellipsen, so ist die Fläche M^2 von der nämlichen Gattung wie F^2. Liegt die Ebene σ parallel mit der Achse eines Paraboloids F^2, oder mit einer Berührungsebene des asymptotischen Kegels eines Hyperboloids F^2, so ist M^2 ein parabolische Zilinder. Trifft aber die Ebene σ das Hyperboloid F^2 in einer Hyperbel, so wird M^2, wenn F^2 ein- oder zweischalig ist, ein zwei- oder einschaliges Hyperboloid sein, und kann auch im letzteren Fall imaginär werden. Schliesslich ist M^2 ein elliptisches Paraboloid, wenn σ die Achse des hyperbolischen Paraboloids F^2 im Endlichen trifft.

4. Der Ort der Brennpunkte derjenigen (reellen oder imaginären) Kegelschnitte, in welchen die zur Ebene σ parallele Ebenen eine Fläche II. O. F^2 treffen, ist zugleich der Ort derjenigen Punkte, aus welchen projiziert die Perspektivumrisse der Fläche F^2 auf die Ebene σ — Kreise sind.

Ist zu dem Ellipsoid F^2 das zweischalige Hyperboloid Φ^2 in

Bezug auf den gemeinsamen Durchmesser EF derselben konjugiert, so trifft jede zu EF konjugierte (und also zu einer Ebene σ parallele) Ebene σ_i eine der zwei Flächen in einer Ellipse s_i^2, die betrachtet werden kann als reelle Vertreterin des imag. Kegelschnitts desjenigen Polarfeldes, welches die andere Fläche in der betreffenden Ebene σ_i induziert. Die Ebenen α und β, in welchen die Haupt- und Nebenachsen dieser Ellipsen s_i^2 liegen, treffen das Ellipsoid F^2 in den Ellipsen f_1^2, f^2, und das Hyperboloid Φ^2 in den Hyperbeln φ_1^2, φ^2, und f_1^2, φ_1^2, sowie auch f^2, φ^2 sind bezüglich des Durchmessers EF konjugiert. Die Brennpunkte der Ellipsen s_i^2 liegen auf den mit f_1^2, φ_1^2 bezüglich der Affinitätsachse EF affinen Kegelschnitten o_1^2, ω_1^2, die ebenfalls konjugiert sind. Überträgt man die Excentrizitäten von den Mittelpunkten der Ellipsen s_i^2 auf ihre Nebenachsen, so liegen die Endpunkte der übertragenen Strecken auf einer Ellipse o^2 und auf einer Hyperbel ω^2, die ebenfalls bezüglich des Durchmessers EF konjugiert sind. Auf der Ellipse o^2 liegen die Brennpunkte der Polarfelder σ_i des Hyperboloids φ^2 und auf der Hyperbel ω^2 liegen die Brennpunkte der Polarfelder σ_i des Ellipsoids F^2.

Also haben wir den Doppelsatz:

«Ist der Durchmesser EF zur Ebene σ bezüglich des Ellipsoids F^2 (zweischaligen Hyperboloids Φ^2) konjugiert und treffen die zu σ parallele Ebenen σ_i die Fläche F^2 (Φ^2) in den Ellipsen s_i^2, so ist der Ort der Punkte auf den Nebenachsen von s_i^2, welche von den Mittelpunkten derselben die Abstände der Excentrizitäten der Ellipsen s_i^2 haben eine Ellipse σ^2 (Hyperbel ω^2). Zur Ellipse o^2 (Hyperbel ω^2) ist bezüglich des Durchmessers EF ein Hyperbel ω^2 (Ellipse o^2) konjugiert, deren Punkte die Eigenschaft haben, dass aus ihnen die Perspektivumrisse des Ellipsoids F^2 (Hyperboloids Φ^2) auf die Ebene σ: Kreise sind.»

Trifft eine Ebene σ ein zweischaliges Hyperboloid in einer Hyperbel oder Parabel, so können die Perspektivumrisse der Fläche auf σ aus keinem Punkte — Kreise sein.

Ist die Ebene σ nicht parallel mit der Achse eines elliptischen Paraboloids F^2 und treffen die zu σ parallele Ebenen F^2 in den Ellipsen s_i^2, so ist der Ort der Punkte auf den Nebenachsen derselben, welche von den Mittelpunkten der Excentrizitäten gleiche

Abstände haben, eine F^2 im Punkte E berührende Parabel o^2; die zu o^2 bezüglich der Paraboloidendurchmessers EF konjugierte Parabel ω^2 hat die Eigenschaft, dass die Perspektivumrisse aus ihren Punkten auf die Ebene σ Kreise sind. Ist aber σ mit der Paraboloidachse parallel, so können die Perspektivumrisse derselben auf die Ebene σ aus keinem Punkte des Raumes Kreise sein.

5. Treffen die zu σ parallele Ebenen eine Regelfläche II. O. F^2 in Hyperbeln, so liegen die Brennpunkte derselben auf zwei konjugierten Durchmesserebenen, die sich in den zu σ konjugiertem Durchmesser treffen, u. zw. besteht der Ort dieser Brennpunkte, wenn F^2 ein Hyperboloid ist, aus einer Ellipse und einer Hyperbel, und wenn F^2 ein hyperbolisches Paraboloid ist, aus zwei Parabeln.

Treffen aber die zu σ parallele Ebenen das Hyperboloid in Ellipsen oder Parabeln, das hyperbolische Paraboloid in Parabeln, so ist der Ort der Brennpunkte der Schnitte bei der ersten Fläche eine Hyperbel, bei der zweiten eine Parabel, und die Perspektivumrisse dieser Regelflächen aus diesen Brennpunkten auf di Ebene σ sind stets Kreise.

6. In Fig. 1 ist k'^2 der Perspektivumriss eines Ellipsoids F^2 auf eine Ebene σ seiner Ellipse s^2 aus dem Punkt O; $(E)(F)$ ist die Umklappung des zu σ konjugierten Durchmessers EF auf die Ebene σ um ihre orth. Projektion E_1F_1 auf σ; (ω^2) ist die Umklappung der Hyperbel ω^2, aus deren Punkten der Perspektivumriss von F^2 ein Kreis wird; O_1 ist die orth. Projektion eines Punktes O dieser Hyperbel ω^2; k'^{*2} ist der Perspektivumriss auf der zu σ parallelen Durchmesserebene der Fläche; schliesslich sind n, n^* die Spuren, i', i'^* die Fluchtlinien der Ebenen der Umrisse k^2, k^{*2} auf dem Ellipsoid.

Die Fig. 2 und 3 zeigen die nämliche Konstruktion für das einschalige Hyperboloid bezw. hyperbolisches Paraboloid.

In Fig. 4 ist der Perspektivumriss k'^2 eines Ellipsoids F^2 bestimmt auf einer zur Durchmesserebene $BBCC$ desselben parallelen Ebene σ, wenn k'^2 eine gleichseitige Hyperbel wird.

F^2 ist durch seine Schnittellipse d_1^2 mit der (zu σ parallelen) Distanzebene, und den zu σ konjugierten Durchmesser ALA

(in der Umklappung $(A)(L)(A)$ gegeben. O_1 ist die orth. Projektion des Projektionsmittelpunktes O auf den DE LA HIRE-Kreis der Ellipse d_1^2. M ist der Pol der Distanzebene nach der Fläche F^2; sein Bild M' ist der Mittelpunkt vom Perspektivumriss k'^2; schliesslich ist n und i' die Spur- und Fluchtlinie der Umrissebene des Umrisses k^2 auf der Fläche.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Oktober 1933.)

FELSŐ KORLÁT A MÁSODFOKÚ SZÁMTEST ABSZOLÚT OSZTÁLYCSOPORTJÁNAK 4-GYEL OSZTHATÓ INVARIÁNSAI SZÁMÁRA.

RÉDEI LÁSZLÓ-tól (Mezőtúr).

Egy régebbi dolgozatomban[1] meghatároztam tetszésszerinti k másodfokú számtest abszolút osztálycsoportjában a 4-gyel osztható invariánsok e_4 számosságát. Az ott nyert tétel alapján most bizonyos felső korlátot állapítok meg az e_4-re.

Alapdiszkriminánsnak nevezek egy olyan racionális egész számot, amely diszkriminánsa egy másodfokú számtestnek, és csupán egyetlen racionális törzsszámmal osztható. Nyilvánvaló, hogy a k számtest D diszkriminánsa előállítható a $D=d_1 d_2 \ldots d_t$ alakban, melyben a jobboldali tényezők páronként relatív prim alapdiszkriminánsok és, sorrendtől eltekintve, egyértelműen meghatározottak; legyen ezek közül a pozitívok és negatívok számossága r_1, illetve $2r_2-v$, ahol r_1, r_2 nem negatív egész számok és $v=0$ vagy 1. Legyen

$$r = r_1 + r_2 - 1. \tag{1}$$

A D különböző törzstényezőinek számossága:

$$t = r_1 + 2r_2 - v. \tag{2}$$

Tétel. *Mindig*

$$e_4 \leqq r_1 + r_2 - 1 \,(= r), \tag{3}$$

s az e_4-re így megadott felső korlát valódi abban az értelemben, hogy minden r_1, r_2, v kombinációhoz van (végtelen sok) k, amelynél (3)*-ban az «=» jel érvényes.*

---

[1] A másodfokú számtest osztálycsoportjának 4-gyel osztható invariánsai. Ez az Értesítő, 49 (1932) 338—363. Ezt I.-gyel fogom idézni.

Mielőtt a bizonyításhoz fognék, néhány megjegyzést fűzök a tételhez:

Ha a D-ben foglalt alapdiscrimínánsok mind pozitívok, vagy ha közöttük egyetlen negatív van, akkor és csak akkor a (3) jobboldala $t-1$, ami GAUSS tétele szerint a páros invariánsok e_2 számossága, minden más esetben az a jobboldal kisebb mint e_2.[2] Általában, adott t mellett az r_2 növelése az e_4 korlátjának rovására megy.[3] Legkedvezőtlenebb az olyan *pozitív* discrimináns, amely csupa negatív alapdiscriminánsból van összetéve; ekkor $t = 2r_2$, $r_1 = 0$, $v = 0$ és

$$e_4 \leqq \frac{t}{2} - 1 = \frac{e_2 - 1}{2}.$$

Feltűnő az e_4-re érvényes $r_1 + r_2 - 1$ korlátnak a bármely algebrai számtestben a független alapegységek számára vonatkozó DIRICHLET-féle tétellel való hasonló kifejezése. A hasonlóság annyival is erősebb, hogy pozitív és negatív alapdiscriminánsoknak valós, illetve képzetes másodfokú számtestek felelnek meg, továbbá az e_4 is egy (jóllehet véges) csoport független elemeinek számossága. Gyengíti a hasonlóságot az, hogy az említett testek nem konjugáltak, számuk nem r_1, $2r_2$, hanem r_1, $2r_2 - v$, végül $r_1 + r_2 - 1$ nem pontos értéke e_4-nek, csupán valódi felső korlát.

Jelentse (G) a G-csoport rendjét, továbbá valós x-re legyen $\mathcal{E}(x)$ egész, $x - 1 < \mathcal{E}(x) \leqq x$.

Segédtétel. Ha G ABEL-féle csoport, típusa $(2, 2, \ldots, 2)$, független bázisa $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (tehát $(G) = 2^n$), H olyan alcsoportja G-nek, amelyre teljesül a

A. «H bármely két elemében *páros* számú közös tényező van» tulajdonság, akkor

$$(H) \leqq 2^{\mathcal{E}\left(\frac{n}{2}\right)}.^4 \tag{4}$$

---

[2] V. ö. I. [14] jegyzettel.

[3] Adott t és «nagy» r_2 mellett tehát viszonylag kis osztályszám várható, hacsak ilyenkor a «hiány» 2^n-nel $(n \geqq 3)$ osztható és páratlan invariánsokból nem pótlódik.

[4] Az A. tulajdonság elvészhet, ha más bázisra térünk át. — A (4)-ben a szélső esetre példák: 1. $n = 8$; $H = \{a_1a_2, a_3a_4, a_5a_6, a_7a_8\}$ vagy $H = \{a_1a_2a_3a_4, a_3a_4a_5a_6, a_1a_3a_5a_7, a_2a_4a_6a_8\}$; 2. $n = 7$; az előbbi $\{\ \}$ jelekből a negyedik elemet törölve, alkalmas példákat nyerünk.

Természetesen az **A.** úgy értendő, hogy elébb a H minden elemét az $a_g a_h \ldots a_m$ alakban vesszük fel, ahol $a_g, a_h, \ldots, a_m$ különbözők, miáltal az $a_g, a_h, \ldots, a_m$ «tényezők» — a sorrendtől eltekintve — egyértelműen meghatározottak. Az **A.** a H-nak két egyenlő elemére is vonatkoztatandó, azaz **A.**-nál fogva H minden eleme páros számú tényező szorzata.

A segédtétel bizonyítása.

a. Elébb megjegyzem, hogyha n páros, akkor könnyen láthatóan a $H_1 = \{H, a_1 a_2 \ldots a_n\}$ csoportra is fennáll **A.** Ebből következik, hogyha egy bizonyos páros n-re érvényes a segédtétel, és valamelyik H-ra (4)-ban az «$=$» jel érvényes, akkor ez a H tartalmazza az $a_1 a_2 \ldots a_n$ elemet.

Az állítás igaz, ha $H=1$ (1-gyel jelölöm a G egységelemét), s igaz ennélfogva az $n=1$ esetre. Feltételezem az állítást az n «kisebb» értékeire, s egyúttal feltehető, hogy $n \geqq 2$, $H \neq 1$.

Alkalmas jelölést választva, a H-nak van olyan a eleme, amelynek tényezői között szerepel a_n. Akkor $H = H'.\{a\}$, ahol H' benne van a $G' = \{a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}\}$ csoportban és így nyilvánvalóan G, H helyett a G', H' pár is kielégíti a segédtétel feltételeit (természetesen G' számára független bázisul $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ értendő, v. ö. [4]). Feltevés szerint tehát:

$$(H') \leqq 2^{\mathcal{E}\left(\frac{n-1}{2}\right)}, \tag{5}$$

továbbá

$$(H) = 2(H').$$

Ezekből máris következik (4), ha n páros, mert akkor $\mathcal{E}\left(\frac{n}{2}\right) = \mathcal{E}\left(\frac{n-1}{2}\right) + 1$, vagy ha (5)-ben a «$<$» jel érvényes. Hátra van tehát csupán az az eset, amelyben n páratlan és

$$(H') = 2^{\mathcal{E}\left(\frac{n-1}{2}\right)}.$$

Ekkor a feltevés miatt H'-ra alkalmazható az a. megjegyzés (most $n-1$ páros), tehát H' tartalmazza az $a_0 = a_1 a_2 \ldots a_{n-1}$ elemet. Akkor H is tartalmazza az a_0 elemet, továbbá a-t is. Ez utóbbiak összes közös tényezői azonban az $a a_n^{-1}$ összes tényezői, s ezek

páratlan számban vannak. Ez ellentmondás A.-val, miáltal a segédtétel bizonyítása megtörtént.

Legyen G az összes D_1, D_2 D-felbontások csoportja,[5] amelynek elemei tehát azáltal állnak elő, hogy D_1 befutja a D összes $d_g d_h \ldots d_m$ osztóját (az 1 és D számokat beleértve), és mindenkor $D_1 D_2 = D$; e szerint D_i $(i=1, 2)$ diszkriminánsszám vagy 1. D_1, D_2 a D-felbontás tagjai, D_i az i-dik tag. (Az I.-ben az olyan D-felbontásokat, amelyek csupán a tagok sorrendjében térnek el, «nem különbözőknek» neveztem; az ilyenek félannyian vannak, mint a G elemei.) A D_1, D_2 és E_1, E_2 D-felbontások összetétele az a D-felbontás legyen, amely a $D_1 E_1$, $D_2 E_1$ számokból az összes d_i^2 tényezők törlése után előáll; az összetevésnek ez a szabálya kommutatív, azaz G ABEL-csoport. Egységelem az 1, D. A G típusa $(2, 2, \ldots, 2)$, rendje 2^t. Minthogy a D_1, D_2 D-felbontás már *első* tagja által meghatározott (egy bizonyos D mellett), azért a D-felbontásokat röviden az $a, \ldots$ alakban fogom jelölni. Érvényes $G = \{\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_t\}$, ahol $\Delta_i = d_i, \ldots$ $(i=1, 2, \ldots, t)$ a G független bázisa.

Legyen G_2 az összes olyan másodfajú D-felbontások csoportja, amelyek mindegyikének első tagja *pozitív*. G_2 alcsoportja a G-nek.

Legyen $\Delta = P_1 P_2, \ldots$: $\Delta' = P_1 P_3, \ldots$ két olyan elem G_2-ből, amelyekben P_2, P_3 relatív primek, és $P_i \neq 1$ $(i=1, 2, 3)$. Akkor $\Delta'' = \Delta\Delta' = P_2 P_3, \ldots$ is G_2-ben van. A másodfajú D-felbontások definiciója szerint

$$\left(\frac{P_1 P_2}{P_3}\right) = 1, \quad \left(\frac{P_1 P_3}{P_2}\right) = 1, \quad \left(\frac{P_2 P_3}{P_1}\right) = 1 \tag{6}$$

(ezeknél sokkal több is igaz). Relatív prim a, b diszkriminánsokra az

$$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{b}{a}\right)$$

«megfordítási tényező» -1 vagy $+1$ a szerint, amint a, b mindketten negatívok vagy nem. Minthogy tehát a P_i $(i=1, 2, 3)$

[5] L. az I. 340, 359. lapjait. Az I.-beli megállapodásokat fent kissé kibővítem.

számok *egyforma* előjelűek, azért a (6)-ból szorzás által következik, hogy (többek között) P_1 *pozitív*. Látjuk továbbá, hogy ez a következmény akkor is fennáll, ha a $P_i \neq 1$ $(i=1, 2, 3)$ megszorítást elejtjük.

A G-nek Δ_i $(i=1, 2, \ldots, t)$ báziselemét «pozitívnak» vagy «negatívnak» fogom nevezni a szerint, amint d_i pozitív vagy negatív. A G_2-nek minden eleme páros számú negatív Δ_i báziselem tényezőt tartalmaz, s az előbbiek szerint:

B. A G_2 bármely két elemében *páros* számú negatív Δ_i közös tényező van.

Mármost a jelöléseket úgy választom, hogy ($d_1, d_2, \ldots, d_{r_1}$ azaz) $\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_{r_1}$ pozitívok legyenek, és tekintem a $G_2' = \{G_2, \Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_{r_1}\}$ csoportot. Nyilvánvaló, hogy G_2 helyett G_2'-ra is érvényes **B.**

Legyen $G' = \{\Delta_1, \Delta_2, \ldots, \Delta_{r_1}\}$, $G'' = \{\Delta_{r_1+1}, \ldots, \Delta_t\}$. Akkor $G = G' \times G''$ (direkt szorzat), továbbá $G_2' = G' \times H''$, ahol $H'' \leqq G''$. Minthogy nyilvánvalóan H''-ra is érvényes **B.**, azért a G'', H'' párra teljesülnek a segédtétel feltételei. E szerint

$$(H'') \leqq 2^{\mathcal{E}\left(\frac{t-r_1}{2}\right)} = 2^{\mathcal{E}\left(\frac{2r_2-v}{2}\right)} = 2^{r_2-v},$$

tehát

$$(G_2) \leqq (G_2') = (G').(H'') \leqq 2^{r_1+r_2-v}. \tag{7}$$

Legyen:

1. $D < 0$. Ekkor *minden* D-felbontás egyik tagja pozitív, s ezért a «különböző» (t. i. az I. értelmében) másodfajú D-felbontások éppen a G_2 elemei. Minthogy pedig most $v=1$, azért a különböző másodfajú D-felbontások számossága (7)-ből

$$\leqq 2^{r_1+r_2-1}.$$

2. $D > 0$. Ekkor minden másodfajú D-felbontás mindkét tagja pozitív (v. ö. I. [5] jegyzettel), s így a *különbözők* félannyian vannak, mint a G_2 elemei. Minthogy most $v = 0$, azért (7)-ből hasonló eredményt nyertünk, mint 1. alatt.

Ezekkel az I. tétele (360. l.) alapján a (3) bizonyítása megtörtént.

Hogy a (3) jobboldala az e_4-re *valódi* korlát, azt közvetlen példával mutatom ki: Meghatározható a számtani haladvány

tétele szerint t számú különböző $4m+1$ alakú törzsszám $p_1, p_2, \ldots, p_t$ úgy, hogy $p_1, \ldots, p_{r_1}$ pozitívok, $p_{r_1+1}, \ldots, p_t$ negatívok legyenek, továbbá

$$\left(\frac{p_j}{p_i}\right) = 1 \quad (1 \leqq i < j \leqq t)$$

legyen. Akkor $D = p_1, p_2, \ldots, p_t$ a kívánt sajátsággal bír.

Hogy ezt belássuk, legyen[5a] $d_1 = p_1$, $d_2 = p_2, \ldots, d_{r_1} = p_{r_1}$; $d_{r_1+1} = p_{r_1+1}p_{r_1+2}$, $d_{r_1+2} = p_{r_1+3}p_{r_1+4}, \ldots$, $d_{r_1+r_2-1} = p_{r_1+2r_2-3}p_{r_1+2r_2-2}$, végül $d_{r_1+r_2} = p_{r_1+2r_2-1}p_{r_1+2r_2}$, illetőleg $= p_{r_1-2r_2-1}$ a szerint, amint $(t-r_1$ páros vagy páratlan azaz) $D>0$ vagy <0. A négyzetes reciprocitás tétel szerint d_i $(i=1,2,\ldots,r_1+r_2)$ négyzetes maradéka $\frac{D}{d_i}$ minden törzstényezőjének, azaz $D_i = d_i, \ldots = d_i, d_1 d_2 \ldots d_{i-1} d_{i+1} \ldots d_{r_1+r_2}$ másodfajú D-felbontás. Minthogy a $D_1, \ldots, D_r$ sorozat különböző és független D-felbontások, azért az I. idézett tétele szerint most $e_4 = r = r_1 + r_2 - 1$.[6]

[5a] Az itt következő d_i, D_i jeleknek semmi köze ezeknek a jeleknek előbbi értelméhez.

[6] Hasonló könnyűséggel adhatók meg olyan páros discriminánsok is, amelyekre (3)-ban az «=» jel érvényes. A fent megadottakon kívül vannak még páratlan discriminánsok, amelyekre (3)-ban az «=» jel érvényes. Ilyen például $D = p_1 p_2 \ldots p_8$, ha minden p_i $(i=1,2,\ldots,8)$ $4m+1$ alakú negatív törzsszám és a

$$\left(\left(\frac{p_j}{p_i}\right)\right) \quad (i,j=1,2,\ldots,8)$$

matrixból a főátló alatt levő számok $(i>j)$ előjelei a következők:

$$\begin{array}{cccccccc}
+ & & & & & & & \\
+ & + & & & & & & \\
+ & + & - & & & & & \\
+ & + & + & + & & & & \\
+ & + & + & + & - & & & \\
+ & - & + & - & - & + & & \\
+ & - & + & - & - & + & - &
\end{array}$$

Könnyen láthatólag $p_1 p_2 p_3 p_4, \ldots$; $p_3 p_4 p_5 p_6, \ldots$; $p_1 p_3 p_5 p_7, \ldots$ különböző független másodfajú D-felbontások, s így $e_4 = 3$, azaz (3)-ban most az «=» jel érvényes. (Ezt s a fenti példákat a [4] jegyzet segítségével szerkesztettem.)

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. nov. 13-án tartott üléséből.)

EINE OBERE SCHRANKE DER ANZAHL VON DEN DURCH VIER TEILBAREN INVARIANTEN DER ABSOLUTEN KLASSENGRUPPE IM QUADRATISCHEN ZAHLKÖRPER.

Von L. RÉDEI in Mezőtúr.

Auf Grund meines Satzes in diesem Anzeiger 49 (1932) 363. ergibt sich hier eine obere Schranke für e_4, die Anzahl der durch 4 teilbaren Invarianten der absoluten Klassengruppe in einem beliebigen quadratischen Zahlkörper k.

Ich nenne eine Fundamentaldiskriminante eine solche ganze rationale Zahl, die auch die Diskriminante eines quadratischen Zahlkörpers ist und nur einen einzigen rationalen Primteiler hat; diese sind also -4, 8, -8 und die (positiven und negativen) Primzahlen der Gestalt $4m+1$. Offenbar lässt sich die Discriminante D von k in der Form $d_1 d_2 \ldots d_t$ darstellen, wobei $d_1, d_2, \ldots, d_t$ paarweise relativ prime Fundamentaldiskriminanten sind, die von der Reihenfolge abgesehen, eindeutig durch k bestimmt sind. Davon seien r_1 und $2r_2 - v$ die Anzahl der positiven, bzw. der negativen, wobei r_1, r_2 nicht negative Zahlen sind und $v = 0$ oder 1. Es ist t die Anzahl der verschiedenen rationalen Primfaktoren von D.

Satz. *Es ist*

$$e_4 \leqq r_1 + r_2 - 1.$$

Damit ist für e_4 eine echte obere Schranke gegeben, in dem Sinne, dass es für jedes System r_1, r_2, v $(r_1 + 2r_2 - v \geqq 1)$ unendlich viele solche k gibt, für welches $e_4 = r_1 + r_2 - 1$ besteht.

Bemerkungen: Nur für $2r_2 - v \geqq 2$ ist stets $e_4 < e_2 = t - 1$ (Anzahl der geraden Invarianten), im anderen Falle gibt es k mit $e_4 = e_2$. Im ungünstigsten Falle $r_1 = 0$, $t = 2r_2$ $(v = 0, D > 0)$

ist $e_4 \leqq \frac{e_2-1}{2}$. Bei einem gegebenen t scheint ein «grosses» r_2 eine kleine Anzahl e_4 und somit auch eine kleine Anzahl der Idealklassen mit sich zu ziehen. Augenscheinlich ist die Analogie mit dem DIRICHLETschen Satze über die Grundeinheiten in einem beliebigen Zahlkörper. (Auch r_1 und $2r_2 - v$ bezeichnen die Anzahl von reellen bzw. imaginären Körpern, nämlich von denen, die quadratisch sind und d_i $(i=1, 2, \ldots, t)$ zur Diskriminante haben; auch e_4 ist die Anzahl *unabhängiger* Basiselemente einer — zwar endlichen — Gruppe. Doch sind die erwähnten Körper nicht konjugiert; ihre Anzahl ist nicht r_1, $2r_2$, sondern r_1, $2r_2 - v$; und $r_1 + r_2 - 1$ ist kein genauer Wert für e_4, sondern nur eine echte obere Schranke.)

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

A MÁSODFOKÚ SZÁMTEST ALAPEGYSÉGÉRŐL ÉS AZ ABSZOLÚT OSZTÁLYCSOPORT 8-CAL OSZTHATÓ INVARIÁNSAIRÓL.[1]

RÉDEI LÁSZLÓ-tól (Mezőtúr).

Legyen R a racionális számok teste, k másodfokú számtest az R fölött, D a k discriminánsa, t a D különböző törzsténye zőinek számossága, N a k-ban képzett norma jele, ε alapegysége k-nak, e_{2^n} $(n=1, 2, 3,\ldots)$ a k («szűkebb» értelemben vett) abszolút osztálycsoportja 2^n-nel osztható invariánsainak számossága.

---

[1] A jelenlevőhöz a következő régebbi dolgozataimat fogom felhasználni:

I. A másodfokú számtest osztálycsoportjának 8-cal osztható invariánsai. Ez az Értesítő, 50 (1933) 195—218.

II. A másodfokú számtest osztálycsoportjának 4-gyel osztható invariánsai. Ez az Értesítő, 49 (1932) 338—361.

III. A másodfokú számtest egyik tételének új bizonyítása. Ez az Értesítő, 50 (1933) 219—230.

IV. Felső korlát a másodfokú számtest abszolút osztálycsoportja 4-gyel osztható invariánsai számára. Ez a kötet, 219—226.

Ezekre röviden az I—IV. jelekkel fogok hivatkozni. Továbbá mint Ber. II fogom idézni a következő munkát: HASSE, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil II, Jahresb. d. D. Math.-Verein. VI. Ergänzungsband (1930).

Hibajavítások az 1. dolgozathoz: a 198. lapon alulról a 3. sorban a második $\sqrt{\ }$ jel alatt helyesen «D_1''» értendő; a 203. lapon alulról a 12. sorban «$n\mathfrak{P}$» helyett «$n\overline{\mathfrak{P}}$», a 213. lapon a 10. sorban «, akkor» helyett «$=1$, akkor» veendő. — Hibajavítások a III. dolgozathoz: A 219. lap utolsó sorában «irreducibilis» helyett «irracionális», a 220. lapon alulról az 5. sorban «osztály» helyett «osztályszám», a 228. lapon a 8. sorban «$i=$» helyett «$(i=$» veendő.

A. SCHOLZ kevéssel ezelőtt közölte velem néhány tételét,[2] amelyek $t=2$, 3 mellett a D törzsténye zőiből alakított $()_4$ negyedfokú hatványmaradék-jelekkel bizonyos esetekben $N(\varepsilon) = +1$-re következtetnek. Előtte még senki hasonló megállapításokra nem jutott. Azután mindketten egyidejűleg ugyanazt az általános (minden t-re vonatkozó) tételt találtuk és különböző módszerekkel bebizonyítottuk. Ez a tétel ugyancsak a II. dolgozatból ismert D-felbontások segítségével nyert megfogalmazást. Az I. dolgozatban említettem a $N(\varepsilon) = -1$-re vonatkozó DIRICHLET—TANO[3]-féle tételeknek olyan fogalmazását, amely szintén a D-felbontásokra támaszkodik. Ezeket a tételeket itt, az új alakjukban, bizonyos kiegészítésekkel, röviden meg fogom ismételni. Mindkét tétel után az esetek túlnyomó részében $()_4$ jelek által eldönthető $N(\varepsilon)$ előjele. A. SCHOLZ az ő dolgozatában[2] az utóbbi tételeket is tárgyalni fogja. Eljárása (mindkét kérdésben) az osztálytestek elméletén alapul, én elemi bizonyításmódot használok. Bizonyításom az $R(i)$ $(i^2=-1)$ testben mozog s alkalmazást talál a 4-edfokú reciprocitástétel.

Figyelemreméltó kapcsolatokban állnak egymással $N(\varepsilon)$ és az e_{2^n} számosságok (vagy még inkább az n-edfajú D-felbontások). Előre csak ennyit akarok említeni: Ha $e_4=0$, akkor $N(\varepsilon)=-1$ (lásd a II. dolgozatban); minél nagyobb e_4, annál gyakoribb $N(\varepsilon) = 1$, s egyúttal annál ritkább esetben marad kétes $N(\varepsilon)$; ilyen kétes eset csak akkor fordul elő, ha az osztályszám osztható 2^{t+1}-gyel, azaz, ha $e_4 \geqq 2$ vagy $e_8 \geqq 1$. Úgy látszik, hogy növekvő t mellett is az esetek nagy részében $e_4 \leqq 1$, s így — jóllehet «nagy t» első feltétele «nagy e_4-nek» — nem lenne helyes t növekedésével hozni kapcsolatba az imént említett jelenségeket.

H. REICHARDT[4] szerint az $e_{2^n} (n \geqq 2)$ meghatározható az n-ed-

---

[2] A. SCHOLZ úrnak szíves közléseiért, valamint H. REICHARDT úrnak, aki szívesen először figyelmeztetett azokra a megállapításokra, ezen az úton is hálás köszönetet mondok. A. SCHOLZ dolgozata a Math. Zeitschr.-ben fog megjelenni (v. ö. az alábbiakkal).

[3] TANO, Sur quelques théorèmes de DIRICHLET, Journ. f. d. Math. 105 (1899), 160—169.

[4] H. REICHARDT, Zur Struktur der absoluten Idealklassengruppe im quadratischen Zahlkörper, Journ. f. d. Math., 170 (1933) 75—82.

fajú D-felbontások számosságából, s ő az utóbbiakra kritériumot állapított meg, amely azonban csupán egy irracionális számokon végzendő rekurziv eljárás segítségével dönti el azt, hogy melyek az n-edfajú D-felbontások.[5] Eddig csupán a másod- s harmadfajú[6] D-felbontások határozhatók meg racionális úton, utóbbiak kevésbé egyszerűen. Bizonyos figyelemreméltó esetekben magukból a D törzsténvezőiből ugyancsak $(\,)_4$ jelekkel lehet következtetni harmadfajú D-felbontásokra, azaz e_8-ra; ez lesz dolgozatom másik tárgya. Ezeknek a vizsgálatoknak nagyobb része az $e_4=1$ által megszorított esetekre vonatkozik, de az ilyen eseteket sem tudtam mind felölelni (ilyenkor az a kérdés, hogy az egyetlen valódi másodfajú D-felbontás egyúttal harmadfajú-e).[7]

Elébb az e_8 kérdésével foglalkozom (I. rész), majd $N(\varepsilon)$ kérdésével (II. rész), mert a kettő említett összefüggésében inkább az előbbi szolgál az utóbbi megvilágítására. A $N(\varepsilon)$-ra vonatkozó *összes* tények arithmetikai úton álltak elő, de az e_4, e_8 számokkal való összefüggések részben már függvénytani tények, mert e_{2^n} meghatározása általában eddig csupán az osztálytestek elméletével lehetséges. Mégis, tekintettel arra, hogy a III. dolgozatban az e_4 arithmetikai meghatározást nyert, továbbá B. A. Venkov egyik dolgozatában (a III. dolgozatban [4] jegyzettel idézve) a Dirichlet-féle osztályszámképleteknek tekintélyes nagy részét ugyancsak arithmetikai úton tárgyalja, végül valószínűnek tartom, hogy az e_8-ra vonatkozó jelenlegi eredményeknek a $N(\varepsilon)$-val kapcsolatba került része (t. i. az $e_4=1$ feltevés mellett végzett vizsgálatok) mind az osztályszámképletek alapján is nyerhető (v. ö. a [25] jegyzettel): lehetséges, hogy az említett összefüggések is arithmetikai tényekké válnak. Mindezek további testvérviszonyt sejtetnek $N(\varepsilon)$ és e_{2^n} között.

---

[5] Fentiekből az $n=2$ esetre vonatkozó tétel tőlem ered, ezen alapulnak H. Reichardt tételei, de még az ő vizsgálatai előtt én elintéztem az $n=3$ esetet is, az övénél egyszerűbb eredménnyel. V. ö. a III. dolgozatban [3] jegyzettel (l. ehhez az [1] jegyzetbeli hibajavításokat).

[6] L. a II., illetőleg I. dolgozatot.

[7] Az I. dolgozat végén a 213, 214. lapokon levő eredményeket itt újra fogom nyerni, s nem fogok ezekre esetenként külön figyelmeztetni.

I. Rész.

1. Jelentsen $\mathcal{E} = E', E''$ egy tetszésszerinti D-felbontást (II. dolgozat 340. lap). Kényelmes lesz a D-nek p racionális törzstényezőire a következő megállapodás:

$$\left(\frac{\mathcal{E}}{p}\right) = \left(\frac{E'}{p}\right) \text{ vagy } \left(\frac{E''}{p}\right)$$

a szerint, amint $p \mid E''$ vagy $p \mid E'$, ahol a jobboldalon a KRONECKER-féle jelt használtam.

Legyenek ismét, mint a III. dolgozatban, a D különböző racionális törzstényezői $p_1, p_2, \ldots, p_t$; $p_t = 2$, ha $2 \mid \mathrm{D}$; $p_j \equiv 1 \pmod 4$, ha p_j páratlan.

Kényelem kedvéért az I. dolgozatból idézem a következőt:

A. e_8 *egyenlő a harmadfajú* D-*felbontások számával.*[8]

Hogy melyek a harmadfajú D-felbontások, az így dönthető el az I. dolgozat szerint: Csupán olyan D-felbontás lehet harmadfajú, amely egyben másodfajú.[9] Legyen ezután egy *ilyen* D', D'', úgy választva a jelölést, hogy D'' páratlan; legyen a, b, c egy megoldása az

$$a^2 = b^2\mathrm{D}' + c^2\mathrm{D}'' \tag{1}$$

egyenletnek a következő feltételekkel: a, b, c zérustól különböző racionális egészek: $2 \mid b$; a, $b\mathrm{D}'$, $c\mathrm{D}''$ páronként relatív primek;

$$\left(a + b\sqrt{\mathrm{D}'} \equiv 1 \pmod 4 \text{ azaz}\right)$$

$$a + b \equiv 1 \pmod 4 \qquad (\text{ha } 2 + \mathrm{D}); \tag{2}$$

$$a \equiv 1 \pmod 4 \qquad (\text{ha } 2 \mid \mathrm{D}). \tag{2'}$$

Ezekután:

B. *A* D', D'' *harmadfajú akkor és csak akkor, ha van olyan* $\mathcal{E}$ D-*felbontás, amelyre*

$$\left(\frac{2a\mathcal{E}}{p''}\right) = 1, \left(\frac{a\mathcal{E}}{p'}\right) = 1 \tag{3}$$

$\left(\text{ha } \mathrm{D} \equiv 1 \pmod 4 \text{ vagy } \mathrm{D} \equiv 8 \pmod{16}\right)$

---

[8] Ennek megfelelője érvényes [4] szerint minden n-re.

[9] L. a II. dolgozatban (340. l.)

$$\left(\frac{2a\mathcal{E}}{p''}\right)=1,\ \left(\frac{a\mathcal{E}}{p'}\right)=1\,(p'\neq 2),\ \left(\frac{(a+2b)\,\mathcal{E}}{2}\right)=1 \qquad (3')$$

(ha $(\mathrm{D}\equiv -4)\,(\mathrm{mod}\ 16)$)

teljesülnek. Itt p', p'' a D′, illetőleg D″ összes törzstényezőit jelentik.[10]

Fontos szerepet fog vinni itt is az M_{D} matrix (III. dolgozat 224. lap[10a]), továbbá a következő $M_{\mathrm{D}}(a)$, amely a megelőzőből még egy (utolsó) oszlop hozzáfűzésével áll elő:

$$M_{\mathrm{D}}(a)=\left(\begin{array}{cccccccc}
\left(\frac{\mathrm{D}}{\frac{p_1}{p_1}}\right) & \left(\frac{p_2}{p_1}\right) & \cdots & \left(\frac{p_j}{p_1}\right) & \cdots & & & \\
\left(\frac{p_1}{p_2}\right) & & & & & & & \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\left(\frac{p_1}{p_j}\right) & \cdots & \left(\frac{p_{j-1}}{p_j}\right) & \left(\frac{\mathrm{D}}{\frac{p_j}{p_j}}\right) & \left(\frac{p_{j+1}}{p_j}\right) & \cdots & \left(\frac{p_{t-1}}{p_j}\right) & \left(\frac{2a}{p_j}\right) \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\left(\frac{p_1}{p_l}\right) & & & & & & & \left(\frac{a}{p_l}\right) \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\left(\frac{p_1}{p_{t-1}}\right) & & & & & \left(\frac{\mathrm{D}}{\frac{p_{t-1}}{p_{t-1}}}\right) & & \\
\left(\frac{p_1}{p_t}\right) & & & & & \left(\frac{p_{t-1}}{p_t}\right) & \left(\frac{a}{p_t}\right), & \left(\frac{a+2b}{2}\right)
\end{array}\right)\begin{array}{l}\left.\vphantom{\begin{array}{c}a\\a\\a\\a\\a\end{array}}\right\}\mathrm{D}''\\ \left.\vphantom{\begin{array}{c}a\\a\\a\\a\end{array}}\right\}\mathrm{D}'\end{array} \qquad (4)$$

---

[10] Fentiek az I. dolgozat megfelelő tételétől kissé eltérnek, lényegében csak a b-re szabott kevesebb megszorítás miatt. A kétféle szöveg azonos tartalmát könnyen ki lehet mutatni, egyébként ki fog derülni egy későbbi dolgozatomból a Journ. f. d. Math.-ban.

[10a] Az ottani d értéke D vagy $\frac{1}{4}$D volt s ezért az ott használt LEGENDRE-féle jelekben d helyébe D-t írhatunk. Ezt gondoljuk végrehajtva s többé semmi közünk nem lesz a III. dolgozatbeli d-hez.

Itt s ezután is a jelöléseket úgy választom, hogy a $p_1, p_2, \ldots, p_t$ sorozatban a D″ törzstényezői előzzék meg a D′ törzstényezőit (elébb kikötöttem, hogy D″ páratlan legyen, ami az új megállapodással nincs ellentétben, mert ha D páros, akkor $p_t = 2$). E szerint az $M_D(a)$-nak D″-hoz tartozó sorai[11] megelőzik a D′-hoz tartozó sorokat. Az $M_D(a)$ utolsó oszlopa a $\left(\frac{2a}{p_1}\right), \ldots, \left(\frac{2a}{p}\right)$; $\left(\frac{a}{p_{s+1}}\right), \ldots, \left(\frac{a}{p_t}\right)$ számok, ahol egy pillanatra s-sel jelöltem a D″ törzstényezőinek számát, illetve ama számok közül az utolsó «számlálója» $a+2b$-vel helyettesítendő, ha $D \equiv -4 \pmod{16}$. *Mégegyszer leszögezem, hogy* M_D *az a matrix, ami (4)-ből az utolsó oszlop elhagyásával áll elő.*

Ha $\mathcal{E} = E'$, E'' egy D-felbontás, és például $p_t \mid E''$, akkor az M_D, valamint $M_D(a)$ $\mathcal{E}$-hez tartozó oszlopai alatt értem az E''-hoz tartozó oszlopokat. Érvényes:

Az M_D $\mathcal{E}$*-hez tartozó oszlopainak szorzata*[12]

$$\left(\frac{\mathcal{E}}{p_j}\right). \qquad (j=1, 2, 3, \ldots, t) \tag{5}$$

A III. dolgozatban (v. ö. a [12] alatt idézett helyek közül az elsővel) «nem függetlennek» neveztem egy matrix olyan sorainak (oszlopainak) halmazát, amely sorok (oszlopok) szorzata $1, 1, \ldots, 1$; ilyen halmazt ebben a dolgozatban *egységhalmaznak* fogok nevezni.

Ezekután kimutatom, hogy **B.** helyébe a következő is léphet:

B′. *A* D′, D″ *harmadfajú akkor és csak akkor, ha az*

---

[11] Hasonlóan értem, mint a III. dolgozatban (224. lap) az M_D-re. Ha «d-hez tartozó sorokról» beszélek, ahol d a D néhány törzstényezőjének szorzata, akkor a jövőben meg fogom engedni azt is, hogy d egyes törzstényezőket többszörösen is tartalmazzon; ha például d a p törzstényezőt α-szor tartalmazza, akkor ama sorok közé a p-hez tartozó sor beleszámítandó vagy nem a szerint, amint α páratlan vagy páros. Így például a D-hez tartozó sorok között nincs meg az utolsó (a 2-höz tartozó), ha $D \equiv -4 \pmod{16}$. Mindez értendő az oszlopokra is. Kifejezetten is megmondom, hogy az $M_D(a)$-nak p_t-hez tartozó oszlopa az utolsó oszlop.

[12] Lásd a III. dolgozatot (224. lap). Fenti állítást közvetlenül belátjuk, s már találkoztunk is vele a III. dolgozatban (227. lap), a (10) levezetésénél.

$M_D(a)$ és M_D sorainak egységhalmazai D*-nek ugyanazon osztóihoz tartozó sorokból állnak.*

Ugyanis a (3), illetőleg (3′) alatti számok éppen az $M_D(a)$ $\mathfrak{S}$-hez tartozó oszlopainak és az utolsó oszlopnak szorzata. Eme oszlopok tehát egységhalmazt alkotnak, ha D′, D″ harmadfajú, s minthogy ez a halmaz tartalmazza az utolsó oszlopot, azért nyilvánvaló, hogy ilyenkor $M_D(a)$-ban az oszlopoknak éppen kétszer annyi egységhalmaza van, mint M_D-ben, vagyis most a III. dolgozatbeli **7.** (226. l.) szerint erre a két matrixra a *sorok* egységhalmazainak számossága *egyenlő*. Tüstént látni, hogy ez a következtetés megfordítható. Minthogy másrészt az $M_D(a)$ sorainak egységhalmazaiból a sorok utolsó elemeinek törlése után az M_D sorainak egységhalmazai állnak elő, és szükségképpen az összes ilyen, ha az iménti két számosság egyenlő, azért helyes **B′.**

Értelmezem egy matrix soraiból alakítható x, y,... halmazok csoportját a következő összetevési szabállyal: xy azokat és csak azokat a sorokat tartalmazza, amelyek az x és y közül az egyikben és csak az egyikben megvannak. Ez a csoport ABEL-féle, típusa (2, 2,..., 2); a csoport egységeleme az üres halmaz. A sorok egységhalmazai egy alcsoportot alkotnak az előbbi csoportban.

Nyilvánvaló ezután, hogy **B′.** helyett a következő is vehető:

B″. *A* D′, D″ *harmadfajú akkor és csak akkor, ha az M_D sorainak független egységhalmazai az $M_D(a)$-ban is egységhalmazok* (természetesen miután az M_D sorai az $M_D(a)$ soraivá kiegészíttettek).

A III. dolgozat (221. lap (1) és 227. lap **8.** első bekezdése) alapján:

Az M_D soraiból alakított egységhalmazok csoportjában a független elemek száma e_4+1. (6)

Összefoglalva: e_8 meghatározható **A.**, **B″.** által, s ezt megkönnyíti (6).

2. Ettől kezdve, míg mást nem mondok, teljesüljön a következő feltétel:

(*α*) D *vagy negatív, vagy* D *minden alapdiscriminánstényezője*[13] *pozitív.*

A négyzetes reciprocitás tétel alapján hasonló számítással, mint amilyent a III. dolgozatban (225. l.) (6)-nál és (7)-nél végeztünk, a következőt nyerjük:

Ha D_1, D_2 *másodfajú* D*-felbontás, és* D, D_1, D_2 *mindegyikére teljesül* (*α*), *akkor az* M_D D_j*-hez* $(j=1,2)$ *tartozó sorai egységhalmazt alkotnak.* (7)

(Az itt szereplő D_1, D_2-nek semmi köze az **1.**-beli D′, D″-hoz, s nem áll fenn semmiféle «D_1 páros, ha D páros» kikötés.)

Negatív D-re bebizonyítom az (1)-ről a következőt:

$$\left(\left(\frac{2}{D''}\right)\left(\frac{a}{D}\right)=\right)\left(\frac{a}{D'}\right)\left(\frac{2a}{D''}\right)=1 \quad (D<0). \tag{8}$$

Ugyanis az (1) miatt

$$\left(\frac{-D'D''}{a}\right)=\left(\frac{-D}{a}\right)=1.$$

A reciprocitás tétel szerint tehát tekintettel (2′)-ra:

$$\left(\frac{a}{D}\right)(-1)^{\frac{a-1}{2}\cdot\frac{D_0+1}{2}}=1,$$

ahol egy pillanatra D_0 jelenti D-nek a 2 tényezőktől megfosztott részét, azaz $D_0=\frac{1}{2^x}D$ páratlan egész. A baloldal második tényezője (2) miatt $(-1)^{\frac{b}{2}}$, ha $2+D$ (most ugyanis $D_0=D\equiv 1 \pmod 4$, azaz $\frac{D_0+1}{2}$ páratlan); ugyanaz a tényező (2) miatt 1, ha $2 \mid D$, *Mindenkor* tehát ama tényező $\left(\frac{2}{D''}\right)$; ugyanis $2 \mid D$ mellett, mivel D′, D″ másodfajú D-felbontás, kell hogy $\left(\frac{2}{D''}\right)=\left(\frac{D''}{2}\right)=1$

---

[13] Úgy értendő, mint a IV. dolgozatban (219. lap). Külön is figyelmeztetek arra, hogyha $D \equiv 8 \pmod{16}$, akkor az alapdiscriminánsa tényezők között nincs meg a -4, jóllehet ezzel osztható D. Tudvalevőleg pozitív D-re (*α*) szükséges feltétele annak, hogy *k*-ban az alapegység normája -1 legyen.

legyen, míg $2+\mathrm{D}$ mellett (1) szerint b osztható vagy nem osztható 4-gyel a szerint, amint $\mathrm{D}''\equiv 1 \pmod 8$ vagy nem. A (8) tehát helyes.

3. Míg mást nem mondok: 1. D-*re teljesüljön ismét* (a); 2. *legyen* $e_4=1$ és az ennélfogva létező egyetlen D′, D″ valódi másodfajú D-felbontás olyan, hogy: 3. D′, D″ *mindegyikére ugyancsak teljesüljön* (a). Megjegyzem, hogyha D alapdiszkriminánstényezői között legfeljebb egy negatív van, akkor 3. máris teljesül.

A (7) szerint (most 1, D; D′, D″ az összes különböző másodfajú D-felbontás):

C. *Az* M_D*-nek rendre az* 1, D′, D″, D *számokhoz tartozó sorai egységhalmazokat alkotnak. Ezek négy különböző halmaz, hacsak nem* $\mathrm{D}'=-4$. Ezt az utóbbi esetet, amelyben tehát $\mathrm{D}\equiv -4 \pmod{16}$, $\mathrm{D}'=-4$, $\mathrm{D}''=-\frac{1}{4}\mathrm{D}$, és az utóbbi csupa pozitív $4m+1$ alakú törzsszám szorzata, *rendelleni*snek — a többit rendesnek — fogom nevezni.

Egyelőre csupán a *rendes* esettel foglalkozom. Ekkor, minthogy (6) szerint az M_D soraiból alkotható egységhalmazok között a függetlenek száma 2, és **C.** szerint ilyenek a D′, D″ számokhoz tartozó sorokból álló halmazok, azért **B″.** miatt egyszerű rátekintéssel (4)-re:

D. *A rendes esetben* $e_8=1$ *fennállásához szükséges és elegendő, hogy*

$$\left(\frac{a}{\mathrm{D}'}\right)=1,\quad \left(\frac{2a}{\mathrm{D}''}\right)=1 \tag{9}$$

teljesüljön. (Figyelmeztetek arra, hogy pl. ha $\mathrm{D}\equiv -4 \pmod{16}$, akkor a D′-hoz tartozó sorok között nem szerepel az utolsó sor, a 2-höz tartozó; ugyanekkor a (9) első egyenletében a «nevezőben» eredetileg $\frac{1}{4}\mathrm{D}'$ értendő, amely helyébe azután mégis D′ írható. Hasonló más páros D-re is vonatkozik.)

Dirichlet eljárása alapján (l. például a [3] alatti dolgozatban) bebizonyítom az (1)-ről a következő összefüggéseket, *amelyekben* D *bármilyen lehet, valamint* $e_4>1$ *is megengedve:*

Ha $\mathrm{D}'>0$ *és* D′*-re teljesül* (a), *akkor*

$$\left(\frac{a}{\mathrm{D}'}\right)=\left(\frac{\mathrm{D}''}{\mathrm{D}'}\right)_4. \tag{10}$$

Ha $D''>0$ *és* D''*-re teljesül* (*a*), *akkor*

$$\left(\frac{2a}{D''}\right) = \left(\frac{D'}{D''}\right)_4. \tag{10'}$$

A $(\,)_4$ jelt kétféle értelemben fogom használni s mind az erre vonatkozókat már itt leszegezem:

Ha α, β egész számok az $R(i)$ testben ($i^2=-1$), akkor a szokásos $\left(\frac{\alpha \mid R(i)}{\beta}\right)_4$ negyedfokú hatványmaradékjel (Ber. II, 49—50. lapokon, mint «4-te Potenzrestsymbol») helyett röviden az $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_4$ jelt fogom használni. Kényelmi okokból az értelmezést kiterjesztem a $\beta=1+i$ ideálra is, de csupán az «α racionális, $\alpha\equiv 1 \pmod 4$» esetre, mégpedig legyen $\left(\frac{\alpha}{1+i}\right)_4 = i^{\frac{\alpha-1}{4}}$.

Legyen N_i a norma jele $R(i)$-ben. Ha α racionális és β elsőfokú törzsideálok szorzata, továbbá $y = N_i(\beta)$ minden q racionális törzstényezőjére $\left(\frac{\alpha}{q}\right)=1$, akkor $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)_4$ helyett $\left(\frac{\alpha}{y}\right)_4$-et írok. E szerint az $\left(\frac{x}{y}\right)_4$ jel értelmezve van olyan x, y racionális egész számokra, amelyekre teljesülnek: x négyzetes maradéka az R-ben y páratlan törzstényezőinek; y-nak páratlan pozitív törzstényezői $4m+1$ alakúak; páros y mellett $x\equiv 1 \pmod 4$. Tudvalevőleg $\left(\frac{x}{q}\right)_4 = \pm 1$, ha q páratlan törzsszám, továbbá $\left(\frac{x}{q}\right)_4 = 1$, akkor és csak akkor, ha x negyedfokú maradék az R-ben $(\mathrm{mod}\ q)$. Az $\left(\frac{x}{y}\right)_4$ jel értéke páros y-ra nem mindig racionális; egyébként $x\equiv 1 \pmod 8$ mellett $\left(\frac{x}{2}\right)_4 = \pm 1$, s ilyenkor az $\left(\frac{x}{2}\right)_4$ jel a szokásos[14] használatú, különösen $\left(\frac{x}{2}\right)_4 = 1$ akkor és csak akkor, ha $x\equiv 1 \pmod{16}$, azaz, ha x negyedfokú maradék $(\mathrm{mod}\ 16)$.

---

[14] Mind az $(=)_4$, mind az $(-)_4$ jelt csak kevés esetben fogom a «szokástól» eltérő értelemben használni, s az ilyen használatra szükség szerint figyelmeztetni fogok. Fent (10)-ben a szokásos jelhasználat van, mert $2 \mid D$ mellett $D \equiv 1 \pmod 8$.

Legyen elébb (10) feltétele teljesítve. Az (1) miatt $a^2 \equiv \equiv c^2 D'' \pmod{4D'}$, tehát

$$\left(\frac{a}{p'}\right) = \left(\frac{a^2}{p'}\right)_4 = \left(\frac{c^2 D''}{p'}\right)_4 = \left(\frac{c}{p'}\right)\left(\frac{D''}{p'}\right)_4,$$

ha $p' \mid D'$, p' törzsszám, feltéve, hogy elébb c előjelét — ami megengedett — úgy választjuk, hogy $c \equiv 1 \pmod 4$ legyen (tekintettel a $p' = 2$ lehetőségre). Ebből a reciprocitástétel szerint

$$\left(\frac{a}{p'}\right) = \left(\frac{p'}{c}\right)\left(\frac{D''}{p'}\right)_4,$$

majd szorzással

$$\left(\frac{a}{D'}\right) = \left(\frac{D'}{c}\right)\left(\frac{D''}{p'}\right)_4.$$

Az (1) szerint $\left(\frac{D'}{c}\right) = 1$, és így igaz (10).

Legyen ezután (10′) feltétele teljesítve. Ismét (1)-ből $a^2 \equiv \equiv b^2 D' \pmod{D''}$, tehát hasonló úton

$$\left(\frac{a}{p''}\right) = \left(\frac{b}{p''}\right)\left(\frac{D'}{p''}\right)_4,$$

ahol $p'' \mid D''$, p'' törzsszám. Ha egy pillanatra $b = 2^x b_0$, ahol b_0 páratlan egész szám ($x \geqq 1$), akkor

$$\left(\frac{a}{p''}\right) = \left(\frac{2}{p''}\right)^x \left(\frac{p''}{b_0}\right)\left(\frac{D'}{p''}\right)_4$$

és szorzással

$$\left(\frac{a}{D''}\right) = \left(\frac{2}{D''}\right)^x \left(\frac{D''}{b_0}\right)\left(\frac{D'}{D''}\right)_4.$$

Ismét (1) miatt $\left(\frac{D''}{b_0}\right) = 1$, s így

$$\left(\frac{2a}{D''}\right) = \left(\frac{2}{D''}\right)^{x-1}\left(\frac{D'}{D''}\right)_4.$$

Vagy $x = 1$, vagy $x > 1$, amikor (1) miatt $D'' \equiv 1 \pmod 8$, mindenképpen tehát a jobboldal első tényezője 1, azaz helyes (10′).

A (8), D., (10), (10′) alapján érvényes az

I. Tétel. *Ha a jelenlevő* 3. *elején mondott* 1., 2., 3. *fel-*

tételek teljesülnek, továbbá a fennálló egyetlen D', D'' *valódi másodfajú* D*-felbontás nem* -4, $-\frac{1}{4}$D (*«rendes eset»!*), *akkor ahhoz, hogy* D', D'' *harmadfajú — azaz* $e_8=1$ *— legyen, szükséges és elegendő, hogy a*

$$\left(\frac{D'}{D''}\right)_4=1, \quad \left(\frac{D''}{D'}\right)_4=1 \tag{11}$$

egyenletek közül pozitív D*-re mind a kettő, negatív* D*-re az egyik — még pedig az, amelyikben a «nevező» pozitív — teljesüljön.*[15]

A tétel belátásához az elmondottak után már csak annyit kell megjegyeznem, hogy negatív D esetében a (8) alapján a (9) alatti feltételek közül az egyik törölhető, megtartandó az, amelyikre (10) vagy (10') teljesül.

A továbbiakhoz elébb kimutatom a következőt:

C'. *A rendellenes esetben van egy racionális egész számokból álló* d', d'' *számpár, amely kielégíti a következő feltételeket:* $d'd''=-\frac{1}{4}$D $(=n)$ *és*

$$\left(\frac{d'}{p''}\right)=1, \left(\frac{d''}{p'}\right)=1, \qquad (1<d', d'') \tag{12}$$

vagy

$$\left(\frac{2d'}{p''}\right)=1, \left(\frac{2d''}{p'}\right)=1, \qquad (1\leqq d', d'') \tag{12'}$$

ahol p' *és* p'' *a* d', *illetőleg* d'' *összes törzstényezőit jelentik. Ilyen számpár — a tagok sorrendjével nem törődve — egyetlen egy van; ezt röviden* d', d'' *számpárnak fogom nevezni. A* d', d'' *számpár* (12) *és* (12') *közül csak az egyiket elégíti ki. Megfelelőleg az* M_D *matrix* d'*-hoz, illetőleg* $2d'$*-hoz tartozó sorai egységhalmazok.* Mint itt, ezután is a rendellenes esetben a $-\frac{1}{4}$D számot n-nel fogom jelölni, s így ez csupa különböző pozitív $4m+1$ alakú törzsszám szorzata.

Ugyanis (6) szerint az M_D sorainak pontosan két független egységhalmaza van. Egységhalmazt alkotnak C. szerint a D-hez

---

[15] Más szóval a (11) egyenletek közül csupán az tartandó meg, amelyiknek baloldalán a $(\ )_4$ jel *értelmezett.*

tartozó sorok, kell lennie tehát még egy (nem üres) egységhalmaznak, amely az előbbitől különbözik; álljon ez az f-hez tartozó sorokból ($f \mid 2n$, $f>1$, $f \neq n$, utóbbi azért, mert D-hez és n-hez ugyanazok a sorok tartoznak). Legyen $f=d'$, ha f páratlan, és $f=2d'$, ha f páros, legyen továbbá mindig $d'd''=n$ Akkor (4) és a reciprocitás tétel szerint fennáll (12), illetőleg (12'). *Mindkettő* nem lehet érvényes, mert akkor a D (v. ö. **C.**-vel), d', $2d'$ számokhoz tartozó sorok M_D-ben három független egységhalmazt alkotnának (ha (12), (12') egyidejűleg fennállnak, akkor (12) miatt $d'>1$, $d'<n=-\frac{1}{4}D$). Hasonló okból nem létezhetik még egy d', d'' számpár.[16]

A **C.** és a most bebizonyított **C'.** szerint az M_D-nek a D'' és d', illetőleg $2d'$ számokhoz tartozó sorai *két* független egységhalmazt alkotnak, ezért (6) és **B''.** miatt a (4)-re való tekintettel:[17]

D'. *A rendellenes esetben* $e_8=1$ *fennállásához szükséges és elegendő, hogy*

$$\left(\frac{2a}{d'}\right)=1, \tag{13}$$

illetve

$$\left(\frac{2a}{d'}\right)\left(\frac{a+2b}{2}\right)=1 \tag{13'}$$

teljesüljön a szerint, amint a d', d'' *számpárra* (12) *vagy* (12') *érvényes.*

Jóllehet **D'.** még nagyon hasonlít **D.**-hez — ennek is csupán egy egyenlete van a $D<0$ esetben — mégis a **D'.** további át-

---

[16] Itt jegyzem meg, hogy a d', d'' számpár, ha éppen (12) érvényes, másodfajú D-felbontás az n discriminánshoz; minthogy d', $-4d''$ nem másodfajú D-felbontás (t. i. D-hez), azért $\left(\frac{d'}{2}\right)=-1$ (máskülönben ugyanis (12)-vel együtt teljesítve lennének a «másodfajúság» feltételei, mert $\left(\frac{-4d''}{p'}\right)=\left(\frac{d''}{p'}\right)$ s ugyancsak $\left(\frac{d''}{2}\right)=-1$ (az eleve bizonyos, hogy $\left(\frac{d'}{2}\right)\left(\frac{d''}{2}\right)=\left(\frac{n}{2}\right)=1$, mert -4, n feltevés szerint másodfajú D-felbontás).

[17] Az alább következőkhöz fenti következtetés szerint még a $\left(\frac{2a}{D''}\right)=1$ feltétel lépne, ez azonban (8) miatt elhagyható.

alakítása lényegesen eltér. Ez az eltérés már a d', d'' számpár fellépésében mutatkozott, de ezután még jobban ki fog domborodni.

4. *Az itt következő megállapítások a következő általánosabb feltevések mellett történnek:* $n = p_1 p_2 \dots p_r (r \geqq 1)$, ahol $p_1, p_2, \dots, p_r$ különböző pozitív $4m+1$ alakú törzsszámok. (Nem kötöm ki tehát, mint eddig, hogy $r = t-1$ és hogy $n \equiv 1 \pmod 8$).

Tudvalevőleg meghatározhatók az a_j, b_j racionális egész számok úgy, hogy

$$p_j = a_j^2 + b_j^2, \qquad (j=1, 2, \dots, r) \tag{14}$$

b_j páros és

$$a_j + b_j \equiv 1 \pmod 4 \tag{15}$$

legyen; utóbbi a páratlan a_j alkalmas előjelét kívánja.

Az $R(i)$ testben

$$\mathfrak{p}_j = a_j + b_j i \tag{16}$$

primär törzsideáltényezője p_j-nek; primärnek nevezem az $R(i)$-nek egy α egész számát, ha $\alpha \equiv 1 \pmod{(1-i)^3}$. Legyen még

$$\mathfrak{n} = \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2 \dots \mathfrak{p}_r = A + Bi \left(= (a_1 + b_1 i)\ (a_2 + b_2 i) \dots (a_r + b_r i)\right), \tag{17}$$

ahol tehát (primär számok szorzata is primär) B is páros és

$$A + B \equiv 1 \pmod 4. \tag{18}$$

Norma képzésével:

$$n = A^2 + B^2.^{18} \tag{19}$$

Érvényes[19] $\mathfrak{n} = A + Bi$ miatt $\left(\frac{i}{\mathfrak{n}}\right)_4 = i^{\frac{A-1}{2}+B}$, és $\left(\frac{2}{\mathfrak{n}}\right)_4 = i^{-\frac{B}{2}}$, tehát $\left(\frac{2i}{\mathfrak{n}}\right)_4 = i^{\frac{A+B-1}{2}} = (-1)^{\frac{A+B-1}{4}}$, azaz

[18] Ezt az $A^2 = -4\left(\frac{B}{2}\right)^2 + n$ alakban írva, észrevesszük, hogy n régebbi jelentése mellett ($r = t-1$, $n = D'' = -\frac{1}{4}D$) az (1) egyik megoldása: $a = A$, $b = \frac{B}{2}$, $c = 1$, amelyre (2′) is teljesül (18) miatt, mert n eme jelentése mellett $n \equiv 1 \pmod 8$, s így B osztható 4-gyel (19) szerint. Ez az észrevétel az alapja a (13)-ra és (13′)-ra való leendő alkalmazásnak.

[19] L. Ber. II, 96. lap VI. Az itt szereplő első képlet két esete eggyé összefoglalható, mint fent.

$$\left(\frac{2i}{\mathfrak{n}}\right)_4 = \left(\frac{A+B}{2}\right), \tag{20}$$

ahol az utóbbi ( ) jel az R-ben értendő.

Ha α, β egész számok $R(i)$-ben, és $(\alpha, \beta)=1$, akkor legyen

$$(\alpha, \beta)_4 = \left(\frac{N_i(\alpha)}{\beta}\right)_4 \left(\frac{N_i(\beta)}{\alpha}\right)_4^{-1}, \tag{21}$$

ahol, mint már előfordult, N_i a norma jele $R(i)$-ben.

Érvényesek: $(\alpha, \beta)_4 = (\beta, \alpha)_4^{-1}$, $(\alpha\beta, \gamma)_4 = (\alpha, \gamma)_4(\beta, \gamma)_4$ s ezekből könnyen következik:

$$\left(\alpha_1, \frac{\omega}{\alpha_1}\right)_4 \left(\alpha_2, \frac{\omega}{\alpha_2}\right)_4 \dots \left(\alpha_s, \frac{\omega}{\alpha_s}\right)_4 = \left(\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_s, \frac{\omega}{\alpha_1\alpha_2\dots\alpha_s}\right)_4, \tag{22}$$

ha az itt szereplő $(\,)_4$ jelek értelmezve vannak.

Legyen $\mathfrak{d}'$ néhány különböző $\mathfrak{p}_j$ szorzata, vagy $\mathfrak{d}'=1$, továbbá $\mathfrak{d}'\mathfrak{d}''=\mathfrak{n}$. Legyen mégpedig $\mathfrak{d}'=A'+B'i$, $\mathfrak{d}''=A''+B''i$, $N_i(\mathfrak{d}')=d'$, $N_i(\mathfrak{d}'')=d''$. Akkor $d'd''=n$ és (17) szerint

$$A + Bi = (A'+ B'i)\,(A''+ B''i). \tag{23}$$

Bebizonyítom, hogy

$$\left(\frac{A}{d'}\right) = (\mathfrak{d}', \mathfrak{d}'')_4.^{20} \tag{24}$$

Az állítás helyes, ha $\mathfrak{d}'=1$, vagy $\mathfrak{n}$, mert akkor (24) mindkét oldala 1. (Az utóbbi esethez figyelembe veendő, hogy (19) szerint $\left(\frac{n}{A}\right) = 1$, tehát $\left(\frac{A}{n}\right) = 1$.) A következőkben tehát feltehető, hogy $\mathfrak{d}'$, $\mathfrak{d}'' \neq 1$. Akkor

$$(\mathfrak{d}', \mathfrak{d}'')_4 = \left(\frac{d'}{\mathfrak{d}''}\right)_4 \left(\frac{d''}{\mathfrak{d}'}\right)_4^{-1} =$$

$$= \left(\frac{A'+B'i}{A''+B''i}\right)_4 \left(\frac{A'-B'i}{A''+B''i}\right)_4 \left(\frac{A''+B''i}{A'+B'i}\right)_4^{-1} \left(\frac{A''-B''i}{A'+B'i}\right)_4^{-1}.$$

Az első és második tényezőre a reciprocitás tételt alkalmazva:[21]

[20] Természetesen a baloldalon d' helyett d'' is vehető. Az itt behozott d', d'' számoknak egyelőre semmi köze a (12)-höz és (12')-hoz.

[21] Ber. II, 106. lap, III. Az alkalmazásnál a közös «megfordítási tényező» $(-1)^{\frac{B'}{2}\frac{B''}{2}}$ kiesik.

$$(\mathfrak{b}'\,\mathfrak{b}'')_4 = \left(\frac{A''+B''i}{A'-B'i}\right)_4 \left(\frac{A''-B''i}{A'+B'i}\right)_4^{-1}.$$

A jobboldal második tényezője egyenlő az elsővel, továbbá $(=)_4^2 = (=)$, ahol az utóbbi másodfokú hatványmaradékjel az $R(i)$-ben, tehát

$$(\mathfrak{b}', \mathfrak{b}'')_4 = \left(\frac{A''+B''i}{A'-B'i}\right).$$

További átalakítással

$$(\mathfrak{b}', \mathfrak{b}'')_4 = \left(\frac{A'}{A'-B'i}\right)\left(\frac{A'A''+A'B''i}{A'-B'i}\right).$$

Itt az utóbbi «nevező» $-B''i$-szeresét a «számlálóhoz» adva:

$$(\mathfrak{b}', \mathfrak{b}'')_4 = \left(\frac{A'}{A'-B'i}\right)\left(\frac{A'A''-B'B''}{A'-B'i}\right).$$

Ha $\mathfrak{m}$ csupa elsőfokú törzsideál szorzata $R(i)$-ben, akkor racionális a mellett $\left(\frac{a}{\mathfrak{m}}\right) = \left(\frac{a}{m}\right)$, ahol $m = N_i(\mathfrak{m})$. E szerint:

$$(\mathfrak{b}', \mathfrak{b}'')_4 = \left(\frac{A'}{d'}\right)\left(\frac{A}{d'}\right),$$

ahol azt is figyelembe vettem, hogy (23) szerint $A'A''-B'B''=A$. Végül $d'=A'^2+B'^2$ miatt az első tényező értéke 1, amivel (24)-et bebizonyítottam.

5. Érvényes, mint az **I.** tétel kiegészítője, a következő

I'. Tétel. *Ha* -4, $-\frac{1}{4}D$ *az egyetlen valódi másodfajú* D-*felbontás* (*«rendellenes eset»!*),[22] *akkor mindenekelőtt létezik egyetlen olyan* d', d'' *számpár, amely* (12)-*t vagy* (12')-*t kielégíti. Ahhoz, hogy ugyanaz a* -4, $-\frac{1}{4}D$ *harmadfajú* D-*felbontás — azaz* $e_8 = 1$ — *legyen, szükséges és elegendő, hogy*

a) *a* (12) *fennállása esetében* $\left(\frac{d'}{-4d''}\right)_4 \left(\frac{-4d''}{d'}\right)_4 = 1$;

b) « (12') « « $\left(\frac{2id'}{\mathfrak{b}''}\right)_4 \left(\frac{2id''}{\mathfrak{b}'}\right)_4 = 1$

[22] Fenti D is a 3. elején mondott 1., 2., 3. feltevéseknek eleget tesz.

legyen, amely utóbbiban $\mathfrak{d}'$, $\mathfrak{d}''$ *olyan ideálok az* $R(i)$ *tèstben, amelyeknek normája* d', *illetőleg* d''. *Az* a) *alatt a* $(\ )_4$ *jel az* R *racionális testben értendő (v. ö. 236. lappal), a* b) *alatt az* $R(i)$ *testben.*[23]

Ugyanis (19) szerint (v. ö. [18] jegyzettel) $a = A$, $b = \frac{B}{2}$ vehető. Akkor (13) így alakul (24) miatt:

$$\left(\frac{2}{d'}\right)\left(\frac{d'}{\mathfrak{d}''}\right)_4\left(\frac{d''}{\mathfrak{d}'}\right)_4^{-1} = 1,$$

s e helyett vehető:

$$\left(\frac{2}{d'}\right)\left(\frac{d'}{\mathfrak{d}''}\right)_4\left(\frac{d''}{\mathfrak{d}'}\right)_4\left(\frac{d''}{\mathfrak{d}'}\right) = 1. \tag{25}$$

A (12) teljesülése esetében a (25)-beli szorzat negyedik tényezője 1, a második s harmadik tényezőben ugyancsak (12) miatt a megfelelő $(-)_4$ jelre lehet áttérni, továbbá a harmadik tényező «számlálójához» még a -4 tényező csatolható, mert általában $\left(\frac{-4}{p}\right)_4 = 1$, ha p $4m+1$ alakú pozitív törzsszám, végül az első tényező értéke $\left(\frac{d'}{2}\right) = \left(\frac{d'}{2}\right)_4^2 = \left(\frac{d'}{4}\right)_4 = \left(\frac{d'}{-4}\right)_4$.[24] Ezekkel (25) átmegy az I'. tétel a) egyenletébe, s így **D'.** miatt a tétel a) esete igazolva van.

A (13') baloldalának első tényezője ugyancsak (25) bal-

[23] Mint már említettem (v. ö. [16] jegyzettel), az a) alatti d', $-4d''$ «csak azért» nem másodfajú, mert $\left(\frac{d'}{2}\right) = -1$. A b) alatti $2id'$, $2id''$ számpárnak még érdekesebb tulajdonsága van: ez a számpár is nagymértékben hasonlít a D-felbontásokhoz, mert $2id' \cdot 2id'' = \mathrm{D}$, azonban míg egy x, y D-felbontásban x és y a D alapdiscrimináns-tényezőinek szorzata, addig $2id'$, $2id''$-ben a -4 alapdiscrimináns szétesett $2i \cdot 2i$-re. Egyébként az a) alatti feltétel a $\left(\frac{d'}{d''}\right)_4\left(\frac{d''}{d'}\right)_4 = -1$ alakban is írható s ekkor a $(\ )_4$ jelek a «szokásos» értelemmel bírnak (v. ö. [14] jegyzettel), mégis az egyöntetűség kedvéért a fenti alakot előnyben részesítettem. A b) alatti feltételt más alakban nem tudom írni úgy, hogy amellett az a D törzsideáltényezőiben nyerjen kifejezést.

[24] Itt az $(-)_4$ jelt a szokástól eltérő értelemben használtam (v. ö. [14] jegyzettel).

oldala; a második tényező a (20) jobboldala. A (13′) tehát ebbe megy át:

$$\left(\frac{2}{d'}\right)\left(\frac{2id'}{\mathfrak{d}''}\right)_4\left(\frac{2id''}{\mathfrak{d}'}\right)_4\left(\frac{d''}{\mathfrak{d}'}\right)=1,$$

ahol tekintetbe vettem, hogy $n=\mathfrak{d}'\mathfrak{d}''$. A negyedik tényezőben $(-)$ jelre térve át, ezután az első és negyedik tényező szorzata 1, tekintettel (12′)-ra. Ezzel (13′) átment a b) egyenletbe, miáltal a tétel bizonyítása megtörtént.[25]

6. A következő néhány vizsgálatra nem vonatkoznak a 3. elején lévő 1., 2., 3. feltevések.[26]

Ha D′, D″ másodfajú D-felbontás (mindenesetre tehát D′, D″ közül legalább az egyik pozitív), és D′, D″ közül legalább az

---

[25] Néhány megjegyzést teszek: Ha p, q pozitív $8m+5$ alakú törzsszámok, amelyekre $\left(\frac{p}{q}\right)=1$, akkor az $R(\sqrt{pq})$ és $R(\sqrt{-pq})$ testek mindegyikére van egyetlen másodfajú D-felbontás: p, q, illetőleg -4, pq. Mindkét testre tehát $e_4=1$, s az I., I′. tételek szerint $e_8=1$ akkor és csak akkor, ha $\left(\frac{p}{q}\right)_4=1$, $\left(\frac{q}{p}\right)_4=1$, illetőleg $\left(\frac{p}{q}\right)_4\left(\frac{q}{p}\right)_4=-1$. Mindkét testre tehát nem lehet $e_8=1$. Ha $D=-pqr$, ahol p, q, r pozitív $4m+3$ alakú törzsszámok, amelyekre $\left(\frac{p}{r}\right)=\left(\frac{q}{r}\right)=1$ teljesül, akkor $-r$, pq az egyetlen valódi másodfajú D-felbontás, tehát $e_4=1$. A 3. kezdeti feltevései közül csupán a 3. nem teljesül. A e_8 tehát kétséges marad, s a kérdésre eddig semmi módon nem tudtam feleletet nyerni. Egy további kutatás számára először elintézendőnek tartom ezt az utóbbi esetet. Itt említem meg, hogy egy mostanában megjelent dolgozatomban «Gauss egyik számelméleti tételének továbbviteléről, Mezőtúri Református Gimnázium Értesítője (1932/33), 4—12» az itteni I. tételből néhány példát régi módszeremmel (a Dirichlet-féle osztályszámképleteken alapuló Lerch—Plancherel-féle összefüggések segítségével) tudtam tárgyalni. Lehetségesnek tartom, mint már a bevezetésben említettem, hogy hasonló úton a jelenlévő dolgozat eddigi eredményei mind nyerhetők. (Abban a dolgozatban még arra gondoltam, hogy talán azzal a régi módszerrel egyes pontokon tovább lehet menni a kérdésben, mint az osztálytestek elméletével, a jelenlévő eredmények után ezt már nem tartom valószínűnek, mégis határozott véleményt nem mondhatok.)

[26] Azaz D ismét tetszésszerinti s így (α) sincs kikötve. — A következő II. tételnek egy kis része az I. dolgozat (213. l.) b. első fele. Lásd még az [1] jegyzetbeli hibajavításokat.

egyik *olyan* pozitív szám, amelyre teljesül (*a*), akkor akár az eddigihez hasonló úton, akár közvetlenül **B.** alapján könnyen nyerhető a következő szükséges feltétel:

II. Tétel. *Ha* D′, D″ *harmadfajú* D-*felbontás, továbbá*

c) *Ha* $D' > 0$ *és* D′-*ra teljesül* (*a*), *akkor kell hogy* $\left(\frac{a}{D'}\right) = 1$, *azaz* $\left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1$ *legyen.*

c′) *Ha* $D'' > 0$ *és* D″-*ra teljesül* (*a*), *akkor kell hogy* $\left(\frac{2a}{D''}\right) = 1$, *azaz* $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = 1$ *legyen.*

A **B.** alapján a bizonyítás így nyerhető: A (3) alatti egyenletek második csoportját szorozva, a reciprocitás tétel szerint könnyű számítással kiderül, hogy $\left(\frac{a}{D'}\right)$ értéke 1, ha D′-ra a c) alatti feltételek teljesülnek.[27] Hasonló eredményhez juttatnak a (3′) megfelelő egyenletei is. Még tekintetbe véve (10)-et, helyesnek bizonyult a c) állítás. A c′) hasonlóan bizonyítható.

A most nyert tétel és a IV. dolgozat alapján következtetést vonhatunk le arra az esetre, amelyben minden páros invariáns egyben 8-cal is osztható. Minthogy ekkor mindezek 4-gyel is oszthatók, mindenekelőtt a IV. dolgozat miatt kell hogy a D alapdiscrimináns-tényezői között legfeljebb egy negatív legyen. Ezután a II. tétel alkalmazásával nyerhető a következő

III. Tétel. *Ahhoz, hogy* $e_8 = t - 1$, *azaz minden páros invariáns* 8-*cal osztható legyen, kell hogy* D-*nek legfeljebb egy negatív alapdiscrimináns-tényezője legyen, továbbá — ha* $D = d_1 d_2 \ldots d_t$, *ahol* d_j $(j=1, 2, \ldots, t)$ *alapdiscrimináns, és* $d_j > 0$ $(j=2, 3, \ldots, t)$ *— kell hogy* $\frac{D}{d_j}$ *minden p törzstényezőjére*

$$\left(\frac{d_j}{p}\right) = 1, \quad (j=1, 2, \ldots, t) \tag{26}$$

továbbá minden $d_j > 0$, $d_l > 0$ *párra*

---

[27] Ha ellenben ezek a feltételek nem teljesülnek, akkor biztosan van olyan $\mathfrak{G}$ D-felbontás, amelyre ama egyenletek baloldalainak szorzata $\left(\frac{a}{D'}\right)$, de van olyan $\mathfrak{G}$ is, amelyre ez a szorzat $= -\left(\frac{a}{D'}\right)$. Ezért a fentieknél többet nyerni ilyen úton nem lehet.

$$\left(\frac{d_j}{d_l}\right)_4 = \left(\frac{d_l}{d_j}\right)_4, \tag{27}$$

végül a D-*felbontások bármely* D'_j, D''_j $(j=1, 2, \ldots, t-1;\ d_1 \mid D'_j)$ *független rendszerére* $\left(\frac{D'_j}{D''_j}\right)_4 = 1$, *azaz például*

$$\left(\frac{d_1}{d_2 \ldots d_t}\right) = 1,\ \left(\frac{d_1 d_2}{d_3 \ldots d_t}\right) = 1, \ldots,\ \left(\frac{d_1 \ldots d_{t-1}}{d_t}\right) = 1 \tag{28}$$

teljesüljön [28]

Ugyanis (26) a II. dolgozat következménye, továbbá, ha minden d_j pozitiv, akkor a d_1, md_2; d_2, md_1; $d_1 d_2, m \left(m = \frac{D}{d_1 d_2}\right)$ D-felbontásokra (most minden D-felbontás harmadfajú!) a II. tételt alkalmazva:

$$\left(\frac{d_1}{md_2}\right)_4 = 1,\ \left(\frac{d_2}{md_1}\right)_4 = 1,\ \left(\frac{d_1 d_2}{m}\right)_4 = 1.$$

Ezek szorzásából *erre* az esetre következik (27). Hasonló útat lehet követni a másik — $d_1 < 0$ — esetben a $d_1, md_2 d_3$; $d_1 d_2, md_3$; $d_1 d_3, md_2$; $d_1 d_2 d_3, m \left(m = \frac{D}{d_1 d_2 d_3}\right)$ D-felbontásokra való alkalmazással. A (28) ugyancsak a II. tétel alapján már könnyen belátható.

II. Rész.

7. Legyen mindvégig $D>0$, és D minden páratlan pozitív törzstényezője $4m+1$ alakú.[29]

Először teljesebb s áttekinthetőbb összeállítását adom a DIRICHLET—TANO-féle eredményeknek, amint a bevezetésben már

---

[28] Ha például $t=3$ és minden d_j $(j=1.2.3)$ pozitív, akkor két 8-cal osztható invariáns létezéséhez kell, hogy mind a hat $\left(\frac{d_j}{d_l}\right)_4$ $(j \neq l)$ egyenlő értékű legyen (vagy mind 1 vagy mind -1).

[29] A következők olvasásához ismerni kell csupán a D-felbontások és másodfajú D-felbontások definícióját például a II. dolgozatból, továbbá a jelenlévő dolgozatból a $(=)_4$ és $(-)_4$ jelekre vonatkozó megállapodásaimat (236. lap), végül 4.-et (240—242. lapok).

említettem. Legyenek itt u, v, x, y racionális egész számok, $(u, v) = 1$, $(x, y) = 1$, $u, v > 0$, és legyen (a 4 alapegység közül) $\varepsilon > 1$.

IV. Tétel. *Ha* $N(\varepsilon) = 1$, *akkor van egy valódi másodfajú* D-*felbontás* D′, D″, *amelyre* $\left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1$, $\sqrt{\varepsilon} \notin R(\sqrt{D'}, \sqrt{D''})$ *és még a következők teljesülnek:*

Ha $2 + D$, *és*

1. $\varepsilon = u + v\sqrt{D}$, *akkor*

$$\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{D'} + y\sqrt{D''},\ x^2D' - y^2D'' = 1,\ \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right);$$

2. $\varepsilon = \frac{1}{2}(u + v\sqrt{D})$, *akkor*

$$\sqrt{\varepsilon} = \tfrac{1}{2}(x\sqrt{D'} + y\sqrt{D''}),\ x^2D' - y^2D'' = 4,\ \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{2}{D''}\right)\left(\frac{-1}{x}\right).$$

Ha $2 \mid D$, *tehát* $\varepsilon = u + v\sqrt{D}$, *és*

3. $u \equiv 1 \pmod 4$, *akkor*

$$\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{D'} + y\sqrt{D''},\ x^2D' - y^2D'' = 1,\ 2 \mid D'',\ \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right)(-1)^y;$$

4. $u \equiv -1 \pmod 4$, *akkor*

$$\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{\frac{D'}{4}} + y\sqrt{D''},\ x^2\frac{D'}{4} - y^2D'' = 1,\ 2 \mid D',\ \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right).$$

Ebből következik:

IV′. tétel. *Ha* $N(\varepsilon) = 1$, *akkor van egy valódi másodfajú* D-*felbontás*, D′, D″, *amelyre a* $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4$, $\left(\frac{D''}{D'}\right)_4$ *számok közül legalább az egyik* 1.

A IV. tételből csupán pl. a 4. esetet bizonyítom be, a többi, kevés eltéréssel, hasonlóan tárgyalható; a számítást csak röviden vázolom, minthogy ez lényegében ismeretes (v. ö. [3]). Minthogy ekkor $u^2 - v^2D = 1$, azért $(u+1)(u-1) = v^2D$. Ebből könnyen következik, hogy

$$u - 1 = 2y^2D'' \quad \text{és} \quad u + 1 = 2x^2\frac{D'}{4},$$

ahol D″ pozitív páratlan osztója D-nek, és $D'D'' = D$, továbbá y páratlan. Kivonással:

$$1 = x^2 \frac{D'}{y} - y^2 D''. \tag{29}$$

Ezekből azonnal leolvasható a $\sqrt{\varepsilon}$-ról szóló állítás, kell továbbá, hogy x is páratlan legyen. Akkor $D'' \equiv 1 \pmod 8$, s láthatólag D', D'' másodfajú D-felbontás. Legyen $m' = \frac{1}{8} D'$, akkor (29) helyett érvényes

$$1 = x^2 2m' - y^2 D''.$$

Ebből, ha y előjelét úgy választjuk, hogy $y \equiv 1 \pmod 4$ legyen:

$$1 = \left(\frac{1}{D''}\right)_4 = \left(\frac{2m'}{D''}\right)_4 \left(\frac{x}{D''}\right) = \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 \left(\frac{D''}{x}\right) = \left(\frac{D'}{D''}\right)_4 \left(\frac{-1}{x}\right);$$

$$1 = \left(\frac{1}{m'}\right)_4 = \left(\frac{D''}{m'}\right)_4 \left(\frac{-1}{m'}\right)_4 \left(\frac{y}{m'}\right) =$$

$$= \left(\frac{D''}{2m'}\right)_4 \left(\frac{D''}{2}\right)_4 \left(\frac{-1}{m'}\right)_4 \left(\frac{2}{y}\right) = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 (-1)^{\frac{D''-1}{8} + \frac{m'-1}{4} + \frac{y-1}{4}};$$

$$1 \equiv 2m' - 2y - D'' + 2 \pmod{16}.$$

Az utolsó kettőből:

$$1 = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4.$$

8. Rátérek ezután a $N(\varepsilon)$-ra vonatkozó lényegesen új megállapításokra. Legyen most $N(\varepsilon) = -1$.

Legyen *először* $2 + D$. Akkor ideiglenesen a D-t n-nel jelölöm. Legyen most is $\varepsilon > 1$, továbbá

$$\varepsilon = \frac{u + v\sqrt{n}}{2}, \tag{30}$$

ahol u, v racionális egész számok, $(u, v) = 1$ vagy 2. Feltevés szerint

$$u^2 - v^2 n = -4. \tag{31}$$

Legyen

$$\mathfrak{p}_j = (2 + ui, p_j); \quad (j = 1, 2, \ldots, t) \tag{32}$$

ez nyilvánvalóan elsőfokú törzsideál $R(i)$-ben. Egyúttal átveszem a 4.-ben (240—242. l.) levő jelöléseket (természetesen most $r = t$).

Minthogy

$$(B + \sqrt{n})(u + v\sqrt{n}) = (Bu + vn) + (Bv + u)\sqrt{n}, \tag{33}$$

azért norma képzésével (19) és (31) szerint:

$$4A^2 = (Bu + vn)^2 - (Bv + u)^2 n. \tag{34}$$

A jobboldali ( ) jelekben levő számokat $-v$-vel, illetőleg u-val szorozva, összeadással (31) miatt -4-et nyerünk; ama számoknak tehát nem lehet páratlan közös osztójuk. Ebből könnyen következik hasonló a $Bu + vn + 2A$, $Bu + vn - 2A$ számokra is. A (34) szerint tehát

$$Bu + vn + 2A = \pm 2^s x^2 P, \tag{35}$$
$$Bu + vn - 2A = \pm 2^s y^2 Q, \tag{36}$$

amelyekben x, y, P, Q pozitív egész számok, $PQ \cdot n$, $s = 0$ vagy 1, az xP, yQ számoknak nincs páratlan közös osztójuk (könnyen kimutatható lenne, hogy a jobboldali előjelek mindketteje $+$, de erre nem lesz szükség).

Csakhamar kiderül, hogy $s = 0$. Ugyanis legyenek előbb u, v páratlanok; akkor, mivel B páros, nyilvánvaló az állítás. Ha u, v párosak, akkor (31) miatt $4 + v$, tehát $Bu + vn$ páros és nem osztható 4-gyel; hasonló igaz $2A$-ról, s így nyilvánvaló, hogy (35) és (36) baloldalai közül az egyik 2-nek pontosan a második hatványával osztható, kell tehát, hogy $s = 0$ legyen.

Kimutatom még, hogy $P = n$. Ugyanis (17) szerint $A \equiv -Bi \pmod{\mathfrak{p}_j}$, továbbá (32) szerint $2 \equiv -ui \pmod{\mathfrak{p}_j}$, amelyek szorzásából $2A \equiv -Bu \pmod{\mathfrak{p}_j}$, azaz $\mathfrak{p}_j \mid 2A + Bu$ következik. A (35) baloldala tehát osztható n-nel, s minthogy xP, yQ páratlan közös osztó nélkül valók, azért bizonyosan $P \cdot n (Q = 1)$.

Ezek szerint (35)-ből és (36)-ból kivonással:

$$4A = \pm (x^2 n - y^2), \tag{37}$$

ahol a szereplő három tagnak nincs páratlan közös osztója; a 4 esetleg közös osztó, de erre, valamint a jobboldali előjelekre való tekintet nélkül, mindig következik:

$$\left(\frac{A}{\mathfrak{p}_j}\right) \quad 1. \quad (j = 1, 1, \ldots, t) \tag{38}$$

Ez (24) szerint azt jelenti, hogy $\left(\mathfrak{p}_j, \frac{n}{\mathfrak{p}_j}\right) = 1$. A nyert eredmény (22) miatt mindjárt általánosabban is megfogalmazható. Így (az n helyett ismét D-t véve) a (21) alapján — egyelőre csupán páratlan D-re — érvényes a következő

V. Tétel. *Ha* $N(\varepsilon) = -1$, *akkor minden* D′, D″ D-*felbontásra teljesül*

$$\left(\frac{D'}{\mathfrak{d}''}\right)_4 \left(\frac{D''}{\mathfrak{d}'}\right)_4^{-1} = 1, \tag{39}$$

ahol $\mathfrak{d}'$, $\mathfrak{d}''$ *azok az egész ideálok* $R(i)$*-ben, amelyek normája* D′, *illetőleg* D″, *és amelyek páratlan törzsideáltényezői a* $2+ui$ *osztói, s* u *a* 2ε *racionális része* ($2\varepsilon = u + v\sqrt{D}$; u, v *racionálisak*).[30]

Másodfajú D-felbontás esetében a (39)-beli $(=)_4$ jelek helyett $(-)_4$ jelekre lehet áttérni, s így érvényes az

V′. Tétel. *Ha* $N(\varepsilon)=1$, *akkor minden* D′, D″ *másodfajú* D-*felbontásra teljesül:*

$$\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1.^{31} \tag{40}$$

Az V. tétel teljes bizonyításához legyen *másodszor* $2 \mid D$. Legyen most $n = \frac{1}{8}D$, továbbá racionális u_0, v_0 értékekkel

$$\varepsilon = u_0 + v_0\sqrt{2n}. \tag{41}$$

---

[30] Nyilvánvaló, hogy a fenti tételben nem kell egy bizonyos ε-ra szorítkozni, mert a többi három alapegység bármelyikére való áttérés mellett $\mathfrak{d}'$, $\mathfrak{d}''$ változatlanok maradnak, vagy konjugáltjaikba mennek át, s ekkor (39) igaz marad.

[31] Sajnos, az V. tétel többi részéből nem lehet a (40)-hez hasonló következtetést vonni. Általában az V. arról ad csupán felvilágosítást, hogy a D-nek melyik páratlan törzsideáltényezői azok (t. i. a konjugáltak közül), amelyek egyúttal $2+ui$-nek osztói, mindezt természetesen az $R(i)$ testre értve. Ehhez még megemlítem az V.-nek többféle fogalmazásai közül a következőt: Páratlan D mellett, ha $N(\varepsilon) = -1$, akkor ugyanazokkal a jelölésekkel, és még kikötve, hogy $\mathfrak{d}'$ primär:

$$\left(\frac{\mathfrak{d}'}{\mathfrak{d}''}\right) = \left(\frac{D'}{D''}\right).$$

Páros D-re is érvényes hasonló, kevés változtatással.

Feltevés szerint

$$u_0^2 - v_0^2.2n = -1. \tag{42}$$

Az u_0, v_0 tehát páratlan egész számok, s az ε-t a négy alapegység közül úgy választom, hogy

$$u_0 \equiv v_0 \equiv 1 \pmod 4, \quad v_0 > 0 \tag{43}$$

teljesüljenek; az utóbbi a megelőzőknek folyománya, mert (42) szerint $\left(\frac{-1}{v_0}\right) = 1$.

Legyen

$$\mathfrak{p}_j = (1 + u_0 i, p_j), \quad (j=1, 2, \ldots, t-1) \tag{44}$$

elsőfokú törzsideál $R(i)$-ben. Ismét átveszem a 4. jelöléseit (most természetesen $r = t - 1$).

Legyen továbbá racionális A_0, B_0 értékekkel:

$$A_0 + B_0 i = (1 + i)(A + Bi). \tag{45}$$

Akkor

$$A_0 = A - B, \quad B_0 = A + B. \tag{46}$$

A (45)-ből norma képzéssel (18) miatt $A_0^2 + B_0^2 = 2u$, továbbá

$$(B_0 + \sqrt{2n})(u_0 + v_0\sqrt{2n}) = (B_0u_0 + v_0.2n) + (B_0v_0 + u_0)\sqrt{2n}, \tag{47}$$

s így ugyancsak norma képzéssel (most természetesen k-ban):

$$A_0^2 = (B_0u_0 + v_0.2n)^2 - (B_0v_0 + u_0)^2.2n. \tag{48}$$

Ebből hasonlóan, mint elébb (34 után, kiderül, hogy

$$B_0u_0 + v_0.2n + A_0 = \pm 2^s x^2.2P, \tag{49}$$

$$B_0u_0 + v_0.2n - A_0 = \pm 2^s y^2.Q \tag{50}$$

teljesülnek, ahol x, y, P, Q, s jelentése olyan, mint (36) után mondtam, most is xP, yQ páratlan közös osztó nélkül vannak, továbbá (49) és (50) jobboldalain egyforma előjelek érvényesek. Azonnal kiderül, hogy ez a közös előjel $+$. Ehhez ugyanis nyilvánvalóan elég az, hogy $|B_0u_0| \leqq v_0.2n$ — utóbbi helyességéről, minthogy (43) szerint $v_0 > 0$, négyzetre emelés után, (42) és $A_0^2 + B_0^2 = 2n$ miatt könnyen meg lehet győződni.

Továbbá (43), (46) miatt, és mert B páros, látható, hogy (50) baloldala a 4 osztóra a 2 maradékot adja, tehát $s = 1$, és

y páratlan. Kell ezenkívül, hogy x is páratlan legyen, mert (49) és (50) baloldalainak szorzata — előjeltől eltekintve — (48) harmadik tagja, s ebben $B_0 v_0 + u_0 \equiv 2 \pmod 4$ a (18), (43), (46) miatt.

Végül $P = n$ is kiderül, hasonlóan, mint elébb a (35), (36) egyenletpárnál, most az $A_0 \equiv - B_0 i \pmod{\mathfrak{p}_j}$, $1 \equiv - u_0 i \pmod{\mathfrak{p}_j}$ kongruenciákból, amelyek (17)-ből és (45)-ből, illetőleg (44)-ből következnek. Akkor $Q = 1$, s mindezeket (49)-ben és (50)-ben figyelembevéve, kivonással:

$$A_0 = x^2 . 2n - y^2, \tag{51}$$

ahol, mégegyszer megjegyzem, x, y páratlanok, relatív primek. Ebből azonnal folynak:

$$\left(\frac{A_0}{p_j}\right) = 1, \; {}^{(j=1,2,\ldots,\, t-1=r)} \tag{52}$$

$$A_0 \equiv 1 \pmod 8. \tag{53}$$

Minthogy (17) szerint $B \equiv Ai \pmod{\mathfrak{p}_j}$, azért tekintettel (46)-ra:

$$\left(\frac{A_0}{p_j}\right) = \left(\frac{A_0}{\mathfrak{p}_j}\right) = \left(\frac{A-B}{\mathfrak{p}_j}\right) = \left(\frac{A-Ai}{\mathfrak{p}_j}\right) =$$

$$= \left(\frac{A}{\mathfrak{p}_j}\right)\left(\frac{1-i}{\mathfrak{p}_j}\right) = \left(\frac{A}{p_j}\right)\left(\frac{-2i}{\mathfrak{p}_j}\right)_4,$$

ahol az utóbbi átalakításnál figyelembe vettem, hogy $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) = \left(\frac{\alpha^2}{\beta}\right)_4$. A (24) és (52) szerint tehát

$$\left(\mathfrak{p}_j, \frac{n}{p_j}\right)_4 \left(\frac{-2i}{\mathfrak{p}_j}\right)_4 = 1. \tag{54}$$

Továbbá (17), (20), (46) miatt

$$1 = \left(\frac{A_0}{2}\right) = \left(\frac{A-B}{2}\right) = \left(\frac{2i}{A-Bi}\right)_4 = \left(\frac{-2i}{A+Bi}\right)_4 = \left(\frac{-2i}{n}\right)_4 . \tag{55}$$

Az (54) és (55) már hasonlítanak a (38)-ból levont következményhez, mégis ezek az egyöntetűség kedvéért még átalakítandók. Legyen ehhez $\mathfrak{m}$ tetszésszerinti páratlan egész ideál $R(i)$-ben, és $N_i(\mathfrak{m}) = m$. Akkor

$$((1+i)^3, \mathfrak{m})_4 = \left(\frac{2^3}{\mathfrak{m}}\right)_4 \left(\frac{\mathfrak{m}}{(1+i)^3}\right)_4^{-1} = \left(\frac{8}{\mathfrak{m}}\right)_4 i^{\frac{m-1}{4}} =$$

$$= \left(\frac{8}{\mathfrak{m}}\right)_4 \left(\frac{i}{\mathfrak{m}}\right)_4 = \left(\frac{-2i}{\mathfrak{m}}\right)_4,$$

ahol tekintetbe vettem, hogy $\left(\frac{-4}{\mathfrak{m}}\right)_4 = 1$. Hasonló érvényes a fordított $(\ldots, \ldots)_4$ jelre, azaz $(\mathfrak{m}, (1+i)^3) = \left(\frac{-2i}{\mathfrak{m}}\right)_4$, s igy az előbbiekből $\left(\left(\mathfrak{p}_j, \frac{\mathfrak{n}}{\mathfrak{p}_j}\right)_4 (\mathfrak{p}_j, (1+i)^3)_4 = \right)$

$$\left(\mathfrak{p}_j, \frac{\mathfrak{n}(1+i)^3}{\mathfrak{p}_j}\right)_4 = 1; \; ((1+i)^3, \mathfrak{n})_4 = 1. \; {}^{(j=1,2,\ldots,t-1=r)} \qquad (56)$$

E szerint és (22) miatt (tekintetbe véve még, hogy $D = 2^3 n$) érvényes az V. tétel páros D-re is.[32]

9. A IV'. és V'. tételek alapján a következők érvényesek. *Jelentsen* D', D'' *valódi másodfajú* D*-felbontást.*

1. *Ha nincs* D', D'' (ekkor és csak ekkor $e_4 = 0$), *vagy van ilyen és mindegyikre* $\left(\frac{D'}{D''}\right) = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = -1$ (tehát $0 = e_8 < e_4$), *akkor* $N(\varepsilon) = -1$.

2. *Ha van olyan* D', D'', *amelyre* $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = -1$ (tehát $0 \leqq e_8 < e_4$), *akkor* $N(\varepsilon) = 1$.

3. *Csupán akkor marad tehát kétes* $N(\varepsilon)$ *előjele, ha minden*

---

[32] Látnivaló, hogy (56) utolsó egyenlete a megelőzőkből szorzás által következik. E szerint az V., V'. tételekhez nem szükséges a (49), (50) egyenletek jobboldalain az előjelek meghatározása, valamint az (53) alatti megállapítas. Mégis, különösen az utóbbit nem akartam elmulasztani, s itt egyúttal azt is megjegyzem, hogy a (35), (36) egyenletek jobboldalain is a helyes előjel +, és megfelelően alakul (37). Láthatólag az V., V'. tételek alapja a következő tény: Páratlan D mellett, ha $\varepsilon = \frac{1}{2}(u + v\sqrt{D})$ normája -1, akkor az összes $D = A^2 + B^2$ $(2 \mid B, \; A + B \equiv 1 \pmod 4)$ előállítások közül van egy olyan, amelyre $4A$ az $x^2 - Dy^2$ főalak által relatív prim x, y értékekkel előállítható (ez már elég az V. tételhez); ilyen az az A, amelyre az $A + Bi$ ideál egyenlő $(2 + ui, \mathrm{D})$-vel. Hasonló érvényes páros D-re.

D′, D″-*ra* $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4$ *és van legalább egy olyan azok közül, amelyre* $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1$ (ha különösen egyetlen D′, D″ van és erre teljesül $\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1$, akkor $e_8 = e_4 = 1$).

A ( ) jelekbe foglalt megjegyzések az I., II. tételek és a II. dolgozat következménye; maga az 1. már régebbi eredmény (v. ö. a II. dolgozattal).

Látható, hogy ha e_4 «nagy», azaz, ha sok D′, D″ van, akkor kicsiny az egyedül kétes 3. eset valószínűsége.

A kétes eset csak akkor fordulhat elő, ha 2^{t+1} osztója az osztályszámnak (ha t. i. $e_4 \geq 2$ vagy $e_8 = e_4 = 1$). Különösképpen, ha $e_8 = e_4 = 1$, akkor a II. tétel szerint mindig a kétes 3. eset áll fenn.

Végül látni, hogy nagy e_4 mellett túlnyomó a 2. eset, azaz $N(\varepsilon) = 1$.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. november 13-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE GRUNDEINHEIT UND DIE DURCH 8 TEILBAREN INVARIANTEN DER ABSOLUTEN KLASSENGRUPPE IM QUADRATISCHEN ZAHLKÖRPER.

Von L. RÉDEI in Mezőtúr.

Ich bezeichne das 4-te Potenzrestsymbol im Körper R der rationalen Zahlen und im Körper $R(i)$ $(i^2=-1)$ mit $\left(\frac{a}{b}\right)_4$ bzw. $\left(\frac{a}{\beta}\right)_4$; bekanntlich ist das erstere nur dann definiert, wenn $\left(\frac{a}{q}\right)$ (KRONECKERsches Symbol) für jeden Primzahlfaktor q von b gleich 1 ist. Ich erweitere aber die Definition mit $\left(\frac{a}{1+i}\right)_4=\left(\frac{a}{2}\right)_4=i^{\frac{a-1}{4}}$, wobei a eine ganze rationale Zahl ist und $a\equiv 1 \pmod 4$. Im übrigen sollen beide Symbole die üblichen multiplikativen Eigenschaften haben.

Im I. Teil erweitere ich meine Resultate in diesem Anzeiger 50 (1933) 217.[33] k, D, haben die dortige Bedeutung, während ich das dortige $e(2^n)$ hier mit e_{2^n} bezeichne.

I. Satz. *Ist* $D<0$, *oder ist* $D>0$ *und sind in diesem Falle alle positiven ungeraden Primfaktoren von* D *der Gestalt* $4m+1$, *ist weiter* $e_4=1$ *und ist die dann vorhandene einzige eigentliche* D*-Zerfällung 2. Art* D′, D″ *so beschaffen, dass auch* D′ und D″ *ähnlicher Art sind, wie* D *und ist diese* D*-Zerfällung verschieden von* -4, $-\frac{1}{4}D\left(=-\frac{1}{4}D,\ -4\right)$, *so ist dazu, dass* D′, D″

---

[33] Vgl. die H. REICHARDTsche Arbeit,[4] die allgemein e_{2^n} betrachtet. Die darin enthaltenden Sätze liefern für e_8 eine Bestimmung, die weniger einfach ist, als meine oben erwähnten Resultate.

von der 3. Art, d. h. $e_8=1$ *sei, notwendig und hinreichend, dass aus den Gleichungen*

$$\left(\frac{D'}{D''}\right)_4 = 1, \left(\frac{D''}{D'}\right)_4 = 1$$

für ein positives D *beide, für ein negatives* D *die eine — und zwar die, die einen positiven «Nenner» hat — stattfinden.*

I'. Satz. *Im Ausnahmefall vom vorigen Satze gibt es vor allem ein positives Zahlenpaar* d', d'' *mit* $d'd''=-\frac{1}{4}D$, *für das entweder* $\left(\frac{d'}{p''}\right)=1, \left(\frac{d''}{p'}\right)=1$ *oder* $\left(\frac{2d'}{p''}\right)=1, \left(\frac{2d''}{p'}\right)=1$ *besteht, wobei* $p^{(j)}$ *alle Primfaktoren von* $d^{(j)}$ *bedeutet* $(j=1, 2)$; *dieses Zahlenpaar ist — von der Reihenfolge abgesehen — eindeutig bestimmt. Dann ist dazu, dass* -4, $-\frac{1}{4}D$ *von 3. Art, d. h.* $e_8=1$ *sei, notwendig und hinreichend, dass*

$$\left(\frac{d'}{-4d''}\right)_4\left(\frac{-4d''}{d'}\right)_4 = 1, \text{ bezw. } \left(\frac{2id'}{\mathfrak{d}''}\right)_4 = \left(\frac{2id''}{\mathfrak{d}'}\right)_4 = 1$$

stattfinde, wobei $\mathfrak{d}^{(j)}$ *ganzes Ideal in* $R(i)$ *ist* $(j=1, 2)$, *mit der Norm* $d^{(j)}$. (Diese Ideale lassen sich also mit einer gewissen Freiheit wählen.)

Auch der zweite Teil letzteren Satzes lässt sich durch (rationale) Symbole $(-)_4$ ausdrücken, aber mit wenigerer Eleganz in der Form.

Im folgenden sind D, e_4 beliebig.

II. Satz. *Ist* D', D'' *eine* D*-Zerfällung 3. Art, ist* $D'>0$ *und sind alle ungeraden positiven Primfaktoren von* D' *der Gestalt* $4m+1$, *so ist* $\left(\frac{D''}{D'}\right)_4=1$. (Dies lässt sich natürlich auch für D'' anwenden, wenn letzteres den ähnlichen Voraussetzungen genügt.)

Fundamentaldiskriminanten nennne ich die Zahlen -4, 8, -8 und die positiven und negativen Primzahlen der Gestalt $4m+1$.

III. Satz. *Ist* $e_8=e_2$ *(d. h. jede gerade Invariante durch* 8 *teilbar), so gilt mit geigneter Bezeichnung* $d_j>0$, $(j=2, 3, \ldots, t)$

wobei $D=d_1 d_2 \dots d_t$ *und* $d_1, d_2, \dots, d_t$ *die durch* D *bestimmten Fundamentaldiskriminanten sind. Weiter bestehen dann:*

$$\left(\frac{d_j}{p}\right) = 1 \text{ für jede Primzahlfaktor } p \text{ von } \frac{D}{d_j}; \quad (j=1, 2, \dots, t)$$

$$\left(\frac{d_j}{d_l}\right)_4 = \left(\frac{d_l}{d_j}\right)_4; \quad (j, l=1, 2, \dots, t;\ j \neq l;\ d_j, d_l > 0)$$

$$\left(\frac{d_1}{d_2 \dots d_t}\right)_4 = \left(\frac{d_1 d_2}{d_3 \dots d_t}\right)_4 = \left(\frac{d_1 \dots d_{t-1}}{d_t}\right)_4 = 1.$$

Im II. Teil beschäftige ich mich mit der Frage der Norm der Grundeinheit ε in k. Ich benütze N als Zeichen für die Norm in k. Ich betrachte nur solche positive D, deren sämtliche ungeraden positiven Primzahlfaktoren von der Gestalt $4m+1$ sind (sonst ist bekanntlich $N(\varepsilon)=+1$).

Alle Sätze ergeben sich auf elementarem Wege. Die IV'. und V'. Sätze sind direkte Folgerungen aus den IV., bzw. V. Sätzen. Der IV. Satz (und mit ihm der IV'. Satz) ist nur eine vollständigere, und mit Hilfe der D-Zerfällungen einfacher ausgedrückte Form der DIRICHLET—TANOschen[3] Sätze; dazu verwende ich selbst die originalen DIRICHLETschen Methode. (Den IV'. Satz habe ich schon in der oben zitierten Arbeit erwähnt.) Den V'. Satz in den Spezialfällen, wo D nur 2 oder 3 verschiedene Primzahlteiler hat, hat erst vor kurzem Herr A. SCHOLZ gefunden (in etwas anderer Form) und dies mir freundlichst mitgeteilt. Dann haben wir den allgemeinen Satz gleichzeitig aufgestellt. A. SCHOLZ verwendete Funktionentheoretischen Hilfsmittel, nämlich die Klassenkörpertheorie — wie schon erwähnt, meine Methode ist elementar, sie benutzt den biquadratischen Reciprozitätssatz in $R(i)$. Der A. SCHOLZsche Arbeit wird in der Math. Zeitschr. erscheinen – in seiner Arbeit werden auch die DIRICHLET—TANOschen Sätze klassenkörpertheoretisch bewiesen werden.

Im folgenden Satz nehme ich, wie gestattet, $\varepsilon > 1$ an. Es bedeuten hier u, v, x, y ganze rationale Zahlen mit $(u, v) = 1$, $(x, y) = 1$.

IV. Satz. *Ist* $N(\varepsilon) = +1$, *so gibt es eine* D*-Zerfällung 2. Art* D_1, D_2, *für die* $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = 1$, $\sqrt{\varepsilon} < R(\sqrt{D_1}, \sqrt{D_2})$ *und noch die folgenden stattfinden:*

Wenn $2+D$ *und*

1. $\varepsilon = u + v\sqrt{D}$, *dann ist* $\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{D_1} + y\sqrt{D_2}$,
$$x^2 D_1 - y^2 D_2 = 1, \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right);$$

2. $\varepsilon = \frac{1}{2}(u + v\sqrt{D})$, *dann ist* $\sqrt{\varepsilon} = \frac{1}{2}(x\sqrt{D_1} + y\sqrt{D_2})$,
$$x^2 D_1 - y^2 D_2 = 4, \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{2}{D_1}\right)\left(\frac{-1}{x}\right).$$

Wenn $2 \mid D$, *also* $\varepsilon = u + v\sqrt{D}$ *und*

3. $u \equiv 1 \pmod 4$, *dann ist* $\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{D_1} + y\sqrt{D_2}$,
$$x^2 D_1 - y^2 D_2 = 1, 2 \mid D_2, \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right)(-1)^y;$$

4. $u \equiv -1 \pmod 4$, *dann ist* $\sqrt{\varepsilon} = x\sqrt{\frac{D_1}{4}} + y\sqrt{D_2}$,
$$x^2 \frac{D_1}{4} - y^2 D_2 = 1, 2 \mid D_1, \left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{-1}{x}\right).$$

Daraus folgt der

IV'. Satz. *Ist* $N(\varepsilon) = +1$, *so gibt es eine* D*-Zerfällung 2. Art* D_1, D_2, *für die wenigstens eine der Zahlen* $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4, \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4$ *gleich* 1 *ist.*

Hier und im folgenden braucht es nicht $\varepsilon > 1$ vorausgesetzt werden.

V. Satz. *Ist* $N(\varepsilon) = -1$, *so besteht für jede* D*-Zerfällung* D_1, D_2
$$\left(\frac{D_1}{\mathfrak{d}_2}\right)_4 \left(\frac{D_2}{\mathfrak{d}_1}\right)_4^{-1} = 1,$$
wobei $\mathfrak{d}_1, \mathfrak{d}_2$ *die ganze Ideale in* $R(i)$ *sind, die die Norm* D_1, *bzw.* D_2 *haben, und die Primfaktoren von* $\mathfrak{d}_1, \mathfrak{d}_2$ *die Teiler von* $2 + ui$ *sind, wobei* u *den «rationalen Teil» von* 2ε *bedeutet* (d. h. $2\varepsilon = u + v\sqrt{D}$, wobei u, v rational sind).

Daraus folgt der

V'. Satz. *Ist* $N(\varepsilon) = -1$, *so besteht für jede* D*-Zerfällung 2. Art* D_1, D_2:
$$\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = 1.$$

Es bedeute D_1, D_2 eine eigentliche D-Zerfällung 2. Art. Dann gelten nach den IV'. und V'. Sätzen:

1. *Gibt es kein* D_1, D_2, *oder gibt es wenigstens ein solches und besteht für jedes* $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = -1$, *so ist* $N(\varepsilon) = -1$.

2. *Gibt es ein* D_1, D_2, *für welches* $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = -1$ *besteht, so ist* $N(\varepsilon) = +1$.

3. *Nur dann lässt sich also das Vorzeichen von* $N(\varepsilon)$ *mit Hilfe von Symbolen* $(-)_4$ *nicht bestimmen, wenn es für jedes* D_1, D_2 $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4$ *besteht, und wenigstens für eines davon sogar* $\left(\frac{D_1}{D_2}\right)_4 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)_4 = 1$.

Es bestehen einige Zusammenhänge mit der absoluten Klassengruppe von k, z. B.: Ist $e_4 = 0$, so ist $N(\varepsilon) = -1$ (dies ist schon aus einer meiner früheren Arbeiten bekannt); je grösser ist e_4 (d. h. je grösser ist die Anzahl der D-Zerfällungen 2. Art), desto häufiger kommt der Fall 2. vor.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

ÁLLATI ÉS NÖVÉNYI CHITIN ÖSSZEHASONLÍTÁSA.

ZECMEISTER LÁSZLÓ l. tag- és TÓTH GÉZÁ-tól.

(A pécsi egyetem kémiai intézetében készült dolgozat.)

Hosszabb idővel ezelőtt az állati és növényi cellulóz összehasonlításával foglalkoztunk és pedig a részleges lebontási termékek útján. Gondolatmenetünk alapja az volt, hogy annál erősebbek lesznek az érvek két magas molekulasúlyú, természetes anyag azonosságát illetőleg, minél magasabb hasadási termékeiken lehet az összetétel és a tulajdonságok teljes egybevetését bizonyítani.

Ugyanezt az eszmemenetet követve, számolunk most be állati és növényi chitin-készítmények összehasonlításáról. A rákpáncél chitinjének hydrolyzisénél fellépő anyagok közül hosszabb időn át csak a legalacsonyabb molekulasúlyú építőkövet ismerték, a glükozamint, illetőleg ennek nitrogénen acetylált származékát. Csak 1931-ben közli BERGMANN, ZERVAS és SILBERKWEIT,[1] hogy a chitint éppúgy, mint a cellulózt, acetolyzis útján nehezen oldható, jól kristályos disaccharid-peracetattá lehet lebontani. Ugyanezt a készítményt majdnem egyidejűleg mi is előállítittuk[2] s ezenfelül undecaacetyl-chizotriózt is nyertünk,[3] a chitin lebontásának jelenleg ismert legmagasabb kristályos termékét.

Új kísérleteinknél e módszereket alkalmaztuk gomba-chitinre, amelyet számos szerző állított elő anélkül, hogy a lebontás közbeneső termékeiről eddig bármi is ismeretes lett volna. BERGMANN mód-

[1] Die Naturwissenschaften **19**, 20 (1931). Berichte d. deutsch. chem. Ges. **64**, 2436 (1931).

[2] Berichte d. deutsch. chem. Ges. **64**, 2028 (1931).

[3] Berichte d. deutsch. chem. Ges. **65**, 161 (1932). Magy. Chemiai Folyóirat **38**, 33 (1932).

szere szerint a vargányából (boletus) előállított chitin-készítményeket is simán lebontottuk *oktaacetyl-chitobiózzá*, viszont sósavas módszerünk megfelelő frakcionálás útján kismennyiségű, de tiszta *chitotrióz-származék* elkülönítésére vezetett.

Mindezek alapján állíthatjuk, hogy a növényvilágból származó chitin részleges hydrolyzisénél nem találkoztunk egyetlen olyan termékkel sem, mely a rákpáncél chitinjének lebontásánál ne keletkeznék hasonló mennyiségben. Ha még tekintetbe vesszük KARRER és FRANÇOIS-nak azt a megállapítását, hogy a kétféle chitin enzym-chemiai viselkedése is egészen hasonló, továbbá GONELL Röntgen-adatait,[1] úgy a jelenleg rendelkezésre álló vizsgálati módszerek alapján az *állati és növényi chitin vegyi azonosságát* kell kimondanunk; eltérések legfeljebb a molekulasúlyt illetőleg lehetnek.

Ha áttekintjük a különböző forrásokból származó, polysaccharidokra vonatkozó újabb eredményeket, úgy feltűnik, hogy a növény jellemző vázanyaga, a cellulóz, megasabb állatokból teljesen hiányzik és csak primitív tengeri szervezetekben fordul elő. Másfelől az állatvilágban elterjedt chitint hiába keressük magasabbrendű zöld növényekben; az csak gombákban, baktériumokban található. Érdekesen világítja meg ez a közismert tény is a szervezetek vegyi anyagkészletének differenciálódását, a fajok fejlődésének különböző lépcsőfokán.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

I. Gomba-chitin készítése.[2]

7 kg. vargánya-gombát (Boletus) kétszer vízzel, majd ötször 10 %-os *NaOH*-val mindig 2—3 órán át kifőztük, vízzel mostuk és 1 %-os $KMnO_4$ oldattal színtelenítettük. A kivált barnakő oxálsavban feloldódik. A lúggal való főzésnek kétszeri megismétlése után újabb permanganátos színtelenítés következett. Vízzel való kimosás után alkohollal, majd aetherrel áztattuk. Termelés kb 40 g chitin. Az így előállított nyerstermék még 10 % nedvességet

[1] KARRER és FRANÇOIS: Helvetica chimica Acta **12**, 986 (1929); GONELL: Zeitschr. physiol. chem. **152**, 18 (1926).

[2] E. SCHOLL: Monatshefte f. Chemie **29**, 1023 (1908).

és 6 % hamut tartalmaz. Nitrogéntartalma pedig még alacsony, kb. 4 % a számított 6,9 % helyett.

Tisztítás. Az előbb említett készítmény 40 %-os sósavból átcsapva és azbeszten szűrve, víz hozzáadására újra kiválik és az így nyert fehér por már majdnem hamumentes (0,8 %). Az erélyes tisztítási mód ellenére a nitrogéntartalom csak keveset emelkedett. (Talált érték 4,4 %) Ezért a sósavas átcsapást még egyszer megismételtük, vízzel jól kimostuk a kocsonyás csapadékot és a nitrogénmentes polysaccharidok eltávolítása végett, rézoxid-ammoniában áztattuk az anyagot kb. 1 órán át. A chitin ilyen körülmények között nem változik és azbeszten szűrhető. Az ecetsavval való mosást újabb sósavas átcsapás követte, miáltal a készítmény a réz utolsó nyomaitól is megszabadult. Így végre teljesen tiszta chitinhez jutottunk, mely a helyes nitrogén-tartalmat mutatta. Némi hamu azonban a leírt erélyes beavatkozás ellenére is visszamaradt benne.

27,175 mg anyag adott 0,240 mg hamut. Hamu = 0,9 %.

Nitrogén meghatározása:

5,823 mg anyag (hamumentesen és szárazon): 0,321 cm³ N (20°, 747, korr. 745 mm).

$(C_8H_{13}O_5N)_x$.

Számított: 6,90 % N.

Talált: 6,29 % N.

II. Oktaacetyl-chitobióz előállítása.

0,3 g tiszta gomba-chitint 2 cm³ ecetsavanhydrid és 0,4 g tömény kénsav elegyében 1 óráig jéghűtés mellett magára hagytunk. A keverék később két napig szobahőfokon, majd 10 órán át 55°-os vízfürdőben állt. A barna oldatot vízbe öntve, szódával letompítottuk és chloroformmal többször kiráztuk belőle az acetátokat. A szárított oldatot teljesen bepároltuk és 2 cm³ methanolban oldva a maradékot, 25 cm³ aetherrel 0,9 g amorf csapadékot választottunk le, mely főkép a disaccharid acetatjából állt. Methylalkoholból egyszeri átkristályosítás után 0,6 g a kristályos termék; olv. p. 285°. Az analyzis céljaira még kétszer átkristályosítottuk methanolból, mikor is teljesen tiszta, hosszú tűkből álló kristályo-

kat nyertünk, a helyes olvadásponttal: 303° (BERL-féle blokkban). Állati chitinből nyert chitobióz-oktaacetattal nincs depressió.

Analyzis:

4,513 mg anyag: 8,197 mg CO_2, 2,445 mg H_2O.

5,003 mg anyag: 0,195 cm³ N (22,5°, 751, korr. 748,5 mm).

Chitobióz-oktaacetat. $C_{28}H_{40}O_{17}N_2$.

Számított: 49,68 % C, 5,97 % H, 4,14 % N.

Talált: 49,53 % C, 6,06 % H, 4,45 % N.

0,2012 g anyag 10,51 g jégecetben adott 0,095° forrpont-emelkedést.

Chitobióz-oktaacetat. $C_{28}H_{40}O_{17}N_2$.

Számított: $M=676$.

Talált: $M=634$.

A készítmény spec. forgatása csak kevéssé tér el az általunk régebben megadott értéktől (+55°):

$[\alpha]_D = +(100\times 0{,}50):(4\times 0{,}2129) = +58{,}7°$ (jégecetben).

A chitobióz-oktaacetatot a fent említett 4 % nitrogént tartalmazó nyers polysaccharid-chitin-keverékből is ki tudtuk nyerni hasonló eljárás útján, bár itt a hozam természetszerűleg kisebb volt: 0,3 g teljesen tiszta chitobióz-oktaacetat 7,5 g chitinből.

III. Chitotrióz-undecaacetat.

20 g nyers gomba-chitint (4 % N) 300 cm³ 40 %-os sósavban, 20°-nál 15 órán át hydrolyzáltunk. Jéggel való higítás után ezüst-karbonát-péppel semlegesítettük a folyadékot és a szűrt oldatot csökkentett nyomás mellett 200 cm³-re pároltuk be. 600 cm³ alkohol könnyű, kocsonyás csapadékot okozott, mely a chitinnek magasabb lebontási termékeit tartalmazza. Az anyalugot szirup-sűrűségre pároltuk be és 180 cm³ alkohollal kifőztük. Néhány órai állásnál jelentősebb mennyiségű csapadék vált ki (2,2 g), mely a chitotrióz-peracetat előállítására szolgált. A szárított anyagot 30 cm³ pyridin+ecetsavanhydrid elegyében (1 : 1) 3 napig állni hagytuk. A csapadéknak csak egy része oldódott fel. Három nap mulva 30 cm³ aetherrel kicsaptuk a trióznál magasabb acetatokat és a szűrt oldatot vízzel való higítás után chloroformmal ráztuk ki, majd bepárlás után methanolban oldottuk. Néhány napon belül

120 mg cukor-acetat kristályosodott ki. Methylalkoholból újra átkristályosítva: 60 mg. Hosszú színtelen tűk. Olvadás- és bomlás pont BERL-féle blokkban 310° (korr.). Rákpáncélból előállított tiszta chitotrióz-acetattal keverve, nincs depressio.

3,746 mg anyag: 6,850 mg CO_2, 2,040 mg H_2O.

4,429 mg anyag: 0,174 cm³ N (19°, 752,3, korr. 750 mm).

Chitotrióz-undecaacetat. $C_{40}H_{57}O_{24}N_3$.

Számított: 49,82 % C, 5,96 % H, 4,36 % N.

Talált: 49,87 % C, 6,09 % H, 4,53 % N.

0,0475 g anyag 4,0 cm³ jégecetben adott 0,033° forráspont-emelkedést (A. Rieche készülékében.).

Chitotrióz-undecaacetat. $C_{40}H_{57}O_{24}N_3$.

Számított: $M=963$.

Talált: $M=1016$.

A forgatás is helyes értéket mutatott:

$[\alpha]_D = +(100 \times 0{,}50) : (4 \times 0{,}4002) = +32°$ (jégecetben).

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

VERGLEICH VON TIERISCHEM UND PFLANZLICHEM CHITIN.

Von L. ZECHMEISTER, korr. Mitglied, und G. TÓTH.

(Aus dem chemischen Institut der Universität Pécs.)

Es wurde durch Darstellung und Vergleich der partiellen Abbauprodukte geprüft, ob Chitin aus der Krebsschale und Chitin aus Pilzen (Boletus) chemisch identisch sind oder nicht.

Nachdem es gelang, auch aus Chitin vegetabilischer Herkunft *Octaacetyl-chitobiose* (BERGMANN, ZERVAS und SILBERKWEIT) und ferner *Undecaacetyl-chitotriose* (von den Verf. entdeckt) zu isolieren, darf die Identität der beiden Materialien mit weit grösserer Sicherheit als bisher behauptet werden.

Abweichungen wären indessen in bezug auf das Molekulargewicht noch denkbar.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dez. 1933.)

A MANDARIN FESTÉKÉRŐL.

ZECHMEISTER LÁSZLÓ l. tag- és TUZSON PÁL-tól.)

(A pécsi egyetem chemiai intézetében készült dolgozat.)

A mandarin (Citrus madurensis), úgy mint a narancs (Citrus aurantium), ama népszerű anyagok közé tartozik, melyeknek mindenki ismeri a színét, a nélkül, hogy a festőanyag kikristályosítása és analyzise eddig sikerült volna. A rendelkezésre álló s az említett két gyümölcsre vonatkozó szűkös irodalmi adatokból[1] mindössze az következik, hogy úgy carotin-, mint xanthophyll-típusú festékek jelen lehetnek.

Különös nehézséget okoz hasonló gyümölcs-féleségek feldolgozásánál a rendkívül nagy mennyiségben jelenlevő aetheres olaj, amely — más kísérőanygokkal karöltve — teljesen eltorzítja a normális oldhatósági viszonyokat és gátolja a kristályképződést. Némely esetben vízgőz-destilláció segít előre, az utóbbit azonban légritkított térben kell végeznünk, nehogy az érzékeny pigment tönkremenjen.

A mandarin húsa és héja — vizsgálataink szerint — egy szénhydrogen-részből és egy bonyolult festék-viaszból álló pigmentet tartalmaz. Lugos hydrolyzis után az utóbbi alkatrész a chromatografikus adsorptio[2] segélyével több komponensre bontható fel, amelyek közül kvalitatív kimutattuk a *xanthophyllt* (lutein), továbbá a sárga violára jellemző *violaxanthint*,[3] végül a kukoricában felfede-

---

[1] M. B. MATLACK: Americ. journ. pharm. 100, 243 (1928). — M. B. MATLACK: Journ. Americ. pharm. assoc. 18, 24 (1929). — L. ZECHMEISTER und P. TUZSON: Naturwiss. 19, 307 (1931). — P. G. F. VERMAST: ugyanott 19, 442 (1931). — L. a köv. jegyzetet is.

[2] E módszer összefoglaló ismertetése: A. WINTERSTEIN: Handbuch d. Pflanzenanalyse IV. 1402 (1933).

[3] R. KUHN und A. WINTERSTEIN: Ber. d. d. chem. Ges. 64, 326 (1931.).

zett *zeaxanthint.*[1] E festékek kristályos leválasztására irányuló kísérleteinket még folytatjuk.

A petrolaetherben könnyebben oldható alkatrész elkülönítése úgy a mandarin-húsból, mint a héjból sikerült: a narancssárga rhomboederekben kristályosodó anyag azonos a carotinnal és pedig az optikailag inaktív, ú. n. *β-carotin* van jelen, éppúgy, mint az érett paprika-cső pericarpiumában. Tekintettel a Citrus-gyümölcsöknek közismert vitaminhatására, érdekkel bír talán, hogy tiszta, kristályos állapotban kinyertük belőle a legerősebb *A*-provitamint, a *β*-carotint, amely nem magában a lében fordul elő, hanem azokban a finom szövettörmelékekben, melyek a gyümölcs kifacsarásánál a folyadékba jutnak.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

A festékek kolorimetriája. A szárított héjat forró benzollal teljesen kivonva, egy már csak alkáliákban oldódó festék maradt vissza. A kivonat száraz maradékát vízben, csökkentett nyomás mellett addig pároltuk, míg az illóolajok csaknem teljesen eltávoztak. A maradékot felvettük aetherben és tömény methylalkoholos kálilúggal hidegen végzett elszappanosítás után, 90 %-os faszesszel többször kiráztuk a festék benzines oldatát (forrp. 70—80°), miáltal megfelelő festék-megoszlás jött létre a két oldószer közt. Mindkét réteget kolorimetriás mérésnek vetettük alá. Hasonlóan folyt le a kisajtolt gyümölcshús feldolgozása is, csupán a vízgőzzel való kezelés maradt el. A rendelkezésre álló mandarin pigmenttartalma 1 kg friss nyersanyagban:

	Hús	*Héj*
Carotin	8,2 mg	31,7 mg
Összes xanthophyll (luteinre számítva)	5,0 »	57,6 »

Egy drb kb 100 g súlyú mandarin húsában pl. 0,6 mg carotin van, 0,4 mg xanthophyll mellett; a héjban 1,0 mg, illetve 1,8 mg. Itt tehát az oxygéntartalmú pigment van túlsúlyban.

β-carotin elkülönítése a) *a gyümölcshúsból.* A hámozott gyümöl-

[1] P. Karrer, H. Salomon und H. Wehrli: Helv. chim. Acta 12, 790. (1929.).

csöt húsörlőgépen megdarálva, erős vásznon átpréseltük, majd 96 %-os alkoholban való egynapi áztatás után újból préseltük és 40°-on szárítottuk az anyagot. Az első présléből fínom, pigment-dús iszap üllepedett le, amelyet alkohollal kezelve, szűrve és szárítva, a főtermékkel egyesítettünk.

A festék kivonására alkalmas a benzol (v. aether), pl. 3 liter, 50 kg friss gyümölcsre számítva. A bepárolt kivonat maradékát aetherben vettük fel és széles palackban 30 %-os methylalkoholos kálilúgot öntöttünk hozzá. Kétnapi állás után sok vízzel elkülönítettük a felső réteget, majd kellő mosás és teljes bepárlás után meleg petrolaetherben oldottuk annak maradékát. A jégszekrényben 2—3 napon belül kiváló szennyeződéseket több ízben leszűrve, az oldatot 90 %-os alkohollal ráztuk. A festék nagyobb része az alkoholba megy át, ahonnan friss petrolaetherbe vittük, végül 80-, majd 90 %-os methylalkohollal való kirázás által tisztítottuk (némi violaxanthin vándorolt ily módon az alsó rétegbe).

A két petrolaetheres carotin-oldatot külön-külön bepárolva, szénkénegben vettük fel a maradékot és abs. alkoholt adtunk a folyadékhoz. Célszerű az oldatokat szénsav alatt, 0°-on hosszabb időre félretenni és a közben lassanként leváló kísérőanyagokat szűréssel ismételten eltávolítani (sterinek, paraffinok). Rendszerint pár napon belül megjelennek, fénylő rhomboederek alakjában, az első carotin-kristályok is, némi színtelen anyaggal még keverve. Kevés állás után szűrhetők. A nyerstermék szennyezéseit alkohollal való óvatos melegítés által lehetett eltávolítani: a carotin nagyrészt visszamaradt és az oldatba ment festék is sterin-mentesen vált le kihüléskor az anyalúgból. Termelés: 47 mg carotin, 50 kg gyümölcshús feldolgozásánál.

b) *Carotin mandarin-héjból.* 3 kg megőrölt anyagot 24 órán át aetherben áztattunk, majd leszivatva, sok aetherrel átmostuk (összesen 7 l.). A kivonat száraz maradékát vízben, csökkentett nyomás mellett huzamos destillatiónak vetettük alá (a külső hőmérséklet 60—65° volt). Egy teljes munkanap telt el, míg az illóolajok átpárlása megszűnt. Most az anyagot aetheres oldatban — mint fent — elszappanosítottuk. Ilyen előzetes kezelés után a kimosott és szárított oldat kb. 50 ccm sötétvörös, nyúlós anyagot hagyott vissza egy kis, becsiszolt sisakkal ellátott lombikban. Újabb,

csökkentett nyomás alatti lepárlás vízzel, majd alkohollal még egy kevés illóolajat távolított el.

A maradékot aetherben vettük fel és a megszárított festékoldatot teljesen bepároltuk. Jéghideg aetherrel elkeverve a pigment oldatba ment, miközben színtelen tűkből álló csapadék maradt vissza. A szürlet bepárlása után az anyag petrolaetherben oldódott, 0°-ra lehűtve azonban vörös olaj vált ki belőle. Az erről leszűrt oldatot *a)* szerint szétválasztva, carotinra dolgoztuk fel. Termelés: 97 mg.

Mindkét készítmény nagyon szépen kristályos, csillogó táblácskákat alkot és tiszta carotinként viselkedik, úgy, hogy eddigi tapasztalataink alapján tisztának tartottuk. Az elemzés azonban mindig alacsony szén-értékeket eredményezett, akkor is, ha az anyagot előzőleg szénkéneg+alkohol- és benzol+methanolból átkristályosították. Példa ez arra, hogy a legmagasabb tisztasági fok elérésénél néha mellőzhetetlen a chromatografiás tisztítás. A carotin benzines (forrp. 80°) oldatát kétszer átszívattuk calciumcarbonat-oszlopon, mely az oxygén-tartalmú festékeket visszatartja. Az átment carotin-oldatot teljesen bepároltuk és a festéket benzol-methanolból kristályosítottuk át.

Az így nyert készítmény 182°-on olvadt (korr., Berl-féle tömb) és égetésnél a következő értékeket adta:

3,696 mg anyag: 12,096 mg CO_2 és 3,542 mg H_2O.
Talált: 89,26 % C; 10,72 % H.
$C_{40}H_{56}$. Számított: 89,48 % C; 10,52 % H.

14,6 mg festék, 10 ccm benzolban oldva, C-fénynél mérhető forgatást nem mutatott, tehát a készítmény legfeljebb 1—2 % α-carotint tartalmazhatna.

A mandarin-carotin színképének absorptio-maximumai 520,5 és 486 $\mu\mu$-nél vannak, megfelelően az irodalmi adatoknak.

Végül hálás köszönetet mondunk az Amsterdami Tudományos Akadémia *van't Hoff*-alapjának a szíves anyagi támogatásért.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN FARBSTOFF DER MANDARINE.

Von L. ZECHMEISTER, korr. Mitglied und P. TUZSON.

Die reife Mandarine (Citrus madurensis) enthält sowohl im Fleisch, als auch in der Schale ein Pigment, das aus einem Kohlenwasserstoff-Anteil und einem verwickelt zusammengesetzten Farbwachs besteht.

Nach erfolgter Hydrolyse wurden in dem letztgenannten qualitatív Violaxanthin, Zeaxanthin und Lutein (Xanthophyll) nachgewiesen. Die in Petroläther leichter lösliche Komponente des Pigments liess sich in Form von schönen Krystallen abscheiden und wurde mit β-Carotin (optisch inaktive Carotinart) identifiziert. Die Isolierung des stärksten Provitamins A mag im Hinblick auf die bekannte, starke Vitamin-Wirkung der Citrus-Früchte von Interesse sein. Über wohlkrystallisierte, farblose Begleitsubstanzen wird später berichtet.

Die Verfasser sprechen dem *van't Hoff*-Fonds der Amsterdamer Akademie der Wissenschaften ihren besten Dank aus, für die gewährte materielle Unterstützung.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

AZ ÉLESZTŐ SEJTHÁRTYÁJÁNAK POLYSACCHARIDJA.

ZECHMEISTER LÁSZLÓ l. tag- és TÓTH GÉZÁ-tól.

(A pécsi egyetem vegytani intézetében készült dolgozat.)

ELMÉLETI RÉSZ.

Míg a magasabb növényeknek iparilag is fontos vázanyagát számos szerző dolgozta fel, addig a moszatok, algák, gombák, baktériumok membránjairól a kémiai összetételt illetőleg nagyon keveset tudunk. Kétségtelen, hogy ezen a téren még vonzó problémák kínálkoznak a kutató számára.

Különösen kívánatosnak látszott az *élesztőgombával* foglalkozni, tekintettel amaz érdekes, de eddig meg nem magyarázott tapasztalatokra, amelyek az enzym-tartalom kiürítésére vonatkoznak. WILLSTÄTTER és RACKE,[1] továbbá WILLSTÄTTER és GRASSMANN,[2] végül GRASSMANN és PETERS[3] vizsgálataival kétségtelenné vált, hogy az élesztősejtben rögzített invertázt úgy bizonyos proteinázok, mint pedig amilázok felszabadítják, és pedig külön-külön. E szerint lehetséges, hogy a vázanyagot szénhydrat-fehérje-associatum alkotja, amelynek bármelyik alkatrésze átereszti a nádcukorbontó enzimet, ha a másik komponenst előbb lebontottuk.

Kézenfekvő lett volna azért a membrán-anyag előállítása rendkívül szelíd, lehetőleg enzimatikus módszer alapján, az árubeli élesztőből. Mi azonban a fordított utat választottuk és erélyes eszközökkel eltávolítottunk minden egyéb vegyület-féleséget, hogy alkalom nyíljék a visszamaradó polyóz jellegének felderítésére.

---

[1] Liebigs Ann. d. Chem. **427**, 111 (1921).

[2] Biochem. Zeitschr. **203**, 308 (1928).

[3] Zeitschr. f. physiol. Chem. **204**, 135 (1932).

Hasonló irányú dolgozat tudomásunk szerint eddig csak egy van, t. i. SALKOWSKInak[1] 40 évvel ezelőtt megjelent, ma már elavult értekezése. Újabb irodalmi forrásokról a ZETSCHE[4] tollából származó modern összefoglalás sem tud.

SALKOWSKI forró, híg lúggal kezeli a gombát és az oldhatatlan részt «*Hefecellulose*»-ként fogja fel. Készítménye sárgás por, mely a mikroszkóp alatt erősen zsugorodott sejthártyákból áll. A nitrogéntartalom 0·4—0·45 %, a hamumennyiség kereken 2·5 %. A nevezett szerző nem tekinti anyagát egységesnek, mert az 20 órás hevítésnél, 2—2·5 atm.-nyomás alatt felerészben feloldódott, és akkor változott tulajdonságokat árult el. Azonban ez a megfigyelés, mint több más is, a kolloidkémia terére tartozik, részben pedig lebontási folyamatokon alapul. Maga SALKOWSKI megjegyzi, hogy az említett kísérlet folyamán már cukor is fellép.

Másfelől úgy látszik, hogy SALKOWSKI módszere nem nyujt biztosítékot arra, hogy könnyen hidrolizálható polysaccharidok tökéletesen eltávolíttattak.

Mi a préselt élesztőt először híg lúggal főzzük, de azután 3 %-os sósavval is, végül pedig alkohol, majd éter alkalmazása utján teszszük teljessé a tisztítást. Ily módon 1 kg kiindulási anyagból 15 g polyóz marad vissza, kereken félannyi, mint SALKOWSKI termelése. A fehér, fínom por hamutartalma legfeljebb 0·5 %, nitrogéntartalma 0·4 %. Az utóbbi adat szerint chitin nem lehet jelen; azonban keményítő vagy hemicellulóz is ki van zárva, tekintettel a negativ jódreakcióra és készítményünknek oldhatatlanságára forró vízben. Minthogy a furfurol-próba is eredménytelen, az anyag csakis magasabb molekulasúlyú *hexosan*ból állhat.

Fontos volt, hogy az *élesztő-polyóz és a cellulóz viszonya* szabatos feldolgozást nyerjen. A két termék között mutatkoznak rokonvonások is, de egyúttal oly nagy eltérések, hogy a cellulózzal való azonosság lehetősége elesik.

Nagyon hasonló a viselkedés sósavval szemben.[3] A vizsgált

[1] Ber. d. d. chem. Ges. 27, 3325 (1894).

[2] Handbuch der Pflanzenanalyse, herausgegeben von G. KLEIN, Wien, Springer, III, 264 (1932).

[3] WILLSTÄTTER és ZECHMEISTER: Ber. d. d. chem. Ges. 46, 2401 (1913).

polyózt az árubeli (37 %-os) sav alig támadja meg, ellenben gyors és bőséges oldás mutatkozik, ha a klórhidrogén-koncentrációt 40—42 %-ra növeljük. A friss oldat forgatóképessége ebben az esetben is mérhetetlenül kicsi, azonban szobahőmérsékleten való állásnál fokozatosan megnő, erősen pozitiv végértékig. Az állati és növényi chitinnél eleinte mutatkozó balraforgatást itt sohasem észleltük.[1] A *teljes lebontás* elérése végett legcélszerűbb a tömény sósavas hidrolyzist néhány óra mulva félbeszakítani és azt a felhigított oldat rövid főzése útján befejezni. A végtermék d-glukóz, amelynek mennyisége polarimetriás, oxydimetriás és jodometriás módszerek egybevágó eredménye szerint 92 és 95 % között van, az elméletileg lehetséges értékhez viszonyítva. Minthogy Willstätter és Schudel[2] módszerével csakis aldehid-cukrok titrálhatók, a vég-hidrolizátum jód- és réz-számainak összevágásából keton-cukrok hiányára kell következtetnünk.

Az *élesztő-polyóz építőkövei tehát kizárólag szőlőcukor-gyökök*, amelyek azonban, mint most bizonyítani fogjuk, teljesen másképpen függenek egymással össze, mint a cellulóz-láncon belül.

A cellulóztól való mélyreható *különbségek* a következő négy pontba foglalhatók:

1. Klórcink-jóddal nem lép fel színeződés.

2. A gomba-polyóz oldhatatlan rézoxidammoniában, éspedig az esetben is, ha előzőleg füstölgő sósavból átcsaptuk. Úgy látszik, hogy itt oly hydroxil-csoport hasított le vizet az építőkövek összetartása végett, mely a cellulózban szabad és a rézvegyület kialakulásánál közrejátszik.[3]

3. A vizsgált anyag frissen készített, tömény sósavas oldata sem vízzel vagy borszesszel, sőt még bikarbonáttal sem ad rögtön csapadékot, hanem esetleg csak hosszú állás után és akkor is tökéletlenül. Molekulasúlya érezhetően alacsonyabb, mint a cellulózé.

---

[1] Irvine: Journ. chem. soc. **95**, 464 (1909). Zechmeister és Tóth: Ber. d. d. chem. Ges. **65**, 161 (1932).

[2] Ber. d. d. chem. Ges. **51**, 780 (1918).

[3] Methylált cellulóz sem oldható Schweitzer kémszerében. Haworth: Die Konstitution der Kohlenhydrate, Dresden—Leipzig, Steinkopff, 81. old. (1932).

4. Az acetolyzis nyomokban sem ad octaacetyl-cellobiózt. Hogy ez a negativ eredmény nem tisztátalanságoknak oldó hatására vezetendő vissza (melyekben az oldat gazdagabb, mintha gyapotból indulunk ki), külön kísérletek bizonyítják. Amidőn t. i. élesztő-polyóz és vatta keverékét vagy polyózt és kész cellobiózt vetettünk alá e lebontásnak, minden esetben sikerült az octaacetát szép kristályait megfigyelni.

Mindezek alapján a SALKOWSKI által használt megjelölés (Hefecellulose) elvetendő, éppúgy, mint «Erythrocellulose» és «Achrocellulose», a nyomás alatt oldódó, illetve visszamaradt rész jellemzésére. Az utóbbi készítmény egyébként az idézett szerző szerint szőlőcukron kívül mannózt is ad a lebontásnál, ami megfigyeléseinkkel ellenkezik.

Kristályos disaccharid-peracetát elkülönítésére irányuló, még befejezetlen kísérleteink eddig sikertelenek maradtak. Talán itt is szükséges, mint a chitin esetében,[1] a részleges hidrolizátumnak gondos frakcionálása, az esterképzés megkezdése előtt.

Ha a túlkoncentrált sósav hatására megindult hidrolyzist félbeszakítjuk akkor, midőn a végállapot redukáló erejének $^2/_3$ el van érve, úgy összetett cukrok is vannak az oldatban. Tényleg sikerült egy kitűnően kristályosodó *disaccharid-osazont* elkülönítenünk, amely forró vízben jól oldódik, lehűléskor csillagokká csoportosult rövid, sárga nyársak alakjában jelenik meg és 198°-on olvad (korr.), tehát 20°-kal magasabban, mint a ZEMPLÉN,[2] továbbá HELFERICH, BÄUERLEIN és WIEGAND[3] által vizsgált gentiobiózszármazék.

A membran-polyóz utolsóelőtti építőköve e szerint nem gentiobióz, biztosan nem cellobióz vagy maltóz.

A szerkezet megoldásának előkészítése érdekében az új polysaccharidot acetyláltuk, majd pedig HAWORTH, HIRST és THOMAS[4] módszere szerint methylálásnak vetettük alá, dimethylsulfát és lúg segélyével. Methylalkoholos klórhidrogén símán lebontotta a terméket trimetil-metil-d-glukoziddá, amely olajos, de magas vákuum-

[1] Ber. d. d. chem. Ges. **64**, 2028 (1931), **65**, 161 (1932).
[2] Ber. d. d. chem. Ges. **48**, 223 (1915).
[3] Liebigs Ann. **447**, 27 (1926).
[4] Journ. chem. soc. **1931**, 821.

ban jól desztillálható. Amidőn 9 %-os vizes sósav hatott reá, a megfelelő *trimetil-d-glukozzá* változott, amelyet több milliméter hosszú, hófehér tűk alakjában nyertünk. A vegyület 123°-on élesen megolvad. Optikai forgatóképessége faszeszben + 110°. Egy csepp konc. sósav hozzáadása azonnal kiváltja a mutarotációt, amely csökkenő irányzatú és + 74°-on áll meg.

Kérdés, mi a trimeti-glukóz szerkezete és mily következtetéseket vonhatunk le belőle a polyózéra nézve?

A vegyület osazont nem képez, tehát az egyik metil-gyök a 2. szénatomon áll. Ha a nem nagyon valószínű hetero-cukor jelenlététől eltekintünk, úgy tehát a három OCH_3-csoport 2, 3, 4- vagy 2, 3, 6- vagy 2, 4, 6-állást foglalhatna el, feltéve, hogy a polyóz kötései egységesek.

Termékünk azonban 2, 3, 6-trimetil-d-glukóz nem lehet, mert az utóbbinak rézszáma Zemplén és Braun[1] kutatásai szerint 27 %-át teszi a szőlőcukorénak, míg a gombából nyert vegyületre nézve csak 12 % ez az érték. Azonfelül pedig, ha a 2., 3. és 6. szénatom a polysaccharidban szabad, úgy csak 1, 4-kötések volnának lehetségesek az egyes építőkövek között. Ez a lehetőség azonban az előadottak alapján kizártnak tekinthető. Nem küszöbölhetjük ki tökéletes biztonsággal a 2, 3, 4-kombinációt, azonban meg kell jegyeznünk, hogy a 2, 3, 4-trimetil-d-glukóz Haworth és Sedgwick[2] szerint cseppfolyós, metilglukozidja pedig szilárd, míg a jelen dolgozatban leírt terméket illetőleg éppen fordítva áll a dolog. Nagyon valószínű, hogy a kérdéses metil-származék azonos az utóbbi szerzőknek egy készítményével, amelyet ideiglenesen 2, 4, 6-trimetil-glukóznak tekintettek.

Az élesztő-polyóz disaccharid-építőkövének szerkezete jelenleg még nem állapítható meg teljes biztonsággal, azonban sikerült a lehetőségeket az eddigi kísérletek folyamán nagy mértékben korlátozni. A nélkül, hogy ma véglegesen állást foglalnánk, hangsúlyoznunk kell, hogy jelenleg sok érv szól a polysaccharidnak *1, 3-elven* alapuló felépülése mellett.

---

[1] Ber. d. d. chem. Ges. **58**, 2566 (1925).

[2] Journ. chem. soc. **1926**, 2573.

Vizsgálatainkat folytatjuk, kiterjesztve őket a polyóz és a részleges lebontási termékek enzimkémiai viselkedésének tanulmányozására.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

I. Az élesztőből nyert membran-polyóz elkülönítése és leírása.

1 kg árubeli, sajtolt élesztőt kétszer 2 óra hosszat 6 l 3 %-os nátronlúggal főztünk ki, mialatt legnagyobbrészt oldatba ment. Dekantálás után 5 l hideg vízzel ráztuk fel a maradékot, majd 5 %-os sósavval pótoltuk a vizet és megismételtük a főzést. Két óra mulva, a savanyú folyadék elöntése után, leszívás következett. A vízzel, borszesszel, majd éterrel kimosott anyag elég fínom porrá esik szét a levegőn és alkoholos, majd éteres kivonás útján tovább tisztul. Hozam: 15 g színtelen anyag. Rendszerint öt párhuzamos kísérletet végeztünk egyszerre, és mintegy 70—80 g polyózt nyertünk.

Fínom, amorf por, mely legtöbbször 0·3—0·4 % nitrogént tartalmaz. Az utóbbi tisztátalanságoktól ered és teljesen is eltávolítható, igaz, hogy hosszadalmas úton és csak nagy veszteségek árán. A légszáraz termék víztartalma kereken 5 %, a hamutartalom pl. 0·4 %.

Az elemzés adatai közel állanak a cellulozéhoz :

4·140 mg anyag (a hamu levonása után; 120°-on, vakuumban szárítva):

6·658 mg CO_2, 2·391 mg H_2O.

$(C_6H_{10}O_5)_x$. Számított: 44·42 % C, 6·22 % H.

Talált: 43·86 « « , 6·46 % H.

Az élesztő-polyóz meleg vízben oldhatatlan, éppígy híg savakban és alkáliákban is. Ha túlkoncentrált sósavval felvesszük, rendszerint csekély sötétebb maradékot hagy (2—3 %). Ha az ember azonnal felhigítja a folyadékot, alkoholt ad hozzá, majd annyi étert, hogy éppen ne keletkezzék még két fázis, úgy az anyagnak mintegy fele kicsapható. Jódkáliumos jód vagy klórzink-jód színeződést nem ad.

II. Teljes hidrolizis.

A szőlőcukor-hozamot a következő módokon állapítottuk meg.

1. A forgatóképesség alapján.

a) 0·2724 g anyagot feloldottunk 9 ccm 0°-on telített sósavban, 15 órával később 40 ccm-re higítottuk jeges vízzel a folyadékot, amelyet félórai melegítés után a vízfürdőn, csekély tisztátalanságoktól megszűrtünk és pontosan 50 ccm-re hoztunk.

A 4 dm-es csőben $\alpha_D = +1{\cdot}20°$. Minthogy a d-glukóz spec. forgatóképessége a 7 %-os sósavban + 55°, a talált szőlőcukormennyiség: 0·2727 g. A számított: 0·3025 g.

b) Párhuzamos kísérlet 0·1836 g polyózzal. A forgatószög hasonló körülmények között $\alpha_D = +0{\cdot}83°$, ami 0·1886 g d-glukóznak felel meg, az elméletileg várt 0·2040 g helyett.

2. Szőlőcukor-termelés a réz- és jódszámok alapján.

A fenti 1*a* szürlet 10 ccm-e 16·19 ccm 0·1 n-permanganatot fogyasztott, ami az egész oldatra vonatkozólag 0·2717 g szőlőcukrot jelez. További 10 ccm-t pontosan semlegesítve, Willstätter és Schudel szerint titráltuk azt meg. Fogyott: 31·25 ccm 0·02 n-jódoldat. Talált (az egész oldatban): 0·2813 g glukóz.

Az 1*b* szürlet 10 ccm-e 11·27 ccm 0·1 n-permanganatot, illetőleg 21·05 ccm 0·02 n-jódot használt el, tehát az összoldatban 0·1840 g, illetve 0·1895 g a talált érték.

Eredmények:

a forgatóképességből:	90·1, 92·4 %	szőlőcukor.
jodometriásan:	93·0, 92·9 «	«
Bertrand szerint:	89·8, 90·2 «	«

A fent említett oldhatatlan maradékot Gooch-tégelyben alaposan kimostuk. Súlya a polyózénak 2·8 %-ára rúgott. Ha e tisztátalanságot is számításba vesszük, levonva azt az anyagmennyiségekből, úgy a hozam a következőképpen alakul:

a forgatóképességből: 92·6, 94·9 %.
jodometriásan: 95·5, 95·4 «
BERTRAND szerint: 92·3, 92·7 «.

3. A cukortermelést a *glukosazon*-mennyiség mérése alapján is megbecsülhetjük:

0·146 g polyóz vég-hidrolizátuma adott 0·190 g tiszta osazont (olvp. 208°). Az elméletileg itt várható szőlőcukor-mennyiséget (0·162 g) hasonló módon dolgozva fel, 0·180 g osazont nyertünk. A két adat nagyságrendileg megegyezik, az első mintegy 106 %-a a másodiknak.

III. Disaccharid-osazon elkülönítése és leírása.

40 g polyózt 320 ccm 0°-on telített sósavval leöntve, a zárt üveget 20°-os fürdőben tartottuk. Az anyag 10 perc alatt majdnem tökéletesen feloldódott. További 95 perc elmultával jeges vízbe öntöttük a folyadékot és — ezüstcarbonáttal való semlegesítés után — vakuumban 50 ccm-re sűrítettük be a szűrletet, a mosóvízzel együtt.

Az oldat túlnyomó része acetilálási kísérletekre szolgált. Minthogy ezek csak pentaacetyl-glükozra vezettek, leírásuk itt mellőzhető.

5 g polyóznak megfelelő oldatot 7 g phenylhidrazin-klórhidráttal és 11 g nátriumacettal hoztunk reakcióba. A melegben sok glukosazon jelent meg, amelyet gyorsan leszűrtünk. A folyadék lehűlése után kis keverék-frakciót távolítottunk el (0·05 g). Az anyalúgnak phenylhidrazinnal való újbóli hevítésénél a melegben alig vált ki valami, ellenben szobahőmérsékleten fokozatosan meg lehetett figyelni az új osazon megjelenését. Az anyag egységességének ellenőrzése érdekében, leválásuk alatt háromszor szűrtük a szép sárga kristályokat, amelyeknek állandói további tisztításnál sem változtak lényegesen. A nyert 3 frakció:

I. frakció: 0·14 g, olvp. 192° (korr., hőemelkedés percenként 20°. Az anyag 182°-on megpuhul.)
II. « 0·03 g, olvp. 198° (korr., 10°-kal magasabban teljes bomlás).
III. « 0·10 g, olvp. 198° (korr., 10°-kal magasabban teljes bomlás).

Az elemzés a következő eredményt adta:

3·532 mg anyag (I. frakció): 0·322 ccm *N* (20°,757 korr. 755, mm).

3·647 mg anyag (III. frakció): 0·338 ccm *N* (22°,757, korr. 755 mm).

$C_{24}H_{32}O_9N_4$. Számított: 10·77 % *N*.
Talált: 10·55, 10·65 % .

A sárga kristályokat legjobb meleg vízből átkristályosítani. Borszesz is jól old, ecetéter csak szűken.

Vízmentes alkoholban észlelt forgatás :
$[\alpha]_D^{20} = -(100 \times 0{\cdot}74°) : (4 \times 0{\cdot}2458) = -75{\cdot}3°$.

4 rész pyridin és 6 rész alkohol elegyében a kezdőérték:
$[\alpha]_D^{20} = -(100 \times 0{\cdot}70°) : (4 \times 0{\cdot}2692) = -65°$.

A lefelé irányuló mutarotáció végértéke az utóbbi oldószerben:
$[\alpha]_D^{20} = -(100 \times 0{\cdot}55°) : (4 \times 0{\cdot}2692) = -51°$.

IV. A polyóz lebontása trimetil-glukózzá.

Acetilálás és metilálás.

20 g polyózt 75 ccm jégecet és ugyanannyi acetanhydrid, végül 2 ccm tömény kénsav elegyével 6 órán át 30°-on kezeltünk. Az anyagnak mintegy $^2/_3$-a oldatba ment, a visszamaradó, durvább részt is sikerül új keverékkel tovább acetilálni, ami a most leírt kísérlet esetében nem történt meg. A dekantált folyadékot jeges vízbe csepegtetvén, a megjelent csapadékot nucson sav-mentességig mostuk.

A 350 ccm acetonban oldott polyóz-ester metilálásánál Haworth, Hirst és Thomas idézett útmutatása szolgált vezérfonalul. Két kis választótölcsérből adagonkint vittük be a dimetilsulfátot, illetve nátronlúgot és pedig 55°-nál, erős turbinázás közben. Az átalakulás lezajlása után leszívott csapadékot célszerű alaposan kimosni és légritkított térben, phosphorpentoxid fölött szárítani.

Nyerstermelés: 7·5 g; metoxil-tartalom: 42·5 %.

Hidrolizis.

2 g metil-polysaccharidot 30 ccm 15 %-os vízmentes metanolos sósavval 24 órán át főztünk visszafolyó hűtő alatt, majd az ezüstkarbonáttal semlegesített folyadék szűrletét (valamint a mosóvizeket) vakuumban szárazra pároltuk. Sötét szirup maradt vissza, amelyet éterrel kiforraltunk és némi állati szénnel derítettünk. A szűrt kivonat száraz maradéka sűrű, víztiszta olaj, mely 1·5 mm nyomáson átdesztillálható. Magas-vakuumban való rektifikálás után a termelés 1·6 g volt.

A trimetil-d-glukóz metilglukozidja.

A készítmény tiszta állapotban nehezen folyó, szag- és színtelen olaj, mely 0·3 mm nyomáson az első csepptől az utolsóig 115° és 116·5° között párol át. Mély hőmérsékleten megfagy, de szobahőnél felenged és eddig nem kristályosodott. A FEHLING-féle oldatot nem redukálja, erősen pozitiv lesz azonban a reakció meleg sósavval való hidrolizis után.

ZEISEL módszere szerinti analizis az alábbi eredményt adta:

0·0762 g anyagból képződött 0·2950 g ezüstjodid.

$C_{10}H_{20}O_6$. Számított: 52·5 % OCH_3.

Talált: 51·1 % OCH_3.

Forgatóképesség 96 %-os metilalkoholban:

$$[\alpha]_D^{20} = +(100 \times 2{\cdot}90°) : (4 \times 0{\cdot}6233) = +116{\cdot}3°.$$

Egy másik, az elsőtől függetlenül nyert készítmény fajlagos forgatóképessége + 109° volt.

Trimetil-glukóz.

0·5 g metil-glukozidot 25 ccm 9 %-os sósavban oldottunk és addig főztük visszafolyó hűtő alatt a folyadékot, amíg a forgatóképesség már nem csökkent tovább. A szükséges idő rendszerint 2—3 óra. Ezüstkarbonattal való letompítás után, vakuumban teljesen bepároltuk a szűrletet. A maradék túlnyomó része forró éterben feloldódott és az utóbbi színtelen szirupot hagyott hátra, mely

szobahőmérsékleten néhány órán belül kristályokká változott át. Éterből való mégegyszeri átkristályosítás után a trimetil-glukóz súlyát 0·08 g-nak találtuk.

A vegyület több mm hosszú, hófehér tűket képez, amelyek élesen olvadnak 123°-on (korr., olajfürdőben mérve). Rézszám: 0·22, vagyis a szőlőcukor megfelelő értékének 12 %-a.

Az analitikai adatok a következők:

4·538 mg anyag: 8·180 mg CO_2, 3·400 mg H_2O.

$C_6H_9O_3(OCH_3)_3$. Számított: 48·60 % C, 8·16 % H.

Talált: 49·16 « « 8·38 « « .

Metoxil-meghatározás ZEISEL szerint:

4·432 mg anyag: 13·910 mg AgJ.

$C_6H_9O_3(OCH_3)_3$. Számított: 41·9 % OCH_3.

Talált: 41·5 « « .

A forgatást metilalkoholban határoztuk meg:

$$[\alpha]_D^{20} = +(100 \times 0{\cdot}89°) : (4 \times 0{\cdot}203) = +110°.$$

A forgatószög négy órán belül semmit sem változott, amidőn azonban egy csepp füstölgő sósavat adtunk az oldathoz, nyomban megindult a lefelé irányuló, lassú mutarotatio, mely két hét alatt az alábbi végértéknél áll meg:

$$[\alpha]_D^{20} = +(100 \times 0{\cdot}60°) : (4 \times 0{\cdot}203) = +74°.$$

Negativ területre való átcsapást, amelyet IRVINE és HIRST [1] a 2, 3, 6-trimetil-d-glukóznál észleltek, oldatunk nem mutatott.

[1] Journ. chem. soc. **121**, 1213 (1922).

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. márc. 19-én tartott üléséből.)

DIE POLYOSE DER HEFEMEMBRAN.

Von L. ZECHMEISTER, korr. Mitglied und G. TÓTH.

(Aus dem Chemischen Institut der Universität Pécs.)

Behandelt man Presshefe mit heissem verd. Alkali, Salzsäure, dann mit Alkohol und schliesslich mit Aether, so bleibt eine Polyose zurück, die von SALKOWSKI mit Unrecht als Hefecellulose aufgefasst wurde.

Das Präparat unterscheidet sich in wesentlichen Punkten von der Cellulose höherer Pflanzen: 1. Chlorzinkjod-Reaktion negativ. 2. Unlöslichkeit in Kupferoxyd-ammoniak. 3. Die frische salzsaure Lösung wird von Wasser, Alkohol oder Bicarbonat nicht sofort gefällt. 4. Bei der Acetolyse tritt keine Octaacetyl-cellobiose auf.

Unterbricht man den hydrolytischen Abbau in konz. Salzsäure, so lässt sich ein wohlkrystallinisches *Disaccharid-Osazon* vom Schmpt. 198° isolieren. Wird die Polyose acetyliert und dann nach HAWORTH methyliert und abgebaut, so gelangt man zu einer *Trimethyl-d-glucose*, Schmpt. 123°; farblose Nadeln. Hier liegt die 2, 4, 6-Verbindung vor, was auf eine 1., 3-Verkettung in dem hochmolekularen Naturstoff hinweist.

Durch Studium der Totalhydrolyse kommt man zu einer Traubenzucker-Ausbeute, die zwischen 92—95 % liegt. Qualitative Reaktionen schliessen die Anwesenheit von Hemicellulose und Pentosanen aus. Chitin kann nicht vorliegen (gef. N 0·4 %). Aus der Identität der Kupfer- und Jodzahlen im Endhydrolysat ist auf das Fehlen von Ketonzuckern zu folgern.

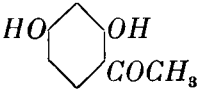
Die Untersuchung wird fortgesetzt. Die vorliegende Arbeit erscheint später in der Biochemischen Zeitschrift.

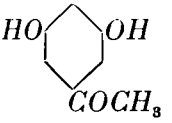
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. März 1934.)

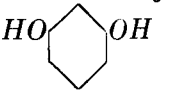
A VICINÁLIS RESACETOPHENON SZINTÉZISE.[1]

MAUTHNER NÁNDOR-tól.

A resorcintól az elmélet szerint három monomethylketon származtatható le, amelyek közül eddig csak két vegyület ismeretes. A legrégebben ismeretes a NEUCKI és SIEBER[2] által resorcinból jégecettel és zinkkloriddal előállított aszimmetriás (I) ve-

I. 

II. 

III. 

gyület. Egynehány év előtt ismertettem a szimmetriás (II) vegyület[3] szintézisét. Szintúgy több évvel ezelőtt kimutattam,[4] hogy a CLAUS és HUTH[5] által resorcindimethylaetherből és acetylchloridból a FRIEDEL és CRAFTS-féle szintézis útján előállított isoresacetophenont, szerkezetileg tévesen ismertették, mint monoacetoresorcint, mert a vegyület diacetoresorcin, tekintve, hogy dioximet képez. Ennélfogva eddig ismeretlen még a vicinalis vegyület. E vegyület előállítása nagy érdekkel bír a rotenoncsoportba tartozó természetes anyagok szerkezetbeli összefüggése miatt és ezért megkíséreltem a szintézisét. Különböző sikertelen kísérletek

---

[1] A Pázmány Péter tud. egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

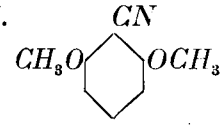
[2] Journ. für prakt. Chemie [2] 23, 147, 537 (1881).

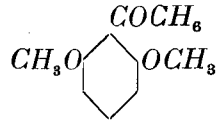
[3] Journ. für prakt. Chemie [2] 115, 274 (1927); Math. és Természettud. Értesítő.

[4] Journ. für prakt. Chemie [2] 119, 311 (1928); Math. és Természettud. Értesítő.

[5] Journ. für prakt. Chemie [2] 53, 39 (1896).

után sikerült e vegyület szintézisét létesítenem 2. 6-dimethoxybenzonitrilből[1] magnesiummethyljodid segélyével a BLAISE-féle[2] reakció szerint. Jó termeléssel e reakciót csak magasabb hőmérsékleten sikerül végezni és e reakciónál a 2. 6-dimethoxybenzonitrilből (IV) a 2. 6-dimethoxyacetophenon (V) képződött.

IV. 

V. 

A methylgyökök lehasítását kényelmesen végezhetjük az általam több évvel ezelőtt[3] megadott eljárás szerint, ha az aether chlorbenzolos oldatára aluminiumchloridet hagyunk hatni, amidőn jó termeléssel a vicinalis resacetophenon (III) képződött. E vegyületből a két ortho-állásban levő gyök térbeli akadályozása folytán nem sikerült hydrazont előállítani.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

2. 6-dimethoxyacetophenon.

36 gr jodmethylből 6—7 gr, magnesiumból és 200 cm^3 aetherből ismert módon methylmagnesiumjodidoldatot állítunk elő. Ezen oldathoz erős rázás közben 8 perc alatt 12·4 gr 2. 6-dimethoxybenzonitril meleg toluolos (150 cm^3) oldatát egy csepegtető tölcsér segélyével hozzácsepegtetjük. Ezután a reakcióelegyet egy negyed órát a vízfürdőn hevítjük és az aethert lepároljuk, amíg a folyadék hőmérséklete 70 C°-ig nem emelkedik. Most a vízfürdőt olajfürdővel cseréljük fel és addig desztillálunk, amíg tiszta toluol át nem megy. Ezután 100 cm^3 toluolt adunk a reakcióelegyhez és 3 óra hosszat a visszafolyóhűtőcsővel az olajfürdőben hevítjük. A reakcióelegyet lehűtjük és jégre öntjük. Az oldatot sósavval megsavanyítjuk és előbb

[1] MAUTHNER N.: Math. és Természettud. Értesítő. Journ. für prakt. Chemie [2] 121, 261 (1929).

[2] Compte rendu 133, 299 (1901).

[3] Math. és Természettud. Értesítő. Journ. für prakt. Chemie [2] 115, 139 (1927).

benzollal, majd aetherrel jól átrázzuk. A fölös benzol és aether eltávolítása céljából az oldatot $^1/_2$ óra hosszat a gőzfürdőn hevítjük. Ezután az oldatot $2^1/_2$ óra hosszat a visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. Az oldat lehülése után aetherrel kivonjuk és a kivállott olajat szintén aetherben oldjuk. Az egyesített aetheres oldatokat előbb híg natriumcarbonatoldattal, majd vízzel átrázzuk, az oldatot natriumsulfáttal szárítjuk és az aethert lepároljuk. A visszamaradó termék mihamar megdermed. Termelés 10·3 gr. A ketont további tisztítás céljából ligroinból kristályosítjuk át, miközben csontszénnel színtelenítünk.

4·148 mgr anyag adott: 10·120 mgr CO_2 és 2·511 mgr H_2O-t.

A $C_{10}H_{12}O_3$ képlet alapján a számított értékek: $C=66·66\%$, $H=6·66\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=66·51\%$ $H=6·72\%$.

A vegyület színtelen tűkben kristályosodik, amelyek 73—74 C°-on olvadnak. A termék könnyen oldódik alkoholban és aetherben. A keton nehezen oldódik hideg ligroinban, könnyen ellenben melegben.

2. 6-dioxyacetophenon.

A methylgyökök lehasítását előző adataim[1] szerint végezzük:

3 gr 2, 6-dimethoxyacetophenont 30 cm^3 száraz chlorbenzolban oldunk, 10 gr porított aluminiumchloridet adunk hozzá és egy óra hosszat visszafolyó hűtőcsővel hevítjük. Ezután a lehűtött reakcióelegyet jégre öntjük és sósavval megsavanyítjuk. A chlorbenzolt a reakcióelegyből $1^1/_2$ órai vízgőzdesztillációval távolítjuk el és a lombik tartalmát még melegen szűrjük. A kihült oldatból a keton legnagyobbrészt kiválott és további tisztítás céljából meleg vízből kristályosítjuk át, miközben csontszénnel színtelenítünk. Termelés 1·5 gr.

4·068 mgr anyag adott: 9·511 mgr CO_2-t és 1·867 mgr H_2O-t.

---

[1] Loc. cit.

A $C_8H_8O_2$ képlet alapján a számított értékek: $C=63{\cdot}15\,\%$, $H=5{\cdot}20\,\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=63{\cdot}03\,\%$, $H=5{\cdot}09\,\%$.

A 2. 6-dioxyacetophenon hosszútűkben kristályosodik, amelyek 157—158 C°-on olvadnak. Az oxyketon alkoholos oldata vaschloriddal kék színreakciót ad. A keton p. nitrophenylhydrazinnel nem létesít hydrazont.

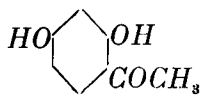
E vizsgálatot folytatom és az új oxyketont flavonok szintézisére fogom használni.

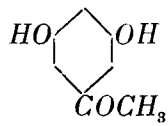
(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. január 15-én tartott üléséből.)

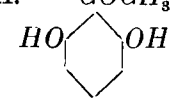
DIE SYNTHESE DES VICINALEN RESACETOPHENONS.

Von F. MAUTHNER.

Von dem Resorcin leiten sich theoretisch drei isomere Monomethylketone ab, von denen bis jetzt nur zwei bekannt sind. Das längst bekannte von NEUCKI und SIEBER[1] entdeckte aus Resorcin durch Erhitzen mit Eisessig und Chlorzink entstehende ist die asymmetrische (I) Verbindung. Vor einigen Jahren be-

I. 

II. 

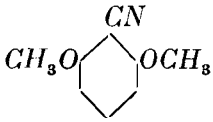
III. 

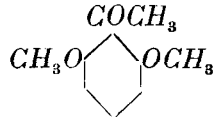
schrieb ich in diesem Journale[2] die Synthese der symmetrischen (II) Verbindung. Desgleichen zeigte ich vor mehreren[3] Jahren, dass in der Literatur von CLAUS und HUTH[4] aus Resorcindimethylaether und Acetylchlorid nach der FRIEDEL und CRAFT'schen Synthese dargestellte Isoresacetophenon irrtümlicherweise als Monoacetoresorcin beschrieben ist, und der Verbindung tatsächlich die Konstitution eines Diacetoresorcins zukommt, da es ein Dioxim bildet. Unbekannt ist hiernach noch die vicinale (III) Verbindung. Des grossen Intresses halber das diese Verbindung wegen seinen Beziehungen zu verschiedenen Naturstoffen der Rotenon-

---

[1] Journ. für prakt. Chemie [1] 23, 147, 537 (1881).
[2] Journ. für prakt. Chemie [2] 115, 274 (1927).
[3] Journ. für prakt. Chemie [2] 119, 311 (1928).
[4] Journ. für prakt. Chemie [2] 53, 39 (1896).

gruppe besitzt habe ich seine Synthese versucht. Nach verschiedenen vergeblichen Versuchen gelang mir die Synthese dieser Verbindung aus dem 2. 6 Dimethoxybenzonitril[1] durch Einwirkung von Methylmagnesiumjodid nach der Reaktion von Blaise.[2] Eine ergiebige Ausbeute lieferte die Einwirkung von Methylmagnesiumjodid auf 2. 6 Dimethoxybenzonitril (IV) nur

IV. 

V. 

bei höherer Temperatur und lieferte das (V) 2. 6 Dimethoxyacetophenon. Die Abspaltung der Methylgruppen gelingt sehr glatt nach der vor mir von einigen Jahren angegebenen Vorschrift[3] durch Einwirkung von Aluminiumchlorid des in Chlorbenzol gelösten Aethers und lieferte in sehr guter Ausbeute das vicinale Resacetophenon (III). Aus dieser Verbindung konnte in Folge der sterischen Behinderung durch die zwei orthoständigen Hydroxylgruppen kein Hydrazon dargestellt werden.

---

[1] Journ. für prakt. Chemie [2] 121, 261 (1929).
[2] Compte rendu 133, 299 (1901).
[3] Loc. cit.

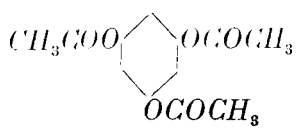
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Jänner 1934.)

AZ ACYLGYÖK ÁTHELYEZŐDÉSE A POLYOXYPHENOLOKNÁL. II.[1]

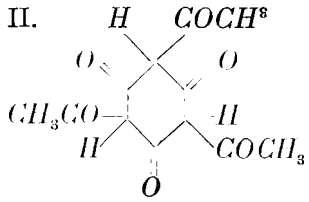
MAUTHNER NÁNDOR-tól.

Rövid ideje,[2] hogy közzétettem ezen folyóiratban egy rendszeres vizsgálatát az acylgyök áthelyeződésének a polyoxyphenoloknál és ezen vizsgálataim folytatásaképpen újabban a triacetylphloroglucinnál fellépő atomáthelyeződést is tanulmányoztam, amely igen érdekes eredményhez vezetett. Ha triacetylphloroglucint (I) nitrobenzolban oldunk és közönséges hőmérsékleten

I.



II.



aluminiumchloridet hagyunk hatni rá, akkor triaceto-triketohexamethylen (II) képződik. E vegyületet első ízben HELLER G.[3] állította elő egynehány év előtt zinkkloridnek triacetylphloroglucinre való hatása útján 130 C° hőmérsékleten. Ugyanezen kutató is több kísérletet végzett már oly célból, hogy más kísérleti körülmények között is e reakciót létesítse. A véletlen így

[1] A Pázmány Péter tud. egyetem II. sz. kémiai intézetében készült dolgozat.

[2] Math. és Természettud. Ertesítő 1933. évf. Journ. für prakt. Chemie [2] 136, 205 (1933).

[3] Ber. 42, 2736 (1909).

azon kísérleti körülmények felleléséhez vezetett, amelyeknél ezen atomáthelyezkedést közönséges hőmérsékletnél is létesíthetjük.

Röviddel ezelőtt ismertettem a triacetyloxychidrochinonnál[1] fellépő atomáthelyezkedést. A képződő termék szerkezetét oly módon sikerült megállapítanom, hogy a reakciósterméket dimethylsulfattal való teljes metilezés útján trimethyloxychidrochinonná változtattam át, amely vegyület szerkezetét előzőleg már TAMBOR és REIGRODSKI[2] megállapították, mint 2, 4, 5 trimethoxyacetophenont és így az új keton szerkezete is 2, 4, 5-trioxyacetophenonnak felel meg.

KÍSÉRLETI RÉSZ.

Triacetyl-triketo-hexamethylen.

A fentebbi vegyület előállításához szükséges triacetylphloglucint phloroglucinből és acetylchloridból a vízfürdőn állitjuk elő és további tisztítás céljából alkoholból kristályosítjuk át.

19·5 gr triacetylphloroglucint 100 gr szárított nitrobenzolban oldunk és jéggel való hűtés közben, fél óra alatt 12 gr porított aluminiumchloridet lassacskán hozzáadagolunk. A reakcióelegyet 24 óra hosszat közönséges hőmérsékleten állni hagyjuk. Ezután a lombik tartalmát jégre öntjük, sósavval megsavanyítjuk és $^1/_2$ óra hosszat vízfürdőn hevítjük. A reakcióelegyet $3^1/_2$ óra hosszat vízgőzzel desztilláljuk, miközben 0·1 gr vízgőzzel illó anyag megy át. A reakcióelegy lehülésekor egy fehér kristálytömeg vállott ki, amelyet agyagtányéron szárítunk ki. Termelés 5·5 gr.

A vegyület további tisztítása céljából alkoholból kristályosítjuk át. Olvadáspont 156 C°. Az átszűrt folyadékot háromszor aetherrel átrázzuk és az oldatot natriumsulfattal szárítjuk. Az aether lepárlása után visszamaradó terméket agyagtányéron szárítjuk ki. Termelés 3·7 gr.

---

[1] Math. és Természettud. Értesítő 1933. évf. Journ. für prakt. Chemie [2] 136, 213 (1933).

[2] Ber. 43, 1965 (1910).

4·719 mgr anyag adott: 9·901 mgr CO_2-t és 2·007 mgr H_2O-t.

A $C_{12}H_{12}O_6$ képlet alapján a számított értékek: $C=57·14\%$, $H=4·76\%$.

Kísérletileg talált értékek: $C=57·21\%$, $H=4·72\%$.

A vegyületet és az ebből előállított oximet (olvadásp. 187 C°) összes tulajdonságaiban azonosnak találtam a HELLER G. által[1] ismertetett triacetyl-triketo-hexamethylennel.

A vegyület jellemzésére igen alkalmas a p. nitrophenyl-hydrazon. E vegyület előállítására a két komponens alkoholos oldatát összeöntjük és rövid ideig hevítjük, miáltal a kondenzációs termék rövid idő mulva kiválik. Benzolból vörös tűkben válik ki, amelyek 258—259 C°-on bomlás közben olvadnak.

4·850 mgr anyag adott: 0·4802 cm^3 nitrogént (16 C°, 705 mm).

A $C_{18}H_{17}N_3O_7$ képlet alapján a számított érték: $N=10·85\%$.

Kíserletileg talált érték: $N=10·63\%$.

---

[1] Loc. cit.

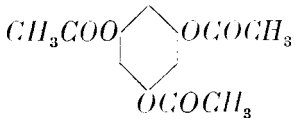
(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1934. január 15-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE WANDERUNG DER ACYLGRUPPE BEI DEN POLYOXYPHENOLEN II.

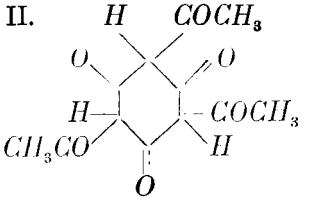
Von F. MAUTHNER.

Vor kurzem[1] teilte ich eine systematische Untersuchung über die Wanderung der Acylgruppe bei den Polyoxyphenolen mit und als Fortsetzung dieser Arbeit untersuchte ich auch das Verhalten des Triacetylphloroglucins, welches zu Interessanten Resultate führte. Löst man Triacetylphloroglucin (I) in Nitro-

I.



II.



benzol und lässt Aluminiumchlorid bei gewöhnlicher Temperatur darauf Einwirken, so erfolgt die Bildung des Triacetyltriketohexamethylens (II). Diese Verbindung wurde zuerst von G. HELLER[2] durch Einwirkung von Zinkchlorid auf Triacetylphoroglucin bei 130° erhalten. Derselbe Forscher machte schon Versuche um die Umlagerungen anderen Versuchsbedingungen zu bewerkstelligen. Der Zufall führte mich zur Auffindung obiger Versuchsbedingungen, wobei die Umlagerung auch bei gewöhnlicher Temperatur durchführbar ist.

Vor kurzem beschrieb ich die Umlagerung[1] des Triacetyl-

---

[1] Journ. für prakt. Chemie [2] 136, 205 (1033); 136, 213 (1933).

[2] Ber. 42, 2736 (1909).

[1] Loc. cit.

oxychidrochinons in nitrobenzolischer Lösung durch Aluminiumchlorid. Die Konstitution des Umlagerungsproduktes konnte ich dadurch feststellen, dass ich das Produkt durch Alkylierung mittelst Dimethylsulfat in das Trimetholoxyhydrochinon von TAMROR und REIGRODSKI[1] übergeführt habe. Da die Konstitution dieser Verbindung als 2, 4, 5 Trimethoxyacetophenon festgestellt ist, so muss das Umlagerungsprodukt die Konstitution des 2, 4, 5-Trioxyacetophenons baben.

[1] Ber.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Jänner 1934.)

ÉSZREVÉTELEK ÉS ADATOK A NITRÁTION GRAVIMÉTRIÁS MEGHATÁROZÁSÁHOZ.

KONEK FRIGYES l. tagtól.

A salétromsav kimutatására használt legtöbb reakció ennek oxidáló hatásán alapszik, mivel az összes fémekkel képezett sói kivétel nélkül vízben könnyen oldhatók. Kivételt ez alól csak egynémely súlyos és nagy kation — például a kobaltnak bizonyos anorganikus komplexumai —, főleg azonban egyes komplikált organikus bázisok, többnyire substituált ammoniakszármazékok tesznek. Ez utóbbiak között, amelyek eszerint salétromsavval oldhatatlan, vagy legalább nehezen oldható sókat képeznek: általánosan ismert a nagyobb tankönyvekben leírt, sőt a laboratoriumi gyakorlatba is átment úgynevezett «nitron», egy diphenyl-endanilodihydrotriazol, melyet Busch, erlangeni professzor állított elő 28 évvel ezelőtt a triphenyl-aminoguanidinnek hangyasavval való kondenzációja révén.[1] Az idevágó irodalomból[2] kitűnik, hogy a salétromsavnak nitrónnal való gravimétriás quantitativ meghatározásánál számolni kell azzal a ténnyel, hogy a nitronnitrát vízben nem teljesen oldhatatlan, úgyannyira, hogy a csapadékok teljes kimosása addig, hogy a szűrlet salátromsavval már ne zavarodjék, tetemes veszteséggel jár. Busch ezért eredeti értekezésében (l. c.) javasolja, hogy a nitronnitrát leválását jeges hűtéssel kell teljessé tenni és a csapadékok kimosására legfeljebb 10—12 ccm vizet szabad csak használni. Winkler pedig (l. c.) az oldhatósági veszteségeket úgy akarja elkerülni, hogy a csapadékok kimosására közönséges hőnél nitronnitráttal telített vizet ajánl.

---

[1] Busch: Ber. d. deutsch. Chem. Ges. 38. (1905) 862 és 4055.

[2] Lunge-Berl: Chem. techn. Unters. Method. I. 788.
L. W. Winkler: Zeitschr. f. angew. Chem. 34, 46.
Treadwell: Lehrb. d. analyt. Chemie. Bd. II. 382. (1930.)

Midőn a nitron-eljárást a különböző nitrogén műtrágyaféleségeknél, azok nitrogéntartalmának quantitatív meghatározására próbáltam abból a célból alkalmazni, hogy a technikai elemzés menetét egyszerűsítsem, illetve gyorsítsam: csakhamar meg kellett arról győződnöm, hogy dacára az előírások pontos betartásának, az eredmények a megengedettnél nagyobb eltéréseket mutattak. Így, hogy a kísérleti anyagból csak egy példát említsek: egy német eredetű ammonnitrát trágyasóban, amelynek nitrogéntartalmát a kísérő elemzéssel egyezőleg az Orsz. Chem. Intézet agrikultur osztályában a régi Dewarda eljárással, 34·3 %-ban állapították meg, a nitronmódszerrel a régi BUSCH-LUNGE előírás szerint csak 33·12 % össznitrogént, illetve 16·56 % nitrátnitrogént — WINKLER módosított eljárásával pedig 32·86 % össz-, illetve 16·43 % nitrátnitrogént találtam, Megjegyzem, hogy mindkét esetben a nitronnitrát csapadékok mosóvíz szűrletei salétromsavval zavarodást mutattak, amiből arra kell következtetni, hogy a csapadékok még mindig tartalmaztak kioldható és a feles reagensból származó nitronacetatot; másrészt — mint az az eredményből is következik — a mosóvíz már nitronnitrátot is oldott ki belőlük, amely körülmény megmagyarázza az elemzés hiányát. Ilyen, nem éppen biztató tapasztalatok után bukkantam rá TREADWELL ismeretes analitikai munkájának legújabb — 1930-as — kiadásában egy megjegyzésre, mely szerint a salétromsav gravimétriás quantitatív meghatározására a BUSCH-féle nitron mellett még az újabbkeletű, RUPE, bazeli professzor által feltalált «α-dinaphtodimethylamin» is használható, amennyiben ez a sekundér bázis is oldhatatlan sót képez salétromsavval. Azonnal érintkezésbe léptem a felfedezővel, aki kísérleteim céljára a bazeli egyetem organikus kémiai laboratóriumában előállított 12 gramm tiszta bázis sósavas sóját a legnagyobb készséggel bocsátotta rendelkezésemre, amiért is neki e helyen köszönetet mondok. Ez a nálunk, sőt az analitikai kémiai irodalomban is, teljesen ismeretlen salétromsav-kémszer, az α-dinaphtodimethylamin, a megfelelő α-naphtonitril katalytikus redukciójával állítható elő.[1] A naphtalin mindkét nitrilje a redukciónál a benzonitrilhez hason-

[1] H. RUPE und F. BECHERER: Helvet. Chim. Acta, Vol. VI. 675, 880. (1923.)

lóan viselkedik, azaz itt is először úgynevezett aldimek keletkeznek, amelyek tovább redukálva, részben a megfelelő primérbázist szolgáltatják, részint pedig naphtaldehyddé és ammoniákká hydrolizálnak; a primérbázis legnagyobb része az aldehyddel kondenzál és az így keletkezett SCHIFF-féle bázis két atom hydrogénnel telitődik a megfelelő sekundér bázissá:

I. $R—C{\equiv}N+H_2=R—CH=NH$;
II. $R—CH=NH+H_2O=R—CHO+NH_3$;
III. $R—CH=NH+H_2=R—CH_2—NH_2$;
IV. $R—CH_2—NH_2+OHC—R=R—CH_2—N=HC—R$;
V. $R—CH_2—N=HC—R+H_2=R—CH_2—NH—CH_2—R$.

RUPE a naphtonitrileket nem a naphtylaminekből készíti az ismeretes SANDMEYER-féle reakcióval — mert ebben az esetben a termelési hányad alig éri el a 12 %-ot — hanem jobbnak találta az α- és β-naphtalinsulfosavnak sárga vérlúgsóval, illetve cyankáliummal való destillációját, mely utóbbi módszer alkalmazásával sikerült is neki a termelési eredményt 60 %-ra fokozni. A nitrilek redukcióját vizes alkohol-ecetéteres oldatban nikelkatalysator jelenlétében úgy hajtotta végre, hogy az oldatokat hydrogéngázzal addig rázogatta, amíg azok a theória megkívánta két molekula hydrogént felvették, ami rendesen 20—24 órai rázás után be is következett. A nélkül, hogy a redukciónál kapott termékek az aldehyd, a primér-sekundér — és a SCHIFF-féle — bázis szétválasztásának és tiszta állapotban való előállításának részleteibe bocsátkoznék: itt csak annyit kívánok megjegyezni, hogy míg az α-naphtonitril redukciójának a főterméke — a kiindulási anyag mennyiségének körülbelül a fele — a sekundérbázis, addig a β-sorozatban a főtermék a SCHIFF-féle bázis, amely oldhatatlanságánál fogva csak nehezen volt tovább hydrálható. Hogy sekundér aromás bázisok salétromsavval nehezen oldható sókat képeznek, erre nézve már a régebbi irodalomban is találkozunk adatokkal; így például a dibonzylaminról, amely a dinaphtodimethylamin benzolanalogonjának tekinthető, SPICA[1], aki ezt a sekundér bázist benzo-

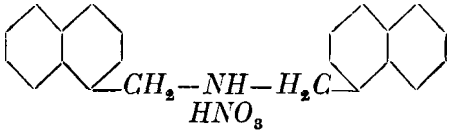
[1] SPICA-PATERNO: Ber. 9., 82. — SPICA-CARRARA: Gaz. Chim. Ital. 19, 428. V. ö. tov. LIMPRICHT: Annal. 144, 313 és SALKOWSKI: Ber. 24, 2727.

nitrilből nyerte alkoholos sósav és zinkporos redukcióval, megemlíti, hogy salétromsavval egy vízben igen nehezen oldható sót képez. Később is találkozunk még a dibenzylaminnal az irodalomban: FRANZEN[1] a benzaldoxim zinkporjégecetes reduktiójával nyerte a primérbázis mellett, PAAL-GERUM[2] pedig ugyancsak benzaldoximból kolloid palladium és hydrogéngáz segítségével; a nehezen oldható nitrátról azonban ezen szerzők egyike sem tesz többé említést.

Mikor RUPE[3] az ő sekundér naphtalinbázisainak a birtokába jutott, természetesen rögtön észrevette, hogy az α-vegyület a legtöbb anorganikus savval nehezen oldható sókat képez; de valamennyi között legoldhatatlanabb a nitrát, amelyből körülbelül 0·04 milligramm oldódik 100 ccm 24°-os vízben; aminek alapján teljes joggal ajánlhatta bázisát a salétromsav quantitatív meghatározására, annál is inkább, mivel a nitront ebben a tekintetben messze túlszárnyalja és az első, a bazeli egyetem laboratóriumában végzett quantitatív meghatározások — káli és ezüstsalétrommal — kifogástalan eredményt adtak. A nitrátion quantitatív leválasztása a RUPE-féle bázissal csak híg kénsavas, ecet- és phosphorsavas oldatban végezhető, mert csak ezek a savak képeznek a naphtalinbázissal valamelyest oldható sókat és így nem hatnak zavarólag. A nitrogén műtrágyák, nevezetesen chilei- és mészsalétrom, továbbá az úgynevezett Péti-só (magyarkészítésű ammonnitrát és mész keveréke) és a német eredetű ammonnitrát trágyasó (csaknem vegytiszta $NH_4.NO_3$) nem tartalmaznak a nitrátionon kívül más savi alkatrészt, amely a RUPE-féle kémszerrel oldhatatlan sókat képezne és így a módszernek ezekben az esetekben való alkalmazhatóságát illuzórikussá tenné. Mielőtt azonban ezeknek elemzéséhez hozzáfogtam, meg akartam győződni a módszer lényegéről és gyakorlati kiviteléről; e célból lemért mennyiségű, vegytiszta salétrommal végeztem quantitatív meghatározásokat; és csak — miután így a módszer minden csínyét-binyét kitapasztaltam — tértem át a nitráttrágyasók elemzésére. A RUPE-

[1] FRANZEN: Ber. 38, 1416.
[2] PAAL-GERUM: Ber. 42, 1559.
[3] RUPE: Helv. 6, 674. (1923.)

féle kémszer, amely ma még nincs forgalomban, a feltaláló szívességéből vegytiszta sósavas só alakjában állott rendelkezésemre; ebből a chlorhydrátból aether alatt kevés lúggal előállítottam a szabad naphtalinbázist, amely az aether elűzése után gyémántfényű, nagy négyszögalakú hófehér kristályok alakjában marad vissza. Ezeket feloldjuk 50 %-os ecetsavban olyan arányban, hogy az oldat 10 %-os legyen; ilyen töménység mellett a bázisacetát 1—2 nap mulva hosszú tűalakú kristályokban ki szokott válni; használat előtt tehát vízfürdőn gyengén felmelegítjük, mikor a kristályok gyorsan újból oldatba mennek. Rendes körülmények között nehány ccm az így elkészített kémszerből elegendő a nitrátion quantitatív kicsapására. A csapadék az «α-dinaphtodimethylamin-nitrát» a gyakorlati értelemben vett teljes oldhatatlanságán kívül



még azzal az analitikai szempontból eléggé fel nem becsülhető előnnyel is bír, hogy 360 súlyrészben csak 14 súlyrész a nitrogén mennyisége, minek folytán a csapadékok nem elegendő vagy túlhajtott kimosásából esetleg támadó mérési hibák az eredményben minimumra zsugorodnak össze. A nitrátcsapadék magas molekulasúlya és oldhatatlansága közelfekvővé teszi továbbá, hogy a makroelemzéstől áttérjünk a félmikro-, illetve mikro elemzésre; kísérleteim átlageredménye igazolja ezt a lehetőséget. Feloldottam például 0·0118 gr vegytiszta salétromot (pro anal.) 100 ccm vízben, adtam hozzá 1 ccm híg kénsavat és felforralva 1 ccmt a 10 %-os Rupe reagensből; a forró oldat tiszta marad; kihülve azonban, szép tűalakú kristályok alakjában kiválik a bázisnitrát. Éjjeli állás után a csapadékot szűrőre gyüjtjük és szivattyúzva addig mossuk hideg vízzel, míg a sűrlet sem HNO_3-al sem $BaCl_2$-al már nem zavarodik, a feles acetátnak a csapadékból való teljes kimosására 2—300 ccm víz szükségeltetik. Az így megtisztított hófehér kristályos csapadékot 120—130°-on 1 óráig szárítjuk és exsikatorban kihülve mérjük. A szűrésre legalkalmasabbnak a Schott-féle szabadalmazott 3-as számú üvegszűrőt találtam; kezelése gyorsabb,

egyszerűbb és biztosabb, mint a GOOCH-tégelyekkel való munka. Így eljárva a 0·0118 gr salétromból kiindulva, 0·0408 gr bázisnitrátot mértem, amely mennyiségből a 360:101 arány szerint 0·0114 gr salétrom adódik; szóval a hiány 0·0004 gr. Egy másik esetben a lemért salétrom mennyisége 0·0071 gr volt; éppen úgy eljárva 0·0250 gr bázisnitrátot mértem, ami megfelel 0·0070 gr salétromnak; vagy nitrogénre átszámítva: N (talált) =13·69 %, míg a KNO_3-ban a theoretikus N=13·86 %. Természetes dolog, hogy ilyen eredményeket csak úgy lehet elérni, ha a fent leírt eljárást szóról-szóra követjük, ügyelünk főleg arra, hogy a csapadékok teljesen ki legyenek mosva és a lecsapó kémszer is vegytiszta sekundérbázis legyen és idegen szennyezéseket ne tartalmazzon. Ilyen tapasztalatok után már most célul tűztem az eljárásnak a nitrogén műtrágya elemzés terén való értékesítését. E célból érintkezésbe léptem az Orsz. Chem. Intézet agrikultúr osztályával és hiteles, ott elemzett mintákat kértem. B. TANGL SIGNE k. vegyész a legnagyobb készséggel bocsátotta rendelkezésemre a legfrissebb elemzési mintákat, miért e helyen is szívességeért köszönetet mondok neki. A nitrogén-műtrágyák nitrogén tartalmát — ha az salétrom alakjában van jelen — egyszerűen úgy határozzák meg, hogy DEVARDA réz-aluminium ötvözetével redukálják, mikor is a nitrát ammoniákká alakul és lúgosítás után átdesztillálják lemért mennyiségű feles normál vagy tizednormál savba; az el nem használt sav visszamérésével kapják meg azután az ammoniák és ebből a nitrogén mennyiségét. Mivel a RUPE-kémszerrel csak nitrátiont lehet quantitatív meghatározni, csak olyan műtrágyaféleségek jöhetnek itt tekintetbe, amelyeknek összнitrogénje ilyen alakban van jelen; vagyis salétromsavas sók. Ilyenek főleg a chilei- és a mészsalétrom, az ammonnitrátsó és a hazai készítésű PÉTI-só, mely ez utóbbinak feles mésszel való mesterséges keveréke. Ezekre vonatkozólag a következő eljárást dolgoztam ki, amely, mint a közölt eredményekből is látható, technikailag kielégítő pontosságú módszernek bizonyult. A műtrágya jól előkészített középmintájából, — amelyből az Orsz. Chem. Intézet elemzése is készült — 10·00 gramot oldunk fel egy literben; ha zavaros az oldat, száraz szűrőn öntjük át és a szűrletből 100 ccm-t higítunk fel újból egy literre. Ez az oldat, amely 1000 ccm-re 1·000 gramm eredeti anyagot tartalmaz, szolgál az

elemzés kiindulópontjául. Ebből tetszés — illetve az elemzendő minta nitráttartalma — szerint 10, 20 illetve 50 ccm-t lepipettázva — amely térfogat megfelel 10, 20, illetve 50 milligramm eredeti anyagnak — 100 ccm-re hozzuk, 1—2 ccm híg kénsavval megsavanyítjuk, 80—90°-ra felmelegítjük és feles α-dinaphtodimethylaminacetat oldattal elegyítjük — 2—5 ccm. rendesen elég. — A nitrátion mennyisége szerint vagy rögtön keletkezik kristályos bázisnitrát csapadék, vagy csak kihűlés után; legjobb az oldatokat éjjelen át állni hagyni, mialatt a kristályos csapadék teljesen leülepszik és könnyebben szűrhető és kimosható. A csapadékot a lemért SCHOTT-féle üvegszűrőre gyüjtjük és addig mossuk hideg vízzel, míg a mosóvíz már sem $BaCl_2$-al sem HNO_3-al 10—15 perc alatt, nemhogy csapadékot, de még zavarodást sem ad, csak akkor fogadhatjuk el, hogy a csapadékból a nem éppen könnyen oldható bázisacetát teljesen ki van mosva. Erre 100—400 ccm víz szükséges; ebben a mennyiségben legfeljebb 1—2 tized milligram bázisnitrát oldódik, tehát sokkal kisebb hibát követünk el így, mintha kevesebb mosóvizet használunk és a csapadékban bennhagyjuk a bázisacetátot. A tisztára kimosott csapadékokat 120—30°-on kiszárítva mérjük. A kiszámítás alapja — mint már fentebb említettem — az, hogy egy mol. naphtalinbázis egy mol. salétromsavat köt :

$$C_{11}H_7.CH_2—NH—H_2C.C_{10}H_7\,HNO_3$$

vagy $C_{22}H_{19}N.HNO_3$; amiből folyik, hogy 360 súlyrész bázisnitrátban 14 súlyrész nitrogén foglaltatik, vagy rövidítve: 180-ban 7 s. r.

1. *Chilei salétrom.* 10 milligramm adott I. 0·0404 gr bázisnitrátot; II. 0·0390 gr bázisnitrátot; ebből

N (talált) = 15·69 %. I.
N (talált) = 15·17 % II. } N (középérték) = 15·43%.

Az Orsz. Chem. Intézet 1933. évi 1078/1. sz. elemzése szerint ugyanabban a chilei salétrom mintában a N=15·5 %-al.

2. *Mészsalétrom.* 20 milligramm adott 0·0792 gr bázisnitrátot; ebből N (talált) = 15·40 %.

Az Orsz. Chem. Intézet 1933. évi 1149/1. sz. elemzése szerint ugyanabban a mészsalétrom mintában a N = 15·6 %.

3. *Péti-só.* (magyar ammonsalétrom és feles mész keveréke). 20 milligramm adott 0·0400 gr bázisnitrátot; ebből Nitrát = *N* (talált) = 7·78 %; összes *N* = 15·56 %. Az Orsz. Chem. Intézet 1933. évi 1063/2. sz. elemzése szerint ugyanabban a Péti-só mintában az össz — *N*=15·6 %.

4. *Ammonnitrát trágyasó* (ammonsalétrom). 50 milligramm anyag adott 0·2244 gr bázisnitrátot I. és ugyancsak 50 milligr. adott 0·2213 gr bázisnitrátot II.; ebből Nitrát—*N*(talált) I. 17·45 %; összes *N*=34·90 %; I. Nitrát—*N* (talált) II. 17·21 %; összes *N* = 34·42 %; II.

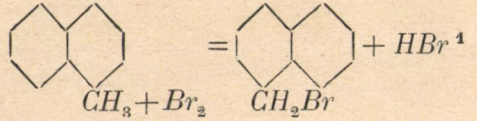
Az Orsz. Chem. Intézet az 1933. évi 1357. sz. elemzése szerint — egyezőleg a német birodalmi kontrollelemzéssel — ugyanabban az ammonsalétrom mintában az össz — *N* = 34·3 %.

Ha végigtekintek az eddig rendelkezésemre álló kísérleti anyagon, akadnak bizony kevésbbé jól összevágó elemzések is 1—2 %-os eltéréssel; de ezt a tapasztalati tényt nem a módszer gyengéjének, hanem kizárólag csak annak tulajdonítom, hogy mint minden chémiai — főleg éppen analitikai chemiai — eljárásnak, úgy természetesen ennek is megvannak a maga gyermekbetegségei, amelyeken át kell esnie. Egyelőre csak annyit akarok itt leszögezni, hogy kísérleti tapasztalataim alapján a Rupe-féle *α*-dinaphtodimethylamin a nitrátion gravimétriás meghatározása terén egyszerűbb és biztosabb kémszernek látszik lenni, mint a Busch-féle nitron; és rövidesen meg fogja találni útját az analitikai gyakorlatban, ha mint «Rupe reagens» forgalomba is kerül.

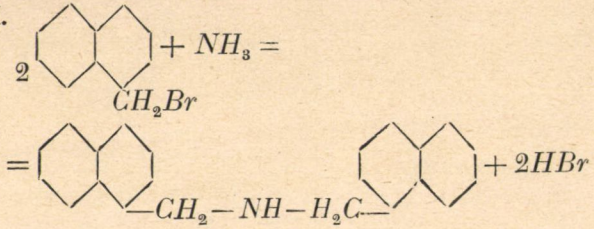
Utóirat. Egy további előnye a kényes és drága nitrónnal szemben, hogy a Rupe-féle bázis egyszerűbb szerkezeténél fogva sokkal állandóbb, nem bomlékony és mint ilyen, az összegyüjtött nitrátcsapadékokból könnyű szerrel újból regenerálható, ha azokat aether alatt kevés lúggal megbontjuk és 50 %-os ecetsavban a bázist újra oldjuk. Csak 3—4-szeri használat után vettem észre egy kis bomlást, színeződést és szarusodást; de mindenesetre sikerült — így eljárva — aránylag kevés kísérleti anyaggal annyi meghatározást végeznem, hogy következtetést vonhattam a módszer használhatóságára. Általánosabb elterjedéséről csak akkor lehet szó, ha a Rupe reagens olcsón forgalomba jön majd. E tekintetben kilátásosnak látszik nekem, ha az eddigi hosszadalmas és költséges —

α-naphtonitrilből kiinduló — előállítás helyett megpróbáljuk a közvetlenebb készítését a kőszénkátrányból ma már tiszta állapotban előállítható és a «Gesellschaft für Teerverwertung m. b. H. — Duisburg-Meiderich» által forgalomba hozott α-Methylnaphtalinból:

I.



II.



Ha ezek az egyszerű egyenletek illetve átmenetek gyakorlatilag is keresztülvihetők lesznek, akkor lehet majd szó az α-dinaphtodimethylamin — amely kétségtelenül az összes ma ismert bázisok között a legoldhatatlanabb nitrátot képezi — általánosabb elterjedéséről, nemcsak mint quantitatív nitration — hanem egyúttal mint «Rupe-kémszerről» a salétromsav sóinak kimutatására alkalmas quantitatív reagensről is; péld. a tápszerchémiában a sokszor illetéktelenül a húsfélék konzerválására felhasználni szokott salétromnak úgy qualitatív kimutatására, mint quantitatív meghatározására. Ezirányú kísérleteimet folytatni fogom.

---

[1] Schmidlin, Massini: Ber. d. deutsch. Chem. Ges. 42., 2389.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

BEMERKUNGEN UND BEITRÄGE ZUR GRAVIMETRISCHEN BESTIMMUNG VON NITRATION.

Vom k. Mitglied FRITZ v. KONEK.

Der Vortragende stellte praktische Versuche zur gravimetrischen Bestimmung von Nitratstickstoff in den wichtigsten Salpeterdüngern an und fand, dass neben dem allgemein bekannten Nitron von BUSCH[1] das weniger bekannte α-Dinaphtodimethylamin von H. RUPE[2] für diesen Zweck ebenso — nach seinen Erfahrungen sogar besser — geeignet ist. Diese sekundäre Naphtalinbase, welche vom Entdecker neben der primären Base, bei der katalytischen Hydrirung von α-Naphtonitril mittels Nickel und Wasserstoff gewonnen wurde, zeichnet sich vor dem Nitron durch die grössere Unlöslichkeit ihres Nitrates aus; so dass alle die Vorsichtsmassregeln, welche das Arbeiten mit Nitron zu einer heiklen, oft unsicheren Operation machen, bei der RUPE'schen Base in Wegfall kommen und deren Nitratfällungen ohne wesentliche Verluste so lange mit Wasser gewaschen werden können, bis die Waschwässer mit Salpetersäure keine Fällungen, beziehungsweise Trübungen mehr ergeben. Der Vortragende konnte mit diesem Fällungsreagens selbst bei Anwendung von nur 50, 20, oder 10 Miligramm Nitratdünger einwandfreie Resultate erzielen. Erprobt wurde das Verfahren bei Chile-Kalk- und Ammonsalpeter sowie bei dem sogenannten Salz von Pét; die Analysenmuster wurden nach dem alten Verfahren — durch Reduktion zu Ammoniak mit Dewarda'

---

[1] BUSCH: Ber. 38, 862 u. 4055. (1905.)

[2] H. RUPE u. K. GLENZ: Helv. Chim. Acta 5, 937 (1923.). — H. RUPE u. F. BECHERER: Helv. 6, 674. (1923.), und 6, 880. (1923.).

scher Legierung — kontrolliert und stammten aus der Agrikultur-Abteilung der hiesigen Chem. Zentral-Versuchsstation. Der Vortragende kommt auf Grund siener bisherigen Erfahrungen zu dem Schlusse, dass das α-Dinaphtodimethylamin zur grawimetrischen quantitativen Nitrationfällung sehr wohl empfohlen werden kann und auch — sobald diese Naphtalinbase in den Handel kommt — als «Rupe Reagens auf Salpetersäure» Eingang in die Laboratoriums Praxis finden wird.

Nachschrift. Nach einer Privatmitteilung von H. RUPE-BASEL, soll versucht werden das α-Dinaphtodimethylamin auf einfachere und billigere Weise aus dem schon bekannten α-Naphtylmethylbromid[1] mit Ammoniak zu gewinnen; und steht somit zu hoffen, dass alsdann einer allgemeineren Verbreitung dieses Nitratreagenses nichts mehr hindernd im Wege stehen wird.

[1] SOHMIDLIN, MASSINI: Ber. deutsch. Chem. Ges. 42, 2389.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

ELJÁRÁS A BORBAN LEVŐ SZERVES SAVAK QUANTITATIV MEGHATÁROZÁSÁRA.

KONEK FRIGYES l. tagtól. WETTSTEIN ERVIN kísérleteivel.

A természetben végbemenő számtalan élettani folyamat közé tartozik az alkoholos erjedés is. Az ennél keletkező különféle végtermékekben lévő szerves savaknak egymástól való elválasztásával sok analytikai módszer foglalkozik. Ezen savkeverék legjellegzetesebb tagjai az ecetsav, borostyánkősav, tejsav, almasav és a borkősav. Ritkábbak a hangyasav, oxálsav és a citromsav, melyek azonban a magyarországi borokban jóformán sohasem fordulnak elő. Ez a savkeverék tehát főleg a szőlő levének a különféle erjesztő mikroorganizmusok működése folytán keletkezett termékére, a borra a legjellemzőbb, és erről vettük az alábbi kísérletek tárgyát képező mesterséges savkeverék összeállításához a mintát.

Ezen savak egymástól való quantitatív elválasztására szolgáló régebbi módszerek leginkább csak egyes savaknak a meghatározására szolgáltak, mert a kérdéses sav quantitatív kinyerése előtt elkülönített más egyéb savakat, mennyiségileg nem határozták meg. Ezen régebbi módszerek részint azon alapulnak, hogy a fenti savak alkali-földfém-sói, főleg a *Ca* és *Ba*, abs. alkoholban oldódnak-e, vagy sem. Így az alkáli-földfém-lactátok alkoholban jól oldódnak, míg a többi savak alkáli-földfém-sói nem. Ezen alkoholban oldhatatlan alkáli-földfém-sókból azután a savakat kénsavval szabadítják fel, és az így felszabadult szabad savakat az elegyből aetherrel extrahálják. Más eljárások viszont azon alapszanak, hogy ezen savak ólom-sói híg ecetsavban különféleképpen oldódnak. Így az ólom-malát híg ecetsavban jól oldódik, míg a többi, főleg az ólom-succinát híg ecetsavban oldhatatlan. Vannak eljárások, amelyek pl. a tejsavat mint cinklactátot határozzák meg.

L. Pasteur: Annal. chim. phys. (3) 58, 330. 1860. — Macagno: Berichte d. Deutsch. chem. Ges. 8—257. 1874. — R. Kayser: Repert. analyt. Chemie, 1, 210. 1881. — v. Babo u. Mach: Handbuch d. Weinbaues u. d. Kellerwirtsch. 1883. B. 2. 611. — A. Rau: Arch. Hyg. 14. 225. 1892. — M. Schneider u. K. Windisch: Chem. Unters. u. Beurth. d. Weines, 1896. S. 187.

A későbbi módszerek már a fenti savakból 3—4 félének, esetleg többnek is az elválasztására vonatkoznak. Azonban ezen módszereknek is az előbbiek képezik az alapját, legalább is a kiindulás főleg ezek szerint történik. E módszereknél a borkősavat már mint alkoholban nem oldódó borkövet, azaz mint savanyú borkősavas-káliumot, a borostyánkősavat pedig neutrális közegből ferri-chloriddal mint bázikus vassuccinatot, vagy pedig valamilyen (főleg alkáli) sójából ezüstnitráttal választják le. Ezen ma is használatos és többé-kevésbbé megbízható módszereknek tulajdonképpeni és legfontosabb alapelvük, hogy ezen savakat két csoportra osztják. És pedig az oxi-, vagyis tej-, alma- és borkősavakra, és a nem oxi-, azaz ecet- és borostyánkősavakra. E chemiai viselkedésben egymástól lényegesen eltérő kétféle savcsoport elválasztására más és más módszereket ajánlanak, de valamennyien megegyeznek abban, hogy kálium-pergmananáttal vagy chromsavval, kénsav jelenlétében, az oxi-savakat eloxidálják, miáltal azok teljesen átalakulnak ecetsavvá, illetve széndioxiddá és vízzé. Ez az eljárás főleg az alma- és a borostyánkősav egymástól való elválasztására szolgál, miután a tejsavat, mint alkoholban oldódó alkáli-földfém-lactátot, a borkősavat pedig mint alkoholban oldhatatlan borkövet, az ecetsavat viszont a savkeverékből már előzőleg vízgőzdesztillációval eltávolították.

L. Hartsen: Zeitschr. f. anal. Chem. 15. 373. — Halenke u. Möslinger: Zeitschr. f. anal. Chem. 34. 217., 1895. — Schmidt u. Hiepe: Zeitschr. f. anal. Chem. 21. 539., 1882. — Bordas u. Raczkowsky: Chem. Zentralbl. 1898. I. 1310. — Goldenberg u. Geromont: Zeitschr. f. anal. Chem. 37, 312, 382. — Laborde u. Morau: Chem. Zentralbl. 1899. II. 794. — Kunz u. a. 1903, II. 854. — Mesterat: Comptes rendus d. l'Acad. d. sc. 143, 185. — Rosenthaler: Nachweis org. Verb. II. Aufl. 331. — Albahary: Chem. Zentralbl. 1912, 1503. v. d. — Heide: Zeitschr. f. anal. Chem. 1912, 628. — G. Bonifazi: Mitt. Lebensmittelunters. u. Hyg. 1929, 20, 122. — J. Laborde: Comptes rendus de l'Acad. d. sc. 165, 793. — Glimm u. Nitzsche: Biochem. Zeitschr. 1932, 253, 4. —

CH. GREY: Bulletin de la Soc. chimique d. la France IV. 21, 136, 1917. — SEMICHON et FLANZY: Annal. de la Brasserie et de la Distillerie, 19, 295, 1932.

Chemiai-physikai módszerek is ismeretesek, pl. amikor ezen savaknak mono- vagy diaethyl-esztereit vacuumban való frakcionált desztillációnak vetik alá, és különböző nagyságú vacuumban más és más eszter desztillál át. L. H. FRANZEN, ROSENTHALER, Nachw. org. Verb. II. Aufl. S. 362. Egy másik eljárás viszont azon alapszik, hogy meghatározzák ezen savaknak aetherben való oldódásának mennyiségi viszonyait, tekintettel az oldódás idejére. L. v. FELLENBERG, Zeischr. f. Unters. d. Nahr. u. Genussm. 43, 217, 1922. Más szerzők pedig ezen savaknak lanthan- és uranylnitráttal való elektro-titrálását, illetve vezető képességük meghatározását veszik alapul. L. DUTOIT ET DUBOUX, Bull. d. la Soc. chim. d. la France, IV. ser. 1913, 13, 837.

Kísérleteinkben a fenti savak szétválasztására mi is az oxi- és nem oxi-savak chémiai természetének lényeges különbözőségét vettük kiindulási alapul. Míg az előbb felsorolt szerzők az oxisavakat alkoholos természetű hidroxyl csoportjukon keresztül erélyes oxidációval teljesen elégetik, addig mi ezen oxi-savak alkoholos sajátságú hidroxyl csoportjait eszterifikációnak vetettük alá, kiindulva azon tényből, hogy minden hidroxyltartalmú szerves vegyület savakkal reakcióba lépve, esztereket képez.

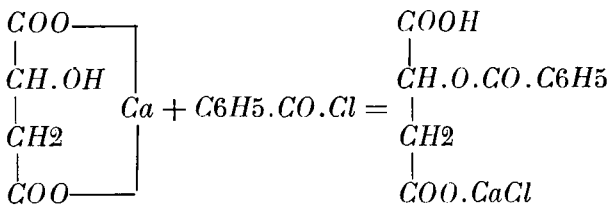
Beállítottunk tehát egy kísérletsorozatot, melyben ezen savak keverékét olyan az eszterifikálásra legalkalmasabb savval, illetve annak származékával hoztuk össze, hogy a keverékben jelenlévő oxi-savak eszter-savakká alakuljanak át és ilyen alakban azután az eszterifikáló savtól vagy származékától nem érintett nem oxisavaktól, a kísérletek további során könnyen elkülöníthetők legyenek. Eszterifikálásra egyelőre a benzoylchloridot választottuk, mert az ilyen módon keletkezendő benzoyl-tej, — alma- és dibenzoyl — borkősavak hideg vízben gyakorlatilag jóformán alig oldódnak, ami a nem benzoylált savaktól való elválasztásuknak, illetve az egész eljárás elméleti elgondolásának az alapját képezi. Alábbi kísérleteinknek nem lehetett célja egy már kész analytikai módszert adni; csupán csak a fenti theoretikus elgondolást szándékoztuk kísérletileg is kipróbálni és alátámasztani, még pedig a

következő szempontokat illetőleg: I. a savkeverékben az elmondottak alapján valójában csak az oxi-savak reagálnak-e a benzoylchloriddal egyrészt, másrészt pedig, hogy a nem oxi-savak a benzoylálás alatt nem-e szenvednek valamilyen változást? II. Hogy a reakcióban résztvett és más vegyületté átalakult oxi-savak elkülöníthetők-e így, éspedig quantitative mily mértékben, az intakt nem oxi-savaktól? III. Hogy az intakt nem oxi-savakat, valamint az eszterifikált oxi-savakat is el lehet-e és quantitative mily mértékben egymástól különíteni? IV. Végül megfigyelés tárgyává tettük a reakciók menetének minden egyes fázisát és megállapítottuk az eltéréseket a bevitt és visszanyert savak mennyisége között.

Eszterifikációs kísérleteinknél sem a SCHOTTEN-BAUMANN, sem az EINHORN-HOLLAND-féle eszterifikációs eljárások alkalmazására nem gondolhattunk; mivel ezen savakat oldott állapotban a cseppfolyós benzoylchloriddal reakcióba hozni nem lehetett. Nem lehetett pedig azért, mert I. az oldószerek vagy magával az alkalmazott benzoylchloriddal is reagálnak (víz, alkoholok, pyridin), vagy mivel II. a keletkezett benzoyl-esztersavakat oldatban tartják és így azok leválása már eleve kizárt (aether), vagy III. az oldószerek már a kiindulási savakat sem képesek feloldani. Végül IV. ezen gátló körülmények azután még egymással is kombinálódhatnak. (Aether, aceton, benzol, toluol, ligroin, széndisulfid.)

Így a benzoylálás keresztülvitelére csak kétféle utat választhattunk. Mindenféle tekintetben az lett volna a megfelelőbb, ha ezen savakat egy alkali-földfém-hydráttal való neutralizálás után, tehát mint alkáli-földfém-sókat teljesen vízmentes állapotban hozzuk össze a benzoylchloriddal. Ennek az eljárásnak az lett volna a nagy előnye, hogy így melléktermékként nem a zavaró sósav, hanem a könnyen eltávolítható alkáli-földfém-chlorid (*Ca*-v. *BaCl*2) keletkezett volna. Míg az alkáli-földfém-tartarát és lactát símán reagál a benzoylchloriddal, addig ha alkáli-földfém-malát is van jelen, az eszterifikáció már meglehetős komplikálttá válik. Ugyanis egy alkáli-földfém-tartarát molekulában két alkoholos hidroxylcsoport van, ezekkel két molekula benzoylchlorid lép reakcióba az eszterifikáció alatt és így melléktermékként két molekula sósav keletkezik, melyek a két carboxyl által kötött két vegyértékű alkáli-földfémmel azonnal reakcióba lépnek és így a car-

boxylok felszabadulnak. Ugyanez áll az alkáli-földfém-lactátra is. (A két vegyértékű alkáli-földfém ugyanis két molekula tejsavat köt le és így ennél is két eszterifikálásra alkalmas hidroxylcsoport van jelen stb.) Ha azonban az alkáli-földfém-tartarát és lactát mellett még alkáli-földfém-malát is van jelen, akkor a művelet keresztülvitele meg van nehezítve. A benzoylchlorid ugyanis az alkáli-földfém-maláttal, illetve annak csak egy alkoholos hidroxyl csoportjával lép reakcióba, de melléktermékként így csak egy molekula sósav keletkezik. Valószínű, hogy az almasav két carboxylcsoportjához kapcsolt két vegyértékű alkáli-földfémmel ez az egy molekula sósav úgy reagál, hogy egy benzoyl-almasavas-calcium-chlorid keletkezik az alábbi egyenlet szerint:



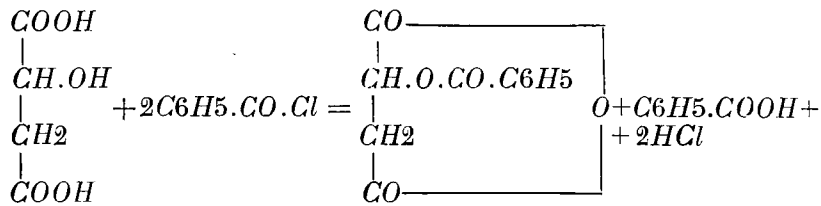
Ezen feltevés szerint az eszter-sav-sónak csak egy carboxylja válna szabaddá; tehát egy újabb sósav-molekulára volna szükség, hogy a másik carboxylgyök is felszabaduljon. Ez pedig ellenkezik eredeti célunkkal, hogy t. i. a sósavat már eleve lehetőleg teljesen lekössük. Ezekután tehát nem volt más választásunk, mint a másik, első pillanatra kedvezőtlenebbnek látszó útra térni és a savakat szabad állapotukban benzoylálni. Ebben az esetben azonban a tejsavat ki kellett a keverékből hagyni; mivel ennek víztartalma szintén hydrolizálja a benzoylchloridot és így az eljárás már eleve illuzorikussá vált volna. Tekintettel erre, a kísérleti savkeveréket úgy állítottuk össze, hogy abban mint oxi-savak az alma- és borkősav, mint nem oxi-sav pedig az ecet- és a borostyánkősav szerepeltek. Ez a savkeverék képezte tehát az alábbi, benzoylálással való elválasztási kísérleteinknek kiindulási anyagát.

Mielőtt azonban hozzáfogtunk volna az így összeállított savkeverék benzoylálásához, előzőleg az almasavat és a borkősavat, majd később a borostyánkősavat is külön-külön benzoyláltuk, hogy

előzetes tájékoztatót nyerjünk úgy a reakciók lefolyását, mint a kinyert benzoyl-eszter-savak mennyiségét és minőségét illetőleg.

Az almasav a benzoylchloriddal elméletileg a következő módon reagál:

I. fázis:



A II. fázisban azután a benzoyl-almasav-anhydrid vízzel szabad benzoyl-almasavvá alakul át.

Az I. fázisban, mint látható, az egyik molekula benzoylchlorid anhydritizál, miközben az benzoé-savra és sósavra bomlik. A benzoylchlorid ezen vízelvonó hatásának illusztrálására legszebb példa talán a mellithsavnak az anhydratációja, mikor is a mellithsav-trianhydrid keletkezik, amelyet más vízelvonó szerekkel előállítani nem sikerült. Ez a savanhydrid pedig nem más, mint egy új szénoxyd, a sokáig hiába keresett $C_{12}O_9$, amely azért is nevezetes, mivel benne a szén és az oxigén mennyisége egyenlő. L. H. Mayer, Steiner, Monatshefte f. Chemie, 35, 509, 519. Berichte d. D. Chem. G. 46, 814.—63, 2012.

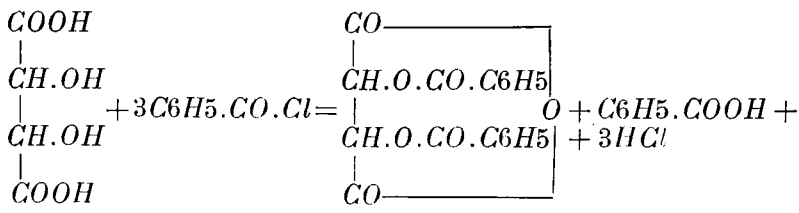
Az almasavnak benzoylchloriddal való reakciójánál is, ugyanaz a vegyfolyamat megy végbe, vagyis nemcsak eszterfikáció, hanem egyidejűleg anhydratació is történik a fenti reakcióegyenlet szerint. V. ö. P. Guye, Bulletin d. l. Soc. franc. de. min. 18, 31, 1895. A továbbiakban a keletkezett benzoyl-almasav-anhydrid egy molekula víz felvételével a szabad eszter-savvá alakul át. Ezen előkísérleteknek az volt a tulajdonképpeni célja, hogy a benzoyl-eszter-savakat lehetőleg vegytiszta állapotban nyerjük, hogy így olvadáspontjukkal identifikálhatók legyenek. Ez okból, és hogy a reakciónál keletkező benzoésav a keresett terméket ne szennyezze, az elméletinél kevesebb benzoylchloridot használtunk az eszteri-

fikációhoz. Így eljárva, bár veszteséggel, de mindjárt tisztán és benzoésavtól mentesen kaptuk a benzoyl-almasavat. Ez a termék tisztítás végett vízből néhányszor átkristályosítva, kis lapos és színtelen rhombos prizmák alakjában kristályosodott. Olvadáspontjukat 116—117° C-nál találtuk.

Ugyanígy jártunk el a borkősav benzoylálásánál is. Itt is az elméletinél kevesebbet vettünk a savchloridból, és az előbbihez hasonlóan kinyert eszter-savmennyiség szintén az elméletinél kevesebb, de legalább tiszta és benzoésavtól teljesen mentes volt. Az így kapott dibenzoyl-borkősavat többször átkristályosítva, jellegzetes fehér tűalakú és csillagokba tömörült kristályokban nyertük, amelyek az irodalmi adattal egyezően 90° C-nál olvadtak. A borkősav benzoylálásánál fontos, hogy az a lehető legfinomabbra — lisztfinomságúvá — legyen porítva, mert különben csak igen nehezen és a rendesnél magasabb hőfokon, 170—175° C-on lép a benzoylchloriddal reakcióba. Ezen a hőfokon viszont már igen könnyen karamellizálódik, ami lényeges hibákat okozhat, Ha azonban a lehető legfinomabbra van porítva és így hat rá a savchlorid, a reakció már 150—155° C-on megindul és símán, a savchloridban való oldódással, karamellképződés nélkül, ca két óra alatt be is fejeződik.

L. PERKIN: Ann. d. Chem. u. Pharm. Suppl. B. 5, 274. — PICTET: Jahresber. ü. Fortschr. d. Chem. 855, 857, 1882. — BALLIT u. PILZ: Acad. Ber. Wien, II. 29, 26, 44, 47. — FREUNDLER: Bull. d. Soc. chim d. Paris, (3) 11, 470, 5/6.

Elméletileg a reakciót a következő egyenlettel lehet kifejezni:



Ez a vegyfolyamat a reakció *első fázisának* tekinthető, míg a *második fázisban* azután az előbbihez teljesen analóg módon keletkezett dibenzoyl-borkősav-anhydrid egy molekula vízzel szabad

dibenzoyl-borkősavvá alakul át, amely egy molekula kristályvízzel jegecedik.

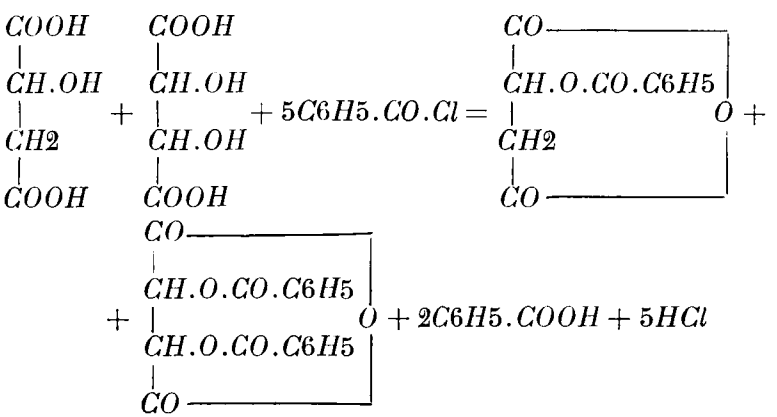
Ugyancsak előkísérlettel meg akartunk arról is győződni, hogy a borostyánkősav a benzoylálás alatt nem anhydratálódik-e. Évégből ismert mennyiségű borostyánkősavat megfelelő mennyiségű benzoyl-chloriddal 155° C-ra hevítettünk ca két órán át. 100—110° C-nál sósavgáz távozott el, miközben a borostyánkősav a savchloridban feloldódott. 122° C-nál benzoésav kezdett sublimálni, amely később a lombik egész belső felületét belepte. Lehűlés után a lombik fenekén levő sűrűn folyós elegy megmerevült. A szilárd reakcióterméket meleg aetherrel digerálva, annak egy része feloldódott. Az oldhatlan maradékot leszűrve, aetherrel jól kimostuk, megszárítottuk és megmértük. Az olvadáspont meghatározással 120° C-t találtunk. Ez pedig a borostyánkősav-anhydrid olvadáspontja. (A borostyánkősavé 181° C.) Ez a maradék csak feles mennyiségű melegvízben oldódott, abban is elég lassan. Ebből arra kell következtetni, hogy a benzoylchlorid már ennél a hőfoknál is a borostyánkősavat éppúgy anhydratálja, mint az oxi-savakat, vagy a mellith-savat. A borostyánkősavnak ezen így kísérletileg megállapított, és az idevágó irodalomban eddig nem említett magatartása a módszer lényegén természetesen mitsem változtat, amennyiben a borostyánkősav-anhydrid is éppúgy, mint a többi oxi-sav-anhydrid, a vízzel való digerálásnál újból hydratálódik.

A savkeverék benzoylálása és a benzoyleszter-savaknak a nem-oxisavaktól való elkülönítése.[1]

E műveleteknél, ellentétben az előkísérletekkel, ahol identifikálás végett az esztersavakat benzoésavtól lehetőleg mentesen és vegytisztán kellett kinyerni; már más szempontok voltak a mérvadók. Ez esetben ugyanis a főcél az oxisavak lehető legteljesebb, quantitatív benzoylálása volt. Ennek elérése végett a benzoylchloridból az elméletinél többet kellett alkalmazni, mert csak így volt remélhető a két oxi-savnak benzoyleszterszavak alakjában való, lehetőleg quantitatív leválaszthatósága. Az alma- és borkősav molekuláris elegyének teljes eszterifikációjához, illetve anhydrid

képződéséhez emléletileg 5 (öt) molekula benzoylchlorid szükséges az alábbi egyenlet értelmében:

I. fázis:



A II. fázisban a két anhydrid azután egy-egy molekula vízzel a megfelelő benzoyl-eszter-savvá alakul át.

A borostyánkő-, alma- és borkősavat tehát finom poralakban (ez különösen a borkősavra nézve fontos), állandó súlyig szárítva, megfelelő lemért mennyiségben gömbölyű fenekű lombikba helyeztük és hozzámértük a megfelelő mennyiségű jégecetet is. Ezután lemért feles mennyiségű benzoylchloridot adtunk a savkeverékhez és visszafolyó hűtővel olajfürdőben lassan 100° C-ig melegítettük. Ezután a hőfokot még lassúbb tempóban 155° C-ig emeltük. E hőmérsékleten a szilárd savak a benzoylchloridban feloldódtak és avval élénk pezsgés közben reakcióba léptek. Ez a pezsgés bizonyos idő mulva alábbhagyott, majd később teljesen megszűnt. Miután a reakcióelegyet még ca két órán át ezen a hőfokon tartottuk, a lombikot az olajfürdőből kiemeltük, mire annak tartalma kihűlve, csakhamar szilárd tömeggé merevült. Meleg vízzel forró vízfürdőn ca $^1/_2$ — 1 óráig digerálva, az egész tömeg feloldódott. Lehűlés és ca 12 órai állás után a benzoyl-almasav és a dibenzoyl-borkősav a keletkezett benzoésavval együtt kiváltak, míg az ecetsav és a borostyánkősav oldatban maradtak. A levált

kristályelegyet nutsche-szűrőn szivatva, leszűrtük és hideg vízzel addig mostuk, míg csak a mosóvízben sósav már nem volt kimutatható. A szüredéket a mosóvízzel együtt vízfürdőn koncentráltuk és az újból kivált csekély mennyiségű kristályokat újra leszűrtük. Az ily módon kinyert egyesített terméket vacuumban ca 12 órán át állandó súlyig szárítottuk és megmértük. A szüredéket, mely az érintetlen nem oxi-savakon, az ecet- és borostyánkősavon kívül még tetemes mennyiségű, az eszterifikáció melléktermékeként keletkezett sósavat is tartalmazott, vízfürdőn térfogatának ca felére pároltuk és normál nátron-lúggal phenolphtalein jelenlétében kimondott lúgos kémhatásig neutralizáltuk. Most gyenge melegítés és állandó keverés közben addig adtunk hozzá $n/2$ töménységű ferrichlorid-oldatot, míg csak csapadék már nem képződött. Vízfürdőn még ca 10—15 percig melegítettünk, majd a keletkezett csapadékot, a bázikus-borostyánkősavas-vasat, melynek keletkezését az alábbi egyenlet tünteti fel:

$$\begin{array}{l} COO.Na \\ | \\ CH2 \\ | \\ CH2 \\ | \\ COO.Na \end{array} + FeCl3 + NaOH = \begin{array}{l} COO— \\ | \\ CH2 \\ | \\ CH2 \\ | \\ COO— \end{array} \Big\rangle Fe.OH + 3NaCl$$

leszűrtük, alaposan kimostuk, míg csak a mosóvíz chloridreakciót már nem mutatott, állandó súlyig szárítottuk és megmértük. Ebből azután a borostyánkősav mennyisége meg volt állapítható.

A bázikus-vassuccinát szüredékét, amely nátrium-acetátot, nátriumchloridot és csekély mennyiségű feles ferrichloridot tartalmazott, normál kénsavval kimondott savanyú kémhatásig megsavanyítva, belőle az összes chlortartalmú vegyületeket ezüstnitráttal kicsaptuk. A kalogén ezüstcsapadék teljes kimosása után a szüredéket, mely a felszabadított ecetsavat tartalmazta, a mosóvízzel együtt meghatározott térfogatra töltöttük fel és ennek egy aliquot részén addig hajtottunk át vízgőzt, míg a párlat már nem mutatott savi kémhatást; majd a párlatot melegen phenolphtalein jelenlétében $n/10$ lúggal megtitráltuk. Így az ecetsav mennyisége meg volt határozható.

A benzoyl-eszter-savak elszappanosítása, és az oxi-savaknak egymástól való elválasztása.

A benzoylálás befejeztével a szűrőn visszamaradt kristályelegyben együtt vannak a benzoyl-eszter-savak és a szabad benzoésav. Ezen esztersavkeverék elszappanosítása, valamint az így felszabadult oxi-savaknak és a benzoésavnak a közömbösítése elméletileg kilenc molekula kálilúgot igényel:

$$\begin{array}{l} COOH \\ | \\ CH.O.CO.C6H5 \\ | \\ CH2 \\ | \\ COOH \end{array} + \begin{array}{l} COOH \\ | \\ CH.O.CO.C6H5 \\ | \\ CH.O.CO.C6H5 \\ | \\ COOH \end{array} + 2C6H5.COOH + 9KOH =$$

$$\begin{array}{l} COOK \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH2 \\ | \\ COOK \end{array} + \begin{array}{l} COOK \\ | \\ CH.OH \\ | \\ CH.OH \\ | \\ COOK \end{array} + 5C6H5.COO.K + 6H2O$$

Evégből a fenti kristályelegyet hengerpohárba mostuk és vízzel való elkeverés után forró vízfürdőn addig melegítettük, míg az egész tömegében abban fel nem oldódott. Így egy gyengén barnás színű, de teljesen tiszta oldatot nyertünk. Ezt, a vízfürdőn való további melegítés közben, cseppenként és állandó keverés közben feles normál kálilúggal elegyítettük, és utána még ca két óráig hagytuk a vízfürdőn. Az oldat kihűlése után is teljesen tiszta maradt, jeléül annak, hogy a vízben oldhatatlan benzoyl-esztersavak elszappanosítása, valamint a keletkezett savgyökök telítése teljes volt. Ebben az oldatban már most úgy az oxi-savak, mint a benzoésav is, mint vízben jól oldódó káliumsók vannak jelen. Ha most ezen, szabályos kálium-malátot, -tartarátot és -benzoátot tartalmazó oldatban a savakat felszabadítjuk, a benzoésav mint hideg vízben oldhatatlan vegyület jóformán teljesen kiválik. Evégből a káliumsókat tartalmazó oldatot hűtés és állandó keverés

közben kis adagonként normál kénsavval éppen hogy megsavanyítottuk, mire a benzoésav gyakorlatilag teljesen kivált. A levált kristályos csapadékot több órai állás után leszűrtük, hideg vízzel kimostuk és vacuumban szobahőmérsékleten állandó súlyig szárítva, megmértük. A benzoésav szüredékét a mosóvízzel együtt, melyben a szabad almasav, a szabad borkősav és káliumsulfát foglaltatik, vízfürdőn szárazra pároltuk. A száraz maradékot feles mennyiségű abs. alkohollal mindaddig extraháltuk, míg az már nem oldott semmit. Így a káliumsulfát mint alkoholban teljesen oldhatatlan rész visszamaradt, míg a szerves savak oldatba mentek. Az anorg. sót szűréssel eltávolítva, alkohollal alaposan kimostuk. Az alkoholos szüredékből és a mosóalkoholból az alkoholt ledesztillálva, a maradékot vízzel felvettük és vízfürdőn töményre bepároltuk. Most ca 2—3 gr kálium-acetát, ca 5 ccm jégecet és végül ca 100—150 ccm 96%-os alkohol hozzáadása után a borkősavat mint borkövet leválasztottuk. A leválást az edény falának üvegbottal való karcolásával még elősegítettük, és ca 12 órai állás után a csapadékot leszűrtük, 80%-os alkohollal jól kimostuk. Ezután alkálimentes, kétszer desztillált forró vízzel porcellláncsészébe mostuk, és az oldatot $^1/_4$ norm. lúggal, phenolphtalein jelenlétében megtitráltuk. Ily módon a borkősav mennyisége meg volt határozható.

A borkő leszűrésekor kapott alkoholos szüredékből — egyesítve azt a mosóalkohollal — az alkoholt teljesen elűztük. A maradékot vízzel felvettük és vízfürdőn addig digeráltuk, amíg csak ecetsavszag már nem volt többé érezhető. Ekkor ca 10 ccm 10%-os báriumchloridoldatot adtunk hozzá és phenolphtalein mellett, hideg és tömény bárium-hydráttal kimondott lúgos kémhatásig elegyítettük. Utána a feles barytot széndioxid-árammal lecsaptuk, addig vezetve be a gázt, amíg az indikátor piros színe el nem tűnt. A báriumcarbonát szüredékét vízfürdőn ca 10 ccm-re bepároltuk, a maradékot 96%-os alkohollal felvettük, amikor is a bárium-malát mint alkoholban oldhatatlan anyag teljesen kivált. Ezt szűrőre gyüjtöttük és 80 %-os alkohollal mostuk. Az így tisztított csapadékot forró vízzel porcellláncsészébe mostuk és vízfürdőn töményre pároltuk. A bepárlási maradékot, hűtés és állandó keverés közben, cseppenként ca 5—6 ccm tömény kénsavval elegyítettük és ezen

elegyet ca 10 gr vízmentes nátriumsulfáttal laza porhanyós tömeggé kevertük össze. Ezután vacuumban való ca 12 órai szárítás után az anyagot aetherrel quantitatív kivontuk. Az extractumból az aethert ledestillálva, a maradékot bárium-hydráttal phenolphtalein jelenlétében éppen csak semleges kémhatásig pontosan neutralizáltuk és vízfürdőn ca 5—10 percig melegítettük. A feles baryt lecsapása végett újból széndioxidot vezettünk be, míg csak az indikátor el nem színtelenedett s utána pár percig újra vízfürdőn melegítettünk. Most az egészet síma quantitatív szűrőn át platina vagy quarccsészébe szűrtük, a szűrőt forró vízzel utána mostuk. Bepárolás után a maradékot kiizzítottuk; majd ismert mennyiségű feles $n/10$ lúggal, methylorange jelenlétében visszamértük. Így az almasav mennyisége meg volt határozható.

Az így kapott összes eredményeket az alábbi táblázat tünteti fel, még pedig a művelet időbeli menetének megfelelően. (Lásd 14—17. oldalt.)

A táblázatokból már az első pillanatra kitűnik, hogy I. azon elméleti elgondolás, amely szerint a benzoylchlorid a kísérleti savkeverékben csak az oxi-savakat támadja meg egyrészt, másrészt pedig, hogy a nem oxi-savak e savchloridtól végeredményben intakt maradnak, tehát semmiféle változást nem szenvednek, helyesnek bizonyult. II. Továbbá az, hogy e kétféle chemiai természetű savcsoportot ily módon el lehet egymástól különíteni, mivel a benzoylálás után a nem oxi-savak vizes oldatban maradnak, míg az oxi-savak, mint vízben oldhatatlan benzoyl-észtersavak abból kiválnak. III. Hogy a két részre osztott savakat, továbbá egymástól is el lehet választani.

Ha a táblázatokban feltüntetett eredményeket alaposabban szemügyre vesszük, látni való, hogy az összes savaknak a benzoylálás után leválasztott és elkülönített mennyisége, a kiindulási mennyiségtől többé-kevésbbé eltér. Kitűnik továbbá az is, hogy azon kísérleteknél mutatkozik a legnagyobb veszteség, ahol a kiindulási mennyiségek a legkisebbek voltak és viszont. A legnagyobb veszteségeket az almasavnál találhatni, ami természetes is, mivel ennek a quantitatív elkülönítése jóval komplikáltabb, mint a többi savaké. A nagyobb, 8—10%-ig terjedő veszteségek okát abban láthatjuk, hogy a benzoyl-almasav vízben nem eléggé

	A savkeverékben lévő anyagok grammokban:				Az eszterifikációra felhasznált benzoylchlorid grammokban	A savkeverék benzoylálásával változatlanul megmaradt ecetsav és borostyánkősav egymástól való elkülönítése			
						Borostyánkősav		Ecetsav	
	Borostyánkősav	Ecetsav	Borkősav	Almasav		Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban	Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban
1	3·00	3·00	3·00	3·00	15·00	2·824	5·9	2·846	5·1
2						9·946	1·8	2·960	1·4
3						2·388	2·0	2·943	1·9
4						2·427	1·9	2·993	0·2
5	1·00	1·00	1·00	1·00	5·00	1·017	1·7+	0·974	2·6
6						0·945	5·5	0·958	4·2
7						0·921	7·9	0·693	3·7
8						0·943	5·7	0·921	7·9
9	0·10	0·10	0·10	0·10	0·50	0·095	4·8	0·096	5·0
10						0·093	7·2	0.097	2·9
11						0·094	6·1	0·104	4·0+
12						0·091	8·8	0·097	3·3
13	1·20	0·60	1·50	1·34	7·05	1·159	3·4	0·589	1·8
14						1·174	2·2	0·577	3·8
15						1·121	6·6	0·546	9·1
16						1·166	2·8	0·566	5·6
17	0·50	0·50	2·00	2·00	10·00	0·507	1·4+	0·489	2·2
18						0·478	4·3	0·476	4·9
19						0·481	3·8	0·457	8·4
20						0·469	6·1	0·473	5·4

Az eszterifikálással keletkezett benzoyl-alma, -dibenzoyl-borkősav (ez egy molekula kr. vízzel) és a keletkezett benzoésav együtt :			A benzoyl-eszterek elszappanosításából keletkezett benzoésav :			A benzoyl-eszterek elszappanosítása után elkülönített almasav és borkősav mennyisége :			
						Borkősav		Almasav	
Számított gr-ban	Talált gr-ban	Eltérés %-ban	Számított gr-ban	Talált gr-ban	Eltérés %-ban	Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban	Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban
18·098	17·164	5·2	12·836	12·216	4·8	2·841	5·1	2·824	5·8
	18·129	0·2		12·157	5·3	2·951	1·6	2·947	1·8
	17·307	4·4		12·430	3·2	2·930	2·3	2·975	0·8
	16·998	0·1		12·519	2·5	2·938	2·1	2·794	6·9
6·020	6·253	3·8+	4·270	4·243	0·6	0·953	4·7	0·968	3·2
	6·002	3·4		4·050	5·1	0·925	7·5	0·971	2·9
	5·994	4·3		4·092	4·8	0·969	3·1	0·964	3·6
	6·007	2·2		3·997	6·2	0·957	4·3	0·920	7·9
0·602	0·608	1·0+	0·427	0·420	1·8	0·095	5·0	0·094	6·1
	0·603	0·2+		0·419	2·0	0·093	7·5	0·092	8·0
	0·599	0·5		0·408	4·8	0·098	2·3	0·090	10·1
	0·576	4·3		0·417	2·5	0·096	4·4	0·092	8·2
8·582	8·350	2·7	6·105	6·069	0·5	1·438	4·2	1·276	4·8
	8·403	2·3		5·896	3·4	1·144	3·9	1·281	4·3
	8·377	2·4		6·071	0·6	1·445	3·7	1·285	4·1
	8·436	1·7		5·827	4·6	1·443	3·8	1·300	3·0
12·085	11·907	1·5	8·470	8·425	0·5	1·913	4·4	1·857	7·2
	11·894	1·6		8·320	1·8	1·927	3·7	1·992	0·4
	11·389	5·8		8·196	3·2	1·970	1·5	1·896	5·2
	12·096	0·1+		7·985	5·8	1·859	7·1	1·831	8·4

	A savkeverékben lévő anyagok grammokban:				Az eszterifikációra felhasznált benzoylchlorid grammokban	A savkeverék benzoylálásával változatlanul megmaradt ecetsav és borostyánkősav egymástól való elkülönítése:			
						Borostyánkősav		Ecetsav	
	Borostyánkősav	Ecetsav	Borkősav	Almasav		Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban	Talált gr-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban
21	2·00	2·00	0·50	0·50	2·470	1·892	5·4	1·865	5·8
22						1·909	4·6	1·953	2·4
23						2·010	0·5+	1·897	5·1
24						1·918	4·1	1·977	1·2
25	0·30	0·40	1·55	1·40	7·300	0·281	6·3	0·391	2·3
26						0·283	5·7	0·387	3·3
27						0·279	7·0	0·402	0·5+
28						0·293	2·4	0·385	3·8
29	0·85	0·20	0·25	1·35	3·960	0·802	6·0	0·185	7·3
30						0·817	4·1	0·189	6·3
31						0·820	3·8	0·191	4·4
32						0·826	2·9	0·195	3·0
33	0·20	0·40	0·90	0·75	4·080	0·181	9 6	0·393	1·8
34						0·189	5·5	0·371	7·2
35						0·183	8·6	0·381	4·8
36						0·187	6·8	0·389	2·8
37	0·35	0·85	0·65	0·45	2·720	0·329	6·1	0·795	6·5
38						0·339	3·1	0·828	2·6
39						0·341	2·6	0·835	1·8
40						0·335	4·3	0·789	7·1

Az eszterifikálással keletkezett benzoyl-alma, -dibenzoyl-borkósav (ez egy molekula kr. vízzel) és a keletkezett benzoésav együtt			A benzoyl-eszterek elszappanosításával keletkezett benzoésav			A benzoyl-eszterek elszappanosítása után elkülönített almasav és borkősav mennyisége			
						Borkősav		Almasav	
Számított gr.-ban	Talált gr.-ban	Eltérés %-ban	Számított gr.-ban	Talált gr.-ban	Eltérés %-ban	Talált gr.-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban	Talált gr.-ban	Eltérés a kiindulási mennyiségtől %-ban
3·021	2·916	3·3	2·145	2·104	2·0	0·462	7·6	0·464	7·3
	3·025	0·1+		2·007	6·6	0·489	2·5	0·464	7·3
	3·020	0·1		2·056	4·2	0·467	6·6	0·478	4·4
	2·872	4·9		2·108	1·8	0·474	5·2	0·484	3·2
8·911	8·825	1·0	6·101	6·054	0·8	1·523	1·2	1·314	6·2
	8·401	5·8		5·750	3·8	1·475	4·8	1·328	5·2
	8·809	1·2		6·049	0·9	1·516	2·3	1·335	4·6
	8·840	0·8		5·716	6·3	1·467	5·3	1·338	4·4
4·840	4·542	6·2	3·440	3·392	1·4	0·232	7·4	0·302	3·7
	4·579	5·5		3·241	5·8	0·233	6·7	1·297	4·1
	4·811	0·6		3·284	4·5	0·240	3·8	1·304	3·5
	4·612	4·5		3·384	1·6	0·236	5·7	1·311	3·0
4·932	4·640	6·9	3·540	3·504	1·0	0·882	2·0	0·738	1·2
	4·929	1·1		3·289	7·1	0·831	7·1	0·732	2·4
	4·629	7·1		3·341	5·6	0·883	1·9	0·726	3·2
	4·870	2·3		3·486	1·5	0·879	2·3	0·721	3·9
3·327	3·072	7·7	2·362	2·315	2·0	0·631	2·9	0·420	6·7
	3·305	0·7		2·310	2·3	0·614	5·6	0·411	8·7
	3·135	5·8		2·241	5·1	0·604	7·0	0·436	3·2
	3·098	6·9		2·212	6·3	0·632	2·8	0·429	4·7

oldhatatlan. A borostyánkősavnál található nagyobb, 7—9%-ig terjedő hiányok annak tulajdoníthatók, hogy a bázikusborostyánkősavas-vas leválasztásakor a közeg talán nem volt eléggé lúgos. Az ecetsavnál és a borkősavnál a veszteségek kisebbek. Míg az ecetsavnál a veszteségeket elsősorban kísérleti hibák okozhatják, addig a borkősavnál annak borkő alakjában való leválasztásánál jöhettek létre veszteségek. További kísérletekre lesz még szükség, az eltéréseket okozó hibák lehetőleg teljes kiküszöbölésére.

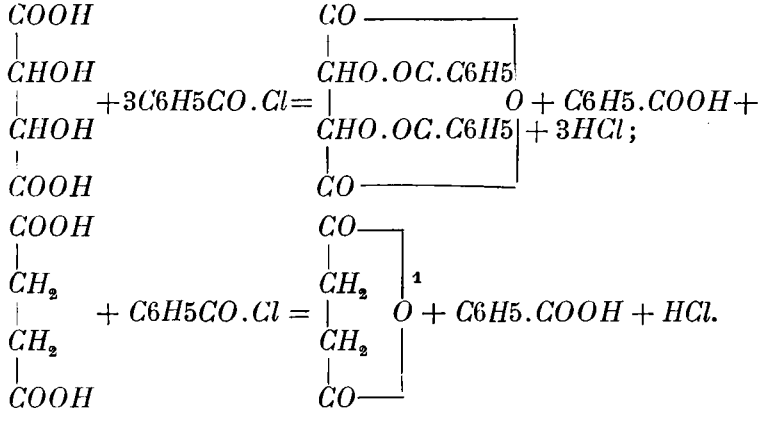
Annyi azonban már az eddigi kísérletekből is kitűnik, hogy ezen «benzoylchlorid-eljárás», az elért eredményekre való tekintettel, megbízhatóság dolgában a többi, ezen célt szolgáló módszerekkel legalább is egyenrangúnak tekinthető. Nincs kizárva annak a lehetősége sem, hogy további kísérletekkel való tökéletesítéssel ez az eljárás is még egy használható analytikai módszerré fejlődhetik.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1934. január 15-én tartott üléséből.)

VERFAHREN ZUR QUANTITATIVEN TRENNUNG UND BESTIMMUNG DER IM WEIN ENTHALTENEN ORGANISCHEN SÄUREN.

Von k. M. FRITZ v. KONEK, mit Versuchen von ERVIN WETTSTEIN.

Nachdem Vortragender einen kurzen Rückblick auf die einschlägige Litteratur geworfen, beschreibt er kurz sein eigenes Verfahren, welches auf der Trennung der im Wein enthaltenen Säuren durch Benzoylchlorid in zwei Gruppen, nämlich in Oxysäuren und Paraffinsäuren, beruht. In erstere Gruppe gehören hauptsächlich die Milch-, Äpfel- und Weinsäure, während die zweite Gruppe durch Essig- und Bernsteinsäure vertreten ist. Erhitzt man nämlich ein Trockengemisch dieser «Weinsäuren» — vorläufig wurde mit Mischungen von Äpfel-, Wein-, Essig- und Bernsteinsäure, wechselnder Zusammensetzung gearbeitet — mit etwas überschüssigen Benzoylchlorid auf ca 150°, so findet Benzoylirung der Oxysäuren unter gleichzeitiger Anhydridbildung sämmtlicher Reaktionsprodukte statt. Z. B.:



[1] Dass Bernsteinsäure durch Benzoylchlorid gleichfalls in Succinanhydrid übergeführt wird, wurde hier zum erstenmale im Extraversuch konstatiert. Die Reaktion ist ein vollkommenes Analogon der bekannten Bildung von «Mellithsäure-trianhydrid», $C_{12}O_9$, nach HANS MEYER, aus Mellithsäure und Benzoylchlorid.

Digeriert man das feste Reaktionsprodukt mit heissem Wasser, so werden sämmtliche Anhydride hydratisirt, wobei sich die in kalt. Wasser unlösliche Benzoylaepfel- und Dibenzoylweinsäure, mitsammt der aus überschüssigen Benzoylchlorid stammenden Benzoésäure quantitativ abscheiden und durch Filtration sich entfernen lassen. Im Filtrate verbleiben die nicht benzoylirte, wasserlösliche Essig- und Bernsteinsäure, die sich nach bekannten Methoden — letztere als bas. Eisensuccinat — trennen und quantitativ bestimmen lassen. Der obige, quantitativ abgetrennte krystallinische Niederschlag, welcher die benzoylierten Oxysäuren, neben freier Benzoésäure enthält, wird mit Kalilauge verseift, wobei man schliesslich eine klare wässerige Lösung von Aepfel-, Wein- und Benzoésauren Kalium erhält. Säuert man diese Lösung an, so fällt Benzoésäure, so gut wie quantitativ aus — der eventuell in Lösung gebliebene Rest kann durch ein entsprechendes Extraktionsmittel entfernt werden — und man erhält schliesslich eine wässerige Lösung von Aepfel- und Weinsäure, in welcher letztere nach bekannten Verfahren als Weinstein quantitativ abgetrennt und im Filtrate endlich erstere Säure quantitativ bestimmt werden kann.

Die von E. WETTSTEIN, nach diesem Schema durchgeführten 40 Analysen beweisen — wie aus den beigefügten Tabellen ersichtlich — zur Genüge die Brauchbarkeit des Verfahrens; welches natürlich — gleich jeder organisch-analytischen Methode — noch weiterer Vervollkommnung fähig ist.

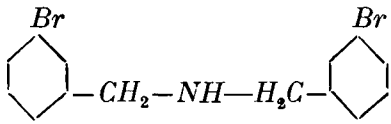
(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Jan. 1934.)

KÜLÖNBÖZŐ SUBSTITUENSEK BEFOLYÁSA AROMÁS SEKUNDÉR BÁZISOK SÓINAK, FŐLEG NITRÁTJAINAK OLDHATÓSÁGÁRA.

KONEK FRIGYES l. tagtól és RUPE HANS-BASEL vendégtől.

(Előzetes jelentés.)

Egyikünk néhány évvel ezelőtt[1] azt a megfigyelést tette, hogy a naphtalinsorozat egyik sekundér bázisa, a di-α-naphtomethylamin salétromsavval egy annyira nehezen oldható sót képez, hogy ebből kifolyólag a nitrátion gravimétriás quantitatív meghatározására felhasználható.[2] Ezen sekundér bázis benzolanalogonjáról, a dibenzylaminról hasonlóan régen tudott dolog már, hogy salétromsavval egy vízben csak igen nehezen oldható sót képez.[3] Önként felmerült tehát az a kérdés, hogy vajjon a különböző substituensek milyen befolyást gyakorolnak aromás sekundér bázisoknak ezen érdekes tulajdonságára? Egyelőre a dibenzylamin substitutiós termékei közül elő lett állítva a három o-m-p-di-tolu — a három bromdibenzyl — és végül a három carbaethoxy-dibenzylamin.[4] Ezen kilenc új substituált dibenzylamin közül egyedül csak a metabromszármazék:



[1] H. RUPE u. F. BECHERER, Helv. Chim. A. 6., 674. (1923.)

[2] Lásd a megelőző közleményt.

[3] SPICA-PATERNO: Ber. 9, 82. — SPICA-CARRARA: Gaz. chim. ital. 19, 428.

[4] H. RUPE u. F. BERNSTEIN: Helv. 13, 457. (1930.).

salétromsavas sója tűnik fel nehezen való oldhatóságával; ebben a tulajdonságában míg egyrészt messze felülmúlja anyavegyületét, addig másrészt messze elmarad a fentemlített naphtalinbázistól, amelynek nitrátja körülbelül százszorta nehezebben oldható vízben. Tervbe van véve a methoxyl és aethoxyl, továbbá a phenylgyöknek behelyezése, például egy di- és tetramethoxydibenzylamin synthézise stb. A naphtalinsorozatban pedig nem lesz érdektelen annak kísérleti megállapítása, hogy vajjon fokozható-e még a di-α-naphtomethylaminnitrátnak — az eddig ismert legoldhatatlanabb nitrátnak — eme specifikus tulajdonsága azáltal, hogy a naphtalinmolekulát peri helyzetben disubstituáljuk? E végből már munkába vettük az acenaphtent, hogy megpróbálkozzunk egy analóg di-α-acenaphtenyl-methylamin előállításával. Ilyen és hasonló kísérleteink eredményeiről annakidején fogunk a t. Akadémiának beszámolni.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

ÜBER DEN EINFLUSS VERSCHIEDENER SUBSTITUENTEN AUF DIE LÖSLICHKEIT DER SALZE — SPEZIELL DER NITRATE — SEKUNDÄRER AROMATISCHER BASEN.

Vom k. Mitglied FRITZ v. KONEK und HANS RUPE-BASEL als Gast.

(Vorläufige Mitteilung.)

Vor einigen Jahren wurde von dem Einen[1] von uns die Beobachtung gemacht, dass eine sekundäre Base der Naphtalinreihe, das Di-α-Naphtomethylamin mit Salpetersäure ein dermassen schwerlösliches Salz bildet, dass er diese Base zur quantitativen Fällung und gravimetrischen Bestimmung von Nitration empfehlen konnte.[2] Von dem Benzolanalogon dieser sekundären Base, dem Dibenzylamin war es gleichfalls schon seit längerer Zeit bekannt, dass es mit Salpetersäure ein in Wasser nur sehr schwer lösliches Salz bildet.[3] Es ergibt sich somit von selbst die Frage, von welchem Einfluss die verschiedene Stellung verschiedener Substituenten auf diese interessante Eigenschaft sekundärer aromatischer Basen ist? Vorläufig sind von solchen substituierten Dibenzylaminen die drei, 0-m-p-Tolu-Brom- und Carbaethoxyderivate dargestellt und in dieser Richtung näher untersucht worden.[4] Von diesen neuen sekundären Basen zeichnet sich blos eine, nämlich das meta-Bromdibenzylamin durch ein schwer-

---

[1] H. Rupe u. F. Becherer: Helv. Chim. A. 6, 674. (1923.)

[2] Vergleiche die vorstehende Mitteil.

[3] Spica-Paterno: Ber. 9, 82. — Spica-Carrara: Gaz. Chim. Ital. 19., 428.

[4] H. Rupe u. F. Bernstein: Helv. Ch. A. 13, 457. (1930.).

lösliches Nitrat aus, während die übrigen alle mehr oder weniger leichtlösliche Salze bilden; doch auch diese bleibt weit hinter dem obenerwähnten Naphtalinderivat zurück, dessen Nitrat ungefähr 100-mal schwerer löslich ist, als das der neuen Brombase. Wir beabsichtigen auch den Einfluss von Methoxyl, Aethoxyl und Phenyl in den Kreis unserer Untersuchung zu ziehen; z. B. ein Di- und Tetramethoxydibenzylamin durch Reduktion von Anis- bzw. Veratraldoxim darzustellen. In der Naphtalinreihe soll versucht werden die Schwerlöslichkeit des Di-α-Naphtomethylaminnitrates durch Disubstituierung in Peri-Stellung eventuell noch zu erhöhen; zu welchem Zweck bereits Versuche in Angriff genommen wurden, um vom Acenaphten zum Di-α-Acenaphtenylamin zu gelangen. Über die Ergebnisse dieser und ähnlicher Versuche wollen wir seinerzeit der Verehrten Akademie Bericht erstatten.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

A CALCIUM, A MAGNÉZIUM ÉS A FOSZFOR FELSZÍVÓDÁSA ÉS KIVÁLASZTÁSA, A SZERVES ÉS A SZERVETLEN FOSZFOR MEGOSZLÁSA AZ EMÉSZTŐCSŐ KÜLÖNBÖZŐ SZAKASZAIBAN.

MAREK JÓZSEF levelező tagtól és WELLMANN OSZKÁR s URBÁNYI LÁSZLÓ vendégektől.

A rhachitis kórtanáról és a vele kapcsolatosan az ásványi anyagforgalomban előálló változásokról munkatársaimmal együtt már több ízben beszámoltam erről a helyről. Az ebben az irányban tovább folytatott kísérletek kiderítették, hogy a zavartalanul működő emésztőcső nagyon hatékonyan közreműködik az ásványi anyagforgalom szabályozásában, hogy továbbá malacokban a *Ca* és a *P* kiválasztása a bélben nem halad mindig párhuzamosan, nevezetesen sok mész felvétele után a szabályos foszforsavas *Ca*-val együtt jelentékeny mennyiségben szénsavhoz, nemkülönben szerves savakhoz kötött *Ca* hagyja el a szervezetet, foszfordús etetéssel kapcsolatban viszont a *P* nemcsak mint tricalciumphosphat, hanem összefüggésben a bélbeli chemiai reactióval, mint $CaHPO_4$, sőt esetleg mint $Ca\ (H_2PO_4)_2$ is ürül ki.

A most bemutatott dolgozat azokra a kísérletekre támaszkodik, melyeket részben különböző ásványi anyagokkal, illetőleg antirhachitises vitaminnal kiegészített egységes takarmányon tartott nyolc malaccal végeztünk. Az állatoknak lehetőleg azonos emésztési időszakban történt elvéreztetése után a gyomorpépet, a vékonybél elülső és hátulsó szakaszának, a vakbélnek s végül együttesen a remese- és a végbélnek tartalmát külön-külön megelemeztük, egyben pedig meghatároztuk az egyes ásványi anyagoknak oldhatóságát higított sósavban, továbbá leválaszthatóságukat foszfát alakban.

A kísérleti eredményeket a következőkben foglalhatom össze: Ép viszonyok között a *calcium* felszívódása a vékonybél hátulsó felében, kiválasztása ellenben a remesebélben a legkifejezettebb. Hasonlók voltak a viszonyok egyoldalúan mészdús etetés folytán alkalosisos rhachitisben megbetegedett állatok emésztőcsövében is, azzal a különbséggel mégis, hogy a vakbélben nagyobbmérvű volt a *Ca*-kiválasztás. Ezzel szemben foszfordús etetés következtében acidosisos rhachitisben megbetegedett állatokban csupán a vakbélben volt észrevehető *Ca*-felszívódás, viszont a remesebélben majdnem 100 %-os bőséges *Ca*-kiválasztás. Az oldható és a leválasztható *Ca*-tartalom között legkisebb volt a különbség mind a normálisan etetett, mind az alkalosisos rhachitises állatok vékonybelének hátulsó szakaszában, valamint a remesebélben, tehát egyfelől a *Ca*-felszívódásra, másfelől a *Ca*-kiválasztásra legkedvezőbb helyeken, ami lúgos közegben phosphatok jelenlétében is jól oldódó és ennélfogva könnyen felszívódó *Ca*-vegyületek jelenlétére utal. Acidosisos rhachitises malacok emésztőcsövében a *Ca*-felszívódás nagymérvű csökkenését lehetett megállapítani.

A magnézium felszívódásának a calciummal szemben nincsen szorosan meghatározott helye, de mégis az a vékonybélben és a vakbélben aránylag a legélénkebb. A *Mg*-kiválasztás helye szintén a remesebél, de a kiválasztás kevésbbé tökéletes normális etetés és véralkalosis esetén, mint acidosisszal kapcsolatban.

A *foszfor* összes oldható, nemkülönben magnesiakeverékkel leválasztható vegyületeinek mennyiségbeli viselkedése az alapeleség különböző irányú kiegészítése ellenére sem változott lényegesen. Eközben azonban megállapítottuk, hogy a vékonybél elülső szakaszában *P*-kiválasztás, a vakbélben a normálisan etetett, szintúgy az alkalosisos állatokban *P*-felszívódás, acidosisszal összefüggésben ellenkezőleg fokozott *P*-kiválasztás megy végbe, mely utóbbi antirhachitises vitamin hatására a vékonybél hátulsó szakaszában erősebben alábbhagy, egyoldalúan mészdús takarmányozással kapcsolatban viszont némi emelkedést mutat. A vékonybél elülső szakasza mellett a *P*-kiválasztás második helye szintén a remesebél, csakhogy úgy rendes, mint alkalosist kiváltó etetés esetén a *P*-kiválasztás már a vakbélben is csaknem olyan mérvű, mint az utána következő remesebélben. További meg-

állapításunk szerint úgy rendes, mint alkalosist fenntartó takarmányozás esetén a *P* majdnem felerészben organikus, acidosisszal kapcsolatban ellenkezőleg majdnem kizárólag anorganikus vegyületekben hagyja el a szervezetet. E mellett a szerves *P*-vegyületek mennyisége mészdús etetéssel összefüggésben a vékonybél elülső szakaszától kezdve hátrafelé fokozatosan növekedik, acidosis esetén azonban az emelkedést a vakbélben hirtelen esés váltja fel, minthogy rendes etetés és alkalosis esetén a bél hátulsó szakaszaiban phosphataseenzyma jelenlétében és a kedvező chemiai reactio hatása alatt synthesis útján organicus *P*-vegyületek keletkeznek, acidosisos szervezetben ellenben nem. Ezek szerint a rhachitises állatok emésztőcsövében a hydrolysises folyamatok túlsúlya csupán acidosisszal összefüggésben található, nem pedig alkalosisos szervezetben.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. febr. 19.-én tartott üléséből.)

RESORPTION UND AUSSCHEIDUNG VON CALCIUM, MAGNESIUM UND PHOSPHOR, VERTEILUNG DES ANORGANISCHEN PHOSPHORS IN DEN VERSCHIEDENEN ABSCHNITTEN DES VERDAUUNGSSCHLAUCHES.

Zusammenfessende Darstellung. Von J. MAREK, O. WELLMANN und L. URBÁNYI.

Bei weiterem Erforschen der mineralischen Stoffwechselstörung im Verlaufe einer künstlich erzeugten Rhachitis, wurden an acht Ferkeln Versuche ausgeführt mit einem gleich zusammengesetzten normalen und bei einem Teil der Tiere einesteils mit D-Vitamin, anderenteils mit verschiedenen Mineralstoffen ergänzten Grundfutter. Nach Abschluss der 2—3 Monate lang fortgesetzten Versuchsfütterung, wurden die Tiere durch Blutentziehung getötet und der Inhalt des Verdauungsschlauches gesondert im Magen, in der vorderen und der hinteren Hälfte des Dünndarms, im Blinddarm, im Grimm- und Mastdarm analysiert, gleichzeitig ferner die Löslichkeit der einzelnen Mineralstoffe in verdünnter Salzsäure, sowie ihre Abscheidbarkeit in Phosphatform festgestellt.

Es konnte nachgewiesen werden, dass unter normalen Verhältnissen die Resorption des *Calcium* am reichlichsten in der hinteren Hälfte des Dünndarmes und die reichlichste Ausscheidung im Grimmdarm vor sich geht. Ähnliche Verhältnisse finden sich auch bei Tieren, die infolge überreichlicher *Ca*-Zufuhr alkalotisch und rhachitisch geworden sind, mit dem Unterschiede aber, dass hier im Blinddarm die Ausscheidung bedeutender war. Hiergegen liessen infolge phosphorreicher Fütterung azidotisch und rhachi-

tisch gewordene Ferkel bloss im Bereiche des Blinddarmes eine merkliche *Ca*-Resorption, dagegen im Kolondarm eine fast 100%-ige ausserordentlich reichliche *Ca*-Ausscheidung erkennen. Der bei normal gefütterten, sowie bei alkalotisch-rhachitischen Tieren einerseits im hinteren Dünndarmabschnitt, andererseits im Bereiche des Kolons, somit an den für die Resorption und für die Ausscheidung günstigsten Stellen nachgewiesene geringste Unterschied zwischen löslichem und abscheidbarem *Ca*-Gehalt weist auf das Vorhandensein in alkalischer Umgebung auch bei Gegenwart von Phosphaten wasserlöslicher und leicht resorbierbarer *Ca*-Verbindungen hin. Im Gegensatze hierzu liess sich bei azidotisch-rhachitischen Tieren eine nahmhafte Verminderung der *Ca*-Resorption feststellen.

Für die Resorption des *Magnesium* sind keine scharf umgrenzte Stellen gegeben, immerhin ist sie aber im Dünn- und Blinddarm verhältnismässig am reichlichsten, während die Ausscheidungsstelle sich im Kolon befindet und die Ausscheidung bei Azidose höhergradig ist.

Die Mengenverhältnisse des *Gesamtphosphors*, sowie der mit Magnesiummischung abscheidbaren Phosphorverbindungen blieben von der jeweiligen Ergänzung der Grundnahrung so ziemlich unbeeinflusst. Es wurde jedoch hierbei festgestellt, dass in der ersten Hälfte des Dünndarms eine *P*-Ausscheidung, des weiteren bei normaler ebenso, wie bei Blutalkalose erzeigender Fütterung im Blinddarm eine *P*-Resorption, bei Azidose eine *P*-Ausscheidung vor sich geht, welch letztere unter dem Einfluss von D-Vitamin im hinteren Dünndarmteil stärker nachlässt, andererseits bei überreichlicher Kalkzufuhr leicht ansteigt. Die zweite Stelle für die *P*-Ausscheidung stellt das Kolon dar, doch beginnt die *P*-Ausscheidung im azidotischen Zustand bereits im Blinddarm mit nahezu dem Kolon gleichkommender Lebhaftigkeit. Dabei wird bei normaler, sowie auch bei Alkalose erzeugender Fütterung *P* nahezu bis zur Hälfte seiner Menge in organischer, bei Azidose im Gegenteil beinahe ausschliesslich in anorganischer Bindung ausgeschieden. Während aber bei überreichlicher Kalkfütterung die Menge der ausgeschiedenen organischen *P*-Verbindungen vom Dünndarm angefangen analwärts allmählich zunimmt, wird im azidotischen

Zustand der Anstieg im Blinddarm plötzlich unterbrochen infolge von synthetischer Bildung organischer *P*-Verbindungen unter der Wirkung von Phosphatase-Enzym im Bereiche der hinteren Darmabschnitte, was man bei Azidose vermisst. Nach diesen Feststellungen überwiegen hydrolytische Vorgänge im Verdauungsschlauch nur bei einer azidotischen, nicht aber bei einer alkalotischen Rhachitis.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Febr. 1934.)

EGY ÚJ ISZAPOLÓKÉSZÜLÉK.

VENDL MIKLÓS-tól.

Tudomásom szerint SVEN ODÉN mutatott rá először arra, hogy egy egyenletes szuszpenzióban az ülepedő tömegnek mérése és az ülepedési idő pontos figyelembevétele alapján következtetést vonhatunk a szuszpendált anyag szemcsenagyság szerint való kvantitatív összetételére.[1] Nevezett szerző meg is szerkesztett egy olyan készüléket, amely a szuszpenzióból ülepedő tömeg mérését elegánsan végzi el.

Alábbi sorokban egy olyan iszapolókészülékről óhajtok beszámolni, amely a SVEN ODÉN-féle készülékkel elvileg megegyezik, ez is a szuszpenzióból ülepedő tömeget méri, s ennek, valamint az esési időnek figyelembevétele alapján teszi lehetővé az összes további kiértékelések alapját képező $P(t)$ tömeg-időgörbének a megállapítását. Előnye ez új készüléknek az egyszerűsége és ennek következményeként az olcsósága.

Az új készülék mérési elve röviden az, hogy a szuszpenzióból ülepedő tömeget egy spirálrugó nyúlásával mérjük. Amint ismeretes (HOOKE-törvény), a rugó nyúlása a rugalmassági határon belül egyenesen arányos a terhelő tömeg súlyával. Gondoskodunk továbbá arról, hogy ülepedés közben az esési magasság állandó maradjon. Ez esetben, amint ez SVEN ODÉN nyomán ismeretes,[2] nagyon egyszerű viszonyok állanak fenn.

Az új készülék vázlatos rajzát az 1. kép adja vertikális átmetszetben. A mintegy 80 cm hosszú *A* üveg iszapolóhengerbe nyúlik

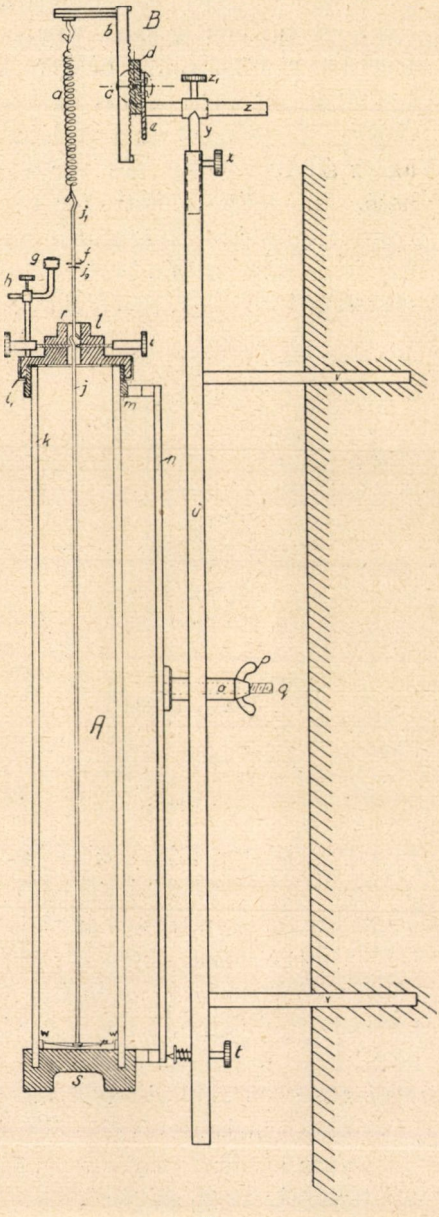
---

[1] SVEN ODÉN: Eine neue Methode zur mechanischen Bodenanalyse. Internationale Mitteilungen für Bodenkunde. V. kötet. 1915. p. 257—311.

[2] SVEN ODÉN: id. m.

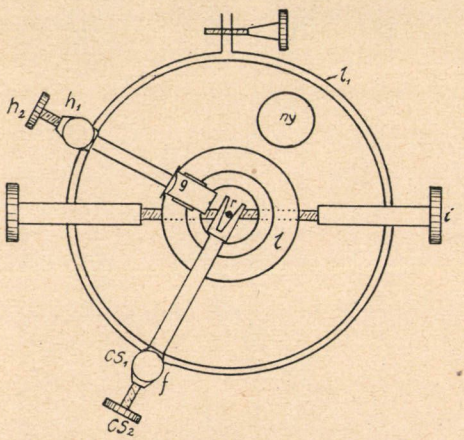
a *p* erősen nikkelezett réz mérőserpenyő, a *j* 2 mm vastag, belül üres, tartószárra erősítve. Az iszapolóhenger belső átmérője 77·6 mm, a falvastagság pedig cca 9 mm. A *p* serpenyő a következő méretekkel bír: a serpenyőlap átmérője 63 mm, a szegélyén 6·5 mm magasságú és kb. 0·2 mm vastagságú, felfelé álló s a serpenyő lapjával derékszöget bezáró perem van. E perem azért szükséges, hogy megakadályozza a serpenyőre leülepedett anyagnak a serpenyőlapról való lecsúszását. A *p* serpenyő alsó része — az ODÉN elrendezéstől eltérően — kúpos kiképzésű. A kúpos kiképzés oka az, hogy a szuszpenziónak a későbbiekben leírandó egyenletessé való összerázása után a mérőserpenyő alján levegőbuborék, ami pedig lapos serpenyőnél jelentkezett, ne maradhasson. A kúp magassága kb. 9 mm. A mérőserpenyő és a kúp lemezvastagsága szintén 0·2 mm, s belül üres, minekfolytán a vízben mért serpenyősúly aránylag kicsi lesz. Az általam használt készülékeken a tartószárral együtt általában 15—18 g között van ez. Az iszapoló üveghenger alját egy nikkelezett bronzból készült *S* fenék zárja el. E fenékbe az üvegfal közelében három kiélezett *w* vezetőléc van beerősítve, melyek megakadályozzák a serpenyőnek az iszapolóhengerben, ennek forgatása esetén való lötyögését. Egyébként e lécek és a serpenyő között 1—2 mm-es hézag van. E kis hézag ugyan csekély serpenyőelmozdulást oldalt megenged, azonban mellőzni mégsem lehetett a hézagokat, mert ez esetben a serpenyő süllyedése, amire pedig a méréseknél szükség van, lett volna akadályozva. Az iszapolóhenger legtetejére egy szintén erősen nikkelezett bronzból készült *m* gyűrű van erősítve, amely gyűrűnek külső felületére csavarmenet van vésve. Az iszapolóhengert végül egy szintén erősen nikkelezett bronzból készült s az előbb említett fémgyűrűre rácsavarható *l* fedéllel zárhatjuk. E fedélen a mérőserpenyő *j* tartószárának kivezetésére és az iszapolandó anyagnak az iszapolóhengerbe való bevihetésére két, dugóval elzárható nyílás van. A tartószár kivezetésére szolgáló egyik, központi helyzetű, *r* nyílás az első képből jól kivehető, a másik, oldalt eső, az anyag bevezetésére szolgáló *ny* nyílást azonban rajzolástechnikai okokból ezen az ábrán nem tüntettem fel. Mind a két nyílás alakjáról és helyzetéről világos képet ad azonban a fedélről felülnézetben készült 2. ábra.

A mérőserpenyőszár, amint ez az 1. ábrából jól kivehető, egy újabb, közvetítő 1·3 mm vastagságú, az ábrán j_1-gyel jelölt aluminiumdróttal van felfüggesztve az *a* mérőspirálrugóra. A spirálrugó egy a mikroszkópok tubusemelő szerkezetéhez teljesen hasonló *B* hajtószerkezetre van akasztva, amely szerkezet *b* lécén milliméterbeosztás van. E léc a ráakasztott mérőrugóval együtt *d* hajtó kerék segítségével mozgatható le és fel. Az így elmozdítható léc mellett *c* rögzített nóniusz van, ami a lécnek és természetesen a reáakasztott *a* mérőspirálrugónak is $^1/_{10}$ mm-nyi elmozdulását már mérhetővé teszi. Szükség esetén természetesen még a 0·05 mm elmozdulásnak megfelelő középhelyzet is becsülhető. Az iszapolóhenger *S* bronzfenekét a felső *m* bronzgyűrűvel az *n* vasléc köti össze, amely vaslécnek a középmagasságában *q* hengeres vascsap áll ki, az *o* rövid és üres hengeres csapágyon átnyúlva. A *q* vascsap körül az iszapolóhengert forgathatjuk. A *q* vascsap végére vésett csavarmenet és egy megfelelő *p* szárnyasanya segítségével



1. ábra.

az iszapolóhengert bármely helyzetben rögzíthetjük. Természetes, hogy mi mindig csak vertikális helyzetben fogjuk az iszapolóhengert rögzíteni. A hengernek függélyes helyzetbe való gyors beállíthatását segíti elő egy az u fémcső aljára szerelt t rugós csapszeg, s vele szemben az n vaslécre vésett lyuk. A henger pontosan akkor áll függélyesen, amikor a csapszeg a lyukba belecsappintható. Az előbb említett forgatószerkezet hasonló a WIEGNER-GESSNER-féle iszapolókészülék forgatószerkezetéhez, s mint ott, úgy itt is arra szolgál, hogy segítségével a szuszpenziót egyenletes eloszlásúvá tehessük. E célból a szuszpenzióval megtöltött iszapolóhengert, a rácsavart fedelén levő r és ny nyílásoknak gumidugóval való elzárása és a serpenyőszárnak a későbbiekben leírandó rögzítése után (megjegyzem, hogy a mérőserpenyő ekkor még nincsen a j_1 közvetítő drótra akasztva), a p szárnyasanya meglazításával felszabadítjuk s az o hengeres csapágyban fekvő q vascsap körül legalább öt percen át nyugodt, lassú ütemben körülforgatjuk.



2. ábra.

Hogy pedig forgatás közben a mérőserpenyő ne lötyöghessen, ami esetleg a tartószárának elgörbülését vonná maga után, azért alkalmaztam egyrészt a már említett három éles w vezető lécecskét az iszapolóhenger fenekére szerelve, ami a mérőserpenyőnek oldalt való nagyobb elmozdulását lehetetlenné teszi, másrészt pedig gondoskodtam arról, hogy forgatás közben a tartószár szilárdan meg legyen fogva. Ez utóbbi célból a j tartószárnak az iszapolóhenger fedelén való kivezetésére szolgáló r nyílásba oldalról két, pontosan egymással szembenálló i csavar van beeresztve, amely két csavar kívülről kényelmesen kezelhető, s amelyek segítségével a j tartószár megrögzíthető.

A két csavarvég sík kiképzésű, közöttük halad a tartószár.

Becsavarva mind a két csavart, azok a tartószárat megszorítják, s így rögzítik.

Az *o* hengeres csapágy szilárdan egy 27 mm külső átmérőjű *u* üres fémcsőre van szerelve, amely fémcső végül az 1. ábrán *v*—*v* jelzett vastartóval van a szoba falába beerősítve.

A mérőrugót tartó *B* hajtószerkezet az *u* üres fémcső felső részén van úgy elhelyezve, hogy az ebben le- és felsüllyeszthető, valamint jobbra-balra forgatható, és az *x* csavar segítségével különböző magasságokba állítható. Minthogy a *B* hajtószerkezetnek előre-hátra való mozgathatására is szükségünk van, azért gondoskodni kellett ennek lehetővé tételéről is. E célból a *B* hajtószerkezetet a *z* hengeres fémcsapra szereltem, amely csap az *y* üres fémhengeren nyúlik át, s abban előre és hátra tolható, forgatható és a z_1 csavar segítségével bármely helyzetben rögzíthető. A *z* fémhenger tetején hosszanti horony van, úgyhogy amikor ebbe rögzítéskor a z_1 csavar belekap, akkor a *b* mérőléc pontosan függélyes.

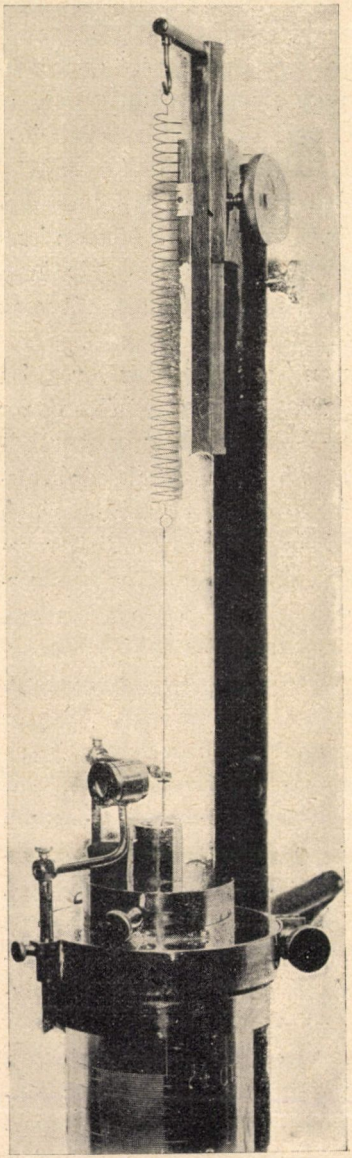
A készüléknek a szoba falába való beépítésekor ügyelnünk kell arra, hogy az pontosan függélyes helyzetben álljon.

Ezekután ismertetem a készüléknek a spirálrugón kívül talán második legfontosabb részét, azt a szerkezetet, amely lehetővé teszi az állandó esési magasság melletti munkát. E célból a *j* mérőserpenyőszárat a spirálrugóval összekötő j_1 aluminiumdrótra egy kis, az 1. ábrán j_g-vel jelölt, fémkorong, s az iszapolóhengert záró *l* nikkelfedélre pedig a levehető l_1 nikkel fémgyűrű van szerelve, amelyen a *cs* csavarral különböző magasságra állítható *f* fémvilla van. A villa ágai között halad át a j_1 összekötő aluminiumdrót, s ha a mérőrugót a *B* rugóhajtószerkezettel megfeszítjük, akkor az összekötődrótra szerelt j_g fémkorongocska nekifekszik az *f* villa alsó lapjának s így megakadályozza a mérőserpenyőnek akár le-, akár pedig felfelé való mozgását. A villát előzetesen oly magasra állítjuk, hogy a mérőrugó túlfeszítése esetén a mérőserpenyő csúcsa az iszapolóhenger fenekétől csak egypár tizedmilliméterre álljon magasabban.

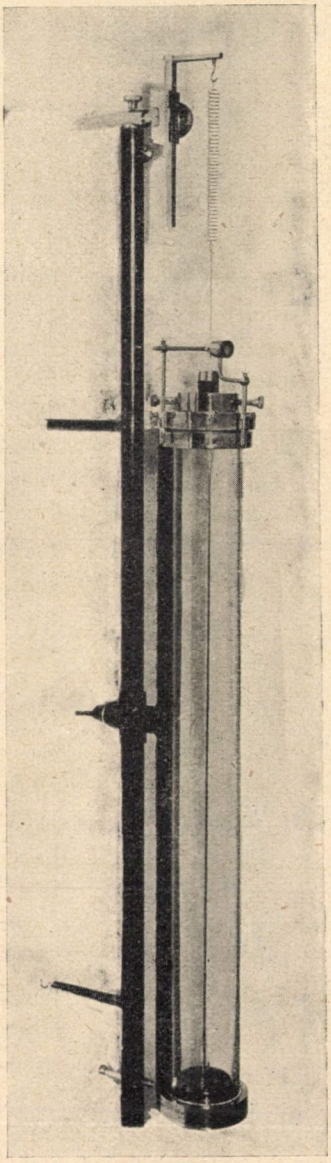
A mérőrugót mérések közben mindig bizonyos, később megadandó, értékkel túlfeszített állapotban tartjuk, s így az a mérőserpenyőt állandóan felhúzva odaszorítja a j_g fémkorongocskát az

f villa alsó lapjához, minekfolytán a mérőserpenyő magassága állandó marad. Akkor azonban, amikor a mérőserpenyőre már annyi anyag rakódott le, hogy a túlfeszített mérőrugóval a szuszpenzióba merülő mérőserpenyő + tartószár + szedimentált anyag együttes súlya éppen egyensúlyban lesz, a fémkorongocskának a villához való odaszorítása megszűnik, s további bármely csekély szedimentáció pedig már a serpenyő süllyedését okozza. A süllyedni kezdés pillanatában megállapított mérőrugóhelyzet viszonyítva ahhoz a helyzethez, amely helyzet csak a merülő mérőserpenyő + tartószár súlyának felel meg, természetesen mértéke lesz az újabb terhelő súlynak. Ismerve a szuszpenzióba merülő serpenyőrendszer merülés közbeni súlyát a szuszpenzióban, ez értéket levonva a mért súlyból, nyerjük a kiszedimentálódott anyag súlyát a szuszpenzióban mérve, amely értékből végül a szuszpenzió fajsúlyának ismerete alapján nyerjük a levegőben mérhető értéket. Mérés után a serpenyő továbbsüllyedését meggátolandó, nem kell egyebet tennünk, mint az a mérőrugót a B hajtószerkezet segítségével ismét túlfeszítenünk: a j_g korongocska ismét nekifekszik az f villának, s így a serpenyő újra a régi, állandó helyzetbe kerül. Kiemelem azonban azt, hogy mérésre nem kell megvárnunk azt a pillanatot, amikor a túlfeszített mérőrugó nyúlása a serpenyőre ülepedő anyaggyarapodás folytán éppen kompenzálódik, hanem bármely, tetszésszerinti időpontban végezhetünk mérést. E célból ugyanis nem kell egyebet csinálnunk, mint a túlfeszített rugót addig rövidítenünk, a B hajtószerkezet segítségével, amíg a serpenyő süllyedése éppen meg nem kezdődik. Az így nyert egyensúlyi helyzetből bármikor megállapítható azután a mérés időpontjáig a serpenyőre ülepedett tömeg.

Az egyensúlyi helyzet csekély túllépésének, azaz, ami ezzel egyértelmű, a mérőserpenyő süllyedni kezdésének megállapítása az l_i fémgyűrűre szerelt kis, kb. hatszoros nagyítású g lupén át a kis korongocskának a villa alsó lapjától való elválásának megfigyelése útján történik. Az elválás a korongocskának már $^1/_{10}$ mm-t kitevő süllyedése esetén biztosan felismerhető. Az 1. ábrán jól látható a lupé elhelyezése. A lupé egyébként hengeres foglalatában előre-hátra mozgatható, ami lehetővé teszi a korong és a villa érintkezési vonalának teljes élességű beállítását. A lupé végül még

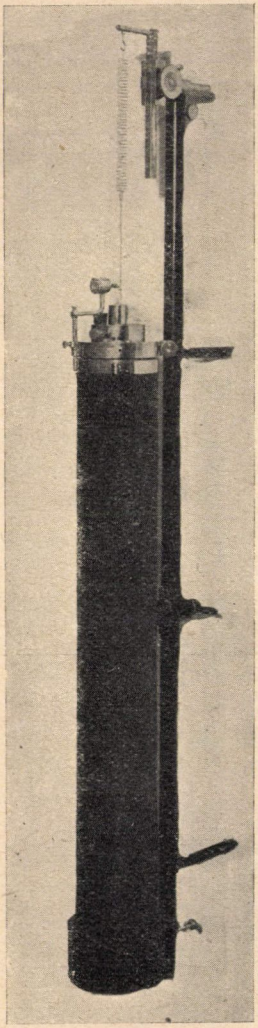


3. ábra.



4. ábra.

a h_1—h_2 csavarok segítségével alacsonyabbra és magasabbra állítható a villamagasságnak megfelelően.



5. ábra.

Ha netalán figyelmetlenségünk következtében a rugó gyors rövidítése folytán az egyensulyi helyzeten túl is haladnánk, nagyobb hiba az esési magasságban mégsem állhat elő, mert amint feljebb említettem is már, a serpenyő csúcsa az iszapolóhenger feneke fölött csak egypár tizedmilliméterrel áll, maximálisan tehát csak ennyit süllyedhet a mérőserpenyő.

Minthogy az iszapolóhenger forgatása közben az l rácsavart zárófedél sokszor fenékhelyzetbe is kerül, azért gondoskodnom kellett annak biztos tömítéséről, nehogy forgatás közben a szuszpenzió a fedélen át kiszivároghasson. E célból vazelinnal bekenjük az m fémgyűrű csavarmenetét, s csak azután csavarjuk erősen rá a fedelet. A vazelin eltömíti a csavarmenetet. Ugyancsak bevazelinezzük a biztos tömítés céljából még az i serpenyőszár szorító-csavaroknak a csavarfejhez közelebb eső részét is, az iszapoló- edénybe benyúló végüket azonban vazelinmentesen hagyjuk. A leírt óvatossági előírások betartása esetén feltétlen tömítés érhető el.

Meg kell említenem végül még, hogy a mérések alatt hőszigetelés céljából az iszapolóhenger egy 1 cm vastagságú nemezköpennyel borítható.

A 3., a 4. és az 5. számú fényképek a készülékről készültek. A 3. kép a készüléknek csak a felső részét adja, a 4.-en láthatjuk az egész készüléket, az 5. kép végül a nemeztakaróval borított készülékről készült már. A képen a j_g fémkorongocska nincs az f villáig felhúzva azért, hogy azt jobban láthassuk, azaz a mérőrugó

nincs túlfeszített állapotban. Ugyancsak megemlítem még, hogy a készülék rendes beállításakor, még az esetben is, ha a mérőserpenyő a mérőrugó túllazításakor a fenékre esik már, a korongocska és a villa közötti távolság a képeken láthatónál jóval kisebb.

Mérőrugó gyanánt olyan acélspirálrugókat használtam, amelyeknek szálvastagsága 0·3 mm, s annyi 14 mm átmérőjű csavarulatból állnak, hogy kb. 1 cm nyúlás felel meg 1 g terhelésnek. Egyik ilyen rugóm például 41 csavarulatból állott, s kb. 10·8 mm nyúlás felelt meg 1 g terhelésnek. E mérőrugókkal előzetesen számos, a rugó kitanulmányozását célzó kísérletet végeztem. Ezek arra vezettek, hogyha a rugót ugyanolyan igénybevétellel, mint amilyennel mérésre használni akarjuk, előzetesen hosszabb ideig fárasztjuk, akkor azok mérési célokra teljesen használhatókká válnak. A hőmérséklet befolyását kutató vizsgálataim pedig azt mutatták, hogy 1—2° C hőmérséklet intervallumon belül a hőmérsékle thatás teljesen elhanyagolható.

6. ábra.

A rugó nyúlási viszonyainak kényelmes megállapíthatása céljából készíttettem a 6. képen látható segédserpenyőt. Ennek súlya egyenlő a használandó esési magasságig desztillált vízbe merülő mérőserpenyő és a közvetítő aluminiumdrót együttes súlyával. E kettő együttes súlya adja a mérőrugó kezdeti igénybevételének az értékét. A mérőrugó maximális igénybevétele pedig a kezdeti súlynak és a mérőserpenyőre ülepedett anyag vízben mért súlyának összegével lesz egyenlő. Minthogy a bemérendő anyagmennyiséget úgy választjuk meg, amint erről később részletesen szó lesz, hogy a mérőserpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlya 5 g legyen, azért a maximális igénybevételt egyszerűen úgy kaphatjuk meg, hogy egy 5 g-os súlyt helyezünk a segédserpenyőre.

A használandó esési magasságig desztillált vízbe merülő mérőserpenyőnek és a közvetítő aluminiumdrótnak együttes súlya a leírt iszapolókészülék esetében 18·01 g. Ez a súly jelenti tehát a mérőrugó kezdeti igénybevételét. A maximális igénybevétel pedig az előzőkben kifejtettek alapján 23·01 g lesz. A segédserpenyő tartószárán kb. $^1/_2$ cm távolságra egymástól több kőrös bemetszés

van. A *B* hajtószerkezet segítségével valamelyik kőrös metszést koincidenciába hozzuk az *f* villa alsó síkjával. Az így megállapított rugóhelyzetet a *b* mérőlécen a nóniusz segítségével leolvassuk. Ez az érték jelzi a mérőrugó kezdeti igénybevételének megfelelő helyzetet. Ezután reáhelyezzük a segédserpenyőre az 5 g-os súlyt (szimmetrikus terhelést elérendő két darab 2·5 g-os súlyt használtam), s a *B* hajtószerkezet segítségével addig emelem a mérőrugót, amíg ugyanaz a kőrös bemetszés koincidenciába nem kerül a villa alsó lapjával. A két leolvasás közötti érték lesz a mértéke az 5 g terhelésnek. A mérőrugó nyúlási viszonyait így a 18·01—23·01 g-os intervallum kezdetén és végén kényelmesen vizsgálhattam. Az intervallum közbülső súlyainak megfelelő rugónyúlás megállapítása pedig úgy történt, hogy a segédserpenyőre 5 g helyett a szóbanforgó kisebb súly került. A számos rugóvizsgálat közül talán legyen elegendő e helyütt annak a mérőrugónak a nyúlási viszonyait ismertetni, amellyel az e dolgozatban és a SZADECZKY K. ELEMÉRrel közösen elkészített: *Összehasonlító elemzések az új iszapolókészülékkel* c. dolgozat elemzései készültek.

A rugónyúlási viszonyokat egyrészt vele végzett iszapolások, másrészt pedig külön vizsgálatok alapján állapíthattam meg. Az iszapolásokkal kapcsolatosan nyert idevágó eredmények 15 napon át tartó szakadatlan rugóigénybevétel nyúlási viszonyairól tájékoztatnak, a külön lefolytatott vizsgálatok pedig egy 19 napon át tartó szakadatlan rugóigénybevétel adatairól adnak felvilágosítást. Végül szólok még a hőmérsékletváltozásnak a mérőrugó nyúlási viszonyaira való hatásáról.

Először lássuk az iszapolási munkálatokkal kapcsolatosan megállapított rugónyúlási méréseimet.

Az iszapolási munkálatokkal kapcsolatos rugóvizsgálat úgy történt, hogy a vízbemerülő mérőserpenyősúllyal egyenlő súlyú segédserpenyővel s ezután még a segédserpenyőre ráhelyezett 5 g súllyal is terheltem mind az iszapolás kezdete előtt, mind pedig befejezése után közvetlenül, a mérőrugót. Ilyen módon tehát, amint ezt már előbb kifejtettem, tulajdonképpen a rugó kezdeti- és végterhelésének megfelelő rugónyúlást állapítottam meg, s meg tudtam adni az 5 g terhelésre előálló rugónyúlást is. A legutolsó iszapolás után még az 1—1 g-ra eső rugónyúlást is megállapítottam,

annak a bizonyítására, hogy a szóbanforgó 5 g-os intervallumban a rugónyúlást gyakorlatilag tényleg arányosnak vehetjük a terhelő tömeggel.

A mérőrugót az iszapolások megkezdése előtt fárasztottam a «maximális terheléssel», azaz annyi súllyal, amennyi terhelné a rugót akkor, ha pl. koaguláltatással teljes szedimentációt idéznénk elő. E «maximális terhelés», amint erről már szó volt, egyenlő a vízbemerülő mérőserpenyő + közvetítő aluminiumdrót + a serpenyőre rakódó anyagnak vízben mért súlyával, azaz egyenlő a segédserpenyőnek és a ráhelyezett 5 g-nak együttes súlyával.

Az első analízist a rugó fárasztásától számított 24 óra mulva kezdettük. Ez iszapolás $69^h17'$-en át tartott. A szoba hőmérséklete csökkenő tendenciával 18·3—19° C között volt.

Rugónyúlási viszonyok az iszapolás kezdetekor a rugó igénybevételétől számított 24 óra mulva:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzet.	129·45 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	75·55 «
5 g-ra eső rugónyúlás	53·90 mm.

Rugónyúlási viszonyok az iszapolás befejeztekor a rugó igénybevételétől számított $93^h17'$ mulva:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzet.	129·95 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	76·00 «
5 g-ra eső rugónyúlás	53·95 mm

Közbevetőleg megjegyzem, hogy az összes iszapolások alatt a mérőrugó állandóan ki volt feszítve, mégpedig a mérések idejének rövid kivételével állandóan a segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhosszig.

Az iszapolás $69^h17'$-nyi ideje alatt a segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzetek között tehát 0·50 mm, a segédserpenyő súlyának megfelelő helyzetek között pedig 0·45 mm eltérés mutatkozott, azaz ennyi a rugó hosszú ideig tartó igénybevétele következtében előálló rugónyúlás. A rugónyúlás értéke gyanánt a kettő középértékét vesszük, ez lesz tehát 0·475 mm. Rövidség okáért a következőkben a segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzetet I., a segédserpenyő súlyának megfelelő helyzetet pedig II. helyzetnek fogom nevezni.

Ez iszapolás és a következő között $0^h43'$ telt el. Az újabb iszapolás $71^h17'$-en át tartott. A szoba hőmérséklete 18·3—19·2° C között volt, mégpedig a hőmérsékletnek állandó csökkenése volt megállapítható.

A rugónyúlási viszonyok itt a következőképpen adódtak:

Rugónyúlás az iszapolás kezdetekor, a rugó igénybevételétől számított 94^h mulva:

I. helyzet	.....	129·95 mm
II. «	.....	76·00 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·95 mm

Rugónyúlás az iszapolás befejeztekor, a rugó igénybevételétől számított $165^h17'$ mulva:

I. helyzet	.....	130·3 mm
II. «	.....	76·4 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·9 mm

A két I. helyzet között 0·35 mm, a két II. helyzet között pedig 0·4 mm a rugónyúlás. Középértékben a $71^h17'$-re eső rugónyúlást 0·375 mm-nek vehetjük.

Ezután 1^h mulva kezdődött egy újabb iszapolás. Ez iszapolás megindulásakor azonban kis baleset történt, amelyről talán nem lesz érdektelen, ha beszámolok. Az indulás után rögtön beleesett az összekötő aluminiumdrót a fedélen levő középnyíláson át a szuszpenzióba, ugyanis kampója ügyetlenség folytán kicsúszott a mérőrugó akasztókarikájából. A kifeszített rugó így terhétől megszabadulva összeugrott, sőt a hajtószerkezet akasztójáról is lepattant a földre. Pár percig tartott ezután, amíg sikerült a szuszpenzióból az összekötő aluminiumdrótot kivennem, s ez idő alatt a mérőrugó kifeszítetlen volt. A rugó azonban a kíméletlen bánásmódot s talán még jobban a pár percnyi pihenést, nem különösebben számbavehetően ugyan, azonban már mégis megérezte, amint ezt ez újabb $1^h12'$-en át tartó iszapolás alábbi adatai bizonyítják.

Rugónyúlás az iszapolás kezdetekor, a rugóigénybevételtől számított $166^h17'$ mulva:

I. helyzet	.....	130·2 mm
II. «	.....	76·3 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·9 mm

Rugónyúlás az iszapolás befejeztekor, a rugóigénybevételtől számított 167^{h}29′ mulva:

I. helyzet	.....	130·3 mm
II. «	.....	76·4 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·9 mm

Mind a két I. és II. helyzet között egyaránt 0·1 mm a különbség. Ez azonban nem írható, nézetem szerint, a rugóigénybevétel rovására, mert ilyen rövid idő alatt (1^{h}12′!) s többnapos előzetes igénybevételkor, mint ez esetben, még nem szokott mérhető nyúlás előállani, amint ezt számos tapasztalatom alapján állíthatom. Nézetem szerint itt nem történt más, mint csupán az, hogy a mérőrugónak a pihenés folytán előállott zavara megszűnt már az iszapolás végére, s a rugó ismét régi állapotába került. Ez esetnek a részletes ismertetését azért adom, hogy megmutathassam azt, miszerint hasonló zavar a mérőrugót csak rövid időre s gyakorlati szempontból akkor is csak alig számbavehető módon befolyásolja. A mért 0·1 mm-es eltérés ugyanis, már igen közel jár a mérési határhoz.

Hogy a mérőrugózavar megszűnését feltételező feltevésem helyes, azt rögtön megerősíti már a következő iszapolás. Itt ugyanis már lassú és egyenletes rugónyúlás mutatkozott. Ezt az újabb iszapolást az előbbi befejezte után 1^{h}16′ mulva kezdettem meg s 44^{h}50′-en át tartott. A szoba hőmérsékleti viszonyai itt is teljesen hasonlók voltak az előző iszapoláséihoz. Egyébként a hőmérséklet itt 18·3—19·6° C között volt.

Rugónyúlás az iszapolás kezdetekor, a rugó igénybevételétől számított 168^{h}45′ mulva:

I. helyzet	.....	130·3 mm
II. «	.....	76·4 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·9 mm

Rugónyúlás az iszapolás befejeztekor, a rugó igénybevételétől számított 213^{h}35′ mulva:

I. helyzet	.....	130·55 mm
II. «	.....	76·70 «
5 g-ra eső rugónyúlás	....	53·85 mm

A két I. helyzet között 0·25 mm, a két II. helyzet között pedig 0·3 mm a különbség. A kettő középértékét véve a rugónyúlás mértékeül, ez lesz 0·275 mm.

Ezután $0^h54'$ mulva kezdettünk új analízist, új anyaggal. A készüléket természetesen szét kellett szednünk s ismét összeállítanunk. Az összeállításnál azonban gondosan ügyeltem arra, hogy az *f* villának a rugóhoz viszonyított helyzete meg ne változzék, ugyanolyan magasságban álljon az, mint az előbbi analízisek esetében is volt. Ezt, hogy elérjük, nem kell egyebet tennünk, mint az *l* fedelet az iszapolóhengerre ugyanaddig reácsavarnunk, ameddig az előbbi analízisekben volt csavarva. A szobahőmérséklet 18·3—19·5° C között volt. Itt is, mint az összes analízisek esetében, csak rövid ideig volt 19° C-on felüli hőmérséklet, még pedig csak addig, amíg induláskor több percen át a kis szobában tartózkodva, azt testünk melegével felmelegítettük. Ez az iszapolás $23^h02'$-en át tartott.

Rugónyúlás az iszapolás kezdetekor, a rugóigénybevételtől számított $214^h29'$ mulva:

I. helyzet	130·55	mm
II. «	76·75	«
5 g-ra eső rugónyúlás	53·80	mm

Rugónyúlás az iszapolás befejeztekor, a rugó igénybevételétől számított $237^h31'$ mulva:

I. helyzet	130·70	mm
II. «	76·85	«
5 g-ra eső rugónyúlás	53·85	mm

A két I. helyzet között 0·15 mm, a két II. helyzet között pedig 0·1 mm a különbség. A kettőből alkotott középérték lesz: 0·125 mm.

Ezzel a rugóval még egy iszapolást csináltunk pihentetése nélkül, mégpedig szintén új anyaggal. Ez új iszapolás az előbbi befejezte után $0^h52'$ mulva kezdődött, s $70^h12'$-en át tartott. A szobahőmérséklet ez esetben is kezdetben magasabb, mint később, egyébként két szélső értékét 18·5—19·2° C-szal mérhettük.

Rugónyúlás az iszapolás kezdetekor, a rugóigénybevételtől számított $238^h23'$ mulva:

I. helyzet	130·70 mm
II. «	76·85 «
5 g-ra eső rugónyúlás	53·85 mm

Rugónyúlás az iszapolás befejeztekor, a rugóigénybevételtől számított 308h 35′ mulva:

I. helyzet	131·05 mm
II. «	77·2 «
5 g-ra eső rugónyúlás	53·85 mm

Mindakét I. és II. helyzet között a különbség 0·35 mm.

Ez iszapolás befejezte után az I. és II. helyzet közötti 5 g-os intervallumban megállapítottam még az 1—1 g-ra eső rugónyúlási értékeket is úgy, hogy a segédserpenyőre egymásután 1, 2, 3, 4 és 5 g-ot tettem. E méréssorozatot 18·6° C hőmérsékleten végeztem. Alábbi táblázat I. oszlopában adom a mérés eredményeit, a II. oszlopban feltüntetem ezután az 1—1 g-ra eső rugónyúláskülönbséget is. Minthogy rendes körülmények között csak az I. és a II. helyzetet mérjük, s ennek különbségét egyszerűen öttel osztva állapítjuk meg az 1—1 g-ra eső rugónyúlást, azért ezt így is kiszámítottam. Ez egyenlő 53·85 mm/5 = 10·77 mm. Ennek az értéknek az alapján számított rugóhelyzeteket adja a III. oszlop, a IV. oszlopban végül a mért és a számított értékek közötti különbségeket láthatjuk.

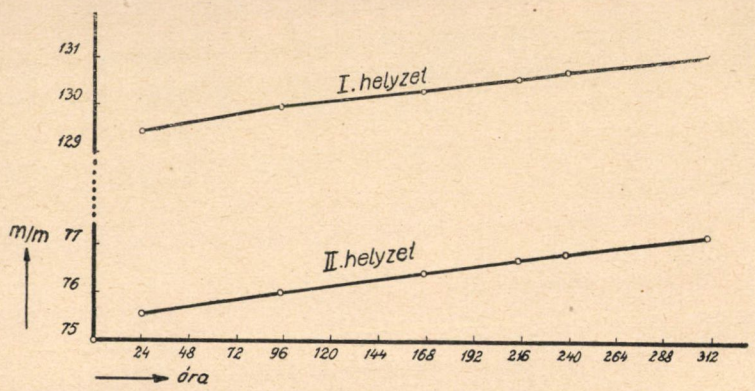
	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	77·15		77·15	+0·00
« + 1 g « « «	87·95	10·8	87·92	+0·03
« + 2 « « « «	98·72	10·77	98·69	+0·03
« + 3 « « « «	109·55	10·83	109·46	+0·09
« + 4 « « « «	120·30	10·75	120·23	+0·07
« + 5 « « « «	131·0	10·70	131·0	+0·00

E táblázatból látjuk azt, hogy a rugónyúlás és a terhelés kisebb intervallumban gyakorlatilag tényleg arányosnak vehető. Az eltérések részben már túlesnek, vagy pedig alig lépik túl a kísérleti hibák határát.

Az előzőkben vázolt kísérletsorozat rugónyúlásai viszonyait a

7. rajzban grafikusan is ábrázoltam. Az abszcissza a rugó igénybevételétől számított időt, az ordináta pedig a mért rugóhelyzetet adja. Ez ábrából jól kivehető az, hogy maximális igénybevétellel előzetesen, 1 napon át fárasztott rugónak a nyúlása pár napi intervallum figyelembevétele esetén már nyugodtan lineárisan növekedőnek vehető.

A külön lefolytatott rugóvizsgálat teljes 19 napig tartott. Ezt ugyanazzal a rugóval végeztem, amellyel az iszapolások is történtek. A rugónyúlási viszonyokat ez esetben is ugyanabban az 5 g-os



7. ábra.

terhelési intervallumban tettem vizsgálat tárgyává, amely intervallumra vonatkoznak az előzőkben közölt iszapolási adatok is. Az így nyert eredményeket az I. táblázatban foglaltam össze. Az első oszlopban a rugó igénybevételének kezdete óta eltelt idő van feltüntetve, a másodikban a segédserpenyő + 5 g együttes súlyának megfelelő (az előző méréssorozat I. helyzete), a harmadikban pedig a segédserpenyő súlyának megfelelő (az előző sorozat II. helyzete) rugóhelyzet van megadva. A következő oszlopban jelzem az I. és a II. helyzet közötti különbséget, azaz, ha úgy tetszik, az 5 g-ra eső rugónyúlást. Az utolsó oszlop végül a leolvasás idején megállapított szobahőmérsékletet adja.

1. táblázat.

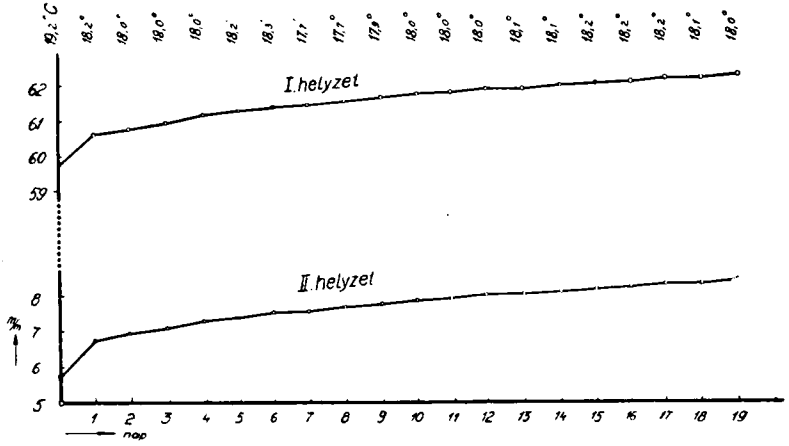
A rugó igénybevétele óta eltelt idő h	I. helyzet $^{mg}/_{m}$	II. helyzet $^{mg}/_{m}$	5 g terhelésre eső rugónyúlás	Hőmérséklet C°
0	59·7	5·65	54·05	19·2
0^h 10′	59·75	5·9	53·85	19·2
24	60·6	6·75	53·85	18·2
	60·55	6·75	53·80	
48	60·70	6·95	53·75	18·0
	60·70	6·90	53·80	
	60·70			
72	60·85	7·1	53·75	18·0
	60·90	7·1	53·80	
	60·90			
96	61·1	7·3	53·80	18·0
	61·1	7·3	53·80	
	61·1			
120	61·2	7·4	53·80	18·2
	61·2	7·4	53·80	
	61·2			
144	61·35	7·55	53·80	18·3
	61·30	7·50	53·80	
	61·30			
168	61·35	7·55	53·80	17·7
	61·35	7·55	53·80	
	61·35			
192	61·45	7·65	53·80	17·7
	61·45	7·65	53·80	
	61·45			
216	61·55	7·75	53·80	17·9
	61·55	7·75	53·80	
	61·55			
240	61·65	7·85	53·80	18·0
	61·65	7·85	53·80	
	61·65			
264	61·70	7·90	53·80	18·0
	61·70	7·90	53·80	
	61·70			
288	61·80	8·00	53·80	18·0
	61·80	8·00	53·80	
	61·80			
312	61·80	8·00	53·80	18·1
	61·80	8·00	53·80	
	61·80			

A rugó igénybevétele óta eltelt idő *h*	I. helyzet *m/m*	II. helyzet *m/m*	5 g terhelésre eső rugónyúlás	Hőmérséklet C°
336	61·90 61·90 61·90	8·10 8·10	53·80 53·80	18·1
360	61·95 61·95 61·95	8·15 8·15	53·80 53·80	18·2
384	62·0 62·0 62·0	8·2 8·2	53·80 53·80	18·2
408	62·1 62·1 62·1	8·3 8·3 8·3	53·80 53·80	18·2
432	62·1 62·1 62·1	8·3 8·3 8·3	53·80 53·80	18·1
456	62·2 62·2 62·2	8·4 8·4	53·80 53·80	18·0

E méréssorozat is teljesen megerősíti ama állításomat, hogy az általam választott rugóknak a hosszú ideig tartó igénybevétele folytán előálló nyúlása csekély hőmérsékletingadozás esetében, továbbá a maximális igénybevétellel való 24 órán át tartó előzetes fárasztás után pár napon át gyakorlati szempontból lineárisan növekedőnek vehető.

A mért adatokat egyébként itt is ábrázolom a 8. ábrán grafikusan. Az abszcissza adja itt is a rugó igénybevétele óta eltelt időt, az ordináta pedig a naponkint megállapított rugóhelyzetet. Az egyes észlelési pontok fölé odaírtam a megfigyelt hőmérsékletet is. A grafikon felső vonala adja az I., az alsó pedig a II. helyzetnek megfelelő rugóhelyzeteket. E vonalakból szemléltetően kitűnik az, hogy az első napon tetemes a rugónyúlás (különösen az első pár percben rohamos a növekedés). 24 óra elteltével azonban már tetemesen lecsökken a rugónyúlás nagyobbodása, és már meglehetősen egyenletessé is válik. Azt is kiolvashatjuk e vonalakból, hogy egy-két nap elteltével a rugónyúlás pár napi egyenlő időközök-

ben közel egyenlő lesz, s a vonalaknak bizonyos mértékben a vízszinteshez való közeledése állapítható meg. Hogy a rugónak a hosszú időn át való igénybevétele folytán előálló nyúlása meddig tart, továbbá, hogy e rugóhosszabbodás folytán előálló nyúlás következtében mikor szűnik meg a rugó használhatósága, arra vonatkozóan ezidőszerint még nincsen adatom. Minthogy azonban az első 24 óra eltelte óta a rugónyúlás 19 nap alatt csupán 1·6 mm, tehát alig számbavehető érték volt, azt hiszem, nem tévedek nagyot, ha azt mondom, hogy a rugó, nézetem szerint, teljesen hasznavehető



8. ábra.

marad akkor is még, amikor a szóbanforgó nyúlás a mostaninak sokszorosát, akár tízszeresét teszi ki. Ez azonban azt jelentené, hogy akár 30 héten át is használhatjuk szakadatlanul, pihentetés nélkül a rugót. Ez az idő azonban 70, teljes három napig tartó iszapolást jelent.

A legkisebb szemnagyságú részlet, amelyet még közvetlen méréssel szoktak általában az iszapolásnál megállapítani, a 0·002 mm átmérőjű szemnagyságú. Minthogy az új készülék úgy van méretezve, hogy az esési magasság 70—73 cm körül van, következik az, hogy a 0·002 mm szemnagyságú részletek meghatározásához mintegy 70 órai iszapolási idő szükséges. Ezért elegendő, szerény nézetem szerint, a rugó nyúlási viszonyait mindig csak három

2. táblázat.

A rugó igénybevétele óta eltelt idő h	Mért I. helyzet mf_m	Számított I. helyzet mf_m	Mért és számított I. helyzet közötti különbség mf_m	A három napra eső rugónyúlás mf_m
24	60·575	60·575	0	
48	60·70	60·75	— 0·05	0·525
72	60·88	60·925	— 0·045	
96	61·1	61·1	0	
48	60·70	60·70	0	
72	60·88	60·867	+ 0·013	0·50
96	61·1	61·033	+ 0·067	
120	61·2	61·2	0	
72	60·88	60·88	0	
96	61·1	61·025	+ 0·075	0·436
120	61·2	61·170	+ 0·030	
144	61·316	61·316	0	
96	61·1	61·1	0	
120	61·2	61·183	+ 0·017	0·25
144	61·316	61·266	+ 0·05	
168	61·35	61·35	0	
120	61·2	61·2	0	
144	61·316	61·283	+ 0·017	0·25
168	61·35	61·366	+ 0·05	
192	61·45	61·45	0	
144	61·316	61·316	0	
168	61·35	61·394	— 0·044	0·234
192	61·45	61·472	— 0·022	
216	61·55	61·55	0	
168	61·35	61·35	0	
192	61·45	61·45	0	0·30
216	61·55	61·55	0	
240	61·65	61·65	0	

3. táblázat.

A rugó igénybevétele óta eltelt idő h	Mért II. helyzet mf_m	Számított II. helyzet mf_m	Mért és számított II. helyzet közötti különbség mf_m	A három napra eső rugónyúlás mf_m
24	6·75	6·75	0	
48	6·925	6·933	— 0·008	0·55
72	7·1	7·116	— 0·016	
96	7·3	7·3	0	
48	6·925	6·925	0	
72	7·1	7·083	+ 0·017	0·475
96	7·3	7·241	+ 0·059	
120	7·4	7·4	0	
72	7·1	7·1	0	
96	7·3	7·242	+ 0·058	0·425
120	7·4	7·384	+ 0·016	
144	7·525	7·525	0	
96	7·3	7·3	0	
120	7·4	7·383	+ 0·017	0·25
144	7·525	7·466	+ 0·059	
168	7·55	7·55	0	
120	7·4	7·4	0	
144	7·525	7·483	+ 0·042	0·25
168	7·55	7·566	— 0·016	
192	7·65	7·65	0	
144	7·525	7·525	0	
168	7·55	7·600	— 0·05	0·225
192	7·65	7·675	— 0·025	
216	7·75	7·75	0	
168	7·55	7·55	0	
192	7·65	7·65	0	0·30
216	7·75	7·75	0	
240	7·85	7·85	0	

192	7·65	7·65	0	0·25
216	7·75	7·733	+ 0·017	
240	7·85	7·817	+ 0·033	
264	7·90	7·90	0	
216	7·75	7·75	0	0·25
240	7·85	7·833	+ 0·017	
264	7·90	7·917	— 0·017	
288	8·00	8·00	0	
240	7·85	7·85	0	0·15
264	7·90	7·90	0	
288	8·00	7·95	+ 0·05	
312	8·00	8·00	0	
264	7·90	7·90	0	0·20
288	8·00	7·97	+ 0·03	
312	8·00	8·03	— 0·03	
336	8·10	8·10	0	
288	8·00	8·00	0	0·15
312	8·00	8·05	— 0·05	
336	8·10	8·10	0	
360	8·15	8·15	0	
312	8·00	8·00	0	0·20
336	8·10	8·067	+ 0·033	
360	8·15	8·133	+ 0·017	
384	8·20	8·20	0	
336	8·10	8·10	0	0·20
360	8·15	8·167	— 0·017	
384	8·20	8·233	— 0·033	
408	8·30	8·3	0	
360	8·15	8·15	0	0·15
384	8·20	8·20	0	
408	8·30	8·25	+ 0·05	
432	8·30	8·30	0	
384	8·2	8·2	0	0·20
408	8·3	8·267	+ 0·033	
432	8·3	8·333	— 0·033	
456	8·4	8·4	0	

192	61·45	61·45	0	0·25
216	61·55	61·533	+ 0·017	
240	61·65	61·617	+ 0·033	
264	61·70	61·70	0	
216	61·55	61·55	0	0·25
240	61·65	61·633	+ 0·017	
264	61·70	61·716	— 0·016	
288	61·80	61·80	0	
240	61·65	61·65	0	0·15
264	61·70	61·70	0	
288	61·80	61·75	+ 0·05	
312	61·80	61·80	0	
264	61·70	61·70	0	0·20
288	61·80	61·77	+ 003	
312	61·80	61·83	— 003	
336	61·90	61·90	0	
288	61·80	61·80	0	0·15
312	61·80	61·85	— 0·05	
336	61·90	61·90	0	
360	61·95	61·95	0	
312	61·80	61·80	0	0·20
336	61·90	61·867	+ 0·033	
360	61·95	61·933	+ 0·017	
384	62·00	62·00	0	
336	61·90	61·90	0	0·20
360	61·95	61·967	— 0·017	
384	62·00	62·033	— 0·033	
408	62·10	62·10	0·	
360	61·95	61·95	0	0·20
384	62·00	62·0	+ 0·033	
408	62·10	62·05	— 0·033	
432	62·10	62·10	0	
384	62·00	62·00	0	0·20
408	62·10	62·067	+ 0·033	
432	62·10	62·133	— 0·033	
456	62·20	62·20	0	

egymásután következő napra, azaz 72 órára figyelembe vennünk abból a szempontból, hogy a hosszú ideig való igénybevétel folytán előálló rugónyúlás tényleg lineárisnak vehető-e, mert ez esetben a nyúlásnak a helyesbítése is lineárisan történhetik, ami pedig a munkát nagyon leegyszerűsíti. Ennek szemléltetésére készítettem a 2. és 3. táblázatban foglalt összeállításokat. Ezek úgy készültek, hogy minden három napnak kezdeti- és végrugónyúlása közötti különbség alapján kiszámítottam a közbülső rugónyúlásokat, s azután megállapítottam ezeknek a mért értékektől való eltérését. Az első oszlop a rugó igénybevétele óta eltelt időt, a második oszlop a mért, a harmadik pedig a számított értékeket adja. A negyedik oszlopban látjuk a mért és a számított értékek között mutatkozó különbségeket. + előjelű ez a különbség akkor, ha a mért érték nagyobb a számítottnál, ellenkező esetben pedig az előjel —. Az utolsó oszlop adja végül a három napra eső rugónyúlást. A 2. összeállítás az I., a 3. összeállítás a II. helyzetekre vonatkozik. (L. 20—21. old.)

E két táblázat ismét csak megerősíti ama állításomat, hogy a hosszú ideig tartó rugóigénybevétel folytán előálló rugónyúlást az iszapolások legfeljebb háromnapot elérő időtartamára gyakorlati szempontból joggal lineárisan növekedőnek vehetjük. Amint látjuk, az esetek legtöbbjében az ebből eredő hiba 0·05 mm alatt marad. Ez az érték azonban a készülékkel való mérésnek már a becsülhetőségi határa. Alig egy-két esetben lépi csak a számított a mért értéket a becsülhetőség határán túl, azonban ez esetben is minden, esetben jóval alatta marad a biztos mérés alsó határát jelentő 0·1 mm-nek.

Meg kell jegyeznem még azt, hogy pár órán tartó iszapolás esetén a rugónak említett nyúlása még nem mérhető érték, így reá tekintettel egyáltalán nem kell lennünk. Ha tehát 0·002 mm-nél nagyobb szemnagyságnál, pl. legalább 0·005 mm-nél befejezzük már az iszapolást, a mért értékeket helyesbítenünk nem kell.

E külön elvégzett rugóvizsgálatok keretében megállapítottam időnkint még az 1—1 g-ra eső rugónyúlási értékeket is az I. és II. helyzet közötti 5 grammos intervallumban. Az így nyert értékek mellé odaállítottam az alábbi mérési táblázatokban még az I. és II. helyzetek különbségének egyszerű 5-tel való elosztása

révén számítható, 1—1 g-nak megfelelő rugónyúlási értékeket is, teljesen úgy, amint ezt megtettem már előbb egy azonos jellegű táblázat összeállításában. Úgy itt, mint ott, az első oszlop adja a mért értékeket, a második a mért értékek különbségét, azaz az 1—1 g-ra eső valódi nyúlást. A harmadik oszlopban láthatjuk azután a számított rugónyúlásokat, s végül az utolsó oszlop számai mutatják a mért és a számított rugóhelyzetek közötti különbségeket. E különbség + előjelű akkor, ha a mért érték a számítottnál nagyobb, ellenkező esetben pedig az előjel —.

1—1 g-ra eső rugónyúlás-értékek e rugó igénybevételétől számított 24h mulva :

	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megf. ú. n. II. helyzet	6·75	10·80	6·75	+ 0·00
« + 1 g « « helyzet	17·55	10·80	17·52	+ 0·03
« + 2 « « « «	28·35	10·75	28·29	+ 0·06
« + 3 « « « «	39·10	10·80	39·06	+ 0·04
« + 4 « « « «	49·90	10·70	49·83	+ 0·07
« + 5 « « « ú. n. I. helyzet	60·60		60·60	+ 0·00

1—1 g-ra eső rugónyúlásértékek a rugó igénybevételétől számított 96h mulva:

	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megf. ú. n. II. helyzet	7·30	10·80	7·30	+ 0·00
« + 1 g « « helyzet	18·10	10·80	18·06	+ 0·04
« + 2 « « « «	28·90	10·80	28·82	+ 0·08
« + 3 « « « «	39·70	10·70	39·58	+ 0·12
« + 4 « « « «	50·40	10·70	50·34	+ 0·06
« + 5 « « « ú. n. I. helyzet	61·10		61·10	+ 0·00

1—1 g-ra eső rugónyúlás-értékek a rugó igénybevételétől számított 216h mulva:

	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megf. ú. n. II. helyzet	7·75	10·80	7·75	+ 0·00
« + 1 g « « helyzet	18·55	10·75	18·51	+ 0·04
« + 2 « « « «	29·30	10·80	29·27	+ 0·03
« + 3 « « « «	40·10	10·75	40·03	+ 0·07
« + 4 « « « «	50·85	10·70	50·79	+ 0·06
« + 5 « « « ú. n. I. helyzet	61·55		61·55	+ 0·00

1—1 g-ra eső rugónyúlás-értékek a rugó igénybevételétől számított 360h mulva:

	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megf. ú. n. II. helyzet	8·15		8·15	+ 0·00
« + 1 g « « rugóhelyzet	18·95	10·80	18·91	+ 0·04
« + 2 « « « «	29·75	10·80	29·67	+ 0·08
« + 3 « « « «	40·50	10·75	40·43	+ 0·07
« + 4 « « « «	51·25	10·75	51·19	+ 0·06
« + 5 « « « ú. n. I. helyzet	61·95	10·70	61·95	+ 0·00

1—1 g-ra eső rugónyúlás-értékek a rugó igénybevételétől számított 456h mulva:

	I. mm	II. mm	III. mm	IV. mm
Segédserpenyő súlyának megf. ú. n. II. helyzet	8·40		8·40	+ 0·00
« + 1 g « « rugóhelyzet	19·20	10·80	19·16	+ 0·04
« + 2 « « « «	30·00	10·80	29·92	+ 0·08
« + 3 « « « «	40·75	10·75	40·68	+ 0·07
« + 4 « « « «	51·50	10·75	51·44	+ 0·06
« + 5 « « « ú. n. I. helyzet	61·20	10·70	61·20	+ 0·00

E táblázatokból kiolvashatjuk azt, hogy rugónk esetében általában ugyan kisebb terheléskor nagyobb az 1 g-ra eső rugónyúlás, mint nagyobbnál, azonban azt is megállapíthatjuk, hogy az I. és II. helyzet különbsége alapján számított 1—1 g-ra eső rugónyúlással gyakorlatilag nyugodtan számolhatunk az egész 5 g-ra eső intervallumban, mert az eltérések csak a mérhetőség határa körül mozognak.

A mérőrugó maximális igénybevétele, amint erről már volt szó, egyenlő lesz a vízbemerülő mérőserpenyő + közvetítő aluminiumdrót + a serpenyőre szedimentálódó vízben mért tömeg összsúlyával. A mérőserpenyő súlyát 20° C hőmérsékletű desztillált vízben olyan helyzetben mérve, hogy az a serpenyőlaptól számított 731·5 mm-ig merült el (az iszapolások alatt ugyanis mindig eddig merült), 17·35 g-nak találtuk. A mérést egyébként egy erősebb, ismert nyúlású spirálrugó segítségével végeztük el. A közvetítő aluminiumdrót súlya pedig 0·66 g-ot tett ki, így a mérőrendszer együttes súlya 18·01 g lesz. Minthogy pedig az iszapolandó anyag mennyiségét célszerű úgy megválasztani, hogy a serpenyőre abból 5 g vízben mért súlyú anyag rakódjék teljes szedimentáció

esetén, azért a rugó maximális terhelése 23·01 g-nak adódik. Ennél az igénybevételnél a mérőrugó, amint a rugóvizsgálati részben bizonyítva láttuk, még teljesen kifogástalanul működött, s a 18·01—23·01 g-os intervallumban a feljebb említett mérőrugó 18—19° hőmérsékleten 1 g terhelésre 10·76—10·77 mm rugónyúlással reagált.

Hogy az iszapolás méréseit kiértékelhessük, először is szükségünk van az iszapolóedény, valamint a mérőserpenyő fölé eső térrész térfogatának ismeretére. Egyenletes kezdeti eloszlású szuszpenziót feltételezve ugyanis mondhatjuk, hogy a szuszpenzió térfogata úgy aránylik a mérőserpenyő fölé eső térfogathoz, mint a bennük foglalt szuszpendált tömegek. Mi pedig — természetesen szabályos e.ést feltételezve — csak a mérőserpenyő fölé eső térrészben levő szuszpendált tömeget mérjük, a térfogatok arányának ismerete alapján azonban bármikor át tudjuk vinni az össztömegre a mérési eredményeket. Az iszapoló edény kalibrálása a fizikai praktikumokban megadott normák szerint történik. A mérőserpenyő fölé eső térfogatot pedig egyszerűen úgy kapjuk meg, hogy a köralakú mérőserpenyőlap-alappal és az esési magassággal, mint magassággal kiszámított körhenger térfogatából kivonjuk a szintén körhengeralakú serpenyőtartószár vízbemerülő részének a térfogatát. Egyik készülékem térfogata ilyen módon a fenéktől számított 741 mm magasságig számítva akkor, amikor a mérőserpenyő csúcsa az edény fenekétől 0·5 mm-re állott el, 3502·28 cm^3-nek, a mérőserpenyő fölé eső térrész pedig 2274·82 cm^3-nek adódott. Minthogy az összes iszapolásoknál mindig egyformán 741 mm-ig töltöttem meg az edényt a szuszpenzióval, továbbá a mérőserpenyő is változatlan magasságban maradt, következik, hogy mindig egy és ugyanazon esési magassággal számolhattam, ami pedig a számításokat nagyon egyszerűsítette.

A mérőrugó előzetes fárasztása a következőképpen történik: Az iszapolás megkezdése előtt egy nappal, amikor pld. az anyag fajsúlyát határozzuk meg, s az anyagot előkészítjük, felfüggesztjük az 5 g-mal terhelt segédserpenyőt a mérőrugóra, s erről csak akkor vesszük le, amikor a mérőserpenyőt akasztjuk a helyébe. A rugó nyúlási viszonyainak a megállapítása is igen egyszerűen végezhető el. A segédserpenyő tartószárán egymástól mintegy $^1/_2$ cm távol-

ságra több kőrös bemetszés van. A *B* hajtószerkezet segítségével valamelyik kőrös metszést koincidenciába hozzuk az *f* villa alsó síkjával. Ekkor még az 5 g-os súly rajta van a segédserpenyőn. Az így megállapított rugóhelyzetet a *b* mérőlécen a nóniusz segítségével leolvassuk. Ezután levesszük a serpenyőről az 5 g-os súlyt s megállapítjuk a *b* mérőlécen így a segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzetet. A két leolvasás közötti különbség lesz a mértéke a szóbanforgó 18·01—23·01 g-os intervallumban az 5 g terhelésnek. Ez értéket 5-tel elosztva nyerjük az 1 g terhelésre eső nyúlást. E mérést az iszapolás befejeztekor is elvégezzük, ügyelve arra, hogy a mérőrugó az iszapolás befejezte és a serpenyőátváltás közötti időben ne pihenhessen. Ezt úgy érjük el, hogy a mérőserpenyő leakasztása után a rugóra rögtön reáakasztjuk a segédserpenyőt.

Az iszapolás előtti és utáni mérés között az 5 g-ra eső nyúlásban alig van, vagy egyáltalán nincsen különbség, amint ezt számos megfigyelésem, amelyeknek egy része e dolgozatban is szerepelt, bizonyítja. Megfigyelhető azonban, amint ezt is láttuk már, a mérőrugónak a hosszú ideig tartó igénybevétel következtében előálló némi megnyúlása.

E nyúlás, amint megfigyeléseim bizonyítják, annál jobban csökken, mennél hosszabb ideig van a rugó pihenés nélkül használatban, s végül egy gyakorlati szempontból állandónak vehető értékkel növekszik egyenlő időtartamok alatt. Nagyon természetes azonban, hogy a végtelenségig nem vehetjük igénybe a rugót pihentetés nélkül. Mindamellett megfigyeléseim azt mutatják, hogy több hónapon át legalább is használhatjuk egyfolytában. Hosszabb idei használat után pihentetve a rugót, az ismét nyugodtan használható. Hogy mennyi az élettartama a kifogástalan használhatóság szempontjából egy ilyen rugónak, arra vonatkozóan ezidőszerint még nincs lezárt megfigyelésem. Olcsósága miatt ez másodrendű kérdéssé is válik egyébként. Az itt jellemzett rugó, jól lehet hónapokon át volt állandóan terhelve, még mindig teljesen kifogástalanul dolgozik. Ha csak 40 iszapolást végezhetnénk egy rugóval, pedig előreláthatólag ennek sokszorosát lehet, az egy iszapolásra eső rugóköltség 2·5 fillér volna csak. Ennél azonban jóval többe kerül pld. az elhasznált desztillált víz is.

A rugó említett hosszú ideig tartó állandó igénybevétele folytán előálló nyúlás, amint ez egyrészt a rugóvizsgálatra vonatkozó részből, másrészt pedig a következő fejezetben közölt adatokból is ki fog tűnni, 70 órai iszapolási idő alatt csupán egy-két tizedmillimétert tesz ki. Ez eltérést figyelembevéve korrigálhatjuk — ha úgy tetszik — a mérési adatokat. A korrekció keresztülvitelének módjáról később fogok szólani.

A rugónak a hőmérsékváltozással szemben való viselkedését tanulmányozó kísérleteim közül közlöm itt pl. azt a kísérletet, amelyet a szóbanforgó rugóval végeztem el. A rugó e vizsgálat előtt mintegy három hónapon át pihentetés nélkül állandó használatban volt, s csak a kísérlet előtt pihent öt napon át. E pihentetés után egy teljes napon át fárasztottam a szokásos módon 23·01 g terheléssel, s ezután mértem 13·8° C, majd 23·8° C, és végül 18·8° C hőmérsékleten a 18·01 g és a 23·01 g terheléseknek, azaz a kezdeti és a végrugóigénybevételnek megfelelő rugónyúlásokat. A nyert mérési adatokat hőmérsékleti sorrendben itt adom:

Levegőhőmérséklet 13·8° C.

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzet	115·5 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	61·8 «
5 g súlyának megfelelő rugónyúlás	53·7 mm

Levegőhőmérséklet 18·8° C.

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzet	115·8 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	62·05 «
5 g súlyának megfelelő rugónyúlás	53·75 «

Levegőhőmérséklet 23·8° C.

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rugóhelyzet	116·15 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	62·35 «
5 g súlyának megfelelő rugónyúlás	53·80 mm

E mérések alapján a 10° C hőmérsékletváltozásnak megfelelő rugónyúlást a 23·01 g-os terhelésre 116·15 mm — 115·5 mm = 0·65 mm-nek, a 18·01 g terhelésre pedig 62·35 mm — 61·8 mm = 0·55 mm-nek adhatjuk meg. A kettőből alkotható középérték 0·6 mm. E középérték alapján minden 1° C hőmérsékletemelkedésre, lineáris

rugónyúlást tételezve fel, 0·06 mm esnék. Hogy gyakorlatilag tényleg lineárisnak vehető szobahőmérsékleti hőingadozás esetén a rugónyúlásváltozás, azt bizonyíthatjuk a 23·8—18·8° C és a 18·8—13·8° C közti egyenlő hőmérsékleti intervallumokban észlelt rugónyúlások majdnem egyenlő különbségeivel. Az első 5° C hőmérsékletintervallumban ugyanis 116·15 mm — 115·8 mm = 0·35 mm, illetve 62·35 mm — 62·05 mm = 0·3 mm, tehát középértékben 0·325 mm, a másodikban pedig 115·8 mm — 115·5 mm = 0·3 mm, illetve 62·05 mm — 61·8 mm = 0·25 mm, tehát középértékben 0·275 mm a szóbanforgó különbség. A két középérték különbsége csupán 0·05 mm, a rugónyúlás tehát közel lineáris.

E mérésekből és számadatokból láthatjuk tehát, hogy 1. magasabb hőmérsékleten valamivel nagyobb rugónyúlás esik ugyanarra a hőmérsékletemelkedésre, mint alacsonyabbon, továbbá 2. nagyobb terhelés esetén a rugó megnyúlása valamivel nagyobb, mint a kisebb esetében, s 3. ugyancsak kitűnik ez adatokból az is, hogy szobahőmérsékleten kisebb hőmérsékletváltozás esetére a nyúlás gyakorlati szempontból nyugodtan lineárisnak vehető. Így számítva, 1° C hőmérsekletváltozásnak 0·06 mm rugónyúlás felel meg. Minthogy azonban egyéb okok miatt szükséges az, hogy az iszapolásokat konstans hőmérsékleten végezzük (lehetőleg 1° C-on belül), s tekintetbevéve az 1° C hőmérsékletváltozásra kiadódó fentebbi csekély értéket, amely már erősen a becsülhetőség határán mozog csupán, kijelenthetjük azt, hogy a rugónyúlásnak a hőmérsékletváltozás következtében beálló változására egyáltalán nem kell figyelemmel lennünk.

A rugóvizsgálatról közölt eredmények adatai teljesen igazolják azt, hogy gondos és kíméletes bánásmóddal, továbbá nagyobb hőmérsékletváltozások kerülésével a rugó teljesen kifogástalanul működik. Talán nem lesz felesleges e helyütt is felhívnom a figyelmet, ügyeljünk mindig arra, hogy mérés közben a 23·01 g-nak megfelelő helyzetnél tovább ne feszítsük a rugót, s ha pedig az egyes mérések között hosszabb szünetet tartunk, akkor a rugót a mérés után rögtön kifeszítjük a 23·01 g terhelésnek megfelelő helyzetig.

Ezek előrebocsátása után tájékozódjunk az iszapolással kapcsolatos számításokról.

Minthogy azt akarjuk, hogy az iszapolás teljes lefolyása esetén a mérőserpenyőre vízben mért 5 g súlyú anyag rakódjék, azért először is meg kell állapítanunk a bemérendő anyag P_a mennyiségét. Ezt — zavartalan és szabályos ülepedést feltételezve — a

$$P_a = \frac{5\,D_a}{f\,(D_a - D_v)} \tag{1}$$

képlet alapján számíthatjuk ki előre, amely képletben D_a a bemérendő anyag sűrűsége, D_v az iszapolási hőmérsékletű víz sűrűsége, f pedig a mérőserpenyő fölé eső térrész viszonya a szuszpenzió térfogatához. A fentebbi képlet kiinduló egyenlete a következő:

$$f\,(P_a - V_a . D_v) = 5; \tag{2}$$

vagy mivel

$$V_a = \frac{P_a}{D_a},$$

lesz:

$$f\left(P_a - \frac{P_a}{D_a} D_v\right) = 5. \tag{3}$$

Ez egyenletet a következő elgondolás alapján állíthatjuk fel: A P_a bemérendő anyagsúly a $t°$ C hőmérsékletű vízben annyit veszít látszólag a súlyából, amennyi az általa kiszorított víz súlya. Ez utóbbi pedig egyenlő a bemérendő anyag V_a térfogatának és a $t°$ C hőmérsékletű víz sűrűségének a szorzatával, tehát $V_a . D_v$-vel. Ezt levonva a P_a bemérendő anyagsúlyból, kapjuk a bemérendő anyag súlyát vízben. Minthogy pedig a mérőserpenyőre — zavartalan ülepedést feltételezve — nem az összes anyag, hanem csak annyi ülepedik, amennyi a fölötte levő térrészben van, következik, hogy a fentebbi súlyt meg kell még szoroznunk azzal az f viszonyszámmal, amelyet a serpenyő fölé eső térfogatot az össztérfogattal osztva nyerünk. Ez a szám állandó esési magassággal dolgozva konstansként fogható fel, tehát csak egyszer kell kiszámítanunk. A használandó készüléken

$$f = \frac{2274{\cdot}82\ \text{cm}^3}{3502{\cdot}82\ \text{cm}^3} = 0{\cdot}65\text{-nek adódik.}$$

A 3. egyenlet P_a-ra megoldva adja a keresett bemérendő értéket.

Ha az iszapolt anyag különböző szemnagyságú részleteinek mennyiségét, amint ez általában szokás, százalékokban óhajtjuk kifejezni, akkor az 5 g-nak megfelelő rugónyúlást természetszerűen

100 százaléknak kell vennünk, a 0 százaléknak megfelelő rugóhelyzet pedig a vízbemerülő mérőserpenyő súlyának + az összekötő aluminiumdrót súlyának megfelelő rugóhelyzettel egyenlő.

Minthogy azonban a merülő mérőserpenyő látszólagos súlyvesztesége a szuszpenzióban más, mint a tiszta vízben, azért a vízben mérhető 0 százaléknak megfelelő, úgynevezett *nullhelyzet* korrekcióra szorul. Az így megállapított új helyzet lesz az ú. n. «korrigált nullhelyzet». A korrekció értéke az iszapolás kezdőpontjára könnyen megállapítható a vízbemerülő serpenyőrendszer térfogatának és a szuszpenzió sűrűségének ismerete alapján. Az iszapolás előrehaladtával a szuszpenzió sűrűségének állandó csökkenése folytán a két nullhelyzet különbsége, a felhajtáskülönbség, mind kisebb lesz, hogy végül a szuszpendált anyag teljes leválásakor már nullára csökkenjen. A szuszpenzióban előállott kezdeti felhajtást (a látszólagos súlyveszteséget) a következőképpen számíthatjuk: Minthogy a felhajtás egyenlő a merülőrendszer által kiszorított szuszpenzió súlyával, azért először is a merülőrendszer térfogatát kell ismernünk. Ezt egyszersmindenkorra úgy állapítjuk meg, hogy a mérőserpenyő súlyát először levegőn mérjük meg, azután pedig a felhasználandó magasságig ismert hőmérsékletű desztillált vízbe merítve. E méréseket legcélszerűbben egy ismert nyúlású erősebb spirálrugóval végezhetjük el. A két mérés különbsége adja a serpenyő vízbemerülő része által kiszorított víz súlyát. Ebből a serpenyő térfogatot úgy kapjuk, hogy azt elosztjuk az ismert hőmérsékletű víz fajsúlyával.

A $t°$ C hőmérsékletű D_{sz} szuszpenzió fajsúlyának a kiszámítása pedig alábbi képlet alapján történhetik:

$$D_{sz} = \frac{P_{sz}}{V_{sz}} = \frac{(V_{sz} - V_a) D_v + P_a}{V_{sz}} \qquad (4)$$

amely képletben P_{sz} a szuszpenzió, P_a az iszapolandó anyag súlyát, V_{sz} a szuszpenzió, V_a az iszapolandó anyag térfogatát, D_v pedig a $t°$ C hőmérsékletű víz fajsúlyát jelenti. Amint látjuk, e képlet számlálója egyenlő P_{sz}-szel. E kifejezés a következő elgondolás alapján áll elő. Minthogy a szuszpenzió súlyát úgy kapjuk meg, hogy a bemért iszapolandó anyaghoz még annyi $t°$ C hőmérsékletű vizet adunk, amíg az össztérfogat a kalibrált edénytérfogattal

egyenlő nem lesz, következik, hogy V_{sz}—V_a egyenlő lesz annak a vízmennyiségnek a térfogatával, amelyben iszapolunk. Mivel pedig tulajdonképpen nem erre, hanem e térfogattal egyenlő vízmennyiség súlyára van szükségünk, hogy ezt az értéket hozzáadva az iszapolandó anyag súlyához, megkapjuk a szuszpenzió P_{sz} súlyát, a szóbanforgó térfogatot még meg kell szoroznunk a $t°$ C hőmérsékletű víz D_v fajsúlyával. V_a helyébe végül írhatjuk $\frac{P_a}{D_a}$ értéket is, ahol D_a az iszapolandó anyag fajsúlyát jelenti. Ez a képlet használatos egyébként például a Wiegner-féle iszapolókészülék esetében is a szuszpenzió fajsúly kiszámítására.

A szuszpenzió D_{sz} fajsúlyának ismerete alapján végül a G_{sz} felhajtást úgy nyerjük, hogy a szuszpenzió fajsúlyát megszorozzuk a serpenyő V_s merülő térfogatával, G_{sz} lesz tehát:

$$G_{sz} = D_{sz} . V_s, \tag{5}$$

A tiszta vízben mérhető G_v és a szuszpenzióra számított G_{sz} közötti $G_{sz} - G_v$ eltérés nagyságáról, hogy fogalmat alkothassunk, már itt előrebocsátom, hogy ez akkor, amikor a serpenyőre szedimentálódó anyag vízben mért 5 g súlyú, 0·3 mm, ha pedig csak félekkora anyagmennyiséggel dolgozunk, azaz a serpenyőre ülepedő tömeg vízben mért súlya csak 2·5 g, akkor csupán 0·15 mm. Amint látjuk, tehát a felhajtásban mutatkozó különbség nem nagy. Korrigálását egyébként úgy végezhetjük el, hogy a vízben mért nullhelyzet helyett a szuszpenzióra számított, azaz a «korrigált nullhelyzetet» vesszük, a 100 százaléknak megfelelő véghelyzet pedig marad változatlanul a vízben mért nullhelyzettől számított 5 g-ra eső rugónyúlás. Így a felhajtáskülönbséget ama feltevésre támaszkodva korrigáltuk, mintha iszapolás közben az állandóan csökkenő koncentráció a szuszpenzió minden egyes részében bármely időpontban egyenlő volna.

A különböző szemnagyságú részletek kvantitatív kiértékelése előtt még egy korrekciót célszerű elvégeznünk. Ez a korrekció a hosszú ideig tartó rugóigénybevétel folytán előálló, már említett rugónyúlás. Amint eddig is láttuk már, ennek az értéke pár tizedmilliméter csupán, minthogy azonban korrigálása semmi nehézséget nem okoz, ajánlatos a figyelembevétele.

Lehetne lineáris korrekciót alkalmazni, ez esetben a serpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlyának megfelelő rugónyúlást el kell osztanunk azzal a számmal, amelyet úgy nyerünk, hogy a serpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlyának megfelelő rugónyúláshoz hozzáadjuk a rugó hosszú ideig tartó igénybevétele folytán előálló, mondhatjuk «tartós» nyúlást. A hányados adja azt az értéket, amellyel végigszorozva az iszapolás közben nyert rugónyúlási méréseket, helyes értékekhez jutunk. Minthogy azonban egyrészt azért, mert a legkisebb rugónyúlási érték, amelyet még meg tudunk állapítani, csupán 0·05 mm, s másrészt pedig mivel az iszapolás első pár órájában, amely idő alatt történik pedig a leolvasások zöme, a «tartós» rugónyúlás még nem mérhető érték, itt a leolvasások helyesbítésétől eltekinthetünk, s csak az utolsó egy-két mérést kell javítanunk. Ez, a szigorú lineáris korrekciót mellőzve, lépcsőzetesen úgy történhetik, hogy az észlelt «tartós» rugómeghosszabbodást elosztjuk 0·05-tel, az így nyert számot azután kétszer vesszük és hozzáadunk még egyet. Ezzel az eredménnyel elosztjuk végül az iszapolási idő óráit, s a nyert értéket teljes órára kerekítjük ki. Az így kapott időrészlet alapján azután a következők szerint korrigálunk: Az első időrészletben korrekció nincsen, minden további időrészletben pedig újabb 0·05 mm-rel csökkentjük a mérőlécen leolvasott rugónyúlási értékeket. Minthogy gyakori leolvasásokat a legtöbb esetben csak az első órákban végzünk, amikor korrekció még nincsen, s később már alig egy-két leolvasást kell csak tennünk, e korrigálás nagyon gyorsan elvégezhetővé válik.

Itt jegyezhetem meg azt még, hogy a felhajtást növeli még a mérőserpenyőre ülepedő tömeg is. Hogy ennek a hatását szükséges-e számításba vennünk avagy nem, annak szemléltetésére vegyünk szemügyre egy feltételezett, a valóságban egyáltalán elő nem fordulható szélsőséges esetet. A mérőserpenyőre ülepedő, vízben mért 5 g súlyú és 2·5 fajsúly körüli anyag térfogata mintegy 3 cm^3. Vegyük fel azt, hogy ez a tömeg a szuszpenzióból már teljesen kiválott s ennek ellenére a szuszpenzió fajsúlya mégis az eredeti maradt. Amint tudjuk már, ez esetben tér el legjobban a felhajtás értéke a vízben észlelttől. 4° C hőmérsékletű olyan szuszpenziónak, amelyből teljes szedimentáció esetén 5 g vízben

mért súlyú, 2·5 fajsúlyú anyag rakódik le a serpenyőre, a fajsúlya 1·0022, így a felhajtás lenne a tiszta vízben mért 3.1·000 = 3·000 g felhajtással szemben 3·1·0022 = 3.0066 g s végül a két felhajtás különbsége pedig 0·0066 g-nak adódnék. Ez érték, egy g terhelésre kereken 10 mm nyúlást számítva, 0·066 mm nyúlásnak felel meg s így már a becsülhetőség határára esik. Százalékban kifejezve ezt a különbséget, 5 g-t véve száz százaléknak, annak csak 0·13 %-val egyenlő. Már ebből is látható, hogy ez a felhajtáskülönbség, még ennek ilyméretű létezése esetén is, bátran elhanyagolható volna. Ez extrém érték alatt marad azonban minden esetben a leülepedett anyag rovására írható felhajtás, mert 1. a szedimentáció előrehaladtával a szuszpenzió fajsúlya és ezzel karöltve a felhajtás is állandóan csökken, s mert 2. mennél nagyobb még a szuszpenzió sűrűsége, annál kevesebb anyag ülepedett még le a serpenyőre. Biztosan állíthatjuk tehát, hogy a fent megadott értéknek csak egy kis tört részlete jő a valóságban számba, amely érték azonban már a mérhetőség határa alá esik, s így nyugodtan eltekinthetünk annak figyelembevételétől.

Lássunk most egy konkrét példát az új készülékkel történő iszapolásra.

Iszapolandó anyag egy Sopron-környéki marin-származású finomszemű márga.

Iszapolási hőmérséklet: 18·7° C. Anyag fajsúly: $D_a = 2{\cdot}576$, 18·7° C hőmérsékletű víz fajsúlya: $D_v = 0{\cdot}9985$.

Minthogy azt akarjuk, hogy a mérőserpenyőre ülepedő anyag 18·7° C hőmérsékletű vízben mért súlya 5 g legyen, azért a bemérendő P_a anyagmennyiséget előre ki kell számítanunk az (1) egyenlet alapján.

$$P_a = \frac{5D_a}{f(D_a - D_v)} = \frac{5.2{\cdot}576}{0{\cdot}65(2{\cdot}576 - 0{\cdot}9985)} = 12{\cdot}561 \text{ g volna.}$$

Ezt az értéket azonban nem kell szigorúan betartanunk, ez csak vezérérték. Ilyen körülmények között tehát a bemérés nagyon könnyű. Mi bemértünk 12·4512 g-ot, tehát csak közelítően a számítottat. Ezután megállapítottuk a serpenyőre ülepedett tömeg súlyát 18·7° C hőmérsékletű vízben. (Megjegyzem, ha pontosan 12·561 g-ot mértünk volna be, akkor erre a számításra nincs szük-

ségünk.) A számítás a (3) egyenlet alapján történik, úgyhogy az 5 helyébe kerül az X ismeretlen.

$$X = f\,(P_a - \frac{P_a}{D_a} D_v) = 0{\cdot}65\,(12{\cdot}4512 - \frac{12{\cdot}4512}{2{\cdot}576} \cdot 0{\cdot}9985) = \mathit{4{\cdot}9519}\ \text{g}.$$

Ezután megállapítjuk a 4·9519 g-nak megfelelő rugónyúlást a segédserpenyő és az 5 g-os súly segítségével a mérési intervallumban.

Segédserpenyő + 5 g terhelésnek megfelelő rugóhelyzet	129·45 mm
A segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	75·55 «
5 g terhelésnek megfelelő rugónyúlás	53·90 mm

A 4·9519 g-nak megfelelő x rugónyúlást a fentebbi érték alapján alábbi egyszerű aránylattal számítjuk:

$$4{\cdot}9519\ \text{g} : 5\ \text{g} = x\ \text{mm} : 53{\cdot}9\ \text{mm},\ \text{amelyből}$$
$$x = \mathit{53{\cdot}38\ mm}$$

A következő feladat a mérőserpenyőnek vízbe való merülésekor a megfelelő rugóállásnak a megállapitása. Ez a következőképpen történik: A mérőserpenyőt az iszapolóedénybe helyezve megtöltjük ezt a 18·7° C hőmérsékletű desztillált vízzel majdnem az iszapolási magasságig, azután rácsavarjuk az l fedelet, levesszük a segédserpenyőt a mérőrugóról, s rögtön utána ráakasztjuk a mérőserpenyőt a j_1 közvetítő aluminiumdrót segítségével. Ezután lesüllyesztjük, vagy felemeljük a mérőserpenyőt a B hajtószerkezet segítségével egészen addig, amíg a serpenyőcsúcs a fenéktől egypár tizedmilliméterre eláll. Majd az l fedélre szerelt f villát betoljuk úgy, hogy az a j_1 közvetítő aluminiumdrótot közbefogja, és addig süllyesztjük a villát, amíg a j_1 drótra rászerelt j_g korongocska felső lapja nem érintkezik a villa alsó lapjával. A villát azután ebben a magasságban rögzítjük a cs_1 és cs_2 állítócsavarok meghúzásával. A villa beállításánál azonban ügyelnünk kell arra, hogy a j_1 drót a villa ágai között szabadon álljon, hogy így a drótnak mérés közbeni le- vagy felfelé történő elmozdításakor a drót és a villa között surlódás ne léphessen fel. Ennek figyelmes beállítása után a fedélen levő *ny* nyíláson át óvatosan desztillált vizet öntünk még az iszapolóedénybe addig a beosztásig, emeddig a szuszpenzió terjedni

fog. Ennek megtörténtével pedig a B hajtószerkezet segítségével a rugó kis kifeszítése után megállapítjuk a fémkorongocskának a villa alsó lapjától való elválásnak megfelelő rugóhelyzetet a b mérőlécen s ezt feljegyezzük. Ez a rugóhelyzet jelöli meg a vízbemerülő mérőserpenyő + közvetítő aluminiumdrót súlyát. Példánk esetében ezt 69·6 mm-nek mértük, ami úgy értendő, hogy az elválás pillanatában a nóniusz nullosztása a léc eme beosztásán állott. Ezt az értéket azonban, amint ezt már az előzőkben kifejtettem, csökkenteni kell azzal a különbséggel, amely a szuszpenzióban és a tiszta vízben mutatkozó mérőserpenyő-felhajtások között van. E felhajtáskülönbség kiszámítása, amint láttuk már, elég egyszerűen történik. Kiszámítása céljából először is a szuszpenzió fajsúlyát kell megállapítanunk a (4) képlet alapján.

$$D_{sz}=\frac{(V_{sz}-V_a)D_v+P_a}{V_{sz}}=$$

$$=\frac{(3502{\cdot}82-4{\cdot}8334).0{\cdot}9985+12{\cdot}4512}{3502{\cdot}82}=1{\cdot}0007$$

V_a értékét a $\frac{P_a}{D_a}=-\frac{12{\cdot}4512}{2{\cdot}576}$ összefüggésből számítjuk.

A mérőserpenyőnek a szuszpenzióban való súlyveszteségét, hogy kiszámíthassuk, még ismernünk kell a mérőserpenyő víz alá merülő részének a térfogatát is. Ennek megállapítását már részletesen leírtam az előzőkben, így annak ismétlését mellőzhetőnek vélem, csak magát a végső eredményt adom meg. A mérőserpenyő a serpenyőlaptól számított 731·5 mm-ig vízbe merítve 17·35 g súlyúnak adódott, levegőben mérve pedig 30·68 g volt. A két érték különbsége méri a kiszorított 20° C hőmérsékletű víz súlyát (e mérés ugyanis 20° C hőmérsékleten történt), ezt megszorozva a 20° C hőmérsékletű víz fajtérfogatával, kapjuk a merülő serpenyő térfogatát. A kiszorított víz súlya 13·33 g, a fajtérfogat 1·00177, a keresett V_s térfogat lesz tehát:

$V_s=13{\cdot}33.1{\cdot}00177=13{\cdot}35159$ cm^3, azaz kikerekítve 13·352 cm^3.

Ismerve mind a D_{sz} szuszpenzió fajsúlyt, mind pedig a mérőserpenyő merülő részének a V_s térfogatát, lesz a G_{sz} felhajtás

$$G_{sz}=D_{sz}.V_s=1{\cdot}0007.13{\cdot}352=13{\cdot}361 \text{ g.}$$

A $G_{sz} - G_v$ felhajtáskülönbség megadhatása céljából természetesen a G_v vízben mutatkozó felhajtást is ismernünk kell. Számítása ugyanúgy történik, mint a G_{sz}-nek. A G_v 18·7° C hőmérsékletű vízben lesz

$$G_v = D_v^{\frac{3}{2}} . V_s^{\frac{2}{3}} = 0{\cdot}9985 . 13{\cdot}352 = 13{\cdot}332 \text{ g}.$$

Végül a kettő különbsége, a felhajtáskülönbség, lesz

$$G_{sz} - G_v = 13{\cdot}361 \text{ g} - 13{\cdot}332 \text{ g} = 0{\cdot}029 \text{ g}.$$

A felhajtáskülönbséget az alábbi képlet szerint, amely nem egyéb, mint a közölt részletszámítások egyszerű egybefoglalása, rövidebben is számíthatjuk:

$$G_{sz} - G_v = (D_{sz} - D_v)\, V_s^{\frac{2}{3}} \tag{5}$$

Végül megállapítjuk a 0·029 g-nak megfelelő X rugónyúlást az alábbi aránylat alapján:

$$X : 53{\cdot}9 = 0{\cdot}029 \text{ g} : 5 \text{ g},$$

amelyből X kereken 0·3 mm-nek adódik. Ez értéket levonva abból a rugóhelyzetből, amelyet a tiszta vízbe merülő serpenyő súlyára álapítottunk meg, nyerjük a 0 %-nak megfelelő korrigált nullhelyzetet. Tehát ez lesz: 69·6 mm — 0·3 mm = 69·3 mm.

Most következik az esési magasság megállapítása. Minthogy a mérőserpenyőlapot 6·5 mm magasságú felálló perem szegélyezi, azért a serpenyőlapnak az iszapolóedény fenekétől, azaz a henger falára vésett beosztásnak nullpontjától való magasságát közvetve tudjuk csak megállapítani, mégpedig a következőképpen: Először leolvassuk az edény oldalán levő beosztás segítségével a serpenyőperem felső élének állását, s az eképpen megállapított értékből levonjuk a 6·5 mm peremmagasságot. Így meghatározva a serpenyőlap magasságát, leolvassuk az edény vízmeniszkuszának állását, akkor, amikor az még nem a szuszpenzióval, hanem még csak a vízzel van megtöltve, s ez utóbbiból levonva a serpenyőlap magasságát, nyerjük végül az esési magasságot. Példánk esetében a serpenyőperem felső szegélye 16 mm magasan állott, s mivel a peremmagasság 6·5 mm, következik, hogy a lapnak a fenéktől való magassága csak 9·5 mm. A meniszkuszmagasság pedig 741 mm-nek adódott. Az esési magasság, a két érték különbsége, lesz tehát 731·5 mm.

Az esési magasság megállapítása után végül hozzáfoghatunk a szuszpenzió elkészítéséhez. Először is rögzítjük a megfelelő magasságban az *i* szorítócsavarok segítségével a *j* serpenyőszárat, s hogy a rugó ne pihenhessen, ismét reáakasztjuk a segédserpenyőt. Ezután kipipettázunk az *ny* oldalnyíláson át mintegy félliter vizet az iszapolóedényből azért, hogy annak a helyére vihessük be ugyancsak ezen a nyíláson át tölcsér segítségével az iszapolandó anyagot. Ennek elvégzése után ismét feltöltjük desztillált vízzel az iszapolóedényt a 741 mm-es beosztásig, bedugjuk az *r* és az *ny* nyílást a megfelelő dugóval, s ezzel már kész is a készülék az iszapolás megkezdésére.

Ezután kb. két centiméterrel feljebb állítjuk a mérőrugót a *B* hajtószerkezet segítségével azért, hogy a mérés megkezdésekor a merülő mérőserpenyő súlya + a már ülepedni kezdő anyag együttes súlyával szemben az kissé túlfeszített állapotban legyen, nehogy a serpenyő a fenékre essék, ami pedig az esési magasság megváltozását vonná természetszerűen maga után.

Most elvégezzük az anyag összekeverését a vízzel a következőképpen: A *p* szárnyasanya meglazításával és a *t* szeg kihúzásával forgatható állapotba hozzuk az iszapolóhengert. Ennek megtörténte után vízszintes helyzetbe forgatva az edényt, két végének egymásután történő süllyesztésével és emelésével pár percig rázzuk a zagyot, s közben egyszer-kétszer félfordulattal át is fordítjuk a hengert.

Végül nyugodt forgatással ötvenszer teljesen körülforgatjuk a hengert s az utolsó forgatás befejeztekor megnyomjuk a stoppert, a szárnyasanyát meghúzzuk s a *t* szeget beeresztjük az *n* összekötőlécen levő lyukba. Ezután kivesszük először az *r* középnyílásból a dugót, s azután a j_1 drót közvetítésével ráakasztjuk a mérőserpenyőt a mérőrugóra a segédserpenyő leakasztása után. Amint a mérőserpenyőnek a rugóra való akasztása megtörtént, felszabadítjuk az *i* csavarok lazításával a *j* mérőserpenyőszárat s megkezdjük a méréseket a készülék ismertetésénél már leírt módon.

Megjegyzem még azt, hogy az iszapolóhengerre már a forgatás megkezdése előtt ráborítjuk a hőszigetelő nemeztakarót.

Időmérésre a stoppert csak az első félórában, vagy legfeljebb

órában használjuk, tovább már teljesen megfelel az időmérésre egy pontosan járó óra, akár egy zsebóra is.

Az első órában kisebb időközökben végzünk leolvasásokat, később azonban már csak ritkábban és mind ritkábban. Minden leolvasás után kifeszítjük a rugót a nullhelyzethez hozzáadott 5 g-nak megfelelő rugónyúlás helyzetéig, tehát példánk esetében 69·6 mm + 53·4 = 123·0 mm-ig. Bár nem okvetlenül szükséges ez értéknek a beállítása, egy-két tizedmilliméter, sőt akár pár milliméter eltérés sem okoz még hibát a rugó nyúlási viszonyaiban, mégis, tekintve, hogy a beállítás legfeljebb 1—2 másodpercnyi időt igényel, mindig beállítjuk pontosan a jelzett értéket.

Az itt következő táblázatban állítottam össze ez iszapolás mérési adatait. Az első oszlop az iszapolás kezdetétől eltelt időt adja, a második pedig az ezen időkben leolvasott rugóhelyzeteket. A harmadik oszlopban tüntettem fel pedig azokat a korrigált rugóhelyzetértékeket, amelyek a hosszú ideig, jelen esetben 69″18′-en át, tartó folytonos rugóigénybevétel következtében előállott rugónyúlás figyelembevételével számíttattak. Az iszapolás befejeztekor a segédserpenyő és az 5 g-os súly segítségével a következő rugónyúlást mérhettük:

Segédserpenyő + 5 g terhelésnek megfelelő rugóhelyzet	129·90 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzet	76·00 «
5 g súlynak megfelelő rugónyúlás	53·90 mm

A kezdet- és végrugóhelyzet között tehát 129·90 mm — 129·45 mm = 0·45 mm különbség van, amelyet a már leírt módon szét kell osztanunk a teljes iszapolási időre. Amint tudjuk már, e helyesbítés úgy történik, hogy a 0·45 mm-t elosztjuk 0·05-tel. Az eredmény 9. Ezt kétszer véve és még egyet hozzáadva kapunk 19-et. Ezzel az értékkel végül elosztjuk a 70 órára kikerekített iszapolási időt, az eredmény, kikerekítve, 4 óra. Az első 4 órában helyesbítés nincs, minden további 8 órában pedig a levonandó korrekció értéke 0·05 mm-rel növekszik. Amint a táblázat harmadik oszlopából kitűnik, csupán öt mérést kellett így helyesbítenünk.

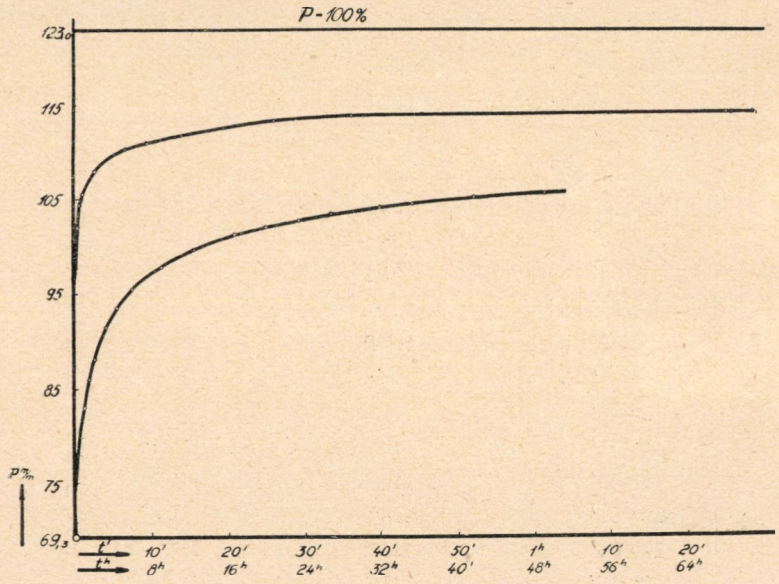
A mérés időpontja	Rugóhelyzet $^{m}/_{m}$	Korrigált rugóhelyzet $^{m}/_{m}$
1′ 16″	83·0	—
1′ 51″	86·0	—
2′ 35″	88·1	—
4′ 4″	91·5	—
5′ 28″	93·6	—
7′ 27″	95·5	—
11′ 19″	97·8	—
15′ 28″	99·7	—
18′ 42″	100·4	—
20′ 47″	101·3	—
24′ 28″	102·1	—
29′ 20″	102·8	—
33′ 32″	103·5	—
39′ 56″	104·1	—
44′ 22″	104·5	—
52′ 0″	105·2	—
61′ 19″	105·6	—
2^{h} 15′	108·1	—
5^{h} 32′	110·2	110·15
7^{h} 46′	110·75	110·7
21^{h} 01′	113·5	113·35
29^{h} 06′	114·2	114·0
69^{h} 18′	115·1	114·65

A mérések alapján végül megszerkeszthetjük a minden további kiértékelés alapját képező $P(t)$ görbét. Amint ismeretes,[1] e görbét úgy szerkesztjük meg, hogy az abszcisszára az időt, az ordinátára pedig az egyes időpontokban megállapított leülepedett anyagsúlyokat mérjük.

Minthogy azonban az én készülékemnél a leülepedett anyag súlyának a mérése egyszerűen a mérőrugó nyúlásának megállapítása

[1] Sven Odén: i. m.

útján történik, amely nyúlás arányos mindig a terhelő súllyal, következik, hogy az ordinátára a súlyok helyett a mért rugónyúlásokat is felmérhetjük, s így tulajdonképpen a súlyokat hosszúságokkal mérjük. Az ordináta nullpontja a korrigált nullhelyzet lesz, a görbe legmagasabb pontjának a magasságát pedig úgy kapjuk meg, hogy a mérőserpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlyának megfelelő rugónyúlást hozzáadjuk a korrigálatlan, tehát a tiszta vízben mért nullhelyzethez. Példánk esetében lesz tehát a legmagasabb ordinátapontnak a magassága, amely a teljesen leülepedő tömegnek felelne meg (tehát 100 %-kal volna egyenlő): 69·6 + 53·4 = 123·0 mm. A 9. ábra alsó görbéje adja a $P(t)$ görbének az első órára eső részletét, a felső görbe pedig a teljes iszapolását, az előzőnél természetesen jóval rövidebbre vett abszcisszaértékekkel. Amint látjuk, a görbe lefutása teljesen kifogástalan.



9. ábra.

Végül szóljunk röviden a készülék előnyeiről is. Első előnye az, hogy teljes szedimentációs görbét ad, tehát az iszapolt anyag teljes szemnagyság szerinti összetételéről tájékoztat. Egy másik

előnye a kényelmes kezelhetőség. Az iszapolás első órájától eltekintve, a további mérésekben már nem vagyunk időhöz kötve, akkor mérünk, amikor azt időnk megengedi. Ugyancsak a készülék előnyét szolgálja az elég nagy esési magasság is, aminek következtében már meglehetős nagy átmérőjű szemeket is iszapolhatunk. A még mérhető szemnagyság felső határát 0·2—0·1 mm átmérő között adhatjuk meg, mert az első leolvasást minden esetben már a 0·2 és a 0·1 mm-re számított esési idők intervallumában végezhettük. (Természetesen a 0·2 mm-nél nagyobb részeket is megadhattuk, a görbe megszerkesztése alapján). Így tehát elegendő az iszapolandó anyagot 0·5 mm-ig szitálni s onnét lefelé már használható a készülék. Ismeretes, hogy a szitaanalízis 0·5 mm szemnagyságig teljesen kifogástalan értékeket ad és könnyen elvégezhető. Amint közölt méréseinkből kitűnik, tényleges méréseket a 0·2—0·002 mm-es intervallumban végeztünk. Ki kell emelnem még azt is, minthogy az iszapolóedény fala mellett levő térrész az iszapolás szempontjából nem jó tekintetbe, mert az ott levő szuszpendált anyagból semmi sem rakódik a faltól köröskörül kb. 7 mm-re elálló mérőserpenyőre, következik az, hogy falhatás gyakorlati szempontból nincsen.

Legnagyobb előnye azonban a készüléknek kétségtelenül az, hogy rendkívül alacsony koncentrációval dolgozhatunk. Ez irányban szinte korlátlan lehetőségek állnak előttünk. Amint ismeretes, a kis koncentráció a koagulációs jelenségeket nagymértékben csökkenti. Ha a bemért anyag kb. 12·5 g, a koncentráció 0·36 %, ha pedig annak a fele, akkor csak 0·16 %. Megfelelő rugó- és mérőserpenyő alkalmazásával a koncentráció még jobban is csökkenthető. A készüléket ez a sajátsága teszi, szerény nézetem szerint, kiválóan alkalmassá kis tömegek iszapolására. Néha olyan kevés az anyag, hogy az ember kénytelen volna, ha a kvantitatív szemnagyságösszetételt meg akarná állapítani, csupán 1—2 grammal dolgozni. Ilyen esetben egy ilyen típusú készülék igen jó szolgálatot tehet. Már az e dolgozatban leírt készülékkel is elegendő pontossággal iszapolhatunk meg például 3 g anyagot. A használt mérőrugó 53·85 mm nyúlásának felel meg, amint tudjuk, 5 g terhelés. A bemért 3 grammból, 2·5 anyagfajsúlyt feltételezve, a mérőserpenyőre várható anyagnak a vízben mért súlya lesz kb. 1·2 g. Az

ennek megfelelő rugónyúlás kb. 13 mm. Minthogy pedig a rugónyúlás becsülhető alsó határa 0·05 mm, azért az egyes mérések a legjobb esetben csak 0·37 %-kal a legrosszabb esetben pedig, ha a mérhetőség alsó határát 0·1 mm-rel adjuk meg, a jelzett százalékérték kétszeresével, azaz 0·74 %-kal, lehetnek hibásak, ami pedig, tekintve a rendelkezésre álló anyag csekélységét, már elfogadható mérési pontosságnak tartható. 3 g anyag iszapolása esetén azonban a koncentráció csak 0·08 %, tehát rendkívüli mértékben alacsony érték. Végül nem utolsó előnyeként könyvelhetjük el a készülék aránylagos olcsóságát is. Az olcsóbbátétel irányában való vizsgálataim már eddig is arra vezettek, hogy a hajtószerkezet egyszerűsítésével számbavehető olcsóbbodás érhető el. Végül rámutathatok arra is, hogy a készülék az Odén-féléhez hasonlóan automatizálhatónak látszik; hogy sokat nyerünk-e azonban ezzel, az kétséges, hiszen jelenlegi kivitelében is a $P(t)$ görbe felvétele már csak igen csekély munkaidőt kíván. Erről, valamint egyéb célszerű módosításokról majd máskor óhajtanék még beszámolni.

E dolgozat a Széchenyi Tudományos Társaság támogatásával készült. Sopron, a m. kir. bányamérnöki és erdőmérnöki főiskola ásvány-földtani tanszéke.

(A M. T. Akadámia III. osztályának 1931. dec. 14-én tartott üléséből.)

EIN NEUER SCHLÄMMAPPARAT.

Von MIKLÓS VENDL.

Es wurde ein neuer Schlämmapparat beschrieben, welcher erlaubt in sehr geringen Konzentrationen zu schlämmen. Der Apparat misst die sich jeweils absetzende Menge mit der Dehnung einer Spiralfeder und ermöglicht somit eine vollständige Sedimentationskurve leicht aufzunehmen.

Die Abhandlung wird demnächst in einer ausländischen Zeitschrift erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 14. Dez. 1931.)

AZ ÚJ ISZAPOLÓKÉSZÜLÉKKEL VALÓ GYAKORLATI ANALIZIS.

VENDL MIKLÓS-tól.

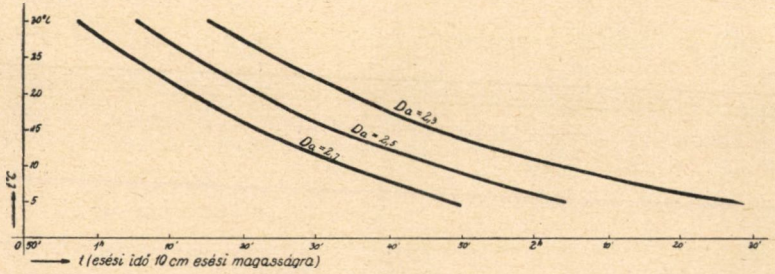
Az általam megszerkesztett iszapolókészülékről és a vele való munkáról eddig már három közleményem jelent meg.[1] Jelen dolgozatot a gyakorlat embere számára írtam, amennyiben itt azt mutatom ki, hogy bizonyos, a gyakorlatban széltében-hosszában használatos egyszerűsítésekkel a készülékemmel való munkát nagyon kényelmessé lehet tenni, a nélkül, hogy a szigorú pontosságú munkával nyerhető eredményektől az így nyertek számbavehető módon eltérnének.

Előző dolgozataimban — szabályos esést feltételezve — már rámutattam arra, hogy az iszapolás eredményének kiértékeléséhez szükségünk van a mérőserpenyőlap fölötti szuszpenziótérfogatnak az össz-szuszpenzió térfogatához való viszonyára, az ú. n. f számra. Ha a szuszpenzióval az iszapolóedényt mindig ugyanaddig a magasságig töltjük meg, továbbá gondoskodunk arról is, hogy a mérőserpenyőlap szintén mindig ugyanabban a magasságban álljon, akkor a szóbanforgó két térfogat változatlanul ugyanaz maradván, természetesen az f viszonyszám is állandó lesz. Ez esetben tehát ez mintegy műszerkonstansként szerepel. Az f számot egyébként a gyakorlat embere egyszersmindenkorra megállapítja az első dolgozatomban megadott módon.

---

[1] VENDL MIKLÓS: Egy új iszapolókészülék. Math. és Természett. Értesítő. 1932. — VENDL MIKLÓS és SZÁDECZKY K. ELEMÉR: Összehasonlító elemzések az új iszapolókészülékkel. Math. és Természett. Értesítő. 1932. — MIKLÓS VENDL: Eine Vorrichtung zur Analyse kleiner Substanzmengen. Mitteilungen der berg- und hüttenmännischen Abteilung an der kgl. ung. Hochschule für Berg- und Forstwesen zu Sopron. 1932. Bd. IV. p. 104 - 119.

A vázolt viszonyok esetében természetesen az esési magasság is mindig állandó. Az esési magasságot célszerű úgy megválasztanunk, hogy az egyszerű szám legyen. Eddigi készülékeimen ezt célszerűen 700 mm-nek vehetjük. Újabban azonban már csak olyan készülékkel fogok dolgozni, ahol az csak 400 mm vagy még kisebb. Az esési magasságnak ilyen kerek számban való felvétele az esési idők számítását gyorsítja meg rendkívüli módon. Az esési időket egyébként nem szükséges pontosan a STOKES-OSEEN-féle formula alapján állandóan számítanunk, a gyakorlat szempontjából teljesen elegendő ennek egy olyan táblázatból intrapolálással való számítása, amely



1. ábra.

táblázatban egypár fajsúly esetére ez értékek például 10 cm esési magasságra és 5—5° C hőmérsékletkülönbségekre vannak csupán megadva. Ilyen táblázat egyébként van is már forgalomban, KÖHN szerkesztett meg egy ilyen, általunk is jól használható táblázatot. Az esési időknek számítása továbbá grafikus módon is történhetik, amely eljárás természetesen szintén nagy mértékben elősegíti a gyors munkát. Egy ilyen, egyébként a KÖHN-féle táblázat alapján készített grafikon látható pl. az 1. ábrán, a 0·005 mm átmérőjű szemecskék esési idejének a megállapítására. Az abszcissza adja az esési időt 10 cm magasságra, az ordináta pedig a hőmérsékletet. A három görbe 2·3, 2·5 és 2·7 fajsúlyokra vonatkozik.

A gyakorlatban a víz fajsúlyát mindig 1-nek szokás venni, tekintet nélkül a hőmérsékletre. Mi is így fogunk eljárni, tekintve, hogy az iszapolásokat mindig szobahőmérsékleten végezzük, a szobahőmérsékletű víznek a fajsúlya az 1-től pedig csak olyan kis

értékkel tér el, amelyet a gyakorlatban nyugodtan elhanyagolhatunk. Ez elhanyagolás következtében azonban igen leegyszerűsödnek mindama számítások, amelyekben a víz fajsúlya előfordul. Amint az előző dolgozatokban láttuk, már három olyan képletünk van, amelyben a víz fajsúlya is szerepel. Az egyik képlet a P_a bemérendő anyagsúly, a második a vízben mérhető serpenyőre ülepedő X tömegsúly, a harmadik pedig a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbség megállapítására szolgáló képlet.

A bemérendő anyagsúly megállapítására a

$$P_a = \frac{XD_a}{f(D_a - D_t)}$$

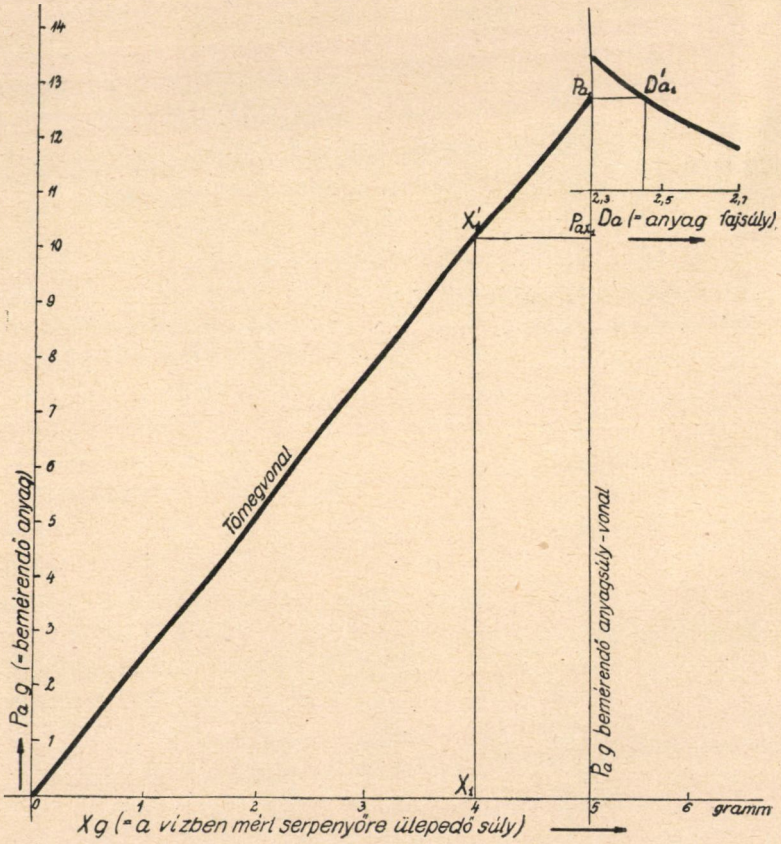
képlet szolgál. E képletben X a mérőserpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlya grammokban, D_a az iszapolandó anyag, D_t pedig az iszapolásra felhasznált $t°$ C hőmérsékletű víz fajsúlya, f pedig a serpenyő fölé eső térfogatnak a viszonya az össztérfogathoz. Minthogy f — szabályos esést feltételezve — konstans, D_t pedig az előbbiek szerint mindig egyenlő 1-gyel, azért e képlet kiszámítása így nagyon egyszerűsödött. Ugyancsak hasonló módon egyszerűbbé válik a serpenyőre ülepedő anyag vízben mérhető X súlyának a kiszámítását lehetővé tevő

$$X = f\left(P_a - \frac{P_a}{D_a} \cdot D_t\right)$$

képlet is a $D_t = 1$ behelyettesítése esetén. Ha azonban a víz fajsúlyát állandóan 1-nek vesszük, akkor kényelmes grafikus számítással szinte pillanatok alatt megállapíthatjuk bármely fajsúly esetére a tetszésszerinti vízben mért serpenyőre ülepedő X anyagsúlyhoz tartozó bemérendő P_a anyagmennyiséget és viszont. E grafikont úgy szerkesztjük meg, hogy egyszersmindenkorra kiszámítjuk három fajsúlyra, mégpedig, mivel a laza kőzetek és a talajok fajsúlya általában 2·3 és 2·7 között van, azért elsősorban e kettőre és végül még 2·5 fajsúlyra, a bemérendő ama anyagmennyiségeket, amelyekből a mérőserpenyőre teljes szedimentáció esetén pontosan 5 g vízben mért súlyú anyag ülepedik. A megadott három fajsúly és a hozzájuk tartozó anyagsúlyok alapján azután megszerkesztünk egy görbét — az ú. n. fajsúlygörbét — úgy, hogy az abszcissza a fajsúlyokat, az ordináta pedig az egyes fajsúlyokhoz

tartozó ama anyagmennyiségeket adja, amelyekből pontosan 5 g vízben mért súlyú anyag ülepedik a mérőserpenyőre. Ezután meghosszabbítjuk az ordinátát lefelé, s beosztjuk grammokra egészen a 0 g bemérendő anyagsúlyig. E vonal a «P_a *bemérendő anyagsúlyvonal*». A 0 g bemérendő anyagsúlypontban húzunk ezután egy újabb abszcisszatengelyt, a serpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlyának a számára. Ez lesz az «*X vízben mért serpenyőre ülepedő anyagsúlyvonal*», a 2. ábrán: X_g' (= a vízben mért serpenyőre ülepedő súly). Minthogy a bemérendő anyagsúly és a serpenyőre ülepedő anyag vízben mért súlya között levő összefüggés egyenessel ábrázolható, azért ha 5 g vízben mérhető súlynak megfelelő bemérendő anyagsúlypontot összekötjük egy egyenessel, a vízben mérhető serpenyőre ülepedő X súlymennyiségeket ábrázoló tengely 0 pontjával, akkor olyan egyenest kapunk, amelynek minden egyes pontjához egy P_a bemérendő és egy ennek megfelelő serpenyőre ülepedő vízben mért X anyagsúly tartozik. Nevezzük ez egyenest *tömegvonalnak*. A P_a *bemérendő anyagsúlyvonal* említett g-okra való beosztását az ábrán egyelőre nem magán e vonalon adtam meg, hanem a tömegvonal ordinátatengelyén [$P_a g$ (= bemérendőanyag)]. Később az ordinátatengelyt el is hagyhatjuk. A 2. ábra adja e kettős grafikon képét. Ennek segítségével azonban 2·3—2·7 fajsúlyhatárokon belül bármely fajsúly esetében gyorsan meg tudjuk állapítani 0—5 g közötti intervallumban a bármely vízben mért X anyagsúlyhoz tartozó P_a bemérendő anyagsúlyt. Így tehát a P_a és az X képlet alapján való számítása teljesen feleslegessé vált. E grafikus számítás egyébként a következő sorrendben végzendő: Tegyük fel, hogy egy D_{a1} fajsúlyú anyagból annyit akarunk megiszapolni, amennyiből a mérőserpenyőre vízben mért 4 g súlyú anyag ülepedik. E célból először is felkeressük a fajsúlygörbén a D_{a1}-nak megfelelő D'_{a1} pontot (l. 2. ábrát). E ponton át azután párhuzamost húzunk az abszcisszatengellyel és megállapítjuk e párhuzamosnak a P_a bemérendő anyagsúlyvonallal való metszőpontját, a P_{a1}-t. E pontot összekötve a vízben mért serpenyőre ülepedő súlyt ábrázoló X tengely 0 pontjával, nyerjük azt az egyenest, amely a D_{a1} fajsúlyú anyagból bemérendő P_a mennyiségek és a megfelelő vízben mért serpenyőre ülepedő X súlyok közötti összefüggést ábrázolja. Az ilyen módon szerkeszthető egyeneseket nevezzük el, amint említettem

már, *tömegvonalaknak*. Megkeresve a szóbanforgó tömegvonalnak ama pontját, amelyhez a vízben mért $X = 4$ g anyagsúly abszcisszapont tartozik — jelöljük ezt X_1-gyel, — ennek ordinátája fogja adni a $P_a g$ bemérendő anyagsúlyvonalon, vagy ami tulajdonképpen



2. ábra.

ugyanaz, a $P_a g$ ordinátatengelyen leolvasva a P_{ax1} bemérendő anyagmennyiséget. Fordított sorrendben eljárva, természetesen minden bemért P_a-nak megfelelő X is rögtön megállapítható. E grafikon tehát mintegy műszerkonstansként szolgál, s minthogy minden egyes műszerre előzetesen megszerkesztjük már, a

gyakorlat emberének munkája ezzel rendkívüli mértékben megkönnyebbedik.

Egy, a gyakorlatban általában megengedhető elhanyagolás volna a mérőrugó hosszú időn át való igénybevétele folytán előálló tartós nyúlás figyelembevételének a mellőzése. Amint régebbi dolgozataim idevonatkozó adataiból kitűnik, ez a hiba még egy három napon át tartó iszapolás esetében is csak pár tizedmillimétert tett ki legfeljebb. Az is kitűnt e mérésekből, hogy mennél tovább használtuk a rugót, annál kisebbé vált ez a tartós nyúlás. Míg alig fárasztott rugó esetében ez három nap alatt 3—4 tizedmilliméter is elért, addig heteken át használatban levő rugónál ugyanez csak két tizedmillimétert tett ki, s végül hónapokon át állandóan igénybevett rugó már alig nyúlt meg valamennyire. E tartós rugónyúlás legnagyobb értéke gyanánt négy tizedmillimétert véve figyelembe, még három napon át tartó iszapolás esetén is az ennek elhanyagolásából eredő hiba akkor, amikor a serpenyőre leülepedett anyag vízben mérhető súlya, az X, 5 g volna, százalékban csupán 0·8 %-ot tenne ki; tehát olyan értéket nyerünk csak, amely a gyakorlati analizis szempontjából még elhanyagolható. Minthogy pedig az újabb készülékeken az esési magasság az ezen százalékszámításnál tekintetbe vett 750 mm esési magasság helyett legfeljebb csak 400 mm, minek következtében az iszapolási idő az előbbinek kb $^1/_2$-ével csökken, következik, hogy a tartós rugónyúlás értéke is ennek arányában csökken, minek folytán a hiba is arányosan kisebb, csak 0·4 % körül lesz. Ez a maximális hibaérték azonban, amint ezt már említettem, csak kevéssé fárasztott rugó használata esetében jelentkezik, huzamosabb ideig állandóan használt rugó esetében ez a hibaérték a közöltnek feltétlenül a felét teszi csak ki, tehát csupán 0·2—0·3 %-ot, amely érték a gyakorlati analizis szempontjából tényleg elhanyagolható kis érték.

E hiba elhanyagolhatóságával kapcsolatban ugyancsak nyomatékkal mutathatok itt arra is rá, hogy a tartós nyúlás az iszapolás első pár órájában még nem mérhető értékű. Ezzel szemben az első órákban pedig már kb. az 5 mikronos részletig megtörtént az ülepedés, így tehát az említett hiba csakis az 5 mikronon aluli frakciókra lesz hatással, azaz azokra a részletekre csupán,

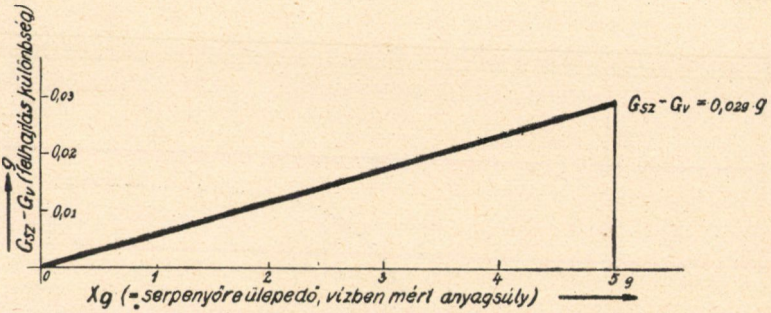
ahol egyéb okok miatt a megadott hibáknál jóval nagyobb hibákkal is számolhatunk s ezért nem is célszerű 5 μ alá menni.

Így azonban elmarad a rugónyúlásnak a segédserpenyő segítségével elvégzendő kontrollja az iszapolás előtt és után. Ha azonban kis, mondjuk 1—2 g-nyi tömegek iszapolásáról van szó, akkor a dolog természete szükségessé teszi a tartós rugónyúlás figyelembevételét is 5 μ-nél kisebb szemnagyságig terjedő iszapolás esetén úgy, amint ezt az előző dolgozatokban megadtam már.

Ugyancsak nem kell állandóan újból mérnünk iszapolás előtt az 5 g-ra eső rugónyúlást sem a célból, hogy megállapíthassuk pontosan a rugó nyúlási viszonyait. Ezt elegendő kb. három hónaponkint kontrollálnunk csupán. Az eddigi dolgozatok idevágó adataiból egyrészt kitűnik ugyanis az, hogy hónapokon át gyakorlatilag alig változik meg ez az érték, dacára az állandó igénybevételnek, másrészt pedig láthattuk azt is, hogy a hőmérsékletnek egyazon terhelésnek megfelelő nyúlási intervallumra való befolyása 10° C hőmérsékletváltozás esetében is csak $^1/_{10}$ mm, tehát alig számbajöhető érték csupán. Mindez azonban feljogosít bennünket arra, hogy a gyakorlati analiziseknél az 5 g-ra eső rugónyílásnak minden esetben újból való megállapítását mellőzzük.

A készülékkel való munkában a szuszpenzió kezdeti D_{sz} fajsúlyának ismeretére is szükségünk van azért, mert a mérőserpenyőnek — kúpos kiképzése miatt — más lesz a felhajtása a tiszta vízben (G_v), és más a szuszpenzióban (G_{sz}). Ennek következtében azonban a *tiszta vízben mérhető nullhelyzet* bizonyos korrekcióra szorul. Gyakorlati szempontból azonban ez a korrekció is elhanyagolható. Az elhanyagolásból eredő hiba az iszapolás kezdetekor a legnagyobb és 13 cm^3 serpenyő merülőtérfogat (V_i), és kb. 3500 cm^3 szuszpenziótérfogat (V_{sz}) esetében az kereken 0·6 %-nak adható meg. E hiba az iszapolás előrehaladtával természetesen állandóan csökken. Igen egyszerűen és kényelmesen korrigálhatjuk azonban ezt az amúgy sem nagy hibát egy olyan grafikon segítségével (l. 3. ábrát), amely grafikon egy olyan egyenest ábrázol, amelynek abszcissztengelyén a vízben mérhető serpenyőre ülepedő X_g súly szerepel, ordinátájának legmagasabb pontja pedig azt a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget adja, amely az X=5 g súlyt eredményező kezdeti szuszpenzióba merülő mérőserpenyő és a tiszta vízbe merülő

mérőserpenyő felhajtásokból számítható. Egy és ugyanazon készülék esetében egyszersmindenkorra kiszámítjuk 2·5 fajsúlyra az 5 g vízben mérhető serpenyőre ülepedő súlynak megfelelő G_{sz} felhajtást, ebből kivonva a tiszta vízben mért G_v felhajtást, nyerjük a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget grammokban. Ezt az értékét azután felmérjük az abszcisszatengely 5 g pontjához tartozó ordinátára. Az eképpen nyert pontot összekötve az abszcisszatengely 0 pontjával, nyerjük azt az egyenest, amelynek minden egyes pontjához egy bizonyos X vízben mért serpenyőre ülepedő súly és G_{sz}—G_v felhajtáskülönbség tartozik (G_{sz} természetesen variabilis). Bármely vízben mért serpenyőre ülepedő X súly, 0 g—5 g közötti intervallumban, ez egyenes segítségével meg tudjuk rögtön adni a hozzá-



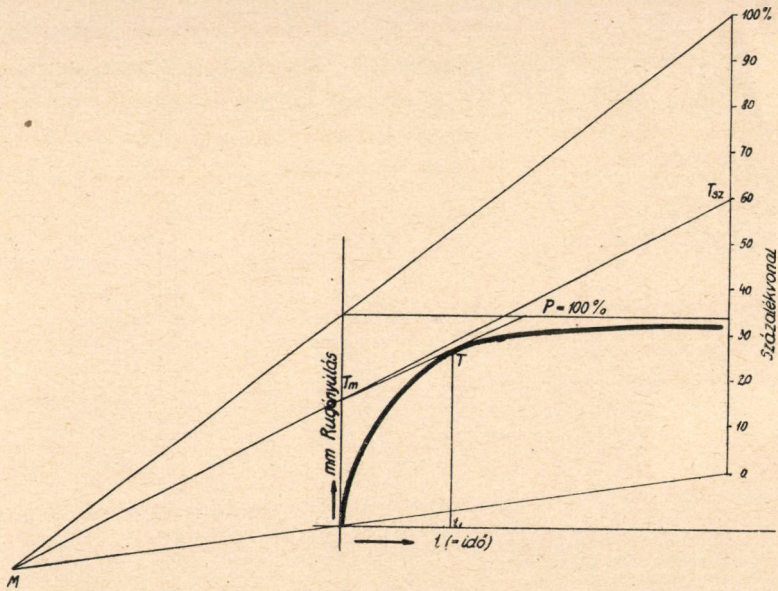
3. ábra.

tartozó felhajtáskülönbséget úgy, hogy az ordinátán leolvassuk a szóbanforgó abszcisszaértékhez tartozó értéket. E grammokban kapott felhajtáskülönbséget ezután egyszerű aránylat segítségével átszámítjuk a használt rugó nyúlásának ismerete alapján milliméterekre, s a tiszta vízben mért nullhelyzetet, a melyet a mérőrugóval milliméterekben mértünk, helyesbítjük a számított értékkel, s így hozzájutunk a *korrigált nullhelyzethez.*

Ez egyenes is műszerkonstansként kezelhető, s ezért egyszersmindenkorra megszerkesztjük úgy, hogy a gyakorlat emberének nem kell egyebet tennie, mint a szóbanforgó G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget, amellyel a tiszta vízben mért G_v felhajtásnak megfelelő ú. n. tiszta vízben mért nullhelyzetet helyesbítenie kell, a szóbanforgó grafikonból egyszerűen leolvasva milliméterekre átszámítania.

Ugyancsak megjegyezhetem azt is, hogy a készülékkel való munkában teljesen elegendő az iszapolandó anyagot csupán századgrammnyi pontossággal bemérni, tehát nem feltétlenül szükséges analitikai mérleg, egy jobb táramérleggel is célt érünk már.

Ugyancsak elegendő az iszapolandó anyag D_a fajsúlyát csak két tizedesig ismernünk. Jelenleg dolgozom olyan irányban, hogy valamilyen koaguláltatással a 0·005 mm-es szemnagyságnál kisebb szemnagyságú utolsó részlet direkt mérése lehetővé váljék. Ter-



4. ábra.

mészetesen teljesen tisztában vagyok e kérdés roppant nehézségeivel, de talán sikerül majd valamilyen módon — legalább gyakorlati szempontból — e kérdést megoldanom, amely esetben természetesen elmaradhatna az iszapolandó anyagmennyiségnek a bemérése s a fajsúlyt sem kellene olyan pontossággal ismernünk, amint arra még jelenleg szükségünk van.

Emlékezzünk meg még a megiszapolt anyag szemnagyság szerinti összetételének a mérés útján megállapított $P(t)$ görbéből történő gyors grafikus megállapításáról. A 4. ábrán látunk egy $P(t)$ görbét. A $P = 100\,\%$-nak megfelelő vonal is természetesen be

van rajzolva. A görbét milliméterpapiron szerkesztjük meg, s amint ez már ismeretes, az ordináta az észlelt rugónyúlásokat adja milliméterekben, az abszcissza pedig az időt. A szükséges tangensek meghúzása után az ordinátán megkapva a keresett szemnagyságú részletek mennyiségét, az ezeknek megfelelő százalékszámokat úgy kapjuk meg, hogy a milliméterpapiron egy teljes centimétert jelző vonalból kiindulva, a $P(t)$ görbe ordinátatengelyével húzunk egy párhuzamost. Nevezzük el e párhuzamost *százalékvonalnak*. E százalékvonal nullpontját a teljes centimétert jelző vastagabb vonalon választjuk s innét kerek számokra, azaz 1, 2, 3 etc. cm-re felírjuk a 10, 20, 30 etc. %-ot. Ha most e százalékvonal 0 pontját összekötjük a görbe nullpontjával, azaz az ordinátatengely és az abszcissza-tengely metszéspontjával, a 100 %-nak megfelelő pontot pedig az ordinátatengely ama pontjával, amely a teljes szedimentáció esetén előálló rugóhelyzetnek felel meg, s megkeressük e két egyenes M metszőpontját, akkor, hogy a keresett százalékszámokat megkapjuk, nem kell egyebet tennünk, mint e pontot (ábránkon egy t, időhöz tartozó ilyen T pontot meg is szerkesztettünk) az ordinátatengely-tangens metszéspontokkal összekötve (ábránkon e metszéspontot T_m-mel jelöltük) addig meghosszabbítanunk, amíg ez egyenesek a százalékvonalat nem metszik (T_{sz} pont a százalékvonalon). A százalékvonalon lemetszett hosszak adják közvetlenül a százalékszámokat. Amint ez az ábrából kivehető, egyszerű arányos osztásról van szó, éppen ezért bizonyítgatásra a szerkesztés helyességét illetően egyáltalán nincs szükség. A százalékvonalnak a milliméterpapiron a jelzett módon való megrajzolása, felvétele pedig igen egyszerű viszonyokat teremt.

Mutassunk még végül arra rá, hogy a régebbi dolgozatokban megadott *tiszta vízben mért nullhelyzet* megállapítási mód a rákövetkező anyagbevitellel kissé nehézkes. Ott ugyanis az ezekkel kapcsolatos eljárást úgy adtam meg, hogy először is megtöltjük az iszapolóhengert a használandó magasságig desztillált vízzel, s megállapítjuk a tiszta vízben mért nullhelyzetet. Ennek megtörténte után egy pipetta segítségével az iszapolóedény fedelén levő oldalsó nyíláson át kiveszünk egypár száz cm^3-t a vízből s ezután a kivett víz helyébe bevisszük szintén a szóbanforgó nyíláson át egy tölcsér segítségével az előkészített anyagot, majd ennek megtörténte után

feltöltjük ismét az edényt az iszapolásnál használt magasságig desztillált vízzel. Ez eljárás helyett a jövőben célszerűbb lesz a következő módon eljárni: Az edényt a vízben mért nullhelyzet megállapítása céljából nem töltjük meg az iszapolási magasságig, hanem csupán egy előre megállapított oly magasságig, amely felett még bőséges tér áll a használandó esési magasságig rendelkezésre az előkészített iszapolandó anyag számára. A műszert munkábavétele előtt egyetlenegyszer feltöltjük mégis desztillált vízzel a használandó iszapolási magasságig s megállapítjuk a vízben mért nullhelyzetet egy ismert nyúlású rugó segítségével. Jelöljük ezt G_{vm}-mel. Ezután a megállapított magasságig töltve csak meg az edényt desztillált vízzel, határozzuk meg a rugó helyzetét. E rugóhelyzet pedig legyen G_{am}. A két leolvasás milliméterekben nyert G_{am}—G_{vm} különbsége grammokban kifejezve lesz a mértéke annak a felhajtáskülönbségnek, amelyet a későbbi mérések folyamán az előre megállapított, alacsonyabb tartó magasságig merülő serpenyőnek vízben mért súlyából le kell mindig vonnunk, hogy megkapjuk a használandó iszapolási magassságig vízbemerülő serpenyő vízben mért súlyát, azaz a vízben mért nullhelyzetet. Más, azonban ismert nyúlású, rugó használata esetében a leírt módon grammokban megállapított különbségnek megfelelő rugónyúlást kell már csak egyszerű átszámítással megállapítanunk, hogy ezt levonva az alacsonyabb magasságra megállapított rugóhelyzetből megkapjuk a vízben mért nullhelyzetet.

Miután megismerkedtünk azokkal az egyszerűsítésekkel, amelyeket a gyakorlati analizisekben nézetem szerint joggal használhatunk, ismerkedjünk meg azzal is, hogy az ezekkel kapcsolatos elhanyagolások a százalékos összetételben maximálisan mekkora hibát eredményezhetnek.

Először is vegyük szemügyre e célból azt a hibát, amelyet az okoz, hogy a víz fajsúlyát állandóan egynek vesszük. A víz fajsúlya először is szerepel a 100 %-nak megfelelő serpenyőre ülepedő vízben mérhető X súlyt meghatározó

$$X = f\left(P_a - \frac{P_a}{D_a} \cdot D_t\right)$$

képletben. Az X megállapítására szerkesztettük meg a 2. ábrán látható grafikont. Amint tudjuk, az $D_t = 1$ érték alapulvételével készült. Vizsgáljuk meg az ebből eredő hiba nagyságát. Minthogy az iszapolásokat szobahőmérsékleten végezzük, felfelé legfeljebb 25° C-ra, lefelé pedig 5° C-ra tehetjük azt a hőmérsékletet, amelyet figyelembe kell vennünk. A víz sűrűsége a megadott hőmérséklet intervallumban 25° C-on tér el legjobban 1-től, ha tehát azt állapítjuk meg, hogy 25° C-u víznek megfelelő vízfajsúly figyelembevételével mekkora az eltérés az 1 vízfajsúly alapján számítható X értékektől, akkor már a hiba maximális értékével ismerkedtünk meg. Tegyük fel azt, hogy iszapolandó anyagunk fajsúlya, a D_a=2·5, $f = 0{\cdot}65$ s X-et válasszuk 5 g-nak s legyen a $D_t = 1$. Ez esetben a bemérendő P_a anyagsúly 12·8205 g lesz. Ugyancsak 12·8205 g bemérése esetén, azonban 25° C-ú vízben, amelynek a fajsúlya 0·99712 ugyanazon f érték esetében az X már 5 g helyett 5·0096 g-nak adódik. A víz fajsúlyának az elhanyagolásából tehát 5·0096 g —5·000 g=0·0096 g hiba keletkezhetik, amely százalékban kifejezve 0·19 %. Ez azonban a maximális hiba, minél jobban közeledik a víz hőmérséklete 4° C-hoz, annál kisebbé válik e hiba. E hibát egyébként könnyen csökkenthetjük kb. a felére, pl. maximális értéke esetén is 0·1 % alá, úgy hogy a szóbanforgó grafikont nem 4° C-ú, hanem 15° C-ú víz fajsúlyának a figyelembevételével szerkesztjük meg. Az először megadott maximálisan 0·19 %-ot kitevő hiba is alig jöhet számba a gyakorlat szempontjából már, s még kevésbbé kell erre akkor tekintettel lennünk, amikor grafikonunk 15° C-ú víz fajsúlyának alapján készült.

A G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget, ha egyáltalán nem vesszük figyelembe, az ebből eredő hiba az iszapolás kezdetén, amikor ez éppen a legnagyobb, 3500 cm³ iszapolóedény és 13 cm³ serpenyő merülőtérfogat esetén 0·6 %. Legyen ismét $f = 0{\cdot}65$, az anyag D_a fajsúlya 2·5, s a serpenyőre ülepedő tömeg vízben mérhető X súlya 5 g $D_t = 1$ esetére. Amint feljebb megadtuk már a bemérendő P_a anyagmennyiség ekkor 12·8205 g. $D_t = 1$ fajsúlyú vízben a merülő serpenyőnek súlyvesztesége a levegőben mérhető súlyával szemben grammokban annyi, mint a mekkora cm³-ökben a merülőtérfogata. Ha ez utóbbi 13 cm³ (az általam használt készülékek és merülőmagasságok esetében ez tényleg e körüli szám), akkor

a látszólagos súlyveszteség 13 g-mal egyenlő. A G_{sz}—G_v felhajtáskülönbség megadhatása céljából, amint láttuk volt, szükségünk van még a szuszpenzió D_{sz} kezdeti fajsúlyának az ismeretére is. Ezt a

$$D_{sz} = \frac{(V_{sz} - V_a) D_t + P_a}{V_{sz}}$$

képlet alapján számíthatjuk. Egyik készülékem esetében a V_{sz} szuszpenziótérfogat 3502·82 cm³, s a használt esési magasságig merülő serpenyő V_i merülőtérfogata 13·352 cm³, az f pedig 0·65. E készülékben $P_a = 12·8205$ g 2·5 fajsúlyú anyag és $D_t = 1$ esetére a D_{sz} kezdeti szuszpenziófajsúly 1·00219-nek adódik, amiből a G_{sz} felhajtás a $G_{sz} = D_{sz}$. V_i képlet alapján pedig 13·381 g-nak számítható. A $G_{sz} - G_v$ felhajtáskülönbség, minthogy $G_v = 13·352$ g-mal, tehát egyenlő 13·381 g — 13·352 = 0·029 g. Százalékban kifejezve (5 g felel meg 100 százaléknak!) ez 0·58 %. Látjuk tehát, hogy ennek az elhanyagolása sem okozna igen nagy hibát. Amint tudjuk, már ezt a hibát is könnyen eliminálhatjuk azonban egy állandó grafikon segítségével. E grafikonnal kapcsolatosan elsősorban is azt kell megvizsgálnunk, hogy tényleg megengedhető-e az az egyszerűsítésünk, hogy a $D_t = 1$ alapulvételével való szerkesztés bármely szobahőmérsékleten használható. Minthogy 25° C-ú vízhőmérséklet vehető a szobahőmérsékleten történő iszapolás legmagasabb esetének, azért számítsuk ki a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget 25° C hőmérsékletű víz és szuszpenzió esetére. A D_t ez esetben 1 helyett 0·99712. A tiszta vízben mérhető felhajtás ekkor $G_v = D_t$. $V_i = 0·99712 . 13·352$ g = 13·314 g lesz. A D_{sz} kezdeti szuszpenziófajsúly ugyanerre a hőmérsékletre 0·99932-nek adódik. A szuszpenzióban megállapítható G_{sz} kezdeti felhajtás lesz tehát $G_{sz} = D_{sz}$. $V_i = 0·99932 . 13·352$ g = 13·343 g. A 25° C hőmérsékletre érvényes G_{sz}—G_v felhajtáskülönbség pedig végül 13·343 g—13·314 g = 0·029 g-nak adódik, amely érték azonban az előzőkben $D_t = 1$ esetre számított értékkel egyenlő. A felhajtáskülönbségnek a megadott grafikon alapján való korrigálása tehát gyakorlatilag hibamentes. A valóságban ugyan mutatkozik a két érték között némi kis eltérés, ez azonban csak a negyedik tizedesben jelentkezik, s éppen ezért a mi készülékünkkel, amelynek mérési hibahatára 5 g vízben mér-

hető serpenyőre ülepedő súly esetére 0·05 %, már nem mérhető. Tehát a szóbanforgó grafikon használata a gyakorlat szempontjából hibamentesnek minősíthető.

E grafikon kérdésével kapcsolatban még megvizsgáltam azt is, hogy a 2·5 anyagfajsúly esetére megszerkesztett szóbanforgó felhajtáskülönbség-grafikon más fajsúlyok esetében is használható-e. E vizsgálataim arra az eredményre vezettek, hogyha a mérőserpenyőre ülepedő anyag vízben mérhető súlya egyenlő, akkor bármilyen fajsúlyra egyenlő hőmérsékleten fennáll az, hogy a szóbanforgó felhajtáskülönbség szigorúan egyenlő. Ennek a bebizonyítása nagyon egyszerű. Legyen X a mérőserpenyőre ülepedő anyag $t°$ hőmérsékletű vízben mérhető súlya, D_t a $t°$ C hőmérsékletű víz fajsúlya, D_{a1} az egyik, D_{a2} pedig egy másik iszapolandó anyag fajsúlya, legyen továbbá P_{a1} a D_{a1} fajsúlyú anyagnak ama mennyisége, amelyből az f faktorú készülékben teljes szedimentáció esetén a mérőserpenyőre D_t fajsúlyú vízben X-nek mérhető anyag ülepedik, P_{a2} pedig hasonló mennyiségű a D_{a2} fajsúlyú anyagból. Felírhatjuk tehát, hogy

$$X = \left(P_{a1} - \frac{P_{a1}}{D_{a1}} \cdot D_t\right) f \tag{1}$$

és

$$X = \left(P_{a2} - \frac{P_{a2}}{D_{a2}} \cdot D_t\right) f, \tag{2}$$

amely egyenletek baloldalának egyenlőségéből következik

$$f\left(P_{a1} - \frac{P_{a1}}{D_{a1}} \cdot D_t\right) = f\left(P_{a2} - \frac{P_{a2}}{D_{a2}} \cdot D_t\right), \tag{3}$$

tehát

$$P_{a1} - \frac{P_{a1}}{D_{a1}} \cdot D_t = P_{a2} - \frac{P_{a2}}{D_{a2}} \cdot D_t. \tag{4}$$

Ha azonban ez az egyenlőség fennáll, abból az következik, hogy mind a két szuszpenziónak a kezdeti fajsúlya ugyanaz. Jelöljük D_{sz1}-gyel a D_{a1} és D_{sz2}-vel pedig a D_{a2} fajsúlyú anyag P_{a1}, illetve P_{a2} bemért anyagmennyiségekből készített szuszpenziók kezdeti fajsúlyát. Ez esetben ugyanis

$$D_{sz1} = \frac{\left(V_{sz} - \frac{P_{a1}}{D_{a1}}\right) D_t + P_{a1}}{V_{sz}} = D_t + \frac{1}{V_{sz}} \left(P_{a1} - \frac{P_{a1}}{D_{a1}} \cdot D_t\right) \quad (5)$$

és

$$D_{sz2} = \frac{\left(V_{sz} - \frac{P_{a2}}{D_{a2}}\right) D_t + P_{a2}}{V_{sz}} = D_t + \frac{1}{V_{sz}} \left(P_{a2} - \frac{P_{a2}}{D_{a2}} \cdot D_t\right). \quad (6)$$

Minthogy pedig a D_t mindkét egyenletben ugyanaz, továbbá, ha figyelembe vesszük a (4) egyenlőséget, következik az, hogy D_{sz1} tényleg egyenlő D_{sz2}-vel. Ha azonban a fajsúlyok egyenlők, abból az következik, hogy a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbségek is egyenlőek. Ez fennáll bármily anyagfajsúly esetére. A szóbanforgó felhajtáskülönbség-grafikon tehát ebből a szempontból hibamentesnek bizonyul.

Dolgozatom első részében azt is állítottam, hogy a készülékkel való munkában elegendő az iszapolandó anyagot csupán két tizedesig terjedő pontossággal bemérnünk. Ha azonban kevesebb, csupán 1—2 g-nyi anyagot óhajtunk iszapolni, akkor, minthogy ez esetben érzékenyebb rugóval, pl. olyannal, amely 1 g terhelésre kb. 20 mm nyúlással reagál, kell dolgoznunk, hogy elegendő nyúlást kaphassunk, azért ilyenkor még a harmadik tizedesre is szükségünk van. Amikor azonban 10—13 g-ot tesz ki a bemért anyag, az esetben tényleg teljesen elegendő a gyakorlat szempontjából csupán a második tizedesig való pontosság, amint ez az alábbi számításból kitűnik. Vegyük ismét szemügyre azt a példát, amikor $D_a = 2{\cdot}5$ fajsúlyú $P_a = 12{\cdot}8205$ g bemért anyagból $D_t = 1$ vízfajsúly esetében a mérőserpenyőre $X = 5$ g vízben mért súlyú anyag rakódik. Minthogy elhanyagolásos bemérésünk most csak a második tizedesig pontos, azért csak 12·82 g-ot veszünk tekintetbe. Ha a harmadik tizedes 5-nél kisebb, akkor 12·82 g-ot, ha pedig annál nagyobb — 5 és 10 közé esik, — akkor már 12·83 g-ot mérünk. A maximális hibalehetőség tehát 0·005 g-nak adható meg. Az ennek megfelelő x százalékos hiba pedig a 12·82 g :100 %= 0·005 g: x % aránylat alapján számítva, kereken 0·04 %, tehát a gyakorlati analizis szempontjából egyáltalán számba nem veendő csekély érték.

A fajsúlyt is elegendő, amint említettem, csupán két tizedes pontosságig ismernünk. Vizsgáljuk meg az ebből eredő hiba nagyságát ugyancsak az előbbi példa esetére. Minthogy a fajsúlymeghatározásban a mért értéket csak a második tizedesig vesszük számításba, a harmadik tizedes csak igazításul szolgál. Így a maximális hibalehetőség a fajsúlyértékben 0·005. Az ebből eredő hiba 18·8205 g bemért anyagmennyiség esetében és $D_t = 1$ alapulvételével, akkor, ha pl. a 2·505 fajsúlyú anyagot tévesen 2·5 fajsúlyúnak vesszük, abban mutatkozik, hogy a serpenyőre ülepedő tömeg vízben mérhető X súlya nem lesz pont 5 g, mint ahogy ezt a 2·5 fajsúly alapján véljük. Ez eltérés adja a fajsúly elhanyagolásból eredő hiba maximális értékét. A 12·8205 g 2·505 fajsúlyú anyagból a serpenyőre ülepedő tömegnek a vízben mérhető X súlya $f = 0{\cdot}65$ faktor esetében 5·0067 g-nak adódik, a 2·5 fajsúly alapján számításba vett 5·0000 g helyett. Az eltérés a két X érték között mindjárt százalékra átszámítva, csupán 0·12 %. A fajsúlynak csak két tizedesig való számításba vétele a gyakorlat szempontjából tehát megengedhető.

Vegyük végül szemügyre még azt, hogy a tiszta vízben mért nullhelyzetnek közvetett úton való megállapítása mekkora hibával járhat. Elméletileg itt hibának egyáltalán nem volna szabad lennie, minthogy azonban a gyakorlatban az alacsonyabb magasságig, továbbá a használandó esési magasságig a desztillált vízzel való feltöltés nem lehet abszolut pontosságú, azért bizonyos kísérleti hibával itt is számolnunk kell. E hiba nagyságának megállapítása céljából megtöltöttem azt az iszapolóhengeremet, amelyről e dolgozatban is állandóan szó esik, a készülék komplett összeállításában először 60 cm, majd 65 cm, ezután 70 cm és végül 74 cm-ig (ez utóbbi magasságig töltve az edényt a szuszpenzióval, történtek az iszapolások). A víz hőmérséklete 15° C volt. Két méréssorozatot végeztem, minden egyes helyzetben több leolvasással. Alább adom e mérések eredményeit, azaz a jelzett magasságokig vízbe merülő mérőserpenyő súlyának megfelelő rugóhelyzeteket. A méréseket egy olyan mérőrugóval végeztem, amely 5 g terhelésre 15° C-on 53·7 mm-t nyúlt.

I. Méréssorozat.		*II. Méréssorozat.*	
Vízállás.	Rugóhelyzet.	Vízállás.	Rugóhelyzet.
cm	*mm*	*cm*	*mm*
60	48·5	60	48·5
	48·5		48·5
	48·5		48·5
65	47·0	65	47·0
	47·0		47·0
	47·0		47·0
70	45·45	70	45·45
	45·45		45·4
	45·45		45·45
74	44·25	74	44·2
	44·25		44·2
	44·25		44·2

A két mérés eredményei tehát jól egyeznek. A két méréssor eredményei között mutatkozó maximális eltérés 0·05 mm, ami 5 g vízben mért serpenyőre ülepedő anyagsúlyt feltételezve, e rugó esetében százalékban kifejezve, csupán 0·09 %, tehát ismét csak olyan érték, amely a gyakorlati analizis szempontjából nehezen jöhet tekintetbe.

E méréssorozattal kapcsolatban emlékezhetem még meg ama mérésemről, amely annak a felderítését célozta, hogy a mérőserpenyő szárnak víz alá nem merülő részére forgatás közben mennyi víz tapad, vajjon ebből mekkora hiba származhatik. E célból a 74 cm-ig feltöltött edényt jól megforgattam vízzel telten s forgatás után mértem a rugóhelyzetet. 44·3 mm, 44·25 mm, 44·3 mm és 44·3 mm voltak a leolvasások. Középértékük 44·29 mm. A közölt kettős méréssorozatból ugyanerre a magasságra kikerekítve, 44·23 mm adódik. A két érték csupán 0·06 mm különbsége mutatja az ebből eredő hiba jelentéktelenségét.

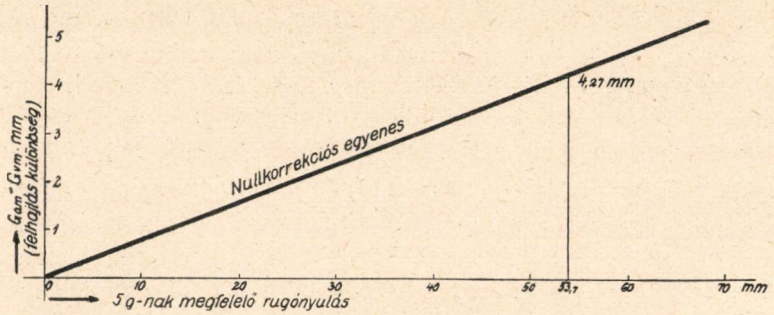
A *tiszta vízben mérhető nullhelyzetet* bármilyen rugó használata esetére a fentebbi méréssorozatok alapján nyert és grammokra átszámított felhajtáskülönbségnek a használt rugó nyúlására való

átszámítása útján adhatjuk meg. Ha 60 cm alacsonyabb vízmagasságból indulunk például ki, s 74 cm magasságig feltöltött helyzetben óhajtunk iszapolni, akkor a két felhajtás különbsége, amellyel tehát a 60 cm magasságig vízzel töltött helyzetben megállapított rugóállást helyesbítenünk kell, az előbbi példa esetében 48·5 mm—44·23 mm = 4·27 mm. A két helyzet között mutatkozó felhajtáskülönbségnek megfelelő rugónyúlást x grammra átszámítva, az 5 g : 53·7 mm = x g : 4·27 mm aránylat alapján lesz az x 0·3957 g. Más rugó használata esetén nem kell már egyebet tennünk, mint a 60 cm-ig feltöltött edényben mért felhajtásrugóhelyzetet az új rugó nyúlási viszonyainak ismerete alapján átszámított 0·3957 g-nak megfelelő rugónyúlással helyesbítenünk. Az x grammokban kifejezett értéke is egy és ugyanazon készülékre ezek szerint *konstans*ként kezelhető, s éppen ezért minden készülékre előre megadható úgy, hogy a készülékkel dolgozónak később nem kell ennek a megállapításával már törődnie. Az iszapolásnál szereplő víz hőmérséklete e helyesbítésben egyáltalán nem játszik mérhető szerepet, mégpedig azért nem, mert a serpenyőszárnak szóbanforgó térfogata, azaz annak a 14 cm magasságú szárrészletnek a térfogata, amely a 60 és 74 cm magasságok közé esik, nagyon kicsi. Értékszerűen mondható róla, hogy $^1/_2$ cm^3-nél kisebb, amiből pedig következik, hogy a különböző vízhőmérsékletekre érvényes felhajtások különbsége oly kicsi, hogy a használt rugókkal teljességgel mérhetetlen.

A numerikus számítást egyébként akkor, amikor különböző rugónyúlású rugók esetében akarjuk a tiszta vízben mért nullhelyzetet a leírt közvetett módon meghatározni, ugyancsak mellőzhetjük. E célból rajzoljunk egy olyan egyenest, (l. az 5. ábrát), amelynek abszcisszái az 5 g-nak megfelelő rugónyúlásokat adják milliméterekben, az ordináták pedig rögtön a hozzájuk tartozó helyesbítéseket szintén milliméterekben. Ez egyenest a számszerűen megadott példa esetére egyszerűen úgy szerkesztjük meg, hogy az abszcisszatengely 53·7 mm-nek megfelelő pontjában az ordinátával párhuzamosan húzott koordinátára a mért 4·27 mm rugóhelyesbítést felmérjük s az így nyert pontot összekötve a koordinátarendszer 0 pontjával, nyerjük a szóbanforgó egyenest, amelyet nevezzünk el egyszerűség okából *nullkorrekciós egyenes-*

nek. Bármilyen 5 g-nak megfelelő rugónyúlás ismerete alapján nem kell egyebet tennünk, mint e rugónyúlásértéket az abszcisszán felkeresnünk, e ponton át az ordinátával párhuzamosat húzva, megkeressük ennek a nullkorrekciós egyenessel való metszéspontját : e pont ordinátamagassága adja közvetlenül a milliméterekben kifejezett korrekcióértéket.

Végül vizsgáljuk meg még azt is, hogy a leírt grafikus módon történő számítások a grafikus módszer következtében mekkora hibákat eredményeznek. Általánosságban megállapíthatjuk azt, hogy mennél nagyobbak a grafikonok méretei, annál kisebb a számítási hiba. Túlságosan nagy grafikonokat azért nem kell szerkesz-



5. ábra.

tenünk. Elegendő, ha azok csupán a gyakorlat követelményeinek tesznek eleget.

Az első grafikon általában használatos, ezért külön hibavizsgálatát mellőzhetőnek vélem.

A második grafikon felső részlete a bemért P_a anyagsúlyok és a D_a anyagfajsúlyok közötti összefüggés alapján szerkesztődött. Minthogy, amint láttuk, a gyakorlat szempontjából teljesen elegendő az anyagfajsúlyt csupán a második tizedesig pontosan ismernünk, azért e grafikon fajsúlyabszcisszájának méreteit, ha úgy választjuk meg, hogy 1 mm 0·01 fajsúlykülönbségnek feleljen meg, akkor teljesen eleget tettünk a gyakorlat követelményeinek. Jó milliméterpapiron a leolvasás hibája ugyanis kb. $^1/_3$ mm-re tehető, amiből következik az, hogy a fajsúlyérték megadása a

második tizedesig hiba nélkül végezhető el. A bemérendő P_a anyagsúlyvonal méreteit pedig célszerű úgy megválasztanunk, hogy azon 1 mm a valóságban 0·05 g-nak feleljen meg. Tekintve, hogy $^1/_3$ mm-t még le tudunk a milliméterpapiron olvasni, a megadott méret mellett a leolvasásból eredhető hiba tehát általában ennél kisebb lesz. $^1/_3$ mm leolvasási hibával, mint maximálissal, számolva, ez a feljebb már szerepelt D_a=2·5 fajsúlyú anyag esetében P_a=12·8205 g bemért súly figyelembevételekor százalékban kifejezve csak 0·13 %. A jelzett méret tehát kielégítően megfelel a gyakorlat követelményeinek. A serpenyőre ülepedő vízben mért X anyagsúlytengelynek a méretét pedig célszerű úgy megválasztanunk, hogy 0·02 g súly 1 mm-nek feleljen meg. Ez esetben ugyanis $^1/_3$ mm-es hibás leolvasás — 5 g vízben mért serpenyőre ülepedő anyagsúly alapulvételével — kikerekítve, szintén csak 0·13 %.

A tiszta vízben és a kezdeti szuszpenzióban mérhető felhajtások G_{sz}—G_v különbségét rögtön grammban megadó grafikon méreteit továbbá elegendő úgy megválasztanunk, hogy a vízben mért serpenyőre ülepedő X anyagsúlytengelyen 1 g-nak 20 mm, a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbség tengelyen pedig 0·001 g-nak 1 mm feleljen meg. Ilyen méretezés mellett a G_{sz}—G_{sv} érték helyesbítése a használt mérőrugók pontosságát véve figyelembe, mondhatni hibamentesen olvasható le a grafikonból. Tegyük fel ugyanis azt, hogy a serpenyőre ülepedő vízben mérhető anyagsúly vonalon az X súlynak megfelelő pontot 1 mm hibával állapítottuk meg, jóllehet a leolvasásban elérhető pontosság ennek csupán a harmada. Az 1 mm leolvasási hibának megfelelő hiba a felhajtáskülönbség vonalon csupán 0·00058 mm, tehát olyan érték, amely már mélyen a rugókkal való mérési lehetőség határa alá esik. Ez érték százalékosan kifejezve — 5 g serpenyőre ülepedő vízben mért anyagsúlyt véve 100 %-nak — csupán 0·012 %-ot tesz ki. A valóságban azonban legalább $^1/_3$ mm pontossággal végezve a leolvasást, a hiba a 0·012 %-nak csupán a harmadrésze, tehát valóban semmiség.

Vizsgáljuk meg még azt is, hogy milyen méretben lesz legcélszerűbb megszerkeszteni a nullkorrekciós egyenest. Minthogy leggyakrabban olyan rugóval dolgozunk, amelynek a nyúlási viszonyai olyanok, hogy a használt terhelési intervallumban kb.

50 mm esik 5 g terhelésre, azért célszerűen olyan méretűnek választjuk az abszcisszatengelyt, hogy e rugótípusok használata esetében a mérési hibahatáron, azaz 0·05 mm-en belül maradjon még az ordinátán leolvasható rugóhelyesbítési érték. Vegyük a fentebb közölt konkrét példát alapul. A mérőrugó 5 g terhelésre 53·7 mm-t nyúlik a mérésre használt terhelési intervallumban. A 60 cm és a 74 cm magasságig vízzel töltött edénybe merülő serpenyő felhajtás értékei közötti különbség, amint láttuk, rugónyúlásban kifejezve 4·27 mm, grammokra átszámítva pedig 0·3957 g volt. A nullkorrekciós egyenest ez adatok alapján legcélszerűbb úgy megszerkesztenünk, hogy az abszcisszatengelyen a koordinátarendszer nullpontjától 53·7 mm rugónyúlásnak a kétszeresét mérjük fel, azaz minden milliméter az abszcisszán a valóságban csak 0·5 mm rugónyúlásnak felel meg. Ezután a $2\,x$ 53·7 mm-es abszcisszatengelypontban az abszcisszára emelt merőlegesre (ordinátára) felmérjük a 4·27 mm felhajtáskülönbség rugónyúlásértéknek a tízszeresét. E pontot összekötve a koordinátarendszer 0 pontjával, nyerjük a nullkorrekciós egyenest. Vizsgáljuk meg ezután azt, hogy milyen hibával dolgozik a grafikon 5 g-nak megfelelő 50 mm rugónyúlásos rugók esetében. Állapítsuk meg meg e hiba nagyságát az 5 g terhelésre 53·7 mm-rel reagáló rugónk esetére. A leolvasás hibahatára, amint említettem már, $^1/_3$ mm. Így tehát mi az abszcisszatengelyen a rugónyúlás értékét ennyivel rossznak is olvashatjuk le. Ennek a hossznak pedig az ordinátatengelyen 0·262 mm felel meg. Minthogy azonban az ordinátatengely tízszeres méretnagyságú, következik, hogy e hiba a rugónyúlásban csak 0·02 mm-nek adódik, amely érték azonban a műszerrel való mérésnek becsülhetőségi határa alá esik jóval már. Feltételezve azt, hogy mind az abszcisszán, mind pedig az ordinátán a maximális $^1/_3$ mm-rel rosszul olvastuk le, s még hozzá úgy, hogy a rossz leolvasások szummálódnak, még akkor is csak a becsülhetőség határa körül mozgunk csupán. Így tehát a megadott méretek mellett az 5 g-ra 50 mm körüli nyúlással reagáló rugókra vonatkozó nullhelyzet megállapítást gyakorlati szempontból teljesen hibamentesen oldhatjuk meg a megadott méretű grafikon segítségével. Nagyobb rugónyúlás esetén még nagyobb pontosság érhető el, kisebb esetén pedig természetesen kisebb.

A *százalékvonal* méretét jó volna minél nagyobbra választani, minthogy azonban ennek rajzolástechnikai akadályai vannak, meg kell elégednünk kisebb mérettel. Nézetem szerint a gyakorlat követelményeinek még megfelel, ha 1 mm-t veszünk 0·5 %-nak, azaz a százalékvonalat 20 cm hosszúnak rajzoljuk. Ez esetben a grafikus számolás határértékének tekinthető maximális $^1/_3$ mm leolvasási hiba kb. 0·16 %-nak felel meg.

Miután ismertettük a készülékkel való munkában lehetséges egyszerűsítéseket és megállapítottuk az ezekből fakadható hibák maximális értékét is azért, hogy bebizonyítsuk a megadott egyszerűsítések jogos használhatóságát a gyakorlatban, foglaljuk össze még a gyakorlati iszapolásnál követendő eljárást. Amint leírtam már, egyszersmindenkorra kiszámítjuk az f konstanst, azután megszerkesztjük a gyakorlatban számbajöhető fajsúlyokra a bemérendő P_a anyagsúly és a serpenyőre ülepedő vízben mért X anyagsúly közötti összefüggést ábrázoló grafikont, amelynek segítségével tehát mellőzhető az X számítása. Ugyancsak elkészítjük a készülékre a G_{sz}—G_v, a kezdeti szuszpenzióban és a tiszta vízben mérhető serpenyő-felhajtáskülönbség grafikont is. Amint tudjuk, ennek segítségével bármely számbajöhető X serpenyőre ülepedő vízben mért anyagsúly ismerete alapján leolvashatjuk rögtön a kezdeti szuszpenzióban és a tiszta vízben mutatkozó felhajtások G_{sz}—G_v különbségét grammokban kifejezve, azaz azt az értéket, amelyet a használt mérőrugó nyúlási viszonyainak ismerete alapján milliméterekre számítva át, le kell vonnunk a tiszta vízben mért nullhelyzetnek megfelelő rugóhelyzetből, hogy így hozzájussunk a *korrigált nullhelyzethez*.

Grafikon teszi továbbá lehetővé a tiszta vízben mért nullhelyzetnek egy az iszapolási magasságnál alacsonyabb vízmagasságban történő mérés útján való gyors közvetett meghatározását is.

A készülékkel való gyakorlati analizis sémája ezek birtokában a következőképpen volna megadható:

1. Az iszapolás megkezdése előtt legalább 24 órával megkezdjük már a mérőrugó fárasztását a segédserpenyő + 5 g súlynak a rugóra való ráakasztásával (l. az előző dolgozatok idevonatkozó részét), s ha úgy tetszik, kontrollálom a rugónyúlást a fárasztás befejeztekor.

2. Meghatározzuk az iszapolandó anyag fajsúlyát két tizedesnyi pontossággal.

3. Az iszapolandó anyagot előkészítjük a szokásos módokon.

4. A mért fajsúly alapján a fajsúly (D_a) — bemérendő anyag (P_a) — serpenyőre ülepedő vízben mért anyagsúly (X) grafikon segítségével megállapítjuk a bemért P_a anyagsúlynak megfelelő X serpenyőre ülepedő vízben mért anyagsúlyt, s ez értéket egyszerű aránylattal átszámítjuk a használt rugó nyúlásának megfelelően milliméterekre.

5. Megállapítom a felhajtáskülönbséggrafikon segítségével az X súlyhoz tartozó G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget grammokban és átszámítom a használt rugó nyúlási viszonyainak megfelelően milliméterekre.

6. Meghatározzuk az alacsonyabb magasságig desztillált vízzel feltöltött edényben a merülő serpenyőnek megfelelő rugóhelyzetet, s ezután a nullkorrekciós egyenes alapján a használt rugónyúlás ismeretének segítségével számítjuk a tiszta vízben mért nullhelyzetet.

7. E vízben mért nullhelyzetnek megfelelő rugóhelyzetből (milliméterek) levonva a G_{sz}—G_v felhajtáskülönbséget (milliméterekre átszámítva) nyerjük a $P(t)$-görbe koordinátarendszerének a nullpontját.

8. A tiszta vízben mért nullhelyzetnek megfelelő rugóhelyzethez hozzáadva a serpenyőre ülepedő vízben mért X anyagsúlynak megfelelő rugónyúlást, nyerjük az ordináta — vagy, ha úgy tetszik — a görbe legmagasabb pontját.

9. Ezután bevisszük az iszapolandó anyagot az iszapolóhengerbe, s feltöltve azt a használandó magasságig, elvégezzük az iszapolást az előző dolgozatokban már részletesen leírt módon.

10. A mérések befejezte után megszerkesztjük milliméterpapiron a $P(t)$-görbét, előbb azonban, ha szükséges, a rugó hosszú ideig tartó állandó igénybevétele folytán előálló nyúlásból eredő korrekciót is elvégezzük.

11. A megszerkesztett $P(t)$-görbén a keresett szemnagyságoknak megfelelő pontokban tangenseket húzunk. Megjelölve a tangenseknek az ordinátatengellyel való metszéspontjait, megrajzoljuk a százalékvonalat, majd ennek 0-pontját a $P(t)$-görbe 0 és

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

annak 100 %-os pontját pedig az ordinátatengely legmagasabb pontjával összekötve, s ez egyeneseket meghosszabbítva, megkeressük e két egyenes metszéspontját. E metszéspontból az ordináta-tangens metszéspontokon át egyeneseket húzva, ez egyenesek által a százalékvonalon lemetszett hosszúságok közvetlenül megadják a keresett százalékokat.

Az 5, 7 és 10 pontok korrekcióit, mivel láttuk, hogy a velük kapcsolatos hibák kicsik, el is hagyhatjuk. Ez esetben a a görbe 0 pontja a vízben mért nullhelyzet lesz.

Sopron, készült a m. kir. bányamérnöki és erdőmérnöki főiskola ásvány-földtani tanszékén.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. jan. 9-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE PRAKTISCHE ANALYSE MIT DEM NEUEN SCHLÄMMAPPARAT.

Von M. VENDL.

Verfasser weist darauf hin, dass durch die Einführung einiger in der praktischen Schlämmanalyse allerdings weitverbreiteten und zulässigen kleineren Vernachlässigungen die Arbeit mit seinem Schlämmapparat sehr erleichtert wird.

Er gibt noch einige Schaubilder an, welche seiner Ansicht nach bei der praktischen Arbeit statt der etwas umständlicheren numerischen Rechnen gute Dienste leisten.

Die Abhandlung wird später in einer ausländischen Zeitschrift erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Jänner 1933.)

ÖSSZEHASONLÍTÓ ELEMZÉSEK AZ ÚJ ISZAPOLÓ KÉSZÜLÉKKEL.

VENDL MIKLÓS- és SZÁDECZKY ELEMÉR-től.

Egyikünk részletesen hírt adott egy általa szerkesztett iszapoló készülékről, amely az igen kis koncentrációban való munkát is lehetővé teszi.[1] Jelen soraink az iszapoló készülékkel végzett egynehány elemzésről számolnak be, amelyek ugyanazon anyagra vonatkoznak, de különböző, részben már igen kis koncentrációban történtek.

Vizsgálati anyagul szándékosan *nem* választottunk a mechanikai elemzések szempontjából különösen egyszerű anyagot. Minthogy a mechanikailag analizálandó anyagok gyakran karbonátosak, vizsgálati anyagul márgát választottunk. A kőzet egy Sopron környéki felsőmiocén korú marin homokos márga volt, melyet a magyar-burgenlandi határon, Lépesfalva közelében a Liget patak egyik feltárásában gyüjtöttünk. A kőzet fajsúlya, 3 piknométeres meghatározás középértékeként: 2·576.

Az anyag előkészítése tekintetében irányelvünk az volt, hogy az mindegyik elemzésnél egyformán történjék s a kezelés legapróbb részleteiben se legyenek lehetőség szerint különbségek. Ezért erősen elmechanizált eljárást választottunk.

Az előkészítés első része nagyjából a HISSINK-féle rázó eljárás[2] szerint, tehát kémikáliák és külön preparáció nélkül történt. A vizsgálatra felhasznált márgát légszáraz állapotban átlag mintegy $^3/_4$ cm-es darabokra törtük és alaposan összekevertük. Elemzéshez

---

[1] VENDL M.: Egy új iszapolókészülék. Bemutatva a M. T. Akadémia III. osztályának 1931. dec. 14.-én tartott ülésén.

[2] HISSINK: Intern. Mitt. f. Bodenkunde, IV. p. 10.

a porrá morzsolódott rész mellőzésével csak a szilárd darabokból vettünk. Légszárazon való bemérés után annyi deszt. vizet adtunk az anyaghoz, amely azt éppen ellepte. Egy órai állás után a zagyot gumivégű üvegbottal 5 percig enyhén szétdörzsöltük, majd annyi deszt. vizet töltöttünk hozzá, hogy 10 g márgára összesen 250 cm^3 víz esett. E zagyot azután körforgó rázógépen 6 órán át, percenként átlag 100 fordulattal ráztuk.

Közvetlenül a rázás után az anyagot ultraszűrőn mostuk ki, annyi deszt. vízzel, hogy 10 g márgára átlag 1 liter mosóvíz esett. Az ultraszűréshez ZSIGMONDY—BACHMANN-féle «mittelporige» jelzésű membranfiltert használtunk. A mosás befejeztével a Cl-mentességet minden esetben megállapítottuk. Az anyag a szűrőről való leválasztás után 12 óráig állott deszt. vízben (10 g-ra $^1/_4$ liter víz). Az iszapoló készülékbe való átmosás és a készüléknek feltöltése után az egyenletes diszperzitás lehető elérése céljából a zaggyal telt készüléket 50-szer körülforgattuk, mielőtt az elemzést megkezdtük volna.

A vizsgálati anyagot tehát eredeti teljes összetételében elemeztük (eltekintve az ultraszűrőn kimosott sóktól), vagyis nem alkalmaztuk az elemzés megkönnyítésére szolgáló preparációkat, mint például a durvább részek előzetes leszitálását, ill. a legfinomabbak kiiszapolását (l. pl. SVEN ODÉN[1]).

Ismeretes, hogy az iszapolási eredmények helyességének egyik legfontosabb kritériuma az, ha az eredmények különböző koncentráció alkalmazása esetén is egymásnak kielégítően megfelelnek. Vizsgálatainkat mi is többféle koncentrációban végeztük, nevezetesen egyrészt kb. 0·35 %-os, másrészt pedig kb. 0·08 %-os koncentrációban.

Az összes méréseket állandó hőmérsékletű helyiségben végeztük. Megjegyezzük azonban, hogy a hőszigetelő nemezburkot nem tettük fel a mérések idejére a készülékre, mégpedig azért nem, hogy az iszapolóedény belsejében történő eseményeket állandóan figyelhessük e kísérletek alatt. Ennek következtében kisebb hőmérséklet ingadozás megfigyelhető volt. Ez ingadozás azonban általában 1°C-on belül maradt.

---

[1] SVEN ODÉN: Eine neue Methode zur mechanischen Bodenanalyse. Intern. Mitt. f. Bodenkunde, V. 1915, p. 257.

Az első három elemzést egyazon készüléken végeztük. E készülék zagy-térfogata 3502·82 cm³. A mérőserpenyő fölé eső térfogat 2274·82 cm³. A mérőserpenyő merülő részének térfogata 13·352 cm³, az esési magasság 731·5 mm.

A százalékos összetételeket (lásd alább) csak a 0·2 mm-nél nagyobb, a 0·2—0·1 mm, a 0·1—0·05 mm, a 0·05—0·02 mm, a 0·02—0·01 mm, a 0·01—0·005 mm, a 0·005—0·002 és a 0·002 mm-nél kisebb részletekre számítottuk ki, mégpedig a SVEN ODÉN[1] által megadott grafikus módszerrel.

Az esési idők számítása 0·2 mm-től 0·01 mm-ig egész fokokra a

$$V = \frac{-\frac{3\eta}{r} \pm \sqrt{\frac{9\eta^2}{r^2} + 3D_2(D_1 - D_2)gr}}{\frac{9}{4}D_2}$$

STOKES—OSEEN-féle képlet alapján történt, ahol V az esési sebesség, η a víz belső surlódása (g cm^{-1} sec^{-1}), r a gömbnek képzelt szem rádiusza, g a gravitációs konstans (981 cm sec^{-2}), D_1 az eső szem sűrűsége, és D_2 a folyadék sűrűsége. A tizedfokoknak megfelelő esési sebességeket az egész fokokra számítottakból interpolálás útján állapítottuk meg.

Végül a 0·005 és a 0·002 mm-es szemnagyságok esési idejének számítása a KÖHN-féle táblázatban[2] közölt értékekből interpolálás útján történt.

A 2·576 fajsúlyú anyagra vonatkozó ilymódon számított esési sebességeket az 1. táblázat, a 731·5 mm-es esési magasságra vonatkozó esési időket pedig a 2. táblázat tartalmazza.

I. elemzés.

Bemért anyag: 12,4512 g.

Iszapolási hőmérséklet 18·4—19·0°C között ingadozott, középértékben 18·7°C.

A 18·7°C hőmérsékletű szuszpenzió fajsúlya: 1·0007.

---

[1] SVEN ODÉN l. c.

[2] M. KÖHN: Beiträge zur Theorie und Praxis der mechanischen Bodenanalyse. Landw. 36. Bd. LXVII. 1928. p. 485.

1. táblázat. $v = \text{cm sec}^{-1}$ $(D = 2{\cdot}576)$

Hőmérséklet (C°)	Szemnagyság (mm) 0·2	0·1	0·05	0·02	0·01	0·005	0·002
15°	1·8645	0·67585	0·18504	$2{\cdot}9801\times10^{-2}$	$7{\cdot}41\times10^{-3}$	$1{\cdot}876\times10^{-3}$	$3{\cdot}02\times10^{-4}$
16°	1·8862	0·6901	0·18952	$3{\cdot}0697\times10^{-2}$	$7{\cdot}595\times10^{-3}$	$1{\cdot}928\times10^{-3}$	$3{\cdot}085\times10^{-4}$
17°	1·9076	0·70643	0·19445	$3{\cdot}1594\times10^{-2}$	$7{\cdot}82\times10^{-3}$	$1{\cdot}98\times10^{-3}$	$3{\cdot}162\times10^{-4}$
18°	1·9293	0·71952	0·1994	$3{\cdot}2046\times10^{-2}$	$8{\cdot}0114\times10^{-3}$	$2{\cdot}032\times10^{-3}$	$3{\cdot}248\times10^{-4}$
19°	1·9495	0·7358	0·20387	$3{\cdot}294\times10^{-2}$	$8{\cdot}2794\times10^{-3}$	$2{\cdot}082\times10^{-3}$	$3{\cdot}326\times10^{-4}$
20°	1·9696	0·7519	0·20805	$3{\cdot}3836\times10^{-2}$	$8{\cdot}459\times10^{-3}$	$2{\cdot}133\times10^{-3}$	$3{\cdot}403\times10^{-4}$
21°	1·990	0·76323	0·21421	$3{\cdot}5182\times10^{-2}$	$8{\cdot}66\times10^{-3}$	$2{\cdot}188\times10^{-3}$	$3{\cdot}494\times10^{-4}$
22°	2·0088	0·77738	0·21915	$3{\cdot}5634\times10^{-2}$	$8{\cdot}909\times10^{-3}$	$2{\cdot}243\times10^{-3}$	$3{\cdot}584\times10^{-4}$

2. táblázat: Esési idők. (Esési magasság = 731·5 mm, $D = 2{\cdot}576$.)

Hőmérséklet (C°)	Szemnagyság (mm) 0·2	0·1	0·05	0·02	0·01	0·005	0·002
15·85°	$0^h\ 0'\ 38{\cdot}9''$	$0^h\ 1'\ 46{\cdot}3''$	$0^h\ 6'\ 27''$	$0^h\ 39'\ 52''$	$2^h\ 41{\cdot}2'$	$10^h\ 34{\cdot}8'$	$66^h\ 7{\cdot}2'$
16·0°	$0^h\ 0'\ 38{\cdot}8''$	$0^h\ 1'\ 46''$	$0^h\ 6'\ 26''$	$0^h\ 39'\ 43''$	$2^h\ 40{\cdot}5'$	$10^h\ 32{\cdot}3'$	$65^h\ 51{\cdot}9'$
17·0°	$0^h\ 0'\ 38{\cdot}3''$	$0^h\ 1'\ 44''$	$0^h\ 6'\ 16''$	$0^h\ 38'\ 35''$	$2^h\ 35{\cdot}9'$	$10^h\ 15{\cdot}7'$	$64^h\ 15{\cdot}7'$
17·1°	$0^h\ 0'\ 38{\cdot}3''$	$0^h\ 1'\ 43{\cdot}7''$	$0^h\ 6'\ 15''$	$0^h\ 38'\ 32''$	$2^h\ 35{\cdot}5'$	$10^h\ 14{\cdot}1'$	$64^h\ 05{\cdot}8'$
18·0°	$0^h\ 0'\ 37{\cdot}9''$	$0^h\ 1'\ 41{\cdot}7''$	$0^h\ 6'\ 07''$	$0^h\ 38'\ 03''$	$2^h\ 32{\cdot}1'$	$9^h\ 59{\cdot}9'$	$62^h\ 37'$
18·6°	$0^h\ 0'\ 37{\cdot}7''$	$0^h\ 1'\ 40{\cdot}3''$	$0^h\ 6'\ 02''$	$0^h\ 37'\ 25''$	$2^h\ 29'$	$9^h\ 51{\cdot}3'$	$61^h\ 40{\cdot}2'$
18·7°	$0^h\ 0'\ 37{\cdot}6''$	$0^h\ 1'\ 40{\cdot}1''$	$0^h\ 6'\ 01''$	$0^h\ 37'\ 19''$	$2^h\ 28{\cdot}6'$	$9^h\ 49{\cdot}8'$	$61^h\ 31{\cdot}5'$
19·0°	$0^h\ 0'\ 37{\cdot}5''$	$0^h\ 1'\ 39{\cdot}4''$	$0^h\ 5'\ 59''$	$0^h\ 37'\ 01''$	$2^h\ 27{\cdot}2'$	$9^h\ 45{\cdot}5'$	$61^h\ 07'$

A vízben mért és a szuszpenzióra számított serpenyőfelhajtás különbsége: 0·029 g, az ennek megfelelő rúgónyulás: 0·3 mm.

A 18·7°C hőmérsékletű vízben mért nullhelyzet: 69·6 mm.

A 18·7°C hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet: 69·3 mm.

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	129·45 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	75·55 «
5 g-ra eső rúgónyúlás	53·9 mm

Rúgónyúlás az iszapolás befejeztekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	129·95 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	76·0 «
5 g súlyának megfelelő rúgónyúlás	53·95 mm

A kezdeti- és végrúgónyúlás közötti különbség: 0·45, ill. 0·50 mm.

A mérőserpenyőre ülepedő anyag súlya 18·7 C hőmérsékletű vízben mérve lenne 4·9519 g, az ennek megfelelő rugónyúlás: 53·38, kikerekítve 53·4 mm.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 69·6 mm + 53·4 mm = 123·0 mm.

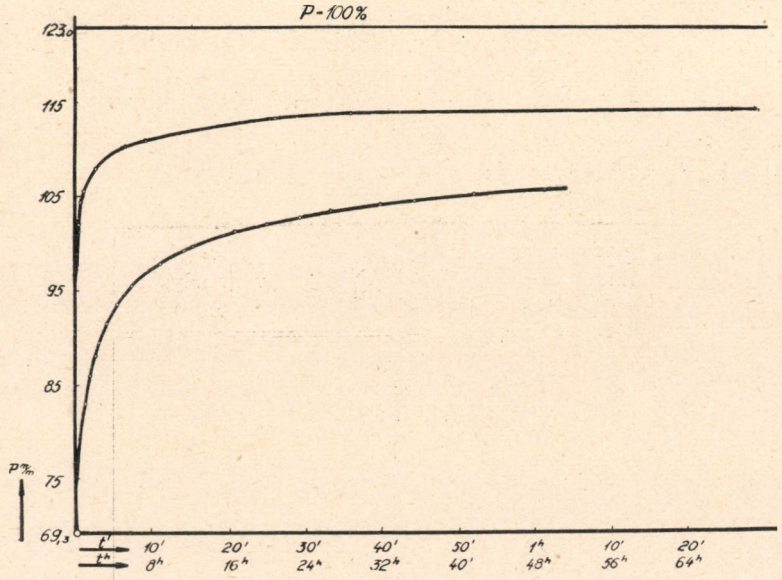
Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 53·7 mm.

Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Korrigált rugóhelyzet (mm)
1'16"	83·0	—
1'51"	86·0	—
2'35"	88·1	—
4'04"	91·5	—
5'28"	93·6	—
7'27"	95·5	—
11'19"	97·8	—
15'28"	99·7	—
18'42"	100·4	—
20'47"	101·3	—
24'28"	102·1	—
29'20"	102·8	—

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Korrigált rugóhelyzet (mm)
33′32″	103·5	—
39′56″	104·1	—
44′22″	104·5	—
52′00″	105·2	—
61′19″	105·6	—
2^h 15′	108·1	—
5^h 32′	110·2	110·15
7^h 46′	110·75	110·7
21^h 01′	113·5	113·35
29^h 06′	114·2	114·0
69^h 18′	115·1	114·65

Ezen adatok alapján megszerkeszthető $P(t)$ görbék az 1. ábrán láthatók, ahol a teljes görbén kívül fel van tüntetve — a durvább frakciók pontosabb kiértékelhetése céljából — a görbe első része külön is nagyméretű időtengelyre vonatkoztatva. A fentebb közölt



1. ábra.

esési idők tekintetbevételével megszerkesztett tangensek által az ordinátán lemetszett hosszúságok a következők:

		megfelelő hosszúság		
A 0·2	mm-es szemnagyságnak	5·1	mm =	9·5 %
A 0·1	« «	7·7	« =	14·4 «
A 0·05	« «	17·9	« =	33·3 «
A 0·02	« «	36·3	« =	56·4 «
A 0·01	« «	36·45	« =	67·9 «
A 0·005	« «	39·9	« =	74·5 «
A 0·002	« «	45·15	« =	84·1 «
A 0·000	« «	53·7	« =	100·0 «

A 0·2 mm-nél nagyobb részlet	9·5 %	
A 0·2 —0·1 mm közötti részlet	4·9 «	
A 0·1 —0·05 « « «	18·9 «	
A 0·05 —0·02 « « «	23·1 «	
A 0·02 —0·001 « « «	11·5 «	
A 0·01 —0·005 « « «	6·6 «	
A 0·005—0·002 « « «	9·6 «	
A 0·002 mm-nél kisebb részlet	16·9 «	

Közvetlenül ezen elemzés befejezése után ugyanezt a zagyot újból felráztuk (50 teljes fordulattal) és az elemzést megismételtük a következő eredménnyel:

I/b. elemzés.

Minthogy az új nullhelyzet megállapítható nem volt, úgy számítottuk azt, hogy az előző korrigált nullhelyzethez hozzáadtuk az előző iszapolás kezdete és vége között megállapítható rúgónyúlást.

Az iszapolási hőmérséklet 19·0 és 18·1°C között mozgott, középérték 18·6°C.

18·6° hőmérsékletű vízre számítható nullhelyzet: 70·05 mm.

A 18·6 C hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet: 69·3+0·45 = 69·75 mm.

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	129·95 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	76·0 «
5 g-ra eső rúgónyúlás	53·95 «

Rúgónyúlás az iszapolás befejezésekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet 130·3 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet ..... 76·40 «
5 g-ra eső rúgónyúlás ..... 53·90 mm

Számoltunk 53·9 mm rúgónyúlással

A kezdeti és végrúgónyúlás közötti különbség: 0·35 mm, ill. 0·40 mm, számoltunk 0·4 mm-rel.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 70·05+53·4= =123·4 mm. Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 53·7 mm.

Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Korrigált rugóhelyzet (mm)
0′50″	82·5	—
1′34″	85·9	—
3′23″	89·1	—
3′39″	92·1	—
5′21″	94·8	—
7′46″	97·2	—
8′14″	97·4	—
11′10″	99·1	—
13′48″	100·5	—
15′16″	100·9	—
19′58″	102·3	—
25′38″	103·4	—
29′19″	104·1	—
33′27″	104·8	—
40′04″	105·6	—
45′37″	106·0	—
52′15″	106·75	—
1^{h}01′17″	107·2	—
3^{h}12′	110·8	—
7^{h}32′	113·1	113·05
22^{h}37′	115·2	115·05
47^{h}30′	116·0	115·7
71^{h}17′	116·25	115·85

		Megfelelő hosszúság	
0·2	mm szemnagyságnak	5·65 mm	= 10·5 %
0·1	« «	9·05 «	= 16·9 «
0·05	« «	19·25 «	= 35·9 «
0·02	« «	31·15 «	= 58·0 «
0·01	« «	37·25 «	= 69·4 «
0·005	« «	42·15 «	= 78·5 «
0·002	« «	45·65 «	= 85·0 «
0·000	« «	53·7 «	=100·0 «

A 0·2 mm-nél nagyobb részlet	10·5 %
A 0·2 —0·1 mm közötti részlet	6·4 «
A 0·1 —0·05 « « «	19·0 «
A 0·05 —0·02 « « «	22·1 «
A 0·02 —0·01 « « «	11·4 «
A 0·01 —0·005 « « «	9·1 «
A 0·005—0·002 « « «	6·5 «
A 0·002 mm-nél kisebb részlet	15·0 «

Az iszapolást ugyanezen anyaggal harmadszor is megismételtük.

I/c. elemzés.

Iszapolási hőmérséklet: 18·7°C.

A 18·7° hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet: 70·15 mm.

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor (a villa elmozdult kissé):

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	130·3 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	76·2 «
5 g-ra eső rugónyúlás	53·9 mm

Minthogy ezt az iszapolást $1^1/_4$ óra mulva befejeztük, a rúgóértékekben változás nem volt az iszapolás kezdetének értékeivel szemben.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 70·45+53·4= =123·85 mm.

Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 53·7 mm.

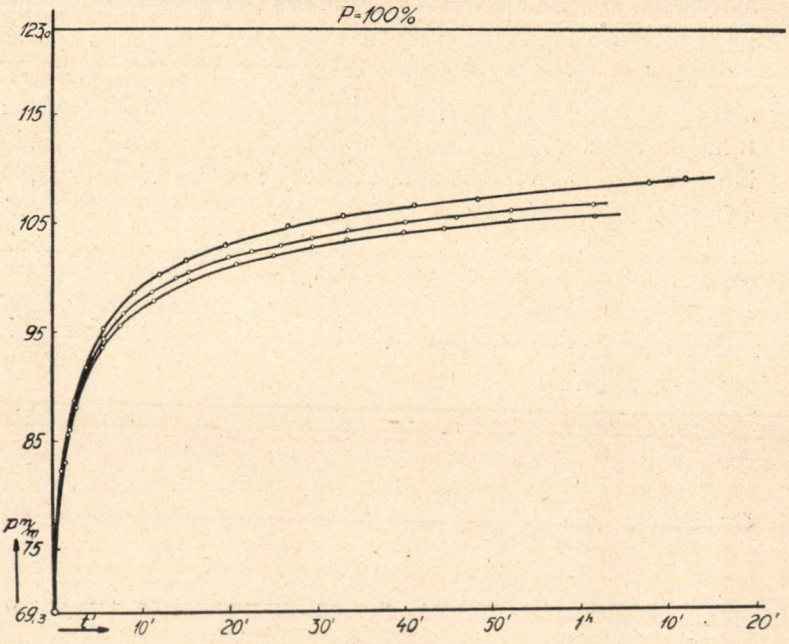
Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)
1′ 05″	83·6
2′ 18″	89·0
3′ 48″	92·8
5′ 30″	95·7
7′ 30″	97·6
9′ 03″	98·95
11′ 57″	100·75
15′ 18″	103·4
26′ 40″	105·1
33′ 29″	105·9
41′ 23″	107·0
48′ 33″	107·5
67′ 50″	109·0
72′ 25″	109·3

		Megfelelő hosszúságú	
0·2	mm szemnagyságnak	6·15 mm	= 11·5 %
0·1	« «	9·65 «	= 18·0 «
0·05	« «	19·65 «	= 36·6 «
0·02	« «	31·55 «	= 58·8 «
0·000	« «	53·7 «	=100 «

A 0·2 mm-nél nagyobb részlet	11·5 %
A 0·2 —0·1 mm közötti részlet	6·5 «
A 0·1 —0·05 « « «	18·6 «
A 0·05—0·02 « « «	22·6 «
A 0·02—0·00 « « «	41·2 «

E három elemzés $P(t)$ görbéit ugyanazon koordinátarendszeren a 2. ábra tünteti fel. A megismételt elemzésekből világosan látszik, hogy az iszapolás folyamán lassanként gyenge koaguláció történik. E koaguláció egyrészt annak lehet a következménye, hogy a leülepedett anyag újbóli felkeverése 50 forgatással nem annyira erélyes, hogy az összetapadt részeket teljesen szétválassza. Másrészt az anyag mésztartalma folytán az iszapoló folyadék újból érez-



2. ábra.

hetően elektrolittartalmúvá válhatott a hosszabb oldási idő folyamán. Erre vonatkozólag egyikünk még további vizsgálatokat tervez folytatni.

II. elemzés.

Bemért anyag: 12·6430 g.

Az iszapolási hőmérséklet 17·5—16·7°C között mozgott. Középérték: 17·1°.

A 17·1° hőmérsékletű szuszpenzió fajsúlya: 1·0010.

A vízben mért és a szuszpenzióra számított serpenyőfelhajtás különbsége: 0·029 g, az ennek megfelelő rúgónyúlás 0·31 mm.

A vízben mért nullhelyzet: 7·2 mm.

A 17·1 hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet: 6·9mm.

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor és végeztekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet .	60·8 mm
A segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	7·0 «
5 g-ra eső rúgónyúlás	53·8 mm

Mivel a kezdeti és végrúgónyúlás között különbség nincs, tehát a rúgóhelyzetre vonatkozó adatokat korrigálni nem szükséges. A kezdeti és végrúgónyúlás megegyezésének oka kettős. Egyrészt a rúgó ezen elemzést közvetlenül megelőzően már több héten át terhelve volt: megfigyeléseink szerint pedig a tartós nyúlás az idő előrehaladásával csökken. Ehhez járult másrészt az is, hogy a hőmérséklet az iszapolás kezdetén volt a legmagasabb, végén pedig a legalacsonyabb, amivel pedig az iszapolás folyamán a rúgónak bizonyos összehúzódása jár.

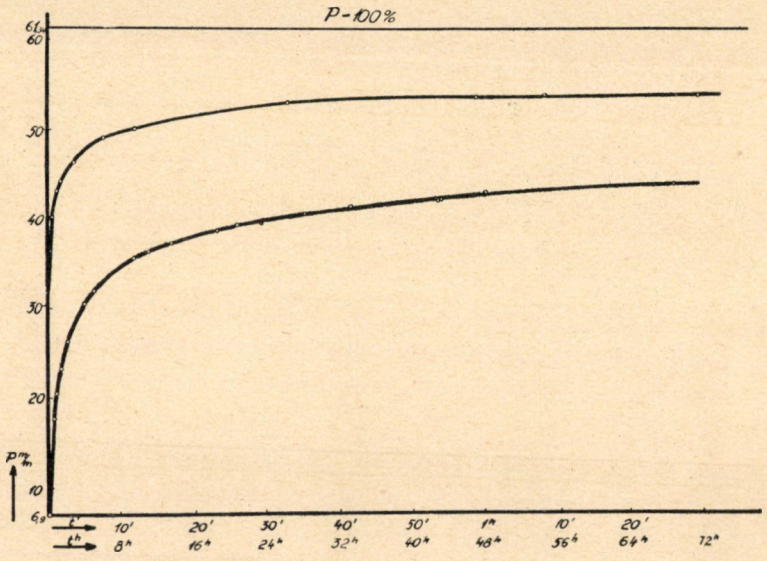
A mérőserpenyőre rakodó anyag súlya lenne 17·1°C hőmérsékletű vízben mérve: 5·03165 g. Az ennek megfelelő rugónyúlás: 54·14 mm.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 7·2+54·14= =61·34 mm.

Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 54·44 mm.

Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)
0′45″	17·6	41′31″	41·4
1′09″	20·4	46′26″	41·5
1′39″	23·2	49′50″	41·9
2′34″	26·3	53′33″	42·0
3′40″	28·5	54′05″	42·15
4′58″	30·5	59′26″	42·7
6′20″	31·9	1^h 0′02″	42·9
8′52″	34·0	1^h 26′	44·0
11′49″	35·6	3^h 01′	46·15
13′56″	36·3	4^h 37′	47·6
16′49″	37·3	6^h 17′	49·0
19′52″	37·8	9^h 41′	49·9
22′57″	38·6	26^h 27′	52·9
25′39″	39·3	47^h 19′	53·5
29′19″	39·5	54^h 22′	53·9
35′20″	40·5	71^h 22′	54·0



3. ábra.

Ez elemzés $P(t)$ görbéjét a 3. ábra tünteti fel. A tangensek által az ordinátán lemetszett hosszúságok a következők:

		Megfelelő hosszúság		
A 0·2 mm szemnagyságnak	5·3 mm	=	9·7 %
A 0·1 « «	8·9 «	=	16·3 «
A 0·05 « «	18·45 «	=	33·9 «
A 0·02 « «	29·55 «	=	54·3 «
A 0·01 « «	36·4 «	=	66·9 «
A 0·005 « «	40·5 «	=	74·4 «
A 0·002 « «	46·9 «	=	86·2 «
A 0·000 « «	54·4 «	=	100·0 «

A 0·2 mm-nél nagyobb szemnagys. részlet..	9·7 %
A 0·2 —0·1 mm közötti részlet	6·6 «
A 0·1 —0·05 « « «	17·6 «
A 0·05 —0·02 « « «	20·4 «
A 0·02 —0·01 « « «	12·6 «
A 0·01 —0·005 « « «	7·5 «
A 0·005—0·002 « « «	11·8 «
A 0·002 mm-nél kisebb szemnagys. részlet .	13·8 «

III. elemzés.

Bemért anyag: 3·1515 g.

Iszapolási hőmérséklet 16·2—15·5°C, középértékben: 15·85°C.

A 15·85°C hőmérsékletű szuszpenzió fajsúlya: 0·99959.

A vízben mért és a szuszpenzióra számított serpenyőfelhajtás különbsége: 0·008 g, az ennek megfelelő rúgónyúlás: 0·086 mm.

A vízben mért nullhelyzet: 10·3 mm.

A 15·85°C hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet: 10·22 mm.

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor és befejezésekor:

Segédserpenyő + 5 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	63·15 mm
Segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	9·4 «
5 g súlyára eső rúgónyúlás	53·75 mm

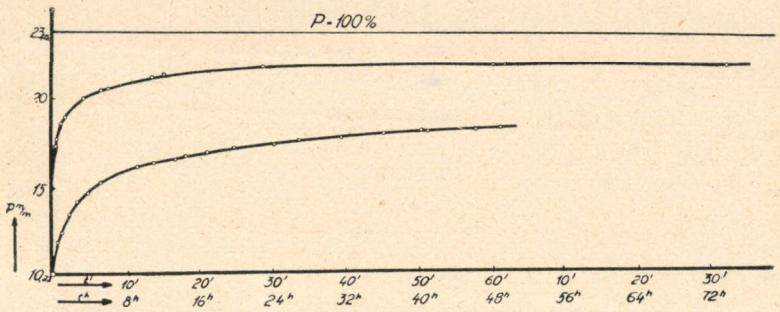
A mérőserpenyőre rakodó anyag súlya lenne 15·85°C hőmérsékletű vízben mérve: 1·254 g, az ennek megfelelő rúgónyúlás: 13·48mm.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 10·3+13·48= =23·78 mm.

Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 13·56 mm.

Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)
0′ 47″	12·0	40′ 06″	18·05
1′ 20″	12·5	45′ 25″	18·15
2′ 18″	13·5	50′ 56″	18·3
3′ 27″	14·2	51′ 23″	18·3
4′ 42″	14·7	57′ 38″	18·4
6′ 29″	15·3	1^h 01′ 08″	18·55
11′ 19″	16·2	1^h 31·5′	18·9
13′ 41″	16·4	3^h 21′	20·0
16′ 44″	16·6	5^h 21′	20·25
18′ 01″	16·85	6′ 03′	20·45
21′ 11″	17·1	12′ 01′	21·45
25′ 60″	17·3	23^h 06′	21·70
30′ 13″	17·5	47^h 56′	21·85
33′ 31″	17·7	74^h 06′	21·85
39′ 39″	17·9		



4. ábra.

Az elemzés $P(t)$ görbéjét a 4. ábra tünteti fel. A tangensek által az ordinátán lemetszett hosszúságok a következők:

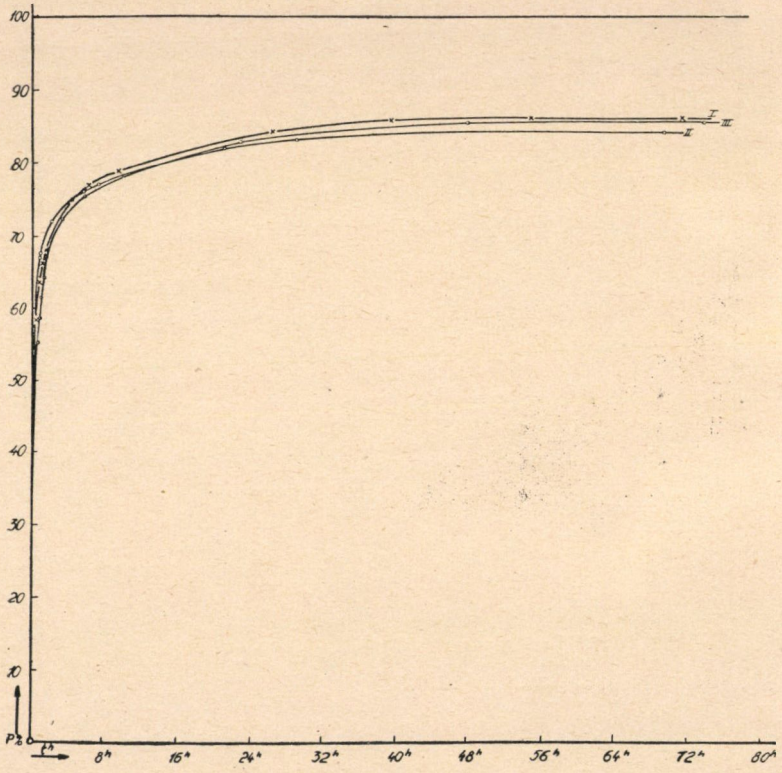
		Megfelelő hosszúság	
A 0·2	mm szemnagyságnak	0·59 mm =	4·3 %
A 0·1	« «	1·24 « =	9·1 «
A 0·05	« «	3·24 « =	23·9 «
A 0·02	« «	6·19 « =	45·6 «
A 0·01	« «	8·29 « =	61·1 «
A 0·005	« «	9·69 « =	71·4 «
A 0·002	« «	11·59 « =	85·4 «
A 0·000	« «	13·56 « =	100·0 «

A 0·2	mm-nél	nagyobb	szemnagys.	részlet..	4·3 %
A 0·2	—0·1	mm közötti		részlet	4·8 «
A 0·1	—0·05	«	«	«	14·8 «
A 0·05	—0·02	«	«	«	21·7 «
A 0·02	—0·01	«	«	«	15·5 «
A 0·01	—0·005	«	«	«	10·3 «
A 0·005	—0·002	«	«	«	14·0 «
A 0·002	mm-nél	kisebb	szemnagys.	részlet .	14·6 «

E három elemzés $P(t)$ görbéit azonos koordinátarendszerre átszámítva az 5. és 6. ábra tünteti fel. (Az első bemérésből az $1/a$. elemzés van ábrázolva.)

IV. elemzés.

Az eddigi elemzéseket mind ugyanazon a készüléken végeztük. Összehasonlításul álljon itt még egy elemzés ugyanezen márgáról, mely egy másik, kisebb, speciálisan kis mennyiségek elemzésére szolgáló apparátuson készült.[1] Ennek a készüléknek az adatai a



5. ábra.

következők: Zagy-térfogat: 3160·3 cm³. A mérőserpenyő és térfogat 2144·8 cm³. A mérőserpenyő merülő részének súlya (4°C hőmérsékre számítva): 16·72 g. Esési magasság 683·3 mm.

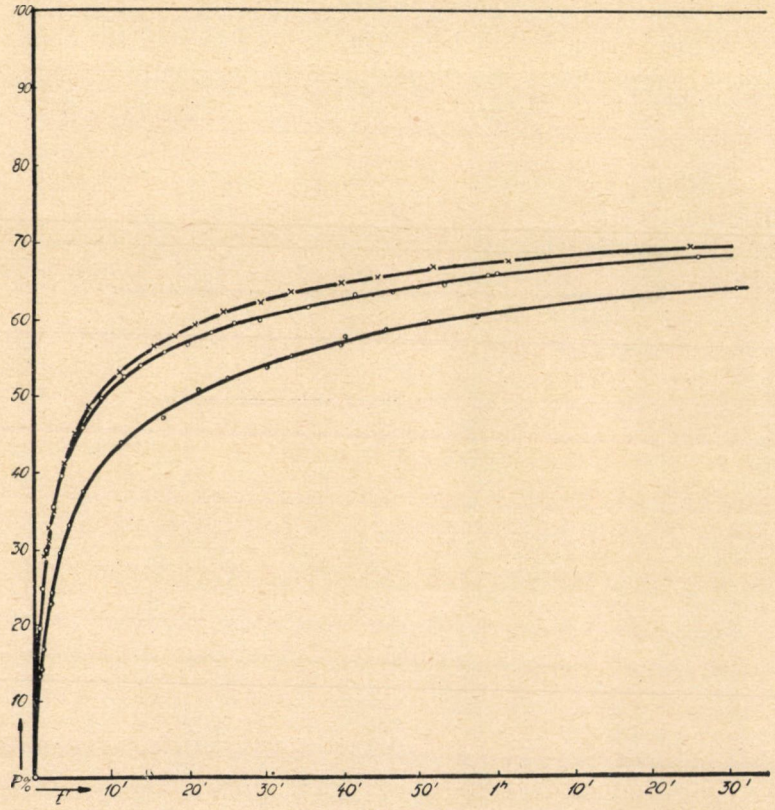
[1] M. VENDL: Eine Vorrichtung zur Schlämmanalyse kleiner Substanzmengen. Mitt. d. berg- u. hüttenmännischen Abteil. an d. kgl. ung. Hochschule f. Berg- u. Forstwesen zu Sopron, Bd. 1932.

Bemért anyag: 2·5037 g.

Iszapolási hőmérséklet: 16·3°C.

A 16·3°C hőmérsékletű szuszpenzió fajsúlya: 0·99935.

A vízben mért és a szuszpenzióra számított serpenyőfelhajtás különbsége: 0·006 g. Az ennek megfelelő rúgónyúlás: 0·1 mm.



6. ábra.

A vízben mért nullhelyzet: 46·0 mm.

A 16·3°C hőmérsékletű szuszpenzióra korrigált nullhelyzet 45·9 mm

Rúgónyúlás az iszapolás kezdetekor:

Segédserpenyő + 1 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet	94·10 mm
A segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet	73·25 «
1 g-ra eső rúgónyúlás	20·85 mm

Rúgónyúlás az iszapolás befejezésekor:

Segédserpenyő + 1 g súlyának megfelelő rúgóhelyzet 94·25 mm
A segédserpenyő súlyának megfelelő rúgóhelyzet .... 73·40 «
1 g-ra eső rúgónyúlás ..... 20·85 mm

A kezdeti és végrúgónyúlás közti különbség: 0·15 mm.

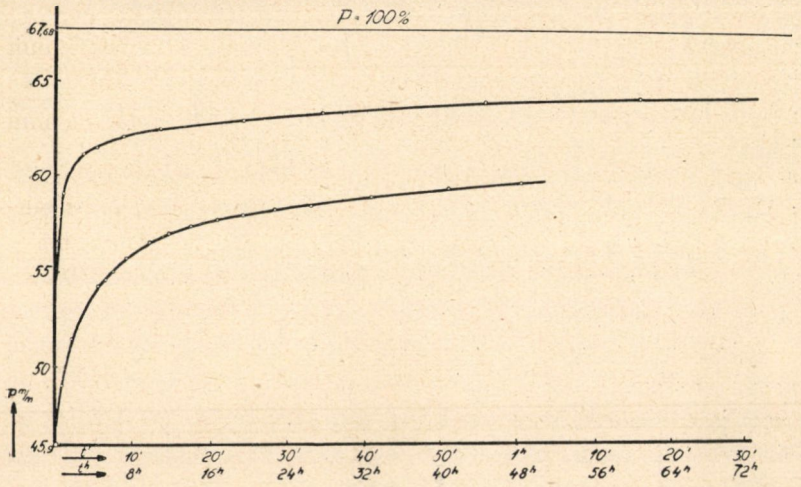
A mérőserpenyőre rakodó anyag súlya lenne 16·3°C hőmérsékletű vízben 1·04 g. Ennek megfelelő rúgónyúlás 21·68 mm.

A 100 százaléknak megfelelő ordinátamagasság: 46·0+21·68= = 67·68 mm.

Ugyanez a korrigált nullhelyzettől, mint nullponttól számítva: 21·78 mm.

Az iszapolás adatai:

Az iszapolás kezdete óta eltelt idő	Rugóhelyzet (mm)	Korrigált rugóhelyzet (mm)
0^h 0′ 0″	45·9	—
0′58″	49·0	—
1′30″	50·5	—
2′10″	51·4	—
4′10″	53·25	—
5′30″	54·2	—
6′35″	54·5	—
7′38″	54·95	—
9′13″	55·7	—
12′22″	56·55	—
14′47″	57·0	—
17′28″	57·4	—
20′45″	57·7	—
24′13″	58·0	—
28′24″	58·3	—
33′04″	58·5	—
40′45″	59·0	—
45′41″	59·2	—
51′02″	59·5	—
1^h 0′28″	59·8	—
2^h 51′	61·1	—
4^h 19′	61·45	—
7^h09′	62·0	—
19^h 35′	62·9	62·85
27^h 46′	63·3	63·25
44^h 52′	64·0	63·9
70^h 47′	64·4	64·25



7. ábra.

Ezen elemzés $P(t)$ görbéjét a 7. ábra tünteti fel. A tangensek által az ordinátán lemetszett hosszúságok a következők:

			megfelelő hosszúság		
A 0·2	mm szemnagyságnak	.....	1·15 mm	=	5·3 %
A 0·1	«	«	2·45	«	= 11·3 «
A 0·05	«	«	5·5	«	= 25·3 «
A 0·02	«	«	10·85	«	= 49·8 «
A 0·01	«	«	13·8	«	= 63·4 «
A 0·005	«	«	15·5	«	= 71·2 «
A 0·002	«	«	18·0	«	= 86·6 «
A 0·000	«	«	21·78	«	=100·0 «

A 0·2	mm-nél	nagyobb	szemnagys.	részlet .	5·3 %
A 0·2	—0·1	mm közötti		részlet	6·0 «
A 0·1	—0·05	«	«	«	14·0 «
A 0·05	—0·02	«	«	«	24·5 «
A 0·02	—0·01	«	«	«	13·6 «
A 0·01	—0·005	«	«	«	7·8 «
A 0·005	—0·002	«	«	«	11·4 «
A 0·002	mm-nél	kisebb	szemnagys.	részlet .	17·4 «

A négy elemzés alapján nyert százalékos összetételeket, valamint ezek középértékét alábbi táblázat adja összefoglalóan. Tekintve, hogy a mechanikai elemzéseknél az egyes frakcióknak 2 %-os közepes hibával való egyezése esetén az eredmények nagyon jóknak mondhatók,[1] tehát elemzéseink közti megegyezés a legdurvább frakció kivételével általában jó. Ez a megegyezés annál is inkább figyelemreméltó, mivel egyrészt a különböző elemzéseknél a koncentrációk nagymértékben (1 : 4 arányban) különböztek s másrészt különböző műszeren és különböző rugóval készültek.

A legdurvább frakcióban jelentkező eltérés ($\triangle$ max $= \pm 2{\cdot}7\%$) természetes, ha tekintetbe vesszük a 0·2 mm-nél nagyobb szemnagyságú szemek nagy esési sebességét és az első leolvasásoknak ezzel járó bizonytalanságát. Ezért van az, hogy a legelterjedtebb pipettás eljárásnál, a KÖHN-félénél, már 0·05 mm-nél durvább frakciót sem tanácsos külön elválasztani.[2]

Mivelhogy elemzéseinkben a legdurvább részek a nagyobb koncentrációjú iszapolásoknál nagyobb értékekkel estek ki, mint a kisebb koncentrációjúakban, feltételezhető, hogy az eltérés létrehozásában gyenge koaguláció is szerepet játszott. Erősen karbonátos anyagnál, mint amilyen a mi vizsgálati anyagunk is volt, ezzel számolni kell, dacára az előzetes kimosásnak.

Szemnagyság	1. elemzés %	2. elemzés %	3. elemzés %	4. elemzés %	Középérték %	Δ max. %
Koncentráció	0·355	0·36	0·089	0·079	—	—
∞—0·2 mm	9·5	9·7	4·3	5·3	7·2	$\pm$ 2·7
0·1—0·2 «	4·9	6·6	4·8	6·0	5·6	$\pm$ 0·9
0·05—0·1 «	18·9	17·6	14·8	14·0	16·3	$\pm$ 2·45
0·02—0·05 «	23·1	20·4	21·7	24·5	22·4	$\pm$ 2·05
0·01—0·02 «	11·5	12·6	15·5	13·6	13·3	$\pm$ 2·0
0·005—0·01 «	6·6	7·5	10·3	7·8	8·1	$\pm$ 1·85
0·002—0·005 «	9·6	11·8	14·0	11·4	11·7	$\pm$ 2·2
0·000—0·002 «	15·9	13·8	14·6	17·4	15·4	$\pm$ 1·8
Σ	100·0	100·0	100·0	100·0	100·0	—

[1] H. GESSNER: Die Schlämmanalyse. Leipzig, 1931, p. 170.

[2] M. KÖHN l. c.

Megjegyezzük még, hogy véleményünk szerint a legkisebb szemnagyságú frakciókra kapott értékek kissé magasak. A bemért anyagnak hosszadalmas előkészítése, többszöri átmosása, valamint a vízben oldható sók kimosása által előállott veszteségek a differenciából számított utolsó frakciót terhelik. Eddigi vizsgálataink továbbá arra is mutatnak, hogy a legkisebb frakciókban eltérést okozhat a Coutts és Crowther által felismert «fundamentális hiba» is.[1]

Utóbbi kérdésekre vonatkozó vizsgálataink folyamatban vannak.

Végül megemlítjük, hogy más módszerekkel történt összehasonlító vizsgálatainkat ezeknek teljes befejezése után fogjuk közölni.

E dolgozat a Széchenyi Tudományos Társaság támogatásával készült.

Sopron, a m. kir. Bányamérnöki és Erdőmérnöki Főiskola ásvány-földtani tanszéke.

---

[1] J. R. H. Coutts and E. M. Crowther: A source of error in the mechanical analysis of sediments by continous weighing, Trans. Faraday Soc., vol. 21., p. 374., 1925.

Erre vonatkozólag lásd még: C. F. Shaw and E. V. Winterer: A fundamental error in mechanical analysis of soils by the sedimentation method. Proc. Papers of the First Intern. Congr. of Soil Sci. Washington 1928, vol. 1., p. 385.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1931. dec. 14-én tartott üléséből.)

VERGLEICHENDE UNTERSUCHUNGEN MIT DEM NEUEN SCHLÄMMAPPARAT.

Von M. VENDL und E. SZÁDECZKY.

Die Abhandlung gibt einige Analysen an, die mit dem neuen Schlämmapparate in verschiedenen Konzentrationen durchgeführt wurden. Aus diesen Angaben stellt sich klar heraus, dass der neue Apparat auch im Falle sehr geringer Substanzmengen gute Dienste zu leisten vermag.

Die Arbeit wird in einer ausländischen Zeitschrift erscheinen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 14. Dez. 1931.)

A CSÓDI-HEGY ÁSVÁNYAIRÓL.

REICHERT RÓBERT- és ERDÉLYI JÁNOS-tól.

I. tábla.

1.

A Dunabogdány község határában emelkedő Csódi-hegy ismételten a kutatás tárgya volt. Kőzetét és földtani felépítését annak idején KOCH ANTAL (14) behatóan tanulmányozta. Újabb alapos kőzettani vizsgálatokat TAKÁTS TIBOR (24) végzett. A kőzet ásványi és kémiai összetételével, tartósságával és mállásával röviddel ezelőtt VENDL ALADÁR és TAKÁTS TIBOR (28) kimerítő tanulmányban foglalkoztak.

A Csódi-hegy kis lakkolit, melynek kőzete gránátos amfibolbiotitandezit. E kőzet üdén sötétkékes színű, kissé porozus, érdes tapintású. Porusaiban, üregeiben és repedéseiben postvulkáni felszálló oldatokból keletkezett *zeolitok* találhatók. E zeolitokkal először SZABÓ JÓZSEF (23), behatóbban KOCH ANTAL (15) foglalkozott, aki monografiájában külön fejezetet szentel azoknak. Később SCHAFARZIK FERENC (21) tette vizsgálata tárgyává őket. Eleinte csak a chabasit és a desmin volt ismeretes, SCHAFARZIK az analcimot is megtalálta. Munkájában az előfordulás ásványféleségeinek, a fajták kristályformáinak, olvadékonyságának részletes ismertetése után a szukcessziót következőkép állapította meg: kalcit, chabasit, analcim, desmin. A desmin pontos kémiai összetételét újabb időkben VENDL ALADÁR (29) határozta meg.

A hegyet több kőfejtő tárja fel s kőzetét jelenleg is fejtik. Az intenzív kőbányászat folytán állandóan kitűnő ásványi anyag kerül elő, olykor pompás múzeumi példányok. A kikerülő anyag gazdagsága és változatossága tette indokolttá a Csódi-hegy ásványainak újabb átvizsgálását. A jelenleg feldolgozott anyag főleg dr. ERDÉLYI JÁNOS gyüjtéséből való. Értékes kiegészítésül szolgáltak azok a ritka szép darabok, melyeket dr. STREDA REZSŐ szakfelügyelő úr és dr. LUX KÁLMÁN műegyet. m. tanár úr magán-

gyüjteményükből bocsájtottak a vizsgálat rendelkezésére. Fogadják érte e helyen is hálás köszönetünket.

A leírt eredményeket kb. 150 stufa átvizsgálása szolgáltatta. A darabok nagyrészt a hegy Ény-i oldalán levő, üzemben álló kincstári kőfejtőből kerültek ki. Ha valami említésre érdemes megfigyelés más kőfejtő darabján eszközöltetett, úgy ennek lelőhelyét külön feltüntettük.

Az összes ásványtani és kristályfizikai vizsgálatokat REICHERT RÓBERT végezte, a nyolc új kémiai elemzést pedig ERDÉLYI JÁNOS készítette.

2.

A Csódi-hegy kőzete üdén kékesszínű. Hosszabb állás után zöldesszürkévé válik. Ahol a kőzet elváltozott, ott többnyire sárgás színe van. A hidrotermális eredetű ásványok a kőzet likacsos, üreges részeiben találhatók, e helyeken a kőzet rendesen zöldesszürke vagy sárgás. A kőzetalkotó ásványelegyrészek közül már makroszkóposan felismerhetők *földpáttáblák*, *amfibolok*, *biotitok*, elszórtan barnás-piros *gránátszemek*.

1—5 mm élhosszúságú kockákban *pirit* fordul elő. Olykor csomókat alkot. A csomóba tömörülő pirit-kockák futtatottak, barnaszínűek, limonitosodottak.

A porozus kőzet likacsaiban apró, 0·1 mm-nél kisebb, víztiszta, színtelen *kvarc*-kristályok ismerhetők fel. E nagyszámban előforduló kristályok az $(10\bar{1}0)$, $(10\bar{1}1)$ és $(01\bar{1}1)$ formák kombinációjából állanak. A két romboéder gyakran egyensúlyban fejlődik ki s ilyenkor a dihexaéderre emlékeztető alak jön létre. A lapok általában simák, tükrözőek, a prizmalapok olykor vízszintesen, nem sűrűn rostozottak. Az optikai karakter pozitív, a törési exponensek a normális értékekkel egyeznek. Előfordul a japán-ikerhez hasonló összenövés, melynél azonban a két egyén bizonyos prizmalapjai nem esnek egy síkba, tehát nem törvényszerű iker.

Részletesebben kell szólanunk a *zeolitok*ról és a *kalcitok*ról.

3.

Chabasit. A Csódi-hegy zeolitjai között formai kifejlődésben és színben is igen változatos. Kristályai részben átlátszóak, színtele-

nek, vagy rózsaszínűek, részben áttetszőek, fehérek, vagy sárgás-rózsaszínűek. Nagyságuk különböző; az apró kristályokon kívül az 1—2 cm élhosszú egyedek is gyakoriak. Ritka szép stufát alkot egy 3·3 cm élhosszúságú fehér, áttetsző kristály, mely más kisebb chabasit-kristályokkal és vajszínű desmin-gömbökkel együtt nőtt fel az üreg falára. (I. tábla 1. kép.)

A színtelen egyének tipusos kockaszerű romboéderek. A nagyobb kristályokon az alapromboéder rendszerint magában jelenik meg. Gyakran alkot a bázis szerint ikreket, ilyenkor a másik kisebb egyén csúcsa a romboéder lapból orrszerűen kiáll. A kisebb kristályokon, különösen a rózsaszínű és fehér chabasitokon, az alapromboéder a $(01\bar{1}2)$ és $(02\bar{2}1)$ formák kicsiny lapjaival kombinálódik.

A chabasit alapromboéderjének lapja rendesen nem sík, hanem három- és többszögű mezőnyökből tevődik össze. Gyakori rajta növekedési rostozottság, mely mindig diagonális helyzetű vonaltól, valamely rejtett ikernyomból indul ki és a romboéderlap éleivel párhuzamos. E rostozást előidéző növekedési formák képkerethez hasonló lépcsőzetet alkotnak. A lépcső egyes fokai gyakran nem síkok, hanem homorú felületek. Kristálytanilag a $-\frac{1}{2}R$ és R közé illeszkedő vicinális szkalenoéderek lapjainak felelnek meg. Hajlásszögeik azonban rendkívül eltérőek, köztük a chabasitnál ismert $(21\bar{3}4)$ szögei egyáltalában nem fordulnak elő. A valóságban itt az alapromboéder növekedési formáival és nem valamely önálló szkalenoéderrel állunk szemben, amit az is bizonyít, hogy ugyanazon a kristályon az alapromboéder másik lapján, amelyen ikeregyed nem búvik ki, e keskeny lapcsíkok és lépcsőzet nem jelennek meg. Az alapromboéderlapon fellépő növekedési piramis egészében az egyik él felé eltolódott, aszimmetrikus helyzetű. G. Kalb (10) chabasitokon rombikus alapon emelkedő monoszimmetrikus, négylapú növekedési piramist írt le, melynek két lapja egyik, két lapja pedig másik vicinális szkalenoéderhez tartozik.

Némely nagyobb, különösen fehérszínű, vagy a «phakolit»-kifejlődéshez hajló chabasit romboéderlapjának előbb vázolt szerkezetét a belőle kiálló, egymásközt parallel helyzetű ikeregyének még bonyolultabbá teszik. Az ilyen chabasit-kristály tulajdonképpen sok apró subindividuumból álló komplexum.

A formák és hajlásszögek ellenőrzésére kiválasztott, lehetőleg síma lapú, 15 kristályon mért szögek középértékéről és ingadozásáról a következő táblázat tájékoztat:

	Mért	Phillips alapért.-ből számított	Talált határértékek
$10\bar{1}1 : \bar{1}101$ =	85°09′	85°14′	84°12′ — 86°16′
$: 01\bar{1}\bar{1}$ =	94°40′	94°46′	94°07′ — 95°34′
$: 01\bar{1}2$ =	42°34′	42°37′	42°06′ — 43°36′
$: 02\bar{2}1$ =	53°07′	$53°33^1/_2$	52°46′ — 53°29′
$01\bar{1}2 : 0\bar{1}11$ =	83°32′	83°31′	83°26′ — 83°47′
$: 02\bar{2}1$ =	35°35′	36°11′	35°23′ — 35°50′
$02\bar{2}1 : 2\bar{2}01$ =	106°43′	107°07′	— —
$: 01\bar{1}\bar{1}$ =	60°40′	60°18′	60°25′ — 61°18′

A kémiai összetétel tisztázása végett a különböző színű, éspedig a színtelen-fehér, továbbá a sárgás-rózsaszínű chabasitból két-két elemzés készült. Az új elemzések eredményeit Koch Antal (15) elemzésének adataival alább foglaljuk össze.

Chabasit, rózsaszínű darabokból.

SiO_2	49·96 %
Al_2O_3	18·53
CaO	7·80
$2Na_2O + K_2O$	1·96
H_2O (k. é.)	20·77
	99·02

Sűrűség (20°C k. é.): 2·0555.
Elemző: Koch Antal.

Chabasit, színtelen-fehér. Lelőhely: Új kincstári kőfejtő.

	I.	II.	K. é.	Mol. hányados (20)		Mol. viszony
SiO_2	48·47 %	48·62 %	48·54 %	·8082	·8082	4·216
Al_2O_3	19·44	19·62	19·54	·1917	·1917	1·000
Fe_2O_3	ny.	ny.	ny.	—		
CaO	7·34	7·58	7·46	·1330		
SrO	0·51	0·58	0·54	·0052	·1398	0·729
BaO	0·28	0·20	0·24	·0016		
MgO	nincs	nincs	—	—		
Na_2O	1·49	1·52	1·50	·0242	·0313	0·163
K_2O	0·67	0·67	0·67	·0071		
H_2O	21·91	21·98	21·94	1·2178	1·2178	6·353
Σ	100·11	100·77	100·43			

Elemző: Erdélyi János. $R^I_2O : R^{II}O = 1 : 4·467$

Chabasit, sárgás-rózsaszínű. Lelőhely: Új kincstári kőfejtő.

	I.	II.	K. é.	Mol. hányados		Mol. viszony
SiO_2	50·09 %	50·25 %	50·17 %	.8353	.8353	4·638
Al_2O_3	18·26	18·22	18·24	.1789	.1801	1·000
Fe_2O_3	0·15	0·23	0·19	.0012		
MnO	nincs	nincs	—	—		
CaO	7·17	7·43	7·30	.1302	.1358	0·754
SrO	0·49	0·46	0·47	.0045		
BaO	0·18	0·16	0·17	.0011		
MgO	ny.	ny.	ny.	—		
Na_2O.....	1·59	1·52	1·55	.0250	.0268	0·149
K_2O.....	0·18	0·17	0·17	.0018		
H_2O.....	22·01	22·10	22·05	1·2239	1.2239	6·796
Σ	100·12	100·54	100·31			

Elemző: Erdélyi János. $R^I_2O : R^{II}O = 1 : 5·067$

Amint látjuk, a Csódi-hegyi chabasitok kovasavtartalma közepes. *Sr*- és *Ba*-tartalmúak! A sárgás-vörhenyes színt a csekély vastartalom okozza, mangán nincs jelen. Az alkáli-oxidok viszonya a kalciumcsoport oxidjaihoz kereken 1 : 5.

A leírt chabasitok optikailag gyengén kettőstörőek. A vizsgált lemez vagy kristálytörmelék mindig optikailag különbözőkép orientált részekből, mezőnyökből tevődik össze. Előfordul fínom, vékony ikerlemezesség is. Máskor a lemezrészek ujjszerűen nyúlnak be egymásba. Olykor unduláló kioltást tapasztalunk.

A törésmutatók a különböző színű féleségeknél kb. egyformák. Az ingadozás oly csekély, hogy a mérési hibahatárok között mozog. A törési exponens meghatározása a folyadékba ágyazás módszerével történt, *Na*-fényben, 20° C hőmérsékleten; a folyadékelegy törésmutatója Abbé—Czapsky-féle refraktométer segítségével határoztatott meg. Hat kristály törmelékével végrehajtott, ismételt mérések középértéke:

$$n_D = 1·485\ (\pm\ 0·002).$$

Az elemzett chabazitok optikailag pozitívok.

4.

Külön kell megemlékeznünk a chabasitnak innen ismert, legutóbb Koch Sándor (16) által említett változatáról, a *phakolith-*

ról. E «phakolith»-ok újabban jókora, 6—10 cm átmérőjű, 4·5—8 cm magas, hatszöges duplapiramist utánzó kristályokban kerültek elő. Előfordulnak színtelen-fehér kristályhalmazban is, de legtöbbször zöldesszínű, egyedül fennőtt kristályok. E kristályok *zöldes színét sajátos ágas-bogas, a vasvirághoz hasonló kifejlődésű, finom-fonalas zárványtömeg okozza*, mely a kristály belsejében hálózatot alkot. Ez ágas-bogas zárványtömeg sósavban nem oldódik; szabadon kiálló része könnyen porrá hull szét, az andezit finom porához hasonló.

A «phakolith»-ok formáinak meghatározását a lapokon fellépő tollas rostozás és a növekedési alakok okozta egyenetlenségek igen megnehezítik. A formai kifejlődés csupán az egyszerű chabasitokhoz vezető átmenetek végigvizsgálása útján nyerhetett magyarázatot.

Az uralkodó alak eredetileg az alapromboéder, melynek csúcséleit a $-\frac{1}{2}R$ és a $-2R$ tompítják. A kristályon a bázis sz. ikertörvénynek megfelelően másik hasonló kombinációjú egyén nő keresztül. Ez a másik egyed olykor kisebb, gyakran azonban az első kristállyal egyensúlyban fejlődik ki. Utóbbi esetben a $-\frac{1}{2}R$ kiszélesedő lapjai a kristálynak hatszöges duplapiramisra emlékeztető alakot kölcsönöznek, melynek csúcs- és középélei helyén bemélyedő csatornák vannak. (V. ö. Gdsch. Atlas (3) II. kötet. 197. tábla 112. ábra és 198. tábla 122. ábra.)

A $-\frac{1}{2}R$ eme kiszélesedő lapjai rendesen kissé domborúak, az R-rel való elmetsződési élekkel párhuzamosan rostozottak. A $-2R$ lapjai mindig símák és fényesek.

Az R lapjai általában bonyolult felépítésűek. A chabasitnál említett és a romboéder csúcséleivel párhuzamos lépcsőzetet rajtuk igen érdekes, tetőcseréphez hasonló elhelyezkedésű növekedési síkok váltják fel. Ezt a kialakulási típust különösen a nagy, zöldszínű «phakolith»-ok között találjuk. E kristályok nem csupán egyszerű ikrek, hanem *számos subindividuum párhuzamos összenövéséből állanak*. A tetőcserép-mozaikon megfigyelhetjük az R lapokra jellemző finom tollas rostozást is. E mozaikkal kitüntetett lapokból állanak ki az ikerhelyzetben levő egyének, rendesen szintén többedmagukkal, párhuzamos összenövésben (I. tábla 3—5. kép.). A zöld «phakolith»-ok növekedése közben a sok kis subindividuum keletkezését

nyilván a zárványként előforduló fonalas tömeg mozdította elő, mely kristályosodási gócok keletkezéséhez előnyösen járult hozzá.

A kisebb, fehér vagy sárgás «phakolith»-ok legömbölyödöttek, szinte kettős kúphoz hasonlatosak. Középvonaluk mentén több, párhuzamos vékony csatorna huzódik végig. Többnyire e középélek táján nőnek fel, ami HOLZNER (7) megállapítását igazolja.

Az $(11\bar{2}3)$ forma, mely G. vom RATH (6) richmondi (ausztráliai) és ZAMBONINI (34) Róma környéki phakolithjait jellemzi, itt úgy látszik ritka, biztosan egy kristályon volt észlelhető.

A chabasit «phakolith» nevű változatának szögértékei tudvalevően kissé eltérnek a chabasit rendes szögértékeitől. A Csódi-hegy «phakolith»-jainak kisebb, mérhető egyénein (10 kristályon) talált szögértékek középértékei a következők:

	Phakolith mért	Chabasit számított	Talált határértékek
$01\bar{1}2 : 02\bar{2}1 =$	34°49′	36°11′	34°32′ — 35°17′
$02\bar{2}1 : 01\bar{1}\bar{1} =$	61°03′	60°18′	60°32′ — 61°28′
$01\bar{1}2 : 10\bar{1}1 =$	41°49′	42°37′	39°48′ — 43°40′

Különösen ez utóbbi szög árul el nagy ingadozásokat. Ha az *R* lap helyét vicinálisainak növekedési komplexuma foglalja el, a szög erősen csökken, kb. 32°-ig.

A *t* $(11\bar{2}3)$ lapjainak egymáshoz való hajlása kb. 35° (e szög a kristály nagy volta miatt csak kontaktgoniométerrel volt közelítőleg meghatározható).

Optikailag a «phakolith» sajátosságai a chabasitével egyeznek. Karaktere pozitív. Törésmutató: $n_D = 1{\cdot}484$ $(\pm 0{\cdot}001)$.

5.

Analcim. Kristályai rendesen 1—5 mm nagyságúak, átlátszók, színtelenek, ritkábban fehérek. Uralkodó alak mindig a (211) deltoidhuszonnégyes, mely a kocka kicsiny lapjaival kombinálódik. A (211) forma «oktaéder élei» helyén olykor fínom, rostozott preroziós síkok megjelenése figyelhető meg. A deltoid-lapokon mikr. a. természetes étetési idomokat vehetünk észre. Ezek tompaszögű háromszög alakuak, oldalaik többnyire görbültek. Ez idomok magukban, elszórtan jelennek meg, vagy sorokba rendeződnek.

Gyakran az egymással párhuzamos sorok egész mezőnyt töltenek be, rendesen a lap közepe táján. A háromszögek átfogója kb. a deltoid rövidátlója irányában fekszik.

A szögértékek ellenőrzésére hét kristályon végrehajtott mérések jól egyező értékeket szolgáltattak; összehasonlításul közöljük az adott és a talált szögadatokat (ha az analcimot morfológiailag szabályos ásványnak tekintjük):

	Adott	Mért k. é.
$100:211$	$= 35°15'52''$	$35°25'32''$
$211:2\bar{1}1$	$= 48°11'30''$	$48°13'08''$
$211:121$	$= 33°33'30''$	$33°23'13''$

Az analcim kristályszerkezeti vizsgálatai tudvalevően még nem vezettek végleges eredményhez [Taylor (25), Hartwig (4), Kästner (13)]. Esetleg a tetragonális D_{4h}^{20} tércsoportba tartozik.

A Csódi-hegyen az analcim több kőfejtőből, így a Duna felé eső *É*-i magán és a felső kincstári kőfejtőből is előkerült. Optikailag mindig anizotrop, igen gyengén kettőstörő. Kristályai opt. különbözőkép orientált mezőnyökből tevődnek össze, helyenként finom párhuzamos ikerlemezesség figyelhető meg. A kioltás gyakran undulláló. Négy különböző stufáról származó kristály törési exponense a hibahatárokon belül egyezett:

$$n_D = 1{\cdot}485\ (\pm 0{\cdot}001)$$

A Csódi-hegy É-i oldalán levő magánkőfejtőből származó analcim-kristályok kémiai összetétele a következő:

	I.	II.	K. é.		Mol. hányados	Mol. viszony	Képletből számított összetétel
SiO_2	55·56 %	55·73 %	55·64 %		·9264	5·234	54·5
Al_2O_3	25·50	25·33	25·42		·2494	1·409	23·2
Fe_2O_3	ny.	ny.	ny.		—		—
$(Ca, Sr)O$ ..	0·11	0·12	0·11		·0020	0·011	—
BaO	nincs	nincs	—		—		—
MgO	nincs	nincs	—		—		—
Na_2O.....	10·91	10·87	10·89	·1757	·1770	1·000	14·1
K_2O.....	0·12	0·13	0·12	·0013			—
H_2O.....	8·45	8·56	8·50		·4718	2·666	8·2
Σ	100·65	100·74	100·68				100·0

Elemző: Erdélyi János.

A vizsgált analcim tehát az elméletinél több SiO_2-t, vizet és Al_2O_3-t tartalmaz. Az analcimokban kovasav- és vízfelesleg gyakori, ezt a szilárd oldatban jelenlevő $H_2Si_2O_5$ okozza. A nátriumtartalom jelentékenyen kisebb; talán ezzel függ össze a törési exponensnek a normálisnál valamivel kisebb értéke.

6.

Desmin. 1—3 mm nagyságú, színtelen, pszeudorombos ikeregyének, jellemző selymesfényű «kévék», továbbá 2—3 cm-es és kisebb sugarú, vajszínű sugaras-rostos gömbök alakjában fordul elő. A kévék különösen chabasitra fennőve és chabasit között fejlődnek ki; a sugaras-rostos gömböket gyakran találjuk a kőzetre nőve. A kévék végén, a sugaras gömbök felületén megtaláljuk a jellegzetes rombusos, parkettás növekedési idomokat.

Magában álló fínom, vékony kristályai az oldallap szerint táblásak és az (110), (001), (010), $(10\bar{1})$ formák kombinációjából állanak. A (001) sz. penetrációs ikrek. Hat kristályon mért szögek középértékei és LASAULX számított szögértékei a következők:

	Mért	LASAULX számít.		Mért	LASAULX számít.
$110 : 1\bar{1}0$	= 61°43′	61° 9′45″	$001 : 10\bar{1}$	= 90°26′	90°30′
$: 010$	= 60°12′	59°25′08″	$110 : \underline{110}$	= 65°45′	65°53′
$: 001$	= 57°01′	57° 3′30″			

A kévealakú ikeregyéneken mért törésmutatók:

$$\alpha_D = 1{\cdot}494\ (\pm 0{\cdot}001)$$
$$\gamma_D = 1{\cdot}504\ (\pm 0{\cdot}001)$$

Opt. inhomogén szerkezetű: helyenként ikerrácsos. Kioltás: $\alpha'/a = 4°$ körül. Opt. negatív.

A sugaras-rostos gömbökben a rostok opt. karaktere negatív. Kioltás: α' a rost hosszirányával 5° körüli szöget zár be. Törésmutatók (*Na*-fényben):

$$\text{rostokkal} \parallel = 1{\cdot}494\ (\pm 0{\cdot}001)$$
$$\text{rostokra} \perp = 1{\cdot}504\ (\pm 0{\cdot}001)$$

A kettőstörés mértéke ($\Delta = 0{\cdot}010$) a szokottnál valamivel erősebb!

VENDL ALADÁR (29) kémiai elemzését és a «kéveszerű» nyalábos desminből készült új elemzések eredményeit az alanti táblázat közli.

Desmin. Lelőhely: Csódi-hegy, alsó kincstári kőfejtő.

		Mol. hány.	Mol. viszony
SiO_2	56·21 %	.9359	5·957
Al_2O_3	16·01	.1571	1·000
Fe_2O_3	ny.	—	—
CaO	8·11	.1446	0·920
Na_2O	0·24	.0039	0·025
H_2O	19·17	1·0641	6·773
Σ	99·74		

Elemző: VENDL ALADÁR.

Desmin, sárga, kévéhez hasonló nyalábok. Lelőhely: Új kincstári kőfejtő.

	I.	II.	K. é.	Mol. hányados		Mol. viszony	Képletből számított összetétel
SiO_2	54·56 %	54·62 %	54·59 %	.9089	.9089	5·098	57·4
Al_2O_3	18·02	17·85	17·93	.1759	.1783	1·000	16·3
Fe_2O_3	0·40	0·38	0·39	.0024			
CaO	6·86	6·99	6·92	.1234	.1281	0·719	7·7
SrO	0·25	0·32	0·28	.0027			—
BaO	0·31	0·31	0·31	.0020			—
MgO	ny	ny	ny	—			—
Na_2O	1·79	1·81	1·80	.0290	.0301	0·169	1·4
K_2O	0·10	0·11	0·10	0011			—
H_2O	18·23	18·32	18·27	1·0141	1·0141	5·688	17·2
Σ	100·52	100·71	100·59				100·0

Elemző: ERDÉLYI JÁNOS. $R^{I}_{2}O : R^{II}O = 1 : 4·256$

A Csódi-hegy ez újabban vizsgált desminjét tehát az elméletinél kisebb kovasavtartalom és nagyobb aluminium- és alkálitartalom tünteti ki.

7.

Kalcit. Igen érdekes és változatos kifejlődésben jelenik meg. Kialakulása szerint több típust különböztethetünk meg, képződése különböző periodusokban történt.

Első generációja tömött, sárgásszürke színű *lemezes kifejlődésű*. E lemezek a bázis szerinti vastag táblák. Képződésük a zeolitokét megelőzte, a zeolitok rajtuk ülnek. SCHAFARZIK (21) e legrégibb kalcitgenerációban a $(21\bar{3}1)$ alakot említi. Az új anyagból valószínű-

leg ehhez a generációhoz kell számítani a 4 cm nagyságot is elérő, sárgaszínű —2*R* romboédereket. Lapjaik nem símák, a természetes maratás nyomait viselik. A közép-csúcsok közelében többnyire elmosódott, rovátkolt felületű szkalenoéderlapokat figyelhetünk meg. Kalcitkristályokat, melyek uralkodó (02$\bar{2}$1) és kis lapokkal fellépő (43$\bar{7}$1) formák kombinációjából állanak nemrég Vendl Mária (32) írt le a visegrádi Apátkuti-kőbánya amfibolandezitjának üregeiből.

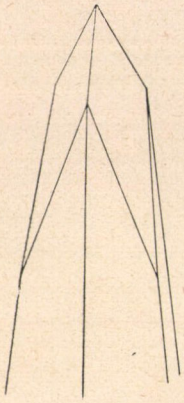
Az új kincstári kft.-ből 3 cm átmérőjű, 3·5 mm vastag, magában álló fennőtt kalcit-tábla került elő. Ez a tábla papírvékonyságú, bázis szerinti lemezekből összetett képződmény. Oldalán az alapromboéder keskeny lapcsíkjai észlelhetők, ezek a lemezes szerkezet miatt egyenlőtlenül lépcsősek. A kalcit-tábla fehér, fénytelen, csupán egyes helyeken csillogó üvegfényű (I. tábla 2. kép.).

A kalcit papírvékonyságú lemezekben fiatalabb képződmény gyanánt is előfordul. A sárgás-fehér, krém-színű lemezek egymástól néhány tized mm-es távolságban helyezkednek el és a zeolitokkal gazdagon bélelt üregeket, mint ritmikusan ismétlődő kiválás termékei, hidalják át (I. tábla 6. kép.). A lemezek felülete a bázislapnak felel meg (hajlása előállított hasadási laphoz k. é. 44°39'; a kalcitnál (10$\bar{1}$1) : (0001) = 44°36'34"). Kialakulásukat nyilván a kristályosodást megelőző irányított molekuláris áramlásnak kell tulajdonítanunk. Képződésük még a zeolitok keletkezésének periodusába esik: a sugaras desmin-gömbökbe kissé benyomulnak.

A lemezes kifejlődésű kalciton gyakran kisebb romboéderes kristályok ülnek, melyek uralkodó alakja a —2*R*, vele kis lapokkal egy szkalenoéder kombinálódik.

Külön említésre érdemes a felső kincstári kft.-ből származó sárga kristálycsoport, mely 12—14 mm nagyságú, *párhuzamos orientációban* fennőtt kalcitokból áll. A kristályoknak csak a vége fejlődött ki szabadon, itt az uralkodó lapok a (07$\bar{7}$2) romboéder lapjai, melyekhez a (11.9.2$\bar{0}$.2) indexü szkalenoéder szegődik (1. ábra.). A romboéder-lapok egyenlőtlen kifejlődése következtében a kristályok ékszerűen ellapultak. Oldás folyományaként e kristályok lapjai domborúak; a romboéder lapjain a hosszú átló irányában legyezőszerűen szétnyíló, sugaras rostozás fut végig

(2. ábra). A rostozástól a romboéderen a forma meghatározása végett még kielégítően pontos mérést eszközölhetünk ugyan, azonban a szkalenoéder kétségtelen meghatározása miatta nem lehetséges. Az ingadozó szögértékek a fent megadott (11.9.$\bar{2}\bar{0}$.2) forma hajlásszögeivel közelítőleg egyeznek.



1. ábra.

A régi kincstári kőfejtőből származó egyik darabon az előbbi kombinációhoz hasonló kifejlődésű, színtelen kalcit-kristályon uralkodó hegyes (54$\bar{9}$1) szkalenoéderen kívül két romboéder, a (0.11.$\bar{1}\bar{1}$.4) és a (10$\bar{1}$1) jelenik meg. A negatív romboéder erősebben fejlett, az alapromboéder lapjai kicsinyek (3. ábra).

A kalcit eme típusának *alaki kifejlődésére* tehát *hegyes romboédernek hegyes szkalenoéderrel való kombinációját* tekinthetjük jellemzőnek. Hasonló termeti kifejlődést figyelt meg Mauritz Béla (17) vindornyaszőllősi kalcitokon [(05$\bar{5}$2) és (34.30.$\bar{6}\bar{4}$.3)], melyek a bazalt üregeiben előforduló zeolitokat kísérik.

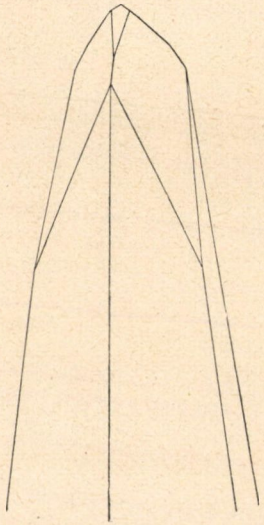
A *legfiatalabb* kalcit-generációt igen hegyes, fínom szkalenoéderes kristályok képviselik, melyek 1—5 mm hosszúak, színtelenek

2. ábra.

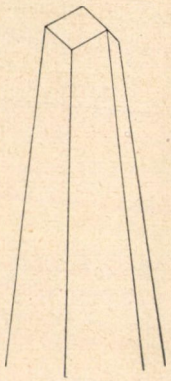
vagy halványsárgásak, többnyire chabasitra vagy desminre nőttek fel, olykor szeges buzogányfejre emlékeztető csomókat alkotnak. E hegyes szkalenoéderek vagy magukban, vagy az alapromboéderrel kombináltan képződtek ki (4. ábra). Az *R* mindig egészen kicsiny,

alig észrevehető lapokkal terminálja a szkalenoédert, lapjai jól tükrözők, épek. A szkalenoéder lapjai ellenben a középél irányában fínoman rostozottak, többnyire egyenetlen felületűek. A szkalenoédernek csupán a felső fele alakul ki, a kristály a középélek táján nő fel. A tűszerű kristályok a szkalenoéder két átellenes lapja szerint olykor lapultak s ennek következtében ékalakúak.

A szkalenoédereken végrehajtott mérések sok nehézségbe ütköznek. A szögértékek még ugyanannál az egyednél is erősen ingadoznak. A lapok egymással bezárt három-három egyenlő szöge közül



3. ábra.



4. ábra.

egy-egy rendesen feltűnően eltér a másik két-két egymásközt elég jól egyező szög értékeitől.

Különböző stufákról vett, összesen 20 kristályon eszközlött mérésekből kétségtelen, hogy *többféle* hegyes szkalenoéder fejlődött ki. A szögértékek alapján a (12.10.$\bar{2}\bar{2}$.3), (54$\bar{9}$1), (6.5.$\bar{1}\bar{1}$.1), (7.6.$\bar{1}\bar{3}$.1), formák állapíthatók meg. Egy kristályon mindig csak egyféle szkalenoéder jelenik meg.

(6.5.$\bar{1}\bar{1}$.1) szkalenoédert Franzenau Ágoston (2) a Szob melletti Csák-(Ságh-)hegy andezit-kőfejtőjéből való kalcitokon talált. A (7.6.$\bar{1}\bar{3}$.1) formát Hulyák Valér (8) ugyaninnen írta le.

Jegyzetben azt is említi, hogy a dunabogdányi kőfejtőből származó darabokon chabasit, desmin és analcim társaságában átlátszó igen hegyes kalcit-szkalenoéderek találhatók, melyek azonban a lapok rostozottsága miatt nem mérhetők. VENDL MÁRIA (31) szerint FRANZENAU jegyzeteiből megállapítható, hogy ő a dunabogdányi kalciton a T (43$\bar{7}$1) szkalenoédert figyelte meg.

A Csódi-hegy kalcitjain újabban talált formák meghatározására szolgáló, mért szögadatokat a következő táblázat foglalja össze:

			Mért k. é.	Számított (9) és (19)
10$\bar{1}$1	: 0$\bar{1}$11	=	74°55′	74°55′00″
07$\bar{7}$2	: $\bar{7}$072	=	112°20′	112°34′36″
$\bar{7}$072	: 01$\bar{1}\bar{1}$	=	122°24′	122°22′03″
07$\bar{7}$2	: 01$\bar{1}\bar{1}$	=	61°38′	61°32′40″
0.11.$\bar{1}\bar{1}$.4	: $\bar{1}\bar{1}$.0.11.4	=	109°09′	108°42′00″
	: 10$\bar{1}$1	=	55°04′	54°51′07″
	: 54$\bar{9}$1	=	34°49′	35°01′20″
54$\bar{9}$1	: 45$\bar{9}\bar{1}$	=	16°35′	16°30′12″
	: 9$\bar{4}\bar{5}$1	=	52°29′	52°11′16″
	: $\bar{5}$9$\bar{4}$1	=	66°27′	66°42′26″
	: 10$\bar{1}$1	=	44°06 ½	44°17′30″
12.10.$\bar{2}\bar{2}$.3	: 22.$\bar{1}\bar{0}$.$\bar{1}\bar{2}$.3	=	53°10′	53°15′53″
	: $\bar{1}\bar{2}$.22.$\bar{1}\bar{0}$.3	=	65°08′	65°05′00″
	: 10$\bar{1}$1	=	43°15′	43°06′45″
6.5.$\bar{1}\bar{1}$.1	: 11.$\bar{5}$.$\bar{6}$.1	=	53°44′	53°39′56″
	: $\bar{6}$.11.$\bar{5}$.1	=	65°26′	65°35′34″
	: $\bar{5}$.$\bar{6}$.11.1	=	165°48′	166°28′02″
	: 10$\bar{1}$1	=	45°28′	45°46′31″
7.6.$\bar{1}\bar{3}$.1	: 13.$\bar{6}$.$\bar{7}$.1	=	54°47′	54°40′30″
	: $\bar{7}$.13.$\bar{6}$.1	=	64°38′	64°47′32″
	: 10$\bar{1}$1	=	46°42′	46°48 27″
11.9.$\bar{2}\bar{0}$.2	: 20.$\bar{9}$.$\bar{1}\bar{1}$.2	=	52°46′	53° 0′07″
	: $\bar{1}\bar{1}$.20.$\bar{9}$.2	=	66°35′	66°06′02″
	: 10$\bar{1}$1	=	45°18′	45°06′18″

8.

A *kalcit* a Csódi-hegyen tehát *több típusban* fordul elő. Az eddig megállapított típusok: a tömött lemezes; a sárga (—2R) romboéderes; a domború lapu hegyes-romboéderes és -szkalenoéderes; a fínom, papírvékonyságú lemezes; végül a vékony, hegyes szkalenoéderes típus. A hidrotermális eredetű ásványok képződésének

folyamatát a kalcit vezeti és fejezi be. A vastag, tömött lemezes a legrégibb, a hegyes szkalenoéderrel jellemzett típus a legifjabb generációhoz tartozik. A vékonylemezes típus a zeolitok növekedése közben képződött.

A *zeolitok keletkezésének sorrendje* általánosságban a következő: chabasit (phakolith), analcim, desmin. Ezt a sorrendet már SCHAFARZIK FERENC megállapította. Hozzátehetjük, hogy a chabasit képződési intervalluma a leghosszabb, olykor a desmin képződésébe is benyúlik. Típusai között a «phakolith» a fiatalabb. A zeolitok közül a chabasit fordul elő legnagyobb tömegben.

A chabasit és desmin fentivel megegyező képződési sorrendjét MAURITZ BÉLA (18) a nadapi (Velencei-hegység) zeolittársaságban figyelte meg. Az utóbbi lelőhelyen az említetteken kívül még többféle zeolit fordult elő. A Csódi-hegy a zeolitokat illetően eddig nem bizonyult ily változatos előfordulásnak. Azonban ásványtársaságának az elmondottakban vázolt típusgazdagsága és az egyes féleségeknek gyakran muzeális értékű szépsége megköveteli, hogy a Csódi-hegy, mint egyik legérdekesebb hazai előfordulásunk, a továbbiakban is különleges figyelemben részesüljön.

*

Az ásványtani vizsgálatok a Kir. M. Pázmány Péter Tudományegyetem Ásvány-kőzettani Intézetében (igazgató: MAURITZ BÉLA), a kémiai elemzések a Kir. József Műegyetem Organikus-kémiai Intézetében (igazgató: ZEMPLÉN GÉZA) készültek.

Irodalom.

1. DOELTER, C.: Handbuch d. Mineralchemie. II. 2. és 3. rész.

2. FRANZENAU Á.: Magyarországi kalcitokról. (Math. és Termtud. Ért. 27. 1909. p. 241—254.)

3. GOLDSCHMIDT, V.: Atlas d. Kristallformen. I., II., III.

4. HARTWIG, W.: Zur Strukturbestimmung des Analcims. (Z. f. Krist. 78. 1931. p. 173—207.)

5. HIBSCH, J. E.—SEEMANN, F.: Geologische Karte des böhmischen Mittelgebirges. (Min.-petr. Mitteil. 32. 1914. p. 1—128.)

6. HINTZE: Handb. d. Mineralogie.

7. HOLZNER, J.: Über die Aufwachsung d. Kristalle. (Z. f. Krist. 65. 1927. p. 179.)

8. HULYÁK, V: Ásványtani közlemények. A szobi kalcit. (Földt. Közl. 33. 1903. p. 54—55.)

9. IRBY, J. R.: Über die Kristallformen des Kalkspates. (Z. f. Krist. 3. 1879. p. 612—629.)

10. KALB, G.: Vizinalerscheinungen auf d. Hauptflächen isoharm. Krist. (Z. f. Krist. 75. 1930. p. 311—314.)

11. KALB, G.: Die morph. Bedeutung d. dreiseitigen Vizinalpyr. (Z. f. Krist. 74. 1930. p. 210.)

12. KALB, G.: Über Kombinationsstreifung . . . etc. (Z. f. Krist. 78. 1931. p. 43—45.)

13. KÄSTNER, F.: Über die Kristallstruktur des Analcims. (Z. f. Krist. 77. 1931. p. 353—379.)

14. KOCH ANTAL: A bogdányi Csódi-hegy és környékének földtani viszonyai. (Földt. Közl. 1. 1871. p. 205—208.)

15. KOCH ANTAL: A dunai trachytcsoport jobbparti részének földtani leírása. (M. Tud. Akad. kiadv. Budapest, 1877.) p. 144—182.

16. KOCH SÁNDOR: Magyarország jelentősebb ásványelőfordulásai. (REICHERT—ZELLER—KOCH: Ásványhatározó III. rész. p. 176.)

17. MAURITZ B.: A balatonvidéki bazaltok zeolitásványai. (Math. és Termtud. Ért. 50. 1933. p. 635—649.)

18. MAURITZ B.: A nadapi zeolitok. (Annal. Musei Nat. Hung. 6. 1906. p. 537—554.)

19. NIGGLI, P.: Krystallographische und strukturtheoretische Grundbegriffe. (Hb. d. Exp. physik. Bd. 7. I.) 1928.

20. v. PHILIPSBORN, H.: Tabellen zur Berechnung von Mineral- und Gesteinsanalysen. (1933.)

21. SCHAFARZIK F.: A bogdányi Csódi-hegy zeolitjai. (Földt. Közl. 14. 1884. p. 299—300.)

22. SCHAFARZIK F.—VENDL A.: Geológiai kirándulások Budapest környékén. (Budapest, 1929.) p. 263—269.

23. SZABÓ J.: Chabasit a szobi trachytban. (Földt. Közl. 1. 1871. p. 231—237.)

24. TAKÁTS T.: Adatok a szentendre—visegrádi hegycsoport andezitjainak ismeretéhez. (Dokt. ért. Budapest, 1928.) p. 20—23.

25. TAYLOR, W. H.: The Structure of analcite. (Z. f. Krist. 74. 1930. p. 1—19.)

26. TÓTH MIKE: Magyarország ásványai. (1883.)

27. VENDL ALADÁR: A Cserhát piroxénandezitjairól. (Mat. és Termtud. Ért. 49. 1932. p. 504—560.)

28. VENDL ALADÁR—TAKÁTS T.: A Csódihegy andezitjának mállásáról. (Math. és Termtud. Ért. 50. 1933. p. 589—616.)

29. VENDL ALADÁR: Két magyar ásvány kémiai elemzése. (Földt. Közl. 41. 1911. p. 70—71.)

30. VENDL MÁRIA: Kristálytani vizsgálatok magyarországi kalcitokon. (Math. és Termtud. Közlemények 36. kötet 2. sz. 1927.)

31. VENDL MÁRIA—FRANZENAU Á.: Újabb adatok a magyarországi kalcitok ismeretéhez. (Mat. és Termtud. Ért. 47. 1930. p. 9.)

32. VENDL MÁRIA: Adatok a hazai kalcitok kristálytani ismeretéhez. (Ibidem 49. 1932. p. 176—178.)

33. WINCHELL, A. N.: A new theory of the composition of the zeolites. (The Amer. Miner. 10. 1925. Ref. N. Jb. f. Min. 1926. A. II. p. 203—208.)

34. ZAMBONINI, F.: Kurzer Beitrag z. chem. Kenntnis einiger Zeolithe d. Umgegend Roms. (N. Jb. f. Min. 1902. II. 63—96.)

35. v. ZEPHAROVICH, V.: Mineralogisches Lexikon. I., II., III.

Táblamagyarázat.

1. kép. Nagy színtelen-fehéres chabasit-kristályok, a bal felső sarokban vajszínű sugaras desmingömbök. A természetes nagyságnak kb. fele.

2. kép. Fennőtt, a bázis szerint lemezes kalcit-tábla. A term. nagyságnak kb. fele.

3—4. kép. Nagy phakolithok. Rajtuk a tetőcseréphez hasonlóan egymásra illeszkedő R szerinti növekedési alakok, tollas rostozás. A középélek mentén csatorna, fölötte kiálló, egymással parallel elhelyezkedésű iker-individuumok sora.

5. kép. Balról phakolith-kristály, jobbról phakolithok halmaza, alattuk színtelen chabasit.

6. kép. Az üreg falán rózsaszínű, romboéderes chabasit és vajszínű sugaras-nyalábos desmin. Az üreget sárgás-fehér, vékony kalcitlemezek hidalják át, rajtuk fennőve apró kalcit-kristályok. A term. nagyságnak kb. fele.

A fényképfelvételeket dr. SZTRÓKAY KÁLMÁN egyet. tanársegéd és BRANDL VILMOS tanárjelölt urak készítették.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. február 19-én tartott üléséből.)

ÜBER DIE MINERALE DES CSODI-BERGES.

Tafel I.

Von R. REICHERT und J. ERDÉLYI.

Ausser den makroskopisch ausgebildeten Einsprenglingen des Andesits sind in Hexaedern *Pyrite*, in den feinen Lücken des porösen Gesteins winzige, gut ausgebildete *Quarz*kristalle vorzufinden. Eingehend wurden die Zeolithe und der Kalkspat untersucht. Unter den Zeolithen führt der *Chabasit* die Hauptrolle, der farblos, auch rosa und gelblich gefärbt in einfachen Romboedern oder mit $-\frac{1}{2}R$ und $-2R$ kombiniert erscheint. Die grössten Kristalle gehören dem «Phakolith»-Typ an. Interessante Wachstumsformen werden besprochen. Jünger ist *Analcim*, farblos in der Form (211) mit kleinen (100) Flächen kombiniert. *Desmin* als pseudorhombische Zwillinge und in Form von Büscheln, bzw. radialfaserigen Kugeln, dann buttergelb. Sämtliche sind auch optisch untersucht und chemisch analysiert (die Analysen von J. ERDÉLYI).

Kalkspat tritt in mehreren Generationen auf. Der älteste Typ ist dicktafelig oder bildet grosse $-2R$ Romboeder. Feine, dünne Tafeln nach der Basis auch als jüngere Gebilde. Farblose und gelbe Kristalle von Kombination spitziger Romboeder und Skalenoeder. Der jüngste Typ besteht aus ganz dünnen, nadelförmigen, spitzigen Skalenoedern, die allein oder mit kleinen Flächen von R kombiniert auftreten. Der Kalkspat geht in der Bildung den Zeolithen vor, begleitet diese und erscheint endlich auch als späteres Gebilde.

Die Abhandlung erscheint deutsch in der Zeitschrift «Mineralogische und petrographische Mitteilungen».

Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. Feber 1934.)

A MEDVESI BAZALTTAKARÓ FELÉPÍTÉSE ÉS KRISTÁLYTUFÁJA.

JUGOVICS LAJOS-tól.

II. tábla.

Nógrád vármegyében, a Salgótarján—Fülek vidéki vulkáni terület bazalthegyei között a «Medves» bazalttakarója a legnagyobb kiterjedésű. Mai terjedelmében 12·80 km² kiterjedésű vulkáni takaró ez, mely Somoskő falutól keletre terül el és kb. 6—6 $^1/_2$ km hosszú és 2—3 km széles, átlag 520—570 m magas lapos fennsík, melynek egyetlen kiemelkedő lankás csúcsa, a «Medves-Magasa», kb. 100—120 m-rel emelkedik a takaró fölé.

A fennsíknak a felső tömegét vulkáni képződmények — bazaltok és tufái — alkotják, míg az alsó részét főleg üledékes kőzetek és ezek közé települt riolittufa építik fel. A képződmények települési viszonyait Noszky Jenő (1—2—3), részben Schafarzik Ferenc (4), vizsgálatai alapján a következő táblázatban foglaltam össze, egymásutáni sorrendben:

bazaltok bazalttufák	felső pliocénkorúak (Levantien)
széntelepcsoport (alsó széntelep két padja és fedőik) kékesszürke agyag riolittufa (plagioklasz-tartalommal) kavics, kavicsos homok, tarka agyagok	alsó-miocén korúak (aquitanien)
glaukonitos homokkő, homokos agyag, kavicsos homok	felsőoligocénkorú (Cattien)

Noszky Jenő (1—2—3), aki az egész salgótarjáni szénterület képződményeinek és geológiai viszonyainak vizsgálatával éveken

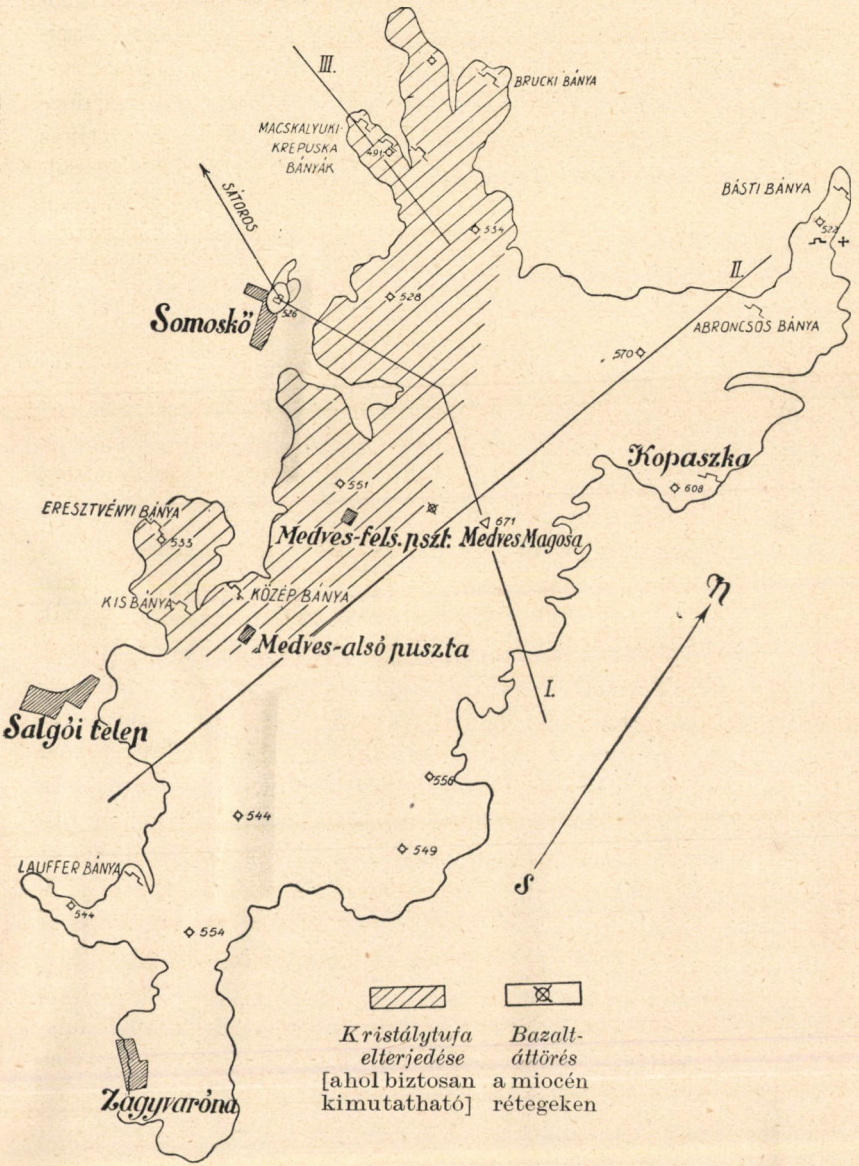
át behatóan foglalkozott, a medvesi fennsík alsó részének geológiai viszonyait, röviden összefoglalva, a következőkben állapította meg.

A fennsík alsó, bazális részét felépítő üledékes kőzetek részben a felső oligocén tenger, részben az alsó miocén terresztrikus lerakódásai, melyekre jóval később, már a felső pliocénkorban vulkáni képződmények települtek. Ez a terület tehát az alsó miocén kortól kezdve egészen a felső pliocénkorig — a vulkáni működés megindulásáig — szárazföld volt. A hosszú szárazföldi időszak alatt az erózió alaposan megdolgozta ezt a térszínt, minek következtében abba völgyek, mély vízmosások vágódtak bele; ahol pedig erősebben működött az erózió, ott a felsorolt rétegekből több, néhol maga a széntelep is lepusztult.

A vulkáni kitörés erre a hepe-hupás, völgyekkel-árkokkal tarkított térszínre történt és sztratóvulkáni jellegű volt, mert törmelékszórásokból, többszöri lávafolyásból állott. A kiszórt törmelék és a kifolyt láva, mint vulkáni takaró merevedett meg, beborította a térszínt alkotó üledékes kőzeteket, megállította azok pusztulási folyamatát, megvédte őket a teljes elhordástól. Tehát a bazaltnak köszönhetjük, hogy a Medves-fennsík alatt ma szén van!

A vulkáni kitörések anyaga — a tufák és a lávaárak — természetesen kitöltötték az alsó mediterrán térszín egyenetlenségeit, vízmosásait, völgyeit, aminek következménye az, hogy a vulkáni takaró vastagsága annyira változó. A nagyszámú kőfejtők, továbbá a vulkáni takaró alatti szénkutató mélyfúrások és aknák feltárási adatai[1] szerint a vulkáni takaró vastagsága 11—107 m között változik. Sőt a fennsík lapos csúcsa, a «Medves-Magasa» (671 m t.

[1] A medvesi vulkáni takaró felépítésének, szerkezetének megállapítására való törekvésemben megbecsülhetetlen támogatást kaptam dr. Vitális István professzor úrtól, akinek közbenjárására a Rimamurány-Salgótarjáni Vasmű R.-T. salgói kőszénbányájának vezetője, Buczkó Gábor mérnök úr a legnagyobb készséggel és figyelemmel segített munkámban, és nagyban hozzájárult ahhoz, hogy a Medves-fennsík vulkáni takarójáról az alábbi képet közölhetem. Értékes támogatást és adatokat kaptam még dr. Krepuska Géza egyetemi tanár úrtól, aki munkámban a tudós önzetlen lelkesedésével támogatott. Fogadják mindannyian e helyütt is hálás köszönetemet.



1. ábra. *Medvesi bazalttakaró elterjedése.*
Mérték = 1: 50.000.

sz. f.) alatt sokkal nagyobb tömegű a bazalt, hiszen ez a csúcs kb. 100—120 m-rel emelkedik a takaró átlagos felszíne fölé. A csúcs alatti bazalttakaró vastagságára nézve pontos adataim nincsenek, mert ezen a területen sem kő-, sem szénbányászat nem folyik, a csúcs alól a szén hiányzik.

A Medves vulkáni takaróját létrehozó kitörések sorrendjében a következő szakaszokat sikerült megállapítanom:

1. I. kitörés: törmelékszórás (normális kifejlődésű bazalttufa).
2. II. kitörés: törmelékszórás (kristálytufa).
3. I. lávafolyás: mely szürkés-feketeszínű oszlopos bazaltot adta.
4. II. lávafolyás: a takaró bazaltjának főtömegét alkotó szürke, pados bazaltot szolgáltatta. Ez utóbbi lávafolyás a takaró egyes részén megismétlődött, illetve törmelékszórással váltakozott.

A Medves bazalttakaróját, illetve a vulkáni képződmények elterjedését a mellékelt vázlatos geológiai térképen adom, mely részben Noszky Jenő, részben a saját felvételeim alapján készült. (1. ábra.)

A vulkáni kitörések tehát törmelékszórással kezdődtek kétféle tufát szolgáltattak, melyek egymástól anyagukban, szövetükben és kifejlődésükben nagyon különböznek. Az első kitörésből származó tufa anyagára nézve normális kifejlődésű bazalttufa, mely a takaró egyes részein hiányzik, ami arra mutat, hogy a törmelékszórás nem az egész fennsíkra történt. Viszont ahol megvan, ott megfigyelhettem, hogy tömegére nézve jelentékenyebb, mint a felső tufaréteg. Megtaláltam ezt a tufát a Krepuska-féle ú. n. Macskalyuki-kőfejtők egyes részeiben és azok tágabb környékén; Salgó közelében a Hofbauer-féle kőfejtőkben, de megtalálható a takaró nyugati oldalán több helyen is. Anyagára nézve világosszürke, barnaszínű, laza tömegű, rosszul rétegezett, erősen homokos, agyagos és kavicsos kőzet, melyben sok apró lapilli darabot, apró kavicsot és az áttört üledékes kőzetrétegek magával ragadott darabjait találni. Egyes helyeken a fekete amfibol hasadási prizmáit vagy megolvadt darabjait is megtaláltam benne. A mélyből felragadott agyag- vagy homokkőzárványok néha 50 cm-es átmérőjű darabok, többnyire nem alakultak át, nem pörkölődtek meg. Az áttört rétegekből származott üledékes kőzet-

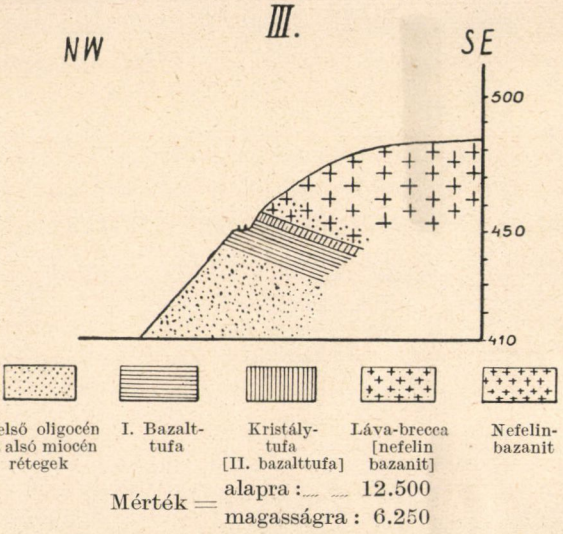
zárványok nagy tömege, valamint az, hogy átalakulást nem szenvedtek, azt bizonyítja, hogy ez az első tufaszórás intenzív kitörés, inkább gázexplozió lehetett, mely kevés vulkáni anyagot hozott magával a mélyből, de annál többet az áttört rétegek anyagából, tehát a krátert készítette elő. Ebből a kitörésből származó tufának a tömegét, vastagságát jó feltárás hiányában nem tudtam pontosan megállapítani, szén utáni mélyfúrások és aknák sem adtak erre nézve pontos felvilágosítást; megfigyelésem szerint e tufarétegek vastagsága is erősen ingadozik. A Macskalyuki-kőbányának «Gizella-telepe» alatti részén, ahol megvan ez a tufa, vastagságát nem mérhettem, megfigyeléseim alapján 8—10 m-re becsülöm azt[1] (lásd 2. ábra).

Az itt jellemzett törmelékszórás után a vulkáni kitörésben szünet állott be, de az újból meginduló vulkáni tevékenység ismét törmelékszórással kezdődött. Ebből a második kitörésből keletkezett tufa azonban anyagára, szövetére és kifejlődésére nézve nagyon különbözik az első kitörés tufájától. Megállapítható, hogy ez a törmelékszórás valószínűleg az egész vulkáni takaró területére történt. Sárgásbarna, illetve vörösbarnaszínű, porozus, de összeálló tömegű, réteges kőzet ez a tufa, melynek — néha kaolinszerű — alapanyagában jól kifejlődött augit-, olivinkristályok, fekete amfi-

[1] Ez a bazalttufa, mint említettem, nem borítja be az egész Medvesfennsíkot, több helyen hiányzik. A macskalyuki kőbányák területén néhol e bazalttufa helyett vörösbarnaszínű, laza agyagos-homokos kőzetet találtam, mely első pillanatban laterit- vagy terra-rossaszerű anyagnak látszott. A macskalyuki Nagybánya I. északnyugati részében gyüjtött anyagot vizsgálva azt találtam, hogy sok legömbölyödött, vagy éles szintelen kvarcszemecskéből, friss muszkovit- és vörösbarna biotitlemezekből és kevés vörösbarnaszínű egynemű alapanyagból áll. Kérésemre ezt a kőzetet GEDEON TIHAMÉR vegyészmérnök úr volt szíves megelemezni és a következő eredményt kapta:

	I.	II.
SiO_2	72·56 %	71·99 %
Fe_2O_3	4·32 «	4·44 «
Al_2O_3	3·32 «	3·32 «
TiO_2	—	—
CaO	nyomok	nyomok
Izzítási veszteség	20·57 «	20·61 «
	100·77 %	100·36 %

bolok hasadási prizmái, ritkábban kvarckristályok, illetve legömbölyödött kvarcdarabok ülnek. Van benne még sok lapilli, igen kevés idegen zárvány, de az áttört rétegek kőzetdarabjai, vagy nagyobb zárványok hiányoznak belőle. Igen érdekes sajátsága ennek a tufának, hogy lényeges ásványos elegyrészei: augit és olivin, mindig jól kifejlődött kristályformával bírnak, és egyenletesen elosztva olyan nagy mennyiségben találhatók benne, hogy ennek alapján ez a bazalttufa típusos *kristálytufának* tekinthető.



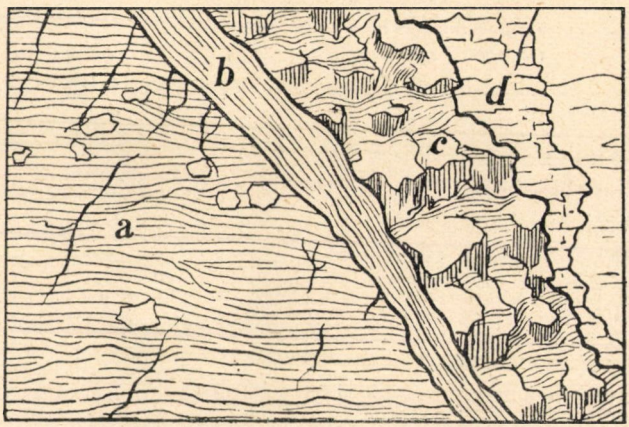
2. ábra. *Macskalyuki kőbánya Gizella telepe bejáratának geol. szelvénye.*

Megemlítem, hogy ez a tufa anyagára, szövetére és kifejlődésére nézve állandóan egyforma, bármely részen fordul is elő, pedig, mint a 1. sz. geológiai térkép mutatja, az medvesi fennsík nagy területén található.

A kétféle tufa egymáshoz való viszonyára és településére nézve megfigyeltem, hogy azok általában konkordánsan települnek, (2. sz. ábra) csupán egyhelyütt, a Hofbauer-féle ú. n. «Kisbánya» bejáratánál találtam közöttük diszkordans települést (lásd 2. fénykép, illetve 3. ábra), melyről alább még bővebben szólok. Tömegére nézve a kristálytufa nagyobb vízszintes elterjedésű, mint az első

kitörés tufája, de rétegeinek vastagsága kisebb és megfigyeléseim szerint az egész takarón $^1/_2$—2 m között váltakozik.

A második törmelékszórást lávafolyás követte, mert a kristálytufára mindenütt bazalt települ. A medvesi vulkáni takaró felépítésében a lávának jutott a főszerep, mert a bazalt úgy vastagságra, mint tömegre nézve messze felülmúlja a tufákat. A kifolyt láva kétféle bazaltos kőzetet szolgáltatott, melyek már külső sajátságaikban, szín, szövet, elválás, sőt hasadás tekintetében is különböz-



a = alsó bazalttufa. *c* = láva-lávabrecca.
b = kristálytufa. *d* = pados nefelinbazanit.

3. ábra.

A tufák diszkordáns települése a Hofbauer-féle «Kisbánya» bejáratánál
(lásd 2. sz. fényképet.)

nek egymástól. Az egyik típus, mely a takaró főtömegét alkotja, világosszürkeszínű, kitűnően pados elválású és igen jól hasadó kőzet, míg a másik bazaltféleség szürkésfeketeszínű, tömör, finomszemű, mindig szabályos oszlopos elválású kőzet, mely tömegére nézve az előbbihez viszonyítva igen csekély. Az első lávafolyás — mely az utóbbi kőzetet szolgáltatta — a medvesi fennsíknak csak egyes részein történt, mert a megmerevedésből keletkezett fekete oszlopos bazalt a medvesi takaró legnagyobb részéről hiányzik. A legtöbb kőfejtőben csak a szürke pados bazalt van feltárva, mely alatt már közvetlenül a bazalttufák települnek. A fekete oszlopos bazaltot

a medvesi takarón csak egy helyen találtam feltárva, bár valószínű, hogy még máshol is megvan. Ez a feltárás a medvesi fennsík északkeleti részén van, ahol az hosszú, keskeny kb. 200 m széles nyúlványban végződik. A nyúlvány végén, az ú. n. *básti* vagy *kőfark kőfejtő* (lásd: geológ. térkép) tárja fel mindkét bazalttípust. Itt a következő viszonyokat találjuk: a kőfejtő alsó szintjében, kb. 6—8 m vastagságban szürkésfekete oszlopos bazalt települ. Az oszlopok szabályos öt-, hatszögűek, átlag 25—40 cm átmérőjűek és függőlegesen helyezkednek el. Erre az oszlopos bazaltra, ugyancsak 6—8 m vastagságban, szürke és jól pados bazaltréteg települ. Arra nézve, hogy az alsó, oszlopos bazalt alatt milyen kőzet van, a kőfejtő, sajnos, nem nyujt felvilágosítást, mert a fejtés nem hatolt olyan mélyre, pedig igen érdekes lenne tudni, hogy az oszlopos bazalt alatt megvannak-e a tufák?

A básti kis kőfejtőben feltárt kőzettani és települési viszonyok a medvesi bazalttakaró felépítése szempontjából azért fontosak, mert itt nem csupán azt figyelhetjük meg, hogy a takaró felépítésében kétféle bazaltos kőzet vesz részt, hanem a kétféle kőzetnek egymáshoz való települési viszonyáról is felvilágosítást kapunk. E szerint a fekete oszlopos bazaltot adó láva folyt ki először, míg a szürke pados bazalt későbbi lávafolyások eredménye.

A básti kőfejtő oszlopos elválású kőzete egynemű, tömör, igen finom szövetű, szürkésfeketeszínű kőzet, melyben szabadszemmel csak a földpát hasadási lemezkéit látjuk, mint beágyazásokat. Kőzettanilag ez a kőzet még nincsen feldolgozva, e cikk keretében most nem térhetek ki a kőzettani viszonyok részletezésére, mely egy következő dolgozat témája lesz, most csak röviden jellemzem a kőzettani sajátságait.

Mikroszkóp alatt: az alapanyag szövete hypokristályos-porfiros. Felépítésében résztvesznek: magnetit, apatit, olivin, augit és üveg. Beágyazások: plagioklász (túlsúlyban), kevés augit és olivin.

E kőzetet dr. Endrédy Endre, a Magy. kir. Földtani Intézet kémikusa volt szíves megelemezni (lásd II. oszlop).

	I.	II.		I.	II.
	Eresztvényi kőbánya kőzete	Básti kőbánya kőzete		Niggli és Becke értékek	Niggli és Becke értékek
SiO_2	44·66	48·49	*si*	95·00	121·8
TiO_2	0·29	2·01	*qz*	—49	—25
Al_2O_3	16·04	20·19	*al*	20·09	29·8
Fe_2O_3	4·37	1·63	*fm*	46·5	34·7
FeO	8·12	6·15	*c*	22·5	23·5
MnO	0·15	0·12	*alk*	11·00	11·7
MgO	7·70	4·93	*k*	0·21	0·21
CaO	9·90	8·72	*mg*	0·53	0·53
K_2O	1·75	1·61	*c/fm*	0·49	0·67
Na_2O	4·28	3·81	*ti*	0·46	3·79
H_2O^{-110}	2·15	0·74	*p*	0·09	0·51
H_2O^{+110}		1·26	*h*	15·2	16·7
P_2O_5	0·10	0·48			
CO_2	—	0·11	ξ	31·0	41·5
	99·51	100·25	η	42·5	53·3
	Anal.: Dr. Emszt K.	Anal.: Dr. Endrédy E.	ζ	33·5	35·2

A medvesi vulkáni takarónak a másik kőzettípusa a szürke pados elválású bazalt, mely a takaró főtömegét alkotja. Kiváló sajátságai, főleg kitűnő hasadása, nagy tömege és a könnyű kitermelési lehetőségek miatt gyakorlati szempontból nagy fontossága van e kőzetnek, mely hazánk legjobb útépítő anyagai közé tartozik. Különösen faragottkő, kockakő termelésre igen alkalmas. Gyakorlati jelentőségének következménye, hogy a medvesi vulkáni takarón több nagy, modern és nagyszámú kisebb kőbányaüzem éppen ezt a kőzetet tárja fel.

Kőzettanilag Rozlozsnik-Emszt (5), legújabban Reichert R. (6)-(7) igen részletesen tanulmányozták ezt a kőzetet. Az előbbiek a Hofbauer-féle ú. n. «Eresztvényi kőbánya» anyagát, míg Reichert R. a takaró délnyugati végén mélyesztett ú. n. «Lauffer-féle kőbánya» kőzetét vizsgálta. Az ő vizsgálataik alapján e kőzet sajátságait röviden a következőkben foglalhatom össze.

Sötétszürke, néha zöldesszürke, üde, tömött kagylós-horgas törésű kőzet. Mikroszkóp alatt: az *alapanyag* szövete hypokristályos-porfiros. Felépítésében résztvesznek: magnetit, apatit, olivin, augit, biotit, plagioklász, nefelin és üveg.

Beágyazások: olivin, augit.

Mindkét bányából való kőzet hasonló és típusos *nefelinbazanit*. Az eresztvényi bányából származó kőzet kémiai analízisét az I. oszlop mutatja.

Ez a nefelinbazanit alkotja a takaró főtömegét, de igen változó vastagságban. A kőbányákban tett megfigyeléseim és a kapott fúrási adatok szerint a nefelinbazanit vastagsága 11—106 m között ingadozik, nem számítva bele a csúcs alatti kőzettömeget. Településére nézve a legtöbb medvesi kőfejtő feltárásában ez a nefelinbazanit közvetlenül a kristálytufára, (lásd 2. sz. ábra, illetve 1. sz. fényképet) míg a básti kőfejtőben a fekete oszlopos bazaltra települ. A nefelinbazanit kőzettani viszonyait az említett munkák igen részletesen tárgyalják, itt csak a kifejlődésre nézve akarok néhány megfigyelést közölni. A nefelinbazanitnak alsó, kristálytufával érintkező része, valamint a legfelső szintje többnyire mint likacsos láva, illetve lávabreccia merevedett meg, mely néhol fokozatosan, máshol hirtelen megy át a tömör kőzetbe. (lásd 2. sz. ábra és 1. sz. fénykép). Ezek a lávás rétegek, úgy az alsók, mint a felsők, hasonló kifejlődésűek és vastagságuk igen tetemes átlag 2—20 m között változnak, mint azt a szénkutató aknák és a kőfejtők feltárásai elárulják. A kőfejtők feltárásai és fúrási adatok azonban még azt is bizonyítják, hogy ezek a lávás rétegek nemcsak az alsó és felső szintekben, hanem néhol a nefelinbazanit rétegei között települve is előfordulnak.

A takaró egyes részein a bazanitnak ezek a láva-, lávabreccia-rétegei hiányoznak, ellenben a kőzet, különösen a felső szintekben, likacsos, porozus szövetű — de nem lávaszerű — lesz, elveszti padosságát és 1—3 m átmérőjű durva, szabálytalan oszlopos tömegeket alkot, teljesen hasonlóan, mint a 1. tábla 3. sz. fényképen látható. Ilyen kifejlődésűnek találtam a nefelinbazanitot a medvesi takaró északi szélén, a «Macskalyuki-bányák» egy részében, az úgynevezett «Brucki-bányában» és a takaró egész északi peremén végig, mindenütt a felső szintben, míg a HOFBAUER-féle úgy-

nevezett «középbányában» alsó szintben van ilyen módon kialakulva.

A takaró egyes részein a nefelinbazanit rétegei közé tufa települt. Ilyen közbetelepült tufát találtam a takaró északkeleti keskeny nyúlványában, a básti kőfejtőtől délre [lásd geol. térkép † jelölt kőfejtő] levő névtelen kis kőfejtőben, ahol a szürke pados nefelinbazanit rétegei közé, kb. 3 m vastag bazalttufaréteg ékelődik, mely anyagára, szövetére nézve teljesen az alsó tufához hasonló. Ilyen közbetelepült tufa-rétegeket fúrtak meg a «Medves-Magasa»-csúcs közelében, attól nyugatra a 25., 27., 28. számú aknákban, ahol e tufarétegek vastagsága is 4—10 m között változik. Ezek a közbetelepült tufarétegek a vulkáni működés változatosságát is bizonyítják, tehát a lávafolyás nem volt folytonos, hanem törmelékszórással váltakozott. A közbetelepült tufatömegek nem borítanak nagy területet, a medvesi fennsíknak csak egyes részein találjuk meg azokat, anyagukra nézve mindenütt az első kitörés tufájához hasonlók.

A medvesi takarót létrehozó *vulkáni működés időbeli lefolyására és térbeli elhelyezkedésére* nézve megfigyeléseimet a következőkben foglalom össze.

A vulkáni működés törmelékszórással kezdődött, melynek anyaga az alsó bazalttufát szolgáltatta. Ez a törmelékszórás a takarónak csak egyes részeire történt, mert ez a tufa a takarónak csak egyes részein fordul elő. Valószínű, hogy a törmelékszórás, mely ezt a tufát szolgáltatta, csak az egyes kitöresi centrumok környékére szorítkozott. Némileg megerősítik ezt a feltevést a nefelinbazanit rétegei közé települt tufarétegek is, melyek, mint láttuk, szintén csak a takaró egyes részein találhatók.

A törmelékszórás után szünet állott be a vulkáni működésben, de az újból meginduló vulkáni tevékenység ismét törmelékszórással kezdődött, mely már nagyobb területet borított be, mint az első, és ennek anyaga szolgáltatta a kristálytufát.

Ez a második kitörés tulajdonképpen vulkáni homok és hamuszórásból állott, mint azt az alább részletesen ismertetett kristálytufa összetétele és elegyrészeinek sajátságai is bizonyítják. A kristálytufában a lapillin kívül nagyobb vulkáni törmelék, vagy idegen zárvány nincsen, ami mutatja, hogy teljesen különbözik az első

törmelékszórás anyagától, melyben éppen ez utóbbiak vannak túlsúlyban. A kétféle tufa között mindig éles a határ, ami viszont annak bizonysága, hogy nem egy kitörésből származtak, mert ha egy folytonos kitörés anyaga lenne a kétféle tufa, akkor anyagukban a fokozatos átmenetnek meg kellene lennie.

A kétféle bazalttufa települése általában konkordáns, csak egy helyütt, az ú. n. «kisbánya» bejáratánál — ahol a kis bányavasút mély bevágása mindkét tufát feltárja (lásd 2. sz. fényképet, illetve 3. ábrát) — jeleznek diszkordans települést. A jól rétegezett alsó bazalttufa igen lapos északkeleti dűlésű, és erre települ délkeleti 40°-os dűléssel a kristálytufa vékony — átlag 50 cm vastag — rétege. A kétféle tufának ez a diszkordans települése szintén a mellett bizonyít, hogy nem egy folytonos kitörésből keletkeztek, sőt ez még esetleg azt is bizonyítja, hogy a második kitörés esetleg már más kráterből történt.

A vulkáni működésben a vulkáni homok- és hamuszórást lávafolyás követte, mely kezdetben kisebb tömegben, a fennsíknak csak egyes részeire folyt ki és megmerevedéséből keletkezett a fekete oszlopos bazalt. Ezután következő lávafolyások bőségesebbek voltak, többször ismétlődtek és törmelékszórással is váltakoztak. Ezeknek a lávafolyásoknak anyaga adta az egész vulkáni takaró főtömegét alkotó szürke, pados nefelinbazanitot.

A lávafolyás a medvesi fennsíkon valószínűleg nyugodt és lassú lehetett, amit bizonyít pl. az is, hogy a kristálytufára kiömlő lávának kontakthatása nem volt, a kristálytufa az érintkezésnél nem változott, csupán a szövete lett finomabb és a rétegessége határozottabb. A lassu nyugodt lávafolyásnak tudható be a nefelinbazanit alsó és felső szintjében található tekintélyes láva-, lávabrecciaréteg kifejlődése is.

A Medves-fennsíkon lefolyt vulkáni működés jellemzése szempontjából fontos annak ismerete, hogy hol volt a kitörési csatorna, illetve egy, vagy több csatornán keresztül történt-e a kitörés. A medvesi fennsík morfológiai viszonyaiból nem igen lehet az egykori kráterek helyére következtetni. Egyedül a «Medves-Magasa» lapos csúcsa az, mely alakjánál, helyzeténél fogva mintegy az egykori kráter helyét jelöli. Ez a csúcs kb. 120 m-rel emelkedik a takaró fölé, rajta semmiféle feltárás nincsen. Föltárás hiányában is meg-

állapítható, hogy e csúcsnak kb. a felső egyharmadrésze lávából áll, ami valószínűvé teszi azt, hogy itt kifolyási csatorna volt, mely fölött a vulkáni működés utolsó erőlködése hozta létre ezt a csúcsot és a kifolyt kevés láva pedig hirtelen, mint sejtes láva merevedett meg. Ezt a feltevést néhány megfigyelés is alátámasztja.

A csúcs körül, annak keleti oldalán a mélyebb szintekben, ahol már tömör kőzet található, több, kisebb próbafeltárásban szürke, pados nefelinbazanitot tártak fel. Ezek a bazanitrétegek 20°-os dűléssel hajlanak a csúcs tengelye irányában. Ugyancsak érdekes, hogy ezek a kőzetrétegek igen sok, apró, idegen (enallogén) zárványt: kvarckavicsot, égetett agyagdarabokat stb. tartalmaznak, de ugyancsak gazdagok idegen zárványokban a csúcs nyugoti oldalán lévő bazanitrétegek is, mint ezt szénkutató aknák feltárásai jelzik. Mindezek az adatok szerintem arra vallanak, hogy a «Medves-Magasa» az egykori kráter helyét jelöli.

Még határozottabb bizonyíték erre nézve az az adat, melyet a szénbányászat feltárásai szolgáltattak. A csúcs alatti részen szén nincsen, de körülötte, a nyugati oldalon van. Ennek a szénnek a kibányászása közben, a medvesi felsőmajor közelében, attól északkeletre (lásd: geol. térképen megjelölve) széntelepen áttörő bazalttömegre akadtak. Ez az áttörés a medvesi II. számú tárnában, a X. siklónál található. Két táró halad itt egymással párhuzamosan, egymástól kb. 25—30 m távolságban és ezekben kapták meg a szénen áttörő bazalttömegeket, melyek a járat irányában is 20—25 m vastagok voltak. Tehát a csúcs közelében — attól kb. 350 m távolságra — kb. 25—30 m vastag hasadékon keresztül tört a láva a felszín felé, áttörve a széntelepet is. Ezt a bazalttelért úgy tekinthetjük, mint a kráter nyílásának egyik oldalelágazását, ami viszont megerősíti azt a tényt, hogy a kráter közelében vagyunk, mely itt csak a Medves-Magasa csúcsa helyén keresendő.[1]

---

[1] Nem lesz érdektelen, ha e helyütt megemlítem, hogy a nógrádmegyei (Salgótarján—Fülekvidéki) bazaltterületen a szénbányászat több helyen feltárta az egykori kráterek helyét. Erre vonatkozólag SCHAFARZIK szolgáltatta az első adatokat, melyeket az irodalomból ismerünk (8.). Újabb megfigyelései és adatai vannak NOSZKYnak, melyeket még nem publikált, de engedélye alapján itt közlök: Szilváskő bazaltáttörését is feltárta a szénbányászat ahol a szénen áttört bazalt kb. 30 cm vastag-

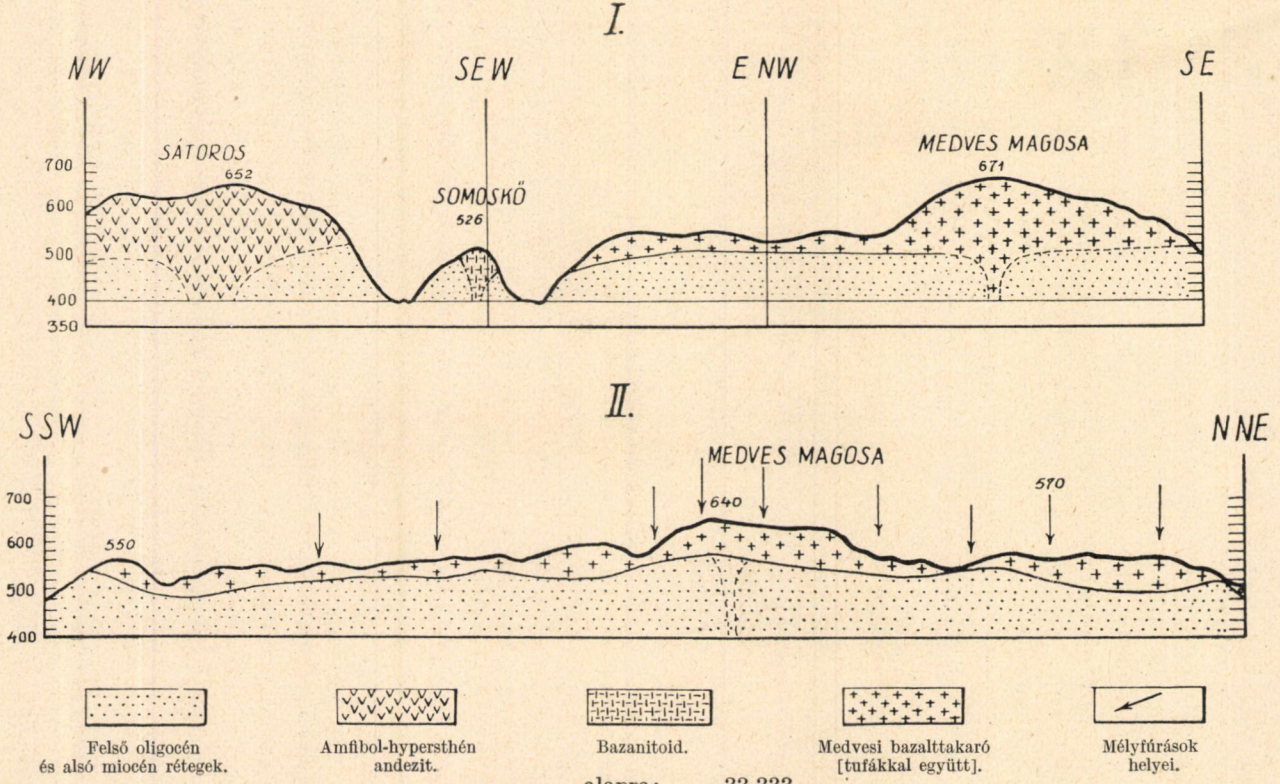
A medvesi vulkáni takarót létrehozó vulkáni működés azonban valószínű nem egy, hanem több kráteren át történt. Sajnos,a többi kráternyílás helyére nézve semmiféle biztos támpontom nincsen, csupán néhány jelenségre mutatok reá, melyekből egyes kitörés csatornák helyére következtethetünk. Így a HOFBAUER-féle ú. n. «kisbánya» területén a bazalt 100 m-en felüli vastagságot ér el, vagyis hirtelen teknőszerűen bemélyed. E helyen a kétféle bazalttufa diszkordansan települ, és a kristálytufa hirtelen, meredek dűléssel süllyed a bazalt alá. E területen hiányzik a szén is. Mindezek olyan jelenségek, melyek azt gyaníttatják, hogy e környéken szintén egy kráternyílást kell keresni.

A medvesi bazalttakaró ismertetésével kapcsolatban egyik igen érdekes vulkáni alakulatról szólok még röviden. A macskalyuki Nagybánya II. szintjében a nefelinbazanit fejtése közben a 1. tábla 3. sz. fényképén látható lávaárra bukkantak. Ez a lávaár a bazanittömeg alsó szintjét jelölte, mert amint a mellette mélyesztett kutatógödör jelzi, az közvetlenül a kristálytufarétegeken folyt végig. A lávaár magjában, mint a fényképen látható, a bazanit tömör, szabálytalan elválású kőzet, mely azután éles határral likacsos, porozus és durván, vastag oszlopos kifejlődésű kőzetbe megy át. Ez az oszlopos kifejlődésű kőzet már kevésbbé éles határral láva-, illetve lávabreccia-kőzettömegbe folytatódik. Ennek a lávaárnak a képét főképpen azért mutatom be, mert ez felvilágosítást ad arra nézve, hogy a bazanitnak ez a porozus, likacsos, szabálytalan oszlopos kifejlődésű része, hogyan függ össze a többi, jól réteges kőzet tömegével.

Végül röviden ismertetem a mellékelt geológiai szelvényeket (4. ábra), melyek a Medveshegyet a geol. térképen I és II-vel jelölt, hossz- és keresztirányban metszik át. Ezeket a szelvényeket a szénkutató aknák, mélyfúrások, illetve NOSZKY JENŐ adatai és a saját megfigyeléseim, méréseim felhasználásával szerkesztettem. Mindkét szelvény a medvesi bazalttakaró szerkezetét,

---

ságban kokszosította el a szenet. Somlóhegy keleti oldalán, az inászói bányamezőben, kb. 300—400 m átmérőjű bazaltoszlopot fejtettek ki a szénből, mely azon keresztültört.



$$\text{Mérték} = \frac{\text{alapra: } 33.333}{\text{magasságra: } 16.666}$$

4. ábra.

felépítését és az alsó üledékes képződményekhez való viszonyát igyekszik megvilágítani.

Az I. geol. szelvény nagyjában Ny—K irányban szeli át a Medves-hegyet. Ebbe a szelvénybe belefoglaltam a szomszédos somoskői vulkáni kúp metszetét, melynek kőzete bazanitoid, majd ettől nyugatra szomszédos Sátoros-hegy hypersthén-amfibol-andezit kúpját is, melynek kitörése időben jóval megelőzte a bazaltok kiömlését.

A II. geol. szelvény ÉD-i irányú metszetét adja a Medvesnek. Kilenc mélyfúrás adatait használtam fel ezen szelvény szerkesztéséhez és jól látható az az egyenetlen térszín, melyre a takarót létrehozó vulkáni kitörések történtek.

A 2. ábra geológiai szelvénye a Macskalyuki KREPUSKA-féle kőbánya Gizella-telepének bejáratánál megfigyelt települési viszonyokat ábrázolja. A kétféle tufa települése itt korkondáns, a kristálytufa vastagsága kb. 1—$1^1/_2$ m vastag, de a szelvényben a vastagsága a jobb áttekinthetőség okából erősen torzítva van.

Medvesi kristálytufa.

Mint az elmondottakból láthatjuk, a medvesi bazalttakaró felépítésében a kristálytufának csekély tömegénél fogva nincsen nagy szerepe, ellenben ásványos összetétele és elegyrészeinek kifejlődése miatt feltétlenül az egész takaró legérdekesebb képződménye. Nagy felületet borít ez a tufa, de mindig csak vékony, $^1/_2$—2 m vastag rétegben. Megtaláltam ezt a tufát a macskalyuki kőbányák mindegyikében, majd e bányáktól kezdve, a takaró nyugati felében, egészen a HOFBAUER-féle kőbányákig, tehát Salgóig, mindenütt közvetlenül a nefelinbazanit alatt. Ugyancsak a medvesi takaró közepe táján, a Medvesfelsőpuszta irányában vezető vízmosásokban magam is, míg e major kútjának ásásakor SCHAFARZIK F. gyüjtötte be. (9) A fennsík keleti részén ellenben sehol sem találtam meg e tufát, aminek valószínűleg az az oka, hogy ebben a meredekebb hegyoldalban nincsen nagyobb feltárás, az itt mélyesztett kőfejtők kisebbek, nem jutnak el a bazalttakaró alsó szintjéig. Egyébként az 1. ábra feltünteti a takarónak azt a részét, ahol a kristálytufa biztosan megvan.

Ásványos összetétele, színe, szövete és kifejlődése tekintetében a kristálytufa teljesen különbözik a medvesi takaró többi tufájától. Sárgásbarna, illetve vörösbarna színű porozus, gyengén réteges kőzet ez, melynek rétegessége csak a reátelepülő bazalthatár közelében lesz határozottabb. (Lásd 1. sz. fénykép.) A kőzetnek sárga- vagy barnaszínű, néha kaolinszerű alapanyagában nagymennyiségű, jól kifejlődött augit- és olivinkristály ül, mint e tufának lényeges elegyrészei. Járulékos elegyrész gyanánt fekete amfibol hasadási prizmái, éles vagy legömbölyödött kvarcszemek, ritkábban a mármarosi gyémánt típusában kifejlődött kvarckristályok találhatók benne, illetve az említett ásványokon kívül még apró lapillidarabokkal van tele a tufa. Jellemző erre a kristálytufára, és ezt az alsó tufával szemben mint lényeges különbséget kell kiemelni, hogy nagyobb darab idegen zárvány, vagy az áttört kőzetrétegek darabjait sohasem tartalmazza, ami kevés idegen zárvány van benne, az mindig apró.

Különös érdekességet ad ennek a tufának az, hogy két lényeges ásványelegyrésze: *augit* és *olivin* mindig jól kifejlődött kristályokban, egyenletesen elosztva, nagy mennyiségben található benne és ezek alapján joggal megilleti *ezt a bazalttufát a kristálytufa* elnevezés. E bazalttufa jellemzéséhez még hozzátartozik annak megállapítása is, hogy ásványos összetétele, szövete és kifejlődése az egész medvesi takaró minden részében állandóan egyforma, ami tufáknál ritka jelenség.

Ásványtani szempontból ennek a tufának különös érdekességet a kristályodott olivintartalma ad. Az olivin közönséges és elég gyakori ásványa a bazalttufáknak, de legtöbbször csak amorf szemecskékben, csomókban (olivinbombák) fordul elő, kristályalakban ritka és ugyanazon tufatömegben is rendszertelenül, elszórtan, kis mennyiségben található. A medvesi kristálytufában ellenben amorf olivinszemecske, olivinbomba nincsen, csak kristályodott olivin. Ezek alapján a medvesi kristálytufát a kristályodott olivin érdekes és jelentékeny előfordulási helyének is tekinthetjük.

A következőben a kristálytufának ásványos elegyrészein végzett részletes ásványtani, kémiai vizsgálatokról számolok be.

Olivin.

Olivin minden oldalról jól kifejlődött kristályalakban fordul elő e bazalttufában. A kristályok nagysága igen változó, a prizmás típusú kristályoknál 9 mm hosszú prizmákat is mértem. A kristályok megtartása elég jó, sőt az apró kristályok tökéletesek, lapjaik símák, fényesek. A nagyobb kristályokra ezt nem mondhatjuk, azok lapjai többnyire érdesek, legömbölyödöttek, néha kimartak. A színük a sárgás és barnászöld között változik. Az apró, síma lapokkal bíró kristályok többnyire tiszták és átlátszóak, a nagyobb kristályok azonban a lapok érdessége miatt csak áttetszőek. Az olivinkristályok meglehetősen frissek, mállás nyomait ritkán árulják el, ellenben igen érdekes oldási jelenségeket találunk rajtuk. Különösen a nagyobb kristályok között gyakoriak az olyanok, melyek bizonyos irányokban kimartak, kioldódtak. Ez az irány a $b = (010)$ hasadási lapnak felel meg. Ezen egyirányú, gyorsabb oldás következtében olyan olivinkristályokat, helyesebben kristályvázakat találunk, melyek már csak lemezek összefüggő sorozata, de így is frissek, színüket is megtartották, mállást nem szenvedtek. Az olivinkristályok között találni olyanokat, melyeknek élei, csúcsai legömbölyödtek és első pillanatra amorf szemcséknek látszanak, de közelebbi vizsgálatra az egykori kristályforma nyomai ezeken is felismerhetők. A lekopás valószínűleg a tufaképződés, illetve cementálódás közben érhette ezeket a kristályokat.

Az apróbb, fényes lapoktól határolt olivinek alkalmasok voltak a kristálytani vizsgálatokra, és a rajtuk végzett goniométeres mérések alapján a következő hat forma jelenlétét állapíthattam meg:

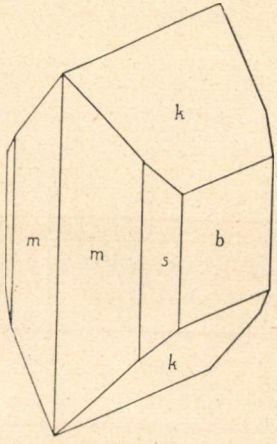
$b = 010$	$k = 021$
$m = 110$	$d = 101$
$s = 120$	$e = 111$

Ezek a formák kétféle, egymáshoz közelálló kristálytípust alkotnak:

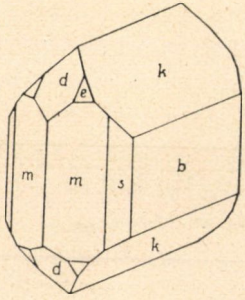
1. A nagyobb részük rövid, zömök-prizmás kifejlődésű, egyszerűbb kristály (5. ábra).

2. A másik típus formadúsabb kristályai az első (*á*) tengely irányában többnyire megnyúltak, a (010) lap szerint kissé táblásak (6. ábra).

A mért szögértékek közül néhány fontosabbat a KOKSHAROW alapértékeiből számított értékekkel együtt a következő táblázatban közlöm.



5. ábra.



6. ábra.

	mért	számított
$m : m' = 110 : 1\bar{1}0 =$	49°59′	49°57′
$m : s = 110 : 120 =$	18°04′	18°00′
$k : k' = 021 : 0\bar{2}1 =$	99°05′	99°06′
$d : e = 101 : 111 =$	19°51′	20°02′
$d : k = 101 : 021 =$	66°12′	66°12′
$k : b = 021 : 010 =$	40°30½′	40°27′
$m : e = 110 : 111 =$	35°40′	35°45′

Az egyes formák kifejlődésére nézve megállapítható, hogy a vertikális prizma zóna lapjai a: (010), (110) és (021) az uralkodók, míg a többiek kicsinyek.

Gondosan válogatott egyforma, sárgászöldszínű olivinkristályokon optikai vizsgálatokat végeztem. (9) Az (100) és (010) lapokkal párhuzamosan készített négy metszeten vörös, sárga és zöld fényben mértem az optikai tengelyszögeket. A méréseket olajban

végeztem, melynek törési együtthatója *Na*-fényben (szobahőmérsékleten) 1·47 volt. A mérések középértéke gyanánt kaptam:

	vörös (Li)	sárga (Na)	zöld (Tl)
$2H_a$	= 106°26′	106°38′	107°04′
$2H_o$	= 108°59′	108°40′	108°18′

Ezekből számítva:

$2V_a$	= 89°04′	89°23′	89°33′

$$\beta = 1{\cdot}679.$$

Az olivin optikai karaktere = negatív.

Az optikai tengelyek diszperziója a hegyes bisetrix körül:

$$\varrho < \nu$$

Vékony csiszolatban megfigyelhető, hogy az olivinkristályok belseje üres hólyagokkal van tele, melyeknek falait gyakran barnaszínű, izotróp anyag vonja be. Valószínűnek tartom, hogy egyes olivinkristályok barnászöld, vagy eltérő színét ez az idegen anyag okozza, mert ha ezeket a kristályokat széttörtem, az egyes olivindarabok mindig világoszöld színűek voltak.

Egyforma sárgászöld színű kristályok kémiai összetételét a táblázat I. sora adja. A táblázat II. sorában közölt elemzés a kristálytufa fölött települt nefelinbazanitban található, néha több centiméter átmérőjű és kristályformával sohasem bíró olivinkristályok összetételét adja, melyet összehasonlítás kedvéért közlök.

Egyforma sárgászöldszínű kristályok kémiai analízise a következő volt:

	I.	II.
SiO_2	39·76 %	39·22 %
FeO	14·07 «	16·57 «
MgO	45·73 «	44·01 «
TiO_2	nyomokban	—
MnO	«	—
	99·56 %	99·80 %

Mindkettőt elemezte: Dr. Mauritz Béla. (9), (10).

Ezen elemzések alapján az olivinjeink a következő szilikátok izomorf keveréke:

	I.	II.
Fe_2SiO_4 = Fayalit	14·73 molekula %	17·5 molekula %
Mg_2SiO_4 = Forsterit ...	85·27 «	82·5 «
	100·00 molekula.	100·0 molekula.

Fajsúlymeghatározásra friss, világos sárgazöldszínű kristályok összetört darabjait binokulár mikroszkóp alatt válogattam ki és a piknométerben végzett két mérés középértéke:

3·30 (C° 23·0).

Augit.

Augit a kristálytufában az olivinnel egyforma mennyiségben található. Minden oldalról jól kifejlődött kristályai között átlag 2—10 mm hosszú és 2—5 mm vastag prizmákat mértem. Színük majdnem fekete, barna, illetve kékeszöld árnyalattal. Akad közöttük azonban világosabb zöldszínű kristály is, de ennek színét a belenőtt olivin okozza. A kristályok bár jól kifejlődtek, a lapjaik érdesek, néha görbültek, és csak az apróbb kristályok alkalmasak kristálytani vizsgálatra. A legtöbb augitkristály a bazaltos augitokra jellemző és jól ismert kombinációban fejlődött ki, de találtam, főleg az ikrek között, formagazdagabb kombinációkat is. A fényes, síma lapoktól határolt apró kristályokon végzett goniométeres mérések eredményeképpen ezeken az augitokon a következő hat formát állapíthattam meg:

$a = 100$	$s = \bar{1}11$
$b = 010$	$o = \bar{2}21$
$m = 110$	$z = 021$

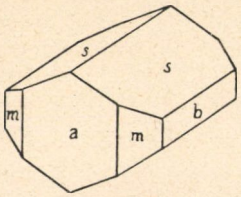
A kristályok kifejlődése nem egységes, nagy általánosságban háromféle típust lehet megkülönböztetni.

1. A *c*-tengely szerint megnyúlt, oszlopos kristálytípus főleg az ikrek között közönséges, az egyszerű kristályoknál aránylag ritka. (8. ábra.)

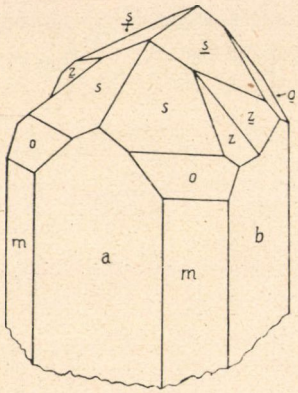
2. Rövid, zömök prizmák az egyszerű kristályok között találhatók, ezek néha a (010) lap szerint táblásak is.

3. Az apró kristályoknál gyakran a s ($\bar{1}11$) piramislap fejlődött ki erősebben, a kristályok is ebben az irányban megnyúltak, sőt sokszor táblásak is. (7. ábra.)

Ikrek, különösen a (100) lap szerint összenőttek gyakoriak, ritkábbak az (101) törvény szerint átnőtt ikrek. Igen érdekes összenövése az augitkristályoknak, amikor egy nagyobb kristályra, többnyire párhuzamos növésben, később keletkezett, apró kis augitkristályok nőttek rá.



7. ábra.



8. ábra.

A goniométeres mérések szögértékeit (középértékben), a G. von Rath alapértékeiből számított értékekkel együtt a következő táblázatban adom.

		mért	számított
$a : m$	$= 100 : 110 =$	46°27′38″	46°24′59″
$b : m$	$= 010 : 110 =$	43°33′36″	43°32′22″
$s : s'$	$= \bar{1}11 : \bar{1}\bar{1}1 =$	59°22′34″	59°11′
$b : s$	$= 010 : \bar{1}11 =$	60°17′46″	60°18′
$m : s$	$= 110 : \bar{1}11 =$	78°17′26	78°37′22″
$o : o'$	$= \bar{2}21 : \bar{2}\bar{2}1 =$	84°55′	84°11′
$o : s$	$= \bar{2}21 : \bar{1}11 =$	23°47′	23°19′
$o : z$	$= \bar{2}21 : 021 =$	39°22′	38°52′
$o : b$	$= \bar{2}21 : 010 =$	47°25′	47°54′30″
$z : b$	$= 021 : 010 =$	41°24′	41°24′30″
$o : m'$	$= \bar{2}21 : \bar{1}10 =$	34°35′	35°29′30″
	Ikerszögek.		
$s : s$	$=$	26°36′	27°11′
$o : o$	$=$	56°58°	56°56′

Az augitkristályok jó kifejlődései lehetővé tették a bővebb optikai vizsgálatok elvégzését is. Csiszolatban az augitok színe: barnászöld. Pleochroizmust nem árulnak el.

(010) lapon, összesen 10 metszeten mértem a kioltást és azok középértéke gyanánt a következő értékeket kaptam:

$c:\gamma = 46°\ 00'\ldots.\ \beta$ szögben mérve. (Határértékek: 45'2°—47'5°)

Gyakran jelez az augit zónás, vagy homokórás szerkezetet, sőt találtam olyan metszetet, ahol mind a kettő együtt fordult elő. Egyik augitmetszetben pl. 11 vékony zónát határoztam meg egy nagyobb mag körül, a zónák egymással és a kristály külső alakjával geometriailag megegyeztek, hasonlók voltak. Ezen a kristályon mért kioltások a következő határértékeket mutatták:[1]

	mag	külső zóna
$c:\gamma =$	46·5°	44·5°

Homokórás augitban mért kioltás a következő értékeket adta

	magban	prizma szerinti növekedési kúpban	piramis szerinti növekedési kúpban
$c:\gamma =$	47·9°	46·7°	50·5°

A zónás augitoknál az egyes zónák néha gyenge színbeli különbséget is jeleznek. Jól látható különben ezeken az augitokon a kioltás körül a titánaugitokra annyira jellemző, barnás, illetve kékesszürke színeződés.

Az augit optikai karaktere: pozitív. A bisetrixekre merőleges metszetekben *Na*-fényben és Rorbach-féle folyadékban mértem az optikai tengelyszögeket:

---

[1] Összehasonlítás kedvéért közlöm a kristálytufa fölé települt *nefelinbazanit* augitjainak megfelelő értékeit. Rozslozsnik—Emszt (5) az eresztvényi bánya kőzetében kétféle augitbeágyazást találtak:

1. Nagy színtelen augitoknál: $c:\gamma = 39° — 42·5°$ közötti kioltást.

2. Halvány-ibolya színű, zónás szerkezetű augitbeágyazásokon a a következő kioltásokat mérték:

$$c:\gamma = 41·5—43·5° \qquad 44 — 47·5°$$

Reichert (6) a takaró délibb részéről ugyanezt a kőzetet vizsgálta és a zónás szerkezetű augitokon mért maximális kioltás: 44° — 52° között adódott.

$$2H_{a_{Na}} = 54°10'$$
$$2H_{o_{Na}} = 112°00'$$

Ezekből az értékekből:

$$2V_{a_{Na}} = 57°23'$$

Optikai tengelyek diszperziója az A tengely körül kicsiny és

$$\rho < \nu.$$

A kémiai elemzésre friss, egyszínű augitkristályokat törtem össze, azok zárványmentes darabjait binokulár mikroszkóp alatt válogattam ki. Ezen anyag fajsúlyát piknométerben határoztam meg és két mérés középértéke gyanánt:

3·31 (23 C°-on) értéket kaptam.

Ezt a gondosan válogatott és tisztított anyagot dr. HUEBER A., a bécsi egyetem ásványtani intézetének tanársegéde elemezte. Táblázat I.

	I. Súly	Mol	II. Súly
SiO_2	45·56 %	45·00 %	42·59 %
TiO_2	1·87 «	1·39 «	3·54 «
Al_2O_3	8·15 «	4·74 «	10·63 «
Fe_2O_3	2·46 «	0·91 «	6·52 «
FeO	5·45 «	4·49 «	5·56 «
MnO	0·42 «	0·34 «	0·37 «
MgO	11·88 «	17·54 «	7·86 «
CaO	22·84 «	24·22 «	21·47 «
Na_2O	1·02 «	0·98 «	1·67 «
K_2O	0·62 «	0·39 «	—
	100·27 %	100·00 %	100·21 %

A kristálytufa fölött települt nefelinbazanit néha több cm nagy, fekete szurokfényű augitkristályt tartalmaz zárvány gyanánt. Ezeket az augitkristályokat dr. MAURITZ B. elemezte (10). Az elemzés eredményét összehasonlítás kedvéért a tábla II. sorában közlöm.

Az augitok megtartása jó, mállást nem jeleznek, ellenben hólyagokban és zárványokban gazdagok. A kémiai elemzésre való

előkészítése közben figyeltem meg, hogy az összetört augitkristályok belsejében igen gyakoriak a kisebb-nagyobb hólyagszerű üregek, melyek egymással gyakran csatornákkal voltak összekötve. A falaik tiszták, illetve néha valamilyen fehéres anyag vonja be, a hólyagok különben üresek voltak.

Az augitkristályok színe majdnem fekete, de találni közöttük határozottan zöldesbarna színűeket is. Az ilyen kristályok belsejében *olivint* találtam zárvány gyanánt és valószínű ez okozta ezeknek az augitoknak világosabb színét. Ezek a benőtt olivinszemcsék, ha frissek, akkor világoszöld színűek voltak, mint a kristálytufa olivinje, de találni már erősen mállott barnásvörös színű, széteső anyagot is. Különben az olivinnek, mint zárványnak az augitban való előfordulása megfelel annak a megállapításnak, hogy pyroxéntartalmú kőzetekben az olivin kristályosodása a pyroxén előtt kezdődik és fejeződik be.

Az augitkristályokban sokkal érdekesebb zárványok voltak a kékesfeketeszínű, a fényes átlátszatlan kis oktaéderek vagy ritkábban kagylótörésű fényes szemecskék, melyekről közelebbi vizsgálatra kitűnt, hogy *pleonastok*. Ezek mindig csak az augitkristályokban benőve fordultak elő. Igen apró oktaéderek ezek, melyeknél az élek hossza 0·1—0·7 mm között változott. Ráeső fényben: kékesfekete, míg csiszolatban: barnászöld színűek voltak. A kristályok kicsinysége miatt bővebb vizsgálatot nem végezhettem rajtuk, ezért is szükséges volt a kémiai elemzés elvégzése. A rendelkezésemre álló aránylag kevés anyagon dr. Hueber A., a bécsi egyetem ásványtani intézetének tanársegéde mikroanalitikai módszer segítségével határozta meg a pleonast összetételét, mely a következő volt:

Al_2O_3	60·1 %
Fe_2O_3	4·3 «
FeO	22·4 «
MgO	12·0 «
	99·8 %

Cr_2O_3 ..... nem volt kimutatható.

Ezek alapján megállapítható, hogy vasban gazdagabb pleonast ez, melyben a $Fe : Mg = 1{\cdot}85 : 1$ arányú. A pleonast, a magma

legelső kiválásai között az olivinnel egyidőben képződött, de olivinben sohasem találtam pleonastzárványt.

A kristálytufa lényeges elegyrészei közé kell számítani a sok apró víztiszta *vulkáni üvegcserepet és szilánkot*, mint a vulkáni hamu- és homokkitörések jellegzetes kísérő ásványát, melyet a tufa alapanyagába beágyazva találunk. Igen apró, víztiszta, színtelen, erősen korrodált üvegcserepek ezek, melyek néha vázszerű szerkezettel bírnak. Az üvegzárványt úgy az olivin-, mint augitkristályokban is megtaláljuk; ez utóbbiakban többnyire vörösbarna színűek.

Kristálytufában található többi ásvány kis mennyiségénél és rendszertelen előfordulása miatt csak járulékos elegyrésznek tekinthető. Közöttük legnagyobb mennyiségben a *kvarc* fordul elő, vagy amorf szemecskék alakjában, mely az áttört homokrétegekből került bele, vagy a «mármarosi gyémántra» emlékeztető, jól kifejlődött, víztiszta kristályformában, melyek valószínűleg az áttört riolittufa rétegeiből kerülhettek a kristálytufába.

A kristálytufának jellemző járulékos elegyrésze még az *amfibol*. Barnásfeketeszínű hasadási prizmákban jelenik meg, terminális lapok nélkül, gyakran megolvadt, legömbölyödött élekkel. Hasonló alakban és kifejlődésben található az amfiból a tufa fölé települő nefelinbazanitban is mint járulékos elegyrész. A tufa amfibolja világosbarna színnel átlátszó, friss, zárványt nem tartalmaz. Pleochroizmusa erős, mely az (110) lapon a következő:

$$\gamma = \text{világosbarna}$$
$$\alpha = \text{barnászöld}.$$

Ugyanezen lapon mért kioltás: $c : \gamma = 7{\cdot}6°$ — volt.

Nagymennyiségben található a kristálytufában még kölesborsószemnagyságú, többnyire rozsdabarnaszínű *lávadarab*, mint a kiszórt lávahomok és hamu jellemző terméke. Dacára a tufa erősen laza összetételének ragasztóanyagokkal való átitatás után sikerült belőle két darab vékony csiszolatot készíteni. Mikroszkóp alatt látjuk, hogy a lávadarab üvegalapanyagában olivin, augit és földpátok lécalakú kristályai ülnek, tehát ugyanazok, mint a később kiömlő bazaltláva lényeges elegyrészei.

A kristálytufát létrehozó vulkáni működés homok- és hamu-

szórás volt. A belőle keletkezett kristálytufa ásványos összetételére nézve hasonló a később kifolyt bazaltos lávák összetételével, attól csak gazdag üvegtartalmával különbözik. A tufának elegyrészei: augit és olivin, míg a földpát hiányzik belőle, ez csak a tufában lévő üveges lávadarabokban van kifejlődve. A kristálytufa viszont igen gazdag vulkáni üvegben, mely apró cserepek és szilánkok alakjában van benne. Hogy ez a kristálytufa vulkáni hamu- és homokszórásnak köszönheti keletkezését, azt bizonyítja először az, hogy két lényeges ásványelegyrésze: olivin és augit kristályalakban fejlődött ki, továbbá az a megfigyelés, hogy ezek a kristályok tele vannak üvegzárványokkal és apró hólyagokkal. Bizonyítja azonban az is, hogy a kristálytufa egyébként is igen gazdag üveganyagban, mely vulkáni üvegcserepek és szilánkok alakjában annak alapanyagában található.

Irodalom.

1. Noszky Jenő: Zagyvavölgy geol. fejlődéstörténeti viszonyai. Annales Musei Nat. Hung. XX. 1923. p. 64—66.

2. Noszky Jenő: Salgótarjáni szénterület földtani viszonyai. Koch-emlékkönyv. 1912. p. 79—82.

3. Noszky Jenő: A Mátrától északra levő dombosvidék földtani viszonyai. Földtani Intézet évi jelentése. 1915. p. 370—71.

4. Schafarzik Ferenc: Kirándulás a Medves-hegységbe. Litografált kirándulási jegyzet. 1911.

5. Rozslozsnik—Emszt: A Medves-hegység bazaltos kőzetei. Földtani Közlöny. XLI. 1911. p. 257—272.

6. Reichert Róbert: Petrográfiai megfigyelések nógrádmegyei bazaltokon. Földtani Közlöny. LVII. 1927. 201—208.

7. Reichert Róbert: Újabb adatok a salgótarjánkörnyéki bazaltos kőzetek petrokémiai ismeretéhez. Földtani Közlöny. LV. 181—196

8. Schafarzik Ferenc: Jelentés. Földtani Közlöny. 1893. XXIII. p. 133.

9. Jugovics Lajos: Adatok az olivinek optikai ismeretéhez. Annales Musei Nationalis Hungarici. 1913. p. 326—331.

10. Dr. Mauritz Béla: Magyarországi kőzetalkotó ásványok. Földtani Közlöny. XL. 1910. 541—550.

Táblamagyarázat.

1. *Kristálytufa és települése.* A macskalyuki Nagybánya III. szintjéből való ez a kép, melynek alsó részében települ a cca. 1 m vastag

kristálytufaréteg. Alatta a vörös homok található, mely a képen nem látható, részben behavazott. A kristálytufára nefelinbazanit települ, ez a határon cca. 2 m vastagságban lávakifejlődésű, majd fokozatosan a tömör, jól pados bazanitba megy át.

2. *A bazalttufák diszkordanciája.* A Hofbauer-féle «Kisbánya» bejárati bevágása tárja fel a kétféle tufa diszkordáns települését (lásd még a 3. ábrát). A kép balsarkában az első kitörés tufája látható, tekintélyes vastagságban, majdnem vízszintes rétegződésben. Erre diszkordánsan, 40°-os dűléssel a kristálytufa cca. 50 cm vastag rétege települ. A kristálytufára helyezkedő nefelinbazanit itt szintén 3 m vastag lávaréteggel érintkezik, mely fokozatosan tömör bazanitrétegekbe megy át.

3. *Lávaár.* A macskalyuki Nagybánya II. szintjében feltárt vulkáni alakulat. A hengeralakú tömeg magja tömör, szabálytalanul réteges nefelinbazanit, mely elég éles határral megy át a durván oszlopos és porozus, likacsos kőzetű részbe, ez pedig a láva-lávabrecca kifejlődésű tömegbe. Az egészet beborító pados bazanitot már lefejtették.

4. *Pados elválású nefelinbazanit.* A macskalyuki Nagybánya II. udvaránók hatalmas bazanittömegei.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. május 1-én tartott üléséből.)

AUFBAU DER MEDVESER BASALTDECKE UND IHR KRISTALLTUFF (UNGARN).

Von L. JUGOVICS.

Tafel II.

Die Arbeit erscheint in deutscher Sprache in der Zeitschrift: «Geologie en Mijnbouw».»

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 1. Mai 1933.)

CORDIERIT-TARTALMÚ ZÁRVÁNYOK A SÁGHEGYI BAZALTBAN.

III. tábla.

JUGOVICS LAJOS-tól.

A dunántúli bazaltok közül némelyik elég gazdag zárványokban és annak mindegyik típusát tartalmazza, másikból teljesen hiányoznak. E bazaltokon hosszú éveken át végeztem felvételi és gyüjtő munkát, melynek folyamán meglehetős sok zárványt hordtam össze, melyek közül az alábbiakban a sághegyi bazalt egyik érdekes zárványtípusán végzett vizsgálataim ismertetem. Ez a kőzet zárványokban általában szegénynek mondható, talán még az exogén zárványtípus a gyakoribb benne.

A sághegyi bazalt világosszürke, egyneműen tömör kőzet, melyben szabadszemmel csak olivin ismerhető fel.

Mikroszkóp alatt vizsgálva holokristályos-porfiros szövetű, melynek alapanyagában csak olivinkristályok ülnek, mint kiválások. Az alapanyagát plagioklas-lécek (labrador) titánaugit-, magnetit- és apatitszemecskék építik fel, mint a második generáció ásványai. Ezen ásványos összetétel alapján ez a kőzet: *földpátbazalt*, egyike hazánk legjobb útépítő anyagának, melyet a Sághegyi Bazaltbánya R.-T. hatalmas, modern kőbányaüzeme jól feltárt. Ebben a bazaltban többször találtam azt a zárványtípust, melyet a szakirodalom *bazaltjaszpisz* néven ismer. Lacroix, Zirkel, Hibsch, Cornu foglalkoztak legtöbbet ezzel a zárványtípussal, mely a Cseh-Középhegység, a németországi, különösen rajnai bazaltokban gyakran fordul elő.

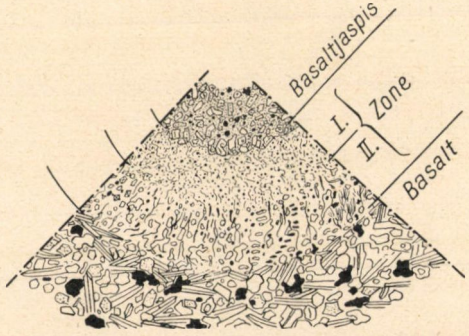
A sághegyi bazaltjaszpisz kékesszürke, kagylós törésű, fényes külsejű, tömör, kemény kőzet, melyet a bánya különböző részein és különböző időben találtam. A talált zárvány némelyike a 10 cm

átmérőt is elérte, sajnos, teljes egészében nem lehetett a kőzetből kifejteni, mert kalapácsütésre borsó-, mogyorónagyságú darabokra esett szét. Mindegyik bazaltjászpisz körül átlag 1 cm széles, vörösbarnaszínű kristályos zóna van, melynek hosszú, prizmás kristályai sugarasan és a bazaltjászpisz felületére merőlegesen helyezkednek el.

Ez a vörösbarna zóna úgy a bazaltjászpisz, mint a bazalt felé élesen határolódik és mindig egyforma kifejlődésű volt. Ritkán találtam a bazalttal való érintkezésnél vékony hasadékot karbonát, esetleg chalcedon-anyaggal kitöltve.

Mikroszkópos vizsgálat.

Mikroszkóp alatt vizsgálva azt találjuk, hogy a bazaltjászpisz és azt körülvevő kristályos zóna ásványos összetétel és szövet tekintetében egymástól élesen különböznek. Áttekintés céljából a mellékelt vázlatos rajzban közlöm azt a képet, amit a bazaltjászpisz



1. ábra. Bazaltjászpiszzárvány a sághegyi bazaltban. (Vázlatos rajz.)

és azt körülvevő kristályos zóna mutat mikroszkóp alatt (lásd 1. ábra).

A bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna zónát ásványos összetétele alapján két részre oszthatjuk, melyek között fokozatos átmenet van. Ezt a két részt I. és II.-vel jelöltem a rajzban és a tárgyalásban is I. és II. zónáról beszélek. A sághegyi bazaltban található *bazaltjászpisz*ok nemcsak külső kifejlődés, hanem ásványos

összetétel tekintetében is hasonlók voltak egymáshoz és mindig a következő ásványos elegyrészekből állottak:

cordierit
magnetit
sillimanit.

Ezek az ásványok egynemű üvegalapanyagban ülnek. A különböző bazaltjászpiszdarabok csak abban árultak el különbséget, hogy az üvegalapanyag mennyisége változott bennük, természetesen a cordierit rovására. Már ZIRKEL (2) megfigyelte, hogy a cordieritkristályok mennyisége és az üveganyag minősége között némi összefüggés van, ami ennél a bazaltjászpisznál is észlelhető volt, nevezetesen a színtelen üvegalapanyagban sokkal több kisebb, de határozottabb formakifejlődésű cordieritkristály ül, mint a sárgásbarna, néha majdnem átlátszatlan üvegalapanyagban. Ez utóbbiban kevesebb, de nagyobb és rosszabb formakifejlődésűek a kristályok. A sághegyi bazaltjászpisz alapanyaga általában színtelen üveg, és csak ritkábban találtam, foltonként olyan részeket, melyekben sárgásbarna és átlátszatlan volt az üvegalapanyag.

A cordierit nemcsak a bazaltjászpiszban, hanem azt körülvevő vörösbarna zónának vele határos részében is megtalálható és általában kétféle kifejlődést mutat:

1. rövid prizmás,
2. kerek, négyzetes, ritkábban hatszöges, néha vadrózsaalakú formát.

A színtelen üvegalapanyagban a prizmák egyesével, míg a színes üvegben többnyire csoportosan találhatók. A közelebbi kristályformájukat a kicsinységük miatt csak annyiban határozhattam meg, hogy a cca 0·01 mm hosszú prizmák a *c*-tengely irányában megnyúltak és rajtuk a (001) lap határozottan kifejlődött. A 2. pontban felsorolt formák bázismetszetek, éspedig a négyzetes vagy kerek metszetek egyszerű kristályoknak felelnek meg, míg a hatszöges vagy vadrózsaszerű metszetek penetrációs ikrek (001)-szerinti metszetei és átlag 0·008—0·01 mm átmérőjüek.

Egyébként a cordieritkristályok mindig színtelenek, semmiféle mállást nem szenvedtek. Zárványként igen apró magnetit-

szemecskék és üvegmikrolithok találhatók bennük. A magnetitszemecskék gyakran bizonyos elrendeződést mutatnak a cordieritkristályokban vagy a prizmák közepén egyvonalban, vagy ritkábban egymást keresztező vonalakban, Andráskereszt-szerűen helyezkednek el.[1]

A cordierit bázismetszetnél a vadrózsaszerű forma is azáltal jön létre, hogy a finom magnetitzárvány, mondhatjuk a magnetitpor az ikerrovátkák mentén helyezkedik.

A cordieritkristályok kicsinysége miatt nehéz volt azokon kristálytani vagy optikai meghatározásokat végezni. Hogy cordierittel van dolgunk azt a következő megfigyelések és meghatározások alapján mutattam ki. A cordierit fénytörése nagyobb, mint az üvegalapanyagé, a fénytörése és kettőstörése hasonló a kvarchoz. A cordieritprizmák kioltása egyenes és azok hossziránya ban az a'-t találjuk. Optikai karakter: negatív. A cordieritre vallanak a hatszöges vagy vadrózsaszerű metszetek is, melyek hármas penetrációs ikrek bázismetszetei. A cordieritre ugyanis jellemző, hogy az (110) prizma szerint olyan ikreket alkot, amikor három ikeregyén úgy nő egymáson keresztül, hogy egy hatszöges prizma keletkezik ezáltal. Az ilyen bázismetszetben az egyes ikeregyének csak keresztezett nicolok között és a gipszlemez betolása által különülnek el, amikor a hatszöges metszet hat szektorra bomlik szét, és mindig az egymással szembenfekvő szektorok oltanak ki egyszerre. Ezeken az apró kristályokon a bázismetszet nem szabályos hatszög, hanem kerek vagy vadrózsasziromszerű formával bír, ez utóbbi formát, mint már említettem, a magnetitszemecskéknek az ikernyomok mentén való elhelyezkedése hozza létre.

A cordieritkristályok színtelenek, tehát pleochroizmust sem árulnak el. Megpróbáltam a színezést, illetve pleochroizmust hevítés által előidézni. E célra a bazaltjászpiszból olyan vastag metszetet készítettem, melyen még mikroszkópos megfigyelés lehetséges volt, és ezt a metszetet hevítettem fokozatosan. A vizsgálatot

[1] Ez a formakifejlődés emlékeztet némileg J. Kikuchi által Japánból leírt cordieritkristályokra, csakhogy azokban a zárvány grafit volt. J. Kikuchi: On Cordierit as contact mineral. Journ. Sc. Coll. Imp. Univ. Tokio. 3. 1890. p. 313.

a bécsi egyetemen dr. DITTLER E. egyetemi tanár úr intézetében (ásványtani intézet) végeztem. A hevítésre platindrótkályhát használtam, finoman szabályozható ellenállással. A hőmérsékletet *Pt—Pt. Rh.* thermoelemmel mértem, melyen $\pm 10°$ volt leolvasható. A kezdőhőmérséklet 150° *C* volt. Az egyik lemezt megszakításokkal, 60 perc alatt, 1100°*C*-ra hevítettem és közben végeztem rajta az optikai megfigyelést. A másik lemezt ugyanilyen módon, 71 perc alatt 1230° C-ra hevítettem, amikor az megolvadt. A cordierit-kristályok cca. 900° C-nál gyengén kékszínűre színeződtek, de a kihűlés után pleochroizmus eltünt.

A *magnetit* a bazaltjászpiszban igen apró, kerek szemecskék alakjában található, kristályforma sohasem ismerhető fel. Úgy a cordieritkristályok, mint az üvegalapanyag tele van hintve vele.

Ritkán és foltonként találni a bazaltjászpisz üveganyagában hosszú, prizmás, tűszerű kristályokat, melyek magas fénytörésük által tűnnek ki. Különösen a színtelen, tiszta üvegalapanyagban fordulnak elő. Közelebbi meghatározásuk az ásványok kicsinysége miatt lehetetlen volt, valószínűleg *sillimanit*-tűk.

Mikroszkóp alatt vizsgálva azt látjuk, hogy a bazaltjászpiszt rendszertelenül repedések járják át, melyek valószinűleg a kristályosodás után keletkezett kontrakciós hasadások.

A gondosan válogatott bazaltjászpiszdarabokat dr. ENDRÉDY E. úr volt szíves meganalizálni és a következő eredményt kapta:

	Súly %
SiO_2	61·89 %
TiO_2	0·35 «
Al_2O_3	22·55 «
FeO	4·95 «
MgO	2·87 «
CaO	0·20 «
K_2O	3·03 «
Na_2O	2·87 «
H_2O	2·20 «
	100·85 %

Fajsúly: 2·427 ((Kor. 4° C).

Becke-értékek: *Si* ..... 57·9
U ..... 32·7
L ..... 9·1

A bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna zóna.

A bazaltjászpiszt mindig vörösbarna, kristályos zóna veszi körül, melynek hosszú, látszólag prizmás kristályai egymás mellett sorakoznak és sugarasan, a bazaltjászpisz felületére merőlegesen helyezkednek el.

Mikroszkóp alatt vizsgálva azt látjuk, hogy e zóna ásványos összetétele különbözik úgy a bazaltjászpisztól, mint a körülvevő bazalttól. Főtömegében különböző összetételű földpátokból áll, melyekben mint alapanyagban az alább felsorolt ásványok kristályai, illetve szemecskéi ülnek. A földpát minősége, kialakulása, de különösen a cordierit jelenléte vagy hiánya szerint az egész zónát két részre oszthatjuk, az I. és II. zónára (lásd 1. rajzot). Az I. zónában mindig megvan a cordierit, míg a II. zónából teljesen hiányzik.

Az I. zóna ásványai.

Káliföldpát (ebben, mint alapanyagban ülnek)
Cordierit
Spinell
Biotit
Sillimanit
Magnetit
Limonitosodott érc.

A II. zóna ásványai.

Káliföldpát
Orthoklas és *plagioklas* pertites összenövésben
Andezin
Spinell
Biotit
Ilmenit, (ilmenit-csillám)
Titánaugit, *Olivin* } kevés
Magnetit
Limonitosodott érc.

I. zóna ásványai.

A főásványa olyan földpát, mely meglehetős nagy, hosszan nyúlt egyéneket alkot, de hiányzik a kristályformája. Az egyes egyének szabálytalan határvonalakkal érintkeznek és legyezőformában sugarasan rendeződnek a bazaltjászpisz felé.

Erre a földpátra jellemző, hogy semmiféle ikertörvényt, zónás szerkezetet nem árul el. A hasadási irányok közül is csak a (010) szerinti van rajta kifejlődve, az is egyenetlenül; a bazaltjászpisz közelében fel nem ismerhető.

A földpát színtelen, friss és semmiféle mállást nem árul el. Jellemző még reá, hogy az alább részletesen leírt ásványokon kívül igen sok apró, meghatározhatatlan pontszerű ásványt, trichitet, mikrolitot, magnetithomokot stb. tartalmaz, melyek gyakran zsinórszerűen rendeződnek, vagy a hasadási, repedési vonalak mentén csoportosulnak. A zárványoknak a földpátok hosszirányában való rendezettsége még jobban kiemeli azoknak sugaras, legyezőszerű elrendeződését.

A földpát kioltása hullámos. A közelebbi pontos meghatározását a sok zárvány majdnem lehetetlenné tette, és csak a következő méréseket és megfigyeléseket végezhettem rajta:

Törési exponense: $\left\{ \begin{matrix} a' \\ \gamma' \end{matrix} \right. <$ n Canadabalzsam.

Optikai karaktere: negatív.

Optikai tengelyszöge kicsiny, cca 30—40°, tehát kisebb, mint a normális orthoklasnál.

A mikroklinra jellemző rácsos szerkezetet nem mutatja. Ezek alapján *káliföldpáttal* van dolgunk, mely valószínű *Na*-ban gazdag.

Ebben a káliföldpátban, mint alapanyagban ülnek a többi ásványok, melyek között elsősorban a cordieritet kell kiemelni, mert ez a legnagyobb mennyiségben és nagyobb egyénekben található, mint a többi. Mivel a cordierit és káliföldpát fénytörése majdnem hasonló, csak + nicolok között láthatjuk a cordieritet e földpát-alapanyagban, mivel a két ásvány kettőstörése különbözik. + nicolok között megfigyelhetjük, hogy a cordierit a káliföldpátban rendszertelenül elszórtan fordul elő, mégpedig a bazalt-

jászpisz közelében sűrűbben, attól távolabb ritkábban és a II. zónából teljesen hiányzik.

Ezek a cordieritkristályok prizmás kifejlődésűek és nagyjában c' tengelyükkel a földpátok hosszirányában rendeződnek. Színtelenek és ugyanazon tulajdonságúak, mint a bazaltjászpisz cordieritkristályai, csak a penetrációs ikrek ritkábbak.

Többnyire a káliföldpát repedései mentén ülnek a világosbarna, néha egészen halványszínű *biotitok*. Sohasem bírnak kristályformával, hanem szabálytalan lemezek, prizmák alakjában fordulnak elő. Nemcsak az I. hanem a II. zónában is találhatók, sőt az utóbbiban gyakoribb ásvány. Kitűnik magas fény- és kettőstörése, határozott pleochroizmusa és jó hasadása által. Optikai adatai:

$$c : a = \text{cca } 1°$$

Pleochroismus: $\alpha = 6$ orange v, $\gamma = 6$ orange o } a RADDE-féle internacionális színskála szerint.

Lemezvastagság = 0·019 mm.

A repedések mentén még sok, hosszú prizmás, tűszerű idiomorf ásvány halmozódik fel, melyeknél a prizmák végei kihegyezettek. Hasadást nem mutat. Fény- és kettőstörésük nagyobb, mint a káliföldpáté vagy cordierité. Kioltásuk egyenes. A prizmák hosszirányában találjuk a γ'-t. Mindezek alapján az ásvány *sillimanit*.

Mint már említettem, a cordierit mennyisége a II. zóna határa felé fokozatosan csökken és abból már teljesen hiányzik. Annak arányában, hogy a cordierit elmarad, egy újabb *Mg*-ásvány, a *spinell* jelenik meg, mely különösen a két zóna határán található nagy mennyiségben. Jellemző reá, hogy mindig idiomorf, halványibolya- vagy világosbarnaszínű oktaéderekben fordul elő. A legnagyobb spinellkristályok a két zóna határán találhatók, ahol az oktaéder élhossza eléri a 0·05 mm-t. A második zónában, a bazalthatár felé a spinellek mennyisége csökken és lassan elmarad.

A *magnetit* mindkét zónában és egyforma kifejlődésben van jelen. Mindig xenomorf szemecskékben található, melyeknek nagysága a bazalthatár felé nő. A zónát átjáró repedések mentén a magnetit erősen oxidálódott, limonitosodott és vörösbarna foltokat alkot, melyek az egész zónának a színét kölcsönözik. A spinellek

társaságában a magnetitek ovális, máskor piskótaszerű formákban és sorokban is találhatók.

A két zóna határán a spinellekkel együtt megjelenik az *ilmenit* is, többnyire vékony, hosszú lemezekben, lécekben, vagy a reá jellemző «széthasogatott lemezekben». Gyakran átmegy az átlátszó módosulatba, az ú. n. *ilmenitcsillám*ba, mely önállóan is előfordul. Ezek rendesen szekfűbarna, áttetsző lemezek és lécek, majd tollszerű, tetőcserépszerű formákat vagy egyéb cart-alakzatokat képeznek (5. mikrofotografia). Az ilmenitek különösen ott találhatók nagy mennyiségben, ahol a spinellek is tömörülnek

II. zóna ásványai.

Jellemző erre a zónára a cordierit teljes hiánya. A főásványa és egyúttal alapanyaga ennek is földpát, de míg az I. zóna földpátja homogén, káliföldpát volt, addig a II. zónában háromféle földpátot találunk.

A *káliföldpát* folytatódik a II. zónában is, de a foltonként fellépő *pertites földpát* lassan kiszorítja azt, majd ez utóbb ban, a bazalthatár felé megjelenik benne az andezin is.

Az *andezin* kisebb-nagyobb csomókat, vonulatokat alkot a pertitben. Többnyire zömök, négyszögletes lemezekből álló prizmákban található. Jellemző reá, hogy csak poliszintetikus albitikreket alkot, nagyon ritka a periklin ikerösszenövés, míg az albit és karlsbaldi ikertörvény teljesen hiányzik. Határozott zónás szerkezete nincsen. Meghatározása a következő mérések alapján történt:

1. Fénytörése nagyobb a káliföldpát, pertit és kanadabalzsam fénytörésénél.

2. Meghatározására szolgáló optikai adatok:

Albit ikrek MP-re $\perp$ metszet:

$M : a' = 25{\cdot}9°$ ..... 48 % *An.* tartalomnak felel meg.

Másik metszet $\perp$ *a*-ra:

$M : a' = 26{\cdot}6°$ ..... 50 % *An.* tartalomnak felel meg.

Ezen adatok alapján tehát a II. zóna plagioklásza bázikus *andezin.*

Ha összehasonlítjuk a bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna kristályos zóna I. és II. szakaszának a földpátjait egymással, akkor azt találjuk, hogy a bazalthatár felé mindinkább bázikusabbak lesznek és a következő elrendeződésben vannak:

I. zóna földpátja: káliföldpát, homogén és az egész zónát kitölti.

II. zóna földpátja:
- káliföldpát
- orthoklas + plagioklas (pertites összenövésben)
- andezin (cca 50 % *An.*-tartalommal.)

Vagyis a káliföldpát mennyisége a bazalthatár felé fokozatosan csökken, kiszorítja azt a pertit és ez utóbbit az andezin.

Összehasonlítás kedvéért meghatároztam a zárvány körüli bazalt földpátját, a következő mérések alapján:

Albit ikrek:

$MP \perp$ metszet... $M : \alpha' = 32{\cdot}1°$... 62 % *An.*-tartalom
$MP \perp$ « ... $M : \alpha' = 29{\cdot}7°$... 58 « « «

Albit és karlsbadi ikrek:

$M \perp$ metszet:	1. $M : \alpha' = 36{\cdot}5°$ 2. $M : \alpha' = 21{\cdot}1°$	... 67 %	*An.*-tartalomnak felel meg
« «	1. $M : \alpha' = 30{\cdot}2°$ 2. $M : \alpha' = 19{\cdot}1°$	... 59 %	« « « «
« «	1. $M : \alpha' = 29{\cdot}5°$ 2. $M : \alpha' = 19{\cdot}0°$	... 59 %	« « « «
« «	1. $M : \alpha' = 17{\cdot}8°$ 2. $M : \alpha' = 31{\cdot}4°$	... 58 %	« « « «

Tehát a zárványt közvetlenül körülvevő bazalt földpátjai 58—67 % *An.*-tartalommal a *labradorit*-sorba tartoznak, vagyis bázikusabbak, mint a zárvány plagioklászai.

A II. zónában ezek a földpátok alkotják az alapanyagot, melybe a többi ásványok rendszertelenül vannak beágyazva. Jellemző, hogy a beágyazott ásványok aránylag nagyobb szemecskék vagy kristályok és a mikrolitok hiányoznak. Ebben a zónában új ásvány csak az augit és olivin, míg a többiek már az I. zónában is előfordultak és ott jellemeztem őket.

Az *augit* sohasem idiomorf, többnyire megnyúlt, szabálytalan alakú lemezeket alkot. Típusos titánaugit a jellemző szürkésibolya

színnel. (110) prizma szerint jól hasad. Optikai karaktere: pozitív. Egyéb sajátságait nem lehetett meghatározni.

Az *olivin* szintén csak a bazalthatár közelében található vékony, alaktalan szemecskék alakjában, melyek elég frissek és csak a széleiken árulnak el kezdődő szerpentinesedést.

Az egykori olivinek átalakulási termékének kell tekinteni azokat a kisebb-nagyobb *szerpentin*foltokat, melyek e zónának bazalthatár felé eső részében találhatók. Az eredeti ásványnak már nyomát sem találni bennük. Hogy az olivin átalakulásából keletkeztek, azt valószínűvé teszi az a tény, hogy a szomszédos bazaltban — de csak a zárvány közelében — majdnem az összes olivin szerpentinesedve átalakult, viszont a zárványtól távolabb és általában a sághegyi bazalt olivinje nem jelez szerpentines mállást. Ha tehát a zárvány közelében a bazaltban mégis vannak szerpentinesedett olivinek, ezek átalakulása csakis azoknak a kémiai folyamatoknak az eredménye, melyek a zárvány beolvasztása következtében végbementek. Természetesen ugyanezen okból szerpentinesedtek a zárvány II. zónájának olivinszemecskéi is.

A bazaltjászpisz és azt körülvevő vörösbarna zóna éles határral érintkezik a bazalttal (lásd. 4. mikrofotografia). Makroskopice az érintkezésnél a bazalt nem jelez semmiféle elváltozást, mikroszkóp alatt vizsgálva azonban azt látjuk, hogy az érintkezésnél a bazalt fluidális szerkezetű lesz és az ott felhalmozott labradorlécek mintegy körülfolyják a zárványt. Azonkívül a határokon hiányzik a bazaltból az augit, mely egyébként ennek a bazaltnak oly gyakori elegyrésze.

Kémiai és genetikai megfigyelések.

Az eruptív kőzetekben található zárványokat LACROIX (1) tanulmányozta részletesen és azokat két nagy csoportba osztotta:

1. *d'enclaves homogènes*-név alatt csoportosította azokat a zárványokat, melyek a magmából különültek el, tehát őskiválások a magmában. A zárványoknak ezt a típusát *endogén* zárványoknak is nevezik.

2. *d'enclaves énallogènes*-név alatt LACROIX azokat a zárványokat csoportosította, melyek úgy kerültek bele a magmába, tehát idegen ásvány- vagy kőzetanyagok. Ezt a zárványtípust

exogén zárványok neve alatt is összefoglalják. A zárványoknak ez a rendszerezése ma általánosan elfogadott.

A bazaltjászpisz az enallogén zárványok csoportjába tartozik. Bazaltjászpisznak nevezik azokat a zárványokat, melyek a magmába került és ott átalakult agyag-agyagpala- és márgadarabokból keletkeztek. (3) Ezek a zárványok tömör, teljesen egynemű, kagylóstörésű, majdnem obszidián-szerű kőzetek. A bazaltjászpisz nevet Reuss A. E.[1] adta e zárványoknak, mert nagyon hasonlítottak a csehországi megégetett szénagyagokhoz, melyeket a bányászok «porcellánjászpisznak» neveztek.

Külső megjelenés, sajátság tekintetében annyira közel állanak a bazaltjászpiszokhoz az ú. n. *buchit*-ok, hogy sokszor nehéz őket egymástól rátekintésre megkülönböztetni. A homokkövek, kvarcitok és más kvarcos kőzetek magmába olvadása és átalakulása által keletkezett zárványokat nevezik buchitoknak. A bazaltjászpiszok és buchitok között mindenféle átmenet megvan, ami érthető, hiszen az eredeti kőzeteik: agyagok és homokok között sincs éles határ.

Ásványos összetétel szempontjából sem találunk éles határt a két zárványtípus között. A bazaltjászpiszokra nézve jellemző, hogy azoknak egyik legfontosabb elegyrésze a cordierit, mely belőlük sohasem hiányzik, azonban előfordulhat a buchitokban is, igaz, hogy csak mint járulékos elegyrész, mert ezekben a kvarc és tridimit a fő ásványos elegyrészek.

A sághegyi bazaltjászpisz eredete is agyagos kőzetre vezethető vissza, mely a bazalt kitörésekor került a lávába és ott átalakult. Tekintve, hogy a Sághegyet környező síkság, sőt magának a Sághegynek alsó, bazális része is pontusi korú agyag-, homok- és apró kavicsrétegekből épült fel, a feltörő lávába igen könnyen belekerülhetett ezeknek a laza kőzetrétegeknek az anyaga.

Hogy ebben az esetben agyag olvadt a lávába, azt bizonyítja a bazaltjászpisz kémiai összetétele, mely nagyon közel áll az agyagok összetételéhez (lásd I. táblázatot). Bizonyítja továbbá a bazaltjászpisz ásványos összetétele is: cordierit, -üveg, -magnetit. Ha homok vagy homokkő olvadt volna a lávába, akkor a belőlük

[1] Reuss A. E.: Geognostische Skizzen aus Böhmen I.

I. táblázat.

	1	2	3	4	5
	Sághegyi bazalt-jászpisz % Elemezte: Dr. Endrédy E.	Vörösbarna zóna % Elemezte: Dr. Endrédy E.	Sághegyi bazalt % Elemezte: Dr. Horváth B.	Agyagok középértéke % Becke F. után (5)	36 különböző korú agyagpala középértéke % Becke F. után (5)
SiO_2	61·89	58·52	47·34	60·15	60·64
TiO_2	0·35	0·76	2·39	—	—
Al_2O_3	22·55	20·77	15·07	17·21	18·04
Fe_2O_3	—	4·79	3·74	4·04	2·25
FeO	4·95	—	6·57	2·90	3·66
MgO	2·87	1·54	8·83	2·32	2·60
CaO	0·20	1·30	10·03	1·41	1·54
K_2O	3·03	4·89	2·22	3·60	3·69
Na_2O	2·87	5·01	3·30	1·01	1·19
P_2O_5	—	—	0·18	—	—
MnO	—	—	0·12	—	—
H_2O^{-110}	2·20	0·57	0·15	—	—
H_2O^{+110}		1·49	0·64	—	—
	100·85	99·64	100·58		
	fajsúly = 2·427		fajsúly = 2·916		

keletkezett zárványokban a kvarcot és tridimitet találnók meg lényeges elegyrész gyanánt, mint azt Hibsch (3) és Cornu (4) vizsgálatai bizonyítják. Hibsch és Cornu a Cseh-Középhegység eruptív kőzeteinek különféle zárványait tanulmányozták, és kimutatták, hogyha homok, homokkő olvad a lávába, akkor a keletkezett zárványból a cordierit vagy teljesen hiányzott, vagy csak csekély mennyiségben, mint járulékos elegyrész volt jelen. Cornu (4) szerint ebben az esetben a cordieritképződéshez szükséges MgO a lávából került a zárványba, — Cornu ez utóbbi megállapításával szemben azonban Brauns (6) újabb vizsgálataira kell hivatkoznom, aki az

Eifel-hegység vulkános kőzeteinek a zárványait vizsgálta és a cordierittartalmú zárványoknál a cordierit keletkezését is tanulmányozta. Brauns kimutatta, hogy a cordierit a beolvadt kőzetben levő biotitból, annak anyaga rovására is keletkezhetett. Tekintve, hogy a homokok, homokköveknek a csillámok gyakori és közönséges elegyrészei, tehát a magmába olvadt homokok és homokkőzárvány is tartalmazhat cordieritet, a nélkül, hogy ennek képződéséhez a magmából anyagot vett volna fel.

Hibsch és Cornu vizsgálatai kimutatták, hogyha agyag vagy agyagos kőzet olvadt bele a lávába, akkor a keletkezett zárványból a cordierit sohasem hiányzott, sőt annak lényeges elegyrésze volt.

Ha most azt vizsgáljuk, milyen átalakulást szenvedett a sághegyi bazaltlávába került agyag, akkor megállapíthatjuk, hogy ez az egész agyagdarabra nézve nem ment egyformán végbe. Így az agyagzárvány belső magja csak a bazaltmagma melegétől szenvedett átalakulást, de abból semmiféle anyagot nem vett fel, annak anyagával sem keveredett; ez a része tehát csak pyrometamorf hatást szenvedett, aminek következtében maga a bazaltjászpisz keletkezett. Ezt bizonyítja különben a bazaltjászpisz kémiai összetétele is, mely megegyezik az agyagok összetételével (lásd I. táblázatot).

Ellenben az agyagzárvány külső része valószínűleg beleolvadt a lávába, anyaguk keveredett és közöttük különféle kémiai átalakulások mentek végbe, melyek eredményeképpen a bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna kristályos zóna keletkezett.

A bazaltlávának ez a hatása, illetve a keveredés által létrejött kémiai átalakulások nemcsak az agyag összetételét változtatták meg, hanem magában a bazaltmagmában is némi differenciálódást hoztak létre, — de csak közvetlen a zárvány közelében — amit bizonyít az a megfigyelés, hogy itt az augit teljesen, a magnetit részben hiányzik. A kőzet e részen csak plagioklász és kevés olivinből áll.

A bazaltlávába olvadt agyag és láva között végbement reakciók és a keletkezett metamorf kőzet természetére nézve az I. táblázatban közölt kémiai elemzések adnak felvilágosítást, ahol a bazaltjászpisz, azt körülvevő vörösbarna zóna[1] és bazalt analízisét

[1] A bazaltjászpiszt körülvevő zóna analízisét is dr. Endrédy Endre úr volt szíves elvégezni, amiért e helyt is fogadja hálás köszönetem.

foglaltam össze, hozzácsatolva összehasonlításul az agyag és agyagpalák középértékeit.

Összehasonlítva ezeket az elemzéseket, megállapíthatjuk, amit fentebb már említettem is, hogy a bazaltjászpisz összetétele nagyon közel áll az agyagok és agyagpalák összetételéhez. A vörösbarna zónában különösen a CaO, K_2O és Na_2O gyarapodását látjuk, és valószínű, hogy ezek az anyagok a bazaltmagmából vándoroltak be.

Calciumnak és alkáliáknak a vörösbarna zónába való bevándorlását a mikroszkópos vizsgálat is megerősíti, mert, mint láttuk, ott a földpátok vannak gazdagon képviselve, míg a bazaltjászpiszból azok teljesen hiányoznak.

A vörösbarna zónában a SiO_2 és Al_2O_3 tartalom a bazaltjászpiszhoz viszonyítva csökkent, ami azt bizonyítja, hogy az agyagnak ebből a részéből ezek az anyagok a bazaltba vándoroltak. A mikroszkópos vizsgálat ezt is megerősíti, amennyiben közvetlenül a zóna körül a bazaltból hiányzik az augit, ellenben a földpáttartalom növekedett (lásd 4. mikrofotografiát). A SiO_2 és Al_2O_3 fölvétele által az összes maradék-kálcium és alkáliák plagioklász által lettek lekötve.

A sághegyi bazaltjászpisz vizsgálatával kapcsolatban összehasonlítás kedvéért összegyüjtöttem a szakirodalomban a bazaltjászpiszra vonatkozó adatokat. Meglehetős gyakori e zárványtípus, és az irodalomban is sokszor találkozunk vele, sajnos azonban az adatok meglehetős hiányosak. Pontos kőzettani leírás ritka, de még ritkábban találunk kémiai elemzést róluk. Azonkívül a régibb szakirodalom a két zárványtípust, a bazaltjászpiszt és buchitokat nem különíti el egymástól és rendesen az utóbbi neve alatt szól róluk, ami meglehetős nehézséget okoz a talált adatok elbírálásánál.

A legrégibb adatokat J. Lemberg (8)-től találtam, aki a Böhmische-Mittelgebirge-ből a Poratsch-hegyi bazalt zárványait vizsgálta kémiai összetétel, illetve mállás szempontjából, és azokat «buchitok» neve alatt közölte. Hibsch (7) és Cornu (4) kimutatták, hogy e zárványok egy része bazaltjászpisz.

Ezeket és az újabb irodalomban talált bazaltjászpisz-elemzések közül az alábbi megbízhatókat a II. táblázatba gyüjtöttem össze.

II. táblázat.

Bazaltjászpisz-elemzések.

	6	7	8	9	10	1
	%	%	%	%	%	%
SiO_2	69·36	72·40	63·27	49·15	71·65	61·89
Al_2O_3	17·36	15·91	20·06	31·84	14·98	22·55
Fe_2O_3	5·04	4·96	3·51	2·88	2·38	—
FeO	—	—	—	11·49		4·95
CaO	0·59	0·42	0·70	4·30	1·28	0·20
MgO	1·16	1·06	1·18	0·55	1·80	2·81
K_2O	1·98	2·36	0·28	—	1·25	3·03
Na_2O	0·75	0·53	0·15	—	nyomokban	2·87
H_2O	3·12	2·66	9·31	0·06	4·08	2·20
	$C=0·50$	—	—	—	$P_2O_5=2·36$	$TiO_2=0·35$
	99·86	100·30	98·41	100·27	99·78	100·85
				fajs.=2·650 (18 C°)		fajs.=2·427 (4 C°)

III. táblázat.

Buchit-elemzések.

	11	12	13	14	15	16	17
	%	%	%	%	%	%	%
SiO_2	79·15	78·84	83·97	88·89	80·26	78·84	77·58
Al_2O_3	9·35	9·48	6·03	3·80	7·79	7·87	9·46
Fe_2O_3	1·24	1·37	0·86	0·80	0·90	1·15	1·14
CaO	0·35	0·44	0·31	0·35	0·35	0·43	0·31
MgO	1·12	1·58	1·18	1·14	1·59	3·29	1·80
K_2O	3·63	3·21	1·14	1·65	2·73	3·42	4·68
Na_2O	1·05	0·96	0·24	0·35	0·60	0·46	0·68
H_2O	3·35	4·27	5·83	3·0	5·11	3·85	2·97
	99·24	100·15	99·56	100·00	99·33	99·31	98·62

III. táblázat.

	18	19	20
	%	%	%
SiO_2	78·66	84·86	95·25
TiO_2	0·25	0·41	—
Al_2O_3	4·78	5·96	2·24
Fe_2O_3	1·08	1·39	
FeO	0·30	0·84	—
MnO	1·17	0·52	—
CaO	5·52	1·05	0·20
MgO	nyomok	nyomok	0·20
BaO	0·05	0·01	—
K_2O	1·32	1·16	0·52
Na_2O	0·45	0·76	0·10
H_2O	1·33	1·47	0·46
P_2O_5	0·08	0·06	—
CO_2	5·04	1·01	0·37
SO_3	0·07	0·09	—
	100·41	99·86	100·35

IV. táblázat.

Becke-féle Si—U—L-értékek.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Si	57·9	55·2	45·2	61·7	61·0	73·7	71·6	68·2	47·2	72·5
U	32·7	28·4	36·3	31·0	30·2	27·7	23·8	30·2	48·3	24·4
L	9·1	16·2	18·4	8·3	8·8	4·9	4·4	1·5	4·4	3·0
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Si	79·2	78·9	87·7	89·9	82·2	79·1	77·6	82·9	86·4	96·0
U	13·6	14·6	9·9	6·8	12·5	15·1	14·7	8·1	9·3	2·9
L	7·0	6·4	2·3	3·2	5·1	5·7	7·6	8·9	4·1	1·1

Poratsch-hegyi bazaltból, Bilintől északra. J. LEMBERG. (8)

6. Feketeszínű finom szövetű, tömör, fényes törési felületű bazaltjászpisz (buchit J. LEMBERG szerint).

7. Feketeszínű, finom, tömör szövetű, fényes törési felületű bazaltjászpisz (buchit J. LEMBERG szerint).

8. Sötét ibolyaszínű bazaltjászpisz (buchit J. LEMBERG szerint).

9. Feketés sötétibolya színű, obszidiánszerű bazaltjászpisz É. Celebeszről (elegyrészei: cordierit, pleonast, diposid, ilmenit, üveg). BÜCKING H. (9)

10. Bazaltjászpisz Stempelről, Marburg mellett. BAUER M. (10)

A *buchitok*-ról sok leírás található az újabb irodalomban is, de annál kevesebb a kémiai elemzés. Ezekre vonatkozólag csak LEMBERG J.$_2$ adatait használhattam fel és foglaltam a III. táblázatba össze, ahova összehasonlítás céljából ugyancsak belevettem a homokkövek középértékeit és egy típusos kvarcit elemzését.

11. Sötétszürke, fényestörésű buchit az oberellenbachi bazaltból Rothenburgnál, Hessen. (elemezte LEMBERG J. (8))

12. Sötétszürke, fényestörésű buchit. Ibidem. Elemezte: LEMBERG J.

13. Sárgásszürke, fényestörésű buchit. Ibidem. Elemezte: LEMBERG J.

14. Fényestörésű buchit. Ibidem. Elemezte: LEMBERG J.

15. Fényestörésű buchit. Ibidem. Elemezte: LEMBERG J.

16. Barna matt törésű buchit, a Stoppelskuppe-i (Eisenach mellett) bazaltból. Elemezte: LEMBERG J. (8)

17. Barna matt törésű buchit. Ibidem. Elemezte: LEMBERG J.

18. 253 típusos homokkő középértéke. ROSENBUSCH után. (11)

19. 371 típusos építő homokkő középértéke. ROSENBUSCH után. (11)

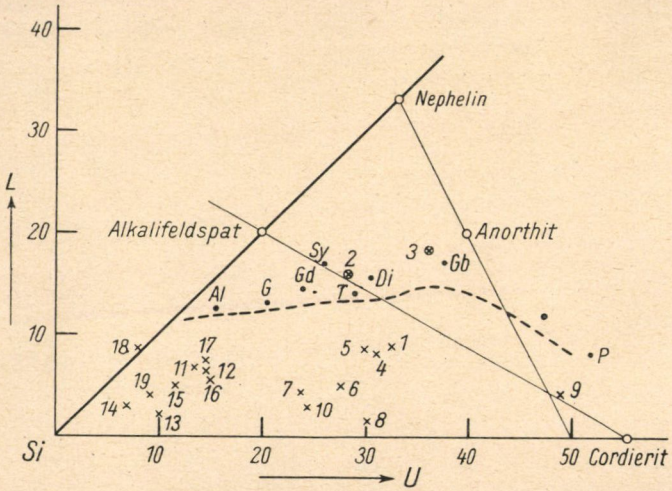
20. Culmquarcit. Harz. BECKE után. (5)

A bazaltjászpisz és buchit elemzéseknek felhasználásával a következő kérdésekre igyekeztem feleletet kapni:

1. Lehet-e következtetni ezekből az elemzésekből arra, hogy milyen természetű volt az a kőzet, melynek magmábaolvadásából ezek a zárványok keletkeztek?

2. Ugyancsak megállapítható-e, hogy a bazaltjászpiszok agyagos kőzetekből, míg a buchitok homokkövekből alakultak át?

E kérdésekre Becke F. (5) által ajánlott és a kristályos paláknál használt módszer alkalmazásával igyekeztem feleletet kapni, a *Si-U-L értékek* felhasználásával és projiciálásával. A bazaltjász-



2. ábra. A bazaltjászpiszok (1—10) és buchitok (11—17) analízispontjainak projekciója a *Si—U—L* háromszögben. Összehasonlításért projiciáltam az agyagok és az agyagpalák (4—5), a homokkövek (18—19) átlag analízispontjait, továbbá egy Culm-kvarcit analízispontját (20). Ugyancsak projiciáltam a főbb eruptív kőzettípusok középértékanalízispontjait Becke után (5). *Al* = alaskit, *G* = gránit, *Gd* = gránodiorit, *Sy* = szienit, *T* = kvarcdiorit, *Di* = diorit, *Gb* = gabbró, *P* = peridotit. ---- eruptív és üledékes kőzetek közötti határvonal.

piszok, valamint buchitok analíziseiből kiszámított Si-U-L értékeket Becke által ajánlott háromszögprojekcióban ábrázoltam (lásd 2. ábra). Ugyancsak belevittem a különféle eruptív kőzettípusok analízispontjait is, (5) miáltal megkaptam a projekcióban az eruptív és üledékes kőzetek zónáját. Ebből a háromszögprojek-

cióból láthatjuk, hogy úgy a bazaltjászpiszok, mint a buchitok analízispontjai jóval az eruptív kőzetek határa alatt, tehát az üledékes kőzetek területére jutnak, ami bizonyítja azt, hogy e két zárványtípus üledékes kőzetekből alakult át.

A bazaltjászpiszok analízispontjai — az É.-Celebeszi kivétellel — az üledékes mezőben, meglehetős zárt területen helyezkednek el, mégpedig az agyag és agyagpala középértékek körül. Ezáltal a bazaltjászpiszoknak agyagos kőzetből való keletkezése is megerősítést nyert.

A közölt buchitok analyzispontjai a projekció más helyén, a homokkövek középértékei körül különültek el, közel a háromszög *Si* pontjához, ami azoknak homokkövekből való keletkezését bizonyítja.

A sághegyi bazaltjászpisz analízispontja az agyag középérték közelében foglal helyet, ami eredetét kétségtelenül bizonyítja, míg a bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna zóna analízispontja a projekcióban a bazaltjászpisz és a sághegyi normális bazalt analízispontjai között foglal helyet, már az eruptív mezőben, mégpedig a cordierit és alkáli-földpátok analízispontjait összekötő vonalon, de eltolódva az alkáli-földpátok felé. Helyzete megerősíti a mikroszkópos megállapításokat, mert, mint láttuk, a vörösbarna zónának főásványai különféle földpátok és azok között is túlsúlyban az alkáli-földpátok (káliföldpát és pertit) voltak, ellenben a cordierit jóval kevesebb, sőt csak az I. zónában, a bazaltjászpisz felé eső részben található.

Összefoglalás.

Kékesszürke, teljesen tömör, homogén bazaltjászpiszt sugaras elrendezésű, látszólag prizmás kristályok halmazából álló, vörösbarnaszínű zóna veszi körül. A bazaltjászpisz és azt körülvevő zóna ásványos összetétel tekintetében különböznek egymástól. A bazaltjászpiszt a következő ásványok építik fel: sok színtelen cordieritkristály, melyek színtelen, ritkán barnásszínű üveganyagba vannak beágyazva. A cordierit és az üveganyag is magnetitszemecskékkel van telehintve. Elszórtan finom sillimanittűket is találni.

A bazaltjászpiszt körülvevő vörösbarna kristályos zóna úgy a bazalt, mint a bazaltjászpisz felé élesen határolódik. Ennek a

zónának a főásványai különféle földpátok, melyekben mint alapanyagban cordierit, biotit, spinell, sillimanit, magnetit, ilmenit szemcséi és kristályai, azonkívül sok kristallit van beágyazva. A földpát minősége, továbbá a cordierit jelenléte vagy hiánya alapján az egész zónát két részre oszthatjuk (lásd 1. ábrát). A bazaltjászpisszal szomszédos zónarészben (I.) a földpát káliföldpát, míg a bazalttal határos zónarészben pertit és plagioklász (andezin), míg a cordierit teljesen hiányzik. A káliföldpát folytatódik még ebben a zónában is, de a bazalthatár felé lassankint elmarad. Ebben a részben (II.) az előbb fölsorolt ásványokhoz még olivin, titánaugit és szerpentinszemecskék társulnak.

Kémiai elemzések segítségével kimutatható, hogy a bazaltjászpisz anyakőzete agyag volt, míg a bazaltjászpiszt körülvevő zóna az agyagnak és a bazaltmagmának anyagkicserélődéséből keletkezett.

A buchitok kémiai elemzéseinek segítségével kimutatható, hogy homokkövek magmábaolvadásából keletkeztek.

Irodalom.

1. Lacroix A.: Les enclaves des Roches Volcaniques. 1893 Macon.

2. Zirkel F.: Cordieritbildung in verglasten Sandstein. Neues Jahrbuch 1891. 109.

Zirkel F.: Mikromineralogische Mitteilungen. Neues Jahrbuch. 1872. 9.

3. Hibsch J. E.: Geolog. Karte des Böhmischen Mittelgebirges. Tschermacks Miner. petrogr. Mitteil. 27. 190.

4. Cornu F.: Beiträge zur Petrographie des Böhmischen Mittelgebirges. Tschermacks Min. petr. Mitt. 28. 1909. p. 398—400.

5. Becke F.: Chemische Analysen von krystallinen Gesteinen. Denkschr. Akad. d. Wiss. Wien, 75, 1913. p. 49—.

6. Brauns R.: Die Mineralien der Niederrheinischen Vulkangebiete. 1922. p. 128.

7. Hibsch J. E.: Geologische Karte des Böhmischen Mittelgebirges. Tschermacks Min. petr. Mitt. 27, 1908. p. 63—67.

8. Lemberg J.: Zur Kenntnis der Bildung und Umwandlung von Silikaten. Zeitschrift d. Deutschen Geolog. Ges. 35, 1883. p. 563—568.

9. Bücking H.: Cordierit von Nord-Celebes und aus dem sogenannten verglasten Sandstein Mitteldeutschlands. Ber. d. Senkenberg. Naturforsch. Ges. Frankfurt a. M. 1900.

10. Bauer M.: Der Basalt vom Stempel bei Marburg. Neues Jahrb. 1891. II. p. 230—271.

11. Rosenbusch—Osann: Elemente d. Gesteinslehre. IV. Auflage 1923.

TÁBLAMAGYARÁZAT.

1. Bazaltjászpisz. Nagyítás 230-szoros.

2. Bazaltjászpisz. + nicolok között, 230-szoros nagyítás.

3. Bazaltjászpisz és azt körülvevő zóna. A kép felső részében a bazaltjászpisz látható, melyet a mikroszkóp ekkora nagyítás mellett nem old fel. Ez alatt az I. zóna, melynek káliföldpát alapanyaga bőven telehintett magnetitszemecskékkel és egyéb mikrolitokkal, ezek az alatta levő II. zónából hiányoznak. Nagyítás 20-szoros.

4. A zárvány- és bazalthatár. A határon a bazalt labradorlécei körülfolyják a zárványt. + nicolok között. Nagyítás 40-szeres

5. Átmenet az I. és II. zóna között. A földpátalapanyagban víztiszta spinellkristályok, átlátszatlan magnetit-, ilmenitszemek és szegfűbarnán átlátszó lemezes, illetve ágszerűen elágazó ilmenitcsillám láthatók.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1932. nov. 21-én tartott üléséből.)

EINSCHLÜSSE VON BASALTJASPIS IN DEM BASALTE DES SÁG-BERGES (UNGARN).

Von L. JUGOVICS.

Tafel 1.

Deutsche Übersetzung dieser Abhandlung s. Minerologische und Petrographische Mitteilungen Bd. 44. Seite 68—82.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 21. November 1932.)

LICE NÉHÁNY ÁSVÁNYÁRÓL.[1]

TOKODY LÁSZLÓ-tól.

Jolsvától D-re Lice község határában a HEINZELMANN-bányatársulat vörösvasércet fejt. A bányászat a Somtető (Somostető) dombjain levő Viktor-bányamezőben folyik, ahol az éretömzs triászmészkőbe ágyazottan található és kitöltése vaskos vagy laza hematit, melyhez kisebb mennyiségben limonit járul.

Lice ásványairól először ZIMÁNYI KÁROLY emlékezett meg. Részletesebben a hematitot tanulmányozta és *c* (0001) szerint táblás, piramisos és romboederes habitusú kristályokon a *c* $\{0001\}$, *n* $\{22\bar{4}3\}$ és *r* $\{10\bar{1}1\}$ formákat állapította meg. Megemlíti továbbá, hogy olykor kalcit-erek és apró barit-kristálykák is előfordultak. (8, 9.)

A gyüjtött darabok között azonban nemcsak olyanok vannak, melyeken a fentemlített ásványok találhatók, de más újabb, Licéről még ismeretlen ásványok is megfigyelhetők. E darabok tanulmányozásával ZIMÁNYI KÁROLY nemzeti múzeumi igazgató úr engem bízott meg, amiért őszinte köszönetemet e helyen is kifejezni hálás kötelességem.

A részletesen megvizsgált ásványok: *halloysit*, *malachit*, *azurit*, *wad* és *psilomelán*.

A *halloysit* fordult elő a legnagyobb mennyiségben. Vaskos és likacsos tömegeket alkot. Fehér, zöldes, helyenként halványkék színű. Zöldes színét a finom eloszlású malachit, kékes színeződését az azurit okozza. Viaszfényű. Földes tapintású. Nem hasad; törése enyhén kagylós. Keménysége: 2—2·5.

---

[1] A Kir. József Műegyetem ásvány-földtani intézetében készült dolgozat.

Kémiai elemzését VAVRINECZ GÁBOR okl. vegyészmérnök úr volt szíves elvégezni, amiért neki itt is őszinte köszönetet mondok. Az elemzés adatai a következők:

	I.	II.
H_2O	26·62 %	28·45 %
CO_2	2·13	—
SiO_2	31·44	34·18
Al_2O_3	34·21	37·20
Fe_2O_3	0·07	0·08
MnO	0·08	0·09
CuO	3·88	—
CaO	1·39	—
MgO	0·27	—
Na_2O	nyomok	—
	100·09 %	100·00 %

Az I. rovat alatt felsorolt értékek az elemzés közvetlen adatai. A licei halloysitban levő $(CuOH)_2CO_3$, $CaCO_3$ és $MgCO_3$ szennyeződéseket

H_2O	0·47 %
CO_2	2·13
CuO	3·88
CaO	1·39
MgO	0·27
	8·14 %

levonva s az elemzést 100 %-ra átszámítva, tünteti fel a II. rovat.

A halloysit víztartalmára vonatkozólag megjegyezhető, hogy az anyag igen erősen nedvszívó. Az izzított, teljesen kiszárított anyag 10 perc alatt az eredetileg lemért anyag súlyára vonatkoztatva, 1·5 % súlygyarapodást mutatott, két nap alatt pedig 2·4%-ot. A víz megoszlása a következő volt:

exikátorban eltávozott	7·89 %
105° C-nál »	5·63
izzításnál »	13·10
	26·62 %

A kaolin és vele rokon ásványok elkülönítése meglehetős nehézségekbe ütközik.[1] E gél-ásványok megkülönböztetésére LE CHATELIER (4) nyomán az $Al_2O_3 : SiO_2$ arányt használhatjuk, amely a licei halloysit esetében $Al_2O_3 : SiO_2 : H_2O = 1 : 1{\cdot}56 : 4{\cdot}40$ (I), illetve $1 : 1{\cdot}56 : 4{\cdot}33$ (II).

Az $Al_2O_3 : SiO_2$ arány — LE CHATELIER szerint (4) — a halloysitra 1 : 2, az allophanra 1 : 1. Ennek alapján ásványunk átmenetet képvisel a halloysit és allophan között, azonban mégis a halloysithoz áll közelebb, amit egyéb sajátságai: keménység, törésmutató is megerősítenek.

Optikai sajátságait illetőleg a licei halloysit izotrop. Mikroszkóp alatt apró szemecskéi át nem látszók, legfeljebb áttetszők. Ha azonban erős fénytörésű folyadékokba ágyazzuk, azokat rövid idő alatt mohón felszívják s ekkor fokozatosan: először a szegélyükön, majd teljes egészükben megvilágosodnak és átlátszóvá lesznek. Törésmutatója $n = 1{\cdot}516$ (cédrusolaj). Ez az érték igen jól egyezik ERDMANNSDÖRFFER (2. p. 96—98) elbingerodi halloysiton talált adatával, $n = 1{\cdot}515$—$1{\cdot}528$, de lényegesen kisebb Ross és KERR (5. p. 61) legújabban közölt $n = 1{\cdot}553$ meghatározásánál, azonban beilleszkedik LARSEN (3. p. 172, 173, 174) $n = 1{\cdot}470$, 1·49, 1·52, 1·542, 1·555 értékei közé. Ross és KERR, valamint LARSEN által közölt törésmutatók igen közel állanak a kaolin törésmutatóihoz [$\alpha = 1{\cdot}560$, $\beta = 1{\cdot}565$, $\gamma = 1{\cdot}566$ Ross és KERR (5. p. 56), $\alpha = 1{\cdot}561$, $\beta = 1{\cdot}565$, $\gamma = 1{\cdot}567$ LARSEN (3. p. 249)], ellenben úgy a licei, mint az elbingerodi halloysit törésmutatói a kaolin és allophan [$n = 1{\cdot}47$, 1·49 LARSEN (3. p. 172, 173)] törésmutatóitól lényegesen eltérnek.

Ross és KERR (5. p. 57) szerint a röntgenologiai vizsgálatokból arra lehet következtetni, hogy a halloysit szubmikroszkópikus kristályos kaolin és a törésmutatók eltérése a halloysitnak a kaolinnál kissé magasabb víztartalmával függ össze.

A halloysit elbomló földpátos kőzetekből forró, CO_2-tartalmú víz hatására keletkezik. Az Al_2O_3 és SiO_2 az eredeti szilikátból való kilépés után szétválnak, majd a keletkező aluminiumoxi-

[1] A halloysit és rokon ásványok beható tágyalását adta SCHERF E. (6. p. 48—49., p. 54. és a német szöveg p. 37—39., p. 47.).

hidrát és kovasavhidrát kedvező egyensúlyi helyzetben halloysittá, illetve aluminiumoxihidrát—kovasavhidrát keverékgéllé alakul. A franciaországi halloysit-előfordulások a gránit bomlása és forró, CO_2-tartalmú víz hatására jöttek létre.[1] A Szepes-Gömöri Érchegység földpátos kőzeteinek bomlásából és CO_2-t tartalmazó forró vizek hatásából a licei halloysit keletkezése igen valószínű.

A halloysitot kísérő malachit és azurit, valamint wad és psilomelán nem lép fel nagyobb mennyiségben.

A *malachit* és *azurit* igen finom eloszlásban megtalálható a halloysitban s ennek halványzöldes, illetve kékes színeződését idézik elő.

A malachit elég gyakran igen apró és finom tűket (legnagyobb méretük 1 mm) alkot, melyek pamacsszerű csoportokban részben a halloysit üregeiben találhatók, részben a wadon fennőve fordulnak elő.

Az azurit többnyire csak mint színező ásvány figyelhető meg a halloysitban. Ritkábban bekérgezi a halloysitot. Olykor a wadra nőve jelenik meg. Néha kristályokban is fellép, de a kb. 1 mm nagyságú kristályok oly sűrűn nőttek össze egymással, hogy a kristályformák nem határozhatók meg.

A *wad* barnásfekete színű, fénytelen. Vaskos, olykor félgömbös és gömbös kifejlődésű. A halloysit a wadra települ. A wad néha azonban keskeny réteget is alkot a halloysitban vagy abban apró gömbök alakjában behintve fordul elő.

A *psilomelán* a félgömbös kifejlődésű wadot borítja hártyavékony kéreg alakjában. Fekete, alig fémfényű. Karca barnásfekete; sötétebb, mint a wadé. Sósavas oldatában báriumot kimutatni nem lehetett, úgyszintén kálium sem volt megállapítható. A psilomelán az általános paragenetikus módtól eltérőleg a wadra települ; általában a szukcesszió megfordított szokott lenni.

A Szepes-Gömöri Érchegység egy másik bányahelyéről: Gömör-Rákosról Melczer írt le olyan barnás-fekete színű, gömbös kifejlődésű wadot, melyet vékony psilomelán kéreg vont be (1. p. 543.). Ellenben Zimányi ugyancsak Gömör-Rákosról a Rákos-bánya keleti részében,

[1] A franciaországi halloysit-előfordulások geologiai, kőzet- és ásványtani, valamint kémiai viszonyait összefoglalóan ismerteti Scherf (6. p. 58—65, a német szöveg p. 50—58.).

a III. színten előforduló limoniton kékesfekete psilomelán papírvékony héjas gömbjeit, illetve görbült lemezeit figyelte meg, melyre barnás-szürke, fürtös-gömbös és ágas-bogas wad telepedett. (7. p. 265.). ZIMÁNYI gyüjtéséből származó darabokat a Magyar Nemzeti Múzeum ásvány-őslénytani gyüjteményében — ZSIVNY VIKTOR nemzeti múzeumi osztály-igazgató úr szívessége folytán — alkalmam volt részletesebben megvizsgálni s ezeken kétségtelenül megállapítható volt, hogy a wad a psilomelánon foglal helyet.

Az ismertetett ásványok szukcessziójá tekintve úgy látszik, hogy kiválásuk közel egy időben történt.

Irodalom.

1. EISELE G.: Gömör és Kishont törvényesen egyesült vármegyének bányászati monografiája. Selmecbánya, 1907.

2. O. H. ERDMANNSDÖRFFER: Halloysit von Elbingerode. Chemie der Erde. 1930. **5.**

3. E. S. LARSEN: The microscopic determination of the nonopaque minerals. U. S. Geol. survey. Bull. 679. Washington 1921.

4. H. LE CHATELIER: De l'action de la chaleur sur les argiles et de leur constitution. Comptes Rendus. 1887. **104.** p. 1443—1446.

H. LE CHATELIER: Über die Konstitution der Tone. Zeitschr. für phys. Chemie. 1887. **1.** p. 396—402.

5. CL. S. ROSS-P. F. KERR: The clay minerals and their identity. Journ. of sedimentary petrology. 1931. **1.**

6. SCHERF E.: Hévforrások okozta kőzetelváltozások (hidrotermális kőzetmetamorfozis) a Buda-Pilisi hegységben. Hidrol. Közlöny. 1922. **2.** — Hydrotermale Gesteinsmetamorphose im Buda-Piliser Gebirge. Hidrol. Közlöny. 1922. **2.**

7. ZIMÁNYI K.: Ásványtani közlemények. Ann. mus. nation. hung. 1913. **11.**

8. ZIMÁNYI K.: Termés réz és kristályodott hematit Gömör vármegyéből. Math. és term. tud. értesítő. 1920. **37.** p. 40—42.

9. ZIMÁNYI K.: Ásványtani közlemények a Szepes-Gömöri Érchegységből és a Délkeleti Felföldről. Ann. mus. nation. hung. 1922. **19.** p. 85—86.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

ÜBER EINIGE MINERALIEN VON LICE.

Von L. TOKODY.

Bei Lice (Komitat Gömör, Ungarn) steht ein Eisenerzbergbau in Betrieb. Die Hauptmenge des Erzes ist Hämatit, neben diesem Limonit. Das Erz liegt im Triaskalkstein.

Von Lice untersuchte K. ZIMÁNYI die Hämatitkristalle; ausser denen erwähnte er noch Calcitadern und kleine Barytkristalle.

Ich beschäftigte mich mit einigen von Lice noch nicht bekannten Mineralien. Diese sind: *Halloysit, Malachit, Azurit, Wad* und *Psilomelan.*

Der *Halloysit* ist weiss, grünlich, blasblau, erdig. Härte: 2—2·5. Die chemische Analyse wurde im ungarischen Text Seite 496. mitgeteilt. U. d. M. sind die kleinen Körner undurchsichtig, höchstens durchscheinend. Die Flüssigkeiten mit starkem Brechungsvermögen nehmen die Körner gierig auf und machen sie durchsichtig; ihr Brechungsindex ist $n = 1{\cdot}516$ (Cederöl). Der Halloysit von Lice entsteht aus den feldspatführenden Gesteinen des Szepes—Gömörer Erzgebirges durch Einwirkung von heissem, CO_2 enthaltendem Wasser.

Der *Malachit* bildet sehr feine Nadeln, welche in pimselförmigen Aggregaten teilweise in den Hohlräumen des Halloysit, teilweise auf Wad aufgewachsen vorkommen.

Der *Azurit* ist in oder auf dem Halloysit und auf dem Wad zu beobachten. Selten treten kleine Kristalle auf, diese sind so eng miteinander zusammengewachsen, dass ihre goniometrische Messung unmöglich ist. Der Malachit und Azurit gibt dem Halloysit grünliche, bzw. blauliche Farbe.

Wad ist braunlichschwarz, derb halbkugelig und kugelig.

Der Halloysit sitzt auf dem Wad, manchmal kommt aber der Wad im Halloysit eingesprengt vor.

Psilomelan hüllt den kugeligen Wad als sehr dünne Kruste um. Sein Auftreten weicht also von dem gewöhnlichen ab.

Die Ausscheidung der untersuchten Mineralien konnte in ungefähr derselben Zeit sich vollzogen haben.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1933.)

A KISCELLI AGYAGBAN FELLELT FOSSZILIS GYANTA VIZSGÁLATA.

ZECHMEISTER LÁSZLÓ l. tag, TÓTH GÉZA és KOCH SÁNDOR-tól.

(A pécsi egyetem kémiai intézetében és a Magyar Nemzeti Múzeum ásvány- és őslénytárában készült dolgozat.)

Az ajka-csingervölgyi felsőkrétakorú barnaszén-telepben előforduló *ajkait*[1] és a szintén gosaui képződményben, Szászcsóron felfedezett *telegdit*[2] kémiai feldolgozása után érdekes volt a kiscelli agyagban nagyon szórványosan előforduló fosszilis gyantát közelebbről megismerni. A ritka ásványt HARMAT ISTVÁN bányaigazgató úr találta a Nagybátony-Újlaki Egyesült Iparművek újlaki téglagyárának agyagbányájában (1932) s mintegy 0,3—0,4 grammot gyüjtött belőle a Nemzeti Múzeum részére; a vizsgálatot dr. ZSIVNY VIKTOR úr szíves felszólítása folytán végeztük.

A *geologiai viszonyok* a következők:[3] A kiscelli agyag a középső oligocén (Rupélien) emeletnek jellemző budavidéki előfordulásafacies változata. Tengerparti képződmény, melyben foraminiferadús agyagok helyenként homokosabb képződményekkel váltakoz-

---

[1] Math. Termtud. Ért. 43, 332 (1926); Ber. d. d. chem. Ges. 59, 1426 (1926).

[2] Zentralbl. f. Mineral. 1927 A. 287.

[3] A geológiai irodalom összeállítását dr. NOSZKY JENŐ úrnak köszönjük. SZABÓ JÓZSEF: Budapest geol. tekintetben. (Magy. Orv. és Termtud. 1879. vándorgyűlése.) HOFMANN KÁROLY: A buda-kovácsi hegység földtani viszonyai. (Földt. Int. Évk. 1871.) SCHAFARZIK FERENC: Budapest és Szentendre vidéke. (Magyarázatok a magyar korona országainak részletes földtani térképeihez. Földt. Int. 1902.) SCHAFARZIK—VENDL: Geológiai kirándulások Budapest környékén (1929). VENDL ALADÁR: A kiscelli agyag. (Földt. Int. Évk. 1932.)

nak. Itt-ott homokkő-padok is vannak benne. Néhol terresztrikus kifejlődésű. A gazdag faunán kívül sok belekerült növénymaradványt (levelek-ágak) is tartalmaz. Ezek közt Coniferae-ket is, melyekből a gyantát származtatni lehet. Petrografiailag VENDL A., palaeontologiailag HOFMANN K. foglalkoztak főképen vele. Az általunk vizsgált anyag homokosabb betelepülésből való.

Fizikai tulajdonságok. A gyanta a kőzethez szilárdan rögzített, szélein barna, középen világos-olivzöld, amorf, eléggé rideg, kagylós törésű anyag, szilánkjai átlátszók. Porított állapotban világossárga. Fajsúlya 1,186 (20°), keménysége (MOHS szerint) közel 2, törésmutatója n_D=1,5418 (20°). Éles olvadáspontja nincsen. A hevítésnél erősen kénhidrogén-tartalmú gázokat fejleszt (ólom-próba), ha pedig meggyujtjuk, kormozó lánggal, aromás szagot terjesztve ég el. A nehezebben oldható gyantákhoz tartozik.

Vegyelemzés. A gyanta nitrogéntől teljesen, hamutól majdnem mentes. Szén- és hidrogén-tartalmát mikro-égetéssel, kén-tartalmát CARIUS szerint, az alábbi eredménnyel határoztuk meg:

a) *Szén- és hidrogén:*

3,886 mg anyag: 12,040 mg CO_2 és 3,858 mg H_2O.
4,169 « « 12,910 « « 4,156 « «
3,760 « « 11,643 « « 3,726 « «

Talált értékek:

84,50, 84,45, 84,45 % *C*
11,11, 11,15, 11,09 % *H*.

b) *Kén-meghatározás:*

53,10 mg anyag: 14,31 mg $BaSO_4$.
58,62 « « 18,23 « «
Talált értékek: 3,70, 4,27 % *S*.

c) *Hamu:*

3,886 mg anyag: 0,010 mg hamu.
3,760 « « 0,013 « «
Talált értékek: 0,26, 0,35 % hamu.

Az analitikai adatok végeredménye a következő:

84,47 % *C*, 11,12 % *H*, 3,99 % *S*, 0,31 % hamu,
összesen: 99,89 %.

Összehasonlítás rokon ásványokkal. A fentiek szerint a borostyánkővel összehasonlítható, de tőle élesen különböző gyantaféleséggel van dolgunk. A kiscelli gyanta összetételének egyik kiemelkedő vonása a szokatlanul magas széntartalom; ez nemcsak az ajkait- és telegdité haladja meg, hanem felülmulja az előttünk ismert legtöbb fosszilis gyantáét is, melyekben a néhány évvel ezelőtt közölt táblázat szerint 78,1—81,9 % szenet találtak. Az újlaki gyanta csupán a kranzit (86,0 % *C*) és a rumänit (85,4 % *C*) mögött marad el. Kéntartalmát illetőleg a vizsgált ásvány a trinkerit-tasmanit-csoporthoz tartozik. Érdekesebb, hogy *oxigén egyáltalán nincs jelen* s hogy e tekintetben teljesen egyedül áll gyantánk az irodalomban, amelyet «*kiscellit*» névvel óhajtunk megjelölni. Az oxigén-hiány annál különösebb, mert a széndarabok belsejében, tehát különösen reduktív közegben előforduló ajkait nem kevesebb, mint 7,2—7,6 % *O*-t tartalmaz, míg az agyagban ülő kiscellit lényegében *kénezett szénhidrogén.*

A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

UNTERSUCHUNG DES IM KISCELLER TEGEL VORKOMMENDEN FOSSILEN HARZES.

Von L. ZECHMEISTER, korr. Mitglied, G. TÓTH und A. KOCH.

Im Kisceller (Kleinzeller) Tegel (mittleres Oligocen, Rupélien) von Budapest kommt als grosse Seltenheit ein fossiles Harz vor, wovon einige Decigramme von Herrn Bergwerksdirektor St. HARMAT (1932) für das Ungarische Nationalmuseum gesammelt wurden. Nachdem die Analysen von *Ajkait* (Ber. d. d. chem. Ges. **59**,1426 [1926]) und von *Telegdit* (Centralbl. f. Mineral. **1927**. A, 287) schon früher durchgeführt wurden, haben wir die Untersuchung des genannten Minerals auf Anregung von Hrn. Direktor V. ZSIVNY vorgenommen.

Das Harz ähnelt äusserlich dem Bernstein, Ajkait und Telegdit. Fest auf dem Gestein sitzendes, braun-bis grünlichgelbes, amorphes Material. Härte cca. 2 (MOHS), Spez. Gewicht 1,186 (20°), Lichtbrechungsvermögen n_D=1,5418 (20°). Die chemische Analyse ergab folgendes: völlig stickstoff- und fast asche-frei, schwefel-haltig. Gefunden im Mittel:

84,47 % *C*, 11,12 % *H*, 3,99 % *S*, 0,31 % Asche.
Summe 99,89 %.

Merkwürdig ist der hohe Kohlenstoff-Gehalt, (vgl. z. B. die Tabelle im Centralbl. f. Miner. **1927** A, S. 288) und besonders der totale Mangel an Sauerstoff. Das untersuchte Harz, für das der Name «*Kiscellit*» vorgeschlagen wird, ist unseres Wissens ein Unikum, indem es als ein *geschwefelter Kohlenwasserstoff* gelten darf.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

BERTHIERIT KISBÁNYÁRÓL.

ZSIVNY VIKTOR- és ZOMBORY LÁSZLÓ-tól.

Berthieritet Magyarországból először Löwe A. Aranyidkáról ismertetett[1] (1846), ahol «vaskosan és behintve, szárasan és rostosan ... jamesonit és antimonittal együtt»[2] fordult elő. Felsőbányán 1908 táján Krenner J. ismerte fel az ottani antimonit kristályai között. Szerinte a felsőbányai berthierit «Erősen fémfényű szürke, vagy barnásszürke szálai olykor 40 mm hosszúak is, párhuzamosan vagy sugarasan összenőtt pamacsokat alkotnak. A szálak hosszirányukban erősen rovátkoltak, síklap rajtuk nem figyelhető meg.... A berthierit sokszor bensőleg összenőtt az antimonitszálakkal, azonkívül egyéb kísérő ásványai még nagyon vékony arsenopyrit-tűk és baryttáblácskák».[3]

1933 április havában Kupás Gyula nagybányai jegyző, aki a szatmármegyei, különösen a kisbányai ásványelőfordulásokat

---

[1] Berichte über die Mitteilungen von Freunden der Naturwissenschaften in Wien; gesammelt und herausgegeben von W. Haidinger, 1 (1846-ra), 62—64, 1847.

[2] E. v. Fellenberg: Die Mineralien der ungarischen und einiger siebenbürgischen Erzlagerstätten, megj.: B. v. Cotta und E. v. Fellenberg: Die Erzlagerstätten Ungarns und Siebenbürgensben, 126 old. Ez utóbbi értekezés B. v. Cotta und H. Müller: Gangstudien etc. 4. kötetében és mint különlenyomat jelent meg (Freiberg, 1862).

[3] Krenner az ásványt a M. T. Akadémia III. oszt.-nak 1908. okt. 19-én tartott ülésén mutatta be. Nyomtatásban azonban csak a szerző halála után jelent meg idevonatkozó dolgozata: Berthierit Felsőbányáról, Mathem. és Természettud. Értesítő, **45**, 13, 1928, német kivonat loc. cit., 14; Mineralogische Mitteilungen aus Ungarn, 7. Berthierit von Felsőbánya, Centralblatt f. Mineralogie etc., Abt. A, 270—271, 1928.

évek óta figyelemmel kíséri, egy kisbányai ásványt küldött megvizsgálás végett a M. N. Múzeum ásvány-őslénytárába. Az ásvány berthieritnek bizonyult és így Kisbánya ennek az ásványnak harmadik magyarországi lelőhelye.

Kisbányán a berthieritet *Ca*-ot, *Mg*-ot, *Fe*-at és kismennyiségű *Mn*-t tartalmazó különböző összetételű karbonátok, továbbá antimonit kísérik.

A Kupás úr által a M. N. Múzeumnak ajándékozott két darab közül az egyik (leltári száma v 928) egy *Fe*-at és nagyon kevés *Mn*-t tartalmazó *Ca—Mg*-karbonátnak [I. 1.] áttetsző, kissé fehéres, gyengén gyöngyházfényű, nyerges lapú, 0·5—1·5 mm oldalélhosszú törzsromboéderei halmazából álló kéreg, mely helyenként 6 cm-nyire is kitüremkedik (e kitüremkedések nyilván üreges bekérgezési pseudomorfózák). E kéreg külsejének nagyrészét egy *Fe*-at, *Mn*-t és *Mg*-ot tartalmazó kalcitnak [I. 2.] nagyobb, körülbelül 0·5 cm oldalélhosszú, áttetsző, egyenetlen lapú $-{}^1/_2R$ kristályai, illetőleg azok halmazai borítják. E kristályok szórványosan a belső oldalon is előfordulnak. Kizárólag a kéreg belső oldalán helyenként egy *Ca*-, *Mg*- és *Mn*-tartalmú szideritnek [I. 3.] damasztfényű, átlátszatlan kérgű, barnássárga színű, olykor görbültlapú, körülbelül 1 mm-es $-{}^1/_2R$ kristályait, továbbá *Fe*-at csak nyomokban tartalmazó antimonit fényes lapú kristályrozettáit figyelhetjük meg. Az antimoniton jól kifejlődött terminális lapok nem észlelhetők. A karbonátos kéreg belső oldalához és a rajta ülő antimonithoz sok helyütt berthierittűk tapadnak. A kitüremkedett kéregrészek által közrefogott üregekbe pedig, azokat csaknem teljesen kitöltve, nagyjából sugaras elrendezésben egymással összenőtt, többé-kevésbbé finom berthierittűkből álló, lekerekített határfelületű, 6 cm hosszúságot is elérő pamacsok nyúltak be szabadon, melyek azonban jelenleg, az alapjáról (melyhez a pamacsok nőve voltak) immár lefejtett darab üregeiben szabadon feküsznek, illetőleg azokból részben ki is estek.

A másik darab (leltári száma v 912) egymással összenőtt, körülbelül 0·5—0·8 cm átmérőjű, szabálytalan karbonátgömbökből álló kéreg, melynek külsejéhez egy *Fe*-at és nagyon kevés *Mn*-t tartalmazó *Ca—Mg*-karbonát [II. 1.] (valószínűleg azonos az első darab [I. 1.] karbonátjával) áttetsző, fehéres, rosszul individuali-

zált apró romboéderes kristályainak halmazai, belső oldalán pedig ugyanezen karbonát, továbbá egy *Ca*-, *Mg*- és *Mn*-tartalmú szideritnek [II. 2.] (nyilván azonos az első darab [I. 3.] karbonátjával) barnássárga színű, egyenetlen lapú, 1 mm-nél kisebb — $^1/_2 R$ kristályai s mint ezeknél fiatalabb képződmény szabadon álló tűkben, illetőleg párhuzamosan vagy kúszán egymáshoz sűrűn nőtt tűkből álló halmazban megjelenő berthierit, nőttek. Az előbbiekben említett gömbök koncentrikus gömbzónás szerkezetűek s míg nagyobb hasadási lapokat mutató belső főtömegük *Mg*-ot és *Fe*-at, továbbá kevés *Mn*-t tartalmazó kalcit [II. 3.], addig külső burkuk, melynek felületét hypoparallel helyzetű romboéderlapcsoportok képezik, *Fe*-at és kevés *Mn*-t tartalmazó *Ca—Mg*-karbonát [II. 4.], melyben az alkotórészek viszonya kissé más lehet, mint a [II. 1.] karbonátban, melynél az előbbi, 1 : 15 higítású 1·12 *fs.*-ú sósavban valamivel könnyebben oldódik.[1] A gömböcskék tengelyében antimonittű helyezkedik el, melyet nagyon kevés *Mg*-ot és *Mn*-t tartalmazó *Fe—Ca*-karbonát [II. 5.] kissé sárgás színű kristálykái vesznek hüvely módjára körül.

A kisbányai berthierit tűi hosszirányukban rovátkoltak s erre az irányra merőlegesen igen könnyen törnek. Míg az első darabon felületük erősen fémfényű sötétszürke s csak ritkábban barnás, addig a másodikon általában barnásszínűek. A törési felületeik mindig sötétszürkék.

Ámbár szabad szemmel nem vehető észre antimonit a berthieritttűk között, mégis biztosítani kellett, hogy a fajsúly meghatározásához és a kémiai elemzéshez használandó anyag netán hozzája nőtt antimonittól tökéletesen mentes legyen. E célból a berthierit az antimonit felismerésére káliumhidroxid-oldattal, eltávolítására pedig 8·1 %-os káliumszulfhidrát-oldattal kezeltetett azon módszer szerint, melyet Loczka J. a bräunsdorfi berthierit elemzésénél követett.[2] Úgy az 1. mint a 2. darab berthieritjénél a káliumhidroxiddal való kezelésnél csak egynéhány tűcske vörösödött meg,

---

[1] Az oldódás mindkét esetben nagyon lassú volt; kendermagnagyságú darabkáknál több óra hosszat tartott.

[2] Über den Berthierit von Bräunsdorf, Zeitschr. f. Kryst. und Min., 37, 379—385, 1903.

jeléül annak, hogy az eredeti anyag antimonittól csaknem teljesen ment volt. A fajsúly meghatározásához és a kémiai elemzéshez az 1. darab berthieritje szolgált.

A káliumszulfhidráttal kezelt és megfelelőképpen előkészített[1] anyag fajsúlya a WINKLER-féle «kis» piknométerben széntetrakloridban határoztatott meg (0·2068 g-ból).[2] Vízre vonatkoztatott fajsúlya $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 4{\cdot}652$.

A kvalitatív elemzés az *Sb*-t, *Fe*-at és a *S*-t mint főalkotórészeket s a *Mn* nyomait mutatta ki.

A finoman porított és 100° *C*-on szárított ásvány kvantitatív elemzésére vonatkozólag a következők jegyezhetők meg. Egy 0·6376 g-os részlet 4-szeres mennyiségű $KClO_3$-tal keverve, borkősav jelenlétében 1·12 fs.-ú sósavban oldatott; az *Sb* leválasztása szulfid alakban, mérése mint Sb_2O_4, a *Fe* leválasztása az *Sb*-csapadék szűrletéből mint szulfid, mérése pedig ammóniával való másodszori leválasztása után mint Fe_2O_3 történt. A *S* egyrészt az eredeti oldat aliquot részéből,[3] másrészt a porított ásvány egy másik, 0·4228 g-os részletének FRESENIUS szerint nikkeltégelyben szódával és salétrommal való összeolvasztása után, $BaSO_4$ alakjában határoztatott meg. A két meghatározás: 29·40, illetőleg 29·52 középértéke = 29·46 %.

Az elemzési eredmények:

S	29·46 %
Sb	56·06 «
Fe	13·43 «
Mn	ny.
oldhatlan	0·33 «
	99·28 %,

[1] LOCZKA: loc. cit., 384.

[2] L. W. WINKLER: Ausgewählte Untersuchungsverfahren für das chemische Laboratorium [Die chemische Analyse, 29. Bd.] (Stuttgart, 1931), 8.

[3] Ehhez a részhez hozzáadatott az anyag feloldásánál kivált *S*.

illetőleg az oldhatlan anyag levonása után 100 %-ra átszámított értékek:

	Talált		Számított	Diff.
	%	mol. viszony	%	%
S	29·78	4·000	29·99	— 0·21
Sb	56·65	2·009	56·95	— 0·30
Fe	13·57	1·049	13·06	+ 0·51
	100·00 %		100·00 %	

az $FeS.Sb_2S_3$ képletre vezetnek, mely megegyezik a másik két magyarországi berthieritével, illetőleg a berthieritnek Loczka által bizonyított [1] képletével.

Feltűnő, hogy míg az irodalom szerint

az aranyidkai berthierit fajsúlya .... 4·043 [2]
a bohutini (Přibram mellett)-é..... 3·89—3·91 [3],
a san antoniói (Alsó Kalifornia)-é.... 4·062 [4]

addig úgy a kisbányaié, mint a felsőbányaié az előbbiekével lényegben azonos kémiai összetétel mellett jóval magasabb: 4·652, illetőleg 4·622 és eléri az antimonitét: 4·515—4·656.[5]

Kétségtelen, hogy e magasabb, 4·6 körüli értékek a helyesek. Az aranyidkai és a san antonióira vonatkozó meghatározások ugyanis régiek (1847- ill. 1866-ból valók), a bohutini anyag pedig 19·76, ill. 23·31% kvarcot tartalmazott (ez az elemzési adatokból levonatott), mely a fajsúlyt csökkentette.

---

[1] Loczka: loc. cit., 384—385.

[2] Haidingers Berichte loc. cit.

[3] A. Hofmann: Sitzungsber. k. böhm. Ges. Wiss., 1897-iki évf. 2. k. Nr. XLIX, 1898.

[4] C. F. Rammelsberg: Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., 18, 244, 1866, Handbuch der Mineralchemie, 2. kiad., 2. köt., 86, 1875. A lelőhelyet Rammelsberg az idézett első közleményben Real San Antonio-, a másodikban San Antonio-nak adja meg. A «Catálogo Sistemático de las especies Minerales de México», Inst. Geol. Mexico, Bol. No. 41, 9, 1923 szerint a lelőhely San Antonio.

[5] C. Doelter: Handb. der Mineralchemie IV. Bd., 1. Hälfte, 49.

Az előbbiekben említett berthieritek elemzési adatait és fajsúlyát a következő táblázatban foglaltuk össze:

	Kisbánya (Zombory)	Felsőbánya[1] (Loczka)		Aranyidka[2] (Pettko)	Bohutin[3] (Vambera)		San Antonio[4] (Freese)
S	29·46	29·28		29·27	29·18	30·20	29·12
Sb ...	56·06	55·96		57·88	57·44	55·40	56·61
Fe ...	13·43	12·61		12·85	13·38	14·40	10·09
Mn ..	*ny.*	0·31		—	—	—	3·56
Zn ...	—	0·24	14·16	—	—	—	—
Cu ...	—	0·06		—	—	—	—
Pb ...	—	0·94		—	*ny.*	*ny.*	—
As ...	—	*ny.*		—	—	—	—
oldhatl.	0·33	0·05		—	—	—	—
	99·28%	99·44%		100·00%	100·00%	100·00%	99·38%
fajsúly	$d_{4^\circ}^{20^\circ}$	22·8°—23·8° között					
	4·65$_2$	4·622		4·043	3·89—3·91		4·062

Budapest, M. Nemzeti Múzeum ásvány-őslénytára, 1933. december.

---

[1] Krenner: loc. cit.

[2] Haidingers Berichte loc. cit.

[3] A. Hofmann: Sitzungsber. k. böhm. Ges., Wiss., 1897-iki évf. 2. k. Nr. XLIX, 1898.

[4] C. F. Rammelsberg: Zeitschr. Deutsch. Geol. Ges., 18, 244, 1866, Handbuch der Mineralchemie, 2. kiad., 2. köt., 86, 1875.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. jan. 15.-én tartott üléséből.)

BERTHIERIT VON KISBÁNYA (KOMITAT SZATMÁR).

Von VIKTOR ZSIVNY und LADISLAUS von ZOMBORY.

Die chemische Analyse des Berthierites von Kisbánya, welcher in freistehenden Nadeln und in deren (teils pinselartigen) Aggregaten, mit *Ca*-, *Mg*-, *Fe*- und wenig *Mn* in verschiedenem Verhältnisse enthaltenden Karbonaten und mit Antimonit vergesellschaftet vorkommt, ergab die chemische Formel $FeS.Sb_2S_3$. Das spezifische Gewicht $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 4{\cdot}652$. Betreffs numerischer Daten sei auf das ungarische Original verwiesen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Januar 1934.)

A CANALIS OPTICUS ÉS A FISSURA ORBITALIS SUPERIOR EGYBEOLVADÁSA.

ORSÓS FERENC lev. tagtól.

5 ábrával.

A szemgödrök képleteinek, a rostacsont és az ékcsont üregeinek kóros folyamatai között fennálló kölcsönösség már régen ismert. Az átterjedés anatómiai adottságának több alakját Ónodi [1] ismertette 1907-ben. Ónodi hívta fel u. i. a figyelmet arra, hogy a leghátulsó rostasejtek és az éköböl nyúlványai az ékcsont kisszárnyában körülövezhetik a canalis opticust és ilyenkor csak hártyavékonyságú csontlemez határolja el e mellékűregeket a canalistól.

A debreceni kórbonctani intézet eseteinek sorozata alapján az *anatómiai dispositio* egy újabb formáját óhajtom röviden ismertetni, melynek lényege az, hogy az ékcsont kisszárnyainak hátsó gyökerei előzetes üregesedés (pneumatisatio) után, vagy a nélkül, kimaródnak vagy felszívódnak és ily módon megszűnik a csontos elhatárolódás a koponyaüreg és az ékcsont öblei között.

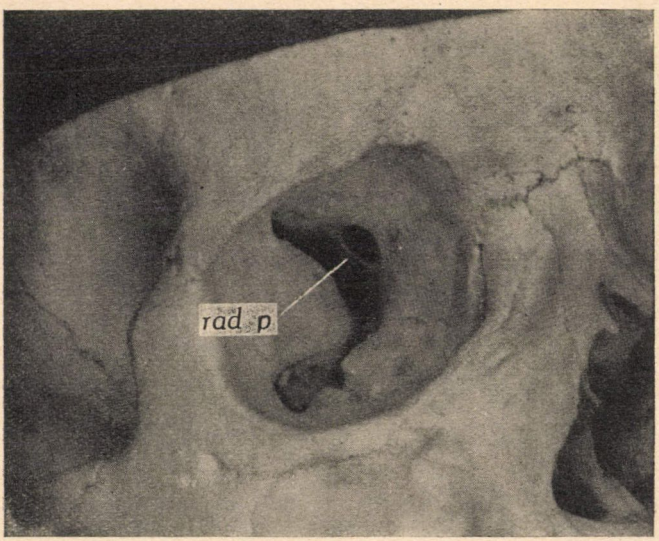
Az ékcsont hátulsó gyökerei már a chondrocraniumon képviselve vannak, alakjuk a kifejlődött koponyán is eléggé állandó. Egy-egy hátsó gyökér általábanvéve háromoldalú hasábnak felel meg, amely két vége felé kissé kiszélesedik. A hátulsó felszín nagyjában a frontális síkban fekszik és rajta a sulcus caroticus egy tányérszerű vájulatban — *fovea carotica* — végződik, amely a carotis interna kb. 90 fokos elülső ötödik görbületének felel meg. A második felszín a canalis opticus lateralis falát alkotja. A harmadik pedig a fissura orbitalis superior felé tekint.

[1] Der Sehnerv u. die Nebenhöhlen der Nase, Wien-Leipzig, 1907.

Nem éppen ritkán az egyik vagy a másik gyökér feltűnően vékony lehet.

1. eset. Törvényszéki boncolás tárgyát képező 20 éves férfi (H. M., 1924. IX. 10.). A jobb hátsó gyökér csak cérnaszál vékonyságú, egyébként azonban teljesen síma felszínű, kimaródás nélküli (1. ábra).

2. eset. Egy morbilli szövődményeiben elhalt háromesztendős fiú (R. I., 1923. IX. 8.) koponyáján pedig az egyébként elváltozás



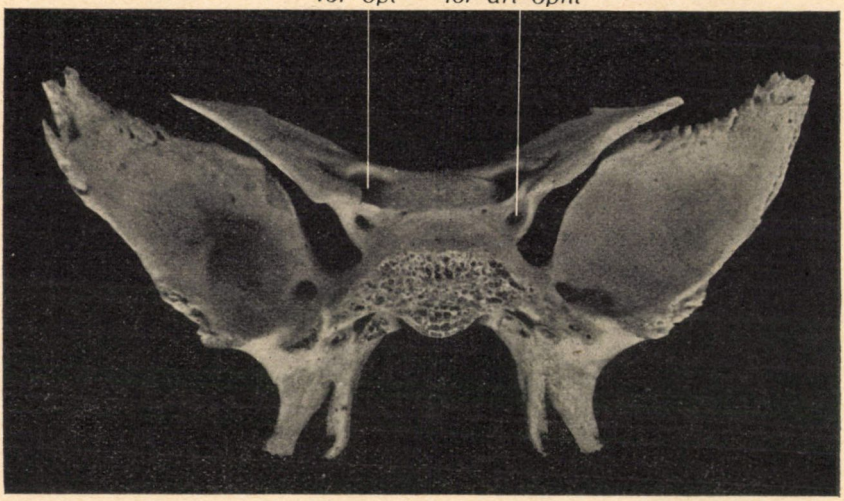
1. ábra.

nélküli jobb hátsó gyökér szintén csak vékony pamutszál vastagságú. A baloldali az utóbbi esetben normális méretű, de a közepén az *arteria ophthalmica* által át van fúrva.

3. eset. Egy kétéves gyermek koponyáján (I. E., III.) mind a két erősen fejlett hátsó gyökér hátsó felszíne közepén, az említett vájulat fenekén át van fúrva az art. ophthalmica által (2. ábra), vagyis az *art. ophthalmica* itt nem a canalis opticuson át lépett ki a koponyaüregből.

4. eset. (3. ábra.) Másfél éves fiúgyermeknél (T. Gy., 1933. X. 31.) mindkét hátsó gyökér pamutszál vastagságú, mint a 2.

esetben a jobboldali, és mindkét oldalon aránylag széles öböl ül a foramen opticum külső alsó negyedében, jeléül annak, hogy az art. ophthalmica voltakép a hátsó gyökéren halad keresztül, de a gyökér belső szára ki sem fejlődött, vagy nyomtalanul felszívódott. Gyüjteményünkben ezenkívül még egy foetalis és két csecsemő koponya van, melyek mindkét hátsó gyökere átfúrt, továbbá néhány olyan, melyeken az egyik vagy mindkét oldalon egy rés mélyed a kritikus helyen a hátsó gyökér medialis oldalába.



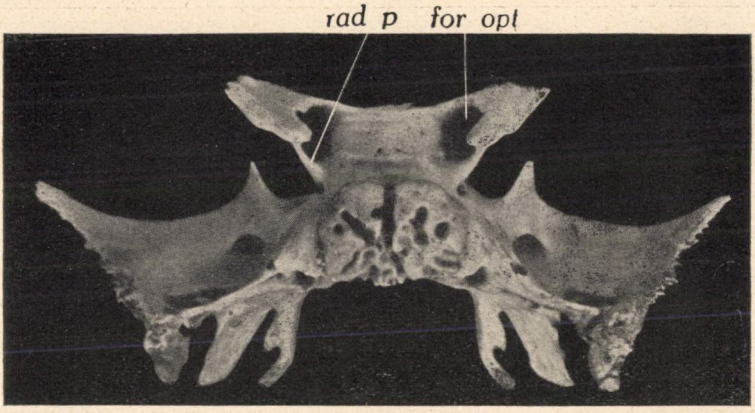
2. ábra.

5. eset. Egy 1150 gr súlyú, 37 cm hosszú elvetélt fiúmagzat (B. E., 1933. XI. 4.) koponyáján mindkét proc. clinoideus anterior vége csontos összeköttetésben áll a megfelelő proc. clinoideus medius-szal, vagyis mindkét oldalt csontos ú. n. foramen caroticum áll fenn. Ezenkívül jobboldalt az igen gyenge hátsó gyökér belső oldalán a már említett arteria-öböl foglal helyet. Az utóbbi esetben, tekintettel a foetalis korra, nagyon valószínűnek látszik, hogy a zárt foramen caroticum már a primordialis cranium-on is jelen volt. De a többi említett eltérései is a hátsó gyökereknek már oly korán mutatkoznak, hogy ezekre nézve is nagyon való-

színű a primordialis eredet. Valószínűleg előfordul ritka kivételként az egyik vagy másik hátulsó gyökér hiánya is fejlődési rendellenesség alapján.

Nyilvánvalóan kóros okokból bekövetkezett *hiánya a hátsó gyökereknek* már kevésbbé ritka. Gyüjteményünk több ilyen esettel rendelkezik. Két esetben mind a két hátulsó gyökér teljesen hiányzott.

A két eset adatai a következők: Özv. D. J.-né, 73 éves *(6. eset)*. (Diagn.: Tuberculosis pulmonum. 1923. I. 23.) A kissé poro-

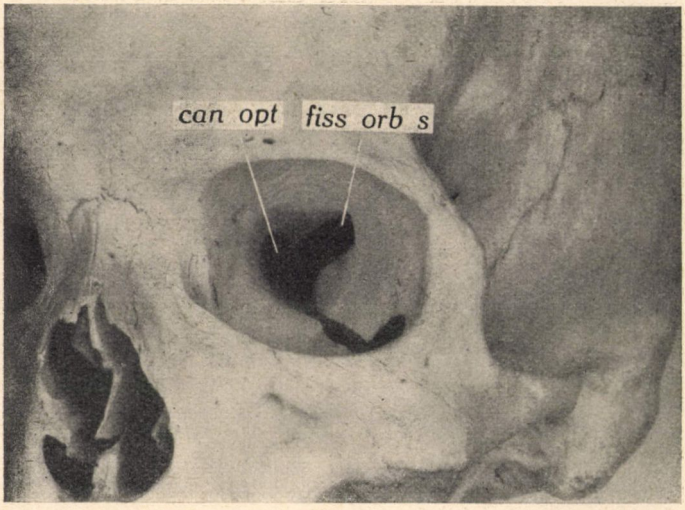


3. ábra.

tikus koponya belső lemezén több helyen felszínes kimaródás nyomai láthatók. Az ékcsont teste széles, kissé felfúvódott. A *sulcus caroticus*-ok elsimultak, a *dorsum sellae* lemaródott, mind a két hátulsó gyökér hiányzik (4. ábra). A *processus clinoideus*-ok is kimaródtak. A gyökerek alapja az ékcsont testén szivacsos csontállomány, közvetlen közlekedés az ékcsont öblével nem áll fenn.

7. eset. G. D., 82 éves férfi. (Diagn.: Spondylitis ankylopoetica. 1923. III. 20.) Az ékcsont teste terjedelmes, kissé felfúvódott. Lapos, de kiszélesedő *hypophysis* vájulat. Kissé oldalra csúszott, gyengén kifejezett *sulcus caroticus*-ok. A jobboldali hátsó gyökér (5. ábra *A*) felszívódott, de alapjának helye az ékcsonton és a *processus clinoideus*-on finoman érdes. A baloldali gyökér (5. ábra *B*) szintén teljesen hiányzik, sőt a *processus clinoideus*

vége is. A gyökerek alapja az ékcsonton szivacsos csontállomány, tehát a gyökerek ez esetben nem voltak légtartalmúak. Kétségtelen, hogy az utóbbi két esetben a hátsó gyökerek felszívódása magasabb korban és kóros folyamat folytán jött létre. A D. J.-né esetében idült aggsági keményburokgyulladás volt a felszívódás oka. A második esetben általános, részben productiv, részben resorbtiv csonthártyafolyamat állott fenn, bizonyára ennek tudható be a két gyökér felszívódása is. Hogy a látóideg részéről kóros tünetek fennállottak-e, nem volt tisztázható, minthogy mind



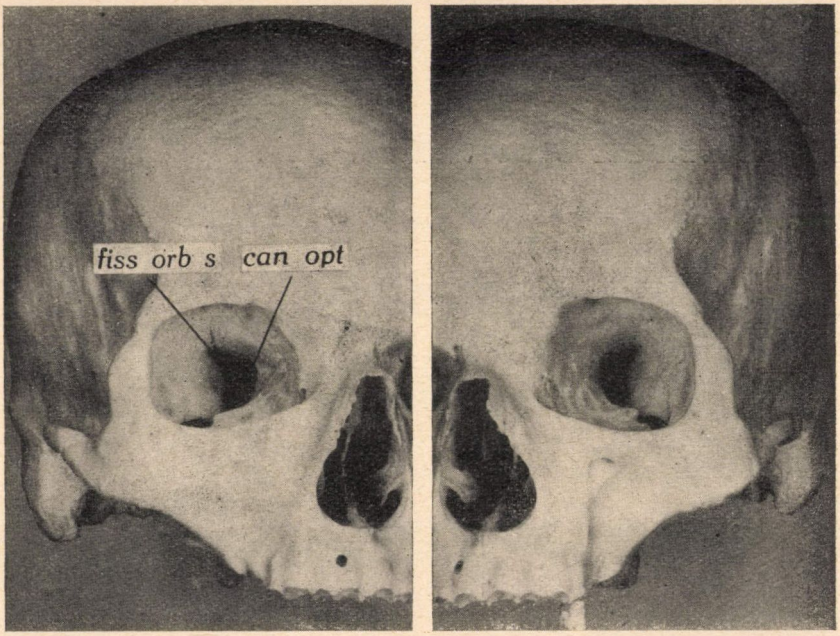
4. ábra.

a két eset a szegényházból származott és ott feljegyzések nem vezettettek.

A többi idevágó eseteinkben nem hiányzott mind a két hátsó gyökér teljesen, csak az egyik vagy a másik, vagy pedig csak a gyökérfelszívódásnak előjelei voltak felismerhetők. Az enyhébb elváltozásokat is érinteni óhajtom, minthogy fényt vetnek a gyökerek eltűnésének pathogenesisére. Két alak különböztethető meg itt is. Az egyiknél a kisszárny hátsó gyökerein isolált, vagy pedig általános, többé-kevésbbé az egész koponyára kiterjedő *porosis* észlelhető. Ilyen eset három van gyüjteményünkben.

8. eset. Özv. B. L.-né, 41 éves. (Diagn.: Dementia paralytica progressiva. 1923. VII. 3.) Jól kifejezett *sulcus caroticus*-ok, melyek erősen bemélyednek a hátsó gyökökbe. Az utóbbiak igen vékonyak, csontállományuk szinte áttűnő és finoman érdes. Ezen esetben az idült kemény- és lágyburokgyulladás játszott szerepet.

9. eset. D. R., 56 éves férfi. (Diagn.: Arteriosclerosis universalis. 1925. V. 14.) A hátsó gyökök középvastagok, de horzsakő-



5. ábra.

szerűleg likacsosak. A likacsok a mélyben közlekednek egymással, úgyhogy a gyökereken keresztül lehet látni. Az éköblökkel azonban közlekedés nem áll fenn. A gyökerek felritkulása ez esetben általános korai osteoporosisszal állott kapcsolatban, amely arteriosclerotikus alapon jött létre. A porosisnak pneumatisatio nélküli még súlyosabb fokát is észleltük egy két és féléves *rachitikus* és *paedatrophiás* gyermeknél *(10. eset)*. Itt mindkét hátulsó gyökér körkörösen kimaródott volt. A baloldali középső részében már

teljesen át is maródott, vagyis részben hiányzott. A kimaródás symmetriásan mindkét oldalt reáterjed a kisszárny elülső gyökerének szemgödri felszínére is. Minthogy a koponya egészben maceráltatott, sajnos, a kórfolyamat közelebbi természete ismeretlen. Valószínű azonban, hogy a megállapított *rachitikus* eredetű *pachymeningitis* chronica okozta a gyökerek arrosióját is.

Egy másik csoportjában az eseteknek az *ékcsont öblei* folytatólagosan *beterjedtek a hátsó gyökerekbe*, vagyis ezek is *pneumatizálódtak*. Magasabb korú egyéneknél nem ritka e jelenség.

11. eset. Egy 61 éves, endometritis tuberculosában és arteriosclerosisban elhúnyt egyénnél (Sz. J.-né, 1923. V. 9.) a széles hátsó gyökök egész kiterjedésükben üregesek. Egy másik, ugyancsak tuberculosisban és arteriosclerosisban elhalt 64 éves egyénnél (*12. eset*, M. M., 1924. XII. 30.) az éköblök nyúlványa az igen széles, vastag hátsó gyökereknek csak a közepéig terjed be.

Az éköblöknek a hátsó gyökerekbe való beterjedése valószínűleg már a középkorban megindul, de az aggkorban éri el teljes kifejlődését. Az ilyen gyökerek különösen hajlamosak a defectus-képződésre, amit már az is bizonyít, hogy gyüjteményünkben hat ilyen eset van.

Az egyik fiatalkori, *13. eset*ünk egy 20 éves egyénre vonatkozik (Sz. Eszter, 1931. II. 9.), aki otogen meningitisben pusztult el. Ezen leánynál a bal alsó végtag merevedett contracturája állott fenn a végtag izomzatának teljes sorvadásával. A contractura a hároméves korban elszenvedett esésre vezettetett vissza. Az agy homloklebenyei részben porenkephaliásak voltak. A homlokpikkely ennek megfelelően megvastagodott, a mellüregek pedig, különösen a homloköblök, igen nagy mértékben megnagyobbodottak voltak. Az elülső koponyagödör feltűnően megkisebbedett, az igen nagy mértékben kitágult homloköblök a szemgödörtetőben az ékcsonti kisszárnyak elülső széléig terjednek. Az orrlabyrinthusok hátsó sejtjei is benyomultak az orbita tetejébe. Az ékcsont teste felpuffadt, az éköblök megnagyobbodottak és szélesen folytatódnak az ékcsont testének nyúlványaiba is. A hátsó gyökerek szélesek, vastagok, pneumatizálódtak. A bal gyökér hátulsó felszínén a carotis-vájulatban egy kendermagnyi kerekded, síma szélű nyílás van, mely az öbölnek a gyökérben helyetfoglaló nyúlványába vezet.

Egy további, *14. eset:* P. I.-né, 54 éves. (Diagn.: Cc. mammae, csontmetastasisokkal. Arteriosclerosis. 1925. I. 7.) Az ékcsont teste itt általában normális, de öblei nagyok és beterjednek a nyúlványokba is; a sulcus caroticus-ok erősen kifejezettek. A hátsó gyökerek szélesek, erősen fejlődöttek, de faluk áttűnő vékonyságú. A bal hátsó gyökér carotis-vájulatában egy borsszemnél nagyobb kerekded lyuk van, mely a sinus folytatásába nyílik. A jobboldali hátsó gyökér szintén üreges és a sulcus caroticus két oldalán itt is egy-egy pontszerű nyílás van, melyen át a vékony kutasz a sinus nyúlványába vezethető.

Hasonló a következő *15. eset:* E. Gy., 69 éves. (Diagn.: Emphysema pulmonum, arteriosclerosis. 1922. X. 7.) Az ékcsont teste kétoldalt kiszélesedett, kissé felfúvódott. A két sinus sphenoidalis terjedelmes és beterjed a nagyszárnyak tövébe is, továbbá a röpnyúlványokba mintegy 2 cm mélységig. A kisszárnyak hátsó gyökerén jól kifejezett carotis-vájulat. A baloldali vájulatban egy borsszemnagyságú, tojásdad, símaszélű lyuk van, mely a bal gyökér belsejét elfoglaló öbölnyúlványba vezet. A gyökér öble oldalt beleterjed az aránylag vastag kisszárny élébe is, az orrlabyrinthus leghátulsó sejtjeitől azonban vékony csontlemez választja el, tehát közlekedés köztük nem áll fenn.

16. eset. G. L., 71 éves férfi. (Diagn.: Tuberculosis pulmonum, arteriosclerosis universalis.) A hátsó gyökerek szélesek, vastagok és pneumatizálódottak. A baloldali a hátsó felszíne alapján likacsos. A likacsok közlekednek a gyökben ülő sinusnyúlványnyal. A jobb gyökér hasonló, de likacsai a fissura orbitalis felé tekintenek.

17. eset. Zs. J., 80 éves férfi. (1927. I. 14.) A hypophysis árka erősen kifejezett, a hátsó gyökerek hátsó felszínén mély carotisgödrök. A jobb hátsó gyökér felszívódófélben van, középen már anyaghiányos, de nem pneumatizált. A bal gyökér carotis-mélyedésében kendermagnyi lyuk látható, mely a sinusnyúlványba vezet.

18. eset. Végül egy 96 éves egyénnél (V. A.-né, diagn.: nephritis chronica, arteriosclerosis. 1931. I. 24.) a széles hátulsó gyökerek hátsó felszínén a jól kifejezett carotis-gödrökben mindkét oldalt 1—2 finom likacs van, amelyek a gyökérbe terjedő öböl-

nyúlványba vezetnek. A jobboldalon az egyik likacs mákszemnyi. r otisok fala annyira elmeszesedett, hogy azok mint merev e sfalú csövek még a maceratio után is helyükön maradtak a canalisokban és sulcusokban.

Az utóbbi csoportban, mint látjuk, az első esetet kivéve, öreg egyének szerepelnek, úgyszólván mindegyiknél arteriosclerosis állott fenn, és az utolsó esetet kivéve, ahol a defectusképződés kétoldali volt, a körülbelül kendermag-borsszemnyi *defectus mindig a bal gyökéren ült*, mégpedig a carotisnak megfelelő vájulat közepében. A lyuk minden esetben a gyökerekbe folytatódó sinusnyúlványokba vezetett. A bal éköböl itt tehát nem volt csontosan elválasztva a koponyaüregtől. Symptomákat ez a közlekedés a legtöbb esetben valószínűleg nem okoz, mert a lágyrészek (öbölnyákhártya, keményburok) is elég védelmet biztosíthatnak. De viszont, ha a melléküregekben gyulladásos folyamat lép fel, úgy ilyen esetben nagyon kevés akadállyal találkozik a fertőzés a koponyaüreg felé való terjedésében. Elsősorban a nervus opticus esik itt a fertőzés beterjedésének útjába és ezen már nagyon korán mutatkozhatnak tünetek. Hogy a fertőzés, illetve a mikroorganismusok ilyen esetben átterjedhetnek a lágyburokra, erről meggyőződést szereztünk meningitis purulentában elpusztult csecsemők koponyaalapjainak sorozatos metszetein, melyekben a bacteriumok útja a garatmandola és az agyalap lágyburka között követhető volt.

Hogy mi az oka annak, hogy a jelen esetekben, bár többször mind a két hátulsó kisszárny-gyökér pneumatizált volt, mégis a defectus előszeretettel a balon keletkezett, erre nézve nehéz volna határozott választ adni. Valószínű, hogy a bal *carotis interna* tágabb volta játszhatik itt szerepet, ami megfelel a jobb testfél, illetve a bal agyfélteke erősebb fejlettségének.

Hasonló esetek tisztázását megnehezíti az, hogy a kisszárnyak állapotát a boncoláskor nehéz kideríteni. Csak különös óvatossággal végzett praeparatio vezethet itt célhoz. A macerált koponyákon világosan láthatjuk a csont állapotát. Itt azonban a lágyrészek ellenőrzése válik esetleg lehetetlenné. Rhinogen eredetű opticus neuritiseknél vagy meningitiseknél általában tehát különös gond fordítandó már a boncolásnál a hátsó ékcsonti gyökerek állapotára,

mert, mint láttuk, ezek kimaródása és defectusa, továbbá pneumatizálódása már a fiatalkorban is előfordul, vagyis ezen állapotok nem csupán az aggkor jelenségei.

A ZUCKERKANDL, SPEE és ÓNODI által az ékcsont testének oldalain leírt, esetleg a sulcus caroticusban előforduló apró dehiscentiákat, melyek nem ritkán érlyukaknak felelnek meg, szintén észleltem. Ezen csonthiányokra ez alkalommal nem tértem ki.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. nov. 13-án tartott üléséből.)

ÜBER DIE VERSCHMELZUNG DES CANALIS OPTICUS UND DER FISSURA ORBITALIS SUPERIOR.

Von FRANZ ORSÓS, korresp. Mitglied.

Mit 5 Abbildungen.

Auszug.

Schilderung einer neuen Form der anatomischen Disposition, welche im Wesentlichen darin besteht, dass die hinteren Wurzeln der kleinen Flügeln des Keilbeins nach vorausgegangener Pneumatisation, oder auch ohne solche arrodiert und auch resorbiert werden, was zur Aufhebung der knöchernen Abgrenzung zwischen Schädel- und Keilbeinhöhle führt. Die hinteren Keilbeinwurzeln sind schon am Chondrocranium ausgebildet und ihre Form ist auch beim Erwachsenen ziemlich konstant. Jede Wurzel entspricht im allgemeinen einem dreiseitigen Prisma, welches gegen seine beiden Enden hin breiter wird. Die hintere Fläche ist im grossen und ganzen frontal gestellt und trägt als Endigung des Sulcus caroticus eine tellerförmige Grube — *Fovea carotica*, welche der fast rechtwinkeligen 5. Krümmung der Carotis interna entspricht. Von der zweiten Fläche wird die hintere Wand des Sehnervkanals gebildet, die dritte schaut gegen die Fissura orbitalis superior.

Nicht gar selten kann eine oder beide der Wurzeln auffallend, bis zwirnfadendünn sein (Fig. 1). Die Ursache dieser Schmächtigkeit liess sich an einer grösseren Reihe von Foeten- und Neugeborenen-Schädeln klar ermitteln. Die hinteren Wurzeln sind nämlich bei einer beträchtlichen Zahl der Foeten durchbohrt (Fig. 2). In der Regel dringt durch dieses Kanälchen ein Ästchen der Carotis interna oder die *Arteria ophthalmica* selbst in die Augenhöhle.

Ziemlich oft kommt es nun vor, dass diese Perforation der hinteren Wurzel gegen den Canalis opticus zu offen ist, sodass die beiden Kanäle zusammenfliessen (Fig. 3). Die Perforation der Wurzeln bildet dann eine Art Bucht des Canalis opticus und in diesen Fällen stellt eben der bestehende Teil der hinteren Wurzel ein fadendünnes Knochensäulchen dar.

Das Fehlen der hinteren Wurzeln aus offenbar pathologischen Ursachen kommt auch vor. In zwei Fällen fehlten beide hinteren Wurzeln vollständig (Fig. 4 u. 5). Der eine Fall betraf eine 72 jährige Frau, der zweite einen 82 jährigen Mann. Die Wurzelgründe waren in beiden Fällen arrodiert, doch bestanden sie aus nicht pneumatisierter spongiöser Knochensubstanz. Die Resorption der hinteren Wurzeln erfolgte hier zweifellos im höheren Alter; im Falle der 73 jährigen Frau war die Ursache eine chronische senile Duraentzündung, im zweiten Falle liess sich die Resorption auf einen allgemeinen, teils produktiven, teils resorptiven periostealen Prozess zurückführen.

In weiteren diesbezüglichen Fällen fehlten nicht beide hinteren Wurzeln, sondern bloss die eine, oder es waren nur Vorzeichen der Wurzelresorption zu erkennen. Auch bei diesen leichteren Veränderungen konnten zwei Formen unterschieden werden. Bei der einen ist eine beschränkte, oder den ganzen Schädel betreffende Porose zu konstatieren. Bei der zweiten Gruppe reichen die Keilbeinhöhlen kontinuierlich auch in die hinteren Wurzeln hinein, d. h. diese sind pneumatisiert. Das Vordringen der Keilbeinhöhlen in die hinteren Wurzeln beginnt aller Wahrscheinlichkeit nach schon in der Jugend. Solche Wurzeln sind zu Defektbildung besonders disponiert, was schon daran ersichtlich ist, dass in unserer Sammlung sechs solcher Fälle sich befinden. Darunter befand sich nur ein jugendliches Individuum, bei den übrigen fünf bestand fast ausnahmslos Arteriosklerose. Der ungefähr hanf- bis pfefferkerngrosse Defekt sass in letzteren Fällen stets an der linken Wurzel und zwar in der *Fovea carotica*. Der Defekt führte immer in den in die Wurzel hineinreichenden Sinusfortsatz. Die linke Keilbeinhöhle war also in diesen Fällen von dem Schädelraum nicht knöchern getrennt. Wahrscheinlich verursachte diese Kommunikation in den meisten Fällen keine Symptome, weil die

Weichteile (Sinusschleimhaut, harte Hirnhaut) genügend Schutz gewährten. Kommt es aber in den Nebenhöhlen zu Entzündungsvorgängen, so begegnet die Infektion bei ihrer Ausbreitung gegen den Schädelraum nur sehr geringen Hindernissen. Vor allem fällt der Sehnerv in den Weg und Symptome können schon ganz früh auftreten. Dass die Infektion, bezw. die Mikroorganismen in solchen Fällen auch auf die weiche Hirnhaut übergreifen können, davon hat sich Verf. an der Hand von Serienschnitten der Schädelbasis an Meningitis purulenta zugrundegegangener Säuglinge überzeugt, indem der Weg der Bakterien von den Tonsillen aus bis zur Pia der Hirnbasis verfolgt werden konnte.

Worin die Ursache dessen zu suchen ist, dass obwohl öfters beide hinteren Flügelwurzeln pneumatisiert waren, der Defekt dennoch mit Vorliebe an der linken entstanden ist, könnte schwer entschieden beantwortet werden. Wahrscheinlich spielt die *grössere Weite der linken Carotis interna* hierin eine Rolle, was der stärkeren Entwicklung der rechten Körperhälfte, bezw. der linken Hemisphaere entspricht.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

A SZIKLACSONT ALSÓ FELSZÍNÉNEK SZERKEZETÉRŐL ÉS FEJLŐDÉSÉRŐL.

(A sulcus tubae auditivae felépítésének tekintetbevételével.)

26 ábrával.

ORSÓS FERENC lev. tagtól.

A sziklacsont fejlődésének és alkotásának ismerete még több tekintetben homályos. A sziklacsont ébrényi alapjának: a labyrinthus- vagy hallótoknak a desmocranium és a chondrocraniumból való kialakulása talán még a leginkább tisztázott, ellenben a desmocranium alapi részének el nem porcosodó, hanem közvetlenül csontosodó részeinek és különösen a chondrocranium pars auditiva-jához később csatlakozó és részben már nem is az elsődleges desmocraniumhoz tartozó, hanem a két felső kopoltyúív mesodermájából kialakuló *fedőcsontoknak* fejlődése és a halántékcsont felépítésében való részesedése még hiányosan ismert. Akkor tűnik ez fel leginkább, ha egyrészt a primordialis craniumhoz, illetve a labyrinthus-tokhoz másodlagosan csatlakozó dobüreg kialakulását és csontos záródását, vagy másrészt, ha a canalis caroticus aláfelé való csontos elzáródását óhajtjuk fokról-fokra követni.

A dobüreg körülzáródásánál legnagyobb szerepe az *annulus tympanicus*-nak van, mely már a 40 mm-es ébrénynél elcsontosodik. Az ébrényi kor végén a gyűrű felső nyitott része összecsontosodik a halántékpikkellyel és az általános nézet szerint a gyűrűkorong két szélén, különösen pedig az elülső félív két szélén a születés után

életbelépő desmogen csont-appositio folytán kialakul az os tympanicum vagy pars tympanica, amely a dobüreget aláfelé a fossa jugularis felé és előrefelé a fossa mandibularis felé elzárja.

A *tegmen tympani* a processus perioticus superior-ból alakul részben enchondralis, részben desmogen úton, t. i. a processusszal összefüggő kötőszövetes lemezből és csak később záródik teljesen a labyrinthus-tok körüli kötőszövet direkt elcsontosodása révén. A *dobüreg fenekét*, a *solum* vagy *pavimentum tympani*-t eddig a tegmen analogiájára, szintén a petrosum külső-alsó éle egyszerű nyúlványának tekintették. A *canalis caroticus*-t illetőleg ismeretes, hogy az a chondrocraniumon csupán barázda alakjában van előképezve.

A halántékcsont egyes részeinek jelenkori fejlődéstanát ismertnek tételezem fel és ezért nem rekapitulálom rendszeresen az egész csont fejlődését, hanem csupán azokat a mozzanatokat emelem ki, amelyek az általam most ismertetendő részletkérdések szempontjából szükségesek. Nevezetesen elsősorban is azzal a kérdéssel óhajtok foglalkozni, hogy hogyan záródik el a dobüreg és a canalis caroticus aláfelé és hogyan és milyen részekből alakul ki a canalis musculotubarius csontos fala. Főcélom pedig az említett halántékcsonti részeknek a felnőtt egyénnél mutatkozó alakjának és rendkívül gazdag változataiknak elemzése. Feladatom röviden: a *pyramis alsó felszíne fejlődésének* és *morphologiájának ismertetése*.

A kifejlődött állapot viszonyainak megértése végett elegendő, ha egyelőre a fejlődés 6. vagy 7. ébrényi hónapjáig megyünk vissza. A 30 cm hosszú magzatnál az annulus tympanicus alsó-belső, zárt oldalán egy még nem méltatott desmogen eredetű, önálló, félholdalakú *csontívet (arcus pavimenti)* találunk. A csontív szorosan hozzáfekszik az annulus tympanicus-hoz, de nem olvad azzal egybe, hanem egy varratszerű keskeny rés által van attól elválasztva. Elülső végén e csontív egy nyelvalaku, széles, de vékony lemezbe *(lamina carotica pavimenti)* megy át, mely mint a bárd éle a nyélen, úgy ül a karcsú íven. Ez a lemez reáfekszik a primordialis cranium carotis-vájulatára és kifejlődésének mérve szerint azt többékevésbbé be is fedi. Egy az alaplemezre merőleges, felfelé irányuló vékony mellékszárny a canalis oldalsó falát egészíti ki. Hátra-

felé a csontív fokozatosan kihegyesedik, szorosan követi az annulus tympanicus külső szélének jellegzetes egyenetlenségeit és végül az annulus hátsó-alsó negyedénél, a nyakszirtcsont pars basilaris-ának és a halántékcsont pars mastoidea-jának elülső találkozási pontja előtt elvékonyodva végződik. A szóbanforgó csontívből nálánál vékonyabb, áttetsző, morzsalékony csontlemezke terjed a petrosumhoz, ahol ahhoz gyengén, de csontosan rögzítve van. A rögzítés vonalában fekvő likacsokon át apró véredények lépnek a dobüregbe.

Már ezen korban is sok változatot mutat ez a csont, különösen elülső széles lemezének alakjában. E változatok annál érdekesebbek, minthogy meghatározzák a csont későbbi részesedését a pyramis alsó felszínének kiképzésében, vagyis a pyramis alsó felszínének fínomabb domborzatát egyáltalán. Az általam gyüjtött és teljes macerálás nélkül, szalagokkal praeparált foetus-csontvázakon észlelhető érdekes változatokból, melyekkel a felnőttek sziklacsontjain ismét találkozni fogunk, néhányat vázlatosan ismertetek. A praeparálás természetéből kifolyólag ezen foetus-koponyákon a pavimentumnak íve és carotis- lemeze látható csak teljes egészében, míg a canalis caroticus oldalsó fala és kivált az ívnek a hyale előtti és a dobüreg hátsó részébe mélyedő nyúlványa kötőszövetbe lévén ágyazva, csak hiányosan ítélhetők meg. A macerált foetuskoponyák leletét most csak összefoglalólag ismertetem, mert az ezeken tett megfigyelések önálló dolgozat tárgya lesznek.

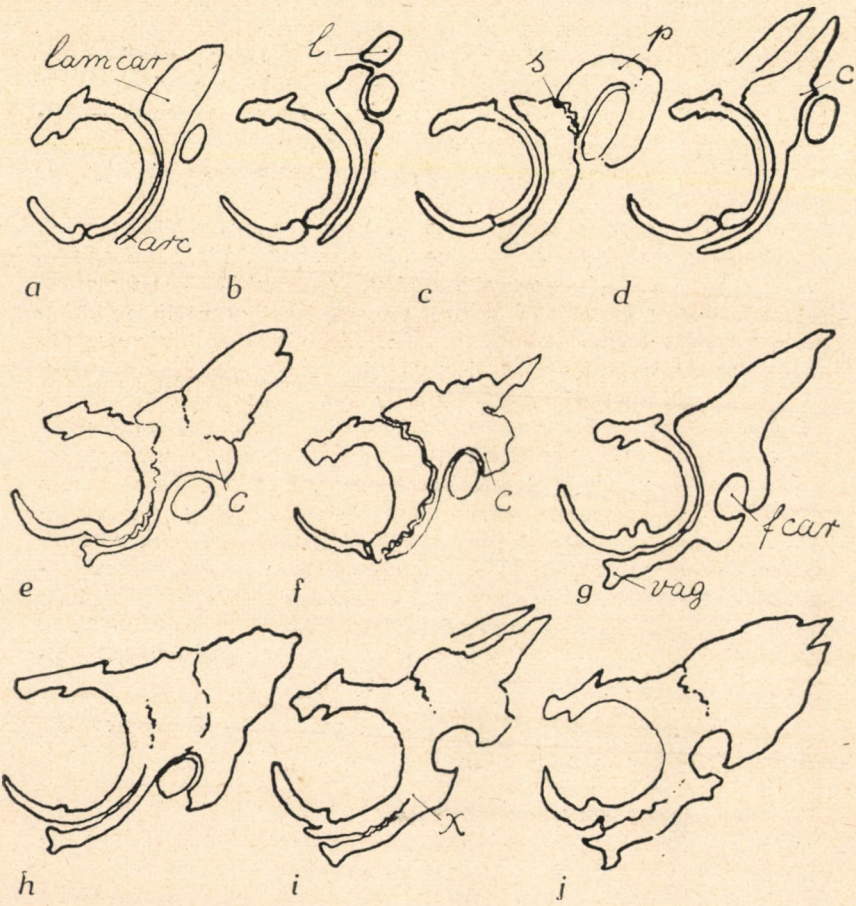
1. eset. A 30 cm-es foetus általános typusát az 1*a*. ábrán látjuk (T. Józsefné halva koraszülött leánya. 1924. nov. 28). Testhossz 30·9 cm, koponyakerület 22·5 cm. A csontív *(arc)* hátul hegyesen végződik, az elülső lemez *(lam car)* egyszerűen nyelvalakú.

2. eset. Az 1*b*. ábrán egy 31·5 cm hosszú, 23·5 cm koponyakerületű foetus (Zs. Mihály halott koraszülött. 1926. okt. 9) viszonyait látjuk. Itt a foramen caroticum mellett egy kis öböl ugrik be a lemez belső szélébe, ennek csúcsa előtt pedig egy önálló kicsi csontlemezkét (*l*) találunk. A baloldalon az utóbbi hiányzik.

3. eset. 1*c*. ábra. A 29·3 cm hosszú, 21·7 cm koponyakerületű ébrénynél (D. Mihályné halvaszületett fia) a csontív feltűnően széles, jóval szélesebb, mint az absolutvéve gyenge annulus tympanicus. A lemez egyszerű nyelvalakú, de egy fogazott varrattal (*s*) függ össze az ívvel,

elől pedig egy keskeny csonthíd (*p*) révén támaszkodik a sziklacsont chondrogen elülső végére. A lemez kissé lateralisan fekszik, úgyhogy a canalis caroticust csaknem egész hosszában fedetlen hagyja.

4. eset. 1*d*. ábra. 35·6 cm hosszú, 26·3 cm koponyakerületű ébrény (K. István koraszülött 1926. jan. 22.). A csontív hátrafelé már erősen



1. ábra.

megnyúlt. A carotis-lemez már kihegyesedett és egy jellegzetes sarkantyúszerű kiszögelést (*c*) mutat a foramen caroticum externum elülső szélén. A carotis-lemeztől lateralisan már egy vékonyabb másik csontlemez is látszik, melyről később lesz szó.

5. eset. 1*e*. ábra. 43·7 cm hosszú, 30 cm koponyakerületű ébrény.

(B. Imre, két napot élt koraszülött. 1926. febr. 5.) A csontív szabálytalan alakú, amennyiben pontosan hozzáidomul az ez esetben komplikáltabb alakú annulushoz. Hátsó vége villásan kiszélesedő. A carotis-lemez feltűnően széles, teljesen befedi a canalis caroticus-t. Medialis szélén jól kifejezett, görbült sarkantyú (*c*) van, mely körülfogja a canalis caroticus külső nyílásának elülső szélét. Három varratszerű vonal a carotis-lemez három részből való egyesülésére utal.

6. eset. 1*f*. ábra. 45·7 cm hosszú, 32·4 cm koponyakerületű, jelzés nélküli magzat. Az annulus igen széles, erős. A pavimentum-ív igen vékony, gyenge, de elülső nyúlványa — a carotis-lemez — feltűnően széles, különösen erősen fejlett a carotis-nyílás elé kanyarodó sarkantyúja (*c*), ellenben elülső vége igen keskeny és szabálytalan alakú.

7. eset. 1*g*. ábra. 44·8 cm hosszú, 32·5 cm koponyakerületű ébrény. (V. Róza halvaszületett fia. 1924. nov. 29.) Az annulus igen széles, erős. Az íven hátul egy kiszélesedés (*vag*) észlelhető. Az elülső lemez széles alapú, különösen befelé, ahol az ívelt sarkantyú csaknem teljesen körülzárja a carotis-nyílást (*f car*). Az ívből lefelé és befelé irányuló nyúlvány a carotis-nyílást hátulról is bekeríti.

8. eset. 1*h*. ábra. 47·3 cm hosszú, 34·2 cm koponyakerületű ébrény. (M. Jánosné halvaszületett fia. 1927. febr. 24.) Az annulus elülső szára szokatlanul széles és lemezalakú elülső széle reáfekszik a pavimentum nagyon széles, a canalis caroticus-t teljesen, sőt a sziklacsont porcos eredetű csúcsát is teljesen befedő carotis-lemezére. Az utóbbi sarkantyúja túlterjed a carotis-csatorna nyílásán. Az ív hátsó része még izolált az annulustól. Az annulusnak elülső kiszélesedése kétségkívül másodlagos kinövés eredménye. Erre utal az annulus eredeti szélességének nyomán felismerhető finom suturaszerű vonal. Az itt talált állapot korai megjelenése a különben később, a post uterin életben kifejlődő viszonynak.

A következő esetek néhány hétig éltek ugyan, de koraszülöttek voltak és így még az ébrényi állapot példáit adják.

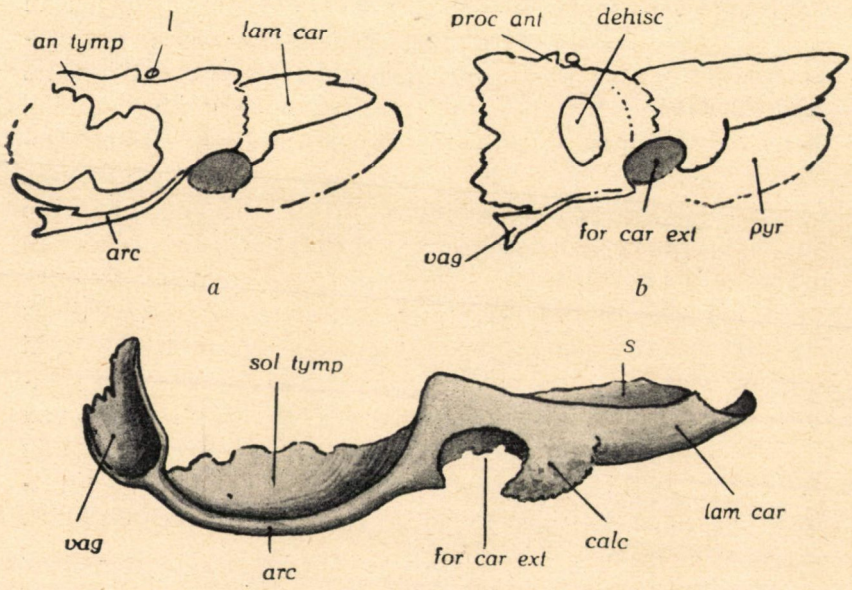
9. eset. 1*i*. ábra. 45 cm-es, 33·7 cm koponyakerületű, hathetes csecsemő (P. Miklós, 1926. ápr. 6.). Az annulus széles, az ív is, de a carotis-nyílás mögött (*x*) már egybeolvadtak egymással. Erősen kifejezett sarkantyú, de keskeny elülső nyúlvány. Lateralisan önálló lándzsaalakú csontlemez látható: a tuba-váju teteje.

10. eset. 1*j*. ábra. 48 cm-es, 32 cm koponyakerületű csecsemő (K. Róza, kilenchetes, 1925. jún. 7.). Az annulus nem olvadt még egybe az ívvel. Az utóbbinak carotis-lemeze kivételesen széles, csaknem teljesen befedi a sziklacsont alsó felszínét. A sarkantyú jól kifejezett.

Két idősebb csecsemő viszonyait tünteti fel a 2. *a* és *b* ábra.

11. eset. 2*a*. ábra. 54 cm hosszú, 40·3 cm koponyakerületű, 10 hónapos csecsemő (F. László, 1926. márc. 10.). Az annulus már jelentékeny kiszélesedést mutat. Elülső félívének szembenfekvő pontjain már megmegjelent a két fogalakú nyúlvány. A canalis caroticus-t befedő lemez aránylag keskeny, úgyhogy a tulajdonképpeni sziklacsont szélesen fedetlen.

12. eset. 2*b*. ábra. 60·3 cm hosszú, 39·5 cm koponyakerületű 1·5 éves csecsemő (B. Róza, 1926. jan. 28.). Az annulus hátrafelé is erősen kiszéle-



2. ábra.

sedett. Két elzáró nyúlványa már egyesült, úgyhogy a lamina tympanica hiánya már körül van zárva. Az ív már el van fedve a pars tympanica által, de carotis-lemezét, melyen a sarkantyú jól látszik, egy varratszerű határvonal választja el a tulajdonképpeni lamina tympanica-tól. Az utóbbin, mint az előbbi esetben is, jól megkülönböztethető a pars tympanica és a canalis caroticus-t befedő csontlemez közti varratszerű határ. Az annulus és az ív közti határvonal már teljesen elmosódott, ellenben átvilágításnál még jól felismerhető az annulus mint sötétebb gyűrű, sőt a még jól látható, fűrészfogszerű processus tympanicus anterior alatt vagy 3 mm darabon az annulus csaknem változatlan eredeti állapotában látható. A lamina tympanica belső oldalán is még

elég jól kidomborodik, vagyis az *annulus ebben a korban még nem olvadt teljesen fel a pars tympanica*-ban.

Az eddigi esetekből is világosan látható, hogy az annulus tympanicus elülső-belső szára körül és a canalis caroticus alatt a peritympanalis kötőszövetből egy fínom csontos nyúlványokkal a sziklacsontra támaszkodó, de egyébként önálló, rendszerint egységes fedőcsont keletkezik, mely csak később olvad szorosabban egybe a szomszédos csontokkal. Az ébrényi kor utolsó hónapjaiban e csont ívalakú hátsó részéből épül fel a dobüreg feneke, mely egyszersmind a fossa jugularis külső fala is. Ezen csont tehát bezárja alulról a dobüreget, a canalis caroticus-t, sőt mint látni fogjuk, részben a canalis musculotubarius-t is. Fejlődése és önálló szerepe alapján indokoltan mint külön fedőcsontot különböztethetjük meg. Megjelölésére célszerűnek tartom a pavimentum faciei inferioris pyramidis vagy egyszerűen pavimentum pyramidis terminust.

Világosan elemezhetjük e csont összefüggéseit és szerepét az *újszülött* halántékcsontján, miért is néhány szóval erre külön ki óhajtok térni. Az újszülöttnél az annulus tudvalevőleg még csaknem eredeti szabad állapotában van meg, csak felső két vége van összecsontosodva a halántékpikkellyel, többi része azonban még jól különválasztható; ellenben a sziklacsont szóbanforgó *pavimentuma* ekkor már úgyszólván végleges formájában ki van alakulva. Az annulust medialis-alsó felében szorosan kísérő íves csontlemez még mint önálló csont jól megkülönböztethető. Hátrafelé a processus styloideus-ig, vagyis a hyaleig követhető, itt rendszerint «*Y*» alakúlag kiszélesedik, illetve egy mélyreterjedő *vályuvá* alakul át, mely a processus styloideus-t előlről hüvelyszerűleg körülfogja. E vályú belső széle felfelé rendszerint a kengyel izmáig terjed és így az eminentia pyramidalis elülső-alsó és egyszersmind a dobüreg hátsó fala alsó részének — a sinus tympani-nak képzéséhez is hozzájárul. A *processus styloideus hüvelyét* tehát elsősorban is a *pavimentum* íves nyúlványa *szolgáltatja*. Az utóbbit a canalis facialis külső nyílásától egy keskeny csontléc választja el, mely a pars mastoidea nyúlványa. A canalis facialis külső nyílása — a for. stylomastoideum ekkor még a belső oldalán nyitott rés, amely a *fissura tympano-mastoidea*-ba, helyesebben a *pavimento-mastoidea*-ba folytatódik.

Az ívről már az újszülöttnél a foramen caroticum externum-tól kezdve a pars mastoidea-ig egy vékony sajátszerű csontfal folytatódik a petrosum pars canalicularis-ára: ez a *solum tympani*, a dobüreg feneke, mely egyszersmind a fossa jugularis külső fala is. E csontfal a peri-, illetve hypotympanalis kötőszövetből alakul ki, mégpedig szoros összefüggésben a pavimentum ívével. A VI—VII. hónapban, amikor az annulus még csaknem vízszintesen fekszik, az ekkor igen keskeny solum tympani úgyszólván csakis a pavimentum ívéből áll, mely néhány árkádszerű csontlábbal támaszkodik a sziklacsont canalicularis részére. Az ív és a petrosum közti keskeny csontlemez gyors szélesedése közben az ív mindinkább távolodik a petrosumtól, ami, a dobgyűrű két spinája rögzítve lévén, szükségképen az annulus alsó-belső részének azonos irányú távolodását, vagyis az egész dobgyűrűnek a függélyeshez közeledő helyeződését vonja maga után. Az érett magzaton a pavimentum íve általában kevésbbé tömött állományú, mint a tömött szerkezetű annulus és viszont a solum tympani jóval porózusabb, mint az ív maga, rendszerint fínoman likacsos is, úgyhogy áteső fényben a lyukakon keresztül lehet látni. A színe is eltér a fenéklemeznek, amennyiben kevésbbé áttünő, nem csontszínű, hanem fehérebb és átlátszatlanabb, szóval a frissebb csontképződés jellegét viseli magán. A legkorábban megjelenő részei a pavimentumnak az ív és ennek előre való folytatásaként a carotis vályujának oldalsó szélére támaszkodó keskeny függélyes lemezke. Az utóbbinak alsó szélén alakul ki csakhamar a vízszintes fekvésű carotis-lemez. A 2*c* ábrán izolált állapotban, teljes egészében látjuk az újszülött pavimentumát.

A pavimentum elülső lemeze és a sarkantyúja az újszülöttön már végleges formájában és elhelyeződésében látható. A carotis-lemez ekkor a kifejlődött állapotnak megfelelő kiterjedésben hozzáforrt a carotis-vájulat medialis és lateralis széléhez, vagyis a canalis caroticus már záródott. Ugyanekkor kialakult már a csontos canalis musculotubarius is, melyről mindjárt külön kell szólanom. A *pavimentum carotis-lemezét* illetőleg még meg kell említenem, hogy ez nem ritkán teljesen egységes az alsó carotisnyílást körülölelő sarkantyúval. Vannak azonban esetek, ahol eltérés mutatkozik annyiban is, hogy a lemez aránylag igen vékony,

vagy igen keskeny, viszont a sarkantyú szokatlanul vastag és látszólag önálló, a carotis-lemezre reáfekvő csontréteget képvisel. A nagyon változatos egyéni alakzatokat ellenben a felnőttek sziklacsontjain fogom szemléltetni.

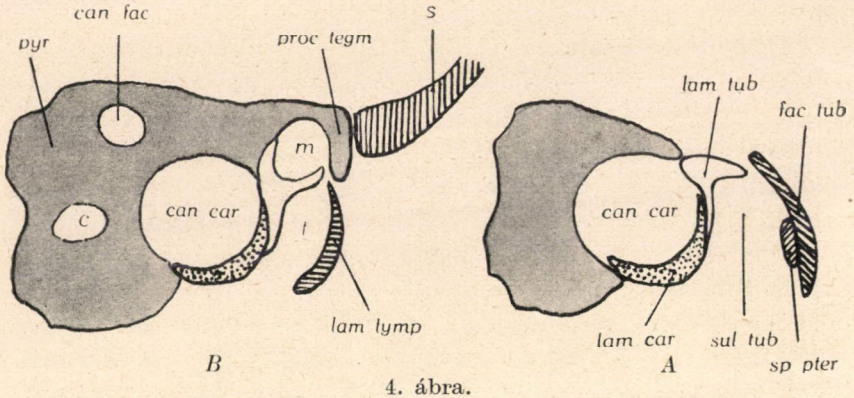
A canalis musculotubarius csontos falának és a *kürtvájulatnak* ismerete is még kiegészítésre szorul. A *kürtvájulat — sulcus tubae auditivae —* nem mindig egyforma összetételű. A külső falát a spina angularis-ig az ékcsont nagyszárnya alkotja, mégpedig a nagyszárny két egybeolvadt — eddig külön nem méltatott — csontlemezkéje. Ezek közül a külső a röpnyúlvány külső lemezének tövétől a spina angularis-ig terjed, de ezzel csak a születés után olvad egybe. E lateralis lemezke, mely egyszersmind befelé határolja a foramen ovale-t és a foramen spinosum-ot is, majdnem függőleges irányú és voltakép a nagyszárny egy 5. felszínét képviseli s ezért facies tubaria-nak nevezhető. A medialis lemezke a röpnyúlvány belső lemeze alapjának nyúlványa, mely hátrafelé kihegyesedik, lándzsa- vagy tövisalakú s ezért spina pterygoidea névvel jelölöm. A két csontnyúlvány még a születés előtt részben összeforr egymással. Alapjuk a *canaliculus sphenoidalis*-t fogja közre. A spina pterygoidea olykor nagyon rövid vagy hiányzik is, sokszor azonban hegyével egészen a spina angularis-ig, illetve a canalis musculotubarius-ig terjed hátra.

A *sulcus tubae* medialis falát már a halántékcsont részei alkotják; rövid pyramis esetén legelől egy kis darabon a fibrocartilago basalis is. Mégpedig a halántékcsontnak egy különleges csontlemezkéje játszik itt szerepet, mely rendszerint egy hosszú, vékony és keskeny csontlemezke alakjában járul a tuba-vályu belső falának képzéséhez. Ha a szokottnál szélesebb e lemezke, úgy hozzájárulhat a canalis caroticus lateralis falának kiegészítéséhez is; ilyenkor össze lehet forrva a pavimentum carotis-lemezének külső szélével. Sokszor azonban nagyon keskeny, vagy esetleg szélesebb rés választja el a két csontlemezt egymástól. Ilyenkor a canalis caroticus alul vagy oldalt hiányos, illetve hasított. Előfordul azonban az is, hogy a pavimentum carotis-lemeze teljesen elzárja a csatornát, vagyis a canalis caroticusnak oldalsó falát is szolgáltatja, ellenben a tubához tartozó lateralis csontlemezke — a tubaris

A 3. ábra. *B*

lemez — csak a sulcus tubae felső falában látható majdnem tűfínomságú csontszilánk alakjában, amelyet ilyenkor egy-egy rés választ el úgy a pavimentum lemezétől, mint a sulcusnak az ékcsont nagyszárnyához tartozó külső falától. (Később az esetekkel kapcsolatban részletesebben fogok az ékcsont ezen részére kiterjeszkedni.) A dobüreg felé, a canalis musculotubarius kezdeténél a tubaris lemezke kiszélesedik és mint ezen csontcsatorna medialis fala hátrafelé egybeolvad a dobüreg belső falával. A tubaris lemez medialis oldalán ül a *septum canalis musculotubarii*, amely azután a dobüreg elülső részében a processus cochleariformisban végződik. A zárt canalis musculotubarius medialis falát tehát a szóbanforgó csontlemezke — *a tubaris lemez* — alkotja, mely a peritympanicus kötőszövetből, helyesebben a tubotympanalis tasak körül burjánzó mesenchymából alakul ki. Lateralis falát a csontcsatornának a *tegmen processus inferior*-a alkotja. Az utóbbi az újszülöttnél még nagyon laza érintkezésben áll az annulusszal és az ékcsont spina angularis-a, valamint a sulcus tubae felé is nagyon hézagos, fogazott széllel végződik. A septum, ha teljesen kettéosztja a csatornát, lateralis szélével rendszerint a tegmen nyúlványához illeszkedik, s az utóbbin külön is fel lehet ismerni a septumnak megfelelő cristát, mely később olykor előrefelé a spina angularis-ra, sőt az ékcsont tubaris felszínére is folytatódhatik rövid darabon. A tubaris vagy tubotympanalis csontvályu tehát önálló fellépésű fedőcsont, de még a foetalis életben többé-kevésbbé egybeolvad a chondrogen sziklacsonttal és rendszerint a pavimentummal is.

A 3. ábrán színesen vannak feltüntetve a halántékcsontnak a fejlődés alapján megkülönböztethető részei, mégpedig alsó nézetben. *A* a szokott felosztást érzékíti Braus nyomán. A petrosum kék, a hyale fehér, a tympanicum narancs, a squamosum sárga színű. A *B* ábrán a saját felosztásom van feltűntetve. A színek itt is általában azonos jelentésűek, de a pavimentum, illetve származékai vörössel, a tubaris lemez pedig fehérrel van megkülönböztetve. A 4. ábrán a pyramis két keresztmetszetének sémáját látjuk a 3. *B* ábrán megkülönböztetett részek érzékeltetésével. *A* a canalis caroticus leghátsó részére, *B* pedig az annak elülső részére, a nyitott sulcus tubae auditivae területére eső keresztmetszetet ábrázolja.



4. ábra.

can fac = canalis facialis, c = cochlea, s = squama temporalis, m = semicanalis musc. tensoris tympani, t = semicanalis tubae auditivae.

A többi ábrajel itt is azonos jelentésű, mint az összes többi ábrán. Hogy az ábramagyarázatok mellőzhetők legyenek, úgy választottam meg az ábrajeleket, hogy azok anatomus részére magukban is érthetők legyenek. Félreértés elkerülése végett felsorolom a használt rövidítések jelentőségét: *an tymp* = annulus tympanicus, *arc* = arcus pavimenti, *calc* = calcar, *can car* = canalis caroticus, *can sphen* = canaliculus sphenoidalis, *condyl III* = condylus tertius, *dehisc* = dehiscentia, *fac tub* = facies tubaria, *for lac* = foramen lacerum, *for ov* = foramen ovale, *for car ext* = foramen canalis carotici externum, *for stylm* = foramen stylomastoideum, *for sp* = foramen spinosum, *foss jug* = fossa jugularis, *foss petr* = fossula petrosa, *lam tub* = lamina tubaria, *lam car* = lamina carotica, *lam tymp* = lamina tympanica, *ling* = lingula, *proc ant* = processus anterior annuli tympanici, *proc tegm* = processus inferior tegminis, *proc styl* = processus styloideus, *proc vag* = processus vaginalis, *pyr* = pyramis, *sol tymp* = solum tympani, *sp pter* = spina pterygoidea, *spin ang* = spina angularis, *sul tub* = sulcus tubae auditivae, *tub ant* = tuberculum anterius, *tub lat* = tuberculum laterale, *vag* = vagina proc. styloidei.

Néhány szóval az *os tympanicum* vagy *pars tympanica postfoetalis kifejlődését* is érinteni szeretném. A csontos külső hallójáratnak az 1—5. évben lezajló kialakulása alatt az annulus még inkább elhagyja eredeti, megközelítőleg vízszintes helyzetét. A definitiv

pars tympanica létrehozásában azonban egyes részei nem egyformán vesznek részt. A gyűrű zárt belső-alsó fele sokkal kisebb részét termeli a pars tympanica-nak és különösen a lamina tympanica-nak, mint a külső-felső nyitott fele. Az előbbi u. i. csak mintegy negyedét szolgáltatja a szóbanforgó lemeznek. Az annulus széles nyílásának beszűkítése tudvalevőleg főként azáltal megy végbe, hogy az elülső spina (szár) processusaitól, továbbá az annulus hátsó-alsó quadransából egy-egy lapos nyúlvány indul az annulus közepe felé, melyek a második évben egyesülnek, miáltal az annulus eredeti nyílása két részre oszlik. A hátsó kisebb nyílás az 5. évig teljesen záródik, vagy pedig az egész életen át fennmarad ovalis, vagy almamag alakú lyuk alakjában. A lyuktól kifelé eső nagyobbik részlete a lamina tympanica-nak most már az annulustól teljesen függetlenül fejlődik tovább, míg a belső, jóval kisebb részlet magábazárja az annulust. Az utóbbi sokszor nagyon későn olvad bele a lamina tympanica-ba, sőt nagyon sokszor az egész életen át világosan megkülönböztethető — a sulcus tympanicus-tól eltekintve — még kívülről is. Gyüjteményünkben pl. egy 14 éves egyén (*13. eset.* Sz. Mária. Menhely, 1928. VI. 9. Dg.: Tuberculosis.) koponyáján a lamina tympanica-n még almamagnyi lyuk látható. A lyuk felső legszélesebb, simaszélű végén az annulus tympanicus a tegmen alsó nyúlványa szomszédságában még eredeti szélességében és minőségében ismerhető fel 3 mm hosszúságban, de átvilágításnál mindkét irányban, a hátsó és elülső lemezben is vagy 5 mm-nyi darabon mint sötét sáv követhető. Betekintvén a dobüregbe, az annulus a fedett részen is kiemelkedik a lamina belső felszínéből.

A születés után fejlődött része a pars tympanica-nak tehát csak mintegy reáborul az eredeti annulusra. Alól ellenben az összeforrás sokkal erősebb, itt u. i. az említett alsó-hátsó quadransban már a foetalis annuluson egy vagy két kis kiszögelés van. A postfoetalis életben az elzáró alsó csontnyúlvány jelentkezésénél a kiszögelések helyén egy hosszabb tövis fejlődik, mely olykor jelentékeny hosszúságot ér el. A pavimentum íve már az első évben teljesen beleolvad a nyomában kifejlődő és a dobüreg fenekét alkotó csontlemezbe és másrészt teljesen egybeolvad a pars tympanica alsó-hátsó szélével is. A foramen jugulare vájulatában azonban a

pavimentum, illetve a solum tympanicum rendszerint véglegesen vékony marad, sőt olykor fínoman likacsos, vagyis hiányos is. Ha a két fossa, — illetve foramen — jugulare asymmetriás, úgy a szűkebbikben a solum másodlagosan megvastagszik.

A pavimentum ívéből fejlődő csontlemez sokszor szintén megnyúlik aláfelé és a tövisnyúlvány előtt hozzájárul a *crista petrosa* — helyesebben *cr. tympanica* — képzéséhez. Az íveredetű nyúlvány ilyenkor medialisan fekszik az annulusból eredő hasonló fekvésű nyúlványtól. A két nyúlvány hegye gyakran egymás mellett eltolódott. Hátsó szélük hozzájárulhat a tövisnyúlvány hüvelyének képzéséhez.

A lamina tympanica később záródó helye rendszerint maradandóan vékonyabb, ami kivált átvilágításnál tűnik szembe. A vékonyabb folt lateralis széle felett a lamina tympanica elülső-felső szabad szélén egy alacsony kis tövis emelkedik be a *fissura petro-tympanica*-ba, mely az annulus elülső szárán ülő *processus anterior-nak* felel meg. Ez a maradványa a processus anterior-nak nemcsak a gyermekkorban látszik, hanem az élet végéig és a nagyon idős egyének koponyáján is, sokszor feltűnő módon. E kiszögelés medialis oldalán erősebben tátong a Glaser-féle hasadék és itt fekszik beékelődve a kalapács elülső nyúlványának ina: a *Meckel-porc maradványa* és ettől valamivel még medialisabban a *chorda tympani* lép ki a dobüregből.

Még ki kell térnem a pars tympanica-nak a lyuk előtti keskenyebb részének végleges kialakulására is. Az annulusról előrebefelé terjedő csonttermelődés rendesen a canalis caroticus külső nyílásának közepetájáig halad előre, itt azután a félholdalakú csontlemezke rendesen fínoman fogazott széllel végződik. Az elhatárolódás a pavimentum carotis-lemeze felé rendszerint nagyon éles, lépcsőszerű, sőt gyakran fínom rés is terjed be a két csontlemez közé. Néha azonban előfordul, hogy a pars tympanica ezen lemeze valamivel előbbre terjed és reátolódik a pavimentum carotis-lemezének alapjára, vagy pedig sarkantyújára is. Ilyen esetekben a sarkantyú kivételesen vastag lehet. A másodlagos reárakódás azonban mindenkor felismerhető, esetleg az alapjától rés által elválasztott porózus csontlemezke alakjában. Nagyon érdekes a lamina tympanica elülső-felső szegletének változatos alakulása. Általá-

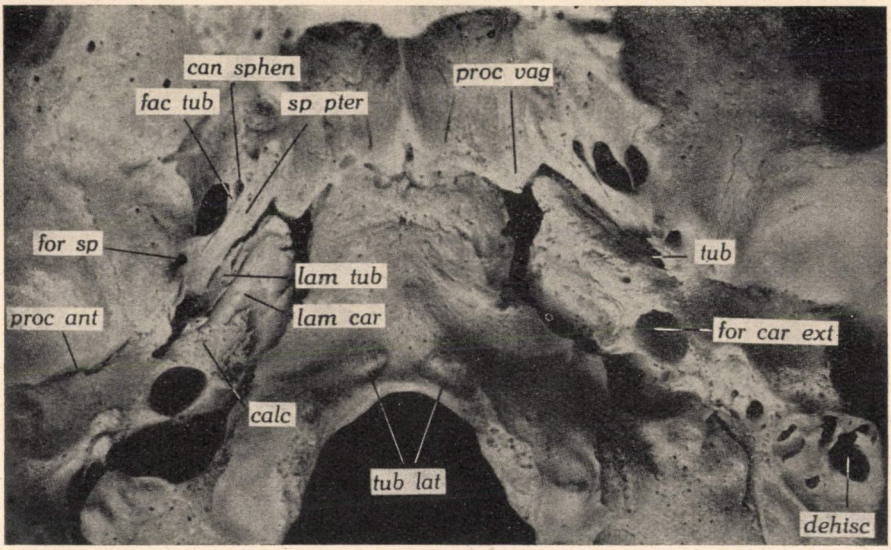
ban a lamina ezen szegletét a tegmen alsó nyúlványa választja el a *spina angularis*-tól. Olykor azonban a tegmen a spina angularis oldalsó szélénél már megszűnik, úgyhogy a pars tympanica nekifekszik a spinának, sőt az is előfordul, hogy a spina elülső felét az ékcsont, hátsó felét pedig a pars tympanica felkunkorodó vége alkotja. De elég gyakran észlelhető az is, hogy a tegmen alsó nyúlványa is lényegesen hozzájárul a spina képzéséhez, alkotván annak hátsó felét erősen kiemelkedő tövisszerű nyúlványával. Előfordul az is, hogy a *spina képzésében* mind a három csont, tehát az *ékcsont*, a *tegmen-nyúlvány* és a *tympanicum is résztvesznek*, és egy esetben azt is észleltem, hogy az ékcsont spina angularis-a voltaképpen hiányzik, ellenben a lamina tympanica és a processus inferior tegminis pótolják azt megfelelő kiszögelésükkel. Az utóbbi alakulatok természetesen befolyással vannak a lamina tympanica elülső szélének, továbbá a carotis csatorna alsó szájadékának és nemkevésbbé a canalis musculotubarius és a sulcus tubae egyéni formájára is.

A sziklacsont alsó felszínének egyéni változatai a felnőtt korban oly sokfélék, hogy az általános, vagyis uralkodó típust legfeljebb statisztikailag lehetne nagyjában körvonalozni. A két véglet felé való eltérések is olyan sűrűn fordulnak elő, hogy semmiesetre sem tekinthetők kivételes anomaliáknak. A következőkben különösen a pavimentumnak és a tubaris vagy tubotympanalis csontvályunak a felnőtt koponyákon észlelhető változataival foglalkozom, mégpedig 4 csoportban. Az első csoportban azokat az eseteket sorolom fel, melyekben a canalis caroticus elzáródása a legtökéletesebb. A másodikban azokat, amelyekben az elzáródás kevésbbé tökéletes és amely esetek a leggyakoribb típusnak tekinthetők. A harmadik csoportban pedig azokat, melyeknél a canalis caroticus elzáródása vagy csak nagyon hiányos, vagy egyáltalában nincs jelen. Végül a negyedikben néhány kivételes esetet, melyek különleges alakulást mutatnak.

I. Teljesen zárt canalis caroticus.

Itt három esetet óhajtok pár szóval említeni.

14. eset. 5. ábra. 55 év körüli nő. Szegényház. A sziklacsontnak a carotis alsó nyílása előtti része feltűnően hosszú. A lamina tympanica elülső vége gyengén fejlett. Középső része áttűnő és itt a tegmen alsó nyúlványa közelében átvilágításnál még jól látható az annulus egy szakasza. A pavimentum carotis-lemeze igen hosszú



5. ábra.

és előrefelé egészen az ékcsont processus vaginalis-áig terjed, melytől csak igen keskeny rés választja el. A lamina carotica házfedél alakú, középvastag, befedi a sziklacsont *pars cochlearis*-ának nagyrészét. (Az egyszerűség végett ezt a nevet használom a pyramis elülső felének jelölésére. Kivált ennek *medialis, massziv részére* többször fogok hivatkozni.) A sarkantyú erősen fejlett, csaknem körüljárja a canalis szájadékát, vastag, előrefelé fogazottan végződik. Közte és a carotis-lemez közt finom rés állapítható meg, melyben a *fascia pharyngobasilaris* egy rövid erős oldalsó szárnya tapad

(*Ligamenta pharyngea lateralia*-Tourtual.). A pars tympanica elülső vége meredeken éles határral szűnik meg. A tubaris lemez mind két oldalt vagy 2 mm-nyi széles, szorosan hozzáfekszik a pavimentum carotis-lemezéhez, de köztük szelepszerű fínom rés állapítható meg.

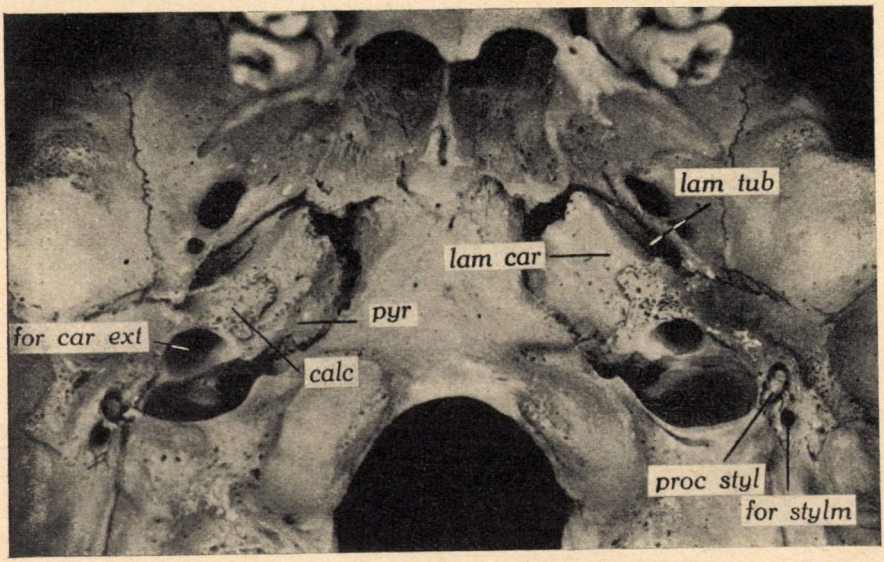
A foramen lacerum a pavimentum erős kifejlődése folytán rendkívül kicsiny, jobboldalt úgyszólván teljesen hiányzik is és csak a fissura petrooccipitalis valamivel szélesebb szakasza képviseli. A sulcus tubae oldalsó falát kizárólag az igen széles és hátrafelé a canalis musculotubarius-ba is beterjedő spina pterygoidea szolgáltatja, míg a nagyszárny tubaris lemeze igen kicsiny és már a foramen ovale mellett beleolvad a spinába. A bal for. ovale igen nagy, a képen a processus pterygo-spinosus látszólag kettéosztja.

Közelfekvő volna, hogy az ilyen esetekben, vagyis amikor a pavimentum ilyen terjedelmesen fejlődött ki, *praecursorikus*, vagyis az atavismusszal ellentétes állapotra gondoljunk, ellenben ugyanezen koponyán a nyakszirtcsont testének szembetűnő spondylogen tagozódása is észlelhető. A foramen magnum és a tuberculum pharyngeum közt két jól kifejlett oldalsó nyúlvány van egy-egy bütyökszerű, egymással nem érintkező véggel. Ezen nyúlványok előtt még két nagyon kifejezett harántsánc van, úgyhogy a Kollmanféle sulcus ambiens-en kívül még két sulcus basalis transversus van, már pedig az utóbbi jelek tagadhatatlanul atavistikusaknak minősíthetők.

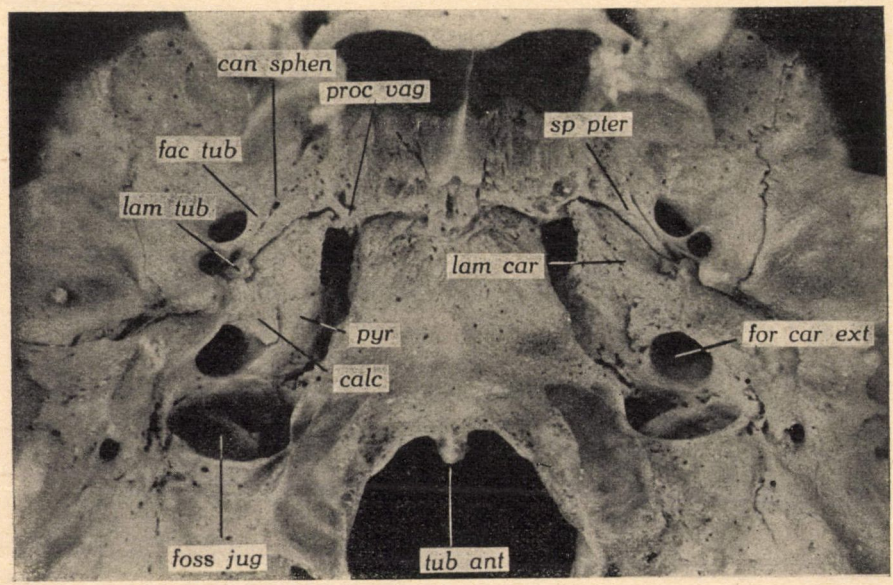
15. eset. 6. ábra. Sz. Eszter, 20 éves. (Fül-orr-gége klin. 1931. II. 9. Dg.: Meningitis basilaris purulenta acuta. Porencephalia.) A sziklacsont alsó felszíne a pavimentum igen erős, házfedél alakú kiképződése folytán szokatlanul hosszú. A pavimentum carotislemezének csúcsa csaknem érintkezik a rövid processus vaginalisszal. A foramen lacerum-ok csaknem teljesen eltűntek. A spina pterygoidea-k nagyon rövidek és vékonyak. Egyébként a viszonyok nagyon hasonlóak az előbbi esethez. A tubaris lemez itt is a sulcus tubae egész hosszán végigterjed, vagyis éppen olyan hosszú, mint a pavimentum és egy-egy keskeny rés választja el őket egymástól. A sarkantyúk valamivel elmosódottabbak, a tegmen alsó nyúlványa erősen kifejezett. A bal canalis caroticus szembetűnően szűk. A pars

tympanica lamina-ja aránylag rövid, közepében áttűnő. A tegmen nyúlványa mellett átvilágításnál itt is áttetszik az annulus maradványa.

16. eset. 7. ábra. özv. D. I.-né, 71 éves. (Szegényház, 1924. II. 2. Dg.: Spondylitis ankylopoetica, marasmus.) Ez az eset különösen tanulságos. Itt a pavimentum carotis-lemeze különösen hosszú és vastag, előrefelé kihegyesedik és pótolja az ékcsont processus vaginalis-ának helyét, sőt hegyével belemélyed a processus alapjának helyén ülő egy-egy vájulatba. A foramen lacerum-ok igen kicsinyek, csaknem eltűntek. A carotis-lemez oldalfelé is annyira kiszélesedett, hogy végig szorosan érintkezik az ékcsont lándzsaalakú spina pterygoidea-jával. A tubaris lemez igen rövid, alig búvik elő a sarkantyú alól, illetve a canalis musculotubarius-ból; előrenyúló alig 2—3 mm hosszú részlete is szokatlan formájú, amennyiben 1 mm vastag, mintegy téglányalakú, fínoman likacsos csontlemezkéből áll, mely élesen megszakítva végződik előrefelé. E lemezke nincs egybeforradva a carotis-lemez oldalsó részével, hanem köztük egy keskeny rés áll fenn. Itt különösen világosan látható, hogy a tubaris lemez lényegében független a pavimentum lemezétől és önálló képződmény. A tegmen-nyúlvány mindkét oldalt hozzájárul a spina angularis képzéséhez. A pars tympanica lemeze vastag, nehezen világítható át. Az annulus-maradvány azonban itt is jól sejthető és a processus anterior világosan látható. Feltűnő ez esetben még a canalis caroticus felső falának hiányossága, úgyhogy a zárt canalis igen rövid. Braus is említi ezt az anomaliát (Anat. d. Menschen, 1921. I. köt. 704. old.). Ugyancsak feltűnő, hogy a pavimentum igen vastag kiképzése dacára, nagyon vékony a canalis caroticus lateralis, dobüreg felőli fala, az átvilágításnál ez a fal hártyaszerűen áttetsző. A chondrogen canalis-tető és a vékony lateralis fal közti határon fekszenek a canaliculi caroticotympanici. Ezen vonal mentén csak ott vastagodik meg a csatorna oldalsó fala ismét, ahol érintkezik az ékcsont röpnyúlványának erős spina-jával, mely pontosan megfelel a tuba-vályu felső falának. A spina pterygoidea hegye azonban még aláterjed a sziklacsonti, ez esetben igen rövid tubaris lemez felső széle alá is.


lam tub
lam car
pyr
for car ext
calc
proc styl
for stylm

6. ábra.

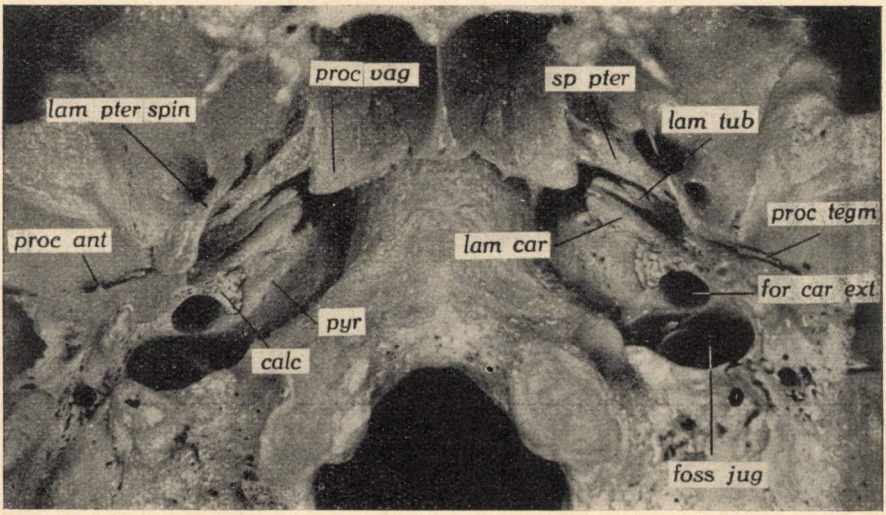

can sphen
proc vag
sp pter
fac tub
lam tub
lam car
pyr
for car ext
calc
foss jug
tub ant

7. ábra.

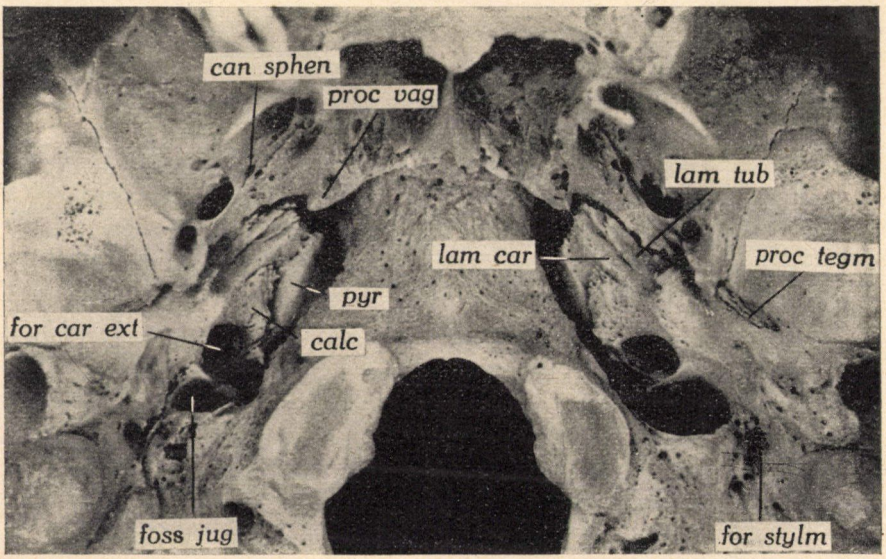
II. Átlagos típusok.

17. eset. 8. ábra. K. József, 70 éves. (1928. X. 19. Dg.: Apoplexia cerebri.) Kerek koponya. A sziklacsont cochlearis része rövid, aránylag nagy darabon fekszik szabadon, minthogy a carotis-lemez keskeny. A vele úgyszólván hasonló szélességű tubaris lemeztől egy jól kifejezett rés választja el, mely a canalis caroticus-ba vezet. Az ékcsont tubaris tövise (spina pterygoidea) eléggé kifejezett, de szorosan egybeolvadt a nagyszárny gyenge tubaris lemezével. A széles és lapos *sulcus tubae képzésében* tehát *4 csontlemez vesz részt: a nagyszárny tubaris lemeze vagy felszíne, a röpnyúlvány tubaris tövise, a sziklacsont tubaris lemeze és a pavimentum carotis-lemeze.* A sarkantyú kicsiny, de markánsan kifejezett. A carotis csatornákban az oldalsó falon a chondrogen vályu és a tubaris lemez által képviselt desmogen, tulajdonképpeni oldalsó fal közti határ likacsos és felritkult vonal alakjában élesen látható. Jobboldalt teljesen zárt a foramen pterygospinosum. A lamina tympanica áttetsző része felett az annulus maradványa alig sejthető, ellenben a processus anterior annuli világosan látható.

18. eset. 9. ábra. özv. V. Andrásné, 96 éves. (1931. I. 24. Dg.: Pneumonia hypostatica, nephritis chr., arteriosclerosis.) Széles, kerek koponya. A sziklacsont cochlearis része aránylag hosszú és csaknem eléri a processus vaginalis-t, de aránylag mégis rövid. A pavimentum carotis-lemeze házfedél alakú, keskeny, igen vastag, mélyen belefekszik a canalisba, különösen jobboldalt. A tőle medialisan fekvő masszív része a sziklacsontnak feltűnően sima és áttűnő, szivacsos belsejű. A tubaris lemez elég széles, vastag; az előbbitől keskeny, de mély barázda választja el, mely szakaszonként teljesen áthatoló ferde rés. A sulcus tubae oldalsó falát elől az ékcsont egybeolvadt vékony tubaris felszíne és spinája egészíti ki. Az utóbbi jobboldalt fel sem fedezhető. A sarkantyúk nagyon erősen fejlettek, igen vastagok, kitöltik a besüppedt carotis-lemez és sziklacsont medialis masszív része közti mély vájulatot, sőt ebből még ki is emelkednek. A canalis caroticus-ok tojásdad átmetszetűek. A lamina tympanica szintén vastag, az annulus maradványa nem tűnik át, a processus anterior jól látható. A foramen caroticum ext. jobboldalt látszólag egybeolvadt a foramen jugulare-val.


proc vag
sp pter
lam pter spin
lam tub
proc tegm
proc ant
lam car
for car ext
pyr
calc
foss jug

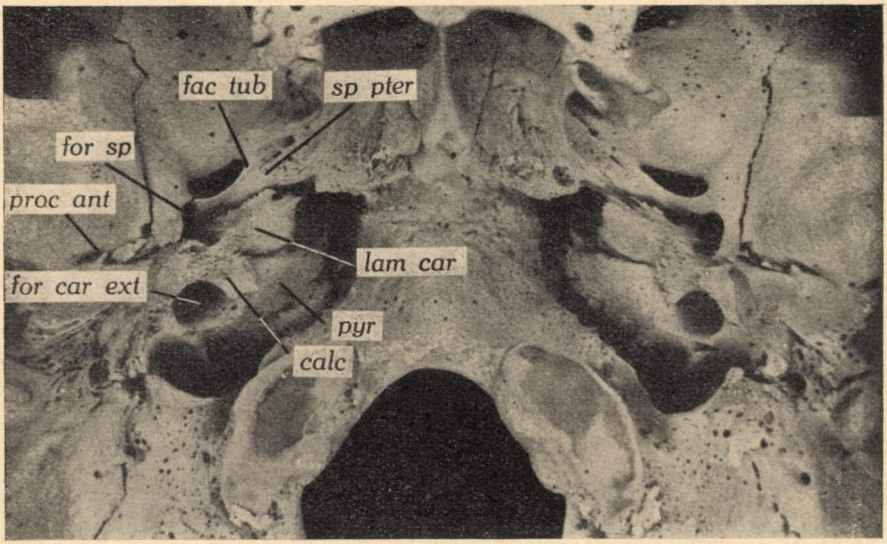
8. ábra.


can sphen
proc vag
lam tub
lam car
proc tegm
pyr
for car ext
calc
foss jug
for stylm

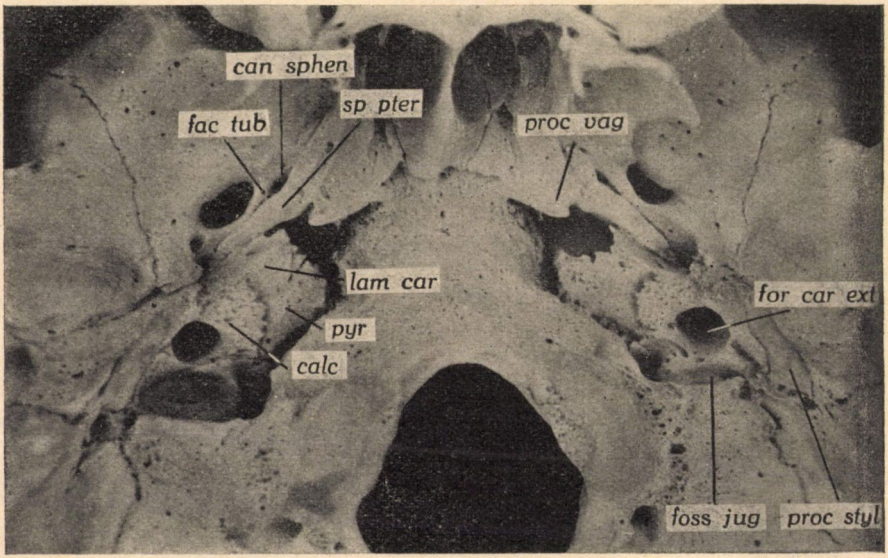
9. ábra.

19. eset. 10. ábra. D. Juliánna, 80 éves. (Szegényház, 1929. X. 2. Dg.: Degener. parenchymatosa myocardii, marasmus senilis.) Rövid, széles koponya. A sziklacsont cochlearis része abszolút és relatív rövid, a foramen lacerum ennélfogva elég nagy. A synchondrosis petrooccipitalis-ban csontosodás mutatkozik. A pavimentum carotis-lemeze és a tubaris lemez szorosan egybeforrtak. Helyenként látható, hogy az utóbbi a carotis-lemez alá csúszott. Az egységes lemez házfedél alakú. A tuba-barázda külső oldalán a spina pterygoidea igen vékony és teljesen egybeolvadt a nagyszárny tubaris lemezével. Mindkét foramen spinosum nyitott, vagyis beleolvad a fissura spheno-petrosa-ba. A sarkantyúk vastagok, a sziklacsont alsó felszínétől keskeny rés választja el őket, úgyhogy mintegy szabadon fekszenek a carotis-nyílások előtt. A carotis-csatorna oldalsó fala a chondrogen rész határán csaknem végig hiányos, úgyhogy elülső felében nincs csontosan elválasztva a semicanalis tensoris tympani-tól. A tegmentum alsó nyúlványának elülső vége mindkét-oldalt hozzájárul a spina angularis képzéséhez. A lamina tympanica kicsiny, rövid, közepén igen vékony, az áttűnő, csaknem hártyaszerű rész gyengén előrefelé domborodik, felette az annulus maradványa és a processus anterior jól látható.

20. eset. 11. ábra. özv. D. Jánosné, 73 éves. (Szegényház, 1923. I. 23. Dg.: Tbc. pulm.) Rövid, széles koponya. A sziklacsont cochlearis része rövid. A foramen lacerum-ok tágak. A carotis-lemezek rövidek, középszélesek. A tubaris lemezek nem különböztethetők meg, teljesen egybeforrtak az előbbiekkel. A lingula carotica-n kívül a carotis vájulatának szembenfekvő oldalán még egy hasonló nyúlvány van. A spina pterygoidea nagyon erősen kifejlődött, a tövén kissé befűződött, hátrafelé a zárt csontos tubacsatornába is követhető a spina angularis-ig. Egy vékony barázda elhatárolja az ékcsont tubaris lemezétől. A kettőnek töve között a nagyon erősen kifejezett foramen sphenoidale látható. Mindkét oldalt ellenben a szűk canalis pterygopalatinus bejárata csaknem el van fedve a processus vaginalis által. A sarkantyúk igen vastagok, korallszerűen likacsosak. Elülső szélük nem forrt össze a sziklacsont felszínével. A tegmen alsó nyúlványa mindkét oldalt hozzájárul a spina angularis képzéséhez. A lamina tympanica vastag. A *bal foramen spinosum hiányzik.* A bal arteria meningea media a felső



10. ábra.



11. ábra.

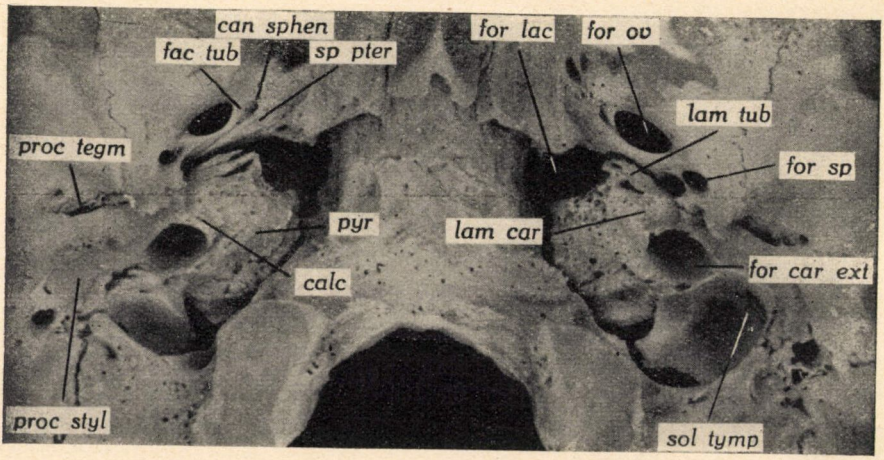
szemgödri hasadék külső zugában lép a szemgödörből a koponyaüregbe, az art. ophthalmica, illetve az art. lacrimalis rendellenesen erős anastomotikus ágaként.

III. Többé-kevésbbé hiányos vagy nyitott canalis caroticus.

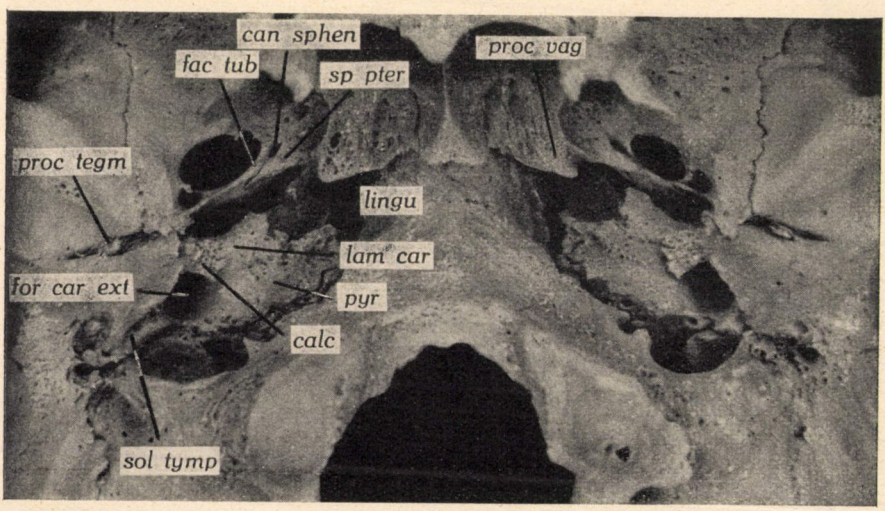
Először is a hiányosfalú esetekből sorolok fel néhány jellegzetes példát.

21. eset. 12. ábra. Ismeretlen, kb. 50 éves férfi. (Törvényszéki boncolás. 1928. III. 25. Dg.: Megfagyás, carcinoma.) Brachycephal koponya. Igen rövid sziklacsont. Különösen feltűnő az alsó felszín rövidsége. A pars cochlearis masszív része is nagyon rövid, ennélfogva nagy foramen lacerum mutatkozik. A sulcus tubae oldalsó falát a spina pterygoidea és a facies tubaria egymáshoz simuló, de fínom barázda által még elválasztott lemezei határolják. A kettő között szembetűnő canaliculus sphenoidalis van. A carotis-lemez rövid, a tubaris lemeztől jobboldalt egy rés, baloldalt egy lyuksorozat választja el. A sarkantyú jobboldalt igen kicsiny, vége szabad, baloldalt csaknem teljesen hiányzik. A canalis caroticus-ok oldalsó falán a chondrogen rész határát lyuksorozat jelzi. A lamina tympanica előrefelé kissé túlterjed a spina angularis-on, mintegy pótolja a hiányzó sarkantyúkat. A lamina tympanica közepe áttetsző, az annulus-maradvány alig sejthető, a processus anterior elég jól látszik. Feltűnő a solum tympani hiányossága. Baloldalt rostaszerűen áttört, sőt köménymagnagyságú lyuk is található rajta. Jobboldalt a solum kettőzött falú, u. i. az ezen oldalon jóval kisebb fossa jugularis és a dobüreg fala között egy alulról beterjedő szivacsos réteg foglal helyet.

22. eset. 13. ábra. Sz. János, 70 éves. (Törvényszéki boncolás, 1924. VI. 24. Dg.: Fulladás.) Brachycephalia. Rövid pyramis. Különösen a pars cochlearis massziv medialis része és a pavimentum carotis-lemeze rövid. A carotis-csatorna ennélfogva alulról alig fedett. A foramen lacerum kivételesen nagy. A sulcus tubae nagyon hiányos. Oldalsó fala is igen vékony és keskeny. Jobboldalt a foramen ovale igen nagy, a facies tubaria keskeny, vékony, a spina pterygoidea rövid, vékony. Baloldalt a spina valamivel erősebb, de a facies tubaria annál gyengébb. A canaliculi sphenoidales tágak.



12. ábra.

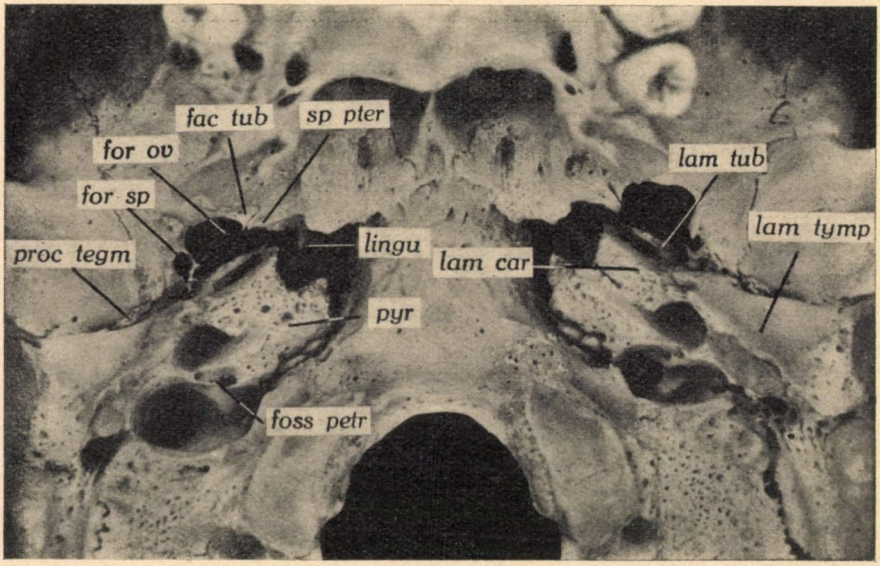


13. ábra.

A sulcus tubae felső falán tátongó rés van és ezenkívül a medialis fal is felette hiányos, minthogy a carotis csatornájának vízszintes részében a tubaris lemez teljesen hiányzik, vagyis a *canalis musculotubarius és a canalis caroticus tágan közlekednek*. Jobboldalt a sarkantyúnak alig felismerhető nyoma látható, baloldalt is gyengén fejlett és nem fekszik oda a pars cochlearis-hoz. A synchondrosis petrooccipitalis hullámos csontlemezzé alakult. A lamina tympanica vastag, de középen áttűnő. Az annulus maradéka felül átvilágításnál nyomokban, a processus anterior jól látható. A solum tympani mindkét oldalt kettőzött és igen vastag, minthogy a fossa jugularis és a solum közé egy vastag csontfal tolódott, illetve vált le a pavimentumról.

23. eset. 14. ábra. B. Lajosné, 41 éves. (1923. VIII. 3. Klin. dg.: Dementia paralyt. prog. Kórb. dg.: Cysta hypophyseos.) Brachycephalia. Erősen kitágult sella. A foramen ovale hátrafelé teljesen nyitott. A bal egybeolvadt a foramen spinosum-mal is. A facies tubaria és a spina pterygoidea hiányzanak, illetve két igen rövid, a canaliculus sphenoidalisnak megfelelő fínom rés által elválasztott szálkaszerű nyúlvány képviseli őket. A processus vaginalis is nagyon rövid. A foramen lacerum igen nagy és egybeolvadt a foramen ovale-val. A *spina angularis-ok teljesen hiányoznak* és ennélfogva jól látható, hogy a canalis musculotubarius oldalsó falát ez esetben teljesen a tegmen alsó nyúlványa képezi, mely előrefelé a foramen spinosum-ig követhető és itt egybeolvad a tubaris lemezzel. A pyramis massziv része rövid. Közte és a pars basilaris között kendermagnál nagyobb szabad csontok ülnek a synchondrosisban. A carotis-csatorna fedőlemeze rövid. A sarkantyú baloldalt csak nyomokban látható, jobboldalt hiányzik. A canalis caroticus alul csak kis darabon fedett, felső és különösen külső fala csaknem végig hiányzik. A tubaris lemez is csak tűalakú csontszilánk által képviselt, mely hátrafelé megerősödve megy át a canalis musculotubarius belső-alsó falába. Elől egy rizsszem alakú és nagyságú rés választja el a carotis-lemeztől. A lamina tympanica messze előrenyúlik, a canalis caroticus elülső széléig. A jellegzetes helyén áttűnő. A processus anterior annuli jól látható. A solum tympani kettőzött. A koponya belfelületén kimaródás nem látható, ellenben a foramen rotundum mögött az ékcsont szárnya szintén benyomott. Lehet-

séges, hogy a nagyszárny leírt hiányai agynyomás okozta lassú resorptio eredményei, de nem valószínű, minthogy felszívódás, kimaródás jelei seholsem láthatók a hiányzó csontok alapján. A talán már a gyermekkortól fogva fennállott cysta lassú, fokozatos növekedéséről lehet szó ez esetben. Az ékcsont-hiányok és a hypo-



14. ábra.

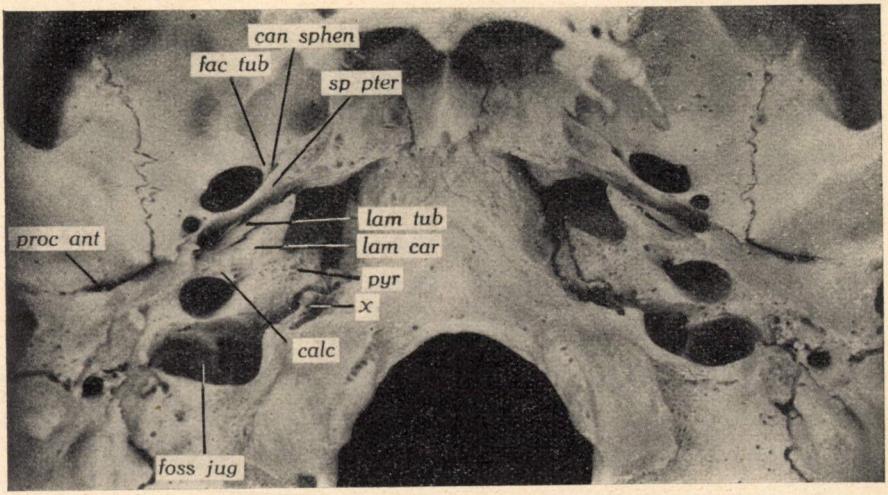
physis-cysta valószínűleg egységes fejlődési zavar: fejlődési gátlás szövődményei.

24. eset. 15. ábra. V. Gábor, 51 éves. (Belklinika, 1927. I. 4. Dg.: Emphysema pulm.) A petrosum cochlearis massziv része felfújt és rövid. A pavimentum carotis-lemeze is rövid, keskeny, a foramen lacerum ennélfogva igen nagy. A carotis-lemez a tubaris lemezzel egységes lándzsaalakú lemezt alkot, melyet azonban középen a kettő közti határon fínom rés választ ketté. A carotis-lemez belső széle a canalis felé kunkorodott és csak alig 5 mm hosszúságban forrt össze a petrosum masszív részletével. A sarkantyú mindkét oldalt rövid, vékony és igen kicsiny, nem zárja körül a canalis bemenetének elülső szélét és ennélfogva ezen csak

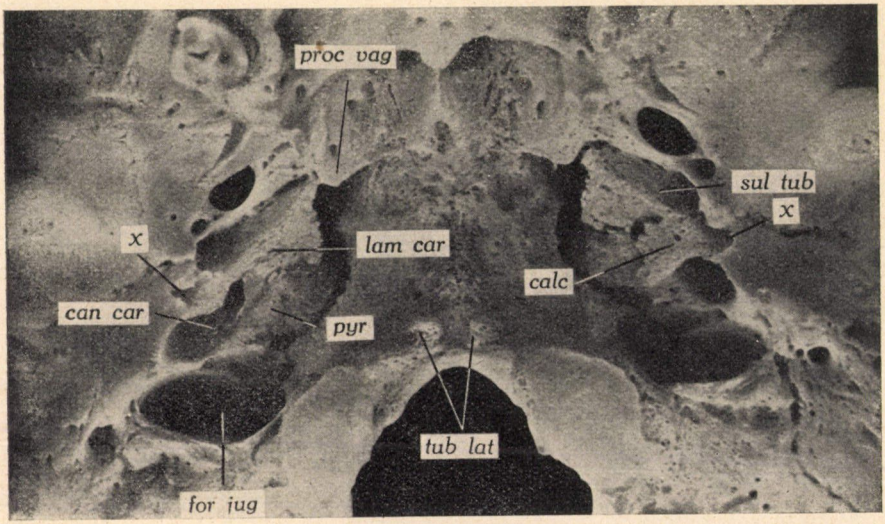
mint kis beszögelés látszik. A sulcus tubae oldalsó falát úgyszólván csak az erősen fejlett spina pterygoidea adja, minthogy a nagyszárnyak tubaris síkja felette vékony és rövid, csupán a foramen ovale elülső pólusának belső oldalát szegélyezi. A proc. vaginalis erősen fejlett és a spina pterygoidea-hoz símul. A koponyaalap statikai constructiójában ez esetben a *spina pterygoidea-ra esett a hangsúly*. A lamina tympanica elülső vége a foramen spinosum-ig előrenyúlik. A spina angularis hiányzik; a lamina tympanica elülső hegye pótolja. A tegmen nyúlványa sem látható. A lamina tympanica vastag, de a jellegzetes helyen kissé áttűnő, a processus anterior jól látszik. A solum kétrétegű, vastag.

25. eset. P. Árpád, 6. hón. (Gyermekklinika, 1929. VII. 10. Morbilli. Osteogenesis imperfecta.) A falcsontok hátulsó falán és a nyakszirtpikkelyen több lencsényi-filléresnyi, kerek, áttűnő, részben már likacsos terület van. A sziklacsontok rövidek. Baloldalt nincs feltűnőbb alaki sajátság, ellenben jobboldalt a canalis caroticus — a fedőlemez keskeny és hiányos volta miatt — egész hosszában nyitott. A rés előrefelé fokozatosan keskenyedik, legelől már hajszálfínom. A carotis-csatorna külső fala a jellegzetes vonalban mindkét oldalt likacsos. A sarkantyúk hiányoznak. Az annulus postuterin kiszélesedése elül már teljesen végbement, ellenben a középső elzáródás még nem indult meg. A crista tympanica a fossa jugularis mellett már a jellegzetes kettőződést mutatja a két foggal. Ezen stadiumban világosan látható, hogy a külső fog, melynek csúcsa itt kevéssé előbbre áll, az annulus dudorából fejlődött ki, ellenben a belső, melynek hegye kissé hátrább tekint, a pavimentum ívéből emelkedik ki. A solum tympani mindkét oldalt még rostaszerű, sőt baloldalt egy mustármagnyi közlekedés áll fenn a dobüreggel. A fossa külső szélén azonban a fal kettőződése már nyomokban látható.

26. eset. 16. ábra. O. Mihály, 75 éves. (Szegényház, 1923. III. 11. Dg.: Fractura colli femoris duplex.) Brachycephalia. A carotis-lemez hosszú, erősen fejlett, lándzsaalakú hegye nekitámaszkodik az igen rövid processus vaginalis-nak. Oldalt az erős spina pterygoidea teljesen zárja a sulcus tubae-t. A nagyszárny tubaris lemeze úgyszólván hiányzik, ellenben a foramen ovale külső oldalán egy analog nyúlvány különböztethető meg, melyet egy



15. ábra.



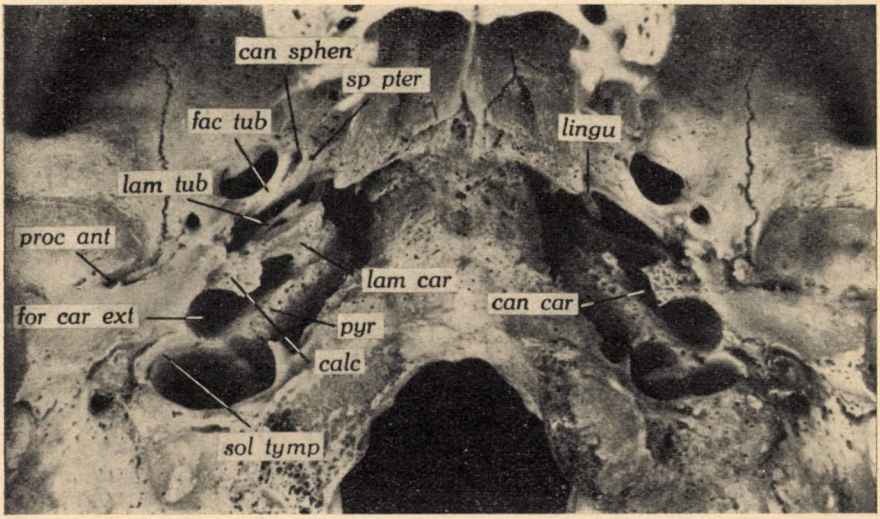
16. ábra.

éles barázda választ el a nagyszárny oldalsó részétől. E nyúlvány a foetalis kor elején rendszerint praeformálva van. A tubaris lemez nem különböztethető meg. Baloldalt jól kifejezett sarkantyú van, mely nem forrt össze az alatta hártyaszerűen vékony carotis-lemezzel. Jobboldalt a sarkantyú teljesen hiányzik; itt a carotis-lemez is hiányos a hátulsó részében, úgyhogy a canalis vízszintes részének alsó fala részben fedetlen. A lamina tympanica igen alacsony, jellegzetes helyén áttűnő. Az annulus maradványa az átvilágításnál sejthető, a processus anterior jól látható. A foramen caroticum externum-ok külső oldalain a musc. levator veli palatini eredését egy-egy gödör (x) jelzi.

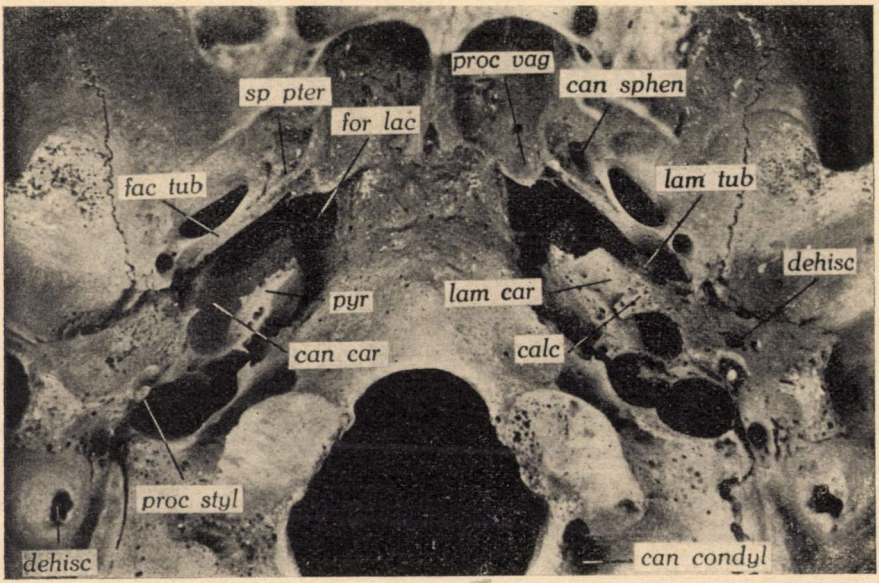
A nyitott canalis caroticus példái.

27. eset. 17. ábra. N. Mihályné, 45 éves. (Szegényház, 1924. XII. 11. Dg.: Pneumonia.) A sziklacsont cochlearis része rövid. A bal kevéssel mélyebben fekszik. A foramen lacerum-ok tágak. A spina pterygoidea-k teljesen odaforrtak a nagyszárnyak kürti felszínéhez. A *bal canalis caroticus alul teljesen nyitott*, a megfelelő carotis-lemez hiányzik, de a sarkantyú elég jól kifejezett. A tegmen alsó nyúlványa a spina angularis-nál bunkószerűen kiáll és reáfekszik a lamina tympanica elülső szögletére. Jobboldalt hasonló az állapot, itt azonban a carotis-lemez és a tubaris lemez igen kicsiny méretben mégis jelen vannak és rés által vannak egymástól elválasztva. A carotis-lemez elülső vége 3 mm-nyi hosszúságban odaforrt a sziklacsont csúcsához. A sarkantyú itt is megvan, de szabadon hajlik a nyitott carotis-vájulat fölé. A sulcus tubae ennélfogva a jobboldalon, bár hiányosan, megvan, ellenben baloldalt belső és alsó fala teljesen hiányzik. A lamina tympanica-k vastagok, a jellegzetes helyen kissé áttűnők, a processus anterior-ok láthatók.

28. eset. 18. ábra. Sz. Elekné, 50 éves. (Szegényház, 1923. X. 12. Dg.: Pneumonia croup., arteriosclerosis.) Brachycephalia. Rövid pyramis. Szokatlanul nagy rongyos lyukak. A kürt csontos vályuja nincs egyik oldalt sem kialakulva. A spina pterygoidea-k csak nyomokban ismerhetők fel. A sziklacsont elülső masszív része kicsi, ami kivált jobboldalt tűnik szembe. Baloldalt a carotis-



17. ábra.

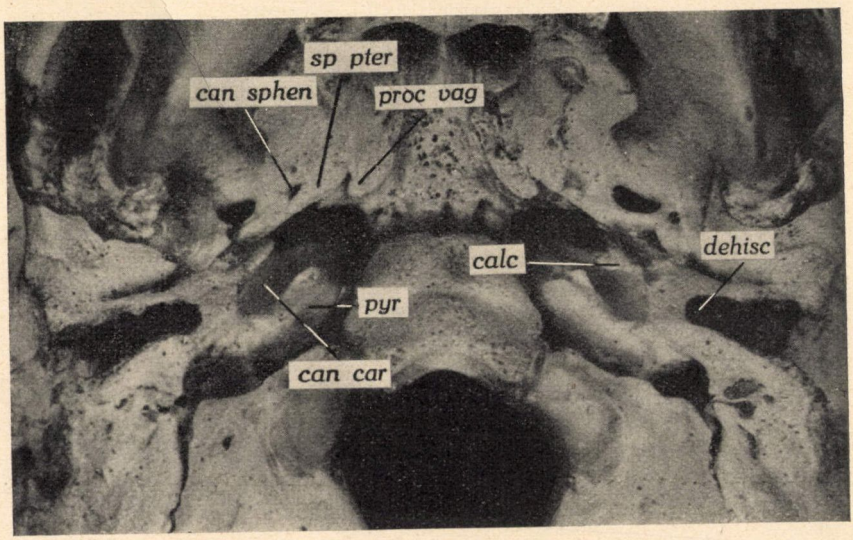


18. ábra.

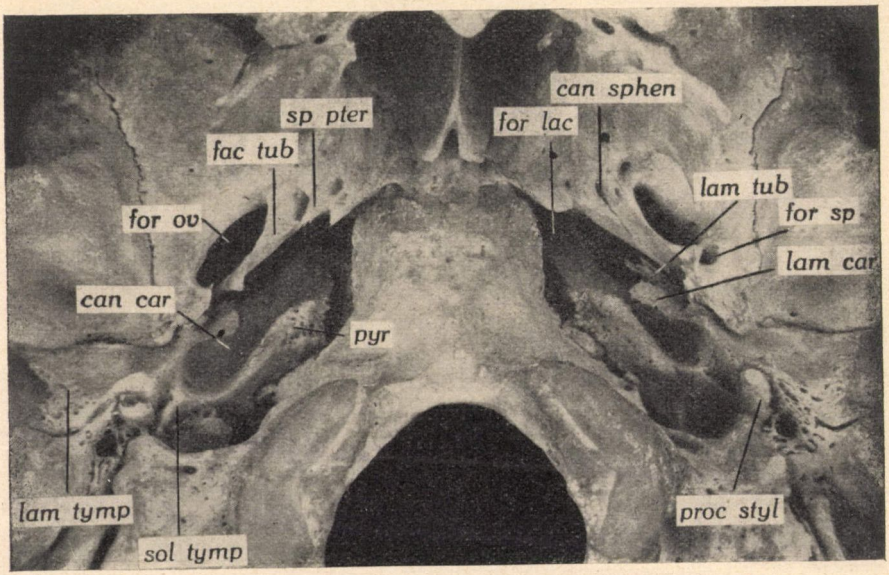
csatorna fedőlemeze igen rövid és keskeny. A tubaris lemeznek csak hátul látható nyoma. A sarkantyú kicsiny, keskeny. A carotis-csatorna felső fala is nagyon hiányos és belül is az oldalsó fal csökevénye a határvonalon mákszemnyi egészen mustármagnyi lyukak sorozatától áttört. Jobboldalt a sziklacsont elülső masszív része szinte lemezszerű, a *carotis csatornája alul egész hosszában teljes szélességében nyitott*, sőt a felső fal elülső része is hiányzik. A pavimentum carotis-lemeze és a sarkantyú itt teljesen hiányzik és a tubaris lemezt is csak egy 3 mm hosszú, áttetsző csontszilánk képviseli. A carotis-csatorna tehát egyik oldalon sincs elválasztva a kürt porcos részétől. A lamina tympanica mindkét oldalt a jellegzetes helyen lyukas. Az annulus maradványa átvilágításnál jól áttűnik, a processus anterior jól látszik. A solum tympani a fossa jugularis felől mindkétoldalt hártyaszerűen áttűnik. A processus styloideus mindkét oldalt vékony, hüvelye medialisan hiányzik és oldalt is csak annyiban van kiképezve, hogy a lamina tympanica alsó nyúlványa hozzáfekszik. Szóval a pavimentum ez esetben igen hiányos fejlődése a vagina processus styloidei és az egész crista tympanica (petrosa) hiányos, vékony kiképzésében nyilvánul.

29. eset. 19. ábra. H. János, 26 hón. (Gyermekmenhely. 1925. IX. 3. Dg.: Mastoiditis purul. l. utriusque. Lues congenita. Rachitis.) A foramen lacerum mindkét oldalt igen nagy. A spina pterygoidea közepes fejlettségű. Mindkétoldalt hiányzik a tubaris lemez és a pavimentum carotis-lemezének legnagyobb része. A *canalis caroticus tehát alul mindkét oldalt tágan nyitott.* Az annulus tympanicus belső oldalán elég világosan felismerhető helyenként a pavimentum íve, amelyből a tuba alatt előrefelé egy nyelvalakú, keskeny nyúlvány folytatódik. Baloldalt a sarkantyú nyoma is kifejezésre jut. Mindkét oldalon a pavimentum lefelé irányuló rövid oldalszárnyának és a canalis porcos vájulatának határán lyuksorozat látható. A pavimentum íve és a sziklacsont alsó éle között, a fossa jugularis előtt egy ütközőpárnaszerű csontlemezke látható. A solum tympani mindkétoldalt csaknem teljesen felszívódott. A pars tympanica külső részén és a pikkelyen műtéti nyomok látszanak.

30. eset. 20. ábra. L. Imre, 63 éves. (1924. XII. 8. Dg.: Nephrosclerosis, arteriosclerosis.) Brachycephalia. Rövid pyramisok. *A canalis caroticus alul mindkét oldalt teljesen nyitott.* A rongyos lyukak



19. ábra.



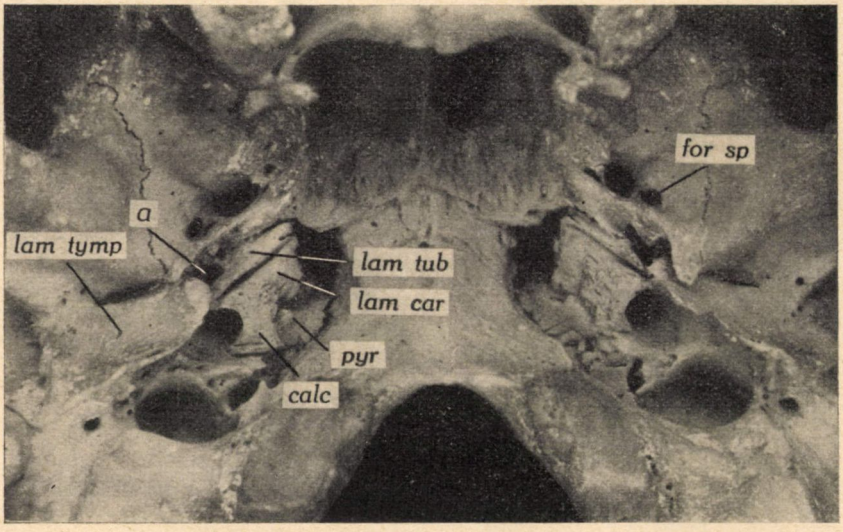
20. ábra.

kivételesen nagyok. A spina pterygoidea jobboldalt alig 5—6 mm hosszú. Jobboldalt a nagyszárny kürti lemeze is hiányos, úgyhogy a nagy petealakú lyuk hátul nyitott és egybeolvad a tövislyukkal és az ékcsont-sziklacsonti hasadékkal. A pavimentum képletei mindkét oldalt felette hiányosak. Baloldalt a fedőlemeznek csak egy hártyásan vékony részlete van meg, mely alakilag a sarkantyúnak felel meg. Ettől oldalt a csak 3—4 mm hosszú, szilánkszerű tubaris lemez látható. Jobboldalt szintén csak a sarkantyúra emlékeztető, háromszögletű, vékony csontlemezke van meg a carotislemezből; itt a tubaris lemez teljesen hiányzik. A pavimentum hiányos kiképzésének megfelelőleg a crista tympanica (petrosa) is igen vékony és alacsony. Ellenben a solum tympani a fossa jugularis-ban nem áttűnő, minthogy a processus jugularis görcsösen megvastagodott lemeze lefelé reáfekszik és befedi a solumot. A lamina tympanica mindkét oldalt feltűnően kicsiny és gyengén fejlett. Nagyon feltűnő a pyramisok medialis masszív részének szokatlan vékonysága és az, hogy a pyramisok általában a koponyaalap szintjéből a koponyaüreg felé, vagyis felfelé szorultak.

Az utóbbi esetek mindegyikében a nyitott canalis caroticus-okban világosan látható, hogy a csatornának a vízszintes része közepében is van egy a középvonal felé irányuló hajlata. A négy felnőtt közül a 26. az aggsági csontritkulás bizonyos fokát mutatta. A 27-nél az általános csontritkulás a koponyán nem volt megállapítható, a 28. esetben a csontváz és így a koponya is általában igen vékony, gyenge alkotású volt. E három eset alapján talán arra lehetne gondolni, hogy a koponyacsontok gyengébb alkatával függ össze a canalis caroticus-ok nyitvamaradása, vagyis a pavimentum hiányos fejlődése. Ellenben a 30. esetben az egyébként is normalis koponya vastag, igen erős általános alkotású volt és így a pavimentum részeinek hiányossága itt kétségkívül izolált jelenség a koponya kifejlődésében. A pavimentum hiányos fejlődése tehát független lehet a többi koponyacsont viszonyaitól.

IV. Különleges figyelmet és elbírálást érdemelnek az alábbi esetek, melyek részben a hiányosan kialakult pavimentum fejezetébe tartoznak, részben azonban egyéb különleges sajátságokat is mutatnak.

31. eset, 21. ábra. özv. L. Sándorné, 80 éves. (Szegényház, 1923. I. 31. Dg.: Arteriosclerosis, mikrocephalia.) A koponya kerülete 44·5 cm. Igen rövid pyramisok. A sulcus tubae jól kiképződött, de a spina pterygoidea gyengén fejlett, rövid, a baloldali mindazonáltal egy rendellenes nyúlvánnyal kiegészíti a sulcus tubae felső falát is. A halántékcsonti lamina tubaria aránylag széles, vastag és előrefelé csaknem a rövid processus vaginalis-ig követhető. A tubaris lemez hátsó részében, de még kevéssel a zárt tuba-csatorna előtt

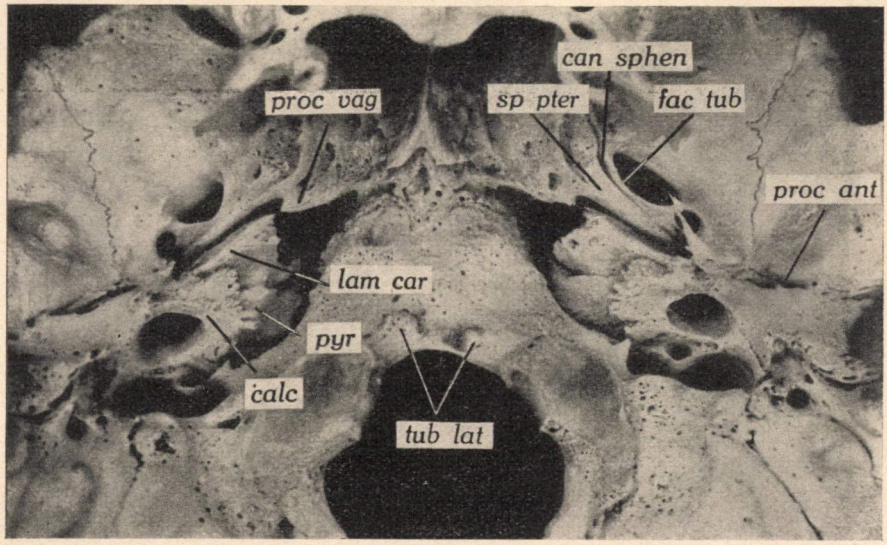


21. ábra.

a belső falával mélyebben leterjed a lamina tympanica csúcsa felé és itt 1 mm-nél is vastagabb. Ettől a ponttól fogva a semicanalis tubae nemcsak vastagabbfalú, de hirtelen el is mélyed, úgyhogy kanálszerű vájulat (a) látható a felső falon, t. i. a vályuszerű septumon. A tubaris lemezt a canalis caroticus-ba beterjedő rés élesen elválasztja a pavimentum lemezétől. Az utóbbi aránylag elég széles és reáborul a feltűnően kicsi masszív részére a sziklacsontnak. A sarkantyúk jól kifejezettek. A tuba lemeze és a carotis fedőlemeze közti rés mögött csak egészen keskeny csonthíd köti össze az utóbbit a lamina tympanica-val. A lamina tympanica megfelelő nagyságú,

de alsó széle, a crista feltűnően vékony. A processus styloideus befelé szabadon fekszik, hüvelye nincsen. Tehát itt azzal az esettel állunk szemben, hogy a pavimentum elülső része, a carotis fedőlemeze eléggé kifejlődött, ellenben az *ív származékai úgyszólván hiányzanak*. A solum tympani a fossa jugularis felől mindkétoldalt áttűnő. A lamina tympanica-k is áttűnők a jellegzetes helyen.

32. eset. 22. ábra. Sz. Juliánna, 66 éves. (1924. VI. 11. Dg.: Marasmus.) Brachycephalia. Rövid pyramisok. A foramen lace-



22. ábra.

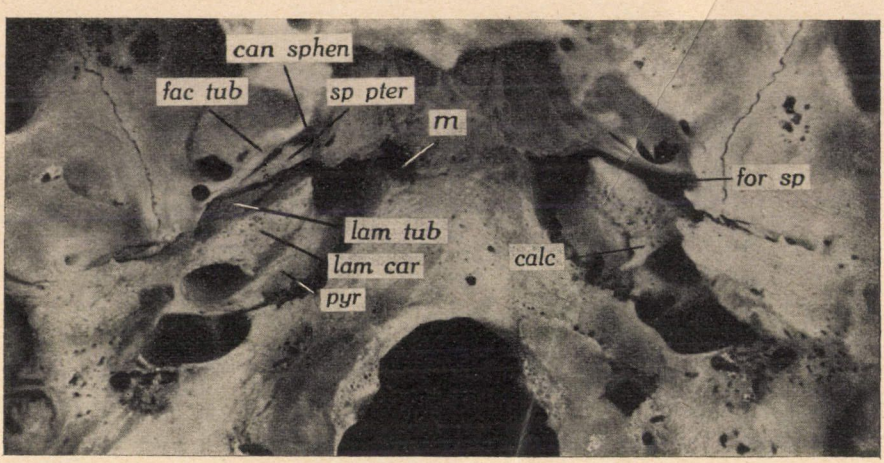
rum-ok nagyok. A sulcus tubae jól kifejlődött, a spina pterygoidea-k erősek, hosszúak. A carotis fedőlapja jól kifejlődött, házfedél alakú, de szokatlanul mélyen fekszik. Az oldalsó lejtő vastag, 1 mm-nél is jóval vastagabb, szívós csontlemez, ellenben a belső lejtő, mely a canalist fedi, hártyaszerűen vékony, áttűnő és belső széle pedig belefekszik a pars cochlearis masszív része megfelelő vájulatába és be is kunkorodik a csatorna felső falához. A két lemez közt rés nincsen, csak az élesen elhatárolt vastagsági különbözet áll fenn. A sarkantyú mindkétoldalt rendkívül erősen kifejlődött, elülső széle tövises. A sarkantyú alatt, továbbá a fedőlemez és a masszív

sziklacsont között is nyitott rés van, úgyhogy e csontrészek itt feltűnő élességgel válnak külön egymástól. A lamina tympanica szokatlanul kicsi, cristája úgyszólván nincsen, alsó széle azonban kettőzött, de a belső, t. i. a pavimentum-eredetű rétege nagyon gyenge. A processus styloideus hüvelye ennélfogva nincsen kifejlődve. A lamina tympanica a jellegzetes helyen áttűnő. Feltűnő ez esetben a laminának az áttűnő helytől kifelé eső részének rövid volta, úgyhogy az áttűnő rész itt kivételesen középre esik.

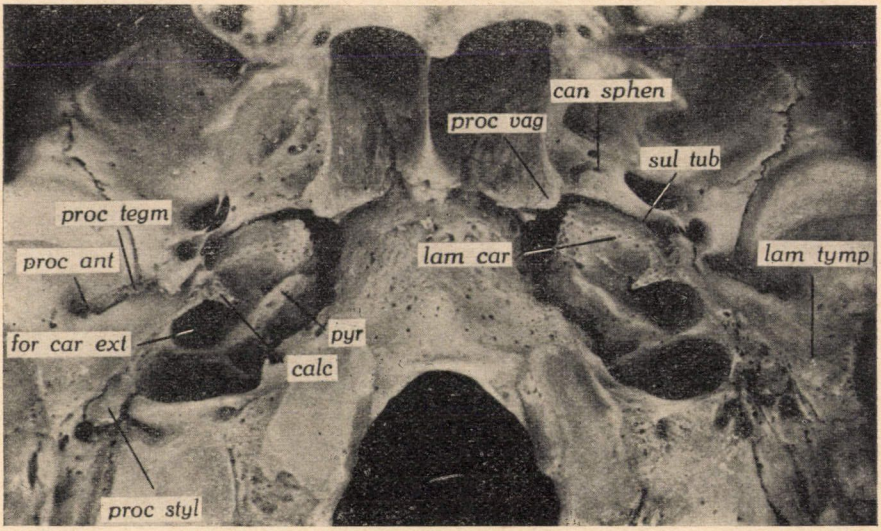
A koponyacsontok ez esetben általában középvastagok és még nem porotikusak. Sajátságos a sziklacsont alsó felszínének igen markáns kiképződése, amennyiben a szóbanforgó egyes képletek részben a legjellegzetesebb formájukban mutatkoznak, másrészt viszont a carotis-lemez vékonysága és a tövisnyúlvány hüvelyének hiánya arra mutatnak, hogy a pavimentum általában kevés csontállományt termelt. A sarkantyúk erős kifejlődése ezzel szemben arra enged következtetni, hogy itt is a már előbb említett másodlagos megvastagodás jött létre a lamina tympanica postuterin kifejlődésével kapcsolatban; bizonyára a koponyaalap statikai viszonyainak hatása alatt.

33. eset. 23. ábra. P. Julia, 54 éves. (Belklinika, 1925. I. 7. Dg.: Emlőrák csontáttételekkel.) Ez esetben a sarkantyú különös formájára óhajtok utalni. A sarkantyú u. i. szabadon álló csúcsban végződik, mely túlnyúlik a sziklacsont belső szélén, csaknem a synchondrosis fölé. Nagyon markáns a jobb spina pterygoidea. A baloldalon ellenben a spina rövid és a tubaris felszín fedetlenül hagyja a foramen spinosum belső oldalát. Ugyanezen oldalon hiányzik a sziklacsonti tubaris lemez is.

34. eset. 24. ábra. D. Márton, 34 éves. (Belklinika, 1925. VII. 18. Dg.: Tuberculosis pulmonum.) Brachycephalia. Igen rövid koponya. Feltűnően rövid, vaskos pyramisok. A pars basilaris rövidsége dacára a carotis-lemez csúcsa csaknem eléri a processus vaginalis-t, a foramen lacerum ennélfogva igen kicsi. A sulcus tubae jól kifejezett, de a spina pterygoidea nincs világosan kifejlődve és a nagyszárny kürti felszíne is igen gyenge. Ellenben a halántékcsontnak a carotis-lemezzel egybeforrt tuba-lemeze szokatlanul széles és vastag, úgyhogy ez alkotja túlnyomólag a sulcus tubae-t. Nagyon szokatlan azonban a carotis-csatorna fedőlemeze: hátsó



23. ábra.

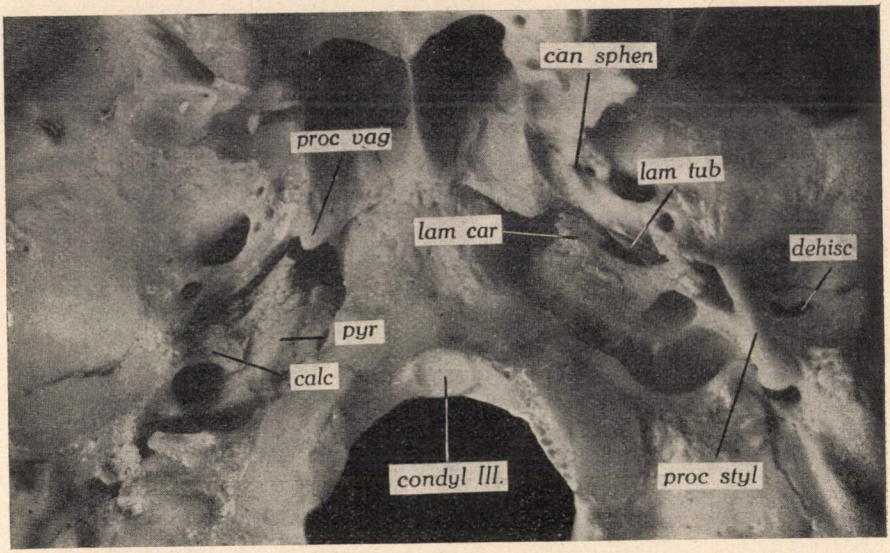


24. ábra.

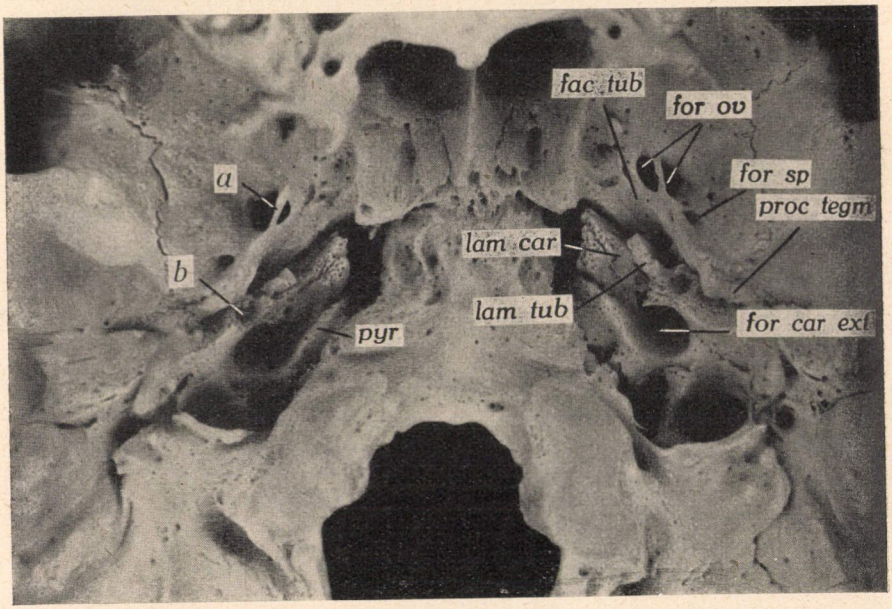
kétharmada csészealakban mélyen behorpadt a canalisba, rendkívül vékony, hártyásan áttűnő. Felszívódásnak azonban nyoma sincs, a felület mindenütt teljesen sima. Előrefelé az áttűnő részt vastag csontpánt szegélyezi, mely azt a benyomást kelti, mintha a tubaris lemez kampószerűleg behajlott vége lenne. Hátrafelé a vékony terület beretvaélesen végződik; alatta vagy 2—3 mm-nyire fekszik az aránylag igen gyenge sarkantyú hegyes, szabad véggel. A carotis-csatorna bejárata feltűnően széles és az említett viszonyoknál fogva csaknem nyitott. A carotis-csatornának felső fala is igen rövid, úgyhogy a carotis hátul csak felülről, elülső felében pedig csak alulról van csontosan burkolva. A lamina tympanica erősen előrenyúlik, részben a sarkantyú fölé. Cristája nagyon éles és a processus styloideus előtt szokatlanul hosszú hegyes nyúlványa van, azonban ez is vékony. A processus styloideus hüvelye hiányzik, vagyis a pavimentum képletei általában igen gyengén és hiányosan vannak képviselve. A dobüreg feneke mindkétoldalt áttűnő, a lamina tympanica a jellegzetes helyen szintén. A processus anterior annuli jól látható. Jobboldalt a foramen ovale alatt tökéletlen lamina crotaphitico-buccinatoria (Hyrtl).

A carotis- és a tubaris lemez egymáshoz való viszonyának mondhatni ellenkező példáját látjuk a következő *35. eset*ben. 25. ábra. (V. János. Törvényszéki bonc. 1923. IX. 25.) Itt a keskeny, de vastag carotis-lemez elülső végének kampószerű, kifelé tekintő nyúlványa helyettesíti a sulcus tubae képzésében az igen rövid és keskeny, szálkaszerű tubaris lemezt.

36. eset. 26. ábra. K. Ferenc, 51 éves. (Szegényház, 1926. II. 2. Dg.: Önakasztás.) Brachycephalia. Rövid, a koponyaüregbe szokatlanul benyomódott pyramisok, de igen kicsi foramen lacerum-ok. A for. ovale alatt mindkétoldalt zárt *foramen crotaphitico-buccinatorium (Hyrtl)*. A sulcus tubae oldalsó fala ennélfogva igen magas. A spina pterygoidea jól fejlett, a spina angularis-ig terjed. A pyramisok nagyon keskenyek, különösen a jobboldali. A carotis-csatorna fedőlemeze elég széles és hosszú, vastag, de likacsos szerkezetű. Olyan mélyen fekszik, hogy a canalisnak mintegy a közepébe esik, ezenkívül belső széle felfelé be is kunkorodott. A kunkorodott szél a canalis belső falán pár ponton csontosan rögzített a sziklacsont feltűnően masszív részéhez. A sarkantyú jobboldalt teljesen hiány-



25. ábra.



26. ábra.

zik, baloldalt igen kicsiny, s hegye szabadon áll. Feltűnő a tubaris lemez alakulása: mindkétoldalt rövid, a carotis-lemez közepéig ér csak, igen vastag, de likacsos szerkezetű. Egészében a tubarislemez szabad része négyszegletű, vastag csontlemeznek felel meg, mely csaknem különvált és jóval mélyebbre terjed le, mint a pavimentalis carotis-lemez. A sulcus tubae fenekén ez esetben nem látszik az önálló halántékcsonti tubaris lemez. Nem lehetetlen azonban, hogy ez képviselve van, de felismerhetetlenül egybeolvadt a carotis fedőlemezével. Az utóbbi esetben a kiemelkedő vastag, a tuba felé kanálszerűen kivájt lemez a szokatlan mértékben és önállóan előre terjedő septumnak felel meg. Hasonló, de kevésbbé kifejezett formáját a tubaris lemeznek, illetve a septum elülső végének már a 16. esetben láttuk. Tehát nem kapcsolatnélküli kivételről van itt szó, hanem egy típus markánsabb kialakulásáról. A lamina tympanica elég erősen fejlett, vastag, ellenben itt is feltűnő a processus styloideus belső oldalának teljes fedetlensége, vagyis az arcusból származó réteg hiányos kialakulása. A sziklacsont feltűnő keskenysége és a carotis-csatorna fedőlemezének bekunkorodása valószínűleg a sziklacsont két oldalról való összenyomatására vezethető vissza. Támogatja ezt a feltevést az is, hogy különösen a jobb pyramis elülső része nagyon keskeny és a koponyaalap sagittalis tengelye szembetűnően görbült, mégpedig éppen jobbra tekintő homorulattal, vagyis a statikai nyomás éppen a jobb sziklacsont területében érte el tetőfokát. A pavimentum hiányos fejlődése azonban ezen asymmetriától teljesen független lehet. A carotislemeznek a carotis-csatornába való mély *bekunkorodását* már foetalis sziklacsonton is láttam. A lamina tympanica elülső vége előtti gödörrel (b) a 26. esetben is találkoztunk.

Összefoglalás.

A vázolt 36 eset távolról sem meríti ki a halántékcsont szóbanforgó részeinek egyéni változatosságait. Arra sem elegendő ezen sorozat, hogy a halántékcsont tárgyalt részei normalisnak, vagy átlagosnak mondható típusát határozottabban körvonalozhassuk. A 36 esetet 250 általunk praeparált koponya közül választottam ki. Ez a szám pedig kétségkívül nem elegendő egy általános érvényű

statisztikához. Hogy aránylag nagy számmal szerepelnek a magaskorú egyének, ennek oka abban rejlik, hogy a szegényház szolgáltatta a legtöbb macerálható esetet. Két eset kivételével a koponyákon határozott kóros elváltozás nem állott fenn, úgyhogy általában azok mind épeknek tekinthetők. Az elváltozott esetek egyikében porenkephaliás csontmegvastagodás, a másodikban pedig a sella erős kitágulása állott fenn. De ezen esetekben is a halántékcsontok épek voltak és a kóros koponyaelváltozás igen hosszú idő alatt fokozatosan és inkább csak a belfelületen fejlődött ki, úgyhogy nem befolyásolta a halántékcsont alsó felszínét észrevehetően. A felsorolt összes egyéni változatok tehát a születéstől fogva fennállottaknak tekinthetők, hiszen mint már reámutattam, *már a foetalis korban is ki vannak fejezve az egyéni sajátságok*. Az itt csoportosított észlelések egyrészt általános fejlődéstani és bonctani viszonyokra vonatkoznak, t. i. a sulcus tubae felépítésére, a canalis musculotubarius-nak a sziklacsonttal összefüggő belső-felső falának és végül különösen egy, bizonyos fokig önállónak tekinthető fedőcsontnak a p a v i m e n t u m n a k fejlődési és alaki viszonyaira.

A *sulcus tubae*-t illetőleg reámutattam arra, hogy annak képzésében az ékcsont részéről két képlet, nevezetesen a nagyszárnynak egy többnyire merőlegesen álló síma 5. felszíne, a *facies tubaria* és ezenkívül a röpnyúlvány alapjának egy nyúlványa, a *spina pterygoidea* vesz részt.

A sziklacsonttal összefüggő tubaris lemez a tuba hátsó részét körülvevő peritubotympanalis kötőszövetből, vagyis az első kopoltyúív mesodermájából képződik. Hátrafelé a dobüreg belső falával, előrefelé a carotis-csatorna oldalsó falával és a tegmen tympani-val, legelül pedig a pavimentum carotis-lemezével függ össze.

A *pavimentum* önállósága a foetalis korszak utolsó hónapjaiban és az újszülöttön figyelhető meg a legzavartalanabbul. Az ív homorulata az annulus tympanicus-hoz símul és hátsó végével a processus styloideus-ra támaszkodik, melynek hüvelyét képezi. Az ív medialis szélén bekövetkező lemezalakú appositio a dobüreg alsó falát, a solum tympani-t szolgáltatja. Az ív elülső vége hosszúkás lemezbe megy át, melynek vízszintes része a carotisnak már a

primordialis koponyán előképzett vájulatát zárja el alulról, vagyis alakítja át teljes csatornává. E vízszintes lemez külső széléből felfelé irányuló vékony oldallemezke a carotis-csatorna külső falát alkotja az említett tubaris lemezzel együtt. A tubaris lemez és különösen a pavimentum önálló képletként való megkülönböztetése nem erőszakolt. Semmiesetre sem azonosíthatók a sziklacsont ezen típusos részei azon tövisszerű vagy vonalas egyenetlenségekkel és másodlagos csontfelrakódásokkal, melyek sokkal kisebb méretben a porcosan előképzett hallótok porc-, illetőleg csonthártyájában egyébütt is és általában a koponyaalapon fellépnek részint mint hézagpótló töltelék, részint pedig statikai hatásokra, izmok és kötőszövetkötegek nyomán. Ezen képződmények tényleg kevésbbé állandó jellegűek, fejlődésük és összefüggésük viszonyai nehezen állapíthatók meg. A pavimentum azonban bár sokkal kisebbméretű és gyengébb képlet, mint pl. a squama, vagy a pars tympanica, mindazonáltal nem kevésbbé állandó és önálló fedőcsont, mint ezek. Az újszülöttben még élesen megállapíthatjuk részben el is különült határait. Alakja és elhelyeződése és további részvétele a halántékcsont teljes kifejlődésénél van annyira jellegzetes és állandó, mint az említett fedőcsontok bármelyikéjé. Határait még a teljesen kifejlődött sziklacsonton is jól körvonalazhatjuk, különösen a carotis fedőlemeze, a sarkantyú, a dobfenék és a tövisnyúlvány hüvelyének képében és ezek egyéni változataiban. Az emlősök halántékcsontján a pavimentum pyramidis sokkal szembetűnőbb és önállóbb képlet, mert itt a bulla ossea legnagyobb részét szolgáltatja. Az embernél a *fennálló járással kapcsolatban az erősen fejlett processus mastoideus*, illetve, a négylábon járó emlősöknél hiányzó, *antrum mastoideum vette át a bulla functionalis szerepét* s ez okból a pavimentum viszonylag nagyon visszafejlődött. Ezen összehasonlító anatomiai jelentősége a pavimentumnak még részletesebb vizsgálatot érdemel.

A felsorakoztatott igen érdekes egyéni változatok több tekintetben tanulságosak. Egyrészük szövődménye a koponyaalapon egyébütt is található kisebb-nagyobb, majd az *atavistikus*, majd talán a *praecursorikus* irányban mutatkozó eltéréseknek. Nem szenved kétséget, hogy a sziklacsont alsó felszínének ezen változatai összefüggnek az itt tapadó kötőszöveti képletek és izmok, továbbá

a tuba egyéni alakjával és működésével is. A levator veli palatini és a ligamentum pharyngeum laterale pl. bizonyára nagy befolyással van a sarkantyú kifejlődésére. Egyes kivételes változatok azonban a foetalis, vagy postfoetalis koponyafejlődés még ki nem derített folyamataival állhatnak kapcsolatban, és esetleg nem is mint természetes variációk, hanem mint fejlődési gátlások, illetve zavarok volnának értelmezhetők. Bizonyos azonban, hogy a bemutatott alakzatok egyrésze, mint pl. a pavimentum, illetve egyes pavimentum származékok hiányos kifejlődése bizonyos constitutionalis állapotokat teremt.

A pavimentum gyenge kifejlődésével, mint láttuk, együttjár a canalis caroticus hiányos elzáródása egyrészt alófelé, másrészt a tuba felé, továbbá a dobüreg fenekének és a processus styloideus hüvelyének aránylag gyenge volta is. Nem tagadható, hogy ezen állapotok nagy szerepet játszhatnak bizonyos kóros folyamatoknak a dobüregből a bulbus jugularis-ra, vagy a kürtről és a dobüregről a carotis falára, vagy az állkapocsízületre és viszont való átterjedésében. A sziklacsont dehiscentiájával gyakorlati jelentőségük miatt úgy otologusok, mint anatomusok is már behatóbban foglalkoztak: Hyrtl, Rüdinger, v. Tröltsch, Bürkner, Merkel (Hand. d. topogr. Anat. I.), Körner, Kiss F. (Lechner-Emlékkönyv 1915) stb. A pavimentumra és a sziklacsont többi másodlagos fellépésű fedő-csontjaira vonatkozó jelen vizsgálataim e *dehiscentiák egységes szempontból való értelmezését teszik lehetővé* és reámutatnak azok constitutiós, rendszerint már az ébrényi korban megalapozott forrásaira. A pavimentum ébrénykori fejlődésének általános és szövettani viszonyait, valamint az irodalmi vonatkozásokat egy későbbi dolgozatban fogom ismertetni.

A bemutatott változatokban különösen tanulságosak a lényegesen ingadozó nagyságbeli eltérések és ezzel kapcsolatban a vicariáló túlterjedések vagy túlnövések hol az egyik, hol a másik componens részéről, melyek a hiányosan fejlett részlet pótlását célozzák. Kevés területében az anatomiának mutatkoznak, bár viszonylag szűk téren belül, ennyire *messzemenő helyettesítések*.

Általában feltűnőnek kell mondanunk a koponyaalap ezen részén, a *neocraniumon* található variabilitás gazdagságát. Összefügghet ez a fajok vagy típusok gyakori kereszteződésével, kevere-

désével is, de lehet, hogy még messzebb visszanyúló okok is szerepelnek. Lehetségesnek kell mondanunk, hogy az emberi koponya *phylogenetikai nyugtalanságával* állunk itt szemben, ami a *definitív kétlábonjárásban* lelheti magyarázatát. Mert kétségtelen, hogy forradalomszerű átalakuláson ment keresztül a *pithekanthropus erectus* koponyája azon időszak alatt, melyben az alsó végtagokon való járás vált kizárólagossá. A variatiók szokatlan gazdagsága kifejezése lehet annak, hogy a neocranium és a koponyaalap általában még nem nyerte el teljesen egyelőre megállapodott szerkezetét és így atavistikus és praecursorikus formákon kívül még látszólag kivételes, illetve szeszélyes interferens és kisikló degeneratív alakulások is előfordulnak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. nov. 13-án tartott üléséből.)

BEITRÄGE ZUR STRUKTUR UND ENTWICKLUNG DER UNTERFLÄCHE DES FELSENBEINS.

Von FRANZ ORSÓS, korresp. Mitglied.

Mit 26 Abbildungen.[1]

Auszug.

Das Hauptziel dieser Untersuchungen war die Klarlegung der Entwicklung und Morphologie der unteren Fläche des Felsenbeins. Nach der Verknöcherung der Labyrinthkapsel entwickelt sich um den vorderen-inneren Schenkel des Annulus tympanicus und unterhalb des Canalis caroticus aus dem peritympanalen Bindegewebe ein bisher noch nicht gewürdigter, selbständiger, durch feine knöcherne Fortsätze an das primäre Felsenbein gestützter Deckknochen, welcher sich mit den Nachbarknochen nur später inniger vereinigt.

In den letzten Monaten des Foetallebens wird aus dem bogenförmigen hinteren Anteil dieses Deckknochens (Arcus pavimenti) der Boden der Trommelhöhle gebildet, welcher zugleich die äussere Hälfte der Wand der Fossa jugularis ist. Dieser Knochen verschliesst also von unten her die Trommelhöhle, den Canalis caroticus und zum Teil auch den Canalis musculotubarius. Auf Grund seiner Entwicklung und Rolle kann er mit Recht als ein selbständiger Deckknochen unterschieden werden, für dessen Bezeichnung der Termin *Pavimentum faciei inferioris pyramidis*, oder einfach *Pavimentum pyramidis* vorgeschlagen wird.

Bei dem 30 cm langen Foetus findet man den halbmondförmigen Knochenbogen (Arcus pavimenti) eng an den Annulus

[1] Die Erklärung der Abkürzungen siehe auf Seite 11 bei Abb. 4.

tympanicus angelagert, jedoch mit diesem nicht verschmolzen, sondern von ihm durch eine nahtähnliche schmale Spalte getrennt. An dem vorderen Ende geht er in eine zungenförmige, breite aber dünne Platte (Lamina carotica pavimenti) über, welche, wie die Beilschneide dem Schafte, dem schlanken Bogen aufsitzt. Diese Platte überlagert die Carotisfurche des primordialen Schädels und bedeckt sie je nach Grad ihrer Entwicklung mehr-weniger. Ein der Grundplatte senkrecht gestellter, aufwärts gerichteter dünner Nebenflügel ergänzt die seitliche Wand des Kanals. Nach rückwärts spitzt sich der Knochenbogen allmählich zu, überall streng den charakteristischen Unebenheiten des äusseren Randes des Annulus tympanicus folgend und endet in einer feinen Spitze am hinteren-unteren Viertel des Annulus, vor dem vorderen Treffpunkt der Pars basilaris des Hinterhauptbeines und der Pars mastoidea des Schläfenbeines. Aus dem erwähnten Knochenbogen geht eine noch dünnere, durchscheinende, bröckelige Knochenlamelle zum Petrosum und ist mit diesem schwach, aber knöchern vereinigt.

Man kann die Zusammenhänge und die Rolle dieses Knochens an dem Schläfenbein des Neugeborenen klar analysieren (Abb. 2*c*). Beim Neugeborenen ist der Annulus bekanntlich noch fast in seinem ursprünglichen freien Zustand erhalten, nur seine beiden oberen Enden sind mit der Schläfenbeinschuppe verknöchert, seine übrigen Teile lassen sich aber leicht trennen. Das erörterte Pavimentum des Felsenbeins dagegen ist zu dieser Zeit sozusagen endgültig ausgebildet. Die den Annulus in seiner medialen-unteren Hälfte eng begleitende bogenförmige Knochenlamelle *(Arcus pavimenti)* lässt sich als selbständiger Knochen noch gut unterscheiden. Nach hinten zu ist sie bis zum Processus styloideus, d. h. Hyale zu verfolgen, wo sie sich in der Regel «Y»-förmig verbreitert, bezw. in eine tiefe Rinne umwandelt, welche den Proc. styloideus von vorne scheidenförmig umgibt. Der innere Rand der Rinne reicht gewöhnlich bis zum Steigbügelmuskel hinauf und trägt auf diese Weise zur Bildung des vorderen-unteren Teiles der Eminentia pyramidalis und gleichzeitig des unteren Teiles der hinteren Trommelhöhlenwand, d. h. des Sinus tympani bei. Die Scheide des Processus styloideus wird also vor allem durch den rinnenförmigen

Fortsatz des Arcus pavimenti beigestellt. Von der äusseren Öffnung des Canalis facialis wird diese Scheide durch eine schmale Knochenleiste, einen Fortsatz der Pars mastoidea getrennt. Das Foramen stylomastoideum ist zu dieser Zeit an seiner Innenseite noch eine offene Spalte, welche sich in die *Fissura* tympano-mastoidea, richtiger *pavimento-mastoidea* fortsetzt. Von dem Arcus pavimenti zieht bereits beim Neugeborenen vom Foramen caroticum externum angefangen bis zur Pars mastoidea eine dünne, eigentümliche Knochenwand zur Pars canalicularis des Petrosum: das ist das Solum tympani, der Trommelhöhlenboden. Diese Knochenwand wird aus dem peri- bezw. hypotympanalen Bindegewebe gebildet, u. zw. in enger Verbindung mit dem Bogen des Pavimentum. Im VI—VII. Monat, als der Annulus noch fast horizontal liegt, besteht das derzeit noch sehr schmale Solum tympani sozusagen ausschliesslich aus dem Bogen des Pavimentum, welcher sich mittels einiger arkadenförmigen Knochenbälkchen auf die Pars canalicularis des Felsenbeins stützt. Während des schnellen Breiterwerdens der zwischen dem Bogen und Petrosum befindlichen schmalen Knochenlamelle entfernt sich der Bogen immer mehr von dem Petrosum, was, nachdem die beiden Spinae des Trommelfellringes an der Schuppe fixiert sind, notgedrungen eine gleichgerichtete Entfernung des unteren-inneren Teiles des Annulus, d. h. einen der Senkrechten sich annähernden Lagewechsel des ganzen Trommelfellringes nach sich ziehen muss. Der Bogen des Pavimentum ist bei reifen Früchten im allgemeinen weniger kompakt, als der dicht gebaute Annulus, das Solum tympani hingegen viel poröser, als der Bogen selbst, und meistens fein durchlöchert, sodass man im durchfallenden Lichte durch die Lücken hindurchsehen kann. Auch in der Farbe weicht die Bodenlamelle ab, in dem sie weniger durchscheinend, nicht knochenfarbig, eher weisser erscheint, kurz, Zeichen der frischeren Knochenbildung an sich trägt. Die am frühesten erscheinenden Teile des Pavimentum sind der Bogen und als dessen nach vorwärts gerichteter Fortsatz, die schmale senkrechte, auf den seitlichen Rand der Carotisfurche gestützte Lamelle. An dem unteren Rand der Letzteren kommt bald die horizontal gelegene Carotislamelle zur Entwicklung.

Vordere Lamelle (Lamina carotica) *und Sporn* (Calcar) *des Pavimentum* sind beim Neugeborenen schon in ihrer endgültigen Form und Lagerung sichtbar. In dieser Zeit ist die Carotislamelle in einer dem vollentwickelten Zustand entsprechenden Ausbreitung mit dem medialen und lateralen Rand der Carotisfurche verschmolzen, d. h. der Canalis caroticus ist bereits geschlossen. Zur gleichen Zeit ist auch der knöcherne Canalis musculotubarius schon ausgebildet, worauf noch eingegangen werden muss. In Bezug auf die Carotislamelle des Pavimentum ist noch zu erwähnen, dass sie nicht selten mit dem die äussere Carotisöffnung umgebenden Sporn vollständig einheitlich ist. Es gibt jedoch Fälle, in denen sich insofern eine Abweichung zeigt, dass die Lamelle sehr dünn, oder sehr schmal, der Sporn dagegen ungewöhnlich dick ist und anscheinend eine selbständige, der Carotislamelle überlagerte Knochenschicht darstellt. Die äusserst mannigfaltigen, individuellen Abweichungen werden an den Felsenbeinen von Erwachsenen vorgeführt (Abb. 5—26).

Auch die Kenntnis über die *knöcherne Wand des Canalis musculotubarius* und der Ohrtrompetenfurche erheischt eine Ergänzung. Die Ohrtrompetenfurche — *Sulcus tubae auditivae* — ist nicht immer von der gleichen Zusammensetzung. Ihre äussere Wand wird bis zur Spina von dem grossen Keilbeinflügel beigestellt, u. zw. von dessen zwei, miteinander verschmolzenen — bisher besonders nicht gewürdigten — Knochenlamellen. Von diesen reicht die äussere von der Wurzel der Lamina externa processus pterygoidei bis zur Spina angularis, verschmilzt mit dieser aber erst nach der Geburt. Diese laterale Lamelle, welche gleichzeitig nach innen das Foramen ovale begrenzt und auch das Foramen spinosum, ist fast senkrecht gestellt, repräsentiert eigentlich eine 5. Oberfläche des grossen Keilbeinflügels, kann mithin *Facies tubaria* genannt werden. Das mediale Plättchen ist ein Fortsatz der Basis der Lamina pterygoidea interna, verläuft nach hinten zugespitzt in Form einer Lanzette oder Dornes, nenne ihn daher *Spina pterygoidea*. Die beiden Knochenfortsätze vereinigen sich noch vor der Geburt. Ihre basalen Teile umschliessen den Canaliculus sphenoidalis. Manchmal ist die Spina pterygoidea sehr kurz oder sie fehlt gänzlich, in anderen Fällen hingegen kann

sie mit ihrer Spitze bis zur Spina angularis, bezw. bis zu dem Canalis musculotubarius reichen.

Die mediale Wand des Sulcus tubae wird schon durch Teile des Schläfenbeins gebildet, im Falle einer kurzen Pyramide ganz vorne, auf einer kurzen Strecke auch durch die Fibrocartilago basalis. Uzw. spielt hierin ein eigentümliches Knochenplättchen des Schläfenbeines die Rolle, welches in der Regel in Form einer langen, dünnen, schmalen Knochenlamelle an dem Aufbau der inneren Wand der Tubenfurche teilnimmt. Ist die Lamelle breiter als gewöhnlich, so kann sie auch zur Ergänzung der lateralen Wand des Canalis caroticus beitragen; alsdann kann sie mit dem äusseren Rand der Carotislamelle des Pavimentum verschmelzen. Oft werden diese beiden Knochenlamellen durch eine sehr enge oder event. breitere Spalte voneinander getrennt. In diesen Fällen ist nun der Canalis caroticus unten, oder seitlich gespalten. Es kommt aber auch vor, dass die Carotislamelle des Pavimentum den Canal vollständig abschliesst, d. h. auch die laterale Wand des Canalis caroticus liefert, hingegen ist dann das der Tube angehörende laterale Knochenplättchen — *tubare Lamelle* — nur in der oberen Wand des Sulcus tubae, fast nur als ein nadelfeiner Knochensplitter sichtbar, und zwar durch je eine Spalte von der Pavimentumlamelle und der äusseren, dem grossen Keilbeinflügel angehörenden Rinnenwand getrennt. (An Hand von Fällen wird auf diese Partie des Keilbeins näher eingegangen.) Gegen die Trommelhöhle hinzu, am Anfang des Canalis musculotubarius wird die tubare Lamelle breiter und vereinigt sich nach hinten, als die mediale Wand dieses Knochenkanals, mit der Innenwand der Trommelhöhle. An der medialen Seite der tubaren Lamelle sitzt das Septum canalis musculotubarii, welches im vorderen Anteil der Trommelhöhle in dem Processus cochleariformis endigt. Die mediale Wand des geschlossenen Canalis musculotubarius wird also von der eben erörterten Knochenlamelle — *tubaren Lamelle* — gebildet, welche aus dem peritympanalen Bindegewebe, richtiger aus dem um das tubotympanale Säckchen wuchernden Mesenchym hervorgeht. Die laterale Wand des knöchernen Kanals wird durch den Processus inferior tegminis gebildet. Beim Neugeborenen steht der letztere nur in einer äusserst lockeren Be-

rührung mit dem Annulus und endigt auch gegen die Spina angularis des Keilbeins und den Sulcus tubae mit einem lückenhaften, gezackten Rand. Das Septum, wenn es den Kanal vollständig in zwei Teile teilt, fügt sich durch seinen lateralen Rand gewöhnlich dem Tegmentfortsatz an, es ist am letzteren auch eine dem Septum entsprechende Crista zu erkennen, welche sich später manchmal auf einer kurzen Strecke nach vorne auf die Spina angularis, ja sogar auf die tubare Fläche des Keilbeins fortsetzen kann. Die tubare oder tubotympanale Knochenlamelle tritt also in Form eines selbständigen Deckknochens auf, vereinigt sich jedoch noch im Foetalleben mehr-weniger mit dem Pavimentum.

Auf Abb. 3 sind die entwicklungsgeschichtlich voneinander zu unterscheidenden Teile des Schläfenbeins farbig dargestellt, u. zw. in Unteransicht. *A* repräsentiert die übliche Einteilung (nach Braus). Das Petrosum ist in blauer, das Hyale in weisser, das Tympanicum in orange, das Squamosum in gelber Farbe gehalten. Auf Abb. 3 *B* ist die vom Verfasser gegebene Einteilung sichtbar. Die Farben markieren auch hier im allgemeinen die gleichen Bestandteile, nur das Pavimentum und seine Abkömmlinge sind rot, die tubare Lamelle weiss. Abb. 4 zeigt das Schema von zwei Durchschnitten der Pyramide mit Darstellung der auf Abb. 3 *B* unterschiedenen Teile. *A* hinterster Durchschnitt des Canalis caroticus; *B* Durchschnitt durch seinen vorderen, in das Gebiet des offenen Sulcus tubae auditivae fallenden Teil.

Mit einigen Worten sei auch die *postfoetale Entwicklung* des *Os tympanicum* oder der *Pars tympanica* gestreift. Während der Entwicklung des knöchernen äusseren Gehörganges in den ersten Lebensjahren rückt der Annulus von seiner ursprünglichen, fast horizontalen Lagerung noch mehr weg. An der Schaffung der definitiven Pars tympanica nehmen seine einzelnen Teile nicht in gleichem Masse teil. Das geschlossene innere-untere Segment des Trommelfellringes produziert einen viel geringeren Anteil der Pars tympanica, besonders der Lamina tympanica, als der äussere-obere offene Teil. Das vorige stellt nämlich etwa nur ein Viertel der betreffenden Lamelle bei. Die Einengung der weiten Ringöffnung kommt hauptsächlich dadurch zustande, dass aus dem hinteren Fortsatz der vorderen Spina, ferner aus dem hinteren-

unteren Quadranten des Annulus je ein platter Fortsatz gegen die Mitte des Annulus hinstrebt, welche sich im zweiten Jahre vereinigen, wodurch die ursprüngliche Öffnung des Ringes in zwei Teile geteilt wird. Die hintere kleinere Öffnung wird bis zum 5. Jahr entweder ganz geschlossen, oder bleibt lebenslänglich in Form einer ovalen oder apfelkernähnlichen Lücke bestehen. Der grössere, von dieser Lücke nach aussen gelegene Anteil der Lamina tympanica entwickelt sich nun von dem Annulus ganz unabhängig weiter, der innere, viel kleinere hingegen schliesst den Annulus in sich. Der letztere verschmilzt oft nur sehr spät mit der Lamina tympanica, kann sogar sehr oft während des ganzen Lebens selbst von aussen her unterschieden werden.

Der postnatal sich entwickelte Anteil der Pars tympanica legt sich also oben-vorne gleichsam nur auf den ursprünglichen Trommelfellring darauf. Unten aber ist die Verschmelzung eine viel innigere, hier befinden sich nämlich in dem erwähnten unteren-hinteren Quadranten schon während des Foetallebens auf dem Annulus ein oder zwei kleine Ausladungen. Im Postfoetalleben entwickelt sich anlässlich des Erscheinens des unteren knöchernen Schlussfortsatzes an der Stelle der Ausladungen nach unten zu ein platter Fortsatz, welcher mitunter beträchtliche Länge erreichen kann. Der Bogen des Pavimentum schmilzt schon während des ersten Jahres vollständig in die in seinem Gefolge sich entwickelnde und den Boden der Trommelhöhle bildende Knochenplatte und verschmilzt auch mit dem hinteren-unteren Rand der Lamina tympanica vollständig. In der Höhlung der Fossa jugularis bleibt aber das Pavimentum, bezw. Solum tympani in der Regel endgültig dünn, oft sogar fein durchlöchert, d. h. dehiszent. Sind die beiden Fossae, bezw. Foramina jugularia asymmetrisch, dann verdickt sich das Solum in der engeren Grube sekundär.

Die aus dem Bogen des Pavimentum hervorgehende kammartige Knochenlamelle verlängert sich oft ebenfalls nach unten und trägt zur Bildung der Crista petrosa, richtiger Cr. tympanica vor dem Dornfortsatz bei. Alsdann kommt der Bogenfortsatz medial von dem genannten gleichgelagerten Annulusfortsatz zu liegen. Die Spitzen beider Fortsätze sind nebeneinander oft ver-

schoben. Ihr hinterer Rand kann zur Bildung der Dornfortsatzscheide beitragen.

In der Regel bleibt die sich später verschliessende Stelle der Lamina tympanica dauernd dünner, was besonders bei Durchleuchtung hervortritt. Über dem lateralen Rand des dünneren Fleckes, auf dem vorderen-oberen Rande der Lamina tympanica erhebt sich ein kurzer Dorn in die Fissura petro-tympanica, welcher dem am vorderen Schenkel des Annulus sitzenden *Processus anterior* entspricht. Dieser Rest des Processus anterior ist nicht nur im Kindesalter, sondern lebenslänglich, selbst auf Greisenschädeln meist deutlich erkenntlich. Medial von dieser Ausladung ist die Fissura Glaseri etwas stärker klaffend; hier liegt die Sehne des vorderen Hammerfortsatzes: der Rest des Meckelschen Knorpels eingekeilt und etwas noch mehr medial von diesem tritt die Chorda tympani aus der Trommelhöhle.

Die vom Annulus nach vorne-innen vorschreitende Knochenproduktion geht gewöhnlich bis etwa zur Mitte der äusseren Öffnung des Carotiskanals, wo dann die halbmondförmige Knochenlamelle meistens mit einem feingezackten Rande endet. Gegen die Carotislamelle des Pavimentum ist die Begrenzung gewöhnlich eine sehr scharfe, treppenförmige, oft sogar befindet sich zwischen beiden Knochenlamellen eine feine Spalte. Manchmal kommt jedoch vor, dass diese Lamelle des Paukenteiles etwas mehr nach vorne reicht, sich auf die Basis der Carotislamelle des Pavimentum daraufschiebt, oder aber auch auf ihren Sporn. In solchen Fällen kann der Sporn ausnahmsweise dick sein. Die sekundäre Auflagerung ist jedenfalls erkenntlich, eventuell an einem porösen, von seiner Basis durch eine Spalte getrennten Knochenplättchen. Sehr interessant ist die mannigfaltige Gestaltung des vorderen-oberen Winkels der Lamina tympanica. Im allgemeinen wird dieser Winkel von der Spina angularis durch den unteren Fortsatz des Tegmen getrennt. Manchmal hört aber das Tegmen schon an der lateralen Seite der Spina angularis auf, so dass der Paukenteil sich an die Spina anlehnt, ja es kommt auch vor, dass die vordere Hälfte der Spina von dem Keilbein, die hintere von dem emporgekrümmten Ende des Paukenteiles gebildet wird. Aber oft genug sieht man auch, dass der untere Tegmenfortsatz wesentlich zur

Bildung der Spina beiträgt, indem er mit einem stark emporragenden dornförmigen Fortsatz ihre hintere Hälfte bilden hilft. Mitunter nehmen alle drei Knochen: das Keilbein, der Tegmenfortsatz und das Tympanicum an der Spinabildung teil und in einem Falle habe ich beobachtet, dass die Spina angularis des Keilbeins eigentlich fehlte und von den entsprechenden Ausladungen der Lamina tympanica und des Processus inferior tegminis ersetzt war. Natürlich sind die letzgenannten Formationen von Einfluss auf die individuelle Gestaltung des vorderen Randes der Lamina tympanica, ferner der unteren Mündung des Carotiskanals und nicht weniger des Canalis musculotubarius und Sulcus tubae.

Die individuellen Variationen der Pyramidenunterfläche sind beim Erwachsenen so mannigfach, dass man den allgemeinen, d. h. vorherrschenden Typ höchstens nur statistisch in grossen Zügen umreissen könnte. Auch Abweichungen gegen die beiden Extreme hin kommen so häufig vor, dass sie keinesfalls für Ausnahmen angesehen werden können. Die Variationen des *Pavimentum* und der *tubaren* oder *tubotympanalen Knochenfurche* an Erwachsenenschädeln werden in vier Gruppen geschildert. In der ersten Gruppe die Fälle, in welchen der Verschluss des Canalis caroticus am vollkommensten ist. In der zweiten jene, in welchen der Verschluss weniger vollkommen ist, diese sind der häufigste Typ. In der dritten jene, in welchen der Carotiskanal nur mangelhaft oder garnicht verschlossen ist, endlich in der vierten einige Ausnahmsfälle, welche eine spezielle Gestaltung erkennen lassen.

Die individuellen Variationen der besprochenen Schläfenbeinteile sind mit den dargestellten 36 Fällen bei weitem nicht erschöpft. Selbst dafür ist diese Serie unzureichend, dass man den normalen, oder durchschnittlichen Typ entschiedener umreissen könnte. Die 36 Fälle habe ich aus 250 von uns präparierten Schädeln ausgewählt. Diese Zahl ist aber zweifellos ungenügend für eine allgemeingültige Statistik. Mit Ausnahme zweier Fälle waren an den hier beschriebenen Schädeln keine krankhaften Veränderungen zugegen, sie können im allgemeinen als gesund und ihre Variationen als seit der Geburt bestandene betrachtet werden, da ja, wie ich darauf hingewiesen habe, die individuellen Besonder-

heiten schon in dem Foetalleben ausgedrückt sind. Die Unterscheidung der Tubenlamelle und besonders des Pavimentum als eines selbständigen Gebildes ist keinesfalls erzwungen. Niemals können diese typischen Teile des Felsenbeins mit jenen stachel- oder leistenförmigen Unebenheiten, sekundären Knochenappositionen identifiziert werden, welche in viel geringerem Ausmass in der Knorpelhaut der knorpelig vorgebildeten Gehörkapsel, bezw. in der Beinhaut auch anderswo an der Schädelbasis teils als Füllung, teils infolge statischer Einwirkungen, an der Ansatzstelle von Muskeln und Bänder entstehen. Diese Gebilde haben in der Tat einen weniger beständigen Charakter, die Verhältnisse ihrer Entwicklung und Zusammenhänge lassen sich nur schwer bestimmen. Das *Pavimentum pyramidis* aber, obwohl viel kleiner und schwächer, als z. B. die Schuppe, oder die Pars tympanica, ist keinesfalls ein weniger beständiger oder selbständiger Deckknochen, als diese. Beim Neugeborenen können seine zum Teil noch abgesonderten Grenzen scharf festgestellt werden. Seine Gestalt, Lagerung und weitere Anteilnahme an der vollständigen Ausbildung des Schläfenbeins ist wenigstens so charakteristisch und beständig, wie die eines beliebigen der erwähnten Deckknochen. Seine Grenzen können selbst auf dem vollentwickelten Felsenbein gut umrissen werden, besonders in Form der Carotisdeckplatte, des Spornes, des Trommelhöhlenbodens und der Griffelfortsatzscheide und ihrer individuellen Variationen. Am Schläfenbein der Säugetiere ist das Pavimentum pyramidis ein viel auffälligeres Gebilde, weil es den grössten Teil der Bulla ossea bildet, ist aber von Anfang an mit dem Annulus fest verbunden. Beim Menschen hat in Verbindung mit dem aufrechten Gang der viel stärker entwickelte, pneumatisierte Processus mastoideus, bezw. die bei den Säugetieren fehlenden Cellulae mastoideae die Funktion der Bulla übernommen und deshalb hat sich das Pavimentum verhältnismässig zurückgebildet. Diese vergleichend-anatomische Bedeutung des Pavimentum verdient noch eine viel eingehendere Untersuchung.

Die angeführten sehr interessanten individuellen Variationen sind aus mehrerer Hinsicht lehrreich. Manche von ihnen sind Begleiter von an der Schädelbasis auch anderswo anzutreffenden

kleineren-grösseren, bald in einer *atavistischen*, bald in einer *praecursorischen Richtung* hin sich äussernden Veränderungen. Es unterliegt keinem Zweifel, dass diese Variationen der Pyramidenunterfläche mit der Funktion der hier inserierenden bindegewebigen Gebilde und Muskeln, ferner mit der Funktion und individuellen Form der Tuba zusammenhängen. Der Levator veli palatini und das Ligamentum pharyngeum laterale z. B. haben gewiss grossen Einfluss auf die Entwicklung des Spornes. Einige aussergewöhnliche Variationen aber stehen möglicherweise mit noch ungeklärten Prozessen der foetalen, oder postfoetalen Schädelentwicklung in Verbindung, und wären event. nicht als natürliche Variationen, sondern als Entwicklungshemmungen, oder -Störungen zu deuten. Sicher schafft aber ein Teil der dargestellten Formationen, wie z. B. mangelhafte Entwicklung des Pavimentum oder einzelner Pavimentumabkömmlinge gewisse konstitutionelle Zustände.

Mit der schwachen Entwicklung des Pavimentum geht, wie es dargelegt wurde, der mangelhafte Verschluss des Carotiskanals teils nach unten, teils gegen die Tube zu, ferner die verhältnismässige Schwäche des Trommelhöhlenbodens und der Griffelfortsatzscheide einher. Unleugbar können diese Zustände beim Übergreifen gewisser krankhafter Vorgänge aus der Trommelhöhle auf den Bulbus jugularis oder aus der Tuba und der Trommelhöhle auf die Carotiswand, oder auf das Kiefergelenk und umgekehrt, grosse Rolle spielen. Mit der Dehiszenz der Pyramide haben sich wegen ihrer praktischen Bedeutung sowohl Otologen, wie Anatomen bereits eingehender beschäftigt: Hyrtl, Rüdinger, v. Tröltsch, Bürkner, Merkel (Handb. d. topogr. Anat. I.), Körner, F. Kiss (Lechner-Festschrift, 1915) usw. Die vorliegenden Untersuchungen über das Pavimentum und die übrigen sekundär auftretenden Deckknochen der Pyramide ermöglichen eine Erklärung dieser Dehiszenzen aus einheitlichem Gesichtspunkte, und weisen auf ihre konstitutionell bedingten, meistens schon im Foetalleben begründeten Quellen hin.

Bei den angeführten Variationen sind besonders die wesentlich schwankenden Grössenunterschiede und in Verbindung mit diesen die vikariierenden Ausladungen und Überwucherungen (Hypertrophien) bald seitens dieses, bald des anderen Komponenten

lehrreich, welche den Ersatz des mangelhaft entwickelten Teiles bezwecken. So weitgehende Substitutionen, obwohl innerhalb eines verhältnismässig engen Gebietes, zeigen sich vielleicht auf keinem Territorium der Anatomie.

Der an dieser Stelle der Schädelbasis, bezw. des Neocranium anzutreffende Variabilitätsreichtum ist offenbar recht auffallend. Das mag seinen Grund in der häufigen Kreuzung und Mischung der Rassen, der Typen haben, es können jedoch aber noch weiter zurückreichende Ursachen mit im Spiele sein. Man wird es für möglich erachten müssen, dass man hier einer phylogenetischen Unruhe des menschlichen Schädels gegenüber steht, als einer Folge des definitiven Aufrechtstehens. Denn zweifellos hat der Schädel des *Pithekanthropus erectus* eine revolutionäre Umwandlung durchgemacht während der Zeit, in welcher der Gang auf den unteren Extremitäten ausschliesslich wurde. Der aussergewöhnliche Reichtum der Variationen kann ein Ausdruck dessen sein, dass das Neocranium und die Schädelbasis überhaupt noch nicht ihre einstweilig definitive Struktur erlangt hat und folglich ausser den atavistischen und praecursorischen Formen noch anscheinend aussergewöhnliche, bezw. launenhafte interferente und ausgleitende degenerative Formationen vorkommen.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

A MAGYAR BIOLÓGIAI KUTATÓINTÉZET MUNKÁLATAIRÓL

ENTZ GÉZA r. tagtól.

A Magyar Biológiai Kutatóintézetnek két osztálya van, egyiknek, az ú. n. I. osztálynak címe — másképpen — Balatoni Biológiai Osztály, a másiknak pedig II., vagy Általános Biológiai Osztály. Ez az elkülönítés tisztán formális, mert valóban mind a két osztályon folynak oly kutatások, amelyek specialiter csak balatoni, mások pedig általános biológiai vonatkozásúak. Azt sem kell hangsúlyoznom, hogy a két osztály minden egyes munkatársának rendelkezésére állanak mindazok a segédeszközök, amelyeket az egész intézet nyujthat. Célravezető lesz, ha a Kutatóintézetben folyó munkáról a két osztályra elosztva emlékezem meg, az első osztályról a mellékelt munkálati lajstromon kívül néhány példával kapcsolatban, a másodikról pedig bemutatva azt az összeállítást, melyet ez osztály vezetője, dr. Verzár Frigyes, baseli ny. r. egyetemi tanár volt szíves rendelkezésemre bocsátani.

Az I. osztály egyik feladata a Balaton egész biológiájának kutatása. Kiinduló alapot az életközeg, a víz fiziko-kémiai sajátsága szolgáltatja, melynek kikutatása a II. osztály munkakörébe tartozik, de dr. Vargha László a vízben levő Ph meghatározását kérésemre végezte. Ezen a bázison és evvel kapcsolatban kell a tó és környékének növény- és állatvilágát tanulmányoznunk. Hogy ezt megtehessük, ismernünk kell a tó és környéke geológiáját is. Dr. Papp Ferenc a Tihanyi-félszigetet geológiai szempontból reambulálta és munkájának a biológusokat is érdeklő eredményeit közleményeinkben publikálta is (IV. p. 401). A biológiai szempontból talán még fontosabb agrogeológiai felvételeket dr. Timkó

IMRE főgeológus végzi, munkáját még nem fejezhette be. Nincsenek befejezve továbbá a Tihany körüli fenék üledékvizsgálatai sem, amelyeket szintén PAPP FERENC végez. Mindezek a felvételek egyelőre csak a Tihanyi-félszigetre, illetőleg a Tihanyt közvetlenül környező fenékre vonatkoznak. Ezekhez a vizsgálatokhoz csatlakoznak dr. Soó REZSŐ geobotanikai vizsgálatai is, aki több közleményben számolt be eredményeiről az intézet kiadványaiban (II. 80, 45, 132, III. 1, 169, IV. 293, V. 112, 122, VI. 173), legutóbb pedig egyik dolgozatát volt szerencsém a tekintetes Akadémiának is bemutatni, mely a balatonvidéki vegetatio szociológiai és oekológiai feldolgozását tartalmazza és a legközelebbi kötetben jelenik meg.

A Kutatóintézet maga elé tűzte a Balaton, illetőleg az édesvízi szervezetek biológiai kutatását egyáltalában. Teszi ezt a biológia fogalmát igen tág értelemben véve, mert kutatása körébe belevon morphologiai, systematikai, zoologiai, botanikai, bacteriologiai, fejlődéstani, élettani és oekologiai stb. problémákat is, és azokat oly módon tanulmányozza, hogy nemcsak a tó speciális viszonyaira, de az élet általános jelenségeire is reá tudjon világítani. Ilyenek pl. a növekedési, regeneratiós és egyéb, az általános élettannal is kapcsolatos vizsgálatok és kísérletek.

Az intézetben folyó ilyen munkáknak kiadványainkban megjelent jegyzékét a mellékelt összefoglalásban közlöm, az intézet tagjainak teljes munkásságáról pedig az évi jelentések adnak számot.

A Magyar Biológiai Kutatóintézet I. osztályának az intézet kiadványaiban megjelent munkálatai tárgyuk szerint csoportosítva.

A) Zoologia.

1. *Morphologia.*

ABONYI S. (I. 71. B.); ÁBRAHÁM A. (VI. 1.); DUDICH E. (III. 244.); ENTZ G. (IV. 5.); GELEI J. (IV. 14. B.); (IV. 27.); (VI. 13.); GELEI—HORVÁTH (IV. 40.); IVÁNFI E. (I. 145.); TEN KATE (IV. 64.); ÖRÖSI PÁL Z. (IV. 108.); PODHRADSZKY L. (VI. 18.); REICHENBACH GY. (VI. 24.); ROTARIDES M. (V. 28.); SEBESTYÉN O. (IV. 151. B.); (V. 109.); SZABÓ I. (V. 38.).

2. *Systematika.*

Dudich E. (I. 343.); Entz G. (I. 275.) (V. 1.); Horváth G. (IV. 59.); ten Kate (IV. 84.); Kiefer Fr. (I. 400.); Kolosváry G. (II. 36.); Lenz Fr. (I. 129. B.); Mika és Breuer (II. 104.); Sellnick M. (I. 173.); Stiller J. (IV. 171. B.); Szabó M. (V. 44. B.); Szalay L. (I. 33, 421.); Varga L. (III. 60. B.); (V. 51.); (I. 181.); Wagner J. (II. 92.); Zilahi Sebess G. (III. 186. B.); (V. 77. B.).

3. *Faunistika.*

Balogh J. (VI. 133.); Jaeckel S. (VI. 142.); Rotarides (VI. 148.).

4. *Oekologia.*

Abonyi S. (II. 5.); Andai Gy. (IV. 1.); Entz—Sebestyén (VI. 54.); Entz G. (III. 206.); Gelei J. (III. 265.); Hankó B. (II. 84.); (I. 97.); Kottász G. (VI. 69.); Kolosváry G. (III. 155.); (IV. 89.); (IV. 97.); (V. 15.); (VI. 145.); Lissmann H. W. (VI. 86.); Lukács K. (V. 17.); Meschkat A. (VI. 93.); Rotarides M. (IV. 122.) Schenk J. (I. 55.); Sebestyén O. (VI. 104.); Szalay L. (III. 272.); Vincent M. (VI. 119.); v. Varga L. (V. 64.); (VI. 44.).

5. *Physiologia.*

Gelei J. (II. 24.); Lissmann H. W. (VI. 86.); Siedentop W. (III. 70.) és (III. 82.); Wolsky S. (IV. 222.); Wolsky és Holmes (VI. 123.).

6. *Fejlődésmechanika.*

Wolsky S. (V. 66.); Wolsky és Lissmann (VI. 127.).

B) Botanika.

1. *Virágtalanok.*

Filarszky N. (I. 15.); (I. 388.); (IV. 249.); Gallik O. (I. 116.); Kol E. (III. 148.) és (IV. 271.); Moesz G. (III. 88.); (VI. 170.); Redinger K. (V. 85. B.); Reineri R. (IV. 279. B.); Scherffel A. (IV. 291.); (V. 106.); (VI. 164.); (III. 254.); Szemes G. (IV. 320.).

2. *Virágosak.*

Boros Á. (I. 178.); Gams H. (I. 29.); Soó R. (II. 45, 80, 132.); (III. 1, 169.); (IV. 293.); (V. 112, 122.); (VI. 173.); Varga L. (IV. 342. B.); Walter H. és Walter E. (III. 52.).

C) Bacteriologia.

Buchgraber J. (VI. 195.); Haranghy L. (IV. 356.).

D) Geologia.

Papp F. (IV. 401.).

E) Egyebek.

Boga L. (IV. 390.); Gelei J. (I. 164.); Nagy J. (IV. 397.); Rigler G. (III. 120.); Viski K. (IV. 414.).

(*B* = a mű biológiai adatokat is tartalmaz; római szám kötet, arab az oldalra vonatkozik.)

A II. osztály vezetője dr. Verzár Frigyes baseli ny. r. egyetemi tanár, a rendszeres tudományos munkásságnak több pontját vette be az osztály eredeti, már 1927-ben felállított munkatervébe:

Ezen programmpontok elsősorban az osztály állandó tagjainak a munkájára és a hozzájuk csatlakozó vendég-munkatársak munkájára vonatkoznak, amelyekhez alkalmilag egy-egy önálló vendégkutató hasonló irányú munkája is csatlakozik.

Ez a munkásság elsősorban:

1. élettani, azután
2. pharmakologiai,
3. öröklődéstani és
4. vegytani irányú

annak megfelelően, hogy a II. osztály tagjai e négy különböző tudományág szakemberei. E mellett foglalkozik a helyi viszonyoknak megfelelően

5. a Balaton vegyi, physikochemiai és
6. climatologiai analízisével, hogy azokat a feltételeket felderítse, amelyeknek a Balaton élővilága alá van rendelve.

Ezen csoportosítás szerint a következő munkák folynak:

I. az élettan különböző fejezeteiből, mely egyúttal VERZÁR F. munkaterülete is.

a) Az *ingerületi folyamat analízisét* az idegben és izomban szolgálták a következő dolgozatok:

Az évek óta rendszeresen folyó káliumvizsgálatok az idegben, amelyről MÜLLER (II. 215.), BARTA LÁSZLÓ (III. 312.), MÉHES GY. és CSIK L. (IV. 451.), MÉHES és HERMANN (VI. 232.) referált, és amely vizsgálatok a K szerepére az idegingerületi folyamatban vetnek világot. E vizsgálatok jelenleg is folynak az intézetben.

Különböző új kísérleti objektumokat iparkodtak felfedezni, amelyeket éppen a Balaton nyujt, speciális kísérleti lehetőséget adva ideg- és izomingerületi folyamatok vizsgálatára. Ezen objektumokon az érdekes megfigyelések egész sorát tették már a munkatársak.

Kedvelt objektumunk a Leptodora Kindtii, amelyen VERZÁR F. sötétlátóteres vizsgálatokat végzett az idegstruktúráról (II. 228.), FRÖHLICH és munkatársai pedig mérgek hatásáról (az Arch. f. exp. Path. u. Pharmak.-ban jelenik meg). A rák (Potamobius leptodactylus) szívének (VERZÁR és LUDÁNY II. 237.), a rákolló izmainak (VERZÁR és LUDÁNY II. 243.), (WINTERSTEIN VI. 207.), kagylóizmoknak (LUDÁNY II. 254, III. 317.), (GEIGER II. 258.), SZATHMÁRY (III. 344.) analízisével, a compó bélizomzatával (MÉHES és WOLSKY V. 139.) foglalkoztak különböző izom- és idegélettani megfigyeléseket téve.

Különös érdekességgel bírtak P. WEISS intézetünkben végzett vizsgálatai az idegrendszer resonantia-elméletéről (III. 297 és 304, V. 131.), melyeket részben VERZÁRral együtt végzett.

Az idegingerület humorális átvitelének kérdésével foglalkozott MÉHES GY. (II. 192.) és BEZNÁK ALADÁR (V. 182.), aki vagushormonokat talált a nyálmirigyek megfelelő ingerlésekor, továbbá JENDRASSIK LORÁND, aki szervkivonatokon végzett kolloidkémiai vizsgálatokat, melyek az ingerületi folyamatra vetnek világot (IV. 435, VI. 212.).

b) Második élettani munkaterület a *tápanyagoknak a bélből való felszívódásának kérdése:* a hydrotopiának jelentőségét a felszívódásra fedte fel VERZÁR és KUTHY (III. 381.), a szőlőcukor szelektív felszívódását magyarázta meg WILLBRANDT és LASZT

(VI. 247.), a bélhám specifikus koncentrálóképességét demonstrálta Mc Dougall és Verzár (VI. 201.).

c) A *belső secretio élettanával* közvetve és közvetlenül a következő dolgozatok foglalkoztak:

A mellékvesekéreg belső secretumára vonatkozólag — mely a II. osztályt különösen érdekli — Csik Lajos végzett néhány jelentős vizsgálatot: az izommozgás hatásáról a vércukorra (IV. 367.), a kontrakciós görbe formájáról és az elfáradásról (V. 155, VI. 284.), kimutatván, hogy a mellékvesekéreg hormonja a mellékvese kiirtása után fellépő gyengeséget megszünteti. A mellékvesekéreg működését analizálja Csik és Méhes a B-vitamin hiányánál is (IV. 525.), és Árvay S. (VI. 264.) a petefészek hormonjának anyagcsere emelő hatását magyarázta meg. Az ovarialhormon és E-vitamin közötti összefüggését kutatja Csik Lajos (V. 179.), Soós J. (IV. 506.) a mellékpaizsmirigy és rachitis közötti összefüggést analizálja.

Megemlítendő még az idegen munkatársak ezirányú munkájából Demole V. érdekes lelete: kristályos carotin a corpus luteum ovarii-ban (VI. 230.), Patel I. S. (IV. 483.) a corpus luteum β hormonjának kimutatásáról készült dolgozata, Straub I. (IV. 543.) munkája a golyva jódhiányelméletéről.

Ebbe a körbe tartozik a vérképzés is. Erre vonatkozó vizsgálatok a következők: Jeney Endre (III. 392.) epealkatrészek közvetlen hatását a csontvelőre demonstrálja, Waltner Károly és Klára pedig a kobalt hatását a vérképzésre (II. 340.).

II. Pharmakodynamikai vizsgálatok, melyek speciális munkakörét képezik Méhes Gyula adjunktusnak, a következő irányban folytak:

Méhes Gy. Kokas Eszterrel az ephedrin hatás mechanizmusát vizsgálja (II. 337, III. 397, III. 412.), valamint Lusztig J.-val (IV. 495.) a morphium hatását és Kuthy S.-ral a digitoxint (V. 197, VI. 274.).

Idegen kutatók közül Purin-testek pharmakologiai viselkedéséről dolgoztak Fröhlich és Kann (VI. 252.); autonom mérgekről Mac Lean és Beznák (VI. 258.); acetonitril golyvaokozó hatásáról Albanese A. (VI. 292.).

III. Öröklődéstan. Súlyt helyezünk ezen fontos munkaterü-

letre, mert ennek eddig hazánkban sehol sem volt rendes művelésben része.

Az intézet tagjai külföldön speciális öröklődéstani kiképzésben részesültek, nevezetesen CSIK LAJOS Berlinben GOLDSCHMIDT professzor intézetében, KOLLER PIUS Edinburghban CREW professornál, és ezen ismereteik alapján intenzív öröklődéstani munkát indítottak meg intézetünkben. CSIK L. Drosophila melanogasternél új mutánsokat talált (III. 2, 438.) és új genkombinációk hatását tanulmányozta (V. 2, 204.). Dr. KOLLER PIUS ugyanezen objektumon és Drosophila obscurán dolgozott hasonló kérdésekkel foglalkozva (IV. 2, 548, 565, 580.). Az emberi öröklődéstan irányába térítette ezt a munkát dr. CSÖRSZ KÁROLY (III. 2, 454, 468.), akit, sajnos, nem tudtunk kellőképpen bekapcsolni munkánkba.

Az öröklődéstani munka fejlődését lehetővé teszi intézetünkben a Rockefeller-alaptól ajándékozott kísérleti üvegház üzembevétele, amit csakis dr. KOLLER PIUSnak most már hároméves külföldi tartózkodása gátol.

IV. Vegytan. Szénhydrát-kémiával, illetőleg rokonterületekkel foglalkozott dr. MÜLLER SÁNDOR (III. 2, 475, 478; IV. 2, 601, 606; V. 224; VI. 316.) MENDELÉNYIvel, továbbá VARGHA L. (VI. 321.)-val. Ezekben a dolgozatokban, illetve kísérletekben antrachinonvegyületeket, cukroknak ezekkel való vegyületeit, valamint egyéb új cukorvegyületeket sikerült előállítaniok, MÜLLER dr.-nak az intézeti munkákon kívül még számos dolgozata jelent meg, melyek hasonló területeken mozognak.

Az intézet vendégei közül KŐSZEGI DÉNES (IV. 609.), valamint SZABÓ ZOLTÁN (IV. 613.) dolgoztak speciális analitikai módszerekkel, melyeket intézetünkben dolgoztak ki.

V. Magára a **Balaton chemiai, fizikai és egyéb általános viszonyaira** vonatkoznak a következő vizsgálatok:

A Balaton vizének vegyelemzését rendszeresen végezték dr. MÜLLER SÁNDOR (II. 151.) és munkatársai: SZABÓ Z. (III. 488.) és GALLÉ I. (II. 173.).

A víz oxygéntartalmával ugyancsak MÜLLER S. (II. 159.), valamint C. M. MALDURA (IV. 621.) foglalkozott.

Physikochemiai meghatározásokat végzett a Balaton vizében

VERZÁR F. vezetése alatt LUDÁNY GY. a vezetőképességről, különösen a növények hatását vizsgálva (II. 177, 168. és III. 485.). PÁTER JÁNOSsal photometriás méréseket végeztek (II. 177.). GAERTNER ISTVÁN interferometriás és zavarossági méréseket végzett (II. 184, 190.).

Ide tartoznak a Balaton vizének első bakteriológiai vizsgálatai is (ZIH II. 351).

VI. Klimatologiai vizsgálatok ugyancsak a Balaton életviszonyainak analízisét szolgálják.

RÉTHLY ANTAL írta le a tihanyi meteorológiai állomást (II. 2, 388.), valamint az ő (III. 2, 80.) és BACSÓ N. (IV. 2, 626; V. 236; VI. 325.) évi feljegyzései adnak számot a mérésekről.

Eredeti vizsgálatokat végzett BELÁK SÁNDOR tanítványaival és GAERTNER ISTVÁN (II. 355, 374; III. 505.) a levegő elektromossági és napsugárzási viszonyairól, valamint HOLIK S. és PÁTER J. (IV. 2, 630, 647.).

Az említett kutatásokon kívül, amelyek a II. osztály fő programmjába tartoznak, még számos különböző kérdés, főleg az összehasonlító élettan, valamint a serologia köréből, volt a kutatások tárgya, elsősorban olyan vendégek részéről, akik nem az intézettől kértek témát, hanem önálló kutatók voltak, s amelyekre e rövid referátum keretén belül nem lehet kitérni.

Az első kérdés, amire a balatoni biológusnak feleletet kell adni, az, hogy mi él a Balatonban és milyen mennyiségben élnek a Balatonban e szervezetek. A Balaton szervezeteinek jegyzékét a Balaton-Bizottság munkálataiban, flóra-fauna felsorolásában megtaláljuk. Magától értetődik azonban, hogy a fajkatalogizálás ma is szakadatlanul folyik, bár tagadhatatlanul nem oly lelkes buzgósággal, mint abban az időben, mikor a Balaton-Bizottság működését megkezdette és tavunk flórája és faunája ismeretének ma is alapját tevő köteteit kiadta. Adalékokkal sokan járultak azóta e kutatásokhoz, de sok csoport, így nevezetesen a Balaton és környékének majdnem egész rovarfaunája még ma is vár feldolgozóira.

Az oekologiai kutatások közül a Balaton planktonjának tanulmányozása ma is folyamatban van. Az első búvárok (DADAY, FRANCÉ, ISTVÁNFFY, SCHERFFEL, ENTZ) a Balaton planktonjának

csak qualitativ képét rajzolhatták meg. A mennyiségi vizsgálatokat dr. KOTTÁSZ JÓZSEF kezdette meg a Kutatóintézetben és kevés megszakítással két év óta folytatja. Quantitativ vizsgálatok hazai állóvizeinkről teljesen hiányzanak, kutatásai már csak ezért is hézagpótlók. Munkája aprólékos, pepecselő, sok ismeretet, türelmet, kitartást igényel. Nem mutatós, de hasznot hajtó. Statisztikái, grafikonjai és táblázatai útmutatók hydrobiologiánkban. Felöleli úgy a zoo-, mint a phytoplanktont. Kutatása fényt vet a plankton évszakonkénti változására és annak horizontális és vertikális tagozódására. A microplankton megismerésében SCHERFFEL ALADÁR professzor segíti nagy tapasztalatával.

Dr. SCHERFFEL ALADÁR professzor nemcsak maga végez planktonologiai, valamint algologiai és protistologiai kutatásokat, melyekről maga szokott a tekintetes Akadémiának beszámolni, hanem azáltal tesz valóban igen nagy szolgálatot a hazai és egyetemes tudományosságnak, hogy az intézetben dolgozó bel- és külföldi fiatal nemzedéket bevezeti a kutatásba s így részesíti őket nagy tudása, ismerete és emberöltőt felölelő tapasztalata áldásaiban.

«Das Gewuchs in den Röhrichten des Plattensees», a balatoni nádon élő szervezetek szövetkezete címén közli a hamburgi MESCHKAT ARNO doktori értekezésében kutatásai eredményét (mely az Arch. f. Hydrobiologie-ban fog megjelenni), melyet Tihanyban az 1931—32. évben mint cserediák végzett. Ennek a munkának előzetes jelentése az a közlemény, mely a Biológiai Kutatóintézet kiadványaiban (VI. 93.) fog megjelenni.

A szerző azt az életszövetkezetet, biocoenosist foglalja e címen össze, amely a nád szárán növények és állatok kapcsolatából alakul ki. Ezek a szervezetek részben szabadon kalandoznak a nád szárán, részben pedig hozzá vannak rögzülve. A dolgozat súlypontját a szövetkezet állataira helyezte a zoologus szerző. A vizsgálatot oly módon végezte, hogy megszámlálta az azonos felületű nádszáron élő állati és növényi szervezeteket. Munkája qualitativ analízis, melyet a nádszár különböző magasságú részén és a nádas eltérő területein végzett, a víz színéhez közel, különböző mélységekben, a nádas szélén, tehát a nyílt víz határán és a nádas belsejében, valamint a partokhoz egészen közel. A nyert adatokat táblázatokba foglalta és azokat egymással összehasonlí-

totta. Kitűnt, hogy ez az élő boríték elemeinek összetétele tekintetében minőségileg és mennyiségileg is más a különböző helyeken, vertikálisan és horizontálisan egyaránt. A partokhoz közel a víz állása, stagnációja következtében egy *O*-ben szegény, rothadó anyagokat tartalmazó életöv alakul ki, amelynek életszövetkezete nagy mértékben eltér attól, amely a nyílt vízzel összeköttetésben lévén, állandóan felfrissül. Ennek a bevonat-életszövetkezetnek megvannak a maga jellemző szervezetei, nevezetesen bizonyos fonalas moszatok (Cladophora, Oedogonium, Spirogyra) és állatai is, és pedig piócafélék, vörösszínű Chironomida lárvák és fiatal csigák (Limnea és más fajok). Ennek a társaságnak ugyanolyan az összetétele, mint az más tavakon is lenni szokott. A tó nyílt tükrével közvetlenül érintkező öv vize friss. Ezt az övet a nádszáron élő rendkívül gazdag kovamoszat (Bacillariacea)-flóra jellemzi. Ez a bevonat vastag, sőt sokszor igen vastag detritusszal beszórt gyepet alkot. A detritus felhalmozódását elősegítik bizonyos fonalférgek (Nematodák, több Chromadora-faj), melyekre az jellemző, hogy ragadós fonalat választanak ki. E fonalférgek gyakran igen nagy egyénszámban népesítik be ezeket a gyepeket (pl. 1932. áprilisában a nádszár 1 cm²-ére 1000 esett). Ebben a kovamoszatpázsitban gazdag állati társaság is él, melyet Meschkat Diatoma-Chromadora-szövetkezetnek nevez. Ebben a szövetkezetben (számos másfajta Nematodán kívül) élnek Oligochaeták, a Copepodák közül Harpacticidák és *színtelen* Chironomida-lárvák. Ez az életközösség két részre tagolódik: egy fényt igénylőre, melyben sok a moszat, és egy a fénymennyiség iránt közömbös részre, amelyre Spongiák és Bryozoák jellemzők és amely társaság a mélyebb, ezért kevésbbé megvilágított részt népesíti be. Mindkét életközösségnek megélhetése a detritustól függ, azaz attól a szerves eredetű törmeléktől, ami részben a víz zavarosságát is okozza. Kiviláglott az is, hogy ez az életszövetkezet nem csupán a nádszárakra jellemző, hanem beborít minden a Balatonban levő tárgyat azokon a területeken, ahol a Balaton vize nem stagnál és ezért zavaros. Az a megállapítás, hogy a Balaton életében a detritusnak milyen nagy szerepe van, egyike a munka leglényegesebb megállapításainak.

Ezenkívül pontosan megállapítja Meschkat munkája a Balaton vizének egész évi ciklusát, megújulását és a Diatoma-

Chromadora-szövetkezet mélységi előfordulását is. MESCHKAT tanulmánya közben annak a véleménynek ad kifejezést, hogy a Balaton, mint biológiai egység, nem osztható be a THIENEMANN-féle eu-, oligo- és distroph-tavak közé, mert benne (ez a MESCHKAT impressziója) igen kevés az a produktív növényi plankton, amely oly gazdag élet fenntartásához, mint amilyen a Balatonban van, szükséges volna. Ezek tápláléka elsősorban a Balatonban lebegő detritusból származik, mely legnagyobbrészt a Balatonban oly nagy arányban fejlett fenéknövényzetből (hinár) jön létre. Bebizonyítandó azonban a továbbiakban e detritusnak mint táplálóknak körforgalma és az, hogy a detritusban a viharok alkalmával összezúzott pelagikus szervezetek milyen szerepet játszanak.

Amit MESCHKAT a nádasok faunájára, ugyanazt végezte az angol H. P. MOON az üledék (iszap, homok) faunájára nézve. Fáradságos vizsgálatainak adatai még nincsenek kezemben, de rendkívül lelkiismeretes kutatásai a legszebb eredményeket ígérik.

A táplálék forgalmának problémáját érintik SEBESTYÉN OLGA és a magam vizsgálatai is, melyek a balatoni kagylók nagyságára és növekedésére vonatkoznak (VI. 54.). Ez a dolgozat egyben a növekedés általános kérdéseinek nem egyikére is fényt vet.

A Balaton és más édesvízi tavak egyik igen jellegzetes szervezete a Leptodora, melynek physiologiájával SIEDENTOP foglalkozott (III. 70, 82.), valamint a II. osztály dolgozatai közt feltüntetett több tanulmány, melyek egy része ma is folyik. Biológiáját SEBESTYÉN OLGA már negyedik éve tanulmányozza (VI. 104.), miután előbb morphologiáját revideálta alapos tanulmányában (IV. 151.).

Magam a Balaton Dinoflagellatáival évtizedek óta foglalkozom. Ezeknek a szervezeteknek biológiája és morphologiája nemcsak a specialista, de általános biológiai kérdések szempontjából is érdekes. Növekedésüknek és nagyságuk variálásának lefolyását több értekezésben tettem közzé (I. 272, III. 206, IV. 5. és Math. Term.-Tud. Értesítő 48. köt. 1931. p. 536—537.) s a legközelebb lesz szerencsém egyik szervük növekedésének lefolyását vázolni.

SEBESTYÉN OLGA legutóbb két, a Balatonban élő Dinoflagellata betokozódását ismerteti. Dolgozata egész terjedelmében az Arch. f. Protistenkunde-ban fog megjelenni. «Megfigyelések két, a Balatonban is előforduló Dinoflagellatán és azok cystáin (Diplopsa-

lis acuta [APSTEIN] ENTZ és Gonyaulax apiculata [PENARD] ENTZ)» címen. E munkának egy része pedig «A Diplopsalis acuta betokozódása, cystája és a Kolkwitziella salebrosa kérdése» címén az Értesítőben. SEBESTYÉN OLGA 1933 őszén naponta átvizsgálta a Balatonból gyüjtött planktonpróbát, hogy az eleven Diplopsalison megfigyeléseket tehessen, anyagot gyüjtsön a Gonyaulax magszerkezetének vizsgálására, és hogy e két szervezet cystáját is megtalálja. A Gonyaulax cystája ugyanis eddig csupán a Genfitóból, e Diplopsalisé pedig egyáltalában nem volt ismert. Október elején úgy a betokozódó alakokat, mint a cystákat sikerült megtalálnia. Megfigyelte és ábrázolta a Diplopsalisnak páncélon belüli cysta-képződését. Ez a jelenség azért fontos, mert a megtalált cysta azonos a LINDEMANNtól Kolkwitziella salebrosa és K. s. var. gibbera néven leírt és önálló génusba sorolt színes burkú Dinoflagellatával, mellyel úgy méretei tekintetében, mint alakjában, és — ami a legfeltűnőbb — burkának színezettségében is megegyezik. Megállapította a burok és tartaléktáplálék chemiai természetét és megfigyelte a Diplopsalison a hyalin-burokba zárt gymnodinium kirajzását, alakváltozását és az új páncél kialakulását is.

WOLSKY SÁNDOR behatóan foglalkozik a balatoni ú. n. kecskerák (Potamobius leptodactylus) regeneratiójával több értekezésében (V. 66, VI. 127.), úgyszintén évek óta foglalkozik Arthropodák, főleg Crustaceák látószervével (IV. 22.), és pedig morphologiai, physiologiai, fejlődés- és öröklődéstani szempontból is. A «Filogenetikai és mutativ szemdegeneratio a Gammaridák családjában» c. dolgozatában a látószerv elsatnyulásának kérdéséhez szól hozzá. A mutatióként fellépő szemdegeneratióval a Gammarus chevreuxi-n foglalkozott a londoni egyetem King's College-ában, ahol egy tanévet töltött magyar állami ösztöndíj és — HUXLEY professzor közbenjárásával — a nevezett College anyagi támogatásával. Törzsfejlődésbeli szemdegeneratiót a Niphargus aggtelekiensisen, az Aggteleki-barlang vak Gammaridáján tanulmányozott. Dolgozatában megállapítja, hogy a Gammarus chevreux-i mutatio gyanánt fellépő szemdegeneratiója és a Gammarida-szem filogenetikai szemdegeneratiója ellentétes folyamat, amennyiben a mutatiós degeneratio centrifugális, a filogenetikai pedig centri-

petális irányban halad. Ezért nem valószínű, hogy a mutatiós elmélettel a Gammarida-szem degeneratióját meg lehessen magyarázni. WOLSKY dolgozata az Értesítőn kívül a Zool. Anzeigerben is meg fog jelenni.

Külön és hangsúlyozottan kell a Balaton Bacteriumflórájának tanulmányozását megemlítenem. Ezt ZIH SÁNDOR első tájékoztató kísérlete (II. 351.) után dr. HARANGHY LÁSZLÓ bajai kórházi főorvos, egyetemi magántanár végzi. HARANGHY előbb a balatoni iszap Spirochaetáit ismertette alapos tanulmányában. (IV. 356.) Bacteriologiai kutatásainak eredményei a Balaton balneologiája szempontjából fontosak s gazdasági kihatásuk életbevágó. Ugyanis az óriási felületű és e mellett sekély, zavaros vizű tó biológiai feltételei oly sajátságosak és Közép-Európában annyira egyedülállók, hogy kutatásukból nemcsak közgazdasági, de általános biológiai tekintetből is fontos következtetések lesznek levonhatók. Vizsgálatai, tekintettel óriási témájára, éveket fognak igénybe venni.

Érdekes témakörben mozognak dr. v. VARGA LAJOS egyetemi magántanár és dr. MÖDLINGER GUSZTÁV egyetemi magántanár kutatásai. VARGA a Balaton szervezetei vérparazitáinak kutatását (V. 64., VI. 44.), MÖDLINGER pedig ugyanezek helminthologiai vizsgálatát kezdette meg és folytatja.

Az egész tó életefolyásáról és a tóban élő szervezetek biológiájáról fog képet nyujthatni az a vizsgálat is, melybe SZABÓ MIHÁLY kezdett, aki a partravetett turzás biocoenosisát kutatja.

A Balaton legnagyobb táplálékfogyasztóinak, a halaknak biológiájával dr. HANKÓ BÉLA (II. 84.), dr. LUKÁCS KÁROLY (V. 17) és dr. H. W. LISSMANN (VI. 86.) foglalkozik. A madáréletről TEN KATE (IV. 84.) és SCHENK J. (I. 55.) nyujtanak tájékoztatót. Intenzív kutatásukat azonban még csak elkezdették az említettek, a rovaréletét pedig dr. HORVÁTH GÉZA (Hemiptera) (IV. 59.), ZILAHI SEBESS GÉZA (Chironomida) (III. 186., V. 77.) és FR. LENZ (I. 129.).

Dr. ROTARIDES MIHÁLY leginkább histologiai vizsgálatokat végez, amelyek mindegyikében iparkodik a szervezet biológiájának a szervezet histologiájára való behatását kimutatni (IV. 122., V. 28.). Így az itt bemutatandó dolgozatban is: «A megtapadó

(sessilis) vízi csigák környezettani jellemzése az Ancylidákon végzett szövettani vizsgálatok alapján». ROTARIDES ebben kimutatja, hogy a környezet hatása először az életmód megváltozására vezet, ezt követi a külső alak módosulása, a szervek és szövetek megváltozása pedig — mint ezt már régebben a Nápolyi Zoologiai Állomáson tengeri fajokon először mutatta ki — az egész folyamatnak legutolsó fejezete. Dolgozata Értesítőnkben szintén megjelenik.

A Balatoni-Bizottság faunakatalógusa (1896) és a régebbi planktonkutatások (1903—1904) azt bizonyítják, hogy noha 40 év telt el azóta, amióta a Balaton faunájáról pontosabb feljegyzések vannak, az nagyjában ugyanaz maradt. Planktonjának tagjai nagyrészt ugyanazok, attól persze eltekintve, hogy a lefolyt idő óta tökéletesedett kutatásmódokkal, gyakori és az egész évre kiterjedő vizsgálatokkal ma több szervezetet ismerünk a Balatonból, mint 40 évvel ezelőtt. Megállapítható azonban az is, hogy a fauna és flóra bizonyos csoportjai szegényebbekké lettek. Mocsarak lecsapolása következtében a lápi növényzet és fauna, valamint a gazdag madáréletből sok eltűnt vagy eltűnőben van (kócsag). De új tagok is jutottak bele.

Azok a megfigyelések, amelyek a Balaton faunájának új tagokkal való gyarapodását állapítják meg, érdekes fejezetét képezik a tihanyi munkálatoknak. A Balaton-Bizottság kutatásainak bezáródása óta megjelent élőlények egy részét szándékosan helyezték a Balatonba. Ezek közül, mint legfeltűnőbbet említem a magát kis egyénszámban fenntartó naphalát (Eupomotis aureus JORD.). Ennek az Észak-Amerikából származó halnak balatoni története ismert. De reábukkantunk néhány olyan szervezetre is, melyeket nyilván szintén az ember juttatott be a Balatonba, és pedig szándékosság nélkül. Ilyenként említem meg a vándorkagylót (Dreissensia polymorpha), melynek első példányait dr. E. HUF találta 1932. októberében a tihanyi Kutatóintézet melletti úgynevezett Kis-öbölben. Azóta e kagylónak fiatal és öreg példányait nagyszámban gyüjtöttük a Tihanyi-félsziget körüli Balatonban több helyen, 1933 őszén pedig a Kis-öbölben óriási egyénszámban.

Egy másik, nyilván szintén behurcolt szervezet egy Amphi-

poda-rák, a Corophium curvispinum. Ezt a mintegy 1 cm nagyságú, felemáslábú rákot H. P. Moon találta meg egy példányban balatoni iszapvizsgálatai közben 1933 nyarán. Utóbb Chara közt bukkantunk reá, október hó folyamán pedig a friss növényi túrzásban, leginkább Potamogetonon valóban, mondhatni kolosszális számban lehetett megtalálni magaszőtte lakásában a tihanyi rév környékén.

Ez a két adat élénk fényt vet arra a kérdésre is, hogy a Balaton idők folyamán hogyan népesedhetett be élőlényekkel. Ismeretes, hogy a Balatoni Halászati Rt. a tóban a legutóbbi években különféle halakat helyezett be és varsahalászatot honosított meg. A varsákkal dolgozó halászok azelőtt a Dunában használták eszközeiket. Igen nagy a valószínűsége ezek szerint annak, hogy úgy a vándorkagyló, mint a kis szövő bolharák (Corophium curvispinum) ezek útján került a Balatonba. Meg kell azonban azt is jegyeznem, hogy az utóbbi években (a Sión át) a Dunában is használt közlekedési eszközök is jutottak a Balatonba.

Az említett megállapítás fényt vet arra is, miért annyira hasonló a Balaton faunája általában a folyóvizek, különösen pedig a Duna faunájához. Azért, mert a Balaton faunájának tagjait innen kaphatja, azok benne életben maradnak, mert tavunk létfeltételei, mint ez már régebbi búvárainknak is feltűnt, különösen azonban Meschkat hangsúlyozza, olyanok, melyek jobban megegyeznek a keleteurópai folyamokéval mint a nyugateurópai és alpesi tavak létföltételeivel.

Szükséges még megemlékeznem azokról a kutatásokról is, amelyek a Balaton környékének: a tihanyi ú. n. Belső-tónak, a kővágóörsi kőmedencéknek, a Kornyi-tónak, a lesenceistvándi lápnak, a balatoni berkeknek, a balatonkörnyék erdeinek, rétjeinek, forrásainak és patakjainak, továbbá a Fertőnek és más vizeknek vizsgálatára vonatkoznak. Ilyen irányú kutatás több jelent meg az intézet kiadványaiban is: Filarszky N. (I. 388., Kornyi-tó), Kol E. (IV. 271., Szeged, Külső-Rókus), Mika és Breuer (II. 104., Fertő), Szemes G. (IV. 320., Kádárta), Varga L. (I. 181., IV. 312., Fertő), és végül Varga L. (IV. 206., Kőrös), valamint más hazai és igen különböző bel- és külföldi tudományos és nem egy népszerű folyóiratban is.

Hangsúlyozni kívánom, hogy az intézetben végzett kutatások sok esetben nemcsak tudományos tekintetben, de gazdasági szempontból is fontos, sajnos azonban, nem egy esetben szomorú tényekre vetnek világot. Nem térhetek ki mindarra, ami természeti emlékeink pusztításának sivár képét tárja elénk. Kénytelen vagyok azonban megemlíteni, hogy e pusztításokban a kormánnyal kapcsolatban levő közegek éppúgy részt vesznek (a tihanyi geyzirkúpok rombolása út- és gátépítőanyag nyerése céljából), mint magánosok és a közbirtokosság is sok esetben kíméletlen rablógazdaságot folytat. Szomorú képet nyujtanak erdeink, melyek nem egyikébe a kivágott eredeti erdőség helyett silány akácosokat ültetnek (pl. a Badacsony tetején). Legsivárabb azonban az a kép, amit forrásaink nyujtanak. Ennek a kincsnek elpazarlására Rigler Gusztáv hívta fel intézetünk kiadványában mindnyájunk figyelmét (III. 120.). A források környéke nagyrészt el van pusztítva, a víz be van szennyezve, úgyhogy a források, amelyek hivatva volnának arra, hogy a Balaton környékén levő fürdőket pompás és olcsó graviatiós vízvezetékkel lássák el, úgyszólván kihasználatlanul ömlenek a Balatonba. Sőt nem egy esetben kóros csírákat hordanak szét a környékre, holott nem is régen legalább mint malmok erőforrásai használtattak ki. Ma sok esetben ezek duzzasztóit is elpusztították.

Hogy mindazok a kutatások, amelyeket a II. osztály orvos életbúvárai végeznek, melyeknek jegyzékét volt szerencsém szintén közölni, mind az emberiség és különösen hazánk közegészségügyével és balneológiai viszonyaival a legszorosabb kapcsolatban állanak, és hogy egy agrár államban az öröklődéstani kutatások rendkívül nagy fontosságúak, azt külön hangsúlyoznom felesleges. De az előadottakból az is látható, hogy az I. osztályon végzett azon kutatások, melyek látszólag teljesen elméletiek, mint pl. a Balaton vizének Bacteriumflórája vagy a Balaton élőlényeinek táplálkozása, e táplálék ősi forrása, a Balaton benépesülése, a Balaton és környékén végbemenő biológiai változások, mind oly nagy horderejű tények, melyek a tó balneológiai kihasználásával, halászatával a legszorosabban összefüggnek s ezért közérdekűek. Ha ki akarunk térni arra a sokaktól felvetett kérdésre, vajjon van-e a Biológiai Kutatóintézetnek gyakorlati, nemzetgazdasági

vagy közegészségügyi fontossága is, ma azt kell hirdetnünk, hogy az az intézmény, melyet annyi gúny ért meg nem értő kritikusok részéről, az egész Balaton és környékének megélhetése szempontjából fontos hivatást tölt be, mert munkáját máshol, mint a Balaton partján, és más, mint kutatóintézet elvégezni nem tudja. Az intézet nemcsak tudományos, de gazdasági nemzeti szükséglet is.

—

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

REFERAT ÜBER DIE ARBEITEN DES BIOLOGISCHEN FORSCHUNGSINSTITUTES IN TIHANY.

Von GÉZA ENTZ o. Mitglied.

In der Abhandlung wird die Tätigkeit des Forschungsinstitutes in Tihany (Magyar Biológiai Kutatóintézet) besprochen, und zwar die Arbeiten beider Abteilungen, d. h. sowohl die der I. Abteilung (sog. «Abteilung für Biologie des Balaton»), wie auch die der II. (sog. «Abteilung für Allgemeine Biologie»). Letztere wurden von Prof. F. VERZÁR, Basel zusammengestellt. Es wird betont, dass beide Abteilungen gemeinschaftliche Beiträge zur Biologie im weiten Sinne des Wortes liefern. Die zwei Abteilungen sind nur äusserlich getrennt, tatsächlich arbeiten sie aber zusammen an den Problemen, welche der See und seine Lebewesen, sowohl in spezieller, wie auch in allgemein-biologischer Hinsicht bieten. Morphologie, Systematik, Biologie, Physiologie und Genetik werden ebenso betrieben, wie s. g. speziell zoologisch-botanische und bakteriologische Untersuchungen. Neben allgemein-biologischen werden auch spezielle (z. B. medizinische, fischereibiologische etc.) Gesichtspunkte berücksichtigt. Wegen den ganz eigenen physiographischen Verhältnissen des Balaton ist seine ständige Untersuchung nicht nur aus theoretischen, aber auch aus oekonomischen Gründen von äusserst grosser Interesse, so dass das Institut heute auch einen nazionaloekonomischen Beruf erfüllt. Sowohl an einzelnen, besonders besprochenen Arbeiten, wie auch durch die Mitteilung der nach ihrem Inhalt gruppierten bisher erschienenen Publikationen des Institutes wird dies erläutert.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dez. 1933.)

A MAGYAR BIRODALOM LEGYEINEK SYNOPSISA.

SZILÁDY ZOLTÁN-tól.

IV. RHAGIONIDAE.

Az alcsaládok áttekintése.

1 A sarkantyúk száma minden lábszár végén kettő, lábszárak tüskesorokkal: ..... *I. Bicalcarinae.*

— Az első lábszáron legföllebb egy sarkantyú van, tüskesorok nincsenek: 2

2 Szívóka hosszú, előlábszárak egy sarkantyúval *II. Vermileoninae.*

— Szívóka igen rövid, előlábszárak sarkantyú nélkül: *III. Rhagioninae.*

A Magyar Birodalom területén csak a két utóbbi alcsalád fajai találhatók.

VERMILEONINAE.

Ichneumon-alakú, karcsú termetű, hosszúlábú és száraz, meleg vidékeken élő legyek. Lárvájuk féregalakú, horgasvégű és a homokban tölcsért építve, a hangyaleső lárvához hasonló életmódot folytat. Területünkön csak egy nemnek egyetlen faja található: a déleurópai hangyászlégy.

Szívókája a féltesthossznál rövidebb. A 3. csápíz tojásdad-alakú. Teste sárga, arca keskeny, párhuzamos, homloka szürke, szemei zöldek. A toron három barna csik, a középsőt világos vonal választja ketté. A potroh hátán övenként három fekete folt (♀) vagy egy harántsáv (♂) van. Szárnya színtelen. 9—10 mm. Tengermellék: ..... *Vermileo vermileo* L.

EGYETEMI KÖNYVTÁR FOLYÓIRATOK SZEGED

RHAGIONINAE.

A kószalegyek vízparton tanyázó, közepes termetű legyek. Testük puha, törékeny, többrétegű szőrbundájuk hullatag, laza. Potrohuk hosszú, többnyire kúp- vagy karomalakú. Lárvájuk folyóvízben fejlődik vagy az iszapban ragadozó életet folytat. Ártatlanok, sőt tömeges megjelenés idején számottevő haltáplálékot szolgáltatnak.

1. Hátsó lábszárak két sarkantyúval 2
— Hátsó lábszárak egy sarkantyúval vagy a nélkül 5
2. A csáp végíze majdnem részaránvos, többnyire hagymaalakú, hosszú végsörtével: .... *Rhagio* F. *(Leptis)*.
— A csáp végíze részaránytalan, lefelé szélesedve vesealakú .. 3
3. Az arc alig keskenyebb a homloknál. A pofák csupaszok. A ♂ hátsó lábszárai és lábfejízei elszélesedők: *Atrichops* Verr.
— Az arc kétszer olyan széles, mint a homlok. A pofák szőrösek. A ♂ hátsó lábszára és lábfejei nem szélesedettek 4
4. A potroh lapos, tojásdad, nagy (2.) szelvénye a legszélesebb. A szárny foltövei majdnem egyformák. A szárny széles háromszögű, a töve közelében a legszélesebb. A fej szélessége a magasság kétszerese: ..... *Atherix* Mg.
— A potroh hosszú, hengeres, mindkét vége felé kissé szélesebb. A szárny halvány vagy csak egy foltöve van, keskeny, majdnem párhuzamos, legszélesebb a közepe táján. A fej gömbölyű, alig szélesebb, mint amilyen magas: *Atherigia* Szilády.
5. A szárnyon középsejt, a lábszáron sarkantyú, a csápon végsörte nincsen: ..... *Hilariomorpha* Schin.
— A szárnynak zárt középsejtje (discalis sejtje) van. A csáp sörtével vagy pálcikanyúlvánnyal végződik 6
6. A csáp tőize nagy és duzzadt, a végíz vesealakú. Sarkantyúk száma: 0—2—1: ..... *Symphoromyia* Frfld.
— A csáp tőize kisebb a következő két íznél, a végíz nem vesealakú 7
7. A csáp végíze hagymaalakú és hosszú sörtében végződik: *Chrysopilus* Mcq.
— A csáp végíze más alakú, mindig lapult: *Ptiolina* Zett.: 8

8. A csáp keskeny, levélalakú, mert a végsörtét is levélalakú nyúlvány pótolja: ..... Subg. *Archicera* Szilády.
— A csáp végíze ovális, a végsörte helyett pálcikaalakú nyúlvánnyal 10
9. A csáp részarányos, a nyúlvány az ovális végsejt tengelyében áll: ..... Subg. *Ptiolina* Zett.
— A csáp részaránytalan, mert a pálcika oldalvást álló: Subg. *Spania* Mg.

ATRICHOPS.

Színtelen szárnyú, szürke torú, sárga potrohú légy, barna övekkel és fényesfekete torháttal; lábai sárgák. 6—7 mm. Nálunk még nem találták: *crassicornis* Mg.

ATHERIX.

Hímek.

1. A potroh fekete vörös szegélyekkel, a szemek érintkezők: *aurichalcea* Beck.
— A potroh vörös, sarlóalakú harántfoltokkal. A szemek különváltak, keskeny homlokrészlet választja el őket..... 2
2. A potroh csúcsa, az ivarszervek és a hátsó lábszárak feketék. A szárnyjegy nagyrészt barna: ..... *femoralis* Lw.
— A potroh csúcsa, az ivarszervek és hátsó lábszárak sárgák 3
3. A szárnyjegy nagyobbrészt sárga. A potroh vörös, három sor fekete folttal: ..... *[ibis* F.*]*
— A szárnyjegy nagyrészt barna. A potroh vörösbarna fekete foltokkal és pántokkal: ..... *ignota* Szil.

Nőstények.

1. A szárnyjegy nagy része sárga. A potroh vörösessárga, világossárga szegélyekkel és fekete előpántokkal vagy foltokkal, vagy szürkéssárga, de vörös oldalfoltokkal. Homloka lefelé szélesedő. A csáp végíze sárga. Nálunk még nem találták: *[ibis* F.*]*
— A szárnyjegy nagyobbrészt barna, a csáp és tapogató fekete, a potrohon sárga szín nincsen 2

2. A comb majdnem végéig barnásfekete. Középeurópai faj; Besztercebánya, Trencsén: ..... *femoralis* Lw.
— A combok vörösessárgák. 3
3. A potroh téglaalakú, hamúszürke, a középtáj felé szélesedő fekete előpántokkal. Homloka párhuzamos. Déleurópai faj. Déva, Mehádia: ..... *aurichalcea* Beck.
— A potroh tojásdad, világosszürke, az előszéleken három sorban fekete harántfoltokkal. A homlok lefelé szélesedő. Borosjenő, Mehádia, Szászka, Pőstyén, Szalonca: .... *ignota* Szil.

ATHERIGIA Szilády.

1. Lábai, csápjai, tapogatói feketék, potroha fekete, szürke szegélyövekkel. Az északi és keleti hegyvidéken: .. *marginata* F.
— A lábak és a potroh más színezetűek. A potrohon sárga tőfoltok vannak 2
2. A tor háta fényes, fekete. A potroh fekete keskeny szürke szegélyekkel, csak a nagy szelvény oldalai sárgák. A lábak feketék, a lábfejtövek, középső lábszárak és combok sárgák, a 3. comb közepe, a 2.-nak közepe és az 1.-nek egy sávja fekete. Plasanál, Boszniában: ..... *Apfelbecki* Strobl.
— A tor háta fekete, 3—4 ezüstszürke folttal. A potroh 1. és 2. szelvénye oldalt sárga, nagy, szívalakú fekete folttal. A lábak sárgák, hamuszürke csípőkkel, az 1. és 3. pár szára és lábfeje fekete, a hátsó comb csúcsa előtt barna övvel. Az előszárak csúcsa és a hátsók töve sárgás. A potroh közepe fekete, széles, zegzugos, ezüst szegéllyel, az 5—7. szelvény vörös, szintén ezüstös szegélyekkel. Hasa sárga. Dalmáciában, Zelenikánál Horváth Géza fedezte föl: ..... *dalmatina* Szil.

RHAGIO F.

Ez a nem három alnemre és négy csoportra osztható:

1. A szárnyjegy kétszínű, ezért a szárny előszélén két kis pont látszik, a szárnyjegy két csúcsa helyén vagy a szárnyjegy fele sötétebb, fele világosabb színű: 1. *Rhagionella* Szil. alnem.
— A szárnyjegy egyszínű vagy színtelen 2

2. A tor háta nem sávozott, egyszínű, többnyire fényes hamuszürke: ..... 2. *Rhagiella* Szil. alnem.
— A tor háta hosszant sávozott, ritkán fényes, a sávok többnyire szürke vagy sárgásszürke hamvazottsággal: 3. *Rhagio* alnem.
3. A szárny foltozott vagy kétszínű, legalább a csúcsa és a haránterei sötétebb színezetűek: ..... I. csoport.
— A szárny egyenletesen sötétszínű vagy az előszéle felé még sötétebb (csak az éretlen példányok szárnyán maradtak világosabb ablakfoltok): ..... II. csoport.
— A szárny színtelen vagy halvány, fekete szárnyjeggyel: III. csoport.
— A szárny színtelen vagy halvány, a szárnyjegy sárga vagy halvány: ..... IV. csoport.

1. Alnem: Rhagionella Szilády.

1. A tor viaszsárga, három széles, fényes fekete, gyakran egybefolyó sávval. A csáp, tapogató, a lábak és a potroh (a fekete végét kivéve) sárga; a szárnyjegy is sárga, de a csúcsai barnák. Nálunk gyakori déli faj, Pelsőcig terjed: ... *immaculatus* Mg.
— A tor sárga, barna (♀) vagy szürke (♂) sávokkal vagy azok nélkül. Potroha egy sor fekete folttal. Egyébként az előbbihez hasonló. Csak a tengerpartvidéken: .... *chrysostigma* Lw.
— A tor szürke, három sötétebb sávval. Csápja fekete. Potroha sárga, barna övekkel. Lába sárga, fekete szakaszokkal. Közönséges: ..... *maculatus* Deg.
Az utóbbinak majdnem egészen sárga potrohú déli alakja: *ab. dalmatica* Szil.

2. Alnem: Rhagiella Szilády.

Ebbe az alnembe csak egy faj tartozik. Feje, tora, csípői szürkék. Pajzsikája sárga, szárnya színtelen. Lábai sárgák, barna szárcsúcsokkal és combövekkel. Közönséges: ..... *lineola* F.
— Hegyvidékeken a potroha sötétbarna, sárga oldalfoltokkal Retyezát: ..... *ab. monticola* Egg.

3. Alnem: Rhagio (szűkebb értelemben).

I. Csoport.

1. Csak a szárny csúcsa és a haránterek szegélye halvány-barnás. Hamvasszürke légy, fekete csáppal és szívókával, sárga lábakkal és potrohhal, az utóbbinak a hátán tojásdad (♂) vagy háromszögű (♀) fekete foltok sorakoznak. Közönséges: *vitripennis* Mg.

— A szárnynak a közepe is foltos, a foltok sötétek 2

2. A csípők mindig, a tor oldalai és a pajzsika többnyire sárgák 3

— A csípők és a tor oldalai hamvas sötétszürkék 4

3. A szárnyfolt a szárnyjegytől különszakadt. A szárny nem szélesebb, mint más fajoké. A ♂ háta sötétszürke, három sötétebb sávval, a ♀-é vörösbarna, 1—3 keskeny barna csíkkal. A ♂ szemei elül összeérnek. Közönséges: ..... *strigosus* Mg. (*mellinus* Lind.).

— A szárnyfolt a szárnyjegynél kezdődik. A szárnyak feltűnően szélesek. A ♂ és ♀ torháta egyformán hamvasszürke, három sötétebb sávval. A ♂ szemeit keskeny homloksáv különíti el. (Ezt a fajt és eddig kétes ♀-ét dr. Dudich Endre Körmöcbánya mellett gyüjtötte.): ..... *latipennis* Lw.

4. Potroha és lábai majdnem egészen sárgák. A tor mindkét nemen szürkehátú, három sötétebb sávval, oldalai ritkán barnásak: ..... *scolopaceus* L.

Ennek a közönséges és igen változékony fajnak van egy sárgacsípőjű (*ab. femoralis* Szil.), egy szabad szárnyfoltú (*ab. stigmatus* Szil.), egy sötétebbszárnyú (*ab. Haehnlei* Lind.) és több más alakja.

— A potroh feketevörös gyűrűzetű, a lábak sötétbarnák. Ide csak egy déli fajt számítunk, amely Bulgáriából ismeretes és talán a mi délvidékünkön is megvan:... *[maculipennis* Lw.*]*

II. Csoport.

A barnás, füstös szárnyszínezet halványan néha a következő csoportokban is mutatkozik. Lásd pl. *R. notatus*t a III. csoportban.

1. A potroh sárga, fekete foltsorral, a fej és a tor szürke, utóbbi

sötétebb sávokkal. Lábai sötétbarnák, sárga szárakkal. Csápja sötétbarna, tapogatója sárga, vállpárnája barna. Az Alpokban és talán nyugati határunkon: *[cingulatus* Lw.*]*

— A test egyszínű, a potroh is hamuszürke vagy barnás 2

2. Lábai sötétbarnák. Pajzsikája szürke. A ♂ szemei különváltak. Ennek a fajnak eddig csak barnás potrohú és barna (a törzsfajon sárga) billérjével eltérő válfaja ismeretes nálunk Mehádia vidékéről:..... *niger* Wied. var. *Trajani* Szil.

— Lábai sárgák, az 1. és 3. comb barna gyűrűvel, a hátsó szárak vége és a lábfej sötétbarna. A pajzsika és néha a potroh két oldalfoltja sárga vagy vöröses. Délkeleti határaink körül: *fuscipennis* Mg.

III. Csoport.

1. A fej, tor és a pajzsika is sötétszürke. A potroh vörös, fekete sávval vagy foltsorral. A csáp fekete. Az első potrohszelvény és a combok feketék, a szárvégek és lábfejek is feketések. Pőstyén, Magas-Tátra, Körösmező, Negoi: .... *notatus* Mg. Néha a potroh sötétszürke, kis vörös oldalfoltokkal: Mármaros: *v. nigricans* Szil.

— Az előzőhöz hasonló, de a potroha tőíze is vörös. Délaurópai faj. Felső-Hági, Munkács, Vöröstorony: ..... *sordidus* Lw.

— Feje, tora szürke, de a pajzsika nagy része, a potroh tőíze és a combok sárgák, csak a hátsón van csúcsa előtt barna gyűrű. Nagy, 16 mm-ig. Közönséges: ..... *conspicuus* Mg. Az előcombon is barna sávval, Boszniában: *v. balcanica* Strobl.

Az előcsípők és a lábak egészen sárgák. A tapogató és vállpárna is sárga. Tengermelléki alfaj, talán nálunk is megvan: var. *florentina* Lw.

IV. Csoport.

1. Szürkéssárga légy fakósárga pajzsikával, potrohhal és lábakkal. A ♂ szemei összeérnek. Közönséges: ..... *tringarius* L. Nem pontozott potrohhal, halványtorháttal: *ab. vanellus* F. Nem pontozott potrohhal, sötétsávos torháttal: *ab. simplex* Mg. Pontsorral és halvány torhátsávokkal: *ab. Goebeli* Strobl.

Pontsorral és fekete hassal: ..... *ab. nigriventris* Lw.
Pontsorral és a 2. potrohszelvényen három folttal:
ab. tripustulata Szil.

— Sötétszürke torú legyek sötétszürke csípőkkel 2
(Ha a szárny sötétebb, lásd florentinust az előző csoportban.)

2. Az első potrohszelvény fekete. Szárnyjegy nem látszik. Combja sárga, csápja, tapogatója és pajzsikája szürkésfekete. Ugod, Pilismarót:..... *annulatus* Deg.

— A potroh töve és a pajzsika sárga. Szárnyjegye sárgás. Csápja vörösbarna, combja sárga. Hazai előfordulása kétes: .....
[pallidipennis Beck.*]*

SYMPHOROMYIA Frauenf.

1. Az 1. csápíz (♂♀) erősen duzzadt, nagyobb, mint a két végíz együttvéve..... Subg. *Parapheromyia* Beck.

— Az 1. csápíz a másodiknál nem nagyobb, legnagyobb a 3. : Subg. *Symphoromyia* Frauenf.

1. Alnem: Parapheromyia Beck.

Ide csak egy faj tartozik. Világos (♀) vagy sötét (♂) szürke, bozontos szőrű légy. Tapogatója, csápja, lába fekete, csak az ízületek és a ♀ csápvége barna. Szárnya színtelen, a tőrész erei és a billérek a ♀-en sárgák. 6·5—8 mm. Nagyárpás, M.-Tátra, Retyezát, Szuchahóra, Ponorics: *crassicornis* Pz.

2. Alnem: Symphoromyia (szűkebb értelemben).

1. Feketeszárnyú, fekete (♂) vagy hamuszürke légy (♀). Lábai és billérei feketék. A hegyvidékeken mindenütt:
melaena Mg. *(pilosa).*

— Színtelen szárnyú, kékes hamuszürke légy (♂♀). Lábai sötétbarnák, a szártövek és a billérek sárgák. Az Alföldön:.....
immaculata Mg.

CHRYSOPILUS Mco.

1. A test sárga vagy barna, igen gyér aranyszőrökkel vagy a nélkül. A szárny foltos vagy sötétszínű:
Subg. *Achrysopilus* Szil.
— A test fekete vagy hamúszínű, aranysárga szőrökkel és pikkelyekkel. A szárnyak színtelenek vagy halványak, folt nélkül:
Subg. *Chrysopilus sensu stricto.*

1. Alnem: Achrysopilus Szil.

1. A szárny előrésze a csúcsáig sötétszínű. Arca szürke (♂) vagy sárgásszürke (♀) ugyanolyan színű, alig kiemelkedő középpárnával. Tora és billérei sötétbarnák, többi részei barnássárgák. Gyón, Szászka, Orsova, Retyezát:..... *pullus* Lw.
— A szárnynak csak közepén, a szárnyjegy mögött van rövid pántfoltja 2
2. A potroh szélesen barnagyűrűs. Csápja sárga, sötétebb végízzel, feje szürke, sárga, kiduzzadt arcközéppel. Billérei barnák. Hegyvidékeken:..... *nubecula* Fall.
Fekete csápú, barna arcpajzsú alak, az északi *A. suomianus*hoz közeledő. 1 ♂. Körmöcbánya mellett dr. Dudich Endre gyüjtötte: ..... var. *barsica m.*
— A potroh egészen vagy nagyrészt sárga 3
3. Teste vörösessárga. Szárnyfoltja igen halvány. Torhátán gyakran három vékony, barna vonal fut végig. A potroh végszelvényein néha foltövek láthatók. Csepel, Pöstyén:
laetus Zett.
— Teste barnássárga. Szárnyfoltja sötétbarna. A ♀ torháta, a ♂ tora a pajzsika kivételével, a csípők és a potroh elején az övfoltok barnák. Árvaváralja:..... *luteolus* Pall.

2. Alnem: Chrysopilus (szűkebb értelemben).

A torhát színezete igen változékony. Friss példányokon többnyire megvannak az aranyszőrök. Ha ezek lehullanak, láthatóvá válik a sötét bársonybunda. Ez alatt még egy finomabb, többnyire szürkés hamvasság rejlik 3—4 széles hosszanti sávval és csak, ha

ez is lekopik, akkor látszik meg az alapszín. A fokozatos lekopásnak ez a színváltással járó hatása volt az oka annak, hogy az egyes fajokat gyakran összetévesztették, sőt ugyanazt az állatot nem is egy ízben újabb fajnak írták le.

Az európai fajok közt csak egy barna színezetű van, ez az Alpokra jellemző *Ch. alpicola* Pok. Nálunk még nem találták.

1. Nagy, átlag 10 mm-es faj, igen nagy, barna szárnyjeggyel, a körül egy szárnyfoltocska nyomaival, egyébként színtelen szárnyú. Fekete és arany (♂) vagy ezüstösarany szőrözettel. Hegyvidékeinken: ..... *erythrophthalmus* Lw.
— Kisebb állatok vagy a szárnyjegyük nem feltűnő..... 2
2. A szemek egymáshoz közelállók vagy összeérnek: hímek 3
— A szemek egymástól távol állók: nőstények 7

Hímek.

3. A szemek csak közel állnak, de nem érintkeznek, a hosszú tapogatók majdnem a csápokig érnek. A lábak vörösessárgák, a combok végrészüket kivéve, feketék. Mellük fényes fekete, nem hamvas. A billérek barnák. Szárnyuk halványbarnás, alig látszó szárnyjeggyel. Fekete, aranyszőrű légy, 6—9 mm. (Régibb gyüjteményekben tévesen *Ch. helvolus* Mg. néven). Közönséges:..... *flaveolus* Mg.
— A szemek érintkeznek. A tapogatók rövidek. Barnás vagy hamvasszürke, aranyszőrű legyek 4
4. A test alsó fele sötétbarna, alig hamvas, legföllebb az arc szürkés 5
— A test alsó fele a fejjel egyszínű, kékesszürkén molyhos ... 6
5. A szárny barnás, sötét szárnyjeggyel. Csápja, tapogatója, lábai feketék, csak a szárak és lábfejek sárgák. Közönséges: *auratus* F.
— A szárny színtelen, a szárnyjegy halványbarna. Egyébként az előző fajtól a ♂ alig különbözik. Mehádia, Orsova, Szászka, Sztrigymllék ..... *maerens* Lw.
6. A lábak sárgák. Közönséges: faj sok változattal: *aureus* Mg.
— A lábak sárgák, barna combokkal és csípővel. Közönséges: *splendidus* Mg.

Nőstények.

7. Fekete, ezüstösaranyszőrű légy, 8 mm-nél nagyobb. Lábai vörösessárgák, a combok részben barnák. Szárnyuk halványbarna, elenyésző szárnyjeggyel. Közönséges: . *flaveolus* Mg.
— Kisebb (7 mm-nél kisebb) legyek, többnyire feltűnő szárnyjeggyel 8
8. A test alsó fele fényes sötétbarna, csak az arc hamvas. A torhát három sávja közül a középső keskeny, elenyésző 9
— A test alsó fele szürke vagy kékes hamvassággal borított 10
9. A potroh egyenletes aranyszőrű bundával borított. Közönséges: ..... *auratus* F.
— A potroh első két szelvényét és a következők oldalsó háromszögeit fényes ezüstszürke prém borítja. Mehádia: *maerens* Lw.
10. A lábak sárgák, csak a lábfejvégek barnásak. Közönséges: *aureus* Mg.
Néha a csípők is sárgák: Déli alak: .. *v. meridionalis* Bezzi.
— A lábak sárgák, de a combok részben vagy végig barnásszürkék: ..... *splendidus* Mg.

PTIOLINA Zett.

A régi Ptiolina-nemből mint önálló nemet már Meigen elkülönítette volt a Spania-nemet egy fajjal. Még több okunk volna külön nemnek venni azt az alakot, amelyet Archicera névvel jelöltem meg. A csápalak széleskörű alakváltozása mellett azonban ezek az állatok annyira egyenlő habitusúak, hogy helyesebbnek találom a régi nem fönntartása mellett a két új alakkört alnemként csatolni hozzá, a nemi táblázatban már megadott jellegek alapján. (Lásd 3. lap.)

1. Alnem: Archicera Szilády.

Ide csak egy kis, fényes, barnatestű, igen gyér és rövid szőrözetű légy tartozik. Látszólag nem hamvas. Szárnyai színtelenek, szárnyjegye alig látható. Szeme kékesfekete. Homloka a fej fele szélességének megfelelő. 2 mm. Eddig csak két nőstényt gyüjtöttek, egyiket Kertész Jaszenák mellett: ... *avarorum* Szil.

2. Alnem: Spania Mg.

Az idetartozó egyetlen faj fényesfekete, füstös szárnyakkal, sötétbarna lábakkal és billérekkel. A barna szárnyjegy jól látható. A ♀ homloka széles, fényesfekete. Pöstyén: *nigra* Mg.

3. Alnem: Ptiolina (szűkebb értelemben).

1. A csápnyúlvány szőrös, vaskos. Nálunk való honossága kétes: *[pelliticornis* Beck.*]*
— A csápnyúlvány vékony, csupasz vagy csak erősebb nagyítással látszik szőrösnek 2
2. Világosszürke legyecske sárgás szőrökkel, barna övekkel és hátsávokkal. Csápja, tapogatója sötétbarna, lábai barnák, sárga térdekkel. Pöstyén: ..... *cinereofasciata* Schill.
— Másszínű, többnyire barna vagy fekete legyecskék sötét szőrözettel 3
3. A tor hamuszínű vagy sötétszürke. Nőstények 4
— A tor fénytelen fekete. Hímek 5
4. A torhát sötétszürke, három alig feltűnő, sötétbarna sávval, néha barna középvonallal. Mehádia, Gombaszög: *obscura* Fall. ♀
— A torhát világosszürke, széles, kettős középsávja és a varratnál megszakított oldalsávjai feketék. Feje szürke. Potroha és lábai sötétbarnák, gyéren hamvasok. Nálunk még nem találták: ..... *[paradoxa* Jaenn. ♀*]*
5. A torhát fénytelen fekete, sávozata fejletlen: *obscura* Fall. ♂
— A torhát fénytelen fekete, a pajzsika előtt három kerek, egymással érintkező, hamuszürke folttal és elül három szürke sávkezdeménnyel: ..... *[paradoxa* Jaenn. ♂*]*

HILARIOMORPHA Schin.

Sötétszürke, alul gyéren hamvas, halványszürke szárnyakkal 3—4 mm. Dicsőszentmárton, Pöstyén: *singularis* Egg.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. okt. 9-én tartott üléséből.)

A SYNOPSIS OF THE FLIES OF HUNGARY IV.

by ZOLTÁN SZILÁDY.

In this paper the author gives a further contribution to the knowledge of the hungarian flies. The new subgenera, genera and species mentioned here are described in my publication: Die palaearktischen Rhagioniden in Annales Musei Nationalis Hungarici. 1934.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 9. Okt. 1933.)

A CILIATÁK CSILLÓ-MERIDIANUSAINAK DIFFERENCIÁLÓDÁSA ÉS AZ IRÁNYMERIDIÁNUS KÉRDÉSE.

Öt szövegbeli ábrával.

GELEI JÓZSEF l. tagtól.

(A Rockefeller-alap segélyével.)

Midőn 1925-ben én és rá egy évre, tőlem függetlenül, KLEIN kiderítettük, hogy a *csillóslények (Ciliata)* csillóit a testen délkörirányban végigfutó csillóközi- ú. n. interciliáris szálak (neuronemák) kapcsolják össze összhangzatos egységbe, még egyikünk sem gondolt arra, hogy a hosszanti csillósorok a test különböző tájai szerint egymás között eltéréseket, funkcionális differenciálódásokat is tüntetnek föl. Azt tudtuk, hogy a csillók egyik vagy másik testoldalon teljesen hiányozhatnak, hogy a testnek a mellső csücske, bár ritkán, a hátsó fele pedig gyakorta csillótlan; ismeretes volt a csillóösszevonódás, illetőleg összezsúfolódás egy-egy övre; s az *egyformacsillójúak (Holotricha)* illetőleg *örvényszervesek (Spirotricha)* némely csoportjában azt is megcsodáltuk, hogy bizonyos csilló-sorokba érzősörték vannak beiktatva; azonban különösen az *egyformacsillójúak* rendjében nehezen tudtunk a testen való tájékozódás, illetőleg mások útbaigazítása érdekében olyan csillósorokat megjelölni, melyekhez a test egyes részeit szám- vagy méretszerű vonatkozásba tudtuk volna hozni.

Azóta azonban KLEIN (1928, 222. old.) megállapította, hogy oszlás alkalmával a hátsó egyed számára az új száj mindig egyik megszabott csillósorral kapcsolatban képződik ki s én 1932-ben rámutattam arra, hogy mind az alnyílás (cytopyge), mind pedig a kiüritőrés (porus excretorius) egy-egy adott és helyzete szerint is

jól meghatározható csillósorral áll kapcsolatban. Ezzel eljutottunk oda, hogy most már a *csillósvéglény*en, különösen pedig az *egyforma-csillójúak*on iránymeridiánusról vagy tápláló csillósorról, továbbá kiválasztó, érző és tisztán mozgató csillósorokról beszélünk, amint azt az alábbiakban kifejtem.

A) Az iránymeridiánus.

Ezt a szót először 1932-ben én használtam annak a csillóközi vezetőrostnak (Silberlinie I. O., KLEIN, neuronema GELEI) megjelölésére, amely a szájat az alnyílással összeköti (229. old.). Az iránymeridiánus fogalma azonban már az előző évben megjelent s a *Colpidium campylum*-ról szóló dolgozatom következő mondatában világosan körvonalaztatott: «A két szájmögötti csillósor közül a jobbfelőlit vezetősornak nevezem, éspedig azon az alapon, hogy ez mint csillósor a hátsó testvéget nem éri el, hanem a cytopygében folytatódik (1931. 15. old. és lásd a 9. és 10. ábrát)».

Az a valóság, hogy az alnyílás olyan meridionális csillóközi rosttal van összefüggésben, mely a száj mögött ered s amely mentén oszláskor az új száj képződik, már KLEIN vizsgálataiból (1928, 222. old.) kiderült. Tisztán azonban ebben a kérdésben csak azóta látunk, mióta tanítványommal, HORVÁTH PÉTERrel a nedves ezüstöző eljárást kidolgoztuk (1931), és a következő évben ehhez csatlakozólag az én aranyozó eljárásom megjelent. KLEIN ezüstöző eljárásával ugyanis, melynek segítségével ő az előbb említett kapcsolatot száj és cytopyge között megállapította, nem lehet az alnyíláshoz csatlakozó ú. n. cytopyge-vonalat világosan látni, holott a mi említett két módszerünkkel csaknem minden vizsgálati állaton, bárminő tenyészvízből is származzék az, mindig világosan látható az alnyílás vonala.

Ezeknek a vizsgálatoknak folyamán kiderült, hogy az alnyílás, melyet a német terminologia sejtvégbélnek (Zellafter) nevez, olyan csillósorba van beiktatva, mely a sejtszájjal szorosan összefügg, amennyiben ez a csillósor vagy a szájnyílás mögött *(Glaucoma, Colpidium, Loxocephalus, Uronema, Cyclidium* stb.), vagy vele érintkezésben közvetlenül mellette *(Paramecium)* ered. Az eddig megjelent vizsgálatok szerint talán a *Paramecium*-ot említhetnők

kivételként ez alól a szabály alól mint olyan állatot, melynek alrésvonala nem valamely külön csillósorral, hanem az állat szájmögötti varratvonalával azonos. Kutatásaim azonban itt is megállapították azt, hogy ez csak látszat, mert az oszló állaton a mellső egyed cytopyge-vonala a leghatározottabban olykép keletkezik, hogy a szájnyílás egyik jobbszéli csillómeridiánusán a csillók és alapitesteik felszívódnak s a megkopaszodott szakasz vastag alrésvonallá alakul át. Varratvonallá csak később válik ez a csillóvonal azáltal, hogy a test befűződésével kapcsolatosan szomszédos csillóvonalak egy része e felé a vonal felé hajlik.

De térjünk át újabb vizsgálataink eredményeire!

Első ábránk segítségével a nedves ezüstözéssel előhívott képeken az alnyílás fekvésére következőket állapíthatjuk meg:

1. Az alnyílás az illető interciliáris szálnak mindig megvastagodott szakaszán fekszik. Ezt a vastag rostszakaszt cytopygevonalnak vagy alnyílási rostnak nevezzük.

2. Az alnyílásrost rendszerint feltűnően hullámos lefutásu.

3. Csillók sem magán a roston, sem pedig mögötte nem képződnek, illetőleg, ha az oszlás előtt voltak is a helyén csillók, akkor azok a rost megvastagodása előtt eltűnnek.

4. Maga a rost mindig hosszabb, mint az alnyílás. Sajnos, a roston belül az alrés helyét csak abban az esetben lehet megállapítani, ha a rögzítőszer az állatot éppen az ürítés pillanatában találta. Ilyenkor azt látjuk, hogy a nyitott alrés körben ezüst vonallal szegélyezett. Ebből pedig természetszerűleg annak kellene következnie, hogy nyugvó állapotban az alrés helyét kettős vonal jelölje; ilyet azonban sohse látunk, amiből arra kell következtetnünk, hogy nyugvó állapotban a rés pelliculáris fala plasmatikus tapadás révén teljesen összesimult.

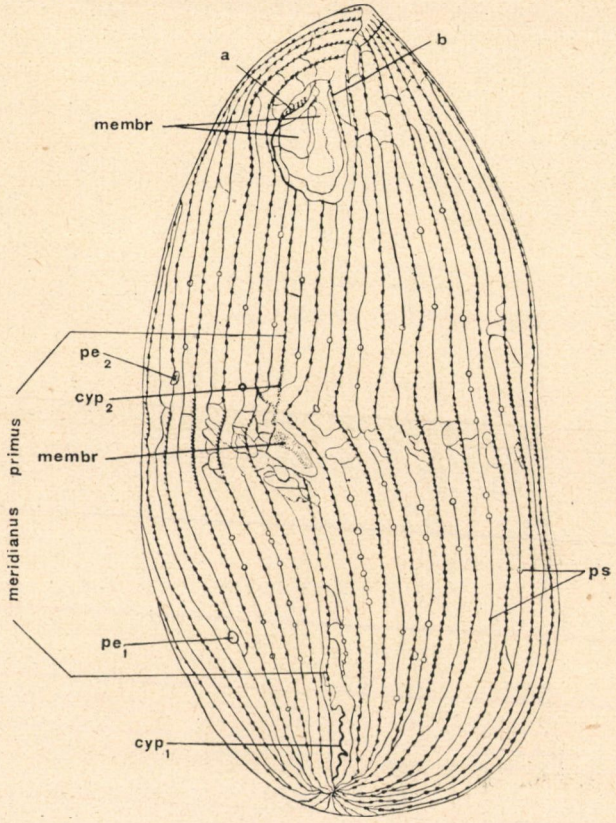
5. A cytopyge-vonal mikrotechnikai jellemzésére föl kellene említenünk még azt, hogy az ezüsthöz való vonzódása a szervezet minden másnemű ezüstvonalrendszerénél nagyobb. Az ezüstözések közben ugyanis gyakran megtörténik az, hogy a szervezeten interciliáris szálakat sehol sem tudunk láthatóvá tenni, hanem az ezüstképen csakis a csillók alapitestei látszanak. Ez különösen akkor következik be, ha a rögzítőszer hatására az előírt 2—3 perces időt nem tartjuk meg, hanem hosszabb ideig rögzítünk. A cytopyge-

vonal azonban az ilyen félig sikerült képeken is mindig élesen és világosan előjő.

Ha valaki a mi ezüstöző eljárásunk segítségével közelebbről megismerkedik a cytopygevonal alkatával, annak nem nehéz később a KLEIN-féle száraz ezüstözés után is észrevenni ezt az alkatelemet úgy, hogy az, aki a KLEIN-féle eljárás alkalmazásában nagyobb gyakorlattal rendelkezik, az is könnyűszerrel tanulmányozhatja ezt a fontos vonalszakaszt. Én magam is arra törekedtem, hogy a jelenségek megvilágítására a KLEIN módszerével előállított készítményről adjak közre ábrát, éspedig arra való tekintettel, mert KLEIN legutóbb egyik helyen (1931, 408—409. old.) kétségbe vonja, hogy a mi nedves módszerünk minden tekintetben megbízható volna az ezüst vonalrendszer kimutatására. Noha nem hallgathatom el, hogy LUND legújabban (1933) ennek éppen az ellenkezőjét állította s az enyémnek jó oldalait kiemelve, a KLEIN módszerét kifogásolta, nekem mégis fontos az, hogy ezen ábra segítségével a KLEIN száraz eljárásával dolgozók is bizalommal és megnyugvással nézzék az eredményeket.

Mielőtt az első ábra részletezésére rátérnék, kiemelem, hogy a *Colpidium campylum* STOKES ezüstvonalával már KLEIN is részletesen foglalkozott (1928). Ő már leírta, hogy az új száj a jobboldali elsőrendű szájmögötti meridiánusban kezd kialakulni és hogy az alrés is a két szájmögötti csillósor között helyezkedik el. KLEINnak ez utóbbi állítását 1931-ben (15. old.) odamódosítottam, hogy az alrés, illetőleg annak rostja nem két csillósor között képződik, hanem a kettő közül pontosan a jobboldaliba, tehát ugyanabba van beiktatva, melyben a szájnyílás első alapjai megjelennek.

Már most első ábránk, mely a *Colpidium* kettéoszlásának egészen korai kezdetét mutatja be, annyiban viszi előbbre ezen a téren az ismereteinket, hogy itt nemcsak az anyaállat szájnyilásának és alrésrostjának közvetlen összeköttetését látjuk egyetlen interciliáris rost révén, hanem azt is világosan kivehetjük, hogy az oszláskor mindkét szerv egy ugyanazon rostban képződik újra. Tisztán látjuk, hogy a hátsó állatban az előbb említett meridiánusban a száj helyén előbb bizonyos számú alapitest feloldódik (KLEIN 1927, 81. old.), illetőleg annyi csilló eltűnik és csak azután kezdődik a száj, illetőleg membranelláinak kialakulása. Ezzel szemben viszont



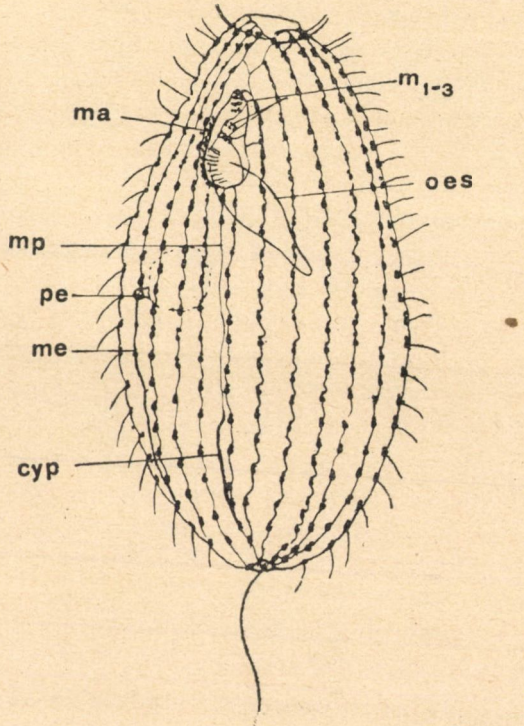
1. ábra. Oszló Colpidium campylum STOCKES ezüstvonalrendszere a hasoldalról tekintve. A befűződésnek a helyét az ezüstvonalak sarjadzása és az alapitesteknek szaporodása jelzi. Az új hátsó egyeden a szájkezdemény (membr), az elülsőn az új cytopyge (cyp_2) és a kiürítőrés (pe_2) már megjelentek; *ps* a protrichocysták szájadékai, melyek a secreciós meridiánusokba (Meridian II. O. KLEIN) vannak beiktatva. *a* adorális membrana, *b* adorális csillók. KLEIN módszerével.

Textfig. 1. Colpidium campylum (STOCKES) in Teilung begriffen, mit dem Silberliniensystem, von der Ventralseite her betrachtet. Die Stelle der Einschnürung durch Wucherung der Silberlinie und durch die Vermehrung der Basalkörner bezeichnet. Am hintern Tochtertier der Mund (membr) und am vordern die Cytopyge (cyp_2) und der Excretionsporus (pe_2) angelegt; *ps* Pori für die Protrichocysten, die in die Secretionsmeridiane (Meridian II. KLEIN) eingeschaltet werden. *a* Adoral membran, *b* adorale Cilien. Nach der trockenen Methode von KLEIN.

megállapíthatjuk azt, hogy az első egyedben pontosan ugyanazon csillósor mentén a maradandó testvégen a csillók bazális testjei rövid szakaszon szintén feloldódnak, hogy az új alnyílásnak helyet adjanak. Maga a vastag cytopygerost az alapitestek feloldódása után később képződik ki.

A mondottak szerint tehát a szájmögötti jobb csillósor, illetőleg a csillókat koordináló alapi rost olyan képlet, melynek föladata a csillóműködés összhangolásában nem merül ki, hanem annak még más kettős hivatása is van, nevezetesen a szájrés és az alrés összekapcsolása s egyben az oszlás alkalmával ennek a két fontos táplálkozási szervnek újraképzése. E miatt a kettős külön hivatás miatt tekintem én az állatnak ezt a meridiánusát irány- vagy főmeridiánusnak (meridianus primus).

Világos dolog, hogy a főmeridiánus is egykoron elsősorban a csillók koordinálására szolgált. Az *egyformacsillójúak* első alrendjében, a *csupaszszájúak*-ban *(Gymnostomata)* ezekben a legősibb Ciliatákban a száj nagyrészt a mellső test végen fekszik (Prostomata), az alrés pedig pontosan az ellentétes sarkon végfekvésben helyezkedik el, s így itt még rendszerint valamennyi csillósor egyforma hosszú, egyenlő mértékben csillós s amiért is ott még a legtöbb esetben nehéz főmeridiánusról beszélni. Ennélfogva itt természetes, hogy minden meridiánus rostnak első föladata a csillók koordinálása. Bár már a Gymnostomaták között megkülönböztetjük a *Hypostomota* alrendet, mégis különleges szerephez egyes csillósorok főként a *csillósszájúak (Trichostomata)* alrendjében azáltal jutnak, hogy a szájnyílás itt végérvényesen a hasoldalra kerül s ennek következtében a szájréssel csekélyszámú csillósor marad kapcsolatban, mert a sorok túlnyomó része a száj fölött, a mellső testvégre szalad ki. Itt a szájnyílást szolgáló csillósorok közül egy éspedig a cytopygés főmeridiánus lassanként föladja csillókoordináló szerepét és fokozatosan a táplálkozás szolgálatába áll, úgy, hogy a motorikus meridiánus végül tisztán nutritorikussá válik.



2. ábra. Loxocephalus (Dexiotricha)-plagius STOCKES hasoldalának interciliáris szálai szublimát-ezüstöző eljárással színezve. Látható az iránymeridiánus (*mp* meridianus primus) a cytopygével (*cyp*), az excretiós meridiánus (*me*) az excretiós porussal (*pe*). Elől a száj az adorális membranával (*ma*) és a három membranellával (m_{1-3}), továbbá az oesophagus (*oes*). 1500 ×.

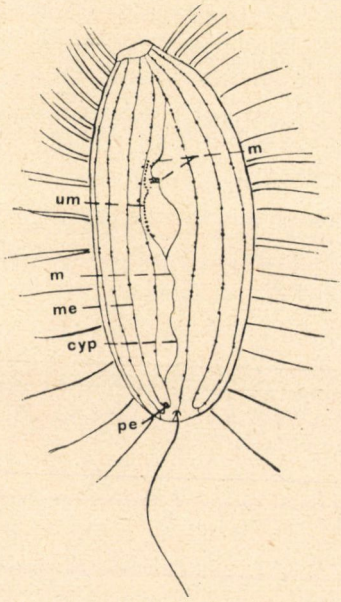
Textfig. 2. Loxocephalus (Dexiotricha) plagius, STOCKES nach Sublimat-Silber mit den interciliären Fasern, von der Ventralseite her. Angeführt der Richtungsmeridian (*mp*) (Meridianus primus) mit der Cytopyge (*cyp*), der Excretionsmeridian (*me*) mit Excretionsporus (*pe*). Vorne der Mund mit der Adoralmembran (*ma*) und mit den drei Membranellen (m_{1-3}) und dem Oesophagus (*oes*). 1500 ×.

Ezt a lassú átalakulást a következőkkel igazolom:

Mindenekelőtt a nedves ezüstöző és aranyozó eljárással megállapítottam azt, hogy a *Trichostomaták* alrése mögött csillók sohasem lépnek föl. Továbbá leírtam (1932), hogy a *Colpidium pannonicum* GELEI-ben a főmeridiánus csillóinak apadása annyira ment, hogy csak közvetlenül a szájnyílás mögött találunk három csillót, holott a szomszédos szájmögötti csillósorban 18 csilló teljesít szolgálatot. Hasonló jelenséget észleltem különféle *Loxocephalus*-fajokon is. Így második ábránk tanusága szerint a *L. (dexiotricha) plagius* STOCKES nevű fajon az iránymeridiánusban rendszerint szintén csak két csilló fejlődik, azonban egyedenként 3—0 csilló között változik a képletek száma. Föl kell említenem e téren egyik tanítványomnak, PÁRDUCZ BÉLÁnak a *Cyclidium glaucomá*-n és *citrulus*-on, továbbá az *Uronema marinum*-on végzett vizsgálatait, mert ezek során kitűnt, hogy a mondott állatokban az iránymeridiánus minden esetben csillótlan, amint azt 3. ábránk az *Uronema marinum*-ra vonatkozólag világosan mutatja. Itt tehát tisztában lehetünk azzal, hogy a csillótlan meridiánus-rost már mozgásösszhangolással nem foglalkozik; és ha a rost nem tűnt el, föl kell tételeznünk, hogy ez csak működéscserével éspediglen a nutritorikus funktio lassú fölvételével és később egyeduralmával magyarázható.

Az iránymeridiánust tehát valós adottságában alkati szempontból a száj és az alrés, hiányai szempontjából pedig a csillókban való szegénység, vagy éppen csillótlanság jellemzi. Élettani szempontból pedig az, hogy a kész szervezetben valamikép az anyagforgalom kezdetét és végét összhangolja, az oszló állatban pedig benne képződik a száj és az alrés. Ezen hivatásai közül csak a táplálkozással kapcsolatos működése alapul föltevésen, újraképző képessége azonban a tapasztalaton alapuló valóság.

A főmeridiánus a szájhoz nemcsak egyszerű érintkezés útján kapcsoltatik. Idevonatkozólag már KLEIN megállapttotta azt, hogy a szájnyílás membranellái az illető főmeridiánussal kapcsolatban képződnek ki. Tanítványomnak, PÁRDUCZ BÉLÁnak említett



3. ábra. Uronema marinum DUJARDIN a hasoldalról tekintve, toluidinkékes eljárással színezve. (Rajzolta PÁRDUCZ BÉLA.) Rögzítve Golgi chrom-osmium keverékében, egyébként teljesen az 1926/27-es előírás szerint. Láthatók a csillók alapitesteit összekötő interciliáris rostok és ezek cirkumpoláris kapcsolatai. Az iránymeridiánus (*mp*) a cytopygevel a hátulsó poláris kapcsolatnak jobboldali fölszálló ágát képezi, *me* az excretiós meridiánus a kiürítő réssel (*pe*), *m* a szájgödri membranellák, *um* unduláló membrana. 1600 ×.

Textfig. 3. Uronema marinum, DUJARDIN, von der Ventralseite her betrachtet; ein O-Toluidinblau Präparat (gezeichnet von B. PÁRDUCZ). Fixierung in GOLGI's Chromosmium-Gemisch, sonst laut Vorschriften von 1926—27. Angeführt die interciliären Fasern mit dem Basalapparat der Cilien und die circumpolare Verbindung der interciliären Fasern. Der Richtungsmeridian (*mp*) mit der Cytopyge ist als aufsteigende Ast der hinteren polaren Naht aufzufassen. *me* Excretionsmeridian mit dem Porus excretorius (*pe*), *m* die Membranellen der Mundbucht *um* undulierende Membran. 1600 ×.

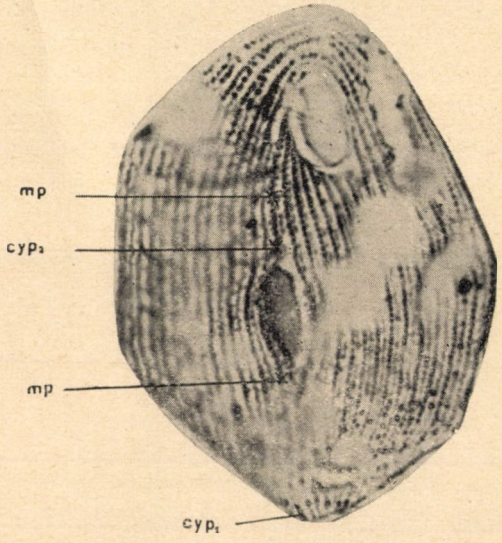
vizsgálatai igazolják világosan, hogy egyelőre az alsóbb fokon ez a szájmembrana képződés semmi egyébből nem áll, mint a főmeridiánus egyetlen csillósorának megsűrűsödéséből. 3. ábránkon ugyanis teljes világossággal láthatjuk, hogy a száj mögött már kopasz főmeridiánus egyenesen folytatódik a szájnak jobboldali szegélymembranájába. PÁRDUCZ e kérdéssel behatóan foglalkozik.

Ugyancsak a PÁRDUCZ vizsgálatai állapították meg a kistestű *Cyclidiumok* és *Uronemák* másik, éspedig szintén szájmenti peristomális membranelláira vonatkozólag azt a fontos jelenséget, hogy azok is egy külön csillósorból képződnek, melynek a *Cyclidium* esetében előrefelé egy szabályos és rendes testfölületi, rövid csillósor a folytatása.

Az új száj és az alrés fekvése több szájmögötti csillósor esetén. Amennyiben eddig e két fontos szerv helyzetét olyan egyszerű esetekben beszéltük meg, amidőn csak két szájmögötti csillósor képződött ki, megállapításaink értékjelentősége ellen valaki azt a kifogást tehetné, hogy abban semmi különös dolog nincsen, ha két csillósor esetén ez a két szerv egyazon meridiánuson helyezkedik el. Ezért igen fontos volt számunkra a *Glaucoma scintillans* közelebbi vizsgálata, melyen 8—9 szájmögötti sor képződött ki, ahol ennélfogva könnyen adódhatott volna alkalom arra, hogy száj és alrés más és más meridiánuson helyezkedjék el. Azonban ezen lehetőség ellenére 4. ábránk arról tanúskodik, hogy az új száj itt is a jobbszélső szájmögötti meridiánuson helyezkedik el (lásd KLEIN 1927. 77—80. old.), amelyen egyúttal a cytopyge is fekszik. Hasonló oszlási képek szerint csak lassanként terjeszkedik innen 8 csillósor területére azáltal, hogy a megfelelő helyeken a csillók és alapi testeik resorbeálódnak. Az ábráról egyúttal azt is leolvashatjuk, hogy a szájkezdetnek és az alrésnek egy ugyanazon vonalon való elhelyezkedése azáltal biztosíttatik, hogy a mellső egyed számára a cytopyge szintén ugyanazon vonalon képződik ki, amelyen a hátsó egyed szájkezdete. A főmeridiánus tehát az oszlás kezdetén elől az anyaállat kész szájától hátra a kész cytopygéhez vezet s közben rajta, közel egymáshoz két helyen van újraképződés, az első

egyed számára a cytopyge, a másodiknak pedig szájkezdet képében.

Az iránymeridiánus fogalma tehát a Glaucomával kapcsolatban mintegy kiállotta próbatevő vizsgáját.



4. ábra. Oszló Glaucoma scintillans hasoldaláról tekintve. Vértenyészetből kikerült példány. KLEIN-féle száraz ezüstöző eljárás. Reductió 1 %-os $AgNO_3$ oldatban, tűzőnapon. Látható a főmeridiánus (*mp*) s ennek végében a cytopyge proximális szakasza (cyp_1). A főmeridiánusban jön létre az új szájnak s előtte a cytopygének (cyp_2) a kezdeménye. 1500 ×.

Textfig. 4. *Glaucoma scintillans* in der Teilung von der Ventralseite her betrachtet. Im Blutinfusion gezüchtet. KLEIN's trockene Methode. Reduktion in Silber an der Sonne. Sichtbar der Hauptmeridian (*mp*), hinten mit dem Proximalende der Afterfaser (cyp_1). Im Hauptmeridian wird der neue Mund und davor die Cytopyge (cyp_2) angelegt. 1500 ×.

Eddigi tapasztalataim során egyetlen esetben láttam azt, hogy az új száj nem a cytopyge által jelzett főmeridiánusban, hanem attól teljesen függetlenül képződik. Azonban ez a kivételes állat, éspedig a *Paramecium* azért nem zavarja eddigi fejtegetéseink fonalát, mert itt a száj egyáltalában nem meridiánusban, hanem a cytopharynx vestibuláris szakaszán a jobboldali sarjadzása útján keletkezik.

B) A főmeridiánus és a hasi középvonal.

Ha a főmeridiánus a szájnyílást és az alrést köti össze, akkor abból természetszerűleg következhetnék az, hogy ez által a szerv által egyúttal a hasi középvonal is jelezve van. Ez valóban így is volna, ha a Ciliaták bilaterális lények volnának. Ezek az állatok azonban, amint én azt 1928-ban (32—35. old.) kifejtettem, valójában csavarmenetes vagy fúró állatok, melyeknek szervezeti kialakulását alapvonalaiban a csavarmenetes mozgás befolyásolja. Mi ennek következtében egyelőre csak annyit mondhatunk, hogy a főmeridiánus az állat szájoldalát jelzi.

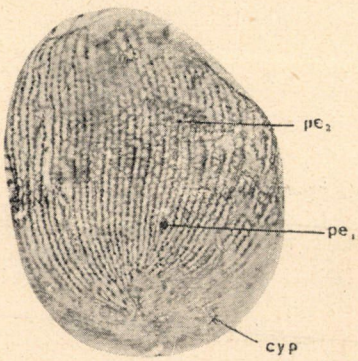
C) A főmeridiánus viszonya a többi csillósorokhoz.

1. A hasoldali csillósorok. A szájjal a főmeridiánuson kívül több-kevesebb csillósor áll kapcsolatban. Ezekbe azonban alrés sohse kapcsolódik, mivel csak egy állatnak egy alnyílása van, holott közismert dolog, hogy excretiós pórusok nagyobb számban is léphetnek föl. A szájjal kapcsolatos csillósorok fekvésük szerint post- vagy parastomalisak. Mindeneknekfölötte a szájat jobb- és baloldalról megkerülő két szomszédos csillósorról kell kiemelnünk azt, hogy azok a szájjal s általa a táplálkozással szorosabb kapcsolatban vannak, mert ezeknek mellső részéből az *Uronema* esetére emlékeztetőleg igen könnyen képződhetnek rövid membranák képében szájvitorlák. Az erre való hajlamosságot különösen a *Colpidiumok*-on, *Glaucomák*-on és a *Loxocephalusok*-on lehet megállapítani.

Korábbi vizsgálataim során a *Colpidium*-on pl. nem láttam, hogy a két hátsó szájmögötti csillósor se szűnik meg maradék nélkül a száj hátsó sarkával, hanem amint azt most első ábránk világosan megmagyarázza, kis ugrás után mindkettő újra megjelenik, miközben a jobboldaliból, vagyis az iránymeridiánusból a száj előtt adorálisan egy kicsiny, 7-csillós membrana (1. ábra *a*), a baloldaliból pedig 10—13 csillóval, szabad szakasz alakul ki.

2. Az iránymeridiánus és a lüktetőhólyag. Adott irányvonal híján eddig csak bizonytalan megjelölésekkel tájékoztathattuk az olvasót bizonyos szerveknek, így különösen a

lüktetőhólyagnak, illetőleg a kiürítőrésnek a helyzetéről. Ha arról volt szó, hol fekszik ez a szerv, csak annyit tudtunk mondani, hogy hátul, vagy jobb- vagy baloldalt, de, hogy mely csillóvonalba van beiktatva, azt pontosan nem tudtuk megjelölni. Most azonban az első ábránkról azt látjuk, hogy a *C. campylum* excretiós pórusa a főmeridiánustól jobbra, a negyedikbe van beiktatva, s ha állatot állat után vizsgálunk, mindenikben ugyanezt a viszonyt tapasztaljuk s így megállapíthatjuk, hogy a lüktetőhólyag, illetőleg annak kiürítő rése pontosan helyhez kötött. Ezt a helyhezkötöttséget 1-ső ábránk azonnal meg is magyarázza, midőn róla világosan leolvasható az is, hogy oszlás alkalmával a mellső egyed számára az új pórus excretorius (pe_2) pontosan annak a meridiánusnak a mentén képződik, amelynek végén a működő rés (pe_1) elhelyezkedik.



5. ábra. Oszló Glaucoma scintillans a hátoldaláról. A porus excretorius az elülső állaton ugyanabban a meridiánusban képződik ki, mint amelyikben az anyaállaton is található. Eljárás mint a 4. ábrá. 900 ×.

Textfig. 5. *Glaucoma scintillans* in Teilung von der Dorsalseite her betrachtet. Der Porus Excretorius (pe_2) wird am vorderen Tier im selben Meridian angelegt, in welchem er (pe_1) im Muttertier lag. Behandlung wie bei Fig. 4. 900 ×.

A *Colpidium* esetéhez hasonlóan azt tapasztaljuk a *Loxocephalus*-ban, hogy ott a kiürítő pórus a negyedik legközelebbi, az *Uronemá*-ban (pe_2) a második csillómenti rostba van fajilag jellegzetes állandósággal beiktatva. Hasonlóan 5. ábránk szerint a *Glaucoma scintillans*-on is azt látjuk, hogy a lüktetőhólyag kiürítőrése a főmeridiánustól jobbra, a hátoldal 10—11-ik csilló meridiánusába esik. S ugyancsak itt is azt vesszük ki, hogy ez a viszony faji bélyegként azzal biztosíttatik, hogy az oszlás folyamata alatt az új excretiós pórus ugyanazon csillósor mentén képződik, melyben a régi (pe_1) működik.

Ezekből a megállapításokból világosan következik, hogy mi,

párhuzamban a nutritorikus főmeridiánussal, excreciós meridiánusról is beszélhetünk. A hasonlóság tápláló és kiválasztó meridiánus között abban mutatkozik, hogy miként amott az alrés, emitt a kiürítőrés mögött csillók sohse képződnek. Oszlás folyamata alatt az új kiürítő pórus képződését itt is az illető helyen a csillóknak és az alapi testeknek redukciója előzi meg.

Végül nem mulasztom el megjegyezni, hogy noha a *Colpidium*, *Glaucoma*, *Cyclidium*, *Uronema* és még sok más *Hymenostomata* nemzetségben meghatározott helye van a lüktetőhólyagnak, más nemzetségekben azonban bizonyos variabilitást találunk annyiban, hogy a pórus excretorius váltakozólag 2—3 meridiánushoz is kapcsolódhatik. Így pl. a *Paramecium* oszlása közben állapítottam meg világosan azt, hogy az új kiürítőrés nem a régi folytatásába, hanem valamelyik közel szomszéd meridiánusba helyezkedik el. Egy más *Colpidium*-fajban, mely három kiürítő pórussal van ellátva azt tapasztaltam, hogy ez a három rés lehet három szomszédos meridiánusra elosztva, de viszont egymás végtébe egy azon meridiánuson is helyezkedhetik el. Továbbá azt is megállapítottam, hogy az oszlás alkalmával az anyaállat kiürítő pórusainak helyzete nem mérvadó arra nézve, hogy a mellső állatfélben milyen viszonylatban lépnek fel a kiürítőrések. A *Paramecium* esetére meg kell még röviden jegyeznünk azt, hogy itt a kiürítéssel kapcsolatban egyéb különlegességet is szóvá kell tennünk. Egyfelől azt, hogy az excreciós pórus nincs pontosan egy csillómeridiánusba beiktatva s így mögötte a csillók sem hiányzanak. A kiürítőrés azonban a szomszéd csillómeridiánussal mégis kapcsolatban van, mert tőle mindenkoron ezüstvonal fut az interciliáris szálhoz.

Végül annak igazolására, hogy az excretiós meridiánus fogalma nem erőltetett dolog, fölemlítem azt, hogy a kiürítés és a szomszédos csillók mozgása koordinált jelenség, amennyiben, ha a nyugalomban lévő, nem mozgó állat lüktetőhólyagja ürít, a gyüledék eltávolítására a szomszédos csillók azonnal csapkodni kezdenek. Természetes dolog, hogy ez az összhangzatos működés a meridiánust jelképező interciliáris neuronema segítségével jő létre (lásd Gelei, 1929).

D) Érző meridiánusok.

Említettem volt, hogy egyes csillósorok, illetőleg az azokat összekapcsoló csillóközi rostok mentén érzősörték is differenciálódnak. Sajnos, ezekkel a képletekkel éppen itt a Trichostomata-csoportban, ahol az iránymeridiánus oly tisztán differenciálódott, nem találkozunk, hanem érző sörtesorokat főként a Gymnostomata-csoportban és némely *örvényszerves*-ben (Spirotricha), itt is különösen a Hypotrichus-lényekben észlelünk. Az érzősörtesoroknak különösen a Gymnostomata-csoportban van rendszertani szempontból is igen nagy jelentősége, mert itt a sörtesorok száma, helyzete s a folytatásába eső csillósorhoz való méretviszonya sok helyütt a faj vagy a nemzetség szempontjából jellegzetes. Ebből világos, hogy itt is megszabott meridiánusoknak az érzékelés szolgálatába való állásáról van szó, s hogy így határozott érző meridiánusokról beszélhetünk.

Különösen két dolog szól a határozott érző meridiánus léte mellett. Először is a *Prorodonok* esetében az a körülmény, hogy Kahl (1901) megállapítása szerint az érző sorokra a szomszédságból fajonként változó számban csillósorok ütköznek, minek következtében a szélső érzősor mintegy rövid lefutású dorsalis varratvonalat jelöl. A második és még fontosabb körülmény pediglen az, hogy oszlás alkalmával több Prostomatá-n volt alkalmam megállapítani azt, hogy a hátsó egyed számára az új sörtesorok, vagy sörtesoros szakaszok mindig ugyanazon csillósorban képződnek ki, amelyben elül már funkcionáló sörtesorok vannak.

E) A meridiánusok és az öröklés kérdése.

Klein 1932-ben egy összefoglaló értekezésében a száj újraképződéséről beszélvén, az öröklődés tényét látja az organikus formák olyan megismétlődésében, mely valamely előforduló vagy előfordult mintakép szerint megy végbe. Ennek következtében a Ciliaták ezüstvonalrendszerét mint örökléshordozót jelöli meg. Én mégis azt gondolom, hogy mi olyan megismétlődéseket, amelyeknek kezdő alapja a csillómenti rostokban szemünkkel láthatólag adva van, éppoly kevéssé minősíthetünk az öröklődés meg-

nyilvánulásaképen, mint amily kevéssé kereshetjük harántul szelvényezett állatok megismétlődő szerveiben az öröklődés megnyilvánulását. Úgy gondolom, hogy elméletileg is sokkal közelebb jutunk a valósághoz, ha mi az interciliáris rostokat közelebbről nézzük s egyszerűen organizátoroknak minősítjük és ezzel kapcsolatosan a szájnak, az alrésnek, a kiürítőpórusoknak és az érzősörténeknek újraképződését ugyanazon meridiánus mentén a működési ingerrel hozzuk kapcsolatba és az újraképzés szempontjából ezt a működési ingert mint képző-regeneráló ingert fogjuk föl. Az előbb említém, hogy az excreciós meridiánus mentén megállapíthatóan futnak funkcionális ingerek végig. Hasonlóan fel kell tételeznünk azt, hogy a többi különleges meridiánust is különleges ingerek járják végig s ezek okozzák azt, hogy a nutritorikus meridiánusban nutritorikus szervek, az érzőben pedig érző organellumok képződnek.

Természetes, hogy ennek az újraképzésnek a ténye nincs semmi ellentmondásban az öröklődés valóságával; mégis a tudomány mai álláspontja szerint ahhoz vagyunk szokva, hogy öröklődésről inkább ott beszéljünk, ahol egyelőre nem látjuk sem élettani, sem formai vonatkozásában a szerv kezdődményét. Ha tehát valamely Hypotrichus állaton azt látom, hogy egy olyan ezüstvonal hálószálából, amelyben egyelőre alapitesteknek semmi nyoma nincsen, később membranellák és érzősörték keletkeznek, ott szívesen beszélek az öröklődés megnyilvánulásáról, mert itt egyfelől láthatatlan tényezők, másfelől minden igénybevehető, vagy odamagyarázható funkcionális inger híján jő létre az ezüstvonalból teljesen új dolog: az alapi test és azon a mozgató vagy érző elem.

Összefoglalás.

Cikkemben a csillósorok s az általuk alkotott meridiánusok differenciálódásáról beszéltünk. Figyelembe véve eddigi és itt nem részletezett és esetleg nem is érintett tudásunkat, a csillósorok differenciálódásáról a következőket emelhetjük ki.

1. Feltételezhetünk egy olyan ősi állapotot, melyben (prostomiával kapcsolatosan) minden csillósor egyenlő hosszú volt s a csillók az egyes sorokban végig egyenletesen eloszlottak.

2. Ebből a kezdeti állapotból az első differenciálódás külön-

külön minden egyes csillósor mentén azáltal következett be, hogy mozgástechnikai okokból a test középtáján megállapítható csillósűrűséggel szemben elül sűrűsödés, hátul pedig ritkulás következett be. (Lásd GELEI, 1928 és 1929.)

3. Már mindjárt ezen a fokon prostomiával kapcsolatosan kialakulhatnak különleges érzőmeridiánusok, midőn szabott fekvésű és rendszerint három szomszédos csillósor mellső végén a csillók mellett érzősörték lépnek föl. (GELEI, 1933.) A fajfejlődés során a csillók az érzősörték mellől rendszerint eltűnnek. Egyes Prostomata- és valamennyi Hypotrichus-lényben teljesen csillótlan érzősörtesorok, vagyis tisztán sensoricus meridiánusok képződtek ki.

4. A csillósorokban a voltaképpeni differenciálódás a hypostomiával kapcsolatban lép föl, midőn egyes csillók, vagy egyes csillósorok — bár a helyváltoztatást is szolgálják — mégis a száj szomszédsága miatt különösen a táplálkozást segítik elő.

4*a*. Ha a száj széles, több szájmögötti meridiánust különböztethetünk meg. Az ezeken álló csillók segítségével az állatok tárgyakon és felületi tükörhártyákon csúsznak, szaladgálnak. A szélső csillósorokból pedig parastomálisan úgynevezett adoralis membranák képződhetnek, melyeket a táplálék befogásában hasznosít az állat.

4*b*. A hypostomia a száj előtti csillózat módosulását is előidézi. A száj által megszakított csillósorok a száj előtt rendszerint nem folytatódnak, hanem ehelyett a szomszédos oldalsorok hajolnak át kisebb-nagyobb mértékben a száj előtti homloktérre. Ezek a behajló sorok rendszerint sűrűbbek, mint a test bármely tájának csillósorai s ezenkívül rendszerint kettős csillóval vannak ellátva. Ebből a már az alsóbbrendű fokon erős csillózatból képződik ki a magasabbrendű Ciliaták peristomális örvényszerve. De már ott is, ahol még nincs készen ez az örvényszerv, nevezetesen a Trichostomaták-ban, a prästomális sűrű csillózat erősebb táplálkozási örvények keltésére alkalmas, amint erre a *Paramecium* szájelőtti teknyője a legszebb példa.

5. A szájnyílás és az alrés rendszerint egyazon poststomalis meridiánus mentén keletkezik. Ezt fő- vagy iránymeridiánusnak (meridianus primus) nevezzük. Az iránymeridiánus-

ban a csillók száma redukálódik, illetőleg teljesen el is tűnik; e helyett azonban túlsúlyra vergődik a táplálkozási tevékenység. A főmeridiánust erre való hivatkozással nutritorikus meridiánusnak is nevezhetjük.

6. A Trichostomata-csoportban világosan megkülönböztethetünk egy excretiós meridiánust, melynek lefutásában a pórus excretorius helyezkedik el s amelynek távolsága a főmeridiánustól rendszerint szabott, vagy csak igen kis variabilitásnak alávetett. Az excretiós meridiánus a kiürítő rés mögött rendszerint csillótlan.

7. A 3., 5. és 6. pontokban leszögezett megállapításokkal ellentétben ki kell emelnünk azt, hogy elsődlegesen valamennyi meridiánus mozgató és hogy éppen különösen ennek a helyváltoztató tevékenységnek érdekében alakultak ki az összehangoló csillóközi rostok: neuronemák (Klein elsőrendű meridiánusai). Az olyan helyeken azonban, ahol a mozgás helyett más feladatokat vállal a szervezet, a csillók elvesznek. A tápláló meridiánus teljes egészében csillótlan lehet.

8. Ismeretes, hogy a mozgató meridiánusokban a csillókon kívül, szemcséket: relátorokat találunk, így pl. trichocysta- és protrichocysta szemeket. Ezzel kapcsolatban megállapíthatom tehát, hogy a mozgató: motorikus és a váladékkiürítő: secretorikus működés egymástól nem idegen. Ennek következtében összefoglalólag a csillómeridiánusokat mint effectorikus meridiánusokat különböztethetjük meg.

9. A Trichostomaták túlnyomó részében a váladékkiürítés külön mellékmeridiánusokhoz (Klein másodrendű meridiánusai) vannak kötve, amely esetben azonban a mellékmeridiánus mindig a fővonal baloldaláról ágazik ki s ugyanabba tér vissza a másik testvégen. Az elválasztó meridiánusok váltakozó számú szemcsékből bogosak (csomósak), néha szemcsétlenek és simák.

10. Egyes állatok mellékmeridiánusai állandóan szemcsétlenek. Ezeknek a föladata ismeretlen (lehetséges, hogy a támasztásra vannak hivatva).

11. A meridiánus rostok argentofilus állományból vannak felépítve és az ingervezetésre vannak hivatva.

Irodalom. — Literaturverzeichnis.

GELEI J. (1925): Új Paramecium Szeged környékéről. Paramecium nephridiatum n. sp. Állatt. Közl. (Zool. Mitteil. Bd. 22.)

v. GELEI, J. (1928): Zum physiologischen Formproblem der Wasserorganismen. Arch. Balat. II.

GELEI J. (1929): A véglények idegrendszere. Über das Nervensystem der Protozoen. Állatt. Közl. Zool. Mitteil. Budapest, Bd. 26.

v. GELEI, J. (1932): Eine neue Goldmethode zur Ciliatenforschung und eine neue Ciliate: Colpidium pannonicum. Arch. f. Protistenk. Bd. 77.

v. GELEI, J. (1934): Eine neue Abänderung der KLEIN'schen trockenen Silbermethode etc. Arch. f. Protistenkunde.

GELEI—HORVÁTH (1931*a*): Eine nasse Silber- bzw. Goldmethode für die Herstellung der reizleitenden Elemente bei den Ciliaten. Arch. f. mikr. Anat. u. mikr. Techn. Bd. 48.

GELEI—HORVÁTH (1931*b*): Die Bewegungs- und reizleitenden Elemente bei Glaucoma und Colpidium bearbeitet mit der Sublimat-Silbermethode. Arb. d. Ung. Biol. Forschungsinst. Bd. 4.

KAHL, A. (1927): Neue und ergänzende Beobachtungen holotricher Ciliaten I. Arch. f. Protistenk. Bd. 60.

KLEIN, M. BR. (1926): Ergebnisse mit einer Silbermethode bei Ciliaten. Arch. f. Protistenk. Bd. 56.

KLEIN, M. BR. (1927): Die Silberliniensysteme der Ciliaten etc. Arch. f. Protistenk. Bd. 58.

KLEIN, M. BR. (1928): Die Silberliniensysteme der Ciliaten. Ibid. Bd. 62.

KLEIN, M. BR. (1931): Über die Zugehörigkeit gewisser Fibrillen bzw. Fibrillenkomplexe zum Silberliniensystem. Arch. f. Protistenk. Bd. 74.

KLEIN, M. BR. (1932): Das Ciliensystem mit seiner Bedeutung für Lokomotion und Formbildung mit besonderer Berücksichtigung der Ciliaten. Ergebnisse der Biol. B. 8.

LUND, E. E. (1933): A Correlation of the Silverline and Neuromotorsystems of Paramecium. University of Kalifornia Publications in Zoology. Vol. 39.

PÁRDUCZ BÉLA (1932—33): Egy kevéssé ismert Hymenostomata-faj alkata és rendszertani helyzete. Math. Termtud. Karhoz beadott pályamunka.

PÁRDUCZ BÉLA (1933): Egy kevéssé ismert hymenostomata Véglény (Uronema marinum DUJARDIN) alkata, különös tekintettel az ezüstvonalrendszerre. Acta Biologica.

PÁRDUCZ BÉLA (1933—34): Adatok a Hymenostomata Véglények rendszerezéséhez és leszármaztatásához. A Math. és Termtud. Karhoz beadott pályamunka.

(A M. Tud. Akadémia II. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

DIE DIFFERENZIERUNG DER CILIENMERIDIANE DER CILIATEN; UND DER BEGRIFF DES RICHTUNGSMERIDIANS.

Hierzu fünf Textabbildungen.

J. v. GELEI, Szeged.

Die Forscher der Protistenwelt haben vor einem Decennium noch nicht mit der Möglichkeit gerechnet, dass die Cilienreihen der Ciliaten nicht gleich gebaut sind, dass wir unter denselben Differenzierungen feststellen können. Man hat zwar gewusst, dass in gewissen Cilienreihen Tastborsten auftreten, es war aber noch nicht klar, dass man solche Meridiane als besondere Sinnesmeridiane zu unterscheiden hat, und zwar wohl aus dem Grunde, da wir vor 1925 die wahre komplizierte Organisation eines Cilienmeridians noch nicht kannten. KLEIN war der erste, der (1928, S. 222) auf eine besondere Cilienreihe hinwies, in welcher stets der neue Mund bei der Teilung angelegt wird. Später habe ich (1932) festgestellt, dass bei manchen Trichostomata ausser dem Munde, sowohl die Cytopyge als der Excretionsporus mit bestimmten Cilienreihen in Zusammenhang steht. Seit dieser Zeit sind die Untersuchungen so weit fortgeschritten, dass wir unter den Cilienreihen ausserhalb der reinen motorischen Meridianen auch von einem Hauptmeridian, ferner von besonderen Post- und Parastomalen-Meridianen, von Excretions- und Sinnesmeridianen sprechen dürfen, wie es hier klargelegt werden soll.

A) Der Richtungsmeridian.

Das Wort: Richtungsmeridian habe ich zuerst im Jahre 1932 (S. 229) zur Bezeichnung jener interciliären Leitungsfaser (Silber-

linie I. O., KLEIN) benützt, die den Mund mit der Cytopyge verbindet; auf die Existenz einer solchen besonderen Cilienreihe weisen jedoch schon meine früheren Äusserungen hin, indem es bezüglich *Colp. campylum* heisst: «Von diesen Cilienreihen bezeichnen wir als Leitreihe diejenige, welche die rechte der zwei Poststomalen ist, und zwar aus dem Grunde, da dieselbe den hinteren Pol nicht erreicht, sondern sich in der Cytopyge (s. Fig. 9 u. 10) fortsetzt». (1931. p. 15.)

Die Tatsache selbst, dass nämlich die Cytopyge mit meridionalen Neuronemen, die vom Munde ausgehen und in denen zugleich bei der Teilung der neue Mund angelegt wird, in Verbindung oder in Berührung steht, wurde schon von KLEIN (1928. S. 222) festgestellt. Doch ist in erster Reihe erst durch unsere nasse Silbermethode (GELEI—HORVÁTH, 1931) und durch deren Veränderung mit Goldchlorid (GELEI, 1932) ein ausgiebiger Nachweis der Cytopyge der Ciliaten mit Sicherheit gelungen und erst hierdurch wurde eine neue Gelegenheit geboten den Begriff des Richtungsmeridians weiter auszubauen.

Bei den verschiedensten Wimperinfusorien stellte sich nämlich mit diesen Methoden heraus, dass der Cellafter gewöhnlich in eine solche bestimmte interciliäre Faser eingeschaltet ist, welche immer nähere Beziehungen zum Zellmund hat; nie habe ich gesehen, dass zwei oder sogar mehrere interciliäre Fasern mit der Cytopyge in Verbindung ständen. Bei *Paramecium* scheint es zwar, dass die Cytopygelinie mit der hinteren Naht zusammenfällt, also nicht in einem bestimmten Meridian liegt; wenn wir dagegen die Teilung des Tieres verfolgen, wird es klar, dass die charakteristisch wellige «Nahtlinie» auch hier in einem Hauptmeridian, in eine cilientragende Interciliärfaser angelegt wird, der sich später andere anschliessen.

Man lernt an den nassen Silberbildern (siehe Abb. 1), dass die Stelle der Cytopyge 1 durch einen dickeren Abschnitt der betreffenden interciliären Faser bezeichnet ist, 2. dass diese sog. Cytopygelinie oder Afterfaser gewöhnlich stark wellig verläuft und 3. dass sie immer frei von Cilien ist. 4. Die Afterfaser ist immer beträchtlich länger als der Längendurchmesser der Cytopyge. Den genauen Ort der Cytopyge selbst in dieser dicken, welligen Afterfaser kann man erst an Präparaten feststellen, an

denen das Abtöten im Momente der Defacation erfolgte. Die geöffnete Cytopyge ist mit einem Silberring begrenzt, woher man an der geschlossenen Afterfaser eine Doppellinie in Sicht bekommen sollte, was aber nicht der Fall ist. 5. Von der Cytopygelinie will ich noch bemerken, dass ihre Darstellbarkeit mit den Silbermethoden abweichend von anderen Silberlinien ist, indem dieses Faserstück die grösste Affinität zu Silber hat. Daher kommt es, dass man die Cytopygelinie in den nassen Silberpräparaten auch im jenen Falle in Sicht bekommt, wenn die interciliären Fasern nach einer zu lange dauernden Fixierung der Tiere oder nach einer ungünstigen Ionenzusammensetzung des Zuchtwassers nicht gefärbt werden konnten.

Wenn wir nun einmal an den Sublimat-Silberpräparaten die Afterfaser kennen gelernt haben, so ist unschwer dieselben auch mit. KLEIN's trockener Methode wahrzunehmen, wo sonst die Cytopygelinie gewöhnlich nicht so stark hervortritt. Wer also mit KLEIN's Methode besser vetraut ist, der kann die Erscheinungen selbst gut verfolgen. Ich selbst bin bestrebt dem Leser das beigelegte Erläuterungsbild (Abb. 1) nach der trockenen Methode vorzuführen, und zwar aus dem Grunde, da KLEIN an einer Stelle (1931, S. 408—409) in Abrede stellt, dass unsere nasse Methode ein vollwertiges Verfahren zur Darstellung des Silberliniensystems wäre.[1]

Was lernen wir nun an beigelegtem Bilde?

Mit dem Silberliniensystem von *Colpidium campylum* STOCKE's hat sich schon KLEIN (1928) ausführlich beschäftigt. Er hat festgestellt, dass der neue Mund mit seiner ersten Anlage in der rechten poststomalen Meridian I. O. (KLEIN) erscheint und gab an, dass die Cytopyge zwischen den beiden poststomalen Meridianen liegen soll. Ich hatte nun aber später (1931. S. 15) mit der nassen Methode klar festgestellt, dass die Cytopyge nicht zwischen zwei Meridiane fällt, sondern direkt in den rechten poststomalen Meridian eingeschaltet ist.

Unser nebenstehendes Bild, das ein *Colpidium* im frühesten

[1] Ohne diese Frage hier näher zu diskutieren, verweise ich den Leser auf LUND's (1933) entgegengesetzte Äusserung.

Stadium der Teilung zeigt, führt nun unsere Kenntnisse dieser rätselhaften Erscheinungen insofern weiter, als hier nicht nur so viel demonstriert wird, dass Mund und Cytopyge des Muttertieres in derselben interciliären Faser liegen, sondern deutlich demonstriert wird, dass auch die Neubildung beider Organe an dieselbe Faser gebunden ist. Wir sehen, dass im hinteren Tier nach Auflösung gewisser Anzahl von Basalkörper (KLEIN, 1927. S. 81) die Bildung des Mundes, bezw. seiner Membranellen angeht, und demgemäss vor der Einschnürung am Hinterende des vorderen Tochtertieres im selben Meridian ebenfalls die Basalkörper an einer kurzen Strecke sich auflösen, um der Cytopyge Platz zu geben. Nach dieser Auflösung der Basalkörperchen entsteht an der betreffenden Stelle die Afterfaser.

Wir haben hier also eine besondere interciliäre Faser vor uns, deren Aufgabe durch die Koordination der Cilien nicht erschöpft wird, sondern dieselbe vielmehr zur Verbindung und zur Neubildung zweier Ernährungsorganellen, des Zellmundes und des Zellafters dient. Und eben infolge dieser doppelten Funktion bezeichne ich diesen Meridian als Richtungs- oder Hauptmeridian (Meridianus primus).

Wir sind aber davon recht überzeugt, dass einst auch der Hauptmeridian in erster Reihe zur Koordination der Zilien diente. Man soll hier nämlich an den Subordo Prostomata unter den Gymnostomata denken, wo vorne der Mund und ganz terminal hinten der Cellafter liegt, wo man also schwer von einer besonderen Hauptmeridian mit vorwiegender nutritorischer Funktion sprechen kann. Obwohl sich schon bei den Gymnostomata eine Subordo Hypostomata[1] differenzierte, dennoch erscheint unserer Hauptmeridian im Bereich der Ordo Trichostomata, wo der Mund endgültig auf die Wentralseite verlagert ist, wo also daher wenige Cilienreihen mit dem Mund in Verbindung bleiben, und zwar des-

[1] Anm. Bei manchen NASSULA-Arten sah ich neulich deutliche Spuren von einer langen Afterfaser.

halb, da die Mehrheit derselben auf das Vorderende hinausläuft. Hier gibt die basale Verbindungsfaser ihre rein motorische Funktion langsam auf und ihre Aufgabe wird mit einer nutritorischen ersetzt.

Meine Behauptung, dass diese Faser in erster Reihe nicht zur Ciliencoordination dient, stützt sich auf die Feststellung, wonach die Cilien in diesem Meridian bei den verschiedenen Arten in hohem Grad reduziert werden können. Überall ist im allgemeinen bezeichnend, dass hinter der Cytopyge nie Cilien auftreten. Bei *Colp. pannonicum* GELEI habe ich (1932) bekannt gegeben, dass im Meridian der Cytopyge die Cilienreduktion soweit vorgeschritten ist, dass bloss vorne, nächst der Mundöffnung zwei Cilien auftreten. Ähnliches finde ich bei verschiedenen *Loxocephalus*-Arten. Bei *Loxocephalus (Dexiotricha) plagius* STOCKES treten im Richtungsmeridian ebenfalls gewöhnlich je zwei Cilien auf (s. Fig. 2), doch stellte ich hier eine Variabilität zwischen 3 und 0 Cilien fest. Mein Schüler B. PÁRDUCZ hat bei *Cyclidium glaucoma* und *citrulus*, weiterhin bei *Uronema marinum* (Fig. 3) für immer eine vollständige Cilienlosigkeit des ganzen Richtungsmeridians festgestellt. Daraus ist nun klar, dass die ursprüngliche Funktion des Hauptmeridians (nämlich die Bewegungscoordination) bei verschiedenen Ciliaten langsam in Wegfall gekommen ist und die neue — ich möchte sagen — die nutritorische erst Überhand, später Alleinherrschaft errungen hat.

Der Richtungsmeridian wird also morphologisch positive durch den Mund und die Cytopyge und negative durch die Cilienarmut ev. Cilienlosigkeit bezeichnet, physiologisch dadurch charakterisiert, dass bei der Teilung darin (ev. dadurch) der Mund und die Cytopyge neugebildet wird, und funktionell dadurch, dass im erwachsenen Organismus dieser Meridian die nutritorische Funktion irgendwie coordiniert. Die Fähigkeit zur Neubildung des Mundes und der Cytopyge ist eine Tatsache, die nutritorische Funktion dagegen eine Annahme, die vorderhand bloss auf das Negativum, nämlich auf die Cilienarmut der betreffenden interciliären Faser stützt.

Nun möchte ich noch bemerken, dass der Hauptmeridian mit dem Munde nicht nur in Berührung steht, sondern wie es KLEIN feststellte, zu diesem auch genetische Beziehung zeigt. Diese Beziehung ist aber nicht mit der blossen Tatsache erschöpft, dass die erste Anlage des Mundes darin entsteht, sondern wird dadurch eine nähere, dass, wie die Untersuchungen meines Schülers B. PÁRDUCZ 1933 klargelegt haben, die Mundmembranellen sich teils aus dem Hauptmeridian differentieren. Unsere Figur 3, eine Zeichnung von PÁRDUCZ, zeigt klar, dass der Richtungsmeridian direkt in die rechte Mundmembranelle übergeht.

Die Anlage des Mundes und der Cytopyge im Falle von mehreren poststomalen Cilienreihen. Der Begriff des Richtungsmeridians ist oben durch Erfahrungen begründet worden, die sich auf Fälle beziehen, wo erst 1—2 poststomalen Meridiane vorkommen; demgegenüber konnte man leicht den Einwand erheben, dass nichts besonders daran ist, wenn hier Mund und Cytopyge zu einem und demselben Meridian gebunden sind. Daher müssen wir in dieser Beziehung Fälle prüfen, wo mehrere poststomale Cilienreihen entwickelt sind, wo also die Gelegenheit im verstärktem Maße gegeben wird, dass der neue Mund in einem ganz anderen Meridian angelegt wird, als die Cytopyge. Hierfür empfehlt sich *Glaucoma scintillans*, da hier 8—9 poststomalen Cilienreihe auftreten, als ein äusserst geeignetes Prüfungsobjekt. Fig. 4 demonstriert uns, dass der neue Mund auch hier in dem rechten poststomalen Meridian angelegt wird (s. KLEIN, 1927, S. 77—80), also in demselben, wo auch die Cytopyge liegt und erst später die weiteren 8 Cilienreihen bei der Ausbreitung des Mundes an der betreffenden Stelle zur Resorption gebracht werden. Die Figur zeigt zugleich, dass auch die neue Cytopyge für das vordere Tochtertier im selben Meridian angelegt wird. Der Begriff des Richtungsmeridians hat dadurch also seinen Beweis gefunden.

Ich will bemerken, dass bei *Paramecium* der Mund nicht im Defäcationsmeridian entsteht, sondern der letztere auf die rechte Mundseite ausläuft, und dort als zehnte bis dreizehnte Interciliärfaser unterscheidbar ist. Diese Feststellung stört aber unsere

bisherigen Betrachtungen insofern nicht, da hier der Mund nicht durch Neubildung, sondern durch Teilung, bzw. Sprossung aus der rechten und hinteren Vestibularwand entsteht.

Eine kurze Afterfaser fand ich neulich auch bei Hypotrichen so z. B. bei *Euplotes*; hier liegt die Zytopygelinie hinter den Transversalzirren, rechts lateral verschoben.

B) Der Hauptmeridian und die ventrale Mittellinie der Ciliaten.

Wenn der Richtungsmeridian den ventral liegenden Mund und die ebenfalls ventralgelagerte Cytopyge verbindet, so sollte es heissen, dass durch diesen Meridian die eigentliche ventrale Mittellinie und das Mittelfeld der Tiere bezeichnet sind. Und es würde auch wirklich so heissen, wenn die Ciliaten tatsächlich Bilateraltiere wären. Sie sind es aber nicht, sie sind dem Wesen nach Spiraltiere (s. GELEI, 1928, die Seiten 32—35) oder Bohrertiere, deren Organisationsgestaltung in den Hauptcharakteren, wie ich es zunächst auseinandersetzen will, durch ihre Spiralbewegung beeinflusst wird.

Wir können daher vorderhand nur so viel aussprechen, dass der Richtungsmeridian die Mundseite des Tieres bezeichnet.

C) Das Verhältnis zwischen Hauptmeridian und anderer Cilienreihen des Körpers.

1. Die ventralen Cilienreihen. Bezüglich der Beziehung des Richtungsmeridians zu den genannten und noch anderen Organen bzw. Körperpartien müssen wir folgendes hervorheben. 1. Die Cytopyge — so weit unsere Erfahrungen reichen — ist immer in eine einzige interciliäre Faser eingeschaltet, wogegen der Mund selten bloss mit einem einzigen Meridian, wie z. B. bei *Cyclidium* und *Uronema* (PÁRDUCZ) in Verbindung steht, sondern vielmehr zwei oder mehrere interciliäre Fasern von hinten an den Mund anstossen. Ausserdem müssen als mundständig und munddienlich auch die zwei, ev. mehrere benachbarten Cilienreihen und die dazugehörigen interciliären Fasern gerechnet werden, da ihre vordere, den Mund seitlich und vorne berührenden Abschnitte der Ernährung dienen (s. besonders *Colpidium*, *Glaucoma*, *Loxocepha-*

lus). Früher habe ich z. B. auch bei *Colpidium* nicht wahrgenommen, dass die beiden poststomalen Cilienreihen nicht ganz und vollständig durch den Mund unterbrochen werden, sondern, wie dies unsere Fig. 1 erläutert, beide vor und neben dem Munde ihre Fortsetzung haben, indem aus der rechten Cilienreihe, also aus dem Richtungsmeridian prostomal und adoral eine kleine Membrane, bestehend aus 7 Cilien (Fig. 1, *a*), entsteht, wogegen aus der linken Reihe 10—13 freie Cilien (Fig. 1, *b*) linksständig im Dienst stehen.

2. Der Richtungsmeridian und die Pulsationsblase. Dieser Meridian ist auch insofern richtungsgebend, dass dazu gewisse Körperteile in numerische Relation gesetzt werden können. So sehen wir z. B. bei unserem *Colpidium*, dass der Excretionsporus (*pe*) rechts davon in den vierten Meridian eingeschaltet liegt. Und diese Lagerung ist in diesem Fall Tier für Tier genau festgesetzt. Diese Festlegung gibt sich besonders darin Kund, dass der neue Excretionsporus vorne für das vordere Tochtertier immer im selben Meridian neugebildet wird (s. Textfig. 1, vorne (pe_2).

Genau in der Weise ist der Excretionsporus bei *Loxocephalus* (Abb. 2) in die viertnächste und bei *Uronema* (Abb. 3) in die zweitnächste interciliäre Faser artcharakteristisch eingeschaltet. Auch in Fig. 5 sehen wir bezüglich *Glaucoma scintillans*, dass hier der Excretionsporus rechts dorsal vom Richtungsmeridian entweder in den 10. oder in den 11. Hauptmeridian eingeschaltet ist. Und wir bemerken zugleich, dass auch hier diese Entfernung und die artcharakteristische Lage des Organells dadurch gesichert ist, dass bei der Teilung der neue Excretionsporus für das vordere Tochtertier im selben Meridian angelegt wird.

Diese und ähnliche Feststellungen bringen notgedrungen mit sich, dass wir parallel mit dem nutritorischen Richtungsmeridian auch von einem Excretionsmeridian sprechen. Dieser Excretionsmeridian hat insofern eine Ähnlichkeit mit dem nutritorischen, dass auch an diesem eine Reduktion des Cilienkleides eingetreten ist, indem hinter dem Excretionsporus nie Cilien auftreten (Abb. 2). Klein hat festgestellt, dass während der Teilung nicht nur eine Neubildung der Basalkörner, sondern auch eine Reduktion, eine Auf-

lösung derselben erfolgt. Auch hier sehen wir, dass hier ähnlich wie bei der neuen Cytopygelinie, zuerst die Cilien resorbiert werden und erst darnach der neue Excretionsporus angelegt wird.

Ich will noch bemerken, dass die Lage des Excretionsporus bei *Colpidium*, *Glaucoma*, *Cyclidium*, *Uronema* und bei vielen anderen Hymenostomata bestimmt ist, wogegen dieselbe bei anderen Ciliaten einer gewissen Variabilität unterworfen ist. So sehen wir an *Paramecien*, dass während der Teilung die neuen Excretionspori nicht immer in der direkten Fortsetzung der alten eingeschaltet werden, sondern auch nächst daneben. Bei einer *Colpidium*-Art mit drei Excretionsporen habe ich weiterhin gesehen, dass die Lagerung derselben zwischen 1—3 Meridianen wechselt. Bei *Paramecium* sind Excretionspori nicht direkt in interciliäre Fasern eingeschaltet, sondern stehen daneben; ein cilienloser Seitenzweig der interciliären Längsfaser verbindet aber jeden Excretionsporus mit dem Nachbarmeridian.

D) Die Sinnesmeridiane.

Wir begegnen Sinnesstiftchen bei den Trichostomata leider nicht. Diese haben grosse Bedeutung bei Prostomata und Spirotricha, wo aber leider ein Hauptmeridian nicht unterscheidbar ist. Trotzdem sind die Stiftchenreihen da und treten nicht nur als morphologisch, sondern als auch systematisch wichtige Organellen auf, die die Dorsalseite des Tieres bezeichnen. Dieselben differenzierten sich ganz sicher längs der Cilienreihen und an den Meridianfasern aus (s. das Nähere Gelei, 1933). Bei der Hypotrichen-Gruppe können wir ohne weiteres über Sinnesmeridiane sprechen, da hier bis 12 Tastborstenreihen an Dorsalfeld entstehen, die manchmal lateral als Fortsetzungen von Cirrenreihen erscheinen. Aber auch bei den Gymnostomata, wo sich selten reine Tastborstenreihen differenzieren, können wir aus drei Gründen über Sinnesmeridiane sprechen: 1. es erscheinen bezeichnenderweise beinahe immer drei Sinnesreihen, 2. bei der Teilung bilden sich die neuen Sinnesstiftchen am hinteren Tier immer im selben Meridian aus, wie am Muttertiere und 3. bei verschiedenen *Prorodon*-Arten stehen, wie es Kahl feststellte,

die Borstenreihen zu den Nachbarmeridianen in einem derart wichtigen Verhältnis, dass diese Beziehung zur systematischen Einteilung verwendet werden konnte.

E) Die Meridiane der Ciliaten und die Vererbung.

KLEIN zieht in seinem Referat: Das Ciliensystem etc. (1932), indem er die Neubildung des Zellmundes bespricht, «Die Wiederholungen einer organischen Form nach einem vorhandenen oder vorhanden gewesenen Vorbild» im Begriffe der Vererbung ein, und bezeichnet die Silberlinien hierdurch als Vererbungsträger. Ich denke doch, dass wir Wiederholungen, derer Anlage in den Interciliärfasern sichtbar gegeben ist, ebensowenig in den Begriffkreis der Vererbung einbeziehen können, wie die Wiederholungen in den quersegmentierten Tieren, z. B. die Segmentalorgane als Tatsachen der Vererbung bezeichnen können. Ich glaube, wir treten den Dingen näher, wenn wir mit KLEIN die interciliären Fasern als Organisatoren auffassen, und wenn wir die Neubildung des Mundes, der Cytopyge und des Nephridialporus im selben Meridian mit dem Funktionsreiz erklären und in dieser Beziehung den Funktionsreiz zugleich als «Bildungsreiz» auffassen. Entlang des Excretionsmeridians laufen sichtbar funktionstypische Reize, da am ruhenden Tier bei jeder Entleerung die Nachbarcilien in Bewegung gesetzt werden (GELEI: *Paramecium*, PÁRDUCZ: *Cyclidium*), und ähnliches gilt ganz gewiss auch für den Hauptmeridian; dieser Funktionsreiz soll während der Teilung die Neubildung im nutritorischen Meridian der nutritorischen, im Excretionsmeridian der excretorischen Organe bewirken. — Vererbung wirkt ja bei Reorganisation dieser Gebilden mit, mit dem Funktionsreiz führen wir aber eine nähere Ursache als die Vererbung ist für die Erklärung der Erscheinung an.

Zusammenfassung.

Unter Cilienmeridianen haben wir die meridionale Cilienreihen und die interciliären Fasern, die die Basalkörner der Cilien verbunden, verstanden. Berücksichtigend auch unsere frühere

eventuell hier gar nicht berührte Kenntnisse auf diesem Gebiet, können wir bezüglich der Differenzierung der Cilienmeridiane folgendes feststellen:

1. Wir können in Verbindung mit der Prostomie einen Urzustand annehmen, bei welchem die Cilienreihen des Körpers gleich lang und gleichmässig mit Cilien besetzt waren.

2. Der erste Schritt zur Differenzierung besteht darin, dass die Cilien vorne dichter und hinten schütter nebeneinander stehen.

(Diese Art der Differenzierung tritt aus bewegungsmechanischen Gründen auf; siehe GELEI, 1928 und 1929.)

3. Schon in diesem Zustand können Sinnesmeridiane entstehen, indem am Vorderende in drei benachbarten Cilienreihen neben den Cilien, gewöhnlich aber ohne Cilien, Sinnesstiftchen auftreten. (GELEI, 1933.) An einzelnen Prostomata und an sämtlichen Hypotrichen treten rein sensorische Meridiane auf, wo also die Sinnesstiftchen nicht durch Cilien unterbrochen werden.

4. Die eigentliche Differenzierung unter den Cilienreihen wird durch die Hypostomie hervorgerufen, infolgedessen einzelne Cilienreihen ausschliesslich mit dem Munde und nicht auch mit dem vorderen Körperpol in Verbindung treten und daher in der Ernährung Dienst leisten.

4*a*. Ist der Mund breit, so unterscheidet man mehrere poststomale Meridiane, oder Cilienreihen. Mit Hilfe derselben führen die Tiere im Interesse der Ernährung an den Gegenständen und Oberflächenhäutchen Kriech- und Laufbewegungen aus. Aus den beiden lateralen Cilienreihen kann parastomal je eine adorale Membrane abgeschnitten werden; diese sind beim Fang der Nahrung diensttätig.

4*b*. Durch die Hypostomie wird aber auch in der praestomalen Bewimperung eine Veränderung hervorgerufen. Die Cilienreihen, welche von hinten her dem Munde anstossen, haben nach vorne gewöhnlich keine Fortsetzung. Statt dessen biegen sich die benachbarten Cilienreihen vor dem Munde um, und erleiden dabei in zwei Richtungen Veränderung. Erstens dadurch, dass die Cilienreihen dichter nebeneinander stehen und zweitens dadurch, dass ausserdem auch in den einzelnen Cilienreihen die Cilien dichter aneinander stehen als sonst, eventuell sogar doppelte Cilien erscheinen. Aus

dieser kräftigen Bewimperung entsteht das Wimperorgan der Gruppe Spirotricha. Aber auch dort, wo noch kein Wimperorgan entstanden ist, ist die praestomale dichte Bewimperung zum Zustandebringen von Ernährungswirbeln fähig. *(Uronema, Paramecium, Cyclidium.)*

5. Der Mund und die Cytopyge wird meistens in eine einzige Cilienreihe angelegt. Dieselbe entspricht dem Haupt- oder Richtungsmeridian *(Meridianus primus)* des Körpers. Im Richtungsmeridian tritt eine Reduktion der Cilien auf; als Ersatz dafür wird ein Überhandnehmen der nutritorischen Funktion angenommen. Mit Rücksicht auf diese Annahme wird der Hauptmeridian auch als nutritorischer Meridian bezeichnet.

6. Ausserdem können wir auch parastomale Cilienreihen unterscheiden, u. zw. dann, wenn das Vorderende einiger mundständigen Cilienreihen vor dem Munde umbiegt und hier mit Cilien dichter besetzt wird. Dieser vordere Abschnitt der parastomalen Cilienreihen bedient ebenfalls die Ernährung des Tieres, indem dadurch ein kräftiger Strudel verursacht wird.

7. Sämtliche Meridiane sind primär motorisch, ja im Interesse der motorischen Coordination sind primär die interciliäre Fasern (Meridian I. O. Klein) entstanden. An Stellen aber, wo im motorischen Meridian andere Funktionen (Ernährung, Excretion, Reception) überhand nehmen, gehen die Cilien verloren. Der nutritorische Meridian kann vollständig cilienlos sein, er hat also die motorische Funktion in diesem Falle vollständig aufgegeben.

8. Da in den motorischen Meridianen auch ausserhalb der Basalapparate der Cilien Körner erscheinen, u. zw. regelrecht als Trichocystenkörner und im Mangel derselben als Protrichocystenkörner, können wir sagen, dass sekretorische und motorische Funktionen nicht fremd zueinander sind, und in diesem Falle können diese Meridiane als effektorische bezeichnet werden.

9. Eine secretorische Tätigkeit wird zwar hauptsächlich durch das Ectoplasma ausgeübt, doch unterscheiden wir die Nebenmeridiane (Meridiane II. O. Klein) als besondere secretorische Meridiane, da diese nach Klein's Untersuchungen mit dem Entfernen des Tectins in Verbindung stehen. Die Secretionsmeridiane

oder Intersecretärfasern sind mit einer stark wechselnder Zahl von Körnern bezeichnet. Die Körnelung kann physiologischen Veränderungen entsprechend beinahe vollständig fehlen, sie kann aber die Zahl der Körner des motorischen Meridians auch stark überwiegen.

10. Es gibt Meridiane, die nie eine Körnelung aufweisen, diese sind von unbekannter Funktion (eventuell Stützmeridiane).

11. Morphologisch gemeinsam ist für sämtliche Meridiane, dass sie im Grunde genommen aus argentophilen Fasern aufgebaut sind (KLEIN) und physiologisch gemeinsam ist die Annahme, dass sie Reize leiten (GELEI, KLEIN).

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1933.)

FILOGENETIKAI ÉS MUTATÍV SZEMDEGENERÁCIÓ A GAMMARIDÁK CSALÁDJÁBAN.

WOLSKY SÁNDOR-tól.

Az alábbiakban a filogenetikai, illetve mutativ szemdegenerációnak egy kisebb rendszertani kategórián belül előforduló egy-egy esetével kapcsolatban a látószervek elcsökevényesedésének és eltűnésének kérdéséhez szeretnék hozzászólni. Törzsfejlődés folyamán bekövetkezett szemdegenerációra a *Niphargus aggtelekiensis*-t veszem példának, mutáció gyanánt fellépő degenerációra pedig a *Gammarus chevreuxi*-t, amelynek csökevényes szemű mutációi e tekintetben egyedül állanak a Gammaridák sorában.

A *Niphargus aggtelekiensis*re vonatkozó vizsgálatokat dr. Dudich Endre egyet. h. tanár úr felszólítására végeztem, aki ezt a fajt az Aggteleki-barlangból leírta és a vizsgálati anyagot is rendelkezésemre bocsájtotta, sőt sok egyéb tekintetben is támogatta munkámat. Az előzetes vizsgálataim eredményét közölte is levélváltásunk alapján az Aggteleki barlangról szóló monografiájában (Dudich 1932, p. 82).

A *Gammarus chevreuxi* szemmutációival Prof. Julian Sorell Huxley M. A. irányítása mellett foglalkoztam, aki ennek a fajnak és mutációinak egyik legjobb ismerője és figyelmemet a látószerveik tanulmányozására felhívta. Ezt a munkát a londoni egyetem King's College-ának állattani intézetében végeztem az 1931—1932. tanévben, egyrészt egy magyar állami ösztöndíj, másrészt a King's College kutatóalapjának anyagi támogatásával, amiért e helyütt is őszinte köszönetet mondok úgy az Országos Ösztöndíjtanácsnak, mint a King's College Delegacy-jának. Az ezirányú vizsgálatok eredményének közlése sajtó alatt van (Wolsky és Huxley 1934),

egy előzetes közlemény azonban erről a tárgyról már 1932-ben megjelent (HUXLEY és WOLSKY 1932).

Ezeknek a különböző irányú, de mégis összefüggő vizsgálatoknak az eredményeit kísérelem meg most egymással és az irodalom idevágó adataival összevetni és ebből néhány következtetést vonni, mégpedig főnököm, ENTZ GÉZA professzor úr, a Magyar Nemzeti Múzeum Természetrajzi Osztályai és a Magyar Biológiai Kutatóintézet igazgatójának biztatására. Nem hallgathatom el ezen a helyen, hogy tanulmányaimat évek óta az ő állandó jóindulatú támogatása mellett végzem és e nélkül a sokoldalú és hathatós támogatás nélkül aligha nyilt volna alkalmam azokat végezhetni. Már itt előljáróban megragadom az alkalmat, hogy úgy ENTZ igazgató-professzor úrnak ezért az állandó pártfogásért és támogatásért, mint DUDICH és HUXLEY professzor uraknak a nyujtott sokféle segítségért őszinte hálámat és köszönetemet kifejezzem.

Az alábbiakban először a *Garmarus chevreuxi*-re vonatkozó tanulmányok idevágó eredményeit fogom röviden rekapitulálni, majd a *Niphargus aggtelekiensis*en végzett vizsgálatok eddig még csak néhány mondatban közölt eredményét ismertetni, hogy azután ezekhez a különböző megállapításokhoz, illetve egybevetésükhöz néhány általánosabb érdekű reflexiót fűzzek.

A Gammarus chevreuxi normális és mutáns típusú szemeinek szerkezetéről és fejlődéséről.

A *Gammarus chevreuxi*-t E. W. SEXTON írta le a Plymouth melletti Chelson Meadows árterület brakkvízű levezetőcsatornáiból (SEXTON 1913). Mindjárt az állat felfedezése után megpróbálkoztak tenyésztésével is (SEXTON és MATTHEWS, 1913), ami nagyon egyszerűnek és eredményesnek bizonyult. A faj gyorsan és nagy arányokban, állandó egyenletes ütemben szaporodott (v. ö. SEXTON, 1928). Nem sokkal a tenyésztés megkezdése után felléptek a tenyésztett törzsekben az első mutációk (SEXTON és WING, 1916), amiket később még számos követett. Ma a fajnak egész sor örökléstanilag jól elemzett mutációja ismeretes, amelyek túlnyomórészt a látószervekre vonatkoznak, a MENDEL-féle öröklés-törvényeknek hódolnak és recessziven viselkednek a normális típussal szemben. Ezek mellett vannak olyan elváltozások is («spotted», «irregular coloured eye» stb.), amelyek öröklődésének mechanizmusa bonyolult és még nem teljesen tisztázott (v. ö. ALLEN és SEXTON, 1917, 1920, SEXTON,

1932), továbbá ismeretesek az intersexualitás esetei is (SEXTON és HUXLEY 1921, SEXTON, 1924).

A leggyakoribb mutáció-típus a «red», amely részben árnyalati eltérésekkel, részben azonban teljesen azonos módon eddig már tíznél több esetben lépett fel. (V. ö. SEXTON, CLARK és SPOONER 1932, SPOONER 1932 stb.) Ezek közül nem kevesebb, mint négy (négy másik pedig valószínűleg) más-más génhez van kötve. A mutáció abban áll, hogy a szem ommatidiumai élénkpiros színűek, míg a normális szemben feketék. A jelenség morfológiai és fejlődéstani magyarázata az, hogy az ommatidiumokban kétféle pigment képződik, egy piros (carotinoid) és egy fekete (melanin?), amelyek közül az előbbi korábban, az embrionális szemfejlődés kezdetén rakódik le, az utóbbi csak később, nem sokkal az embrio kikelése előtt. Mire az embrio elhagyja a peteburkot, a melanin már teljesen elnyomja a carotinoid piros színét és az ommatidium feketének tűnik. A «red»-mutánsokban azonban ez az utóbbi folyamat valamilyen módon gátolva van, úgy, hogy az ommatidiumok színe életfogytiglan vagy legalábbis nagyon sokáig teljesen piros marad. (V. ö. FORD és HUXLEY, 1926.) Ehhez a mutáció-típushoz áll közel a legújabban leírt «lilac eye» típus, amelynek az ommatidiumai eleinte egyenletesen halványibolya színűek, később azonban közepükön elszíntelenednek, a színanyag pedig a kerületükre húzódik. (V. ö. SEXTON és CLARK, 1933.)

Egy másik mutáció a «nowhite» (az egyetlen, amelyet már a szabadban is találtak, v. ö. SPOONER, 1932, p. 340), ami abban áll, hogy az ommatidiumok közti töltéleksejtekben normálisan lerakodó fehér interstitiális pigment hiányzik. Így az a fehérszínű jellegzetes hálózat, amely az ommatidiumokat körülfogja, nem alakul ki. (V. ö. ALLEN és SEXTON, 1917, 1920.) Ha ez a mutáció az előbb említett «red»-del kombinálódik, az ú. n. «red-nowhite» típus áll elő. Legújabban SEXTON és CLARK (1933) egy olyan «red»-mutációt is találtak, amelyikben a «red» sajátság mindig együtt jár a «nowhite»-al. Ebben az esetben azonban a «nowhite» más génhez van kötve, mint a többi «nowhite»-ek.

További mutáció az «albino», amelynél csak a fehér interommatidiális pigment van meg, ellenben az ommatidiumok retinulái és az azokban előforduló piros és fekete pigment teljesen hiányzanak és a szem erősen degenerált képet mutat. (V. ö. ALLEN és SEXTON, 1917, 1920.) Ennek a mutációnak a «nowhite»-tal való kombinációja adja a «colourless» szemtípust, amely ennélfogva teljesen színtelen és degenerált. HUXLEY (1921, 1923 és 1928) kimutatta, hogy az «albino» és «red» sajátságok között kapcsolódás (linkage) áll fenn, vagyis mindkettő ugyanabban a kromoszómában fekszik, azonban ez csak akkor mutatkozik, ha nőstény «albino»-t keresztezünk, míg hím «albino» keresztezése esetén a crossing over értékek oly magasak, hogy a kapcsolódás nem mutatható ki.

Említésre méltó még a «white-body» mutáció, amely abban áll,

hogy a test, amely normálisan barnászöld színű, teljesen színtelen és ugyancsak színtelenek a normálisan sötét olajzöld ovariumok és peték is. (V. ö. SEXTON és CLARK, 1926.) A szemeket csak annyiban befolyásolja ez a mutáció, hogy a piros carotinoid kialakulását gátolja az ommatidiumokban. Ez a jelenség azonban embrionális koron túl csak akkor észlelhető, ha «red» sajátsággal van kombinálva, amikor ugyanis a szem teljesen normális habitusú, de fehér, mint az «albino» típusú szem. Tulajdonképpen ez a mutáció érdemelné meg inkább az «albino» nevet, mert úgy látszik, hogy az ilyen típusú mutánsok képtelenek testükben az exogén eredetű lipochrom pigmenteket felhalmozni és ez okozza a színbeli elváltozásokat. (V. ö. SEXTON és PANTIN, 1927.)

A FORDtól (1928) leírt és tanulmányozott «dwarf» mutáció a növekedés gyorsasága tekintetében tér el a normálistól és a szemekre csak annyiban van hatással, hogy a melanin lerakódása eleinte gyorsabb, mint a normális szemben.

Ha a szem kialakulását szabályozó főbb gének, illetve génkonstellációk közül a melaninképződést befolyásolót B-vel, a fehér interommatidiális pigment génrendszerét W-vel és a retinula kialakulását szabályozó génrendszert C-vel jelöljük, az ezeknek megfelelő sajátságok hiányát okozó recesszív allelomorfokat pedig a szokásos módon b-vel, w-vel és c-vel, akkor a normális szemű típus BCW, a «red» bCW, a «black-nowhite» BCw, a «red-nowhite» bCw, az «albino BcW, vagy bcW, a «colourless» pedig Bcw vagy bcw génkonstitucionak felel meg. Ha a «white-body» mutáció génkonstitucióját is ki akarjuk fejezni, akkor még egy szimbólumot kell használnunk a normális testszín és piros szemszín génrendszere számára, pl. R-t, ennek recesszív mutáns allelomorfja számára pedig r-t. Ebben az esetben a «white-body» génkonstituciója BrCW, a fehérszemű «white-body»-é pedig brCW. Hasonlóképpen kifejezhetjük a «dwarf» génkonstitucióját is egy további szimbólum, pl. G, illetve g alkalmazásával.

Ezeket a különböző szemmutációkat vizsgáltuk meg és hasonlítottuk össze a *Gammarus chevreuxi* normális típusával a szemek szerkezete és fejlődése, továbbá a szem idegelemeinek (szemideg és központi látótraktus) szerkezete és fejlődése szempontjából. A *Gammarus chevreuxi* normális szeme tipikus Gammarida-szem. (V. ö. STRAUSS 1909, SEXTON 1928, SCHATZ 1929.) Kívül síma chitincuticula takarja, mely alatt meglehetősen lazán sorakoznak egymás mellé a kehelyalakú ommatidiumok. Minden ommatidiumot öt látósejt (HESSE) vagy retinulasejt (GRENACHER) alkot, amelyek közül az egyik csökevényes és amelyek egy hossztengely körül radiálisan helyezkednek el, kehelyalakú képleteket alkotva. A kely-

hek disztális kiszélesedő része egy-egy kristálykúpot vagy üvegtestet fog közre, amely a szem fénytörő (dioptrikus) része és két féltekéből áll. Disztális részén még megtalálhatók a féltekék egy-egy anyasejtjének magvai (SEMPER-féle magvak). A kristálykúpoknak mintegy proximális folytatásaként a kehely tengelyében foglal helyet az ommatidium percipiáló része, a rhabdom, míg a kehely proximális végében, amelyet a többi részétől egy ablakos hártya választ el, a látósejtek magvai foglalnak helyet. Az ommatidiumok között a kúpalakú interommatidiális töltéleksejtek találhatók, amelyek az ablakos hártyára támaszkodnak széles alapjukkal, csúcsaikkal pedig disztális irányba néznek. Magvaik jellegzetes, szabálytalan, zegzugos körvonalakat tüntetnek fel.

A mutáns típusú szemek közül a «red», «nowhite» és «whitebody» szemei, szerkezet tekintetében teljesen azonosak a normálissal. Vagyis a melanin, illetve carotinoid hiánya a retinulasejtek alakját és finomabb szerkezetét semmiben sem befolyásolja és hasonlóképpen a fehér interommatidiális pigment hiánya sem okoz elváltozást a töltéleksejtekben. Ez utóbbiakban azonban a fehér pigment hiánya esetén gyakran lehet apró erősen fénytörő szemcséket találni, ami esetleg összefügghet a pigmenthiánnyal. Ezeket a mutációkat tehát gyüjtőnévvel színmutációknak lehet nevezni.

Viszont az «albino» mutánsok szemszerkezete lényegesen különbözik a normálistól, mert a szemben nem valamely színanyagnak a kialakulása, hanem az ommatidiumok összességének, az egész retinulának a kifejlődése van meggátolva. A retinulát csak egy-egy degenerálódott sejtmag képviseli, az ezekhez tartozó sejttestek azonban annyira csökevényesek, hogy nemcsak a normális szerkezet, de a normális színanyagok sem alakulhatnak ki bennük. Az egész «szem» tulajdonképpen hipertrofizált, számban és nagyságban túlburjánzott töltéleksejtekből áll, amelyek között a chitinpáncél mentén különbözőképpen deformálódott üvegtestek találhatók. Az egész szerkezet fejlődésbeli rendellenesség és irányítatlanság benyomását teszi. Ezt a mutációt tehát a többiekkel szemben szerkezetmutációnak lehet nevezni.

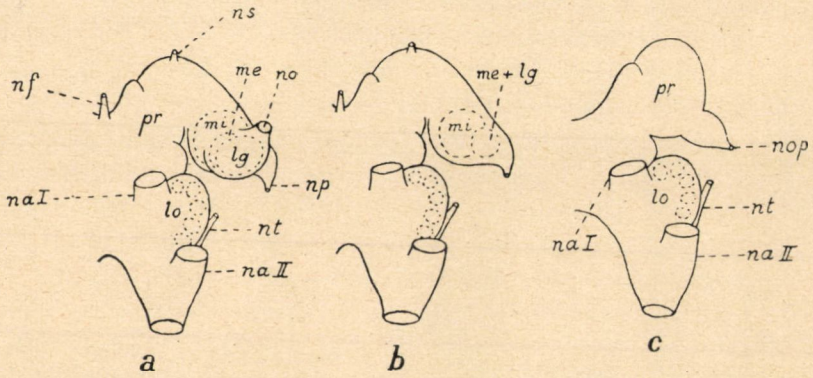
A látóideg és az agy látótraktusa a normális típusú *Gammarus chevreuxi*-ben nem különbözik más, szemmel bíró Gammaridákétól (v. ö. HANSTRÖM 1924, 1928, THORE 1932, GRÄBER 1933). A látó-

traktus az agy protocerebrumához tartozik (1. ábra, *a*). Ennek az agyrészletnek dorzális részéből több kisebb ideg (mediális homlokszerv idege, statocysták idege stb.) indul ki, amelyek egy részének léte még kétséges (v. ö. THORE, 1932, GRÄBER, 1933), ventrális laterális részét pedig a látótraktus alkotja. A látótraktusban három neuropilem kapcsolódik sorozatosan egymáshoz, ú. m. a medulla interna, medulla externa és lamina ganglionaris. A magasabbrendű nyelesszemű Crustaceák negyedik, proximális helyzetű neuropilemje, a medulla terminalis a Gammarusoknál a protocerebrum lobus lateralisával azonosítható (v. ö. HANSTRÖM, 1924). A medulla interna terjedelmes, a medulla externa jóval jelentéktelenebb, a lamina ganglionaris azonban ismét igen terjedelmes és belőle vaskos rövid látóideg szedődik össze és halad orális-dorzális irányba a szemhez. A medulla externa és lamina ganglionaris együtt jól elkülönült protuberanciát alkotnak. GRÄBER (1933) legújabban leír «nervus pseudofrontalis» néven egy eddig még ismeretlen protocerebrális ideget a *Gammarus fluviatilis* és *Gammarus pulex* agyában, amely szintén a tractus opticusból, mégpedig annak ventrális részéből indul ki és rézsutosan kaudális-ventrális irányba halad. A *Gammarus chevreuxi*-ben, egyes metszetsorozatok alapján úgylátszik, szintén megvan ez az ideg.

A színmutánsok agyszerkezete természetesen mindenben megegyezik a normális típussal. Ellenben messzemenő különbségek vannak e tekintetben is a normális típus és a szerkezetmutánsok között (1. ábra *b*). Az utóbbiak tractus opticusában a két disztális neuropilem nagy mértékben csökevényes és egyáltalán nincs alakilag úgy elkülönülve a medulla internától, mint a normális agyban. A két disztális neuropilem egyetlen differenciálatlan rostfonadékká redukálódott, amelyből láthatólag nem indul ki ideg vagy legfeljebb néhány rost, amely azonban nem jut el a perifériáig. Tehát az a génkonstitució, amely a szem szerkezetében mélyreható elváltozásokat okoz, egyidejűleg hasonló mélyreható elváltozásokra vezet a tractus opticusban és látóidegben is, ami különös jelentőséggel bír a folyamat kialakulásának megítélésénél.

A szemek embrionális fejlődésének szövettani vizsgálata a normális típuson hasonló eredményekre vezetett, mint a más Gammarusokon végzett ilyen irányú vizsgálatok (v. ö. SCHATZ 1929).

A szemkezdemény differenciálódása azzal indul meg, hogy a kezdemény centrumában megkülönböztethetők az embrionális hipodermis ellaposodó sejtjei és alattuk az üvegtestek első kezdeményei: erősen fénytörő eosinnal festődő cseppek a SEMPER-féle magvak oldalán. Ugyanekkor a retinula is kezd differenciálódni, a látósejtek magvai mélyebbre húzódnak és csoportokba rendeződnek, azonban a rhabdom differenciálódásának még nyoma sincs. A töltéleksejtek is differenciálódnak és helyzetükön kívül fel-



1. ábra. Gammaridák agyszerkezete, metszetsorozatok alapján vázlatosan rekonstruálva. *a*, *Gammarus chevreuxi* normális típus; *b*, ugyanazon faj «albino» mutánsa; *c*, *Niphargus aggtelekiensis* (*a* és *b* WOLSKY és HUXLEY 1934 nyomán,[1] *c* eredeti). Jelek: *lg*, lamina ganglionaris, *lo*, lobus olfactorius, *me*, medulla externa, *mi*, medulla interna *naI*, nervus antennarius primus, *naII*, nervus antennarius secundus, *nf*, nervus frontalis medialis, *no*, nervus opticus, *nop*, nervus optico-pseudofrontalis, *ns*, nervus staticus, *nt*, nervus tegumentarius, *pr*, protocerebrum,

ismerhetők jellegzetes, zsugorodott magvaikról is. A későbbi fejlődés folyamán a kép csak annyiban változik, hogy több és több ommatidium kezd kialakulni (számuk a kezdeti 3—4-ről a peteburok elhagyásáig mintegy 15-re emelkedik) és azonfelül a szemkezdemény közepén levőkben megnagyobbodnak és összezárulnak a kristálykúpok féltekéi, kidifferenciálódik a látósejtekben a rhabdom és nem sokkal a peteburok elhagyása előtt megalakul a membrana fenestrata is, úgy hogy a peteburkot elhagyó fiatal

[1] A Royal Society (London) szíves engedelmével közölve.

Gammarus chevreuxi szeme lényegében már azonos a kifejlettével.

Amíg a színmutáns szemek fejlődése ezzel a folyamattal teljesen megegyezik, addig a struktura-mutáns szemek embrionális fejlődése kezdettől fogva lényegesen különbözik a normálistól. A hipodermis és a kristálykúpok képződése még aránylag normális, ez utóbbi csak később fokozatosan válik zavarttá és szabálytalanná, ellenben a retinula fejlődése már kezdettől fogva nagyon lassú és zavart. Mindössze 1—2 tipikus retinulasejt látható egy-egy metszet síkjában és nem alakulnak szabályos ötös csoportok belőlük. Ugyanakkor az interommatidiális töltéleksejtek fejlődése meggyorsul, nagyobb számban és gyorsabb ütemben differenciálódnak, mint a normális szemben és növekedésük is gyorsabb, úgy hogy valósággal elnyomják a retinulát. A későbbi stádium úgyszólván alig különbözik a kezdetitől, legfeljebb a töltéleksejtek száma növekszik és ezáltal csak annál élesebbé válik az ellentét a késői stádiumbeli normális és szerkezet-mutáns szem között.

A tractus opticus embrionális fejlődésére vonatkozólag megállapítottuk, hogy abban a stádiumban, amelyben a szemek differenciálódása megindul, a medulla interna már jól elhatárolt önálló neuropilem, ellenben a medulla externa és lamina ganglionaris még teljesen fejletlenek és differenciálatlanok és csak néhány disztális irányú idegrostból állnak. A további fejlődés folyamán ezek a disztális neuropilemek fokozatosan kidifferenciálódnak. A medulla externa természetesen végig jelentéktelen marad, minthogy jelentéktelen a kifejlett agyban is, ellenben a lamina ganglionaris tetemesen megnövekszik és bár még nem éri el embrionális korban azt a végleges nagyságot, ami a kifejlett állatban a medulla internához képest jellemzi, mégis jól körülhatárolt önálló neuropilemmé alakul, még mielőtt az embrio elhagyja a peteburkot. Ezzel szemben a struktura-mutánsok tractus opticusa más fejlődést mutat. A fejlődés kezdetén még alig találunk különbséget a normális és mutáns agyszerkezet között. A medulla interna éppoly jól fejlett, mint a normális agyban, és ha a disztális neuropilemek kezdeménye elmarad is a normálishoz képest, a különbség alig észrevehető, minthogy ebben a stádiumban még a normális típusú embriókban is alig van nyoma a tractus opticus disztális részeinek. A különbség

azonban a fejlődés haladtával fokozatosan növekszik, mert míg a normális agyban a medulla externa és főleg a lamina ganglionaris fejlődése gyorsan halad, addig a szerkezet-mutánsokban a fejlődés úgyszólván vesztegel és nyoma sincs önálló medulla internának vagy lamina ganglionarisnak. Amikor tehát az embrio elhagyja a peteburkot, már fennállanak mindazok a lényeges különbségek, amik a normális és szerkezet-mutáns típusok tractus opticusát kifejlett állapotban egymástól megkülönböztetik.

Ezekkel a vizsgálatokkal sikerült kimutatni azt, hogy miként a színmutánsok egy-egy fiziológiai (valószínűleg biokémiai) folyamat, nevezetesen festékképződés gátlásaképen keletkeznek, úgy a struktura-mutánsok is fiziológiai folyamatok, azonban mélyrehatóbb, fejlődésfiziológiai folyamatok gátlására vezethetők vissza.

Továbbmenőleg megállapítottuk, hogy ez a gátlás nemcsak a szemek fejlődésében, hanem a tractus opticusok fejlődésében is mutatkozik, tehát ugyanaz a génkonstitució mindkét struktura kialakulására lényeges befolyást gyakorol. Ezt a kettős befolyást úgy lehet magyarázni, hogy a szemek elcsökevényesedése esetleg a látótraktus fejlődési rendellenességére vezethető vissza. Ismeretes ugyanis a látótraktus fontos szerepe a Crustaceák szemének regenerációjában (v. ö. Herbst 1900, Wolsky 1932) és így feltehető, hogy hasonló szerepet játszik a szem embrionális fejlődésében is, ha pedig kialakulása gátolva van, úgy ez kihat a szem fejlődésére is.

Erre vall az a körülmény is, hogy a gátlásnak jól körülhatárolható centruma van, amely a tractus opticus disztális része és a szem proximális része között fekszik. Itt van ugyanis a szerkezet kialakulása a legjobban gátolva, amennyiben a szem proximális elemei (retinula) és a tractus opticus disztális elemei (medulla externa és lamina ganglionaris) csaknem teljesen hiányzanak, ellenben a látótraktus proximális része (medulla interna) teljesen ép, a szem disztális elemei pedig (töltelékesejtek, kristálykúpok), ha rendellenes kifejlődésben is, de szintén megvannak. A fejlődésbeli gátlás centruma tehát meglehetősen proximális helyzetű és innen a folyamat disztális irányba halad, meggátolva az egész szem normális kialakulását.

Abban lehet tehát az elmondottak jelentőségét a továbbiak szempontjából összefog-

lalni, hogy a Gammarus chevreuxi mutatív szemdegenerációja úgy anatómiai, mint fejlődéstani tekintetben centrifugális folyamat; proximális helyzetű gátlási központból disztális irányban halad előre.

A Niphargus aggtelekiensis agyszerkezete, különös tekintettel a látószerv hiányára.

Az erre a tárgyra vonatkozó vizsgálatok, mint előljáróban említettem, még 1930-ban kezdődtek, de csak egészen röviden kerültek közlésre DUDICHnak, az aggteleki barlangról szóló monografiájában (DUDICH 1932, p. 82). Mindazonáltal az akkor közöltekhez aránylag kevés hozzátenni valóm van. A vizsgálati anyagot 96 %-os alkoholban rögzítve kaptam. A levágott fejeket PÉTERFI-féle kettős beágyazás után frontális, transzverzális és szagittális metszetsorozatokká dolgoztam fel és MAYER-féle haemalaunnal és eosinnal festettem.

A *Niphargus aggtelekiensis* régebben *Niphargus stygius* néven volt ismeretes az irodalomban, és csak 1932 óta szerepel jelenlegi nevén, DUDICH leírása alapján, mint az aggteleki barlang egyik endemizmusa (v. ö. DUDICH 1932, p. 74—75). A faj teljesen vak. Sem külsőleg, sem mikroszkópi készítményekben nyoma sincsen még csökevényes látószervnek sem, holott ilyen a Gammaridák családjában igen sokfelé ismeretes. A hipodermis a szem helyén semmiben sem különbözik a test többi részét borító hipodermis általános szerkezetétől. Lapos, kevésplazmájú sejtekből áll, amelyeknek ellapult, egyenletesen festődő magvaik vannak.

A szemeknek ez a teljes hiánya annyival figyelemreméltóbb, mert éppen a *Niphargus* genusban is ismeretesek olyan fajok, amelyeknek a látószerve erősen elcsökevényesedve még megtalálható. Így a *Niphargus elegans* legyezőalakú, a felületre merőleges irányban megnyúlt hipodermissejtekből álló szerve, amit rosszul rögzített anyagon már DELLA VALLE is tanulmányozott (DELLA VALLE 1893 p. 107), VEJDOVSKY végleges megállapítása szerint (VEJDOVSKY 1900. p. 8 és fig. 5, 6, 11) embrionális stádiumban vesztegelő csökevényes látószerv. A *Niphargus puteanus*ban is

megvan a szem csökevénye, amelyet VEJDOVSKY (1900. p. 7 és fig. 12) úgy értelmez, hogy működésváltozás folytán ínszerű szalaggá módosult és az agynak a chitinpáncélhoz való rögzítésére szolgál. STRAUSS (1909. p. 77) viszont kimutatja, hogy ebben a csökevényben még aránylag jól megmaradtak a szem eredeti szerkezetének egyes nyomai, pl. a kristálykúpok csökevényei is.

Ezekkel a csökevényes szemű Niphargusokkal szemben két közelebbről meg nem határozott *Niphargus* sp. is ismeretes, amelyekben VEJDOVSKY (1900, p. 9. és Taf. I. Fig. 10), illetve STRAUSS (1909, p. 75 és Taf. VI. Fig. 44) nyomát sem találták a látószerv csökevényének. Az előbbi faj a Trieszt melletti Gabrovitza-barlangból, az utóbbi Lunzból (Alsó-Ausztria) való és STRAUSS véleménye szerint esetleg azonosak lehetnek. A *Niphargus aggtelekiensis* a fentiek alapján a szem degenerációját illetőleg kétségtelenül ehhez a két utóbbi *Niphargus*-fajhoz áll közelebb, tehát az első pontosan meghatározott *Niphargus*, amelyen a látószerv teljes hiánya ekként megállapítást nyert.

Ami a látószervhez tartozó idegelemeket, illetve ezek degenerációját illeti, az erre vonatkozó vizsgálatok végleges eredményei némileg eltérnek az előzetesen közöltektől (1. ábra, *c*). Az előzetes vizsgálatok szerint ugyanis a *Niphargus aggtelekiensis* protocerebruma (tehát az az agyrész, amelyhez a látótraktus tartozik) jól fejlett ugyan, de kifejezett ganglion opticuma nincsen és ideg sem indul ki az agynak ebből a részéből (v. ö. DUDICH 1932, p. 82). A részletes vizsgálat ezeket az adatokat annyiban megerősítette, hogy a protocerebrum finomabb szerkezetének tanulmányozásánál a tractus opticusnak megfelelő ventrális-laterális lebenyben nyomát sem lehetett találni a látószervvel bíró Gammaridák tipikus tractus opticusának, illetve az azt alkotó neuropilemeknek (medulla interna és externa, lamina ganglionaris, v. ö. 650. oldal) és természetesen még kevésbbé volt nyoma olyan kifejezett protuberanciának, amilyet a látószervvel bíró fajokban a medulla externa és lamina ganglionaris alkot. Másrészt azonban kiderült, hogy a protocerebrum tractus opticusának megfelelő lebenyből mégis indul ki egy rövid ideg, amelynek köze lehet a látószervhez. Az előzetes vizsgálatok alkalmával úgy látszott, hogy ez az ideg, amely egyébként rövidsége és sajátos helyzete folytán könnyen

kikerüli a figyelmet, más agyrészlethez tartozik és a nervus tegumentarius egyik ágával azonos. Azonban főleg a transzverzális metszetsorozatok tanulmányozása kiderítette, hogy protocerebrális idegről van szó. Az ideg a tövén vaskos, sok idegrostból áll és mindjárt a kezdetén, úgyszólván alig hogy a protocerebrum ventrális-laterális szegletéből összeszedődik, egy dúcsejthalmazba torkollik, amely láthatólag még a protocerebrumhoz tartozik. Innen tovább folytatódik az ideg laterális irányba, azonban már lényegesen vékonyabb és csakhamar egészen eltűnik kötőszöveti és izomelemek között.

Felmerült az a gondolat, hogy a *Niphargus aggtelekiensis*nek ez az idege azonos lehet azzal a fentebb említett GRÄBER-féle nervus pseudofrontalisszal, amelyet ez a szerző nemrég írt le az Amphipodák sorából két Gammaruson. Ez az ideg, mint említettük, GRÄBER szerint azon a helyen hagyja el a tractus opticust, ahol a lamina ganglionaris ráterül a medulla externára (l. c. p. 344. és Abb. 1), azután pedig rézsutosan kaudális-ventrális irányban halad (l. c. p. 345). Az ideg kiindulási pontja eszerint teljesen megegyezik a *Niphargus aggtelekiensis* szóbanforgó idegével és némi különbség csak a lefutás tekintetében áll fenn közöttük. De ha a részleteket nézzük, még további hasonlatosságot is találunk. GRÄBER ugyanis, miután leírta a szárazföldi Isopodák «pseudofrontális szervét», megemlítve, hogy az azonos a HOLMGRENtől (1916) a *Porcellió*ban korábban talált «kolbenförmiges Organ»-nal,[1] a *Gammarus pulex* szervét így jellemzi: «Das kolbenförmige Organ bei Landasseln ist hier zu einem schmalen sackartigen Gebilde ausgezogen, dessen Anfang eine Erweiterung aufweist, welche von unipolaren Ganglienzellen ausgefüllt ist, und zum Lobus opticus gehört. Erst dann differenziert sich der Nerv, bestehend aus einem Bündel bipolarer Ganglienzellen. Diesen Strang konnte ich schräg nach hinten in der Richtung vom Ober- zum Unterschlundganglion verfolgen; er verschwindet dann seitlich des Unterschlundganglions» (l. c. p. 344).

[1] HOLMGREN a szervet «Frontalorgan»-nak nevezi (l. c. p. 149), amely névvel azonban a Gammaridákban más szervet illetnek (v. ö. THORE, 1932, GRÄBER, 1933) és ezért kellett a «Pseudofrontalorgan» nevet alkalmazni.

Ez a kissé homályos leírás arra vall, hogy GRÄBER «pseudofrontális szerven» az egész ideget érti, tehát mindazt, ami belőle a szoros értelemben vett központi idegrendszeren kívül fekszik. Így tekintve a leírást, meglepő hasonlatosságot találunk a Gammarusok nervus pseudofrontalisa és a *Niphargus* szóbanforgó protocerebrális idege között. A nervus pseudofrontalis kiindulásánál fekvő «unipoláris dúcsejtekkel kitöltött tágulat», amelyről GRÄBER megemlékezik és amely szerinte a lobus opticushoz tartozik, teljesen megegyezik a *Niphargus aggtelekiensis* fentemlített dúcsejthalmazával, amely ugyancsak mindjárt az ideg kiindulásánál fekszik és szintén a lobus opticusnak megfelelő agyrészlethez tartozik.

Az idegek lefutása tekintetében fennálló különbséget viszont talán összehasonlítható anatómiai alapon lehet megmagyarázni. A Gammarusokban, amelyeknek jól fejlett látószervük van, a protocerebrum tractus opticusa is jól fejlett és két ideg indul ki belőle, a nervus opticus, amely inkább dorzális és a nervus pseudofrontalis, amely ventrális irányba halad. A *Niphargus aggtelekiensis*-ben viszont, amely teljesen vak, a tractus opticusnak megfelelő agyrészlet is lényegesen kisebb, és csak egy ideg indul ki belőle, amelynek lefutási iránya szinte geometriai pontossággal az előbbi két ideg haladási irányának eredőjével esik egybe, vagyis pontosan laterális. Arra lehet tehát gondolni, hogy ez az ideg eredetileg azonos lehet a nervus pseudofrontalisszal, de csatlakoztak hozzá a nervus opticusnak a látószerv teljes eltűnése következtében funkciójukat vesztett rostjai, aminek következtében módosulást szenvedett az ideg lefutási iránya. Vagyis összehasonlító anatómiai alapon az ideg úgy a nervus opticusnak, mint a nervus pseudofrontalisnak megfelelne. Hogy ez a magyarázat helytálló-e, azt véglegesen eldönteni természetesen nem lehet. Lehetséges az is, hogy a nervus pseudofrontalis, amelynek léte még amúgyis kérdéses és megerősítésre szorul, a Niphargusokban nem is alakult ki és így az ideg kizárólag a nervus opticus maradványának felel meg. Akár így, akár úgy áll azonban a kérdés, a látótraktus csökevényét mindenképpen ebben az idegben kell keresnünk, s ezért további vizsgálatokig leghelyesebbnek látszik azt «nervus opticopseudofrontalisnak» nevezni.

A *Niphargus aggtelekiensis*re vonatkozó megálla-

pításokat tehát abban lehet összefoglalni, hogy a faj tulajdonképpeni látószervének utolsó csökevényei is eltűntek, de nagymértékben csökevényesek a látószerv idegelemei is, úgyhogy esetleg nem is tekinthetők már többé önálló egységnek, hanem más idegelemekkel közös egységgé («nervus optico-pseudofrontalis») olvadtak össze.

Az eredmények taglalása a Gammarida-szem degenerációjának kérdése szempontjából.

Ha az eddig elmondottakat egymással és az irodalom idevágó adataival egybe akarjuk vetni, először a *Niphargus aggtelekiensis*re vonatkozó adatokkal kell foglalkoznunk. E tekintetben mindjárt megállapíthatjuk, hogy a *Niphargus aggtelekiensis*en észleltek teljes összhangban állanak az irodalmi adatokkal és jól beleillenek abba a képbe, ami a Gammaridák szemének degenerációjáról ma már meglehetősen tisztán áll előttünk. Ezzel a folyamattal ketten is behatóan foglalkoztak már, nevezetesen Vejdovsky (1900, 1905) és Strauss (1909) és annál figyelemreméltóbb, hogy megállapításaik teljesen egybehangzóak. Ezek a megállapítások Strauss szerint abban foglalhatók össze, hogy a degeneráció kifejezetten centripetális irányban halad előre (l. c. p. 80: «Diese Stufenfolge zeigt, dass der Rückbildungsprozess des Sehorgans von der Peripherie allmählich nach den zentraler gelegenen Teilen vorschreitet . . .»)

Ugyanezt fejtette ki Vejdovsky a fokozatos szemdegenerációról szóló elméletében. («Hypothese der fortschreitenden Augendegeneration», Vejdovsky 1905). Vejdovsky részben éppen *Niphargus* fajokon, de főleg a tőle leírt *Bathyonix de Vismesi*-n végzett vizsgálatai alapján jutott a fentemlített felfogásra, Strauss viszont nem kevesebb, mint 15 különböző degenerált szemű Gammarida-fajon végzett igen gondos és részletes összehasonlító anatómiai vizsgálatok alapján. Ha a degenerált szemű Gammaridák újabb, Vejdovskytól és Strausstól figyelembe nem vett irodalmát is hozzávesszük az ő megállapításaikhoz, a centripetális degeneráció elve csak újabb megerősítést nyer. Nem térhetünk ki itt ennek az

irodalomnak részleteire,[1] de annyit megállapíthatunk, hogy a Gammaridák szemének degenerációja talán a legjobban tanulmányozott valamennyi gerinctelen között.

STRAUSS öt stádiumot különböztet meg mintaszerű vizsgálatai alapján a Gammaridák szemdegenerációs folyamatában (l. c. p. 78 ff.). Szerinte először a szem periferikus elemeiben, a kristálykúpokban indul meg a degeneráció és ezek fokozatosan mintegy elolvadnak *(Eusirus minutus, Ampelisca* sp. harmadik szempárja, *Rachotropis diplops, Bathyonix de Vismesi)*.

A második stádiumban a dioptrikus rész már teljesen hiányzik, de a percipiáló elemek még mindig épek *(Liljeborgia*-stádium, «optikailag csökevényes látószerv»: *Liljeborgia dubia, L. consanguinea*, fiatal ♀ *Tryphosa kergueleni, Orchomonella gaussi)*.

A harmadik stádiumban megindul a percipiáló elemek denenerációja is, és vele egyidejűleg a töltéleksejtek burjánzása. (V. ö. *Gammarus chevreuxi* «albino» típus! *Tryphosa*-stádium: idős ♀ és minden ♂ *Tryphosa kergueleni, Cyphocaris Richardi, C. Alicei, Niphargus puteanus, Bathymedon acutifrons, Stegocephaloides valdiviae, Cyphocaris anonyx)*.

A negyedik stádiumban a szem már csak mint hipodermális megvastagodás mutatható ki, de a látóideg még mindig megvan (*Harpinia*-stádium: *Harpinia plumosa*. Ennél is csökevényesebbek: *Niphargus* sp. Lunzból és *N.* sp. a Gabrovitza-barlangból).

Végül az ötödik stádiumban a látótraktus és a szem utolsó maradványai is eltűnnek. *(Andaniexis*-stádium: *Andaniexis abyssi)*. Mint ebből az összeállításból kiderül, a *Niphargus*-fajok érdekes helyet foglalnak el a degenerációs sorban. Egyesek *(Niphargus puteanus)* elérik a *Tryphosa*-stádiumot, mások (*Niphargus* sp. Lunzból, illetve a Gabrovitza-barlangból) a *Harpinia*-stádium alá süllyednek. (V. ö. STRAUSS 1909, p. 77.) A *Niphargus aggtelekiensis* szemdegenerációja még előrehaladottabb stádiumban van, mint a VEJDOVSKY, illetve STRAUSS-féle *Niphargus* sp.-eké, amennyiben az utóbbiakban állítólag két látóideg is van még, míg a *Niphargus*

[1] A kérdés irodalmának összeállításával és kritikai feldolgozásával ugyanis E. W. SEXTON foglalkozik jelenleg, aki erről szóló munkáját a közeljövőben közölni is szándékozik. (V. ö. SEXTON, 1932, p. 355.)

*aggtelekiensis*ben legjobb esetben is csak egy vékony ideget lehet annak tekinteni, de valószínűbb, hogy az sem önálló látóideg, hanem más rostok is vannak benne. Úgy látszik azonban, hogy ezen a ponton a két illusztris szerzőnek, VEJDOVSKYnak és STRAUSSnak egy közös tévedését kell helyesbíteni, mert a tőlük leírt két szemideg közül valószínűleg csak az egyiket lehet annak tekinteni. A VEJDOVSKY- és STRAUSS-féle hátsó szemideg szemmelláthatólag megfelel annak az idegnek, amelyet a *Niphargus aggtelekiensis*ben nervus optico-pseudofrontalisnak neveztünk, tehát valóban a látóideg maradványa. Ellenben a vékonyabb «elülső szemideg» minden valószínűség szerint nem a protocerebrumból indul ki, hanem a tritocerebrum egy idegének, a nervus tegumentariusnak egyik ága, amely már sok félreértésre adott alkalmat. (V. ö. GRÄBER, 1933.) Erre vall az a tény is, hogy STRAUSS szerint «az ideg jól követhető az agy központi tömegébe» (l. c. p. 76), amiből már következtetni lehet arra, hogy esetleg nem is a szóbanforgó agyrészlethez tartozó, hanem csak nagyon szorosan mellette haladó képletről van szó. Különösen ezt a benyomást kelti STRAUSS ábrája (l. c. Taf. VI, Figg. 44). Főleg azonban támogatja feltevésünket az, hogy az ideget a *Niphargus aggtelekiensis*en is sikerült megtalálni, és bár valóban olyan szorosan tapad a protocerebrum ventrális laterális lebbenyéhez, hogy könnyen azt a benyomást kelti, mintha abból indulna ki, tüzetesebb vizsgálattal meg lehet állapítani, hogy tovább halad a tritocerebrum felé ventrális irányba. STRAUSS ábrájához hasonló képet a *Niphargus aggtelekiensis*en is gyakran látni, mert ha az ideget tangenciálisan éri a metszés síkja, néhány metszetben tényleg a protocerebrum fölé kerül egy-egy darabja.

Mindenesetre még így is előrehaladottabb stádiumot képvisel a szemdegenerációban a *Niphargus aggtelekiensis*, mint a szóbanforgó két *Niphargus* sp., mert ez utóbbiakban a «hátsó látóideget» mindkét szerző vastagnak és egészen a hipodermisig terjedőnek írja le, míg a *Niphargus aggtelekiensis* «optico-pseudofrontalis» idege hirtelen elvékonyodik és nem éri el a hipodermist. Ezek szerint tehát a *Niphargus aggtelekiensis* további adattal egészíti ki a STRAUSS-féle degenerációs sort, kitöltve azt a hézagot, amely a hipodermisig terjedő látóidegű, VEJDOVSKY-, ill. STRAUSS-féle *Niphargus* sp. és a teljesen látóidegnélküli *Andaniexis* között

fennáll. Állatunk a STRAUSS-féle degenerációs sornak az utolsó olyan tagja, amelyben még nyomai vannak a látótraktusnak és minden Gammarida közül a legközelebb áll ahhoz a stádiumhoz, amelyben a látókészülék utolsó maradványai is eltűntek. Ilyen módon tehát a *Niphargus aggtelekiensis* szemdegenerációja végeredményben újabb megerősítését jelenti a Gammaridák centripetális irányú szemdegenerációjáról szóló VEJDOVSKY—STRAUSS-féle felfogásnak.

E mellett, ha a nervus optico-pseudofrontalis kettős természetéről fentebb kifejtett feltevésünk helytálló, úgy a *Niphargus aggtelekiensis* még további érvet is szolgáltat ennek a felfogásnak a támogatására. Az a feltevés ugyanis, hogy a szóbanforgó idegben nem kizárólag opticus-eredetű rostok vannak, csakis úgy képzelhető el, hogy ezek a rostok azért adták fel önálló létüket és fuzionáltak más idegelemekkel, mert a látószerv eltűnése következtében teljesen elvesztették eredeti funkciójukat. Vagyis előbb kellett degenerálódnia a látószerv periferikus végkészülékének és csak azután tűnt el, illetőleg szenvedett funkcióváltozást a szervnek az idege.

Ezek után megkíséreljük egybevetni az eddig elmondottakat a *Gammarus chevreuxi*-re vonatkozó megállapításokkal. Ez az egybevetés alkalmasnak látszik arra, hogy választ adjon egy igen fontos és újabban gyakran elhangzó kérdésre: milyen szerepet játszanak a különböző szemmutációk a vak és csökevényes szemű barlangi fajok kialakulásában. Köztudomású, hogy a vak és degenerált szemű barlangi fajok kérdése mindig érzékeny és sokat vitatott pontja volt a származástani elméleteknek, mert hiszen nagyon tetszetős az a feltevés, hogy a barlangi környezet, az állandó sötétség és ennek következtében a látószervek nemhasználása, közvetlen okozati összefüggésben állhatnak a látószerveknek ezekben a fajokban gyakori elcsökevényesedésével. Ezt az összefüggést az orthodox származástan művelői közül igen sokan, így már DARWIN is, felismerték és sokféleképpen igyekeztek értelmezni. A modern kísérleti-örökléstani felfedezések és eszmék térfoglalása

óta azonban mind gyakrabban hangzik el olyan felfogás is, amely a vak fajokat a gyakorta fellépő vak vagy degenerált szemű mutációkkal hozza összefüggésbe és a barlangi környezetet csak másodrendű, nem a faj keletkezése, hanem fennmaradása szempontjából fontos tényezőnek tekinti. (V. ö. BANTA 1921, NACHSTHEIM, 1921.) Ezzel a felfogással szemben természetesen ellenvetések is elhangzottak (v. ö. MACBRIDE 1923, 1925, PETER 1922) és a vita folyamán mindkét részről gyakran használták a Gammaridák szemdegenerációját is érvnek vagy példának (pl. MACBRIDE, NACHTSHEIM, PETER). Az újabb időben már a *Gammarus chevreuxi*-re vonatkozó adatok is belekerültek a vitaanyagba, így legutóbb SEXTON révén, aki szerint a vak fajok kialakulásának megítélése szempontjából fontos körülmény, hogy degenerált szemű, sőt vak típusok aránylag igen rövid idő alatt előállíthatók voltak a *Gammarus chevreuxi* tenyésztése alkalmával (SEXTON 1932, p. 357). Ez a kijelentés sem maradt ugyan válasz nélkül, amennyiben CUNNINGHAM (1932) tagadja a *Gammarus chevreuxi* mutánsainak törzsfejlődéstani szempontból való jelentőségét és egyszerűen degenerációs jelenségeknek tartja őket, azonban ez az újabb vita is csak azt mutatja, hogy a törzsfejlődéstan szakembereinek érdeklődése a Gammaridák szemének degenerációja felé fordult. Ez a körülmény érthető is, mert a Gammaridák családjában mutatkozó szemdegenerációs jelenségek különlegesen alkalmasnak látszanak arra, hogy a vak fajok kialakulásának kérdését megvilágítsák.

Ebben a családban, mint láttuk, a szemdegeneráció törzsfejlődésbeli folyamatát igen részletes és alapos vizsgálatoknak vetették alá, úgyhogy ma talán nincs még egy állatcsoport, amelyben ez a folyamat ennyire ismert és amellett ennyire egyértelmű megállapításokra vezetett volna. Ugyanakkor a Gammaridák sorában mutáció gyanánt fellépett szemdegeneráció esetei is ismeretesek és ezeket ismét olyan alapossággal és részletességgel vizsgálták meg, mint kevés más mutációt. Azt mondhatjuk, hogy a *Drosophila* fajok után a Gammaridák családjában ismeretes legrészletesebben a látószervek mutatív degenerációja, sőt több szempontból jobban ismerjük ezt a folyamatot a *Gammarus chevreuxi*-ben, mint a Drosophilák mutánsaiban.

A Gammaridák esetében tehát abban a szerencsés helyzetben

vagyunk, hogy úgy a törzsfejlődésbeli, mint pedig a mutatív szemdegenerációt igen közel rokonfajokon vehetjük vizsgálat alá, ami az eddigieknél tüzetesebb egybevetést tesz lehetővé.

Különös módon azonban az eddigi fejtegetések és viták alkalmával nem használták ki ezt a kínálkozó kedvező lehetőséget, hanem vagy csak törzsfejlődésbeli, vagy csak mutatív szemdegeneráció szempontjából foglalkoztak a Gammaridákkal és a megfelelő kiegészítőpéldákat más-más állatcsoportból vették. E tekintetben talán az egyetlen MacBride alkot kivételt, aki elsőnek kísérelte meg a Gammaridák családjában mutatkozó filogenetikai és mutatív szemdegenerációs folyamatot egybevetni, azonban csak nagyon töredékes adatok alapján.[1] Ezek a körülmények teszik megokolttá tehát, hogy ezzel a kérdéssel itt foglalkozzunk.

Ha azonban csak egy pillantást vetünk is a *Gammarus chevreuxi* degenerált szemű mutánsainak szemszerkezetére, illetve ennek a szerkezetnek a kialakulására, azonnal nyilvánvalóvá lesz, hogy ezek a mutáció gyanánt fellépett szemdegenerációs jelenségek nem állanak összhangban a Gammaridák törzsfejlődésbeli szemdegenerációjáról szóló ismereteinkkel.

Már a mutánsok embrionális szemfejlődéséről elmondottak is azt mutatják, hogy ha az ú. n. biogenetikai alaptörvény vagy szabály — akár fenntartásokkal is — érvényes, úgy a *Gammarus chevreuxi* degenerált szemű mutánsai éppen az ellenkezőjét bizonyítanák annak, amit számos búvár a törzsfejlődésre nézve megállapított. Míg ugyanis a filogenezis folyamata egybehangzó megállapítások szerint kifejezetten centripetális irányú, addig a *Gam-*

[1] MacBride a filogenetikai szem-degenerációra nézve mindössze Schneidernek 1865-ből való, a clausthali sóbányák Gammarusának szem-redukcióját tárgyaló dolgozatát (v. ö. Strauss 1909, p. 41), továbbá Vejdovsky munkáit (Vejdovsky 1900, 1905) idézi, a *Gammarus chevreuxi* szem-mutációira nézve pedig csupán Allen és Sexton (1920) külső morfologiai leírására hivatkozik. Igen figyelemreméltó, hogy MacBride ennek ellenére ugyanarra a megállapításra jut, mint a jelen sorok, amit bizonyítanak cikkének (MacBride, 1923, p. 84) következő sorai: «We see that the natural reduction of the eyes of Gammarids due to loss of function has pursued a totally different course from that indicated by the pathological mutations described by Allen and Sexton.»

marus chevreuxi szemének degenerációja az ontogenezis folyamán, mint láttuk, centrális gátlásra vezethető vissza és nyoma sincs benne annak a centripetális fejlődésmenetnek, amit a törzsfejlődés folyamatában fel kell tételeznünk.

De ha eltekintünk is az embriológiai eredményektől, pusztán az összehasonlító anatomiai tények alapján is erre a megállapításra kell jutnunk. Láttuk ugyanis, hogy a *Gammarus chevreuxi* szerkezet-mutáns típusú szemeiben a dioptrikus elemek, ha rendszertelenül és rendezetlenül is, de megtalálhatók, ugyanakkor azonban a retinula már nagymértékben degenerálódott. A Gammaridaszemek törzsfejlődésbeli degenerációjára nézve pedig éppen ennek az ellenkezőjét állapították meg: a legelső elemek, amelyek áldozatul esnek a degenerációnak, éppen a szem dioptrikus részei és a retinula még teljesen ép, amikor ezek már végkép eltűntek. (V. ö. STRAUSS, *Liljeborgia*-stádium.) Hasonlóképpen a *Gammarus chevreuxi* degenerált szeme még nagy sejttömegekből áll (főleg a tölteléksejtek túlburjánzása folytán), ugyanakkor pedig a szemideg már degenerálódott. A Gammaridaszem törzsfejlődésbeli degenerációja viszont azt mutatja, hogy a retinula degenerációja már az ú. n. *Tryphosa*-stádiumban kb. olyan mértékű, mint a *Gammarus chevreuxi*-é (v. ö. STRAUSS 1909, Taf. VI. Fig. 36), a szemideg azonban még az ú. n. *Harpinia*-stádiumban is megvan, amikor pedig a szemnek alig van már nyoma és jelentéktelen hipodermisvastagodássá degenerálódott (v. ö. STRAUSS 1909, Taf. VI. Fig. 43). Különösen meggyőzőek e tekintetben, mint láttuk, a *Niphargus*-fajok, amelyek közül egyesekben már a hipodermisvastagodás, a szem utolsó csökevénye is eltűnt, de a látóideg még mindig megtalálható (v. ö. STRAUSS 1909, Taf. VI. Fig. 44, VEJDOVSKY 1900, Taf. I. Fig. 10), míg a *Niphargus aggtelekiensis*ben, ahol a látóideg degenerációja is megindul, ez feltehetőleg szintén centripetális irányban halad előre.

Mindezek alapján nyilvánvaló, hogy a Gammaridaszemek degenerációjának filogenetikai folyamatába, ahogy azt a különböző, főleg összehasonlító-anatomiai vizsgálatok egybehangzó eredményei alapján ismerjük, sehogysem illik bele a szemdegenerációnak

az a módja, amelyet a *Gammarus chevreuxi* mutánsain megállapítottunk. Sőt úgy látszik, mintha a két folyamat éppen ellentétes volna, mert míg a törzsfejlődésbeli szemdegeneráció kimondottan centripetális folyamat, addig a *Gammaru chevreuxi* szemének mutatív degenerációja inkább centrifugálisnak nevezhető. Ezen az úton tehát nem juthatunk közelebb a mutációk törzsfejlődésbeli szerepének tisztázásához. A mai biológiának ez a — talán legnehezebb és legégetőbb — kérdése továbbra is megoldatlan marad. A tárgyalt konkrét esetek és a Gammaridák családjában mutatkozó filogenetikai és mutatív szemdegenerációk tüzetes egybevetése tehát legfeljebb arra alkalmas, hogy még élesebb világításba helyezze a fennálló ellentéteket és rámutasson arra, milyen távol vagyunk ennek a kérdésnek a megoldásától. Sőt úgy látszik, hogy ettől az elmondottak alapján még csak eltávolodtunk, mert a mutációelmélet, ahogy azt a tárgyalt konkrét esetben alkalmazták (NACHTSHEIM 1921, SEXTON 1932), nem nyert megerősítést és a maga merevségében nem látszik alkalmasnak arra, hogy maradék nélkül megmagyarázza a Gammaridaszemek degenerációját és így általában a vak fajok kialakulását.

Összefoglalás.

1. A *Gammarus chevreuxi* normális és mutáns típusain végzett vizsgálatok szerint az ebben a fajban mutációk gyanánt fellépő szemdegeneráció («albino»-típus) úgy anatomiai, mint fejlődéstani tekintetben centrifugális jelenség, vagyis a csökevényesedés proximális helyzetű gátlási centrumól disztális irányba halad.

2. A *Niphargus aggtelekiensis*, az aggteleki cseppkőbarlang vak Gammaridája teljesen elvesztette látószervét és annak idegelemei is nagymértékben csökevényesek.

3. A *Niphargus aggtelekiensis*en észleltek összhangban állanak az irodalom adataival, amelyek szerint a Gammaridák szemének degenerációja a törzsfejlődés folyamán centripetális irányban halad előre. A *Niphargus aggtelekiensis* a STRAUSStól a Gammaridákra nézve felállított degenerációs sornak végén foglal helyet és

legközelebb áll ahhoz a stádiumhoz, amelyben a látószerv és ideg-elemei teljesen eltűntek.

4. A *Gammarus chevreuxi* mutatív szemdegenerációja és a Gammaridaszem filogenetikai degenerációja ellentétes folyamatok és ezért nem látszik valószínűnek, hogy a mutációs elmélettel a Gammaridaszemek degenerációját maradék nélkül meg lehessen magyarázni.

Irodalom.

ALLEN, E. J. és E. W. SEXTON (1917): «The loss of eye pigment in Gammarus chevreuxi. A mendelian study.» J. Mar. Biol. Ass. N. S. **9.**

ALLEN, E. J. és E. W. SEXTON (1920): «Eye colour in Gammarus». J. Genet. **9.**

BANTA, A. M. (1921): «An eye-less Daphnid with remarks on the possible origin of eye-less cave animals». Science, **53.**

CUNNINGHAM, J. T. (1932): «Degenerative mutations». Nature, London, **130.**

DELLA VALLE, A. (1893): «Gammarini». Fauna und Flora d. Golfes v. Neapel, **20.**

DUDICH, E. (1932): «Biologie der Aggteleker Tropfsteinhöhle «Baradla» in Ungarn». Spelaeologische Monographien, Wien, **13.**

FORD, E. B. (1928): «The inheritance of dwarfing in Gammarus chevreuxi». J. Genet. **20.**

FORD, E. B. és J. S. HUXLEY (1927): «Mendelian genes and rates of development in Gammarus chevreuxi». Br. J. Exp. Biol. **5.**

GRÄBER, H. (1933): «Über die Gehirne der Amphipoden und Isopoden». Z. Morph. Ökol. Tiere, **26.**

HANSTRÖM, B. (1924): «Untersuchungen über das Gehirn, insbesondere der Sehganglien der Crustaceen. Ark. Zool. **16.**

HERBST, C. (1900): «Über die Regeneration von antennenähnlichen Organen an Stelle von Augen III. und IV.» Roux Arch. **9.**

HOLMGREN, N. (1916): «Zur vergleichenden Anatomie des Gehirns von Polychaeten, Onychophoren etc.» Kon. Sv. Vetens. Akad. Handl. **56.**

HUXLEY, J. S. (1921): «Linkage in Gammarus chevreuxi». J. Genet. **11.**

HUXLEY, J. S. (1923): «Further data on linkage in Gammarus chevreuxi». Brit J. Exp. Biol. **1.**

HUXLEY, J. S. (1928): «Sexual difference of linkage in Gammarus chevreuxi». J. Genet. **20.**

HUXLEY, J. S. és A. WOLSKY (1932): «Structure of normal and mutant eyes in Gammarus chevreuxi». Nature, London, **129.**

MACBRIDE, E. W. (1923): «The present position of the Darwinian theory». Science Progress, **18.**

MacBride, E. W. (1925): «The blindness of cave animals». Nature, London, **116.**

Nachtsheim, H. (1921): «Die Rückbildung der Augen durch Mutation bei Drosophila». Naturw. Wochschr. N. F. **20.**

Peter, W. (1922): «Augenlose Höhlentiere, Mutationstheorie und Lamarckismus». Naturwiss. Wochschr. N. F. **21.**

Schatz, E. (1929): «Bau und Entwicklung des Auges von Gammarus». Z. wiss. Zool. **135.**

Sexton, E. W. (1913): «Description of a new species of brackish-water Gammarus (G. chevreuxi n. sp.)». J. Mar. Biol. Ass. **9.**

Sexton, E. W. (1924): «The moulting and growth-stages of Gammarus, with descriptions of normals and intersexes of Gammarus chevreuxi». J. Mar. Biol. Ass. **13.**

Sexton, E. W. (1928): «On the rearing and breeding of Gammarus chevreuxi in laboratory conditions». J. Mar. Biol. Ass. **15.**

Sexton, E. W. (1932): «Degeneration and loss of the eye in the amphipod Gammarus chevreuxi Sexton. Part. I.» J. Mar. Biol. Ass. **18.**

Sexton, E. W. és A. R. Clark (1926): «New mutations in Gammarus chevreuxi Sexton». Nature, London, **117.**

Sexton, E. W. és A. R. Clark (1933): «Further mutations in the amphipod Gammarus chevreuxi Sexton». Nature, London, **131.**

Sexton, E. W., A. R. Clark és G. M. Spooner (1932): «Some new eye-colour changes in Gammarus chevreuxi Sexton. Part II.» J. Mar. Biol. Ass. **18.**

Sexton, E. W. és J. S. Huxley (1921): «Intersexes in Gammarus chevreuxi and related forms». J. Mar. Biol. Ass. **12.**

Sexton, E. W. és A. Matthews (1913): «Notes on the life history of Gammarus chevreuxi». J. Mar. Biol. Ass. **9.**

Sexton, E. W. és C. F. A. Pantin (1927): «Inheritance in Gammarus chevreuxi Sexton». Nature, London, **119.**

Sexton, E. W. és M. B. Wing (1916): «Experiments on the mendelian inheritance of eye-colour in the amphipod Gammarus chevreuxi». J. Mar. Biol. Ass. **11.**

Spooner, G. M. (1932): «An experiment on breeding wild pairs of Gammarus chevreuxi at high temperature, with an account of two new recessive types of red eye». J. Mar. Biol. Ass. **18.**

Strauss, E. (1909): «Das Gammaridenauge». Wiss. Ergebn. Deutsch. Tiefsee-Exped. **20.**

Thore, S. (1932): «Über Statocysten und Frontalorgane bei Gammarus pulex und Gammarus locusta». Zool. Jahrb. Anat. Ontog. **55.**

Vejdovsky, F. (1900): «Über einige Süsswasseramphipoden II. Zur Frage der Augenrudimente von Niphargus». Sitzber. Kgl. Böhm. Ges. Wiss. Math. Natwiss. Kl.

VEJDOVSKY, F. (1905): «Über einige Süsswasseramphipoden III. Die Augenreduktion bei einem neuen Gammariden aus Irland, etc.» Sitzber. Kgl. Böhm. Ges. Wiss. Math. Natwiss. Kl.

WOLSKY, A. (1932): «Experimentelle Erzeugung heteromorpher Regeneration am Auge des Sumpfkrebses, etc.» Arb. ung. biol. Forschungsinst. **5.**

WOLSKY, A. és J. S. HUXLEY (1934): «The structure and development of normal and mutant eyes in Gammarus chevreuxi». Proc. Roy. Soc. B. **114.**

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

PHYLOGENETISCHE UND MUTATIVE DEGENERATION DES GAMMARIDENAUGES.

Von S. WOLSKY.

Ein Vergleich der Ergebnisse früherer Untersuchungen über die mutative Degeneration der Augen von *Gammarus chevreuxi* (vgl. HUXLEY und WOLSKY 1932, WOLSKY und HUXLEY 1934), sowie über die phylogenetische Rückbildung des Sehorgans bei *Niphargus aggtelekiensis* (bisher unveröffentlicht, vgl. DUDICH 1932, p. 82) führte zu folgenden Feststellungen:

1. Die bei *Gammarus chevreuxi* in Form von Mutationen auftretende Degeneration der Augen ist sowohl in anatomischer, als auch in embryologischer Hinsicht eine zentrifugale Erscheinung, d. h. die Degeneration hat einen proximal liegenden Mittelpunkt, in welchem die normale Ausbildung der Elemente am stärksten gehemmt ist, und aus welchem die Rückbildung in distaler Richtung fortschreitet (vgl. WOLSKY und HUXLEY 1934).

2. *Niphargus aggtelekiensis*, eine in der Aggteleker Tropfsteinhöhle «Baradla» (Oberungarn) endemisch vorkommende blinde Gammaride (vgl. DUDICH 1932) verlor das Sehorgan im Laufe der stammesgeschichtlichen Entwicklung vollkommen, und auch die Nervenelemente des Organs sind in hohem Grade rudimentär.

3. Die Rückbildung des Gammaridenauges während der Stammesgeschichte ist auf Grund der betreffenden Literaturangaben als ausgesprochen zentripetaler Prozess zu bezeichnen, d. h. der Degeneration fallen zuerst die distalen Augenelemente zum Opfer, und der Prozess greift dann immer tiefer liegende Elemente an (vgl. VEJDOVSKY 1905, STRAUSS 1909). Diese Auffassung wird auch durch die an *Niphargus aggtelekiensis* erzielte Befunde unter-

stützt und bestätigt. Die Art steht hinsichtlich der Augenrückbildung jenem letzten Stadium des Rückbildungsprozesses am nächsten, in welchem die Sehorgane und ihre Nervenelemente schon vollkommen verschwunden sind (*Andaniexis*-Stadium von STRAUSS).

4. Die mutative Rückbildung der Augen von *Gammarus chevreuxi* und der allgemeine Typ der stammesgeschichtlichen Degeneration des Gammaridenauges scheinen also entgegengesetzte Prozesse zu sein, weshalb die Auffassung, dass die Rückbildung des Gammaridenauges während der Stammesgeschichte mit dem Auftreten blinder, oder defektäugiger Mutanten zu erklären ist (vgl. NACHTSHEIM 1921, SEXTON 1932), wenig begründet erscheint. (Vgl. auch MACBRIDE 1923, 1925, CUNNINGHAM 1932, u. a.)

Erklärung zur Abb. 1: Gehirnstruktur von Gammariden, nach Schnittserien rekonstruiert. *a*, *Gammarus chevreuxi* normal, *b*, derselbe «Albino» Mutant, *c*, *Niphargus aggtelekiensis*. (*a* und *b* nach WOLSKY u. HUXLEY 1934, mit Genehmigung der Royal Society (London) abgedruckt, *c*, original.) Abkürzungen wie in ungarischer Erklärung.

Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1933.)

A MEGTAPADÓ (SESSILIS) VÍZI CSIGÁK KÖRNYEZETTANI STB. JELLEMZÉSE AZ ANCYLIDÁKON VÉGZETT SZÖVETTANI VIZSGÁLATOK ALAPJÁN.

ROTARIDES MIHÁLY-tól.

(Készült a Magyar Biologiai Kutatóintézetben, igazgató: Entz Géza és a szegedi Ferencz József Tudományegyetem Általános Állattani Intézetében, igazgató: Gelei József.)

I. Bevezetés. A csigák egyes különleges életmódot folytató fajai hajlamot mutatnak a zsigertömlő külső kanyarulatos formájának az elvesztésére. Ez több módon nyilvánulhat meg: 1. a test a perlaterális síkban megnagyobbodott és bizonyos mértékben részarányossá vált (planktontikus fajok, *Glaucus*), 2. a zsigertömlő kanyarulatos formáját azáltal vesztette el, hogy többé vagy kevésbbé egyenes csőszerűvé vált (sessilis formák, *Vermetus*, egyes élősdiek), 3. a héj lapos kúpalakúvá vált (erősen mozgó vízben élő, korlátozott helyváltoztatású fajok, *Patella*, *Ancylus*, egyes külső élősdiek).

Megállapítást nyert, hogy a kanyarulatos zsigertömlőjű édesvízi fajok *(Limnaeák)* erősen mozgó vízben élő egyénei: 1. kényszerülnek megtapadni szilárd alzaton, 2. tekercsük megrövidül, 3. héjuk szájadéka kibővül, 4. héjuk megvastagszik. Lényegileg ez sem más, mint hajlamosság a külső kanyarulatosság elvesztésére. Az ilyen egyének lába tömzsi, talpuk körvonala ovális alakú, lábnyelük rövid, kevéssé mozgékony.

Tehát a sessilis életmódra való hajlam példáiként részint organizatórikus (állandósult), részint pedig a regulatórikus alkalmazkodás révén létrejött (időleges) alakokat ismerünk.

Párhuzamba állíthatók a tornyosházú, illetőleg a zömökebb, megrövidült kanyarulatú, széles héjszájadékkal bíró Limnaeák a holorheotypicus, illetőleg tigmorheotypicus formákkal (GELEI, l. c.). A vízmozgástól nem zavart aktívabb helyváltoztatók a holorheotypicus formát közelítik meg, az élénk vízmozgás következtében sessilitásra hajlamos megtapadó, lassan csuszkáló Radix-csoport pedig a tigmorheotypicus formák mellé állítható.

Korábbi vizsgálataimban kiterjeszkedtem a kúpos vagy laposhéjú tengeri fajok izomzatára is s e vizsgálatok eredményeként megállapíthatom, hogy az izomzat ezeknél a fajoknál is megfelel az általános típusnak, ami azt jelenti, hogy a fajok kialakulása folyamán először valóban azok viselkedése változik meg, aztán külső alakjuk módosul s csak ezeknek következményeképpen, tehát másodlagosan módosulnak a testfal szervei.

A Pulmonáták csoportjában három alaptípus mutatkozik: 1. rendes kanyarulatos formák, 2. csökevényeshéjú formák (házatlan csigák, ragadozó fajok), 3. sessilitásra hajlamos csúszkáló formák (kifejezetten kúposhéjú *Ancylusok* és a megrövidült tekercsű *Radix*-fajok, szemben a vékony és mozgékony lábnyelű, inkább kapaszkodásra képes *Limnaea stagnalis*-szal). Az izomzat tekintetében e formák sem mutatnak lényegbevágó anatómiai eltérést az általános típustól, noha mivel a Pulmonáták általában erősen módosult formáknak tekinthetők, természetesen a testfaluk is más habitusú, mint a Prosobranchiátáké. A vízi és szárazföldi tüdőslégző csigák testfalának alkotása azonban úgy az izom- és kötőszövetelemek, mint bizonyos mértékig a mirigyek tekintetében is megegyezőnek mondható. Az izom- és kötőszövetelemek viszonyát tekintve itt nem annyira a medium, hanem inkább a táplálkozás természete az irányadó. Az általános Pulmonata-habitusú testfaltól a legjobban tér el a ragadozó életmódot folytató *Daudebardia* testfala, melynek úgy izom- mint kötőszövetelemei erőteljességüknél fogva különlegesen a ragadozó életmódra alakultak ki.

II. Leírás. A hazai édesvízi tüdőscsigák között két olyan fajt ismerünk, melyek csúszkáló, de korlátozott helyváltoztatású, sessilitásra hajlamos megtapadó fajok és egyben kúpos héjalakkal bírnak: ezek az *Ancylus*-félék családjába tartozó *Ancylus fluviatilis* és az *Acroloxus lacustris*. Az *Ancylus fluviatilis* héja magasabb, erő-

sebb. Ez patakokban, nagyobb folyóvizekben, szóval kimondottan mozgó vízben él. Az *Acroloxus lacustris* ezzel szemben az állóvizek lakója, kisebb és nagyobb állóvizekben is előfordul, héja az előbbi fajénál alacsonyabb, de egyben vékonyabb, törékenyebb is, lába valamivel megnyúltabb. Hesse az *Ancylus fluviatilis*-t azok között a fajok között említi, melyek mint mozgó vízben élők kedvező alakkal bírnak, kevés megtámadható felületük van. Kérdés, hogy mivel magyarázzuk ezután azt, hogy az *Acroloxus lacustris*-nak még kevesebb megtámadható felülete van, holott nem is mozgó vízben él. Bármiképpen is ítéljük meg a dolgot, az alakja az *Acroloxus*-nak sem kedvezőtlen, mert a meglehetősen alacsony héjtól teljesen födött lágy részek teljesen be vannak borítva, s így meg vannak védve az állatok támadása ellen. A balatonparti nádasokban ez a faj többnyire a nádszárakon tapad meg s itt hullámzás is érheti, de előfordul kisebb és növényzetben dús vizekben, így Újszegeden egy artézikút levezető árkában, ahova behurcolás útján került. Ebben a kicsinynek mondható élettérben igen nagy számban fordulnak elő feltűnően csenevész egyedei. (Az élettér nagysága és az egyedek nagysága közötti korreláció.)

A két vizsgált faj bőre a következő helyeken áll magasabb sejtekből: a talpon, annak szegélyén azonban elég hirtelen törpülve el, az oszlopizom héjhoz tapadó részénél, a köpenyszegélynek különösen a test felé fordított részén és kívül is a héjképző árokban. Magasabb bőrréteg borítja a tapogatók csúcsrészét, a tőrészek felé fokozatosan keskenyedve el. Az ivarnyílás környékén is magasabb a bőr. A bőrsejtek felületi metszetekben ötszögűek, kontúrjok vékony, közöttük a mirigyszájadékok jól felismerhetők, a legnagyobb szájadékuk az acidophil (vagy fehérje-) mirigyeknek van, ezek kivezető csatornája meghaladja nagyság tekintetében a bőrsejteket. Csillók borítják a talpat csaknem egész szélességében, csak éppen a talp legszélén van egy csillómentes öv, az, amely megtapadáskor legörbül. A csillók a talpat annak egészen hátsó végéig egyenletesen fedik. A peristomális talprész, valamint a tapogatók magasabb sejtektől borított csúcsrésze is csillós.

A Basommatophorák subepitheliális mirigyeivel, noha az utóbbi időben a szárazföldi csigák mirigyei kedvenc témáját képezik a kutatóknak, kevesen foglalkoztak, akik között főként

HERFS-et kell megemlíteni. Az *Acroloxus lacustris* mirigyeiről egészen röviden magam is megemlékeztem. Az *Ancylus fluviatilis*-nél általában ugyanazokat a mirigyeket találtam, mint az *Acroloxus lacustris*-nál, a legfontosabb eltérést a két faj között abban látom, hogy az előbbinél nagyobb számban lépnek fel az acidophil mirigyek. Mivel a Basommatophorák subepitheliális mirigyei egy lényeges vonásban, nevezetesen abban különböznek a Stylommatophoráktól, hogy az utóbbiak lábimirigyét itt a subepitheliális előtalpi mirigyek helyettesítik, csak nagyjában követhetjük a ROTH-féle, a *Helix pomatia* mirigyeire vonatkozó terminológiát.

A talpban négyféle mirigyet különböztethetünk meg:

1. Az előtalpi mirigyek főként a talpnak a mellső részén alakultak ki, de végig követhetők csaknem a talp végéig, mert a talp szegélyétől bizonyos távolságban képeznek egy-egy csoportot, hátrafelé haladólag azonban kisebbek lesznek és számuk is megkevesbedik. Ezek hasonlók a HERFS-től csomósmirigyeknek («Paketdrüsen») nevezett sejtekhez, melyeket ő a *Zebrina detritus* nevű szárazföldi fajnál talált. Ha nem is oly jellemzően, mint a *Zebriná*-nál, de nagyjában itt is csomókat alkotva helyezkednek el, hólyagos plasmájuk haemalauntól kevésbbé élénken festődik, mint a talpi mirigyeké, magjuk a sejt középrészén helyezkedik el. Ezekhez hasonló basophil mirigyeknek egy-egy hatalmas csoportját találjuk a szájtól jobbra és balra; a talp legmellső részén, a száj közelében nyílnak. Megfelelnek a Basommatophorák szájlebenyi mirigyeinek vagy az ú. n. SEMPER-féle testeknek.

2. A talpi mirigyek különösen a talp középrészeire jellemzők, az előbbieknél kisebbtestűek és rövidebbek is, nagy granulumokkal vannak telve, melyek haemalautól igen élénk lilaszínűre festődnek.

3. Acidophil mirigyek vagy fehérje mirigyek a talpban szétszórtan mindenütt találhatók, bár itt kisebbek, mint a testfalban. Helyesebbnek látom ezeket acidophil mirigyeknek nevezni, mert a fehérjemirigy elnevezés már le van foglalva az ivarszervnek egy mirigyére.

4. Ugyancsak acidophil mirigyek egy-egy hatalmas csoportját találjuk a tapogatók tövénél és a szájrészek alatt a haránt ránc környékén. Színeződés tekintetében megegyeznek az előbbiekkel,

de tartalmuk nem homogén, mint azoké, hanem nagy granulumokkal vannak telve.

A test oldalsó részeinek, az ú. n. lábhátnak a mirigyei különösen a talppal párhuzamos frontális metszetben tűnnek jól elő, mert kivezető részük is többnyire beleesik ebbe a metszési síkba. Itt kétféle mirigyet találunk, ugyanazokat, amelyek a Stylommatophorák lábhátára is jellemzők és a többi édesvízi Pulmonátáknál is hasonlóan lépnek fel:

1. Többé vagy kevésbbé élénken színeződő köpenymirigyek, melyek plasmája fonalkás vagy alveoláris szerkezetet mutat. Ezek az egész kerületen egyenlően vannak elosztva.

2. Acidophil mirigyek homogén tartalommal. Bunkóalakúak akár az előbbiek, de megnyúltabbak. Szintén egyenletesen vannak elosztva.

Keresztmetszetek tanúsága szerint mindkét említett mirigysejtféleség száma és nagysága a lábnyél felső része felé csökken, ami általános jelenség a többi fajoknál is. A vizsgált két fajnál ezek a mirigyek két helyen lépnek nagyobb számban fel: 1. a talp és lábhát által alkotott szögletben, 2. a köpenytől takart testfal alsó részében, ahol szemben a köpenyben is hasonló kialakulásban találjuk őket. A mirigysejtek meglehetősen egyenletesen vannak elosztva a köpenyen, úgy annak mellső, mint hátsó részein. Igen nagyszámúak és nagyok ezek a mirigyek a láb végén is.

A lábizomzat kétféle elem szövedéke, részben az oszlopizomzat és részben a tulajdonképpeni lábizomzat alkotja. A kétféle elem azáltal lép egymással szoros kapcsolatba, hogy a talp felé összeszövődik egymással Az oszlopizomnak ezeknél a sessilis formáknál más és fontosabb szerep jut, mint a csavarómozgásra képes karcsú lábnyelű, tornyosházú formáknál, t. i. a láb megtapadóképességét fokozza. Az oszlopizomzat rostjai jobbról és balról két hatalmas kötegben, mely önmagában is még több kötegcsoportra oszlik, a transzverzális síkban fut le a talp felé. Főtömege kb. arra a tájékra esik, ahol a ventrális ducok helyezkednek el. Hátrafelé az oszlopizom elvékonyodik, de mindenfelől folytonos réteget alkotva veszi körül a szerveket. Az egyes izmok a héjtól födött hát bőre előtt közvetlenül fibrillumokra pamatolódnak szét. Fibrilláris szerkezetet árulnak el itt maguk az epithelium-sejtek is. Hogy ezek a

fibrillumok folytatásai-e az izomfibrillumoknak, az nem volt eldönthető. A bőrsejtek u. i. mindkét végükön éles membránával végződnek. Az oszlopizomzat belül eső rostkötegei megkerülik a zsigertömlőt és a jobb- meg a baloldal rostjai a szervek alatt, a test középvonalában keresztezik egymást. Ezért találjuk frontális metszetekben éppen a láb középrészén a legsűrűbb izomzatot. Az izmok aztán sugarasan divergálva haladnak a talp felé, fibrillumokra pamatolódnak szét és egészen a bőrig követhetők, ahol a sejtek határán eltűnnek. Az oszlopizom kívüleső rostjai, a nélkül, hogy kereszteznék egymást, de szintén sugarasan divergálva haladnak a talp szegélyrésze felé, és ugyancsak közel a talp bőréhez szintén fibrillum-csoportokra oszlanak szét.

Az oszlopizom laterális elvégződésénél a köpenyben is, annak külső szélével párhuzamosan sűrűn, indulnak ki rostok, egy darabig a transversális síkban közös kötegben haladnak a szegély felé, ott azonban divergálnak és befelé irányulnak. A köpeny tőrészén elég sűrűn találhatók kisebb köpenymirigyek, melyek a sűrű rostköteget áttörik és a héj alatt szájadzva, a köpenyfelület csúszóssátételére szolgálhatnak. Ez a köpenyizomzat az oszlopizom derivátumaként tekinthető, mert ezzel szomszédosan ered, ugyanúgy halad és ugyanúgy divergál is.

A test hátsó vége felé az oszlopizom rostjai a transzverzális sík irányából a szervtömlő miatt kitérnek.

A tulajdonképpeni lábizomzat elemei közül a transzverzális és a hosszanti izmok vannak kifejezetten képviselve, míg a diagonális transzverzálisok elmosódók. A transzverzális rostok nagy része a talp bőréhez egészen közel fut le.

A harmadik izomrendszer a «testfal» izomrendszere, az az izomzat, amely a köpenytől takart laterális részeken és vele szemben hasonló kialakulásban a köpeny belső oldalán is közvetlenül a bőr mögött következik. Főtömegét mindjárt a bőrt követőleg olyan rostok képezik, melyek a frontális síkkal többé vagy kevésbbé parallel futnak le és mint egy pseudocirkuláris réteg körülövezik az egész testet. Ezek a rostok az állat hátsó testvége felé, ott, ahol az oszlopizom tömege elvékonyodik, azzal bizonyos mértékig össze is szövődnek. Itt-ott egyes ferde lefutású rostok válanak ki, melyek így az oszlopizmot az állat hátsó testvége felé kötegcsoportokra

osztják fel, miáltal a kép egészen hasonlóvá válik ahhoz, amelyet a *Patellá*-nál látunk, melynél az oszlopizomzat harántizmok közbeiktatása által csoportokra oszlik és külső megjelenésében mintegy szelvényezettnek látszik.

Ami a kötőszövetnek az izomzathoz való viszonyát illeti, meg kell állapítanunk, hogy itt az oszlopizom hatalmas kifejlődése a kötőszövetet kissé háttérbe szorítja. A leglazább szerkezetű a lábszegély, ahol a kötőszöveti sejtek határai el is mosódnak. Igen laza és nagy szabad tereket mutat a köpeny is. Hólyagos kötőszöveti sejtek a zsigertömlő alatt, az oszlopizom rostjainak kereszteződésétől jobbra és balra lépnek fel jellemzően. A test vége felé, ott, ahol az oszlopizom rostjai ritkásabban sorakoznak, az egyes izomnyalábok közötti teret szintén hólyagos kötőszöveti sejtek töltik ki.

III. Összefoglalás és következtetések. Az Ancylusokat joggal sorakoztathatjuk azokhoz a fajokhoz, melyek a substratumon hosszabb ideig megtapadásra képesek s mint ilyenek a sessilis életmódra hajlamosak. Jellemzőnek kell e szempontból ítélnünk az oszlopizom alkotását, nevezetesen azt, hogy bár főtömege a test mellső részére esik, mégis mint egy egységes hüvely minden oldalról körülveszi a szerveket s rostjai sugarasan divergálva futnak le az ovális körvonalú talp felé. Jellemző ezenkívül az oszlopizomnak rövid, erős egységes és szimmetrikus kialakulása. Egységes volta csak a tüdőnyílás és az ivarnyílás táján van megzavarva. Ez konvergens jelenség, mely az összes kúpalakú héjjal bíró formáknál fellép és a sessilis életmóddal hozható kapcsolatba. Mint a környezettani szempontból kedvező és ennélfogva védett fajoknak, az *Ancylus*-oknak is egyszerű szervezetük van. Ez az egyszerűség az izomzat elemezhetőségében is kifejezésre jut; az oszlopizom, a lábizomzat és a testfal izomzata jól elkülöníthetők egymástól. Ezért joggal sorakoztathatók az *Ancylus*-ok oikológiai tekintetben a Prosobranchiatáknak ahhoz a környezettani csoportjához, mely a littorális zóna hullámzási övében él; itt kevés ellensége lévén, szervezetének nem volt szüksége bonyolultabb kialakulásra és egyszerű maradt.

Mivel az izomzat lényeges vonásaiban, tehát összetevődését és a rostirányokat illetőleg mégsem különbözik jelentékenyen az általános típustól, leszögezhetjük azt is, hogy ezeknek a fajoknak

különleges kialakulásánál a környezethatással kapcsolatban a fajok viselkedésének és külső alakjának megváltozása kellett hogy legyen az első lépés, melynek az izomzat átalakulása már csak mintegy következményeként tekinthető.

A csigák testfalában, illetőleg lábában mindenütt megkülönböztethető centrális és peripheriális kötőszöveti zónák közül a peripheriális lábszegélyi zóna alakult ki jellemzően, hasonlóan a többi megtapadó talpú fajokhoz, míg a központi redukált: 1. részben azért, mert a héj tengelyének megrövidülésével a zsigertömlő mintegy belesüllyedt a lábba, de 2. azért is, mert a héjtól teljesen fedett állatnak behúzódásra nincs olyan mértékben szüksége, mint egy tornyoshéjú fajnak, melynek központos laza felépítésű része mintegy spongyához hasonlóan nyomható össze.

Mirigyek tekintetében azok változatossága a lábban szembeötlő. Jellemző a sűrűségük a láb mellső részén, valamint az is, hogy a talp mellső részén tömegesen fellépő nyálkamirigyek egy-egy csoportja végigkíséri a talpszegélyt, ami a megtapadás tökéletesítését szolgálja. Mint negatívumot meg kell említenünk azt is, hogy a köpenyben a többi vízi fajokhoz, de különösen a Stylommatophorákhoz viszonyítva igen kevés mirigyet találunk, amit azzal magyarázhatunk, hogy a héjtól teljesen fedett köpenynek nincs szüksége sok védekezést szolgáló mirigyre. Ezzel szemben érdekes az, hogy a köpeny tőrészén a héj alá nyálkamirigyek szájadzanak, a köpenyt csúszóssá teszik és annak a héjjal való surlódását összehúzódáskor csökkentik, esetleg azonban héjvastagításra is szolgálhatnak.

A köpenyizomzat leszármaztathatósága az oszlopizomból szintén az állat egyszerű alkotásával kapcsolatos. Az a jelenség pedig, hogy a köpeny belső oldala ugyanazt a felépítést mutatja, mint a vele szemközt levő testfal, annak a megállapításához vezet, hogy az állat tágabb értelemben vett bőrében, illetőleg lábában, úgy szövettanilag, mint oikológiai jelentőség tekintetében is három, jól szétkülöníthető résszel kell számolnunk; ezek: 1. dorsálisan a héjhoz tapadó oszlopizom és az ehhez csatlakozó köpenyizomzat, 2. az oldalsó testfal és a köpeny belső oldala, 3. a talp. A két utóbbi izomzat és mirigyfelszerelés tekintetében is élesen különül el egymástól.

Irodalom.

1. Adam, W.: Recherches sur les glandes des Mollusques terrestres. (Dissertation.) Bruxelles, 1933.

2. Boettger, C. R.: Die Standortsmodifikationen der Wasserschnecke Radix auricularia L. Helios, Frankfurt (Oder), 30., 1930.

3. Gelei, J. v.: Zum physiologischen Formproblem der Wasserorganismen. Magyar Biol. Kutatóint. Munkái, 2., 1928.

4. Geyer, D.: Die Schlammschnecke und ihre Anpassungsformen im Bodensee. Natur und Museum 59., 1929.

5. Herfs, A.: Studien an den Hautdrüsen der Land- und Süsswassergastropoden. Arch. mikrosk. Anat., 96., 1922.

6. Hesse, R.: Tiergeographie auf ökologischer Grundlage. Jena, 1924.

7. Mazek-Fialla, K.: Über den Zusammenhang zwischen der Lebensweise einiger Landpulmonaten und deren subepithelialen Drüsen. Z. Morphol. Ökol. Tiere, 27, 1933.

8. Rotarides, M.: A puhatestűek külső alakjának környezettani jelentősége. Állatt. Közlem. 29., 1932.

9. Rotarides, M.: A prosobranchiáták lábának szövetteni felépítéséről. Állatt. Közlem. 30., 1933.

10. Rotarides, M.: Bemerkungen zur Rolle der subepithelialen Drüsen bei den Pulmonaten. Magyar Biol. Kutatóint. Munkái 6., 1933.

11. Roth, H.: Zur Kenntnis des Epithels und die Entwicklung der einzelligen Hautdrüsen von Helix pomatia. Z. wiss. Zool. 135., 1929.

12. Trappmann, W.: Die Muskulatur von Helix pomatia L. Z. wiss. Zool., 115., 1916.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1932. dec. 11-én tartott üléséből.)

ÖKOLOGISCHE CHARAKTERISIERUNG DER SESSHAFTEN (SESSILEN) WASSERSCHNECKEN, AUF GRUND HISTOLOGISCHER UNTERSUCHUNGEN AN DEN ANCYLIDEN.

Von: M. ROTARIDES.

Die Ancyliden (Vertreter der süsswasserbewohnenden Pulmonaten) können in ökologischer Hinsicht neben jene Meeres-Prosobranchier gestellt werden, die sich mit ihrem Haftfuss in der Brandungszone an Felsen festhaften, d. h. zufolge der starken Wasserbewegung zur Sesshaftigkeit neigen (Patella, etc.). Die weitgehende Konvergenz dieser Arten zeigt sich nicht nur in den äusseren, morphologischen Merkmalen (flache Schale ohne Windungen, Haftfuss mit ovalem Umriss, vereinfachte Organisation), sondern auch in der inneren Ausgestaltung der Körperwand.

Als sehr bezeichnend ist die Beschaffenheit des Kolumellarmuskels zu nennen, dessen Hauptmasse auf den Vorderteil des Fusses fällt, der sich aber nach hinten ausbreitend, die inneren Organe von allen Seiten umgibt. Lateral bildet der Kolumellarmuskel starke Stränge, die sich kurz vor ihrer Insertion an der Schale, in einzelne Fibrillen auflösen. Ventralwärts verlaufen die Muskelstränge divergierend und lösen sich gleichfalls in feine Fibrillen auf. Die inneren Stränge des Kolumellarmuskels beider Seiten kreuzen sich unmittelbar unter den Organen in der Sohle, während die äusseren direkt zum Sohlenepithel verlaufen. Die Mantelmuskulatur, die oben noch parallel zur Aussenfläche des Mantels verläuft und unten gegen den Mantelrand divergiert, ist sowohl morphologisch, als auch in Bezug auf ihre Ansatzstelle (sie inseriert neben dem Kolumellarmuskel an der Schale) zur Kolumel-

larmuskulatur zu rechnen. Die Fussmuskulatur besteht aus senkrecht zur Längsachse verlaufenden Transversalfasern, aus diagonal verlaufenden Transversalfasern und aus Längsfasern, sie entspricht also im allgemeinen der Grundform der Schnecken-Muskulatur. Die laterale Körperwand besteht hauptsächlich aus Fasern, die parallel zur Frontalebene verlaufen und beim Beschauer das Bild einer «Cirkularmuskulatur» erwecken. Ein Vermischen dieser Fasern mit jenen der Kolumellarmuskulatur war nur gegen das hintere Körperende feststellbar. Die Einfachkeit der Muskulatur gelangt in ihrer leichten Verfolgbarkeit zum Ausdruck. Abgesehen von der speziellen Ausgestaltung des Kolumellarmuskels behält die Muskulatur im allgemeinen die Grundform. Aus dieser Tatsache folgt nun, dass auf dem Wege der Artbildung das Milieu zuerst auf das Benehmen der Arten auswirkte, dann hat sich die äussere patelloide Form entwickelt und parallel mit diesem Vorgang hat auch die Kolumellarmuskulatur die nötige Umgestaltung erfahren.

In der Körperwand der Schnecken ist überall ein peripherer und ein mehr zentral gelegener, an Bindegewebe reicher Teil feststellbar. Von diesen ist bei den Ancyliden, ebenso wie bei anderen Vertretern der ökologischen Gruppe der patelloiden Formen, die periphere Bindegewebszone bezeichnend entwickelt, da hier für die Festhaftung der Sohle die Plastizität (Beweglichkeit der Fussränder) von besonderem Vorteil ist. Dies wird durch den lockeren Bau der seitlichen Fussteile erreicht. Die zentral gelegene Bindegewebs-Zone tritt hier zufolge der mächtigen Entwicklung der Kolumellarmuskulatur etwas zurück. Dies erklärt sich teils dadurch, dass die Verkürzung der Vertikalachse eine Herabsenkung des Eingeweidesackes in den Fusskomplex verursachte, aber auch dadurch, dass bei diesen völlig von der napfförmigen Schale bedeckten und somit auch gut geschützten Arten das Einziehen eine geringere Rolle spielt als bei den spiralig aufgewundenen Formen. Eine zentral gelegene, schwammartig zusammenpressbare Bindegewebs-Zone ist hier also für das Tier von geringerer Bedeutung.

Die «Haftdrüsen» sind, wie überall bei den Basommatophoren, auch hier am stärksten in der Vordersohle entwickelt, sind aber in einiger Entfernung von den Sohlenrändern fast bis zum hintersten Abschnitt der Sohle verfolgbar. Ausser diesen treten gewöhnliche

(mit Hämatoxylin sich intensiver färbende) sog. Sohlendrüsen und auch acidophile Drüsen auf. Der Mantel zeigt im Vergleich zu den anderen Pulmonaten und insbesondere den Stylommatophoren wenig Drüsen. Als eine interessante Erscheinung ist zu verzeichnen, dass an der Basis des parallelen Mantelmuskels, unterhalb der Schale sog. Manteldrüsen auf die Hautoberfläche münden, deren Ausführungsgänge sich durch die sehr dichte Schichte dieses Muskels hindurchdrängen. Die Körperwand zeigt gleichmässig verteilte acidophile und basophile Drüsen (d. h. Eiweiss- und Manteldrüsen).

Bei den patelloiden Formen sind drei sowohl morphologisch als auch ökologisch gut begränzte Abschnitte der Körperwand unterscheidbar: 1. dorsal der Kolumellarmuskel und die sich diesem anschliessende Mantelmuskulatur, 2. die seitlichen Körperwände und 3. die Sohle.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dezember 1933.)

A DIPLOPSALIS ACUTA BETOKOZÓDÁSA ÉS A KOLKWITZIELLA SALEBROSA KÉRDÉSE.

SEBESTYÉN OLGÁ-tól, Tihany.

A Magyar Biológiai Kutatóintézet I. osztályán készült dolgozat.
Igazgató: ENTZ GÉZA.

A IV. és V. táblával.

Ámbár már többen (APSTEIN, FRANCÉ, ENTZ, LINDEMANN) foglalkoztak a Diplopsalis szervezeti viszonyaival és élete folyásával, azzal teljesen tisztában korántsem vagyunk. Nevezetesen nem ismerjük cystáját sem.

1933 őszén naponta átvizsgáltam a Balatonból gyüjtött plankton-próbát, hogy anyagot gyüjtsek a Gonyaulax magszerkezetének tanulmányozásához, s hogy az eleven Diplopsalison megfigyeléseket tehessek. Egyúttal kerestem e két Dinoflagellata cystáját is, ugyanis a Gonyaulaxé eddig csupán a Genfi-tóból ismeretes, a Diplopsalisé pedig ismeretlen.

Alábbiakban a Diplopsalis acután (APSTEIN) ENTZ végzett vizsgálatok eredményét foglalom össze.

E munkálatok dr. ENTZ GÉZA professzor úr felszólítására és irányítása mellett történtek, akinek mindezekért őszinte, hálás köszönetemet kifejezni legkedvesebb kötelességemnek tartom.

Betokozódás.

A Diplopsalis acuta a Balaton planktonjában meglehetősen ritka (v. ö. ENTZ 1931. p. 5.), mégis, hogy az eleven szervezeten megfigyeléseket tehessek, egyenkint elkülönített Diplopsalisból készítettem praeparatumokat, melyeket — a megfigyelés idején kívül — nedves kamrában tartottam. A megfigyelt mozgó dino-

spórák valamennyien halvány rózsaszínűek voltak, úgyszintén a gymnodiniumok is, egy kivételével, amelyre később térek reá. A Diplopsalis színe az irodalom szerint barnalila árnyalattal csokoládészínű is lehet, de vannak színtelen példányok is (v. ö. ENTZ 1904. p. 14; 1927. p. 304, 308—309). A szeptember közepén megfigyelt dinospórák plasmája sok táplálékrögöt tartalmazott, ami nyilván a betokozódásnak egyik előjele. A betokozódás későbbi állapotában levő példányt október 10-én figyeltem meg először a laboratóriumban néhány napig állott anyagban. A mozdulatlan szervezet páncélján belül, attól kissé visszahúzódva, szürke burok volt megfigyelhető (6. ábra); a plasma sötét, rózsaszínű árnyalatba hajló szürkének látszott, középen lazacszínű (rózsaszínes-narancs) folttal (a Diplopsalis jellemző rózsaszínének mélyebb árnyalata) (7. ábra). A páncél a harántbarázda mentén szétvált s néhány óra mulva az egész szervezet kibújt a páncélból s a praeparatumban közel egymás mellett találtam a levetett páncélt, a csupasz, nagyszemcsés plasmájú, rózsaszínű gymnodiniumot és a levetett szürke burkot (8—10. ábra). Ez a gymnodinium nem különbözött azoktól a gymnodiniumoktól, melyeket sokszor láttam, amint a páncélból kibújtak; magas epivalvája volt gömbölyded apex-szel. Később összezsugorodott s kettős hyalin-burokkal vette körül magát, a páncéldarabokat utóbb az átszívatott vízáram elsodorta, a füstszürke burok ellenben heteken át változatlan maradt. Ebből a megfigyelésből nyilvánvaló, hogy a betokozódó egyén plasmája, s mint alább látni fogjuk, a cystáé is, nem sötét, s a jellemző és sajátságos sötét színt a burok kölcsönzi. Ugyanazon a napon egy másik betokozódó Diplopsalist is láttam, melyen még láthatók voltak a páncélmaradványok. A betokozódó, de már sötétszínű szervezet közepén megfigyelt rózsaszínű folt azonban nem állandó, hanem csak esetleges bélyeg, mert csupán az első két cystán figyelhettem meg (7., 15. ábra), a később megfigyeltek (kb. 50 cysta) mind egyszerűen szürkék voltak.

A betokozódás folyamata tehát a következőkben foglalható össze: a szervezetben először sok tartaléktáplálék halmozódik fel, azután a plasma felületén vékony, szürke burok képződik, mely nagyjában követi a páncél alakját. A szürke burkon eleinte, bizonyos nézetben, a plasma rózsaszíne még áttetszik. A már

szürke burokkal körülvett szervezet szétrepeszti a páncélt, s a cysta a szabadba jut. Hogy a szervezet, noha már magán viseli a cysta sajátságait, még egyideig ostorok segítségével szabadon mozog, mint ezt a Gymnodinium coronatumon is megfigyeltem s amit a G. leopoliensérőI Woloszynszka is leír (1916), lehetséges, mert egy ízben (szept. 15) a cystához hasonló alakú, színű és azzal megegyező burokkal bíró «gymnodiniumot» láttam mozogni. Ekkor azonban a cystát még nem ismertem, s gyors mozgása miatt a szervezetről csak vázlatos rajzot készíthettem.

A cysta.

A Diplopsalis páncélos dinospórája, gymnodiniuma és cystája méreteinek összehasonlítását a következő táblázat tünteti fel:

Diplopsalis acuta								
páncélos dinospora			gymnodinium			cysta		
Aa	*JB*	*Dv*	*Aa*	*JB*	*Dv*	*Aa*	*JB*	*Dv*
[1] 34–67 μ	50—56 μ	30—39 μ						
[2] 55 «	50 «		43 μ	40 μ		40 μ	42 μ	
	49 «	32 «	[3] 40 «	35 «		41 «	46 «	36 μ
	49 «	36 «	40 «	41 «	26 μ	45 »	50 «	37 «
	59 «	39 «	38 «	38 «			45 «	39 «

I. táblázat.

Aa = Apex antapex (hossz-) átmérő. *JB* = jobb-bal (szélességi átmérő. *Dv* = dorsovetrális (vastagsági) átmérő. 1. Entz (1927) adatai. 2. A rendestől eltérő arányú (magas) dinospóra. 3. Az I. tábla 2—5. ábrán feltüntetett kirajzott gymnodiumok méretei.

A sajátságos arányaival és színével kitűnő cysta alakjáról helyes és teljes képet csupán azok a rajzok nyujtanak, melyek a cystát különböző helyzetben tüntetik fel (11—22. ábra). Az apicalis esúcsból nézve körvonalában a dinospórára emlékeztet. (15. ábra.) A harántbarázda könnyen követhető (12—14., 16—22. ábra); a hosszbarázda az epivalván elkeskenyedve elvész (16—17. ábra); porust nem figyeltem meg; a hypovalván elkeskenyedés

nem figyelhető meg, s a hosszbarázda alsó határát itt csak egy esetben észleltem (22. ábra). Ventralis oldalról nézve, a cysta alakja többé-kevésbbé háromszögű, erősen kidomborodó gömbölyded csúcsokkal, melyek egyikét a hirtelen előrenyúló epivalva (14., 16—19. ábra), a másik kettőt pedig a hypovalvának a hosszbarázdától két oldalon levő erősen kigömbölyödő része alkotja (12., 17., 19. ábra). Ilyen helyzetben a cystát rajzolókészülékkel nem sikerült lerajzolnom, mert a dorsalis oldal legdomborúbb részére támaszkodva kellene annak egyensúlyi helyzetet felvennie.

A cysta-burok színe kissé sárgásba, egyben azonban violába is hajló szürke, füstszínű. A burok átlátszó, amiért is a plasmában felhalmozódott táplálékrögök körvonalai jól kivehetők (6., 7., 15. ábra). A harántbarázda két széle s a hosszbarázdának a hypovalván levő kétoldali határa sötét, szépiabarna színű vonalban tűnik elő, amit nyilván a burok megvastagodása okoz (13. ábra). Hasonló színű sötét rész van a két barázda kereszteződésénél is (13., 20. ábra), mely nem ritkán úgy tűnik fel, mint forradásszerű rész (23—25. ábra), s talán a «beforradt» ostorrésnek felel meg. A dinospóran e helyen (Entz, 1904. i. j. l. ábra; 1927. 57. ábra) páncéltól el nem fedett terület van, mely részen a csupasz plasma látszik (ostorrés). A cysta-burkon levő sötét folt méretei: hossza: 6·5—7·5 μ, szélessége: 2·5—3·5 μ.

A burok felülete nem egyenletes, rajta (legalább is a fiatal cystákon) kiemelkedések, illetőleg megfelelő bemélyedések vannak (20. ábra), ezek néha úgy tűnnek fel, mintha nem egészen szabálytalan rendben helyezkednének el. E kiemelkedések azonban nem a burok helyenkénti megvastagodásából erednek, hanem olyan a burok, mintha össze lenne gyűrve. Ez a «gyűrődés» eredményezi azt, hogy a cysta körvonala semmiféle nézetben sem ad egyenletesen haladó síma vonalat, mint pl. a páncélos egyéné, hanem az lefutásában mindig többé-kevésbbé hullámos (11—22. ábra). A később megfigyelt cysták felülete ezt a többé-kevésbbé szabályos hullámozottságot ilyen feltűnően nem mutatja, inkább csak egyenlőtlenül érdesnek látszott. A burkon a páncél táblázatának nyoma sincsen.

A burok rendkívül vékony, az 1 μ-t sem éri el, úgy hogy a

legerősebb nagyítással megfigyelve is alig ábrázolható arányos közű kettős vonallal.

A táplálékrögök, melyek nagysága 2—2·5 μ, kitöltik az egész burok belsejét, legtöbbször azonban attól kissé távolabb helyezkednek el, különösen a hypovalva két gömbszerűen kidomborodó részében. Lehet azonban, hogy ez csupán a környezet hatásának eredménye, ugyanis nagy a valószínűsége annak, hogy a megfigyelt cysták mind a laboratóriumban képződtek, megfigyelésük alatt heteken át ott is tartattak.

*

A burok és tartaléktáplálék anyagára az elvégzett fizikokémiai vizsgálatok eredményéből lehet következtetni.

A Diplopsalis acuta páncélja rendkívül erősen kettősen fénytörő, ellentétben a cysta-burokkal, mely poláros fényben vizsgálva alig észrevehető kettősen fénytörő. Ennek ellenére anyagának mégis a cellulozével rokon szénhydrátnak kell lennie, mert a celluloze-reakciókat, ha nem is oly élénken, mint pl. a Ceratium hirundinella cysta-burka (v. ö. Entz 1925) — de adja. Chlorzinkjód a cysta burkának esetleges repedése mentén hat először, s ezután az egész burok gyorsan fakó lilaszínűvé válik. A szín megtörtségét, fakó voltát a burok saját színe is előidézheti, mégis nem csupán ez az oka, hogy nem adja a tiszta celluloze jellemző violaszínét, mert, mint már említettem, fénytörés tekintetében is nagyon különbözik a tiszta cellulozétól. J világosabb, JJK mélyebb sárgára színezi, mely szín kénsav hatására kékesbe hajlik. Mivel a burkot methylenkék vizes oldata színezi (mely szín alkohol vagy víz hatására is megmarad), arra lehet következtetni, hogy a burokban más anyag is jelen lehet, ez az anyag azonban semmiesetre se tiszta mucin, mert mucicarmin nem színezi. Hogy egyes reagensek gyorsabban hatnak a burokra (J, Chlorzinkjód), ha az nem ép, hanem fel van repedve, abból arra lehet következtetni, hogy külső részét, bár nagyon vékony, de a reagenseknek ellenálló hártya vonja be. Ecetsavas methylzöld nem hatol át a burkon, ezért a magot csak akkor színezi, ha a burok meg van sérülve. A 10. ábra a betokozódó Diplopsalis levetett szürke burka mellett egy színtelen hártyát is feltüntet, hogy azon-

ban ez a hártya a kész cystán hol helyezkedik el, és hogy azonos-e evvel a külső vékony réteggel, azt eddigi vizsgálatok alapján megállapítani nem lehet. A burok anyagának ellenállására nézve jellemző, hogy tömény savak (H_3SO_4, HCl) nem oldják, sőt el se színtelenítik, éppen úgy, mint az ú. n. normális KOH sem.

Mindezekből a reakciókból arra következtethető, hogy a Diplopsalis acuta nagyon vékony, színes cysta-burkának anyaga a cellulozéval rokon, rendkívül ellenálló szénhydrát, melybe más anyagok is (nyálka, pektin ?) rakódnak le. Ezt a burkot kívülről egy igen kevéssé permeábilis, még sokkal vékonyabb (suberin, cuticula ?) hártya vonja be. A burok saját szürke színének okozója teljesen ismeretlen.

A tartaléktáplálék, mint említettem, 2—2·5 μ nagyságú, szabálytalan alakú rögök alakjában halmozódik fel a plasmában. A rögök poláros fényben — mint a cysta burka — alig mutatják a kettős fénytörés tüneményét. Alakjuk szabálytalan, néha gömbölyded. Jóddal ibolyásbarna színt vesznek fel, mely szín víz hatására elhalványodik és kékes árnyalatú lesz. JJK-mal mély ibolyakékre, csaknem feketére színeződnek s valószínűleg megduzzadnak, mert nagyságuk ilyenkor 2·5—9·5 μ is lehet. Kénsav hatására e szín elhalványodik, ellenben víz hatására sötétlila, majd indigókék színűvé válik, ami azonban nem egyenletesen történik. Anyaguk, hasonlóan a Ceratium hirundinella cystájában felhalmozódott anyag nagy részéhez (v. ö. ENTZ 1925), nyilván amylum vagy vele rokon szénhydrát. Fehérjét kimutató reakciókat a rendelkezésre álló anyag korlátozott mennyisége miatt még nem végezhettem. A plasma tartalmaz Sudan III-mal vörösre festődő anyagot — zsírokat — is, mely azonban nem cseppek, hanem szintén rögök alakjában egy tömegbe tömörül a plasma egy részével, mely — noha halványabban — de szintén színeződik. Ennek okát nyilván igen apró, vörösre színeződő cseppekben, rögökben kell keresnünk.

*

A cysta magjának alakjára és szerkezetére vonatkozólag behatóbb vizsgálatokat még nem végeztem, csupán annyit említhetek ezúttal meg, hogy ecetsavas methylzölddel a patkóalakú mag apró szemcsézettségével tűnt ki, mely szemcsék rövid sorokba

rendeződnek. A mag szerkezetére vonatkozó vizsgálatokat a megfelelően konzervált anyagon szándékozom végezni.

*

Aki az édesvízi Dinoflagellaták alakjait némileg ismeri, annak azonnal feltűnik, hogy a Diplopsalis acuta cystája külső morphológiai tulajdonságaiban: színes burok, sajátságos alak, nagyság, megegyezik azzal a szervezettel, melyet LINDEMANN Németország több vizében megtalált (1919, 1924, 1924—25), s ismeretlen Dinoflagellatának vélve új genusba — Kolkwitziella — osztott be. Hogy a Kolkwitziella salebrosa, melynek LINDEMANN először csupán üres burkát, majd mozgó alakját figyelte meg, nem lehet más, mint a Diplopsalis acuta cystája, az a rajzok és szöveg alapján kétségtelen, a mozgó alak pedig az alakban és színben már a cysta sajátságaival rendelkező, de ostorait még el nem vesztett Diplopsalis a betokozódás későbbi állapotában (l. 685. oldal). E szervezet valódi mibenléte annál a szerencsés körülménynél fogva, hogy a Diplopsalis eredeti páncéljába zárt, betokozódó alakját is megfigyelhettem (6—10. ábra), kétségtelenné vált.

Azonban a két szervezet színe nem egyezik meg. LINDEMANN az üres burkot vörösesbarnának, a plasmását pedig — mely szintén tele van rögökkel — csokoládébarnának tünteti fel (1919, 1924). Megemlíti továbbá (1919), hogy a K. s.-nak barna chromatophorjai vannak; azonban e tanulmányából nem tűnik ki, vajjon a szervezet egész megjelenéséből következtet-e arra, hogy chromatophorjai tényleg vannak, vagy pedig, ami nem valószínű, cytológiai vizsgálat alapján. Későbbi dolgozatában kifejezi, hogy az eleven szervezeten chromatophorokat nem talált (1924—25). A Diplopsalis dinosporájában ENTZ GÉZA nem talált cytológiai vizsgálatai közben sem chromatophorokat (1904. p. 14; 1927. p. 308—309), ezért a szervezet színét diffus festéktől eredőnek tulajdonítja. Nem hagyhatom említés nélkül, hogy azért egyáltalában nem lehetetlen, hogy a Diplopsalisnak is van chromatophoros alakja, hiszen a chromatophorok hiánya Dinoflagellatákon másodlagos életmódi módosulat sajátsága. Mint már említettem, az általam megfigyelt Diplopsalis cysta színe mindenik esetben füstszürke volt. A vöröses közepű példányok (50 cysta közül 2) a betokozódás késői

stádiumában lehettek, mert egy ilyen egyén közepének színe másnapra veszített élénkségéből.

LINDEMANN egy másik dolgozatában (1924) a Kolkwitziella salebrosa egy varietását is leírja var. gibbera néven, mely alakjában különbözik a már leírt fajtól, t. i. az epivalva körvonala oldalnézetben «lábszerű» alakot tüntet fel. Azonban a Diplopsalis acuta cystája bizonyos helyzetben megfigyelve (14., 16—19. ábra) ugyanezt a körvonalat adja.

Mindezek alapján állíthatom, hogy a Kolkwitziella salebrosa LINDEMANN és Kolkwitziella salebrosa var. gibbera LINDEMANN a legnagyobb valószínűséggel azonos a Diplopsalis acuta (APSTEIN) ENTZ cystájával.

Mint ENTZ GÉZA 1910-ben tett, de nem közölt feljegyzései igazolják, úgy látszik, más oly Dinoflagellaták is vannak, melyeknek cysta-burka színes. ENTZ GÉZA egy ily szervezetre vonatkozó feljegyzéseit és vázlatos rajzait (elliptikus test, nagy, fonalas szerkezetű maggal) LINDEMANN cikkének megjelenése után «Kolkwitziella?» megjelöléssel látta el. (ENTZ GÉZA in litt.)

A gymnodinium.

A Diplopsalis gymnodiniumának körvonala az apicalis polusról tekintve olyan, mint a cystáé és a dinosporáé. Az Aa átmérő a JB átmérőhöz viszonyítva azonban jóval nagyobb (1. ábra, 1. táblázat). Az epivalva tompa csúcsú, a haránt- és hosszbarázda jól kivehető (1. ábra), az utóbbi átterjed a hypovalva dorsalis részére is. Ostorokkal való mozgása hasonló a páncélos alakéhoz, melyet ENTZ GÉZA írt le (ENTZ, 1927. p. 311). A hosszostor elpusztulás előtt kiszélesedik és megrövidül. Szabadon mozgó gymnodiniumot a frissen behozott planktonban nem találtam, de pár órai állás után több ízben rábukkantam úgy szabadon mozgó, mint legömbölyödött és hyalin-burokkal körülvett nyugvó példányokra (v. ö. ENTZ 1927. p. 310). Ha a páncélos alakot lefödjük, még ha a fedőlemez alá is van támasztva, a praeparatumban rövidesen megfigyelhető a gymnodinium kibúvása, mely ENTZ GÉZA (in litt.) és a magam megfigyelése szerint 4—5 percet vesz igénybe. Az ilyen körülmények között kibújt gymnodinium azonban kevés

esetben válik ostorokkal szabadon mozgó alakká, legtöbbször hamarosan meggömbölyödik, hyalin-burokkal veszi magát körül és nyugvó állapotban marad. Ilyen állapotban levő szervezet további sorsát sem kísérhettem figyelemmel, mert a fedőlemez alatt néhány nap mulva elpusztult.

Nagyság tekintetében a gymnodiniumok között, hasonlóan a páncélos alakhoz (v. ö. ENTZ 1904. p. 14, 1927. p. 308), feltűnő különbség észlelhető. Becslésem szerint a különböző nagyságú gymnodiniumok méreteinek aránya 2 : 3 lehet. Mint az alábbiakban látni fogjuk, nincs kizárva, hogy e nagyságbeli eltérés a szaporodással függ össze.

A Diplopsalis acuta szaporodása nem ismeretes. ENTZ GÉZA szerint valószínűleg páncélon belüli osztódás előfordul, mint a tengeri Diplopsalisról ismeretes, mely esetben a már páncélos, de méreteiben az anyaszervezetnél kisebb egyén abból kirajzhatik (ENTZ 1927. p. 312). Magam hyalin-burokba zárt, legömbölyödött, tehát mozdulatlan, a többi hasonló állapotban megfigyeltnél valamivel nagyobb gymnodinium visszamaradt burkából való kis gymnodiniumok kirajzását figyeltem meg (2—5. ábra). A kissé megnyomott fedőlemez hatására a közös burokból két kis gymnodinium bújt ki, melyek azonnal élénken mozogtak. Színük a jellemző rózsaszín, alakjukon feltűnő volt a gömbölyded epivalva. Hosszostoruk mozgás közben többször látszott. Legfeltűnőbb volt azonban az, hogy belőlük több, rendkívül vékony, a test átmérőjénél rövidebb vagy avval egyenlő hosszú, sugárszerű nyúlvány indult ki, melynek inkább csak irányát lehet a rajzban visszaadni, mert határozott körvonaluk, illetve vastagságuk nem volt megállapítható. E nyúlványok inkább azt a benyomást keltették, mintha a testből kiinduló fényküllők volnának (2. ábra). A kirajzástól számított kb. 15 perc mulva az epivalva csúcsosodni kezdett s a szervezet körvonalában mindinkább hasonlóvá kezdett válni a páncélos alakhoz (3—5. ábra). A kicsúcsosodott apexen levő plasma eleinte hyalin volt. Ostorcsapkodást és a sugárszerű nyúlványokat ebben az állapotban is megfigyelhettem. A kirajzástól számított félóra elteltével a körvonalak mind határozottabbakká, élesebbekké váltak (5. ábra), s pár perc mulva a páncél körvonala máris jól látszott. Az egész folyamatot kb. $^3/_4$ óráig

kísértem figyelemmel, s ez idő alatt a két Diplopsalis csaknem mindig ugyanabban a látótérben mozgott (REICHERT Comp., oc. 4, obj. 6a.) s lassanként felvette a páncélos szervezet alakját. A páncéllemezek kifejlődését nem figyeltem meg. Hogy e sugárszerű nyúlványok vajjon hasonlók-e a WOLOSZYNSZKÁTÓL a Gymnodinium fuscumról leírt nyálkatűkhöz (1924), közelebbi vizsgálatok híjában eldönteni nem tudom. Azonban nyálkaképződés a Dinoflagellatákon éppen nem ismeretlen jelenség (v. ö. ENTZ 1930, KRAUSE 1911, 1912, LINDEMANN 1929).

*

A Diplopsalis acuta dinosporájának magszerkezetét ENTZ tanulmányozta (1904. p. 14, 1927. p. 310—311, 1931. p. 5). A cystának és gymnodiniumnak magszerkezete, valamint a magosztódás ismeretlen. Úgy erre a kérdésre, mint a szervezetnek szaporodására nézve is csupán ezutáni vizsgálatok fognak fényt deríthetni.

Ábramagyarázat.

Az ábrák (a 23. kivételével, mely szabadkézi rajz) Zeiss rajzolókészülékkel készültek a következő nagyítás mellett: 14, 16, 20 Reichert comp. oc. 4, obj. 8a +, 24., comp. oc. 12, obj. 8a +, tubus 160, 25., comp. oc. 4, obj. 8a +, tubus 160, a többi comp. oc. 4, obj. 6a +.

1. Diplopsalis acuta gymnodiniuma, mozgó egyénről készült vázlatos rajz., az ostorok nincsenek feltüntetve.

2—5. D. a. kirajzott gymnodiniuma, 2., közvetlen a kirajzás után sugaras «állábakkal», 3., kb. 10 perccel a kirajzás után, dorsalis nézetben, 4., az apicalis csúcsról tekintve, 5., u. a. közvetlen páncélképződés előtt (mozgó egyénről készült vázlat).

6—10. Betokozódó D. a. (X. 10—12.) (No 31). 6., az apicalis csúcsból nézve (X. 10, 12^h), 7., oldalról, középen lazacszínű folttal, 8., a páncélból és szürke burokból kibujt csupasz gymnodinium (X. 10. $15^h20'$), 9., üres páncél, 10., üres füstszínű cystaburok és színtelen (suberin? cuticula ?) külső hártya (?)

11—22. D. a. cystája különböző helyzetben. 11, 12, 15, 17, 18, 20—22., No 23. példány (X. 7—8). 14, 16, 17. No 24. példány (X. 7., 11.), 13., No. 33. példány (XI. 2), 15., feltünteti a füstszínű buroktól elvált táplálékrögökkel tömött plasmát. A cysta közepén lazacszínű folt látható.

20. Üres cystaburok, feltünteti a felület egyenetlenségeit s a megvastagodásokat (No. 23.).

23—25. «Ostorrések» erősen nagyítva (No. 33, No. 24, No. 40.).

Irodalom.

1. ENTZ GÉZA: Adatok a Balaton planktonjának ismeretéhez. A Bal. Tud. Tanulmány. II. kötet, 1. rész, pótlék p. 1—26. 1903.

2. ENTZ GÉZA: Beiträge zur Kenntnis des Planktons des Balatonsees. Mit 79 Abb. und 9 Tabellen. Res. wiss. Erforsch. d. Balatonsees. II. Bd. 1. Teil. Anhang. p. 1—16. 1904.

3. ENTZ GÉZA: Über Cysten und Encystierung der Süsswasser Ceratien. Hierzu 50 Textfiguren. Arch. f. Prot. Bd. 51. p. 131—183., 1925.

4. ENTZ GÉZA: Beiträge zur Kenntnis der Pe dineen. I. Zur Morphologie und Biologie von Peridinium Borgei Lemmerman · Arch. Prot. Bd. 56. p. 397—446. Taf. 16. Textfig. 33. 1926.

5. ENTZ GÉZA: A Balaton Peridineáiról. Über Peridineen des Balatonsees. Mit 2 Textfiguren und 7 Tafeln. Arch. Balatonicum. I. 1927. p. 225—342. (Itt lásd az idevonatkozó bővebb irodalmat.)

6. ENTZ GÉZA: Über gehemmte Lebens- und Absterbeerscheinungen einiger Dinolflagellaten. A Dinolflagelláták korlátozó létfeltételek közötti élettevékenységéről és elhalási jelentőségeiről. Magyar Biol. Kutatóintézet Munkái. I. oszt. III. köt. 1930. p. 206—243.

7. ENTZ GÉZA: Cytologiai megfigyelések két a Balatonban is élő Dinoflagellátán. Cytologische Beobachtungen an zwei auch im Balatonsee vorkommenden Dinoflagellaten, mit. 8 Textabbildungen. Magy. Biologiai Kutatóintézet Munkái. I. oszt. IV. köt. 1931. p. 1—9.

8. KRAUSE, F.: Über das Auftreten von extramembranösen Plasma und Gallerthülle bei Ceratium hirundinella O. F. Müller. Int. Rev. d. ges. Hydrobiol. u. Hydrogr. Bd. III. p. 181—186. 1910. (Idézve ENTZ 1930 után.)

9. LINDEMANN, E.: Untersuchungen über Süsswasserperidineen und ihre Variationsformen. Arch. f. Prot. Bd. 39. 1919. Taf. 17. Fig. 144. p. 209—262.

10. LINDEMANN, E.: Neue oder wenig bekannte Protisten X. Neue oder wenig bekannte Flagellaten IX. Mitteilungen über nicht genügend bekannte Peridineen. Taf. 21. Arch. f. Prot. Bd. 47. p. 431—439. 1924. Kleinere Mitteilungen.

11. LINDEMANN, E.: Kolkwitziella, eine eigenartige Vertreterin der Peridineen. Mikrokosmos. Jhg. 18. H. 4. 1924—25. p. 87—89. Abb. 1—6.

12. LINDEMANN, E.: Experimentelle Studien über die Fortpflanzungserscheinungen der Süsswasserperidineen auf Grund von Reinkulturen. Arch. f. Prot. Bd. 68. p. 1—104. Mit 75 Textfig. 1929. (Idézve ENTZ 1930. után.)

13. Schiller, J.: Der thermische Einfluss und die Wirkung des Eises auf die planktischen Herbstvegetation in den Altwässern der Donau bei Wien. Arch. Prot. Bd. 56. 1926. p. 1—62. Mit 4 Textfig. 2. Tabellen und 1 Kartenskitze. (Idézve Entz 1927 után.)

14. Woloszynszka, J.: Polnische Süsswasserperidineen. Bull. Acad. Sc. Cracovie. Serie B. 1915. Oct.—Dec. Cracovie, 1916.

15. Woloszynszka, J.: Über die s. g. «Schleimfäden» bei Gymnodinium fuscum. Acta. Soc. Botan. Poloniae Vol. II. No. 3. 1924. p. 1—4.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1933. dec. 11-én tartott üléséből.)

DIPLOPSALIS ACUTA IN ENCYSTED CONDITION AND ITS RELATION TO KOLKWITZIELLA SALEBROSA LINDEMANN.

by OLGA SEBESTYÉN, Tihany.

(with 2 p ates [25 figures] and 1 table.)

Cyst of this species of Diplopsalis — hitherto unknown — has been found in the plankton of Lake Balaton. Thecate individual ready to assume the encysted state has also been observed. This is significant, because D. a. in encysted condition seems to be identical with Kolkwitziella salebrosa LINDEMANN, as far as measurements, peculiar shape and colored membrane are concerned. Substance of the membrane and of reservestuff of the cyst has been investigated through physico-chemical methods. Reproduction of D. a. by means of gymnodinium-swarmers has been also observed as well as the development of the new theca. This paper will be published in extenso in the Arch. f. Protistenkunde.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 11. Dez. 1933.)

A LIMNOCARDIUM VARIO-COSTATUM n. sp.

VITÁLIS ISTVÁN l. tagtól.

A VI. táblával.

A soproni pannóniai pontusi üledékek nagy *limnocardium*jának a meghatározásával foglalkozva, Lóczy Lajos egyetemi ny. r. tanár úrnak, a *Földtani Intézet* igazgatójának a szíves engedélyével megtekintettem a m. kir. Földtani Intézetben őrzött hazai pannóniai pontusi limnocardiumokat is, és azt láttam, hogy TELEGDI ROTH LAJOS a soproni, LIFFA AURÉL pedig a komáromvármegyei kocsi nagy limnocardiumot HÖRNES MÓRnak a *Limnocardium Schmidti* sp.-évél tartotta összehasonlítandónak.

A soproni nagy limnocardiumról a tek. Akadémia III. osztályának 1933. nov. 13-án tartott ülésén kimutattam már, hogy új fajt képvisel és annak a jelölésére a *Limnocardium soproniense* elnevezést ajánlottam.[1]

A rendelkezésemre állott szakirodalmi adatok szerint a m. kir. Földtani Intézetben őrzött kocsi nagy limnocardium is új faj és annak a megjelölésére a *Limnocardium vario-costatum* elnevezést ajánlom.

A *Limnocardium vario-costatum* n. sp. jellegeit a következőkben foglalom össze, támaszkodva a DÖMÖK TERÉZ iparművésznő által készített és itt bemutatott fényképekre is.

A *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknője ovális. A héj vastagsága mintegy 5 mm. A fényképmásolatban is bemutatott kocsi jobb teknő hossza 59 mm, a szélessége, illetve a magassága 52 mm, a vastagsága 25 mm. A teknő hátul közepesen tátongó. A teknő mellső: lunulaelőtti része — a záros és a mellső perem között — előre és kissé fölfelé nyúlik sarkantyúszerűen.

A záros perem elnyúlt S-alakú. A cardinalis fog gyenge. A záros

perem mellső részén két mellékfog van egymás felett, amelyek előrefelé >-alakban széthajlanak: divergálnak. A záros perem hátsó részén a cardinalis foghoz közelebb, fent egy fejletlen és távolabb, lent egy erősebb és megnyúlt mellékfog következik.

A bordák száma 16. Mell felől: a lunula felől kezdve az 1. borda fejletlen s vele egyenlő széles bordaköz: csatorna választja el a 2. bordától. A 2. és a 3. borda fokozatosan erősebb és kidomborodóbb. A bordaköz: a csatorna viszont keskenyedő. A 4—6. borda még erősebb, ezeknek a keresztmetszete háromszögletű és éles. A bordaközök: a csatornák egészen elkeskenyednek. A 7—12. borda még szélesebb, de ellaposodó, egymáshoz szoruló, éltelen. A 13—16. borda fokozatosan keskenyedő, de ugyancsak egymáshoz szoruló: csatornanélküli. E bordák hátán alig észrevehető, vonalszerű él húzódik.

A bordáknak ezt a változó alakját akarja jelezni a *vario-costatum* species név.

A növedékvonalak csak a teknő mellső, alsó részén erősebbek: ráncszerűek. A kidomborodó areás részen a harántirányú növedékvonalak a dominálók és 2—3 gyenge borda is mutatkozik ott.

A teknő belsejében 12 széles és lapos bordalemez van, amelyek között keskeny barázdák húzódnak s azok csak az alsó peremnél szélesednek ki.

A záróizmok benyomatai — a rajzban is bemutatott héjon — csak részben láthatók, mivel a teknő belsejét vashidroxiddal összecementezett homok tölti ki.

A *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-t a hozzá hasonló pontusi limnocardiumoktól, ú. m. a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn., a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. var. *croaticum* Gorj.-Kramb., a *Limnocardium soproniense* Vit., a *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb. és a *Limnocardium pseudobanaticum* Gorj.-Kramb. fajoktól a következő jellegek különböztetik meg:

A *Limnocardium Schmidti* M. Hörn.[2] záros peremén nincsen cardinalis fog, holott a *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-nek gyenge cardinalis foga van. A *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. sp. típusos alakjánál az areát él választja el a teknő mellső részétől, a *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-nél ez az areás él hiányzik. A *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. sp. teknőjén 18—20 borda

van, a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőjén a bordák száma csak 16. A *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. sp. bordái kiemelkedők, keskenyek és valamennyi bordát bordaköz: csatorna választja el egymástól. A *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőjén csak a mellső hat bordát választja el egymástól csatorna és mell felől hátrafelé ezek a csatornák is fokozatosan elkeskenyednek. A hátsó 7—16. borda ellenben ellaposodó, egymáshoz szoruló, vagyis bordaköz: csatornanélküli.

A *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. var. *croaticum* GORJ.-KRAMB.[3] és a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. között a fontosabb megkülönböztető jellegek ugyanazok, sőt a bordák számában még nagyobb az eltérés, minthogy a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. var. *croaticum* GORJ.-KRAMB. teknőjén 21—22 borda van, holott a *Limnocardium vario-costatum*én csak 16.

A *Limnocardium soproniense* VIT. fajt és a *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-t a következő jellegek különböztetik meg egymástól:

A *Limnocardium soproniense* VIT.[1] záros peremén nincsen cardinalis fog, holott a *Limnocardium hetero-costatum* n. sp. záros peremén gyenge cardinalis fog van. A *Limnocardium soproniense* VIT. teknőjén az összes bordákat keskeny csatorna különíti el egymástól, holott a *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-nél a teknő hátsó, nagyobb részén az ellaposodott bordák bordaköznélküliek: egymáshoz szorulók.

A *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB., illetve a *Limnocardium pseudobanaticum* GORJ.- KRAMB. és a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőit a következő jellegek különböztetik meg egymástól:

A *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-nek csak 16 bordája van, holott a *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB.[4] teknőjén 24—25 és a *Limnocardium pseudobanaticum* GORJ.-KRAMB.[5] teknőjén 25—26 a bordák száma. A *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. és a *Limnocardium pseudobanaticum* GORJ.-KRAMB. összes bordái bordaközök: csatornák nélkül szorulnak egymáshoz, a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőjén ellenben a mellső bordák között csatornák vannak és a bordák csak a teknő hátsó, nagyobb részén szorulnak egymáshoz.

Az itt említett hat pontusi limnocardium növekvő bordaszám sorrendjében így következik egymásután: *Limnocardium soproniense* VIT. 14—16, *Limnocardium vario-costatum* n. sp. 16, *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. 18—20, *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. var. *croaticum* GORJ.-KRAMB. 21—22, *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. 24—25 és *Limnocardium pseudobanaticum* GORJ.-KRAMB. 25—26 bordával.

A *Limnocardium vario-costatum* n. sp. a bordák alkotása tekintetében mintegy középhelyet foglal egyrészt a csatornákkal elválasztott bordájú *Limnocardium soproniense* VIT., *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN., *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. var. *croaticum* GORJ.-KRAMB. és másrészt a csatornákkal el nem választott bordájú *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. és *Limnocardium pseudobanaticum* GORJ.-KRAMB. fajok között, amennyiben a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőjén a bordákat a teknő mellső, kisebb részén csatornák különítik el, a teknő hátsó, nagyobb részén ellenben a bordák szorosan egymáshoz szorulnak bordaközök: csatornák nélkül. Ez az átmeneti helyzet abban is kifejezésre jut, hogy a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. teknőjén a bordáknak csak a mellső $^1/_3$ része éles, a hátsó $^2/_3$ része pedig lapos és kiszélesedett.

Az itt leírt nagy és vastaghéjú limnocardiumot LIFFA AURÉL[6] főtanácsos, főgeológus, műegyetemi ny. rk. tanár úr lelte 1909-ben a komáromvármegyei Kocs község határában Duc puszta szőlőjének pontusi homokjában egy közelebbről meg nem határozott *Dreyssensia* sp.-szel. Nekem a leírt limnocardium teknőjét kitöltő vashidroxidos homokból a *Congeria Gitneri* BRUS. páros teknőcskéjét sikerült kipreparálnom. LIFFA 1909. évi jelentése szerint Kocs községben a róm. kath. templom előtt nagy mennyiségben fordulnak elő a *Congeria ungula caprae* MÜNST. teknői is.[6]

1933. év tavaszán hallgatóimmal Tatabánya és vidéke bányageológiai viszonyait tanulmányozva, kirándultunk Kocs község határába is. Kocs községtől, illetve Duc tanyától délkeletre a Badacsony-hegy vízvájta árkaiban jól föl vannak tárva a pannóniai pontusi agyag- és homokrétegek és azokban sok helyen gyüjthetők kövületek. Az alsóbb agyagos üledékekben különösen gyakoriak egy nagy *congeria*-fajnak a búbtöredékei, amelyeket itt megköve-

sedett «szamárkörmök»-nek nevez a nép és nem «kecskekörmök»-nek, mint Tihanyban. Ez az a nagy congeriafaj, amelyet LIFFA a kocsi róm. kath. templom előtt lelt és amelyet jelentésében *Congeria ungula caprae* MÜNST. néven említett.

Ebből az alsó agyagos üledékből én a *Congeria Czjżeki* M. HÖRN. faj teknőjét is gyüjtöttem. A felsőbb homokos üledékben az itt leírt *Limnocardium vario-costatum* n. sp.-nek igen sok teknőtöredéke szedhető vastag cserepek alakjában, de ép példányt nem sikerült lelnem.

A Duc tanya felett fekvő szőlő világossárgás muscovitos homokos talajában a kevésbbé szembetűnő, kisebb és egészen apró kövületek közül a következőket gyüjtöttem az említett futólagos kirándulás alkalmával:

Congeria sp. kis teknőjű faj búbtöredéke 1 p.
Dreyssensia auricularis FUCHS 3 p.
Dreyssensia auricularis FUCHS var. *simplex* FUCHS 1 p.
Dreyssensia cf. *serbica* BURS. 1 töredékes p.
Unio sp. 2 töredék.
Limnocardium vario-costatum n. sp. sok töredékes p.
Limnocardium sp. cserepek. (Vékonyhéjú faj.)
Pisidium sp. ind. 3 p.
Planorbis Brusinai LŐR. 2 p.
Planorbis sp. töredékes p.
Melanopsis decollata STOL. sok p.
Melanopsis oxyacantha BRUS. 5 p.
Melanopsis (Lyrcaea) caryota BRUS. 9 p.
Hydrobia sp. 4 töredékes p.
Micromelania laevis FUCHS sp. 1 p.
Valvata minima FUCHS 1 p.
Valvata variabilis FUCHS 1 p.
Neritina (Clithon) obtusangula FUCHS 2 p.
Ostracoda sp.-ek, sok példány, különösen a *Melanopsis (Lyrcaea) caryota* házaiban.

Hazánkban a pannóniai medencékben az alsó pliocént a pontusi üledékek képviselik, amelyeket stratigrafusaink alsó és felső részre választanak szét. A felsorolt kövületek a hazai pontusi

üledékek *felső* részére jellemzők. Feltűnő a *viviparák (paludinák)* hiánya, ami arra enged következtetni, hogy az ismertetett kövületes homok és a benne előforduló *Limnocardium vario-costatum* n. sp. is a felső pontusi üledékek idősebb részéhez tartozik.

*

A miocén Földközi-tengerétől elszakadt Pannóniai belföldi tóban, amely maga is kisebb-nagyobb részekre oszlott, ú. m. a Bécsi Medencére, a Kis és a Nagy Magyar Alföldre és az Erdélyrészi Medencére az elegyes és a kiédesülő vízben, valamint a medencékbe beömlő folyóvizek torkolatában a megélhetési viszonyok megváltozása meglepően gazdag kagyló- és csigaformákat létesített.

Az itt említett limnocardiumok, t. i. a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn., a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* Gorj.-Kramb., a *Limnocardium soproniense* Vit., a *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb., a *Limnocardium vario-costatum* n. sp. és a *Limnocardium pseudobanaticum* Gorj.- Kramb. fajok is ezt a formaváltozóságot példázzák, amennyiben ezeknek a szervi módosulásoknak a lágytestűek külső kemény váza: a teknője is alá volt vetve. A változás pl. a teknő megnyúlásában vagy megrövidülésében, a cardinalis fog gyengülésében vagy erősödésében, a bordák kiélesedésében vagy ellaposodásában, a bordaközök kiszélesedésében vagy eltűnésében stb. jelentkezett.

Hogy a teknőknek eféle változásai egyidejű (isochron) vagy geológiai (stratigrafiai) időben eltérő jelenségek-e, és hogy a teknőkön észlelhető ilyen módosulások egy fajon belül csak varietások elkülönítésére vagy új speciesek megkülönböztetésére jogosít-e: olyan problémák, amelyeknél jelentős szerepe van az egyéni felfogásnak.

Innen van, hogy egyes palaeontológusok egy ideig elkülönítgetik az új és az újabb varietásokat és specieseket és mások azután kisebb-nagyobb összevonásokkal igyekeznek az áttekintést megkönnyíteni.

A természet titka sok tekintetben kifürkészhetetlen, de az emberi elme mégsem fárad bele a kifürkészés megkísérlésébe.

(A *Limnocardium vario-costatum* n. sp. és a *Limnocardium*

soproniense VIT. fajok teknőinek az eredeti példányait a m. kir. Földtani Intézet múzeumában őrzik.)

Irodalom.

1. VITÁLIS ISTVÁN: A Limnocardium soproniense n. sp. Mat. és Természettud. Értesítő. L. k. p. 509.

2. HÖRNES, M.: Die fossilen Mollusken der Tertiaer-Beckens von Wien. Abh. d. k. geol. R.—Anstalt. Wien, 1862. IV. pag. 193—194. Taf. XXVIII. Fig. 1 a—c.

3. GORJANOVIĆ-KRAMBERGER, Dr. K.: Über Budmania Brus. und andere oberpontische Limnocardien Kroatiens. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-naturwiss. Classe. Bd. CXI. Abt. I. Jänner 1902, pag. 19. Taf. III.

4. GORJANOVIĆ-KRAMBERGER, Dr. K.: Die Fauna der oberpontischen Bildungen von Podgradje und Vižanovec in Kroatien. Jb. d. k. k. geol. Reichsanst. Bd. 49, pag. 243, Taf. IX., Fig. 3, 3/*a*, Wien, 1899.

Ugyanaz: Über Budmania Brus. und andere oberpontische Limnocardien Kroatiens. Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-Naturwiss. Classe. Bd. CXI. Abt. I. Jänner 1902, pag. 22, Taf. II., Fig. 4. és Taf. IV., Fig. 1/*a*, 1/*b* és 2.

Ugyanaz: Die pontische Fauna von Glogovnica-Osjek bei Križevci in Kroatien im Vergleiche zu jener von Radmanest. Glasn. hrv. narovsl. dru˙tva God. XV. Zagreb. 1903.

5. BRUSINA, S.: Iconographia molluscorum fossilium etc. Zagrabiae, 1902. Tab. XXIX. Fig. 48—50.

6. LIFFA AURÉL, Dr.: Agrogeológiai jegyzetek Tömörd-puszta és Kocs környékéről. A m. kir. Földtani Intézet évi jelentése 1909-ről. Budapest, 1911, pag. 181.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. január 15-én tartott üléséből.)

LIMNOCARDIUM VARIO-COSTATUM n. sp.

Vom Korr. Mitglied ST. v. VITÁLIS.

Mit Tafel VI.

AUREL LIFFA, Chefgeologe, a. o. Professor der Technischen Hochschule, fand im Jahre 1909, während seinen agrogeologischen Aufnahmen in dem pontischen Sandboden des Weingartens Ductanya, unweit Kocs, Komitat Komárom, eine grosse und dickschalige *Limnocardium*-Art, die er mit *Limnocardium Schmidti* M. HÖRNES zu identifizieren glaubte. Mit der näheren Bestimmung der grossen Limnocardium-Art von Sopron beschäftigt, musste ich auch die erwähnte Form aus Kocs untersuchen und erkannte dieselbe als eine neue Art, die ich *Limnocardium vario-costatum* nenne.

Die Charakterzüge von *Limnocardium vario-costatum* sind die Folgenden (vgl. Photo):

Die Schale von *Limnocardium vario-costatum* ist oval, auffallend dick, etwa 5 mm. Die Länge der abgebildeten rechten Schale beträgt 59 mm, die Breite, bezw. Höhe 52 mm, die Dicke 25 mm. Die Schalen sind hinten mittelmässig klaffend. Der vordere, praelunulare Teil — zwischen dem Schlossrand und vorderen Rand — ist spornartig nach vorne und ein wenig nach oben ausgezogen.

Der Schlossrand ist S-förmig ausgezogen. Der cardinale Zahn ist schwach. Am vorderen Teil des Schlossrandes befinden sich zwei Seitenzähne nebeneinander, die nach vorne >-förmig divergieren. Am hinteren Teil des Schlossrandes, näher zum cardinalen Zahn, folgt ein ebenfalls schwach entwickelter und weiter unten ein stärkerer, verlängerter Seitenzahn.

Zahl der Rippen ist 16. Von vorne, d. h. von der Lunula gerechnet ist die erste Rippe schwach entwickelt und von der zweiten Rippe durch eine ebenso breite Rippenmitte getrennt. Die Rippen 2. und 3. sind graduell stärker und mehr gewölbt. Die Rippenmitte ist aber stets schmäler. Die Rippen 4—6. sind noch stärker, die Querschnitte sind dreieckig und scharf, die Rippenmitten verschmälern sich ganz. Die Rippen 7—12. sind noch breiter, aber weniger gewölbt, reihen sich eng aneinander und sind nicht scharf. Die Rippen 13—16. verschmälern sich graduell, sind aber ebenfalls

aneinander gepresst, d. h. ohne Rippenmitte. Am Rücken dieser Rippen verläuft eine kaum wahrnehmbare, linienartige Kante.

Der Artname *vario-costatum* soll diese variierende Gestalt der Rippen bezeichnen.

Die Wachstumslinien sind nur am vorderen, unteren Teil der Schale stärker: faltenartig. Am gewölbten arealen Teil dominieren die querverlaufenden Wachstumslinien und gleichzeitig erscheinen hier 2—3 Rippen.

Im Inneren der Schale treten 12 breite und flache Rippenplatten auf, zwischen denen schmale Furchen verlaufen, die sich beim unteren Rand ausbreiten.

Die Abdrücke der Schliessmuskeln sind am abgebildeten Stück kaum sichtbar, da das Innere der Schale mit Eisenoxydhydrat verzementiertem Sand ausgefüllt ist.

Aus diesem verzementierten Sand gelang es mir die paarige Schale von *Congeria Gitneri* Brus. herauszupräparieren. Aus dem sandigen Weingartenboden bestimmte ich folgende Fauna: *Congeria* sp. Schalenfragment, *Dreyssensia auricularis* Fuchs, *Dreyssensia auricularis* var. *simplex* Fuchs, *Dreyssensia* cf. *serbica* Brus. fragmentarisches Exemplar, *Unio* sp. Fragment, *Limnocardium vario-costatum* n. sp. Bruchstücke, *Limnocardium* sp. Bruchstücke einer dünnschaligen Art, *Pisidium* sp. ind., *Planorbis Brusinai* Lör., *Planorbis* sp. Fragment, *Melanopsis dacollata* Stol., *Melanopsis oxyacantha* Brus., *Melanopsis (Lyrcaea) caryota* Brus., *Hydrobia* sp. Fragmente, *Micromelania laevis* Fuchs, *Valvata minima* Fuchs, *Valvata variabilis* Fuchs, *Neritina (Clithon) obtusangula* Fuchs und sehr viele *Ostracoden*, besonders in den Häusern von *Melanopsis (Lyrcaea) caryota*.

In Ungarn wird in dem pannonischen Becken das Unterpliozän durch pontische Sedimente vertreten. Die aufgezählten Fossilien sind für den oberen Teil der pontischen Sedimente charakteristisch. Auffallend ist das Fehlen der *Viviparen*, woraus gefolgert werden kann, dass der hier besprochene fossilführende Sand dem älteren Teil der oberpontischen Sedimente angehört.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 15. Jänner 1934.)

A LIMNOCARDIUM SOPRONIENSE n. sp.

VITÁLIS ISTVÁN l. tagtól.

A VII. táblával.

A soproni Steiner-, Lenk-, Hacker- és Hasenöhrl-féle téglagyárak anyagbányáiban mintegy 22 m vastagságban vannak föltárva a pannóniai pontusi agyagos-homokos üledékek, amelyeknek a kövületei régóta magukra irányították a természetvizsgálók figyelmét.

Különösen két nagy kagyló teknőit könnyű észrevenni, ú. m. egy nagy *congeria* és egy nagy *limnocardium* teknőit.

A nagy congeriát Hörnes Mór, a bécsi medence terciér molluscumainak a leírója, háromszögforma teknője alapján a *Congeria triangularis* Partsch-fajjal vélte azonosíthatónak. (1) Ugyanezen a téves néven sorolta fel ezt a nagy soproni congeriát — bizonyára Hörnes nagy tekintélyének a hatása alatt — Wolf Henrik (2) bányatanácsos, osztrák geológus, a sopronvidéki ponticum első rendszeresebb ismertetője és telegdi Róth Lajos főbányatanácsos, a m. kir. Földtani Intézet főgeológusa is, aki Sopron vidékén és az egész Lajta-hegységben részletes földtani fölvételt készített a mult század hetvenes-nyolcvanas éveiben és gazdag kövületsorozatot gyűjtött a már említett téglagyárak anyagbányáiban. 1892-ben azután Brusina Spiridio, a pontusi üledékek kövületeinek ez a fáradhatatlan kutatója, a Bécsben őrzött soproni nagy congeriákban új fajt ismert fel és azt *Congeria Hörnesi* néven írta le. (3)

Ezzel a szóbanforgó soproni téglagyárak anyagbányáiban gyakori nagy *congeria* hovátartozósága helyesebb megvilágításba került. A soproni nagy *limnocardium* sp. rendszertani helye ellenben mindeddig meghatározatlan.

WOLF HENRIK, aki pedig 1870-ben részletesen ismertette a Lenk-féle soproni téglagyár anyagbányájának a rétegsorát és kövületeit, ezt a nagy és gyakori *limnocardium* sp.-t meg sem említi. Valószínűleg nem jutott abba a helyzetbe, hogy meghatározhatta volna.

Amikor 1919-ben a m. kir. bánya-, kohó- és erdőmérnökképző főiskolát Selmecbányáról Sopronba volt kénytelen a kormány áthelyezni, nyomban felkerestem az említett soproni téglagyárak anyagbányáit, minthogy GECSÁNYI GUSZTÁV soproni liceumi tanár még 1910-ben, amikor a tihanyi «kecskekörmök»: a *Congeria ungula caprae* MÜNST eredetével foglalkoztam, (4) küldött volt nekem néhány darabot azokból a nagy congeria- és limnocardium-teknőkből, amelyek ott annyira gyakoriak.

Azt nyomban megállapítottam, hogy ezek a soproni nagy limnocardiumok leginkább a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN.-fajra emlékeztetnek a nélkül, hogy azzal a fajjal azonosíthatók volnának, miért is főiskolai őslénytani és történeti földtani előadásaimban ezt az érdekes nagy pannóniai pontusi kagylófajt provizorikusan *Limnocardium pseudo-Schmidti* névvel jelöltem. Ezt az ideiglenes elnevezést használta azután VENDL MIKLÓS tanártársam is.

A szóbanforgó soproni téglagyár anyagbányáiban igen nehéz ezekből a nagy limnocardiumokból ép példányokat gyüjteni. Különösen olyan példányokat, amelyeken pl. az összes bordák ép állapotban volnának tanulmányozhatók.

Amikor 1868-ban a m. kir. *Földtani Intézet*-et felállították, az új intézet geológusai a részletes földtani fölvételt a Dunántúl kezdték meg. Sopronban és környékén telegdi ROTH LAJOS főgeológus végezte a részletes földtani fölvételt és az ő régi gyüjtései alapján Sopronból és környékéről igen gazdag pannóniai pontusi kövület-sorozatot lehetett a m. kir. Földtani Intézet múzeumában közszemlére kiállítani. A kiállított kövületek között a szóbanforgó nagy limnocardiumok teknői közül néhány ép vagy csak alig sérült példány is szerepel *Limnocardium n. sp.* jelzéssel. A kövületekhez tartozó eredeti cédulák segítségével megállapítható, hogy telegdi ROTH LAJOS a Sopronnal szomszédos Balf-fürdő kútaknájából gyüjtött ezekből a nagy limnocardiumokból épebb példányt, 1914-ben pedig KÁROLYI LAJOS a soproni Lenk-féle téglagyár

anyagbányájából küldött egy teljesen ép baloldali és egy kissé sérült jobboldali teknőt.*

Az eredeti cédulákról az is megállapítható, hogy telegdi ROTH LAJOS, aki a magyarországi pannóniai pontusi kövületek egyik specialista kutatója volt, ezt a nagy sopron-balfi limnocardiumot *Limnocardium cf. Schmidti* M. HÖRN.-névvel jelölte; HALAVÁTS GYULA főgeológus viszont, aki a Földtani Intézet pannóniai pontusi fossiliáinak a meghatározását revideálta: a *Limnocardium Dumičići* CORJ. KRAMB.-fajjal vélte azt azonosíthatónak. (5)

A *Limnocardium Dumičići* pontusi kagylófajt GORJANOVIĆ-KRAMBERGER KÁROLY egyet. tanár 1899-ben a horvátországi Vižanovec határában lelt egyetlen jobboldali teknő alapján írta le s mutatta be rajzban. (6) GORJANOVIĆ-KRAMBERGER ezt a fossilis kagylót először mint a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. alakkörébe tartozó *új formát* fogta fel, amely a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN.-fajtól abban tér el, hogy a záros pereme egyenes, a búbja rövidebb, a bordái száma nagyobb: 24 és hátul kevésbbé ferdén lemetszett. Az új forma teknőjére — ámbár a külseje mállott volt — jellemzőnek vélte még GORJANOVIĆ-KRAMBERGER azt is, hogy a lapos bordákat $3\,^1/_2$ mm széles *barázdák* választják el egymástól.

ANDRUSOV azonban 1900-ban Eurasia dreissensidáiról írt monografiája első supplementjében (7) (pag. 102.) vitássá tette a *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. fajt és viszonyát a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN-hez.

GORJANOVIĆ-KRAMBERGER 1902-ben BRUSINÁ-nak a limnocardium genuson belül felállított «Budmania» subgenusáról irott közleményében, a III. fejezetben (pag. 18—20.) részletesen ismerteti a *Limnocardium Dumičići* faját, főleg a Križevac mellett, a glogovaci felső pontusi homokban lelt 18 drb. új példány alapján, amelyek közül négyet fénymásolatban is bemutatott. (8)

Ebben a közleményében — ANDRUSOV említett észrevételével szemben — azt igyekezett GORJANOVIĆ-KRAMBERGER bebizonyí-

* E helyen is hálásan köszönöm, hogy dr. LÓCZY LAJOS egyet. ny. r. tanár úr, a m. kir. Földtani Intézet igazgatója, megengedte a gyüjteményben őrzött soproni és balfi nagy limnocardiumok tanulmányozását és lefényképeztetését.

tani, hogy a *Limnocardium Dumičići* tényleg mint új faj különítendő el egyfelől a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. és másfelől a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* Gorj.-Kramb.-től, minthogy mind a kettőtől lényegesen eltér.

Az eltérések közül elsősorban a megnyúlt, élnélküli teknőt és az egyenes, hosszú zárat emeli ki Gorjanović-Kramberger. Ezen kívül a *Limnocardium Dumičići*-nek 24—25 bordája van, holott a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn.-nek csak 18—20, a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* Gorj.-Kramb.-fajnak pedig 21—22.

Különös súlyt helyez Gorjanović-Kramberger arra a körülményre, hogy a *Limnocardium-Dumičići*-nek adoptált zárja van, azaz a jobb teknő mellső két mellékfoga > alakban összenőtt. (8) (Fig. 3.)

Ámbár Gorjanović-Kramberger e közleményében a *Limnocardium Dumičići* fajának a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. alakköréhez való tartozását — in sensu lato — minden kétségen felülállónak tartotta (8) (pag. 23.): már néhány év mulva: 1903-ban a križevaci, illetve glogovnica-osjeki pontusi faunáról közölt előzetes jelentésében, (9) amelyben a glogovnicai faunát a radmanestivel hasonlította össze, azt emeli ki, hogy a *Limnocardium Dumičići* bordái egészen laposak és *egymáshoz szorulnak* úgy, hogy e jelleg következtében — újabb észlelése szerint — a *Limnocardium Dumičići* faja az általa Radmenesten felismert *Limnocardium pseudobanaticum* n. sp.-éhez csatlakozik a legszorosabban és így — ez volt akkor Gorjanović-Kramberger végső következtetése — a *Limnocardium Dumičići* nem a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. alakköréhez tartozik, hanem a *Limnocardium banaticum* Fuchs sp.-csoportjához, illetve azon belül direkt a *Limnocardium pseudobanaticum* új fajához csatlakozik, amelytől főleg jelentős hosszkiterjedésével tér el.

Az itt elmondottak ahhoz a meggyőződéshez vezettek, hogy a szóbanforgó soproni nagy limnocardium nem azonosítható a *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb.-fajjal sem. A rendelkezésemre állott szakirodalom áttanulmányozása alapján úgy véltem, hogy *új* fajról van szó, miért is azt 1929-ben a magyar orvosok és természetvizsgálók soproni vándorgyűlésén tartott előadásom-

ban — soproni lelőhelyét is jelezni kívánván — mint *Limnocardium soproniense* n. sp.-t ismertettem. 1930-ban azután már ezen a néven sorolta azt fel, mint a sopronvidéki ponticum egyik leggyakoribb kagylófaját, VENDL MIKLÓS tanártársam is. (10)

Miután azonban a magyar orvosok és természetvizsgálók soproni vándorgyűlésén elhangzott előadások — anyagi fedezet hiányában — nyomtatásban nem jelenhettek meg: ennek az érdekes soproni nagy limnocardiumnak az ismertetését a következő sorokban közlöm.

Először is azokat a különbségeket sorolom fel, amelyekben a *Limnocardium soproniense* n. sp. eltér egyrészt a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN.-től és másrészt a *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB.-től.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. és a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. külső alakra hasonlít egymáshoz. A két kagylófaj teknője azonban ezen általános külső hasonlóság mellett több fontos jellegben eltér egymástól. A *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. teknőjén az areát erősen kiemelkedő él határolja, amit HÖRNES MÓR, mint e faj felállítója is kiemel. (1) (pag. 193.) A *Limnocardium soproniense* n. sp. teknőjén ez az areás él hiányzik. A *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. teknőjén a bordák — különösen a mellső és az alsó perem felé — *ék*-szerűek, *élesek;* HÖRNES MÓR megállapítása szerint «dreiseitig gekielt». A *Limnocardium soproniense* n. sp. bordái általában nem ékformájúak, nem élesek, hanem lekerekítettek s az alsó perem felé ellaposodók és kiszélesedők; csak a mell felől számított 3—7. borda háromszögmetszetű és éles, főleg a jobboldali teknőn. A *Limnocardium soproniense* n. sp. bordáinak a száma 14—16, holott a *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN.-fajé 18—20.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. és a *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. kagylófajok teknői között külsőleg nem nagy a hasonlóság. A *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Gramb. teknője megnyúlt, a *Limnocardium soproniense* n. sp.-é zömökebb. A *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. teknője elől is, hátul is lekerekített, a *Limnocardium soproniense* n. sp. teknője hátul, az areás oldalon ferdén lemetszett, a mellső: a lunulás oldalon nem lekerekített, minthogy a mellső perem az egyenes záróperemmel közel derékszöget alkot.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. és a *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb. abban egyezik meg, — szemben a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. fajjal — hogy az areás él mind a kettőnél hiányzik. A bordák száma és alkotása azonban mind a három fajnál más és más. A *Limnocardium soproniense* n. sp. bordáinak a száma 14—16, a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. fajé 18—20, a *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb.-fajé 24—25.

A rendelkezésemre álló szakirodalmat átnézve, szembetűnő hasonlóságot vettem észre a soproni nagy limnocardium és a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* Gorj.-Kramb. között is.

Meg kell tehát erről is emlékeznem.

Brusina 1884-ben Okrugljak határában egy, a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. alakkörébe tartozó nagy limnocardiumot lelt, amelyet *Adacna croatica* n. sp. néven írt le. (11) (pag. 147., Taf. XXVIII., Fig. 33.)

Brusina leírása — amint azt idézett tábláján is láthatjuk — töredékes teknő-párra vonatkozott és a szerző tizenkét évvel később ezt a *Limnocardium croaticum* faját hallgatólagosan elejtette, amennyiben 1896-ban arról mint *Limnocardium Schmidti* M. Hörn.-fajról emlékezett meg. (12)

Amikor azonban néhai Kiseljak Iván dr. gyönyörű okrugljaki kövületei a zágrábi földtani múzeumba kerültek: Gorjanović-Kramberger K. az azok között található teljes példányok alapján az okrugljai nagy limnocardiumokat mint *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum*-ot választotta el a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. sp.-től. (8) (pag. 11. Taf. III. Fig. 1/*a* és 1/*b*.)

Gorjanović-Kramberger vizsgálatai szerint a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* teknőjén úgy, mint a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. típusos példányán ki van fejlődve az areás él, ellenben a bordák száma a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* Gorj.-Kramb. teknőjén 21—22, holott a *Limnocardium Schmidti* M. Hörn.-faj teknőjén csak 18—20.

Kiemelte még Gorjanović-Kramberger azt is, hogy a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum*-nál a jobb teknő záros peremének a mellső két mellékfoga közül a felső kisebb és elkülönül az alsó nagyobb mellékfogtól. Ebben a tekintetben a *Limnocardium soproniense* n. sp. megegyezik a *Limnocardium Schmidti* var. *croati-*

cum GORJ.-KRAMB. fajtával, de egyébként sok jellegben eltér attól is.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. teknőjén a búb alacsonyabb, az alsó perem domborúbb, mint a *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* GORJ.-KRAMB. teknőjén, ami már külsőleg is figyelmeztett az eltérésre.

A *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* GORJ.-KRAMB. tenőjén 21—22 borda van, a *Limnocardium soproniense* n. sp.-én ellenben csak 14—16. A *Limnocardium Schmidti* var. *croaticum* GORJ.-KRAMB.-nél a bordák a teknő hátsó részén lekerekítettek és keskenyek, a *Limnocardium soproniense* n. sp. bordái a teknő hátsó részén ezzel szemben ellaposodók, kiszélesedők.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. teknőit az elmondottak alapján a következőkben jellemezhetjük:

A *Limnocardium soproniense* n. sp. teknőjének az alakja ovális; hátul mérsékelten tátongó. A héj cca 5 mm vastag. A teknő hátsó, areás része ferdén lemetszett. A mellső, lunula előtti részén a mellső és a záros perem közel derékszöget fog közre. Az areát a teknő mellső részétől nem választja el erős él. A bordák száma a zömökebb formákon 14, a kissé megnyúltabbakon 16. A bordák általában csak a be- és kissé előregörbülő búb hegyén élesek, az alsó perem felé a teknő túlnyomó nagy részén lekerekítettek, ellaposodók, kiszélesedők. A lunula felől számított 3—7. borda azonban — különösen a jobboldali teknőn — egész hosszában éles. A bordák nem szorulnak egymáshoz; a bordaközök egyenesek és a bordák szélességénél $^1/_3$—$^1/_4$ résszel keskenyebbek. A növendékvonalak az alsó perem felé erősödnek. A bordák a teknő belső oldalán szélesek s középen sikér barázda fut végig rajtuk. A két nagy, erős és közel egyforma záróizom benyomata közül a mellsőé erősen bemélyedő és megnyúlt. A záros perem majdnem egyenes, illetve nagyon elnyúlt (fekvő) S formát alkot; cardinális fog nincsen rajta. A jobboldali teknő záros peremének a mellső részén két mellékfog van, amelyek közül a felső gyenge és különálló; a baloldali teknő záros peremének a mellső részén csak egy erős mellékfog fejlődött ki. A záros perem hátsó részén a mellékfog megnyúlt.

A fényképen bemutatott (1/*a* tábla) és a m. kir. Földtani Intézet múzeumában őrzött Károlyi-féle soproni, baloldali teknő

hossza 77, a szélessége, illetve a magassága (a búb és az alsó perem között) 63 mm. A fél teknő vastagsága 28 mm. Az ugyancsak a m. kir. Földtani Intézetben őrzött Károlyi-féle soproni, kissé sérült jobboldali teknő hossza 73, a szélessége 65 és a vastagsága 28 mm.

A *Limnocardium soproniense* n. sp. a sopronvidéki pannóniai pontusi üledékekben igen gyakori. A soproni Steiner-, Lenk-, Hacker- és Hasenöhrl-féle téglagyárak anyagbányáiban együtt leltem a feltárás alján a *Congeria Czjzeki* M. Hörn. tömeges fellépésével jellemzett alsó, kövületes padban éppen úgy, valamint a föltárás felsőbb részében, abban a kövületes padban, amely tele van a *Congeria Hörnesi* Brus. teknőivel. Balfon ugyancsak részint a *Congeria Czjzeki* M. Hörn., részint a *Congeria Hörnesi* Brus. tömeges megjelenésével jellemzett rétegekben gyüjtöttem. Ugyanígy a Cárhalom (a Pintytető) északi oldalán levő dűlőút bevágásában, a Nemes kút közelében.

A magyar stratigrafusok a pannóniai pontusi üledékeket, amelyek az alsó pliocént képviselik, általában két részre: alsó és felső pontusi alemeletre osztják. A soproni *Limnocardium soproniense* n. sp. teknői az *alsó* pontusi üledékekben fordulnak elő.

Irodalom.

1. Hörnes, M.: Die foss. Mollusken der Tertiaer-Beckens von Wien. 1867. Abhandl. der k. k. geol. Reichsanst. IV. pag. 363. (pro parte) Taf. XLVIII. Fig. 1 *a*, *b*, *c*, (excl. Fig. 2—3.)

Partsch, P.: Über die sog. verst. Ziegenklauen aus dem Plattensee in Ungarn und ein urweltliches Geschlecht zweischaliger Conchilien. Ann. d. Wiener Mus. d. Naturg. Bd. I. pag. 93. Wien. 1835.

2. Wolf, H.: Die Stadt Oedenburg und ihre Umgebung. Jahrb. der k. k. geol. Reichsanst. Bd. XX. pag. 13. Wien 1870.

3. Brusina, S.: Über die Gruppe d. Cong. triang. Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. Jg. 1892. pag. 492.

4. Vitális I.: A balatonvidéki kecskekörmök és lelőhelyeik. A Balaton Tud. Tan. Eredményei. I. k. l. r. palaeont. függ. Bpest, 1910. p. 34.

5. L. a m. kir. *Földtani Intézet* múzeumában őrzött soproni és balfi nagy limnocardium-teknőket.

6. Gorjanović-Kramberger, K.: Die Fauna der oberpontischen Bildungen von Podgradje und Vižanovec in Kroatien. Jb. d. k. k. geol. Reichsanst. Bd. 49. pag. 243. Taf. IX. Fig. 3, 3/*a*. Wien. 1899.

7. Andrusov, N.: Fossile und lebende Dreissensidae Eurasiens. Erstes Supplement. St. Pétersbourg. 1900. pag. 102.

8. Gorjanović-Kramberger, K.: Über Budmania Brus. und andere oberpontische Limnocardien Kroatiens. Sitzungsber. d. k. k. Akad. d. Wiss. in Wien. Math.-naturw. Classe. Bd. CXI. Abt. I. Jänner 1902. pag. 5—25. Taf. II. Fig. 4. und Taf. IV. Fig. 1/*a*, 1/*b*, 2.

9. Gorjanović-Kramberger, K.: Die pontische Fauna von Glogovnica-Osjek bei Križevci in Kroatien, im Vergleiche zu jener von Radmanest. (Vorläufige Mittheilung) Glasn. hrv. narovsl. drusta God. XV. Zagreb 1903.

10. Vendl, M.: Sopron környékének geológiája. II. r. A neogén és a negyedkor üledékei. Különlenyomat az Erd. Kisérl. 1930. XXXIII. k.-ből pag. 119.

11. Brusina, S.: Die Fauna der Congerienschichten von Agram. Beiträge zur Paläont. Österreich-Ungarns. Wien. 1884. III. Bd. pag. 147. Taf. XXVIII. (II), Fig. 33.

12. Brusina, S.: La collection néogène de Hongrie, de Croatie et c. Soc. hist.-nat. croatica. Agram 1896. pag. 150. Num. 251.

(A M. Tud. Akadémia III. osztályának 1933. november 13-án tartott üléséből.)

LIMNOCARDIUM SOPRONIENSE n. sp.

Vom korr. Mitglied ISTVÁN v. VITÁLIS.

Mit Tafel VII.

In den Gruben der Steinbrüche Steiner, Lenk, Hacker und Hasenöhrl zu Sopron (Oedenburg) kommt in den pannonisch-pontischen Sedimenten eine grosse *Limnocardium*-Art sehr häufig vor, die aber, obzwar sie seit Jahrzehnten auch in öffentlichen Sammlungen sichtbar ist, bisher näher nicht bestimmt wurde.

Ludwig Roth v. Telegd sammelte im Jahre 1872 Reste dieser Form in der Grube des Steinbruches Lenk zu Sopron und glaubte sie mit *Limnocardium Schmidti* M. Hörnes vergleichen zu können. Als Gy. Halaváts die pontischen Fossilien der Kgl. Ungarischen Geologischen Anstalt revidierte, dachte er sie mit *Limnocardium Dumičići* Gorjanović-Kramberger identifizieren zu können.

Gorjanović-Kramberger rechnete *Limnocardium Dumičići* zuerst (im Jahre 1899) auf Grund der einzig allein zu Gebote stehenden rechten Schale zu dem Formenkreis von *Limnocardium Schmidti* M. Hörn. Als er aber später, im Jahre 1902 18 neuen Exemplare fand, und im Jahre 1903, als er die Fauna von Radmanest studierte, erkannte er, dass *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb. sich nicht der mit scharfer Rippe gekennzeichneten Form *Limnocardium Schmidti* M. Hörn., sondern der Form *Limnocardium banaticum* Fuchs, die eine flache Schale und eng aneinander gepresste Rippen aufweist, bezw. der Form *Limnocardium pseudobanaticum* Gorj.-Kramb. anschliesst, da ihre Rippen *flach* und *aneinander gepresst* sind.

Da die Rippen der fraglichen grossen *Limnocardium*-Art aus Sopron nicht aneinander gepresst sind, kann sie nicht mit *Limnocardium Dumičići* Gorj.-Kramb. identifiziert werden, von der sie

sich auch in der Zahl der Rippen unterscheidet. Während nämlich die grosse *Limnocardium*-Art aus Sopron nur 14—16 Rippen besitzt, finden sich bei *Limnocardium Dumičići* GORJ.-KRAMB. deren 24—25.

Die grosse *Limnocardium*-Art aus Sopron unterscheidet sich auch von *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN., indem an der Schale jene starke Kante fehlt, die bei *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. den arealen Teil auffalend von den übrigen Teilen der Schale abtrennt. Auch weitere Unterschiede bestehen zwischen beiden Arten. Die Rippen von *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. sind im Durchshnitt dreieckig und scharf, bei der grossen *Limnocardien*-Art aus Sopron sind nur die vorderen 3—7 Rippen im Durchschnitt dreieckig und scharf, die übrigen sind in derselben Ansicht abgerundet, bezw. sind sie gegen den unteren Rand verflacht, verbreitert. *Limnocardium Schmidti* M. HÖRN. besitz 18—20 Rippen, die grosse Art aus Sopron nur 14—16.

Demzufolge representiert die grosse *Limnocardium*-Form aus Sopron eine neue Art, die ich nach ihrem seit Jahrzehnten bekannten Fundort: Sopronium, *Limnocardium soproniense* n. sp. nenne.

Diagnose von *Limnocardium soproniense* n. sp.: Schale oval, hinten mässig geöffnet. Die Dicke der Schale beträgt cca 5 mm. Der areale Teil ist von den übrigen Teilen durch keine scharfe Kante abgetrennt. Die Zahl der Rippen beträgt bei den mehr gedrungenen Formen 14, bei den mehr verlängerten 16. Die Rippen sind im allgemeinen nur an der Spitze des nach innen und etwas nach vorne gebogenen Wirbels scharf, gegen den unteren Rand sind sie am grössten Teil der Schale abgerundet, verflacht, verbreitert. Die von der Lunula gerechneten Rippen 3—7 sind aber, besonders an der rechten Schale, ihrer ganzen Länge nach scharf. Die Rippen sind nicht aneinander gepresst, die Rippenmitte erreicht nur $^1/_3$—$^1/_4$ Teil der Rippenbreite. Der Schlossrand ist beinahe gerade, bezw. ist er sehr verlängert S-förmig; ein cardinaler Zahn fehlt. Am Schlossrand der rechten Schale befinden sich im vorderen Teil zwei Nebenzähne, von denen der obere schwach und separat stehend ist. Am Schlossrand der linken Schale befindet sich im vorderen Teil nur ein Nebenzahn, dieser ist aber kräftig. Am hinteren Teil des Schlossrandes sind die Nebenzähne verlängert.

Die Länge der rechten Schale des abgebildeten Stückes, dessen

Károlyi-sches Exemplar sich im Museum der Kgl. Ung. Geologischen Anstalt befindet, beträgt 77, ihre Höhe 63 und die Dicke der einen Schale 28 mm.

Limnocardium soproniense n. sp. findet sich in den Gruben der Steinbrüche Steiner, Lenk, Hacker und Hasenöhrl zu Sopron sowohl in der unteren Bank des Aufschlusses, den zahlreiche Funde von *Congeria Czjzeki* M. HÖRN. charakterisieren, wie in der Bank des höher gelegenen Teiles des Aufschlusses, welcher voll von den Schalen von *Congeria Hörnesi* BRUS. ist. Im Bad Balf kann es ebenfalls teils in den durch zahlreiche Schalen von *Congeria Czjzeki* M. HÖRN., teils in den durch *Congeria Hörnesi* BRUS. charakterisierten Schichten gesammelt werden.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 13. Nov. 1933.)

AZ ÁZALÉKÁLLATKÁK (PARAMECIUMOK) GARATJÁNAK ALKATA.

17 ábrával.

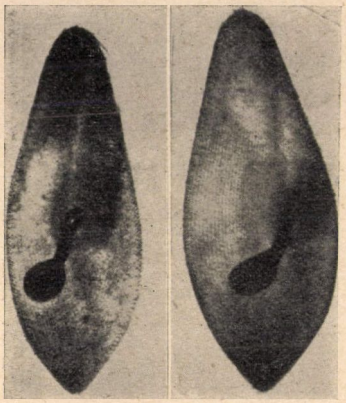
GELEI JÓZSEF l. tagtól. Szeged.

A Rockefeller-alapítvány segélyével.

A Parameciumok garatjának szerkezetével az utóbbi időben több szerző foglalkozott. Ezt azzal tudjuk megmagyarázni, hogy az állatkák mind a tanításnak, mind pediglen a kutatásnak igen közönséges eszközei s ezért több búvár tartotta szinte becsületbeli kötelességének, hogy ennek a népszerű állatnak alkatában régóta vitás táplálkozási szervét behatóan vizsgálja. BOZLER 1924-ben a *P. caudatum*, LUND 1933-ban a *P. multimicronucleatum* s e sorok írója 1925-ben az Állatt. Közl.-ben a *P. nephirdiatum*, 1934-ben pedig a *P. caudatum* garattölcsérét írta le részletesen. — Utóbbi dolgozatom megírásakor abban a hitben voltam, hogy most már mai tudásunk szerint mindent tisztáztunk ezen a téren s mégis már cikkem korrektúrájának csinálásakor rájöttem a módszerek folytatólagos javítgatása közben, hogy még mindig van tennivalónk s főként más *Paramecium*-fajoknak vizsgálatával még mindig tökéletesebbíthetjük tudásunkat. E tekintetben különösen a *P. bursariát* kell olyanként kiemelnünk, amely nyugalmas természetével rendkívül alkalmas különösen az élőállapotban való vizsgálatra.

A legutolsó dolgozatomban (1934) leírt módszereket azóta a következők szerint tökéletesítettem. A GELEI—HORVÁTH-féle sublimat-ezüstöző eljárásban a tömény sublimathoz köbcentiméterenként egy-egy csöpp osmiumperoxyd-oldatot, vagy Golgi-keveréket (osmium-kalibichromicum) csöppentek, a rögzítés után az anyagot háromszor-négyszer kimosom és utána az ezüstnek napfényen való redukcióját magában az 1%-os ezüstben végzem el. Ilyenképpen

tűző napfényen 8—10 perc leforgása alatt elzárásra kész készítményhez jutok. A garat elemeinek vizsgálhatóságát fokozza az, ha a *Parameciumok* legalább 12 órán át vértenyészetben nevelődtek. A vérönteléken (1 liter vezetéki vízre 1 kávéskanálnyi friss vér) való tenyésztéssel HORVÁTH JÁNOS tanítványom útján ismerkedtünk meg, aki azt Hamburgban, a REICHENOW intézetében tanulta. Az viszont idehaza derült ki, hogy az ilyen tenyészeteken az ezüstreakció élesebb. Én, mielőtt erről tudtunk volna, ugyanolyan eredményt azzal értem el, hogy a rögzítőszerhez csekély mennyiségű palladiumchlorürt vagy platinchloridot kevertem.

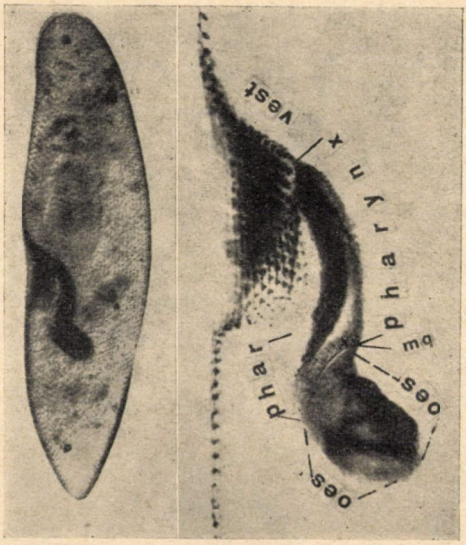


1—2. ábra. Ezüstözött Parameciumok egészben, hasoldalukról tekintve. A hosszanti vonalkázat a csillókapcsoló rostokat ábrázolja, a hasi varratvonaltól jobbra a csillómozgásból származó hullámvonalak. Fekete színben a cytopharynx az emésztőoduval. 100 ×.

Fig. 1—2. Silberbilder von Totopräparaten von Paramecium von der Ventralseite her betrachtet. Ausser dem Cytopharynx sichtbar die ventrale Nahtlinie der Körperoberfläche und die Konturen des Makronukleus. 100 ×.

Föl kell említenem még azt is, hogy a régi osmium-toluidinkékes (1926—27) eljárásom példájára egy osmium-gentianaibolyás módszert dolgoztam ki, mellyel a csillófestés terén lehet kiváló sikerekre szert tenni. Ha azt akarjuk, hogy a festék a garat mélyén is jól hasson, akkor akár toluidinkékkel, akár pedig a gentianaibolyával hidegen 15—20 percig festünk és utána alapos leöblítés közben ammoniummolybdänikumos utópácot alkalmazunk (az eljárás részleteit lásd GELEI 1926—27).

Nem tudom eléggé ajánlani élő állatoknak egyszínű fényben való vizsgálatát. Akár sötétbarna, akár pedig sötétzöld fényszűrőt alkalmazzunk, a csillózat mindkét esetben igen feltűnően ötlik szemünkbe, s a vizsgálatok a szemnek kellemes fényben hosszú időn át folytathatók.



3*a* és *b* ábra. Ugyanaz az állat ezüstözve. Balról 100 ×-os nagyításban. Oldalról tekintve, jobboldalt pedig a cytopharynx 1000-szeres nagyításban. 3*b*-n a vestibulumnak és a a pharynxnak bal fala látszik a peniculusszal, az oesophagusnak is a bal külső oldala észlelhető.

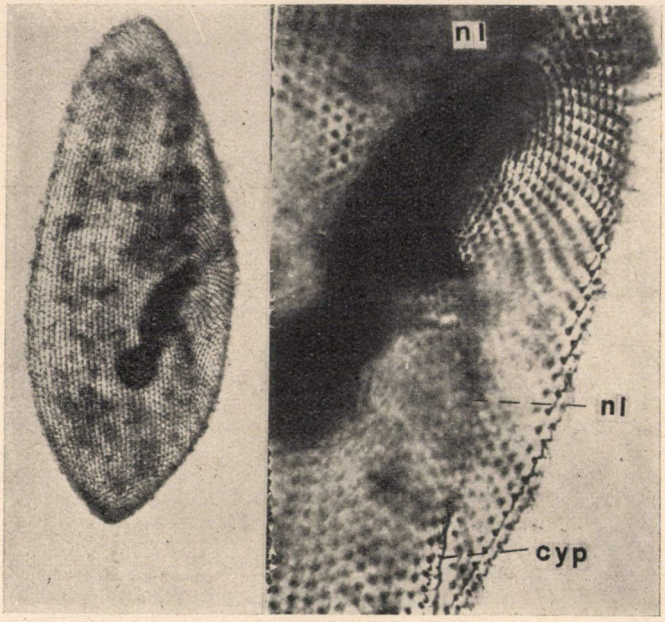
Fig. 3*a* u. *b*. Silberbilder von Totopräparaten von Paramecium in der Höhe des Cytopharynx von der linken Seite her betrachtet. In 3*a* bei schwacher (100 ×) Vergrösserung auch die Umrisse des *Ma* und *Mi*. 3*b* 1000 x vergrösserter Cytopharynx. Links Umrisse des Cytostoms, darüber die Linke Vestibularwand (vest), wo die durchschimmernde schräge Linie, die die innersten (rechten) drei Zirkulärfasern durchschneidet, die Lage des Grenzkanals bezeichnet, in dem an der rechten Vestibularwand die endorale Membranelle sitzt. Im Pharynx sichtbar die linke Wand mit dem sensenförmigen Basalabschnitt des Peniculus und rechts (an der Dorsalwand) die gekörnelte schwarze Linie als ein Stück des innersten (linken) Vierermembranblattes. Unten in der Nähe des Oesophagus das punktierte Band der untere innere Abschnitt der Vierermembran (*mq*). *Oes* Oesophagus mit der Empfangsvacuole.

A garattölcsér* fekvése.

A görbült tölcsérszerű garattal 3., 4. és 10. ábránk ismertet meg oldalnézetben. Viszont a szervnek bejáratát, az elmosódott szájnyílást 1., 2. és 9. ábránk tárja elénk. Ezeken látható, hogy a

* E kifejezést jobb magyar szó híján a «cytopharynx» helyett használom.

tojásdad, vagy a körtealakú rés a varratként jelentkező hasi középvonalban, a test középtáján, vagy kissé amögött fekszik. Kissé rézsutosan helyezkedik el, ami attól van, hogy előtte és tőle balra végződik sz állatok hasi teknője, az ú. n. prae- és peristomális mező s a szájrés ennek a teknőnek közvetlen folytatása; illetőleg



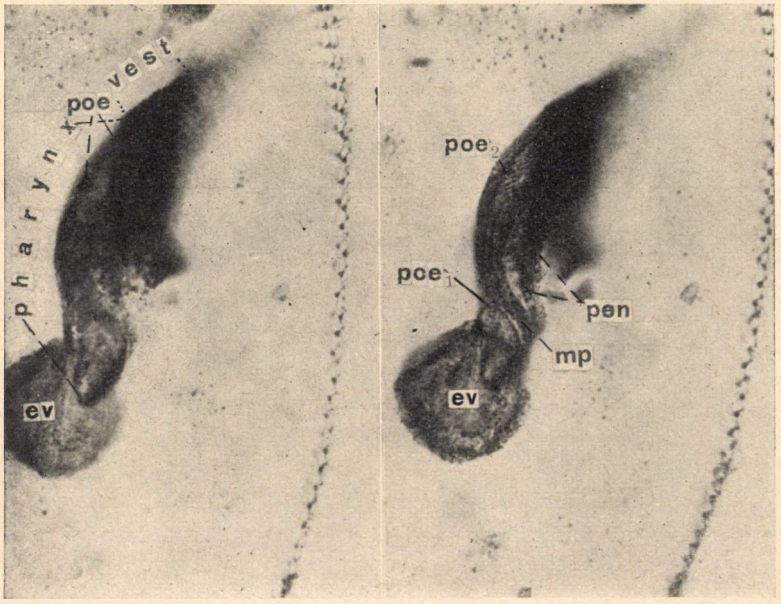
a *b*

4*a*—*b*. ábra. Ugyanaz az állat 180-, illetőleg 1500-szoros nagyításban a jobb hasfeléről tekintve. 4*a* fölületi kép a jobb testfal csillókapcsoló szálaival és a szájbejárattal. 4*b* a szájkörnyék a varratvonallal (*nl*) és a cytopygevonallal (*cyp*).

Fig. 4*a*—*b*. Silberbilder eines und desselben Tieres bei 180 × und 1500 × Vergrösserung etwas schräg ventrodextral betrachtet. In 4*b* der Eingang des Cytostoms, am Bilde rechts oben begrenzt mit der prästomalen Mulde. *nl* Nahtlinie hinter dem Cytostom. *cyp* Cytopygenlinie in der Fortsetzung der ventralen Naht.

maga a teknő úgy fogható föl, mintha a szájtölcsér balperemével messzi az egész mellső hasfélre kihúzódnék. Maga a garattölcsér is rézsútosan jobbra és hátrafefe tart, miként 1., 8., 9. és 11. ábránk világosan mutatja. A garattölcsér oldalt összenyomott, amiért is

a hasoldalról tekintve keskenynek (1., 2., 8. és 9. ábra), oldalról viszont szélesnek (3., 4., 7. és 10. ábra) látszik. Mivel a teknő 4*b* ábránk tanusága szerint simán lejt be a garattölcsérbe, ez utóbbinak az összenyomás szerint kialakuló fősíkja nem áll merőlegesen a hasfalra, hanem, ahogy azt a 6. ábránk mutatja, fölfelé jobbra eldűl.



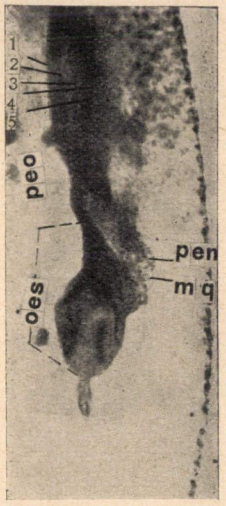
c *d*

4*c*—*d* ábra. 4*c* a cytopharynx jobbfala, 4*d* elül és hátul még mindig a jobb fal, közbül azonban áttetszik a balfalról a peniculus (*pen*) és a négyosztatú membrana (*mq*). $poe_{1\ és\ 2}$: processus oesophagealis. *ev*: emésztőodu.

Fig. 4*c*—*d*. 4*c* die rechte Wand des Cytopharynx. Vestibulum tief schwarz, an der Grenze mit der endoralen Furche. Dahinter die schräggestreifte rechte Wand des pharyngealen Abschnittes, der spitz auf den Oesophagus hinausläuft. *ev* Empfangsvacuole des Oesophagus. *poe* pharyngealer Fortsatz des Oesophagus. 4*d* eine etwas tiefere optische Ebene als 4*c*. An das Vestibulum anschliessend sieht man oben noch die Schrägstreifung der rechten pharyngealen Wand und den pharyngealen Fortsatz des Oesophagus (poe_2); der Peniculus (*pen*) schimmert aber von der linken Wand durch, der vereinigte Teil der Vierermembran (*mq*) und daneben das weisse Grenzband des Pharynx ist unten ganz scharf getroffen. Über *ev* sieht man wieder den Schatten der pharyngealen Spitze, wogegen bei poe_1 der Anfang des pharyngealen Fortsatzes scharf sichtbar ist.

A garattölcsér szakaszai.

HERTWIG-hez és KAHL-hoz csatlakozva, a garattölcsérben három szakaszt különböztetünk meg: 1. előteret vagy szájgödröt (vestibulum, HERTWIG 1890), 2. garatot (pharynx, KAHL 1931) és 3. a nyelőcsövet (oesophagus, KAHL 1931). Ezt a három részt mint csillós, mozgatóhártyás és kopasz szakaszt állíthatjuk egymással szembe.



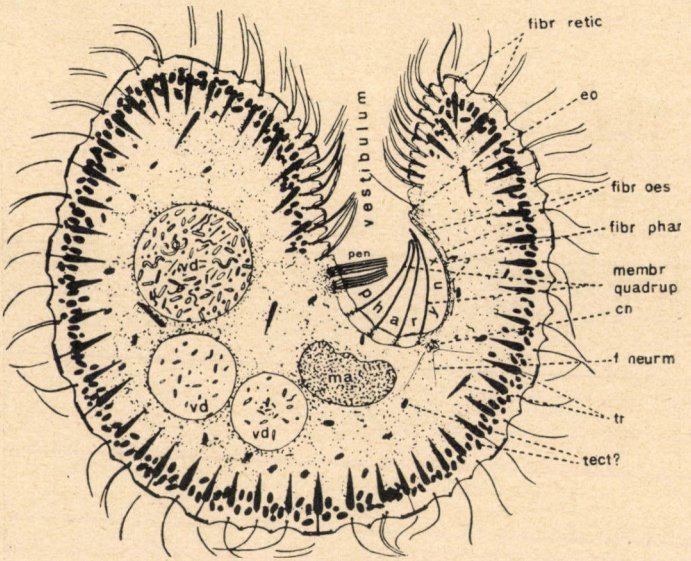
5. ábra. P. caudatum garatja a jobb hátoldalról tekintve. 1500 ×. 1—4 a négyosztatú membrana négy külön levele. 5. processus oesophagealis (*peo*).

Fig. 5. Der Cytopharynx von der dorsalen (etwas dextral) Seite her betrachtet 1500 ×. Sichtbar die Basalreihen der vier Blätter der Vierermembran (1—4) und daneben rechts der Processus oesophagealis 5 und *peo*. Von unten (linkerseits) her durchscheinend der Peniculus (*pen*) und die enggeschlossene Vierermembran (*mq*). *Oes* Oesophagus.

1. *Előtér (vestibulum)*. A cytopharynx első szakasza valamennyi szerző egyöntetű felfogása szerint a külső fölület éspedig különösen a hasoldali teknő egyszerű betüremkedésének tekintendő, főként azon az alapon, mert ezen a részen is megtaláljuk az ectoplasma valamennyi alkatrészét, így a csillókat, a trichocystákat, az ectoplasma polygonális vázelemeit a csillók talpi részén az ú. n. csillókapcsolórostokat és végül az ectoplasma durva tectinszemcsézetét is.

A *P. caudatum* vestibuluma jóval mélyebb, mint a *bursariáé*. (V. ö. a 7. és 10. ábrát), amabban 6—12, emebben pedig 4—6 körkörös csillósort találunk. A vestibulum csillózata feltűnően tömören rendezkedik. Az egyes sokszögű mezőben rendszerint kettős csillókat találunk, s csak hátul és a legbelső sorokban fejlődik kivételesen egy-egy csilló. A vestibulum hátsó vége kisebb-nagyobb mértékben csillótlan. 7. ábránk szerint a *P. caudatum*-ban a csillótlan terület egyszerű pontozással van megjelölve, viszont a 10. ábránk szerint a *P. bursaria* szájbejáratának hátulsó zugában a csillótlan terület kiterjedését a csillók elhagyásával jeleztük. A vestibulum

csillózata nemcsak hosszanti (körkörös), hanem 4., 7. és 9. ábránk tanúsága szerint sugárirányú sorokba is rendeződik. Ezek a sugárirányú sorok a szájperemen át a környező hasoldalra is kiterjednek (*4b* és *9a* ábra). Tekintve azt, hogy a csillók talpi részükön csak



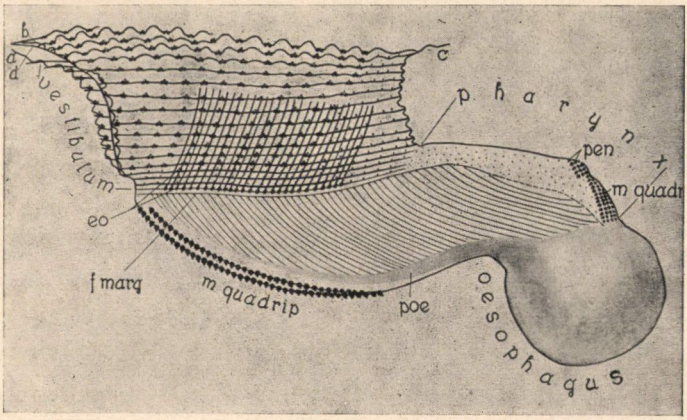
6. ábra. A garat keresztmetszete az állatnak elölről tekintett keresztmetszeti képén. Vázlatos rajz egy Flemming-féle folyadékban rögzített és savifuchsin-világoszöld festékkel színezett készítmény alapján.

Fig. 6. Ein ideales Querschnittbild in der Höhe des Cytostoms durch den Cytopharynx. *cn* vorderes Neuromotorium. *eo* Querschnitt der endoralen Membran. *fibr oes* die Schlundfasern von BOZLER. *fibr phar* die Schrägstreifung der rechten pharyngealen Wand. *f neurm* endoplasmatische neuroide Fasern (REES'sche Fasern). *fibr retic* Querbalken des polygonalen Fasersystems der Körperoberfläche. *membr quadrup* die vier Blätter der Vierermembran im Querschnitt. *pen* Peniculus im Querschnitt. *tect?* Tectinkörner (?) *tr* Trichocysten als ecto- und endoplasmatische Elemente.

hosszában (körkörösen) vannak interciliáris rosttal összekötve, a kifelé tartó sugárirányú csillósorokat álsoroknak kell tekintenünk.

A csillók alapi testjeinek magasságában, a pelliculától 1 mikron mélyen a csillósorok mentén csillókapcsoló interciliáris rostok futnak. Ezek mentén, miként azt 3., 4., 7., *9a*. és 11. ábránk tanusítja, a csillók alapi részén ú. n. hármastestek keletkeznek, melyek közül

2 magában az interciliáris szálban, egy pedig a vestibulum balfalán a szálon belül, a jobbon pedig a szálon kívül helyezkedik el. Ez a szálon kívül eső pont, valamint a vestibulum hátsó és felső részének magános pontozata a mellékszem, a szálba eső kettőspontok pedig a páros csillók alapitestei. A csillóközi rostot a csillóbunda subpelliculáris autonom idegelemeinek tekintjük. Ezek az idegszálacskák a vestibulum mellső és hátsó végén varratvonalban egyesülnek, miként azt a 11. ábránkról leolvashatjuk.

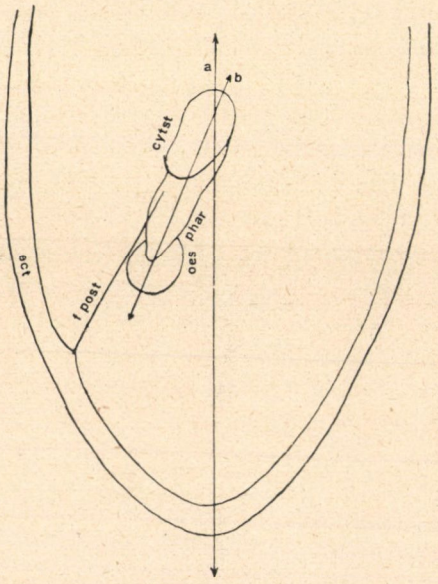


7. ábra. A P. caudatum cytopharynxának jobb fala külső oldaláról tekintve. Osmium-sublimáttal rögzített és ezüstben redukált készítmény alapján rajzolókészülékkel. 2000 ×.

Fig. 7. Die rechte Wand des Cytopharynx von aussen her (von der rechten Körperseite her) betrachtet, nach einem Sublimat-Osmium-Silberpräparat, mit dem Zeichenapparat. Das Vestibulum mit den quer (circulär) verlaufenden Interciliärfasern; daran die Dreier-Zweier-Körner: der Basalapparat der Cilien. Abkürzungen siehe bei Fig. 4.

A vestibulumnak belső hátoldali szegélyén, különösen jobboldalt árokszerű szegővonal képződik. Ennek segítségével az előtér a garatszakasztól élesen elkülönödik. A két állat közül különösebben a *bursaria* vestibuluma van belülről élesen elhatárolva. Ebben a jobboldalt belülről élesen elhatárolódó árokban egy csapkodó hártya (membrana) képződik ki, melyet már a *P. nephridiatum*ban leírtam, s amelyet azóta a másik két alföldi *Parameciumban* is megtaláltam. Ennek a hártyának *(eo)* alapvonala 3*b*. és 4*c*. ábránkon látható a vestibulum éles szegélyében, a 7. meg 10. ábránkon pedig

az alsó szegővonal *(f marg)* mellett tűnik elénk. A *caudatum* endorális membranája jóval hosszabb, mint a *bursariáé*, mert benne 23—30 csillót találunk, holott a *bursariá*-ében csak 8—10 egyesül hártyává. Az endorális membrana is egy interciliáris szálon ül, mely előtte és mögötte egyszerűen szemcsézett. 1934-ben megjelent dolgozatom szerint még nem láttam tisztán a membrana alapjának fekvését. Akkor még nem tudtam az alapi szemcsesort megkülönböztetni a pharynx jobbfali rostozatát egybekapcsoló szegőrosttól. Azóta azonban sikerült a rögzítőszerhez (APÁTHY-féle folyadék) platinchloridnak, ill. palladiumchloridnak hozzáadásával az én eredeti osmiumtoluidinkékes eljárásomban olyan modósításokra szert tennem, melyek a vázelemeket eddig nem sejtett tiszta képeken hozzák ki s ezeken látszik világosan, hogy az endoralis membrama nem a szegőroston fekszik, hanem annak közvetlen szomszédságában, vestibularisan (lásd a 7. és 10. ábrákat).



8. ábra. A P. caudatum cytopharynxának helyzete a test hossztengelyéhez (*a*) viszonyítva. cytst: cytostoma. phar: pharynx. oes: oesophagus. f post: garatrostok. ect: ectoplasma. Rajzolókészülékkel, vázlatosan.

Fig. 8. Schema der Lagerung des Cytopharynx zur Körperachse *(a)* und der Verlauf der Schlundfasern zu der Achse *(b)* des Cytopharynx. Von der Ventralseite her betrachtet nach einem Goldpräparat von GELEI (1931).

A vestibulum fala csak külső részén van trichocistákkal ellátva. Ezek kifelé tekintenek s így kipattanásukkor a szájnyíláson át kifelé lövetnek.

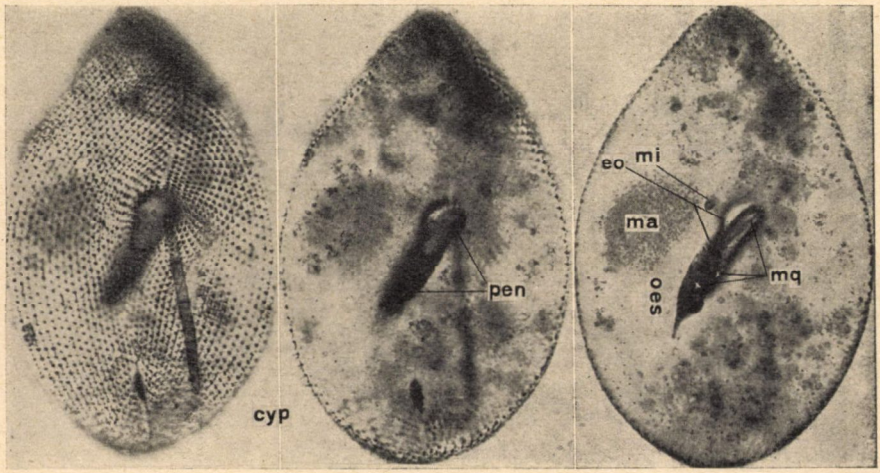
A vestibulum fala sokszöget formáló támasztórostokkal éppúgy el van látva, mint az egész testfelület. A támasztórostok a csilló-

sorok között váltakozva, szabályosan eloszolva szintén körben futnak és elől, valamint hátul az interciliáris rostok varrata fölött attól független vázvarratot képeznek. A váz hosszanti gerendáit minden csillópár között harántgerenda kapcsolja össze; ebből a garatban is sokszögű hálózat alakul ki, melynek hálószemeiben mint támasztókeretekben a csillók számára mély gödrök, lyukak keletkeznek. A hálózat állatról-állatra változólag, hol rhombikus, hol négy-, hol pedig hatszöges.

2. *Garat (pharynx).* A táplálékfelvevő-készüléknek a táplálkozás szempontjából ez a legfontosabbik szakasza vizsgálati módszereink kidolgozásáig teljesen ismeretlen volt. Egyrészt az osmium-toluidinkékes, másrészt pedig a szublimat-ezüstöző eljárásnak érdeme, hogy az itt kiképződő szerveket világosan megláthattuk és alkatukban tisztán elemezhettük. Ennek a szakasznak, összenyomottsága következtében s a könnyű tájékozódás érdekében, négy falát különböztetjük meg, ú. m. a két nagyobbméretű jobb- és baloldali falat s a hosszúkás háti és a rövid hasoldali falat. Ezek közül a baloldali, mely a hasteknő egyenes folytatásába esik, egy vastag, általam már 1925-ben leírt kefeszerű hártyával, az ú. n. peniculus-szal van fölszerelve. A jobboldali teljesen kopasz, illetőleg belső végére fölhajlik egy másik membranellának, a négy osztatú hártyának végső szakasza. A hátoldali keskenyfalon egy kezdetben négylevelű membrana képződött ki, amely hátrább a balfalra vált át és ott a peniculus mellé csatlakozva, tömör membranellát formál. A garatnak rövid ventrális fala a vestibulum csillótlan hátsó sarkának egyenes folytatása. Maga is csillótlan és támasztó rost nélküli. Ennek a falnak belső végére szintén átkanyarodik baloldalról a peniculus hátsó vége és a négyosztatú membranella. A felsorolt két mozgatóhártya a falra épül föl és az űrtérbe nyúlik be. Maga a fal 1 μ vastag és a jobbfelén rostozottnak mutatkozik.

A peniculusról már 1925-ben megállapítottam, hogy az nyolc hosszanti csillósorból van összetéve. A csillósorok alapi testeiből ezüstözött készítményeken nyolc erősen színeződő tömör barna pontsor keletkezik, melyek a mikrophotogrammákon igen élesen szembeötlenek. Így 3., 4*d*., 10. és 11. ábránkon a *pen* jelzésű képlet mindenütt a peniculust jelzi. Amint 3*b*. és 10. ábránkon világosan látszik, a bazális testek nyolc sorához még a szélen két és középütt

egy vastag pontsor csatlakozik, mely nem más, mint az alapi testek mellékszemeinek a pontsora. A középső pontsor a peniculust két félre osztja, amiből nyilván következik, hogy a peniculus is két darab négysoros membranellából áll. Miként 6. ábránkon látszik,



a *b* *c*

9*a*—*c*. ábra. Paramecium bursaria hasoldaláról tekintve, ezüstözött készítmény alapján. 9*a* fölületi kép a száj bejáratával és hátul a cytopygével (*cyp*). 9*b* a vestibulum és mögötte a peniculus oldalról tekintve. 9*c* balról az endorális membrana alapja (*eo*) és a cytopharynx közepén a hátul jobbra átvágó négyosztatú membrana (*mq*). 700 ×.

Fig. 9*a*—*c*. P. bursaria von der Ventralseite her betrachtet in drei verschiedenen optischen Schnitten. cyp: cytopyge. pen: peniculus. eo: endorale Membranelle. ma und mi Macro- und Micronucleus. mq: Membrana quadripartita. oes: Oesophagus.

a peniculus sörtéi törpék és végükön egymagasságban vannak elmetszve; ettől származik a képletnek: kefe-, peniculusszerű alkata.

Amint azt különösen 3*b*. és 10. ábránkon látjuk, a peniculus felülről tekintve sarló módjára görbülő képlet. Görbületével a hasoldal felé néz. Alsó lemeze rövidebb és már a jobb falon megszűnik. Felső (dorsális) lemeze azonban hátrafele messzire nyúlik, a *cauda-*

tum-on átvág a balfalra is, a *bursariá*-é azonban alig hajlik fel valami keveset a hasoldalra (v. ö. 7. és 10. ábrát).

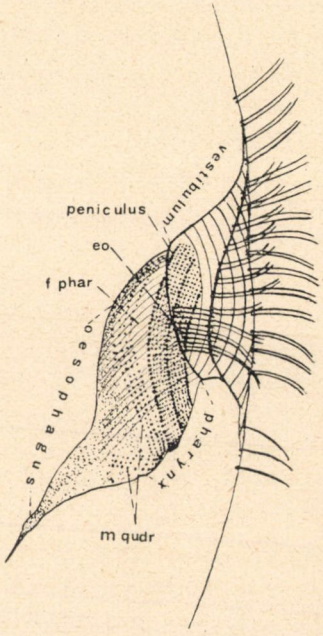
A peniculust leírásom nyomán LUND amerikai búvár is megtalálta az egyik ott előforduló *P. multimicronucleatum*-on.

A garat hátoldalán a korábbi búvárok velem együtt csillósorokat írtak le. Csak az elmult évben jöttem rá ezüstös készítményeim tanulmányozása közben, hogy itt is egy négy csillósorból álló membranella alakult ki. Ez a képlet elől addig, amíg a hátoldalon van megtelepedve, négy külön lemezből áll (l. 5. ábra 1—4.), melynek keresztmetszetét a 6. ábránkon látjuk. Hátrább, miután a négy lemez a balfalon a peniculus mellé kerül, a csillók tömören egymásmellé simulnak, és ott az addig négyosztatú membranella (m. quadripartita) tömör képletté lesz. (V. ö. a 3*b*, 4*d*, 5., 10. és 11. ábrákat.). A két állat közül a *P. caudatum* négyosztatú membranellája nyúlik hátrafelé messzibbre, mert az a garatfal jobboldalára is fölkanyarodik.

A négyosztatú membranella csillói hosszúak és nyugalmi állapotukban a garatcsőbe nem sugárirányban hatolnak be, hanem a garatfal hát-, illetőleg jobboldalához simulva rézsút hátrafele dűlnek, a membrana hátulsó kanyarulatának rostjai pedig egyenest az oesophagus emésztőodújába nyomulnak föl. Mivel a *P. caudatum* garatja jóval bővebb, mint a *bursariá*-é, ebből megérthetjük azt, hogy a *caudatum* négyosztatú membranája miért van hosszú és a *bursariá*-é miért rövid csillókkal fölszerelve.

A garat jobb falán fínom, hátrafele tartó bordázatot látunk, ezt a bordázatot, mint a falnak fínom csíkolatát a 7., 10. és 11. ábránk tárja elénk, de nyomokban a 4*d*. photogrammán is látható a poe_2 jelzés mutatóvonala előtt. A bordavonalak az endorális membrana csillótöveinél kezdődnek és rézsút hátrafelé az oesophagusig, illetőleg a négyosztatú membrana szomszédságáig tartanak. E rostoknak megfelelően a jobb garatfal fínoman barázdált s a rostok a barázdaközi ormókon futnak végig. A rostok erős fénytörése következtében élő állaton is látjuk a bordázatot. E fénytörés és az említett ormós fekvés következtében ezeket az elemeket támasztórostoknak tartom. Kimutatásukra legalkalmasabb eszköz ZENKER-féle folyadék után a toluidinkékes festés. Ez az eljárás ugyanakkor a testfelület vázrácsát is erősen színezi s így ezzel is eggyel több

okunk van arra, hogy a garatbordázatot támasztórendszernek tekintsük. Ebben a megítélésünkben mindössze csak az okoz egy kis zavart, hogy ugyanilyen bordázatot ezüstöző eljárásunkkal akkor is kapunk, mikor a testfelületen a váznak semmi nyoma nem tűnik elő, hanem amikor ott tisztán a csillókapcsoló idegrostok, vagy idegszálacskák színeződnek. Ezekből az ezüstös képekből egyelőre azt a következtetést vonom le, hogy a jobb garatfalon nemcsak támasztórostokkal kell számolnunk, hanem esetleg ingerületvezető elemekkel is, melyek a fínom barázdák alatt futnak végig, vagyis a vázelemekkel váltakozva állanak.



10. ábra. P. bursaria cytopharynxa jobboldalról tekintve, 2000 ×-os nagyításban. Az átlátszónak képzelt szervnek jobb- és baloldala egyaránt kirajzolva.

Fig. 10. Cytopharynx von P. bursaria von der rechten Seite her betrachtet. Die Ausstattung sowohl der rechten als der linken Wand ausgeführt. 2000 ×.

A garatnak a görbülete miatt rövidre fogott hasoldali falán semmiféle rostos elemmel nem találkozunk. Itt tehát a falat minden szerkezet nélküli ectoplasmatikus hártya alkotja, melyben az ezüstöző eljárással legföljebb (mirigy- ?) szemcsézetet tudunk kideríteni (lásd a 7. ábrát.)

Sok fejtörést okozott az a kérdés, hogy az itt leírt membranellák, nevezetesen mind a peniculus, mind a négyosztatú membranella, mind pedig a fönnebb említett endorális membrana, mikép mozognak?

Az egész cytopharynx működéséből voltakép csak egy dolgot figyelhet meg bármely kezdő mikroskopizáló, nevezetesen azt, hogy a következő szakasznak, vagyis az oesophagusnak felhólyagosodó emésztőodujába csillók nyomulnak be s azok ott hullámzásukkal gyömöszölő, taposó mozgást végeznek, a mivel a besodort bakteriumokat és szerves törmeléket egy tömör tömegbe sűrítik össze. De

már azt nem könnyű dolog kideríteni, hogy ezek a csillók a négyosztatú membranella végső szakaszához tartoznak-e vagy sem. — Ha én némi sikerre tettem szert a többi hártyák működésének kiderítésében, úgy az elsősorban is annak a megállapításnak köszönhető, hogy a három membranellánk néha egymástól független működik, hol egyik, hol a másik, hol pedig kettő (néha mind a három) megáll s eközben a mozgásban lévőnek működését könnyebben megfigyelhetjük. Ennek megállapítása után már csak türelem kérdése volt kivárni olyan állapotokat, mikor két membranella pihenése idején a harmadikat jól szemügyre vehetjük. Így láttam meg azt, hogy az endorális membrana csapóajtó módjára ki-be mozog a vestibulum és a pharynx határán, s egyúttal propellerszerű kotrómozgást végez, mivel a behajlás a mellső végén kezdődik és innen következetesen terjed hátrafelé. Nyilvánvaló, hogy az endorális membrana ezzel a mozgásával a kisebb tárgyakat be és hátrafelé tudja söpörni.

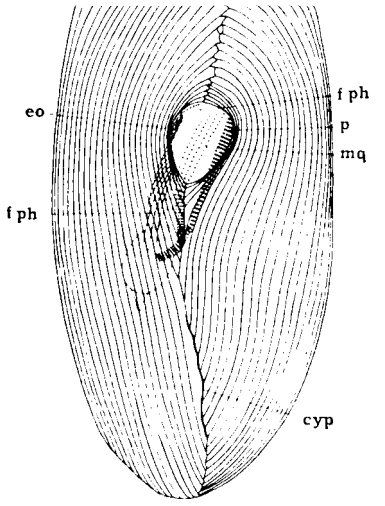
A peniculusról mindenekfölött az állapítható meg, hogy az a leggyakrabban pihen. Ha pedig mozgásra kél, akkor hihetetlen gyors hátrafelé tartó hullámok száguldanak végig rajta, miközben az egész szerv, mint egy gyorsan táncoló láng, lobog. A rögzített képek arra mutatnak, hogy a két fele egymásmellett el és egymással szembe is tud mozogni. Nyilvánvaló dolog, hogy ennek a lemetszett felületű tömör, erős szervnek a nyelésben éspedig a gyakorta elfogott ostoros állatkák hátrasodrásában van különleges szerepe. Ezzel van kapcsolatban az is, hogy nem mindig működik, mert az ázalékállatka nagyobb falathoz ritkábban jut. Inkább a *P. bursariá*-ról észleltem, hogy ostorosokat és kisebb Ciliátákat, mint *Cyclidium*ot és *Uronemát* elnyel.

A négyosztatú membranella csillói rézsút befelé dűlnek s végeikkel hátrafelé görbülnek. A *bursariá*-ban rézsútosabban dűlnek hátra, mint a *caudatum*-ban. Az egész szerv olyan, mint egy lapjára fektetett használt cirokseprű és úgy is viselkedik, midőn a peniculus fölött a garat jobb kopasz falán a bakteriumokat, illetőleg szerves törmeléket hátrafele söpri. E közben háti és balfali kanyarulatán mintegy három hátrasöprő hullám keletkezik, amint azt ZENKER- és APÁTHY-féle folyadékkal rögzített készítmények toluidinkék vagy gentianaibolya után gyakorta elárulják (lásd a 12. ábrán).

Hátulsó szakaszának csillói nagymérvű szabadmozgásra képesek. Ezek végzik azt a gyúró, gyömöszölő mozgást, melyről már fönnebb megemlékeztem. Föl kell jegyeznünk azt is, hogy e membranellának hátsó szakasza akkor is működik, mikor a mellső pihen.

Nyelőcső (oesophagus.)

A táplálkozó szervnek ez a része a legrövidebb, legegyszerűbb és legnehezebben vizsgálható szakasza. Amíg Horváth Péterrel ezüstöző módszerünket ki nem dolgoztuk (1931), senki nem hitte, hogy a Ciliaták táplálékfölvevő szervének utolsó szakasza saját hártyával van ellátva, hanem ellenkezően azt hirdettük, hogy itt az entoplasma csupaszon érintkezik a külvilággal. Ezüstöző módszerünk azonban világosan kimutatta, hogy a szervnek saját hártyája van és hogy az az emésztőodú leszakadása alkalmával mindig csak részben használódik föl, s a nagyobbik fele a pharynx végéhez tapadtan állandóan fennmarad.



11. ábra. P. bursaria ezüstözött készítmény után hasoldaláról tekintve. cyp: cytopyge. eo: endoralis membranella. f ph: fibrae pharyngeales. p: peniculus. mq: membrana quadripartita.

Fig. 11. Die hintere Hälfte von P. bursaria von der Ventralseite her betrachtet. 1500 ×.

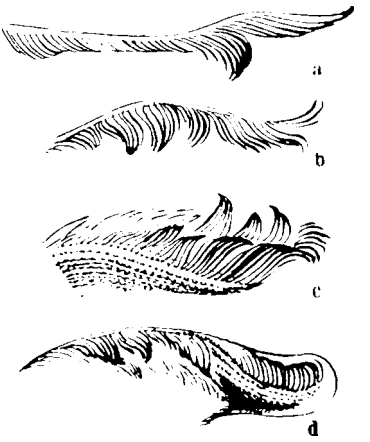
Az oesophagus mellső (külső) szegélyének elhatárolására az eddigi ezüstöző módszerünk sem volt alkalmas úgy, hogy az ez évben az A. f. Protistenkunde-ban megjelent cikkemben még nem tudtam e szakasz pontos határát adni. Néhány héttel ezelőtt azonban sikerült osmium-sublimattal és az ezüstben való redukcióval olyan cytopharynx-színezéseket kapnom, amelyeken tisztán látszik a szerv határvonala. Ezeken a képeken kiderült, hogy balfelől az oesophagus mellső pereme a négyosztatú membránához

simul hozzá, attól mintegy 0·75—1 μ világos csíkkal választódik el. 3*b*. és 5. ábránk tisztán mutatja a négyosztatú membranella (*mq*) mellett ezt a világos szegélyt. Ugyanezen a két ábrán azt is megállapíthatjuk, hogy az oesophagusnak az emésztőodú előtt rövid tölcsérszerű szakasza különböztethető meg, melyet balfelől rézsutosan metsz el a négyosztatú hártya széle. E tölcsérszerű bárzsingszakasz bal és hasifalán, tehát a négyosztatú membranella mögötti félen egynehány ezüstözött készítményen hosszanti csíkolatot láttam. Ennek a tölcsérszerű nyaknak a jobboldala nem tökéletes, sok elvész belőle azáltal, hogy a pharynxnak a bordáktól támasztott jobbfala, miként azt különösen 4*c*. és 4*d*. ábránkon látjuk világosan, erre a nyakrészre annyira kiterjed, hogy itt a garat vége mintegy az emésztőodú kezdőrésze fölé esik. Nem láttam továbbá a régi képeken különösen azt sem, hogy az oesophagusnak a garat hátoldali szegélyére hosszú nyújtványa nyomul előre, amint azt a 7. ábrán a *poe* jelzésű csík mutatja. Ezt a csíkot 5. ábránkon is látjuk és világosan kivehető a 4*d*. ábrán is. Ez az ezüstös készítményeken sötétbarnára színeződő csík a garat jobboldali bordázatának mintegy ütközőjéül szolgál. (Korábban tehát tévesen állítottam azt, hogy a garat jobbfali bordázata csakis a négyosztatú membranellának ütközik.)

Az emésztőodú az állandó oesophageális nyakon dorsocaudálisan képződik ki, s amint 1., 2. és 11. ábránk mutatja, kissé jobboldali[1] fekvésben helyezkedik el. A hátoldali fekvés nyilván következik abból, hogy az odú kiformálásában a négyosztatú membranella hátsó szakaszán ülő csillóknak fontos szerepe van; ez a szakasz pedig itt nagyjában hasoldali fekvésű s így csillói a hát felé vannak irányítva. Az emésztőodú jobbfelőli fekvése pedig abból a viszonyból következik, mely e szerv és a tőle jobbra eső garatrostok között áll fenn. A *bursaria* hátsó oesophageális szakasza a 9*c*. és 10. ábra tanúsága szerint hegyesre van kihúzva, úgy, hogy itt az egész oesophagus tölcsér formája annak üres állapotában különösen nyilvánvaló. Igen ritka esetben a *caudatum*-on is látunk ilyen hegyesre húzott tölcsérszárat. Itt azonban az emésztőodú lefűződése után maradványként rendszerint kis öblös, alig észrevehető dudor marad fönn az oesophagus végén. A fölteléskor ez a kis maradékhólyag

[1] Néha bal.

folyamatosan nő meg az emésztőodúvá. A hegyesre húzott tölcsér azonban, amint azt az 5. és 11. ábránk világosan tanúsítja, középütt kezd felfuvódni s a tölcsér szárának hegyes vége csak lassanként tűnik el.



12. ábra. A P. caudatum garatjának négyosztatú membránájáról mozgásállapotok különböző, rögzítés után 940-szeres nagyítás után. Rajzolta LAKOS ILONA.

Fig. 12. Bewegungszustände der Vierermembran, bei 940 Vergr. *a* und *c* nach Zenkerlösung mit Gentianaviolett bei Zimmertemperatur 30 Min. lang. *b* nach MERKEL 1 % Osmiumperoxyd (4 : 1) + 2 Tropfen Formol zu jedem ccm der Mischung. Gentianaviolett bei Zimmertemperatur. *d* nach FLEMMING mit Toluidinblau bei 64° C 2·5 mm. Gez. I. LAKOS.

Az emésztőodú lefűződésével és az entoplasma-áramba való bekapcsolódásával szorosan összefügg a BOZLER által fölfedezett *garatrostoknak* a kérdése. Ezek a rostok az oesophagusnak, illetőleg pharynxnak jobboldalán helyezkednek el, s amint a 8. ábráról leolvasható, a test hátsó jobbfelén az ectoplasmához csatlakoznak. Az emésztőodút csak részben érintik, annak a fölteléskor hasas fele a rostoktól dorsosinistralisan esik (lásd a 8. ábrát). Ezeket a rostokat élő állatokon elég jól lehet látni, és némely ezüstözött készítményen is előtűnnek. Számukkal és kiterjedésükkel azonban csakis metszeteken lehet megismerkedni; vizsgálatukra igen alkalmas az én savifuchsin-világoszöld eljárásom (1926), mely után élénk pirosra színeződnek. A *P. caudatum*on számuk 8—16 között ingadozik. Előre egészen a vestibulum széléig nyomulnak előre. Egy közülük a garat baloldalára vág át és közvetlenül a négyosztatú membranella mellett az oesophageális nyújtványban halad végig. BOZLER azt állította róluk, hogy pelliculáris fekvésűek. Metszeteimen azonban világosan kiderült és a 6. ábra azt is tünteti föl, hogy a pelliculától 1 μ távolságnyira futnak. (Lásd *fibr phar*) Ezek szerint tehát a garat jobb falában a

rostoknak két rétege található, az egyik pelliculárisan fekszik, ezek a garat saját támasztó- és ingerületvezető rostjai, a másik pedig az ectoplasmatikus falba van beágyazva, ezek a oesophagus pányvarostjai, a BOZLER-féle *garatrostok:* Schlundfasern.

A táplálékfelvevő készülék rendszertani jelentősége.

Az irodalomban már többször esett szó arról, hogy a Ciliaták táplálócsöve az ectoplasma betüremkedéséből keletkezik. Ilyen betüremkedéssel, mint meztelen szájodúval, már a *Gymnostomata*-csoportban találkozunk, ahol az odú körül és annak folytatásában pálcikaszerű képletekből rendszerint varsaszerű nyelőkészülék alakul ki. BOZLER igen helyesen hasonlította össze a *Paramecium* garatrostjait ezekkel a varsapálcikákkal. Ennek következtében mi a *Paramecium* oesophagiális szakaszában arra az ősi betüremkedésre ismerünk rá, mely a fajfejlődésben ezen állatoknak már a *Gymnostomata*, mondjuk *Hypostomata*-fokán kialakult.

A következő, vagyis pharyngeális szakasz viszont élénken emlékeztet bennünket a *Hymenostomaták* szájgödrének az alkatára, ahol rendszerint három membranella alakul ki, melyre való hivatkozással mi a peniculust ugyancsak joggal tekinthetjük kettős membranellának. Rá kell mutatnunk azonban még arra is, hogy a *Hymenostomaták* jobb ajakszegélyén igen gyakran jelenik meg egyetlen csillósorból egy mozgó hártya, az ú. n. parorális membrana, mellyel a mi *Parameciumunk* endorális membranája minden tekintetben azonosnak minősíthető. Sőt a *Hymenostomaták*-ban a garatfal jobboldali bordázatát is rendszeresen megtaláljuk.

A Parameciumok garatja tehát ezen állatok fajfejlődésében egykoron letűnt Hymenostomata-korszakra emlékeztet.

A vestibulum természetesen a legfrissebb képződmény. Ez az ectoplasmának legutoljára bekövetkezett betűremkedése. Az ilyen szájgödör minket a *Trichostomaták* egyszerű szájgödrére emlékeztet.

Ezek szerint tehát a *Parameciumok*-at akár a *Trichostomaták*, akár a *Hymenostomaták* közé beoszthatnók. Én azonban ezt egyáltalában nem tartom helyesnek. Ha ugyanis a *Hymenostomaták*-at magasabbrendűeknek tartjuk a *Trichostomaták*-nál és ez helyes

is, akkor egy olyan állatcsoportot, melyen a *Hymenostoma*-állapot is már a multé, s azóta rajtuk új rendi bélyeg lépett fel, nem sorolhatunk egy még annál is alsóbbrendű csoportba. Ennek alapján javasoltam (1934), hogy a *Parameciumok* számára ***Tricho-Hymenostomata*** elnevezéssel egy új, harmadik alrendet állítsunk föl, a *Holotricha*-rend keretén belül.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1934. márc. 19-én tartott üléséből.)

DER CYTOPHARYNX DER PARAMECIEN.

Mit 12 Abb.

Prof. J. v. GELEI, Szeged.

Mit dem feineren Bau dieses Organs haben sich im verflossenem Decennium BOZLER (1924. *P. caudatum*), GELEI (1925. *P. nephridiatum* u. 1934. *P. caudatum*) und LUND (1933. *P. multimicronucleatum*) eingehender beschäftigt. Wenn hiermit trotzdem innerhalb zehn Jahren das fünftemal über dieses Organ berichtet wird, so liegt dies einerseits an dem unermesslichen Wert dieses wichtigsten Laboratoriumtieres aus der Protistenwelt für die Wissenschaft, anderseits am Erfinden von immer wieder neuen Methoden, womit nun schon der einfachste Lehrer seinen Schülern die modernsten Resultate über die Coordinatoren der Cilienbewegung und zugleich der neurologischen Forschungen über die Ciliatenwelt innerhalb weniger Minuten demonstrieren und dabei alle Details des Cytopharynx vorführen kann. Nicht in letzter Hinsicht verdanken wir neue Resultate hinsichtlich des Baues und der Funktion einem geeigneten Untersuchungsmaterial, das wir im *P. bursaria* neuerlich wahrgenommen haben.

Wenn wir den Cytopharynx des *Parameciums* als ein Strudel-, und wenn nötig, als ein *Schluckorgan* betrachten, so liegt dem Forscher die Aufgabe ob, einerseits die Ciliatur des Organs, anderseits die Coordinatoren der syn- und metachromatischen Cilienbewegung und drittens die Formbildungs- und Erhaltungselemente: die Befestigungsorganellen klar demonstrieren zu können.

Meine Bestrebung war, hierfür Methoden auszufinden, nach welchen möglichst wenig geschnitten, und so ziemlich alles an durchsichtigen Totalpräparaten klargelegt wird.

Für das Studium der Cilienauskleidung empfehle ich Jedem eine Modifikation meiner Osmium-Toluidinblaumethode (1926), wo statt Toluidinblau Gentianaviolett in EHRLICHS Gemisch (1 % Gentianaviolett in Anilinwasseralkohol) verwendet wird und in FLEMMING's oder GOLGI's Gemisch (10—13 Min.) fixiert wird. Hier verwende ich neben Ammoniummolybdänicum auch Phosphorwolframsäure (0·33 % in dest. Wasser) und nach dem Farbbad eine Nachbeizung mit Ammoniummolybdänicum. (Das Nähere siehe bei GELEI 1926—27.) Das Farbbad wird neuerdings neben 40—70° C auch kalt verwendet. Man gibt aus der 1 %-igen Stammlösung je einen Tropfen zu jedem ccm dest. Wasser und färbt bei Zimmertemperatur bis 20—25 Minuten. Wir bekommen dadurch eine schöne Zilienfärbung.

Das interziliäre Fasersystem, wie das auch von LUND anerkannt wurde, kann am besten mit der Sublimatsilbermethode von GELEI—HORVÁTH demonstriert werden. Um klare Bilder zu erreichen, führte ich in den letzten Tagen folgende neueste Modifikation dieser Methode ein. Die Tiere müssen zuerst in Pferdemistinfusion gezüchtet, und darauf mindestens 10 Stunden lang in einen Blutnährboden übertragen werden, wo auf 1 Liter Leitungswasser ein Theelöffel ungeronnenes Hühner- oder Schweineblut zugegossen wird. (Mein Schüler J. HORVÁTH hat diese Blutmethode in REICHENOW's Schule kennen gelernt und uns darüber in Szeged unterrichtet.) Die Blutzucht wird durch ein Planktonnetz filtriert und in Sublimat-Osmium (1·5 Min.) fixiert, wo ich in ein Röhrchen auf 1·5 ccm 7 % H_2Cl_2 Lösung 2—4 Tropfen 1 % Osmium oder einer GOLGI-Lösung beimische. Waschen 3—4-mal in Leitungswasser, ev. zuletzt in dest. Wasser und darauf 1% Silberlösung; darnach nicht mehr gewaschen, sondern das Material wird direkt in Silbernitrat an der Sonne reduziert (10—30 Min.). Die neuen Veränderungen bestehen also in: 1. Blutzucht, 2. Osmiumzugabe zu dem Fixierungsmittel, 3. Öfteres Auswaschen nach der Fixierung, und 4. Reduktion direkt in der Silberlösung. Die Blutzucht erhöht die Argentophilie des Coordinatorsystems, das ich früher (1933) durch Zugabe von Chloriden, wie Co- und Pt-Chloriden, erreicht habe. Das Osmium schwächt die Färbbarkeit der Pellicula des Protoplasmas, doch erhöht es demgegenüber bei der Reduktion

im Silber die Schärfe der Interziliären Fasern (Silberlinien *IO* nach KLEIN) und der Relatoren. Dies alles gilt auch für KLEIN's trockene Methode.

Das subpellikuläre Gittersystem (KLEIN's indirekte Silberlinien) wird am deutlichsten mit meinem Toluidinblau (1926—27) demonstriert, wenn mit ZENKER oder FLEMMING über 10 Stunden fixiert wird. Die Schlundfasern von BOZLER konnte ich klar erst an Schnitten mit meiner Säurefuchsin-Lichtgrünmethode (1926) demonstrieren; dies gilt auch für das Neuromotorium des Cytopharynx.

Lebendbeobachtungen können wir am besten an *P. bursaria* ausführen, wenn wir dann ein tiefgrünes Lichtfilter verwenden.

Die Lage und der Verlauf des Cytopharynx.

Zur Demonstration dieser Verhältnisse leistet meine Sublimat-Osmium-Silbermethode Vorzügliches. In den Figuren 1, 2, 3*a*, 4*a* und 9 ist das Silberbild des Organs zu sehen, das sonst im unanalysierbaren Schwarz nicht hervortritt, nun aber, wie es an den Detailfiguren 3*b*, 4*c* u. *d* und 5 ersichtlich, klar durchsichtig ist. Wir sehen an diesen Figuren (4*a* und *b*), dass das Cytostom in die ventrale Nahtlinie eingeschaltet ist und am hinteren rechten Ende der praestomalen Mulde bei *P. caudatum* eine schwach schiefe ovoide, bei *bursaria* eine birnenförmige Öffnung bildet (Fig. 1, 4 und 9*a*), weiterhin dass selbst der Cytopharynx schief rechts nach hinten verläuft. (Fig. 1, 2 und 9.)

Diese Lage und Verlauf können wir erst verstehen, wenn wir berücksichtigen, dass selbst die praestomale Mulde der Körperoberfläche als ein vorderer Abschnitt des Ernährungsorgans zu betrachten ist und aus ihrer schiefen linksvorderen Lage direkt folgt, dass Öffnung und Verlauf des Cytopharynx rechts nach hinten verlagert wird. Wenn wir die Figuren 1 und 2 mit 3*a* bzw. 4*c* und *d*, weiterhin Fig. 9 mit 10 vergleichen, so fällt uns bald auf, dass der Cytopharynx bei beiden Tieren seitlich stark plattgedrückt ist, dass er also eine dorsoventrale Hauptebene, eine schmale Ventral- und Dorsal- und eine breite rechte bzw. linke Wand besitzt. Auch seine Hauptebene ist nicht genau senkrecht gestellt,

sondern wie aus der Querschnittsfigur 6, und aus Abb. 9 ersichtlich, neigt sich dieselbe schief nach ventral auf die rechte Körperwand zu. Auch diese Art der schiefen Stellung folgt aus dem physiologischen Zusammenhang des Cytopharynx mit der praestomalen Mulde.

Eine weitere Folge dieser schiefen Lage ist, dass der Cytopharynx mit Hilfe seiner rechten Wand an der rechten hinteren Ectoplasmaschicht befestigt ist, wie es aus Fig. 8 ersichtlich. Die Befestigungsfasern werden wir aber erst später unter dem Titel Schlundfasern näher besprechen.

Die Abschnitte des Cytopharynx.

Wir unterscheiden im Organ drei strukturell und in gewisser Hinsicht auch funktionell grundverschiedene Abschnitte, deren genaue Abgrenzung mir erst in den letzten Zeiten mit der neuen Silbermethode gelungen ist. Diese Abschnitte sind das Vestibulum (HERTWIG, 1890), der Pharynx (KAHL 1931) und der Oesophagus (KAHL, 1931). Diese drei Abschnitte können wir kurz 1. als bewimperte, 2. membranöse und 3. kahle Teile einander gegenüberstellen.

Das Vestibulum von HERTWIG.

Die Autoren betrachten diesen Abschnitt als eine direkte Fortsetzung, als eine trichterartige Einsenkung der Körperoberfläche, namentlich der Mulde und zwar deshalb, weil hier alle Elemente des Ectoplasmas vorzufinden sind: sowohl die Zilien als die Trichocysten, sowohl das polygonale Stützfasersystem (indirekte Silberlinien von KLEIN) als die interziliären neuroiden Längsfasern (direkte Silberlinien von KLEIN), sowie das gelatinöse Ectoplasma in seiner vollständigen Ausdehnung mit seiner Protrichocysten- (KLEIN) oder Tectin- (Bresslau) Körnelung.

Das trichterartige Vestibulum liegt in direkter Fortsetzung der ventralen Nahtlinie. (Fig. 1, 2, 4, 9 und 11.) Seine vordere und linke Wand geht unmerklich in die Mulde über, wogegen die rechte Wand ziemlich steil ist (Fig. 6 u. 11), die hinterste und zugleich schmalste Seite aber mit einer scharfen Wendung aufsteigt (Fig. 7 u. 10), selbst nach rückwärts gerichtet ist, und nicht selten

schwach lippenartig an der Körperfläche erhoben scheint. Die beiden Seitenflächen des Vestibulums sind ungleich tief (Abb. 3*b* u. 6). Die linke Wand reicht dorsal höher (Fig. 3*b*) und ist schief nach hinten steigend abgeschnitten, wogegen die rechte immer niedriger ist und scharf quer abgestutzt, mit einem Kanal (besonders rechterseits) sogar gut gegenüber dem Pharynx begrenzt hervortritt (Fig. 6). An Silbertieren, an denen keine Spur der polygonalen Felderung wahrzunehmen ist, wo also das Silber ausschliesslich die interziliären Fasern und zwar in einer eminenten Schärfe darstellt, sehen wir klar, dass auch die interziliären Fasern eine autonome Nahtlinie an der Körperfläche bilden. Diese Nahtlinie (Fig. 7 : *d* u. 11) senkt sich in den Trichter hinunter, und sie wird an der dorsalen Grenze des Vestibulums abgeschnitten, läuft also nicht rund herum, wie dies KLEIN (1930 Fig. 11) angibt.

Das Vestibulum ist dicht bewimpert. Die meridionalen Zilienreihen und die demgemäss ebenfalls meridionalen Interziliärfasern sind schon vor dem Cytostom zirkulär (Fig. 4*a* und *b*, weiterhin 9*a*) geordnet und wir unterscheiden dieselben im Vestibulum als Zirkulärfasern, die die zirkulären Zilienreihen verbinden. Die Zahl der zirkulären Zilienreihen wariiert stark, in P. *bursaria* fand ich höchstens 6, bei P. *caudatum* höchstens 12 Zilienreihen. Diese Fasern verlaufen auch hier in Zick-Zacklinien (Fig. 7) (GELEI, 1931), wo in den unteren Knickungen die Basalkörper der Zilie, in den oberen die Trichocystenkörner sitzen. Die Zilien stehen paarweise, genau wie in der Mulde, nur im hinteren und selten auch im dorsalen Abschnitt des Vestibulums sehen wir Einzelzilien. Die hintere Schmalwand und die angrenzenden hintersten Partien der rechten und linken Vestibularwand und in der äusseren Fortsetzung derselben die hintere Ecke des Cytostoms ist vollständig kahl. (Fig. 7, 10). Die Ausdehnung dieser kahlen Fläche unterliegt einer starken Variabilität. An der Kahlfläche treten die Nebenkörner des Basalapparates scharf hervor (Fig. 7 in der Nähe von *c*), wogegen die Basalkörner nur in einzelnen Präparaten undeutlich und verschwommen erscheinen, meistens vollständig unsichtbar sind.

Die Zilien stehen nicht nur zirkulär, sondern auch radiär in sog. falschen Zilienreihen (Fig.[1] 3*b*, 4*a* und *b*, 7, 9) angeordnet. LUND konnte in *P. multimicronucleatum* auch radiäre interziliäre

Fasern nachweisen; ich sah weder in *P. caudatum*, noch in *bursaria* derartige Radialfasern.

Die aus rhombischen Einheiten bestehende polygonale Felderung konnte ich besonders nach ZENKER mit Toluidinblau klar darstellen. Die zirkulären Stützfasern laufen alternierend mit den Interziliärfasern, die Quer-(Radiär)fasern überkreuzen dagegen die Interziliärfasern, wie auch draussen im Körper, in der Höhe der Trichocystenkörner. In den Gitterfeldern sind hier keine flachen Dellen ausgebildet, wie an der Körperoberfläche, sondern tiefe Löcher (Fig. 6), wo die Doppelzilien eingepflanzt sind. Diese Löcher bzw. ihre Pelliculärwände täuschen einen scharfen Alveolarsaum vor, der oft von den Autoren am *Paramecium* unberechtigt beschrieben wird. Die Maschen des Vestibulums beschrieb ich früher als rhombisch geformt; neulich fand ich aber auch quadratische und hexagonale Maschen; es ist also vom Tier zu Tier variabel.

Trichocysten finden wir besonders nach aussen regelmässig im Vestibulum. Nach Osmiumpräparaten treffen wir nur mit Säurefuchsin-Lichtgrün das Ectoplasma in Schnitten von roten Tektinkörnern vollgepfropft. (Fig. 6.)

Die Endoralmembran. 1925 beschrieb ich bei *P. nephridiatum* (p. 139 und Abb. 8:2, Abb. 10:2, 1) an der oberen (dorsalen) Grenze der Vestibularwand, rechts in einer Rinne stehende steife Zilien. An der betreffenden Stelle und ebenfalls in einer Rinne fand ich bei *P. caudatum* eine Zilienreihe, die von den normalen vestibulären Zilien in einem gewissen Abstand erscheint und bei *P. caudatum* (1934) aus 23—30, bei *P. bursaria* aus 8—10 Zilien besteht. Den Basababschnitt dieser Zilien (Abb. 7 *eo*) kann man an Silber-, die Zilien (Abb. 10 *eo*) selbst an Gentianaviolett-Präparaten klar sehen. Neulich bekam ich nach Sublimat-Osmium und nach FLEMMING'scher Flüssigkeit einige Tiere zu Sicht, wo mit Gentianaviolett deutlich ausnehmbar war, dass diese Zilien *zu einer Membran verklebt sind*, weshalb ich das Organ als Endoralmembran bezeichne. Darnach konnte ich mit grosser Mühe die Membran auch im Leben betrachten und an beiden Tieren klar feststellen, dass es sich hier wirklich um ein zusammengesetztes Organ handelt. In der Ruhelage ist diese endorale Membran nach aussen geschlagen, sie steht auch an fixierten Präparaten in diesem Zustand. Sie führt eine Art

Propellerbewegung aus, indem beim aktiven Einwärtsschlagen sein Vorderende immer vorauseilt; in der Weise schiebt also die Membran die Gegenstände nach rückwärts.

Die genaue Stelle der Endoralmembran ist in Abb. 3*b* (lies die Abb.-Erklärung) und in Abb. 4*c*, 6, 7, 9, 10, und 11 angegeben. Hier sehen wir, dass die Basalkörperchenreihe nach auswärts (vestibularwärts) von dem Randbalken der pharyngealen Fibrillen fällt, wogegen ich früher (1934) ein Zusammenfallen beider Gebilde angegeben habe. Der Grund, warum ich jetzt die Lage der Basalmembran genau angeben kann, liegt in einer nützlichen Modifikation meiner Osmiumtoluidinblauverfahren, wo ich durch Zugabe von Platin- oder Palladiumchlorid zur Fixativ (APÁTHYS Sublimatosmium) jetzt erreiche, dass die Stützfasern des Organismus äusserst klar hervortreten.

Der pharyngeale Abschnitt.

Dies ist der längste Abschnitt des Cytopharynx. Seine vordere Hälfte ist durch das Vestibulum frei sichtbar (Abb. 9 u. 11), da er gewissermassen die dorsale gewölbte Decke des Vestibulums bildet; die zweite Hälfte ist ein seitlich gepresstes und dorsoventral gedehntes, nach hinten etwas rechts gewundenes Rohr. Seine Wand ist ungefähr anderthalb Mikron dick, ohne Trichocysten und mangelhaft mit Tektinkörnern beladen. Dem Vestibulum gegenüber ist er bei *P. caudatum* bloss rechts scharf abgeschnitten, die Wand geht sonst beiderseits glatt ineinander über; trotzdem können wir auch dorsal und links auf Grund der Ziliatur des Vestibulums leicht die Grenze feststellen, bloss die Begrenzung des engen, ventralen, rachenartigen Teiles ist unscharf. Hier sind nämlich in Vestibulum keine Zilien und auch im Pharynx keine Wimpergebilde und dazu ist an den Silberpräparaten die Wand beiderseits gekörnelt, im Vestibulum aber stärker, im pharyngealen Teil schwächer. Daher könnten wir uns den Pharynx ventral gegenüber dem Vestibulum sowohl in der Richtung der tiefsten Zilienreihen, bzw. der endoralen Membran scharf abgeschnitten vorstellen, oder aber mit BOZLER das Vestibulum als nach hinten spitz ausgezogen denken, wo dann diese Vestibular-

spitze als die ventrale zilienlose Wandseite des Pharynx zu bezeichnen wäre. Trotzdem bekam ich neulich ganz scharfe Silberbilder, an denen es klar ersichtlich war, dass das Vestibulum in der Höhe seiner dorsalsten Zilien doch scharf begrenzt ist, und ventral nicht über den Pharynx hinübergreift. Bei *P. bursaria* ist die Abgrenzung zwischen Vestibulum und Pharynx nicht fraglich; Abb. 10 zeigt uns klar, dass die Grenze scharf abgeschnitten ist.

Der Pharynx ist auch hinten, gegenüber dem Oesophagus schräg scharf abgeschnitten, indem seine rechte Seite, wie es in Fig. 3*b* und 5 ersichtlich ist, spitz weit über die Empfangsvacuole hinausläuft, links dagegen an die Vierermembran angrenzt.

Der Pharynx ist ein genusspezifischer und wegen seines morphologischen Baues ein viel umstrittener Abschnitt. Wir können seine vier Wände folgenderweise karakterisieren:

1. An der linken, der Mulde zugekehrten Seite verläuft eine längsgerichtete dichte undulierende Membranelle, die ich schon bei *P. nephridiatum* beschrieb und als *Peniculus* bezeichnete, und zwar deshalb (Peniculus-Bürste), weil ihre Zilien niedrig und oben quer wie eine Bürste abgestutzt sind. Dieses Organ fand ich später auch an *P. caudatum* und es wurde später auch von LUND (1933) bei *P. multimicronucleatum* aufgefunden. Die Lage der Basalkörner dieses Organs ist in Fig. 3*b* und 10 als ein sensenförmiges, ventral konkaves Band deutlich sichtbar, es schimmert aber auch an den Bildern 4*d* und 5 durch. Im Querschnitt können wir das Organ an der schematischen Fig. 6 (*pen*) sehen. Der Peniculus ist der Länge nach (Fig. 3*b*, 6, 10) aufgespalten und beide Hälften bestehen aus je *vier* enggeschlossenen Zilienreihen, die in der Mitte durch eine Auslassung (in Fig. 3*b* u. 10 die schwarze Mittellinie) getrennt sind. An den Silberbildern ist sowohl diese Mittellinie als die beiden Grenzen von den Nebenkörnern der Zilien schwarz gekörnelt. Insgesamt sehen wir also an den Silberpräparaten im Basalband des Peniculus 11 Körnerreihen, 3 Reihen Nebenkörner und 8 Basalkörner. Der Peniculus ist bei *P. caudatum* relativ länger als der von *bursaria*. Bei *bursaria* greift das Organ nämlich nicht auf die Ventralseite hinüber, wogegen bei *caudatum* hinten ventral ein Stück hinausläuft. Wie aus Fig. 3*b* und 10 ersichtlich, reicht die untere (ventrale) Hälfte des Peniculus nicht weit über

die Vestibulargrenze nach hinten, sondern hört hier schräg abgeschnitten auf. Die dorsale Hälfte reicht aber bei *P. caudatum* weit nach hinten in die Nähe der Empfangsvacuole, indem sie ventral umbiegt und ganz auf die ventrale Schmalseite des Pharynx hinüberspringt. Laut Fig. 4*d* reichen alle vier oberen Zilienreihen bis ans Ende, manchmal wird aber auch dieser Abschnitt schmäler, indem nacheinander 1—2 Zilienreihen in Wegfall kommen. (S. Fig. 7 *pen.*) Solange der Peniculus an der linken Pharynxwand verläuft, sind seine Zilien horizontal (perlateral) (Fig. 6), solange er aber hinten ventral liegt, sind sie senkrecht dorsal gerichtet.

2. Auch die Dorsalwand des Pharynx ist mit einer starken Membranelle besetzt, die ebenfalls aus vier Blättern (Fig. 5: 1—4, 6 und 11: mq) zusammengeschlossen ist. Ich nenne dieses Gebilde als *vierspaltige, vierblättrige, viergeteilte,* oder nach dem Vorschlage HARTMANN's (Berlin—Dahlem) *Vierermembran,* und zwar daher, da die vier separaten Blätter, sobald sie vom Dorsalgewölbe heruntertreten und an der linken Pharyngealwand sich dem Peniculus näher anschliessen, ebenfalls eine dichte einheitliche, vierreihige Membranelle bilden. (Fig. 3*b*, 4*c* und *d*, 5, 10 und 11.) Diese Vierermembran bildet gleichsam ein Rückgrat im Pharynx. Ihr vorderer Abschnitt ist, wie gesagt, auseinandergespreizt (Fig. 5, 1—4, 6, *membr quadrup, m q*), die Blätter fallen in die Fortsetzung der vorderen vestibularen und der links daneben stehenden 1—3 unechten (radialen) Zilienreihen, darnach folgt links das Vorderende des Peniculus in der Verlängerung der 3—4 unechten Zilienreihen. Die Blätter nähern sich im Rückwärtsverlauf (s. Fig. 5 u. 11) und vereinigen sich wie an Fig. 4*d* zu sehen, indem sie auf die linke Pharynxwand herunterkommen. Die Membranelle folgt in ihrem weiteren Verlauf dem Peniculus, schreitet also hinter dem Peniculus auf der Ventralwand des Pharynx herunter und wendet sich sogar laut Fig. 4*c* und Fig. 7 u. 10 vor dem Oesophagus eine kurze Weile auch auf die rechte Seite hinüber, so, dass das Organ nahezu eine $^3/_4$ Windung beschreibt. Auf die rechte Zilienreihe der Vierermembran folgt in ein Mikron Entfernung der Oesophagus (Fig. 3*b*, 4*d*, 5, 7), so dass wir die distale Grenze des Pharynx ventral und links mit Hilfe der Vierermembran am leichtesten bezeichnen können.

Da das Lumen des Pharynx durch den Peniculus besetzt ist,

können die Zilien der Vierermembran nicht senkrecht auf die Dorsalwand stehen, sondern sie sind der dorsalen und rechten Wand angeschmiegt, quer hinübergelagert (Fig. 6 *membr. quadrup*), meistens aber — besonders bei *bursaria* — schräg nach hinten gerichtet. Hinten spreizen sich die Zilien der Vierermembran auseinander und reichen, wie das jeder im Leben leicht beobachten kann, weit hinein in die Empfangsvacuole und dienen durch ihre eigentümliche Wellenbewegung zum Stampfen der Nahrungspartikelchen; wogegen der Peniculus beim Schlucken grösserer Flagellaten einen Dienst leistet.

Wir können die Bewegungszustände der Membranellen äusserst schwer studieren. Im Leben sehen wir am Peniculus eine flammenähnliche schnelle, und an der Vierermembran eine wie kehrende Bewegung. An fixierten Präparaten konnte ich die Membranellen dann schön darstellen, wenn ich die Färbung mit Toluidinblau und Gentianaviolett bei Zimmertemperatur 20—30 Min lang ausführte. Dabei erwies sich das Beizen in Alaun-Kalibichromicum ungünstig, wogegen ein mehrstündiges Beizen in Ammoniummolybdänicum sich als günstig erwies. Nach dem Farbbad sollen die Präparate in dest. Wasser tüchtig ausgewaschen werden. Zu dieser Färbung ist die Fixierung in Flemming, Hermann und in Merkel—Gelei (Merkels Platinchlorid-Chromsäure und mein Formolosmium zu gleichen Teilen) auszuführen.

3. Die rechte Wand des Pharynx ist kahl, trägt keine Zilien; hier kehren sich eben die Zilien der Vierermembran einwärts. Statt dessen ist diese Wand schräg fein längsgekerbt bzw. schräg gefasert, wie es Fig. 4*c* u. *d*, 7 und 10 lehren. Diese Schrägstreifung der rechten pharyngealen Wand hat mir viel Kopfzerbrechen gemacht. Diese Streifung trat mir nämlich zuerst vor Jahren an Zenker-Präparaten klar hervor, wo mit dem Toluidinblau an der Aussenseite des Körpers keine interziliären Fasern, sondern bloss das stützende Gittersystem: die polygonale Felderung hervortritt; daher bezeichnete ich diese Fasern seinerzeit als Stützfasern der Pharynxwand. Heute bekomme ich aber an Sublimatosmiumsilberpräparaten, wie an Fig. 4*c* und *d* und Fig. 6 und 10 ersichtlich, das Abbild der alten Figuren an solchen Tieren, wo an der Aussenseite des Körpers keine Spur eines polygonalen Stützfasersystems

wahrzunehmen ist. Daher bin ich in diesem Fall gezwungen, diese durch Silber dargestellten Schrägfasern als Adaequat der interziliären Fasern aufzufassen. Dazu kam noch die neueste Überraschung, dass auch die Schlundfasern von BOZLER bis zum Vestibulum hinauslaufen und also die Möglichkeit zu erwägen wäre, ob sie nicht identisch mit diesen Fasern wären.

Nun konnte ich die Dinge doch auseinanderhalten, indem es sich für die Schlundfasern herausstellte, dass sie tief in der Plasmawand, von der Oberfläche gut 1 μ entfernt, verlaufen, wogegen sowohl die Toluidin- als die Silberfasern pelliculär liegen. Für diese letzteren nehme ich nun an, dass die glatten Toluidinfasern hoch im Giebel der fein gefalteten Pellicula, die gekörnelten Silberfasern dagegen in den feinen Furchen zwischen den Kämmen verlaufen. Es würde also heissen, dass die rechte Wand des Pharynx einen gleichen Bau hat, wie das Vestibulum, bloss dass infolge des Zilienmangels auch die Querbalken der polygonalen Felderung in Wegfall kommen.

Diese Schrägfasern der Pharynxwand laufen von einer Grenz faser (*f marg* an Abb. 7.) an der rechten Wand des Vestibulums aus, so dass sie ventral ein schmal gekörneltes Band frei lassen (s. Fig. 6, 4*c* und 7). Früher nahm ich an, dass sie an die rechte Lamelle der Vierermembran anstossen und der grösste Teil der Fasern sich mit den Basalkörnern der Membran direkt vereinigt und nur die kleinere hintere Portion frei auf die Oesophagealgrenze hinausläuft. Demgegenüber erkannte ich neulich an den Sublimatosmiumsilberpräparaten die überraschende Tatsache, dass beinahe sämtliche Fibrillen einheitlich endigen, indem die benachbarte Spitze des Oesophagus laut Fig. 3*b*, 4*d* und 7 (*peo, poe*) parallel mit dem äusseren rechten Blatt der Vierermembran beinahe in der ganzen Länge des Pharynx hinaufkriecht und so die Enden der Schrägfibrillen mit Ausnahme der Obersten an den verlängerten Rand des Oesophagus (Processus oesophagealis) anstossen. Die Lage, Dichte und Zahl der Fibrillen ist an den Figuren, besonders an Fig. 7 genau abzulesen.

4. Am leichtesten können wir mit der vierten Seite, mit der ventralen Wand fertig werden. Diese ist die kürzeste, schmalste und im Bau die einfachste Wand. (Fig. 7.) Sie ist nämlich weder

mit Zilien, noch mit plasmatischen Fibrillen besetzt, sondern ist in Silberpräparaten zerstreut gekörnelt. Rechts ist sie von den Wandfibrillen der rechten pharyngealen Wand scharf begrenzt und vollständig auf die Ventralseite lokalisiert, links dagegen reicht die Körnelung bis zum Peniculus und daher greift die Ventralwand mit ihrer besonderen Beschaffenheit flügelartig auch auf die linke Pharyngealwand vor dem Peniculus hinüber. Das hintere, distale Ende der ventralen Pharynxwand wird durch die Endpartie des Peniculus und der Vierermembran besetzt. Mir scheint, als wenn hier uns eine drüssige Wand vorläge.

Der oesophageale Abschnitt.

Dies ist in der Organisation der einfachste, in der Unterscheidung und Abgrenzung aber der schwierigste Abschnitt des Cytopharynx. Er ist zilienlos und besteht bloss aus einer einfachen, membranösen Wand, der sich rechterseits die Schlundfasern von Bozler anschliessen. Solange wir (Gelei u. Horváth 1931) unsere Sublimatsilbermethode nicht ausgearbeitet hatten, hat niemand geglaubt, dass die sich am Endabschnitt des Cytopharynx ausbildende Empfangsvacuole eine eigene, morphologisch präexistente Membran besitzt, sondern man hat immer wieder behauptet, dass das Endoplasma hier nackt wie am Amoebenkörper zutage tritt. Erst mit der Silbermethode gelang uns eine Membran nachzuweisen, weiterhin die Tatsache festzustellen, dass bei Abschnürung der Verdauungsvacuole immer ein Rest der Membran zurückbleibt und daraus langsam die neue Empfangsvacuole regeneriert wird. Aber auch mit dieser Methode konnten wir bezüglich der Ausbreitung nur so viel feststellen, dass am Oesophagus gegenüber dem Pharynx auch ein Halsteil existiert, eine scharfe Abgrenzung des Halses konnten wir aber nicht angeben.

Nun gelang mir mit dem neuen Sublimatosmiumsilberbad zu Gunsten des Oesophagus eine derartig starke Färbungsdifferenz zu erreichen, dass man, wie die Photos 3*b*, 4*d* und 5 zeigen, leicht wahrnehmen kann, wo der Oesophagus hinter der Vierermembran beginnt. Diese Silberbilder lehren uns, dass der Oesophagus im Zustand der angefüllten Empfangsvacuole einem Schöpflöffel ähnlich

ist, dessen Stiel sich dorsal, und zwar neben dem rechten Blatt der Vierermembran weit — beinahe bis zum Vestibulum hinauf — in die pharyngeale Wand einkeilt (Fig. 4*c* u. *d*, 7 *poe* u. 10) und die Öffnung des Löffels, d. h. die Abgrenzung gegenüber dem Pharynx schief nach rechts gerichtet ist. Die Löffelschale ragt also auf der linken Seite weiter nach vorn, der Saum ist hier wie halsartig (Fig. 3*b*, 4*d*, 5) und stösst an einem weissen 1 μ breiten, mit dem dem Pharynx zugehörigen Band scharf an die Vierermembran, wogegen an der rechten Seite (laut Fig. 4*c*) der Pharynx mit den Schrägfibrillen auf die Löffelschale hinausläuft. Manche Silberbilder deuten darauf hin, dass die linke und ventrale Wand des oesophagealen Trichters fein fibrillär ist.

Die Wand des Oesophagus ist äusserst weich, daher auch dehnbar. Aus ihrer Weichheit folgen zwei Dinge, einerseits, dass sie an den fixierten Präparaten äusserst faltig wird, anderseits, dass sie stark durchlässig ist. Die Durchlässigkeit ist im Leben zur Verdauung und Resorption nötig, sie verursacht an den fixierten Tieren ein Kunstprodukt, sie lässt nämlich die Farbe leicht durch und bewirkt in kurzer Zeit eine starke Anfärbung des benachbarten Protoplasmas, als wenn dasselbe eine grössere Affinität zur Farbe hätte als das andere Körperplasma.

Die Schlundfasern. Bozler hat 1924 im Wandbelag der rechten Seite des Cytopharynx eine Fasernschicht entdeckt, die weit in das Körperplasma zurückreicht. Zum Nachweis dieser Fibrillen ist meine Säurefuchsin-Lichtgrünmethode (1926) äusserst geeignet. Die Fasern treten leuchtend rot hervor. Ich fand deren bei *P. caudatum* 8—16 und konnte feststellen, dass sie beinahe bis zum Vestibulum hinaufreichen. Sie laufen nicht pelliculär, wie Bozler angibt, sondern in dem Wandplasma von der Pellicula 1 μ entfernt. Auch hinten laufen sie nicht bis ans Körperende hinaus, sondern werden rechts auf das Ectoplasma befestigt. (Fig. 8.) Eine entsprechende Verdickung des Ectoplasmas konnte manchesmal festgestellt werden. Die dickste Faser gesellt sich ventral zur Vierermembran (auf ihre rechte Seite) und steigt unter dem *Processus oesophagealis* mit einem breiteren Kanal dorsal aufwärts. — Bozler bezeichnet als Aufgabe dieser Fasern die Rückwärtsführung der abgeschnürten Verdauungsvacuole. Meiner Meinung nach gesellt

sich zu dieser Aufgabe auch die Befestigung des Cytopharynx an die Körperwand.

*

Dieser Dreiteiligkeit und dem komplizierten Bau des Cytopharynx habe ich grosse theoretische Bedeutung beigemessen; deswegen verweise ich auf meine Ausführungen in Arch. f. Protistenkunde 1934.

Diese Ausführungen lehren uns, dass das Paramecium in seiner Phylogenie drei Etappen durchlaufen hatte. Zuerst war es ein Gymnostom, wobei sein kahler oesophagealer Abschnitt mit den Reusenstäben (Schlundfasern von Bozler) entstand. Darauf kam der Hymenostomatazustand, wo die drei Membranellen und an der rechten Mundlippe die Paroralmembran entstanden ist und diese vier Elemente sich in einen Mundtrichter versenkt haben. Selbstverständlich waren diese Membranellen damals noch kurz und verlängerten sich erst während des nächsten und zugleich letzten Zustandes. Jetzt befinden sich die Paramecien in dem Trichostomatazustand, in welchem durch eine wiederholte Einsenkung das Vestibulum entstand. In dieser Zeit trat auch im Pharynx eine Veränderung ein, indem sich zwei von den Membranen zum Peniculus vereinigten.

Irodalom. — Literatur.

1. Bozler, E. (1924). Über die Morphologie der Ernährungsorganelle und die Physiologie der Nahrungsaufnahme bei Paramecium caudatum Ehrb. Mit 10 Textfig. u. Tafel 8. Arch. f. Protistenk. Bd. **49.**

2. v. Gelei, J. (1925). Új Paramecium Szeged környékéről. Paramecium nephridiatum nov. sp. Állatt. Közl. Zool. Mitteil. Bd. **22.** (Mit deutschem Resumé.)

3. v. Gelei, J. (1926). Zur Kenntnis des Wimperapparates. Zeitschr. f. Anat. Entwickl. Bd. **81.**

4. v. Gelei, J. (1926—27). Eine neue Osmium-Toluidinmethode für Protistenforschung. Mikrokosm. **20.** Jahrg.

5. v. Gelei, J. (1929). Véglények idegrendszere. Über das Nervensystem der Protozoen. Állattani Közl. Bd. **26.**

6. v. Gelei—Horváth (1931). Eine nasse Silber- bzw. Goldmethode

für die Herstellung der reizleitenden Elemente bei den Ziliaten. Mit 13 Fig. Zeitschr. f. wiss. Mikr. u. mikr. Techn. Bd. **48.**

7. v. GELEI, J. (1931). Neuere Beiträge zur Frage des conductilen Systems in den Protozoen. Vortrag, gehalten XI. Zoologorum Inter Gentes conventus Patavia. 1930. Arch. f. Protistenk. 1931.

8. v. GELEI, J. (1934). Der feinere Bau des Cytopharynx von Paramecium und seine systematische Bedeutung. Arch. f. Protistenkunde. Bd. 81.

9. HERTWIG, R. (1890). Über die Konjugation der Infusorien. Abhandl. d. k. bay. Akad. d. Wiss. II. Kl. Bd. XVLII. I. Abt.

9. KAHL, A. (1931). Die Ziliaten. In KAHL's Tierwelt Deutschland XXI.

10. KLEIN, B. (1930). Das Silberlinensystem des Ziliaten. Weitere Ergebnisse IV. Arch. f. Protistenk. Bd. **69.**

11. LUND, E. (1933). A correlation of the Silverline and Neuromotor Systems of Paramecium. University of California Publications in Zoology. Vol. 39. 2. pp. 35—76.

(Aus der Sitzung der III. Klasse der Ungarischen Akademie der Wissenschaften vom 19. März 1934.)

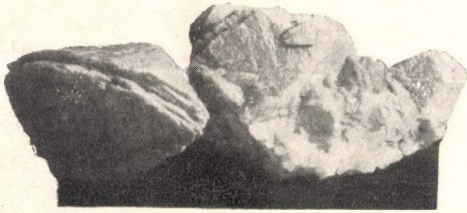
SZEGED

1.

2.

3.

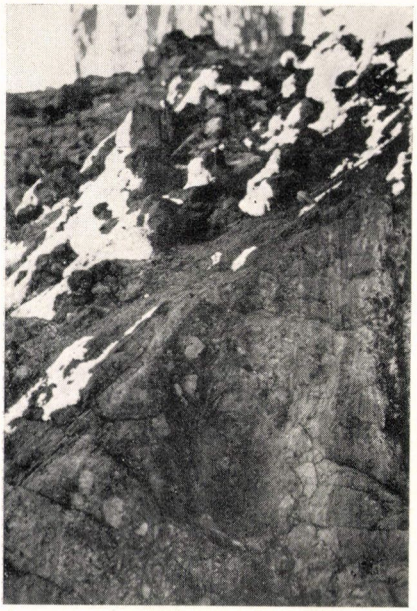
4.



5.

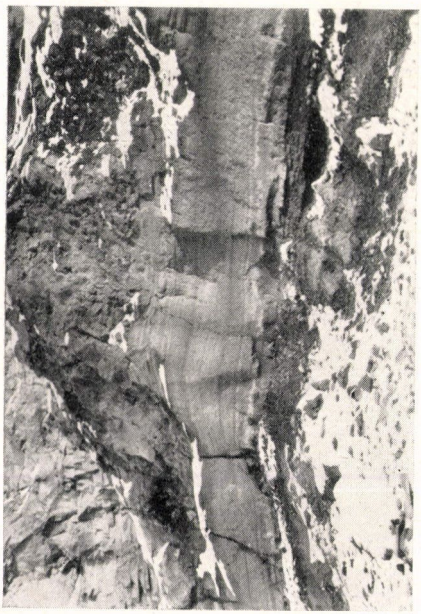
6.

Jugovics Lajos: Medvesi bazalttakaró felépítése és kristálytufája.



2.

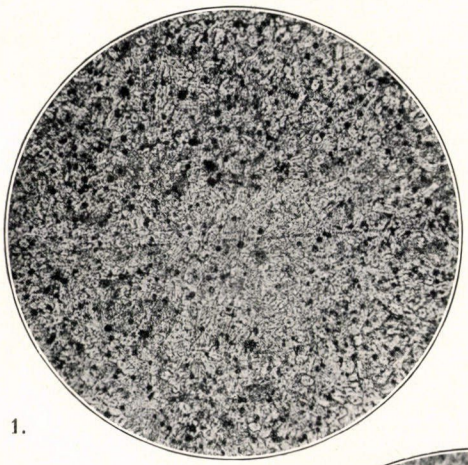
4.



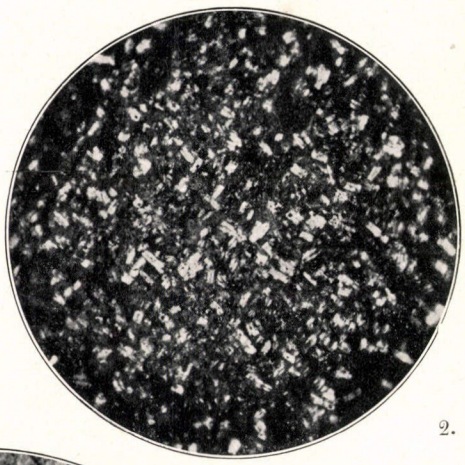
1.

3.

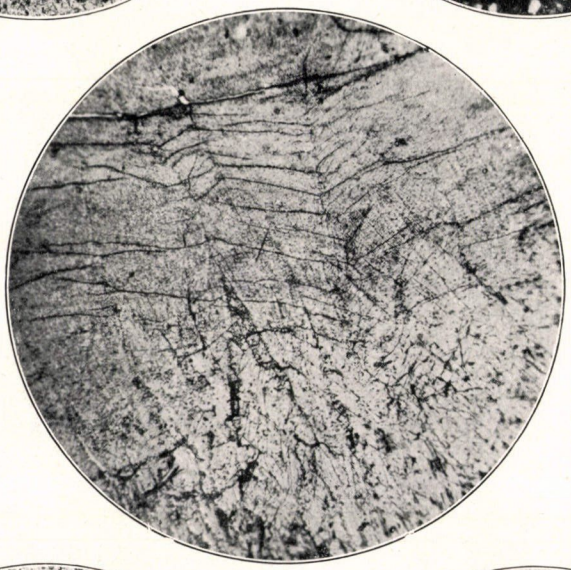
Jugovics Lajos: Cordierit-tartalmú zárványok a sághegyi bazaltban.



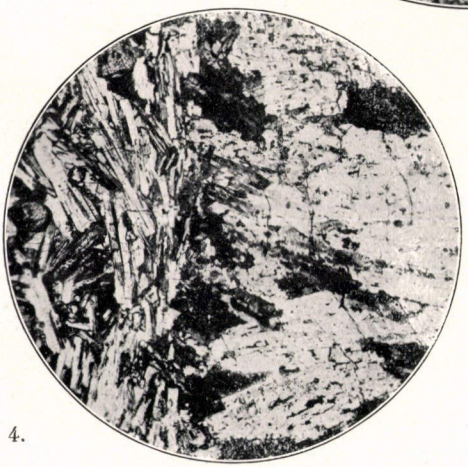
1.



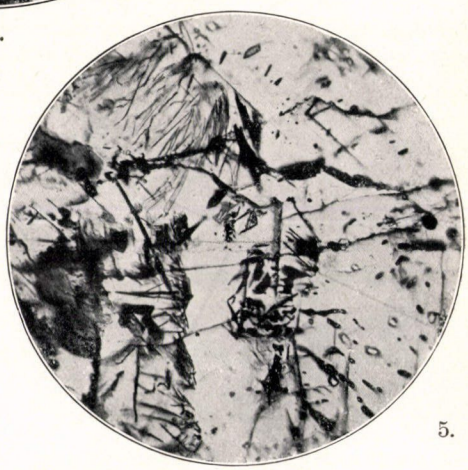
2.



3.

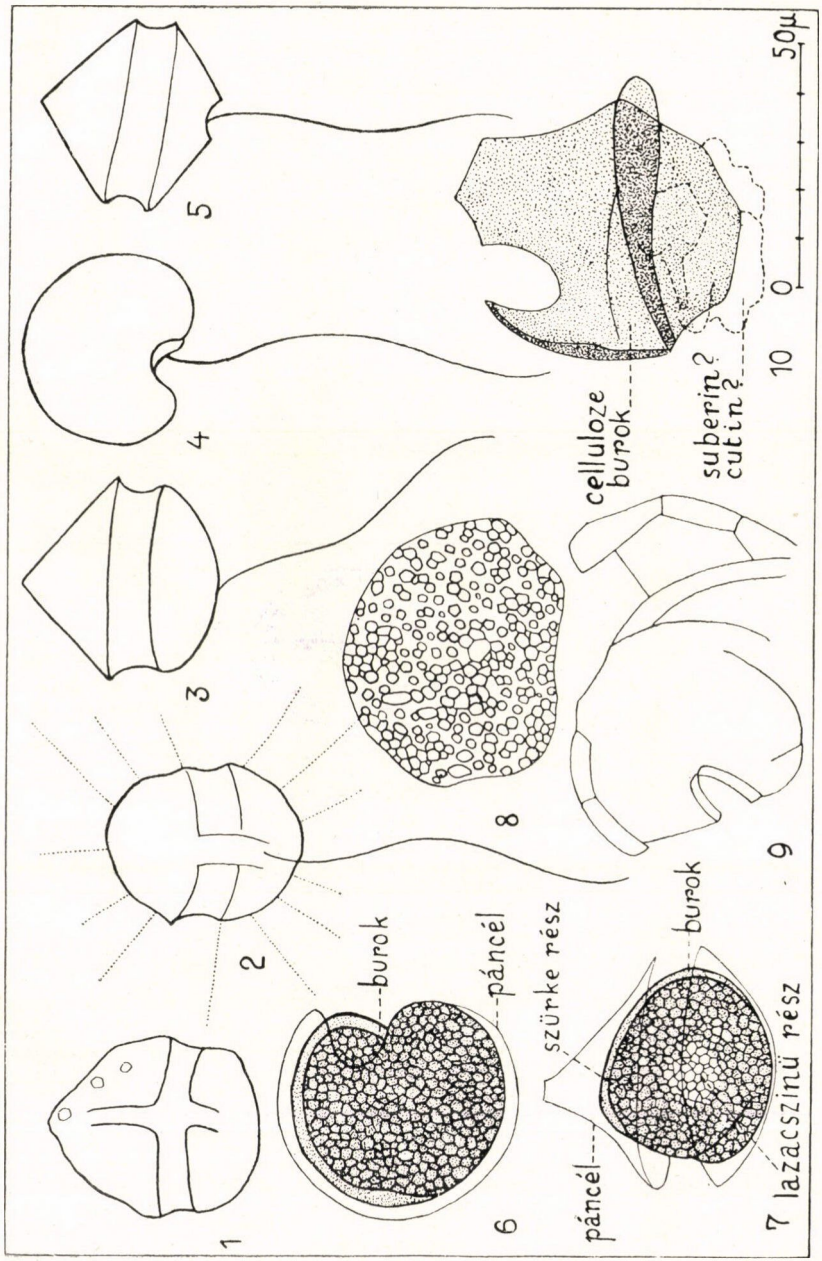


4.



5.

Sebestyén Olga: A Diplopsalis acuta betokozódása.



Sebestyén Olga: A Diplopsalis acuta betokozódása.

Vitális István: Limnocardium variocostatum n. sp.

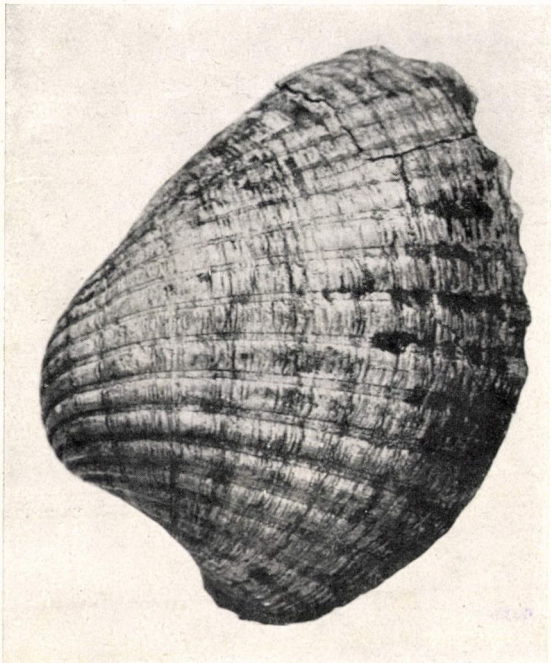
2

4

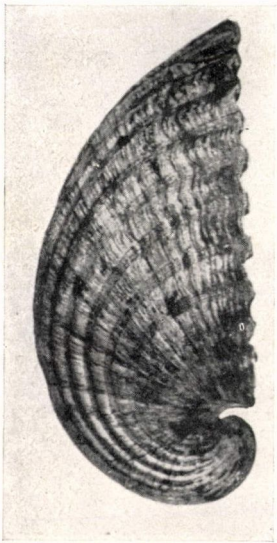
1

3

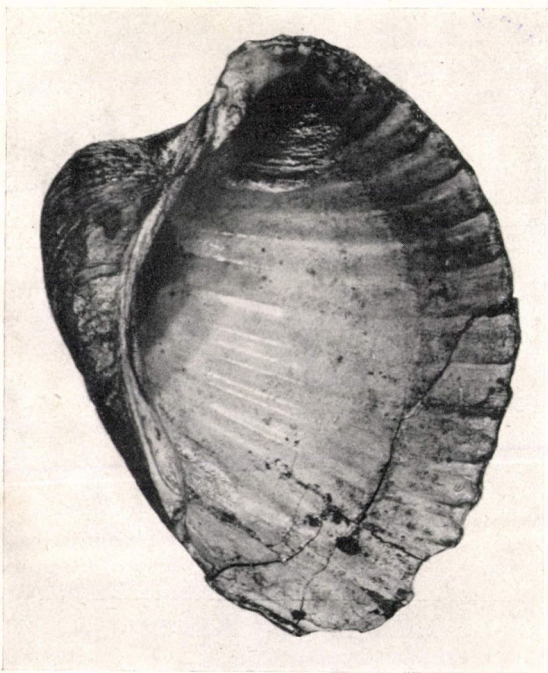
Vitális István: Limnocardium soproniense n. sp.



2



4



1

3