51001 ~~4676.~~ e. VI M 7. C. 51001

MAGYAR

# AKADÉMIAI ÉRTESITŐ.

GYŐRI OLVASÓ TÁRSASÁG

A MATHEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLYOK
KÖZLÖNYE.

AZ AKADÉMIA RENDELETÉBŐL
SZERKESZTI
GYŐRY SÁNDOR
AKAD. R. TAG.

EGYETEMI KÖNYVTÁR

ÖTÖDIK KÖTET.

PEST,
EGGENBERGER FERDINÁND MAGYAR AKAD. KÖNYVÁRUSNÁL.
~~1865.~~

1864

A M. Kir. Horthy Miklós-Tudományegyetem
KÖNYVTÁRA
SZEGED

KÖNYVTÁRA
SZEGED

PEST,

NYOMATOTT EMICH GUSZTÁV MAGY. AKADÉMIAI NYOMDÁSZNÁL.

1865.

MAGYAR

# AKADÉMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,

ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

V. KÖTET. 1864. I. SZÁM.

# NEGYEDKORI KOVASZERSZÁMOK.

SZABÓ JÓZSEFTŐL.

(Olvastatott 1863. junius 22-én.)

(Egy tábla rajzal).

Európában sok helyen, de Dél-Amérikában is találtak barlangokat, melyekben a negyedkorhoz számított állatok: Mammut, Rhinoceros tichorhinus, az ős Hyena, barlangi Medve sat. együtt feküsznek betemetve emberi csontokkal, vagy készítményekkel. Ilyen nyomozások legnevezetesebbjei a következők:

1. Dr. *Schmerling* jeles anatom és palaeontolog Belgiumban (Lüttich)*), átvizsgálván több mint *negyven* barlangot, egy két kötetü s rajzokkal ellátott munkát adott ki. Ezen barlangok legnagyobb részében, nevezetesen vagy negyvenkettőben, talált a negyedkori állatok csontjain kivül oly kovaköveket, melyeket lehetetlen volt ember által idomítottaknak nem tartani; de nem több mint csak négyben talált az említett csontok és kovatárgyak kiséretében emberi váznak darabjait. A bar-

*) Récherches sur les Ossements fossiles découverts dans les cavernes de la Province de Liège. Liège 1833—1834.

langok nagyrészt olyanok voltak, hogy azokba azelőtt ember nem járt, sőt stalagmit által voltak födve, s így azok eredeti fekvetéről kétsége nem volt. A helyi vizsgálat után azt következtette: hogy e barlangok nem voltak ragadozók lakhelyei, de az emberé sem; az első nem, mert megrágott csont nem fordúl elő, a másik sem, mivel egész váz egyszer sem fordúl elő, hanem igenis egyes részei a testnek, de ezek úgy helyezve egymás mellé, hogy azoknak még húsos állapotban kellett bejutni. Hogy az állatok és az ember csontjai egy időben jöttek be, bebizonyodott az elváltozás hasonló foka által, mert a szerves anyagból még annyit talált az állatok csontjában mint az emberében. Általában azonban vesztettek már súlyokból friss csontokhoz képest, kivéve azon esetet, midőn a likacsok beszüremkezett mészcarbonáttal teltek meg, ez esetben néha még súlyosabbak is. Schmerling ezek nyomán kimondotta, hogy az ember együtt élt a Mammuttal és az ős Medvével. Munkája azonban hidegen fogadtatott, még Lyell által is, ki annak megjelenése évében őt meglátogatta, s a társalgásból észrevette, hogy állításának valóságától át meg át van hatva. A tény akkor magában állott, s utána járni nem csekély feladat volt, mert Schmerling magát a barlangba napokon át kötelen eresztette le, s leérve az első tárnába, az útat négykézláb folytatta egyik csarnokból a másikba, s ott fáklya mellett ügyelt fel a munkásokra, kik a márvány keménységü csepkő-kérget eltávolították; egy lábbal vízben állott, fejére mésztartalmu víz csöpögött, s így észlelte a tárgyak fekvését hétről hétre, évről évre! — Végre ezen önfeláldozással tett észleletek és gyüjtések befejeztetvén, következett az alapos tanulmányozás a dolgozó-teremben, ennek eredményei összeállíttatván s kiadatván, az eredmény: hogy a tudós és nem-tudós világ elfordúlt tőle! — Schmerling már meghalt, s munkájának teljes becsülése csak nehány éve hogy számítható. Máshonnét kellett sokaknak meggyőződni, hogy ezen jeles és megdönthetlen igazságu észleletének önérzetével bíró philosophot méltányolni bírják! 1860-ban Lyell ismét Lüttichbe ment, Schmerling már nem volt, de nagyszerü gyüjteményét megnézte, s egyik barlangot is megvizsgálta egy ottani természetbúvár prof. Malaise társaságában, ki Lyell eltávozta után is folytatván a kutatást, ugyanolyan tárgyakat mint az elhunyt, s azokat az általa természethűn ecsetelt körülmények közt találta.

2. Körülbelül ugyanazon időben, melyben Schmerling a belgiumi barlangokat vizsgálta, Angliában egy katholikus pap Rev. Mr. *M^c^ Enery* Torquay közelében lakván, az e helytől nem messze eső s „Kent's Hole"-nak nevezett barlangot vizsgálta. Ebben is volt stalagmit fenék, s az ez alatti veres agyagban fedezett fel Mammut, Rhinoceros, Barlangi medve Barlangi hyena, Ló sat. csontokat, feljegyezvén, hogy ember csontjai is jöttek elő, szenült fával és durva cserepppel a stalagmit fölött, de alatta is, csakhogy itt a csontokat kovából készített tárgyak követik, melyekről ő azt tartotta, hogy nyilhegy vagy kés gyanánt használtattak. Ezen kutatás eredményeit már kiadni is kezdette, de rögtön közbe jött halála azt végkép megakasztotta, úgy hogy későbben munkája létezéséről se tudtak semmit. Azonban gondos utánjárással sikerült kézirata nagyobb részét feltalálni, arra kiadó is akadt, s általa a barlangi maradványok tudománya tetemesen gyarapodott. Mr. *M^c^ Enery* észleleteit 1840-ben egy ügyes és tapasztalt geolog Mr. Godwin-Austen ismételte, megerősítette s közzé is tette. 1847-ben a torquay-i természettudományi társulat elhatározta a barlangot tovább kutatni, s különös tekintettel lenni a kovaszerszámok fekvésére. Eredményök az volt: hogy ámbár hozzánk közelebb álló korban is lakott azon barlangban ember, ezen korbeli ott tartózkodásának biztos nyoma van a stalagmit-réteg felett vagy közvetlenül alatta: vannak azonban szintoly biztos nyomok, hogy egy megelőző korszakban kovaszerszámok jutottak be a stalagmit alatti veres agyagba kihalt állatok csontjaival együtt. 1858-ban Torquaytól nyugotra 3—4 angol mértföldre *Brixham*-nál azon barlangba egy új bejárást fedeztek fel. A Royal Society pénzt utalványozott ennek rendszeres megvizsgálására. Mr. Pengelly vezette a munkát, mig Mr. Prestwich és Dr. Falconer mint geologok többször kirándúltak a hely színére, s figyelemmel kisérték annak haladását. Ezen kutatás minden kitelhető gonddal ment véghez, minden tárgynak fekvése is fel lön jegyezve. A rétegek így következtek: a) fölül stalagmit 1—15

hüvelyk vastag, néha csontokkal, nevezetesen szarvas és ős medve; b) vereses agyag 1—15 láb; c) kavics, melynek vastagságát 20 lábbal nem érték el, mélyebben nem is hatván bele, miután kövületet eddig nem tartalmazott. — A csontok a második rétegből kerültek ki. Embercsontot nem, de kovaszerszámokat bőven találtak, különösen a második réteg alján. Nevezetes eredménye e kutatásnak az, hogy a stalagmit fölött és közvetlen alatta az ős medvéből egyes testrészek egész tökéletességben találtattak, a legapróbb csontok is megvoltak s egymás mellett feküdtek, mi a mellett szól, hogy azon csontok a víz által nem mint egyes régen szétesett csontok, hanem még az inak és izmok által összetartva jutottak be sokkal későbben, mint a kovakészítmények.

Az ezekből vont azon következtetés, miszerint az ember egy időben élt a Mammuttal, az ős Hyenával, Medvével sat. nem találkozott általános helyesléssel, mert a barlangokat méltán oly helynek tekintették, melybe valami külerő, legáltalánosabban a víz, több korbeli állatot és tárgyat hordhatott össze, e szerint nem lehetetlen, hogy egy negyedkori képlet mozgó anyagát, melyben elefánt, rhinoceros s egyéb tetemek voltak betemetve, és egy mostkoriét, mely ember csontjait s készítményeit zárta magában, együtt mosta el, s együtt juttatta a barlangba, innét ezen tetemek a barlang aljától a tetőig, összevissza keverve találtatnak. Dr. Schmerlingnek azon igen fontos észleletét figyelembe se véve, mely szerint ezen mélyen ható búvár még a csontok elváltozási fokát is vizsgálata tárgyává tette, a barlangok esetét nem tartották rendes előjövetnek, hanem azt kívánták, hogy azon helyeken is jöjjenek elő az ember maradványai, melyeken a kihalt emlősök rendezettebb körülmények közt találtatnak, olyan rétegekben, melyeket minden geolog negyedkoriaknak tart.

Ez is bekövetkezett.

1841-ben Boucher de Perthes tette meg az első lépést Abbevilleben, mely város Francziaország é. ny. részében, a Somme völgyben, a páris-boulogne-i vasút vonalán fekszik, sőt ennek egyik főbb állomását képezi. Ő mint jeles archaeolog, ebbeli kutatásai nyomán reá jött nem messze lakó-városától Menchecourtban, hogy az emlősök csontjain kivül bizonyos homokban egy durván idomított kovakő-szerszám is fordúl elő, mely hasonlít ugyan némileg az ú. n. celt régiséghez, de mégis eltér saját alakja által; nem sokára többet talált, s időnként a munkások által gyűjteménye szaporodott. 1844-ben Abbeville-ben a kórház építésekor egy kavics-rétegben tetemes mélyítést csináltak, mit M. de Perthes figyelemmel kísért, s azt találta, hogy különféle mélységben 9—16 láb között egy homok s kavics képezte rétegben, a melyben ős elefánt fog is volt, több kovaszerszám is fordúl elő. Ugyanazon év végén más helyen (Moulin Quignon) is fedezett fel ilyeneket hasonló körülmények között. 1847-ben mindezekről egy munkát adott ki („Antiquités celtiques et antédiluviennes"), melyben az állatok mind Cuvier által meghatározva jelennek meg, a kovakészítményeket pedig, miután olyan rétegből kerülnek ki, melyet a geologok diluviálnak mondottak, antédiluvien-eknek nevezte.

Azonban a geologok nem akarták hinni, hogy ott az emberi készítmények eredeti fekhelyen vannak; mások csalásnak vélték a munkások részéről; ismét mások látván a munka durvaságát, véletlen töréseknek tartották.

Senki sem kételkedett jobban mint az ugyanazon vasúti vonalon, de Párishoz közelebb fekvő Amiens város jeles orvosa dr. *Rigollot*, ki már jóval azelőtt (1819) írt egy munkát a Somme völgyről őslénytani tekintetben. Egyszer azonban elhatározta magát Abbeville-be rándúlni, a Perthes gyűjteményét megtekintendő. Haza térvén az Amiens körül levő kavics-gödröket is átvizsgálta, s csakhamar talált hasonló példányokat. A gyűjtést folytatván, négy év alatt több százra menő kovaszerszámot kapott össze, leginkább St. Acheul külvárosból. Ezek után hozzáfogott dr. Rigollot egy értekezés írásához, melyben nemcsak régiségtani, de geologiai szempontból is alaposan szól a kovaszerszámokról. Ő is kimondotta azon meggyőződését, hogy az ember s a kihalt negyedkori nagy emlősök egy korban éltek.

Ezen értekezés nem annyira Frarcziaországban, mint inkább Angliában gerjesztett figyelmet, hol épen ekkor voltak folyamatban a brixhami kutatások, Dr. Falconer ezek bevégzése után Siciliába készült az 1858—59-iki télen, s útjába ejtette Abbeville-t és Amiens-t, megnézte a Boucher de Perthes gyüjteményét, a kovaszerszámok valódiságáról meggyőződött, és barátját Prestwich urat levélben felszólította, jönne át s vizsgálná meg a Somme völgyi földtani viszonyokat részletesen. Francziaország ezen vidékének nem hiányzottak jeles geologjai (Ravin, Buteux), kiktől nagy mérvben kidolgozott térképek voltak közölve, s kik az általok diluviálnak mondott képlet leirásához, miután a kihalt vastag bőrü s egyéb jellemző állatokat leirták, pusztán megemlitették, hogy Boucher de Perthes kőbaltákat (hache) s egyéb kovaszerszámokat fedezett fel benne, „egyike azon leleteknek, melyek valódiságát sokan kétségbe vonják"; ezen hideg fogadás tehát arra inditotta Prestwich-et, hogy átjőjjön és személyesen győződjék meg. Vele volt egy barátja Mr. John *Evans* F. S. A., ki archaeologiai szempontból volt a dolgot felveendő.

Alig volt Angliában valaki, kinek tekintélye nagyobb nyomatékkal birt volna a hitetlenség legyőzésére nézve, a kovaszerszámok korának kérdésében, mint Prestwiché, ki több rendbeli fontos értekezések után Európa harmadkori képleteiről, magát jó ideje már, hogy az újabb és legújabb korszaki rétegek tanulmányozásának szentelé vala. A várakozásnak ezen vállalatnál is megfelelt mert Evans úrral tett közös nyomozásáról oly jeles értekezést adott be a Royal Society-nak (1859), hogy e tárgyról egész mostanig nem jelent meg az angol irodalomban, mely azt elhomályositná; míg ő túlnyomólag földtani szempontból tárgyalja, addig Mr. Evans pusztán régészeti szempontból kidolgozva a Society of Antiquaries-nak nyújtott be egy szintén jeles czikket, kisérve szép ábrákkal, melyen a kovaszerszámok fél nagyságban adatnak.

Angliában tartózkodván, többször volt alkalmam ilyen tárgyak gyüjteményét nézni, tudományos üléseken előadásokat hallani, de különösen Mr. *Prestwich* ismeretsége által bő alkalmam volt a dolog színvonalára emelkedni; ő van ott a legtökéletesebb gyüjtemény birtokában, mert az első kirándulása óta évenként kétszer is átrándúl Abbeville és Amiensba, s azt innét és az angol lelhelyekről folytonosan gyarapitja.

Az ő barátságának köszönöm, hogy nehány oly példányt mutathatok be a Tekintetes Akadémiának, melyek a különböző alakok képviselői; sőt ajándékozott egy utánzottat is, mert idővel, a mint a munkások észrevették, hogy a példányokért pénzt kapnak, csakhamar reá jöttek, hogy hasonló szinü patakkövekből az eredetieket alakra nézve utánozzák. Van azonban egy biztos mód az eredetit a most csinálttól megkülönböztetni: a) az eredetin többnyire van egy kis ásványkéreg, az Abbeville és Amiens-ieken mészcarbonátból áll, mely mint egy patina bizonyítja a kort, s melyet levakarni nem épen, de felragasztani lehetetlen; az itteni utánzott példányra a kérget sárral igyekeztek pótolni elég ügyetlenül; b) a valódiakon olykor dendritek vannak, mik azonban nem általános ismejelek, mert sok darabon hiányzanak is; végre c) a hely színén azt tapasztalni, hogy minden saját szinnel biró részlege a kavics-képletnek hasonló szinü kovakö tárgyakat szolgáltat, a hol a festanyag veres, veres minden kavics és kőszerszám, a hol barna vagy fehér az általános szín, ezt találni részletesen is minden oda temetett tárgyon, még a csontokat sem véve ki. Ha tehát egy onnét kikerülö kovakészítmény más színnel bírna mint az állítólagos fekhely, annak valódiságáról szintén kételkednünk kellene. Prestwich úrnak egy példányt köszönök a R. S. évkönyveiben megjelent értekezéséből, melyhez földtani s helyírati térképek, meg kőszerszám-rajzok csatolvák; ezeken kivül a horne-i régi (1797) lelet rajzait, valamint Evans-nak az ő értekezéséhez csatolt szép tábláját is, van szerencsém itt bemutatni, sőt annak nyomán a három fő faját a kovaszerszámoknak e jelen értekezésem számára is jónak tartottam lemásoltatni két oldalról: a lap és az él szerint.

A *Somme* völgye lévén eddig a kovaszerszámok lelhelyei között legjobban tanulmányozva, nem tartom fölöslegesnek annak földtani viszonyait körvonalozni. Kréta-képlet ott az alap, melynek rétegei csaknem szintesek, s a melyben azon kovakövek vannak, melyekből egykor századokon keresztül készíttettek Francziaország ezen s egyéb részeiben puskába meg házi használatra való tüzkövek. A kréta itt hullámos felületü fönsíkot képez, melynek magassága a tenger fölött 200—300′. A felületen a kréta ritkán látható, azt szerencséjére a földmivelésnek egy agyagréteg borítja, vékonyan ugyan, de mégis elegendőleg, hogy Picardia (jelenleg dep. de la Somme és egy része dep. de l' Aisne) annak köszönhesse termékenységét. Másutt harmadkori kövületeket záró homok és képlékeny agyagot találni a krétán, s csakis a völgyek lejtjén van itt-ott csupaszon, s különösen a Somme völgyben is, honnét az újabb borítékot a víz eltávolította, s részben mint anyagát halmozta össze a völgy fenekén létre jött újabb lerakatoknak.

A Somme völgy szélessége csekély; Amiens és Abbeville között közepesen egy angol mérföld, s e völgy itt nem egyéb mint egy a krétaképlet laza anyagába vájt csatorna, melynek fenekén, de néha oldalain is újabb rétegeknek fokozatos sora látható. A völgy talpába van a Somme folyó bevájódva; bír ártérrel, s az mocsár meg turfa, melynek vastagsága 10—30 sőt helyenként 40 láb. Ez alatt vékony rétegben vízhatlan agyag terül el, mi látszólag a turfa létrejöttének egyik feltétele volt, s végre ez alatt van a völgy legalsó rakodmánya a kavics, melyből az ős csontok és kovakészítmények kikerülnek. Ezen réteg közvetlenül a krétán nyugszik. Azonban a víz színe fölött a völgy lejtjén vagy az oldalvölgyekben is lelni löszféle agyagot és kavicsot rétegesen, s ezek szintén lelhelyei a kérdéses zárványoknak.

A *turfa* rétegben állatcsontok böven találtatnak, azok mind most élő fajokhoz tartoznak; találni római és celt régiségeket, de emberi csont ritkán kerül ki. A helyzetre nézve függélyes irányban áll, hogy a gallo-római tárgyak felsőbb rétegben, s a celt régiségek alsóbban jönnek elő.

A turfa alatti *kavics*-réteg más tájakon előjövőtől nem különbözik egyébben, mint a rendkivül sok ember-idomította kovakő által, melyek oda a réteg eredeti képződése alkalmával jutottak, s a háborítatlan, vagy, mint a magyar nép mondja, *eleven földben**) találtatnak.

*) *Terrain vierge* francziául; az angolnak hasonló népies kifejezése nincs, a geologok csak „undisturbed vagy unbroken ground"-nak mondják.

A völgy-oldalon előforduló rétegsorozatra nézve elég legyen Abbeville mellett a *menchecourt*-i kavicsbánya viszonyait tüntetni fel; itt három réteg van: a *felső* barna agyag szögletes kovakö-darabokkal, nem réteges, vastagsága vagy 4'. Kövület nincs benne. A *második* löszféle agyag, kréta tartalmu, helyenként nyoma látszik a rétegességnek; vastagsága 6—15 láb. Szárazföldi csigák (Helix hispida, H. arbustorum, és Pupa muscorum), valamint több foraminifera a krétából és harmadkori képletekből, úgy szintén egy-két kovakőszerszám került ki belőle, sőt elefánt s egyéb négylábu nagy állat csontja is.

A *legalsó* réteg váltakozva kavics, márga, homok, s ezekben van úgy az állatok mint a kőszerszámok legnagyobb mennyisége. Emlősökből találtak: *Bos primigenius, Cervus Somonensis, C. tarandus priscus, Elephas primigenius, Equus fossilis, Felis spelaea, Hyena spelaea, Rhinoceros tichorhinus, Ursus spelaeus.* — Szárazföldi teknőczök: *Cyclostoma elegans, Helix arbustorum, H. carthusiana, H. crystallina, H. hispida, H. nemoralis, H. pulchella, H. rotundata, H. striata, Pupa marginata (muscorum), Succinea amphibia, S. oblonga, Zua lubrica.* — Édesviziek: *Cyclas palustris, C. cornea, Cyrena consobrina, Limnaea auricularia, L. minuta, L. ovata, L. palustris, L. peregra, L. stagnalis, Planorbis marginatus, P. carinatus, P. corneus, P. albus, P. vortex, Paludina impura, Valvata piscinalis, V. planorbis.* — Tengeriek: *Cardium edule, Ostrea (töredék), Tellina solidula, Buccinum undatum, Fusus (?), Littorina littorea, Nassa reticulata, Purpura lapillus.*

A tengeri kagylók belekeveredése azt bizonyítja, hogy egykor a tenger dagálya idáig hatott, midőn, t. i. e vidék nem volt az oczeáni színt fölé annyira kiemelkedve mint jelenleg. A kagylók közt egy van, a *Cyrena*, mely Európában többé nem él, míg a Níl vidékén és Ázsiában több helyen honos, ellenben a többi faj jelenleg is megvan Francziaország azon részében.

A kovakészítményeket ezen helyeken Prestwich és Evans eredeti fekvetben észlelték, s egy kitünő körülmények között találtat Prestwich photographoztatott, mielőtt kivették volna fekhelyéből, s e képet a Royal Society ülésében előterjesztette.

Értekezésének folytán többen mentek Angliából és Francziaországból Boucher de Perthest meglátogatni, különösen Londonból Mr. *Flower*, ki egy későbbi kirándulás alkalmával Mr. Prestwich-et kísérte, és kinek szintén sikerült egy szép kovaszerszám előjöttét a hely színén észlelni. 1859-ben Lyell is megvizsgálta, s 70 kőszerszámot kapott ottlétében, melyek közöl szeme láttára tártak fel nehányat a kavicsgödrök új felületén, s azon évi vándor gyülésén az angol természetbuvároknak (Aberdeen, 1859) kimondotta, hogy a dolog valóságában hisz. Útját vissza Rouen-en vevén, ott Mr. *G. Pouchet*-vel közlötte véleményét, s ezt a városi hatóság saját költségén küldötte Amiensbe; ő oda menvén addig maradt, míg alkalom nem nyílt egy kovaszerszámot természetes fekvetében látni. Jelentése megjelent (Actes du Musée d' Histoire Naturelle de Rouen 1860).

Párisból M. Gaudry (naturaliste au Muzéum d' histoire naturelle) ment oda, és szintén meggyőződött, de a párisi tudományos akadémiának tett jelentésében kiemeli, hogy fő dolog a munkásokat szemmel tartani s azokat egy perczre sem hagyni önmagukra, mert máskép mindig marad kétely a fekvet eredetisége felől. Ő mély gödröt ásatott, s kilencz kőszerszámot talált határozottan a negyedkori képletben, ló és a mostanitól eltérő, de a barlangihoz hasonló ökör foggal együtt.

Ezeken kivül többen is mentek oda, sőt a mi nevezetesebb, elővették e tárgy múltját, s adatokat hoztak fel arra, hogy hasonló meggyőződést hasonló észleletek nyomán már régebben is fejeztek ki. Így egy tekintélyes geolog Hébert 1854-ben. Frere 1797-ben talált már Suffolkban (Anglia) az amiens-ihez hasonló kőkészítményeket, miként azok rajzban (melyből két táblát van szerencsém bemutatni) megvannak, ugyanott elefánt-fog is jött elő. Még 1715-ből is fel van jegyezve, hogy hasonló tárgyat találtak London kavics-rétegében elefánt-csont társaságában. Ilyenkor áll, megjegyzi Lyell, mit Agassiz szokott mondani: hogy valahányszor egy új és meglepő tény merül fel a tudományban, az emberek előbb avval fogadják „nem igaz" ; azután „ellenkezik a bibliával" ; végre „hiszen azt már az előtt is tudta mindenki" (nil novi sub sole). A geologokra nézve csaknem általában mondhatni, hogy az új tan, mely szerint az ember együtt létezett több kihalt állattal, e három pházison már keresztül ment, a nagy közönségre nézve azonban még nem, sőt miként később fogom említeni, némely oldalról e kérdés a szakemberek közt is még vitatárgy.

*A negyedkori kovaszerszámok archaeologiai tekintetben.* Alaposan újabb időben Mr. Evans méltányolta régészeti tekintetben, s ezen alkalommal főleg az ő tanulmánya nyomán indúlok. A fő dolog kitüntetni, hogy miben különböznek, vagy hasonlítnak az Európában annyira elterjedt s úgynevezett celt régiségektől, melyeket Európa egy ős lakója maradványának szokás tartani.

A hasonlatosság és különbség az anyagban, idomban s a készítés-módban áll. Az *anyagra* nézve a negyedkori kavicsban előjövők azon kovakőből készítvék, mely eredetileg a krétaképlet zárványát képezi. Ez ugyanaz, melyet fegyver- és szerszám-készítésre a míveletlen népek minden korban és minden olyan vidéken használtak, melyben ilyen anyag találtatik. Keménysége tetemes, és mégis jól engedi magát törés által feldolgozni, úgy hogy ügyes ütések által metsző és szúró végeket lehet rajta előidézni, mi miatt elébe tették sok egyéb kőnek, sőt ha közelben nem volt, messze földre is elmentek érte, hogy abból kést, baltát, vagy nyílhegyet készíthessenek. Megemlítendő azonban, hogy a negyedkori kőtárgyaknál még nem válogatták meg az anyagot oly gondosan mint a celt népeknél, s ez utóbbiak nem ritkán egyéb kőnemeket is használtak, ú. m. diorit, syenit, porphyr, átlátszó quarcz, nephrit, agalmatholit, serpentin, bazalt sat., míg a negyedkori lelhelyeken eddig egyéb mint tüzkő nem fordúlt elő.

Az *idomra* nézve feltünő különbség van a negyedkori, és a közönséges kőkori készítmények között. A negyedkoriakat *három* csoportba oszthatni:

1. *Kova hasábok*, látszólag késnek vagy nyílcsúcsnak használva. Ezek magokban nem mondanak sokat, mert ilyenek későbbi korból is ismeretesek. A kovakő feldolgozásánál minden ütés szolgáltat apró hasábokat, melyeket kés és nyílcsúcs gyanánt igen jól lehet használni. Az idom ezeknél oly egyszerü, hogy e miatt ezek nem képesek korszakot jellemezni, sőt véletlenül természetes okoknál fogva is kaphat hasadást valamely kovadarab hömpölygése folytán, s ennek eredménye is lehet ilyenféle hasáb képződése. Azért egy-két ilyen hasáb még nem volna elengedő ok annak kimondására, hogy ember műve; ellenben ha nagy mennyiségben találtatik s bizonyos egyformaság ömlik el az idomon, már akkor tanuságot ad arról, hogy készítmény és nem puszta termény. Ember által idomítottaknak tartja Evans az Abbevilleről kikerülteket, melyek tanulmánya tárgyait képezték. — 1. Rajz, lap és él.

2. *Lándzsa alakú fegyverek,* szorosan kétfélék: gömbölyített, némileg parabolás görbeségü — és hegyes csúcscsal az oldalak valamennyire befelé lévén hajtva. A szélek élesek ugyan általában, de nem annyira mint a csúcs felé, úgy hogy inkább lyukasztásra mint metszésre alkalmaztathattak. Mind a két fajtának alja tompa, sőt ezen a részen nem ritkán meg van hagyva a kő a maga valóságában. Azt, hogy mire használták voltaképen, nem lehet megmondani; de gyaníthatni, hogy póznához erősítették, hogy dárdát vagy lándzsát kapjanak, vagy tán nyél nélkül föld-túrásra, vagy végre tán ék gyanánt használták fa-hasításra. A celt kőszerszámok között Mr. Evans nem ismer hasonlót; még legközelebb állanak az Irlandban de egyebütt is talált s durván hasábolt nyílcsúcsok, csakhogy sokkal kisebbek, minthogy a negyedkoriak hosszusága 5—6 hüvelyk. A celt kőszerszámokon, melyek vágásra készíttettek, az él rendesen a széles végen van, míg a keskeny vég nyélbe foglaltatik; amazoknál fordítva a keskeny végen lyukasztanak vagy metszenek, míg a széles jön nyélbe, vagy pusztán csak kézbe. — 2. Rajz, lap és él.

3. *Szerszámok körösköriil metsző éllel* szintén nem találtatnak az eddig ismert ős kökészítmények között. Kiváló ido-

muk tojásdad, az egyik végen többé-kevésbbé hegyes, a két oldalon egyenlő fokban domboru. Hosszaságuk 2—8 hüvelyk között ingadoz, rendesen 4—6". A celt szerszámok között azok, melyeknek köröskörül van élök, inkább háromszögüek és igen ritkák, míg a negyedkori tojásdadok csak oly gyakran jönnek elő mint a lándzsa-alakuak; Abbeville körül azok túlnyomók, Amiens körül a lándzsásak. Hogy mire használtattak, nem tünik ki, tán baltának vagy az aprók parittyakőnek. — 3. Rajz, lap és él.

A *készítésmódot* illetőleg különböznek a kőkori készítményektől több részben. Ezen utóbbiak legtöbbjén látni való, hogy ha nem egészen, de részben köszörülvék és simítvák; a negyedkoriak soha, ezek a patakkőből pusztán ütések által vannak durván idomítva. Ha bár mi oknál fogva a celt tárgy is csak durván idomított állapotban maradt, azt félreismerhetlenül észrevenni, hogy finomabban bántak vele, az ütés által eltávolított hasábok sokkal apróbbak mint a negyedkorinál. De bármi kezdőleges kísérletnek tessenek ezen negyedkori kovakészítmények, azokon egy gondolkodó és a részarányban gyönyörködő lény müve van megörökítve. Bizonyos czélra a legszilárdabb anyagok egyikét kiválasztotta, s azon gyakorlás által nagy ügyességre fejlesztett eljárással hegyet vagy élt idézett elő oly módon, hogy az egészben az idom részaránya, egy szóval egy előre megállapított terv van keresztül vive. Egy-két ütést vagy hasadást minden hömpöly kaphat, útjában, de ugyanazon terv szerint az egyik és másik oldalon annyiszor ismételt ütés csak ember müve lehet.

Lyell említi, hogy Australia benszülöttjei is használnak olyféle kőszerszámot, melyet a harmadik fajtához, a tojásdadhoz lehet hasonlítani, csakhogy ezeknél is épen úgy mint Európában a celt szerszámoknál az él köszörülés által van elöidézve; az ausztráliaiaknál nevezetesen csak az egyik vég köszörültetik, a másik ütés által durván idomíttatik; ezt behasított fába csiptetik, ahhoz opossum-bőrből készített szijjakkal erősen hozzákötik, s mint nyeles fejszét használják.

A kovaszerszámokon kivül különösen St. Acheul-nél valamint Amiens egyéb külvárosaiban is, apró fehér gömböket találnak, melyek vagy egészen vagy részben át vannak lyukgatva. Prestwich úr ezekből is ajándékozott, és így van szerencsém bemutatni. Azt tartják, hogy tán gyöngy gyanánt használtattak, s azért vannak átlyukgatva; legyen bár miként, azok a foraminiferákhoz tartozó állatocskák (Coscinopora globularis *D'Orb.*=Orbitolina concava *Parker és Jones*), és épen úgy mint a kovakövek a krétacsoportból valók.

Az 1842 óta Amiens és Abbeville kavics- és agyag-bányáiból kikerült kovaszerszámok, hozzá nem értve az apró hasábokat, számra nézve Lyell becslése szerint jóval több lesz ezernél. Azonban azt senki se gondolja, hogy könnyü azokhoz jutni. Ha azon fáradságot és költséget akarnók megbecsülni, melybe az eddig találttak kerültek, azt kellene figyelembe venni, hogy hány száz ember dolgozott ott az utolsó 20 év alatt a különféle czélokra elhordott kavics-, homok- vagy agyag-gödrökben; mert egy-egy időben soha sincs sok tárgy feltárva, újra kell nagy tömeg földet eltávolítni, hogy friss fölület álljon elő, s abból leplezhessük le a zárványokat. — Legnagyobb gyüjteménye van Boucher de Perthesnek, ebben az általános szín szerint is meg lehet olyannak, ki előtt azon táj geologiai viszonyai részletesen ismeretesek, azonnal mondania, mely tárgyak melyik bányából s annak minő rétegéből valók.

*Újabb bonyodalom.* Nem elégedvén be az emberi készítménynyel, sokan óhajtottak volna ugyanazon a lelhelyen embercsontokat is találni. Beteljesedett. 1863. martius 28-án Boucher de Perthes a munkások által rögtön elhivatott, kiknek meg volt hagyva, hogy ily esetben érte menjenek. A hely színére érve felismerte a kincset, és azon kavicsokkal együtt, melyekhez volt nőve, óvatosan kivette s haza vitte. A munkások eddig csak nagy csontokat szokván találni, hogy ezen apró csontért miért kapnak 5 frankot, és miért igér nékik Perthes háromszor annyit, ha ezen fél állkapocs másik felét is megtalálnák, fel nem fogták. Ezen ember-csont a kavics-réteg aljából került ki, közel a krétához; ugyanekkor a fáradhatlan abbeville-i búvárnak egy társa kovaszerszámot is talált közel a csonthoz. A hír elmegy Párisba, elmegy Londonba, s több tudós rándúl a hely szinére, s ki meggyőződéssel tér haza, ki nem. Párisból többi közt az Institut tagja Quatrefages a Muséum d' Histoire naturelle-nél az Anthropologia jeles tanára szerencsés volt egy kovaszerszámot eredeti fekhelyén találni, s azonnal Boucher de Perthes véleményét fogadta el, s azt sajátjává tette, s ily értelemben tett jelentést Párisban. Londonból dr. Falconer jelent meg, de ő eleinte a munkások részéről csalást gyanított, s e miatt viszszatérve Londonba a Times-ba éles czikket küldött be, mit levelezés váltott fel a két főváros tudósai között; a dolgot így nem hozhatván tisztába, azt indítványozták, hogy jöjjenek össze Abbeville-ban a vitázó felek, s a hely szinén döntsék el a dolgot. Ebbe beleegyeztek, s a „congrès scientifique" megtartatott Abbeville-ben 1863. május 11—14. Francziaországból vagy tíz tudományos tekintély jelent meg, Londonból három, s közöttök dr. Falconer és Prestwich. Két napig folytonosan vizsgálták a helyi körülményeket, a harmadikon jegyzőkönyvet szerkesztettek, melyben egyhangulag elismerték:

hogy a Boucher de Perthes által talált állkapocs Abbeville közelében (Moulin-Quignon-i kavicsgödörben) csakugyan ásatag;

hogy ő általa sajátkezüleg húzatott ki eleven földből;

hogy a kovaszerszámok, melyeket többen most-csináltaknak mondanak, szintén kétségtelenül őskoriak.

Ez után egy testben elmentek Boucher de Pertheshez, ezt neki tudtul adni, s rendíthetlen meggyőződéséért üdvözölni.

A csontot Quatrefages vitte el tanulmányozás végett, s az óta több szakember megnézte és az Akadémiában értekezett, egyhangulag mind régiségnek tartván.

Azonban az őslénytani s embertani szempontból tartott e több rendbeli előadásokban a *diluvium* szó egy geolognak, ki azon a vidéken egykor nem csak hogy kutatott, hanem részletes térképet is készített, fülét sértette, és ellene kikelt. Ez nem más mint Élie de Beaumont, az Académie des sciences egyik állandó titkárja. Ő azt állítja, hogy azon képlet szerinte nem tartozik a valóságos diluviumhoz, ő és

Dufrénoy, kivel együtt készítették Francziaország geologiai térképét, a Somme völgy lejtjén előforduló kavicsot a lejten levő mozgó kőzetnek (dépôts meubles sur des pentes) nevezték, s azt a víz összehalmozhatta *valóságos diluviál* képletekből, melyekben elefánt-csontok- és *mostkoriakból*, melyekben a kovakő-készítmények s embercsont voltak. Ezeket ő Abbeville mellett (Amiens-ről nem szól) egykoruaknak tartja a turfa képlettel a Somme völgy talpán. Ő a kovakészítményeket kőkoriaknak tartaná, s egyidejüeknek a sveiczi tólakó népekkel, melyek minthogy a tó jelen szintjével vannak viszonyban, határozottan diluvium-utániak. Ő nem hiszi, hogy az ember együtt élt a Mammuttal, ő e részben Cuvier-vel tart, kinek véleménye egy lángész sugallata, mely eddig lerontva nincs.

A f. é. május 11-iki ülésen a keztyű el lőn dobva, azt ugyanott felvenni senki sem volt képes, mert sem Milne-Edwards, ki az abbeville-i congressus elnöke volt, sem Quatrefages nem geologok, ők tehát csupán arra szorítkoztak, hogy az emberi csont a kovakészítmények és a kihalt állatok egy és ugyanazon időben jöttek be a rétegbe, szóval, hogy az eredeti rakodmány; de hogy az özönvízi vagy negyedkori képlet-e vagy nem, arról vitázzanak a geologok. — Azt, hogy sokáig hallgatni nem fognak, sőt inkább, hogy még jobban neki adják magokat az illetők a kutatásnak, várni lehetett; különösen a kihalt állatok, s az ember csontjának szerves anyagtartalma volna itt egy támaszpont, valamint a vidék újabb képleteinek általánosabb tanulmányozása. Így majd ki fog tünni, hogy Abbeville-re (mert ő csupán ezen lelhelyre vonatkozik) nézve is igaza van-e Élie de Beaumont-nak, vagy pedig e föllépés a conservativismus bizonyos nemének nyilvánulása, melynél fogva szeretné azon álláspontot változatlanul megtartani, melyben a geologia állott, midőn ő, mint korának egyik legkitünőbb embere, a nyomozó geologia terén állott még, melyről azonban jó ideje hogy visszavonúlt. — És a fönebbi várakozásban nem is csalódott senki, mert a csatornán túl és innen újra kezdődtek a nyomozások, és ezek eredménye mostanig az: hogy az Abbeville mellett Moulin-Quignonnál talált koponya valódiságát több angol buvár kétségbe vonja, s több oknál fogva, melyek a tárgy kézben forgatása alkalmával árulták el magokat; azt hiszik, hogy az a munkások által jutott azon helyre a honnét kivették; ez tehát csalás, és csalódás, s mint ilyenről ezután szólni sem kell; ellenben a kovakészítmények valóban részei a kavicsrétegeknek, s azon kavicsrétegek (még azok is, melyek ellen Élie de Beaumont kikel) valóságos negyedkori rakodmányok, s különösen, a mit „dépôts meubles sur des pentes"-nak nevez, a Somme völgy negyedkori töltelékének egy a többitől elszakadott része. Az ember egykorisága a kihalt ős állatokkal e szerint az egy Élie de Beaumont kivételével, ki az újabb képletek részletes nyomozásában már nem vesz részt, a többi geolog által a csatorna mind két partján egyhangulag hirdettetik.

Lyell egész egy nagy kötetet írt össze azon tényekből, melyek az ember régisége mellett szólanak, melyek közöl sok helyre maga is elment, s míg az előtt ugyanazon nézeten volt mint Cuvier, Élie de Beaumont és mindenki, most az új tant hirdeti, valamint a most működő geologok egész serege. Lyell legújabb munkájának (The Antiquity of Man 1863. London) valóban egyik meglepőbb sajátsága az, hogy az ember régibb létezésének nyomai összeírva ily tekintélyes kötetet képeznek.

Ámbár tehát Anglia és Francziaország némely völgyében és barlangjában emberi készítmények többször találtatnak oly rétegekben, melyeket nem volt ok negyedkoriaknak nem keresztelni: de meg kell vallani, hogy nagy területü negyedkori rétegben eddig senki sem fedezte fel. Már a Rajna völgyben is hiányzik, hacsak Boué azon észleletét nem veszszük ide, melynél fogva ő egy ember-koponyát talált a rajnavölgyi Löszben, de a példány Cuvier-nek küldetvén, s általa sírgödörből kerültnek nyilvánittatván, elveszett; a Dunavölgyben eddig hasonlag nem találtatott, noha itt is van némi nyom reá, így például Krejči említi, hogy Csehországban Beraun partján, szemközt Karlsteinnal Wlenec mellett, egy szabad kézből készült agyagedényt találtak a negyedkori képlethez tartozó homokban egy gödörásás alkalmával, több mint 15 láb mélységben*). Vajjon eredeti fekvet-e vagy nem, nincs

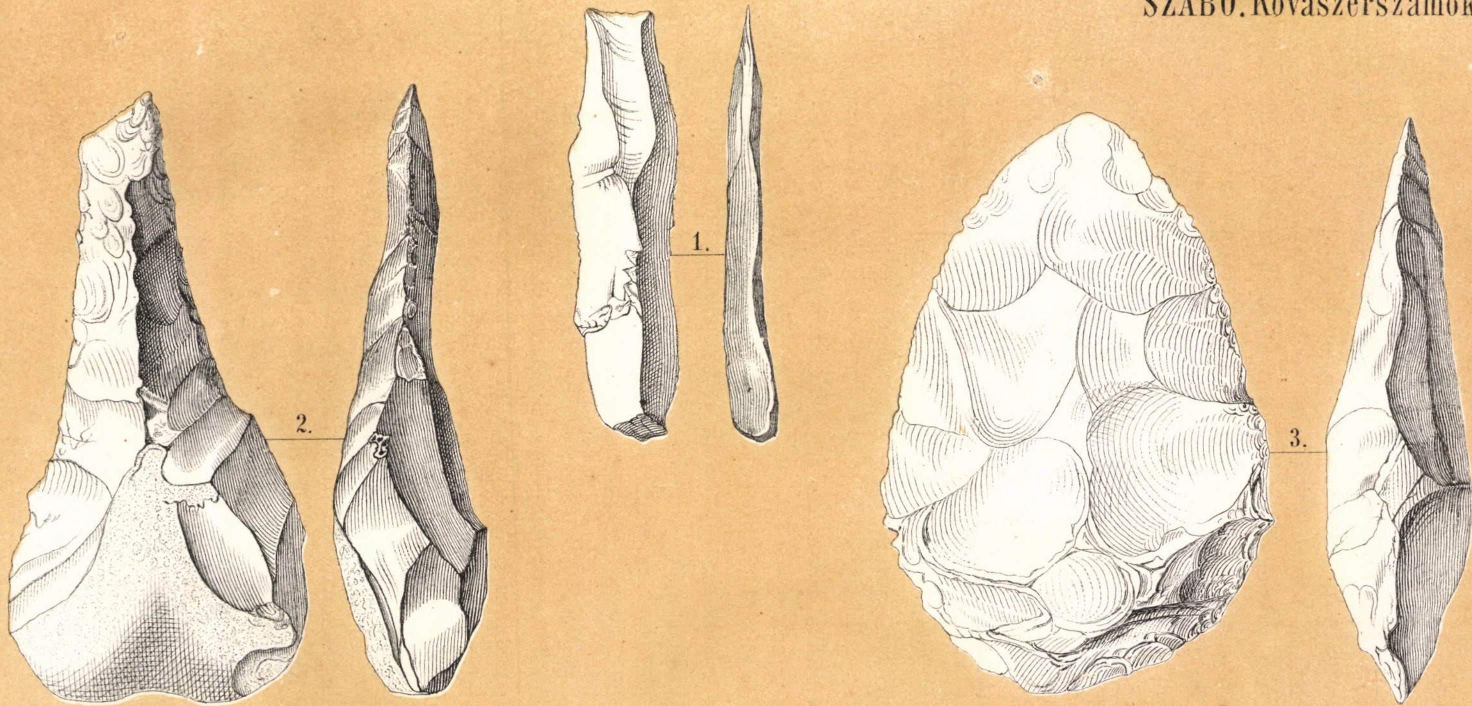
*) Lotos 1859. Ueber die Diluvialbildungen der Umgebung von Prag und Beraun.

határozottan kimondva; erre pedig igen kell vigyázni, mert annyi bizonyos, s Élie de Beaumont is különösen erre fekteti ellenmondásának súlyát, hogy a negyedkori mozgó kőzetek, főleg szűk völgyekben, szurdokokban, képesek bizonyos körülmények között anyagot szolgáltatni mostkori lerakatokra. Ilyen példát hoz fel Francziaországból Pouriau Genay vidékéről, hol a Löszben, melyet a hegy-lejtről az eső a völgybe hordott, római pénzeket, vadkan-agyarat és sütő kemencze darabjait leltek.

Annyi áll, hogy annál fogva, hogy eddig nem találtunk negyedkori képleteinkben emberi emlékeket, nem fölösleges azokat újra meg újra átkutatni. Párist hányan kutatták át részletesen és mégis csak az Abbeville és Amiensi leletek példája után indúlva bukkantak az ottani kavicsban is kovakészítményekre. Európa ezen részén, sőt még keletiebben, déli Oroszországban eddig régibb mint a bronzkori emlékek nem ismeretesek, kőkoriak még nem fordúltak elő, annál kevesebbé negyedkoriak.

Átvizsgálandók volnának először is azon barlangjaink, melyek ős állatok csontjait bőven tartalmazzák, mint például az igriczi Biharban, s e nyár folytán szándékom egy kis expeditiót szervezni e czélból; másodszor a negyedkori képleteink két tagja, a felső: Lösz, és az alsó: a trachyttartalmu kavics. Ez utóbbi annál inkább, minthogy több helyen nagyszerüen van feltárva; így Pest közelében két helyen: Kőbánya és Vecsés között Sz.-Lőrincz pusztán, és Dunakeszi meg Vácz között, mind a két helyen a vasúttársaság dolgoztatja. Kisebb ilyen kavicsbánya van Kőbányán is, valamint a csömör-gödöllői durvamész fölsíkon is terül el egy kavicsréteg, a mely nem egy szűk völgy kétes koru tölteléke, hanem határozottan negyedkori rakodmány. Egy távolabb eső nagy kavicsgödör Kurtics és Arad között van, szintén méltó a megtekintésre.

Az eredményről, legyen az positiv vagy negativ, lesz szerencsém a T. Akadémiát annak idején értesíteni.




NEGYEDKORI KOVASZERSZÁMOK A VALÓSÁGOS NAGYSÁG FELÉBEN.

Math. s Természett. Értesitő. 1863.

Ny. Rohn és Grund. Pest 1863.

# A TÁVCSŐK TÖRTÉNELMÉNEK VÁZLATA.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

HOLLÓSY JUSZTINIAN L. TAGTÓL.

(Olv. oct. 19-én 1863.)

---

A csillagászat terén legnagyobb jelentőségü műszer a távcső, a melyről méltán állíthatjuk, hogy az, létének harmadfél-évszázados folytában, a csillagászatot jeles felfödözések özönével mintegy elárasztá. Úgy hiszem tehát, hogy a csillagászat minden barátját nagyban érdekli a távcsők történelme, melynek vázlatát ezúttal ecsetelni szándékozom. Azonban, mielőtt e tárgy részletezésébe bocsátkoznám, meg kell említenem azt, hogy a távcsők a szerint vagy *lencsések* (dioptrische) vagy *tükrösek* (katoptrische), vagy *tükörlencsések* (katadioptrische Fernröhre), a mint előállításuknál egyedül csak lencsék-, vagy egyedül csak tükrök-, vagy ezek amazokkal együtt használtatnak. A lencsés távcsők, melyek fénytöréstaniaknak is neveztetnek, háromfélék, úgymint: a *hollandi*, a *csillagászati* és *földi* távcsők; a tükrös, vagy máskép viszfénytani távcsők, a minő például a *Mersenneféle*, sehol sem divatosak; jelenleg tükröseknek mondatnak rendesen a tükörlencsés távcsők is, melyek vagy *Gregory*, vagy *Newton* vagy *Cassegrain*, vagy *Herschel* módszere szerint állíttatnak elő.

Ezek után már a kitüzött tárgyra menvén át, mindenek előtt a részletesebben elmondandókat mintegy dióhéjba szorítom, állítván hogy ;

I. az ókorbeliek a távcsők alkatrészeit ismerték ugyan, de

II. a távcsőket nem ismerték;

III. a középkor végszázadaiban és az újkor elején a távcsőknek már némi előjelei mutatkoznak, a melyek után következett

IV. a hollandi távcsők föltalálása, s ezen alkalommal el nem hallgathatók

V. Galilei érdemei a távcsők körül; a hollandi távcső után találtattak föl

VI. a csillagászati és földi távcsők, s ezek után

VII. a tükrösek és tükörlencsések; a lencsés távcsők körüli fáradozások következtében keletkeztek

VIII. a szintelenitő távcsők; az után

IX. az idősb Herschel nagy érdemeket szerzett a tükörlencsés távcsők terén; azonban e közben kellő gond fordittatott a lencsés távcsőkre is, s így keletkeztek

X. nagyobb mérvü, tévtelen távcsők, és

XI. nagyszerü, szintelenitő távcsők; ámde említésre méltók még

XII. a legújabbkori vállalatok is a tükörlencsés távcsők terén, melyeknél fogva

XIII. a tükörlencsés távcsők a lencsések fölötti előnyre vergődtek; nevezetesek továbbá

XIV. a távcsők fényképelő müködései is; s elvégre a csillagászat gyors és biztos fejlődésére igen nagy befolyással voltak

XV. a mérőszerekkel ellátott távcsők.

---

## I.

### *Az ókorbeliek ismerték a távcsők alkrészeit.*

A távcsők alkrészei közé soroljuk, az imént mondottak nyomán, a tükröket, főleg a homorúakat, s nem különben a domború és homorú lencséket. Mindezek birtokában valának az ókorbeliek; s mindenek előtt is a *homorú tükrök* az ókor találmányai közé sorolandók; ennek bebizonyitására különféle adatok hozatnak föl, melyeknek némelyei kétes értéküeknek, de mások meg annál hitelesebbeknek tekintendők.

A kétes értéküek közé számítjuk mindenek előtt ama férfiak nézetét, a kik, mint például Hebenstreit*), a homorú tükrök föltalálójául Prometheust tisztelik; mivelhogy emennek égből orzott tüze mintegy oda mutatni látszik, hogy Prometheus a homorú tükrök segélyével a Nap hősugarait gyujtásra használni tanítá. Ezen eszme bizonyára szépnek mondható; de a szép s a való nem állnak egymással oly kapcsolatban, hogy az egyik a másiknak csalhatatlan ismérveül szolgáljon.

A homorú tükrök gyujtó hatásáról s nem különben az ezek segélyével tükrözés útján előidézhető képekről van szó ama viszfénytanban is, mely Euklides müvének mondatik, ki Krisztus korát majdnem három századdal előzte meg. Azonban e munkában oly tévállítások is fordúlnak elő, melyek Euklidestől, a mennyiségtan eme nagy mesterétől, Gregory**) nézete szerint nem eredhetnek. Fölöslegesnek tartom, a szóban forgó viszfénytan szerzőjének ügyében ez úttal síkra szállni; mivelhogy e téren oly hiteles adatok is fölhozhatók, melyek váltig tanusítják, hogy a homorú tükröket már az ókorbeliek is ismerték volt.

A köztudomású monda szerint Archimedes tükörkészülékkel gyujtá meg ama hadi hajókat, melyekkel Marcellus, Róma e híres hadvezére, 211-dik évben Krisztus előtt, Syracusát ostromolta; a miből némelyek azt következteték, hogy Archimedes e czélra homorú tükröt használt. E monda hitelességét kétessé teszi némileg ama körülmény, hogy Polybius, Plutarchus, Livius, a midőn Archimedes gépeiről és Marcellus hadjáratáról értekeznek, egy szóval sem említik a hadi hajók eme kalandszerü elpusztítását; melynek legelső említése Galenus- és Lucianusnál fordúl elő, a kik a II-dik században éltek Krisztus után; e hajó-megsemmisítés Galenus***)

*) De speculis ustoriis. Lips. 1727.
**) In Euclidis opp. ed. Gregory, 1706.
***) De temperamentis, Lib. III. c. 2.

szerint *tűziszer* segélyével (*διὰ τῶν πυρίων*) — s Lucianus szerint *műcsín* útján (*τῇ τεχνῃ*) eszközölteték; a mi a tükrök használatáról semmikép sem kezeskedik. A legelső, a ki Archimedesnek tükrökkel létesített gyujtásmódjáról világosan szólt, vala trallesi Anthemius*), a ki a VI-dik században Krisztus után élvén, azt is állítá, hogy az ily gyujtásra 24 síktükör elégséges. Utóbbi időben e hajópusztító ténynek említése más íróknál részletesebben fordúl elő; s különösen a XII-dik században Zonaras**), ezen esemény hiteles voltát bebizonyítandó, siciliai Diodorus- és egyéb ókorbeli írókra hivatkozik; azonban e férfiak művei részint elveszének, részint meg e tárgyra vonatkozólag mit sem tartalmaznak; egyébiránt Zonaras még egy ily esetet hoz föl, mely szerint Vitalianusnak 514-dik évben (Krisztus után) Konstantinápoly elé vezetett hadi hajóit Proclus hasonló módon gyujtá meg. Ezekből látjuk, hogy a szóban forgó monda történelmileg nincsen megállapítva, de ha való volna is, a homorú tükrök használatáról még sem kezeskednék: mert egyrészt a homorú tükrök az ókorban nem valának olyannyira elterjedve, miszerint hinni lehessen, hogy készítőiknek elég alkalmuk lett volna a tökély ama fokára emelkedni, a melyre nagynehezen a legújabb időben is csak Rosse vergődött, kinek egyik homorú tükre 54 angol lábnyi gyutávval bír; ki higyje pedig, hogy Archimedes fényes nappal minden bántás nélkül az ellenséges hajókhoz olyannyira közeledhetett volna; de másrészt meg az említett írók elbeszéléséből azt kell következtetnünk, hogy Archimedes, az állítólagos meggyujtást eszközlendő, sok sík tükröt használt, melyek akként helyeztettek el, hogy mindegyik a napsugarakat meggyujtandó tárgy ugyanazon pontjára veré viszsza. E gyujtásmódot utóbb mások is megkísérlették; s különösen Buffon april 10-dikén 1747-ben, 148 sík tükörrel, kátrányolt fenyű- és bükkfadeszkákat mintegy 26 (bécsi) ölnyi távolságból gyujtott meg.

Az eddig elősorolt adatokon kivül vannak még mások is, melyek a szóban forgó tárgyra vonatkozólag nagyobb hi-

---

*) Anthemius müveit sajtó útján közlé Dupuy 1777-ben.

**) Lib. III. Annal. in vita Anastasii.

telt érdemelnek, s melyek az idősb Plinius, Lucius Annaeus Seneca és Plutarchus müveiben fordúlnak elő; e három férfiú mindegyike az első században élt Krisztus után. Plinius*) szerint a homorú tükrök, szemközt a napsugarakkal, könynyebben gyujtanak, mint akármely egyéb tüz; de épen ily módon a homorú tükrök gyujtó hatásáról, mint általában ismert dologról, szól Seneca**) is: a mi nyilván azt mutatja, hogy e tünemény jóval, de jóval előbb födöztetett föl; mivelhogy az ókorban a könyvnyomdászat, rendes távirdák és vaspályák hiánya miatt a felfödözések és találmányok csak fölötte sok idő mulva vergődtek köztudomásra. Elvégre Plutarchus, Numa életrajzának 9-dik fejezetében, azt állítja, hogy Vesta szüzei a Nap felé fordítandó vájt edényekkel (σκαψεῖα) gyujták meg a netalán kialudt szent tüzet, mely egyébiránt Vesta templomában szakadatlanul vala ápolandó. Plutarchus szerint tehát, ki kétségkivül Vesta szüzeinek szóhagyományait figyelembe venni el nem mulasztá, a homorú tükrök már Numa idejében, vagyis Krisztus korát hét századdal megelőzőleg, jelentékeny szerepben részesültek.

Az ókorbeliek ismerték a *domború lencsék* gyujtó és nagyitó hatásait is: de emezek előidézésére ők nem a jelenleg divatos lencseszerü alakokat, hanem az átlátszó gömböket használták; kivételkép szolgál azon hegyjegőcz, mely Ninive újabb ásatásainak alkalmával találtatott s domború lencse alakjában van köszörülve; e jegőczöt Brewster 1852-dik évben ismerteté meg, kinek nézete szerint ez nem ékszerül, hanem láttani czélokra szolgált***).

Az átlátszó gömbök segélyével létrehozható hőtünemények említése már az Orpheus-féle dalokban****) is fordúl elő, melyek Orpheustól nem erednek ugyan, de azért mégis régiebbek Pindarusnál, a ki Krisztus születését hat századdal előzte meg. Ezen dalok szerint a gömbalaku hegyjegőcz, a reá

*) Histor. Natur. Lib. 2-o, CXI.

**) Natur. Quaest. Lib. 1-o, cap. 16.

***) Populäre Astronomie von Franz Arago. Leipz. 1855. I. Bd. S. 143.

****) Handbuch der Erfindungen von Busch, 2. Theil. 2. Abth. S. 183.

eső napsugarakat az alatta levő fenyüfára átbocsátván, emezen füstöt meg hamar apró lángot idéz elő. Hogy azonban e gyujtás oka akkoron még rejtély vala, kitünik a költő a fölötti csodálkozásából, mely szerint a jegőcz a tüz forrása levén, maga még sem melegszik meg. — Ugyaneme tárgyra vonatkozólag Aristophanesnek*) „Föllegek“ czímü vígjátékában, a 2-dik fölvonás 3-dik jelenetében, Socrates és Strepsiades közt, Droysen fordítása szerint, ily párbeszéd fordúl elő:

*Streps.* Láttad a balzam-árutárakban azt a követ, a szépet, világosat, melyen tisztán átláthatni, melylyel tüzet gyujtanak.

*Socr.* A gyujtójegőczöt érted?

*Streps.* Igenis azt.

*Socr.* Hát mit akarsz vele?

*Streps.* A mikor az írnok panaszt ír ellenem, fogom azt és oldalaslag állok vele a Napnak és elolvasztom neki irószere alatt a panaszt.

Innen látjuk, hogy Strepsiades oly okmányt, mely az akkori szokás szerint viasztáblára vésett betükkel volt megírva, olvasztás útján a gyujtójegőcz segélyével akar megsemmítni. — De továbbá az üveg- és jegőczgömbök gyujtó hatásáról szól Plinius**) is; s elvégre Lactantius***), a ki a IV-dik században élt Krisztus után, azt állítja, hogy a vízzel telt üveggömb a Napra vitetvén, a legnagyobb hidegben is tüzet támaszt.

Valamint a gyujtó-, szintoly ismeretes vala ókorban az átlátszó gömbök nagyitó hatása is: mert egyrészt Seneca****) világosan mondja, hogy az apró írás, a vízzel telt üveggömbön keresztül, nagyobbnak látszik; és másrészt az ókorbeli íróknál oly készítményekről tétetik említés, melyek csak

---

*) Élt az V-dik században Krisztus előtt.

**) Histor. Natural. Lib. 36-o, LXVII. Cum additâ aquâ vitreae pilae sole adverso, in tantum excandescant, ut vestes exurant; és Lib. 38-o, X. Invenio medicos, quae sunt urenda corporum, non aliter utilius id fieri putare, quam crystallina pila adversis posita solis radiis.

***) De ira Dei, cap. 10.

****) Quaest. natur. Lib. I. cap. 6.

nagyitók segélyével hozathattak létre. Plinius*) azt mondja, hogy Cicero állitása szerint Homerusnak „Ilias“ czímü, hártyára írt hőskölteménye oly kicsi mérvben állíttatott elő, melynél fogva dióhéjba vala szorítható; Callicrates elefántcsontból hangyákat és egyéb apró állatokat készített, melyeknek részeit más emberek nem láthatták; Myrmecides hozott létre, szinte elefántcsontból, oly négyes fogatot, mely a légy szárnyaival vala betakarható. Egyébiránt jóllehet az ókorbeliek az átlátszó gömbök imént említett sajátságait ismerték volt, azért mégis helytelennek látszik amaz állítás, mely szerint azon apró üveggömbök, melyek Pompeji romjai alól oly gyakran ásatnak ki, főleg csak gyujtó vagy nagyító szerül használtattak; mert elég okunk van hinni, hogy azok, a kevésbbé gazdag hölgyek ékszereiben, a drága köveket pótolák.

Elvégre meg kell említeni, hogy az ókorbeliek a *homorú lencséket* is annyiból ismerték, a mennyire ők a vájt alaku smaragdokat a látás elősegítése végett épen oly módon használták, a miként jelenleg a rövidlátók a homorú lencséket használják. Ezen sajátságuknál fogva a smaragdok, Plinius**) állítása szerint kíméltettek, tilos levén azokat vésegetni; s ily smaragdok segélyével szemlélgeté Nero a viadorok küzdelmeit. Ebből világosan kitünik, hogy Nero és mások rövidlátók levén, a valamivel távolabbra eső tárgyak kellő látása végett, a homorú smaragdokat használták. Egyébiránt igen helyesnek találjuk Aragonak amaz észrevételét, mely szerint az ókorbeliek, a homorú smaragdnak szóban forgó sajátságát a kő különös természetének, nem pedig homorú alakjának tulajdoníták: mert különben aligha tartandják vala szükségesnek megtiltani az ily smaragdok vésegetését, ha a homorúra köszörült üveget az említett czélra szintoly alkalmasnak tudták volna.

---

*) Histor. Natur. Lib. 7-o, XXI.

**) Histor. Natur. Lib. 37-o, XVI. Iidem (smaragdi) plerumque et concavi, ut visum colligant. Quapropter decreto hominum iis parcitur, scalpi vetitis. — — Nero princeps gladiatorum pugnas spectabat smaragdo.

## II.

### *Az ókorbeliek a távcsőket nem ismerték.*

Az előbb elősoroltakból látjuk, hogy az ókorbeliek mindazon alkrészek birtokában valának, melyek jelenleg a különféle távcsők előállításánál illesztetnek össze; de e részek összeillesztésének módját, vagyis a távcsők szerkezetét ők nem ismerték. Ez utóbbi állítás megczáfolására különféle érvek soroltatnak elő, melyek azonban igen elégtelenek a kitűzött feladatnak megfelelni. Ezen érvek közé soroljuk a következőket:

a) Plutarchus*) szerint, Democritus**) ama nézetet táplálá, hogy a tejút roppant sok csillagot tartalmaz, és hogy e csillagok fénye, összeelegyedés útján, szüli ama fehéres sujtányt, mely az ég boltozatán övszerüleg terül el. E nézet némely tudósoknak alkalmul szolgált azon következtetésre, hogy Democritus a tejút észlelésére távcsőt használt. Azonban e férfiú ily nézetre nem csak az észlelet nyomán, hanem szerencsés sejtelem útján is vergődheték; és hogy ő arra csak is ez utóbbi úton vergődött, kitünik Aragonak amaz észrevételéből, mely szerint Democritus a holdnak foltjait magas hegyek árnyékainak mondogatá; mely állítás világos tanújele annak, hogy ő a holdat távcső segélyével soha sem észlelé; mert a kisszerü távcső is elég tisztán kimutatja, hogy a szabad szemmel látható holdfoltok távolról sem árnyékai a hold hegyeinek: már pedig ki higyje Democritusról azt, hogy ő, ha távcsővel csakugyan bírt, ezt a hold észlelésére soha sem használta ?

b) Strabo, Augustus császár kortársa, megfejtendő azon tüneményt, mely szerint a Nap, ha látkörünk közelében vesztegel, nagyobbnak látszik, azt állítja, hogy „e tünemény a páráktól ered, melyek a tenger vizéből emelkednek, s melyekben a fénysugarak akkép törnek meg, mintha csökön keresztül haladnának.“ Eme szavakból azt kell következtet-

---

*) De placitis Philosophorum, Lib. 3. cap. 1.

**) Democritus született az V-dik században Krisztus előtt.

nünk, hogy az ókorbeliek oly csők birtokában valának, melyeken át a tárgyak nagyobbaknak mutatkoztak. Azonban (Arago szerint) a görög irodalom nagyhírü búvárai: Vossius, Coray, Hase és mások köz megegyezéssel e helyet a lemásolók által elferdítettnek bebizonyíták; s Coray és La Porte du Theil*) azt kellőleg megjavítván ekkép fordítják: „A mi azt a körülményt illeti, hogy a Nap a tengeren nyugta- és keltekor nagyobbnak látszik, az — a nagyobb páramennyiségtől ered, mely a tenger vizéből száll föl; a párák tudniillik átlátszók levén, a fénysugarakat átbocsátják, melyek megtörés útján a tárgyakat valódi voltuknál nagyobbaknak láttatják. Ugyanaz áll elő, ha a Nap vagy a hold, keltök vagy nyugtuk idején, száraz, könnyed föllegen át mutatkoznak; olyankor ezen csillagok, látszatos térem-nagyobbodásuk mellett, vöröses szinben tünnek föl.“ Ebből látjuk, hogy a Strabo műveiből idézett helyen a távcsőszerü csőknek még csak említése sem fordúl elő.

c) Porta Iván, nápolyi természetbuvár, 1560-dik évben közlött „Magia Naturalis“ czímü művében azt beszéli, hogy Ptolomaeus Evergetes egyiptomi király, a ki a III-dik században élt Krisztus előtt, az alexandriai világító tornyon sajátszerü műszert állított föl, melynek segélyével az ellenséges hajók jókora távolságból észrevehetőkké váltak; és hogy e műszer nem vala egyéb mint homorú tükör, mely a távol eső tárgyak képeit a gyupontban tisztán láttatja. — De továbbá Baco Roger**) is („Opus majus“ czímü művében) azt állítja, hogy Julius Caesar, britanniai hadjáratában, a franczia tengerpartokon szintily tükröt használt, hogy a túlsó parton levő várasokat s az ott táborozó ellenség állását kikémlelje. — E férfiak állításai szerint tehát az ókorbeliek a homorú tüköröket távcsőszerü kisérletekre is használták. Azonban Porta és Baco kora vajmi nagyon messze esik az általuk elbeszélt események idejétől, olyannyira, miszerint minden tiszteletünk daczára, melyre e férfiak oly igen méltók, még sem hitethetjük el magunkkal, hogy ők e tárgyra

*) Strabo fordításában, 1. rész. 3. könyv. 387. lapon.

**) Született 1214. évben Krisztus után.

vonatkozólag kellő tudomásra vergődhettek volna ; de még azon esetben is, ha ők elbeszélésöket hiteles, de jelenleg már elveszett kútfőből meríték, még azon esetben is Smith szerint igen kétes, vajjon nem szolgáltatott-e nekik okot a tévedésre e szó „specula“, mely tükröket is, de szemléldét is jelenthet. S elvégre a homorú tükör, egy magában véve, távcsőnek még nem mondható.

d) Wood*) szerint Baconak „De perspectivis“ czímü müve, mely kéziratkép Oxfordban létezik, oly helyet tartalmaz, mely szerint Caesar a britanniai tengerpartokat cső segélyével vizsgálgatá. — De meg Mabillon**) szerint Petrus Comestornak XIII-dik századból eredő „Historia scholastica“-jában oly kép fordúl elő, mely Ptolomaeust ábrázolja, a mint emez négy, egymásba tolható cső segélyével a csillagokat észleli. — Igen nagyon tévednénk, ha az imént említett csőket valódi távcsőknek vélnök; mert azon hosszu csők, melyeket az ókorbeliek a csillagok észlelésére használtak, nem voltak ellátva sem lencsékkel, sem tükrökkel, sem semminemü egyéb készülékkel; s minden előnyük csak az vala, hogy a segélyökkel észlelt csillag nagyobb fényhatályosságban mutatkozott; mivelhogy az egyéb csillagoktól egyenesen érkező fénysugarak — s nem különben a levegőtől visszavertek is a csőből nagy részben kizáratván, az észlelendő csillag fényére háborítólag és gyöngítőleg nem hatottak, Így és csak is így van értelme Aristoteles***) amaz állításának, mely szerint ő e csők hatását a szem elé illesztett kéznek — vagy a mély kutaknak hatásával hasonlítá össze, mely utóbbiak mélyéből ő a csillagokat világos nappal is láthatóknak tartá.

Az eddig elősorolt érvek semmikép sem kezeskednek azon állítás helyes voltáról, mely szerint a távcsők az ókor találmányai közé volnának sorolandók. De általában véve, ha az

*) Hist. et Antiquitates Univers. Oxoniensis. L. I. p. 136.

**) Iter Germanicum in veteribus Analectis. Lutet. Paris. 1685. T. IV. p. 46.

***) Lib. V. de Generat. Animal. — Lásd e tekintetben Arago Népszerü Csillagászatát, I. köt. 4. könyv. 6. fejez. — és Humboldt Sándort, Kosmos III. 115. lap.

ókorbeliek a távcsőket csakugyan ismerték, akkor megfoghatlan előttünk, hogy mikép történhetett az, hogy az ókor irományaiban a távcsőknek sem világos említése, sem részletes leírása nem fordúl elő? Mikép történhetett az, hogy a távcsőknek a gyakorlati élet terén semmi nyoma nincsen; hogy segélyökkel az ókorbeliek a csillagászat terén semmi felfödözésre nem vergődtek? Mikép történhetett az, hogy például a Fiastyúkban az ókorbeliek hétnél több csillagot a legkedvezőbb körülmények közt sem láttak, holott abban már csekélyszerü távcsők segélyével is 64 csillag észrevehetővé válik? Mikép történhetett az, hogy az ókorbeliek Jupiter holdjait, a Nap foltjait stb. stb. föl nem födözték, holott ezek közönségesb távcsőkön át is láthatók? Mindezek és más tünemények Timocharis, Aristillus, Hipparchus, Ptolomaeus s az ókor egyéb csillagászainak figyelmét, a távcsők használata mellett, ki nem kerülhették volna.

## III.

## *A távcsők előjelei a középkor végszázadaiban és az újkor elején.*

A középkorban a távcsőknek mintegy homályba burkolt eszméje Baco Roger „Opus majus"-ában fordúl elő, melyet Jebb 1773-dik évben Londonban sajtó útján közölt. E műben Baco, a XIII-dik század nagyhírü természetbuvára, a fénytörés törvényeit s az ezek nyomán magyarázható tüneményeket fejtegetvén, tudományos értekezésének folytában ekképen szól: „Az elősorolt szabályokból könnyen megérthető, hogy az igen nagy tárgyakat igen kicsinyeknek szemlélhetjük, és viszont; s a távol esők igen közel mutatkozhatnak, és viszont. Mert az átlátszó testeket akkép idomíthatjuk, s a szemre és tárgyakra vonatkozólag akkép helyezhetjük, hogy akármily szög alatt, tetszésünk szerint, a tárgyat távol vagy közel lássuk; és így hihetlen távolságból a legkisebb betüket olvashatnók, s a por- és homokszemeket összeszámíthatnók ama szög nagysága miatt, a mely alatt a tárgy mutatkoznék. Ellenben a legnagyobb testeket közvetlen szomszédságban sem látnók, a szög kicsisége miatt, a mely alatt látszanának" stb. E szavakra vonatkozólag azt az észrevételt teszszük, hogy Baco e helyen nem annyira valódilag előállított távcsőkről értekezik, hanem inkább a képzelem szárnyain oly eszméket valósíthatóknak állít, melyek némelyei csak utóbb valósúltak, de mások meg teljesen kivihetleneknek bizonyúltak be. E szerint Bacot a távcsők föltalálójának több joggal aligha tekinthetjük, mint a mennyivel amaz állítás helyeselhető, hogy Seneca a Kepler- és Newton-féle törvényeket felfödözé, mivelhogy az üstökösök időszaki visszatérését sejdítette. — Egyébiránt az irodalom terén sehol sem találkozik oly munka, mely bizonyítékul szolgálhatna, hogy valaki a középkorban távcsők segélyével valami felfödözésre vergődék, vagy hogy azokat használá, vagy létrehozá, vagy létrehozni megkísérté. Egy szóval, a távcsők a középkor találmányai közé nem sorolhatók.

Némely tudósok a távcsők föltalálását a XVI-dik század eseményének tekintik, s ebbeli nézetöket támogatandók, különféle írókra hivatkoznak. — Fracastoro Jeromos, 1538-ik évben Velenczében megjelent, „Homocentrica" czímü munkájában, azt állítja, hogy két szemüvegen át minden nagyobbnak és közelebbnek látszik*); és hogy vannak oly vastag szemüvegek, melyeken át a hold vagy valamely csillag oly közel mutatkoznak, hogy távolságuk a tornyok magasságát látszólag túl nem szárnyalja**). — Grand szerint, Digges Tamás amaz előszóban, melyet atyjának (Digges Lénárdnak) „Pantometria" czímü művéhez csatolt, ekképen szól: „Atyámnak ernyedetlen fáradozás és mennyiségtani kimutatások útján sikerült illő távolságba helyezett, alkalmas üvegek segélyével igen messze eső tárgyakat észrevenni, iratokat elolvasni, érmeket összeszámítani, melyeket barátjai szándékosan földre ejtettek, s melyeken ő a nyomatot és köriratot

*) Per duo specilla ocularia si quis perspiciat altero alteri superposito, majora multo et propinquiora videbit omnia. Sect. II. cap. 8.

**) Quinimo quaedam specilla ocularia fiunt tantae densitatis, ut si per ea quis aut lunam aut aliquod syderum spectet, adeo propinqua illa judicet, ut ne turres ipsas excedat. Sect. III. cap. 23.

megkülönböztetté, elvégre hét mérföldnyi*) távolságból meglátni azt, a mi magánházakban történt." — Ily jelentékeny helyek találkoznak Euclides 1570. évi kiadásának Dee által írt előszavában is. — Némely férfiak, s ezek között Kepler is, hajlandók valának a távcsők föltalálójául Porta Ivánt tekinteni, a ki „Magia Naturalis"**) czímü müvében azt mondja, hogy a homorú lencse a távol tárgyak-, a domború a közel levők szemlélésére szolgál; de ha e kettő kellőleg összeillesztetik, a távolabbak is s a közelebbek is nagyobbaknak és tisztán látszanak. — Dominis Antal, spalatoi érsek, „De Radiis Visus" czímü munkájában, — a fénysugaraknak a domború és homorú lencsékben nyert pályairányai világosan kijelölve levén, — az állíttatik: hogy ily lencsék, kísérlet útján meghatározandó távolságban egymástól a tárgyakat nagyobbaknak láttatják, mert azokat nagyobb látszög alatt tüntetik elő. E munkára vonatkozólag meg kell említenünk, hogy az sajtó útján csak 1611-dik évben, vagyis három évvel a távcsők feltalálása után, közöltetett; s jóllehet Bartolo e munkát mintegy 20 évvel előbb keltnek állítja, annak, a távcsők történelmének kutatásánál, nagy fontosság még sem tulajdonítható; mert Bartolo önként megvallja, hogy őt a szerző, elhunyta előtt, fölhatalmazá, e müvet néhány fejezettel megtoldani.

Az elősorolt idézetekből világos, hogy néhány férfiú a XVI-dik században kisérletek útján is vergődött ama meggyőződésre, mely szerint kellőleg összeillesztett üveglencsék segélyével a távolabbra eső tárgyak láthatókká válhatnak. ámde e férfiak egyrészt kísérleteik folyamát részletesen sehol sem közölték, de meg másrészt egyiköknek sem sikerült, a gyakorlati élet terén távcsők gyanánt meghonosulandó müszereket előállítani. A középkor végszázadaiban táplált eszmék s a XVI-dik században végbevitt kisérletek a távcsők

*) Hét angol mérföld tesz mintegy másfél földrajzit.

**) E munka több kiadást ért; az 1561. évi kiadásban olvasható: „Concavae lentes, quae longe sunt, clarissime cernere faciunt, convexae propinqua; unde ex visus commoditate his frui poteris . . . Si utrumque recte componere noveris, et longinqua et proxima majora, sed clara videbis."

feltalálásának csupán csak előhírnökei valának. A nagyszerű eseményeket tudniillik rendesen némi előjelek szokták megelőzni, melyek fontos volta azonban el nem vitázható; mert habár egyenként véve, kevesbbé jelentékenyeknek mutatkoznak, de együttvéve, mintegy szakadatlan lánczot alkotnak, melynek segélyével mindinkább közeledünk a nagy esemény végkifejléséhez. Így van ez — a szellemi világban, de így az anyagiban is.

## IV.

### *A hollandi távcsők feltalálása.*

Általánosan elismert igazságnak tartatik, hogy a legelső távcső a hollandi távcsők szerkezetével bírt; és hogy az, a XVII-dik század elején, Hollandban találtatott föl; de hogy sajátképen kit illet e téren az elsőség dicsősége, azt kellőleg tisztába hozni a tudós világnak mintegy két évszázadon keresztül semmikép sem sikerült. Fontana, saját vallomása szerint*), a távcsőt már az 1608. év előtt ismeré; Sirturus Jeromos**) szerint a távcsőt Rogetus, spanyol építész találá föl: azonban ezen alapnélküli állításokat tekintetbe nem vevén, figyelmünket leginkább csak amaz adatokra fordítjuk, melyek a távcsők föltalálását illetőleg hitelesebbeknek tekintendők.

Descartes, az 1637-ben közölt fénytöréstanban, azt állítja, hogy mintegy harmincz évvel előbb bizonyos Metius Jakabnak***), a kinek a tükrök és gyujtóüvegek készítésében kedve telék, eszébe ötlött, két üvegen, melyek egyike homorú és másika domború vala, keresztül tekinteni: ezeket ő a cső két végére oly szerencsésen alkalmazá, hogy ekkép az első távcső keletkezett.

---

*) Novae terrestrium et coelestium observationes. Neapoli, 1646.

**) Telescopium. Francof. 1618.

***) Metius, vagyis inkább Andrianzoon Jakab született Alkmárban; atyja, Adorján, arról nevezetes, hogy a kör-körület és átmérő közti viszony kifejezésére e számot: $\frac{355}{113}$ használni kezdé.

Boreel Vilmos, hollandi követ a franczia udvarnál, ama levélben, mely 1655-dik évben sajtó útján is közöltetett, azt mondja, hogy a legelső távcsőt 1610-dik évben Jansen Zachariás, middelburgi szemüvegész, állította elő; kit Boreel személyesen ismert, s ki szerinte az összetett górcsőt is feltalálta.

Elvégre Schyrlaeus de Rheita műve*) szerint, a távcső feltalálójául Lipperhey,**) middelburgi szemüvegész tekintendő, a ki állítólag 1609-dik évben a domború lencse megé homorút esetlegesen alkalmazván, ezeken át a szomszéd templom szélkakasát nagyobbnak és közelebbnek látta. Lipperhey e lencséket csakhamar csőbe is illeszté, s e készüléket látogatóinak gyönyörködtetésére használá.

Ezen adatok nyomán némelyek Andrianzoont, mások Jansent, meg mások Lipperheyt tarták a távcsők feltalálójának. A homály, mely ekkép a távcsők föltalálásának történetét borítá, csak 1831-ben indúlt oszlásnak; a midőn Moll a tudós világgal van Swinden kutatásainak szerencsés eredményét közlé. Van Swinden a németalföldi rendek végzeményei között, melyek Hágában a kormány levéltárában őriztetnek, nevezetes okmányt födözött fel; mely szerint az imént említett rendek gyülekezete, 1608-ban october 2-dikán, Lipperhey Iván, middelburgi szemüvegésznek a távcsők ügyében benyújtott folyamodványát tárgyalás alá vevé. October 4-dikén a rendek bizottmányt neveztek ki a műszer megvizsgálására. October 6-dikán a bizottmány a távcső haszonvehetőségéről a rendek gyülését tudósitá; s a gyülés Lipperhey számára 900 forintot díjképen kiadatni rendelt. Ezen alkalommal a bizottmány abbeli észrevételét is nyilvánítá, miszerint a távcső tökélyesbítése végett igen kivánatos, hogy két ily cső egymás mellé illesztessék, nehogy az észlelő egy csőt használván, egyik szemét behúnyni kényteleníttessék. E ránk nézve meglepőleg furcsa követelésnek Lipperhey csakhamar megfelelvén, az új műszer megvizsgálására ugyanazon évi december 9-dikén új bizottmány neveztetett ki, mely, he-

*) Oculus Enochi 1645.

**) Rheita őt Lippensumnak mondja.

lyeslő jelentését, a rendek gyülésének, december 15-dikén terjeszté elő.

A leydeni egyetem könyvtárában, a Huyghens-féle kéziratok között találta meg van Swinden Andrianzoon Jakabnak 1608-ban october 17-dikén kelt s a németalföldi rendekhez intézett, eredeti folyamodványát is, melyben e férfiú engedélyért könyörög oly müszerek kiváltságos eladhatására, melyeket ő esetleg találа fel, s melyek a távol tárgyakat nagyobbaknak és tisztán ép úgy láttatják, a mikép ez ama müszerrel eszközölhető, melyet a minap Middelburg egyik polgára és szemüvegésze (Lipperhey) a rendek gyülésének terjesztett elő. Andrianzoon válaszul azt nyeré, hogy a kiváltságra vonatkozó folyamodványa akkor fog csak tekintetbe vétethetni, ha majd a bemutatott készüléket kellőleg tökélyesbítette.

Az előbb elősorolt adatokat s a van Swinden-féle okmányokat egymással összehasonlítván, azt találjuk: hogy egyrészt Lipperhey kérelmének tárgyalás-napjától számítva, Andrianzoon folyamodványa 15 nappal későbben kelt, a mikor ez utóbbinak Lipperhey müszeréről is már volt tudomása; és másrészt, hogy Boreel Vilmos két évvel utóbbra teszi azon időt, a melyben Jansen a távcsőt állítólag föltalálá. Mindezeket tekintetbe vevén, azt kell állítanunk, hogy a hollandi távcsők feltalálásának dicsősége Lipperhey Ivánt illeti, a ki a legelső távcsőt 1608-dik évben állította elő.

E nagy esemény egyéb körülményeit illetőleg csak annyit mondhatunk, hogy az elbeszéltek nyomán helytelennek bizonyúlt be Sirturus Jeromos amaz állítása, mely szerint 1609-ik évben Lipperhey áruraktárába idegen ember érkezvén, lencséket vásárolt; s e közben egy domború s egy homorú lencsét egymástól majd távolabbra, majd meg egymáshoz közelebbre tartván, azokon keresztültekintgetett; eltávozása után Lipperhey e kísérletet ismételvén, a távcsők szerkezetének eszméjére vergődött: helytelennek mondjuk ez állítást, mert van Swinden felfödözése szerint Lipperhey a távcsőt már egy évvel előbb hozta létre. De a kellő alap hiánya miatt kétes hitelünek véljük Montucla és Priestley amaz elbeszélését is, mely szerint Lipperhey gyermekei, atyjok mühelyében üveglencsékkel játszván, papírcső végeire homorú és domború lencsét illesztének, s e készüléken keresztül a templomtorony szélkakasát igen nagynak szemlélék, mely esemény Lipperhey Ivánt a távcsők feltalálására vezérlé. Mindezeknél sokkal valószinübbnek látszik, hogy Lipperhey, a ki mint szemüvegész különféle lencsékkel bővelkedett, nagyszerü találmányára éleselmü kísérletek útján vergődött.

## V.

### *Galilei érdemei a távcsők körül.*

A hollandi távcsők Galilei-féléknek is neveztetnek, mivelhogy Galilei mintegy második feltalálójokul tartatik. E tárgyra vonatkozólag Galilei azt beszéli, miszerint ő 1609-dik évi május hónapjában Velenczében tartózkodván, megtudá, hogy Belgiumban oly készülék találtatott föl, melyen át a távol tárgyak közelebb és nagyobbaknak mutatkoznak. Eme hír hallatára Galilei e tárgyról elmélkedvén, ugyanazon éjjel, a melyben Páduába visszatért, sejteni kezdé, hogy e sajátszerü tünemény oka a fénytörésben rejlik; a reá következő napon ólomcsőbe laposhomorú és laposdomború lencsét illesztett, s a homorú lencsét szeme elé tartván, nagy örömére tapasztalá, hogy a tárgyak vonalmentileg mintegy háromszor nagyobbaknak látszottak. Néhány nappal utóbb Galilei tökélyesb távcsőt hozott létre; s ezt ő a velenczei köztársaságnak fölajánlá, melynek tanácsa őt ebbeli érdeme fejében állandó tanárul a páduai egyetemben kinevezé, s évenként járó díját ezer forintra emelé.

Galilei elbeszélésével nem egyez meg némely olasz írónak abbeli állítása, mely szerint Galileit a távcső mintegy másodszori föltalálására leginkább csak a fénytörés törvényei vezérlék. Ezen állítás Galilei elbeszélésében nem fordúl elő, s e tárgyra nézve igen helyes észrevételt tőn Huyghens*), a ki minden tétova nélkül késznek nyilatkozik emberfölötti észtehetségeket föltenni ama férfiúban, a ki pusztán elmélkedés

*) Hugenii Dioptrica. Lugd. Bat. 1703. a 163. lapon.

útján s egyedül csak a természet és mértan törvényeinek nyomán a távcsők feltalálására vala vergődendő.

De Galilei elbeszélésével Olbers értekezésének ama helye sem egyez meg, mely szerint Fuccariusnak Keplerhez írt levele azt mutatja, hogy Galilei, távcsőjének létrehozása előtt, hollandi távcsőt látott. E körülményt Galilei nem említi, és mi szoros kötelességünknek ismerjük magunkévá tenni Arago szavait, a ki ez ügyre vonatkozólag ekkép nyilatkozik: „Nézetem szerint bizonyíték nélkül nem szabad elfogadni Fuccarius állításait, melyek ama méltányos bámulatot megingathatnák, a melylyel a tudós világ a halhatatlan Galileinek hódolt.“

Elvégre Galilei, elbeszélésének folytában, önként megvallja, hogy a hollandi távcsők feltalálásának híre hozzá is eljutott; s ez őszinte vallomás elegendőleg mutatja, hogy ő a távcső feltalálójául nem tekintethetik: mert sem a távcsők legelső eszméje, sem ez eszmének legelső valósítása e nagy férfiúnak egyébként fényes érdemei közé nem sorolható. Galilei a távcsőt előállítván, nem annyira újat szült, mint inkább más találmányának titkába önerejéből hatolt.

Azonban midőn a tiszteletre méltó Galileit idegenszerű dicsőségben, melyet ő soha nem igényelt vala, részesíteni fölöslegesnek, de sőt helytelennek is véljük: nem mulaszthatjuk el megemlíteni ama kettős érdemét, mely őt a távcsők terén oly méltán megilleti. Galilei tudniillik egyrészt a hollandi távcsőket nagyban tökélyesíté, oly távcsőket hozván létre, melyek vonalmentileg mintegy harminczszor is nagyítottak; a mi szükségképen fölötte jelentékeny eredménynek tekintendő, főleg ha figyelembe veszszük azt, hogy a hollandi távcsők, csekély látterök miatt, tetemesb nagyításokra nem alkalmasak; de másrészt meg Galilei a távcsőket az égi testek észlelésére használni kezdé, mely szerencsés ötlet útat tárt a csillagászat terén fölötte sok és fölötte fontos felfödözésre.

Mind eme felfödözéseket elősorolni ezen értekezés körén kivül esik; de röviden mégis megemlítendőknek vélem azokat, melyek Galileitól eredvén, a távcsők feltalálásának legzsengébb gyümölcsei, s melyek dicső voltuknál fogva, mintegy bíztatáskép szolgáltak azon észlelőknek, a kik utóbb e téren (mint Huyghens, Cassini stb. stb.) kitünő sikerrel fáradoztak. — Galilei 1610. évi januárban felfödözé, hogy a hold, épen úgy mint földünk, hegyeket és völgyeket tüntet elő, s a holdhegyek árnyékából magasságukat meghatározni tanítá; ugyanazon hónapban födözé ő fel, hogy a tejút és ködfoltok a távcsőkön át csillagcsoportozatoknak mutatkoznak; hogy a szabad szemmel látható csillagokon kivül még mások is roppant számmal léteznek; hogy Jupiter körül, mint földünk körül a hold, négy mellékbolygó kering. Mindezeket közölte Galilei ama művében, mely „Nuncius Astronomicus" czím alatt 1610-dik évben martiusban jelent meg.

Ugyanazon év julius hónapjában Galilei Saturnusnak sajátszerü alakját vevé észre; ezt ő három gömbből alkotottnak vélte, s II. Rudolf császárt e tárgyról ekkép értesíté: a legfelsőbb bolygót hármasnak észleltem*). De mennyire csodálkozott Galilei, midőn néhány év múlva Saturnust csak egyszerü gömb gyanánt szemlélte! „Gyöngébbé vált-e szemem?" így szólt ő önmagához, vagy távcsőm csalt-e oly sokáig engem? vagy eltüntek-e valóban ama gömbök, és Saturnus saját gyermekeit másodszor is nyelte el? vagy talán ismét visszatérendnek azok, időszakilag ismét eltünendők?" — Manapon, Huyghens észleleteinek nyomán, már megfejthetnők Galileinak e talányt; Saturnust tudniillik gyürüszerü mellékbolygó övezi körül, mely különféle helyzete szerint a főbolygót különféle alakban láttatja; s bizonyos időben észrevehetlenné válván, amazt egyszerü gömb gyanánt tünteti elő; így láttuk Saturnust a mult (1862.) évben is, a midőn május 18-dikán a Nap a gyürü síkjába lépett.

1610-dik évben felfödözé Galilei, hogy Venus a holdéhoz hasonló fényváltozatokban mutatkozik; mi által a bolygónak Nap körüli keringése be lőn bizonyítva. — 1612-dik évben Galilei sajtó utján közölt értekezésében a világgal azt tudatá, miszerint ő a napfoltok helyváltoztatásaiból azon meggyőződésre vergődött, hogy a Nap mintegy egy hónap alatt meg-

---

*) Altissimum planetam tergeminum observavi.

fordúl tengelye körül*). — 1613-dik évben kezdé Galilei Jupiter mellékbolygóinak elsötétedéseit észlelgetni, hogy az e téren teendő tapasztalatoknak, a földrajzi hosszúságok meghatározásánál, hasznát vehesse. — Mindezek a dicső Galileinak a távcsők körüli érdemeit elegendőleg elötüntetik.

## VI.

### *A csillagászati és földi távcsők.*

A hollandi távcsök 1609-dik évben Franczia-, Angol-, Olasz-, és Németországban már el valának terjedve; s 1611-ben Kepler e távcsők hatásmódját elméletileg is megfejtette. Az e tárgyra vonatkozó művében**) Kepler egyúttal javaslatba hozá a csillagászati távcsőt is, a melyre őt az üveglencsék elmélete vezérlé; Kepler szerint két domború lencse jobban nagyít és tisztábban mutat, mintsem a hollandi távcső, de visszás állásban***). Egyébiránt Kepler ugyanama művében azt is állítja, hogy a visszásan mutatkozó kép, a szem- és tárgyüveg közé illesztendő domború lencse segélyével megfordítható; ekkép tehát Kepler a földi távcső feltalálójául is tekintendő.

Azonban Kepler, az elmélet nagy mestere, kézmüi vállalatokba nem bocsátkozván, az általa ajánlott távcsőket nem hozta létre. A csillagászati távcsőt legelőször Scheiner, ingolstadti tanár állítá elő, a ki az 1630-dik évben közölt, „Rosa Ursina“ czímü művében azt állítja, hogy ő 13 év előtt (tehát mintegy 1617-ben) ilyszerü távcsővel Miksa főherczeg jelenlétében észleleteket tőn. Mindamellett azonban a csillagászati távcsőket csak a XVII-dik század közepe táján hozta divatba Huyghens, a ki, kitünö elméleti ismeretei mellett, a lencsék csiszolásában is ügyes levén, a Kepler-féle csillagászati távcsőt akkép javítá meg, hogy a szemlencséül használandó

*) Laugier számolásai szerint egy megfordulásra 25·34 nap szükséges.

**) Dioptrica. Aug. Vindel. 1611.

***) Duobus convexis maiora et distincta praestantur visibilia, sed inverso situ.

készüléket két lencséből állítá össze, mely úton a távcső láttere nagyobbá vált.

Az ily távcsők nagyítása kétféle úton fölebb fokozható: a nagyítás tudniillik annál tetemesb, 1-ször minél nagyobb a tárgylencsének- és 2-szor minél kisebb a szemlencsének gyutávja. A csekély gyutávu lencsék, igen nagy gömb- és szintévet tüntetvén elő, a tiszta látást lehetetlenné teszik; s épen azért, a míg csak nem sikerült szintelenítő és tévtelen (aplanatisch) lencséket előállítani, addig a távcsők jelentékenyebb nagyítása csak az első úton vala eszközölhető, vagyis a tárgylencsék igen nagy gyutávval láttattak el. Így Huyghens, jóllehet nagyhírü észleleteinek alkalmával többnyire csak 12, 23, 34 láb hosszu távcsőket használt, testvérével mégis 122, 170, 210 lábnyi gyutávval biró tárgylencséket állított elő, melyek részint Londonban, részint Leydenben még most is láthatók. Ily távcsők készítésében jeleskedtek a XVII. század folyamában még mások is; különösen Campani Bolognában, kinek távcsőivel Cassini Saturnusnak 7. 5. 4. és 3-dik holdját*) födözé föl; továbbá Auzout Francziaországban, a ki önmagáról azt állítja, hogy 300 lábnyi gyutávu tárgylencsével ellátott távcsőt készített volt, mely vonalmentileg 600-szor nagyított; de jelesek voltak e korban a Neile-, Reeves- és Cox-féle angolországi távcsők is, melyek egyikének segélyével Ball Vilmos Angolhonban october 13-dikán 1665-ben Saturnus gyürüjének kettős voltát felfödözé. — E távcsőknél, Huyghens útmutatása szerint, a tárgylencse rövid csőbe tétetvén, igen magas póznákra vagy a házak oromzataira illesztették, s csukló meg zsinórok segélyével vala irányozható; ily lencse a messze tárgynak képét, jó alant, a légben tüntette elő, s a szemlencse a kép helyzetéhez képest kézzel vala igazítandó. A párisi csillagda kertjéből nem oly igen régen tüntek el az e czélra használt árboczfák; sőt sokáig vala ott látható ama faállvány is, mely a Marly-féle tárgylencse megerősítésére szolgált. — Az ily távcsők *légtávcsőknek* (Luftfern-

*) A hetediket 1671-, az ötödiket 1672-, a negyediket és harmadikat 1684-dik évben födözte föl Cassini.

gläser) neveztettek, s leginkább csak éj idején valának hasznonvehetők.

A földi távcsők előállításánál nem a Kepler-féle, hanem inkább azon modor lőn divatossá, melyet a XVII. század második felében De Rheita *) ajánlott, ki szerint a tárgyüvegen kivül még három domború lencse használandó; ez úton a távcső láttere nagyobbá, s a szemlencse szinszórása kisebbé vált, a miért is a De Rheita-féle földi távcső még most is elég előnyösnek mutatkozik.

## VII.

### *A tükrös és tükörlencsés távcsők.*

A tükörrel ellátandó távcsők eszméjére legelőször vergődött Zucchi, Jézus-társulati szerzetes Olaszhonban; e férfiú, tudományos müvében**), azt beszéli, hogy ő meg is tevé ama kisérletet, melynek eszméje eszében 1516-dik évben villant meg, s mely szerint ő a távol tárgyaknak homorú tükör segélyével előidézett képeit homorú szemlencsével észlelgeté; Zucchinak e műszere a hollandi távcsőktől csak annyiban különbözik, a mennyiben a domború tárgyüveget homorú tükör pótolja. Eme kisérletét Zucchi csak az 1652-dik évben közlé: de azon körülmény, hogy ő szemlencséül homorú üveget használt, kezeskedik némileg arról, hogy találmánya csakugyan az 1616-dik évből, vagyis azon korból ered, mely a csillagászati és földi távcső létrejövetét megelőzé; mert különben Zucchi talán nem annyira homorú, mint inkább domború üveget vala szemlencséül használandó.

Zucchi kisérletei még nem voltak közölve, a mikor Francziaországban a tükrös távcsők eszméjével Mersenne is foglalkozott; a ki, a messze tárgytól jövő, és hajtalékosan homorú tükör hatásánál fogva, összehajlókká vált fénysugarakat, apró, homorú vagy domború, hajtalékos tükörrel akkép

---

*) Lásd emennek „Oculus Enochi atque Eliae. Antverp. 1663." czímü könyvét.

**) Nic. Zucchii Parmensis Opera Philosophica. Lugd. 1652, Tom. I. cap. 14. p. 126.

fölfogandóknak vélte, hogy azok ez utóbbitól visszaverődvén, egymással egyenközüleg szembehatolhassanak. E távcső tisztán *tükrös*, s ennek eszméjét Mersenne 1644-dik évben sajtó útján is *) közlé; hogy ő azonban e tárgygyal már előbb is foglalkozott, kitünik Descartesnek ama két leveléből, melyek az 1639-dik évből eredvén, a sajtó alól 1666-dik évben kerültek ki; ezeknek elsejében Descartes Mersennenek amaz okokat sorolja elő, melyeknél fogva ő a tervezett távcsők előnyösségét kétségbe vonandónak véli; s a második Mersennenek az első levél utáni ellenvetéseire vonatkozik.

Zucchi és Mersenne törekvései észrevétlenül vonúltak el a tudós világ láthatárán; mert a természettudósok a szintévet (chromatische Abweichung) akkori időben még nem ismervén, a távcsők képeinek kevesbbé tiszta voltát egyedül csak a lencsék gömbtévjétől (sphärische Abweichung) eredőnek hitték; s épen azért e bajon Huyghens a távcsők lencséinek czélszerübb elhelyeztetésével, Descartes főleg a mentelék-idomú lencsék használatával törekedtek segíteni. E közben Gregory Jakab Londonban azon meggyőződésre vergődvén, hogy hajtalék- vagy kerülékszerü tükrök a mentelékidomú lencséknél könnyebben előállíthatók, 1663-dik évben közölt müvében **) oly távcsőt ajánlott, melyben a messze tárgytól érkező fénysugarak, nagyobb és hajtalékszerüleg homorú tükörrel fogatván föl, emennek tengelyébe ugyan de gyutávján kivül eső, apró és kerülékszerüleg vájt tükörre hajtatnak vissza, a melytől ismét visszaverődvén, az előbbi tükör közepén létrehozott nyilásnál képpé egyesülnek, mely domború lencsével észlelendő. Azonban Gregory ily távcsőt nem állított elő; mert ama kísérleteinél, melyeket gömbszerü és tökélytelenül csiszolt tükörrel tett, kedvező eredményre nem vergődvén, s hajtalékos tükör birtokába utóbb sem juthatván, e téren megszünt fáradozni. Gregory tartatik általában a tükrös távcsők feltalálójának; de, a mint előbb láttuk, ezen eszmével előtte már mások foglalkoztak, s ő sajátképen csak a

---

*) Universae Geometriae mixtaeque Mathematicae Synopsis. Paris. 1644.

**) Jac. Gregorii Optica promota stb. Londini, 1663.

tükörlencsés távcsők ama nemének feltalálója, melynek szerkezetével csak kevéssel előbb volt alkalmunk megismerkedni, s mely jelenleg is *Gregory-félének* neveztetik.

1666-dik évben felfödözte Newton a színszórás tüneményét, melynél fogva a fehér fénysugarak, egymásfelé hajló határlapokkal ellátott és különben átlátszó testen, például üveglencsén, hatolván át, többféle színsugárra bomlanak; s e színsugarak, mivelhogy különféle törékenységgel bírnak, a lencse megett egy pontban nem egyesülhetnek. Eme tünemény következtében, mely a lencsék színtévjének neveztetik, a messze tárgynak egyes pontjai színezett körterületek gyanánt mutatkoznak, melyek egymással összeesvén, tisztán kivehető képet nem hozhatnak létre. Newton, a mély belátásu férfiú, a színtév horderejét azonnal megismervén, a lencsés távcsők képeinek tisztátlanságát leginkább csak ennek tulajdonítá; s miután e baj akkori időben elháríthatlannak látszék, de meg a távcsői eredmények a csillagászat terén a tudósokat tisztán mutató látszerek előállítására mindinkább serkenték: Newton, a lencsés távcsők mellőztével, minden gondját alkalmas tükör-távcsők létrehozására fordítván, emezeknek ama nemét állította elő, mely *Newton-félének* neveztetik. A Newton-féle távcsőben a távol tárgytól jövő fénysugarak csőbe illesztett és gömbszerüleg homorú tükörrel fogatván föl, mielőtt képpé egyesülnének, apró síktükörre esnek; mely a homorú tükör tengelyéhez 45 foknyi szög alatt hajolván meg, a képet a cső oldalán alkalmazott nyilásnál tünteti elő, a hová a kép észlelésére domború üveglencse is illesztetik. Az első tükörlencsés távcsőt s egyúttal a legelsőt, melyet a világ látott, Newton 1668-dik évben hozta létre; evvel azonban kevesbbé levén megelégedve, csakhamar hozzáfogott a másodiknak előállításához, melyet 1671-dik évben el is készített; ez már az előbbinél jóval tökélyesb vala, s igen czélszerünek találta azt Londonban a királyi társulat is, a melynek Newton azt kellő megvizsgálás végett megküldötte és utóbb oda is ajándékozta; e becses emlék, mely vonalmentileg mintegy negyvenszer nagyított, a fönnemlített társulat termeiben még most is szemlélhető.

A míg Angolországban Newton a tükörlencsés távcsők ügyének előmozdításában fáradozott, azalatt Francziaországban Cassegrain 1672-dik évben új javaslattal lépett föl *), melynél fogva ő a Gregory-féle távcsőnek oly módosítását ajánlá, hogy az apróbb homorú tükör helyett domború használtassék, melylyel a nagyobb tükörtől visszavert fénysugarak, mielőtt a gyupontban egyesülnének, felfogandók. Az ekkép módosított, vagyis *Cassegrain-féle* távcső az apró tükör gyutávjának kétszeresével kurtább az egyébként egyenlőleg nagyító Gregory-félénél; de azonfölül, Ramsden szerint, Cassegrain távcsőjében a tükörnek gömbtévje csekélyebb mérvü; s elvégre Kater kísérletek útján meggyőződött, hogy e távcső a tárgyakat élesebben és nagyobb világosságban tünteti elő, mintsem az egyenlő nyilásu Gregory-féle; a minek oka a tudósok nézete szerint abban rejlik, hogy a fénysugarak, a midőn egy pontban (a Gregory-féle távcsőnél a nagyobb tükör gyupontjában) találkozván, egymást keresztülvágják, némi mérvben meggyengülnek.

1674-dik évben állította elő Hooke a legelső távcsőt a Gregory eszméje szerint; ezen vállalat után e téren majdnem fél századig tartó szünet állt be, melyet elvégre Hadley szakította félbe, midőn 1723-dik évben a királyi társulatnak Londonban önkezével készített, Newton-féle távcsőt mutatott be; e távcső nagyobb tükrének nyilása 6 hüvelyknyi, s gyutávja (vagyis a távcső hossza) 5·25 lábnyi vala. A királyi társulat e műszer megvizsgálásával Pound- és Bradleyt bízta meg, a kik öntapasztalatuk nyomán azt állíták **) : hogy e távcső nagyításra nézve teljesen fölér ama lencsés távcsővel, mely Huyghens kezéből kerülvén ki, 123 lábnyi (vagyis mintegy 23-szor akkora) hosszusággal bírt; hogy a tárgyakat valamivel kevesb világosságban ugyan, de azért mégis szintoly élesen tünteti elő, mint a Huyghensé; hogy elvégre annak segélyével Jupiter holdjainak elsötétedései és főbolygójukra vetett árnyékai, továbbá a Saturnus gyűrűjének fekete sujtánya (a Cassini-féle hézag), nem különben Saturnusnak a gyűrűre eső árnyéka, sőt kedvező körülményekben Saturnusnak öt

---

*) Journal de Sçavans. 1672.

**) Philosophical Transactions, 376. 378. szám.

mellékbolygója is, s egy szóval mind ama tárgyak láthatók, melyeket Huyghensnek imént említett távcsöje tüntetett elő.

Ezen időig a tükörlencsés távcsők készítésével csak a tudósok foglalkoztak; Hadley a tükör-köszörülés és csiszolás módját Bradleyvel és Molyneuxvel megismerteté, s ezektől eltanulták azt Scarlett és Hearne londoni látszerészek, a kik igen sok, de leginkább csak aprószerü, tükörlencsés távcsőket állítván elő, ezekkel a látszerészi raktárakat elárasztták; a minek eredménye az lőn, hogy elvégre a tükörlencsés távcsők is közdivatuakká váltak. 1730-dik év után a Scarlett és Hearne példáját mások is követték, s ezek között legtöbb hírre és legfőbb tekintélyre vergődött Short Jakab, angol látszerész, a ki e téren 1732-ik év óta Edinburghban — s 1742-től 1768-ig, vagyis halála évéig, Londonban müködvén, igen sok, igen jeles és mindenkor csak Gregory-féle távcsőt hozott létre. Shortnak legelőször sikerült hajtalékszerüleg homorú tükröket előállítani; tükreit ő eleve, Gregory (martius 7-dikén 1673-ban kelt és Collinshoz intézett) levelének utasítása szerint, üvegből készítette és hátul foncsorral vonta be; de utóbb azokat fémből állítá elő, mivelhogy ezek, tapasztalata szerint, több fényt hajtottak vissza, mintsem a foncsoros üvegtükrök. A Short távcsőiről Maclaurin, Angolország legjelesb látszerészeinek egyike, azt állítja, hogy azoknak legkisebbjei is jobbaknak tapasztaltattak, mintsem egyéb londoni látszerészek legnagyobb távcsői. A Short vállalatainak nagyszerüségéről elegendőleg kezeskedik az ide csatolt jegyzék is, melyet Gehler*) után közlünk, s mely jelesb távcsőinek fölszerelési minőségét és árát mutatja:

| A nagy tükör gyutávja angol lábakban | A nagy tükör nyilása angol hüvelykekben | A távcső vonalmenti nagyítása | A távcső ára |
|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 35— 100 szori | 14 guinee |
| 2 | 4·5 | 90— 300 „ | 35 „ |
| 3 | 6·3 | 100— 400 „ | 75 „ |
| 4 | 7·6 | 120— 500 „ | 100 „ |
| 7 | 12·2 | 200— 800 „ | 300 „ |
| 12 | 18 | 300—1200 „ | 800 „ |

*) Gehler's Physikalisches Wörterbuch. IX. Bd. S. 210.

Egyébiránt ama nagy távcsőért, melyet Short élete vége felé készített el, s melyet fivére Short Tamás, az edinburghi észleldében állított föl, Dánia királya 1200 guineet ajánlott, a mi mintegy 12460 osztrák értékü forinttal érvén föl, nem csak a pénznek akkori becse szerint, hanem a mi időnkben is igen jelentékeny összegnek tekinthető.

## VIII.

### *A színtelenítő távcsők.*

A tükörlencsés távcsők a lencséket a közhasználat teréről már majdnem leszoríták, a midőn a természettan oly felfödözéssel gazdagodott meg, melynél fogva a lencsés távcsők értéke tetemesen emelkedni indúlt. Már elöbb volt említve, hogy Newton 1666-dik évben a színszórás tüneményeinek ismeretére vergődvén, a lencsék színtévjét, mely a távcsőknél igen nagy hátrányul szolgált, elháríthatlan bajnak tartá. 1747-dik évben a nagytudományu Euler Lénárd a berlini tudományos akadémia előtt azon állítással lépett föl, hogy miután az állati s különösen pedig az emberi szemben a színszórás tüneményei a képek tisztaságát nem zavarják, lehetségesnek véli az oly lencsék előállítását, melyek a színtév háborító hatásait nem tüntetik elő; e czélra ő a lencsét, az emberi szemet utánzólag, többféle anyagból, például üvegből és alkalmas alaku üvegedénybe zárandó vizből, összeilleszteni ajánlotta. Ama számolásoknál, melyek Eulert ezen eredményre vezérelték, ő a lencsékre fölhasználandó anyagok törésmutatóját és színszórását nem kísérletileg, hanem ama tévelyes elv szerint határozta meg, melynél fogva föltételezé, hogy mindegyik testnél a színszórás s az önmagának arányszámával (Logarithmus) szorzott törésmutató mindenkor egyenlő viszonyt adnak.

Euler utasításainak nyomán Angolországban csakhamar kísérletekbe bocsátkozott Dollond Iván; de sokszerü fáradozásainak daczára kedvező eredményre nem vergődvén, e tárgyra vonatkozó értekezésében a Newton nézetéhez csatlakozott, a ki a színtév elhárítását a kivihetlen vállalatok közé sorolta volt. Ezen mozgalmak következtében e tárgyra fordítá figyelmét Klingenstierna, Svédhon tudós mérnöke is; s 1754-

ben közölt kutatásainak folytában azon felfödözésre vergődött, hogy bármely testnek törésmutatója és színszóró képessége nincsenek egymással oly viszonyban, hogy az egyiknek megismertével a másik is meghatározhatóvá váljék; a miért is két, anyagilag különböző hasáb, mely különben egyenlő törőszöget és egyenlő törésmutatót tüntet elő, egymástól elütő színszóró képességgel bírhat.

Ezeknek közlése után Dollond, nehány év előtt félbehagyott munkáját ismét elővevén, kísérletek útján győződött meg, hogy az üvegnemek között, majdnem egyenlő törésmutató mellett, a koronaüveg legkisebb-, az ólomüveg legnagyobb színszóró képességgel bír; s különösen hogy az ily üvegfajokból készült hasábok egyenlőleg hosszu színképet adnak, ha a koronaüveg-hasáb törőszöge az ólomüveghasáb törőszögéhez úgy viszonylik, mint három a kettőhöz. Ezen tapasztalatok nyomán Dollond 1758-dik évben oly távcsőt hozott létre, melynek tárgylencséje, domborúan köszörült koronaüvegből és homorúan köszörült ólomüvegből összeállítva levén, ment vala a színtévnek a képek tisztaságára háborítólag ható tüneményeitől. Az ily távcsőket Bevis tudor igen helyesen *szintelenítő távcsőknek* nevezte el. Dollond legelső szintelenítő távcsőjében a tárgylencse gyutávja csak öt lábnyi vala, de hatásra nézve nagyban fölül multa az előbbi korból eredő ama tárgylencséket is, melyeknek gyutávja húsz lábra terjedvén, maguk nemében a legjobbak közé soroltattak; ily előnynél fogva a szintelenítő távcsők olyannyira kapósakká lettek, hogy a kisebb mérvü tükrös távcsők, a közhasználat teréről leszoríttatván, jelenleg leginkább csak a természettani műtárakban fordúlnak elő.

Az igazság iránti tisztelet kötelességünkké teszi megemlíteni azt, hogy Dollondot a szintelenítő távcsők feltalálásában Essexben Chester More Hall előzte meg; a ki az 1729-dik év óta az emberi szemben tisztán mutatkozó képeket észlelgetvén, a látszerészeket oly tárgylencsék köszörülésével bízta meg, melyek kettősek valának, s melyeknek görbületi sugarait ő maga határozta meg. Ily úton ő 1733-dik évben, tehát mintegy 25 évvel előbb mint Dollond, szintelenítő távcsőt hozott létre, de találmányát sajtó útján közölni elmulasztá: s épen azért Westminster-Hallban azon tanácskozás alkalmával, mely a szintelenítő távcsők kizárólagos készítésére vonatkozó kiváltságról folyt, Morenak követelése, Dollond ellenében, figyelembe nem vétetett; mivelhogy Mansfield lord helyes észrevétele szerint, a találmányokkal járó haszon nem illetheti azt, a ki a találmányt szekrényébe zárja, hanem a ki azt a közönségnek használatul adja át. Ezen igazság-kiszolgáltatás ellen nem lehet senkinek kifogása; azt azonban mégis meg kell engednünk, hogy a történelem itélőszéke előtt e tárgyban az elsőség dicsősége Moretól el nem vitázható*).

## IX.

### *Az idősb Herschel érdemei a tükörlencsés távcsők terén.*

Említettük már, hogy a távcsők nagyítása annál tetemesb, 1-ször minél nagyobb a tárgylencsének (vagy tükörnek) — és 2-szor minél kisebb a szemlencsének gyútávja. Ámde a csekély gyútávu szemlencse, mivelhogy nagy görbülettel bír, tiszta képet csak úgy hozhat létre, ha szélei gyűrüszerü fényszorítóval elfödetnek, s a fénysugarak fölfogására csak középett apró nyilás hagyatik fönn; minél csekélyebb a gyútáv, annál kisebb e nyilás is, annál kevesebb fénysugár hat azon át a szembe, s az észlelendő tárgy annál sötétebbnek mutatkozik. A tetemesb nagyításu távcsőknél tehát, hogy a tárgy kellőleg megvilágítva és látható legyen, a tárgyüveg vagy tükör nagyobb nyilással ellátandó, hogy így az észlelendő tárgynak mindegyik pontjától több sugárt fogván föl, a távcső szemlencséjének habár csekély nyilásába is, sok fényt juttasson. — Dollond Iván korában, és utóbb is, hullámszerü sujtányoktól ment és kellőleg tiszta ólomüveg nagyobb darabokban — s következőleg nagyobb kiterjedésű tárgylencsék is nem valának előállíthatók; s ekkép történt, hogy a szintelenítő távcsők a jóval tetemesb nagyításu tükörlencséseket az élet teréről le nem szorították; sőt ez utóbbiaknak amúgy is már elég jelentékeny értéke Herschel Vil-

*) Edinb. Encyclopedia, Vol. XX. p.479.



M. Kir. Horthy Miklós-Tudományegyetem KÖNYVTÁRA SZEGED

mos fölléptével még inkább és pedig igen nagy mérvben emelkedett.

Hannoverának nagy fia, Herschel Vilmos, ama szerény hivatala mellett, melynél fogva 1766-dik év óta Angolország Bath nevü városának egyik imolájában mint orgonás volt alkalmazva, minden idejét, a melyről szabadon rendelkezett, a mennyiségtan és természeti tudományok tanulmányozására fordítá. Egykor alkalma nyílt egy Gregory-féle távcsőt az égboltozat észlelésére használhatni; a látvány mely szemeit ez úton elbájolá, leküzdhetlen vágyat ébresztett benne ily müszer birtokába jutni; azonban csekély vagyona mellett ily drága eszközt megszerezni képtelen levén, lángelméje sugallatától ösztönöztetve, maga fogott a távcső készítéséhez, s 1774-dik évben létre is hozott egyet, melynek tárgytükre öt lábnyi gyútávval bírt. Emez első siker lelkesítette Herschelt ama bámulatos szorgalmú munkásságra, melynek következtében idő folytával 200 tükröt állított elő hét-hét lábnyi gyútávval, 150-et tíz- és 80-at húsz lábnyi gyútávval. Ezek némelyeiből ő eleve Newton-féle távcsőket alkotott; de utóbb a kis tükröt teljesen mellőzvén, a nagy tükröt a csőbe ferdén illeszté be, hogy így az általa előidézett kép a cső szélére esvén, a szemlencsével közvetlenül észlelhetővé váljék. Az ily szerkezetü tükörlencsés távcsőket Herschel *elölmutató távcsőknek* (front-view telescopes, Teleskope mit Vornsicht) nevezé; s ugyanezek jelenleg *Herschel-féléknek* is mondatnak, jóllehet legelső eszméjök Lemairetől ered, a ki azt 1732-dik évben sajtó útján is közölte.

Herschel sokszerü távcsői közől legnagyobb hírre vergődött az, melyet 1789-dik évben óriásszerü mérvben állított elő; az előállítási költségek, melyeket III. György angol király nagylelküleg födözött volt, mintegy 20 ezer forintra rúgtak (a mi pénzünk szerint). A távcső tükre 4·125 angol lábnyi nyilással, 40 lábnyi gyútávval és mintegy 21 mázsányi súlylyal bírt; s 40 láb hosszú, 4 láb és 10 hüvelyknyi átmérőjü vascsőbe volt Herschel modora szerint beillesztve; a távcső, összes súlyát tekintve, 51 mázsányi, vonalmentileg mintegy 6500-szori nagyításra alkalmas, s térhatoló ereje 190-szeres vala. E helyen mellékesen megemlíthető, hogy a távcsők térhatoló erejének eszméje szinte Herscheltől ered; óriás távcsője az állócsillagot, például Siriust, 36500-szor akkora fényben tünteti elő, mint a minőben azt szabad szemmel látjuk; de a fény hatályossága a szerint fogy, a mint a fénylő test és észlelő szem közti távolságnak négyzete növekedik: a honnan már önként következik, hogy mi Siriust 190-szer akkora távolságban, mint a minőben valódilag van, Herschel távcsőjével épen oly fényesnek szemlélnők, mint a mily fényben azt mostani távolsága mellett szabad szemmel látjuk. A viszony, a melyben ama távolságok vannak egymással, a melyekben mi ugyanazon állócsillagot a távcső segélyével és szabad szemmel egyenlő fényhatályosságban látnók, a távcső *térhatoló erejének* (Raum durchdringende Kraft) mondatik. — Herschel a szóban forgó müszert Londonhoz képest nyugatra eső Slough nevü faluban állította föl; de néhány év mulva a tükör nedves éj idején elhomályosodván, haszonvehetlenné vált. Jelenleg ezen óriás távcső helyén 20 lábnyi gyútávval és 18 hüvelyknyi nyilással biró távcső áll, melyet az ifjabb Herschel, az idősbnek dicső fia, Iván, állíttatott föl.

De Herschel Vilmos nemcsak a távcsők előállításában, hanem azoknak használatában is rendkivüli szorgalmat és kitünőleg éles észszel párosúlt ügyességet tüntetett elő. 1781-ik évben márczius 13-dikán födözé ő föl hét lábnyi távcsőjével Uranust; s reá nem sokára III. György királytól tisztes nyugdíjjal láttatván el, Sloughba vonúlt, hol 1822-dik esztendőig, mint életének 84-dik és utólsó évéig, csak a tudományos kutatásoknak élvén, a csillagászatot fölötte sok és igen jelentékeny fölfödözéssel gazdagítá, melyeknél ő leginkább csak 12—20 lábnyi távcsőket használt. Herschel dicső fölfödözéseinek elősorolása nem tartozik értekezésem föladatai közé; de legyen szabad mégis megemlítenem azt, hogy Herschelnek e tekintetben szerzett érdemei semmivel sem csekélyebbek amazoknál, melyek e nagy férfiút a távcsők készítésének terén oly igen méltán illetik meg.

## X.

### *Nagyobb mérvű tévtelen távcsők.*

Herschel müködéseinek dicső eredménye a haladás kedvelőinek mintegy biztatásul szolgált, megmérkőzni azon nehézségekkel, melyek a nagyszerübb lencsés távcsők előállítását akadályozák. E férfiak fáradozásainak elvégre sikerült mind tévtelen, mind pedig színtelenítő távcsőket nagyobb mérvben hozni létre. — Eulernek eszméjét, az üveg- és csepfolyadékból előállítandó lencsékre vonatkozólag, Angolországban Blair Robert valósítá*), a ki az ily lencséket s nem különben az ezekből alkotott távcsőket is *tévteleneknek* (aplanatische) nevezé; mivelhogy állítása szerint ezek segélyével a szintév teljesen elhárítható, míg a szintelenítő lencsék leginkább csak a legszélsőbb szinsugarakat egyesítik a középsőkkel. Blair a legelső tévtelen távcsőt 1789-dik évben hozta létre, melynek tárgylencséje 2 hüvelyknyi nyilással és 12 hüvelyknyi gyútávval bírt; e távcső mely 140-szeri nagyításra is alkalmas vala, Robinson állítása szerint**), fölülmulta Dollondnak egyik szintelenítő távcsőjét, melynek tárgylencséje 42 hüvelyknyi gyútávval volt ellátva.

Nagyobb szerencsével fáradozott e téren Barlow***), a ki a folyó századnak harmadik évtizedében oly távcsőket állított elő, melyeknek tárgyüvege domború üveglencséből és üvegedénybe zárt szénkénegből volt alkotva, mely utóbbi folyadék igen nagy szinszóró képességgel bír; e két lencsét ő nem egymás mellé, hanem egymástól nagyobb távolságba helyezé; a miért is a szénkéneges lencse az üveglencsénél jóval kisebb nyilásunak vétetett. Barlow legnevezetesb távcsői közé soroltatik az, melynek tárgylencséje 7·8 angol hüvelyknyi (tehát elég tetemes) nyilással bírt; a domború üveg- s a homorú szénkéneges lencse, 40 hüvelyknyi távolságban egymástól, csőbe illesztettek, s együttvéve 144 hüvelyknyi gyú-

*) Transactions of the Royal Society of Edinburgh. T. II.
**) Edinburgh Journal of Science, by Brewster. No. VIII.
***) Edinb. Journ. of Science. VIII. 93.

távot tüntettek elő. E távcső vonalmentileg 700 szori nagyításra vala alkalmas.

A tévtelen távcsők haszonvehetőségét illetőleg különféle nehézségek hozattak elő: így némelyek nagy bajnak állíták, hogy a folyadék a lencséből idővel elpárolog; azonban a folyadék újjal igen könnyen pótolható; s Blairnek távcsőjét Baily még 30 év múlva is teljesen épnek találta. A most említett kifogásnál sokkal jelentékenyebb a Fraunhofer észrevétele, mely szerint tartani lehet, nehogy a folyadék némely esetekben, például a nap észlelésénél, nagyobb mérvben megmelegedvén, a vizsgálatokra zavarólag hasson. Az itt említett és egyéb ellenvetésekre szabad legyen azt az észrevételt tennünk, miszerint igen sajnos, hogy a tévtelen távcsők mindeddig több ápoló kézre nem találtak; az eddigi eredmények e téren szép jövőt igérnek, és Brewster, a kinek e távcsőkkel közelebbről megismerkedni elég alkalma vala, értéköknek kellő méltánylatát az utókorra bízza.

E helyen mellékesen megemlíthető, hogy Rogers, Barlow utmutatásának nyomán, a tárgyüveg kettős lencséjének szétválasztását 1826-dik év táján a szintelenítő távcsőknél is ajánlá*); s ugyanazon időben Plösl Bécsben azt létesítni is megkisérté; így keletkeztek a *váltlencséjü* (dialytische) távcsők, melyek aránylag rövidebbek és kevesb költséggel előállíthatók; mivelhogy az ólomüvegből alkotott homorú lencse, a koronaüvegestől messzebb állíttatván, jóval kisebb mérvünek vétethetik.

## XI.

### *Nagymérvü szintelenítő távcsők.*

A szintelenítő távcsők föltalálása után jó sokáig az ólomüveg készítésével egyedül csak az angolok foglalkoztak: de utóbb az üzlet emez ágát másutt is ápolni kezdék, s különösen a XVIII. század vége felé Guinand Brenetsben, a neuchateli kantonban, e munkába bocsátkozván, hosszas fáradozás után ólomüveget oly darabokban állított elő, melyek

*) Edinb. Journ. of Science. IX. 126.

nagyobb terjedelmök mellett a hullámszerü sujtányoktól mentek valának. Utzschneider és Fraunhofer Bajorországban ezen örvendetes eseménynek hírét vevén, nem késedelmeskedtek e férfiút fölkeresni, a ki legott biztató fölszólításuknak engedvén, 1805-dik évben Münchenbe költözött. Az ekkép nyert üvegből Fraunhofer, a mély tudományu müncheni látszerész, amaz óriásszerü szintelenítő távcsőket állította elő, melyek hatásai a tudós világnak igen nagy meglepetésül szolgáltak.

Ezen távcsők közé tartozik mindenek előtt az, mely a dorpati (Oroszországban) csillagda számára szereztetett meg, melynek tárgylencséje 9·9 angol hüvelyknyi nyilással, $13^1/_3$ lábnyi gyútávval bírt, s mely 140-, 210-, 320- és 480-szori nagyításra vala alkalmaztatva. E távcsőhöz Fraunhofer óraműszerü készítményt csatolt, melynek segélyével a távcső 24 óra alatt a világtengelylyel egyenközü vonal körül fordúl meg, hogy az észlelő ne kényteleníttessék azt folyton forgatni a csillagok után, melyek a földnek tengely körüli forgásánál fogva a távcsőből csakhamar kiillannak; ily készülékkel láttatik el jelenleg minden nagyszerü távcső, s ez esetben *látközileg fölszerelt* távcsőnek (parallaktisch montirtes Fernrohr) mondatik. A dorpati távcsőről Struve, a ki azt, az 1824 és 1837-dik évek közti időszakban, a kettős csillagoknak nagyban elhírhedett, kicsinymérői méréseinél használta, azt állítja, miszerint igen hajlandó hinni, hogy e távcső a tárgyakat élesebben tünteti elő, mint akármely tükörlencsés távcső. — A dorpatinál még jelesebb Fraunhofernek ama távcsője, melynek nyilása 12 hüvelyknyi s tárgylencséjének gyútávja 18 lábnyi; ennek segélyével látta Lamont Münchenben Uranusnak 2-dik és 4-dik (távolaik szerint a főbolygótól) holdját; sőt október 1-jén 1837-ben a 6-dikat is, mely 1794-dik év óta, a melyben Herschel Vilmos azt fölfödözte, senkitől nem láttatott. Fraunhofer azonban még ennél is hatalmasb távcsőt akart létrehozni, de a kora halál elragadta őt a tudomány legnagyobb kárára 1826-ban, éltének 39-dik évében.

Fraunhofer szándékát létesítették Merz és Mahler, a kik 1839-dik évben az Utzschneider,- és Fraunhofer-féle látszerészi intézet élére állván, nem csak az európai, hanem az amérikai csillagdák nagy részét is nagyszerü lencsés távcsökkel látták el; ezek között említésre leginkább méltók: a *pulkowai* (Pétervár mellett Oroszországban) s a *cambridgei* (Éjszakamérika Egyesült államaiban). — A cambridgei távcsö tárgylencséje 15 angol hüvelyknyi nyilással —, 22·5 lábnyi gyútávval bír; legnagyobb nagyitása 2000-szeri; ára a távcsőnek 19842 dollár, vagyis 42876 forint 57 krajczár osztrák pénzben. E távcsővel födözte föl Bond septemberben 1848-dik évben Hyperiont, Saturnus mellékbolygóját. — A pulkowai távcsö a cambridgeivel egyrangú levén, a mondottak után fölösleges munkának tartom annak részletesb leirásába bocsátkozni.

Az imént említett férfiak példája bíztatólag hatott másokra is, a kiknek vállalatait e téren nem szabad elhallgatnunk. — Guinand, ki 1814-dik évben hazájába visszatért volt, néhány évvel utóbb alkalmas ólomüveg-darabokkal látta el Lerebours és Cauchoix francia látszerészeket, a kik azokat jeles távcsők előállítására fölhasználták; Arago szerint Lerebours oly távcsőt készített, mely a pulkowai- és cambridgeivel egyrangú levén, Párisban már is használtatik; de Arago müveinek német fordítója szerint, e távcsö aligha van teljesen befejezve. — Angolországban említésre méltó Simms, londoni látszerész, a ki, hogy egyéb érdemeit ne említsük, a tuscaloosai csillagdát (Éjszakamérika Egyesült államaiban) oly távcsővel látta el, melynek tárgylencséje 8 hüvelyknyi nyilással, 12 lábnyi gyútávval bír, s melynek legtetemesb nagyítása 1640-szeri, ára pedig 800 font sterlingre rúg. — Amérikában a lencsés távcsők készítésében jeleskedik Henry Fitz látszerész New-Yorkban, a ki egyéb távcsőin kivül, Éjszakamérika Egyesült államaiban, a new-yorki Rutherford-féle észleldét 9 —, a buffaloi csillagdát ugyanannyi — s a west-pointi csillagdát 9·75 hüvelyknyi nyilásu távcsökkel látta el; söt az ann-arbori csillagda számára oly távcsőt készített, mely 11·5 hüvelyknyi nyilással és 17 lábnyi hosszusággal bírván, 1200-szor is nagyít és 6000 dollárba került. E távcsőre a koronaüveget, mely ily nagy mérvben szinte csak igen nehezen kiállítható, Bontemps szolgáltatá Birminghamból, az ólomüveg Párisban szereztetett meg. — Elvégre még megemlíthető, hogy 1857-dik évben, Éjszakamérika Egyesült államaiban, a hamiltoni csillagda számára Spencer és Eaton 13·5 hüvelyknyi nyilással és 16 lábnyi gyútávval bíró tárgylencsét készítettek, mely bajorországi üvegből állíttatván elő, az előleges kísérletek alkalmával igen jelesnek mutatkozék; de hogy elkészült-e már teljesen e távcső, mindeddig nem jutott tudomásomra.

## XII.

### *Legújabbkori vállalatok a tükörlencsés távcsők terén.*

Fraunhofer fáradozásainak fényes eredményei a tükörlencsés távcsőket már majdnem háttérbe szoríták; de századunk dicséretére legyen mondva, találkoztak mégis oly férfiak, kiknek ápoló kezei között a tükörlencsés távcsők már-már csökkenő értéke ismét megszilárdúlt, vagyis inkább oly magas polczra emelkedett, a minőre a lencsés távcsők eddigelé föl nem vergődhettek. Azon férfiak közé, a kik századunkban a tükörlencsés távcsők ügyét fölkarolák, tartozik Ramage, a ki, hogy egyéb távcsőit ne említsük, 1820-dik évben a greenwichi csillagdában olyat állított föl, melynek tükre 15 hüvelyknyi nyilással és 25 lábnyi gyútávval bírt; Ramage távcsőinek hatásai nem felelének meg teljesen ama várakozásnak' a melyet a tudós világ e nagymérvü müszerekhez csatolt. — Sokkal nagyobb tekintélyre vergődött utóbbi években Lassell távcsője Liverpoolban, mely 2 lábnyi nyilású és 20 lábnyi gyútávu tükörrel van ellátva; evvel födözé fel Lassell 1847-ben (augustusban) Neptunus mellékbolygóját; 1848-ban (septemberben) Saturnusnak Hyperion nevü holdját; 1850-ben (augustus 14-dikén) 628-szori nagyítással Neptunus második holdját, melynek léte azonban még kétségesnek tartatik, mivelhogy más észlelők azt mindeddig nem szemlélték; evvel vivé végbe Lassell Maltában ama nevezetes észleleteket is, melyek Saturnus gyűrűjére vonatkoznak.

A tükörlencsés távcsők terén legbámulandóbb eredménynyel működött Rosse lord, a ki már 1840-dik évben is egy távcsőt hozott létre, melynek tükre 3 lábnyi nyilással s 27 lábnyi gyútávval bírt; ezt azonban, de még a világ minden egyéb távcsőjét is, nagyban fölülmulja Rossenak ama müszere, mely 1845-dik évben fejeztetvén be, Parsonstownban (Dublintól nyugat felé 12 mértföldnyi távolságban) állíttatott föl; a tükör nyilása 6 angol lábnyi, gyútávja 54 lábnyi, súlya 7600 angol fontnyi; a távcső összes súlya mintegy 200 mázsányi, de daczára e roppant súlynak, alkalmas gépezet segélyével, mind az elhajlás, mind az egyenes emelkedés irányában könnyen mozdítható. A tükör alakjának tökélyére vonatkozólag Robinson tudor azt állítja, hogy a gömb- és hajtalékszerü alak közti különbség oly rendkivüliileg csekély, hogy azon esetben, ha ily két terület egymással a csúcsban érintkeznék, széleik kölcsönös távola egy hüvelyknek 0·0001 részére sem terjeszkednék, mely tért csak kevesen és csak górcső segélyével képesek megmérni. A távcső Newton-féle modorú, de a felállítás alkalmával gondoskodtak arról, hogy Herschel-féle gyanánt is használtathassék. A világ eme legóriásb távcsöjének hatásait illetőleg röviden csak azt említjük: hogy annak segélyével csillagokra bomlanak szét oly ködfoltok is, a melyek minden egyéb távcső térhatoló erejével daczolnak; továbbá hogy ama ködfoltok, melyek, mint például a bolygószerü ködök vagy ködcsillagok, más távcsőkön át szabályos alakuaknak látszanak, Rosse óriásával észleltetvén, igen sok esetben alakjukra nézve hol több, hol kevesb szabálytalanságot tüntetnek elő; s elvégre hogy némely ködfoltoknál csavarszerüleg kanyarodó ágak mutatkoznak. A Rosse-féle észleletek imént elősorolt eredményei Herschel Ivánt már is ama véleményre bírták, melynél fogva ő a hasonság alapjára támaszkodván, igen hajlandó, minden ködfoltot csupán csak csillagcsoportozatnak tekinteni.

E helyen elvégre meg kell említni, hogy Foucault Párisban századunknak ama fölfödözését, mely szerint az üveg, galvánképelés útján is igen könnyen megezüstözhető, a tükörlencsés távcsők terén haszonra fordítani megkísérté. Foucault tudniillik vájttükör-alakú, vastag üveglemezeket öntetett, s a homorú területet kellőleg kiköszörülteté és kicsiszoltatá; ezen előzmények után a homorú terület megezüstöztetett, s a lerakodott ezüstréteg csiszolás utján a fénysugarak kellő tükrözésére alkalmassá tétetett. Ily módon Foucault néhány kisebb és nagyobb tükröt és távcsőt létrehozván, s vállalatait szerencsés sikerüeknek tapasztalván, ama nagy távcső készítéséhez fogott, mely 1862-dik évi aprilisban a párisi csillagdában állíttatott föl. E távcső részletesb leirását közölte Heis Ede, a tudós münsteri tanár*), a kinek augustus 26-kán 1862-dik évben alkalma volt azt megszemlélni; ezen tudósítás szerint a távcső Newton-féle modorban és igen nagy szabatossággal van kiállítva; a megezüstözött tükör nyilása 29·5 párisi hüvelyknyi, gyútávja 14 lábnyi; azonban Páris időjárásának kevesbbé kedvező viszonyai a távcső gyakori használatát lehetetlenné teszik, a miért is határozattá lőn, hogy e távcső Montpellierbe szállítassék. Egyébiránt, Heis állítása szerint Foucault a szerencsésen megkezdett pályán, az idősb Herschelt utánzólag, mindinkább előbbre törni szándékozik, s jelenleg oly tükör tervével foglalkozik, melynek nyilása 44·5 hüvelyknyi leend. Ezen új modorú tükörlencsés távcsők a tudós világot leginkább ama kettős előny reményével kecsegtetik, mely szerint egy részt a megezüstözött tükrök aránylag több fényt visszahajtani képesek lévén, a tárgyakat nagyobb világosságban tüntetendik elő, de meg másrészt a tükröző területek elhomályosodás esetében jóval könnyebben megújíthatók.

## XIII.

### *A tükörlencsés távcsöknek a lencsések fölötti előnye.*

A távcsők értékének megbirálásánál arra kell leginkább figyelni, hogy mily *tiszta* és mily *világos* képeket adnak.

Ha a távcső tükre vagy lencséje a messze tárgy minden egyes pontjának összes fénysugárait egyetlen-egy pontban egyesítné, a tárgy képét teljesen tisztának látnók; de a tárgy egyes pontjai, a gömb- és színtév kisebb vagy nagyobb mérve szerint, hol apróbb, hol nagyobb körök gyanánt mutatkozván, a képet hol több, hol kevesebb tisztaságban tüntetik elő. E bajon akkép segíthető, ha a tükrök készítésénél az alakra, s a lencséknél az alakra és színtelenítésre kellő gond fordíttatik; s e tekintetben nincsen semmi okunk, a melyért a tük-

*) Natur und Offenbarung. VIII. Bd. S. 523.

rös távcsőket a lencséseknek, vagy ezeket amazoknak eléqe kelljen tenni.

A képek tisztaságának kikémlelésére igen alkalmasak a kettős csillagok: vannak tudniillik az állócsillagok közt olyanok, melyek szabad szemmel vagy csekélyebb értékü távcsőkkel észleltetvén, egy csillag gyanánt tünnek fel, de tökélyesb távcsőkön át két vagy több egymás mellé eső csillagból összetetteknek mutatkozván, *kettőseknek* vagy helyesebben *ösztétezetteknek* mondatnak; azon egyesek, a melyekre az ösztétezettek szétoszolhatók, *ösztétezőknek* neveztetnek. Az ösztétezett csillagokat Struve*), az ösztétezők kölcsönös távolsága szerint, 10 osztályba sorozza:

Az 1. osztályúaknál, az ösztétezők kölcsönös távola, 0—1 ívmásodpercznyi,

| | | | |
|---|---|---|---|
| a 2. | osztályúaknál, | 1— 2 | ívmásodpercznyi, |
| a 3. | „ | 2— 4 | „ |
| a 4. | „ | 4— 8 | „ |
| az 5. | „ | 8—12 | „ |
| a 6. | „ | 12—16 | „ |
| a 7. | „ | 16—24 | „ |
| a 8. | „ | 24—32 | „ |
| a 9. | „ | 32—64 | „ |
| a 10. | „ | 64-nél több | „ |

Az 1. osztályúak nagymérvü távcsők segélyével ösztétezőikre csak akkor oszolhatók, ha a távcsők tévje lehetőleg legcsekélyebb mérvü; mert különben az ösztétezők körök gyanánt mutatkozván, összeesnek s egyetlen-egy csillagot tüntetnek elő. — E tekintetben jelesek Fraunhofer távcsői: a Szüznek Gammáját az ifjabb Herschel a Jórémény-fokánál 1835-dik évi decemberben s a következő évnek négy első hónapjaiban 20 láb hosszu tükörlencsés távcsőjével is csak egyesnek szemlélte, és csak májusban kezdette látni hosszukásbnak, mely hónapnak végén az ösztétezők kölcsönös távolsága már 0·257 ívmásodperczynyinek becsültetett; s íme Struve, a ki e csillagot ugyanazon időben a dorpati távcsővel

*) Lásd „Mensurae micrometricae stellarum duplicium etc. 1837.“ czímü munkáját.

észlelgeté, azt folyton kettősnek ismerte fel. Egyébiránt a dorpati távcső a kettős csillagot csak igen nehezen oszlatja szét, ha az ösztétezők kölcsönös távola fél ívmásodperczuyi; de a cambridgei teljesen tisztán oszlatta szét a Korona Gammájának s nem különben Andromeda Gammájának ösztétezőit még akkor is, a midőn ez utóbbiak között az előbbi ösztétezettnél csak fél ívmásodperczuyi, s a másodiknál még ennél is kisebb távköz terült el. — E helyen megemlítendő még Barlow 144 hüvelyk hosszu, tévtelen távcsöje is, mely a South és Herschel által a távcsök megvizsgálására készített lajstromnak ama kettős csillagait is tisztán láttatá, a melyeknek észleletei a legkényesebbek közé sorolandók.

Minél nagyobb a tükör vagy lencse nyilása, annál *világosabbnak* mutatkozik az észlelt tárgynak képe, és hogy Herschel kifejezésével éljünk, annál tetemesb a távcső *térhatoló ereje*. A távcsök térhatoló erejének kikutatására legalkalmasbak az égboltozaton mutatkozó ködfoltok, s a csekély fényhatályosságu kettős csillagok. Az eddigi tapasztalás azt tanítja, hogy a tükör annyi fényt szabályosan visszahajtani nem képes, a mennyit a vele egyenlő nyilásu lencse az egyenlő mennyiségben fölfogott fényből keresztül bocsát; s e tekintetben a lencsés távcsök előnyösebbek a tükrösöknél: de ha fokonként nagyobb tükör használtatik, akkor akadunk elvégre oly tükörre, mely épen annyi fényt hajt vissza, a mennyit a kísérletnél használt lencse bocsát keresztül; ez esetben a tükör és lencse *egyértéküeknek* mondhatók. A viszony, a melyben a tükör nyilásának átmérője az egyértékü lencse nyilásának átmérőjéhez áll, a tükör és lencse anyagától, kiállítási tökélyétől, söt egyéb körülményektől is függ; s következőleg csak a tapasztalat útján és csak egyes esetekre meghatározható.

Herschel Iván azon nézetben vala, hogy a tükör egyértékü a lencsével, ha amannak nyilási átmérője, melyet $D$-nek mondhatunk, úgy viszonylik az utóbbinak nyilási átmérőjéhez, mely $d$-nek nevezhető, mint 100 a 85-höz, vagyis ha

$$D : d = 100 : 85, \quad (1.)$$

1848-dik évben septemberben födözte fel Bond a cambridgei távcsővel Saturnusnak Hyperion nevü mellékbolygóját, két nappal utóbb födöztetett fel ugyanaz Lassell által is

Liverpoolban; de azonfölül Bond és Lassell a Neptunus holdját is egyenlő sikerrel észlelgették: ha tehát e távcsőket egyértéküeknek veszszük, akkor az egyértékü tükör- és lencsénél

$D : d = 24 : 15 = 1{\cdot}6 : 1$, (2.)

Rossenak 3 lábnyi nyilásu tükrös távcsöjével nehezen ugyan, de mégis kivehetők ama kettős csillagok, melyek a Lant csillagképében a gyürüs ködfolt szomszédságában elszórvák; ugyanezeket ki tudta venni Bond is a cambridgei távcsővel: ez esetben tehát

$D : d = 36 : 15 = 2{\cdot}4 : 1$, (3.)

Az imént mondottak nyomán, Rosse óriásának 72 hüvelyknyi nyilású tükre egyértékü volna az (1.) arány szerint 61·2 —, a (2.) szerint 45 — s a (3.) arány szerint 30 hüvelyknyi nyilásu lencsével; itt azonban őszintén kell megvallanunk, hogy a harmadik esetet a lencsés távcsőknek a valószinütlenségig kedvezőnek tartjuk.

Ha már most, az eddigi tapasztalat fonalán, tekintetbe veszszük azt, hogy a míg Rossenak 72 küvelyknyi nyilásu tükröt előállítani sikerült, azalatt századunk legjelesbjei 15 hüvelyknyinél nagyobb nyilással biró lencsét nem hoztak létre: akkor aligha fogjuk magunkat kecsegtethetni azon édes reménynyel, hogy a közel jövő Rosse óriásával egyértékü lencsés távcsőt állítand elő; söt, a müvészet és tudomány mostani állása szerint, nem vagyunk följogosítva még csak arra sem, hogy valaha eljövendőnek véljük azt az időt, a melyben majd a lencsés távcsők óriásai a tükörlencsések óriásaival, térhatoló erőre nézve, megmérközni képesek leendnek.

## XIV.

### *A távcsők fényképelő müködései.*

Arago 1839-dik évben a franczia követkamara előtt ama reményét fejezé ki, mely szerint eljövendőnek hiszi azon időt, a mikor a hold képe fényképelés útján fog előállitatni. Arago sejtelme csakhamar valósággá vált; de a fényképek létrehozásánál, a sötét kamra helyett, látközileg fölszerelt távcsők használtattak. A távcsők emez új föladatuknak igen helyesen feleltek meg, s ebbeli müködésök eredményei közöl megemlíthető, hogy Bond a holdat már 1851-dik évben fényképelé; ugyanaz sikerült másoknak is, de főleg jók a holdkorong ama fényképei, melyeket Crookes 1857-dik év táján hozott létre. Sőt a hold egyes részei is jó sikerrel másoltattak le; Secchi, Rómának nagyhírü csillagásza, a mint „Népszerü csillagászat"-omban is már említém, „a holdnak egyik hegyét, mely Kopernikusznak neveztetik, a fényképelés útján oly mértékben állítá elő, hogy 10 földrajzi mérföld, a létrehozott fényképen egy hüvelyknyi nagyságban mutatkozik; e fénykép szerint Kopernikusz hét hegykúppal bír, melyek egymással szemközt kört képeznek, s meredek oldalaik fokterüleg ereszkednek alá. Phillips e müvet igen sikerültnek mondja, és nagyon hiszi, hogy a „holdban teendő fölfödözések küszöbére sajátképen csak most jutottunk." — De 1851-dik évben, a julius 28-diki napfogyatkozás alkalmával, Porro és Secchi már a napot is fényképelték; Porro fényképén a nap átmérője 79, s a Secchi-félén 76 millimeternyinek mutatkozik.

Nem akarok e tények elősorolásában hosszas lenni, de még sem hallgathatom el Heis Ede, a derék münsteri tanár szavait*), a mint imitt következnek: „Nagy mérvben érdeklik a szakértőt, a londoni (1862. évi) nagy kiállításnál, az égboltozati tárgyak kitünő fényképei Warren de la Rue-től. Az 59 tárgy közöl különösen leköti a figyelmet a holdnak tömmutatói (stereoskopisch) ábrája 20 centimeternyi átmérővel. A számok, az 1-től kezdve a 31-dikig bezárólag, a julius 18-dikán 1860-ban beállt napfogyatkozásnak egymás után következő változatait ábrázolják; különösen szembe ötlők ama képek, melyek a teljes elsötétedés pillanatát tüntetik elő, a mikor a vörös dudorok (Protuberanzen) mutatkoznak. A 32-től 45-ig való számok a holdat mutatják különféle változataiban; ezeknél főleg fültünők a töbörök, s kiválólag a dicső Tycho. A 46—49. szám alatti fényképek a február 27-diki holdfogyatkozást ábrázolják 1858-ban, az első a teli hold hű képét adja az elsötétedés kezdetét kevéssel megelőző pil-

---

*) Lásd „Natur und Offenbarung" VIII. kötetét, 576. lap.

lanatokban. Bámulattal vehető észre, hogy a 47. 48. 49. fényképekben mily nagyon határozatlanok a Föld árnyékának határai. Az 50. és 51. Jupiter fényképeit láttatják; az 52. a hold- és Saturnusnak fényképe kevéssel e bolygónak május 8-kán 1859-ben a hold általi elfödése után. Az 53. szám a hold nemleges képe, mely 10 lábnyi gyútávu tükörlencsés távcsővel állíttatott elő. Az 56. és 57. a holdnak tömmutatószerü ábrái, az 58. Saturnusnak tömmutatói képe, az 59. végre a napfoltoknak a képe." Így szól Heis Ede, a tudós értesítő, s egyúttal megemlíti azt is, hogy neki alkalma volt Moigno Abbénél Párisban ily képeket a tömmutató segélyével vizsgálgatni; — „a hold," ezek ismét Heis szavai, „annál inkább gömbbé alakúl, minél továbbig szemléltetik; a hegyek mindinkább emelkedni látszanak, s azt véljük, hogy a gödrök mélyeibe belelátunk."

## XV.

### *A mérőszerekkel ellátott távcsők.*

A távcsők történelmének előadásánál nem szabad elhallgatnunk ama fölötte szerencsés ötletet, melynél fogva a távcsők mérőszerekkel hozattak kapcsolatba; fölötte szerencsésnek mondjuk ez ötletet, mivelhogy az, a mérő és számoló csillagászat terén, roppant horderejünek bizonyúlt be.

Ez úton sikerült Bradleynek, 1728-dik év táján, az állócsillagoktól hozzánk érkező fénynek irányferdülését megállapitani, melynek következtében az állócsillagok minden évben apró kerülékeket látszanak bejárni, a melyek a földpályának megannyi képmásai levén, a földnek a nap körüli keringését váltig igazolják. Ez úton ismerkedtünk meg a bolygók járásánál mutatkozó háborokkal, melyek a naprendszer égi testeinek tömegei- és tömöttségeiről nyujtanak kellő fölvilágositást. Ez úton ismertettek föl bolygóknak ama csillagok, melyek szabad szemmel láthatók nem levén, bolygószerü természetöket a mérőszerekkel ellátott távcső elől el nem titkolhatták. — És hogy sok szót ne vesztegessünk, ez úton lőn teljessé a naprendszer ismerete.

De továbbá csakis ez úton vala meghatározható amaz állócsillagok elhajlása és egyenes emelkedése, a melyek fényhatályosságukra nézve az első hat rendbe nem sorolhatók. Ez úton méretett meg a kettős csillagok ösztétezőinek kölcsönös távolsága, a mi csakhamar útat tárt ama nevezetes felfödözésre, hogy vannak állócsillagok, melyek állócsillagok körül a Kepler törvényei szerint keringenek, és hogy a nehézségi erő, a világtér legtávolabb tájain is, a Newton-féle törvényhez alkalmazkodik. Ez úton vala észrevehető, hogy a Nap a világtér ugyanazon pontjában folyton nem vesztegel, hanem hogy a körüle forgó bolygókkal együtt elég nagy sebességgel a Herkules csillagképe felé halad, a mi mintegy azt sejteti velünk, hogy az égi testek, a különleges mozgáson kivül, oly általánosban is részesülnek, melynélfogva a világtér összes csillagai egy közös súlypont körül folyton keringenek. — Egy szóval ez úton vált naprendszeri ismeretünk a világrendszer ismeretévé.

Azonban e dicső felfödözések majdnem elfeledtették velem, hogy emezek elősorolása, a távcsők történelmének terén, legfölebb is csak rövid kitérésképen engedhetők meg; hagyjuk tehát e tárgyat, s nevezzük meg inkább ama férfiakat, a kiknek eszében az előbb fölötte szerencsésnek mondott ötlet megvillant: e férfiak Morin és Gascoigne. Morin, ama művében, mely „Scientia Longitudinum“ czím alatt 1634-dik évben jelent meg, világosan mondja: hogy ő tőle ered ama találmány, mely szerint a távcső a körívmérővel (Alhidade) hozatik kapcsolatba, az állócsillagok könnyü és szabatos megmérése végett. Azonban a Morin-féle készülék segélyével végbeviendő méréseknél, a távcsők látterének terjedtsége miatt, a szemmérték szükségképen igénybe veendő, mely úton szabatos mérések nem eszközölhetők; e czélra elkerülhetlenül szükséges a távcsői irányzó (Diopter) s a kicsinymérő (Mikrometer). Ezeket találta föl, 1640-dik évben, Angolhonnak a marston-moorei csata alkalmával fiatal korban elhúnyt fia, Gascoigne, a kinek ebbeli érdemére nézve mindaddig nem vala tisztában a tudós világ, a míg Derhamnek *) nem sikerült ama kéziratok birtokába jutni, a melyekben Gascoigne

*) Philosoph. Transact. T. XXV. és XXX.

ezen eszméjét, Crabtree és Horrockes barátjaival világosan közölte volt. — Egyébiránt a távcsökkel összekapcsolt mérőszerek történelme föladatom körén túl esvén, röviden csak azt említem meg, hogy a tudós világ e téren is haladván, jelenleg már a tökély ama fokára vergődött, a melyen az ívmásodperczneк 0·1 része is megmérhető. Humboldt Sándor e korszakot a Fraunhofer-féle műszerek korszakának nevezi.

*Zárszó.*

Nézetem szerint emez értekezésemet, a melyben a távcsők történelmének vázlatát ecsetelni megkísértém, leghelyesebben zárom be a nagy és dicső Humboldt Sándor*) szavaival, a ki a távcsőket ama találmányok közé sorolja, melyek az emberi müveltség fejlődésének hatalmas segédeszközei levén, mintegy új szervekül szolgálnak, hogy az ember a világtér végtelenségével közelebb érintkezésbe hozassék. A távcsők fokonkénti tökélyesbedésére nézve e nagy férfiú, általában szólva, azt állítja, hogy „az egymást követő emberi nemzedékek mindegyike a legnagyobbat, legmagasztosabbat élvezé, a mire ama fokon, a melyre a müvészet emelkedett vala, mint a szabad értelmiség gyümölcsére, vergődhetett.“ Elvégre századunknak e téren szerzett érdemére és tapasztalatára, s nem különben a távcsők jövőjére nézve, igen jeles észrevételt tesz Humbolt Sándor, mely szerint „a menynyire bámulatra méltó vala a láttani műszereknek mintegy 60 év ótai tökélyesbedése, úgy ismerkedtünk meg egyúttal elegendőleg előállíttatásuk nehézségeivel is, olyannyira, hogy e tökélyesbedés határtalan előhaladására vonatkozólag oly merész sőt kicsapongó reményeket ne tápláljunk, mint a milyenek valának azok, a melyekkel a szellemdús Hooke 1663-dik évtől 1665-ig komolyan foglalkozott**). A remények mérséklése a czélhoz itt is biztosabban fog elvezetni.“

---

*) Kosmos, II. 144. és III. 353.

**) Hooke, hogy az állatokat a holdban megláthassa, majdnem fél mérföldnyi (10000 lábnyi) hosszuságu távcsőkről álmodozott.

# A HARMADRENDŰ VONALOK TULAJDONSÁGAIRÓL.

(Folytatás.)

HUNYADY JENŐTŐL.

(Egy tábla képpel.)

---

45. Hogy kutatásainkban tovább haladhassunk, rövidség okáért az előbbi értekezésben az (1 alatti egyenlet bal részét F(x,y)-al fogjuk jelölni, a miért is az e következőbe megy át:

$$F(x,y)=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1.$$

Ha pedig ezen egyenletben x és y értékeit a (2) egyenletekből (az előbbi értekezésben) helyettesítjük, a hol még

$$r \cos w = h$$
$$r \sin w = k$$

teszszük, az e következőbe fog átmenni:

$$F(u+h,\ v+k)=0$$

és így ezen egyenlet bal részét Taylor sora szerint kifejtve ered:

$$\left\{\begin{aligned}&F(u,v)+\frac{dF(u,v)}{du}\cdot h+\frac{dF(u,v)}{dv}\cdot k+\frac{1}{2}\left\{\frac{d^2F(u,v)}{du^2}h^2+\right.\\&\left.+2\frac{d^2F(u,v)}{du.dv}hk+\frac{d^2F(u,v)}{dv^2}k^2\right\}+\frac{1}{2.3}\left\{\frac{d^3F(u,v)}{du^3}\cdot h^3+\right.\\&\left.+3\frac{d^3F(u,v)}{du^2dv}h^2k+3\frac{d^3F(u,v)}{dudv^2}hk^2+\frac{d^3F(u,v)}{dv^3}k^3\right\}=0.\end{aligned}\right.$$

a mely egyenlet, ha abban h és k értékeit helyettesítjük és azt r szerint rendezzük, e következőbe megy át:

$$\left[\begin{array}{l}\frac{1}{2.3}\left\{\frac{d^3F}{du^3}\cos^3 w+3\frac{d^3F}{du^2dv}\cos^2 w\sin w+3\frac{d^3F}{dudv^2}\cos w\sin^2 w+\right.\\ \left.+\frac{d^3F}{dv^3}\sin^3 w\right\}r^3+\frac{1}{2}\left\{\frac{d^2F}{du^2}\cos^2 w+2\frac{d^2F}{dudv}\cos w\sin w+\right.\\ \left.+\frac{d^2F}{dv^2}\sin^2 w\right\}r^2+\left\{\frac{dF}{du}\cos w+\frac{dF}{dv}\sin w\right\}r+F(u,v)=0.\end{array}\right.$$

és ha most ez egyenletet a (3) egyenlettel (az előbbi értekezésben) összehasonlítjuk, e következő egyenletekhez jutunk:

$$Q=F(u,v) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.$$

$$P=\frac{dF}{du}\cos w+\frac{dF}{dv}\sin w \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3.$$

$$N=\frac{1}{2}\left\{\frac{d^2F}{du^2}\cos^2 w+2\frac{d^2F}{du.dv}\cos w\sin w+\frac{d^2F}{dv^2}\sin^2 w\right\} \quad \ldots \quad (4.$$

46. Ezen megjegyzéseket előre bocsátva e következő feladattal akarunk foglalkozni:

Kerestessenek azon pontok (u,v) a harmadrendü vonal síkjában, a melyekben a keresztül vont átszelőknek e következő egyenlet feleljen meg:

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=0.$$

Ezen feladat feltételénél fogva a (80) egyenletből (az előbbi értekezésben) kiviláglik, hogy

$$P=0,$$

vagy ha P helyett annak értékét helyettesítjük:

$$\frac{dF}{du}\cos w+\frac{dF}{dv}\sin w=0. \quad \ldots\ldots \quad (5.$$

Mivel pedig csak azon pontokat keressük, a melyekben az (5) egyenlet minden átszelő iránynak megfelel, tehát az e következő két egyenletbe fog átmenni:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{dF}{du}=0\\ \frac{dF}{dv}=0\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6.$$

a mely egyenletek mértani helyeinek közös pontjai a kivánt pontokat fogják adni, miután pedig $\frac{dF}{du}$ és $\frac{dF}{dv}$ v és u szerint másodfoku, tehát látjuk, hogy ezen két egyenletnek két kúpmetszet felel meg, a miért is e következő tételt bírjuk:

XXXIII. A harmadrendü vonal síkja általán négy oly ponttal bir, a melyeken keresztül, ha átszelőket vonunk és azokat mindég azon pontokból számítjuk, állandóan:

$$\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}=0.$$

Azon négy pont pedig általán két kúpmetszet közös pontja, a kúpmetszetek egyenletei e következők:

$$\left.\begin{array}{l}\beta v^2+2\gamma vu+3\delta u^2+\zeta v+2\eta u+\iota=0.\\ 3\alpha v^2+2\beta vu+\gamma u^2+2\varepsilon v+\zeta u+\vartheta=0.\end{array}\right\}$$

47. A (6) egyenletek még akkor is érvényesek, ha az előbbi értekezésben az (1 alatti egyenletet ferdeszögü összrendesekre vonatkoztatva tekintjük, a miről könnyen meggyőződhetünk. — Ezt előre bocsátva az előbbi tételt a sík háromszögre akarjuk alkalmazni, a miért ezt összekapcsolt harmadrendü vonalnak fogjuk tekinteni.

E czélra a háromszög két oldala (a és b) és az ezektől bezárt szöglet $\varphi$ adva legyen, az összrendes tengelyeket pedig úgy akarjuk választani, hogy azok a két adott oldallal összeessenek. Ezeknél fogva a háromszög egyenlete e következő leend:

$$ay^2x+byx^2-abyx=0,$$

továbbá pedig:

$$F(u,v)=av^2u+bvu^2-abvu$$

$$\frac{dF}{du}=v(av+2bu-ab)$$

$$\frac{dF}{dv}=u(2av+bu-ab)$$

a (6) egyenletek tehát jelen esetünkben e következők:

$$av+2bu-ab=0$$

$$2av+bu-ab=0$$

a melyekből v és u következő értékeit vonjuk:

$$v=\frac{1}{3}b,\quad u=\frac{1}{3}a,$$

a miből végre e tétel folyik, hogy a sík háromszögnél egy, de csak egy oly pont létezik, és ezen pont annak súlypontja; a melynél fogva, ha most az idomra átmegyünk, a melyben „S“ a háromszög súlypontját jelenti, e következő viszonylatot nyerjük:

$$\frac{1}{DS}=\frac{1}{ES}+\frac{1}{FS}. \quad \text{(1. kép.)}$$

Ez ép most emlitett tételt először Mac-Laurin adta e következő czímü müvében : A Treatise of Algebra. Appendix. Sectio III. §. 98. Én szinte ezen tételnek új sikmértani bebizonyitását is közlöttem. *)

48. Ha a harmadrendü vonal síkjában ahhoz átszelőt vonunk, az görbénket általán három pontban fogja metszeni, és ha azután az átmetszési pontokban görbénkhez érintőket vonunk, a melyek a tevőleges féltengelylyel sor szerint $t_1$, $t_2$ és $t_3$ szögleteket képezzenek, azon viszonylatot keressük, a mi azon szögletek között, melyeket az érintők az átszelővel képeznek, és más a görbéhez tartozó szögletek közt létezik.

E czélra válaszszunk az átszelőben valamely pontot, melynek összrendesei u,v legyenek, s a melyből a metszékeket számítani akarjuk és nevezzük azokat $r_1$, $r_2$ és $r_3$-nak, minél fogva :

$$r_1 \cdot r_2 \cdot r_3 = -\frac{Q}{M},$$

ha pedig ezen egyenletet w szerint külzeljük :

$$r_2 r_3 \frac{dr_1}{dw} + r_1 r_3 \frac{dr_2}{dw} + r_1 r_2 \frac{dr_3}{dw} = Q \frac{\frac{dM}{dw}}{M^2}$$

és ha ez utóbbi egyenletet az előbbivel elosztjuk ; akkor e következő egyenlethez jutunk :

$$\frac{1}{r_1}\frac{dr_1}{dw} + \frac{1}{r_2}\frac{dr_2}{dw} + \frac{1}{r_3}\frac{dr_3}{dw} = -\frac{\frac{dM}{dw}}{M} \quad \ldots . (7,$$

a mely ha megjegyezzük, hogy általán

$$\frac{1}{r}\frac{dr}{dw} = \text{Cotg}(t-w) \quad \ldots .. (8.$$

és ha $\frac{\frac{dM}{dw}}{M}$ értékét az előbbi értekezésben adott (10 alatti egyen-

*) Schlömilch. Zeitschrift für Mathematik und Physik 7. Jahrg. 4. Heft, Seite 268.

lettel összehasonlítjuk, e következőbe fog átmenni:

$$\mathrm{Cotg}\,\Theta=\frac{1}{3}\{\mathrm{cotg}(t_1-w)+\mathrm{cotg}(t_2-w)+\mathrm{cotg}(t_3-w)\}\quad\ldots\ (9.$$

a melyben $\Theta$ azon szögletet jelenti, a melyet az w húrirányhoz tartozó átmérö azon húriránynyal képez, $(t_1-w)$, $(t_2-w)$ és $(t_3-w)$ pedig sor szerint azon szögleteket, a melyeket az érintők azon húriránynyal képeznek. E szerint a (9) egyenletből e következő tétel folyik:

XXXIV. Ha a harmadrendü vonalhoz oly átszelőt vonunk, a mely azt három pontban metszi, és az átmetszési pontokban az érintőket; akkor azon három szöglet pótérintőiből a középarányos, a melyet az érintők az átszelővel képeznek, egyenlő azon szöglet pótérintőjével, a melyet az átszelő a hozzá tartozó átmérővel képez. Ezen tételből pedig, mivel Cotg $\Theta$ épen csak w függvénye, e következő tétel ered:

XXXV. Az előbb említett három szöglet pótérintőinek összege állandó marad, ha az átszelőt magához párhuzamosan tovább is mozdítjuk.

49. Előbb találtuk, hogy

$$\mathrm{cotg}(t_1-w)+\mathrm{cotg}(t_2-w)+\mathrm{cotg}(t_3-w)=3\,\mathrm{Cotg}\,\Theta,$$

vagy ha ezen egyenletben Cotg $\Theta$ értékét helyettesítjük még továbbá

$$\mathrm{cotg}(t_1-w)+\mathrm{cotg}(t_2-w)+\mathrm{cotg}(t_3-w)=$$
$$=\frac{\beta\,\mathrm{tg}^3w-(3\alpha-2\gamma)\mathrm{tg}^2w+(3\delta-2\beta)\mathrm{tg}w-\gamma}{\alpha\,\mathrm{tg}^3w+\beta\,\mathrm{tg}^2w+\gamma\,\mathrm{tg}w+\delta}$$

és ha ezen egyenletben $w=0$ teszszük, végre e következő egyenlethez jutunk:

$$\mathrm{Cotg}t_1+\mathrm{Cotg}t_2+\mathrm{Cotg}t_3=-\frac{\gamma}{\delta}\quad\ldots\ldots\ (10.$$

Ha az egyenletet

$$M=0$$

$\delta\sin^3 w$-val elosztjuk, az e következőbe menend át:

$$\mathrm{cotg}^3w+\frac{\gamma}{\delta}\mathrm{cotg}^2w+\frac{\beta}{\delta}\mathrm{cotg}w+\frac{\alpha}{\delta}=0$$

a melyből következik, hogy

$$-\frac{\gamma}{\delta}=\mathrm{cotg}w_1+\mathrm{cotg}w_2+\mathrm{cotg}w_3,$$

ha t. i. $w_1$, $w_2$, $w_3$, a harmadrendü vonal érintetlen irányai, és ha végre $-\frac{\gamma}{\delta}$ ezen értékét a (10) egyenletben helyettesítjük, az még e következő alakot veheti fel:

$$\cot g t_1 + \cot g t_2 + \cot g t_3 = \cot g w_1 + \cot g w_2 + \cot g w_3 \ldots\ldots (11.$$

a melyből e következő tételt származtatjuk:

XXXVI. Ha a harmadrendü vonalhoz oly átszelőt vonunk, a mely azt három pontban metszi és az átmetszési pontokban a görbéhez érintőket vonunk; akkor azon szögletek pótérintőinek összege, a melyeket az érintők valamely állandó tengelylyel képeznek, egyenlő ugyanazon harmadrendü vonal érintetlen irányai pótérintőinek összegével, azaz állandó.

Ezen tételt először Müller*) Antal úr adta és általa Mac-Laurin következő tételére figyelmeztetünk:

„Ha a harmadrendü vonalhoz, valamely állandó ponton keresztül, átszelőt vonunk, a mely azt három pontban metszi, az átmetszési pontokban ahhoz érintőket húzunk, és végre az állandó ponton keresztül tetszés szerinti, de állandó tengelyt vonunk; akkor azon szeletek, a melyek a tengelyen az állandó ponttól és az érintők átmetszési pontjaitól képeztetnek, visszás értékeinek összege állandó, azaz, ha $\vartheta$ az állandó pont, az érintők pedig az állandó tengelyt $R_1$, $R_2$ és $R_3$ pontokban metszik: akkor

$$\frac{1}{OR_1} + \frac{1}{OR_2} + \frac{1}{OR_3} = \text{Const.}“$$

Végre pedig megjegyzendő hogy Mac-Laurin**) az említett tételt n-ned fokú vonalokra kitágítva adta.

50. Három egyenes egyenlete, a mely a három érintetlenhez párhuzamos, e következő alakú lehet:

$$\left.\begin{array}{l} y - f_1x - h_1 = 0 \\ y - f_2x - h_2 = 0 \\ y - f_3x - h_3 = 0 \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (12$$

a melyekben $f_1$, $f_2$ és $f_3$ az érintetlen irányoknak háromszög-

*) Grundgesetze der Configuration der algebraischen Curven. Denkschriften der Akademie der Wissenschaften zu Wien. Bd. XIX. Seite 377. — Im Separatabdrucke davon Seit. 39.

**) A Treatise of Algebra. Appendix. Sectio I. §. 9.

tani érintőit; $h_1$ $h_2$ és $h_3$ pedig tetszés szerinti állandókat fejeznek ki.

Ha ezen három egyenletet egyben fejezzük ki, akkor az oly háromszöget fog jelenteni, melynek oldalai a három érintetlenhez párhúzamosak; ezen háromszöget pedig mint egybefoglalt harmad rendü vonalt akarjuk tekinteni, és ha így ezen egybefoglalt vonal egyenletét, mely e következő:

$$(y-f_1x-h_1)(y-f_2x-h_2)(y-f_3x-h_3)=0 \; \ldots\ldots \; (13$$

az (1) egyenlettel (az előbbi értekezésben) összehasonlítjuk, könnyen fogunk azon eredményhez jutni, hogy azon hat pont, melyben azon háromszög a harmadrendü vonalt metszi, valamely kúpmetszetben fekszik, minélfogva e következő tételt állíthatjuk:

XXXVII. Ha oly háromszöget képezünk, a melynek három oldalai az érintetlen háromszög három oldalaihoz párhúzamosak, az így képezett háromszög a harmadrendü vonalt mindig oly hat pontban fogja metszeni, a melyek valamely kúpmetszet kerületén feküsznek.

E tételből pedig ha a mindenik oldalon fekvő két-két átmetszési pontot összeesőnek tekintjük, e következő folyik:

XXXVIII. Ha a harmadrendü vonalhoz oly érintő háromszöget vonunk, a melynek három oldalai párhúzamosak ugyanazon görbe érintetlen háromszögének három oldalához: akkor a három érintési pont egyenes vonalban fog feküdni.

Mivel pedig, a mint azt a XXX. tételből tudjuk, a harmadrendü vonal valamely érintetlenéhez párhuzamosan általán négy érintőt vonhatunk, tehát még e következő tétellel bírunk:

XXXIX. Általán tizenkét oly érintő létezik, melyek közöl négy-négy ugyanazon egy érintetlen irányhoz párhuzamos; a tizenkét érintési pont pedig hármanként tizenhat egyenesen fekszik úgy, hogy minden érintési ponton négy azon egyenesek közöl keresztülmegy.

Ha az érintési pontokat, amint azok érintői az $w_1$ $w_2$ és $w_3$ érintetlen irányokhoz párhuzamosak, sor szerint ekkép jelöljük:

$$a_1, b_1, c_1, d_1; \ldots a_2, b_2, c_2, d_2; \ldots a_3, b_3, c_3, d_3$$

akkor az érintési pontok e következő minta szerint fognak az említett tizenhat egyenesen feküdni:

$a_1, a_2, a_3 \ldots b_1, a_2, a_3 \ldots c_1, a_2, a_3 \ldots d_1, a_2, a_3.$
$a_1, b_2, b_3 \ldots b_1, b_2, b_3 \ldots c_1, b_2, b_3 \ldots d_1, b_2, b_3.$
$a_1, c_2, c_3 \ldots b_1, c_2, c_3 \ldots c_1, c_2, c_3 \ldots d_1, c_2, c_3.$
$a_1, d_2, d_3 \ldots b_1, d_2, d_3 \ldots c_1, d_2, d_3 \ldots d_1, d_2, d_3.$

Miután egészben véve 64-szer három oly érintőt állíthatunk össze, a melyek a három érintetlenhez párhuzamosak, tehát az előbb említett tizenhat egyenesen kívül még negyvennyolcz létezik, a melyeknél azon különös tulajdonság fordul elő, hogy ha az olyféle háromszögben a szögpontokat az általellenben lévő érintési pontokkal összekötjük, akkor azon három egyenes egymást ugyanazon egy pontban fogja metszeni *).

51. Az érintők elméletét néhány oly tétellel fogjuk befejezni, a melyek bebizonyitását azon módokkal, melyeket itt általán követtünk, eddig még nem sikerült öszhangzatba hoznunk, a miért is itt csak pusztán a tételeket említjük. Továbbá itt egyszersmind észreveszszük, hogy más helyeken is kénytelenek voltunk így eljárni, hogy t. i. csak pusztán a tételeket adhattuk. — Azokat egészen érintetlenül hagyni nem akartuk, mivel azon müvek, a melyekben azok előfordulnak, nagyon ritkák, és így a nevezett tételek az olvasók legnagyobb számának figyelmét kikerülnék.

52. Ezen tételeket azokkal fogjuk megkezdeni, a melyeket Mac-Laurin**) a már többször említett müvében adott.

XL. Ha a harmadrendü vonal valamely pontjából ahhoz két érintőt vonunk, az érintési húr a görbét azon kivül még egy pontban fogja metszeni; akkor az ezen és az eredeti ponthoz vont érintők magokat oly pontban metszik, a mely a görbe kerületjén fekszik.

XLI. Ha a harmadrendü vonal adott pontjából ahhoz három érintőt vonunk, és ha az érintési pontok közől kettőt

*) Plücker. System der anal. Geom. Nummer 306. Seite 272.

**) Mivel ezen mü nagyon ritka, tehát annak fordítását, a mely e következő müben „Jouquière: Mélanges de Géométrie pure. Paris" előfordúl, említem.

egyenes vonal által összekötünk, ezen egyenes a görbét még egy pontban fogja metszeni. Ha most ezen pontot a harmadik érintési ponttal összekötjük, oly egyenest nyerünk, a mely a görbét újra egy pontban metszi. Az érintő ezen utólsó ponthoz ugyanazon egyenes, a mely azt az adott ponttal összeköti.

XLII. (2. kép.) Ha a harmadrendü vonal A pontjából ahhoz két érintőt vonunk, a melyek azt F és G pontokban érintik, az érintési húr a görbét H pontban metszi, valamint az A pontban vont érintő M-ben. A HM egyenes L pontban metszetik FLK egyenes által, a mely AH-hoz párhuzamos és FK=2FL. Ezt előre bocsátva, ha HK-t vonjuk, minden „A“ ponton keresztül menő átszelő összhangzatilag *) vágatik HK és HF egyenesek által N és P-ben és a görbe által B és C-ben, azaz e következő feltét fog állni:

$$\frac{NB}{NC}=\frac{PB}{PC}$$

XLIII. Ha a harmadrendü vonal valamely pontjából ahhoz négy érintőt vonunk; akkor az érintési húrok egymást a görbén metszik, és minden az adott ponton keresztül menő átszelő öszhangzatilag vágatik a görbe és két érintési húr által, ha az utóbbiak mind a négy érintési pontot tartalmazzák.

XLIV. Ha a harmadrendü vonal valamely pontjából ahhoz két érintőt vonunk, és ha a két érintési pontot egy más a görbén fekvő ponttal összekötjük; akkor ezen két egyenes a görbét azonkivül még két pontban metszendi, és ha így végre ezen két ponthoz az érintőket vonjuk, akkor ezek egymást a görbén fogják metszeni.

XLV. (3. kép.) Legyenek F és G a harmadrendü vonal oly pontjai, hogy az ahhoz vont érintők egymást a görbén „A“ pontban messék, a görbe más P pontjából pedig vonjuk PF és PG átszelőket, a melyek a görbét még K és L-ben messék; ha most FL és GK-t vonjuk, akkor azok egymást

---

*) Ha két pont a és a', ef egyenest úgy osztják, hogy e következő feltét áll:

$$\frac{ae}{af}=\frac{a'e}{a'f}$$

akkor a és a' pontok ef egyenest öszhangzatilag vágják.

a görbén Q pontban metszik, továbbá az érintők K és L pontokban; valamint P és Q pontokban egymást szinte a görbén B és C-ben metszik, úgy hogy A, B, C pontok egyenes vonalban feküsznek.

XLVI. (4. kép.) Ha F és G a harmadrendü vonal oly pontjai, hogy az azokban vont érintők egymást a görbén metszik, és K, L, f, g, más négy oly tulajdonságú pontok, hogy LF és GK, valamint Ff és Gg egyenesek magokat a görbén metszik; akkor Lf és Kg, valamint Lg és Kf egyenesek egymást szinte a görbén fogják metszeni.

XLVII. (5. kép.) Legyen D, E, F oly három pontja a harmadrendü vonalnak, a melyek egyenes vonalban feküsznek; az azokban vont érintők pedig legyenek egymáshoz párhuzamosak. Válaszszunk továbbá DF egyenesben valamely P pontot úgy, hogy 2PF az összhangzati középarányos*) legyen PD és PE között; akkor minden P ponton keresztül menő átszelő a görbét d, e és f pontokban fogja metszeni, úgy hogy 2Pf az összhangzati középarányos lesz Pd és Pe között. (Itt feltételeztetik, hogy d és e P egyik oldalán, f pedig annak másik oldalán fekszik).

XLVIII. (6. kép.) Legyenek VT, VX és TZ a harmadrendü vonal oly tulajdonságu érintői, hogy a három érintési pont oly egyenesben feküdjék, a mely VTZ háromszög súlypontján, azaz azon háromszög súlypontján, a melyet a három érintő képez, keresztül menjen. Minden átszelő, a mely ezen súlyponton keresztül megy, és a görbét egy részről a és b-ben, más részről pedig c-ben metszi, úgy osztatik, hogy 2Pc az összhangzati középarányos Pa és Pb között.

XLIX. (7. kép.) Menjenek a harmadrendü vonal valamely D pontján keresztül DEJ és DAB átszelők, a melyek a

*) Ha a, b, c, d . . . . . több pontok az egyenesben, a melyek száma $=$n, O pedig bizonyos adott pont ugyanazon egyenesben, és ha végre a beszédben forgó egyenesben m pontot úgy határozzuk meg, hogy e föltét álljon:

$$\frac{n}{Om}=\frac{1}{Oa}+\frac{1}{Ob}+\frac{1}{Oc}+\frac{1}{Od}+\ldots\ldots;$$

akkor Om távolság Mac-Laurin szerint az öszhangzati középarányos Oa, Ob, Oc, Od . . . . távolságok között.

görbét E és J-ben, valamint A és B-ben vágják, továbbá vonjuk AK és BL érintőket, a melyek DE-t K és L pontokban messék. Legyen DG az összhangzati középarányos DE és DJ között, valamint DH az összhangzati középarányos DK és DL között; továbbbá legyen DV a mértani középarányos DG és DH között, VQ egyenes pedig, a mely DAB-t Q pontban metszi, legyen párhuzamos DT érintőhöz, a mely a görbét D-ben érinti. Végre legyen R azon pont, a melyben DE a pont D görbületi félmérőjétől metszetik; akkor:

$$QV=HG\cdot 2DR.$$

L. (8. kép.) Legyen D a harmadrendü vonal valamely pontja, J azon pont, a melyben a D-ben vont érintő a görbét metszi, legyen továbbá DS D pont görbületi köre átmérője, a mely a görbét A és B pontokban metszi, K és L azon pontok, melyekben DJ az A és B-ben vont érintők által metszetik. Ha most DH-t mint összhangzati középarányost veszszük DK és DL között és azután DV-t úgy, hogy

$$\frac{DV}{DJ}=\frac{DH}{2DJ-DH}$$

a görbület változata $=\frac{1}{DS\cdot DV}$ és ha VS-t vonjuk, a görbület félmérő változata arányos lesz DVS szöglet háromszögtani érintőjéhez.

Végre még a következő tételt említjük, a melyet az angol mathematikus Salmon*) adott:

LI. Ha P és Q pontjai a harmadrendü vonalnak; akkor azon négy érintő, a mely P-ből a görbéhez lehetséges, azon négy érintőt, a melyet Q-ból ugyanazon görbéhez vonni lehet, tizenhat pontban fogja metszeni. Így négy kúpmetszet létezik, a mely négy ponton a 16-ból és P s Q pontokon keresztül megy.

53. A mi a harmadrendü vonal szabványzóit illeti, nagyon egyszerüen belátható, hogy 1-ször a görbe adott pontjához csak egy lehetséges, 2-szor pedig az adott egyeneshez

*) Crelle: Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. 42. S. 274. és Nouvelles annales de mathématiques. Tome 11. page 322.

párhuzamosan általán hat szabványzó vonható, a melyek alpontjai kúpmetszetben feküsznek, a mi e következő tételt adja:

LII. A harmadrendü vonalhoz általán hat oly szabványzót lehet vonni, a melyek valamely adott egyeneshez párhúzamosak, ezen szabványzók alpontjai pedig általán kúpmetszet kerületjén feküsznek.

De a mi a 3-dik esetet illeti, a melyben t. i. a szabványzók száma kivántatik, a melyek valamely adott pontból a harmadrendü vonalhoz lehetségesek, azt még különös figyelembe kell vennünk.

54. E czélra legyenek tehát u, v az adott pont összrendesei, valamint x′y′ fejezzék ki az alpont összrendeseit; ezeket előre bocsátva az oly szabványzó egyenlete, a mely az adott ponton keresztül megy, e következő leend:

$$v-y'=-\frac{1}{\frac{dy'}{dx'}}(u-x').$$

Ha pedig $\frac{dy'}{dx'}$ értékét az (1 alatti egyenletből (az előbbi értekezésben) vonjuk, és x′, y′-t változóknak tekintjük; akkor a szabványzók alpontjai mértani helyének egyenletét nyerjük, a mely e következő:

$$\{\beta y'^2+2\gamma y'x'+3\delta x'^2+\zeta y'+2\eta x'+\iota\}\{v-y'\}-$$
$$-\{3\alpha y'^2+2\beta y'x'+\gamma x'^2+2\varepsilon y'+\zeta x'+\vartheta\}\{u-x'\}=0\ldots(14$$

a melyből következtetjük 1-ször, hogy az alpontok mértani helye harmadrendü vonal, 2-szor pedig, hogy az adott pont (u,v) szinte azon görbe kerületjén fekszik, mivel a (14) egyenlet kielégíttetik, ha benne x′, y′ helyett u,v-t helyettesítünk. Ezeknélfogva e következő tételt mondhatjuk ki:

LIII. A harmadrendü vonal síkjában lévő adott pontból ahhoz általán kilencz szabványzó lehetséges, a melyek alpontjai az adott ponttal harmadrendü vonalban feküsznek.

Ezen tételt, legalább a mint én tudom, először Steiner*)

---

*) Liouville. Journal de mathématiques pures et appliquées T. XX. page 39. és Crelle: Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. 49. Seite 333.

ur adta, még pedig általán n-ned fokú vonalokra kitágítva. Az eredeti tétel ekkép szól :

„Bármely adott pontból az n-ned fokú vonal síkjában ahhoz $n^2$ szabványzó lehetséges; az $n^2$ alpont pedig az adott ponttal együtt n-ned rendü vonalban feküsznek.“

A (14) egyenlet még e következő alakra hozható, ha azt y′ és x′ szerint rendezzük és x′, y′ helyett x, y-t hozunk az egyenletbe :

$$\left.\begin{array}{l}\beta y^3+(2\gamma-3\alpha)y^2x+(3\delta-2\beta)yx^2-\gamma x^3+(\zeta-\beta v+ \\ \quad +3\alpha u)y^2+2(\eta-\varepsilon-\gamma v+\beta u)yx+(-\zeta-3\delta v+ \\ \quad +\gamma u)x^2+(\iota+\zeta v-2\varepsilon u)y+(-\vartheta-2\eta v+\zeta u)x+ \\ \quad +(-\iota v+\vartheta u)=0.\end{array}\right\} \ldots\ldots (15.$$

Ide még e következő két tétel tartozik, a melyeket szine Steiner *) ur közlött :

LIV. A harmadrendü vonal általán ötvennégy oly szabványzóval bír, a melyek azt egyszersmind érintik.

LV. A harmadrendü vonal általán harminczhárom oly szabványzóval bír, a melyek azt az alponton kivül még más két oly tulajdonságu pontban metszik, a melyekben, ha az érintőket vonjuk, azok egymáshoz párhuzamosak.

55. (9. kép.) A következő számokat oly tételeknek akarjuk szánni, a melyek a harmadrendü vonalba beírt sokszögekre vonatkoznak, ezeket pedig e következő elmélkedésekkel akarjuk megkezdeni :

Ha két rendszert, melyek mindegyike három egyenesből áll, a melyek egyenletei e következők legyenek :

$$\left.\begin{array}{l}l_1=0\\ l_2=0\\ l_3=0\end{array}\right\} \text{(I.} \qquad \left.\begin{array}{l}l_4=0\\ l_5=0\\ l_6=0\end{array}\right\} \text{(II.}$$

úgy választunk, hogy mindegyik egyenes az egyik rendszerből, a másik rendszer egyeneseit oly pontokban vágja, a melyek a harmadrendü vonal kerületjén feküdjenek ; akkor, ha a görbének egyenletéül az (1) egyenletet választjuk, e következő egyenletnek kell állni :

$$F(x_1y)=l_1.l_2.l_3+l_4.l_5\ l_6 \ldots\ldots (16$$

*) Liouville. Journal de mathématiques pures et appliquées. T. XX page 47 et 48. és Crelle: Journal für Mathematik. Bd. 49.

a melyben $l_1$, $l_2$, $l_3$, $l_4$, $l_5$ és $l_6$ x és y vonalos függvényei. Az előbbi egyenletet még e következő két rendszerre is alkalmazhatjuk :

$$\left.\begin{matrix} l_1 = 0 \\ l'_2 = 0 \\ l'_3 = 0 \end{matrix}\right\} \text{(III.} \qquad \left.\begin{matrix} l_4 = 0 \\ l'_5 = 0 \\ l'_6 = 0 \end{matrix}\right\} \text{(IV.}$$

a melyeknél az e következővé válik :

$$F(x,y) = l_1.l'_2.l'_3 + l_4.l'_5.l'_6 \quad \ldots\ldots\ldots \text{(17}$$

a melyben $l'_2$, $l'_3$, $l'_4$, $l'_5$ szinte x és y vonalos függvényei.

Ha pedig a (16 és (17 alatti egyenletekből $l_4$-et kiküszöböljük ; akkor e következő egyenlethez jutunk :

$$F(x,y)\{l'_5l'_6 - l_5l_6\} = l_1\{l_2.l_3.l'_5.l'_6 - l'_2.l'_3.l_5.l_6\} \quad \ldots\ldots \text{(18}$$

a melynek balrésze csak akkor osztható el $l_1$ által, ha

$$l'_5.l'_6 - l_5l_6 = L.l_1 \quad \ldots\ldots\ldots \text{(19}$$

mivel F(x, y)-nak nem lehet $l_1$ tényezője. Ezen egyenletben L x és y vonalos függvénye. Mindezeknél fogva :

$$F(x,y)\cdot L = l_2l_3l'_5l'_6 - l'_2l'_3l_5l_6 \quad \ldots\ldots\ldots \text{(20}$$

a melyben a két rendszer :

$$\left.\begin{matrix} l_2 = 0 \\ l_3 = 0 \\ l'_5 = 0 \\ l'_6 = 0 \end{matrix}\right\} \text{(a} \qquad \left.\begin{matrix} l'_2 = 0 \\ l'_3 = 0 \\ l_5 = 0 \\ l_6 = 0 \end{matrix}\right\} \text{(b}$$

egymást oly pontokban fogják metszeni, a melyek az összetett vonalon :

$$F(x,y)\cdot L = 0$$

feküsznek, a miből következik, hogy azon pontok, a melyek a harmadrendü vonal kerületjén nem feküsznek, az egyenesen

$$L = 0$$

fognak feküdni, és pedig azon pontok fognak ezen egyenesen feküdni, a melyekben magokat az egyenesek $l_2$ és $l'_3$ $l_3$ és $l'_2$, $l_5$ és $l'_6$ s $l_6$ és $l'_5$ metszik. Jobb tájékozás végett a következő idomot akarjuk használni, a melyben az egyenesek 1, 4, 7 ; 2, 5, 8 ; 3, 6, 9 az (I) rendszernek, az 1, 2, 3 ; 4, 5, 6 ; 7, 8, 9 ; egyenesek a (II) rendszernek, az 1, 4, 7 ; 2, 5′, 8′ ; 3, 6′, 9′, egyenesek a (III) rendszernek, és végre az 1, 2, 3 4, 5′, 6′ ; 7, 8′. 9′ ; egyenesek a (IV) rendszernek felelnek meg.

Továbbá pedig megjegyzendő, hogy a pontok : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 5′, 6′, 8′, 9′ a harmadrendü vonal kerületjén feküsznek. E szerint a (20) egyenletből e következő tétel folyik:

LVI. Ha a harmadrendü vonalba két négyszöget írunk be, a melyek meghosszított oldalai a görbét ugyanazon négy pontban metszik; akkor azon négy átmetszési pont, a melyet az egyik négyszög négy oldala képez az ezen oldalnak által ellenben lévő, megfelelő négy oldallal a másik négyszögben, egyenes vonalban fognak feküdni.

56. Legyen a harmadrendü vonalba két négyszög beírva, a melyben csak két pár egymásnak ellentett oldal a görbét ugyanazon két pontban metszi. E czélra legyen

$$F(x,y)=0$$

a harmadrendü vonal egyenlete, minél fogva

$$F(x,y)=l_1.l_2.l_3+l_4.l_5.l_6$$
$$F(x,y)=l_1 l'_2.l'_3+l'_4.l'_5.l'_6$$

és ha ezen két egyenletből $l_1$-t kiküszöböljük; akkor

$$F(x,y)\{l'_2 l'_3-l_2 l_3\}=l'_2 l'_3 l_4 l_5 l_6-l_2 l_3 l'_4 l'_5 l'_6 \;\ldots\ldots (21$$

a mely egyenletből e következő tétel ered:

LVII. Azon huszonöt átmetszési pont közöl, a melyekben az egyenesek a rendszerből:

$$l'_2=0,\; l'_3=0,\; l_4=0,\; l_5=0,\; l_6=0$$

az egyeneseket e következő rendszerből:

$$l_2=0,\; l_3=0,\; l'_4=0,\; l'_5=0,\; l'_6=0$$

metszik, tizenöt a harmadrendü vonal kerületén fekszik, a többi tíz pedig kúpmetszeten, vagy két egymást metsző egyenesen fog feküdni, a melyek egyenlete:

$$l'_2 l'_3-l_2 l_3=0 \;\ldots\ldots\ldots\ldots (22$$

Ha végre három azon tíz pont között egyenes vonalban fekszik; akkor mind a tíz pont ötönként két egyenesen fog feküdni.

Ez utóbbi két tételt először Clausen úr adta*).

57. A harmadrendü vonal általános egyenlete:

$$\alpha y^3+\beta y^2x+\gamma yx^2+\delta x^3+\varepsilon y^2+\zeta yx+\eta x^2+\vartheta y+\iota x+\varkappa=0,$$

mivel azt az állandók egyike által eloszthatjuk, általán kilencz állandótól függ, a miből következtetjük, hogy a harmadrendü

*) Grunert Archiv der Mathematik und Physik. Theil XV. Seite 345.

vonal kilencz adott pont által tökéletesen és csak egyféleképvan meghatározva. Más részről pedig könnyen belátható, hogy két harmadrendü vonal egymást kilencz pontban metszi, és így ezen két látszólag ellentétes eset mint látszképtelenség (Paradoxon) tünik fel. E látszképtelenségre Euler*) figyelmeztetett legelőször, míg az Cramer-nek**) csak két évvel későbben tünt fel. Mindkettő ámbár helyes, de mégis nagyon határozatlan algebrai magyarázatot adott e látszképtelenségről, és csak körülbelül huszonöt év előtt sikerült Jacobi***) és Plücker****) uraknak e látszképtelenséget eléggé és mértanilag magyarázni. Plücker tanár úr azt következőkép magyarázza:

Az előbb mondottakból világosan kitünik, hogy nyolcz adott ponton végtelen sok harmadrendü vonal mehet keresztül, és legyen

$$F(x,y)=0,\ \Phi(x,y)=0 \ \ldots\ldots\ (a$$

két oly harmadrendü vonal egyenlete, a mely nyolcz ponton megy keresztül; akkor ha $\mu$ állandót jelent, minden harmadrendü vonal, a mely ugyanazon nyolcz ponton keresztül megy, e következő egyenlet által kifejezhető:

$$F(x,y)+\mu\Phi(x,y)=0 \ \ldots\ldots\ (b.$$

mivel az előbbi egyenletnek elégtétetik, ha

$$F(x,y)=0,\ \Phi(x,y)=0.$$

Ha a (b) görbe még egy pontja $(x', y')$ adva vagyon; akkor annak egyenlete már tökéletesen meg van határozva, mivel

$$F(x',y')+\mu\Phi(x',y')=0 \ \ldots\ldots\ (c$$

egyenletből $\mu$ következő értéke folyik:

$$\mu=-\frac{F(x',y')}{\Phi(x',y')}.$$

$\mu$-nek általán határozott érték fog megfelelni, — csak azon

*) Histoire de l'académie etc. etc. à Berlin 1748. Page 219, Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes.

**) Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Page 78. §. 48.

***) Crelle. Journal für Mathematik. Bd. 15. Seite 285.

****) Analytisch geometrische Entwicklungen. Bd. 2. Seite 242. und Theorie der algebraischen Curven, Seite 7. Nro 7.

esetben nem, a melyben $F(x'.y')=0$, és így a (c) egyenlet következtében még $\Phi(x',y')=0$, a mi mértanilag azt jelenti, hogy $\mu$ még akkor is határozatlan marad, ha a (b) görbe kilenczedik pontjául azon pont adva van, a mely szinte az (a) görbék kilenczedik átmetszési pontja. — Abból, hogy a görbe ép oly határozatlan, ha az két harmadrendü vonal nyolcz átmetszési pontján keresztül megy, mint ha az ugyanazon harmadrendü vonalok kilencz átmetszési pontján megy keresztül, még e következő tételt következtetjük:

LVIII. Oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon nyolcz ponton keresztül mennek, egymást ugyanazon egy kilenczedik pontban metszik.

58. (10. kép.) A két harmadrendü vonal helyett két három egyenesből álló rendszert választhatunk. A jelen idomban az 1, 2, 3; 4, 5, 6; és 7, 8, 9 egyenesek az egyik harmadrendü vonalt, az 1, 4, 7; 2, 5, 8; és 3, 6, 9 egyenesek pedig azok másodikát képviselik, az előbbi tétel szerint tehát minden harmadrendü vonalnak, a mely 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 pontokon keresztül megy, még a 9 ponton is keresztül kell mennie, ezen tételt pedig még e következőkép is fejezhetjük ki:

LIX. Ha a harmadrendü vonalba valamely hatszöget úgy írunk be, hogy két pár egymásnak átellenében lévő oldal *) egymást a harmadrendü vonalon metszik; akkor a harmadik pár általellenben lévő oldaloknak is egymást a görbén kell metszeni. E tétel, mely Poncelet-től**) adatott, kitágítása a Pascalféle tételnek, az a kúpmetszetbe beírt hatszögről; különben e jelen tétel nem játsza azon szerepet a harmadrendü vonalokra nézve, mint a Pascalféle a kúpmetszeteknél. Miután az utóbbi a kúpmetszet hat pontja között, a melyek száma egygyel több, mint annak meghatározására szükséges; az itten adott tétel pedig a harmadrendü vonal annyi pontja között fejez ki viszonylatot, a melyek száma annak meghatározására épen elégséges, a mely pontok még azon kivül nagyon sajátságos helyzettel bírnak.

*) A 2n oldalu sokszögben egymásnak általellenben lévő oldalnak nevezzük az 1. és $n+1$, a 2. és $n+2$, ..... az n. és 2n.

**) Analyse des transversales etc. etc. pag. 132.

59. Ezen tételekhez még a következők csatlakoznak, melyeket Steiner*) úr a berlini tudományos Akadémiának az 1845 diki november 27-én tartott gyülésében felolvasott.

Ha a harmadrendü vonalban két állandó P és Q pontot s azon kivül még a tetszés szerinti „A" pontot választjuk, és PA egyenest vonjuk, a mely a görbét harmadszor B pontban messe, azután pedig BQ-t, a mely a görbét harmadszor C pontban messe, továbbá PC-t, a mely azt harmadszor D pontban messe, és így továbbá QDE, PEF, QFG egyeneseket vonjuk, akkor az a görbébe beírt ABCDEFG..... sokszög fog támadni, a melynek oldalai felváltva az állandó P, Q pontokon mennek keresztül, és mely 1-ször vagy be nem záródik; vagy pedig 2-szor bezáródik, és akkor 2n oldalu lesz. Ez utóbbi esetben e következő tétel áll :

LX. Ha a sokszög bezáródik; akkor mindig be fog záródni, és mindig ugyanannyi 2n oldallal bír, bár hol is választjuk „A" pontot a görbében.

Ha PQ egyenest vonjuk, a mely a görbét még R pontban metszi, és R-ből érintőt vonunk a görbéhez; a mely érintési pontja S legyen; akkor e következő tétel áll :

LXI. Ha P és Q alappontoknak bezárt 2n oldalu sokszög felel meg; akkor ép úgy P és S, valamint Q és S pontoknak, mint alappontoknak 4n oldalu sokszög fog megfelelni. — Ha tehát két P és Q alappontot ismerünk, melyeknek bezárt 2n oldalu sokszög felel meg; akkor könnyü két oly alappontot (P és S-t, vagy Q és S-t) nyerni, a melynek 4n oldalu sokszög felel meg, valamint megfordítva.

Az adott harmadrendü vonalban mindig végtelen sok P és Q alappont létezik, a melyeknek bezárt 2n oldalu sokszög felel meg. Ha az egyik pontot tetszés szerint is veszszük; akkor a másik is még több helyzetben tesz eleget.

Oly pontpárok, a melyeknek bezárt sokszögek felelnek meg az egyszerübb sokszögeknél, e következő jegyeken ismerhetők :

---

*) Monatsberichte der Königl. preuss. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Jahrg. 1845, Seite 386. vagy pedig Crelle: Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. 32, Seite 182.

a.) Ha a sokszög négyszög legyen; akkor a P és Q-ban vont érintőknek magokat a görbe valamely pontjában metszeni kell. Ezen különös esetben tehát könnyü alkalmas alappontokat találni. Továbbá következik, ha P-t tetszés szerint veszszük; akkor Q három helyzetben felelhet meg. Végre még következik, hogy hogyan kell P és S alappontokat választani, a melyeknek bezárt nyolczszög feleljen meg, és ha P adva van, S tizenkét helyzetben felelhet meg sat. sat.

b.) Ha a sokszög hatszög legyen; akkor ha az érintők P és Q pontokban a görbét $P_1$ és $Q_1$ pontokban metszik, $PQ_1$ és $QP_1$ egyeneseknek egymást a görbe valamely T pontjában metszeniök kell. Itt azon különös körülmény fordul elő, hogy ép úgy P és T, valamint Q és T is szinte alappontok ugyanazon egy hatszögre nézve. És ha a T pontban vont érintő a görbét $T_1$-ben metszi; akkor szinte a $P_1$, $Q_1$, $T_1$ pontok közöl bármely kettő elégséges a nevezett czél elérésére.

c.) Ha a sokszög tizszög legyen; akkor P és Q-nak oly helyzet felel meg, hogy ha az azokban vont érintők a görbét $P_1$ és $Q_1$ pontokban metszik, továbbá $PQ_1$ és $QP_1$ egyenesek a görbét $P_2$-ben és $Q_2$-ben találják, még továbbá $PQ_2$ és $QP_2$ egyenesek a görbét $P_3$ és $Q_3$-ban metszik, hogy azután végre ez utóbbi pontokban vont érintők magokat valamely T pontban a görbén messék.

60. Ezen tételeket Mac-Laurin következő tételével kivánjuk befejezni :

LXII. (11. kép.) Legyen PGLFQK a harmadrendü vonalba tökéletesen beirt négyszög, a melynek hat csúcsai a harmadrendü vonal kerületjén feküdjenek, úgy hogy azok a XLV. tételben említett feltételnek megfeleljenek. Ha most az IC, CH és HI egyeneseket érintőleg a három : Q, P és L csúcshoz vonjuk, továbbá még IG-t, a mely a CH érintőt D-ben metszi, és végre HF-t vonjuk, a mely CI érintőt E pontban metszi; akkor a három D, K, E pont a görbét K-ban érintő egyenesben fog feküdni.

### *A harmadrendü vonalok legfőbb felosztása.*

61. Ha az érintetlenek helyzetéből akarjuk a harmadrendü vonalok legfőbb felosztását venni; akkor a 29. szám

szerint a harmadrendü vonalok felosztására nézve hat esethez jutottunk, a melyek közöl az 1-ső esetben az (1) egyenlet (az előbbi értekezésben) össztevői közt viszonylat nem létezik, mivel az, az általános; de a következő esetekben, mint nevezetesen a 2. 3. 4. 5. és 6. esetben az (1) egyenlet össztevőinek azon viszonylatok felelnek meǵ, a melyeket az (57), (58), (59), (60) és (61) egyenletekben (az előbbi értekezésben) adtunk.

A mi az első esetet illeti, a mely azon harmadrendü vonalokat foglalja magában, melyek három egymáshoz hajló érintetlennel bírnak, az még két részre oszlik, miszerint ezen három érintetlen valódi, vagy kettő közölök képzelt, azaz miszerint az (1) egyenlet (az előbbi értekezésben) össztevői közt e viszonylatok léteznek :

$$(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)<0 \quad \ldots\ldots \quad (A.$$

vagy pedig :

$$(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)>0 \quad \ldots\ldots \quad (B.$$

A második esetben két érintetlen magához párhuzamosan a végtelenségbe eltávozik, a harmadik pedig valódi és véges térben fekszik.

A harmadik esetben a három valódi érintetlen közöl kettő egymáshoz párhuzamos.

A negyedik és ötödik esetben mind a három érintetlen a végtelenségbe eltávozik.

A hatodik esetben pedig a három érintetlen egymáshoz párhuzamos.

Ezen felosztása a harmadrendü vonaloknak tökéletesen megegyez Plücker *) úr felosztásával. De a mi az ötödik eset tulajdonságát illeti, távol attól, hogy azt hinném, hogy nem tévedhetem, nem egyezhetek meg Plücker úrral, mivel Plücker **) úr azt állítja, hogy az azon esethez tartozó görbe egy egyenes és egy hajtalékos érintetlennel bír, vagy a mi egyre megy, egy érintetlennel véges térben és két érintetlennel végtelen távolságban. Szerintem pedig ugyanazon görbe három végtelen távolságba eső érintetlennel bír, a mit, azt

---

*) System der anal. Geometrie. Seite 131, Nro 162.

**) System der anal. Geometrie. Seite 164, Nro 209.

hiszem, az előbbi értekezésben a 28. szám eléggé fog bizonyítani.

Newton*) a beszédben forgó esethez tartozó görbét Tridens görbének nevezi, valamint a 6 esethez tartozót köbös hajtaléknak.

62. A mi a harmadrendü vonalok legfőbb felosztását illeti, Newton**) négy esetet különböztet meg. Ő azok egyenletét e következő alakok alatt adja:

I. $xy^2+ey=ax^3+bx^2+cx+d.$

II. $xy=ax^3+bx^2+cx+d.$

III. $y^2=ax^3+bx^2+cx+d.$

IV. $y=ax^3+bx^2+cx+d.$

Ha Newton ezen eseteit azon esetekkel, a melyeket találtunk, összehasonlítjuk; azt találjuk, hogy Newtonnál az első eset, nálunk az 1. 2. és 3-dikat; a második nálunk az 5-diket, a harmadik nálunk a 4-diket és végre a negyedik nálunk a 6-dikat képezi. — Newton ezen eseteket még 72 fajra osztja fel, noha Cramer ***) Newton négy faját (53—56) még kettővel megtoldani akarja. Stirling****) azokat négy fajjal és de Gua *****) szinte kettővel valóban megtoldották.

Euler******) és Cramer*******) szinte négy esetet külön-

---

*) Enumeratio linearum tertii ordinis. Ezen mü 1704-ben jelent meg először Londonban és az első volt, a mely a harmadrendü vonalokról szóllott. Én annak e következő kiadását használhattam: Analysis per quantitatum series fluxiones ac differentias cum enumeratione linearum tertii ordinis. Londini ex officina Pearsoniana. Anno 1711. pag. 86 et 87.

**) Analysis per quantitatum series etc etc. pag. 72 et 73.

***) Introduction à l'analyse des courbes algébriques; Genève 1750, page 364.

****) Lineae tertii ordinis Newtonianae, sive illustratio tractatus D. Newtoni de enumeratione linearum tertii ordinis. Cui subjungitur solutio trium problematum. Authore Jacobo Stirling. Oxoniae 1717.

*****) Usage de l'analyse de Déscartes pour découvrir sans le calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres. 1740.

******) Introductio in analysin infinitorum. Lausannae 1748. Apud Marcum Michaëlem Bousquet et socios. Tomus II. pag. 116, §. 223.

*******) Introduction à l'analyse des courbes algébriques. Page. 359, §. 155.

böztetnek meg a harmadrendü vonalok legfőbb felosztásánál; és pedig Euler és Cramer-nél az első eset nálunk az 1. B, a második nálunk az 1. A, a harmadik nálunk a 2. és 3. és végre a negyedik nálunk a 4. 5. és 6. — Annak daczára, hogy Euler és Cramer a harmadrendü vonalok legfőbb felosztásában megegyeznek, későbben mégis egymástól eltérnek, miután Euler 16 fajra osztja fel azon négy esetet, holott Cramer csak tizennégyre. — D'Alembert*) abból, hogy Eu-

---

*) Encyclopédie méthodique, mathématiques. Par M. M. D'Alembert, l'Abbé Bossut, de La Lande, le Marquis de Condorcet, Castillon père, Castillon fils, Jean Bernoulli, l'Abbé de la Chapelle, Dargenville, Diderot et Rallier des Ourmes. À Paris chez Panckoucke. 1784. Tome I. l'article : Courbe. page 460. — Ekkép fejezi ki magát: On peut voir l'ouvrage de M. Newton et dans l'endroit cité du livre de M. l'abbé de Gua, ainsi que dans M. Stirling, les subdivisions détaillés des courbes du troisième ordre, qu'il serait trop longue et inutile de donner dans un dictionnaire. Mais nous ne pouvons nous dispenser de remarquer que les principes sur lesquels ces divisions sont fondées, sont assez arbitraire; et qu'en suivant un autre plan, on pourrait former d'autres divisions des lignes du troisième ordre. On pourrait par exemple, comme MM. Euler et Cramer, distinguer d'abord quatre cas généraux; celui où le plus haut rang n'a qu'une racine réelle, celui où elles sont toutes trois réelles et inégales, celui où deux sont égales, celui où trois sont égales, et subdiviser ensuite ces cas. Cette division parait d'autant plus juste et plus naturelle, qu'elle serait parfaitement analogue à celles des lignes du second ordre où sections coniques, dans laquelle on trouve l'ellipse pour le cas où le plus haut rang a ses deux racines imaginaires, l'hyperbole pour le cas où le plus haut rang a ses deux racines réelles et inégales, et la parabole pour le cas où elles sont égales. Au reste il faut encore remarquer, que toutes les subdivisions de ces quatre cas, et même la division générale auront toujours de l'arbitraire. Cela se voit même dans la division des lignes du second ordre: car on pourrait à la rigueur, par exemple regarder la parabole, comme une espèce d'ellipse d'ont l'axe est infini, et ne faire que de deux divisions pour les sections coniques, et on pourrait méme n'en faire qu'une en regardant l'hyperbole comme une ellipse telle que dans l'équations $y^2=a^2-x^2$, le carré de l'abscisse $x^2$ ait le signe $+$. Il semble qu'en Géométrie comme en Physique, la division en genres et en espèces ait toujours nécessairement quelque chose d'arbitraire; c'est que dans l'une et dans l'autre il n'y a réellement que des individus, et que les genres n'existent que par l'abstraction de l'esprit.

M. Cramer trouve quatorze genres de courbes dans le troisième ler és Cramer ugyanazon kiinduló elveknél mégis különböznek az előszámítandó fajak számában, azt következteti, hogy Eulernél sincsen kizárva a tetszőleges, valamint Plücker *) is azt mondja, hogy néki nem látszik az Euler-féle felosztási rendszer a harmadrendü vonaloknál oly határozottnak mint az Eulernél említtetik.**) Klügel***) Eulert védeni akarván azt állítja, hogy Cramer csakugyan három lényeges különbséget átnézett.

---

ordre et M. Euler seize; ce qui prouve encore l'arbitraire des subdivisions.

*) System der anal. Geometrie etc. etc. Seite 165. Nro 210: Das Eulersche Eintheilungsprincip scheint keineswegs so absolut bestimmt, als am angeführten Orte §. 236 behauptet wird; mir scheint um meine eigene Meinung auszusprechen, dass von einem eigentlichen Eintheilungsprincipe da keine Rede sein kann, wo es nur zwei coordinirte Fälle gibt, welche beide in der allgemeinen Gleichung I. enthalten sind, dass nemlich die Asymptoten der Curven dritter Ordnung, entweder alle drei reel, oder zwei derselben imaginär sind, und wo alle übrigen Fälle blos allmählig sich abstufende Unterarten oder Abarten der Curven dritter Ordnung bezeichnen.

**) Introductio in analysim infinitorum T. II. pag. 123. §. 236: Omnes ergo lineas tertii ordinis reduximus ad sedecim species, in quibus propterea omnes illae species septuaginta duae, in quas Newtonus Lineas tertii ordinis divisit, continentur. Quod vero inter hanc nostram divisionem ac Newtonianam tantum intercedat discrimen, mirum non est; hic enim tantum ex ramorum in infinitum excurrentium indole specierum diversitatem desumsimus, cum Newtonus quoque ad statum curvarum in spatio finito spectasset atque ex hujus varietate diversas species constituisset. Quanquam autem haec divisionis ratio arbitraria videtur, tamen Newtonus suam tandem rationem sequens multo plures species producere potuisset, cum equidem mea methodo utens neque plures neque pauciores species eruere queam.

***) Mathematisches Wörterbuch. Bd. III, Seite 246. Artikel: Krumme Linien 79: D'Alembert will aus der verschiedenen Aufzählung der Arten, die Cramer und Euler machen, die Folge ziehen, dass die Unterabtheilungen etwas willkührliches sein. Freilich kann man den Eintheilungsgrund auf verschiedene Art wählen, wie es selbst bei den Gattungen nach Newton und Euler der Fall ist. Allein bei einem bestimmten Eintheilungsgrunde dürfen keine Unterschiede statthaben. Cramer hat wirklich drei wesentliche Verschiedenheiten übersehen.

Plücker*) a 6 fő esetet 19 főfajra, s azután ezeket 219 fajra osztja fel.

63. Végre szabadjon saját csekély véleményemet kifejeznem, a mely az, hogy mind Newton, mind pedig Euler és Cramer leginkább abban hibáztak, hogy ők noha a harmadrendü vonalok érintetleneitől akarták legfőbb felosztási elvöket venni, mégis azok tulajdonságait, legalább ezen legfőbb felosztásnál, csak részletesen vették tekintetbe. — Így Newton az első esetben nagyon sokat vont össze, valamint Euler és Cramer az említett felosztást csak épen az érintetlenek viszonylagos fekvéséből vették, holott azok viszonyítlan fekvésére is kellett volna figyelniök.

D'Alembert-nek mindenesetre igazat adok, midőn azt állítja, hogy a felosztási elvben valami tetszőleges van; de későbbi állításaival épen meg nem egyezhetek, miután azt hiszem, hogy ha azon felosztási-elv egyszer szigorúan meg van alapítva, akkor a tetszőleges már egészen ki van zárva. Hogy még világosabban fejezzem ki magam, azt mondom, hogy azon elvet, a melyet már egyszer felvettünk valamely bizonyos rendhez tartozó vonalok felosztásában, mindaddig el nem szabad hagynunk, mig annak minden egyes különösségét tökéletesen ki nem merítettük. — Beszédben forgó esetünket tekintve minden esetre áll, ha egyszer a harmadrendü vonalok érintetleneinek tulajdonságait veszszük alapúl azok legfőbb felosztásában; akkor nem csak azok viszonylagos fekvését, hanem viszonyítlan fekvését is kell tekintetbe vennünk. — Reménylem, hogy ez utóbbi megjegyzésemet illetőleg velem mindenki egyet fog érteni.

*A harmadrendü vonalok különös pontjairól.*

64. Legyen az egyenletben:

$$Mr^3+Nr^2+Pr+Q=0$$

$$\left.\begin{matrix} Q=0 \\ P=0 \end{matrix}\right\}$$

*) System der anal. Geom. Seite **163**, Nro **209** und Seite 220. §. 5.

a mely egyenletek e következőkbe fognak átmenni, ha a (2) és (3) egyenleteket veszszük tekintetbe:

$$F(u,v)=0 \ldots\ldots\ldots\ldots (23$$

$$\frac{dF}{du}\cos w+\frac{dF}{dv}\sin w=0 \ldots\ldots\ldots (24.$$

Ezen egyenletek közöl a (23) egyenlet azt mutatja, hogy azon pont, a melynek összrendesei u,v; pontja a görbének; a (24) egyenlet pedig azt, hogy azon egyenes, a mely (u,v) ponton keresztül megy, és a tevőleges x féltengelylyel w szögletet képez, a görbét, a melynek egyenlete az (1) egyenlet, azon pontban érinti.

A (24) egyenletből

$$Tgw=-\frac{\frac{dF}{du}}{\frac{dF}{dv}}$$

Tgw-nek ezen értékéből kilátszik, hogy annak általán határozott érték fog megfelelni, azon esetet kivéve, a melyben az egyenletek:

$$\left.\begin{aligned}\frac{dF}{du}&=0\\ \frac{dF}{dv}&=0\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (26$$

együtt állanak és akkor

$$Tgw=-\frac{0}{0}.$$

Ha most Tgw értékét keressük, a mint azt a felsőbb mennyiségtan szabálya szerint tenni szoktuk; akkor e következő egyenlethez jutunk:

$$Tgw=-\frac{\frac{d^2F}{du.dv}\cdot dv+\frac{d^2F}{du^2}\cdot du}{\frac{d^2F}{dv^2}dv+\frac{d^2F}{dv.du}\cdot du}$$

vagy ha ez egyenlet balrészében mind a számlálót, mind a nevezőt du-val elosztjuk és megjegyezzük, hogy $\frac{dv}{du}=Tgw$; akkor:

$$Tgw = -\frac{\frac{d^2F}{du.dv}\cdot Tgw + \frac{d^2F}{du^2}}{\frac{d^2F}{dv^2}Tgw + \frac{d^2F}{dv.du}},$$

a melyből végre e következő egyenlet folyik :

$$\frac{d^2F}{dv^2}Tg^2w + 2\frac{d^2F}{dv.du}Tgw + \frac{d^2F}{du^2} = 0 \quad .\ .\ .\ .\ (27.$$

Ezen egyenlet, mivel Tgw-re nézve másodfoku, azt mutatja, hogy Tgw-nek két érték felel meg, vagyis hogy a harmadrendü vonalhoz az (u,v) pontban két érintő lehetséges, ha a (26) egyenletek együtt állanak. — Az ilyen pontokat szokás szerint kettős pontoknak fogjuk nevezni.

65. Miszerint a (27) egyenletnek két gyöke valódi és különböző, vagy valódi és egyenlő, vagy pedig képzelt, a kettős pontok felosztatnak : a) szorosabb értelemben vett kettőspontokra, b) visszfordulási pontokra és c) elszigetelt összekapcsolt pontokra, a mint, vagy két valódi ága a görbének egymást metszik, vagy érintik, vagy pedig két képzelt ága a görbének egymást metszik. A (27) egyenletnek össztevői közt e viszonylatoknak kell állania:

$$\left\{\frac{d^2F}{du.dv}\right\}^2 - \frac{d^2F}{du^2}\cdot\frac{d^2F}{dv^2} \gtreqless 0$$

miszerint az (a) (b) és (c) alatti esetek fordulnak elő.

Azon esetben, a melyben a (27) egyenletnek két gyöke egyenlő, e következő egyenletet bírjuk :

$$\left\{\frac{d^2F}{du.dv}\right\}^2 - \frac{d^2F}{du^2}\cdot\frac{d^2F}{dv^2} = 0, \quad .\ .\ .\ .\ .\ (28$$

a mely, ha $\frac{d^2F}{du.dv}$ sat. sat. értékeit helyettesitjük e következőbe menend át:

$$\left.\begin{array}{l}(\beta^2 - 3\alpha\gamma)v^2 + (\beta\gamma - 9\alpha\delta)vu + (\gamma^2 - 3\beta\delta)u^2 + \{\beta\zeta - (3\alpha\eta + \\ \quad + \gamma\varepsilon)\}v + \{\gamma\zeta - (3\delta\varepsilon + \beta\eta)\}u + \frac{\zeta^2 - 4\varepsilon\eta}{4} = 0\end{array}\right\}\ldots(29.$$

Ezen egyenlet, a mely oly harmadrendü vonaloknak, a melyek ugyanazon érintetlenekkel birnak, visszfordulási pontjainak mértani helyét fejezi ki, az átmérők beburkoló vonalának egyenletével tökéletesen ugyanaz, a minél fogva e következő tétel áll :

LXIII. Oly harmadrendü vonaloknak, a melyek ugyanazon érintetlenekkel bírnak, visszfordulási pontjainak mértani helye azon kúpmetszet, a mely ugyanazon görbék átmérőinek beburkoló vonala.

A (29) egyenletből még tovább folyik :

a.) Ha

$$(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)<0,$$

azaz, ha mind a három érintetlen valódi és egymáshoz hajló; akkor a (29) egyenlet által kifejezett vonal kerüléket jelent. Ezen kerülék középpontja összeesik az érintetlen háromszög súlypontjával és az érintetlen háromszöget három oldalának felezési pontjaiban érinti, végre pedig minden kerülékek között, a melyek az érintetlen háromszögbe beírhatók, a legnagyobb területű.

Az ép most állítottak bebizonyítására nagyobb egyszerüség okáért két érintetlent akarunk összrendes tengelyeknek venni, és így a három érintetlen egyenletét felállítani. Ezen czélra legyen az érintetlen háromszög két oldala a és b, minél fogva a három érintetlennek e következő egyenletek fognak megfelelni :

$$x=0,\ y=0,\ ay+bx-ab=0$$

azon egybefoglalt vonalnak pedig, a mely az érintetlen háromszöget képezi :

$$ay^2x+byx^2-abyx=0 \ \ldots\ldots \ (30.$$

Ha most

$$F(u,v)=av^2u+bvu^2-abvu$$

és jelen esetünkre a (28) egyenletet alkalmazzuk; akkor e következő egyenletet nyerjük :

$$a^2v^2+abvu+b^2u^2-a^2bv-ab^2u+\frac{a^2b^2}{4}=0 \ \ldots\ldots \ (31.$$

a mely még e következő alakra hozható :

$$a^2\left(v-\frac{b}{3}\right)^2+ab\left(v-\frac{b}{3}\right)\left(u-\frac{a}{3}\right)+$$
$$+b^2\left(u-\frac{a}{3}\right)^2=\frac{a^2b^2}{12} \ \ldots\ldots \ (32.$$

Ezen egyenlet kerüléket fejez ki, a mely középpont szegvényei, ha azokat $\Xi$ és H-val jelöljük, e következő értékekkel bírnak :

$$\Xi = \frac{1}{3}a, \quad H = \frac{1}{3}b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (33.$$

Abból, hogy ezek szinte az érintetlen háromszög súlypontjainak összrendesei, azt következtetjük, hogy a háromszög súlypontja ezen középponttal összeesik. Most már könnyen bebizonyítható, hogy ezen kerülék az érintetlen háromszöget három oldalának felezési pontjaiban érinti, a mikből azután egy ismeretes tétel szerint következik, hogy ezen kerülék minden kerülékek között a legnagyobb területü, a mely az érintetlen háromszögbe beírható.

Ha feltételezzük, hogy

$$\left.\begin{array}{r}(\beta^2-3\alpha\gamma)v^2+(\beta\gamma-9\alpha\delta)vu+(\gamma^2-3\beta\delta)u^2+\{\beta\zeta-(3\alpha\eta+\gamma\varepsilon)\}v+ \\ +\{+\gamma\zeta-(3\delta\varepsilon+\beta\eta)\}u+\dfrac{\zeta^2-4\varepsilon\eta}{4} \gtrless 0\end{array}\right\}$$

akkor, miszerint a felső, vagy alsó jegy érvényes, az azt fogja jelenteni, hogy (u,v) pont szorosabb értelemben vett kettőspont, vagy elszigetelt összekapcsolt pont; de ha ezen feltételt még e következővel kötjük össze:

$$(\beta\gamma-g\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)<0$$

és ha mind a kettőt veszszük tekintetbe; akkor az előbbi föltét azt is jelenti, hogy (u,v) pont, ha a felső jegy érvényes, azon kerüléken kivül, a mely egyenlete a (29) egyenlet, ha pedig az alsó jegy érvényes, a nevezett kerüléken belül fekszik. Ezeknél fogva e következő tételhez jutottunk:

LXIV. Oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon három valódi érintetlennel bírnak, átmérőinek beburkoló vonala oly kerülék, a mely szinte a mértani helye ugyanazon vonalok visszfordulási pontjainak. — Ezen kerülék az érintetlen háromszög három oldalait felezési pontjaiban érinti, középpontja a nevezett háromszög súlypontjával összeesik; végre pedig minden ugyanazon háromszögbe beírható kerülékek között a legnagyobb területü. A szorosabb értelemben vett kettős pontok ezen kerüléken kivül, az elszigetelt összekapcsolt pontok pedig azon belül feküsznek.

66. Miután be van bizonyítva, hogy a fentebb említett kerülék középpontja és az érintetlen háromszög súlypontja összeesnek: könnyü lesz a (29) egyenletből az érintetlen

háromszög súlypontjának összrendeseit meghatározni. E czélra legyen a kerülék egyenlete :

$$Ax^2+2Bxy+Cy^2+2Dx+2Ex=F,$$

középpontjának összrendesei pedig s és t, a melyeknek e következő értékek felelnek meg :

$$\left.s=\frac{CD-BE}{B^2-AC}\,;\quad t=\frac{AE-BD}{B^2-AC}\right\}\,\ldots\ldots\,(34$$

és ha ezen képletekben A, B, C, D és E értékeit a (29) egyenletből helyettesítjük, végre az érintetlen háromszög súlypontjának összrendeseit találjuk, a melyek :

$$\left.\begin{aligned} s&=\frac{2(\beta^2-3\alpha\gamma)[\gamma\zeta-(3\delta\varepsilon+\beta\eta)]-(\beta\gamma-9\alpha\delta)[\beta\zeta-(3\alpha\eta+\gamma\varepsilon)]}{(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)}\\ t&=\frac{2(\gamma^2-3\beta\delta)[\beta\zeta-(3\alpha\eta+\gamma\varepsilon)]-(\beta\gamma-9\alpha\delta)[\gamma\zeta-(3\delta\varepsilon+\beta\eta)]}{(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)}\end{aligned}\right\}(35$$

67. b.) Ha

$$(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)>0$$

azaz, ha két érintetlen képzelt; akkor azon vonal, a mely a (29) egyenlet által ki van fejezve, mentelék.

c.) Ha pedig

$$(\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)=0$$

azaz, ha két érintetlen a végtelenségbe eltávozik; akkor a (29) egyenlet által kifejezett vonal hajtalékba megy át.

A b.) és c.) alatti pontok e következő két tételt foglalják magokban :

LXV. Oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon egy valódi és ugyanazon két képzelt érintetlennel bírnak, egy részről átmérőinek beburkoló vonala, más részről pedig visszfordulási pontjainak mértani helye, ugyanazon egy mentelék.

LXVI. Oly harmadrendü vonalok, a melyeknél ugyanazon két egymáshoz párhuzamos érintetlen a végtelenségbe eltávozott, és a harmadik véges térben fekvő érintetlen ugyanaz, átmérőinek beburkoló vonala hajtalék, a mely szinte ugyanazon vonalok visszfordulási pontjainak a mértani helye.

68. Ha azon esetet vizsgáljuk, a melyben a három valódi érintetlen közöl kettő egymáshoz párhuzamos; akkor miután az (58) egyenleteknek (az előbbi értekezésben) állaniok kell, e következő egyenlet is fog állni :

$$\left\{\frac{3\alpha\eta-\gamma\varepsilon}{\beta\gamma-9\alpha\delta}\right\}^2=\frac{(3\alpha\zeta-2\beta\varepsilon)(2\beta\eta-\gamma\zeta)}{4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta)}, \ldots\ldots \quad (36$$

a mely minden esetre kielégítetik, ha e következő viszonylatok állanak:

$$\frac{3\alpha\eta-\gamma\varepsilon}{\beta\gamma-9\alpha\delta}=\frac{3\alpha\zeta-2\beta\varepsilon}{2(\beta^2-3\alpha\gamma)}=\frac{2\beta\eta-\gamma\zeta}{2(\gamma^2-3\beta\delta)};$$

de ha ezek állanak; akkor a 9. szám szerint a harmadrendü vonalnak középpontja van, vagyis az átmérők magokat ugyanazon egy pontban metszik, minél fogva e következő tételhez jutottunk:

LXVII. Oly harmadrendü vonal, a mely két párhuzamos érintetlennel bír, átmérői magokat ugyanazon egy pontban metszik, minél fogva az középponttal bír.

69. Ha az előbbi értekezésben az (1) egyenlet össztevői között az (59) egyenletek állanak; akkor az átmérők egymáshoz párhuzamosak, a mint azt a IV. tételből tudjuk.

Ha pedig végre az (1) egyenlet össztevői között a (60) vagy (61) egyenletek állanak; akkor a megfelelő görbének átmérői mindnyájan egy egyenesbe esnek össze, azaz, az illető görbéknél minden húriránynak ugyanazon egy átmérő fog megfelelni, a miből e következő tétel folyik:

LXVIII. A Tridens görbének és a köbös hajtaléknak csak egyetlen egy átmérő felel meg.

A mi a Tridens görbét illeti, megint eltérek Plücker *) úrtól, miután szerinte a Tridens görbének átmérői egymáshoz párhuzamosak.

70. Ha Tgw értékét a (27) egyenletből keressük, és azokat $\mathrm{Tgw_I}$ és $\mathrm{Tgw_{II}}$-vel, továbbá pedig azon szögletet, a melyet a két érintő u,v pontban egymással képez $\chi$-vel jelöljük; akkor e következő egyenletünk van:

$$\mathrm{Tg}\chi=\frac{\mathrm{Tgw_I}-\mathrm{Tgw_{II}}}{1+\mathrm{Tgw_I\,Tgw_{II}}} \ldots\ldots\ldots \quad (37$$

vagy ha $\mathrm{Tgw_I}$ és $\mathrm{Tgw_{II}}$ értékeit helyettesítjük

$$\mathrm{Tg}\chi=\pm\frac{\sqrt{\left\{\frac{d^2F}{dvdu}\right\}^2-\frac{d^2F}{dv^2}\cdot\frac{d^2F}{du^2}}}{\frac{d^2F}{dv^2}+\frac{d^2F}{du^2}} \ldots\ldots \quad (38.$$

*) System der anal. Geom. Seite 272, Nro 218.

Ezen képletben a kettős jegy csupán onnan ered, minthogy eddig nincsen meghatározva, hogy valjon melyiket veszszük a két kiegészítő szöglet közöl; de $\chi$ minden esetre határozott, miután tudjuk, hogy:

$$w_I + x = w_{II}$$

Ha most oly harmadrendü vonalok kettős pontjainak mértani helyét keressük, a melyekben $\chi$ szöglet mindig ugyanaz marad; akkor azon kettőspontok mértani helyéül e következő egyenletet leljük:

$$Tg^2\chi\left\{\frac{d^2F}{dv^2}+\frac{d^2F}{du^2}\right\}^2=\left\{\frac{d^2F}{du.dv}\right\}^2-\frac{d^2F}{du^2}\cdot\frac{d^2F}{dv^2}\;\ldots\;(40$$

a mely általán valamely kúpmetszet egyenletét fejezi ki. És pedig nevezetesen: a) szorosabb értelemben vett kettőspontok mértani helyét, ha $tg^2\chi > 0$, b) visszfordulási pontokét, ha $tg^2\chi = 0$ és végre c) elszigetelt összekapcsolt pontokét, ha $tg^2\chi < 0$, azaz, miszerint $tg\chi$ valódi, vagy zérus, vagy pedig képzelt. Mindezekből e következő tétel folyik:

LXIX. Oly harmadrendü vonaloknál, a melyek ugyanazon érintetlenekkel birnak, bármely faju kettőspontok mértani helye, a melyek érintői magokat ugyanazon egy $\chi$ szöglet alatt metszik, általán véve kúpmetszet.

71. Ha $\chi = \frac{\pi}{2}$; akkor a kettőspontok mértani helye:

$$\frac{d^2F}{du^2}+\frac{d^2F}{dv^2}=0\;\ldots\ldots\;(41$$

vagy ha ebben $\frac{d^2F}{du^2}$, $\frac{d^2F}{dv^2}$ értékeit helyettesítjük, ez e következőbe megy át:

$$(3\alpha+\gamma)v+(\beta+3\delta)u+(\varepsilon+\eta)=0\;\ldots\;(42$$

A mint látjuk, ezen egyenlet egyenes vonal egyenlete, a miből azt következtetjük, hogy oly kettőspontok, a melyek érintői magokat ép szöglet alatt metszik, mértani helye az egyenes.

Ha továbbá azon szögletet, a melyet ezen egyenes a tevőleges x féltengelylyel képez $\Omega$-val jelöljük; akkor

$$tg\Omega = -\frac{\beta+3\delta}{3\alpha+\gamma},$$

miknél fogva e tételhez jutottunk:

LXX. Ha oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon érintetlenekkel bírnak, kettős pontok érintői egymást ép szöglet alatt metszik; akkor azok mértani helye az egyenes.

72. Ha azt keressük, hogy mily vonal lesz oly kettős pontok mértani helye, a melyekben az érintő iránya mindig állandó, akkor a (27) egyenlet fog kérdésünkre megfelelni, ha benne w-t állandónak; u és v-t pedig változóknak tekintjük. — Ezen egyenlet nem egyéb, mint a w húrirányhoz tartozó átmérőnek egyenlete, a mely a mint az előbbi számokból tudjuk, azon vonalt, a mely egyenlete a (29) egyenlet, érinti, mi által e tételt mondhatjuk ki:

LXXI. Oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon érintetlenekkel bírnak, kettős pontok mértani helye, a melyekben az egyik érintőnek az iránya állandó, oly egyenes a mely a viszfordulási pontok mértani helyét érinti.

73. Ha az egyenletben:

$$Mr^3+Nr^2+Pr+Q=0$$
$$Q=0 \text{ és}$$
$$P=0$$

akkor r két értéke egyenlő lesz zérussal, a mi annyit jelent, hogy az u, v ponton keresztül menő átszelő a görbét azon pontban érinti — De ha továbbá ugyanazon egyenletben még

$$N=0;$$

akkor világosan látjuk, hogy r minden gyöke egyenlő lesz zérussal, a miből azt következtetjük, hogy a görbe u,v pontban, az azon keresztül menő átszelő által nem csak érintetik, hanem egyszersmind metszetik. — Az ily pontokat fordulati pontoknak fogjuk nevezni, a mint az úgy is már szokásban van. A mondottak szerint tehát, ha Q, P és N értékeit a (2), (3) és (4) egyenletekből helyettesítjük; e következő egyenleteknek kell állni, ha azon pont, a melynek összrendesei u és v, fordulati pont legyen:

$$\left.\begin{array}{c} F(u,v)=0 \\ \dfrac{dF}{du}Cosw+\dfrac{dF}{dv}Sinw=0 \\ \dfrac{d^2F}{du^2}cos^2w+2\dfrac{d^2F}{du\cdot dv}coswsinw+\dfrac{d^2F}{dv^2}sin^2w=0 \end{array}\right\} \quad \ldots (44$$

a melyekből azt következtetjük, hogy a fordulati ponton mind a három vonalnak keresztül kell mennie, a melyek ezen három egyenlet által ki vannak fejezve. Ez által legközelebb azon következtetéshez jutunk, hogy a harmadrendü vonal legfeljebb három valódi fordulati ponttal bírhat, mivel az I. tétel szerint a harmadrendü vonal az egyenes által legfeljebb három pontban vágathatik, a mely következtetés e következő tételt nyújtja :

LXXII. A harmadrendü vonal legfeljebb három valódi fordulati ponttal bírhat, a melyek mindnyájan egyenes vonalban feküsznek *).

74. Ha a (44) egyenletek harmadikában Tgw értékét ugyanazon egyenletek másodikából helyettesítjük, e következő egyenletet nyerjük :

$$\left\{\frac{dF}{du}\right\}^2 \cdot \frac{d^2F}{dv^2} - 2\frac{dF}{du} \cdot \frac{dF}{dv} \cdot \frac{d^2F}{du.dv} + \left\{\frac{dF}{dv}\right\}^2 \frac{d^2F}{du^2} = 0 \quad \ldots\ldots (45$$

a mely a fordulati pontok mértani helyét fejezi ki, és a mint könnyen látható, ötödfoku lesz. — E szerint a harmadrendü vonal általán tizenöt fordulati ponttal bírna, ha hat közölök nem esnék végtelen távolságba, a mit itt most bebizonyítani akarunk. — Ezen czélra a harmadrendü vonalok egyenletét e következő alak alá kivánjuk venni :

$$p.q.r. + \mu s = 0,$$

a mint azt a (68′) egyenletben (az előbbi értekezésben) adtuk. Ezen egyenletnek akkor is kell állani, ha benne x és y helyett u és v-t helyettesítjük, minél fogva

$$F(u,v) = \alpha\{p.q.r + \mu s\} \quad \ldots\ldots (46$$

a hol p, q, r és s, u és v vonalos függvényei. Ha tehát a (45) egyenletben $\frac{dF}{du}$, $\frac{dF}{dv}$ sat. sat. a (46) egyenletből folyó értékeit helyettesítjük, és $\alpha^3$ állandó közös tényezőt elhagyjuk; akkor e következő egyenletet nyerjük :

---

*) Ezen tételt Mac-Laurin adta először A Tr. of Alg. App. Sectio III. Propositio X.

$$\left.\begin{array}{l}
-p.q.r\Big\{p^2\left(\frac{dq}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dr}{dv}\right)^2+q^2\left(\frac{dp}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dr}{dv}\right)^2+\\
\quad+r^2\left(\frac{dp}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dq}{dv}\right)^2+pq\left(\frac{dp}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dr}{dv}\right)\\
\quad\left(\frac{dq}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dr}{dv}\right)+pr\left(\frac{dp}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dq}{dv}\right)\\
\quad\left(\frac{dr}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dq}{dv}\right)+qr\left(\frac{dq}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dp}{dv}\right)\\
\quad\quad\left(\frac{dr}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dp}{dv}\right)\Big\}+\\
+\mu\Big\{p^2q\left(\frac{dr}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dr}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dq}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dr}{dv}\right)+\\
\quad+pq^2\left(\frac{dr}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dr}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dp}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dr}{dv}\right)+\\
\quad+p^2r\left(\frac{dq}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dq}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dq}{dv}\right)+\\
\quad+pr^2\left(\frac{dq}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dq}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dp}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dq}{dv}\right)+\\
\quad+q^2r\left(\frac{dp}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dp}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dp}{dv}\right)+\\
\quad+qr^2\left(\frac{dp}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dp}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dq}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dp}{dv}\right)+\\
\quad+\mu\Big[p\left(\frac{dq}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dq}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dr}{du}\frac{ds}{dv}\right)+\\
\quad\quad+q\left(\frac{dp}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dp}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dr}{du}\frac{ds}{dv}\right)+\\
\quad\quad+r\left(\frac{dp}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dp}{du}\frac{ds}{dv}\right)\left(\frac{dq}{dv}\frac{ds}{du}-\frac{dq}{du}\frac{ds}{dv}\right)\Big]\Big\}=0
\end{array}\right\} \quad (47$$

Plücker *) úr mutatta először, hogy az n-ned foku vonal egyenlete e következő alakot veheti fel :

$$p.q.r. \; . \; . \; . \; . \; s.t+\mu\Omega_{n-2}=0,$$

a mely első tagjának egyes tényezői, ha azokat a zérussal egyenlőknek teszszük, annak érintetlenei egyenleteit adják,

---

*) Die Theorie der algebraischen Curven, gegründet auf eine neue Behandlungsweise der analytischen Geometrie. Bonn bei Adolph Marcus, 1839. Seite 16. Nro 15 und weiter.

$\Omega_{n-2}$ pedig (n—2)-d foku függvényt két változó közt jelent, és végre $\mu$ állandót fejez ki.

A mint látjuk a (47) egyenlet két tagból áll, a melyek közől az első ötödfoku; a második pedig harmadfoku, a miből az ép most megjegyzettek szerint következik, hogy ha az első tagot a zérussal egyenlőnek teszszük; akkor az ily módon nyert egyenlet a (47) egyenlet által kifejezett vonal érintetleneinek egyenleteit foglalja magában, és e következő:

$$\left.\begin{aligned}
-p.q.r\Big\{ & p^2\left(\frac{dq}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dr}{dv}\right)^2+q^2\left(\frac{dp}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dr}{dv}\right)^2+\\
& \qquad +r^2\left(\frac{dp}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dq}{dv}\right)^2+\\
& +pq\left(\frac{dp}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dr}{dv}\right)\left(\frac{dq}{dv}\frac{dr}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dr}{dv}\right)+\\
& +pr\left(\frac{dp}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dp}{du}\frac{dq}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{dq}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dq}{dv}\right)+\\
& +qr\left(\frac{dq}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dq}{du}\frac{dp}{dv}\right)\left(\frac{dr}{dv}\frac{dp}{du}-\frac{dr}{du}\frac{dp}{dv}\right)\Big\}=0
\end{aligned}\right\}(48$$

a mely egyenletből kilátszik, hogy

$$p=0,\ q=0,\ r=0$$

a már többször nevezett ötödrendü vonal érintetlenei közől hármat fejeznek ki; de ezek szinte egyenletei azon érintetleneknek, a melyekkel a harmadrendü vonal bír, a mint azt a 35. számból tudjuk. Így tehát azon eredményhez jutottunk, hogy a harmadrendü vonal és azon ötödrendü vonal három közös érintetlennel bírnak. Ezen három érintetlenhez egy részről a harmadrendü vonal hat ága fog símulni, úgy hogy az végtelen távolságban érintik; más részről pedig hasonlóképen a beszédben forgó ötödrendü vonal, minél fogva hat pont, melyekben a két görbe egymást metszi, végtelen távolságba esik, és így a harmadrendü vonal fordulati pontjainak mértani helye által csak kilencz pontban metszetik, a miből, ha még az utóbbi tételt veszszük tekintetbe, e következő tételt vonjuk:

LXXIII. A harmadrendü vonal általán kilencz fordulati ponttal bír, a melyek közől legalább hat képzetes.

75. Abból, hogy a (45) egyenlet akkor is kielégíttetik, ha a (26) egyenletek állanak, azt következtetjük, hogy a (45) egyenlet által kifejezett vonal: a harmadrendü vo-

nalt, ha az kettősponttal bír, abban metszi; söt a mi több, az említett vonal a harmadrendü vonalt kettős pontjában érinteni fogja, a miről könnyen meggyőződhetünk, ha t. i. a (45) egyenletet v és u szerint különböljük, és az ily módon nyert egyenlet még akkor is kielégíttetik, ha a (26) egyenletek együtt állanak. Ezen utóbbi megjegyzés által minden esetre azon eredményhez jutottunk, hogy a kettőspont (bármely faja is legyen az) több fordulati pontok képviselője és tényleg Plücker*) úrnak sikerült bebizonyítani, hogy a) a szorosabb értelemben vett kettős pont két valódi és négy képzelt fordulati pontot, b) az elszigetelt összekapcsolt pont hat képzetes fordulati pontot és c) a visszfordulási pont két valódi és hat képzetes fordulati pontot képvisel.

A görbületi félmérő általános képlete, ha azt $\varrho$-val jelöljük, e következő:

$$\varrho = \frac{\left\{1+\left(\frac{dv}{du}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2v}{du^2}},$$

a mely képlet jobb része, ha u, v a fordulati pont összrendeseit jelentik, végtelen nagy lesz, mivel $\frac{d^2v}{du^2}$ a (45) egyenletnél fogva egyenlő a zérussal. E szerint a fordulati pontban a görbület-félmérő végtelen nagy, azaz a görbének görbülete a fordulati pontban hiányos.

76. A XVIII. tétel akkor is áll, ha egy részről a kúpmetszet annak valamely változatosságába megy át; más részről pedig, ha azon három pont közöl, a melyekről feltételeztetik, hogy egyenes vonalban feküsznek, kettő, vagy mind a három összeesik. — Így tehát, mivel a fordulati pontot viszonylagos háromszoros pontnak tekinthetjük, e következő tételt állíthatjuk:

LXXIV. Ha a harmadrendü vonal fordulati pontjából ahhoz három átszelőt vonunk: akkor azon hat átmetszési pont, a melyekben azok a harmadrendü vonalt metszik, általán kúpmetszeten fekszik.

*) System der anal. Geom. Nro 306, Seite 266.

Ebből pedig mindjárt e következő:

LXXV. A harmadrendü vonal fordulati pontjából ahhoz három érintő lehetséges, a melyek érintési pontjai egyenes vonalban feküsznek.

Mivel itt a kúpmetszet az által, hogy minden átszelő érintőbe ment át: egyenes vonallá válik.

E két utóbbi tételt Poncelet *) nyilvánította először.

77. Záradékul a harmadrendü vonalok fordulati pontjairól még néhány tételt akarunk adni, melyeket Mac-Laurin a már többször említett müvében nyilvánított.

LXXVI. Ha a harmadrendü vonal fordulati pontjából ahhoz három érintőt vonunk; akkor bármely a fordulati ponton keresztül menő átszelő az érintés húr által öszhangzatilag vágatik.

LXXVII. (12. kép.) Ha a harmadrendü vonal „A“ fordulati pontjából ahhoz három AF, AG, AH érintőt, és két ABC és Abc átszelőt vonunk: akkor, ha Bb és Cc-t, vagy Bc és bC-t vonunk, a nevezett egyenesek magokat FH érintési húron fogják metszeni.

78. b) Oly tételek, melyeket Hesse **) úr a Crelle-féle mathematikai közlönyben nyilvánított:

LXXVIII. Oly harmadrendü vonalok, a melyek ugyanazon harmadrendü vonal kilencz fordulati pontján keresztül mennek, egymást fordulati pontjaikban metszik.

LXXIX. Ha két harmadrendü vonal fordulati pontjai ugyanazon három egyenesen feküsznek; akkor minden harmadrendü vonal fordulati pontjai, a mely a két előbbi görbének átmetszési pontjait tartalmazza, ugyanazon három egyenesen fekszenek.

LXXX. A harmadrendü vonal kilencz fordulati pontjai ($\delta_1, \delta_2, \ldots\ldots \delta_9$) közöl tizenkétszer három egyenes vonalban fekszik, és pedig e következő minta szerint:

$\delta_1, \delta_2, \delta_3 \equiv A_1$, $\delta_1, \delta_4, \delta_8 \equiv B_1$, $\delta_1, \delta_5, \delta_7 \equiv C_1$, $\delta_1, \delta_6, \delta_9 \equiv D_1$.
$\delta_4, \delta_5, \delta_6 \equiv A_2$, $\delta_3, \delta_6, \delta_7 \equiv B_2$, $\delta_2, \delta_6, \delta_8 \equiv C_2$, $\delta_3, \delta_5, \delta_8 \equiv D_2$.
$\delta_7, \delta_8, \delta_9 \equiv A_3$, $\delta_2, \delta_5, \delta_9 \equiv B_3$, $\delta_3, \delta_4, \delta_9 \equiv C_3$, $\delta_2, \delta_4, \delta_7 \equiv D_3$.

*) Analyse des transversales etc etc. Page 130.

**) Crelle: Journal für reine und angewandte Mathematik. Bd. 28. und 38

LXXXI. Az egyenesek: $A_1$, $A_2$, $A_3$, $B_1$, $B_2$ sat. négy háromszöget képeznek, a melyeknek megfelelő szögei: $a_1$, $a_2$, $a_3$; $b_1$, $b_2$, $b_3$; $c_1$, $c_2$, $c_3$; $d_1$, $d_2$, $d_3$ kilencz $\Delta$ nevü egyenesen feküsznek, a mint ezt a következő minta mutatja:

$a_1, b_1, c_1, d_1 \equiv \Delta_1$, $a_2, b_1, c_3, d_3 \equiv \Delta_4$, $a_3, b_2, c_1, d_3 \equiv \Delta_7$.
$a_1, b_3, c_2, d_3 \equiv \Delta_2$, $a_2, b_3, c_1, d_2 \equiv \Delta_5$, $a_3, b_1, c_2, d_2 \equiv \Delta_8$.
$a_1, b_2, c_3, d_2 \equiv \Delta_3$, $a_2, b_2, c_2, d_1 \equiv \Delta_6$, $a_3, b_3, c_3, d_1 \equiv \Delta_9$.

LXXXII. Ha a harmadrendü vonal kilencz fordulati pontjain keresztül, valamely háromszög három oldalait fektetjük (a mi a LXXX. tétel szerint négyszer történhetik), a háromszög egy oldalának átmetszési pontját a görbével egyenes vonal által az általellenben lévő szöggel összekötjük, s ezen összekapcsolási vonalhoz és a háromszög azon két oldalához, a melyek egymást az előbbi vonalban metszik, a negyedik öszhangzati vonalt szerkesztjük; akkor ezen egyenes az előbb említett négy háromszög közöl mindegyikének egy szögpontján fog keresztül menni.

79. Itt még azon pontokat fogjuk tekintetbe venni, a melyekben a harmadrendü vonal görbületének legnagyobb és legkisebb értékek felelnek meg. Ehhez szükséges meggondolni, hogy a görbének görbülete annál nagyobb, vagy kisebb, minél kisebb, vagy nagyobb az ahhoz tartozó görbület félmérő. Ezt előre bocsátva, legyen

$$F(x,y)=0$$

a harmadrendü vonal egyenlete, (u,v) azon pont összrendesei, melyet vizsgálni akarunk, és a hozzátartozó görbület félmérő $\varrho$; akkor e következő érték fog $\varrho$-nak megfelelni:

$$\varrho=\frac{\left\{1+\left(\frac{dv}{du}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2v}{du^2}}$$

$\varrho$-nak pedig legnagyobb, vagy legkisebb érték, ha

$$\frac{d\varrho}{du}=0,$$

vagy ha $\frac{d\varrho}{du}$ értékét keressük, ezen egyenlet e következőbe megy át:

$$3\left(\frac{d^2v}{du^2}\right)^2\frac{dv}{du}-\left\{1+\left(\frac{dv}{du}\right)^2\right\}\frac{d^3v}{du^3}=0 \quad \ldots\ldots (49$$

ha ebben pedig $\frac{dv}{du}$ helyett $\frac{\sin w}{\cos w}$ helyettesítünk, ez még e következővé válik :

$$3\left(\frac{d^2v}{du^2}\right)^2\sin w\cos w-\frac{d^3v}{du^3}=0 \quad \ldots\ldots (50$$

és ha itt végre $\frac{d^2v}{du^2}$, és $\frac{d^3v}{du^3}$ értékeit helyettesítjük, úgy hogy azokban $\frac{dv}{du}$ helyett $\frac{\sin w}{\cos w}$ írunk; akkor néhai összevonás után e következő egyenletet leljük :

$$\left.\begin{array}{l}\frac{dF}{dv}\left\{\frac{d^3F}{du^3}\cos^3w+\frac{d^3F}{du^2\cdot dv}\cos^2w\sin w+\frac{d^3F}{dudv^2}\cos w\sin^2w+\right.\\ \left.+\frac{d^3F}{dv^3}\sin^3w\right\}-3\cos w\left\{\frac{d^2F}{du^2}\cos^2w+2\frac{d^2F}{dudv}\cos w\sin w+\right.\\ \left.+\frac{d^2F}{dv^2}\sin^2w\right\}\cdot\left\{\left(\frac{d^2F}{dv^2}-\frac{d^2F}{du^2}\right)\cos w\sin w+\right.\\ \left.+\frac{d^2F}{du\cdot dv}(\cos^2w-\sin^2w)\right\}=0\end{array}\right\}\ldots(51.$$

Ha továbbá megjegyezzük, hogy

$$\frac{dF}{dv}=\frac{dF}{dv}\cos^2w+\frac{dF}{dv}\sin^2w$$

a (24) egyenletnél fogva pedig :

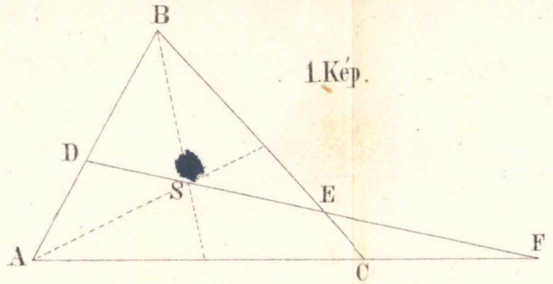
$$0=\frac{dF}{du}\cos w\sin w+\frac{dF}{dv}\sin^2w$$

mely utóbbi két egyenletből :

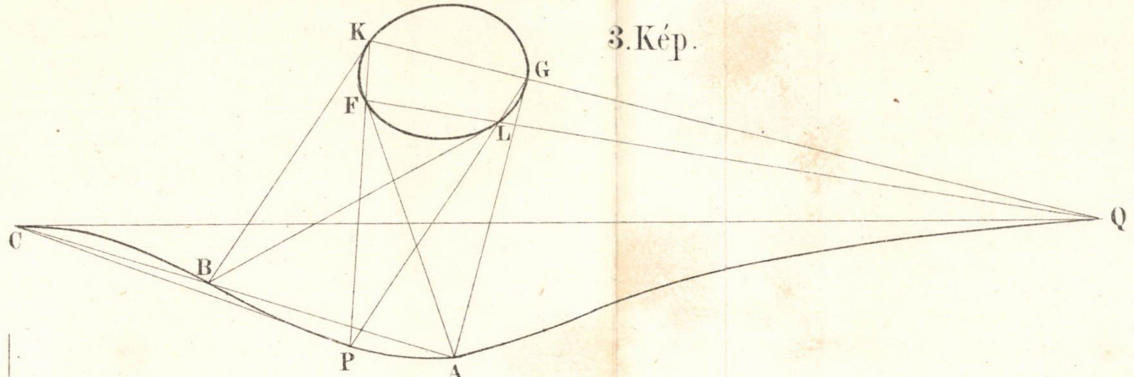
$$\frac{dF}{dv}=-\cos w\left\{\frac{dF}{du}\cos w-\frac{dF}{dv}\sin w\right\}$$

és ha $\frac{dF}{dv}$ ezen értékét az (51) egyenletbe helyettesitjük, továbbá még $\frac{\sin w}{\cos w}$ helyett annak értékét $-\frac{\frac{dF}{du}}{\frac{dF}{dv}}$ írjuk, utóljára e

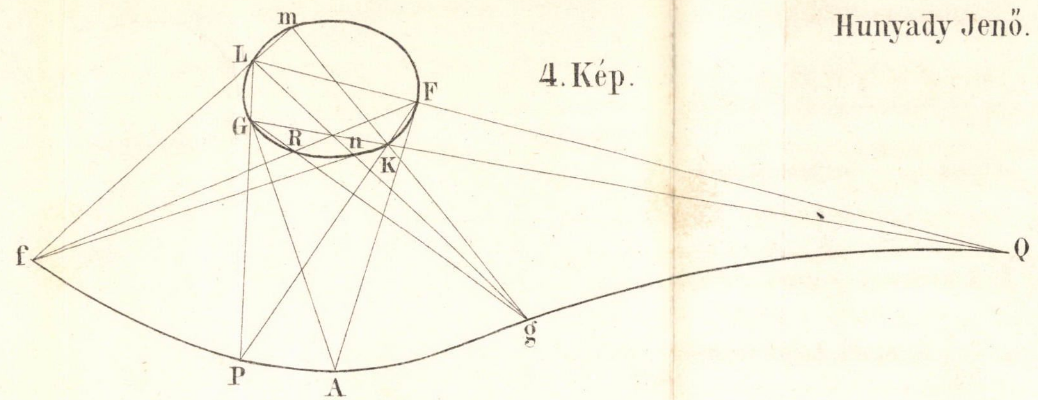
Hunyady Jenő.



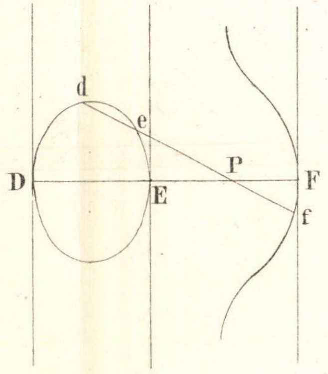
1. Kép.



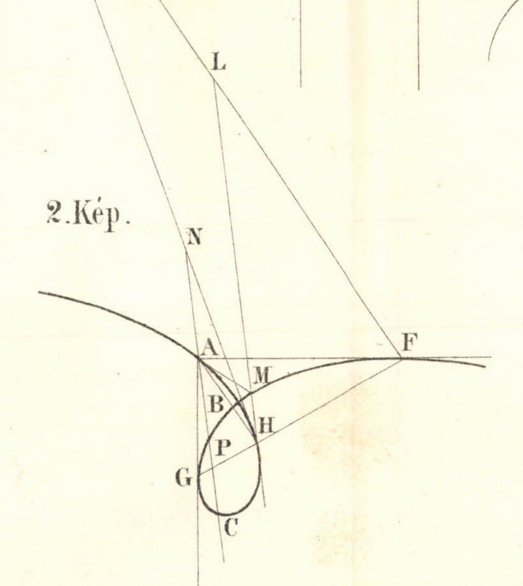
3. Kép.



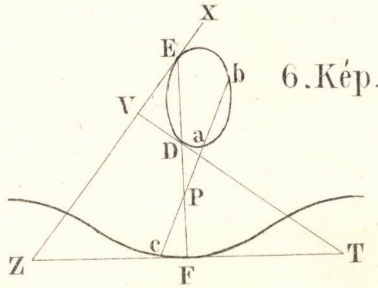
4. Kép.



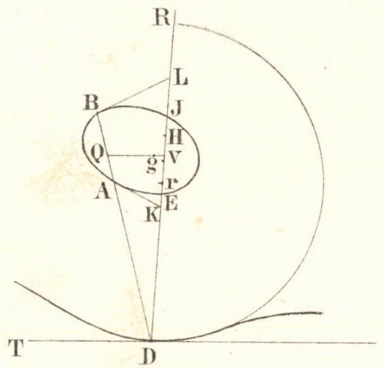
5. Kép.



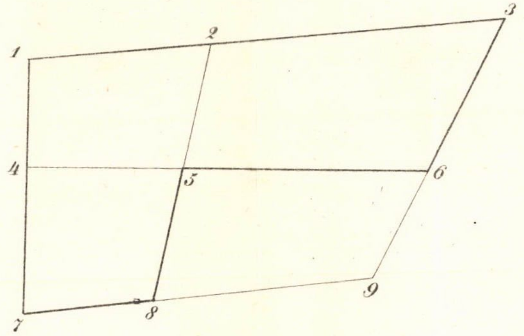
2. Kép.



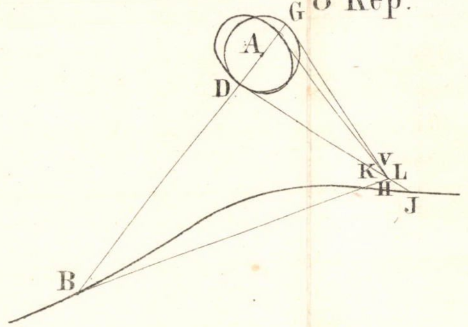
6. Kép.



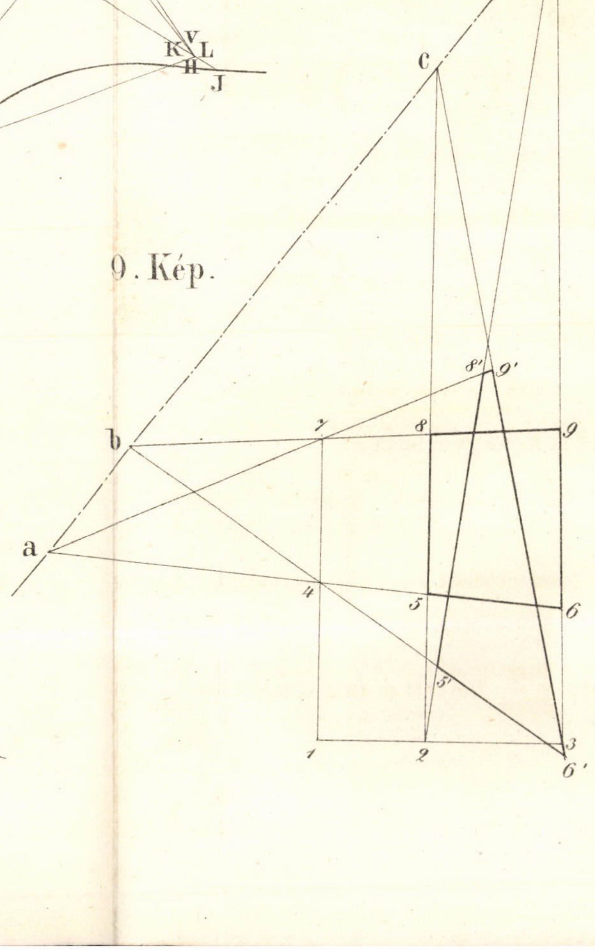
7. Kép.



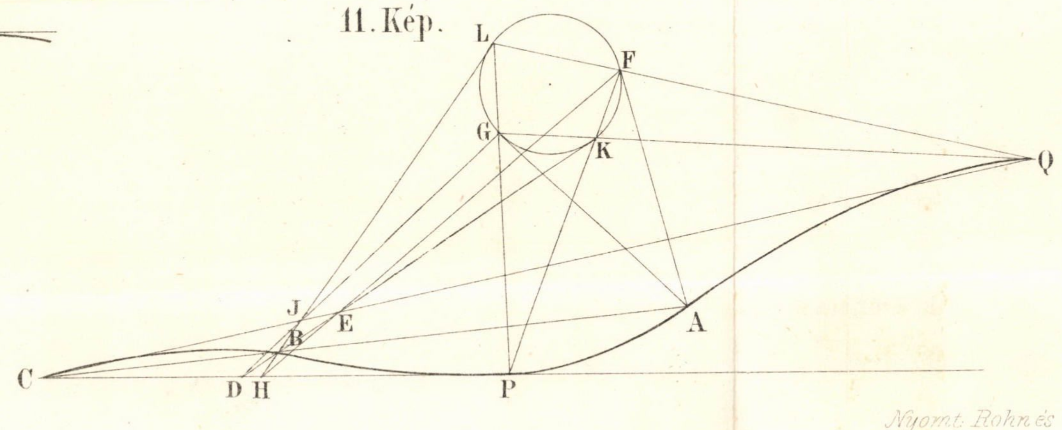
10. Kép.



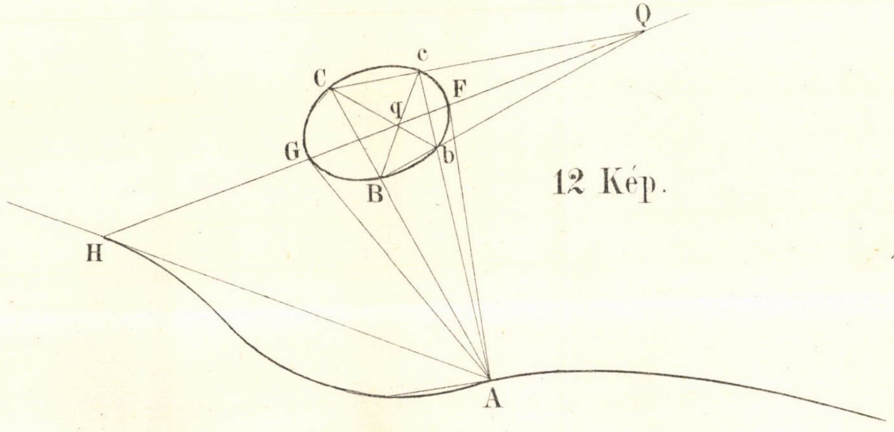
8. Kép.



9. Kép.



11. Kép.



12. Kép.

Nyomt. Rohn és Grund Pesten 1864.

következő egyenlethez jutunk :

$$\left\{\left[\frac{dF}{du}\right]^2+\left[\frac{dF}{dv}\right]^2\right\}\left\{-\frac{d^3F}{du^3}\left(\frac{dF}{dv}\right)^3+3\frac{d^3F}{du^2dv}\left(\frac{dF}{dv}\right)^2\right.$$
$$\left.\frac{dF}{du}-3\frac{d^3F}{dudv^2}\frac{dF}{dv}\left(\frac{dF}{du}\right)^2+\frac{d^3F}{dv^2}\left(\frac{dF}{du}\right)^3\right\}+$$
$$+3\left\{\left[\frac{d^2F}{du^2}-\frac{d^2F}{dv^2}\right]\frac{dF}{du}\cdot\frac{dF}{dv}+\frac{d^2F}{du\cdot dv}\left[\left(\frac{dF}{dv}\right)^2-\right.\right.$$
$$\left.\left.-\left(\frac{dF}{du}\right)^2\right]\right\}\left\{\frac{d^2F}{du^2}\left(\frac{dF}{dv}\right)^2-2\frac{d^2F}{dudv}\frac{dF}{du}\frac{dF}{dv}+\right.$$
$$\left.+\frac{d^2F}{dv^2}\left(\frac{dF}{du}\right)^2\right\}=0 \quad \ldots(52$$

a mely egyenlet, mivel F(u,v) harmadfoku, általán 10-edfoku lesz, és azon pontok mértani helyét jelenti, a melyek legnagyobb és legkisebb görbülettel bírnak, a miből e tételt vonjuk :

LXXXIII. A harmadrendü vonalnak, azon pontjainak száma, a melyek legnagyobb és legkisebb görbülettel bírnak, általán harmincz. — Azon pontok mértani helye tizedrendü vonal, a melynek egyenlete az (52) egyenlet.

80. Ez értekezésemet befejezendő, a mely különösen a harmadrendü vonalok általános tulajdonságait tárgyalja, nem mulaszthatom el megemlítni, hogy, noha már a régiek is ismertek egyes harmadrendü vonalokat, a melyeket ők különféle feladatok feloldásánál használtak, mégis Newton szánt először azoknak önálló müvet, a mely e czím alatt „Enumeratio linearum tertii ordinis“ jelent meg először Londonban 1704-ben. Newton ezen müvében néhány általánosabb tétel után átmegy az illető vonalok felosztására, és azt az egyenletek szerkesztésével fejezi be. Stirling Newton müvét következő czímü értekezésében értelmezi „Lineae tertii ordinis Newtonianae“, a mely Oxford-ban 1711-ben jelent meg először. — Körülbelül negyven évnyi szünet után jelenének meg a magasabb mértan e terén : Euler, Mac-Laurin és Cramer müvei, a melyek közöl különösen Mac-Laurin *) fejezi

---

*) Doctrinam conicam variis modis usque ad fastidium fere, tractarunt permulti. — Hanc autem Geometriae universalis partem, pauci adtigerunt; eam tamen nec sterilem esse nec iniucundam ex sequentibus, ut spero, patebit, cum praeter proprietates harum figu-

ki csodálkozását, hogy e nagyon érdekes tárgygyal a mathematikusok még oly keveset foglalkoztak. Euler és Cramer a harmadrendü vonalokat felosztják a végtelenségbe menő ágaik szerint, holott Euler még e vonalok néhány általános tulajdonságait ismerteti. — Nagyon sajnálom, hogy az időközbe eső de Gua következő czímü müvével „l'usage de l'analyse de Descartes“ nem volt alkalmam megismerkedni, a miért is annak tartalmáról nem szólhatok. Az előbb említett három mü után 1750—1832 nem hinném, hogy valami jelentékenyebb jelent volna meg a harmadrendü vonalokra vonatkozólag; de 1832-ben a Crelle-féle mathematikai közlöny 8-dik kötetében Poncelet következő czímü értekezése nyilváníttatott „Analyse des transversales“, a melyben a szerző a harmadrendü vonalokról nagyon számos és legnagyobb részt új tételeket hirdet. — Nem sokára ezen értekezés után jelent meg Berlinben 1835-ben Plücker úr következő czímü müve „System der analytischen Geometrie“, a mely tőlünk gyakran említtetett, és merjük állítani, hogy nem csak tárgyunkra vonatkozólag a legkimerítőbb, a mi eddig létezik, hanem egyszersmind számos nagyon szép eredeti tételeket ismertet meg velünk, a melyek tanulmányozását a magasabb mértan minden valódi barátjának ajánljuk. A mi a legújabb vizsgálódásokat e téren illeti, a melyek synthetice az úgynevezett újabb mértan (Neuere Geometrie) elvei után vitettek véghez (mint nevezetesen Steiner, Chasles, Salmon, Jonquières sat. által): azokat nem vettem fel e jelen iratban, részint azért, mivel e jelen iratnak czélja inkább a harmadrendü vonalok jellemző és általános tulajdonságainak megismertetése, részint pedig azért, mivel úgy is még többször szándékszom ez érdekes tárgyra visszatérni, mind a mellett beleszőttem Steiner és Salmon egyes tételeit, valamint Poncelet előbb nevezett értekezése is az újabb mértan elvein alapszik. — Az eddig említett iratokon kivül még számos folyóiratokat használtam, a melyeket, azt hiszem, hogy felesleges volna itt mind elsorolni.

Ha az előbb említett müveket tekintjük, látjuk, hogy

---

rarum a Newtono olim traditas, aliae sint plures Geometrarum attentione non indignae.

e tekintetben még nem vagyunk ott, a hol talán lehetnénk, ha a mathematikusok nagyobb száma fordította volna arra figyelmét. Ezen megjegyzés különösen a harmadrendü vonalok felosztását egyes fajokra illesse, mivel legalább részemről azt mondhatom, hogy engem az e tekintetben tett haladások is, a mi alatt leginkább Plücker úr dolgozatait értem, még koránt sem elégítnek ki, noha nem tudnék helyette mást ajánlani, vagy mást adni.

Nagy örömömre volna, és legnagyobb jutalmamat lát nám abban, ha e kis értekezés talán oka lenne, hogy mások is e tárgyat választanák elmélkedésök tárgyául, végre pedig a harmadrendü vonalok elméletének számos kidolgozót kivánva fejezem be e kis értekezésemet.

# RUMPELLES MIHÁLY PINCZÉINEK BEOMLÁSA KŐBÁNYÁN.

Augusztus 5-én 1861-ben.

JEDLIK ÁNYOS R. TAGTÓL.

(Egy tábla rajzzal.)

(Olvastatott 1863. mart. 16.)

---

A kőbányai halmok éjszakkeleti, és a *Barber*-féle sörfőzőháztól valamennyire dél felé eső oldalán, 1861-dik évi augustus 5-én délelőtti 11 órakor, egy tompa zörejü zuhanás, a levegőbe fellövelt sürü porfellegtől követve, döbbenté meg az ottani szőlőkben foglalkozó munkásokat. E megrenditő tünemény oka nem egyéb vala, mint *Rumpelles Mihály* telkén öt egymással egyenközü irányban kivágott pinczének együttes beszakadása, mely mind terjedtségére, mind a vele összefüggő tüneményekre nézve elég jelentékeny vala arra, hogy a M. Tud. Akadémia méltóságos elnöke az akkori titoknokhoz küldött levelében a természettudományi bizottságnak meghagyná, hogy e figyelemre méltó pinczeomlás ügyében magát tevékenységbe tegye. Ezen felszólitás következtében *Kubínyi Ferencz* bizottsági elnök augustus 13-kán ülést hirdetett, melyben *Jedlik Ányos* és *Kovács Gyula* bizottsági tagok és *Toldy Ferencz* akadémiai titkár részvétele mellett elhatároztatott, hogy a nevezett egyénekből alakúlt bizottmány következő nap, aug. 14-én az omlás helyére kirándúljon, és az egész beomlás mibenlétéről, valamint annak netalán kipuhatolható okairól s egyéb körülményeiről, az akadémia természettudományi osztálya előtt annak idejében kimerítő jeentést tegyen. Az elhatározott kirándulás, főtiszt. *Purgstaller József* kegyes tanító rend tartományi kormányzójának hálás elismerésre méltó szívességgel átengedett kocsiján, a kitűzött napon, következő eredménynyel hajtatott végre:

Kiérkezvén Kőbányára a bizottmány, az omlás helyének szomszédságában létező *Barber*-féle sörfőzőház udvarába tért be, honnét a sörfőzőház építésével foglalkozó, és kalauzul önként ajánlkozó *Buzzi Felix* mérnök társaságában kiindúlván, egy az akkoron érni kezdett szőlőkre őrködő csősznek csatlakozása mellett, nem sokára az omlás helyére jutott, és annak meredek partján nem csekély meglepetéssel állapodék meg, midőn a beszakadást mind kiterjedési területére, mind egyéb körülményeire nézve, érdekesebbnek találá, mint előlegesen gyaníthatá vala. Az omlás jól müvelt szőlők közepette történt, az általa eredett 24 láb mélységü ürnek partjai fekmentes síkban igen megközelítőleg köridomot képeznek, melynek átmérője a beszakadás pillanatában valószínüleg mind alul, mind fölül egyenlő nagyságu vala, de a beszakadás megtörténte után az ömlékeny földrétegekből álló partok felső párkányainak szükségképen bekövetkezett leomlása miatt a bizottmány azt fölül 186, alul 170 lábnyinak találta. E szerint a lesülyedt szőlő területe tesz 27158 négyszöglábot, vagyis 754 négyszög ölet. Figyelemre méltó, hogy ezen körülbelül félholdnyi területen, kivevén azt, hogy közepe táján valamicskével emelkedettebb vala, mint az üreg partjai mellett, a legkisebb rongálási jel sem vala észrevehető; lesülyedt az egy szilárd lap gyanánt, a nélkül, hogy rajta némi repedezés, szőlőtőkéinek soraiban legkisebb rendetlenség, és a tenyésztésben valamely észlelhető hátramaradás hozatott volna létre; a szőlő-fürtök oly élénken kékelegtek a lesülyedt venyigéken, mint a semmi viszontagságot nem szenvedetteken. Az ekkép lesülyedt köridomu területnek szélén négy, egymástól körnegyednyire távol eső és az I. ábrában *m*, *n*, *o*, *p* betükkel jelelt kis nyilás vala látható, melyeken a beszakadt pinczék üregébe lehetett betekinteni.

A nagyszerü üreg 24 lábnyi magas partjain 9 különféle anyagu, vastagságu, és színezetü réteg vala megkülönböztethető, melyek *Szabó József* tagtársunk későbbi meghatározása szerint az éjszaki részen fölülről lefelé a következő rendben követték egymást, miként a függélyes metszetüket szem elé tüntető II. ábrában láthatni :

1) Fekete homok, mely televénynyel elegyedve levén, a szölők termékenyítő talaját, az éjszaki részen 1—2 láb, a déli részen pedig 3—4 láb vastagságban képezi.

2) Szürke homok 2—3 lábnyi vastagságban, a délfelé eső részen teljesen hiányzik.

3) Kavics-réteg, 1—3 lábig változó vastagságu.

Ez, mint az egész ó hegyen láthatni, a congeria-agyag fölött létezik, és a negyedkori képletek alsó részét képezi.

4) Congeria-agyag-réteg, 3—6 lábnyi vastagságu, iszap finomságu. Alsó részein a rétegesség igen rendes és finom, egyes rétegszálak vastagsága alig 1 hüvelyknyi.

5) 2—3 hüvelyknyi vastag vereses kavics-réteg, melyben nagy cardiumokat lehetett észlelni. Helyenként böven van benne vaséleg festette agyag, mely a kavics-rétegnek mintegy kötszeréül szolgál.

6) Durva szemü fövényréteg 6—8 hüvelyknyi vastagságban, közébe elegyedett mész részek által kővé tartva össze. Ezzel kezdődik a durva mész képlet.

7) 1—2 hüvelyknyi rétegszál, melyet *Szabó József*, analogiájánál fogva a Buda környéken észlelt több más helyekkel, mállott trachythamunak hajlandó tartani.

8) Trachyt-mállladék-réteg 5—8 hüvelyk vastagságu; az előbbitől csak abban különbözik, hogy a 6-dik számu réteg részeivel van elegyedve.

9) Durva mész-réteg 24—30 lábnyi vastagsággal; felülete itt-ott hullámzó, homoruságai a fölötte létező trachytmállladékkal levén kitöltve. — Ez ama nevezetes köréteg, melyben, azon körülmény következtében, hogy tetemes része, mint építésre igen alkalmas, s a téglánál jutányosb anyag vágatik ki, igen számos üregek maradnak hátra, részint pinczéként, részint a kővágással vagy szőlőmüveléssel foglalkozó munkások lakhelyéül szolgálók.

Az eddig mondottak a beomlási hely külszinén általunk észlelhetett jeleneteket foglalják magokban. Hogy a beomlás közelebbi körülményeivel is részletesen megismerkedhessünk, *Rumpelles Mihály* lakása felé vettük útunkat. Fekszik az a beomlási üregtől éjszak-keleti irányban mintegy 80 ölnyi távolságban, egy körübelül 6 ölnyi magas és fákkal benőtt partoktól környezett üregben, melynek talaja, a ház melletti kertecske területén kivül, udvart képezvén, egyszersmind az ezen udvarra nyiló pinczékbe vezető út gyanánt is szolgál. — Oda érvén, *Rumpellesné* asszonyon kivül azon egyénekkel találkozánk, kik ámbátor a beomlás pillanatában a pinczékben foglalkozának, mégis életben maradtak, s azok névszerint e következők : *Adler Gábor* pintérsegéd, *Perulán György* gazda, és *Kotlik Ferencz* szekeres szolga; később maga a tulajdonos is — *Rumpelles Mihály* — megérkezett. — Ezeknek mindenben összhangzó elbeszéléséből, és minden egyes esetre vonatkozó helynek megszemléléséből, elég alkalmunk vala a beomlás történetével megismerkedni, melyet mielött a tek. Akadémia előtt előadnék, kellö tájékozás végett szükségesnek tartom az eset helyszinének rövid vázát előrebocsátni.

Megállapodván az ide mellékelt, és a fön dicsért *Buzzi Felix* mérnök fölvétele nyomán készült abroszon *A*-val jelelt helyen, mely a *Rumpelles Mihály* házikójához tartozó udvar középtájára esik, és arczczal délnyugot felé fordúlva, *B* és *C* $8\frac{1}{2}$ lábnyi magas és $7\frac{1}{2}$ lábnyi széles pinczenyilásokat láttuk előttünk, melyek a beomlás előtt vas ajtókkal valának ellátva, balról pedig egy $8\frac{1}{2}$ lábnyi magasságu és 11 lábnyi szélességü *D* nyilás tátongott felénk, mely minden ajtót nélkülözvén, szekerek ki s bejárásául szolgál egy körül-belül 40 öl hosszu *DE* folyosóba. Ezen folyosó mind jobbra mind balra eső oldalán öt a *B* és *C* pinczékkel párhuzamos pincze-ág veszi kezdetét; a jobb oldali *B, C, F, G, H* pinczéknek a beomlás elötti hossza igen megközelítőleg 100 ölnyi vala, a bal oldali *I, K, L, M* pinczéké pedig körül-belül csak 20 öl. A jobb oldali pinczéket egymástól elválasztó kőfalak — az *rs* betükkel jeleltet kivéve — a minél nagyobb kőtömeg kibányázása végett egyenlő távolságokban áttörve vannak, és igy a pincze födelének föntartására a folytonos kőfal helyett csak egyes négyszögü oszlopok szolgálnak támaszul. *B* és *C* pinczéket, minthogy a közöttük létező válaszfal közönkénti áttörései által egymással közlekedésben vannak, de a többitől *rs* fal által elválasztvák, nevezvén *első osztálybelieknek*, *F*, *G*, *H* pinczék *második osztálybelieknek* mondhatók, azon megjegyzéssel, hogy a beomlás előtt *G* pincze üregéhez az oszlopok közti tér is az oszlopokat összekötő vékony téglafalak által hozzá foglalva, és az egész *G* pincze ürege keresztfalak által több kisebb pinczékre felosztva vala, melyekbe *H* pincze-ágból mint folyosóból nyilának az ajtók. A baloldalra eső *I*, *K*, *L*, *M* pinczék *DE* folyosótól ajtókkal ellátott falazattal valának elzárva. Mi *N*, *O*, *P* üregeket illeti, azok mint pinczék még nem használtatnak, mivel jelenleg bennök üzetik a kővágás. — Végre a *C* pinczenyílás általellenében *R* kertecskén túl létezik *Rumpelles Mihálynak* *S* és *T* két szobából és a kertecskébe nyiló *U* konyhából álló lakása, mely a hozzá legközelebb eső *I* pincze-ággal egy *V* vas ajtó által közlekedik.

Megismerkedvén e szerint a helyiség körülményeivel, már elősorolhatók a beomlás következtében történt baleseményék és rombolások is, melyek legnagyobb részint *Adler Gábor* pintérsegéd közlése nyomán a következendőkben pontosúlnak össze: *Adler Gábor*, *Schlesinger Adolf* pintérsegédek és *Jánowitz János*, *Laczkó Adolfnak* a pinczék haszonbérlőjének kocsisa, az I. osztályu pinczék *B* ajtajának egyik szárnyát magok után félig nyitva hagyván, egy, az *a*-val jegyzett oszlopok közti helyen álló hordónak megtöltésével foglalkozának. Munka közben *Adler Gábor* valamely leeső kőtömeg zörejére figyelmezteté társait, mire azok veszélyt gyanítván *B* pinczének hosszában kifelé siettek, *Adler Gábor* pedig szerencséjére helyén maradott; alig haladhattak amazok körülbelül *b* pontig, midőn hirtelen egy érzékkábító zuhanás rendíté meg a pinczék üregét, melynek levegője sürü porfelleggé változtatva orkánszerü sebességgel iramlott a nyilások felé, s mindent, mi rohamának ellent nem állhata, magával ragadva egy pillanat alatt borzasztólag össze-vissza rombolt. Így az egészen bezárt *C* és a félszárnyával nyitva maradt *B* vas ajtókat, az ajtóragasztók gyanánt szolgáló kőpárkányzatokkal együtt, helyökből kiszakítá, és különösen *C* ajtót, mely egészen bezárva vala, mintegy tekercsbe hengergetve udvarhosszmentében a hajlékon túl, egész az *X*-el jelelt helyig, 20 ölnél nagyobb távolságra lódítá, daczára annak, hogy az udvar talaja

*A*-tól *X* felé jelentékenyen emelkedő. Ezenkivül *B* pinczéből egy 60 akós üres hordót, s több darab 9 lábnyi hosszu és ászogfákul szolgáló gerendát *c* pontig sodrott ki magával a légroham; s mi leginkább döbbentő, a két menekülni törekvőt, mielőtt a pincze nyilását elérhették volna, útjokban meglepve s lábaikról fölkapva, valamely előttük álló tárgygyal, vagy talán az utánok lódított 60 akós hordóval és ászogfákkal oly súlyos összeütközésbe hozá, hogy a pinczenyilás előtti *d*-vel jelelt helyen csak megroncsolt holt tetemeik találtattak. — De mi történt ezalatt a pinczében maradott *Adler Gábor* pintérsegéddel? Ez a borzasztó robajtól elkábúlva ösztönszerüleg a szabadba menekülni iparkodván, — mint mondá — maga sem tudja miként, de minden sérülés nélkül jutott az udvarra, hol társait már halva találá.

Nem kisebb rombolás történt a pinczék II-dik osztályában is. Azon téglafalak közöl, melyek által *G* pinczéhez a mellette két sorban vonuló oszlopok közti térek is foglalva voltak, valamint a *G* pinczét több apró pinczékre osztó keresztfalak, és az *I*, *K*, *L*, *M* pinczeágaknak ajtóval ellátott homlokfalazata legnagyobb részint, — számra nézve 36 ilynemü fal — egy pillanat alatt romba döntetett. *Perulán György* gazda a beomlás pillanatában a légroham által *DE* folyosónak *f* pontjában találtatván, onnét a folyosó nyilásáig körül-belül 10 ölnyi távolságra félholtan vettetett, s lábain annyira megsérült, hogy ottlétünkkor még csak mankókra támaszkodva vánszoroghatott. — Egy a *DE* folyosó nyilásánál állott s vízzel telt csöbör, a légroham által felfordíttatván, a körül-belül 8 ölnyi széles udvaron keresztül az udvart környező partnak *g*-vel jelelt és 4—5 öl magasságban létező lejtőjére röpíttetett föl. — Azonban valamint a pinczék I. osztályában *Adler Gábor* a légroham sújtó hatásától menten maradott, úgy a II-dik osztályban sem hiányzott hasonló, és a rombolás sújtó hatását jótékonyan mérséklő menekülés. Tudniillik *h*-nál, épen a *H* és *G* pinczenyilások közti $2\frac{1}{2}$ ölnyi széles oszlop árnyékzatában állott egy kétlovas és kövekkel terhelt szekér *Kotlik Ferencz* szekeres szolgával együtt; ennek és lovainak a kiállott ijedtségen kivül mi baja sem lön. Mily borzasztó ereju vala az előszámlált rombolásokat okozta légroham, végre még abból is kitünik, hogy I pinczének homlok és keresztfalát bedöntvén, azon *V* vas ajtót is, mely ezen pinczét a hajlék konyhájától választá el, sarkaiból kiszakította, *S* szobának ablakait és redőzeteit rámástul az udvarra lökte, az egész hajléknak vakolatos padlását a födéllel együtt valamennyire felemelte, miként ez a falak és a fölep által képzett szögletben hátramaradt repedésből kivehető vala. A többi közt igen meglepőnek látszott azon körülmény, hogy egy a konyhába helyezett asztalnak vörös szinü terítőjét a légroham magával a konyhaajtón kiragadván, azt *ikl* görbe úton az udvar magas partjának lejtőjén közel 4 ölnyi magasságban létező akáczfára tekerintette. Mind ezen rombolások által okozott károsodás az illetők által 8000 osztrák értékü forintra becsültetett.

Ezekből áll a szóban levő pinczék beomlási jeleneteinek látlelete, melynek egyszerü előterjesztésével a tek. Akadémia természettudományi osztálya előtt még nem lehet elég téve. A természettudományi osztály kitüzött irányánál fogva igényli, hogy az e helyen tárgyalás alá vont tüneményék ne csak pusztán írassanak le, hanem azoknak valódi, vagy legalább valószinü okai is, ha lehetséges, ismertessenek meg; mert a természettudomány csak ezen az úton vergődhetik elméletileg a kellő kifejlettségre, és csak ezen az úton válhatik gyakorlatilag azon hü és megbecsülhetlen kalauzzá, melynek nyomán a természeti erők hatása alatt bajlódó emberiség azoknak jótékony hatását, anyagi jólétének előmozdítása végett előidézhesse, kártékony befolyásait pedig a körülmények szerint gátolhassa, kikerülhesse, vagy legalább mérsékelhesse. Helyén lészen tehát a leírt pinczeomlást előidéző okoknak kipuhatolásához fogni.

Azon 24—30 lábnyi vastag durvamészrétegre, melybe a kőbányai pinczék vágatnak, miként a leírt beomlás által eredett üreg partjából látható vala, több, s természeténél fogva kevés összetartásu, sőt igen is omlékony földréteg nehezkedik; minthogy felső felülete sem egészen fekmentes, sem egyenes lapot nem képez, hanem többnyire lejtős, s majd le majd fölfelé irányzott hajlásaival hullámzó, igen könnyen megtörténhetik, hogy az épitési anyag kivágása következtében benne támadt és pinczévé alakítandó üregnek minden földtani s bányamérési vezérfonal nélkül megkezdett, és a lehető legnagyobb kizsákmányolás tekintetéből kelletén túl hajtott fekmentes irányu folytatása a kisebb összetartásu felsőbb rétegbe merül, s így az előbb-utóbb bekövetkező omlásnak alkalmul szolgál. Ezen oknál fogva Kőbányának egyes telkein már többször fordúltak elő, de az illetők szerencséjére csak kisebbszerü beomlások, s mint ilyenek a nagy közönség figyelmét többnyire elkerülék. A *Rumpelles Mihály* pinczéinek fönnebb leírt nagyobbszerü beomlása is minden kétség nélkül hasonló körülmény eredményéül tekintendő. Ezen pinczék tudniillik éjszaktól délre lejtő durvamészrétegbe *É* és *ÉNy* közti irányban kivájva levén, üregök a durvamészréteg felső felületéhez mindinkább közeledik; minek következtében a pinczék fölepét képző kőréteg a bejárástól kezdve befelé folytonosan vékonyabb, míg, miként a *q*-nál észlelhető töredezésekből tisztán kivehető vala, már csak 6—18 hüvelyknyi vastagságuv lőn. Azonkivül nem megvetendő befolyást gyakorolhatott á beszakadás előidézésére a pinczéknek általánosan véve igen lapos boltozatot képző fölepe; ez a pinczék 18 lábnyi szélessége mellett többnyire csak 18 hüvelyknyi feszültségi magassággal bírván, sőt helylyel-helylyel inkább egyenes lapot mint boltozatot képezvén, a reá nehezedő tehernek egyideig csak viszonyos szilárdságával szegülhetett ellene, míg a benne gyakran előforduló repedezések a folytonosan ható nagy nyomás alatt szükségképen nagyobbodván és szaporodván, azt a fölötte létező omlékony földtömeg további fentartására képtelenné tevék.

Kijelelve levén a *Rumpelles*-féle pinczék beomlásának okai, nem lészen felesleges azon erő kiszámítását is megkísérleni, melylyel a beomlás pillanatában a pinczék üregéből kifelé rohanó lég az útjába eső tárgyak egy négyszög lábnyi területére hathatott; hogy a beomlás következtében mutatkozott és a figyelmet leginkább megragadó rombolási tünemények is a fürkésző ész foruma előtt lehetőleg okadatolva legyenek. E végett mindenekelőtt a pinczék üregébe beomlott földtömeg által összeszorított lég kifolyási sebessége lészen meghatározandó.

8*

A beomlott pinczékből kirohanó lég sebessége, eredménye levén a beomlás következtében összenyomott lég feszültségének, úgy tekinthető, mintha az bizonyos $h$ magasságu, és az összenyomott léggel egyenlő sürüségü légoszlop nyomása által hozatott volna létre; ezen légoszlop magassága a jelen esetre, melyben a szóban forgó pinczék üregei csövek gyanánt tekintendők, a légmoztani szabályok nyomán *) egyenértékü higanyoszlop magasságában kifejezve leend :

$$h=(b-B)\left[1-\frac{(b-B)}{2B}\right]\frac{m}{d};$$

$B$ a pinczék üregét beomlás előtt betöltő lég, $b$ pedig ugyanazon, de a beomlás pillanatában kisebb térre szorított lég feszültségének megfelelő higanyoszlop magasságát, $m$ a higanynak, $d$ az összeszorúlt légnek sürüségét, a körlég szabványos nyomása és a hévmérsék $0^0$C fok alatt létező közönséges lég egységül vett sürüségéhez képest, jelentvén. Az ekkép kifejezett légoszlop a jelen esetben előforduló mozgási akadályok miatt nem müködhetett egész magasságával a kirohanó lég sebességének létrehozására; mert azon részén kivül, mely a meghatározandó $C$ sebességet eredményezte, egy része a súrlódási, másik része pedig az összehúzódási akadályok által vétetett igénybe. — A $C$ sebességnek megfelelő magasságot $h_I$, a súrlódás legyőzésére müködöttet $h_{II}$, az összehúzódási akadály által elfoglaltat pedig $h_{III}$ betüvel jelelvén, álland :

$$h=h_I+h_{II}+h_{III}.$$

Ezen részletes nyomási magasságokat a $C$ sebességnek megfelelő nyomási magasság mértékében kifejezve, álland :

$$h=\frac{C^2}{2g}+K\frac{C^2}{2g}+K_I\frac{C^2}{2g};\ \text{vagy}\ h=\frac{C^2}{2g}(1+K+K_I),$$

ha $g$ a szabad esés első másodperczére vonatkozó 31 lábnyi sebesedést, $K$ a surlódásból, $K_I$ pedig az összehúzódásból eredett ellenállás együtthatóját jelenti. Ez utólsó egyenletből leend :

$$C=\sqrt{\frac{2gh}{1+K+K_I}};$$

*) Weisbach Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik I. Th. §. 391.

*h* helyett a fönnebb kifejezett értéket helyettesítvén

$$C=\sqrt{\frac{2g(b-B)\left[1-\frac{(b-B)}{2B}\right]\frac{m}{d}}{1+K+K_1}} \quad \ldots (1).$$

A végett, hogy ezen képlet használatával a keresett *C* sebesség bizonyos mértékben, például lábakban, meghatároztathassék, szükséges hogy előbb a gyökjegy alatti tényezők értéke számokban fejeztessék ki, mi, a mennyire a pinczék beomlásának körülményeinél fogva lehetséges, következőleg eszközölhető :

a.) A higany sürüségét jelentő m=10467, ha a szabványos légnyomás és hévmérsék alatti közönséges légnek sürüsége egységül vétetik.

b.) Mi a pinczék üregében a beomlás következtében kisebb térfogatra szorított lég *d* sürüségének kifejezését illeti, az legegyszerübben azon légnyugtani törvény nyomán történhetik, mely szerint állíthatni, hogy a pinczék üregét betöltő légnek beomlás előtti *D* és beomlás utáni *d* sürüségei egymáshoz megfordított viszonyban állanak a megfelelő *V* és *v* térfogatokkal, vagyis :

$$D : d = v : V.$$

Ezen arány a jelen esetben csak azon feltétel alatt fogna állani, ha a pinczék beomlott részeiből kiszorított lég a pinczék épen maradt *v* üregébe minden veszteség nélkül nyomúlt volna össze; minthogy azonban kétséget nem szenved, hogy a legfölebb 2 másodperczig tartó beomlás alatt az összenyomódott légnek egy el nem hanyagolható része, egyrészt a köveket kihordó szekerek számára egészen nyitva tartott $8^1/_2$ láb magas, 11 láb széles *D* nyiláson (1. ábra), másrészt pedig a pinczék szellőzésére szolgáló kéményeken kisurrant, ezen eset annyiba vehető, mintha azon tér, melybe a beomló földtömeg által helyéből kinyomott lég menekült, nem csupán csak a beomlás után épen maradt *v* pinczeüreg, hanem annál valamely *nv* térséggel nagyobb volna; e szerint az imént felhozott arányban *v* helyett v+nv, vagyis v(1+n) teendő lévén, állani fog :

$$D : d = v(1+n) : V; \text{ honnét}$$

$$d = \frac{DV}{v(1+n)} \ldots\ldots\ldots (2).$$

A pinczékben létező lég beomlás előtti *D* sűrűségének számban kifejezése végett szolgáljon a közönséges légnek szabványos hévmérsék és légnyomás alatti sűrüsége egységül mely $0^0$ foki hévmérséket és 336 párisi vonalnyi légköri nyomást feltételez. Minthogy a beomlott pinczék üregében létező lég hévmérséke $11^0,25$ C foknyinak találtatott, a pinczék beomlásakor uralkodott, és a szabványos hévmérsékre áttett légnyomás pedig a budai reáliskolák épületében rendesen feljegyeztetni szokott légsúlymérői észleletek nyomán 335,17 párisi vonalnyi vala, lészen a pinczék üregében létező légnek a szabványos hévmérsékre áttételezett omlás előtti sűrüsége

$$D = \frac{335,17}{336(1+0,00366 \cdot 11,25)} = 0,958 \ldots\ldots\ldots (3).$$

*V* és *v* térfogatoknak meghatározása végett megjegyzendő, hogy a pinczék fölepe egész hosszmentében meglehetősen fekmentes irányu, de talaja a pinczenyilástól kezdve 384 lábnyi távolságig, t. i. a beszakadásig, folytonosan lefelé hajló lejtőt képez; míg bemenetnél a pinczék magassága csak 8,5 lábat tesz, a mondott távolságban már 21,5 lábra rúg; ugyanazon magasságu vala beomlás előtt a beomlott üreg is egész terjedésében. Ezen pinczék ürege általában mielőtt még pinczékké alakíttatott volna, a bemenetelnél is 21,5 lábnyi magassággal bírt, de a kővágásból keletkezett és a bemenet felé hordott omladékkal lassanként annyira feltöltetett, hogy jelenleg a bemenetnél már csak 8,5 lábnyi. Hogy *V*-nek, vagyis a beomlott pinczéknek, és velök beomlás előtt közlekedésben állott egyéb pinczeágaknak összes térfogata meghatároztathassék, tudni való, hogy B, C, F, G, H (1. ábra) betükkel jelelt öt pinczeágnak függélyes hosszmetszete, a bemenettől a leszakadásig abcd (3. ábra) dülény (trapéz) alaku, a beszakadt résznek függélyes hosszmetszete pedig dcef egyenközényt képezett; az előbbinek területét T, a másikét t-vel jelölvén, leend : $T = \left(\frac{ab+dc}{2}\right)ad$; és $t = dc \cdot df$; tehát egy pinczeág függélyes hosszmetszete leend ;

$$T+t=\left(\frac{ab+dc}{2}\right)ad+dc+df.$$

Ezen hosszmetszetet szorozván az egymással párhúzamosan futó öt pincze összes szélességével S-el, és azután a szorozathoz adván a különméretü de közlekedő D, M, N, O, P pinczeágaknak (1. ábra) különösen kiszámított és előlegesen V'-vel jelentett térfogatát, leend a beomlott pinczéknek beomlás előtti egész térfogata :

$$V=S\left[\left(\frac{ab+dc}{2}\right)ad+dc\cdot df\right]+V' \ldots\ldots (4).$$

Ezen térfogatból kivonván a beomlott pinczeüregrész térfogatát, mely nem egyéb, mint $S\cdot dc\cdot df$, a különbség adandja a pinczék üregének beomlás után épen maradott térfogatát, minél fogva :

$$v=S\left(\frac{ab+dc}{2}\right)ad+V' \ldots\ldots\ldots (5).$$

Mivel egy pinczeágnak szélessége 18', öt pinczének öszszes szélessége S=90'; ab=8',5; dc=21',5; ad=384'; df=170'. V' térfogat keletkezvén D, M, N, O, P pinczeágak 690 lábra rugó összes hosszaságának a 18 lábnyi szélességgel, és 8,5 lábnyi magassággal véghez hajtott szorozása által, leend $V'=690\cdot 18\cdot 8{,}5=105570$ köbláb; helyettesítvén e számértékeket a (4) és (5) egyenletekben :

$$V=90\left[\left(\frac{8{,}5+21{,}5}{2}\right)384+21{,}5\cdot 170\right]+105570=952920. (6)$$

$$v=90\left(\frac{8{,}5+21{,}5}{2}\right)384+105570=623970 \ldots\ldots\ldots\ldots (7).$$

Minthogy *nv* kitétel azon légnek térfogatát jelenti, mely a pinczeomlás bevégezte előtt elillant a nélkül, hogy a bekövetkezett romboláshoz feszültségével járúlhatott volna, látni való, hogy abban *n* együtthatónak számértéke egykönnyen pontosan ki nem fejezhető; megelégedhetni, ha az a beomlási körülmények tekintetbe vételével csak némileg megközelíttetik. Tekintve arra, hogy a pinczék üregébe lesüllyedt földtömeg koránt sem töredezett össze, hanem legnagyobb részt egy darabba maradva, és így a maga után hagyott üreget folytonosan jól elzárva tette meg útját, igen valószinü, hogy a nyomás alól menekülő lég csak a pinczék néhány kéményén, és az 1-ső ábrában D-vel jelelt nyiláson szabadúlhatott ki; ennélfogva *nv* térfogatát alig lehet nagyobbnak venni, mint $\frac{v}{10}$, mit feltéve leend $n=\frac{1}{10}$. Ezen értéket a (3), (6) és (7) számu egyenletek értékeivel együtt helyettesítvén a (2) egyenletben, leend :

$$d=\frac{952920\cdot 0,958}{623970(1+0,1)}=\frac{912897,36}{686367}=1,330 \ldots . (8).$$

c.) Kiszámitva lévén a pinczék üregében foglalt légnek a beomlás előtti $D$ és beomlás utáni $d$ sürüsége, azon légnyugtani törvény alapján, mely szerint ugyanazon nemü légben a higanyoszlopok magasságai — a különben egyenlö körülmények mellett — egyenes viszonyban vannak az illető légsürüségekkel, áll a következő arány :

$$B : b=D : d.$$

Lészen tehát a beomlás következtében összenyomott lég feszültségét mérö higanyoszlop magassága :

$$b=\frac{Bd}{D} \ldots \ldots . (9).$$

A pinczék üregében létező légnek beomlás előtti feszültsége ugyanaz vala a vele közlekedő küllég akkori feszültségével, annak mértékéül tehát szorosan véve csak azon higanyoszlop volna tekintendő, mely a pinczék közelében, és velök egyenlő magasságban helyzett légsúlymérőn a beomlási idő alatt észlelhető vala; ennek hiányában azonban nem nagy hiba követtetik el, ha $B$-nek számértékéül a beomlott pinczékkel körül-belül egyenlő magasságon létező budai reáliskola épületében észlelt légsúlymérőn akkoron mutatkozott, és a szabványos hévmérsékre áttett 335,17 párisi vonalnyi =344,39 bécsi vonalnyi =2,3915 bécsi lábnyi higanyoszlop magassága vétetik. Ezen értéket a (9) egyenletben $B$ helyett, $D$ és $d$ helyett pedig a (3) és (8) egyenletekben kifejezett számértékeket helyettesítvén, leend az omlás következtében összenyomott lég feszültségét mérő higanyoszlop magassága :

$$b=\frac{2,3915\cdot 1,330}{0,958}=3',320 \ldots \ldots . (10).$$

Ezen értéke $b$-nek még valamivel nagyobbítandó volna; mert kétséget nem szenved, hogy azon feszültség, melylyel a pinczékből kirohanó lég romboló hatását gyakorlá, ámbátor legnagyobb részint a kiszámított $d$ sürüségének tulajdonítandó, valamennyire mégis a megsürítés következtében magasbra hágott hévmérsék által is növesztetett; de mivel azon alapok, melyeknél fogva a pinczék beomlási pillanatában összenyomott lég hévmérsékének, és attól függö feszültségének emelkedése kiszámíttathatnék, a jelen esetben biztosan nem igen alkalmazhatók, legtanácsosbnak látszik $b$ értékének a mondott tekintetbőli nagyobbításával felhagyni.

d.) A súrlódási ellenállást legyőző magasság együtthatójának, melyet az (1) képletben K-val jelelünk, értéke azon esetre, ha a légfolyás kúpalaku csőben történik, következő egyenlet által fejeztetik ki *):

$$K = \frac{1}{8}\zeta\left[1-\left(\frac{\delta}{\delta_1}\right)^4\right]\text{cotang}\frac{\varphi}{2} \ldots\ldots\ldots (11),$$

melyben $\zeta$ a légsúrlódási együtthatót, $\delta$ a cső kifolyási, $\delta_1$ a cső befolyási nyilásának átmérőjét, $\varphi$ pedig azon szögletet jelenti, melyet a kúpalaku csőnek oldalirányai egymásközt képeznek. Ezen képlet a jelen esetre csak úgy alkalmazható, ha a pinczefolyosó egyentartalmu kúpalaku csővé változtatik át. Egy pinczének keresztmetszete $= ab$ — ha magasságát $a$ szélességét $b$ jelenti — a keresztmetszet kerülete pedig $2(a+b)$. Legyen azon köralaku keresztmetszet, melyre $ab$ átidomítva gondolható, $= \frac{\pi\delta^2}{4}$, ennek átmérője leend $\delta = \frac{\frac{1}{4}\pi\delta^2}{\frac{1}{4}\pi\delta} = \frac{\pi\delta^2}{\pi\delta}$, azaz egyenlő a négyszeres keresztmetszetnek a kerület általi elosztásából eredő hányadoshoz **). Mivel $a = 8',5$, $b = 18'$, leend $ab = 153\square'$; ezen keresztmetszetnek körül-belül $\frac{1}{3}$ része a pinczében létező hordók által vala elfoglalva, azt az egészből kivonván, a szabadon álló keresztmetszet területe leend $= 153 - \frac{153}{3} = 102\square'$. Ezen értéket négyszerezve $\pi\delta^2$ helyébe

---

*) Weisbach Lehrbuch der Ingenieur-Maschinen-Mechanik I. Th. §. 368.

**) Weisbach Lehrbuch der Ingenieur-Maschinen-Mechanik I. Th. §. 364.

tevén, $\pi\delta$ körzetet pedig a pincze illető keresztmetszetének kerületével, vagyis 53 lábbal fejezvén ki, álland:

$$\delta=\frac{4\cdot102}{2(8{,}5+18)}=\frac{408}{53}=7{,}698 \text{ láb} \ldots\ldots\ (\alpha).$$

A pinczefolyosó befolyási nyilásának magassága $=21',5$, szélessége pedig $18'$ levén, ennek keresztmetszete $=387\square'$ leend, melyből az imént felhozott oknál fogva, úgy mint a kifolyási keresztmetszetnél történt, $\frac{153}{3}$ levonatván, leend a befolyási nyilásnak szabad keresztmetszete $=387-\frac{153}{3}$ $=336\square'$. Ezen terület 4-el szorozva és $2(21{,}5+18)=79$ lábnyi kerületével elosztva, az imént követett eljárás nyomán adandja a pinczefolyosó köralakuvá idomított befolyási nyilásának $\delta_{\mathrm{I}}$ átmérőjét, vagyis leend:

$$\delta_{\mathrm{I}}=\frac{4\cdot336}{2(21{,}5+18)}=\frac{1344}{79}=17{,}012 \text{ láb} \ldots\ (\beta).$$

Meglévén az $(\alpha)$ és $(\beta)$ egyenletekben $\delta$ és $\delta_{\mathrm{I}}$ átmérők értéke határozva, álland:

$$\left(\frac{\delta}{\delta_{\mathrm{I}}}\right)^4=\left(\frac{7{,}698}{17{,}012}\right)^4=0{,}4525^4;\ \text{továbbá}$$

$$4\log(0{,}4525)=4(0{,}6556186-1)=0{,}6224744-2;$$

ezen logarnak megfelelő szám pedig $0{,}041925$, tehát:

$$1-\left(\frac{\delta}{\delta_{\mathrm{I}}}\right)^4=1-0{,}041925=0{,}958075 \ldots\ (\gamma).$$

A köralakuvá idomított kifolyási és befolyási nyilások $\delta$ és $\delta_{\mathrm{I}}$ átmérőjénél fogva a pinczefolyosó függélyes hosszmetszetének a 3-dik ábrában látható *abcd* része *mnop* (4-dik ábra) alaku hosszmetszetre változik. Minthogy ezen hosszmetszetben $mq=384'$; $\delta=\mathrm{mn}=\mathrm{qr}=7',698$; $\delta_{\mathrm{I}}=\mathrm{po}=17',012$: leend $\mathrm{pq}=\frac{\mathrm{po}-\mathrm{qr}}{2}=\frac{17{,}012-7{,}698}{2}=4',657$. — Ezen adatok használatával pmq szögnek, vagyis a kúpalaku cső *pm* és *on* oldalirányai által képzett $\varphi$ szöglet felének pótérintője meghatározható, mert:

$$\mathrm{pq}:\mathrm{mq}=1:\operatorname{cotang}\frac{\varphi}{2},\ \text{avagy}$$

$$4{,}657 : 384 = 1 : \mathrm{cotang}\frac{\varphi}{2} ; \text{ tehát}$$

$$\mathrm{cotang}\frac{\varphi}{2} = \frac{384}{4{,}657} = 82{,}4565 \,\ldots\ldots\, (\delta).$$

A légsúrlódási $\zeta$ együttható értékének kipuhatolására csak pontos kísérletek szolgálhatnak alapul. Mivel a csökön vezetett lég súrlódási együtthatójának meghatározása végett eddigelő tett kísérletek kevesbé összhangzók, s mégis igen valószinü, hogy a csöveken vezetett légnél a súrlódás lényegileg azon szabályok szerint történik, mint a víznél: lehet a csövön vezetett légnél is a víz súrlódási együtthatójával élni. Ennek értékét, *Couplet*, *Bossut*, *Du Buat* és *Gueymard* által tett 63 kísérlet nyomán számítva, *Weisbach* a már többször idézett munkájának 365. §-ában következő képlettel fejezi ki:

$$\zeta = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{v}},$$

mely képletben $v$ helyett a még nem ismert ellenállások tekintetbe vétele nélkül kiszámított és meterben kifejezett sebesség teendő. — A jelen esetben az (1) képlet szerint az ellenállások mellőzésével nyert sebesség 604,444 lábnyi, vagyis 191,064748 meternyi; ezt $v$ helyébe tevén, leend:

$$\zeta = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{\sqrt{191{,}064748}} \text{ vagy}$$

$$\zeta = 0{,}01439 + \frac{0{,}0094711}{13{,}822} = 0{,}0150752 \,\ldots\ldots\, (\varepsilon).$$

A ($\gamma$), ($\delta$), ($\varepsilon$) alatt kifejezett számértékeket a (11) egyenletbe helyettesítvén, álland:

$$K = \frac{1}{8} \cdot 0{,}0150752 \cdot 0{,}958075 \cdot 82{,}4565, \text{ kiszámítva}$$

$$K = 0{,}1488657 \,\ldots\ldots\ldots\ldots\, (12).$$

e.) Meghatározandó még a pincze nyilásán kirontott légfolyam összehúzódási együtthatója $K_I$. Ez egyrészt a pinczenyilási és a nyiláshoz közel eső pinczekeresztmetszeti területeknek, másrészt a pinczenyiláson kivül, és a pinczefolyosóban uralgó légfeszültségek egymásközti viszonyától függvén, *Weisbach* többször idézett munkájának 393-dik §-sa nyomán következőleg fejezhető ki : $K_I = 1 - \left(\frac{FB}{Gb}\right)^2$; $F$ a pinczenyilásnak, $G$ a pinczefolyosó említett keresztmetszetének területét, $B$ a pinczenyiláson kivül, $b$ pedig a nyiláson belöl létező lég feszültségét jelelvén. Minthogy $F = 8{,}5 \cdot 7{,}5 = 63'{,}75$; $G = 102'$ a d) pont alatti meghatározás nyomán; $B = 2{,}391$; $b = 3{,}320$: leend

$$K_I = 1 - \left(\frac{63{,}75 \cdot 2{,}391}{102 \cdot 3{,}32}\right)^2 = 1 - 0{,}447^2 = 1 - 0{,}199809 =$$
$$= 0{,}800191 \ldots\ldots\ (13).$$

Ezen értéke $K_I$-nak csak az $A$ és $B$ (1. ábra) pinczenyilásokon kiömlött légfolyam összehúzódására vonatkozik, a $D$ pinczenyilásból kinyomúlt légfolyamra nézve valamennyire különböző $K_{II}$ együttható lészen érvényes, melynek számértéke azon oknál fogva, hogy $D$ nyilásnak területe 93,5 □ lábnyi a $DE$ pinczefolyosó 153 □ lábnyi keresztmetszete pedig a nyilás közelében semmi által sem vala elfoglalva, leend :

$$K_{II} = 1 - \left(\frac{93{,}5 \cdot 2{,}391}{153 \cdot 3{,}32}\right)^2 = 1 - 0{,}4401^2 = 1 - 0{,}193688 =$$
$$= 0{,}806311 \ldots\ldots\ (14).$$

Ha már most az a) pont alatt, és a (8), (10), (12) és (13) egyenletekben kifejezett számértékek az (1) egyenletben helyettesíttetnek, lesz :

$$C = \sqrt{\frac{62(3{,}320-2{,}391)\left[1 - \frac{(3{,}320-2{,}391)}{4{,}782}\right]\frac{10467}{1{,}330}}{1 + 0{,}1488657 + 0{,}800191}}$$
$$= \sqrt{\frac{62 \cdot 0{,}929 \cdot 0{,}806 \cdot 7869{,}9248}{1{,}9490567}}$$
$$= \sqrt{\frac{365353{,}294476}{1{,}9490567}}$$
$$= \sqrt{187451{,}3422} = 432{,}95 \text{ láb} \ldots\ldots\ (15).$$

E szerint az A és B pinczeajtókon kirohanó légfolyamnak 432,95 lábnyi sebessége vala, melynek a nyilástól befelé a pinczenyilás és a pinczefolyosó illető keresztmetszetének viszonya szerint csökkennie kellett. Ha tehát a pincze bizonyos keresztmetszetében létezett sebesség volna kifejezendő, akkor a kiszámított nyilási sebesség a nyilási terület és a felvett keresztmetszet közti viszonynyal lészen még szorozandó; így a pinczefolyosónak kezdete táján, hol a merőleges keresztmetszetnek szabad része még 102 □ lábnyinak vehető, a nyilásnak 63,75□ lábnyi területe mellett leend a légfolyam sebessége:

$$c=432,95\cdot\frac{63,75}{102}=270,59 \text{ láb} \ldots\ldots\ldots (16).$$

*Jegyzék.* A kiszámított $C$ és $c$ sebességek csak az I. osztályu A és B (1. ábra) pinczenyilásokra vonatkoznak. A II. osztályu pinczék D nyilásán kiömlött légfolyamot illető és az előbbiekkel hasonló értelemben vett $C'$ és $c'$ sebességek azon különbség miatt, mely ez és a másik osztályu pinczék nyilásainak méreteiben létezik, különösen $K_{II}$ (14) együttható használatával kiszámítva valamivel kisebbeknek találtattak, nevezet szerint: $C'=432',27$, és $c'=263'68$.

Meg levén azon $c$ sebesség határozva, melylyel a pinczék üregében foglalt légtömeg a beomlás pillanata alatt az említett nyilások felé iramlott, kiszámítható azon erő nagysága is, melylyel valamely útjában létező tárgy felületének 1 □ lábnyi területére hathatott légyen. E végett, kellő tekintettel a moztani törvényekre, a következő képletet használhatni:

$$p=\frac{afsc^2}{g} \ldots\ldots\ldots\ldots (17),$$

melyben $p$ a keresendő erőt, $a$ a körülményekhez mért értékü együtthatót, $f$ az ütköző légrohamnak kitett területet, a jelen esetben 1 □ lábot, $c$ az ütköző légroham jelen esetben már ismert sebességét, $s$ pedig a rohanó légnek egy köbláb alatti súlyát jelenti, mely a *) alatti jegyzék szerint 0,097351 font.

---

*) Mivel pontos mérések nyomán a szabványos hévmérsék és légnyomás alatti közönséges légnek tömöttsége úgy viszonylik a 0° hévmérsékü víznek egységül vett tömöttségéhez, mint 0,001299 : 1-hez, következik, hogy a pinczék beomlása által összenyomott, és a szabad légnél — a szabványos hévmérsék és légnyomás feltétele mellett — 1,33-szor sűrübb légnek 0° hévmérsékü víz iránti tömöttsége leend: 0,001299·1,33=0,001727. Ez szoroztatván a 0° hévmérsékü és egy köbláb alatti víznek 56,3703 fontnyi súlyával, adja a pinczék üregében összeszorúlt lég 1 köblábnyi mennyiségének súlyát; tehát leend s=0,001727·56,3703=0,097351 font.

Mi az *a* együttható értékét illeti, annak a csöveken vezetett folyadékok ütközése körül tett tapasztalatok nyomán a jelen esetben 1-nél kisebbnek, 0,5-nél pedig nagyobbnak kell lenni; vevén a 0,5-hez közelebb eső értéket, legyen a=0,6. Ezen értékeket a (17) képletben helyettesítvén, álland:

$$p=\frac{0{,}6\cdot1\cdot0{,}097351\cdot270{,}59^2}{31}=137{,}95 \text{ font}\ldots(18).$$

Az I. osztályu pinczék folyosójának kezdeténél tehát a beomlás következtében megiramlott lég az útjába eső tárgyak felületének 1 □ lábnyi felületére 137,95 fontnyi erővel hatott. Ekkora hatás elégséges arra, hogy belőle a fenn elősorolt rombolások levezettethessenek.

A *B* és *C* pinczenyilásokat záró vasajtók területe egyenként, az ajtóragaszok kiszakított részét is oda számítva, volt 64 □ lábnyi. A légrohamnak ezen területre gyakorolt egyenes lökése tesz: 64·137,95=8828,8 fontot; nem csuda tehát, ha azon ajtók e nyomás által helyökből kiszakíttatván, összeviszsza görbítve az udvarnak x-el jelelt pontjáig dobattak. — Még könnyebben elbánhatott az említett erejü légroham azon 60 akós üres hordóval, melyet az udvar *c* pontjáig kiragadott magával.

A kidobott 9 lábnyi hosszu, 0,6 lábnyi széles és 0,6 lábnyi magas fenyőfa gerendák súlya, minthogy tömöttségök legfölebb 0,55 lehetett, egyenként vala: 9·0,6·0,6 0,55·56,3 =100,3 font. Mindegyiknek azon felülete, melybe a légroham egyenesen ütközhetett: 9·0,6=5,4 □ láb; tehát az ezen felületre müködő ütés vala: 5,4·137,95=744,93 fontnyi, mely a 100 fontnyi gerendát még azon esetben is kisodorhatta a pinczéből, ha annak fölületére épszögnél jóval is kisebb szög alatt müködött.

Egy emberi alak felületének azon részét, melybe a hátulról fúvó szél ütközhetik, tehetni 3 □ lábra; e szerint a pinczéből menekülni törekvő szerencsétlenek egyenként háromszor 137,95 fontnyi, azaz 413,85 fontnyi lökésnek kitéve levén, lábaikról könnyen lekapathattak, és az önkénytelen haladás alatt egyéb tárgyakkal történt összeütközés által megroncsolt tetemeik a pincze ajtó előtti térnek *c*-vel jelelt pontjáig kilódíttathattak.

A *D* nyiláson (1. ábra) kirohanó légfolyam fönnebb kiszámított sebességének érezhetően kellett csökkennie azon körülménynél fogva, hogy a *B* és *C* pinczefolyosóktól *rs* sziklafal által elkülönített *F*, *G*, *H* folyosókon megindúlt légroham, mielött *D* nyilást elérhette volna, az irányába eső *I*, *K*, *L* pinczeágak homlokfalait maga előtt bedöntvén, és azoknak tágas üregeikben ideiglenesen szétterjedvén, feszültségének és az attól függő eredeti sebességének jelentékeny részét szükségképen elveszté. — Ezen körülménynek tulajdonítható, hogy *Perulán György*, ámbátor *f*-től csaknem *D* nyilásig vettetett, halálosan még sem sebesült meg; valamint az is, hogy a *D* nyilásnál állott víztartó csöbör nem fekmentes irányban taszíttatott ki, hanem a *D* nyilás általellenében létező, s több ölnyi magas partra hajíttatott. Tudniillik a *D* nyiláson kinyomuló légfuvam a *B* és *C* nyilások nagyobb sebességü fuvamába be nem hatolhatván, azt csak fölfelé hajlott kanyarodással kerülheté ki, s így a magával ragadott csöbört a magas partra juttatá.

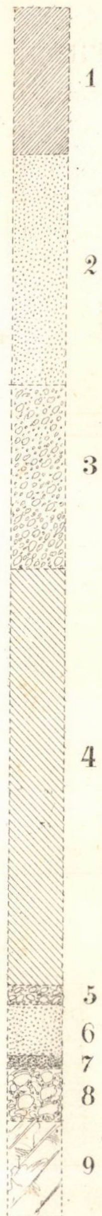
Az, hogy az STU házikó konyhájában létező asztalnak terítője nem az *i* ajtón kiiramló lég irányában ragadtatott ki, hanem ezen irányra nézve oldalvást eső s több ölnyi magasságu partra röpíttetett fel, legvalószinübben onnét értelmezhető, hogy azon két s egymással ellenirányu légfolyamokból, melyeknek egyike a hajlék ablakán és ajtaján *B* és *C* pinczenyilások felé, másika pedig ezektől a hajlék nyilásai felé nyomúlt, szükségképen egy összetett, az udvar tágasb része felé irányúlt, és a magas partok által környezett udvar mélyéből valamennyire felfelé tartó légfolyamnak kelle képződni.

Végre azon meglepő eset, hogy *Adler Gábor* pintérsegéd, és *Kotlik Ferencz* szekeres szolga lovaival együtt a légroham közepette minden sérüléstől mentek maradtak, következőleg fejthető meg: A nevezett egyének nem a pinczék folyosóiban, hanem azokat egymástól elválasztó oszlopok mögött, nevezetesen az első *a*-nál *A* pinczében, második pedig *h*-nál *D* folyosóban állván, a mondott oszlopok által a légroham egyenes hatása ellen védve valának; a légroham oldalhatásai pedig, habár *G* pinczének oszlopai között létezett vékony légfalakat nagyobbrészt bedönteni képesek valának, a nevezettekre nézve kártékonyak azért nem lehetének, mivel az általok elfoglalt hely felé két ellenkező oldalról irányúlván, *a*-nál egymást egészen, *h*-nál pedig legnagyobb részint megsemmisítették.

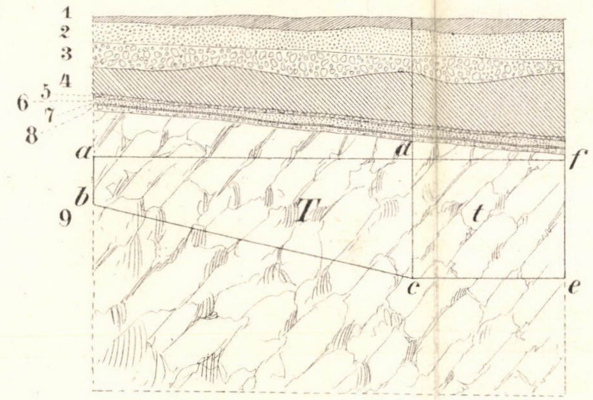
---

A *Rumpelles*-féle pinczék beomlását, és annak egyes következményeit eddig csak mint érdekes természettani tüneményeket tárgyaltuk és értelmeztük, de e mellett egy perczre sem tévesztők szem elől, hogy az egész eset az illető tulajdonost tekintve nagy, az életöket vesztettekre nézve pedig a lehető legnagyobb szerencsétlenség vala, mely által megilletődve igen méltányosnak találjuk, hogy a 3000-et már meghaladó kőbányai lakosok érdekében ezennel a tek. Akadémia természettudományi osztálya előtt közvetlen, de közvetve a kőbányai körülményekre üdvös befolyást gyakorolható városi hatóság előtt komoly megfontolás végett a következő kérdés állíttassék fel: Lehetséges-e az ilyféle szerencsétlenségek további előfordúlhatásának meggátolása, vagy legalább is árthatlanná tétele? E kérdésre, tekintettel levén a tárgyalt beomlásnak felhozott okaira, csak igennel felelhetni; mert kétséget nem szenved, hogy a *Rumpelles*-féle pinczék beszakadása soha sem következett volna be, ha azok, a durvamész-kőréteg lejtősségére kellően figyelve, néhány lábbal mélyebben vágatnak vala ki, és így a fölepüket képző kőréteg elegendő vastagságban hagyatik meg fölöttük. Ennek következtében a kőbányai pinczék és pinczeféle lakhelyeknek a beomlástól való biztosítása alig kívánna egyebet, mint hogy a közbiztosságra felügyelő városi hatóság a mérnöki, vagy építési hivatala által mind a már meglevő, mind az újonnan kivágandó pinczék helyiségein bányamérésileg határoztatná meg a durvamész-kőréteg felső lapjának lejtősségét, vagyis a kőréteg fölött létező porhanyós földréteg legnagyobb vastagságát, és egyszersmind tekintettel a kőréteg szilárdságára, esetről esetre elrendeltetné, mily mélyen essék a kivágandó üreg ívalaku födele a kőréteg leginkább lehajlott felső lapja alá, és mekkora legyen az üreg szélességéhez arányzott ívalaku fölepnek feszültségi magassága. Ha az illetők rovására megtörtént mé-

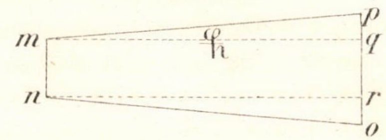
II ábra.



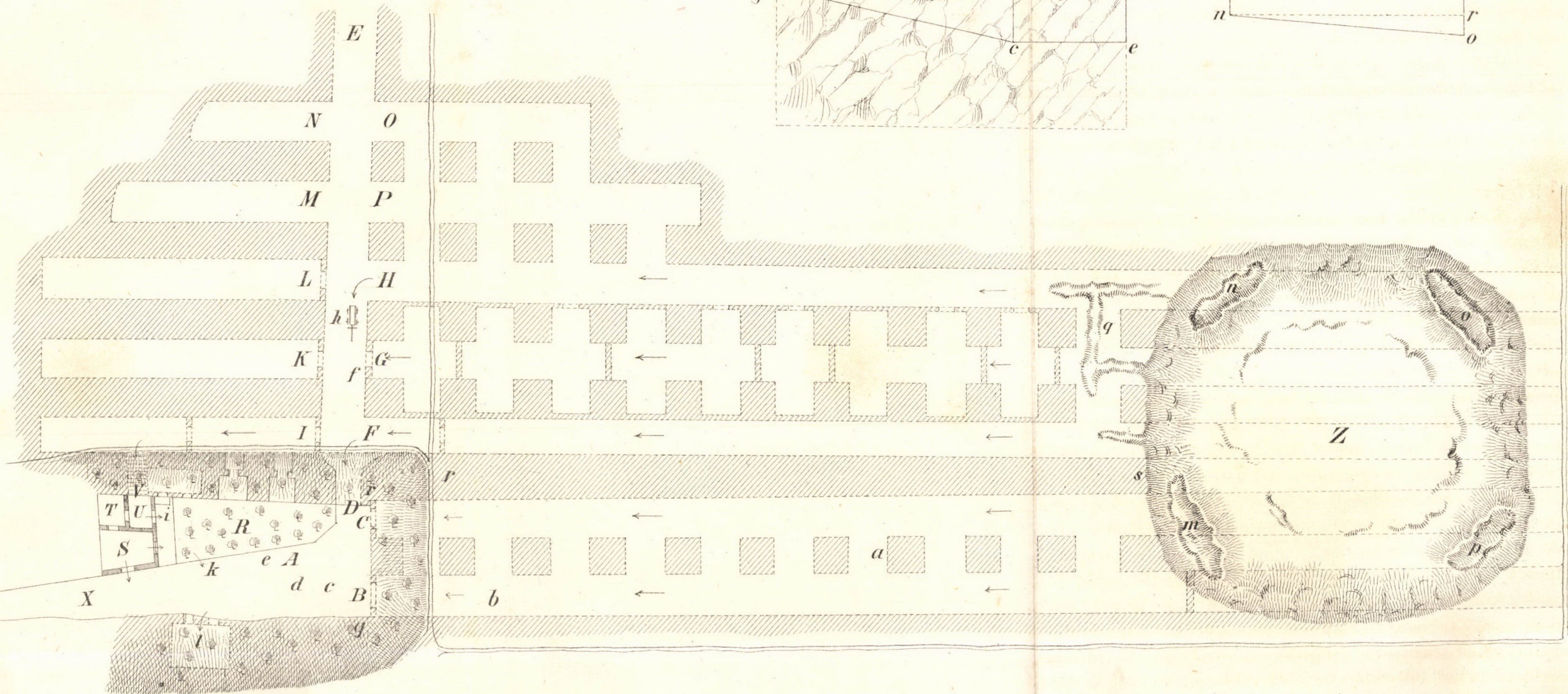

III ábra.




IV ábra.




I ábra.




Nyomt. Rohn és Grund, Pesten 1865.

rések következtében kitünnék, hogy a már meglevő, s mi több, talán még lakhelyül is szolgáló üregeknél a födéllap akár vastagságára, akár ívalakjára nézve az okszerüleg meghatározottnál érezhetőleg alantabb áll: akkor azoknak további használata, a netalán bekövetkezhető szerencsétlenség tekintetéből, azonnal megszüntetendő volna. — A kőbányai pinczék és földalatti lakhelyek ilyféle revisióját méltán igényli azon felebaráti részvét, melylyel az ottani üregekben dolgozó, lakó, s több százra menő szegény sorsu embertársaink iránt tartozunk; kikről elszomorodva mondhatni, hogy számukra nincs egyebütt hely; kiknek, a lelket és testet egyenlően üdítő napvilágot nagyrészben nélkülözve, akár a mindennapi kenyerük megkeresése, akár a napi fáradságaik kipihenése, vagy gyöngélkedéseik kiheverése végett, csak azon dohos párákkal telt földalatti lakhelyeikben tartózkodniok, szóval élniök s halniok kell.

# A RÉGI RÓMAI FONT SÚLYMÉRTÉKÉRŐL.

GYŐRY SÁNDOR R. TAGTÓL.

(Olv. october 16-kán 1863.)

A magyar n. Muzeumban egy régi római emlék találtatik, érczből, négyszög alakú ily felirással:

| Elölap | Hátlap |
|---|---|
| *ΔΕΚΑΔΙ* | *ΔΙΚΑΙ* |
| *ΤΡΟV* | *ΟΝ* |

Ezt Érdy János tiszt. tagtársunk, a magyar n. Muzeum régiség osztályi őre nekem előmutatván, arra szóllított fel, hogy már meg lévén mérve $=5^3/_4=5{,}75$ osztrák font, számítsam ki annak súlyát franczia és angol szemerre vonva. De mivel a feladat, a közhasználatban lévő tizedes számításoktól minden ok nélkül eltérőnek és feleslegesnek látszott, mivel, ha a fontok viszonyait tudjuk, akármelyiket könnyü átváltoztatni arra, a mire akarjuk, még pedig legegyszerübben a kivánt fontra s annak tizedes részeire; ezen észrevételemre azonban azt a feleletet nyertem, hogy az archaeologok a régi fontokat angol és franczia szemerben szokták meghatározni; én is viszont arra kértem tiszti tagtársunkat, hogy közölne velem adatokat, melyekből tudhassam, miért és mi végre? Ezeket kezemhez vévén, csak két lapot sem kellett figyelemmel átolvasnom, azonnal meggyőződtem felőle, hogy a régi római font meghatározására tett eddigi kísérletek és számítások annyira eltérnek egymástól, minél fogva azok közöl vagy csak egy, vagy egy sem lehet igaz. Azután nem mulaszthattam el, hogy ezen eltéréseknek okát, s az ismeretesebb és említésre méltóbb megállapítások hibáit fel ne igyekezném keresni, és ha lehet, kiegyenlíteni. Ezeknek folytában tett elméleteim s észrevételeim egy rövid kis értekezésre nevekedtek, a mint következik.

A régi római font súlymértékét sokan sokféleképen igyekeznek meghatározni, melyek közöl kiváltképen a következők érdemelnek említést.

| | | |
|---|---|---|
| 1.) Romé de l'Isle szerint | . | 6048 par. szemer |
| 2.) Cagnazzi szerint . | . . | 6135,39 |
| 3.) Letronne szerint . | - . | 6136,804 ezüst pénzekből |
| 4.) Letronne szerint . | . . | 6154 arany pénzekből |
| 5.) Paucker és Böckh szerint | | 6165 par. szemer. |

Hogy ezen meghatározások semmi valószinüséggel nem bírnak, első tekintettel láthatjuk, mihelyt azon tetemes eltérésekre vetjük szemeinket, melyek rajtok mutatkoznak.

Böckh és Romé de l'Isle meghatározásai között a különbség (6165—6048)=117 par. szemer; Böckh és Cagnazzi között (6165—6135,39)=29,61 p. sz.; Böckh és Letronne ezüst pénzekből kihozott meghatározásai között (6165—6136,804) =28,196 p. sz,; arany pénzekből (6165—6154)=11 p. sz.

Hogy a rómaiak, kevésbé becses áruczikkeknek mérésében is, annál inkább pénzeik értékének meghatározásában, egymástól ennyire eltérő fontokat használtak volna, mindenki, ha van a mérlegezésekről valami fogalma, könnyen átláthatja.

Ha pedig azon eljárásokat és elméleteket is figyelemre veszszük, melyekre meghatározásaikat alapították, azon meggyőződésre kell jutnunk, hogy azoknak következtében valószinü, és csak türhetőleg összeegyező eredményeket is, sem várni sem kivánni nem lehetett.

Lássuk tehát azon hibákat és tévedéseket, melyeket eljárásaikban s okoskodásaikban elkövettek, elsöben elméletileg és átalánosan.

1.) A mi fő dolog lett volna, tekintetbe sem vették, hogy: mennyi lehet a súlymértékek meghatározásán elkövethető legnagyobb hiba? Biztos kiszámításokat a súlymértékek megállapításában e nélkül nem tehetünk.

2.) A hol bizonytalan adatokra épített, s bizonytalan összevetésekből kihozott számításaik eredményei össze nem egyeztek, azzal segítettek magokon, hogy azoknak arithmetikai közép értékét vették. De az arithmetikai közép értékek használata abban áll, hogy valószinü adatokból még valószinüebbeket hozhassunk ki. Ellenben, ha jó és rosz adatainkat válogatás nélkül egy halomba hányjuk, s azokból arithmetikai közép értéket veszünk, egyátalában nem teszünk egyebet, hanem csak azt, hogy jó és valószinü adatainkat ugyanazon arányban elrontjuk, a miben a roszakat kijavítjuk. Mielőtt tehát nagyobb valószinüség kiszámítására arithmetikai közép értéket használnánk, elébb már az adatoknak is a valószinüség bizonyos fokával kell bírni — a felhozott súlymértékek kiszámításaiban erre sem volt semmi tekintet — noha más részről az is magában világos, hogy akárhány rosz adatokból is semmiféle közép értékkel csak egy jót sem lehet kikövetkeztetni.

3.) Fel sem tehetjük, hogy a rómaiak más mértékkel mérték volna az aranyat, mással ismét az ezüstöt. Mégis Letronne meghatározásai szerint az egyikből kikövetkeztetett font egészen más, mint a másikból; s az eltérés a kettő között olyan nagy, hogy vagy mind a kettőt félre kell vetnünk, vagy csak az egyiket tarthatjuk igaznak. Ez esetben azonban okát kell adnunk miért? Számítóink az aranypénzekből talált súlymértéket tartják valószinübbnek, azt adván okul, hogy az aranyat gondosabban kellett mérni, mint az ezüstöt. De hát mennyire terjedhetett ezen gondosabb mérés? arra is figyelmet kellett volna forditani. Mérleggel nem mérhetünk pontosabban, csak azon bizonyos határig, a meddig mérlegünk biztossága terjed, s erre nézve nem tesz különbséget, akár aranyat, akár ezüstöt, rezet vagy vasat mérjünk vele, s annyi becse az ezüstnek is van, hogy azon lehető szigorral mérjük, a mit mérlegünk képes kimutatni. Ezen ok tehát egyátalában nem elegendő arra, hogy az ezüst pénzekből tett kiszámításokat egészen mellőzzük. A mint hogy

4.) Nem is tesznek kifogást ellene, söt inkább Böckh is okul hozza fel, hogy meghatározásaiban magasabbra nem hágott, mivel úgymond még inkább eltért volna az ezüstpénz megállapitott súlymértékétől. Mondja azt is, hogy Cagnazzi és Letronne meghatározásai között az összeegyezés figyelemre méltó, a mi nem annyira az aranyat, mint az ezüstöt illeti, mivel az ezüstön (6136,804—6135,39)=1,114 p. sz. csak ennyi, — az aranyon ellenben (6154—6136,804)=17,196 p. sz. különbség mutatkozik. S vegyük hozzá még azt is, hogy Letronne a maga meghatározását 1350 darab ezüstből hozta ki, melyek annyival nagyobb valószinüséget mutatnak, minél tetemesebben felülhaladják a megmért aranyok számát: mindezekből azt kellett volna következtetni, hogy az ezüst súlymértéknek sokkal biztosabbnak kell lenni. Ha pedig ezt nem tették, s ily esetekben az arithmetikai közép értékekhez szoktak folyamodni, itten nagyon kinálkozó alkalom lett volna reá, hogy az arany és ezüst között közép értéket vegyenek: $\frac{6154+6136,804}{2}=6145,402$, s ekkor Letronne meghatározását nem kellett volna felebb emelni, söt inkább alább szállitani, melyek szerint a különbség Böckh és Letronne között (6165—6145,402)=19,598 p. szemer.

5.) Noha a feladat megoldására mulhatlanul megkivántatott volna annak felvilágositása, miért van oly tetemes eltérés az arany és ezüst pénzekből kitalált súlymértékek között, mégis ennek felvilágositását meg sem kisértették. E volt az oka annak is, hogy a kettő között melyik legyen igaz, választást tenni nem tudván, midőn mindig csak az arany pénzekből akartak meghatározásokat tenni, mindig több több szövevényekbe bonyolódtak, melyekből ezen meghatározások alapul vételével lehetetlen kibontakozni.

6.) Az sem hihető, hogy miután nagy számú római súlymértékeket mutató emlékek maradtak fenn, — ilyeneket Böckh is 120-on felül hoz fel — ezek között egy sem találkoznék, mely a rómaiak pénzmértékül használt fontját mutatná. De ha azokat az eddigi meghatározásokkal összehasonlítjuk, mindeniken olyan tetemes eltérés mutatkozik, hogy sem egyiket, sem másikat egymással össze nem egyeztethetjük, sem a nekik megfelelő római font súlymértékét emlékeink között fel nem találjuk. Ezek között vannak olyanok, a mik százszorta és még többször nagyobbak annál, a mit el lehetne nézni, s mégis azt hiszik, hogy szépen összeegyező eredményekre akadtak.

A mondottakat, szükségesnek látszik az előttünk fekvő adatokra alkalmazva részletesebben és pontonként felvilágosítani.

1. pont. A mérlegeken elkövethető legnagyobb hiba mennyiségét úgy lehet számba venni, ha előlegesen megállapítjuk azon súly mennyiségét, melynél többel nem szoktuk s nem akarjuk némely méréseknél mérlegeinket megterhelni. Azután ezen megállapított súlylyal mérlegünk mindkét serpenyőjét tökéletes egyensúlyba hozván, a megmért teherhez csak annyi csekély terhet még hozzá vetünk, a mi csupán arra legyen elégséges, hogy olyan kis billenést (Ausschlag) okozzon, a miből már tapasztalatilag észrevehetjük, hogy az egyensúly helyéből kimozdult. Ekkor azon parányi súlymérték, mely elégséges volt az egyensúly megháborítására, ismeretes lévén előttünk, ugyanaz, kisebb terhek megmérésénél az egyensúly megháborítására annyival inkább elégséges leend, mivel kisebb terhek megmérésénél a zsurlódásból keletkező ellenhatás is kevesebbedik. Mindazonáltal nem tökéletesen azon arányban, miben a megmért súly kevesbedik, mivel a mérleg súlya, melylyel a forgás tengelyére nehezül, állandóul mindig ugyanaz marad. De ha még ezt is tekintetbe vennők, akkor nem csak minden külön esetet, hanem egyszersmind valahány mérlegre nézve mindeniket, külön ki kellene számítgatnunk. A minek elkerülésére elégséges csak az

elkövethető legnagyobb hibát kiszámítani, a többiekre nézve úgy is mindenkor könnyen elitélhetjük, ha túl mentünk-e rajta, vagy alább maradtunk nála. Ilyen tapasztalgatásokból kitünt, hogy a mi gondosabban készített, középszerü jóságu mérlegeink, körül-belöl 5 fonton és azon alól, a megmért súlynak legalább $\frac{1}{60000}$-ed részét kimutatják. De vannak ezeknél sokkal tökéletesebbek is, úgy hogy azokon tízszer, százszor, söt még többször kevesebb eltérések is észrevehetők.

Nem leszünk tehát túlzók kivánatainkban, ha azt mondjuk, hogy kivált az arany és ezüst pénzek megmérésére a rómaiak is tudtak olyan mérlegeket késziteni, s azokat úgy használni, hogy például egy bécsi fonton és azon alól, a megmért nehézségnek $\frac{1}{60000}$-ed részénél nagyobb hibát nem követtek el, mely is teszen $\frac{7648}{60000}$=0,1747 bécsi =0,24039 p. szemert. Ennyire számíthatjuk tehát egyátalában nem túlzó szigorral a római pénzverő műhelyekben használt mérlegeken elkövethető legnagyobb hibát, melyet összehasonlításaink alapjául tévén :

Letronne szerint az arany és ezüst pénzekből kihozott megállapításokon találtató eltérés (6154—6136,8)=17,2 par. szemer, azaz : 85-ször nagyobb,

Böckh szerint: (6165—6136,8)=28,2 par. szemer, azaz: 141-szer nagyobb annál, a mit a római mérlegeken valószinüleg legfelebb is el lehetett volna követni.

2. pont. Cagnazzi a Herculanumi ásatások alkalmával feltalált négy súlymértékből, s az arithmetikai középértékek helytelen alkalmazásával igy számít :

A nevezett súlymértékek — l. Böckh Metrologische Untersuchungen sat. . . . . . Berlin 1838 — következők :

| | | | egy font. | |
|---|---|---|---|---|
| Tíz fontos . . . . . . | 3258 | gramma | =6133,9 | p. szem. |
| Tíz fontos . . . . . . | 3285 | „ | =6184,7 | „ |
| Két darab tíz fontos, egyik | 3232 | „ | =6084,9 | „ |
| Egy db két fontosból, tíz font | 3260 | „ | =6137,7 | „ |

Összesen . . 13035 melyekből esik egy fontra 325,88 gramma =6135,39 par. szemer.

Ezen számításnak, hogy könnyen felfogható példával világosítsam, igen nagy hasonlatossága van azzal, mintha valaki Pesten négy ház magasságát megmérné, s abból arithmetikai közép értéket vévén, azt következtetné belőle, hogy Magyarországon egy ház magasságának ekkorának kell lenni. Söt következtetése némileg ennél is alaptalanabb, mert Herculanum csakugyan kisebb része volt a római birodalomnak, mint Pest Magyarországnak. Hát az miképen lehet, hogy ezen egymástól igen eltérő, s mint hiszik más meg más áruczikkek, pl. só, olaj, kenyér, hús . . . sat. megmérésére használt fontokból, ha azokat összeadjuk s közép értékét veszszük, arany és ezüst pénzmérték válhassék. Számításainak csak akkor volna alapjok, ha meg tudná mutatni, hogy csupán Herculánumban találtattak igaz mértékek, az egész római birodalomban másutt sehol sem; s ha a felhozott mértékek annyira összeegyeznének egymással, hogy mind a négyet egész valószinüséggel ugyanazon egy mértéknek lehetne tartani; és még ezeken kivül az arany és ezüst pénzekből kitalált súlymértékekkel is annyira összeegyeznének, hogy a mutatkozó csekély eltérést nem lehetne a mérlegeken elkövethető legnagyobb hibának tulajdonítani. Ha ezeket tekintetbe nem veszszük, semmi sem gátol bennünket, hogy valamennyi eddig feltalált és még ezután feltalálandó súlymértékeket hármanként, négyenként, ötönként . . . . sat. összeszámítsuk, s azoknak középértékét vegyük. De hiszen így soha sem érnénk véget számolgatásainkban, s mind a mellett egyetlen egy valószinü eredményre sem akadnánk soha. Mégis Böckh tekintélyképen hivatkozik reájok, mert nem csak ismételve figyelmeztet bennünket Cagnazzi és Letronne meghatározásainak összeegyezésére — a mi ha úgy volna sem lehetne egyéb, mint történetes — s nem csak az ezüst pénzekre nézve, a mi megengedhetőbb volna, hanem az aranyra nézve is a 163-dik lapon, a hol azt mondja, hogy Letronne számításai szerint 6154 vagy kerek számmal 6160 par. szemer keveset különbözik Cagnazziétől, holott : (6154—6135,39)=23,31 par. szemer 116-szor nagyobb eltérés, mint el lehetne nézni. Megemlíthetjük azt is, hogy Letronne számjait 6154-ről, kerek szám kedvéért igen könnyedén 6160-ra emeli, noha már csak ez is, 30-szorta nagyobb a tekintet nélkül hagyható eltérésnél. Miért nem inkább 6150, ez is kerek szám volna, s közelebb járna mind Letronnehoz, mind Cagnazzihoz, mind az ezüst font mértékéhez. Alább pedig ismét ezen szavakkal hivatkozik reá „több okokból, kiváltképen pedig Cagnazzi súlymértékeit tekintve, tanácsosabb 6165 par. szemernél megállapodni“ sat.

A mi továbbá az ő saját megállapításait illeti, egyszerüen, mint mondja, így számít : A szabad köztársaság vert arany pénzeiből tett kiszámítások szerint Letronne adatai után, esik egy fontra 6167,16 par. szemer. A Constantin idejebeliekből : 6162,933... melyekből középértékkel : 6165,047. De ha már Letronne adataiból számított, mégis azétól ennyire eltérő eredményeket hozott ki, érdemes lett volna legalább kimutatni, miben hibázott Letronne? miért nem egyezik össze az ő számításaival, s miért jobb az övé mint amaz? Ezek mellett meg sem említvén, hogy a közép érték, az ő számításaiban sem, nagyobb valószinüség elérhetése végett használtatik, hanem csupán önkénytes felvételre alapúl. Nagyobb valószinüség minden esetre inkább Constantin, mint a szabad köztársaság idejére mutatkozik, s mindkettő nagyobb lévén az igaz értéknél, annál fogva a középérték =6165,047 távolabb jár az igaz értéktől mint a kisebbik =6162,933.

3. pont. Lehetetlen feltennünk, hogy a rómaiak az aranyat más mérleggel mérték volna mint az ezüstöt. Mert ha olyan mérleget tudtak késziteni, melylyel az aranyat elegendő biztossággal meg tudták mérni, még inkább mérhettek vele ezüstöt, s miért készítettek volna mást, ennél akár jobbat akár roszabbat. Ha pedig mindkettőt ugyanazon mérleggel mérték, ismét lehetetlen feltenni, hogy más fontot használtak az ezüst megméréséhez, mást az aranyhoz, még lehetetlenebb,

hogy az aranyat bővebben mérték volna mint az ezüstöt. Azaz : ezüstből csak 6136,8 par. szemert számították, aranyból pedig 6154-et, egy fontra. Mind ezeket, ha következetesek akarunk lenni, kétségen kivül tekintetbe kell vennünk, melyekből önkényt következik : hogy az ezüst és arany fontjának ugyanazon súlymértékünek kellett lenni. De azt az eddig végrehajtott számítások akármelyikéből sem úgy találjuk, hanem az arany font mindig és mindenkor tetemesen nagyobbnak mutatkozik az ezüstnél, következőleg mivel mind a kettő nem lehet igaz, csak egyiknek kell igaznak lenni. Úgy de, magok az arany pénzekből tett kiszámítások is annyira eltérnek egymástól, hogy azokat a mérlegezésben elkövethető hibáknak egyátalában nem tulajdoníthatjuk, mert az e részben elkövethető legnagyobb hibát is sokszorosan felülhaladják, ezeket tehát kétségtelenül félre kell vetnünk. Hátra volna, hogy az ezüst pénzekből kiszámított súlymértékekre nézve tegyünk ismételt vizsgálatokat, mert ha azokat kielégitőleg összeegyezőknek fogjuk találni, hiába mondjuk, hogy az aranyat tökéletesebben mérték mint az ezüstöt, mert ezen különben is csak ráfogásból származott s könnyen megczáfolható ok ellenére, a kétségbe vonhatatlan adatok útmutatása szerint azt kellene mondanunk, hogy az ezüstöt mérték pontosabban és az ezüst pénzek kiszámításából nyert súlymértéket kell a valóságos római font súlymértékének elismernünk. Mindazonáltal az újra ismétlés fáradalmaitól könnyen felmenthetjük magunkat, ha meggondoljuk egy részről azt, hogy Letronne 1350 darab ezüst pénzt vévén vizsgálat alá, ennyi adatból minden bizonynyal olyan pontossággal meghatározhatta az ezüst font súlymértékét, melynél többet másoktól sem várhatunk; más részről azt, hogy az ellen még eddig senki sem tett kifogásokat, a mik eddig tétettek, mindazok az arany pénzekből kihozott súlymértékeket illetik, s egyedül azoknak hihetősége és valószinüsége ellen bizonyítanak. Ezen megczáfolhatatlan okoknál fogva tehát, az igazi római font súlymértékét, úgy mint Letronne az ezüst pénzekből találta, előlegesen 6136,8 par. szemerre tehetjük.

4. pont. Annyival feltünőbb tehát, hogy noha Letronnenak ezen kiszámításait, a melyeket az ezüst pénzek öszveha-

sonlítására alapított, nem csak meg nem czáfolta, sőt senki kétségbe sem hozta soha, mégis mindenki mellőzte, és senkinek eszébe sem jutott, hogy ez is lehetne, vagy ehez közel járónak kellene lenni a római font súlymértékének; hanem azon alaptalan nézet, hogy az aranyat pontosabban mérték mint az ezüstöt, annyira erőt vett: minél fogva mindig csak az arany pénzekből akartak megállapításokat tenni, daczára annak, hogy számításaik eredményeit soha sem tudták egymással öszveegyeztetni. Az is feltünő, hogy ha nem kételkedhetünk benne, hogy mind az ezüst mind az arany ugyanazon egy fonttal és mérleggel méretett, következőleg mind az egyikből mind a másikból nyert eredménynek egymással egyenlőnek kellene lenni; ezen első tekintetre szembe ötlő észrevételt sem az elkövetett hibák kiegyenlítésére, sem a nagyobb valószínüség kimutatására nem használták. Az elsőt azzal érhették volna el, ha a kettő között közép értéket vettek volna, mint mindenütt tették a hol nem kellett és nem lehetett; a másikat azzal, ha nagyobb valószinüséget azon számításaiknak tulajdonítottak volna, melyekben a római font ezüst és arany súlymértéke legközelebb jár egymáshoz, vagy ha az ezüst fontokat öszveegyezőbbeknek találják, azok mellett maradtak volna.

Felhozott példánkban az 1. pont alatt mondottuk, hogy ha a köztársaság arany pénzeiből 6167,16, a Constantin idejéből pedig 6162,933.. súlyérték következik, úgy a nagyobb valószinüség Constantin idejére mutat, mert az ekkori súlyérték közelebb jár az ezüstéhez mint amaz, s e mellett csaknem kétségbevonhatatlan, hogy a köztársasági pénzverés idejétől fogva Constantinig a rómaiak könnyen tehettek annyi előmenetelt mind a mérlegek javításában, mind a pénzverésben, melylyel minden fonton 4 par szemer megkíméltethetett. A köztársaság pénzei apróbbak voltak, az egy scrupulus nehézségüekből 288; két scrupulusuból 144 sat. ment egy fontra, ahoz képest ezekben a hibák is sokszorozódtak, sat. Itten tehát egyátalában nincs helyén a középérték, mert azzal: =6175,047 nem közelítünk, hanem még inkább eltávozunk az ezüst súlymértékétől mint 6162,933-al. Innét látható az is, hogy minden eddigi számítások között Letronne mellett legnagyobb valószinüség kezeskedik, mert az arany és ezüst eltérése ezekben legkevesebb, a többiekben együl egyig nagyobb eltérésekre akadunk. Lehet, hogy még ezeket is lehetne és kellene közelebb hozni egymáshoz, mivel azonban a meglevő adatok közé nem akarunk önkénytes felvételeket vegyíteni, Letronne számjai mellett maradunk, melyek szerint az aranypénzekből megállapítható súlymérték minden egyebeknél nagyobb valószinüséggel =6154 par. szemer.

De ha már Letronne szerint is, az arany és ezüst súlymértékek között olyan tetemes eltérésre akadunk, mely a mérlegek tökéletlenségéből semmiképen sem származhatott — mások szerint még több — elkerülhetetlenül az a kérdés adja magát elő, miért van ez így?

5. pont. Mikor arany pénzről beszélünk, a máig divatozó müszó értelmében is, mindig teljes súlyút (vollwichtig) értünk alatta, vagyis igazabban szólván olyat, a mi, ha bár észrevehetetlen, sőt a mi igen tökéletes mérlegeinken alig számbavétethető csekélységgel is nagyobb legyen az elméletileg megállapított súlymértéknél. Ugyanis mivel az elméletileg megállapított súlyt tökéletesen megmérni lehetetlen, annak elérhetésére, hogy a vert aranyak együl egyig teljes súlyuak legyenek, nincs más mód, hanem hogy mindegyik azon csekélységgel, melyet még a mérleg kimutatni képes, nagyobb súlyúnak veressék. Valameddig a mérleg mutatója tökéletesen 0 ponton áll, soha sem mondhatjuk, hogy az arany teljes sulyu, hanem csak azt, hogy épen azon hihetőséggel lehet több mint kevesebb súlyu azon csekélységgel, melyet már mérlegünk nem képes kimutatni. Ilyen esetben tehát bizonyos és tetemes számu arany pénzek között szintannyi számmal lehetnek a hiányos mint a teljes súlymértéküek. Megkivántatik tehát, hogy a mutatónak legalább annyi elbillenése (ausschlag) legyen, melyből meg lehessen itélni, hogy az arany valósággal teljes súlyu, különben a hiányosokat a hozzáértők egész értékben el nem fogadják, a mi csak a vert arany pénzek hitelét csökkentené, s káros hatással lehetne azoknak forgalmi értékére. Az ezüstre nézve egészen másképen van a dolog, mert ezeket nem igen szokás mérlegre vetni teljes súlyuak-e vagy nem; és ha közöttök némelyik igen csekély-

séggel többnek, másik ugyanannyival kevesebbnek találtatik is, ennek az ezüst csekélyebb becsénél fogva a pénz értékére nem levén befolyása, aggodalom nélkül elfogadhatjuk mind a kettőt azon értékben, melyben verettek és forgalomba jöttek.

Ha ezek nem épen így volnának is a mi igen tökéletes mérlegeink használata közben, mint itt tisztán elméletileg ki kellett fejtenünk, annak oka az, mert ezeknek használata mellett, ha a mutató 0 ponton áll is, olyan pontosságot érhetünk el velök, hogy a hiány vagy felesleg aranyaink értékéhez képest egészen elenyészik; de hogy a rómaiaknál másképen volt a dolog, mutatják azon eltérések, melyek az arany és ezüst pénzek súlymértékeinek kiszámításaiból világosan kitünnek; mutatják azon utasító rendeletek is, melyek a mérlegezőknek (ponderatores) adattak, hogy a fizetések és tartozások kiegyenlítésére az aranypénzeket mérlegre vessék, s melyekre nem lett volna szükség, ha egyenlő számu aranyat mindig egyenlően ugyanazon értékben kellett volna beszámítani és elfogadni.

Ezekből már most általláthatjuk, miért kell az arany pénzekből kiszámított súlymértékeknek tetemesen nagyobbaknak lenni az ezüstből kiszámítottakénál. Azért tudniillik, mivel: hogy aranyaikat a megállapitott értékben forgalomban tarthassák, azokat úgy kellett veretniök, hogy mindegyik teljes súlyu legyen, a mit csak az által érhettek el, ha azon csekély különbséggel, melynél már kisebbet mérlegeik nem voltak képesek kimutatni, mindeniket nagyobb súlyunak verették; ezen csekélység azonban ha egy egy darabon észrevehető nem volt is, mivel egy fontra több darab, pl. hetvenkettő ment, ugyanennnyiszer sokszoroztatván érezhető eltérést okozhatott, s ugyanezt számításainknak is ki kell mutatni.

Általláthatjuk azt is, miért kisebbek az ezüst pénzekből kiszámított súlyértékek s miért biztosabbak is egyszersmind? Azért, mert az ezüst pénzek veretése közben nem kellett arra ügyelni, hogy ezek is együl egyig teljes súlyuak legyenek, hanem átalánosan véve, ha azoknak egyikét annyi különbséggel, a mennyit már mérlegeiken észre nem vehettek, nagyobbra, ugyanazon okból a másikat kisebbre verték, melynél fogva az ezüst pénzeken semmi súlynagyobbítás nem történvén, ezekből tett kiszámításaink szerint kitalált súlymértékünknek kevesebbnek kell lenni; és mivel ha több darabot öszveszámítunk, azok között körülbelül ugyanannyi nagyobb, mint kevesebb súlyu darabok találtathatnak, s egyiknek feleslege a másiknak hiányát helyreüti, kiszámításaink eredményei körülbelül a régi római font valóságos értékével öszve fognak egyezni.

Van még egy körülmény — a mit ha következtetéseim fonalát félbe akartam volna szakítani, elébb kell vala említenem — mely az arany pénzekből kikövetkeztetett súlymértékek bizonytalanságát ismételve kitünteti, s arra van befolyással, hogy azokat a valónál felebb emeljük. Az arany, ha mint vert pénz forgásban van is, soha sem szünik meg nyerészkedés tárgya lenni, a mi még sokkal inkább úgy lehetett a rómaiak idejében, midőn még azt koránt sem tudták olyan pontossággal megmérni mint most. Igen természetes volt tehát, hogy a kik az aranyakat félre rakták s egyszersmind azok súly szerinti becsének meghatározásához is értettek, e végre a teljesebb súlyuakat választották, s így ezek maradtak ki legelébb és leginkább a forgalomból, s ezek azok, melyek most kezeinken forognak s kiválólag a római font súlymértékének meghatározására alapul szolgálnak. Számítóink ugyanis attól tartván, hogy azok, melyek már kézben forgottaknak látszottak, megkopás miatt könnyen hiányos súlyuak lehetnek, ezen hibát akarván eltávoztatni, mindig azokat választották, melyek legkevesbbé voltak forgásban s csaknem új veretüeknek mutatkoztak; vagyis azokat, melyek előbocsátott figyelmeztetéseinknél fogva nagyobb súlyuak lévén a többinél, azokat a pénztőzsérek félre rakták, őrizgették s a forgalomból tartósan félrevonták. Ezenkivül némelyek az ilyen jól megőrzött aranyokból is csak nehányat vettek számításaik alapjául, ki többet, ki kevesebbet, a mennyit öszve tudtak szerezni, némelyek egyet-kettőt, még pedig választékosan mindig a legnagyobb súlyuakat, ezeket azután, minthogy nem tettek egy egész fontot, annyiszor kellett sokszorozni, hogy számításaikból egy egész font értéke kikerüljön, minek következtében ugyanannyiszor sokszorozták az egyes darabokon elkövetett hibákat is. Hogy az ilyen számítások sem egymással öszve nem egyezhettek, sem bíztos eredményekre nem vezethettek, első tekintetre világos. Maga Letronne is így válogatta öszve a legjobban megőrizett arany pénzeket, annálfogva nagyon hihető, hogy az ő meghatározásait is alább kellene szállítani; de mivel a mint mondottuk önkénytes felvételeket nem akarunk lehozataink közé vegyíteni, az ő adatai mellett maradunk. A mi az ezüst pénzeket illeti, ezek ellen könnyen látható és már említett okokból efféle kifogásokat sem tehetünk.

6. pont. Végezetre csaknem hihetetlennek mondottuk, hogy annyi felmaradott emlékek között egy sem találtatnék, mely azon valóságos római font súlymértéke volna, melyet a rómaiak pénzeik értékének megállapítására s azok viszonyainak kimutatására használtak. Erről a tudósok magok is meg vannak győződve, azért keresgélik régi emlékeik között, csakhogy az egyenesen reá vezető útat tévesztették el. Ha pedig csakugyan találtatik egy, kettő vagy több, azoknak okvetetlenül ezen két megismertető jellel kell bírniok, melyeknek egyike, hogy: egymással minél pontosabban összeegyezzenek, mert a pénz értéke az egész birodalomban átalánosan egyenlő lévén, a pénz súlymértékének is az egész birodalomban ugyanannak kellett lenni; másika az, hogy kiszámításainkkal is a kimutatható legnagyobb valószinüséggel összeegyezzenek, mert kiszámításainkkal épen ezen valószinüséget keressük, és ha azt bennök fel nem találjuk, ki sem mutathatjuk. Valamig ilyen emléket kimutatni nem tudunk, számítgatásaink bármily valószinüséggel bírjanak is különben, soha sem lehetnek egyebek, mint elméleti hihetőségek, melyeknek valóságos tárgyát sehol fel nem találjuk. Olyan emlékek, melyekben az egyik ismertető jegyet, hogy egymással lehetőleg összeegyezzenek, némileg feltaláljuk, Böckh elősorolása szerint következők lehetnének:

164-dik lapon 3258 gramma =6133,9 par. szemer. 3260 gramma =6137,7 par. szemer; honnét: (6137,78—6133,9)=3,8 par. szemer.

172-dik lapon: (5907,4—5904)=3,4 par. szemer; (5944,3—5943)=1,3 par. szemer. De ez utóbbiak annyira eltérnek számításainktól, hogy azokat pénzek súlymértékének egyátalában nem tarthatjuk.

Nem marad hát fel egyéb mint az, hogy a római font súlya csak a fentebbiek közül egyik vagy másik lehetett, azaz : vagy, 6133,9 vagy, 6137,7 par. szemer., melyeket Letronne számításai szerint az ezüst pénzekből kitalált súlymértékkel =6136,8 összehasonlítván találjuk : (6136,8—6133,9) =2,9 par. szemer. (6137,7—6136,8)=0,9. Ez utóbbin tehát oly csekély eltérés mutatkozik, minél kevesebbet ilyen tapogatódzó számításoknál sem várni sem kivánni nem lehet. Minél fogva közvetlenül feltalált adatunk nyomán a római font súlyát 6137,7 par. szemernek oly biztossággal megállapíthatjuk, hogy az utolsó szemer számértékét is alig vonhatjuk kétségbe.

Ezen megállapítások után menjünk át részletesebb vizsgálatokra.

A Constantin idejebeli aranyokból egy fontra 72 ment Kellene tehát lenni egy darab arany súlyának $\frac{6137,7}{72}=85,246$ p. sz. De mivel azon elméleti tökélyt, hogy minden darab tökéletesen annyi legyen, mint előlegesen kiszámították, nemcsak az ő mérlegeikkel, hanem semmifélével sem lehetne elérni, és ha megkísértették volna is, csak az lett volna belőle, hogy pénzverő műhelyeikből körül-belül annyi számu ennél több, mint ennél kevesebb súlyu arany került volna ki, ehez képest, ha arany pénzeik hitelét mindenesetre fel akarták tartani, nem tehettek egyebet, hanem átalánosan véve inkább valamivel több, mint kevesebb súlyu aranyakat kellett veretniök. Mivel pedig ez veszteséggel járt, további feladatuk az volt, hogy minden darabot csak annyival tegyenek súlyosabbá, a mennyi mulhatatlanul megkivántatik reá, hogy egyik se legyen kisebb, hanem inkább valamivel nagyobb súlyu a megállapítottnál. Ezen feladatot elméletileg így fejthették meg. A megállapított súlyra =85,246 ráadtak még valamit, a mi csak arra volt elégséges, hogy szemmértékkel tisztán felvehető elbillenést okozzon, azután azt mondották, ennyit adunk minden darabra, s minthogy egy fontból 72 darabnak kell kitelni, egy fontra 72-szer ennyit, de azután viszont megkivánjuk, hogy minden darab teljes súlyu legyen — a többi a pénzverők dolga. — Ezeknek viszont már most csak arra kellett vigyázni, hogy szemmértékök szerint minden darab elbillenést okozzon, vagy pedig: mérlegökbe vetették a még megkivántató csekély súlyt is, azután azt nézték, hogy a mutató mindig 0 ponton állapodjék meg. Úgy de ezen elbillenések és megállapodások kivált szemmértékre még sem lehettek tökéletesen egyenlők, a mit annyival inkább nem lehetett kivánni tőlök, hogy sem *noniusz*-aik, sem nagyító üvegeik nem voltak, s ha lettek volna is, ezeknek használata a munka folyamatát késleltette volna — ha pedig nem voltak tökéletesen egyenlők, vert pénzeik súlyának is hol kisebbnek, hol nagyobbnak kellett lenni, mint a közép értékü teljes súly. Gyakorlatilag még könnyebben áteshettek rajta. Ki vertek egy vagy több font aranyat teljes súlyuaknak azon csekély elbillenéssel, mely mérlegeiken már szemmel észrevehetőnek tapasztaltatott. Azoknak fontját az igaz fonttal összehasonlítván azt mondották: a mennyivel több a teljes súlyu aranyok fontja az igaz fontnál, annyit kell minden fontra ráadni, különben teljes súlyu aranyokat nem verhetünk. Letronne sem tett egyebet, hanem az arany pénzekből számította ki egy font arany súlyát, melyből már most, ha az igaz fontot kivonjuk, fel fogjuk találni, mennyit számítottak a rómaiak minden fontra, hogy teljes súlyu aranyokat verethessenek.

Mennyivel kellett már most ezeknek következtében, minden darab aranynak elméletileg megállapított súlyát =85,246 par. szemert nevelni, minél fogva méltán megkivánhassák, hogy pénzverő műhelyeikből egy hiányos súlyu se kerüljön ki, egyenesen mérlegeik érzékenységétől vagy pontosságától függött. Mert a forgalomban csak a teljes súlyuak vétetnek el teljes értékben, a mennyiben pedig a voltaképen megkivántató súlynál mégis valami csekélységgel mindenesetre nagyobbak, azt a közönséges adás-vevés közben nem lehet beszámítani. Innét világos lévén, hogy a teljes súlyu aranyok veretése veszteséggel jár, csak a veszteséget nagyobbítanánk minden ok nélkül, ha több pótlékot adnánk reá annál, a mit mérlegünk képes kimutatni. — Ezeknek nyomán a ránk maradott és ismeretünkre jutott arany pénzekből. mind a római mérlegek pontosságát, mind a teljes súlyu aranyok veretéséből származott veszteséget, mind azon szélső határokat, melyek közé kellett a római aranyok súlyának foglaltatni, s melyeknél egyiknek sem volt szabad kisebbnek és nagyobbnak lenni, eddigi adatainkból nem leszen nehéz kiszámítni.

a.) Letronne szerint a római arany pénzekből kiszámított font teszen 6154 par. szemert, holott ennek sem kellene többnek lenni egy ezüst fontnál $=6137{,}7$ par. szemer. Az elsőből egy arany súlyát találjuk : $\frac{6154}{72}=85{,}4712$, az utóbbiból : $\frac{6137{,}7}{72}=85{,}246$. Ennyinek kellene egy arany valóságos súlyának lenni, s minthogy $(85{,}4712-85{,}246)=0{,}2252$ par. szemer. ennyit adtak középszámmal minden darab aranyra, a minek már az ő mérlegeiken is észrevehetőnek kellett lenni.

Mi pedig előlegesen azon felvételből indúltunk ki, hogy az ő mérlegeik is kimutathatták egy osztrák font $\frac{1}{60000}$-ed részét $=0{,}24039$ p. sz. Innét az következik, hogy mérlegeik ennél érzékenyebbek lehettek ugyan, mert az osztrák font $\frac{1}{60000}$-edrészének $\frac{2252}{24039}$-ed részét, azaz $\frac{2252}{60000\times2403{,}9}=$ $\frac{1}{64047}$-ed részét is kimutatták, — de még ez, a mi mérlegeink pontosságától, ha csak azokkal hasonlítjuk is össze, melyek átalánosan véve egy milligrammot, azaz egy párisi szemernek 0,0188-ad részét kimutatják, felette távol marad.

b.) Hasonlag Letronne adatai szerint $(6154-6137{,}7)=16{,}3$ p. sz. azaz : 6137,7-re ráadtak 16,3 par. szemert, melyből származó veszteség $\frac{16{,}3}{6137{,}7}=376{,}54$. Ezen arányban tehát $376\frac{1}{2}$ krajczáron, forinton, aranyon sat. vesztettek egyet; a mit ha valaki sokallana, meg kell gondolni egyfelől azt, hogy nagyobb pontosság elérhetése végett a munka folyamatát késleltették volna, másfelől azt, hogy nagyobb fizetéseknél az aranyok mérlegre vettettek, és nem forgalmi, hanem súlynyomat szerinti értékben számíttattak.

c.) Minthogy azon ráadásnak, melylyel átalánosan minden darab arany súlyát pótolták, közép értéke $=0{,}2252 = \frac{0+0{,}4504}{2}$: minden darab Constantin-féle aranynak, melyből 72 ment egy fontra, ezen határok közé kell esni:

$85{,}246+0 \quad =85{,}246$ legkisebb
$85{,}246+0{,}2252 =85{,}4712$ közép
$85{,}246+0{,}4504 =85{,}6964$ legnagyobb súlyérték.

Lássuk ezeket is alkalmazásban, miképen egyeznek össze a tapasztalati adatokkal.

Schimko De numis biblicis Vindobonae 1838. a második részben a 14 lapon négy arany pénzről tesz említést e szavakkal: „Nos quatuor solidos Valentiniani et Valentis, quos possidemus, ita bene conservatos, ut recenter cusi viderentur, quorum gravissimi duo $62^3/_{16}$ et $62^1/_4$ gr. austriaca pendebant“ sat. Ezekből kitünik:

1.) Hogy arany pénzeiket a rómaiak sem tudták, de nem is tudhatták és akarhatták tökéletesen egyenlő súlyunak veretni, mert annak lehetetlensége úgy is már elméletileg látható, hanem egyik a másiknál a mi mérlegeinken eléggé észrevehetőleg nagyobb vagy kisebb.

2.) A két legnehezebbiknek súlykülönbsége $=\frac{1}{16}$ b. szemer $=\frac{73{,}08632}{16.51{,}11506}=0{,}086$ p. sz. olyan csekélység, mely a mi mérlegeinken észrevehető, de a rómaiak aligha kimutathatták volna.

3.) A kisebbik súlya $=62{,}1875$ b. $\frac{=62{,}1875.73{,}08632}{51{,}11506}$ $=85{,}57$ par. szemer, a nagyobbiké $=85{,}57+0{,}086=85{,}656$ par. szemer, mind a kettő a kimutatott szélső határok 85,246 és 85,6964 közé esik.

4.) Mindkettő nagyobb a közép értéknél, sőt nem csak az, hanem még a kisebbik is akkora, hogy ha belőle a különbséget még egyszer lehúzzuk is $(85{,}57-0{,}86)=85{,}484$, több marad fen a közép értéknél, a mi hihetővé teszi, hogy mind a négy több mint közép súlyu. És mivel meg sem foghatjuk, mennyi távolság és időköz változásai között kerülhet-tek ezek együvé : annak oka, hogy olyan épségben maradtak, mintha új veretüek volnának, nem lehet más mint az, hogy a forgalomból ki voltak véve, ennek ismét az, hogy nagyobb súlyuak voltak a többinél, a mi valószinüleg minden új veretünek látszó régibb arany pénzekről igaz.

5.) Ezekből láthatjuk azt is, hogy ha csak vaktában történetesen kezünkbe került adatokból számítunk, azoknak eredményei számtalanfélék és egymással soha össze nem egyeztethetők lehetnek ugyan, mégis mindenkor hivatkozhatunk reá, hogy kezünknél levő tapasztalati adatok után számítottunk, azok valószinübbek mint Letronne-é s egyebek, vagy ha ezt nem akarjuk mondani, azt kell mondanunk, hogy az eltérés csekélység. Schimko is, mint átalában szokásban van, a birtokában levő legnehezebbik arany súlyából számít, melyet 3. sz. alatt 85,656-nak találtunk. Esnék tehát egy fontra 85.656.72=6167,2 par. szemer; de már a kisebbikből számítva 85,57.72=6161 p. sz. egyik több, másik kevesebb Böckh megállapításánál =6165. Vagy talán *négy—öt* par. szemer csekélység? Valóban az, tökéletlen mérlegeken és kevés becsü anyagok megmérésénél; de aranyon, ezüstön, s ezeknek mérlegein 20-szor 25-ször nagyobb az elnézhetőnél.

Mostan, miután azon állításunkat is, hogy a forgalomtól elvont, annál fogva új veretüeknek látszó arany pénzek valószinüleg a közép súlynál mindig nagyobb nyomatuak bebizonyítottuk : azonban számításainak alapjául Letronne is a legjobban megőrzötteket választotta : ezek iránt is gyanú támadhat, hogy nem nagyobbak-e mint kellene. Ennek megitélhetésére, tapasztalati adatokra támaszkodván, azt állíthatjuk, hogy a Schimko birtokában levő legsúlyosabb =85,656 p. sz. nyomatu arany, egyike a legnagyobb nyomatu Constantin-féle aranyoknak; s ha még ennél is volna nagyobb, tegyük azt =85,66 par. szemernek, akkor leszen :

$$\text{a közép súly : } \frac{85{,}246+85{,}66}{2}=85{,}453$$

s ebből : 85,453.72=6152,62 különbség Letronne számításaitól (6154—6152,62)=1,38 par. szemer, melynél alább Letronne megállapitásait nem igen szállíthatjuk.

Ezeket bizonyítványul akartam felhozni, hogy Letronne meghatározásain nincs mit igazgatnunk, és ha volna valami, inkább lejebb kellene szállítani, mint felebb emelni. Az eddig megkísértett igazgatások semmi valószinüséggel sem bírnak, s csupa önkényes határozatlan nézetekre és feltételekre vannak alapítva.

Schimko 6160 par. szemernél akar megállapodni, ahoz képest az idézett helyen így számít:

„Atque in his aureis omnium trium generum, scrupulus 21,4 gr. par. cum perquam exiguo defectu pendit, quare 288 scrupuli, quibus libra romana absolvitur, aequales sunt 6160 gr. par.“

Igen de épen azt kellene tudnunk, mi az a *perquam exiguus defectus*, mert a római font ahoz képest nem szükségképen 6160 par. szemer, hanem számtalan sokféle lehet.

„Nam primi generis numi nota XX. signati 21 gr. par. nota XXXX. singuli 43 gr. pendunt.“ Épen most mondá pedig, hogy egy scrupulus cum exiguo defectu 21,4 gr. mivel tehát XX. egy scrupulus jegye, itt már nem több 21 gr.-nál; XXXX. két scrupulus jegye, következőleg vagy 42-nek, vagy nem egészen 42,8-nak kellene lenni, mégis sem egyik, sem másik, hanem 43 gr. S minthogy ezekből 144 tesz egy fontot, $144 \times 43 = 6192$ nem 6160; pedig ezt akarja bebizonyítani, s egyszersmind azt, hogy pontosabban számít mint Letronne.

„numi vero post 705 U. C. singuli sunt 153—154 gr. par. $(154 \times 40) = 6160$.“

Úgy de szintúgy lehetne $(153 \times 40) = 6120$; méginkább középszámmal $\frac{6120+6160}{2} = 6140$; miért inkább épen 6160?

„Tertii denique generis aurei sunt $85,\frac{3}{5} = 85,6$ gr. par.“ Ha ez így van, minthogy ezekből 72 megyen egy fontra $(85,6 \times 72) = 6163,2$; pedig azt akarja bebizonyítani, hogy 6160.

„quorum gravissimi duo $62\frac{3}{16}$ et $62\frac{1}{4}$ gr. austr. pendebant, unde $(62\frac{1}{4} \times 72) = 4482$ gr. austr. nascitur, quod a vero pondere nonnisi 12 gr. austr. differt. . . . . . Est vero libra romana aequalis $4494\frac{1}{3}$ gr. austr. seu $18\frac{3}{4}$ semunc. austr.“ Ha ez is igaz, minthogy $4494\frac{1}{3} = 4494,067$ o. szemer: az igaz római font súlyának kell lenni: $\frac{4494,067 \times 73,08632}{51,11506} = 6183,83$

nem pedig 6160 p. szemer. Viszont, ha az igaz súly $=6160$ par. szemer $= \frac{6160 \times 51,11506}{73,08632} = 4476,74$ o. szemer, ez pedig nem 12 o. szemerrel nagyobb 4482-nél, hanem 5,26 o. szemerrel kisebb: nem $18^3/_4=18,75$, hanem 18,6531 o. semuncia.

Más meg az, hogy számolgatásainkat nem szabad úgy igazgatnunk, hogy azt hozhassuk ki belőle, a mit akarunk, hanem maradjunk a mellett a mint van

$(62^1/_4 \times 72)=4482$ o. szemer $= \frac{4482 \times 73,08632}{51,11506} = 6167,2$

ugyanaz a mit fentebb is találtunk, korántsem 6160.

Ilyen, s ezekhez hasonló elméletek, nem lehetnek elégségesek Letronne nagy szorgalommal összegyűjtött adatokból, minden várakozást felmúló pontossággal végrehajtott számításainak megczáfolására s kiigazítására.

Eddigi lehozatalainkra azonban, tagadhatatlanul azt az ellenvetést lehetne tenni, hogy puszta feltevésre alapúl, mert nem bizonyíthatjuk be, hogy a rómaiak teljes súlyu aranyokat igyekeztek volna veretni. Mondhatnók ugyan, hogy miért ne? Hiszen a mint kimutattuk, azt könnyen megtehették, s olyan természetes, hogy könnyen reá jöhettek. De ez nem tartozik a dolog lényegére. Elvitázhatatlan tény, hogy az arany pénzekből mindenkor mindenki tetemesen nagyobb súlymértéket talált mint az ezüstből, s a kérdés egyszerüen csak az, mi oka ennek? mert ha a tény tagadhatatlan, okának is kell lenni. Átalánosabb felfejtést is adandunk tehát, melyhez azon feltevés sem kivántatik, hogy a rómaiak a magok arany pénzeik hitelének feltartására teljes súlyu aranyokat verettek.

Akármint volt a dolog, ha teljes súlyuakat nem verettek, akkor aranyaik között hiányos súlyuaknak is kellett lenni. Tudjuk azonban, hogy az arany pénzek nem csak forgalmi eszközök, hanem áruczikkek is egyszersmind. Ennek következtében elsőben a hiányos súlyuak lettek adás-vevés tárgyai — mint a melyeket nem mindenki fogadott el névszerinti értékben és sok baj volt velök — beolvasztattak s eltüntek. Azután azokra került a sor, a melyek ha teljes súlyuak voltak is, aránylag legkevesebb nyomatuaknak találtattak a többi között, s így tovább. Most már a régi római aranyoknak minden bizonynyal igen csekély része jött által hozzánk, s a mik által jöttek, azoknak súlyosabb nyomatuaknak kell lenni az igaz súlymértéknél, hacsak különben kopás által előbbi súlyokat el nem vesztették; ha pedig még ezek közöl is a legjobban megőrzötteket szemeljük ki, nem lehet kétségünk benne, hogy azok együl egyig nagyobbak az igaz súlynál. Már pedig az igaz súly nem lehetett egyéb, mint ugyanazon egy fontnak, melylyel mind az aranyat mind az ezüstöt mérték, annyiad része, a hány darab aranyat egy fontból ki akartak veretni. Azért is, ha a mostanig létező római aranyokból annyit számlálunk egy fontra, a mennyinek szabályszerüleg fel kellene menni: látnivalóképen mindig nagyobb súly kerül ki belölük, mint volt az igaz római font.

A kik Letronne — mint már eddigiekből minden kívánatot kielégítő söt várakozást felülmúló pontos számításaival meg nem elégedtek, — együl egyig mindnyájan magasabbra hágtak, meg nem gondolván hogy a tökéletes bizonyosságot úgy érhetnök el, ha számításaink mind az aranyból, mind az ezüstből tökéletesen összeegyeznének. — Minél tovább távozunk pedig el ezen összeegyezéstől, annál tovább távozunk a valószinüségtől is.

Paucker másképen vette a közép értékeket, s más eredményre akadt. Igen természetes, nem is lehetett másképen. Hanem az a kérdés, ki vette választékosabban, helyesebben és jobban, Paucker-e vagy Letronne? melyik eredmény hihetőbb?

Böckh is a maga egyszerü számításaiból azt következteti, hogy az arany font nem 6154 par. szemer mint Letronne számította, hanem 6165; még pedig okul hozza fel, mert maga Letronne is azt mondja, hogy az ő meghatározását 30—40 par. szemerrel felebb lehet emelni. Ez ugyan mind igaz; tehát miért nem emelte fel ő maga? azt csak fel nem tehetjük, hogy nem tudta volna, holott ezen körülményre is ön maga figyelmeztet bennünket. Miért várakozott arra, hogy a mit maga is megtehetett volna, más tegye meg helyette? Kétségen kivül azért, mert nem látta valószinünek, s a valószinüséget is tekintetbe vévén, azért nem számitott olyan egyszerüen mint Böckh, s azért vette máské-pen a közép értékeket, nem úgy mint Paucker. Egyébiránt itt a valószinüségek számitgatásába elméletileg sem ereszkedhetünk, mert nem ide való; tettlegesen annál kevésbbé, mert nincsenek adataink hozzá. Az olvasó némi fogalmat szereczhet mgának azon könnyen érthető példából, honnét azt következtettük, hogy Letronne meghatározását inkább lejebb kellene szállitni mint felebb emelni; s itt is oly csekély eltérésre találtunk, mely Letronne számitásainak pontosságát és valószinüségét még inkább kitünteti.

Nem tagadjuk azonban, hogy az arany fontot lehet 6160 par. szemerre is mint Schimko, 6165 re is mint Böckh és Paucker, számitni 6184-től 6192-re is, mint maga Letronne mondja; mert az emlitettekhez hasonló egyszerü számitásokban attól függ minden, hogy történetesen milyen öszfogatra (combinatio) alapitjuk számitásainkat. Lehetnek olyanok, melyekből 6160; 6165; 6184—6192 par. szemer jőne ki. Legközelebb láttuk, hogy olyan adataink is vannak, melyek szerint 2 scrupulus 43 par. szemert teszen, s e szerint egy font 1192 par. szemert; mint maga Letronne mondja, hogy meghatározásait 30—40 par. szemerrel felebb lehet emelni.

De ez nem azt teszi, hogy tehát emeljük felebb szabad önkényünk szerint; hanem azt: hogy azon adatokból, melyekből Letronne számitott, minden lehető öszfogatok között (combinatio) legtöbb találkoznék olyan, melyből egy római font súlyát körülbelül 6154 par. szemernek, kevesebb a miből 6160-nak, még kevesebb a miből 6165-nek, legkevesebb a miből (6184—6192)-nek lehetne megállapitni, ezen felül igen kevés, vagy talán egy sem. S ezen értelemben mondhatjuk — feltévén, hogy arany pénzekből az igaz római font súlyát meg lehetne állapitni — hogy az legnagyobb valószinüséggel 6154 par. szemer volna. Úgy de ekkor az ezüst pénzekből tett kiszámitásoknak is lehetőleg össze kellene egyezni amazzal; s mivel ezt nem úgy találta, azért tette ki mind a kettőt külön, a mit mások tekintetbe sem vévén, egészen mellőztek.

Valamig más valaki, több és biztosabb adatokból, valószinübbet nem talál, e mellett kell maradnunk. A csupa történetesen kezünkbe került s történetesen összeállitott adatokból akármit hozzunk is ki, abból ugyan nem következik semmi.

De még az eddig mondottakból koránt sem felelhetünk meg a római fontok súlymértékének megállapitása iránt támadható minden kétségekre és nehézségekre; söt lehet, hogy ezek is megint újabb ellenvetésekre szolgáltathatnak alkalmat. Mondhatná valaki:

1. Hogy ezen elvből: miszerint a pénz értékének, tehát az annak alapul szolgáló római font súlymértékének is, az egész birodalomban, mindenütt egyenlőnek kellett lenni, innét a következik, hogy meghatározásaink alapjául azon adatokat válogassuk össze, melyek leginkább egyeznek egymással, a feltett kivánatnak nem tettünk eleget, mivel összeegyezőbb adataink is vannak azoknál mint a melyekre meghatározásainkat alapítottuk, — 6137,7—6133,9=3,8 par. szemer. Összeegyezőbbek 5907,4—5904=3,4 par. szemer. Még inkább pedig 5944,3—5943=1,3 par. szemer. Igen, de felállitott elvünkben az is befoglaltatik, hogy mivel a pénz értékének az egész birodalomban egyenlőnek kell lenni, a pénz értékéből kiszámitott súlymértéknek is az igaz római font adataink közt feltaláltató súlymértékével egyenlőnek vagy ahoz igen közelitőnek kell lenni. Ha ezen másik meghatározó feltételt mellőzzük, soha sem tudhatjuk melyek a történetes összeegyezések, melyek nem? s melyek azok, a mikből meghatározásaink valószinüségére biztos következtetéseket húzhatunk. Nem tehetnénk egyebet, hanem, hogy adatainknak javát rosszát válogatás nélkül összeszámitnánk, azután arithmetikai közép értéket vévén belőlök, az által a különben jó adatokat is elrontanánk és meghamisitnánk. Az ilyen nemcsak alaptalan, hanem láthatóképen hibás számitásoktól pedig őrizkednünk kell. Egyébiránt a kihagyott adatok az ezüst fontnál is kisebbek lévén, mivel mindeneknek összeegyező véleménye szerint még ezt is tetemesen felebb kellene emelni, ezen ellenvetés látnivalóképen egészen kérdésen kivül esik.

2) *Mennyi lehet a római vert pénzek súlymértékének meghatározásán elkövethető legnagyobb hiba?* Ezen kérdés felvi-

lágosítására kiszámítottuk, hogy a római pénzverő műhelyekben használt mérlegeken elkövethető legnagyobb hibát egyátalában nem túlzó szigorral 0,24 par. szemerre tehetjük. Már pedig annyiban is, a mennyiben Letronne számításai szerint az ezüst font súlymértéke adatainkkal jobban egyezik, a kisebb eltérés 0,9>0,24 négyszerannyi; a nagyobb 2,9>0,24 tizennégyszer; a két adat között található eltérés pedig 3,8>0,24 tizenhatszor annyi. Valóban csekély eltérések az eddigiekhez képest. Nem a dolog lényegére, hanem a számtani szigor kimutatására szolgál tehát, ha ezen csekély eltérések iránt támadható kétségeket is eloszlatjuk.

Mondottuk ugyan, hogy a római pénzverő műhelyekben használt mérlegeken elkövethető legnagyobb hibát, egyátalában nem túlzó szigorral 0,24 par. szemerre tehetjük, nem csak mondottuk pedig, hanem a 6-dik szám a) b) c) s ahhoz tartozó 1, 2, 3, számok alatt tettlegesen kimutattuk, melyekből a nem túlzó szigort illetőleg az is kitünt, mint az a) pontból látható, hogy mérlegeik valamivel érzékenyebbek lehettek ennél, mivel rajtok 0,22 par. szemer is észlelhető volt. De ezeket nem lehet a közéletben használt mindennemű polgári mérlegekre egyaránt érteni. Valamint ma is a mi közönséges mérlegeinken, még csak oly pontossággal sem mérlegezhetünk, mint a gyógyszerészekén. Már hát ha adatainkon tízszer—húszszor nagyobb eltérés mutatkoznék is 0,24 par. szemernél, még ezen sem akadhatnánk fel; de ha olyan adatokból számítgatunk, mint 6184—6084=100 par. szemer, melyeken az eltérés négyszázszor annyi, ezt már mégis meg kell sokallanunk. A kinek az arithmetikai közép értékekről legkisebb fogalma van is, ilyen adatokból csakugyan nem vehet arithmetikai közép értéket. Azért is mi, még csak azon sem nyughatunk meg egészen, hogy az adatok és számítások eredményei között 6137,7—6136,804=0,896 par. szemer különbséget találtunk. Vizsgáljuk meg tehát adatainkat. A számítások tizedes törtekben ezered részig vannak kitéve, ehhez képest adatainknak is legalább milligrammokban kellene megmérve lenniök, de csak grammákban vannak. Ilyen esetben, mint mindenki tudja, ha a tizedes jegy kevesebb félnél, azt egészen mellőzzük, ha pedig több, az egész számot jelentő egyeseket nagyobbra veszszük. Egy gramma =18,8 par. szemer, következőleg adatunknak csak egy huszadrész grammával kellene kisebbnek lenni, hogy a kiszámított eredménynyel tökéletesen összeegyezzék. Már pedig adatainkban nem csak huszadrész, hanem fél grammánál kisebb eltérésekre sem volt tekintet. Hasonlóképen tehetünk másik adatunkkal. Megnagyobbíthatjuk 0,4 grammával =8 par. szemerrel, melyből esik egy fontra 0,8 par. szemer, mik szerint egy felől tökéletes egyenlőséget, más felől csak 2 par. szemer eltérést találunk.

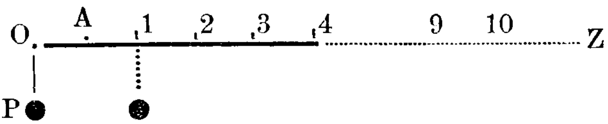
3) Legnagyobb nehézségnek látszik, azonban ha ezen mellőzhetetlenül feltolakodó kérdésre akarunk kielégítő feleletet adni : Honnét vannak a római fontokon, annyiféle, egymástól annyira távoljáró s egymással semmiképen össze nem egyeztethető eltérések? Némelyek azt vélik, hogy azok egyenként más meg más áruczikkek megmérésére szolgáló fontok lehettek; ezenkivül külön tartománybeli fontok is voltak közhasználatban. Ezeknek sem egyike, sem másika, sem mindakettő együtt nem lehet kielégítő. Mert hiszen talán fontokkal mérhető áruczikkeik sem voltak annyifélék, mint a mennyi különféle fontmértékeket már csak eddig is ismerünk. Maga Böckh mintegy 120-félét számlál elő, azokat, a mik tudomására nem jutottak, körülbelül még egyszer annyira tehetjük. S mennyi kerülhet még elő, melyekről eddigi tapasztalataink után itélve előre mondhatjuk, hogy alig leend közöttök kettő—három, nem csak tökéletesen, de csak tűrhetőleg is egymással összeegyező. Ezek tehát mindnyájan más meg más áruczikkek megmérésére szolgáló fontok lettek volna? Nehéz elhinni. De ha elhiszszük, akkor azt is el kell hinnünk, hogy csak középszerü kereskedésben is húsz—harmincz különféle mérlegeknek kellett felállítva lenni, szintannyi hozzá tartozó különféle fontmértékekkel. Mennyi zürzavar származhatott volna azoknak használatából, s a mértékek akár önkénytes akár történetes összetévesztéséből! Melyik városi vagy tartományi hatóság, annálinkább a római birodalom, miképen türhetett volna ilyen rendetlenségeket? Vagy ha ezt nem akarták, a római embernek minden áruczikket más meg más helyről kellett volna összehordani, és összevásárlani, pl. zsírt,

vajat, olajat, gyertyát, szalonnát, sót, kenyeret, lisztet, babot, borsót... sat. sat. — onnét a hol mind a kívántató áruczikket, mind a neki megfelelő mérleget és fontmértéket együtt találta. Ha pedig e sem tetszett, meg kellett tiltani, hogy senki többfélével ne kereskedjék, mint a mennyi mérlegei és mérő fontjai vannak, és ha kereskedés végett ide-oda utazott, minden mértékét és mérlegeit magával kellett hordania. Akármelyiket választjuk ezek közül, egyik csak olyan képtelenség mint a többi.

Tartományi mértékek sem lehettek. Mert a tartományok miknek lakóit talán nem akarták volna a magok mértékeik használatában háborgatni, felette távol estek Rómától és Róma vidékétől. Úgy de ugyanazon egy városban, ugyanazon vidéken, s egymáshoz bármi közel eső helyeken is egészen különböző méretü fontok találtattak. Sőt a mi több, a legtávolabb eső tartományokban feltalált emlékek egybevetéséből sem mutathatunk ki nagyobb eltéréseket, mint azokból, melyek a fővárosban s annak közelében találtattak fel. Különben is, ha azt mondjuk, hogy a tartományokra nem akarták a magok saját mértékeiket rájok erőszakolni, hanem azoknak használatában meghagyták : másfelől viszont hihetetlennek látszik, hogy miért fosztották volna meg azokat a magok saját mértékeikre való felügyelés jogától. Pedig mindenikre egyenlően rá van ütve a birodalmi igazoló bélyeg. S mire való volt ez? Hiszen inkább a tartományi mértékeket meg kellett volna egymástól különböztetni, mintsem valamennyit összevegyítni. És végezetre mit akartak a mértékek igazolásával elérni? — hanemha egyenlőséget. S mire mentek vele? — ha annak végrehajtása után is annyiféle mértékeik maradtak fel, mik szerint, egyik font felét vagy harmadát is tehette a másiknak, vagy akármi arányban kisebb is nagyobb is lehetett mint a másik. S miután mindenki igazolt mértéket mutathatott fel a maga részére, ki tudhatta mindezekből, melyik igazán római, melyik tartományi mérték? melyik ez vagy amaz áruczikk igaz mértéke? Mik lehettek hát azok? ha sem különféle áruczikkek mértékei, sem tartományi mértékek nem voltak. — Más valaminek kellett lenniök.

A rómaiaknál átalános súlymérö eszközül Statera használtatott, mint ennek korunkig fenmaradott elnevezése *Statera romana* is bizonyítja. Nem azért, mintha csak a rómaiaknál lett volna ismeretes, vagy a rómaiak találták volna fel, hanem azért, mivel kiváltképen a rómaiak éltek véle. Még inkább kétségbe vonhatlanul bizonyítják pedig Ciceronak „De Oratore" czímü munkájában II. könyv XXXVIII. r. olvasható ezen szavai : *quae non aurificis Statera*, *sed quadam populari trutina examinantur*. Mert ha a rómaiaknál még az aranymívesek is Staterákat használtak, mennyivel inkább mások, a kik Staterájkon kevesebb becsü áruczikkeket méregettek! Ma már Staterákon csak nagy tömegü, s ahozképest csekély értékü áruczikkeket mérünk. Következtethetünk belőle mást is. T. i. azt, hogy a rómaiaknál is valamennyi Staterák és egyéb mérlegek koránt sem voltak oly szorgalommal készítve, mint az aranymíveseké, s ezeket nevezi Cicero popularis trutinának. Mielőtt tehát a kétségbe vont kérdés felvilágosítására s eldöntésére általmennénk, a Staterák szerkezetét, s a rajtok elkövethető hibák mennyiségét és hihetőségét kell figyelemre vennünk. Képzeljünk magunknak egy, O-nál kezdődő s fekmentes helyzetbe hozott tökéletesen egyenlő tömörségü és A pont körül forogható ércz rúdat, melynek minden felosztásai egyenlők legyenek.

OA=A—1=1—2=2—3 ........ =9—10 .... sat.




Ha az O pontból valami terhet =P felfüggesztünk, ekkor az egyensúly törvényei szerint az A1 osztály végén P-vel tökéletesen egyenlő ellensúly fogja az OZ rúdat előbbi fekmentes helyzetben tartani. De ha többet függesztünk fel, pl. 2P-ét, 3P-ét sat., akkor az 1 pontból felfüggesztett mozogható súlyt illetőleg a 2. 3 ... sat. pontba kell által tennünk, s ugyanezen súly 2P, 3P ... sat. terhekkel fog egyensúlyt tartani. Innét az következik, hogy P-ét egységnek vévén, a vele egyenlő mozogható ellensúlylyal a P-nek annyiszor sokszorozott terhét mérhetjük meg, a hány egyenlő részekre az AZ vonalat felosztottuk. Ez volna a Staterák legegyszerübb szerkezete.

De az, hogy OA tökéletesen egyenlő legyen A1-el, nem mulhatatlan feltétele a Steráknak; lehet az OA nagyobb is kisebb is A1-nél.

1.) Ha OA$<$A—1, akkor látnivalóképen az 1 pontból felfüggesztett P-vel egyenlő ellensúly fel fogja billenteni a másikat. Ezt tehát mindaddig kell fogyasztanunk, mig amazzal tökéletesen egyensúlyba jő, s a fekmentes helyezet helyre áll.

2.) Ha OA$>$A—1, ekkor ismét az O-ból lefüggő teher fogja felbillenteni a mozgó súlyt; ezt tehát addig kell nevelnünk, mig ez esetben is a tökéletes ellensúly helyreáll.

Miután pedig ezeket megtettük, mind a két esetben ugyanazon ellensúly-viszonyok fognak előállani, úgy hogy ha ezen aránylag megkisebbített vagy megnagyobbított, mozogható ellensúlyt a 2-dik, 3-dik... sat. osztályok végpontjairól hagyjuk lefüggni, az illető helyeken két-, háromannyi sat. teherrel fog ellensúlyt tartani, mint a mennyit az O pontból felfüggesztettünk. Mely viszonyokban az sem tesz változást, akár nagyobbak, akár kisebbek legyenek az A—1, 1—2, 2—3 sat. osztályok, csakhogy a megállapított ellensúly, az első osztály végpontján, tökéletes egyensúlyban legyen a P tehernek alapul vett egységével.

Ezekből már most általláthatjuk, mi értelmök van, a Dekalitron dikaion s egyéb efféle meghitelesitő feliratoknak Mert bármilyen eltérés mutatkozzék is rajtok, mindenik igaz lehetett azon Staterán, melynek mértékéül szolgált, s azoknak száz meg ezer különféle szerkezetökhöz képest az igaz mértéknek is szintannyifélének kellett lenni. A mit, hogy annál felfoghatóbbá tehessünk, világositsuk fel számokban.

1.) Ha OA$<$ mint A—1, egyébiránt valamennyi osztályok egyenlők A—1-el. Tegyük fel: OA$=$3, A—1$=$4 hüvelyk. Ekkor az első osztály végpontjából felfüggesztett terhet azon arányban kell megkisebbítnünk, a mint van 4 : 3-hoz. Miszerint, ha az alapul szolgáló egységet 10 római fontnak veszszük fel, leszen az egyensúly feltartására megkívántató font mérték $\frac{3\times10}{4}=\frac{30}{4}=7,5$ font. Ezzel ha a második, harmadik... sat. osztályok végpontjaira függesztjük, feltévén, hogy azok is mindnyájan A—1-el egyenlők =4 hüvelyk, folyvást tíz, húsz, harmincz... sat. római fontot, s átalában annyiszor tíz római fontot mérhetünk, a hány egyenlő részre az AZ vonalat felosztottuk.

2.) Ha OA> mint A„ „1. Akkor az első osztály végpontjából lefüggő ellensúlyt kell nevelnünk. Leszen tehát, feltévén OA=4, A„ „1=3 hüvelyk, a kivántató ellensúly $\frac{4\times10}{3}=\frac{40}{3}=13,333$... római font. Honnét láthatjuk, hogy a felhozott két példában első esetben 7,5 font tart egyensúlyt 10 római fontnak, másik esetben 13,333... ugyanazon 10 római fontnak. Első esetben 7,5 fonttal, másik esetben 13,333... fonttal mérhetünk 10, 20, 30... sat. római font nehézségü terheket, következőleg mindkettő Decalitron dikaion a nevezett mértékü Staterákon, noha csaknem hat font különbséggel tér el egyik a másiktól. És még mennyi számtalanféle arány létezhetik csak e kettő között is! Mi lesz belőle, ha közülök néhányat történetesen a mint kezünkbe akad, magunk sem tudjuk melyiket miért? összeszámítunk, s arithmetikai közép értékét veszszük!

Gyakorlatban a Staterák jobb és bal oldalai sem szoktak egyensúlyban lenni, sőt inkább a rövidebbik a rajta levő készületekkel, melyekre a megmérendő terheket felrakjuk, legtöbbnyire felbillenti a másikat. Ilyenkor: rakjunk fel a rövidebbikre bizonyos számu fontokat, — s ezeket a másik félen hozzuk egyensúlyba a végponton valami más ellensúlylyal. Azután ugyanezen ellensúlylyal, miután a felrakott fontokat leszedtük, keressük fel azon pontot, melyen Stateránk mindkét része egymásnak tökéletes ellensúlyt tart. Oszszuk fel az ekképen kitalálható kezdet és végpont közötti távolságot, annyifelé a mennyi fonttal imént Stateránkat megterheltük; ezek után mindenik fő osztály fontokat, az első egy, a második két, három... sat. fontot, az osztályok pedig a fontok részeit fogják mutatni.

Ennyi számtalanféle szerkezetei lévén a Stateráknak, a visszaélések eltávoztatására nem volt egyéb mód, mint az, hogy minden Staterának meg kellett hitelesítni a maga igaz mértékét, s minden Staterának kellett meghitelesített igaz mértékének lenni. Természetesen ide nem értvén azokat, a melyek hitelesítés alá nem bocsáttattak, s netalán csupán csak magános haszonvételre szolgáltak. Nem tartományi mértékek sem nem különféle áruczikkek mértékei voltak tehát ezek, hanem meghitelesített staterai mértékek, s egyedül ezeknek különfélesége által lehetett elérni, hogy az egész birodalomban ugyanazon egy megállapított római font használtassék súlymértékül.

Világos lehet már most, hogy ezekből az igaz római font súlymértékét fel nem találhatjuk, hacsak ki nem mutatjuk egyszersmind azt is, melyik Staterának szolgáltak igaz mértékül, s annak melyik osztályán mennyit nyomtak, — a mi még eddig nem történt. Azért is a vert pénzek súlyának kiszámításához kellett folyamodnunk. Ez által sem juthattunk kétségbevonhatlan eredményekre. Mert a leghihetőbb számítások szerint ezüst pénzekből 6136,804 par. szem., arany pénzekből 6154 par. szemernek kellene tenni egy római fontot. Az eltérés nagyon feltünő, mivel lehetetlen, hogy más fonttal mérték volna az aranyat és ezüstöt, még pedig az aranyból ráadást is adtak volna az ezüstre. Ezen kivül tizennyolcz par. szemer egy fonton korántsem oly csekély különbség, melyet arany és ezüst méregetésén tekintet nélkül lehetne hagyni. Mások még többre teszik a római font súlyát. Némelyek 6160-ra, mások 6165-re sat.; felmehetünk pedig 6192-ig is, mint már a fentebbiekben kimutattuk. De ezekkel csak a valószinüségtől távozunk el, a minek legfelsőbb foka az volna, ha az arany és ezüst pénzekből tett kiszámítások pontosan összeegyeznének egymással. Mivel pedig össze nem egyeznek, s nem tudjuk helyes okát adni miért? arithmetikai közép értékre kellene szorúlnunk, s egy római font súlyát 6145,4 par. szemerrel egyenlőnek megállapítnunk.

Ez meg azért nem tetszik némelyeknek, mert azt mondják, hogy az aranyat pontosabban mérték, mint az ezüstöt. Úgy de ha mind a kettőt ugyanazon egy fonttal mérték, miképen mérhették pontosabban egyiket mint a másikat? Sem egyiket, sem másikat nem mérhették pontosabban, mint a meddig mérlegeik pontossága terjedett, s állításuk legfelebb akkor bírna valami valószinüséggel, ha az arany font kisebb volna az ezüstnél; — ekkor talán mondhatnók, hogy azért kisebb, mival az aranyat pontosabban mérték, mint az ezüstöt. Minthogy pedig egészen megfordítva áll a dolog, egyátalában hihetetlen, hogy az aranyból többet adtak volna egy fontra, mint az ezüstből. Ennek más okának kellett lenni, a mit már fentebbiekben felvilágosítottam, s azokból kitünt, hogy az arany pénzekből tett kiszámításokból a római font valóságos súlyát meg nem határozhatjuk; innét van, hogy a kik ezen nézethez ragaszkodtak, mindnyájan más meg más eredményekkel állanak elő. Mindazonáltal a kik ezeket sem hiszik, higyjenek legalább magoknak a rómaiaknak, a kik ponderatoraiknak azt az utasítást adták, hogy az arany pénzeket mérlegre vessék, és 72 Constantin aranyat számitsanak egy fontra. Ugyanis, ha meg lettek volna győződve aranyaik tökéletes egyméretüségéről, inkább azt kellett volna rendelniök, hogy 72 aranyat minden kifogás és méregetés nélkül egy fontnak, egy aranyat $^{1}/_{72}$ fontnak számítsanak.

Nem marad fen egyéb, hanem hogy az ezüst pénzekből tett kiszámításokra fordítsuk figyelmünket. Ezekre nézve mindazon nehézségek megszünnek, melyeket az arany pénzek iránt nem csak tehetünk, hanem okvetetlenül kénytelenek vagyunk tenni. Ezenkivül fenmaradott emlékeink között kettőre akadunk, melyeknek összeegyezésök mind egymással, mind az ezüst pénzekből tett kiszámításokkal, ellenmondhatlanu bizonyítja, hogy a kérdésben forgó font súlyának ezekhez igen közeljárónak kellett lenni. További kérdés tehát csak az, melyik lehetett ezek közöl? mennyit hibázhatunk, ha azokból állapitjuk meg a római font igaz súlymértékét, a legnagyobb valószinüség kimutatására? s a tapasztalható eltérések nem mennek-e tetemesen többre, mint a mit a római mérlegeken észre lehetett volna venni?

Most már miután arról is meggyőződhettünk, hogy a rómaiaknál leginkább divatozó súlymérők Staterák voltak, azt is biztosabban elitélhetjük, hogy fenmaradt adataink között 6137,7—6133,9=3,8 par. szemer különbség — noha mindkettőnek ugyanazon egy súlymértéket kellene kifejezni — a római Staterákon elnézhető-e vagy nem?

Erre úgy felelhetünk legkönnyebben, ha előbb a lehető legkedvezőbb és elméletileg hibátlan adatokból az elkövethető hiba nagyságát kiszámítjuk, s azt a tettlegesen valószinüleg felvétethető adatok eredményeivel összehasonlítjuk. Legyen tehát a Statera rövidebbik karjának távolsága a tengelytől $=10''$ hüvelyk, ezzel a hosszabbik kar minden osztálya tökéletesen egyenlő. Az adatul szolgáló tíz-fontos és két-fontos súlymértékek tökéletes összeegyezésére, hogy belőlök tökéletesen egyenlő egy-fontos súlymértéket találhassunk fel, megkívántatnék: a) Hogy egy font a második osztályra függesztve, tökéletes egyensúlyba hozassék két fonttal. b) Ez a két font az ötödik osztályból felfüggesztetvén, ismét tökéletes egyensúlyba hozassék 10 fonttal. A hiba onnét van, hogy ezek nem tökéletesen úgy vannak, mint elméletileg kellene lenni, de az eltéréseket mértékeinken nem tudjuk kimutatni. Lássuk hát ezeket.

Egy párizsi szemer a római fontnak mintegy 6000-ed része. Tíz hüvelyknek ezered részét közönséges léptékeinken úgy is jól ismerjük, akkora mint $1''=100^0$-ön egy öl. Következőleg osztályaink hosszában még ennek hatod része felelne meg egy párizsi szemernek. Ha a felosztás ily pontossággal nem történt, a mi alig hihető, egy par. szemer hiba elkerülhetetlen. Menjünk által már most tettleges alkalmazásokra. Felosztásaikat ilyen pontossággal véghez nem vihették, s tekintvén a felosztás nehézségeit, (miszerint ha valamelyik osztályon bármi csekélységet hibázunk, azzal nem csak az, hogy rövidebb leszen az egyik, hanem egyszersmind a másik ugyanannyival hosszabb leszen az egyenlőnél), $\frac{1}{300}$-ad rész hüvelyki pontossággal is beérhették. Ehhez képest az elkövethető hibának kétannyinak, azaz két párizsi szemernek kellett lenni. Az osztályok hosszát is soknak vettük, mert úgy a Statera egész hossza igen nagyra ütne ki, ezt sem vehetjük többre felényinél, mihez képest ismét két annyi azaz 4 par. szemer hibát számíthatunk, találtuk pedig 3,8-nak. Ezeken kivül a zsurlódás (frictio) legyőzésére is kell valamit számítanunk, a rúd tömörsége sem lehet olyan tökéletesen egyenlő, mint elméletileg kellene lenni. Mindezeket egybe vevén, azt kell mondanunk, hogy 3,8 par. szemer eltérés nem csak elnézhető, hanem ilyen összeegyezést csak igen gondosan készített Staterákon és pontos mérésektől lehetett várni, és hogy ezen mérések hivatalosan használt Staterákon tétethettek, milyenek az úgynevezett ponderátoroké lehettek. Közönséges polgári Staterákon 20—30 par. szemer is elnézhető volna.

Ezeknek folytában oda jutottunk, hogy még néhány kérdésre kell felelnünk.

1) Miképen mérhették meg Staterákon az arany és drága kövek súlyát is oly pontossággal, mint az aranymiveseknek szükséges. — Igen könnyen. — Mert ehez nem kivántatik más, mint az, hogy kisebb egységet, nem fontot, hanem a fontnak tized vagy század részét vegyük fel mértékül. A római font század része 61,368 par. szemer, közel annyi mint egy Constantin arany $^{9}/_{10}$-ed része, eléggé nagy arra, hogy apróbb részekre oszszuk. Ha tehát aranymérő Stateráinkon egy fontnak egy tizedrészét vetjük serpenyőbe, s mérlegünk hosszabb karján a kezdet- és végpontot, úgy a mint mondottuk, meghatározván, a kettő közötti távolságot százfelé osztjuk, egy rész a fontnak tízezred részét (egy par. szemer ötödrészénél is kevesebbet) fogja kimutatni. Készíthetünk tehát olyan Staterákat, melyek az aranymívesek kivánatának is megfelelnek. — Ezeket azért említem, mivel már ma Staterákon csak nagyobb súlyu terheket szoktunk mérni.

2) Ha az ilyen Statera, mely, a mint láttuk, egy fonton 3—4 par. szemer különbséget is kimutat, nem valami közönséges polgári (popularis trutina) hanem hivatalos mérőszer lehetett, mint pl. a ponderátoroké: elegendő volt-e arra, hogy mérlegezéssel az arany pénzek értékeit biztosabban meg lehessen határozni, mint csupa összeszámítással? — Láttuk már az eddigiekben, hogy ha a római aranypénzeket a rájok ütött bélyegek értéke szerint összeszámítjuk, átalában a legkisebb hibát 17 par. szemerre tehetjük; de vannak olyan veretü aranypénzek is, melyek egyfonton 50—60 par. szemer eltérést mutatnak. A mérlegezés pedig kimutat 3—4 par. szemert, azaz a legkisebb hibának is ötöd részét, a legnagyob-

biknak pedig legalább is $\frac{1}{17}$-ed részét, azaz: ötször-től fogva tizenhétszerig biztosabb. Nem ok nélkül rendelték tehát, hogy az aranypénzek mérlegre vettessenek, és súly szerinti értékben számíttassanak.

3) Miért az emlegetett mértékek valóságos római fontok, nem pedig staterai mértékek mint a többiek? Azért, mert tagadhatatlan összeegyezésök mind egymásközött, mind a számításokkal ellenmondhatlanul bizonyítja. A többieket, melyek ezektől felette távol járnak, egyátalában nem tarthatjuk római font mértékeknek, — ezeknek tehát meghitelesített staterai mértékeknek kellett lenni. Az is nagyon hihető pedig, hogy a hol efféle hivatalos Staterák léteztek, ugyanott, meg kellett lenni az igaz római font súlymértékének is, s a közhasználatban levő egyéb Staterák azok által hitelesíttettek meg. A mi igen könnyen és egyszerüen megtörténhetett, ha az igaz font mértékét a meghitelesítendő Statera serpenyőjébe vetették, s összehasonlították, hogy az illető osztály pontján annyit húz-e a mennyit kell. Az osztályok egyenlőségét körítő (circinus) segedelmével is vizsgálat alá lehetett venni.

---

# A ZUZMÓK ÚJ RENDSZERÉRŐL.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS.

HAZSLINSZKY FRIGYES LEV. TAGTÓL.

(Olv. nov. 23-kán 1863.)

---

Zuzmóvirányomban, melyet múlt évben bátor valék a mélyen tisztelt t. Akadémiának bemutatni, sok száraz adat, sok vázlatos állításom van, melynek feldolgozását s illetőleg kifejtését kötelességemnek tartom. Engedje tehát a mélyen tisztelt Akadémia, hogy jelenleg is azon állítások egyikét indokolhassam, még pedig oly természetüt, mely rajzra s sok részletességre nem szorúl. Ilyen lehet azon állításom, mely szerint Körber zuzmórendszere leginkább megérdemli a *természeti*-nek elnevezését.

„Systema naturale ultimus botanices finis" mondá Linné. Ezen állítást jelenleg is igaznak tartjuk, a mennyiben meggyőződésünk, hogy a természetes rendszer összeállítására a növényország teljes ismerete, s a növényvilág élettudománya minden segédágaival szükséges. Mert a természetes rendszer feladata nem az, bizonyos vezető eszme fonalán úgy összeállítni a terményeket, hogy az emberi ész azok alakjait áttekinthesse s átkarolhassa, hanem oly elrendezés, mely a termények nem csak közelebb s távolabb rokonságát, hanem fejlettségük, s ha lehet, leszármazásuk fokozatát is már azon hely által is világosan kitüntesse, melyre az egyes termény a rendszerben állíttatott. Ily összeállításon fáradoztak a legkitünőbb erők, s bár különböző s sokban eltérő eredménynyel, de valamennyien a tudomány hasznára, a mennyiben koruk tudományának színvonalán, a meglevő ismeretek egységének bélyegét a felállított rendszerben láthatóvá tették. A természetes rendszer függ tehát a tudomány fejlettségétől, s változnia kell a természettudomány haladásával; s befejezését mikor éri el, ha ki kérdezi? felelek az indusok szent könyvéből, mely szerint Brama bevégezvén a teremtés müvét, oda adá a természet könyvét a papoknak, hogy tanulmányozzák azt a világ végéig.

Mindamellett el nem riasztjuk magunkat a természeti rendszer összeállításától azon gondolat által, hogy legnagyobb gonddal szerkesztett müvünk is tökéletlen lesz, hanem törekszünk mindnyájan erőnkhöz mérten a megtett kísérlet, vagyis a meglevő rendszer javításán s tökéletesbítésén, vagyis a füvészet Linné által kijelelt végczélja felé.

Mert, valamint általában a tudományban, úgy találjuk a természetben, s név szerint a növényországban is, hogy minél több irány felé fordúl vizsga észlelésünk, minél tágasabb körre terjed az, minél mélyebben hatolunk, annál több egyszerüséget találunk a változatosságban, annál kevesebb alapeszmét látunk, annál több analogiára akadunk, s annál inkább meggyőződünk, hogy mind a lelki mind a testi világban a végtelen változatosság, a gondolatok s eszmék csak csekély számának viszonyhatásának eredménye.

Mert mindinkább erősödik a növénytanban annak igazsága, hogy létezik a növény fokozatos fejlődése, indúlván az állatországgal közös tőből, s haladván eltérő irányban, ha szabad e kifejezéssel élnem, a legnövényiebb növényig. Hogy a letünt, a meglevő s még leendő növényfajok ily megtestesült eszmék a fejlődés különböző koraiból a fejlettség különböző fokán. Hogy a növényfejlődési lépteték egyes tagjai nem csak a fajok, hanem a magasabb és alsóbb csoportozatok is, mint egyének, mely csoportok tőalakjai körül a többi alakok rokonságuk távolában csoportosúlnak, még pedig legnagyobb számmal azon szomszéd csoportok felé, melyek tőalakjai rangban legközelebbek a közbülső csoport tőalakjához, s hogy végre ugyanazon eszmék lánczolata, mely a főosztályok sorozatában kifejezést nyert, az alsóbb s legalsóbb csoportozatokban szorosabb korlátok közt újra meg újra feltünik, mit az ismeretes analog sorozatokban kitüntetni szokás.

Ezekből foly, hogy a természetes rendszer nem állíthatja a növényeket egyenes sorba a legfejlettlenebbtől a legtökéletesebbig, vagy megfordítva, de teheti azt a növénycsoportokkal mint egyénekkel, fő tekintettel azok tőalakjaira. Hogy minden közbülső csoport alakjai a tőalaktól a rokonság távolában állíttassanak a két legrokonabb, s azért szomszéd csoportok felé. Végre kitüntessék minden csoportban következetesen ugyanazon fejlődési haladvány.

Ezek azon szempontok, melyek felé a rendszerezésben törekszünk, s melyeket szem előtt kell tartanunk a meglevő rendszerek megitélésénél.

Itt is a rendszerek vázán túl nem akarok terjeszkedni, nehogy a részletek homályossága a fő dolgot is untatóvá tegye.

Azon zuzmórendszerek, melyek a füvészet újabbkori vívmányait magukba felvették, s melyek közt csak választanom kellett, következők:

1. *Massalongo*-é. Megjelent az Schedulae criticae in lichenes exsiccatos Italiae (Verona 1855.) czímü munkájában, több mesterséges rendszerrel. Abban elosztja Massalongo a zuzmókat hat seriesre, ú. m. moszatzuzmókra, tőzuzmókra, rés-zuzmókra, gombazuzmókra, álzuzmókra és kórzuzmókra (Phycolichenes, gnesiolichenes, hysterolichenes, mycolichenes, pseudolichenes, és apatheolichenes). Az utólsó két seriest, úgymint az ál- és kórlicheneket, mint, vagy a gombák és moszatokhoz tartozó terményeket, vagy mint eltörpült zuzmóalakokat, elmellőzvén, marad az első négy series, mely ugyan világosan mutatja a szerző igyekezetét, úgy rendezni a zuzmókat, hogy a legjellemzőbb lichen alakok a sorozat közepére essenek, azok pedig, melyek a moszatok- és gombákhoz közelednek, a sort kezdjék és végezzék, de a kivitelben nem mindenütt szerencsés. Elkülöníté a tő- és rés-zuzmókat mint főosztályokat, igen alárendelt jellegnél fogva, ú. m. a kög vagy szilke külalakja miatt, holott ez még a legjellemzőbb histerolichen nemnél is, a Firkapörzsnél, sokszor tányéridomu.

Épen oly kevéssé sikerültnek mondható gombazuzmóinak kijelelése, melyeket ő Calycium, Cyphelium, Coniocybe, Acolium és Sphinctrina nemekben, vagyis a kehelypörzsfélékben vélt feltalálhatni, holott azok közöl többen bőven kifejlett pikkelyes teleppel, s a tőzuzmóktól nem igen eltérő terméssel bírnak. Meglehet, hogy itt néhány régibb füvész véleményének hódolt, kik a Coniocybe és Sphinctrina nemet, nem minden ok nélkül, a gombákhoz számíták. Ezeken kivül nem ajánlja magát rendszerének szétdaraboltsága 56 tribusával s kiskörü nemeivel.

2. *Körberé.* Megjelent ez, Systema lichenum Germaniae czímü munkájában 1855. Boroszlóban, s javíttatik azóta időközökben megjelenő parergákban. Rendszerét a termetre alapítja, s elosztja a zuzmókat főleg a telep állománya és belszerkezete alapján két seriesre, ú. m. heteromer, és homöomer lichenekre. A serieseket rendekre osztja, tekintettel a telep belszerkezetére s fejlettségi fokára, gally-, lomb-, és ripacszuzmókra. A rendeket család csoportozatokra osztja a termések nyílt és zárt volta szerint. A családokat a telep fejlettségére s a termés belszerkezetére alapítja, s végre a nemeket főleg a termés szerkezetére és iszporákra. Rendszerét a legnagyobb következetesség jellemzi, mi által a legpontosabb mesterséges rendszer előnyeivel is bír.

Hogy rendszerében az egyrétü zuzmók a második seriesben a pyrenocarp lichenek után állnak, nem helyeselhető, ha a zuzmók a moszatok és gombák közé helyezendők, mi kétséget nem szenved; de elvárjuk a fáradhatlan szerző igazságszeretetétől, hogy a főmunka s a parergák összefoglalásánál a tudomány ezen követelését is teljesítni fogja, az által, hogy az egyrétü zuzmókat a többrétüekkel analog sorozatban, a heterolichenek elébe helyezendi.

3. *Nylanderé.* Megjelent az (1858. évben Párisban) Enumeration générale des Lichenes és Synopsis methodica lichenum czímü munkáiban. Nylander három családra osztja a zuzmókat, ú. m. Collemacei, Myriangei és Lichenacei. Az első családba teszi az egyrétü zuzmókat két tribus- és tizenöt nemmel, a másodikba a magános Myriangium nemet, a harmadikba a többrétü zuzmókat 20 tribusban és 97 nemmel.

Osztályzási elvei, melyeket említett munkáinak elsejében kifejtett, alig térnek el a mieinktől, legfölebb a nemek megalapitásánál, hol kevés súlyt fektet az iszporákra, ellenben a talmagóczoknak s azok beltartalmának nagy fontosságot tulajdonít. Azonban elveit rendezésében nem követi, még a nemek megalapításánál sem. Helyenként az iszporákra alapítja diagnosisait, másutt a talmagóczokat tekintetbe sem veszi, sőt vannak nemei különböző sterigmáju talmagóczokkal, mi, ha a talmag s annak sterigmái fontosabb szaporítási létegek, mint az iszporák s azok tömlői, nem helyeselhető.

Legfeltünőbb rendszerében az, hogy a második családba a magános Myriangium nemet állítja, egy zuzmót, melyet már Massalongo egyrétünek ismert, s melyről Nylander maga kételyét fejezi ki, vajjon a lichenek közt meghagyandó, vagy a gombák közé sorozandó. Tehát a sorozat középpontjára, a legjellemzetesb zuzmó helyére, oly terményt helyez, melynek lichentermészetéről maga is kételkedik. Épen oly feltünő, s osztályzási elveinkkel meg nem egyeztethető, hogy nála a kelyhpörzsfélék nyitják meg a többrétü zuzmók sorozatát, holott a Coniocybe és Sphinctrina nemek nem a moszatokhoz, hanem a gombákhoz közelednek. Úgy látszik, mintha ő ezen harmadik család nemeit a gombáktól eltérő, s újra azokhoz közeledő kerülékes sorozatba akarta volna összeállítni, eltérőleg a bevezetésben vallott elveitől.

Ezen következetlenségen kivül nem ajánlja Nylander rendszerét a szerző hiúsága, mely, mint látszik, talán csak azért gyártott sok nem számára új nevet, mivel a régi meglevő nem francziától, nem is Nylandertől ered.

4. *Muddé.* Megjelent Darlingtonban 1861. A Manual of british lichens czímü munkájában.

Mudd a fő felosztásban Nylandert követi, s felveszi annak három családját, de mivel általában Nylander rendszerében elvet nem talált, változtatja legalább az alsóbb csoportozatok rendjét, a nélkül azonban, hogy módosításait indokolná. Elosztja az első és harmadik családot, mint már azt Massalongo és Körber tevék, zárt és nyiltköcsüekre; Bacomyces s Sphyridium nemet állítja a csőbibircs mellé, mint Nylander; a kelyhpörzsféléket pedig a rés-zuzmók után a nyiltköcsüek végére. A telep fejlettségi fokára alapitott csoportozatokat nem veszi fel, de követi némileg a nemek összeállításánál, a mennyiben a sorozatokat a galytelepüekkel kezdi, átmegy a lombtelepüekre, s végre a ripacsosokra.

Feltünő, hogy az első családot a zárttermésüekkel, a harmadikat a nyílttermésüekkel kezdi; mi nem helyeselhető, hogy ha a zárttermés magasabb fejlettségü a nyíltnál.

Ha Mudd a második családot az elsővel egyesíti, ha a tribusokat a telep fejlettségéhez mérten csoportosítja, s következetesen halad minden sorozatban ugyanazon elv szerint a termés tekintetében is : rendszere igen sikerültnek mondható.

5. *Fries Tódoré.* Megjelent Upsalában 1861. Genera heterolichenum europaea recognita.

Fő czélja ezen munkájában, a zuzmónemeket biztosabb jellegekre alapítni, a régieket jogukba visszaállítni, a hiúság alkotta neveket kiküszöbölni, s végre a heterolicheneket azon elv szerint rendezni, melyen a phanerogamok természetes rendszere nyugszik.

Itt ezen jeles munkának csak utólsó része, mely az új rendszert tartalmazza, jő tekintetbe, melyben Fries a heterolicheneket, vagyis a többrétü zuzmókat, négy seriesre osztja, ú. m. heterocarp, homocarp, coniocarp és pyrenocarp lichenekre. Az első seriesbe teszi nagyában a telepköcsüeket, úgy a másodikba a sajátköcsüeket, a harmadikba a gallybibircsot s a kelyhpörzsféléket, a negyedikbe a zártköcsüeket. A seriesek családjait s a családok nemeit a telep s a termés fejlettségi foka szerint rendezi, s a serieseket a gallyzuzmókkal kezdi, átmegy a lombzuzmókra, s berekeszti a ripacszuzmókkal, de csak azon seriesekben, melyek számára mind a három fő zuzmó alakból jut.

Nem szükséges itt megmutatnom, hogy a fölebb kimondott osztályzási elvét a seriesek alkotásánál tekintetbe sem vette; mert igen világos, hogy azok tisztán a termés minőségére alapítvák, holott a phanerogamok fő csoportjai egészen más alapokon nyugszanak. Az egy-, két-, sokszíküek, a szíromtalanok, az egy-, és sokszirmu növények oly jellegeknél fogva válnak el egymástól, melyek analogjait, ú. m. a törzs belszerkezetét, s a függelékműszerek elrendezési módját a tengely körül, a zuzmóknál csak a telep szerkezetében és a külalakban, a mennyiben ez a belalkattól függ, s a tengelyt a függelékekkel magába zárja, kell keresni, mint Körber tevé. Miből világos, hogy Körber rendszere meg Fries elve szerint is elsőbbséggel bír. Különben nem foghatom fel, hogy választhatá Fries mintául a phanerogamok rendszerét, s hogy kerülhette ki figyelmét azon következetlenség, mely a phanerogamok elrendezésében oly feltünőleg sért, hol nagyobb mértékben mint Nylander zuzmórendszerében, ugyanazon léteg, mely egy rendben egyedüli osztásalap, a másodikban semmibe sem vétetik. A termés (s a mag) például, mely az ernyősöknél s a kereszteseknél egyedüli osztásalap, másutt igen alárendelt jelleg, így a szironták féléknél s a rózsaviráguaknál (Rosiflorae). Az elsőknél lehet a termés száraz vagy húsos felkovadó s fel nem pattanó, egy és sokmagu, a rózsavirúk gyümölcsei pedig magok majdnem kimerítik a termések catalogusát, ha végig pillantunk az alma, szilva, nászpolya, szeder, szamócza, csipke, a párló, pimpó, cziklász, a bajnócza, vérfő, berekenye stb. terméseiken.

Mindezekből kitünik, hogy Massalongo, Nylander, Mudd, és Fries rendszerei kisebb mérvben találták el azt, mit természetes rendszertől követelünk, mint Körber, a miért is zuzmóvirányomhan ez utóbbit követtem.

# A SZABÁLYELLENES TÉRFOGATU GŐZÖKRŐL.

THAN KÁROLY LEV. TAGTÓL.

(Egy tábla rajzzal).

(Olvastatott Febr. 22-én 1864-ben.)

---

Gay-Lussac volt első, ki 1808-ban remek búvárlatai által kimutatta, hogy az egymással egyesülő légnemek térfogatai, egymáshoz és a származott lég vagy gőzalaku vegyület térfogatához igen egyszerü számok által kifejezhető viszonyban vannak. E nagy tények, melyeknek számát Dumas, Mitscherlich, Cahours, Deville, Troost és mások jelentékenyen szaporitották, a *légnemek térfogati törvényében* általános kifejezést nyertek.

A tudomány tovább fejlődésével, különösen pedig a szerves vegytan óriási vívmányai által, e térfogati törvények, legalább formulázásukat illetőleg, lényeges változást szenvedtek, a mennyiben később a gázok térfogata és vegysúlya közötti összefüggést nevezték *térfogati törvénynek.* Gerhardt és Laurent iparkodtak legelőször ezen összefüggésnek egyszerü kifejezést adni, mely lényegében véve a következő:

„*A tér, melyet a különféle testek tömecssúlyának (Molekulargewicht) megfelelő mennyisége gőzalakban betölt, minden vegyileg egynemü göznél egyenlő.*"

A tömecssúly itt az alkatrészek paránysúlyának összegét jelenti.

A térfogati törvény ezen formulázása eredetileg a szerves vegyületek tanulmányozása által felderített nagyszámu tényekre volt alapitva. Későbben kiterjesztetett az minden illékony szervetlen vegyületre, és az egyszerü testekre is. A kérdéses törvényt ezen alakjában *a légnemek új térfogati törvényének*" fogjuk nevezni.

Némely esetben, a tömecssúlynak megfelelő térfogat gőzalakban 2—3-or akkora mint a fönebbi törvénynek megfelelne.

Ily szabályellenes esetek előfordúlnak a szalmiak és néhány egyéb ammonium-vegyületnél, továbbá az ötszörös chlorphosphor és a kénsavhydratnál. Kopp*) már régebben figyelmeztetett arra, hogy az említett testeknél a tömecssúlynak megfelelő térfogat, mindig épen akkora mint a közelebbi alkatrészek térfogatának összege. A szalmiak szabályellenes térfogata (=2Vol.) például épen akkora mint a sósav (=1Vol.) és az ammoniak (=1Vol.) térfogatainak együttvéve megfelel. A carbaminsavas ammoniumnál $(H_4N)[NH_2(CO)]O$, a szabályellenes térfogat (=3Vol.) egyenlő, 2 térf. ammoniak $(2NH_3)$ és 1 térf. szénsav $(CO_2)$ térfogatainak összegével.

Mivel nem lehet föltenni, hogy épen ezen szabályellenes gőzöknél, az észlelt térfogat *véletlenül* volna épen akkora, mint a különvált közelebbi alkatrészek térfogatainak együttvéve megfelel, mig e viszonyt a szabályos gőzöknél leggyakrabban nem**), vagy csak igen csekély számu esetben tapasztaljuk: mi sem természetesebb és jogosúltabb mint azon föltevés, hogy a nevezett testek gőzei azért mutatnak látszólagosan (scheinbar) szabályellenes térfogatot, mert azon hőmérséknél, melynél térfogatuk (azaz gőzsürüségük) meg lett határozva, közelebbi alkatrészeikre bomlottak fel. E felfogás szerint az úgynevezett szalmiak-göz $350^0$-C-nál nem egyéb mint egyenlő térfogat sósav- és ammoniak-gáz *elegye*, nem pedig e két alkatrész vegyülete. E nézetet Gerhardt Bineau, Kopp, Cannizaro és Kekulé mondották ki, és azt később számos kitünő vegyészek, kik ez irányban foglalkoztak, magukévá tették. Az ammoniumsók ilyetén felbomlása, mindazon esetekben, hol a bomlás különféle szakaszokban történik, közvetlenül észlelhető. Így tapasztaljuk például, hogy a kénsavas ammo-

*) Kopp : Annalen der Chemie und Pharm. CV. 390.

**) Csupán a széneny-vegyületeknél ezernél több ily eset van ismerve.

nium hevítésénél előbb ammoniak, azután víz és végre kénecssavas ammonium fejlődnek ki. Így észlelte Cahours*), hogy az eczetsavas ammonium hevítés által egymásután ammoniakot, eczetsavat és vizet veszt, és végre acetamiddé változik. Máskép áll a dolog a szalmiak, az ötszörös chlorphosphor és a kénsavhydratnál, melyeknél a bomlás egyenletesen történik, és látszólag fel nem bomlott gőzeikben, a különvált közelebbi alkatrészek lehülés alkalmával ismét az eredeti vegyületekké egyesülhetnek. Ezeknél közvetlen észlelés útján nem lehet arról meggyőződést szerezni, vajjon gőzeik közelebbi alkatrészeikre fel vannak-e bomolva vagy nem?

Pebal**), továbbá Wanklyn és Robinson***) kisérleteikből, melyek a gőzök átömlési törvényeinek (Diffusionsgesetze) szellemdús alkalmazására voltak alapítva, azon következtetést vonták, hogy a szalmiak, az ötszörös chlorphosphor és a kénsavhydrat göze valóban csak *elegye* ezen testek bomlási terményeinek. E kísérletek által a fönebb említett vegyészek nézete kísérleti alapot nyert.

Deville****) kétségbe vonván Pebal, Wanklyn és Robinson következtetéseinek helyességét, ugyanaz alkalommal a következő kísérletet tette közzé: Egy kivülről higanygőz által változatlanul 350°C-ra hevített térbe, melybe egy léghévmérő volt állítva, két külön csővön sósavat és ammoniakgázt vezetett be. Deville azt észlelte, hogy e kísérletnél, ha a gázok elegendő mennyiségben ömlöttek be; a tér hőmérséke 394°5C-ra emelkedett. Deville úr ezen észleletéből azt következteti, hogy a szalmiak 394°5C-nál nemcsak el nem bomlik, hanem hogy alkatrészei e hőmérséknél jelentékeny melegfejlés mellett egyesülnek; és e szerint bebizonyítottnak tekinti, hogy a szalmiak göze azon hőmérséknél (350°C), melynél ő annak sürüségét meghatározta, valóságos vegyület, nem pedig sósav és ammoniak elegye.

Ha ez be volna bizonyítva, akkor az új térfogati tör-

---

*) Compt. rend. LVI. 900. — Liebig: Annalen d. Chemie und Pharm. CXXVIII. 68.

**) Annalen der Chemie und Pharm. CXXIII. 199.

***) Erlenmayer's Zeitschrift f. Ch. und Pharm. 1863. 177.

****) Compt. rend. LVI. 729.

vényt nem lehetne általános érvényünek tekinteni, mert a szalmiak e törvénynyel ellenkező kivételt képezne. Ha megfontoljuk, hogy mily keveset tudunk a gázok belső erőmüvi szerkezetéről és hőviszonyairól: nem nehéz belátni, hogy Deville úr következtetése csak azon esetben volna némileg elfogadható, ha a gázok, mielőtt a hevített térbe vezettettek, már 350°C-ra lettek volna melegítve, és még így is, jelentékeny hőmérséki emelkedést idéztek volna elő. Deville úr, fájdalom, nem említi értekezésében, vajjon e föltételnek elég volt-e téve vagy nem. Wanklyn és Robinson *) urak e miatt méltán kételkedtek a nevezett következtetés helyessége felől.

Mivel én épen egy vegytudományi tankönyv kidolgozásával foglalatoskodom, melynek rendszere részben az említett új térfogati törvényre van alapítva; és mivel e kérdést tudományos szempontból nagy jelentőségünek tartom: érdekemben volt kísérlet által meggyőződnöm arról, mily hatást gyakorolnak a sósav és ammoniak egymásra, ha elébb 350°C-ra hevítetvén, egymással elegyítetnek. E czélra egy fölül beforrasztott üvegcsőbe higany fölé száraz ammoniakgázt adtam. E csőbe betettem egy másik elzárt üvegedényt, mely sósavval volt megtöltve. Ezután mind a két csövet fölmelegítettem 350°-C-ra. A belső vékonyfalu üvegedény öszszetörése által, a két gáz egymással elegyíttetett, és a netalán bekövetkező változás a gázok térfogatában pontosan észlelhető volt. Elöleges kísérletek által meggyőződtem arról, hogy az ammoniak higany által 350°C-nál vegyileg semmi változást nem szenved. Kísérleteim szerint sósavgáz hasonló körülmények között rövidebb idő alatt szintén nem szenved lényeges változást; hosszabb idő ($^1/_2$—1 óra) alatt azonban forró higany által köneny fejlődés mellett részben elbomlik. E körülmény miatt a készüléknek sajátszerü berendezése vált szükségessé. A kísérlet következőleg vitetett végbe.

Egy üveg csövekből összeforrasztott edény, melynek szerkezete az I. ábrából kivehető, tökéletesen száraz sósavval megtöltetvén, *a*-nál beforrasztatott. A két *b* és *c* cső nyilt vége kautsuk csövekkel volt ellátva, melyek üvegbotocskákkal

---

*) Compt. rend. LVI. 1237.

voltak bedugva. Ezen üvegedény betolatott egy szélesebb (3 centimeternyi) higanynyal megtöltött üvegcsőbe, mely egyik végén be volt zárva, és fölületén millimeter osztályzattal bírt. A külső cső, miután nyilása vastag kautsuk lap által, melyen a két belső cső kiálló vége légzárólag keresztül ment, elzáratott, nyilásával lefelé irányozva beállíttatott egy higanynyal telt üveg hengerkádba *C*, melyben függőleges helyzetben vas tartók által megerősítetett. A csövek fölé ezután a *Natanson*-féle kályha *) úgy lett fölállítva, hogy azok ennek légfürdőjében izzó szén által hevítethettek. A készülék berendezése a II. ábrából látható. A kályha hengeralaku falai általellenben fekvő helyeken párhuzamos résekkel vannak ellátva. A légfürdő gyanánt szolgáló belső henger rései üveg lapok által vannak elzárva, úgy hogy a kályhán keresztül a csövek láthatók. A kályha külső hengere számos apró nyilással bír, melyek nedves agyagtésztával betapaszthatók, mi által a légvonat tetszés szerint szabályozható. A kautsuk cső *b*-ről higany alatt eltávolíttatott, míg *c* egy higanynyal egészen megtöltött üveglopóval tétetett összeköttetésbe, *d* teke egy hosszu függőleges üvegcsőbe végződött, mely alul *e*-nél szorítócsappal (Quetschhahn) volt elzárva.

A kályha ekkor izzó szén által annyira lett hevítve, hogy a légfürdőbe állított hévmérő állandóan 350—360° C. közt ingadozott**). Hevítés közben egy kis higanylégtárból lassanként annyi száraz ammoniak adatott a külső osztályos *B* csőbe, hogy a nevezett hőmérséknél a két belső cső összeforrasztási helye valamivel magasabban állott a higany fölületénél.

Mivel a sósav feszereje a belső edényben nagyobb volt, mint az ammoniaké a külső csőben: a feszerők egyenlőségének helyreállítása végett *e* csap óvatos felnyitása által annyi sósav szívatott ki a belső edényből, hogy a higany *b* csőben *h* magasságig emelkedett. E pillanatban *c*-ről is levétetett a kautsukcső, mi által a higany a másik keskeny csőben is *h* magasságra emelkedett.

---

*) Lásd Liebigs Annalen der Chemie und Pharm. XCVIII. 301.

**) Mivel a higany a külső csőben lökdösve kezdett forrni, a kályha alsó nyilásait mind be kellett zárni.

A belső edény most annyira lett lehúzva, hogy a higany fölszíne mind a három csőben egyenlő magasságu volt; ennek állása a külső cső millimeter osztályzatán pontosan leolvastatott és följegyeztetett. Ekkor a belső edény, a higanykádba lenyúló szárainál fogva, a külső edény fölső boltozatához oly erővel üttetett hozzá, hogy mintegy $\frac{1}{3}$-da a vékony üvegből fújt belső edénynek letört, mi által a sósav és ammoniak egymással elegyedhettek. Ezen elegyedésnél a légelegy teljesen átlátszó maradt, mi azt bizonyítja, hogy szilárd szalmiakfüst nem képződhetett. Az eltörés előtt és után a higany magassága egyenlő időszakok múltával több ízben leolvastatott, a következő eredménynyel. A millimeter osztályzat kezdete a cső felső végén volt.

| | | |
|---|---|---|
| Az eltörés előtt | az 1-ső leolvasásnál . . . . . . . | 215 m. m. |
| | a 2-ik leolvasásnál egy perczczel későbben | 213 m. m. |
| Az eltörés után | az 1-ső leolvasásnál . . . . . . . | 212 m. m. |
| | a 2-ik leolvasásnál egy perczczel későbben | 209 m. m. |

E kísérletből határozottan kiderül, hogy a sósav és ammoniak elegyedésénél 350° C mellett, *ha a gázok már előre e hőmérsékig voltak hevítve*, a gázelegy térfogata észrevehetőleg nem gyarapodik, minek okvetlenül be kellene következni, ha az elegy hőmérséke rögtön 44°5 C-al emelkednék. Az említett körülmények közt a két gáz úgy elegyedik egymással, mint két egészen közönyös légnem (p. éleny és légeny), és 350° C-nál egymásra semmi észrevehető hatást nem gyakorol.

Ugyanezen kísérletet ismételtem valamivel alacsonyabb hőmérséknél. A hévmérő 330—340° C között ingadozott. A belső cső széttörésénél a higany szemlátomást emelkedett, a nélkül, hogy kivállott szalmiaktól eredő zavarodást lehetett volna észre venni. Mintegy 5 percz múlva a higany már 43 m. m.-el magasabban állott. Ekkor azonban már a széttört üveg edény falán kivállott szalmiaktól származó csekély füstös zavarodás volt észrevehető.

Noha a leírt kísérletek kivitele sok nehézséggel jár, és azok igényt nem tarthatnak arra, hogy szabatos észleleteknek tekintessenek: mindazáltal azt tartom, hogy a leírt második kísérletből némi alapot nyer azon sejtelem, hogy sósav és ammoniak 350°C-nál valamivel alacsonyabb hőfoknál és csekély nyomás alatt (mintegy 0·5 meter higany) egyesülhetnek, és hogy ezen egyesülésnél az igen valószinü hőmérséki emelkedés daczára összehúzódás (Contractio) áll be.

A kifejtett okoknál fogva azon véleményben vagyok, hogy a hőmérsék emelkedése, melyet Deville úr kísérleteinél észlelt, onnét származik, mert a gázok előre nem voltak 350°C-ra hevítve, és ennélfogva valamivel alacsonyabb hőmérséknél valóban egyesültek. Semmi esetre sem következik azonban fölfogásom szerint a nevezett észleletből, hogy az említett gázok 350°C-nál valóban vegyileg egyesülve vannak.

Egy más alkalommal Deville és Troost*) urak, kísérleteik által megállapitott azon tényt tették közzé, hogy oly magas hőmérsékben, melyben az ammoniak nagyobbrészt elemeire felbomlik, a szalmiak ilynemü bomlást nem szenved. E tényt a szerzők annak bizonyítékául hozzák fel, hogy a szalmiakgőz sósav és ammoniaknak valóságos vegyülete, nem pedig a két alkatrész elegye; mert véleményük szerint be nem látható, hogy miért nem bomlanék az ammoniak a szalmiak gőzében is fel, ha nincsen vegyileg megkötve, úgy mint a tiszta ammoniak.

E következtetést jogosúltnak lehetne tartani, ha ki volna mutatva, hogy az ammoniak egyéb közönyös gázokkal elegyítve az izzítás alkalmával ugyanoly bomlást szenved, mint ha tiszta állapotban egyenlő hőmérsékig hevítetik. Mivel ez eddigelé kísérletileg kimutatva nincsen, a kérdést a következő kísérletek által iparkodtam megoldani: Egy Liebig-féle kemenczében három egymás mellett fekvő keskeny porczellán cső vörös izzásig hevítetett. Az egyik csövön tökéletesen megszáritott ammoniak, a másodikon ammoniak higított vízoldatából keletkező gőzök, a harmadikon száraz ammoniak és higanygőz vezettettek keresztül**). Miután a gázok mintegy $^3/_4$ óra hosszáig mentek a csöveken által, a levegő teljes kiüzése után, a bomlási termények kis üvegedényekbe fogat-

*) Compt. rend. LVI. 891.

**) A higany-gőz, az ammoniakkészülék és a porczellán cső közé iktatott tekecsőben foglalt higanynak felfőzése által keletkezett.

tak fel. E kis cső-alaku üvegedények oly szerkezetüek voltak mint a Bunsen-féle higanylégtárak (l. Bunsen Gasometrische Methoden 22. l. 16-dik ábra), melyek higanynyal és részben vizzel voltak megtöltve. Ekként az ammoniak bomlási terményei a köneny és légeny a víz fölött gyültek össze, míg az el nem bomlott ammoniak a víz által elnyeletett. A gázokat mintegy negyed óráig egyenletes gyorsasággal vezettem keresztül a csöveken. Ezen idő alatt az első csőből, melybe tiszta ammoniak vezettetett, jelentékeny menynyiségü el nem nyelt gáz (16·1 C.C. $0^0$-nál és 0·66$^{m.}$) gyült össze; míg a második és harmadik csőből igen csekély el nem nyelt gáz fejlődött (0·79 és 0·83 C.C.). Miután a gázok a Bunsen-féle elnyelő csőben (Absorptionsrohr) kénsav által az ammoniaktól megtisztíttattak és megmérettek: Bunsen módszere szerint fölösleges élenynyel elégetve elemeztettek meg. A talált szabad köneny mennyiségéből azután kiszámíttattak a hevítés által elbomlott ammoniak-mennyiségek. A vízben elnyelt, tehát el nem bomlott ammoniak-mennyisége pedig térfogati elemezés (titrirozás) útján határoztatott meg normál sósav által. E kisérletek eredménye ezer rész ammoniakra kiszámolva a következő számokból látható:

1000 rész ammoniakból a hevítés által elbomlott:

| | | |
|---|---|---|
| Az 1-ső csőben | csupán száraz ammoniakkal . . | 14,08 rész. |
| A 2-dik „ | ammoniak és vízgőzzel . . . | 0,35 „ |
| A 3-dik „ | ammoniak és higanygőzzel . . | 0,68 „ |

Ezekből látható, hogy az 1-ső csőben 40-szer annyi ammoniak bomlott el, mint a másodikban, és 20-or annyi mint a harmadikban. E kísérletek tehát bizonyítják, hogy az ammoniak egyenlőn hevített csőkben sokkal csekélyebb mérvben bomlik el, ha hozzá közönyös gőzök vannak elegyedve, mint tiszta száraz állapotban. Mivel föltenni nem lehet, hogy víz és higanygőz ammoniakkal izzó hőségben vegyületeket képeznének: a Deville és Troost által megállapított tényekből nem szabad oly következtetést vonni, hogy a szalmiakgőzt azon oknál fogva tartsuk egynemü vegyületnek, mert a benne foglalt ammoniak a hevítés által nem oly mérvben bomlik el, mint a tiszta és sósavval nem elegyített ammoniak.

E kísérlet két porczellán csőveli ismétlésénél az egyiken száraz ammoniak, a másikon ammoniak-oldat göze és ezenkivül egy másik lombikból jelentékenyebb mennyiségü vízgőz vezettetett keresztül. Az 1-ső csőből 10 percz alatt 17 C.C. el nem nyelt köneny és légenyből álló gáz gyült össze. Ugyanezen idő alatt a másik csőből, melyen ammoniak és vízgőz ment keresztül, csak megmérhetlen nyomai fejlődtek ki az el nem nyelhető gázoknak.

Úgy vélem, hogy ezen tények szerint Deville-nek a szalmiakgőz alkatát illető következtetései tarthatatlanok. Pebal, továbbá Wanklyn és Robinson átömlési kísérleteire vonatkozólag pedig oda megy ki nézetem, hogy e kísérletek valódi bizonyítékául tekinthetők annak, miszerint a szalmiak, az ötszörös chlorphosphor és a kénsavhydrat göze felbomlott testek.

Deville úr ez utóbbi kísérletek bizonyító ereje ellen megemlíti, hogy azon erők, melyek az átömlést (diffusio) eszközlik, a kérdéses gőzök egy igen csekély részének *) elbomlását okozhatják, mi által a fönebbi buvárok által megállapított tényeknek egészen más értelmezést kellene adni. Hogy mennyire tarthatatlan ezen ellenvetés, azt Kopp **), továbbá Wanklyn és Robinson ***) eléggé kimutatták. E buvárok egyszersmind újból kifejtették az átömlési kísérletekre alapított bizonyítékok érvényességét.

Devillenek ezen ellenvetésén kivül Pebal szép kísérlete ellenében más oldalról is tétettek kifogások. Wanklyn és Robinson ****) megemlítik, hogy a likacsos asbest-válaszfal a szalmiak gőzére bontólag hathat és az eredményt kétessé teheti. Hiller pedig *****) ily bontó hatást tulajdonít a fémtermészetü könenynek, melyben az átömlés történik. Ezen ellenvetések helyességének megvizsgálása végett Pebal kísérletét oly módosítással ismételtem, mely mellett a szalmiak-gőz

*) Wanklyn és Robinson kísérletei világosan mutatják, hogy a gőzök elbomlottsága nem lehet igen jelentéktelen.

**) Liebigs Annalen der Chemie und Pharm. CXXVII. 113. lapon a jegyzetben.

***) Compt. rend. LVI. 1237.

****) Erlenmeyer's Zeitschrift für Chemie und Pharm. 1863. 177.

*****) Lehrbuch der Chemie von Dr Ferd. Hiller. Leibzig, Engelmann 1863. Előszó a XVII. lapon.

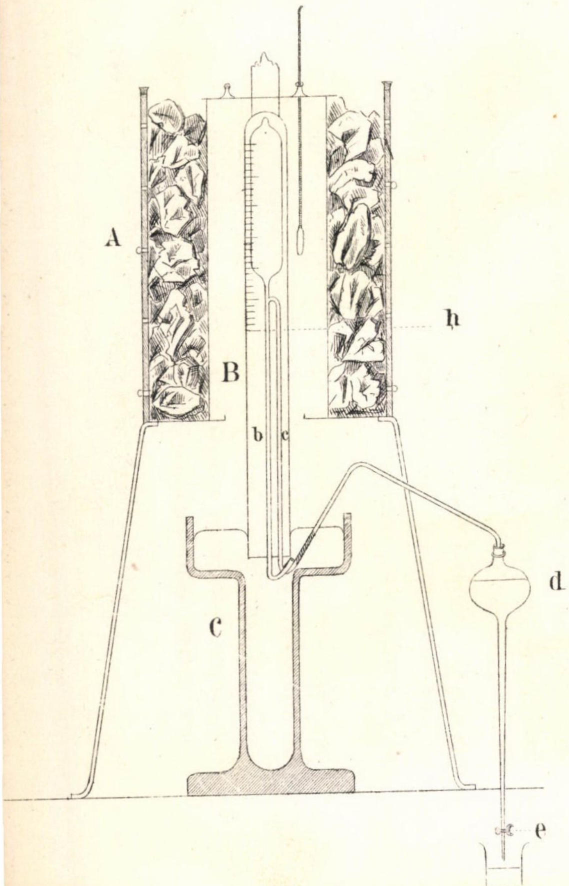
átömlése likacsos asbest válaszfal helyett, saját magán a szilárd szalmiakon át történt. A szalmiak előlegesen kihevíttetvén, egészen közönyös hatásu volt. Ezt porrá dörzsölve gyenge nyomás által egy üvegcsőbe könnyü úgy összesajtolni, hogy belőle egy $\frac{1}{2}$ hüvelyk vastagságu likacsos válaszfal keletkezzék.

A kísérlet kiviteléhez oly készüléket használtam, mely Pebalétól kissé eltér, és egyszerüsége valamint átlátszósága miatt előadásokbani kísérletre különösen alkalmas. E készülék egy 2,5 centimeter széles és 20 cm. hosszu vízszintes üvegcsőből *AB* (III-dik ábra) áll. E csőbe annyi durva porrá tört és kihevített szalmiakot kell adni, hogy két fa bottali összesajtolás által belőle egy $\frac{1}{4}$—$\frac{1}{2}$ hüvelyk vastagságu válaszfal keletkezzék, a mely a csövet két egyenlőtlen részre oszsza*). Miután a cső egy állvány segítségével vízszintes helyzetben meg lett erősítve, nagyobb részletébe néhány darabka kihevített szalmiakot adunk. A cső két nyílása kétszer átfúrt dugaszokkal van ellátva, melyeken *ab* és $a_1$ $b_1$ csövek mennek keresztül. A két cső $a$ és $a_1$ kautsuk által köttetik össze *c* villaalaku csővel. A másik két cső a megnedvesített lakmusz szalagok ($b$-ben vörös, $b_1$-ben kék) tartóival vannak kapcsolatban. Ekkor a villaalaku csövön át, egy légtárból száraz légeny gáz (Nitrogenium) vezettetik a készüléken keresztül. Ha néhány percz múlva egy lámpa segítségével a szalmiak darabocskákat annyira hevítjük, hogy azok élénken kezdjenek elpárologni: úgy néhány másodpercz lefolyása alatt a lakmuszszalagok színeiket fölcserélik, annak jeléül, hogy $b$ felé szabad ammoniak, $b_1$ pedig szabad sósav illannak el a légeny gáz folyamával. E kísérletből tehát határozottan kiderül, hogy Pebal kísérleténél nem a válaszfal és köneny okozzák a szalmiak szétbomlását, mert nem lehet föltenni, hogy a szilárd szalmiak sajátgőzére bontólag hasson, valamint, hogy a végtelenül közönyös légenylég a szalmiak-gőz szétbomlását eszközölhetné.

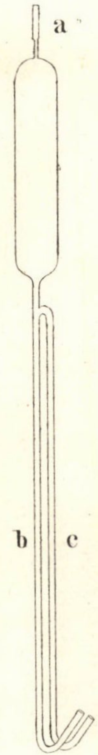
---

*) Előadásokbani kísérletekhez czélszerübb szalmiak helyett asbest válaszfalat alkalmazni, mert ezt igen vékonyra lehet elkészítni, miáltal a lakmusz szinváltozása még gyorsabban bekövetkezik. Azonkivül az asbest fal sokkal összetartóbb is, mig a szalmiak fal gyakran szétomlik.

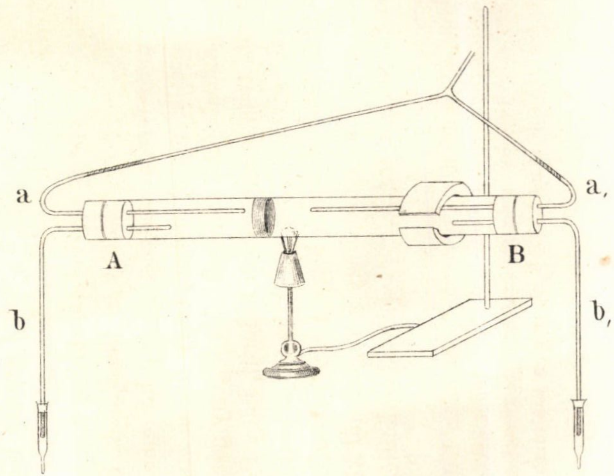
II^ik^ abra.




I^sö^ ábra.




III^ik^ ábra.




Ny. Rohn es Grund Pest 1865

A fönnemlített búvárok ellenvetései tehát e kisérletre nézve ki vannak zárva, úgy hogy az szabatos bizonyíték gyanánt tekinthető arra nézve, hogy a szalmiak göze valóban sósav és ammoniak elegye; mert ha az egynemü vegyület volna, be nem látható, hogy miként ömlene át $b$ felé szabad ammoniak, és miért megy $b_1$ felé szabad sósav a lakmuszszalagokhoz.

Végül megemlítem még, hogy Fittig kísérleteiből *) szinte határozottan következik, miszerint a szalmiak már vízoldatának főzése alkalmával is, elillanó szabad ammoniakra és az oldatban visszamaradó szabad sósavra bomlik fel.

---

Ha az idetartozó tényeket és azok egymáshozi vonatkozásait egybevetjük: kiderül, hogy a bevezetésben kimondott általános térfogati törvény, mely szerint: „*Minden egynemü gözt képező testnél, a tömecssúlynak megfelelő mennyiség térfogata, gözalakban egyenlő*“, és ennek azon következménye, „*hogy a szabályellenes térfogatu gözök, az illető vegyület bomlási terményeinek elegyei,*“ Deville úr állítása ellenében nem tekinthető logikátlannak, a következő okoknál fogva:

1-ör) A szabályellenes térfogatu gőzök száma (ötszörös chlorphosphor, kénsavhydrat, chlorammonium és nyolcz egészen hasonló ammonium-vegyület) elenyésző, a szabályosokéhoz képest.

2-or) Azon körülmény, hogy épen a szabályellenes gőzök térfogata mindig akkora, mint a közelebbi alkatrészek térfogatainak összege, nem tekinthető véletlennek, mivel ezen eset a többi göznél egyet vagy kettőt kivéve elő nem fordúl.

3-szor) A fönebb említett átömlési kisérletek alapján fel vagyunk jogosítva azon következtetésre, hogy a szabályellenes gözöket, a közelebbi alkatrészek elegyeinek tekintsük, mint azt az új térfogati törvény következetessége követeli.

4-szer) Az új térfogati törvény tisztán tapasztalatilag,

*) Liebig's Annalen der Chemie und Pharm. CXXVIII. 189.

minden föltevés segítsége nélkül is kifejthető és megalapítható. Erre nem kívántatik meg egyéb, mint hogy az eddig szokásos eljárást az elemek vegysúlyainak megállapításánál, újabb vegytani tények által indokolt elvek szerint módosítsuk. Mivel azonban ezen eljárás tulajdonképen szinte a megegyezés (conventio) kérdése, épen úgy mint a régibb vegysúlyoknál az volt: könnyü belátni, hogy az említett megegyezés módosítását, a tudomány valódi haladásának kell tekinteni, ha általa a térfogati törvény legegyszerübb és legáltalánosabb alakot nyer, és e törvény a vegytan egyéb általános törvényeivel, úgymint a vegysúlyok-, a fajmelegek-, az isomorphia- és a vegyi átalakulás törvényeivel olynemü összehangzásba jő, mely által az általános vegytan legfontosabb nyílt kérdéseinek egész serege megoldatik. Nem lévén annak itt helye kifejteni, hogy mennyire lehetséges ez jelenleg is, e tárgyra nézve legközelebb megjelenendő tankönyvemre útalok, melyben e kérdések némelyikének megoldását megkísérlettem.

5-ször) Végre, a kérdéses térfogati törvény és annak következményei teljes öszhangzásban vannak az elméleti természettan újabb tanaival, különösen pedig a légnemek és gözök erömütani elméleteivel. Ha megfontoljuk, hogy e tanok teljesen más, de szabatos alapon fejlödtek ki: akkor ezen összehangzás ismét csak örvendetes jeléül tekinthető e törvény helyességének.

---

A Gay-Lussac-féle térfogati törvény, mely az egymással egyesülő és az egyesülés által keletkező gázok térfogati viszonyainak egyszerüségét oly alakban fejezi ki, mint ezen értekezés elején említve volt, nemcsak ellenmondásban nincsen az új térfogati törvénynyel, hanem ennek és a sokszoros arányok törvényének egyszerü következménye. Egészen máskép áll azonban a dolog azon szabálylyal, mely a Gay-Lussac-féle törvényből az egymással egyesülö légnemek öszszehúzódását (Contractio) illetőleg lehozatott. E szabály értelmében, *ha két gáz egyenlő térfogatok szerint egyesül, a* *keletkezett gázalaku test térfogata egyenlő a különvált alkatrészek térfogatainak összegével.* E szabály, melynek egy esetét a szalmiak szabályellenes göze is képezné, nagyszámu megdönthetlen ténynyel közvetlen ellentétben van, következésképen érvényesnek nem tekinthető. Mindezen a most érintett szabálylyal ellenkező tények azonban teljes összhangzásban vannak az új térfogati törvénynyel, söt annak szigorú következményei.

E tények közöl, melyeknek száma nem oly csekély mint némelyek állítják *), e helyen csak néhányat említek meg:

Közvetlen egyesülés által

1 térfogat **) higanygőz $=Hg$ ***) és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térfogat higanychloridot $=Hg\ Cl_2$

1 térfogat higanygőz $=Hg$ és 1 térfogat brom $=Br_2$ adnak 1 térfogat higanybromidot $=Hg\ Br_2$.

1 térfogat higanygőz $=Hg$ és 1 térf. jod $=J_2$ adnak 1 térf. higanyjodidot $=Hg\ J_2$.

1 térfogat kénecssav $=SO_2$ és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térf. kénecssavchloridot $=SO_2\ Cl_2$.

1 térfogat szénéleg $=CO$ és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térf. szénélegchloridot $=CO\ Cl_2$.

1 térfogat kéngőz $=S_2$ és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térf. félchlorkéneget (Halbchlorschwefel) $=S_2\ Cl_2$.

1 térfogat aethylen $=C_2\ H_4$ és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térf. aethylenchlorürt $=C_2\ H_4\ Cl_2$.

1 térfogat aethylen $=C_2\ H_4$ és 1 térf. brom $=Br_2$ adnak 1 térf. aethylenbromürt $=C_2\ H_4\ Br_2$.

1 térfogat propylen $=C_3\ H_6$ és 1 térf. brom $=Br_2$ adnak 1 térf. propylenbromürt $=C_3\ H_6\ Br_2$ (Reynolds).

1 térfogat butylen $=C_4\ H_8$ és 1 térf. chlor $=Cl_2$ adnak 1 térf. butylenchlorürt $=C_4\ H_8\ Cl_2$ (Kolbe).

---

*) Deville: Compt. rend. LVI. 891. — Annalen der Chemie und Pharm. CXXVII. 283. továbbá Cahours Compt. rend. LVI. 900. Annalen der Chemie und Pharm. CXXVIII. 72.

**) 1 térfogat $=4$ térfogattal a régibb kifejezés szerint.

***) $Hg=200$ $S=32$, $O=16$, $C=12$.

1 térfogat terpentinolaj $=C_{10}H_{16}$ és 1 térf. sósav $=HCl$ adnak 1 térf. sósavas terpentint $=C_{10}H_{17}Cl$ (Cahours).
1 térfogat amylen $=C_5H_{10}$ és 1 térf. sósav $=HCl$ adnak 1 térf. sósavas amylent $=C_5H_{11}Cl$ (Cahours).
1 térfogat caproylen $=C_6H_{12}$ és 1 térf. sósav $=HCl$ adnak 1 térf. sósavas caproylent $=C_6H_{13}Cl$ (Cahours).
1 térfogat caprylen $=C_8H_{16}$ és 1 térf. sósav $=HCl$ adnak 1 térf. sósavas caprylent $=C_8H_{17}Cl$ (Cahours).
1 térfogat aethylen $=C_2H_4$ és 1 térf. jodköneny $=HJ$ adnak 1 térf. aethyljodürt $=C_2H_5J$ (Berthelot).
1 térfogat propylen $=C_3H_6$ és 1 térf. jodköneny $=HJ$ adnak 1 térf. propyljodürt $=C_3H_7J$ (Berthelot) s a többi.

E tények, melyeknek számát még jelentékenyen lehetne szaporítni, nem tekinthetők a Gay-Lussac-féle szabály kivételei gyanánt; mert helyességük a dolog természeténél fogva olyannyira kétségtelen, hogy azoknak, mint a Gay-Lussac-féle szabály kivételeinek, ezen szabály érvényének kedvező magyarázatot találni alig lehetne. Ha továbbá megfontoljuk, hogy ezen ellenkező tények sokkal számosabbak, mint azok, a melyekre régente e szabály alapíttatott, világos: hogy képtelenség a kérdéses szabályt ezek után is érvényesnek állítni. Még kevésbbé szabad természetesen, e szabály következményeit a szabályellenes gőzökre alkalmazva, érvek gyanánt tekinteni az új térfogati törvények ellen.

---

Végül megemlítem e helyen, hogy ha az új térfogati törvényt az úgynevezett egyszerü testek gőzeire alkalmazzuk, oly fogalmat nyerünk a vegyelemek benső szerkezetéről, mely az egyszerü és összetett testek általános physikai tulajdonságai közti tényleges hasonlatosságot megmagyarázza, minek a régibb fölfogás nem felelt meg. Az új térfogati törvény értelmében ugyanis, az egyszerü testek tömecssúlyát, illető vegysúlyaik egyszerü sokszorozásának kell tekintenünk. A parányelviség nyelvén e viszony azon föltevésben nyer magyarázatot, hogy az egyszerü test tömecse, miként az összetetteké, több parányból áll, melyek vonzóerők által bizonyos külső befolyások által szét nem bontható csoportokká (azaz tömecsekké) vannak egyesítve. E szerint az egyszerü és összetett test közötti lényeges különbség abban áll, hogy az elsőnek tömecsei (Molecule) csupán egynemü, ellenben az utóbbi tömecsei különnemü részecskékből (azaz parányokból) állanak. Gerhardt és mások eredetileg az elemek vegyi átalakulásaiból, később az élenyt illetőleg Clausius *) egészen más természetü elméleti okokból jutottak e nézlethez.

Legtöbb elemnél a tömecssúly gőz alakban kétakkora, mint a paránysúly; példák a következő tömecssúlyok: $H_2$, $Cl_2$, $Br_2$, $J_2$, $N_2$, $O_2$ és igen magas hőmérsékekben $S_2$ és $Se_2$; másoknál négyszerakkora, mint p. $P_4$ és $As_4$. A tömecssúly és paránysúly — egyedül a higany $=Hg$ és kadmiumnál $=Cd$ egyenlők egymással.

Úgy látszik, hogy azon feltünően gyors változás, melyet némely elemek gőzeinél, a kiterjedési tényező értékében, bizonyos hőmérséki fokoknál tapasztalunk, azon alapszik, hogy ezen elemek tömecsei több apróbb tömecsekre oszolnak szét a magas hőmérsék befolyása által. Új térfogati törvényünk értelmében az ily gőzök térfogatának a kérdéses hőmérsékek közelében sokkal gyorsabban kell növekedni, mint oly gőzöknél, melyek csupán csak a hőmérsék emelkedése következtében terjeszkednek ki, Gay-Lussac kiterjedési törvénye szerint. Mint Deville és Troost uraknak a gőzsürüségek fölötti nagybecsü vizsgálataiból kiderül, ily gőzöket kiválólag a kén és szelen képeznek.

Ha kiszámoljuk a kén- és szelengőz sürüségét az ismert $d=\frac{m}{28,943}$ képlet **) szerint, melyben $d$ a gőz elméleti sürüségét, $m$ annak tömecssúlyát, a $28,943$ állandó szám az éleny tömecssúlyának sürüségéhezi viszonyát ($\frac{32}{1,10561}=$ $=28,943$) jelentik; és ha egyszersmind fölteszszük, hogy a kéngőz tömecsei a forrpont közelében 6 parányból, a szelené hasonló körülmények közt 3 parányból áll: azt tapasztaljuk,

---

*) Poggendorff's Annalen der Chemie und Physik. CIII. 644.

**) L. Than Károly a m. akadémiai Értesítőben 1860.

hogy a kiszámolt sürüségek, az aránylag alacsony hőmérsékekben kísérletileg meghatározott számokkal feltünően megegyeznek.

| | Gőzsűrűség = d | | | |
|---|---|---|---|---|
| *hőmérsék* = T. | *észlelve* | | *kiszámolva* | *tömecssúly* = m |
| kén 500° C körül | 6,617 | (Dumas) | 6,6337 | $S_6$=192 |
| kén { 860° C-nál<br>1040°-nál | 2,23 | (Deville és Troost) | 2,2112 | $S_2$= 64 |
| szelen 860°-nál | 8,2 | [Deville*] | 8,1885 | $Se_3$=237. |
| szelen 1420°-nál | 5,68 | (Deville) | 5,459 | $Se_2$=158. |

Andrews és Tait valamint Babó újabb kísérletei szerint igen valószinü, hogy az ozon viszonya a közönséges élenyhez egészen hasonló. Egészen megfelelő eseteket észleltek Playfair és Wanklyn**) összetett testeknél, különösen az eczetsavhydrat és az allégenysavnál. Mindezen testek tehát különféle hőmérsékeknél mintegy polymer gőzöket képeznek.

*) Compt. rend. XLIX. 241. Egy későbbi értekezésében Deville (U. o. LVI. 891) 7,67 számot közli.

**) Proceedings of the R. S. of. Edinburgh, vagy Liebigs Annalen CXXII. 245.

MAGYAR

# AKADÉMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI,

ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

V. KÖTET. 1864. II. SZÁM.

# AZ 1860. II. SZ. ÜSTÖKÖS DEFINITIV PÁLYASZÁMÍTÁSA.

MURMANN AUGUSZTTÓL.

(Beadatott jan. 8-án 1864.)

---

Az 1860. II. sz. üstökös azon leggyengébb üstökösök közé tartozik, melyek valaha észrevétettek és vizsgáltattak. Érdekkel annyiban bír, a mennyiben pályaelemei a múlt század vége felé megjelent két üstököséihez, t. i. az 1783 és 1793 II.-éihez, némiképen hasonlók, melyek közöl az utóbbi hasonlag felette gyenge világu, mindkettö pedig az 1860-val ugyanazon sorsban részesül, miután mindhárman csak rövid időn, valami két hónapon át szemléltethettek. Megfogható, hogy azon kis idő alatt az üstököstöl átfutott rövid darab pályához különböző elemü kúpmetszvény fog közelíthetni, úgyannyira, hogy egy ily üstökösnek vizsgálása magában véve tovább folytatott mozgására nézve bennünket némileg bizonytalanságban hágy. A midőn az 1860. II. sz. üstökös a két fennebb említetteli netaláni azonosságát megállapitni szándékoznám, legyen szabad ebbeli vizsgálódásomnak első részét a következőben előadni, t. i. azon üstökös összes szemléléseinek tárgyalását, az abból folyó legvalószinübb elemekkel együtt. A másik két üstökösnek az összehasonlításra nézve következő kiszámítását továbbra hagyom, miután az 1793. II. sz. üstökös szemléléseinek nagy része mindeddig nyilvánosságra nem hozatott, s a meglevő szemlélődések hiányossága miatt tanácsosnak látszik, ezen számításhoz csak a lehető legtökéletesb szemlélődési készlet birtokában fogni hozzá. Párisban — mint az üstökös egyetlen szemlélet helyén — a Perny által tett, de nem közölt összes szemlélődései felől intézett kérdésre azon válasz adatott, hogy azok most a csillagda nagy irattárából ki nem kerestethettek.

A következő számítás az 1860. II. sz. üstökös definitiv pályaszámítása gyanánt tekintethetvén, kiegészítés végett ez üstökösnek megjelenési módjáról némi bővebb adatokat bocsátok előre.

Az 1860. II. sz. üstökös Hamburgban 1860. april 17-én Rümker György igazgatótól fedeztetett fel. Ettől fogva folytatólagosan következtek egymásra a szemlélődések május 24-ig; egy utólsó elszigetelt junius 11-kén sikerült szemlélés után az üstökös vizsgálatával gyenge világa miatt fel kellett hagyni. Ha az üstökös pályáját az égen az év elején visszafelé követjük, akkor azt találjuk, hogy az jan. febr. és márcziusban újholdkor, de mindenesetre csak nagyon esetlegesen fedeztethetett volna fel, miután éjjel csak igen rövid időn át vétethetett észre; az üstökös világossága különben akkor nem lehetett csekélyebb mint felfedeztetésekor, a felfedezés azonban csak akkor sikerült, a midőn a dél felől jövő üstökös sarkkörüli lett. Szemléltetésekor az üstökös a Perseus csillagzatából kiindúlva a Kocsistól éjszakra haladt, s körülbelül $50^0$ földközponti (geocentricus) ívet futott át; az ennek megfelelő napközponti (heliocentricus) ív $32^0$ tesz. Az üstökösnek mind a nap, mind a földhöz való legnagyobb közelítése majd csaknem egy időben — márczius második felében — történt, tehát felfedeztetése előtt. Ezen a feltalált üstökös világosságára nézve kedvezőtlen dologálláshoz még azon az üstökös gyöngesége méltánylatára különösen feltüntetendő körülmény járúl, miszerint annak naptóli távolsága napközelében (Perihel) már a nagyobbakhoz számítható, és a földtőli távolsága szemléltetése idején szokatlan nagynak nevezhető. Tegyük az üstökösnek a nap s földtöli távolsága megfordított négyzetének aránylagosan felvett világosságát napközelében =1·0, akkor ez felfedeztetésekor =0·8, a szemlélődések átalános abbahagyatásakor pedig =0·4, és junius 11-kén az utólsó szemlélés alkalmával =0·3 lesz.

Az üstökös eleinte 3′, május vége felé 1′.5-nyi — a közepe felé sűrüsödő ködfoltnak látszott. Május 15-kén Auwers tudor Königsbergben rendkivül tiszta időben (egy levél tudósítása szerint) egy csaknem magalakú 11.12 nagyságu csillaghoz hasonlítható központot vehetett észre.

Az egész szemlélődési anyag 72 többnyire tökéletes szemléletből áll. Ennek felhasználása következőleg történt: Először az üstökösnek már meglevő szorosabb elemeivel egy napló (ephemerida) készíttetett, s ezzel a szemlélések összehasonlíttattak; azután ezen összehasonlításból normalhelyek képeztettek, s ezen normalhelyekre különbzéki- (differential) egyenletek alapíttattak, melyekből az eredetileg elfogadott elemek legvalószinübb javításai merítendők.

Kiindulási pont gyanánt szolgáltak nekem erre nézve a következő, Seeling tudortól származó parabolicus elemek:

$$\text{I. sz. elemek:}\left\{\begin{array}{l} T = 1860.\ \text{márcz.}\ 5{\cdot}71649\ \text{Greenw. köz. id.} \\ \pi - \Omega = 41^{0}\ 19'\ 56''.4 \\ \left.\begin{array}{r} \Omega = \ 8\ \ 56\ \ \ 8.5 \\ i = 48\ \ 13\ \ \ 3.8 \end{array}\right\}\ 1860{\cdot}0.\ \text{köz. éjegyen} \\ \log q = 0{\cdot}1167062 \\ \text{mozgás nyugotról kelet felé.} \end{array}\right.$$

Itten T az időt jelenti, a melyben az üstökös napközelében volt, $\pi - \Omega$ a napközelnek a felkelő csomótóli távolságát, vagy a napközelnek szélességi argumentumát, $\Omega$ a felkelő csomónak hosszát, i az üstökös pályasíkjának hajlását a földúthoz, q az üstökös naptóli legkisebb távolságát. Miután ezen elemek három, a szemlélődések egész ívét összefoglaló szemlélésből kiszámítvák, várni lehete, hogy ezen elemek szerint számított naplótól valamennyi szemlélődések eltérései s nevezetesen ezen eltérések menete igen csekély leend. Későbbi idézetek tekintetéből nevezzük ez elemeket I-ső számuaknak. Ennekutána a naplót minden másodnapra számítottam, s a közbeeső napok számait közbeiktatás (interpolatio) által határoztam meg. Szándékozván az üstökös földközponti helyének napközponti helyéből való kiszámítására szükségelt napöszrendezőket, a legnagyobb pontossággal a számításba behozni, nem vettem azokat az évkönyvekből, — minthogy 1860-ra sem a berlíni évkönyvben, sem a Nautical Almanachban az új naptáblák nem használtatvák, — hanem egyenesen a „Tables du Soleil exécutées d'aprés les ordres de la société royale des sciences de Copenhague par M. M. P. A. Hansen et C. F. R. Olufsen"-ből számítottam, s hasonlóképen minden másod napon a greenwichi délkörre. A javított naphelyeknek az üstökös földközponti helyére való befolyásának megitélésére, néhány helyet közlök, miből azoknak a Nautical Almanachban levő számoktól való eltérései láthatók.

| | Hansen et Olufsen — Naut. Almanac. | |
|---|---|---|
| idő | nap hossza | log. nap távols. |
| 1860. april 17·0 Greenw. | +0″·5 | +0·0000005 |
| „ 25·0 „ | +0·2 | +3 |
| május 3·0 „ | +0·3 | 0 |
| „ 11·0 „ | +0·7 | 0 |
| „ 19·0 „ | +0·9 | 0 |
| „ 27·0 „ | +0·8 | —1 |
| junius 4·0 „ | +1·3 | —5 |
| „ 12·0 „ | +1·9 | —2 |

Az 1860·0 közép éjegyenre visszavitt nap hosszai- és szélességeiből számítandó napösszrendezőkre szükségelt közép ferdeségét az eclipticának Hansen & Olufsen táblái szerint $=23^0\ 27'\ 26''\ 74$ vettem fel.

A junius 11-re való adatok nagyobb biztosságára a naplót inkább ezen szemléleten túl számítottam, a mi még a később említendő háborítási számvetésre (Störungsrechnung) való derékszögü összrendezők szükséglete által igazoltatik. $\alpha$, $\delta$, r, $\Delta$ — a földközponti egyeneskelés (rectascensio), a földközponti elhajlás (declinatio), az üstökösnek nap és földtőli távolságának szokásos megnevezései.

| Greenwichi közép idő $0^h$ | | | $\alpha$ app. | | | $\delta$ app. | | | log r | log $\Delta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1860. | april | 17 | 41° | 5′ | 13″·0 | +48° | 16′ | 59″·2 | 0·161999 | 0·316870 |
| | „ | 18 | 42 | 15 | 51·4 | 48 | 45 | 7·2 | | |
| | „ | 19 | 43 | 27 | 37·9 | +49 | 12 | 35·5 | 0·165849 | 0·318750 |
| | „ | 20 | 44 | 40 | 32·5 | 49 | 39 | 22·7 | | |
| | „ | 21 | 45 | 54 | 34·9 | +50 | 5 | 27·8 | 0·169792 | 0·320767 |
| | „ | 22 | 47 | 9 | 44·6 | 50 | 30 | 49·4 | | |
| | „ | 23 | 48 | 26 | 0·6 | +50 | 55 | 26·2 | 0·173821 | 0·322921 |
| | „ | 24 | 49 | 43 | 22·0 | 51 | 19 | 16·7 | | |
| | „ | 25 | 51 | 1 | 47·6 | +51 | 42 | 19·9 | 0·177928 | 0·325211 |
| | „ | 26 | 52 | 21 | 16·0 | 52 | 4 | 34·5 | | |
| | „ | 27 | 53 | 41 | 45·4 | +52 | 25 | 59·3 | 0·182107 | 0·327638 |
| | „ | 28 | 55 | 3 | 14·0 | 52 | 46 | 33·2 | | |
| | „ | 29 | 56 | 25 | 40·0 | +53 | 6 | 15·2 | 0·186351 | 0·330200 |
| | „ | 30 | 57 | 49 | 0·5 | 53 | 25 | 4·3 | | |
| | május | 1 | 59 | 13 | 12·9 | +53 | 42 | 59·4 | 0·190652 | 0·332895 |
| | „ | 2 | 60 | 38 | 14·5 | 53 | 59 | 59·9 | | |
| | „ | 3 | 62 | 4 | 2·4 | +54 | 16 | 4·9 | 0·195004 | 0·335721 |
| | „ | 4 | 63 | 30 | 33·2 | 54 | 31 | 13·7 | | |
| | „ | 5 | 64 | 57 | 43·1 | +54 | 45 | 25·7 | 0·199402 | 0·338675 |
| | „ | 6 | 66 | 25 | 28·5 | 54 | 48 | 40·5 | | |

| Greenwichi közép idő $0^h$ | | | $\alpha$ p. | $\delta$ app. | log r | log $\varDelta$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1860. | május | 7 | $67^0$ 53′ 45″·6 | $+55^0$ 10′ 57″·5 | 0·203840 | 0·341754 |
| | „ | 8 | 69 22 30·3 | 55 22 16·5 | | |
| | „ | 9 | 70 51 38·2 | +55 32 37·3 | 0·208312 | 0·344956 |
| | „ | 10 | 72 21 4·8 | 55 41 59·9 | | |
| | „ | 11 | 73 50 45·8 | +55 50 24·3 | 0·212814 | 0·348274 |
| | „ | 12 | 75 20 36·5 | 55 57 50·6 | | |
| | „ | 13 | 76 50 32·3 | +56 4 19·0 | 0·217339 | 0·351704 |
| | „ | 14 | 78 20 28·3 | 56 9 50·0 | | |
| | „ | 15 | 79 50 20·1 | +56 14 23·9 | 0·221885 | 0·355240 |
| | „ | 16 | 81 20 2·9 | 56 18 1·3 | | |
| | „ | 17 | 82 49 31·9 | +56 20 43·0 | 0·226446 | 0·358877 |
| | „ | 18 | 84 18 42·5 | 56 22 29·6 | | |
| | „ | 19 | 85 47 30·4 | +56 23 22·1 | 0·231018 | 0·362609 |
| | „ | 20 | 87 15 51·4 | 56 23 21·3 | | |
| | „ | 21 | 88 43 41·1 | +56 22 28·4 | 0 235589 | 0·366430 |
| | „ | 22 | 90 10 55·5 | 56 20 44·5 | | |
| | „ | 23 | 91 37 30·9 | +56 18 10·5 | 0·240183 | 0·370334 |
| | „ | 24 | 93 3 23·7 | 56 14 47·9 | | |
| | „ | 25 | 94 28 30·2 | +56 10 37·9 | 0·244769 | 0·374315 |
| | „ | 26 | 95 52 47·5 | 56 5 42·0 | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| „ | 27 | 97 | 16 | 13·0 | +56 | 0 | 1·4 | 0·249353 | 0·378366 |
| „ | 28 | 98 | 38 | 43·7 | 55 | 53 | 37·6 | | |
| „ | 29 | 100 | 0 | 17·2 | +55 | 46 | 31·9 | 0·253931 | 0·382482 |
| „ | 30 | 101 | 20 | 51·5 | 55 | 38 | 45·9 | | |
| „ | 31 | 102 | 40 | 24·7 | +55 | 30 | 21·1 | 0·258503 | 0·386658 |
| junius | 1 | 103 | 58 | 55·2 | 55 | 21 | 18·9 | | |
| „ | 2 | 105 | 16 | 21·7 | +55 | 11 | 40·8 | 0·263064 | 0·390887 |
| „ | 3 | 106 | 32 | 42·9 | 55 | 1 | 28·4 | | |
| „ | 4 | 107 | 47 | 57·9 | +54 | 50 | 43·0 | 0·267614 | 0·395163 |
| „ | 5 | 109 | 2 | 6·1 | 54 | 39 | 26·0 | | |
| „ | 6 | 110 | 15 | 7·0 | +54 | 27 | 39·4 | 0·272149 | 0·399481 |
| „ | 7 | 111 | 27 | 0·2 | 54 | 15 | 24·1 | | |
| „ | 8 | 112 | 37 | 45·6 | +54 | 2 | 41·8 | 0·276668 | 0.403835 |
| „ | 9 | 113 | 47 | 23·2 | 53 | 49 | 33·6 | | |
| „ | 10 | 114 | 55 | 53·2 | +53 | 36 | 1·1 | 0·281170 | 0·408219 |
| „ | 11 | 116 | 3 | 15·8 | 53 | 22 | 5·6 | | |
| „ | 12 | 117 | 9 | 31·5 | +53 | 7 | 48·4 | 0·285653 | 0·412626 |

Mielőtt a szemlélések e naplóval összehasonlíttattak volna, hozzájuk kapcsoltattak még az üstökös földtöli távolságától függő javítások, az aberratio és a parallaxis — az utóbbi a szemlélések mellett található adatok némi igazításával. A naplóigazításokra elegendőnek találom a nap századrésznyi időadatait; hiszszük t. i. hogy a másod percz tized részére számított naplóigazítások a nap századrésze alatt nem fognak változni. A feljegyzett eltérések oda értendők, hogy a szemlélésből a naplónak közbeiktatott helye vonatott le (Observ. — Calc.)

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | $\alpha$(O—C) | $\delta$(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | april | 17·42 | Hamburg | +7″·7 | +0″·6 |
| 2 | „ | 18·38 | „ | —18·7 | +38·9 |
| 3 | „ | 18·39 | Altona | ..... | +21·7 |
| 4 | „ | 20·38 | Hamburg | —14·8 | — 3·8 |
| 5 | „ | 20·44 | Bonn | +27·4 | + 7·1 |
| 6 | „ | 21·38 | Hamburg | +16·5 | ..... |
| 7 | „ | 21·38 | „ | ..... | +22·7 |
| 8 | „ | 21·38 | Altona | — 1·1 | +15·0 |
| 9 | „ | 22·39 | Hamburg | —12·0 | +19·4 |
| 10 | „ | 22·40 | Berlin | —18·2 | +18·0 |
| 11 | „ | 23·34 | Königsberg | +14·8 | +17.5 |
| 12 | „ | 23·37 | „ | +14·4 | +18·9 |
| 13 | „ | 23·40 | Berlin | —11·6 | +11·7 |
| 14 | „ | 24·36 | Altona | + 8·5 | +14·6 |
| 15 | „ | 24·36 | Königsberg | +10·3 | +19·9 |
| 16 | „ | 24·37 | Hamburg | +40·5 | ..... |
| 17 | „ | 24·39 | Bécs | + 0·8 | +11·6 |
| 18 | „ | 24·47 | Berlin | + 3·7 | +18·8 |
| 19 | „ | 25·36 | Altona | + 3·1 | +19·5 |
| 20 | „ | 25·39 | Hamburg | — 5·2 | + 6·2 |
| 21 | „ | 25·52 | Bonn | + 7·5 | +11·9 |
| 22 | „ | 27·53 | Berlin | +11·2 | +16·3 |
| 23 | „ | 28·37 | Königsberg | +20·4 | +18·7 |
| 24 | „ | 28·45 | Pulkowa | +42·4 | + 3·6 |
| 25 | „ | 30·38 | Königsberg | +33·2 | +14·9 |
| 26 | május | 1·43 | Berlin | —11·1 | + 9·3 |

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | α(O—C) | δ(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 27 | május | 6·35 | Kremsmünster | +9″·3 | —1″·0 |
| 28 | „ | 7·35 | Bécs | +36·2 | +13.6 |
| 29 | „ | 7·37 | Kremsmünster | + 7·0 | +11·5 |
| 30 | „ | 7·41 | Bilk | +62·8 | —13·4 |
| 31 | „ | 8·38 | Róma | +37·1 | + 2·0 |
| 32 | „ | 8·42 | Pulkowa | +28·6 | +14·3 |
| 33 | „ | 9·40 | „ | +24·7 | + 0·6 |
| 34 | „ | 9·42 | Kremsmünster | +42·4 | — 0·1 |
| 35 | „ | 9·46 | Cambridge | +20·7 | + 8·8 |
| 36 | „ | 10·34 | Róma | +54·7 | +24·9 |
| 37 | „ | 10·37 | Kremsmünster | +37·3 | + 2·8 |
| 38 | „ | 10·38 | Florentia | +10·1 | +17·2 |
| 39 | „ | 10·51 | Berlin | +21·9 | + 2·6 |
| 40 | „ | 11·34 | Róma | +15·9 | + 0·5 |
| 41 | „ | 11.37 | Bécs | +17·4 | +14·2 |
| 42 | „ | 11·38 | Kremsmünster | +31·5 | + 2·3 |
| 43 | „ | 11.38 | Florentia | +45·1 | + 2·6 |
| 44 | „ | 12·38 | Bécs | +40·4 | +21·0 |
| 45 | „ | 12·39 | Kremsmünster | + 9·7 | — 4·1 |
| 46 | „ | 13·50 | Berlin | + 5·2 | +12·9 |
| 47 | „ | 15·42 | Königsberg | +18·9 | — 0·9 |
| 48 | „ | 15·51 | Berlin | +14·7 | + 1·7 |
| 49 | „ | 17·38 | Florentia | — 8·6 | +11·4 |
| 50 | „ | 17·40 | Kremsmünster | +17·7 | —13·3 |
| 51 | „ | 17·50 | Berlin | — 1·6 | + 2·7 |
| 52 | „ | 18·37 | Florentia | + 3·3 | +13·9 |
| 53 | „ | 18·40 | Kremsmünster | +22·4 | —10·2 |
| 54 | „ | 18·45 | Berlin | — 2·5 | — 2·9 |
| 55 | „ | 19·43 | Königsberg | + 7·6 | +11·5 |
| 56 | „ | 20·43 | „ | + 6·0 | + 2·8 |
| 57 | „ | 20·66 | Albany | +19·6 | ..... |
| 58 | „ | 20·66 | „ | ..... | + 4·1 |
| 59 | „ | 20·68 | „ | ..... | — 3·8 |
| 60 | „ | 20·68 | „ | +24·9 | ..... |
| 61 | „ | 21·36 | Florentia | +15·7 | + 7·9 |
| 62 | „ | 22·35 | „ | +19·7 | +14·4 |
| 63 | „ | 22·47 | Berlin | — 4·0 | —11·4 |

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | α(O—C) | δ(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 64 | május | 22·59 | Albany | +17″·3 | —5″·2 |
| 65 | „ | 23·36 | Florentia | +18·0 | — 5·3 |
| 66 | „ | 23·39 | Kremsmünster | + 9·8 | — 1·3 |
| 67 | „ | 23·56 | Cambridge U.S. | + 8·5 | —10·0 |
| 68 | „ | 23·60 | Albany | +14·7 | — 8·1 |
| 69 | „ | 24·58 | Cambridge U.S. | +22·3 | —14·8 |
| 70 | junius | 11·64 | „ | —60·6 | + 5·5 |

A szemlélések csaknem mind az „Astron. Nachrichten"-ben tartalmazvák, az albanyiak az „Astron. Notices"-ben, s magáról a felfedezési hely — Hamburgról valókat Rümker igazgató úr szívességéből bírom. A római szemléletek sem maguk között, sem a más csillagdák szemléleteivel nem lévén összeegyeztethetők, kényszerítve látám magamat felvilágosíttatni netaláni tévedésekről. P. Rosa szíveskedett nekem a leszármaztatási hibák által elferdített szemlélések helyett — a mint ezek az „Astron. Nachr."-ben tartalmaztatnak — kijavított adatokat küldeni, s ez utóbbiakra vonatkoznak a fentebbi összehasonlítások 31, 36, 40 sz. a.. Továbbá a május 21. 61. sz. florentiai szemlélésnek összehasonlítása elhajlásra nézve nem alapszik az „Astr. Nachr.-"ben levő adaton, hanem egy levél közleményén. Az eredeti hely az üstökösnek több csillaggal történt összehasonlításaiból származtatva, a fennebbi sorzatból egész perczczel tér el; ha pedig az üstökösnek ezen csillagok csak egyikéveli összehasonlítása mellett maradunk, akkor a fenebbi + 7″ 9 ered. Donati igazgató engem ezen dolog közlése által azon kellemes helyzetbe juttatott, még az utólsó kétséges szemlélést is megmenthetni, s így az üstökös különben is igen kevés számu szemléléseit mind felhasználhatni.

A szemléletek csekély kivétellel (Altona) ez úton származának, hogy az üstökös közel fekvő csillagokkal hasonlíttatott össze. Valamelyik szemléletnek jósága tehát nem csak az üstökös és a csillag közötti különbség meghatározásának gondosságától függ, hanem attól is, hogy mily pontosan ismerni a csillagnak helyét. A végett, hogy a csillaghelyek megállapításában legbiztosabban járjak el, eltökélém magamat, mind ezeket egynéhányszor a délkörön (Meridiankreis) megszemlélni; s miután némelyek közölök már ezenkívül más szemlélési helyeken voltak meghatározva, az által a csillaghelyek biztosságába kivánatos egyenlőség hozatott be. Olyan csillagokat, melyek több csillagdán határoztattak meg, az illető szemlélések számai szerint számítottam ki. Különféle csillagdákon tett szemléléseknek abból eredő csekély különbségére, hogy ezek különbféle csillagtárakon (Fundamentalcatalog) alapúlnak, annál kevésbbé lehettem tekintettel, miután a Nautical Almanacon nem alapuló aránylag kevés szemlélés közel egyenlő részben a wolfersi csillagtáron és a berlini évkönyvön alapúlnak, ez utóbbi kettő pedig az illető égtájban körülbelül ellenkező módon eltér a Naut. Alm.-tól. Következnek tehát az összehasonlítási csillagok közép helyei 1860. év kezdetére számítva. A „szemlélési hely" sorára nézve jegyezzük meg, hogy B. Bécs-et, Bl. Berlin-t, K. Königsberg-et, Kr. Kremsmünster-t, P. Pulkowa-t, A. Albany-t, C. Cambridge U. S.-t jelöli.

| Száma a szémlélésnek, hol a csillag előfordúl. | ✳ $\alpha$ 1860·0 | ✳ $\delta$ 1860·0 | Szemlélési hely |
|---|---|---|---|
| 1 | $2^h$ $44^m$ $46^s{\cdot}92$ | $+48^0\,25'\,47''{\cdot}3$ | B. |
| 1 | 2 45 47·33 | +48 20 47·4 | B. |
| 2 | 2 49 16·94 | +48 56 33·0 | B. |
| 4, 5 | 3 0 1·52 | +49 50 26·4 | B. |
| 6, 7 | 3 5 48·87 | +50 25 55·9 | B. |
| 6, 7 | 3 6 12·71 | +50 24 52·0 | B. |
| 10 | 3 6 47·21 | +51 41 50·4 | B. Bl. |
| 9 | 3 10 3·80 | +50 27 20·5 | B. |
| 13 | 3 12 17·89 | +51 9 13·2 | B. |
| 12 | 3 15 32·14 | +50 55 2·5 | K. B. |
| 11, 17 | 3 16 32·14 | +51 12 55·4 | B. K. |
| 15, 16, 18, 20 | 3 22 9·30 | +51 35 3·5 | K. B. |
| 16 | 3 22 45·67 | +51 35 9·4 | B. |
| 20 | 3 23 26·78 | +51 49 45·9 | B. |
| 21 | 3 27 54·26 | +52 8 0·0 | B. |
| 22 | 3 35 26·62 | +52 28 16·1 | B. |
| 24 | 3 42 8·90 | +53 3 27·2 | B. P. |
| 23 | 3 43 5·00 | +52 51 9·6 | K. B. |

| Száma a szemlélésnek, hol a csillag előfordúl. | ✳ $\alpha$ 1860 0 | | | ✳ $\delta$ 1860 0 | | | Szemlélési hely |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25 | $3^h$ | $55^m$ | $43^s{\cdot}19$ | $+53^0$ | $37'$ | $35''{\cdot}8$ | K. |
| 26 | 3 | 56 | 6·74 | +53 | 48 | 36·3 | B. Bl. |
| 27 | 4 | 28 | 46.98 | +54 | 59 | 29·0 | B. Kr. |
| 28, 29, 30 | 4 | 36 | 38·95 | +55 | 20 | 52·0 | Kr. B. |
| 32 | 4 | 37 | 5·37 | +55 | 28 | 54·4 | B. P. |
| 31 | 4 | 39 | 37·09 | +55 | 26 | 44·1 | B. [1] |
| 33, 34, 35, 38 | 4 | 45 | 17·39 | +55 | 35 | 38·0 | Kr. B. P. |
| 39 | 4 | 47 | 10·70 | +55 | 49 | 34·1 | B. |
| 36, 37 | 4 | 51 | 7·58 | +55 | 44 | 38·3 | Kr. B. [2] |
| 40, 41, 42, 43 | 4 | 57 | 0·43 | +55 | 54 | 24·0 | Kr. B. |
| 44 | 5 | 2 | 12·94 | +56 | 20 | 1·8 | B. |
| 45 | 5 | 3 | 34·05 | +56 | 56 | 24·7 | Kr. B. |
| 46 | 5 | 13 | 38·45 | +56 | 6 | 59·1 | B. [3] |
| 47, 48 | 5 | 22 | 29·19 | +56 | 9 | 51·0 | K. B. |
| 49, 50, 52 | 5 | 31 | 9·77 | +56 | 30 | 8·8 | Kr. B. |
| 51, 54 | 5 | 35 | 25·86 | +56 | 22 | 4·9 | Bl. B. |
| 53 | 5 | 39 | 19·36 | +56 | 20 | 22·5 | Kr. B. |
| 55 | 5 | 46 | 5·65 | +56 | 21 | 4·0 | K. B. [4] |
| 56, 57, 58, 59, 60 | 5 | 52 | 0·77 | +56 | 22 | 49.6 | A. B. K. |
| 63, 64 | 6 | 2 | 58·47 | +56 | 21 | 17·4 | A. B. Bl. |
| 61, 62, 65, 66, 68 | 6 | 7 | 40·80 | +56 | 18 | 14·1 | B. A. K. |
| 67 | 6 | 9 | 48·01 | +56 | 14 | 23·3 | B. C. [6] |
| 69 | 6 | 15 | 40·80 | +56 | 15 | 13·8 | B. C. [7] |
| 70 | 7 | 47 | 20·80 | +53 | 15 | 38·0 | B. |

Megjegyzések:

1) A $4^h$ $39^m$ csillag maga nem délköri szemlélet, hanem csak összhasonlításból származtatott a $4^h$ $36^m$ csillagból; az ebbeli római határozás kihagyatott.

2) Ezen $4^h$ $51^m$ csillagnak Rómában a következő: $\alpha(1860{\cdot}0)=4^h\ 56^m\ 10^s{\cdot}20$, $\delta(1860{\cdot}0)=+55^0\ 34'\ 50''{\cdot}3$ B. csillag segítségével történt meghatározása szintén elhagyatott; mert az utóbbi csillag pontosan meghatározva lévén, az előbbi még sem egyezett meg eléggé a közvetlen szemlélésekkel.

3) A berlini — $5^h$ $22^m$ csillaghoz való csatolat kihagyatott, délköri szemlélet elég lévén.

4) Ezen csillagnak adatai közvetlen szemlélt csillagokkali összehasonlítás által határoztattak meg. A $g'''+(g-g''')$ egyeneskelés (Astr. Nachr. 1271) $1^m$-czel nagyíttatott.

5) Itt is csupán az albanyi szemlélések közvetlen délköriek.

6) C. az előbbeni $6^h\ 7^m$ csillaghoz való csatolat.

7) Ezen csillag csak a következőhöz való csatolat által határoztatott meg:

$\alpha(1860{\cdot}0)=6^4\ 14\ 36{\cdot}40$, $\delta(1860{\cdot}0)=+56^0\ 21\ 13{\cdot}5$ B.

Mind ezen közvetlen adatok 2—8-ig tökéletes délköri szemléleten alapúlnak.

Az előbbi sorzatbani adatok és a szemlélőktől elfogadott közép csillaghelyek közötti különbség hozzáadatván az üstökös szemléleteihez, — a következő a csillaghelyek javíttatása következtében változtatott $\alpha(0-C)$ és $\delta(0-C)$ mennyiségek erednek. Azon körülmény pedig, vajjon a különféle szemlélők a csillag közép helyéből annak látszólagos helyét különféle reductio-constans-ok segítségével származtatták-e le, mellőzhetőnek tünik ki az által, hogy az illető különség egyeneskelésre nézve $0^s{\cdot}02$ és elhajlásra nézve $0''{\cdot}1$-en túl nem megy.

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | $\alpha(O-C)$ | $\delta(O-C)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | april | 17·42 | Hamburg | +6″·0 | +2″·7 |
| 2 | „ | 18·38 | „ | —22·0 | +38·1 |
| 3 | „ | 18·39 | Altona | ..... | +21.7 |
| 4 | „ | 20·38 | Hamburg | —18·5 | — 2·1 |
| 5 | „ | 20·44 | Bonn | +23·7 | + 8·8 |
| 6 | „ | 21·38 | Hamburg | +15·5 | ..... |
| 7 | „ | 21·38 | „ | ..... | +20·4 |
| 8 | „ | 21·38 | Altona | — 1·1 | +15·0 |
| 9 | „ | 22·39 | Hamburg | —12·0 | +19·4 |
| 10 | „ | 22·40 | Berlin | —18·2 | +15·8 |
| 11 | „ | 23·34 | Königsberg | +15·1 | +17·1 |
| 12 | „ | 23·37 | „ | +12·9 | +18·5 |
| 13 | „ | 23·40 | Berlin | — 9·2 | +11·6 |
| 14 | „ | 24·36 | Altona | + 8·5 | +14·6 |
| 15 | „ | 24·36 | Königsberg | + 9·3 | +18·3 |
| 16 | „ | 24·37 | Hamburg | +36·1 | ..... |

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | α(O—C) | δ(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 17 | april | 24·39 | Bécs | +4″6 | +12″·9 |
| 18 | „ | 24·47 | Berlin | + 2·7 | +17·1 |
| 19 | „ | 25·36 | Altona | + 3·1 | +19·5 |
| 20 | „ | 25·39 | Hamburg | — 6·2 | + 4·9 |
| 21 | „ | 25·52 | Bonn | + 1·2 | +15·0 |
| 22 | „ | 27·53 | Berlin | + 5·7 | +15·6 |
| 23 | „ | 28·37 | Königsberg | +18·9 | +16·1 |
| 24 | „ | 28·45 | Pulkowa | +32·4 | + 2·2 |
| 25 | „ | 30·38 | Königsberg | +33·1 | +14·8 |
| 26 | május | 1·43 | Berlin | — 0·4 | + 8·3 |
| 27 | „ | 6·35 | Kremsmünster | + 9·8 | — 1·8 |
| 28 | „ | 7·35 | Bécs | +34·4 | +15·0 |
| 29 | „ | 7·37 | Kremsmünster | + 4·7 | +12·1 |
| 30 | „ | 7·41 | Bilk | +57·1 | —14·7 |
| 31 | „ | 8·38 | Róma | +25·4 | + 8·1 |
| 32 | „ | 8·42 | Pulkowa | +26·7 | +14·1 |
| 33 | „ | 9·40 | „ | +26·2 | — 1·6 |
| 34 | „ | 9·42 | Kremsmünster | +40·3 | + 1·0 |
| 35 | „ | 9·46 | Cambridge | +26·7 | + 7·5 |
| 36 | „ | 10·34 | Róma | +33·1 | — 5·9 |
| 37 | „ | 10·37 | Kremsmünster | +36·9 | + 2·3 |
| 38 | „ | 10·38 | Florentia | +15·9 | +16·7 |
| 39 | „ | 10·51 | Berlin | +15·8 | + 0·9 |
| 40 | „ | 11·34 | Róma | +21·2 | — 1·5 |
| 41 | „ | 11·37 | Bécs | +21·7 | +13·0 |
| 42 | „ | 11·38 | Kremsmünster | +33·6 | + 2·1 |
| 43 | „ | 11·38 | Florentia | +49·4 | + 1·4 |
| 44 | „ | 12·38 | Bécs | +41·9 | +18·0 |
| 45 | „ | 12·39 | Kremsmünster | +10·4 | — 4·9 |
| 46 | „ | 13·50 | Berlin | +10·0 | + 7·0 |
| 47 | „ | 15·42 | Königsberg | +20·1 | — 1·3 |
| 48 | „ | 15·51 | Berlin | +15·9 | + 1·3 |
| 49 | „ | 17·38 | Florentia | + 0·7 | +11·0 |
| 50 | „ | 17·40 | Kremsmünster | +18.6 | —14·2 |
| 51 | „ | 17·50 | Berlin | — 2·2 | + 0·5 |
| 52 | „ | 18·37 | Florentia | +12·5 | +13·5 |
| 53 | „ | 18·40 | Kremsmünster | +22·7 | — 9·9 |

SZEGED
M. Kir. Horthy Miklós-Tudományegyetem KÖNYVTÁRA SZEGED

| Sz. | idő | | Szemlélési hely | α)O—C) | δ(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 54 | május | 18·45 | Berlin | —3″·1 | —5″·1 |
| 55 | „ | 19.43 | Königsberg | +10·5 | +11·7 |
| 56 | „ | 20·43 | „ | + 8·1 | + 3·0 |
| 57 | „ | 20·66 | Albany | +24·1 | ..... |
| 58 | „ | 20·66 | „ | ..... | + 3·3 |
| 59 | „ | 20·68 | „ | ..... | — 4·6 |
| 60 | „ | 20·68 | „ | +29·4 | ..... |
| 61 | „ | 21·36 | Florentia | +13·8 | + 5·6 |
| 62 | „ | 22·35 | „ | +18·1 | +12·1 |
| 63 | „ | 22·47 | Berlin | — 5·2 | —10·3 |
| 64 | „ | 22·59 | Albany | +18·9 | — 7·8 |
| 65 | „ | 23·36 | Florentia | +16·4 | — 7·6 |
| 66 | „ | 23·39 | Kremsmünster | + 4·8 | — 2·0 |
| 67 | „ | 23·56 | Cambridge U.S. | + 5·5 | —10·6 |
| 68 | „ | 23·60 | Albany | +17·4 | — 9·1 |
| 69 | „ | 24·58 | Cambridge U.S. | +26·0 | —14·4 |
| 70 | junius | 11·84 | „ | —57·0 | + 3·3 |

Ambár a szemléléseknek a naplótóli itt-ott rendetlen eltérései, mint ezen számsorzat kimutatja — s mint az üstökös gyönge világánál fogva várni is lehete — a szemléléseknek itt-ott kisebb szabatosságát mutatják, mindamellett a naplóigazításnak menete tisztán látszik. A második munkához fogván, t. i. a normalhelyek képezéséhez, evvel egyszersmind azon műtételt kapcsoljuk össze, mely minket a szemlélések pontosságának mértéke felől felvilágosítson. E végre a naplóigazításokat a következő csoportokra osztjuk:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | 1—10 | sz. | vagyis april | 17 — | april | 22 |
| II. | 11—18 | „ | „ | 23 — | „ | 24 |
| III. | 19—26 | „ | „ | 25 — | május | 1 |
| IV. | 27—35 | „ | május | 6 — | „ | 9 |
| V. | 36—46 | „ | „ | 10 — | „ | 13 |
| VI. | 47—60 | „ | „ | 15 — | „ | 20 |
| VII. | 61—69 | „ | „ | 21 — | „ | 24 |
| VIII. | 70. | „ | junius | 11. | | |

Ha ezen csoportok számára az illető idők- és naplóigazításokból a középszámot veszszük, úgy a következő sorzatot nyerjük:

| idő | | $\alpha(O-C)$ | $\delta(O-C)$ |
|---|---|---|---|
| 1860. april | 20·52, 20·28 | $-3''\cdot32$ | $+15''\cdot53$ |
| „ | 24·01, 23·96 | $+10\cdot00$ | $+15\cdot73$ |
| „ | 27·80 | $+10\cdot98$ | $+12\cdot05$ |
| május | 8·17 | $+27\cdot92$ | $+4\cdot41$ |
| „ | 11·39 | $+26\cdot35$ | $+4\cdot46$ |
| „ | 18·30 | $+13\cdot11$ | $+0\cdot77$ |
| „ | 23·03 | $+12\cdot86$ | $-4\cdot90$ |
| junius | 11·64 | $+57\cdot00$ | $+2\cdot30$ |

ahol az első két sorba írt időadatok közől az első az egyeneskelésre, a második az elhajlásra vonatkozik. Ha a naplójavításokból eredt középszámoknak menete nem volna oly határozott, akkor ezen középszámok és az egyes javítások közötti különbségek úgy szólván szemléleti hibáknak nézetnének, a fenebbi esetre nézve pedig előbb egy görbe vonalat úgy kell meghatároznunk, hogy a metszékeknek (Abscissen) vett időközepek rendezői az időközepek mellett álló C—0 mennyiségekkel összevágjanak. Egy egyes szemlélésből eredő naplójavításnak a görbe vonal rendezőjétől való elállása — a szemlélési időt metszéknek véve — körülbelül szemléleti hibának fog vétethetni. Könnyen kiviláglik, hogy az egyeneskelési javításoknak közepei eléállítására az időnek még harmadik hatványai kívántatnak meg, mialatt az elhajlási javításoknak egy t szerint négyzetes függvény eleget tesz. Ennél fogva $\alpha(0-C)$ helyett teszszük:

$$A=a+bt+ct^2+dt^3$$

és $\delta(0-C)$ helyett: $D=a'+b't+c't^2$

Ha ezen képletekbe az utólsó sorzatnak számait helyettesítjük, először az a, b, c, d, azután az a', b', c', meghatározására nyolcz-nyolcz egyenletet nyerünk. A legkisebb négyzetek módja szerint járván el, a fentebbi két képlet helyett a következőket kapjuk:

$$A=+18\cdot''8+1\cdot''46t-0\cdot''084t^2+0\cdot''0002t^3$$
$$D=+9\cdot8-0\cdot72t+0\cdot010t^2$$

—t mennyiséget május 0·00-tól számítva — a hátramaradó hibákkal:

| Száma a csoportnak | $\alpha$(O—C)—A | $\delta$(O—C)—D |
|---|---|---|
| I. | —0''5 | —2''0 |
| II. | +2·9 | +1·3 |
| III. | —4·2 | +0·6 |
| IV. | +2·7 | —0·2 |
| V. | +1·5 | +1·6 |
| VI. | —5·4 | +0·9 |
| VII. | +2·8 | —3·4 |
| VIII. | —0·5 | +6·5 |

Az egyes szemléleti időkre kiszámított A és D mennyiségek egy részről, s más részről a szemléleteknek a naplóvali összehasonlításában tartalmazott $\alpha$(O—C) és $\delta$(O—C) mennyiségek közötti különbségek, az elég pontosan leszármaztatott szemlélési hibák gyanánt állhatnak, az egyes szemlélés közép hibájának kiszámítására. S ebből egy szemlélt egyeneskelés közép hibája =12''9
elhajlás „ „ = 8·3,
tehát egy elhajlási szemlélet pontosságának viszonya egy egyeneskelési szemléletéhez =1 : 0·6434.

Az összes szemléletek sejdíthető hibáinak ezen műtételből eredő átnézete igazolja, hogy minden szemléletet csonkítatlanul vettünk fel, akkor is, ha ezek valami nagyobb esetleges hibával látszottak bírni, azért t. i. hogy valamelyik observatorium szemlélődései netaláni állandó eltéréseinek felette nagy befolyást ne engedjünk. Így a berlini szemléletek eltérései $\delta$-ra nézve középszámban véve csaknem egészen ugyanazok D-vel, — az egyeneskeléséi ellenben a következő — állandó befolyással bíró kölönbségeket mutatják:

| $\alpha$(O—C)—A |
|---|
| —21''1 |
| —14·7 |
| — 5·5 |
| — 9·0 |
| —21·1 |
| — 9·4 |
| —13·5 |
| — 6·0 |

| $\alpha$(O—C)—A |
|---|
| —22·1 |
| —21·6 |
| —16·8. |

Végre oly megjegyzéseket, miszerint egy szemlélő, szemléléseinek egyike vagy másika iránt kevesebb bizalommal volt, tekintetbe nem vettünk, mert csak egyes szemlélési helyekre nézve bírtunk a szükséges részletekkel. D-nek fentebbi képletét továbbá arra is használjuk, hogy az I. és II. sz. csoportban mind két öszrendező számára a naplójavítást ugyanazon egy időre hozzuk. Mi az egyeneskelési javítást változatlanul hagyjük, s D-nek képletéből $\delta$(O—C)-nek változását t szerint különbzékelés és helyettesítés által nyerjük. Ezáltal a szóban álló két sor helyett a következő fog állani:

| idő | $\alpha$(O—C) | $\delta$(O—C) |
|---|---|---|
| 1860 april 20·52 | —3·″32 | +15·″31 |
| „ 24·01 | +10·00 | +15·69. |

Fentebb a csoportok képzésénél a naplóigazítások közepét hallgatag megfelelőnek tételeztük fel az idők közepére nézve. Ezen feltételezésnek helyessége vagy helytelensége A és D képletből tünhetik ki. Számítsuk az A és D mennyiségeket egy csoport egyes szemléleti ideire, akkor mind A mind D mennyiségek közepének azonosnak kell lenni az idők közepe szerint számított A és D-vel. A számítás ezt csaknem egészen helybenhagyja, miután egynéhány századrész másodperczнyi mennyiségben előforduló különbségek jelentőséggel nem bírnak, — a számításba pedig be sem vehetők, mert a képlet e helyeken már biztosat nem adhat; csupán az $\alpha$(O—C)-nek I. és III. sz. csoportjában fordúl elő néhány tizedrész másodperczнyi különbség, úgy hogy ezen két különbség az illető számokhoz való hozzátételével eleget tehettünk a szóban levő aránylagosságnak. Ezen kiigazítás által az I. és III. sz. csoportnak — 3·32 és 10·98 számai lesznek =—3·08 és +11·38.

Számításomban már a különbzéki egyenletek felállításán túl voltam, a midőn az épen megjelent száma az „Astr. Nachr."-nek még két leideni szemléletet közlött. A szemléletek kevés száma tekintetéből e két új s azonkivül egy még eddig nem képviselt szemléleti helyről érkezett szemléleten túl nem mehettem, s hogy a már képezett normalhelyek ideit megtarthassam, A és D képletek segítségével az időknek — a két szemlélet számba vétele által megváltoztatott középszámait ismét az előbbeniekre hoztam. A leideni szemléletek összehasonlítása a naplóval a következő:

| sz. | | idő | | $\alpha$(O—C) | $\delta$(O—C) |
|---|---|---|---|---|---|
| 71 | május | 7·44 | Leiden | — 5″2 | +12″3 |
| 72 | „ | 20·49 | „ | +28·3 | —26·6. |

A leideni csillagda observatora, Kam N. M. úr, kit a szemléléseknek közzétételébe becsúszott tévedések kijavításáért megkerestem, szíves volt a két csillagot, melyeken szemléletei alapúlnak, ezeknek egyébiránti hibátlansága kiderítésére még reggeltájban a délkörön vizsgálni. Miből a következő helyek eredtek:

| Sz. a szemlélésnek | ✱$\alpha$(1860·0) | | | ✱$\delta$(1860·0) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 71 | $4^h$ | $36^m$ | $39^s$·36 | +55° | 20′ | 52″·5 | L. |
| 72 | 5 | 54 | 45·48 | +56 | 27 | 42·1 | L. |

E két csillag elseje feltaláltatik ugyan a fentebbi jegyzékben: mivel azonban a leideni megállapitás a csillagnak fentebb több szemléletre használt adatai mellé nem vétetett fel, megtartám azt változatlanul a 71. sz. szemlélésnek; így a 72-re való csillagot is, a mely a fentebbi jegyzékben nincsen. Ez okból ezen két szemlélet nem szenved javítást a csillaghelyre nézve.

A 71. és 72. sz. szemléletek a IV. és VI. sz. csoportokat következő módon változtatják meg:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| IV. | május | 8·10 | +24·61 | +5·20 |
| VI. | „ | 18·47 | +14·28 | —1·34 |

a mikből, az előbbi időkre visszavivő kis számok hozzátétele után, a következő összeállításban levő számok erednek:

A szemlélések definitiv eltérése az I sz. elemektől:

| | idő | $\alpha$(O—C) | $\delta$(O—C) |
|---|---|---|---|
| april | 20·52 | — 3″·08 | +15″·31 |
| „ | 24·01 | +10·00 | +15·69 |
| „ | 27·80 | +11·38 | +12·05 |
| május | 8·17 | +24·62 | + 5·16 |
| „ | 11·39 | +26·35 | + 4·46 |

| | idő | $\alpha$(O—C) | $\delta$(O—C) |
|---|---|---|---|
| május | 18·30 | +14″·30 | —1″·28 |
| „ | 23·03 | +12·86 | — 4·90 |
| junius | 11·64 | —57·00 | + 3·30 |

Az üstökösnek ugyanezen időkre való, a napló közbeiktatásából nyert földközponti összrendezői, $\alpha$ és $\delta$, ezek:

| | idő | $\alpha$ app. | $\delta$ app. |
|---|---|---|---|
| april | 20·52 | 45° 18′ 54″·23 | +49° 53′ 1″·91 |
| „ | 24·01 | 49 44 8·71 | +51 19 30·81 |
| „ | 27·80 | 54 46 51·65 | +52 42 30·52 |
| május | 8·17 | 69 37 37·97 | +55 24 6·14 |
| „ | 11·39 | 74 25 47·28 | +55 53 25·25 |
| „ | 18·30 | 84 45 23·56 | +56 22 51·00 |
| „ | 23·03 | 91 40 6·11 | +56 18 5·12 |
| junius | 11·63555 | | |

— a juniusi hely gyanánt ismét magát a szemléletet veszszük fel.

A két utólsó számsorzat összeadva egymással a következő látszólagos — aberratiótól ment — normal helyeket képzik:

| Sz. | idő | | $\alpha$ app. | $\delta$ app. |
|---|---|---|---|---|
| I. | april | 20·52 | 45° 18′ 51″·15 | +49 53 17·22 |
| II. | „ | 24·01 | 49 44 18·71 | +51 19 46·50 |
| III. | „ | 27·80 | 54 47 3·03 | +52 42 42·57 |
| IV. | május | 8·17 | 69 38 2·59 | +55 24 11·30 |
| V. | „ | 11·39 | 74 26 13·63 | +55 53 29·71 |
| VI. | „ | 18·30 | 84 45 37·86 | +56 22 49·72 |
| VII. | „ | 23·03 | 91 40 18·97 | +56 18 0·22 |
| VIII. | junius | 11·63555 | 116 44 33·30 | +53 13 6·50 |

melyek — 1860. jan. 1·0—t illetőleg — nutatio és praecessio:

| | | |
|---|---|---|
| „ | +29″·87 | +11″·92 |
| „ | +31·90 | +11·64 |
| „ | +34·26 | +11·20 |
| „ | +41·28 | + 9·25 |
| „ | +43·39 | + 8·39 |
| „ | +47·38 | + 6·25 |
| „ | +49·54 | + 4·65 |
| „ | +53·12 | — 2·30 |

levonása által a következő közép normalhelyekre változnak :

| | idő | $\alpha(1860 \cdot 0)$ | | | $\delta(1860 \cdot 0)$ | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| april | 20·52 | 45° | 18′ | 21″·28 | +49° | 53′ | 5″·30 |
| „ | 24·01 | 49 | 43 | 46·81 | +51 | 19 | 34·86 |
| „ | 27·80 | 54 | 46 | 28·77 | +52 | 42 | 31·37 |
| május | 8·17 | 69 | 37 | 21·31 | +55 | 24 | 2.05 |
| „ | 11·39 | 74 | 25 | 30·24 | +55 | 53 | 21·32 |
| „ | 18·30 | 84 | 44 | 50·48 | +56 | 22 | 43·47 |
| „ | 23·03 | 91 | 39 | 29·43 | +56 | 17 | 55·57 |
| junius | 11·63555 | 116 | 43 | 40·18 | +53 | 13 | 8·80 |

Vizsgáljuk a feladatot minden szigorral, akkor ezen helyeket még nem tekinthetjük olyanoknak, melyekhez a kiszámítandó pályát leginkább hozzácsatolhatnók. Ezen közép normalhelyeket még azon háborításoktól kell megszabadítnunk, melyeket a bolygók az üstökösre, ennek szemlélési tartama alatt gyakoroltak. Természetes, hogy csak valami bizonyos időpont (epocha) óta gyakorolt háborításokra kell tekintenünk, s az ilyen feltevés mellett számított elemek a nevezett időpontban érintő elemeknek fognak tekintetni. Legyenek x, y, z az üstökösnek valódi valamelyik összrendezői rendszerre vonatkozó összrendezői t idejében; x′, y′, z′ pedig azok, melyeket ugyanazon t idejében birna, ha t′ idejétől fogva a bujdosók hatása az üstökösre megszünt volna: — akkor az x—x′, y—y′, z—z′ különbségek a háborító bujdosók t′-től t-ig tartó befolyásának tekintendők, s a több idő számára kiszámitott x′, y′, z′, összrendezőkből számitott elemek t′-ben érintő elemek lesznek. Legczélszerübben viszszük véghez ezen kis számítást az Encke-féle mód szerint, (Berl. Jahrb. 1858.), a mely által a derékszögü összrendezők háboríttatásai kiszámíttatnak. Mindenek előtt azonban a bujdosók közől azokat zárjuk ki, a melyek az üstököshözi állásuk és kisebb tömegöknél fogva oly csekély hatással lesznek, hogy ez még a hetedik tizedesben is =0 lesz. Rövidleg megfontolván azt találjuk, hogy Mars kizárandó, — Jupiter ellenben, Venus, a Föld, s talán Saturn is, számba vehetök. Jupiter s Saturn-nak úgy szólván csaknem egyenlő állásuk van az üstököshöz, hatásaik ennélfogva egymáshoz számítódnak, s szintúgy Venus- és a Földéi is, miután Venus a földről csaknem ugyanazon irányban volt, mint az üstökös, — csakhogy e két bujdosó háborításának időszaka (periodus) rövid lesz.

A derékszögü rendszert akként helyezzük, hogy X, Y, Z tengelyének tevőleges vége sorban a következő pontokra mutat: $\alpha=0$ $\alpha=90^0$

$\delta=0$ $\delta=0$ $\delta=+90^0$

érintési időpont gyanánt pedig april 17·0 veszszük. Ezen határozat folytán erednek a következő

♃ és ♄ általi háborítások:

| idő | | x—x′ | y—y′ | z—z′ |
|---|---|---|---|---|
| april | 13·0 | 0 | 0 | 0 |
| „ | 21·0 | 0 | 0 | 0 |
| „ | 29·0 | — 2 | + 2 | — 2 |
| május | 7·0 | — 6 | + 6 | — 5 |
| „ | 15·0 | —11 | +13 | —10 |
| „ | 23·0 | —19 | +22 | —16 |
| „ | 31·0 | —28 | +35 | —24 |
| junius | 8·0 | —39 | +52 | —34 |
| „ | 16·0 | —52 | +72 | —46 |

♀ és ♂ általi háborítások:

| idő | | x—x′ | y—y′ | z—z′ |
|---|---|---|---|---|
| april | 13·0 | 0 | | |
| „ | 21·0 | 0 | | |
| „ | 29·0 | + 1 | | 0 |
| május | 7·0 | + 3 | | — 1 |
| „ | 15·0 | + 7 | 0 | — 2 |
| „ | 23·0 | +11 | + 1 | — 3 |
| „ | 31·0 | +17 | + 1 | — 3 |
| junius | 8·0 | +23 | + 3 | — 4 |
| „ | 16·0 | +30 | + 6 | — 4. |

A különbzéki képletek segítségével, melyek az $\alpha$ és $\delta$ összrendezők változásait a derékszögü összrendezők változásai által fejezik ki, a háborítások összegeként — a normalhelyek ideire közbeiktatva s ellenkező jegygyel véve — a következő mennyiségeket nyerjük:

| sz. a normalhelynek | $\alpha$-ban | $\delta$-ban |
|---|---|---|
| I. | 0''00 | 0''00 |
| II. | —0·01 | +0·01 |
| III. | —0·03 | +0·02 |
| IV. | —0·08 | +0·09 |
| V. | —0·09 | +0·12 |
| VI. | —0·12 | +0·20 |
| VII. | —0·13 | +0·26 |
| VIII. | +0·18 | +0·64. |

Ezen mennyiségek a fentebbi közép normalhelyekhez adva — adják a következő definitiv ellipticus normalhelyeket:

érintés (oscul.) april 17·0-én.

| Sz. | idő | $\alpha$(1860·0) | $\delta$(1860·0) |
|---|---|---|---|
| I. | 1860 april 20·52 | 45° 18′ 21''·3 | +49° 53′ 5''·3 |
| II. | „ 24·01 | 49 43 46·8 | +51 19 34·9 |
| III. | „ 27·80 | 54 46 28·7 | +52 42 31·4 |
| IV. | május 8·17 | 69 37 21·2 | +55 24 2·1 |
| V. | „ 11·39 | 74 25 30·1 | +55 53 21·4 |
| VI. | „ 18·30 | 84 44 50·4 | +56 22 43·7 |
| VII. | „ 23·03 | 91 39 29·3 | +56 17 55·8 |
| VIII. | junius 11·63555 | 116 43 40·4 | +53 13 9·4 |

Ezen normalhelyek különbféle súlyát kell kimutatnunk, s ezt mindegyikben egybekapcsolt szemlélések számához aránylagosan — és pedig egy egyeneskelés és elhajlásnak fentebb kiszámított közép hibáira tekintettel — meghatároznunk. E szerint egy normalhely súlyát következőleg határozzuk meg:

$$\text{egyeneskelésben} = \frac{\text{szemlélések száma}}{(12{\cdot}9)^2}$$

$$\text{elhajlásban} = \frac{\text{szemlélések száma}}{(8{\cdot}3)^2}$$

Súlyegység gyanánt minden következő számításra nézve egy elhajlási szemlélet súlyát teszszük. Ehhez képest egy normalhely súlya lesz:

egyeneskelésben = szemlélések száma $\times$ 0·4140

elhajlásban = szemlélések száma magában véve.

A fentebbi normalhelyekkel összekapcsolandó súlyok tehát a következők:

| normh. sz. | $\alpha$ súlya | $\delta$ súlya |
|---|---|---|
| I. | 3·31 | 9·00 |
| II. | 3·31 | 7·00 |
| III. | 3·31 | 8·00 |
| IV. | 4·14 | 10·00 |
| V. | 4·55 | 11·00 |
| VI. | 5·38 | 13·00 |
| VII. | 3·73 | 9·00 |
| VIII. | 0·41 | 1·00. |

Most a föltételeti egyenletek felállítása és megoldása a normalhelyek legjobb kimutatására a javítandó I. sz. elemek által következik. Mi az üstökös földközponti helyének az említett föltételeti egyenletekben előforduló különbzéki hányadosait a pálya elemei szerint — a szokásostól eltérő alakban származtatjuk le, s ennélfogva a képletek rövid lehozatát bocsátjuk előre:

Mindenekelőtt az üstökösnek az eclipticára vonatkozó elemeit olyanokra változtatjuk, a melyek az egyenlítőre vonatkoznak. Ez által a $\pi$, $\Omega$, i elemekből három más elem $\pi_0$ $\Omega_0$ $i_0$ lesz, melyek ugyanazon jelentőséggel bírnak az egyenlítőre nézve mint amazok a napútra. $\pi$ ennélfogva a napközelnek hosszát az egyenlítőre vonatkozó pályában, $\Omega_0$ a tavaszpont és az egyenlítő fölé felkelő csomó közötti szögöt — tehát az utóbbinak egyeneskelését, $i_0$ a pályasík és az egyenlítő közötti szögöt jelenti. Nevezzük továbbá $u_0$-nak az üstökösnek szélességi argumentumát többítve az egyenlítő és az eclipticában levő csomóvonalok közötti szöggel, r-nek a nap és üstökös közötti távolságot; akkor ilyen derékszögü rendszerre nézve, melyben $x_0$ tengelynek tevőleges vége az üstökösnek az egyenlítő fölé felkelő csomóvonalában, $y_0$ tengelyé az egyenlítőnek azon pontjában, melynek egyeneskelése $= \Omega_0 + 90^0$, $z_0$ tengelyé pedig éjszak felé van helyezve, az üstökös valamelyik helyéért a következő egyenletek fognak állani:

$$x_0 = r\cos u_0$$
$$y_0 = r\sin u_0 . \cos i_0$$
$$z_0 = r\sin u_0 \sin i_0 .$$

Ezek és a már fentebb leírt x, y, z összrendezők között, melyeknek x tengelye a tavaszvonalban fekszik, a következő viszonylatok lesznek:

$$x = x_0 \cos\Omega_0 - y_0 \sin\Omega_0$$
$$y = x_0 \sin\Omega_0 + y_0 \cos\Omega_0$$
$$z = z_0$$

s így helyettesítés által:

$$x = r\cos u_0 \cos\Omega_0 - r\sin u_0 \cos i_0 \sin\Omega_0$$
$$y = r\cos u_0 \sin\Omega_0 + r\sin u_0 \cos i_0 \cos\Omega_0$$
$$z = r\sin u_0 \sin i_0.$$

Hozzuk fel ezek mellé az ösmert

$$x + X = \Delta\cos\delta\cos\alpha$$
$$y + Y = \Delta\cos\delta\sin\alpha$$
$$z + Z = \Delta\sin\delta \qquad \text{egyenleteket,}$$

hol $\Delta$ az üstökösnek földtőli távolságát, $\alpha$, $\delta$, mint már megjegyzők, annak földközponti egyeneskelését és elhajlását, X, Y, Z pedig a napnak egyenlítői összrendezőit jelentik; s különbzékeljük az utolsó hat egyenletet egy bizonyos meghatározott idő feltétele alatt: akkor dx, dy, dz az elemek változásait tartalmazó dr, $du_0$, $d\Omega_0$, $di_0$ által kifejezve, az átmenetet képzik a földközponti helynek a három utólsó egyenletben feltünő változásaira: $d\alpha$, $d\delta$, $d\Delta$-ra.

Ezután származtatjuk le a következő hat kifejezést, melyek a pályasík s az ebben levő pályatengely iránya változásainak befolyását $\alpha$- és $\delta$-ra fejezik ki. Így nyerjük:

$$1)\quad \begin{cases} \dfrac{d\alpha}{di_0} = -\dfrac{r\sin u_0 \sin i_0}{\Delta\cos\delta}\cos(\alpha - \Omega_0) \\[2ex] \dfrac{d\delta}{di_0} = \dfrac{r\sin u_0 \cos i_0}{\Delta} \cdot \dfrac{\cos(\delta - J)}{\cos J} \end{cases}$$

J segédszög a következő egyenlet által határoztatik meg:

$$\operatorname{tg} J = \operatorname{tg} i_0 \sin(\alpha - \Omega_0).$$

Továbbá

$$u_0 = v + \pi_0 - \Omega_0$$

viszonylat tekintetbe vételével, a melyben v az üstökös valódi anomaliája, lesz

$$2)\quad \begin{cases} \dfrac{d\alpha}{d\Omega_0} = \dfrac{2r\sin\frac{i_0^2}{2}}{\Delta\cos\delta} \cdot \cos(\alpha + u_0 - \Omega_0) \\[2ex] \dfrac{d\delta}{d\Omega_0} = -\dfrac{r\sin i_0 \cos u_0}{\Delta} \cdot \dfrac{\cos(\delta - K)}{\cos K} \end{cases}$$

s K segédszög meghatározására :

$$\operatorname{tg} K = \operatorname{tg}\frac{i_0}{2} \cdot \frac{\sin(\alpha + u_0 - \Omega_0)}{\cos u_0};$$

$\alpha$ és $\delta$-nak $\pi_0$ szerinti változásai a következök :

$$\begin{cases} \dfrac{d\alpha}{d\pi_0} = -\dfrac{r\sin(\alpha - \Omega_0)}{\Delta\cos\delta} \cdot \dfrac{\cos(u_0 + L)}{\sin L} \\ \dfrac{d\delta}{d\pi_0} = \dfrac{r\sin\delta\cos(\alpha - \Omega_0)}{\Delta} \cdot \dfrac{\sin(u_0 + M')}{\cos M'} \end{cases}$$

L és M′ segédszögökkel, mint a következő három egyenlet megfejtésével :

$$\operatorname{cotg} L = -\operatorname{cotg}(\alpha - \Omega_0)\cos i_0$$

$$\operatorname{tg} M = \operatorname{cotg} i_0 \sin(\alpha - \Omega_0)$$

$$\operatorname{tg} M' = \frac{\sin i_0 \cos(\delta + M)}{\cos(\alpha - \Omega_0)\sin\delta . \cos M}$$

Hogy a különbzéki hányadosokat megnyerjük a többi három elem szerint, a melyek a pálya nagyságát és alakját s az üstökös helyét a pályán meghatározzák, t. i. T, q, e szerint, hol T az üstökösnek átmeneti idejét a napközelén, q a legkisebb távolságát a naptól, e az excentricitást jelenti, — azt veszszük észre, hogy ezen elemek csupán r- és v-nek, a vezető sugárnak és az igazi anomaliának függvényei — s megfordítva.

Ha tehát T, q, e mennyiségek valamelyikét $\nu$-nek nevezzük, a következő egyenletek állanak :

$$3) \begin{cases} \dfrac{d\alpha}{d\nu} = \dfrac{d\alpha}{dv} \cdot \dfrac{dv}{d\nu} + \dfrac{d\alpha}{dr} \cdot \dfrac{dr}{d\nu} \\ \dfrac{d\delta}{d\nu} = \dfrac{d\delta}{dv} \cdot \dfrac{dv}{d\nu} + \dfrac{d\delta}{dr} \cdot \dfrac{dr}{d\nu}; \end{cases}$$

v és $\pi_0$ azon egyenletekben, melyekből kiindultunk, csak $u_0$-ban, tehát csak $v + \pi_0$ összetételében jövén elő, azonnal irhatjuk :

$$\begin{cases} \dfrac{d\alpha}{dv} = \dfrac{d\alpha}{d\pi_0} \\ \dfrac{d\delta}{dv} = \dfrac{d\delta}{d\pi_0} \end{cases}$$

melyekért a kifejezések már fentebb kitétettek.

Ha továbbá x, y, z-nek v szerinti és r szerinti különbzéki hányadosait vizsgáljuk, könnyen belátni, hogy az utóbbiak az elsöbbektől származnak, ha ezekben $u_0$ helyett $u_0$—$90^0$ írunk, s ennek eredményét r-rel osztjuk. Lesz tehát $\frac{d\alpha}{dv}$ és $\frac{d\delta}{dv}$-ből $\frac{d\alpha}{dr}$ és $\frac{d\delta}{dr}$, ha amazokban $u_0$ helyett $u_0$—$90^0$ írunk, s az eredményt r-rel osztjuk, vagyis :

$$\left\{\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dr} &= -\frac{\sin(\alpha-\Omega_0)}{\Delta\cos\delta}\cdot\frac{\sin(u_0+L)}{\sin L} \\ \frac{d\delta}{dr} &= -\frac{\sin\delta\cos(\alpha-\Omega_0)}{\Delta}\cdot\frac{\cos(u_0+M')}{\cos M'}, \end{aligned}\right.$$

a hol L és M′ ugyanazon segédszögök mint fentebb.

Ha most ezen egyenletet :

$$\frac{r dv}{d\nu} = \frac{dr}{d\nu}\cdot \mathrm{tg}N,$$

$\nu = T$, $\nu = q$, $\nu = e$-re nézve, N szerint háromszor feloldandó egyenlet gyanánt teszszük: helyettesítés által a 3) alatti egyenletekből lesz :

$$4)\left\{\begin{aligned} \frac{d\alpha}{d\nu} &= -\frac{dr}{d\nu}\cdot\frac{\sin(\alpha-\Omega_0)}{\Delta\cos\delta}\cdot\frac{\sin(u_0+L+N)}{\sin L.\cos N} \\ \frac{d\delta}{d\nu} &= +\frac{dr}{d\nu}\cdot\frac{\sin\delta\cos(\alpha-\Omega_0)}{\Delta}\cdot\frac{\cos(u_0+M'+N)}{\cos M'\cos N} \end{aligned}\right.$$

a mely kifejezések $\alpha$ és $\delta$ különbzéki hányadosait T, q, e s tulajdonképen $\pi_0$, v, r szerint is — képviselik.

Az 1), 2), 4) alatti kifejezések tehát a földközponti összrendezők $\alpha$ és $\delta$ a pálya elemei szerinti minden különbzéki hányadosait tartalmazzák.

Azon esetben, melyet mi vizsgálunk, t. i. az átmenetet egy közelített parabolából a legvalószinübb ellipsisre, — ha ama háromféle N-t a megnevezett rendben $N_1$, $N_2$, $N_3$-mal jelöljük, lesz :

$$N_1 = 90^0 - \frac{v}{2},\quad N_2 = -\frac{3x(t-T)}{r\sqrt{2q}.\cos v},\quad (k = 0{\cdot}017202);$$

$N_3$ azonban, vagy tulajdonképen $\frac{dv}{de}$ és $\frac{dr}{de}$ azon sorból húzandó, mely a valódi anomaliát az ellipsisben azon parabolá által fejezi ki, mely ugyanazon napközeli távolsággal bír mint az ellipsis — (1 — e) mennyiség emelkedő hatványai szerint. (Weyer, Differentialformeln für Cometenbahnen.)

Legyen $\omega$ és $\varrho$ az üstökös valódi anomaliája és vezető sugara az ellipsisben, — jelentse v és r ugyanazt a parabolára nézve ugyanazon időben, s legyen q a napközeli távolság mindkettőre nézve, e az ellipsisnek excentricitása, mely mint az egységtől kevéssé különböző tételeztetik fel. Maradjunk az 1—e mennyiség első hatványánál, s legyen az idézett sorban ezen hatványnak együtthatója $=-V$, v-nek egy függvénye; akkor ezen egyenletekből:

$$\left\{\begin{aligned} &\omega=v+V(e-1)\\ &r=\frac{q}{\cos\frac{v^2}{2}}\\ &\varrho=\frac{q(1+e)}{1+e\cos\omega}\end{aligned}\right.$$

a következők származnak:

$$\frac{\omega-v}{e-1}=\frac{dv}{de}=V$$

$$\frac{\varrho-r}{e-1}=\frac{dr}{de}=\frac{r}{2}\cdot\operatorname{tg}\frac{v}{2}\cdot\frac{\sin\left(\mu+\frac{v}{2}\right)}{\cos\frac{v}{2}\cos\mu}$$

a hol V mennyiség egy ismert számsorból veendő, —$\mu$ segédszög azonban a következő relatióból:

$$2V=\operatorname{tg}\mu.$$

Számításunkra visszatérvén, mindenekelőtt az eclipticára viszonyitott I. sz. elemeket ($\Omega$, $\pi$, i-t) kell az egyenlítőhöz idomítnunk. Ez által a következő elemeket nyerjük:

$$\mathrm{I}_0\text{ sz. elemek}\left\{\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} i_0=71^0\,27'\,27''\!\cdot\!31\\ \Omega_0=\;\;7\quad 1\quad 1\!\cdot\!54\\ \pi_0=52\quad 5\quad 19\!\cdot\!18\end{array}\right\}\text{ 1860·0. köz. éjegyen.}\\ T=1860\text{ márcz. }5\!\cdot\!7169400\text{, Greenw. köz.idő}\\ q=1\!\cdot\!3082966\\ e=1\end{array}\right.$$

A fentebbi képletek után számított különbzéki hányadosok két hypothesis által vizsgáltattak; először $i_0$ $\Omega_0$ $\pi_0$ szaporíttattak $+10''$, $+2'$, $+3'$-czel, másodszor azután T, q, e — $+0{\cdot}05$, $-0{\cdot}0005$, $-0{\cdot}01$-szel változtattak; mindkét esetben a különbzéki hányadosok által nyert $d\alpha$ és $d\delta$ változások pontosan megegyeztek azokkal, a melyek egyenes számítás által eredtek.

Legyen ismét O a normalhely, C a normalhely idejére a kiindulási elemekből számított földközponti hely; akkor a föltétel, hogy a $di_0$, $d\Omega_0$, $d\pi_0$, dT, dq, de mennyiségekkel változott elemek a normalhelynek eleget tesznek, ez:

$$O-C=\frac{dC}{di_0}di_0+\frac{dC}{d\Omega_0}d\Omega_0+\frac{dC}{d\pi_0}d\pi_0+\frac{dC}{dT}dT+\frac{dC}{dq}dq+\frac{dC}{de}de.$$

Ilyen feltételeti egyenletet normalhelyeink nyolczat az egyeneskelésre és nyolczat az elhajlásra adnak.

Ezek a következő

egyeneskelési feltételeti egyenletek:

$-3''{\cdot}08=-0{\cdot}81094\, di_0 -0{\cdot}40309\, d\Omega_0 +0{\cdot}70203\, d\pi_0$
$-2045{\cdot}2\, dT -75001\, dq +21930\, de$

$+9{\cdot}99=-0{\cdot}79134\, di_0 -0{\cdot}49457\, d\Omega_0 +0{\cdot}78488\, d\pi_0$
$-2222{\cdot}2\, dT -90334\, dq +25223\, de$

$+11{\cdot}35=-0{\cdot}75361\, di_0 -0{\cdot}59248\, d\Omega_0 +0{\cdot}87727\, d\pi_0$
$-2407{\cdot}0\, dT -107764\, dq +28760\, de$

$+24{\cdot}54=-0{\cdot}55694\, di_0 -0{\cdot}81687\, d\Omega_0 +1{\cdot}11269\, d\pi_0$
$-2798{\cdot}8\, dT -154534\, dq +37407\, de$

$+26{\cdot}26=-0{\cdot}47093\, di_0 -0{\cdot}86279\, d\Omega_0 +1{\cdot}17050\, d\pi_0$
$-2865{\cdot}6\, dT -166965\, dq +39374\, de$

$+14{\cdot}18=-0{\cdot}26256\, di_0 -0{\cdot}90914\, d\Omega_0 +1{\cdot}25420\, d\pi_0$
$-2897{\cdot}2\, dT -187151\, dq +41826\, de$

$+12{\cdot}73=-0{\cdot}11444\, di_0 -0{\cdot}89869\, d\Omega_0 +1{\cdot}27580\, d\pi_0$
$-2852{\cdot}5\, dT -194887\, dq +41995\, de$

$-56{\cdot}82=+0{\cdot}36419\, di_0 -0{\cdot}61345\, d\Omega_0 +1{\cdot}12590\, d\pi_0$
$-2120{\cdot}0\, dT -181733\, dq +33024\, de$

elhajlási feltételeti egyenletek:

$+15''{\cdot}31=+0{\cdot}45936\, di_0 -0{\cdot}35202\, d\Omega_0 +0{\cdot}45330\, d\pi_0$
$-1460{\cdot}9\, dT -32307\, dq +17497\, de$

$+15{\cdot}70=+0{\cdot}49746\, di_0 -0{\cdot}31445\, d\Omega_0 +0{\cdot}42355\, d\pi_0$
$-1353{\cdot}6\, dT -32518\, dq +17514\, de$

$+12{\cdot}07=+0{\cdot}53801\, di_0 -0{\cdot}26697\, d\Omega_0 +0{\cdot}38540\, d\pi_0$
$-1224{\cdot}8\, dT -31306\, dq +17206\, de$

$$+5{\cdot}25 = +0{\cdot}63308\,di_0 - 0{\cdot}10468\,d\Omega_0 + 0{\cdot}25021\,d\pi_0$$
$$-822{\cdot}7\,dT - 20130\,dq + 14794\,de$$
$$+4{\cdot}58 = +0{\cdot}65060\,di_0 - 0{\cdot}04699\,d\Omega_0 + 0{\cdot}20040\,d\pi_0$$
$$-690{\cdot}2\,dT - 14521\,dq + 13689\,de$$
$$-1{\cdot}08 = +0{\cdot}68360\,di_0 + 0{\cdot}08127\,d\Omega_0 + 0{\cdot}08621\,d\pi_0$$
$$-410{\cdot}6\,dT - 12\,dq + 11067\,de$$
$$-4{\cdot}64 = +0{\cdot}68924\,di_0 + 0{\cdot}16787\,d\Omega_0 + 0.00616\,d\pi_0$$
$$-232{\cdot}6\,dT + 11096\,dq + 9283\,de$$
$$+3{\cdot}96 = +0{\cdot}61684\,di_0 + 0{\cdot}45532\,d\Omega_0 - 0{\cdot}28415\,d\pi_0$$
$$+289{\cdot}3\,dT + 54724\,dq + 4747\,de$$

Ezen egyenletek közöl mindegyik súlyának négyzetgyökével szorzandó. E szerint az egyeneskelési egyenleteknek sorban a következő tényezőik lesznek :

1·82, 1·82, 1·82, 2·03, 2·13, 2·32, 1·93, 0·64 —

az elhajlási egyenleteknek pedig :

3·00, 2·65, 2·83, 3·16, 3·32, 3·61, 3·00, 1·00;

s ha tovább az együtthatók nagyobb egyformasága kedvéért a dT dq de tagjaiban előforduló nagy együtthatókat akként mellőzzük, hogy ezek helyett a következő különbzékeket :

$$dT' = 1000\,dT$$
$$dq' = 100000\,dq$$
$$de' = 100000\,de$$

hozzuk be, akkor a tizenhat véglegesen megállapított föltételeti egyenlet, melynek számai logarithmusokban vannak kitéve, így áll :

$$0 = 0{\cdot}74858 + n0{\cdot}16902\,di_0 + n9{\cdot}86543\,d\Omega_0 + 0{\cdot}10638\,d\pi_0$$
$$+n0{\cdot}57017\,dT' + n0{\cdot}13509\,dq' + 9{\cdot}60107\,de'$$
$$0 = n1{\cdot}25960 + n0{\cdot}15839\,di_0 + n9{\cdot}95425\,d\Omega_0 + 0{\cdot}15483\,d\pi_0$$
$$+n0{\cdot}60681\,dT' + n0{\cdot}21588\,dq' + 9{\cdot}66183\,de'$$
$$0 = n1{\cdot}31503 + n0{\cdot}13718\,di_0 + n0{\cdot}03270\,d\Omega_0 + 0{\cdot}20316\,d\pi_0$$
$$+n0{\cdot}64151\,dT' + n0{\cdot}29250\,dq' + 9{\cdot}71881\,de'$$
$$0 = n1{\cdot}69836 + n0{\cdot}05430\,di_0 + n0{\cdot}22064\,d\Omega_0 + 0{\cdot}35486\,d\pi_8$$
$$+n0{\cdot}75547\,dT' + n0{\cdot}49751\,dq' + 9{\cdot}88145\,de'$$
$$0 = n1{\cdot}74847 + n0{\cdot}00214\,di_0 + n0{\cdot}26508\,d\Omega_0 + 0{\cdot}39755\,d\pi_0$$
$$+n0{\cdot}78640\,dT' + n0{\cdot}55181\,dq' + 9{\cdot}92439\,de'$$
$$0 = n1{\cdot}51714 + n9{\cdot}78478\,di_0 + n0{\cdot}32409\,d\Omega_0 + 0{\cdot}46382\,d\pi_0$$
$$+n0{\cdot}82744\,dT' + n0{\cdot}63765\,dq' + 9{\cdot}98691\,de'$$

$0 = n1{\cdot}39044 + n9{\cdot}34420\, di_0 + n0{\cdot}23922\, d\Omega_0 + 0{\cdot}39141\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}73779\, dT' + n0{\cdot}57539\, dq' + 9{\cdot}90881\, de'$

$0 = 1{\cdot}56299 + 9{\cdot}36982\, di_0 + n9{\cdot}59627\, d\Omega_0 + 9{\cdot}85999\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}13483\, dT' + n0{\cdot}06792\, dq' + 9{\cdot}32732\, de'$

$0 = n1{\cdot}66210 + 0{\cdot}13928\, di_0 + n0{\cdot}02369\, d\Omega_0 + 0{\cdot}13350\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}64175\, dT' + n9{\cdot}98642\, dq' + 9{\cdot}72007\, de'$

$0 = n1{\cdot}61845 + 0{\cdot}11931\, di_0 + n9{\cdot}92010\, d\Omega_0 + 0{\cdot}04946\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}55404\, dT' + n9{\cdot}93468\, dq' + 9{\cdot}66593\, de'$

$0 = n1{\cdot}53325 + 0{\cdot}18233\, di_0 + n9{\cdot}87800\, d\Omega_0 + 0{\cdot}03745\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}53961\, dT' + n9{\cdot}94716\, dq' + 9{\cdot}68722\, de'$

$0 = n1{\cdot}22016 + 0{\cdot}30146\, di_0 + n9{\cdot}51987\, d\Omega_0 + 9{\cdot}89830\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}41525\, dT' + n9{\cdot}80385\, dq' + 9{\cdot}67009\, de'$

$0 = n1{\cdot}18156 + 0{\cdot}33667\, di_0 + n9{\cdot}19272\, d\Omega_0 + 9{\cdot}82260\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}35967\, dT' + n9{\cdot}68270\, dq' + 9{\cdot}65707\, de'$

$0 = 0{\cdot}59039 + 0{\cdot}39177\, di_0 + 9{\cdot}46692\, d\Omega_0 + 9{\cdot}49253\, d\pi_0$
$\quad + n0{\cdot}17041\, dT' + n6{\cdot}63608\, dq' + 9{\cdot}60100\, de'$

$0 = 1{\cdot}43464 + 0.31549\, di_0 + 9{\cdot}70209\, d\Omega_0 + 8{\cdot}26665\, d\pi_0$
$\quad + n9{\cdot}84377\, dT' + 9{\cdot}52231\, dq' + 9{\cdot}44483\, de'$

$0 = n0{\cdot}59550 + 9{\cdot}79017\, di_0 + 9{\cdot}65832\, d\Omega_0 + n9{\cdot}45355\, d\pi_0$
$\quad + 9{\cdot}46138\, dT' + 9{\cdot}73818\, dq' + 8{\cdot}67641\, de'$

A változásokat $di_0$, $d\Omega_0$..... úgy kell meghatározni, hogy ezen 16 egyenletben hátramaradó hibák négyzeteinek összege legkisebb értékü legyen. Ez a következő meghatározási egyenletekre vezet:

$0 = -6{\cdot}963 + 34{\cdot}3007\, di_0 + 6{\cdot}5105\, d\Omega_0 - 4{\cdot}6904\, d\pi_0$
$\quad + 3{\cdot}7883\, dT' + 12{\cdot}3063\, dq' + 1{\cdot}1897\, de'$

$0 = +441{\cdot}221 + 6{\cdot}5105\, di_0 + 19{\cdot}3340\, d\Omega_0 - 26{\cdot}5856\, d\pi_0$
$\quad + 66{\cdot}8023\, dT' + 35{\cdot}6349\, dq' - 8{\cdot}8721\, de'$

$0 = -601{\cdot}222 - 4{\cdot}6904\, di_0 - 26{\cdot}5856\, d\Omega_0 + 38{\cdot}1784\, d\pi_0$
$\quad - 97{\cdot}5832\, dT' - 50{\cdot}2038\, dq' + 13{\cdot}3472\, de'$

$0 = +1605{\cdot}075 + 3{\cdot}7883\, di_0 + 66{\cdot}8023\, d\Omega_0 - 97{\cdot}5832\, d\pi_0$
$\quad + 254{\cdot}9509\, dT' + 124{\cdot}4354\, dq' - 35{\cdot}0235\, de'$

$0 = +742{\cdot}467 + 12{\cdot}3063\, di_0 + 35{\cdot}6349\, d\Omega_0 - 50{\cdot}2083\, d\pi_0$
$\quad + 124{\cdot}4354\, dT' + 68{\cdot}8705\, dq' - 16{\cdot}9591\, de'$

$0 = -215{\cdot}413 + 1{\cdot}1897\, di_0 - 8{\cdot}8721\, d\Omega_0 + 13{\cdot}3472\, d\pi_0$
$\quad - 35{\cdot}0235\, dT' - 16{\cdot}9591\, dq' + 4{\cdot}9640\, de'$

Ezen egyenletek megoldásában azonban az tetszett ki, hogy a de′ mennyiségre való utólsó meghatározási számok már oly bizonytalanok, hogy a belőlük származó de′ értéke a számításba be nem hozathatik, t. i. a de′-t meghatározó osztásra nézve az osztó három első tizeshelyén elenyésznek a számok, így hogy az első jelentő számbetü már oly helyen áll, a mely már a fentebbi együtthatókban bizalmat nem kelt.

Ezen egy a parabolától kevéssé elütő üstököspálya excentricitásának meghatároztatásában levő bizonytalanság úgy szólván közönséges dolog, s mind azon esetben, a hol a pályának csak rövid darabja szemléltetett, annál inkább kitünik.

Határozatlanul hagyjuk tehát a de′ elemet, s az első öt meghatározási egyenletet ezen feltétel alatt oldjuk meg, — a hatodik egyenletet, mint a hiba-négyzetek összegének „e" elem szerinti származékát, kihagyván. A többi öt ismeretlen az által de′ mennyiségnek vonalos függvényévé válik. A megnevezett megoldás útján ered:

$$\begin{array}{ll} di_0 = -+11''53 & + \text{ de′-veli tag} \\ d\Omega_0 = -2'\,12''74 & + \quad " \\ d\pi_0 = -11\ 7{\cdot}25 & + \quad " \\ dT = -0{\cdot}1433529 & + \quad " \\ dq = -0{\cdot}0017154 & + \quad " \end{array}$$

Ezen számok nagyságánál fogva azt állíthatjuk, hogy a különbzéki egyenletekből számított hátramaradó hibák nem fognak megegyezni azokkal, melyeket egyenesen a normalhelyeknek a változott elemekkel való összehasonlításából nyerünk; oka ennek a másod rendü tagok befolyása. Ennélfogva a változott elemek segítségével új (O—C) hibasort képezünk, s ezt a $di_0$, $d\Omega_0$..... mennyiségek újolagi meghatározásának alapjául teszszük, a mely műtételben a fentebbi egyenletekre nézve csak az ismeretlenektől ment tagok fognak változni.

Szigorúan véve a dolgot, most a $di_0$, $d\Omega_0$..... változások együtthatói sem maradnak ugyanazon számok mint azelőtt, mert az elemek változásai akkorák, hogy a különbzéki hányadosok néhány utólsó helyei — a változott elemekből számítva — hasonlag változni fognak. De ezen körülménynyel gondolni épen nem szükséges, mert a második megoldásból eredő javítások oly kicsinyek lesznek, hogy a különbzéki hányadosok utólsó helyei a számításba nem fognak felvétetni. A különbzéki hányadosok öt tizedesben általában csak a végett tétetnek oda, hogy netaláni magasabb helyeken előforduló bizonytalanságok kikerültessenek: mert mihelyest a különbzéki hányadosoknak 5- és 4-dik helyei jelentőségre jutnak, feltételeti egyenletekbe helyettesítendő nagyobb javítások következtében, egyszersmind a másodrendü tagok befolyása fog kitünni. — Általában azt lehet feltenni, hogy — eléggé közelített elemekből indúlván ki — az első megoldásból nyert javítások, nagyságuk szerint, a különbzéki hányadosoknak ama helyét fogják jelölni, a melyik minden magasabb helylyel együtt ezen és minden következő megoldásra nézve helyesnek tekintendő; s miután az egymást követő megoldások mindig kisebbednek, végre a különbféle hányadosoknak egészen helyes számainak eredménye lesznek, a mely határ a különbzéki egyenletekből és az egyenes összehasonlításból eredő hátramaradt hibák tökéletes összehangzásakor éretett el.

Első megoldásunkra nézve az egyenes számítás a következő mennyiségeket mutatja ki, mint a magasabb rendü tagok befolyását:

| sz. | $\alpha$-ban | $\delta$-ban |
|---|---|---|
| I. | $+0''\cdot39$ | $+0''\cdot33$ |
| II. | $+0\cdot48$ | $+0\cdot27$ |
| III. | $+0\cdot55$ | $+0\cdot26$ |
| IV. | $+0\cdot45$ | $+0\cdot13$ |
| V. | $+0\cdot39$ | $+0\cdot10$ |
| VI. | $+0\cdot32$ | $+0\cdot12$ |
| VII. | $+0\cdot30$ | $+0\cdot10$ |
| VIII. | $+0\cdot10$ | $+0\cdot06$; |

a második feloldásnak pedig a czélja, a hibákba beszőve megmaradt egy értelembeni eltéréseket törülni.

Ez a további változásokat hozza elő:

$$\begin{aligned} di_0 &= -0''\cdot26 \\ d\Omega_0 &= +\ 3\cdot28 \\ d\pi_0 &= +27\cdot38 \\ dT &= +\ 0\cdot0061490 \\ dq &= +\ 0\cdot0000747, \end{aligned}$$

mi alatt a de'-t tartalmazó tagokhoz nem járúl semmi. Adjuk össze mind a két feloldást, s ne tekintsük a de'-veli tagokat, akkor a következő összegek:

$$\begin{aligned} di_0 &= +\ 0'\ 11''\cdot 27 \\ d\Omega_0 &= -\ 2\ \ 9\cdot 46 \\ d\pi_0 &= -10\ 39\cdot 87 \\ dT &= -0\cdot 1437204 \\ dq &= -0\cdot 0016407 \end{aligned}$$

azon javítások lesznek, melyek az I. sz. elemrendszerhez csatolva a legvalószínübb parabolát adják.

Ekkép nyerjük:

$$\text{II}_0 \text{ sz. elemek (érintés apr. 17.0)} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} i_0 = 71^0\ 27'\ 38''\cdot 6 \\ \Omega_0 = 6\ 58\ 52\cdot 1 \\ \pi_0 = 51\ 54\ 39\cdot 3 \end{array} \right\} \text{1860·0 köz. éjegyen} \\ T = 1860 \text{ márc. } 5\cdot 579736 \text{ Greenw. köz. idő} \\ q = 1\cdot 306656 \\ e = 1 \end{array} \right.$$

a normalhelyeknek következő hátramaradt — mind a különbzéki egyenletekből mind az egyenes számításból hasonlag származó — hibáival együtt:

| sz. | idő | | α(O—C) | δ(O—C) |
|---|---|---|---|---|
| I. | april | 20·52 | —0″·9 | +0″·8 |
| II. | „ | 24·01 | +3·6 | +1·1 |
| III. | „ | 27·80 | —3·0 | —1·6 |
| IV. | május | 8·17 | —1·0 | —1·4 |
| V. | „ | 12·39 | +1·3 | +0·7 |
| VI. | „ | 18·30 | —2·9 | +0·5 |
| VII. | „ | 23·03 | +5·4 | —0·4 |
| VIII. | junius | 11·64 | —9·0 | +3·5. |

A hibanégyzetek összege tekintettel a súlyokra 354·2 tesz, a mi a súlyegységnek közép hibájaként 5·″7 hagy hátra; s ha ezen számot fentebb a szemlélésekből egyenesen leszármaztatott 8·″3 hez hasonlítjuk, azon következtetés ered, hogy a parabola a szemléléseknek — belső pontosságukra nézve — eleget tesz. Hogy a számításnak tulajdonképeni czélját, t. i. a parabolától átmenetet az ellipsisre elérjük, úgy tekintjük dé-t mint határozatlan számot; akkor a legvalószinübb parabolicus elemeket — a hibanégyzetek minimumának feltételét fentartva — többítnünk kell ezen mennyiségekkel:

$$\frac{di_0}{de'}\cdot de' = \overline{n8{\cdot}83247}\cdot de'$$

$$\frac{d\Omega_0}{de'}\cdot de' = \overline{n9{\cdot}07927}\cdot de'$$

$$\frac{d\pi_0}{de'}\cdot de' = \overline{0{\cdot}01685}\cdot de'$$

$$\frac{dT}{de'}\cdot de' = \overline{6{\cdot}54498}\cdot de'$$

$$\frac{dq}{de'}\cdot de' = \overline{4{\cdot}64796}\cdot de'$$

A következő elemek tehát a határozatlanul hagyott de=e—1 mellett az üstökös definitiv pályaszámítását adják elő:

$$\text{III}_0 \text{ sz. elemek (érint. apr. 17·0)} \left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} i_0 = 71^0\,27'\,38'''6 - 6799''\,de \\ \Omega_0 = \;\;6\;\;58\;\;52{\cdot}1 - 12002\;\;de \\ \pi_0 = 51\;\;54\;\;39{\cdot}3 + 103956\,de \end{array}\right\} \begin{array}{l} 1860{\cdot}0 \\ \text{köz. éjegy.} \end{array} \\ T = 1860 \text{ márcz. } 5{\cdot}57936 + 35{\cdot}0733\ de \\ \qquad \text{Greenw. köz. idő} \\ q = 1{\cdot}306656 + 0{\cdot}44459\ de. \end{array} \right.$$

Minthogy hasznunkra leendhet, ezen meghatározásnak biztossága felől itéletet hozhatnunk, tehát még a $\text{III}_0$ sz. elemrendszernek a számításból eredő legvalószinübb hibáit származtatjuk le. Valamelyik elemnek valószinü hibája a következő két részből áll, t. i. a de- nélküli tagnak valószinü hibájából, és a „de" elemnek valami meghatározásában levő valószinü hibából. Amaz első rész számára a meghatározási egyenletekből az ugyanazokból húzott ösmeretleneknek súlyát veszszük.

Most találjuk $di_0$ súlyát = 11·888 súlyegységgel

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $d\Omega_0$ | „ | = | 0·257 | „ |
| $d\pi_0$ | „ | = | 0·019 | „ |
| $dT'$ | „ | = | 0·123 | „ |
| $dq'$ | „ | = | 0·065 | „ |

s ennélfogva a súlyegységnek fentebb a föltételeti egyenletekből kiszámított közép hibája szerint:

| | | | |
|---|---|---|---|
| $di_0$ | valószinü | hibáját | $=\pm 1'''11$ |
| $d\Omega_0$ | „ | „ | $=\pm 7{\cdot}55$ |
| $d\pi_0$ | „ | „ | $=\pm 27{\cdot}76$ |
| $dT$ | „ | „ | $=\pm 0{\cdot}0109105$ |
| $dq$ | „ | „ | $=\pm 0{\cdot}0001501.$ |

Nevezzük továbbá „de“ meghatározásának valószinü hibáját $r_e$-nek, s hasonlag $III_0$ sz. elemeknek összes valószinü hibáit $r_{i_0}$, $r_{\Omega_0}$, $r_{\pi_0}$, $r_T$, $r_q$-nek, akkor az utóbbiak meghatározására a következő egyenletek állandnak:

$$r^2_{i_0} = 0{\cdot}09260 \quad + 7{\cdot}66494\, r^2_e$$
$$r^2_{\Omega_0} = 1{\cdot}75580 \quad + 8{\cdot}15854\, r^2_e$$
$$r^2_{\pi_0} = 2{\cdot}88698 \quad + 10{\cdot}03370\, r^2_e$$
$$r^2_T = 6{\cdot}07582_{-10} + 3{\cdot}08996\, r^2_e$$
$$r^2_q = 2{\cdot}35282_{-10} + 9{\cdot}29582_{-10}\, r^2_e$$

a hol a felette hosszú számok kikerülése végett azoknak logarithmusai tétettek ki.

Ha most a $III_0$ sz. elemrendszerrel az eclipticára megyünk vissza, — $di_0$, $d\Omega_0$, ..... nagyságánál fogva az elemek de-től független részeit a Theoria motus 52. l. levő szoros képleteinek segítségével — az abban levő i i′ $\Omega$ $\Omega'$ és n betüknek rendben $i_0$ i $\Omega_0$ $\Omega$ és zérus általi helyettesíttetése után — i, $\Omega$, és $\pi$-re változtatván; — hasonlólag az elemek de-vel bíró részeit a következő képletek szerint $\frac{di}{de}de$, $\frac{d\Omega}{de}de$, $\frac{d\pi}{de}de$-re változtatván:

$$\begin{cases} di = \sin i_0 \sin\Delta d\Omega_0 \quad + \cos\Delta di_0 \\ d\Delta = \frac{\sin e \cos\Omega}{\sin i} d\Omega_0 - \frac{\sin\Delta}{tgi} di_0 \\ d\Omega = \frac{\sin i_0 \cos\Delta}{\sin i} d\Omega_0 - \frac{\sin\Delta}{\sin i} di_0 \end{cases}$$

— mely képletek a Theoria motus 54. l. levő képletekből a fentebb említett helyettesítéseket szinte ide értvén, $\Omega$ és $\Delta$, azután $\varepsilon$ és $180^0 - i_0$ kölcsönös kicserélése folytán erednek, s melyek ezen mi esetünkben ezen egyenlet:

$$d\Delta = d(\pi - \Omega) - d(\pi_0 - \Omega_0)$$

tekintetével a következökké lesznek:

$$di = 0{\cdot}06183\, d\Omega_0 + 0{\cdot}99788\, di_0$$
$$d\Omega = 1{\cdot}26873\, d\Omega_0 - 0\,08745\, di_0$$
$$d\pi = d\pi_0 - 0{\cdot}25861\, d\Omega_0 - 0{\cdot}02918\, di_0;$$

— akkor az üstökösnek legvalószinübb elemeit az eclipticára vonatkozólag a következő módon nyerjük:

III. sz. elemek (érintés apr. 17·0)

$T = 1860.$ márcz. $5\cdot579736 + 35\cdot0733$ Greenw. köz. idő.
$\pi = 50^0\ 5'\ 58''\cdot2 + 107323''de$
$\Omega = 8\ 53\ 23\cdot2 - 14633$ de
$i = 48\ 13\ 7\cdot1 - 7527$ de
(1860·0, köz. éjegy.)
$q = 1\cdot306656 + 0\cdot44459$ de
mozgás nyugotról kelet felé.

E számítás tökélesbitésére állitsuk össze még azon béfolyást, a melyet valamely az egységtől kevéssé eltérő e—$\alpha$(O—C) és $\delta$(O—C) mennyiségekre gyakorol. E végre helyettesitjük még a $III_0$ sz. elemekhez csatolt de-hez aránylagos tagokat a különbzéki egyenletekbe, s ez által a III. sz. tökéletes elemrendszer által normalhelyeken hátrahagyott következő hibákat nyerjük:

| sz. | idő | | $\alpha$(O—C) | szeml. sz. | $\delta$(O—C) | szeml. sz. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | april | 20·52 | —0''·9—184''de | 8 | +0''·8—117''de | 9 |
| II. | „ | 24·01 | +3·6 — 30 de | 8 | +1·1 — 3 de | 7 |
| III. | „ | 27·80 | —3·0 +142 de | 8 | —1·6 + 60 de | 8 |
| IV. | május | 8·17 | —1·0 +201 de | 10 | —1·4 + 49 de | 10 |
| V. | „ | 11·39 | +1·3 +127 de | 11 | +0·7 + 28 de | 11 |
| VI. | „ | 18·30 | —2·9 — 82 de | 13 | +0·5 + 2 de | 13 |
| VII. | „ | 23·03 | +5·4 —200 de | 9 | —0·4 + 3 de | 9 |
| VIII. | junius | 11·64 | —9·0 +197 de | 1 | +3·5 — 26 de | 1 |

Ezen kifejezések az excentricitásnak a szemléletekben való csekély befolyását mutatják ki, s ennek folytán annak bizonytalan meghatározhatóságát. Mi t. i. meglehetős nagy értékeket hozhatunk be „de“ helyett, a nélkül, hogy az (O—C) mennyiségeket elferdítnők.

Szorozzuk a szóban álló sorzatban minden sornak denélküli tagját de-nek együtthatójával, akkor ezen szorzatoknak összege tekintettel a súlyokra nemleges; s miután ezen összeg egy úttal a hibanégyzeti összegnek származékát de=o vagy e=1 értékre nézve adja, azt veszszük észre, hogy tevőleges de-re nézve a hibanégyzeti összeg kisebbedik. Kiindulván tehát a parabolából — az üstökös legvalószinübb pályáját a hyperbolák irányában kell keresni.

Azonban ezen meghatározás az üstökös valódi pályájára nézve nem irányadó, mert ez utóbbi gyanánt bármelyik állhat azok közöl, melyek a normalhelyekre igen nagy hibákat nem rónak, s ily egymástól különböző pálya a sorzat szerint elég lesz. Ha például e=1·005 teszszük, minden bizonynyal akkor a hibanégyzeti összeg — számítva az egyenes összehasonlításból 354-böl 338-á lesz, mely szám a másodrendü tagok tekintetbe vételével még inkább kisebbedni fog; de az e=0·995 felvételből származó ellipsis szintén helybenhagyhatólag képviseli a normalhelyeket.

Mind ezen bizonytalanság mellett az excentricitásnak a fentebbi sorzat által egy igen rövid keringési idő — a mint például az eleinte említett felvételes azonosság által kívántatnék — legalább a mi az egyenes keléseket illeti — nem felel meg; de midőn a vonalos kifejezések ily nagy változásokra nézve már egészen nem képviselhetik az egyenes összehasonlítást, ez esetben a számítást körülményesen kell végrehajtani. Midőn pedig egy ilyen felvételnek helybenhagyó eredménye csupán csak a többi körülmény tekintetbe vételével bírhat jelentőséggel, azért az illető számítást egy kezdetben tett megjegyzés értelmében elhalasztjuk.

# AZ ÉLETBIZTOSITÁS TUDOMÁNYOS, KÜLÖNÖSEN ORVOSI SZEMPONTBÓL.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

HALÁSZ GEIZA LEV. TAGTÓL.

(Olvastatott 1864. mart. 21.)

---

A m. Akadémia természettudományi osztályában egész halmaza van a teendőknek.

Mellőzve a többi természettudományokat, magában az orvostanban, ennek is csak álladalmi részét véve, mily nagy tér nyilik, hány alkalom kinálkozik a müködésre! Hány kérdésnek sürgős a megfejtése, hány intézménynek égető szükség a létesitése! Nincs Európában mívelt állam, melyben annyira elmaradt volna a közegészségi ügy, mint Magyarországon. Ebben valóban nem hasonlítunk Európához. Nincs lelenczházunk, tébolydánk, nincs országos kórházunk, nincs rendezett orvosrendészetünk: de van nagy halandóság, több járványos, tájhonos kór, mint mennyinek földtani s égalji viszonyaink szerint lenni kellene; vannak nyavalyák, melyek bár kiirthatók, mind mélyebben rágódnak a nép életébe; van állatbetegség, mely Magyarországba mint vándor tévedt be, s másutt kezdetben elfojtatott, itt már évekig dúlván, úgy látszik, örökre itt akar maradni.

Meggyőződésem, hogy a tisztelt Akadémia nagyobb hasznot a hazának alig tehet, mint ha a közegészségi ügyet felkarolja. Ez ügy annyira megérett, hogy csak kezdeményezésre vár, s a nemzet meg van szokva ott, hol a tudománynak, szakismereteknek kell dönteni, legelső tudományos testületének tekintélyes véleménye után indulni.

Azonban most e szomoru képtől egy szebb kilátás felé, egy virágzásnak indult intézetre akarom a tisztelt Akadémia figyelmét kikérni, — azon intézetre, mely a tudomány, a mathesis és orvosi ismeretek alapján fölépülve, hazánkban is kezdi jótékonyságát árasztani a sorsa javítását kereső emberiségre. Ezen intézmény az *életbiztosítás.*

Ezen intézmény korszerüségét fejtegetni felesleg volna most, midőn azt a világ leghatalmasabb császárnéja, Eugenia, is igénybe vette; midőn az alig egy pár év óta álló magyar intézetet már annyi ezren keresték fel : de nem lesz felesleg, úgy gondolom, az életbiztosítás tudományos oldalát orvosi szempontból rövid tárgyalás alá venni; itt sem czélom elméletekbe mélyedni, de inkább a közhasznu gyakorlati nézeteket megismertetni, Phaedrussal tartván : „Nisi utile est, quod facimus, stulta est gloria.“ —

Az életbiztosítás eredetét a Tontinistáktól vette, — kik bízonyos díj lefizetése mellett kölcsönös társaságba állván, minél tovább éltek, s minél több tag halt el egymás után, annál többet örököltek. Ily társaságot alakított először 1653-ban Tonty Lőrincz Párisban, honnét az Európa több részébe, Németalföld, Angol-, Olasz- és Svédhonba elterjedt; de ezen társaságok részint a számítások alaptalansága, részint a helytelen kezelés miatt valódi sikert nem eszközölvén, alkalmul szolgáltak a halandósági viszonyok fürkészése- és összeállítására, melyek alapján előbb az özvegyek és árvák díjazására s temetkezésére alakúltak egyletek, majd az életbiztosítás a mostanihoz hasonló alakban, mint annyi más közhasznu intézet, először Angliában jött létre, hol mindjárt kezdetben a parliament is kiterjeszté reá figyelmét, szabályzó törvényeket hozván. 1706-ban már álltak a ma is virágzó Amicable Society és Perpetual Assurance.

Jelenleg Nagy-Britanniában 150 ily intézetnél 200 millió sterlingnél több van biztosítva.

Más országokban egy századdal később, jelesül Némethonban 1806—1823-ban tétetett az első kisérlet, de siker nélkül, mi annál inkább fájlalható volt, mert tapasztalni kellett, hogy mennyi pénz vándorol ki biztosítási dij fejében; azért 1827-ben biztosabb alapon s komolyabban látván hozzá az ügyhöz, Németország s az osztrák birodalomban egymás után keletkeztek s keletkeznek az ily intézetek, s jelenleg Némethon s az osztrák birodalom majd minden nagyobb városában jó sikerrel müködnek.

Magyarországon 1848 előtt Hamvasy vezérlete alatt Fehérvárott a kölcsönösség elvén alakúlt egy életbiztosító egylet, mely a forradalom által dugába dülvén, az első m. átalános biztosító-társaságnak lőn hivatása e téren is, mint első honi intézetnek föllépni, s az életbiztosításnak külön osztályt nyitni. Mi meg is történt 1860-ban.

Ha az életbiztosítás történetén végig tekintünk, a társaságok életéből kifejlett fontos adatokhoz jutunk. Ugyanis

1-ször. Ezen intézetek csak akkor kezdtek biztos lábra állni s virágzani, midőn alapos halálozási viszonyok szerint megdönthetlen mathematikai számítással készültek a táblázatok s az életbiztosítási elvek ezekre építtettek. Alapos számítás nélkül előbb a társaságok müködésökben szédelegtek, s el is buktak. Bukásra azonban másutt is van elég példa; s különös, hogy épen a legszámítóbb, leggyakorlatibb nemzetnél, az angolnál, legtöbb; hol kis időközben 60-nál több társaság bukott meg; minek főként a túlhajtott *verseny* lehet oka.

2-szor. Minél nagyobb a biztosítottak száma, annál biztosabb a társaság jövője; ennélfogva nem közömbös, hogy p. o. egy millió forint 100 vagy 1000 ember életére van biztosítva.

3-szor. Az életbiztosítás terén tett tapasztalatok mutatják, miként a halálesetek gyérülnek. Ennek három oka van: a) A biztosítottak magok is jövendőjöket biztosítva látván, nyugodtabban tovább élnek. b) Jelenleg az orvostan átalában, főkép a kórismében, felhasználva a természettani vizsgamódot, hasonlíthatlanul *tökéletesb*, minélfogva a biztosítottak közé kevesebb beteg csúszhatik be. c) A polgárisodás dicsőségére ki van mutatva, hogy a társadalmi viszonyok javúltával az emberi nemnél, legalább a polgárisodott országokban, a halálozási számarány javúl. Számok tanuskodnak, hogy p. o. Genfben, Francziaországban, Londonban, Berlinben jelenleg nagyobb az életidő középtartama, mint az előbbi századokban.

Így Genfben *) a XVI. században a csecsemök valószinü élettartama 5 év volt; a

XVII. században 12 év
XVIII. „ 27—32,
XIX. „ 41—45.

A húsz évesek valószinü élettartama a

XVI. században 22 év
a jelen XIX. „ 40 „

A harmincz évesek valószinü élettartama a

XVI. században 19
a jelen XIX. „ 32.

Londonban az utolsó században a csecsemők valószinü életkora 6-ról 26-ra, Berlinben 23-ról 28 évre emelkedett. Szintén ezt Springer szerint Csehország és Velenczére, Fényes szerint pedig Magyarországra nézve is következtethetni. Ezen javúlt aránynak egyéb tényezők mellett fő oka, hogy az orvosok nagyobb számával a kisdedek, betegek ápolása, gyógyítása gondosabb, sikeresebb lett. Gyakran halljuk azon panaszt, hogy most már hazánkban nincsenek vén emberek; pedig statistikailag ki van mutatva, hogy az utóbbi években a férfi és nőneműől Magyar- és Erdélyországban többen voltak 115—120, 130, 140 és 147 évesek. Pesten a múlt februárhóban a Lipót-utczában közel egymáshoz, szomszédos házakban 4 rendkivül öreg egyén betegedett meg, s jött gyógyításom alá: egy nő 96 évvel, 2 öreg ember, 84—86 éves, és egy 118 éves; — ez utóbbi meghalt, a többi meggyógyúlt.

4-szer. Az életbiztosító társaságok fejlődésében nevezetes mozzanatot képez, vajjon azok a *kölcsönösség* elvén, vagy csupán a *részvényesek* vagy a részvényesek és biztosítottak *vegyes* részvéte mellett alakúlnak és müködnek-e? Ez utóbbi, ha t. i. minden biztosított egyszersmind a társaság tagjává válván, a részvényesekkel *vegyest* minden nyereményben osztozik, szemlátomást legüdvösebb intézvény, hol a magát biztosító kénytelen meggyőződni, miként ő a társaságnak valódi kedvezményezettje, ki a biztosított összeg megkapása mellett egyszersmind a lehető nyereményben részeltetve van.

---

*) Odier és Mallet szerint.

5-ször. Magától értetik, hogy az öngyilkosok, párbajban elestek a biztosított összeget ki nem kaphatják. Ezt egyéb okok mellett már az erkölcsiség is igényli. A biztosítottak sorába a betegek sem vétetnek fel, mert minden egyes esetben feltételeztetik, hogy a magát biztosítni akaró ép, egészséges, s *mint ilyennek van kiszámítva valószinü élettartama;* mihez képest, ki életére biztosítást akar eszközleni, előbb a társaság orvosa által megvizsgáltatik; mely vizsgálatnak vagyis a vizsgáló orvosnak feladata, *a biztosítandó egészségi állapotát, s a viszonyokat, melyek az élettartamra lényeges befolyással lehetnek, kipuhatolni.* — E müködésben a vizsgáló orvost átalában az orvostan elvei, szabályai vezérlik. A mennyiben e szabályok s elvek statistikai, éptani, egészségügyi kérdésekkel összefüggnek, a nem-orvost is érdekelhetik. — A mindjárt felhozandó nagy kiterjedésü tárgyakat nem kimerítni, csak a mennyiben idetartoznak, érinteni akartam, oly czélból, hogy, mi még tudtommal nem történt, „*Az életbiztosítás orvosi szempontból*" ismertetve legyen.

Az életbiztosításnál tekintetbe veendő a biztosítandó életkora, neme, foglalkozása, életmódja, egészségi állapota sat.

Lássuk ezeket egyenkint:

1.) Az életbiztosításoknál kiindulási alapul az *életkor* szolgál; minden évnek ki van számítva valószinü élettartama és megfelelő évdíja. A halálozási táblázatok átalában megegyeznek abban, hogy a csecsemőknél első hónapban a halandóság rendkivül nagy, oly nagy mint a százéveseknél; ezután már a második hónapban egy évig mindig kevesedik, és még inkább a 2. évtől a 8.-ig; a 8. évtől a 20.-ig a legkisebb arányt éri el; 20-tól 45.-ig szintén kedvező a halálozások arányszáma; 45-től fölfelé ismét fokonkint emelkedik a halandóság, úgy hogy már az 55. év után ott áll, hol a 8 éven alóli gyermeknél. — Az életkorra vonatkozó halálozási táblázatok e rövid kivonatából kitünik, hogy a gyermekek és aggok életére történő biztosítás koczkajáték lenne; minélfogva a 20 éveseken kezdeni és a 60 éveseken végezni, mint ez a magyar biztosító intézetnél is alapszabály, épen a biztosítottak érdeke kivánja; gyermekeket, kiskoruakat, önállás nélkülieket elfogadni azon körülmény is tiltja, hogy az ilyenek másoktól függvén, mások által ápoltatván, életellenes merényleteknek, mint több példa igazolja, mérgezéseknek lennének kitéve.

Itt, hol az életkorok halandóságáról van szó, nem hagyhatom említetlenül, hogy Magyarországon átalában, s különösen a kisdedeknél, sokkal nagyobb halandóság tapasztalható, mint más helyütt; miként ezt többen, jelesül hazánk nagy tudósa, Fáy András, kimutatták. Az ő táblázatai szerint nálunk a gyermekeknek fele is alig éri el a 8-dik évet. Eme nagy halandóságot az Akadémia elhunyt tagja, Sauer tanár, épen egy év előtt tartott értekezésében kiemelvén, ezt hazánk népessége, különösen a magyar faj nemszaporodása fő okának lenni állította. — S valóban nem nehéz ezen nagy halandóságnak okát föllelni, csak azt kell tudni, hogy az ország központi megyéjében még most is van jómódu, több ezer lakossal biró helység, melyben nem csak orvos, hanem bába vagy halott-kém sincs.

2.) A *nemi különbség* az életbiztositásnál nem tesz különbséget. A két nem jóformán azonos halálozási viszonyoknak van alávetve; csak a születésnél és mindjárt a születés után mutatkozik nagy különbség. Mindenütt több figyermek születik, mint leány; 100 leányra jő 105—6 fiú; s több fiú születik halva, mint leány, és a születés után is több fiú hal el, mint leány; úgy hogy már az első években a fiúk és leányok száma azonos. — A meglett korban igaz, hogy a nőnem, a görcsöket s az idegrendszer egyéb bántalmait, terhességet, szülést, gyermekágyat felszámolva, nagyobb betegedést — Morbilität — mutat, mint a férfinem: ámde a férfi veszélyesb nehéz munka, sanyarú életmód, s gyakran kicsapongás-okozta nyavalyáknak van kitéve; minélfogva átalában a két nemnél az élettartamában nagyobb ingadozás nem tapasztalható. — Némely statistikai kimutatások szerint még a nők több életszivósságot — kisebb halandóságot — mutatnak, mint a férfiak. Ez ellen ismét az életbiztositó társaságoknál tett tapasztalatok szólnak, melyek szerént aránylag többnyire több nő hal el, mint férfi.

3.) Nagy horderejüek az életbiztositásnál azon adatok, melyek szerént az élethossz, *a foglalkozás*, *keresetmód* s egyéb életviszonyokhoz alkalmazkodik. — E téren a nagyhírü berlíni tanár Casper, ki a múlt hó végén halt el, és Neuffville, orvostudor, ki Frankfurt városban az 1820—1852-ig történt halálozásokat búvárlá, — sok és szép tapasztalatokat tettek, melyeket a mások által más országokban tett vizsgálatokkal összehasonlítván, következő eredményekre jutunk:

a.) A szellemi foglalkozás, a hivatalos állás kedvező befolyással van az élethosszra; a tudományos pályán legtovább élnek a papok, mathematikusok, bölcsészek, magasállásu tisztviselők; legrövidebb ideig a szinészek, költők és orvosok.

Közöljük Casper ide vonatkozó táblázatát:

| | | |
|---|---|---|
| 100 | pap közől a 70. évet elérte: . . | 42. |
| „ | magas hivatalnok közől: . . . | 35. |
| „ | ügyvéd közől: . . . . . . | 29. |
| „ | müvész közől: . . . . . . | 28. |
| „ | tanító, tanár közől: . . . . | 27. |
| „ | orvos, költő, szinész közől: . . | 20—25. |

b.) A vegyes foglalkozás, hol a szellemi müködés a testivel váltakozik, mint a kereskedés, szintén nem kedvezőtlen az élettartamra.

c.) Testi foglalkozásnál legkedvezőbben viszonylik a halandóság a gazdáknál, földmüvelőknél, kertészek, erdészek, halászok és vadászoknál.

d.) A gyár, ipar, mesterség majd mindegyike sajátos kórfolyamot fejleszt, s külön halandósági fokozattal bír. E tekintetben bár újabb időkben igen sokat munkálkodtak a népesedéssel, éptannal foglalkozó tudósok: mind a mellett kevéssé van felderítve, hogy egyes mesterségeknél mit kelljen közvetlenül a kézmüvi munkának, mit más mellékes körülményeknek tulajdonítni.

Nagy különbség van abban, ha az iparos üzlete által vagyonilag gyarapodik. Bizonyos ipar és mesterségre már születésnél fogva gyenge egyének alkalmaztatnak, másokra ellenben erősek, mint p. o. a hentesek, mészárosok. Annyi bizonyos, hogy vannak mesterségek, iparüzletek, melyek a folytonos ülés, állás, járás, erőtúlfeszítés, léghuzam, a test természetellenes tartása, rosz lég, por beszívása által a szervezetre *tevőleges* káros hatással vannak; ilyenek például a szabó, czipész, köszörüs, kőfaragó, molnár-kézmüvesség.

Legkártékonyabb az egészségnek oly gyár, ipar, mesterség, művészet, hol a vegyileg mérges anyag, mivel a munkás foglalkozik, parány, gőz, por alakban kisebb-nagyobb adagban vitetvén a testbe, sebesen vagy lassan az életmüvességben mérgezés, vérfertőzés jő létre. Így azoknál, kik az ólommal, phosphorral, mirenynyel s más mérgekkel foglalkoznak.

Nincs a fémek közt egy sem, mely az embernek több kárt okozna, mint az ólom, nem azért, mintha nálánál sokkal nagyobb, veszélyesb méreg nem volna, hanem mert ezzel a háztartásban, gyár, ipar, mesterség, művészetben minduntalan érintkezni kell. Mellőzve az edények, étel, ital, arczfesték által, vagy egyébként történhető gyors vagy lassu mérgezést, figyelembe itt az ólom ártalma csak annyiban jő, a mennyiben a foglalkozás, a velebánás hozza magával; ide tartoznak az ólomhutás munkások, a festők, mázolók, fazekasok, golyó-, sörét-, betüöntők, szedők, nyomdászok, kiknél az ólomvegyek a testbe, a vérbe jutván, a mérgezés által többféle igen súlyos nyavalyákat idéznek elő. – Itt az a kérdés merül fel, miként jut az ólom vagy hasonló más méreg a testben a vérbe? Eddigelé az orvosok is mindig hajlandók a bőrt, mint közbenjáró szereplőt — fertőző atriumot — vádolni; újabb időben azonban több kísérlet által, úgy látszik, nem ok nélkül, a bőr felszivó tehetsége kétségbe van vonva. A kérdés még teljesen eldöntve nincs, de annyi bizonyos, hogy a bőr inkább el- és kiválasztó mint felszivó szerv.

Mely élettani nézet az itt szóban levő munkásoknál is igazolva látszik, a mennyiben az ólomvegyek, nem a bőrön, mely úgy is ruhával van fedve, de az orr, száj, bél és légutak nyákhártyáján keresztül jut a szervezetbe, vagy, a mi gyakori az irhahám-sértéseknél, közvetlenül a vérbe felvétetik. — Gyakran volt alkalmam tapasztalni, hogy ezen munkások, festők, szedők, nyomdászok, tudtokon kivül, a kézen, meztelen lábaikon, az arczon sebesültek. Megeshetik s meg is esik, hol a műhelyben az evés-ivás tiltva nincs, hogy az élenyült ólom az étel-itallal jut a gyomorba, belekbe. — E mellett szól az is, hogy ha a műhelyekben az evés-ivás, munka közti szájbanyúlkálás tiltva van, sokkal kevesebb a kődcsömör és egyéb ólommérgezési bántalom.

Az ólomról levén szó, nem mellőzhetem el most, midőn a vízvezetési kérdés napi renden van, emlékezetbe hozni, hogy az ólomcsövek az ivóvíz vezetésére szoktak használtatni, mint egyfelől állíttatik, kár nélkül; mert igaz ugyan, hogy az ólom vízzel, levegővel érintkezve fölületesen *ólomélegvízvegy*gyé élenyülve a vízben egykevéssé felolvad, de ha a vízben elegendő szén vagy kénsavas mész tartalmaztatik, úgy általa az ólomélegvízvegy nem oldatik fel; másfelől, daczára ezen elméletnek, külföldön vízvezetéki ólomcsövek ellen egészségi szempontból illetékes helyről történnek kikelések.

A vilany — phosphor — szintén mérgező hatással bír az életművezetre, mi figyelmünket annyival inkább igényli, mert újabb időben a vilany iparüzletünkben a gyufagyártásnál nagyobb mérvben alkalmaztatik. A vilany ártalma sokkal korlátoltabb, mint az ólomé; mérges különhatása — az állkapocsra szorítkozik, ott csontszút idézvén elő. — Saját tapasztalatom után állíthatom, ha a gyufagyárakban az orvos-rendészeti szabályok megtartatnak, ha a szárító hely a dolgozó teremtől teljesen elkülöníttetik; ha azok, kik a testen, s főként az ínyen, állcsontokon s a fogakon sérülve vannak, eltávolíttatnak: a vilanynyal-bánás betegséget nem támaszt.

Még egy gyárról akarok egy pár szót ejteni, mely újdonsága, s hova tovább terjedése, úgy feltünő gyártmánya, — a világító lég — által mindenki ismeret-vágyát magára vonta. Ez a léggyár; volt alkalmam e gyárt mint gyógyító orvosnak több éven át közelről ismerni, abban mindent megvigyázni. Soha a munkások között a gyárban fejlett füst, tisztátalan lég által valamely sajátszerü betegséget támadni nem láttam. Miből csak azt merem következtetni, hogy annak *különszerü mérges* hatása nincs; s ha a gyármunkások és szomszédok a magyar biztosító társaságnál életökre biztosítást akarnának tenni, úgy azokat a felvételre a legjobban bátorkodnám ajánlani. Ezzel azonban korántsem akarom állítni, mintha e gyár füstgomolyai betegeknek, ideggyengéknek ártalmas s bárkinek alkalmatlan nem volna; s e szerint annak hova épitését az egészségi szabályoknak szigorúan alá nem kellene rendelni.

4.) *A foglalkozások mellé sorolhatók: a szokások, szenvedélyek, kicsapongások, szeszes italokkali visszaélések. Ezek, ha nagy fokon mutatkoznak, a biztosítást lehetlenné teszik.*

Az imént tárgyaltakon kivül vannak még más hatványok és életviszonyok, p. o. élelem, ruházat, lakás, házasság, jómóduság, kényelem, munkásság, henyeség sat., melyek befolyással lehetnek az egészségre és az élethosszra; de az életbiztosításnál döntő súlylyal nem bírván, itt mellőztetnek, azon kijelentéssel, hogy mind ezek éptani s orvosrendőrségi tekintetben nagy horderővel bírnak, s igen tanulságosak a számítások, melyekkel Casper, Quetelet, Osterlen azt mutogatják, hogy a gazdag ember mennyivel él tovább, mint a szegény; a házas, mint a nem házas; és így tovább.

5.) Hátra van még a *helynek*, hol tartózkodunk, lakunk, az egészségre és élettartamra nézve jelentőségét mérlegezni. Hogy a lakhely, földtani, légköri, égalji sajátságainál fogva, a betegedés s halandóságnak fő tényezője, mai nap ki kételkednék? Nemcsak a különböző földrészeken és birodalmakban, de ugyanazon egy ország különböző vidékein, más járványos, tájhonos nyavalyák uralkodnak. A statistikai kimutatások Európa országaira vonatkozólag a halandósági számviszonyra nézve egymástól eltérnek; abban mindnyájan megegyeznek, hogy legkisebb a halandósági viszony Norvég-, Svéd-, s Angolországban; s az utólsó kimutatások szerint még *sokkal* kedvezőbb Amérikának éjszaknyugati részén; hogy Ausztriában, különösen Magyarországon kedvezőtlen, többször említve volt.

A biztosító társaságoknak legközelebbi érdekökben áll a helyviszonyokat ismerni; czélszerü — mint ezt a m. biztos. társaság tette — az ország különböző vidékein, városon vagy falun lakó társasági orvosoktól *orvosi helyiratot*, az itt közlött minta szerint kérni. Ebben leginkább ki van emelve a hely népességi s egészségi viszonyainak statistikai összeállítása. — A magyar biztosító társaság orvosainak nagy része küldött ily adatokat, melyeknek közlése, reménylem, tanulságos leend.

Az eddig felhozottak szerint az életbiztosításnál eljáró orvos figyelmének tárgyai: életkor, nem, foglalkozás, szokás, a szeszes italokkal való élés és visszaélés, lakhely. Ha ezekben feltünően ártalmast, életrövidítőt talál, azt jelentőségének mérlegezésével feljegyzi.

6.) Mindezeknél sokkal fontosabb az orvosi vizsgálat azon része, mely által a biztosítni akaró *egészségi állapota* derittetik fel.

Kétségen kivül nem könnyü feladat, oly egyénnek, kit az orvos először lát, ki meglehet gyengéit takarni akarja, egészségi vagy betegségi viszonyait egy vizsgálatra minden irányban feltárni. Igaz, az által könnyítve van az orvos állásán, hogy jelenleg egész halmazával bír a kórismei segédeszközöknek. Legtöbb esetben *exact* bizonyossággal lehet a kóralakot meghatározni. A kórismeretnek az utóbbi évtizedben tett bámulatos előhaladása annyit bizonyosan használt az életbiztosító üzletnek, mint a mathematikai számítások, táblázatok tökéletesbülése.

Jobbára a biztosabb orvosi eljárásnak kell tulajdonítni, hogy a halandóság a biztosítottak között mindinkább kevesbedik, minek ismét a díjleszállításra, s ez által az intézetnek még nagyobb virágzására lesz visszahatása.

Magától értetik, hogy mert épen az orvostan annyi szakismerettel rendelkezik, a vizsgáló orvosnak sokoldalu képzettséggel kell birni; egyéb ismereteken kivül jártasnak kell lennie a kórbonczt anban, kopogatás, hallgatódzásban, és a nyilásos, üreges életmüvek tükrözésében. Górcsőre, szerves vegytanra, — mely fontos tanok a gyógyászat *jövője* hirnökeiül tekintendők, — jóformán nincs szükség, s ha kivételként volna is, alkalmazásukat sem idő sem hely nem engedi. Az orvos szakavatott, lelkiismeretes eljárása képezi a biztosító társaságok legnagyobb garantiáját. E nélkül bármily tökéletes orvosi utasítás, kimerítő bizonyítvány-minták, betöltendő rovatok hasztalanok. Ezeknek részletezését, az ügymenetet adni, nem tartozik ide; ez az üzlet dolga.

Itt csupán az orvosi bizonyítványok kiállításának *elméletéről* lehet szó. Véleményem szerint ezekben a kérdések akként szerkesztendők, hogy a vizsgálat és feleletek három sarkpontra irányúljanak. Ugyanis

1-ször. Megismertetik a biztosítandó élettani *egyénisége.*

2-szor. Ha a rendes élettani állapottól eltérések találtatnak, kipuhatoltatván a kórtani viszonyok, irassanak le a kóralakok.

3-szor. Adassanak elö a fél által teendö közlemények, melyek az elözö vagy jelenlegi egészségi állapotra vonatkoznak. — Vessünk e három pontra egyenkint egy pillanatot.

1.) Az egyén élettani ismertetéséül meg kell határozni, milyen annak alakja, nagysága, arányossága kövérség vagy soványság tekintetében; milyen a test alkotmánya (constitutio), — küllem (habitus), — milyen az arczszín, vérmérséklet sat. A belső szervek s rendszerek élettani müködésének több mozzanatai érintendők, hogy így az egyén testi s lelki egészségének képe hiven előállítva legyen. E pontba tartozik — mintegy átmenetelül a betegségekhez — a testen található hiányok és sérelmek elöadása. Ezek az életbiztositásnál nagy szerepet játszanak, mint úgy szólva az egyén viszonylagos — relativ — egészségéhez tartozó kisebb bajok nem zárják ki az elfogadtatást, csak díjfelemelést tételeznek fel. És ezt igazságosan azért, mert az ily bajok az élet tartamát átalában rövidítik. Ezek közöl csak a hassérveket, a lágyék-, borék-, czomb- s kőd-sérveket említjük; hogy ezeknek az életbiztosításnáli jelentősége kitünjék, idevonatkozó orvosi búvárlatok eredményéből némely tényeket kell felhozni: a testen mutatkozó hiányok között leggyakoribbak ezen öröklött vagy szerzett bajok; a finem inkább ki van ennek téve, mint a nőnem. Malgaigne statistikai összeállításai szerint négy férfira esik egy nő. A felnőtt korban 20. évtől 40-ig a sérvesek aránya úgy áll az egész népesség számához, mint 1 a 9-hez, azaz minden kilenczedik egyénnek sérve van. A sérveknél szenvednek: a helyéből kitoluló szerv, a környező részek és az egész életmüvezet; s ha az emésztési, székelési zavarok nagyobb fokra fejlődnek, akkor a tengéletre, kedélyre leverőleg hatnak, s nem ritkán, kivált a munkás szegényebb néposztálynál kizárulván, könnyen megfogható, miszerint a sérvek az egészségre s élettartamra átalában nem közönbösek. E mellett lehet eset, hogy valaki épen sérve miatt magára inkább vigyázván, magát jobban ápolván, 100 évig is elél, de ez csak kivétel; mert átalában statistikailag bebizonyúlt tény, hogy a szóban levő testi sérelem az élettartamot rövidíti; e szerint tudományos statistikai alapra épit a biztositó társaság, midőn az ily bajjal meglátogatottakat II. osztály szerint kissé emelt díj mellett fogadja el.

2.) Az egészséges állapottóli eltérések, kóralakok kikutatásában a nyilt bajok magoktól beszélvén, a kezdődő, mélyebben rejlő, lappangó, időnkint rohamokban fellépő bántalmak fölfedezésére kell a fő gondot fordítni. E szempontból kiváló figyelmet igényelnek az agy, gerinczagy, a lélekzési s vérkeringési szervek; szívbántalmak az egyén tudtán kivül is lehetnek jelen; a gümőkór évekig lappanghat, meg is gyógyúlhat a nélkül, hogy az illető tudná, mily veszély fenyegeté életét. Legtöbbször azonban dúlólag tör elő rejtekéből, s valamint az emberiségtől legszámosabb áldozatot, úgy a biztositó társaságoktól legtöbb osztalékot hord el. — A gümőkór — mely név alatt tüdővész közönségesen azért értetik, mert a gümők a tüdőkre rakodnak le, — hazánkban is mindinkább terjedez. Ideje volna azon közegészségi intézkedésekre gondolni, melyek által ezen kór kifejlődését, elterjedését gátolni, s gyógyítását nagy részben eszközölni lehet.

3.) Bármily tökélyes eszközökkel bír az orvostan a kórismeretben, a vizsgáltnak egészségi állapotára vonatkozó hű közleményeit, bevallását nem nélkülözheti; szükség van erre az öröklött vagy szerzett kórhajlam felderítésénél; szükség ismerni az egyén előrement kóros szenvedelmeit, melyek bár jelenben megszünteknek látszanak, természetüknél fogva azonban jövőben ismétlődéssel fenyegethetnek.

Végre be kell vallani, hogy létezhetnek titkolt betegségek, melyeket az orvos csak bűvészi, látnoki tehetséggel fedezhetne fel; ilyenek az idegkórok, nyavalyatörés, időnkint rohamokban fellépő bántalmak, a belférgek sat.

Így a nőknél őszinte vallomás nélkül még csak a *ter hességet* se lehetne első hónapokban felismerni, pedig ennek nagy hordereje van az életbiztosításnál; a terhes nők ugyanis, terhességök tartama alatt nem, csak szülés után fogadtatnak el a társaságnál.

*Ellenvettethetnék*, hogy a terhesek nem betegek, söt némely betegségek a terhesség által elmulnak, vagy szünetelnek, vagy épen ki sem fejlödhetnek: a mennyiben némely kórok ellen az érdekes állapot óvja a nőket; és ha csakugyan e miatt nem lehetne a nőket elfogadni, akkor nem *ideiglenesen*, mig terhesek, de végkép elutasitandók lennének. — Ezen ellenvetések csak látszólagos alappal birnak, valódi értékök szakismerö előtt nincs, — mint mindjárt ki fog tetszeni. A terhesség, igaz, nem betegség, de gyakran a betegségnek támasztó oka, s a női szervezetben oly nagy és sok változásokkal jár, melyek, ha túlfokra emelkednek, mintegy élettani alapon, sajátnemü kórokat idéznek elő, melyek nem egyszer halállal végződnek. Ilyenek, az ezerféle ideges tüneményeket nem is emlegetvén, a terheseknél sajátságos vérvegyes emésztési bajok, helybelileg az anya- vagy pete-magzat részéröli rendellenességek, végre a szülés és gyermekágy. Mindezek, s különösen Magyarhonban a szülés inkább mint másutt, sok életveszélyes eshetőségeknek teszik ki a terheseket; ide járúl, hogy Rokitanszky tana, mintha a terhesség a hagymáz vagy más betegség ellen mentesítne, épen nem valósúlt: söt tapasztaltatott, miszerint több járvány, p. o. — mint 1855-ben én is észleltem — a cholera, a terhesek soraiban még több pusztítást tett; minélfogva tisztán áll, hogy a terhesség következései a halandóságot nagyobbitják; mit oly intézetnek, melynek létele, jótékonysága számitáson alapúl, nem lehet mellőzni. Tehát önként foly, hogy a terhesek csak szülés után biztosíthatnak.

Összefoglalva a mondottakat, az orvosi eljárásnak eredménye, hogy a vizsgáló orvos azokat, kik ép egészségesek, az I. osztályba, azokat, kik gyengébb testalkotásuak vagy valamely testi hiánynyal birnak, II. osztályba *feltételesen* ajánlja a felvételre; azokat, kik betegek, elutasítja; olyan betegeket azonban, kik gyógyulást igérő bántalomban szenvednek, betegségök elmultával, mint a terheseket szülés után, újra megvizsgálja, és a tapasztaltak szerint elfogadásukat ajánlja.

Ezek az elvek, melyek az első magyar átalános biztosító társaságnál orvosi szempontból 4 év előtt alkalmaztattak; mily sikerrel, a következés megmutatandja. Jelenleg annyit lehet mondani, hogy a kezdet nagyszerü. Négy éve még nincs hogy áll, s 6762 egyén 9 millió 837,752 forintot biztosított. Az orvosstatistikai tekintetben nyert eredményeket más alkalommal lesz szerencsém bemutatni.

---

# ÉSZLELETEK

**az aggkor élettani és kórtani változásai köréből, s a pestvárosi Agg-gyámoldának (Elisabethineum) 34 évről — 1830-tól 1863-ig — szóló Statistikája.**

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

Dr. RÓZSAY JÓZSEFTŐL.

(Öt nyomott és hét köre metszett statistikai táblával.)

(Felolvastatott 1864. junius 7-én.)

---

Az aggkor élettani és kórtani változásai körül tett észleleteimet közölvén, nem mulaszthatom el néhány szóval megemlítni azon intézetnek eredetét és jelen állapotát, melyben orvosi állásomnál fogva észleleteimet és kutatásaimat tenni alkalmam volt. Ezen intézet a pestvárosi agg-gyámolda (Elisabethineum), vagy az úgynevezett szegényház.

A Pest-városának lakosságát jellemző jótékonysági érzet folyton azon müködött, hogy az elaggott s munkaképtelen egyéneket állandó gyámolításban részesítse. A szegényháznak, az elhagyott szegénység e menhelyének, alapítási eszméje tehát épen nem új; — már a mult században jelentékeny adakozások történtek e czélra, s 1762. évben Pintér Fülöp és Szlamartinger által a mostani Rókus-kórház helyén tétetett két alapítvány 62 szegény részére. Ezen kórházban, mely eleinte csak agg-ápolda volt, létezett a két alapítvány 1856-ig, midőn az „Elisabethineum" czímű agg-ápoldába áttétetett. Pestvárosa szaporodó lakosságának csakhamar nagyobb kórházra lőn szüksége, úgy hogy a szegényeknek szentelt alapítványok nagy része a Rókus-kórház építésére fordíttatott. A szegények — mint említettük — részint ezen kórházban ápoltattak, részint pedig 1781—1783-ig a Clarissinák megszüntetett zárdájában helyeztettek el, s a község költségén élelmeztettek. E mellett II. József császár uralkodása alatt keletkezett egy szegény-intézet, mely az úgynevezett házi szegényeket pénzzel segélyzé, s mely a mai napig folyton áldásosan működik.

1816-ban új segélyforrás eredt a szegények számára. Ekkor, midőn két szűk esztendő által okozott drágaság miatt a szűkölködők száma igen nagy lőn, alakúlt a jótékony nőegylet, mely a boldogúlt *József nádor nejének Hermina főherczeg asszony* ő fenségének ótalma alá helyezte magát. Ez egyletnek czélja volt: kegyes adományokból egy tőkét gyüjteni, melyből a szegények segélyeztetnének. E nemes keblü nők tökéletesen czélt értek; mert nemcsak pénzzel segélyezék a szükölködőket, hanem több jótékony intézményt is hoztak létre.

Így származott a nőegylet által:

a.) egy önkénytes dologház,

b.) egy szegény kisded-ovó,

c.) egy szegény-ház,

d.) egy gyógyintézet hályogos vakok számára 8 ágygyal.

Hogy a nőegylet ily eredménydúsan működött, az leginkább ő cs. kir. fensége boldogúlt *Mária Dorottya* főherczeg asszony védelmének és Széki *Teleki Janka* grófnő ő mltga tevékenységének köszönhető, ki ott, hol a szegényeken kellett segítni, sem fáradság-, sem pénzbeli áldozatot nem kímélt.

A nőegylet azonban ezen intézeteket a legnagyobb erőfeszítések mellett sem levén képes fenntartani, 1833. évben *József* nádor meghagyása következtében, a vakok számára tett intézmény kivételével, Pest városa vevé át azokat. Így tehát a szegény-ház tisztán a pestvárosi község ótalma alá helyezte-tett, s a szegények a városnak egy a Nyár-útczában levő házában szállásoltattak el. A népesség szaporodásával a szegények száma is szaporodván, a fennemlített czélra a fhg. Sándor-útczában s később a Diófa-útczában is használtatott egy-egy ház. 1854 év april 24-én volt legkegyelmesebb urunk I *Ferencz József császár* Ő Felségének legmagasabb egybekelése *Erzsébet bajor kir. főherczeg asszony* Ő Fenségével. Mely örömteljes napnak emlékére Pest város elöljárósága egy új szegény ház épitésére megkivántató pénzösszeget szavazott meg, és folyamodott, hogy engedtetnék meg, miszerint az épitendő intézet legkegyelmesebb fejedelemnéjök cs. kir. Ő Felsége nevéről „*Elisabethineum*"-nak neveztessék. E kérést Ő Felsége a város legnagyobb örömére legkegyelmesebben megengedni, s az intézetet kegyesen legmagasabb oltalma alá venni méltóztatott. — S így 1856-ban az erdősoron épít tetett a szegény-háznak közép része 300 gyámoncz számára, kik jelenleg is ott ápoltatnak.

A szegény-, vagy agg-gyámolda tehát 1856. óta a Teréz városrészben, az erdősoron van. A helyiség éjszak felé $72^1/_2$, dél felé $69^1/_2$ □ öl; eddig csupán a főhomlokzat van kiépítve, melynek hossza $52^2/_3$, szélessége pedig $9^1/_2$ öl, s egy újonnan ültetett park által környeztetik. Az épületnek két szárnya pénz szüke miatt mindekkorig nem építtetett fel. Az épület jelenleg 300 egyént fogad magába, de az oldalszárnyak felépültével mintegy 600 egyénnek adhat helyet. Az épület áll lebújból, földszint és egy emeletből. A lebújban van a vendéglős lakása, a konyha, az anyagok raktára; továbbá néhány szoba tisztátalan egyének számára, melyek különben csak akkor vétetnek igénybe, ha a többi helyiségek már betöltvék. — Földszint vannak a lakszobák és hálótermek, a hivatalnokok lakása, és a 16 ágygyal fölszerelt férfi kórterem; továbbá egy szoba 8 ágygyal elmekórosok számára. Az emeleten a nők laknak; van szintén 16 ágygyal fölszerelt kórtermük és egy szobájuk 8 ágygyal elmebetegek számára.

Az intézet egy gondnok és egy házi bizottmány által vezettetik; ennek elnöke egy városi tanácsnok, ki a bizottmány jelentéseit a városi tanács elé terjeszti.

Az intézetbe öreg, elgyengült, sorscsapások által elszegényedett s munkaképtelen emberek vétetnek föl mindkét nemből valláskülönbség nélkül, és a legszükségesebbekkel életfogytig elláttatnak. A gyámonczok mindegyike tiszta ágyat kap, melynek fehérnemüje havonként változtatik; kap továbbá hetenként tiszta fehérruhát, és évenként egy egész öltözet téli és nyári ruhát a ház körül, valamint kimenőre is.

Az élelmezésről szerződésileg a házi vendéglős gondoskodik, s tartozik minden gyámoncznak reggelire rántott levest, délre egy messzely húslevest, 8 lat puhára főzött csontnélküli marhahúst és 1 itcze főzeléket adni; továbbá kap minden gyámoncz naponként 1 ℔ fehérkenyeret, a gyengébbek és a nők 24 latot, a betegek zsemlét kapnak.

A még munkaképes gyámonczok unalom-üzésül lószőrtépéssel foglalkoznak, tollat fosztanak, szőnek, kötnek stb. és keresetöknek harmadrészét kezökbe kapják. Az év három fő ünnepén minden gyámoncz 10 krajczárral ajándékoztatik meg. Minden szobának van egy felügyelője: úgynevezett szoba-atya, s a nőknél szoba-anya, kik a fütés-, világítás- és tisztaságra felügyelnek, a gyengébbekhez az ételt odaviszik, s az áhitat óráiban hangosan előimádkoznak. — Vasár- és ünnepnapokon megjelennek a gyámonczok vallási szükségletüknek eleget teendők a házi kápolnában; az ünnep többi óráit kimenetre használják, vagy vallásos, épületes és közhasznu könyvek olvasására, melyekkel az intézetet a Sz. István társulat ajándékozta meg.

---

Törekvésünket oda irányoztuk, hogy az intézetnek keletkezésétől a jelen időig vezetett statistikáját mutassuk be a tek. Akadémiának; csekély erőnkhöz képest lehetőleg igyekeztünk is megfelelni e feladatnak, s ha a munka még sok kívánni valót hagy hátra, mentségünkre szolgál azon körülmény, hogy nem egy szükséges forrást nélkülöznünk kellett; mert az intézet kezdetben inkább csak patriarchalis és nem a jelen megalapított rend és mód szerint vezettetett. E mellett mi a statistikai munkálatokban még újonczok vagyunk, s csak azért léptünk e térre, hogy az intézetre kellő fényt vethessünk; mert eddigelé csak kisebb évi kimutatásokat közöltünk.

Az intézet statistikáját mi két részre osztjuk: az első rész 34 évről szól, 1830—1863-ig bezárólag; a második rész 14 évről szól, azaz 1850—1863-ig bezárólag. Az első húsz év alatt előfordúlt betegségekről, kellő adatok hiánya miatt, nem szólhatunk; a betegségi jegyzőkönyvet minden törekvéseink daczára sem lelhettük meg, — mi annál sajnosabb, mert abban bizonynyal igen becses adatokat találtunk volna tisztelt akadémiai r. tag Pólya tudor úrtól, ki kórházakban tett egyéb dicséretes foglalkozásai mellett, müködését ezen intézetnek is szentelé.

Az agg-gyámoldában 1830—1863-ig, tehát 34 év alatt, 1911 egyén ápoltatott, és pedig 892 férfi és 1019 nő, kik legtöbbnyire magas korbeliek voltak. Vétettek ugyan fel, különösen kezdetben, ifjabb egyének is: de ezek többnyire gyógyíthatlan bajokban szenvedtek, minő a vakság, süketség, butaság vagy nehéz kór stb.; s azért nyittatott számukra e menhely, mert fővárosunkban, sőt honunkban sincs még intézet, mely bajuknak megfelelőleg őket ápolásban részesítné.

A létszámot százalékokra osztva, volt az intézetben $46^2/_3$ % férfi és $53^1/_3$ % nő; a nők tehát tetemesen nagyobb számmal voltak.

Korra nézve:

| *Év* | — | *férfi* | — | *nő* | — | *összesen* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 — 20. | volt | 6. | — | 6. | = | 12. |
| 20 — 30. | „ | 38. | — | 25. | = | 63. |
| 30 — 40. | „ | 88. | — | 56. | = | 144. |
| 40 — 50. | „ | 116. | — | 96. | = | 212. |
| 50 — 60. | „ | 213. | — | 207. | = | 420. |
| 60 — 70. | „ | 214. | — | 299. | = | 513. |
| 70 — 80. | „ | 159. | — | 199. | = | 358. |
| 80 — 90. | „ | 49. | — | 104. | = | 153. |
| 90 —100. | „ | 9. | — | 22. | = | 31. |
| 100—110. | „ | — | — | 5. | = | 5. |

Ebből látjuk, hogy a fiatal kor kisebbségben van, mert 10—50-ig volt 431 vagyis $22^1/_2$ %; 50—110-ig volt 1480 vagyis 77 $^1/_2$ %; 50—90-ig volt 1,444 vagyis 75$^1/_2$ %; 90—110-ig volt 36 azaz 1$^2/_3$ %; 100—110-ig volt 5 azaz $^1/_4$%. Legtöbb férfi volt 60—70-ig = 214; ezt megközelíti 70—80-ig = 159.

Legkevesebb férfi volt 90—100-ig = 9, ezt megközelíti 80—90 = 49; százon túl egy férfi sem volt.

Legtöbb nő volt 60—70 = 299; ezt megközelíti 50—60 = 207.

Legkevesebb nő volt 100—110 = 5; megközelíti 90—100 = 22.

Látjuk tehát, hogy a nők nemcsak hogy nagyobb számmal voltak, de korra nézve is tetemesen túlhaladták a férfiakat.

Születési helyre nézve volt az intézetben: pesti 868 = 45$^1/_2$ %; magyarországi 677=35$^1/_2$ %; az austriai birodalomból 244 = 12$^1/_4$ %; külföldi 122 = 6$^3/_4$ %. — E szerint legtöbb volt pesti és magyarországi; legkevesebb külföldi.

Vallásra nézve r. k. 1603=84%; helvét h. 103=5$^4/_{10}$ %; ágostai 172=9%; görög 15=$^7/_{10}$ %; izraëlita 18=$^9/_{10}$ %. — Volt tehát legtöbb katholikus és legkevesebb görög.

Állapotra nézve: nőtlen vagy hajadon 366=19$^2/_{10}$ %; nős vagy férjezett 480=25$^1/_{10}$ %; özvegy 1065=57$^7/_{10}$ %. — Legtöbb özvegy, legkevesebb nőtlen vagy hajadon.

Előbbi foglalkozásra nézve: művelt osztálybeli: 11= $^6/_{10}$ %; volt katona 43=2$^2/_{10}$ %; kézmüves 865=45$^2/_{10}$ %; kézmü nélkül 992=51$^9/_{10}$ %. — Legtöbb kézmü-nélküli, legkevesebb müvelt osztálybeli; mi arra mutat, hogy a kézmü vagy egyéb rendes foglalkozás az embert öreg napjaira rendesen megóvja ama kénytelenségtől, hogy a köz jótékonyságot igénybe vegye.

A fölvételkor jelen volt kórokat tekintve: aggkorhadás volt 722=37$^3/_4$ %, nehéz kór 87=4$^1/_2$ %, légrekedés 75=3$^7/_8$ %, elmekór 52=2$^2/_3$ %, szemgyengeség 156=8$^1/_6$ %, vakság 92=4$^3/_4$ %, süketség 31=1$^1/_2$ %, süketnémaság 37=1$^7/_8$ %, sérülés 95=4$^9/_{10}$ %, köszvény 131=6$^3/_4$ % fekélyesedés 82=4$^1/_3$ %, hüdés 236=12$^1/_3$ %, gümőkór 115=6%. — Legtöbb volt az aggkorhadás, legkevesebb a süketség. Azonban valamint az aggkorhadás leginkább kijeleli a gyámonczot a fölvételre, úgy a többi elsorolt kórok is mind olyanok, melyek nemcsak az idűltek, de nagyrészt a gyógyíthatlanok sorába tartozván, az intézetben szinte helyök van.

A lefolyt 34 év alatt eltávozott az intézetből 550 egyén, és pedig 273 férfi és 277 nő.

Meghalt 1065 egyén: 480 férfi és 585 nő. — 1863. évi December végén további ápolásra visszamaradt 296 egyén: 139 férfi és 157 nő. — A halálozási arányt tekintve 1911 egyénből 34 év alatt $55^2/_3\,^0/_0$, és pedig 892 férfi közöl $54^4/_{20}\,^0/_0$, 1019 nő közöl $57^4/_{10}$ halt el. l. A, T.

A.

Szaporodás életkor, nem, születés, hitvallás, állapot, előbbi

| Év | | 10—20 | | 20—30 | | 30—40 | | 40—50 | | 50—60 | | 60—70 | | 70—80 | | 80—90 | | 90—100 | | 100—110 | | Összes létszám | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| 1830-tól 1863-ig | Szaporodás | 6 | 6 | 38 | 25 | 88 | 56 | 116 | 96 | 213 | 207 | 214 | 299 | 159 | 199 | 49 | 104 | 9 | 22 | — | 5 | 892 | 1019 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1911 | |

Eltávozás és halálozás

| | | 10—20 | | 20—30 | | 30—40 | | 40—50 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| 1830-tól 1863-ig | Eltávozott | 3 | 4 | 20 | 18 | 43 | 39 | 57 | 48 |
| Meghalt | Január | 1 | — | 2 | — | 5 | 1 | 9 | 3 |
| | Február | — | — | 1 | 1 | 1 | — | 3 | 5 |
| | Márczius | — | 1 | 2 | — | 7 | 4 | 6 | — |
| | Aprilis | — | 1 | 1 | — | 3 | 2 | 3 | 3 |
| | Május | 1 | — | — | — | 2 | 1 | 5 | 8 |
| | Junius | — | — | — | — | 1 | 3 | 4 | 2 |
| | Julius | — | — | — | 1 | — | — | 4 | 2 |
| | Augustus | — | — | 1 | — | 1 | 2 | 3 | 5 |
| | September | 1 | — | 2 | — | 2 | — | 7 | — |
| | Oktober | — | — | — | — | 3 | 2 | 4 | 1 |
| | November | — | — | — | — | 2 | 1 | 3 | 1 |
| | Deczember | — | — | 2 | — | 1 | — | 1 | — |
| | Összesen | 3 | 2 | 11 | 2 | 28 | 16 | 52 | 30 |

foglalkozás, s a felvételkor jelen volt kórok szerint 1830-tól 1863-ig.

| Születése | | | | Hitvallása | | | | | Állapota | | | Előbbi foglalkozása | | | | A felvételkor jelen volt kórok | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pest | magyarország | osztrákbirodalom | Kül-ország | róm. katholikus | helvét | ágostai | görög | izraelita | nőtlen v. hajadon | nős vagy férjezett | özvegy | művelt osztály | volt katona | volt kézműves | kézmű nélkül | aggkorhadás | nehézkór | légrekedés | elmekór | szemgyengeség | vakság | süketség | süketnémaság | sérülés | köszvény | fekélyesedés | hűdés | gümőkór |
| 868 | 677 | 244 | 122 | 1603 | 103 | 172 | 15 | 18 | 366 | 480 | 1065 | 11 | 43 | 865 | 992 | 722 | 87 | 75 | 52 | 156 | 92 | 31 | 37 | 95 | 131 | 82 | 236 | 115 |

életkor, nem és hónapok szerint.

| 50—60 | | 60—70 | | 70—80 | | 80—90 | | 90—100 | | 100—110 | | Összesen | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| 66 | 62 | 46 | 69 | 28 | 29 | 9 | 8 | 1 | — | — | — | 273 | 277 |
| 9 | 11 | 8 | 16 | 6 | 9 | 2 | 1 | — | — | — | — | 42 | 41 |
| 7 | 7 | 6 | 11 | 7 | 6 | — | 8 | — | 2 | — | 1 | 25 | 41 |
| 23 | 19 | 14 | 19 | 10 | 14 | 6 | 6 | — | 1 | — | — | 68 | 64 |
| 23 | 23 | 25 | 25 | 14 | 17 | 4 | 13 | 1 | 1 | — | 1 | 74 | 86 |
| 11 | 7 | 21 | 26 | 17 | 17 | 7 | 14 | 2 | 2 | — | — | 69 | 75 |
| 7 | 8 | 13 | 14 | 4 | 12 | 2 | 9 | — | — | — | — | 31 | 48 |
| 9 | 2 | 6 | 14 | 10 | 15 | 1 | 10 | — | 1 | — | 2 | 30 | 47 |
| 4 | 3 | 10 | 14 | 6 | 15 | 1 | 5 | — | 2 | — | — | 26 | 46 |
| 11 | 4 | 9 | 15 | 4 | 13 | 2 | 6 | — | 2 | — | — | 38 | 40 |
| 5 | 4 | 10 | 12 | 6 | 5 | — | 5 | — | 1 | — | — | 28 | 30 |
| 7 | 4 | 4 | 9 | 6 | 7 | 4 | 6 | 2 | 1 | — | — | 28 | 29 |
| 3 | 2 | 5 | 8 | 7 | 10 | 2 | 12 | — | 5 | — | 1 | 21 | 38 |
| 119 | 94 | 134 | 183 | 97 | 140 | 31 | 95 | 5 | 18 | — | 5 | 480 | 585 |

Ha az 1065 halálozási összeget tekintjük, akkor férfi $45\frac{1}{10}\%$, nő $54\frac{9}{10}\%$ halt el.

Ezen arány ellentétben látszik lenni azon tapasztalattal, hogy általában több férfi hal el, mint nő, s ez való; — de láttuk az intézeti létszámnál, hogy a nők sokkal többen voltak a férfiaknál; mert a férfiak $46\frac{3}{4}\%$, a nők $53\frac{1}{10}\%$-ot tettek; láttuk továbbá azt is, hogy a nők korra nézve is meghaladták a férfiakat; azonkivül figyelembe veendő, hogy az agg-gyámoldában levő nők többnyire elaggott özvegyek, kik férjüket eltemették, s némelyik tán kettőt, hármat is; — ha már most ehhez csatoljuk a nagyobb létszámot és magasabb kort, természetesnek találandjuk, hogy agg-gyámoldákban — de csakis ezekben — több nő hal el, mint férfi. Hasonló tapasztalatok tétettek Bécsben, Nürnbergben és Párisban is; Nürnbergben 514 halott között 153 férfi és 361 nő volt; továbbá 828 között 312 férfi, 516 nő; — Bécsben 952 beteg agg között meghalt 65 férfi és 100 nő: mindez azonban, a mint imént említettük, az életben tett tapasztalattal nem ellenkezik.

A kor szerinti halálozást tekintve 10—20 között elhalt 3 férfi ($=\frac{1}{6}\%$) és 2 nő ($=\frac{1}{9}\%$); — 20—30 között 11 f. ($=\frac{1}{2}\%$), és 2 n. ($=\frac{1}{9}\%$); — 30—40 közt 28 f. ($=1\frac{1}{2}\%$), 16 n. ($=\frac{4}{5}\%$); — 40—50 között 52 f. ($=2\frac{2}{3}\%$), és 30 n. ($=1\frac{2}{3}\%$); — 50—60 közt 119 f. ($=6\frac{2}{10}\%$), és 94 n. ($=4\frac{8}{10}\%$); — 60—70 között 134 f. ($=7\frac{1}{100}\%$), és 183 n. ($=9\frac{5}{10}\%$); — 70—80 közt 97 f. ($=5\frac{1}{10}\%$), és 140 n. ($=7\frac{1}{3}\%$); — 80—90 közt 31 f. ($=1\frac{2}{3}\%$), és 95 n. ($=4\frac{9}{10}\%$); — 90—100 közt 5 f. ($=\frac{1}{4}\%$), és 18 n. ($=\frac{9}{10}\%$); — 100—110 között 0 férfi, 5 nő ($=\frac{1}{4}\%$).

Legtöbb férfi halt el 60—70 között, ezt megközelíti 50—60. — Legtöbb nő halt 60—70 között, ezt megközelíti 70—80.

Egy férfi sem halt száz éven túl; legkevesebb férfi halt 10—20 között; ezt megközelíti 90—100. — Legkevesebb nő halt 10—20, 20—30 között, ezt megközelíti 100—110. E kimutatás szinte erősíti azon tapasztalatot, hogy a nők általán hosszabb ideig élnek mint a férfiak.

A lefolyt 34 évet tekintve legtöbb halt 1860-ban azaz

111, ezt megközeliti 1857. azaz 87; legkevesebb halt 1831 1832, 1833-ban egy-egy, ezt megközelíti 1830. azaz 3.

Legtöbb férfi halt 1860-ban azaz 41, ezt megközeliti 1863. azaz 38. — Legtöbb nő halt 1860-ban 70, ezt megközelíti 1857. azaz 58. — Legkevesebb férfi halt 1833, 1834,

B.

34 évi halálozás, évek, nem és életkor szerint 1830-ik

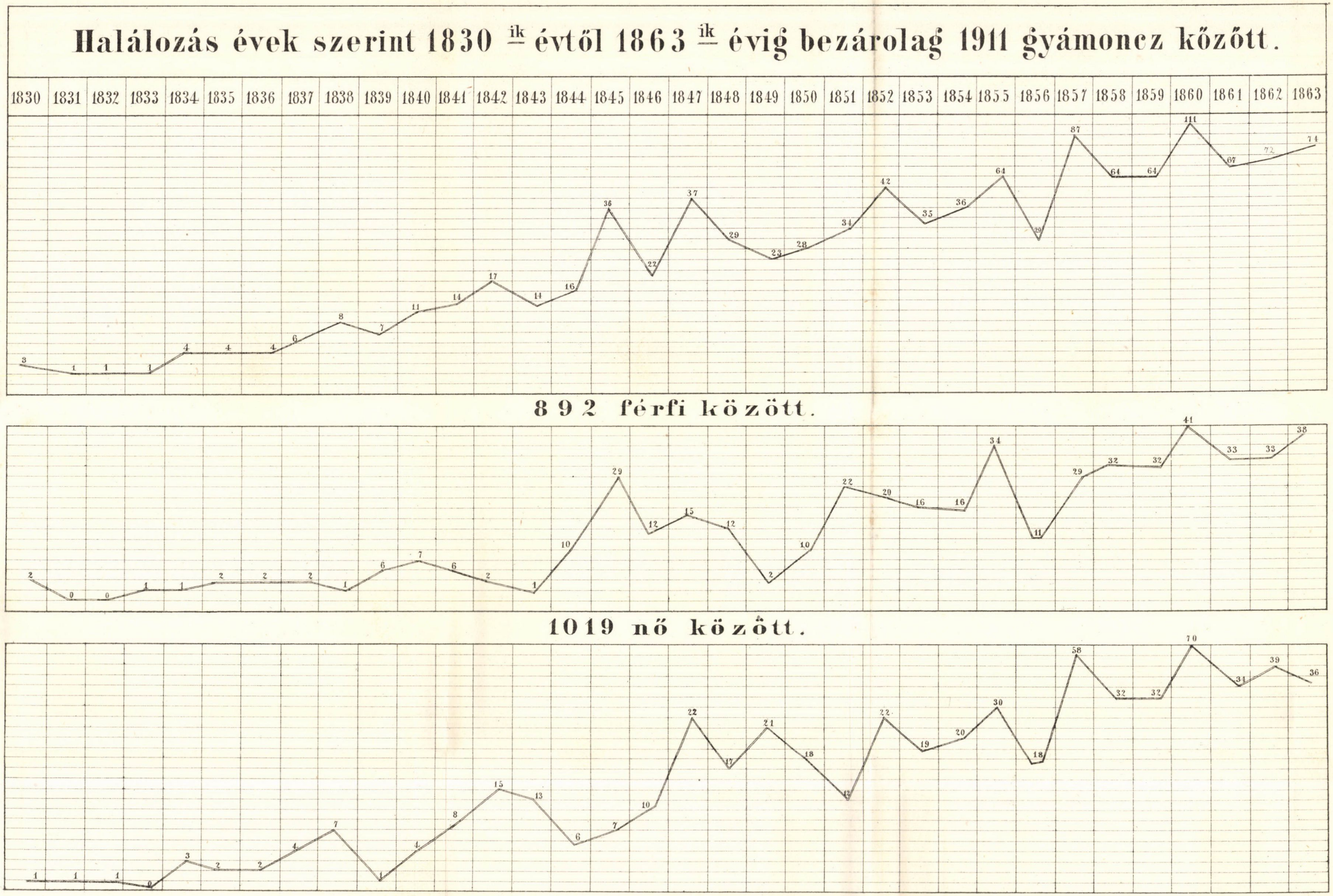
| Év | 10—20 | | 20—30 | | 30—40 | | 40—50 | | 50—60 | | 60—70 | | 70—80 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| 1830 | 1 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | — | — |
| 1831 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 |
| 1832 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — |
| 1833 | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | — | — | — | — | — |
| 1834 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | 1 | — |
| 1835 | — | — | — | — | — | — | — | — | 2 | — | — | 1 | — | — |
| 1836 | — | — | — | — | 1 | — | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 |
| 1837 | — | — | — | — | — | — | — | — | 2 | — | — | 1 | — | 1 |
| 1838 | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | 2 | — | 3 | — | — |
| 1839 | — | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | — | 3 | — | 1 | — |
| 1840 | — | — | — | — | 1 | — | — | 2 | — | — | 2 | — | 4 | — |
| 1841 | — | — | — | — | 1 | 1 | — | 2 | — | 3 | 2 | — | 2 | — |
| 1842 | — | — | 1 | — | 1 | 2 | — | 2 | — | 2 | — | 6 | — | 2 |
| 1843 | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | — | 2 | — | 4 | — | 2 |
| 1844 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 2 | 2 | 2 | 4 | — |
| 1845 | — | — | — | — | 1 | — | 3 | — | 10 | — | 9 | — | 6 | 6 |
| 1846 | — | — | 1 | — | — | — | — | 2 | 5 | — | 6 | — | — | 8 |
| 1847 | — | — | — | — | — | 1 | — | 2 | 7 | 4 | 6 | 7 | 2 | — |
| 1818 | — | — | 1 | — | — | 1 | 1 | — | 5 | 8 | 3 | — | — | 6 |
| 1849 | — | 1 | — | 1 | — | 2 | — | 1 | 2 | — | — | 13 | — | — |
| 1850 | — | — | 2 | — | — | 3 | 3 | 2 | 3 | — | — | 4 | 2 | 4 |
| 1851 | — | — | 2 | — | 2 | — | 2 | 1 | 6 | 4 | 5 | 5 | 1 | — |
| 1852 | — | — | — | — | 5 | — | 2 | 2 | 4 | — | 6 | 10 | 1 | 5 |
| 1853 | 1 | 1 | — | — | 1 | 1 | 2 | — | 4 | 1 | 3 | 6 | 3 | 5 |
| 1854 | — | — | — | — | 2 | 1 | 2 | 2 | 4 | 2 | 4 | 4 | 3 | 5 |
| 1355 | — | — | 2 | — | 1 | — | 8 | — | 9 | 2 | 2 | 13 | 3 | 6 |
| 1856 | — | — | — | — | 1 | — | 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 4 | 2 | 5 |
| 1857 | 1 | — | 1 | — | 4 | 3 | 5 | 5 | 8 | 15 | 6 | 18 | 4 | 13 |
| 1858 | — | — | — | — | 1 | 1 | 2 | 2 | 5 | 6 | 10 | 11 | 11 | 9 |
| 1859 | — | — | 1 | — | 2 | — | 2 | — | 7 | 6 | 8 | 8 | 9 | 6 |
| 1860 | — | — | — | — | 1 | — | 6 | — | 8 | 8 | 14 | 19 | 8 | 27 |
| 1861 | — | — | — | — | — | — | 4 | — | 2 | 5 | 13 | 14 | 10 | 10 |
| 1862 | — | — | — | 1 | 1 | — | 2 | 3 | 10 | 12 | 12 | 12 | 7 | 8 |
| 1863 | — | — | — | — | 1 | — | 3 | — | 12 | 6 | 13 | 14 | 8 | 10 |
| Összesen | 3 | 2 | 11 | 2 | 28 | 16 | 52 | 30 | 119 | 94 | 134 | 183 | 97 | 140 |

1838, 1843-ban egy-egy, ezt megközelíti 1830, 1835, 1836, 1837, 1842, 1849 kettő-kettő. — Legkevesebb nő halt 1830, 1831, 1832, 1839-ben egy-egy, ezt megközelíti 1835, 1836. kettő-kettő. Egy férfi sem halt 1831, 1832-ben. Egy nő sem halt 1833-ban. l. B. T. — a), b).

évtől 1863-ig bezárólag 1911 gyámoncz között

| 80—90 | | 90—100 | | 100—110 | | Összesen | | Összes halottsz. | Észrevételek. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | | |
| — | — | — | — | — | — | 2 | 1 | 3 | |
| — | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | |
| — | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | |
| — | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | |
| — | 1 | — | — | — | — | 1 | 3 | 4 | |
| — | 1 | — | — | — | — | 2 | 2 | 4 | |
| — | — | — | — | — | — | 2 | 2 | 4 | |
| — | 2 | — | — | — | — | 2 | 4 | 6 | |
| — | 1 | — | — | | 1 | 1 | 7 | 8 | |
| — | 1 | — | — | — | — | 6 | 1 | 7 | |
| — | 2 | — | — | — | — | 7 | 4 | 11 | |
| 1 | 2 | — | — | — | — | 6 | 8 | 14 | |
| — | — | — | 1 | — | — | 2 | 15 | 17 | |
| — | 3 | — | 1 | — | — | 1 | 13 | 14 | |
| 4 | — | — | 2 | — | — | 10 | 6 | 16 | |
| — | 1 | — | — | — | — | 29 | 7 | 36 | |
| — | — | — | — | — | — | 12 | 10 | 22 | |
| — | 4 | — | 2 | — | 2 | 15 | 22 | 37 | |
| 2 | 2 | — | — | — | — | 12 | 17 | 29 | |
| — | — | — | 2 | — | 1 | 2 | 21 | 23 | |
| — | 5 | — | — | — | — | 10 | 18 | 28 | Mint tájkór uralkodott a vérhas. |
| 4 | 1 | — | 1 | — | — | 22 | 12 | 34 | „ „ „ hurutár (Grippe) |
| — | 4 | 2 | 1 | — | — | 20 | 22 | 42 | |
| 2 | 4 | — | 1 | — | — | 16 | 19 | 35 | |
| 1 | 3 | — | 3 | — | — | 16 | 20 | 36 | |
| 4 | 9 | — | — | — | — | 34 | 30 | 64 | Mint járvány a hányszékelés (Cholera) |
| — | 5 | — | — | — | — | 11 | 18 | 29 | |
| — | 3 | — | 1 | — | — | 29 | 58 | 87 | |
| 3 | 3 | — | — | — | — | 32 | 32 | 64 | |
| 3 | 10 | — | 2 | — | — | 3[illegible] | 32 | 6[illegible] | Mint tájkór a vérhas. |
| 1 | 16 | 3 | — | — | — | 41 | 70 | 111 | „ „ „ vérhas |
| 4 | 5 | — | — | — | — | 33 | 34 | 67 | |
| 1 | 3 | — | — | — | — | 33 | 39 | 72 | |
| 1 | 4 | — | 1 | — | 1 | 38 | 36 | 74 | |
| 31 | 95 | 5 | 18 | — | 5 | 480 | 585 | 1065 | |
| | | | | | | 1065 | | | |

A. B Statist. táblához. a.

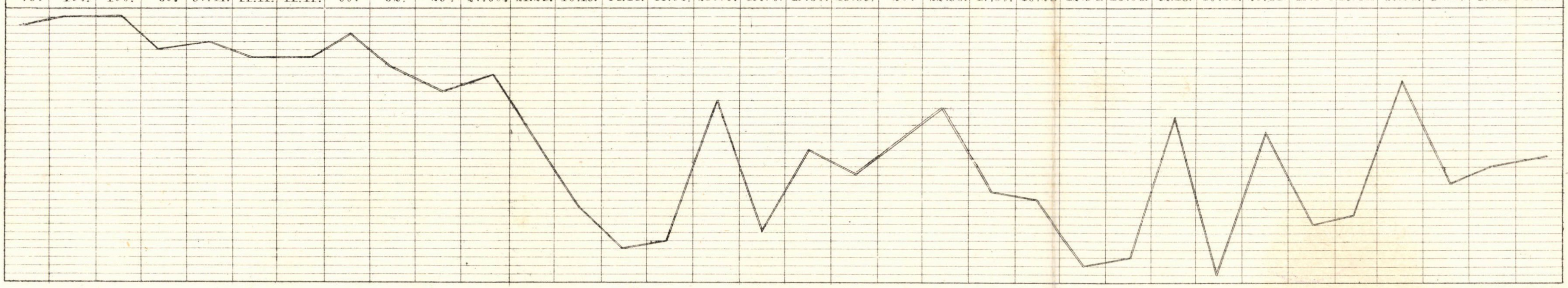



Ny Rohn és Grund Pest 1863.

# Százalék szerinti
# 34 évi halálozási tábla 1830 tól 1863. évig 1911 gyámoncz között.

| | 1830 | 1831 | 1832 | 1833 | 1834 | 1835 | 1836 | 1837 | 1838 | 1839 | 1840 | 1841 | 1842 | 1843 | 1844 | 1845 | 1846 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 75. | 100. | 100. | 50. | 57.14. | 44.44. | 44.44. | 60. | 32. | 25. | 27.50. | 21.21. | 16.19. | 14.14. | 14.94. | 23.69. | 15.06. |

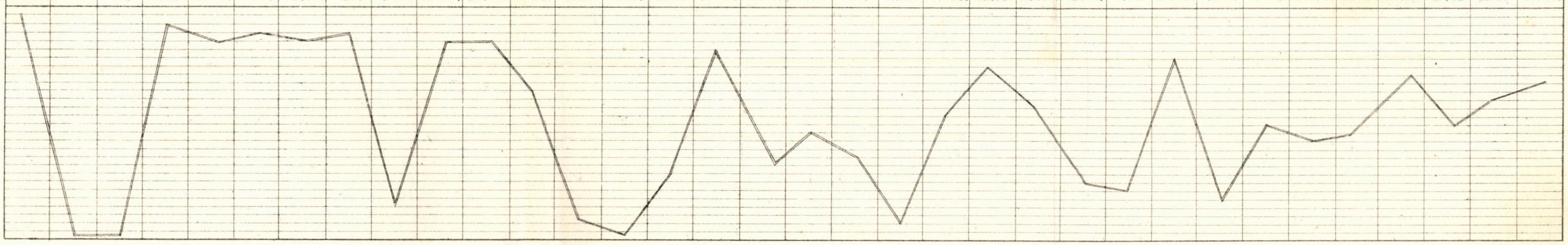
| | 1847 | 1848 | 1849 | 1850 | 1851 | 1852 | 1853 | 1854 | 1855 | 1856 | 1857 | 1858 | 1859 | 1860 | 1861 | 1862 | 1863 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 19.86. | 18.83. | 20. | 22.58. | 17.80. | 16.21. | 12.96. | 13.03. | 22.15. | 10.14. | 20.81. | 15.38. | 15.51. | 26.94. | 17.87. | 19.14. | 19.59. |



## 892 férfi között.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 66.66. | 0. | 0. | 50. | 33.33. | 40. | 33.33. | 40. | 9.09. | 33 33. | 33.33. | 18.75. | 4.44. | 1.72. | 14.08. | 30.22. | 15.38. |

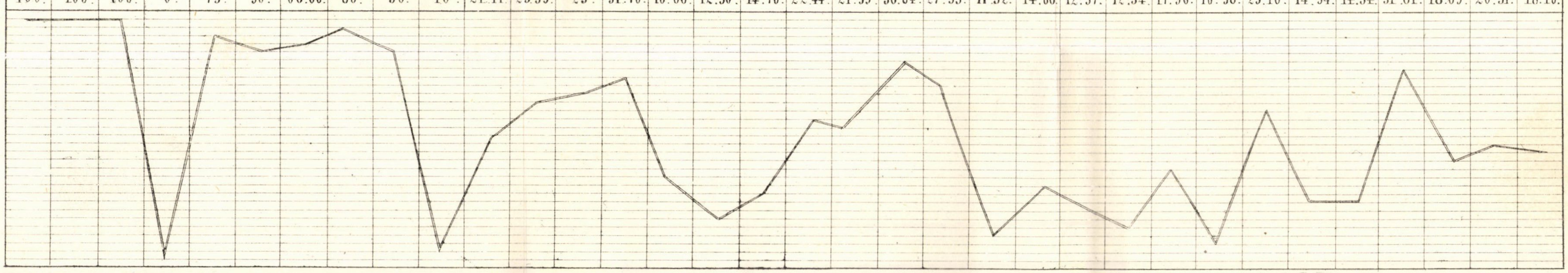
| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 17.05. | 16. | 3.44. | 17.85. | 25.88. | 18.01. | 13.44. | 17.11. | 27.86. | 9.48. | 17.36. | 16.58. | 16.93. | 21.36. | 17.64. | 18.43. | 20.88. |



## 1019 nő között.

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 100. | 100. | 100. | 0. | 75. | 50. | 66.66. | 80. | 50. | 10. | 21.11. | 23.53. | 25. | 31.70. | 16.66. | 12.50. | 14.70. |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % | 22.44. | 21.39. | 36.84. | 27.35. | 11.32. | 14.86. | 12.57. | 12.34. | 17.96. | 10.58. | 23.10. | 14.34. | 14.34. | 31.81. | 18.09. | 20.31. | 18.18. |



Ny Rohn és Grund Pest 1865.

A halálozást hónapok szerint tekintve, legtöbb halt Aprilisban 160. és Májusban 144; ezt megközelíti Martius 132. Legkevesebb halt Novemberben 57, Octoberben 58; ezt megközelíti December 59.

A hónapok halálozásra nézve, nem tekintve a nemkülönbségre, következő csökkenő sorban jönek: April, Május Martius, Január, Junius, September, Julius, Augustus, Február, December, October, November.

A nem tekintetbe-vételével legtöbb férfi halt Aprilisban 74, ezt megközelíti Május 69. Legtöbb nő halt Aprilisban 86, ezt megközelíti Május 75.

Legkevesebb férfi halt Decemberben 21, ezt megközelíti Február 25. Legkevesebb nő halt Novemberben 29, ezt megközelíti October 30.

A férfiak halálozására nézve a hónapok következő csökkenő rendben következnek: April, Május, Martius, Január, September, Junius, Julius, November, October, Augustus, Február, December. — Nőknél: April, Május, Martius, Junius, Julius, Augustus, Január, Február, September, December, October, November.

1850-től kezdve következő hónapokban senki sem halt meg: 1852. Junius, 1854. October, 1854. December, 1859. Február, 1862 Septemberben.

Férfi nem halt: 1850. Február, Julius, Octoberben; 1852. Junius, Juliusban; 1853. Martius, Május, Augustusban, 1854. October, Decemberben; 1856. Január, Május, Junius, Septemberben; 1858. Septemberben; 1859. Február, Novemberben; 1860. Octoberben; 1861. Februárban; 1862. Septemberben.

Nő nem halt: 1851. Julius, Augustusban, Septemberben; 1852. Február, Junius, Decemberben; 1854. October, Decemberben; 1855. Február, April, Novemberben; 1856. Julius, September, Novemberben; 1859. Februárban; 1862. September, Decemberben. l. C. T. c).

C

34 évi halálozás 1911 gyámonc

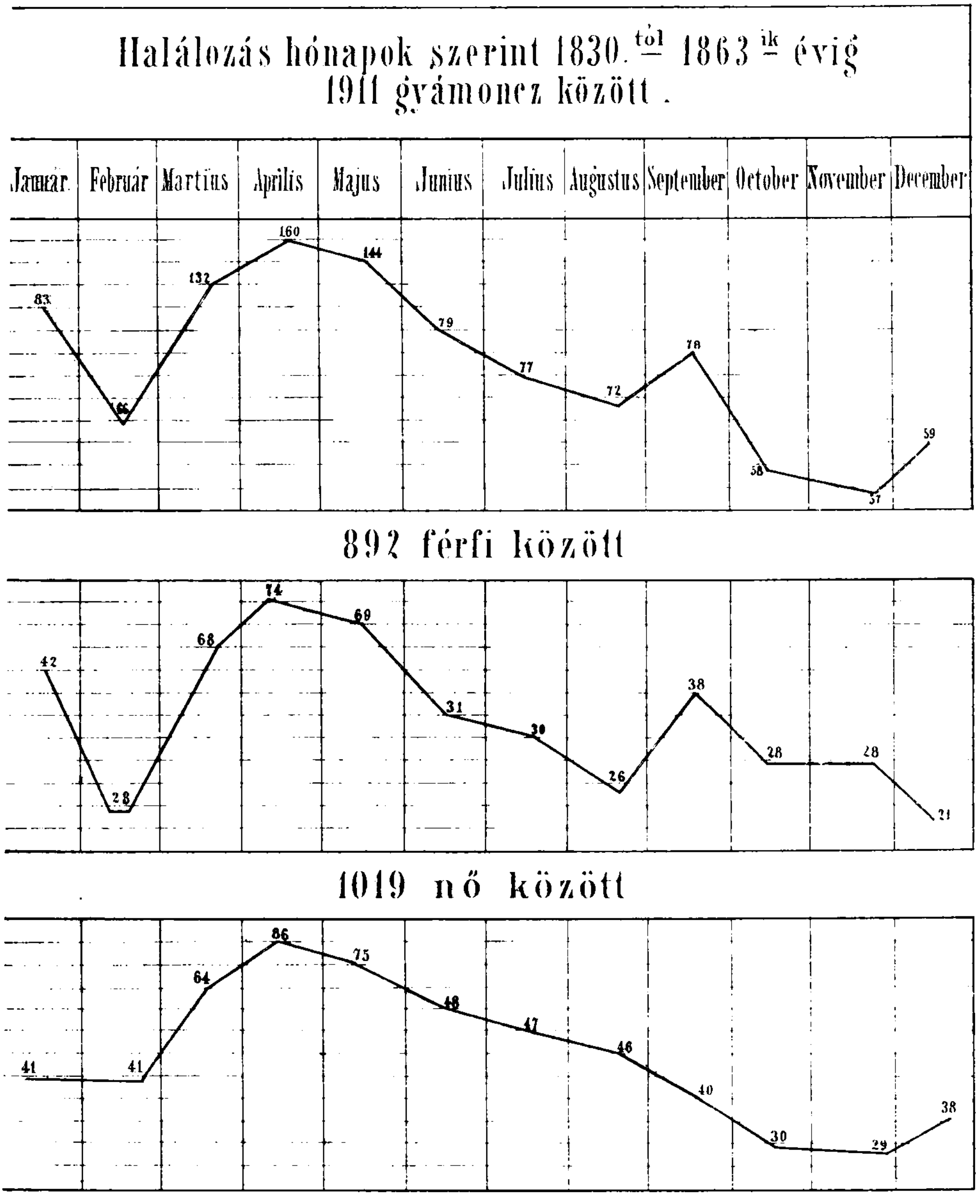
| Honap | 1830 | | 1831 | | 1832 | | 1833 | | 1834 | | 1835 | | 1836 | | 1837 | | 1838 | | 1839 | | 1840 | | 1841 | | 1842 | | 1843 | | 1844 | | 1845 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| Január | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | 1 | — | 1 | — | — | — | 1 | — | 1 | — | 1 | — | — | — | — | 1 | — | 1 | 2 | — | 3 | — |
| Február | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | 1 | 1 | — | 1 | — | — | 1 | — | 2 | — | 1 | — | 1 | 4 | — |
| Márczius | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | 2 | 1 | — | 1 | 1 | 2 | 1 | 4 | — |
| Aprilis | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | — | — | 1 | — | — | — | — | 1 | 1 | — | 1 | — | 2 | 1 | 3 | — | 2 | — | — | 9 | 2 |
| Május | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | — | — | — | — | 1 | — | — | — | 1 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | — | 2 | — | 1 | 1 | 1 | 5 | — |
| Junius | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | — | — | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | — | — | 1 | — |
| Julius | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | 2 | — | 1 | — | — | — | 1 | 1 | 1 | — | 1 |
| Augustus | 1 | — | — | 1 | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | 1 | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | — | — | 4 | — | — | 1 | — | — | — |
| September | 1 | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | 1 | — | — | — | — | 2 | 2 | — | 2 | 2 |
| Oktober | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | — | — | — |
| November | — | 1 | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | — | 1 | — | 1 | — | — | 1 | — | — | — | — | — | 1 |
| December | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | — | — | — | — | — | 1 | — | 1 | · | 2 | — | 2 | 1 | 1 |
| Összesen | 2 | 1 | — | 1 | — | 1 | 1 | — | 1 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 1 | 7 | 6 | 1 | 7 | 4 | 6 | 8 | 2 | 15 | 1 | 13 | 10 | 6 | 29 | 7 |

özött hónapok szerint.

| | 1848 | | 1849 | | 1850 | | 1851 | | 1852 | | 1853 | | 1854 | | 1855 | | 1856 | | 1857 | | 1858 | | 1859 | | 1860 | | 1861 | | 1862 | | 1863 | | Összesen | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő | férfi | nő |
| 1 | 2 | 1 | — | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 4 | 1 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | — | 2 | 3 | 4 | 4 | 2 | 3 | 2 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 | 5 | 4 | 3 | 42 | 41 |
| 1 | — | — | — | 2 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | — | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | — | — | 3 | 8 | — | 2 | 3 | 3 | 2 | 3 | 25 | 41 |
| 3 | 5 | 3 | 1 | 3 | 2 | 3 | 4 | 1 | 3 | 1 | — | 1 | 3 | 3 | 7 | 2 | 1 | 1 | 5 | 7 | 4 | 4 | 4 | 3 | 3 | 10 | 4 | 4 | 3 | 6 | 2 | 1 | 68 | 64 |
| 9 | 2 | 3 | — | 3 | 1 | 2 | 5 | 2 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | — | 2 | 3 | 2 | 8 | 5 | 6 | 5 | 3 | 9 | 11 | 8 | 1 | 4 | 8 | 10 | 6 | 74 | 86 |
| 5 | 2 | 1 | 1 | 7 | 1 | 2 | 2 | 3 | 4 | 3 | — | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | — | 2 | 4 | 7 | 4 | 3 | 5 | 4 | 6 | 6 | 3 | 7 | 6 | 5 | 8 | 5 | 69 | 75 |
| — | — | 3 | — | 3 | 1 | 1 | 1 | 1 | — | — | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 2 | — | 2 | 2 | 5 | 2 | 3 | 6 | 3 | 5 | 11 | 2 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 31 | 48 |
| 1 | — | — | — | 1 | — | 1 | 1 | — | — | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | — | 3 | 5 | 2 | 4 | 1 | 4 | 4 | 7 | 3 | 4 | 4 | 2 | 1 | 3 | 30 | 47 |
| 2 | — | 1 | — | — | 1 | 1 | 2 | — | 2 | 4 | — | 1 | 1 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 1 | 5 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 2 | 4 | 26 | 46 |
| — | 1 | 2 | — | — | 1 | 1 | 2 | — | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 | 12 | 14 | — | — | 1 | 1 | — | 1 | 3 | 2 | 1 | 4 | 3 | 4 | — | — | 1 | 1 | 38 | 40 |
| — | — | — | — | — | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | — | — | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 2 | 1 | 3 | 3 | — | 2 | 4 | 3 | 5 | 5 | 1 | 2 | 28 | 30 |
| — | — | 2 | — | — | 1 | 2 | 1 | 1 | 5 | 1 | 5 | 4 | 2 | 3 | 1 | — | 1 | — | 1 | 3 | 3 | 1 | — | 4 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 28 | 29 |
| — | — | 1 | — | — | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | — | 1 | 2 | — | — | 1 | 4 | 1 | 3 | 2 | 6 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 | 1 | — | 3 | 4 | 21 | 38 |
| 22 | 12 | 17 | 2 | 21 | 10 | 18 | 22 | 12 | 20 | 22 | 16 | 19 | 16 | 20 | 34 | 30 | 11 | 18 | 29 | 58 | 32 | 32 | 32 | 32 | 41 | 70 | 33 | 34 | 33 | 39 | 38 | 36 | 480 | 585 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1065 | |

A C. Statist. táblához e.

# Mind két nembeli



Az évszakok befolyása az aggok közti halandóságra szinte kutatás és vita tárgya volt. S általános szabályul fölvétetett, hogy a halandóság épen mint a betegeskedés, visszás arányban növekszik a hőmérsékkel.

Moser szerint télen a rendesnél nagyobb melegség kisebbíti a halandóságot, mig ugyanaz nyárban nagyobbítja. A nagy hideg, a mi tapasztalataink szerint is, ép úgy előmozdítja a betegeskedést és halálozást, mint a nagy melegség. De a legszigorúbb tél és legforróbb nyár — mint pl. a múlt évben volt — sem oly ártalmas, mint a tavaszi hónapok: April, Május és Martius legnagyobb ellenségei az aggkornak, s mint statistikai tábláink pontosan mutatják, legtöbb áldozatot is ragadnak el.

Ezen észleletünk nem egyez meg a Dr. Konek tanár úrnak jeles müvében foglalt kutatásokkal, hol a legnagyobb halandóság a téli hónapokra, a legkisebb pedig a nyári időre esik. Hasonló tapasztalatok tétettek Európa legtöbb államaiban, s ezek általánosságban állnak is; de ha az illető statistikusok a megholtak korát is tekintetbe veszik, azt fogják találni, hogy mig a gyermek-, ifjú- és férfi-korban legtöbb halálozás télen történik, addig az aggkorban a tavaszi hónapokban van a legnagyobb halandóság, kevesebb télen és nyáron, legkisebb pedig a halandóság az öszi hónapokban. Így az ellenmondás csak látszólagos.

Az agggyógyászok között az is vita tárgya volt, vajjon a nap melyik részében halnak meg az aggok leginkább? — Észleleteink szerint az éjfél-utáni és hajnali órákban történik legtöbb halálozás; gyakori a halálozás délben is, de sokkal ritkább este és éjfél előtt. Ugyanezt észlelte Buck is Hamburgban és Berlinsky Berlinben. Queteletnek a brüsseli Sz. Péter-kórházban tett vizsgálatai szerint legtöbben délután haltak el. Berlinsky szerint a nagyobb számmal történő éjfél-utáni halálozás oka azon izgatásban rejlik, mit a világosság és melegség a végvonaglásban levőre gyakorol. Ezen izgatás által ugyanis az életerő végmaradványa is csakhamar kimerül, mig az izgatás eltávolitása mellett — mi különösen éjjel történik — az élet még egy kis ideig fentartja magát.

Az aggok betegségeiről óhajtván szólni, még egyszer megemlítem, hogy az illető adatok 14 évről valók, azaz 1850—1863-ig bezárólag; ez azon idő, mely alatt mi az intézetben orvosi minőségben működünk.

S ez oka annak is, hogy az általános halandóságot a betegeskedésnek eléje bocsájtottuk, s e miatt az illető halandóságot a betegeskedéssel párhuzamítva, újra meg fogjuk említeni; ezt csak azért hozzuk fel, nehogy valamiként logikai következetlenségről vádoltassunk.

1850—1863-ig az intézeti létszám 1419 volt, s előfordúlt 4359 betegség; tehát minden egyén $3^3/_4$-szer betegedett meg. Volt ezek közt 643 férfi, s ezek mindenikére esik $2^5/_6$; és 776 nő, s ezek mindegyikére esik $3^1/_3$ betegség.

Százalékokra osztva, miután a férfiaknál 1771 betegség fordúlt elő, tesz e szám $40^4/_{10}$%-ot; nőknél pedig 2588 betegség tesz $59^6/_{10}$%-ot; azaz 100 beteg közt volt 41 férfi és 59 nő: tehát a nők sokkal többet betegeskedtek.

Ha a betegek számát életkor szerint tekintjük:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 10 — 20 | évig | volt | 5 | beteg | = | $^1/_8$ %. |
| 20 — 30 | „ | „ | 59 | „ | = | $1^1/_4$ %. |
| 30 — 40 | „ | „ | 35 | „ | = | $3^1/_{10}$ %. |
| 40 — 50 | „ | „ | 392 | „ | = | $8^9/_{10}$ %. |
| 50 — 60 | „ | „ | 765 | „ | = | $17^1/_2$ %. |
| 60 — 70 | „ | „ | 1216 | „ | = | $27^9/_{10}$ %. |
| 70 — 80 | „ | „ | 1176 | „ | = | $26^9/_{10}$ %. |
| 80 — 90 | „ | „ | 561 | „ | = | $12^3/_4$ %. |
| 90 —100 | „ | „ | 49 | „ | = | $1^1/_8$ %. |
| 100—110 | „ | „ | 1 | „ | = | $^1/_3$ %. |

Ebből látjuk, hogy legtöbb beteg volt 60—70 között ezt megközelíti 70—80. — Legkevesebb beteg volt 100—110-ig, ezt megközelíti 10—20-ig; — látjuk továbbá, hogy 20 évtől 50-ig 13% beteg volt, s innét a betegség tetemesen növekedett, úgy hogy 50–110-ig 85% tesz, 90—110-ig $1^1/_2$ %; — tehát az ifjú életkorban s a legfelsőbb aggkorban a betegségek kevesebbek, s legnagyobb számmal 60—90-ig fordúlnak elő.

E 14 év alatt — 1850—1863-ig — egyes éveket tekintve, legtöbb betegség volt 1850-ben 454, ezt megközelíti

1858-ban 423. Legkevesebb betegség volt 1850-ben 193, ezt megközelíti 1851 = 215.

Legtöbb férfi-beteg volt 1862-ben 173, ezt megközelíti 1859 = 164.

Legtöbb nő-beteg volt 1859-ben 290, ezt megközelíti 1858 = 272.

Legkevesebb férfi-beteg volt 1851 és 1854-ben 91, ezt megközelíti 1850 = 93.

Legkevesebb nő-beteg volt 1850-ben 100, ezt megközelíti 1851 = 124. l. D. T. d) e).

D.

14 évről szóló betegségi, és halálozási tábla, évek

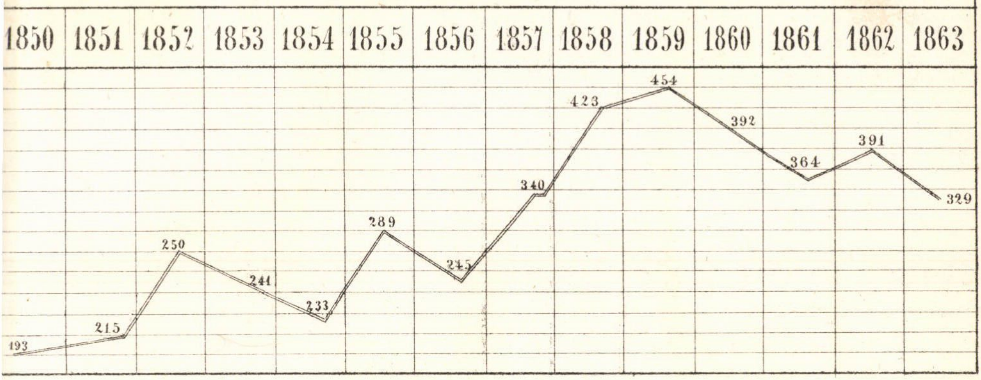
| Év | Az intézeti gyámonczok létszáma | | | Beteg | | | Gyógyult | | | Javult | | | Gyógyíthatlan | | | Meghalt | | | Ápolás alatt visszamaradt | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen | férfi | nő | Összesen |
| 1850 | 56 | 68 | 124 | 93 | 100 | 193 | 64 | 66 | 130 | 5 | 4 | 9 | 4 | 2 | 6 | 10 | 18 | 28 | 10 | 10 | 20 |
| 1851 | 85 | 106 | 191 | 91 | 124 | 215 | 50 | 89 | 139 | 4 | 6 | 10 | 2 | 4 | 6 | 22 | 12 | 34 | 13 | 13 | 26 |
| 1852 | 113 | 146 | 259 | 111 | 139 | 250 | 62 | 75 | 137 | 14 | 20 | 34 | 2 | 5 | 7 | 20 | 22 | 42 | 13 | 17 | 30 |
| 1853 | 119 | 151 | 270 | 95 | 146 | 241 | 58 | 89 | 147 | 10 | 21 | 31 | 5 | 7 | 12 | 16 | 19 | 35 | 6 | 10 | 16 |
| 1854 | 122 | 162 | 281 | 91 | 142 | 233 | 64 | 95 | 159 | 4 | 15 | 19 | — | 3 | 3 | 16 | 20 | 36 | 7 | 9 | 16 |
| 1855 | 122 | 167 | 289 | 130 | 159 | 289 | 66 | 98 | 164 | 6 | 16 | 22 | 5 | 5 | 10 | 34 | 30 | 64 | 19 | 10 | 29 |
| 1856 | 116 | 170 | 286 | 96 | 119 | 245 | 68 | 102 | 170 | 7 | 16 | 23 | 2 | 3 | 5 | 11 | 18 | 29 | 8 | 10 | 18 |
| 1857 | 167 | 251 | 418 | 122 | 218 | 340 | 76 | 137 | 213 | 6 | 9 | 15 | 4 | 2 | 6 | 29 | 58 | 87 | 7 | 12 | 19 |
| 1858 | 193 | 223 | 416 | 151 | 272 | 423 | 90 | 187 | 277 | 12 | 27 | 39 | 4 | 8 | 12 | 32 | 32 | 64 | 13 | 18 | 31 |
| 1859 | 189 | 223 | 412 | 164 | 290 | 454 | 99 | 204 | 301 | 17 | 24 | 41 | 5 | 9 | 14 | 32 | 32 | 64 | 11 | 23 | 34 |
| 1860 | 192 | 220 | 412 | 147 | 245 | 392 | 80 | 117 | 197 | 10 | 29 | 39 | 3 | 9 | 12 | 41 | 70 | 111 | 13 | 20 | 33 |
| 1861 | 187 | 188 | 375 | 154 | 210 | 364 | 86 | 136 | 222 | 16 | 18 | 34 | 7 | 5 | 12 | 33 | 34 | 67 | 12 | 17 | 29 |
| 1862 | 179 | 192 | 371 | 173 | 218 | 391 | 94 | 125 | 219 | 26 | 38 | 64 | 8 | 9 | 17 | 33 | 39 | 72 | 12 | 7 | 19 |
| 1863 | 182 | 198 | 380 | 153 | 176 | 329 | 86 | 98 | 184 | 15 | 16 | 31 | 8 | 16 | 24 | 38 | 36 | 74 | 6 | 10 | 16 |
| Összesen | 2022 | 2465 | 4487 | 1771 | 2588 | 4359 | 1043 | 1616 | 2659 | 152 | 259 | 411 | 59 | 87 | 146 | 367 | 440 | 807 | 150 | 186 | 336 |

és életkor szerint 1850-dik évtől 1863-ig.

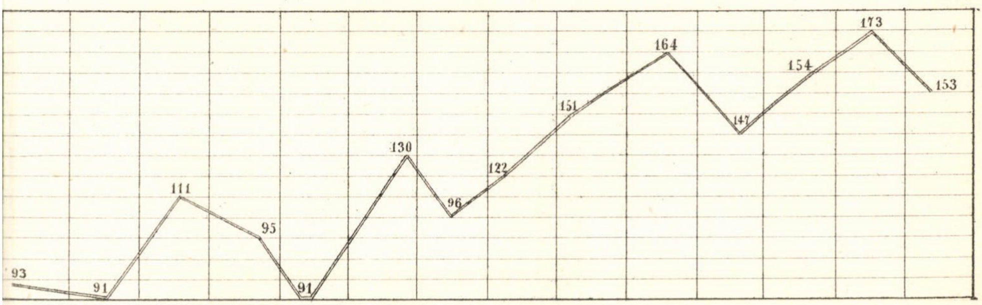
| A leggyakrabban előfordult betegségek | A betegek kor szerint 10—20 | 20—30 | 30—40 | 40—50 | 50—60 | 60—70 | 70—80 | 80—90 | 90—100 | 100—110 | Összesen | A megholtak kor szerint 10—20 | 20—30 | 30—40 | 40—50 | 50—60 | 60—70 | 70—80 | 80—90 | 90—100 | 100—110 | Összesen |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Guta, Tüdőlob, Bélhurut, Vérhas, Légrekedés, szerves szivbajok, Aggkór. | — | 7 | 6 | 18 | 23 | 34 | 63 | 42 | — | — | 193 | — | 5 | — | 5 | 3 | 4 | 6 | 5 | - | — | 28 |
| Guta, Bélhurut, Hasfolyás, Brigthféle vesefájulmány, Vizkór. Tüdőlob, Hurutár, (járványosan) Orbáncz. | — | 5 | 8 | 45 | 52 | 43 | 25 | 22 | 5 | — | 215 | — | 2 | 2 | 3 | 10 | 10 | 1 | 5 | 1 | — | 34 |
| Hasfolyás, Vizkór, Szemlob, Guta, Tüdőlob, Gümőkór, Rezgörj, Légrekedés, Ujképlet. | — | 6 | 11 | 36 | 40 | 67 | 60 | 24 | 6 | — | 250 | — | — | 5 | 4 | 4 | 16 | 6 | 4 | 3 | — | 42 |
| Gyomorhurut, Aggkor, Hólyaghurut, Köszvény, Veselob, Tüdőlob, Tüdővizeny, Tüdőpöffedék. | 4 | 6 | 15 | 26 | 41 | 58 | 62 | 20 | 6 | — | 241 | 2 | — | 2 | 2 | 5 | 9 | 8 | 6 | 1 | — | 35 |
| Köthártyalob (járványos) Hasfolyás, Guta, Rezgörj. Tüdőlob, Tüdőhurut, Tüdővizeny, Vizkór. | — | 3 | 10 | 27 | 52 | 62 | 56 | 19 | 4 | — | 233 | — | — | 3 | 4 | 6 | 8 | 8 | 4 | 3 | — | 36 |
| Guta, Tüdőlob, Aggvizkór, Gög- és légcsőlob, Légrekedés, Hasfolyás, Hányszókelés (Cholera járványosan) Rezgörj, Vizkór, Viszérlob. | — | 4 | 4 | 23 | 48 | 66 | 87 | 52 | — | — | 289 | — | 2 | 1 | 8 | 11 | 15 | 14 | 13 | — | — | 64 |
| Bélhurut, Aggkór, Guta, Tüdőlob, Rezgörj, Mirigylob, Veselob, Orbáncz, Sejtszövetlob, Viszérlob, Ujképlet. | — | 5 | 9 | 22 | 40 | 56 | 72 | 41 | — | — | 245 | — | — | 1 | 3 | 5 | 8 | 7 | 5 | — | — | 29 |
| Tüdőpöffedék, Tüdőlob, Guta, Aggvizkór, Aggkór, Gyomor- és bélhurut, Béllob, Hasfolyás, Hólyaghurut, Vizkór, Vérhas (járványosan). | 1 | 3 | 29 | 57 | 61 | 88 | 74 | 20 | 4 | — | 340 | 1 | 1 | 7 | 10 | 23 | 24 | 17 | 3 | 1 | — | 87 |
| Tüdőlob, Légrekedés, Guta, Aggvizkór, Hörglob, Aggkór, Tüdővizeny, Tüdőpöffedék, Gyomor- és bélhurut, Köszvény, Lábfekély. | — | 7 | 20 | 41 | 82 | 196 | 52 | 21 | 4 | — | 423 | — | — | 2 | 4 | 11 | 21 | 20 | 6 | — | — | 64 |
| Tüdőlob, Tüdőhurut, Bright-féle vesefájulmány, Vizkór, Béllob, Vérhas, Orbáncz, Sejtszövetlob, Aggkór, Hólyaghurut | — | 8 | 12 | 14 | 52 | 109 | 156 | 99 | 4 | — | 454 | — | 1 | 2 | 2 | 13 | 16 | 15 | 13 | 2 | — | 64 |
| Tüdőlob, Guta, Béllob, Hörglob, Torokgyik, Köszvény, Hólyaghurut, Vérhas (járványosan) Vesefájulmány, Vizkór, Légrekedés. | — | — | 2 | 5 | 42 | 61 | 193 | 78 | 6 | — | 392 | — | — | 1 | 6 | 16 | 33 | 35 | 17 | 3 | — | 111 |
| Gyomor- és béllob, Mellhártya és tüdőlob, Guta, Rezgörj, Aggvizkór, Aggkór, Hólyaghurut, Vizkór. | — | — | — | 21 | 91 | 108 | 70 | 68 | — | — | 364 | — | — | — | 4 | 7 | 27 | 20 | 9 | — | — | 67 |
| Béllob, Vesefájulmány, Tüdőlob, Rezgörj, Vérhas, Aggvizkór, Köszvény, Sejtszövetlob, Ujképlet | — | 2 | 3 | 29 | 86 | 172 | 77 | 22 | — | — | 391 | — | 1 | 1 | 5 | 22 | 24 | 15 | 4 | — | — | 72 |
| Tüdőlob, Guta, Köthártyalob, Csipőszsába, Légrekedés, Rezgörj, Vizkór, Hólyaghurut, Hörglob, Ujképlet | — | 3 | 6 | 20 | 46 | 96 | 124 | 23 | 10 | 1 | 329 | — | — | 1 | 3 | 18 | 27 | 18 | 5 | 1 | 1 | 74 |
| Összesen | 5 | 59 | 135 | 392 | 765 | 1216 | 1176 | 561 | 49 | 1 | 4359 | 3 | 12 | 28 | 63 | 154 | 242 | 190 | 99 | 15 | 1 | 807 |

A D. Statist. táblához. d.

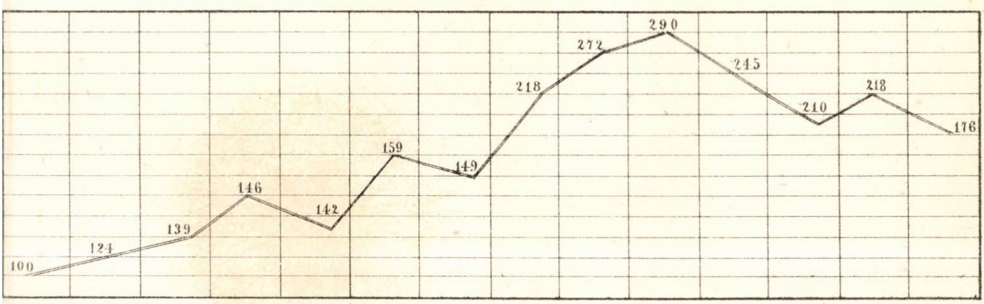
Betegség évek szerint 1850 től 1863 ik évig
1419 gyámoncz között.




643 férfi között.



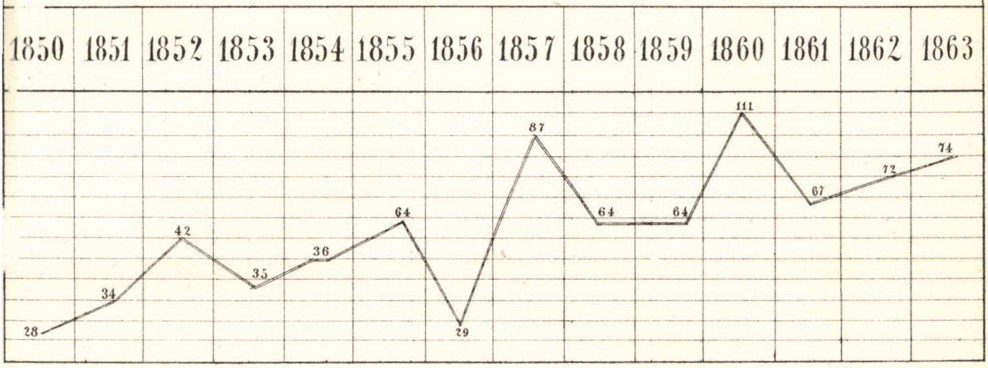

776 nő között.



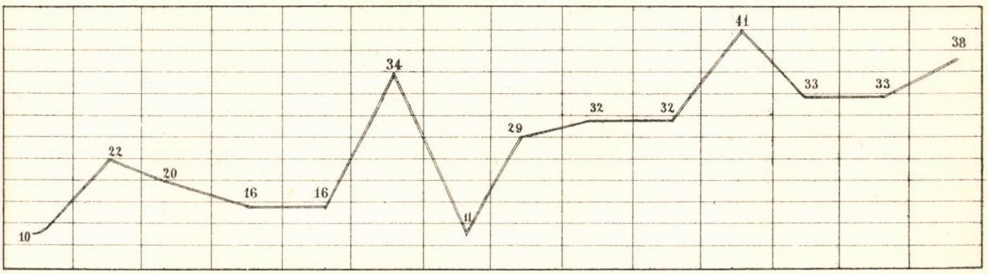

Ny. Rohn és Grund Pest 1865.

A D. Statist. táblához e.

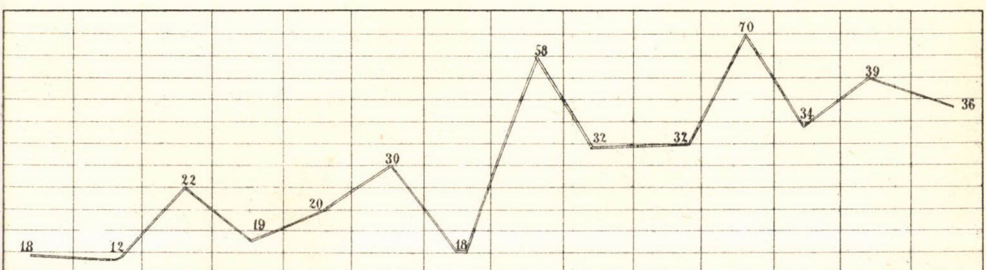
Halálozás évek szerint 1850 ik évtől 1863 ik évig 1419 mindkét nembeli gyámoncz között.




643 férfi között.



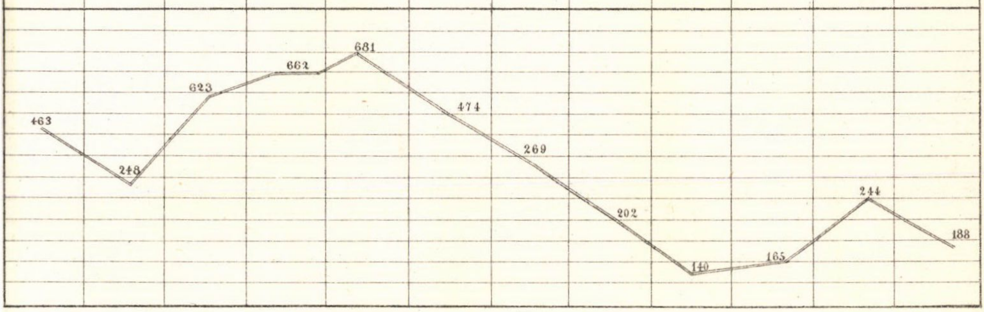

776 nő között.



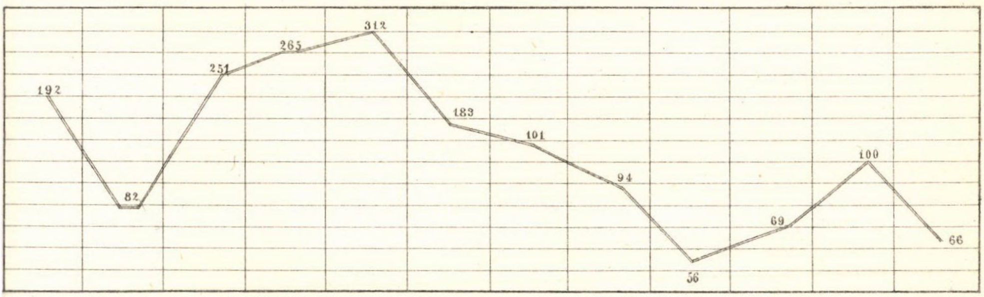
Az E. Statist. táblához e.

## Betegségi tábla hónapok szerint 1419 mindkét nembeli gyámoncz között 1850-től 1863-ik évig.

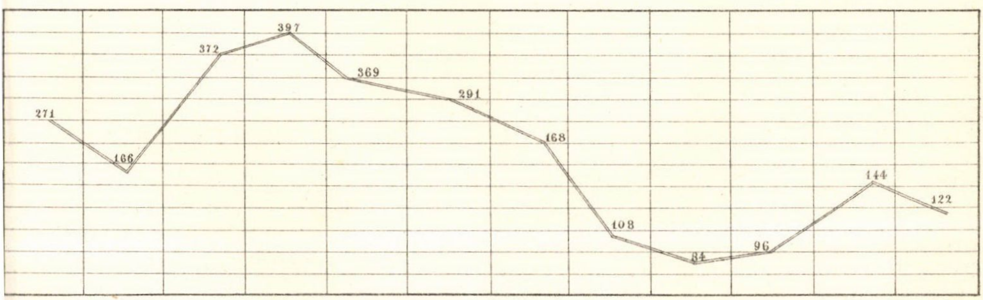
| Január | Február | Martius | Aprilis | Május | Junius | Julius | Augustus | September | October | November | December |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|




### 643 férfi között.



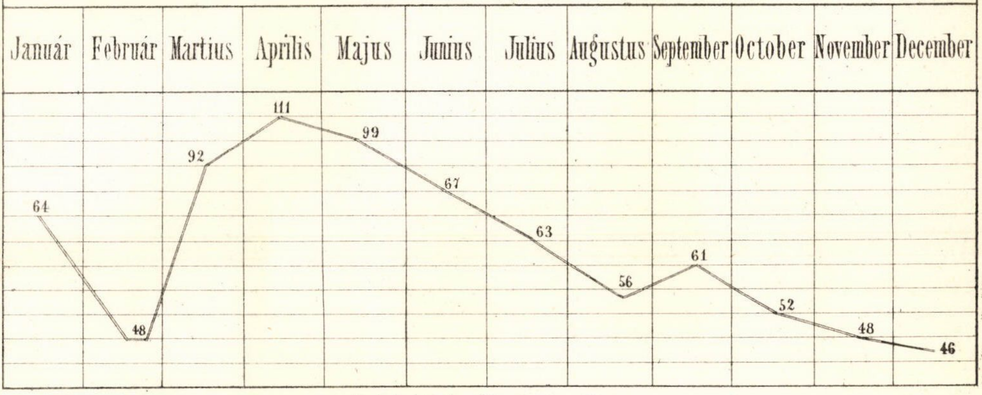

### 776 nő között.



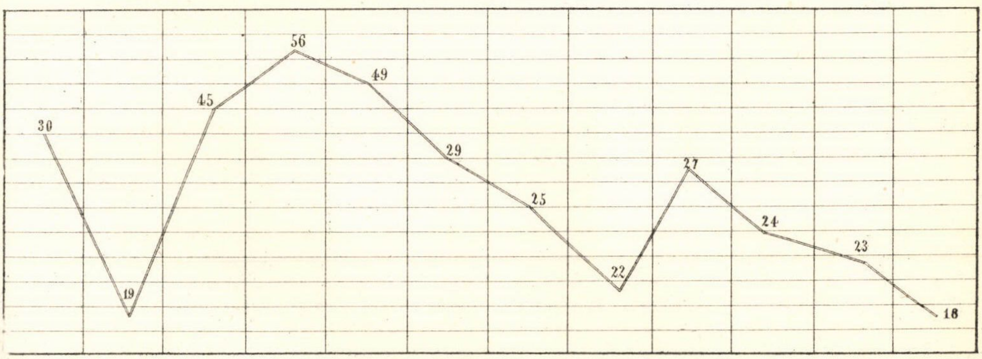
Az E. Statist. táblához e.

# Mind két nembeli

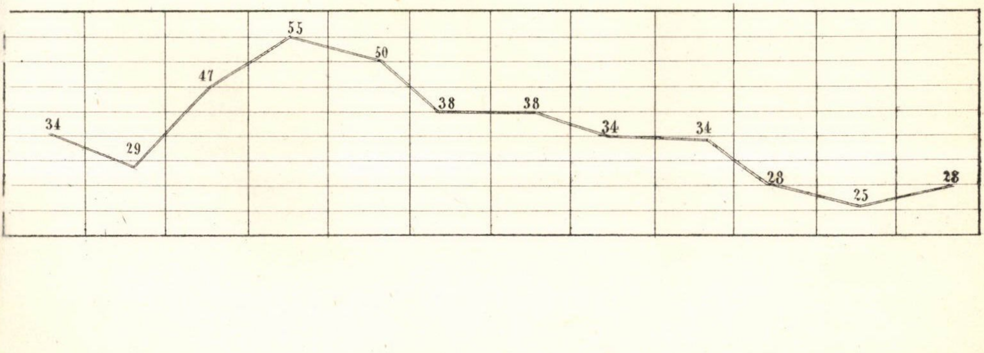
Halálozás hónapok szerint 1850 $^{\underline{\text{től}}}$ 1863 $^{\underline{\text{ik}}}$ évig 1419 gyámoncz között.




643 férfi között




776 nő között



Hónapok szerint legtöbb beteg volt Májusban 681 és Aprilban 662, ezt megközelíti Martius 623. — Legkevesebb beteg volt Septemberben 140 és Octoberben 165, ezt megközelíti December 188. — Legtöbb férfi-beteg volt Májusban 312 és Aprilisban 265, ezt megközelíti Martius 251. — Legtöbb nő-beteg volt Aprilban 397 és Martiusban 372, ezt megközelíti Május 369. — Legkevesebb férfi-beteg volt Septemberben 56, ezt megközelíti December 66. — Legkevesebb nő-beteg volt Septemberben 84, ezt megközelíti October 96. A kórállapot változását illetőleg, egyes hónapok a betegek összes száma szerint következő csökkenő rendben következnek: Május, April, Martius, Junius, Január, Julius, Február, November, Augustus, December, October, September.

Ha a két nembeli betegeket külön tekintjük, a hónapok következő sorban állanak; férfiaknál: Május, April, Martius, Január, Junius, Julius, November, Augustus, Február, October, December, September; — nőknél: April, Martius, Május, Junius, Január, Julius, Február, November, December, Augustus, October, September. l. E. T. e, e.

— 4359. betegség közt gyógyúlt 2659=61%, javúlt 411=9½%, gyógyíthatlan volt 146=3⅓%, meghalt 807 =18%, és ápolás alatt visszamaradt 336=7⅕%. — Az általános halálozási arányt tekintve, 100 beteg közt elhalt 18½%, férfiaknál 20⅗%, nőknél 17%; 100 halott között volt 46½% férfi, 54½% nő.

## E.

Betegségi, és halálozási, tábla hónapok szerint.
643 férfi, 776 nő, összesen 1419 gyámoncz között
1850-dik évtől 1863-dik évig bezárólag.

| Megbetegedés | | | | Halálozás | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| hava | férfi | nő | Összesen | hava | férfi | nő | Összesen |
| Január | 192 | 271 | 463 | Január | 30 | 34 | 64 |
| Február | 82 | 166 | 248 | Február | 19 | 29 | 48 |
| Martius | 251 | 372 | 623 | Martius | 45 | 47 | 92 |
| Aprilis | 265 | 397 | 662 | Aprilis | 56 | 55 | 111 |
| Május | 312 | 369 | 681 | Május | 49 | 50 | 99 |
| Junius | 183 | 291 | 474 | Junius | 29 | 38 | 67 |
| Julius | 101 | 168 | 269 | Julius | 25 | 38 | 63 |
| Augustus | 94 | 108 | 202 | Augustus | 22 | 34 | 56 |
| September | 56 | 84 | 140 | September | 27 | 34 | 61 |
| Oktober | 69 | 96 | 165 | Oktober | 24 | 28 | 52 |
| November | 100 | 144 | 244 | November | 23 | 25 | 48 |
| December | 66 | 122 | 188 | December | 18 | 28 | 46 |
| Összesen | 1771 | 2588 | 4359 | Összesen | 367 | 440 | 807 |

Gyámonczaink létszámát a kórszámmal összehasonlítva, aránytalanságot tapasztalunk; de meg kell gondolnunk, hogy itt nem viruló és fejlődésben levő, hanem hanyatló s az élet delét meghaladott egyénekkel van dolgunk, kiknél az elhasznált és megromlott szervek nem pótoltatnak újak által, s ez okozza, hogy az agg évenként többször megbetegszik. „Senectus ipsa est morbus."

Az aggkori betegségekkel a régibb időben foglalkoztak ugyan az orvosok: de ezen feladatukat egyoldalulag s általános szempontból teljesíték, s Canstattig alig volt orvos, ki különösen az aggkor betegségeinek kutatására adta volna magát; ő azt mondá:

„A kórtan ezen részének elhanyagolása annál felötlőbb, mert az aggkor tulajdonkép a betegség kora; mivel ezen korban az egészség és betegség határai egymástól nehezen különböztethetők meg; s mivel ezen kor elérését mindenki annyira óhajtja, az orvosnak arra kell törekedni, hogy azt fentartsa; e végből legpontosabban ismerkedjék meg ezen időkor betegségeivel; mert segélye leginkább agg egyének által vétetik igénybe, s az élet megmentése ezen korban leghálásabban ismertetik el; — valóban igaz, hogy leginkább becsüljük azon javakat, melyeknek közeli elvesztésén aggódnunk kell."

Canstatt után az újabb időben többen léptek e térre, kik az aggkort élettani és kórtani tekintetben tanulmányozzák: így a francziák közt Durand Fardell, Hourman és Dechambre a Bicêtre és Salpêtrierben. A németek közt Geist és Mettenheimer.

Az intézetünkben előfordúlt kóralakokra nézve meg kell jegyeznünk, hogy azok évszakok szerint változtak; de erre még egyéb tényezők is közremüködtek. Így a késő őszszel s a téli hónapokban oly gyakori lobos bajok igen gyakran meghülések által okoztattak, mi nálunk könnyen megtörténhetett, az által, hogy az épület egyedül állván, a szélrohamoknak s különösen a nálunk gyakori éjszak-nyugati szélnek ki van téve; továbbá a gyámonczok előhaladott kora, az ivásrai hajlam, és más egyéb tényezők okozzák azt, hogy némely kóralakok gyakran, mások gyérebben jöttek elő, míg ismét mások észlelet tárgyai sem lehettek.

A betegek korát illetőleg legtöbb megbetegedés a 60—70-dik életév közt történt. A mi a betegségek befolyását illeti, nem szükséges megjegyezni, hogy a gyógyíthatlan bajok, melyek épen mint ilyenek feltételezik a gyámonczok jelenlétét az intézetben, s az agg-gyengeség, felette kedvezőtlen körülmények szerencsés gyógyeredmény eszközlésére.

A természet gyógytörekvéseiben csak akkor gyámolítható, ha ilyen gyógytörekvések léteznek. — A gyámoldában tehát az orvosi müködés nagyrészt a baj lecsendesitésére és a legsúlyosabb kórtünetek enyhitésére szorítkozik.

A leggyakrabban előfordúlt betegségek voltak a légszerveknek bajai, mint: tüdőlob, hörglob, légrekedés, tüdőhurut, tüdővizeny és tüdőpöffedék. Ezen bajoknak gyakorisága és veszedelmessége azon visszafejlődési változásban rejlik, mely a tüdőt kórtani és élettani tekintetben úgy alakítja át, hogy a betegségek fejlődésére leginkább hajlandó lesz. A felhozott betegségek között egyik legveszedelmesebb a tüdőlob. Erre nézve bonczolati tapasztalatok után mondhatom, hogy az aggok legnagyobb része tüdőlobban hal el; csakhogy ezen betegség az aggoknál nem mindig elsődleges, hanem gyakran más betegségek szövevényét képezi, alattomosan lép föl, s ennélfogva nehezebben ismerhető meg, mint a közép életkorban.

A légszervek bántalmai után leggyakrabban fordúltak elő az emésztési bajok: gyomor- és bélhurut makacs hasfolyással, gyomor- és béllob, vérhas. Ezeknek oka az emésztési szervek aggkori változásaiban rejlik. Az aggkorban tökélyetlen a rágás és benyálzás, mely miatt a rosszul készített étkek az amúgy is tunya emésztést csak gátolják, az emésztő szervek idegeinek müködése hiányos, az epe és gyomornedv elválasztása kisebbedett, s a gyomor-, és bélhuzam-izom, és elválasztási munka-képessége kimerült, — sat.

Gyakran előfordúlt kóralakok még az agyszélhüdés, agyvízkór, rezgörj sat, melyek többé-kevesbbé az agy és az idegrendszer aggkori változásain s a gyámonczoknál igen gyakori iszákosságon alapúlnak.

Továbbá ivarszeri bántalmak: húgyhólyag- hurut és vízkór; ezen utóbbi kóralak az aggoknál szinte gyakori; a hiányos légzés miatt a vér nem élenyíttetik kellőleg, a vér az az altest visszereiben pang, a visszeresség túlnyomó, miből vízvérűség s ebből vízkór származik.

Mint tájkór 1850—1863-ig föllépett az intézetben a vérhas 1850, 1859-ben, 1860-ban; mindháromszor a meleg nyári hónapokban, gyakori bélhuzami bajok, főleg bélhurut és béllob után, s mindannyiszor — de különösen 1860-ban — nagy halandóságot vont maga után.

1851-ben a hurutár (Grippe) uralkodott valódi hagymázos alakban — mint tájkór, s többen lettek áldozatai.

1855-ben lépett föl a hányszékelés (Cholera), és pedig akkor, midőn a városban a járvány már csökkenni kezdett — Septemberben; a különben aránylag legegészségesebb hónapban 16 nap alatt megbetegedett 36, kik közől meghalt 26. — Általán a hányszékelés az amúgy is kimerült agg életnek igen gyorsan, nem ritkán pár óra alatt, szokott véget vetni; azért itt rögtön erélyes segélyre van szükség, mit különben az aggok más betegségeinél is bizton ajánlhatunk; mert itt a természet már az enyészet felé hajolván, erélyes segélyt igényel, hogy a kórral megküzdeni képes legyen Egyes kóralakok, azoknak lefolyása és gyógykezelése szorosan tárgyunkhoz nem tartozván, azokról tüzetesebben ez alkalommal szólni nem is tartjuk szükségesnek; e tekintetben tett tapasztalatainkat részletesen egyes évi jelentéseinkben szoktuk közzé tenni.

A nagyszámu halálozáson nem csodálkozhatunk, ha meggondoljuk, hogy a gyámoldába csak oly egyének vétetnek föl, kik mint gyógyíthatlanok a kórházakból kibocsájtattak, vagy testi bajok miatt munkaképtelenek; a gyámonczok legnagyobb része túlhaladta a 60-ik évet, tehát nagyon is a visszafejlődési időkörben áll; — ha mindezt meggondoljuk, akkor a halálozási arányt épen nem fogjuk túlságos nagynak találni, s ezt csakis úgy értelmezhetjük, ha tekintetbe veszszük, hogy ez emberek legnagyobb része ifjú kora óta neki keményedett, fáradalommal kereste napi kenyerét, s az időjárásokkali folytonos harczban megedződött, s most a gyámoldában rendes, gond-nélküli élet jól esik neki.

---

A természetben minden szerves egész, legyen az állat vagy növény, változásoknak van alávetve; — e változások két fő szakaszra oszthatók, t. i. fejlődési és visszafejlődési változásokra. Megállapodás e két szak között nem létezik, s a visszafejlődés nyomban követi a kifejlettség délpontját.

Így van ez az emberi életben is; a magzat csecsemővé, ez gyermekké, a gyermek ifjúvá, az ifjú férfivá fejlődik. S a délczeg férfi — a természet remekműve — erejének teljes érzetében megtörhetlennek látszik, pedig már magában hordja a hanyatlás magvát; a természet nem tér el örök, kimért rendétől. A férfi is lassan, bár alig észrevehetőleg, közelg az aggkor felé. Betegség nem törte meg; de a napok múlnak, s az évek haladtával az őszhaj s az arcz redője is megjelen, az erők gyengülnek, a délczeg termet meghajol, és az erős férfihoz az aggkor beköszönt.

„Az idő mindent megemészt“ — ezt szokták mondani, hogy mimódon, mily rendben történik az időnek ez emésztő működése, — a tudomány fejti meg.

A sokat használt, a folyton működésben levő emberi szervezet az idő súlya alatt bizonyos változásokat szenved, melyeket *hanyatlási* vagy *aggkori változásoknak* nevezünk. Ha végig tekintünk e változásokon, meg fogjuk érteni, miért gyenge, törékeny és beteges az agg, s épen nem fogunk csudálkozni a betegségek s halálozások ama számán, melyet imént az agg-gyámolda statistikai kimutatásában olvasánk.

Mielőtt azonban e nagy fontosságu változások elsorolásához fognánk, határozzuk meg, mit értünk tulajdonképen az aggkor alatt; mert az emberi élet délpontját a 35-ik évvel éri el, mégis annak daczára, hogy ezután a tüdők légzés-képességével a szervezet hanyatlani kezd, senkinek sem fog eszébe jutni, hogy egy 40 vagy 45 éves férfit az aggokhoz számítson.

A hanyatlási időszak kezdeténél az emberben igen kevés szervezeti változás észlelhető; azért az aggkornak a férfikortól való elkülönítése nagy nehézségekkel jár.

A tudósok különfélekép oszták szakaszokra az aggkort.

*Galenus* három szakaszra osztja azt, t. i. kezdődő, közép, és késő aggkorra.

*Riverius* szerint a kezdődő aggkor (senectus prima) 50-től 60 évig tart, a közép aggkor (aetas ingravescens) 60—70-ig, — a késő aggkor (decrepitudo) a 70 évtől az élet végéig.

*Floyer* az aggkort nem annyira az évek száma mint az emberi erő minősége szerint méri.

*Henke* a hanyatlási időszak kezdetét azon időpontra teszi, midőn a visszéri rendszer az ütér-rendszer felett tulsúlyt nyer; mely túlsúly a verőcz-érrendszer túlnyomó működésében nyilatkozik, s körülbelül a 45-dik év után kezdődik.

*Flourent* szerint az élet két, csaknem egyenlő szakaszra oszlik: a *növekedés* és *fogyás* szakára; — e két szakaszok mindegyike ismét két részre osztatván, ered a négy életkor: a *gyermek-*, *ifjú-*, *férfi-*, és *aggkor*. Ezek mindegyike ismét *első* és *második korra* osztható. Az első gyermekkor a születéstől a 10-ik évig tart, midőn a második fogzás befejeztetett. A második gyermekkor a 20-ik évig tart, midőn a csontok kifejlődvék, s a testnek hosszában növekvése véget ért. Az ifjúkor a 40-ik évig tart, midőn a test szélességben nőni megszünik, s a test tömegének későbbi növekvése nem egyéb, mint zsírgyülem. A férfikor a 70-ik évig tart; ez a test erősödési folyamata (Kräftigungsprocess) különösen a 40-től 55-ig. Az erők 65—70-ig kitartanak, s ekkor áll be az aggkor; a képességi erők (vires in posse) fogynak, s csak a cselekvési erők (vires in actu) müködnek még. — Az élet hanyatlása nem egyes szervekben kezdődik, hanem az egész szervezet elvénül. A második vagy végső aggkor a 95-ik évvel kezdődik.

*Quetelet* bebizonyítá, hogy az 50-ik életévtől kezdve mind a férfi, mind a nő kisebbedik, s hogy a testmagasság ezen fogyása fokozatos növekvésben a 80-ik évig tart, midőn nem kevesebb mint 6—7 centimetert tesz ki. A test súlya a 60-dik év körül szinte észrevehetőleg fogy, s a 80-dik évben mintegy 6 kilogramm kisebbséget mutat.

*Geist* azt állítja, hogy az ő észleletei szerint a légzés-képességnek aránylag legnagyobb esése mindkét nemnél a 65-ik év körül vagyon. Az ezen idő után következő évtizedben a férfi tüdők 20, a női tüdők 13 köbhüvelynyi légzésképességben szegényedtek.

A testmagasságnak fogyása az 50-ik életév körül meglehetős biztos határ a férfikor és az aggkor között; ez a porczrendszernek, csontoknak, különösen pedig a gerinczoszlopnak hanyatlási folyamatán alapszik.

A test alakja az aggkorban szembeszökő változásokon megy keresztül. A régibb orvosok két irányt különböztettek meg, melyekben a test hanyatlása történik, egyik:

*A petyhüdt külalak* (habitus corporis laxus). Ezt mindenek előtt kövérség jellemzi, mely némelykor a 80-dik, 90-dik évig fenntartja magát; rendesen azonban az aggkor második szakában fogy. Ez a zsírnak a bőr alatti sejtszövetben való lerakodásában áll. Ezen alaknak hajlama van a nyálkás elmállásokra, elpuhulásra és savóképzésre.

Másik: *a száraz külalak* (habitus strictus). Ennél jellemző az elsoványodás, mely néha mumia-szerü kiaszásig megy. A bőr alatti sejtszövet itt igen csekély mérvben van jelen, a zsír csaknem egészen eltünt. Az izmok soványak hosszu inakkal, a vékony bőr alatt könnyen érezhetők. Itt nagy hajlam van a merev képletekre és csontosodásokra. A külalak ezen változásai fokonként lépnek föl, s felléptük mindig arra mutat, hogy az élet hanyatlási szaka már hosszabb idő előtt kezdődött.

Az 50-ik évtől kezdve az ember kisebbedik. A test ezen kisebbedése — mint felebb említettük — a 80-ik évnél 6—7 centimeterre rúg; súlyra nézve az egész test mintegy 6—7 kilogrammot veszt. A férfi legnagyobb súlylyal a 40-ik, a nő 50-ik évben bír, mely idő után a súly tetemesen kisebbedik.

*Quetelet* vizsgálatai szerint teljesen kifejlődött és rendes testalkatu egyéneknél *a súly szélsőségei:*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Férfinál: | 49,1 | és | 98,5 | kilogr. |
| Nőnél: | 39,8 | „ | 93,8 | „ |

*A növés szélsőségei:*

Férfinál: 1.467. és 1.890 meter
Nőnél: 1.444. „ 1.740 „

A súlynak hanyatlása férfinál kisebb és arányosabb, mint a nőnél, és egyes évtizedekre osztva: férfinál 1,46 kilogr. — nőnél 1,70 kilogr.

A férfinál a magasság legnagyobb hanyatlása a 60-dik év körül történik, a nőnél egy évtizeddel előbb, s épen akkor, midőn a súly tetőpontját éri el. A nő magasságának kisebbedése mellett tehát a testsúly növekszik. A férfi 80-ik évétől fogva sem magasságban sem súlyban nem kisebbedik, mig a nőnél még a 90-ik évvel is észlelhető némi hanyatlás.

A *sejtszövet* gyakran oly nagy mérvben elfogy, hogy egészen hiányzani látszik; száraz, rostos, szalagszerüvé lesz, s elveszti rugékonyságát.

A *külbőr* petyhüdt, redős, vékonyodott, mindig bőnek látszik, setét szine a szénvizegyek visszatartásából s a zsir faggyúszerüségéből származik. A külhám száraz, merev, vékony pikkelyekkel fedett, gyakran tülkszerü kinövésekké vastagodik.

A *haj* megőszül, rendesen kihull, legtöbbnyire száraz. A szinvesztés a hajszál hegyén kezdődik, s a gyökér felé halad. Legelőbb őszül a halánték, azután a fej egyéb része, a szemöldök, szakáll, a szemérem- és hónalji haj.

A körmök szárazak, törékenyek, simaságukat és fényüket elvesztik, összezsugorodnak, és hoszban nőni megszünvén, megvastagodnak.

Az említett változások miatt a bőr müködése csökkenik; azért a bő veriték-elválasztás igen ritka az aggkorban, s ha van is, nem sovány, hanem testes egyéneknél jő elő.

Az újabb tudomány a test saját melegét az anyagváltás szerves vegytani folyamatának ismeri, — ezen folyamat a légenynek a tüdők és bőr általi felvételétől függ s feltételeztetik, s ennek súlymérőjeül a vérkeringési és légzési rendszer állása tekinthető. A test melege a gyermekkorban legnagyobb: 30$^0$ Reaum.; — azután az aggkor első feléig fogy, mig a legkésőbb aggkorban ismét azon fokra emelkedik, melyben a gyermekkorban állott.

A *rostos hártyák* tömöttek, szivósak lesznek, és nem ritkán összenőnek, — gyakran csontosodásoknak székei.

A *nyákhártyák* nagy hajlammal birnak a vérbőségre, és túltengésre, vérkeringési zavaroknak azonban nem igen vannak alárendelve.

Az *iznedvhártyák* szürkések, tömöttek lesznek, s az iznedv nyulósabb. Az iznedvhártyák nagyobb szárazsága és az izületi szalagok tömöttsége nehezíti a mozgást, az izomzat tápláltatási zavara nehéz mozgást és gyors elfáradást okoz. A lépés mindig rövidebb lesz, miből a tipegő járás származik.

Az *aggok porczai* tömöttebbek lesznek, elvesztik rugékonyságukat, és vastagságban fogynak. Különösen fogynak a sokat használt izületek porczai, a hosszú surlódás következtében, melynek ki vannak téve: ilyenek a czombkoncz és térdizület porczai. — A porcz gyakran elcsontosodik; így Fischer egy 100 éves aggot említ, kinél 9 csigolya egy csonttömeggé olvadt össze; — a csigolyák porczrészeinek ily csontosodását mi is, többszöri bonczolatoknál észleltük.

A *csontok* az aggkorban vékonyabbak és kisebbek lesznek, a velő fogy bennök, s a visszamaradt rész olajos, folyékony, sárga-barna szinü; holott előbb tiszta sárga volt. A csontok kevésbbé fehérek, s a külső rétegüket képező tömör állomány kevésbbé tömött, a csontok visszeres csatornái nagyobbak, a csontbél fogy, a csontbőr szárazabb, erősen a csontokra tapad, a táplyukak kisebbek. A csontok súlyban is vesztenek, s ezen veszteség gyakran a súly negyedrészét teszi. A csontok fogyván s az izmok és szalagok merevebbé változása által egymáshoz vonatván, a test kisebbedik, s a hátrész meggörbül. Egyes csontok még a nőnél is elvesztik gömbölydedségüket, szögletesekké válnak, s az aggnő csontváza a férfiéhoz hasonlít. Az aggkor következtében némely csontrészek egészen is elenyésznek, p. o. a fognyújtvány, a fogak kihullása után. A csontok változásának általános következése a mozgás-nehézség és gyors elfáradás. A fogak kihullása, a fognyujtvány elveszése nehezíti a rágást, rövidebbé teszi az arczot, nehezíti a beszédet is, — különösen a fogbetük kiejtését.

A *táprendszer* aggkori változásai. — A szájüreg alkatrészeinek aggkori változása által jelentékeny alakváltozást szenved, kisebbnek látszik, nyákhártyája petyhüdt, a nyelv száraz, többnyire fehér nyákkal fedett. A *bélhuzamnak*, vastag és vékony beleknek s a gyomornak fekvése a rendestől elütő. Erre a testtartásnak és gerinczgörbületnek nagy befolyása van. A gyomoréval többnyire a májnak helyváltozása is egybe van kötve; sőt gyakran épen a máj az, mely a gyomrot rendellenes fekvésbe hozza. A gyomor és bélhuzamnak legfontosabb aggkori változásai a *kitágulás* és *szükülés*. A gyomor nem ritkán területének kétszeres nagyságára tágúlva találtatik; a gyomornak a rendes térfogat felére való kisebbedése sem ritka. A tágulással az izomzat és takhártyák laza állapota, a szüküléssel ugyanazoknak megvastagodása van egybekapcsolva. — Számos bonczolatnál mi is a gyomrot térfogatának csaknem kétszeresére tágúlva találtuk, gyakran észleltünk gyomorszükülést is.

A *belek* nem ritkán tágak, vértelenek, takhártyájuk vékony, izomzatuk sorvadt. — A belek, tett tapasztalataink szerint igen gyakran veszélyes bántalmaknak székei, s a kóralakok között leginkább volt alkalmunk bélhurutot, vérhast és idült béllobot észlelni.

A *májnak* aggkori változásai, annak súlyviszonya, fekvése, állománya, és zsírtartalmára vonatkoznak. A 60—80-ik év között a máj középsúlya: 1,052—1,300 gramm. Ez rendes viszonyok közt 1,400—1,500 grammig emelkedhetik. Általános sorvnál 600—500 grammig fogyhat, míg túltengés vagy rákos elfajulásnál a súly 2,000 grammra vagy azon túl is rúghat.

A máj fekvésének változása leginkább gerinczgörbület által okoztatik. A máj teriméje néha a túlságos nyomás következtében tömörebb lesz, felületén mély barázdákat nyomnak a bordák, s nem ritkán egészen elveszti rendes alakját. A máj állománya törékeny, többnyire száraz, s a májvezetékekben nem ritkán kövek is találhatók.

Az *epehólyag* is nagy változásokat szenved, gyakran szilvamag nagyságra összetöpörödik, s benne epe helyett fehérnye-szerü nyulós nyák található.

A táprendszer boncztani változásaiból következik, hogy annak élettani működése is kisebbedik, s a váladékok kevesbednek.

A *tápnya és nyirkedényeken* előforduló aggkori változások közt leggyakoribb a sorv és szűkülés. A mirigyek gyakran alig szemlélhető kicsinységig fogynak. — Rokitansky szerint a mirigy-sorvadás majd általában, majd pedig egyes pontokon történik; hol az izomrost csaknem egészen elenyészvén, fehér sejtszerű vékony szövet marad hátra.

A *visszereken* vagy visszérhüvelyeken igen ritkán történik aggkori változás, s ha történik, az a nagyobb ágak tágultságában s az edényfalak vékonyodásában áll. A hajszálvisszerekben gyakrabban jő elő szűkülés és zárulat, a nagyobb ágakban néha visszér-kövek (Phlebolith) találtatnak.

A nyirkedényeknek kettős élettani működése van. Ezek a szöveteknek hasztalanná vált részeit a vérbe vezetik, hogy átváltozva, az elválasztó edények által kiküszöböltessenek, és másodszor, a vérnek rost részeit sejtekké vagyis vértekecsekké változtatják.

Az aggkornak a vérkészítésre való befolyását felismerni nem nehéz; — a hol a tápnya és nyirkedényeknél sorvszűkülés vagy zárulat létezik, természetes hogy a nyirk- és tápnya-mennyiség is kevesebb: különben ezeknek mennyisége mindig az emésztési nedvek mennyiségéhez aránylik.

A *lép* az aggkorban rendesen elpuhúlt, összelapúlt, setét violaszinü és igen szakadékony. Nem ritkán elmeszesedett gümős lerakodások találtatnak benne; súlyra nézve a 70-ik évtized után veszt legtöbbet. — A lépnek elsorvadása, elpuhulása az aggkorban szükségkép a vér hiányos képződését okozza.

A *szívnél* gyakran tapasztalni helyváltozást, a szív ilyenkor rendesen a test közép vonala felé halad, és csúcsa fölemelkedik. A szívburok többnyire vastag, erős, száraz, néha csontlerakodások is találhatók benne. (A szív és vesék kizárólag azon szervek, melyek súlyukra nézve nem szenvednek aggkori változást.) — Geist két fő különbséget nevez, melyek az aggkorban a szív alakjánál észlelhetők. Az elsőnél a szív nagy szélességi átmérője túlnyomó, falai lazák és petyhüdtek annyira, hogy a legvéglegesebb esetben egy redökbe szedett zacskóhoz hasonlít.

Az aggkori változás másik alakjánál a szivet roppant tömörség jellemzi; a falak vastagok, az izomzat túltengett, mégis porhanyó és szakadékony. Az első alak leginkább a petyhüdt, a második a száraz külalaknál szokott előfordúlni.

Az *ütereknek* visszafejlödési változása leginkább az elszáradás, törékenység és ruganyosság hiányában áll. Kásadagos lerakódások nem ritkák, — néha csontosodások is fordúlnak elő.

*Vérvegyületre* nézve a férfiú vére az aggkorban is több vértekecset tartalmaz, mint a nőé. A vérmennyiség az aggkorban fogy, ez a vérképző szervek sorvadásától s az általános testsúly kevesbedésétől függ.

Becquerel és Rodier az aggkor vérvegyének egyetlen állandó változásául csupán az epe-faggyany növekvését találták; mert ez csaknem kétszer annyi, mint a 20—30-ik évben. A többi alkatrészek megtartják rendes mennyiségüket, csak a rostonya fogy némileg.

Canstatt szerint az aggok vére nem alszik meg oly hamar, mint az ifjaké. — Thakrah és Davy szerint pedig kevesebb élet levén benne, hamarabb megalszik; mert a vér megalvása nem egyéb, mint az élet elenyészte, s ez annál lassabban történik, minél nagyobb az életerő. — Thakrah és Davy ezen állításától véleményünk elüt; mert számos esetben volt alkalmunk tapasztalni, hogy az aggok vére későbben alszik meg, mint az ifjaké. — Az *érverést* illetőleg téves azon vélemény, mintha az aggkorban az érverés lassúlna; mert az emelkedő hőmérsékkel a késő aggkorban az érverés is emelkedik. Megjegyzendő, hogy az érverés az aggkorban ép oly gyakran egyenlő és gyenge, mint egyenlőtlen és feszült; — a mi észleleteink szerint, melyeket 291 agg egyénnél, és pedig 138 férfin s 153 nőn tettünk, az érverés legnagyobb közép száma a 60—90-ik év között, férfinál: 74, a nőnél: 78. — Kórismei tekintetben az aggoknál az érverésre nem igen lehet támaszkodni; azonban mégis nagyobb jelentőséggel bir annak lassudása mint gyorsitása. Ezen véleményen van Rusch is, azt állitván, hogy hevenybetegségeknél az érverés az aggkorban nem oly gyors, mint a közép életkorban, s hogy a gyorsítás gyakran csak kevéssel a halál előtt áll be.

*Légzésszervek.* — A mellkas oldalfalai belapúlnak, a szegycsontnak a bordákkal, ezeknek pedig a gerinczoszloppal való összeköttetése megcsontosodik, mi által a mellkas kitágulása gátoltatik. — A gerinczgörbület által a mellür szükebb, korlátozottabb lesz, a tüdőlebenyek nem ritkán egymás mellé, egymás fölé nyomatnak; állományuk szivós, száraz; számos légsejt kiszárad úgy, hogy a lég nem vonúlhat beléjük. — Az aggtüdőknek súlykülönbsége oly nagy, hogy visszafejlődési mérvül alig lehet táblát felállitni. A tüdők gyakran oly betegségek székei, melyek nekik roppant súlyt kölcsönöznek: ilyen a gümőkór, tüdőlob, heveny tüdővizenyő sat.

A *gög és légcső* gyakran tágulást szenvednek, mely a gögöt és légcsövet képző szövetek sorvadása által jő létre. A hörgők ürege a tüdők összenyomatásával gyakran kisebbedik, — a kisebb hörgők közől számosan elszáradnak.

Geist szerint a belégzési közép szám egy percz alatt, az aggkor valamennyi évtizedében, a férfinál 17, a nőnél 18 és minden belégzésre 4 érütés esik. Mi 291 mindkét nembeli agg egyénen és pedig 138 férfin és 153 nőn tettünk e tekintetben vizsgálatokat, s észleletünk szerint a belégzési közép szám egy percz alatt nőnél 20, férfinál 19, — és egy belégzésre közép számmal 3 érütés esik.

Minél idősebb az egyén, annál kevesbbé mély és annál rövidebb a belégzés. A legkésőbb aggkorban nem csendes, szakadatlan, egyforma a légzés; hanem rövid, szaggatott és alig észrevehető.

A *vesék* fekvése gyakran rendellenes, nem ritkán magasabban feküsznek, különösen a jobb vese. Nagyságukra nézve nem igen térnek el a rendestől. A bal vese többnyire nehezebb ugyan, de nem mindig nagyobb.

A *húgyvezetékeknél* ritkán lép fel tágulás, gyakrabban fordúl elő szükülés a hártyák megvastagodása miatt.

A *húgyhólyag* többnyire össze van zsugorodva, kisebbedésével kapcsolatban áll a hártyák megvastagodása, mely miatt gyakran alig képes 2—3 obony folyadékot befogadni.

Különös jelensége az aggkornak, hogy a vizellet-ürités legtöbbnyire éjjel történik, az aggok e czélból 4—5-ször elhagyják ágyukat. — A kiürített mennyiség mindig kevés, melynek oka vagy az általános képesség kevesbedésében, vagy a hólyag-falak rugékonyságának enyésztében fekszik; ez utóbbi esetben a hólyag mindig tele van, s minden kiürítésnél csak az újabban meggyült mennyiség bocsáttatik ki. Ezen eset legtöbbnyire a férfi nemnél áll be, és pedig a 60—70-dik évtizedben.

A *férfi ivarszervek* aggkori változasainak fő jelleme a petyhüdtség, a borék rugékonyságának elenyészte, a herék kisebbedése, petyhüdtsége, állományuknak szennyes sárgabarna szinezete, s az ondóvezetékek elpusztulása. Annak meghatározására, vajjon az aggok ondója tartalmaz-e ondószálacsokat: *Duplay* 51 bonczolatnál tett vizsgálatot; 37 esetben talált, és csak 14-ben nem; a vizsgált aggok többnyire fölül voltak 70 éven, s csaknem fele idült kórban halt el, — mi megdönti Davy azon állítását, miszerint az idült kór megszünteti az ondó-elválasztást. Duplay a jobb herének közép súlyát 11,98 grammnak, a balheréét 11,32 grammnak találta; a legnagyobb súly 21,50 gramm, a legkisebb 4,50 gramm.

A *női ivarszerveknél* a külszemérem osztja az általános börpetyhüdtséget, a kis ajkak, valamint a hüvely redői is egészen elenyésznek, a hüvely rövidebb lesz, mi előmozdítja az oly gyakori *méhiszamot;* mert a méhnek a hashártyávali összeköttetése is lazúl. A petefészkek leggyakoribb változása az összezsugorodás. A Graf-féle hólyagcsák eltünnek, vagy nem ritkán petefészek-vízkór kezdő-pontjaiul szolgálnak. Mi a petefészekben szőr-, csont-, sőt körömszerü lerakódásokat találtunk, s efféle kórboncztani készítménynek három példánya létezik az egyetemi kórboncztani muzeumban. — Az *emlőmirigyek* összezsugorodnak, a tejútak elzáródnak, a zsír eltünik, s az emlők zsírszegény bőrlebenyekként függnek alá. Az emlőbimbó előre áll, udvara setét szinü és redős. Általános zsírkórnál előfordúl a zsírmell, mely szinte a mirigyek sorvadásával jár.

A női ivarszervek hanyatlása a 45—50-dik év körül a havi tisztulás elmaradása által jelentkezik, mely vagy egyszerre történik, vagy pedig oly módon, hogy kétszer-háromszor elmarad, azután kicsiny mennyiségben ismét visszajő, mig mindinkább ritkúlván és fogyván, egészen elmarad. Ezen elmaradás — különösen ha egyszerre történik — különféle zavarokra ad okot: minők a vértorlódás, az agy, tüdők és gyomorban stb. E bajok gyakoriságából azon vélemény eredt, hogy a hanyatlási időszak a nőkre nézve életveszélyes, mig *Benoiston de Chateauneuf* bebizonyítá, hogy a nők közt ezen időben sem nagyobb a halandóság, mint egyébkor.

Az *idegrendszer*. — Az agykérek az aggkorban mindig megvastagodnak, a keménykér gyakran a koponyához van nőve, a lágykérek homályosak, a pókháló-szövet sarjadzásoknak, úgynevezett Pachioni-féle mirigyeknek széke, melyek némelykor még a koponya-födelet is átfúrják. Az agyvelőnél kisebb-nagyobb vérbőséget leszámítva, két fő eltérést különböztetünk meg. Egyik esetben az agyvelő állománya vizzel beivódott, váglapja vízfényű, fehérszínű és vérszegény, a koponyaűrt egészen betölti. A másik eset az agyvelő sorvadása. Az agyvelő a koponyaűrt ilyenkor nem tölti be; összeesett, állománya sárgás, szivós, vérdús.

Az agy közép súlya Geist észleletei szerint:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| a 60-dik | évben | férfinál : | 1064,534. | gramm. |
| „ | „ | nőnél : | 979,329. | „ |
| a 90-dik | „ | férfinál : | 1023,186. | „ |
| „ | „ | nőnél : | 942,781. | „ |

60-dik évtől 90-dik évig tehát a férfi agy súlyából 41 grammot, a nő 37 grammot veszít.

Meckel az agy általános súlyát 3 fontra, az agyacsét 5 obonyra teszi. Az agyacs állománya lágyabb, mint az agyé. A gerinczagy változásai az agyéhoz hasonlók. Andral szerint az agy súlya az aggkorban egy huszad részszel kevesebb, mint a közép életkorban.

Az *idegfonatok* Desmoulins szerint kisebbek, s az ideg-ágacskákat nem lehet annyira követni, mint az ifjúkorban. — Egyes idegek, minők a bőr alatti és szemgödör alatti, egészen eltünnek. Az idegek szárazak, de az idegfonatok zsírral vannak körülágyazva, melytől igen nehéz őket megszabadítni. — Bichat és Seiler szerint az idegrendszerben soha sem képződnek csontosulások.

*Táplálkozás és anyagváltás.*

Az aggkor táplálkozási folyamatának mind minőségi, mind mennyiségi tekintetben az anyagváltás nyújtja világos képét.

Az anyagváltás a testnek tápanyagokban és élenybeni bevétele és ugyanannak kiadása között áll.

Az agg testnek általános sorvadása és fogyása nem kóros állapot, hanem egyszerü visszafejlődési folyamat, melylyel párhuzamban jár az anyagváltás és táplálkozásnak kisebbedése is. — A bevétel és kiadás az aggoknál is fedezik ugyan egymást: de egészben véve fogynak, és pedig olyan arányban, mint az általános testsúly, egyes szervek súlya, s a nedvek mennyisége kisebbedik.

A testbe fölvett anyagoknak hasztalanná vált részei a tüdők és bőr, továbbá a vizellet és bélsárral takaríttatnak ki a testből; de sok oly anyag, melynek ki kellene üríttetni, az aggkorban visszatartatik: s e visszamaradt anyagok teszik tulajdonkép a visszafejlődési folyamat tárgyát.

Így a széneny, köneny, s különösen a kénsav és vilsavnak visszatartása által történik a festeny-képződés. — Nevezetes továbbá az aggkorban a sók és ásványrészek viszszatartása; mert ezek nem választatván ki kellő mértékben, a rostos hártyákra, inakra és savós hártyákra lerakodnak, s így egy új sorát képezik az aggkori visszafejlődésnek. Nagyobb foku festeny-képződés csak a bőr és tüdők sorvadása, sok apró edény zárulata, s a vér különféle visszaverődése következtében szokott a megtorlódó vértekecsek festenyéből fejlődni. A visszafejlődési időszak legfontosabb része a 65—75-diki évtized; ekkor van mindkét nemnél a légzés-képességnek aránylag legnagyobb kisebbedése, a test saját melege itt észrevehetőleg emelkedik: mig a bőr müködése fogy. — A lép, mely a vérkészítéssel közvetlen összeköttetésben áll, szinte a 70—80-ik évtizedben szenved legnagyobb veszteséget. Az emésztési nedvek, tápnya és nyirk észrevehetőleg fogynak.

A visszafejlődés egy időben történik és általános; de a tüdők különösen azon szervek, melyeknek terményein az élet visszafejlődése megmérhető. A mint a légzésképesség fogy, azon arányban észlelhető az anyagcserének változása, a szénvizegyek visszatartásában és légeny-elválasztásnak emelkedésében.

E mellett, ha egészségi állapot van jelen, kiadás és bevétel fedezik ugyan egymást, de az általános anyagcsere egészben véve évtizedről évtizedre fogy.

*Lélekműködés.*

A lélekműködésnek legjelesebb leirását Burdachnak köszönhetjük, ki következőleg ír: „Az aggkorban jellemző, hogy a lelki élet magába vonúlt. A külvilággali érintkezés kisebbedik, és ha előbb tisztán csak a külvilág birt az egyén előtt érdekkel, s a belső müvelődést ennek feláldozta, úgy az aggkor az életnek valódi holt része (caput mortuum). Az érzékek gyengültével a mozgékonyság is kevesbedik, a társaság zaja kábit, a tartós foglalkozás fáraszt, növekszik a csend és nyugalom utáni vágy. Mint az állatok közt az elaggott hím, úgy vonúl félre az elaggott ember. Ez már a nemi képesség megszüntével, a fiak és leányok szárnyra bocsátásával kezdődik; mert miként ezek elhagyják a házat, hogy külön éljenek, úgy vonúl el az ifjúság az aggtól, mint valamely különös természetü lénytől, hogy külön élvezze örömeit; később a kortársak legnagyobb része elhal, s az agg egyedül áll egy új nemzedék között, mely más viszonyok közt nevekedvén, előtte idegen nézeteket s erkölcsöket táplál, s mely a vele érintkezésre már koránál fogva sem alkalmas. Azért nem is rokonszenvez vele, — s mig egy részről nem levén képes oly erőteljesen működni mint mások, inkább saját létét igyekszik biztositani; míg másrészt a nyomor láttának megszokása, a tapasztalat: mily ritka az idegen segély, és a tudat: hogy a baj el nem kerülhető, hidegebbé, részvétlenebbé is tevék őt. — Az agg érzékenysége általában kisebb foku; sok iránt közönyös, a mi egykor érdekelte őt, a kellemes vagy kellemetlen nem ragadják meg; hevélyei (Affecte) ritkábbak s csendesebbek, óhajai szerényebbek és nem oly szenvedélyesek. Újat megérteni, újat teremteni gyengül képessége, idegen elveket nehezen fog fel, s könnyen feledi a mit rövid idő előtt tett, vagy beszélt. Tartalomdús új teremtmények, melyek magasabb képzerőt igényelnek, ritkán jőnek az aggnál elő; s ha vannak is öregek, kik tökéletes szellemi terméket mutatnak fel, az inkább az érett itélő-tehetség, elővigyázat, mint dús képzerőnek müve lesz. — Egy más tulajdona az aggkornak: inkább az általános eredményekhezi ragaszkodás, mint a részletekhez. Miután a szerzési erő hanyatlott, a megszerzettnek megtartására törekvés a túlnyomó; azért az agg nem újaknak megszerzésén, hanem a meglevőnek megszilárdításán müködik. Nála minden maradandóbb, s mivel a szokás második természetté válik, hajlamai, óhajai határozottabbak, szilárdabbak, az újításokat nem kedveli, s mindig hajlandó az újabb kor hibáit nagyon is rút, a régibb idők előnyeit nagyon is kedvező szinekkel festeni. A mint a bensőség egységre, a különféle részletekbeni egység általánosságra vezet: úgy az aggkor egyik fővonása az általánosság. Mert az agg a közel levő csekély részleteket nem ismeri, tisztábban látja a nagy távoli egész dolgokat. Az aggot a bölcseség s az általános pontokbóli kiindulás illeti; itélő tehetsége tiszta; mert nincs a hevélyek és szenvedélyek befolyása alatt; müködése átgondolt, előrelátó; s bár beszéde elveszti a képleges fényt, nála a bölcs tanács mély értelmü mondatokban nyilatkozik. Az erkölcsiség tisztábban feltünik, s a kedélynek bizonyos lágysága jellemző; mert a keménység még nyersebb egyéneknél is helyt ád a szelídségnek, miután a müködési erő és az érzéki önbizalom csökkenik. Az élet végszakában derült a hangulat, vidorság sugárzik át az aggkoron, a miért az ember küzdött, elérte; a szenvedélyek zabolázvák, elmúlt a küzdelem heve, s a győztes az édes békét élvezi."

Ezen leirás az ember lelki életének az aggkorban, ép oly szép, mint való képét nyújtja. E rövid rajz a szellemileg képzett agg képe, mely mindig kellemes jelenség, kivált ha ama esendes vídor kedélylyel bír, mely az aggot annyira diszíti.

Fájdalom, e szép kép gyakran elhomályosíttatik. Az ember az aggkorban sem tagadja meg előbbi jellemét, s a szellem egyedisége a késő korban sem hal el. Ha tehát egyedül a külvilág bírt becscsel az ember előtt s a belső kiképzés elhanyagoltatott, akkor e szép kép eltorzúl. A gyengeségnek lassankint beálló érzete csendes lemondás helyett kedvetlenséget, irigységet szül; az agg, ha csak a külvilág bírt előtte becscsel, elfelejti éveit, nevetséges bohóvá aljasúl. A szerzési képtelenség s a megtartási vágy gyakran fukarsággá fajúl; az új iránti bizalmatlanság igaztalanságot, az ó iránti előszeszeretet előitéleteket szül; az érett és tiszta itélet helyébe vélemény-makacsság lép. Dacz, szeszély, perlekedési vágy, csacskaság; sőt gyakran iszákosság is disztelenítik az aggkort.

Gyakran észlelhető, hogy az élethezi ragaszkodás az évekkel növekszik. Egy kor sem oly aggályteljes minden baj miatt, mint épen az aggkor. Az aggkorban nem ritka öngyilkosságok ellenkezni látszanak ez állítással; de megjegyzendő, hogy ezek többnyire elmezavarodás következtében történnek, mely a gyakori agyvérbőség miatt lép fel. Így az Agg-gyámoldában 14 év alatt 2 öngyilkossági eset fordúlt elő: egy 70 éves férfi kötél által vetett véget életének, s egy 60 éves nő az első emeletből, az ablakon át leveté magát; mindkét esetnél az elmeháborodásnak némi jelei voltak észlelhetők, a bonczlelet agy-vérbőséget mutatott.

Az érzékszervek változása az eddig mondottakból önként következik. A sorv, nedvek fogyása, és az idegek eltompulása következtében az érzékszervek müködése csökkenik. — A *szem*-nél a szaruhártya kisebb, laposabb lesz úgy, hogy a szem első pitvarának tengelye megrövidülvén, a világosság-sugarak nem gyülnek egy tüzpontba össze a reczén, hanem szétszórva esnek rá; minek következtében a távollátás áll be. A *fül*-nél: a halántékcsont barázdája, mely a dobhártya fölvételére szolgál, megszükül; a pöröly-nyújtvány összenő a dobhártya barázdájával; néha a hallcsontocskák is összenőnek, honnét nehéz hallás, siketség származik. Az *orr* takhártyája a nyákmirigyek sorvadása miatt kiszárad, ennek következtében a szagidegnek a takhártyán kiterjedett ágai szenvednek, s így a szaglás tökélyetlen. Ugyanez történik a a száj nyákmirigyeinek sorvadása miatt az *izlés*-sel.

Elsoroltuk ama boncztani és élettani változásokat, melyek az aggkort elválhatlanul kísérik, s melyeknek összege teszi a test visszafejlődését vagy hanyatlását. Midőn az évek hosszu során keresztül e visszafejlődési változások természetes folyamatban tetőpontra értek, akkor áll be általános felbomlás vagy úgynevezett agg-gyengeség, aggkór következtében, — az annyiszor emlegetett, az ajkakkal annyiszor óhajtott, de a szívben csaknem mindig rettegett halál.

Az emberi szervezet tehát rendes, természetes állapotában hosszu életre van teremtve, és mégis a késő aggkort nagyon kevés ember éri el; mert az élet ezer viszontagságai, az ellenséges hatányokkali (Potenzen) küzdés, káros befolyással vannak a szervezetre, s legtöbbnyire betegség folytán áll be a halál, gyakran a szoros értelemben vett természetes vég előtt. A végkimerülés által okozott halál a legnagyobb ritkaságok közé tartozik, s én 15 évi gyakorlat alatt, 807 halálozás között, az agg-gyámoldában csak két esetet észleltem, hol a bonczolás az aggkori változásokon kivül semmi valószinü halál-okot nem mutatott; s így meglehetős biztossággal állíthatom, hogy ez egyének aggkórban (marasmus senilis) haltak el; mindkettő nő, és pedig az egyik 96, a másik 106 éves volt. A bonczolatot Arányi tanár úr volt szíves véghez vinni.

Az élet tartamára a kor és betegségeken kivül nagy befolyást gyakorol még az égalj, évszak, lakhely, foglalkozás, nem, s a szellemi képzettség és erkölcsiség is.

Statistikai adatok szerint az emberiség fele a 25-ik életév előtt hal el; így tehát a közép életkor 25 év lenne, lányoknál azonban valamivel hosszabb mint a fiúknál.

A valószinü élettartam az 5-ik év körül éri el délpontját, és vidéken lakó férfiak és városi nőknél 31 évet tesz. Az 5-ik év után kisebbedik a valószinü élettartam és 40 éves, vidéken élő férfiak és városi nőknél 27 év, 60 éveseknél már 12—13, 80 éveseknél pedig 4 évre apad.

Quetelet adatai szerint a közép életkor Belgiumban 32 év, Angliában 33, Francziaországban 32, Bajorországban a nőknél 38, a férfiaknál 30. Nálunk — Tormay szerint — csak 23 évre terjed.

Statistikai adataink szerint legtöbb halálozás történik 60—70-iki időkörben, melyben az életképesség erélyre nézve legtöbbet veszt s az élettartam igen csekélyre apad. *Geist*, ki az életképesség hanyatlását a légzésképesség fogyásával azonosnak tartja, ezen időkört a légzésképesség aránylag legnagyobb hanyatlási szakának mondja.

Az emberi élet véghatárául, melyet oly kevesen érnek el, és még kevesebben lépnek át, körülbelül a 100-ik évet tehetjük. 1831. év Január 1-én Belgiumban 16, száz éves vagy idősb egyént számláltak meg; ezek közől kilencz férfit. Mindnyája nős volt és igen korlátolt anyagi viszonyok közt élt.

Haller, Hufeland, Easton, Schröder, Lejoncourt kimutatásaiban minden állásból találhatók százévet túlélt egyének: királyok, koldusok, tudósok és müveletlenek, városiak és falusiak, egyaránt elérték a századik évet. Ha azonban egyes állásokat s foglalkozási nemeket összehasonlítunk, kitünik, hogy azoknak egyike kedvezőbb a hosszu élet fenntartására, mint a másik. Easton e tekintetben így szól: „Nem gazdagok és nagyok érik el a legmagasabb életkort, sem azok, kik sok gyógyszerrel élnek; hanem azok, kik az üde légben sok testmozgást tesznek, s egyszerüen, mértékletesen táplálkoznak, mint: a kertészek, bérlők, halászok és földmüvelők; s tán épen oly egyének, kik soha se töprenkedtek azon, miként lehetne hosszu életkorra jutni."

Egyéb kutatások ismét azt mutatják, hogy a társadalom bizonyos rétegeiben igen ritka a százéves kor.

Bajorországban 1852. évben élő 15,790 nyilvános hivatalnok közt, kik az egyházi, orvosi, tanítói vagy jogi pályán müködtek, egyetlen egy sem érte el a századik évet; így de Neufville azt állítja, hogy 6,867 halott között, kik éltükben különféleképen foglalkoztak, egy százévest sem talált. — Haller igen számos esetet gyüjtött össze a magas életkorból.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Ő 1,000-nél több | példát | hoz fel | 100—110 | évig |
| 60 | példát | „ | 110—120 | „ |
| 29 | „ | „ | 120—130 | „ |
| 15 | „ | „ | 130—140 | „ |
| 6 | „ | „ | 140—150 | „ |
| 1 | „ | „ | 169 | évvel. — |

Harveg csak egy 152 éves embert említ — Parre Tamást — Walesből. I. Károly vén kora miatt óhajtá őt látni. Az udvarhoz hozatván, annyira jól tartották őt, hogy megbetegedett és meghalt. Harveg a bonczolatnál a benső részeket oly jó állapotban találta, hogy az egyén még több évig élhetett volna.

A párisi kórházi tudósítások szerint a Bicêtre, Salpêtrière és Les Ménagesben 39 év leforgása alatt csak 18 száz éves vagy száz évet túlélt egyén halt meg. Durand Fardell — ki nagyon sok bonczolatot tett közzé — egy 100 évest sem említ. Geist szerint a nürnbergi gyámoldában 1795. év Oct. 1-től 1843. Sept. végeig 828 agg halt el, kiknek legidősbike 96 éves, — 1843. Oct. 1-től 1855. Sept. végeig 514 agg között a legidősb 93 éves volt; így tehát 60 év lefolyása alatt 1,342 agg közöl egy sem érte el a századik évet.

Quetelet statistikai kutatásai szerint 1.000 ugyanazon időben született egyén közöl Belgiumban csak 2 nő és 1 férfi éri el a 100-dik évet, — Poroszországban pedig 1.000 közöl 47 férfi és 56 nő él 90 évig.

Halott-kémektől összegyüjtött adataim szerint — melyeket azonban az itt-ott hiányzó egyes évek miatt tökéleteseknek nem mondhatok — 1841-től 1863-ig Pesten 23 férfi és 67 nő, összesen 90 egyén halt meg 90-ik vagy 100-dik éven túl; ezek között volt tizenkettő 100 éves vagy azontúl, s pedig 100 éves nő 4, — 102 éves férfi 1, — 104 éves nő 3 és 1 férfi, 105 éves nő 1, 108 éves nő 1, és 113 éves férfi 1; = 9 nő, 3 férfi.

Mint említettük a stat. adatokban, a pesti agg-gyámoldában 1830-tól 1863-ig volt 90 éven túl 31 egyén: 9 férfi és 22 nő. Ezek közöl jelenleg az intézetben él 7 egyén: 3 férfi, 4 nő; a legöregebb jelenleg egy 98 éves, egészséges, vidám férfi, Szüry János. Tatai születésü, helvét vallásu, özvegy, volt fuvaros, igen jó kedélyü ember.

Szinte ezen intézetben 1830—1863-ig 100 évet túlélt 5 nő; ezek közöl az utolsó 1863-ki Decemberben halt el 106 éves korban, Greilich Verona r. c., selmeczbányai születésü, timárlegény özvegye, és a terézvárosi toronyőrnek nagyanyja. Ezen egyénnek, mint már előbb említettük, aggkorhadáson kivül semmi baja sem volt, mit Arányi tanár urral véghez vitt bonczolata is bizonyit; de nevezetes volt ezen egyénnél még, hogy elég tömött hajzatában alig volt egy ősz hajszál látható.

1864. évi Martiusban halt el a belvárosban, a lapokban emlegetett Farkas László, 113 éves, volt katona s később komornyik. 1864. Aprilban halt el a terézvárosi Hajós-utczában Berg Abrahám 102 éves izraelita koldus; született Poroszországban. A 100 évet túlélt egyének közt volt 9 kath. 2 reform. 1 evangel. 1 görög. 6 izraelita.

Nevezetesek Noiratnak Dijon városban és környékén a halandóság és élettartam körében a 17-ik század óta tett statistikai tanulmányai. Szerinte ott a 17-ik században a lakosság fele 12 éves koráig halt el, a 18-ik században 22-ig, a 19-ik században pedig 25 éves koráig. A közép életkor ott a 17-ik században 25 évet és 4 hónapot, — a 18-dik században 30 évet 8 hónapot, — a 19-ik században 38 évet és 9 hónapot tett. Egész Francziaországban a közép életkor $37 \frac{1}{2}$ év; Páris, Lyon, Marseille és Bordeauxban nem egészen 35 év; de minden esetre 2—3 évvel több, mint Quetelet észlelte. — A 17-dik században a 20 évesnek valószinü élettartama 30 év volt, most 43 év; a 40 éveseknek 20 év volt, most 29 év. — A száz évet túlélt egyének ritkábbak; sőt a vizsgálók azon észleletet tevék, hogy a halandóság kisebbedésével a hosszú koru egyének is kevesbednek.

---

Az ember élni óhajt, mert az élet szép minden szakában; az ember magának hosszu életet kiván, hogy sokáig lássa azokat, kiket szeret, örüljön gyermekei, unokái boldogságán, — lássa, mint halad, mint törekszik előre az új nemzedék, mely reá, a múltak emberére, kegyeletes tisztelettel tekint.

Mint tiszta égről a nap lenyugta nyári alkonyon, olyan az élet végszaka; nem égetnek már a szenvedélyek hő sugarai, — csak a szellem szelid fénye világít; a test gyenge ugyan, de a szívben csendes nyugalom honol, s a béke fehér lobogóját az ezüst fürtök jelképezik.

Mint az alkonyodó nap végsugara derült fénynyel csókolja a földet, oly szelid mosolylyal vesz búcsut a mulandóságtól az agg, midőn lelke teremtő urához, az örökkévalóságba visszatér.

Az ily kimúlás csendes, kivánatos, az agg az élettel számot vetett, fájdalom nélkül megy tova. De fájdalmas a válás az élet delén, midőn tevékenységünk, reményeink közben lep meg a halál; elhagyni az életet, mielőtt feladatunkat bevégeztük, vagy működésünket megkezdettük volna annyi, mint elbukni a czél előtt, melynek elérésére irányoztuk minden erőnket, törekvésünket.

Az ember természetében fekszik tehát, hogy az aggkort elérni óhajtja; mert az aggkor a küzdés után a nyugalom szaka, melyet többé nem a zajos örömök, hanem a csendes béke élvezete édesít.

De miként érhető el az életnek e derült és nyugodt végszaka? miként lehet és lesz az ember hosszu életü? — erről szándékozom még röviden szólni.

Éjszak némely országaiban: minők Orosz-, Svédország, Norvégia és Irland, az emberek a hosszu életre kiváltsággal látszanak bírni. A hegylakók is hosszabb életüek, mint a síkföldiek. Ez úgy látszik — onnét ered, hogy a hideg és zord időjárás, melynek a szervezet születés óta ki van téve, azt megedzi, szilárdabbá és tartósabbá teszi.

A meleg gyorsan fejleszt, érlel; de gyors elvirágzást is okoz. Továbbá legtöbb éjszaki népnél a müvelődés is oly fokon áll, hogy a test kifejlődésének nem igen ártalmas. Hogy elődeink hosszabb életüek voltak nálunk, azon épen nem fogunk csudálkozni, ha meggondoljuk, hogy ők minden törekvésüket a test erősítésére és edzésére fordították, hogy nevelési rendszerük csupán a testi erők fejlesztésére volt irányozva: mig napjainkban a test elhanyagoltatik, s nem ritkán a müvelődésnek, a lélekkiképzésnek esik áldozatul.

Azonkivül az emberi nem terjedésével szaporodnak a senyvek és öröklött bajok, melyeknek az élet rövidítésére igen nagy befolyásuk van.

Az élethez ragaszkodás, a hosszu élet utáni vágy, az embereket arra ösztönzé, hogy titkos módon igyekezzenek oly szert vagy eszközt fölfedezni, mely az életet folyásában megállítsa, vagy mi még több, kiindulási pontjára viszszavigye, azaz : az aggot ifjúvá tegye. Hogy mindez agyrém, felhevült képzelet, vagy csalni vágyó nyegleség szüleménye, — igen természetes. Hazugság volt Paracelsus, St. Germain, Cagliostro azon dicsekvése, hogy ök megifjító szerek birtokában vannak. Hiú kisérlet volt vérátvezetés vagy ifjú egyének kipárolgásának beszivása által ifjitni meg az öregeket. Graham tudor mennyei ágyában sem lön bár egy agg is ifjúvá; eredménytelen Franklin és Maupertuis eszméje, az életet félbeszakitás által hosszabbitni meg; söt Valli tudornak azon kisérlete sem vezetett eredményre, hogy sóskasav által az agg szervezetben túlnyomó vilsavas mészföldeket kevesbítse.

„Az ember tudjon öreg lenni," — e mondatban van az aggok egészségtana összefoglalva; valamint e pár szó : „az ember tudjon élni," — az általános egészségtan meghatározását képezi.

Valódi és egyetlen szabály az élet fentartására nézve, hogy az ember lehetöleg kerülje azon befolyásokat, melyek az élet végét siettetik, s az életerö pislogó lángját eloltbatják.

A valódi értelmiséggel megegyező egészségtan az aggkornak kórboncztani és élettani változásain alapúlván, mind anyagi, mind szellemi tekintetben bizonyos szabályokat mutat elénk, melyek segítségével a lehető leghosszabb kor elérhető, — s melyeket röviden, a gyámoldában merített tapasztalataink szerint következőkben közlünk :

Az életfenntartás fő kellékei a légzés és táplálkozás. Az aggnak ép oly szükséges a tiszta, üde lég, mint az ifjúnak; azért a lakhelyeket szellöztetni kell, s ajánlatos az aggnak a szabadban mozgás; de ennél ügyelni kell, hogy károsan ne hasson a hőmérsék gyors változása: a nagy hideg ép oly ártalmas, mint a nagy meleg. Aggkorban a külső hideg ellen a testnek nagyobb védelemre van szüksége; azért az aggnak gyapju- és gyapot-öltönyök hordása ajánlható : különös figyelmet igényel a has és lábak melegen tartása.

Aggoknál az emésztés és áthasonitás lassabban történvén, egyszerre kisebb mennyiségü étkek vétessenek be: „Tantum cibi et potionis adhibendum, ut reficiantur vires, non opprimantur.“ — Az étkek minösége is nagy fontossággal bír, a mennyiben némelyek könnyebben emészthetők, több táperővel bírnak stb.

Moleschott szerint a szerves, légeny tartalmu tápszerek között első helyen állnak a hús és tojás. A hús legtöbb fehérnye tartalommal bír, s ezért az aggtest légeny-veszteségét leginkább képes pótolni. Az aggtest izomzata oly nagy változásokon megy keresztül, hogy csak akkor pótoltathatik kellőleg, ha a táplálék fő részét a hús képezi.

Táperőre nézve első a marhahús, azután az őz, galamb, lúd, csirke, borjú, sertéshús és hal. Minél rost- és zsirszegényebb valamely hús, és minél gazdagabbb oldható fehérnyében, annál könnyebb emésztetü, s e tekintetben következő sorozat áll: csirke, galamb, borjúhús, vad, marhahús, sertés, stb. Kenyérnemek között legjobb a búza-kenyér. Finomabb sütemények nehéz emészthetőség miatt nem ajánlhatók. A hüvelyes vetemények igen táplálók ugyan, de szinte a fentebbi ok miatt, csak megtörve, higított állapotban, és átszürve ajánlhatók. — Burgonya és répa tapasztalataink szerint az aggkorban a túlnyomó kemnye-tartalom miatt káros. A gyümölcs, só és savtartalmánál fogva hüsítőleg, üdítőleg, sőt néha ingerlőleg is hat a bél nyákhártyájára s többnél hasmenést okoz. Tej, vaj és sajt igen nehezen emészthetők. Füszerek az aggkorban mellőzhetlenek ugyan, de nagy vigyázattal használandók. Kávé és thea túlságosan használva könnyen emésztési zavarokat okoznak; de a fekete kávé ebéd után elősegítvén az emésztési nedvek elválasztását, igen jótékonyan hat.

Az italok közt első helyen áll a víz, de a mértékletesen élvezett bornak is kitünő hatása van. „Vinum lac senum, lac vinum infantum;“ — a bor a hanyatló életerőt fentartja, ha tiszta és ó, mert a fiatal savanyú bor ártalmas; sör némileg a bort pótolja; túlságos élvezete azonban igen káros.

Az étkek és italok élvezetében — mint már említettük — az aggkorúnak igen mértékletesnek kell lennie; mert egyszeri gyomortúlterhelés, vagy a szeszes italok túlélvezése, rögtöni halált vagy nehéz betegséget vonhat maga után.

Reggelire legalkalmasabb a kávé és thea. Az ebéd hús, főzelék, búzakenyér és egy pohár jó bor vagy serből álljon. Ebéd után egy csésze fekete kávé; az estvelit 2—3 órával lefekvés előtt kell venni: ez igen könnyü étkekből álljon; legjobb, ha az agg csak meleg levest, kevés kenyeret s egy pohár jó sert esteliz.

Ebéd előtt és ebéd után egy kis mozgás mindig előmozdítja az emésztést.

A bőr tisztán tartására nagy gond forditandó. A fürdőket az aggok igen gyakran elhanyagolják. Canstatt azt állítja ugyan, hogy az aggok nem igen türik a fürdőket, különösen ha az ifjúkorban nem szoktak hozzá: de mi minden esetre Durand Fardell nézetét fogadjuk el, ki azt állítja, hogy a fürdők, ha kellő mérséklettel használtatnak, a bőr müködésének előmozdítására s így az egészség fenntartására kitünő hatással birnak. Ez utóbbi szerint a fürdők elhanyagolásából nem ritkán senyves kórok fejlődnek. A fürdő langyos legyen, kevés só- és szappanvegyítékkel, és ne tartson hosszú ideig.

Igyekezni kell e mellett, hogy a megszokott életrendszer az aggkorban ne változzék; mert ez mindig az egészség kárával történik.

Celsus ez állítása: „gracile corpus infirmum est" épen nem helyes; mert rendes, mértékletes életmód és kellő vigyázat mellett a gyenge testalkat is hosszú életet élhet. A mint Rusch mondja: óvatos használat mellett egy finom óra-rugany ép annyi ideig eltarthat, mint a legerősebb horgony."

A mi a szellemi részt illeti, kerülni kell az erős hevélyeket és túlfeszített munkát. Azonban a szellemi tétlenség is igen káros; — már Rusch mondá, hogy a mértékletes szellemi foglalkozás és rendes kedély-állapot legszükségesebb kellékek hosszú életkor elérésére. Geist szerint mi sem mozdítja inkább elő az agy kora visszafejlődését, mint a szellemi tétlenség, vagy a megszokott szellemi munkának rögtöni abbanhagyása. De e munka túlfeszített se legyen; időnkint történjék, s ne annyira új dolgok teremtésében, mint inkább olvasgatás és tudományos társalgásban álljon. E végett igen hasznos az öregeknek, ha fiatalokkal összeköttetésben állnak, azok társaságát nem kerülik, s leküzdik a csendes visszavonulásrai hajlamot, hogy így megóván magukat az egyoldaluságtól s mélyebb elmélkedésektől, vidorabb szórakozásokban részesüljenek.

A szokás szellemi tekintetben is nagy befolyással bír; a megszokott dolgoktól megválás igen veszélyes, s Geist szerint nem egyszer öngyilkosságnak oka. Mert, mint tudjuk, a szokás második természet: kivált aggoknál.

Az erkölcsi életszabályokat illetőleg igen helyesen mondja Durand Fardell „Az agg térjen vissza a gyermekkor erkölcsi tisztaságához!“ Ama szerencsétlenek, kik a test és képzőerő végkifejtésével gyermekesen utánozni akarják azon szerepet, melyet a gondviselés a fiatalság és erő számára tartott fenn, mulandó kéj miatt széttépik az aggkor tisztes koszorúját, s szennyes oltáron áldozzák fel életerejüknek végmaradványát.

Ezek volnának rövid foglalatban ama szabályok, melyek szerint élve, hosszú és kellemes életkort remélhet az ember. Vigyázat és mértékletesség a testi élet és egészség kulcsa; ki ehhez tartja magát, csendes vidorsággal, zajos örömök nélkül ugyan, — de biztosan halad át az életen, s az élet derült alkonyát az aggkort ha elérte, nyugodtan tekinthet vissza, s a csendes béke élvezetében nem fogja megbánni az egykor nélkülözött zajos vigalmakat.

# RÖVID TÁJÉKOZÁS
## A MÉRTAN RENDSZERE FELETT.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

CSÁNYI DÁNIEL LEV. TAGTÓL.

(Olvastatott Oct. 19-én 1863.)

Tudomány valódi rendszeréről szó sem lehet addig, mig a valódi kiindulást, melyben a logikai egység elve fekszik, fel nem találtuk. De oly tudomány terén, melynek természete a legtisztább elméleti következetesség, ennek nyomára jőni nem nehéz.

Mindenki tudja, hogy a mathesis a dolgok *nagyságának meghatározásával* foglalkozik, a mi másként meg nem eshetik, hanem ha a nagyság *megméretik*. Ámde mérést *mérték* nélkül képzelni sem lehet. És íme a mathesis legvégső gyökerei: a *nagyság*, mint a tudománynak egyedüli, s csak mérés által meghatározni való tárgya; a *mérték*, *és mérés*, mint e meghatározás eszköze; végre a hol elvont tudományról van szó, önként értetik, hogy annak módja nem egyéb, mint a tárgy és eszköz elvonása, fogalommá alkotása. A honnan a mathesis sem lehet egyéb, mint a *nagyság mérték és mérés által való*, *s elvont fogalomban kifejezett meghatározásának tana, egyszóval: mértan.*

A nagyság, mérték és mérés, s ennek elvonása tehát jelen vázlatunk természetes sarkpontjait képezvén: kisértsük meg a következő három szakaszban ezek tiszta fogalmát, a belőlük folyó elveket, és a tudomány logikai egységének főbb vonásait kimutatni.

## I. A nagyság.

Kétségtelen dolog, hogy a *nagyság*, pl. egy kert hossza, ott fekszik előttünk, a nélkül, hogy valaha tudtunkra adná, *mily nagy az.* Képzeljük tehát, hogy tudni akarjuk, mily nagy az; de az ezen tudatra törekvő léleknek még nincsen egyebe, mint e törekvése: mit fog az cselekedni, hogy czélját elérje? Bizonyos, hogy mindenek előtt ki kell indulnia. De honnan, s merre? A nagyság kezdete, vége, kiterjedése stb. rajta kivül fekszik. Van-e ehez csak legkisebb benső tájékozása készen; s ha van, ki, miért, mikép készíté ezt számára rajta kivül?

Hová vezetnek e kérdések magokban tekintve; ez a mértanra nem tartozik. Elég itt azon tény, hogy a léleknek ily tájékozási fogalmai se magának készen nincsenek, se magán kivül ilyeneket készen nem talál; hanem természettel úgy van alkotva, hogy az ismeretlent, mit ismerni óhajt, bár nem mindig veszszük is ezt észre, mindenkor valamely ismerthez hasonlítsa; és így ha ily ismertet készen nem talál, vagy maga alkot, vagy ha nem alkothat, a czélzott ismeretről le kell mondania. — Itt azonban még ily fogalomalkotó képességünk körén belül állunk, söt annak központjából ki sem léptünk; a mi e tudománynak nem kis szerencséje. Mert így a lélek ily fogalmait, miután czélja is az, hatalmában is áll, már a priori tökéleteseknek alkotja; mit ha nem tenne, a mulasztás méltó vádja alá esnék. A honnan midőn e fogalmakat nem ilyeneknek látjuk: csak szemünk csal; s ha a csalódást helyesen, azaz a maga helyén keressük, azt mindenkor is feltaláljuk.

Első tehát, mit itt a léleknek, fentebbi czéljához képest tennie kell, a kiindulás fogalmának alkotása. És ez a *pont* fogalma, a mit mindenki ismer, ha soha mértant nem tanult is.

Ámde a pont körül még minden határozatlan. De mivel a lélek a ponttal már rendelkezhetik: tehát egy másik pontot tüz ki magának, s az előbbi pontból e másik pont *felé czéloz* *előre*, mert a czél mindenkor előre van. Már most az a pont, melyből czéloz, természettel a *czélzó pontja*, az a mely felé czéloz a *czélpont*, maga pedig a *czélzás* egy pontból egy másik *felé*, az *irány* *). S ez a második tájékozási, és szintén átalános fogalmunk, mely mértani értelemben minden más fogalomtól, pl. tér, nagyság stb. fogalmától tiszta, és csak arra való, hogy magunkat valamely pontból egy másik felé, s onnan vissza felénk tájékozzuk; s ez a *két ellenkező irány* fogalma, melyek közül mindenik a czélponton túl is ugyanazon irány lévén, a vissza felénk czélzó irány is rajtunk túl hátra ugyanazon ellenkező irány lesz. Ezekkel tehát már ismét rendelkezhetünk. De már itt a logika is bele szól. Ugyanis:

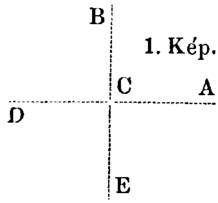
Az irányból vagy úgy mehetünk tovább a tájékozásban, hogy annak két pontja közül egyik marad, a másik nem marad; vagy úgy, hogy egyik sem marad. Több eset nincsen; mert ha a két pontot ugyanazon irányban veszszük itt, vagy amott, ez az irányt nem változtatja. Ámde az első eset ismét vagy úgy lehető, hogy az iránynyal a czélzó pontjában fordulunk; vagy úgy, hogy azzal a czélpont körül fordulunk. Ekkép az eredeti irány, melytől fordulunk, a *nyugvó*, másik a *forduló irány*; továbbá a pont, mely körül fordulunk, a *fordulás pontja*; a merre fordulunk, *a fordulás oldala*; még pedig, mivel ha onnan, a hova a fordulás által eljutottunk, vissza a nyugvó irány felé fordulunk, a fordulás *ezen túl is* ugyanazon oldalra fordulás lesz, tehát ily értelemben a *fordulás oldalai is ellenkezők*. Végre a két iránynak egymástól fordulás által való eltávozása : *a szeglet* **), a minek már nagysága is van, t. i. a fordulva távozás nagysága; sőt egésze is van, t. i. az egész *körül fordulás*. A *forgás* azután nem egyéb, mint az egész fordulás folytonos ismétlése, melyben addig mehetünk a meddig tetszik. — A körülfordulásban az egyes irányok közül kettő már határozott, t. i. a két *ellenkező* irány, midőn pl. a nyugvó irányból az ellenkezőbe fordulunk. De hát a többi? Ezeknek a szegletmérés, s más efféle messze fekvő

---

*) Kerekes F. „A mathésis tanítási módjairól stb." Tud. Gyüjt. 1840. I. k. 45. l.

**) Kerekes F. Tud. Gyüjt stb. mint fentebb. 40. l.

fogalmak által való meghatározására itt gondolnunk sem lehet; mert a következetes lélek a maga elvont birodalmában ugrást, szakadást nem tűr. Maga alkotja tehát itt a többi tájékozás fogalmait is. Nevezetesen ha a fordulás pontjából, *C* (1. Kép), a *CA* irányban előre czélozván, innen az ellenkező *CD* irányba fordul: látnivaló, hogy a fordulás oldalai is itt épen ellenkezőleg esnek; pl. a jobb oldal a *CA*-tól lefelé, a *CD*-től pedig felfelé esik; és így a *CA*-tóli jobb oldal, a *CD*-töli bal oldallal egyfelől, másfelől pedig a *CA*-tóli bal oldal a *CD*-töli jobb oldallal összeütköznek. Ezek határai tehát, melyekben se jobb, se bal oldal nincsen, nem lehetnek egyebek, mint azon ellenkező irányok, *CB*, *CE*, melyek a fordulás pontjából sem egyik, sem másik oldalra nem dőlnek, hanem középen czéloznak. De ezek ellenkezőségének az előbbiek ellenkezőségéhez semmi köze; sőt egymáshoz való viszonyuk csak abban áll, hogy a melyek nem ellenkezők, azok egymáshoz *közép*, vagy úgynevezett *függő irányok*. Ezen irányoknak sincsen semmi gondjok a tér fogalmára; sőt azokat a külső valóságban se fel nem találjuk, se magunk tökéletesen megcsinálni nem tudjuk. Mert ha sikerülne is ez történetből, annak tökéletes voltát bebizonyítanunk soha sem lehetne. Minden törvényszerüségök tehát puszta fogalom, s átalában az, hogy akármelyik legyen közülök az előre czélzó irány: a többinek ehhez, s egymáshoz való viszonya változatlanul ugyanaz; és ily értelemben a körülfordulást kimerítik, s a mint mondani szoktuk, *előre, hátra, jobbra, balra* tájékozzák. Ámde e körülfordulás azon számtalanok közül, melyek egy pontból mindenfelé lehetők, csak egy eset. Hát ezekre nézve mi lesz a tájékozásunk? Azon *közös* középirány, s ennek ellenkezője, melyek az előbbi két iránypárhoz együtt s egyszerre középen, és így azok fel és lefelé eső oldalainak közös határában czéloznak a fordulás pontjából. És ezek együtt a hat fő, vagy *sarkalatos irányok*, melyek közül egyenként, vagy kettesével, és hármasával összefogva a lehető esetek, minden eredeti tájékozási fogalmainknak, melyek egy pontból lehetők, teljes rendszerét megalkotják, s ugyanakkor e pont maga

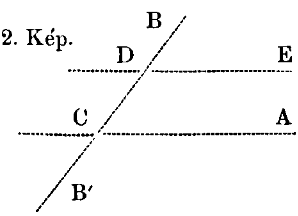


1. Kép.

is, mint a rendszer közös *középpontja*, tájékozva van. — Az első esettel tehát, melyben egyik pont marad, s az irány e körül fordul, végeztünk. Mert ennek azon társesetében, mikor az irány a czélpont körül fordul, nincs egyéb különbség, mint az, hogy ilyenkor kivülről czélozunk a forduló irányban a czélpont felé, s ekkép fordulunk a körül.

De hát a másik esetnek, mikor az irányban *egyik pont sem marad*, mi lesz az értelme? Nem lehet egyéb, mint az előbbinek tagadása, ú. m. *két iránynak egymástól nem fordulás által való távozása*, s ez az úgynevezett *egyközüség*. Minden más távozása két iránynak egymástól többféle mozgást, s ezzel más bonyoltabb fogalmakat feltétez, melyek között a fordulás, vagy szeglet is felmerül, holott az egyközü irányok egymással szegletet soha nem alkothatnak; mert nincsen közös pontjok, mely forduláspontja lehetne, vagy a melyből a két távozott irányba bele lehetne czélozni. De van még itt egy természetes kérdés, t. i. hát azon pont, mely a *czélzóval* együtt távozik, *mily irányban* távozik, s mi viszonyban van ez az egyközü irányokkal? Egyszerü eset itt is csak egy van, t. i. az, mikor a távozás valamelyik oldalra mindig *azon egy irányban* esik; mivel minden más eset itt is bonyoltabb lenne. Úgyde ily módon a távozás iránya, *CB* (2. Kép.) a származott egyközü irányokkal, *CA*, *DE* stb. sőt ezeknek ellenkezőik is egymással, *a megfelelő oldalokon egyenlő nagyságu szegleteket alkotnak;* mert hiszen ha a *CB* egy és ugyanazon irány, és így a szegletnek kisebb-nagyobb volta csak a másik iránynak kisebb-nagyobb elfordulásától függhet, ez pedig onnan, a hol a *CB*-vel az *ACB* szegletet alkotta, semmifelé nem fordulva távozott, úgy, látnivaló, a *CB* iránytól sem fordulhatott el a *DE*-ben jobban, mint a *CA*-ban; és így az $ACB\sphericalangle = EDB\sphericalangle$ stb.

2. Kép.




Az egyenközüség is oly fogalom, melyet hasztalan keresünk, vagy ohajtunk a külső valóságban is feltalálni; a honnan annak nagysága, határa, egésze, része, mértéke stb. nincsen; nem függ a köz nagyságától, sőt az egyenlő köz a parallelismusnak már következménye. S ezért nem is oly jó neve annak az *egyközüség*, mint a *parallelismus*, melyben a *köz* fogalmának nyoma sincsen.

Ezek azon első tájékozásai lelkünknek, melyek nélkül a nagyság meghatározásához ki sem indulhatnánk. De épen ezért fontos ezeknek tiszta fogalma, mert hová indulhatnánk biztosan a homályban? Most tehát vegyük elő a *nagyságot*, mint a mértan tárgyát. Tudjuk, hogy átalánosan a nagyság nem egyéb, mint akárminek a mi nagy, vagy kicsiny, bizonyos határokközöttisége; mert a mi határok között nincsen, az nem nagyság, hanem *határtalanság*. A honnan a *határ* a nagyságnál nem is egyéb, mint azon fogalom, mely a nagyságot magára nézve teljesen meghatározza. De a miből csak annyit tudunk, hogy sem a határban oly természetü nagyság, a milyennek az határa, sem e határon kivül maga a nagyság nem lehet; mert pl. ha a pontban, mint a hossz határában hossz lenne, úgy akármely hossz épen ennyivel lenne hosszabb, mint a mily hosszu; a mi ellenmondás. Továbbá látjuk, hogy e határok a nagyság körül *mozdulatlanok**), és így azok között a

---

*) Hogy a *határ*, *nagyság* stb. mint fogalom, a minek teste nincsen, mely mozoghatna, (sőt épen csakis a fogalom), változatlan: mind ez önként értetik. Azonban van egy egyenes megmutatás is birtokunkban *Kerekestől*, többször említett értekezésében (Tud. Gyüjt. stb. 56—59. l.), mely ide vonatkozik, s röviden ebből áll: mikor valamely test pl. egy fából csinált köbláb idestova mozgattatik, vagy mozog, azaz megyen egyik helyből, melyben van, egy másik helybe, a melyben még nem volt: az a hely, nyom, vagy darab tér, melyet ezen test az összes térben elfoglalt, minden határaival együtt azon módon mozdulatlanul ott marad, a hol volt. Mert képzelni sem lehet, hogy e tér a mozgó testnek utána menne; mivel ez azt tenné, hogy a hely helyéből, azaz maga magából kimozdul; és így nem ott van, a hol van. De meg ha egy ily darab tér kimozdulhatna, úgy aztán az egész tér is kimozdulhatna helyéből; s kérdés hová mozdulna? Ámde az a darab tér, melyet a faköbláb elfoglal, nem egyéb, mint a faköbláb *nagysága*, s mindkettőnek határai ugyanazok; különben az következnék, hogy a köbláb kisebb, vagy nagyobb, egy szóval nem oly darab tért foglalt el, a milyent elfoglalt. És így a mozgó testnek

nagyság *változatlan*; s mikor azt mondjuk, hogy *a nagyság nő, fogy*, ez nem azt teszi, hogy annak határai kiebb-beljebb vonulnak, hanem csak azt, hogy mindig másmás határok közötti nagyság járul ahoz, vagy fogy el abból, melynek határai szintúgy mozdulatlanok. *Változó nagyság* tehát nincsen; és pl. egy elhajított test tüneményében sem a nagyság változik; mivel a haladásnak is akármily nagysága mozdulatlan határok között van a térben; s az, e határok között, változatlanul csak azon egy nagyság, egy darab a megfutott útból stb. Hanem igen is változik, mert halad, az *idő*, s úgy kell képzelnünk, hogy változik az *erő*, vagy *képesség*, mely kisebb-nagyobb erélylyel működik, míg az ily nagyság a térben másmás mozdulatlan határok között származik, mivel ezt idő nélkül mely alatt, erő nélkül mely által, és tér nélkül melyben származik, nem is képzelhetjük; s ezért azután az egész származást változónak gondoljuk. Végre mivel a nagyságnak a maga határai között minden része egy természetü az egészszel, mert különben nem olyan részekből állana az, a milyenekből áll: tehát megfordítva is igaz, hogy különböző természetü nagyság sem származhatik egymásból.

Ámde, csak a *térnagyságokat* érintve itt, mivel ezek viszik a főszerepet: tudjuk, hogy ilyen háromféle van, t. i. *hossz, terület, terjelem;* s ezekhez a határ is háromféle, ú. m. *a pont, vonal és terület.* És így mivel a határban oly nagyság, a milyennek az határa, nem lehet: tehát a vonal a pontból, a terület a pontból s vonalból, és a terjelem a pontból, vonalból és területből, valamint megfordítva a határok is nagyságaikból, melyeknek határai, nem származhatnak. Még pedig sem úgy, hogy pl. a szorosan egymás mellé állított pontok alkossák a vonalt, vagy az így származott vonalok a területet, s ezek ismét a terjelmet stb.; mert csak kettőt sem lehet úgy egymás mellé állítanunk, hogy köztük tér, pl. két pont közt vonal ne legyen; mivel ha nincsen, úgy a két pont egy pontba esik s nem lesz egymás mellett, mert a pontnak kiterjedése

---

is se nagysága, se határai nem mozognak, nem változnak; s bár hová mozdul a test a térben, azon darab tér, és annak határai, melyet az elfoglal, ott is szintúgy mozdulatlanul megvoltak, és meglesznek örökké stb.

nem levén, széle közepe együtt van. Ugyanez áll pedig két vonalról, s két területről is, a terület és mértani test származására nézve. De úgy sem lehető e származás, hogy a pont, vonal s terület elinduljanak, s nyomaikból álljanak elő a megfelelő nagyságok; mert azok nem mozoghatnak; s még ha mozoghatnának is, mivel így is csak pont lenne a pontnak, vonal a vonalnak nyoma, tehát a pontból vonal, a vonalból terület stb. nem lehetne. S ha lehetne: úgy, mivel ekkép a vonal pontokból, a terület vonalokból, a terjelem területekből állana, utoljára az egész tér csupa pontokból állana, azaz, mivel a pontban *tér* nincsen, tehát *tér* az *összes térben* sem lenne*). Sőt még ezt mind megengedve sem lenne igaz, hogy a terület csak vonalból, a mértani test csak területből származik; mert a nagyság a maga határai között egyik határától a másikig egyaránt származhatván, pl. egy négyszegterület a két átellenes szögpontjai között szögellőjével egyközüleg is alakulhatna; a midőn a származás kezdetén és végén nem vonalból, hanem pontból, sőt a mértani test ily módon nem csak területből, hanem vonalból is, pontból is származnék. Hogy pedig csak háromféle térnagyság van, s a mértani test valami *felsőbb* térnagyság határa nem lehet: ennek oka épen az, hogy a terjelem nem egyéb, mint az egyetemes térnek, úgy a mint az van, egy darabja, határok közé fogva; a milyen lenne t. i. maga az egész tér is, ha annak határai lennének, vagy nekünk ezekről fogalmunk lenne. Úgyde a terjelem határai között csak a pont az, a mi magában tekintve térnagyság nem lehet; mert a pontnak se határa, se nagysága, s mivel a nagyság határainak viszonya az *alak*, a nagyság és alak pedig együtt nem egyéb, mint a kiterjedés, vagy *terjedtség*, tehát a pontnak alakja s terjedtsége sincsen; és így benne *tér* sem lehet, hanem a pont van a térben, mint *határ* fogalma, mindenütt, a hova oda gondoljuk. Következésképen a mértani test másik két határa, a vonal és terület, mint a melyeknek már magokban is van terjedtségök, a terjelemmel együtt csak háromféle térnagyságot adhatnak. — Végre itt már említnünk is felesleges lévén, hogy a közelebb érintett fogalmak is csupa áta-

*) Tudom. Gyüjt. stb. 54. l.

lános, minden ismeretinkkel egyaránt közös fogalmaink : térjünk át ezekkel a következő második fő tárgyunkra.

## II. A mérték és mérés.

Bár mily tisztán fekszik is már előttünk a nagyság a maga határai között, külsőleg vagy gondolatunkban: avagy tudjuk-e már jobban, mint elébb, mily nagy az? van-e oly fogalmunk készen, mely ezt tudtunkra adná? Nincsen. Sőt ez azon példa, melynél alig van feltünőbb, arra, mikép indult ki lelkünk az ismeretlennek megismerésére egy magaalkotta szerény fogalomból, s mikép alapitá meg ez által emberi ismeretink egyik rendíthetlen birodalmát. És e fogalom a *mérték*, egy darab nagyságnak *ismertül vétele*, melyhez az egytermészetü ismeretlen nagyságot hasonlítjuk, hogy az összehasonlítás eredményét a *mértani határozott nagyság* fogalmává alkothassuk. A honnan egyedül a mérték azon határozott nagyság, mely *mérés nélkül*, mintegy önmaga által lesz azzá; mert ha ennek határozottá tételéhez is más ismert nagyságot kellene keresnünk, vagy felvennünk, úgy ebben véget érnünk soha se lehetne.

A mértékalkotás eredeti elve tehát ez: *minden dolog vétethetik ismert nagyságnak, és lehet az egytermészetü dolgok nagyságának mértéke.* Csak oly mértéke például a *forint* a pénzösszeg, a *birka* a birkanyáj nagyságának, mint az *öl* a hossz, a *font* a teher nagyságának. Hogy pl. a birka maga is egy természeti egészet képez, ennek a mérték fogalmához semmi köze, s legfeljebb a mi könnyebbségünk, mivel ilyenkor a nagyság egyéb tulajdonára gondolnunk nem kell, míg más esetekben a *nagyság természete* a mérték lényege; mint ezt a térnagyságok mértékei körül látjuk. Mert a mérték mindenkor *feltétlenül határozó* és *változatlan;* s mint nagyság, változó nem is lehet; és így a térnagyságok mértéke *görbe* nem lehet; mivel a görbeség, mint a származás irányának mindig másmás volta, változó és feltétes. Továbbá a térnagyság természete azt hozza magával, hogy az *mindenfelé, a merre a maga határai között kiterjed*, meg legyen mérve; s mivel a térnagyságokban is csak a fő tájékozási irányok a feltétlenek, tehát természetes, hogy ugyanazon nagyságot a területnél két, a terjelemnél három főirányban veszszük mértékül; mert különben a főirányoktól való eltérés, mint feltét, külön meghatározást kivánna; ha pedig a főirányokban különböző nagyságokat vennénk mértékül, úgy a czélzott egy mérték több mérték lenne, s feltétlenül újra nem határozna. E mértékeknél tehát az *egyenes*, *négyszeg* és *koczkaalak* lényeges, s csak a mérték *nagysága* függ tőlünk, a mi azonban a fentebbieknél is csak így van; mert pl. a *párbirka*, a *2 fr-tos tallér* stb. is lehet mérték. Van azonban két nagyság, ú. m. a *szeglet* és *időnagyság*, melyek mértékeinél e tekintetben is némileg korlátozva vagyunk. Ugyanis a *szeglet* nem tér, hanem *fordulásnagyság**) lévén, mértéke is csak ilyenből vétethetik.

*) *Térnagyság* csak az, melynek határa is térnagyság (a *ponton* kivül, a mi mindenütt csak határ); a *szeglet* határa pedig a fordulás pontja, s azon két irány, mely a fordulás kezdetén és végén czéloz; és ezek, tudjuk, nem térnagyságok, de még csak nem is nagyságok. Sőt ha két egyenes vonal képezi is a szegletet (mert hiszen görbe vonal, melynek minden pontjában más az iránya, mi módon is képezhetné azt?) : így is csak a két vonal határpontjai közt lesz a tér meghatározva, s csak ez lehet a térnagyság; egyebütt pedig a tér e vonalokat megkerüli, körülfolyja; a két vonal pedig ez esetben sem szeglet. Végre ha egy harmadik vonallal mindenfelől határok közé fogjuk is a tért : a szegletnek ehez semmi köze, mert akár hol zártuk el a tért a szegletképző két vonal között, ez a szegletre nézve egyre megy; a két vonal, a szeglet, s az elzárt tér közül mindenik más fogalom, melyet a másik nélkül képzelhetünk, sőt a szegletet és térnagyságot épen együtt nem lehet képzelnünk. A szeglet tehát térnagyság sehogy se lehet. — A mi pedig azt illeti, hogy az egész fordulásnál a fordulás két határiránya összeesik : ez nem baj; mert mint fogalom ilyenkor is ott van a két irány fogalma az egy irányban, csak úgy, mint mielőtt külön váltak volna. Azon sem akadhatunk fenn, hogy noha a szeglet e két iránynak fordulva távozása : mégis a forduló irány a félforduláson túl a nyugvó irányhoz újra közeledik; mert a fordulásban az ellenkező oldalon közeledni s az előbbi oldalon távozni egyre megy. Végre meg kell itt említnünk, hogy a fordulásnak, az irányok távozásának stb. *síkja* (planum), egy *lapon* esése stb. ezen alapfogalmaktól idegen és messzejáró fogalmak. A *sík*, *lap*, *egyenes*, *görbe* stb. már alakfogalmak, melyeket ide következetlenség nélkül behozni nem lehet. Ha a fordulás alatt egy pont körül a nyugvó iránytól, *csak a fordulás* általi távozást értjük : úgy a for-

Úgyde a fordulás *erélydolog.* Az *erélyt*, *erő nagyságát* pedig magát mértékül nem vehetjük; mert az *erő mivoltáról* ismeretünk nincsen. Itt is csak azt tehetjük tehát, s ebben áll minden helyes ismeretünk, hogy az erőről a józanokosság törvényeivel egyezőleg képzelünk olyat, a minek czélunkhoz képest hasznát vehetjük. Ilyen az, hogy *egy természetü eredmények között az egyenlőket egyenlő, a nagyobbat nagyobb, a kisebbet kisebb, még pedig annyiszorta nagyobb vagy kisebb erő szülte, a hányszorta nagyobb vagy kisebb az egyik eredmény, mint a másik.* És ez ismét minden ismeretinkkel közös fogalom. Söt mivel a mértan ezen eredményeknek csak nagysági meghatározásával foglalkozik, erre nézve pedig, ha pl. két eredmény közül az egyik négyszer annyi, mint a másik, négyszer annyinak marad az örökre, akár hányszorta nagyobbnak vegyük az azt szülő erőt, mint a másikat *) : tehát a mértan az előbbi egész fogalomból elvileg csak annak veszi hasznát, hogy az *eredmény nagyságát az erő nagyságának* is *képviselőléül* tekinti. Nevezetesen a jelen esetben azt kérdezi : miféle térnagyság az, melyet a fentebbi értelemben *a fordulás természetes eredményének* lehet tekinteni; és mikép lehet ebből a fordulás nagyságához *mértéket* alkotni? A fordulás ilyen eredménye, tudjuk, a *karika* (circulus), vagy mint *vonal*, annak határa, kerülete, a *kör.* A körből kell tehát a fordulás, vagy szeglet nagyságához mértéket készítenünk. Úgyde sem az egész kört *valahányszor*, sem annak *valahányadrészét* mértékül nem vehetjük, mivel a *valahány, valahányadrész* stb. már mérték általi meghatározás következménye; és így ebből mértékkör helyett tévkör lenne. Ha pedig a körnek akármely keresetlen darabját vennők mértékül : ez ugyan a kérdéses körben a czélnak megfelelhetne, de minden más kör esetében

---

duló irány az úgynevezett fordulás vagy távozás *síkjából* ki sem léphet; mert mihelyt kilép, többé *nem a nyugvó iránytól*, vagy legalább nem csak ettől, hanem azon utolsó iránytól is, mely még ama *síkban esik*, ismét másfelé és másképen távozik; söt így az *egész fordulás* végén a nyugvó irányba eljutás, igazán külön meghatározásra szorulna, mig az jelenleg, mint kikerülhetlen, önként értetik.

*) Kerekes F. „A fels. mértan val. alapelvei stb." Debreczen. 1862. 12. l.

különös meghatározást kivánna, a mi a mérték természetével, mely szerint az maga határoz, ellenkeznék. Következésképen a fordulásnak, a mi maga képez egy természetes egészet, mértéke is csak maga *az egész kör* lehet. Tőlünk tehát itt egyéb nem függ, mint az egész körnek okszerü felosztása*), de a mi ismét csak mérték szerinti meghatározás elve szerint történhetik. Annyi azonban bizonyos, hogy míg más nagyságok mértéke, melyeknek ily határozott egészök nincsen, úgy szólván számtalan sokféle szokott lenni : addig a körnek mint szegletmértéknek még felosztása is az egész földön majd mindenütt régóta ugyanaz.

Így van ez az *idő mértékére* nézve is annyiban, hogy az idő nagyságához is természetes mértékül vehetjük az évet, napot, a hold járását stb. melyek fogalmi nagyságát azután részekre oszthatjuk. Söt itt már a mérték kifejezésében sincsen azon nehézség, a mi az erőnagyságnál előfordult. Mert az időben is vanak tájékozási fogalmaink, pl. a *jelen pontja*, innen az időnek *egyenlőn folyása előre a jövőben*, a *mult idő* stb. Ezekben tehát a határpontokat oda gondolhatjuk, a hova tetszik. Azon nagy különbség pedig, hogy az idő mindig halad, míg a tér mozdulatlan, az időmértéknek térnagyság által való kifejezésére nézve még kedvező. Mert így az időmérték határát, mely között az folyik, oly mozdulatlan nagysághoz kötjük a térben, melynek származását, mit idő nélkül úgy sem képzelhetünk, oly egyenlő természetünek vehetjük, a milyen az idő folyása. Ilyen az *egyenes vonal*, és mikép ezt az óra-

*) A kör jelenlegi felosztása is azon egyik esete az okszerütlenségnek, melyben *egy mérték* helyett *több mértékünk* van, t. i. az *egész kör*, a *fok*, az *első*, és *másodpercz;* s mégis utoljára a másodpercz tized, század stb. részeire is rászorulunk. A dolog természete az lenne, hogy mivel a számok nem egyebek, mint a nagyság bizonyos mérték szerinti határozottságának fogalomban való kifejezései: tehát a mely rend szerint e fogalmainkat beosztjuk, a szerint oszszuk be a mértékeket is. Mert így a számok beosztási rendszerével, mit különben is meg kell tanulnunk, minden mérték beosztását megtanulnók. S a mi legfőbb, ily módon minden *egytermészetü* nagyságnak, térnek, időnek, tehernek, fordulásnak stb. csak egy-egy mértéke lehetne, mikép ezt a franczia mértékrendszer a tér és tehernagyságra nézve már szerencsésen életbe is léptette.

mutató körben haladásán puszta szemmel is láthatjuk, a görbe vonalok közt a kör.

Átalában pedig bár mily természetü legyen a nagyság, miután annak a maga mértéke szerinti határozottságát, ennek fogalma, a mennyiség, mindenkor ugyanazon törvények szerint fejezi ki: tehát e törvényekkel szemközt arról, hogy a mértékek különösségei kivételt tegyenek, szó sem lehet.

De miben áll már most a meghatározni való nagyságnak a mértékhez hasonlítása, azaz a *mérés elve?* Ez eredetileg abban áll, hogy *a mérték nagysága a mérni való nagyságból, a kiindulás határától kezdve, s a merre a mérés czélja kivánja, kijeleltetik, s mivel ez már meg van mérve, és így a mérni való újra kezdődik, tehát az előbbi eljárás is azon módon ismételtetik, mind addig, míg a mérés oda jut, a hol több mérni való már nincsen, azaz a nagyságnak minden része meg van mérve.* Ez azonban a mértani meghatározásnak még mindig csak külső anyagja; mit igazol az, hogy az ily mérték szerinti darabokra felszabdalt nagyságból még *nem tudjuk*, mily nagy az. A nagyság mérés általi meghatározásának *elvont tudományát* tehát még ezután kell ebből *megalakítnunk.* A mit hogy a logikai fejlés egyenes útján tehessünk, melyet az eseti fejlés természettel oda hagyott, sőt utóbb az *elvont tant* a mérték és mérés *fogalmaitól*, mintha ezek nem is *abstractiók* lettek volna, igazán tudományosan féltette, s iparkodott is elszigetelni: szükség hogy *a mérést* eredeti mozzanataival együtt, mint egy *teljes egészet* fogjuk fel.

Mik tehát e mozzanatok? Első a *mérési törekvés*, intentio; azután a *mérés iránya*; végre mindkettőben az *ellenkezőség.* Mert ki tudna *mérést* akár külsőleg, akár gondolatban csak képzelni is úgy, hogy a mértékkel mérni ne törekedjék; azután hogy ne úgy, s ne *arra* mérjen, a mint, s *a merre* mérni törekszik, vagyis, mivel a *czél* nem egyéb, mint az, *a mi felé* valami törekszik, tehát ne azon *irányban* mérjen, melyben *czélja* kivánja? Hát törekvést *ellenkezője* nélkül, sőt átalában eredményt *ellenkező erők* küzdése nélkül lehet-e képzelnünk? Hiszen mire való volna a törekvés, ha nem lenne a mi ellen törekedjünk? és mikép áll elő az eredmény, ha nincsen a mi ellen az erő hasson? Az azután, hogy miért van ez így, hol székel lelkünkben vagy akaratunkban az ellenkezőség, mikép nyugszik bele egyik fél, hogy a másik előre haladjon stb. ismét nem a mértan dolga; neki elég az, mint tény, hogy a mérésben törekvés és irány, ezekben pedig ellenkezőség van. Azt pedig a dolog természete hozza magával, hogy mivel a mértan feltétlen meghatározásra törekszik, tehát ezen elemeket is feltétlen értelemben vegye; a midőn az *egyenesen ellenkező* czélra törekvő erők közül az egyik csak úgy és annyit haladhatván a maga czélja felé előre, ha és a mennyit a másik a maga czéljától hátrál: látnivaló, hogy e szerint *két ellenkező erő ismert nagyságából az eredmény nagysága,* és megfordítva, az *eredményből, s egyik erőből a másik erő nagysága* mindenkor feltétlenül kifejlik.

Ezek szerint már a mérés ama módjai, melyek mint szigetek merültek fel az eseti fejlés tengerén, egészen *a priori* alapot nyernek. Ugyanis arra nézve, hogy az előttünk fekvő nagyságot egyik szélső határától a másikig ezen feltétlen elvek kíséretében mérhessük, csak két eset lehető. Egyik az, mely szerint a *kiindulás pontja* mindenkor a két egyenesen ellenkező irány közös pontja, melytől a mérés valamelyik irányon halad előre, mert *mérni egyszerre csak egy irányban lehet;* és ez *a mérés iránya*, s egyszersmind a nyugvó irány. A forduló irányt pedig azon az oldalon, melyen a mérni való nagyság fekszik, a nyugvó iránytól oly nagy szeglet alatt állítjuk meg, hogy a nagyság azon határa, akár pont, akár vonal, akár terület legyen az, melytől a mérést kezdjük, a megállított irányban essék. Végre a nagyság azon határai, melyekig a mérés előre halad, mert hátra mérni nem lehet, a mérés kezdetének határával egyközüleg, vagy a megállított forduló iránynyal egyközü irányokban állanak egymás után a mérés irányán. A többi önként érthető; mert ez azon mérési mód, melyet az eseti fejlés egyközü összrendezők rendszerének nevezett, és a mi nem egyéb, mint *az egyközü távozás elve* szerinti mérés. — Másik az, mely szerint a mérés kezdetének határa a nyugvó irányban, a nagyság azon határai pedig, melyekig a mérés eljutott, mindenütt a forduló irány mentében vétetnek; végre a mérés egymás után haladása azon kör vonalán képzeltetik, mely e fordulás nagyságának is mértéke. Hogy a fentebbi elvek ez esetben is jelen vannak, könnyü átlátni abból, hogy az egyik oldalon fordulva mérő erő itt is csak úgy, és annyit haladhat körül a maga czélja szerint, a mint, s a mennyit a másik oldalra mérő törekvés a maga czéljától hátrál. A mi pedig a mérés irányát illeti, a mi itt is a mérés vonalában van: tudjuk, hogy a körvonal minden pontjának megvan a maga iránya, t. i. a származás iránya; még pedig, mivel a kör a forduló irány mindkét oldalára egyaránt származhatik, s az említett származás iránya a forduló irányhoz a származás pontjához mindenkor függőleg esik: tehát e két irány is egyenesen ellenkező irányokat képez. Végre a fordulás ismétlésében, vagy a forgásban, épen úgy mehetünk akár meddig, mint az egyenesen előre haladásban. Ez a mérés módja, mely nem egyéb, mint *a fordulás elve* szerinti mérés, a sarki összrendezők rendszerének neve alatt áll fenn.

Úgyde az egész mértan végczélja az, hogy a mérés eredményét oly fogalommá, s ennek kifejezésévé alakítsa, mely e kérdésre: *mily nagy a mért nagyság bizonyos mérték szerint?* a nagyságtól többé függetlenül is határozott feleletet adjon. Ehez pedig a térben lévő nagyságok mértékének oly lényeges tulajdona a *változatlan, egyenes* alak, mint az ezekkel való mérésnek az egyenesen előre, vagy *ugyanazon irányban* mérés. A fordulás elve szerinti mérésben pedig maga a fordulás mértéke a kör is *görbe,* a mérés iránya is *minden pontban más-más;* és igy az előbbivel épen ellenkező természetü. Következésképen e két mérési mód közül az eredeti mérés fogalmának megfelelő mód csak az *egyközü távozás elve szerinti mód* lehet. Minden eltérés e módtól *feltétes,* s ilyen már maga a fordulási mérés is; és az eltérések e feltételeiben fekszik, és *fejeztetik ki* azon *törvényszerüség*, mely szerint a térben mozdulatlannak tekintett nagyság megméretett; s ha annak végső meghatározása kivántatik, e szerint jövünk viszsza az eredeti mérés módjára, mint a mely egyedül képes a fentebbi kérdésre *végső feleletet* adni. De mivel e tárgy már a mérés kifejezésébe vág; az pedig önként értetik, hogy a kifejezés kérdésénél azon, a mit ki kell fejezni, t. i. a mérték és mérés dolgán, túl vagyunk:

tehát itt erről tovább nem szólhatunk, mig a következő harmadik és utolsó pontunkhoz, épen a nagyság mérték és mérés által való meghatározásának kifejezési fogalmaihoz, át nem térünk.

## III. A szám.

Van tehát már *mértékünk*, és *mérési módunk*, mely szerint a nagyságot, ha az a maga határai között mozdulatlanul fekszik a térben, megmérhetjük; mert hiszen ki is tudná azt megmérni, a mi mozog, mig meg nem áll, hogy megmérhesse? De mivel láttuk, hogy még a mért nagyság sem adja tudtunkra a maga mily nagy voltát: tehát a mi hátra van, ez lelkünknek azon utolsó actusa, mely szerint a *nagyság mértségét*, ismét csak valami magaalkotta fogalom által, a nagyságtól *örökre függetlenülő* tudattá alakítja. Ez lesz azután a nagyság mértani értelme, vagy a *mértani nagyság*, a nagyság *számfogalomban való kifejezése*, egy szóval *mennyisége* (quantitas). A honnan ezentúl a nagyság alatt *a maga határai között is határozatlan nagyságot* értjük; mivel a mértani nagyságot *mennyiségnek*, *számnak* fogjuk mondani; mibezképest a mértan kérdése is így alakul: *mennyi a nagyság bizonyos mérték szerint?*

Kérdés tehát, miképen alkotja lelkünk a *mértség* ezen fogalmát? Először is egy átalános fogalmat készít, a miért tehát a mértan nem felelős, t. i. *minden dolog magában véve egy*, vagy *megvan egy-szer*. Ekkor a mértan előáll, s logikája így szól: ha minden dolog megvan egy-szer: úgy a *mértékkel kimért nagyság* is, mint dolog, *megvan egy-szer*, vagy ez is *egy*, pl. az *öllel* kimért nagyság lesz *egy öl*; és így e kérdésre is: *mennyi* az *öllel* kimért nagyság? ezt feleljük: *egy öl*. És mi ez egyéb, mint az *egynek mértani elvonása*, vagy az *egység* (unitas)? De hát a *szám* mi lesz? Annyi bizonyos, hogy az egység összetett fogalom; mert az egyből a mértékkel kimért nagyság fogalmával összekötve származik. Úgyde a mértékkel kimért nagyság magában véve nem szám; itt pedig a *nagyságon* és *egyen* kivül más fogalom nincsen. Következésképen a *mértség kifejezésére való fogalom*, melyet *számnak* nevezünk, nem egyéb, mint *az egy, és a mi az egyből mértani értelemben**) *származik.* S mi gondja már most a mértannak arra, hogy mi dolguk van az *egy*, vagy az *egyszer meglétel* fogalmával a lélektannak, metaphysikának, grammatikának stb. a magok körében, ha az ő egész alkotmányát ugyanazon *logika*, mely ama tudományokban is szintoly függetlenül működik, mint az ő körében, a *mérték, mérés* és az *egy* ezen tiszta fogalmainak alapján öszszeállítja, nevezetesen annak két ellenkező sarkpontját itt mindjárt következőleg jeleli ki?

Ha van oly szám, mely azt jelenti, hogy a mértékkel kimért nagyság *megvan egyszer*: úgy lenni kell olyannak is, mely azt jelentse, hogy a mértékkel kimért nagyság még, vagy már *egyszer sincsen meg.* Mert mint meghatározás tárgya, ez is szintúgy előfordul, mint amaz, s ha amannak elve mulhatlan, úgy ezé is az. Hogy pedig ez is szám, az látnivaló; mert az egyből ez is mértani értelemben származik. Nevezetesen nem egyéb ez, mint a mértékkel kimért nagyság, vagy röviden *a mérték nagysága* az *egyszer meglétel tagadásának,* vagy mivel az eredmény kérdése itt mindenkor ez: mennyi *van?* erre pedig a tagadó felelet nem egyenes felelet, tehát az *egyszer nem létel* (non existentia) *állításának* fogalmával összekötve; s az *egyszer sincsen meg,* azaz „egyszer is nem *van* meg" kifejezés is épen ezt jelenti. Úgy de ha e fogalomban a mérték nagyságát újra különválasztjuk : a mi ott marad nem egyéb, mint az *egy*, és a *nem-létel* fogalma összekötve, azaz a *nem-lételt jelentő egy.* És így nincsen egyéb hátra, mint az, hogy e szám-fogalomnak nevet, és jegyet adjunk; s ez az *egy null***), és a *0 jegy;* de mivel minden dolog magában véve *egy,* s ez önként értetik (tacitus coëfficiens), tehát az *egy* neve, és jegye e számfogalomban sem szokott kimondatni, és iratni, hanem lesz az *null* és 0. E szerint, mikor pl. az *ölet* a hossznagyságra lemérjük, a *tallért* a pénzösszeg

---

*) Az *egyesség, egyenes, egyenlő* stb. tehát más fogalmak, mert az *egyből* nem mértani értelemben, azaz nem a mérték és mérés elve szerint származnak.

**) Kerekes F. Szorszámtan stb. Debreczen 1854. 14—17. l. A fels. mértan valódi alapelvei stb. IV. szak.

nagyságából kiteszszük, a *birkára* a nyáj nagyságában rámutatunk stb. vagy ha mind ezt pusztán csak magunkban gondoljuk is; és ezekből, mint a mérték nagyságaiból, a *lételt jelentő* egységeket oly módon alkotjuk, hogy az 1-et velök összekötjük, azokat mintegy *meg 1-eljük*, vagy mivel az *1 szám*, tehát megszámoljuk, azaz *megszámláljuk*, így: *1 öl, 1 tallér, 1 birka* stb: úgy olyankor is, mikor a *mennyi van?* kérdésre *lételt* jelentő számmal nem felelhetünk, mert nagyság a mértékkel kimérve nincsen, vagy a mi volt, már egészen elfogyott, vagy ilyennek vétetik stb. mindenesetre mérték szerinti meghatározás, azaz mennyiség, vagy szám fogalmával kell felelnünk; s ehez a *nem-lételt jelentő egységek* is csak úgy alakulnak, hogy a mérték nagyságával a 0-t kötjük össze, azt meg-null-oljuk, vagy is *megnullítjuk*, azaz, mivel a 0 is szám, tehát 0-al számláljuk, vagy 0-szor veszszük ekképen: *0 öl, 0 tallér, 0 birka* stb. a mi azt teszi, hogy e mértékek nagysága *egyszer sincsen* meg, vagy állító értelemben *0-szor van* meg, azaz *nem-lételt jelentőleg egyszer* van számlálva.

Mindeneknek előtte tehát a szám vagy *lételt*, vagy *nem-lételt jelentő*, röviden : *létes*, vagy *nem-létes szám**), s több (ellenmondástalan) eset a lét és nem-lét tekintetében nincsen; mivel e kettő egymással egyenesen ellenkező.

Továbbá ha *a szám a mértség kifejezése*, mely az 1-ből bizonyos fogalmaknak ehez csatolása által származik : úgy itt az első kérdés ez : *melyek azok a fogalmak*, és *miképen fejezik ki a mért nagyságot?* Erre ugyan a teljes felelet maga az egész számtan, sőt az egész mértan. Azonban ha a mérésben is, mely szerint a mértség kifejeztetik, a fő különbséget az *eredeti mérés*, és az ettől való *eltérések* fogalma alkotá: úgy a mértség kifejezésének módja sem lehet más, mint az, mely vagy az eredeti mérés, vagy az ettől való eltérések fogalmából fejlik ki. Az első a *számlálás*, mint a mi nem is egyéb,

---

*) Hogy itt a *létes* és *nem-létes* szó a szám jelentésére, nem pedig a számra értetik : ez természetes; mert ha a számra értetnék, úgy pl. a nem-létes szám oly számot jelentene, a mely nincsen, s az ilyennel valóban bajosan lehetne számítani.

mint lelkünk azon *működése*, mely által az *eredeti mérés minden mozzanataival együtt elvont mértani fogalmakká, s ezek kifejezéseivé alakul.* A honnan a számlálás, mint működés, mulhatlanul *tárgyat, eszközt és módot*, végre pedig *eredményt* feltétez, azaz tudnunk kell, *mit, mivel és miképen* számlálunk, s mi a *számlálás eredménye?*

Először is tehát *számláljuk mindenkor az egységet*, mint *számot*, mely, miként láttuk, *származik az 1-ből a számlálás alá kimért nagyság és a létel, vagy nem-létel fogalmával összekötve.* De mivel a kimért nagyság még nem szám, az 1 pedig nem nagyság : tehát midőn az eredeti mérték nagyságából, és az 1-ből, vagy 0-ból az eredeti egység, mint *nagyság létélét* vagy *nem-létélét jelentő szám* megalakul: ezt úgy kell tekintenünk, mint *eredeti* számlálást, melyben minden egység, azaz szám nélkül magunk alkotjuk meg az *első* számot, vagy egységet, mikép a mértéket ismert nagysággá minden más ismert nagyság nélkül magunk alkottuk. Ha ez megtörtént: úgy már többé ezen alakulásra gondunk nincsen, hanem a kész egységet a mérés folytán egymásután számláljuk; mert valamint a mért nagyság a mérték által lesz mértté, úgy az egységek által lesz számfogalomban kifejezetté. A honnan az egység mindenkor a mérték *képviselője*, azaz a nagyság *természetét*, és a mérték *nagyságát* kimutatja; de kimutatja a *mérés irányát* is, mikép mindjárt meglátjuk. Ennélfogva az egység mindenkor *egész szám*, s minden egységből származó szám az *egész egységgel együtt és egyszerre kezdődik;* mivel félmérték, vagy részmérték a mértanban nincsen; a mérték fele, vagy ketted, harmadrésze stb. pedig már számviszony fogalma; egyszóval, a mérték is mindenkor *egész mérték* lévén, az egység is mindenkor az *egész mérték leméréséből* származik; különben az következnék, hogy az egység nagyságot határozna, mielőtt a nagyság határa a mérték lemérésével kijeleltetnék. Az egységnek tehát, s a belőle alakuló számnak eleje, közepe, vége, vagy határa stb. nincsen. Mivel pedig az egységekben kifejezett nagyság nem egyéb, mint *ugyanazon származásu s nagyságu* darabok vagy részek egésze: tehát az ily egységek *egyfélék*, homogének; a nem ilyenek pedig *különfélék*, heterogének.

Továbbá *számlálunk mindenkor a számláló számmal,* mely származik *az egyből a számlálás czélja szerint valahányszor létesen, vagy egyszer sem, azaz nem-létesen vétel fogalmával* összekötve. A munkás tehát csak a *számláló* szám, s az egység a szenvedő anyag. Söt már az eredeti egység alakulásában is az 1, és 0 számlálóként müködtek; csak hogy ott még nem egységet számláltak, hanem, mikép említettük, a mérték nagyságának épen velök egyesülését *tettük meg* ily egységeknek. Számlálási *akaratunk,* intentionk is a számláló számban fekszik, s abban áll, hogy az egységet valahány-*szor,* azaz valahány *előfordulásban, kerülőben* *), továbbá *származásával* vagy egyezöleg, vagy nem egyezöleg, s mivel itt csak egyenesen ellenkezőkről van szó, tehát *egyezöleg*, vagy *ellenkezöleg* veszszük. Mindezekben, látjuk, a számláló szám se maga nagyságot nem jelent, sem a nagyságot jelentő egység ezen jelentésétől nem függ. Továbbá a számláló szám magában fenn nem állhat; különben oly számláló lenne, mely nem számlál, mert nincs mit számlálnia, mivel magában áll. Mikor tehát úgy látszik is, mintha a számláló szám magában állana, ilyenkor is alatta értetik az egység; pl. ha e kérdésre *hány forintunk* van? így felelünk: *száz:* itt csak azért nem mondjuk ki az egységet, a mérték nevében, mivel az a kérdésben már ki van mondva, és így tudva van, s csak a számláló szám tudakoztatik; a honnan ha így kérdezik: *mennyi pénzünk* van? azaz ránk bizzák, hogy a mértéket s e szerint az egységet is mi határozzuk meg, úgy ekképen felelünk: *száz forint,* vagy *50 tallér,* t. i. *2 frtos* stb. Miből látható, hogy azon értelmezés: szám az, a mivel e kérdésre felelünk: hány? még úgy is, ha az a kis baja nem volna, hogy aligha lehet valakinek a *hányról* fogalma, míg azt nem tudja, *mi a szám,* legfeljebb csak a számláló számra szólhat. Végre a számláló szám is mindenkor *egész szám,* s az egységet *egészen számlálja;* mert mikép fejezhetnők ki, hogy a számlálónak csak egy része számlál, s a többi hever, és hogy az egységnek csak egy részét számlálja, a többit pedig számlálatlanul ott

*) Kerekes F. Értekezés, és Kitérések stb. Debreczen. 1837. 423 l.

hagyja? De meg mimódon is számlálhatna, s számláltathatnék a rész, holott ez se nem számláló, se nem egység, azaz nem szám. Mert

A mi már az egységet és számláló számot együtt tekintve illeti: bizonyos, hogy mivel ezek közül mindenik szám, tehát mind az a mit, mind az a mivel számlálunk, csak szám lehet. S pl. ha nem az egységet, hanem a mértéket, nagyságot, vagy annak tárgyát számlálnók, ily formán: *birka*, meg *birka*, újra *birka* stb. látnivaló, hogy ez mindig csak *birka*, és *szám* soha se lenne; mig ellenben az *1 birka*, meg *1 birka*, újra *1 birka* stb. csupa számfogalom és száméredményre vezet. Továbbá az egység, mikép láttuk, összetett fogalom; a számláló pedig a *szor-szer vétel* egyszerü fogalma. A honnan az egység kétféle lehet, mig a számláló csak egyféle. Nevezetesen, miután minden dolog ismert nagyságnak véve, a vele egy természetü dolgok nagyságának mértéke lehet: ki tiltja, hogy magát az 1-*et* is ily *mértéknek* ne tekintsük? a midőn e mérték szerint az *egység* is csak az 1 lehetvén, ebből csak csupa *tiszta számok* alakulhatnak, ekképen: 0.1, 1.1, 2.1, 3.1 stb. vagy röviden 0, 1, 2, 3 stb. Vehetnők ugyan ily módon *mértéknek* a 2-t, 3-at stb. is, s ezekből más-más ily számsorok alakulnának; de ezek teljesek nem lehetnének, s utoljára is olybá vehetnők őket, mintha csak az 1-gyel lennének kimérve. Akár ily tiszta számoknak tekintsük tehát az úgynevezett *közönséges* számokat, akár oly számláló számoknak, melyekkel az 1 számláltatván mint egység, ez azokba beleolvadt, akár pedig bármi más egységet gondoljunk azok alatt: látnivaló, hogy ez neveikre és jegyeikre nézve egyre megy; a különböző fogalom pedig ott, a hol szükséges, belőlük egyaránt kifejlik. Ha pedig egyiket sem értjük azokra ezek közül: úgy azok nem egyebek, mint grammatikai számnevek, sorban betanulva. A mi pedig e számok nagysági értelmét illeti: ez csak abban áll, hogy pl. a 3 határozottan *három oly nagyságot* jelent, a milyennek az 1-et megtettük. Ekkép az ily *tiszta számok* *) azon *tárgyas számokkal* együtt, melyeknek egysé-

---

*) De hát az *elvont, absolut, nem absolut, átalános, különös stb. számok* miféle számok? *Elvontnak* nevezik néha a fentebbi *tiszta,*

gök tárgyi nagyság, pl. *1 öl, 1 fr* stb. azon logikai kettős esetet is, mely itt lehető, kimerítik.

---

mintegy tárgytalan számot, máskor a *számláló* számot stb. Részünkről már az éddig kifejlettek alapján sem mondhatunk egyebet, mint azt, hogy *minden szám elvont fogalom.* Pl. ebben *3 ℔ czukor*, a czukron kivül minden egyéb abstractio. A kérdés tehát ez : mi a *3 ℔ elvont fogalomban* az *elvont szám* fogalma? A *font* nem az; mert ez mérték és nem szám. Az *1 ℔* sem lehet elvont szám, mert ez maga a *tárgyas egység.* A 3 sem lehet pedig *elvont 3;* mert az *elvont 3-szor 1℔=3℔* csak olyan értelmetlen beszéd, mint a *3 fr-szor 4 röf posztó =12 fr.;* mig a *számláló 3-szor 1 ℔*, vagy *3-szor számlált 1℔=3℔* a *3 ℔-ot* helyesen értelmezi. Ha pedig a számláló szám egészen magában tekintetik, erre, mikép láttuk, a mértannak semmi gondja. De hát ha tiszta számnak tekintjük a 3-at, melynek t. i. mértéke is *számból* van csinálva, 3.1=3 : minek az abstractiója lesz az ez esetben, holott az ily számot nem hogy mi absrahálnók valamitől, de söt nekünk kell az *1-hez* a mérték és nagyság képzeletét kötnünk, hogy ez által a csupa számok következetesen előállhassanak? — Így áll a dolog az *absolut* számmal is. A *számláló* szám absolut szám sem lehet; mivel az *absolut 3-szor 1-öl = 3 öl* csak oda megy ki, a hova az előbbi. De meg ha az absolut *feltétlent*, *viszonytalant* jelent : nem is igaz, hogy a számláló szám viszonytalan; söt épen a számlálás viszonyában van az egységgel. Átalában pedig a mértanban viszonytalan szám nem is lehet; mert minden szám az 1-ből származván, származási viszonyban van az 1-gyel; ha csak egyedül magát az 1-et nem veszszük viszonytalan számnak, a mennyiben az más számból nem származik, hanem maga a lélek eredetileg alkotja azt számfogalommá. De mit érnénk ezen elnevezéssel ott, a hol a dolog a maga természetes neve alatt tisztán áll; s mit érnénk ezen egyetlen absolut számmal? Az úgynevezett szám *értékére* nézve sem mondhatjuk pedig, hogy pl. a 3-nak értéke *absolut három;* mert *minden számnak* ilyen absolut, feltétlen, viszonytalan a maga értéke, s ki tudna oly 3-at képzelni, melynek más lenne az értéke, mint 3? Végre ha azt értjük az absolut szám alatt, mikor az magában, minden mértani viszony, származás, $+$, $-$jegy stb. nélkül áll előttünk, pl. mint szó, számnév stb. a nyelvtanban, erre a mértannak semmi gondja. — De hát a *nem absolut szám* megkülönböztetésre mi szükség van a mértanban, hanemha abban a kényesebb pontok körül menedéket keresünk, pl. mikor azt mondjuk, hogy az $(1+\frac{1}{\infty})$ *nem absolut egy*, s ebből azután nem mértanba való következtetéseket vonunk; holott mindenki látja, hogy itt az 1 az $\frac{1}{\infty}$ számmal *viszonyban* van; ha pedig az *értékére* állítjuk, hogy az *nem absolut 1*, nagyon csalatkozunk;

A dolog természetéből ugyan magában is érthető volna, de mivel épen maga a dolog kissé új dolog, nem lesz talán unalmas, ha megemlítjük, mikép alakulnak itt a *nem-lételt* jelentő számok vagy *nullok* is az egység és számláló szám ezen átalános sajátságainak értelmében. Hogy az *egy null*, vagy 0 pusztán csak *számláló szám*, mely az egységet csak akkor számlálja, mikor abból épen egy sincsen, azaz épen *0 egység van:* ez a fentebbiekből eléggé világos *). Úgyde *nem létesen számláló* számunk csak ezen egyetlen *egy null*, vagy 0 van, s több nem is lehet; mert egy *egységnek nem lételét* több, mint *egyféle módon*, képzelni sem lehet. Következésképen akármely egységből, *e*, kimeríthetlen sok létes

---

mert az $1+\frac{1}{\infty}=1+0=1=$ *feltétlenül 1.* Végre *átalános* számoknak tartják a *betüjelvényeket* a számtanban, szemközt az 1, 2, 3 stb. számokkal, mint különösökkel; holott ezen betük nem számok, s csak arra valók, hogy a hol a számtani törvény akármely egységre s számlálóra egyaránt igaz, ott magokkal ezen számokkal ne bajlódjunk. — Az *abstract*, *concret*, *absolut*, *positiv*, *negativ*, *continuus*, *discontinuus*, *transcendens stb. szám*, *vagy mennyiség* elnevezések tehát a mértanban mind idegen tudományokból, minden megfelelő mértani értelem nélkül, és az eseti fejlés azon korában veszik eredetöket, midőn a tudomány alapfogalmai teljesen tiszták nem is lehettek: holott megfordítva, épen akkorra valók lettek volna azok, ha majd ama kérdésnek is megjő az ideje, hogy hát már most a mértan a többi megtisztult tudományokkal mily közös fogalmakban találkozik stb.? De mig ez megjönne, az ily idegen elemek itt csak homályt okoznak; melyet fentartani nem lenne egyéb, mint csupa tudományosan félreértett conservativ törekvésből, amaz egység felé vezető uton, a mértan természetes világítását szemeink elől eltakarni.

*) Ha — a Kerekes példáját hozván fel — egy folt seregély közé lőttünk, de mind elröpült, és e kérdésre kell felelni: *hány esett le?* kétségkivül mindenki ezt feleli: *egy sem*, azaz állító értelemben: 0, t. i. seregély esett le; a mi, látnivaló, a *számláló szám* kérdése és felelete. — De hát ha valaki így felelne: *semmi*, t. i. esett le? Ez csak olyan lenne, mintha e kérdésre: *hány ölből* áll a *mérőlánc?* ezt felelné: *vasdrótból;* azaz a *mennyiség* kérdése helyett, a *mi-ség* kérdésére felelne. Mert a semmi a *valaminek*, s nem a *valamennyinek* tagadása; s mivel sem a *valami*, sem a *semmi* nem az 1-ből származnak, és így számok sem lehetnek, tehát velök a *szám* kérdésére felelni azt teszi fel, hogy számnak gondoltatik az, a mi nem szám; ez pedig csupa képtelen gondolat.

szám származhatván, mert a létesen számláló számokban véget érni nem lehet: látnivaló, hogy mind ezeknek csak egyetlen *nulljok* lehet; pl. az *1 öl, 2 öl, 100 öl* stb. számoké a *0 öl*, az *1 fr, 2 fr, 10 fr.* stb. számoké a *0 fr.*; átalában az *ne* alatt érthető számok *nullja* a *0e*. Ámde ha minden nagyság lehet a vele egytermészetü nagyság mértéke, mi tiltja, hogy pl. az *5 fr.* vagy *10 öl nagyságot* ne vegyük *mértékül*, vagy a mi ezzel egyre megy, az *5 fr-tot*, vagy *10 ölet*, azaz *akármely számot* úgy ne tekintsünk, mint *a számlálás alá kimért egységet?* Ha pedig ezt *a priori* szabad tennünk: úgy a 2. 5 fr, 3. 5 fr, stb. és 2. 10 öl, 3. 10 öl stb. számok *nullja* ismét a 0. 5 fr, és 0. 10 öl lesz. Következésképen ugyanazon egység szerint kétféleképen származhatnak a nullok; t. i. vagy az eredeti egységből magából, mely mindenkor *egynek* mondatik és iratik, pl. *1 fr. 1 öl* stb; vagy pedig úgy, hogy az ily eredeti egységből származó valamely szám vétetik, és számláltatik egységként.

Továbbá ha minden szám lehet egység, és számláltathatik: úgy a *nullok* is lehetnek egységek, és csak úgy számláltathatnak, a létes számláló számokkal, és a 0-al, mint akármely más egységek. De természetes is, hogy ha valamely *null*, 1-szer megvan, pedig, mint dolog, kétségkivül megvan: úgy többször is meg lehet. Sőt átalában a számlálás, és számláló a számlált számtól független, s hogy mily természetü az eredmény, ez az ő dolga. Innen akármely *nullból, 0e,* épen annyi több-kevesebb számu *null* áll elö létesen számlálva, mint akármely létes egységből, *n.0e*. Pl. ha az $e=1$ : úgy az *n.0* lehet 0, 2.0, 50.0 stb. Úgyde ezen kimeríthetlen *n.0e* nullokhoz ismét csak egyetlen *null*, a 0.(*0e*) lehető; pl. a 0, 2.0, 3.0 stb számok *nullja* a 0.0 vagy $0^2$; a *0öl*, 2.*0öl*, 10.*0öl* stb. nullok *nullja* a 0.*0öl*, vagy $0^2$*öl* stb.; mert az *n* számláló számok *nullja* a 0. De mivel ezek közül akármelyik újra egység lehet, s ismét számláltathatik, pl. 2.(*n.0e*), 3.(*n.0e*) stb. tehát ezeknek nullja újra a 0.(*n.0e*), vagy $0^2$.*ne*. Következésképen csak azt kell tudnunk, mi az egység, s ekkor bizonyos, hogy:
*létes egység létesen számlálva* lesz *létes* szám feltétlenül;
„ „ *nem-létesen* „ „ *null* az előbbihez képest;

*nem-létes egység létesen számlálva* lesz valahány *null;*
„ „ „ *nem-létesen* „ „ *nullja* az elöbbinek.

Átalában pedig: az *egység* (akár létes, akár nem), *létesen* számlálva mindenkor *oly természetü egységek száma*, a milyen maga az egység; *nem létesen* számlálva pedig lesz *ahoz magához képest null*, azaz, az eredmény ilyenkor az egységből létesen számlálás által származható minden számnak *nullja* lesz; s mind ez oly természetes, hogy önként értett igazságnak is beillik. — Hogy pedig a *számláló* 0, a 0-*szor* 1, és az 1-*szer* 0 jegyökre nézve az eredményben mind összeesnek: ez semmi legkisebb határozatlanságra nem vezet. Mert a számláló szám magában nem áll; és így mikor a számvetésből 0 fejlik ki, könnyü azonnal ráismernünk, vajjon egység-e az, e helyett: 1.0=0, vagy számláló szám, e helyett: 0.1=0. Minden más esetben minden *nullnak*, mikép láttuk, határozottan *saját neve és jegye* van.

Ezekben áll az *egység* és *számláló szám* alapfogalma. És mivel több eredeti eset nincsen, azaz *a szám eredetileg nem lehet egyéb, mint vagy egység, vagy számláló szám*: tehát a harmadik eset sem lehet más, mint e kettőnek *összetétele*, t. i. a *számlálás eredménye*, mely e kérdésre felel: *hány*, vagy *mennyi van a számlált egységből?* Úgyde a *mértség*, azaz a mérés eredménye is, melyet máskép, mint számfogalomban kifejezni nem is lehet, épen e feleletre vár. Következésképen *a számlálásnak* és *eredeti mérésnek eredménye*, s a *nagyság mérték szerinti meghatározásának számfogalomban való végső kifejezése*, egyre mennek. S mit is érne és jelentene a mérés számlálás nélkül, s mit számlálnánk, ha az egység a számlálás alá kimértnek nem gondoltatnék, végre mikép fejezhetnők ki ezek eredményét számok nélkül? Még mikor a gyermek játékból mér is, mindig számlál, és mikor számlál, eleinte még figyelmeztetni kell, hogy pl. az *1 dió, 2 dió, 3 dió* stb. számlálásban a mérték, vagy egység nevét el is hagyhatja, mivel azt oda lehet gondolni, s a czél is csak az, hogy megtudjuk: *hány* az a mit számlálunk. És ez az oka, hogy a számlálás közönséges értelme szerint is annak eredményével csak csonkán számolunk be mintegy magunknak. A honnan aztán az eseti fejlés nem is mulasztotta el, hogy azon fogalmakból, melyek a számlálás teljes értelméhez tartoztak volna, ú. m. a mérés *származási* kifejezése, s az eredmény közötti *mértani viszony*, t. i. az *egyenlet*, továbbá a mérési és számlálási *irány*, *czél*, s az ezekbeni *ellenkezőség* fogalmaiból különböző időkben és főkben, külön álló tanokat ne alkosson. A logikai fejlés tehát ezeket a számlálás teljes fogalmában egyesíteni tartozik.

Kezdjük az utolsón; mert *irány s czél* nélkül a mérésben és számlálásban meg sem mozdulhatunk. Ámde először is a *mérés fogalma* szerint, a nagyságon a mérés irányának *fekvése*, a mérés *határa*, a mért részek általi *növés*, és ennek ellenkezője a *fogyás*, mind mulhatlanok: holott a puszta irány és czél fogalmának fekvése, határa, növése, fogyása nincsen. Továbbá a növés, fogyás ellenkezősége a mérési irány és számlálási czél ellenkezőségétől lényegesen különbözik. Mert a fogyás feltétlenül véget ér ott, a hol az, a mi nőtt, és így volt, már mind elfogyott; következésképen a fogyás a kiindulás határát, melytől a két ellenkező irányok közül valamelyiken számítjuk a mért nagyság növését, soha át nem lépheti, mig a mérés egyik irányból az ellenkezőbe szabadon átjár; a számlálás *czélja* pedig, azaz az egységnek a két ellenkező czél közül valamelyik szerint, vagy ezzel ellenkezőleg vétele tőlünk függ. Mikép hozunk már most mind ezek kifejezésébe tökéletes összhangzást; nevezetesen, mikép fejezzük ki az *egyenesen ellenkezőséget* a számlálásban, miután az, a mi itt az ellenkezők közül egyikre a másik irányában igaz, mindenikre egyaránt igaz; mindenik törekvés csak annyit haladhat a maga czélja felé előre, a mennyit a másik a maga czéljától hátrál; mindeniknek a maga előhaladása czélos, hátrálása czélellenes; mindenikre igaz, hogy a mi az egyiknek czélos, mert előhaladás, az a másiknak czélellenes, mert hátrálás; mindeniknek eredményét kétképen lehet, söt kell is tekintenünk, t. i. úgy, mint az egyiknek a kiindulástóli előhaladását, s mint a másiknak ugyanonnan, ugyanoly nagy hátrálását stb.; s a számlálásban mind ezen ellenkező czélok, törekvések, s ezek eredményei csupa fogalmak, mig a mérés irányára, a növés-fogyásra nézve az ellenkezőség is a nagyságon szemléleti dolog, azaz, maga fejezi ki magát?

E nagy fontosságu kérdésre is kész feleletet hagyott ránk *Kerekes;* a mi röviden ebből áll. Két egyenesen ellenkező dolog közül bennünket vagy egyik sem érdekel, vagy csak az egyik érdekel jobban; mert mindenik egyenlően csak is úgy érdekelhetne, ha ránk nézve mindenik közönyös lenne, azaz egyik sem érdekelne; s épen ez az első eset. De továbbá könnyebb, és így természetesebb több dolog közül csak egyre figyelnünk, s a többit is ehez hasonlítanunk; a tudomány feladata is az, hogy az ismerethez az okszerü könnyebbség utján vezessen. Ennélfogva a mérés kifejezésében, vagy számlálásban is a két egyenesen ellenkező czélra törekvő erő közül mindenkor *az egyiket* tekintjük *érdekünkben működőnek,* és küzdéseik minden eredményét ezen *érdekünkben működőnek megtett* erőre nézve számítjuk fel, és nevezzük el, *tételesnek* mondván és + *jegygyel* jelelvén azon eredményt, mely által az érdekünkben lévő erő a kiindulás közös határától *a maga czélja felé előhaladt; ellenesnek* mondván, és — *jegygyel* jelelvén azon eredményt, mely által ugyanezen erő ugyanonnan számítva *czéljától hátrált* *). És ez a *tételesség, és ellenesség,* vagy egy szóval *mértani czélellenkezőség* alapfogalma, mely szerint a mennyiség és szám fogalmában a *czéljegyek* (+, —) által az is tökéletesen kifejeztetik, mikép származik az a mérési irányok, és számlálási czélok ellenkezőségének értelmében; a mi nélkül a nagyság mérés általi határozottságának fogalmát, a *mennyiséget* teljesnek nem is képzelhetjük; mert a *mértéknek* minden irány, és czél egyaránt iránya, és czélja, mindenfelé egyaránt mér a nélkül, hogy ez által más mérték lenne. De már a kimért nagyság nem lehet más, a mérés irányán, csak az, a mely kiméretett. Hasonlóképen az egységre, és számlálóra nézve is, ha e kérdésre: mennyi a *C pontból az A felé kimért* nagyság? csak ezt feleljük: *3 öl:* úgy nagyon hiányosan feleltünk. Mert a feleletnek ki kell mutatni először: hogy az ezen irányban származó eredményt veszszük-e tételesnek, vagy nem; azután, ezen eredményt a maga származásával egyezőleg számláltuk-e vagy nem; mivel

*) Kerekes F. Szorszámtan stb. 158—167. l. Négyes kistükör stb. Debreczen. 1848. 16—20. 63. l. A fels. mértan val. alapelvei stb. 194—197. l.

ezek itt mind csupa mulhatlan logikai esetek, mikép mindjárt bővebben is meglátjuk. — Mivel pedig a czélellenkezőség ezen fogalma is mindenkor csak az eredményekre szól, s minket is csak ezen eredmények érdekelnek; ezek pedig ugyanazok maradnának, bár miben álljon a felvett ellenkező erők lényege: tehát látnivaló, hogy a mértan e pontnál is egészen, tisztán, s önállólag mozog a maga körében. Végre látható az is, hogy a *tételesség*, és *ellenesség* (positivum et negativum mathematicum) e fogalmában a *tagadónak*, negativumnak semmi nyoma, s pl. az *ellenes 2e*, — 2e, nem a *tételesnek*, + 2e, se nem más valaminek tagadása, hanem a *tételes 2e* egyenesen ellenkezőjének állítása, azaz *mindenik állító*, *és tagadó egy sincsen.*

Most tehát már vegyük elő a mérés és számlálás származási kifejezését, ennek eredményét, a kettő közötti mértani viszonyt, vagy az egyenletet, végre ezek alapján az eredeti mérés és számlálás lehető eseteit.

Mérjük ki pl. az *öllel*, a kiindulás közös határpontjából *C* (3. Kép.), az egyenesen ellenkező irányok közül az *A* felé,

3. Kép.

B′ H E n′ C n G F D B A

A′ 5 4 3 2 1 1 2 3 4 5

melyben az eredményeket *tételeseknek* veszszük, a *Cn* nagyságot (kicsinyben); a mi tehát csak úgy eshetik meg, ha a *CA′* irányban törekvő erő a maga czéljától ugyanannyit hátrált: először is bizonyos, hogy minden ily kimért nagyság *a maga származása szerint*, azaz úgy *van meg 1-szer*, a mint kiméretett, s nincs oly képzelő erő, mely pl. ezen nagyságot más, vagy az ellenkező *Cn′* nagyságba, söt a *Cn* fekvésből, csak az *nC* fekvésbe, vagy irányba*) is átképzelhetné; mivel mind

*) Az irány és egyenes vonal közötti különbség épen abból tünik ki, hogy pl. a *CB* a *BC vonallal* ugyanazon vonalnagyság; mert a nagyság a maga határai között mindenképen ugyanazon nagyság; de a *CB irány* a *BC iránynyal* egyenesen ellenkező. Megfordítva: a *Cn* és *CB irányok* ugyanazok, holott mint vonalok egészen különbözők stb. *Tudom. Gyüjt.* stb. 45. l.

ez azt tenné fel, hogy a kimért nagyság nem azon irányban fekszik, a melyben fekszik. Mikor tehát ezen *Cn* nagyságból *egységet* alkotunk is, úgy kell azt *1-szer* vennünk, a mint származott. A származás irányával *egyezőleg*, vagy *ellenkezőleg* vétel pedig a számláló számban csak a *czéljegyek* által, nevezetesen az első a +, a másik a — jegy által fejeztethetik ki; mivel ezen valamiképen vételnek itt más tárgya, melyre az vonatkozhatnék, a *czélellenkezőségen* kivül nincsen. És így a +*1.Cn*, mely ezt teszi: a *Cn* származásával *egyezőleg* vétetik *1-szer*, nem egyéb, mint az *eredeti egység mérési és számlálási*, vagy egy szóval *származási kifejezése*, mely itt minden más egység nélkül alakul nagyságot jelentő számmá; a *mérés és számlálás eredménye* pedig, mint a mely itt a kiindulás pontjától a *tételes* erőre nézve tiszta *előhaladás*, lesz a *tételes egység*: +*1 öl*; végre a kettőnek mértani viszonya, vagy egyenlete lesz ez: +*1.Cn*=+*1 öl*. Szóról szóra így alakul a *CA'* ellenkező irányban kimért *Cn'* nagyságból a +*1.Cn'*, mint az eredeti egység *származási* kifejezése; az eredmény pedig, mely itt az érdekünkben lévő erőnek a kiindulás pontjától ugyanoly nagy *hátrálásával* származott, lesz az *ellenes egység*: —*1 öl*; s a kettőnek egyenlete +*1.Cn'*=—*1 öl*.

Ámde a mint ekképen a +*1 öl*, —*1 öl egységek* abstractiókká, számfogalmakká lettek, azaz a nagyság kötelékeiről mintegy örökre elszabadultak: természetes, hogy egészen más és önálló világba léptek át. Itt is megvan ugyan bennök elvontan mind az, a mi mulhatlan arra, hogy szerintök a mért nagyságot, ha kell, újra előállíthassuk, t. i. a *nagyság természete*, a *mérték nagysága*, s *a származás iránya* a czéljegyekben; mert hiszen, mikép láttuk, a mennyiség értelmének teljessége is ezekben áll; a többi pedig, t. i. honnan kezdődik a nagyság kimérése, merre fekszik azon a mérés iránya stb. mulhatlanul ismert dolgok, mert különben ki foghatna ezek ismerése nélkül méréshez? De a mint fentebb említettük, e fogalmakban már mindazon akadály, kezdet, vég, fekvés stb. elenyészett, mely miatt alattuk csak egyetlen esetet lehetne értenünk; azaz a +*1 öl*, —*1 öl* oly átalános fogalom, mely *mindenféle tételes és ellenes 1 ölet* jelent, akár hol kezdődik a mérés, s bár merre fekszik annak iránya a nagyságon; söt még az is egészen tőlünk függ, hatalmunkban áll, hogy egyezőleg, vagy pedig ellenkezőikből ellenkezőleg véve képzeljük-e ezekben azt, a mit bennök mint képzeletekben, fogalmakban képzelünk. Mert ha az *egyezőleg* vételt a *+1-szer meglételt* jelentő számlálóval fejeztük ki, s e szerint a +1(+1 öl) =+1 öl, és a +1 (—1 öl) =—1 öl: úgy itt, a hol harmadik (ellenmondástalan) eset nincsen, az *ellenkezőleg 1-szer meglételét*, vagy vételét a *—1-szer vételt* jelentő számláló fejezvén ki, látnivaló, hogy a —1 (+1 öl) =—1 öl, és a —1 (—1 öl) =+1 öl lesz; mintha mondanók, hogy a *+1 öl nem mint olyan, hanem egyenesen ellenkezője*, tehát a *—1 öl van meg 1-szer*, és a *—1 öl nem mint olyan, hanem ellenkezője*, azaz a *+1 öl van meg 1-szer.* *) Így aztán a *tételes* egységnek az *ellenesből*, és az *ellenesnek* a *tételesböli* ezen *elvont* származása azon logikai négy esetet is kimeríti, melyekben a + *vagy — jegyü számláló*, a + *vagy — jegyü egység* egymással találkozhatnak; mert azt alig kell említenünk, hogy ha *egység czéljegy nélkül nincsen*, úgy a számlálóban is mulhatlan az, a mi *valamiképen* vételét jelentse az egységben annak, a mi *valahányszor* nem vétethetik; a honnan *a számláló czéljegye az egységnek* is *csak czéljegyére szól.*

Ezek szerint már ha a fentebbi $Cn$ és $Cn'$ alatt a nagyság mértségét, vagy mennyiségét értjük: úgy a $Cn = Cn'$, azaz

---

*) Hogy a + *jegy* a számlálóban az *egyezöleg vétel önként értett jegye*, ezt az is mutatja, hogy a + jegy ott a hol elhagyható, t. i. az oly *tételes* számok mellől, melyek függetlenül, vagy az öszszetett kifejezésekben elül állanak, rendesen elmarad, míg a — jegy soha el nem maradhat; mert egyezöleg vehetünk valamit, a nélkül, hogy ezen kivül másra gondoljunk; de valamivel ellenkezőnek semmit sem vehetünk a nélkül, hogy arra ne gondoljunk a minek az ellenkezője. Az pedig ismét önként értetik, hogy ez egyezöleg, és ellenkezőleg vételt a +, — jegy magában, számláló nélkül nem jelentheti; mert a valamiképen és valahányszor vevő a számláló. A honnan a + (+*1 öl*), — (+*1 öl*) stb. irásmód meg nem állhat; mert *egy számnak* csak *egy czéljegye* vagy +, vagy —, *egy czéljegynek* csak *egy számja* lehet; ha pedig valaki pl. a — (+1 öl) kifejezésben a (+1 öl) kifejezést venné, s helyesen is, egy számnak, úgy a — (+1 öl) könnyen oly egy ölet jelenthetne, mely a kiindulás pontjától pl. kelet felé méretett ki, s mégis nyugot felé fekszik.

a + *1 öl* = — *1 öl*, egyenes ellenmondás. Ha pedig nem mennyiségeknek, hanem a hossznagyságból, csak úgy pusztán két ugyanoly nagy darabnak tekintjük őket: úgy azok egyenletbe sem tehetők; mert az egyenlet, mindjárt meglátjuk, csupa mennyiségi viszony. De még ha kimért nagyságoknak veszszük is azokat, nem mondhatjuk, hogy a — *1.Cn* =*Cn'*=*nC*, vagy a *Cn*=—*1.Cn'*=—*1.nC*; mivel ezeket ellenkezőleg, mint a mikép kimérettek, nem vehetjük. Mikor tehát ily kifejezéseket használunk: *Cn*= — *Cn'* vagy —*Cn*=*Cn'*: ezek alatt mindenkor elvont mennyiségeiket, +1 öl = 1— (—1 öl), —1(+1 öl) =—1 öl, kell értenünk. Egészen más kérdés az, hogy mikép mérjük ki pl. a —*1 ölet*, ha ez a számvetésből úgy jött ki, mint kitűzni, vagy kimérni való nagyság mennyisége, x=—1 öl. Mert ilyenkor tudjuk, hol kezdődik a mérés, s merre van annak iránya a nagyságon. S ha a tételes eredmények iránya az *A'A*, a mi az ellenes *A'A'* irányt is meghatározza; s ezen akár a *C*, akár az *n*, vagy *B* pont a mérés kezdete: azonnal tudjuk, hogy a keresett —*1 öl* =*Cn'*, vagy *nC*, vagy *BD* stb; mert a szám átalános fogalmában szó sincsen arról, hogy pl. az ellenes egység azon a nyomon méressék ki visszafordulva, a melyen a tételes egység előre származott; akár hol, a hol a mérés kezdődik; csak hogy az ellenkező irányban legyen az kimérve. Egy szóval ily módon számfogalmaink mind a mértséget, mennyiséget teljesen kifejezik, s azokat magunkkal vihetjük, mással közölhetjük stb. mind pedig a megfelelő nagyságot szerintök mindenkor előállíthatjuk.

Továbbá ha ekkép az *eredeti egység* a mérés kezdetén megalakult: kinek volna béketűrése azt a mérés folytán újra meg újra ily módon alakítgatni a számlálás alá? Elég az, hogy *az egység a maga eredeti származása szerint újra megvan* 1-*szer*; és így mivel itt más fogalom közbe nem jön, az *egymás után származásnak* pedig az *egymás után irás* a természetes kifejezése: tehát lesz az eredeti mérés és számlálás *származásának* kifejezése a *tételes* egységeknél: +1 (+e) +1(+e); az *ellenes* egységeknél pedig: +1(—e) +1(—e); s a mennyiben kettőnél több fogalommal egyszerre elbánnunk bajosan is lehetne, lássuk itt elébb ezek eredményét. Annyit előre mondhatunk, hogy az eredmény *egy fogalom* lesz; s ki is tarthatná a nagyságot *végkép* meghatározottnak, ha csak anynyit tud, hogy az pl. *359 láb*, meg *286 láb*, meg *507 láb?* ellenben ki tehetné többé kérdésbe, *mennyi a nagyság*, ha már tudja, hogy az pl. $+2$ *öl?* Az is bizonyos továbbá, hogy ezen *egy fogalom* áll az *egység azon számából*, mely az ellenkező számláló erők küzdésének eredménye (csak úgy, mint volt az első, vagy eredeti egység), az érdekünkben müködő erőre nézve elnevezve. A mi pedig az egység ezen *számát*, azaz *számlálóját* illeti: ez nem egyéb, mint a külön álló *számláló 1-ek* egyesítése; mit tennünk csak úgy hatalmunkban áll, mint állott ezen *1-eknek* a kimért nagysággali összekötése; a midőn pl. az $(1+1)$ új számláló fogalmának nem kell egyéb, mint *név* és *jegy;* amaz a *kettő*, ez a 2. A mint ez megvan: utána gondoljuk, mondjuk, vagy irjuk a megfelelő egységet: $+2(+e)$, vagy $+2(-e)$, mivel a számláló $+$, vagy $-$ jegye ilyenkor is az egység czéljegyének egyezőleg, vagy ellenkezőleg vételére szól, tehát e munkáját végezvén a számláló, *valahányszor vevő* jelentésével a meghagyott, vagy ellenkezőre fordított czéljegy alatt egyesül az egységgel, ekképen:

$$+1(+e)+1(+e)=+e+e=(1+1)(+e)=+2(+e)=+2e;$$

és

$$+1(-e)+1(-e)=-e-e=(1+1)(-e)=+2(-e)=-2e;$$

vagy

$$+1(\pm e)+1(\pm e)=\pm e\pm e=(1+1)(\pm e)=+2(\pm e)=\pm 2e.\text{*)}$$

---

*) Ha a *tételes ellenes* egységek, vagy az ilyenekből alakuló számok minden más jegy nélkül egymás után irása az *egymás után származás* (növés, fogyás) természetes kifejezése: úgy igen helyes, ha az egymáshoz *tényezőként járulást* oly módon fejezzük ki, hogy az előbbi mintegy szakadatlan összeköttetést megszakgatjuk, mit az irásbeli ponttal, vagy zárjellel, a hol pedig a betü-jelvények czéljegy nélkül állanak, azoknak összeirásával fejezünk ki, pl. *ne*, 2*e* stb. — A mi a $+$, — czéljegyek kimondását illeti: valóban kár lenne a *plus, minus* müszók helyett, melyek a $+$, — valódi értelmével még csak távolról sem rokonok, ujra a *több*, *kevesebb hiány* stb. szókat alkalmaznunk, s általuk azon több, kevesebb világosság-hiányt, melyet e fogalmak körül magok a *plus, minus* müszók eleitől fogva okoztak, nyelvünkön is mintegy ujra szentesítenünk. — E jegyeket magokban mindig kimondhatjuk *tételes*, *ellenes* nevökön.

Ebben tehát már tudjuk, hogy a $+1(\pm e)+1(\pm e)$, vagy $\pm e$ $\pm e$ az eredeti mérés, és számlálás *származási kifejezése;* az $(1+1)$ $(\pm e)$, vagy $+2(\pm e)$ a *megfejtés kifejezése*, de a mi, mikor kérdésben nem forog, elmarad; a $\pm 2e$ pedig a *végeredmény*, úgy hogy az egészből csak ezen egyenletet szoktuk megtartani: $\pm e \pm e = \pm 2e$. De mi lesz már most az egyenlet teljes értelme?

Kétségen kivül áll, hogy a mértan csupa *mértani*, azaz oly *határozások* tana, melyek a mértékkel való mérésből, vagy az ettől való eltérésekből, és czeknek a mennyiség fogalmábani kifejezéséből, szóval mindenütt bizonyos müködésből *eredményképen* állanak elő. Az is bizonyos, hogy az *egyenlet* nem egyéb, mint azon *két számkifejezés* összeköttetése, melyek közül egyik a másikat, mint *eredményt*, az előbbi értelemben *meghatározza*. Következésképen itt a kérdés csak ez: *min alapul e két számkifejezés összeköttetése, és miben áll az egyenlet határozó jelentése?* Az egyenlet alapja nem egyéb, mint *ugyanazon mennyiségnek két különböző számkifejezése.* Ugyanis a számkifejezésnek nincs egyebe, mint *származása, és mennyisége.* Ámde az egyenletet alkotó két kifejezésnek származása ugyanaz nem lehet. Mert ha ugyanaz, pl. 2e=2e: úgy az se nem határoz, sem egyik kifejezés a másiknak eredménye nem lehet. Nem határoz; mert vagy már határozott az egyik kifejezés, és így a másik is az; tehát meghatározni való nincsen: vagy nem tudjuk, mennyi az egyik, és így a másikat sem tudhatjuk; mert *idem per idem* örökre határozatlan. De eredménye sem lehet egyik a másiknak; mert ez azt tenné, hogy a 2e, a 2e-nek, tehát maga magának eredménye, és így elébb megvolt, mint meg lett

---

Összetett kifejezésekben pedig a *meg* szócskával az *ellen* szó nem csak jól hangzanék, de némileg értelmező is lenne, pl. $2+5-4+$ $+5=6$ így lenne kimondva: 2 *meg* 5 *ellen* 4, *meg* 3 *annyi, mint* 6; vagy mikor a kifejezés —*jegyű* számmal kezdődnék, $-7+4-2=$ $=-5$, így: *ellenes* 7 *meg* 4 *ellen* 2 *annyi, mint ellenes* 5 stb. Egyébiránt a *plus, minus* müszók a mértannak már annyira sajátjai, hogy hibás jelentésök mellett is azoknak megtartásával sem a mértan, se nyelvünk szelleme ellen többet nem vétünk, mint ha helyettök más rosz müszókat szedünk fel.

volna, a mi ellenmondás. A 2e=2e tehát nem határozó, és így nem is mértani egyenlet, hanem csak azon önként értett igazságnak, hogy *minden dolog egyenlő önmagával*, a mennyiségre alkalmazása; és csak is mint ilyennek, veszszük annak hasznát a mértanban. Ha tehát már a határozó egyenletben a két számkifejezés származása ugyanaz nem lehet: úgy az először is *mulhatlanul különböző*; az pedig a mi az egyenletben *ugyanaz*, nem lehet más, mint *a mennyiség;* a honnan az *egyenlet jegye*, =, sem jelenthet mást, mint ezt: *annyi, mint;* mert csak ez szól tisztán a *mennyiségre*. S ez az oka, hogy e jegy minden mértani egyenletben megáll, holott ha az egyenlet két kifejezésében bár mi más különböző fogalom is lenne, mely a mennyiségen kivül az egyenlet alapfeltételéhez járulna: úgy, miután más fogalmaknak más a jegyök, ugyanazon jegy azok között meg nem állhatna. Végre innen az is önként következik, hogy a mértani kifejezések proteusi alakzatainak a mennyiséghez semmi közük; a $4=3+1=2+2=2.2=2^2=$ $=\frac{4}{1}=\frac{8}{2}=$stb. mint ugyanazon mennyiség. — A mi pedig az egyenletnek *határozó* jelentését illeti: az egyenlet vagy tisztán csak a *mennyiséget*, azaz a *végeredményt* határozza meg, vagy *nem*. Első esetben, mivel itt nincsen egyéb, mint *egység*, *számláló*, és *eredmény*, mert a mérték mindenkor ismert: tehát három kérdés lehető, ú. m. *mennyi a végeredmény* az ismert egységből, és számlálóból? továbbá *mennyi az ismeretlen számláló* az egységből, s az egyenlet számviszonyából, a mi szintén mindenkor határozott? végre *mennyi*, *és mily természetü az egység* az ismert számlálóból, s az egyenlet számviszonyából? Az első kérdésre tartozó egyenletek nem egyebek, mint a *számviszonyok eredményének* egyenletei, pl. menynyi az e+e ?=2e; mennyi a 2. 3 ?=6 stb; mivel ezekben a feladat nem egyéb, mint valamely ismert számviszony ismert számjaiból az eredményt kiszámítani. A másik két kérdés esetét meglátjuk alább. Azon második főesetben pedig, mikor az egyenlet nem pusztán csak a mennyiséget, azaz a végeredményt határozza meg, látnivaló, hogy mivel benne nincsen egyéb, mint származás, és mennyiség, tehát egyebet nem határozhat, mint a *származást*, azaz azon *törvényszerüséget*, mely az egyenlet számviszonyában az eredeti méréstől és számlálástól való eltéréseket, de egyszersmind azon utat is kimutatja, melyen ezen eltérések, ha a *végeredmény* kívántatik, az eredeti mérésre és számlálásra visszamennek. És ez az úgynevezett *analyticai egyenlet,* melyről még alább fogunk röviden szólni.

Ezekből már az *eredeti mérés*, *és számlálás lehető esetei* önként folynak. Mert *mérni, egy irányban előre*, nem lehet máskép, mint vagy *a kiindulás közös határától a két ellenkező irányok közül valamelyiken előre*, vagy *e közös határon kivül valamely pontból visszafordulva*, *az ellenkező irányban előre*; önként értetvén, hogy e két esetben a *mérhetésnek* végső határa nincsen. Ha tehát a számlálás nem egyéb, mint ezen mérés számfogalmakbani kifejezése: úgy a számlálásnak sem lehet e kettőnél több esete. A mi pedig az *eredményt* illeti, mely, mint fentebb láttuk, mind kettőre nézve csak számfogalom lehet: ez a két ellenkező erő működéséből, a czélellenkezőség elve szerint mindenkor úgy áll elő, mint az érdekünkben működő erőre nézve a *kiindulás közös határától számított* előhaladás, vagy hátrálás. Mivel mikor *eredmény nincsen*, mulhatlanul úgy kell képzelnünk, hogy a két erő e közös határban nyugszik; és így mikor *eredmény van* is, úgy képzeljük, hogy az e határtól indul ki, és halad addig, a meddig a mérés, tehát az ismert számfogalmakban kifejezett nagyság terjed. A második esetben pedig mind a közös határtól előre származott eredményt, mind azt, mely az előbbivel ellenkező irányban származott előre, erőknek tekintvén; mert hiszen ezek, mint eredmények, mindenkor az illető erők képviselői: tudjuk, hogy ezek közül az egyiknek annyit kell a maga czéljától hátrálni, a mennyit a másik a maga czélja felé előhalad; és mivel mindeniknek nagyságát határozottan ismerjük, tehát az eredményt, mint a kettő közötti *különbséget* is mindenkor közvetlenül tudnunk kell, mert ismert dolgok között a különbség is ismert. Végre az *elnevezés* mind két esetben egyedül csak a *mi czélunktól* függ, mikép ezt már többször említettük.

Az *első esetben* tehát már, tudjuk a fentebbiekből, a mérés és számlálás teljes kifejezése lesz pl.

$\pm 2e \pm e = +2(\pm e) + 1(\pm e) = (2+1)(\pm e) = +3(\pm e) = \pm 3e$; vagy ha az egység $= 0e$: $\pm 2(0e) \pm 0e = +2(\pm 0e) + 1(\pm 0e) = (2+1)(\pm 0e) = +3(\pm 0e) = \pm 3(0e)$. Mert akárhány egység méretik ki, s számláltatik létesen, vagy 0-szor véve: mindig csak kettőnkint egyesíthetjük azokat egy fogalomban, s ahoz, a mit már ekkép egyesítettünk, ujra csak egyet adhatunk egyszerre. De látnivaló, hogy így utoljára az egész mért nagyság egy fogalomban lesz kifejezve; és így a végczél el van érve. Ezen első eset tehát ezzel teljesen kimerült.

A *második eset* háromféleképen, s mindenik ismét kettősön fordulhat elő; mert a mérés a két ellenkező irány közül mindeniken visszafordulhat a kiindulás közös határa felé, és megállhat e határon vagy *túl* vagy *innen*, vagy épen *benne*. Lesz tehát

*1-ször:* $5e - 2e = 5(+e) - 2(+e) = (5-2)(+e) = +3e$; melyben, látnivaló, a $-2e = -2(+e)$; azaz ha az $5e$ és $-2e$ ellenkező erőknek tekintetnek, a $-2e$ csak azon egységekben haladhat a maga czélja felé előre, a melyekben a $+5e$ hátrál; ezt pedig az *ellenkezőleg 2-szer vétel* által fejezzük ki. Ha így fejeznők ki: $-2e = +2(-e)$: ez, mint az *ellenes* egységnek a maga czéljával egyezőleg számlálása, azt jelentené, hogy a $-2e$ a kiindulás közös pontjától, $C$, az $A'$ felé, pl. az $E$-ig származott (3. Kép.), holott úgy vettük fel, hogy ezen esetben az $5e = CB$, s a $-2e = BF$. Ellenben ha a $-2e = CE$ méretik ki elébb, s ennek végétől vissza az ellenkező irányban az $5e = EF$: úgy lesz $-2e + 5e = +2(-e) - 5(-e) = (2-5)(-e) = -3(-e) = +3e$, azaz *ugyanazon eredmény*; de származásában itt is azon egységet kell ellenkezőleg vennünk, melylyel az először kimért nagyság, melynek végétől viszszafordultunk, kifejeztetik; s ez itt a $-5(-e)$. Ezen eset *kettős* voltát pedig így fejezzük ki:

$5e - 2e = -2e + 5e = \pm 5(\pm e) \mp 2(\pm e) = \pm 3(\pm e) = +3e$. A mi épen azt teszi, hogy a tiszta mennyiségre nézve az, a mi itt a mérésre nézve különbség, egyre megy. Továbbá látnivaló, hogy itt a *fogyást* is a számláló számoknak kell kifejezniök*). Nevezetesen első esetben az $5-2=$ $=3+2-2=3+0$; a második esetben: $2-5=2-2-3=-$ $-0-3=-3-0$. Azaz először is a számlálót azon egyekre, melyekből azt összeraktuk, így vagy amúgy szétbontani egészen hatalmunkban áll. Aztán természetes, hogy mivel az ellenkező erők közül egyiknek előhaladása, s a másiknak ugyanoly nagy hátrálása csak *együtt* állhat fenn: tehát ilyenkor munkájokra nézve köztük *különbség nincsen*, s ez itt az egység, és számláló által fejeztetvén ki, azt mondjuk, hogy *0 egység* a különbség; még pedig ez is eredmény lévén, mikor az a *tételes* egységek nem-létét vagyis itt elfogyását jelenti, lesz a számlálója $+0$, a hol pedig *ellenes* egységek fogytak el, ott e számláló $-0$ lesz, mint a fentebbi esetben; mert az eredmény fogalmában az egytermészetűségnek azzal, a miből az származott, benne kell lennie. Úgyde a végső meghatározás ama kérdésére: mennyi, vagy hány *van* az egységből? a számlálóban az, ami épen az ellenkezőt jelenti, t. i. hogy egység *egy sincsen*, és így a mit az eredmény egy fogalmában azzal, a mi azt mutatja, hány egység *van*, ellenmondás nélkül összekötni akarni sem lehet, látnivaló, feleletet nem adhat, ez az eredmény létesen számlált egységeinek mennyiségére befolyással nem lehet; és így czéljegyestül együtt szükségképen el kell maradnia. Innen van az, hogy mikor a *létesen számlált* egységekből álló kifejezésekben *nullra* van szükségünk, pl. ha az $5e-x=2e$ (tulajdonképen, az $e=1$ esetet kivéve, $5e-xe=2e$) egyenletet így alakítjuk: $5e-2e-x=0$, e helyett $5e-2e-xe=0e$: ilyenkor a nullnak se czéljegyére, sem egységére nem ügyelve, elég csak maga a *számláló null*, vagy 0, mely alatt tudjuk, akármely egységet érthetünk, mivel ezzel is csak oda jutunk**).

---

*) Tudjuk, hogy az *egység* a növés, fogyás, szóval a nagyság tekintetében *változatlan*; s csak is így lehet az *a mértéknek* mindenkor hűséges *képviselője*.

**) Ezen egyetlen értelemben mondhatjuk tehát, a mi eddig minden kivétel nélkül axiomaként állítatott fel a mértanban, hogy *minden null csak* $=0$ (A fels. mért. val. alapelvei stb. 123. l.). Minden más esetben, valamint azon állítás, hogy minden null egyenlő egymással, azon képtelenséget teszi fel, hogy minden mérték, vagy egy-

*2-szor* : $-5e+2e=+5(-e)-2(-e)=(5-2)(-e)=$ $=+3(-e)=-3e$: mikor t. i. az előbbi esettel ellenkezőleg a *C*-től az *A'* felé, a *B'*-ig mérünk 5 egységet, s innen fordulunk vissza, és mérünk az ellenkező irányban 2 egységet. A mivel, látnivaló ismét egyre megy az, ha a *C* től az *A* felé mérünk elébb 2 egységet a *G*-ig, s innen az ellenkező irányban 5 egységet a *H*-ig, a midőn lesz: $2e-5e=+2(+e)-5(+e)$ $=(2-5)(+e)=-3(+e)=-3e$; s ezek kettős kifejezése: $-5e+2e=2e-5e=\pm5(\mp e)\mp2(\mp e)=\pm3(\mp e)=-3e$; melyhez itt több mondani valónk nincsen. Mert ha az egység valamely *null*, pl. $0e$: ez már nem egyéb, mint *különös* eset, mely egészen az elmondottak szerint alakul, pl. ezen utóbbi esetben lesz:

$$-5(0e)+2(0e)=\pm5(\mp0e)\mp2(\mp0e)=(\pm5\mp2)(\pm0e)=$$
$$=\pm3(\mp0e)\pm0(\mp0e)=-3(0e)-0(0e)=-3(0e);$$ s a $-3(0e)$ itt is csak azt teszi, hogy a $0e$ megvan *—3-szor*; a $-0(0e)=-0^2e$ pedig azt jelenti, hogy ugyanazon *0e egyszer sincsen* meg, és így az előbbivel nem egyesülhet, hanem a mellett elmarad.

*3-szor* : $\pm5e\mp5e=5(\pm e)-5(\pm e)=(5-5)(\pm e)=$ $=0(\pm e)=\pm0e$; épen így $\pm5(0e)\mp5(0e)=(5-5)(\pm0e)=$ $=0(\pm0e)=\pm0.0e=\pm0^2e$ stb*). Azaz, ha az 5 egység nagy-

---

ség, 1 öl, 1 mértföld, 1 ft, 1 tallér, 1 birka, 1 ember egyenlő egymással: úgy azon állítás is, hogy akárhány nullt számláluuk össze, mint egységeket, ezek száma mindig csak *egy null*, azaz 0, még akkor is, midőn pusztán csak ezek száma forog kérdésben, látnivaló csak olyan, mintha mikor halottnak harangoznak, e kérdésre: *ki halt meg?* mindig csak ezt felelnök: *meghalt!* mértani értelemben pedig, mivel az $1.0=2.0=3.0=$ stb. egyenletből ez jő ki $1=2=3=$ stb., nem egyéb, mint az ellenmondások végtelen sora. Hiszen ha csupa *chimaera* volna is a *null*: még ekkor is csak oly képtelenség lenne mértani értelemben azt állítani, hogy $2.0=3.0$, mint azon állítás, hogy *2 chimaera =3 chimaera*, vagy *2 fr. =3 fr.* stb. De mivel a mathematikusok a *null* értelmével is, mint elemi fogalommal, keveset gondoltak, és így a homályos fogalom a zavart el nem oszlathatta: tehát, mint más hasonló esetekben, beérték azzal, ha ezen nagyon is komoly képtelenségen, magyarázat helyett, egy jól hangzó észrevétellel adhattak túl, t. i. hogy ezen absurdumok csak amolyan „arithmetische Spielereien, mit Nullen!"

*) Itt már azon önként értett igazságnak, hogy *a mi egészen*

ságának végétől az ellenkező irányban, de a közös kiindulás határáig mérünk és számlálunk: látnivaló, hogy ily módon épen azon egységek száma fogyott el, a mely volt, s az eredmény csak az, mintha a mérés és számlálás ki sem indult volna, t. i. *egység egy sincsen*, azaz *0e* van. Úgyde ez az eredmény a közös kiindulás határában mind a két ellenkező oldalról összeesik. Következésképen itt a *0 egységnek* természetes jegye a $\pm$ jegy, s az ilyen *$\pm$0-szor számlált egység* a kiindulás közös határától a két egyenesen ellenkező irányban mérésből származó, és *létesen* számlált egységek sorában mindenkor közbül áll, még akkor is, mikor a számlált egység valamely *null;* és jelentése itt épen abban áll, hogy ott a hol ő áll semmiféle létesen számlált egység sem a tételes sem az eredmények oldaláról még, vagy már *egy sincsen.* Miből önként következik, hogy bár mily egységet képzeljünk az *e* helyén, a *létesen* számlálásból származó *tételes*, és *ellenes* számok *természetes sora* a kiindulás közös pontjában álló $\pm 0e$ két oldalán az egyenesen ellenkező irányokban fekszik ekképen:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $\ldots -3e,$ | $-2e,$ | $-e,$ | $\pm 0e,$ | $+e,$ | $+2e,$ | $\ldots$ |
| *s ha az egység* | $=1$, lesz | $\ldots -3,$ | $-2,$ | $-1,$ | $\pm 0,$ | $+1,$ | $+2,$ | $\ldots$ |
| | $=0e$ „ | $\ldots -3.0e,$ | $-2.0e,$ | $-0e,$ | $\pm 0^2e,$ | $+0e,$ | $+2.0e,$ | $\ldots$ |
| | $=0$ „ | $\ldots -3.0,$ | $-2.0,$ | $-0,$ | $\pm 0^2,$ | $+0,$ | $+2.0,$ | $\ldots$ |
| | $=0^2e$ „ | $\ldots -3.0^2e,$ | $-2.0^2e,$ | $-0^2e,$ | $\pm 0^3e,$ | $+0^2e$ | $+2.0^2e,$ | $\ldots$ |
| | $=0^2$ „ | $\ldots -3.0^2,$ | $-2.0^2,$ | $-0^2,$ | $\pm 0^3,$ | $+0^2,$ | $+2.0^2,$ | $\ldots$ |

és így tovább kimeríthetlenül. De következik továbbá, hogy ez a $\pm 0e$ itt középen a két oldalról való *fogyás folytatása* nem lehet, s a mennyiség, egyik oldalról az ellenkezőre, *előbbi*

---

*elfogy, az egyszer sincsen meg,* mértani értelme is szépen kitünik. Mert itt mindenkor az egység számának, azaz a számláló számnak fogyása jelentvén a nagyság fogyását, a számlálónak pedig az egység nagysági természetére gondja nem levén: látnivaló, hogy ha az egység száma *egészen elfogyott,* ez az eredményben az *egyszer sincsen meg* azaz *0-szor van meg* értelmében fejeztetik ki. Pl. valamint az $e-e=1-1)e=0e$: úgy a $0e-0e=(1-1)0e=0.0e=0^2e$; a $0^2-0^2=(1-1)0^2=0^3$; $m0^n-m0^n=0.0^n=0^{n+1}$, ha t. i. $m$ számláló; ha pedig $m0^n$ az egység, úgy $m0^n-m0^n=m0^{n+1}$, s ilyenkor jobb is így írni: $0^nm-0^nm=0^{n+1}m$, stb.

*sajátságaival* át nem mehet; mert ezek azt tennék fel, hogy az ellenkezők, létel, nem létel, tételes, ellenes, növés, fogyás stb. egymással egytermészetüek, együtt megférhetnek, egymás folytatásai lehetnek stb.; a mi képtelenség. Sőt inkább: az egyik irányban, vagy oldalon való *növés* ellenkezője, az ellenkező irányban, vagy oldalon nem lehet egyéb, mint *ellenkező növés*, azaz *az ellenkező oldalon fogyás;* és megforditva a *fogyás* ellenkezője nem egyéb, mint *az ellenkező oldalon növés**). *Határa* sem lehet pedig a $\pm 0e$, a tőle két ellenkező irányban származó számoknak, vagy átalában akármely *null* azon számoknak, melyek hozzá képest *nem nullok*. Mert határai itt csak a nagyságnak vannak; s a szám nem egyéb, mint épen e határok közötti *mértani határozottság* fogalma; és így minden szám mintegy maga magának a határa, azaz más határra szüksége nincsen. Végre a felett sem tünődünk többé, mikép feküsznek a számok mintegy eredeti bölcsőikben? bizonyos rendben-e egymás mellett, alatt, vagy felett egyenesen, karikában, gömbalakban stb.; vagy rend nélkül összevissza; vagy épen valami titokszerü, oldalagozó stb. helyzetben?

*) Hogy a $\pm 0e$ *felé közeledve növés* nem egyéb, mint azon ellenmondás, hogy *valami úgy nő, ha fogy:* ezt említeni is felesleges volna, ha néhol hallgatva, másutt, pl. *Ohm* müveiben (Die reine elem. Math. Berl. 1844. 69. l.) határozottan kimondva mai napig fenn nem állana azon tan, hogy *az ellenes számok a 0 felé nőnek,* úgy hogy pl. a $-3 < -2 < -1 < 0$; s mindazáltal ezek sem egymás mellől, sem a tételes számok mellől el nem hagyatnak, mint a 0, holott ezt *még a 0-nál is kisebb számokkal még inkább* kellene tehetni. — Azonban ha meggondoljuk, hogy e jeles mértudóst is ezen, s más hasonló állitására, pl. hogy *a 0-al osztani soha sem szabad stb.* a tudomány rendszerének keresése vezette, de a mi neki is, másokkal együtt azért nem sikerülhetett, mert a meglevőből, t. i. a számviszonyokból (relationes arithmeticae) indult ki azon alapfogalmak értelmezéséhez, melyekből a számviszonyok értelmének, s az egész rendszernek folynia kell: valóban a mily természeteseknek találjuk ezen tévedéseit, szintoly tisztelettel kell róla is a tudomány történelmében feljegyeznünk, hogy a mathesist, melyet oly sokan *nenyulj hozzámként* szeretnek tekinteni, nem csak oly állapotban lévőnek nem tartotta, a milyenben annak a logikai fejlés törvénye szerint lennie kellene, hanem meggyőződését egy hosszu életen keresztül a feladat megfejtésére irányzott nemes küzdelemmel, s ennek számos kötetekre terjedő tanulságos eredményével is igazolta.

Mert ha az egység *kiméréseben* a mérés *iránya*, s a számlálás ezen irányon, mulhatlan: úgy ezek eredményeit a számokat is csak e fogalmak szerint, egymásután, *sorban* kell képzelnünk. Igaz, hogy ez nem csak egyenesen, hanem pl. körben is lehető. De ki választaná a görbe útat az egyenes mellett ott, a hol mindenben egyenesen törekszik czélhoz jutni?

Ezek szerint az *eredeti mérés és számlálás* kifejtett értelmét következő törvényalkatokba, vagy formulákba vonhatjuk össze:

$$\pm 2e \pm e = +2(\pm e) + 1(\pm e) = +3(\pm e) = \pm 3e \,\ldots\ldots\ldots\, \mathrm{I}$$

$$+5e - 2e = \pm 5(\pm e) \mp 2(\pm e) = \pm 3(\pm e) = +3e \,\ldots\, (1$$

$$-5e + 2e = \pm 5(\mp e) \mp 2(\mp e) = \pm 3(\mp e) = -3e \,\ldots\, (2 \qquad \mathrm{II}$$

$$\pm 5e \mp 2e = +3(\pm e) = \pm 3(+e) = -3(\mp e) = \mp 3(-e) = \pm 3e \,..\, (1.2$$

$$\pm 5e \mp 5e = +5(\pm e) - 5(\pm e) = +0(\pm e) = \pm 0e \,\ldots\, (3$$

Az I. alatti eset nem egyéb, mint a *tételes*, vagy *ellenes* eredményekbeni *tiszta növés* teljesen kimerített *különös* esete, a mely *összeadásnak* neveztetik. Ennek ellenkezője, t. i. a *tiszta fogyás* esete, mely *kivonásnak* mondatik, a II. alatt áll azon különös megszorítással, hogy a fogyasztó mindenkor csak azt fogyaszthatja, a mi növés által származott, vagyis a mi van; és így két esete lehető, ú. m. vagy *van maradék* az egységek azon számából, mely a fogyás előtt megvolt, vagy *nincsen*. Első esetben az eredmény azon maradék, *a mi van*; és így e mellől az a mi *elfogyott*, (0e), elhagyatik. Ez az eset a II. 1.2) alatt foglaltatik be azon megszorítással, hogy a kisebb menynyiség vétetik fogyasztónak, vagy *kivonandónak*, s a nagyobbik fogyasztandónak, vagy *kevesbítendőnek*. Második esetben az eredmény a *0e*; mert ha a nagyságban maradék nincsen is, de van a meghatározás, a mennyiség fogalmában, s ez a *0e*. Ezen esetet a II. 3) meríti ki.

Minden egyéb a mi a II. alatt czeken kivül befoglaltatik, egészen átalános, és így az összeadásra, s kivonásra is egyaránt szól *). Nevezetesen tudjuk már, hogy ezen elvek

*) Ez az oka, hogy itt mind azon zavartól, mely onnan származott, hogy a $+, -$ jegyek két különböző fogalom, úgy mint az

szerint minden számot úgy tekintünk, mint a két ellenkező számláló erő nagysága közötti különbséget az egységből, mint anyagból, s a számlálóból alkotva, s czélunkra nézve elnevezve; s ez az *átalános különbség*, $\pm\delta e$, értelme, mely szerint a két ellenkező erőt ismét eredményeikként számokban fejezvén ki, látnivaló, hogy akármely számot, $\pm\delta e$, kimeríthetlen sokféleképen, $\pm\delta e = \pm me \mp ne$, lehet *másmás két szám különbségeül* tekintenünk. S ez az, a mit az eseti fejlés ily alakban: $me \dot{-} ne$, *arithmetica rationak* nevezett, holott itt a *rationak*, mikép mindjárt meglátjuk, semmi nyoma; a honnan aztán az $me \dot{-} ne = pe \dot{-} qe$ sem lehet *arithmetica proportio*, vagy ugyanazon arithm. ratiók egyenlete, hanem csak *ugyanazon különbségek egyenlete*, mely, miután benne a mennyiség ugyanaz, s a származás különböző, csak oly határozó egyenlet, $\pm me \mp ne = \pm pe \mp qe$, mint a többi; azaz, mivel az egyenlet mindenik kifejezése $= \pm\delta e$, tehát a három elem közül kettőből a harmadikat mindenkor meghatározhatjuk; s e törvény a czéljegyekre nézve is átalános, mivel a $\pm 3e = + 3(\pm e) =$

összedás és kivonás, meg a positivum és negativum jegyeinek tartattak, örökre megmenekülünk; mivel a $+, -$ többé nem az összeadás, kivonás jegyei, hanem megfordítva, az összeadás kivonás oly számviszonyok, melyek feladatai, mint különös esetek, a czélellenkezőség elve szerint fejtetnek meg. De különben is látnivaló, hogy a $-2e - e = -3e$ is csak oly összeadás, mint a $+2e + e = +3e$; s a $-5e + 2e = -3e$ is csak oly kivonás, mint a $+5e - 2e = +3e$; és nem tünődünk azon, ki kell-e rakva lenni a 2 tallérnak az 5 tallér mellé, hogy ebből 3 tallér legyen; vagy mikép semmíti meg egyik szám a másikat, holott a mértannak a *semmivé* lételre semmi gondja? Sőt inkább benne minden szám, a $+5e$ szintúgy mint a $-2e$, ugyanazon elv szerinti eredmény, és így *factum, quod infectum fieri nequit.* Továbbá mikor a kivonandó jegyét ellenkezőre változtatjuk, nem kell azt mondanunk, hogy ily jegygyel a kevesbítendőhöz *adjuk*, akkor is, ha ezek *egyenesen ellenkezők;* a mi azt tette fel, hogy az ellenkezők is egyesülhetnek; és így önként következett, hogy az ellenkezőket egymásból is ki lehet vonni. A midőn az összeadás eredménye néha kevesbülés, a kivonásé többülés lévén, e csodák kimagyarázására, hogy a zavar még nagyobb legyen, oly fogalmakat vettek fel, hallgatva *egyenesen ellenkezőknek, a mik nem azok*, t. i. a *vagyont* az *adóssággal*, a *nyereséget* a *veszteséggel;* holott a vagyont nem csak adósság, hanem pazarlás, rablás stb., az adósságot nem csak vagyon, hanem elengedés, ledolgozás, kijátszás stb. is elenyészti; a nyereség,

$=\pm 3(+e)$ *) épen azt teszi, hogy az egység, számláló, és eredmény közül két elem czéljegye a harmadikét is meghatározza, nevezetesen *két elem eggféle czéljegye a harmadik elem tételes czéljegyére*, a $\pm 3e = -3(\mp e) = \mp 3(-e)$ pedig azt fejezi ki, hogy *két elem különbféle czéljegye a harmadik elem ellenes czéljegyére vezet.* Hogy pedig oly átalános meghatározásra, mint a fentebbi *különbség*, sem az összeadás, sem a kivonás nem képes: ez kitünik abból, hogy ha ahoz növés kell, úgy a kivonás, ha fogyás kell, úgy az összeadás, ha pedig az ellenkező oldalra átmenet kell, úgy egyik sem tehet semmit.

És itt azon szilárd ut, melyen eddig alkalmasint egyenesen haladtunk, véget érne, ha az egység, mely számláltatik, csak *eredeti egység*, pl. *1 öl*, *1 fr*, *1 percz* stb. lehetne. De mivel az $e$ mindenféle szám lehet: tehát előbbi utunk tovább vezet, sőt azon most már gyorsabban is haladhatunk. Ugyanis:

Az előbbiekben kifejtett eredeti mérés és számlálás csak a mérés eredeti irányán, és csak úgy vezet végső meghatározáshoz, ha az egység $=$ *egy*, már akármi, pl. *forint*, *öl* stb. De legyen csak egészen egyszerü, például az $e=2f$, s ezt számláljuk így: $2(2f)$, $3(2f)$, $4(2f)$ stb. látnivaló, hogy ismét ama kérdés áll előnkbe: *mennyi, és miképen annyi a nagyság?* Söt itt a logika ujra már előre bele szól, s azt mondja, hogy ezen esetben *kettőnél több, és akárhány számláló* összejöhet. Mert pl. a $2f$ már maga is $=2.1f$; a $2(2.1f)$, $3(2.1f)$ stb. pedig újra lehet egység, és számláltathatik pl. így $2(2.2.1f)$,

---

veszteség pedig csak úgy lennének egyenesen ellenkezők, ha amott mindig csak bevennénk, és soha ki nem adnánk, és emitt mindig csak kiadnánk, és soha be nem vennénk, a milyen iparüzlet aligha van a természetben. Így kerekedett ama tan a mathesisben, hogy ha pl. zsebemben 5 fr. van, s ebből valaki kivon 95 fr. adósságot, a mi legyen bár mi, de az 5 fr.-ban benne kell lennie, mert különben miképp veszi ki abból?: úgy, csak meg tudjam jól számlálni, többé nem 5 frtom, hanem 100 frtom van. És csoda-e ha ekképen a legegyszerübb igazságok tudománya legnépszerütlenebbé lett mind az életben, mind az iskolában, a mit pedig eredetileg épen a mathesis alkotott?

*) A fentebbi II. (1 2. alatt.

$3(2.2.1f)$ stb. És itt ismét azonnal észreveszi, hogy az ily összejött számlálók *vagy különbözők*, *vagy nem;* és így ezen utóbbi esetben a nemkülönböző, azaz *egyenlő* számlálókat, *mint számokat*, ujra összeszámlálhatván, az ezen számlálásból kifejlő *uj jelentésü számlálót* szintúgy kifejezhetjük a számlált szám mellett, pl. ennek *felibe irva jobb felől*, mikép az eddigi számlálót az egység elibe irás által kifejeztük; a midőn pl. a $2.2.1f$ lesz $=2^2.1f$, a $2.2.2.1f=2^3.1$ stb. De szerencsére több ily eredeti észrevétele aztán a logikának sincsen, s itt jutottunk el a mai mértan alapjának végpontjához, melyen túl annak alkotmánya, bár mily magasra emelkedett is az ezen alap felett, tovább nem terjed. Mert e két új eset az, mely az eredeti méréstől és számlálástól való eltérések *minden számviszonyát* kimeríti, s viszont a végső meghatározáshoz, mint végczélunkhoz is ezeken, mint lépcsőkön, kell a tudomány bár mily felsőbb részeiből alászállanunk. Miben áll tehát e számviszonyok alapfogalma, s az egészszeli összefüggése?

Azt látjuk, hogy pl. a $2.2f=2f+2f=(2+2)f=4f$; és így a $2^2.1f$. is $=4f$; azaz a végeredmény az eredeti számlálás eredménye. De mi lenne kiállhatlanabb munka, mint az ily eredménynek ezen gyermekes visszafutkosással keresése, ha ahoz a származásában rejlő törvényszerüség utján egy két határozott férfias lépéssel is eljuthatunk? Vegyük elő tehát e származást. Bizonyos, hogy itt átalán véve az egység már maga is számlálás eredménye; és így ennek valahányszor vételében az eddigi egyszerü növés *többszörös összetétel* utján történik; s ezen *összetétel* az, a mi az uj számviszonyok eltérési elvét képezi. Úgyde az *összetét* ellenkezője a *szétbontás;* mert ha a kettő együtt egyenlően hat, ez csak olyan, mintha egyik sem hatott volna; mivel az egységet valahányszor öszszetenni, s ugyanannyiszor szétbontani, annyi, mint úgy a mint volt, azaz *1-szer* venni. És itt van a nagy különbség a fogyás és szétbontás között. A fogyás fogalmával a *végkép elfogyás*, vagyis annak a mi volt, már *nem létele*, együtt jár. Ellenben *meglevőt meg nem levőre szétbontani* lehetetlen; mert azt teszi fel, hogy a rész nem oly természetü, mint az egész, azaz, az egésznek része, annak nem része; a mi ellenmondás.

Az *összetétel* esete tehát itt, mely *létesen* véve mindenkor többülés, ha nem tekint arra: egyenlők-e a számlálók, vagy nem, az úgynevezett *szorzás* esete *); a *szétbontás* megfelelő esete pedig, mely *létesen*, s magában hatván, mindenkor kevesbít, az úgy nevezett *osztás.*

A *szorzás* számviszonya mindenkor csak egy értelmü. Mert az egységnek, mint *szorzandónak* valahányszor *létesen* vétele ezen egységgel kétségtelenül egy természetü eredményt ad; de avagy nem épen ily egytermészetü-e a *nem-létes* eredmény is a *nem-létesen* vételhez, és az egységhez képest, midőn pl. a *3* □ *öl* nem-létesen vétele a *3 fr.* nem-létesen vételét nem jelentheti; mivel az anyag itt is az egység, mint szorzandó, s a munkások, melyek az eredményt készitik, *összeteszik*, itt is a számlálók, melyek épen ezért *tényezőknek* (factores), helyesen neveztetnek, mert a *tényt* (factum) egyaránt alkotják; csak hogy, miután egyszerre itt is csak két fogalommal foglalkozhatunk, tehát közülök *szorzónak* az neveztetik, a mely épen müködik. A honnan pl. az 5.2.3□ öl =5(2.3□ öl)= =2(5.3 □ öl)=3(5.2□ öl); vagy 0.3□ öl =0(3□ öl)= 3(0□ öl) stb.

De már az *osztásnak* természettel *két különböző* értelme van. Mert a *szétbontani valóhoz* (mely az osztásban mindenkor összetétel *kész* vagy *adott* eredményének tekintetik, mert különben mit osztanánk?) mint *osztandóhoz* vagy a *számláló* van kiadva, mint *osztó*, és kerestetik az *egység*, melyből a kiadott számláló az osztandót, mint szorzatot alkotta; vagy az

---

*) A mi itt a *mérés* fogalmát illeti: tegyük fel, hogy *területet* akarunk mérni. Ez csak úgy lehető, ha *területmértékkel* mérünk, s az ebből származó egységeket számláljuk. Mert azon tan, hogy vonalat vonalszor veszünk, pl. egy egyközény magasságát talpával szorozzuk, értelmetlen beszéd; ha pedig a magasság mennyiségét veszszük valahányszor, ebből, s átalában vonalból, tudjuk, terület soha sem lesz. Úgy kell tehát képzelnünk, miutha az említett magasságban a területmérték volna valahányszor lemérve és ebből lenne pl *3* □ *öl* egység, melyet a talp hosszának számláló számával, pl. ha *5 öl* lenne, az 5-tel számlálunk, így: *5.3* □ *öl.* A mi látnivaló, a fentebbiekkel teljesen öszhangzik, s ezért itt felesleges is a mérést mindenütt emlegetnünk.

*egység* van kiadva, és kerestetik az előbbi értelemben vett *számláló*, mint *eredmény*.

Első esetben az osztás eredménye a *hányados* egység-vagy rész, mely *az osztandóval egytermészetü*, mert ennek valahányados része; a számláló pedig, mint *osztó*, itt is *cselekvő*, csak hogy ellenkezőleg dolgozik; mert itt szétbontja azt, a mit a szorzásnál összerakott, s ily értelemben az mint *szétté-tényező*, valóságos *ellenkező* tényező. Például, mivel tudjuk, hogy a $\pm 6e = +3(\pm 2e) = -3(\mp 2e)$, s ebben a $\pm 6e$ szorzathoz, és a $+3, -3$ szorzóhoz több eset nincsen: tehát a $\frac{\pm 6e}{+3}$ osztás kifejezésében a $+3$ *osztó* czéljegye, és valahány volta ezt kérdezi: melyik azon egység, melyből a maga czéljával egyezőleg, azaz mint olyanból 3-szor véve, a $\pm 6e$ előállott? Megfejtés: bontsd szét a $\pm 6e$ osztandót, mint olyant, azaz czéljegyét meghagyva,, 3 egyenlő részre, mint egységre, s ezek akármelyike lesz a keresett *hányados* $= \pm 2e$. Hasonlóképen a $\frac{\pm 6e}{-3}$ osztásban a $-3$ kérdése ez: melyik azon egység, mely nem mint olyan, hanem épen ellenkezője, 3-szor véve $= \pm 6e$? Megfejtés: bontsd szét a $\pm 6e$-t, de nem mint olyant, hanem ellenkezőjét, $-1(\pm 6e)$, 3 egyenlő egységre, s lesz a hányados $-1(\pm 2e) = \mp 2e$. És látjuk, hogy az osztandó a hányadossal mind két esetben egytermészetü. Mert az utóbbi esetben is, mihelyt az osztandó czéljának természete forog kérdésben, azonnal át kell abba vinnünk az osztó czéljegyének hatását; mivel az osztandó ez esetben az osztó művének tekintetik. Így pedig a $\frac{-1(\pm 6e)}{3} = -1(\pm 2e)$, vagy $\frac{\mp 6e}{3} = \mp 2e$ egyenletből az említett egytermészetüség puszta szemmel látható. Hogy ezt csak a megfejtés mutatja ki, az természetes; mert ha a feladatban minden ki volna fejezve a mit keresünk, úgy a megfejtés is ki volna fejezve; és így a megfejtésre szükség sem lenne.

Második esetben az osztás eredménye, mikép említettük, nem egyéb, mint az osztandóban rejlő azon számláló, mely kimutatja, *hány-szorta* (quot ratis), és *miképen* annyi a *mért nagyságnak* vett osztandó, mint a *mértékképviselő* egység, vagy: *hány-szor* van meg az osztandóban ezen egység, mely szintén osztónak neveztetik, de helytelenül; mert itt is mindenképen a számláló a *cselekvő*, s ezen egység *szenvedő* anyag, mely mint mérték is csak *vétetik*, és vele vagy hozzá méretik az osztandó. Az osztandó tehát már ez esetben mindenkor az *osztóval egytermészetü*; pl. $\frac{\pm 6e}{\pm 2e} = +3$, azaz a $\pm 6e$, a $\pm 2e$-nek egyezőleg $(+)$, vagy mint olyannak *3-szorosa*, s a $\pm 2e$, a $\pm 6e$-ben mint olyanban van meg *3-szor*; a $\frac{\pm 6e}{\mp 2e} = -3$ pedig ezt teszi: a $\pm 6e$, a $\mp 2e$-nek, nem mint olyannak, hanem ellenkezőjének *3-szorosa*, vagy a $\mp 2e$, a $\pm 6e$-ben, nem mint olyanban, hanem ellenkezőjében van meg *3-szor*; és így az egytermészetüséget ez utóbbi esetben is a megfejtés fejezi ki, ekképen: $\frac{\pm 6e}{-1(\pm 2e)} = -1\left(\frac{\pm 6e}{\pm 2e}\right) = -3$; vagy: $\frac{-1(\mp 6e)}{\mp 2e} = -1\left(\frac{\mp 6e}{\mp 2e}\right) = -3$. — Az osztás eredményének ezen második értelme tehát a *mértani szer* (ratio mathematica), mely néhol eddig is *szermutatónak* (exponens rationis) neveztetett. Hogy a fentebbi *hányados szer* nem lehet: ezt könnyü átlátni; pl. a $\frac{6f}{3} = 2f$ egyenletben nem mondhatjuk, hogy a $6f$, *$2f$-szorta* annyi, mint a 3, vagy a 3, *$2f$-szor* van meg a $6f$-ban, mert a $2f$ nem számláló, és így *szer* sem lehet, *szor-szert* nem jelenthet, a 3 pedig nem forint.

Ezt a *szert*, így irva: $2e \div 6e$, az eseti fejlés *geometrica rationak* nevezte, s belőle önálló tanágat alkotott, az úgynevezett *geometrica ratiók* és *proportiók* tanát; holott a ratio, vagy szer nem egyéb, mint az osztás eredményének épen oly mulhatlan esete, mint a hányados. Az pedig önként következik, hogy a proportio, vagy *egyenlő szerek* osztási kifejezéseinek egyenlete, tehát ha tetszik, az *egyenszer* csak oly határozó egyenlet, mint a többi; mivel benne a származás különböző; s a mennyiség, t. i. a *szer* ugyanaz, pl. a $\frac{6e}{2e} = \frac{9e}{3e} = \frac{15e}{5e} = \ldots = 3$;

mert ha az *osztandóhoz*, és *osztóhoz ugyanazon számláló* járul, ennek, mint amott *össztényzőnek*, emitt pedig *széttényzőnek**) a *szer* mennyiségére befolyása nincsen. Sőt mivel a szer *valahányszor* vevő értelmének az egységre semmi gondja, s czéljegye is csak czéljegyére szól az egységnek: tehát ugyanazon szernek kimeríthetlen sok, és *bármily anyagu* osztás megfelelhet, pl. $\frac{6f}{2f}=\frac{9℔}{3℔}=\frac{12\,\text{öl}}{4\,\text{öl}}=\ldots=3$; s ez az oka, hogy míg a fentebb említett *átalános különbség* csak *egyféle* egységhez van kötve, mert azt mondani, hogy pl. $5f-2f=7$ öl$-4$ öl, azaz $3f=3$ öl, képtelenség lenne, addig az ugyanazon szerek egyenlete *átalános meghatározásra* képes. Nevezetesen az ily egyenletben, $\frac{6f}{2f}=\frac{9℔}{3℔}$, az egyik osztás kifejezése a *szer*, pl. itt a 3 helyett állván: ebből s a másik kifejezésből, pl. $\frac{6f}{2f}=3$, a három elem, t. t. az egység, számláló, és az eredmény közül kettő a harmadikat mindenkor megha-

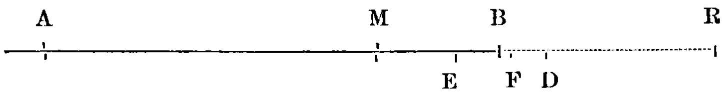
*) Az *össztényző*, s ennek ellenkezője, a *széttényző* (coëfficiens, dis-efficiens, t. i. ha ily latin szó is volna) ekképen nem *müszók* lennének, a milyen pl. az egyoldalu szorzó, és osztó, hanem lennének magának a *fogalomnak természetes nevei*. S ha már a „*magyar müszók*" ügyéből csakugyan „*kérdést*" csinálunk a mathesisben: bátorkodom úgy vélekedni, hogy aligha nem ez lesz azon irány, mely kimutatja, merre kell e kérdéshez a feleletet keresnünk. Mert hiszen tudva van, mi az oka, hogy épen a mathesis terminologiája (már maga a *mathesis, geometria, algebra, arithmetica et geometrica ratio et proportio, infinite magnum, functio, transcendens, differentiale, integrale, etc. etc.*) az, mely a dolog természetétől oly távol jár; néha különböző fogalomra azon egy, máskor ugyanazon fogalomra különböző szókból s kifejezésekből alakult; a honnan aligha is okoztak tudományban a müszók több zavart, mint a mathesisben, s a mathesisben alig okozott valami annyit, mint a müszók; tudjuk, mondom, hogy ennek oka az, hogy e tudomány törvényei egymást *a posteriori* is igazolhatják, s ennélfogva abban a fogalmak *a priori* tisztogatása, s tisztasága természettel mellőztetett; következésképen a nem ismert homályos fogalomnak *valódi* nevére még csak gondolni sem lehetett. Már most szintoly természetes, hogy ha a homályos fogalomnak ily homályos neve helyett más nyelven uj nevet adunk, minthogy ez is csak homályos lehet, ez által csak a homályt szaporítjuk; pl. mikor az ily müszókat *lefordítjuk*, s az exponenst *kitevőnek*, a transcendenst

tározza; s a különbség csak az, hogy mikor a szer helyett az ismert elemü osztás áll az egyenletben, olyankor három elemből határozzuk meg a negyediket. Végre azon törvények, vagy szabályok, melyek szerint a feladatból az egyenszereket alkotjuk, a többi határozó egyenletek szerkesztésére nézve is az egész mértanban ugyanazok. Abból tehát, hogy a tudomány ezen elemi dolgok körül is az alapfogalmak kitisztulását megelőzve, mit a *geometrica* elnevezés igazol, kezdetben csak egyes darabokból állíttatott össze: nem következik, hogy ezeket, ugyanazon dolognak másmás nevek alatt ismét-

*átmenőnek*, *túllépőnek*, a numerus primust *előszámnak* stb. nevezzük, látnivaló, hogy e fogalmakon az eredeti név homálya rajta marad, az uj név homálya pedig uj homály lesz azokon. A mathematikai ősi műszóknak tehát a mai nyelvekre átforgatása sem a tudomány, sem a nyelv szempontjából a czélnak meg nem felel, s a cultura nyelvei, tudjuk, nem is sokat törődnek azzal; és mit érne vele anyanyelvünk is, ha egynehány idegen rosz műszó helyett, ugyanannyi saját rosz műszóval szaporodnék? De még roszabb ennél az (mert a valódi tudomány a nyelvet nem rontja, hanem tökélyesbíti), ha az ily műszók rontva csináltak, mint pl. a calculus=*hánylás*, hyperbola=*mentelék*, Bedingungsgleichung=*feltételeti egyenlet* stb. stb.; mivel ha ezekhez a tudomány idegen műkifejezéseinek szószerinti fordítása is hozzá járul, a mi oly kevés mathematikai magyar müveink közül oly soknak jelleme, valóban nem csoda, ha a nem egészen avatott ily könyvet olvasván, vagy azt kell hinnie, hogy „a magyar nyelv az exact tudományokra" csakugyan „nem alkalmazható", vagy azt, hogy a mathesis oly merev tudomány, melynek előadásában még annyira hajlékony nyelvünket is összevissza kell törnünk. — A kérdés megfejtése tehát az, hogy *tisztázzuk ki a tudomány fogalmait;* mert ha van tudomány, a mathesis az, melyben nincs eset, hogy véletlenül bukkanjunk uj elemre, erőnyilvánulásra, mint a vegytanban, physikában stb., s azt kelljen kérdeznünk, *mi az?* s *minek nevezzük el?* Az ő kérdései a *mennyi?* s *miképen annyi?* melyekre a felelet nem csak nem valami rejtélyes hypothesisből, de söt mindenki által önként értett igazságból, melynek értelme és neve maga ezen igazság, indul ki, s a következtetések folyamát a nyelv el sem is hagyhatja. Így aztán az egész mértanban alig marad tíz tizenkét *műszó*, s a többi a fogalomnak, s a következtetésnek jóféle magyar neve lesz; mert hogy pl. az *alak*, *állandó*, *azonos*, *fogyás*, *határ*, *határozatlan* stb. szók is műszók legyenek, mikép némelyek vélik, erre nézve vagy azt kellene megmutatni, hogy e szók a mathesisben nem a magok közönséges értelmében vétetnek, vagy hogy ily értelmökben e tudomány küszöbén átlépléséval örökre külön tanágaknak, s pl. rationak, *szernek* tartsuk a *különbséget*, a mi nem az.

De hát a *törtszám* micsoda? Nem egyéb, mint a *szorzás és osztás egyesülése*. Mert tegyük fel, hogy valamely egyenes hossznagyság mérésénél felmarad az *MB* darab (4. Kép.), mely már kisebb, mint a mérték, és így egység nagysága, *MR*, melylyel a többit mértük, s kifejeztük: tudni való, hogy ehez

4. Kép.




más mértéket elő nem veszünk; mert így meg a többi nem lenne megmérve. Ámde az *MR* mérték szerint az *MB* nagyságot meghatároznunk, azaz számfogalomban kifejeznünk csak úgy lehet, mint azon *egységnek pl. 1 ölnek részét*, mely e mértékkel kiméretik. Kérdés tehát: mikép esik ez meg? Felelet: az *egész egységet* oly *valahány egyenlő részre* osztjuk, s ez a tiszta osztás, a milyenből *egy rész valahányszor számlálva* vagy szorozva, *annyi, mint az MB nagyság mennyisége*; s így, látnivaló, e nagyság is csupa *határozott számfogalomban* van kifejezve.

---

niök nem szabad, míg erre a műszók sorozatába igtatás által fel nem avattatnak. Sőt több az, hogy ha ekképen az egész mértan ily természetes műnyelvbe lenne foglalva, úgy annak műkifejezései sem lehetvén egyebek, mint magok a dolgok értelmének tiszta tükrei; s azon czél is, t. i. a *rövidség*, mely a hibás műszók s műkifejezések egyedüli alapos mentsége, ily módon a dolog közvetlen értelme által éretvén el, ezek együtt alkotnák azon nyereményt, melynél tovább az okszerűség kívánalma se mehetne; de ez lenne azon biztos ut is, melyen e tudományban korunkat utólérhetnők; míg ellenben ha azon uton indulunk el, melyen a tudós világ előre haladt, s a „szinvonal" emlegetése mellett csak uszályhurczolással, vagy tulajdon néven compilatióval sietünk az után, úgy attól természettel még hátrább maradunk.

Oszszuk el tehát ezen egység nagyságát pl. 2 egyenlő részre: $MD=DR$, és ha az $MB<MD$, úgy az $MD$ részt felezzük ismét, $ME=ED$, s ha meg már az $MB>ME$, úgy az $ED$ részt oszszuk ujra kétfelé, és így tovább; látnivaló, hogy vagy találkozik egyszer ezen egymásutáni osztás pontja az $MB$ nagyság $B$ pontjával, vagy soha sem. Több eset nincsen; de aztán ezen utóbbi esetben, mikép alább meglátjuk, az *osztás, és így a törtszám* se fogja e nagyságot az *egység* részeiben soha kifejezhetni. Tegyük fel tehát, hogy az első eset szerint a $B$ ponttal az $EB=BD$ osztáskor találkoztunk; könnyü átlátni, hogy így az egész egység nagysága 8 egyenlő részre lévén osztva, ebből 1 rész $=\frac{1.\ MR}{8}$, mert $\frac{8\ M.R}{8}=$ $=MR$, vagy számfogalomban $\frac{MR}{8}=\frac{1^0}{8}$. Úgyde az $MB=3.\frac{1^0}{8}$. Kérdés tehát, mit számlálunk itt 3-szor? Kétségen kivül az *egész egységet*, az egész 1 ölet, s ezt az *egész számláló* 3-mal számláljuk; s az egység *részét*, vagy a *törtszámot* nem is számlálhatjuk. Mert az egység *részét* itt csak az osztó mutatja; ha pedig azt $\frac{1^0}{8}=9$ *hüvelyknek* vennők, a $3.9''$-ből *törtszám* nem lenne. Végre mivel a *törtszám* itt épen ezen számlálás actusában alakul: azt állítani, hogy a *törtszámot számláljuk*, azt tenné, hogy a törtszám elébb megvolt, mint meg lett volna. Innen tehát mikor a törtszámot így mondjuk ki: *három nyolczadrész öl:* ebben mindenkor *három fogalom* rejlik, melyekkel a törtszám teljesen kiegészítve így mondatik ki: *3-szor 8-adrésze az 1 ölnek,* mint *egész egységnek,* vagy, mivel itt a 3 is, az 1 is egyaránt számláló számok, tehát így: *1-szer 8-adrésze a 3 ölnek,* mint *egész egységnek;* számokban pedig, első esetben: $3.\frac{1^0}{8}=\frac{3^0}{8}$, második esetben: $1.\frac{3^0}{8}=\frac{3^0}{8}$. Az első e fogalmak között az *egész egység,* mely számláltatik, vagy szoroztatik, s ez a tiszta szorzás a törtszám fogalmában, de a mit rendesen elhallgatunk; második az egész egység azon *valahányadrésze,* melyet az osztó nevez meg, s azért az *nevezőnek* is mondatik; harmadik a *számláló,* mely már itt eredeti nevét is megtartotta, vagyis inkább felvette.

A törtszámban tehát a mérték, egység, számláló, és osztó, vagy össztényző és széttényző értelme változatlanul marad; csak hogy itt a nevező mindenkor az *egyező értelemben* osztást jelentvén, mert az egységnek *ellenkező egyenlő részei* nincsenek, a nevező czéljegye is mindenkor a számláló, és egység, vagy az ezekből alakult eredmény czéljegyébe olvad bele, s ezen eredményre szól az egész törtszámkifejezés előtt álló jegy is mindenkor. A különbség tehát csak az, hogy a *törtszám* fogalma szerint mindenkor valamely *egész egység* az osztandó, míg az *osztásban* az osztandó valamely *egész egység szorzata;* s amott az osztás eredménye az *egység valahányadrésze*, emitt pedig *maga az egység;* végre a törtszámnál e valahányadrész számláltatik az össztényző által, s ennek eredménye a törtszám, a melyben tehát az osztás és szorzás számviszonya, s az eredmény fogalma egyesülve van, mert czélja a végső meghatározás, míg ellenben a hányados és szer csak puszta eredmények, melyek számviszonyaik fogalmától külön állanak, mit pl. a $\frac{6}{2}$, és $2:6=3$, vagy $\frac{6}{2}=3$ kifejezésekből is láthatunk. De mind ezekben a *mennyiség* lehet ugyanaz is; mert pl. a *6 kettedrész* alma se nem több se nem kevesebb, mint a *3 egész* alma, holott amaz $=6.\frac{1}{2}$ alma $=1.\frac{6}{2}$ alma; emez pedig $=3.1$ egész $=1.3$ egész alma. Megfordítva a tiszta számoknál, a hol a mennyiség ugyanaz is, a származás ezen fogalmai mindenkor megkülönböztethetők. — Végre, mivel a törtszám fogalma a szorzás és osztás törvényein semmit sem változtat: tehát e két számviszony körén kivül külön tana a törtszámoknak sincsen *).

---

*) A *tizedes*, vagyis *rendszeres* törtszámok ezen rendszeri sajátságai nem törtszám sajátságok; de a minek fejtegetése a részletes tárgyalás körébe tartozik, a hol t. i arról van szó: miben áll a *számlálás rendszere* (systema numerationis), akármily mennyiség pl. $x$, vagy különösen a 10, legyen a főmennyiség, azaz a rendszer alapja?

E számviszonyok átalános vonásaiból több ide alig tartozik. De van az osztás körében pár pont, mely mint különös eset is, átalános fontosságu. — Tudjuk, hogy az eddigiekben többféle *mulhatlan ellenkezőség* fordult elő. Ha tehát ezek közül valamelyik, pl. a lét és *nem lét* jelentése egymással egy fogalomban találkozik: azonnal kész az *ellenmondás*. Csak hogy aztán azon kérdés is nyomban előáll: *mulhatlan-e*, azaz *a dolog természetéből kikerülhetlenül következik-e ezen találkozás, vagy nem?* Mert ha nem: úgy szintoly mulhatlan feladat az ily ellenmondást a tudományból kiirtani, mint a mulhatlant tisztára hozni; mivel különben mindenik egyre megy, azaz mindenik képtelen fogalomnak marad; holott más az *ellenmondásos fogalom*, a mi a tudományban meg nem állhat, mert oly ködöt képez ott, mely miatt az egyenes és biztos haladás lehetetlen; és ismét más a dolog természetére tartozó *ellenmondás tiszta fogalma*, mely nem hogy homályt okozna, hanem világosságot terjeszt; söt nélküle a tudomány csonka lenne. S csak egy lehet még, a mi roszabb, t. i. ha az ily fogalmakat ellenmondástalanoknak, azaz a képtelent, tehát képzelhetlent képzelhetőnek akarjuk képzelni s bebizonyítani. Mert ez már igazán többszörös képtelenség.

Az osztás körében tehát ezen ellenmondások mindenik fajából van, még pedig a szükségteleneké ből kettő, a mulhatlanokéból egy nevezetes példány*). A „Négyes kis tükörben", s „A fels. mértan val. alapelvei stb." toldalékában fé-

*) Itt tulajdonképen csak ezen utóbbinak lenne helye. Mert képzelni sem lehet a tudományt tisztának a nélkül, hogy annak világos fogalmai előtt, mint ködfoltok a nap teljes fénye előtt, ama fogalom-zavarok önként el ne enyészszenek. De mivel a szóban forgó képtelen fogalmak a tudomány történelmi fejlésének szempontjából a magok neméhen a legérdekesebbek közé tartoznak: nem lesz talán helyén kivül, ha itt legalább jegyzékben ezekről is szólunk röviden.

Ama fentebb már előfordult képtelen állításból, hogy az 1.0, 2.0, 3.0 ... n.0, *mind csak* $=0$, azon képtelenség is természettel következett, hogy $\frac{0}{0}=1=2=3=\ldots=n$; a minek, mint valóságos organicus tételnek értelmét minden tankönyv, már a tudomány nyesen meg van alapítva, hogy a mértanban csak három ellenmondásos mennyiség van, s hogy miben áll ezek értelme. Itt tehát csak azt emeljük ki röviden: miért kell ezeknek *a priori* mulhatlanul kifejleniök?

Ennek oka a *szétbontás* fogalmában fekszik. Ugyanis, természetes, hogy az *összetétel* soha fel nem akadhat; mert a mit összeteszünk, az már megvan, mivel különben össze sem tehetnők. De a *szétbontásnál*, azonnal ott áll a lehetetlenség, tehát az *ellenmondás* is, mint a lehetetlenség oka, mihelyt

---

elején csaknem szóról szóra ekképen adja elő: „a $\frac{0}{0}$ *a legkülönbözőbb értékhatározatlan mennyiség, bizonytalan alak* stb. melynek határozott jelentését a feladat természetéből, s legtöbb esetben *felsőbb analysis* segítségével kell kiszámítani; pl. ha az $\frac{x^2-a^2}{x-a}$ kifejezésben a változó $x=a$, úgy az $\frac{a^2-a^2}{a-a}=\frac{0}{0}$ lesz, holott a valódi érték $=2a$; és így itt a $\frac{0}{0}=2a$". Miben áll itt az ellenmondás: ezt a fentebbiekből már tudjuk. Lássuk, mire vezetett az e tétel körül? Először is *megmutatás nélkül* állíttatván, hogy az $1.0=2.0=$ $=3.0=\ldots$, s ebből vonatván azon következtetés, hogy a $\frac{0}{0}=$ *mindenféle, határozatlan* mennyiség: avagy lehet-e ennek más értelme, mint az, hogy a $\frac{0}{0}$ kifejezésről azért van megmutatva, hogy határozatlan, mert nincsen megmutatva, hogy határozatlan? Második ellenmondás itt az, hogy tökéletesen határozott számfogalomnak, t. i. a 0-nak, tökéletesen határozott számviszonya, t. i. a $\frac{0}{0}$, határozatlannak állíttatik. Harmadik az, hogy a józan okosságnak egy általános, s ennélfogva a mértanban is, másutt mindenütt önként értett igazsága, axiomája, t. i. hogy minden dolog magában, és így a 0 is a 0-ban megvan 1-szer, és csak 1-szer van meg, egyenesen megtagadtatik. Végre az állíttatik, hogy a mértanban, melyről elismertetik, hogy az egész elejétől végig egymásból folyik, az alapfogalmakat, elemi feladatokat azon következmények, s felsőbb részek értelmezik, s fejtik meg, melyek amazokból folynak. Ezek tehát a mértanban *a priori* meg nem állhatnak. De szükség sincsen rájok. Mert az ugyan nem igaz, hogy az $\frac{a^2-a^2}{a-a}=2a$; mivel az $\frac{a^2-a^2}{a-a}$, magá-

*olyanra* kell valamit szétbontanunk, *a milyenből az nem származott*, tehát nem is állhat. Úgyde szétbontási számviszonyaink vannak, s ilyen már az *osztás* is; ellenkező természetü számjaink is vannak, s ilyenek a *lételt*, és *nem lételt* jelentő, s a *tételes*, és *ellenes* számok, melyeknek betiltanunk nem lehet, hogy *szétbontás* számviszonyában egymással ne találkozhassanak. Azonban a *tételes*, és *ellenes* számok az osztás értelmében egymásból származhatván, mikép láttuk, ellenmondásra nem is vezettek. A *nullok* és *lételt jelentő* számok sem akadhatnak fenn, ha *az osztandó az osztóhoz képest null*; mert mindenkor lehető oly hányados, vagy szer, melyekből *null* osztandó származhatik, pl. $\frac{6.0}{3}=2.0$, mivel $3(2.0)=6.0$; vagy

---

ban tekintve, $=\frac{0a^2}{0a}=a$. Hanem, ha ezen *csupa nullok* osztása *lételt jelentő mennyiségek* osztásából származott: úgy azon *nullokat*, melyek itt a származás kifejezésében a *létes mennyiségek* mellett szükségképen elmaradtak, ott a hol a *csupa nullok* között el nem maradhatnak, szükségképen vissza kell állítanunk; mert különben a mértan lenne nem csak határozatlan, hanem következetlen tan is, ha következetesen nem vezetne bennünket a következetlen eredményre. Úgyde a felhozott példában az $x^2-a^2=x^2+ax-ax-a^2=x^2-a^2+0.ax$; melyből, ha $x=a$, lesz: $a^2-a^2+0a^2=0a^2+0a^2=2.0a^2$: a mi egyszersmind azt is igazolja, hogy az $\frac{a^2-a^2}{a-a}$ osztásban az osztandónak épen fele maradván el, a hányadosnak is csak fele, $=a$, jöhet ki. Következésképen a *visszaállított nullokkal*, miután az osztó $a-a=0a$, lesz: $\frac{2\ 0a^2}{0a}=2a$. Itt tehát a határozatlanságról szó sincsen, s nem is lehet; mert különben ez az egész a nagyságnak határozatlan meghatározása lenne, a mi ismét ellenmondás. Hogy pedig az ily feladatokat a felsőbb analysis egyenesen megfejti; mert hiszen, mikép végül meglátjuk, a nullokkal dolgozván, ezek természete ellen nem hibázhat, mivel különben a biztos eredményre a maga körében sem vezethetne: ennek itt csak az az értelme, hogy bonyoltabb esetekben, a hol elemi úton nem oly könnyü a származásra visszamennünk, mint az előbbi példában, természettel oda folyamodunk a mértanban is, a hol czélunk elérésére alkalmasabb eszközöket találunk. — Ezen egész tannak tehát, melyet az *a posteriori* fejlés ismét csak azért szült, mert a tudomány egyes részei alapelveik tisztára derültét megelőzték, az *a priori* fejlés rendszerében helye nincsen.

$\frac{0^2e}{0}=0e$, mert $0.0e=0^2e$ stb. Csak azon egyetlen eset lehet tehát az összeütközés esete, melyben *az osztó* az osztandóhoz képest *null*, pl. $\frac{1}{0}=\frac{0}{0^2}=\frac{0^2}{0^3}=\cdots=\frac{0^n}{0^{n+1}}$. Mert kérdezzük csak, akár azt, hogy melyik azon *egység*, *mint hányados*, mely 0-*szor véve*=1; akár azt, hogy melyik azon *számláló*, *mint szer*, mely azt mutatja, *hányszorosa az* 1 *a* 0-*nak*, *hányszor van meg a* 0 *az* 1-*ben*, egy szóval: hány *nem-lételt* jelentő egyből áll a *lételt jelentő* egy? : avagy nem mindenképen az-e erre a felelet, hogy: az $\frac{1}{0}$ osztás eredménye nem lehet egyéb, mint *egy*, már akár milyen egy; mert mind az osztandó, mind az osztó *egy*, már akár milyen egy; de ez az *egy*, mint az $\frac{1}{0}$ osztás eredménye, olyan *egy*, a mely épen akkor lesz =1, azaz *létes szám*, mikor 0-szor vétetik, azaz mikor *nem létes szám* lesz; a mi egyenes *ellenmondás*, mikép ezt magok az $\frac{1}{0}=x$, $1=0.x$, és $\frac{1}{x}=0$ egyenletek is, ha ezen keresett számot $x$-el jeleljük, híven kifejezik. Ámde a *lét* csak is a *nem-léttel* alkothat ellenmondást, s ez nem egyéb, mint a *lét* ellenmondása, azaz *létellenmondás*. Következésképen az a szám is, melynek fogalmában itt az 1-*szer meglétel* és *meg nem létel* egyesül ellenmondásosan, nem egyéb, mint a létellenmondásos, vagy rövidebben *létképtelen egy*, mely *származik a létes* 1-*ből*, *a nem-létes* 1-*gyel*, *vagy* 0-*al való képtelen osztás megtörténének fogalmával összekötve*, és a melynek szintoly határozott számjegyéül, mint az egynek, kettőnek stb. az 1, 2 stb. az ismert $\infty$ jegy vétetett fel. Ezek szerint tehát az $\frac{1 \text{ öl}}{0}=\infty$ öl, vagy átalában az $\frac{e}{0}=\frac{1.e}{0}=$ $=\frac{1}{0}\cdot e=\infty e$, azaz *a létképtelen egység*, *mint hányados*; és az $\frac{e}{0e}=\frac{1.e}{0.e}=\frac{1}{0}=\infty$, azaz *a létképtelen egy*, *mint szer*; az $\frac{n}{m.0}=$ $=\frac{n.1}{m.0}=\frac{n}{m}\cdot\infty$ pedig akár mely létképtelen szám, mely a létképtelen egyből, mint osztás eredménye származhatik; mert látnivaló, hogy a $\infty$ is számláló és egység egyaránt lehet. *)

---

*) Ez azon számfogalom, mely eleitől fogva *végtelen nagynak* (infinite magnum) neveztetett. Ám legyen; csak hogy azután ne feledjük, hogy e névből ered nagyrészt azon homály is, mely e számfogalom felett oly sokáig borongott. Mert e név sem a fentebbi fogalomnak, sem a $\infty$ alkalmazásának meg nem felel. Tudjuk, hogy pl. az egyetemes térnek határa nincsen; azaz nincsen oly vég, vagy határ a térben, melyen túl tér ne volna. És így nem hogy a végtelen tér fogalma volna képtelen, hanem annak *vége* a képzelhetlen, és így képtelen. De tegyük fel, hogy valaki még is szeretné az összes tért megmérni, s a mérés eredményét számfogalomban kifejezni: természetes, hogy először is valamely terjelemmértékkel, pl. a köblábbal ($k'$) mérni kezd. Azonban észreveszi, hogy akár hány köblábat, $nk'$, mért már a felvett kiindulás határától: ez, a mérni való köblábak ismeretlen számához képest, $xk'$, tehát mint ennek valamely egysége, $\frac{xk'}{nk'}$, mindig csak annyi, mintha a méréssel ott állana, a honnan kiindult, azaz mintha 0 *köblábat* mért volna; és így mintha annak, a mit mért, a $0k'$ lenne olyan egysége, $\frac{nk'}{0k'}$, a milyen volt az $xk'$-nak az $nk'$, $\frac{xk'}{nk'}=\frac{nk'}{0k'}$; mert bizonyos, hogy akár hányad része, pl. *m-ed része* lenne ezen mért nagyság, $nk'$, a mérni valónak, $xk'$, úgy hogy az $nk'=\frac{1}{m}xk'$ lenne, ez esetben az $nk'$ ugyanannyiszor véve, szükségkép annyi lenne, mint a mérni való, $m.nk'=\frac{m}{m}xk'=xk'$; és így a *határtalan* tér ennyi köblábból állván, *meg lenne határozva*, nevezetesen a szélső köblábak külső határa a *határtalan tér határa* lenne, a mi csupa ellenmondás. Már most lássuk, mi következik a mérés ezen egyenletéből: $\frac{xk'}{nk'}=\frac{nk'}{0k'}$? Annyi igaz, hogy ha ezen egyenletben az $xk'$ helyett a maga kikeresett mennyiségét, $xk'=n^2.\frac{1}{0}k'=n^2.\infty k'$ veszszük, $\frac{n^2.\infty k'}{nk'}=\frac{nk'}{0k'}$, s a mérték nevét elhagyjuk, $\frac{n^2.\infty}{n}=\frac{n}{0}$, vagyis $\frac{\infty}{1}=\frac{1}{0}$: ez tökéletesen azt teszi, hogy a $\infty$ úgy származik az 1-ből, mint az 1 a 0-ból, azaz valamint a 0 az 1 *nullja*, úgy

Most tehát már az osztás mindenféle *létes*, és *nemlétes*, s e kettőből alakuló *létképtelen egységet*, és *számláló számot* ki-

---

az 1 a $\infty$ *nullja;* mert amaz lesz : $0=0.1=1.0$, s emez : $1=$ $=0.\infty=\infty.0$; az is igaz, hogy e szerint a mérni való köblábak számláló száma a $\infty$-ből van összerakva; mert hiszen a mit csak úgy lehet megmérni, és számfogalomban kifejezni, ha *lévőnek* vétetik *az, a mi nincsen*, t. i. az egyetemes tér *határa*, úgy ezen számkifejezésben is az egység számláló száma csak a *létképtelen egyből* alakulhat. De avagy következik-e mindezekből csak annyi is, hogy a $\infty$ *számláló szám* az általa, s az egység által „*meghatározott határtalan*, vagy *végtelen nagy*" ellenmondások fogalma lenne, annyival inkább, hogy az pl. itt a *tér végtelen nagy voltának* fogalma legyen, a miben semmí ellenmondás nincsen? Bizonyára sehogy sem következik; mert a $\infty$, *mint számláló szám* arra, vagy annak végére, határára, s ennek sajátságaira, a mi az általa számlált egységekben kifejeztetik, soha sem gondol; *mint egység* pedig mindenkor *csupa szám* (numerus purus), a minek eleje, vége, határa stb. nincsen. — Ez tehát tisztán csak a *végtelen nagy* elnevezést illette. De lényegesebb ennél az, a mi ezen *névből* a $\infty$ értelmezésében képtelenségre vezetett, midön t. i. a $\infty$, az $\frac{1}{x}$ osztásból így értelmeztetett: „ha az $x$ *osztó vég nélkül kevesbül*, úgy a megfelelö hányados ugyanazon ratióban *vég nélkül nő*, s azon pillanatban, mikor az $x=0$, lesz az $\frac{1}{x}=\frac{1}{0}=\infty$; azaz mivel az $x$ a 0-*nál* már kisebb nem lehet, tehát (akár foghatja azt fel, akár nem az emberi véges ész, hogy hol, és mikép van vége ezen végnélküli növekedésnek, vagy hol szünik meg a szám véges lenni stb.) a vég nélkül növekedő hányados sem lehet nagyobb; s ez a *végtelen nagy.*" Ez már igazán nyüsgő csoportja a legszembeszökőbb képtelenségeknek! De itt, a tér szüke miatt, csak a dolog gyökerének adhatunk helyet. Nevezetesen, igaz az, hogy az $x$ kisebbülhet vég nélkül; de *csak osztás* által, pl. ha már az $x$ osztó $=1$ lett, lehet az ezentúl $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \cdots$ vég nélkül; mert mikép már tudjuk, azt, a mi *van*, olyanra a mi *van, örökkön örökké* szétbontogathatjuk; de már olyanra a mi *nincsen*, soha sem; mivel az a mi *nincsen*, annak, a mi *van, része* nem lehet; és így az 1-ből ily módon 0 soha sem lesz, hanem lesz csak *fogyás*, nevezetesen *végső* elfogyás által. Úgyde a *végső* elfogyás a *végnélküli* kevesbülésnek egyenesen ellenkezője, mert a végnélküli osztásnak *vége nincsen*, a végső elfogyásnak pedig *vége van*. Következésképen, ha valaki a *vég nélküli* fogyásból indul ki, s a *véges* fogyásból von következtetést: látnivaló, okoskodása csupa *ellenmondás*, t. i.: *a minek vége nincsen, annak vége van.*

fejezhet; mit a kivonás nem tehet, mivel az a számlálót külön nem választhatja. A honnan megfordítva következik, hogy a

---

S hogy ez a *végtelen nagy* elnevezéssel járó fogalmakból ered, könynyű átlátni (valamint az emberi észnek is fel kell foghatnia, miért *képtelen fogalom* az, a mi *képtelenül fogalmaztatik*).

A legnagyobb tévedés azonban itt ama második kiküszöbölni való képtelen fogalom az osztás alatt, mely szintoly organicus elvként áll fenn a tudományban, mint a $\frac{0}{0}$ tana. S ez az úgy nevezett *végtelen kicsiny* (infinite parvum), mely szerint t. i. így okoskodtak: ha már most az 1-et a *végt. nagygyal* osztjuk, $\frac{1}{\infty}$: ezen osztás eredménye nem lehet egyéb, mint a *végt. kicsiny;* oly szám, mely *nemlételt* jelent; mert a lételt jelentő (úgy nevezett *véges*) mennyiségek összegéből minden létes mennyiségi hiba nélkül elhagyható; de *nem is null*, mert így az úgy nevezett *végtelen kis differentialék hányadosa*, $\frac{dy}{dx}=\frac{0}{0}$ lenne, s mivel a „$\frac{0}{0}$ *peut être égal à tout ce, qu' on veut*" tant is a differentialis számvetés ígazolja, tehát ez esetben az egész csupa tévkör lenne. — Annyi tehát itt is igaz, hogy ha a *lét* és *nem-lét* jelentése egymással valamely *mulhatlan* mértani fogalomban (a *létképtelen* számban) egyesülhet: úgy e *különös* esetnek *ellenkezője*, azaz oly mértani fogalom is újra lehet, melyben a „se nem *lét*," „se nem *nem-lét*" jelentése egyesül egymással (s csak az nem igaz, hogy e *lehetőségből* annak *mulhatlan volta* is következék). És valóban ily fogalom az, mikor valaki ezt mondja: az $\frac{1}{\infty}=0$ nem egyéb, mint *végtelen kicsiny, de nem null.* Mert így az $\frac{1}{\infty}=$ „se nem *létes*", és így $=0$; és $=$ „se nem *nemlétes*", azaz *nem is* 0. A mi már igazán oly magasban libegő képtelenség ott valahol se kinn, se benn a *lét* és *nem-lét* között, hogy ahoz, szükségtelen voltának egyenes megmutatásával itt hozzá sem férhetünk. De nem is kell. Mert itt épen az áll *a priori*, a mi ezen eset képtelen voltának indirect megmutatása. T. i: a „se nem *létes*" jelentés azon elve, hogy a szám a *létes* szám mellett hiba nélkül elmaradhasson, nem egyéb, mint a *null elve*; a „se nem *nem-létes*" jelentés azon *a posteriori* szükségét pedig, hogy a $\frac{dy}{dx}$ nem csak $\frac{0}{0}$, hanem *mindenféle mennyiség* lehessen, a *nullnak* azon *a priori* fogalma, hogy az annyiféle lehet, a hányféle az *egység*, oly erőteljesen fedezi, hogy még azt is, a mi eddig kimutatva mely számot az osztás ki nem fejezheti, azaz nincsen sem *eggség*, sem *szorzatnak* tekinthető oly szám, mely szétbontva azt, mint az *egység részét*, vagy mint egységet adhatná eredményül, vagy pedig annyiszorosa lehetne valamely egységnek, a hányszorosa ez a szám az 1-nek : az ilyen szám, *nem szám*, azaz, ha ilyen mulhatlan számfogalom van, ez csak *ellenmondásos szám* lehet; de hogy az az osztás körében nem származhatik, ez látni való; mivel ha származhatnék, úgy azt az osztás ki is fejezhetné. Végre hogy az osztás *eredménye* előállítható-e mindenkor tökéletetesen, vagy nem? ez attól függ, milyen az osztási számviszonyban lévő számok szerkezete; és így ez, mint különös sajátság, a különös tárgyalás körébe vág.

Ezek voltak a *tiszta növés*, *fogyás* és *tiszta összetét és szétbontás* számviszonyainak e helyen kiemelni való főbb vonásai. És mivel az *egységet* többféleképen nem vehetjük, mint vagy *egyszerüen*, a mint azzal a nagyság nő, vagy fogy, vagy *többszeriten*, a mint általa a nagyság együtt és egyszerre többször véve fejeztetik ki: tehát több önálló különös számviszony

---

soha sem volt, t. i: *mi az a* $\frac{dy}{dx}$? egyedül *a null ezen értelme* mutatja ki. Az azután, hogy az emberi ész az elméletek miféle műfogásaival kerülgette az előbbi képtelenséget, s mikép ütközött abba újra bele, mint szirtbe a tudomány tengerén, egészen a tan történelmébe tartozik, mint a melynek valódi határát épen az ily időnként megtisztult fogalmak tüzik ki. Végre az oly értelmezések, hogy „a végtelen nagy ($\infty$) már nagyobb, a végtelen kicsiny ($\frac{1}{\infty}$) már kisebb, mint bár mely adható szám stb.“, csak a szorultság kifejezései. Mert hiszen ki tudna adhatlan számot adni, vagy gondolni? És így, ha a számok világában minden szám adható: mi lehet az oly szám, mely nagyobb, vagy kisebb, mint bár mely adható szám, hanem ha az a szám, mely nincsen a számok világában? S csoda-e, ha az ilyen számmal való számvetés nem tudomány, hanem csak mesterség; kivált ha még e szám „*már*“, azaz elébb nagyobb, vagy kisebb, mint sem ezt tudnunk lehetne, vagyis az adható szám, melyhez azt hasonlítjuk, adva volna stb.?

esete nincsen is. Ha tehát még van valami hátra : az nem lehet egyéb, mint e *kettőnek összetétele*, *egyesülése;* s ez az úgy nevezett *hatvány számviszonya*, melyben az eddigi elvek s alapfogalmak a magok változatlan értelmében egyesülvén, ezen utolsó számviszony legfentebb álló átalánosságát alkotják.

Mikép már fentebb is érintettük, ez azon eset, melyben a *tényezők egyenlők.* Ámde ha egyenlők : úgy nem mondhatjuk, hogy pl. a 2.2.2f. kifejezésben először a 2f. szoroztatik 2-vel, azután ennek eredménye újra 2-vel stb.; mert így az első tényező nem szoroz, csak szoroztatik, az utolsó pedig nem szoroztatik, csak szoroz; és így nem lennének egyenlők, azaz, minden tekintetben ugyanazon jelentésüek. Ennélfogva tehát itt mindenkor az *eredeti egység* az anyag, s e számviszony említett átalános értelmében az 1 minden ily egységnek, 1 öl, 1 fr. stb., képviselője lehetvén, magát az 1-et, még pedig mint minden számban már az eredetileg 1-szer meglétel czéljával egyezőt, azaz mint *tételes 1-et* veszszük ily *anyagnak.* S ez a hatvány származási kifejezésében az egyik mulhatlan számfogalom, melyhez, mint egységhez, a tényezők *akár hányan*, de mind *ugyanazon értelemben* járulnak. Ámde ily módon e tényezők újra számlálás tárgyai, azaz megszámlálhatjuk, *hányan* járulnak, vagy azután *közülök egy hányszor* járul az 1-hez tényezőképen? Ez az egy tényező, mint a többinek is képviselője, az alaptényező, vagy *alapszám*, s a származás kifejezésében a második mulhatlan számfogalom. Végre a harmadik, az új számláló, vagy az úgynevezett *hatványjel* (exponens potentiae), mely azt jelenti, *hányszor és miképen* járul az alapszám az 1-hez tényezőként? Az *első számviszonynak* tehát itt képviselője a hatványjel, s ebben a *hatványjelhez képest* az *egység* az alapszám. Ezen három számfogalom eredménye pedig *a hatványi számviszony eredménye* *), mely a *származás kifejezésével* egyenletben áll, pl. $3^2=3.3.1=9$; $b^3=b.b.b.1=8$ stb; melyekben a 3.3.1, *b.b.b.*1 stb. nem egyéb, mint a szám-

*) A *hatvány* müszó az eredmény kifejezésére jobb, mint a *potentia*, a mi csak *hatást* jelent, tehát mint *ok az okozat helyett* áll; ellenben a *potentia* a származás kifejezésére illik jobban, melyet azonban szintén csak hatványnak szoktak mondani.

lálás eredeti útjára a második számviszony által való vissza menetel, s a $3^2$, $b^3$ stb. az ebből alakuló hatványi származás kifejezései, a 9, 8 stb. pedig a végeredmények.

A mi már azon fogalmaknak, melyek az előbbi három számmal a hatvány számviszonyába átjöttek, itteni értelmét illeti: először is a *hatványjel*, mint *tételes számláló* itt is azt jelenti, hogy az ő itteni egysége, az alapszám, a *maga eredeti számláló értelmével egyezőleg* vétetik, azaz mint *össztényző* vagy *szorzó* járul az 1-hez annyiszor, *a hányat* a hatványjel jelent; mint *ellenes számláló* pedig azt mutatja, hogy az alapszám nem mint olyan, hanem ellenkezője, azaz mint *ellenkező tényező, széttényző*, vagy *osztó* járul az 1-hez ugyanannyiszor pl. a $3^2 = 3.3.1 = 9$; a $3^{-2}$ pedig $= \frac{1}{3.3} = \frac{1}{9}$; mit *a posteriori* így is igazolhatunk: a $\frac{3^2}{3} = \frac{3.3.1}{3} = 3.1 = 3^{2-1} = 3^1$; a $\frac{3.3.1}{3.3} = 1 = 3^{2-2} = 3^0$; a $\frac{3.3.1}{3.3.3} = \frac{1}{3} = 3^{2-3} = 3^{-1}$; a $\frac{3.3.1}{3.3.3.3} = \frac{1}{3.3} = \frac{1}{3^2} = 3^{2-4} = 3^{-2}$ stb. A mi az úgynevezett *tört hatványjelt*, mint pl. a $8^{\frac{1}{3}}$ kifejezésben az $\frac{1}{3}$ számot illeti: természetes, hogy ebben az *osztandóbeli számláló*, mely itt$=1$, az előbbi jelentését czéljegyestül együtt, mely mindenkor az osztandóval jár, változatlanul megtartja. Az *osztó* pedig, mely itt $=3$, és a mely a tiszta osztásban az osztandót, mint szorzatot bontja szét azon *egységre*, melyből az származottnak vétetik, itt a hatványnál az alapszámot tekinti a megfelelő, azaz hatványi számviszony összetételi eredményének; és így ezt bontja szét a *hatványjel értelmébeni egységre*, azaz azon *alapszámra*, melyből az az 1-hez szorzóképen annyiszor járulás eredményének tekintetik, a hányat az osztó jelent. A $8^{\frac{1}{3}}$ tehát ezt teszi: a hatványnak tekintett 8 azon alapszámra bontatik szét, melyből az az 1-hez 3-szor szorzóképen járulás eredménye, a mi $=2$; mert $2.2.2.1=8$; és ezzel a hatványjelbeni *osztó* jelentése ki van merítve; a hatványjel osztandója azután, mint számláló, itt is csak azt jelenti, $+$ *czéljegyével* ugyan, hogy mint *szorzó*, *hány voltával* pedig, hogy hányszor, tehát itt 1-*szer* járul a kifejlett alapszám, 2, az 1-hez, azaz lesz a $8^{\frac{1}{3}}=2.1=2$, a $8^{\frac{2}{3}}=2.2.1=4$, a $8^{\frac{3}{3}}=2.2.2.1=8$, a $8^{\frac{4}{3}}=2.2.2.2.1=16$ stb. Hogy épen így a $8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$, $8^{-\frac{3}{3}}=\frac{1}{2.2.2}=\frac{1}{8}$, $8^{-\frac{4}{3}}=\frac{1}{2.2.2.2}=\frac{1}{16}$ stb. lesz: ezt már könnyü átlátni. — A mi pedig a másik két elemnek, t. i. az *anyag* 1-*nek*, s az *alapszámnak* itteni értelmét illeti: az elsö itt is csak azt miveli, a mit mindenütt (tacitus coëfficiens). A másiknak *czéljegyi*, vagy *szerkezeti* jelentése (mikor t. i. az alapszám $\pm b$ helyett ismét valamely számviszonyi kifejezés áll, mint ha pl. az $x+a$, $\frac{a}{m}$, $a^n$ stb. számviszonyok az alapszámok) szintén csak az, a mi volt magában tekintve. Mert nem hogy e fogalmak, t. i. az *eredeti* 1, mint egység, a *tényező*, mint alapszám, a *számláló*, mint hatványjel, s ebben az *osztás*, vagy akár újra *hatvány*, s más *számviszonyi szerkezet*, $+$, — *czéljegyek* stb. nyernének itt valami idegen új jelentést: de söt ezen új számviszonynak kell szükségképen ezek értelmében alakulnia; mivel különben az, a mi ezekben átalános, átalános nem lehetne, a mi ellenmondás. A' honnan ama kérdések: vajjon a mely törvények igazak, midőn ily s ily alapszám, hatványjel stb. esetében ezek természete szerint számítunk, igazak-e, ha más alapszámmal, hatványjellel stb. számitunk? látnivaló, csak oda mennek ki, hogy vajjon a mely törvények igazak, mikor azok szerint az elöforduló fogalmak értelmében számítunk, igazak-e ha azok szerint, s ezek értelmében számítunk?*)

Látjuk ezekből, hogy a hatvány származik az 1-*ből*, ehez az *alapszámnak tényezőként* oly értelemben járulása által, a milyenben ezt a *hatványjel* mutatja, s ennélfogva a hatvány számviszonyában az *összetét* fogalma ugyanaz, a mi a szorzásnál volt; de már a *szétbontás* kétképen jö elő, ú. m. az *osztás*, melyet az *ellenesen számláló* hatványjel mutat, és az alapszámnak újra *alapszámra*, az úgynevezett *gyökérre* szétbontása értelmében, mit a hatványjel *osztója* fejez ki. Itt tehát az utóbbi

*) Szorszámtan stb. 160. l. Ugyanott l. a hatvány teljes meghatározását. 21. l.

új szétbontás két új *ellenmondásos szám* fogalmának forrása. Mert ha az alapszám nem származhatott oly alapszámból, a milyenre azt a hatványjel osztója szétbontatni kivánja: úgy azt ilyenre szétbontani sem lehet. Ilyen eset pedig két oknál-fogva fordulhat elö *); mivel minden szám az 1-böl származván, vagy *tisztán e származás* az, melylyel az emlitett szétbontás összeütközik; vagy a *czélellenkezöség* akadályozza a szétbontást. Pl. ha a $3^{\frac{1}{2}}$,és $(-4)^{\frac{1}{2}}$ eredményei kivántatnak: mindenik esetben az a kérdés: melyik azon szám, mely az 1-hez 2-szer járulván szorzóként, az eredmény, elsö esetben 3, másodikban —4 lesz? Ámde puszta szemmel látható, hogy a keresett szám elsö esetben az 1 és 2 közé esik; azt pedig könnyü megmutatni, hogy az ily két szám között eső törtszámból, akár hányszor járuljon az az 1-hez szorzóként, egész szám soha sem lesz, tehát $=3$ sem lehet. És így a $3^{\frac{1}{2}}$ keresett *eredménye* oly szám, mely sem az egész 1-böl, sem annak részéböl nem származhatik, holott minden szám az 1-böl vagy az 1-nek részéböl származik. S épen ebben áll itt az ellenmondás; mivel e szerint a $3^{\frac{1}{2}}$ kifejezés *olyan szám, a mely nem szám* **). *Szám* t. i. a mennyiben számokból van szerkesztve, s vele számitunk is; *nem szám* pedig, a mennyiben *eredménye* az 1-böl nem származhatik; s mivel ez egyre megy azzal, hogy ezen *eredménynek* az 1-hez *szere* nincsen, tehát az, t. i. maga ez a lehetetlen eredmény *szertelen számnak* (num. irrationalis) neveztetik. Az azután önként értetik, hogy a mely számoknak képtelen volta épen az *1-böl nem származhatásban* áll, azoknak még csak oly *képtelen egyjökröl* sem lehet szó, a milyen a létképtelen számok *egyje*; de már *egységnek*, söt ily *képtelen számlálónak* is, magokat ezen szertelen számokat mindenkor vehetjük. Pl. ha az egyenes szegletü, s egyenlö száru háromszegben mindenik szár $=MR=$ 1 öl (4. kép), s az összekötö hypotenusa $= AF$, melyben $AM=MR=1$ öl: tudjuk

---

*) Ezen esetek a rendszeres tárgyalásban, a hol az *egyszerü*, *összetett* (numeri primi et compositi), *páros, páratlan* stb. számok szerkezeti sajátságai is minden számviszonynál sorban tekintetbe jönek, természettel *a priori* fejlenek ki.

**) Szorszámtan stb. 46. l. A felsöbb mért. val. alapelvei stb. 211. l.

hogy ezen mérték és egység szerint az $AF=2^{\frac{1}{2}}.MR=2^{\frac{1}{2}}$ öl; s ez azon fentebb elmaradt eset, melyben, mikor a meghatározni való nagyság egy darabja kisebb a mértéknél, a mérték, vagy *egység osztásában* a nagyság végpontjával soha se találkozhatunk, és igy azt *osztás*, vagy *törtszám* sem fejezheti ki; ezt tehát a *szertelen* számlálók vagy számok meritik ki. A honnan mikor a *szertelen szám* a nagyságot, ily esetekben is, vagy a mint mondani szokás, *folytonosan* kifejezi, holott a folytonosság, mint *szak-gatlanság* fogalma, a számnak, mint épen *szak-gatottság* fogalmának egyenesen ellenkezője, s ezért azután a *folytonos szám* nem is egyéb, mint képtelenség: ez csak azt teszi, hogy a *szám* azt, a mit kifejeznie nem lehet, csak is úgy fejezheti ki, mint *nem szám*.

De hát a fentebbi második esetben, $(-4)^{\frac{1}{2}}$, van-e olyan szám, mely az 1-hez *párosan* járulván *szorzóképen*, az eredmény *ellenes* szám, —4, lehetne, holott akár +, akár — jegyü legyen az, ha *párosan* vétetik szorzónak, a szorzat csak *tételes* lehet; mert *ellenes* csak úgy lehetne, ha e keresett szám *tételes is, ellenes is lenne együtt*; mivel igy, pl. a felvett $(-4)^{\frac{1}{2}}$ esetében e szám, melynek *hány volta* mindenesetre 2, mert $2.2=4$, az 1-hez 2-szer járulván szorzóként, a *szorzat* lenne —4, a mennyiben *az egyiknek* + *jegye a másiknak* — *jegyével, s az egyiknek* — *jegye a másiknak* + *jegyével a szorzat* — *jegyére* vezetne; továbbá ezen *—4 szorzat 2-dik hatvány is* lenne, a mennyiben *mindenik mint* + *jegyü, a másikkal, mint* + *jegyüvel, és mindenik, mint* — *jegyü, a másikkal mint* — *jegyüvel is* szoroztatnék *). Úgyde látni való, hogy e feltét nem egyéb mint az *egyenesen ellenkező czélok egy fogalomban egyesítése*, egy szóval *czélellenmondás, czélképtelenség;* mert ki tudna ily számot, pl. olyan 2 *ölet* még csak képzelni is, mely a kiindulás pontjából *előre is, hátra is czélzó 2 ölet* jelentene egyszerre? A $(-4)^{\frac{1}{2}}$, vagy e különös esetben a $\sqrt{-4}$ *eredményét* sem lehet tehát számfogalomban kifejeznünk; s a $2\sqrt{-1}$ is csak azt teszi, hogy mivel a $\sqrt{-1}$ eredménye is 1 lenne, ha lehetne, mert $1.1=1$, tehát ezen *czélképtelen egy*,

*) Négyes kistükör stb. 8. l. A fels. mért. val. alapelvei stb. 189. l.

mely, mint a $\sqrt{-1}$ *eredménye*, származik *az 1-ből az ellenkező czélok szerint együtt számlálás képtelen feltételének fogalmával összekötve*, a $2\sqrt{-1}$ kifejczésben kétszer lenne véve. A honnan a czélképtelen számoknak természetes kifejezése nem is lehet más, mint a $p+q\sqrt{-1}$. Mert vagy csupa ily képtelen egyekből áll a szám, vagy nem. Ha ilyenekből áll: úgy a $p=0$, s a kifejezés lesz $q\sqrt{-1}$. Ha pedig nem csak ilyenekből áll, hanem azok mellett még más képes számok is vannak, de a melyek összegét amazok még is képtelenné teszik: úgy abban a képes részt a $p$ fejezi ki.

Több *szétbontási* számviszony nincsen. Az előadott kettőből pedig több mulhatlan ellenmondás ki nem fejlhetik. És így minden egyéb ellenmondás a mértanban kiigazítani való fogalomzavar, vagy számvetési hiba. Ellenben a kimutatott képtelen számoknak a mértanból csak az osztási és hatványi szétbontás esetével együtt lehetne kimaradniok *). A mi pedig a velök való számvetést illeti: ez alatt mindenkor azon feltét rejlik, hogy *ha ez s ez lehető volna, abból ez s ez következnék*. Ekkor a szétbontás szülte képtelenségnek a megfelelő összetét lévén természetes kiirtója: ez által vagy ki lehet forgatnunk a képtelenséget számvetéseinkből, vagy nem. Ha ki lehet forgatnunk: úgy a tiszta ellenmondástalan eredmény mértani következetességgel igazolja, hogy azon feltétünk, mely szerint képes eredményre következtettünk, e tekintetben hibátlan volt. Ha pedig a kiforgatás sehogy sem sikerül: ez megbecsülhetlen ellenőre mind a feltétünkben rejlhető ellenmondásnak, mind pedig ezen ellenmondás természetének. A mennyiben pedig e képtelenségek a mértanban mulhatlanok: tehát a tudomány természetére tartozik, hogy oly esetek is legyenek, melyekben a feladatokat csak e fogalmak segítségével lehet megfejtenünk.

---

*) Elő lehet-e ezen képtelen számokat térnagyságokban is terjeszteni, vagy nem? ennek mint vita kérdésének eldöntését is magokba foglalják az előbb idézett müvek.

De a hatványi számviszony egy pár főbb vonására vessünk még itt egy futó pillantást. A hatványjel értelméből *minden szám négyféleképen lehet alapszám*, mit a $b^{\pm n}$, és $b^{\pm \frac{n}{m}}$ fejez ki. Az első, $b^n = a$, a tiszta *szorzási, és hatványi összetét* egyesült esete (felemelés, és felhatványozás). A $b^{-n} = \frac{1}{a_1}$ a tiszta *osztás*, vagy széttényezés esete (leszállítás). A $b^{\frac{n}{m}} = a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$ *) a *hatványi szétbontás*, vagy az úgynevezett *gyökvonás*, és a *tényezői összetét* egyesült esete (lehatványozás, és felemelés) melyben az $a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a}$ a tiszta gyökvonást fejezi ki. Végre a $b^{-\frac{n}{m}} = \frac{1}{a^{\frac{1}{m}}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a}}$ az *osztás, hatványi szétbontás, és összetét* egyesült esete. Ezen esetek alatt állnak a *létes, nem-létes, tételes, ellenes, képes, és képtelenségi* számsajátságok (kivéve a hatványjelre nézve a *tételes és ellenes* sajátság esetét), melyek főbb mozzanatai a következők.

Először is *minden számnak 0-adik hatványa* $=1$. Mert a hatványjel *számláló szám* **); a számláló számoknak pedig az egyetlen 0 a *null*jok; ez pedig a maga teljes értelmében, $\pm 0$, mint hatványjel csak azt jelentheti, hogy az alapszám *egészen*, azaz úgy, a mint van (mert a 0, egész szám, mivel számláló szám), sem *szorzó*, sem *osztóként* az 1-hez *1-szer nem*, azaz *1-szer sem járul;* és így az 1 marad 1-nek; s ez az *eredmény;* pl. $\pm b^{\pm 0} = 1$; vagy: $\pm 3^{\pm 0} = 1$, $1^0 = 1$, $0^0 = 1$, $\infty^0 = 1$, $(\sqrt{2})^0 = 1$, $(\sqrt{-1})^0 = 1$ stb.; s ennek *a posteriori* megmutatása már fentebb, $b^{2-2} = b^0 = \frac{b.b.1}{b.b} = 1$, előfordult.

---

*) A *gyökjegy*, $\sqrt{\ }$, a *hatványjel* helyett csak akkor állhat, mikor a hatványjel *osztandója* $=1$; ellenkező esetben mindenkor *különös* jelentésü; mert pl. más az $\sqrt[m]{b^n}$, és ismét más fogalom az $(\sqrt[m]{b})^n$, s e kettő a $b^{\frac{n}{m}}$ kifejezésben egyaránt befoglaltatik; de már a $b^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{b}$, és $= (\sqrt[m]{b})^1$ csak egyre megyen ki.

**) Nem mondhatjuk, hogy pl. 3 *birka fölemelve 2 lábra*, enynyi s ennyi birka stb.

Továbbá : *létes alapszámból nem-létes eredmény* soha sem, *nem-létes alapszámból* pedig *létes eredmény* csak a *0 hatványjel* esetében lehet; mivel ez betiltja, hogy a *null* alapszám az 1-hez szorzóként járuljon, s az 1-ből *nullt* alkosson.

*Tételes alapszámból tételes eredmény* bár mely hatványjellel, *ellenes eredmény* pedig csak *czélképtelen* hatványjellel lehető. Mert ez utóbbi esetben a hatványjelnek azt kell kimutatnia : hányszor, és miképen járuljon *a tételes alapszám a tételes 1-hez tényezőként*, hogy ebből *ellenes szám* legyen; a mi kétségkivül azt teszi fel, hogy a *tételes szám* egyszersmind *ellenes szám* is. Úgyde a *czélképtelen* szám épen ezen ellenmondást jelenti. És így az, mint hatványjel is ily értelemben jelentvén a tételes alapszámnak az 1-hez tényezőként járulását : lesz a

$+ b^{p+q\sqrt{-1}} = -a$. Ilyen pl. az ismert $e^{(2n+1)\pi\sqrt{-1}} = -1$ esete (melyben a $\pi$ a félfordulás fokmérték szerinti *számláló* száma $=180$; a *sin. cos.* stb. pedig, melyek e törvényben előfordulnak, csupa *szerek*, melyek az $r=1$ mérték, és egység szerinti számok osztásából származnak, és a melyek szerint az ismert $-1$ eredmény úgy is kijön, ha soha semmiféle térfogalomra nem gondolunk). *Ellenes alapszámból tételes eredmény* lesz, ha a hatványjel párosan számlál, $(-2)^2=+4$, s ezenkivül ha bont, páratlanul bont, $(-8)^{\frac{2}{3}}=+4$; *ellenes eredmény* lesz pedig, ha a hatványjel páratlanul számlál, $(-2)^3=-8$, s ha bont, páratlanul bont, $(-8)^{\frac{5}{3}}=-32$ stb.

Végre *képes alapszámból képes eredmény* lesz átalában *képes* hatványjellel, $3^2=9$, különösen, mikép fentebb láttuk, *czélképtelen* hatványjellel; *képtelen eredmény* pedig lehető különösen *képes* hatvânyjellel, $-b^{\frac{n}{2m}}=p+q\sqrt{-1}$, $2^{\frac{1}{2}}$ vagy $\sqrt{2}$, $0^{-n}=\frac{1}{0^n}=\left(\frac{1}{0}\right)^n=\infty^n$ stb. és átalában *képtelen* hatványjellel; de ezek szintúgy kifejezhetlenek, mint az egyszerü ellenmondásos számok *végeredményei*, vagyis *mint végeredmények*, és legfeljebb csak számviszonyi, vagy származási kifejezéseikben változhatnak, de jelentésöket itt is megtartják; pl. a $b^\infty=b^{\frac{1}{0}}=\sqrt[0]{b}$; a mi csak azt teszi, hogy az alapszámot, $b$, *egy* egyenlö tényezőre *sem* kell szétbontani, és ebből, *mint a mi 1-szer sincsen,* járul egy tényező, tehát *mint a mi 1-szer van,* az 1-hez, hogy ezen 1-ből $=b$, pl. $b=8$ legyen; a mi, látnivaló, szintén csak az 1-szer létel, és nem-létel hatványa, azaz a *létképtelen egy*-edik hatvány *). Ide megy ki a $0^{\infty}=\sqrt[0]{0}$ is; to-

*) Bocsánat, hogy itt ismét egy régi fogalomzavart, a $\infty$ *hatványjel* körül uralgók egyikét, kell kissé szellőztetnünk. Még a negativ, és imaginarius számok logarithmusai, vagy *szorszámai* feletti viták korában, annak megmutatására, hogy *minden tételes számnak végtelen sok szorszáma van,* így indultak ki: „der Log. von $(1+w)$, wenn *w eine unendlich kleine Zahl* ist, $=w$, oder $l(1+w)=w$. Hier aus fliesst $l(1+w)^n=nw$. Da aber $w$ eine unendl. kleine Zahl bedeutet, so kann die Zahl $(1+w)^n$ nicht anders jeder gegebenen Zahl $x$ gleich gesetzt werden, als wenn *n unendlich* genommen wird" stb. (L. Eulers Einleitung in die Anal. des Unendlichen. Michelsen. Berlin. 1788. 493 stb. l.); természettel azért, mivel csak így jöhet ki a „$l(1+\frac{1}{\infty})^{\infty}=\infty$. $\frac{1}{\infty}=\frac{1}{0}.0=\frac{0}{0}=$ *akármi,* tehát *végtelen sokféle mennyiség*" tana, melynek, még pedig a *Kerekesféle* alapfogalmakból, s elvekből *a priori* folyó érvénytelen voltát már a fentebbiekből tudjuk; s különben is látnivaló, hogy a fentebbi feltétben a $w$ tulajdonképen nem egyéb, mint a simplex 0, mivel a $\frac{0}{0}$ *tan* csak így megyen ki a dülőre. S még is találkozunk a felhozott tételre épített ily okoskodásokkal: „*a végtelen kicsiny mulhatlan* a tudományban; mert a $l(1^{\infty})=\infty l(1)=\infty.0=\frac{1}{0}.0=\frac{0}{0}=$ *határozatlan;* és így maga az $1^{\infty}$ is *határozatlan, mindenféle értékü.* Úgyde ha az 1 *végtelen sokszor* vétetik is szorzónak: a szorzat mindíg csak 1 lesz, azaz, $1^{\infty}=1.1.1...=1$. Mikép lehet tehát az 1-*nek* $\infty$-*dik hatványa még is mindenféle értékü?* Ez máskép nem lehet, mint úgy, hogy itt az 1 nem *absolut* egy, hanem mellette az $1^{\infty}$ kifejezésben még egy *végtelen kis mennyiséget* kell képzelnünk, így: $(1+\frac{1}{\infty})^n$. Már most ha $n$ véges szám: úgy az $(1+\frac{1}{\infty})^n=1$. De mihelyt $n=\infty$: ekkor az $\frac{1}{\infty}$ *végtelen kis* tag, mivel *végtelen sokszor* vétetik, az eredményre befolyást gyakorol. Nevezetesen, ha $n$, és a második tag *nevezője*

vábbá a $b^{\sqrt{2}}$, $b^{p+q\sqrt{-1}}=P+Q\sqrt{-1}$ stb. Végre *képtelen alapszámból képes eredmény* lehet különös esetekben *képes*

---

ugyanazon értékü végtelen nagy: úgy a hatvány eredménye *határozott*, pl. $(1+\frac{1}{\infty})^{\infty}=2,7182\cdots=e$; ha pedig az $n$, és *nevező* különböző végtelen nagyok, úgy az eredmény is *mindenféle különböző értékü*. És így a végtelen kicsiny a mathesisben mulhatlan." De látnivaló, hogy ezen okoskodás magában is összeomlik. Mert, csak a főbbeket említve, először is abból indul ki, hogy *a milyen valamely számnak szorszáma*, *maga e szám is oly természetü;* a mi sehol sincsen megmutatva; ellenben az, hogy olyan lenni nem tartozik, meg van mutatva (Szorszámtan: 87. 167 l. Négyes kistükör: 30 l.). Továbbá a *végtelen kicsiny* mind az $(1+w)^n$, mind az $(1+\frac{1}{\infty})^{\infty}$ esetében azon feltét mellett vétetik fel, hogy a mi belőle következik, t. i. a $\frac{0}{0}$ *tana*, az mathematikai igazság, holott az épen nem igaz; és így ezen okoskodás értéke ide megyen ki: végtelen kicsinynek lenni kell, mert különben nem lehetne igaz az, a mi nem igaz. Végre mikor valaki így okoskodik: az $1^{\infty}$ *határozatlan* voltának egyedüli oka az, hogy abban az 1 mellett $\frac{1}{\infty}$ áll, mely miatt az $(1+\frac{1}{\infty})^{\infty}$ eset, még pedig épen ez az eset *határozott*, és $=2,7182\cdots$ (mert ez a fentebbi okoskodás váza): avagy nem azt teszi-e ez, hogy *az* $1^{\infty}$ *azért határozatlan, mert határozott*, a mi merő képtelenség? — Hogy tehát az $1^{\infty}$ *nem* $=1$, és hogy az $(1+\frac{1}{\infty})=2,7182\cdots$, ezt nem a „nem *absolut* egy, vagy *végtelen kicsiny*, *végtelen sokszorozás*, $\frac{0}{0}=$ *legkülönbözőbb érték* stb." részint idegen, részint képtelen fogalmak, és tanok okozzák, s ezek, mivel a *mértanban* helyök nincsen, nem is okozhatják; hanem okozza a dolog természete. T. i. a $l(1^{\infty})=$ $=\infty l(1)=\infty\cdot 0=1$; mivel $\infty=\frac{1}{0}$; vagy $\infty\cdot 0=\frac{1}{0}\cdot 0=\frac{0}{0}=1$, mivel $1.0=0$; vagy végre $\infty\cdot 0=\infty\cdot\frac{1}{\infty}=\frac{\infty}{\infty}=1$, mivel $1\cdot\infty=\infty$. Mert ha a *létesen* számláló hatványjelek esetében (ide értve a létes szertelen, és czélképtelen számokat is) a $l(1^n)$ *határozottan* $=n.0=0$, azaz, $=$ ezen hatványjelek, mint *számlálók nullja;* ha továbbá a $l(1^0=0.l(1)=0.0=0^2$, azaz, $=$ ezen nem-létesen *számláló nullja*, t. i. *0 szor*0: úgy a $l(1^{\infty})$ is határozottan $=1$, azaz, $=$ ezen *egy fogalomban létesen, és nem-létesen számláló* hatványjel *nullja* (mit már fentebbről ismerünk; de különben is régi dolog, hogy pl. $(\infty+3)a=$ $=\left(\frac{1+03}{0}\right)a=\left(\frac{1+0}{0}\right)a=\left(\frac{1}{0}+1\right)a=(\infty+1)\,a=\infty\cdot a$

hatványjellel, pl. $\infty^{-n}=(\frac{1}{\infty})^n=0^n$, $\infty^0=1$, $(\sqrt{2})^2=2$, $(\sqrt{2})^0=1$, $(\sqrt{-3})^2=-3$, $(\sqrt{-3})^0=1$ stb. A többi eset pedig itt, t. i. *képtelen alapszámból képes eredmény képtelen hatványjellel*, továbbá *képtelen eredmény képes, és képtelen hatványjelekkel*, az eddigiekből önként érthető.

azaz a $\infty$-hez képest a számláló 3 is *null*, de mégis az *egy null* ahozképest csak az 1 lesz stb.). Ily módon minden teljesen összhangzik. Mert ha az 1-nek *létes* és *nem-létes* hatványa $=1$, s ennek szorszáma $=$*null* : úgy csakis *létképtelen* hatványa lehet $=$ *nem* 1, s ennek szorszáma $=$ *nem null;* és megfordítva a $\infty$ hatványjel ellenmondásának abban kell állania, hogy az 1 hatványának szorszámául, mely a 0, azaz a *nem-létes egy* tartoznék lenni, a *létes egy* jő ki. Miből azután természettel következik, hogy ha az $1^\infty$ szorszáma *nem 0*: úgy az $1^\infty$ sem lehet $=1$, hanem az 1-nek azon képtelen hatványa, mely számazik, ha az anyag 1-hez az alapszám 1, *egy fogalomban járult is, nem is járult 1-szer*, vagy ennek számjegyével, s állító értelemben, *$\infty$-szer járult tényezőként*. És ki jöhetne azon gondolatra, hogy ezen képzelhetlen hatványt valahogy másként is kifejezze mint az $1^\infty$, vagy $1^{\frac{1}{0}}$, vagy $\sqrt[0]{1}$ által, a mik azonban egyre mennek? Az $1^\infty=1.1.1...$ kifejezés is csak azon fictióval állhat meg, hogy az $1.1.1...$ csupán az $1^\infty$ helyett van; de így meg mi szükség rá? A fentebbi okoskodás szerint pedig az $1^\infty=1.1.1...=1$-ből épen az jő ki, hogy $1=0$; mert $l(1^\infty)=1$, és $l(1)=0$. — A mi pedig az $(1+\frac{1}{\infty})^\infty=2.7182...$ esetet illeti: mikor a *hatványjeli* (exponentialis) törvény szerint úgy keressük az $e=2,7182...$ alapszám mennyiségét, hogy az $(1+u)^x$ kéttagu hatvány nem kéttagu, mert második tagja *nem létes* szám, $\frac{1}{\infty}=0$, melynek az 1 mellett mennyisége nincsen, s ennél fogva a *létes* 1 *mércze* (modulus) is

$$0-\frac{0^2}{2}+\frac{0^3}{3}-\frac{0^4}{4}+\ldots=0,$$

azaz *nem-létes egy*: természetes, hogy az $x=1$ hatványjelnek is azt kell mutatnia, *milyen 1-szer* járuljanak ezen *nem-létes* elemek *létes* tényezőkként az 1-hez, hogy ebből az $e=2,71...$ előálljon? felelet: *létképtelen* 1-*szer;* s épen ez a $\infty$ hatványjel. De az is bizonyos, hogy valamint ezen esetben, t. i. a $\infty$ hatványjellel, s az $\frac{1}{\infty}$ második taggal, csak ezen egyetlen *határozott* eredmény állhat elő: úgy bármi más hatványjellel, s második taggal, vagy ennek a hatványjeltől különböző nevezőjével, mindenkor csak egyegy megfelelő s *határozott* eredményre számíthatunk, ha csak az ily határozott számfogalmak, s viszonyok határozott eredményét határozatlannak nem akarjuk állítani.

Láttuk tehát, hogy az *osztás a szertelen*, és *czélképtelen* számokon kivül minden más számot kifejezhetett, a *hatvány* pedig az osztást is magába foglalja, az említett képtelen számokat is kifejezheti. Következésképen most már elmondhatjuk, hogy *nincsen oly szám, melyet a hatvány számviszonya*, azaz valamely alapszámnak valamely hatványa *határozottan ki ne fejezhetne*, a midőn az $x=b^n$, $y^n=a$, és $b^x=a$ egyenletek szerint itt is két elem határozza meg a harmadikat; mert az anyag 1-en kivül, a mi nem határoz, itt is három elem, ú. m. az alapszám, hatványjel, s az eredmény alkotja az egyenletet.

Ez alapon a *hatványjelt*, mikor ez azt *számlálja*, *hányszor, és miképen* kell az e végre felvett *alapszámnak, b, az 1-hez tényezőként járulni*, hogy eredményül *bizonyos szám* álljon elő, ezen alapszámra nézve *szorszámnak* (Logarithmus) nevezzük. S ennélfogva a fentebbi három egyenletből a mennyiségi meghatározás egyenletei *szorszámokkal* ezek lesznek: $Log.x=n$, $Log.y=\frac{Log.a}{n}$, és $z=Log.a$. Minthogy pedig e meghatározások elvei a hatvány számviszonyának köréből ki nem lépnek: tehát a mértanban külön önálló tana a szorszámoknak sincsen (a szorszámtáblák kiszámítása az egész mértan feladata; egyebütt pedig a szorszám törvények alkalmazása csak alkalmazás). — Mily természetü valamely számnak szorszáma a felvett alapszám szerint: ez a hatvány imént érintett főbb vonásaiból kitünik. Így pl. az *ellenes* számok szorszámai *tételes* alapszámmal csak *czélképtelen* számok lehetnek; ilyen az *e* alapszám mellett az $e^{(2n+1)\pi\sqrt{-1}}=-1$ esetében ez: $l.(-1)=(2n+1)\pi\sqrt{-1}$; de a mi nem csak tökéletes szorszáma a $(-1)$-nek az *e* alapszám szerint, de söt vannak feladatok, melyeket csak ilyen szorszámok segítségével lehet megfejtenünk.

A mi ismert rendszeröket illeti, az úgynevezett *természetes*, nem egyéb, mint az *átalános* szorszámrendszer, melylyel aztán szemközt áll a tizedes, mint *különös* rendszer stb.

Több számviszony a mértanban nem lehet; mert, bár e háromnak alapján a tovább fejlésnek határa nincsen is, új számviszony csak az eredeti számlálásból fejlhetnék ki; a hol pedig már az egység és számáló minden lehető esetét kimerítettük.

De mi tehát a számtannak hátra lévő, s kivált mai szerkezetében oly sokszorta nagyobb része? Nem egyéb mint *alakulás,* mely a számviszonyt alkotó számok saját *szerkezetéből* folyik, s kérdése ismét csak ez: miben áll ezen szerkezeti alakulás *származási törvénye?* és miként határoztatik meg e szerint *a mennyiség ?* mivel, mikép láttuk, a mértan két sarkpontja a származás, és mennyiség. Ámde a származás törvényét alakító befolyás csak két forrásból, ú. m. vagy a *nagyság, és mérés,* vagy pedig csak a *számviszonyok természetéből* eredhet.

Mi az elsőt illeti: erre nézve először is tudjuk, hogy egyedül a *térnagyság* az, mely mértani átalános meghatározásra képes. Az időnagyság egyoldalu; úgyszólván csak hossza van. Az erőt nem tudjuk micsoda; ha pedig annak nagysága helyett eredményét térben lévő határok között mérjük, csak térnagyságot mérünk. A képzelt nagyság, pl. a *becs,* egyezményszerü. Minden más nagyság vagy *térben* van, vagy lehet annak képviselőjéül térnagyságot képzelnünk. Ez az oka, hogy a mértan az úgynevezett *geometriával* kezdődött, és hogy a *térnek* nem is lehet más *tana*, mint az, mely a geometriában, azaz magyarul, a *tértanban* *) kifejlett. Egy szóval a mértan *tanelvi* tárgya a *térnagyság.* A mint tehát a mértan az átalános alapfogalmakat, melyek az egészre, és így tértanra és számtanra is egyiránt szólanak, lerakta: természettel a térnagyságot, mint tárgyát kell elővennie. Úgyde ennek irányában csak két kérdése lehet. Egyik ez: *milyen* a térnagyság (szeglet, vonal, terület, terjelem) magában, s egymással combinálva? Másik ez: *mennyi*, s *mikép annyi* abban a nagyság? Tudjuk, hogy összehasonlítás, mérés és számfogalmak nélkül az első kérdés körében sem mozdulhatunk meg; mivel a mit ezek nélkül tehetnénk, az már az alapfogalmakban benne van. De itt még a mérés, és számfogalom csu-

---

*) Négyes kistükör stb. 11. l.

pán segéd, s mintegy átalános eszközök; és így ezekre a nagyság természete *módosító* befolyással nem lehet. Ellenben a második kérdésnél a mérték, mérés, nagyság természete, és az ezeket kifejező számfogalmak, egy szóval *tértan*, és *számtan* elvileg egyesülnek*); mert tudjuk, hogy a nagyság *mennyisége* a *szám*, s azt, hogy *„mennyi"*, egyenesen, s határozottan egyedül csak *„szám"* mondhatja meg**). Következésképen a nagyság, és mérés természetéből eredő minden módosító befolyást, mely a három számviszony további fejleményeire hat, az *egyesült tér-, és számtanban* kell keresnünk. Ámde itt ismét a *származás*, és *mennyiség* kérdése áll előnkbe; ez utóbbira pedig, a szerint, a mint tisztán a számviszonyi eredmény, vagy a számláló, vagy az egység kerestetik, az egész mértanban mindenütt a *mennyiséghatározó* egyenlet, és pedig *csak számtani* elvek alapján felel meg. Következésképen a módosító ezen befolyások forrása nem lehet más, mint azon *származási törvényszerüség*, mely a különböző térnagyságok mérésében, és ennek számfogalmak által való kifejezésében uralkodik. Ez pedig, tudjuk, az *egyközü*, és *fordulási* méréssel (melynek alapja a szeglet mérés, vagy *szögmértan*, trigonometria) nyilik meg, és szétfolyik az átalános *származási törvényszerüségek térszámtanában*, melynek az eddigi *analytica geometria* (s bizonyos szempontból a *descriptiva geometria*, vagy *térrajztan*), mint *a posteriori* fejlés müve, csak egyoldalu képviselője lehetett. A honnan a geometria ezen szép részei az egyesült tér-, és számtanban avult külsejöket levetkezik, hogy annál szebb alakot öltsenek fel; s nem

*) Valóban nem csoda, ha a tudomány eddigi helyzetében egy lángelme azon gondolatát, hogy *a számtant a tértanra alkalmazza*, nemcsak igen szerencsés mozzanatnak kellett tartani, hanem maga a tudomány is ennek köszönheti, hogy összefüggetlen birodalmának egyik parlagából ez által rövid idő alatt oly termékeny tartománya emelkedett ki, mint az úgy nevezett *analytica geometria*. Holott tulajdonképen a dolog inkább megfordítva áll. Mert mit tehet az, hogy a számtant a tértanra alkalmazzuk, hanemha azt, hogy azon számfogalmakat, és kifejezéseket, melyek egyenesen a térnagyságnak a maga természete szerinti mérték, és mérés által való meghatározását fejezik ki, ezen nagyság meghatározására alkalmazzuk?

**) Innen aztán a *mennyiségtan* sem lehet egyéb, mint *számtan*.

egy dologból kettőt alkotva, hanem, mint természettel egymást gyámolítók, az egységes tudományban karöltve jelenjenek meg; mert hiszen ha a tértan a számtanban, azaz a térnagyság számfogalmakban ki van fejezve, úgy a számtan is alkalmazva van a tértanra. Ez az oka, hogy a tértannak, akár külön adassék az elő, akár együtt a számtannal, a mértanban külön rendszere nincsen, s mikép láttuk, nélküle az eddigiekben sem akadtunk fenn; tanainak összefüggése, tisztasága pedig, már szemléleti természeténél fogva is, kezdet óta legfejlettebb volt, s a mi homály itt-ott felmerült is abban, ez, némely közös alapfogalmak kivételével, melyek főbbjeit a két első szakaszban röviden érintettük, leginkább a számtanból eredt, és így ennek megtisztult világánál el is kell oszlania A honnan itt az elvileg kimutatott tértani módosító befolyások részleteibe bocsátkoznunk, ha terünk lenne is, csak unalmat okozni volna jó.

A fő itt, mert a tudomány logikai fejlésének ere ebből folyik tovább, a módosulások *tisztán számtani* forrása. Ugyanis a három számviszonynak minden, s bármily szerkezetü számkifejezése, *mint szám*, újra lehet, még pedig a két első számviszonyban *egység* is, s ha tiszta szám, *számláló* is, és ez a harmadik számviszonyban (hol az egység $=1$) *alapszám*, s *hatványjel*. De épen ezért az ily esetekben a három számviszony természete már elvileg jelen lévén: új és átalános nem lehet bennök más, mint a *többtagu szerkezet*. Ámde a *több tag* az egységben az *egész egység részei;* a számlálóban pedig *számláló tag*; *a számlálónak pedig minden tagja a másiknak*, akár egység, akár számláló legyen az, *minden tagját számlál, ja;* mert bár mi maradna el, az egyenlet két kifejezésében amennyiség ugyanaz nem lehetne, vagyis az egyenlet nem egyenlet, azaz ellenmondás lenne. E számlálásban tehát mulhatlan azon *törvényszerüség*, mely kimutatja, *hányféleképen* vétetnek a tagok az egységből, és számlálóból, vagy a hol csupa számlálók vannak, ezekből, hogy az eredmény se több, se kevesebb, se más tagu ne legyen, mint lennie kell? Minthogy pedig e kérdésre is csak *szám*, még pedig *számláló* szám, s végre tisztán véve csak úgy adhat feleletet, hogy ebben a valahányféleképen vett számoknak *mennyiségéről* szó sincsen, hanem azok csak *dolgoknak* tekintetnek : tehát látnivaló, hogy itt a törvényszerüség alapja nem egyéb, mint a *rend* azon fogalma, mely szerint a *keresett számláló szám* hány voltával azt mutatja, *hányféleképen* lehető a kiadott számoknak, mint puszta dolgoknak, egymás mellett és után, a kérdés értelme szerinti elhelyezésök? a három számviszony szerinti alakulásával pedig épen azt adja tudtunkra, miben áll ezen rendi elhelyezésnek számtanilag kifejezhetett s kifejezett *törvényszerüsége?* Úgyde látnivaló, hogy ily értelemben sem a szám, *mint dolog*, sem a *rend, egymásmellettiség* stb. nem számfogalmak; az említett törvényszerüség kifejezése pedig itt is csak a három számviszony szerint történik. Következésképen ezen *rendi viszonyok* tana *) a mértanban új számviszonyt nem alkot; hanem mennyiséghatározó egyenletei a *hányféleképen?* kérdés körébeni feladatok megfejtéséhez, a hova tartozik az úgynevezett *valószinüségi számvetés* is, törvényszerüséget határozó egyenletei pedig a számtan további fejleményeihez képezik a tanszerü alapot.

Ugyanis, ezen tisztán *rendi* törvények az egység, és számláló szerkezeti sajátságának minden lehető eseteiben a három számviszonynyal újra egyesülve merítik ki a számtan harmadik és utolsó részét, a *sorzatok* tanát; melyben tehát az előbb csak dolgoknak tekintett számok is újra mennyiségi értelmökben jelennek meg. Mert a sorzatoknak sincsen egyebök, mint származásuk, és mennyiségök; de már bennök mindkettő azon számoktól függ, melyekből bizonyos állandó, azaz az egész sorzatra szóló törvény szerint alakulnak. A mi ezen alakulást illeti, ez eredetileg újra csak kétféle lehet;

*) E tanrésznek, az úgynevezett *combinatiók* tanának is csak két eredeti esete lehet. Egyik az, melyben *egyrendbeli* elemnek minden lehető esete *minden elemre* szól; másik az, melyben *nem minden elemre*, hanem az elemekre csak egyesével, kettesével, hármasával stb. azaz csak bizonyos *osztályonként* vett elemekre szól. Amaz a *hely-csere* (permutatio), ez az *osztály-csere* (combinatio). A harmadik eset azután itt is a két elsőnek összetéte, melyben azok törvényei, miután egy rendbeli elemmel minden lehető esetet kimerítettek, *több rendbeli* elemek cserélgetésére alkalmaztatnak; és ez a *rendcsere* (variatio).

mert a sorzat tagjai vagy az egyszerü növés, fogyás, a mi a $+$, — jegyek által fejeztetik ki, vagy a tényezői számviszony összetevő értelmében folynak egymás után. Amaz kiválólag neveztetik *sorzatnak* (series); emezt pedig *ténysorzatnak* (series factorum, facultés) nevezzük. E kettő azután összetéve jelenik meg az úgynevezett *végtelen láncztörtekben*, az előbbi össztényzői viszony itt már osztásba menvén át. A mi pedig a tagok alakulását, melytől a sorzat természete függ, továbbá a sorzat mennyiséghatározó értelmét illeti, noha bizonyos, hogy alapfogalmaink, s elveink erejét, melylyel azok az eseti fejlés nehézségeit eloszlatják, itt már érdekesebben lehetne kitüntetnünk: mindazáltal, a mennyiben ez önként folyó következmények részletes tárgyalása lenne, a mi jelen czélunkra nem tartozik, azt ez úttal annyival inkább mellőzhetőnek véljük, mert mindjárt elérjük azon pontot, a hol e tanok ily hatásáról elvileg, s a tudomány felsőbb részeiben kell nehány szót ejtenünk.

De hát az *algebra*, mint *egyenletek tana* hová lett? Ez az egész mértanban feloszlott. Mert e tan a *mennyi*, és *miképen* annyi? kérdésre mindenütt egyenletben felel; s már láttuk is fentebb, hogy a mennyiséghatározó egyenletek közü csak azon két eset van hátra, melyben az *egység* és a *számláló* az ismeretlen, mivel a törvényegyenletekben nem *ismeretlen* mennyiség, hanem *törvényszerüség* kerestetik, s határoztatik meg. Ha pedig az algebra csak az úgynevezett *algebrai egyenletek* tanát jelenti, mikép eredetileg jelentette, mivel a jelvényes számtan ezen kezdődött: úgy, miután ezek nem egyebek, mint az *ismeretlen számlálók* említett egyenletei, pl. a $3x^2—9=18$ algebrai egyenletben az $x$ határozottan a 3 számláló számot jelenti, mi szükség ezeknek ma is külön tanát tartani fenn a tudományban, holott az ezeknek sem kevesbbé tana, mint a többi egyenleteknek, melyeket ily külön tanczím alá vonni senkinek sem jut eszébe, sőt az *ismeretlen egység* említett esete, mely mindjárt szőnyegre kerül, még csak észre sem vétetett, holott már ez is majdnem kétszáz év óta fennáll a tudományban; és avagy nem az-e a dolog természete, hogy mindenik a maga helyén jöjön elö, a hol az, mint *a priori* eset, ki sem is maradhat, legtisztább színben is áll, legegyszerübben is kezeltethetik? A mi pedig az algebrának, mint egyenletek tanának, azon jelentését illeti, melyet rendesen az *egyenlet feltevése*, azaz a feladatnak a számtan nyelvén való kifejezése alatt szoktak érteni: micsoda tan az, akár logikai, akár didaktikai szempontból tekintve, haugyan e kettő itt különböző lehet, mely midőn az egyenlet feltevését akarja tanítani, ennek alapelvéül utoljára is kénytelen azt vallani, hogy „ehez már nincs szabály, itt minden a gyakorlattól, éles felfogástól stb. függ“, holott az egész mértan, mint kezdettől végig a feladat számfogalomban való kifejezésének tana, nem is lehet egyéb, mint az ehez való szabály, gyakorlat, éles felfogás stb. tudománya?

Most tehát már utolsó pontunkhoz érkeztünk.

Tudjuk, hogy minden a mi van, bizonyos törvény szerint van, s ez a *származás*, melyben tehát, mint gyülpontban, a dolognak minden sajátsága egyesül. Ennélfogva, ha nem volnának is feladatok, melyek *valósággal származó* nagyságok mértani meghatározását kivánják: a tudomány már *a priori* tartoznék a nagyságot a származás szempontjából, azaz úgy is tekintetbe venni, a mint az *a maga határai között a térben, bizonyos idö alatt valamely erö által származik, vagy származni képzeltetik.* Ámde a származás csupa *változás*; a változást pedig a nagyság körül, mikép elül láttuk, csak az *idöre* és *eröre*, vagy *származási képességre* lehet értenünk. Ha tehát a mértan kérdését, t. i. mennyi, és miképen annyi a nagyság a maga határai között bizonyos mérték szerint? a származó nagyságra alkalmazzuk: látnivaló, hogy az vagy ezt kérdezi: mennyi a nagyság *a származási tdö két pontja között?* vagy ezt: mennyi az *az idönek egy pontján?* mert több eset az *idöre nézve* nincsen. Az első két oldalu; mert vagy az kivántatik, hogy a mérés, és ennek kifejezése, mint a származás, az *idövel* mindenütt *együtt haladjon*, vagy hogy *ne haladjon együtt*, hanem a nagyság úgy méressék, a mint az már az idő két pontja között származva, azaz mintegy készen fekszik előttünk. Úgyde ez utóbbi esetben a felelet is készen van. Mert ha az eddig előadottak a magok körében teljesen kiegészítve vannak: úgy, nincsen oly bizonyos, vagy állandó *törvény* szerint *származott*, tehát *kész* nagyság, melyet azok szabályai szerint mérés által meghatároznunk, legalább elvileg, ne lehetne; ott pedig a hol *törvény* nincsen, igazság sincsen, a hol pedig igazság nincsen, nincsen is mit tanulnunk *). Ellenben mig a nagyság az idő két pontja között *épen származik*, és így az, az időnek minden pontján más állapotban van, azaz más-más határok között nő, vagy fogy stb., és így ennek mértani meghatározásához a mérték, mérés, és szám természetének is mindig másnak, azaz az idővel együtt változónak kellene lennie, holott a mértan *változó mértéket, mérést, és számot* nem ismer: látnivaló, hogy annak ily módon való meghatározását még csak képzelnünk sem lehet. Következésképen a mértannak hátralévő egyedüli, s *a priori* kérdése, melyre meg kell felelnie, mert különben tovább egy lépést se tehetne, ez: *mennyi a nagyság a származási idő egy pontján?*

E szerény kérdésben összpontosulnak azon nehézségek, melyekkel a mult idők lángelméi a mértan fejlésének már harmadfélezer év óta csavargó útain csupa meglepő alakzatokban találkozván, nem természetellenes dolog, hogy azokat egyenesen szemközt le nem győzhették; mert a felfedezések logikája ritkán is vezet egyenes úton győzelemre. És bár örökre tiszteletes dolognak marad másfelől az, hogy a fennakadás pontjait legalább mesterfogásokkal megkerülték, de szintoly természetes, hogy ily módon, mintha csak hátuk megett ellenséget hagyva törtek volna be a tudomány legtermékenyebb tartományába, itt biztos alapon soha meg nem állhattak. Midőn pedig már a nagy erő és szorgalom nagy kincset gyüjte össze, s a biztosíték égető szükséggé lett: avagy csoda-e, ha ehez a mélységben és magasságban, s még a metaphysika tulvilágában is keresték a szilárd alapot?

Egy út volt még hátra; t. i. az eleitőlfogva természettel kevésre becsült, s odahagyott elemi fogalmak s elvek va-

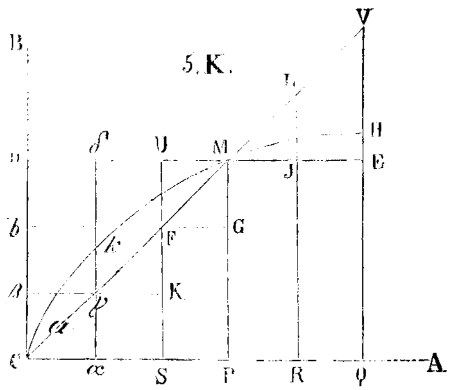
---

*) A fels. mértan val. alapelvei stb. 13. l.

lódi értelmét feltárni, s ezekből a logika egyenes útján hozni ki azon tudományt, melyben mindent annak természetéhez illő, és méltó világításban láthatunk. E fogalmak, s elvek azok, melyekre b. e. Kerekes Ferencz mértudósunk sikeres, működése a magyar mértani irodalom terén 1838 óta irányult, de különösen az említett nehézségekre vonatkozókat „*A felsőbb mértan valódi alapelvei*" felett mult évben megjelent műve csordultig tartalmazza. A honnan itt csak a logikai fejlés szempontjából kell a következőket felhoznunk.

Bizonyos, hogy a származás idejének egy pontján, mint határban, idő nem lévén, származott nagyság sincsen; mert idő nélkül eredménye a legerősebb származási képességnek sem lehet. Az egész titok tehát csak abban fekszik, hogy az idő egy pontján, vagy a mi ezzel egyre megyen, az addig *eltelt idő végpontján a nagyság nem-lételét nem-lételt jelentő számmal* fejezzük ki.

E végre mindenek előtt fejezzünk ki az egyesült tér és számtan útján valamely térnagyságot, pl. a $CQV$ háromszeg területét (5. Kép), úgy, hogy legyen az egyközü mérés $CA$




rányán, melyhez a kiindulás határának irányát, $CB$, egyszerüség végett függően állítjuk meg, a hosszmérték $C\alpha$ (öl, láb, mföld stb.), és így a megfelelő négyszegmértékkel kimért eredeti egység $C\alpha\gamma\beta = a$ (1 □ öl, 1 □ láb stb.). Ennek a $C\gamma$

szögellő általketté szelt $C\alpha\gamma$ fele $=\frac{1}{2}a$, legyen a háromszeg területe az $\alpha$ ponton álló $\alpha\gamma$ határig, a mi egyszersmind ezen *CQV* háromszeg természetét is meghatározza. A többi már önként következik; mert a $CS=2C\alpha$ végpontján álló *SF* határig a terület $=\frac{1}{2}CSFb=\frac{1}{2}.4a=\frac{1}{2}a.2^2$; a $CP=3C\alpha$ végéni *PM* határig $=\frac{1}{2}.9a=\frac{1}{2}a.3^2$; végre azon határig, mely az $x.C\alpha$ végpontján áll, lesz a terület : $u=\frac{1}{2}a.x^2$. — Itt ugyan az *időre* még csak gondolnunk sem kellett. Mert mind az általunk kimért egység, mind azon törvény, $\frac{1}{2}ax^2$, mely szerint abból e terület, $u$, származik, *minden időben* ugyanaz; a származási *képességet* pedig nem a *nagyságra*, hanem a *mennyiségre* értettük; mivel czélunk mind ezeket így kivánta. De ha a kérdés ez : mikép fejezzük ki a nagyság nem-létét, az idő egy pontján, azaz melyik azon *egység*, melyet a *kérdéses idő végpontján* nem létesen, vagy *0-szor* kell számlálnunk, hogy ez által ott a nagyság nem-léte, vagy a *null nagyság* kifejeztessék? mibe kerül azon *képességet*, melyet a mennyiség származásában gondoltunk, a *nagyság származására* értenünk; a mérést és számfogalombani kifejezést pedig úgy képzelnünk, mintha pl. azon nagyság, *CPM*, melyet a *CP* vonalon haladva, az $a$ egységből, s az $u=\frac{1}{2}ax^2$ törvény szerint darabonként raktunk össze, a *megfelelő származási idő minden pontján* ugyanezen törvény szerint származnék? Söt inkább, ha a *CA* irányon az *idő haladását* számítjuk úgy, mint számítottuk azon a mérés és számlálás haladását; és így a $C\alpha$ mértéket az *időnagyság* egyenes (vagy a fordulási mérésnél körív) *vonalmértékének*, ennek számláló számjait pedig, melyeket a mérés kifejezésénél az $x$ alatt értettünk, az *időegység számlálóinak* tekintjük: úgy itt tulajdonképen új fogalom fel sem merül; mert mind ezek a származó nagyság, s a mérés és számlálás fogalmaiban már eredetileg meg vannak; hanem igen is, a tudomány eddigi különszakgatott fogalmai nyernek oly egységet, melyben az eseti fejlés *„abscissa, ordinata, változó nagyság és mennyiség, folytonos szám* stb.“ részint egyoldalu, részint képtelen fogalmai tökéletesen megtisztulva jelennek meg, és valóságos elvként mondhatjuk ki, hogy *nincsen oly mértani törvényszerüség számkifejezése, mely alatt a nagyságot úgy ne lehetne képzelnünk, hogy az bizonyos határok között a térben, bizonyos idő alatt, s bizonyos képesség által származott.*

Ezen tiszta alapon tehát már kérdésünk mértáni értelemben így áll : *akármely* származási *időnek*, $x$, mely alatt a nagyság bizonyos *mérték, mérés és számkifejezés törvénye* szerint *létesen* származott, *végpontján* kerestetik azon *egység*, mely *0-szor* véve, az ezen pontnak megfelelő *null nagyságot* ugyanazon *származási törvény* szerint kifejezi. E feladat teljesen határozott; és így a keresett egységnek pusztán *számtanilag* is ki kell fejlenie. Legyen tehát az $x$ idő alatt létesen származó nagyság ily számkifejezése a fentebbi $u=\frac{1}{2}ax^2$. Minthogy a származott nagyság mennyisége mindenütt az időegység számlálójának valamely szorzata, példánkban : $u=x\left(\frac{1}{2}ax\right)$: tehát önként értetik, hogy e számláló, az idő egy pontján, a hol *egy* időegység *sincsen*, azaz *0 időegység van*, szintén csak az *egyedüli* 0 számláló szám lehet. Azonban, alább önként kifejlő oknál fogva, nevezzük el az *idő 0 számlálóját*, az $x$-től $dx$-nek, noha tudjuk, hogy ez határozottan $=0$; hasonló jelvénynyel legyen az $x$ idő végpontjáni kérdéses *null nagyság*, jelen esetben, *du;* végre a *keresett egységet* jeleljük $w$ betüvel. Látnivaló, hogy így az idő egy pontjáni *null nagyság* átalános egyenlete, az úgynevezett *differentialis egyenlet* lesz : $du=w.dx$; s ebből a *keresett egység*, az úgynevezett *differentialis hányados :* $w=\frac{du}{dx}$. De hátra van még ezen egység *mennyisége*, mit a számtan minden különös esetben tartozik kimutatni, s ki is mutat. Mivel a fenforgó *null nagyságot* a maga származásának teljes értelmében úgy kell kifejeznie, mint az *x idő alatt létesen származott nagyságon túl nem létesen származottat,* $u+du$*;* a mi legtermészetesebben úgy esik meg, hogy az adott származás kifefejezésében is, $\frac{1}{2}ax^2$, az $x$ időn túl még $dx$ időt vesen származási időnek, $\frac{1}{2}a(x+dx)^2$; mert hiszen a számtannak a *nullok* is csak úgy számok, mint a *nem-nullok*. Így pedig önként értetik, hogy a létesen származott nagyság, mint az egyenlet mindkét kifejezésében meglévő, $u+du=\frac{1}{2}a(x+dx)^2=\frac{1}{2}ax^2+ax.dx+\frac{1}{2}a.dx^2$, kimaradván: a mi ott marad, $du=ax.dx+\frac{1}{2}a.dx^2$, nem lehet egyéb, mint a *kérdéses null nagyságnak ugyanazon származási törvényszerűség értelmébeni kifejezése;* csak hogy azután e kifejezésben, a mi elemi alapfogalmaink szerint, a $\frac{1}{2}a.dx^2$, mint az $ax.dx$ *nullhoz* képest *nullszor null*, szükségképen elmaradván, lesz a $du=ax.dx$, s ebből az egység *mennyisége* $w=\frac{du}{dx}=ax$.*)

Az eddigi mathesisnek, mely a csupa számtani, vagy úgynevezett *algebrai demonstratiókkal* mindenütt megelégszik, ennél több követelése annyival kevésbbé lehet, mert az előbbi lehozás, mint tisztán számtani is, *a priori* úton jött ki. De avagy tudjuk-e már ebből, mi az értelme ezen egységnek magában a *származó nagyságban*, és pedig *akár mily törvény szerint változzék a nagyság származása?* Épen nem. Hátra van tehát még a logikai fejlés követelése, melynek egyedüli forrása a dolognak eredeti természete. Azonban nem csak abban áll itt az emberi lélek e nagyszerü műfogásának a mértannak diadala, hogy a fentebbi *létes és nem-létes két tag* természetéből, a nélkül, hogy a számtan szabályain kivül egyébre gondoltunk volna, a keresett egység mennyiségét elönkbe állí-

*) A hol *hányados* van, ott *szernek* is lenni kell. S egyre is megyen pl. az $ax.dx$-ben, akár az $ax$, akár a $dx$ mellé tegyük a mérték nevét, így: $dx$-szer $ax$ □ öl vagy pedig: $ax$-szer $dx$ □ öl; mely utóbbi esetben a $\frac{du \,\square\, \text{öl}}{dx \,\square\, \text{öl}}=ax$, nem egyéb mint *szer*, az úgynevezett *ratio differentialis*.

totta : hanem abban is, hogy az, ezen egység eredeti természetéhez is biztos útat tüz ki elöttünk. Mert először is kimutatja, mikép méretik ki ezen egység a származási időnek akár mely pontján azon mértékkel, melylyel a létesen származott nagyságot a maga mozdulatlan állapotában felmértük. Pl. látjuk, hogy a $w=\frac{du}{dx}=ax$ értelmében az első időegység, $C\alpha$, végpontján túl, az $ax=a.1=\alpha\gamma KS$; mivel ez esetben az $x$ alatt az *1 számlálót* értjük, s a $C\alpha\gamma$ létesen származott nagyság $\alpha\gamma$ határán túl az $\alpha\gamma KS$ egyközény, azaz maga az eredeti mértékkel kimért $a$ egység az, mely 0-szor véve, vagy $dx$-el szorozva az $\alpha$ pontnak megfelelö *null nagyságot* kifejejezi úgy hogy e szerint a $du=a.dx$ lévén, a $w=\frac{du}{dx}=\frac{a.dx}{dx}=\frac{a.0}{0}=a$. Épen így, az $x=2$ esetében lesz : $w=\frac{du}{dx}=a.2=2a=SFGP$; és így $du=2a.dx$, és $w=\frac{du}{dx}=\frac{2a.dx}{dx}=\frac{2a.0}{0}=2a$; s így tovább az $x=3$ esetében : $w=3a=PMJR$, melyből $du=3a.dx$ lévén, a $w=\frac{du}{dx}=\frac{3a.dx}{dx}=\frac{3a.0}{0}=3a$ stb. S most már csak egy lépésnyire állunk a dolog eredeti értelmétől. Ugyanis puszta szemmel látjuk, hogy ezen például felvett $u=\frac{1}{2}ax^2$ származásban az idő minden pontján *más-más* azon egység *nagysága*, mely itt a $dx$-el való számlálás alá alakul, vagy kiméretik. Kérdés tehát : *mi ennek oka?* Nem lehet egyéb, mint a *származási képesség változása*, növése, fogyása. Mert az *idő* mindenütt *egyenlöen halad* elöre; s ez az oka, hogy az időt a származás természetes mértékéül vehettük. A *tér*, melyben a származó nagyság határai az idő minden pontján más-más helyen esnek, egészen szenvedő állapotban van. Itt pedig egyéb nincsen, mitől a származó eredménynek az idő különböző pontján más-más nagysága függhetne. Úgyde a hol *erő* működik, s az a kérdés, *mily nagy ez?* erre már a mindennapi élet is úgy felel, hogy azt mondja meg, *mily nagy az a munka, vagy eredmény*, melyet a kérdéses erö, *változatlan nagyságával, azaz erélyével bizonyos idő-egység alatt* végezne, vagy végez. Sőt mivel az erő *nagyságát*, melylyel az időegység alatt kisebb-nagyobb eredményt, azaz ebben kisebb-nagyobb előhaladást szül, *sebességnek* is nevezi, ezt pedig tulajdonképen nem tudja, micsoda, hanem csak eredményében ismeri, és méri: tehát az ok nevét az okozatra ruházván, magát azon eredményt is, melyben az erő nagyságát méri, csak sebességnek szokta nevezni. S ennél a tudomány sem tud tovább menni, midőn pl. így szól: *a hang sebessége 1030 láb,* azaz, a hang halad *1 mpercz* alatt 1030 lábat. — Következésképen a mértanban is ezt mondjuk: *az x idő végpontjáni null nagyság* nem egyéb, mint *a származási képességnek e pontban a származtatásra készen lécő nagysága*, azaz *sebessége*, mely az idő egy pontján maga is változatlan; azon *egység* pedig, mely ezen null nagyságot e ponton *0-szor* véve fejezi ki, nem egyéb, mint *azon térnagyság*, *mely ezen készen lévő változatlan képesség által az időegység alatt származhatík*, s a mit ennélfogva helyesen nevezhetünk *végsebességnek* (ultima velocitas, $w$). Az egységnek tehát ily esetben az idő minden pontján más-más nagysága csak azt teszi, hogy a *képesség*, melylyel a nagyság származik, *változó;* s e változás természetét a *végsebesség* $w=\frac{du}{dx}$ egyenletébeni törvényszerüség fejezi ki; és ez a *differentialis hányados*, vagy *szer* értelme; pl. a $w=ax$ ezt teszi: a végsebesség úgy nő, mint az idő nagysága, 2 annyi idő alatt 2 annyi, 3 alatt 3 annyi stb.; azon térnagyság pedig, mely ezen képesség által az idő két pontja között származhatik, úgy nő, mint az idő másodhatványa, $u=\frac{1}{2}a.x^2$.*)

---

*) Ilyen a szabadon eső test *útjának*, és *sebességének* természete. S ha az $s=\frac{1}{2}gt^2$ egyenletben a $g=a=30$ □ láb, mert hiszen, arra nézve, hogy *hány?* a mérték nevében a □ *láb*, vagy *folyó láb* egyre megy: úgy az 1-sö mpercz alatti út: $u=\frac{1}{2}a.1^2=C\alpha\gamma=15$, s a végsebesség $\frac{du}{dx}=ax=a.1=g=\alpha\gamma KS=30$; 2 mp. alatt az $u=\frac{1}{2}a.2^2=CSF=60$, a $w=2a=SFGP=60$; 3 mp. alatt az út:

Abból tehát, hogy a származási idő egy pontján származott nagyság nincsen, átalában sem következik, hogy ott semmi sincsen, és így a mértannak sincsen többé semmi dolga: hanem egyenesen, és igen szépen az következik, hogy ha a *már származott* nagyság meghatározásának tana után az *épen származó*, vagy származni képzelt nagyságra kerül a sor, ebben többé más feladat nincsen, mint a *származási képesség nagyságának* meghatározása. Mert a származó nagyságban, mint a képesség eredményében, a nagyság fogalma, mikép elül láttuk, csak az, a mi a már származottban; és így annak itt új direct tana nem keletkezhetik; továbbá, mert e képességnek is van nagysága, t. i. van kisebb, nagyobb származásra való tehetség, azaz *sebesség;* és így ez is határozottan a mértan tárgya; végre a *tér*, és *időnagyságok* magokban véve a kész nagyságok körében határoztatnak meg; kettesével combinálva pedig (tér-idő, tér-erő, idő-erő) nagysági, tehát mértani értelmök nincsen; és így mind magában, mind a *tér-idő-erő* combinatióban csak az *erő nagysága* van hátra. S ha ezek így vannak: nem meglepő következetesség-e az, melylyel ezt a mértan maga tudtunkra adja? mintha mondaná: mikor annak magának nagyságát akarod meghatározni, a minek eddigi átalános tárgyad, t. i. a térnagyság, mindenkor *az idő két pontja közötti eredménye* volt: úgy, fejezd ki azt ott, a hol magában áll, *eredménye*, t. i. *térnagyság nincsen*, azaz az *idő egy pontján*, a hol *null térnagyság van;* minthogy pedig a meghatározás törvényei csak ezen térnagysági eredményekre szólanak, tehát magát e nagyságot is csak azon eredményében kell *mértanilag* (mérték-mérés-számfogalmakban) meghatároznod, mely a *felvett idő*, és *térnagyság mértéke*, s *egysége* alatt, és szerint származhatik. De avagy nem meglepő-e azon egyszerüség is, hogy ekképen, bár mi módon *változzék a sebesség:* annak meghatározása mindenkor a *változatlan* képesség törvényére jő vissza. Mert hiszen a $du=w.dx$ csak azt teszi az időnek egy pontján, a mit az $s=ct$; s ha a $w$-ben $x$ nincsen,

---

$u=\frac{1}{2}a.3^2=CPM=135$, a végsebesség $w=3a=PMJR=90$ láb stb.

a mi épen azt teszi, hogy a végsebesség mindenütt az, a mi a kezdetbeni sebesség, azaz a képesség változatlan, úgy a kettő összeesik; pl. ha a $CD\delta\alpha = 3a$ (5. Kép), s ezt számláljuk elő-re, így: $2.3a$, $3.3a$ stb., úgy ezen származás egyenlete lesz: $u = 3a.x$; melyből a $du = 3a.dx$, és innen a $3a = \frac{du}{dx}$; azaz $s = (3a)t$, és $c = 3a = \frac{s}{t}$. Söt ezt felvett példánkban puszta szemmel is láthatjuk, ha a $w = ax$ szerinti $\alpha\gamma KS$, $SFGP$, $PMJR$ stb. végsebességeket a kiindulás határirányától, $CB$, egymás után a $C\beta$, $Cb$, $CD$ stb. határokból jövő változatlan képesség oly eredményeinek tekintjük, melyek az 1, 2, 3 stb. időegység végpontján túl egy időegység alatt származnak. A honnan a józan okosságnak ezen átalános fogalmak viszonyára alkotott, s számtanilag az $s = ct$ egyenletben kifejezett törvénye ismét nem valamely különös tudomány kizáró sajátja, hanem minden ismeretinkkel egyiránt közös. S hogy ezt a $du = w.dx$ nullokkal fejezi ki, ez igen természetes. Mert a mely képesség az *időben folyvást változik*, annak, számtanilag, csak *null eredménye*, s *null idő* alatt származhatik *változatlan* képességgel, mivel az maga is csak null idő alatt lehet változatlan. Söt épen ez az, a mi a szám fogalmát, mely soha sem folytonos, vagy változó, és a folytonosságot, változást, származást*),

*) A *mozgás*, *sebesség*, és az *idő*, *erő*, *folytonosság*, *változás*, *származás*, melyek nélkül amazok nem is képzelhetök, a mathesisnek eleitől fogva a legnyügösebb pontjai közé tartoztak. Itt már velök körülbelül tisztába jöttünk. Annyit azonban még meg említünk róluk, hogy először is az *erőt*, ha tetszik, azon határban, meddig munkáját, a tér nagyságot, elvégezte, mindenkor képzelhetjük. Mivel itt, a hol eredménye nincsen, az ok az okozattal össze nem esik, sem a mértani meghatározás, mely utoljára itt is csak térnagysági eredmény körül forog, vele össze nem ütközik; mert képviselője a térnagyságban is lévén, t. i. a végsebesség, a határban sem szükség azt vonalnak, területnek, azaz térnagyságnak képzelnünk. Miképen békül azután ki az erő hypothesise azzal, hogy az idő egy pontján, azaz idő nélkül eredmény, létel stb. nincsen, s még is erő van: ez nem a mértan dolga. Azonban bizonyos, hogy ily faju nehézségek azok, melyek lelkünket a *folytonosságnak*, s az *erő* szakadatlan létének, és működésének is fogalmazására kényszerítették. Mi a többit illeti: azt már

a mik csak null idő alatt változatlanok, egymással örökre kibékíti, és a folytonosság mértani kifejezését teljesen kiegészíti; mert a mit a szertelen szám ellenmondással is csak azon különös esetben fejezett ki, melyben az egység nagysága, vagy ennek részei a meghatározni való nagyság határaival soha sem találkozhattak, azt a *nullok*, bár tagadó értelemben, mert a dolog természete másként nem engedi, de ellenmondás nélkül s átalános elvszerüleg fejezik ki. — De mind ezekből most már azt is könnyü átlátnunk, mi az oka, hogy itt a mértani kifejezésekben utoljára minden függés csak az *időtől* jön, vagy mint mondani szoktuk, e kifejezések az $x$ idő *függvényei*; nevezetesen, ha a képesség változó, úgy mind a nagyság, $u=F(x)$, mind a végsebesség, $w=f(x)$, az idő függvénye;

---

tudjuk, hogy itt a *változás, mozgás* stb. nem a tudomány tárgyára, hanem arra vonatkozik, a mi az erő által az időben származik és *nagysága a térben* bizonyos határok között van; s a mértannak ez utóbbin kivül egyébre gondja nincsen. Ezért alakítá még a *képesség* nagyságát is *térnagysággá*. Megtiltani azonban a mértannak, hogy ama fogalmaknak, melyek nélkül gondolkodnunk sem lehetne, hasznukat ne vegye: csak olyan lenne, mintha pl. a történésznek tiltatnék meg, hogy a különböző időben, földterületen, s erők összehatásával keletkezett eseményekről ne beszéljen; mert az idő, tér, erő nem a historia, hanem a metaphysika tárgyai. — Elenyésztek tehát azon nehézségek, melyek miatt a mathesis e fogalmaktól későbbi időkben egész tudományos féltékenységgel, s annál feltünőbb következetlenséggel óvatott, mert a mozgás, származás, mit idő, s erő nélkül képzelni sem lehet, hallgatva már az elemi részekbe belopakodott, még pedig képtelenül, t. i. a térnagyságok a pont, vonal, terület mozgásából származtattak, holott ezeknek testök, mely mozoghatna, nincsen; a változás pedig a folytonosan változó mennyiségekben, és számokban a felsőbb részek valóságos alapfogalmának tekintetett. holott ha folytonos, vagy változó szám lenne, úgy felsőbb mértan nem lehetne; mert mi akadályozná, hogy ily számok által a folyton származó nagyságot is közvetlenül meg ne határozhassuk? Hogy pedig ez eddig nem történt: oka az, hogy itt is ahoz, a mi nem volt, de lennie kellett volna, t. i. a tudomány philosophiai egységéhez, mindig a meglévő vétetett mértékül, s ekképen örökké az eseti fejlés évezredek óta kanyargó útain izzadtunk, s izzasztottuk az újuló nemzedékeket; a mi olyan volt, mintha ma is azon az úton akarnánk Amérikába járni, melyen oda Columbus először eljutott.

ha pedig a képesség változatlan, úgy csak a nagyság függ egészen egyszerüen az idő folyásától, pl. $u=3a.x$; mert ha még ez sem függ az időtől, pl. $u=3a$, úgy az nem is származó, hanem oly nagyság, melynek mennyisége is *állandó**). Ezért kellett a származásban az *időmértéket* alapul vennünk, mely, mint maga is vonalnagyság, az egész kifejezést csupa térmértékre veszi. Ezért volt csak az időegység számlálóira szükségünk, melyeknek egysége és mértéke a kifejezésben benne fekszik. Ezért lett e számlálók nullja, a $dx=0$. Végre ezért kellett a $du$, $dx$ stb. jelvényeket megtartanunk; mert a 0-al való szorzás már kész egységet feltétez; mi pedig moskeressük azt az $u=F(x)$-ből a $du=w.dx$ útján; mikor pedig már a $\frac{du}{dx}=w$, pl. $=ax$-ben megtaláltuk, nem sokat nyerünk vele, ha azt újra így irjuk: $\frac{0.ax}{0}=ax$, e helyett: $\frac{ax.dx}{dx}=ax$ a nagyság nullját, $du$, pedig jelvény nélkül ki sem fejezhetnők, mert a $0.u=$ az egész $x$ idő alatt származott nagyság maga vagy mennyisége *0-szor* véve, mi a $du$-tól nagyon különböző stb.

Most már csak az a kérdés: áll-e ezen értelme *az idő egy pontján 0-szor vett végsebességnek* mindenkor, *bár mily törvény szerint változzék a származási képesség?* Mindenkor áll. Mert a változó képességnek az $x$ idő végpontján túl származó eredménye mindenkor két különböző darabból áll. Egyik az, melyet az $x$ idő végpontján *már készen lévő változatlan* képesség innen kezdve magában származtatna; másik az, melyet a képességnek e ponton *még nem lévő*, hanem innen kezdődő növése, fogyása, azaz *változása* okoz; a honnan változatlan ké-

*) Ilyenkor tehát a kisebb-nagyobb származási képességről szó sem lehetvén, ez *mértanilag* $=0$ *sebesség*. Ezzel pedig az *időegység* alatt is csak 0 eredmény, vagy *végsebesség*, $w$, származhatik, mely az idő nuljával, $dx=0$, szorozva, mindenkor *nullszor null*, $w.dx=$ $=0.0=0^2$; azaz, az *állandó mennyiség differentiáléja* $=0^2$, pl. $d.3a=0.dx$, s ez a változó származásbani *nullok* mellett kimarad (Fels. mért. val. alapelvei stb. 117. 118. l).

pességnél ezen második darabról szó sem is lehet. Úgyde az elsőből, az időegység alatt származó darab a *végsebesség*, $w$, mely mindenkor *létes* mennyiség, mikor származtató képesség *van*; míg a másodikból a végsebesség e ponton mindenkor *null*, mivel itt maga a képesség is *még null*, ezzel pedig, ha változatlanul marad, az időegység alatt is csak *null eredmény* származhatik. Épen így ha az egész nagyság nullját, $du$, tekintjük is : ez mindenkor áll az előbbi első, azaz *létes* végsebességből, s a második *nullból*, mindenik $dx$-el szorozva; és így az első szorzat mindenkor *null*, a második pedig *nullszor null*. Mind ezt a származás számkifejezése is tartozik kimutatni; mert különben oly kifejezése lenne az a származásnak, mely a származást ki nem fejezi. Az első esetet tehát felvett példánkban, $u=\frac{1}{2}ax^2$, a $w=\frac{du}{dx}=ax+\frac{1}{2}a.dx$, a másodikat pedig a $du=ax.dx+\frac{1}{2}a.dx^2$ mutatja. Amott az első tag jobbfelől, tudjuk, a *végsebesség*, mely pl. a $P$ ponton (5. Kép) $w=ax=PMJR$, müve az e ponton meglévő *változatlan* képességnek a következő időegység alatt; a második tag: $\frac{1}{2}a.dx=MJL.dx$, müve az e ponton meglévő változatlan képesség ezutáni növekedésének ugyanazon törvény szerint, s ugyanazon időegység alatt, $dx$-el szorozva. Második esetben az első tagot, $ax.dx=PMJR.dx$, már értjük; a második tag pedig, $\frac{1}{2}a.dx^2=(MJL.dx).dx=MJL.dx^2$, nem egyéb a $dx^2$ idő alatt, mint maga az $u=\frac{1}{2}a.x^2$, az $x^2$ idő alatt. Úgyde ezen második darab, vagy tag, az elsőhöz képest mindenkor *null*, és így elmarad. Következésképen bár mily törvény szerint változzék, növekedjék, fogyakodjék a származási képesség a $F(x)$-ben : ennek *nullja*, vagy úgynevezett *differentialéja*, $du$, $dy$ stb., mindenkor az $x$ idő végpontján meglevő változatlan képességgel a következő időegység alatt származható nagyság mennyisége, $dx$-el szorozva *).

*) Mikor a képesség változása a *fogyásban* áll : ez nem csak

A mértan ezen része tehát, mely *differentialis számvetésnek* neveztetett, noha látjuk, hogy itt a *differentia* fogalmának

---

különbséget nem tesz, de sőt ugyanazon származásban még a végsebesség is ugyanaz; mert hiszen a „$\pm$ *null*" jelentésénél fogva az $u \pm du$, és $x \pm dx$ kettős jegy értelme is egyre megy. Pl. ha az $u = \frac{1}{2}ax^2$ származás véghatárától, mely az $x$ idő végpontján áll, 2 időegység alatt képzeljük a származott nagyság fogyását, $u = \frac{1}{2}a(x-2)^2$: úgy lesz a $du = a(x-2)dx$, és ebből: $w = \frac{du}{dx} = a(x-2)$; s ha az $x = 5 = CQ$,(5.*K*), úgy a $w = 3o = PMUS = PMJR$. Mert a $-2$ időegység $= QP$ végpontján túl előre 1 időegység $= PS$ alatt lesz maga a származó nagyság $PMFS = PMUS - MUF$. Ha tehát a nagyság nullja, $du$, a $P$ ponton kerestetik: itt az *MUF még null*, nevezetesen $= 0.\frac{1}{2}a$, hanem innen kezdve ugyanazon törvény szerint származik növekedve az időegység alatt, mely szerint a nagyság ugyanonnan kezdve, ugyanazon idő alatt fogyva származik. És így amannak végsebessége is $0.\frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a.dx$, emezé pedig, az e ponton meglévő képesség müve lévén az időegység alatt, $3a = PMUS$: látnivaló, hogy amaz e mellett, *mint null*, elmarad, s lesz a $w = 3a = PMJR$, épen úgy, mintha a származás a $C$ pontból növekedve jött volna az $x = 3$ végpontjába. Mi a nagyság természetét illeti: ettől már csak az függ, hogy mi lesz annak származásában, a szerint, a mint az *szeglet, vonal, terület*, vagy *terjelem*, az $x$ idő végpontjáni változatlan képesség eredménye az idő egység alatt; s hogy ez az itteni elveken nem változtathat, azt megmutatás nélkül is könnyű átlátni. Egyébiránt a „*Fels, mért. val. alapelveiben*" ezek is kellőleg meg vannak alapítva; s a mi még eddig szintén nem történt, s nem is történhetett, ki van mutatva (163. stb. l.), mi az oka, hogy ezen számvetés eredményei, eddigi képtelen alapjok mellett is hibátlanok voltak, Az t. i. hogy abban két, s egymással egyenesen ellenkező hiba követtetett el. Egyik az hogy a *differentiálékról*, mik csupa *nullok*, az állíttatott, hogy azok *nem nullok*, hanem valami képtelen kicsinyek; másik az, hogy azokkal még is úgy bántak, *mint nullokkal*. Az elsőben az ellenmondás ez: *a mi null, az nem null*; a másodikban ez: *a mi nem null, az null*, Ezek tehát egymást lerontván, az eredmény hibátlan lehetett. — A mi pedig ezen elveknek az úgynevezett *felsőbb rendü differentiálék, több változóju függvények* stb. alatt fekvő értelmét illeti: ez már mint tiszta következtetés, sok más hasonlókkal együtt a rendszeres tárgyalás körébe tartozik.

nyoma sincsen, nem egyéb, mint *a szármasási képesség nagyságának* mérése, tisztán számtani értelemben a *mennyiségi* meghatározás azon fentebb említett harmadik esete, melyben az *egység az ismeretlen*, mint a mi, mikép láttuk, csak úgy állhat elő, ha a képesség változása miatt annak nagyságát az idő minden pontján *más-más 0-szor vett egység* által kell kifejeznünk, azaz, az idő valamely pontján az ottani *egységet* keressük. Azt is láttuk, hogy ezen egységet kétképen határozhatjuk meg, t. i. vagy *a priori*, a dolog természetéből, magát annak *nagyságát* szerkesztjük össze, s fejezzük ki a tér- és számtan tövényei szerint, pl. mikor azt mondjuk, hogy a $CKMHQ$ területben az $x=CP$ idő végpontján a keresett egység$=PM.PR$, s ha a $PM=y=\sqrt{ax}$, úgy annak kifejezése:

$$w=\frac{du}{dx}=\sqrt{ax}.PR=\sqrt{ax}.1=y \text{ (a honnan } du=\sqrt{ax}.dx=y.dx);$$

egy tisztán számtanilag, pl. ha az előbbi terület származási kifejezése ez: $u=\frac{2}{3}\sqrt{a}.x^{\frac{3}{2}}$, úgy ebből: $du=\sqrt{a}.x^{\frac{1}{2}}.dx$, s innen $w=\frac{du}{dx}=\sqrt{a}.x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{ax}$. Az első elvileg szintoly lehető, mint a második, csak hogy némely feladat megfejtésére, meglehet, egy egész emberélet sem volna elegendő. Az okszerü könnyebbség czélja tehát a másik módot teszi átalánossá, mely szerint t. i. átalában a számtan törvényeire bizzuk ügyünket. Ehez pedig három lépcsőnk van. *Első* a *származási törvény* számkifejezése, $y=F(x)$; *második* a *nagyság nullja*, vagyis azon *egység 0-szor véve*, mely az idő egy pontján meglévő nagyságot, a mi nem egyéb, mint a *sebesség*, kifejezi, s ez *a nullitás vagy sebesség* kifejezése, az úgynevezett differentialis egyenlet: $dy=w.dx=f(x).dx$; *harmadik* maga a keresett egység, vagy *végsebesség* kifejezése: $w=\frac{dy}{dx}=f(x)$, az úgynevezett differentialis hányados, vagy szer.

Úgyde miután az első, $y=F(x)$, nem egyéb, mint azon törvényszerü összefüggés kifejezése, mely van a *mért nagyság* és annak *származási ideje*, a másik kettő pedig nem egyéb, mint azon törvényszerü összefüggés kifejezése, mely van a származtató *képesség nagysága*, és az *idő* között; e kettő pedig oly kérlelhetlen függésben van egymástól, hogy mihelyt az egyik csak legkevésbbé is változik, a másik is azonnal változik, és míg az egyik ugyanaz, a másik is ugyanaz marad; különben az következnék, hogy a származó nagyság nem azon képesség és idő közötti összefüggés törvénye szerint származik, a mely szerint származik, vagy a képesség és idő összefüggése szerint nem azon nagyság származik, a melyik származik: tehát látnivaló, hogy a mely számvetési munkálatok által az $y=F(x)$-ből egyedül csak a $w=\frac{dy}{dx}=f(x)$ állhatott elő, ugyanazoknak a számviszonyi ellenkezőség elve szerint megfordított végrehajtása, visszafelé csinálása által a $w=f(x)$ ből is, akár a priori alkottuk ezt, akár nem, csak azon egyetlen $y=F(x)$ fejlhetik ki, melyből a $w=f(x)$ származott, vagy származhatott volna*). A honnan ezen *visszaszámításnak* is, mely *integralis* számvetésnek neveztetett, holott itt sincsen semmiféle egészítés, vagy kiegészítés fogalma, s ilyen nem is lehet, mert híja sincsen semminek, három lépcsője van. *Első* a *végsebesség* kifejezése $w=\frac{dy}{dx}=f(x)$; *második*, mely ebből folyik, $dy=w.dx=f(x)$, az ismert $\int$ jegygyel lesz: $\int dy=\int w.dx=\int f(x)dx$, a *visszaszámítási* vagy az úgynevezett *integralis* egyenlet; *harmadik* a nagyság *keresett származási* kifejezése, $y=F(x)$, mely előáll, ha az előbbin a visszaszámítás munkálatait az egyenlet mindkét oldalán végrehajtottuk. Pl. a fentebbi $w=\frac{du}{dx}=\sqrt{a}.x^{\frac{1}{2}}$ végsebességből lesz a $du=\sqrt{ax}^{\frac{1}{2}}.dx$ nyomán $\int du=\int\sqrt{a}.x^{\frac{1}{2}}dx$ s ebből végre az $u=\frac{2}{3}\sqrt{a}.x^{\frac{3}{2}}$ stb.

---

*) Mily szorosan a dolog lényege körül járt a *Newton fluxionum methodusa*, ezt annak következő ismert szavai mutatják: „omnes difficultates possunt ad haec duo tantum problemata reduci: *spatii* longitudine continuo (sive *ad omne tempus*) data, *celeritatem* motus ad tempus propositum *invenire*, *celeritate* motus continuo data, longitudinem *descripti spatii* ad tempus propositum *invenire*." De hogy sem ez, sem más elméletek teljesen tisztára nem jöhettek: ennek okát most már könnyü átlátnunk abból, hogy ez csak az alapfogalmak teljes megtisztulása által történhetett.

Ámde a $w=f(x)$, bár mikép származott, mindig csak *térnagyság és idő összefüggésének* kifejezése; és így senki se tilthatja, hogy bármely függvényegyenletet ilyennek ne tekinthessünk. Következésképen a *visszaszámítás* is ugyanazon alapon, t. i. a tér-, és számtanon nyugszik, melyen a *nullító* számvetés; de másfelől a mennyiben elvileg a tér- és számtan által is előállítható kifejezéseket mulhatlanul az idő egy pontján 0-szor vett egységnek, azaz *sebességnek* kell tekintenie, tehát az idő két pontja közt származó nagyságot ilyenkor sem közvetlenül, hanem épen ezen egység természetéből, mely a keresett nagysággal, mint láttuk, mindenkor közös, és mint már származottat méri s határozza meg.

Ezeknélfogva a mértan a nagyságot többféleképen nem tekinthetvén, mint vagy *már készen lévőt*, vagy *épen származót:* első esetben a meghatározás tana a *tér- és számtan,* s ez a mértan *első része.* Második esetben, láttuk, nincsen más meghatározni valója, mint a *származási képesség nagysága;* de mivel e körül két természetes kérdés merül fel, t. i. *mennyi,* vagy *mily nagy e képesség,* és *mennyi azon nagyság, mely ezzel bizonyos idő alatt származhatik,* tehát az első kérdést a tér- és számtan segítségével, és így ezzel egyesülve a *sebesség mértana, a nullító* vagy *differentialis* számvetés fejti meg, s ez a mértan *második része*; végre a *harmadik rész*, vagyis inkább azon átalános mód, mely szerint az előbbi két tanrész alapján akármely nagyság, melynek származása képzelhető, elvileg mindenkor meghatároztathatik, a *visszaszámítás,* vagy *integralis* számvetés. Innen van az, hogy már az ösi *exhaustio* módszere is, ily átalános értelemben ragadván meg mintegy az akkor még ismeretlen egyetemes mértan tárgyát, épen a mai integralis számvetés körébe tartozó feladatok megfejtése körül merült fel *).

---

*) A hajdani *exhaustio módja*, s a mai *felsőbb mértan* között a tudomány philosophiáját buvárlók egy vagy más értelemben mai napig elvi összefüggést keresnek; söt vannak, kik az új tannak alaptalanságát, vagy, a mi még roszabb, képtelen alapját nem türhetvén, azon egyenes állításban keresnek menedéket, hogy ennek alapja is az exhaustio hibátlan alapelvén nyugszik. Pl. *Bossut* az eddigi elméletek szerint természettel nem foghatván meg, mikép maradhat el

A mi pedig e két felsöbb részt számviszonyi tekintetben illeti : láttuk , hogy ezek alapja körül új számviszonyi elv ki

---

feltétlenül, pl. a $\frac{1}{2}a.\ dx$ az $ax$, vagy a $\frac{1}{2}a.dx^2$ az $ax.\ dx$ mellett, s fenakadását a hires *Fontainnal* közölvén : „admettez — úgy mond ez — les infiniment petits, comme une hypothèse, étudiez la pratique du calcul, et la foi vous viendra. La fois est venue en effet — úgy mond *Bossut* — : je me suis convaincu que la métaphysique de l' analyse infinitésimale est la même *dans le fond*, que celle de la méthode d' exhaustion des anciens géomètres" (Hist. des mathém. T. II p. 145.). Most tehát már nem nehéz e ponttal is tisztára jönünk. Ugyanis, mikor pl. maga Archimedes a *conoid*, $C$, és *félhenger*, $\frac{1}{2}H$, terjedelmének ismeretes egyenlö voltát a Conoidban *belül* képzelt lépcsözetes henger, $B$, és egy másik hasonló, de kivül képzelt henger, $K$, segítségével ily módon hozza ki : *kétségtelenül igaz, hogy a*

$\frac{1}{2}H$ *örökké* $\left\{\begin{matrix} > B \\ < K \end{matrix}\right.$ *; úgyde az is igaz, hogy a*

$C$ *örökké* $\left\{\begin{matrix} > B \\ < K \end{matrix}\right.$ *; és így*

$C = \frac{1}{2}H$ : látnivaló, hogy ezen egész okoskodás kifogástalan ; de hozzá négy ismert természetü nagyság kell, melyek közül kettö, ú. m. a *lökanyar* (parabola : *ellött*, vagy *lökött* test útjának *kanyarja*, *kanyarvonala*), vagy aztán az e szerint alakuló *kupoly* (kup , *kupoly* = conoid ; gömb, *gömböly* = sphaeroid stb.), s a *henger* változatlan ; a belsö , és külsö lépcsös henger pedig szükségképen úgy gondoltatik a kupolyhoz *közeledni*, hogy a belsö, $B$, soha oly nagy, a külsö, $K$, soha oly kicsiny , mint a $C$ ne legyen. Mert elöször is mihelyt nem közelednek , azaz megállnak, mielött a $B$ növés, a $K$ fogyás által $= C$, vagy $= \frac{1}{2}H$ lenne : úgy köztük nem csak a $C$, és $\frac{1}{2}H$, hanem akárhány más különbözö nagyság is elférne ; és így a $C = \frac{1}{2}H$ következtetés az elözményekböl *mulhatlan* nem lenne , holott e módszer *exhaustio* nevét is onnan veszi , hogy *minden lehetö* esetet összefogván, *kimerítvén*, ezekröl az mutattatik meg, hogy *egyen kivül a többi nem áll ;* és így ezen *egynek* kell szükségképen állania. Ha pedig a $B$ is, a $K$ is $= C$, vagy $= \frac{1}{2}H$ lenne, a midön egyszersmind meg is állanának : úgy meg már az okoskodást nem lenne mire építeni ; és így megmutatás sem lehetne. Miböl, mellesleg, az is következik, hogy nem fejlett; ha pedig itt ki nem fejlett, úgy ilyet e két rész teljes számviszonyi kibontakozásából sem várhatunk. A három

---

a *végtelen kicsiny*, a maga egyenes értelmében (mert hiszen minden más értelmezése csak az ebben rejlő képtelenség elöli menekülni akarás, a mi még több zavart okoz), t. i. *a minél már kisebb nincsen*, azaz a kicsinyülés megáll, az exhaustio szép alapelvével is ellenkezik, midőn az mondatik. hogy a *B* növésének, és a *K* fogyásának a *C*-ben *végtelen kicsiny hija* van; s a kik ez alapon azt állították, hogy az exhaustio is csak *megközelítőleg* demonstrál, nagyon csalatkoztak. Végre látnivaló, hogy bár e mód szerinti okoskodás elve magában tekintve átalános; de mivel alkalmazásában, azaz mint módszer, számtan nélkül, csak a közvetlen constructióra támaszkodik : tehát ennek természetes korlátoltsága, és csak egyes esetekre szorítkozása miatt, maga az egész módszer is csak különös természetü lehetett. Így pl. a fentebbi négy elemből való okoskodás, és megmutatás, csak ezen egy esetre szól; más feladathoz más ily segédelemeket kell szerkeszteni, s ha ez nem sikerül, úgy a megfejtés sem sikerülhet.

Mind ezekkel a felsőbb mértan nem hogy lényegében (dans le fond) volna ugyanaz, de söt épen lényegében ellenkező. Mert igaz ugyan, hogy pl. e feladatnál ma is mulhatlan a parabola, $y=\sqrt{ax}$, egyenletének ismerése; de ehez nem kell oly társ, mint a $\frac{1}{2}H$ ; az ismert $v=\int \pi y^2.dx$ pedig az alkalmazásban is oly átalános, hogy bár mily görbe vonal egyenlete legyen az $y=F(x)$, a köbítés nem csak elvileg, hanem tettleg is mindenkor sikerül. Továbbá a felsőbb mértannak, és differ. számvetésnek az *alapja* ugyanaz, s néha csakugyan is erről állíttatik az exhaustióvali ugyanazonság, holott az exhaustio tisztán csak az integr. számvetés feladatai körül forog; a differ. és integr. számvetés pedig egymással ellenkezők. De maga ezen alap, s a differ. számvetés is lényegében ellenkező az exhaustióval. Mert amabban csak *egy változás* van, és ez, mikép láttuk, utoljára az *időre* esik, s ennek egy pontján az *idő nulljávali szorzás* által fejeztetik ki, mig az exhaustióban a *két változás* fogalma mulhatlan, minek kifejezése a soha *véget nem érő osztás*. És mig az exhaustio módszere lehetetlen, mihelyt a két változást véget érőnek veszszük : a differ. számvetés úgy lenne lehetetlen, ha benne azt, a mi a változás meghatározásának számtani eszköze, t. i a $dx$, $dy$ stb. nullokat, a fogyásban véget nem érteknek, hanem még mindig fogyóknak, azaz létes jelentésüeknek vennök; mert így egyiket a másikhoz vagy a létesen számlált egységekhez képest hiba nélkül elhagynunk soha se lehetne. Végre hogy az exhaustio módja szerint a feladatok megfejtését amaz örökre bámulatos mély belátás és átható tapintat jellemzi; mert hiszen még a számokat, s ezek viszonyait is térnagyságokban, s ezek szemlélhető viszonyaiban terjesztvén elő (innen jött a *geometrica* ratio eredeti számviszony tehát az egész mértan egyedüli számviszonyai. Végre, hogy az egész mértannak átalános nagysági tárgya elvileg a *térnagyság*, ezt itt is, a *végsebesség* fogalmában fényesen igazolva találjuk. Innen önként következik, hogy azon számvetési nehézségek, melyek ezen felsőbb részeket, különösen pedig a *visszaszámítást* jellemzik, semminemü új lehetetlenségből, tehát ellenmondásból, vagy a tudománynak még eddig fel nem tárt rejtekeiből nem jöhetnek. Hanem igen természetes, hogy mivel a közvetlen constructio szolgálatát csakhamar felmondja, és így a számtan gépezetére kell magunkat biznunk: tehát minél feljebb emelkedtünk e gép erejével, annál messzebb marad alattunk az *a priori* alap, mígnem végre a számviszonyok bonyolt szövege azt szemeink elől egészen elfedi. Ennek pedig a visszaszámításnál kell tetőpontot érnie; midőn a végsebességből, $w=f(x)$, a megfelelő nagysághoz, $y=F(x)$, azon lejtőn kapaszkodván mintegy felfelé, melyen a $w=f(x)$-nek többnyire tudtunkon kivüli lejövetelekor a *nullszor nullok, állandó tagok* stb. mintegy magoktól széljelhullottak, s ezeket útunkban újra helyre kell igazítanunk: látnivaló, hogy tulajdonképen nem azon kifejezésekkel van dolgunk, melyek előttünk vannak, és ezekből olyanok számviszonyai szerint kell számítanunk, melyek előttünk nincsenek; s így azután akár az egész tudomány minden bonyodalmi nehézségeivel egy tömegben is találkozhatunk. A honnan a tudomány ezen nehézségeinek végkép eloszlásáról már szó sem is lehet; hanem igenis, a fejléssel együtt járó összpontosulás, egyszerüsödés világa ezek bonyodalmára is örökké oszlató fényt derítend.

---

et proportio), a figyelem egész ereje *jelvények* helyett, melyekkel a mai mértan működik, magán a *jelelt tárgyon* összpontosult: ebből nem az következik, a mi néha oly örömest emlegettetik, hogy a mai felsőbb mértan az értelemnek minden különös munkája nélkül csak gépiesen fejtvén meg a régi módszer feladatait, tehát értelmi becse alább szállt; hanem az ellenkező; t. i. épen azon átalánosság alapján, melynélfogva a régi módszer nagy elmefeszítéssel fejtegetett feladatai a mai módnak egy pár gépies tollvonásába kerülnek, ennek oly czélpontokat is tüzhetünk elébe, melyekhez általa eljutnunk szintoly értelmi erőfeszítésbe kerül; de azután ezek oly feladatok, melyekre a régi mód szerint még csak gondolni sem lehetett.

Végre hová, s mikép terjeszkednek ki ezen felsőbb részek karjai, melyek a *nagyság* egész világát átölelik: ezt már maga a tudomány, úgy a mint van is, eléggé mutatja; de plastikai alakulásának, a mi az itt czélul tüzött alapvonalokat különben sem változtathatja, csak vázlatához is a jelen alkalomkiszabta egész tér sem lenne elegendő. Legyen tehát elég itt az, ha láthattuk a logika szilárd útjának azon irányát, melyen a mértanban előttünk homály nincsen, utánunk pedig megkerült akadály sehol el nem maradt.

Mely törekvés sikerültéhez legyen szabad azt venni ismertető jelül, ha a mi itt alantjáró szavakban elmondatott, mindenki által ismert dolognak találtatik; hogy így azután azon nem szaktársak is, kik a mértannak legalább benső természetével némileg megismerkedni ohajtanak, e czéljokhoz jelen pár ív átolvasásával közelebb juthassanak.

EGYETEMI KÖNYVTÁR

# Sajtóhibák.

| *Lap.* | *Sor.* | | | |
|---|---|---|---|---|
| 71. | 16. a. | $\vartheta$ | *helyett* | O |
| 71. | 2. a. | Scit | „ | Seite |
| 78. | 11. f. | $i+\zeta v-2\varepsilon u$ | „ | $i-\zeta v-2\varepsilon u$ |
| 78. | 13. f. | szine | „ | szinte |
| 96. | 5. f. | x | „ | $\chi$ |
| 96. | 5. f. | az illető egyenlet a (39. | | |
| 96. | 2. a. | az illető egyenlet a (43. | | |
| 100. | 12. a. | az | *helyett* | azt. |
| 296. | 4. a. | egyenközüség | „ | egykozüség |
| 298. | 7. f. | test | „ | test utjának |
| 308. | 2. a. | 1854 | „ | 1845. |
| 321. | 8. f. | az | „ | az egységnek |
| „ | 17. f. | a + | „ | és a + |
| „ | 9. a. | ez | „ | az |
| 322. | 12. f. | 1 -(—1 öl), | „ | —1(—1 öl), |
| „ | 17. f. | A'A' | „ | AA' |
| 323. | 17. f. | mivel | „ | és mivel |
| 325. | 19. f. | mint | „ | mind |
| 328. | 3. f. | =— | „ | = |
| 330. | 15. f. | az | „ | az ellenes |
| 331. | 28. f. | *kisebb* | „ | *kisebb ezen* |
| 345. | 12. f. | *értékha'ározatlan* | „ | *érték, ha'dro¿atlan* |
| 353. | 15. f. | $3^{2-1}=3'$ | „ | $3^{2-1}=3^1$ |
| 361. | 5. a. | $l(1''=$ | „ | $l(1'')=$ |

# TARTALOM.

## I. FÜZET.



## II. FÜZET.



KÖNYVTÁRA SZEGED