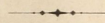


349

7826

MATHEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉRTESÍTŐ.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.



A III. OSZTÁLY ÁLTAL KIKÜLDÖTT SZERKESZTŐ-BIZOTTSÁG: SZABÓ JÓZSEF elnök,
B. EÖTVÖS LORÁND, FODOR JÓZSEF, JURÁNYI LAJOS, KRENNER JÓZSEF S.,
KRIESCH JÁNOS, LENGYEL BÉLA, SZILY KÁLMÁN bizottsági tagok

KÖZREMŰKÖDÉSÉVEL SZERKESZTI

KÖNIG GYULA.

ELSŐ KÖTET
(NÉGY TÁBLÁVAL.)

1882/3.



BUDAPEST.

A M. TUD. AKADÉMIA KÖNYVKIADÓ-HIVATALA.

1883.

TARTALOM.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSEI.

	Lap
1882. október 16-án	5
1882. november 13-án	43
1882. december 11-én	69
1883. január 22-én	89
1883. február 19-én	165
1883. április 2-án	217
1883. április 23-án	233
1883. június 4-én	277
1883. június 25-én	294

Bevezetésül	1
Kivonat a «Mathematikai és Természettudományi Értesítő»-re vonatkozó ügyrendi határozatokból	3
Az elektromos egységek ügye. Elektromos bizottság	273

BALLÓ MÁTYÁS: A szénsavhydrátról	70
BORBÁS VINCZE: Floristikai közlemények	81
*— A lapsanák ismeretéhez	295
BRAUN KÁROLY: A kalocsai érseki csillagvizsgáló földrajzi helyzetéről	9
— Uj contact-készülék óránál	151
— Az Amici-féle hasábok tökéletesítéséről	219
— A trigonometer, eszköz a gömbháromszögek föloldására	313
— A kalocsai observatorium földrajzi szélessége	318
DADAY JENŐ: Uj adatok a kerekes férgék ismeretéhez	290
*B. EÖTVÖS LORÁND: Tanulmányok a folyadékhártyák feszültségéről	69
FODOR JÓZSEF: A lakásviszonyok befolyásáról a typhus és kolerára	166
FRÖHLICH IZOR: Az elektromos absolut ellenállásegységnek dynamometri- kus úton való meghatározásáról	92
GOTHARD JENŐ: Astrophysikai megfigyelések a herényi observatoriumon	250
GOTHARD SÁNDOR: Adatok Jupiter és Mars bolygók physikájához	255
HANKÓ VILMOS: A carbonylsulfid és mercaptan képződése az aethylsulfido- szénsavsók száraz lepárlásánál	173
HOFFER JÓZSEF: Elektrolitikus élenyfejlesztés	47
HORVÁTH GÉZA: Az Eremocoris-fajok magánrajza	89
— A phylloxera és a téli hideg	267
HUNYADY JENŐ: A kúpszeletsereg középpontjainak geometriai helye	205
JENDRASSIK JENŐ: Dolgozatok a k. m. tud. egyetem élettani intézetéből	279
*JURÁNYI LAJOS: Ujabb adatok a cycadeák és coniferák virágporának ismertetéséhez	5
*— Karyokinetikus tanulmányok	5
KOCH ANTAL: A gróf Széchenyi Béla keletázsiai expedíciójában Lóczy Lajos által gyűjtött kőzetek ismertetése	170

KONKOLY MIKLÓS: Az ó-gyallai csillagvizsgáló közleményei	
I. A nap felületének megfigyelése, 1882	157
II. Astrophysikai megfigyelések	162
III. A reversió spektroskop	177
IV. Hullócsillag-megfigyelések 1882	185
V. Egy új spektroskop	240
VI. Néhány szó az üstökösök vegytani alkatáról, összehasonlítva a meteorokéval	243
VII. Csillagászati megfigyelések, 1882	248
KÖNIG GYULA: A hatványsorok egy tulajdonságáról	59
— Az alternáló csoportról	213
KRENNER JÓZSEF SÁNDOR: A kryolith-csoport grönlandi ásványai	186
— A manganocalcitról	231
— A gr. Széchenyi Béla keletázsiai expedíciójának nephritjei	235
KRIESCH JÁNOS: A modern zoologia szempontjai és céljai	165
LENGYEL BÉLA: A sósavas hydroxylamin előállításáról	63
*— A parádi timsós vizek és a Clarisse-forrás vegyelemzése	233
LOCZKA JÓZSEF: Egy sphalerit mennyiségi elemzése	49
MARGÓ TIVADAR: Az állatország rendszeres osztályozásáról, különös tekintettel az újabb állattani rendszerekre	281
MARTIN LAJOS: A complex mennyiségekről	217
— A complex függvényekről	234
Regéczy NAGY IMRE: A folyadékok áramlása hajszálcövekben	279
— Adatok a fehérynyeoldatok átszivárgásához	279
*NENDTVICH KÁROLY: A budai János keserűvíz vegyelemzéséről	233
PASZLAVSZKY JÓZSEF: Adalékok a gubacsdarázsok faunájához a magyar birodalomban, különösen Budapest környékén	257
PÉCH ANTAL: Alsó-Magyarország bányaművelésének története	9
RAUSSNITZ GUSZTÁV: A felsőbbfokú kongruenciák elméletéhez	296
ROBOZ ISTVÁN: Adatok a cestodák ismeretéhez	5
— Rhizopoda tanulmányok. — I. Calcutuba polymorpha, nov. gen. nov. sp.	295
SCHERFEL AURÉL: A sibirai fürdő ásványvizéről	217
— A czemétei ásványvíz chemiai elemzéséről	277
SCHULLER ALAJOS: Párologtatások légüres térben	51
SZABÓ JÓZSEF, Geologiai kézikönyvének ismertetése	336
*TÉGLÁS GÁBOR: Bányász-szobrok a római hódoltságból	218
*— A Buhuj (Bagolyvár) nevű csontbarlang Stájerlak-Anina határában	278
THAN KÁROLY: Közlemények a m. kir. egyetem vegytani intézetéből	44, 221
— A sósavgáz sűrűségének meghatározása	44
TÖMÖSVÁRY ÖDÖN: A seutigera-félék légzőszervéről	145
TÖTTÖSSY BÉLA: Egy negyedrendű torzfelületről	12
VÁLYI GYULA: A két független változós, másodrendű simultán parciális differenciálegyenletek integrálásához	309
VEITH SÁNDOR: A légeny és éleny egyesüléséről explozióknál	221

* A csillaggal jelölt előterjesztéseknek csak címe foglaltatik e kötetben.

Budapesti Magyar Posta	Posta
Folyóirat	
1623	

MATHEMATIKAI ÉS TERMESZETTUDOMÁNYI ÉRTESÍTŐ.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

A matematikai és természettudományi osztály 1882. április 17-dikén tartott értekezletében több tag indítványt nyújtott be oly folyóirat alapítása iránt, mely hivatva volna, mint az osztály organuma, annak munkálkodásáról az érdeklődő közönségnek átnézetes képet szolgáltatni. Az indítványozók hivatkoztak arra, hogy az Értekezések külön füzetei kevésbé terjedelmes közlemények kiadására épen nem alkalmasak, míg az összes akadémia Értesítője már a rendelkezésre álló tér szűke, és a vegyes tartalom miatt sem felel meg egészen az osztály céljainak. Hangsúlyozták továbbá azt is, hogy az osztály működésének java része oly előterjesztésekből áll, melyek önálló matematikai és természettudományi vizsgálódások eredményeit sorolják föl, és a melyek nemcsak terjedelmüknél fogva legjobban egy folyóirat lapjain találnak helyet, hanem egyszersmind csak ily szaklapban közölhetők oly gyorsan és pontosan mint ezt tartalmuk kívánja.

Az osztály, méltatva a szakszerű tevékenység növekedéséből folyó szükségét, magáévá tette az indítványt, remélve, hogy az új folyóirat jó szolgálatot tesz majd a

magyar tudományosságának, mint a matematika és természettudományok rendes közlönye, mely az akadémia körén kívül álló szakférfiaknak is mindenkor szívesen rendelkezésre áll, és mely munkálkodásunkról egységes képet nyújtva, még a külföldnek is mellőzve a nyelv nehézségeit, könnyebben hozzáférhetőkké teszi működésünk eredményeit.

A szerkesztés és kiadás módozatainak részletes megállapítása végett kiküldött bizottság munkálatát 1882. május 15-én nyújtotta be az osztálynak, melynek ajánlata alapján a május 22-én tartott összes ülés elhatározta a III. osztály kiadványaira vonatkozó módosításoknak az akadémiai ügyrendbe való fölvételét.

Ezen ügyrend alapján bocsátjuk ma közre a «Matematikai és természettudományi Ertesítő» első füzetét.

A szerkesztő-bizottság.

KIVONAT

A «MATHEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI ÉRTESÍTŐ»-RE VONATKOZÓ ÜGYRENDI HATÁROZATOKBÓL.

A «Math. és term. tud. Értesítő» a III. osztály által választott szerkesztő-bizottság vezetése alatt áll. E bizottság az osztálytitkár elnöklete alatt 8 tagból alakul (egy-egy a matematikára, kísérleti és elméleti fizikára, a chemiára, a zoológiára, botanikára, mineralogia és geológiára, végre egy az orvosi tudományokra), szükség esetében a III. osztály más tagjait is véleményadás végett meghívhatja, es saját tagjai köréből választja az «Értesítő» szerkesztőjét.

Az «Értesítő» füzetekben, szükség szerint ábrákkal, rendszerint két héttel a III. osztály ülései után jelenik meg, egy-egy évfolyam októbertől júniusig terjedvén.

Az «Értesítő» közleményei az ülésekben előterjesztett munkálatok kivonatai, melyek a dolgozat tudományos gondolatmenetét és tartalmát, a mennyiben a megértésre szükséges, részletezve, de a mennyire e mellett lehetséges, rövid fogalmazásban adják. Az egyes czikkek rendszerint egy nyomtatott ívnél nem lehetnek nagyobbak, a szerkesztő-bizottságnak azonban jogában áll, terjedelmesebb dolgozat fölvételét is megengedni. Ha pedig egy ívnél kisebb terjedelmű, egész kiterjedésében az «Értesítő»-be jő.

Minden előadó köteles az «Értesítő»-nek szánt kivonatot az ülés folyama alatt benyújtani, különben az «Értesítő»-ben csak az előadás címe lesz közzétéve. Az ily kivonat utólagos közlése az «Értesítő» valamely későbbi füzetében csak a szerkesztő-bizottság külön határozata alapján történhetik.

Ha valamely szerző közleményét az «Értesítő»-be akarja fölvetetni, a nélkül, hogy tartalma az Akadémia ülésén külön előadatnék, az illető, akár tagja az Akadémiának, akár nem, dolgozatát az ülés előtt a III. osztály titkárjának átküldi. A titkár az ily dolgozatoknak csak czímét jelenti be az ülésen, és azután átteszi a szerkesztő-bizottsághoz, mely elfogadás esetében a dolgozatot az «Értesítő»-ben kiadja.

1882 OKTÓBER 16.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. KÖNIG GYULA I. t. bemutatja TÖTÖSSY BÉLA értekezését «*egy negyedrendű torzfelületről*».

(Lásd a 12. lapon.)

2. JURÁNYI LAJOS r. t. bemutatja «*Újabb adatok a cycadeák és coniferák virágporának ismertetéséhez*» című értekezését és előzetes jelentést tesz «*Karyokinetikus tanulmányairól*».

3. MARGÓ TIVADAR r. t. benyújtja Dr. ROBOZ ISTVÁN ily című értekezését: «*Adatok a cestodák ismeretéhez a Solenophus megaloccephalus-on megéjtett vizsgálatok alapján.*» (A heidelbergi egyetem állattani intézetéből.)

Szerző az *általános részben* elmondja a megvizsgált állat — előbb *Bothriocephalus Pythoni* — fölismerésére és további sor-sára vonatkozó adatokat, leírja a scolexet, mely eddig nem volt helyesen ismertetve, továbbá szól még magáról az állattelepről, azután tárgyalja a *vizsgálódási módszereket, a test összetételét, valamint a cuticulát és a cuticula alatti sejtréteget*. E tárgyalásnál a következő megállapításokhoz jut, hogy: 1. a cuticula alatti sejtek természete, tekintettel viselkedésükre az alattuk fekvő és az egész testet kitöltő kötszövethez, egy buvár által ssm ismertetett föl helyesen. 2. A cestodák subcuticuláris sejtjei nem epithelsejtek, hanem kötszöveti sejtek. 3. A kifejlett cestodáknál epithelről nem lehet szó, és ép oly kevésbé tulajdonképeni cuticuláról,

hanem igen is egy az egész testet kitöltő kötszövetnek határhártyájáról.

Az *Alapanyag* című szakaszból kiviláglik, hogy a *Solenophus* testét egy szemcsésnek látszó alapanyag képezi, mely két rétegre különíthető el (kéregállomány, bélállomány), de ezen két réteg nem bír morphologiai értékkel, egyik átmegy a másikba minden megszakítás nélkül. A cœloznak semmi nyoma. Az alapanyagba beágyazott mésztestecskék a vizedény-rendszerrel semmi összefüggésben nincsenek; (Claparède, ki az ellenkezőt állítja, téved); a mésztestecskék valószínűleg pathologiái képződmények (Virchow). Az *izomzat* leírásánál hangsúlyozza szerző, hogy a magnak jelenlétét a cestodák izomrostjaiban — a mint azt újabban több bűvár közlé vele — kétségbe kell vonnia. Az egyedüli a mit eme síma izomrostokon észlelhetünk, az hosszirányban lefutó finom vonalozottság (fibrillose Streifung).

A *vizedényrendszer* nem 6 (mint Poirier állítja), hanem 4 hosszdedényből áll. P. a vizedényrendszert az idegrendszerrel zavarta össze. A vizedények nélkülözik az epithelt. A vizedényrendszerről még egy érdekes tényt közöl a szerző, hogy t. i. a strobilában és a scolexben lefutó hosszdedények, s a belső két hosszdedényt összekötő ágak önálló izomzattal bírnak, mely körülmény eddig a figyelmet kikerülte. Az *Idegrendszer* című szakaszban az eddigi vizsgálatokat kiegészítve, illetőleg helyreigazítva találjuk. Az *ivarszervekre* vonatkozólag a vaginának valódi szövettani szerkezete eddig nem volt helyesen ismertetve; ha finom metszeteket tanulmányozunk, azt tapasztaljuk, hogy az meglehetősen fénytörő, homogén vékony hártya által képeztetik és egyszerű sejtréteggel van kibélelve. Az egyes sejteknek átmérője $0.005 \frac{m}{m}$, a mag, mely $0.003 \frac{m}{m}$ átmérővel bír, több magtestecskét foglal magában és különösen timsó vagy borax-carmin által szép vörös színt nyer; a protoplasma pedig, mely a magokat körülveszi, teljesen homogénnek látszik. A petevezetéről érdekes, eddig egészen ismeretlen tény, hogy azt nemcsak egy vékony, meglehetősen fénytörő homogén hártya képezi, hanem hogy még ki van bélelve csilló hámsejtréteggel. Azután a szerző még leírja a himivarszervet, az ondószálcásák képzését, a vas deferens szövettani alkatát, a párzási szervet, és végül a cirrusburok alkatát.

4. KRENNER JÓZSEF SÁNDOR l. t. bemutatja PÉCH ANTAL l. t. «*Alsó-Magyarország bányaművelésének története*» című nagyszabású munkájából az első kötet kéziratát.

E kötetnek, mely 1305 írott lapon 158 fejezetből áll, tartalma a következő:

I. *Bereztetés* (1383-ig). — Helyszíni és földtani vázlat. — A régi bányászat nyomai. — A tatárjárás után újra ébred a bányaipar. — Könnyelmű uralkodás. — Róbert Károly erélyes kormányzása. — Körmöczbánya régi fénykora. — Nagy Lajos védelme alatt emelkedik a bányaipar.

II. *Selmeztet sok csapás éri* (1383—1456). — Két nevezetes altárna adományoztatik. — Fejérbánya. — Politikai zavarok. — Zsigmond gondot fordít a bányászatra. — Újabb zavarok. — A bányavárosok jövedelme a királyné föntartására rendeltetik. — A husziták. — Zsigmond kormányzásának hatása. — Giskra a királyné főkapitánya. — Selmeztet veszedelme. — Giskra függetlenül bitorolja a hatalmat. — Körmöcz tekintélye növekedik és Fejérbánya emelkedik. — A pénzverés rendeztetik.

III. *A körmöczi bányaművelés hanyatlása* (1456—1490). — Hunyady János haláláig. — Mátyás király a cseh rablókat megfékezi. — Szerencsétlen pénzügyi intézkedés. — A Jungh család bányabirtoka. — Bélabánya a városok szövetségébe emelkedik. — A bányaművelés sok nehézséggel küzd. — Körmöcz városának hat évre elengedtetik az adó és az italmérés joga szabályoztatik. — Mátyás király meghal.

IV. *A Thurzók és Fuggerek* (1490—1546). — A reactió uralma. — Thurzó bányákat vásárol. — Egyenletlenségek Dóczy és a bányavárosok közt. — Thurzó szövetezik Fuggerral. — A király szegénysége. — A rézvállalat erősödik. — Országos zavar. — Selmeztetre bányagondnok küldetik. — Bethlenfalvi Thurzó János. — A rézvállalat virágzik. — Az országos zavar növekedik. — Selmezteten pangó művelés. — A kezelés szervezete. — A körmöczi Mélyaltárna megnyittatik. — A Glanzenbergi vizek emelése nehézséget okoz. — Thurzó Elek bevádoltatik. — A törökök közelednek. — A bányaszabadság elve törvényesítettik. — A Fuggerek ellen vizsgálat indíttatik. — Zavargások a bányavárosokban. — Fuggere újra bérbe veszi a rézbányákat. — A mohácsi veszedelem. — Glanzenberg virágzik. — A bányavárosok János király kezében. — János király hadai megveretnek. — A törökök segítsége. — Kibékítési kísérletek. — Körmöcz szegényedik. — Selmeztet emelkedik. — Királyi biztosok

a bányavárosokban. — Körmöczbánya 1535-ben. — Selmezbánya 1535-ben. — Bélabánya, Bakabánya és Ujbánya 1535-ben. — Besztercebánya 1535-ben. — Libetbánya, Breznóbánya és Ortut 1535-ben. — A kohók 1535-ben. — Közös sérelmek. — Következtetések. — Újabb sikertelen békekisérletek. — A bányamester teendői szabályoztatnak. — A selmeczi bányák hanyatlanak. — Mária királyné bizottmánya. — Fugger megújítja a bérletet 5 évre. — A törökök elfoglalják Esztergomot. — A selmecziek eladósodnak. — Főbejárás Úrvölgyön 1543-ban. — A bányavárosok szorult helyzete. — A királyné átveszi Körmöczön a Mélyaltárnát. — A király átveszi a rézvállalatot. — A rézvállalat eredménye a Thurzók és Fuggerek alatt.

V. *Szervezkedés* (1546—1571). — A szélaknai bányák emelkednek. — A király visszaveszi a bányákat és bányavárosokat Mária királynétól. — A bányák kezelésének új rendszere. — A Rösel család vagyona szétfoszlik. — Salius rendezi vagyonát. — A selmeczi bányák viszáljai. — Az ország szomorú állapotban. — A rézvállalat jó eredménnyel kezelik. — Glanzenberg segítség nélkül marad. — A bóczai bányászat virágzik. — Besztercebányán új kohó építtetik. — Glanzenberg felhagyatják. — A bányarendtartás kihirdetése eredménytelen. — A rézkohó üzeme javíttatik. — Miksa kormányra lép. — Védő intézkedések a törökök ellen. — Utasítás a besztercebányai kohók kezelésére. — Utasítás az úrvölgyi bányák kezelésére. — A breznicskai vasgyár és szélaknai szerződéses bányák. — A törökök pusztításai. — Új vízemelő gépek terveztetnek. — A rézbányák jó eredménnyel műveltetnek. — Az ország elégedetlen a kormánynyal. — A szélaknai szerződéses bányák elfúlnak. — A selmeczi kincstári személyek állománya. — Körmöczön és Bóczán vizsgálat. — A törökökkel béke köttetik. — Intézkedések a biztosok jelentésére. — A bóczai bányaművelés hanyatlik.

VI. *A Brenner-szövetkezet alakítása* (1571—1583). — Miksa bányarendtartása elfogadtatik. — Selmezbánya város sérelmei. — A kisebb bányák egyesülnek. — A Brenner-szövetkezet. — Az erdők kezelésének és a bóczai bányászatnak akadályai. — A törökök rablásai. — Rubigalli Pál meggazdagodik. — A selmeczi bányák részesei. — A selmeczi bányaművelés élénk. — Rudolf kormány alatt. — A selmeczi bányák versenye. — Olvasztási költségek. — A bányák állapota 1578-ban. — A rhönici vasgyár átvétetik. — Biebertárna emelkedik. — A körmöczi bányák 1582-ben. — A réztermelés költségei. — Rappach és Steinberger biztosok utasításai. — A Brenner-szövetkezet lefizette adósságait.

VII. *A Brenner-szövetkezet erősödik* (1583—1599). — A bányák állapota 1583-ban. — Országos sérelmek. — A bányák állapota 1584-ben.

Mindenféle nehézségek. — Törekvések a királyi jövedelem emelésére. — A mívelés Mátyás tárna körül élénkül. — A bányák állapota 1588-ban. — 1589-ben. — 1590-ben. — A Brenner-szövetkezet terjeszti bányabirtokát. — A körmöczi bányák 1591-ben. — A körmöczi bányák veszteségének okai. — Selmecei költséges bányák. — Úrvölgy és Engelsberg 1592-ben. — Mátyás főherceg vezeti az ügyeket. — Intézkedések 1593-ban. — Mátyás főherceg, mint hadvezér. — Miksa főherceg mint hadvezér. — A körmöczi kincstári bányák nagy veszteséggel míveltetnek. — A tatárok Besztercebánya vidékét pusztítják. — Haag Dávid főkamagróf. — A főkamagróf lemond.

VIII. *Visszatekintés.* — Selmece. — Bélabánya. — Bakabánya. — Újbánya. — Körmöczbánya. — Úrvölgy. — Libetbánya. — Bócza. — Ortut. — Vasgyárak.

Függelék: Okmánytár.

Az osztály nagy érdeklődéssel fogadta e terjedelmes munkát, mely úgy történeti szempontból, mint gyakorlati bányászati tekintetben egyaránt fontos, és melegen pártolva kiadatását, azt túlnyomóan történeti tartalma miatt a II. osztályhoz áttenni határozza.

5. KRUSPÉR ISTVÁN r. t. előterjeszti BRAUN KÁROLY, S. J. «*A kalocsei érseki csillagvizsgáló földrajzi helyzetéről*» szóló értekezésének első részét, mely ezt a m. kir. országos háromszögelésre vonatkoztatva tárgyalja.

A szerző által készített kivonat a következő:

A magyar kir. országos háromszögelés egyébnemű előnyei-
nek dacára azon hátrányban szenved, hogy igen kevés pontja van, mely csillagászatilag volna meghatározva, s melyre támaszkodhatnék. Az egész háromszögelés az egykori Gellért-hegyi observatoriumból indul ki, melynek szélessége $47^{\circ} 29' 14.930''$, s hosszúsága Ferro-tól számítva $36^{\circ} 42' 51.690''$ -nyinek vétetett.

De e föltevés sem támaszkodik csillagászati mérésekre, hanem a bécsi observatorium helyzetének geodetikus átvitelére. Bécsnek ez alkalomnál alapul fölvevett hosszúsága azonban tetemesen különbözik attól, melyet most bizonyosnak tartanak; s az átvitelnél a számítások a Walbeck-féle föld-sphäroid fölvétele mellett történtek, mely szintén nem csekély mértékben a valótól eltér. Előbb ugyanis Bécs—Páris hosszúság-különbsége gyanánt általában $56^m 10.4^s$ vétetett, holott néhány év előtt a valódi érték

56^m 10·71^s-nek találták. Buda—Bécs hosszóság-különbsége is tehát 0·3^s-ig bizonytalan és annak következtében a magyar országos háromszögelés kiindulópontjának hosszúsága valószínűleg majdnem 0·5 időmásodpercczel, vagy 7·5 ívmásodpercczel eltér a valótól. Hasonló okoknál fogva a szélesség számaiban sem bízhatunk egészen.

Arra törekedtem tehát, hogy az Ö Eminenciája Haynald bíbornok által alapított csillagászati observatoriumot a magyar országos háromszögelési hálózatba pontosan befűzzem, s az observatorium helyzetének meghatározása által a hálózat számára is biztos kiindulási pontot nyerjek. Jelen dolgozatom feladatának első, geodetikus részével foglalkozik.

A magyar háromszögelési hivatal igazgatója, Hoffmann F. úr lekötelező szívességgel 11 pont földrajzi helyzetét közölte velem; ezek közül azonban kettőt az observatorium fekvése miatt nem lehetett használni. A többi pont közül 2 elsőrangú (Szegszárd és Halom), 3 másodrangú, 3 harmadrangú és 1 negyedrangú.

Az adott helyzetekből kiszámítottam e pontok azimuthjait geodetikus oszlopunkra nézve, kitűnő Breithaupt-féle Universale segélyével megmérvén egyszersemind a valódi azimuthokat is, úgyszintén a sarkcsillag többszörös megméréséből a valódi északi sarkpontot is meghatároztam.

Az azimuthok összehasonlításából kitűnt, hogy a megmért azimuthok átlag mintegy 12^s-el kisebbek, mint a kiszámítottak; pedig az én méréseim az ellenőrzés megtétele által is helyeseknek bizonyultak s általában az azimuthok középszámát véve, az ívmásodpercz feléig pontosak.

Innét azt kell következtetni, hogy a háromszögláncolat által Bécsből átvitt délkör Kalocsa vidékén már teljes 12''-el a valódi délvonaltól eltér.

Nagyobb számításokat vittem tehát véghez, hogy a legkisebb négyzetek eljárása szerint kikutassam: 1-ször mily nagynak kell oszlopunk földrajzi hosszúságát és szélességét vennünk; és 2-ször mily nagynak kell ama délvonal-különbözetet vennünk, hogy a megmért azimuthok azokkal lehetőleg teljesen megegyezzenek, melyeket a háromszögelésből kiszámítunk. A nyert adatokból azt is kiszámítottam, milyen az említett mennyiségek valószínű hibája.

Egy előkészítő s épen nem egyszerű számítás előtüntette, mely nyomatékot kell az egyes azimuth-különbségeknek tulajdonítanunk.

Az eredmény az, hogy a mi geodetikus oszlopunk $46^{\circ} 31' 41.9232'' \pm 0.00249''$ szélességgel és $36^{\circ} 38' 37.7221'' \pm 0.00338''$ hosszúsággal bír és hogy a háromszögelés délköre a valódi délvonal északi sarkpontjától nyugatra $12.343'' \pm 0.783''$ -nyire eltér.

Ez tehát a földrajzi helyzet, melyet az országos háromszögelés adataiból nyerünk, s mely találatottnak volna, ha csillagászati observatoriumunk az akkori fölméréseknél már főpont gyanánt szerepel. Az igazi értékeket még pontosabban fogom kiszámítani és meghatározni; e munkámnak nagyobb része már kész is. Abból ki fog tűnni, mely kiigazítást kell a háromszögelés adatain tenni.

Számítás alá vettem az egyes azimuthok főnmaradt eltérését a kiegyenlítés után, s azt vettem észre, hogy azok mind oly csekélyek, hogy könnyen eltüntethetők az által, hogy a háromszögelés pontjait kevésbé felretoljuk; az egyes pontok eltolásának mértéke ez volna: $16 \text{ } \mu\text{m}$, $16 \text{ } \mu\text{m}$, $28 \text{ } \mu\text{m}$, $8 \text{ } \mu\text{m}$, $27 \text{ } \mu\text{m}$, $0.6 \text{ } \mu\text{m}$, $3 \text{ } \mu\text{m}$, $11.5 \text{ } \mu\text{m}$. Ezek mind még jóval belül állanak a pontosság azon határain, melyeket a háromszögelés által történő helymeghatározásoknál föltételezni szokásos. Az observatorium oszlopának bizonytalansága pedig, t. i. $0.00249''$ és $0.00338''$, absolut mértékben $11.27 \text{ } \mu\text{m}$, illetőleg $10.87 \text{ } \mu\text{m}$ -nyi eltolásnak felel meg. De az elsőrangú háromszögelési pontnak is közönségesen absolut mértékben véve $20 \text{ } \mu\text{m}$ -nyi bizonytalanságot szokás tulajdonítani. Csillagászati observatoriumunk kikutatott helyzete tehát a pontosság és biztosság oly fokával bír, mely arra följogosítja, hogy ezután a háromszögelési elsőrangú pontokkal egyenértékűnek tekintessék.

EGY NEGYEDRENDŰ TORZFELÜLETRŐL.

TÖTÖSSY BÉLÁ-TÓL.

A «Mathematische Annalen» XIX. kötetében (291—322. lapon) «Ueber die Fläche vierter Ordnung mit Cuspidalkegelschnitt» cím alatt értekeztem a cuspidalis kúpszelettel bíró negyedfokú felületről, melynek most egy érdekes specziális esetét akarom tárgyalni. Mielőtt azonban e tárgyalást megkezdeném, legyen szabad a fennidézett értekezésemből, néhány ide vonatkozó főeredményt rövid vázlatban bemutatni.

Ha a negyedfokú felületnek kettős kúpszelete van, akkor ez utóbbinak minden pontjában a felülethez két különböző érintősíkot lehet fektetni és csak *négy* pont — úgynevezett point-pince — létezik a kettős kúpszeleten, melyben e két érintősík összeesik. Ha a kettős kúpszelet minden pontja olyan, hogy a hozzá tartozó két érintősík összeesik, akkor a kettős kúpszelet *cuspidalis kúpszeletté* lesz. Ezen összeeső érintősíkok egy és ugyanazon másodfokú kúpnak, a negyedfokú felület *cuspidális kúpjának* érintősíkjai.

E felület egyenletét idézett értekezésemben (a 295-ik oldalon)

$$(1) \quad F \equiv U^2 + np^3q = 0$$

alakra hoztam, melyben U x_1, x_2, x_3 és x_4^2 koordinátáknak másodfokú — p és q ugyanezeknek vonalós, homogén, különben tetszőleges függvényei; tehát $U = 0$ egy tetszőleges másodfokú felületnek, $p = 0$ és $q = 0$ pedig tetszőleges síkoknak egyenletei. U másodfokú felület metszése a p síkkal a cuspidális kúpszelet, míg a q sík F felületet (Uq) kúpszeletnek egész hosszában, azaz minden pontjában érinti. Czélszerű volt n -en kívül még egy második változó parametert (m -et) bevezetni és a felület egyenletét

$$(2) \quad F'_{m,n} \equiv (K + mp^2)^2 + np^3q = 0$$

alakban írni, melyben $K=0$ a cuspidális kúp egyenlete. $F'_{m,n}=0$ egyenlet — m -et és n -et tetszőlegesen változó parametereknek tekintve — kétszeresen végtelen sok negyedfokú felületet képvisel, melyekben közös a cuspidális kúpszelet, a cuspidális kúp, valamint a q sík is, de különbözik az (Uq) kúpszelet.

A három felület U , p és q két közös pontja «point-clos»-ja* az F' felületnek. E pontokat A_1 és A_3 -mal, — az ezen pontokban az U felülethez fektetett érintősíkokat A_3 illetőleg A_1 -el, p síknak polusát U felületre nézve A_4 -gyel és végre a (pq) egyenesnek polusát az (Up) kúpszeletre nézve A_2 -vel jelölve és az A_1, A_2, A_3, A_4 pontokat egy projektivikus koordináta rendszer csúcspontjainak választva, az F' felületnek egyenletét

$$(3) \quad F' \equiv (x_2^2 - x_1x_3 + mx_4^2)^2 + nx_4^3(x_2 - x_4) = 0$$

alakban nyertem.

F' felületnek különböző előállításait az által nyertük, hogy λ, ρ illetőleg μ változó parameterek segítségével az (1) alatti egyenletet a következő azonos alakokban írtuk:

$$(4) \quad (U + \lambda p^2)^2 - p^2(\lambda^2 p^2 + 2\lambda U - npq) \equiv U_\lambda^2 - p^2 B_\lambda = 0$$

$$(5) \quad (U + \rho q^2)^2 - q(\rho^2 p^2 + 2\rho Uq - np^3) \equiv U_\rho^2 - q \cdot C_\rho = 0$$

$$(6) \quad q(p + \mu q)^3 - [q^2 n(3\mu p^2 + 3\mu^2 pq + \mu^3 q^2) - U^2] \equiv q \cdot q_\mu^3 - D_\mu = 0$$

A (4) alatti egyenlet adta F' felületnek előállítását az U_λ és B_λ projektivikus felületrendszerekből — valamint továbbá mint a B_λ felületrendszer *határfelületét*. λ parameternek az

$$f(\lambda) \equiv 8\lambda(\lambda^2 + 2\lambda m + n) - n^2 = 0$$

egyenletből nyert három értéke mint a B_λ rendszer speciális felületeit adta a három Kummer-féle kúpot, oly kúpot, melynek minden érintősíkja az F' felületből kúpszelet-párokat metsz ki.

* Valamely felületnek singularis pontját akkor nevezzük «point-clos»-nak, ha minden rajta keresztül fektetett sík metszövönala a felülettel e pontban önmagát érinti. E singularitás definitióját és analitikai ábrázolását illetőleg v. ö. ZEUTHEN H. G. a *Mathematische Annalen* X. kötetében (446—546. oldalon) megjelent: *Révision et extension des formules numériques de la théorie des surfaces réciproques* című értekezésének 479-dik és következő oldalát.

Két Kummer-féle kúp összeesése — tehát azon eset, melyben $f(\lambda) = 0$ egyenlet egy kettős gyökkel bír — az F^D felületekre vezetett, oly negyedrendű felületekre, melyeknek a cuspidalis kúpszeleten kívül még egy *conicus* kettőspontjuk van. Az $F_{m,n}$ rendszerben egyszerűen végtelen sok ily felület fordul elő és pedig úgy, hogy minden F_m (m állandó, n változó) felületsor két —, minden F_n (n állandó, m változó) egyszerűen végtelen felületrendszer ellenben három F^D felületet tartalmaz.

Azon eset, melyben $f(\lambda) = 0$ egyenletnek mind a három gyöke egyenlő volt, adta az F^B felületet, mely a cuspidalis kúpszeleten kívül még egy *biplanicus* kettősponttal bír. Az $F_{m,n}$ kétszeresen végtelen felületrendszer csak egy ily felületet tartalmaz.

Az (5) alatti egyenlet adta F felületnek előállítását az U_ρ és C_ρ projektivikus felületrendszerekből és az előállítást mint C_ρ felületrendszer határfelületét.

Végre a (6) alatti egyenlet adta egyrészt F felületnek előállítását a q_μ és D_μ rendszerekből, másrészt az előállítást mint D_μ felületrendszer *osculans határfelületét*. Osculans határfelület alatt értjük a határolás azon specialis esetét, melyben a határfelület a határolt rendszernek minden egyes felületét nem mint *rendesen két*, hanem *kivételesen három* egymáshoz végtelen közelben fekvő térgörbében metszi.

Ezeket előre bocsátva, áttérhetek jelen dolgozatom tulajdonképeni tárgyára.

I. A felület különböző előállítása és analytikai ábrázolása.

Az általános cuspidalis kúpszelettel bíró negyedrendű felület számos speciális esete közül különösen érdekes az, melyben p és q síkok metszési vonala az U felületnek egyenes alkotója.

A cuspidális kúpszelet (Up) és az (Uq) kúpszelet a d , r , illetőleg d , s egyenes párokra oszlik szét és a negyedfokú felület — mint az a következőkből ki fog tűnni — torzfelületté lesz.

Jelöljük a (dr) és (ds) pontokat A_2 -vel, illetőleg A_3 -mal: továbbá az U felület egy tetszőleges, d -t nem metsző alkotójának metszési pontjait r és s egyenesekkel A_1 , illetőleg A_4 -gyel, választjuk az A_1 , A_2 , A_3 , A_4 pontokat egy projektivikus koordináta

rendszer csúcspontjainak és azonkívül vegyük föl még az egységi pontot (t. i. azt a pontot, melynek koordináta viszonyai $x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1 : 1 : 1 : 1$ által vannak adva) az U felületen, akkor:

$$U \equiv x_1 x_3 - x_2 x_4 = 0$$

$$p \equiv x_4 = 0$$

$$q \equiv x_1 = 0$$

és negyedrendű felületünk egyenlete a következő lesz:

$$(x_1 x_3 - x_2 x_4)^2 + n x_1 x_4^3 = 0$$

Ezen egyenletben az általánosság fentartása mellett $n = -1$ tehető, mert e feltevés geometriai æquivalense nem egyéb, mint az egységi pont választásának megszorítása egy harmadfokú térgörbére, mely s egyenessel együtt az U felületből azon másodfokú kúp által lesz kimetszve, melynek csúcspontja A_3 és vezérgörbéje azon kúpszelet, melyet az $A_1 A_2 A_4 \equiv A_3$ sík a kétszer számítandó r egyenesen kívül metsz ki negyedrendű felületünkben.

E speciális felületet a következőkben R -rel jelöljük — fentartva az F jelölést az általános cuspidális kúpszelettel bíró negyedrendű felület számára — és egyenletét

$$(7) \quad R \equiv (x_1 x_3 - x_2 x_4)^2 - x_1 x_4^3 = 0$$

alakban írjuk.

Az F felületnek előbb felsorolt különböző előállításai — az esetleg szükséges modifikációkkal — érvényben maradnak az R felületre nézve is.

Így az (1) alatti egyenletnek (4) alatt írt alakjából következik az R felület előállítása az U_λ és B_λ projektivikus felületrendszerből. Egy tetszőleges U_λ felület d és r , — egy tetszőleges B_λ felület ellenben csakis a d egyenesnek minden pontjában érinti az U felületet. A d , r egyenespár az $(U_\lambda R)$ metszésben háromszor számítandó és U_λ teljes átmetszése

$$q_\lambda \equiv \lambda^2 p + nq = 0$$

síkkal képezi az $(U_\lambda R)$ maradék metszését. E maradék-metszés áll a d egyenesből és még egy másik e_λ egyenesből.

Tekintve még azon körülményt, hogy $+\lambda$ és $-\lambda$ értékeknek ugyanazon q_λ sík, de két különböző U_λ felület felel meg, első eredményképpen kimondhatjuk:

Minden q_λ síkban — az U_λ és $U_{-\lambda}$ felületeknek megfelelőleg — az R felületnek két egyenes alkotója e_λ és $e_{-\lambda}$ fekszik; az R felület tehát torzfelület.

A B_λ felületrendszer határfelületét illetőleg megjegyezzük, hogy egy tetszőleges B_λ felület az $(U_\lambda B_\lambda)$ negyedrendű térgörbének minden pontjában érinti az R felületet, úgy hogy a kétszer vett $(U_\lambda B_\lambda)$ térgörbe — egy nyolczadrendű térgörbét képviselve — képezi B_λ és R felületek teljes metszését. Az $(U_\lambda B_\lambda)$ negyedrendű térgörbe áll egyrészt a d és r egyenesekből, másrészt pedig az U_λ felület és q_λ síknak teljes metszéséből, tehát még egyszer a d egyenesből és azonkívül R felületnek e_λ egyenes alkotójából.

Az (5) alatti egyenletből következik R felületnek előállítására az U_ρ és C_ρ felületrendszerekből és az előállítás mint C_ρ rendszer határfelülete.

A C_ρ felületek harmadfokú torzfelületek. Minden egyes C_ρ felületben a p és q síkok metszési vonala, d egyenes kettős egyenes és ennek minden pontjában az egyik érintősík a q sík, az A_s pont pedig minden egyes C_ρ felületnek egyedüli «pince»-pontja; e felületek tehát Cayley-féle torzfelületek.

Egy tetszőleges C_ρ felület egy valós és két képzetes egyenes alkotó hosszában érinti az R felületet. E három egyenes alkotó az R felületből a

$$\rho^2 x_1^3 - x_4^3 = 0$$

három síksor által metszetik ki; hármass-, négyes- n -es síksor elnevezés alatt értvén egy három, négy, n , egy és ugyanazon egyenest tartalmazó sík által képezett csoportot. ($C_\rho R$) maradék metszése áll a hatszor számított d egyenesből.

Végre röviden érintjük még R előállítását mint D_μ felületrendszer *osculans határfelületét*, mely a (6) alatti egyenletből következik.

Egy tetszőleges D_μ felület, negyedfokú torzfelület, mely három kettős egyenessel bír. Ezek közül kettő nem metszi egymást és végtelen közelben fekszik a d egyeneshez, a harmadik metszi a két előbbit és összeesik az s egyenessel. A d és s egyenesekben öszpontosított része az (RD_μ) áthatásnak tized fokú lévén, a hatodfokú maradék egyenlően megoszlik az R felületnek a q_μ

sikban fekvő két egyenes alkotója közt, melyeknek minden pontjában D_μ felület *osculálja* az R felületet.

Ennyit az R felületről, a mennyiben azt mint a cuspidális kúpszelettel bíró negyedrendű felület specziális esetét tárgyaltuk. R felület oly előállításainak tárgyalásához fordulunk most, melyek e felületnek, mint torzfelületnek természetéből folynak.

Legyen adva egy K kúpszelet és egy d egyenes. A d egyenes messe a kúpszelet síkját egy a kúpszeleten *kívül* fekvő A_2 pontban, a kúpszeleten kívül fekvőnek tekintvén K síkjának azon részét, melynek minden pontjából K -hoz két valós érintőt lehet fektetni. Ezen A_2 -ből K -hoz fektetett érintők érintőpontjai A_1 -el és A_4 -el legyenek jelölve. Az A_1 és A_4 pontok, kettős pontoknak választva, a K kúpszeleten egy hyperbolikus involutiót határoznak meg, melynek polusa A_2 . Ha ezen involutio pontpárjait projektivikusan úgy vonatkoztatjuk d egyenesnek pontjaira, hogy az involutio A_1 kettőspontjában egyesített pontpárjának, mint d egyenesnek pontja A_2 felel meg, akkor ezen projektivitás képződménye, — t. i. a megfelelő elempárok (pontpárok a kúpszeleten és pontok a d egyenesen) összekötő vonalainak mértani helye — az R felület. Ha még a K kúpszeleten fekvő involutio az A_4 kettőspontban egyesített pontpárjának a d egyenesen fekvő A_3 pont felel meg, akkor az A_1, A_2, A_3, A_4 pontokat egy projektivikus koordináta-rendszer csücspontjainak választva — az egységi pontnak kellő felvétele mellett — a K kúpszelet egy tetszőleges Y pontjának koordináta-viszonyait:

$$(8) \quad y_1 : y_2 : y_3 : y_4 = 1 : \lambda : 0 : \lambda^2$$

által — és a neki megfelelő, a d egyenesen fekvő Z pontnak koordináta-viszonyait:

$$(9) \quad z_1 : z_2 : z_3 : z_4 = 0 : 1 : \lambda^2 : 0$$

által lehet kifejezni. A $+\lambda$ és $-\lambda$ értékeknek a K kúpszeletnek két különböző pontja felel meg — az involutio egyik pontpárja — de csak egy pontja a d egyenesnek.

Az $\bar{Y}\bar{Z}$ egyenes egy tetszőleges X pontjának koordináta-viszonyai egy második változó parameter (μ) segítségével:

$$(10) \quad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1 : \lambda + \mu : \lambda^2 \mu : \lambda^2$$

által fejezhetők ki, a mivel a származtatott torzfelületnek egy

paraméteres kifejezését nyertük. A torzfelület egyenletét pontkoordinátákban megkaphatjuk, ha λ -t, μ -t és τ -t

$$\begin{aligned}\tau x_1 &= 1 \\ \tau x_2 &= \lambda + \mu \\ \tau x_3 &= \lambda^2 \mu \\ \tau x_4 &= \lambda^3\end{aligned}$$

egyenletekből kiküszöböljük. E kiküszöbölés eredménye:

$$(x_1 x_3 - x_2 x_4)^2 - x_4 x_1^3 = 0,$$

tehát R felületünk egyenlete.

Az R felület ezen származtatásának a dualitás elve szerint a következő felel meg:

Legyen adva egy másodfokú kúp K és egy egyenes d . A d egyenesnek összekötő síkja A_4 a kúp csúspontjával messe a kúpot két valós alkotóban és K érintősíkjai ezen alkotókban legyenek A_2 és A_3 -mal jelölve. Az A_2 és A_3 síkok mint kettős síkok egy hyperbolikus involutiót határoznak meg K körül, melynek polársíkja A_4 . Vonatkoztassuk most projektívikusan ezen involutió síkpárjait a d tengelylyel bíró síksor síkjaira úgy, hogy az A_3 kettős síknak a d síksor A_4 síkja feleljen meg, akkor ezen projektivitás képződménye — a megfelelő elempárok metszési vonalának mértani helye — R felületünk. Jelöljük még az involutió A_2 kettős síkjában egyesített párnak a d síksorban megfelelő síkot A_1 -el és válaszszuk az A_1, A_2, A_3, A_4 tetraedert koordináta tetraedernek, akkor az egységi sík (t. i. azon sík, melynek koordináta viszonyai $\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = 1 : 1 : 1 : 1$ által vannak meghatározva) kellő felvétele mellett — a K kúpnak egy tetszőleges Π érintősíkjának koordináta viszonyai:

$$(11) \quad \eta_1 : \eta_2 : \eta_3 : \eta_4 = 0 : -\lambda^2 : 1 : \lambda$$

által — és a neki megfelelő Z sík koordináta viszonyai

$$(12) \quad \zeta_1 : \zeta_2 : \zeta_3 : \zeta_4 = \lambda^2 : 0 : 0 : -1$$

által vannak adva. Egy második változó paraméter (ρ) segítségével pedig:

$$(13) \quad \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = \lambda^2 \rho : -\lambda^2 : 1 : \lambda - \rho$$

által fejezhetjük ki egy tetszőleges, Π és Z síkok metszési vonalát tartalmazó Ξ síknak koordináta viszonyait. Ez utóbbi egyszersmind

a származtatott torzfelület sík-coordinátáinak egy parameteres kifejezése. Ha most még a

$$\sigma \xi_1 = \lambda^2 \rho$$

$$\sigma \xi_2 = -\lambda^2$$

$$\sigma \xi_3 = 1$$

$$\sigma \xi_4 = \lambda - \rho$$

egyenletekből σ -t, λ -t és ρ -t kiküszöböljük, akkor mint e kiküszöbölés eredményét kapjuk a

$$(14) \quad (\xi_1 \xi_3 - \xi_2 \xi_4)^2 + \xi_2^3 \xi_3 = 0$$

egyenletet, a származtatott torzfelület egyenletét sík-coordinátákban.

Hogy ezen így származtatott torzfelület csakugyan R felületünk, tehát a (14) alatti egyenlet csakugyan a (7) alatti egyenletnek reciprok alakja, arról igen könnyen meggyőződhetünk.

Ugyanezen A_1, A_2, A_3, A_4 koordináta tetraeder megtartása mellett (az $A_k A_l A_m$ pontot A_l -vel jelölve) K kúpnak egyenlete pontkoordinátákban:

$$x_4^2 + 4x_2 x_3 = 0,$$

egy tetszőleges érintősíkjának egyenlete:

$$\lambda^2 x_2 + \lambda x_4 - x_3 = 0,$$

az ennek a d síksorban megfelelő sík egyenlete:

$$\lambda^2 x_1 - x_4 = 0,$$

és az így származtatott torzfelület egyenlete pontkoordinátákban nem egyéb, mint λ paraméternek kiküszöbölési eredménye ez utóbbi két egyenletből, ez pedig:

$$(x_1 x_3 - x_2 x_4)^2 - x_1 x_4^3 = 0$$

a mi bebizonyítandó volt.

R felületünk mint torzfelületnek természetéből folyó két dualistikus előállításának ezek után a következő *kettős tételben* adhatunk kifejezést:

Ha egy K kúpszelet hyperbolikus involutiójának pontpárjait egy az involúció polusán — A_2 -n keresztül —, de nem K síkjában fekvő d egyenesnek pontjaira projektívikusan vonatkoztatjuk,

Ha egy K kúp hyperbolikus involutiójának síkpárjait egy az involúció polársíkjában — A_4 -ben fekvő, de nem K csúcspontját tartalmazó d egyenesnek síkjaira projektívikusan vonatkoztatjuk,

*úgy hogy az involutió egyik ket- úgy hogy az involutió egyik ket-
tőspontjának A_2 mint d egyene- tős síkjának A_4 mint a d egyenest
sen fekvő pont felel meg, tartalmazó sík felel meg,
akkor ezen projektivitás képződménye az R torzfelület.*

Ha (13)-ban ρ -t $\mu + \frac{\lambda}{2}$ által helyettesítjük, akkor

$$\xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = \lambda^2(2\mu + \lambda) : -2\lambda^2 : 2 : -(2\mu - \lambda)$$

alakban kapjuk azon érintősíknak koordináta viszonyait, mely az R felületet magában a λ, μ pontban érinti. A (13) alatt kifejezett λ, ρ sík tartalmazza ugyan a λ, μ pontot, de a λ alkotónak egy másik pontjában érinti az R felületet.

II. Síkmetszések.

R felületünk síkmetszései vizsgálatára czélszerű lesz a koordináta tetraeder választását kevesebb megszorításnak alávetni, mint az akkor történt, mikor felületünk egyenletét a legegyszerűbb alakban akartuk nyerni.

A következőkben megtartva a $(dr), (ds)$ pontok — és az r egyenes egy tetszőleges pontjának számára az A_2, A_3 , illetőleg A_1 jelöléseket, úgy szintén az U felület azon egyenes alkotójának, mely az A_4 pontot tartalmazza, de r -től különbözik, az s egyenessel való metszési pontjának számára az A_4 jelölést: egy tetszőleges pontot a d egyenesen A_3^* -al és egy tetszőleges pontot az A_1 és A_3^* pontokban U felülethez fektetett érintősíkok metszési vonalán A_4^* -al fogunk jelölni. Ha most az R felületet az A_1, A_2, A_3^*, A_4^* koordináta tetraederre vonatkoztatjuk, akkor lesz:

$$U \equiv x_1x_3 - x_2x_4 - ax_4^2 = 0,$$

$$p \equiv x_4 = 0,$$

$$q \equiv x_1 + bx_4 = 0,$$

és R felületünk egyenlete:

$$(15) \quad (x_1x_3 - x_2x_4 - ax_4^2)^2 - (x_1 + bx_4)x_4^3 = 0.$$

E látszólagos komplikáció czélszerűsége abban áll, hogy az így választott koordináta rendszerben az $A_2 \equiv A_1A_3^*A_4^*$ koordináta sík egy tetszőleges síkja a térnek, tehát A_2 metszése az R felülettel, e felületnek legáltalánosabb síkmetszését képviseli. E mellett az

a és b coefficiensek olyformán vannak a (15) alatti egyenletbe bevezetve, hogy $b = 0$ feltevés mellett A_3^* pont az A_3 , vagyis (ds) ponttal esik össze, tehát A_2 ez esetben egy különben tetszőleges, de a (ds) pontot tartalmazó síknak képviselője. Ha végre nemcsak $b = 0$, hanem $a = 0$ is tétetik, akkor az A_2 sík nemcsak az A_3 , hanem egy A_4 ponton is megy keresztül, tehát ez esetben az A_2 sík egy tetszőleges, az s egyenesen keresztül fektetett síkot fog képviselni.

Miután valamely felületnek sík metszéseit, és egyáltalában térbeli görbéket is, leginkább projekciói közvetítésével tanulmányozzuk, és egy felület adott síkmetszése i -edik projekciójának * egyenletét — vonatkoztatva az $A_k A_l A_m$ háromszögre mint koordináta háromszögre — az által nyerjük, hogy x_i -t a felület és az adott sík egyenleteiből kiküszöböljük; e kiküszöbölés pedig akkor, ha a metsző sík az A_i koordináta-síkkal összeesik, egyszerűen a felület egyenletébe való $x_i = 0$ helyettesítés által eszközöltetik: eljárásunk hasznos volta ki van mutatva.

Rövidség kedvéért a következőkben a következő jelöléseket fogjuk használni:

S -t egy tetszőleges sík számára;

S_r -t, S_d -t, S_s -t egy tetszőleges az r , d , illetőleg s egyenest tartalmazó sík számára;

S_2 -t, illetőleg S_3 -at egy tetszőleges az (rd) — azaz A_2 —, illetőleg az (rs) — azaz A_3 — pontot tartalmazó sík számára.

Végre még *egy tetszőleges A_1 , illetőleg A_3^* ponthoz tartozó S_r , illetőleg S_d sík* alatt az ezen A_1 , illetőleg A_3^* pontban az U felülethez fektetett érintősíkot fogjuk érteni.

R felületünk legáltalánosabb síkmetszésének egyenletét, vonatkoztatva egy A_1, A_3, A_4 koordináta háromszögre, az előbb mondtak szerint a (15) alatti egyenletből $x_2 = 0$ helyettesítés által

$$(x_1 x_3 - a x_4)^2 - (x_1 + b x_4) x_4^3 = 0$$

vagy

$$x_1^2 x_3^2 - 2 a x_1 x_3 x_4^2 - x_1 x_4^3 + (a^2 - b) x_4^4 = 0$$

alakban nyerjük.

* Valamely görbének i -edik projekciója alatt értvén e görbének projekcióját az A_i koordináta csúcsból az átellenben fekvő $A_i \equiv A_k A_l A_m$ koordináta síkra.

Ezen egyenletben

$$\frac{x_4}{x_3} = x \text{ és } \frac{x_1}{x_3} = y$$

értékeket helyettesítve, a Newton-féle eljárás* szerint y az

$$y = (a \pm \sqrt{b})x^2 + \dots$$

sorba fejthető ki, mely x -nek növekedő hatványai szerint van rendezve és azt mutatja, hogy R felületnek egy tetszőleges S síkkal való metszési vonala A_3 -ban, azaz az (S_d) pontban, önmagát érinti. A két egymást érintő ágnek közös érintője S síknak metszővonalára az A_3 ponthoz tartozó S_d síkkal, a mely egyenesben egyszersmind a görbe kettős érintői közül *kettő* van egyesítve. Ezen singularis pont két egymáshoz végtelen közelben fekvő közönséges kettőspontot képviselve a síkgörbe *osztályát négy, nemét két egységgel* szállítja le.

Ha $b = 0$, tehát S_3 metszősík a (ds) ponton megy keresztül, akkor y sorba fejtésének eredménye:

$$y = ax^2 \pm \sqrt{a} x^{\frac{5}{2}} + \dots$$

mely azt jelenti, hogy a szóban forgó síkmetszés az A_3 pontban *másodrendű visszatérő ponttal* (Schnabelspitze) bír, melynek hozzátartozó visszatérő érintője az S és q síkoknak metszési vonala. — Ezen singularis pont egy közönséges visszatérő pont és egy kettőspont egyesülése által keletkezettnek tekintendő és mint ilyen a síkgörbe *osztályát öt, nemét két egységgel* szállítja le.

Ha $a = b = 0$, tehát az S_s metszősík az s egyenesen megy keresztül, akkor ezen értékeket a (16) alatti egyenletbe helyettesítve kapjuk az

$$x_1^2 x_3^2 - x_1 x_4^3 = 0$$

egyenletet mint a szóban forgó síkmetszés egyenletét. Ezen egyenlet az

$$x_1 = 0 \text{ és } x_1 x_3^2 - x_4^3 = 0$$

egyenletekre bontható szét, tehát az S_s sík metszési vonala az R felülettel is két részre oszlik. Az első rész, $x_1 = 0$ egyenletnek megfelelőleg, áll az s egyenesből; a második, az $x_1 x_3^2 - x_4^3 = 0$

* Ezen Newton-féle eljárás magyarázatát és a síkgörbék singularis pontjainak vizsgálatára való alkalmazását illetőleg v. ö. SALMON-FIEDLER: *Analytische Geometrie der höheren ebenen Kurven* II. kiadás 59—61. és 281—282. lapját.

egyenletnek megfelelő rész egy harmadfokú görbe, mely az A_1 pontban visszatérő, az A_3 pontban forduló ponttal bír és pedig úgy, hogy az előbbihez tartozó visszatérő érintő az A_1A_4 egyenes által, az utóbbihoz tartozó forduló érintő ellenben az s egyenes által képeztetik.

Az R felület egy általános síkmetszésének magatartását az A_1 pontban, vagyis az r egyenesen megismerhetjük, ha a (16) alatti egyenletben

$$\frac{x_4}{x_1} = x \text{ és } \frac{x_3}{x_1} = y$$

értékeket helyettesítjük és most ismét a Newton-féle mód szerint y -t x növekedő hatványai szerint rendezett sorba fejtsük. E művelet eredménye:

$$y = \pm x^3 + \dots,$$

mely azt mutatja, hogy az A_1 pont visszatérő pontja a metszési görbének, melynek hozzátartozó visszatérő érintője S síknak metszési vonala az A_1 ponthoz tartozó S_r síkkal. Ezen közönséges visszatérő pont egy síkgörbének osztályát három nemét egy egységgel szállítja le.

Egy síkgörbének rendjét μ , osztályát ν , kettőspontjainak számát δ , visszatérő pontjainak számát α , kettős érintőinek számát τ , forduló érintőinek számát ι , végre nemét D által jelölve, R felületünk legáltalánosabb síkmetszése a következő számok által lesz jellemezve:

$$\mu = 4; \delta = 2; \alpha = 1; \nu = 3; \tau = 2; \iota = 4; D = 0.$$

$\delta = 2$ képviseli az A_3 singuláris pontot és $\tau = 2$ jelenti az (SS_a) érintőt ezen pontban, megjegyzendő tehát, hogy az R felület általános síkmetszése nem bír tulajdonképeni kettős érintővel.

R metszése egy S_3 síkkal

$$\mu = 4, \delta = 1, \alpha = 2, \nu = 4, \tau = 1, \iota = 2, D = 0$$

értékek által lesz jellemezve. Itt megjegyzendő, hogy a kettős pont és az egyik visszatérő pont (α alatt mindig közönséges elsőrendű visszatérő pontok értendők) A_2 másodrendű visszatérő pont által képviseltetik és hogy a $\tau = 1$ kettős érintő az A_3 -hoz tartozó visszatérő érintő által képeztetik, mely utóbbival egyszersmind a két forduló érintő közül az egyik összeesik.

Egy tetszőleges, az r egyenest tartalmazó S_r sík az R felülettel való metszésének egyenletét a (7) alatti egyenletből $x_3 = 0$ helyettesítés által

$$x_4^2(x_2^2 - x_1x_4) = 0$$

alakban nyerjük. A metszési vonal áll a kétszer számítandó r egyenesből és egy K kúpszeletből, mely az r egyenest az S_r síkhoz tartozó A_1 pontban érinti. Minden egyes K kúpszeleten az A_2 pont, mint pólus, egy hyperbolikus involutiót határoz meg, mely a d egyenesen fekvő pontsorral projektivikus, úgy, hogy e projektivitás képződménye az R torzfelület.

Mint megbeszélendők, hátra vannak még azon síkok metszései, melyek a d és r egyenesek metszési pontját, A_1 -t tartalmazzák. Egy tetszőleges, az A_1 pontot tartalmazó S_2 sík egyenlete egy $A_1A_2A_3A_4$ koordináta tetraederre vonatkoztatva mindig

$$x_1 - x_3 = 0$$

alakban írható, tehát (S_2P) metszési vonal első projekciójának egyenletét a (7) alatti egyenletből

$$x_3 = x_1$$

helyettesítés által

$$(x_1^2 - x_2x_4)^2 - x_3x_4^3 = 0$$

vagyis

$$x_2^2x_4^2 - 2x_1^2x_2x_4 + x_1^4 - x_1x_4^3 = 0$$

alakban nyerjük. Ezen egyenletben

$$\frac{x_4}{x_2} = y \text{ és } \frac{x_1}{x_2} = x$$

értékeket helyettesítve és y -t az ismételten alkalmazott mód szerint sorba kifejtve, y -nak

$$y = x^2 \pm x^{\frac{7}{2}} + \dots$$

alakja mutatja, hogy az A_2 pont minden S_2 síknak R felülettel való metszésében mint *harmadrendű visszatérő pont* (Berührungsknotenspitze) fordul elő, mely egy közönséges elsőrendű visszatérő pontot és két kettőspontot képviselve, egy *síkgörbe osztályát két, nemét pedig három egységgel szállítja le*. Az A_2 singuláris ponthoz tartozó visszatérő érintő S_2 és (dr) síkok metszési vonala által képeztetik.

Ezen síkmetszés

$$\mu = 4, \delta = 2, \kappa = 1, \nu = 5, \tau = 2, \iota = 4, D = 0$$

számok által jellemeztek. A kettőspontok, a visszatérő pont, a kettős érintők és a négy forduló érintő közül az egyik az A_2 singularis pontban és a hozzátartozó visszatérő érintőben van egyesítve.

III. Polárfelületek és érintőkúpok.

Egy tetszőleges S ponton keresztül egyszerűen végtelen sok síkot lehet fektetni, mely egy adott felületet érint. Ezen síkok egy kúpot burkolnak be — a *felület érintőkúpját* S pontból. Ezen kúp *érintő-vezérgörbéje* az adott felületből egy másik felület által metszetik ki, mely az adott felületre nézve S pont első polárfelületének neveztetik; egyenlete:

$$P_1 \equiv \frac{\delta\varphi}{\delta x_1} y_1 + \frac{\delta\varphi}{\delta x_2} y_2 + \frac{\delta\varphi}{\delta x_3} y_3 + \frac{\delta\varphi}{\delta x_4} y_4 \equiv \Delta \varphi = 0,$$

ha

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) = 0,$$

az adott felület egyenlete és y_1, y_2, y_3, y_4 a S pont koordinátái.

S pont első polárfelülete P_1 -re nézve, vagyis második polárfelülete a φ felületre nézve

$$P_2 \equiv \Delta^2 \varphi \equiv \left(\frac{\delta}{\delta x_1} y_1 + \frac{\delta}{\delta x_2} y_2 + \frac{\delta}{\delta x_3} y_3 + \frac{\delta}{\delta x_4} y_4 \right)^2 \varphi = 0$$

egyenlettel bír, mely egyenletben a hatványozás ismert módon symbolikusan értendő.

Midőn R felületünkre nézve a polárfelületeket és érintőkúpokat, illetőleg ez utóbbiak érintő-vezérgörbéit vizsgáljuk, a koordináta-tetraeder választásában ismét czélszerű szabadságot fogunk magunknak megengedni, és nem fogunk R felület egyenletének (7) alatt adott legegyszerűbb alakjából kiindulni.

A koordináta-tetraedert úgy választjuk, hogy abban az S pont mint A_4 csúspont forduljon elő, azonkívül megtartjuk A_1 pontnak a (dr) pontot és $(A_2 A_1)$, $(A_2 A_3)$ tetraeder-éleknek az r , illetőleg d egyeneseket; A_1 és A_3 pontokul pedig a S ponton keresztül menő

S_r , illetőleg S_d síkokhoz tartozó A_1 , illetőleg A_3^* pontokat választjuk. E választás czélszerűsége abban áll, hogy most

$$y_1 = y_2 = y_3 = 0$$

lesz és

$$y_4 = 1$$

tehát, tehát S pont első polárfelületének egyenlete:

$$P_1 \equiv \frac{\delta R}{\delta x_4} = 0,$$

második polárfelületének egyenlete pedig:

$$P_2 \equiv \frac{\delta^2 R}{\delta x_4^2} = 0.$$

A koordináta-tetraedernek a fent említett módon való választása mellett

$$U \equiv x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2 = 0 \text{ és } q \equiv x_1 + b x_4 = 0$$

tehető, míg

$$p \equiv x_4 = 0$$

marad, úgy hogy R felületünk egyenlete:

$$(16) \quad (x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2) - (x_1 + b x_4) x_4^3 = 0$$

alakban írható, S pont első polárfelülete az R torzfelületre nézve tehát

$$(17) \quad P_1 \equiv 2(x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2)(x_2 + 2a x_4) + x_4^2(3x_1 + 4b x_4) = 0$$

vagy röviden

$$P_1 \equiv 2Uv + p^2 t = 0$$

egyenlettel —, második polárfelülete ellenben

$$(18) \quad P_2 \equiv 2a(x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2) + 6x_4(x_1 + b x_4) - (x_2 + 2a x_4)^2 = 0$$

vagy

$$P_2 \equiv 2aU + 6pq - v^2 = 0$$

egyenlettel bír.

P_1 felület egy *harmadrendű felület*, melynek az A_1 pont *conicus kettőspontja* —, az A_3^* pont ellenben *biplanicus kettőspontja*. Az A_1 conicus kettősponthoz tartozó másodrendű érintőkúp egyenlete:

$$2x_2 x_3 + 4a x_2 x_4 + 3x_4^2 = 0;$$

az A_3^* biplanicus kettősponthoz tartozó, a másodrendű érintőkúpot helyettesítő két érintősík egyenlete:

$$x_1 = 0 \text{ és } v \equiv x_2 + 2a x_4 = 0.$$

Az $x_1 = 0$ sík a P_1 felületből kimetszi a d egyenest és még más két az A_3 ponton keresztül menő egyenest, a r sík ellenben érinti a P_1 felületet az $(A_1 A_3)$ egyenes egész hosszában és metszi azonkívül még egy harmadik egyenesben, mely az A_3 ponton megy keresztül.

P_1 felület egyenletének alakja azt is mutatja, hogy P_1 az U felületet, és vele együtt az R felületet is a d és r egyenes egész hosszában érinti, az (RP_1) metszésben tehát d négyszer, és r háromszor számítandó, a maradék-metszés e szerint ötödrendű G_5 térgörbe, mely a tulajdonképeni T érintőkúpnak vezérgörbéjét képezi. E kúp *rendje* tehát öt, *osztálya* pedig négy, mert egyenlő az R felület osztályával, és tudjuk, hogy a torzfelületeknél az osztályt és rendet kifejező számok mindig egyenlők.

P_2 egy másodrendű felület, mely az A_3 pontban d egyenessel együtt az (Sd) síkot is érinti, az A_1 pontban azonban csak az r egyenest, de nem az (Sr) síkot.

R felületünknel tehát (mint minden negyedrendű felületnél) egy tetszőleges pontnak *második* polárfelülete összeesik annak *másodrendű* polárfelületével.

Visszatérünk az R , P_1 és P_2 felületeknek (16), (17), illetőleg (18) alatt adott egyenleteire és az azokban előforduló a és b coefficientsekre nézve a következőket jegyezzük meg:

Ha

$$a = 0$$

akkor az S pont az U felületen fekszik és második polárfelületének egyenlete:

$$6x_4(x_1 + bx_4) - x_2^2 = 0.$$

Ez egy *másodrendű kúpfelület* egyenlete, a miből — S az U felületnek egy tetszőleges pontja lévén — azt következtetjük, hogy U egy részét képezi az R felület Hesse-féle felületének.

Ha

$$b = 0,$$

akkor az S pont a q síkon fekszik, míg

$$a^2 - b = 0$$

azon feltételt fejezi ki, mely alatt az S pont az R felületnek egy tetszőleges pontja. Ez utóbbi esetben a P_1 és P_2 felületek is keresztül mennek az S ponton, melyben egyszermind az R felületet érintik.

S az s egyenesen fekszik, ha

$$a = b = 0$$

téttetik. P_2 ezen esetben egy másodrendű kúp, melynek az (sd) pont csúcspontja — és a p és q síkok érintősíkjai.

Ha végre

$$2b + a^2 = 0$$

téttetik, akkor az S pont második polárfelületének egyenlete

$$2x_1(ax_3 + 3x_4) - (x_2 + 3ax_4)^2 = 0$$

lesz. P_2 ismét kúpfelület, tehát az S pont ez esetben az R felület Hesse-féle felületének egy tetszőleges pontja.

Már említettük, hogy R felületünk metszése a P_1 felülettel a négyszer számított d —, és a háromszor számított r egyenesen kívül még egy ötödrendű G_5 térgörbéből áll. Ezen G_5 térgörbét fogjuk most közelebb vizsgálat alá venni; először is meg fogjuk mutatni, hogy egy tetszőleges pontjának coordinata viszonyait egy változó paraméter *raczionális funkciói* által lehet kifejezni, azután ezen aránylag egyszerű paraméteres kifejezést fel fogjuk állítani és ennek segítségével könnyen ismerhetjük fel e görbének és az S pontból való projicziáló kúpjának singularitásait.

R felületnek (16) alatt írt egyenletéből indulunk ki.

Az (Sr) sík a kétszer számított r egyenes mellett még egy K kúpszeletet fog az R felületből kimetszeni, melynek egyenlete, vonatkoztatva az $A_1A_2A_3$ koordináta háromszögre, a (16) alatti egyenletből $x_3 = 0$ helyettesítés által az x_4^2 tényező elhagyása után

$$K \equiv (x_2 + ax_4)^2 - x_4(x_1 + bx_4) = 0$$

alakban nyeretik.

Az R felületet a K kúpszeleten az A_2 pont, mint pólus által meghatározott hyperbolikus involutió és a d egyenesen fekvő pontsor projektivikus vonatkoztatása által gondoljuk most — a 17. lapon mondottak szerint — származtatva.

A K kúpszelet egy tetszőleges Y pontjának koordináta viszonyait egy θ parameter segítségével

$$(19) \quad y_1 : y_2 : y_3 : y_4 = \theta^2 - b : \theta - a : 0 : 1$$

által — és a neki megfelelő, a d egyenesen fekvő Z pontnak koordináta viszonyait

$$(20) \quad z_1 : z_2 : z_3 : z_4 = 0 : \theta^2 - b : 1 : 0$$

által lehet kifejezni. A $+\theta$ és $-\theta$ értékeknek a K kúpszeleten fekvő involucionak egy pontpárja felel meg, azonban csak egy pontja a d egyenesnek.

Egy második változó parameter (σ) segítségével az $\bar{Y}\bar{Z}$ egyenes egy tetszőleges pontjának koordináta viszonyait

$$(21) \quad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = \theta^2 - b : \theta^2\sigma - b\sigma + \theta - a : \sigma : 1$$

által lehet kifejezni, a mivel R felületünk egy második paraméteres kifejezését találtuk, mely ugyanazon — valamivel általánosabb — koordináta tetraederre van vonatkoztatva, mint a (16) alatti egyenlet.

Ha már most P_1 felületnek (17) alatti egyenletében x_1, x_2, x_3 és x_4 (21) alatti értékeit helyettesítjük, egy a θ és σ paraméterek közt fennálló egyenletet nyerünk, mely a G_5 térgörbe minden pontjára nézve állani fog. Minthogy ezen egyenletben a σ paraméter csak az első hatványban fordul elő, ezen egyenletből σ értékét mint θ paraméter *racionális funkezióját* fogjuk kiszámíthatni. A σ -nak ezen értékét, mely

$$\sigma = \frac{\theta^2 - 2a\theta + b}{2\theta(\theta^2 - b)}$$

(21)-ben helyettesítve

$$(22) \quad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2\theta(\theta^2 - b)^2 : (\theta^2 - b)(3\theta^2 - 4a\theta + b) : \theta^2 - 2a\theta + b : 2\theta(\theta^2 - b)$$

alakban nyerjük a G_5 térgörbének keresett paraméteres kifejezését.

Ha θ folytonosan változva $-\infty$ -tól $+\infty$ -ig minden számértéket felvesz, akkor a paraméteres pont folytonosan fogja az egész G_5 tér görbét befutni, úgy hogy annak minden pontjával és mindegyikkel *csak egyszer* esik össze. Ha tehát θ paraméter két különböző értékének egy és ugyanazon pont felel meg, akkor ez azt jelenti, hogy a paraméteres pont útjában a térnek egy és ugyanazon helyét kétszer foglalja el, G_5 görbének e helyen tehát *hettős ponttal* kell bírnia.

A θ paraméternek azon értékei, melyek G_5 görbe egy tetszőleges felülettel való metszési pontjának megfelelnek, mint azon egyenlet gyökei lesznek meghatározva, melyet nyerünk, ha az illető felület egyenletében az x_i koordinátákat (22) alatt adott értékei által helyettesítjük.

A $\theta = \infty$ és $\theta = 0$
 kiváló parameter értékeknek az

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1 : 0 : 0 : 0$$

illetőleg

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 0 : -b : 1 : 0$$

koordináta viszonyok által meghatározott pontok felelnek meg. Az utóbbi — miről könnyen meggyőződhetünk — nem más, mint a d és s egyenesek metszéspontja A_3 , mely az S pont választásától független lévén, közös pontja lesz a tér valamennyi pontjának megfelelő háromszorosan végtelen sok G_5 görbének.

A $\theta = +\sqrt{b}$ és $\theta = -\sqrt{b}$
 két különböző parameter értéknek mind a két izben az

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 0 : 0 : 1 : 0$$

koordináta viszonyok által meghatározott A_3^* pont felel meg, e pont tehát kettőspontja a G_5 térgörbének.

G_5 görbének az A_1 , A_2 és A_3^* pontokban való magatartásáról közelebbet fogunk megtudni, ha felkeressük metszési pontjait különböző síkokkal, melyeket ezen pontokon keresztül fektetünk.

Tekintsük először az A_2 síkot, melynek egyenlete

$$x_2 = 0.$$

G_5 görbéből kimetszett öt pontjának paraméter értékét

$$(\theta^2 - b)(3\theta^2 - 4a\theta + b) = 0$$

egyenletből nyerjük. Minthogy ezen egyenlet ötöd fokúnak tartozik lenni, tulajdonképen

$$0 \cdot \theta^5 + (\theta^2 - b)(3\theta^2 - 4a\theta + b) = 0$$

alakban kell azt írva gondolnunk. Ezen egyenlet gyökei következők :

$$\infty, +\sqrt{b}, -\sqrt{b},$$

és a

$$3\theta^2 - 4a\theta + b = 0$$

másodfokú egyenletnek megfelelő két gyök. Az elsőnek megfelel az A_1 pont —, a két következőnek ellenben az A_3^* kettőspont. Az A_1 tehát egyszerű pontja G_5 -nek.

G_5 metszési pontjai a p síkkal a

$$2\theta(\theta^2 - b) = 0$$

egyenlet által meghatározott paraméter értékeknek felelnek meg. $\theta = \infty$ kettősgyöke ezen ismét ötöd fokúnak gondolt egyenletnek,

G_5 érinti a p síkot az A_1 pontban, metszi azonkívül kétszer az A_3^* kettőspontban és egyszer az A_3 pontban, a parameter $\pm \sqrt{b}$ illetőleg 0 értékeinek megfelelőleg.

Ha végre az A_3 síkot tekintjük, úgy látjuk, hogy

$$\theta^2 - 2a\theta + b = 0$$

egyenletben, — azt természetesen ismét ötödfokúnak tekintve —, ∞ mint háromszoros gyök fordul elő, a miből azt következtetjük, hogy az A_3 sík A_1 pontban a G_5 görbéből kimetsz három egymásután következő egymáshoz végtelen közelben fekvő pontot, hogy tehát az A_3 sík G_5 görbének *simuló síkja* (Schmiegungeebene) az A_1 pontban.

Az A_1 sík G_5 -ből kimetsz öt pontot, melynek paraméter értéke

$$2\theta(\theta^2 - b)^2 = 0$$

egyenlet által van meghatározva. Egyike ezen metszési pontoknak az A_3 pont, a többi négy összeesik az A_3^* ponttal, még pedig úgy, hogy a

$$\theta = +\sqrt{b}$$

kettősgyöknek megfelelőleg, a görbe kettőspontját képező egyik ág — és

$$\theta = -\sqrt{b}$$

kettősgyöknek megfelelőleg a másik ág is A_3^* pontban érinti az A_1 síkot.

Tekintsük még G_5 metszését a

$$q \equiv x_1 + bx_4 = 0$$

síkkal, akkor azt látjuk, hogy x_1 és x_4 értékét (22)-ből ezen egyenletbe helyettesítve, az öt metszési pont paraméter értékének meghatározására szolgáló egyenlet

$$3\theta^2(\theta^2 - b) = 0$$

alakra hozható. $\theta = 0$ háromszoros gyöke ezen egyenletnek, a miből az következik, hogy a q sík a G_5 görbének az A_3 ponthoz tartozó simuló síkja.

Ezek után áttérhetünk az S , azaz A_4 pontból R felületünkhöz fektetett T érintőkúp singularitásainak discussiójához.

Jelöljük az érintőkúp rendjét μ -vel, osztályát ν -vel, kettős- és visszatérő alkotóinak számát δ - illetőleg α -val, kettős- és forduló érintősíkjainak számát τ - illetőleg ι -val, végre nemét D -vel,

akkor ezen számok értékének meghatározása lesz legközelebbi feladatunk.

Először is azt találjuk, hogy

$$\mu = 5,$$

mert a kúp rendje megegyezik vezérgörbéjének rendjével, ha a kúp csúcsa nem fekszik a vezérgörbén.*

A T érintőkúp osztályát közvetlenül határozzuk meg még pedig az által, hogy a kúp egy tetszőleges érintősíkjának koordináta viszonyait egy paraméter racionális funkciói által fejezzük ki.

Egy adott S pontból egy bármilyen torzfelülethez fektetett érintőkúp érintősíkjaikat az által kapjuk, hogy az S pontot a torzfelület egyes egyenes alkotóival síkok által kötjük össze, ezen síkok burkolják be az érintőkúpot.

A mi esetünkben az adott pont az A_4 koordináta csúcspon, R felületnek egy tetszőleges egyenes alkotója pedig az Y és Z pontok által van meghatározva, melyekben ezen alkotó a K kúpszeletet és a d egyenest metszi, és melyeknek koordináta viszonyai (19) és (20) alatt voltak adva. E három pont összekötő síkjának — azaz az S pontból az R felülethez fektetett T érintőkúp egy tetszőleges érintősíkjának egyenlete ennek következtében :

$$(23) \quad (\theta - a)x_1 - (\theta^2 - b)x_2 + (\theta^2 - b)^2 x_3 = 0$$

síkkoordináta viszonyai tehát

$$(24) \quad \xi_1 : \xi_2 : \xi_3 : \xi_4 = (\theta - a) : -(\theta^2 - b)^2 : 0$$

által vannak adva, a mivel egyszersemind az érintőkúp érintősíkjának egy paraméteres kifejezését találtuk.

A (23) alatti egyenlet nem egyéb mint azon föltétel kifejezése, mely alatt az x_1, x_2, x_3, x_4 adott koordináták által meghatározott tetszőleges pontja a térnek, a (24) által kifejezett síkot tartalmazza. Ezen egyenlet, az x_1, x_2, x_3 és x_4 koordinátákat ismereteseznek, a θ paramétert pedig ismeretlennek tekintve —

* Kivételt képeznek természetesen még a többször *projecziáló kúpok* is, ha t. i. a kúp minden egyes alkotója többször metszi a vezérgörbét. Legegyszerűbb példa azon negyedrendű térgörbe, mely két tetszőleges másodrendű felület teljes átmetszését képezi; ez ugyanis, mint tudjuk négy kétszer projecziáló másodrendű kúppal bír.

negyedfokú egyenlet, melynek négy gyöke egyenkint a (24) alatti kifejezésekbe helyettesítve a T kúp azon érintősíkjainak koordináta viszonyait adja, melyek az adott x_i ponton mennek keresztül. Minthogy négy ilyen sík létezik, T kúp *osztályszáma négy* lesz, tehát :

$$\nu = 4.$$

Közvetlenül meghatározhatjuk még α -t, t. i. a T kúp visszatérő alkotóinak számát.

Minthogy a G_5 térgörbének nincs visszatérő pontja, csak oly alkotója a T kúpnek lehet e kúp visszatérő alkotója, mely egyszersmind a G_5 térgörbét érinti. Legyen e egy ily alkotó, és jelöljük E -vel azon pontot, melyben e a G_5 görbét és evvel együtt az R és P_1 felületet is érinti. Az e érintője lévén a P_1 felületnek, világos, hogy érintő pontja E a P_2 felületen fekszik és épen oly világos, hogy a három R , P_1 , és P_2 felület minden közös pontja oly E pont lesz, mely a P ponttal összekötve a T kúpnek egy visszatérő alkotóját képezi.

Ha a G_5 görbe egy tetszőleges pontjának (22) alatt adott koordináta viszonyát P_2 , a második polárfelület (18) alatti egyenletébe behelyettesítjük, nyerjük a

$$15\theta^4 - 8a\theta^3 - 6b\theta^2 - b^2 = 0$$

egyenletet, mely θ -ra nézve negyedfokú és melynek gyökei ama (RP_1P_2) pontok paraméter értékei, melyek sem a d , sem az r egyenesen nem fekszenek, tehát S ponttal összekötve a T kúpnek tulajdonképeni visszatérő alkotói lesznek. Ezeknek száma *négy* lévén, azt találjuk, hogy :

$$\alpha = 4.$$

Miután μ , ν és α értékeit közvetlenül meghatároztuk, δ , τ és ι értékeit a Plücker-féle egyenletek segítségével határozzuk meg. Ezen úton találjuk :

$$\delta = 2, \tau = 2, \iota = 1.$$

Tekintsük a G_5 görbét A_3^* kettőspont közelében. Ha a kettőspontot képező két ág egyikének pontjait S ponttal kötjük össze, akkor a T kúpnek egy oly része keletkezik, mely az (Sd) síkot érinti, ugyanez történik a másik ágúnál is. Mindkét ízben az érintési alkotó az (SA_3^*) egyenes, úgy hogy az (Sd) sík *önérintési síkja* lesz a T kúpnek, ez utóbbi tehát önmagát érinti (SA_3^*) alkotó egész

hosszában ; $(S.A_3)$ ennek következtében a T kúpnak két kettős alkotóját képviseli, míg az (Sd) síkban annak két kettős érintősíkja van összeponosítva.

A mondottakkal a $\delta = 2$ és $\tau = 2$ értékek magyarázatukat lelték ; látjuk, hogy a T kúp nem bír sem tulajdonképeni kettős alkotóval, sem pedig tulajdonképeni kettős érintősíkkal.

A $\lambda = 1$ által kimutatott forduló érintősík az (Sr) sík által képeztetik, a hozzátartozó érintő alkotó az $(S.A_1)$ egyenes.

A T érintőkúp neve :

$$D = 0.$$

Áttérünk a körülírt kúp azon eseteinek vizsgálatára, melyekben annak S csúcspontja speciális helyzetű.

Tekintsük először azon esetet, melyben az S pont az R felületnek egy tetszőleges pontja, tehát az a és b coefficientsek közt az

$$a^2 - b = 0$$

egyenlet áll fenn.

Ezen értékeket az R , P_1 és P_2 felületeknek (16), (17) és (18) alatt adott egyenleteibe bevezetve, látjuk, hogy e három felület egymást az S , vagyis A_4 pontban érinti. Azonkívül az is bebizonyítható, hogy az (RP_1) metszésben a négyszer számított d — és a háromszor számított r egyenesen kívül, még az (A_4A_3) egyenes is előfordul, a maradék metszés, mely az érintőkúp érintő vezérgörbéjét fogja képezni, ez esetben tehát egy *negyedrendű térgörbe* lesz, mely az S pontot tartalmazza.

Ugyanezt mutatja természetesen e görbének parameteres kifejezése is, melyet $b = a^2$ értéknek (22)-be való bevezetése által :

$$(25) \quad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2\theta(\theta + a)^3 (\theta - a) : (\theta + a) (\theta - a) (3\theta - a) : (\theta - a) : 2\theta (\theta + a)$$

alakban nyerünk.

E görbét $G_4^{(2)}$ -vel jelöljük. Kimutatjuk, hogy $G_4^{(2)}$ a negyedrendű térgörbék *második fajához* tartozik, tehát egész terjedelmében csak egyetlen egy másodrendű felületen fekszik, ellentétben az *első fajú* negyedrendű térgörbéhez, mely egy másodrendű felületsor alapgörbéjét képezve, végtelen sok másodrendű felületen fekszik.

Egy második változó parameter (σ) segítségével ezen $G_4^{(2)}$ görbe projekciálós kúpja az S pontból

$$(26) \quad x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2\theta(\theta + a)^2 (\theta - a) : (\theta + a) (\theta - a) (3\theta - a) : \\ : (\theta - a) : 2\theta(\theta + a) + \sigma$$

koordináta viszonyok által lesz kifejezve; metszési vonala a p síkkal ellenben

$$\sigma = - 2\theta(\theta + a)$$

értéknek (26)-ba való bevezetése és a $(\theta - a)$ közös tényező kiemelése után

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2\theta(\theta + a)^2 : (\theta + a) (3\theta - a) : 1 : 0$$

paraméteres kifejezés által van adva.

E metszési vonal egyenletét — vonatkoztatva az $A_1A_2A_3$ koordináta háromszögre — megkapjuk, ha a

$$\rho x_1 = 2\theta(\theta + a)^2 \\ \rho x_2 = (\theta + a) (3\theta - a) \\ \rho x_3 = 1$$

egyenletekből ρ -t és θ -t kiküszöböljük. E kiküszöbölés eredménye:

$$(27) \quad 4x_2^2 + 4a^2x_2x_3 + 36ax_1x_2x_3 - 27x_1^2x_3 + 32a^3x_1x_3^2 = 0.$$

Az ezen utolsó egyenlet által adott görbe az érintőkúpnak egy sík vezérgörbéje lévén, singularitásai a kúp singularitásaival az ismert egyszerű kapcsolatban vannak.

A (27) alatti egyenletet

$$27(3x_2 + 4a^2x_3)^3 - x_3(-27x_1 + 18ax_2 + 16a^3x_3)^2 = 0$$

alakban is írhatjuk, a mely alakban közvetlenül felismerhetjük a visszatérő ponttal bíró harmadrendű síkgörbe egyenletét. Az K felület érintőkúpja a felületnek egy tetszőleges pontjából tehát

$$\mu = 3, \nu = 3, \delta = 0, \alpha = 1, \tau = 0, \iota = 1 \text{ és } D = 0$$

számok által lesz jellemezve.

Legyen S egy tetszőleges pont a q síkon, tehát:

$$b = 0.$$

Az érintőkúp ötödrendű vezérgörbéjétől elválik az s egyenes, a megmaradó negyedrendű görbe egy tetszőleges pontja

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2\theta^4 : \theta^2(3\theta - 4a) : (\theta - 2a) : 2\theta^2$$

koordináta viszonyok által van meghatározva.

Az A_3 pont e görbének — melyet $G_4^{(1)}$ -gyel jelölünk — visszatérő pontja és az (Sd) sík képezi a visszatérő ponthoz tartozó simuló síkot, azaz azon síkot, melynek mind a négy metszési pontja a görbével az A_3 visszatérő pontba esik. $G_4^{(1)}$ továbbá az A_1 ponton is keresztül megy, érinti ezen pontban az r egyenest és metszi ott az (Sr) síkot három, végtelen közelben egymáshoz fekvő pontban, tehát (Sr) simuló síkjá $G_4^{(1)}$ -nek az A_1 pontban.

Ha a $G_4^{(1)}$ görbének azon pontjait keressük, melyeknek érintői az S ponton mennek keresztül, a mely érintők tehát az érintőkúp visszatérő alkotói lesznek, akkor csak egyet találunk a

$$\theta = \frac{16}{3} a$$

paraméter értéknek megfelelőleg.

Az eddig mondottak által az érintőkúp singularitásai ezen esetben is — t. i. midőn az S pont a q síkon fekszik — tökéletesen meg vannak határozva.

Az (SA_3) egyenes másodrendű visszatérő alkotója lesz az érintőkúpnak és az (Sd) sík lesz a hozzátartozó visszatérő érintősík. A $\theta = \frac{16}{3} a$ paraméter értéknek megfelelő pont összekötő vonala az S ponttal a kúpnek egy közönséges visszatérő alkotója — az (Sr) sík pedig forduló érintősíkja lesz.

A kúp Plücker-féle számai lesznek:

$$\mu = 4, \nu = 4, \delta = 1, \alpha = 2, \tau = 1, \iota = 2$$

és a kúp neve:

$$D = 0.$$

Megjegyzendő, hogy a $\delta = 1, \alpha = 1, \tau = 1$, és $\iota = 1$ által kifejezett singularitások az (SA_3) egyenesben és az (Sd) síkban vannak összpontosítva. A megmaradó $\alpha = 1$ S összekötő vonalát a $\theta = \frac{16}{3} a$ által meghatározott ponttal, a $\iota = 1$ pedig az (Sr) síkot jelenti.

Legyen S az r egyenesnek egy tetszőleges A_1 pontja. R felületünk egyenletének (7) alatt adott legegyszerűbb

$$(x_1x_3 - x_2x_4)^2 - x_1x_4^3 = 0$$

alakjából indulhatunk ki. A_1 első polárfelülete az R felületre nézve

$$P_1 \equiv \frac{\partial R}{\partial x_1} \equiv 2(x_1 x_3 - x_2 x_4)x_3 - x_4^3 = 0$$

egyenlettel bir. Ezen egyenletben az x_1 koordinátákat a (10) alatti értékek által helyettesítve,

$$\mu = -\frac{\lambda}{2}$$

alakban nyerjük azon föltételt, mely μ és λ paraméterek közt fennáll, ha az R felületnek (λ, μ) pontja a P_1 felületen fekszik; μ ezen értékét a (10) alatti kifejezésekbe bevezetve, nyerjük az A_1 pontból R felületünkhez fektetett érintőkúp érintővezér görbéjének

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 2 : \lambda : -\lambda^3 : 2\lambda^2$$

paraméteres kifejezését.

E vezérgörbe tehát *harmadrendű* és $\lambda = 0$ parameterértéknek megfelelőleg, keresztülmegy az A_1 ponton; az érintőkúp tehát egy másodrendű kúp, melynek az A_1 síkban fekvő sík vezérgörbéje

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 0 : 1 : -\lambda^2 : 2\lambda$$

koordináta viszonyok által van adva. Egyenlete pontkoordinátákban:

$$4x_1 x_3 + x_4^2 = 0,$$

mely azt mutatja, hogy a tárgyalt érintőkúp az $A_1 A_3$ egyenes hosszában az $(A_1 s)$ síkot, — az r egyenes hosszában pedig az A_1 ponthoz tartozó S_3 síkot érinti.

R felületünk érintőkúpja ez esetben

$$\mu = \nu = 2$$

számok által lesz jellemezve.

Ha az S pont a d egyenesnek egy tetszőleges A_3^* pontja, akkor a (16) alatti

$$R \equiv (x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2)^2 - (x_1 + b x_4)x_4^3 = 0$$

egyenletből indulunk ki. A_3^* első polárfelületének egyenlete:

$$P_1 \equiv \frac{\partial R}{\partial x_3} \equiv 2(x_1 x_3 - x_2 x_4 - a x_4^2)x_1 = 0.$$

Az érintőkúp (RP_1) vezérgörbéje két részre oszlik, t. i. az (RU) és az (RA_1) teljes metszésekre. Az első áll a *négyszer*

számított d , a *háromszor* számított r és az *egyszer* számított s egyenesből; a második rész (RA_1) áll a kétszer számított d egyenesből és két másik e_1 és e_2 egyenesből, melyet az A_1 síkból ki-metsz az

$$[x_2 + (a + \sqrt{b})x_4] [x_2 + (a - \sqrt{b})x_4] = 0$$

egyenlettel bíró síkpár.

Az (RP_1) áthatásnak a d , r és s egyenesekből álló részeit nem szoktuk a *tulajdonképeni* érintőkúp vezérgörbéjének tekinteni, a most tárgyalt esetben tehát e vezérgörbe csakis az e_1 és e_2 egyenesből áll, mely mindkettő keresztülmegy az A_3^* ponton; a tulajdonképeni érintőkúp az e_1 és e_2 tengelylyel bíró két síksor által képezetik, tehát

$$\mu = 0, \nu = 2$$

számok által van jellemezve.

E két síksor tengelye összeesik az s egyenessel, ha A_3^* pont az (sd) pontban fekszik; ellenben az r egyenessel, ha a (dr) pontba esik.

Megjegyzendő még:

A_3^* a d egyenesnek egy tetszőleges pontja, akkor az e_1 egyenes más és más pontjához, az e_2 síksor más és más síkja fog mint érintősík tartozni.

Ha A_3^* az (sd) ponttal esik össze, akkor az s egyenes egy tetszőleges pontjához *mindig* az (sd) sík, — az (sd) ponthoz ellenben s síksor *minden* síkja tartozik mint érintősík.

Ha végre A_3^* az A_2 pontba esik, akkor az r egyenes más és más pontjához az r síksor más és más síkja kétszer számítva fog mint érintősík tartozni.

IV. A II. és III. fejezetben nyert eredmények összehasonlítása.

A Plücker-féle jellemző számokat, a mennyiben azok síkmetszésekre vonatkoznak, index nélkül, — a mennyiben érintőkúpokra vonatkoznak, index-szel írva, P felületünk legáltalánosabb síkmetszésének jellemzésére a

$$\mu = 4, \nu = 5, \delta = 2, \kappa = 1, \tau = 2, \iota = 4$$

értékeket; — legáltalánosabb érintőkúpjának jellemzésére pedig a

$$\nu_1 = 4, \mu_1 = 5, \tau_1 = 2, \iota_1 = 1, \delta_1 = 2, \kappa_1 = 4$$

értékeket nyertük. A síkmetszés és érintőkúp dualistikus singularitásainak száma egyenlő, t. i.

$$\mu = \nu_1, \nu = \mu_1, \delta = \tau_1, \kappa = \iota_1, \tau = \delta_1, \iota = \kappa_1.$$

A síkmetszés és érintőkúp tehát a *dualitás elve* szerint egymásnak tökéletesen megfelelő két alakzat.

Ezen összefüggés oka azon körülményben rejlik, hogy az R felület önmagával reciprok, mint azt a (7) illetőleg (14) alatt

$$(x_1x_3 - x_2x_4)^2 - x_1x_4^3 = 0$$

és

$$(\xi_1\xi_3 - \xi_2\xi_4)^2 + \xi_2^3\xi_3 = 0$$

egyenletei pont-, illetőleg síkkoordinátákban már kimutatták. A III. fejezet eredményeit tehát a II. fejezetben talált eredményeknek egyszerű dualitikus fordítása által is lehetett volna megkapni. R felületünk ezen reciprocitását önmagával a következők által illusztráljuk:

Egy tetszőleges S sík az R felülettel egy *negyedrendű* és *ötöd- osztályú* metszési görbét határoz meg, mely az (Sd) pontban önmagát érinti, az (Sr) pontot pedig mint visszatérő pontot bírja. U felület érintősíkja (Sd) pontban meghatározza az S síkkal az önérintési ponthoz tartozó érintőt, mely egyszersmind az (SR) görbének két kettős érintőjét képviseli.

R felület egy tetszőleges S_R érintősíkja, az R felülettel egy metszési görbét ad, mely *két részre* oszlik. Az első rész *rendje*

Egy tetszőleges S pont az R felülettel egy *negyedosztályú* és *ötödrendű* érintőkúpot határoz meg, mely az (Sd) síkban önmagát érinti, az (Sr) síkot pedig mint forduló érintősíkot bírja. U felület érintőpontja az (Sd) síkkal meghatározza az S ponttal az önérintési alkotót, mely egyszersmind az (SR) kúp- nak két kettős alkotóját képviseli.

R felületnek egy tetszőleges S_R pontja, az R felülettel egy érintőkúpot ad, mely *két részre* oszlik. Az első rész *rendje* zérus,

egy, osztálya zérus, áll tehát egy pontsorból, melynek tartója az R felületnek S_R síkban fekvő egyenes alkotója. A másik rész egy *harmadrendű és harmadosztályú* görbe, melynek az (S_R) pont visszatérő pontja.

Egy tetszőleges A_d sík az R felülettel egy metszési görbét határoz meg, melynek *rendje kettő, osztálya zérus* és melynek az S_d síkhoz tartozó A_3 pont kettős pontja,

sat.

osztálya egy, áll tehát egy síksorból, melynek tengelye az R felületnek S_R pontot tartalmazó egyenes alkotója. A másik rész egy *harmadosztályú és harmadrendű* kúp, melynek az (S_R) sík fordulósíkja.

Egy tetszőleges A_3 pont az R felülettel egy érintőkúpot határoz meg, melynek *osztálya kettő, rendje zérus* és melynek az A_3 ponthoz tartozó S_d sík kettős érintősíkja,

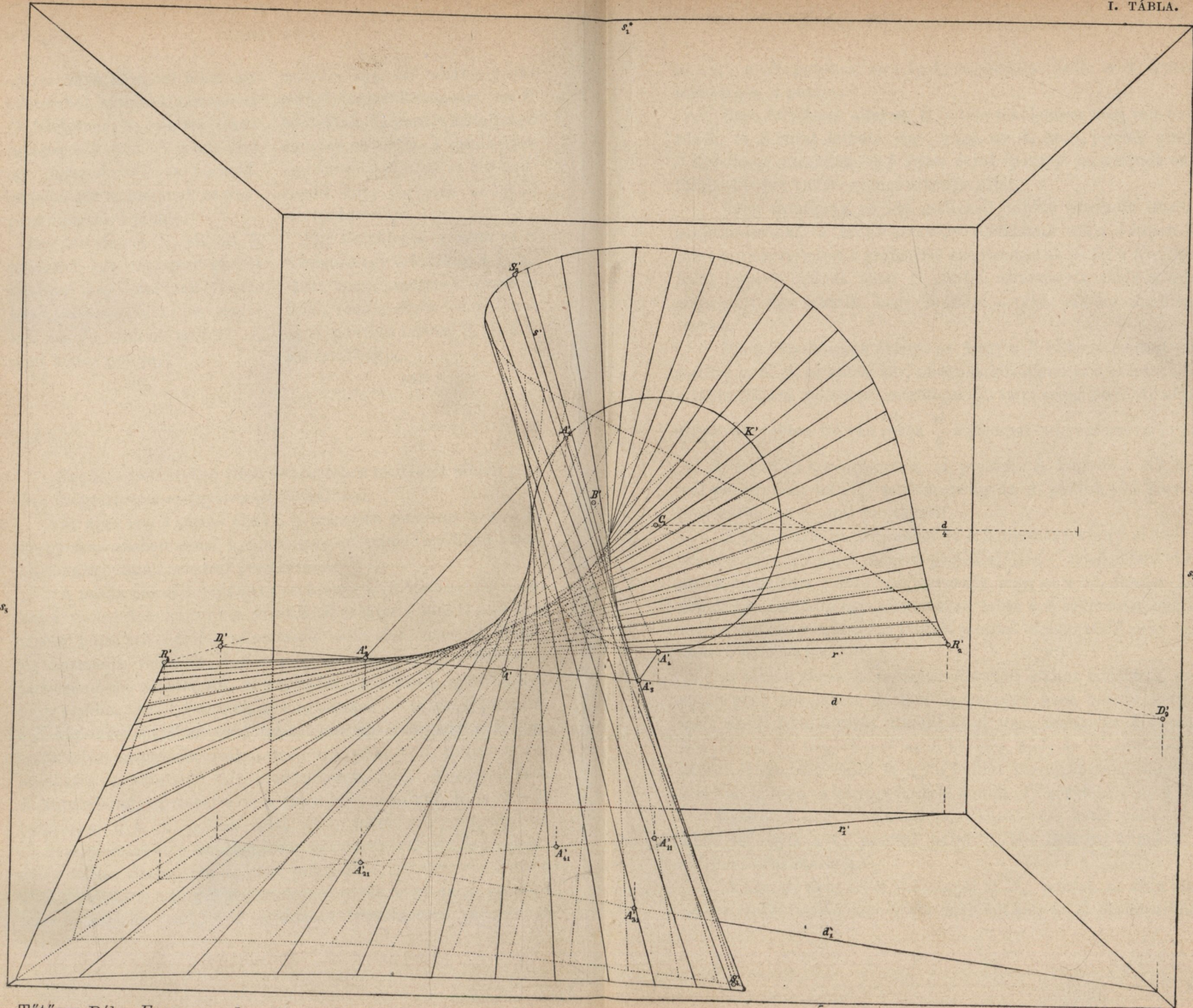
sat.

* * *

Végül legyen szabad jelen értekezéshez mellékelte táblán lévő ábra magyarázatához egyet-mást fölemlíteni.

Az ábra egy a szerző által f. é. márczius havában a zürichi műegyetem matematikai gyűjteménye számára Zürichben készített fonalmintának centrál projekciója.

A minta paralelepipedikus szekrénye igen kemény, fél centiméter vastagságú kartonból készült. E szekrény alsó, hátsó és a nézőtől balra eső oldalfal választatott mint első, második, illetőleg harmadik vetítés. A d és r egyenesek az első vetítésikkal párhuzamosan vették föl, K kúpszelet síkja pedig merőlegesen a (dr) síkhoz. Az A_1 pontnak az r egyenesen — és az A_4 pontnak a K kúpszelet síkjában való tetszőleges fölvétele után a K kúpszelet teljes meghatározásához még egy pont volt szabadon választható; a választás úgy eszközöltetett, hogy K *ellipsis* lett. K kúpszelettel egyszersmind a rajta lévő involúció is meg volt határozva, t. i. A_2 polusa által. Ezen involúció pontpárjai az A_2 középponttal bíró szelősugársor közvetítésével az (A_1A_2) pontsorra lettek viszonyítva és ezen pontsor és a d egyenes közt az által létesített a projektivikus összeköttetés, hogy az A_4 ponthoz mint megfelelő pont, a d egyenesen tetszőlegesen választatott



Tótfőssy Béla. Egy negyedrendű torzfelületről.

az A_3 ; a B ponthoz az $(A_1 A_4)$ egyenesen pedig a d egyenes tetszőleges A pontja.

Ezen fölvételek által az R felület tökéletesen meg volt határozva, és a mint látható, úgy, hogy az A_2 és A_3 pontok által a d egyenesen meghatározott véges darab pontjai metszetnek az R felület két-két valós egyenes alkotója által.

Ezen mintának, az ide mellékelt táblán ábrázolt centrál projekziálásánál, a minta-szekrény előfalának síkja vétetett föl mint projekció síkja, a projekció centrumának pedig a K ellipsis focal hyperbolájának azon C pontja választatott, mely a tábla síkja előtt úgy fekszik, hogy érintője a tábla síkjára merőleges legyen.

Ezen választásnak előnye az, hogy a K ellipsis centrál projectiója a K' (l. az ábrát) kör, melynek középpontja a centrumból a tábla síkjára bocsátott merőleges C_1 talppontja lesz. Az ábrán

C_1 ponttól jobbra föl van rakva $\frac{d}{4}$ a distáncz negyedrésze; $d', r', s', A_i' K'$ stb. a d, r, s egyenesek, A_i pontok, K kúpszelet stb. centrál projekciói; az A_{ii}' pontok pedig az A_i pontok első parallel projekcióinak centrál projekciói.

A projekció centrumából az R felülethez fektetett érintőkúp érintő-vezérgörbéjének centrál projekciójára — tehát R felület képeinek körrajzára nézve megjegyezzük, hogy ez a 33. oldalon leírt általános érintőkúp egy síkmetszése, tehát a d egyenesen önérintési ponttal, az r egyenesen forduló ponttal és azonkívül négy visszatérő ponttal bír.

A táblán ábrázolt esetünkben a (Cd) síkhoz tartozó A_3' pont az A_2 pont közelében, de a d egyenesnek azon részén fekszik, mely az R felület valós alkotói által nem metszetik. A C ponthoz tartozó C_1 térgörbének azon két ága, mely az A_3' kettőspontot képezi, tehát nem valós és így a felület körrajzában az önérintés sem lesz látható. A körrajz forduló pontja A_2' közelében $A_1' A_2'$ között fekszik. A négy visszatérő pont közül csak kettő valós; ezek közül az egyik a C_1 ponttól balra tisztán látható, a másik az A_2' pont közelébe esik.

A körrajz nem éri el valósággal az A_2' pontot, az ábra tehát nem mutatja tisztán ezen görbe menetét az r és d egyenes köze-

lében, de e helyett szemléltethetővé teszi a *harmadrendű visszatérő pont* keletkezését két kettős pont, egy visszatérő és egy forduló pont összeesése által. Ezen utóbb jellemzett singularitással csak akkor fog tényleg a felület körrajza bírni, ha a projectió centruma a (dr) síkba esik. Az érintőkúp ezen esetét nem tárgyaltuk külön a III. fejezetben, mert egyszerűen dualistikus fordítása az A_2 pontot tartalmazó sík metszésének, mely a II. fejezetben lett megbeszélve.

1882. NOVEMBER 13.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: STOCZEK JÓZSEF.

1. THAN KÁROLY r. t. előterjeszt *«Közleményeket a m. kir. egyetem vegytani intézetéből»*. E közlemények a következő tárgyakra vonatkoznak: I. *A sósavgáz sűrűségének meghatározása*. II. *Elektrolitikus élelyfejlesztés*, HOFFER JÓZSEF-től. III. *Egy sphalerit mennyiségi elemzése*, LOCZKA JÓZSEF-től.

(Lásd a 44. lapon.)

2. SCHULLER ALAJOS l. t. értekezik *«Párolgatásokról légüres térben»*.

(Lásd a 52. lapon.)

3. KÖNIG GYULA l. t. bemutatja *«A hatványsorok egy tulajdonságáról»* című közleményét.

(Lásd a 60. lapon.)

4. LENGYEL BÉLA l. t. bemutatja *«A sósavas hydroxylamin előállításáról»* szóló és folyó év június 19-dikén bejelentett közleményét.

(Lásd a 63. lapon.)

KÖZLEMÉNYEK A M. KIR. EGYETEM VEGYTANI INTÉZETÉBŐL.

ELŐTERJESZTI THAN KÁROLY RENDES TAG.

I.

A sósavgáz sűrűségének meghatározása.

A sósavgáz egyike azon gázalakú vegyületeknek, melyeknek egy tömeccsúlyában a legkisebb hydrogenmennyiség foglaltatik. Mivel e hydrogenmennyiség a paránysúlyoknak és egyidejűleg a tömeccsúlyoknak egysége, igen nagy tudományos érdekekkel bír a sósav gázsűrűségének pontos ismerete. Az eddigi adatok, melyek a régiebb módszer szerint lettek meghatározva, egymástól meglehetősen eltérnek. Ezen adatok a következők:

1,23	Dalton *
1,278	Biot és Gay-Lussac *
1,2555	Buff *
1,2844	Thomson *
1,247	Biot és Arago **

A tárgy fönnebb említett jelentőségénél fogva, 1880-ban megbiztam Halász Ágost urat, ki különféle gázok sűrűségének meghatározásával foglalkozván, az új Bunsen-féle módszer kivitelében sok tapasztalást szerzett, a sósavgáz sűrűségének meghatározásával. Kísérleteit minden részleteiben szigorúan azon eljárás szerint vitte

* Gmelin-Kraut: *Handbuch der Chemie* I. Bd. 2. Abth. 379.

** L. Mayer: *Die mod. Theorien der Chemie* 4. Aufl. 53. l.

ki, melyek Bunsen * által megállapítottak. Eltérés csupán abban történt, hogy az edények elzárására kautsuk dugaszok helyett jól beköszörült üveg dugaszokat használt. E dugaszok súlya, miután a szükséges csekély mennyiségű tiszta olaj és viaszból készült kenőccsel meg lettek kenve, minden kísérletsorozatnál külön lett gondosan meghatározva.

Miután a sósav mint számos egyéb gáz közönséges hőmérséknél csekély eltérést tüntetett elő az első kísérletek eredménye szerint a Boyle-Mariotte és Gay-Lussac-féle törvényektől, Halász úr a sűrűségek meghatározását magasabb hőmérsékekre, névleg 50° és 100°-ra is kiterjesztette, mi a Bunsen-féle thermostat segítségével könnyen elérhető volt.

A sósavgázt megolvasztott konyhasó és fölösleges tiszta concentrált kénsavból a szokott módon állította elő. Gondoskodva volt arról, hogy a készülék tökéletesen zárjon, hogy a káros tér lehetőleg csekély legyen, végre hogy a levegő az egész készülékből teljesen kiszoríttassék, a gáz rendszeren több órán át lett a készüléken átvezetve. A gáz kiszárítása előbb conc. kénsavon, azután egy nagyobb, U alakúlag meghajtott chlorcalciumcső által volt biztosítva.

A mérések adatai hétszeres lengések észleléséből lettek levezetve egy jó Rupprecht-féle mérleg felhasználásával. A mellékelt hőmérsék adatai egy közönséges, nem javított hőmérő adatai, tehát csak közelítőeknek tekinthetők. Ezen adatoktól egyébiránt a módszer természeténél fogva az eredmény teljesen független.

A mellékelt tábla magában foglalja az észlelés adataiból nyert értékeket.

* BUNSEN: *Gazometrische Methoden* 2. Aufl. 153—180. l.

Hőfok	A levegő súlya	A gáz súlya	A gáz sűrűsége	Közép érték
18,5	0,245788	0,311404	1,26696	1,26409
20,0	0,243359	0,307738	1,26454	
20,0	0,245321	0,309187	1,26033	
18,9	0,244164	0,309606	1,26802	
18,6	0,244243	0,308284	1,26220	
19,4	0,244772	0,309207	1,26324	
18,0	0,250533	0,316738	1,26427	
17,2	0,248446	0,313823	1,26314	
50,0	0,223908	0,281188	1,25581	
50,0	0,222059	0,278919	1,25605	
51,0	0,225602	0,284443	1,26081	
50,0	0,226117	0,283891	1,25550	
50,5	0,227736	0,286385	1,25753	
99,2	0,197894	0,248201	1,25421	1,25652
100,0	0,192099	0,241928	1,25887	
100,0	0,192384	0,241727	1,25652	

A sósavgáznak úgynevezett elméleti sűrűségét kiszámítjuk a Gay-Lussac-Avogadróféle molekularis gázvolum törvény alapján. E célra felhasználva Régnault szerint az oxygen sűrűségét ($d' = 1 \cdot 10563$), Stass kísérletei szerint az oxygen tömeccsúlyát ($M' = 31 \cdot 92$) és a sósav tömeccsúlyát ($M = 36 \cdot 37$), a kérdéses érték lesz:

$$d = \frac{d'}{M'} \cdot M = 1 \cdot 25976$$

Látható a fentebbi eredményből, hogy a sósavgáz sűrűsége már 50° alatt eléri a számított értéket, és hogy 50 és 100° -nál ezen érték valamivel a számítottnál kisebb, de a kísérleti hibák határain belül már állandónak tekinthető.

II.

Elektrolytikus élenyfejlesztés. 1

Hoffer József-től.

E dolgozat célja volt a finomabb gázelemzésekhez szükségelt egészen tiszta oxygen előállításáa kényelmes módon. Ennek elérésére legelőnyösebbnek látszott, a kénsavval megsavanyított kénsavas réz telített oldatának elektrolysise. A kérdés kísérleti tanulmányozásánál Hoffer úr azt tapasztalta, hogy a fönkitűzött cél elérésére a következő feltételek töltendők be. Szükséges, hogy a negatív elektrodon az áram sűrűsége lehetőleg csekély, a pozitívon pedig nagy legyen, továbbá, hogy a negatív elektrod lehetőleg telített rézgálicz oldattal legyen befödve; végre hogy az oldat ellenállása csökkentessék, czélszerű, hogy már kezdetben mintegy 10% kénsavat tartalmazzon. Mivel kénsavtartalmú vízben a kénsavas réz nehezebben oldódik, előnyös a telített oldat sótartalmára nézve, ha az oldat hőfoka nem sűlyed 15—20° alá.

Az előleges kísérletek kivitele után Hoffer úr javaslatom szerint a mondottak tekintetbe vételével a következő készüléket szerkesztette. Mintegy 800 k. c. térfogatú Deville-féle palaczk alsó nyílásába jó dugasz segítségével vastag rézhuzalt erősített be légzárólag spanyolviasszal. A huzal 2—3 ctm.-nyire kiállott a dugaszból, az edénybe érő része pedig annak fenekén 3—4-szer körül csavarodott. E huzalon vezetettvén be a negatív áram, hogy az elektrod felülete lehetőleg nagygyá tétessék, mintegy 250 gr. vékony rézlemez darabokat rakunk egyenletesen fölébe. A rézlemezekre most 3—4 centimeter magas rétegen mogyorónagyságú rézgálicz jegeczeket helyezünk és a palaczkot nyakáig tele töltjük ugyanezen sónak telített oldatával 10—12%-os kénsavban. A palaczk felső dugaszának egyik fűrásába egy üvegcső van illesztve, melynek függőleges megszelesedő része üveggyapottal határolt manganhperoxydot tartalmaz, felső végére pedig a csappal ellátott gázvezető-cső van felforrasztva. A manganhperoxyd feladata, hogy az elektrolysisnél keletkező ozont teljesen elbontsa.

A dugasz második fúrásába egy üvegső van erősítve, melyen át a beforrasztott platinhuzal a folyadékba nyúló 5 cent. hosszú és 2 cent. széles platinlemezhez vezet. Ez képezte a positiv elektrodot.

Czélszerű a levegő kiüzése végett kifőzött vizet az oldathoz használni, és az elektrolysis elején a palaczkot vízszivattyúval kiszivattyúzni. E készülékből 3 nagyobb Bunsen-féle elem perczenkint mintegy 10—15 k. c. oxygent fejleszt, mi a gázelemzés céljaira épen kényelmes.

E készülékkel néhány nap lefolyása alatt, időközi szünetekkel, mintegy 10 liter oxygen lett fejlesztve a nélkül hogy a negatív sarkon észrevehető hydrogenmennyiség mutatkozott volna.

Ez alatt a különféle időszakokban fejlődő gáznak három részlete lett felfogva, melyeknek tisztaságát Hoffer úr gázelemzés útján vizsgálta meg. Az I. részlet 3·5 liter gáz fejlődése után gyűjtetett, a II-ik 5 Liter, a III. 9·5 Liter gáz fejlődése után. E gázzsúlyok a Bunsen-fél eudiometerben fölösleges hydrogennel elegyítve elégettek, melynek eredményéből a gáz tisztasága megítélhető. Az elemzés adatai a következők.

	Kísérlet száma	Térfogat	Nyomás	Hőmérsék	Térfogat 1 mm és 0°-nál
A kísérlethez vett oxygen	I.	111·02	0·1683	19·3	17·45
	II.	108·09	0·1590	20·2	16·00
	III.	106·06	0·1924	20·7	18·97
A hydrogen hozzáadása után	I.	388·37	0·4425	19·8	159·57
	II.	373·82	0·4233	20·2	147·34
	III.	377·51	0·4614	21·0	161·76
Az elégetés után	I.	313·54	0·3669	19·8	107·26
	II.	302·49	0·3526	20·1	99·32
	III.	296·08	0·3806	21·1	104·61

Ezen adatokból számítva

Kísérlet száma	Összehúzóadás	Talált oxygen	Vett gáz	A vett gáz %-ban
I.	52·31	17·44	17·45	99·94
II.	48·02	16·01	16·00	100·02
III.	57·15	19·05	18·97	100·40

E kísérletek eredménye mutatja, hogy a gáz tiszta oxygen és névleg egészen szabad volt a hydrogenről. A fönnebbi eljárás tehát

czélhoz vezet és a szerint teljesen tiszta oxygent nyerhetünk. Ha minden használat után a gázvezető-cső csapját elzárjuk, akkor a készülék folyvást tiszta oxygennel telve marad, és új használatra az áram becsatolásánál azonnal nyerhetjük a tiszta gázt.

III.

Egy sphalerit mennyiségi elemzése.

Loczka József-től.

E sphalerit Rodnáról való, jegőcsei szépen kifejelettek, fémfényűek, törékenyek, a törési felület síma; színök fekete.

Az elemzés végrehajtása czéljából az ásvány finom porrá törtetett s miután minőleges elemzés segélyével, horgany, mangan, vas, kén és meghatározhatlan mennyiségű ólom lett kimutatva, a mennyiségi elemzés következőleg lett kivíve:

100 súlyrészben.

1. 0·6532_I grm sphalerit egy lombikban kevés vízzel leöntve cseppenkint füstölgő légenyssavval öntetett le, a hatás igen heves volt, ennek megszűnte után az egész a vízfürdön addig kezeltetett tömény légenyssavval, míg a kivált kén egészen tiszta sárgás fehér színt öltött. Az oldat erős hígítása után a kén 100°-nál szárított és mért szürlére hozva ugyancsak 100°-nál szárítva a kén súlya volt = 0·1244 gramm.

Egy párhuzamos elemzésre vett 0·7256 gramm súlyú sphalerit hasonló módon kezelve adott ként = 0·1292 grammot.

2. A kénről leszűrt oldatból a légenyssav legnagyobb részét bepárlás által eltávolítván, a kénsavat $BaCl_2$ oldat által leválasztottam, leülepedés után megszűrve, szárítva és kihevítve kénsavas barium volt = 0·6926_I grm, a parallel elemzésből = 0·8521_{II} grm. Az összes kén mennyisége = 0·221111_I grm $S = 33·853$
 = 0·246226_{II} " $S = 33·906$

3) A 2-ik alatt a kénsavas bariumról leszűrt oldatból a fölös bariumot kénsavval eltávolítottam, bepároltam, a vas élenyítése után a savakat szénsavas natriummal telítettem; a vas pedig forralás közt eczetsavas natriummal leválasztott; a szűrlére hozott és forró vízzel kimosott basikus eczetsavas vas sósavban oldatott, újlag élenyítettett, ammoniumhydroxyddal kicsapatott, szűretett s mint vasoxyd meghatározottat.

A kihevített vasoxyd súlya 0·1193_I grm $Fe = 12·780$
 0·1316_{II} „ $Fe = 12·695$

4. A vashydroxydról és az eczetsavas vasról leszűrt oldatok egyesítve bepároltattak, a horgany és mangan kénammonnal leválasztva teljes leülepedés után szűrlére hozatott, előbb kénammonos azután forró vízzel mosva kénsavban föloldatott; szűrés után a kénsav eczetsavas bariumoldat által eltávolítottat.

A szűretet eczetsavval megsavanyítván, kénhydrogen-gázt vezettem át rajta, mi által leválasztottam a horganykéneget. Ezen csapadék kimosás után kénsavban oldva megszűretett, az átment folyadékban a horgany szénsavas natrium által szénsavsó alakjában leválasztott, ez megszáritva s kihevítve mint horganyéleg lett megmérve. Ennek súlya volt ... = 0·3935_I grm $Zn = 48·342$

= 0·439_{II} „ $Zn = 48·550$

5. A horganykénegről leszűrt oldat kénsavval kezeltetett a baryum eltávolítása végett, szűrés után bepároltatott s kihevítettet, a maradék sósavoldatában a mangan szénsavas natriummal leválasztott s mint manganélecséleg méretett; súlya volt = 0·0422_I grm $Mn = 4·650$

= 0·0468_{II} „ $Mn = 4·647$

A sphalerit alkatrészeinek összeállítása százalékokban :

	I.	II.	közép értékben
S	= 33·853	S = 33·906	33·879
Fe	= 12·780	Fe = 12·695	12·738
Mn	= 4·650	Mn = 4·647	4·648
Zn	= 48·342	Zn = 48·550	48·446
	<hr/>	<hr/>	<hr/>
	99·625	99·798	99·711

A parányok viszonyát a következő számok fejezik ki

$$S = 1\cdot059$$

$$(Fe, Mn, Zn) = 1\cdot059$$

Ezen ásvány tehát *RS* képlet szerint van alkotva, melyben a *Zn* egy részét az isomorph vas és mangán pótolja. Ha minden egyes fémre az egyszerű kéneget számítjuk, akkor a parányok viszonyos száma lesz:

$$S = 12\cdot60; Fe = 2\cdot69; Mn = 1; Zn = 8\cdot91$$

Ezek szerint a következő képlet fejezi ki ezen sphalerit vegyi alkotását,

$$ZnS : MnS : FeS = 9 : 1 : 2\cdot5.$$

talált	számított
$S = 33\cdot88$	$33\cdot89$
$Mn = 4\cdot65$	$4\cdot66$
$Fe = 12\cdot74$	$11\cdot86$
$Zn = 48\cdot45$	$49\cdot57$
<hr/>	<hr/>
$99\cdot72$	$99\cdot98$

Innét látható, hogy a fönnebbi képlet jól megfelel ezen ásvány vegyi alkotásának.

PÁROLOGTATÁSOK LÉGÜRES TÉRBE.

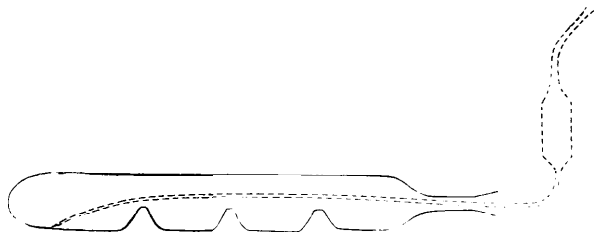
SCHULLER ALAJOS L. TAGTÖL.

A tek. Akadémiának 1881. évi márczius hó 14-dikén tartott ülésén * bemutatott önműködő higany-légszivattyú lehetségessé teszi túlságos időpazarlás nélkül végezni oly munkákat, melyek nemcsak nagyfokú ritkítást követelnek, hanem a szivattyúnak hosszú időig tartó folytonos működését is szükségessé teszik. Ilyenek első sorban némely destillációk, melyeknél az átpárolgó testből légnemű termények fejlődnek, vagy azáltal, hogy a benne sűrűsödött légneműket elbocsátja, vagy hogy egy része bomlásnak indul. Úgy látszik, hogy az ilyen, legüres térben végbemenő átpárolgások sokkal több fáradságot érdemelnek, mint a mennyit eddig rájuk fordítottak; már csak azért is, mert ez úton sok esetben egymástól könnyen elválaszthatóknak kell lenni némely testeknek, melyek a közönségesen használt chemiai módokon csak nehezen vagy épen nem különíthetők el egymástól. Ugyanis ha keveréket fokozatosan hevítünk, az egyik rész általában alacsonyabb hőfoknál kezd számbavehető gőznyomást kifejteni, mint a többi, és így légüres térben amannak egyedül kell elpárolognia. Ez az előny rendszerint elesik közönséges destillációknál, a hol a használt magas mérséklet miatt rendszeren több résznek van egyszerre jelentékeny gőzfeszültsége, úgy hogy együtt párolognak, és így destilláció által egymástól el nem választhatók. Azonfelül a légüres térben a destillációk olyan alacsony hőfoknál mennek végbe, melynek számos, könnyen bomló test is képes ellenállni.

* SCHULLER: *Önműködő higany-légszivattyú*. Ért. XI. k. VIII. 1881.

Több egy évnél, hogy közbe-közbe ilynemű kísérletekkel foglalkozom. Az elért eredmények közlését szándékom volt az idevágó kísérleteim befejezéseig elhalasztani, de DEMARÇAY úr előleges közleménye a fémeknek vacuumban történő párolgásáról* eddigi tapasztalataim ismertetésére indít, annál is inkább, mert némely esetekben eltérnek DEMARÇAY úr adataitól.

A követett eljárást illetőleg a következőket kell előrebecsátanom. Az elgőzöltetésre szánt anyagot vízszintes 2—3 $\frac{1}{m}$ átmérőjű üvegcsőbe, annak beforrasztott végéhez közel tettem; szilárd meg nem olvadó testet síma csőbe, folyós vagy megolvadó testet az 1. ábrában előtüntetett helyenként behorpasztott csőbe. A cső nyílt vége beköszörült üveg segítségével köttetik össze a légszivattyúval. A melegítésre vascsövet használok, mely organikus anylisekre való kemenczén fekszik. Hogy a destilláció előrehaladásáról



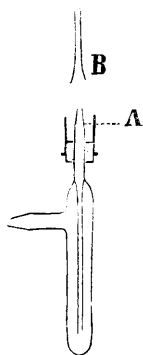
1. ábra.

tudomást lehessen szerezni, a kemencze a vascsővel együtt síneken ide-oda tolható, a nélkül, hogy az üvegcső e közben érintetnék. Tetemes vastagságú vascsőnél, — melynek rendszerint csak az a része melegítetik az alatta égő gázlángoktól, a hol az elpárolgó anyag van, — az üvegcsőnek különböző részei fokozatosan csökkenő hőfokra hevítetnek, a mi lehetségessé teszi, hogy különböző illóságú testek egymástól elváljanak. Ezen elővigyázat nélkül, különösen sublimációknál az alkatrészek csak tökéletlenül válnának el, mert itt a párolgó test szilárd maradván, rendszerint az illóbb rész is csak oly arányban gőzölöghet, a milyen arányban teszi ezt a kevésbbé illó. — Az üvegcsőnek a köszörüléshez közel levő

* DEMARÇAY: *Sur la la vaporisation des métaux dans le vide* C. R. XCV. p. 183. 1882.

része mindig hidegen hagyatik, hogy könnyen illó részek ott sűrűsödjenek. Igen könnyen illó termény esetében a cső előtt még a 2. ábrában elötüntetett, aljával hűtőkeverékben álló részt alkalmazom. Hogy a csövet ne kelljen minden destilláció után szétvágni, a folyós termények kiszedésére a pontozva elötüntetett szívó csövet használom.

Miután ilyen gyakran ismétlődő munkánál a szivattyúval való összekapcsolásnak gyorsan és kényelmesen kell eszközölhetőnek lennie, azért megemlítem, hogy az előbb közölt* zsirtalan, tölcés-res köszörülések helyett sikerrel alkalmazom a közönséges alakú



2. ábra.



3. ábra.

egymásba köszörült csöveket, A és B 2. ábra, melyeket szintén zsír nélkül és függélyes állásban használok, s melyek közül az alsó pozitívra átfúrt parafa-dugót és erre bővebb, 2—3^m hosszú üvegcsövet szorítok. Ez utóbbiba jön a zárást eszközlő higany. Így felszerelve minden más záró folyadék nélkül ép úgy zárnak légmentesen, mint az előbbieik, de könnyebben előállíthatók.** Két ilyen köszörülést, melyek egyike a szivattyún van, a másik a páro-

logatóval áll kapcsolatban, könnyen lehet egymással összekötni, ha a negatív köszörüléseket [] alakú csövét egyesítjük, ezt a pozitív köszörülésekre ráteszszük és függélyes ágait a meglágyulásig melegítvén, az összetartozó köszörült részeket gyöngén egymásba szorítjuk. Megjegyzem még, hogy a záró higany beöntésére a 3. ábrában elötüntetett felszívás által megtöltött üvegedényt használom, mely a higany felszívására is sok esetben igen alkalmas.

* Önműködő higany-légszivattyú 6-dik oldal.

** Hasonló, kissé nehezebben előállítható összeköszörült részeket alkalmazom az újabbban Neesen (*Zeitschrift f. Instrumentenkunde* Bd. II. p. 287 1882.) is, melyeknél azonban szerinte a higanyon kívül még más záró folyadék is szükséges.

A fontosabb, eddig nyert eredmények a következők:

Na. A natrium légüres térben könnyen destillál a nélkül, hogy az üveget megtámadná. De szükséges a nedves levegőben képződő réteget elhárítani, mert ez a fémmel érintkezve melegítésnél soká fejleszt hydrogent, a közben hófehérré változván. Valószínű, hogy NaHO -ból Na_2O lesz.

Se. A selen légüres térben sublimál is, destillál is. Olvadási pontjához közel sublimál és először téglavörös, átmenő fényben színeket játszó réteget, majd szürke, violába hajló kristálykérget ad. Magasabb hőfoknál megolvad és üvegszerű, vörösen átlátszó cseppekben destillál. A maradékban selen-en kívül rezet és ólmot sikerült kimutatnom.

Te. A tellur jóval olvadási pontján alul sublimál s e közben néha gyönyörűen kiképzett kristályokat alkot. Az első sublimáció után kevés tellur tartalmú test marad hátra, melyben ezüst, réz és kevés arany találtatott. Már egyszer sublimált tellur zárt csőben magasabb hőfoknál cseppekhez hasonló, apró, különálló kristályokat adott.

Cd. A cadmium légüres térben könnyen sublimál; erős hevítésnél megolvad és gyorsan destillál. Az első esetben kristályos hajlékony réteget alkot. A csekély maradékban cadmiumon kívül ólmot, ónt, ciziket és kevés vasat találtam.

Zn. A zincum szintén sublimálható, erősebb hevítésnél azonban megolvad és gyorsan destillál; kristályos, hajlékony réteget alkot. Beforrasztott csőben hevítve cseppek, némelyek $4\frac{m}{m}$ átmérővel, rakódtak az üveg falára, melyek lassú kihülés után szép kifejlődött kristályokat alkottak. Nyers zinkből a cső hideg részén cadmium és azonkívül kátrányszerű barnás cseppek rakódtak le, mi szerves anyagokra hagy következtetni; a melegebb részén gyülekezett a cizink. A maradékban felületen vizsgálatnál cizinken kívül még ólmot és vasat találtam.

Mg. A magnesium csak lassan sublimálható, különben az üveget megtámadja, mialatt, úgy látszik, gáz fejlődik. Az üvegre erősen tapadó, fölötte szép fémréteget alkot, mely szépen kifejlett kristályok halmazát képezi, s melynek közelében egyedű álló teljesen kiképzett kristályok is vannak. Gyönyörű fényét a levegőn is soká megtartja. Az utolsó részlet elpárolgása közben az üveg

megbarnúl. Magnesium szalag meglehetősen sok idegen testet tartalmaz.

As. Nyers arsenből légüres térben eleinte arsenessav sublimál szép fénylő kristályokban, melyek a cső leghidegebb részén rakodnak le; további melegítésnél fekete letöredező réteg lép föl, mely szintén igen könnyen illó test módjára a csőnek hideg részén rakodik le, és melegítésnél sárga, igen könnyen illó testet ad. Ez utóbbi rövid idő alatt magától megfeketedik. Csak magasabb hőfoknál tökéletlen vacuumban rakodik le az arsen fehér fémes állapotban. Ama sárga test tiszta, kénmentes arsenből is kifejlődik és az arsennek igen könnyen illó modifikációját képezi.

Sb. Nyers antimon gázfejlődés közben sublimál s csillogó, kristályos réteget alkot.

Bi. Könnyen olvadó üvegben igen kevés destillál, nehezen olvadó üvegben a vörös izzásig — az üveg behorpadásáig hevítve, lassan destillál s a közel levő üvegfalakra cseppek alakjában lerakodik. Ezek lehülés közben kristálylapokat nyernek.

Pb. Nyers ólom nehezen olvadó üvegben a vörös izzásnál párolog s e közben fémtükröt és számos apró cseppeket szolgáltat. A hátramaradt rész lassú kihülés után kristályos felületű, s részben koromfekete réteggel van ellepve.

Sn. A kereskedésben előforduló czin először aránylag könnyen illó átlátszó barna réteget adott, de tovább nem destillált. Új, nehezen olvadó üvegből készült csőbe téve, az üveg meglágyulásáig lehetőleg erősen hevítve, a destillációnak nyomát sem mutatta; e közben maga határozottan vörös ízzó volt.

C. Szenet elektromos izzólámpában alkalmaztam: Carré-féle $1 \frac{m}{m}$ vastag szénrudacskát rajta átmenő elektromos árammal izzítottam. E közben sok gáz fejlődött s az üveg egészen elhomályosodott; ennek még benne maradt szerves alkotórészekről kellett származnia, mert ismételt izzítások után megszűnt. Ekkor a folyamat annyira lehetett erősíteni, hogy a $3 \frac{m}{m}$ hosszú rudacska 120 gyertyalángfényt kifejtett. A párologásnak nyomait a legjobb vacuum mellett sem vettem észre. Csak mikor a szénrudacska levegőben történt elégetés által vékonyabb lett és a folyam behatása alatt a vacuumban kettérepedt, mutatkozott az előbb tiszta üvegfelületen kevés barnulás. Valószínű, hogy az elpárolgó széntől

származik. A szénvégeken az olvadásnak nyomait nem lehetett fölismerni. Említést érdemel az a tapasztalat is, hogy íróngraphit eleinte ugyan sok gázt fejleszt, de ettől eltekintve alkalmas anyag-
nak látszik az incandescens lámpák készítésére.

P_2O_5 . A szivattyúban alkalmazott szárító «phosphorsavban» phosphorpentoxyd foglaltatik, mely, ha a csőnek egy része hűtő-
keverékkel van környezve. már 50° -nál sublimál és szép átlátszó
kristályokban nyerhető.

A szerves testek közül eddig a következőket próbáltam lég-
üres térben destillálni.

Glycerin. Sarg-féle glycerin már szobamérsékletnél föl-
bugyogott, s e közben vizet vesztett, mert a szárítóban a phosphor-
pentoxyd jelentékeny része megnedvesedett. Langyos melegben
átdestillál, s igen sűrű folyadékot képez. — 17 fokra lehűtve alig
foly, de még meg nem szilárdul.

Faggyú. Közönséges marhafaggyú bomlás nélkül destillál.
Az illóbb rész fokozott mértékben bírja a faggyú kellemetlen
szagát, a többi attól ment, de a levegőn ismét fölveszi.

Vaselín. Szagtalan kenőcs. Bomlás nélkül destillál, s több
különböző illó részre válik. Van benne igen könnyen illó hígfolyós
rész is.

Viaszk. Sejtekből előállított s 100° -on alúl filtrált méh-
viaszk bomlás nélkül destillál, a festő anyagot hátrahagyva. Óva-
tos, különösen ismételt destilláció közben szétválik különböző illó
részekre, melyek közül a kismennyiségű legillóbb rész kellemes
pézsmaszerű szagú illó olaj, mely már szobamérsékletnél elillan;
a legnehezebben illó az olvadási hőfokból ítélve cerotinsav.

Ozokerit. Szintén bomlás nélkül destillál és különböző illóságú
részekre válik, melyek összekeverve az eredeti olvadásponntal bírnak.

Colophonium. Francia sárga colophonium bomlás nélkül
destillál, de szétválik kevés fenyőszagú illó olajra és sok igen töré-
keny világossárga gyantára.

Borostyánkő. Eleinte szép szintelen kristályok (valószínűleg
borostyánkősavanyhydrid), azután olajcseppek mutatkoznak; ké-
sőbb a visszamaradt gyanták kezdenek föl bomlani.

Fekete kaucsukból gyöngye melegítésnél egyrészt könnyen
illó vajállományú, erősen kaucsuk szagú, másrészt jóval nehezeb-

ben illó ragadós test fejlődött. A visszamaradt kaucsuk kevésbé szagos mint volt, valamivel ragadósabb, de egyébként változatlanul látszik.

Kaucsuk-Colophonium. Gyanta és régi kaucsuk összeolvasztása által nyert kemény ragasztó szer mindjárt a melegítés kezdetén erősen habzik, tehát könnyen illó részt tartalmaz.

A nádcukor, vízmentes szőlőcukor és a *kéncavas chinin* destilláció közben vagy még azelőtt fölbomlanak.

A röviden felsorolt tapasztalatokból egy pár fontosabb következtetést lehet levonni.

1. A szivattyúval elérhető ritkítási fokot és csekély nyomású gázok tisztaságát illetőleg kiemelendő, hogy arra a higany gőzén kívül a csapok és összeköszörült részek kenésére netalán használt kenőcs és a szárító «phosphorsav» gyakorolhatnak befolyást, mert mint láttuk a faggyú, a viaszk és a «vízmentes phosphorsav» tartalmaznak vacuumban könnyen illó részeket, melyeknek gőze, úgymint valószínűleg csekély nyomású gázok is, előreláthatólag a szivattyú falain megsűrűsödnek, és ismételt szivattyúzás közben mindig újra kifejlődnek. Csapok kenésére a viaszk és vaselin nehezen illó részeinek keveréke, mely a levegőn nem keményedik meg, ajánlható. A phosphorpentoxyd elhárítása végett a phosphorsavat egy ideig a levegőn hagyhatjuk; a képződő metaphosphorsav még igen jól szárít.

2. A követett eljárásnál a sublimáló testek gyakran egymástól teljesen elkülönített rétegekben rakodnak le, szintűgy destillációknál a különböző illó testek a hidak által képezett kamrákban többé-kevésbé elkülönítve helyezkednek el.

3. Az elemeket, kiválóan fémeket illetőleg föltűnik, hogy közülük sokan olvadási pontjukon alúl átpárolgathatók, tehát sublimálhatók, nevezetesen a *Se, Te, Cl, Zn, Mg, As, Sb*. Sajátságos, hogy a könnyen olvadó *Bi* és *Pb* nehezen illók, s a szintén könnyen olvadó *Sn* vörös izzásnál még nem párolog. Itt eltérnek tapasztalataim DEMARÇAY említett eredményeitől, ki azt állítja, hogy a *Bt* 292°-nál, a *Pb* és *Sn* 360°-nál már destillál. Az eltérés talán abból magyarázható, hogy a használt anyagok úgy mint az első destilláció esetében nálam, úgy DEMARÇAY úr kísérleteinél is könnyebben illó tisztátlanságokat tartalmaztak.

4. DEMARÇAY úrral összhangzásban én is azt tapasztaltam, hogy rendszerint legalább az első destillációnál, annak egész tartalma alatt gáz fejlődik; hozzá tehetem, hogy ez ismételt destillációnál észrevehetlenné vagy legalább jelentéktelenné válik.

5. A fõlsorolt testek közül a *Na*, *Te*, *Cd*, *Zn* és *Sb* — oly könnyen átpárolognak, hogy ezt az eljárást czélszerûen lehet tisztításukra fõlhasználni. Az *As* ámbár könnyen illó, eddig még le nem gyõzött nehézségeket támaszt.

6. Emilitést érdemlõ tény továbbá az, hogy a fõlsorolt sublimáló testek többen látszólag ugyanazon vacuumban meg is olvaszthatók, sõt még azontúl is hevíthetõk, mialatt természetesen a gõzõlgés gyorsabban történik. Képzeltethõ, hogy ily esetben a vacuum daczára túlhevített állapotban vannak, de valószínûbbnek látszik, hogy a szivattyuban uralkodó csekély nyomásnál tetemes hõfokváltozás csak kis nyomás-változást von maga után, s hogy eszerint már lényeges befolyást gyakorol a halmazállapotra az a kis nyomás, mely a gõznek gyors tovább szállítására szükséges. Hogy ez a nyomás nem lehet egészen jelentéktelen, azt a gõzáramnak mechanikai hatásai bizonyítják, mert néha látni, miként sodorja magával a gõzáram a letõredezett vékony fémlemezeket.

7. A szerves testeket illetõleg kitûnik, hogy könnyen bomló testek, mint a faggyú, viasz, colophonium, stb. a vacuumban bomlás nélkül destillálhatók, hogy e közben tisztátanságaiktól elválnak, s hogy különbözõ részeik ily módon elkülöníthetõk. Úgy látszik, ez az eljárás hivatva van a chemiának még sok hasznót hajtani.

A HATVÁNSOROK EGY TULAJDONSÁGÁRÓL.

KÖNIG GYULA L. TAGTÓL.

1. Legyen $F(x)$ az x oly analitikus függvénye, mely a 0 pont közelében véges, egyértékű és folytonos, és mely e tulajdonságait az α_1 pontban veszti el, azaz a melyre nézve $[x_1]$, az α_1 abszolút értéke nem nagyobb bármely más szakadó pont abszolút értékénél. Ha továbbá

$$[x] < [\alpha_1]$$

és $F(x)$ a 0-tól különböző, akkor

$$f(x) = \frac{F(x)}{x - \alpha}$$

a legegyszerűbb függvényosztály típusa, melynek hatványsor alakja megszűnik összetartó lenni, midőn $[x] = [\alpha]$, mert a függvény elsőrendű végtelen lesz, midőn $x = \alpha$.

Az $F(x)$ -re vonatkozólag megállapított feltételeknél fogva $F(x)$ sor alakja:

$$k_0 + k_1x + k_2x^2 + \dots$$

összetart, ha $[x] < \alpha_1$ és $f(x)$ soralakja

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$$

akkor, ha $[x] < \alpha$. Az $f(x)$ függvény definíciójánál fogva:

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots = (k_0 + k_1x + k_2x^2 + \dots) \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x^2} + \frac{x^2}{x^3} + \dots \right)$$

és így

$$a_n = \frac{1}{\alpha^{n+1}} (k_0 + k_1\alpha + \dots + k_n\alpha^n),$$

a hol a zárjelben álló kifejezés nem más, mint az $F(x)$ sor alakjából vett első $n+1$ tag összege, ha $x = \alpha$. Ha tehát megfelelőleg a sor maradékát $R_n(\alpha)$ -val jelöljük, lesz

$$a_n = \frac{F(\alpha) - R_n(\alpha)}{\alpha^{n+1}},$$

és így minthogy $F(\alpha)$ nem 0, az $R_n(\alpha)$ határértéke pedig 0, azt nyerjük, hogy:

$$(1) \quad \text{Lim.} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} \right)_{n=\infty} = \alpha,$$

vagyis az $f(x)$ függvényosztálynál a megfelelő sorfejtésben két egymásután következő együttható hányadosának határértéke a szakadó pontot szolgáltatja.

2. Midőn $F'(\alpha) = 0$, e következtetések megszűnnek érvényesek maradni. Jegyezzük meg mindenekelőtt, hogy a történt megállapítások után $F(\alpha)$ csak egész rendű zérus lehet, azaz

$$\left(\frac{F(x)}{x-\alpha} \right)_{x=\alpha}$$

mindenesetre véges értékű.

Ha továbbá fölteszszük, hogy $F(x)$ az $f(x)$ által jellemzett függvényosztályba tartozik, akkor $\frac{F(x)}{x-\alpha}$ is odatartozik, és így ebben az esetben:

$$\text{Lim.} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} \right)_{n=\infty} = \alpha_1$$

de ebben az esetben

$$\frac{a_n}{a_{n+1}} = \frac{R_n(\alpha)}{R_{n+1}(\alpha)} \alpha,$$

és így azt nyerjük, hogy:

$$(2) \quad \text{Lim.} \left(\frac{R_n(\alpha)}{R_{n+1}(\alpha)} \right)_{n=\infty} = \frac{\alpha_1}{\alpha}.$$

Midőn $F'(\alpha)$ a mest megállapított föltételeknek eleget tesz, a nélkül, hogy $F(\alpha)$ eltűnnék, emez utolsó tulajdonságát az első együttható k_0 kellő választása vagyis állandó hozzáadása által lehet elérni. E változtatás meghagyja a szakadó pontokat és változatlanul hagyja a sor maradékát, úgy hogy a sor maradékára nyert tétel akkor is érvényes, ha $F(\alpha)$ nem zérus, tehát minden $f(x)$ függvényre nézve érvényes, ha mint a tárgyalásból látni:

$$[\alpha] < [\alpha_1]$$

3. Ha föltételezzük, hogy az

$$f(x) = 0$$

algebrai egyenletnek nincs két oly gyöke, melynek absolut értéke egyenlő, ha továbbá az $F(x)$ oly egész függvény, hogy az

$$F(x) = 0 \text{ és } f(x) = 0$$

egyenleteknek nincs közös gyöke, tehát a legegyszerűbb esetekben

1 vagy $f'(x)$, akkor az $\frac{F(x)}{f(x)}$ az (1) alatt jellemzett függvényosztályba tartozik és az

$$\frac{F(x)}{f(x)} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots$$

hatványsorból az $f(x) = 0$ egyenletnek absolut értékére nézve legkisebb gyökét nyerjük. mert az előbbiek szerint, ha e gyök α_1 , lesz :*

$$\text{Lim.} \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} \right)_{n=\infty} = \alpha_1.$$

Ama föltétel, hogy az $f(x) = 0$ egyenletnek ne legyen két absolut értékére nézve egyenlő gyöke, nem szorítja meg az általánosságot; mert föltételezve, hogy az $f(x) = 0$ -nak nincsenek egyenlő gyökei, mely eset mindig mellőzhető, az

$$y = x + \delta$$

átalakítás mindig oly egyenlethez vezet, melynél a követelt tulajdonság meg van. Ha az egyenletnek két absolut értékére nézve egyenlő, conjugált complex gyöke volt, a δ képzetesnek választandó ugyan, de az i adjunkciója mellett még mindig raczionális lehet.

* V. ö. a *Műegyetemi Lapok* I. kötetében és a *Mathematische Annalen* IX. kötetében foglalt, e tárgyra vonatkozó értekezésemet.

A SÓSAVAS HYDROXYLAMIN ELŐÁLLÍTÁSÁRÓL.

LENGYEL BÉLA L. TAGTÓL.

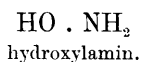
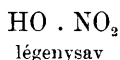
Vizsgálódásaim tárgyává a hydroxylamin azon vegyi átalakulásait tettem, melyek behatóbban még nincsenek tanulmányozva. Rendelkezésemre mintegy 60 gr. sósavas hydroxylamin állott, melyet néhány évvel ezelőtt magam állítottam elő a Lossen által fölfedezett eljárás * szerint. Akkor azt tapasztaltam, hogy ezen eljárás nem csak költséges, hanem egyszersmind fáradságos is. Ezen eljárás szerint tudvalevőleg először légeny-savas æthylt kell előállítani, ezt ónnal és sósavval redukálni, a folyadékból az ónt kénhydrogennel eltávolítani és a leszűrt oldatból a sósavas hydroxylamint bepárlás által leválasztani. A ki ezt megkíséرتette, az tudja, hogy ezen az úton csak egy fél kilogramm hydroxylaminsót is előállítani mennyi fáradsággal jár. Különösen az ónnak eltávolítása kénhydrogengázzal sok időt vesz igénybe és csak nehezen történik meg teljesen. Hát még a tömérdek ónkéneg szűrlése és kimosása! Ez valóban egyike a legkellemetlenebb műtételeknek és azonfelül sok veszteséggel jár, mert a csapadékból az aminsó nagyon nehezen mosható ki teljesen.

Az általam tervezett kísérletek megejtéséhez kevés volt az anyagom és így mindenekelőtt a sósavas hydroxylamin előállítására kelle gondolnom. Minthogy azonban a Lossen-féle eljárás a fönnebb kiemelt nehézségekkel jár, igyekeztem egy egyszerűbb és kevésbé költséges módot találni, mely alkalmas legyen a sósavas hydroxylamin nagyban való előállítására. Ily módot találtam is

* *Annal. d. Chem. und Pharm.* Suppl. VI.

és ezúttal legyen szabad a tek. Akadémiának kizárólag ezen előállítás módjáról előlegesen jelentést tennem.

Ha a légenysav és a hydroxylamin okszerű képletét egymással összehasonlítjuk, feltűnik, hogy mindegyiknek tömeocsében előfordul a hydroxylcsoport és a kettő közötti különbség abban áll, hogy a légenysavban az öt vegyértékű légenyvel még két parány oxygen, a hydroxylaminban pedig a három vegyértékű (?) légenyvel két parány hydrogen foglaltatik a tömeocsben :



Valószínűnek látszott tehát előttem, hogy a hydroxylamin nem csak a légenysavas æthylből, hanem akármely légenysavsóból, sőt magából légenysavból is képződhetik. A legelső ez irányban megejtett kísérlet igazolta gyanításomat. Ha hígított légenysavat szemcsézett ónnal hagyunk állani, akkor már néhány percz mulva kimutatható a hydroxylamin az oldatban. Még gyorsabban történik a redukczió, ha a légenysavhoz hígított sósavat keverünk. Ugyanez az eredmény, ha légenysav helyett légenysavas kaliumot vagy légenysavas ammoniumot használunk. Mindezen esetekben és valószínűleg sok más légenysavsó használatánál 5—10 percz lefolyása mulva a hydroxylamin jelenlétét ammoniával kevert kénsavas rézoldattal ki lehet mutatni; már ennyi idő mulva bőségesen válik ki a rézoxydulhydrát, ha az ammoniás rézoldatot a natriumhydroxyddal túltelített hydroxylamin-oldathoz öntjük. Hogy ezen redukcziót nem natriumhydroxyd fölöslegében feloldott ónoxydul hozza létre, bizonyítja az, hogy ha az ónt előbb az oldatból kénhydrogennel eltávolítjuk, a folyadék mégis megtartja redukáló hatását.

A hydroxylamin tehát igen könnyen képződik légenysavból vagy légenysavsókból, oly könnyen, hogy előadási kísérlet gyanánt mutatható be képződése; de a sóját az oldatból leválasztani, ez oly nehézségekbe ütközik, melyek teljesen magyarazzák, hogy a hydroxylamin ezen képződését eddig nem vette észre senki. A tankönyvekben és nagy kézi könyvekben az áll, hogy az ón a

légenysavat ammoniakká reducálja; de ez csak részben igaz: a légenysav nagyobb része hydroxylaminná változik és csak kis részéből lesz ammoniak. Ha azonban az oldatot bepároljuk, akkor csak az ammónsókat nyerjük meg, míg a hydroxylaminnak nyoma sincs a maradékban. Ez onnan van, hogy a folyadékban változatlanul maradó légenysav a bepárlás alkalmával a hydroxylamint elbontja. A légenysavas hydroxylamin t. i. a bepárlás alkalmával elbomlik, * míg ammónsók változatlanul maradnak. Ha tehát az oldatban légenysavsó és hydroxylaminsó van jelen, ezek cserebomlást szenvedvén, a képződött légenysavas hydroxylamin folytonosan bomlik. Ez azon körülmény, mely a hydroxylaminsót egyszerű bepárlás által megnyerni nem engedi.

Oly módot kerestem tehát, a mely által a folyadékból a légenysav eltávolítható legyen, a nélkül, hogy a hydroxylamin változást szenvedjen. Az erre irányozott sok megejtett kísérletet, melyek eredménytelenek voltak, nem írom le részletesen, csupán azt említem meg, hogy végre hosszas keresés után meggyőződtem arról, miszerint a légenysavat mint olyat, vagy mint légenysavsót a folyadékból leválasztani nem lehet, hanem azt magában a folyadékban kell fölbontani.

E célra igen alkalmasnak találtam a zinket, mely savanyú oldatban a hydroxylamint közönséges hőmérséknél nem bontja, ellenben a légenysavat ammoniakká redukálja.

Az eljárás következő: 100 gr. tiszta légenysavas kaliumot porrá törünk és egy tágasabb lombikban leöntjük 0,5 liter tömény (30%-os) sósavval. A keverékhez aprónként hozzáteszünk 200 gr. szemcsézett ónt. Az ónt aprónként kell a keverékbe tenni, mert az az ón behatása alatt nagyon megmelegszik és ezért gondoskodni kell arról is, hogy az egész lehűttséék, mert különben a hatás annyira hevessé válhatik, hogy allégenysav és légegenyéleg keletkezhetnek. Ezenkívül a keverék megmelegedésénél sok ammonia képződik, mi a további eljárásra igen hátrányos. A redukezio két óra alatt befejeződik s ekkor a folyadékot 9—10-szeresen hígítjuk vízzel és zinklemezt állítunk bele. A zink által kiválasztatik az ón, még pedig oly állapotban, minőben újabbi

* LOSSÉN u. o.

redukcióra igen alkalmas. — A zinklemezt addig hagyjuk hatni a folyadékra, míg abból nemcsak minden ón kivált, hanem míg a folyadék légeny-savreakciót (vasvitriollal és zinkkénsavval) nem mutat.

Ekkor a folyadékban a következő vegyületek vannak, ú. m. chlorkalium, chlorammonium, sósavas hydroxylamin és zinkchlorid és szabad sósav.

Az oldatot most szénsavas natronnal telítjük és belőle a zinket nem nagyon tömény szénsavas natriummal kiejtjük, a leszűrt oldatot sósavval ismét megsavanyítjuk és bepároljuk. A bepárlásnál sok chlornatrium és chlorkalium válik ki, melyről az oldatot leöntjük, a jegeczeket kevés vízzel lemoszuk és az anyalugot tovább pároljuk. A konyhasó és chlorkalium jelentékeny része ily módon elválasztható a hydroxylaminsótól, mely végre az anyalug utolsó részletéből, ha azt vízfürdőn elpárologtatjuk, chlornatriummal, salmiakkal és kevés zinkchloriddal együtt (a zink tudvalevőleg nem ejthető ki teljesen szénsavas natrium által) marad vissza. A maradékot borszeszszel vonjuk ki és az oldatból a borszeszt ledestilláljuk. Az így nyert sótömeg nem tiszta sósavas hydroxylamin: jelentékeny mennyiségű salmiak és kevés zinkchlorid van benne. A sótömeget kevés vízben oldjuk és a zinket belőle néhány buborek kénhydrogen által eltávolítjuk, a folyadékot megsűrjük, bepároljuk ez a maradékot borszeszből többször átjegecztjük.

Hogy az így nyert só valóban tiszta sósavas hydroxylamin, arról meggyőződtem a chlor meghatározása által. A sósavas hydroxylamin vegyalkatából a chlor mennyiségét számítva, az 53,3 százalékának adódik ki, míg én az általam előállított sóban kísérletileg 53,2 százalékát találtam.

A leírt eljárásnak vannak hátrányai, melyeket azonban reményelek kiküszöbölhetni. Legnagyobb hátránya az, hogy igen sok salmiak képződik, mitől a hydroxylaminsó elválasztása hosszadalmas művelet és sok veszteséggel jár. Erre nézve példaképen fölemlíthetem, hogy egy alkalommal a fönt megírt mennyiségekből ez eljárás szerint 47 gramm nyers sósavas hydroxylamint nyertem, mely azonban a sokszori átjegecztés által 9 grammra olvadt össze. Reményem van azonban, hogy az ammoniak illetőleg a salmiak képződését a fönt leírt redukció alkalmával elkerül-

hetem, vagy legalább a sósavas hydroxylamin leválasztására nézve ártatlanná tehetem. Ezen irányban most szándékom a kísérleteket megindítani, melyek eredményéről bátor leszek annak idejében előterjesztést tenni.

Egyelőre csak azt kívántam constatálni, hogy a légenysav és a légenysavsók ónnal és sósavval redukálva hydroxylamint és ammoniakot adnak. Téves tehát a tankönyvekben és kézi könyvekben olvasható nézet, mintha a redukció alkalmával csak ammoniak keletkeznék.



1882. DECZEMBER 11.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. B. EÖTVÖS LORÁND l. t. előterjeszti *«tanulmányait a folyadék-hártyák feszültségéről»*.

2. KÖNIG GYULA l. t. felolvassa BALLÓ MÁTYÁS l. t. *«A szénsav-hydrátról»* című közleményét.

(Lásd a 70. lapon.)

3. Dr. BORBÁS VINCZE mint vendég *«Floristikai közlemények»* cím alatt értekezik.

(Lásd a 81. lapon.)

A SZÉNSAVHYDRÁTRÓL.

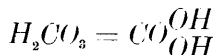
BALLO MÁTYÁS L. TAGTÓL.

Midőn a karbonátokat savakkal szétbontjuk, a szénsav nem válik ki hydrát alakjában, hanem csak mint anhydrid. A szénsavhydrát, mely ezen processus első pillanatában képződött, azonnal keletkezésekor vízre és anhydridra bomlik:

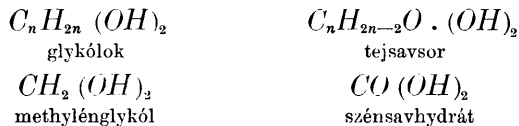


A szénsavhydrát bomlási képessége oly nagy, hogy ezen vegyület képződésére szükséges feltételek és körülmények kiderítése mai napig sem sikerült. A szénsavhydrát azért mindeddig ismeretlen maradt.

A szénsavas sók ismeretes összetételéből az foly, hogy a szénsav hydrátja



képlet szerint van összetéve. Az tehát a $C_n H_{2n} (OH)_2$ összetételű glykólokból eredő első savnak legelső tagját képezi:



a szerves vegyületek rendszerében az ő helyzete e szerint teljesen határozott. Már ezen oknál fogva is érdekes minden adat, mely ezen hypothetikus vegyület létét bizonyítani, vagy legalább is léte iránt támasztott kételyeket feloszlatni képes.

A főök azonban vegyerélytani viszonyokban fekszik. E tekintetben a szénsavhydrát azon hydrátokhoz tartozik, melyeknek léte első sorban a hőmérséklettől függ. A szénsavhydrát valószínűleg

csakis rendkívül alacsony hőmérsékleteknél fog létezhetni, s meg lehet, hogy az úgynevezett «szilárd szénsavban» szénsavhidrát is foglaltatik. A közönséges hőmérsékletnél a szénsavhidrid és a víz között a vegyvonzalom oly csekély, hogy e két test többé nem is vegyülhet egymással; ez okból a szénsavhidrát, — a kénes sav-, alchlóros sav-, salétromos savhidrát stb. módjára — kénytelen vízre és anhidridra szétbomlani.

Az ilyen vegyületek léte azonban nemcsak a hőmérsékleti viszonyoktól, hanem az úgynevezett tömeghatásoktól is függ, s jelen értekezésemnek egyik feladata, kimutatni, hogy a szénsavhidrát nagy tömegű víz jelenlétében még a közönséges hőmérsékletnél is létezhet.

A folyó, 1882. évi augusztus közepe táján, az új tulajdonos megbízásából, az Eperjes mellett fekvő szinnye-lipóczi ásványvíztelepet meglátogattam és a vizet vegyelemzés céljából személyesen merítettem.

E telepen jelenleg a felső kút, melynek vize kénhidrogénmentes, új, a legszigorúbb követelményeknek megfelelő módon cementbe van foglalva. Ezen forrás víztükrét, a folyton felszálló gázbuborékok következtében, nyugvásban nem láttam, és maga a víz is, szódavíz módjára pezseg, ámbár nem oly erősen. Ezt a vizet jelenleg «Salvátor» név alatt kaphatni a kereskedésben, és ez az a víz, melynek nagy szénsavtartalma és a benne foglalt szénsavnak különös viselkedése figyelmemet a szénsavhidrát léteré irányozta.

Míg a Salvátor-forrás hőmérséklete 12.7°C ., addig a mélyebben fekvő, erősen kénhidrogéntartalmú II. számú forrásnak hőmérséklete 16.5°C . A két forrásból kiömlő gázok összetétele elemzéseim szerint:

	Salvátor-forrás :	II. számú forrás :
szénsav	96.4 ⁰ / ₀	98.8 ⁰ / ₀
kénhidrogén	—	1.1 «
mocsárlég	nyom	nyom
oxigén	nyom	—
nitrogén	3.6 «	0.1 «
összesen	100.0 ⁰ / ₀	100.0 ⁰ / ₀

Mind a két forrásnak vizét első ízben MOLNÁR JÁNOS úr elemezte 1869-ben. Én magam csakis a Salvátor-forrás vizét elemeztem teljesen; ezen helyen azonban csak azon alkotórészeit említem meg, melyek a szénsavhydrát létre befolyást gyakorolnak.

Az összes szilárd alkotórészek egy literben: 2·326 gramm.

Ugyanannyi vízben:

szénsavas mész ($CaCO_3$) 1·0460 gramm

„ magnézia ($MgCO_3$)... .. 0·52764 „

„ nátron (Na_2CO_3)... .. 0·19267 „

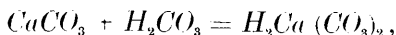
azonfelül szénsavas lithium, kénsavas káli és nátron, bórsavas nátron, klórnátrium, bróm- és jódnátrium, timföld és kovasav.

Az összes szénsav súlya: 4·00365 gramm, ebből 2·35571 gr. egészen szabad, a többi ($2 \times 0·82397$ gramm) pedig, az aljakhoz kötve, savas karbonátokat képezve.

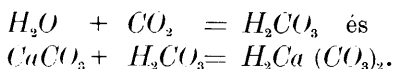
Ezen adatokból kitűnik, hogy a Salvátor-forrás vize — nem tekintve a benne előforduló ritkább alkotórészeket, — különösen a nagy szénsavtartalom által tűnik ki. Nyári hőmérsékletnél a palack kinyitásakor a víz erősen pezseg, 10—12 fokú hőmérsékletnél a pezsgés észrevehetően gyengébb, sőt alacsonyabb hőmérsékletnél az megszűnik teljesen. Ha ezt a vizet, a por ellen üveglappal leborított nyitott üvegben tartjuk, azt tapasztaljuk, hogy e vízből még néhány nap, sőt hét múlva sem válik ki több mészkarbonát, mint a mennyi finom kéreg alakjában a víz felszínén úszva maradhat. Ilyen viszonyok között e víz szénsavát és szénsavsóit (a mész- és magnéziumsót) hetek múlva sem veszti el teljesen. A víz bepárologatásánál nem egyszer azt tapasztaltam, hogy a csészében, a víz felszínén képződött kéreg, új víz hozzáöntésénél rögtön eltűnik, illetve az új víz szénsava által, daczára a magas hőmérsékletnek, felolvasztatott.

A leírt tünetmények oly meglepő hatással voltak reám, hogy rögtön azon meggyőződéshez jutottam, hogy a Salvátor-víznek szénsava, nem mint anhydrid, hanem mint hydrát van jelen. Általánosan ismeretes, hogy a vízben oldott szénsav az oldhatatlan szénsavsókat és más savaknak sóit bizonyos mértékben képes feloldani. Ezen tény magyarázatához a szénsavhydrát jelenlétének feltételezése nélkülözhetetlen; az azonban nem bizonyítja azon feltevést, hogy az oldatban a szénsavhydrát már mint ilyen

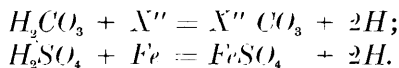
volt jelen, tehát hogy a vegyfolyam a következő egyenlet értelmében ment végbe :



e tünemény azzal a feltevéssel is magyarázható, hogy a szénsav az oldatban mint anhydrid volt jelen, de a vegyülést közvetlenül előző pillanatban a vízzel hydráttá egyesült :



Annak bebizonyítására, hogy az oldatban a szénsavhydrát mint ilyen fordul elő, döntőbb kísérletet nem ismerek, mint azt, mely kimutatja, hogy bizonyos fémek ez oldatban karbonátok képződése és hidrogén fejlesztése mellett felolvadnak épen úgy, mint például a vas a hígított kénsavban :



Miután ez irányban több nehéz fémmel, de nem elegendőleg kielégítő eredménnyel, kísérleteket tettem, a magnéziumra akadtam, melyről, mint könnyű fémről, várható volt, hogy a savakra kielégítően érzékeny hatással lesz, és a melyről ismeretes, hogy a vízre hidegben absolute nem hat; LIEBIG szerint a forró vizet sem bontja szét, Bussy szerint pedig csak csekély mérvben.

Midőn a Salvátor-vízbe magnéziumot tettem és azt ugyanoly vízzel telt hengerrel leborítottam, rögtön erős pezsgés állott elő, mely néhány pillanat múlva enyhült; most azonban a magnéziumszalag felszínén állandóan gáz fejlődött ki finom s nagyszámú bugyborékokban, azokhoz hasonlóknak, melyek a víz villanyos szétbontásánál a platinsarkokon képződnek. A gázfejlődés megszűnése után a hengerben meggyült gázt megvizsgálván, azt találtam, hogy nagyobb része szénsavból, kisebb része pedig *hydrogénből áll*.

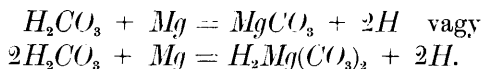
Egy további kísérletet megmértem magnéziumszalaggal tettem meg. A szalag 0.0248 grammot veszített súlyából, az egyidejűleg fejlődött és a szénsavból kálilug segítségével megfosztott, és 0°-ra és 760^m/_m-nyi légnyomásra redukált hydrogégáz térfogata 22.5 köbcentimetert tett ki, 23 köbcentimeter helyett.

Egy atómsúly magnézium e szerint *két* atómsúly hydrogént választott ki.

A nyert hydrogén csakis a vízben foglalt szénsavhydrátból származhatik, mert a Salvátor-vízben azonfelül más, a köz hőmérsékletnél a magnézium által szétbontható hydrogénvegyületek nem fordulnak elő, a benne talált savas karbonátoknak hatása pedig a szabad savhydrát hatásának felelne meg. Mindazonáltal ugyane kísérletet a kereskedésben előforduló szódavízzel, sőt a magam által *destillált vízből* készült szódavízzel ismételvén, teljesen ugyanoly eredményhez jutottam.

Midőn a szódavízet tágas edénybe és egy hengerbe öntöttem, s bevártam, míg a szénsavfejlődés lecsillapult, s midőn azután a hengerbe magnéziumtekercset tettem: rögtön erős, majdnem tiszta szénsavból álló gázfejlődés vette kezdetét, mely rövid idő múlva lecsillapulván, a majdnem tiszta hydrogén most lassan és nyugodtan vált ki s gyűlt össze szájával a tágas edényben levő víz alá borított hengerben.

Ezen reakció oly határozott jellegű, általa a hydrogén oly nagy mennyiségben nyerhető, hogy tovább kételkedni nem lehet, hogy az oldatban szénsavhydrátnak kell jelen lennie, a melyben magnézium a következő egyenletek egyike szerint feloldad:



A hydrogénfejlődés megszűnése után a szódavíz tiszta maradt, s csak idő múlva válik ki belőle egy test fehér pelyhekben. A reakció e szerint a második egyenlet értelmében foly le kezdetben; az azonban az első egyenlet értelmében is folyhat le, mert a magnézium nem csak a szabad savra, hanem annak savas sóira is hat, hydrogénfejlődése közben.

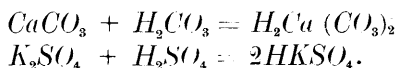
Feltűnő az erős gázfejlődés, mely rendszeren az első pillanatban beáll, midőn a kereskedelmi magnéziumot a savoldatba tesszük. Ezt a tünetényt azonban egyedül a fém felületén levő érdes rozsdarétegnek tulajdonítom; annak feloldása után a rohamos gázfejlődés lecsillapul.

A mint az ismeretes okoknál fogva az ammoniak vizes oldatában az ammoniumhydroxyd jelenlétét fel kell tételeznünk, épen

úgy a szénsav vizes oldatában a magnézium iránt tanúsított viselkedésből a szénsavhydrát léte kétségtelenné válik. Miként az ammóniumhydroxyd, épen úgy disszociál magas hőmérsékletnél a szénsavhydrát is, s ez oknál fogva ő sem választható ki az oldatból. Az oldható karbonátok savakkal való szétbontásánál első pillanatban hasonlóképen szénsavhydrát képződik, melynek nagyobb része rögtön, utolsó része azonban csak huzamos főzés után disszociálódik; így magyarázható azon általánosan ismeretes tény, hogy a karbonát oldatából a szénsav még erősebb savak jelenlétebe is csak huzamosabb forralás által hajtható ki teljesen.

Minél higítottabb a szénsavoldat, annál állandóbb a szénsavhydrát; minden természetes vízben, még a levegővel érintkezett destillált vízben is mutatható ki magnéziummal a szénsavhydrát jelenléte. Ezen reakció oly érzékeny, hogy Bussy fent említett állítását a víz szénsavtartalmára vezethetem vissza. Minél nagyobb víztömeggel érintkezik a szénsav, annál nagyobb a hydrátja, míg ellenben aránylag kisebb víztömeg jelenlétében a szénsavhydrát bizonyos része már a közönséges hőmérsékletnél is szétbomlik. Így a szénsavhydrát képződése, mint fent említém, a tömeghatások közé sorolható.

A természetes vizekben előforduló szénsavhydrát mindezek után ugyanoly módon hat a normál karbonátokra, mint például a kénsavhydrát a normál sulfátokra :



A szénsavhydrát léte még más, igen fontos gyakorlati irányban is befolyást gyakorolni van hivatva. Értem az ásványvizek kérdését.

Jelenleg az ásványvizek hatását nem is tulajdonítják többé a bennök nagyobb mennyiségben előforduló alkotórészeknek. Az ásványvizek elemzésénél mai nap főtekintettel vannak a ritkább alkotórészekre, mint lithium-, bór-, bróm-, jódra stb., mert ez alkotórészeknek különösen tulajdonítják az ásványvíz gyógyító hatását; pedig azok mennyisége néha valóban nem nagyobb egy homöopátiikus adagnál, míg például a tetemes mennyiségben jelen levő szénsavat tekintetre sem méltatják.

Nem lehet a feladatomban az ásványvizek egyes alkotórészeinek szervezetünkre gyakorolt hatásáról szólni, de el nem hallgathatom azt, hogy az ásványvizekben nagyobb mennyiségben előforduló alkotórészek hatásképességének megtagadása vagy figyelembe nem vétele bizonyos a szokásban gyökerező apáthián alapszik. Pedig az egészen tiszta, az úgynevezett destillált víz csak akkor válik élvezhetővé, hogy ha az szénsavat, szénsavas meszet és magnéziát, konyhasót stb. bizonyos mennyiségben feloldva tartalmaz: ekkor ivóvíznek mondjuk és csak ilyen állapotban használhatjuk azt ételmi szerül. Bizonyára a nevezett testek specifikus hatása szükséges, hogy élvezhetővé váljék a víz. Ilyen szempontból minden ivóvizet leggyengébb hatású ásványvíznek kellene tekintenünk. A nevezett testek mennyiségével növekszik természetesen azoknak hatása is: a víz ásványvízzé lesz.

A savak anhydridjai savas hatással nem bírván, nem lehet csodálkozni, hogy szakértői körökben az ásványvizekben néha tetemes mennyiségben előforduló szénsav nagyobb elismerésre nem juthatott, dacára annak, hogy a közönség e savat szódavíz, pezsgő és különösen sör alakjában régóta becsüli. Tudván azonban azt, hogy a szénsav a vízben mint hidrát fordul elő, mely hidrogénfejlődése mellett még bizonyos fémeket is képes oldani, nem lehet tagadni, hogy annak nagyobb szerepe jut szervezetünkkel szemközt, mint eddig sejtették.

A szénsavhidrát, könnyű szétbonthatása következtében, a gyengébb savakhoz tartozik; az azonban a savas tulajdonságait még az állandóbb savas sóiban is megtartja (l. lent), melyekből a magnéziumfém ép úgy fejleszt hidrogént, mint a szabad savból. És hogy ha végre megfontoljuk, hogy a szénsav a karbonátokkal pyro- és felsavas sókká vegyülve is fordulhat elő az ásványvizekben — akkor e tárgy további tanulmányozása physiologiai szempontból időszerűnek fog mutatkozni.

Oly ásványvizekben, melyekben a szénsav mellett oldható karbonátok is fordulnak elő, a felsavas és a pyroszénsavas sók jelenléte annál kevésbé tagadható, mert az utóbbiakkal analog összetételű ammóniumsók szilárd állapotban is ismeretesek, s mert a természetben a szénsav ily vizekben, mint a milyen a «Salvátor»-viz, a legkedvezőbb viszonyok mellett, t. i. elég magas nyomás,

idézett esetünkben aránylag alacsony hőfok (10°R .) és kétségkívül elég hosszú ideig hatolt a vízre és benne feloldott karbonátokra. Így átlátható, hogy az ilyenmű ásványvíz minőségére, a nevezett körülmények mértéke s egymáshoz való viszonya mérvadó. A szódavízben, a sörben és a pezsgő italokban előforduló szénsavhydrát pedig a karbonátok hiánya miatt, soha sem lesz oly mennyiségben s állandóan jelen, mint a nevezett ásványvizekben. A szódavízben foglalt szénsav, hydrattá való átalakulására nagyobb mérvben, azonfelül nem is volt rendszeren elég ideje s elegendően alacsony hőmérséklet hiányában alkalma sem.

A magnézium nem csak a szabad szénsavhydrátról, hanem a savas sóiból is fejleszt hydrogént. Hogy ha savas kálium- vagy savas nátrium-karbonátoldatba magnéziumot teszünk, akkor az, különösen melegben, erős hydrogénéjlődése közben felolvad.

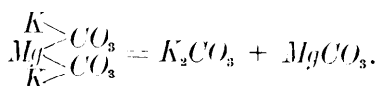
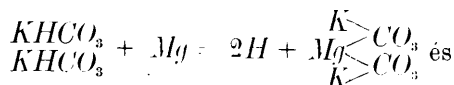
Midőn a magnéziumot hideg káliumbikarbonátban oldjuk fel, akkor hosszabb idő múlva jegeces test válik ki az oldatból, mely egy-kétszer hideg vízzel megmosva $MgCO_3 + 3H_2O$ képletnek megfelelő összetételt mutatott:

	elmélet :	találtatott :
MgO	28·99 ⁰ / ₁₀	28·74 ⁰ / ₁₀
CO_2	31·88 «	31·61 «
$3H_2O$	39·13 «	—

Ezen só e szerint a következő egyenlet szerint keletkezett:

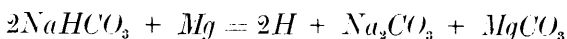


A használt káliumbikarbonát azonban még a melegben sem bomlik fel teljesen ezen egyenlet értelmében. A magnéziumkarbonáttól leszűrt folyadék bepárologatása után egy só jegecedett ki, melyben 46·53% K_2O -t és 1·7% MgO -t találtam, mely tehát nagyobbbrészt változatlan $KHC O_3$ -ból áll. E só magnéziumtartalma azonban azt bizonyítja, hogy a magnéziumkarbonát képződését közbeneső, talán $K_2Mg(CO_3)_2$ összetételű kettős só keletkezése megelőzi:



A szét nem bomlott káliumbikarbonát kijegezedése után hátramaradt anyalúg még hosszabb idő múlva sem szárad meg, jeléül annak, hogy abban a szabályszerű káliumkarbonát foglaltatik.

A nátriumbikarbonátra a magnézium hevesebben hat. Ezen só már hidegben is teljesen szétbontatik a



egyenlet értelmében. A kivált magnéziumsóban 28·55% MgO -t és egy más alkalommal előállítottban 29·33% MgO -t találtam. Az első 100°-nál két óra hosszat szárítva 11·8%-et, a másik ugyanoly viszonyok mellett 13·26%-et veszített súlyából. H. Rose szerint ezen (víz és szénsavból álló) veszteség a nevezett hőmérsékletnél 15·27%.

A magnéziumsótól leszűrt folyadék bepárolgatása után kijegezedett só nem egyéb, mint normál nátriumkarbonát. Abban kiszáritás után 59·68% Na_2O t találtam titrirozás által 58·49% helyett; a többlet onnét származik, mert ezen só is csekély mérvben magnéziumtartalmúnak mutatkozott.

A normál kálium- és nátriumkarbonátra a magnéziumfém nem hat. Rendelkezésemre álló, borkőből előállított káliumkarbonátnál azonban tapasztaltam, hogy oldatában a nevezett fém rövid ideig tartó, igen gyenge, azonban még határozottan észlelhető pezsgést okozott, mely kétségkívül a só csekély káliumbikarbonát tartalma következtében állott elő. Midőn a pezsgés megszűnése után egy csöpp bikarbonátoldatot öntöttem, az ismét rögtön jött létre s mondhatom, hogy a magnézium a legkényelmesebb s meglehetősen érzékeny kémlelőszer a kálium- s nátriumkarbonátban előforduló bikarbonát kimutatására. Az magától értetődik, hogy a bikarbonáttartalomra vizsgálandó só, kifőzés által szénsavától teljesen megfosztott vízben oldandó fel.

El nem mulaszthatom, hogy azon érdekes tapasztalásaimat fölemlítsem, melyekhez a vizsgálat folyamában jutottam, midőn a kálium- és nátriumkarbonátot magasabb hőmérsékletnél való szétbomlásuk tekintetéből megfigyeltem. Az oldatból kifejezedett, a közönséges hőmérsékletnél szárított, tehát nem egészen száraz káliumbikarbonát t. i. két óra hosszat szárítva 100°C. -nál $3\cdot 2\%$ -et veszített súlyából, míg a nátriumkarbonát ugyanily hőmérsékletnél már $19\text{—}20\%$ -et veszített.

A két só dissocziálására vonatkozó közelebbi adatokat a rendelkezésemre álló irodalomban nem találván, nem resteltem előlegesen egynehány erre vonatkozó adatot szerezni, s e végből két platincészében lemért két kereskedelmi sót egy és ugyanazon szárítóban hevítettem fokozódott hőmérsékletnél bizonyos ideig, időről-időre a súlyvesztességet meghatározva. Így a következő adatokat nyertem :

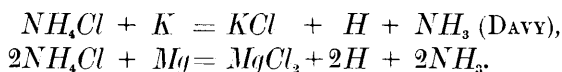
	100 s. r. kálium- karbonát veszített súlyából :	100 s. r. nátrium- karbonát veszített súlyából :
1. $97\text{—}99^{\circ}$ -nál $1\frac{1}{2}$ óra hosszat hevítve :	$0\cdot 439\%$	$19\cdot 091\%$
2. 110° " 1 " " " " " " " " "	$0\cdot 356$ "	$7\cdot 657$ "
3. 107° " $3\frac{1}{2}$ " " " " " " " " " "	$0\cdot 130$ "	$5\cdot 991$ "
4. 135° " 2 " " " " " " " " " "	$16\cdot 852$ "	$0\cdot 303$ "
5. 137° " 1 " " " " " " " " " "	$6\cdot 309$ "	$0\cdot 015$ "

A nátriumsó e szerint már 97° alatti hőmérsékletnél dissocziál gyorsan és nagy mértékben, a káliumsó pedig csak 110 és 135° között fekvő hőmérsékletnél.

A kálium- és nátriumvegyületek mindezek után abban is különböznek egymástól, hogy 1. a nátriumbikarbonát alacsonyabb hőmérsékletnél dissocziálódik mint a megfelelő káliumvegyület, és hogy 2. a nátriumbikarbonát magnézium által már hidegben is könnyen és teljesen szétbontatik magnéziumkarbonát képződése mellett normál nátriumkarbonátra, míg a káliumbikarbonáttal ez még magasabb hőmérsékletnél sem történik teljesen.

A magnéziumfémnek az ammóniumkarbonátra való hatását bővebben azért nem tanulmányoztam, mert a GMELIN chemiája, 6. kiadás, II. köt. 1. rész, 426. lapján azon megjegyzést találom, hogy WÖHLER szerint ezen fém az ammóniumkarbonát, valamint a szalmiak oldatában hidrogénfejlődése közben felolvad. Bővebb

felvilágosítást ezen reakzióról eddig sehol sem találtam. E tárgyról való ismereteknek jelen állásáról e szerint nem lévén e pillanatban kellően tájékozva, csak annyit jegyezek meg, hogy ismételvén a reakziót, azt tapasztaltam, hogy a magnézium a kereskedelmi ammóniumkarbonátban hidrogén fejlődése és oly csapadék képződése közben felolvad, mely valószínűleg magnéziumkarbonátból áll. Szalmiákkoldatban a fém hidrogénfejlődés közben felolvad és az oldat azután erős ammoniakszagot mutat, csapadék pedig természetesen nem keletkezik. Nincs kétség, hogy a magnézium ugyanoly hatású a szalmiak-*oldatra*, mint DAVY (GMELIN, I. köt. 2. rész, 568. oldal) szerint a kálium a *száraz* szalmiakra:



Végre még röviden megemlítem, hogy a magnézium nem csak a bikarbonátokra, hanem más, még a szerves savak savas sóira is, hidrogén fejlesztése közben hat. Így például meleg borkő-oldatban erős hidrogénfejlődést okoz. A szabad szerves savakból is hidrogént fejleszt, magnéziumsók képződése közben.

A kénessav nem ismeretes mint hidrat. Vízben való oldatában a magnézium rohamosan felolvad s hidrogént választ ki. Így alig van kétség, hogy más, szabad állapotban ismeretlen hidratok is léteznek az anhydridok oldatában, s hogy például a kénessav oldatában H_2SO_3 mint ilyen van jelen.

A magnézium érdekes hatását az itt megjelölt irányokban eddig bővebb tanulmányaim tárgyává nem tehettem.

FLORISTIKAI KÖZLEMENYEK.

Dr. BORBÁS VINCZÉ-ről.

I.

Monarchiánk néhány új növénye.

Monarchiánkról ugyan még nincs a tudomány mai kívánatainak megfelelő flóránk, de azért egyes speciális vagy localis florák meglehetősen kitüntetik ennek vegetatióját. Egyes kisebb ismeretlenebb területeit nem tekintve, főleg Erdélyország, továbbá Horvátország alhavasai meg Dalmátország nyújt még meglepő újságokat avagy ritkaságokat s előadó is ily néhányat bátorkodik ez alkalommal a m. tud. akademiának bemutatni; nem számítva itt fel azokat, a melyeket «Floræ Fluminensis et Croatiae pars prima» című, a m. tud. akademiának benyújtott kéziratomban kitüntettem.

Ilyen 1. az *Arenaria rotundifolia* MB., melyet 1878 július 15-én az erdélyi Királykö csúcsának füves legelőin találtam. Kitűnő typos, melynek helyességét levélben dr. KERNER ANTAL tanár is megerősítette. Az erdélyi példányok jobban megfelelnek M. BIEBERSTEIN leírásának, mint a balkánfélszigeti *A. rotundifolia*, melyet a magyar nemzeti muzeum gyűjteményében láttam. Az egész utamban, melyet Erdélyben 1878 július havában a m. tud. akademia kegyes támogatása mellett tettem, egyik helyről a másikra úzótt az eső, de egyes, már a m. tud. akademia math. és term. tud. «Értekezés»-eiben és «Közlemény»-eiben megjelent adataim mellett e növény igazi jutalma fáradságomnak a «Berkenyéinkről» szóló cikkemben kimagyarázott *Sorbus semipinnata-val* együtt. Az *A. rotundifolia* igénytelen kis növény, de nevezetes ritkasága ez a herbariumoknak s Európa flórájának is.

2. *Luzula Graeca* Kunth Bitoraj, Rajnác tetőkön, Tirolban is.

3. *Allium Coppoleri* Tin Vinodol!! (Pola m. is).

4. *Orchis Morio* L. var. *Caucasica* C. Koch Plaviševica m.

5. A *Cuscuta calliopes* Heldr. et Sart. és a *C. albát* Presl, e két élősködő pusztítót litoralis flóránkban találtam; amaz ritkább s a Plitvicai tavaknál *Gentiana asclepiadeán* él, a Rečina völgyében pedig *Serratula tinctorián*, *Achillea Millefoliumon*, *Ononis procurrens* var. *litoralison* Borb., *Lathyrus pratensis* és gramineákon.

6. A *C. alba* a Rečina-völgyében *Satureja montanán*, a buccarii állomásnál *Astragalus Müllerin*, Veglia szigetén *Trifolium pallidum*-on stb. él, s itt úgy látszik a *C. Epithymumot* helyettesíti.

7. *Senecio alpestris* var. *Ovirensis* Koch a Risnyák és Schneznik horvát havasok környékén.

8. *Campanula Velebetica* m. a *C. rotundifolia* és *C. coespitosa* közt ingadozó, kisvirágú, rövid kehelysallangú alak, mely az előbbihez jobban húz, s a Velebit tetőin nem ritkaság.

9. *Crepis foetida* L. var. *glandulosa* Guss. Fiume és Cerkvenica körül mezőkön. Azért említem itt fel, mert rendszeren a *Cr. rhoeadifoliát* tartották *Cr. foetidának*, utóbb azonban kiderült, hogy Csehországban, Alsó-Ausztriában se nő a *Cr. foetida*. Hazánk continentalis részéből nincs példányom; FREYN említi Pola vidékéről.

Horvátország- és Dalmátiába ez idén nem juthattam, de két fiatal botanikus valóban meglepő s a monarchiára nézve új adatot közölt velem. Ez urak UNTCHJ KÁROLY, volt assistens a fiumei tengerészeti akademiánál, a másik HIRC DRAGUTIN, buccarii tanító.

Nem akarom itt mind azon aprólékos adatokat előszámlálni, melyekkel ezek az urak tengerparti flóránkat gazdagították, csupán csak néhány olyat mutatok be, mely hozzám vagy determinálatlanul vagy hibás néven jött; melyeket tehát az én tanulmányaim derítettek fel, mint olyakat, melyek monarchiánk flórájára is egészen újak. Engedje meg azért a tekintetes akademia, hogy e kevés újságot legelőször itt bemutathassam.

Ilyenek:

1. *Asplenium Petrarcae* (Guérin sub *Polypodio* 1804, Descr.

Vaucl. ed. I. p. 124) D. C. et LAMARCK Fl. franc. VI. 238 (MILDE Filic. Europ. et Atlant. p. 67!) hazája Gallia, Hispania, Olaszország déli része, Hibernia, Algeria; tovább Kelet felé a mediterrán Flórából idáig nem ismerték; de terem a magyar tengerparti (litoralis) Flórában is, Buccari mellett, Turcsina nevű sziklákon.

A növényt itt HIRC találta, s hozzám hibásan «*A. marinum* L.» név alatt küldötte. Emez már terem az ioni szigeteken, s általában több felé nő, mint az *A. Petrarchae*, flóránkból azonban ez is ismeretlen. Én azonban a beküldött növényen sűrű glandulairól hamar felismertem, hogy itt nem az *A. marinummal*, hanem az *A. Petrarchae*-val van dolgunk.

Az *A. Petrarchae*, kivált a buccarii szélesebb lombú példány látásán, nem is jut az *A. Trichomanes* eszünkbe, melylyel az *A. Petrarchae*-t egyesíteni, vagy neki alfaj gyanánt alárendelni szokták, azért MILDE idézett munkájában a faji rang méltán megilleti. Gyűjteményemben van az *A. Petrarchae* Nizza és Monaco körül, Ronda (Hisp. austr.) és Toulon vidékéről, ezek a mienknél keskenyebb lombúak.

Kitüntetik s az *A. Trichomanes*-től megkülönböztetik az *A. Petrarchae*-t glandulái, melyek a lombot, a lomb nyelét és be nem szegett (exalata rachis) gerinczét meglehetősen sűrűen ellepik; levélkéi kerületben szélesen elliptikusak, majdnem a közepéig szárnyasan hasgatottak, a tövén ferdén csonkítottak, nagyságukra nézve két akkorák, mint az *A. Trichomanes*-éi. Az ezeret a lomb alsó színén előtűnő «nervus infimus quater, superiores bis furcati, demum simplices» MILDE l. c. — A sorusok a haraszt mellékereit követik, de közel a főer mellett maradnak, ezért eleinte a levélkék szélének nagyobb része pusztá, sporangiumtalan (marginis asorei) «sori totius segmenti 5—9, primum a margine remoti». A kisebb lombocskákat jobban elborítják a spóra-csoportok.

Példányaink a spanyol és francia példányoktól csak a nagyobb lombocskákat által térnek el, tehát szembetűnőbben is hasgatottak, mint az utóbbiak.

2. *Hyacinthus Orientalis* L. var. *brachypodus* Borb. Buccari m. szőlők közt, füves és művelt helyeken (HIRC) a typustól rövid, csak $2\frac{m}{m}$ hosszú virágnyele s még felével rövidebb (szélesebb mint

hosszabb) bracteái, kisebb virágai által tér el, valamint corollájának rövidebb és hátra nem görbülő sallangjai által is.

3. *Tulipa hexagonata* Borb. v. *T. praecox* var. *hexagonata* vel *obtusiflora* Borb. Buccari m. köves, agyagos helyeken a Klančinatető alatt. Litoralis flóránkban a *T. Grisebachii*-n. Pant. kívül második tulipán, mely a *T. praecox*-tól főképen hosszszögletű fekete foltja, s tompa perigonlevelei által tér el. A *T. oculus solis*-hoz, a mely név alatt HIRC közölte, nem is hasonlítható kétszer szélesebb és tompa szirmánál fogva.

4. *Crocus lineatus* var. *Weldenii* Maw. Buccari körül.

5. *Centaurea* a «*Cylindraceae* Boiss.» csoportból, mely Fiume flórájában úgy hiszem jövevény, mint a *C. diffusa* Lam. Triest körül. E csoport Keletet és a Spanyol félszigetet jellemzi és BOISSIER «*Flora Orientalis*»-a szerint a mienk leginkább a *C. virgátá*-val egyezik, de a mienk ágai levelesek, nem pikkelyesek, azért var. *phylloclada* név alatt küldtem vissza UNTCHJ-nak, ki azt velem közölte. Két helyen nő, Zakalj felé és a triesti útnál.

6. *Trifolium supinum*ot Savi találta UNTCHJ a fiumei torpedogyár körül s e területnek új polgára.

II.

Berkenyéinkről.

Sorbusaink (berkenye) közül a *S. domestica* (fojtós b.) gyümölcsfa, a többi faj pedig erdeinknek valóságos díszje. A lisztes b. (*S. Aria*) alacsonyabban fekvő erdeinkben szép ezüstös színű leveleivel emeli a zöld erdők tisztásainak érdekességét, őszkor szép piros almáskáival eleveníti fel a már már haldokló természetet.

De maradandó azon kedves látvány emléke is, melyet a magasabban fekvő erdőkből magunkkal hozunk, hol ismét a szárnyas lombú *S. aucuparia*, a piros berkenye, szövetkezik a piros gyümölcsű fürtös bodzával meg a málnaszederrel és töménytelen piros gyümölcsükkel meg szárnyalt lombjukkal a jegenyefenyő (*Abies excelsa*) sötétzöld övében e komor és nem díszített fák közt részben pótolják az erdőknek itt hiányzó tarkaságát s megelevenítik azon egyhangúságot és egyszínűséget a mely különben ez övben uralkodnék.

Sajátságos, nem elég bámulatra méltó az, mint válogatja össze a természet bizonyos termő helyeken a növényzet alkotó részeit, hogy az ugyan olyan külsejű tagok, mint e három szárnyas lombú, és piros gyümölcsű bokor vagy fácska is, hasonló szerveik által előtünőbb vonást alkothassanak a vegetatio tájképén. Hárman együttvéve jobban hatnak, mint egyikök egyedül.

Azonban *Sorbusaink* tudományos tekintetben is nevezeteseek. Hazánk Európa délibb részének már azon enyhébb éghajlatú vidékébe esik bele, a hol az Éjszakon változatlan növények, köztök a fák és bokrok is, tagosulni kezdenek, egyenlő értékű fajokra vagy alfajokra szakadnak stb.

Ez a mi *Sorbusainkon* is igen világos.

A *Sorbus aucuparia*, *S. Aria* és *S. torminalis* elismert fajok úgy tünnek fel a többi alak között, mint a *Sorbus*-nemnek három végső ága vagy utolsó láncszeme, mely azonban számos közbe eső láncszem által egymással szorosan összefűződik. Formáinkat, melyek e három faj közé esnek, egymásután sorba állítva, a lánczolat folytonos, míg a hűvösebb éghajlatú tartományokban csak egyes formák élvén, az összefűző láncszemek ott hiányozván, az ott termő fajok látszólag merevebben válnak szét egymástól, ott faji önállásuk is kétségtelenebb.

A *S. aucuparia*-tól, melynek a selmeczi Szitnán s Medáknál a Velebiten a var. *alpestris* Wimm. alfaja is nő, a *S. Fennica* (KALM) (*S. hybrida* L.) vezet a *S. Aria* felé, a *S. Aria*-tól pedig a *S. Scandica* Fr. meg a *S. intermedia* Schult. (nem Ehrh.) közeledik a *S. Fennica*, s ezen át a *S. aucuparia* felé. Magát a *S. fennica*-t typicus alakjában hazánkban még nem gyűjtöttem, de testvére a tordai Hegyhasadék sziklái tetején bőven nő. Levelei itt igen változnak, s majd a *S. aucuparia*-éhoz, majd meg a *S. Ariáé*-hoz közelednek.

A tordai *S. semipinnata*-nál *Borb.* a levelek mellékere kevesebb (7—8) mint a *S. Fennica*-nál, tehát egymástól távolabb esik, levelei továbbá kétszer nagyobbak és szélesebbek, mint a *S. Fennica*-nál, széles tojásdadok, sallangjai hosszasak, fűrészelték, nem egészen épek és csak a csúcson fűrészelték, nem hosszaslándzsásak mint a *S. Fennica*-nál. Gyümölese is nagyobb.

A *S. semipinnata* legelső pár levélsallangja különválnak a

levél felső részétől, vagy a levél alja szárnyasan hasadt vagy így karélyos stb. erre vonatkozik a neve. A levél a közepe táján a leg szélesebb, egész 9—11 $\frac{1}{m}$ hosszú, a felső színe kopasz, az alsó szín molyha ziláltabb, lazább, nem oly odasímuló, mint a *S. Fennicae*, szürkésfehér.

A *S. latifoliá*-val Pers. össze nem téveszthető, mert emennek a levele csak karélyos s a karélyok alakjában könnyen felismerhető a *S. torminalis*-sal való rokonság, a *S. semipinnatá*-éban pedig a *S. aucuparia* rokonsága nyilatkozik. Az arnstadti *S. latifoliá*-nak a levelei is kisebbek, karélyai háromszögletűek, kihegyesedők és élesen füreszeltek. Az utóbbi a *S. Aria* és *torminalis* összekötő kapasa.

Másik lánczszem a *S. aucuparia* és *S. Aria* között a *S. Scandica* és *S. intermedia* Schult. Emez a körmöczi Dürrenstein hegyen meg a Velebit Szladikovác és Laginác tetőin egymagában más *Sorbus* nélkül nő, továbbá a Kis-Szamar és Virocica hegyeken, valamint Medák körül is. E két növényt bajos elválasztani s úgy hiszem klimai hasonlattal van itt dolgunk, vagyis oly alakokkal, melyek a *S. Ariá*-ból a magasabb régiókban az életkörülményekhez való alkalmazkodás közben támadtak Scandináviában meg hazánk enyhébb éghajlata alatt. Szülő anyjukkal a *S. Ariá*-val szemben helyi hasonlatok ugyanazon vidék különböző magasságában a tenger színe fölött.

S. intermediá-im Schult., melyek az osztrák schneebergi példányokkal megegyeznek, eltérnek a *S. Scandicá*-tól nagyobb, szélestojásdad vagy szélestojásdadkerek leveleik által, melyek a *S. Scandicá*-nál hosszas tojásdadok. A levélkarélyok nagysága mind a kettőnél körülbelül egyenlő nagy; de a *S. intermedia* leveleinek nagysága és szélessége mellett a levélkarélyai aránylag kisebbek, a szélesebb levélben a metszetek nem hatnak oly mélyre, mint a *S. Scandicá*-nál. A levélkarélyok a *S. intermediá*-nál alapjoktól kezdve fűreszeltek, tehát általában jobban fűreszeltek, mint a *S. Scandicá*-nál, melynél a karélyok inkább csak a csúcson fűreszeltek. Amott a levél alsó része is fehérebb. A *S. intermedia* gyümölcse nem nagyobb, mint a *S. Ariá*-é, a *S. Scandicá*-é nagyobb.

A *S. intermedia* már hasonlóbb a *S. Ariá*-hoz, mint a *S. aucuparia*-hoz. Innen tovább a *S. Ariá* var. *semiincisa* vezet egy-

részt a *S. Aria* kisebb fogú alakjaihoz, de karélykáinak alakja- és fogazatáról másrészt a *S. Aria* var. *semüncisa* a *S. torminalis* felé is húz.

Az utóbbi litoralis flóránkban arról nevezetes, hogy levelei merevebbek, levetlenebbek, általában egész külseje a *Semper-virens* lombokra emlékeztet, tehát a *Sycomorus* alakhoz közeledik.

III.

Hazánk Characeái.

Hazánk eme kriptogám csoportjából összeállított szerző 8 Chara-fajt, egy Polypellát és 6 Nitellát.

Nevezetesebb 1. a *Chara crinita* Wallr. tavakban Tape falu m., melyet itt J. PORUTIUS gyűjtött. A mi példányaink természetben eltérnek a skandináviai példányoktól. Ezek t. i. aprók, zömök természetűek, a szár czikkei rövidebbek, ennek következtében a rövid levelek is közel esnek egymáshoz, sűrűen állanak; a mienk czikkjei jóval megnyultabbak, a levelek kétszer hosszabbak, a levelek örvei távolabb esnek egymástól, a mi hihetőleg a szelidebb éghajlattól ered. A mienk ♀. Ez alakot jogosabban meg lehet különböztetni var. *Hungarica* név alatt, mint sok ismert Chara-alakot. E növényt Nyman «Sylloge»-ja általánosságban említi a hazából.

2. *Nitella opaca* Ag. var. *incrassata* m. a Plitvicai tavaknál a patakocskák vizében.

IV.

«Exiguitas florae Bosniacae addenda»

czím alatt szerző az *Orchis maculatá*-t (Petrićevae), *Crocus vernus* Wulf (non All.) (Dragocsa patak mentén Garagács vidékén), *Viola scotophylla* Jord. (Bányaluka) s a *Scolopendrium vulgare*-nak var. *platypteron* Borb. alakját mutatja be (Bányaluka), melynél a lomb $7\frac{1}{m}$ széles, tehát csaknem kétszer szélesebb, mint a typusnál, ezeken kívül más aprólékos adatokat, melyeket Boszniában PORUTIUS ROMULUS orvos gyűjtött.

A *Crocus vernus*-hoz tartozik hihetőleg a *Cr. Banaticus* Autor. *Bosn.*, saltem pro parte (non *Heuffl.*), melyet szerző Serejevo mellől is látott. A szírom sallangjának hosszúsága 25—40^{mm} közt változik, azért a *Cr. vernus* *Wulf* körében, a *Cr. albiflorus* *Kit.* kizárásával is lehet még *eumicranthus* és *eumacranthus* alakokat megkülönböztetni.

1883 JANUÁR 22.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. FRÖHLICH IZOR I. t. bemutatja «*Az elektromos abszolút ellenállás-egységnek dynamometrikus úton való meghatározásáról*» szóló értekezését.

(Lásd a 92. lapon.)

2. HORVÁTH GÉZA I. t. bemutatja «*Az Eremocoris-fajok magánrajza*» című értekezését, melynek rövid kivonata a következő:

A FIEBER által 1861-ben felállított Eremocoris-nem a fél-szárnyu rovarok rendjének Lygæida-családjához tartozik s ott a Myodochina-alcsaládnak Drymaria-csoportjában foglal helyet. E csoportban rokonság tekintetében legközelebb áll a *Scoloposthus Fieb.* nemhez, melytől főleg hosszabb és elől hegyesebb feje s a fej végén több mint felényivel túlnyúló első csápizüléke által különbözik.

Az Eremocoris-nemhez tartozó fajok külsőleg annyira hasonlítanak egymáshoz, hogy első tekintetre vajmi nehezen lehet azokat pontosan felismerni; az egyes fajok e miatt a legtöbb gyűjteményben hibásan vannak elnevezve és többnyire össze-zavarva. Egy és ugyanazon fajnak példányainál színre, alakra és nagyságra nézve mindenféle változatok és átmenetek fordulhatnak elő s oly bélyegek, melyeket más rovaroknál, sőt még a legközelebbi rokon csoportoknál is méltán specifikusoknak szoktunk tekinteni, ezeknél éppen nem bizonyulnak állandóaknak. Előadó e czélból tüzetes vizsgálat alá vett több száz példányt, melyet részint sajátkezűleg gyűjtött, részint másoktól, a nevezetesebb

külföldi muzeumok- és szakférfiaktól kapott. E gazdag készletnek áttanulmányozása után arra az eredményre jutott, hogy az *Eremocoris*-fajoknál a középmell, a mellső czombok s a hátulsó lábszárak és tarsusok oly jó és állandó jellegeket mutatnak, a melyeknek segítségével az egyes fajok egymástól a legpontosabban és legbiztosabban megkülönböztethetők.

Emez új és eddig teljesen figyelmen kívül hagyott jellegek alapján előadó a következő *Eremocoris*-fajokat és válfajokat volt képes szabatosan körvonalozni és biztosan megállapítani:

1. *plebejus* Fall. Éjszak- és Közép-Európából.
var. gibbicollis Horr. Kis-Ázsia és Franciaország.
var. caucasicus Horr. Kaukazus.
2. *podagricus* Fabr. Közép- és Dél-Európa.
var. alpinus Garb. Közép-Európa.
3. *fraternus* Horr. Kaukazus.
var. longirostris Horr. Kaukazus.
4. *maderensis* Woll. Madeira.
5. *ferus* Say. Éjszak-Amerika.
6. *erraticus* Fabr. Európa, Kaukazus, Nyugat-Szibéria.
7. *fenestratus* H.-Sch. Közép- és Dél-Európa, Algir.

Van ezeken kívül még egy Keleti-Szibériából leírt faj (*angusticollis* Jakowl.) is; de előadó ezt közelebbről meg nem vizsgálhatta s e miatt arról bővebben nem is nyilatkozhatott.

A mennyiben a systematikus állattannak végcélja nem lehet más, mint a rendszernek oly módon való kiépítése, hogy az a szerves lények phylogenetikus családfájának lehetően megfeleljen, előadó igyekezett a kimerítően tárgyalt rovarfajok kölcsönös rokonsági viszonyaira nézve is némi tájékozást szerezni. Ennek nyomán valószínűnek tartja, hogy az *Eremocoris fraternus* elszigetelés útján az *E. podagricus*-nak valamely geographiai varietásából vált ki. Hasonló módon keletkezhetett az *E. erraticus*-ból Madeira szigetén az *E. maderensis*. Az *E. plebejus* ez idő szerint valamennyi faj között a legnagyobb változékonyságot mutatja; és előrelátható, hogy annak kaukazusi válfaja (*var. caucasicus*) idővel egészen önálló faj gyanánt fog különválni. Az amerikai *E. ferus* rokonsági viszonyai még homályosak s azoknak felderítéséhez okvetetlenül szükséges volna nem csak az éjszak-amerikai

fauna tüzetesebb átkutatása, hanem a kelet-szibériai rejtélyes *E. angusticollis* behatóbb ismerete is. Az *E. fenestratus* valamennyi többi fajtól aránylag legtávolabb áll s a közös törzsből bizonyára legkorábban vált ki.

3. HORVÁTH GÉZA I. t. előterjeszti Dr. TÖMÖSVÁRY ÖDÖN-nek «*A scutigera-félék légzőszervéről*» című közleményét.

(Lásd a 148. lapon.)

4. SCHENZL GUIDÓ I. t. fölolvassa BRAUN KÁROLY, S. J. «*Új contact-készülék óránál*» című közleményét.

(Lásd a 154. lapon.)

5. KONKOLY MIKLÓS I. t. értekezik «*az ó-gyallai csillagdán 1882-ben történt megfigyelésekről*».

(Kivonatban a 160. lapon.)

AZ ELEKTROMOS ABSOLUT ELLENÁLLÁS-EGYSÉGNEK DYNAMOMETRIKUS ÚTON VALÓ MEGHATÁROZÁSÁRÓL.

FRÖHLICH IZOR L. TAGTÓL.

A TARTALOM ÁTTEKINTÉSE.

I. Az absolut ellenállás-egység definiálása az elektromos indukció alapján. — II. Az eddigi módszerek a galvanometrikus hatáson alapszanak, a dynamometrikus hatás bevezetése. — III. Lineár vezetőkben indukált elektromos áramok elmélete. — IV. A dynamometrikus hatás együtthatóinak számítása; egyszerű kombináció. — V. A dynamometer lengő részének mozgása; indukció-lökés. — VI. Legegyszerűbb módszer; a multiplikáció módszer alkalmazása a csillapítás befolyása alatt. — VII. Másnemű kombinációk, midőn a két vezető egyenlő ellenállású; gyorsan egymásra következő indukció-lökések. — VIII. Az indukció egyenleteinek teljes megoldása. — IX. Az M és $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ számítása véges keresztmetszetű, párhuzamos és koaxialis két tekercsre nézve. — X. Előleges tájékoztató kísérletek.

A módszerek, melyek eddig az absolut ellenállás-egység kísérleti meghatározására szolgáltak és melyek tapasztalat szerint helyeseknek, hasznavehetőknak és pontosaknak váltak be, majdnem kivétel nélkül az elektromos indukció jelenségein alapúlnak.

Közelebbről pedig az indukált áram *galvanometrikus* hatása szolgált a mérés kiinduló pontja gyanánt.

Jelen dolgozatban oly módszerek elmélete adatik, melyekben az indukáló és az indukált áram *dynamometrikus* hatása képezi a mérés kiinduló pontját. Az eljárás különösen egyszerű lesz, midőn az indukció-apparatus egyszersmind maga a dynamometer.

A közlemény végén fölemlített előleges kísérletek kimutatták, hogy ezen módszerek alkalmazásánál a dynamometer mozogható részének kitérései pontos mérések eszközölhetésére elég nagyok.

A dolgozat elméleti kikerekítése, valamint zavaró utánakérésék kikerülése céljából néhány ismert tapasztalatot és tételt kellett fölvennem. Ezeket a dolgozat eredeti részével egy összefüggő egészszé olvasztani törekedtem.

I.

Az elektromos absolut ellenállás-egységnek definiálása az elektromos indukció alapján.

1. §. *Az indukció állandója és az ellenállás-egység.* Az elektromos (akár Volta-, akár elektromágneses-) indukció következtében föllépő elektromotív erő különböző módon nyilvánulhat, azon testek magaviselete szerint, a melyekben működik.

a) Midőn a test nem vezet, az elektromotív erő benne diielektromos polározást létesít, egy elektromos állapotot, mely a mágneses indukcióhoz legnagyobb mértékben analog.

b) Midőn a test véges kiterjedésű, nem zárt vezető, az elektromotív erő ennek végein szabad elektromosságot halmoz fel, s ha ezen erő az időben változó: *nem zárt* elektromos áramlásokat idéz elő.

c) Elvégre, midőn a test zárt vezeték: az elektromotív erő benne *zárt* elektromos áramot létesít.

A felhozott jelenségek mindegyike szolgálhat kiinduló pont gyanánt az azt létesítő elektromotív erő számbeli értékének meghatározására.

Ámde, a diielektromos polározás meglehetősen bonyolult és számos, előttünk még nagyobbára ismeretlen tényezőtől függő jelenség, melyet mostanáig — alkalmas módszerek hiányában — nem vagyunk képesek szigorú mérésnek alávetni; hasonló nehézségekbe ütközik a felhalmozott szabad, statikai elektromosság pontos elektrometrikus mérése; elvégre a *nem zárt* elektromos áramlások jelenségeit szintén csak csekély mértékben ismerjük.

Az elektromotív erő ezen nyilvánuló módjait e szerint semmi esetre nem alkalmazhatni oly vizsgálatnál, melynek célja ezen erőnek $\frac{1}{1000}$ -nyi pontossággal való meghatározása.

Ily pontos mérések megejthetésére csak a létesített indukált áramok maradnak rendelkezésre. Ezek egyszersmind alkalmas eszközt szolgáltatnak az abszolút ellenállás-egység meghatározására.

Tapasztalat szerint ugyanis valamely zárt vezetékben indukált \mathfrak{E} elektromotív erő kifejezhető

$$\mathfrak{E} = C \frac{dp}{dt} \dots \dots \dots 1)$$

egyenlet által, hol p egy később említendő ismert függvény, $12)$ egyenlet, és C az indukció állandója.

Ezen \mathfrak{E} elektromotív erő a w ellenállású zárt vezetékben elektromos áramot létesít, melynek intenzitása

$$i = \frac{\mathfrak{E}}{w} = C \cdot \frac{dp}{w dt} \dots \dots \dots 2)$$

A megmért áramintenzitás és a $\frac{dp}{dt}$ ismert mennyiségből a $\frac{w}{C}$ viszony értéke következik. Ezen viszonyban w és C értékei még tetszőlegesek.

Midőn most abban állapotunk meg, hogy az indukció C együtthatója egység gyanánt vétessék, akkor az elektromotív erő $\mathfrak{E} = \frac{dp}{dt}$ és a w ellenállás teljesen meghatározatik az i és $\frac{dp}{dt}$ mennyiségek által. *Az ily módon meghatározott w -t a vezető elektromos abszolút ellenállásának nevezzük.*

Midőn valamely zárt vezetékben az elektromotív erő egysége $\left(\frac{dp}{dt} = 1\right)$ indukáltatik és e vezetékben oly elektromos áramot létesít, melynek intenzitása az egység, akkor ezen vezeték ellenállása az abszolút elektromos ellenállás-egységgel egyenlő.

II.

Az ellenállás-egység eddigi meghatározása a galvanometrikus hatás alapján; a dynamometrikus hatás bevezetése.

2. §. *Galvanometrikus hatás.* Sajátságos, hogy az eddig meg-
ejtett és az absolut ellenállás meghatározását czélzó vizsgálatok
mindegyikénél az indukált áram galvanometrikus hatása szolgált
a mérés kiinduló pontja gyanánt; ugyanis:

a) KIRCHHOFF* egy álló és egy gyorsan eltávolítható teker-
cset használt; az utóbbi galvanometerrel állott összeköttetésben.
Az álló tekercsen át állandó áramot bocsátott, azután a második
tekercs gyorsan nagyobb távolságba lett elmozdítva, s a benne
keletkezett indukált áram galvanometrikus hatása megfigyelve.

aa) ROWLAND** vizsgálatánál mindkét tekercs álló volt s az
egyikben az állandó áram hirtelen átfordított. A másik tekercs-
ben indukált áram mint a) alatt lett megfigyelve.

b) W. WEBER*** egy nagy tekercset (földinduktort) a földmág-
nesség terében tengelye körül gyorsan 180° -al átfordítva, a benne
indukált áramot közelítőleg astatikus galvanometerével mérte.

c) W. WEBER† egy tekercsben függő mágnes lengéseit figyelet
meg, midőn α) a tekercs végei nem érintkeztek, β) midőn a tekercs
zárt vezetőket alkotott. Az utóbbi esetben a lengő mágnes indukált
áramot létesített a vezetékben, mely a mágnesre galvanometriku-
san hatott vissza és mozgását érzékenyen csillapította.

d) A *British Association* elektromos bizottsága†† egy nagy
vertikális tekercs belsejébe kis mágneszt függesztett s azután a
tekercset vertikális tengelye körül nagy sebességgel forgatta a föld
mágnessége terében. Az indukált áram a mágnesűnek állandó
kitérést tulajdonított.

e) LORENZ††† egy vezető korongot állandó nagy sebességgel

* Pogg. *Annal.* LXXVI. p. 412, 1849.

** *Amer. Journ.* XV. p. 281, 1878.

*** Pogg. *Annal.* LXXXII. p. 337, 1851.

† Ugyanott.

†† *Reports upon electric standards*, p. 96. London, 1873.

††† Pogg. *Annal.* CXLIX, p. 251, 1873.

forogtatt elektro-mágneses mezőben, tengelyét sodrony segélyével, szélét pedig rugós érintkezéssel egy galvanometerrel hozva kapcsolatba, a korongban indukált elektromotív erő létesítette áramot mérte le.

3. §. *Dynamometrikus hatás.* Jelen közleményben elméletileg kimutatjuk, hogy az indukáló és az indukált áram dynamometrikus (ponderomotív) hatását is használhatjuk fel előnyösen az abszolút ellenállás meghatározására. Ezen hatás bizonyos kombinációja igen egyszerű elméleti eredményekhez vezet; az erre szükséges hatások pedig kísérletileg nagyon könnyen létesíthetők.

Ezen célból az összes, felléphető dynamometrikus hatásokat elméletileg megállapítjuk és közülük az abszolút meghatározásra legalkalmasabbakat választjuk ki.

A ponderomotív hatás az indukció tartama alatt általában nem lévén állandó, ezen hatásnak időbeli integrál-értékét kell figyelembe venni.

A dynamometrikus hatás egyes esetei :

$\alpha)$ az indukáló }
 $\beta)$ az indukált } áramnak önmagára való ponderomotív

hatása; ez arányos $\left\{ \begin{array}{l} P = \int i_1^2 dt\text{-vel,} \\ R = \int i_2^2 dt\text{-vel,} \end{array} \right.$

$\gamma)$ az indukáló és az indukált áram egymásra való ponderomotív hatása: ez arányos: $Q = \int i_1 i_2 dt\text{-vel.}$

Az első esetben az indukáló, a másodikban az indukált áramot kell az egész dynamometeren át vezetni; a harmadik esetben az egyik a dynamometer álló, a másik a mozgó részen át lesz vezetve, vagy fordítva.

III.

Lineár vezetőkben indukált elektromos áramok elmélete.

4. §. *Általános jelzések.* Kiindulunk adott két zárt vezetékből, melyekben az indukációtól függetlenül E_1 és E_2 telepszülte elektromotív erők működnek.

A vezetőkben lévő áramok tetszőleges intenzitás-változást szenvedhetnek; maguk a vezetők tetszőleges mozgásban legyenek, mely közben alakjuk is tetszőlegesen változhatik.

Jelezzé:

E_1 az egyik } zárt vezetőben működő galván vagy thermo-elek-
 E_2 a másik } tromos telepből származó elektromotiv erőt,

i_1 az egyik } vezetőben az áram-intenzitást,
 i_2 a másik }

L az egyik } vezető önmagára való indukciójának együtthatóját,
 N a másik }

M a két vezető kölcsönös egymásra való indukciójának együt-
 hatóját,

ds_1 az egyik } vezető elemét,
 ds_2 a másik }

w_1 az egyik } vezető ellenállását,
 w_2 a másik }

r_1 az egyik vezető ds_1 és ds_1' elemei } között a távolság,
 r_2 a másik vezető ds_2 és ds_2' elemei }

r az egyik vezető ds_1 és a másik vezető ds_2 eleme között a távolság,

ε_1 a ds_1 és ds_1' }
 ε_2 a ds_2 és ds_2' } elemekhez húzott érintők által bezárt szöget,
 ε a ds_1 és ds_2 }

t a folyó időt.

Az L , M , N együtthatók a két vezető alakjától és viszonylagos helyzetétől függenek.

Értékük:

$$\left. \begin{aligned} L &= \iint \frac{\cos \varepsilon_1}{r_1} ds_1 ds_1' \\ M &= \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \\ N &= \iint \frac{\cos \varepsilon_2}{r_2} ds_2 ds_2' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3)$$

Az integrálok a zárt vezetők minden elemére terjednek ki.

5. §. *Az erély elvének alkalmazása.* A munka, melyet az indukciótól független E_1 és E_2 elektromotív erők dt időelem alatt végeznek, az elektro-kinetika tapasztalati szabályai szerint:

$$E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt \dots \dots \dots 4)$$

Ezen munka fordítatik:

- α) A két vezeték melegítésére.
- β) A két áram elektro-kinetikus erélyének növesztésére.
- γ) A két vezető helyzete- és alakja változtatására.

Ezen utóbbi egyszersmind az elektromos erők által végzett mechanikai munka.

α) JOULE törvénye szerint a két vezető melegítésére fordított munka:

$$w_1 i_1^2 dt + w_2 i_2^2 dt \dots \dots \dots 5)$$

β) Az elektro-kinetikus erély az áramban magában rejlő munkaképesség. Midőn az E_1 és E_2 elektromotív erők hirtelen megszűnnek vagy kikapcsolatnak, az áramok még kicsiny, véges időtartamig keringenek és csak azután enyésznek el. Ekközben munkát végeznek, nevezetesen a vezetőket melegítik, galvanometrikus, dynamometrikus s egyéb mechanikai erélyt fejthetnek ki. Ezen összes munka egyenértékű az áramok elektro-kinetikus erélyével.

A nevezett erély a tapasztalat szabályai szerint három részből áll:

- 1. az első } áramhoz tartozó rész $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} L i_1^2 \\ \frac{1}{2} N i_2^2 \end{array} \right.$
- 2. a második }
- 3. a két áramhoz tartozó közös rész $M i_1 i_2$

Az egész elektro-kinetikus erély növekedése tehát

$$\beta) \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i_1^2 + \frac{1}{2} M i_1 i_2 + \frac{1}{2} N i_2^2 \right) dt. \dots \dots \dots 6)$$

γ) A vezetők helyzet- és alakváltozásával járó és a ponderomotív erők által végzett közönséges mechanikai munka tapasztalat szerint szintén három részből áll, az egész érték:

$$\gamma) \frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL}{dt} dt + i_1 i_2 \frac{dM}{dt} dt + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dN}{dt} dt \dots \dots \dots 7)$$

E szerint az erély egyenlete a 4), 5), 6) és 7) kifejezésekből :

$$(E_1 i_1 + E_2 i_2) dt = (i_1^2 w_1 + i_2^2 w_2) dt + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i_1^2 L + i_1 i_2 M + \frac{1}{2} i_2^2 N \right) dt + \left(\frac{1}{2} i_1^2 \frac{dL}{dt} + i_1 i_2 \frac{dM}{dt} + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dN}{dt} \right) dt \dots \dots \dots 8)$$

Avvagy :

$$E_1 i_1 + E_2 i_2 = i_1^2 w_1 + i_2^2 w_2 + i_1 \left(L \frac{di_1}{dt} + i_1 \frac{dL}{dt} \right) + i_1 \frac{d(i_2 M)}{dt} + i_2 \left(N \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{dN}{dt} \right) + i_1 \frac{d(i_1 M)}{dt}$$

Az i_1 és i_2 -vel szorzott tagokat összevonva :

$$i_1 \left\{ E_1 - i_1 w_1 - \frac{d(i_1 L)}{dt} - \frac{d(i_2 M)}{dt} \right\} + i_2 \left\{ E_2 - i_2 w_2 - \frac{d(i_2 N)}{dt} - \frac{d(i_1 M)}{dt} \right\} = 0 \dots \dots \dots 9)$$

Ezen egyenlet az i_1 és i_2 minden fellépő értékére érvényes lévén, kell, hogy álljon :

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= i_1 w_1 + \frac{d}{dt} (i_1 L + i_2 M) \\ E_2 &= i_2 w_2 + \frac{d}{dt} (i_2 N + i_1 M) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 10)$$

Ezek a két vezetőben lévő áramok kölcsönös indukciójának simultán differenciál egyenletei.

Midőn nincs indukció, az egyenletek az OHM-féle közön-séges törvényt fejezik ki, mely szerint :

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= J_1 w_1 \\ E_2 &= J_2 w_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 11)$$

hol J_1, J_2 a két áram intenzitása, midőn csakis E_1, E_2 telepszulte elektromotiv erők működnek.

Így tehát, IO) szerint,

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{E}_1 &= -\frac{d}{dt}(i_1L + i_2M) \\ \mathfrak{E}_2 &= -\frac{d}{dt}(i_2N + i_1M) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 12)$$

az indukció folytán az első, illetve a második vezetékben fellépő, *indukált* elektromotív erő.

6. §. *Előállítás* MAXWELL szerint. Az elektro-kinetikus erély

$$T = \frac{1}{2}i_1^2L + i_1i_2M + \frac{1}{2}i_2^2N \dots\dots\dots 13)$$

kifejezéséből MAXWELL a két áramra nézve jellemző mennyiségeket, az áramok u. n. *elektro-kinetikus nyomatékát* p_1 és p_2 -t képezi a következő módon:

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= \frac{\partial T}{\partial i_1} = i_1L + i_2M \\ p_2 &= \frac{\partial T}{\partial i_2} = i_2N + i_1M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 14)$$

és innen

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= i_1w_1 + \frac{dp_1}{dt} \\ E_2 &= i_2w_2 + \frac{dp_2}{dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 15)$$

IV.

A dynamometrikus hatás együtthatóinak,

$$P = \int_0^\infty i_1^2 dt, \quad Q = \int_0^\infty i_1 i_2 dt, \quad R = \int_0^\infty i_2^2 dt \quad \text{számítása.}$$

7. §. *Általános eset.* Az indukciónak IO) a. egyenleteit a következőkben oly esetekre alkalmazzuk, hol

α) az E_1 és E_2 telepszülte elektromotív erők állandók;

β) a két vezető ellenállása és alakja nem változik;

γ) az indukció tartama alatt, mely igen rövid, a két vezető egymáshoz való viszonylagos helyzete észrevehetőleg nem változik.

E szerint $E_1, E_2; L, M, N; w_1, w_2$ állandó mennyiségek és $10)$ -ből:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= i_1 w_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ E_2 &= i_2 w_2 + N \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 16)$$

Ezen egyenletek teljes megoldását l. a 30. §-ban.

Hogy a fentemlített P, Q, R együtthatókat nyerhessük, a $16)$ egyenleteket átalakítjuk.

a) Szorozzuk meg dt -vel és integráljuk őket egyelőre tetszőleges határok között:

$$\left. \begin{aligned} E_1[t] &= w_1 \left[i_1 dt + L[i_1] + M[i_2] \right] \\ E_2[t] &= w_2 \left[i_2 dt + N[i_2] + M[i_1] \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 17)$$

b) Szorozzuk meg mindkét $16)$ egyenletet $i_1 dt$ és $i_2 dt$ -vel és integráljunk mint előbb:

$$\left. \begin{aligned} E_1 \int i_1 dt &= w_1 \left[i_1^2 dt + \frac{1}{2} L[i_1^2] + M \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt \right] \\ E_1 \int i_2 dt &= w_1 \left[i_1 i_2 dt + L \int i_1 \frac{di_1}{dt} dt + \frac{1}{2} M[i_2^2] \right] \\ E_2 \int i_1 dt &= w_2 \left[i_1 i_2 dt + N \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \frac{1}{2} M[i_1^2] \right] \\ E_2 \int i_2 dt &= w_2 \left[i_2^2 dt + \frac{1}{2} N[i_2^2] + M \int i_2 \frac{di_1}{dt} dt \right] \\ [i_1 i_2] &= \int i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int i_2 \frac{di_1}{dt} dt \end{aligned} \right\} \dots \dots 18)$$

Az utolsó egyenlet egy identitás, melyet teljesség kedvéért hozzákapcsolunk.

Ezen $17)$ és $18)$ a. egyenleteket az indukció két legegyszerűbb esetére fogjuk számítani.

Megállapodva abban, hogy az 1 indexsel ellátott mennyiségek az indukáló, a 2 indexűek pedig az indukált áram és vezetőre vonatkoznak, vegyük azon esetet, midőn az indukált zárt vezetékben *nem* működik külső, telepszülte elektromotiv erő; tehát $E_2 = 0$.

Az indukáló vezetékre nézve: α) Bekapcsoljuk az E_1 állandó elektromotív erőt, ezen áramzárás indukziót létesít. β) Kikapcsoljuk az E_1 -t, de úgy, hogy az indukáló vezeték még mindig zárt vezetékét képezzen; ezen kikapcsolás (shuntolás) szintén létesít indukziót (l. a 39. §-t).

8. §. *A zárás indukciója* (l. a 31. §-t). A kezdet- és végfeltételek itt következők: a zárás pillanatában az indukáló és az indukált áram intenzitása zéró; az indukció lefolyta után beálló stacionárállapotra nézve: az indukáló áram intenzitása J_1 , az indukált-é ismét zéró. E szerint a határok:

$$E_2 = 0, \quad t = 0, \quad i_1 = 0, \quad i_2 = 0 \quad | \quad \dots \dots \dots 19) \\ t = \infty, \quad i_1 = J_1, \quad i_2 = 0$$

Miután az idő növekedtével i_1 az állandó J_1 értékhez közeledik, az $\int_0^\infty i_1 dt$ és $\int_0^\infty i_1^2 dt$ végtelen nagy értékűek, ezért a 17) és 18) első egyenleteit, melyek ezeket tartalmazzák és most csak OMM törvényét fejezik ki, elhagyjuk. Marad a 17) és 18) szerint:

$$0 = w_2 \int_0^\infty i_2 dt + MJ_1 \\ E_1 \int_0^\infty i_2 dt = w_1 \int_0^\infty i_1 i_2 dt + L \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt \\ 0 = w_2 \int_0^\infty i_1 i_2 dt + N \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \frac{1}{2} MJ_1^2 \\ 0 = w_2 \int_0^\infty i_2^2 dt + M \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt \\ 0 = \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt$$

Ezekből, némi rövidítés után:

$$\left. \begin{aligned} q_A &= \int_0^\infty i_2 dt = - \frac{MJ_1}{w_2} \\ Q_A &= \int_0^\infty i_1 i_2 dt = + MJ_1^2 \left\{ \frac{\frac{1}{2}L}{w_1 N + w_2 L} - \frac{1}{w_2} \right\} \\ R_A &= \int_0^\infty i_2^2 dt = + MJ_1^2 \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\frac{1}{2}M}{w_1 N + w_2 L} \\ \int_0^\infty i_1 \frac{di_2}{dt} dt &= - \int_0^\infty i_2 \frac{di_1}{dt} dt = + MJ_1^2 \frac{\frac{1}{2}w_1}{w_1 N + w_2 L} \end{aligned} \right\} \dots 20)$$

9. §. A kikapcsolás (shuntolás) indukciója (l. a 32. §-t). Az első vezetõn át J_1 állandó intenzitású áram haladjon. Ezután egy rövid, vastag vezetõrész (shunt) az E_1 elektromotív erõt szolgáltató telep két pólusával kapcsoltassék össze; ezáltal folyam elágazás létesíttetik s a shunt két vége egyszermind a két elágazó pont, 39. §. A shunt ellenállása az indukáló vezetõ (tekeres) ellenállásához képest elenyészõ kicsiny lévén az E_1 teljesen kikapcsoltnak tekintendõ a shunt által zárt indukáló vezetékébõl. A kikapcsolás pedig úgy történik, hogy az indukáló vezeték w_1 ellenállása, L indukció együtthatója változatlan maradjon s hogy a shuntolás pillanatában J_1 ugyanaz legyen.

Az ily operációk tényleges keresztülvitelének leírását lásd a 39. §-ban.

A kezdet- és végfeltételek most következõk: a shuntolás pillanatában az indukáló áram intenzitása J_1 , az indukált-é zéró, az indukció után bekövetkezett stacionár állapotnál mindkét áram intenzitása zéró. Ha az idõszámítás kezdetét ismét az indukció kezdetébe tesszük, a határfeltételek

$$E_1 = E_2 = 0, \quad \left. \begin{aligned} t = 0, \quad i_1 = J_1, \quad i_2 = 0 \\ t = \infty, \quad i_1 = 0, \quad i_2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 21)$$

E szerint jelen esetben a 17) és 18) egyenletek:

$$\begin{aligned} 0 &= w_1 \int_0^\infty i_1 dt - LJ_1 \\ 0 &= w_2 \int_0^\infty i_2 dt - MJ_1 \end{aligned}$$

$$0 = w_1 \int_0^{\infty} i_1^2 dt - \frac{1}{2} L J_1^2 + M \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt$$

$$0 = w_1 \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + L \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt$$

$$0 = w_2 \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + N \int_0^{\infty} \frac{di_2}{dt} dt - \frac{1}{2} M J_1^2$$

$$0 = w_2 \int_0^{\infty} i_2^2 dt + M \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt$$

$$0 = \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt + \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt$$

Ezekből azonnal ered :

$$\left. \begin{aligned} p_B &= \int_0^{\infty} i_1 dt = + \frac{L J_1}{w_1} \\ q_B &= \int_0^{\infty} i_2 dt = + \frac{M J_1}{w_2} \\ P_B &= \int_0^{\infty} i_1^2 dt = - M J_1^2 \frac{\frac{1}{2} M}{w_1 N + w_2 L} + \frac{1}{2} \frac{L J_1^2}{w_1} \\ Q_B &= \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = + M J_1^2 \frac{\frac{1}{2} L}{w_1 N + w_2 L} \\ R_B &= \int_0^{\infty} i_2^2 dt = + M J_1^2 \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{\frac{1}{2} M}{w_1 N + w_2 L} \\ \int_0^{\infty} i_1 \frac{di_2}{dt} dt &= - \int_0^{\infty} i_2 \frac{di_1}{dt} dt = + M J_1^2 \frac{\frac{1}{2} w_1}{w_1 N + w_2 L} \end{aligned} \right\} \dots 22)$$

10. §. *A legalkalmasabb hatások felkeresése.* A 20) és 22) a. egyenletek teljesen elegendők az indukáló és az indukált áram galvanometrikus és dynamometrikus hatásainak számítására.

De megjegyzendő, hogy míg az előbbi hatásnak megfelelő kifejezésekben csak L és w_1 és w_2 még pedig külön-külön lép fel, addig az utóbbinak egyenleteiben az L , M , N és w_1 , w_2 mindegyik és együtt lépnek fel, mely körülmény a dynamometrikus hatásokat komplikálni látszik.

Ugyanis az M számítása a két vezetők adott alakjából a 3) egyenlet szerint nem jár nehézséggel, az r mindenütt véges maradván; ellenben az L és N tényleges számítása a legnagyobb nehézségekbe ütközik s már azért sem lehet pontos, mert r_1 vagy r_2 tekercsalakú sodronyvezetők esetében helyenként rendkívül kicsiny és a méretek lemérésénél elkövetett csekély hiba igen nagy befolyással van az L és N számított értékeire.

Ezért a kísérletben a dynamometrikus hatásokat akként kell kombinálnunk, hogy az eredményben az L és N együtthatók önként kiessenek.

Ily előnyös kombinációt eddig csakis a két áram kölcsönhatásából Q_A és Q_B -ből sikerült képeznem (Q_A negatív, tehát vonzást, Q_B pozitív, tehát taszítást jelent).

A kombinációk legegyszerűbbike a zárásnál és a shuntolásnál fellépő elektrodynamikus hatások különbsége, azaz 20) és 22) szerint:

$$Q_B - Q_A = \frac{MJ_1^2}{w_2} \dots \dots \dots 23)$$

Ezen kifejezés éppen annyira egyszerű, mint az indukált áram galvanometrikus együtthatója, q_A és q_B a zárás és shuntolás esetében, 20) és 22).

Másnemű kombinációk is alkalmasak, ha a két vezeték ellenállását egyenlővé teszszük; ilyenkor szintén kiesik az L és N együttható (l. a VII. szakaszt).

11. §. *A legalkalmasabb dynamometer.* A megelőzőkből ön-

ként következik, minő eszközt kell az $\int_0^\infty i_1 i_2 dt$ mérésére szerkesztenünk.

A dynamometer álló részét az egyik vezeték képezi, melyben az indukáló vagy az indukált áram megy végbe; mozgó részét pedig a második vezeték, melyen át az indukált vagy az indukáló áram ömlik. Így tehát a dynamometer egyidejűleg és együtt mérő eszköz és indukció-készülék. (L. a X. szakaszt.)

Az indukció tartama alatt mindkét vezeték önmagában zárva marad.

Előnyös, a két vezeték alakját, menetszámát és ellenállását a mennyire lehet, egyenlőknek venni, úgy hogy L és N , w_1 és w_2 közel egyenlők. (L. a IX. és X. szakaszt.)

V.

A dynamometer lengő részének mozgása.

12. §. *Lengő rendszer mozgás-egyenlete.* A dynamometer mozogható része egy vezető (tekeres), mely unifiláris vagy bifiláris módon van felfüggesztve; vagy pedig egy horizontális tengely körül ingaszertüleg lengő merev rendszerhez (ingához vagy mérlegkarhoz) szintén mereven van erősítve.

Mindig feltételeztetik, hogy a mozogható vezeték meneteinek síkja az indukció tartama alatt a földmágnesség meridiánjára merőleges legyen, tehát, hogy a földmágnesség hatása ki van zárva; továbbá, hogy a lengések amplitúdja kicsiny.

A mozgás, mely e szerint tengely körüli forgás, következő egyenlettel bír:

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = F \dots \dots \dots 24)$$

hol φ a rendszer nyugalmi helyzete és tetszőleges helyzete között a szög, K a lengő rendszer tétlenségi nyomatéka és F a reá ható erők forgásnyomatéka.

13. §. *A mozgás egyenlete az indukció tartama alatt és azon kívül.* Az erők, melyek ilyenkor a lengő rendszerre hatnak:

a) a két áram kölcsönös ponderomotiv hatása ennek potenciálja:

$$i_1 i_2 M. \dots \dots \dots 25)$$

ezen erőből származó forgásnyomaték a 25) mennyiség differenciál-hányadosa a változó szög szerint:

$$F_{i_1 i_2} = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi} \dots \dots \dots 26)$$

ba) a felfüggesztett rendszerrel a felfüggesztő sodronyok vagy fonalak rugalmassága és a föld nehézkedése

$$F_{\tau} = - \tau \varphi \dots \dots \dots 27)$$

forgásnyomatékot létesít, hol τ együttható azon forgásnyomatékot fejezi ki, mely bekövetkezik, midőn egy ívegységnyi forgás létesítetik.

bb) a horizontális tengely körül lengő ingaszerű rendszer esetében a föld nehézkedése

$$F'_g = - (mgs)\varphi \dots \dots \dots 28)$$

forgásnyomatékot létesít, hol m a rendszer tömege, s tömeg középpontjának távolsága a forgás tengelyétől, g a föld nehézkedésének gyorsulása,

c) a levegő ellenállása, a sodronyok tökéletlen rugalmassága vagy az élek nem tökéletes volta a mozgásra lassítólag, csillapítólag hat; az innen származó forgásnyomaték a tapasztalat szerint:

$$F'_z = - \kappa \frac{d\varphi}{dt}, \dots \dots \dots 29)$$

hol κ egy empirikusan meghatározandó állandó.

A pozitív forgásnyomatékok a φ szöveget nagyobbítani, a negatívak ezt kisebbíteni törekednek.

Bevezetve végre h^2 állandót, mely felfüggesztett mozgó rész számára

$$h^2 = \tau, \dots \dots \dots 30)$$

ellenben horizontális tengelyű forgó rendszerre nézve

$$h^2 = mgs \dots \dots \dots 31)$$

a mozgó rész mozgási egyenlete az indukció tartama alatt:

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi} - h^2 \varphi - \kappa \frac{d\varphi}{dt}, \dots \dots \dots 32)$$

ellenben oly időben, hol indukció nincs:

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - h^2 \varphi - \kappa \frac{d\varphi}{dt} \dots \dots \dots 33)$$

Következőekben először a 33) egyenlet által képviselt mozgást tárgyaljuk.

14. §. Szabad lengések csillapítás nélkül. Ezen legegyszerűbb esetben a 33) mozgás-egyenletből lesz:

$$K \frac{d^2\varphi}{dt^2} = - h^2 \varphi \dots \dots \dots 34)$$

Ennek partikuláris megoldása

$$\varphi = \Phi e^{lt},$$

hol Φ és l állandók. Helyettesítve 34)-be és rövidítve, áll

$$Kl^2 = -h^2,$$

miből:

$$\sqrt{K} l_1 = + \sqrt{-h^2}; \sqrt{K} l_2 = - \sqrt{-h^2}$$

Az l -ek e szerint imaginär értékek lévén, írjuk:

$$\sqrt{-1} \cdot \frac{h}{\sqrt{K}} = \eta_1 \sqrt{-1}, \text{ és } \dots \dots \dots 35)$$

a teljes megoldás

$$\varphi = \Phi_1 e^{l_1 t} + \Phi_2 e^{l_2 t} \dots \dots \dots 36)$$

azaz:

$$\varphi = (\Phi_1 + \Phi_2) \cos(\eta_1 t) + \sqrt{-1} (\Phi_1 - \Phi_2) \sin(\eta_1 t) \dots 37)$$

A komplex mennyiségek elméletének elemei szerint a φ , 37) reális része és $\sqrt{-1}$ -el szorzott része külön-külön felel meg a 34) egyenletnek; szabad 37) helyébe írunk

$$\varphi = \psi_1 \cos(\eta t) + \psi_2 \sin(\eta t) \dots \dots \dots 38)$$

A φ egy periodikusan változó mennyiség, mely mindig ugyanazon értéket veszi fel, ha (ηt) szorzat 2π -vel változott. Jelelve $2T_0$ -val ily periodus idejét, áll, hogy $\eta \cdot 2T_0 = 2\pi$, és

$$T_0 = \pi \frac{\sqrt{K}}{h} \dots \dots \dots 39)$$

Téve 38)-ban:

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 = \varphi_0^2; \frac{\psi_1}{\psi_2} \operatorname{tg} \delta,$$

lesz

$$\varphi = \varphi_0 \sin\left(\left(\pi \frac{t}{T_0} + \delta\right)\right) \dots \dots \dots 40)$$

A szögsebesség:

$$\Omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi_0 \frac{t}{T_0} \cos\left(\pi \frac{t}{T_0} + \delta\right) \dots \dots \dots 41)$$

Azon legegyszerűebb esetben, midőn $t = 0$ -kor a rendszer az egyensúlyi helyzetben van, vagy ezen átmeny: φ is zéró, tehát $\delta = 0$, és

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 \sin \left(\pi \frac{t}{T} \right) \\ \Omega &= \Omega_0 \cos \left(\pi \frac{t}{T} \right) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots 42)$$

hol:

$$\Omega_0 = \pi \frac{\varphi_0}{T} \quad \dots \dots \dots 43)$$

azaz Ω_0 a rendszer szögsebessége $t = 0$ időben az egyensúlyi helyzetben, és φ_0 az állandó amplitud.

15. §. *Csillapítással történő lengések.* A mozgás egyenlete a 33) egyenlet:

$$K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = - h^2 \varphi - \kappa \frac{d\varphi}{dt} \quad \dots \dots \dots 33)$$

melyben κ rendszeren igen kicsiny értékű állandó.

Egy partikuláris megoldás:

$$\varphi = \Phi e^{lt}$$

Helyetteszve 33)-ba, l számára a feltéti egyenlet

$$Kl^2 + \kappa l + h^2 = 0$$

miből

$$l_1 = -\frac{\kappa}{2K} + \sqrt{\frac{\kappa^2}{4K^2} - \frac{h^2}{K}}, \quad l_2 = +\frac{\kappa}{2K} - \sqrt{\frac{\kappa^2}{4K^2} - \frac{h^2}{K}}$$

A teljes megoldás

$$\varphi = \Phi_1 e^{l_1 t} + \Phi_2 e^{l_2 t} \quad \dots \dots \dots 44)$$

A gyökmennyiségek imaginär értékűek lévén, írjuk:

$$\sqrt{-1} \sqrt{\frac{h^2}{K} - \frac{\kappa^2}{4K^2}} = \eta \sqrt{-1} \quad \dots \dots \dots 45)$$

és azonnal ered:

$$\varphi = e^{-\frac{\kappa t}{2K}} \left\{ (\Phi_1 + \Phi_2) \cos (\eta t) + \sqrt{-1} (\Phi_1 - \Phi_2) \sin (\eta t) \right\} \dots 46)$$

Ez is periodikus mozgás, miután a zárjelben lévő kifejezés mindig ugyanazon értéket veszi fel, ha (ηt) szorzat 2π -vel változott; de a periodicitás már nem oly egyszerű, mivel a külső exponenciális együttható az időben változik.

Itt is mint a megelőző §-ban írjuk

$$\Phi_1 + \Phi_2 = \psi; \sqrt{-1} (\Phi_1 - \Phi_2 = \psi_2,$$

és mint ott, a zárjeles kifejezést összevonjuk és írjuk

$$\psi_1^2 + \psi_2^2 = \varphi_0^2; \frac{\psi_1}{\psi_2} = tg\delta, \text{ továbbá a mozgás } 2T \text{ periodusát az } \eta \cdot 2T = 2\pi \text{ összefüggésből meghatározzuk:}$$

$$T = \pi : \sqrt{\frac{h^2}{K} - \frac{\lambda^2}{4K}}; \dots \dots \dots 47)$$

elvégre rövidítés céljából teszszük:

$$\frac{\lambda}{2K} T = \lambda \dots \dots \dots 48)$$

A teljes megoldás alakja:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}} \sin\left(\pi \frac{t}{T} + \delta\right) \\ \Omega = \frac{d\varphi}{dt} &= \varphi_0 \frac{\pi}{T} e^{-\lambda \frac{t}{T}} \left\{ -\frac{\lambda}{\pi} \sin\left(\pi \frac{t}{T} + \delta\right) + \cos\left(\pi \frac{t}{T} + \delta\right) \right\} \end{aligned} \right\} . 49)$$

16. §. *Csillapítás és lengési idő; a csillapítás meghatározása.*
A 49) kifejezések egy fogyó amplituddal történő lengést képviselnek.

Az amplitud t időben, és egy fél periodussal később, $t + T$ időben:

$$\varphi_0 e^{-\lambda \frac{t}{T}}, \varphi_0 e^{-\lambda(\frac{t}{T} + 1)};$$

a t és a $t + T$ időbeli amplitudok viszonyát,

$$k = e^{-\lambda} \dots \dots \dots 50)$$

a lengés *csillapításának* nevezzük; λ a csillapítás *(természetes) logaritmikusan dekrementuma.*

A lengési időt (47), a (39) és (48) segélyével írhatjuk:

$$T = \pi \frac{\sqrt{K}}{h} \left(1 - \frac{\kappa^2}{4K^2} \cdot \frac{K}{h^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = T_0 \left(1 - \frac{\lambda^2}{\pi^2} \cdot \frac{T_0^2}{T^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Rendes körülmények között λ igen kicsiny és T_0 , a csillapítás nélkül érvényes lengési idő igen közel egyenlő a csillapítással való mozgásnak T lengési idejével, úgy hogy a zárjelben első közelítéssel $\frac{T_0}{T}$ helyett az egységet írhatjuk s a hatványt első két tagjaig kifejtjük. Lesz:

$$T = T_0 \frac{\pi^2 + \frac{1}{2}\lambda^2}{\pi^2} \dots \dots \dots 51)$$

mely kifejezés a csillapítás befolyását a lengési időre tünteti elő.

A λ logaritmikus dekrementum kísérleti meghatározására észleljük a legnagyobb kilengést (amplitudot), φ_1 -t mely t_1 időben áll be, és φ_{n+1} -et, mely n lengés múlva, $t_1 + nT$ időben állott be; áll

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_{n+1}} = e^{+\lambda n},$$

miből

$$\lambda = \frac{1}{n} (\log. \varphi_1 - \log. \varphi_{n+1}) \dots \dots \dots 52)$$

17. §. *A csillapított mozgás legegyszerűbb esete.* Válaszszuk az időszámítás kezdetpontjának azon pillanatot, melyben a rendszer egyensúlyi helyzetében van, vagy ezen átmegy. Ekkor $t = 0$ és $\varphi = 0$, miből $\delta = 0$, és (49)-ből ered:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}} \sin\left(\frac{t}{T}\right) \\ \Omega &= \Omega_0 e^{-\frac{\lambda t}{T}} \left\{ -\frac{\lambda}{\pi} \sin\left(\frac{t}{T}\right) + \cos\left(\frac{t}{T}\right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots \dots 53)$$

hol

$$\Omega_0 = \pi \frac{\varphi_0}{T_0} \dots \dots \dots 54)$$

a rendszer szögsebessége $t = 0$ időben, az egyensúlyi helyzetben.

A rendszer legnagyobb kitérését fogja elérni, midőn szögsebessége zéró, azaz mikor az 53) második egyenletének zárjeles kifejezése zéró.

Jelezze $\frac{1}{2}T'$ az időt, melyben ez bekövetkezik; áll ekkor:

$$-\frac{\lambda}{\pi} \sin\left(\pi \frac{T'}{2T}\right) + \cos\left(\pi \frac{T'}{2T}\right) = 0$$

azaz,

$$T' = 2 \frac{T}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \dots \dots \dots 55)$$

hol általán, mivel λ pozitív, $T' < T$. Ha nincs csillapítás, $\lambda = 0$ és $T' = T$.

Ezentúl rövidség kedvéért írjuk:

$$\frac{T'}{2T} = \frac{1}{\pi} \operatorname{arc\,tg} \cdot \frac{\pi}{\lambda} = \nu \dots \dots \dots 56)$$

A legnagyobb kilengés, melyet a rendszer $\frac{1}{2}T' = \nu T$ időkor ér el, az 53) és 56) szerint

$$\varphi_{\nu T} = \varphi_0 e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu) \dots \dots \dots 57)$$

vagy, ha azt a $t = 0$ -kor az egyensúlyi helyzetben érvényes Ω_0 szögsebességgel, 54) akarjuk kifejezni:

$$\varphi_{\nu T} = \Omega_0 \frac{T}{\pi} e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu) \dots \dots \dots 58)$$

18. §. *Mozgás az indukció tartama alatt; indukciólökés.*
A 32) egyenletet, mely ezen körülmények között érvényes, dt -vel szorozzuk és integráljuk. Lesz:

$$K \int \frac{d^2 \varphi}{dt^2} dt = \int i_1 i_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi} dt - h^2 \int \varphi dt - \kappa \int \frac{d\varphi}{dt}$$

Tapasztalat szerint az indukció igen rövid tartamú, úgy, hogy észrevehetőleg nem térünk el a valóságtól, midőn feltételezzük, hogy ekközben a φ szöget, az M és a $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ mennyiséget állandónak tekinthetjük, mely utóbbi a két vezető viszonylagos helyzetétől függ. Az utolsó tag elesik; ha még ezenkívül kísérletünket akként

rendezzük be, hogy az indukció azon pillanatban történjék, melyben a rendszer egyensúlyi helyzetben van, vagy ezen átmegy: akkor az indukció tartamára még $\varphi = 0$ is áll. Marad tehát:

$$K \left[\frac{d\varphi}{dt} \right] = \frac{\partial M}{\partial \varphi} \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q \dots \dots \dots 59)$$

A $\left[\frac{d\varphi}{dt} \right]$ a szögsebesség különbsége az indukció előtt és azután; írva

$$\left[\frac{d\varphi}{dt} \right] = \Omega_Q \dots \dots \dots 60)$$

lesz:

$$\Omega_Q = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q \dots \dots \dots 61)$$

és Ω_Q a szögsebesség növekedése az indukció tartama alatt működő ponderomotív (elektrodinamik) erők hatása folytán. Ha a rendszer eleinte nyugalomban volt, az indukció után Ω_Q a szögsebessége, melyet lökészerű gyorsasággal nyert.

19. §. *Legnagyobb kilengés az indukció-lökés után.* Az indukció megszűntével a rendszer, mely eleinte nyugalomban volt, Ω_Q sebességgel mozog az egyensúlyi helyzetből; ezen körülmények között a 34) vagy a 33) egyenlet érvényes.

a) Ha a csillapítás elhanyagolható, a 42) és 43) egyenletekből kiténik, hogy a midőn a mozgás sebessége az egyensúlyi helyzetben Ω_Q , a hozzá tartozó amplitúdó $\varphi_Q = \frac{T_0 \Omega_Q}{\pi}$, azaz 61) szerint:

$$\varphi_Q = \frac{T_0 Q}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \dots \dots \dots 62)$$

és φ_Q egyszersmind az elért legnagyobb kilengés.

b. A csillapítás tekintetbe vételével, az 57) egyenlet azt mondja, hogy valamely rendszer, mely $t = 0$ időkor az egyensúlyi helyzetben Ω_Q sebességgel bír: \sqrt{t} idő múlva éri el $\varphi_Q = \Omega_Q \frac{T}{\pi} e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu)$ legnagyobb kilengését, hol, tekintve 61)-et:

$$\varphi_Q = \frac{T Q}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu) \dots \dots \dots 63)$$

VI.

Legegyszerűbb módszerek.

a) A csillapítás tekintetbe vétele nélkül.

20. §. *Egyszeri zárás és shuntolás ; ismétlés.*

α) A rendszer nyugvásban van. Zárjuk 0-kor az indukáló áramot. A lengő rész 61) és 20) szerint lökésszerűen nyer :

$$\Omega_A = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \varphi} (Q_A \dots \dots \dots 64)$$

sebességet és $\frac{1}{2}T$ idő múlva elér 62) szerint

$$\varphi_A = \frac{T_0 Q_A}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \dots \dots \dots 65)$$

T idő múlva a rendszer — Ω_A sebességgel mozog egyensúlyi helyzetén keresztül, 42).

β) Ezen pillanatban csatoljuk ki E_1 elektromotív erőt shunt által; az ennek következtében fellépő indukció a rendszernek 61) és 22) szerint lökésszerűen tulajdonít

$$\Omega_B = \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} (Q_B \dots \dots \dots 66)$$

sebességet, és így T időkor a rendszer szögsebessége:

$$\Omega_T = -\Omega_A + \Omega_B = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \varphi} (Q_B - Q_A) ; \dots \dots 67)$$

a hozzá tartozó legnagyobb kilengés pedig, 62) szerint

$$\Phi = \frac{T_0}{\pi} \Omega_T,$$

azaz, 67) és 23) szerint:

$$\Phi = \frac{T_0}{\pi K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{J_1^2}{w_2} \dots \dots \dots 68)$$

Hogy ezen megfigyelési módszer alapján az indukált vezetőnek w_2 ellenállását absolut mértékben nyerhessük, következő mennyiségek ismerete szükséges:

- a lengő rendszer lengési ideje T_0
- a lengő rendszer tétlenségi nyomatéka K
- a két vezeték kölcsönös indukciójának együtthatója M
- ezen mennyiség differenciál hányadosa φ szerint $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$
- az indukáló áram állandó intenzitása J_1
- a lengő rendszer legnagyobb kilengése Φ .

Ha az α) és β) alatt említett operációkat egymásután n -szer ismételjük, az n -szeres kilengést nyerjük.

b) A csillapítás tekintetbe vételével.

21. §. *Egyszeri zárás és shuntolás és megfordítva.*

a) A rendszer nyugalásban van. Zárjuk $t = 0$ -kor az indukáló áramot. A mozogható rész nyer, 64) szerint

$$\Omega_A$$

sebességet. T idő múlva a rendszer ismét átmegy az egyensúlyi helyzetben, még pedig 53) szerint

$$-\Omega_A e^{-\lambda}$$

sebességgel. Ezen pillanatban történjek a shuntolás: a mozgó rendszer 66) szerint

$$\Omega_B$$

sebességet nyer, és így, T időkor, az egyensúlyi helyzetben a sebesség

$$\Omega_T = -\Omega_A e^{-\lambda} + \Omega_B \dots \dots \dots 69)$$

Ezen sebesség alapján a rendszer a shuntolás után νT idő múlva, 58), elér

$$\varphi_{T+\nu T} = \Omega_T \frac{T}{\pi} e^{-\lambda\nu} \sin \pi\nu$$

legnagyobb kilengést, melyet γ_1 -el fogunk jelezni, és 69), 64) és 66) szerint írjuk:

$$\gamma_1 = \frac{T}{\pi} \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \left(Q_B - Q_A e^{-\lambda} \right) e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu) \dots \dots 70)$$

b) A megelőzőleg a) alatt tárgyalt két operációt fordított sorrendben teszszük, ugyanis először az állandó indukáló áramot shuntoljuk és azután T idő múlva ismét zárjuk. A zárás után elért legnagyobb kilengést, ψ_1 -et nyerjük a 70)-ből, ha benne Q_B és Q_A helyét felcseréljük. Lesz:

$$\psi_1 = \frac{T}{\pi} \frac{1}{K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \left(Q_A - Q_B e^{-\lambda} \right) e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu) \dots 71)$$

Megjegyzendő, hogy γ_1 és φ_1 előjele ellentett.

c) Képezve most γ_1 és φ_1 különbséget, 23) szerint ered:

$$\gamma_1 - \varphi_1 = \frac{T}{\pi K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{J_1^2}{w_2} \left(1 + e^{-\lambda} \right) e^{-\lambda \nu} \sin(\pi \nu) \dots 72)$$

Hogy az így kombinált két megfigyelésből a w_2 abszolút értéket nyerhessük, a 20. §-ban említett mennyiségeken kívül még a logaritmikus dekrementum λ , 52) ismerete szükséges, melyből 56) szerint a ν is következik.

22. §. *Többszörös zárás és shuntolás, a multiplikáció-módszer alkalmazása.* A megelőző §. a) és b) pontjaiban tárgyalt operációkat folytatjuk, úgy, hogy mindenkor, midőn a lengő rendszer egyensúlyi helyzetén átmegy, indukció létesíttessék.

a) *Kezdeti zárás, vége shuntolás.* Egyszeri zárás és T idő múlva shuntolás után a rendszer sebessége T kor 69) szerint:

$$\Omega_T = -\Omega_A e^{-\lambda} + \Omega_B \dots 69)$$

Ismét T idő után, tehát $2T$ időpontban a rendszer az egyensúlyi helyzetén átmegy 53) szerint

$$-\Omega_T e^{-\lambda}$$

sebességgel; e pillanatban ismét zárva az indukáló áramot, hozzájárul Ω_A sebesség, s így $2T$ időpontban, a zárás után a sebesség:

$$-\Omega_T e^{-\lambda} - \Omega_A$$

Ismét T idő után, tehát $3T$ időpontban a rendszer átmegy egyensúlyi helyzetén, 53) szerint

$$-(-\Omega_T e^{-\lambda} + \Omega_A) e^{-\lambda}$$

sebességgel. E pillanatban shuntolva, hozzájárul Ω_B sebesség, és így $3T$ időpontban, a második shuntolás után a sebesség:

$$\Omega_{3T} = \Omega_T e^{-2\lambda} + (\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda})$$

Ezt a sémát azonnal továbbra is alkalmazhatjuk: a harmadik n -ik shuntolás után a sebesség

$$\Omega_{5T} = \Omega_{3T} e^{-2\lambda} + (\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda})$$

$$\dots \dots \dots \Omega_{(2n-1)T} = \Omega_{(2n-3)T} e^{-2\lambda} + (\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda}) \dots \dots \dots 73)$$

Helyettesítve, ered:

$$\Omega_{(2n-1)T} = (1 + e^{-2\lambda} + \dots + e^{-2(n-1)\lambda}) (\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda}) \dots 74)$$

A legközelebbi legnagyobb kitérés az n -ik shuntolás után $(2n-1)T + \nu T$ időpontban áll be, jelezve ezt γ_n -el, értéke az 58), 64) és 66) szerint

$$\gamma_n = \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{1 - e^{-2n\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}} (\Omega_B - \Omega_A e^{-\lambda}) e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu) \dots 75)$$

b) Kezdet shuntolás, vége zárás. Az a) alatt említett operációkat fordított sorrendben hajtjuk végre; az n -ik zárás után $(2n-1)T + \nu T$ időpontban beálló legnagyobb kilengést ψ_n -et a 75)-ből nyerjük, ha benne Ω_A és Ω_B helyét felcseréljük. Lesz:

$$\psi_n = \gamma_n \frac{Q_A - Q_B e^{-\lambda}}{Q_B - Q_A e^{-\lambda}} \dots \dots \dots 76)$$

Itt is γ_n és ψ_n előjele ellentett.

c) Képezzük a γ_n és ψ_n különbségét, ered, tekintettel 23)-ra:

$$\gamma_n - \psi_n = \frac{T}{\pi K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{J_1^2}{u_2} \cdot \frac{1 - e^{-2n\lambda}}{1 - e^{-2\lambda}} (1 + e^{-\lambda\nu}) e^{-\lambda} \sin(\pi\nu) 77)$$

Ezen eljárásnál ugyanazon adatok szükségesek, mint a 21. §. módszerénél.

VII.

Másnemű kombinációk, ha a két vezeték ellenállása egyenlő.

23. §. *A* Q együtthatók értékei, midőn az indukáló áram egyszer az egyik, másszor a másik vezetőkön ömlik. Ha a két vezeték ellenállása egyenlővé tétetett, mely operációt könnyen eszközölhetni nagy kísérleti pontossággal, akkor áll $w_1 = w_2 = w$. Ekkor, a megelőző VI. szakasz alatt tárgyalt kombinációkon kívül, még másnemű, egyszerűen kivihető oly kombinációk léteznek, melyek eredményében az L és az N együtthatók ismét önként kiesnek, I. 10. §.

A Q mennyiségeket most 1 vagy 2 indexsel látjuk el, ha az indukáló áram az első, vagy a második vezetéken megy keresztül.

Helyettesítve a 20) és 22) egyenletekbe $w_1 = w_2 = w$, ered:

$$(a) \quad \left. \begin{aligned} Q_{1A} &= \frac{MJ_1^2}{w} \left\{ \frac{\frac{1}{2}L}{L+N} - 1 \right\} \\ Q_{1B} &= \frac{MJ_1^2}{w} \cdot \frac{\frac{1}{2}L}{L+N} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 78)$$

Midőn az indukáló áram a második vezetőkön át bocsátatik, az 1 és L felcserélendő 2 és N -nel, lesz:

$$(b) \quad \left. \begin{aligned} Q_{2A} &= \frac{MJ_1^2}{w} \left\{ \frac{\frac{1}{2}N}{L+N} - 1 \right\} \\ Q_{2B} &= \frac{MJ_1^2}{w} \cdot \frac{\frac{1}{2}N}{L+N} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 79)$$

Ezekből azonnal ered:

$$\left. \begin{aligned} Q_{1A} + Q_{2A} &= -\frac{3}{2} \frac{MJ_1^2}{w} \\ Q_{1B} + Q_{2B} &= +\frac{1}{2} \frac{MJ_1^2}{w} \\ (Q_{1A} + Q_{1B}) + (Q_{2A} + Q_{2B}) &= -\frac{MJ_1^2}{w} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 80)$$

A 80)-ben tartalmazott három kombináció mindegyiket lehet használni; megelégszünk azonban jelenleg a harmadik kombináció tárgyalásával.

24. §. *Az indukció-lökések alkalmazása a multiplikáció módszerére szerint.* A jelen § ban tárgyalandó kísérleti sorozatban az egymásra következő zárások és shuntolások között mindig a kétszeres lengési idő, $2T$ muljék el. Azonnal alkalmazzuk a multiplikáció módszerét, mert ebben az egyszerűbb esetek is bennfoglalvák.

a) *Az indukáló áram az első rezetőben ömlik.*

α) *Kezdet zárás, vége shuntolás.* A rendszer $t=0$ időkor nyugvásban van. A zárás által létesített szögsebesség $64)$ szerint

$$\Omega_{1A} = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q_{1A} \dots \dots \dots 81)$$

$2T$ idő múlva a rendszer az egyensúlyi helyzetben megy át és pedig $53)$ szerint

$$+ \Omega_{1A} e^{-2\lambda}$$

sebességgel; e pillanatban shuntolás történjek, ez által $66)$ szerint hozzájárul:

$$\Omega_{1B} = \frac{1}{K} \frac{\partial M}{\partial \varphi} Q_{1B} \dots \dots \dots 82)$$

szögsebesség, és így, az első shuntolás után $2T$ időkor az egész sebesség:

$$\Omega_{2T} = \Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B} \dots \dots \dots 83)$$

és ez azon sebesség, melyet a rendszer egyszeri zárás és shuntolás által nyert, ha $2T$ az időköz a két operáció között.

Ha most új $2T$ múlva, azaz $4T$ időpontban újra zárás és $6T$ időpontban újra shuntolás történik: úgy a $4T$ időköz alatt az Ω_{2T} -ből lett $53)$ szerint $\Omega_{2T} e^{-4\lambda}$; ellenben a két operáció által a rendszer ismét a $83)$ alatti sebességet nyerte.

Tehát az egész sebesség a második shuntolás után a $6T$ időpontban:

$$\Omega_{6T} = \Omega_{2T} e^{-4\lambda} + \Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B};$$

és általában, az n -ik shuntolás után:

$$\Omega_{(2n-1)2T} = \Omega_{(2n-3)2T} e^{-4\lambda} + \Omega_{1A} e^{-2\lambda} + \Omega_{1B} \dots \dots \dots 84)$$

avvagy, helyettesítve:

$$\Omega_{(2n-1)2T} = (1 + e^{-\lambda} + \dots + e^{-n\lambda})(\Omega_{1A}e^{-2\lambda} + \Omega_{1B}) \dots \quad (85)$$

Az n -ik shuntolás után $(2n-1)2T + \nu T$ időpontban beálló legnagyobb kilengés γ_{1n} , az 58) szerint.

$$\gamma_{1n} = \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} ((Q_{1A}e^{-2\lambda} + Q_{1B}) \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu) \dots \quad (86)$$

3) *Kezdet shuntolás, vége zárás.* Az n -ik zárás után bekövetkező legnagyobb kilengést, ψ_{1n} -et nyerjük ha 86) -ban $(Q_{1A}$ és $(Q_{1B}$ helyét felcseréljük, lesz

$$\psi_{1n} = \gamma_{1n} \frac{(Q_{1B}e^{-2\lambda} + Q_{1A})}{(Q_{1A}e^{-2\lambda} + Q_{1B})} \dots \quad (87)$$

Itt γ_{1n} és ψ_{1n} előjele ugyanaz.

4) *Egybekapcsolás.* Összegezve a két legnagyobb kilengést, ered:

$$\gamma_{1n} + \psi_{1n} = \frac{T}{\pi K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} (Q_{1A} + Q_{1B})(1 + e^{-2\lambda})e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu) \quad (88)$$

b) *Az indukáló áram a második vezetében ömlik.* Ugyanazon operációkat végezve, mint az a) pont alattiakat, a megfelelő $\gamma_{2n} + \psi_{2n}$ összeg a 88) összegtől csakis a 2 index által különbözik, azaz áll:

$$\gamma_{2n} + \psi_{2n} = (\gamma_{1n} + \psi_{1n}) \frac{(Q_{2A} + Q_{2B})}{(Q_{1A} + Q_{1B})} \dots \quad (89)$$

c) *A két megfigyelés kombinációja.* Összegezve a 88) és 89) egyenleteket, ered, tekintettel 80) -ra:

$$\begin{aligned} & \gamma_{1n} + \psi_{1n} + \gamma_{2n} + \psi_{2n} = \\ & = - \frac{T}{\pi K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{J^2}{w} \cdot \frac{1 - e^{-4n\lambda}}{1 - e^{-4\lambda}} (1 + e^{-2\lambda})e^{-\lambda\nu} \sin(\pi\nu) \dots \quad (90) \end{aligned}$$

Ezen módszer alkalmazásánál ugyanazon adatok szükségesek, mint a 21. §. módszerénél.

25. §. *Állandó kitérés gyorsan egymásra következő indukció-lökések által.* Midőn az indukció-lökéseket szándékosan oly gyorsan egymásután létesítjük, hogy a közöttük elmúló időköz igen kicsiny

a lengő rendszer lengés-idejéhez képest, akkor a dynamometer mozgó része egy új, állandó egyensúly-helyzetet vesz fel, mely az eredetivel φ szöveget képez.

Úgy tekinthetjük az e kitérést okozó hatást, mint a mely állandó intenzitású két j_1 és j_2 áramok által lenne létesítve, melyek szorzata

$$j_1 j_2 1'' = m(A) \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt + (B) \int_0^{\infty} i_1 i_2 dt = m(Q_A + Q_B) \dots 91)$$

egyenlet által adatik.

Ebben m jelzi az egy másodperc alatt történt zárások és shuntolások számát.

Ellenben az indukált áram galvanometrikus hatása $20)$ és $22)$ szerint zero, lévén ugyanis :

$$j_2 1'' = m(A) \int_0^{\infty} i_2 dt + (B) \int_0^{\infty} i_2 dt = m(q_A + q_B) = 0. \dots 92)$$

Ily körülmények között a dynamometer mozogható részének mozgási egyenlete: $32)$,

$$K \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = j_1 j_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi} - h^2 \varphi - k \frac{d\varphi}{dt} \dots \dots \dots 93)$$

Állandó egyensúly esetében a sebesség és a gyorsulás zero; ered az állandó kitérés számára :

$$\varphi = \frac{1}{h^2} \frac{\partial M}{\partial \varphi} j_1 j_2$$

azaz, $91)$ és $39)$ szerint :

$$\varphi = \frac{T_0^2}{\pi^2 K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} m(Q_A + Q_B) \dots \dots \dots 94)$$

Jelölje φ_1 az állandó kitérést, midőn az indukáló áram az egyik, φ_2 , midőn az a második vezetőn átömlik; lesz az összegük :

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \frac{T_0^2}{\pi^2 K} \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} m(Q_{1A} + Q_{1B} + Q_{2A} + Q_{2B}),$$

avvagy $80)$ szerint

$$\varphi_1 + \varphi_2 = - \frac{T_0^2}{\pi^2 K} \cdot M \frac{\partial M}{\partial \varphi} m \frac{J^2}{w} \dots \dots \dots 95)$$

Ez is igen egyszerű kifejezés; a szükséges adatok ugyanazok, mint a 21. §-ban.

De meg kell jegyeznünk, hogy az egymásra következő indukció-lökések időköze nem választható tetszőleges csekélynek, hanem arra kell ügyelnünk, hogy mindenkor a megelőző indukció már teljesen megszűnt, s a stationär állapot beállott legyen, mielőtt a következő indukció kezdetét veszi.

VIII.

Az indukció simultán-differenciál egyenleteinek teljes megoldása.

26. §. *A megoldás szükséges volta.* Az indukciónak tárgyalt kísérleteinkben kiinduló pont gyanánt szolgáló egyenletei

$$\begin{aligned} E_1 &= i_1 w_1 + L \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ E_2 &= i_2 w_2 + N \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots 16)$$

magukban tartalmazzák az indukció teljes időbeli lefolyását a két zárt vezetékben.

A 20—24. §§-okban megvizsgált módszereknél ezen lefolyás ismerete kívánatos; ellenben a 25. §. módszerénél ez okvetetlenül szükséges, hogy az eljárás értéke felett ítéletet lehessen magunknak képeznünk.

Az indukciónak időbeli teljes lefolyását a 16) egyenletek teljes megoldása adja.

27. §. *Visszavezetés közönséges differenciál-egyenletekre.* A 16) egyenleteket kiküszöbölés útján más két egyenletté alakítjuk, melyek egyike csak i_1 , másika csak i_2 változót tartalmazza. Írva ismét a 11) egyenleteket

$$J_1 = \frac{E_1}{w_1}, \quad J_2 = \frac{E_2}{w_2} \dots \dots \dots 11)$$

lesz a 16)-ból:

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_1}{dt} &= \frac{(J_1 - i_1)w_1}{L} - \frac{M}{L} \frac{di_2}{dt} \\ \frac{di_2}{dt} &= \frac{(J_2 - i_2)w_2}{N} - \frac{M}{N} \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 96)$$

hasonlóan :

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_2}{dt} &= \frac{(J_1 - i_1)w_1}{M} - \frac{L}{M} \frac{di_1}{dt} \\ \frac{di_1}{dt} &= \frac{(J_2 - i_2)w_2}{M} - \frac{N}{M} \frac{di_2}{dt} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 97)$$

Helyettesítve a 96) másodikát a 16) elsejébe, lesz :

$$0 = - (J_1 - i_1)w_1 + \left(L - \frac{M^2}{N} \right) \frac{di_1}{dt} + \frac{M}{N} (J_2 - i_2)w_2$$

Differenciálva és ekközben J_1 és J_2 -t állandónak tekintve :

$$0 = w_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{LN - M^2}{N} \frac{d^2i_1}{dt^2} - \frac{Mw_2}{N} \frac{di_2}{dt}.$$

Helyettesítve ebbe a 97) elejét és összevonva, ered :

$$J_1 = i_1 + \frac{w_1N + w_2L}{w_1w_2} \frac{di_1}{dt} + \frac{LN - M^2}{w_1w_2} \frac{d^2i_1}{dt^2}$$

$$J_2 = i_2 + \frac{w_2L + w_1N}{w_2w_1} \frac{di_2}{dt} + \frac{NL - M^2}{w_2w_1} \frac{d^2i_2}{dt^2}$$

Az utolsó egyenlet a megelőzőből az 1 és 2 jelzők és az L s N felcserélése által következik.

Írva rövidítés czéljából

$$\left. \begin{aligned} \frac{LN - M^2}{w_1w_2} &= a \\ \frac{w_1N + w_2L}{w_1w_2} &= b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 98)$$

lesz :

$$\left. \begin{aligned} a \frac{d^2i_1}{dt^2} + b \frac{di_1}{dt} + i_1 &= J_1 \\ a \frac{d^2i_2}{dt^2} + b \frac{di_2}{dt} + i_2 &= J_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 99)$$

és ezek már közönséges differenciál-egyenletek.

28. §. *Megoldás.* A 99) egyenleteknek mindenesetre exponenciális kifejezések felelnek meg.

Írjuk partikuláris megoldás gyanánt:

$$\begin{aligned} i_1 &= J_1 + s_1 e^{r_1 t} \\ i_2 &= J_2 + s_2 e^{r_2 t} \end{aligned}$$

hol s_1, r_1, s_2, r_2 állandók.

Helyettesítve ezeket 99)-be, az r -ek számára jellemző és meghatározó egyenletek

$$\begin{cases} ar_1^2 + br_1 + 1 = 0 \\ ar_2^2 + br_2 + 1 = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 100)$$

E szerint r_1 és r_2 ugyanazon feltéti egyenletnek felel meg, mindegyik ugyanazon két gyökértékkel bír:

$$\begin{cases} r' = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} \\ r'' = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4a}}{2a} \end{cases} \dots\dots\dots 101)$$

avvagy, ha rövidség kedvéért teszszük

$$\begin{cases} \alpha = \frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \frac{w_1 N + w_2 L}{LN - M^2} \\ \beta = \frac{\sqrt{b^2 - 4a}}{2a} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{(w_1 N - w_2 L)^2 + 4w_1 w_2 M}}{LN - M^2} \end{cases} \dots\dots 102)$$

lesz:

$$\begin{cases} r' = -\alpha + \beta \\ r'' = -\alpha - \beta \end{cases} \dots\dots\dots 103)$$

Megjegyzendő, hogy a β mindenesetre *reális* és *positív*; az α is *positív*, ha L és N nem nagyon különbözök, mint az a 3) egyenletekből kitetszik.

A 99) egyenletek teljes megoldása a partikuláris megoldások összege levén, írhatjuk:

$$\begin{cases} i_1 - J_1 = s_1' e^{r_1 t} + s_1'' e^{r_2 t} \\ i_2 - J_2 = s_2' e^{r_1 t} + s_2'' e^{r_2 t} \end{cases} \dots\dots\dots 104)$$

hol r' és r'' a 102) és 103) szerint ismeretes, ellenben a négy s még ismeretlen állandó.

29. §. *A megoldások összefüggése.* Az s_1', s_1'', s_2', s_2'' állandók, melyek a megoldásokban fellépnek, nem függetlenek egymástól. Mert a megoldások nemcsak az egymástól független 99) differenciál-egyenleteknek, hanem a 16) simultán-egyenleteknek is tartoznak egyidejűleg megfelelni.

Helyettesítve például a 16) első egyenletébe az i_1 és i_2 -nek, valamint differenciál-hányadosainak értékeit, a mint ezek a 104)-ből következnek, és rendezve az egyenletet, nyerjük:

$$e^{r't} \{ Ms_2' r' + Ls_1' r' + w_1 s_1' \} + e^{r''t} \{ Ms_2'' r'' + Ls_1'' r'' + w_1 s_1'' \} = 0.$$

A zárjelekben lévő mennyiségek állandók lévén, az egyenlet csak úgy állhat fenn, ha külön-külön:

$$\left. \begin{aligned} Ms_2' r' + Ls_1' r' + w_1 s_1' &= 0 \\ Ms_2'' r'' + Ls_1'' r'' + w_1 s_1'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 105)$$

Ha ellenben a 16) második egyenletébe helyettesítettük volna a 104) értékeket, akkor két más alakú egyenlethez jutunk, mely a 104)-ből következik, ha az 1 és 2; továbbá L s N -et egymással felcseréljük. Lesz:

$$\left. \begin{aligned} Ms_1' r' + Ns_2' r' + w_2 s_2' &= 0 \\ Ms_1'' r'' + Ns_2'' r'' + w_2 s_2'' &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 106)$$

Azonban a négy feltéti egyenlet 105) és 106)-ban, nem független egymástól, mint az az eddigi kifejtésből is következik; de azonnal kimutathatjuk, hogy a 105) és a 106) egyenletcsoport két identitást fejez ki. Ugyanis a két csoport első két egyenletéből ered

$$\frac{s_1'}{s_2'} = \frac{Mr'}{Lr' + w_1} = \frac{Nr' + w_2}{Mr'}$$

a miből

$$Mr'^2 (Lr' + w_1) (Nr' + w_2) = 0$$

azaz

$$(LN - M^2) r'^2 + (w_1 N + w_2 L) r' + w_1 w_2 = 0$$

mely nem egyéb, mint a 100) egyenlet; ha abba a 98) helyettesítetük. Ugyaníly összefüggés áll a 105) és 106) csoport második két egyenletére.

Ennek értelmében a 105) és a 106) csoport két identitást fejez ki s a négy egyenlet közül csak kettő független.

30. §. *Általános megoldás.* Ha csak s_1' és s_1'' által akarjuk az eredményt kifejezni, áll a 105)-ből

$$\left. \begin{aligned} s_2' &= - \frac{Lr' + w_1}{Mr'} s_1' \\ s_2'' &= - \frac{Lr'' + w_1}{Mr''} s_1'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 107)$$

Ha ellenben s_2' és s_2'' által, akkor 106)-ból:

$$\left. \begin{aligned} s_1' &= - \frac{Nr' + w_2}{Mr'} s_2' \\ s_1'' &= - \frac{Nr'' + w_2}{Mr''} s_2'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 108)$$

Az 107) szerint a teljes megoldás 104).

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= J_1 + e^{-\alpha t} \{ s_1' e^{+\beta t} + s_1'' e^{-\beta t} \} \\ i_2 &= J_2 - \frac{e^{-\alpha t}}{M} \left\{ s_1' \left(L - \frac{w_1}{\alpha - \beta} \right) e^{+\beta t} + s_1'' \left(L - \frac{w_1}{\alpha + \beta} \right) e^{-\beta t} \right\} \end{aligned} \right\} 109)$$

Ellenben a 108) szerint:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= J_1 - \frac{e^{-\alpha t}}{M} \left\{ s_2' \left(N - \frac{w_2}{\alpha - \beta} \right) e^{+\beta t} + s_2'' \left(N - \frac{w_2}{\alpha + \beta} \right) e^{-\beta t} \right\} \\ i_2 &= J_2 + e^{-\alpha t} \{ s_2' e^{+\beta t} + s_2'' e^{-\beta t} \} \end{aligned} \right\} 110)$$

Akár a 109) akár a 110) alakot használjuk: a teljes megoldásban mindig még két ismeretlen állandó tartalmaztatik. Értékeik az indukció kezdetén fennálló feltételekből következnek.

De már ezen általános megoldásból is következik, hogy mivel 102) szerint $\alpha > \beta$, az i_1 és i_2 az idő növekedtével folytonosan közelednek az J_1 és J_2 értékekhez, vagyis az indukció nélkül fennálló stationär intenzitásokhoz.

A megoldást az indukció azon két esetére akarjuk alkalmazni, melylyel a III—VII szakaszokban foglalkoztunk, és melyben a második vezetékben nem működik állandó elektromotiv erő E_2 . E szerint, mivel $J_2 = \frac{E_2}{w_2}$, ezentúl $J_2 = 0$.

31. §. *A zárásnál fellépő indukció.* A zárás pillanatában sem az indukáló, sem az indukált vezetékben nincs áram; az indukció lefolytával beálló stacionär állapotban pedig az első áram intenzitása J_1 , a másodiké ismét zéró.

A zárás pillanatában a kezdetleges feltételek:

$$E_2 = 0; \quad t = 0, \quad \left. \begin{array}{l} i_1 = 0 \\ i_2 = 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 111)$$

Helyettesítve e feltételeket a $IO4)$ megoldásokba, következő feltéti egyenletek erednek:

$$0 = J_1 + (s_1' + s_1'')$$

$$0 = -\frac{1}{M(\alpha^2 - \beta^2)} \{ (L(\alpha^2 - \beta^2) - w_1(\alpha + \beta))s_1' + (L(\alpha^2 - \beta^2) - w_1(\alpha - \beta))s_1'' \}$$

melyekből azonnal lesz:

$$\left. \begin{array}{l} s_1' = -\frac{J_1}{2} (L(\alpha + \beta) - w_1) \frac{\alpha - \beta}{w_1\beta} \\ s_1'' = +\frac{J_1}{2} (L(\alpha - \beta) - w_1) \frac{\alpha + \beta}{w_1\beta} \end{array} \right\} \dots\dots\dots 112)$$

Ezekből, a $IO7)$ és $IO3)$ értelmében találjuk:

$$s_2' - s_2'' = +\frac{J_1}{2} \frac{1}{Mw_1\beta} \{ L^2(\alpha^2 - \beta^2) - 4L\alpha w_1 + w_1^2 \}. \quad 113)$$

Így tehát, $t = 0$ időben történvén a zárás, az indukáló és az indukált áram intenzitása tetszőleges t időpontban, $IO9)$ szerint:

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = J_1 - \frac{J_1}{2} \frac{e^{-\alpha t}}{w_1\beta} \{ (L(\alpha + \beta) - w_1)(\alpha - \beta) e^{+\beta t} - (L(\alpha - \beta) - w_1)(\alpha + \beta) e^{-\beta t} \} \\ i_2 = +\frac{J_1}{2} \frac{e^{-\alpha t}}{w_1\beta M} \{ L^2(\alpha^2 - \beta^2) - 4L\alpha w_1 + w_1^2 \} (e^{+\beta t} - e^{-\beta t}) \end{array} \right\} 114)$$

32. §. *A shuntolásnál fellépő indukció.* A shuntolás eszközése után sem az egyik, sem a másik zárt vezetékben nem működhet állandó elektromotív erő, e szerint ebben az esetben $E_1 = E_2 = 0$, és mivel a $IO9)$ -ben J_1 és J_2 a stacionär állapotban fellépő intenzitások, úgy ezek helyébe zéró teendő, mivel $E_1 = E_2 = 0$ lévén, a stacionär intenzitások csak zérók lehetnek.

De, a shuntolás pillanatában az első vezetõn át még J_1 intenzitású áram ömlik, ellenben a második vezetõben nincs áram.

A shuntolás pillanatában a feltéti egyenletek :

$$E_1 = E_2 = 0; \quad t = 0, \quad \left. \begin{array}{l} i_1 = J_1 \\ i_2 = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots 115)$$

Ezen körülmények között a IO_9 értékei $t = 0$ -kor :

$$J_1 = s_1' + s_1''$$

$$0 = - \frac{1}{M(\alpha^2 - \beta^2)} \{ (L(\alpha^2 - \beta^2) - w_1(\alpha + \beta)) s_1' + (L(\alpha^2 - \beta^2) - w_1(\alpha - \beta)) s_1'' \}$$

Ezen két feltéti egyenlet a megelőző §-ban talált feltéti egyenletektől csak annyiban különbözik, hogy az előbbieken J_1 előjele ellentett.

Így tehát a jelen indukció esetére azonnal nyerhetjük az eredményt, ha a IIA_9 kifejezések változó részeiben J_1 előjelét ellenkezővé tesszük. Lesz a két áram intenzitása-tetszőleges t időpontban :

$$\left. \begin{array}{l} i_1 = + \frac{J_1}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha t}}{w_1 \beta} \{ (L(\alpha + \beta) - w_1)(\alpha - \beta) e^{+\beta t} - (L(\alpha - \beta) - w_1)(\alpha + \beta) e^{-\beta t} \} \\ i_2 = - \frac{J_1}{2} \cdot \frac{e^{-\alpha t}}{w_1 \beta M} \{ L^2(\alpha^2 - \beta^2) - 4\alpha w_1 + w_1^2 \} (e^{+\beta t} - e^{-\beta t}) \end{array} \right\} \dots 116)$$

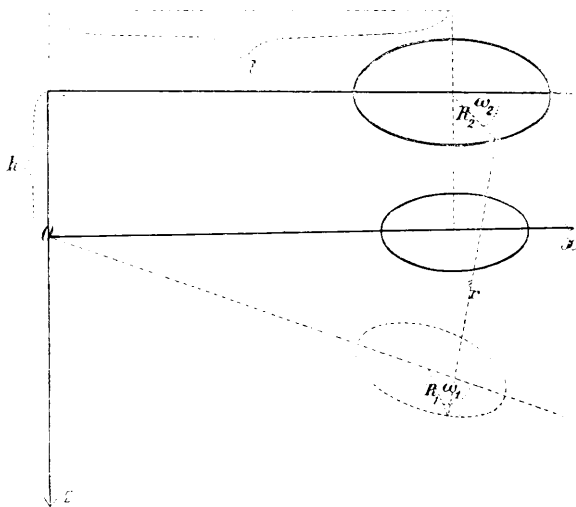
Ha a 31. és 32. §§-ban a IIO_9 -ból indultunk volna ki, ugyanazon értékű IIA_9 és $II B_9$ kifejezésekhez jutnánk, melyekben csak w_1 és L helyén w_2 és N állana.

IX.

Az M és $\frac{\partial M}{\partial z}$ számítása véges keresztmetszetű, párhuzamos és coaxialis két körtekercsre nézve.

33. §. *Párhuzamos és coaxialis két körtekercs.* A V, VI. és VII. szakaszban tárgyalt kísérletek végrehajtására igen alkalmas oly

dyamometer, mely egy álló és egy mozgó körtekerescből áll, hol a mozgó tekercs csak oly tengely körül foroghat, mely nem megy középpontján keresztül, és hol az egyensúly esetében a két tekercs párhuzamos (l. az 1. és 2. ábrát).



1. ábra.

Egyszerűség kedvéért a két tekercset először végtelen kis keresztmetszetű körvezetőnek tekintjük, melyek helyzete a tekercsek középfonalával egybeesik.

A számítandó mennyiségek 3) szerint:

$$\left. \begin{aligned} M &= \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds_1 ds_2 \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= \iint \left\{ \frac{\partial(\cos \varepsilon)}{\partial \varphi} \frac{1}{r} + \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial \varphi} \cos \varepsilon \right\} ds_1 ds_2 \end{aligned} \right\} \dots 117)$$

A φ az integrálás alatt állandó lévén, szabad $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ -et a 117) alatti alakban írni.

Jelelje, 1. ábra,

R_1 az első }
 R_2 a második } kör sugarát,
 h síkjaik távolát, mikor párhuzamosak,
 φ a síkjaik által bezárt szöget,
 $x_1y_1z_1$ az első kör ds_1 }
 $x_2y_2z_2$ a második kör ds_2 } elemének összrendezőit,
 ω_1 a ds_1 -hez húzott R_1 }
 ω_2 a ds_2 -hez húzott R_2 } és a forgás síkja által képezett szöget,
 l a mozogható kör központjának távolát a forgás tengelyétől,
 Y a forgás tengelyét, mely a rajz síkjára merőleges.

Lesz:

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l} x_1 = l + R_1 \cos \omega_1 \\ y_1 = R_1 \sin \omega_1 \\ z_1 = -h \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_2 = (l + R_2 \cos \omega_2) \cos \varphi \\ y_2 = R_2 \sin \omega_2 \\ z_2 = (l + R_2 \cos \omega_2) \sin \varphi \end{array} \\
 \\
 \left. \begin{array}{l} \frac{dx_1}{ds_1} = -\sin \omega_1 \\ \frac{dy_1}{ds_1} = +\cos \omega_1 \\ \frac{dz_1}{ds_1} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{dx_2}{ds_2} = -\sin \omega_2 \cos \varphi \\ \frac{dy_2}{ds_2} = +\cos \omega_2 \\ \frac{dz_2}{ds_2} = \sin \omega_2 \sin \varphi \end{array}
 \end{array}$$

Ezekből

$$\begin{aligned}
 \cos \varepsilon &= \frac{dx_1}{ds_1} \cdot \frac{dx_2}{ds_2} + \frac{dy_1}{ds_1} \cdot \frac{dy_2}{ds_2} + \frac{dz_1}{ds_1} \cdot \frac{dz_2}{ds_2} \\
 r^2 &= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2,
 \end{aligned}$$

azaz, rövidítések eszközlése után:

$$\left. \begin{aligned}
 \cos \varepsilon &= \cos (\omega_2 - \omega_1) - 2 \sin \omega_1 \sin \omega_2 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \\
 r^2 &= R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1R_2 \cos (\omega_2 - \omega_1) \\
 &+ 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2} \{ R_1R_2 \cos \omega_1 \cos \omega_2 + l(l + R_1 \cos \omega_1 + R_2 \cos \omega_2) \} \\
 &\quad + 2h(l + R_2 \cos \omega_2) \sin \varphi
 \end{aligned} \right\} \dots 118)$$

A $\cos \varepsilon$ és r első része φ -tól független, többi része φ -t tartalmazza.

Ebből nyerjük :

$$\frac{\partial(\cos \varepsilon)}{\partial \varphi} = - \sin \omega_1 \sin \omega_2 \sin \varphi$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} = - \frac{1}{r^3} \left[\sin \varphi \{ R_1 R_2 \cos \omega_1 \cos \omega_2 + l (l + R_1 \cos \omega_1 + R_2 \cos \omega_2) \} + h \cos \varphi (l + R_2 \cos \omega_2) \right].$$

Vonatkoztatva ezeket az egyensúly esetére, hol $\varphi = 0$.

$$\varphi = 0: \left. \begin{aligned} \frac{\partial(\cos \varepsilon)}{\partial \varphi} &= 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial r^2} &= - \frac{h}{r^3} (l + R_2 \cos \omega_2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 119)$$

Vezessünk be ω_2 helyébe új változót, ω -t, úgy, hogy

$$\omega_2 - \omega_1 = \omega \dots \dots \dots 120)$$

miután ω_2 és ω_1 egymástól teljesen független, tekintsük a $120)$ egyenletben csak ω_2 és ω mennyiségeket változóknak, s lesz:

$$\omega_2 = \omega + \omega_1; d\omega_2 = d\omega.$$

Lesz $\varphi = 0$ -kor a $117)$ második egyenlete :

$$\frac{\partial M}{\partial \varphi} = - R_1 R_2 \int_0^{2\pi} d\omega_1 \int_0^{2\pi} \frac{h (l + R_2 \cos (\omega + \omega_1)) \cos \omega}{r^3} d\omega.$$

Kifejtve a $\cos (\omega + \omega_1)$ -hez tartozó tagokat :

$$\int_0^{2\pi} \cos \omega_1 d\omega_1 \int_0^{2\pi} \frac{h R_2 \cos^2 \omega d\omega}{r^3} - \int_0^{2\pi} \sin \omega_1 d\omega_1 \int_0^{2\pi} \frac{h R_2 \sin \omega \cos \omega d\omega}{r^3}$$

Itt ω_1 és ω egymástól függetlenek lévén, mindkét tag elesik,

$$\text{mivel } \int_0^{2\pi} \cos \omega_1 d\omega_1 = \int_0^{2\pi} \sin \omega_1 d\omega_1 = 0.$$

Marad tehát $\varphi = 0$ esetére a (117)-ből :

$$\left. \begin{aligned} M &= 2\pi R_1 R_2 \int_0^{2\pi} \frac{\cos \omega \, d\omega}{(R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1 R_2 \cos \omega)^{\frac{1}{2}}} \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= -2\pi R_1 R_2 h l \int_0^{2\pi} \frac{\cos \omega \, d\omega}{(R_1^2 + R_2^2 + h^2 - 2R_1 R_2 \cos \omega)^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \right\} \dots (121)$$

Ezen kifejezések teljes első és másodfajú elliptikus integrálok által állíthatók elő.

Bevezetve ugyanis

$$w = 2\psi + \pi; \quad d\omega = 2d\psi$$

egyenletek által a ψ változót, a határok :

$$\left. \begin{aligned} \omega = 0 \\ \psi = -\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}; \quad \left. \begin{aligned} \omega = 2\pi \\ \psi = +\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\}$$

ha még rövidítve írjuk :

$$\frac{2\sqrt{R_1 R_2}}{[(R_1 + R_2)^2 + h^2]^{\frac{1}{2}}} = c \dots \dots \dots (122)$$

lesz :

$$\begin{aligned} M &= 2\pi c \sqrt{R_1 R_2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 \psi - 1}{(1 - c^2 \sin^2 \psi)^{\frac{1}{2}}} d\psi \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= -\frac{\pi c^3 h l}{2\sqrt{R_1 R_2}} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin^2 \psi - 1}{(1 - c^2 \sin^2 \psi)^{\frac{3}{2}}} d\psi \end{aligned}$$

Írva rövidség kedvéért :

$$(1 - c^2 \sin^2 \varphi)^{\frac{1}{2}} = \Delta \varphi \dots \dots \dots (123)$$

úgy LEGENDRE jelölési módja szerint

$$\left. \begin{aligned} F(c) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{\Delta\psi} \\ E(c) &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Delta\psi \, d\psi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 124)$$

az első és másodfajú c modulussal bíró, teljes elliptikus integrál.

Megjegyezve, hogy ezekre nézve még következő összefüggések érvényesek:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\psi}{\Delta\psi} d\psi &= \frac{F-E}{c^2} \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\psi}{(\Delta\psi)^2} &= \frac{1}{1-c^2} \cdot E \\ \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2\psi}{\Delta\psi} d\psi &= \frac{1}{1-c^2} \cdot \frac{E}{c^2} - \frac{F}{c^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 125)$$

miről egyenes differenciálás útján is azonnal meggyőződhetni,

az M és $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ végleges értéke párhuzamos két kör esetében:

$$\left. \begin{aligned} M &= 4\pi \sqrt{R_1 R_2} \left\{ \left(\frac{2}{c} - c \right) F(c) - \frac{2}{c} E(c) \right\} \\ \frac{\partial M}{\partial \varphi} &= - \frac{\pi c h l}{\sqrt{R_1 R_2}} \left\{ \frac{2-c^2}{1-c^2} E(c) - 2F(c) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 126)$$

* Az M értékét már MAXWELL, *Treatise on electricity* etc. II. 306. lapon adja; a $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ értéke szintén következik az ott $\frac{dM}{db}$ számára adott értékből, ha tekintetbe vesszük, hogy $b = h$, és 121)-ből $\frac{\partial M}{\partial \varphi} = l \left(\frac{dM}{dh} \right)$. De megjegyzendő, hogy az idézett értékek csak a kiadás későbbi példányaiban helyesek.

34. §. *Kiterjesztés véges keresztmetszetű tekercsekre.* A megelőző számítás két végtelen kicsiny keresztmetszetű körre érvényes. De a gyakorlatban nem egyetlen egy menetből álló vezetékot alkalmazunk, mert ilyeneken átömlő áramok hatása nagyon gyenge, hanem számos menetből álló tekercset, melynek keresztmetszete véges.

A tekercsekről felvesszük, hogy keresztmetszetük derék-szögű egyenközény.

MAXWELL *eljárasi módja.** A 126) egyenletek érvényesek $d\xi_1 d\zeta_1, d\xi_2 d\zeta_2$ keresztmetszetű két áramszálra, ha $\xi_1, \zeta_1, \xi_2, \zeta_2$ a tekercsek keresztmetszetei valamely pontjának összrendezőit jelzik az első, vagy a második tekercsben.

Az M és a $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ mindig szorozva lép fel $(i_1 i_2)$ áramintenzitások szorzatával. De, ha n_1 és n_2 számú menet van az első s a második tekercsben, akkor az egyik, s a másik keresztmetszeten átömlő áram-intenzitás:

$$n_1 i_1, \quad n_2 i_2.$$

Legyen $(\xi_1 \zeta_1), (\xi_2 \zeta_2)$ szorzat az első, illetve második tekercs egész keresztmetszete, ha ξ_1, ξ_2 az egész vastagságot a sugár irányában, ζ_1, ζ_2 az egész szélességet a tengely irányában jelzi. Vezessünk be a számítás gyorsabb eszközölhetése céljából i_1 és i_2 hipotetikus áram-intenzitásokat, melyek

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 \zeta_1 i_1 &= n_1 i_1 \\ \xi_2 \zeta_2 i_2 &= n_2 i_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 127)$$

egyenletek által advák. Ha tehát a tekercsek egész terét áramok által folytonosan betöltöttnek vesszük (a mi igen nagy megközelítéssel felel meg a valóságnak) akkor i_1 és i_2 az első, illetve a második tekercs keresztmetszetének felület egységén átömlő áram-intenzitás, u. n. fajlagos áramintenzitások.

E tekercsekből két *szálat* véve tekintetbe, az azokon átömlő áram-intenzitás

$$d\xi_1 d\zeta_1 i_1; \quad d\xi_2 d\zeta_2 i_2.$$

* MAXWELL, II. 304.

Ezen két szádra nézve tehát az M vagy a $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ -nek (126) alatti kifejezéséhez járul

$$d\dot{\xi}_1 d\zeta_1 d\dot{\xi}_2 d\zeta_2 i_1 i_2$$

szorzat.

Jelelve M -et vagy $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ -t egybetűvel P -vel, akkor $P d\dot{\xi}_1 d\zeta_1 d\dot{\xi}_2 d\zeta_2 i_1 i_2$ a két áramszálra érvényes mennyiség; ebből nyerjük az egész, véges két keresztmetszetre érvényes kifejezést e mennyiségnek integrálása által.

Helyettesítve a $\dot{\xi}_1 \zeta_1$ rendszer kezdőpontját az első tekercs keresztmetszete középebe, a $\dot{\xi}_2 \zeta_2$ rendszerét a második tekercs keresztmetszete középebe, az integrálás határai — $\frac{\dot{\xi}_1}{2} + \frac{\dot{\xi}_1}{2} \dots \dots$
 $+ \frac{\zeta_2}{2}, - \frac{\zeta_2}{2}$. E szerint keressük:

$$+ \frac{\zeta_2}{2} + \frac{\dot{\xi}_2}{2} + \frac{\dot{\xi}_1}{2} + \frac{\dot{\xi}_1}{2}$$

$$i_1 i_2 \int d\zeta_2 \int d\dot{\xi}_2 \int d\zeta_1 \int d\dot{\xi}_1$$

$$- \frac{\dot{\xi}_2}{2} - \frac{\zeta_2}{2} - \frac{\dot{\xi}_1}{2} - \frac{\zeta_1}{2}$$

összeget.

Jelölje \bar{P} a P függvénynek azon középértékét, melyet a két keresztmetszet szorzatával, $(\dot{\xi}_1 \zeta_1 \dot{\xi}_2 \zeta_2)$ -vel szorozva, ugyanazon érteket adja, mint a fentebbi négyszeres integrál. Azaz, hogy álljon:

$$+ \frac{\zeta_2}{2} + \frac{\dot{\xi}_2}{2} + \frac{\dot{\xi}_1}{2} + \frac{\dot{\xi}_1}{2}$$

$$i_1 i_2 (\dot{\xi}_1 \zeta_1 \dot{\xi}_2 \zeta_2) \bar{P} = i_1 i_2 \int d\dot{\xi}_2 \int d\zeta_2 \int d\zeta_1 \int d\dot{\xi}_1 P \dots \dots (128)$$

$$- \frac{\dot{\xi}_2}{2} - \frac{\zeta_2}{2} - \frac{\dot{\xi}_1}{2} - \frac{\zeta_1}{2}$$

Így tehát a \bar{P} -t csak (127) $n_1 n_2 i_1 i_2$ -vel kell szoroznunk, hogy teljes szigorral nyerjük a két áram elektrokinetikus erélyének közös részét, $I\beta$), illetve $n_1 n_2 i_2 i_2 \frac{\partial M}{\partial \varphi}$ -t.

Arra nézve, hogy a P -nek a keresztmetszetek méreteiből képezett értékét találjuk, fejtsük ki P -t TAYLOR sora értelmében:

$$P = P_0 + \frac{\partial P_0}{\partial \xi_1^2} \xi_1^2 + \dots + \dots + \frac{\partial P_0}{\partial \zeta_2^2} \zeta_2^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_0}{\partial \xi_1^2 \partial \xi_1^2} \xi_1^4 + \dots$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P_0}{\partial \zeta_2^2 \partial \zeta_2^2} \zeta_2^4 + \dots$$

Itt a P_0 a P azon értéke, mely a két tekercs középfonalaira vonatkozik; P_0 -nak differenciál-hányadosai állandók. Helyettesítve ez értéket 128)-ba, csak a páros hatványú tagok maradnak meg, és a közös $(\xi_1, \zeta_1, \xi_2, \zeta_2)$ szorzattal rövidítve ered:

$$\bar{P} = P_0 + \frac{1}{24} \left\{ \xi_1^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \xi_1^2} + \dots + \dots + \zeta_2^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial \zeta_2^2} \right\} + \frac{1}{960} \left\{ \xi_1^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \xi_1^4} + \dots \right.$$

$$\left. \dots + \zeta_2^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \zeta_2^4} \right\} + \frac{1}{576} \left\{ \xi_1^2 \zeta_1^2 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \xi_1^2 \partial \zeta_1^2} + \dots + \dots + \zeta_2^2 \zeta_2^2 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \zeta_2^2 \partial \zeta_2^2} \right\} + \dots \quad (129)$$

35. §. *Alkalmazás egyenlő nagyságú és keresztmetszetű két tekercsre.* Ilyen esetben áll:

$$\xi_1 = \xi_2 = \xi, \quad \zeta_1 = \zeta_2 = \zeta, \quad R_1 = R_2 = R$$

$$c = \frac{2R}{(4R^2 + h^2)^{1/2}}$$

és, mivel ξ a sugar, ζ a h távol irányában fekszik:

$$\frac{\partial}{\partial \xi_1} = \frac{\partial}{\partial \xi_2} = \frac{\partial}{\partial R}; \quad \frac{\partial}{\partial \zeta_1} = \frac{\partial}{\partial \zeta_2} = \frac{\partial}{\partial h}$$

Ered:

$$\bar{P} = P_0 + \frac{1}{12} \left(\xi^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial R^2} + \zeta^2 \frac{\partial^2 P_0}{\partial h^2} \right) + \frac{1}{480} \left(\xi^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial R^4} + \zeta^4 \frac{\partial^4 P_0}{\partial h^4} \right) +$$

$$\frac{1}{144} \xi^2 \zeta^2 \frac{\partial^4 P_0}{\partial \xi^2 \partial \zeta^2} + \dots \dots \dots (130)$$

De itt szigorúan tartandó szem előtt, hogy az R szerinti differenciálások úgy történnek, hogy R_1 és R_2 eleinte, az operáció közben, különbözőnek vétetik, és csak az egyik pl. R_1 szerint differenciáltatik; az operációk végén teendő csak $R_1 = R_2$.

Következőkben a 130) egyenletet alkalmazzuk az M és $\frac{\partial M}{\partial \varphi}$ pontosabb számítására. Megelégszünk a négyzetes tagok kifejtésével.

E mellett következő két összefüggést fogjuk felhasználni:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dc} E(c) &= \frac{E(c) - F(c)}{c} \\ \frac{d}{dc} F(c) &= \frac{1}{1-c^2} \cdot \frac{E(c)}{c} - \frac{F(c)}{c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 131)$$

36. §. Az M hányadosai. Írjuk a 126) elsejét rövidítve:

$$M_0 = 4\pi \sqrt{R_1 R_2} \{ \dots \} \dots\dots\dots 132)$$

és ebből

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M_0}{\partial R^2} &= -\frac{\pi}{R} \{ \dots \} + 4\pi \left(\frac{\partial c}{\partial R} + R \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} \right) \frac{d\{ \dots \}}{dc} + 4\pi R \left(\frac{\partial c}{\partial R} \right)^2 \frac{d^2\{ \dots \}}{dc^2} \\ \frac{\partial^2 M_0}{\partial h^2} &= +4\pi R \left\{ \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \cdot \frac{d\{ \dots \}}{dc} + \left(\frac{\partial c}{\partial R} \right)^2 \frac{d^2\{ \dots \}}{dc^2} \right\} \end{aligned} \right\} 133)$$

Továbbá 122)-ből

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial R} &= \frac{h^2 c^3}{8R} \\ \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} &= -\frac{c}{4R^2} - \frac{3h^2 c^5}{16R^4} \\ \frac{\partial c}{\partial h} &= -\frac{hc^3}{4R^2} \\ \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} &= -\frac{c^3}{4R^2} + \frac{3h^2 c^5}{16R^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 134)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\{ \dots \}}{dc} &= \left(\frac{2}{c^2} - 1 \right) \frac{E(c)}{1-c^2} - \frac{2}{c^2} F(c) \\ \frac{d^2\{ \dots \}}{dc^2} &= \frac{-4 + 7c^2 - c^4}{c^3(1-c^2)^2} E(c) + \frac{4 - 5c^2}{c^3(1-c^2)} F(c) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 135)$$

37. §. $A \frac{\partial M}{\partial \varphi}$ hányadosai. Írjuk a 126) másodikát rövidítve:

$$\left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)_0 = -\pi h l \gamma \{ \dots \} \dots \dots \dots 136)$$

hol rövidítve:

$$\frac{c}{\sqrt{R_1 R_2}} = \gamma \dots \dots \dots 137)$$

Lesz:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)}{\partial R^2} &= -\pi h l \left\{ \frac{\partial^2 \gamma}{\partial R^2} \{ \dots \} + \left(2 \frac{\partial \gamma}{\partial R} \cdot \frac{\partial c}{\partial R} + \gamma \frac{\partial^2 c}{\partial R^2} \right) \frac{d\{ \dots \}}{dc} + \right. \\ &\quad \left. + \gamma \left(\frac{\partial c}{\partial R} \right)^2 \frac{d^2 \{ \dots \}}{dc^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi}\right)_0}{\partial h^2} &= -\frac{\pi h l}{R} \left\{ \left(\frac{1}{h} \cdot \frac{\partial c}{\partial h} + \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \right) \{ \dots \} + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{c}{h} \frac{\partial c}{\partial h} + 2 \left(\frac{\partial c}{\partial h} \right)^2 + c \frac{\partial^2 c}{\partial h^2} \right) \frac{d\{ \dots \}}{dc} + c \left(\frac{\partial c}{\partial h} \right)^2 \frac{d^2 \{ \dots \}}{dc^2} \right\} \end{aligned} \right\} 138)$$

Továbbá 137) és 122)-ből:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \gamma}{\partial R} &= -\frac{c^3}{2R^2} \\ \frac{\partial^2 \gamma}{\partial R^2} &= +\frac{c^3}{4R^3} (3c^2 - 1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 139)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\{ \dots \}}{dc} &= \frac{c(1+c^2)}{(1-c^2)^2} E(c) - \frac{c}{1-c^2} F(c) \\ \frac{d^2 \{ \dots \}}{dc^2} &= \frac{1+7c^2}{(1-c^2)^3} E(c) - \frac{1+3c^2}{(1-c^2)^2} F(c) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 140)$$

38. §. *A kifejtés végleges értékei.* Helyettesítve és rövidítve, ered:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M_0}{\partial R^2} &= -\frac{\pi c}{R} \left\{ \frac{E(c)}{1-c^2} \left[1 - \frac{h^2}{4R^2} (4-8c^2+3c^4) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{h^4}{16R^4} \frac{c^2}{1-c^2} (-4+7c^2-c^4) \right] - \right. \\ &\quad \left. - F(c) \left[1 - \frac{h^2}{4R^2} (4-6c^2) + \frac{h^2}{16R^4} \cdot \frac{c^2}{1-c^2} (-5c^2) \right] \right\} \\ &= -\frac{\pi c}{R(1-c^2)} \left\{ E(c) \left[(2-c^2) - \frac{h^2}{4R^2} \cdot \frac{c^2}{1-c^2} 2(1-c^2+c^4) \right] \right. \\ &\quad \left. - F(c) \left[2(1-c^2) - \frac{h^2}{4R^2} \cdot c^2(2-c^2) \right] \right\} \end{aligned} \right\} * 141)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)_0}{\partial R^2} &= -\frac{\pi h l c^4}{4R^3} \left\{ \frac{E(c)}{(1-c^2)^2} \left[(-3+8c^2-10c^4+3c^6) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 5 \frac{h^2}{4R^2} c^4(1+c^2) + \frac{h^4}{16R^4} c^4 \frac{1+7c^2}{1-c^2} \right] - \frac{F(c)}{1-c^2} \left[(-3+ \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 8c^2 - 6c^4) - 5 \frac{h^2}{4R^2} c^4 + \frac{h^4}{16R^4} c^4 \frac{1+3c^2}{1-c^2} \right] \right\} \end{aligned} \right\} 142)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial M}{\partial \varphi} \right)_0}{\partial h^2} &= +\frac{\pi h l c}{4R^3} \left\{ \frac{E(c)}{(1-c^2)^2} \left[4(1-c^2) - \frac{h^2 c^2}{4R^2} (6-4c^2+ \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 8c^4 + \frac{c^2(1+7c^2)}{1-c^2} \right] - \frac{F(c)}{1-c^2} \left[2(2-c^2) - \frac{h^2 c^2}{4R^2} (6 + \frac{4c^2}{1-c^2}) \right] \right\} \end{aligned} \right\}$$

* Az M hányadosai számára ROWLAND, *Amer. Journ.* XV, 331. l. (1878) ád értékeket számításának közlése nélkül; értékei közül csak a $\frac{\partial^2 M_0}{\partial h^2}$ egyez meg a 141)-el, számításom többszöri ismétlése daczára.

X.

Előleges, tájékoztató kísérletek.

39. §. *A zárás és shuntolás módja.* A következőkben felhozott kísérletek csak azon szempontból tétettek, hogy bebizonyítsák, miszerint az előbbieken, az V., VI., VII. szakaszok alatt tárgyalt módszerek alkalmazásánál, már közönséges körülmények között is, igen jól mérhető kitérések keletkeznek.

Mindenek előtt azonban a 9. §-ban felemlített azon körülményt kell tisztába hoznunk, hogy t. i. mily módon történik az E_1 elektromotív erőnek oly módon való shuntolása, hogy ekközben a vezetőknek w_1 ellenállása és L indukció-állandója változatlan maradjon.

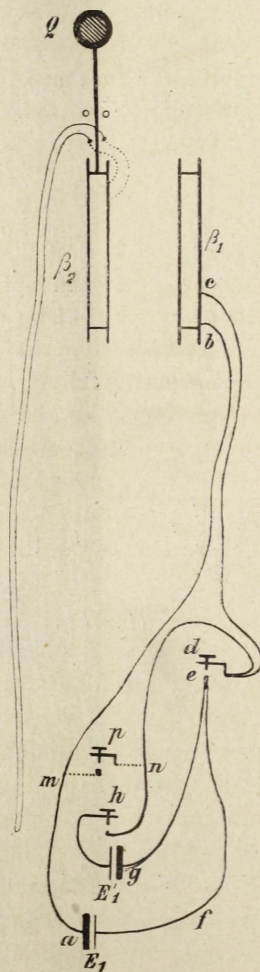
A 2. ábra az egész használt kísérleti berendezésnek horizontal-vetületét állítja elő. β_1 az álló, β_2 a mozogható tekercs, az utóbbi egy horizontalis, Q tömeg által ellensúlyozott karhoz van erősítve, mely bifilár módon $o o$ fonalokon (sodranyokon) függ.

Egybekapcsolva billentyű által a d és e pontokat, előállítjuk az $am b c d e f a$ zárt vezetéket, melynek ellenállása w_1 és indukció-állandója L .

A de -nél történő zárás pillanatában a zárás indukciója keletkezik, 8. §. és 32. §.

A stacionär állapot bekövetkeztével az intenzitás $J_1 = \frac{w_1}{E_1}$

Zárjunk most h -nál billentyű segítségével, akkor egy második, $deghnd$



2. ábra.

zárt vezetékünk van, melynek ellenállása w_1' és mely az első zárt vezetékkel az elenyésző csekély ellenállású de vezetőrészt közösen bírja. Az E_1' és w_1' úgy legyen szabályozva, hogy álljon

$$J_1 = \frac{E_1}{w_1} = \frac{E_1'}{w_1'}, \dots \dots \dots 143)$$

mely szabályozás mindig könnyen eszközölhető.

Válaszszuk el most d -t az c -től a billentyű elbocsátása által : ekkor egy szakadatlan el nem ágazott, $ambcdnhgcf a$ vezeték keletkezik, melynek ellenállása $w_1 + w_1'$ és melyben $E_1 + E_1'$ elektromotív erő működik, és melyben tehát az áram-intenzitás:

$$J = \frac{E_1 + E_1'}{w_1 + w_1'} = J_1 \dots \dots \dots 144)$$

tehát ismét az előbbi intenzitás. Ez oknál fogva d és c -nél, a megszakításkor szikra nem léphet fel, miként azt a kísérletnél csakugyan lehetett tapasztalni.

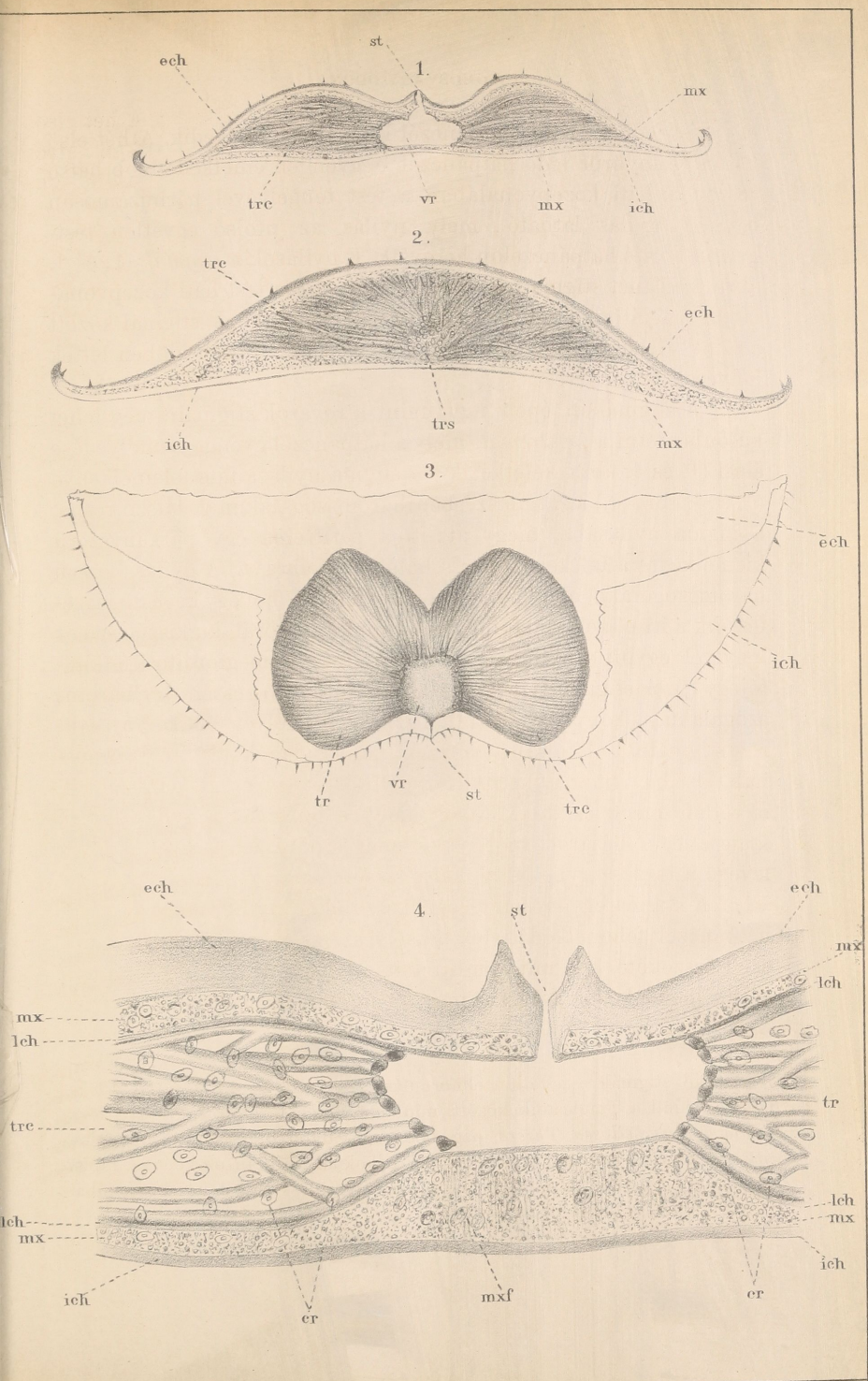
Válaszszunk most az ab és a dg vezetőrészekben két oly fekvésű m és n pontot, miszerint az $m b c d n$ vezető rész ellenállása egyenlő legyen w_1 -el; kapcsoljuk azután egybe a két pontot az $m p n$ elenyésző ellenállású shunttal.

Ezen shuntolás által az $m b c d n m p$ zárt vezeték lett előállítva, melyben semmiféle telepszülte elektromotív erő nem működik, melyben a shuntolás pillanatában J_1 intenzitású áram kering, és melynek ellenállása w_1 és indukció-együtthatója igen nagy közelítéssel L .

Mert az ξ_1 tekercsen kívül fekvő vezetőrészek az L értékére csak elenyésző befolyásúak, mivel azoknak egyes részei igen sokszorta rövidebbek, és igen sokszorta nagyobb távolokban fekszenek egymástól, mint az ξ_1 tekercs vezetőrészei. (L.a 3) egyenleteket.)

Igy tehát a shuntolás pillanatában azon feltételeket létesítettük, melyek a 9. §. számításoknak alapul szolgálnak; azon pillanatban, midőn hol a shunt az m és n pontot egybekapcsolja, kezdődik a shuntolás indukciója, 9. §. és 33. §.

Arra nézve, hogy ismét zárást hozunk létre az $ambcdef a$ vezetékben, nyissunk, mialatt a shunt mn -nél marad, h -nál, ezután, p -nél nyitva, távolítsuk el a shuntot és zárjunk de -nél.





Ezen pillanatban a zárás indukciója ismét kezdődik, 8. §. és 32. §.

Ily berendezés által elérjük azt, hogy az indukáló vezetékben szikrák nem léphetnek fel, kivéve, ha az E_1 elektromotív erő oly igen nagy, hogy a zárásnál szikra ugrik át, mielőtt a vezető végek egymást érintik.

Az itt körvonalozott eljárás kezelési sémáját következőleg állíthatjuk egybe.

A kiindulás állapota a 2. ábra által felmutatott berendezés.

1. A billentyű lenyomása de -nél. Fellép a zárás indukciója.

2. A billentyű lenyomása h -nál.

3. A billentyű elbocsátása de -nél.

4. Az m, n pontok shuntolása a p billentyű lenyomása által.

Fellép a shuntolás indukciója.

5. A billentyű elbocsátása h -nál.

6. Az mn shunt eltávolítása a p billentyű elbocsátása által.

7. A billentyű lenyomása de -nél. Fellép a zárás indukciója mint 1. alatt, s ú. t.

10. §. *A dynamometer és az elért kitérések.* A dynamometer, 2. ábra, lényegében egyenlő két körtekercsből áll; o mozogható rendszer, $Q\beta_2$, két vörösréz sodronyon (o, o) úgy volt felfüggesztve, hogy egyensúly esetén β_2 meneteinek síkja a földmágnesség meridiánjára merőlegesen áll, míg a felfüggesztő sodronyok síkja az utóbbihoz párhuzamos. Ezen berendezés célja, az egész felfüggesztett rendszernek a felső felfüggesztés helye körüli lengő, inga mozgásainak meggátlása vagy legalább észrevehetetlen csekélyre való tétele.

Mindegyik tekercs egy körülbelől $0.33 m_m$ vastag vörösréz-sodronynak 31 rétegét tartalmazza; az egyik 1056, a második 1058 menetű. Ellenállásuk (ugyanis az indukáló tekercs + az E_1 -t szolgáltató telep ellenállása, továbbá az indukált, önmagába zárt tekercs ellenállása) külön-külön 115 Ом-ra lett kiegyenlítve.

A szükséges méreteket a közönséges úton keresve és lemérve találtatott.

A két tekercs középfonalainak egyenlő két sugara. . . $R=5.2 \text{ } \epsilon_m$,
 „ „ „ „ „ egymástól való távola . . $h = \frac{3}{4}R = 3.9 \text{ } \epsilon_m$,
 A mozogható tekercs középpontjának távola a forgástengelytől. . .
 $l = 6.8 \text{ } \epsilon_m$

A két tekercs középfonalai számára $M \frac{\partial M}{\partial \varphi} = 2977.6 (\text{ } \epsilon_m)^2$

A felfüggesztett, 1380.0 grm. tömegű rendszer lengési ideje.

$$T_0 = 15.03 \text{ sec.}$$

„ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ tétlenségi nyomatéka. . .

$$K = 48600.0 \text{ grm.} (\text{ } \epsilon_m)^2$$

A két vezeték egyenlővé tett ellenállása 115 Ohm, azaz

$$w = 115.10^9 \frac{\text{ } \epsilon_m}{\text{sec}}$$

Az egyszeri zárás és shuntolás esetében, 20. §., 68) az elméletileg várandó kitérés :

$$\Phi = \frac{T_0}{\pi K} \cdot M \cdot \frac{\partial M}{\partial \varphi} \cdot \frac{J_1^2}{u} \cdot \dots \dots \dots 68)$$

Jelen esetben tehát, figyelembe véve a menetek számát, lesz :

$$\Phi = \frac{15.03 \text{ sec.}}{3.1416) 48600 \text{ grm.} (\text{ } \epsilon_m)^2} \cdot 2977.6 (1056)^2 (1058)^2 (\text{ } \epsilon_m)^2 \cdot \frac{J_1^2}{115.10^9 \text{ sec}} \frac{\text{ } \epsilon_m}{\text{sec}}$$

azaz :

$$\Phi = \frac{(\text{sec})^2}{(\text{grm.}) (\text{ } \epsilon_m)} \cdot J_1^2 \dots \dots \dots 145)$$

Egy kísérletnél pl. volt $J_1 = 0.0209 \frac{(\text{grm.}) (\text{ } \epsilon_m)}{\text{sec}}$ (azaz 0.209

AMPÈRE), és e szerint várandó volt $\Phi = 0.00143$; az észlelés pedig tényleg adott: $\Phi = 0.00221$. Hasonló viszonyokat adtak más kísérletek a várt és a tényleg észlelt kitérések között.

A megegyezés ezen qualitativ kísérletek és a várakozás között kielégítő, ha tekintetbe vesszük, hogy a tekercsek legközelebbi szomszédságában — kevés decimetryni távolságban — az épület fűtőrendszerének óriási tömegű vascsövei vezetnek, s hogy korrekció nem alkalmaztatott.

A jelen dolgozat azon megfontolásból származott, hogy, midőn az indukált áram hatásait használjuk fel az OHM meghatározására, ne szorítkozzunk ezen áramok ponderomotiv hatásainak csak egy nyilvánulási módjára.

Fentebbi tárgyalások a dynamometrikus módszereknek lehetőségét és kivihetőségét bizonyítják; de nem bocsátkoznak a korrekciók fejtegetésébe.

A módszerek tényleges használhatósága felől majd csak szigorú, absolut mérések dönthetnek, melyeknek eszközzésére remélem, lesz alkalmam.

A SCUTIGERA-FÉLÉK LÉGZŐSZERVÉRŐL.

Dr. TÖMÖSVÁRY ÖDÖN-től.

Előleges közlemény a kir. magyar Természettudományi Társulat megbízása folytán készítendő, a *Myriopodák boncziana* című munkából.

(II. Tábla 1—4 ábra.)

Alig van osztálya az izlábuaknak, melynél a légzőszervek oly sokféle alakban változnának, mint a Myriopodáknál, melyek állandóan körlégi légzésre szolgáló tracheákkal vagy módosult tracheákkal birnak. E légzőszervek nemcsak a két rendnél (Chilopoda — Chilognatha) nem mutatnak fel semmi egyformaságot, hanem az egyes családoknál is oly különböző szerkezetet, alakot és elhelyezést mutatnak, hogy egymással összehasonlítani alig lehetséges. Nem terjeszkedhetem ki a Myriopodák mindenik családjánál előforduló légzőkészülék tüzetes leírására, hanem legyen szabad ez uttal csupán a Scutigera-félék légzőszervének leírására szorítkoznom, bizonyos okok miatt, melyek kívánatossá teszik az általam elért eredményeknek nyilvánosságra való hozatalát.

A Scutigera-féléknek tizenöt testgyűrűjük van, melyek mindenike egy-egy lábpárral van ellátva. A tizenöt testgyűrű nyolcz hátpánczél által van befedve, még pedig úgy, hogy a tizennégy első lábpárt hordozó gyűrűk egy-egy hátpánczél alatt páronként fekszenek, a tizenötödik pedig egyedül van fedve egy, a többinél jóval kisebb hátpánczél által. A hátpánczélok hosszukás négyszögalakúak, mellső szegélyük kevésbé, hátsó szegélyük pedig erősen kikerekített, fölül domborodottak s oldalszegélyeik párkányszerűen felhajlók; az egyes hátpánczélok hátsó része fedélcserép módjára fedi az utána következőnek mellső részét s egy erősen betüremlett chitinlemez által függenek egymással össze s ott, hol

egymást fedik, a fedő hátpánczél kevésbé felemelkedik. A hét első kettős testgyűrűt fedő hátpánczél e gyengén emelkedettebb hátsó részének háti középvonalában a test tengelyével párhuzamosan egy-egy nyílás látható, mely nyílás az utolsó egyetlen testgyűrűt borító hátpánczélon hiányzik. E nyílások a *stigmák* (1. és 4. ábra *st.*) E hét stigma páratlan előfordulása a test háti középvonalában példátlan elhelyezést mutat az izeltlábúak stigmái között s mint ilyenek — mint stigmák — csak az utóbbi időben lettek helyesen felismerve. ¹

A stigmákon épen úgy, mint a rovarok stigmáin meg lehet különböztetni a *peritremát*, mely a hátpánczél gyenge bemélyedése által (1. és 4. ábra) keletkezik s a stigma nyílása felé felemelkedve (1. és 4. ábra *st.*) az átmetszésben háromszögalakunak látszó részbe, a stigma nyílásába, megy át; itt a peritrema egy párkányszerű kiemelkedés által képezi a rés határát. (4. ábra *st.*) A nyílás hosszú háromszögalaku, melynek hegye a fej felé áll, hol egy kevésbé kiszélesedik s itt e szélesedett helyen kör alakú. E kör alakú kiszélesedett helylyel együtt a nyílás úgy néz ki, mint egy megfordított felkiáltójegy (¡). A stigma nyílásának szélesebb hátsó részén egy háromszögalaku, vékony, kis chitinlemezke van, melyet VOGES ² a rovarok stigmáinál előforduló chitines hangszálagokkal tart azonosnak, de ha ismerjük a stigma nyíló- és záró mechanizmusát, okvetlen meggyőződünk arról, hogy e lemezke a nyílás hátsó, szélesebb, a bezáródásnál össze nem érő részét fedi el, hogy a levegő a légzőszervbe be ne hatolhasson.

A stigma egyenesen a légzőkészülékbe nyílik, mely az illető hátpánczél felemelkedettebb hátsó része és az ezt követő hátpánczél összekötő — mint említettett mélyen betüremelő — finom chitin-lemez között fekszik, még pedig úgy, hogy az alsó és felső

¹ A stigmák e páratlan előfordulása — bár ha nem is a hátoldalon — nem egyedüli a Tracheaták között, mint azt SIEBOLD (*Vergleichende Anatomie der wirbellosen Thiere*, pag. 535.) vizsgálatai után ismerjük a *Myriophantes* és *Salticus* genusokba tartozó pókoknál, miután ezeknél az utolsó stigmapár egyetlen egy közös stigmává egyesült s a test középvonalában foglalt helyet, mint minden páratlan szerv.

² *Zoologischer Anzeiger*. Nr. 103, pag. 68.

chitinréteg matrix-rétegének belső chitin-hártyája — melyet GRABER¹ «alaphártyának» (Basalmembran) nevezett el — a légzőszerv alsó valamint felső részét teljesen megfekszi. Tehát a hátpánczél és ezeket összekötő chitinlemez chitinhártyája szorosan fedi az egész légzőszervet.

A légzőkészülék maga (3-ik ábra *tr.*) erősen lapított, körülbelől $1\frac{m}{m}$ hosszú és $1\cdot5\frac{m}{m}$ széles, a belső felületen két, egymással összeforrott veséhez hasonlít, mely az alsó részen csaknem egyenes, míg felső felülete a hátpánczél domborúságával bir s a közepén tett átmetszés által egy fél lencséhez hasonlít (2-ik ábra *trs. trc.*).

A stigma nyílása egy légzőürbe — egy előcsarnokba (3. és 4-ik ábra *tr*) vezet, mely lapított s hátsó része valamivel lapítottabb és szélesebb, — de nem gömbalaku, mint azt VOGES leírja, — mint mellső része. A légzőür felső, valamint alsó lapját és hátsó szegélyét a már említett GRABER-féle alaphártya képezi s csupán a mellső és két oldalszegélyéből erednek a csövek — a tracheák. (1. és 4-ik ábra *tr.*) A csövek igen finom, hyalin, egymást szorosan megfekvő, egyenlő szélességű, sugaras lefutásukban többször villaalakban (dichotom) oszló chitincsövecskék, melyek szélességükből folytonosan, de arányosan és igen lassan veszítenek, végükön kevéssé bunkószerűen vakon végződnek és nem egyenlő hosszuk, de lefutásukban egymással sehohsem olvadnak össze — anastomálnak.

A csövek teljesen egyenműek, rajtuk a valódi tracheáknál jellemző spirális fonalakat nem lehet feltalálni. A csövek eredése, illetve nyílása a légzőürben olyan, mint egy ferdén elmetezett tollszár, melynek egyik része hegyesen előreálló. Ezek azon csövek, melyek egyenlő értékűek a Tracheáták többi családjainál előforduló, részben spirális szerkezetű chitin-csővekkel — a tracheákkal.

De míg a Tracheáták többi családjainak tracheáit kívülről egy peritonealis burok — a tracheamatrix veszi körül, addig ezen burok a Scutigera-félék légzőszervénél hiányzik, illetőleg módosult.

¹ Über eine Art fibrilloiden Bindgewebes der Insectenhaut und seine locale Bedeutung als Tracheensuspensorium. *Archiv für mikroskop. Anat. X.*

Többen, így LATZEL¹, VOGES² azt hiszik, hogy ezen csövek egy mirigyos anyagban vannak elhelyezve, sőt MEINERT³ e légzőszerveket egyáltalán nem tarja légzőszerveknek, hanem ragasztómirigyeknek (Kittdrüsen), azért, mert a csövek egy sajátságos — mint azt VOGES leírja — «mirigyos szövetanyagban» (drüsige Gewebemasse) vannak mintegy beágyazva. (4-ik ábra cr.) *Én e mirigyos szövetanyagot nem tartom egyébnek, mint a valódi tracheáknál előforduló tracheamatrix — peritonealis burok — sejtmagvainak, melyek míg a valódi tracheáknál a peritonealis burok szemesés, homogén anyagában vannak szétszórtan elhelyezve, addig a Scutigera-félék légzőkészülékénél a tömötten egymás mellett fekvő csövek közé vándorolt be s az itt így szétszórt sejtmagvak kölcsönöznek e légzőszervnek egy szemesés mirigyos külsőt.* Ez szolgáltatott alapot arra, hogy e szervet, majd egyszerű mirigynek, mint MEINERT⁴ és L. DULFOUR⁵, majd egy mirigyos váladékba beágyazott légzőszervnek tekintsék, mint azt VOGES tette. Hogy e bevándorolt sejtmagvak a tracheamatrix sejtmagvai, még azon körülmény által is igazoltnak látszik, hogy a chitintakaró matrix rétegének alaphártyája ott, hol az a légzőcsövekkel érintkezik, aránylag sokkal vastagabb, mint a köztakaró többi részén, mi annak a következménye, hogy a Scutigera-félék légzőcsövei közé bevándorolt matrix alaphártyája a chitintakaró matrix rétegének alaphártyájával összeolvadt.

A Scutigera-félék fentebb leirt légzőszervét — daczára hogy többen foglalkoztak vele — nem ismerték fel helyesen. Így NEWPORT,⁶ WOOD,⁷ WALKENAER,⁸ L. DUFOR,⁹ MEINERT,¹⁰

¹ *Die Myriap. d. öst.-ung. Monarchie.* I. pag. 21.

² *Zool. Anzeiger* Nr. 103.

³ *Naturhistorisk Tidsskrif.* III. pag. 248. (Jegyzet.)

⁴ Idézett hely.

⁵ *Annal. d. sc. nat.* II. pag. 98.

⁶ *Linn. Trans.* XIX. pag. 351.

⁷ *Trans. Amer. philos. soc. Philad.* 1869. pag. 145.

⁸ *Hist. nat. d. Ins. Apt.* IV. pag. 214.

⁹ Idézett hely.

¹⁰ Idézett hely.

HUMBERT,¹ HAASE² és LATZEL,³ kiknek egy része azt hitte hogy a test oldalán elhelyezett kemény chitinlemezek a stigmák és ezekből erednek a tracheák, más része pedig a hátoldalon elhelyezett légzőszerveket majd problematicus szerveknek, majd, mint már említém, mirigyeknek tartotta, pedig már e század elején MARCEL DE SERRES⁴ a pókok egy részénél előforduló légzőszervekhez hasonlította és «trachées pulmonaires» névvel nevezte el, s megmutatta a helyes irányt ez állatok légzőszervét illetőleg. MARCEL DE SERRES vizsgálatai után én is egy korábbi értekezésemben⁵ a pókok némelyik családjánál előforduló légzőkészülékekkel hasonlítottam össze és már akkor hangsúlyoztam azt, miről VOGES⁶ egy évvel később szintén meggyőződött, hogy e légzőszervek «minden tekintetben egyenértékűeknek tartandók a Myriopodák egyéb családjainál előforduló trachéákkal».

* * *

Midőn értekezésem teljesen elkészítettem s e hó elején felolvasás végett be is volt jelentve, jutott kezemhez a CARUS által szerkesztett «Zoologischer Anzeiger» folyó év 8-ikáról kelt 129-ik száma, melyben E. HAASE⁷ a Chilopod-Myriopodák légzőszervéről s ezek között a Scutigera félékéről is elég tüzetes képet nyújt, és míg egy részről sajnálatomat kell kifejeznem a felett, hogy közleménye által engem megelőzött s az úgynevezett prioritástól megfosztott, de másrt részt örvidenem kell azon, hogy külön-külön tett vizsgálatunk ugyan egy, sőt talán, miután teljesen függetlenül történt, egészen helyes eredményre vezetett.

¹ Mem. d. l. soc. d. Phys. et d'Hist-nat. de Genève XVIII. pag. 6.

² Schlesiens Chilopoden. I. Chilop. anamorph, pag. 8.

³ Idézett hely.

⁴ Mem. du Mus. d'hist. nat. V. (1819) pag. 117.

⁵ A Scutigera coleoptrata légzőszervéről. (Tudori értekezés) 1881.

⁶ Zoolog. Anzeig. Nr. 103. (1882.)

⁷ Das Respirationssystem der Symphilen und Chilopoden.

Az ábrák magyarázata. *

st. stigma.

ech külső, a hátpánczél chitinrétege.

ich. belső, a hátpánczélakat összekötő hártya chitinrétege.

mx. a matrixréteg.

lch. a matrixréteg alaplemeze.

tr. a légzőcsövek.

cr. a tracheamatrix (peritonealis burok) csövek közé bevándorolt sejtmagvai.

1. ábra. A légzőszerv keresztmetszése körülbelől első harmadán $60/1$.

2. ábra. A légzőszerv keresztmetszése körülbelől második harmadán $60/1$.

3. ábra. A légzőszerv alulról tekintve $45/1$.

4. ábra. A légzőszerv keresztmetszése körülbelől első negyedén $380/1$.

* Vizsgálataimat C. REICHERT-féle mikroszkóppal eszközöltem.

ÚJ CONTACT-KÉSZÜLÉK ÓRÁNÁL.

BRAUN KÁROLY, S. J.

a kalocsai érseki Haynald-observatorium igazgatójától.

A chronograph, vagyis az elektromos időjelző, egyike azon szerfelett becses készülékeknek, melyek a gyakorlati csillagászatban az utolsó 30 év alatt alkalmazásba jöttek s a szabatos megfigyeléseket lehetővé tették. Az említett készülék, a csillagászati óra által mozgásba hozatván, papírszalagon, vagy egyéb alkalmas alapon, egyenlő távolságokban pontokkal másodperczeket jelez, a pontozatok mellett pedig a megfigyelő, más elektromágnes segítségével, ép azon pillanatban tehet jelző benyomást, midőn a várt tűnemény bekövetkezik s ennek folytán a tűnemény pillanatát pontosan meghatározhatja s a másodperc csekély törtszámával is kifejezheti.

Ilyenmü készülék szerkesztése azonban sajátos nehézséggel jár. Mert habár a fémérintkezés, mely a galvánrohamot bezárja, rendkívül csekély, sőt elméletileg véve a dolgot, végtelen csekély erőt követel csak, mégis a jó csillagászati órának, szerfölött érzékeny volta miatt, pontos és egyenletes járását veszélyezteti már az a csekély munka is, melyet az órának vagy ingájának minden egyes másodperczben végeznie kell. Ha pedig az óra menetében csak $\frac{1}{10}$ mpercznyi hiba is ellenőrzés nélkül marad, hasztalan a megfigyelés, ha annak pillanatát a másodperc $\frac{1}{100}$ résznyi pontosságával is feljegyezzük. Arra kell tehát törekednünk, hogy az elektromos áram vezetőjének zárását az óra lehető legcsekélyebb munkájával eszközöljük.

Sokféle módot alkalmaztak már ezen czélból.

A legjobb szerkezetek egyike (HANSEN-től) abban áll, hogy a rohamzárásra szükséges munkát külön készülék végzi, az óra maga

csak megindítja a készülék mozgását s az órának erre fordított csekély munkáját a segédkészülék viszont pótolja. E készülék azonban drága és bonyolódott.

Más szerkezetek azon törekvésen alapulnak, hogy a rohamzárást az órának azon mozgása okozza, melynek ismétlődése az ingának mozgásban tartására úgyis szükséges. E szerkezetek ugyan jók, hacsak az igénybe vett ismétlődő mozgás nem maga az inga mozgása, sőt azzal ne is legyen összeköttetésben, hanem csupán a kerekektől eredjen. De e szerkezeteknek ismét az a hátránya, hogy az óragátak csak bizonyos nemeinél alkalmazhatók, így pl. LARNSHAW, ARNOLD, VERITÉ, JÜRGENSEN és ARZBERGER új és kitűnő gátjának rendszerénél. — Azon óránál pedig, melyek közönséges álló horgonygáttal bírnak, ama szerkezet épen nem alkalmazható; s az említett gátrendszereknél is minden egyes külön szerkezetet követel.

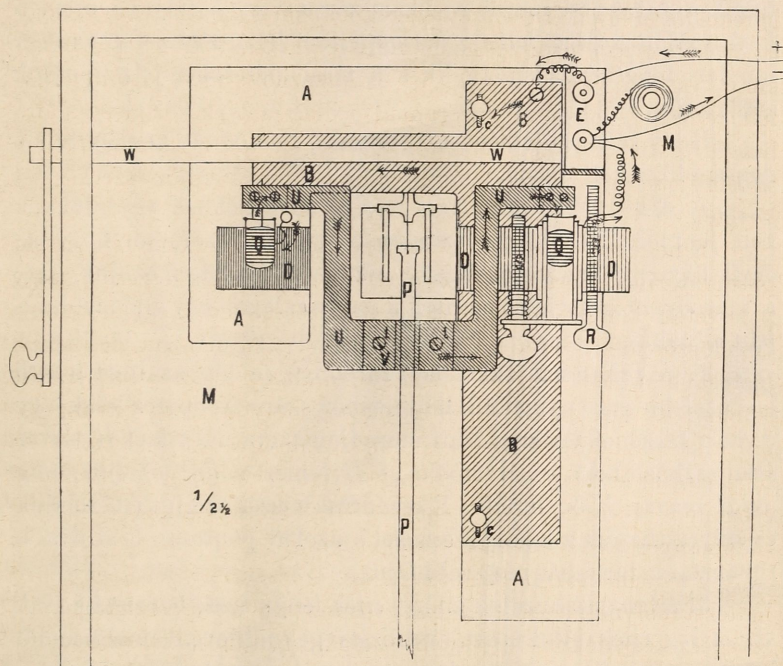
E nehézségek arra ösztönöztek, hogy a HAYNALD-féle érseki observatorium főóráján oly contact-készüléket szerkeszsek, mely a követelt kellékeknek lehető legtökéletesebben megfeleljen. — Legelőször mikrophon-contact-készüléket alkalmaztam, de később biztosabb módot kerestem s azt vélem, hogy célomat most el is értem s oly készüléket mutathatok be, mely bár mily óra ingájánál alkalmazható, biztos és szabályos rohamzárást eszközöl s az inga járását észrevehetőleg nem zavarja. — Minthogy e szerkezet eszméje — véleményem szerint — új, hátorkodom azt a magyar tudományos Akadémiának előterjeszteni.

Az idemellékelt ábrának *M* az óraszekrény felső részének háttere, melynek belső részéhez erősített mahagonideszkácska, *A*, az egész készüléknek állványúl szolgál. *B* a fadeszkához hasonló mintegy $3 \frac{m}{m}$ vastagságú rézlemez, melynek *c*, *c* hosszúkás réseibe nyúlnak az *A*-ban megerősített szegek, s a rézlemez annak folytán némi mozgást tehet függélyesen le és föl. — E mozgás egyszerű emelő által az óraszekrényen kívül eszközölhető úgy, hogy a készülék s az egész óramű a por betolulásától ment marad.

A *B* rézlemezre $3 \frac{m}{m}$ vastagságú *DD* mahagonifa-darabkák vannak illesztve, melyekben higanynyal telt két csészecske áll elhelyezve. Ezeknek egyike egész egyszerűen van odaerősítve, másika azonban fémcsőben áll és *S* csavar által magasabbra vagy

mélyebbre helyezhető. A két csészésce pedig MEIDINGER-féle elektromos telep sarksodronyaival áll összeköttetésben.

P az ingarúd felső része. Ezen *t, t* csavarok által, $2 \frac{m}{m}$ vastagságú rézből készült *U* (vagyis \sqcap) alakú szerkezet van megerősítve és pedig úgy, hogy e szerkezet egy-egy fele az ingarúdra illő csőfélre van forrasztva s a két csőfél *t t* csavarokkal a rúdhoz szorítva.



Az *U* lemez két végéhez egy-egy fémdarab van csavarokkal oda erősítve s ezek arra rendelvek, hogy *U*-val két vékony rézhuzaldarabkát tartsanak összeköttetésben, melyek úgy vannak oda illesztve, hogy a *Q* higanycsészék közébe lenyúlnak; a csészékben mindig annyi higany van, hogy az inga nyugodt állapotánál a huzalvégek bele érnek. A pontosabb beállítás *R* csavarral eszkö-

zölhető, melynek menetei D fadarabkában forognak, vége pedig E fémes oldalának támaszkodik:

A rohamzárás tehát eképen történik: Ha az inga nyugalmi helyzetéből jobbra lengésének legnagyobb távolában van, a bal huzal mintegy $3 \frac{m}{m}$ -nyire nyúlik a higanyba s a jobb oldalon levő huzal abból kiemelkedett, a bal oldali kilengésnél a jobb huzal mártódik be s a bal lesz szabaddá. — Közben igen rövid ideig, míg t. i. az inga nyugalmi helyzetén áthalad, mind a két huzal a higanyba merül s ekkor zárva van a folyam útja, a közbeesetolt időjelző tehát a másodperczet jelzi. Ez azután az inga minden lengésénél ismétlődik s a másodperczeket jelző pontok sorát adja.

Hogy a készülék jól és pontosan működjék, némely tulajdonságokkal kell birnia.

1. A két rohamzárás közt lefolyó időközöknek egyenlőknek kell lenniök. Ez a legegyszerűbben úgy eszközölhető, hogy az egyik higanycsésze magasságát S csavar által addig igazítjuk, míg a másodperczeket jelző pontok a papirszalagon egyenlő távolságban állnak.

2. A rohamnak akkor kell záródnia, midőn az inga lehető legközelebb jutt nyugalmi helyzetéhez s a másodpercz csak egy csekély részének tartama alatt maradjon zárva. Ez ismét R csavar által eszközölhető. — W emelővel B lemezt addig emeljük, míg az R csavar E -be ütődik. E csavarral tetszés szerint emelhetjük és súlyszthetjük a higanycsészéket s azokat pontosan beállítva, a rohamzárás tartamát megszabhatjuk.

3. A lenyúló huzalok jól legyenek fénymázzal bevonva s csak végök legyenek attól ment. A huzalvégek jól levén amalgámmal bevonva, mindig parányi higanycsöppel fognak bírni, mely a fémes érintkezést mindig biztosítja s az azonos fémek érintkezése miatt a rohamzáródást hirtelenebbé teszi.

4. A higany élegülését meg kell akadályozni. Ez azon ismert módon eszközölhető, hogy a szorító csavarokat, melyek a sarkhuzalokat tartják, hosszú s igen vékony argentanhuzallal kötjük össze, melynek két fele az indukáló és elektro-dinamikus hatások kikerülése végett ugyanazon facső körül ellenkező irányban van csavarva. E huzal ellentállása akkora, hogy a rohamzárás

megszüntével a higanycsészékben a roham ereje tüstént $\frac{1}{20}$ -ad részére le száll. Kellő beállításnál e roham sokkal csekélyebb, semhogy a jelzőkészülékre hatást gyakorolhatna, de még elég erős arra, hogy a szikra-képződést megakadályozza. Így a higany felülete mindig tiszta marad.

5. A jelzés erősségének teljesen függetlennek kell lennie W mozgatásának mértékétől. Ezt az által érhetjük el, hogy az említett W henger közvetlen érintkezését a B fémlamezzel megakadályozzuk, és pedig úgy, hogy a henger, sajátságos szerkezete által, felemelvén a fémlamezt kellő magasságra, az érintkezés helyzetére semmi befolyással siucs.

Mihelyt az itt leirt készülékem megvolt — 1882 kezdetén — több kísérletet tettem vele s örömmel tanuságot tehetek róla, hogy igen jónak bizonyult.

Először is a jelzések sokkal erősebbek, mint más hasonló készülékeknél, mi onnét ered, hogy a rohamzárás nem kemény tárgyak csúcsai, hanem higany-felületek által történik.

Az érintések befolyását a kilengések távolára, valamint a lengésidőkre is megfigyeltem. E végből az ingát fölváltva, majd contact-készülékkel, majd a nélkül, hagytam nehény napig járni s végre azon meggyőződésre jutottam, hogy ha az inga a contact-készülékkel együtt egész napon át jár, a kilengés távolának csökkenése alig vehető észre, minthogy a közönséges $2^{\circ} 3'$ félkilengésnél legfellegbb 1 percnyi a csökkenés.

A mi pedig az óra járását illeti, annak legcsekélyebb változását sem birtam észrevenni. Az olyan állandó, hogy a contact-készülék egész napi együttműködése után legfőlegbb $\frac{1}{10}$ másodpercnyi késés mutatkozott, de még ezt sem állíthatom határozottan, mert a készülék működése nélkül is ez óránál nem vagyok egészen bizonyos, vajjon járása a napon át $\frac{1}{10}$ másodpercze állandó-e. Minthogy azonban a contact-készüléket alig kell három percznél hosszabb ideig folytonosan működtetni, a leirt készülékről határozottan állíthatjuk, hogy az óra járására épen semmi zavaró hatással sincsen.

E készülék előnyeinek egyike az, hogy könnyen és biztosan oly mikrometer-csavar (R) által igazítható be, mely a készülék működése alatt mozdulatlan áll s melylyel a jelzések hatályossága

is tetszés szerint szabályozható, úgyszintén az érintés (rohamzárás) tartama is 0·02 és 0·90 közt változtatható. A mennyire tudom, az ismert contact készülékek egyike sem bír ily előnyökkel. Mindezzel nem csak azt érjük el, hogy a rohamzárás tartamának meghosszabbítása folytán a nagyon meggyöngült elemek is erős jeleket idéznek elő, hanem a másodperczek időközeiben könnyen oly erős rohamok támaszthatók, melyeket egyéb munkák végzésére lehet alkalmazni, pl. az æquatorial óraművének elektro-mágneses szabályozására, vagy távolabb eső elektro-mágneses inga együttes mozgatására, — mely munkákra a többi contact-készülék rohamja nem alkalmazható.

Némely más contact-készülékekkel szemben az itt leírt szerkezet előnye az is, hogy közvetlenül s relais nélkül hat az időjelzőre. A legjobb berendezésnél is a relais a hibák forrásait szaporítja, mivel a relais-roham erősségének változásai, vagy a relais-horgony beigazítása közvetlenül mindig befolyást gyakorol a másodpercz-jelzésre.

Azok a rohamzárások pedig, melyeket nem az inga, hanem az órának szerkezete eszközöl, minden egyéb jószáguk mellett, azon kárral járnak, hogy a rohamzáródás szükségképen előbb történik, mint a midőn az inga középhelyzetén áthalad. Ennek ismét az a következménye, hogy a másodpercz-jelek helyzete az inga kilengésének változó távolságával némileg változik. Készülékemet ellenben úgy lehet beigazítani, hogy a rohamzárás majd nem ugyanazon pillanatban történik, melyben az inga középhelyzetében van.

AZ Ó-GYALLAI CSILLAGVIZSGÁLÓ KÖZLEMÉNYEI.

KONKOLY MIKLÓS. I. TAGTÖL.

I.

A nap felületének megfigyelése 1882-ben.

Az 1882-ik év a napfoltok megfigyelésének tizedik évfordulója az ó-gyallai csillagdán. A lefolyt 10 év alatt a napkorong minden felhőtlen napon lett vizsgálva, a rajta látott foltok helyzete meghatározva, és rólok a kellő rajz készítve: mint azt rendszeren szerencsés voltam a t. Akademiának bemutatni.

A lefolyt idő alatt összesen 1687 napon volt lehetséges a napot megfigyelni; ezek közt 450 napon a nap korongján folt nem volt látható; a többi 1237 napon összesen 6532 foltnak helyzete lett meghatározva.

A relativ szám 1882 számára: $R = 7.256$

Nem lesz egészen érdektelen a napfoltok gyakoriságának változását látni: a melyet a relativ számok fejeznek ki, miért is a következő táblázatban adom azokat 1872—1882-ig.

Év	R.	Év	R.	Év	R.
1872	10.470	1876	1.340	1880	5.044
1873	7.450	1877	1.610	1881	6.056
1874	5.330	1878	0.780	1882	7.256
1875	2.680	1879	1.170		

Ezen táblázatból kitűnik, hogy a minimum 1878-ban volt; miután pedig az egész periodus körül-belül 11 év: úgy e szerint a

maximumnak 1883 végén kellene beállani, ha a legutóbb lefolyt maximumot 1872-re vesszük. Ezen számok azonban még tetemes javítást igényelnek; pontosabb képzésekhez más megfigyeléseket is hozzá kell vonni a czélből, hogy azokat legalább is az 5-dik decimalisra pontosan kapjuk; — reménylem, hogy ezen tárgyban rövid idő alatt lehetek szerencsés a magy. tud. Akadémiának jelentést tehetni. Ezen fontos körülmény tárgyalását annál is inkább más alkalomra halasztom, mert az inkább theoretikus munka lévén, nem ezen értekezés keretébe való.

Most még legyen szabad röviden a megfigyelések havi kimutatását a lefolyt 1882. évről közölni:

Hónap	Megfigyelési napok száma	Feljegyzett fol- tok száma	Nem volt felt napon	Rajz készült	Hónap	Megfigyelési napok száma	Feljegyzett fol- tok száma	Nem volt felt napon	Rajz készült
Január ...	13	45	0	14	Augusztus ...	13	89	1	20
Február ...	15	109	0	19	Szeptember	16	156	0	18
Márczius ...	20	104	0	22	Október ...	19	147	0	19
Április ...	19	112	0	18	November	19	225	0	19
Május ...	16	114	0	19	Deczember ...	13	99	0	14
Junius ...	15	108	0	22	Évi összeg ...	195	1441	2	225
Julius ...	17	136	1	21					

Azon felül minden tiszta napon, vagy a midőn azt csakis felhők között lehetett látni, a napkinézése le lett rajzolva; így az 1882. évben a fentebbi kimutatás szerint 225 rajzot nyertünk.

A rajzolást a jövőre valószínűleg abba fogjuk hagyni, mert már egy parallakticusan felállított photoheliograph — óragéppel — fel van állítva e czélra, a mely már csak a justirozásra vár és reménylem a jövő tavasz folyamában használatba lesz vehető: vele naponta, — a mennyire az idő engedi — egy fényképet készítünk, vagy ha esetleg nagyobb változások lennének a napfelületen, többet is.

A napfoltok megfigyelésében 1882-ben részt vettek: DR. KOHOLD HERMANN observator, KÖVESLIGETHY RUDOLF cand. astr.; GYURCSOVICS MIHÁLY és FARKAS EDE urak.

A megfigyelés ez évben KOBOLD observator kezdeményezésére sokkal pontosabban történt, mint eddig. Még pedig következő módon. Hogy a hálózat fonalainak — illetőleg vonalainak — hibája, azok hajlása kiküszöböltessék, az észlelet úgy *AR* mint *Decl.*-ban a távcső mindkét végén történik; azonkívül kétféle megfigyelések történnek: az úgy nevezett «Kis átmenet» és «Nagy átmenet».

Külföldön, különösen Németország és Schweitzban, kétféle szempontból történnek a nap megfigyelések: *a*) a szigorúan vett csillagászati és *b*) fizikai irányban; az első irány — képviselve SPOERER által — kiválóan az egyes foltok heliocentrikus helyeinek pontos ismeretét tartja szem előtt, a második irány — melynek megállapítója és főművelője WOLF — megelégszik a foltok pontos számával. Ezen kétféle észlelési mód a szó legszorosabb értelmében egyesítve van a csillagdámon legújabb időben behozott észlelési módban; mert míg a kis átmenet pontos adatokat szolgáltat a nap fizikájához, addig a nagy átmenet a lehető legszigorúbb matematikai adatokat nyújtja. A kis átmenet főczélja, pontos számát adni a nap korongján látható összes foltoknak, másodrendű célja a nagy átmenetek könnyítése; a nagy átmenetnél a főczél a nagyobb foltok heliocentrikus helyeinek pontos ismeretére irányul, mert ezeknél van a legnagyobb valószínűség, hogy hónapokon át — ha nem is teljesen ugyanazon alakban, de legalább csak lényegtelen változások mellett — fentartják magukat a napkorongon. A kis átmeneteknek a főczél mellett egy más megbecsülhetetlen előnyük is van; ezek elég pontos helyeit adják az egyes foltok, foltocskák és kivehető magvaknak úgy annyira, hogy az eltérés alig variál $\pm 1^\circ$ között, a mely határ, tekintetbe véve az észlelési viszonyokat, igen szűk. Ez által van befolyása a nagy átmenetekre, és pedig a következő egyszerű oknál fogva. Tegyük fel, hogy a nap észlelése úgy nagy mint kis átmenettel megtörtént: először is redukáljuk a kis átmenet foltjait, most — tudva, hogy a nap minden rendű javítás elmellőzésével átlag 27 nap alatt fordul meg saját tengelye körül — a kiszámított positio-
kat összehasonlítjuk a 27, 26 nappal előbb vagy még korábban észlelt napfoltok helyeivel, és ha közöttök olyan találkozik, mely ismétlődnék, azonnal észleljük nagy átmenettel, mert ilyenél

ugyancsak nagy a valószínűség, hogy legalább még egy periodusban látható lesz, és mint ilyen szaporítja az adatokat a nap tengelye körül való forgási idejének tartamára nézve, és ez, mondhatni, megbecsülhetetlen előny; mert általában elismert tény, hogy kisebb de állandó folttal sokkal pontosabb eredményeket nyerhetünk és nyerünk, mint akármely nagy folttal; mert az utóbbinál a mag alakja változván, annak középpontja is sokkal határozatlanabb és bizonytalanabb fekvésű mint a kisebb foltoknál, — csillagdámon ugyanis a mag középpontjának átmenetele az egyes fonalakon lesz regisztrálva és mérve.

Talán többeknél — a kik tudják, hogy a nap észlelése csillagdámon 11 és 1^h között szokott megtörténni — felmerült azon kérdés, hogy mi módon lehetséges egy napon azt észlelni, az észleletet redukálni és esetleg újból észlelni? Felelet helyett utalok a csillagdámban divatozó újabb keletű számítás rövidegére, illetőleg bátorodom a számítást és annak segéd eszközét röviden vázolni, illetőleg leírni. A számítást általánosságban jellemzi, hogy abban logaritmus, szögfüggvény nem fordul elő; a legmagasabb művelet, mely benne előfordulhatna, a szorzás, mely azonban a CRELLE-féle szorzási táblázatok által ki van küszöbölve, úgy, hogy az egész számítás puszta összeadás, kivonás és szemlélet; lényege következő. A kis átmenetnél az észlelet alapján nyert adatokból kiszámítjuk a folt egyenes felszállását és elhajlását, vonatkoztatva a földi æquatortra, az így nyert adatokból összeállítjuk a nap képét a leolvasó készüléken; ez utóbbi egy tábla alakú egész közönséges közep-nagyságú készülék, melynek közepén köralakú mélyedés van, a mélyedésbe egy egészen matematikai szigorral beosztott finom hálózat van beillesztve, melyen az egyes szálak a földi összrendezőket képviselik; a mélyedésben ezen hálózatra forgatható és köralakú üveglemez illik, melyre egy más újabb, az előbbinek teljesen megfelelő hálózat van ugyancsak teljes matematikai szigorral szerkesztve; az η beállítására az üveglemez éjszaki szélén $+30^\circ$ -tól— 30° -ig terjedő eléggé pontos körbeosztás van, azon kívül az utóbbinak könnyebb beállítása céljából a készüléknek két oldalról fogantyúja van, melyekkel az üveglemezt középpontja körülforogatni lehet. Ezen készüléken az alsó hálózat — mint már fentebb is említém — képviseli a geocentrikus, a felső — az üveglapra

szerkesztett — a heliocentrikus összrendezőket, η pedig és a nap æquatorának egymáshoz való hajlásszögét. Visszatérve tehát előbbi vázlatomhoz, a napfoltok helyzetét a földi æquatorra vonatkoztatott meghatározó egyenes felszállás és elhajlás adatai szerint reá rajzoljuk a foltot illetőleg annak összrendezőkben adott helyét az η -ra már beállított üveglemezre az alsó hálózat értelmében és leolvassuk a felső szerint; ez által megkapjuk a foltok heliocentrikus szélességét és hosszúságát, mely adatokra némi kisebb számítások után a SPOERER-féle korrekciókat, valamint a ξ -t alkalmazva, direkte megkapjuk a folt valódi heliocentrikus szélességét és hosszúságát.

Tapasztalati tény, hogy 20—25 napfolt redukciója a SPOERER-féle képletekkel — minden előleges számítást mellőzve — jó számolónál legalább is egy napot vesz igénybe, míg az előbb vázolt eljárással 1^h alatt egész kényelmesen elvégezheti bárki is, csak némileg legyen a szerrel megbarátkozva; már pedig kisebb foltoknál elegendő biztosságot nyújt e módszer, az ismétlődőket megismerteti, és ennél nagyobb pontosságot nem követelünk, sőt nem is követelhetünk a szigorúbb SPOERER-féle számítási módszertől sem. A leolvasó készülék terve és összeállítása osztatlanul dr. KOBOLD érdeme, és ez tekintve a tetemes időmegtakarítást, oly előnnyel bír, melyet e téren eddig a göttingeni és potsdami csillagdákon kívül kevés csillagda képes felmutatni.

A nagy átmenetek észlelésében és redukciójában szinten jöttek elő változások, mert míg az előző években minden folt — lett legyen az kicsiny vagy nagy — kivétel nélkül csakis az I, V és IX fonalon lett regisztrálva és lemérve és csak a kör nyugati végén, addig most minden nagyobb szerű vagy csak nagyobbodásra hajló de határozott folt mind a kilencz fonalon úgy környugaton mint körkeleten lesz regisztrálva és a vetületi lapra illesztett millimeter-szálon a két körvég mindegyikén 3-szor lemérve, míg a kis átmeneteknél az egyes foltok csak a középfonalon ugyan, de mindakét körvégen lesznek regisztrálva és a régi deklinációs skála szerint lemérve; ez utóbbi abban a pillanatban, midőn a folt a középfonalon halad át. A nagy átmenetek kiszámítása — csekély eltéréssel — a SPOERER-féle képletek szerint történik, nevezetesen az \odot' , α és $\log \rho$ kiszámításához lesznek pontosabb adatok felhasználva.

II.

Astrofizikai megfigyelések.

a) A WELLS üstökös színképében a négy, az üstökösöket jellemző, vonal közül csakis egyet volt lehetséges mérni és annak helyét megállapítani; ez több észlelet megegyező eredményei szerint az $516\cdot3^{mm}$ hullámhosszaságnak felel meg; a többi vonalat csak gyanítani lehetett. Junius első napjaiban ez üstökös monochromaticus sárga színű spektrumában D nátrium és a kékes-zöldben egy másik ($F?$) vonal fényesen volt látható.

b) A nagy szeptemberi üstökösnek hosszukás magva két helyen mutatott fény-maximumot; nevezetes tünetemény, hogy az üstökösöknél rendszerint tapasztalni szokott magból való kisugárzás teljesen hiányzott; spektrumában a D vonalnak nyoma nem volt; abban 3 jól, egy gyengén kivehető és egy a vörösben gyanított vonal volt látható, illetőleg gyanítható; a zöldes-sárga mezőben álló sáv fényteljességét egységül véve fel, a többinek fényerőssége következő arányban állana hozzá:

0·1 (?), 0·7, 1·0, 0·2 és 0·4

A vonalak, illetőleg sávok helyei a spektrum következő helyeire esnek:

I: —

II: $562\cdot0^{mm}$.

III: $514\cdot7^{mm}$.

IV: $502\cdot6^{mm}$. (?)

V: $472\cdot2^{mm}$.

A vonalak, kivétel nélkül a közép tájon meg voltak vastagodva, és a kevésbé törekeny vég felé élesebben körvonalazva, míg az ibolyaszín felé el voltak mosódva. A BUNSEN láng-spektrumának mérése a következő eredményeket adta:

széle:	fénymaximuma
I: $610\cdot0^{mm}$.	$596\cdot2^{mm}$.
II: $560\cdot2^{mm}$.	$556\cdot9^{mm}$.
III: $514\cdot7^{mm}$.	$513\cdot1^{mm}$.
IV: $472\cdot2^{mm}$.	$469\cdot9^{mm}$.
V: —	$431\cdot4^{mm}$.

c) 9 hulló csillag spektrumát, melyekben két gyengébb meteorit kivételével a nátrium-vonal tisztán látható volt, és többen a lithium és számtalan más sávoly jól volt kivehető.

d) KÖVESLIGETHY RUDOLF-tól észlelt 115 (1—4 nagyságú) állócsillag spektrumának leírását néhány megjegyzéssel a típusoknak az égen való elosztottságára nézve.

e) 4 csillag (α urs. maj. α és β urs. min. és γ Cassiopeiæ) calorimetricus megfigyelését.

f) Az 1882-ben észlelt hullócsillagok fel- és eltűnési helyeinek pozíciót, æquatoriális koordinátákra átszámítva.

1883 FEBRUÁR 19.

A MATHEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. KRIESCH JÁNOS, mint megválasztott levelező tag fölolvassa «*A modern zoologia szempontjai és céljai*» című székfoglaló értekezését.

Az előadó, miután megköszönte megválasztását, kifejti, hogy tudománya multja által akarja megvilágítani annak jelenét.

A zoologia megalapítója ARISTOTELES a 4. században Kr. e. — ARISTOTELES után teljes nyugalom majdnem 2000 évig. Csak a nagy geographiai fölfedezések a 15. század végén költötték föl tudományunkat e hosszú álmából. A kereskedők roppant sokféle természeti tárgyat halmoztak volt össze, az általános chaosban csak LINNÉ találta meg «az Ariadne fonalát» a természet három országában, ő csinált rendet, s ő alkotta meg a régi zoológiának dogmáját: «Tot numeramus species, quot ab initio creavit infinitum ens».

A külső alak tanulmányozása az állatok belsejének tanulmányozását vonta maga után. Ezen új anatómiai iránynak vezére volt CUVIER, ki azt tanítja, hogy: «Minden szervezet egységes zárt egészet képez, melyben egyes részek nem változhatnak a nélkül, hogy a többiben változások ne tűnének elő».

De az állat, a mint van, csakis természeti viszonyoknak, természeti erőknek a folyamánya, mint bármely physikai vagy chemiai tünemény. S ezzel a zoológiának mai stádiumába, DARWIN zászlaja alá léptünk.

A fejlődés tanulmányozása képezi mai nap a zoologiai és általában a biologiai kutatások leglényegesebb és legfontosabb részét. A mai zoologia nem elégszik meg az alakok felismerésével, osztályozásával, nem elégszik meg az állati test részeinek megismerésével, nem azok makroszkopikus és mikroszkopikus vizsgálásával, szóval nem elégszik meg a holt állatnak megvizsgálásával, hanem az élő, a keletkező, a fejlődő állatot teszi tanulmánya tárgyává, kutatja életviszonyait, vizsgálja életföltételeit és mindazon körülményeket, melyek az állat életére befolyással vannak és azon igyekszik, hogy a megváltozott körülményeknek megfelelő alaki változásokat kimutassa és megmagyarázza.

A morphogenia és physiogenia a történeti bűvárkodás fonalán előbb megadja annak az értelmét, hogy *mikép* fejlődött az alak és annak működése. Csak ennek nyomán lesz megfejtendő, hogy *miért* lett ez így, és nem máskép.

Mindezen kérdésekre a mai napig csakis DARWIN tanainak segítségével lehet feleletet adni.

Mióta a desczendencztheoria a zoológiának ezt az új, a mai alakot megadta, felvilágosítást kérünk tőle, hogy miért van annyi sokféle alak s miért különbözök azok; azt kívánjuk tőle, hogy értesse meg velünk az élet nagy drámáját, derítse fel azon indokokat és állapotokat, melyek itt reményteljes sikert, amott pedig gyászos pusztulást okoznak.

Az előadó, miután még hangsúlyozta DARWIN tanainak befolyását a társadalomra, azon meggyőződésének ad kifejezést, hogy már magában az iskolában, a tantárgyak megválasztásában, a tanítás módszerében okvetetlen kell, hogy a zoológiában alapuló darwinisztikus elvek hatása nyilvánuljon.

A mai zoologia tehát többé nem nevezhető «leíró» tudománynak.

2. FODOR JÓZSEF, mint megválasztott levelező tag székfoglalójában értekezik «*A lakásviszonyok befolyásáról a typhus és kolérára*».

Előadó a m. tud. akadémia által kiadott munkájában (*Egészségtani kutatások a levegőt, talajt és vizet illetőleg a math. és term.*

tud. közl. XVI. és XVII. kötetében) kimutatta, hogy a talaj és víz Budapesten határozott befolyással van a typhus és kolera (valamint egyéb betegségek, nevezetesen az enteritis, a váltóláz) elterjedésére; kimutatta azt is, hogy ama befolyásuk a bennök tartalmazott és bomlásban levő szennytól származik. Előadó jelenlegi értekezése tárgyául ama további vizsgálatait választotta, a melyek által kideríteni igyekezett, vajjon csupán a talaj és a víz szennye birnak-e befolyással a typhus és kolera előmozdítására, avagy a szenny egyáltalán és függetlenül a talaj, a talajvíz stb. viszonyaitól, képes-e behatni ama betegségeknek epidemikussá válására. Erre vonatkozólag kutatta, vajjon a Budapesten levő lakóházak népessége miként látogatott meg typhus és kolera által 1863-tól 1877-ig terjedő 15 évi időközben, tekintettel arra, hogy ama házak tiszták avagy tisztátalanok voltak.

Kijegyzett e végből a pesti oldalon mintegy 1300 lakóházat, a melyeknek egy része feltűnt typhus- és kolera-epidemiái által, más része ellenben ama betegségekkel szemközt immunitásuk által. Ezen házak az egész város területén szétszórva feküdtek, és úgy válogattattak össze, hogy az egészséges és egészségtelen házak a lehetőségig egymáshoz közel fekvők, szomszédosak legyenek. Ily módon kizárathatott a talajnak és a víznek hatása ama házak egészségi viszonyára, s hogy ha a tiszta és szennyes házak az epidemiák szempontjából különbséget mutattak, ez a különböző magatartás jogosan tulajdoníthatott első sorban a tisztaság, illetőleg a szenny hatásának.

A házak vizsgálata 1878/79-ben végeztetett, a midőn előadó, akkori tanszéki segéde, RÓZSAHEGYI ALADÁR tanár társaságában felkereste egyenkint a kijegyzett házakat, megtekintette azokat; jegyzékbe vette építési módjukat, udvaraik tisztaságát, a lakosság külső megjelenését, s egyebet.

Ezen vizsgálat adatait egybeállítva előadó e következő eredményre jutott:

1. Azok a házak, a melyek már építtetésüknél fogva egészségtelenebbek voltak, p. o. a pinczeszobás házak, az alacsony, pinczenélküli földszintes házak gyakrabban mutattak typhus- és kolera-epidemiákat, mint a jobban épült, pinczével ellátott emeletes házak.

2. Azokban a házakban, a melyeknek udvara egészen tiszta vagy ellenkezőleg nagyon szennyes volt, a typhus és kolera e következőképen mutatkozott: Az egészséges házak közül egészen tiszta udvarral birt 41,5 0/0, a járványlátogatta házak közül csupán 21,5 0/0; ellenben szennyes és nagyon szennyes volt az udvar ezeknél 45 0/0 esetben, amazoknál ellenben csupán 25,3 0/0 esetben.

Továbbá: száz házra esett typhus-halálozás:

a tiszta udvarú házakban	159
a szennyes udvarú házakban	282

kolera esett 100 házra:

a tiszta udvarú házakban	188
a szennyes »	»	389.

Az egyes házak lakosságához mérve a halálozást, ez a következő volt:

A tiszta udvarú házakban meg-	
halt typhusban 192
a szennyesekben 506, 10—10.000 lakosra;
kolerában meghalt ott	227, itt 697.

Vagyis: A szennyes udvarú házakban háromszorta annyian haltak meg typhus- és kolera-epidemiákban, mint a velök szomszédos, azonos fekvésű, talajú, talajvizű, de tiszta udvarú házakban.

3. A lakásokba előadó nem juthatván be, minden egyes házban a lakások minőségét, tisztaságát avagy szennyes voltát a lakások külső megjelenéséből, a folyosók, lépcsőházak, látható árnyékszékek; esetleg a látható lakások külsejéből igyekezett megközelítőleg megállapítani. Ezek nyomán következő eredményre jutott:

Száz tiszta lakásokkal bíró házra jutott typhus-	
halálozás 165,
száz szennyes lakású házra 356;
továbbá száz tiszta lakásokkal bíró házra esett	
kolera 92,
száz szennyes lakásúra 402.

Az egyes házak lakosságát tekintve pedig: 10,000 lakosra jutott typhus és kolera a tiszta és szennyes lakású házakban:

a tisztákban typhus	---	---	---	---	162
» kolera	---	---	---	---	90
a szennyesekben typhus	---	---	---	---	515
» kolera	---	---	---	---	430

Vagyis a szennyes lakásokkal bíró házakban 3—4-szerte akkora volt a halálozás typhus- és kolerában, mint a velük vegyest fekvő, szomszédos tiszta lakású házakban.

Végre egyéb irányban is egybe hasonlította a járványlátogattas a járványtól mentve maradt házakat az előadó, a midőn kitünt p. o. az is, hogy a kövezett udvarokkal bíró házak egészségesebbek voltak, mint a kövezetlenek stb. Ezek nyomán közegészségtani és járványtani következtetéseit ezekbe foglalja egybe:

1. A lakóházak egészségesebb vagy egészségtelenebb építésmódja befoly a typhus és kolera elterjedésére.

2. Az udvaroknak és a lakásoknak tisztasága, illetőleg tisztátalansága jelentékenyen befoly a typhus és kolera elterjedésére, oly annyira, hogy hygieniai axióma gyanánt állíthatjuk, hogy valamely háznak és lakásnak, illetőleg valamely városnak typhus- és kolera-látogatottsága arányban áll az ott uralkodó tisztasággal.

3. A szenny a házakban és lakásokban, a talaj és talajvíz támogatása nélkül is, sőt esetleg azok ellenére is kormányozhatja a typhusnak és kolerának az egyes házakban elterjedését, jeléül annak, hogy a typhus és kolera *helyi dispositiója* — mint korábbi munkámban állítám — tényleg a szennytől függ.

4. A szennyes házaknak befolyását a typhus és kolerára előadó ugyanolyan elmélettel kívánja magyarázni, a milyennel a szennyes talajnak, víznek és levegőnek a befolyását ama betegségekre értelmezte. A szenny a lakásban, úgy mint a talajban, bizonyos úton gyengíti ellentálló képességében az ember testét; nevezetesen valószínűleg oly módon, hogy ama szennytől rothadási szervezetek származnak s azok eltöltik a lakás levegőjét, áthatják az ott lakó testét. — Az olyan módon fertőzött és azért ellentálló

képességében meggyengített test pedig nem képes a typhus és a kolera specifikus fertőző anyagának, a mely a beteg egyén testéből származik s általa szaporíttatik s terjesztetik, elég energiával ellentállani.

3. SZABÓ JÓZSEF r. t. bemutatja KOCH ANTAL l. t. részéről: *A gr. Széchenyi Béla keletázsiai expedíciójában Lóczy Lajos által gyűjtött kőzetek ismertetését.*

LÓCZY LAJOS, úr összesen 78 lelethelyről 152. folyó szám alatt közel 170 darab kőzetet adott át értekezőnek beható megvizsgálás és pontos meghatározás végett. Ezeknek legnagyobb része különböző tömeges kőzetfajokhoz tartozik, egy kis része azonban kristályos palákból is áll. Miután ezen kőzetgyűjtemény, akár a fajokat és változatokat, akár a lelethelyeket tekintjük, felette változatos és érdekes, a kőzettani észleletek akkép rendeztetek, hogy az átnézet lehetőleg könnyű és egyúttal tökéletes is legyen, s azért a hosszadalmas leírások helyett a legszükségesebb jellemzésekre szorítottatott össze a kőzetphysiographia. Makro- és mikroszkópiai tanulmány alapján, és a földpátok fajainak SZABÓ lángelemzési módszere szerint való meghatározása után a gazdag kőzetgyűjtemény ekképen volt tagosítható.

A) Kristályos pala kőzetek.

I. *Gneisz:*

a) Csillámgneisz 3 db; b) amphibolgneisz 6 db.

II. *Amphibolpala 3 db.*

III. *Agyagesillámpala (phyllit) 6 db.*

IV. *Chloritpala 3 db.*

V. *Kovapala (lydit) 2 db.*

B) Kristályos tömeges kőzetek és néhány fajának törmelék-kőzete.

I. *Granit:*

a) Muscovitgranit 3 db; b) granitit 10 db; c) amphibolgranit 12 db; d) muscovit-biotitgranit 3 db; e) amphibolgranitit 14 db.

II. *Diorit* :

1. Csillámdiorit 1 db ;
2. Rendes diorit *a*) quarczdiorit; α) nagyszemű 11 db ;
 β) tömör 1 db ; *b*) quarczment diorit; α) közészemű
 1 db ; β) porphyros 1 db ; γ) tömör 4 db ;
3. Epidiorit 1 db.

III. *Amphibolkőzet* (amphibolit) 1 db.IV. *Diabas és törmelékkőzetei* :

1. Közönséges diabas, *a*) porphyros 3 db ; *b*) aprószemű és
 tömör 11 db ; *c*) mandulaköves 4 db ;
2. olivindiabas 4 db ;
3. diabastufa 7 db.

V. *Gabbro* 2 db.VI. *Porphyr és törmelékkőzetei* :

- a*) Quarczporphyr 4 db ; *b*) felsitporphyr 4 db ; *c*) quarcz-
 porphyrtufa 3 db.

VII. *Porphyrít és törmelékkőzetei* :

- a*) tömeges phorphyrit 4 db ; *b*) porphyrittufa 2 db.

VIII. *Diabasporphyrit és törmelékkőzetei* :

- a*) mandulaköves 5 db ; *b*) tömör 5 db ; *c*) diabasporphyrit
 tufája 1 db.

IX. *Melaphyr* 1 db.X. *Andesit* :

- a*) quarczandesit v. dácit 2 db ;
- b*) andesit α) amphibol-biotit-and. 1 db ; β) amphibol-augit-
 and. 2 db ; γ) augit-and. 3 db.

XI. *Földpátbasalt lávája* 5 db.

4. THAN KÁROLY, r. t. bemutatja HANKÓ VILMOS dévai tanár értekezését «*A carbonylsulfid és mercaptan képződéséről az aethyldisulfo-szénsavsók száraz lepárlásánál.*

(L. a 173. lapon.)

5. KONKOLY MIKLÓS l. tag «*A reverzió spektroskopról*» és «*Az 1882-iki hullócsillag-megfigyelésekről*» terjeszt elő két közleményt.

(L. a 177. lapon.)

Az osztálytitkár bejelenti a következő közleményeket, melyeket a szerzők az «Értesítő»-ben kérnek kinyomatni.

6. KRENNER JÓZSEF SÁNDOR l. tag részéről: «*A Kryolith-csoport grönlandi ásványai*».

(L. a 186. lapon.)

7. HUNYADY JENŐ l. tag részéről: «*A kúpszeletsereg középpontjainak geometriai helye*».

(L. a 205. lapon.)

8. KÖNIG GYULA l. t. részéről: «*Az alternáló csoportról*».

(L. a 213. lapon.)

A CARBONYLSULFID ÉS MERCAPTAN KÉPZŐDÉSE AZ ÆTHYLDISULFOSZÉNSAVSÓK SZÁRAZ LEPÁRLÁSÁNÁL.

(Előleges jelentés.)

Dr. HANKÓ VILMOS-tól.

I.

Néhány évvel ezelőtt az æthyldisulfoszénsavsók száraz lepárlásával foglalkozván, feltűnt előttem, hogy a kalium-, natrium- és ólomsók gázalakú terménye gyanánt egyszer carbonylsulfidot, másszor meg e helyett kénhydrogént nyertem; mint későbbben rájöttem, a szerint, a mint teljesen száraz, vagy vizet tartalmazó söt vetettem alá a lepárlási műveletnek.

Ez évben újból fölvettem munkálatomnak évekkal ezelőtt elejtett fonalát. Előállítottam a rézsót, hogy tanulmányozzam száraz lepárlási terményeit; előállítottam a kalium-, natrium- és ólomsókat, hogy megvizsgáljam, vajjon azok száraz lepárlása által nem nyerhető-e előnyösen a termények egyike vagy másika.

A kalium- és natrium-sót *Sacc* utasítása szerint következőkép állítottam elő: egy bizonyos mennyiségű kali-, illetőleg natronhydrátot tisztított alkoholban feloldván, az így nyert folyadékba annak folytonos keverése közben a kali-, illetőleg a natronhydrát tömeccsúlyának megfelelő szénsulfidot öntöttem.

A folyadék megfűlése után megmerevedő tömeget, az æthyldisulfoszénsavas kaliumot, illetőleg natriumot vászon között jól kisajtolván, kénsav fölött, majd a légszivattyú burája alatt tökéletesen kiszáritottam.

Az ólomsót akképen nyertem, hogy æthyldisulfoszénsavas kaliumot vízben feloldottam s az oldathoz æquivalens mennyiségben eczetsavas ólmot adtam szintén vízoldatban. A képződött æthyldisulfoszénsavas ólmot szürkére vivén, addig mostam, míg eczetsavra reakziót nem mutatott. Ezután 100 fokot túl nem haladó hőnél megszáritottam.

Az eljárás, mit e sók száraz lepárlásánál követtem, mind a három sónál ugyanaz volt, mivel a lepárlási termékek is mindháromnál majd teljesen ugyanazok voltak.

A teljesen megszáritott sót 25 grammonkint lombikba adtam, mely Liebig-féle hűtővel van összekötve. A hűtő jéggel telt aspiratorból nyerte vizét; hasonlóképen jégben állott a hűtő végéhez kapcsolt — a só folyékony terményeinek felfogására szolgáló — kétnyakú szedő-edény is. A szedő-edény másik nyílásába illesztett gázvezetőn keresztül távoztak a gáznemű termények.

A kali- és natron-sók lepárlási eredményének középértéke gyanánt 36% szilárd maradékot, 40% folyadékot és 24% gázt, az ólomsóból 56% szilárd maradékot, 35% folyadékot és 9% gáznemű terményt nyertem. A folyadékban szénsulfidra, æthylsulfidra és æthyldisulfidra, az eltávozó gázban pedig ezuttal is folyó terményektől — főleg szénsulfidtól — tisztátlanított carbonylsulfidra ismertem. Hogy a carbonylsulfidot az idegen testektől lehetőleg megszabadítsam, a gázt négy U alakú csőven vezettem keresztül. Ezek elseje chlorcalciumot, másodika higanyoxyddal kezelt gypotot, harmadika vulkanizálatlan kaucsuk-darabokat, negyedike borsószem nagyságú bükkfaszén darabokat tartalmazott.*

A carbonylsulfid azonosságának megállapítása céljából az ékkép megtisztított gázzal ismételtam a carbonylsulfid karakterisztikus reakzióit:

1. A gázt savanyú-, majd ammoniákális ezüst oldatba vezettem. Az elsőben semmi változás nem mutatkozott; a másodikban már egynehány gázbuboréknak bevezetése után erős fekete csapadék állott elő.

2. Barium-, majd mészhidrátal hoztam össze; a képződő

* L. Hlosvay Lajos. Akad. Értek. a term. tud. kör. XI. k. 13. l.

fehér csapadék leszűrése után a folyadékban alkalikus hatású fémkénegék jelenléte volt kimutatható.

3. Kalihidrátra vezettem; az oldatnak hígított kénsavval kezelése után kénhydrogén fejlődött.

4. A gáz alkoholikus kaliban jegeczes csapadékot idézett elő; a testben monothiionszénsavas kaliumra ismertem.

Ekként nemcsak az konstatáltatott, hogy a teljesen száraz æthyldisulfoszénsavsók száraz lepárlásánál carbonylsulfid képződik, de egyszersmind az is, hogy meglehetősen egyenletes áramban fejlődik. E sóknak elbomlásánál a carbonylsulfid képződése a következő vegyi egyenlet szerint értelmezhető:



II.

A teljesen meg nem szárított sók száraz lepárlásának cseppfolyó terménye gyanánt egy két rétegből álló folyadékot, légnemű terméke gyanánt pedig kénhydrogént és széndioxydot nyertem. A rétegeket választó tölcserrel különválasztván, a felsőben alkoholt, az alsóban æthylkénegét, æthyldisulfidot, szénkénegét és mercaptánt találtam.

Az alsó réteget képező folyadék-elegyet részletes lepárlásnak vettem alá. A 40°-ig átmenő részletet, mely az egész folyadék tömegének jelentékeny részét képezte, külön fogtam fel.

A felfogott folyadék-részletnek már külső tulajdonságai is sejtették velem, hogy abban mercaptánnal van dolgom. Jobb meggyőződés okáért a folyadékot higanyoxyddal kezeltem.

Az erős sustorgás, mely a higanyoxydnak apránként hozzáadása közben hallható volt, továbbá a nagy mennyiségben keletkező higanymercaptid kétségkívül helyezték a nedves æthyldisulfoszénsavsók elbomlásánál a mercaptánnak jelentékeny mértékben való keletkezését.

Az a körülmény, hogy a mercaptánnak ismert előállítás módjai (ZEISE-, LIEBIG-, REGNAULT-, KEKULÉ-féle módok) meglehetősen komplikáltak, s mindamellett sem szolgálnak valami feltűnő eredményt, ajánlja a mercaptánnak a vizet tartalmazó

æthyldisulfoszénsavsók száraz lepárlása által való egyszerű előállítását.

A kalium-, natrium- es ólomsók száraz lepárlásánál a lepárlási termékek teljesen ugyanazok voltak; a termékek mennyiségére nézve azonban eltérést tapasztaltam.

A réz sónál már a minőségi viszonyokat illetőleg is eltérés mutatkozott.

Amott a termékek quantitativ, — emitt meg azok qualitativ viszonyainak meghatározása teszi majd közelebbi vizsgálatom tárgyát.

AZ Ó-GYALLAI CSILLAGVIZSGÁLÓ KÖZLEMÉNYEI.

KONKOLY MIKLÓS, I. TAGTÓL.

III.

A reversió spektroszkóp.

Az álló csillagok önmozgását mikrometrikus mérésekkel ki lehet mutatni, de csakis egy a mi hátvonalunkra merőleges síkban; arra nézve: vajjon az illető égi test közeledik-e hozzánk vagy tőlünk távozik, csupán a színképelemzés adhat kellő felvilágosítást. — Tudvalevő dolog, hogy ha egy égitest tőlünk távozik, akkor a színképben a vonalak mind annak vörös vége felé tolódnak el, míg az ellenkező eset áll be, ha az hozzánk közeledik. — Ha ezen eltolódást kellő pontossággal mérni képesek vagyunk, úgy a kérdéses csillagnak azon sebessége is meghatározható, melylyel az felénk közeledik vagy tőlünk távozik, mert DOPPLER elve szerint a hullám hosszúságának változása arányos a fényforrás gyorsaságával, ha tehát az eredeti hullám hosszúságot λ -nak, az önmozgás következtében megváltozott hullám hosszúságát λ_1 -nek, és végre a fényterjedési sebességet a világűrben 296,000 kilométernek vesszük fel, akkor az önmozgás a következő képlettel volna kifejezve:

$$\frac{296000 \cdot \lambda_1}{\lambda} \text{ kilométer.}$$

Ezen sebességben azonban benne van még a földnek azon mozgása is, melylyel az pályájában vagy a kérdéses csillag felé vagy

attól távozva mozog, azt tehát még ki kell abból küszöbölni, ha az önmozgás nagyságának valódi értékét meg akarjuk kapni. — Jelöljük a földnek pályájában való mozgását v -vel, annak hosszát az ekliptikán l -lel, a csillag hosszát l_1 -lel, szélességét pedig β -val, úgy még a következő a földnek a látvonalban történő mozgási sebességet kifejező képlet csatlakozik az előbbihez:

$$v = v \cdot \cos \beta \cdot \sin (l - l_1).$$

Ezen képlet szerint a föld mozgása vagyis pályájában való előhaladása azon esetben nyilvánul leginkább, midőn a kérdéses csillag szélessége, $\beta = 0$, vagyis ha a csillag az ekliptikán áll, mindinkább kisebbedik, mentől nagyobb lesz a csillag szélessége, míg végképen elenyészik, vagyis 0 lesz, ha a csillag az ekliptika polusán áll, mivel a földpályának síkja arra merőleges.

A szinképelemzés segélyével az egyes spektrálvonalak eltolódásából az illető égitestek önmozgásának nagyságára először a nagyérdemű HUGGINS következtetett, a ki különben maga is e téren kiváló sikerrel működött és működik; utána több tudós, köztök PATER SECCHI is felkarolta az asztrophysika ezen új ágát, de ez utóbbi igen csekély sikert aratott, míg az asztrophysika történetében halhatatlan emlékü ZÖLLNER egy egészen új módszert ajánlott ennek észlelhetőségére; elméletét, mely a megfordított spektrumon alapúl, háromféle műszerrel juttatta, illetőleg akarta juttatni érvényre: a reversió spektroskop, a reversió távcső és reversió okulárral.

A reversió spektroskop tényleg soha sem lett befejezve és tovább fejtve, miután az ZÖLLNER útmutatása után készítve pusztán a spektrum D és vele tőszomszédos vonalakra szorítkozik, tehát csakis oly égitesteknél lenne használatba vehető, melyeknek spektrumában a D vonal megvan, ami, tekintetbe véve az égitestek spektrumainak különféleségét, igen szűk határ, és ezért nem is érdeklődtek iránta a praktikus asztrophysikában, ámbár hiányát és a hézagot, melyet betölteni rendeltetve lett volna, mindenki érezte, kiválóan KLINKERFUSS, a jeles göttingeni tudós, igyekezett ezen hézagot betölteni, és két rendbeli műszere, melyeket ez irányban szerkesztett, geniális felfogásról tanúskodik és elméletök minden irányban hozzáférhetetlen, de a feltételek, melyekhez ezen

műszereknek a praxisra való alkalmazása kötve van, oly mechanikai pontosságot és tökélyt igényelnek, melyet eddig a mechanikában senki elérni képes nem volt; így tehát a jelenlegi állapotok szerint KLINKERFUESS csakis eszmével gazdagította a theoretikus asztrophysikát, de a praxisban alkalmazható műszerrel nem.

KLINKERFUESS utolsó műszerével való foglalkozásom hozott azon gondolatra, hogy ZÖLLNER ez irányú ideáját behatóbb tanulmányozás alá vegyem, és ha lehető, tovább fejtssem és a műszert tökéletesítsem. — Ez irányban való működésem eredményét a következőkben adom.

Főczélom volt egy reversió spektroskopot szerkesztenem, mely nem csak a D vonal csoportra, hanem a spektrum minden részére érvényes; ehhez tartva magamat, úgy találtam, hogy kitűzött célnak legjobban és legszabatosabban a MERZ-féle úgy nevezett félprizmák felelnek meg; ezen összetett prizma «à vision directe» és canada-balzsammal összeragasztott két különböző minőségű crown- és flint-üvegből készült feles prizmákból áll; a prizma hátsó lapjára merőlegesen érkező fénysugár a crown-lencsén áthaladva, csakis akkor töretik meg, midőn abból ki, a vele összeillesztett nagytörési együtthatójú flintprizmába belép, ez utóbbiból kilépve, újból törést szenved. — Ha a prizmára a collimator lencsétől párhuzamos sugarak érkeznak, azok a prizmán áthaladva, a kétszeres megtörés után mint színekép lépnek fel; ha továbbá a prizmat egyik sarka, mint fix tengely körül megforgatjuk, úgy sorrendben az egész spektrum végig megy a távcső látmezején a nélkül, hogy maga a távcső helyéből kimozdíthatnák.

Ezen előnyeit a MERZ-féle prizmának alapul véve, megszerkesztettem reversió spektroskopomat. A műszer szerkezetét a következőkben írom le, megjegyezve, hogy a leírásban előforduló ilyes kitételek: jobbra, balra, fent, lent, elől, hátul stb. mind a műszernek azon helyzete szerint vannak használva, a mely állást az illető részek elfoglalnak, ha a műszert okulár végével felénk fordítva az asztalon feküdni képzeljük.

A reversió spektroskopot négy főrész képezi: *a*) a prizmaház, *b*) a collimator-cső a collimator-lencsével és réssel, *c*) a reversió prizmatartó, és *d*) a távcső.

A prizmaház, a műszer középső része, köb alakú rézszekrény,

mely a színeképet létesítő két MERZ-féle prizmat tartalmazza; ez utóbbiaknak foglalata két a köb hátsó részében elhelyezett tengelyre egy-egy azokra alkalmazott hüvely segítségével van oda erősítve, mely hüvelyek 3—3 csavarral lévén a tengelyhez szorítva, lehetővé teszik a tengelyen való csúsztatással a két prizma által létesített színeképet anélkül, hogy a prizmák alaplapjai súrolnák egymást, oly közelre hozni, amint azt épen akarjuk. — Magok a tengelyek lehetőleg hosszúk, és hogy mozgásuk egyenletes legyen, úgy alul, mint fölül egy-egy keményre kalapácsolt új ezüst-, illetőleg aczella szorítja helyökhöz; ezen lapok, valamint 3—3 korrekciós-csavar segítségével a tengelyeknek a legszolidabb mozgást lehet adni anélkül, hogy túlfeszítve vagy tágan lennének. — A tengelyek azonkívül közvetlenül csak a prizmaház alsó falában mozognak, míg felül minden egyes tengelynek külön-külön ágyazata van, melyek ugyancsak korrekció csavarokkal vannak a felső laphoz erősítve azon célból, hogy a két tengely egyrészt a kör oldalfalaival, másrészt egymáshoz viszonyítva, tökéletes párhuzamosan lehessen állítani.

A prizmák mindegyikének külön-külön foglalata van; az alsó prizma foglalatával reá van erősítve a már fentebb említett hüvely segítségével a forgatható tengelyhez; foglalatának jobb oldala összeköttetésben áll a kívülről kezelhető mikrométer csavarral, melylyel a prizma horizontális irányban mozgatható; a mikrométer holt meneteinek elenyésztetése céljából pedig a prizma foglalatának ellenkező oldalán egy tekeresrúgó van felfüggesztve, melyet egy külső közönséges csavarral tetszésszerint feszíthetünk; maga a mikrométer-csavar 100 részre osztott dobot visel. — A felső prizma megerősítése úgy foglalatában mint tengelyében, hasonló az alsóéhoz, csakhogy nincsen mikrométerje, hanem csak egy egyszerű csavarja, melyhez a prizmat egy közönséges újezüst rúgó szorítja. — A prizmák tehát a foglalataikkal összeköttetésben álló hüvelyekkel vertikális, a mikrométer illetőleg az egyszerű csavar segítségével, a tengely körül horizontális irányban mozgathatók.

A prizmaház hátulsó oldalára a collimatorcső van 6 feszítő és nyomócsavarral reá erősítve, tartalmazva a rövid gyútávú és aránylag nagy nyílása miatt (22'') két crown- és egy flint-lencséből

összeállított collimator-lencsét és a rést, mely utóbbi teljesen tüzestüzből van dolgozva.

A prizmaház előrészére egy rézgyűrűvel egy másik erős rész van erősítve, mely a reversió prizmát és a szétfűrészelt objektív-szerkezetet zárja magába. — Ezen hengeren 3 nyílás van: kettő felül, egy alul; a hengernek, az észlelőhöz közelebb fekvő, mondjuk annak legvégű részén két átellenes nyílásban két csavar van, melyekkel a henger ezen végén az arra ráerősített karikára 3—3 csavarral összekötött két lemez fecskefark alakú mélyedéseiben a feles objektívek szánkószerkezete hozható mozgásba; a szánkószerkezet mindegyike egy-egy rúgóval folyton kifelé lesz nyomva a csavarokhoz, és ez utóbbiaknak egyidejűleg holt mozgását is megsemmisítik; ha a két csavart forgatjuk, a feles objektíveket nem mint a heliométernél a metszési vonallal párhuzamosan, hanem arra merőlegesen toljuk el, mi által azt nyerjük, hogy a két prizmából érkező színeképek széleit tetszés szerinti érintkezésre hozhatjuk vagy egymás fölé helyezhetjük.

A felső csavar befogadására szolgáló nyílás mögött, vele egy vonalban van a 3-ik tokkal, hogy jellemzően fejezzem ki magamat, bélelt nyílás, melyben egy újabb tengely forog, alsó végén egy derékszögű crownüveg prizmát — a reversió prizmát — tartva oly módon, hogy annak átfogó lapja a műszer optikai tengelyével párhuzamosan áll. — A reversió prizmának tengelyére való alkalmazása igen bonyodalmas: a tokon át a henger belső üregébe nyúló tengely végére egy kör alakú lap van forrasztva, melyhez a prizma foglalatának felső lapja 4 feszítő és ugyanannyi nyomó csavarral van reá erősítve, a foglalat alsó lapja pedig a felső laphoz 3 csavarral; ezen két lap közé lesz a megfordító prizma helyezve és az igényeknek megfelelően a négy szorító és feszítő csavarral a lehető legpontosabban beállítva; ezen prizmának feladata a felső prizmából jövő fénysugarakat megfordítani; a mikrometer csavart nála a következő szerkezet helyettesíti: a reversió prizma tengelye konikusan van ágyazatába becsiszolva, azon czélból, hogy a lehető legszolidabb és legbiztosabb mozgása lehessen; a mint felül ágyazatából kijön, egy emeltyű van reá erősítve, melynek horizontális irányban való mozgatása kimozdítja a reversió prizma állásából, ennek következtében a spektral vonalak az alább leírandó távcső-

szerkezet okularjába benéző észlelő előtt csekély mérvű mozgást láttatnak; az emeltyű végpontja golyóvezetéssel összeköttetésben áll a köbsz-krény felső lapjának bal szélére alkalmazott mikrometerrel, melynek támpontul a prizmaház felső lapján megerősített újabb golyóvezetés szolgál.

A távcső-szerkezet a reversió prizmát, valamint a feles objektívet tartalmazó hengeren megerősített karikára — mely egyúttal a szánkószerkezetet képező két lemezt is hordja — van 6 feszítő és 6 szorító csavarral reá alkalmazva, tárgylencséül a két feles objektív szolgál.

A prizmaház hátsó oldalán, a collimatoreső nyújtványa gyánánt tekinthető karikán egy öblös rézcső van erősítve, mely közvetve a műszernek távcsőre való alkalmazását teszi lehetővé; ez a következő módon lesz elérve. Ezen öblös cső egy újabb nagy küllőjű csőbe van dugva, mely a nagy távcső okulár kihúzójának végső karikájába metszett csavartoknak megfelelő csavarmenettel van ellátva, ezen utóbbi cső a csavarszáron kívül még egy 360° -ra osztott pozíció kört is visel, melynek indexe egy a szűkebb csőre erősített körön van, ezt, valamint a pozíció kört egy azokra illő és csavarral kezelhető szorítóval be lehet állítani. — Ezen csakis fokra beosztott kör czélja a prizmák törőeleit könnyen és gyorsan akár a napi mozgásra merőlegesen, akár azzal párhuzamosan, akár a napkorong keleti vagy nyugati, akár annak pólusaira beállítani. — A szűkebb minőségű csőbe egy újabb cső van bedugva, mely főképen egy mérsékelt domborodással bíró hengerlencsét foglal magában, és melynek czélja a pontszerű csillagképet vonallá kihúzni.

A szűkebb cső baloldalán a műszer optikai tengelyére merőlegesen egy kisebb cső van alkalmazva, melyben egy gyenge nagyítású szemlencse egy derékszögű prizmaival van elhelyezve, ezen okulár a csillagnak a részre való beállítását igen megkönnyíti, mert úgy van szerkesztve, hogy ha a csillag ezen okulár szálkeresztjén áll, akkor a csillag képe — ha ezen okulárt a csőből kihúzzuk, mert különben az okulárral kapcsolatos prizma, melynek feladata a fénysugarakat eredeti irányukból 90° -kal kitéríteni és az okulár lencséjére irányítani, és mely, hogy ezen feladatának megfelelőhessen, a távcső optikai tengelyében kell hogy bent feküdjék, tehát

mint ilyen, a fénysugarakat a réstől elzárja, ha tehát ezen beállító-nak nevezhető vokulárt a csőből kihúzzuk, a csillagképe a résrre van vetítve.

Ezekon kívül e csőre még két ellentétes ebonithal elszigetelt rézrúd van alkalmazva, melyek a GEISSLER-féle csőnek — melynek segítségével a két spektrumban a vonalakat koincidenziára hozzuk, — felvételére vannak berendezve.

Ezen, mondhatni kényes műszer készítésénél minden képzelhető elővigyázati rendszabály tekintetbe vétetett a lehetőleg előfordulható hibák kiküszöbölhetése céljából; ezért oly pontokra, melyeken az észleletet csak némi részben valami hiba befolyásolhatná, inkább más, bonyodalmasabb szerkezetet alkalmaztam, mintsem tudtommal a műszerben oly hely legyen, mely az észlelet jóságát és helyességét kérdésessé tehetné, oly helyekre, melyeken nehézségek csak előfordulhatnának, korrekció csavarokat alkalmaztam, az összeköttetéseket kivétel nélkül nyomó- és feszítőcsavarokkal eszközöltem; ebben lelé magyarázatát, hogy a színekpeket létesítő prizmák tengelyeinek felső ágyazatai elmozdíthatók, maguk a prizmák nemcsak ezen tengelyök körül forgathatók, hanem a foglalataikkal összeforrasztott és a tengelyekre illő hüvelyekkel fel és alá csúsztathatók és a szükséghez képest a kellő helyen a hüvelyekre alkalmazott 3 csavarral megerősíthetők; a reversió prizma foglalata a tengelylyel négy szorító- és feszítőcsavarral van összekötve, és pedig azért négygyel és nem hárommal, hogy könnyebben lehessen a prizmát mind a két értelemben elmozdítani, akarjuk bár a prizmát akár az optikai tengelylyel párhuzamosan vagy arra merőlegesen elmozdítani; a reversió prizmát és a feles objektiveket tartalmazó hengerben a prizma tengelye elliptikus nyílásban mozog, melyhez két erős feszítőcsavarral van erősítve és melyek mégis megengedik, hogy a prizmát a henger körül csekély mértékben megforgathassuk azon célból, hogy a prizmák törő-élével párhuzamosan és a feles objektivek metszési vonalára merőlegesen állíthassuk; hogy továbbá ezen tengely a műszer optikai tengelyére merőlegesen állítható legyen: ágyazatának négy sarkán alkalmazott négy kis feszítőcsavarral van ellátva, melyekkel a kívánt célt elérhetjük. — A két feles objektív foglalata ugyancsak 3—3 feszítő- és ugyanannyi nyomócsavarral van szánkójához szo-

ritva, hogy mi a két objektív külön-külön cenzentrirozható legyen; azonkívül úgy a reversió távcső, mint a kollimatoreső 6—6 feszítő- és nyomócsavarral erősítvek a prizmaházhoz, hogy úgy a rés, mint az okulár cenzentrirozható legyen a műszer optikai tengelyével.

Hogyha a műszerrel megfigyelést, illetőleg mérést akarunk kivinni, szükséges elsősorban, hogy a nagy távcső objektív lencseje, a hengerlencse, a rés, a kollimator-lencse, a két prizma, a feles objektívek és az okulár, mind az optikai tengelyben feküdjenek, a két prizmának azonfelül a collimator-lencsétől párhuzamosan érkező fénysugarakat egymás között úgy kell felosztani, hogy minden egyes prizma képesítve legyen külön-külön spektrumot létesíteni, melyet az illető prizmának megfelelő fél objektív felfogván, mint két külön egymás fölé helyezett spektrumot tüntesse fel az okulárban. — Szükséges továbbá, hogy a reversió prizma átfogó lapja normális körülmények között a műszer optikai tengelyével párhuzamosan álljon, miután ezen prizma eszközli, hogy a felső spektrumban a vörös vég balról tűnik fel, míg az alsónál jobbról.

Mindezt egy magányos prizmával is el lehetne érni, azon különbséggel, hogy akkor, ha a magányos prizmát mozgatnánk, mind a két spektrum átvonúlna a látmezőn, míg két prizmával mind a két spektrum külön-külön kezelhető; ha ugyanis az alsó prizmát mozgatom, úgy a felső spektrum mozdulatlan, és ellenkezőleg; ha csak kis távolságokat akarunk mérni, akkor a reversió prizmának átfogó lapját kimozdítjuk a vele összeköttetésben álló mikrometer-csavar segítségével az optikai tengelyvel való párhuzamosságból, mikor is a felső spektrum vonúl át a látmezőn.

A spektrumból egyszerre csak kis részleteket lehet venni, mivel a prizma szóró képessége D -től H -ig terjed, mely $= 12^\circ 39'$, a távcső nagyítása 16-szoros; ezen adatokból látható, hogy a műszer a D vonalat nemcsak megkettőzteti, de a nickel vonalat is tisztán mutatja a kettő között.

Ha az egész berendezés megtörtént, úgy iparkodnunk kell egy olyan vonalat, melyet egy égitesten, csillagon vagy napon mérni akarunk, a két spektrumban koincidenziára hozni; erre szolgál a GEISSLER-féle cső, a hydrogénnal megtöltött csövet az elfogadására berendezett tartókba állítjuk és villamszikkával a rés előtt izzítva a két, pl. F' és $H\beta$ vonalat összeegyeztetjük a kétféle

spektrumban, ha ez megtörtént, a beállító okulár segítségével beállítjuk a megfigyelendő csillagot az okulár szálkeresztjére, ezután a nagy távcső óraműve indítandó meg, a beállító okulár visszahúzzatik és a csillag képe a résen áll; — ha a kérdéses égitest közeledik vagy távolodik látvonalunkban: a beállított vonalak eltolódása azonnal felismerhető lesz, ha csak az eltolódás akkora, hogy az egyáltalában felismerhető.

IV.

Hullócsillag-megfigyelések 1882.

A múlt év (1882) folyamában az előbbi évekhez képest rendkívül kevés hullócsillag figyeltetett meg, ami abban leli magyarázatát, hogy a megfigyelések részben a kedvezőtlen időjárás, részben a holdfény által zavarva voltak, azonkívül a korrespondáló állomásokon a tisztelt megfigyelő urak sem veszik többé a dolgot oly szigorral, mint vették eleinte és a mint venni kellene. Ezekhez járulnak még a telegraphikus időjeladások nehezségei és több ilyesféle, a melyekből könnyen kimagyarázhatni a megfigyelt hullócsillagok csekély számát. Az 1882. évben összesen 401 hullócsillag észleltetett; és pedig Ó-Gyallán 10 megfigyelő napon (julus 25, 27, 29. és 30, augusztus 9, 10, 11, 12. és 13., valamint november 13-án) 361, Selmezbányán 3 megfigyelő napon (jul. 6.; nov. 28. és 29.) 27; Károlyfehérvárott 2 megfigyelő napon (aug. 10. és 11.) 13 hullócsillag. — Ezekből a juliusi rajra: 55, az augusztusira 317, az első novemberire 6, a második novemberire 23 megfigyelt hullócsillag esik.

Ezen értekezéshez csatlakozik még az 1881. évben történt megfigyelésekből néhány hullócsillag-pálya és magasság-számításai, melyeket KÖVESLIGETHY RUDOLF úr, stud. astr. volt szíves kiszámítani.

A KRYOLITH-CSOPORT GRÖNLANDI ÁSVÁNYAI.

KRENNER JÓZSEF SÁNDOR L. TAGTÓL.

(III. és IV. Tábla.)

1881-iki deczember havában, ezen ásványcsoportra vonatkozó vizsgálataim eredményét terjesztettem a tek. Akadémia elé, melynek rövid foglalatja az összes akadémia illető «Értesítő»-jében található. E kissé szűkre szabott kivonatna kbővítése és megmagyarázása teszi a jelen sorok föladatát.*

Dolgozatom két főrészből áll. Az első tárgyalja főleg saját észleléseim alapján, a Kryolith, Thomsenolith, Pachnolith, Arksutit és Ralstonit ásványoknak morphologiai és optikai viszonyait; a második pedig majd magában foglalja az ezen ásványokra vonatkozó, mindenesetre érdekes és tanulságos irodalom történetét; természetes, hogy itt az 1882 óta megjelent más e tárgyra vonatkozó munkálatokra is tekintettel leszek.

I. Kryolith.

A kryolith általánosan DES CLOIZEAUX** és WEBSKY*** urak kristálytani és optikai tanulmányaik alapján három hajlásúnak tartatik.

* A késés oka abban rejlik, hogy az értekezéshez tartozó ábrák elvesztek, és én csakis most — midőn a műegyetemnek új épületébe való átköltözése teljesen megtörtént — találtam időt az ábrák újból való elkészítésére.

** Mémoires présentés par divers savants à l'Institut XVIII. k. 1867, 711. l.

*** N. Jahrbuch f. Mineralogie. 1867, 810. l.

Már 1877-ben * mondottam ki, hogy ezen ásvány, alakja és az optikai elaszticitási tengelyek helyzete után, az egyhajlású rendszerbe tartozik, e mellett szolgáltatam a kristályelemeket meghatározó szögadatokat, és megállapítottam az optikai főlengési irányokat.

Később az utóbbi észleléseket tökéletesebb készülékekkel, élesebb észlelési módok segélyével pontosabban meghatározhattam.

A főeredmények az említett akadémiai «Értesítő»-ben ** található.

DES CLOIZEAUX és WEBSKY munkálatait ismereteseznek föltelevezve, áttérek saját tanulmányaimra.

A kryolith-példányok közül, melyeket nemzeti múzeumunk őriz, több tekintetben különösen kitűnik egy, mely PECH úrtól Berlinben származik.

Áll ez az úgynevezett «tömör» kryolithból, melyen ugyanazon ásvány kristályainak két generációja fekszik, melyek azonban kifejlődésükben differálnak.

A régiebbek, melyek közvetlen a «tömör» tömegre telepednek, kicsinyek, $2-3\frac{m}{m}$ nagyok, víztiszta, épen nem vagy csak kevésbé rostos köbök különös éles kifejlődéssel.

Ezekre rakodnak, az előbbieket nem mindenütt betakarva, a fiatalabb kristályok, melyek nagyobbak, $5-7\frac{m}{m}$ -nyiek, erős rostjaik és viczinális lapjaikkal már előre sem ígérnek összevágó eredményeket.

Régiebb képződményű kristályok kipröparáltattak és legelőször is az egyszerű egyének lettek mérve. A mérés ezeknél azt eredményezte: 1. Hogy szimmetriájuk egyhajlású és 2. hogy néhány lapnak élszögei megelégedhető állandóságot mutatnak. Ezekhez tartoznak a prizmák, a véglap és a klinodomák.

Ama mérésekről, melyek a kristályrendszer eldöntésére szolgáltak, említem a következőket, melyek egy $2.5\frac{m}{m}$ nagyságú kristályon eszközöltettek:

* N. Jahrbuch f. Mineralogie. 1877, 504. l.

** L. c. 220. lap.

$$mc . \bar{1}\bar{1}0 . 001 = 90^\circ 8'$$

$$mc . \bar{1}\bar{1}0 . 00\bar{1} = 89^\circ 52'$$

$$mc . 1\bar{1}0 . 001 = 89^\circ 51'$$

$$mc . 1\bar{1}0 . 00\bar{1} = 90^\circ 8' 36''$$

$$rc . 0\bar{0}11 . 001 = 54^\circ 14' 20''$$

$$rc . 0\bar{0}\bar{1}\bar{1} . 00\bar{1} = 54^\circ 14'$$

$$rm . 0\bar{0}11 . \bar{1}\bar{1}0 = 55^\circ 47'$$

$$rm . 0\bar{0}\bar{1}\bar{1} . 1\bar{1}0 = 55^\circ 46'$$

A prizmáknak egyenlő hajlása a véglapokhoz bizonyítja azok egyenértékűségét, nem különben a klinodomák, a prizmák és a véglapokhoz való iránya is mutatja az egyhajlású rendszert.

Az elemek a következő szögekből számítottak ki:

$$mm . 110 . 1\bar{1}0 = 88^\circ 2'$$

$$mc . 110 . 001 = 89^\circ 52'$$

$$rc . 011 . 001 = 54^\circ 14'$$

és pedig a tengely-arány

$$a : b : c = 0.96615 : 1 : 1.3883$$

és

$$\tau_1 = 90^\circ 11'$$

A kristályokon következő 12 alak észleltetett:

$$a = 100$$

$$c = 001$$

$$m = 110$$

$$v = 101$$

$$r = 011$$

$$h = \bar{1}01$$

$$p = 111$$

$$q = \bar{1}\bar{1}1$$

$$s = 121$$

$$t = \bar{1}\bar{2}1$$

$$x = 176$$

$$y = 323.$$

Ezen lapok közül némelyek simák, míg mások többnyire rostosak.

A lapok rostozatának tanulmányozása ezen sajátos kristályoknál — egyforma főlapokkal és egyneműen modifikált csúcsokkal — igen fontos, minthogy azoknak orientálását lehetségessé teszi.

A domináló lapok közül különösen a prizmák azok, melyek nagyobb kristályoknál, többszörös rostozás által kitűnnek.

Tekintsünk egy erősen rostozott prizma-lapra, úgy ezen részben diagonális részben a véglappal egyenközü, egészben véve azonban 3 systema rostokat fogjuk észre venni.

A diagonális-rostozat iránya a prizmalapon ama öv által határozatik meg, melyet a prizmalap két-két domával képez.

Ezen rostozatok egyike egyenközü az *rmk* lapok övtengelyével, a második pedig egyenközü a *vmr* öv tengelyével, 4. ábra.

Az elsőben említett diagonál-rostok közül azok, melyek *r* közelében fellépnek (I), *m* és *s* lemezeiből vannak alkotva, míg azok (II), melyek *k*-hoz közel mutatkoznak, az utóbbi lap és *m*-nek köszönik eredetüket.

A második diagonál-rostozat képeztetik *r* irányában (III) *m* és az igen ritkán önállólag kifejlődött *t* lap által, míg *v* közelében fekvőknél (IV) nem dönthető el, hogy *m*-en kívül, még *v* által, vagy a mi még valószínűbb, a *v* és *m* közül fekvő pyramis elemei által képezetnek-e? A rostoknak harmadik systemája *m*-en, a prizma és véglap öve által van meghatározva, *mc* övének felel meg, tehát egyenközü e két lap kombináció-élének. Többnyire az ilyenű rostokat csakis látjuk a tompa *m/c* élszögénél (V), ezen esetben *p* vesz részt a rostozaton, igen ritkán azonban az analog éles élnél is mutatkoznak gyéren finom rostozati vonalok (VI), a melyek képződésöknél az ép oly ritka *q* játszik szerepet.

Ezen rostok közül különösen az (I) és (V) által jelzettek, tehát *s* és *p* által képezett a kristály orientálásra különös fontossággal bírnak, az első jelöli meg a pozitív oktánsot, az utóbbi adja a bázisnak irányát.

Mind a kettő gyakran durvább, sőt a lapelemek szélesbülése által lépcsőzetes lesz. Léteznek Kryolith-kristályok, mint az előbb

említették az első generációhoz tartozók, a melyek, hogyha általában rostosak, csak ezt a két rostozatot, és pedig vagy az s által képezett diagonális rostozatot (I) egyedül, vagy emezt és a p által alkotott (V) rostokat is, mutatják fel.

A domalap r némelykor egyenközüen az r/m kombináció élhez rostozatos, r -en kívül részt vesznek e rostozaton m -nek vagy s -nek elemei, néhány igen feltűnő esetben azonban mind a kettő.

A c véglapot egynehányszor a klinotengelyvel egyenközüen és pedig igen finom láttam rostozva.

Még említendő, hogy s lapon gyakran fénytelen, és k a görbüléshez mutat hajlamot.

A többi lapoknak kifejlődését különösen kisebb kristályoknál, jónak lehet mondani. Nagyobbaknál beállanak különösen a prizmalapokon viczinális lapok, melyeknek elrendezése azonban a rostok irányától bizonyos függőséget mutat.

Hasadás. Kötűnő hasadási irány megfelel a $c = 001$ véglapnak. A prizma $m = 110$ utáni hasadás *igen jó*. Egy negyedig hasadási irány egyenközü a hemidoma $k = 101$ -gyel, a melyet még jónak lehet nevezni; a goniometeren még világos reflexeket ad.

DANA és DES CLOIZEAUX is előadják, hogy a legjobb hasadás egyenközü a bázissal.

Ezen adattól eltérőleg, WEBSKY szerint a legtökéletesebb hasadási irány egyenközü az egyik prizmalappal, egy valamivel gyengébb a másik prizmalapnak, egy *még* kevésbé jó a véglapnak c , és a legrosszabb r orthodomának felel meg.

Én ez utóbbi hasadási irányt nem tudtam konstatálni, és gyanítom a két orthodoma felcserélését WEBSKY részéről.

Egyébiránt a két prizmalap irányában a kristályok *egyformán* jól hasadnak, de valamivel kevésbé jól mint a véglap. Későbbben lesz alkalmam az indokokra utalni, melyek WEBSKY urat ezen eltérő nézethez vezették.

Azonban a kryolithnál is lehet, mint más ásványoknál azt a tapasztalást tenni, hogy nagyobb kristályok a hasadási tulajdonságot könnyebben nyilvánítják mint kisebbek.

Élszögek. A felhozott élszögeken kívül még a következők fontosak, melyekhez még DES CLOIZEAUX approximativ és WEBSKY definitiv értékeit csatolom.

Megemlítem, hogy $r=l$, r Websky; $m=M$, T Websky; $c=P$ Websky; $h=K$ Websky.

	obs.	calc.	Des Cloizeaux	Websky
<i>mm</i>	110. $\bar{1}10 = 88^\circ 2'$	88·2'	88° 30',—20'	88° 3
<i>mc</i>	110. 001 = 89° 52	89° 52	88·50',—10'	89° 36, 89° 50'—59'
<i>rc</i>	011. 001 = 54·14	54° 14	55° 30 ?	54° 32'—27', 54° 6'—3'
<i>rm</i>	011. 110 = 55° 34	55° 35	—	55° 30, 55° 58
<i>rm</i>	011. $\bar{1}10 = 55^\circ 46-47$	55° 46	—	55° 46'
<i>vc</i>	101. 001 = 55° 0	55° 3	—	—
<i>vm</i>	101. 110 = 53° 42	53° 48	—	—
<i>kc</i>	$\bar{1}01$. 001 = 55° 26	55° 17	—	55° 25
<i>km</i>	$\bar{1}01$. $\bar{1}10 = 53^\circ 44$	53° 51	—	53° 40.

Kombinációk. 1. A legegyszerűbb és legközönségesebb kombináció amaz, mely a prizma $m=110$ es a véglapból $c=001$ áll, ez marad az uralkodó alak akkor is, hogyha más alakok a kombinációba lépnek. Egyensúlyban kifejlődve ez majdnem köbszerű alakot mutat. 1. ábra.

2. Az előbbeni alak oldalcsúcsai az $r=001$ klinodomák, a mellső-hátsó csúcsok ellenben $v=101$ és $k=\bar{1}01$ hemidomák által, a melyek közül elsőbb a ritkább — tompítattnak. Ilynemű kristályt ad 2. ábra, mely a köbnek egy oktaéderrel való kombinációjára emlékeztet, a melyre különben WEBSKY is már figyelmeztetett. A szögértékek: 55·3, 53·48', 55 17', 53° 51, 55·35', 55·46', is közelednek az oktaéder a hexaéderhez hajlásához, mely mint ismeretes 54° 34' teszen.

3. r mellett fel szokott gyakran lépni a trapez-alakú fénytelen pyramis $s=121$, mely az rm zonában fekszik, és az orientálásnál támpontul szolgálhat.

Az rs övben fekszik a két lap között egy igen vékony pyramis facetta, mely az $x=176$ jelt kapja.

Ezen alakokhoz még járulnak az oldallap $a=100$, és ritkábban $ap=111$ alappyramis.

A mérés adatai:

		<i>obs.</i>	<i>calc.</i>
<i>am</i>	100.110	= 44° 3'	44° 1'
<i>ac</i>	100.001	= 89° 43	89·49
<i>sm</i>	121.110	= 25° 22	25·28
<i>sr</i>	121.011	= 30° 14	30·8
<i>xr</i>	176.011	= 8° apprx.	8° 14'
<i>pm</i>	111.110	= 26° 27'	26° 34'
<i>pc</i>	111.001	= 63° 24'	63° 19'

A 3. ábra adja e kombinációnak hí képét.

4. Még ritkábban mint az utóbbiban említett lapokat találjuk a *vp* zonában fekvő $y = 323$ pyramist, továbbá a $q = \bar{1}11$ és a meglehetősen rossz $t = \bar{1}21$ lapot, az elsőbb *p*-nek analogonja, az utóbbi kiegészíti tengelyrendszerünkben *s* alakot.

A szögértékek következők:

		<i>obs.</i>	<i>calc.</i>	<i>Websky</i>
<i>yc</i>	323.101	= 17° 40	17° 49'	—
<i>qc</i>	$\bar{1}11.001$	= 63° 20'	63° 31	—
<i>tr</i>	$\bar{1}21.011$	= 30½ apprx.	30° 14	30° 1
<i>tm</i>	$\bar{1}21.\bar{1}10$	= 25° apprx.	25° 32	25° 27

WEBSKY *o* lapja megfelel *q* lapunknak; WEBSKY *q* lapja pedig lenne a mi *t* lapunk, ha csak nem történt nevezett autornál az oktansoknak fölcserélése, minthogy az általa adott szögértékek ép oly jól illenek *s* lapunkra.

A 4. ábra összeegyezteti ez ásványon általam észlelt alakokat, ferde, az 5. ábra pedig vízszintes vetületben. 12. ábra adja az alakoknak gömbprojekcióit, a melyen a zona-viszonyok láthatók.

Ikerk. Ásványunknak nagy hajlama van ikerkristályokban megjelenni, és pedig két törvény szerint.

I. Törvény. *Ikerlap az $m = 110$ prizmalap, ikertengely az erre merőleges normális.*

Igen gyakori jelenség. A két egymás iránt 180 fokkal forgatott egyéneknek véglapjai képeznek $cc = 0^\circ 16'$ szöget, míg a prizmalapok már feltünőbb barázdát, illetőleg élet $mm = 0^\circ 56'$

szöggel képeznek. Az utóbbit, mely a főtengelelyel egyenközű, mértém $3^{\circ} 50'$ -nak.

Ezen ikreket fölismerhetjük tompa térdalakú idomukról, 6. ábra.

Benőtt iker lemezek a föntebbi formula szerint nem tartoznak a ritkaságok közé.

II. Törvény. Sokkal nagyobb érdeket nyújt a második iker-törvény, mely így hangzik: *Ikerlap a positiv pyramis 112, iker-tengely a normális erre.*

Az 112 pyramis a kryolithon ugyan mint kristálylap nem észlelhető, azonban a számítás eredményezi mint ikerlapot. Fekszik az *mc* és *mvr* övben, és a vetületben *z* betűvel jelöltetett.

Ezen ikreknek sajátosságai közé tartozik, hogy 1. az egyik egyén prizmalapja *m*, mindig alig észrevehető szöggkülömbösséggel a másik egyén véglapjának *c*-nek irányába jut;

2. hogy a két egyén többi prizmalapjai tompa szög alatt metszik egymást, diagonális irányban.

A 7. ábra adja a fenntebbi értelemben egymás iránt forgott egyéneket, míg a 8. ábra azokat egy ikerré összenöve mutatja. Az összenövési lap itt egyenközű 112 laphoz. Ebben az esetben *m* prizma úgy fekszik a felső és alsó véglapra *c*-re, hogy látszólagosan annak direkt folytatását képezi, a kettő által bezárt szög oly csekély, hogy alig vehető észre, számítva kiteszen az $cm = 0^{\circ} 4'$. Ezen iker varrat egyenközű az *m/c* éllel.

A kristály rövidítése által ez az *m* egészen eltűnhetik, akkor a két véglap *c* és *c* — az ábrában a felső és hátsó lap — majdnem derékszögű élben, $89^{\circ} 48'$ calc. találkozik és a legnagyobb hasíthatóságnak lapja lesz a prizmának ellenlapja. A párhuzamosságtól való eltérés kitesz $0^{\circ} 4'$.

Egy ilyen kristálylallyal lehetett WEBSKY úrnak dolga, a melyen a prizma övben a hasadási képességnek különféle fokát találta.

Oldalvást látjuk a két egyén prizmalapjainak metszését $2^{\circ} 58'$ számított és $2^{\circ} 51'$ mért szög alatt.

Az ikerél diagonális irányú, és megfelel pontosan a két egyén közös diagonális rostozatának.

Ezen ikerek többi tulajdonságairól még felemlítendő, hogy

a két egyénnek klinodomái r , $rr = 1^\circ 49'$, a hasadási domák k azonban $kk = 1^\circ 37'$ szög alatt találkoznak, es hogy végre vannak esetek, a hol az orthodoma va a klinodoma r -rel egy szög alatt metszésbe jut, mely $vr = 0^\circ 58$.

A 9, 10, 11. ábrák illusztrálják ezen eseteket, a melyeket számtalanszor észlelhetünk.

Az imént említettből kitűnik, hogy a 112 pyramis szerint ikreké összenőtt kristályok olyan kölcsönös helyzetbe jutnak, — néhány alárendelt lap közelítő koincidenciájától egészen eltekintve —, hogy a 4 hasadási irány majdnem összeesik.

Ezen ikrek ép oly gyakoriak, mint az előbb említettek, és legfeltűnőbbben a prizmalapoknak diagonál irányú barázdája, illetőleg éle által lesznek ismertetve.

A kryolith ezen utoljára jelzett ikrek miatt a morfológiai tekintetben legérdekesebb ásványok közé tartozik. A többi geometriai viszonyokra nem akarok reflektálni, minthogy azok a dologból magából folynak, csak megemlítem, hogy ha az m és c -nek kombinációit mint eltorzult hexaédert fogjuk fel, az ikerlap a dodekaéder lapnak felel meg, hajlása: $xm = 44^\circ 58$ és $xc = 44^\circ 54$. A két fölhozott iker-összenövésből, sokszor ugyanazon kristályon mind a kettő egyszerre is előfordul.

Végre megjegyzem, hogy WEBSKY úr már kétféle ikret sorol fel, és pedig olyanokat, a melyek $a = 100$ és $c = 001$ után vannak képezve; ilyenmű ikrek az anyagomon nem voltak konstathatók.

Optikai tulajdonságok. A kryolith optikailag is mutat monoklin szimetriát. Az optikai elaszticitási tengelyek elhelyezése szimmetrikus a klinodiagonális főmetszetre nézve.

Az optikai tengelyek síkja merőlegesen áll ez utóbbi főmetszetre, és a bisektrix evvel egyenközű. A bisektrix a főtengelyhez fehér fénynél $43^\circ 54'$ -el hajlítva és a positiv oktánsban fekszik.

A bisektrix *positiv*, a kettős törés csekély, a tengelykép utal a «dispersion horizontale»-ra, a melynél a dispersio

$$\rho < v.$$

Az optikai tengelyek szöge levegőn és olajban méretett, a homogén fény előállítására használtatnak a dívó anyagok, mint

strontium, natrium és thalliumsók, nem különben a kénsavas rézoxydammoniak.

Levegőben mérve 20° C.-nál

2Ea = 58° 50	vörös sugarakra
59° 24	sárga «
60° 10	kék «

Olajban pedig:

2Ha = 48° 28	vörös sugarakra
48° 42	sárga «
49° 0	zöld «
49° 14	kék «

Itt még megjegyzem, hogy DES CLOIZEAUX, ki az optikai tengelyek síkjának irányát nem határozta meg, «dispersion tournante»-t említ ennél az ásványnál, és hogy $2E' = \begin{cases} 60^\circ 25 \\ 47^\circ 37 \end{cases}$ mint megközelítő értékeket adja; az utolsó adat azonban valószínűleg az olajbani mérésre fog vonatkozni. WEBSKY adja az optikai tengelysíknek irányát, de nem adja a tengelyszöget. Szerinte amaz azonban «körülbelül a bázis hosszabb átlóján megy át» és a bázissal lát-szólagosan 35°-nyi szöget képez előre hajolva, a mi a pozitív oktánsnak felelne meg. Itt is az oktánsok tévedésből föl vannak cserélve.

A kryolith-kristályok ülnek, — mint az már más autorok által kiemeltetett — az úgynevezett tömör kryolithen. Ez a név «tömör» azonban az anyakőre nézve nem egészen helyes, mint-hogy inkább nagypátos individualizált tömegek, melyeknél az egyformán orientált hasadási irányok végig huzódnak nagy tömbökön át is. Sokszor a kristályoknak hasadási irányuk közös az aljzatukéval.

A kristályok, melyeknek nagysága néhány $\frac{m}{m}$ -től kezdve egész a 2 centiméterig és ezen túl is terjedt, gyakran sárgás vagy irizáló hártáival vannak bevonva, mely azonban nem ritkán barnás kéreggé lesz. Ez utóbbi, mely apró Thomsenolith köböcskéket foglalhat magában, könnyen leválasztható.

A nemzeti múzeum üres kryolith-kristályok birtokában van, melyek kívül egész simák, élesek, barna fényes hártáival bevonot-

tak, belül azonban Thomsenolith és Pachnolith kristálykakkal vannak kibélelve. Ezek valódi pseudomorphosisek.

II. Thomsenolith.

A kristályok a főtengely irányában többnyire oszloposak, megrövidítés által köbösök vagy táblások is lehetnek.

Az oszlop többnyire a ferde véglap által határoltatik, a melyhez sokszor pyramisok és hemidomák csatlakoznak.

Ezen ásvány kristályrendszere egész helyesen DANA * által egyhajlásúnak ismertetett fel.

A Thomsenolith kristályok vizsgálata meg van nehezítve az oszloplapok erős harántrostozata és viczinális lapok föllépése által, továbbá a hasadási lapok által, melyek a kristályt átvonják és hamis reflexeket adnak a mérésnél.

Az oszloplapok gyakran dongaszerűen vannak görbülve, és ha jól összevágó eredményeket akarunk elérni, csakis egész kicsi kristályokat szabad a mérésnél használni, minthogy nagyobbak a legeltérőbb eredményeket szolgáltatják. Az utóbbiaknál még egy körülmény fokozza az abnormitásokat.

Erősebb kristályok t. i. körülnövik a kisebb kristályokat, mely utóbbiak mint magok szerepelnek, ezen körülnövésnél azonban az egyének nem maradnak szigorúan egyenközűek, a mit különösen a fő hasadási iránynál észre lehet venni, a mennyiben ilyenmő kristályoknál a felső és alsó hasadási lap, extrem esetekben 5°-nyi hajláskülömböséget mutat, a hajlást a *b* tengelyen át gondolva.

Az elemek kiszámítására, méretett

$$mm . 110 . 110 = 89^\circ 46$$

$$qq . \bar{1}11 . \bar{1}11 = 72^\circ 48$$

$$mc . 110 . 001 = 87^\circ 44.$$

Az első és utolsó érték meghatározásánál némi óvatosság szükséges, mivel a *mc* övnek kiterjedt viczinális lapjai, melyek sokszor a valódi prizmalapokat ki is szorítják, tévedésekre adhatnak alkalmat, miért is a prizmák a párhuzamosságukra ép úgy vizsgál-

* Dana, Syst. of Mineralogy. 129. l.

tattak meg, mint egynemű hajlásukra a véglapokhoz. Ezen szögértékek ugyanazok mint amazok, melyeket már 1877-ben mint a legpontosabbakat és legösszhangzóbbakat találtam; ezen idő óta számosabb thomsenolith-kristályokat vizsgáltam, találtam néhányoknál nagy eltéréseket is, azonban kényszerítve vagyok a régi alapértékeimhez mint a legjobbakhoz visszatérni.

A fentebbi értékekből következik a tengelyarány

$$a : b : c = 1 \cdot 0044 : 1 : 0 \cdot 9593$$

és a tengelyszög

$$\gamma = 97^\circ 27'.$$

Következő alakok észleltettek:

$$c = 001$$

$$t = \bar{1}01$$

$$x = \bar{3}02$$

$$r = 331$$

$$q = \bar{1}11$$

$$r = \bar{2}21$$

$$s = \bar{3}31.$$

Ezek közül m erősen van rostozva, és pedig egyenközűen az m/c kombinációélelhez, a domák a görbülésre hajlandók és sokszor kis szömlöcsökkel vannak ellátva. A pyramisok is sokszor még pedig ugyan azon értelemben rostozottak mint a prizmák.

Kitünő hasadási irány egyenközű c -vel, mely lapnak sokszor gyöngyfénye is van. A prizma szerint a hasadásnak gyöngébb foka észlelhető.

A mi a kombinációkat illeti, úgy a legegyszerűbb az, mely a prizma és véglapból áll, tehát m és c , mi által gyakran a köbhöz hasonló idom is eléállhat. A rostozott prizmalapok és a síma gyakran gyöngyfényű véglap az orientálást megkönnyítik. Igen apró ilyenmű kristálykák ülnek sokszor barna vasdús kéregbe foglalva kryolith kristályokon.

* N. Jahrb. f. Mineralogie. 1877, 504. lap. Itt nyomdaliba következőben tévesen $87^\circ 44'$ helyett, $89 \cdot 44$, továbbá az első sorban alulról $0 \cdot 8 \text{ mm}$. helyett $0 \cdot 3 \text{ mm}$.

A 17. ábra mutat egy ilyen kristályt, a melyen azonban még a negatív pyramis q is látható.

Egy másik, azonban oszlopos alakot ad a 16. ábra a melynél a felsorolt alakokhoz még az r pyramis is hozzá járul.

Azon esetre, ha a pozitív meredek pyramis v a kombinációban részt vesz, a kristály hegyes külsőt nyer, mint azt a 14. ábra előtünteti. Itt még észlelhető az igen gyakori doma x .

A 18. ábra érzékíti azt az esetet, a melynél az észlelt alakok összesen kombinációba állanak, tehát m, c az összes pyramisok v, q, r, s , végre a doma x , mely t irányába görbül.

Ehhez még megjegyzendő, hogy a pyramisok egészen is kiszoríthatják a véglapot, mi által a kristályok hasonlatosságot nyernek a pachnolithtal.

Sokszor látjuk az egész thomsenolith-csoportot egyenközüen orientálva, ilyennek részletét adja a 18. ábra.

A 19. ábra az összes lapoknak gömbprojekciója.

A többi élszögekről legyen még felhozva.

	<i>obs.</i>	<i>calc.</i>
qc	$\bar{1}11.001 = 57^\circ 14'$	$57^\circ 10'$
tq	$\bar{1}01.\bar{1}11 = \text{—}$	$36^\circ 24'$
tc	$\bar{1}01.001 = 47\frac{1}{2}^\circ$ apprx.	$47^\circ 40'$
xc	$302.001 = 59^\circ 42'$	$59^\circ 30'$
vc	$331.001 = 74^\circ 53'$	$75^\circ 1'$
vm	$331.110 = 12\frac{1}{2}^\circ$ apprx.	$12^\circ 43'$
vc	$\bar{2}21.001 = 72^\circ 49'$	$72^\circ 43'$
sc	$\bar{3}31.001 = 78^\circ 38'$	$78^\circ 53'$
rv	$331.\bar{3}31 = 86\frac{1}{2}^\circ$ apprx.	$86^\circ 1'$

Helyezzünk egy bazikus lehasadt táblácskát a polarizáló mikroszkop alá, úgy észre vesszük, hogy a kioltási irány pontosan diagonális. Ép úgy meggyőződhetünk arról, hogy a prizmalapon az elsötétedési irány a fő tengelyhez szimmetrikus, a mi az egyhajlási rendszer mellett bizonyít.

Ha a szimmetria síkra merőlegesen egy lemezkét kivágunk, úgy keresztezett nikolok alatt észre vesszük, hogy az egyik fölen-

gési irány a véglappal fehér fénynél $40^{\circ} 50'$ -nyi szöget zár be. Ez utóbbi megfelel egyszersmind az optikai sík helyzetének, mely a szimmetria síkjára merőlegesen áll, a bisektrix egyenközű evvel. A bisektrika tehát a főtengelylyel $55^{\circ} 22'$ -nyi hajlást mutat, mint-hogy a pozitív oktánsban fekszik.

Ha a bisektrixre merőlegesen metszett lemezt megvizsgáljuk, úgy felismerhető a negatív jellege,

$$\rho < r$$

tengelydispersióval.

20° C.-nál méretett a tengelyszög:

Levegőben

$$2Ea = 69^{\circ} 10 \text{ vörös sugarakra} \\ 69 \cdot 36 \text{ sárga "}$$

Olajban

$$2Ha = 48^{\circ} 28 \text{ vörös sugarakra} \\ 48^{\circ} 42 \text{ sárga "} \\ 49^{\circ} 0 \text{ zöld "} \\ 49^{\circ} 14 \text{ kék "}$$

A látszólagos ikerösszenövések az optikai vizsgálat által egyenközű összenövéseknek derültek ki.

A kryolith gyakran mutat parallelepipedszerű üregeket, melyek a hasadási irányoknak megfelelnek, és melyek thomsenolith kristályokkal vannak kibéelve; ezekben az üregekben találni nem ritkán szinte a hasadási irányokkal egyenközű táblákat, melyek kis thomsenolith kristályokból állanak s egymást sokszor kereszt irányban átmetszik.

Ezekből a dérszerűen csillogó táblákból fejlődnek ki a nagyobb, sokszor egyformán terelt kristályok, melyek barnás hártával is lehetnek bevonva.

Nyilvánvaló, hogy a thomsenolith a kryolith átalakulási terméke, és ennek rovására képződött.

A thomsenolith kristályoknak nagysága ingadozik néhány $\frac{m}{m}$ -től kezdve egészen $4\frac{m}{m}$ vastagság és $7\frac{m}{m}$ szélességig.

III. Pachnolith.

Egészen kicsiny, vékony víztiszta oszlopocskák, melyeknek vége többnyire meredek pyramisok által hegyezettik, ritkábban jelenik meg a bázis. Kristályalakjuk az egyhajlású, mint azt már DES CLOIZEAUX* felismerte. Ikerképződés által rhombos habitust vesznek fel, miért is KNOP és VOM RATH rhombosoknak tartották.

A prizmák erős harántrostokkal vannak ellátva, melyek a pyramis-regióig is terjedhetnek, és viczinális lapok által kísérhetnek.

Az elemek meghatározására, méretett:

$$\begin{aligned} mm & 110.1\bar{1}0 = 98^\circ 40' \\ pp & 111.1\bar{1}1 = 85^\circ 22' \\ mp & 110.111 = 26^\circ 28' \end{aligned}$$

a miből következik:

$$\begin{aligned} a : b : c &= 1 \cdot 1639 : 1 : 1 \cdot 5211 \\ \gamma &= 90^\circ 16' 24''. \end{aligned}$$

A szimmetriatengely tehát a rövidebb átló.

Ha a prizma tompa oldaltfekvő élét lecsiszoljuk, lemezeket nyerünk, melyek a polarizáló-mikroszkop alá helyezve az 100 véglap utáni ikerösszenövést mutatják, minthogy ezek két különböző színű vagy csak különböző sötét félből állanak.

Ha ellenben a hegyes éleket csiszolás által tompítjuk, úgy a kioltások egyenesek lesznek.

Az ikerlap tehát 100 lap, mely a kristályokon különben önállólag mint kristálylap nincsen kifejlődve, az ikertengely a normális erre.

A két egyén egyensúlyban van kifejlődve, és az összenövés többnyire akként történik, hogy a mellső prizmapár az egyik, a hátsó pedig a másik egyénhez tartozik, úgy hogy a beugró szögek igen ritkán képződnek. Az összenövési lap egészen sík, és általa az egyének igen élesen vannak egymástól elválasztva.

* Dana, System of Mineralogy. London 1868, 129. l.

Következő lapokat észlelhettem ezen ásványon

$$c = 001$$

$$m = 110$$

$$p = 111$$

$$s = 554$$

$$t = 553$$

$$q = 221$$

$$v = 331$$

$$x = 551$$

a hol p a legtompább pyramis, és hasonlóképen mint a kisebb kristályoknak prizmalapjai a legjobb reflexeket adja.

Minél nagyobb a kristály, annál erősebb azon a már említett rostozás, mely az m/p egyenközű éllel.

Negatív pyramisokat nem észleltem.

A hasadás meglehetősen rossz c után, ha azt általában még hasadásnak nevezhetjük.

A legegyszerűbb kombináció a 20. ábra által van előtüntetve, iker, mely m és p lapokból áll. Ilynemű kristályok csoportjain, a véglap nem észlelhető, azon találtak kristálycsoportok, melyeknek kristályai a 21. ábrához hasonló külsőt mutatnak, a melyeknél tehát a véglap c a pyramissal szemben domináló. A nemzeti múzeumnak sok pachnolith-példánya között csakis egy, dr. KRANTZ-tól Bonnban származó, található, a melyen ezen kifejlődés található. Ilyen ikereknél az ikervarratot c lapon világosan lehet látni.

A 22. ábra olyan ikert mutat, a melyen c kivételével mind az ezen ásványon észlelt alakok kombinációba léptek, tehát m , p , s , i , q , v , x alakok.

Megemlítendő még, hogy az egyik egyén pyramisa a másikba átmehet, a nélkül, hogy az utóbbi egyén saját pyramisa fejlődésre jutna; ilyen kristályok még hegyesebb véget mutatnak.

Végre megemlíthetem, hogy olyan kristályokat is láttam, a melyeken a pyramisok a szabad nem felnőtt végen beugró szögeket képeztek, hasonlólag a fecskefarkú gipszikekhez. Egy kis csoport csakis ilyenekből állott.

A többi élszögekből még említendő:

	<i>obs.</i>	<i>calc.</i>
<i>sm</i> 554.110 =	21° 35'	21° 43'
<i>tm</i> 553.110 =	16° 45'	16° 38'
<i>qm</i> 221.110 =	13° 54'	13° 59'
<i>rm</i> 331.110 =	9° 32'	9° 26'
<i>xm</i> 551.110 =	5° 30'	5° 42'

Az ikerszög $pp = 71 \cdot 34$.

Az optikai vizsgálatok* kiderítették azt, hogy az optikai tengelyek síkja merőlegesen áll a szimmetriasíkra és hogy az első középvonal ezzel egyenkező.

A főtengelylél egy 67° 48'-nyi szöget zár be, az ikerlap normálisára pedig 22° 12'; a bázis normáléjával képez 67° 38'-nyi és az $\frac{111}{111}$ élnek normáléjével 15° 8'-nyi szöget.

A bisektrixre — mely pozitív — merőlegesen metszett táblácska a szomszéd kristály lecsiszolása után a tengelyképet tisztán és világosan mutatja. Egy mikroszkop segítségével, melyet föltalálója BERTRAND EMIL úr (Párisban) szivességének köszönök, lehetőségessé vált ilyen apró kristálylemezéknek meglehetősen nagy tengelyszögét meghatározni:

Olajban mérve nyertem

$2Ha \doteq 73^\circ 6'$	vörös sugarakra
72·30	sárga “
71·18	zöld “

minek következtében a dispersió lenne

$$\rho > r$$

a mit a szintelen hyperbolaszéleken konstatálni nem lehet.**

* Dana ásványtanában az optikai adatok nem pontosak, l. c. 129. l.

** Ez évi «Bulletin de la société Mineralogique de France» januári füzetében *Des Cloiseaux* közli a thomsenolith és pachnolithra vonatkozó morphologiai és optikai vizsgálatainak eredményét. Azok az általam már az 1881-ik évi Ak. értesítőben közölt adatokkal többé-kevésbé összhangzanak. Az ikerlap a pachnolithnál itt már ép oly helyesen van adva, mint az optikai főlengési síkoknak hajlása, konform az általam egy év előtt ép idézett publikációmmal.

A pachnolith apró vitziszta kristálykákat képez, melyek néha sárgás hártyával vannak borítva. A méretei ingadoznak, 0.2 — $0.3 \frac{m}{m}$ vastag és $1.2 \frac{m}{m}$ hosszú a közönséges méretek, a legnagyobb, melyet láttam, $0.5 \frac{m}{m}$ vastag és $2 \frac{m}{m}$ hosszú.

Ezen ásvány kristályai thomsenolithon ülnek, tehát ennél későbbi képződmény. Azt, hogy thomsenolith telepednék a pachnolithra, nem láttam. Az utóbbinak kristályai sokszor merőlegesen ülnek az előbb említett thomsenolith kérégeken vagy falakon, egymást kereszt- vagy rácsozatszerűen átnöve.

A thomsenolith-kéreg, amelyeken a pachnolithok telepednek, szintén az utóbbi ásványnak tartattak, és az egész mint pachnolith elemeztetett. Minthogy az utóbbi az aljzatához képest, sokkal gyérb, úgy ezen keverek vegyi elemzésének eredménye mindig a Thomsenolithéhez közel is állott.

IV. Arksutit.

Tömegek, melyek kristályos szemcsékből vannak összerakva.

A szemcsék nagysága ingadozik néhány $\frac{m}{m}$ -től kezdve egész $0.5 \frac{m}{m}$ -ig. Ezekről csak azt tudták, hogy egy irányban hasadnak. Nekem sikerült ez ásványnak kristályrendszerét megállapítani.

A szemeken t. i. 4 más hasadási irányt is lehet kimutatni, melyek egy négyzetes pyramisnak felelnek meg, a következő élszöggel:

$$111.11\bar{1} = 69.44.$$

A rendszer tehát a négyzetes. Konform viselkedik optikailag is, minthogy *egy* optikai tengelyt mutat, *negatív* kettős töréssel.

Tömegében behintve találhatók a mások által is említett apró pyritkristálykák, melyek a pentagondodekaéder alakját mutatják csekély hexaéderszerű tompítással.

Itt megjegyzendő, hogy a chiolith, mely KOKSCHAROW* szerint $68^\circ 20'$ -nyi élszöget mutat, DES CLOIZEAUX** szerint szinte opti-

* Materialien zur Mineralogie Russlands. IV. k. 395. 1. St. Petersburg.

** Thésés présentée a la faculté des sciences de Paris pour obtenir le grade de docteur ès sciences. Paris 1875. 48. 1.

kailag negatív, és kétséget sem szenved, hogy fentebbi arksutfordi ásvány az utóbbi sziberiaival, a melyhez vegyalkata után is közel áll, isomorph. Csak feltűnő, hogy a chiolithnál a bázis szerinti hasadásról nem tesznek említést, és csakis a pyramisszerűt hangsúlyozzák. Ásványunknál a legjobb, gyöngyfényt mutató hasadás, a bázisnak felel meg.

Vegyileg az Arksutit megint közelebb áll a chodneffithez.

V. Ralstonit.

Ezen grönlandi ásvány alakja az oktaéder. Csúcsai csekély módon a hexaéderrel vannak tompítva. Az élszögeket találtam apró kristályoknál $70^\circ 27$ és $70^\circ 38$ között, és ez a maximál eltérés. Többszörös mérések azonban az oktaéder szögére mint középértékre vezetnek. Nagyobb kristályoknál az eltérés nagyobb is, a mit különben az oktaéder lapjainak rosz minősége után is előre sejtethetjük.

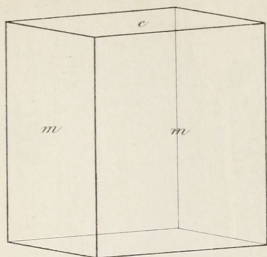
A kristályok $1-3\frac{m}{m}$ nagyok, többször sárgás tarka színekben játszó hártya által bevonva.

Anyaguk többnyire tejes fehér, és csak vékonyabbra' esiszolt lemezekben lesz átlátszó.

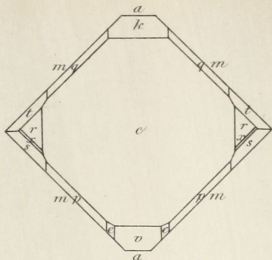
Optikailag E. BERTRAND vizsgálta meg, és abnormitásokra akadt, melyek bizonyára kontrakció-jelenségekre vezethetők vissza.

Az ásvány, melyek csakis kristály alakban ismerünk, thomseolith-kristályokon telepszik, és mindig fiatalabb képződmény mint emez.

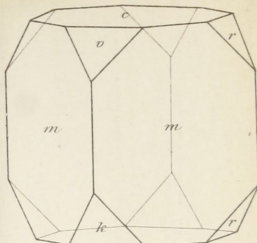
1.



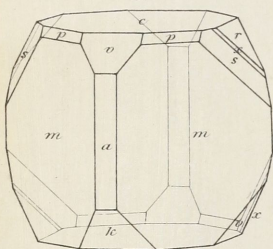
5.



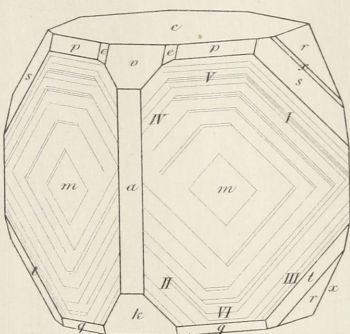
2.



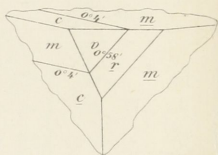
3.



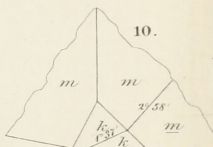
4.



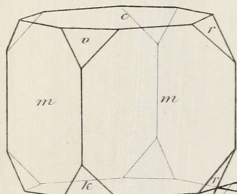
11.



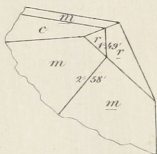
10.



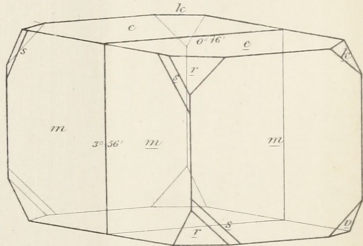
γ



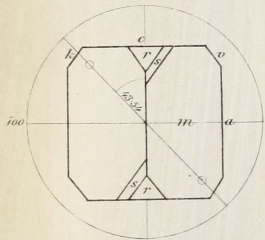
9.



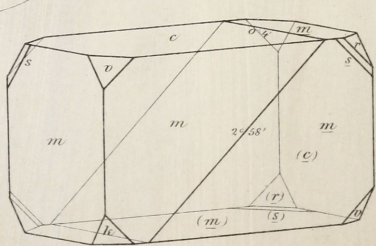
6.



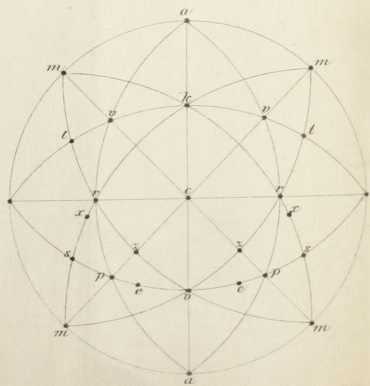
13.



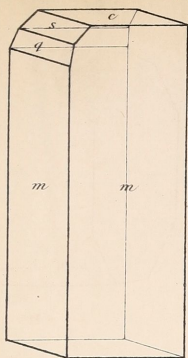
8.



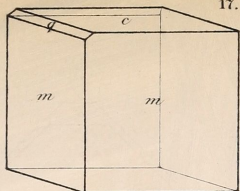
12.



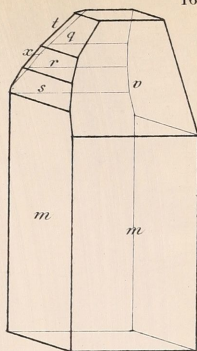
15.



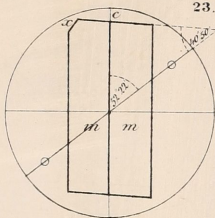
17.



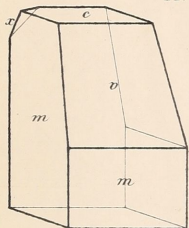
16.



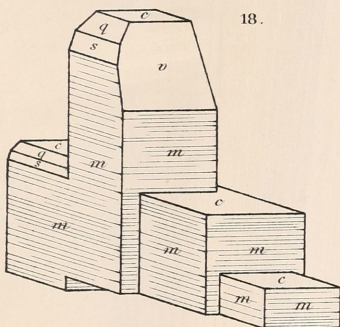
23.



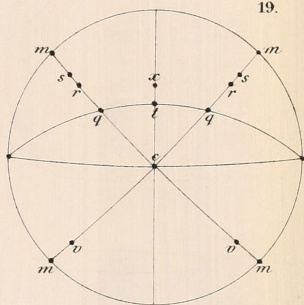
14.



18.

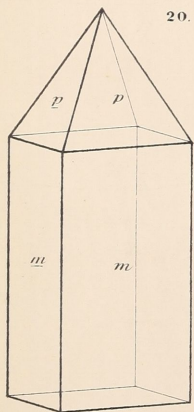


19.

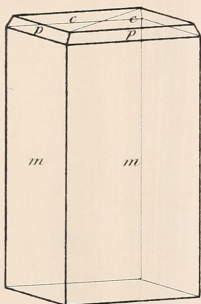


Thomsenolith

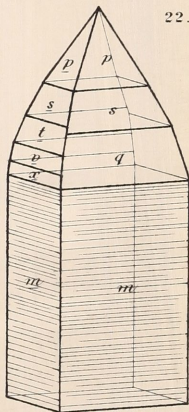
20.



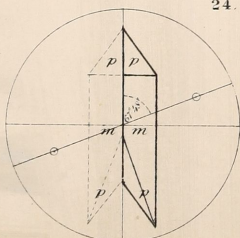
21.



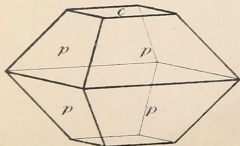
22.



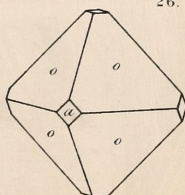
24.



25.



26.



Arksutit

Pachnolith

Falstonit

A KÚPSZELET SEREG KÖZÉPPONTJAINAK GEOMETRIAI HELYE.*

HUNYADY JENŐ L. TAGTÓL.

1. «*A négy ponton átmenő kúpszeletsereg középpontjainak geometriai helye ismét egy kúpszelet, mely a négy pontból meghatározott teljes négyszög három diagonál pontján átmegy.*»

A kérdés, melylyel itten tulajdonképen foglalkozni akarunk az, hogy a kúpszeletsereg középpontjai milyen nemű kúpszeletet írnak le.

Az 1., 2., 3., 4. ponton átmenő kúpszeletsereg egyenlete a következő alakú:

$$(120) (340) - \lambda (140) (230) = 0 \dots\dots\dots (1)$$

Ha most x, y alatt ezen kúpszelet középpontjának koordinátáit értjük, akkor x, y -ra nézve a következő egyenletek állanak:

$$\left. \begin{aligned} (120) \xi_{34} + (340) \xi_{12} - \lambda [(140) \xi_{23} + (230) \xi_{14}] &= 0 \\ (120) \eta_{34} + (340) \eta_{12} - \lambda [(140) \eta_{23} + (230) \eta_{14}] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (2)$$

és ha végre ezen egyenletekből a λ változó paramétert kiküszöböljük, akkor tekintve, hogy:

$$\left. \begin{aligned} \xi_{23} \eta_{34} - \xi_{34} \eta_{23} &= (234) = u_1 \\ \xi_{14} \eta_{34} - \xi_{34} \eta_{14} &= (134) = u_2 \\ \xi_{12} \eta_{14} - \xi_{14} \eta_{12} &= (124) = u_3 \\ \xi_{12} \eta_{23} - \xi_{23} \eta_{12} &= (123) = u_4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a)$$

* Az itt meg nem magyarázott jelölésekre nézve lásd «A Möbius-féle krit.» és «A Steiner-féle krit.» című értekezéseimet.

a középpontok geometriai helyének egyenletét a következő alakban nyerjük:

$$u_1(120)(140) + u_2(120)(230) - u_3(340)(230) - u_4(340)(140) = 0 \dots (3)^*$$

2. A kérdés már most az, hogy az ezen egyenlet által kifejezett kúpszelet milyen nemű? A kitűzött cél elérésére hasonlít-suk össze a (31) alatti egyenletet a következő általános egyenlettel:

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0 \dots \dots (4)$$

mely összehasonlításból találjuk, hogy

$$\begin{aligned}
2a &= u_1 (\xi_{12}\xi_{14} + \xi_{14}\xi_{12}) + u_2 (\xi_{12}\xi_{23} + \xi_{23}\xi_{12}) - u_3 (\xi_{34}\xi_{23} + \xi_{23}\xi_{34}) - \\
&\hspace{10em} - u_4 (\xi_{34}\xi_{14} + \xi_{14}\xi_{34}) \\
2c &= u_1 (\eta_{12}\eta_{14} + \eta_{14}\eta_{12}) + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
2f &= u_1 (\zeta_{12}\zeta_{14} + \zeta_{14}\zeta_{12}) + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
2b &= u_1 (\xi_{12}\eta_{14} + \xi_{14}\eta_{12}) + u_2 (\xi_{12}\eta_{23} + \xi_{23}\eta_{12}) - u_3 (\xi_{34}\eta_{23} + \xi_{23}\eta_{34}) - \\
&\hspace{10em} - u_4 (\xi_{34}\eta_{14} + \xi_{14}\eta_{34}) \\
2d &= u_1 (\xi_{12}\zeta_{13} + \xi_{14}\zeta_{12}) + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
2e &= u_1 (\eta_{12}\zeta_{14} + \eta_{14}\zeta_{12}) + \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot
\end{aligned}$$

Ismeretes, hogy a (4) alatti kúpszelet ellipsis, parabola, vagy hyperbola, amiként

$$ac - b^2 \begin{matrix} \geq \\ = \\ < \end{matrix} 0, \dots \dots \dots (5)$$

a miért a következő kifejezést számítjuk ki:

$$4(ac - b^2) = \begin{vmatrix} 2a & 2b \\ 2b & 2c \end{vmatrix},$$

melynek még a következő alakot adhatjuk:

$$4(ac - b^2) = \begin{vmatrix} 2a & 2b & 0 \\ 2b & 2c & 0 \\ 2d & 2e & 1 \end{vmatrix}, \dots \dots \dots (6)$$

ha a jobb oldalon álló determinánsban 2a, stb. elemeknek fen-
tebbi értékeit helyettesítjük és azután ezen egyenletet a követke-
zővel sokszorozzuk:

* Ezen egyenletből olvashatjuk le az előrebocsátott ismeretes tételt.

$$u_4 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}, \dots \dots \dots (7)$$

megjegyezvén, hogy a sokszorozás a jobb oldalon álló determinánsokban azoknak oszlopai szerint történik, akkor találjuk, hogy :

$$4 (ac - b^2) u_4 =$$

$$\begin{vmatrix} u_2 u_4 \zeta_{12} - u_3 (u_4 \zeta_{34} + u_2 \zeta_{23}) - u_1 u_2 \zeta_{14}, & -u_1 u_3 \zeta_{12} - u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 (u_3 \zeta_{34} - u_1 \zeta_{14}), & u_1 (-u_2 \zeta_{12} + u_4 \zeta_{14}) + u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 u_2 \zeta_{34} \\ u_2 u_1 \eta_{12} - u_3 (u_1 \eta_{34} + u_2 \eta_{23}) - u_4 u_2 \eta_{14}, & -u_1 u_3 \eta_{12} - u_2 u_1 \eta_{23} + u_4 (u_3 \eta_{34} - u_1 \eta_{14}), & u_1 (-u_2 \eta_{12} + u_4 \eta_{14}) + u_2 u_1 \eta_{23} + u_4 u_2 \eta_{34} \end{vmatrix}$$

vagy ha a jobb oldalon álló determinánst negyedfokú determináns alakjában írjuk, melyre az előbbiből jövünk, ha azt a következőképen szegeljük :

$$\begin{aligned} & u_2 u_4 \zeta_{12} - u_3 (u_4 \zeta_{34} + u_2 \zeta_{23}) - u_4 u_2 \zeta_{14}, \\ & -u_1 u_3 \zeta_{12} - u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 (u_3 \zeta_{34} - u_1 \zeta_{14}), \\ & u_1 (-u_2 \zeta_{12} + u_4 \zeta_{14}) + u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 u_2 \zeta_{34} \end{aligned}$$

és ez utóbbiban a 3-dik sort a 4-dikkel felcseréljük, akkor

$$4 (ac - b^2) u_4 =$$

$$\begin{vmatrix} u_2 u_4 \zeta_{12} - u_3 (u_4 \zeta_{34} + u_2 \zeta_{23}) - u_1 u_2 \zeta_{14}, & -u_1 u_3 \zeta_{12} - u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 (u_3 \zeta_{34} - u_1 \zeta_{14}), & u_1 (-u_2 \zeta_{12} + u_4 \zeta_{14}) + u_2 u_1 \zeta_{23} + u_4 u_2 \zeta_{34} & 0 \\ u_2 u_1 \eta_{12} - u_3 (u_1 \eta_{34} + u_2 \eta_{23}) - u_4 u_2 \eta_{14}, & \cdot & \cdot & 0 \\ u_2 u_1 \zeta_{12} - u_3 (u_4 \zeta_{34} + u_2 \zeta_{23}) - u_4 u_2 \zeta_{14}, & \cdot & \cdot & 1 \\ 1 & & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

és ezen egyenletet a következővel sokszorozzuk :

$$u_4 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & 0 \\ y_1 & y_2 & y_3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

akkor még továbbá :

$$4(ac - b^2) u_4^2 = \begin{vmatrix} -2u_4u_2u_3 & u_3u_4(-u_1 + u_2) & u_4u_2(u_2 + u_4) & 1 \\ u_3u_4(-u_1 + u_2) & 2u_4u_1u_3 & u_1u_4(u_2 - u_3) & 1 \\ u_2u_4(u_2 + u_4) & u_1u_4(u_2 - u_3) & -2u_4u_1u_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

vagy ha még ezen determinánsban az utolsó oszlopot u_4 -gyel sokszorozzuk és azután az első három sort u_4 -gyel elosztjuk, akkor még:

$$4(ac - b^2) = - \begin{vmatrix} -2u_2u_3 & u_3(-u_1 + u_2) & u_2(u_2 + u_4) & 1 \\ u_3(-u_1 + u_2) & 2u_1u_3 & u_1(-u_3 + u_2) & 1 \\ u_2(u_2 + u_4) & u_1(-u_3 + u_2) & -2u_1u_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Ha továbbá a jobb oldalon álló determinánsban a sorokat rendre u_1 , u_2 , u_3 , $u_1u_2u_3$ -mal sokszorozzuk és az első három oszlopot u_2u_3 , u_1u_3 , u_1u_2 -vel elosztjuk:

$$4(ac - b^2) = - \begin{vmatrix} -2u_1 & -u_1 + u_2 & u_2 + u_4 & u_1 \\ -u_1 + u_2 & 2u_2 & -u_3 + u_2 & u_2 \\ u_2 + u_4 & -u_3 + u_2 & -2u_3 & u_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 \end{vmatrix}$$

Ha még az utolsó oszlopot az első és harmadikból kivonjuk, a másodikhoz pedig hozzáadjuk, akkor

$$4(ac - b^2) = \begin{vmatrix} -3u_1 & u_2 & -u_1 + u_2 + u_4 & u_1 \\ -u_1 & 3u_2 & -u_3 & u_2 \\ u_2 - u_3 + u_4 & u_2 & -3u_3 & u_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 \end{vmatrix}$$

Továbbá megjegyezvén, hogy

$$\begin{aligned} u_2 - u_3 + u_4 &= u_1 \\ -u_1 + u_2 + u_4 &= u_3 \end{aligned}$$

$$4(ac - b^2) = - u_1u_2u_3 \begin{vmatrix} -3 & 1 & 1 & u_1 \\ -1 & 3 & -1 & u_2 \\ 1 & 1 & -3 & u_3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & u_1 - u_2 + u_3 \\ -1 & 3 & -1 & u_2 \\ 1 & 1 & -3 & u_3 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} u_1 u_2 u_3$$

$$= u_1 u_2 u_3 u_4 \begin{vmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} u_1 u_2 u_3 u_4 = -16 u_1 u_2 u_3 u_4$$

és így :

$$ac - b^2 = -4 u_1 u_2 u_3 u_4 \dots \dots \dots (9)$$

3. A (9) alatti egyenletnél fogva tehát a középpontok geometriai helye hyperbola, ha

$$u_1 u_2 u_3 u_4 > 0 \dots \dots \dots (10)$$

és ellipsis, ha

$$u_1 u_2 u_3 u_4 < 0 \dots \dots \dots (11)$$

Ámde másrészt megint ismeretes (l. p. a szerző értekezését a MÖBRUS-féle kritériumokról etc.), hogy a (10) alatti feltétel mellett a kúpszeletseregbe mind ellipsisek, mind hyperbolák tartoznak, az ellipsis- és hyperbola-seregek két parabola által választatnak el egymástól. A (11) alatti feltétel mellett a kúpszelet-sereg csak is hyperbolákat foglal magában. Az első esetben a négy pont helyzete olyan, hogy bármely háromból meghatározott háromszög a negyedik pontot mindig kizárja, holott a második esetben az egyik pont a másik háromból meghatározott háromszögben bent fekszik.

Ezeket mind egybefoglalva a következőképen mondhatjuk ki :

A négy pontból meghatározott kúpszeletsereg, valamint az ezen sereg középpontjainak geometriai helye, a négy alappont különböző helyzeténél változni fog, nevezetesen :

a) Ha a négy alappont helyzete olyan, hogy azok egyike a másik háromból képezett háromszögben fekszik, akkor a kúpszelet-

seregbe csak hyperbolák tartoznak és ekkor a középpontok geometriai helye ellipsis.

b) Ha pedig a négy alappont bármely hármából meghatározott háromszög a negyediket kizárja, akkor a kúpszeletseregbe mind hyperbolák, mind pedig ellipsisek és két parabola tartozik; ekkor a középpontok mértani helye hyperbola.

A b) alatti esetben az ellipsisek középpontjai a hyperbola egyik ágán, a hyperbolák középpontjai pedig a hyperbola másik ágán fekszenek, a parabola végtelenben fekvő középpontjai pedig a hyperbolának végtelenben fekvő pontjai.

4. A (3) alatti kúpszelet középpontjának koordinátáit úgy kapjuk meg, ha megjegyezzük, hogy a (4) alatti kúpszelet középpontjának koordinátái a következők:

$$\frac{be - cd}{ac - b^2}, \quad \frac{bd - ac}{ac - b^2},$$

mely kifejezésekben a $be - cd$ számlálót a következő alakra hozzátjuk:

$$4 \begin{vmatrix} b & d \\ c & e \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2b & 2d \\ 0 & 2c & 2e \\ 1 & 2e & 2f \end{vmatrix}$$

a hol, ha az együtthatók értékeit helyettesítjük és azt az előbbihez hasonló módon átalakítjuk, találjuk, hogy

$$\begin{aligned} 4 (be - cd) &= - \begin{vmatrix} -2u_1 & -u_1 + u_2 & u_2 + u_4 & u_1 x_1 \\ -u_1 + u_2 & 2u_2 & -u_3 + u_2 & u_2 x_2 \\ u_2 + u_4 & -u_3 + u_2 & -2u_3 & u_3 x_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= - \begin{vmatrix} -3u_1 & u_1 & u_2 - u_3 + u_4 & u_1 x_1 \\ u_2 & 3u_2 & u_2 & u_2 x_2 \\ -u_1 + u_2 + u_4 & -u_3 & -3u_3 & u_3 x_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 & 0 \end{vmatrix} \\ &= - \frac{1}{4} \begin{vmatrix} -3u_1 & -u_1 & u_1 & u_1 x_1 \\ u_2 & 3u_2 & u_2 & u_2 x_2 \\ u_3 & -u_3 & -3u_3 & u_3 x_3 \\ 4u_1 & 4u_2 & 4u_3 & 0 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

és ha az utolsó sorhoz az első és harmadikat hozzáadjuk, a másodikat pedig kivonjuk és még tekintetbe vesszük, hogy

$$\begin{aligned} u_1 - u_2 + u_3 &= u_4 \\ u_1x_1 - u_2x_2 + u_3x_3 &= u_4x_4 \end{aligned}$$

akkor még továbbá :

$$\begin{aligned} 4(bc - cd) &= -\frac{1}{4} u_1 u_2 u_3 u_4 \begin{vmatrix} -3 & -1 & 1 & x_1 \\ 1 & 3 & 1 & x_2 \\ 1 & -1 & -3 & x_3 \\ 1 & -1 & 1 & x_4 \end{vmatrix} \\ &= -\frac{1}{4} u_1 u_2 u_3 u_4 \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \\ 1 & 3 & 1 & x_2 \\ 1 & -1 & -3 & x_3 \\ 1 & -1 & 1 & x_4 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{4} u_1 u_2 u_3 u_4 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{4} u_1 u_2 u_3 u_4 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \begin{vmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 0 & -4 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &= -4 u_1 u_2 u_3 u_4 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \end{aligned}$$

tehát :

$$bc - cd = - u_1 u_2 u_3 u_4 (x_1 + x_2 + x_3 + x_4) \dots \dots \dots (12)$$

Ehhez egészen hasonló úton találjuk, hogy :

$$bd - ac = - u_1 u_2 u_3 u_4 (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \dots \dots \dots (13)$$

és így a (9), (12) és (13) alatti egyenleteknél fogva az (1) alatti kúpszeletsereg középpontjai által leírt kúpszelet középpontjának a koordinátái a következők :

$$\frac{1}{4} (x_1 + x_2 + x_3 + x_4), \quad \frac{1}{4} (y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \dots \dots \dots (14)$$

A kérdéses középpontnak ezen koordinátaértékeiből kiteszik, hogy az a következő három pontpárból meghatározott három távolságnak, ú. m. :

$$\left. \begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} (x_1 + x_4), \frac{1}{2} (y_1 + y_4) \right] \text{ és } \left[\frac{1}{2} (x_2 + x_3), \frac{1}{2} (y_2 + y_3) \right] \\ & \left[\frac{1}{2} (x_2 + x_4), \frac{1}{2} (y_2 + y_4) \right] \text{ és } \left[\frac{1}{2} (x_1 + x_3), \frac{1}{2} (y_1 + y_3) \right] \\ & \left[\frac{1}{2} (x_3 + x_4), \frac{1}{2} (y_3 + y_4) \right] \text{ és } \left[\frac{1}{2} (x_1 + x_2), \frac{1}{2} (y_1 + y_3) \right] \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

összeeső középpontjába esik, a mi a következő megjegyzésre méltó tételhez vezet:

«A kúpszeletsereg középpontjai által leírt kúpszelet középpontja összeesik azon ponttal, melyben a sereg alappontjaiból meghatározott teljes négyszög szemben fekvő oldalpárainak középpontjait összekötő egyenesek egymást felezik.»

5. E vizsgálatokat már régebben végezve, csak azok befejezése után találtam véletlenül Steinernek egyik értekezésében, mely a BORCHARDT-féle «Journal der Mathematik» című folyóirat LV. köt. (356—378. l.), «Vermischte Sätze und Aufgaben» címmel jelent meg, az itt levezetett eredményeket, hol azonban minden bebizonyítás nélkül vannak közzé téve.

Budapesten, 1883. február 19-én.

AZ ALTERNÁLÓ CSOPORTRÓL.

KÖNIG GYULA, L. TAGTÓL.

Az n elemből képezett alternáló csoport tudvalevőleg abban az esetben, midőn $n > 4$, nem tartalmaz oly tulajdonképeni alcsoportot, melynek invariáns jellege volna. Az alternáló csoport e tulajdonsága teszi valódi okát annak, hogy az ötöd- és magasabb fokú egyenletek általános megoldása algebrai úton lehetetlen. Nem fölösleges tehát, ha e sorokban a kijelentett fundamentális tételnek egy új bizonyítását adom, mely az ismereteseknél nemcsak sokkal rövidebb, hanem egyszersmind a substitúciók elméletéből csak az első elemeket alkalmazza.

1. Legyen ugyanis:

$$1, s_1, s_2, \dots$$

az összes páros substitúciók sorozata, tehát az alternáló csoport; továbbá

$$J = (1, S_1, S_2, \dots)$$

egy ebben tartalmazott invariáns alcsoport. Ha t egy tetszőleges páratlan substitúció, akkor a t által transformált J csoport

$$J' = tJt^{-1}$$

ismét az alternáló csoport invariáns alcsoportja lesz, mely az identikus substitúció kivételével semmi J -vel közös substitúciót nem tartalmaz.

A mi emez állítás első részét illeti, az J' egy tetszőleges substitúciója:

$$t S_x t^{-1}$$

az alternáló csoport egy tetszőleges s_i substitúciója által transformálva

$$S'_\alpha = s_i t S_\alpha t^{-1} s_i^{-1},$$

de

$$s_i t = t s_j$$

ha s_j valamely más páros substitúciót jelent, és ebből

$$t^{-1} s_i^{-1} s_i t = 1 = t^{-1} s_i^{-1} t s_j,$$

$$t^{-1} s_i^{-1} = s_j^{-1} t^{-1},$$

tehát :

$$S'_\alpha = t S_\beta t^{-1}$$

hol S_β a J csoportba tartozik, mert :

$$s_j S_\alpha s_j^{-1} = S_\beta$$

és így tehát, a mint bebizonyítandó volt, S'_α az J' csoport tagja.

Ha továbbá S'_α az J csoport tagja volna, még pedig nem az identikus substitúció, akkor J tartalmazná az összes S_β -hoz hasonló substitúciókat, a mi lehetetlen, mert ekkor J nem volna a föltétel szerint az alternáló csoport egy alcsoportja, hanem e csoport maga.

2. Világos most már, hogy az J és J' csoportok összetételéből mindenesetre az alternáló csoport keletkezik. Mert ha S az J egy tetszőleges substitúciója, az új csoport minden S -ből transzformáció által keletkező substitúciót tartalmaz; tehát vagy az alternáló, vagy az általános csoport, de az utóbbi lehetetlen, mert J és J' összetételéből csakis páros substitúciók keletkeznek.

Az J és J' összetételéből keletkező substitúciók mind $S_i S'_j$ alakban írhatók. T. i. :

$$S'_i S_k S'_j^{-1} = S_i$$

és így

$$S'_j S_k = S_i S'_j$$

Az $S_i S'_j$ alakú substitúciók továbbá mind különbözők.

Mert ha

$$S_i S'_j = S_k S'_l$$

volna, ebből

$$S_k^{-1} S_i = S'_l S'_j^{-1}$$

következnék, azaz egyenlő volna egy S és egy S' substitúció, a mi csak úgy lehetséges, ha

$$S_k^{-1} S_i = S'_l S'_j^{-1} = 1$$

azaz, ha

$$S_i = S_k, \quad S'_j = S'_l$$

Ha J és J' közös rendszáma r , akkor az J és J' összetételéből keletkező csoport rendszáma az előbbiek szerint r^2 volna, és így miután e csoport egyszersmind az alternáló csoport, ebből

$$r^2 = \frac{n!}{2}$$

következnék.

(Alig szükséges újból hozzátenni, hogy mind e következtetések csak akkor helyesek, ha $n > 4$.)

3. Ha ismeretesnek akarjuk föltenni ama számelméleti tételt, hogy $\frac{n}{2}$ és n közt mindig van egy törzsszám, akkor a kezdetben fölemlített tétel már be van bizonyítva. Ekkor ugyanis az J alcsoport létezéséből az következnek, hogy $\frac{n!}{2}$ teljes négyzet, a mi lehetetlenség.

Ha a számtan eme csak komplikált úton nyerhető eredményét nem akarjuk fölhasználni, következésképp lehet eljárni.

Minthogy $\frac{n!}{2}$, ha $n > 4$, mindig 4-el osztható, r páros szám lesz és J mindenesetre tartalmaz másodrendű substitúciót. Az ilyen vagy két, vagy több transpoziczióból áll. Az utóbbi esetben legyen

$$S_1 = (a, b) (c, d) (e, f) \dots$$

de akkor J tartalmazza azt a substitúciót is, mely S_1 -ből keletkezik, ha

$$(a, c, b)$$

által transformálunk. Ez

$$S_2 = (a, c) (b, d) (e, f) \dots$$

és így ekkor is tartalmaz egy két transpoziczióból álló substitúciót, mert :

$$S_3 = S_1 S_2 = (a, d) (b, c)$$

Ha most már $n > 4$, ezen utolsó, mindig J -ben benn foglalt substitúció transformálható

$$(a, e) (b, c)$$

által és ekkor lesz :

$$S_4 = (b, c) (d, e)$$

és így végre J tartalmazná az

$$S_3 S_4 = (a, d, e)$$

substitúciót. De ez páros substitúció által transformálva, átme-
het bármely más harmadrendű cyklusba ; és így az J csoport a
föltétellel ellenkezőleg az alternáló csoporttal azonos volna. Tehát
az J , mint az alternáló csoport tulajdonképeni alsóportja, nem
is lehetséges, és ez volt bizonyítandó.

1883 ÁPRILIS 2.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. MARTIN LAJOS I. t. bemutatja «*a complex mennyiségekről*» című értekezését.

A szerző értekezése az

$$u = x + \alpha y + \alpha^2 z + \dots + \alpha^{n-1} t$$

változó függvényeit tárgyalja, hol x, y, \dots, t valós változók, α pedig az egység n -edik gyöke.

2. THAN KÁROLY I. t. mint «közleményt a m. kir. egyetem vegytani intézetéből» előterjeszti VEITH SÁNDOR dolgozatát «*A légeny és éleny egyesüléséről explozióknál*».

(L. a 21. lapon.)

3. NENDTVICH KÁROLY I. t. bemutatja SCHERFEL V. AURÉL felkai gyógyszerész részéről «*a sibrái (sivabradai) fürdő ásványvizének vegyelemzésére*» vonatkozó közleményét.

A szerző több a fürdő történetére vonatkozó érdekes adat felsorolása után leírja a szokásos módszerek segítségével történt elemzést.

A Szepesváralja közelében fekvő forrás változó hőmérséklet mutat, hogy minő határok közt változik, eddig még ismeretlen. A víz tiszta átlátszó, kénhidrogén-szagú; levegőn állva, szemcsés

jegezes csapadék válik ki belőle. Sok szénsavat tartalmaz. A víz fajsúlya + 17° C-nél 1·00692. Vegyalkata a következő táblázatból látható:

A szénsavas sókat mint vízmentes bikarbonátokat számítva, 1000 rész vízben:

Kénsavas káli	0·150869
Kénsavas nátron	1·631341
Jódnátrium	0·001275
Bórsavas nátron	0·022486
Ketted szénsavas nátron	0·108205
Ketted szénsavas lithion	0·119789
Chlormagnesium	0·402475
Ketted szénsavas magnesia	1·102424
Ketted szénsavas mész	3·531600
Phosphorsavas agyagföld	0·002349
Agyagföld	0·019317
Ketted szénsavas vasoxydul	0·001800
Kovasav	0·017500
Összesen	7·111410
Egészen szabad szénsav	1·528114
Kénhydrogén	0·000408
	8·639932

Meg nem mérhető mennyiségben jelen lévő alkatrészek: Ammon, bróm és szerves anyag.

Térfogat-részekben kiszámítva a forró víz + 14° C. hőmérséknél és a normális barométer-állásnál 760 $\frac{m}{m}$ -nél, 1000 köbcentiméter vízben

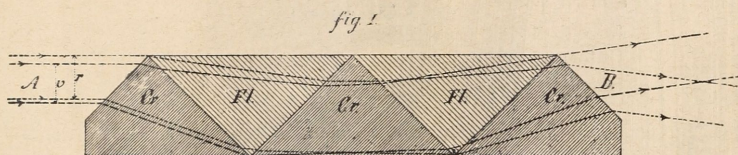
a) az egészen szabad szénsav	818·55
b) a szabad és félig megkötött szénsav	1640·76
c) a kénhydrogén-gáz	0·27.

A sibrai víz tehát a szénsavdús égvényes-sós-földes ásványvizek közé tartozik.

4. SZABÓ JÓZSEF r. t. bemutatja TÉGLÁS GÁBOR dévai tanár «*Bányász-szobrok a római hódoltságból*» című közleményét, mely tartalmánál fogva átteendő az archaeologiai bizottsághoz.

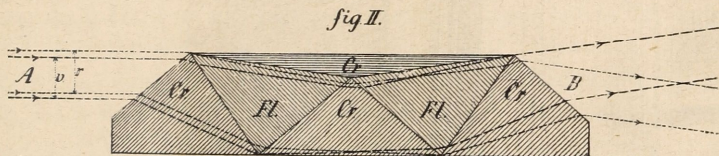
5. BRAUN KÁROLY S. J., a kalocsai érseki Haynald-observatorium igazgatója beküldi: «Az Amici-féle hasábok (à vision directe) tökéletesítéséről» című értekezését.

A szerző kimutatja, hogy az említett készülék közönséges szerkezete nem elég czélszerű s hogy kétnemű változtatása által a fényhatályosság tetemesen gyarapítható. A szerző indokolt véleménye szerint 1-ször a közép hasáb megrövidíthető, minek folytán az egész készülék hosszának 11 százalékával rövidebbé s



annak megfelelőleg az elnyeletés által okozott fényvesztéség 4—5 százalékkal csekélyebbé lesz.

2-szor a flint-hasábok megközelítőleg a minimal-elhajlás helyzetébe hozandók. Ez által nemcsak az áthaladó hatályos fénynyaláb 21 százalékkal szélesebbé válik s ennek megfelelőleg a fényerősség nagyobbá lesz, hanem azonkívül még 3 százalékot



az által is nyerünk, hogy a töréslapokon a csekélyebb beesési és kilépési szögeknél fogva visszaverődés által kevesebb fényvész el.

Összesen tehát 30 százaléknyi fényt nyerünk az új szerkezettel.

E mellett a fényszóródás egy keveset csekélyebbé lesz ugyan, de a tárgyalás kimutatja, hogy 1-ször a közönséges szerkezetű hasábrendszer nagyobb fényszóródását csakis a flint-hasábok hibás s nem részarányos helyzete okozza és hogy 2-szor az

új szerkezetű hasábrendszer fényszórása csak látszólagosan csekélyebb, a mennyiben e hiány egyszerűen dioptrikus eszközök által, a tekintetbe vett határok közt, vagy a hengerlencsének alkalmazása, vagy a szemlencse czélszerű szerkezete által könnyen pótolható.

6. Az osztálytitkár bejelenti az «Értesítő» számára KRENNER JÓZSEF SÁNDOR l. t. közleményét: «*A manganocalcitról*».

(L. a 231. lapon.)

KOZLEMÉNYEK A M. KIR. EGYETEM VEGYTANI INTÉZETÉBŐL.

A LÉGENY ÉS ÉLENY EGYESÜLÉSÉRŐL EXPLOZIÓKNAL.

VEITH SÁNDOR-tól.

Már LAVOISIER, SEGUIN és CAVENDISH (1785) azt találták, hogy oly víz, mely hydrogennek, fölös mennyiségű — nitrogennel kevert — oxygenben történt elégeése által jött létre, légeny- és légecsavat tartalmazott. SAUSSURE¹ könenynek vagy szénkönenyeknek a levegőn való lassú elégetésénél erősen savastartalmú vizet nyert. KOLBE² is látta könenynek levegőben való elégeésénél az allégenysav barna gőzeit. SCHÖNBEIN³, a ki az amonnitrit és nitrat dús előjövetele által indítatva, annak képződésével foglalkozott, létrejöttét eleinte a levegő ammoniákjának élenyüléséből, később⁴ az amonnitrit egyaránt könnyen végbemenő keletkezési és felbomlási képességéből magyarázta, míg BOHLIG⁵ szerint az ozonizált éleny az, mely a levegő nitrogénjére élenyítőleg hat és így nitritet képez. BUNSEN⁶ gasometrikus vizsgálatai alkalmával, midőn légenyt és élenyt durrlég két egész ötszörös mennyiségével elégett, azt találta, hogy azok egyesülnek és «e mellett légenysav oly nagy mennyiségben jönne létre, hogy az elégett gázokkal érintkezésbe jövő higany légenyéleg-fejlődés mellett oldatik, és az eudiometer falzata légenysavas higanyélecs jegeczeivel vonatik be.»

¹ Annales de Chimie et Ph. 71. 282.

² Ann. der Chemie 59. 208.

³ J. f. pr. Ch. 70. 129.

⁴ Ann. der Ch. 124. 1.

⁵ Ann. der Ch. 125. 1.

⁶ Bunsen. Gas. M. 71.

Gasometrikus vizsgálatokkal foglalkozva, fontosnak véltem, BUNSEN ezen eredményeit összhangzásba hozni a mások által tett észleletekkel, melyek szerint ilyenkor a légeny alacsonyabb éle-nyülesi fokai is létre jönnek. Miután CARIUS¹ classicus vizsgálatai által bebizonyított, hogy a légeny-sav már 256° C.-nál bomlik, lehetetlen, hogy az mint *primär* termény jön létre, azon hőfoknál, a melyet a köneny és éleny elégeése szolgáltat. Ezen kérdés megoldását annál érdekesebbnek véltem, miután a levegőben foglalt nitritek és nitrátok is, az éleny és légeny – eddigelé nem tisztázott — egyesülési módja által keletkeznek.

Vizsgálatomnál azon feltevésből indultam ki, hogy legvalószínűbb azon légenyvegyület képződése, a mely a vízképződés magas hőmérsékeinél állandónak mutatkozik, és ez a légenyéleg és légeny-dioxyd. BERTHELOT² észlelte a légenyéleg képződését, a villamszikra által, annak elemeiből, csekély mennyiségben. Ezen egyesülésükhöz $N_2 + O_2 = 2 NO_2$ egyenlet³ szerint 43150 h. e. szükségeltetik.

Ezen feltevésém megvizsgálására, az éleny és légeny egye-sülési folyamatát illetőleg, égéseknél (és explosioknál), következőképen jártam el:

Egy Bunsen-féle eudiometerbe 7⁰/₁₀₀ nátronlúgot⁴ vittem be, melyben, ha felesleges oxygen van jelen, a másodlagos termények-nek oldódnok kell, és így a lúgban az ismert analytikai módsze-rek szerint azokat kimutathattam, míg a gázvolumen contractiójából következtethettem azon mennyiségi viszonyokra, melyek szerint az éleny és légeny egyesültek, tehát az égési terményre. Vizsgá-lataimat először is a lúgban oldott légenyéleny vegyületek quali-tativ vizsgálatával kezdtem, oly módon, hogy gondosan megszári-tott levegőt, melynek összetételét BUNSEN adataival egyezőnek találtam, durrlégnek 4—5-szörös mennyiségével, miután 4—5 kbtm. nátronlúgot vittem be, eudiometerben elégettem. Észre-vehető contractiot tapasztalván, az eudiometerből kivett natronlú-

¹ Annal. der Chemie 169. 273.

² Comptes rendus. 82 (1876) pg. 1361.

³ Thomsen Ber. d. G. 1880. 1094.

⁴ Pogg. Ann. 110 S. 564.

got megvizsgáltam. Az ismeretes Schönbein-féle Jodkalium keményítő oldattal a lúg intenzív kékülése volt észlelhető. Egy másik részletben anilinnal légenysavat is mutattam ki. Ebből következett, hogy az éleny és légeny elégésének *nem* egyedüli és főterméke a légenysav, hanem hogy még légeccsav is képződik. Ha már ebből is következtetni lehetett azon folyamatra, mely a légeny és éleny egyesülésénél végbemegy, bizonyossá lett az a következő mennyiségi vizsgálatok által. Az elv, mely szerint ezen vizsgálatokat végbevittem, az volt, hogy *ugyanazon* levegőmennyiséghez több ízben durrléget vezettem be és égettem el. Ez által tetemes contractiot nyertem, és a képződött égési termények a nátronlúg által lettek absorbeálva. A nátronlúgot annál is inkább lehetett ezen absorptiora alkalmazni, miután az éleny, légeny és könnygázok oly csekély mennyiségeit² nyelte el, melyek az elkerülhetetlen észlelési hibák határán belől vannak. A visszamaradt változó összetételű légeny-éleny-keveréket az ismert gasometr. módszer szerint³ vizsgálatnak vetettem alá, a mennyiben hydrogen és durrlég oly mennyiségét adtam az eudiometerbe, hogy a levegő-maradék és hydrogen térfogata oly viszonyban állott a durrléghez, mint 100 : 40. Explosio után az éleny azon mennyisége, mely hydrogenal egyesült, a contractioból lett kiszámítva, a visszamaradt gáz pedig légeny volt. A felhasznált levegő és a visszamaradt gázkeverék éleny-, illetve légeny-tartalmának különbsége a légeny és éleny azon mennyiségeinek felelt meg, melyek szerint ezen két gáz egymással az explosiók alkalmával egyesült.

A következő táblázatokban vannak az észlelt adatok összeállítva :

¹ Bunsen Gas. M. 105.

² Bunsen Gas. M. 74.

I. Táblázat.

Az egyesülési termény meghatározása.

I. Kísérletsorozat :	Térfog. kem.	Nyom.	Hm.	red. térf. 0° és 1m. nyom.
Eredeti levegő-térfogat	38·32	202·54	13·9	7·382
7 Explosio után visszam. térf.	31·83	171·0	16·1	5·141
Hydrogen hozzáad. után	37·60	190·4	15·1	6·77
Durr lég " "	46·33	246·0	15·8	10·77
Explosio után	37·51	191·0	16·2	6·764
Contractio = 0·006 tf. megfell.	0·002 tf. O.			
Összetétele a levegőnek	5·841 Nitrogen		1·546 Oxygen	
" a gázkeveréknek	5·139 "		0·002 "	
egyesült egymással	0·702 Nitrogen +		1·544 Oxigen	
vagy	1 tf. N ₂ +		2 tf. O ₂ =	2NO ₂ .

II. Kísérletsorozat :	Térfog. kem.	Nyom.	Hm.	red. térf. 0° és 1m. nyom
Eredeti levegő-térfogat	37·0	196·4	15·1	6·900
7 Explosio után visszam. térf.	28·82	178·7	15·2	4·88
Hydrogen hozzáadása után	35·37	201·6	15	6·761
Durr lég " "	43·71	230·1	14·9	9·54
Explosio után	33·88	196·8	14·9	6·324
Contractio = 0·445 tf megfell.	0·146 tf. O.			
Összetétele a levegőnek =	5·455 Nitrogen		1·445 Oxygen	
" a gázkeveréknek =	4·734 "		0·146 "	
egyesült egymással =	0·721 Nitrogen +		1·299 Oxigen	
vagy	1 tf. N ₂ +		2tg O ₂ =	2NO ₂ .

III. Kísérletsorozat :	Térfogat	Nyom.	Hm.	red. térf. 0° és 1m. nyom.
Eredeti levegő-térfogat	38·67	212·6	14·8	7·798
7 Explosio után visszam. térf.	31·18	186·5	14	5·531
Hydrogen hozzáadása után	36·79	205·2	14	7·183
Durr lég " "	46·62	238·4	14	10·55
Explosio után	35·37	199·6	14·5	6·707
Contractio = 0·48 megfelelőleg	0·16 tf. Oxygen			
Összetétele a levegőnek	6·166 Nitrogen		1·632 Oxygen	
" a gázkeveréknek	5·371 "		0·16 "	
egyesült egymással	0·755 Nitrog. +		1·472 Oxigen	
vagy	1 tf. N ₂ +		2 tf. O ₂ =	2 tf. NO ₂ .

Az ezen talált eredményeknek megfelelő számított értékeket akként határoztam meg, hogy az eredeti contractioból, mely az eltűnt légencydioxynak felelt meg, az egymással egyesült és így

eltűnt légeny-, illetőleg élenymennyiségeket következő képletből számítottam ki: $N_2 + 2 O_2 = 2 NO_2$.

A három kísérleti sorozat eredményei következőleg csoportosulnak:

II. Kíséret sorozatok.

	Légeny		Élenny	
	talált	számított	talált	számított
I. Kísérletsor. ---	0.702	0.747	1.544	1.494
II. " " ---	0.721	0.674	1.299	1.348
III. " " ---	0.775	0.756	1.472	1.512
	0.732	0.726	1.438	1.458

Tehát 0.732 térfogat légeny 1.438 térfogat élenyvel majdnem theoret. pontossággal: $N_2 + 2O_2 = 2NO_2$ térfogati egyenlet értelmében légeny-dioxyddá egyesült, oly módon, hogy a légeny és élenny, melyek közönséges körülmények közt egymással nem egyesülnek, külső erély hozzájárulása által — mint a milyent a durrlég elégeése, a villámszikra, vagy az égés-energia szolgáltat — légenyéleggé egyesülnek, $N_2 + O_2 = 2NO$ egyenlet szerint. A keletkezett légenyéleg élenny jelenlétében, légeny-dioxyddá alakul át, $N_2O_2 + O_2 = 2NO_2$ egyenlet értelmében, mely vizsgálataim specialis esetében natronlúggal ($2NO_2 + 2NaOH = NaNO_2 + NaNO_3 + H_2O$) légeny- és légecssavsókká alakul át. E két vegyületet a lúgban kimutattam. Valószínű, hogy a körlégben ugyanazon feltételek ammoniak jelenléte által adva lévén, az égés folyamatánál, valamint az elektromos kisütések alkalmával, a nitríték és nitrátok képződését eredményezik. Ezen folyamat összhangban van Bunsen észleléseivel is, melyeket légeny és élenny eudiometrikus elégeésénél tett, miután a légeny-dioxyd vízzel érintkezvén ($6NO_2 + 2H_2O = 4HNO_3 + 2NO$ egy. szerint), átalakul, és így higánnyal érintkezvén, légenysavas higányélecs és légenyéleg képződéséhez ad alkalmat.

Fontosnak gondoltam tanulmányozni azon feltételeket is, melyek mellett a légeny-dioxyd maximuma képződik, illetőleg azt, hogy minő befolyással vannak a légeny-dioxyd képződésére egyrészt a durrlég relativ mennyisége és így az égés hőmérséke, másrészt a nyomás változása. Hogy mindenek előtt a durrlég mennyiségének befolyását lehessen tanulmányozni, a vizsgálatokat — állandó nyomás mellett (jelen esetben 250—260^{mm} nyomás)

oly módon kellett végezni, hogy a durrlég mennyiségének egyenletes nagyobbodása 10⁰/₀-ot tett ki — különben a vizsgálatok ugyanoly módon végeztettek, mint az előbbi kísérlet-sorozatban, azon külömbsséggel, hogy durrlég-bevezetés és ennek megfelelő explosio csak egy ízben hajtattott végre.

Már a Bunsen-féle vizsgálatokból¹ kitünt, hogy azon esetben, midőn 60⁰/₀ közömbös gázra 40⁰/₀ durrlég esik, contractio nem következik be. A kísérleteket tehát 50⁰/₀ durrléggel 50⁰/₀ indifferens gázra kezdtem meg.

II. Táblázat

a légenydioxyd képződése állandó nyomás (250—260 *m*/_m) és változó durrlég mennyiségnél.

	Tér- fogat	Nyo- más	Hő- mérsék	red. térf. 0 ^o és 1 ^m	% durr- lég	% Con- tractio	Contractio és durrlég közép értéke
1. Eredeti térfogat	36·88	190·4	16·9	6·615	—	—	49% durrlég és 1·1% Contract.
Durrlég hozzáad. ut.	55·14	252·5	16·8	13·2	50%	—	
Explosio után	36·53	189·4	16·3	6·531	—	1·3	
2. Eredeti térfogat	36·44	188·6	16·8	6·476	—	—	63·2% durrl. és 3·3% Contract.
Durrlég hozzáad. ut.	56·16	255·3	16·2	13·54	48%	—	
Explosio után	36·26	188·3	16·8	6·433	—	0·9	
3. Eredeti térfogat	29·49	166·1	16·3	4·623	—	—	66% durrlég és 3·8% Contract.
Durrlég hozzáad. ut.	56·16	255·16	16·7	12·91	64·4 ^o	—	
Explosio után	28·88	164·3	16·6	4·476	—	3·2	
4. Eredeti térfogat	31·0	171·2	16·7	5·002	—	—	79% durrlég és 6% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	54·76	252·0	16·4	13·02	62%	—	
Explosio után	30·40	168·6	16·8	4·828	—	3·4	
5. Eredeti térfogat	30·06	167·1	17	4·73	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	56·16	254·7	17	13·47	65%	—	
Explosio után	29—	166·6	14	4·607	—	3	
6. Eredeti térfogat	26·7	164·0	13	4·18	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	53·47	255·0	12·9	13·02	68%	—	
Explosio után	25·85	161·4	12·7	3·987	—	4·5	
7. Eredeti térfogat	20·84	143·9	12·3	2·869	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	53·44	255·4	12·3	13·06	79%	—	
Explosio után	19·94	141·7	12·2	2·705	—	5·7	
8. Eredeti térfogat	23·2	146·0	15·1	3·21	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	59·2	267·1	15·0	14·99	79%	—	
Explosio után	22·5	142·9	14·7	3·014	—	6·2	
9. Eredeti térfogat	11·85	107·1	15	1·199	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	57·06	259·7	15·1	14·05	92%	—	
Explosio után	11·06	104·6	15·1	1·106	—	8	
10. Eredeti térfogat	10·84	102·7	15·4	1·054	—	—	92% durrlég és 9% Contractio
Durrlég hozzáad. ut.	57·36	259·1	15·6	14·1	93%	—	
Explosio után	9·96	100·2	15·1	0·9458	—	10%	

¹ Bunsen, Gasom. Methoden pg. 74.

Ezen eredmények összeállítva következő sorozatot adnak:

49 ^o / _o durrlég	---	---	---	---	1·1 ^o / _o contractiot eredményez
63·2 ^o / _o "	---	---	---	---	3·3 ^o / _o " "
66 ^o / _o "	---	---	---	---	3·8 ^o / _o " "
79 ^o / _o "	---	---	---	---	6 ^o / _o " "
92 ^o / _o "	---	---	---	---	9 ^o / _o " "

Ha a durrlég-százalékokat ordinátáknak, a contractiók és ezeknek megfelelőleg a képződött légenydioxyd-mennyiségeket abscissáknak vesszük, és ily módon graphikus alakban tüntetjük elő az eredményt (1-ső ábra), akkor egy az egyenessel megegyező vonalt nyerünk; szóval: *a képződött légenydioxyd mennyisége a durrlég-mennyiséggel egyenes arányban növekszik.*

Hogy a nyomás befolyását kipuhathassam, egy állandó gázkeveréket állítottam elő. Ez egy calibrált Bunsen-féle gasometerben történt, melybe közelítőleg pontosan 30^o/_o levegő és 70^o/_o durrléget vezettem. Az elegy alkotrészei pontosabb megvizsgálása végett, azt elemeztem. E czélből az eudiometerben a lemerített mennyiségű levegő mennyiségét adtam, hogy 100 indifferens gázra 40 durrlég jött. Elégetés után a contractio az eredeti gáz durrlégtartalmát, a különbség levegőtartalmát jelezte.

	Térfogat	Nyomás	Hm.	Térfog. 0° és 1 ^m . nyomás
Levegő és durrlég ...	16·39	127·1	13·1	1·972
Levegő hozzáadása után ...	32 19	181·0	16·4	5·496
Explosio után ...	26·97	163·7	16·3	4·167

Contractio = 1·329 térfog. durrlég, a különbség 0·633 levegő: azaz
a keverék alkotrészei = 67·34^o/_o durrlég és 32·65^o/_o levegő.

Ezen állandó alkatú gázkeverékekkel történtek a vizsgálatok. Az egyes kivétel-sorozatoknál a nyomást egyenletesen közelítőleg 50 $\frac{m}{m}$ -el növeltem. Az első elemzések egy méter hosszú eudiometerben lettek végrehajtva, a hol a tetemes vacuum következtében az absolute véve kis mennyiségek daczára, relativ nagy térfogati különbségek mutatkoztak.

• 50 $\frac{m}{m}$ nyomásnál a gázelegy már nem volt meggyujtható.

III. Táblázat.

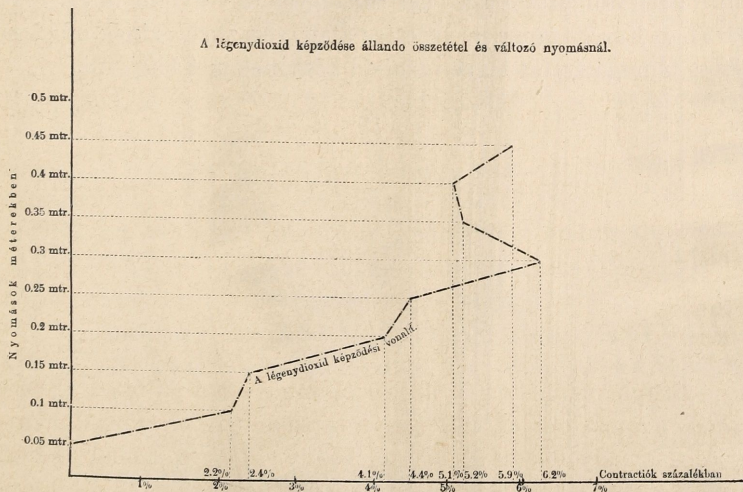
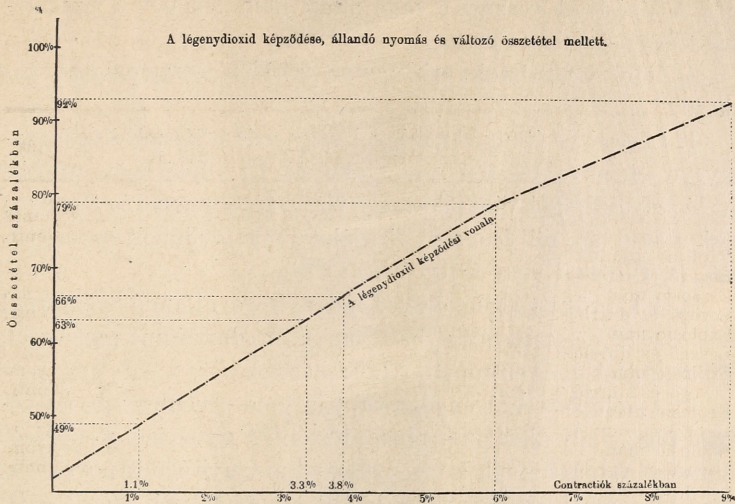
Légenydioxyd képződése állandó összetétel (67·3% durrlég és 32·6 levegő) és változó nyomás mellett.

	Tér- fogat	Nyo- más	Hő- mérsék	T. rf. 0° és 1 ^m / _{ny.}	Con- tractio	Contr. %-ban	Közép érték
1. Levegő és durrlég	93·16	101·9	10	0·9154	—	—	102 ^m / _m nyomás és 2·2% Contr.
Explosio után	74	37·3	10·8	0·2656	0·0059	2·1	
2. Levegő és durrlég	93·94	102·1	10·5	0·9247	—	—	151 ^m / _m nyomás és 2·4% Contr.
Explosio után	74	33·7	10·5	0·2545	0·0026	2·3	
3. Levegő és durrlég	21·98	149·9	11·8	3·159	—	—	201·3 ^m / _m nyom. és 4·1% Contr.
Explosio után	7·76	101·3	11·2	0·7551	0·0194	2·5	
4. Levegő és durrlég	24·4	159·3	10	3·75	—	—	250·9 ^m / _m nyom. és 4·4% Contr.
Explosio után	7·47	101·3	10	0·7298	0·0215	2·3	
5. Levegő és durrlég	97·98	201·3	11·3	7·338	—	—	304·6 ^m / _m nyom. és 6·2% Contr.
Explosio után	16·18	126·2	11·8	1·957	0·087	4·2	
6. Levegő és durrlég	36·31	201·4	11·9	7·392	—	—	349·5 ^m / _m nyom. és 5·2% Contr.
Explosio után	17	128·9	12	2·094	0·09	4·1	
7. Levegő és durrlég	51·97	250·4	10·9	12·52	—	—	400·8 ^m / _m nyom. és 5·1% Contr.
Explosio után	23·85	155	10·5	3·56	0·169	4·4	
8. Levegő és durrlég	52·3	251·4	10·8	12·6	—	—	455·0 ^m / _m nyom. és 5·95% Contr.
Explosio után	24·17	155·2	11	3·606	0·170	4·4	
9. Levegő és durrlég	66·99	30·9	10	2·009	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	31·51	181·9	10	5·529	0·454	7·7%	
10. Levegő és durrlég	67·51	302·3	10·8	19·64	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	30·94	179·7	10·5	5·357	0·341	6%	
11. Levegő és durrlég	67·91	306·9	10·3	20·09	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	32·87	189·5	10·3	6·005	0·300	5%	
12. Levegő és durrlég	81·69	347·6	10·9	27·32	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	38·67	203·9	11	7·58	0·393	4·9	
13. Levegő és durrlég	82·87	351·3	11·2	27·96	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	37·74	200·3	11·2	7·261	0·418	5·4	
14. Levegő és durrlég	97·19	402·7	10·9	37·64	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	46·62	233·9	10·9	10·49	0·577	5·1	
15. Levegő és durrlég	95·99	398·8	11·1	36·8	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	46·33	232·7	11·9	10·33	0·55	5	
16. Levegő és durrlég	120·86	458·2	14·2	54·12	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	59·99	253·7	14·3	14·46	0·89	6%	
17. Levegő és durrlég	119·09	451·8	14·9	50·04	—	—	50·8 ^m / _m nyom. és 1·4% Contr.
Explosio után	59·17	250·5	14·6	14·07	0·87	5·9	

Az eredmények következő táblázaton vannak összeállítva:

50 ^m / _m nyomás	0	contractio	304·6	nyomás	6·2%	contractio
102 ^m / _m "	2·2	"	349·5	"	5·2	"
151 ^m / _m "	2·4	"	400·8	"	5·1	"
201·3 ^m / _m "	4·1	"	455·0	"	5·95	"
250·9 ^m / _m "	4·4	"				

Graphikus módon (2. ábra) feltüntetve azt látjuk, hogy növekedő nyomás mellett 300^m/_m-ig a képződött légenydioxyd mennyisége is nagyobbodik és 300-tól 450^m/_m ig egy maximalis határt ért el. Ugy látszik nagyobb nyomásoknál nem áll be többé növe-



kedés. A kísérletek veszélyes volta miatt nem lehetett a vizsgálatokat 450 m/m -en túl folytatni.

A leírt vizsgálatok eredménye röviden összefoglalva következő:

1. Légeny és éleny, durrléggel vagy más hőt szolgáltató gáz-eleggyvel elégetve, légenyéleggé alakul át. Ez a főlöleges oxgyén által légenydioxyddá változik, mely vízzel légenysavvá és légenyes savvá alakul át; mi Bunsen vizsgálatainak eredményét magyarázza. (I. Táblázat.)

2. A képződött légenydioxyd mennyisége, állandó nyomásnál (250—260 m/m) *egyenes* arányban van azon durrlégmennyiséggel, mely az explosiónál szerepelt. (II. Táblázat.)

3. A keletkezett légenydioxyd, bár nem egyenletesen, a nyomástól függ, mely alatt az explosio történt. A nyomás növekedésével, kisebb nyomásoknál, a légenydioxyd mennyisége is növekszik, magasabb nyomásoknál egy maximális határt látszik elérni. (III. Táblázat.)

Azt hiszem, hogy vizsgálataim által egyszerű magyarázatot adtam a légeny és éleny egyesülésének, gasometrikus vizsgálatoknál; valószínű, hogy a körlégben történő égéseknél is ezen folyamat megy végbe.

Ezen dolgozatot a m. kir. tud. egyetem vegytani intézetében dr. Than Károly tanár úr vezetése alatt végeztem, kinek e helyen szíves támogatásáért legyen szabad köszönetemet kifejezni.

A MANGANOCALCITRÓL.

KRENNER JÓZSEF SÁNDOR-tól.

Az 1844-ik esztendőben látott Breithaupt* Bécsben Selmezbányáról származó darabokat Wernernek «*rostos barnapát*»-jából, és azt találta, hogy ezen ásvány az aragonitnak prizmatikus és brachydiagonális hasadását mutatja. Minél vastagabbak ezen radiál szerkezetű ásványnak szálai, annál világosabban vehető észre — a fentebbi autor szerint — az oldalt fekvő hasadás, mely ugyan jobb az aragoniténál, azonban még sem oly minőségű, hogy azt mérésekre lehessen felhasználni.

Breithauptnak ezen adataira támaszkodva, jelenleg általánosan, a vöröses manganocalcitet Selmezbányáról — melynek elemzését Rammelsberg és Misoudakis eszközölték — rhombosnak, és az aragonittal isomorfnak tartják, mint azt a tankönyvekben olvashatjuk.

Én a nemzeti muzeum birtokában levő példányokat megvizsgáltam, s ismerve a bécsi példányokat** is, a következőt mondhatom róluk.

A vöröses selmezbányai ásvány, pamacs- vagy gömbszelvényyszerűen, sugarosan összenőtt rostokból vagy szálakból áll, melyek szabálytalan, többnyire gömbölyded átmetszetet mutatnak és többnyire kevésbé-többé — lent jobban mint a végükön — össze vannak nőve, vagy szabad végük hegygyé nyúlik.

A szálaknak hossza 12 $\frac{m}{m}$ -ig terjedhet, vastagságuk 0.1 egész 0.4 $\frac{m}{m}$. A vastagabb szálak hasonló, de vékonyabbak hozzátele-

* Pogg. Ann. LXIX. 1846. 429. l.

** Ezek a császári ásványtár birtokában vannak

pedése által sokszor nádszerűen vannak rostozva, és belsejükben nem ritkán egy jobban átlátszó háromélű magot tartalmaznak.

A *lateralis* hasadás, melyet Breithaupt hangsúlyoz, arra redukálódik, hogy a rostokat és szálakat, ha kevésbé vannak összenöve, hosszirányukban széttörni lehet; különben határozott rhomboederszerű hasadásuk van. A rhomboeder főtengelye összeesik a szálak fődimenziójával, felületük mutatja azt a sajátos csillogást, melyet barnapátokon oly gyakran észrevehetni, és a mely itt is eredetét számos apró egyenlően terelt rhomboederlapnak köszöni. Ezen a csillogást előidéző rhomboeder-lapocskák egyenközűek a szálak hasadási irányával. Hasadás és csillogás kevésbé világos a megtámadt corrodált példányokon, a melyekből a mésztovahordottnak látszik.

A manganocalcit tehát a rhombos ásványok * sorából törülendő, és koraiak azon következtetések is, melyek annak rhombos voltára alapítva a magnesium-, mangan- és vascarbonat dimorphiájára vonatkoznak.

* Groth. Tabellarische Übersicht der Mineralien, Braunschweig 1882. 46. lap.

1883. ÁPRILIS 23.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK : SZTOCZEK JÓZSEF.

1. NENDTVICH KÁROLY r. t. «*A budai János-keserűvíz vegyelemzéséről*» értekezik.

2. LENGYEL BÉLA l. t. előterjeszti «*A parádi timsós-vizek és a Clarisse-forrás vegyelemzése*» című munkáját.

3. KRENNER JÓZSEF SÁNDOR l. t. «*a gr. Széchényi Béla kelet-ázsiai expedieziójának nephritjeiről*» értekezik.

(L. a 235. lapon.)

4. KONKOLY MIKLÓS l. t. előterjeszti «*Egy új spektroszkópról nagy szóró tehetséggel*» és «*Néhány szó az üstökösök vegytani alkataráról, összehasonlítva a meteorokéval*» című közleményeit.

(L. a 240. lapon.)

5. *Ugyanaz* bemutatja a Gothard testvérek herényi observatoriumán 1882-ben történt megfigyelések eredményeiből:

a) GOTHARD JENŐ részéről «*Astrophysikai megfigyelések*»

b) GOTHARD SÁNDOR részéről «*Adatok Jupiter és Mars bolygók fizikájához*» című közleményeket.

(L. a 250. lapon.)

6. Az osztálytitkár előterjeszti MARTIN LAJOS l. t. « *A complex függvényekről* » című értekezését, mint a mult ülés alkalmával olvasott dolgozat folytatását.

Ugyanaz bejelenti a következő, az «*Értesítő*» számára be-
küldött közleményeket :

7. PASZLAVSZKY JÓZSEF részéről : *Adalékok a gubacs-darázsok faunájához a magyar birodalomban, különösen Budapest környékén.*»

(L. a 257. lapon.)

8. HORVÁTH GÉZA l. t. részéről : « *A phylloxera és a téli hideg.* »

(L. a 267. lapon.)

A GRÓF SZÉCHENYI BÉLA KELETÁZSIAI EXPEDICZIÓJÁNAK NEPHRITJEI.

KRENNER JÓZSEF SÁNDOR L. TAGTÓL.

A tudománynak szánt egyéb kincseken kívül, a gr. Széchenyi-féle expedíczióknak, a nephritszerű köveknek egy igen becses kollekcióját köszönhetjük, mely az expedíczió vezetője és Lóczy Lajos urak által a távol Keleten gyűjtetett.

Nevezett urak példányokat Freiburgba Fischer udvari tanácsos és tanár úrnak ezen kis ásványcsoport pontos ismerőjének küldték közelebbi meghatározás végett.

Néhány hét előtt, midőn Széchenyi gróf és Lóczy úr ezen ásványtani kincset a nemzeti muzeumnak ajándékozták, a darabokhoz Fischer meghatározásai is mellékeltek.

Mínt hogy Fischer úr meghatározásai engem ki nem elégítettek, magam fogtam azoknak vizsgálódásához, és ezennel kezdem ezen nephritszerű ásványoknak krystályos válfaja feletti tanulmányomat a t. akademiának előadni, megjegyezve, hogy ezek — csak egy példány kivételével, mely himalájai — mind Felső-Birmából származnak.

Előre bocsátom, hogy ezen ásványoknál két nemet különböztetünk meg, a tulajdonképeni *nephrit*-et és a *jadeit*-et. Mind a kettő silikát, csak hogy az első magnesia-mész-, az utóbbi pedig agyag-nátron-silikát.

Már Dana megjegyezte, hogy Damour és Rammelsberg elemzése alapján a nephrit mint tremolith fogható fel; Kenngott követte őt, a mennyiben számos vegyi elemzések alapján ugyanazt a gramatit mikrokristályos válfajának tartja; a legújabb időben pedig Berwerth egy Uj-Zeelandból származó példányon

eszközölt vizsgálatai hasonló eredményekre vezettek, a mennyiben elemzés és krystálmérések alapján, azt aktinolithpalának nyilvánítja.

Ezen nézetek lettek irányadók, és jelenleg általános azon vélemény, hogy a nephrit amphibol.

A mi a jadeitet illeti, úgy azt, természeténél fogva, bizonyos földpátok közelébe helyezték.

Az előttem volt krystályos kődarabok egészben véve vagy fehérek, kissé zöldesbe vagy kékesbe játszó színezettel, vagy határozott zöldek, nevezetesen alma-, smaragd-, hagyma- és barnászöldek.

Ezek a tömegek szabálytalan egybekötött rostok vagy szárnak aggregátjai, mely ásványelemek tulajdonképen egyenként véve többnyire színtelenek, ritkán azonban az egész tömb színének nyomait mutatják. Anyagukra nézve ezen rostos vagy szárszerű oszlopocskák azonosak, a mennyiben ugyanazon ásványhoz tartoznak.

Nagyságra nézve alig érik el az $5\frac{m}{m}$ hosszát és $1\frac{m}{m}$ vastagságot, rendszeren azonban dimenziói csekélyek, és finomrostozott aprószemcsés, a pusztá szemnek tömörnek látszó tömeggé állnak össze, a melyből itt-ott egy erősebb szálacska kicsillámlik.

A szálak két hosszirány szerint jól hasadnak, ennek következtében a törésfelületnek egyes pontján, a hol azok egyformán települnek, leveles szöveg áll elé.

A hasadási lapok sokszor selyemrostozatot mutatnak. Azonkívül a szálacon még haránttöréseket is lehet észrevenni, melyek azonban szabálytalanok.

Az egyes szálak hasadási lapjaik jók, a hasadási él $93^\circ 5'$ -nek méretett, a mi az augitnak felel meg. Ennek megfelelőleg a hasadási lemezkék nem mutatják a polarizáló mikroszkop alatt az amphiboloknak elsőtédedési irányát, hanem a vasszegény augitokét.

Az extinctió iránya a prismaélhez vagy az evvel egyenközű hasadásvonalhoz méretett $32^\circ 16'$ -nek. A bisectrix ép úgy mint az optikai tengelyek síkja egyenközű a symmetriasikkal, és az első a főtengelyhez $33^\circ 34'$ -nyi hajlást mutat.

Egy lemezke a bisectrixre merőlegesen metszve, mutatja

ennek pozitív jellegét, és a diopsidéhoz hasonló tengelyképet igen távol tengelypontokkal.

Kétséget sem szenved, hogy a szálak, melyek ezen felsőbirmai kristályos tömegeket alkotják, a Diopsidhez tartoznak.

A Széchenyi Béla gróf által gyűjtött és Fischer által meghatározott anyagból előttem volt 23 példány. Ezek közül az utóbbi szakérfü

3 példányt *nephrit*?-nek,
20 „ *jadeit*-nek

határozott meg. Ezekből a 3 nephrit és 18 példány jadeit diopsid kőzeteknek bizonyultak.

A Lóczy Lajos-féle kollekcióból, mely 10 darabból állott, 2 serpentinszerű ásvány mellőzése mellett Fischer meghatározott,

4 példányt nephrit-,
3 „ jadeit-,
1 „ lillimanit?-nek.

A 3 jadeit és a lillimanit vizsgálódásom alapján szinte diopsidok.

Ha már most *jadeit* névvel az agyagdúsak, nephrittel az agyagszegény vagy agyagment tagok jelöltetnek, úgy a 22 kristályosra nézve Fischer meghatározása *jadeit*nek nincsen helyén, sőt ellenkezőleg azokat mint diopsidanyagból állókat, *nephrit*-eknek kell elnevezni. A nephritek ép úgy mint a vasszegény könnyebben hasítható diopsidok, t. i. főleg mész-magnesia-silikátok csekély, alig 3%-nyi agyagtartalommal, míg a jadeitek 14—22% agyagföldet mutatnak föl.

A főtebbiekéből tehát következik az a tény, hogy a felsőbirmai *nephrit*-ek tulajdonképen kristályos *diopsid*tömegek, a mi eddigelé ismeretlen volt, minthogy azokat általánosan amphiboloknak tartották.

Mindenki, a ki a diopsidokat közelebbről megvizsgálta megismerkedett bizonyára ama szívós ellenállással, melylyel ezen ásvány a megdolgozásnak ellenszegül, — természetes, hogy a bensőleg összekötött diopsidelemekből alkotott nephritnek sem lehet csekélyebb ellenállása.

Tekintettel bizonyos prähistorikus leletekre, mindenesetre érdekes kérdés, hogy az alpesek tartalmazznak-e nephriteket vagy nem; én dr. Berwerth úr nézetéhez csatlakozok, a ki ezen kérdésre igenlőleg válaszolt, habár más ásványt tartott szem előtt.

Különösen a Svájczra nézve nagyobb gond volna fordítandó Felső-Wallis részletes geologiai tanulmányozására. Zermatt környéke, nevezetesen a Findelengletscher, a Matterhorn, a Saas-völgynek nyugoti oldalán lévő Feegletscher, úgymint a Thierälpeli a Tschervandunen, a kristályos-szemcsés diopsidkőzetekre nézve pontosan volna átvizsgálendő.

Tyrolban pedig Schwarzenstein Zillervölgyben és a Greiner-hegy Zemm-völgyben pontos átvizsgálása volna kívánatos.

Záradéku adom összehasonlítás czéljából saját kutatásom alapján a fontosabb *hasítható augit* és az *amphibol* főfajának kioltási-irányát a prisma-*alapokon* a főtengely iránt. Világos, hogy az extinciónak meghatározása a prisma-*alapon*, a mely szerint egy lemezkét lehasíthatunk, sokkal egyszerűbb eljárás, mint annak fölkeresése a symetriasíkon, a mi sokszor igen körülményes procedura, minthogy a legtöbb esetben az *OIO* irányában lemezet kellene kimetszenünk, mi különösen akkor, ha az *OIO* lap nem lép föl kristálylap gyanánt, csak a gyakorlottabbnak sikerül. Így ásvány-petrographiai vizsgálatoknál elégséges egy lemezkét *IIO* szerint lehasítanunk és azt keresztezett Nikolok alatt a polarizáló mikroszkopba helyezni, hogy az extinciót, a mely a prisma-*alapon* ép oly jellemző az illető ásványfajra nézve, mint az oldalla-*pon*, megfigyelhessük.

Az első columnában adom az extinciót a prisma-*alapon* saját vizsgálataim után, a másodikon összehasonlítás kedvéért, ugyanazt az oldalla-*pon* mások vagy saját észleléseim alapján; a szög-*értékek* a főtengelyre vonatkoznak.

Augit.

	110	010
Nephrit-Diopsid	32°16'	33°34'
Felső-Birma.		
Diopsid	33°54'	37°56'
Zillervölgy.		
Diopsid	34°43'	38°27'
Rézbánya.		
Diopsid... ..	35°18'	—
Ala.		
Omphacit	39°2'	—
Sausalpe.		
Diopsid	40°4'	46°45' Tschermak.
Nordnarken.		
Kokolith	42°7'	40°22'
Arendal, Norveg.		

Amphibol.

	110	010
Basalt. Amphibol	3°51'	—
Lukow, Csehorsz.		
Amphibol... ..	13°8'	—
Fichtelhegység.		
Tremolit	14°12'	16°44'
Tremola-völgy.		
Tremolit	14°36'	—
Gouverneur, N.-York.		
Smaragdit	14°50'	—
Sanalpe.		
Aktinolith	15°35'	17°45'
Zillervölgy.		
Amphibol	19°14'	23°40'
Vesuv.		
Amphibol	21°28'	—
Aranyi-hegy, Erdély.		

Magától értetődik, hogy ezen szögértékek komplementär értékeire is kell tekintettel lenni.

AZ Ó-GYALLAI CSILLAGVIZSGÁLÓ KÖZLEMÉNYEI.

KONKOLY MIKLÓS, L. TAGTÓL.

V.

Egy új spektroskop.

Hogy az «à vision directe» spektroskopról — ha prismáinak szóró képessége nagy, — a spektrum egyes részeit a távcső látmezejének közepére hozhassuk, kétféle utat használhatunk, vagy az egész spektroskopot kell egy tengely körül forgatni, vagy a rést toljuk el szánjaiban; mostanság legalább ez a két mód van használatban. — De mind a két mód csak részben felel meg a követelményeknek. — A tengely körül való forgatással ugyanis azt akarjuk elérni, hogy minden a látmező közepén megjelenő fény-sugár az eltérítés minimumában álljon.

Ezen czélt a tengelyen való forgatás által csak megközelítőleg érjük el, de hogy kifogástalan eredményekhez jussunk, — alkalmazzuk bár a tengelyt a prismaház bármely pontjára, — azt forgatás által soha sem fogjuk elérni.

Ennél megközelítőbb eredményhez jutunk a második módszerrel, mely abban áll, hogy a stabil műszeren a rést mozgatjuk; de itt főkéllék gyanánt azon második egész szigorral alig kiküszöbölhető nehézség lép fel, hogy a résznek mindig a collimator-lencse gyújtójában kell lenni, mert ellenkező esetben a megfigyelő előtt számtalan nehézség fog felmerülni, ha a mikrometer kezdőpontját akarja meghatározni, lévén ugyanis különböző hőmérsékeknél a collimator-csőnek különböző kiterjedése, már pedig a kiterjedéssel változik a gyújtáv és evvel kapcsolatban vándorol a 0 pont is; de

eltételezve ezen nehézségtől, igen bajos dolog a rés mikrometerének leolvasása, miután ez a rés végére van alkalmazva, és így a beállításnál a kézzel igen előre kell nyúlni, hogy a mikrometerdob csavarója megfogható legyen, a mely kényelmetlen helyzet igen könnyen az észleleti adatok pontosságának hátrányára válhatik, a beállítás leolvasásának céljából minden egyes beállítás után fel kell kelni, a rés elé menni és úgy leolvasni, a mi pedig az észlelet egymásutánját zavarja és főképp idővesztéssel jár; és mivel a beosztás, mely az egész fordulatok számát adja meg, a rés síkjában fekszik, hogy ez leolvasható legyen, vagy a fényforrást kell a leolvasást megelőzőleg eltávolítani, hogy a szemmel a beosztáshoz férhessünk, vagy pedig a spektroskop helyzetét megváltoztatni; ezen nehézség ugyan kikerülhető azáltal, hogy a beosztás és dob indexeiről érkező fénysugarakat derékszögű prizmák segítségével a spektroskopra alkalmazott látcsőbe irányítjuk, miáltal a rés beállítását az okulár-végtől olvashatjuk le, de itt még azon kérdés merül fel, vajjon-e komplikált és költséges szerkezet arányban állana-e az egésznek előnyeivel? a mi semmi esetre sem áll; sőt ha az ily szerkezetű spektroskopot nagy távcsőre akarnók alkalmazni, az vagy nem volna lehetséges, vagy elkerülhetlenül szükségelnők a leolvasáshoz való prizmákat és a leolvasó távcsövet.

Az általam szerkesztett és próbaképen megkészített, a jelen sorokban leírt spektroskop lényegében elut ezen szerkezetektől; ennél sem a tengelylyel, sem a réssel nem kell operálni, hanem pusztán a prizmával. — Az egész műszer áll a szekrényből, a collimator- és okulár-csőből.

Az okulár-csőnél maga az okulár egy fogantyú segítségével az objektív-lencse gyújtójába állítható be, és 3 csavarral állandóan megerősíthető; különböző láttávú megfigyelőknek csakis az okulár kis kihuzójával kell az okulárt az objektív-lencse gyújtójában elhelyezett csúcsra beállítani.

A középrész, a szekrény, tartalmazza a prizmát; ez egy Merz-féle úgynevezett fél prizma; a prizmának a szekrényben való megerősítése teszi lehetővé, hogy az egész műszer egy stabil összefüggő egységet képez és a mikrometer-csavar pusztán mozgásával — mely a prizmát mozditja ki helyéből — a színek minden része a távcső látmezejébe hozható még pedig az *eltérítés*

minimumával; a prisma szóróképesége D -től H -ig = $12^\circ 39'$, azonkívül szóróképesége a színekép törékenyebb vége felé növekedik. A prisma foglalata egy gyengébb minőségű lemez, mely nyujtványaival egy alatta levő erős lemezre 3 csavar segítségével van reá erősítve, ez utóbbi lemez összeköttetésben áll egy vertikális tengelylyel, a prisma tengelyével; a foglaló alsó lemezre 3 csavarral egy derékszögben meghajtott rézlemez van megerősítve, mely a mikrométer golyóvezetésének fölvételére szolgál. Ezen két lemez között van a prisma. A szekrényben, a mikrométer-csavarral szemben lévő oldalon, egy rügő van alkalmazva, melynek czélja a csavar holt meneteit megsemmisíteni és a mikrométer dobjával összekötött csavarszárat folyton ágyazatába szorítani. — A mikrométer-csavar 100 részre osztott dobot visel, és a csavarmenetek emelkedése: 0.25^m .

A collimator-cső magába zárja a collimator-lencsét, és a rést, ez utóbbi egy kibúvó csőre van erősítve, melyet a résznek a collimator-lencse gyújtójába való beállítása után 3 csavarral állandóan meg lehet szorítani.

A szekrényhez az arra erősített karikákon úgy a collimator mint az oculár-cső feszítő és nyomó csavarral van megerősítve.

A távcső és collimator-objectivek gyújtávja egészen egyenlő; nevezetesen a gyújtáv 4 hüvelyk és az objectivek átmérője $9''$. — Két oculár van hozzáadva, melyek közül az egyiknek æquivalens gyújtávja $0.75''$ a másiké $0.5''$, tehát nagyításuk 6 illetőleg 8-szoros.

A műszer, illetőleg a szekrény, alsó lapjával 4 csavarral egy csuklóhoz van erősítve, mely egy hengeralakú rézcsőbe illik, ez utóbbi pedig egy nehéz öntött vas háromlábba van becsavarva.

VI.

Néhány szó az üstökösök vegytani alkatáról, összehasonlítva a meteorokéval.

Az üstökös színeképének jellegét főképen és legtöbb esetben a szénhydrogen három sávja az: 560, 516 és 470^{mm} . hullámhossznál tünteti fel. — Ha az 1882. év február 13-án benyújtott

értekezésében felvett hullámhosszakát, — melyek minden az azon időpontig történt megfigyelések adataiból képezett középértékek, — alapul vesszük, melyek szerint az

- I. sáv helye : 560·9 *mmm.*
 II. „ „ : 515·6 *mmm.*
 III. „ „ : 469·5 *mmm.*

és ezekhez hozzávonjuk az 1881. év óta a mai napig észlelt üstökösök színekében fellépő és megfigyelt ugyanazon spektral-vonalak hullámhosszait, úgy találjuk, hogy ezek körülbelül semmit sem változtatnak a sávok régebbi helyein. — Lássuk csak egyenkint:

Lord Lindsay csillagvizsgálóján az 1881. III. üstökös színekében 3 sáv lett megfigyelve, melyek helyeinek középértéke több beállításból:

- I : 563·6 *mmm.* súly : 3
 II : 516·9 *mmm.* „ : 4
 III : 468·4 *mmm.* „ : 2

Ugyanezen csillagvizsgálóban az 1881. IV. üstökös színekében a sávok helyeiül találták:

- I : 559·3 *mmm.*
 II : 515·6 *mmm.*
 III : 470·1 *mmm.* } súly : 1.

A dunechti adatok szerint az 1882. I. üstökösnél az

- I sáv helye : 558·0 *mmm.* súly: 1
 II „ „ : 512·8 *mmm.* „ : 4
 III „ „ : 565·8 *mmm.* „ : 2

A szeptemberi nagy üstökös spektrumában a 3 sáv helye:

- I : 556·7 *mmm.* súly : 1
 II : 517·1 *mmm.* „ : 1
 III : 471·2 *mmm.* „ : 1

A Wells üstökös megfigyelésének eredménye az ó-gyallai csillagvizsgálón:

- I : —
 II : 516·3 *mmm.* súly : 1
 III : —

Az 1883. évi Swift-Brooks üstökös színeképében a 3 sáv helyének találtam :

$$\left. \begin{array}{l} \text{I : } 559\cdot9 \text{ } mmm. \\ \text{II : } 515\cdot6 \text{ } mmm. \\ \text{III : } 470\cdot2 \text{ } mmm. \end{array} \right\} \text{ súly : } 1.$$

A herényi astrophysikai observatoriumban eszközölt mérések szerint — melyek mellett a többiek súlya mind elenyészik — pedig :

A szeptemberi nagy üstökösnél 62 beállításból az

$$\begin{array}{l} \text{I sáv helyének : } 561\cdot9 \text{ } mmm. \text{ súly : } 8 \\ \text{II " " : } 515\cdot2 \text{ } mmm. \text{ " : } 8 \\ \text{III " " : } 471\cdot1 \text{ } mmm. \text{ " : } 8 \end{array}$$

lett találva.

Az 1883. Swift-Brooks üstökösénél Gothard Jenő ugyancsak 3 sávot észlelt, melyeknek helye :

$$\begin{array}{l} \text{I : } 562\cdot9 \text{ } mmm. \text{ súly : } 1 \\ \text{II : } 514\cdot6 \text{ } mmm. \text{ " : } 1 \\ \text{III : } 473\cdot6 \text{ } mmm. \text{ " : } 1 \text{ hullámhossz.} \end{array}$$

Ezen észleleti adatoknak a fentebb idézett értekezésben nyert

$$\begin{array}{l} \text{I : } 560\cdot9 \text{ } mmm. \text{ súly : } 98 \\ \text{II : } 515\cdot6 \text{ } mmm. \text{ " : } 98 \\ \text{III : } 469\cdot5 \text{ } mmm. \text{ " : } 98 \end{array}$$

régibb megfigyelésekből képezett középértékekhez való — melyeknek vonalkülönbség nélkül 98 súlyt adunk — hozzávonásával és pedig az első sáv helyének súlyát 17, a másodikét 24, a harmadikét 17-tel nagyobbítva nyerjük az

$$\begin{array}{l} \text{I sáv közép helyének : } 560\cdot9 \text{ } mmm. \text{ súly : } 115 \\ \text{II " " " : } 515\cdot5 \text{ } mmm. \text{ " : } 122 \\ \text{III " " " : } 469\cdot6 \text{ } mmm. \text{ " : } 115. \end{array}$$

Egy régibb értekezésben az 1874. évi nagy (Coggia) üstökös színeképelemzéséről szólva, felhozom azon körülményt, hogy

a színekben többször különböző spektroskopokkal — ámbár eredmény nélkül — kerestem Fraunhofer féle vonalakat; és ez irányban oda nyilatkoztam, hogy láthatósága céljából csak a kellő mennyiségű fényt kellene a spektroskop részére vetíteni és azoknak szükségkép láthatóknak kellene lenni, miután az üstökös fényének egy része a nap reflektált fényéből is áll, mint ilyenél pedig nincsen kizárva az eshetőség, hogy az üstökös bensejében épen úgy ne legyen meg a magasabb hőmérsékű gáz izzó állapotban, mint a hogy meg van annak atmosphærájában, a comaban; az 1881. évi nagy üstökös színekében tényleg fel is ismertem a Fraunhofer-féle vonalakat; ezen eredményt félve bocsájtottam a nyilvánosságra, de megnyugvásomra Huggins szintén nyilvánosságra bocsájtván eredményeit, az ő fényképein ép úgy láthatók voltak a Fraunhofer-féle vonalak, mint az én spektroskopomban

Schiaparelli és utána többen kimutatták, hogy némely üstökös pályája megegyezik, sőt mondjuk, azonos egy bizonyos hullócsillagraj pályájával; így lett kimutatva hogy az 1862. III. üstökös pályája meglepően egyezik az augusztusi raj pályaelemeivel; ugyancsak az 1866. I. üstökösé a novemberi raj pályaelemeivel. — Erre támaszkodva tehát igen természetes, hogy kell oly üstökösre találunk, melynek spektruma az ismert három sávós színektől elüt, melynél tehát egyéb izzó gáz karakteristikus spektralonlát is felismerhetjük, mint ez tényleg a legutóbbi két nagy üstökösnel konstátálva is volt.

A meteorok körül való észleleteimre vonatkozólag azt tapasztaltam, és ezen tapasztalatomat Herschel Sándor newcastle-i tanár is igazolta, hogy különböző meteorrajoknak színeke különböző, valamint azt is tapasztaltam, hogy a raj egyedeinek színekeiben egyéb más vonalaktól eltekintve gyakran mutatkoztak egyidejüleg az izzó natrium és szénhydrogen vagy szénoxyd sávjai is. — Már hogy a szénhydrogen vagy szénoxyd vonalak megfigyelése nem illusio, hanem tény, arra nézve álljon itt néhány meteorit ez irányú vegytani analysise:

Melyik meteorit ?	Tartalmaz :	Melyik meteorit ?	Tartalmaz :
1. Tazewell	CO_2, CO, H	6. Ohio	CO_2, CO, H, CH_4
2. Smiglespring	CO_2, CO, H	7. Pultusk	CO_2, CO, H, CH_4
3. Árva	CO_2, CO, H	8. Panallee	CO_2, CO, H, CH_4
4. Texas	CO_2, CO, H	9. Weston	CO_2, CO, H, CH_4
5. Dickson	CO_2, CO, H	10. Jowa	CO_2, CO, H

A mint ezen összeállításból kitűnik : mind a 10 meteorit tartalmaz szénsavat, szénéleget, sőt 4 közülök még szénhydrogent is, mely utóbbi pedig a gáztartalomnak 2·0—3·9 százalékát teszi.

Több észlelő, mint Browning Londonban, Huggins Upper Tulse Hillben, Herschel New-Castleben, Secchi Rómában és hozzávonva ezek észleleti adataihoz az enyéimet is, valamennyien ugyanazt tapasztaltuk ; sőt Secchi két ízben magnesium sávokat is vett észre, míg én azokatszámталanszor figyeltem meg. — Hogy natrium nem lett szükségképen minden meteornál megfigyelve, azt bizonyítja vagy inkább támogatója azon tapasztalatom, hogy több ízben láttam meteorokat felvillanni natrium-sáv nélkül, míg a lefolyás további folyamatában az lassankint felmerül a színeképben, a mi csak úgy magyarázható meg, ha felteszszük, hogy a meteor a légkör igen nagy magasságában kezdett izzani, hol tehát a túltritka levegőben a natrium szilárd állapotban gyéren fordul elő ; de a mint a meteor sűrűbb és sűrűbb régiókba jut, melyekben a natrium már nagyobb mennyiségben lép fel, a meteor nagy sebességgel haladó tömege első sorban a natrium-tartalmat hozta izzásba ; de azért nincsen kizárva azon eshetőség sem, hogy a natrium magában a meteorban benn ne legyen, legalább e pontra nézve igen nyomós bizonyítékok a két legutóbb megfigyelt nagy üstökösök színeképeiben látott natrium-esíkok akkor, midőn az üstökösök perihelben voltak, lévén ott az üstökösök hőmérséklete oly nagy, hogy a mellett a natrium gőzzé változik, vagy ha már ily állapotban van, azt izzítja, míg a szénhydrogen dissziál és a spektrumban láthatlanná válik.

Hasselberg kísérletileg előállította a szénhydrogen ezen eltűnési folyamatát. — Kísérlete a következő : ha egy szénhydrogenel megtöltött Geissler-féle csőre egy másik kis natrium-tartalmú gömböt forrasztunk, és ha a szénhydrogenen át villamos szikrát

bocsátunk, akkor a szénhydrogen sávjai egész fényökben láthatók, míg a natrium spektruma láthatatlan marad, de ha egyidejűleg a natriummal telt gömböt borszeszlánggal hevítjük, a natrium spektruma előtérbe lép, míg a szénhydrogené azon arányban veszt, mentől intensiver a natrium-spektrum, míg teljesen eltűnik, midőn a Natrium spektruma intenzitásának maximumát érte el; ugyanezen eset fordult elő a legutóbbi két nagy üstökösnél is, midőn azok a napközelen voltak.

Metéoroskopommal, mely csak egy egyszerű «à vision directe» Amici-féle prismából áll, és melynél gyakran még a hengerlencsét is eltávolítottam, számtalanszor tapasztaltam, hogy oly meteornál, mely csak a natrium spektrumát mutatja, hogy a színkép monochromaticus sárga színű, mintha csak spektroskop nélkül néznők, míg oly meteoroknál, melyeknek színképe komplikáltabb, a színkép több színűnek tűnik fel, de a színkép azon helyén, hol a sávoknak feltűnniök kellene, egy erős kidudorodás mutatkozik, a mely a meteorit magvának felel meg a megfelelő színre nézve; Vogel megkísérlette a szeptemberi nagy üstököszt ily módon észlelni, vagyis a nagy refractor gyújtójában elhelyezett rést teljesen kinyitotta és úgy tapasztalta, hogy az üstökösnek úgy magva, mint comája monochromatikus sárga színű. — Érdekes Gothart Jenőnek erre vonatkozó kísérlete: Ha a Bunsen-lángba csekély mennyiségű konyhasót dobunk és azt néhány lépésről az én meteoroskopomhoz hason szerkezetű spektroskoppal figyeljük: a láng gyönyörű sárga színben fog feltűnni, míg a színkép törekeny vége felé 3—4 láng látható: a sárgás-zöld, kékes-zöld, kék és ibolyaszínek, melyek annál gyöngébbek, mentől intensiver a natrium színképe, és helyzetök megegyezik a Bunsen-láng spektrumában föllépő spektrálvonalak helyzetével.

Ezen a színkép-elemzés alapján nyert és elsorolt adatok támogatják azon hypothesiszt, hogy az üstökösök és meteoritek, ha nem is azonosak, de legalább egy eredetűek.

VII.

Csillagászati megfigyelések az 1882. évben.

A lefolyt évben csillagászati megfigyelés igen csekély számban fordul elő; ennek oka, hogy dr. Kobold observator, a ki ezen észleleteket eszközölni szokta, az év nagyobb részében egyéb fontosabb észleletekkel volt elfoglalva, melyek idejét teljes mértékben igénybe vették; a csillagászati megfigyelések nagyobb részét a csillagvizsgáló normál órájának — Cooke et Sons York England — ellenőrzése, állandóinak kiszámítása, szóval az óra alapos kiismerése körül összpontosult és mint ilyenek nagyobb részét csak időmeghatározásokból állanak; észlelve volt ezeken kívül 8 holddelelés. — Az időmeghatározások kivétel nélkül a Pistor-Martins-féle passage-szeren, az utóbbiak a Starke-féle meridian-körön történtek, a meridian-körön ezeken kívül dr. Kobold 4 bolygót észlelt meg és pedig:

Mars-ot 1-szer; (2) Pallas-t 2-szer; (8) Juno-t 2-szer; (7) Iris-t 1-szer, és egy összehasonlító csillag positióját.

A meridiánon kívül a 6'' refraktoron a Wellstől fölfedezett üstökös két ízben volt észlelve; az asteroidák között (2) Pallas 1-szer, (7) Iris 3-szor, (82) Pomona 2-szer, (90) Antiope egyszer, (185) Eunike 3-szor, és a (221) számú bolygód 5-ször.

Az Idunna bolygó keresése alkalmával 19 állócsillag megközelítő helye lett meghatározva, melyek nagyobb részét mind 11-ed nagyságúak.

A május hó 17-én történt napfogyatkozás alkalmával a photoheliographon 5 képet kaptam; dr. Kobold a heliometeren, Reviczky őrnagy üstökös-keresőn észlelt. — A heliometeren történt megfigyelés a szer állandóinak tökéletes ismeretlensége miatt még nem közölhető; Reviczky őrnagy észleleteit röviden összefoglalva a következőkben adom:

Első érintkezés :	22 ^h 47 ^m 39 ^s ·8	ó-gyallai cs. i. =	19 ^h 8 ^m 19 ^s ·4	ó-gy.köz.idő.	Észl.Reviczky
Az 1 sz. folt felezése :	23 ^h 15 ^m 17 ^s ·8	“ “	35 ^m 53 ^s ·4	“ “	“
2 “ “	17 4·9	“ “	37 40·1	“ “	“
3 “ “	19 59·0	“ “	40 33·7	“ “	“
4 “ “	21 25·1	“ “	42 39·6	“ “	“
5 “ “	58 8·9	“ “	20 ^h 18 37·4	“ “	“
1 “ “	0 ^h 0 ^m 19·0	“ “	20 47·1	“ “	“
4 “ “	6 56·3	“ “	27 23·1	“ “	“
Második érintkezés :	{ 37 41·9 — —	“ “	58 3·9	“ “	“
			57 29·9	“ “	“ Észlelő : Kobold.

Az észleletben előforduló napfoltok positiói részben az ó-gy. részben Spoerer tanár adataiból vannak merítve. — Mindezen adatokból dr. Kobold a hold helye számára a következő javításokat találta :

$$d\alpha = -10''\cdot13 + 0\cdot354 dR + 0\cdot392 dr$$

$$d\delta = -1''\cdot36 - 0\cdot577 dR - 1\cdot124 dr$$

Ezen egyenletek az észlelet legkielégítőbb adatait adják; — a javítások a két égitest küllőinek határozatlanságánál fogva mint ez utóbbiak és a hibák függvényei vannak előállítva.

Az eredeti hibanégyzetek összege :

$$[nn] = 715''\cdot45$$

ezen föltevés : $dR = dr = 0$ alatt leszáll

$$[nn_2] = 396''\cdot10,$$

míg 4 ismeretlennél a hibanégyzetek elérhető minimuma :

$$[nm_4] = 391''\cdot60;$$

a mely azt bizonyítja, hogy a nyert javításokban teljesen bízhatunk.

Az egyes észleletek közép hibája :

$$\pm 7''\cdot04,$$

miből a két ismeretlen valószínű hibája :

$$r(d\alpha) = \pm 2''\cdot69$$

$$r(d\delta) = \pm 3''\cdot10$$

ASTROPHYSIKAI MEGFIGYELÉSEK A HERÉNYI OBSERVATORIUMON 1882-BEN.

GOTHARD JENŐ-től.

Ezen, a csillagászat történelmében oly nevezetes évben, az observatorium nem fejthette ki teljes tevékenységét, a még hiányos berendezés, de főképp az egész évben uralkodó kedvezőtlen időjárás miatt. Az észleléseknek kedvezőtlen idő nagyobb részben az egyes helyiségek kényelmes berendezésére s a hiányzó műszerek elkészítésére fordított. Így készült egy meridián-szoba, kisebb kupolával, az előbbiben egy hordozható passage-cső állított fel, ezenkívül a műhelyben elkészített egy elektromos óra, egy üstökös-spektroskop, egy nagy nap-spektroskop, két polariskop, helioskop, azonkívül sok apró tárgy.

I. Spektroskopikus megfigyelések.

1882-ik évben 147 álócsillag és 2 üstökös spektruma észleltetett. Az előbbieknél egészben, a két üstökösnél részben azon műszer használtatott, melylyel a megfigyelések 1881-ben történtek.

Októberben elkészülvén a mérő eszközzel ellátott spektroskop — Merz-féle félprismával — a további üstökös-megfigyeléseknél ezen kényelmes kis műszert használtam.

a) Álócsillag-megfigyelések.

Az észlelt csillagok spektrumainak Vogel-féle típusok szerint való osztályozását a következő táblázat tünteti fel.

Az összes észlelések száma: = 169, az észlelési napok száma = 8. — Márczius 15, 16, június 17, július 15, 24, augusztus 7, szeptember 4, 5.

Szám	Csillagkép	I. Typus	II. Typus	III. Typus	Különböző típusok, bizonyítalmok	Összeg
1	Cassiopeia	β, δ, ι	α		γ	5
2	Cepheus	β, ζ	$\gamma, \epsilon, \eta (x?)$		β	3
3	Persens	ρ, θ	α		ζ, ν, τ, θ	12
4	Auriga	$\rho, \zeta, \text{Alcor}, \epsilon, \eta (\delta?)$	α			4
5	Ursa mai.	$\rho, \zeta, \text{Alcor}, \epsilon, \eta (\delta?)$	α			8
6	Bootes	α, β	α			2
7	Corona bor.	α, β	α			3
8	Hercules	$\delta, \epsilon, \nu, \rho, \sigma, \tau, \varpi, \epsilon$	$\beta, \lambda, \pi (\xi?)$		θ	20
9	Lyra	$\alpha, \beta, \gamma, \zeta, \epsilon, 16 \text{ Fl.}$			$\gamma, \zeta, \mu, \theta, \nu$	8
10	Cygnus	α, μ	γ, δ			1
11	Andromeda	β, μ	α	$\delta, 13 \text{ Fl.}$	Birmingham	5
12	Triangulum	$\beta, \gamma, 14 \text{ Fl.}$	α	β		2
13	Aries	$\beta, \gamma, 17, 27 \text{ Fl.}$	α	α		5
14	Taurus	$\beta, \gamma, 17, 27 \text{ Fl.}$	β	α		5
15	Gemini	α, γ	β	α		4
16	Canis min.	$\alpha, \beta, \delta, \zeta, \circ$	α, β			2
17	Leo	$\alpha, \beta, \delta, \zeta, \circ$	$\alpha, \beta, \delta, \zeta, \circ$			7
18	Serpens	$\delta, \epsilon, \mu, \rho, \sigma, \tau, \varpi$	γ, θ		η	6
19	Ophiuchus	$\alpha, \gamma, \theta, \iota, \lambda, \nu, 72 \text{ Fl.}$	$\beta, \epsilon, \zeta, \sigma, 63 \text{ Fl.}$		$\zeta, \circ, 70 \text{ Fl. kis os. III. b}$	17
20	Aquila	α, γ, θ	γ, η	δ		5
21	Delphinus	ζ, θ	β, ϵ		(γ I. b?)	1
22	Pegasus	α, θ	β, ϵ	α		5
23	Scorpius	$\delta, \lambda, \mu, \pi, \rho, \sigma$	β, ϵ			1
24	Sagittarius	$\delta, \lambda, \mu, \pi, \rho, \sigma$	ζ			8
25	Scutum Sob.	δ	7 II, 3 II			3
26	Capricornus	δ	β		ζ	2
27	Aquarius	γ	α, β		6 II	3
28	Piscis aust.	α				1
28			38	11	21	147

b) Üstökös megfigyelések.

a) *Wels-üstökös. (1882. I.)*

Ezen érdekes üstökös megfigyelése csekély sikerrel járt, részben a kedvezőtlen helyzet és időjárás, részben alkalmas műszer hiánya miatt.

Márczius 29-én kerestem első ízben siker nélkül és csak ápril 7-én akadtam rá. Magja erős volt s hosszú egyenes csóvája. Ápril 22-én, május 11-én nem sok változás látszott rajta, május 16-án szabad szemmel is látható volt, de spektruma még igen gyenge.

Május 17-én a spektrumban fényesebb csomók látszottak, 22-én a spektrum már nagyon élénk, különösen a kevésbé törékeny rész. 3 gyenge szénhydrogen vonal is észleltetett, 25-én a spektrum még erősebb, de a vonalak mindig gyengék. Május 28-án, június 2., 3. és 6-án csak bajjal lehetett észlelni, a spectrum észlelése egészen meghiusult. Feltűnő volt e napokon, különösen június 3-án a mag sárga színe.

b) *Barnard-üstökös. (1882. III.)*

Szeptember 26-án és 30-án a reggeli órákban észleltem minden eredmény nélkül a gyenge ködfolthoz hasonló üstökös.

c) *A szeptemberi nagy üstökös. (1882. II.)*

Szeptember 26-án az észlelés semmi eredményre sem vezetett a rendkívül nedves levegő s az üstökös alatt állása miatt.

Szeptember 28-án a spektrum nagyon érdekes, két fényes vonal szeli át az élénk folytonos spektrumot, egyik közülök natrium vonal, de kissé a kevésbé törékeny rész felé eltolódva látszik, mit mérőeszköz hiányában a már látható Fraunhofer-féle *D* vonalal constatáltam, ezeken kívül 2 más gyengébb vonal is látszik.

Szeptember 30-án a mag korong alakú, sárga, a nap felé kisugárzást mutat, a hosszú csóvát sötétebb árny két részre választja.

Október 19-én a mag hengeralakúnak látszik.

Október 23-án az üstökös a sötét égbolton gyönyörű látványt nyújt, csóvája délfelé görbült és kettősnek tetszik. A magot orsó-

alakú s gömbszerű ködtömeg veszi körül. A folytonos spektrum majd egészen hiányzik, de 4 fényes sáv jól látható.

November 1-én történt az új műszerrel az első mérés. 3 vonal 0.2, 1.0, 0.5 intenzitással 4-szer méretett le, az eredmény a következő:

561.6	514.9	471.5 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 3-án 5-ször mértem a 3 vonalat.

561.5	514.5	470.7 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 6-án 8-szori mérés eredménye:

563.4	515.8	469.3 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 7-én, 10-szer mértem a vonalakat, közép eredmény:

562.5	516.0	470.9 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 10-én hasonlóan 10-szeri mérésből:

561.8	515.4	471.6 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 11-én szintén 10 beállítás történt:

560.9	515.3	471.7 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 12-én újból 10-szer mértem:

562.0	515.4	470.9 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

November 18-án 5-ször állítottam be a már igen gyenge spektrumot:

561.4	515.4	471.3 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

Középtérték 62 beállításból:

561.9	515.2	471.0 <i>mm.</i>
-------	-------	------------------

II. Napfogyatkozás május 16-án.

A két kontakt észleltetett, még pedig Gothard Jenő az első kontaktot a $10^{1/4}''$ Browning-reflectoron $19^h 0^m 12^s 2$ -kor, Gothard Sándor egy Bardou-féle $3''$ tubuson kissé elkésve $19^h 1^m 5^s$ -kor észlelte.

A kilépés ugyanazon észlelőktől:

20 ^h 47 ^m 56 ^s 2	H. K. I.
---	----------

48 ^m 0.8	« « «
---------------------	-------

közép: 47^m 58^s 5.

Közben 6 jól sikerült fénykép-fölvétel történt, melyeknél a felvétel ideje pontosan feljegyeztetett, hogy később a szükséges eszköz elkészültével rajtok mérések eszközölthessenek.

III. Venus átvonulás deczember 6-án.

A kedvezőtlen időjárás mellett meg kellett elégedni azzal, hogy a nap a már rajta levő koromfekete Venussal 4—5^m-ra közel lenyugvása előtt egy felhőhasadékon megmutatta magát. A fénykép felvétel meghiúsult.

ADATOK JUPITER ÉS MARS BOLYGÓK PHYSIKÁJÁHOZ.

A HERÉNYI ASTROPHYSIKAI OBSERVATORIUMON 1882-BEN TÖRTÉNT MEG-
FIGYELÉSEK.

GOTHARD SÁNDOR-tól.

Daczára a kedvezőtlen időjárásnak, az observatoriumon 36 Jupiter-megfigyelés történt, s a bolygóról ugyanennyi rajz vé-
tetett föl.

Ezen megfigyelésből az 1881/82-ik évi oppozícióra esik 29, 1882/83-ik évi oppozíció első felére 7 fölvétel. Az év első felében történt megfigyeléseket néhány kivétellel Gothard Sándor, az őszi fölvételeket kivétel nélkül Gothard Jenő teljesítette.

Az 1881/82. évi oppozíció alkalmával kivétel nélkül mindig három jellemző sáv volt szemlélhető Jupiter felületén, melyeknek egyike körülbelül az egyenlítőn, másik ettől délre, a harmadik északra párhuzamosan egymással vonult át a bolygón.

Az egyenlítői sáv színe mindig rozsdavörös, változó árnyalatban. A déli sáv szürke színű, s az előbbivel együtt alakját folyton változtatta. Míg az északi sávnak zöldes-szürke színe és változatlan szalagszerű alakja volt. Az egyenlítői és déli sáv közti öv legtöbb változásnak volt kitéve. Új és új felhőképződmények által volt borítva. A sarkok néha tiszták, máskor homálylallyal borítottak. A megfigyeléseknek több érdekességet kölcsönöz a déli felteken megjelenő vörös folt.

Hét hó alatt, míg a bolygó a conjunctio bekövetkezte miatt megfigyelhető nem volt, annak képe teljesen megváltozott.

Az 1882/83. évi oppozíció kezdetén a vörös folt a kedvezőtlen légköri viszonyok és a folt rendkívül halvány színe miatt nem

volt feltalálható. Az egyenlítőt széles övben sárgazöld, többször felhőzetekkel telt öv foglalja el.

Mars bolygót az 1882. évi január és február havában kilencz alkalommal lehetett csak megfigyelni, róla ugyanennyi rajz készült. Megfigyelte Gothard Sándor.

A bolygóról néha kiváló élességű kép volt nyerhető. Felületét nagy terjedelmű vörös foltok, zöldes-szürke határokkal és nagyobb területekkel körülvéve foglalták el. A felvételek közül a tábla egyik felét 7 rajz tünteti fel, melyeken a fölveteli idő különbsége miatt a vörös területek a tengely körüli forgás következtében többé-kevésbé láthatók.

Az éjszaki jégsark minden alkalommal tisztán kivehető volt, és mint fényes fehérségű folt a bolygó-tábla szélén jól megkülönböztethetően tünt fel.

Két esetben a bolygó a rendestől teljesen eltérő képet mutatott.

A megfigyelések az observatorium főműszerén, Browning-féle $10\frac{1}{4}''$ szabad nyílású reflectoron történtek.

ADALÉKOK A GUBACSDARÁZSOK FAUNÁJÁHOZ A MAGYAR-BIRODALOMBAN KÜLÖNÖSEN BUDA- PEST KÖRNYÉKÉN.

PASZLAVSZKY JÓZSEF-től.

Irodalmunkban a gubacsdarázsok faunájának alig találjuk nyomát. Budapest környékéről a Magyar Orvosok és természetvizsgálók XX-ik nagygyűlése alkalmából kiadott emlékkönyvben* csak a következő kilencz faj van felsorolva: *Apilotrix radialis*, Fabr., *A. Sieboldi*, Hart., *A. lucida* Hart., *Cynips argentea*, Hart., *C. hungarica*, Hart., *C. Kollari*, Hart., *C. polycera*, Gir., — var. *subterranea*. Gir., *C. caput Medusae*, Hart., *C. calicis*, Burgod. — Dietz Sándor az Erdészeti Lapok 1882-ik évi folyamában a *C. calicis* és *C. glutinosá*-t ismerteti Szlavóniából.**

Én már régebben gyűjtöttem volt Buda vidéken a gubacsokat, de különösen 1881 ősze óta fordítottam rájuk nagyobb gondot, és fáradozásomat, mint a közlendő fajok számából kitetszik, szép siker koronázta: 11 nemből 81 faj van már eddig birtokomban, ide nem értve azokat a fajokat, melyek még közelebbi meghatározásra várnak.

Talán szolgálatot teszek hazánk rovarfaunája ismeretének, ha az eddig gyűjtött fajokat a növényekkel, együtt, melyeken

* Budapest és környéke természetrajzi, orvosi és közművelődési leírása. Budapest 1879. — IV. Budapest és környéke állattani tekintetben, dr. *Margo Tivadár*-tól, — 295—432 lapokon. A hymenopterákat összeállította *Mocsary Sándor*.

** Adatok a Magyar birodalom gubacsainak ismeretéhez. Erdészeti Lapok. XXI. 1882.

találtam, valamint a darázs kibúvása idejével, összefoglalva közre bocsátom.*

A nemek és fajok megnevezésében valamint sorrendjében dr. *G. Mayr* «Die europäischen Arten der Gallenbewohnenden Cynipiden» (1882. Sep. Abd. aus d. 21-ten Jahresb. der Communal-Oberrealschule im I. Bez. Alf. Hölder) című munkáját követtem, úgy gondolván hogy a netaláni változtatásokat, a régi elnevezéstől való eltéréseket senki több joggal nem tehetette, mint *G. Mayr*, a gubacsdarázsoknak kétségkívül legalaposabb ismerője.

Az eddig gyűjtött és meghatározott fajok im ezek :

I. RHODITES. Hart.

1. *Rh. eglanteriæ*, Hartig. — Gyűjtöttem Budán a vizivárosi temető felett és a II. kerületi reáliskola kertjében *Rosa caniná-ról*; továbbá Promontoron *Rosa canina brevipes-ről*, *R. scabrata* v. *oviferá-ról* és *R. spinosissimá-ról*. A két utóbbi növényfaj az irodalomban nincs felemlítve, mint e darázs tápláló növénye. A darázs a második év május havában jött ki.

2. *Rh. rosarum*, Gir. — Budán a vizivárosi temető felett, *R. caniná-ról*. A darázs a második év május havában jött ki.

3. *Rh. spinosissimæ*, Gir. — Buda környékén több helyen találtam. A vizivárosi temető felett *R. canina* levelein, Promontoron *R. spinosissimán*. Dr. *Borbás Vincze* szívességéből bírok egy példányt ugyanezen faj rózsáról a Kamara erdőből, valamint egyet a *R. spinosissima* v. *megalacantha* (Borb.)-ról, melyen a gubacs virágcsésze tetején fejlődött. E példányt *Borbás* a Vellebis-hegyen mintegy 4000' magasban gyűjtötte Ostaria helység közelében, Horvátországban. — A darázs a második év május havában repül.

* E fajok legnagyobb részét már ez előtt egy évvel összeállítottam és a Természetrাজi Füzeteknek adtam. E folyóiratból azonban már egy év óta egyetlen füzet sem jelent meg és így kényszerítve érzem magamat ez adalékokat újra összeállítani és közölni. Egyszersmind kérem a t szakembereket, hogy a jelen közleményt tekintsék helyesnek még akkor is, ha a Természetrাজi Füzetekben az ezelőtt egy évvel irt közleményem valaha megjelenék. Bpest 1883 apr. 20.

4. **Rh. rosæ**, L. — A legközönségesebb és legfeltünőbb rózsagubacs, különösen a *R. caniná-n*. A darázs a második év tavaszán repül; a meleg szobában tartva, 1879-ben már márczius közepén kezdtek kibujni; a kibúvás időszaka közönségesen aprilistól június közepéig terjed. Azon sajátnevelésű gubacsból, melynek rügyébe 1881 apr. 17-ikén rakta petéit a darázs, az első rovarok 1882 június 7-ikén jöttek ki; kifejlődésükre tehát 1 év, 1 hónap és 20 nap volt szükséges. Ugyane rovarok 1882 jun. 11-ikén minden párosodás nélkül újra petét raktak, melynek eredménye két nagy gubacs. Ez már a harmadik nemzedék, mely szüz petéit eredménynyel rakta le.

II. AULAX, Hart.

5. **A. glechomæ**, Hart. — Budapest környékén még nem találtam; de sokat gyűjtöttem a *Glechoma hederaceá-ról* 1882 július havában, Deregyő (Zemplén m.) határában, hol a nép «macska töki»-nek nevezi és a gyermekek fiatal korában megeszik. — Van példányom ugyane növényről Kamenicz vidékéről (Szerémség), melyet *Zorkóczy Lajos* újvidéki tanító gyűjtött.

6. **A. hieracii**, Bouché. — Budapest környékén még nem találtam; *Vángel Jenő* Peszéren (Pest m.) több példányt gyűjtött. *Dietz S.* Ungvár környékén *Hieracium aureum-on*, *Borbás V.* Gósfán (Vas m.) *H. vulgatum-on* találta.

7. **A. scorzonerae**, Gir. — *Borbás V.* gyűjtötte Buda környékén *Scorzonera austriacá-ról*.

8. **A. rogenhoferi**, Wachtl. — (*Isocolus rogenhoferi*, Wachtl.) — Budán, a vizivárosi temető felett gyűjtöttem a *Centaurea scabiosa-ról*.

III. SYNOPHRUS, Hart.

9. **S. politus**, Hart. — A cserfán mindenütt közönséges. (Lipót-mező, Kamara-erdő.)

IV. DIASTROPHUS, Hart.

10. **D. rubi**, Hart. — Peszéren gyűjtötte *Vángel Jenő*; Ungvár vidékén *Dietz S.* a *Rubus fruticosus-on*. Az 1881 nyarán gyűjtött példányokból 1882 májusban jöttek ki példányok.

11. **D. Mayri**, Reinh. — Dr. *Borbás V.* gyűjtötte Budán, a Hárshegy köves helyén, *Posentilla argentea*-ról.

V. ANDRICUS, Hart.

12. **A. (Callirhytis) glandium**, Gir. — 1882 őszén nagy számban találtam a cserfa lehullott makkjában, Budán, a Hárshegyen.

13. **A. ostreus**, Gir. (*Neuroterus ostreus* Gir.) — Városliget, állatkert, Peszér Qu. pedunculatá-n; Lipótmező, Qu. sessiliflorá-n. A darázs még ugyanazon év őszén repül.

14. **A. crispator**, Tschek. — Budán a Jánoshegyen, Hárshegyen, a Hidegvölgyben Qu. cerris-en. A darázs májusban már repül.

15. **A. Adleri**, Mayr. — Budán, fiatal cserfa-bokrok. A darázs májusban repül.

16. **A. amenti**, Gir. — Budán, a Svábhegyen, a Qu. sessiliflora barkáján áprilisban találtam. A darázs még ugyanazon hónapban repül.

17. **A. multiplicatus**, Gir. — Kis-hárshegy, Hidegvölgy; a Qu. cerris-en; úgy a nagy fákon, mint alacsony bokrokon. Vannak példányaim *Borbás*-tól Teplicskéről (Hont m.) és *Dietz Sándor*-tól Nyék vidékéről (Hont m.). A darázs júliusban repül.

18. **A. ramuli**, L. — Budán a Qu. sessiliflorán és pubescens-en találtam.

19. **A. æstivalis**, Gir. — Budán, a Vadas-kertben (Thiergarten), nagy cserfán találtam néhány múlt évi példányt.

20. **A. cydoniæ**, Gir. — Budán, a Szép-Juhászné környékén, a Kis-hárshegyen, a Vadas-kertben és a Lipótmezőn a Qu. sessiliflorá-n és pubescens-en. A darázsok májusban jöttek ki.

21. **A. grossulariæ**, Gir. — A Vadas-kertben egy nagy cserfán sokat találtam. A darázsok június elején hagyták el a gubacsot.

22. **A. cryptobius**, Wachtl. — Budán a Lipótmezőn és a Kis-hárshegyen cserfán találtam két példányt.

23. **A. trilineatus**, Hart. (*A. trilineatus*, Hart. és *A. noduli*, Hart.) — Buda, Lipót-mező; Qu. pubescens.

24. **A. testaceipes**, Hart. — Budán Qu. sessiliflorá-n; Peszében *Váγγελ J.* gyűjtötte Qu. pedunculatáról.

25. *A. inflator*, Hart. — Budán Qu. pubescens-en; a Városligetben Qu. pedunculatá-n.

26. *A. curvator*, Hart. — Budán a Lipót-mezőn, János-hegyen, Qu. sessiliflorá-n; a Városligetben és az állatkertben Qu. pedunculatá-n.

27. *A. glandulæ*, Schenck. — Kevés példányban találtam Budán a Lipót-mezőn, Qu. sessiliflorá-n és pubescens-en.

28. *A. Giraudi*, Wachtl. (*Aphilotrix callidoma*, Adler, non Giraud). — Városliget, állatkert, Peszér Qu. pedunculatá-n.

29. *A. marginalis*, Adl. Városliget, állatkert, Qu. pedunculatá-n.

30. *A. collaris*, Hart. (*Cynips collaris*, Hart.) Lipótmező; Qu. sessiliflora.

31. *A. autumnalis*, Hart. (*C. autumnalis*, Hart.) — Budán, a Lipótmezőn, Q. pubescens-en.

32. *A. urnaeformis*, Mayr. — Budán, a Vadaskertben és a Széchenyi-hegyen; Promontoron, alacsony Qu. pubescens bokrokon nagy számban.

33. *A. fecundatrix*, Hart. (*Cyn. fecundatrix* Hart.) Lipótmező Városliget, állatkert, Qu. pedunculatá-n; a Farkas völgyben Qu. sessiliflorá-n. Deregnyő.

34. *A. globuli*, Hart. (*Cyn. globuli*, Hart.) — Lipót-mező, Sváb-hegy: Q. sessiliflora, Qu. pubescens.

35. *A. lucidus*, Hart. (*C. lucida*, Hart. *Aphilotrix lucida* Wachtl.) — Lipót-mező, Kamara-erdő; Promontoron nagy számban, Qu. pubescens-en. — Néhány darázs a jelen év április havában jön ki.

36. *A. serotinus*, Gir. (*C. serotina*, Gir.) — A Széchenyi-hegy (Istenhegy) délkeleti lejtőjén fiatal Qu. sessiliflora lehullt levelek fedte földalatti ágairól nagy mennyiségben gyűjtöttem 1881 novemberben. A rovarok 1882 július elején hagyták el a gubacsot. E gubacs friss állapotában egyike a legcsinosabbaknak: a gömb felületéről sugarasan szét álló hosszú nyúlványok finom, pehelyszerű tollas szőrökkel vannak megrakva és gyönyörű halvány rózsaszínnel belehelve.

37. *A. callidoma*, Gir. (non Adler. *Cyn. callidoma*, Gir.) Budán a Lipót-mezőn, Qu. pubescens-en és sessili flórán.

38. **A. solitarius**, Fonsc. (*Diplolepis solitarius*, Fonsc. *Cyn. ferruginea*, Hart.) Lipót-mező, Kamara-erdő, Svábhegy, Qu. sessiliflorá-n és pubescens-en. A darázsok a második év tavaszán hagyták el a gubacsot.

39. **A. Sieboldi**, Hart. (*Cyn. Sieboldi*, Hart., *Cyn. corticalis*, Sehenck). — Számos példányt találtam a Széchenyi-hegyen és Promontoron a Qu. sessiliflora földalati ágain.

40. **A. radicans**, Fabr. (*Cyn. radicans* Fabr.) Jánoshegy, Széchenyi-hegy, Hárshegy, Qu. sessiliflora tövén. A darázsok február végén jöttek ki.

VI. CYNIPS (Linné) Hart.

41. **Cynips conifica**, Hart. — Széchenyi-hegy, Kamara-erdő; Qu. sessiliflora (Qu. pubescens).

42. **C. argentea**, Hart. — Lipótmező, Promontor, Qu. pubescens-ről; Dr. Horváth Gézától kaptam példányokat Tolna vidékéről.

43. **C. hungarica**, Hart. Lipótmező, Remete-Mária. Qu. pedunculatá-ról nagy számban. Deregnyő. Ifj. *Polinszky Emil* Debreczen vidékén gyűjtötte. Néhány darázs febr. közepén jött ki.

44. **C. caput Medusæ**, Hart. — Buda vidékén a Qu. sessiliflorá-n és Qu. pubescens-en mindenütt közönséges; sokszor az egész fát ellepi. A darázs a második, néha a harmadik évben, február-április havában repül.

45. **C. calicis**, Burgsd. Gyűjtöttem az állatkertben, a Lipótmezőn, a Hárshegyen nagy számban Qu. pedunculatá-ról; Ván-gel J. Peszéren gyűjtötte, hol a gubacsot «zsiros gubá»-nak hívják. A darázs a második vagy a harmadik év február és márczius havában jött ki.

46. **C. glutinosa**, Gir. — Lipótmező, Farkasvölgy, Széchenyi-hegy, Kamara-erdő; mindenütt közönséges a Qu. sessiliflorá-n és Qu. pubescens-en. Megkülönböztethetem azon varietásokat is, melyeket GIRAUD felállított: var. *coronata* és var. *mitrata*. — A darázsok a második, egyesek a harmadik év márczius havában jönnek ki.

47. **C. coriaria**, Haimh. — Lipót-mező, Svábhegy, Kamara-erdő. Meglehetősen gyakori a Qu. pubescens-en és a Qu. sessiliflorá-n.

A darázsok az első év november havában hagyták el a gubacsokat.

48. *C. polycera*, Gir. — Promontor. Sokat találtam a *Qu. pubescens* bokrain. A var. *subterranea*-t (*C. subterranea*, Gir.) a Széchenyi-hegyen és Promontoron találtam fiatal *Qu. sessiliflora* földalatti ágain kétféle alakban.

49. *C. conglomerata*, Gir — Buda környékén elszórtan mindenütt előfordul; legtöbbit találtam a Kamara-erdőben a *Qu. sessiliflorá*-n és Promontoron *Qu. pubescens*-en; kaptam példányokat Peszéréről, Deregyőből és Apátiból (Somogy m.). A darázs az első év octoberében bujt ki.

50. *C. amblycera*, Gir. — Lipót-mező, Kamara-erdő, Farkas-völgy, Széchenyi-hegy, Promontor. A darázsok a második év aprilis havában jöttek ki.

51. *C. aries*, Gir. — A Városliget egyetlen tölgyfáján (*Qu. pedunculata*) találtam néhányat az 1881 őszén, üresen; ugyanazon fán 1882 junius közepén már jól kifejettekre bukkantam, de a darázst felnevelni nem sikerült.

52. *C. lignicola*, Hart. — Kamara-erdő, Svábhegy, Promontor, *Qu. sessiliflorán*, Városliget, állatkert, *Qu. pedunculatá*-n. Kaptam példányokat Deregyőből és Peszéréről. A darázsok a második év május havában jöttek ki.

53. *C. Kollari*, Hart. — A budapesti állatkertben *Qu. pedunculatá*-n, Promontor vidékén, *Qu. pubescens*-en. Kaptam azonfelül példányokat Pusztá-Peszéréről és Deregyőből. A darázsok az első év aug. végén és szeptember havában jöttek ki.

54. *C. tinctoria*, Hart. — *Qu. pedunculatá*-n az állatkertben és a Lipótmezőn; elszórtan a Svábhegyen, *Qu. sessiliflorá*-n. A darázsok a második év junius és julius havában jöttek ki.

55. *C. caliciformis*, Gir. — Lipót-mező, Kamara-erdő, Vadas-kert. *Qu. sessiliflora* és *pubescens*. Egy darázs a második év julius első felében hagyta el a gubacsot.

56. *C. galeata*, Gir. — Lipót-mező, Vadas-kert, Kamara-erdő, Farkas-völgy, Promontor, *Qu. sessiliflorán*; a Városligetben *Qu. pedunculatá*-n. Junius közepén már jól kifejlődött frisseket találtam. A darázs juliusban repül.

57. *C. truncicola*, Gir. — Gyűjtöttem példányokat a Lipót-

mezőn, Svábhegyen és a Kamara-erdőben, Qu. sessiliflóráról (vagy pubescens), de legtöbbet találtam az állatkertben egy Qu. pedunculata derekán meg ágain. A darázsok a második (talán a harmadik) év márczius havában repültek. *

58. **C. superfetationis**, Gir. — E gubacsot 1882-ik év július havában találtam a budapesti állatkertben egy Qu. pedunculatán. E gubacs kevésbé ismeretes; Dr. Giraud írta le 1859-ben (Verh. d. Zool. bot. Ges. 1859. IX. 372. l.) G. Mayr 1870 és 1871-ben megjelent «Die mittel europäischen Eichengallen in Wort und Bild» című munkájában «?» jellel említi és, minthogy nem ismerte, természetesen le sem rajzolta. A darázs sem levén ismeretes belőle, Mayr «Die europ. Arten der gallenbewohnenden Cynipiden» munkába sem vette fel. — Hogy e gubacs ennyire kikerült a bűvárok figyelmét, annak oka sajtószérű rejtőzködő természete. Én július 14-ikén vettem észre a termés csészéjének a szélén, mint apró, kiálló gömböket, melyek éppen olyan szürkés zöld színűek voltak, mint a makk csészéje. Azt hittem fiatal calicis-gubacsok. Július 17-ikén azonban már egyet sem láttam fön; csak az üres makkcsészék látszottak az ágon azokkal a mélyedésekkel, melyekből a csinos kis gubacsok kihullottak. A földön, hosszas keresés után, megtaláltam néhányat és rájöttem, hogy ez a *C. superfetationis*, Gir. gubacs. A lehullt gubacsok barnásak, ránczosak, és éppen olyan nehezen vehetők észre mint zöld korokban a fán. Ha az ember véletlenül nem éppen azokon a napokon szemléli a fákat a mikor a gubacsok még fenn vannak, megtörténhet, hogy évekig sem kerülnek a szeme elé. Egy makkcsészén többnyire csak egy gubacs van; de találtam kettőt és hármat is; sőt Váncs J. Peszér-ről hozott egy olyat, melyen hat gubacs volt. A gyűjtött gubacsokban a lárvák még élnek (1883. ápr. 20.)

VII. APHELONYX, Mayr.

59. **Aphelonyx cerricola**, Gir. — Kamara-erdő, Lipótmező, Vadaskert.

* MAYR e fajt nem veszi fel idézett legújabb munkájába; valószínű, hogy e gubacsot GIRAUD nézete alapján a *C. HARTIGI* elsatnyúlt alakjának s a darázst vele azonosnak tartja.

VIII. BIORHIZA, Westw.

60. **B. terminalis**, Fabr. (Cyn. quercus terminalis, Fabr. Teras terminalis, Hart. Dryoterus, Först. Andricus terminalis, Fabr.) — Jánoshegy, Kis-Hárshegy, Svábhegy, Lipótmező, Qu. pubescens-en, Qu. sessiliflorá-n 1882-ben már márczius végén. A darázs ugyanazon év április és május havában repül.

IX. CHILASPIIS, Mayr.

61. **Chilaspis nitida**, Gir. — (Andricus nitidus. Gir.) Vadas-kert, Hárshegy.

X. DRYOPHANTA, Först.

62. **Dr. agama**, Hart. (Cyn. agama, Hart.) Lipótmező, Qu. sessiliflora; *Polinszky E.* Debreczen vidékén Qu. pedunculatáról gyűjtötte.

63. **Dr. folii**, Linné. (Cyn. scutellaris, Schenck., Dr. scutellaris, Oliv.) — Lipótmező, Remete-Mária, Qu. sessiliflorá-n, Qu. pedunculatá-n. Deregyő, Peszér Qu. pedunculatá-n. A darázs az első év november havában repül.

64. **Dr. pubeseentis**, Mayr. (Cyn. folii, Schenck., Mayr.) — Buda környékén a Qu. pubescens-en mindenütt közönséges. A darázsok az első év december havában repülnek.

65. **Dr. longiventris**, Hart. (Cyn. longiventris, Hart.) — Városliget, állatkert, Peszér, Deregyő; a Qu. pedunculatá-n.

66. **Dr. cornifex**, Hart. (Cyn. cornifex, Hart.) — Lipótmező; Qu. pubescens. Néhány darázs az első év december havában jött ki.

67. **Dr. divisa**, Hart. A nemzeti múzeum gyűjteményéből ismerem.

68. **Dr. disticha**, Hart. — Lipótmező; Qu. sessiliflora és pubescens.

XI. NEUROTERUS, Hart.

69. **Neuroterus aprilius**, Gir. (Spathegaster aprilius, Gir.) — A Kis-Hárshegyen április elején már üresen találtam a Qu. pubescens-en.

70. *N. fumipennis*, Hart. (*Spath. varius*, Schenck.) — Lipótmező, Városliget, Peszér. Qu. sessiliflora és Qu. pedunculata.

71. *N. læviusculus*, Schenck. (*N. pezizæformis*, Schldl.) — Botanikus-kert; Qu. pedunculata.

72. *N. baccarum*, L. (*Cyn. qu. baccarum*, Linné, *Spath. interruptor*, Hart.) — Svábhegy; Qu. sessiliflora; állatkert, Qu. pedunculata.

73. *N. lenticularis*, Ol. (*Cyn. lenticularis*, Ol. *Neurot. Malpighii*, Hart.) — Városliget, állatkert, Peszér Qu. pedunculata-n, Lipótmező, Széchenyi-hegy, Kamara-erdő, Qu. sessiliflorá-n.

74. *N. numismalis*, Ol. (*Cyn. numismalis*, Ol., *Neurot. Rëaumuri*, Hart.) Városliget, állatkert, Peszér; Qu. pedunculata.

75. *N. albipes*, Schenck. (*Spathegaster albipes*, Schenck.) — Peszéren gyűjtötte *Váγγελ J.* Qu. pedunculatáról.

76. *N. lanuginosus*, Gir. — Vadas-kert, Lipótmező, Széchenyi-hegy, Qu. cerris-en. A darázs kora tavasszal repül. A homokon fekvő gubacsokat 1882 márcziusban már mind üresen találtam; a skatulyában levőből egy példányt menthettem csak meg. A jelen évben ez ideig (1883 ápr. 20) még egy sem búj ki.

77. *N. macropterus*, Hart. (*Dryocosmus macroptera*, Hart.) — Fialat cserfákon, a Vadas-kerben és a Kamara-erdőben.

78. *N. saltans*, Gir. (*saliens* Koll.) — Lipótmező. Qu. cerris-en nagy számban.

79. *N. obtectus*, Wachtl. (*Spathegaster obtecta*, Wachtel.) — Lipótmező, Qu. cerris ágain. A darázs április közepén repül.

80. *N. glandiformis*, Gir. (*Spathegaster glandiformis*, Gir.) — Vadaskert, Kis-hárshegy; Qu. cerris-en elég nagy számban. A darázs az első év május havában repül.

81. *N. minutulus*, Gir. — Lipótmező, Vadaskert; Qu. cerris-en.

A PHYLLOXERA ÉS A TÉLI HIDEG.

HORVÁTH GÉZA, I. TAGTÓL.

Általánosan ismeretes, hogy a szőlőpusztító phylloxera Európa déli tartományjaiban, nevezetesen Dél-Franciaországban mily rohamosan terjed és mily gyorsan teszi tönkre egymásután a legvirágzóbb szőlőültetvényeket. Azt is tudjuk, hogy a vészes rovar dúlásai éjszak felé mindinkább vesztenek hevességükből, és hogy a szőlőművelés éjszakai határain a phylloxeravész nemcsak lassabban terjed, hanem a szőlőnövény is valamivel hosszabb ideig képes a rovar támadásait elviselni.

Ez a tünemény kétségkívül nem onnan származik, mintha a szőlő a tenyészésének kedvezőtlenebb éjszakon nagyobb ellentálló képességet bírna kifejtteni, mint délen, vagy mintha a szőlőt itt másképen művelnék, mint amott, hanem csakis abból magyarázható, hogy a pusztító rovar kifejlődésére déli tájakon sokkal kedvezőbb klimatikus viszonyok uralkodnak.

A klimatikus viszonyok között a szerves lények kifejlődésére legnagyobb befolyást tagadhatatlanul a hőmérsék gyakorolja. Az állatok életműködése a légkör hőmérsékének emelkedésével általában fokozódik, annak leszállásával pedig csökken. A phylloxeránál a táplálkozás és szaporodás időszaka szintén a melegebb hónapokra esik; a hideg téli hónapokban ellenben szünet áll be s a rovar téli álomba merülve megdermedve tölti a telet. Déli tájakon, a hol a tél enyhébb és rövidebb, a phylloxera téli álma is rövidebb: a telelő példányok tavasszal korábban ébrednek fel és korábban kezdenek szaporítani, ősszel viszont tovább tartják meg szaporodási képességüket és később térnek téli nyugalomra. Délen tehát tovább tart a szaporodás ideje s ehhez képest egyzersmind több az évenkénti nemzedékek száma. Ebből fejthető

meg az, hogy miért nagyobbak a phylloxera pusztításai délen, mint éjszakon.

Minél hosszabb valahol a tél, annál tovább tart a phylloxera nyugalmi állapota, annál rövidebb tartamú szaporodási időszaka s annál kevesebb évenkénti nemzedékeinek száma.

A tapasztalás kimutatta, hogy a phylloxera akkor kezd téli álomba merülni, a mikor a talaj hőmérséke körülbelől $+10^{\circ}\text{C}$ -ra leszáll. A tojó anyák ekkor beszüntetik a peterakást és lassanként eltűnnek; a peték egymásután kikelnek, de úgy a belőlük kibúvó, valamint a már meglevő álczák minden további fejlődése megakad. Az ember bizonyos idő múlva nem talál a szőlőgyökereken más alakokat, mint ezeket az apró rovarokat, melyek kisebb-nagyobb csoportokba tömörülve és szipókájukat a gyökér kérgébe szúrva, mozdulatlanul töltik az egész telet. Ezek az u. n. téli alakok tehát voltaképen csak álczák s a megfelelő nyári alakoktól csupán csak barnás színezetük és valamivel laposabb termetük által különböznek. Hogy továbbfejlődésük csakugyan a hőmérsék alábbszállása következtében akadt meg, arról télen bármikor könnyen meggyőződhetünk, ha efféle téli alakokat egy darabig meleg szobában tartunk. A megdermedt rovarok nemsokára felebrednek, mozogni kezdenek, majd rendes fejlődésnek indulnak, vedlenek és végre peterakáshoz fognak.

Ugyanez történik a szabadban is tavasszal és pedig akkor, a midőn a talaj hőmérséke körülbelől $+10^{\circ}\text{C}$ -ra emelkedik.

Eddigi tapasztalataim szerint hazánkban a phylloxera tavaszi ébredése rendszeren április végére esik, a téli alakok pedig már október közepe táján szoktak jelentkezni. A phylloxera tehát mi nálunk egy pár héttel minden esetre tovább van téli álomba merülve, mint Dél-Franciaországban, a hol téli alma csak novembertől április közepéig tart.*

De Magyarországon a talaj hőmérséke nemcsak hosszabb ideig van $+10^{\circ}\text{C}$. alá süllyedve, mint Dél-Európában, hanem a hőmérséknek ebbeli csökkenése egyszersmind sokkal jelentékenyebb is. Nálunk a telek keményebbek; a talaj télen hol kisebb,

* V. ö. Jelentés az orsz. phylloxera-kísérleti állomás 1881. évi működéséről. Budapest, 1882. 24. l.

hol nagyobb mélységre, de mindig megfagy. Méltán fel lehet ennél fogva azt a kérdést vetni, hogy vajjon nem pusztítják-e el a mi kemény téli fagyaink a phylloxerát? Mert ha elpusztítják, akkor a szőlőtalajnak késő őszzsel történő mély megmunkálása által a téli fagyoknak eme rovarirtó hatását még inkább fokozni lehetne és rendelkezésünkre állana ekként a legolcsóbb és legegyszerűbb módszer, a melylyel szőlőinket a veszedelmes gyökértetütől megszabadíthatnók.

Ez a gyakorlati fontosságú kérdés tulajdonképen azon fordul meg, hogy mekkora ellentállást képes a phylloxera a hideg ellen kifejteni? hogy mekkora hideget bír a phylloxera téli alakja minden baj nélkül elszenvedni?

Ismeretes dolog, hogy a rovarok általában igen szívós természetűek, és hogy gyakran oly hidegeket is kiállanak, a minő hidegek mellett sok más állat és növény okvetetlenül elpusztulna. Kemény telek után tavasszal nem ritkán találhatunk egyes cserjéken eleven, áttelelt hernyókat, míg maguk a cserjék, melyeken a hernyók teleltek, a fagytól tönkrementek. J. FALLOU néhány év előtt a párisi Société d'Acclimatation egyik ülésén oly gyűrűs pille (*Bombyx Neustria*) hernyókat mutatott be, melyek — 26° C. téli hideget elszenvedett petékből ép akkor bujtak ki.

Érdekes megfigyeléseket tett e részben J. LICHTENSTEIN Montpellierben az Aphidákra vonatkozólag.* Az 1879-ik év december havában ugyanis, a midőn Montpellierben kivételesen — 11 — 12° C.-nyi hidegek uralkodtak, kertjében több Aphida-fajt (*Aphis Persicae* Boyer, *Aphis Eronymi* Fabr., *Aphis Hederae* Kalt., *Aphis Capsellae* Kalt., *Rhopalosiphum Berberidis* Koch) talált elevenen. A különféle növényeken telelő példányok egészen meg voltak ugyan dermedve és gyakran hóval vagy zuzmarával borítva, de azért éltek; fűtött szobában csakhamar felocsudtak téli álmukból, sőt két-három nap mulva már szaporítani kezdtek.

A szőlőpusztító phylloxerára nézve M. GIRARD tett néhány idevágó kísérletet.** Telelő phylloxerákat mesterséges hidegele-

* Comptes rendus de l'Académie des Sciences. T. 90. p. 80—81.

** Indications générales sur les vignobles des Charentes. (Mémoires des Savants étrangers. XXV. Nro 4. p. 68.)

gyek behatásának tevén ki, azt tapasztalta, hogy ezek a téli alakok — 6 — 10° C.-nyi hidegeknek direkt behatását napokig minden baj nélkül képesek elszenvedni.

GIRARD eme kísérleteit csak labororiumban végezte. Azért még mindig kétség férhetett hozzá, hogy valjon csakugyan így van-e ez a szabad természetben is? és hogy valjon csakugyan képes-e a phylloxera ekkora hidegeket a szabadban is kiállani?

A mult télen alkalmam volt erre nézve közvetlen megfigyeléseket tehetni és Girard észleleteinek helyességéről a szabadban is meggyőződni.

Folyó évi február 4-én ugyanis az országos phylloxera-kísérleti állomás farkasdi telepén (Monor mellett Pestmegyében) egyik szőlőtáblából több pusztulófélben levő öreg tőkét kihányattam. A kiásott tőkék, melyeknek gyökereim sok telelő phylloxera volt meghuzódva, ott maradtak a kiforgatott talaj felszínén. Febr. 22-én, tehát 18 nap mulva megvizsgáltam e tőkék gyökereit. A mint előre várható volt, a phylloxerák rajtok mind döglöve voltak.

De mekkora volt meglepetésem, a midőn az egyik tőkén egy ágas-bogas, mintegy 2 $\frac{m}{m}$ vastag gyökérágacsán 5 döglött rovar mellett egy élő *phylloxera*-ra akadtam. Ez az élő példány téli álomba volt ugyan merülve, de részint felpuffadt, részint már összezsugorodott döglött társai közül már első megtekintésre azonnal kitünt, meleg szobába hozva pedig nemsokára felébredt és 4 óra mulva már mozogni, mászni kezdett. Ez a téli alak tehát 18 napig volt künn a szabad levegőn, egy minden irányban nyitott fensíkon, hidegnek, szélnek, hónak, ködnek és napfénynek kitéve és — mégis életben maradt!

Valaki talán arra a gondolatra jöhetne, hogy hát ha ez az élő rovar nem is február 4-en került ki a szőlőgyökerekkel együtt a talajból, hanem csak később, talán csak az nap, a midőn reá akadtam, bújt ki a földből és mászott a felszínen heverő gyökerekre. Azonban tekintettel arra, hogy februárban még igen távol vagyunk a phylloxera tavaszi ébredésének időszakától, ezt az eshetőséget egész határozottsággal kizárhatjuk. De különben a hőmérsék sem emelkedett az alatt a 18 nap alatt valami rendkívüli módon, hogy a telelő phylloxeráknak valami rendkívüli, kivételes

felébredésére és szokatlan vándorlására még csak gondolni is lehetne.

A farkasdi kísérleti telepen ama 18 nap alatt a következő hőmérséki viszonyok uralkodtak:

	Éjjeli minimum	Nappali maximum	Időjárás
Febr. 5.	— 0·5° C.	+ 9·0° C.	derült
„ 6.	— 1·0 „	+ 3·0 „	borúlt, ködös
„ 7.	— 3·0 „	+ 3·0 „	„ havazás
„ 8.	— 3·0 „	+ 5·0 „	„
„ 9.	— 2·0 „	+ 3·0 „	„
„ 10.	— 12·0 „	— 5·0 „	„ ködös
„ 11.	— 8·0 „	+ 4·0 „	derült
„ 12.	— 4·0 „	+ 5·0 „	borúlt
„ 13.	— 5·0 „	+ 5·0 „	derült
„ 14.	— 6·0 „	+ 10·0 „	„
„ 15.	— 4·0 „	+ 7·0 „	„
„ 16.	— 6·0 „	+ 5·0 „	„
„ 17.	— 9·0 „	+ 6·0 „	„
„ 18.	— 5·0 „	+ 5·0 „	„
„ 19.	— 10·0 „	+ 5·0 „	„ hideg szél
„ 20.	— 9·0 „	+ 5·0 „	„ „ „
„ 21.	— 3·0 „	+ 9·5 „	„
„ 22.	— 2·0 „	+ 10·0 „	szeles
Közép	— 5·1° C.	+ 5·25 C.	

A levegő hőmérséke tehát minden éjjel a fagypont alatt állott; egyszer — 8, kétszer — 9, egyszer — 10, sőt egyszer — 12° C.-ra süllyedt. És az a phylloxera ekkora hidegeknek direkt behatását s a mellett még a többi időjárási viszontagságokat is minden baj nélkül kiállotta!

Hogyan lehetne hát remélni, hogy ily szívós természetű rovar a téli fagyoktól elpusztuljon? — A talaj rossz melegvezető levén, télen különben sem hül ki annyira, mint a levegő. BECQUEREL azt tapasztalta, hogy oly légmérsék mellett, mely a fagypont és — 12° C. között ingadozott, a talaj, ha felszíne csupasz volt, 5 centiméternyi mélységben csak — 4° C.-ra hült le, gyepvel borított talajnál azonban ugyanoly mélységben a hőmérsék minimumig a fagypont felett állott.*

* Comptes rendus de l'Académie des Sciences. T. 80. p. 141.

Ha a talaj télen megfagy, igaz, hogy ez által egyszersmind sok teelő phylloxera is elpusztul, de azért még mindig marad belőle a szőlő gyökerein elég és pedig nem csak a mélyebb talajrétegekben, a hová a fagy már nem hatol be. A megfagyott felső talajrétegekben akárhányszor találtam élő phylloxerát; és nem egyszer akadtam a keményre fagyott talajban levő gyökereken már 10 centiméternyi mélységben téli álomba merült, de élő példányokra. A felső talajrétegekben teelő phylloxerák egy része, talán legnagyobb része, télen át elpusztul ugyan, de azért megmaradnak még itt is egyes élő példányok. A mélyebb talajrétegekben megvonult rovaroknak azonban a legkeményebb tél sem árt meg; ezeknek a legkeményebb hidegben sem kell a megfagyás veszélyétől tartaniok.

Ebből kitűnik, hogy a téli hidegek és téli fagyok phylloxera-irtó hatására számítani egyáltalában nem lehet.

AZ ELEKTROMOS EGYSÉGEK ÜGYE. ELEKTROMOS BIZOTTSÁG.

A M. T. Akademia III. osztályának f. évi január hó 15-én tartott ülésén Fröhlich Izor I. tag felhívta az Akademia figyelmét az elektromos egységek kérdésének jelenlegi állására, a mint azt különösen az 1881. év szeptember havában Párisban megtartott internacionális elektromos kongresszus és a belőle kifolyó 1882. év október havában ugyanott megtartott internacionális elektromos konferenzia ¹ megállapodásai jellemzik.

Különösen kiemeli e konferenzia két határozatát, ² mely az ellenállás-egység eddigi meghatározásainak egymással nem eléggé egyező eredményeivel szemben új meghatározások megejtésére hívja fel a konferenziában résztvett államokat, illetőleg azok tudósait és felkéri a kormányokat, hogy ily kísérleti vizsgálatokat lehetőleg támogassák.

¹ Magyarország mind a kongresszuson, mind a konferenzián képviselve volt.

² A két határozat szövege a következő:

Első határozat. «Az értekezlet azon véleményben van, hogy azon meghatározások, melyeket mostanáig tettek, nem nyújtják a megegyezés ama fokát, mely az *Ohm*-nak (abszolút ellenállás-egységnek) higanyszlop hossza által kifejezendő, számszerinti értékének meghatározására szükséges.»

«Azt tartja, hogy a kutatásokat még továbbra is kell folytatni.»

Negyedik határozat. «Az értekezlet abbéli óhaját nyilvánítja, miszerint a francia kormány szives volna, az értekezleten képviselt kormányok mindegyikével azon kívánságot közölni, hogy tekintettel a kérdés gyakorlati megoldásának fontos és sürgős voltára, tegyék meg a szükséges intézkedéseket, melyek által a saját nemzetbelieik az elektromos egységek meghatározását célzó vizsgálatait támogassák.»

Ezek kapcsán a nevezett I. tag ezen tárgyra vonatkozó indítványát terjeszti be, melyben ezen ügynek a M. T. Akadémia által felkarolását javasolja, és ily meghatározásoknak Magyarországbán foganatosítása czéljából, egy Akadémiai Elektromos bizottság felállítását kéri.

Az osztályértekezlet ezen indítványt egyhangúlag tudomásul vette és ezen ügyben előleges jelentés- és javaslattétel végett b. Eötvös Loránd, Fröhlich Izor és Schuller Alajos II. tagokból álló ideiglenes bizottságot küldött ki.

Ezen bizottság f. évi márczius hó 29-én tartott értekezletén megállapított jelentését Fröhlich Izor I. tag terjesztette be a III. osztálynak f. évi ápril hó 2-án tartott ülésén.

E jelentésből, mely általánosságban a felállítandó elektromos bizottság *munkatervére, költségvetésére, a költség fedezésének módzataira* s a *helyiségre* vonatkozik, következő lényeges részleteket emelünk ki.

1. *Munkaterv* : A felállítandó bizottság feladata volna :

a) Egy vagy több vezető ellenállásának abszolút mértékben meghatározása.

b) Ezen ellenállásoknak összehasonlítása etalonokkal és ismert méretű higanyoszlopok ellenállásával.

Az ellenállás-egység meghatározása ne csak egy, hanem több, különböző módszer szerint történjék ; erre nézve mindenek előtt a tapasztalatilag már jól ismert s az 1882. évi konferenzia által ajánlott öt módszer veendő tekintetbe.

Ezek közül a bizottság, mint az adott körülményekhez képest legalkalmasabbakat, ajánlja

α) *W. Weber* módszerét (a földindukció alapján).

β) *II. Weber* módszerét (a lengések csillapítása alapján).

γ) *G. Kirchhoff* módszerét (a Voltaindukció alapján).

Lorenz módját, valamint a *British Association* módszerét a bizottság nem javasolja, mivel ezek állandó forgás létesítését tételzik fel, mi által a vizsgálat bonyolódik.

Ezekon kívül a bizottság még egyik vagy másik, a kivitelre alkalmasnak látszó új módszer megkísértését ajánlja? Az ellenállások egybehasonlítása a közönséges módok szerint történnék.

2. *A költségvetés megállapításánál* a bizottság csak oly eszközöket, készülékeket és egyéb segédeszközöket vett tekintetbe, melyek a budapesti physikai és meteorologiai intézetekben vagy egyáltalában nincsenek, vagy oly gyakori használatban vannak, hogy azok a bizottság rendelkezésére nem bocsáthatók.

A beszerzésre ajánlott készülékek majdnem kizárólag präczió-eszközök és ezek közül a szigorúan vett elektromos mérésekre szolgálók főbb részeikben üvegből tervezetnek.

A költségvetés föltételei a következők:

1. A méréseknél közösen használandó eszközök	...	1320	frt,
2. W. Weber módszereihez szükséges készülékek	...	980	frt,
3. G. Kirchhoff módszeréhez	»	690	frt,
4. Az ellenállások összehasonlításához	»	1010	frt,
5. Új módszerek megkísértéséhez	---	500	frt,
6. Két kis faházikó építéséhez	---	500	frt,

Főösszeg: 5000 frt.

3. *A költség fedezése*: Az előirányzott ötezer forintnyi összeget a bizottság, szem előtt tartva azon körülményt, hogy a *munkálatok két év leforgása előtt* alig lesznek befejezhetők, a folyó 1883. és a következő 1884. évre egyenlő két részletre véli osztandónak; megszerzésére nézve pedig a következő, ezen ügyben érdekelt közegeket gondolja felkérendőeknek:

a) mivel a szóban forgó tudományos vállalat kétségkívül országos érdekű, a M. T. Akadémia Mathem. és Természettudományi állandó bizottságát, és pedig az 1883 és 1884. évre 1000—1000, összesen kétezer frtnyi-

b) A közmunka és közlekedésügyi m. k. Miniszteriumot, mint a m. k. Távirad-intézet felső hatóságát, 750—750, összesen egyezer ötszáz frtnyi-

c) A Vallás- és Közoktatásügyi m. k. Miniszteriumot, mint a hazai tanintézetek vezetőjét, szintén 750—750, összesen egyezer ötszáz frtnyi pénzegélyért.

4. *Helyiség*. A budapesti physikai intézetek igen nagy tömegű vasat tartalmazó épületekben lévén elhelyezve, a bizottság a munkálatok kivitelére a m. k. tud. egyetemnek csendes helyen fekvő botanikus kertjét hozza javaslatba és ott, ha ennek igazgatósága beleegyezik, két kis faházikónak építését ajánlja.

Az osztályértekezlet ezen (1, 2, 3, 4 alatt részletezett) előterjesztést egyhangúlag elfogadta, az elektromos állandó bizottság felállítását elhatározta és tagjaiul b. Eötvös Loránd, Fröhlich Izor és Schuller Alajos II. tagokat választotta oly megjegyzéssel, hogy a bizottság szükség esetén nem akadémiai tagok által is kiegészítheti magát.

Az így végleg megalakított bizottság, hogy működését mielőbb megkezdhesse, mindenek előtt a szükséges költség fedezésére nézve tett lépéseket.

Ebbeli tevékenységének máris az a sikere, hogy a M. T. Akadémia Math. és Természettudományi állandó bizottsága, az Elektromos bizottság kérésének megfelelőleg, az 1883. évre 1000 (egyezer) frtot tényleg engedélyezett, továbbá, hogy a M. T. Akadémia III. osztályának f. évi ápril hó 23-án tartott értekezletében elhatározta, miszerint a nevezett (3. alatt említett) két m. k. Miniszteriumhoz intézett, az Elektromos bizottság által fogalmazott kérvények az összes Akadémia elé terjesztessenek oly kérrrel, hogy az összes Akadémia kérje fel a két m. k. Miniszteriumot. Elektromos bizottságának támogatására. ¹

¹ Az Akadémia, f. évi ápril hó 30-án tartott összes ülésén ezen javaslatot elfogadta s a maga nevében felterjesztette e kérvényeket, melyeknek az Elektromos bizottságra nézve kedvező elintézését reményeljük.

1883. JUNIUS 4.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK: SZTOCZEK JÓZSEF.

1. MARGÓ TIVADAR, mint megválasztott rendes tag fölolvassa székfoglaló értekezését: «*Az állatország rendszeres osztályozásáról, különös tekintettel az újabb állattani rendszerekre.*»

(Kivonatban l. a 281. lapon)

2. *Ugyanez* bemutatja DADAY JENŐ kolozsvári egyet. magántanár ily című értekezését: «*Új adatok a kerekcséférgek ismeretéhez.*»

(Kivonatban l. a 290. lapon)

3. NENDVICH KÁROLY r. t. bemutatja SCHERFEL AUREL felkai gyógyszerész részéről «*a czemétei ásványviz chemiai elemzéséről*» szóló dolgozatát.

Eperjes, szabad kir. város tulajdonát képező Czeméte nevű fürdő, a várostól nyugatra egy órányi távolságra fekszik. A vegyes fanemekkel benőtt dombokon keresztül odavezető eperjes-gölniczti út igen kies és kellemes. Jelenleg egy részvény-társaság bírja azt hosszabb időre bérben, mely sem fáradságot, sem költséget nem kímél, hogy azt a látogató vendégek igényeihez képest berendezze.

A forrás oszlopos födezettel van ellátva, és lépcsők vezetnek köröskörül le a forráshoz, melynek mélysége 1·89 méternyi. A víz hőmérséke 1881. október 15-én d. u. 1 órakor + 10·6° C. léghőmérsék mellett + 9·6° C. mutatkozott. A víz különben tiszta, csak itt-ott kisebb posva-pelyhek észrevehetőek, melyek benne uszkálnak. A forrás fenekéről időről időre gázbuborékok szállongnak fel. Íze a víznek kellemes, kissé savanyús. Szaga, főleg, ha egy ideig áll, könny-kénegre emlékeztet.

A víz fajsúlya + 11,2° C. fok mellett 1·00159.

Vegyelemzése következő alkatrészeket és következő arányban mutatott ki:

	10.000 súlyrészben.
kénsavas hamuajt ($K_2 SO_4$)	0·077655
kénsavas szikenyit ($Na_2 SO_4$)	0·303031
szikeny-halvagot ($Na Cl$)	0·033859
ketted szénsavas natront ($Na H CO_3$)	0·980400
ketted széns. meszet ($Ca H_2 2 CO_3$)	6·195600
ketted széns. kesrenyt ($Mg H_2 2 CO_3$)	3·110961
vilanysavas timföld ($Al PO_4$)	0·014722
timföld ($Al_2 O_3$)	0·017778
ketted széns. vasoxydot ($Fe H_2 2 CO_3$)	0·425000
kovasav $Si O_2$	0·322500
összeg	11·481486
szabad szénsav	20·526402
szilárd és légnemű alkatrészek összege	32·007888

Kitetszik ezekből, hogy a víz szénsavban igen gazdag, melyre nézve csak a tátrafüredi Polluxfürdő mulja azt fölül, míg Koritniczának valamennyi forrásai, szintúgy a lublói és a ránc-herlani régi források, ú. m. a Valeria- és Rudolf-forrás jóval kevesebbet tartalmaznak a szabad szénsavból.

4. SZABÓ JÓZSEF r. t. bemutatja TÉGLÁS GÁBOR dévai reáliskolai tanár részéről «*A Buhuj (Bagolyvár) nevű csontbarlang Stajrelak-Anina határában*» című értekezését.

5. JENDRÁSSIK JENŐ r. t. bemutat *«dolgozatokat a k. m. tud. egyetem élettani intézetétől»* Tartalmuk. I. *«A folyadékok áramlása hajszálcővekben»* DR. REGÉCZY NAGY IMRE magántanár és tanár-segédttől. II. *«Adatok a fehérryeoldatok átszűrőrgásához»* ugyan-ettől.

I. *A folyadékok áramlása hajszálcővekben.*

Az értekezésben a POISEUILLE által megállapított áramlási törvény van elemezve ismételt ellenőrző kísérletek alapján, melyek más mód szerint vitettek véghez, mint a hogy POISEUILLE az ő kísérleteit tette.

POISEUILLE saját kísérleteiből azt a következtetést vonta le, hogy: *a hajszálcőveken átfolyt folyadék mennyisége egyenes arányban nő az alkalmazott nyomással, ha csak a hajszálcő nem föltötte rövid, vagy nem nagyon tág, mert ilyenkor azután egy bizonyos idő alatt nagyobb nyomásoknál több folyadék foly át, mint a mennyi- nek a kifejezett arányosság mellett lefolyni szabad volna.*

Ez értekezésben ki van mutatva, hogy *ilyen egyszerű arány a nyomás és az átfolyt folyadék mennyisége közt ki nem mutatható, hanem a hosszú és szűk hajszálcőveknél is épenúgy mint a rövidek- nél és tágasabbaknál a nagyobb nyomások mellett gyorsabban nő az áramlási sebesség, mint az egyszerű arány megengedné; s minél nagyobb lesz az áramlást előidéző nyomás, annál nagyobb egy- szersmind a különbség a kísérletileg talált, és a törvény értelmé- ben kiszámított érték közt.*

II. *Adatok a fehérryeoldatok átszűrőrgásához.*

Ez értekezés tárgyát az képezi, hogy miféle módosulást idéz elő a fehérrye-oldatokhoz kevert, vagy velők szembeállított só a fehérrye diffúziójában, s többféleképen változtatott kísérletek alapján be van bizonyítva, hogy:

1. A fehérryeoldatokból a fehérrye könnyebben diffundál sóoldat felé, mint destillált víz felé, és pedig annál inkább, minél sűrűbb a sóoldat.

2. Hígabb fehérryeoldatokból a fehérrye diffúziója gyorsab- ban megindul, és só hozzákeverése által a diffúziót még nagyobb mértékben lehet késleltetni.

3. A fehérsye diffúziója a vízáramlás irányától függ; ez elősegíti amaszt, ha vele egyirányú és késlelteti, ha ellenkező irányú.

E kísérleti adatok megfejtést adnak amaz eddig kielégítő magyarázatot nem nyert tényre nézve, hogy az egészséges ember vizeletében fehérsye nem található, bár az a vérből szűrés és átszivárgás folytán készül, legalább részben.

AZ ÁLLATORSZÁG RENDSZERES OSZTÁLYOZÁSA, KULÖNÖS TEKINTETTEL AZ ÚJABB ÁLLATTANI RENDSZEREKRE.

DR. MARGÓ TIVADAR R. TAGTÖL.

(Kivonat.)

Ismereteink az állatok boncz- és szövettani szerkezete, valamint azok fejlődése körül újabb időbben bámulatos gyorsasággal, úgyszólván gőzerővel gyarapodnak. E miatt az állatbúvárok nézetei az osztályozás tekintetében szüntelenül változnak s az állattani rendszerek is folytonos ingadozásnak vannak alávetve. Nem csoda tehát, ha a dolog ily állása mellett a fiatal kezdő bűvár, ki hajlandó a rendszert a tudomány alapja gyanánt tekinteni, eleinte nem kis zavarban van, míg nem később, — midőn a tudomány lényegével jobban megismerkedett, — belátja, hogy a tulajdonképeni rendszertan (Taxonomia) nem alapja, hanem betetőzése a morphologia és fejlődéstan alapján emelt tudományos épületnek.

A rendszertanban mutatkozó látszólagos ingadozásnak egyedüli oka a morphologia- és összehasonlító embryológiának újabb időben észlelhető roppant előhaladása, mely évről évre a tudományra nézve igen fontos újabb és újabb tények fölfedezése, pontos megfigyelése és megállapítása által nyilvánul, mi természetesen a nézetek változására, módosulására, rectificatiójára vezet. Ebből azután könnyű megmagyarázni, miért találkozunk a különböző állattani szakmunkákban egymástól többé-kevésbé eltérő rendszerekkel, — vagy miért van az, hogy egy és ugyanazon tanár rendszere is időről-időre lényegileg megváltozik.

De ezen ingadozásnak még más oka is van. Ugyanis a tapasztalás által kétségbevonhatlanul megállapított tények értéke és fel-

használhatósága felett az egyéni nézetek igen eltérők lehetnek, s e szerint azok combinációja és általánosítása is különböző módon történik. Ha azonban nem annyira a combinációkat és az általánosítás módját tekintjük, hanem azon tényekre fordítjuk főfigyelmünket, melyek az osztályozás valódi tárgyát képezik: azonnal beláthatjuk, hogy bármennyire különböznek is egymástól a rendszerek, mégis igen sok közös, általános érvényű és megdönthetetlen igazságot tartalmaznak.

Az állatokat úgy mint bármely más természeti tárgyakat különböző szempontok szerint lehet rendszertanilag csoportosítani és rendszerbe foglalni, s azért minden állattani rendszer, ha tárgyilagossá és megállapított észleleti tényeken alapszik, jogosult és bizonyos szempontból hasznos is lehet.

Vannak és voltak *természetrajzi rendszerek*, melyeknek a régibb iskola rendszerei is, melyeknél az osztályozás főképp külső alakai és biológiai viszonyokra van alapítva. Vannak csupán *boncz-tani* alapra fektetett systemák, melyen p. e század elején a *Curier* által alkalmazott rendszer, ki az állatországot *négy alaptypusra* osztotta fel, és vannak ismét *embryologiai* tényeken alapuló, mint p. *Semper*-nek az ébrényi ősvesékre alapított újabb állattani rendszere.

Némely állatbúvárok új irányt vélnek adhatni a tudománynak, ha az ébrény szervei közül egyet önkényűleg kiválasztanak az állatország osztályozásának alapjául, azt képzelvén, hogy ily módon képesek lesznek a phylogenetikus rokonságot különböző csoportok között biztosan meghatározni. Habár kétségtelen, hogy az ébrényi jellegek nagyobb jelentőségűek a taxonómia nézve mint a teljesen kifejlett állatok boncz-tani jellegei, melyek alkalmazkodás által könnyebben megváltoznak: még is bátran állíthatjuk, hogy bármely ébrényi jelleg, — még ha a legfontosabb szervre vonatkozik is, — egyedül távolról sem elegendő arra, hogy akár csak kisebb csoportnak — annál kevésbé az egész állatországnak leszármazását biztosan megállapíthassuk.

Határozattan tévednek tehát mindazon búvárok, kik az állatországot akár egy kizárólagos külső vagy belső morphologiai vagy embryologiai jellegre, akár biológiai tényekre alapított rendszer szerint csoportosítani s e rendszer által az egyes csoportok közötti

nagyobb vagy kisebb rokonságot elötüntetni akarják. Az osztályozási alapok közül azonban legkevesebb biztonságot nyújtanak a biológiai viszonyok, a mennyiben egészen különböző ágból származott állatok is gyakran ugyanazon biológiai viszonyok között elnek, s náluk ugyanazon élettünetek nyilvánulnak.

Mindezen tévedések újabb időben arra indították a komoly és jelesebb zoologusokat, hogy bármely állatesoportnak valódi jellegét ne keressék azok egyes tulajdonságaiban, hanem a jellemző tulajdonságok bizonyos combinációjában, vagyis helyesen combinált összegébe helyezték, úgy hogy ezen *jelleg-összegezések* vagy combinációk minden egyes esetben megfeleljenek bizonyos állatalaknak vagy csoportnak, a nélkül azonban, hogy a csoportokat oly változtatlanok- és határozottaknak tekintenék, mint azt a régibb iskolához tartozó systematikusok teszik.

Mai nap tehát egy alapos és józan állatbúvár sem fog valamely állatesoportot egy akár külső, akár belső, akár ébrényen, akár álcán vagy teljesen kifejlett állaton észlelt szerv után osztályozni.

Ha továbbá azt kérdezzük, vajjon *milyennek kell lennie a valóban tudományos osztályozásnak?* — akkor kétséget nem szenved, miszerint az állatok oly osztályozása, mely morphologiai és fejlődéstani tényeken alapszik, e mellett a palaeontologiai és biológiai tényeket is figyelembe veszi, s nyomról nyomra e tények után indul: minden esetre legbiztosabban vezethet a tudomány végezeljének megismeréséhez; mely nem más, mint megismerni azon fejlődési törvényt, mely szerint az állatok egyik a másiktól, az öröklés és alkalmazkodás útján lassankint keletkeztek. S ha ez így van, amint *Darwin* fejlődési törvényét tekintve másként nem is lehet: akkor csak oly osztályozást s oly rendszert nevezhetünk egyedül természetes- és tárgyilagossnak, mely az állatvilág leszármazását *egy családfa alakjában* tünteti elő.

Más kérdés az, vajjon elérhető lesz-e a cél valaha. Ha az óriási munkának sokféle nehézségét és bizonyos tekintetben legyőzhetlen akadályait számba vesszük: bizonyára le kell mondanunk a reményről, hogy az ember valaha csakugyan képes leend egy valóban objectív és tökélyes phylogenetikai rendszert fölépíteni. Elég azonban, ha a feladat végezelját a lehetőségig megköze-

lítani és idővel legalább oly rendszert construálni sikerül, mely az állatvilág törzsfájának — ha nem is teljesen, — de legalább részben megfelel.

A nehézségek, melyek a munkánál az állatbúvár útjában állanak, a következők :

1. Az egyik nehézség abban áll, hogy oly állatokról, melyek a szerkezetre nézve megegyezők, gyakran hajlandók vagyunk föltenni, miszerint azok ennél fogva valódi vérrokonságban állanak. Könnyen belátható azonban, hogy ezen elv általános alkalmazása csak tévútra vezet; mert a vérrokonság megítélésére csak az öröklés által származott hasonlóságot lehet irányadónak tekintenünk, de távolról sem azt, melynél a szervek hasonlatossága csupán alkalmazkodás által a megegyező életföltételek behatása folytán fejlődött.

A phylogenetikus osztályozásnál tehát mindig jól meg kell különböztetnünk az *alkalmazkodásból keletkezett homológiát* vagyis *homoplasziát*, az *öröklés által fejlődött hasonlatosságtól* vagyis *homogeniától*. — Ennek megítélése pedig néha igen nehéz, sőt egyes esetekben épen lehetetlen.

2. *Darwin* búvárlatai folytán az organikus világban általánosan el van ismerve azon kifejlődési törvény, mely szerint a *földön létező szerves testek folytonos átváltozási folyamatban, előrehaladó kifejlődésben vannak, s egészben vére mind nagyobb tökélyesbülés felé törek-szenek*. Ezen elvből kiindulva sokan azon nézetben voltak eleinte hogy az összes állatországot, valamint annak kisebb és nagyobb csoportjait több fölfelé haladó sorozatban lehet egybefoglalni, a mint azok szakadatlan tökélyesbülés folytán az egyszerűbb szerkezetből lassanként a szerkezet legmagasabb fokára emelkedtek. Azonban *Darwin fejlődéstörvénye*, mely — végeredményét tekintve — progressivnak látszik, nem zárja ki a retrograd mozgást, vagyis hanyatlást a fejlődés egyes phásisaiban; mert az élet nemcsak haladás-, hanem hanyatlásból is áll, — s az egy helyben maradás úgy a természetben mint a társadalomban lehetetlen. Ezen elvnel fogva kedvezőtlen életviszonyok befolyása által nem ritkán tökélyesebb s magasabbrangú szervezetekből a természetes kiválás folytán sokkal egyszerűbb, satnya és elfajult, — de az új életviszo-nyoknak jobban megfelelő, alkalmasabb életalakok keletkezhetnek.

Így tekintjük újabb időben a parasit állatokat, valamint azokat is, melyek föld alatt, sötét helyeken, barlangokban, a tenger nagy mélyében tartózkodnak, vagy más tárgyakhoz tapadva helyüket nem változtatják.

Ámde a valódi visszafejlődés és elfajulás eseteinek biztos felismerése nem mindig könnyű dolog, s valószínű, hogy nem egy alak idővel majd progressiv alaknak fog bizonyúlni, melynek származását most még visszafejlődési folyamatnak tulajdonítjuk.

Mindez pedig fölötte fontos, ha valamely állatnak természetes állását az állatország törzsfáján pontosan akarjuk meghatározni; — vajjon a fának melyik ágán, s az ágnek melyik — alsó vagy felső — végén kell-e azt elhelyeznünk. — Ezen okból a józan észszel párosult óvatosság igen szükséges az osztályozásnál, kivált akkor, ha valamely izolált csoport rokonsági viszonyát akarjuk megállapítani, melynek fejlődését s egyéb lényeges tulajdonságait még csak hiányosan ismerjük,

Mindezeket tekintetbe véve, látni való, hogy *a progressiv phylogenetikus sorozatok közt vannak regressiv állatsorozatok és csoportok is*, melyek — a nagyon eltérő szerkezet daczára — mégis gyakran közeli rokonságban vannak.

Darwin általános fejlődési törvénye azon föltevésre jogosít, hogy a sok fejlődési sorozat között bizonyára létezik egy előrehaladó sorozat, mely alul sejtídomú plastiddal kezdődik, felül pedig az emberrel végződik. De hogy az egész bonyolult családfának elágazásai és legkisebb ágacskái közül melyek az előhaladók és melyek a valóban retrograd természetűek: azt csak az embryologia és összehasonlító boncztan alapján lehet idővel némi bizonyossággal, vagy legalább valószínűséggel megállapítani.

3. Az elsorolt nehézségeken kívül, melyek pontos bűvárkodás és kitartó munka által még legyőzhetők, van még egy olyan akadály, melynek hatalmát az ember soha sem lesz képes teljesen legyőzni. Ugyanis a tökélyes genealogiai és valóban phylogenetikus osztályozás megállapítására *megkivántatik nemesak a jelenleg élő, hanem egyszersmind a már rég kihalt életalakok teljes ismerete* s azok egymással való összehasonlítása.

Darwin fejlődési elméletéből következtethető, hogy az egyes állatesoportok között gyakor számos átmeneti alaknak kellett lé-

teznie; de másként áll a dolog, ha az élő természetet tekintjük. Azt látjuk ugyanis, hogy az állatok mind kisebb vagy nagyobb távolságban álló csoportokra váltak szét. Ezek egyes tagjai gyakran elég közeli rokonságban vannak ugyan egymással, de a csoportokat rendszeren kisebb-nagyobb hézagok választják el egymástól, s e hézagok jelenleg többnyire nincsenek már áthidalva átmeneti alakok által. Nagyon tévednénk, ha az ilyen átmeneti alakok hiányából azt akarnók következtetni, hogy azok sohasem léteztek a természetben; mert, mint a tapasztalás bizonyítja, az ily fossil alakok csak igen ritka, kedvező viszonyok közt maradnak meg változatlanul a föld rétegeiben, — nem is tekintve a sok egészen lágytestű ösvilági állatot, minők a coelenteraták és férgek nagy része, a tunicáták és ősgerincesek, melyekből még a legkedvezőbb viszonyok közt sem várhatunk fossil maradványokat. Hogy a palæontologiai adatok ismerete mennyire fontos a helyes osztályozásnál, az legjobban kitűnik a rendszer legújabb állásából. Így p. o. a madarak osztályának definitiója és jellemzése egészen másként hangzik, ha csak a most élő ismert alakokat tekintjük, és egészen másként, ha az egykor élt Archæopteryx-et, vagy az Éjszak-amerikában Marsh tanár által legújabb időben fölfedezett *fogas madarakat* (*Hesperornis regalis*, *Ichthyornis dispar*) számba vesszük. De nemcsak a madarak osztályában, hanem majdnem minden, egymástól többé-kevésbé különálló csoportban vannak oly alakok, melyeknek természetes állása csak az egykor létezett palæontologiai típusokkal való összehasonlítás által állapítható meg helyesen.

Eme roppant nehézségekkel szemben be kell vallanunk, hogy ama sok kihalt alakot figyelembe véve, melyeknek nyomait még nem ismerjük, — egy genealogikus és phylogenetikus tökéletes rendszer megállapítása eddigi ismereteink alapján ez idő szerint még lehetetlen. Sőt számba véve a sok kihalt lágytestű állatot is, melyeknek nyomait sem ismerjük s valószínűleg ismerni soha nem is fogjuk, *igen valószínű, hogy ily tökéletes rendszert megállapítani és teljesen kiegészíteni képesek nem leszünk soha.*

Egyelőre meg kell elégednünk azzal, ha a mostani alak- és fejlődéstan ismeretere és a megállapított tényekre támaszkodva s egyszersmind az eddig ismert fontosabb palæontologiai tényeket

felhasználva legjobb erőnk és akaratunk szerint igyekszünk az állatország rendszeres csoportosításában az állatok közt létező rokonságot s az egyes csoportoknak egymáshoz való természetes állását a lehetőség szerint kifejezni.

Ezt szem előtt tartva igyekeztünk az állatország főbb csoportjainak leszármazását s az ezek közti rokonsági fokot egy *elágazó törzsfa* alakjában előtüntetni. Ez több tekintetben hasonlít ugyan a mások által felállított csoportosításhoz, de egyes ágakra nézve lényegesen eltér az bármely más hasonló leszármazási kísérlettől.

Tekintve a legfőbb állatesoportokat, e kivonatban csak röviden adjuk elő azoknak egymáshoz rokonási viszonyát.

Mindenekelőtt meg kell jegyeznünk, hogy habár a «Protozoa» és «Metazoa» szók a modern zoológiában általánosan használatban vannak, — helyesebbnek találtuk az előbbieket *protoplasztikus*, az utóbbiakat pedig *blastodermikus* állatoknak elnevezni, mert csak ez utóbbiak szervezete áll különemű sejtek- vagy szövetekből, melyek eredetileg két külön blastodermikus sejtréteg (ektoderma és entoderma) alakjában keletkeznek, s az őstápiureget (archenteron) körülveszik.

A csirhártyával fejlődő vagyis *blastodermikus állatok* (Metazoa) phylogenetikus szempontból két fejlődési ágra oszoltak. Az egyik, kisebb ágát képviselik az alsóbb fejlődési fokon megmaradt, coelom nélküli őstápiureggel ellátott blastodermás állatok (*Archentera*), melyekhez mint külön phylumok csak a *poriferák* és a *coelenteraták* tartoznak. A poriferákat vagyis spongiákat úgy tekintjük, mint a coelenteratáktól eltérő egy külön ágát az archenteráknak.

Egy másik, sokkal nagyobb ága a blastodermás állatoknak magában egyesíti mindazon állatalakokat, melyek — csak néhány lapféreg kivételével — mind tökélyesebb szerkezetű, valódi coelomával, vagyis perivisceral üreggel körülvett tápcsővel (metenteron) bírnak, a miért is ezeket *metenteráknak* nevezzük.

A metenterák nagy törzsághoz tartoznak mindenekelőtt a «*helminthozóák*», melyek az összes állatországnak egyik legrégebb, a phylogenesis tekintetében legfontosabb, boncztnai és fejlődéstani szempontból legérdekesebb nagy állattörzsét vagy phylumát képviselik. Igaz ugyan, hogy a férgek nagy csoportja igen különböző alakokat foglal magában, s nem is tekinthető oly egységes típusnak,

mint ezt például a coelenteráták, echinodermák, arthropodák, vagy bármely más nagyobb állatcsoportnál látjuk. De minthogy a különböző férgek boncztani szerkezete és fejlődése körül eddigi ismeretünk, még igen hézagos ez oknál fogva jelenleg még időelőttinek tartjuk ez állattörzset több kisebb altörzsre vagyis subphylumra szétbontani.

A tudomány mai állása szerint a phylogenesis szempontjából csak az látszik bizonyosnak, hogy a helminthozóák egy oly csomót képeznek az állatország törzsfáján, melyből a többi phylumok — echinodermák, arthropodák, malacozoák és a chordo-vertebráták — egykor mind elágaztak.

A brachiopodákat és bryozoákat illetőleg, ezen állatok rokonsági viszonyát úgy egymás közt mint a valódi molluskákkal, leg-hívebben véltük oly módon kifejezhetni, hogy a *malacozoák* nagy phylumát két subphylumra osztottuk, melyek egyike — a *molluskák altörzse* — a többé-kevesebbé progressiv alakokat (lamelli-branchiáták, scaphopodák, plæophorák, gastropodák, pteropodák és cephalopodák) foglalja magába, míg a másik, — a *molluscoideák subphyluma*, — a regressiv metamorphosis útján keletkezett bryozóákat és brachiopodákat egyesíti.

Az *arthropodák* állattörzséhez tartozó osztályokra nézve meg kell jegyeznünk, hogy a tracheákkal lélezők száma újabb időben — a peripateák körüli pontosabb ismeretünk óta, — egy új osztálylyal, — az úgynevezett «*protracheaták*»-kal szaporodott. — Így szintén a *crustaceák*, osztályához a természettel jobban meg-egyezőnek véljük az eddig ismert három alcsoporton (Thoracostraca, Arthrostraca, Entomostraca) kívül, még egy negyediket, — a *Palaeostraca* csoportot vagy rendet felállítani, mely csoport egybefoglalja a trilobitákat, xyphosurákat és a fossil merostomákat.

Ami végre a *vertebráták*, vagyis helyesebben *chordo-vertebráták* állattörzsét illeti, erre nézve indokoltnak véltem egyes pontokra nézve eltérni a többi búvárok véleményétől. Én ugyanis részben teljesen osztom Balfour, Ray Lankester és néhány más tudós nézetét, kik az urochordákat (tunicaták) és a cephalochordákat (leptocardiák) a gerinczesek nagy törzséhez sorozzák. A *cyclostomákra* vagyis monorhinákra nézve azonban nem vagyok egy véleményen a nevezett tudósokkal. A cyclostomák ugyanis sok

oly pozitív és negatív fontos jelleggel vannak felruházva, melyek a többi halaknál, sőt bármely más gerincesállatnál nem észlelhetők soha, még ébrényi állapotban sem. — Ezen jellegekből pedig kitűnik, hogy sokkal nagyobb azon kötelékek száma, melyek a cyclostomákat az Amphioxussal, s ez által a tunicatákkal összekötetésbe hozzák, mint azon jellegek, melyek ezen állatokat a Selachius és egyéb halakkal fűzik össze.

E természetes rokonsági viszonyoknak legjobban véltünk az által kifejezést adni, hogy a gerincesek phylumát két subphylumra vagy ágra osztva, az egyikbe, t. i. a *provertebraták* csoportjába az állkapocs- és páros végtagok nélküli, s páratlan orrürreggel ellátott, egyszerűbb szerkezetű és mintegy elsatynyúlt alakokat, — Urochorda, Cephalochorda és Monorhina — foglaltuk össze, míg a másikba, azaz a *metavertebraták* csoportjába az ugyanazon közös törzsből progressiv phylogenesis útján kiemelkedő tulajdonképeni halakat (Ichthyozoa), amphibiákat, reptiliákat, madarakat és emlősöket teszszük, mely utóbbiak mind állkapocscsal, tipikus páros végtagokkal és páros orrürreggel bírnak.

ÚJ ADATOK A KEREKESFÉRGEK ISMERETÉHEZ.

Dr. DADAY JENŐ,

kolozsvári egyetemi magántanártól.

(Kivonat.)

Évekkel ezelőtt a hazai kerekessférgek tanulmányozását és összegyűjtését tűztem ki feladatomúl, szem előtt tartva különösen Erdélynek vizeit, miután az ezekben élő alakok irodalmunkban feljegyezve még nem voltak. Hogy feladatomnak annál teljesebb mértékben megfelelhessenek, évenként Erdély legkülönbözőbb vidékein gyűjtöttem és vizsgáltam, s így 1882. év augusztus havában a mezőszéki tóisorozatot is meglátogattam, melynek egyik legnagyobb tavában — a mező-záhiban — egyebek között két, úgy hazánk faunájára, mint a tudományra nézve is új fajt, továbbá egy új nemet is találtam egy fajjal, melyek közül az egyik új faj és az új nem, névszerint a *Brachionus Margói* n. sp, és a *Schizocerca diversicornis* n. gn. et n. sp. a CARUS-GERSTAECKER-féle beosztás szerint a *Brachionaea*-családba, míg a másik új faj — az *Asplanchna triophthalma* n. sp. — az *Asplanchnaea*-családba tartozik.

Az említett és rajzokban is feltüntetett fajok jellemzése a következő:

Genus. *Brachionus*, Ehb. g.

Brachionus Margói, n. sp.

Testula laevi, oblongo-ovata; frontis dorso processibus quatuor, mediis longioribus, basin inflatis, acutis; lateralibus brevioribus, arcuatis; ventri marginis undulata, medio excisa; postice

utrinque latere processu longo, acuminato ac valde arcuato; apertura pedis bidentata.

Longitud. corp. 0.5—0.8 mm.

Pánczélja síma, hosszúka-tojásdad; homlokán a hátoldalon négy nyúlvány, a középsők hosszabbak, alapjukon elszélesedők, hegyesek, az oldalsók rövidebbek, íveltek; a hasoldal szegélye hullámos, közepén kimetszett; hátul kétoldalt egy-egy hosszú, hegyes és erősen ívelt nyúlvánnyal; a lábnyílás két foggal.

Testhossza 0.5—0.8 mm.

A mező-záhi nagy tó habos felületéről gyűjtöttem kis héjasok és az alább említendő kerekeshéjasok társaságában. Meglehetősen gyakori alak.

Az eddig ismert *Brachionus*-fajok közül leginkább hasonlít a *Brachionus amphiceros*-hoz, különösen pánczéljának nyúlványait tekintve, de e tekintetben is van közöttük különbség, mert a *Brachionus amphiceros* nyúlványai mind egyenlő hosszúak, míg e fajnál azok különböző hosszúságúak. De lényeges különbség van aztán a két faj között a kerékszerv, izomzat, állkapcsok, nyálmirigyek tekintetében, melyeknek alapján nem habozom e fajt a *Brachionus amphiceros*-tól elkülöníteni, önálló fajnak tekinteni s mint újat dr. MARGÓ TIVADAR budapesti m. kir. egyet. ny. r. tanár tiszteletére elnevezni.

Genus. *Schizocerca*, n. gen.

Novum genus e Brachionorum familia; testa laevi; oculis duobus conjunctis sessilibus; pede longo, cylindrico apice magno-pere fisso, furcam longam efficto, ramis apice dentibus duobus inaequalibus instructis.

A Brachionusok családjába tartozó új nem síma pánczélal, összenőtt két ülő szemmel, hosszú, hengeres, végén erősen hasított, villát képező lábbal; ágai végükön két egyenlőtlen foggal fegyverzetek.

Schizocerca diversicornis, n. sp.

Species unica, caractere generis. Corpore elongato, fronte latiusculo, postice parum attenuato; testa laevi, frontis processibus

quatuor, mediis parvis, basin inflatis, marginalibus elongatis, acutis, arcuatis; centri margine medio excisa; mucronibus duobus posticis inaequalibus, dextro multo longiore, acutiore inferoque, sinistro brevior, latiore.

Longit. corp. 0.15—0.2 mm.

Egyetlen faj a nem jellemével, megnyúlt testtel, homlokán szélesebb, hátul kissé kihengyesedő; pánczélja síma, homlokán négy nyúlvánnyal, a középsők rövidek, alapjukon szélesek, a szélsők megnyúltak, hegyesek, ívelt; a hasoldalon közepén kimetszett szegélylyel; hátul két egyenlőtlen nyúlvánnyal, a jobb sokkal hosszabb, hegyesebb, ívelt, a bal rövidebb, szélesebb.

Testhossza 0.15—0.2 mm.

A mező-záhi nagy tóban gyakori alak. Belső szervezeti viszonyait tekintve, nagyon emlékeztet a *Brachionusok*-ra; de lábának szerkezete azokétól s általában az összes kerekcséregékétől annyira eltérő, hogy a kerekcséregék meghatározásánál eddig követett irányelvek alapján új nemnek tekintem s mint ilyet a szervezeti rokonság kapcsán a *Brachionea*-családba sorolom.

Genus. *Asplanchna*, Gosse.

Asplanchna triophthalma, n. sp.

Corpus truncato-oratum; ocellis tribus, duobus marginalibus, uno majore collari; organo rotatorio simplice, parum undulato; fronte organis tentaculatis; pede anoque caret.

Longit. corp. 0.8—1.2 mm.

Elmetszett tojásdad testtel, három szemmel, kettő oldali, egy nagyobb homlokszem; kerékszerve egyszerű, kissé hullámos, homlokán tapintó szervekkel, láb és régbélnyílás nélkül.

Testhossza 0.8—1.2 mm.

Egyike a legnagyobb kerekcséregeknek, nagyon hasonlít a LEYDIG által *Notommata Sieboldii*, helyesebben *Asplanchna Sieboldii* név alatt leírt fajhoz, különösen általános testalakját, bélcatornáját és petefészket illetőleg. De idegrendszerének, vizedényének, kerékszervének szerkezete oly éles különbséget mutat, hogy nem habozom a két fajt egymástól elkülönítve mint újat *Aspl. triophthalmának* nevezni, miután

ennél nem csupán az agydúcson ülő egy, hanem még két, az agydúcztól távol fekvő és látóidegekkel közlekedő kisebb szem is, tehát három szem van. De jellemző még a két faj hímének feltűnően eltérő alakja, mert míg az *Aspl. Sieboldii* hímének oldalán két lábcsonkszerű háromszögalakú nyúlvány emelkedik, addig e fajnál a hím testén ilyféle függelékeknek nyoma sincs.

A mező-záhi nagy tó habos felületén felette nagy számban jön elő és tiszta edényben hengeres mozgásáról azonnal meg lehet különböztetni a társaságában élő nálánál kisebb héjasoktól.

1883 JUNIUS 25.

A MATEMATIKAI ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLY ÜLÉSE

ELNÖK : FRIVALDSZKY J.

1. KÖNIG GYULA r. t. bemutatja a következő közleményeket:

a) RAUSSNITZ GUSZTÁV-tól: «*A felsőbb fokú kongruenciák elméletéhez.*»

(L. a 296. lapon.)

b) VÁLYI GYULA, kolozsvári egyetemi magántanártól: «*A két független változós, másodrendű simultán parciális differenciál-egyenletek integrálásáról.*»

(Lásd a 309. lapon.)

2. KRUSPÉR ISTVÁN r. t. bemutat BRAUN KÁROLY, S. J., a kalocsai érseki Haynald-observatorium igazgatójától két közleményt. Ezek:

a) «*A trigonometria, eszköz a gömbháromszögek föloldására.*»

(Lásd a 313. lapon.)

b) «*A kalocsai observatorium földrajzi szélessége.*»

(L. a 318. lapon.)

3. MARGÓ TIVADAR r. t. bemutatja DR. ROBOZ ZOLTÁN-nak a gráci gyetem állattani intézetéből beküldött ily című munkáját:

«*Rhizopoda-tanúlmányok*. — I. *Calcituba polymorpha*, nov. gen. nov. sp.»

Szerző a gráci állattani intézet aquariumában találta ez eddig ismeretlen új nemet és fajt. Vizsgálatai szerint ezen új rhizopoda-alak legközelebb áll a Brady által leírt *Aschemonella scabra*-hoz, melytől az által különbözik, hogy ez utóbbinak külső váza csak homokból áll, nem pedig szensavas mészből, mint a *Calcituba*-é. Szerző a *Calcituba*-t a foraminiferák rendjébe és a miliolidák családjába sorozta és mint az egész család egyik primitív törzsalakját tekinti.

4. SZABÓ JÓZSEF r. t. ismerteti legújabban megjelent *geológiai kézikönyvét*.

(L. a 336. lapon.)

5. Az «*Értesítő*» számára beküldi BORBÁS VINCZE «*A lapszá-
nak ismeretéhez*» című közleményét.

A FELSŐBBFOKÚ KONGRUENCIÁK ELMÉLETÉHEZ.

RAUSSNITZ GUSZTÁV-tól.

I.

A felsőbbfokú kongruenciák gyökeinek száma.*

A számelmélet elemeiből tudjuk, hogy a magasabb fokú kongruenciák néha megengednek valós megoldást, néha pedig nem; de oly módszerek, melyeknek segítségével a kongruencia együtthatóinak megadása után a valós egész számokkal való megoldás lehetőségét el lehetne dönteni — úgy mint pl. az algebrai egyenletek elméletében az analog kérdést a Sturm-féle tétel által — még eddig nincsenek kifejtve. A következő sorokban e hézag kitöltését tűzzük ki feladatunkúl.

Legyen a kongruencia, melyet meg akarunk vizsgálni

$$(1) \quad A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \dots + A_{n-1} x + A_n \equiv 0 \pmod{p}$$

a p törzsszám-modulusra vonatkoztatva. E kongruenciának foka általában nagyobb a p -nél. Mindenekelőtt megmutatjuk, hogy e kongruencia felcserélhető egy egyszerűbbel, melynek foka csak $p-2$ és melynek megoldásai — ha ilyenek egyáltalában vannak — az eredetiével megegyezők. Ugyanis midőn az (1) alatti kongruenciát megoldhatóságát illetőleg vizsgáljuk, már feltételezhetjük, hogy $x \equiv 0$ nem elégíti ki, mert ha kielégitené, azaz $A_n \equiv 0$ volna, akkor osztás által könnyen áttérhetünk oly kongruenciára, mely

* Az itt kifejtett tételt König Gyula tanár úr az 1881.2-ik évi téli semesterben a m. kir. Józsefműegyetemen tartott math. gyakorlatokban közölte.

a zérust mint gyököt többé nem tartalmazza. A kongruenciáról feltételezve most azt, hogy benne A_n a zerussal inkongruens, világos, hogy — ha egyáltalában van megoldása — ekkor ez a p -hez képest viszonylagos törzsszám, úgy hogy az

$$x^{k(p-1)+i} \equiv x^i \pmod{p} \quad i < p-1$$

reláció segítségével az (1) alatti kongruenciától áttérhetünk olyanra, melynek foka csak $p-2$ és mely valós megoldásait illetőleg vele teljesen megegyezik.

A megvizsgálandó kongruenciát tehát az

$$f(x) \equiv a_0 x^{p-2} + a_1 x^{p-3} + \dots + a_{p-3} x + a_{p-2} \equiv 0 \pmod{p}$$

alakban vehetjük fel, melyben az a_{p-2} már inkongruens zerussal. Ez által a tárgyalások általánossága csorbát nem szenved; mert, mint láttuk, minden kongruencia erre az alakra visszavezethető.

A tételek, melyeket be fogunk bizonyítani és a melyek által a jelzett kérdések teljes megoldásukat nyerik, a következők:

1. Arra, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciának legyen valós megoldása, a szükséges és elégséges feltétel az, hogy a

$$D = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{p-3} & a_{p-2} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{p-2} & a_0 \\ a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_0 & a_1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ a_{p-2} & a_0 & a_1 & \dots & a_{p-4} & a_{p-3} \end{vmatrix}$$

determináns zerussal legyen kongruens.

2. Arra pedig, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciának k különböző valós gyöke legyen, szükséges és elégséges feltétel az, hogy a D determináns összes $(p-k)$ -ad fokú aldeterminánsai \pmod{p} eltűnjenek.

I. Áttérve most az 1. tétel bizonyítására, mindenekelőtt ki fogjuk mutatni, hogy a $D \equiv 0$ szükséges feltétel arra, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruencia valós megoldással bírjon. Tegyük fel ugyanis, hogy e kongruenciának van valós megoldása (ez természetesen zerussal inkongruens), legyen ez x , akkor az

$$f(x) \equiv 0, \quad xf(x) \equiv 0, \quad x^2f(x) \equiv 0 \dots; \quad x^{p-2}f(x) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciák egyszerre állanak fönn. Miután pedig x a p -hez viszonylagos törzsszám, ismét az

$$x^{(p-1)k+i} \equiv x^i \pmod{p} \quad i < p-1$$

identikus kongruencia segítségével, e kongruenciák fokát $p-2$ -re szállíthatjuk le, úgy hogy az az x érték, mely az alapúl szolgáló $f(x) \equiv 0$ kongruenciát kielégíti, kielégíti egyszersmind a következő kongruencia-rendszert is:

$$(2) \left. \begin{array}{l} a_0 x^{p-2} + a_1 x^{p-3} + a_2 x^{p-4} + \dots + a_{p-3} x + a_{p-2} \equiv 0 \\ a_1 x^{p-2} + a_2 x^{p-3} + a_3 x^{p-4} + \dots + a_{p-2} x + a_0 \equiv 0 \\ a_2 x^{p-2} + a_3 x^{p-3} + a_4 x^{p-4} + \dots + a_0 x + a_1 \equiv 0 \\ \vdots \\ a_{p-2} x^{p-2} + a_0 x_{p-3} + a_1 x^{p-4} + \dots + a_{p-4} x + a_{p-3} \equiv 0 \end{array} \right\} \pmod{p}$$

Ha most a D utolsó oszlopa szerint vett aldeterminánsai

$$A_{1, p-1} \quad A_{2, p-1}, \dots, A_{p-1, p-1}$$

akkor ezekkel a (2) alatti kongruenciákat rendre szorozzuk és azután őket összeadjuk, a következőt nyerjük

$$a_{p-2} A_{1, p-1} + a_0 A_{2, p-1} + \dots + a_{p-3} A_{p-1, p-1} \equiv 0 \pmod{p}$$

de ez nem más mint

$$D \equiv 0 \pmod{p},$$

úgy, hogy evvel be van bizonyítva, hogy a $D \equiv 0$ szükséges feltétel arra, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruencia valós megoldással bírjon.

Hogy e feltétel arra egyszersmind elegendő is, az a következő megfontolásokból fog kitünni. Arról, hogy az $f(x) \equiv 0$ kongruenciának van-e megoldása vagy nem, egyszerűen úgy szerzünk magunknak tudomást, hogy előállítjuk amaz értékeket, melyeket az $f(x)$ nyer, ha benne az x egy teljes maradéksor értékeit felveszi,

és megnézzük vajjon ezek közt előfordul-e a zerus is; ha előfordul, akkor van valós megoldás, az ellenkező esetben pedig nincsen. Az $f(x)$ összes ily módon nyerendő értékei az

$$f(\alpha_1), f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1})$$

sorozatban vannak felírva, melyben az α -k nem egyebek, mint a természetes számok 1-től $p-1$ -ig (a 0 értéket kihagyhatjuk, mert már előre tudjuk, hogy nem lehet megoldás). A mit most be kell bizonyítani, abból áll, hogy a $D \equiv 0$ feltétel kielégítése maga után vonja azt, hogy e sorozatban a zerus legalább egyszer forduljon elő. E czélra elég lesz, ha kimutatjuk, hogy az

$$f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1})$$

szorzat zerussal kongruens midőn $D \equiv 0$, mert valamely szorzat csak akkor osztható p -vel, ha annak legalább egyik tényezője a p által osztható. De ez minden nehézség nélkül történhetik. Ugyanis e szorzatot oly alakra hozhatjuk, melyből tüstént kitűnik, hogy az a D -vel együtt eltűnik. Ezt az alakot pedig megnyerjük azáltal, hogy a szorzatot a

$$\Delta(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-1}) \equiv \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^{p-2} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^{p-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \alpha_{p-1} & \alpha_{p-1}^2 & \dots & \alpha_{p-1}^{p-2} \end{vmatrix}$$

különbségek szorzatával, mely mod. p zerussal inkongruens, szorozzuk. Ez által lesz

$$\Delta \cdot f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1}) \equiv \begin{vmatrix} f(\alpha_1) & \alpha_1 f(\alpha_1) & \dots & \alpha_1^{p-2} f(\alpha_1) \\ f(\alpha_2) & \alpha_2 f(\alpha_2) & \dots & \alpha_2^{p-2} f(\alpha_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f(\alpha_{p-1}) & \alpha_{p-1} f(\alpha_{p-1}) & \dots & \alpha_{p-1}^{p-2} f(\alpha_{p-1}) \end{vmatrix}$$

de ha ismét tekintetbe vesszük, hogy

$$\alpha_r^{k(p-1)+i} \equiv \alpha_r^i \pmod{p} \quad i < p-1$$

ez még továbbá így írható :

$$\Delta \cdot f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1}) \equiv$$

$$\begin{array}{|l} a_0 \alpha_1^{p-2} + a_1 \alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1 \alpha_1^{p-2} + a_2 \alpha_1^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-2} \alpha_1^{p-2} + a_0 \alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-3} \\ a_0 \alpha_2^{p-2} + a_1 \alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1 \alpha_2^{p-2} + a_2 \alpha_2^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-2} \alpha_2^{p-2} + a_0 \alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-3} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0 \alpha_{p-1}^{p-2} + a_1 \alpha_{p-1}^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1 \alpha_{p-1}^{p-2} + a_2 \alpha_{p-1}^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-2} \alpha_{p-1}^{p-2} + a_0 \alpha_{p-1}^{p-3} + \dots + a_{p-3} \end{array}$$

Az utoljára nyert determinánson közvetlenül felismerhető, hogy az

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{p-3} & a_{p-2} \\ a_1 & a_2 & \dots & a_{p-2} & a_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{p-2} & a_0 & \dots & a_{p-4} & a_{p-3} \end{vmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \dots & \alpha_1^{p-2} \\ 1 & \alpha_2 & & \alpha_2^{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_{p-1} & & \alpha_{p-1}^{p-2} \end{vmatrix}$$

determinánsok szorzata; ennek következtében

$$\Delta \cdot f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1}) \equiv \Delta D \pmod{p}$$

vagy miután Δ és p viszonylagos törzsszámok, végül nyerjük, hogy

$$f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1}) \equiv D \pmod{p}$$

e reláció ez, melyből most közvetlenül világos, hogy a $D \equiv 0$ feltétel kielégítése maga után vonja azt, hogy az

$$f(\alpha_1), f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-1})$$

sorozatban a zeros legalább egyszer forduljon elő, vagy a mi ugyan az, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciának legalább egy valós megoldása legyen.

II. A 2. tétel bebizonyítását ismét avval kezdjük meg, hogy megmutatjuk, miszerint a D összes $(p-k)$ -ad fokú aldeterminánsainak eltünése valóban szükséges arra, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciának k különböző valós gyöke legyen. Tétélezzük fel, hogy az alapul szolgáló kongruenciának van k különböző valós gyöke

$$\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k$$

akkor be fogjuk bizonyítani, hogy a D összes $(p-k)$ -ad fokú al-determinánsai eltűnnek. Ugyanis az α -k minden egyike a (2) alatt felírt kongruenciákat tartozik kielégíteni. A (2) alatt felírt első kongruencia tehát a következőt szolgáltatja:

$$a_0 \alpha_1^{p-2} + a_1 \alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_1^{k-1} + a_{p-k} \alpha_2^{k-2} + \dots + a_{p-2} \equiv 0 \pmod{p}$$

$$a_0 \alpha_2^{p-2} + a_1 \alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_2^{k-1} + a_{p-k} \alpha_2^{k-2} + \dots + a_{p-2} \equiv 0$$

(3)

$$a_0 \alpha_k^{p-2} + a_1 \alpha_k^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_k^{k-1} + a_{p-k} \alpha_k^{k-2} + \dots + a_{p-2} \equiv 0$$

Ezen k kongruenciából az

$$a_{p-k}, a_{p-k+1}, \dots, a_{p-2}$$

együtthatókat kiküszöbölhetjük. A kiküszöbölés eredménye:

$$\left| \begin{array}{cccc} a_0 \alpha_1^{p-2} + a_1 \alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_1^{k-1}, & \alpha_1^{k-2}, & \alpha_1^{k-3} & \dots & \alpha_1 & 1 \\ a_0 \alpha_2^{p-2} + a_1 \alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_2^{k-1}, & \alpha_2^{k-2}, & \alpha_2^{k-3} & \dots & \alpha_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_0 \alpha_k^{p-2} + a_1 \alpha_k^{p-3} + \dots + a_{p-k-1} \alpha_k^{k-1}, & \alpha_k^{k-2}, & \alpha_k^{k-3} & \dots & \alpha_k & 1 \end{array} \right| \equiv 0 \pmod{p}$$

és ez részletes kifejtésben a következő:

$$(4) \quad a_0 x_0 + a_1 x_1 + \dots + a_{p-k-1} x_{p-k-1} \equiv 0 \pmod{p}$$

a hol még megjegyezzük, hogy x_{p-k-1} inkongruens zérussal, miután

$$x_{p-k-1} \equiv \left| \begin{array}{cccc} \alpha_1^{k-1} & \alpha_1^{k-2} & \dots & \alpha_1 & 1 \\ \alpha_2^{k-1} & \alpha_2^{k-2} & & \alpha_2 & 1 \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot & \cdot \\ \alpha_k^{k-1} & \alpha_k^{k-2} & & \alpha_k & 1 \end{array} \right| \equiv (-1)^{\frac{(k-1)(k-2)}{2}} \Pi (\alpha_r - \alpha_s).$$

Miután a (2) alatti kongruenciarendszer kongruenciái az elsőből a

$$C = (a_0 a_1 \dots a_{p-2}), C^2, C^3, \dots, C^{p-2}$$

substitucziók alkalmazása által keletkeznek, világos, hogy ezek mindegyike rávezet egy-egy relációra az együtthatók között, melyet az (5) alattiból azáltal állíthatunk elő, hogy reá azt a substitucziót alkalmazzuk, mely által az illető kongruencia az elsőbből keletkezett. Ily módon a (2) alatti rendszer $p-k$ kongruenciájá a következő relációkat szolgáltatja:

$$(5) \left. \begin{array}{l} a_0 x_0 + a_1 x_1 + \dots + a_{p-k-1} x_{p-k-1} \equiv 0 \\ a_1 x_0 + a_2 x_1 + \dots + a_{p-k} x_{p-k-1} \equiv 0 \\ a_2 x_0 + a_3 x_1 + \dots + a_{p-k+1} x_{p-k-1} \equiv 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{p-k-1} x_0 + a_{p-k} x_1 + \dots + a_{2p-2k-2} x_{p-k-1} \equiv 0 \end{array} \right\} \text{mod. } p$$

De az x_{p-k-1} -ről kimutattuk, hogy zerussal inkongruens, ez a $p-k$ kongruencia tehát csak úgy állhat fenn egyszerre, ha

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & \dots & a_{p-k-1} \\ a_1 & a_2 & & a_{p-k} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ a_{p-k-1} & a_{p-k} & a_{2p-2k-2} & a_{p-k-1} \end{vmatrix} \equiv 0 \text{ mod. } p$$

Ez a determináns azonban nem más, mint a D -nek az a $(p-k)$ -ad fokú aldeterminánsa, melyet nyerünk, ha benne az utolsó $k-1$ sort és oszlopot kihagyjuk.

De világos, hogy a mint a (3) alatti rendszerből kiküszöböltük az

$$a_{p-k}, a_{p-k+1}, \dots, a_{p-2}$$

együtthatókat, ép úgy kiküszöbölhattünk volna tetszőleges más $k-1$ együtthatót, valamint továbbá a nyerendő kiküszöbölési eredőre a

$$1, C, C^2, \dots, C^{p-3}$$

substituczió-sorozat

$$1, C, C^2, \dots, C^{p-k-1}$$

substitucziói helyett alkalmazhattuk volna tetszőleges más $p-k$ a -elem substituczióját, ismét olyanemű $p-k$ kongruenciát nyertünk volna, mint a minők az (5) alattiak: e kongruenciák determinánsa ismét a D egy tetszőleges $(p-k)$ -ad fokú determinánsa, melynek eltűnését épúgy lehet bebizonyítani, mint az (5) alatti rendszer determinánásának eltűnését.

Ily módon tehát ki van mutatva, hogy a D determináns összes $p-k$ -ad fokú aldeterminánsainak eltűnése szükséges arra, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciájának k különböző gyöke legyen.

Hogy arra egyszersmind elegendő, annak kimutatása már könnyebben történhetik. Ha felteszszük, hogy már be van bizonyítva, hogy a D minden $(p-k+1)$ -ad fokú aldeterminánsának eltűnése maga után vonja azt, hogy az $f(x) \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciájának $k-1$ különböző megoldása van, akkor ki fogjuk mutatni, hogy az összes $(p-k)$ -ad fokú aldeterminánsok eltűnése következtében a meglevő $p-k$ gyökhöz még egy új járul hozzá, úgy hogy mindössze k megoldás van.

Miután D összes $(p-k)$ -ad fokú aldeterminánsai \pmod{p} el-tűnnek, világos, hogy ezekkel együtt az összes $(p-k+1)$ -ső fokú aldeterminánsok is el fognak tűnni, úgy hogy feltevésünk értelmében az $f(x) \equiv 0$ kongruenciájának $k-1$ különböző megoldása van; legyenek ezek:

$$\alpha_{p-k+1}, \alpha_{p-k+2}, \dots, \alpha_{p-1}$$

akkor be fogjuk bizonyítani, hogy az

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-k}$$

sorozatban legalább még egy új valós megoldás foglaltatik. — E célra ismét csak ki kell mutatnunk, hogy a történt felvételek mellett az

$$f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k})$$

szorzat zerus. Ugyanis

$$f(\alpha_1)f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k}) \Delta(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{p-k}) =$$

$$= \begin{vmatrix} f(\alpha_1) & \alpha_1 f(\alpha_1), \dots, \alpha_1^{p-k-1} f(\alpha_1) \\ f(\alpha_2) & \alpha_2 f(\alpha_2), \dots, \alpha_2^{p-k-1} f(\alpha_2) \\ \vdots & \vdots \\ f(\alpha_{p-k}), \alpha_{p-k} f(\alpha_{p-k}), \dots, \alpha_{p-k}^{p-k-1} f(\alpha_{p-k}) \end{vmatrix}$$

a mit ismét az $\alpha_{(p-1)k+i} \equiv \alpha^i \pmod{p}$ reláció miatt így is írhatjuk:

$$f(\alpha_1)f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k}) \cdot \Delta \equiv$$

$$\begin{vmatrix} a_0\alpha_1^{p-2} + a_1\alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1\alpha_1^{p-2} + a_2\alpha_1^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-k-1}\alpha_1^{p-2} + a_{p-k}\alpha_1^{p-3} + \dots + a_{p-k-2} \\ a_0\alpha_2^{p-2} + a_1\alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1\alpha_2^{p-2} + a_2\alpha_2^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-k-1}\alpha_2^{p-2} + a_{p-k}\alpha_2^{p-3} + \dots + a_{p-k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_0\alpha_{p-k}^{p-2} + a_1\alpha_{p-k}^{p-3} + \dots + a_{p-2} & a_1\alpha_{p-k}^{p-2} + a_2\alpha_{p-k}^{p-3} + \dots + a_0 & \dots & a_{p-k-1}\alpha_{p-k}^{p-2} + a_{p-k}\alpha_{p-k}^{p-3} + \dots + a_{p-k-2} \end{vmatrix}$$

de ez a determináns, mint könnyen meggyőződünk az

$$\left. \begin{matrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{p-3} & a_{p-2} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{p-2} & a_0 \\ a_2 & a_3 & a_4 & \dots & a_0 & a_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{p-k-1} & a_{p-k} & a_{p-k+1} & \dots & a_{p-k-3} & a_{p-k-2} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^{p-2} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^{p-2} \\ 1 & \alpha_3 & \alpha_3^2 & \dots & \alpha_3^{p-2} \\ \text{és} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \alpha_{p-k} & \alpha_{p-k}^2 & \dots & \alpha_{p-k}^{p-2} \end{matrix} \right\}$$

defektív rendszerek komponált determinánsa és a Cauchy-Binet-féle tétel alapján a következőképpen írható:

$$\Sigma \begin{vmatrix} a_0 & a_2 & \dots & a_{p-k-1} \\ a_1 & a_2 & \dots & a_{p-k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p-k-1} & a_{p-k} & \dots & a_{2p-2k-2} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^{p-k-1} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^{p-k-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_{p-k} & \alpha_{p-k}^2 & \dots & \alpha_{p-k}^{p-k-1} \end{vmatrix}$$

mely kifejezés a D $(p-k)$ -ad fokú aldeteminánsainak eltünése miatt kongruens zerussal, úgy, hogy

$$\Delta \cdot f(\alpha_1) f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k}) \equiv 0 \pmod{p}$$

és miután Δ a p -hez viszonylagos törzsszám

$$f(\alpha_1), f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k}) \equiv 0 \pmod{p}$$

a mi csak úgy lehetséges, ha az

$$f(\alpha_1), f(\alpha_2) \dots f(\alpha_{p-k})$$

sorozatban legalább egy érték kongruens zerussal.

A tétel $k=0$ esetben teljesen be lett bizonyítva, érvényes tehát $k=1$ esetében is, de akkor $k=1$ mellett is igaz, stb. úgy hogy most már egész általánosságában is be van bizonyítva.

II.

A substitucziók analitikai reprezentációjáról.

A «Comptes rendus de l'Academie des Sciences» 57. kötetében Hermite egy módszert fejteget, melynek segítségével eldönthető az a kérdés, hogy egy adott

$$f(x) \equiv A_0 x^{p-1} + A_1 x^{p-2} + \dots + A_{p-2} x + A_{p-1}^*$$

raczionális egész függvény egy p -ed fokú substituczió analitikai reprezentációjára alkalmas-e vagy nem. E módszer azonban a kivitelben bonyodalmas és eredményeiben kevésbé áttekinthető. A törzsszám modulusra vonatkoztatott kongruenciák megoldhatóságára vonatkozó vizsgálataink eredményei a kérdésnek némiképp egyszerűbb megoldását teszik lehetségessé.

Az $f(\alpha)$ egy substituczió analitikai reprezentációjára akkor és csak akkor alkalmas, ha az

* Ily alakra mindig áttérhetünk az $x^p \equiv x \pmod{p}$ identikus kongruencia segítségével.

$$f(0), f(1), f(2), \dots, f(p-1)$$

sorozat számai mod. p inkongruensek, azaz a

$$0, 1, 2, \dots, p-1$$

maradéksor számaival mod. p megegyeznek.

Mindenekelőtt ki fogjuk mutatni, hogy az $f(x)$ csak akkor felelhet meg e követelményeknek, ha

$$A_0 \equiv 0 \text{ mod. } p.$$

Tegyük fel ugyanis, hogy az $f(x)$ a követelt tulajdonságokkal bír, akkor az

$$\left. \begin{aligned} f(0) &\equiv & & & & & & & & & A_{p-1} \\ f(1) &\equiv & A_0 1^{p-1} + A_1 1^{p-2} & + & \dots & + & A_{p-2} 1 + A_{p-1} \\ f(2) &\equiv & A_0 2^{p-1} + A_1 2^{p-2} & + & \dots & + & A_{p-2} 2 + A_{p-1} \\ &\vdots & & & & & & & & & \\ &\vdots & & & & & & & & & \\ f(p-1) &\equiv & A_0 (p-1)^{p-1} + A_1 (p-1)^{p-2} + \dots + A_{p-2} (p-1) + A_{p-1} \end{aligned} \right\} \text{mod } p$$

kongruenciák összeadása rávezet a következőre:

$$(1) \sum_1^{p-1} x \equiv A_0 \sum_1^{p-1} x^{p-1} + A_1 \sum_1^{p-1} x^{p-2} + \dots + A_{p-2} \sum_1^{p-1} x \text{ mod. } p$$

Az

$$\sum_1^{p-1} x^i \equiv s_i \quad (i = 1, 2, \dots, p-1)$$

kifejezések nem egyebek, mint az

$$x^{p-1} \equiv 1 \text{ mod. } p$$

kongruencia gyökeiből alakított hatványösszegek és mint ilyenek a Newton-féle identitások * segítségével kiszámíthatók. Ha az

* Az $x^{p-1} - 1 \equiv 0 \text{ mod. } p$ kongruencia gyökeinek száma megegyezik a fokával, tehát többtagúja $p-1$ gyöktényező szorzata gyanánt van előállítva, úgy hogy gyökei szimmetrikus függvényeinek kiszámítására az algebrából ismeretes módszerek alkalmazhatók.

$$x^r + a_1 x^{r-1} + \dots + a_r \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciának r valós gyöke van, akkor a Newton-féle identitások:

$$s_k + a_1 s_{k-1} + a_2 s_{k-2} + \dots + k a_k \equiv 0 \pmod{p}$$

alakkal bírnak. Ha ezt az $x^{p-1} - 1 \equiv 0 \pmod{p}$ kongruenciára alkalmazzuk, nyerjük

$$\sum_1^{p-1} x^i \equiv 0 \pmod{p} \quad (i = 1, 2, \dots, p-2)$$

úgy, hogy ha még tekintetbe vesszük, hogy

$$\sum_1^{p-1} x^{p-1} \equiv -1 \pmod{p}$$

az (1) alatti feltétel átmegy ebbe

$$0 \equiv -A_0.$$

Miután ily módon meg van állapítva az az alak, melyben az $f(x)$ -nek meg kell jelennie, hogy a hozzákötött követelményeknek eleget tehessen, ezt most már a következő alakban írhatjuk

$$f(x) \equiv a_0 x^{p-2} + a_1 x^{p-3} + \dots + a_{p-2}.$$

A kérdés most az, hogy minő további feltételeket tartozik az $f(x)$ kielégíteni, hogy egy substituczió analytikai reprezentációjára alkalmas legyen. Már az előbbiekből tudjuk, hogy arra szükséges és elegendő, hogy az $f(x)$ egy teljes maradéksor értékeit fölvehesse. De ezt most így is fogalmazhatjuk, hogy a szükséges és elégséges feltétel abból áll, hogy az

$$f(x) \equiv 0 \quad f(x) - 1 \equiv 0 \quad f(x) - 2 \equiv 0 \quad \dots \quad f(x) - a_{p-2} \equiv 0 \quad \dots \\ f(x) - (p-1) \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciák mindegyikének legyen valós megoldása. Ha az

$$f(x) - a_{p-2} \equiv 0 \pmod{p}$$

kongruenciától, melynek $x \equiv 0$ megoldása, eltekintünk, látjuk, hogy az összes többi kongruenciák egyike sem elégíthető ki $x \equiv 0$ által, úgy, hogy valós számok által való megoldhatásokra szükséges és elegendő feltételek a következők:

$$\begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{p-3} & a_{p-2-k} \\ a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_{p-2-k} & a_0 \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ a_{p-2-k}, a_0 & a_1 & \dots & a_{p-4} & a_{p-3} & \end{vmatrix} \equiv 0 \pmod{p}$$

$$(k=0, 1, \dots, a_{p-2}-1, a_{p-2}+1, \dots, p-1).$$

E feltételek tehát egyszersmind a szükséges és elégséges feltételek arra, hogy az $f(x)$ függvény egy substituczió analytikai reprezentációjára alkalmas legyen.

A KÉT FÜGGETLEN VÁLTOZÁS MÁSODRENDŰ SIMULTAN PARCZIÁLIS DIFFERENCIÁLIS EGYENLETEK INTEGRÁLÁSÁRÓL.

VÁLYI GYULA,

kolozsvári egyet. magántanártól.

Két másodrendű parciális differenciális egyenlet*

$$\left. \begin{aligned} F_1(x, y, z, p, q, r, s, t) &= 0 \\ F_2(x, y, z, p, q, r, s, t) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 1)$$

közös egészlete meghatározására elég, ha r, s, t mennyiségeket x, y, z, p, q függvényeiképen meg tudjuk úgy határozni, hogy az 1) egyenletek álljanak, és

$$\left. \begin{aligned} dz - p dx - q dy &= 0 \\ dp - r dx - s dy &= 0 \\ dq - s dx - t dy &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2)$$

közönséges differenciális egyenletrendszer három egymástól független egészlettel integrálható legyen.

Erre a szükséges és elégséges feltételek :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial r}{\partial y} + q \frac{\partial r}{\partial z} + s \frac{\partial r}{\partial p} + t \frac{\partial r}{\partial q} &= \frac{\partial s}{\partial x} + p \frac{\partial s}{\partial z} + r \frac{\partial s}{\partial p} + s \frac{\partial s}{\partial q} \\ \frac{\partial t}{\partial x} + p \frac{\partial t}{\partial z} + r \frac{\partial t}{\partial p} + s \frac{\partial t}{\partial q} &= \frac{\partial s}{\partial y} + q \frac{\partial s}{\partial z} + s \frac{\partial s}{\partial p} + t \frac{\partial s}{\partial q} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 2)$$

Keresünk egy új relációt

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0 \dots\dots\dots 4)$$

* p, q, r, s, t mint rendszeren z -nek x és y szerint vett első és másodrendű parciális differenciális hányadosait jelölik.

úgy, hogy az 1) és 4) egyenletekkel adott r, s, t a 3) egyenleteknek megfeleljenek.

Az 1) és 4) egyenletek r, s, t mennyiségeket, mint x, y, z, p, q függvényeit adják. Ily feltétel alatt parciálisan differenciálva x, y, z, p, q szerint sorra megkapjuk a 3) egyenletekben szereplő $\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial s}{\partial x}, \frac{\partial t}{\partial x}, \dots, \frac{\partial r}{\partial p}, \dots, \frac{\partial r}{\partial q}, \dots$ quotiensek értékeit. A kikapott értékeket betéve, ezeket az egyenleteket nyerjük:*

$$\left. \begin{aligned} & D \frac{F, F_1, F_2}{y, s, t} + q \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{z, s, t} + s \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{p, s, t} + t \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{q, s, t} = \\ & = D \frac{F, F_1, F_2}{r, x, t} + p \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, z, t} + r \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, p, t} + s \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, q, t} \\ \text{és} \\ & D \frac{F, F_1, F_2}{r, s, x} + p \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, s, z} + r \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, s, p} + s \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, s, q} = \\ & = D \frac{F, F_1, F_2}{r, y, t} + q \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, z, t} + s \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, p, t} + t \cdot D \frac{F, F_1, F_2}{r, q, t} \end{aligned} \right\} 5)$$

Ezek az elsőrendű parciális differenciális egyenletek határozzák meg F -et. Ha az 5) egyenleteknek $F = F_1$ és $F = F_2$ evidens közös egészeteken kívül más közös integráljuk nincsen, az 1) egyenleteknek sincsen közös integráljuk. Az 5) egyenletek legáltalánosabb közös integrálja vezet r, s, t legáltalánosabb értékeihez és azután a 2) egyenletrendszer egészélése z legáltalánosabb értékéhez.

Az elsőrendű simultan parciális differenciális egyenletek integrálása, valamint az integrálható elsőrendű nem teljes közönséges differenciális egyenletrendszer integrálása is ismeretes. Tehát feladatunk in principio meg van oldva.

Hasonló eljárással egészélhető k simultan k -ad rendű két független változás parciális differenciális egyenlet, — a mint könnyen belátható.

* $D \frac{F, F_1, F_2}{u, v, w}$ mint szokás, F, F_1, F_2 -nek u, v, w -re vonatkozó függvénydeterminansát jelöli.

Egy egyszerű példa szolgáljon az egészelési eljárás illusztrálására.

Keressük

$$r = q \text{ és } t = p \dots\dots\dots 6)$$

legáltalánosabb közös integrálját.

Az s meghatározására szolgálnak a 3) egyenletek szerint:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s}{\partial x} + p \frac{\partial s}{\partial z} + q \frac{\partial s}{\partial p} + s \frac{\partial s}{\partial q} &= p \\ \frac{\partial s}{\partial y} + q \frac{\partial s}{\partial z} + s \frac{\partial s}{\partial p} + p \frac{\partial s}{\partial q} &= q \end{aligned}$$

ezek általános egészlete:

$$F'(u_0, u_1, u_2, u_3) = 0 \dots\dots\dots 7)$$

a hol

$$\begin{aligned} u_0 &= z - s \\ u_1 &= (s + p + q)e^{-x-y} \\ u_2 &= (s + x^2p + \alpha q)e^{-\alpha x - x^2y} \\ u_3 &= (s + \alpha p + x^2q)e^{-\alpha^2x - \alpha y} \end{aligned}$$

α egyik complex harmadik egységgyök, F' tetszés szerinti függvény.

A 2) egyenletrendszer integrálására hozzuk be z, p, q, s helyett u_0, u_1, u_2, u_3 mennyiségeket. Így integrálandó egyenletekül kapjuk:

$$\begin{aligned} du_0 + e^{x+y} du_1 &= 0 \\ du_0 + e^{\alpha x + \alpha^2 x} du_1 &= 0 \\ du_0 + e^{\alpha^2 x + \alpha y} du_2 &= 0 \end{aligned}$$

Tekintettel a 7) egyenletre ez az egyenletrendszer æquivalens ezzel:

$$du_0 = 0, du_1 = 0, du_2 = 0, du_3 = 0.$$

Tehát a legáltalánosabb közös egészet

$$u_0 = c_0, u_1 = 3c_1, u_2 = 3c_2, u_3 = 3c_3$$

egyenletek adják, a hol $c_0 c_1 c_2 c_3$ tetszés szerinti constansok. Ezekből

$$z = c_0 + c_1 e^{x+y} + c_2 e^{\alpha x + \alpha^2 y} + c_3 e^{\alpha^2 x + \alpha y}$$

vagy reális alakban :

$$z = c_0 + c_1 e^{x+y} + c_2 e^{-\frac{x+y}{2}} \sin \frac{x-y}{2} \sqrt{3} + c_3 e^{-\frac{x+y}{2}} \cos \frac{x-y}{2} \sqrt{3}$$

A TRIGONOMETER, ESZKÖZ A GÖMBHÁROMSZÖGEK FÖLOLDÁSÁRA.

BRAUN KÁROLY S. J.

a kalocsai érseki Haynald-observatorium igazgatójától.

A csillagász számvetései közt leggyakrabban olyanok fordulnak elő, melyek a gömbháromszögtanba tartoznak. E háromszög-tani feladatok megoldásának pontossága azonban nem épen szűk határok közé zárt fokozatot enged, a mennyiben némelyek megfejtése a lehető legnagyobb pontosságot igényli, míg másoknál közép vagy csekély pontosság is elegendő az illető cél elérésére.

Igy például idővesztés lenne, oly számvetést, melynél bizonyos közép pontosság elégséges, héthelyű logaritmussal megoldani. Igaz ugyan, hogy az idővesztés és fáradság egy számvetésnél nem fölötte nagy, de mivel sokszor ismétlődik, végre tetemes összeggé növekedik. S e körülményben rejlik annak oka, hogy Gauss kiadta négyhelyű tábláját, még pedig oly alakban, hogy minden lapforgatás elessék.

De van számos oly eset is, hol a megkívánt pontosság még annál is csekélyebb, melyet négyhelyű logaritmussal elérhetünk. Hogy csakugyan léteznek oly feladatok, melyek megfejtésénél a pontosság csekélyebb foka is elegendő, ezt, úgy látszik, nem kell tüzetesen kimutatni.

Műszert (trigonometert, háromszögmérőt) gondoltam ki és készítettem, mely az említett és hasonló esetekben nemcsak tetemesen rövidebb teszi a számítást, mint a négyhelyű logaritmuss-tábla, hanem a számítást egyáltalában fölöslegessé teszi. Az egész művelet, melyet igényel, egy beosztott kör forgatása, mi által az adott gömbháromszög graphikus módon meghatároztatik, s ezután

az ekként nyert eredmény leolvasása. Megjegyzendő, hogy a gömbháromszög megoldására csak *egy* beállítás szükséges, mire a *két* keresett részt azonnal le lehet olvasni.

Az időnyereség, melyet ezen műszer nyújt, igen nagy. A háromszög megoldására számítás által még az ügyes számoló is, ha négyhelyű táblát használ, 5 percet kénytelen fordítani; a kevésbé gyakorlott számolónak 10 percre is lévén szüksége. Ugyanezen időben a háromszögmérővel tíz háromszöget teljesen megoldhatunk. Egy különösen e célra tett kísérlet alkalmával 10 perc alatt a háromszögmérővel 22 háromszöget oldottam meg. Valamivel lassabban történnek majd a leolvasások, ha nagyobb pontosságot akarunk elérni; míg ellenkezőleg még gyorsabban lesznek a feladatok megoldva, ha természetüknél fogva csekélyebb, teszem egy fél fokra terjedő pontosságot igénylenek.

A mi pedig az erőmegtakarítást illeti, ez sokkal jelentékenyebb. Mert ha a számolás menetének pontos követése, az előjelek helyes használata nem is követel nagyobb erőmefeszítést, úgy ez csak az épen gyakorlatban levő feladatokról áll. Oly feladatok megoldása, hol a számolás menetét újra meg kell állapítani, ennél több erőmefeszítést igényel, mennyiben minden kétséget kizáró biztonságot kell elérni. A szögmérőnél minden erőfeszítés elesik; néhány könnyű gyakorlati szabály mutatja, hogyan kell valamely adott háromszöget beállítani, mire az eredményt minden további munka nélkül lehet leolvasni.

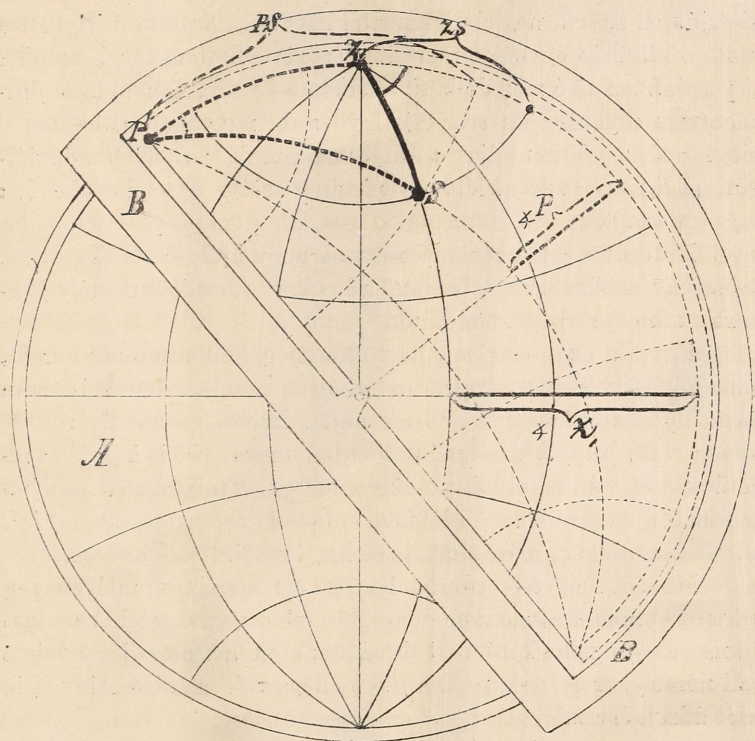
A háromszögmérő lényegében egy félgömbnek kisszemű fókálózattal bíró *tárlati* vetületében áll. A stereographikus æquatorialis vetületet választottam, mert jóllehet a James-féle vagy más hasonló vetületek szintén alkalmazhatók, annak mégis az a lényeges haszna, hogy azt sokkal könnyebben és pontosabban lehet rajzolni, hogy a fókálózati szemei egyenletesebbek és hogy végre az elért pontosság minden előfordulható esetben ugyanaz.

Ezen vetület fölött egy másik vele egészen egyenlő vetület, mely egy szögmértékalakú keretre van feszítve, akként nyugszik, hogy a körnek csak felét tölti be, egyszersmind hártavásznonra van nyomtatva, hogy rajta keresztül az alsó rajzot igen könnyen és élesen lehessen észrevenni.

A két rajz középpontját egy tengely köti össze, úgy hogy a

felső rajzot az alsón forgatni lehessen, s a forgás nagyságát a beosztott széleken noniusok segítségével le lehet olvasni.

Világos, hogy ezen berendezés mellett a rajz minden pontja két polárkoordináta rendszerben van előállítva. A megszámozott egyenközű körök a pont sarktávolát adják, a délkörök pedig a sarknál levő szöget. Ha tehát valamely pont koordinátái egy rendszerre pl. az alsó rajzra nézve (egy odahelyezett csúcs által) meg-



vannak jelölve, akkor ugyanazon jelzés a koordinátákat a felső rajzon más rendszerre vonatkozólag adja, mely az alsó felé tetszés szerinti szög alatt hajolhat.

Mint hogy pedig a gömbháromszögek megoldása a koordináták átalakítására vezethető vissza, azért ezen műszer segítségével bármely gömbháromszög megoldható.

Hogy valamely PZS gömbháromszöget feloldjunk, melyet például a sarkpont, a tetőpont és egy csillag képez s melynél PZ (a sarkmagasság pótléka), PS (sarktávolság) és ZS (zenittávolság), tehát három oldal adva van, — a felső rajzot az alsó fölött úgy fordítjuk, hogy a két átmérő PZ szöget képezzen. Ennek megtörténtével az alsó rajz szélén ZS tetőponttávolságot keressük s az ennek megfelelő parallel kört szemügyre veszszük, hasonlóképen a felső rajzban PS sarktávolságot keressük és figyelemmel kísérvük az ennek megfelelő parallel kört s azon pont, melyben e két parallelkör egymást metszi, képezi a háromszög harmadik S pontját. Az alsó rajz délköríve, mely e ponton áthalad, ugyanazon rajz egyenlítőjén a Z -nél levő szög nagyságát (illetőleg Z kiegészítő szögét) mutatja (a csillag azimuthja); a felső rajz délköre pedig a neki megfelelő egyenlítőn P szög nagyságát határozza meg (óraszög).

Hasonló módon oldható meg bármely más gömbháromszög, ha tetszés szerint három tényező adva van, — miről csekély gyakorlat után is meggyőződhetünk.

Egyedül azon esetben, ha valamely gömbháromszög mind a három szöge van adva, vagy ha a harmadikat keresni kell, nem elegendő a műszer egyenes használata. Ezen eset azonban talán *soha sem* fordul elő. Ha mégis előadná magát, itt is könnyen érhetünk czélt; az adott háromszög helyett ugyanis annak sarkháromszögét oldjuk meg, melynek oldalai és szögei az eredeti háromszög szögeinek és oldalainak kiegészítői.

Minden más előfordulható eset közt egy sincs, melyet ezen műszerrel nem lehetne megoldani, bármi értéke legyen az oldalaknak és szögeknek 0° és 180° közt; csak a mozgatható rajzot kell némelykor 180° -kal forgatnunk, hogy vele az alsó rajz másik felét átkarolhassuk.

A stereographikus vetületnek még más előnye is van bármely más fölött, az tudniillik, hogy minden legkisebb részében a szögek változatlanok maradnak. Ebből az következik, hogy a gömbháromszög harmadik szöge is, mely a rajz belsejében van s azért közvetlenül le nem olvasható, teljesen egyenlő azon szöggel, melyet a vetületben egymást metsző két körvonal képez. S e szögnek nagyságát is egyszerű segédkészülékkel megmerhetjük. A készüléknek

egyszeri beállítása által tehát bármely háromszögnek mind a három ismeretlen részét kitudhatjuk.

A segédkészülék átlátszó anyagból készült kis vonalzókból áll, melyeknek hosszában egy vonal van húzva s erre derékszögben egyenlő távolságban rövidebb vonalkák. Az ilyen vonalzó egyikét a harmadik szög csúcsára helyezük úgy, hogy az egyik rövidke harántvonal a csúcson áthaladjon, egyenlő távolságú pontjai pedig az alatta fekvő körvonalra essenek. E vonalzó fölé s épen ily eljárással helyezük a másik kis vonalzót az ismeretlen szöget képező második körvonalra. E kis vonalzó által képezett szög egyenlő azon szög érintőinek szögével, melyet a körvonalak a csúcsban képeznek. A kis vonalzókra helyezett szögmásoló (transporteur) segítségével megmérjük e szöget s a gömbháromszög harmadik szöge is meg van határozva. E művelet csak gyéren szükséges, az elérhető pontosság sem igen nagy; de mégis néha jó szolgálatot tehet, például a parallaktikus szög meghatározásánál, melynél ritkán követeltetik nagy pontosság s a tetemes fáradságot mellőzhetjük, melyet a háromszögnek más helyzetben való beállítása okozna.

Mi a készülék műszaki részét illeti, az úgy van berendezve, hogy a felső és alsó rajz forgási központja tökéletesen egymás fölé igazítható, mi már azért is szükséges, mert jóformán lehetetlen, hogy a rajzok felragasztásánál a középpontok oly tökéletesen egymás fölé jussanak, a mint azt a készülék hasznavehető képessége és pontossága kívánatossá teszi.

A KALOCSAI CSILLAGDA FÖLDRAJZI SZÉLESSÉGE.

BRAUN KÁROLY, S. J.

a kalocsai érseki Haynald-observatorium igazgatójától.

A m. é. október 16-án a tekintetes akadémia elé terjesztett közleményemben * ama számokat közöltem, melyeket geodetikus műveletek alapján a kalocsai csillagdának (geodetikus oszlop) földrajzi fekvésére vonatkozólag nyertem; ugyanis a földrajzi szélessége vagyis $\varphi = 46^\circ 31' 41.9232 \pm 0,00249''$ és hosszúsága $= 36^\circ 38' 37.7221'' \pm 0,00338''$.

Ezen adatok a Sz.-Gellérthegyi observatoriumnak — keleti kupola — fekvésén alapulnak, melynek szélességét ($= 47^\circ 29' 14.930''$) és hosszúságát ($= 36^\circ 42' 51.690''$) a Bécsben tett absolut csillagászati észleletekből geodetikus műveletek útján számították ki.

Az érseki csillagdán is történtek absolut csillagászati mérések, melyeket a következő sorokban fogok közölni és melyeknek végleges eredményét a fentebbi számokkal összehasonlítva fogom bemutatni.

Ebből ki fog tűnni, vajjon a m. kir. országos háromszögelesnek földrajzi positiói, az absolut számokra nézve egészen pontosak-e vagy pedig némi kijavításokra szorúlnak-e, hogy a valódi csillagászati positiókkal megegyezzenek.

A földrajzi *hosszuságot*, illetőleg a különbséget Bécsre nézve, csak *egyszer* határoztam meg, mely műveletet azonban többször ismételni feltétlenül szükséges. Sajnos ugyan, de körülmények,

* Lásd e kötet 9. lapját.

melyek nem függöttek tetszésünktől, ezt mindeddig megakadályozták. A miért is egyelőre a földrajzi szélesség vagy a sarkmagasság tárgyalására szorítkozom. Remélhetőleg nem sokára — a hosszúságnal sokkal kevesebb számításal járó meghatározását fogom fejtegetni.

A csillagda sarkmagasságát három észlelés-sorozatból határoztam meg; az első két ízben középszerű pontossággal, a harmadik ízben a számos egyes eredmények kiválóan egybevágtak, a mi nagy pontosságra enged következtetni.

Az első meghatározás már 1880 tavaszán történt, *Capella* és α *Cygni* (Deneb) csillagoknak délköri magasságát észlelve; az észleléseknél a Breithaupt készítette universalét használtam; a méréseket pedig az úgynevezett első verticalisban eszközöltem. Az oszlop, melyen az universale föl volt állítva, három erős rövid vas-traverzen nyugszik, mely két vastag falba van beillesztve. Az oszlopon levő jegy $0^{\circ}27'16''$ -czel jobban dél felé fekszik, mint a tetőn kimagasló oszlop középpontja, mely a geodetikus mérésekre szolgál.

Minthogy a kelet-nyugat vonal irányában láthatárt láttam és alkalmas jeleket (Mire) találtam, minden egyes észlelésnél a magassági körnek indexhibáját meghatározhattam és így minden egyes észlelés független eredményt szolgáltatott a nélkül, hogy szükséges volt, két-két észlelést (kör balra és kör jobbra) egy eredmény végett összekapcsolni.

Márczius 28-án a *Capella* csillagnak zenithtávolát = $39^{\circ}3'88'' \pm 3''$ találtam, ebből és a csillag elhajlásából a sarkmagasságot $\varphi = 46^{\circ}31'41.43'' \pm 3''$ nyertem. Ezen mérés alkalmával a kör kelet felé állott; ápril 2-án (kör k. féle) $\varphi = 46^{\circ}31'42.07'' \pm 2''$ volt. Ápril 3-án α *Cygniből* (kör nyugot felé) $\varphi = 46^{\circ}31'41.00'' \pm 2''$ nyertem és ápril 4-én (kör kelet felé) $\varphi = 46^{\circ}31'40.80'' \pm 2''$ volt. Ennél fogva a középérték $\varphi = 46^{\circ}31'41.31'' \pm 1.33''$ lesz. A tető oszlopra való reductio = $0^{\circ}27'16''$ és így az oszlop sarkmagassága (az első meghatározás szerint) $\varphi_0 = 46^{\circ}31'41.582''$.

Egy második meghatározás végett 1882. február hóban számos meridiani magasságokat figyeltem meg; e célra felhasználtam α *Aquilae* (Altair), α *Lyræ* (Wega), α *Cygni* és *Polaris* csilla-

gok deleléseit; eme megfigyeléseket a meridian-szobában levő oszlopon vittem véghez, mely oszlop $0,5442''$ -cel jobban dél felé fekszik, mint a geodetikus műveletekre szolgáló oszlop.

Az átmeneti távcsövet (Transit-Instrument) letettem az oszlopról és helyébe az universalét állítottam föl, melynek ez alkalommal hordható délkör gyanánt kellett szolgálnia.

Sajnos, hogy a meridian-nyílás irányában semmiféle jelző (Mire) nincs, minek következtében nem könnyű a magassági körnek indexhiját közvetlenül megállapítani, úgy hogy ezen hiba elhárítása végett szükségessé vált a (kör kelet-, kör nyugat felé) tett leolvasásokat összekapcsolni.

Az észleléseket a lehető gonddal végeztem; a mikroszkopokat újra beállítván, majdnem minden leolvasást 2—3-szor ismételttem, a lejt mérő állását is megjegyeztem; a refractiót és a délkörre való reductiót igen pontosan $0'01''$ -ig számításba hoztam tekintetbe véve mind a hőmérséket, mind a légnyomást: és mégis e sorozat egyes eredményei kielégítő összhangzásban nem álltak egymással.

Febr. 9-én α Aquilæ (kör k. felé), α Cygni- (kör ny. felé) és a Polarisnak (kör ny. és k. felé) észleléseiből $\varphi = 46^\circ 31' 42''89$ -nek találtam. Febr. 10-én Wega (kör ny. felé) és a Polaris csillag (kör ny. és k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 40''.97$ adott. Febr. 13-án Wégának (kör ny. felé) és a Polarisnak (kör k. és ny. felé) megfigyelése $\varphi = 46^\circ 31' 41''.96$ eredményezett. A magassági körnek ezen állása mellett középértéke a φ -nek $= 46^\circ 31' 41''.94$.

Azután febr. 14-én a kört 90° fokkal forgattam. Wégából (kör ny. felé) és α Cygniből (kör k. felé) és α Polarisból (kör k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 44''.41$ nyertem.

Azután a kört úgy forgattam, hogy első állásától 60° fokkal eltért, minek megtörténtével febr. 15-én a Polarisnak két megfigyeléséből (kör. ny. és k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 36''.12$ mutatkozott, a csillag csak gyenge volt és meg nem határozott fényben látszott.

Febr. 16-án a Polaris háromszor (kör ny. és kétszer k. felé) megfigyeltem; az eredmény volt $\varphi = 46^\circ 31' 38''.48$. Febr. 17-én Wega (kör ny. felé) és Altair (kör k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 40'32''$ adott.

Febr. 19-én Deneb (kör ny. felé) és Polaris csillag kétszer

kör k. és azután ny. felé megfigyeltetett ; az eredmény $\varphi = 46^\circ 31' 37''.67$ volt.

A körnek emez állásánál valamennyi eredményt kelleténél kisebbnek találtam, középértékük $= 46^\circ 31' 38''.15$ volt. Ellenkezőleg a következő állásnál nagyobb eredmények tűnnek fel. A kört ismét 60° fokkal forgattam, úgy, hogy mostan első állásától 120° fokkal tért el. Febr. 22-én Wega (kör ny. felé) és Altair (kör k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 46''.88$ -et nyertem.

Ugyanazon nap a Polarist háromszor kör k. és kétszer ny. felé észleltem ; az eredmény $\varphi = 46^\circ 31' 44''.27$ volt.

Febr. 24-én Wegából (kör ny. felé) és Altairból (kör k. felé) $\varphi = 46^\circ 31' 47.46''$ nyertem. — Ugyanazon nap a Polarist háromszor (kör kétszer k. és egyszer ny. felé) észleltem, az eredmény $\varphi = 46^\circ 31' 46.31''$ volt.

A körnek eme állása mellett tehát a középérték :
 $\varphi = 46^\circ 31' 46''.31$.

Ha a különféle körállások mellett nyert eredményekből a középértéket vesszük, a meridian-szobában levő oszlopnak sarkmagassága :

az első állásnál	$\varphi_1 = 46^\circ 31' 41.96''$
a második »	$\varphi_1 = 46^\circ 31' 44.41''$ (súly $= \frac{1}{2}$)
a harmadik »	$\varphi_1 = 46^\circ 31' 38.15''$
a negyedik »	$\varphi_1 = 46^\circ 31' 46.31''$
	és így $\varphi_1 = 46^\circ 31' 42''.464$

A geodetikus oszlop sarkmagassága tehát
 $\varphi_0 = 46^\circ 31' 43''.008$.

Az egyes eredmények közt a különbségek várakozásomnál nagyobbak, a nélkül, hogy az eltérések okát megtalálhattam volna.

Mint hogy azonban a körnek különböző állásai mellett fordulnak elő, gyaníthatni, hogy a kör felosztása nem hibátlan ; más jelek pedig azt látszanak bizonyítani, hogy a felosztás jó.

Különben is az eltérések más-más napokon fordultak elő. Ennél fogva vagy a hőmérséklettel vagy egyéb befolyásokkal függhetnek össze ; vagy talán a műszernek rögtön beálló változásaiból származhatnak, melyekre nézve dr. Weiss Ödön igazgató tüzetes kísérleteket tön (V. ö. Wien. Sitz. Ber. Juli 1871.)

A hibák egy másik forrása a mikroskóp-tartó lejtmerőjének nem eléggé érzékeny voltában keresendő; egy rész ugyanis 4·22"-nyi ivnek felel meg.

A lejtmerő továbbá a meleg sugározása ellen sincs védve, s többször észrevettem, hogy a mikroskópok leolvasása után a lejtmerő állása egy résznél többet változott előbbi állásához képest csak azért, mert fejem a lejtmerőhöz egy kissé közeledett. Érzékenyebb lejtmerőt már szereztem, melyet védőüveggel is ellátok. Azt is reményelem, hogy a kör felosztását Astr. Nachr. 2448 számában közzétett módszerem szerint idő folytán megvizsgálhatom. Akkor ezen méréseket ismételni lehetne, melyek kétség kívül nagyobb pontosságú eredményhez juttatnának. Mindazonáltal alig látszik szükségesnek még egyszer ezen uton a kérdést megoldani, minthogy egy *harmadik* meghatározás céljából nagyobb számú észleléseket eszközöltem a nyugat-keleti vonalban és a számos egyes eredmények oly kitűnően egyeznek egymással, hogy a végeredmény pontosságáról semmi kétség sem támadhat, és így a sarkmagasság meghatározásának feladata megoldottnak tekintendő. Eme megfigyeléseket márcz. 1—15-ig az első verticaliszobában levő oszlopon vittem véghez a Breithaupt-féle universaléval és csak az α Cygni és Capella csillagokat észleltem.

A Bessel-féle módszer alkalmazásában mind az észlelésekre mind a kiszámításokra nézve, a szokott gyakorlattól egy kissé eltértem. Azért az általam követett eljárást röviden előadom. Én nagyon előnyösnek tartom a sarkmagasságot nem csak az észlelt *időpontokból*, mikor a csillag valamely függélyes fonalat elér, hanem az észlelt *zenith-távolokból* is leszámaztatni. Ennélfogva a megfigyeléseket következőleg rendeztem el.

Megközelítőleg ismervén a szálak collimációját, ebből és a csillagok elhajlásából már előre kiszámítottam az időpontot és a zenithtávolt minden szálnál történendő érintkezésre nézve. Ezután előleges műveletek útján az eszközt a kelet-nyugot vonalban állítottam föl, a lejtmerő segítségével kellőleg igazítottam és az érintési pillanat közeledésekor a kiszámított zenithtávoltba beállítottam. Miután még a mikroskóp-tartónál és a magassági körnek tengelye fölött álló lejtmerőket leolvastam volt, megfigyeltem az érintkezési időpontokat.

A magasság-mikrometer csavarját nem használtam azon czélból, hogy a csillag egy függélyes fonalat épen a vízszintes fonálnál érintsen, hanem hagyva az eszközt úgy, a mint volt, mind a két érintés-időpontot a függélyes szálon és a vízszintes középső szálon is a chronograph segítségével registráltam úgy, hogy az észlelések reductiója azután egyedül a számítás műve volt. Azonnal a következő szálat kellő zeníthtávolba állítottam vagy ha elég időm volt, még a másik mikroskopt az előbbi zeníthtávokra nézve leolvastam. Rendesen pedig csak az *egyik* mikroskopnak állását lehetett megjegyezni. A két mikroskop állására nézve a közép értékre való vonatkoztatás igen könnyen az által érhető el, hogy a körnek illető állásánál a két mikroskop excentriczítást meghatározzuk. Néha azon eset is előfordult, hogy az időköz rövidsége miatt *egészen lehetetlen* volt a zeníthtávot leolvasni az egyik vagy másik szálon való átmenetelkor. Néha pedig nemcsak a zeníthtávot, hanem még az appulsust sem voltam képes megjegyezni, eltekintve attól, hogy átvonuló felhők egyik vagy másik szálon az észlelést megakadályozták.

Mindig azt tartottam szemem előtt, hogy a lehető legjobban kiküszöbölhessem a collimatio hatását. Ennél fogva a szokott eljárástól eltérve az érintés időpontot nem minden fonalon, hanem csak a három első függélyes fonalon észleltem, és elhanyagolván a középső szálat, rögtön megfordítám az eszközt és leolvastam a lejt mérő állását, beállítám a zeníthtáv szerint és a csillagot a három utolsó fonalon észlelém.

Ezen állásban megmaradt az eszköz addig, míg a kulmináció után a csillag ismét át nem ment a három szálon.

Erre hamar visszafordítottam az eszközt, hogy a más három fonalon megfigyelhessem az érintés időpontjait.

Ezen eljárásnak előnye abban áll, hogy három pár érintés-időpontot ad, melyekben a collimatio *szigorúan egyenlő* és ellentétes értékkel bír, és így minden egyes párból a sarkmagasság értékét kaptam anélkül, hogy a collimatio az eredményre befolyással volna; e szerint azután nem szükséges a collimatio nagyságát pontosan meghatározni. Eme előnyt a szokott eljárásnál az által vélik elérhetőnek, hogy az eszköz egyik fekvésénél egy napon az összes fonalokon megfigyelik az érintés-időpontot, másnap meg-

fordított műszerrel ugyanazon fonalakon jegyezik meg az érintés időpontját.

Ez kevésbé előnyösnek látszik, a mennyiben a hőmérsék változásai, az eszköznek véletlen érintései, és más ellen nem őrizhető befolyások (p. o. a műszer fémében létező tömecskek feszülése) miatt a fonálnak collimációja *egyik napról a másikra* nem marad teljes pontossággal ugyanaz. A főlejtmérő még nagyobb mérvben van kitéve hasonló befolyásoknak, melyek könnyen azt eredményezhetik, hogy a főtengelynek hajlása másnap többé nem pontosan ugyanaz, mint az előbbin. Az illetén eltérések *teljes összege* az eredményt befolyásolná.

Ezen hibák ilyenmü befolyásait az általam követett eljárás folytán csaknem egészen kikerültem. Mindamellett márczius 13. és 14-én a szokott módszer szerint is vittem végbe észleleteket.

A kiszámításban is nem kis mérvben tértem el a szokott eljárástól. Számításom módját egyik-másik theoretikus talán nehézkesnek fogja találni; a ki pedig a gyakorlatban illetén munkát végez, az valószínűleg czélszerűbbnek fogja találni, mint a szokásos képletekkel való számítást. Számításom módjának föltüntetése végett legyen φ és φ' a sarkmagasság és annak pótszöge (colatitudo), δ és δ' a csillag elhajlása és annak pótszöge (sarktávola), H legyen az óraszög, z a tetőponttávolság és A az azimuth.

Munkámat a csillagnak emelkedési (v) és vízszintes sebességének (h) meghatározásával kezdettem meg. Az emelkedési

sebességet, $\frac{dz}{dt}$ (eltekintve az előjeltől) minden nehézség nélkül megtaláljuk a differenciál-képletek szerint PZS (sark, zenith, csillag) háromszögből, minthogy $\frac{dz}{dt} = \sin \varphi \sin A$; A pedig igen megközelítőleg $= 90^\circ$ és $dH = 15 dt$; (egységnek vétetik a másodperc iv- és időben); és így $\frac{dz}{dt} = 15 \sin \varphi' = 15 \cos \varphi = v$.

A vízszintes sebesség is hasonló módon található PSN (sark, csillag, éjszakpont) háromszögből; ugyanis $\frac{\Delta PN}{\Delta H} = \sin \varphi \sin z$, és azért $\frac{\Delta PN}{\Delta t} = 15 \sin \varphi \sin z = h$.

A sarkmagasság megközelítőleg ugyan, de az elegendőnél nagyobb pontossággal van tudva és Z vagy észelve vagy kiszámítva lévén, v és h is meg van határozva.

Ezen számok segítségével mindenekelőtt a függélyes szála-
kon való átmeneti időknél a főtengeynek hajlásából (i) származó
hibákat elhárítottam.

Az illető javítás igen könnyen és pontosan egészen a harma-
dik tagig nyerhető e képletből $\Delta t = \frac{i \cdot \cos z}{p} = \frac{\cotg z}{15 \cdot \sin \varphi}$; az előjel
is kitünik belőle, ha i a tengely *éjszaki* végének emelkedését a lát-
határ fölött jelenti és ha z a zenithtől kelet felé positiv előjellel,
a zenithtől nyugat felé negativ előjellel bír; az ekképen kijavít-
ott időpontok legyenek T .

Ennek megtörténte után a zenithtávok számíttatnak ki a
függélyes szála-
kon való érintési időpontokra nézve. Ha a vízszin-
tes középső fonalon való érintési időpontok és az illető T közt
elmúlt időt $= \tau$ -val veszszük, a javítás $\Delta z = \tau r$ lesz, igen könnyen
megtalálható előjellel. A kijavított zenithtávok Z .

Ezen mennyiségek még csak ama hibákat foglalják maguk-
ban, melyek az eszköz felállításában elkövetett azimuthhibától
származnak; ezen hibát mivelhogy még nem ismerjük, csak ama
mennyiségek segítségével puhatolhatjuk ki s háríthatjuk el az
eredményből.

Ha azonban a sarkmagasságot *egyedül az időpontokból* akar-
juk kiszámítani, a hiba kiküszöbölése csak akkor lehetséges, ha az
óra állását (U) pontosan tudjuk.

Ha az észlelt időpontokat az óraállás szerint kiigazítjuk, és
két megfelelő időpontból a delelés előtt és után, a középértéket
veszszük, ennek a csillag egyenes emelkedésével egészen egyenlő-
nek kellene lennie, s ha mégis némi különbség

$$p = \frac{1}{2}(Tp + Ta) + U - AR,$$

jelenkezik, az a felállítás következménye, de nem azimuthban,
hanem az észlelt csillagnak óraszögében számítva; ebből az azi-
muthhiba könnyen meghatározható, csak hogy a mi célunkra
nézve semmi haszna sem lenne.

Ha két megfelelő érintkezés közt levő időbeli különbséget a
delelés előtt és után ivre változtatjuk át és $= 2 H$ -nak teszszük, a
segédszög ω a következő képletből számítandó ki

$$\sin \omega = 2 \cos \delta \sin \varphi \sin^2 \frac{H}{2} \sin c$$

mely képletben $c =$ megközelítőleg a szál collimációja. A végeredményre nézve semmi befolyással sincsen, ha mindjárt a collimatióban (c) több másodpercnyi hiba foglaltatik is jön.

Ugyanis mindig két észleletet kell összekapcsolni, melyek megfordított eszközzel ugyanazon szálakon vitettek végbe, úgy hogy $+\sin c$ és $-\sin c$ jön a számításba. Ha végre a két eredményből a középértéket vesszük, világos, hogy a c -ben netán rejlő hibák a φ végeredményre, egész a harmadik rendű mennyiségig nincsenek semmi befolyással sem. Az ω szögből még egy kis javítás (E) vonandó le (NB. mindig a kivonás alkalmazandó), a mit az eszköznek felállításánál elkövetett hiba tesz szükségessé és azonnal $\omega - \varepsilon = \varphi - \delta$, honnan a keresendő φ -t megkapjuk.

Az ε javítást igen könnyen eszközölhetjük ezen egyenletnek $\varepsilon = \sin^2 \frac{p}{2} \sin 2\varphi : \sin 1''$, feloldásából, mely képletben φ a sarkmagasság olyan értékével is helyettesíthető, melyben netán több másodpercnyi hiba volna.

Még könnyebben megtaláljuk ε -t a következő módon, ha t. i. legalább 7 tizedessel bíró táblában felkeressük log. sec. $p - 10$ vagy $10 - \log. \cos p$; és az ezen számnak mint argumentumnak megfelelő értéket a $P. P.$ táblázatban keressük, a mely tg φ mellett áll, és evvel meg van az ε javítás másodpercekben és tizedesekben.

Ha azonban az egész számítás egyedül *zeníhtávokkal* történik, eme módszer azon előnnyel jár, hogy az óra-állás magokból az észlelésekből kitűnik. Csillagdánál ezen előny nem épen nagy fontosságú, mert az átmeneti távcsővel könnyen és biztosan tudjuk az óra-állást; de mozgó observatoriumnál minden esetre nagy előny, ha kelet-nyugot vonalban felállított eszközön kívül, meridian távcsövet nem kell használni, hanem az első Verticalisban tett megfigyelésekkel beérhetni.

Ha két megfelelő tetőtávolt kivonunk egymásból és a különbség felét az emelkedési sebességgel $v (= 15 \cos \varphi)$ elosztjuk, a p szög azonnal időrészekben van kifejezve.

A p szöget ivrészekben is megnyerhetjük, ha ama különbség felét $\cos \varphi$ -vel osztjuk el. Az óra-állás (T) tulajdonképen nem is

szükséges; de ha mégis óhajtanók, igen könnyen meghatározhatni p értékéből $p = \frac{1}{2} (Tp + Ta) + U - AR$ a fentebbi képlet szerint, melyben p -t időrészekben kell kifejezni.

A kiszámítás ezután ép oly egyszerű, mint az előbbeni időpontokból: két megfelelő tetőtávoból ugyanis a középértéket kell vennünk és ezt a refractióra nézve kijavítanunk s azonnal megnyerjük $\sin H = \sin \frac{1}{2} (Zp + Za) : \cos \delta$. A további számítás ugyanaz, mint fentebb volt $\sin \omega = 2 \cos \delta \sin \varphi \sin^2 \frac{H}{2}$;

$\varepsilon = \sin^2 \frac{p}{2} \sin 2 \varphi : \sin 1''$, a hol p -nek ivrészek felelnek meg és így $\omega - \varepsilon = \varphi - \delta$, miből végre φ -t is kapjuk.

Habár a levezetés a zenithtávokból a szokásos módszer ellenében a most említett előnnyel bir, van egy hátránya is, hogy t. i. a szögek mérése és a refractio kiszámítása ismét néhány hibaforrást ad. Ezen hátrány igen csekély befolyással volna, ha a zenithtávokra nézve a két mikroskop leolvasására elég idő maradna. Azonban az időköz rendesen oly rövid, hogy többnyire csak egy mikroskop és ez is csak úgy hamarosan olvasható le. Ennélfogva az illetén észleletekből származó eredménynek kis fokú pontossága lehet. A legcélszerűbb tehát mind a két eljárást összekapcsolni. Ez esetben zenithtávok egyrészt önálló eredményt, másrészt a p szöget adják, mely az időpontokból való számításra megkivántatik.

A számítás előadott módja bonyolódottabbá válik az által, hogy az *óra járását* tekintetbe kell venni.

Mint hogy én elvileg mindig csak két oly észlelést kapcsoltam össze, melyet körülbelül $2 - 2\frac{1}{2}$ óra választott el egymástól, és olyanokat soha, melyek más-más napon történtek volna, az illető javítások csak igen csekélyek voltak. Reám nézve a számítás még bonyolódottabbá lett az által, hogy a fonalak, az eszközön tett igazítás folytán többé nem állottak egészen függélyesen. Meg kellett mérni az eltérést (1 : 190) és ebből minden érintésre nézve a kívánt javítást kiszámítani, a mi fölötte fáradságos volt és minden esetre terhesebb munkát adott, mint a szálak pontos kiigazítása.

A valamennyi fonalon végezett észlelések 17 sorozata, páros átmenetekkel, összesen 400 érintésre rugott.

Mivel azonban néhány sorozat hézagos volt részint átvonuló felhők, részint a meg nem figyelt lejtmérő-állás miatt, azért csak a legjobb 8 sorozatot (5-öt a Cygni-, 3-at Capella-ból) válogattam ki és használtam fel a végleges számításoknál.

Minden egyes ilyen sorozat a három alkalmazott szálnak megfelelőleg szolgáltatta a sarkmagasságnak három értékét az időpontokból és három értékét a zenithtávokból és minden egyes érték 4—4 érintésen alapszik.

Hogy az esetben is az eredmény biztosítva legyen, ha véletlenül a 4 érintés közül egyiket elmulasztottam vagy más oknál fogva egyik elveszett, következőleg jártam el: Az összes észlelet-sorozatokat a delelés előtt és után (az α Cygni 10-szer, Capella 6-szor volt megfigyelve) egybekapcsolva minden egyes észlelt csillagnál normál-sorozatot alkottam mind az időpontok, mind a zenithtávokra nézve, a mennyiben az egyes sorozatokban előforduló adatokból a középszámot vettem. Ha egyszer-másszor valamely érintés elveszett, a hiányzó számot megfelelő javítással az illető normalsorozatból vettem.

Ezen eljárásomat egészen jogosultnak tartom; mert 1-ször az eredmény még mindig három kifogástalan észleletre támaszkodik, úgy hogy a negyedik közbevetett észlelet csekély befolyással bírna még akkor is, ha téves volna; 2-szor a szám 6 (vagy illetőleg 10) észleletsoron alapul, azért feltehető, hogy ép oly helyes, mintha közvetlen észlelésből nyertem volna. Ezen oknál fogva még két esetben vittem véghez a számítást, midőn a 4 érintés időpontból kettőt közbesíteni kellett. Mindazáltal azon egyes eredmények száma, melyeknél egy vagy két közbesítés történt, nincs fél akkora, mint azoké, a melyek csak teljes észleletekből levezetett eredményeket foglalnak magukban.

Az egyes eredményeknek egyenlő súlyt nem adhatván, a súlynak meghatározását, mire az önkénynek mindig van befolyása, okozatos beclés szerint egyelőre a következő fokozatra alapítottam meg.

Az időpontokból merített teljes meghatározásra nézve a súly = 10;

a zeníthtávokból merített teljes meghatározásra nézve a súly = 6 ;

az időpontokból merített, de egy közbesítéssel összekapcsolt meghatározásra nézve a súly = 7

a zeníthtávokból merített, de egy közbesítéssel összekapcsolt meghatározásra nézve a súly = 4 ;

az időpontokból merített, de két közbesítéssel összekapcsolt meghatározásra nézve a súly = 5 ;

az időpontokból merített, de két közbesítéssel összekapcsolt meghatározásra nézve a súly = 5 ;

a zeníthtávokból merített, de két közbesítéssel összekapcsolt meghatározásra nézve a súly = 3.

A következőkben sem az észlelési jegyzeteket, sem a meglehetősen hosszadalmas számításokat, hanem csak az eredményeket fogom előadni.

Mind az észlelési jegyzeteket, mind a kétszer vagy háromszor nagy gonddal véghez vitt számításokat megtartottam és szükség esetére megtekinthetők.

Az eredmények a következők voltak : $\varphi = 46^{\circ}31' +$

1882.	fil.	α teljes meghatározás		β 1 közbesítéssel		γ 2 közbesítéssel		közép-érték
		időpontokból	zeníthtáv	időpontok	zeníthtáv	időpontok	zeníthtáv	
III. 5.	1	—	—	41.87"	42.87	—	—	
	2	40.70"	—	—	41.99	—	—	
	3	41.51"	—	—	—	—	42.15	
középérték súly		41.105		41.87	42.43	—	42.15	41.607
		20		7	8		3	38
III. 8.	szál 1	—	—	42.35	41.41	—	—	
	2	42.35	—	—	41.45	—	—	
	3	41.13	40.67	—	—	—	—	
közép súly		41.74	40.67	42.35	41.43	—	—	41.625
		20	6	7	8			41
III. 11.	1	—	—	41.85	—	—	—	
	2	—	—	41.36	—	—	42.65	
	3	41.61	41.61	—	—	—	—	

1882.	fil.	α teljes meghatározás		β 1 közbesítéssel		γ 2 közbesítéssel		közép-érték
		időpon- tokból	zenith- távól	időpon- tokból	zenith- távól	időpon- tokból	zenith- táv.	
közép súly		41.61 10	41.61 6	41.605 14	—	—	42.65 3	41.703 33
III. 13 és 14. *	1	40.10	41.16	—	—	—	—	
	2	41.24	42.57	—	—	—	—	
	3	41.77	42.86	—	—	—	—	
	m	41.51	41.84	—	—	—	—	
	4	42.42	41.12	—	—	—	—	
	5	42.42	—	—	43.25	—	—	
	6	41.91	41.59	—	—	—	—	
közép súly		41.62 35	41.85 18	—	43.25 2	—	—	41.755 55

Az összes eredményeknek (α Cygniből) középértéke

$$\varphi = 46^\circ 31' 41.680'' \text{ (súly} = 167)$$

$$\text{Capellából } \varphi \text{ volt} = 46^\circ 31' +$$

III. 5.	1	41.26''	40.76''	—	—	—	—	**
	2	42.30''	41.88''	—	—	—	—	
	3	41.31''	42.0''	—	—	—	—	
közép súly		41.714 24	41.637 15					41.685'' 39
III. 9.	1	41.88''	42.58''	—	—	—	—	
	2	—	—	—	—	41.24''	41.76''	
	3	—	—	42.03	41.83	—	—	
közép súly		41.88 10	42.58 6	42.03 7	41.82 4	41.24 5	41.76 3	41.921 35
III. 10. ***	1	—	—	40.86	41.85	—	—	
	2	40.57	41.71	—	—	—	—	
	3	42.34	—	—	40.03	—	—	
közép súly		41.45 20	41.71 6	40.86 7	41.94 8	—	—	41.485 41

* A márcz. 13-iki (kőr dél felé) és 14-iki (kőr észak felé) észlelések csak nem egészen teljesek voltak, de 14-én a lejt mérőn valami kiigazítás történt és habár a változás értékét az észlelési jegyzetek szerint meglehetősen határozni, mégis a megkívánt összhangzás nem jött létre, úgy hogy körülbelül félmásodpercznyi bizonytalanság marad fenn. Azért a márcz. 13-iki és 14-iki észleléseknek csak félakkora súlyuk van, mint mekkora különben illette volna meg őket.

** Az első szálon tett észlelést csak csekély súly illeti meg.

*** Ezen észlelés a geodikus oszlopon történt és 0.27'' kironása által vitetett át a verticalis-oszlopra.

A Capella-csillagból nyert összes eredmények középértéke $\varphi = 46^{\circ} 31' 41.685''$ (súly = 115).

Habár a két eredmény (α Cygni- és Capellából) teljes összhangzása történetesen is létre jöhetne, itt nem látszik egészen történetesnek, s csakugyan nem is volt meg mindig; mert midőn a Capellából nyert eredményeket kiszámítás után összehasonlítottam, a középérték $\frac{1}{4}''$ -cel kisebb volt, mint az α Cygniből nyert eredmény.

Eme különbséget sokkal jelentékenyebbnek találtam, mintsem hogy az a különben kitünően összhangzó eredmények mellett, valami észlelési hibából származhatnék és mégis annak az okát nem találhattam föl.

Csakis néhány nap elmúltával kezdettem sejteni, hogy talán a csillagoknak a Nautical Almanachban adott elhajlása nem hiba nélküli. Azért a csillagoknak elhajlását a «Fundamentalis Catalogus»-ból Auwers után vettem és míg az α Cygni-re nézve ugyanazon elhajlást nyertem, a Capella csillag körülbelül $\frac{1}{4}''$ -cel nagyobb volt, minek következtében nagy öröömre a két főeredmény tökéletesen összhangzott.

A Capellának a Nautical Almanachban közzétett s állítólag több elsőrendű meridian-közzel véghezvitt mérésen alapuló elhajlásában tehát közép tökélyességű műszerrel majdnem bizonyosan egy hibát találtam, nagyságát is meghatároztam.

Ezt pedig nem saját észlelésem dícsérése, hanem annak kimutatása végett említém föl, hogy mennyire múlja fölül a BESSEL-féle módszer azon eljárást, mely szerint a csillagoknak vagy a napnak delelési magasságait egyenesen szokták mérni.

Hogy végtére a főeredményt a súly becslésében netalán elkövetett önkénytől lehetőleg függetlenné tegyem, minden egyes észlelési rendszerre nézve a főeredménytől való közép eltérést kiszámítottam és pedig mind az időpontok- és zenit távolokból, mind a teljes és közbesített észlelésekből merített meghatározásokra nézve.

Meglepetésemre az eltéréseknek ezen hat középértéke egyenlő volt egymással, t. i. $0.48''$ -nyi, miből az tűnik ki, hogy az eleve becsült súlyok (10,6,7,4,5,3) helyett minden súlyt = 10-re kellett volna tenni.

Azután a középértékek kiszámítását ismételve a Cygniből (kirekesztve az utolsóelőtti eredményt másnemű bizonytalanságok miatt) φ -et $46^\circ 31' 41.735''$ -nek (súly = 300) és Capellából φ -t $46^\circ 31' 41.687''$ -nek (súly = 180) találtam.

Ennélfogva az összes, kelet-, nyugot-vonalban tett észlelések végeredménye φ $46^\circ 31' 41.717''$ és így a geodetikus oszlopnak sarkmagassága $\varphi_0 = 46^\circ 31' 41.989''$, vagyis csaknem pontosan $46^\circ 31' 42.00''$.

A mi ezen eredménynek pontossági fokát illeti, azt már az eltérések középértékéből ($0.48''$) lehet következtetni; minthogy 48 egyes meghatározásról van szó, kitűnik, hogy a végeredmény középhibája körülbelül $\pm 0.07''$ -nyi, és a valószínű hiba $= \pm 0.05''$ -nyi.

Ha az egyes eltérésekből és a legkisebb négyzetek módszere szerint számítunk, a középhiba $= \pm 0.089''$ és a valószínű hiba $= \pm 0.060''$.

Ha most ezen eredményt avval hasonlítjuk össze, melyet méréseim folytán a m. k. országos háromszögelésből levezettem, t. i. $\varphi_0 = 46^\circ 31' 41.9232'' \pm 0.0025''$, $0,066''$ -nyi különbséget találunk; e különbséget minden esetre nagyon csekélynek kell neveznünk, habár egészen tárgyilagos, miután az összes számításokat minden elfogultságtól menten vittem véghez és csak az összes számítások bevégeztével vettem észre e kitűnő összhangzást.

Mind a két meghatározás tehát olyképen vág egybe, hogy minden jogosult várakozás felül halad.

Habár szűk határok közt, de valamit talán az eshetőségnek is köszönhetünk, amennyiben a tekintetbe veendő körülmények, ha tárgyilagos értékük szerint pontosan számításba vétetnének, meglehet, ama összhangzást $0,066''$ -nél kisebb mértékre szállítanak le; az egyik vagy másik e körülmények közül pontos számítás alá még nem vehető. Ide tartozik:

1-ször azon körülmény, hogy a sarkmagasság, a mint a m. kir. országos háromszögelésből nyeretik, a Bécsben tett közvetlen csillagászati mérésekből, *geod. műveletek útján ritetett át*, alapul szolgálván a Walbeck-féle sphæroid, mely tudvalevőleg a valóság-nak nem felel meg pontosan.

Annak kipuhatolása végett, hogy talán az ebből származó

helytelenség nem volna-e számítások által meghatározható, a szélességi fokok hosszát kiszámítottam mind a Walbeck-féle sphæroid szerint, mind pedig a valóságnak eddig igen valószínűleg leginkább megfelelő, Listing-féle eszményi sphæroid szerint.

A $46^{\circ} 48' 50''$ -ik fokra nézve következő hosszúságot találtam.

	$\varphi = 46^{\circ}$	48°	50°
Walbeck szerint . . .	111139.8	111178.2	111216.4 méter
Listing " . . .	111136.5	111177.1	111217.5 "
Bessel " . . .	111139.0	111177.8	111216.4 "

A Bécs és Kalocsa közti térségnek közép szélessége $= 47^{\circ} 22' 8.5''$. Közbesítéssel könnyen kitűnik, hogy a Walbeck szerint kiszámított fok csak 0.5^m -rel nagyobb, mint a Bessel, ellenkezőleg 1.81^m -rel nagyobb, mint a Listing szerint kiszámított fok.

A Bécs és Kalocsa közti szélességbeli különbség pedig $1^{\circ} 40' 54''.0$ levén, az egész távolságra származó hiba 3.05^m vagy ívben $0,1133''$ és a valóságnál ép annyival *nagyobb* a háromszegelelésből levezetett szélesség, amennyiben csak a szélességi fok *nagyágában* előforduló hibát vesszük tekintetbe.

De *2-szor* a dél- és párhuzamos köröknek *iránya* is a Walbeck-féle sphæroid szerint egy kissé el fog térni a valóságtól, és pedig annál többet, mennél inkább távozzunk a kiinduló ponttól (Bécestől).

Ezen körülmény miatt magában Kalocsa szélessége $0.015''$ -cel a valóságnál *kisebbl*. Eme javítást némi biztossággal ki lehet számítani, de kevésbé a következőt.

3-szor ugyanis az a körülmény járul még hozzá, hogy a tengerfölkötti magasság semmiképen sem esik össze az eszményi sphæroiddal.

Elegendő biztossággal föltehetjük, hogy a száraz földön belül a képzelt tengerszin, melyre a felsőbb geodesiában minden magasságot és mérést vonatkoztatunk, néhány száz méterrel magasabban fekszik, mint az eszményi sphæroid felülete.

Ha felteszünk, a mi valószínű, hogy Magyarországra nézve a geoidnak emelkedése a sphæroid fölött 200 méternyi, már ezáltal a szélesség értékének $200/6368700$ vagy $1/3200000$ részével hosszabbak lesznek mint a sphæroid által. Ugyanazon mérvben az átvitt szélességek különbségei kisebbek lesznek. Ezen oknál fogva

Kalocsa szelessége $0^{\circ}1579''$ -tel *kisebbnek* találtatnék, ha egyedül a Walbeck féle sphaeroid szerint számítanánk. Ha a kiszámított érték e három javítás szerint kiigazítottatik, a sarkmagasság $\varphi_0 = 46^{\circ} 31' 41.9232 - 0.1133'' + 0.0159'' + 0.1579'' = 46^{\circ} 31' 41.9837''$ lesz.

Eme eredmény a mérésekből nyert értékkel egészen összehangzik. Mindazáltal e történetes összhangzásra nagy súlyt nem kell fektetnünk, amennyiben ama önkénytes feltevéstől függ, hogy t. i. a tengerszín fölötti magasságbeli különbség $= 200$ m. Ha ezen különbség más értékkel birna p. o. 100 méterrel nagyobb vagy kisebb volna, a sarkmagasságbeli különbség is $0.05''$ -cel nagyobb vagy kisebb volna.

Ennél fogva meg vagyunk győződve, hogy mostani ismereteink a föld-sphaeroid alakja és nagyságáról és nevezetesen a geoidról még nem elegendők arra nézve, hogy midőn csillagászati fekvés meghatározásoknak nagy távolra való átvivéséről van szó, a sarkmagasságban $0.1''$ sőt még $0.3''$ -nyi különbség fölött biztos ítéletet mondhassunk.

Ha a *másodperc-zingának* az újabb időkben ismét nagy érvényre jutott pontos meghatározásai Magyarországon is nagyobb számmal történnének, a mi vidékünkre nézve is pontosabban tudnók a geoid alakját és az előadott hibahatárok tetemesen szűkebbekké lennének.

4-szer végre azon körülményt kell tekintetbe vennünk, mely az eredmény biztos voltát legtöbbszörre kétessé teheti, t. i. a *lognak helyi eltérését*; ezt számítás által meg nem lehet tudni, mert mindazon adatok hiányzanak, melyekből csak becslés útján is meg lehetne határozni, hogy vajjon és mennyire bir befolyással e tényező Bécs és Kalocsa sarkmagasságára nézve.

Ezen tekintetben nagy előny az, hogy sok helyen Magyarországon és szomszédságában pontos geodetikussal és csillagászati mérések már folyamatban vannak és nagy részben már meg is történtek. Igy p. o. Krakó, Lemberg, Csernovicz, Fiume és Pola elsőrendű csillagászati pontjai az európai fokmérésnek; a Svábhegy Buda mellett, Brassó, Serajevo stb. hasonló pontjai a kat. földrajzi intézetnek; azon felül országsherte még sok másodrendűek léteznek.

Ha mind e munkálatok a hozzátartozó hosszadalmas csillagászati, geodetikus és összehasonlító számításokkal együtt késznek lesznek, akkor remélhetjük, hogy a helyi eltérések abszolút értékét elegendő biztossággal számíthatjuk ki.

Egyelőre a fentebbi előadásból kitűnik, hogy a sarkmagasságnak, Bécsben és Kalocsán tett csillagászati meghatározásai miattán a köztük elterjedő háromszegelési háló segítségével kötetek össze, kielégítő összhangzásban vannak egymással.

A kalocsai mérések helyes és pontos voltáról nagy biztositókat nyújt az, hogy a számos egyes eredmény teljesen összevág.

Az összes mérések és számítások minden elfogultság nélkül vitettek véghez és nem is lettek valamely előlegesen szándékolt irány kedvéért megváltoztatva; ami tulajdonképen magától értetlik, de fontolóra vevén a minden várakozást meghaladó összhangzást, nem tartottam fölöslegesnek e tekintetben határozott nyilatkozatot tenni.

Kétségkívül a bécsi mérések és számítások is, melyek részleteibe belepillantani nem volt alkalmam, igen tökéletes módon történtek. Ennélfogva szabad következtetnünk, hogy a helyi eltérések (Bécsben és Kalocsán) a sarkmagasság értelmében vagy nem léteznek vagy igen közelítőleg ugyanazon kiterjedéssel bírnak.

Mindebből eléggé kitetszik, *hogy magyarországi háromszegelésből merített adatok a földrajzi szélességekre nézve magasfokú pontossággal bírnak*, úgy, hogy legalább jelenleg és a fentebb említett nagyobb munkálatok bevégezése előtt elvi kiigazításokra e tekintetben semmi ok sincs.

Kételkedem azonban, hogy ugyanazt szabad volna mondanunk a földrajzi hosszúságra nézve.

Arról néhány hónap múlva, a mint reményelem, biztosabb adatokat lesz szerencsém előterjeszteni.

GEOLOGIAI KÉZIKÖNYVÉT *

MEGISMERTETI

SZABÓ JÓZSEF, R. TAG.

Midőn magamat egy önálló magyar geologia írására elhatároztam, két cél lebegett szemem előtt: egyik, hogy hazai irodalmunkban egy hiányon segítsek, másik, hogy a tudománynak általában is szolgáljak. Az elsőre nézve egyéb mondani valóm nincsen, a másikat illetőleg azonban szabadjon részletesebben nyilatkozni.

A geologia felette tág mezején a kutatások folyton és oly nagy mérvben folynak, hogy minden eredmény szálait egyenlő arányban foglalni össze, csaknem lehetetlen. A geologiai általános munkák mai napság, címök daczára, mindig bírnak valami speciál jelleggel: majd bizonyos kontinens vagy ország van főleg kitüntetve, majd egyes korszakoknak van több részlet szentelve, majd a biologiai vagy a dinamikai viszonyokra a fősúly fektetve stb. A legtöbb geologiai könyvben a stratigrafia van előtérbe állítva, én ezt szintén nem hagyhatván figyelmen kívül, de felhasználva a petrografia, mint önálló újabb tudomány-ág vívmányait, főczélul a föld anyagának ismertetését a jelentől a legrégebb időkig tűztem ki és így a dinamikának is azon részét (víz, hő, chemizmus) emelem ki jobban, mely a kőzet-képzésnél főleg tevékeny. A föld anyagának nyomozása tehát az egyes geologiai korszakok szerint is tekintetbe lévén véve, az a geologia általános keretébe lett beillesztve.

* Megjelent saját kiadásában, Budapest 1883. 8-r. 745 lap. Franklin-nyomda. Kapható a könyvkereskedésekben, de főleg Grill és Lampel bizonmányában. Ara füzve 3 frt 60 kr.

Ezen czélhoz képest a cím «Geologia, kiváló tekintettel a petrografiára, a vulkánosságra és a hidrográfiai viszonyokra.»

Négy része van. I. A Föld anyagának kül- és bel-alakulata. II. A petrografia. III. A föld történelme. IV. A föld általános viszonyai az anyagváltozásra és belsejére nézve.

Az első rész, mintegy bevezetés, több oly általános tárggyal foglalkozik, mely a fizikai geográfiával is közös, de viszont más olyanokkal, melyek tisztán geológiai természetűek, ezeket illetőleg az ismeretek mai színvonalát igyekszik kiűntetni.

A második rész *első* fejezetében a petrográfiai módszerek 4 csoportja (*a*) makroszkopos, *b*) mikroszkopos, *c*) ásványszétválasztási és *d*) mikrochemiai) rendszeresen a geológiára alkalmazva oly módon van megismertetve, hogy munkám sajátosságának s eredetiségének tartom. Minden egyes módszer az ő viszonyos előnyében és hátrányában van akként bemutatva, a hogy képessége a geológot szolgálni követeli.

Az összetett kristályos kőzeteket képező ásványok között a földpátoknak jutott az orozslánrész nemcsak azon tulajdonságok szerint, melyek a szakirodalomban egyebütt is méltatásban részesülnek, hanem egy általam megállapított chronologiai jelentőség szerint is, mely különösen a földpátokat illeti meg valamely eruptioi ciklus sorozatában. Ki van mondva, hogy a földpát petrográfiai meghatározására leggyakorlatosabb módszer a lángkísérleti s annak a haszna nemcsak odáig terjed, hogy festődik-e a láng, hanem a teljes kivitelnél megtudjuk az ásvány olvadás-fokát és a képességét a savnak ellentállani, mely utóbbi tulajdonságról ismét a lángfestés ad felvilágosítást az általam megállapított kivitel szerint.

A *második* fejezet a kristályos kőzetek rendszerét tartalmazza. Az egyszerű kristályos kőzeteket 4 osztályba sorozom a geológiai előfordulások szerint; az összetetteknél saját beosztásom van a részletben, a mennyiben úgy az egyes ásványoknál, mint az egész ásvány-associationál a chronologiai jelentőséget is szerepeltetem. Teszek különbséget egy makrográfiai és egy mikrográfiai kőzetosztályozás között: amaz alapítva van oly ásványokra, melyeket első tekintetre felismerhet a geológ, a mely szerint tehát a geológiai felvétel, vagy általában valamely kőzet megtekintése

alkalmával az általános nevet megadhatja. A mikrografiai osztályozás ellenben a laboratóriumban véghezvitt tanulmányozás után ejtendő meg és csak az képesít bennünket a kőzet részletes fajnevét biztosabban kimondani. Ezen osztályozást petrografiainak nevezem, hogy megkülönböztessem a geologiaitól: amannál csak az ásvány-associáció hasonló volta szerepel és így egyesítettnek mindazon kőzetek, melyek ásványos alkatra nézve egymáshoz közel állanak, a mi annyit is jelent, hogy hasonló körülmények között képződtek; emennél fő elv egyesíteni oly kőzeteket, melyek hasonló időszakban jöttek létre.

A makrografiai osztályozásnál a földpát figyelmen kívül hagyatik, tekintvén hogy azt fajilag megkülönböztetni reá nézve nem bírjuk; a mikrografiai osztályozásnak pedig alapját képezi. És még is van e két osztályozás között lényeges összefüggés, mely a földpát-fajok törvényszerű associációjában található. A savas és káliidus földpát társaságában találni a quarczot és a szintén káliidus csillámot; ugyanezen két könnyen felismerhető ásvány követi még a valamivel kevésbé savas andesint sőt a labradoritot; míg az ennél bázisosabb mészföldpátokkal lényegesen nincs társaságban. A makrografiai felosztás szerint tehát csak két csoport van: biotitos és nembiotitos. Amaz a savasabb, emez a bázisosabb földpátkőzeteket foglalja magában, mihez én hozzá fűzöm, hogy a savasabbak az ugyanazon eruptioi ciklus régiebb — a bázisosabbak a földpát-sorozat arányában a fiatalabb tagok.

Midőn a trachitok beosztását a földpát szerint a hatvanas években megpendítettem, egy német petrograf munkájában ezen megjegyzést találok: «Die Trachyte nach dem Feldspath einzutheilen, bleibt wohl ein frommer Wunsch.» Igaza volt akkor, mert a földpát specifikációjára kőzetekben módszerünk nem volt. Én behoztam a tudományba a lángkísérleti módszert, utánam jött Boricky módszere s mellette az optikai módszer is mind jobban kikerekedett s most már az összetett kristályos földpátkőzetek mindegyikénél a földpát képezi az osztályozásra hivatott ásványok legfontosabbikát.

Hasonlóképen állunk a trachitok között a Richthofen által úgynevezett propilittel, vagyis trachitzöldkövel, mely fogalom a bányász által a szín és ércztartalom szerint mesterségéhez mérten

gyakorlatilag megállapítva, a tudományba is bejött és Richthofen annak mint a trachitok legrégebb és önálló tagjának a felfogását nemcsak Európában de világgörutazása alkalmával Amerika nagy-szerű trachitvidékén is elterjesztette. Én már 5 év előtt (1878) határozottan formuláztam, hogy a trachitzöldkő nem petrográfiai egység, egy ilyen kőzetfaj nem létezik, egy propilit-eruptio soha sem volt. Ezen erős provokációra senki részéről védelem nem következett, a hatás azonban meglátszott, a mennyiben némely munkában a propilit szó elhagyatott, másban ha megmaradott is, de azon megjegyzéssel, hogy Amerika trachitvidékein léteznek a típusok. Én 1882-ben éppen azon a vidéken jártam Nevadának, melyre ezen hivatkozás czéloz s míg egyrészt meggyőződtem személyesen, hogy a viszonyok ott is hasonlóak a magyarországiakhoz, másrészt hogy a Comstock Lode trachitközeteinek legújabb tanulmányozásánál (1882) BECKER geolog hasonló formulázással él Amerikára nézve, hogy a propilit szó az amerikai nomenclaturából is kiküszöbölendő, mert az csak hasonló nemű módosulata többféle trachit-típusnak.

Ez áll szerintem minden régebb u. n. zöldkőre nézve is, azok mind utóbbi módosulatai valamely normál associációknak, melynek tagjait restaurálva összeállítani a petrograf egyik s néha nem könnyű feladata. A zöldkő elnevezést azonban nem vetjük el. Azt az eredeti értelmében különösen bányászati vidéken mint fontos habitus-tulajdonságot megemlítjük, sőt a makrográfiai osztályozásnál tekintetbe is vesszük, de külön és eredeti képződésű kőzetfajgyanánt nem jön számításba.

A *harmadik* rész a történelmi geologia. Ennek nomenclaturájában keresztül vittem teljesen úgy a stratigrafiai, mint a chronologiai hierarchiára nézve mindazt, mit Bolognában a nemzetközi geologiai második congressuson (1881) e tekintetben határoztunk. Nem dogma az, hanem czélszerű és tanácsos, hogy a tudományra nézve káros elágazásoknak véget vessünk egy oly egyöntetű nomenclatura által, a minő megvan a matematikában, fizikában, chemiában stb.

Az időszakok felmenő vagy lemenő sorozatának kérdését, ellentétben az írók többségével az utóbbi szellemben fogadtam el. Ez geológiám specziál jellegével egyedül fér össze. Megengedem,

hogy a stratigraf az eredmények teljes összeállításánál czelszerűbbnek találja oda állítani a rétegek egész sorozatát, és a leírást az alappal kezdeni; de midőn az anyag állapotának vizsgálata van főczélul kitzúve, azon erők méltatásával együtt, melyek a változást előidézik, akkor a tényleges állapotból, tehát a jelenkorból kell kiindulni, itt van együtt az ok és okozat, míg a régebb korszakokból csak az eredmény maradt fenn, melynek létrehozásához a kulcsot egvedül a jelen szolgáltathatja. Az anyag elváltozása fokozatosan halad a geologiai arák távozó sorában s a legutolsóban már a viszonyok oly bonyolódottak, hogy azokkal kezdeni a történelmi geológiát nem lehetne.

A jelenkorban a *hidrográfiai* és a *vulkáni* viszonyokra különös tekintettel vagyok. Ez utóbbi fejezetnél a petrográfiai momentumnak chronologiai részét is érvényesítem, úgy saját észleleteim, mint különösen a francia iskola felfogása szerint, ez nézetemet elfogadva a modern vulkánoknál a chronologiai jelentőséget tekintetbe vette. Fouqué-n kívül főleg Vélain-t hozom fel, ki az indiai oceán több vulkáni szigeteit tanulmányozván, a Venus észleleti expeditio alkalmával, az általam felállított szabály létezését szintén konstatálta.

Az anyag viszonyos korának meghatározása egyik fő feladat lévén, a stratigrafia a paleontológiával együtt, de ez csak a geologia szolgálatában, teljesen vannak tárgyalva, a mennyiben t. i. egy általános geologia kerete megkívánja.

A tárgy beosztásánál az elv ki van emelve s a körül a megalapító tények csoportosítva. A geologia az egész földgömbbel foglalkozván, a tudomány épületéhez az anyag a búvárok összes új kutatásából van összehordva, de mind a mellett a Magyarországot illető adatok fontosságuk és érdekességükhöz mért figyelemben szintén részesülnek.

Hogy autopsziám Amerika nagyszabású geologiai viszonyaira nézve fontosabb segítségemre volt az illető fejezetek határozottabb fogalmazásánál, mint az európai tankönyvek szintelen és többekévesbbé avult ecsetelése, könnyen elhihető.

A *negyedik* és *utolsó* rész ismét általánosságokkal foglalkozik csak úgy mint az első, de azon különbséggel, hogy míg az elsőnek tárgyai sem az anyag sem a történelem részleteivel összeköttetés-

ben nem állottak, ezen rész a Földnek úgy szerkezetében mint alakulásában, valamint anyagi és alaki változásaiban előforduló olyan tüneményekkel foglalkozik, melyek általánosabbak mintsem hogy akár a felületre vagy attól le csekély mélységre, vagy csak fejlődésének egyes korszakaira szorítkoznának, sőt több esetben nem is lehetnek egészen az észlelet tárgyai, hanem kénytelenek vagyunk, a mennyire kitelik, tényekből indulva, hipotézisekkel hozni kapcsolatra; ezeket a megelőző három részben foglalt tények és észleletek részletesebb tárgyalásának végén alkalmasabbnak tetszik mint negyedik s befejező részt külön foglalni egybe. Ilyenek főleg az életjelenségek áttekintése, a metamorfizmus és vulkanizmus tüneménye egészben véve, nem különben a földkéreg lassú és erőszakos mozgása, a föld tömötsége és belseje kapcsolatban képződési módjával, a melyek mind megannyi külön szakaszban jönnek szóba.

A metamorfizmus egyike a legkényesebb kérdéseknek a föld anyagának történetében. Sok észlelet kellett, még pedig leginkább a chemia szövétneke mellett, hogy az uralkodott chaos némileg tisztúljon. A világosságot hathatósan terjeszti még a mikroszkop és az experimentál geologia. Mind ezen kutatások eredményeit összefoglalva két egymástól merőben eltérő metamorfizmust különböztetek meg a Föld mélyében: egyik a gneisz-gránit régiója felett, másik a gneisz-gránit alatt. Ez utóbbi a vulkanizmus körébe vezet át. Amazt mesterségesen nem sikerült készíteni, míg a vulkáni kőzetekből a bázisosakat, a legnagyobb mélységből eredetteket sinthetikai módon Fouqué és Michel Lévy valamint kis részt mások is előállították.

A Föld belsejének mint egésznek alkotásához, szem előtt tartva a tömötséget, a mágnességet, az eddig ismert elméletekhez egy újabbat is veszek t. i. a meteoritek alapján, melyeket a csillagászok az égi testek alkotásánál is kezdenek számba venni.

Munkámban, azt egészben véve, a rideg ténysorolás helyett, a hol csak kivihető volt, a történelmi elbeszélés modora van választva s e szép tudomány egyes részei, a gondolatot a szokottnál messzebbre vezetve, úgy vannak előadva, hogy az érdeklődő abban azt se nélkülözze, mit egy tanulságos olvasmánytól követelhet. És

így ámbár, úgy hiszem, hogy e könyv nem rettent vissza azon általános olvasót sem, ki a természettudományok ezen egyik legvonzóbb ágának elvei és alapul szolgáló adatai iránt érdeklődéssel viseltetik, de a didaktikai módszernél fogva, melynek hódoltam, az kiválólag a tanuló számára való, ki ezen a közmívelődésre és az életre oly befolyásos ismeretkörbe rendszeres bevezettetést keres. Az orvos, gyógyszerész, mérnök, gazda, bányász stb. mennyiszer jön érintkezésbe a természettel és hányszor van alkalma ahhoz a geologia kérdései hosszú sorából egyet-mást intézni, viszont mily gyakran észlel oly természetű tüneményt, melynek megértésére geologiai tájékozottság kell!

A rajzok a geologia megírásánál csak úgy kellene, mint a betűk, azokban nem fukarkodtam. 360 számmal vannak az ábrák s közöttök vagy 77 ábracsoport, melyeknek egyes számait különvéve, az ábrák összes száma 700 körül van. Az ábrákat két chromolithografiai tábla egészíti ki.

Geológiám SEMSEY ANDOR úrnak van ajánlva, mint a természettudományok művelőjének, s múzeumaink valamint tudományos életünk tanúsága szerint azok mæcenásának. Hogy SEMSEY úrnak érdemei e tekintetben nagyok s egy ily szerény nyilatkozata a valódi érdemelismerésnek indokolt, mindenki előtt világos. De az általános érdem közérzetét szabadjon némely pregnans tagjára szétszedve mutatni be. A m. nemzeti múzeum ásványtani gyűjteménye felette nagy lépést tett előre a herczeg Lobkovitz-féle szép gyűjtemény megvétele által, melyre az országgyűlés 36,000 frtot szavazott volt meg. Ez által a nemzeti múzeum ezen osztálya az európai szép gyűjtemények sorába jutott. Azóta a nemzetnek egy fia, ezen összegnél többet áldozva, a gyűjteményt azon polczra emelte, hogy Európa és így a világ legelső három gyűjteményeinek egyike gyanánt említetik. London, Bécs, Budapest a három város, hol a legszebb ásványgyűjtemény található.

Nem bennünket illet itt az ítélet, hanem a külföld szakembereit, s ezek között szabadjon egy amerikait (Mr. Bement) említésbe hozni, kinek mint magánembernek a legszebb gyűjteménye van a világon. Ez épen azon időben, midőn én 1882 nyarán Philadelphióban jártam az ő gyűjteményét megnézni, a m. nemzeti

múzeumban volt s azon nyilatkozattal távozott, hogy ő reá az itteni ásványgyűjtemény nagyobb hatást tett, mint a londoni vagy bécsi.

A magyarhoni földtani intézet termeiben is szétnézve a SEMSEY névhez vannak kötve oly gyűjtemények, melyek nemcsak hogy függetlenné teszik ezen zsenge, de szépen fejlődő intézetet önálló munkák keresztül vitelénél, hanem a külföldi szaktudóst is reábirják Budapestet tudományos érdekekben felkeresni.

A SEMSEY-korszak múzeumaink történetének mindenkoron fényes emlékü korszaka leend, mert abban oly tárgyak, sőt gyakran egész gyűjtemények lettek az intézeti általán összegén kívül megszerelve, melyek más módon soha se jutottak volna oda!

Ma-cenási közreműködésnek sok országban ismerjük példáját és mondhatnám elvét. Mindezek között a SEMSEY úr által választott elvet találok a legkiválóbbnak. Mások egyszer-másszor ajándékoznak rendkívül becses tárgyakat, mások gyűjtenek magoknak s halálok esetére egy közmúzeumra bocsátják át. Mindez szép és jó, de legszebb és legjobb az, midőn valaki tanulmányoz egy nagy közmúzeumot és a vételre ajánlott költségesebb újdonságok meg szépségei megszerzésén kívül tekintettel van a gyűjtemény hiányaira és ezek lehető pótlását is foganatosítván, mindent azon kívül hogy maga is élvezzi, de azonnal közhasználatra is bocsátja át.

Ezen elvnek ernyedetlen és a külföldi múzeumok igazgatói által őszintén megírgyelt képviselője SEMSEY ANDOR úr!

