ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
S. GELEJI, L. GILLEMOT, I. RÁZSÓ

REDIGIT
GY. HEVESI

TOMUS V. FASCICULUS 1.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1952

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-U 21.

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg: több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest, 62. Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az »Akadémiai Kiadó«-nál (Budapest, V., Alkotmány-utca 21. Bankszámla 04-878-111-48), a külföld számára pedig a »Kultúra« Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankszámla: 45-790-057-50-032), vagy külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

»Acta Technica« публикует трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

»Acta Technica« выходит отдельными выпусками разного объёма. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу:

Acta Technica

(Венгрия, Будапешт 62, п/я 440)

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена »Acta Technica« — 110 форинтов за том. Заказы в стране принимает Akadémiai Kiadó (V., Alkotmány-utca 21. Текущий счёт № 04-878-111-48), а для заграницы, предприятие по внешней торговле книг и газет »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Текущий счёт № 45-790-057-50-032), или его заграничные представительства и уполномоченные.

ACTA TECHNICA

TOMUS V

INDEX

Содержание — Inhaltsverzeichnis — Table of contents — Table des matières

Baránszky-Jób, J.: Light metal wheel-centers of tramcars and low temperature investigations connected with them — Баранский—Иоб И.: Изготовление железнодорожного колесного диска из алюминиевого сплава и проведенные в связи с этим исследования по глубокому охлаждению — Moyeux de tramways en métaux légers et leur épreuve à basse température — Leichtmetall-Radscheiben für Strassenbahnwagen und ihre Tieftemperatur-Prüfung 183

Bogárdi, J.: Der Einfluss des Niederschlags und der Temperatur auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels — Богарди Я.: Влияние осадков и температур на изменение уровня грунтовых вод — Influence of rainfall and of temperature on variations of the groundwater table — L'effet de précipitations et de la température sur le régime de la nappe d'eau souterraine 219

Bölcskei, E.: Déformations de voiles minces — Бельчкеи, Э.: Деформация мембранных оболочек — Deformation of shell structures — Formänderungen von Schalenkonstruktionen 489

Бельчкеи, Э., Хавиар, Д.: Алюминиевый мост в Сабадсаллаш — *Bölcskei, E. & Haviár, Gy.:* Über den Bau der Aluminiumbrücke zu Szabadszállás — Aluminium bridge construction at Szabadszállás — Construction d'un pont en aluminium à Szabadszállás 63

Craemer, H.: A remark on the critical boundary pressure in soil mechanics — Кремер, Г.: К проблеме критического напряжения подошвы грунтов — Observation sur la pression bordière limite dans la mécanique du sol — Bemerkung zum kritischen Grenzdruck in der Bodenmechanik 389

Csonka, P.: Zur Theorie der plastischen Knickung — Чонка, П.: К теории пластического продольного изгиба — Contribution to the theory of plastic buckling — Contribution à la théorie de flambage plastique 47

Csonka, P.: Die plastische Knickung des zentrisch gedrückten Stahlstabes — Чонка, П.: Пластический изгиб центрально сжатого стального стержня — Plastic buckling of axially compressed steel bars — Flambage plastique d'une barre d'acier sous compression centrée 153

Déri, M.: Problem of high dielectric constant ceramics — Дери М.: Проблема керамических материалов с большой диэлектрической постоянной — Le problème matières céramiques à haute constante diélectrique — Das Problem von keramischen Stoffen mit hohem Dielektrizitätskonstant 207

Gál, E.: Aschenzusammensetzung und Aschenschmelzverhalten ungarischer Braunkohlen — Гал, Э.: Содержание зол венгерских бурых углей и поведение их в отношении плавления зол. Меры борьбы против шлакообразования — Composition and point of fusion of hungarian brown coal ash — La composition et le point de fusion de cendres de lignites hongrois 1

Gruber, J.: Blade section design in axial hydraulic machines — Грубер Й.: Конструирование профиля лопастей осевых гидромашин — Calcul des profils des vannes de turbomachines hydrauliques axiales — Berechnung des Radschaufelquerschnittes von Axial-Turbomaschinen..... 355

Guman, J.: Computing natural gas pipe-lines — Гуман, Й.: Поток в трубопроводах естественных газов. Определение размеров — Calcul de conduites à gaz naturel — Berechnung von Erdgas-Fernleitungen..... 397

Korányi, I.: Étude du flambage des pièces comprimées — Корани, И.: Расчет сжатых стержней на продольный изгиб — Buckling of compressed bars — Studie über die Knickung der gedrückten Stäbe..... 247

Liska, J.: Die Bestimmung des Wicklungsfaktors von Bruchlochwicklungen — Лишка, Й.: Определение коеэффициента обмотки дробных обмоток — Computation of the winding factor in case of fractional number of grooves per pole and phase — Calcul du facteur d'enroulement si le nombre d'encocher per pole et phase est une fraction..... 379

Мартини, К.: Новейшие достижения в области обогащения венгерских углей лиасовой эпохи — *Martiny, K.:* Die neuesten Ergebnisse der trockenen Aufbereitung der liassischen Kohlen Ungarns — Results of dry-cleaning of liassic coals in Hungary — Résultats de préparation à sec de charbons liassiques hongrois. 91

Nemesdy, E.: Übergangsbögen bei Eisenbahnen und städtischen Schnellbahnen — Немешди, Э.: Переходные дуги на ширококолейных железных дорогах и городских скоростных железных дорогах — Transition curves on railroads and rapid city tramways — Courbes de transition sur chemins de fer et tramways rapides. 291

Öry, H.: Die Bemessung der auf Biegung und Druck gleichzeitig beanspruchten Holzholme — Эри, Г.: Расчет деревянных лонжеронов при одновременной изгибающей и сжимающей нагрузке — Computation of bent and compressed cross-beams of timber — Calcul de traverses en bois fléchies et comprimées..... 21

Papp, Sz.: Neuere Versuchsergebnisse und praktische Erfahrungen auf dem Gebiete der Enteisenung industrieller und Trinkwässer — Папп, С.: Последние экспериментальные и практические достижения в области снижения содержания железа промышленной и питьевой воды — Recent test results of removal of iron from drinkwater and industrial water — Résultats d'expériments nouveaux sur l'enlèvement du fer de l'eau potable et industrielle..... 437

Pattantyús, Á. G., & Terplán, Z.: Wirkungsweise und Berechnung des Stosshebers (hydraulischen Widders) — Паттантюш, А. Г., Терплан, З.: Принцип дейст вия и расчет гидравлического тарана. — Working and design of the hydraulic ram — Opération et calcul du mouton hydraulique..... 463

Шугар, И.: Новый метод изготовления препаратов электронной микроскопии для поверхностного структурного исследования металлов. — *Sugár, I.:* New method of making preparations for electron-microscopic examination of the surface structure of metals — Méthode nouvelle de préparation d'épreuves pour l'examen électron-microscopique de la structure superficielle des métaux — Neues Verfahren zur Anfertigung von Präparaten für die elektronen-mikroskopische Untersuchung der Oberfläche von Metallen..... 57

Tarján, G.: Washing Komló bituminous coal in laboratory hydrocyclone — Тарьян, Г.: Опыт по обогащению угля месторождения Комло при помощи лабораторного гидроциклона — Lavage de charbon de Komló dans l'hydro-cyclone de laboratoire — Waschversuche mit Komlóer Steinkohle im Versuchs-Hydrozyklon. 69

Vendl, A., & Almásy, A.: Über sulfathältige Grundwässer — Вендль, А., Альмаши, А.: О сульфитных водах — On sulphate-containing ground water — Sur les eaux souterraines contenant des sulfates..... 125

Обзор книг — Buchbesprechung — Book Review — Compte-rendu de livres..... 507

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
S. GELEJI, L. GILLEMOT, I. RÁZSÓ

REDIGIT
GY. HEVESI

TOMUS V.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1952

ASCHENZUSAMMENSETZUNG UND ASCHENSCHMELZVERHALTEN UNGARISCHER BRAUNKOHLEN

METHODEN ZUR ÜBERWINDUNG VON VERSCHLACKUNGSSCHWIERIGKEITEN

E. GÁL

(Eingegangen am 27. Juli 1951)

Im folgenden soll über die Untersuchungen über Zusammensetzung und Schmelzverhalten der ungarischen Braunkohlenaschen berichtet werden.

Vor der Befreiung Ungarns durch die sowjetische Armee im Jahre 1945 befassten sich *Z. Gábris*, *Sz. Hankiss*, *Dr. B. Móry* und andere mit der Untersuchung der ungarischen Braunkohlenaschen. Sie beschritten dabei Neuland und stellten der Industrie wertvolle Daten zur Verfügung. Heute erscheint es jedoch geboten, tiefer in die Untersuchung der Verschlackungsprobleme einzudringen, denn diese Erscheinung verursacht der Volkswirtschaft namhafte Schäden. Die ständige Erhöhung der Kesselleistungen, die Armut Ungarns an hochwertigen Kohlen macht es dringend notwendig auch die vorhandenen schwachen, zur Verschlackung neigenden Kohlen bei einem womöglich guten Wirkungsgrad zu verfeuern. Dies kann aber nur durch die Erforschung der chemischen Mechanik der Verschlackung und durch die Herstellung von nicht verschlakkenden Kohlenmischungen und veredelten Kohlensorten erreicht werden.

Die Untersuchungen wurden mit Braunkohle aus dem südlichen Teil des Komitates Nógrád, der sog. Délnógráder Kohle begonnen, welche schwere Verschlackungsschwierigkeiten bereitet.

Die Aschenzusammensetzung der untersuchten Délnógráder Griesskohle und der zum Vergleich herangezogenen Haricaer Griesskohle (Borsoder Kohlenrevier) ist folgende :

	Délnógrád %	Harica %
SiO_2	62,0	40,8
Fe_2O_3	9,7	20,3
Al_2O_3	19,6	7,5
CaO	1,8	13,0
MgO	2,9	3,4
SO_3	2,0	13,2

Abb. 1 zeigt die Schmelzkurven beider Aschen nach *Bunte—Baum*, sowie der Asche eines Gemisches beider Kohlen, welches aus 2 Teilen Délnógráder und 1 Teil Haricaer Kohle besteht, weiters die Schlackenschmelzkurve des Gemisches. Die Délnógráder Aschenzusammensetzung ist durch den hohen SiO_2-, bzw. niedrigen CaO-, MgO-, SO_3-Gehalt gekennzeichnet ; die Haricaer Asche enthält wie die Borsoder Aschen im allgemeinen, bedeutend weniger SiO_2 und mehr CaO, MgO, SO_3.

In der ersten Sinterstufe der Délnógráder Schmelzkurve, zwischen etwa 860—1000° C entstehen in fester Phase Kalziumsilikate, Ferrosilikate (hauptsächlich Fayalit) und Aluminate. Etwas über 1000° C schmilzt ein Teileutektikum, was den Beginn der Erweichung bedeutet. Dieser Punkt soll hier Klebepunkt gennant werden ; er wurde bei den beschriebenen Untersuchungen nach der Methode von Z. Gábris bestimmt. Nach fortschreitender, langsamer Erweichung wird der Fliesspunkt bei 1278° C erreicht. Die Erweichung geht in einem langen Temperaturbereich, allmählich vor sich wie bei den Gläsern. Die Zusam-

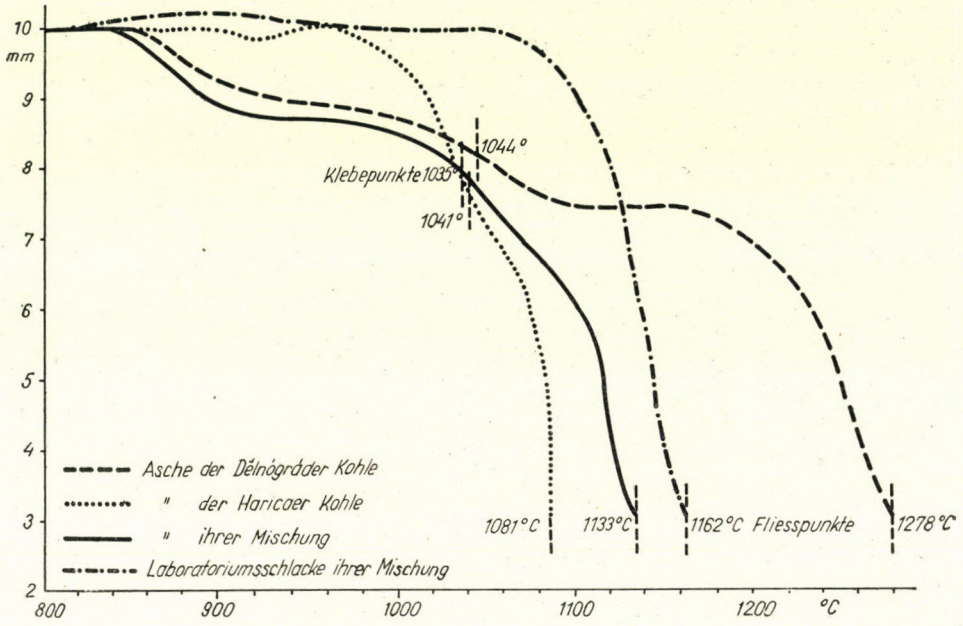


Abb. 1. Aschen- und Schlackenschmelzkurven Délnógráder und Haricaer Kohle und ihrer Mischung

mensetzung dieser Asche steht mit ihrem hohen SiO_2-Gehalt den Silikatgläsern nahe. Der Temperaturunterschied zwischen Klebepunkt und Fliesspunkt beträgt 234° C.

Die Schmelzkurve der Haricaer Asche ist hingegen von ganz anderem Charakter und steht der Schmelzkurve eines einheitlichen chemischen Individuums viel näher. Bis 1000° C ist kaum eine Änderung der Höhe des Probekörpers zu beobachten ; die Erweichung beginnt bei 1041° C, der Fliesspunkt bei 1081° C, der Temperaturunterschied zwischen beiden beträgt also bloss 40° C. Die Erweichung geht ohne Bildung von Teileutektika vor sich, die Asche schmilzt rapid in der ganzen Masse. Aus dieser Asche entstehen keine zusammenhängenden, glasartigen Schlackenkuchen, wie bei der Délnógráder Asche, sondern die Schlacke ist kristallinisch, bröckelig, brüchig.

Wenn man das Schmelzverhalten dieser Aschen aus dem numerischen Wert der Fliesspunkte beurteilen wollte, wie dies an manchen Stellen auch heute noch geschieht, dann wäre bei Haricaer Kohle mit einem Fliesspunkt bei 1081° C die Bildung von geschmolzener Schlackenkuchen zu erwarten. Weiters könnte angenommen werden, dass die Délnógráder Kohle mit einem Fliesspunkt bei 1278° C ohne Verschlackungsschwierigkeiten verfeuert werden kann. Das wirkliche Verhalten dieser Kohlen in der Feuerung ist aber, wie bekannt, gerade umgekehrt. Für die Feststellung des Schmelzverhaltens ist also in erster Linie nicht der Fliesspunkt massgebend, sondern der ganze Charakter der Schmelzkurve, *besonders die ersten Sinterstufen.* »Bösartige«, glasige Schlakken entstehen, wenn bei glasähnlicher chemischer Zusammensetzung die Sinterung und Erweichung unter Bildung von Teileutektika langsam, allmählich in einem langen Temperaturbereich vor sich geht.

Bei solchen Schlacken von hohem SiO_2-Gehalt, wie z. B. bei der Délnógráder Schlacke, geht nicht nur die Erweichung langsam, in einem langen Temperaturbereich vor sich, sondern auch die Änderung der Viskosität bei hohen Temperaturen. Um die Ausarbeitung von Viskositätsmessungen bei hohen Temperaturen haben sich die sowjetischen Forscher *Kosakewitsch*, *Seliwanow*, *Wolarowitsch*, weiters *Endell* und *Zauleck* grosse Verdienste erworben. Seliwanow stellte als erster fest, dass sich die Viskosität stark mit dem SiO_2-Gehalt erhöht. Die Grössenordnung der Viskosität verschiedener Schlacken liegt bei 0—1000 Poise, eine Schlacke mit der Viskosität von 50 Poise wird als leicht fliessend bezeichnet. *Endell* stellte fest, dass die viskositätsvermindernde Wirkung verschiedener Kationen desto grösser ist, je kleiner der Ionenradius und je grösser die Wertigkeit sind. Eine grosse Viskosität erschwert die Einordnung der Ionen in Ionengitter, demzufolge erstarren die Schlacken mit hoher Viskosität amorph, glasig. Die Viskosität von Schlacken mit hohem SiO_2- und Al_2O_3-Gehalt ändert sich nach *Endell* langsam, stufenmässig mit der Temperatur. *(Abb. 2,* ausgezogene Linie.) Diese langsame Änderung der Viskosität ist für die Silikatgläser charakteristisch. Diese Schlacken von hohem SiO_2- und Al_2O_3-Gehalt enthalten Ferrosilikate und Kalziumsilikate und zu ihnen ist auch die Schlacke der Délnógráder Kohle zu zählen. Solche Schlacken nennt man in der Metallurgie lange Schlacken. Die Benennung kennzeichnet das Viskositäts-Temperatur-Verhalten dieser Schlacken. Eine Betrachtung der Délnógráder Schmelzkurve zeigt aber, dass diese Benennung auch zur Charakterisierung des Erweichungs- und Schmelzverhaltens, mit einem Worte des Verschlackungsverhaltens, geeignet ist.

Die kurzen Schlacken enthalten weniger SiO_2 und Al_2O_3, dagegen mehr CaO. Eine solche Aschenzusammensetzung weisen die Borsoder Kohlen, z. B. die Haricaer, auf. Die Schmelzkurve *(Abb.1)* ist kurz, wie bei einer wohldefinierten chemischen Verbindung. Das Eisenoxyd liegt nicht als Fayalit, sondern wahrscheinlich als Kalziumferrit vor. Bei solchen Schlacken sinkt nach *Endell*

die Viskosität (*Abb. 2*, gestrichelte Linie) bei einer gegebenen Temperatur rapid. Die Viskosität der geschmolzenen Schlacke ist niedrig, bei der Erstarrung können sich also geordnete Kristallgitter bilden, die Schlacke ist nicht glasig, sondern kristallinisch, bröckelig, brüchig.

Diese Brüchigkeit wird offenbar dadurch erleichtert, dass das β-Dikalziumsilikat bei 670° C unter Zunahme seines Volumens in γ-Dikalziumsilikat übergeht. Infolge dieser Zunahme des Volumens tritt ein Zerfall der Schlackenbrocken ein.

Auf Grund des Obenstehenden wird es verständlich, dass die Haricaer Kohle, wie die Borsoder Kohlen im allgemeinen, trotz viel niedrigerem Fliess-

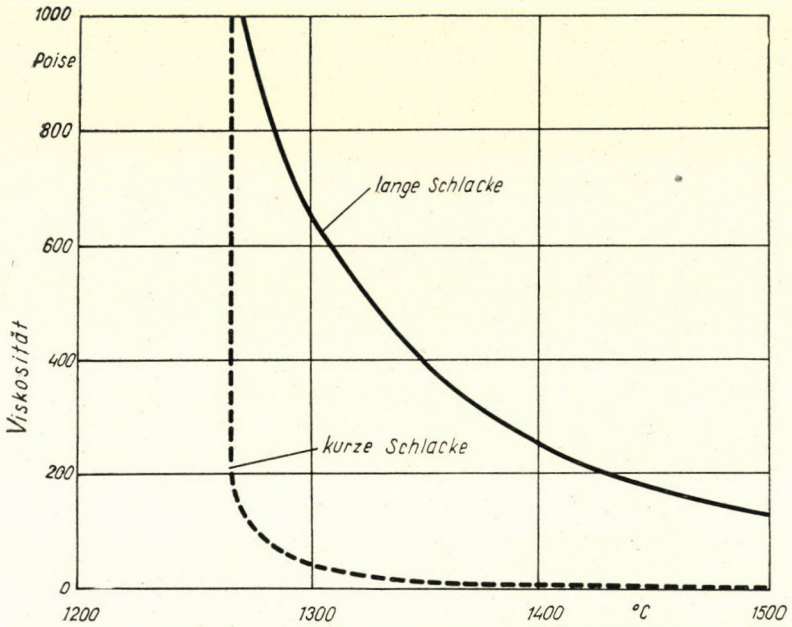


Abb. 2. Temperatur-Viskositäts-Charakteristik einer kurzen und langen Kohlenschlacke nach Endell

punkt kristallinische, bröckelige Schlacken gibt und ohne Schlackenschwierigkeiten verfeuert werden kann, während die Délnógráder Kohle trotz höherem Fliesspunkt schon bei 1000—1200° C eine bösartige, glasige Schlacke von hoher Viskosität hinterlässt.

Die unter der Leitung von *L. Müller* und *P. Zágon* durchgeführten feuerungstechnischen Versuche erbrachten den Beweis, dass ein Zuschlag von 33% Borsoder Kohle zur Délnógráder genügt, um die Mischung ohne Verschlackungsschwierigkeiten verfeuern zu können. *Abb. 1* enthält auch die Schmelzkurve dieser Mischung. Es ist offensichtlich, dass durch diese Beimischung die lange, glasartige Schlacke in kurze, kristallinische Schlacke umgewandelt werden kann. Auf Grund des bisher Gesagten wird klar, warum das Verschlackungsverhalten

einer Schlacke von 1278° C Fliesspunkt durch den Zuschlag einer Kohle von 1081° C Aschenfliesspunkt auffallend günstig beeinflusst wird.

Bei langen Schlacken entsteht in der ersten Sinterstufe zwischen 850°—950° C Fayalit:

$$Fe_2O_3 + SiO_2 + \tfrac{1}{2}\,C = Fe_2SiO_4 + \tfrac{1}{2}\,CO_2,$$

ein glasartiger Schlackenbestandteil von hoher Viskosität. Bei Anwesenheit von grösseren CaO-Mengen geht die Reduktion des Fe_2O_3 in viel geringerem Ausmass vor sich. *Zinzen* und *Endell* vermuten, dass in diesem Falle Kalziumferrit ent-

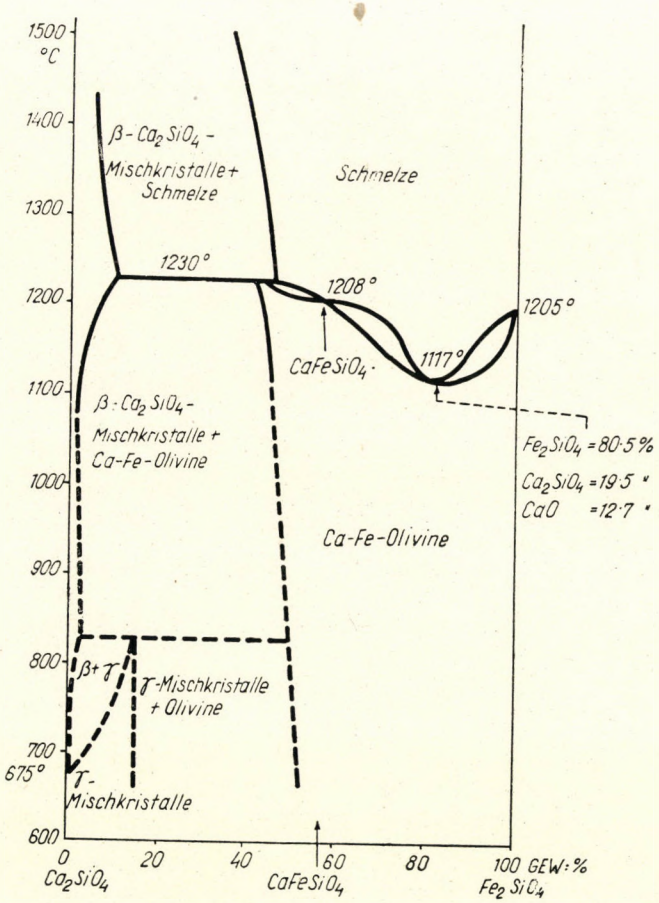


Abb. 3. System Ca_2SiO_4-Fe_2SiO_4 (mit Kalkeisenolivinen) nach Bowen, Schairer und Posnjak

steht. Auf alle Fälle hat man es bei höherem CaO-Gehalt mit dem ternären System CaO—FeO—SiO_2 zu tun, wo ausser Fayalit auch andere Olivine, Mischkristalle 2(Ca, Fe)O · SiO_2, Wollastonit (Ca, Fe)O · SiO_2 anwesend sind.

Wenn man beispielweise das Zustandsdiagramm des Systems Ca_2SiO_4—Fe_2SiO_4 nach *Eitel* betrachtet *(Abb. 3)*, so zeigt sich, dass ein CaO-Gehalt von über etwa 12,7% CaO den Schmelzpunkt erhöht. Auch *Zinzen* stellt fest, dass CaO als Flussmittel die Temperatur der Hauptschmelze erniedrigt, die Temperatur der Olivinschmelze jedoch erhöht. Die Sinterung beginnt also bei einer höheren Temperatur, die Vertiefungen des ersten Abschnittes der Schmelzkurve werden gerade. Der Fliesspunkt kommt tiefer zu liegen, die Kurve zeigt nicht mehr das Bild einer langen Schlacke.

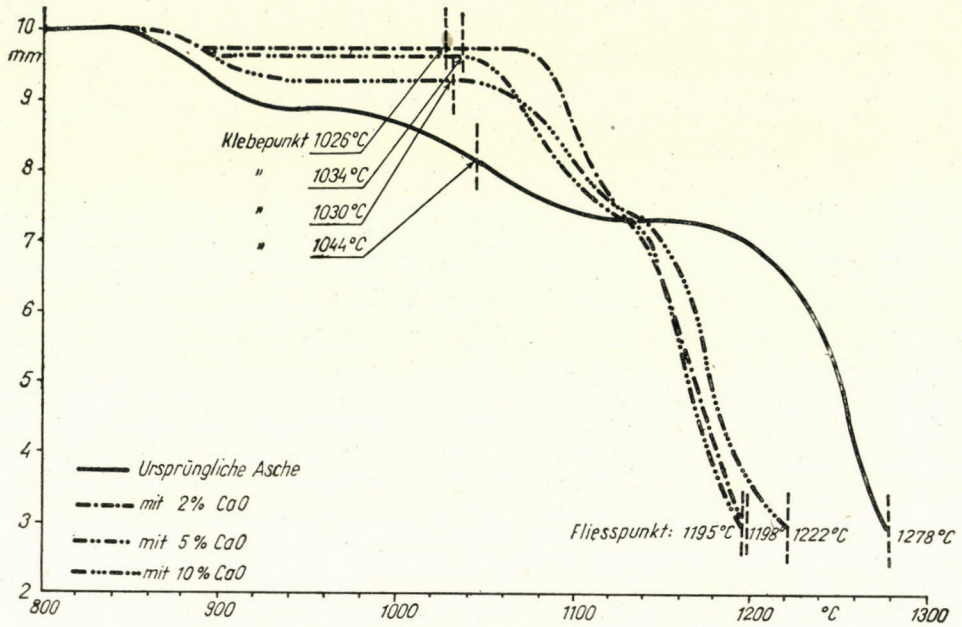


Abb. 4. Délnógráder Asche. Wirkung der Kalkdosierung

Um diese Verhältnisse abzuklären, wurde der Délnógráder Asche 2, 5 und 10% CaO zugemischt und die Schmelzkurven aufgetragen *(Abb. 4)*. Die Kurven zeigen deutlich, dass auf diese Weise die Délnógráder lange Schlacke in eine ungefährliche kurze Schlacke umgewandelt werden konnte.

Wenn die gleichen CaO-Mengen Délnógráder Betriebsschlacken zugemischt wurden *(Abb. 5)*, so erhöht sich der Klebepunkt auf 1050° C, 1066° C, bzw. 1128° C. Der Beginn der Erweichung kann also auf höhere Temperaturen verschoben werden. Lange nach Beendigung der hier beschriebenen Versuche kam ein Aufsatz von *Barrett* zuhanden. *Barrett* erhöhte den CaO-Gehalt der Asche *(Abb. 6)* von 8,1% auf 13,0%. *Abb. 6* zeigt die Schmelzkurven der ursprünglichen und der behandelten Asche. Die Wirkung ist dieselbe wie bei den hier beschriebenen Versuchen. Die erste Sinterstufe verschwindet, die Erweichung beginnt

bei einer viel höheren Temperatur. Der Unterschied gegenüber den hiesigen Versuchen besteht bloss darin, dass die Asche von *Barrett*, wie aus *Abb. 6* ersichtlich, schon ursprünglich eine kurze Asche mit genug hohem CaO-Gehalt war,

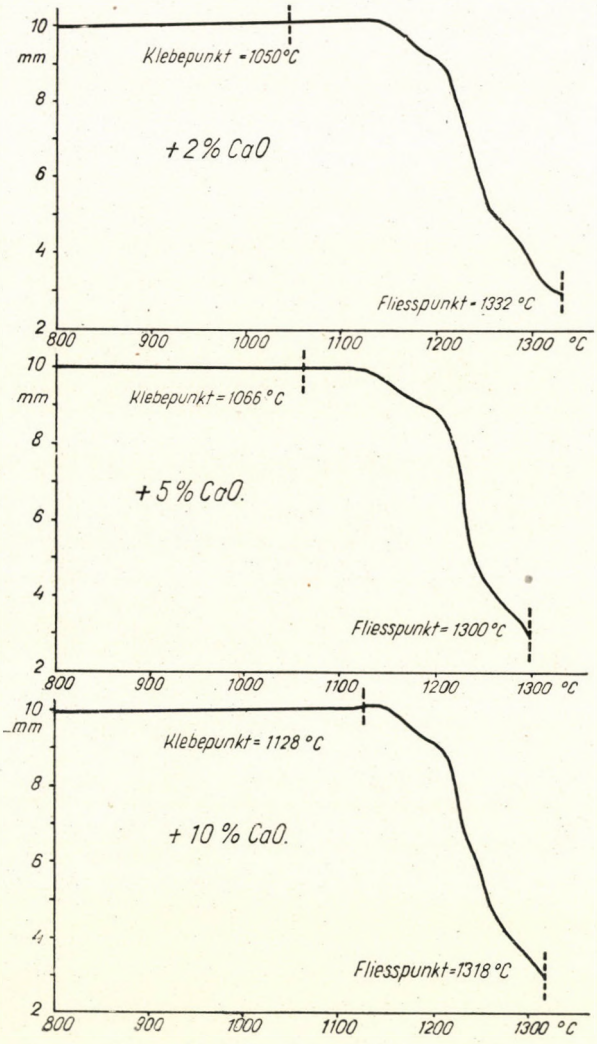


Abb. 5. Betriebsschlacke von Délnógráder Kohle. Wirkung der Kalkdosierung

im Gegensatz zur Délnógráder Asche. Daher erhöht der CaO-Zusatz auch die Temperatur der Hauptschmelze. Bei den hier behandelten Versuchen wurde hingegen eine ausgesprochen lange Schlacke in kurze Schlacke umgewandelt.

Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, dass die untersuchten Aschenproben homogen waren. Wenn der SiO_2-Gehalt hoch, die Zusammensetzung also glasartig ist, so geht die Erweichung langsam, wie bei den Gläsern vor sich.

Gerade bei den Délnógráder Aschen kann man aber feststellen, dass die Schmelzkurve mehrere horizontale Stufen besitzt. Dies bedeutet, dass in diesen Intervallen neue Verbindungen entstehen, was vor allem dann einzutreten pflegt, wenn die Aschenzusammensetzung inhomogen ist. Untenstehend wird noch gezeigt werden, dass die Délnógráder Aschen von sehr verschiedener Zusammensetzung sind, wenn sie aus verschiedenen Dichtefraktionen stammen. Die Aschenzusammensetzung der Kornklassen ist also inhomogen. Diese Inhomo-

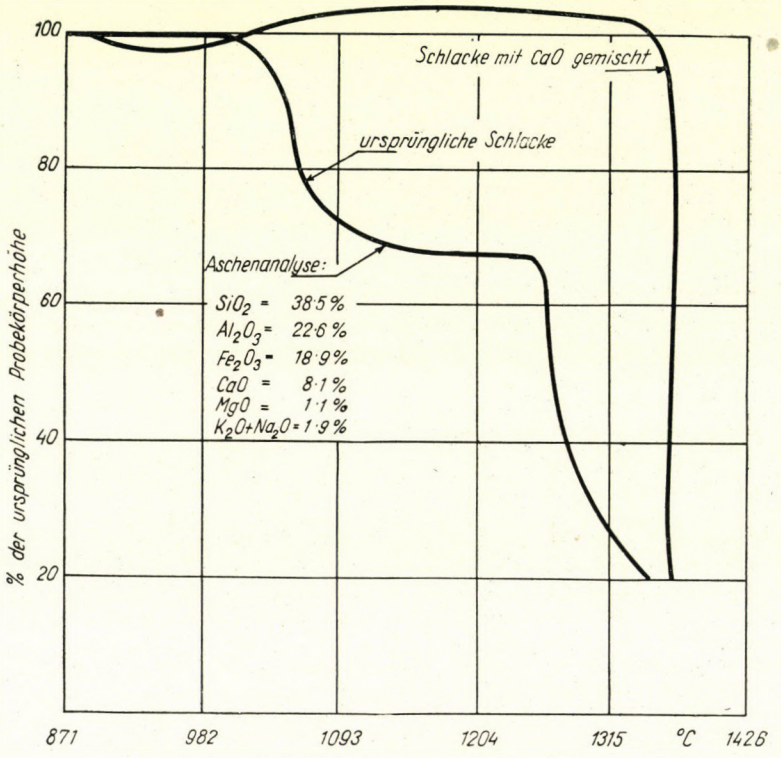


Abb. 6. Kalkdosierung nach Barrett

genität ist ein wichtiges Charakteristikum der Délnógráder Aschen und trägt zur Ausbildung des stufenartigen Charakters der Délnógráder Schmelzkurven bei.

Bezüglich dieser Frage konnte in der Literatur nur ein einziger Hinweis gefunden werden, u. zw. bei *Wilfrid Francis*, der folgendes schreibt :

»Eine noch nicht genügend geklärte Frage ist die Verteilung der Aschenzusammensetzung in den verschiedenen Korngrössen. Eine Asche mit niedrigem Fliesspunkt, aber homogenem Charakter gibt oft weniger Verschlackungsschwierigkeiten, als eine Asche mit höherem Fliesspunkt, aber inhomogenem Charakter.«

Diese Feststellung charakterisiert einerseits die Borsoder, andererseits die Délnógráder Aschen. Wie später gezeigt werden soll, tritt die Verschiedenheit, bzw. wie sie hier genannt werden soll, »Segregation« der Aschenzusammensetzung in den verschiedenen Korn- und Dichteklassen in grossem Masse auf.

Im bisher Gesagten wurden die Aschenzusammensetzung, das Schmelzverhalten und das Viskositäts-Temperatur-Verhalten einer Délnógráder und einer Borsoder Kohle als Grenzfälle geschildert. Die Bedeutung dieser Feststellungen ist aber von allgemeinem Charakter. Es ist nunmehr ein allgemeines Ordnungsprinzip vorhanden, mit dessen Hilfe festgestellt werden kann, in welchem Falle eine Asche eine lange oder eine kurze Schlacke gibt. Es wurde z. B. von den kleinen Korngrössen einiger Borsoder Kohlen festgestellt, dass deren Aschen den Charakter von Délnógráder Aschen haben, d. h. lange Schlakken geben. So gelang es, die aufgetretenen feuerungstechnischen Schwierigkeiten zu erklären und den Weg zur Abhilfe zu zeigen.

Es ist unrichtig, bei der Auswahl einer Kohlensorte für eine Feuerung bloss die Eigenschaften ihrer organischen Bestandteile in Betracht zu ziehen. Es muss vielmehr den anorganischen Kohlenbestandteilen eine viel grössere Aufmerksamkeit gewidmet werden, als es bisher geschah. Die Bestimmung der Aschenzusammensetzung und des Schmelzverhaltens weist im Lichte des bisher Gesagten den Weg, wie die ungarischen, zur Verschlackung neigenden Kohlen mit anderen Kohlen von hohem CaO-Gehalt vermischt werden können, dass statt glasartigen Schlackenkuchen kristallinische, bröckelige, ungefährliche Schlacke entsteht.

Solange, bis die Herstellung von veredelten, zur Verschlackung nicht neigenden Kohlensorten aus den ungarischen, zur Verschlackung neigenden Kohlen auf Grund des weiter unten geschilderten Verfahren aufgenommen wird, also in der Übergangsperiode, können die zur Verschlackung neigenden Kohlen mit Hilfe dieses Mischverfahrens ohne Schwierigkeit verfeuert werden.

Im folgenden soll die nähere Untersuchung der Aschenzusammensetzung und des Schmelzverhaltens der Délnógráder Kohlen behandelt werden.

Von den Délnógráder Kohlen wurde die Kohle des Tiribeser Hauptflözes Nr. I eingehend untersucht. Die Aschenzusammensetzung in den Dichtefraktionen der Kornklasse ist aus Tabelle 1 ersichtlich. Es zeigt sich folgende auffallende Gesetzmässigkeit: schreitet man bei einer Kornklasse von den niedereren Dichtefraktionen gegen die höheren zu, oder betrachtet man die Aschenzusammensetzung derselben Dichtefraktion von den kleineren Kornklassen ausgehend gegen die gröberen Kornklassen zu, so erhöht sich stetig der SiO_2-Gehalt, während der Fe_2O_3-, CaO-, SO_3-Gehalt ständig kleiner wird.

TABELLE 1

Aschenzusammensetzung der Korn- und Dichtefraktionen vom Tiribeser I. Hauptflöz

0—5 *mm Kornklasse*

	1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
SiO_2	33,4	39,8	47,4	52,4	58,2
Fe_2O_3	27,2	23,7	18,0	14,5	10,4
Al_2O_3	21,0	23,2	24,7	24,6	26,4
CaO	7,4	2,9	2,0	1,0	1,0
MgO	1,8	1,6	1,7	1,7	1,7
SO_3	5,9	3,4	2,2	1,7	1,3

5—20 *mm Kornklasse*

	1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
SiO_2	35,7	44,9	51,7	56,6	58,0
Fe_2O_3	25,3	20,9	15,5	12,5	10,0
Al_2O_3	20,1	22,6	23,8	25,9	24,5
CaO	5,8	3,8	2,2	0,8	1,5
MgO	2,2	2,1	2,0	2,0	2,4
SO_3	7,5	2,5	2,4	2,0	1,8

20—40 *mm Kornklasse*

	1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
SiO_2	36,7	53,0	55,6	56,1	59,3
Fe_2O_3	25,7	14,6	12,4	12,5	8,7
Al_2O_3	22,0	22,8	23,6	24,4	23,8
CaO	4,6	2,6	1,9	0,6	1,2
MgO	1,9	1,4	1,5	1,7	1,8
SO_3	5,2	2,7	3,0	3,7	2,1

40—80 *mm Kornklasse*

	1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
SiO_2	39,1	54,4	62,1	57,9	57,4
Fe_2O_3	24,8	6,6	7,2	9,9	11,7
Al_2O_3	20,7	29,0	24,6	26,5	25,8
CaO	4,4	2,1	0,7	0,6	0,3
MgO	2,5	2,1	1,8	1,5	1,6
SO_3	3,8	2,7	2,5	1,2	1,4

80 *mm* < *Kornklasse*

	1,3	1,3—1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
SiO_2	45,2	44,1	62,3	63,0	69,1	73,6
Fe_2O_3	16,2	19,9	7,0	7,5	8,9	5,4
Al_2O_3	21,5	21,6	22,5	22,5	14,8	14,1
CaO	4,9	3,5	2,0	1,0	0,8	0,8
MgO	2,2	2,0	1,6	1,9	1,6	1,6
SO_3	4,8	3,7	2,2	1,0	1,5	1,0

Der Al_2O_3- und MgO-Gehalt ändert sich nicht bedeutend. Die Grenzwerte betragen :

SiO_2	=	33,4 —73,6%
Fe_2O_3	=	27,2 — 5,4%
CaO	=	7,4 — 0,3%
SO_3	=	5,9 — 1,0%

Die Verteilung des Fe_2O_3, welcher Bestandteil die Fayalitbildung verursacht, wird auf Tabelle 2 gezeigt. Der grösste Gehalt an Fe_2O_3 und CaO, welche den niederen Schmelzpunkt verursachen, findet sich in den kleinsten Kornklassen und in den Dichtefraktionen mit dem niedrigsten spezifischen Gewicht. *Abb. 7* zeigt die Aschenzusammensetzung der Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm des Tiribeser I. Hauptflözes. Die horizontale Achse zeigt den kumulativen Aschengehalt, die vertikale Achse die prozentuelle Aschenzusammensetzung.

TABELLE 2

Verteilung von Fe_2O_3 in den Aschen der Korn- und Dichtefraktionen vom Tiribeser I. Hauptflöz

	1,4	1,4—1,5	1,5—1,6	1,6—1,7	1,7 <
0— 5 mm	27,2	23,7	18,0	14,5	10,4
5—20 «	25,3	20,9	15,5	12,5	10,0
20—40 «	25,7	14,6	12,4	12,5	8,7
40—80 «	24,8	6,6	7,2	9,9	11,7
80 «	19,9	7,0	7,5	8,9	5,4

Abb. 8 zeigt die molare Aschenzusammensetzung derselben Aschen, und zwar die Anzahl basischer Mole und die Anzahl der $CaSO_4$-Mole pro 10 Mol SiO_2.

Die verschiedene Aschenzusammensetzung bringt es mit sich, dass auch die spezifischen Gewichte der Aschen verschieden sind. Das spezifische Gewicht ist von additivem Charakter, das resultierende spezifische Gewicht lässt sich aus den spezifischen Gewichten der Bestandteile berechnen. Wird das spezifische Gewicht von SiO_2, Fe_2O_3, Al_2O_3, $CaSO_4$, MgO, Na_2O der Reihe nach mit 2,65, 5,25, 3,87, 3,4, 3,29, 2,3 angenommen, so ergeben sich für die Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm die folgenden spezifischen Gewichte :

3,28, 3,22, 3,15, 3,09, 3,06.

In der Kohle ist natürlich keine Asche vorhanden, sondern es sind nur anorganische Bestandteile anwesend, deren Zusammensetzung etwas der der Asche abweicht. Die Änderung der spezifischen Gewichte der Aschen spiegelt aber in einer ersten Näherung auch die Änderung der spezifischen Gewichte der ursprünglichen anorganischen Bestandteile wider. Wenn man von den Alkalien absieht, so hat von den Bestandteilen das SiO_2 das niedrigste spezifische Gewicht. In den höheren Dichtefraktionen führt also der höhere SiO_2-Gehalt zu Aschen mit niedrigerem spezifischem Gewicht.

Die Aschenzusammensetzung von Kohlenkörnern von gleicher Grösse, aber verschiedenem spezifischem Gewicht ist, wie oben gezeigt wurde, verschie-

den. In den grösseren Kornklassen enthalten die Aschen mehr SiO_2, sind also leichter. Das resultierende, einander gleiche spezifische Gewicht der Kohlenkörner kann also nur dann zustande kommen, wenn in den Fraktionen mit leichter

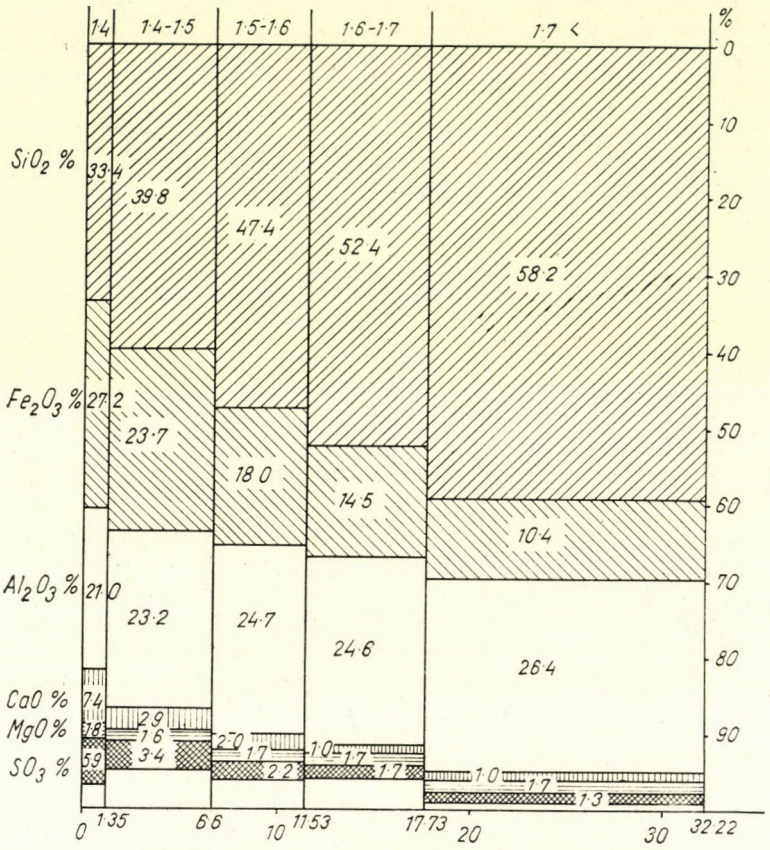


Abb. 7. Prozentuelle Aschenzusammensetzung der Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm vom Tiribeser I. Hauptflöz

Asche ein grösserer Aschengehalt vorhanden ist, wenn also das niedrigere spezifische Gewicht der Asche durch die grössere Aschenmenge kompensiert wird. Tabelle 3 zeigt den SiO_2-Gehalt der Asche und Aschengehalt der Kohle in den verschiedenen Tiribeser Fraktionen. Es ist ersichtlich, dass der SiO_2-Gehalt der Asche sich mit dem Aschengehalt der Kohle erhöht. Weiters ist der SiO_2- und Aschengehalt bei gleichem spezifischem Gewicht in den verschiedenen Korngrössen sehr verschieden. Es kann also ein klarer Zusammenhang zwischen quantitativer und qualitativer Aschenverteilung festgestellt werden.

Prof. Dr. *G. Tarján* stellte bei seinen Waschversuchen mit Komlóer Kohlen fest, dass bei demselben spezifischen Gewicht z. B. 1,45, der Aschengehalt je nach Korngrösse zwischen 19,0 und 28,5% schwankt.

Es ergibt sich also dasselbe Bild, wie weiter oben bei den Tiribeser Kohlen zu sehen war. Die Erklärung für diese Erscheinung ist die verschiedene Aschenzusammensetzung und das verschiedene spezifische Gewicht der verschiedenen

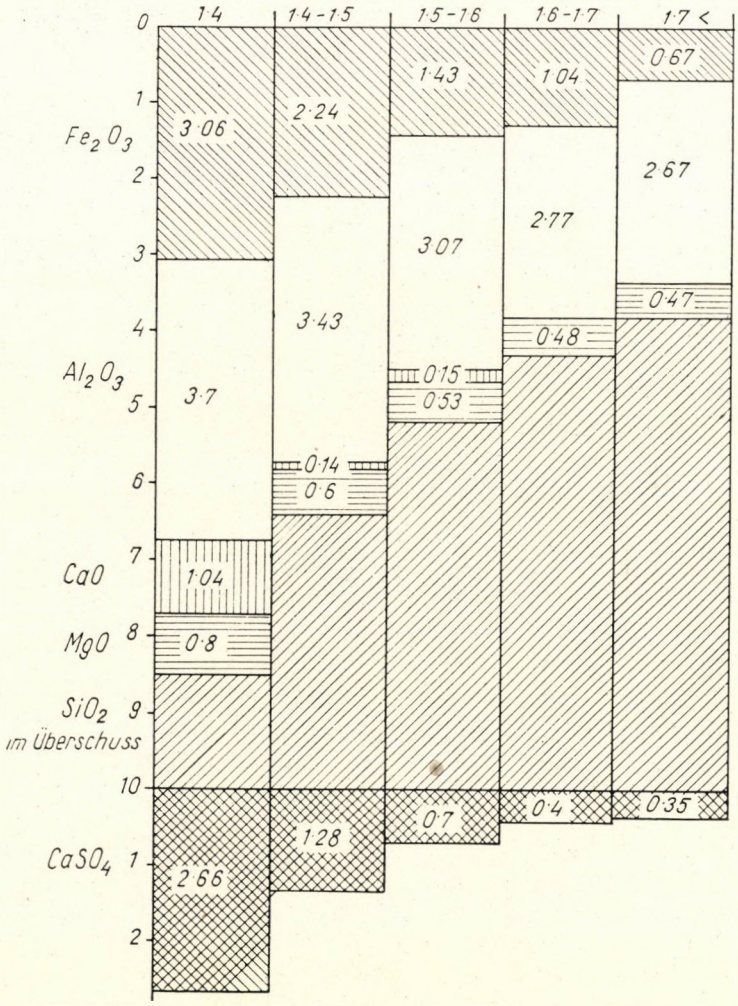


Abb. 8. Molare Aschenzusammensetzung der Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm, Tiribeser I. Hauptflöz. Anzahl der baisschen und der $CaSO_4$-Mole pro 10 Mol SiO_2

Aschen. Ein Kohlenkorn mit demselben resultierenden spezifischen Gewicht muss mehr Asche (genauer gesagt : mehr anorganische Bestandteile) enthalten, wenn dieser anorganischer Bestandteil einen hohen SiO_2-Gehalt und ein niedriges spezifisches Gewicht aufweist.

Diese Erscheinung und die dafür gegebene Erklärung wirken sich nunmehr auf das bisherige Grundprinzip der Kohlenaufbereitung in einer grundlegenden

TABELLE 3

SiO_2-Gehalt in der Asche und Aschengehalt in der Kohle.

Korn- und Dichtefraktionen vom Tiribeser I. Hauptflöz

Dichtefraktionen < 1,4

	0—5 mm	5—20 mm	20—40 mm	40—80 mm	80 mm <
SiO_2 % in der Asche	33,4	35,7	36,7	39,1	44,1
Asche % in der Kohle	9,1	12,61	15,11	16,71	18,81

Dichtefraktionen 1,4—1,5

	0—5 mm	5—20 mm	20—40 mm	40—80 mm	80 mm <
SiO_2 % in der Asche	39,8	44,9	53,0	54,4	62,3
Asche % in der Kohle	18,86	22,19	27,11	28,70	26,99

Dichtefraktionen 1,5—1,6

	0—5 mm	5—20 mm	20—40 mm	40—80 mm	80 mm <
SiO_2 % in der Asche	47,4	51,7	55,6	62,1	63,0
Asche % in der Kohle	28,47	33,74	37,77	38,08	36,42

Dichtefraktionen 1,6—1,7

	0—5 mm	5—20 mm	20—40 mm	40—80 mm	80 mm <
SiO_2 % in der Asche	52,4	56,6	56,1	57,9	69,1
Asche in der Kohle	38,05	42 45	47,21	44 23	50,06

Dichtefraktionen 1,7 <

	0—5 mm	5—20 mm	20—40 mm	40—80 mm	80 mm <
SiO_2 % in der Asche	58,2	58,0	59,3	57,4	73,6
Asche % in der Kohle	61,41	66,43	67,65	58,05	68,61

Weise aus. Dieses bisherige Grundprinzip kann lapidar so zusammengefasst werden, dass zum gleichen spezifischen Gewicht gleicher Aschengehalt gehört. Nach dem oben Gesagten ist dies aber nur dann richtig, wenn die verglichenen Kohlen die gleiche Aschenzusammensetzung aufweisen, besser gesagt, wenn sie einen ursprünglichen anorganischen Bestandteil von gleicher Zusammensetzung enthalten.

Diese Verschiedenheit der Aschenzusammensetzung der Korn- und Dichtefraktionen soll hier Segregation genannt werden. Wenn die Segregation gross ist, so ist die Durchschnittsasche stark inhomogen und ihre Schmelzkurve von mehrstufigem Charakter.

Um feststellen zu können, was für eine Aschenzusammensetzung in den Kornklassen, in der gewaschenen Kohle und in den Bergen nach Sieben und Waschen zu erwarten ist, wurden »chemische Waschkurven« konstruiert. Solche sind — nach bestem Wissen des Verfassers — bisher unbekannt. Diese Kurven können sich auf einen beliebigen Aschenbestandteil beziehen.

Abb. 9 zeigt die chemische Waschkurve der Kornklasse 0—5 mm der Tiribeser Kohle vom I. Hauptflöz und bezieht sich auf den Fe_2O_3-Gehalt. Die horizontale Achse zeigt den hundertsten Teil der kumulativen Aschenzahl, die vertikale Achse den Fe_2O_3-Gehalt der Asche in Prozenten. Die vertikalen Linien

zeigen die Dichtegrenzen. Nach den Prinzipien der bisherigen »physikalischen Waschkurven« können die Grundkurve, sowie die kumulativen Kurven der gewaschenen Kohle und der Berge konstruiert werden. Die kumulativen Kurven zeigen, ein wie grosser Fe_2O_3-Gehalt in der Asche der gewaschenen Kohle und

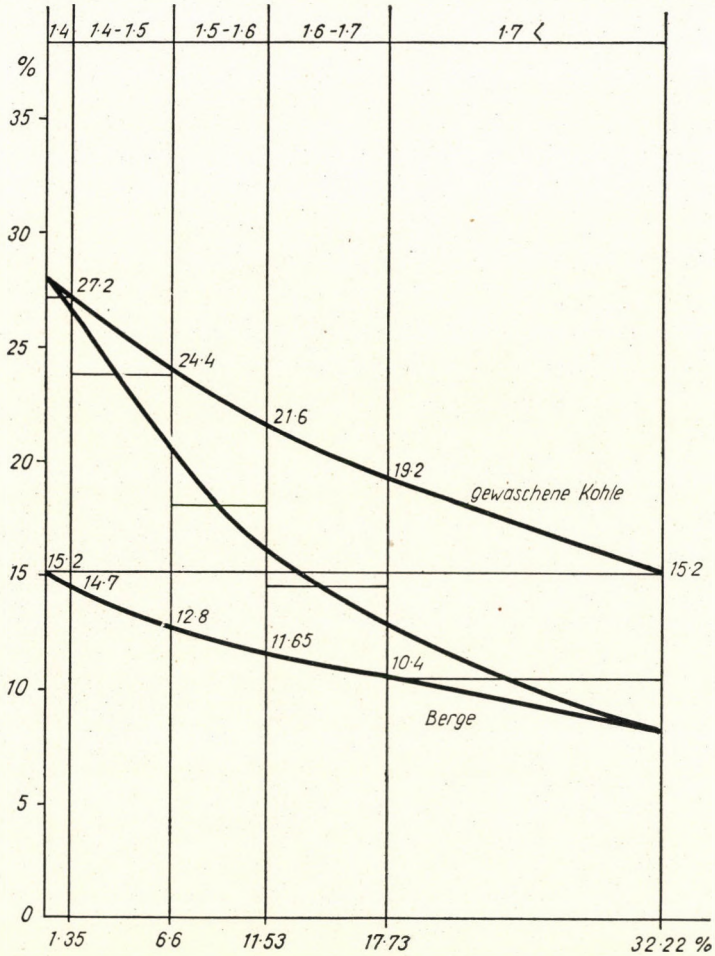


Abb. 9. Chemische Waschkurve der Kornklasse 0—5 mm vom Tiribeser I. Hauptflöz. Fe_2O_3-Prozente in der Asche

der Berge zu erwarten ist, wenn man die ursprüngliche Kohle bei einer gegebenen Dichtegrenze in zwei Fraktionen teilt.

Aus den beobachteten Segregationserscheinungen in der Aschenzusammensetzung konnte gefolgert werden, dass auch das Schmelzverhalten der Aschen verschiedener Fraktionen verschieden sein wird.

Abb. 10 zeigt die Schmelzkurven der Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm vom Tiribeser I. Hauptflöz sowie die Durchschnittskurve der Korn-

klasse. Entsprechend den Erwartungen sind die Schmelzkurven der Dichtefraktionen sehr verschieden. Die Klebepunkte der Fraktionen mit den niedrigsten spezifischen Gewichten liegen zwischen 950—960° C. Es ist sehr auffallend, dass der Klebepunkt der Durchschnittskurve (1044° C) mit den Fliesspunkten der niedrigsten Dichtefraktionen (1027°, 1039°, 1079° C) zusammenfällt. Es ist klar, dass der niedrige Klebepunkt der Durchschnittskurve durch das frühzeitige Schmelzen der Aschen von hohem Fe_2O_3-Gehalt der niedrigsten Dichtefraktionen

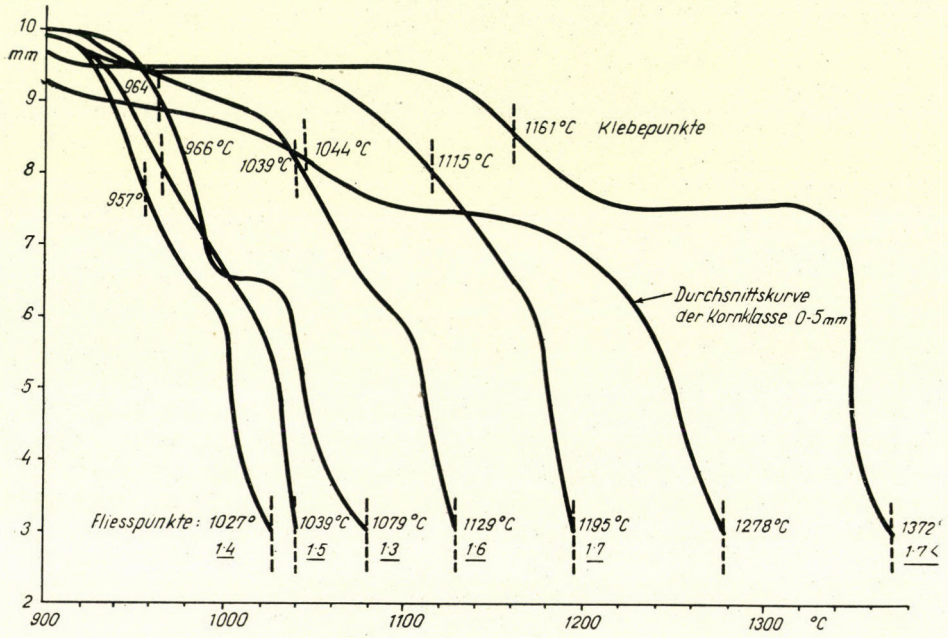


Abb. 10. Aschenschmelzkurven der Dichtefraktionen der Kornklasse 0—5 mm vom Tiribeser I. Hauptflöz und Durchschnittskurve der Kornklasse

verursacht wird. Es folgt daraus, dass das Schmelzverhalten der Délnógráder Kohlen durch Waschen beeinflusst werden kann.

Um dies experimentell zu bestätigen, wurde aus den Délnógráder Kohlen eine Mischung bereitet, u. zw. in dem Verhältnis, wie sich die Produktion der verschiedenen Betriebe im Jahre 1954 gestalten wird ; diese Mischung wurde dann auf 0—20 mm zerkleinert und bei der Dichtegrenze 1,4 in zwei Fraktionen geteilt.

Abb. 11 zeigt die Schmelzkurven der Ausgangskohle und beider Fraktionen. Der Klebepunkt der veredelten Fraktion liegt um 88° C, der Fliesspunkt um 192° C höher als bei der ursprünglichen Kohle. Laut Mitteilung des Wissenschaftlichen Vereines für Wärmewirtschaft ermöglicht diese Verschiebung des Klebepunktes die Erhöhung der Feuerraumtemperatur um etwa 10% und der Wärme-

übergabe um etwa 45% und erniedrigt ausserdem auch die Investitionskosten der Kessel in einem beträchtlichen Ausmass.

Im Verlaufe der hier beschriebenen Versuche ergab sich folgender allgemeiner Zusammenhang: wenn die chemische Waschkurve einer Kornklasse in den Dichtefraktionen eine grosse Segregation der Aschenzusammensetzung zeigt, so geht mit dieser qualitativen Segregation auch eine weitgehende quantitative Segregation Hand in Hand; das leichtere spezifische Gewicht der Aschen

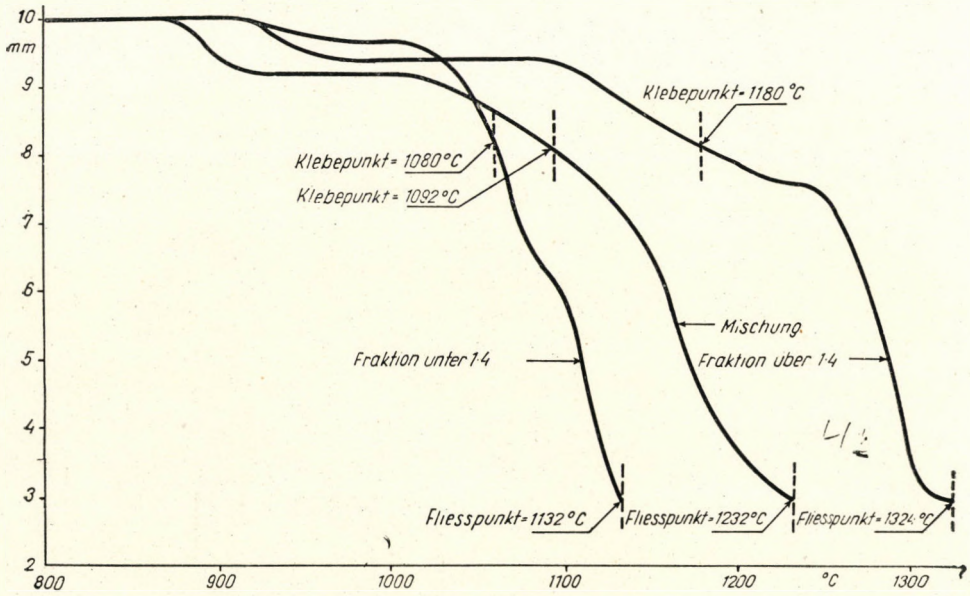


Abb. 11. Aschenschmelzkurven einer Délnógráder Kohlemischung und der Dichtefraktionen derselben

wird durch den grösseren Aschengehalt kompensiert, zwischen dem Aschengehalt der Dichtefraktionen treten grosse Unterschiede auf; der Aschengehalt erhöht sich allmählich in den Dichtefraktionen; die physikalische Waschkurve zeigt das Bild einer schlecht waschbaren Kohle. Die Schmelzkurve der Kornklasse hat einen mehrstufigen Charakter, was einer Asche von inhomogenem Charakter entspricht.

Auf Grund der hier beschriebenen Forschungen ist nunmehr die Verfeuerung der ungarischen verschlackenden Kohlen bei einem guten Wirkungsgrad möglich geworden, wobei die Hoffnung ausgesprochen werden soll, dass die hier erzielten Ergebnisse mit zur erfolgreichen Durchführung des ungarischen Fünfjahrplanes beitragen werden.

Schliesslich soll hier noch der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und dem Bergbau-Forschungsinstitut für ihre wertvolle Unterstützung der beste Dank ausgesprochen werden.

ZUSAMMENFASSUNG

Das Schmelzverhalten von Braunkohlenaschen wird nicht durch den letzten Abschnitt der Schmelzkurve, durch die Umgebung des Fliesspunktes charakterisiert, sondern in erster Linie durch die erste Sinterstufe, durch die Umgebung des sog. »Klebepunktes«. Die Erweichung von Aschen von einem hohen SiO_2- und einem niedrigen CaO-Gehalt geht langsam, allmählich vor sich, die Schmelzkurve ist durch einen stufenförmigen Ablauf gekennzeichnet, die Viskosität verändert sich langsam, allmählich mit der Temperatur und es entstehen glasige, gefährliche Schlackenkuchen. Dies sind die »langen« Schlacken. Die »kurzen« Schlacken weisen hingegen einen bedeutend geringeren SiO_2- und einen wesentlich grösseren CaO-Gehalt auf, die Erweichung und das Schmelzen tritt plötzlich ein, die Viskosität verändert sich plötzlich mit der Temperatur und die Schlacke ist nicht glasig, sondern kristallinisch, brüchig, bröckelig.

Das Verschlackungsverhalten von Kohlen mit langer Schlacke kann durch Zuschlag von Kohlen von hohem CaO-Gehalt verbessert werden, d. h. die lange Schlacke kann zu kurzer Schlacke umgestaltet werden. Auf diese Weise wird eine Verfeuerung der ungarischen schlakkenbildenden Kohlen ohne Verfeuerungsschwierigkeiten ermöglicht.

Unter den ungarischen Braunkohlen sind als typische Vertreter der Gruppe mit langer Schlacke die Kohlen aus dem Süden des Komitates Nógrád, die sogenannten Délnógráder Kohlen, anzusprechen. Die Aschenzusammensetzung ihrer Kornklassen sowie ihrer Dichtefraktionen zeigt eine auffallend gesetzmässige Segregation : parallel mit der Zunahme der Korngrösse und des spezifischen Gewichts erhöht sich der SiO_2-Gehalt, während sich der Fe_2O_3-, CaO-, und SO_3-Gehalt verringern. Das spezifische Gewicht der Aschen von Fraktionen von höherem spezifischen Gewicht und von hohem SiO_2-Gehalt, bzw. das spezifische Gewicht der wahren Asche wird wegen des niedrigen spezifischen Gewichts des SiO_2 niedrig sein ; es ist daher eine grössere Menge dieser leichten mineralischen Bestandteile notwendig, damit ein höheres spezifisches Gewicht des Gemenges zustande kommt. Die qualitativen Unterschiede in der Zusammensetzung der Asche bzw. der ursprünglichen mineralischen Bestandteile werden durch die Veränderung der Aschenmenge ausgeglichen. Fraktionen von verschiedener Korngrösse, aber von gleichem spezifischem Gewicht enthalten Aschenmengen von verschiedener Quantität je nach dem Unterschied ihrer Aschenzusammensetzung. Das bisherige Grundprinzip der Kohlenwaschung, dass nämlich zu gleichem spezifischem Gewicht auch gleiche Aschenmenge gehört, besitzt also nur für jene Fälle Gültigkeit, wo die qualitative Zusammensetzung der Aschen gleich ist.

Die Segregation der Aschenzusammensetzung tritt auch bei den stufenförmig ausgebildeten Schmelzkurven in Erscheinung.

Die Aschenschmelzkurven der Dichtefraktionen der Délnógráder Kohlen weichen entsprechend dem Unterschied ihrer Aschenzusammensetzung stark voneinander ab. Der Klebepunkt der Durchschnittskornklasse fällt mit dem Fliesspunkt der Fraktionen vom geringsten spezifischen Gewicht zusammen. Die frühe Erweichung der Fraktionen von niedrigem spezifischem Gewicht und hohem Fe_2O_3- und CaO-Gehalt bildet die Ursache für den niedrigen Klebepunkt der Durchschnittskohle. Bei einer Dichtegrenze von etwa 1,4 kann die Délnógráder Kohle in zwei Fraktionen getrennt werden. Der Klebepunkt der ein höheres spezifisches Gewicht aufweisenden, veredelten Fraktion übertrifft den Klebepunkt der ursprünglichen Kohle um 88° C und ihr Fliesspunkt den der ursprünglichen Kohle um 192° C. Diese Verschiebung des Klebepunktes ermöglicht eine Erhöhung der Feuerraumtemperatur der Kessel um etwa 10% und der Wärmeübergabe um etwa 45%, bedeutet also eine entsprechende Senkung der Investitionskosten.

Schliesslich befasst sich vorliegende Abhandlung noch mit »chemischen« Waschkurven zur Bestimmung der in den verschiedenen Fraktionen zu erwartenden Aschenzusammensetzung, sowie mit dem allgemeinen Zusammenhang zwischen der Aschenmenge (»physikalische« Waschkurve), der Aschenqualität (»chemische« Waschkurve) und dem Aschenschmelzverhalten.

SCHRIFTTUM

1. *Kozakevitch, P.:* Tension superficielle et viscosité des scories synthétiques. Revue de Métallurgie 1949. Aug. Sept.

2. *Zinzen, A.:* Neue Forschungsergebnisse über die Ursachen der Aschenansätze an Kesselheizflächen. Zeitschrift der V. D. I. Nr 13/14. 1. April 1944.

3. *Endell, K.* und *Zauleck, D.:* Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung und Zähigkeit flüssiger Kohlenschlacken in Schmelzkammerfeuerungen. Bergbau und Energiewirtschaft 1950. Nr. 2. u. 3.

4. *Endell, K.:* Chemische Zusammensetzung, Mineralaufbau und Flüssigkeitsgrad geschmolzener Braunkohlenschlacke bei hohen Temperaturen. Braunkohle, Wärme und Energie, 1950. Heft 19/20.

5. *Eitel, W.:* Physikalische Chemie der Silikate.

СОДЕРЖАНИЕ ЗОЛ ВЕНГЕРСКИХ БУРЫХ УГЛЕЙ И ПОВЕДЕНИЕ ИХ В ОТНОШЕНИИ ПЛАВЛЕНИЯ ЗОЛ. МЕРЫ БОРЬБЫ ПРОТИВ ШЛАКООБРАЗОВАНИЯ

Э. Гал

Резюме

Поведение зол бурых углей в отношении плавления характеризуется, в первую очередь, не концевым участком кривой плавления, т. е. областью точки текучести, а первым участком спекания, т. е. областью точки слипания. Размягчение зол, имеющих высокое содержание SiO_2 и низкое содержание CaO, происходит, постепенно; кривая плавления получается ступенчатой; вязкость с температурой постепенно изменяется, образуются стеклообразные опасные шлаковые лепёшки. Это — »длинные шлаки«. А »короткие шлаки« содержат значительно меньше SiO_2 и значительно больше CaO; размягчение и плавление наступают внезапно; вязкость с температурой резко изменяется; шлак является не стеклообразным, а кристаллическим, хрупким образованием.

Угли, дающие длинные шлаки, могут быть улучшены в отношении шлакообразования, если к ним добавляются угли, имеющие высокое содержание CaO, т. е. длинный шлак может быть преобразован в короткий. Таким образом становится возможным сжигание наших углей с высоким шлакообразованием без трудностей отопительных условий.

Среди венгерских бурых углей типичными представителями группы с длинным шлаком являются угли месторождения на юге комитата Ноград, у которых в отношении химического содержания золы в классах зернистости и удельного веса имеется бросающаяся в глаза закономерная сегрегация: в направлении более крупной зернистости и более высоких удельных весов содержание SiO_2 растет, а содержание Fe_2O_3, CaO, SO_3 уменьшается. Удельный вес зол (или же минералов) с высоким содержанием SiO_2, находящихся в фракциях с более высоким удельным весом, из-за низкого удельного веса самого SiO_2 низко; из этой легкой минеральной составной части необходимо иметь большее количество, чтобы обеспечить более высокий удельный вес смеси. Количественные отклонения, имеющиеся в содержании золы (первоначальных составных частей минералов), компенсируются изменением количества золы. Фракции аналогичного удельного веса, различных по крупности зерен, соответственно различным химическим содержаниям зол, содержат различные количества золы. Следовательно, основной принцип обогащения угля, применяемый в настоящее время, который заключается в том, что к аналогичному удельному весу относится также и аналогичное содержание золы, имеет действие только в ограниченных рамках, т. е. тогда, если и качественный состав золы также аналогичен.

Сегрегация в составе золы проявляется в кривых плавления, имеющих ступенчатый характер.

Кривые плавления золы фракций удельного веса углей месторождения на юге комитата Ноград, соответственно различным содержаниям зол, отличаются друг от друга в значительной мере. Точка слипания среднего из классов крупности зерен совпадает с точкой текучести фракций с наименьшим удельным весом. Ранее размягчение фракций с наименьшим удельным весом и высоким содержанием Fe_2O_3 и CaO является причиной низкого уровня точки слипания среднего угля. Уголь с месторождения на юге комитата Ноград может быть разбит на две фракции при помощи его разделения на границе удельного веса ок. 1,4. Среди них обогащенные фракции с более высоким удельным весом имеют точку слипания, стоящую выше точки слипания первичного угля на 88° С, а точка текучести на 192° С выше точки текучести опять-таки первичного угля. Это повышение точки слипания повышает температуру топки котлов на 10%, а теплоотдачу на 45%, следовательно соответствующее снижение капвложений.

»Химические« кривые обогащения для определения ожидаемого содержания зол в фракциях. Общее соотношение между количеством (»физическая« кривая обогащения), качеством (»химическая« кривая обогащения) и поведением в отношении плавления золы.

DIE BEMESSUNG DER AUF BIEGUNG UND DRUCK GLEICHZEITIG BEANSPRUCHTEN HOLZHOLME

H. ŐRY

Eingegangen am 20. Nov. 1951

Das Holz als Baumaterial hat in der Flugzeugindustrie, besonders beim Bau von Segelflugzeugen, sowie von Prototypen von kleineren Sport- und anderen Motorflugzeugen auch heute noch eine grosse Bedeutung. Der Grund dafür liegt einerseits in seinem geringen Gewicht und andererseits in seiner einfachen handwerkmässigen Bearbeitbarkeit. Ausser dem geringen spezifischen Gewicht des Werkstoffes ist auch eine möglichst genaue Festigkeitsberechnung eine überaus wichtige Voraussetzung für den Leichtbau. Eine genaue Bemessung der Holzholme wurde ziemlich lange durch den Umstand behindert, dass sich das Holz gegenüber Zug anders verhält als gegen Druck *(Abb. 1)*. Das Holz folgt, wenn auf Zug beansprucht, dem Hookeschen Gesetz fast ganz bis zum Bruch, bei Druck hingegen geht es bei einem wesentlich kleineren Wert zugrunde als

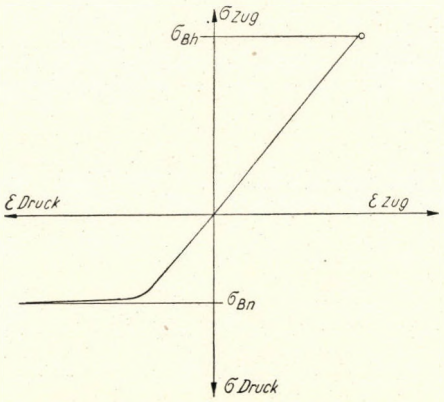


Abb. 1

dem der Bruchfestigkeit gegen Zug, und erleidet ausserdem auch eine beträchtliche plastische Formänderung, was auf die Knickung der einzelnen Fasern zurückzuführen ist.

Newlin und *Trayer* [2] hatten schon in den Zwanzigerjahren zahlreiche Versuche durchgeführt. Sie fassten ihre Versuchsergebnisse in praktischen Diagrammen zusammen, auf Grund deren die Bemessung der Holme viele Jahre hindurch vorgenommen wurde.

Prager [1] machte den Vorschlag, die Holzholme aus auf Grund der in immer weiteren Gebieten Anwendung findenden plastischen Theorie zu bemessen. Er idealisierte das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Holzes bei Zug und Druck und leitete einen einfachen Zusammenhang zwischen den Holmabmessungen und den charakteristischen Werten des Materials sowie zwischen dem Moment der im Augenblick des Bruchs wirkenden inneren Kräfte ab, für den Fall, dass der Holm ausschliesslich auf Biegung beansprucht ist. Der so abgeleitete Zusammenhang zeigte eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.

Der mit gezogenen Streben versteifte Flügelholm wird gleichzeitig auf Biegung und Druck beansprucht. Die Bestimmung des bei dieser Belastung (im Schrifttum als Knickbiegung bekannt) auftretenden Momentes geschah durch die Lösung der sich aus dem Müller—Breslauschen Verfahren ergebenden

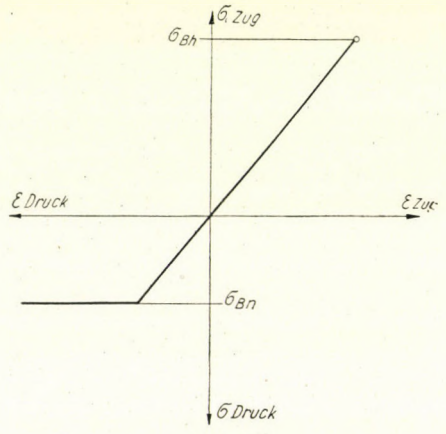


Abb. 2

Differentialgleichung [4], während die Berechnung der Tragfähigkeit auf Grund der experimentellen Kurven des *Forest Products Laboratory* [5] erfolgte. Die zur Bestimmung des Moments herangezogene Differentialgleichung ist jedoch nur solange gültig, bis das Material sich elastisch verhält, während die Berechnung der erwähnten experimentellen Kurven einer mechanischen Grundlage entbehrt. Das Ziel der vorliegenden Abhandlung soll also einerseits die Bestimmung der Tragfähigkeit des gleichzeitig auf Druck und Biegung beanspruchten Holzholms sein und andererseits Folgerungen für die Formänderung des Holms bringen, für den Fall, dass sich das Holz dem Druck gegenüber nicht mehr elastisch verhält.

Zu diesem Zwecke soll zuerst das von *Prager* vorgeschlagene Verfahren geschildert werden. *Prager* idealisierte das Spannungsdiagramm des Holzes, indem er eine Näherung mittels Geraden einführte *(Abb. 2)*. Wenn angenommen wird, dass die Querschnitte des auf Biegung beanspruchten Holms während der

Belastung eben bleiben, so ist die Verteilung der Spannungen, die im Augenblick des Bruchs im Querschnitt des zweigurtigen hölzernen Kastenholms auftreten, dem Spannungs-Dehnungs-Diagramm ähnlich *(Abb. 3)*. Wie aus der Abbildung ersichtlich, ist die Dicke der Holmgurten im allgemeinen verschieden; zur Verringerung des Gewichtes ist es jedoch zweckmässiger den Druckgurt dicker zu bemessen. Von den Bezeichnungen der Abbildung bedeuten H die Höhe und B die Breite des Querschnittes, d die Dicke des Druck- und d' des Zuggurtes, σ_{Bh} die Zug- und σ_{Bn} die Druckfestigkeit. Wie ersichtlich, nimmt *Prager* an, dass der Wert der Zugfestigkeit im Augenblick des Bruches in der Zugfaser

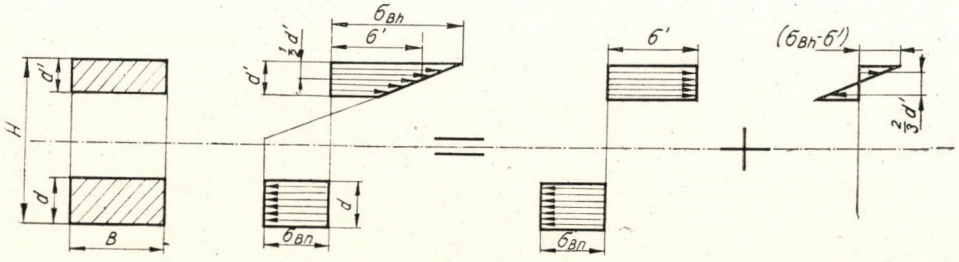


Abb. 3

vorhanden ist. Da der Holm auf reine Biegung beansprucht ist, beträgt die senkrecht zum Querschnitt verlaufende Resultierende der Zug- und Druckspannungen Null, d. h.

$$Bd'\sigma' = Bd\sigma_{Bn} \text{ und daraus } \frac{d'}{d}\sigma' = \sigma_{Bn}.$$

Die auf *Abb. 3/b* gezeigte Verteilung der Spannung kann in zwei Teile zerlegt werden, wie dies auf den *Abb. 3/c* und *3/d* dargestellt ist. Das resultierende Kräftepaar der inneren Kräfte, die das Bruchmoment gibt, kann durch Zusammensetzung der beiden Teilverteilungen wie folgt gewonnen werden:

$$M_B = Bd\sigma_{Bn}\left(H - \frac{d}{2} - \frac{d'}{2}\right) + B\frac{d'}{2}\,\frac{1}{2}\left(\sigma_{Bh} - \frac{d}{d'}\sigma_{Bn}\right)\left(\frac{2}{3}d'\right),$$

wo (M_B) die Tragfähigkeit des Holms bedeutet. *Prager* führte einen dimensionslosen Kennzahl ein

$$Z = \frac{M_B}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}} = 3\,\frac{d}{H}\left(2 - \frac{d}{H} - \frac{d'}{H}\right) + \left(\frac{\tau_{Bh}}{\sigma_{Bn}} - \right)\left(\frac{d'}{H}\right)^2.$$

Im Falle von reiner Biegung führt diese Formel zu sehr guten Ergebnissen.

Nunmehr soll der Fall betrachtet werden, wenn die Belastung des Holms aus gleichzeitig wirkender Druckkraft und Biegungsmoment zusammengesetzt

ist ; das Moment der äusseren Kräfte wird dann auf den Halbierungspunkt der Holmhöhe bezogen. Die Versuchsergebnisse erbrachten den Beweis, dass das Aufhören der Tragfähigkeit des Holms, wenn dieser gleichzeitig gedrückt ist, sehr häufig infolge *des Bruchs des Druckgurtes* eintritt, ohne aber dass der Zuggurt zerreissen würde. Es besteht also kein Grund zur Annahme, dass die im Zuggurt auftretende Spannung σ_h mit der Zugfestigkeit σ_{Bh} identisch ist. In diesem Sinne wurde *Abb. 4* gezeichnet.

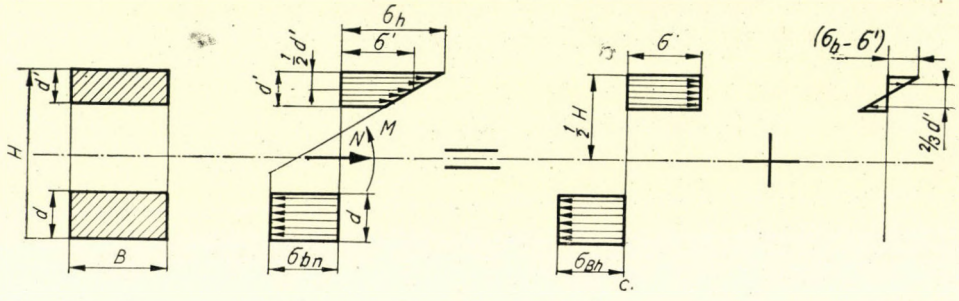


Abb. 4

Die auf den Holmquerschnitt wirkenden inneren Kräfte sind mit den äusseren, den Holm belastenden Kräften im Gleichgewicht. Aus diesem Gleichgewicht der auf den Querschnitt wirkenden äusseren und inneren Kräfte ergibt sich

$$\sigma_{Bn} B d - \sigma' d' B = N = B(d + d')\sigma_N ,$$

wo σ' die auf der Mittellinie des Zuggurtes vorhandene Spannung und σ_N die nur infolge des Druckes entstehende Spannung bezeichnet. Hieraus

$$\sigma' = \sigma_{Bn} \frac{d}{d'} - \sigma_N \left(1 + \frac{d}{d'}\right)$$

Bei der Konstruktion ist der Umriss (B und H) des Holmquerschnittes gegeben, während die Gurtdicken noch zu bestimmen sind, der Wert von σ_N ist also im vorhinein nicht bekannt. Es ist zweckdienlich den untenstehenden, für den Druck charakteristischen Kennwert einzuführen

$$\varphi = \frac{N}{BH\sigma_{Bn}} .$$

Wenn ausserdem der Ausdruck $k = \dfrac{d}{d'}$ herangezogen wird, so ist

$$\frac{\sigma_N}{\sigma_{Bn}} = \frac{N}{B(d + d')\sigma_{Bn}} = \frac{\varphi}{(1 + k)\, d'/H} \quad \text{d. h.} \quad \frac{\sigma'}{\sigma_{Bn}} = k \frac{\varphi}{d'/H} . \qquad (1)$$

Das Momentengleichgewicht der äusseren und inneren Kräfte soll nun für den Mittelpunkt des Holmquerschnittes angesetzt werden, indem die Spannungsverteilung wiederum in zwei Teile zerlegt wird :

$$Z = \frac{M_B}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}} = 3k\frac{d'}{H}\left[2 - \frac{d'}{H}\left(1+k\right) - \frac{\varphi}{k}\left(\frac{1}{d'/H} - 1\right)\right] + \\ + \left[\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}} - k + \frac{\varphi}{d'/H}\right]\left(\frac{d'}{H}\right)^2 . \tag{2}$$

Wenn in die Gleichung (2) an Stelle von $\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}$ derjenige Wert eingesetzt wird, der zum Bruch der äussersten Faser des Druckgurtes gehört, so erhält man das den Bruch verursachende Moment. Es kann angenommen werden, dass die äusserste Faser des Druckgurtes dann brechen wird, wenn sie den zum

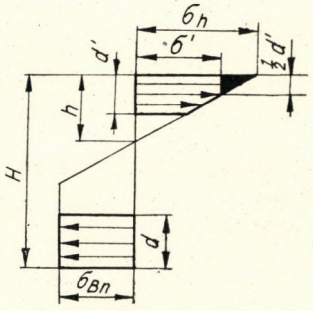


Abb. 5

Bruch gehörenden Dehnungswert erreicht. Zu diesem Zwecke soll der Zusammenhang zwischen der Dehnung der äussersten Faser des Druckgurtes und der in der äussersten Faser des Zuggurtes bestehenden Spannung ausgedrückt werden.

Die Entfernung h der Linie $\sigma = 0$ von der äussersten Zugfaser kann gemäss *Abb. 5* auf Grund der geometrischen Ähnlichkeit bestimmt werden

$$\frac{\sigma_h}{h} = \frac{\sigma_h - \sigma'}{d'/2}$$

und daraus

$$\frac{h}{H} = \frac{1}{2}\frac{d'}{H}\frac{\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}}{\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}} - k + \frac{\varphi}{d'/H}} . \tag{3}$$

Die Dehnung der äussersten Zugfaser ist

$$\varepsilon_{gezogen} = \frac{\sigma_h}{E_h}$$

und die der äussersten Druckfaser, wenn der Querschnitt eben bleibt,

$$\varepsilon_{gedrückt} = \frac{\sigma_h}{E_h} \frac{H-h}{h},$$

weil sich der Querschnitt um die Linie $\sigma = 0$ verdreht.

Führt man einen von den Materialcharakteristiken unabhängigen dimensionslosen Koeffizienten ein, so erhält man bei Berücksichtigung der Bruchdehnung (3) der äussersten Druckfaser

$$\frac{\frac{\varepsilon_{nB}}{\sigma_{Bn}}}{\frac{}{E_h}} = \frac{\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}\left(1-\frac{1}{2}\frac{d'}{H}\right)-k+\frac{\varphi}{d'/H}}{\frac{1}{2}\frac{d'}{H}} = c. \tag{4}$$

Es sei hier bemerkt, dass die Versuche für c einen Wert ergaben, der zwischen 2 und 3 schwankt. Auf Grund der Gleichung (4) kann jener Wert von $\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}$ ausgedrückt werden, der zum Bruch der äussersten Faser des Druckgurtes gehört, nämlich

$$\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}\right)_{Bruch} = \frac{0{,}5\, c\, \frac{d'}{H} + k - \frac{\varphi}{d'/H}}{1-\frac{1}{2}\frac{d'}{H}}. \tag{5}$$

Wenn der aus der Gleichung (5) erhaltene Wert von $\left(\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}\right)_{Bruch}$ in den Ausdruck (2) eingesetzt wird, so gelangt man nach Ordnung des Ausdrucks zu folgender Formel

$$Z = \frac{M_B}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}} = \frac{(4k+3k^2+c)\left(\frac{d'}{H}\right)^3-(12k+6k^2)\left(\frac{d'}{H}\right)^2+12k\left(\frac{d'}{H}\right)}{2-\frac{d'}{H}} -$$

$$-\frac{4\left(\frac{d'}{H}\right)^2-9\frac{d'}{H}+6}{2-\frac{d'}{H}}\varphi. \tag{6}$$

Aus dieser Formel geht hervor, dass der Wert von c, bei Berücksichtigung dessen, dass $\frac{d'}{H} < 0{,}5$ ist, kaum einen Einfluss auf die Bruchtragfähigkeit besitzt. Des weiteren ist ersichtlich, dass die Tragfähigkeit als Funktion der Druckkraft linear abnimmt, d. h.

$$Z = Z_{(\varphi=0)} - \alpha\varphi.$$

Der Wert von α hängt nur von $\left(\frac{d'}{H}\right)$ ab und ist von k unabhängig. Die Werte von α sind in Tabelle I angegeben.

TABELLE I

d'/H	0,25	0,20	0,15	0,10	0,05
α	2,29	2,42	2,56	2,70	2,85

Auf *Abb. 6* ist die Formel (6) graphisch dargestellt mit einem Wert von $c = 2{,}7$. Die Verwendung des Diagramms wird durch das auf der Abbildung

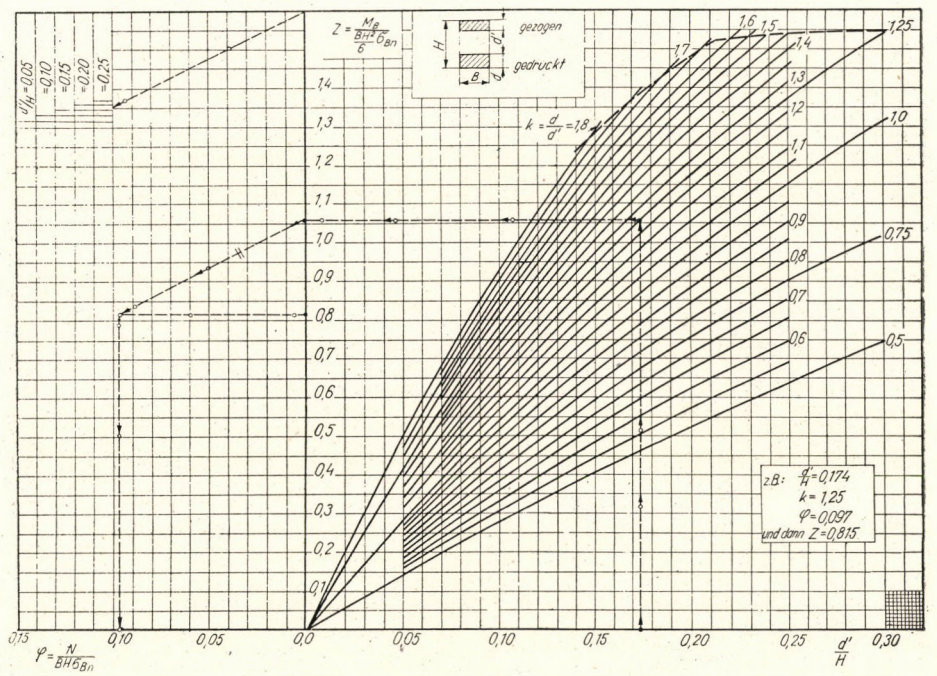


Abb. 6

angegebene Zahlenbeispiel erläutert. Wenn die Werte von k und $\left(\frac{d'}{H}\right)$ in Kenntnis von φ und Z gesucht werden, so kann man bei Annahme einer mittleren Biegung α die Holmabmessungen angenähert berechnen, die dann auf die beschriebene Weise genau kontrolliert werden können. Im Falle von reiner Biegung weist das Diagramm fast keine Abweichung von den Kurven *Pragers* auf.

Theoretisch ist die Formel solange gültig, als die angenommene Spannungsverteilung besteht, im Falle, dass die äusserste Faser des Druckgurtes die Bruchdehnung erreicht. Auf diese Weise können drei theoretische Gültigkeitsgrenzen umrissen werden :

I. Der Bruchpunkt der Druckspannungsverteilung erreicht den inneren Rand des »gedrückten« Gurtes *(Abb. 7)*.

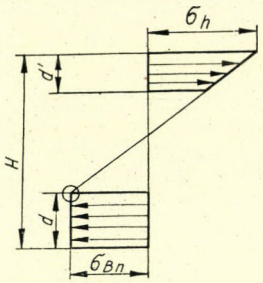


Abb. 7

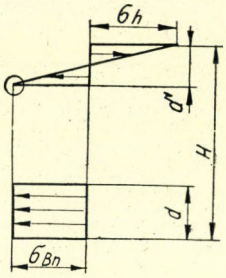


Abb. 8

II. Der Bruchpunkt der Druckspannungsverteilung erreicht den inneren Rand des »gezogenen« Gurtes *(Abb. 8)*.

III. Die äusserste Faser des Zuggurtes zerreisst, bevor die Aussenfaser des Druckgurtes die Bruchdehnung erreicht.

Die Formel (6) ist innerhalb der auf dem Diagramm mit einer gestrichelten Linie eingezeichnetem Gebiet praktisch gültig, wenn $\frac{\sigma_{Bh}}{\sigma_{Bn}} \leqq 2$.

Nach der Bestimmung der Tragfähigkeit des Holms soll nunmehr die resultierende Momentenfläche eines auf Druck und Biegung beanspruchten Holms festgestellt werden. Auf die Mittellinie des auf die Wirkung der Biegemomente durchgebogenen Holms wird durch die Druckkraft ein zusätzliches Biegemoment ausgeübt, was eine weitere Durchbiegung verursacht *(Abb. 9)*.

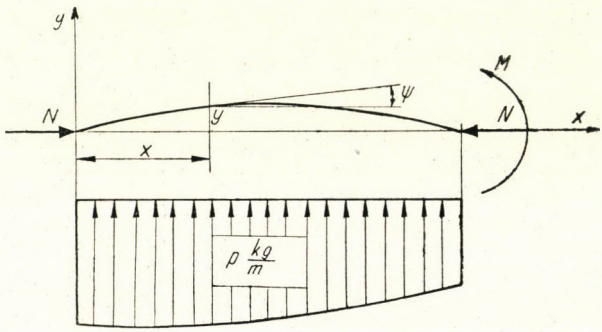


Abb. 9

Zur Bestimmung des endgültigen Biegemomentes muss also die Formänderung des Holms bekannt sein. Wenn die Tragfähigkeit des Holms gesucht wird, so muss die Formänderung im Augenblick des jenseits des elastischen Abschnittes eintretenden Bruchs ausgerechnet werden. Da es sich bei der Berechnung der

Durchbiegung im allgemeinen um kleine Winkel handelt, beträgt die Winkelverdrehung des Holmquerschnittes

$$\psi \cong \operatorname{tg} \psi = \frac{dy}{dx} = y' .$$

Die zweite Derivierte der Durchbiegung

$$y'' = \frac{d\psi}{dx}$$

ist gleich der spezifischen Winkelverdrehung.

Die Veränderung der spezifischen Winkelverdrehung des Querschnittes des Holzholms als Funktion der Belastung wird auf *Abb. 10* gezeigt.

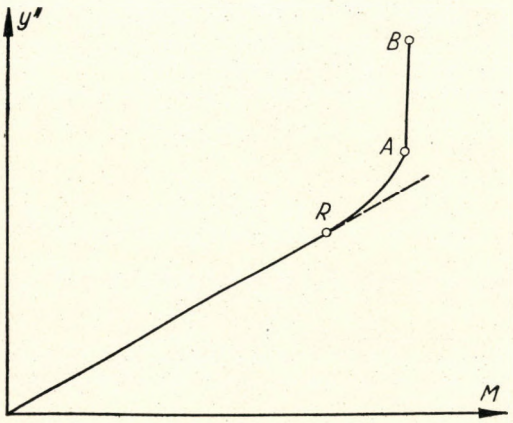


Abb. 10

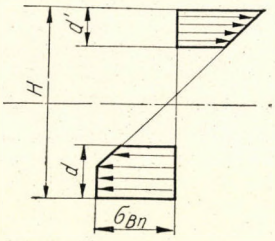


Abb. 11

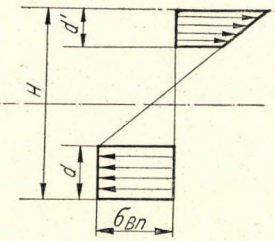


Abb. 12

Solange die in der äussersten Faser des Druckgurtes entstehende Spannung nicht den Wert der Druckfestigkeit erreicht, ist die spezifische Winkelverdrehung proportional zum Biegemoment. Im Punkte »R« der äussersten Faser des Druckgurtes beträgt die Spannung gerade σ_{Bn}. Wenn das Moment dann weiter erhöht wird, so kommt der Bruchpunkt der Bruchspannungsverteilung innerhalb des Druckgurtes zu liegen. (*Abb. 11.*) In diesem Falle ist die spezifische Winkel-

verdrehung bereits grösser als die elastische. Im Punkte »A« wird die innere Kante des Druckgurtes vom Bruchpunkt der Bruchspannungsverteilung erreicht *(Abb. 12)*. Von hier an entspricht jeder geringfügigen Erhöhung des Momentes eine beträchtliche Formänderung des Holms. Es kann bewiesen werden, dass der Zusammenhang zwischen der spezifischen Winkelverdrehung und dem Biegemoment hier linear ist. Solange die Belastung des Holmes kleiner ist als die dem Punkt »R« entsprechende Belastung, kann die spezifische Winkelverdrehung auf der Grundlage der Gleichung

$$y'' = \frac{M}{JE}$$

berechnet werden.

Wenn die Momentenbelastung auf den Abschnitt zwischen den Punkten »R« und »A« fällt, so stösst die Bestimmung der spezifischen Winkelverdrehung auf grosse mathematische Schwierigkeiten. Da hier der spezifischen Winkel-

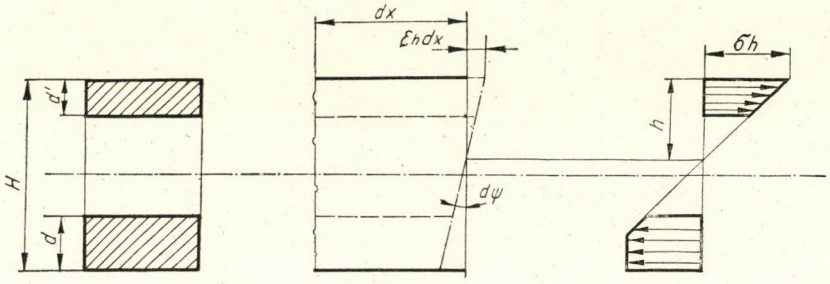


Abb. 13

verdrehung in der Praxis nur eine geringe Bedeutung zukommt, soll hier nicht näher auf sie eingegangen werden, sondern nur versucht werden, sie im allgemeinen auszudrücken. Auf Grund der Bezeichnungen der *Abb. 13* kann die spezifische Winkelverdrehung des Holms wie folgt ausgedrückt werden :

$$d\psi = \frac{\varepsilon_h \, dx}{h}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{\varepsilon_h}{h} = \frac{\frac{\sigma_h}{E_h}}{h}$$

d. h.

$$y'' \cong \frac{d\psi}{dx} = \frac{1}{E_h} \frac{\sigma_h}{h}$$

oder wenn wieder der von den Materialcharakteristiken unabhängige, dimensions-

lose Koeffizient eingeführt wird

$$\frac{y''}{\frac{\sigma_{Bn}}{E_h}\frac{1}{H}} = \frac{\frac{\sigma h}{\sigma_{Bn}}}{\frac{h}{H}}. \tag{7}$$

Diese Formel besitzt natürlich für jeden Zustand Geltung, unabhängig davon, ob sich der Druckgurt elastisch oder plastisch verhält. Es sei auch darauf hingewiesen, dass auf der linken Seite der Gleichung der Elastizitätsmodul für Zug vorkommt.

Es soll nunmehr die dem Grenzpunkt »A« entsprechende spezifische Winkelverdrehung auf dieser Grundlage bestimmt werden *(Abb. 14)*. Nach dieser

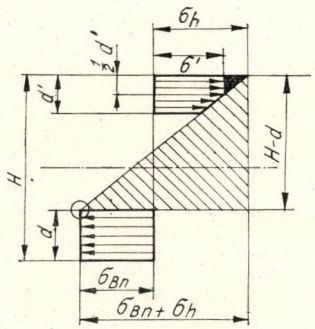


Abb. 14

Abbildung kann der Wert von $\frac{\sigma h}{\sigma_{Bn}}$ auf Grund der geometrischen Ähnlichkeit ausgedrückt werden

$$\frac{\sigma_h + \sigma_{Bn}}{H - d} = \frac{\sigma_h - \sigma'}{\frac{d'}{2}}$$

bzw. nach Ordnung

$$\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}} = \frac{(1 - 2k^2)\frac{d'}{H} + 2k + 2k\varphi - 2\varphi\frac{1}{\frac{d'}{H}}}{2 - (2k + 1)\frac{d'}{H}}. \tag{8}$$

Wenn dieser Ausdruck in die Gleichung (3) eingesetzt wird, so erhält man den Wert von $\frac{h}{H}$ und bei Berücksichtigung der Gleichung (7) die spezifische Winkel-

verdrehung im Grenzfall »A«

$$\left(\frac{y''}{\frac{\sigma_{Bn}}{E}\,\frac{1}{H}}\right)_A = \vartheta_A = \frac{2(1+k)}{2-(2k+1)\frac{d'}{H}} - \frac{2\varphi}{2\frac{d'}{H} - \left(2k+1\right)\left(\frac{d'}{H}\right)^2}. \tag{9}$$

Wenn in den für das Moment aufgestellten Ausdruck (2) der Wert von $\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}$ gemäss der Gleichung (8) eingesetzt wird, so bekommt man die dem Punkte »A« entsprechende Momententragfähigkeit

$$Z_A = \frac{M_A}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}} = \frac{(6k^3+9k^2+4k+1)\left(\frac{d'}{H}\right)^3 - (18k^2+12k)\left(\frac{d'}{H}\right)^2 + 12k\frac{d'}{H}}{2-(2k+1)\frac{d'}{H}} - \\ - \frac{(6k+4)\left(\frac{d'}{H}\right)^2 - (6k+9)\frac{d'}{H} + 6}{2-(2k+1)\frac{d'}{H}}\varphi. \tag{10}$$

Es kann der Beweis erbracht werden, dass die Werte von Z_B auf einem praktisch bedeutenden Abschnitt einer Abweichung von den Bruchwerten von Z_A aufweisen, die nur weniger als 1% beträgt.

Nun soll der Wert der spezifischen Winkelverdrehung im Augenblick des Bruchs ausgedrückt werden. In diesem Falle wird der in der Formel (5) stehende Wert für $\frac{\sigma_h}{\sigma_{Bn}}$ bei Berücksichtigung der Formel (3) in den Zusammenhang (7) eingesetzt

$$\left(\frac{y''}{\frac{\sigma_{Bn}}{E}\,\frac{1}{H}}\right)_B = \vartheta_B = \frac{c+k}{1-\frac{1}{2}\,\frac{d'}{H}} - \frac{\varphi}{\frac{d'}{H} - \frac{1}{2}\left(\frac{d'}{H}\right)^2}. \tag{11}$$

Auf Grund des Obenstehenden kann eine Dimensionierung für Knickbiegung gemäss folgenden Schritten vorgenommen werden :

1. Es wird für den als starr vorausgesetzten Holm die Momentenfläche gezeichnet, die dem mit der vorgeschriebenen Sicherheitszahl multiplizierten Wert der sicheren Belastung entspricht.

2. Es wird die auf die Wirkung der äusseren Belastungen hin zu erwartende Formänderung des Holms angenommen, und auf Grund dessen werden die zusätzlichen Momente bestimmt, welche durch die mit dem Sicherheitszahl multiplizierte, sichere Normalkraft verursacht werden ; dabei die Durchbiegung als Hebelarm betrachtet.

3. Nach Addition der in den Punkten 1. und 2. bestimmten Momente können, wenn der Umriss B und H des Holms bekannt ist, auf Grund der *Abb. 6* die Gurtabmessungen in etwas überdimensionierten Form bestimmt werden. (An den Stellen der Krafteinleitung wird der Holm durch Anbringung von Füllklötzen verstärkt.)

4. In einigen Querschnitten wird der Wert der spezifischen Winkelverdrehung bestimmt, und zwar wird man sich unterhalb des elastischen Abschnitts befinden, wenn *a)*

$$\left(\frac{M}{K}+\frac{N}{B(d+d')}\right)\leqq\sigma_{Bn}.$$

In diesem Falle beträgt

$$y''=\frac{M}{JE}=\frac{\frac{M}{K}}{hE}.$$

Diese Berechnung wird durch die Diagramme der *Abb. 26* erleichtert (siehe Anhang).

Wenn jedoch *b)*

$$\left(\frac{M}{K}+\frac{N}{B(d+d')}\right)>\sigma_{Bn}$$

aber

$$\left(\frac{M}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}}\right)<\left(\frac{M_A}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}}\right)\cong\left(\frac{M_B}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}}\right)$$

so ist mit einer dem Punkt »A« entsprechenden Formänderung laut Formel (9) zu rechnen. Bei Berücksichtigung einer grösseren spezifischen Winkelverdrehung, als der Wirklichkeit entspricht, ist es so vielleicht möglich, — wenn die Durchbiegung des Holms ihr Vorzeichen wechselt — sich von der Sicherheit zu entfernen. Wird in strittigen Fällen die Berechnung mit der elastischen Bedingung $y''=\frac{M}{JE}$ wiederholt, so wird der andere Grenzwert der Formänderung in Betracht gezogen und das grössere der sich aus den zwei Rechnungen ergebenden Momente als massgebend angesehen.

Wenn *c)*

$$\left(\frac{M}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}}\right)=\left(\frac{M_B}{\frac{BH^2}{6}\sigma_{Bn}}\right),$$

dann wird der Wert von y'' entsprechend dem Bruch (Punkt »B«) auf Grund der Formel (11) berechnet.

5. Wenn die spezifischen Winkelverdrehungen y'' bekannt sind, so kann die Durchbiegung des Holms durch zweimalige graphische Integration ermittelt werden. An Stelle des Mohrschen Verfahrens ist eher die zweimalige Anwendung der Simpsonschen Regel zu empfehlen, weil diese einerseits genauer und andererseits mit weniger Arbeit verbunden ist.

6. Die berechneten Durchbiegungen werden mit den angenommenen verglichen : wenn die vorgeschriebene Bruchsicherheit auch für die Momente vorhanden ist, die auf Grund der berechneten Durchbiegungen ermittelt wurden, und wenn diese Sicherheit entsprechend dem Prinzip des Leichtbaus auch nicht zu gross ist, so kann die Bemessung als beendet angesehen werden. Im entgegen-

gesetzten Falle wird die Berechnung mit den erhaltenen Durchbiegungen wie mit den angenommenen Durchbiegungen wiederholt. Dieser zweite Schritt führt dann meistens zum Ziel.

Bei der Berechnung der Formänderung wurde mit dem zu den zunehmenden Spannungen des Spannungs-Dehnungs-Diagrammes gehörenden Wert gerechnet. Dies ist richtig, weil ja im Holm des mit gezogenen Streben versteiften Tragwerkes die Normalkraft und das Biegemoment gleichzeitig zunehmen und so nicht mit einer Abnahme der Belastung gerechnet werden muss.

Die Knickung der einzelnen Holmgurten wird einesteils durch den Steg und andernteils durch die Beplankung bzw. durch die Rippen verhindert.

Kastenholme von gleicher Gurtstärke

Da in der überwiegenden Zahl der Fälle der gedrückte und gebogene hölzerne Kastenholm aus Fabrikationsgründen Gurte von gleicher Stärke besitzt,

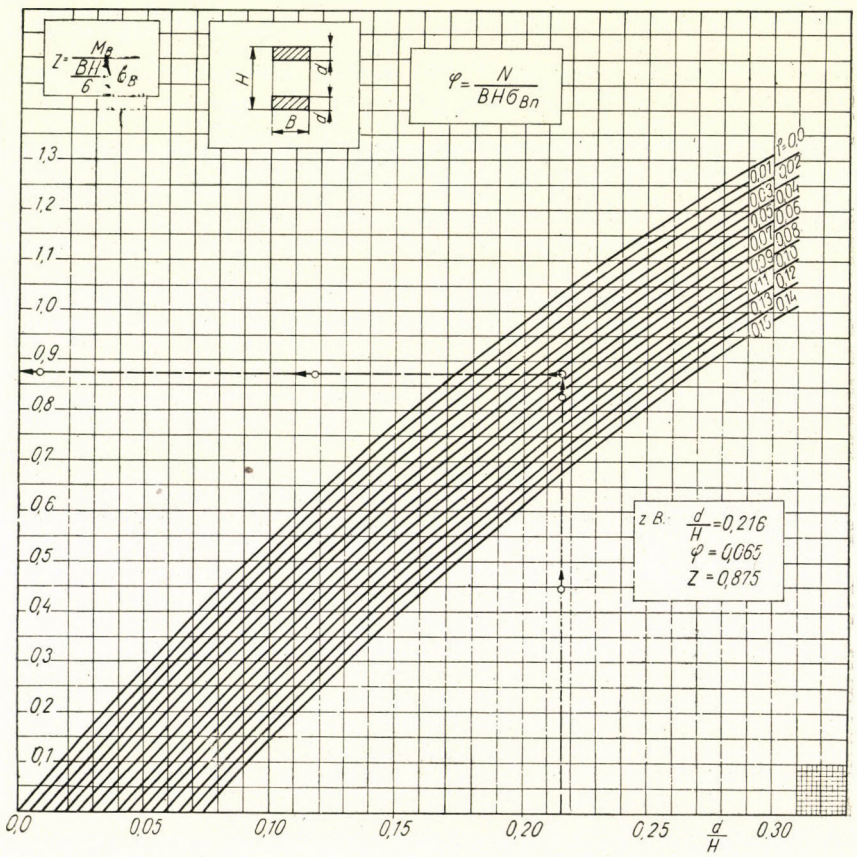


Abb. 15

wurde ein ausführliches Diagramm angefertigt, das in bezug auf die Tragfähigkeit und Formänderung ein leichteres Arbeiten gestattet. *Abb. 15* veranschaulicht die Tragfähigkeit eines hölzernen Kastenholms mit Gurten von gleicher Dicke für den Fall, dass der Holm gleichzeitig auf Druck und Biegung bean-

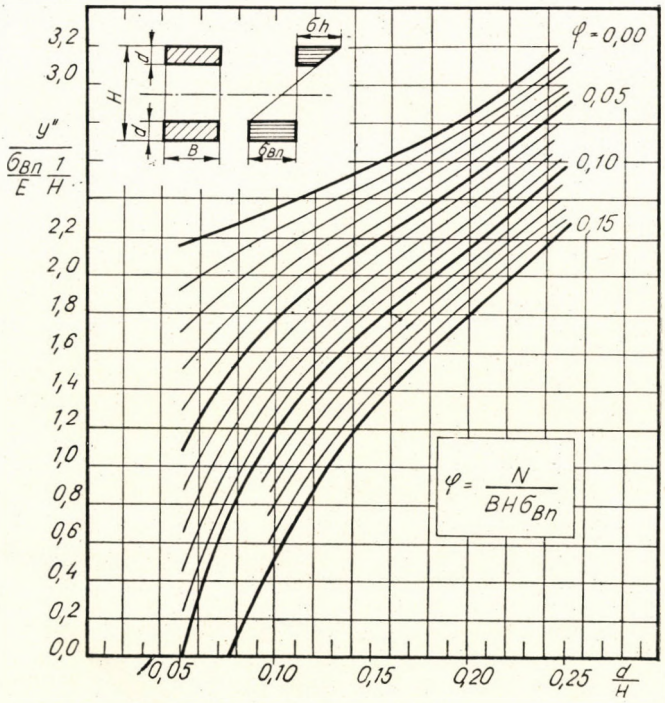


Abb. 16

sprucht ist. Es sei bemerkt, dass diese Abbildung im Falle der üblichen Holmabmessungen innerhalb der Grenzen von $\frac{\sigma_{Bh}}{\sigma_{Bn}} \leqq 1{,}5$ Geltung hat. *Abb. 16* stellt die spezifische Winkelverdrehung des Holms bei einer dem Punkt »A« entsprechenden Spannungsverteilung dar.

Kontrollversuche

Im Laboratorium des Lehrstuhls für Flugzeugbau der Budapester Technischen Universität wurden bezüglich der Bemessung der auf Druck und Biegung beanspruchten Holzholme Kontrollversuche durchgeführt. Die Anordnung dieses Versuches ist aus der Skizze der *Abb. 17* sowie aus den photographischen Aufnahmen der *Abb. 18—22* zu ersehen.

Der mittlere Abschnitt des Versuchskörpers war nicht mit Scherkraft belastet, was durch einen Lastverteilungsbalken ermöglicht wurde *(Abb. 18)*.

Ein hydraulischer Zylinder *(Abb. 19)* lieferte die Normalkraft, deren Grösse mit einem Ringfederdynamometer gemessen wurde, wobei im Interesse der Genauigkeit eine Übersetzung eingeschaltet war *(Abb. 20)*. Eine seitliche Knickung des Druckgurtes des Holmes wurde durch Stützung verhindert *(Abb. 21)*. Auf *Abb. 22* ist ein typischer Bruch zu sehen, wie er vorkommt, wenn der Druckgurt des Holms zugrunde geht, ohne dass der Zuggurt zerreisst.

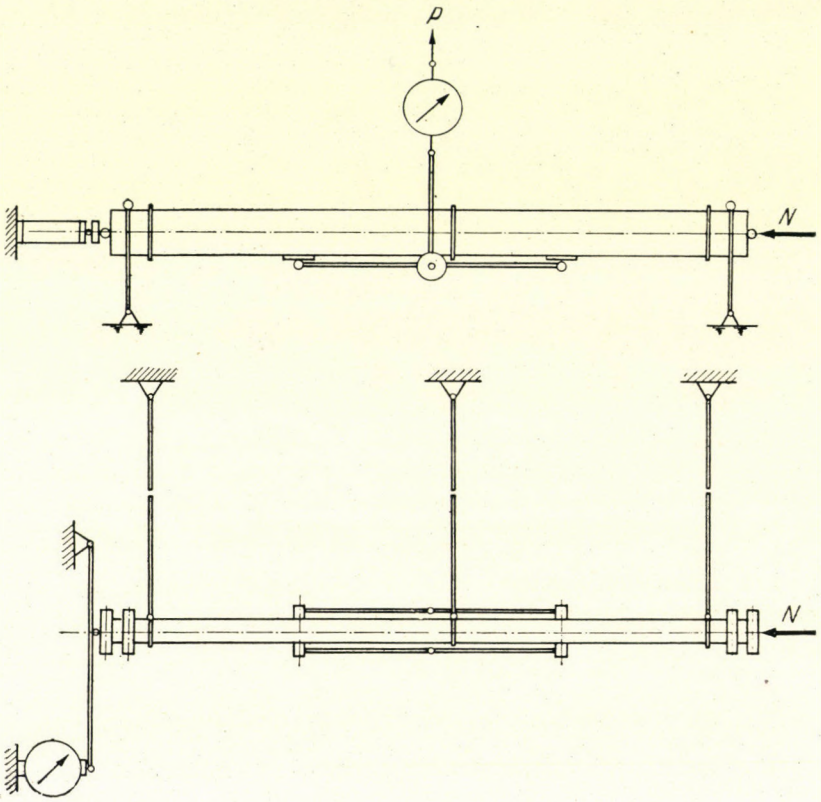


Abb. 17

Aus dem Holzmaterial des Druckgurtes wurden vier würfelförmige Probekörper ausgeschnitten und dann mit der aus ihnen ermittelten durchschnittlichen Druckfestigkeit die theoretischen Werte berechnet. Die Grösse des gemessenen Momentes ergibt sich einesteils aus dem Moment des Kräftepaars der senkrecht zur Holmachse wirkenden Belastung und anderenteils aus dem zusätzlichen Moment der Normalkraft, deren Hebelarm mit einem Theodolit gemessen wurde. Die Versuchsergebnisse sind in Tabelle II zusammengefasst. Ausserdem sind die auf das nominelle Mass der Holme umgerechneten Tragfähig-

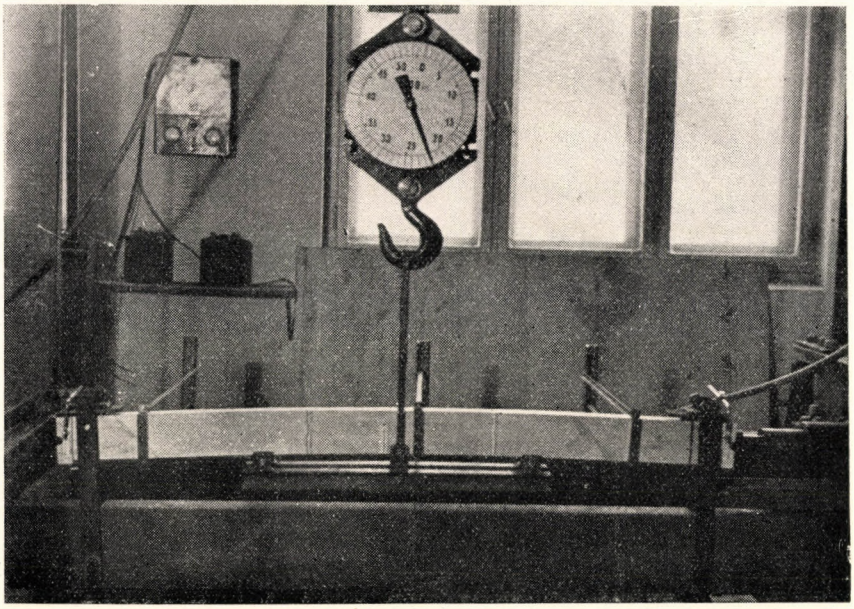


Abb. 18

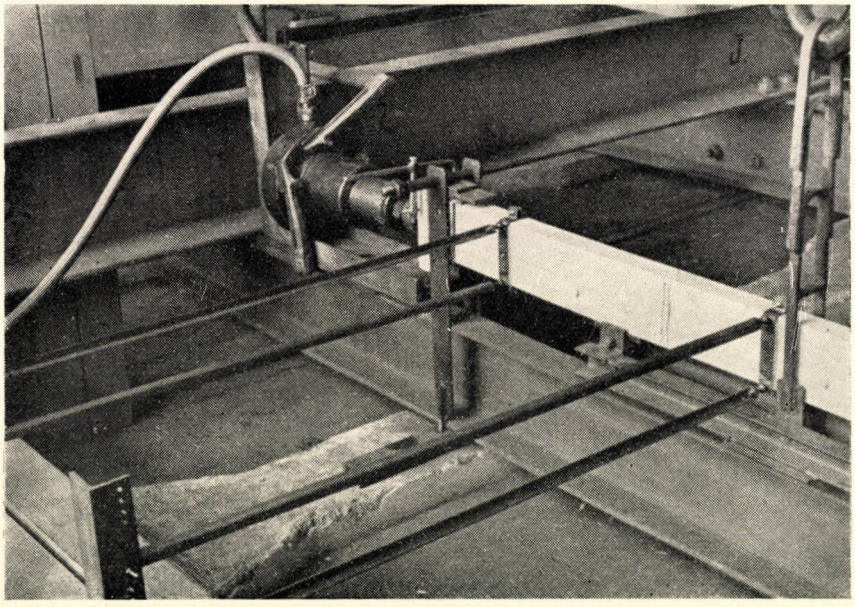


Abb. 19

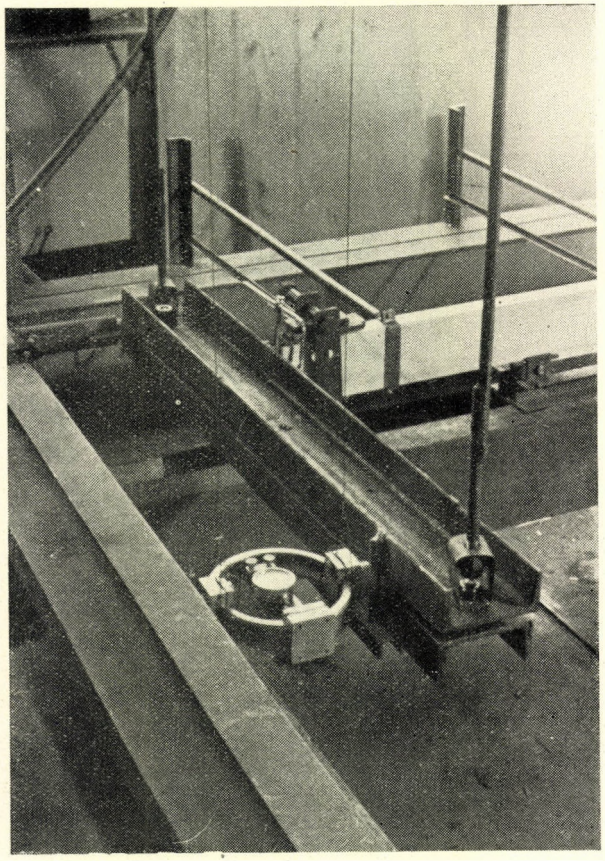


Abb. 20

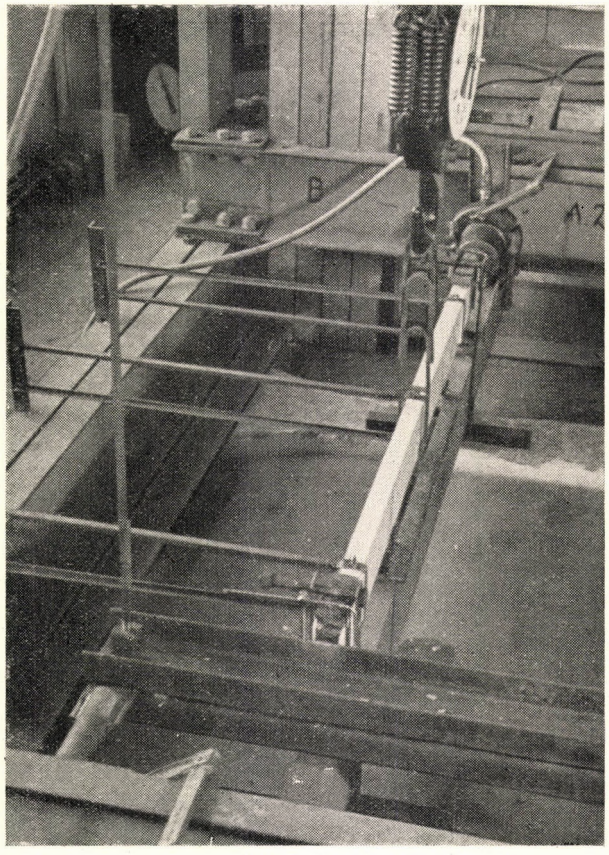


Abb. 21

Kontrollversuche

TABELLE II

Nr.	B (cm)	H (cm)	$\frac{d'}{H}$	k	σ Bn* (kg/cm²)	N Normal-kraft kg	φ	M_B (cm kg) berechnet	Beim Bruch gemessenes Moment: reine Biegung	Beim Bruch gemessenes Moment: durch Druckkraft	M_B (cmkg) gemessen	$\frac{M_B \text{ gemessen}}{M_B \text{ berechnet}}$
1	3,32	11,9	0,206	1	530	0,0	0,0	41700	39200	—	39200	0,941
2	3,31	11,86	0,203	1	528	0,0	0,0	40500	43500	—	43500	1,075
3	3,3	11,82	0,204	1	543	0,0	0,0	41300	40000	—	40000	0,968
4	3,32	11,9	0,204	1	537	0	0	41600	41000	—	41000	0,987
5	3,85	11,87	0,2045	1	506	2000	0,086	35800	33700	2000,0	37700	1,052
6	3,84	11,89	0,203	1	525	2500	0,1045	34700	31950	3750,0	35700	1,028
7	3,82	11,9	0,207	1	570	2850	0,11	37700	33950	7130	41080	1,087
9	4,0	11,8	0,155	1	288	1450	0,1065	13850	12980	1740	14690	1,06
10/b	4,03	11,64	0,142	1	390	1300	0,0775	20650	20000	1820	21820	1,055
13	4,08	11,86	0,2465	1,33	610	3054	0,1032	68800	58600	9800	68400	0,992
14	4,08	11,96	0,247	1,33	624	3750	0,123	70000	55200	13500	68700	0,982
15	4,08	11,94	0,248	1,33	641	2544	0,0815	77700	70000	11700	81700	1,052
16	4,08	11,95	0,2465	1,336	655,5	3276	0,1021	76700	63000	13700	76700	1,00
17	4,1	11,95	0,164	1,535	641,5	2349	0,094	60600	47200	11020	58220	0,961
20	4,08	11,92	0,1668	1,475	542,5	3780	0,143	42800	33800	8700	42500	0,992
21	4,1	11,95	0,164	1,52	595	0	0	69000	71000	—	71000	1,03
22	4,2	11,95	0,2475	1,37	616	0	0	90000	91400	—	91400	1,015
23	4,1	11,88	0,167	1,48	705,5	0	0	80200	78700	—	78700	0,982
24	4,08	11,98	0,17	1,46	675	0	0	77400	78700	—	78700	1,018
25	4,05	11,95	0,255	1,28	719	0	0	97800	99100	—	99100	1,015

* Durchschnitt der Messergebnisse

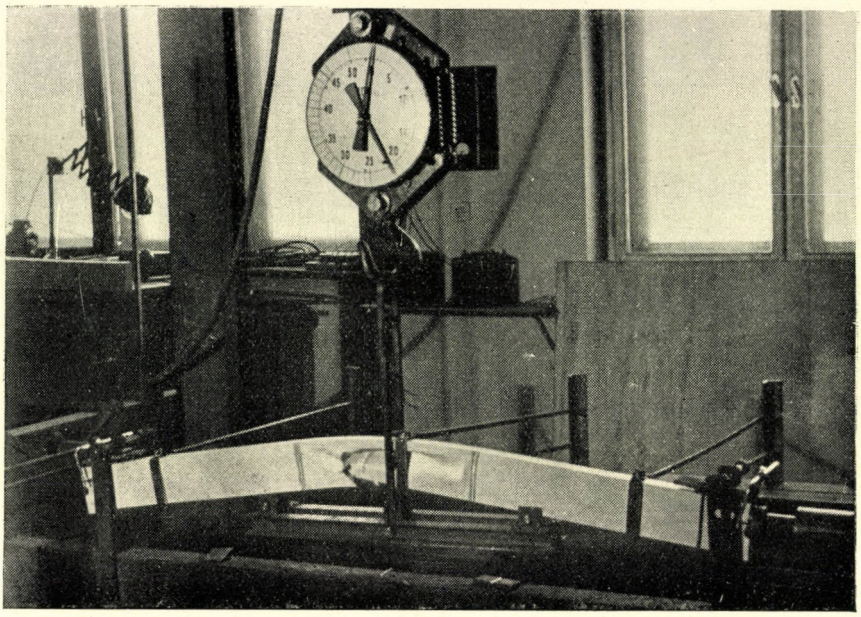
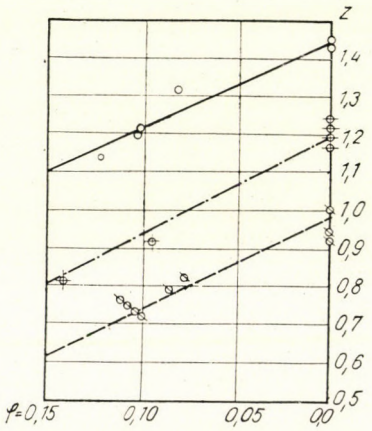


Abb. 22



nominelles Mass		theoretische	Versuch-
d'/H	k	Werte	ergebnisse
0,25	1,33	———	○
0,166	1,5	——·—·	⊕
0,20	1,0	– – – –	⊗

Abb. 23

keitswerte auf *Abb. 23* dargestellt. Die Abweichung zwischen den gemessenen und berechneten Werten ist hier gut ersichtlich.

Auf *Abb. 24* ist die beim Bruch des Holms gemessene Formänderung mit der berechneten Formänderung verglichen. Mit 8 Messstäben, die an mehreren Holmen angebracht waren, wurde die Formänderung des Holms bis zum Bruch

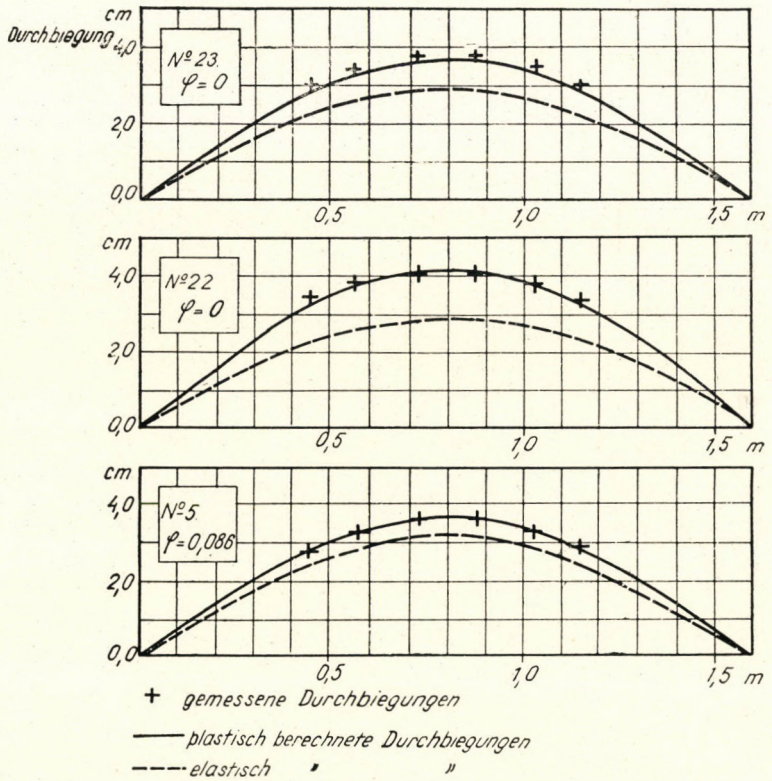


Abb. 24

gemessen. Die Abbildung stellt die gemessenen Werte einerseits der mit der elastischen Bedingung und andererseits der mit der plastischen Bedingung berechneten Durchbiegung gegenüber. Die plastische Berechnung der Formänderung zeigte demgemäss eine sehr gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten.

Bei der plastischen Bestimmung der Formänderung wurde mit einer zu der mit »A« bezeichneten Übergangsspannungsverteilung gehörenden spezifischen Winkelverdrehung gerechnet ; die fraglichen Holme hielten nämlich die als Grundlage der Berechnung genommene Belastung noch aus, gingen dann aber bei einer weiteren, auch nur überaus geringfügigen Erhöhung der Belastung zugrunde.

Anhang

Widerstandsmomenten von Kastenholmen verschiedener Gurtstärke

Nach den Bezeichnungen der *Abb. 25* soll d' den Gurt bezeichnen, dessen auf die Aussenfaser bezüglicher Querschnittfaktor hier gesucht wird, z. B. jetzt der Zuggurt. In der Aussenfaser des Zuggurtes herrscht die Spannung σ_h, in der Aussenfaser des Druckgurtes die Spannung σ_n. Die Dicke des Druckgurtes ist

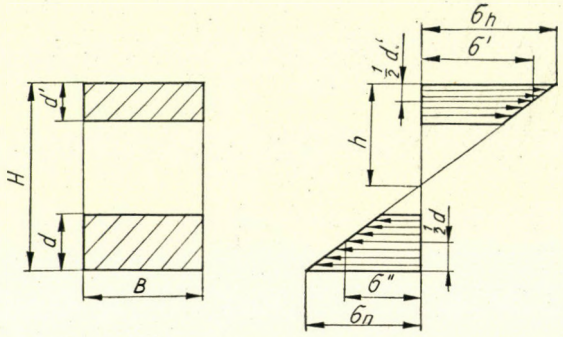


Abb. 25

mit d bezeichnet, das Verhältnis der Gurte beträgt $\frac{d}{d'} = k$. Das Moment der inneren Kräfte ist

$$M = B\sigma' d'\left(H - \frac{d' + d}{2}\right) + B\frac{\sigma_h - \sigma'}{6} d'^2 + B\frac{\sigma_n - \sigma''}{6} d^2.$$

Wird reine Biegung vorausgesetzt, so ergibt sich aus der Gleichheit der Normalkräfte

$$d'\sigma' = d\sigma'',$$

sowie aus der geometrischen Ähnlichkeit

$$\frac{\sigma_h - \sigma'}{d'} = \frac{\sigma_n - \sigma''}{d}.$$

Werden diese Gleichungen verglichen und wird berücksichtigt, dass

$$\sigma_h = \frac{M}{K_h}$$

beträgt, so erhält man nach dem Ordnen der einzelnen Glieder folgenden Zusammenhang

$$\frac{\frac{K}{BH^2}}{6} = \frac{\left[\frac{3}{2}(1+k)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} + 1\right)(1+k^3)\right]\left(\frac{d'}{H}\right)^3 - 6(1+k)\left(\frac{d'}{H}\right)^2 + 6\frac{d'}{H}}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - k\right)\frac{d'}{H}}.$$

Hier bedeutet d' die Dicke jenes Holmgurtes, auf dessen Aussenfaser sich der in der Formel angegebene Querschnittfaktor k bezieht, d die Dicke des gegenüber befindlichen Gurtes und k das Verhältnis $\frac{d}{d'}$. Diese Formel ist auf *Abb. 26* als Diagramm dargestellt. Es ist beachtenswert, dass die Werte von $\frac{K}{BH^2/6}$ kaum vom Faktor k abhängen. So kann im gegebenen Fall der Querschnittfaktor in guter Näherung bestimmt werden.

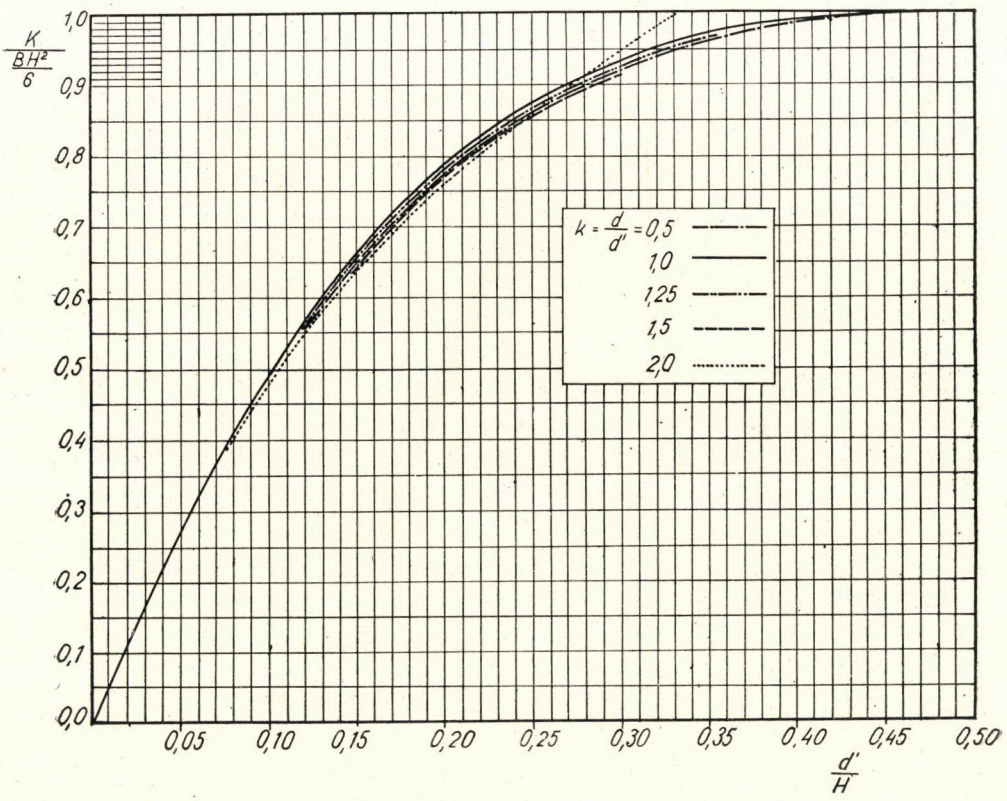


Abb. 26

Auf Grund der obigen Zusammenhänge kann die Entfernung der neutralen Faser von jener Aussenfaser, bei der die Dicke des zu ihr gehörenden Gurtes d' beträgt, ohne Schwierigkeiten abgeleitet werden

$$\frac{h}{H} = \frac{k}{1+k} + \frac{1}{2}(1-k)\frac{d'}{H}.$$

Das Trägheitsmoment des Holms ist übrigens

$$J = Kh.$$

Beispiel:

$$B = 15{,}2 \text{ cm} \quad d' = 2{,}75 \text{ cm} \quad d = 5{,}0$$

$$H = 19{,}55 \text{ cm} \quad \frac{d'}{H} = 0{,}141 \quad \frac{d}{H} = 0{,}256$$

$$\frac{BH^2}{6} = 965 \text{ cm}^3.$$

Der auf den Gurt von Dicke $d' = 2{,}75$ cm bezüglich Querschnittfaktor mit den Werten $\frac{d'}{H} = 0{,}141$ und $k = 1{,}82$ aus dem Diagramm beträgt

$$(K)_{2.75} \cong \frac{BH^2}{6} \cdot 0{,}61 = 588 \text{ cm}^3$$

und $\left(\frac{h}{H}\right)_{2,75} = 0{,}588$; $(h)_{2,75} = 11{,}5$ cm und daraus $(J)_{2,75} = 6760$ cm^4 .

Der auf den Gurt von Dicke $d = 5$ cm bezügliche Querschnittfaktor mit den Werten $\frac{d'}{H} = 0{,}256$ und $k = 0{,}549$ aus dem Diagramm beträgt

$$(K)_5 \cong \frac{BH^2}{6} \cdot 0{,}865 = 835 \text{ cm}^3$$

und

$$\left(\frac{h}{H}\right)_5 = 0{,}4128 \; ; \; (h)_5 = 8{,}07 \text{ cm}$$

und daraus

$$(J)_5 \cong 6760 \text{ cm}^4.$$

Selbstverständlich ist

$$(h)_{2,75} + (h)_5 \cong H.$$

SCHRIFTTUM

1. *W. Prager:* Über die Querschnittbemessung zweigurtiger Holzholme. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt. 1933. Nr. 19. S. 521.

2. *J. A. Newlin* and *G. W. Trayer:* The Influence of the Form of a Wooden Beam on its Stiffness and Strength III. NACA Rep. 188.

3. *K. Ježek:* Die Tragfähigkeit der excentrisch beanspruchten und des querbelasteten Druckstabes aus einem ideal plastischen Stahl. Sitzungsberichte d. Akad. Wiss. Wien Bd. 143., S. 339—366., 1934.

4. *H. Müller—Breslau:* Zur Festigkeitsrechnung der Tragflächenholme. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt. 1918. Heft 17—18.

5. *Forest Products Laboratory:* Allowable Stresses for Spruce Spars. siehe z. B.: Air Commerce Manual — 04 Airplane Airworthiness. Section 19. Analysis of Wood Wing Spars.

ZUSAMMENFASSUNG

Die vorliegende Arbeit bietet eine theoretische Grundlage zur Bemessung von Holzholmen, die auf Biegung und Druck beansprucht sind. Die vorgeführte Methode beruht im wesentlichen auf der Arbeit von *W. Prager:* »Über die Bemessung zweigurtiger Holzholme«, die dann hier weiterentwickelt und für den Fall von gleichzeitigem Druck und Biegung angewendet wird. Eine solche Beanspruchung tritt bei Belastungen auf, die senkrecht zu dem mit Streben versteiften Flugzeugtragwerk sowie tangential zu zweiholmigen Tragwerken wirken. Die hier vorgeschlagene Methode ist bestrebt, der Formänderung des Holms auch für den Fall des plastischen Verhaltens des Holmdruckgurtes zu folgen und gibt somit einen Anhaltspunkt für die Bemessung auf Knickbiegung. Die verschiedenen Diagramme ermöglichen bei bekannter Belastung eine rasche Bestimmung der notwendigen Holmabmessungen. Die zur Kontrolle dieser Methode durchgeführten Versuche zeigten eine gute Übereinstimmung mit den theoretisch berechneten Werten.

Lehrstuhl für Flugzeugbau der Technischen Universität, Budapest.

РАСЧЕТ ДЕРЕВЯННЫХ ЛОНЖЕРОНОВ ПРИ ОДНОВРЕМЕННОЙ ИЗГИБАЮЩЕЙ И СЖИМАЮЩЕЙ НАГРУЗКЕ

Г. Эри

Резюме

Данная статья предоставляет теоретическую основу для измерения деревянных лонжеронов при изгибающей и сжимающей нагрузке. По существу, приведенный метод основывается на работе В. Прагера: »Über die Bemessung zweigurtiger Holzholme«, которая в данной статье развивается дальше и применяется на случай одновременного изгиба и сжатия. Это проявляется при нормальных нагрузках роскосных крыльев самолетов, а также при касательных нагрузках крыльев двубалочного типа. Предлагаемый метод стремится также следовать деформации лонжерона в случае пластического поведения сжатой полосы лонжерона и таким образом дается отправная точка для расчета на устойчивость. Различные диаграммы дают возможность быстрого определения размеров лонжеронов при известных нагрузках. Данные проведенных опытов для контроля этого метода показали хорошее совпадение с расчитанными теоретически величинами.

ZUR THEORIE DER PLASTISCHEN KNICKUNG

Prof. P. CSONKA,
Doktor der Ingenieurwissenschaften

(Eingegangen : 26. Januar 1952.)

Problemstellung

Der Gegenstand des vorliegenden Aufsatzes ist die Bestimmung der Ausbiegung eines zentrisch gedrückten prismatischen Stabes, d. h. die Feststellung des funktionalen Zusammenhanges zwischen der Druckkraft P und der Ausbiegung y_m.

Als Grundlage der folgenden Behandlungen dient die in der jüngsten Zeit von *F. R. Shanley* [1] aufgestellte Theorie der plastischen Knickung, durch welche die bekannte Engesser—Kármánsche Theorie widerlegt wurde.

Bei der Anwendung der Shanleyschen Knicktheorie stösst man jedoch auf fast unüberwindliche mathematische Schwierigkeiten. Aus diesem Grunde behandelte *Shanley* [2] bei Darlegung seiner Theorie nur den einfachen Fall des Ryderschen Stabmodells. Er betrachtete nämlich den auf Knickung beanspruchten Stab, mit Ausnahme eines mittleren Stababschnittes, als *vollkommen starr*. Dadurch werden zwar die Verhältnisse sehr vereinfacht [3], doch sind die so erhaltenen Resultate weniger geeignet, zu zahlenmässigen Schlussfolgerungen zu führen [4]. Deshalb dürfte es wohl von Interesse sein, auch den Fall des *in seiner ganzen Länge biegsamen* Stabes zu behandeln.

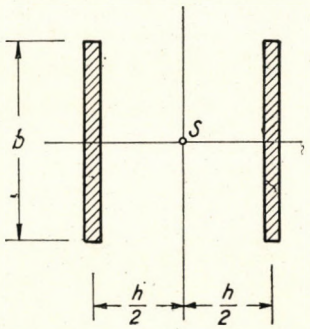


Abb. 1. Der Stabquerschnitt

* Vorgetragen in der öffentlichen Sitzung der Abteilung für Ingenieurwissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 13. Dezember 1951 in Budapest. Seitdem wurde derselbe Gegenstand von *U. Müllerdorf* (Der Bauingenieur, Heft 2, Februar 1952, S. 57) behandelt. *Die Schriftleitung.*

Voraussetzungen

Im folgenden wird angenommen, dass die Querschnittsfigur des Stabes wie bei dem Ryderschen Stabmodell aus zwei unendlich dünnen Gurtteilen besteht *(Abb. 1)*. Es wird vorausgesetzt, dass die ursprünglich ebenen Querschnitte des Stabes auch nach der Formänderung eben bleiben und sich zur gebogenen Stabachse senkrecht lagern. Die Arbeitslinie des Stabmaterials wird — wie auch bei *Shanley* — durch zwei gerade Linien ersetzt. Diese treffen sich beim Knickspannungswert $\sigma' = \pi^2 E'/\lambda^2$ der ursprünglichen Engesserschen Theorie *(Abb. 2)*.

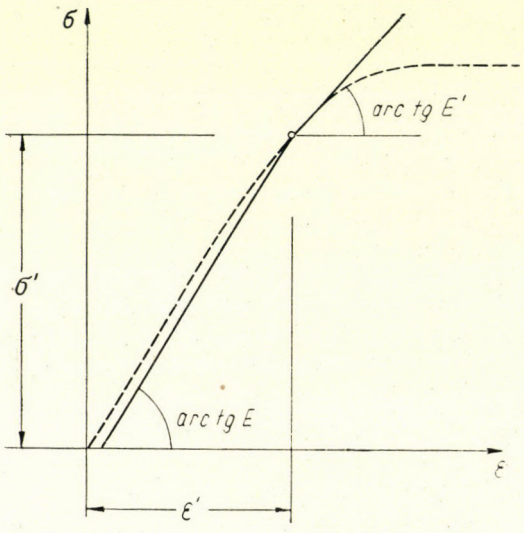


Abb. 2. Die Spannungs — Dehnungslinie

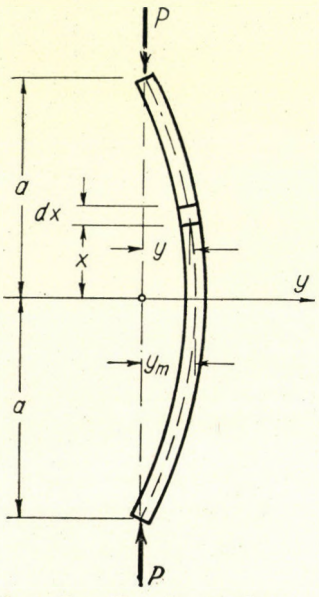


Abb. 3. Das Koordinaten-System

Aufstellung der Differentialgleichungen

Im Verlauf der Ausbiegung treten in den verschiedenen Stabquerschnitten im Vergleich zum vorhergehenden Zustand verschiedene Spannungsunterschiede auf. Diese sollen an der konkaven Seite des Stabes mit $\Delta\sigma_1$, an der konvexen Seite mit $\Delta\sigma_2$ bezeichnet werden, wobei $\Delta\sigma_1$ bei Spannungszunahme, $\Delta\sigma_2$ bei Spannungsabnahme als positiv angesehen werden soll *(Abb. 3* und *4)*. Den Spannungsunterschieden $\Delta\sigma_1$ bzw. $\Delta\sigma_2$ entsprechen gewisse spezifische Dehnungsunterschiede, welche mit $\Delta\varepsilon_1$, bzw. $\Delta\varepsilon_2$ bezeichnet werden. Es ist

$$\Delta\varepsilon_1 = \frac{\Delta\sigma_1}{E_1}, \quad \Delta\varepsilon_2 = \frac{\Delta\sigma_2}{E_2},$$

wo E_1 bzw. E_2 den Wert des Elastizitätsmoduls an der konkaven bzw. konvexen Seite des Stabes bezeichnen.

Die spezifischen Dehnungsunterschiede $\Delta\varepsilon_1$ bzw. $\Delta\varepsilon_2$ stehen mit dem Krümmungsradius der ausgebogenen Stabachse in einfachem Zusammenhang:

$$(\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2)\, dx : h \cong dx : \varrho .$$

Hieraus

$$\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_2 = \frac{h}{\varrho} = -hy'' .$$

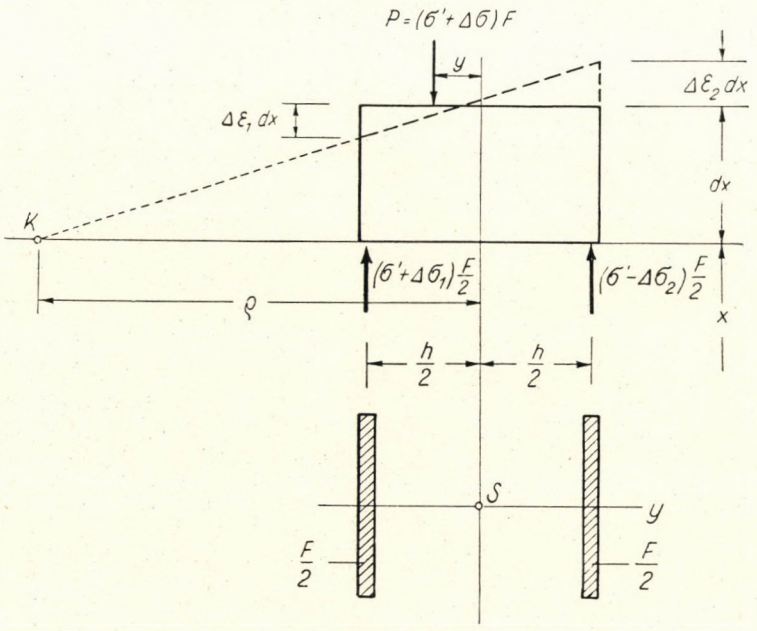


Abb. 4. Die Formänderung und das Gleichgewicht des Stabelementes

Dieser Zusammenhang lässt sich unter Benutzung obiger Werte für $\Delta\varepsilon_1$ bzw. $\Delta\varepsilon_2$ folgendermassen schreiben:

$$y'' + \frac{1}{h}\left(\frac{\Delta\sigma_1}{E_1} + \frac{\Delta\sigma_2}{E_2}\right) = 0 . \tag{1}$$

Die an den Stabquerschnitten auftretenden inneren Kräfte müssen selbstverständlich mit der äusseren Kraft im Gleichgewicht stehen. Wird der Spannungszusatz der durchschnittlichen Druckspannung im Vergleich zu der die Ausbiegung einleitenden Spannung σ' mit $\Delta\sigma$ bezeichnet, so lassen sich die Gleichgewichtsbedingungen folgendermassen schreiben:

$$\Delta\sigma_1 \frac{F}{2} - \Delta\sigma_2 \frac{F}{2} = \Delta\sigma \cdot F ,$$

$$\frac{h}{2}\, \Delta\sigma_1 \frac{F}{2} + \frac{h}{2}\, \Delta\sigma_2 \frac{F}{2} = y(\sigma' + \Delta\sigma)\, F .$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{2}{h}(\sigma' + \Delta\sigma)y + \frac{\Delta\sigma}{2},$$

$$\Delta\sigma_2 = \frac{2}{h}(\sigma' + \Delta\sigma)y - \frac{\Delta\sigma}{2}.$$

Wenn endlich die Werte für $\Delta\sigma_1$ und $\Delta\sigma_2$ in die Gleichung (1) eingesetzt werden, so erhält man folgende Differentialgleichung:

$$y'' + \frac{2}{h^2}(\sigma' + \Delta\sigma)\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)y + \frac{\Delta\sigma}{2h}\left(\frac{1}{E_1} - \frac{1}{E_2}\right) = 0.$$

Vom Standpunkte obiger Gleichung aus kann der Stab in verschiedene Abschnitte geteilt werden. Jene Abschnitte, in welchen $\Delta\sigma_2$ negativ ist, werden mit I., und jener Abschnitt, in welchem $\Delta\sigma_2$ positiv ist, wird mit II. bezeichnet *(Abb. 5)*.

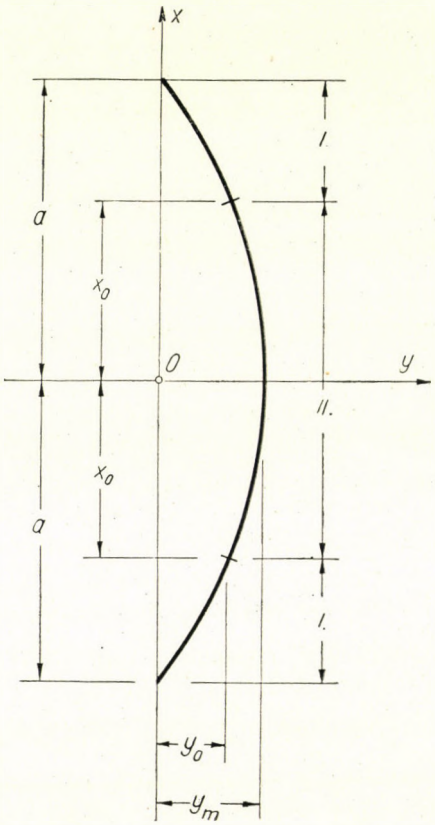


Abb. 5. Die Abschnitte I. und II.

An der gemeinsamen Grenze der beiden verschiedenartigen Stababschnitte ist $\Delta\sigma_2 = 0$. Wird hier statt y die Bezeichnung y_0 eingeführt, so kann zur Bestimmung des Wertes y_0 folgende Gleichung benützt werden:

$$\frac{2}{h}(\sigma' + \Delta\sigma)y_0 - \frac{\Delta\sigma}{2} = 0.$$

Hieraus ergibt sich die Ausbiegungsordinate der Grenzstelle zu

$$y_0 = \frac{\Delta\sigma \cdot h}{4(\sigma' + \Delta\sigma)}.$$

Wenn dies bekannt ist, können die zweierlei Stababschnitte mit Leichtigkeit von einander abgegrenzt werden *(Abb. 5)*:

in dem Abschnitt I ist $y \leqq y_0$;
in dem Abschnitt II ist $y \geqq y_0$.

Hiernach kehrt man zur vorigen Differentialgleichung zurück. Im Abschnitt II. werden die Fasern an der konvexen Seite des Stabes bei der Ausbiegung entlastet, also wird $E_2 = E$, an der konkaven Seite hingegen wird $E_1 = E'$. Wird also im Abschnitt II. des Stabes statt y die Bezeichnung y_{II} eingeführt, so gestaltet sich die Differentialgleichung im Abschnitt II. folgendermassen:

$$y''_{II} + \alpha^2 y_{II} + \beta = 0,$$

$$\alpha^2 = \frac{2}{h}(\sigma' + \Delta\sigma)\left(\frac{1}{E'} + \frac{1}{E}\right), \quad \beta = \frac{\Delta\sigma}{h}\left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E}\right)$$

Im Abschnitt I. wiederum ist

$$E_1 = E_2 = E',$$

und so lässt sich die Differentialgleichung unter Benutzung von $y \equiv y_I$ folgendermassen schreiben:

$$y''_I + \gamma^2 y_I = 0,$$

wo

$$\gamma^2 = \frac{4}{h^2}(\sigma' + \Delta\sigma)\frac{1}{E'}.$$

st.

Wenn man sich bei folgenden Untersuchungen aus Symmetriegründen nur auf die Stabhälfte $x \geqq 0$ beschränkt, so ist die allgemeine Lösung obiger Differentialgleichungen unter Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse:

$$y_{II} = A \cos \alpha x - \frac{\beta}{\alpha^2},$$

$$y_I = B \cos \gamma x + C \sin \gamma x. \tag{2}$$

In diesen Formeln sind A, B und C zunächst unbestimmte Integrationskonstanten.

Randbedingungen

Die in den vorigen Differentialgleichungen vorkommenden Integrationskonstanten müssen solche Werte besitzen, dass die Ausbiegungsordinate an dem Stabende $x = a$ gleich Null ist, und an den Grenzstellen $x = x_0$ die Ausbiegungsordinaten und deren erste und zweite Derivierte einander gleich sind.

Die Randbedingungen sind also :

$$\begin{aligned} y_{\mathrm{I}}(a) &= 0\,, && a)\,,\\ y_{\mathrm{I}}(x_0) &= y_{\mathrm{II}}(x_0)\,, && b)\,,\\ y'_{\mathrm{I}}(x_0) &= y'_{\mathrm{II}}(x_0)\,, && c)\,,\\ y''_{\mathrm{I}}(x_0) &= y''_{\mathrm{II}}(x_0)\,. && d)\,. \end{aligned}$$

Diese vier Gleichungen reichen gerade aus, um die Konstanten A, B, C sowie den bisher unbekannten Wert x_0 bestimmen zu können.

Die Lösung des Randwertproblems

Zunächts soll die Bedingungsgleichung *a)* aufgestellt werden :

$$B \cdot \cos \gamma a + C \cdot \sin \gamma a = 0\,.$$

Hieraus ist

$$C = - B \frac{\cos \gamma a}{\sin \gamma a}\,,$$

und unter Benutzung dieser Werte ergibt sich

$$y_I = B \cos \gamma x - B \frac{\cos \gamma a}{\sin \gamma a} \sin \gamma x = B \frac{\sin \gamma (a - x)}{\sin \gamma a}\,.$$

Es folgt nun die Bedingung *d)*. Laut dieser ist

$$- A\alpha^2 \cos \alpha x_0 = - B\gamma^2 \frac{\sin \gamma (a - x_0)}{\sin \gamma a}\,,$$

woraus sich für B folgender Wert ergibt :

$$B = A \frac{\alpha^2 \cos \alpha x_0 \cdot \sin \gamma a}{\gamma^2 \sin \gamma (a - x_0)}\,.$$

Bei Heranziehung dieses Wertes folgt

$$y_I = A \frac{\alpha^2 \cdot \cos \alpha x_0}{\gamma^2 \sin \gamma (a - x_0)} \sin \gamma (a - x)\,.$$

Es soll nun die Bedingung *b)* untersucht werden. Laut dieser ist

$$A \cdot \cos \alpha x_0 - \frac{\beta}{\alpha^2} = A \frac{\alpha^2}{\gamma^2} \cos \alpha x_0 ,$$

so dass

$$A = \frac{\beta}{\alpha^2} \frac{\gamma^2}{(\gamma^2 - \alpha^2) \cos \alpha x_0} .$$

st. Die Ordinaten der Ausbiegung sind demnach :

$$\begin{aligned} y_I &= \frac{\beta \cdot \gamma^2}{\alpha^2(\gamma^2 - \alpha^2)} \frac{\cos \alpha x}{\cos \alpha x_0} - \frac{\beta}{\alpha^2}, \\ y_{II} &= \frac{\beta}{(\gamma^2 - \alpha^2)} \frac{\sin \gamma(a - x)}{\sin \gamma(a - x_0)} . \end{aligned} \tag{3}$$

Zuletzt wird die Bedingung *c)* untersucht, welche sich bei Verwendung der Werte für y_I und y_{II} folgendermassen schreiben lässt :

$$- \frac{\alpha\beta\gamma^2}{\alpha^2(\gamma^2 - \alpha^2)} \cdot \frac{\sin \alpha x_0}{\cos \alpha x_0} = - \frac{\beta\gamma}{\gamma^2 - \alpha^2} \frac{\cos \gamma(a - x_0)}{\sin \gamma(a - x_0)} .$$

Hieraus ergibt sich die Forderung

$$\operatorname{tg} \alpha x_0 \cdot \operatorname{tg} \gamma(a - x_0) - \frac{\alpha}{\gamma} = 0 , \tag{4}$$

welche sich bei Anwendung der früheren Werte für α und γ folgendermassen gestaltet :

$$\operatorname{tg} \left(\frac{2}{h} \sqrt{\frac{\sigma' + \Delta\sigma}{T}} x_0 \right) \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{2}{h} \sqrt{\frac{\sigma' + \Delta\sigma}{E'}} (a - x_0) \right) - \sqrt{\frac{E'}{T}} = 0 . \tag{5}$$

Hier bedeutet T den Kármánschen Knickungsmodul :

$$T = \frac{2EE'}{E + E'} .$$

Aus der Gleichung (5) lässt sich nun bei gegebenen a, h, E und E' die den Stab im Gleichgewicht erhaltene Spannung $\sigma' + \Delta\sigma$ als Funktion von x_0 errechnen. Wenn die Rechnung für den Fall $x_0 \to 0$ durchgeführt wird, so erhält man

$$\operatorname{tg} 0 \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{2}{h} \sqrt{\frac{\sigma' + \Delta\sigma}{E'}} a \right) = \sqrt{\frac{E'}{T}} .$$

Dies bedeutet, dass

$$\operatorname{tg}\left(\frac{2}{h}\sqrt{\frac{\sigma'+\Delta\sigma}{E'}}\,a\right)=\alpha\,,\quad \frac{2}{h}\sqrt{\frac{\sigma'+\Delta\sigma}{E'}}\,a=\frac{\pi}{2}$$

st. So ist im behandelten Falle

$$\sigma'+\Delta\sigma\to\frac{\pi^2h^2E'}{4a^2}=\frac{\pi^2E'}{\lambda^2}=\sigma'\,,\quad y_m=0\,.$$

Im anderen Grenzfalle $x_0\to a$ ergibt sich jedoch

$$\operatorname{tg}\left(\frac{2}{h}\sqrt{\frac{\sigma'+\Delta\sigma}{T}}\,a\right)\cdot\operatorname{tg}0=\sqrt{\frac{E'}{T}}\,,$$

das heisst

$$\operatorname{tg}\left(\frac{2}{h}\sqrt{\frac{\sigma'+\Delta\sigma}{T}}\,a\right)=\infty\,,\quad \frac{2}{h}\sqrt{\frac{\sigma'+\Delta\sigma}{T}}\,a=\frac{\pi}{2}\,.$$

Hieraus folgt

$$\sigma'+\Delta\sigma\to\frac{\pi^2h^2T}{4a^2}=\frac{\pi^2T}{\lambda^2}=\sigma''\,,\quad y_m=\infty\,.$$

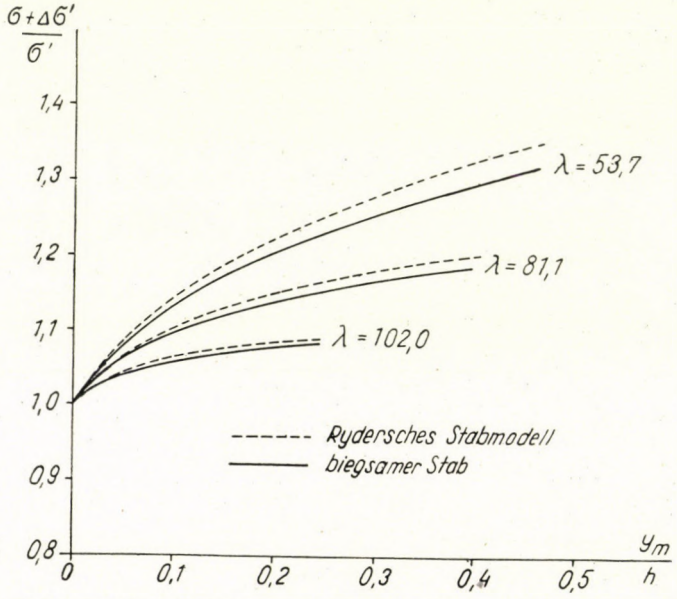


Abb. 6. Vergleich der relativen Ausbiegungen des starren Stabmodells und des biegsamen Stabes

In den Grenzfällen stimmt also die Spannung $\sigma'+\Delta\sigma$ mit der Spannung σ', bzw. σ'' überein, ist also mit der ursprünglichen bzw. modifizierten Engesserschen Knickspannung identisch *(Abb. 6)*.

SCHLUSSFOLGERUNGEN

Aus den obigen Behandlungen geht hervor, dass für die ursprüngliche bzw. modifizierte Engesser'sche Knickspannung $\sigma = \sigma'$ bzw. $\sigma = \sigma''$ die Ausbiegung des in seiner ganzen Länge elastischen Stabes mit der Ausbiegung des Ryderschen Modells gleich ist. Für dazwischenliegende Spannungswerte weichen jedoch die Ergebnisse beider Berechnungen ziemlich voneinander ab. Diese Abweichung wird auf Abb. 6 veranschaulicht.

SCHRIFTTUM

1. *F. R. Shanley:* The Column Paradox. Journal of the Aeronautical Sciences. 13/1946 S. 675.
2. *F. R. Shanley:* Inelastic Column Theory. Journal of the Aeronautical Sciences. 14/1947, S. 261—8.
3. *F. Schleicher:* Zur Theorie der plastischen Knickung. Der Bauingenieur. 26/1951, S. 139—141.
4. *F. Schleicher:* Zur Theorie der plastischen Knickung (II). Der Bauingenieur. 26/1951, S. 197—201.

К ТЕОРИИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ПРОДОЛЬНОГО ИЗГИБА

П. Чонка

Резюме

Ф. С. Шэнлей объяснил свою недавно созданную теорию центрального продольного изгиба на очень простом примере. В основу он взял изгиб т. н. рейдеровской мод ли стержня, которая состоит из двух прямолинейных жестких ног и из лежащей между этих ж стких ног короткой упругой части стержня. Поперечное сечение другой части стержня состояло из двух параллельных поясных плоскостей.

В данной работе показана возможность приме ения теории Шэнлей к прямолинейным стержням, являюшимися упругими вдоль всей своей длины. В основу взято поперечное сечение, подобное поперечному сечению рейдеровской мод ли стержня, только с тем предположением, что обе поясные части соединены друг с другом бесконечно тонкой полкой. Предполагается, что диаграмма напряжения-деформации вблизи напряжения продольного изгиба может быть заменена двумя прямыми.

Показано, что упругий вдоль всей своей дли ы стержень ведет себя подоб ю рейдерской модели стержня. Напряжения при начальном прогибе, как и напряжения, вызывающие наибол ший прогиб, имеют такую-ж величину, как и в случае модели стержня, состоящей из жестких ног. Однако, промежуточные значения напряжений имеют значительные отклонения.

НОВЫЙ МЕТОД ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПРЕПАРАТОВ ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ ДЛЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СТРУКТУРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ

И. ШУГАР

(Поступила 5. III. 1952.)

При современном состоянии поверхностного исследования металлов с помощью электронной микроскопии при структурном исследовании металлов приходится решать довольно сложную задачу. Как известно, из металлов мы не можем изготовлять тонкие срезы, которые могли бы »просвечиваться« электронными лучами, а рефлексионные электронные микроскопы, в которых отображение дают отраженные от исследуемой поверхности электроны, вообще имеются в очень небольшом количестве, а у нас их совершенно нет. Поэтому для применяемых в настоящее время методов просвечивающего отображения необходимо изготовлять отпечатки исследуемых поверхностей, толщина которых может быть не более 150 Å. Такие тонкие отпечатки нельзя снимать непосредственно с поверхности металла, поэтому сначала изготовляется более толстый негативный отпечаток, обыкновенно из какой-либо пластмассы. С негатива готовится новый отпечаток, уже соответствующей толщины, а негатив удаляется путем его растворения. Известно множество способов изготовления отпечатков по такому методу. Среди них на сегодняшний день ни один метод не является таковым, чтобы его можно было применять во всех случаях. Если с поверхности металла желаем изготовить отпечаток, с помощью которого поверхностную структуру можем отобразить однообразно, без искажений, то метод препарирования необходимо выбрать с большим вниманием, и часто становится необходимым приспособить метод изготовления отпечатков соответственно специальным требованиям отдельных исследований или же применить совершенно новый метод.

При одном из наших исследований, связанных с изучением образования графитовых зерен и структуры среды графитовых зерен, в некоторых сортах черных металлов,* обработанных *Ce*-ем или *Mg*-ем, мы применили

* Эти исследования проводились нами для Института Механической Технологии Технического Университета.

— Между прочим необходимо было решить, что какое влияние оказывает обработка с *Ce* или *Mg* на образование графитовых зерен. Результаты этих исследований будут сообщены институтом в особой статье. — Данные исследованных сортов черного металла следующие: образец обработанный магнием: $C = 3{,}51\%$, $Mn = 0{,}08\%$, $S = 0{,}012\%$, $P = 0{,}16\%$, $Si = 3{,}44\%$, $Mg = 0{,}02\%$; образец обработанный церием: $C = 3{,}33\%$, $Si = 4{,}20\%$, $Mn = 0{,}31\%$, $S = 0{,}02\%$, $Ce = 0{,}02\%$.

т. н. силико-полистироловый метод [1], используемый часто при исследованиях поверхностей металлов. Этот метод, как это видно из нижесказанного, не подходил для решения поставленной нами задачи.

Силико-полистироловый препарат по существу готовится таким образом, что с исследуемой поверхности металла изготовляется »толстый« (0,1—0,3 мм) полистироловый отпечаток и на этот отпечаток при глубоком вакууме испаряем SiO_2 столщиной слоя в 120—150 Å. Полученная после растворения полистироловой основы тонкая силикопленка является уже позитивом первоначальной поверхности и может быть исследована при помощи электронного микроскопа.

В электронном микроскопе, при помощи полученных вышеуказанным методом отпечатков, можно было наблюдать видимые на снимке № 1 детали кругообразной формы, обладающие внутренней структурой, а также их совершенно »пустую«, бесструктурную окружающую среду. Из-за большого увеличения одна отдельная часть структуры почти совершенно занимает поле зрения и таким образом один снимок не пригодный для обобщения картины. Однако, исследовав на всем протяжении ($4{,}10^{-2}$см^2) отдельные препараты, мы между зернами нигде не нашли структуру окружающей среды.

Видимая на снимке кругообразная деталь, обладающая структурой, соответствует одному графитовому зерну. Это подтверждается снимком № 2, который изготовлен при помощи метода изготовления препаратов для электронной микроскопии, но сам снимок сделан при помощи оптического микроскопа. Здесь снятый с поверхности металла полистироловый негативный отпечаток исследовался при помощи оптического микроскопа в проходящем свете. Структура зерен указывает на абсолютную схожесть со снимком, полученным путем электронной микроскопии, лишь разрешение получается худшим. Однако здесь, в противоположность с наблюдением в электронном микроскопе, встречаемся с окружающей средой, полной деталями. Следовательно кажется, что оптический микроскоп в данном случае вскрыл больше деталей, чем электронный микроскоп, что принципиально невозможно. Таким образом применяемую технику изг товления препаратов необходимо считать порочной.

Для объяснения этого несовершенного метода отображения можно привести следующие два источника ошибок, кажущихся само собой разумеющимися, а именно:

1. Предположительно поверхность среза графитовых зерен обладает более грубой — и имеющей большую разность уровней — структурой, чем структура элементов окружающей среды. Силикопленки исключительно хрупки, и таким образом с точки зрения различных манипуляций во время работы с препаратом, их толщина не может быть менее 100—120 Å. По

сравнению с такой средней толщиной пленки разность уровней элементов окружающей среды быть может недостаточна для получения изображения с необходимой контрастностью.

2. Точка плавления использованной нами модификации SiO_2 равна ок. 1 700° С. Испарение происходит с накаленной вольфрамовой спирали. Во время накаливания воль рамовой спирали и в процессе испарения вещества на полистироловую поверхность влияет значительное тепловое излучение, которое может размягчить эту поверхность и тем самым искажается поверхностная структура, т. е. с поверхности отпечатка исчезают тончайшие детали.

С учетом обоих предположений необходимо было применить такой метод, при котором толщину пленки можно бы уменьшить значительно ниже 100 *Å* и одновременно применить значительно более низкую температуру плавления.

Среди известных в литературе приемов могут учитываться только двухступенчатые методы (положительные отпечатки). Предложенный Зворыкиным и Рамбергом [2] серебристо-коллодийный метод принципиально аналогичен с силико-полистироловым методом, но изготовление негативного отпечатка является еще более сложным. Примененный Палатником алюмо-полистироловый метод [3] требует такое большое техническое оснащение, которого в нашей лаборатории еще нет. Хромовые пленки, осажденные на полистироловые или коллодийные негативы, при толщине слоя менее 100 Å являются уже очень хрупкими, легко рассыпаются и при самом осторожном обращении только редко удается изготовить препараты в надлежащей целостности. Гаст [4] изготовил исключительно тонкие (10—20 Å) пленки из *Al* и *Be* на поверхности безводного глицерина. В таком случае металлическая пленка может быть легко переведена на поверхность воды и оттуда через короткий промежуток времени может быть извлечена. В другой его работе [5] он изготовил на очень тонкой коллодийной основе схожие слои для изготовления переносимых пленок. Исходя из опытов Гаста мы предполагали изготовить алюминиевые пленки толщиной ок. 50 Å. Однако, используя относительно толстую полистироловую основу, нельзя было изготовлять препараты с толщиной ниже 100 Å, т. к. позитивная пленка во время растворения негативного отпечатка сдвигается в растворителе и вследствие механических повреждений приходит в совершенно непригодное состояние.

После многочисленных опытов оказался подходящим метод, согласно которому комбинацией двух металлических слоев — что состоит просто из последовательного термического осаждения двух различных металлов на одну и ту же основу — изготовляются сплошные пленки, с которыми легко обращаться. В некоторых случаях — так например при изготовлении

двойных пленок из *Pt* и *Pd*, *Au* и *Al*, *Cd* и *Al*, а также *Cr* и *Cd* для целей электронно-диффракционных исследований — мы установили, что состоящие из осажденных друг на друга металлических слоев комбинированные пленки с точки зрения препаративного обращения с ними обладают значительно лучшими механическими свойствами, чем изготовленные только из одного металла пленки. Итак при любой из указанных комбинаций можно было легко изготовить и легко обращаться с пленками толщиною ок. 80 Å. Дальнейшее первостепенное требование при изготовлении отпечатка заключается в том, чтобы собственная структура отпечатка была ниже разрешающей способности электронного микроскопа. С этой точки зрения комбинированные пленки отличались друг от друга в значительной степени. Так напр. пленки из *Cr* и *Cd*, уже после 15—20 минутного просвечивания электронами, показывают такую зернистость (очевидно, вследствие перекристаллизации), которая мешает при наблюдении исследуемой структуры. В связи с комбинацией алюминия с различными металлами можно сказать, что пленки *Au* и *Al* — по сравнению со всеми другими препаратами — обнаруживают во всех отношениях лучшие свойства. Так например толщину пленки можно сделать меньше 50 Å так, что она остается сплошной и упругой, не ломается во время отделения от негатива, не коробится в растворителе, может быть извлечена из растворителя без повреждений. (При этой операции, как известно, поверхностное напряжение как правило сильно разрушает пленку.) Собственная структура пленки ниже разрешающей способности нашего электронного микроскопа (ок. 35 Å) и грануляция не наступает даже и при многочасовом интенсивном облучении. На основе этих свойств золото-алюминевый метод в нашей лалборатории в настоящее время уже применяется при многочисленных исседованиях и поэтому ниже подробно приводим данный метод.

Описание метода

На соответствующим образом полированную и свежетравленную поверхность металла накладывается равномерный, свободный от пузырей полистироловый слой и обжимается при давлении ок. 15 кг/мм². Прессовочное оборудование постепенно подогревается до температуры 160° С. При достижении указанной температуры путем подтягивания винтов добиваемся достижения необходимого давления. Все оборудование должно постепенно охладиться до комнатной температуры. После этого совершенно застывший полистироловый отпечаток осторожно отделяется от металлической поверхности при помощи тонкого металлического лезвия, после чего, оставляя нетронутой сторону с отпечатком, полистироловый слой

наклеивается на предметную пластинку оптического микроскопа, после чего укрепляем на столике испарительной камеры металлораспылительного аппарата. Панель столика устанавливается перпендикулярно к направлению движения металлических паров. Для испарения употребляются две пары расположенных плотно друг возле друга электрод. На вольфрамовую нить одной пары электрод кладем кусочек *Au*, а на другой кусочек *Al* в количестве, эквивалентом для каждого вещества слою, толщиной в 20 Å. Это количество может быть расчитано — при »точечном« образовании места испарения — из прочих геометрических данных системы и плотности металлов. Сначала испаряется золото, а потом алюминий. Испарение общего количества металлов регулируется соответствующим образом. Затем препарат помещается в какой-либо растворитель полистироля (бензол, бромистый этил и др.). В целях ускорения отделения позитивиого отпечатка мы не дожидаемся полного растворения полистиролового слоя, а на металлической стороне препарата наносим крацовкой небольшие четырехугольники. Вдоль этих рисок растворитель быстро проникает под слой металла и с поверхности полистироловой пластинки сходят небольшие четырехугольные кусочки пленки. После этого полистироловую пластинку удаляем из растворителя, далее растворитель, путем осторожного удаления при помощи пипеток, меняем неменее двух раз Полученный таким образом позитивный отпечаток вынимаем на круглую тонкую медную сетку диаметром 3 мм. »Наблюдение« и извлечение на медную сетку кусочков пленки толщиной ок. 40 Å при освещении под соответствующим углом, удается довольно легко. Извлеченный из растворителя препарат просушивается под лампой с инфракрасным излучением, после чего уже пригоден для исследований при помощи электронного микроскопа.

Результаты применения метода

В целях оценки применяемости нашего метода и для оценки качества полученного отображения приводим несколько снимков из круга упомянутых нами исследований. Здесь мы можем отметить еще следующее :

1. Описанный комбинированный отпечаток — при аналогичных режимах работы электронного микроскопа — дает значительно большую контрастность и большую дифференцированность, чем некоторые опубликованные до сего времени в литературе и использованные нами до настоящего времени методы изготовления отпечатков. Интересно сравнить снимки № 3 и № 4. Оба снимка указывают на перлитовую структуру. Снимок № 3 изготовлен при помощи комбинированного позитивного отпечатка *Au—Al*, а снимок №4 — при помощи хромового отпечатка. В сопоставлении с предыдущим здесь внутренняя структура пластинок совершенно не диффе-

ренцирована. Проведенные придальнейшем 25.000 кратном увеличении снимка № 5 измерения показывают, что расположенные друг от друга на расстоянии 50 Å точки могут быть еще резко отличены, а это означает, что при помощи примененного способа изготовления отпечатков удалось почти в полной мере использовать разрешающую способность нашего электронного микроскопа при его наилучшем режиме работы.

2. Вследствие разницы в разрешающей способности электронного микроскопа и оптического микроскопа, составляющей величину второго порядка, далее большой кратности увеличения получаются необычные для металловеда снимки. Это дополняется еще и тем, что пока еще не удалось изготовить с одного и того же участка объекта два параллельных снимка — один при помощи электронного микроскопа, а другой при помощи оптического микроскопа. Советские авторы [6] уже сообщили о т. н. »прицельном приспособлении«, при помощи которого даже в случае большого увеличения удается идентифицировать предварительно намеченные участки структуры, однако об этом методе пока нет более подробных данных. Таким образом объяснение большинства приведенных снимков подтверждается на основе выводов, исходящих из состава образцов металлов и данных металлургических процессов.

Объяснение приведенных снимков

1. Структура среза графитового зерна (силико-полистироловый метод).

2. Структура графитовых зерен и окружающей среды. (Снимок, сделанный при помощи оптического микроскопа с исследованной металлической поверхности с использованием негативного отпечатка.)

3. Перлитовая структура. Исходя из кратности увеличения толщина пластинок получается ок. 0,5 μ. Так как здесь идет речь о позитивном отпечатке, более темные места означают относительную выпуклость. Таким образом очевидно, что более широкие светлые места означают ферритовые, а более темные и более узкие места цементитовые участки (*Au—Al* отпечаток).

4. Перлитовая структура. Изготовлен с того же образца металла, как и предыдущий снимок. (Хромовый отпечаток.)

5. Структура эвтектического характера. Перлитовые и ледебуритовые участки. Обширные, длинные образования представляют собой цементитовые иглы. Интересно, что один край цементитовых игл во всех случаях более светлый, чем другой. Возможно, что здесь мы встречаемся с образовавшимися друг возле друга первичным и вторичным цементитами, разность в травлении которых нельзя наблюдать в оптическом микроскопе. На другой стороне игл можно наблюдать сильное потемнение, следовательно,

по сравнению с остальными элементами структуры, здесь виден значительный выступ. Возможно, что здесь имеет место присутствие слоистого графита.

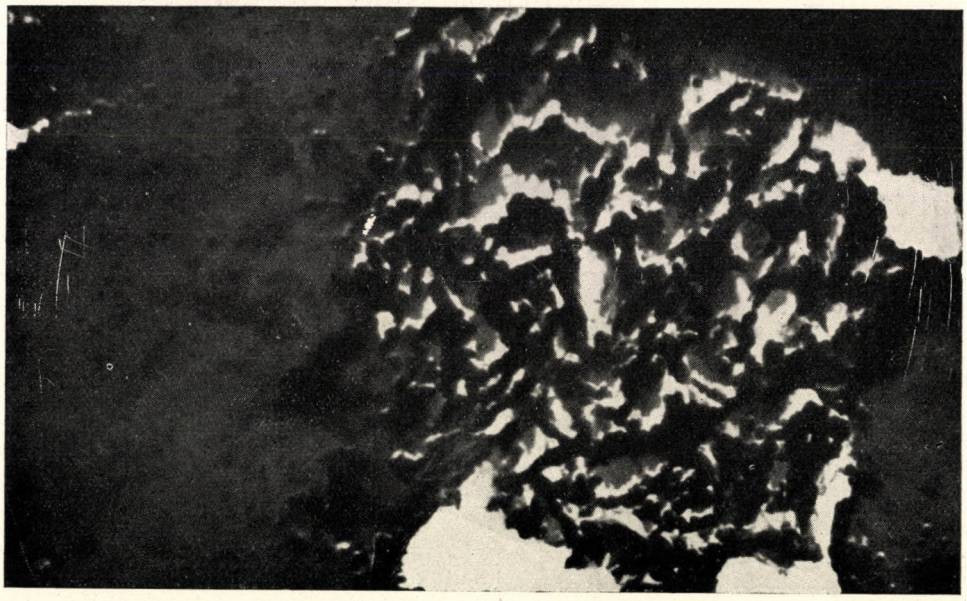
6. Более тонкая перлитовая структура. Имеющееся на границах перлитовой структуры кольцо состоит из цементита. На цементит травящее вещество оказывает действие другого характера : его внутренняя травленная структура — в сопоставлении с перлитовой структурой — уже не разрешается электронным микроскопом.

7. Ледебуритовая структура. Образующее фон сплошное поле состоит из цементита, а слоистые участки соответствуют аустениту.

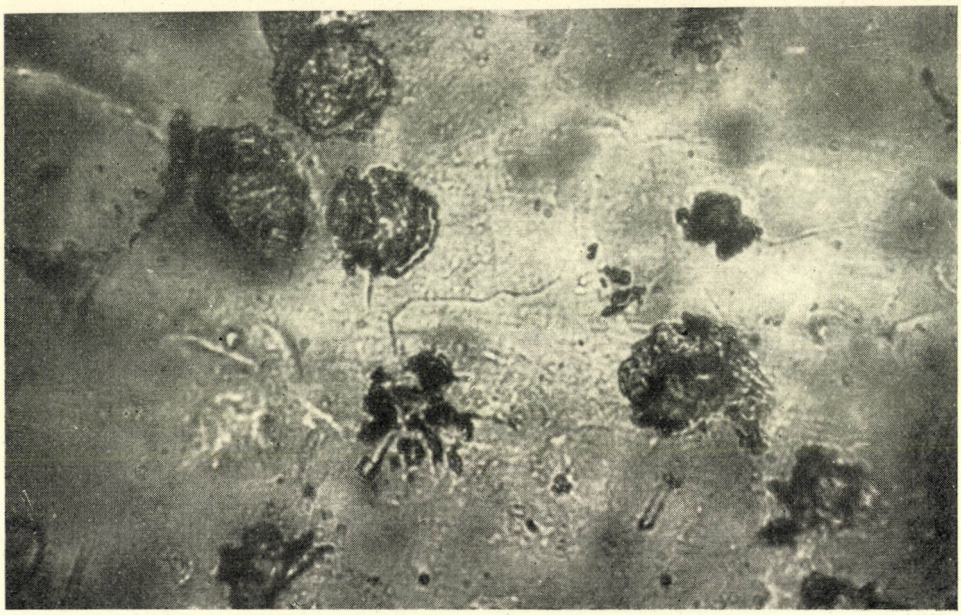
8. Структура границ зерен между перлитовыми и ледебуритовыми участками.

9. На снимке мы видим структуру залегания глубоко разрезанного графитого зерна. Окружающая среда — ферритовая структура. Графитовое зерно очевидно выделилось в перлитовом поле ; окружающая среда обезуглилась и вокруг зерна образовалось ферритовое кольцо. Однако, из-за большой кратности увеличения, в поле зрения мы получили только небольшую часть этого кольца.

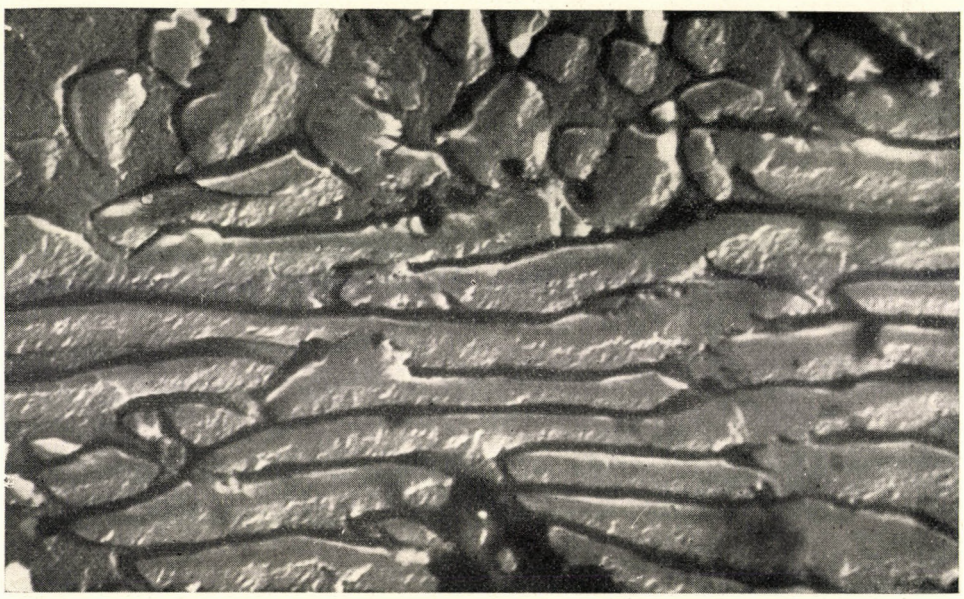
Снимки изготовлены в Лаборатории электронного микроскопа АН Венгрии при помощи электронного микроскопа ТТС с напряжением ускорения 40—45 киловольт.



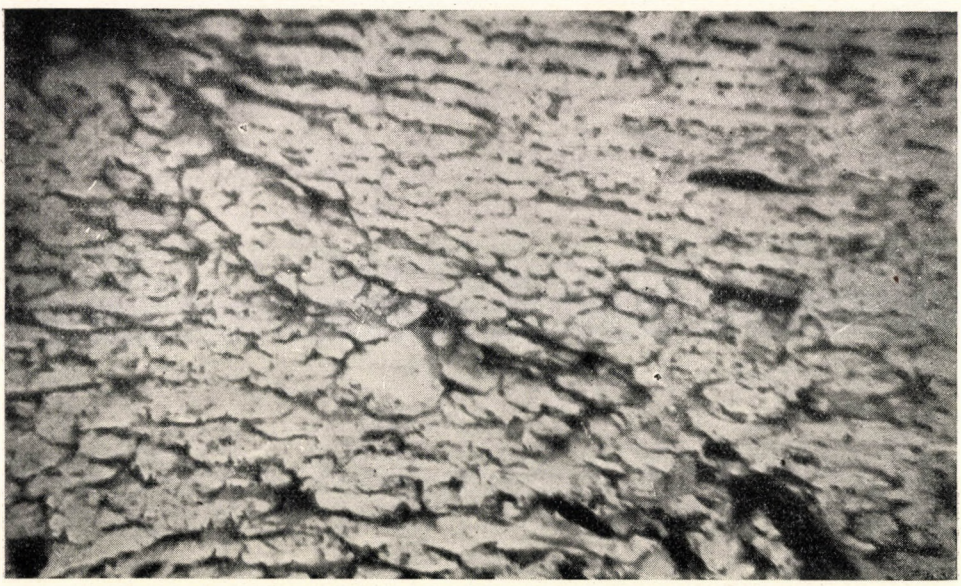
Снимок № 1., 13.000 кратное увеличение (Ce)



Снимок № 2., 400 кратное увеличение (Ce)

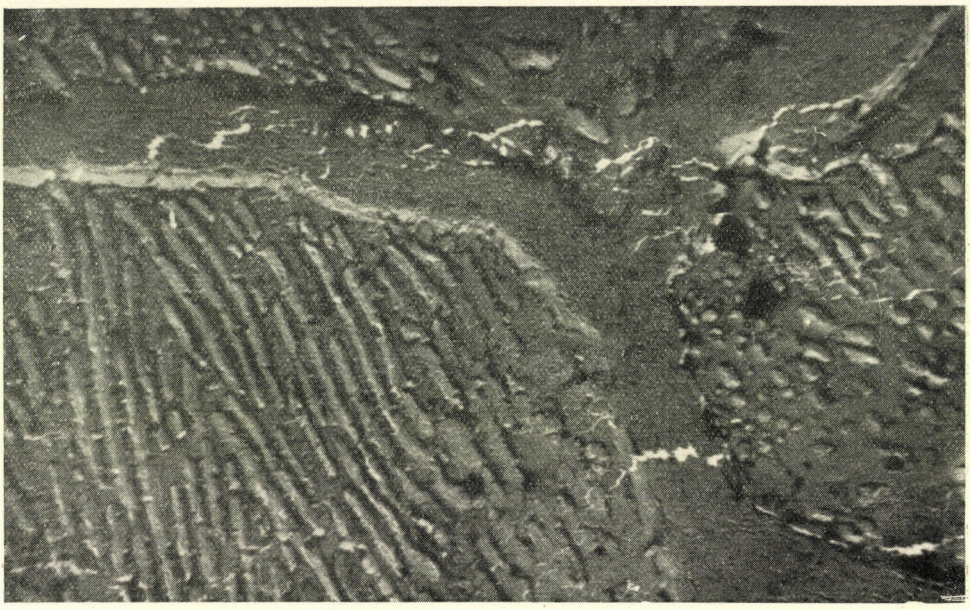


Снимок № 3., 10.000 кратное увеличение (Ce)

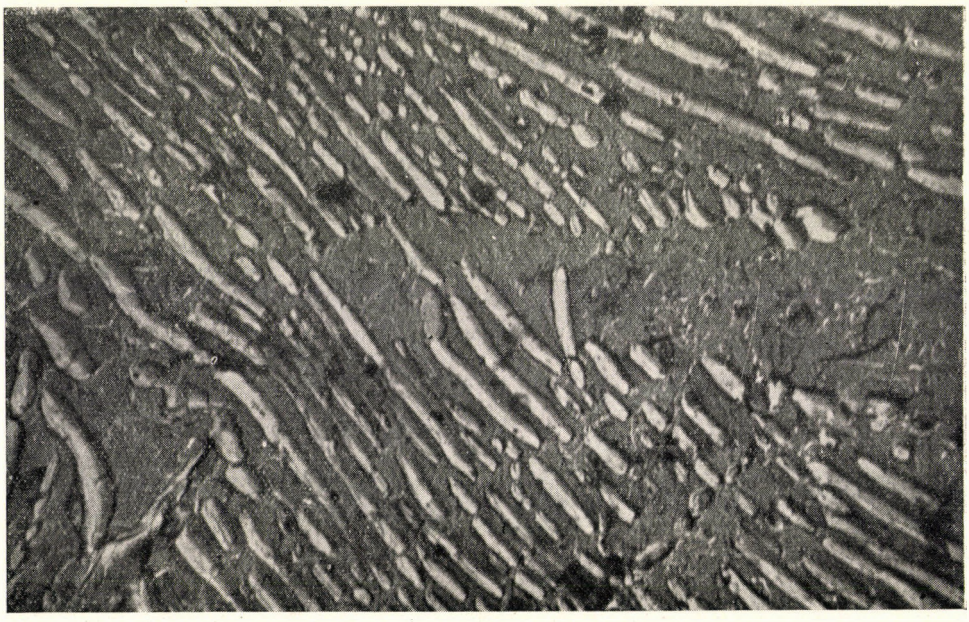


Снимок № 4., 6.300 кратное увеличение (Ce)

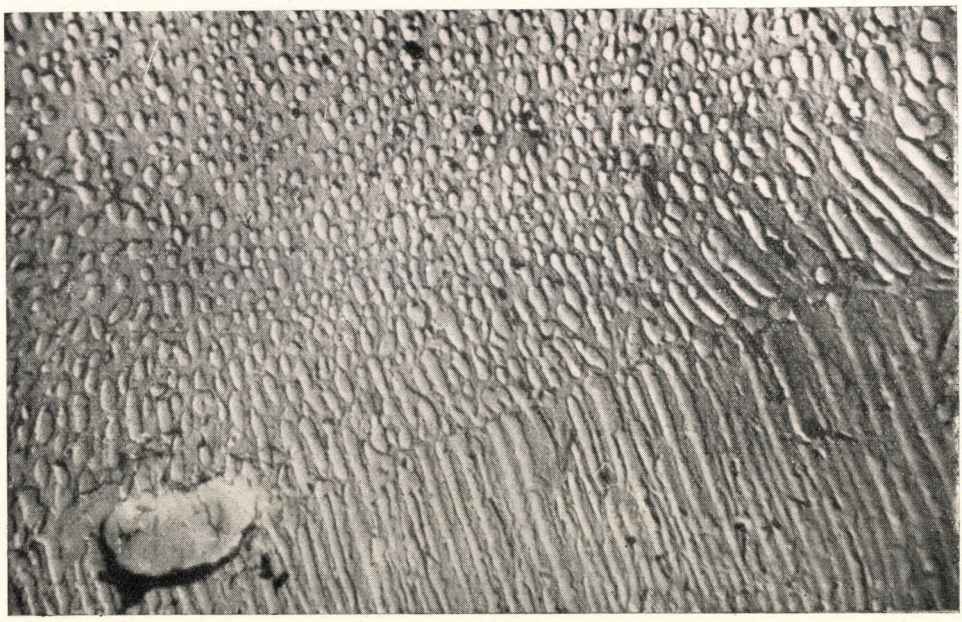
Снимок № 5., 11.000 кратное увеличение (Mg)



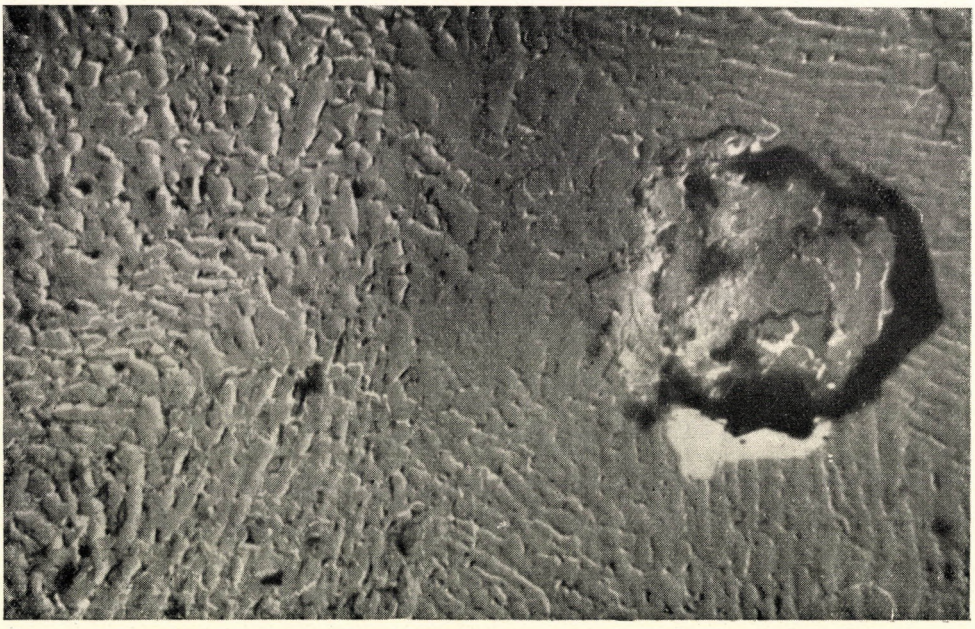
Снимок № 6., 9.800 кратное увеличение (Mg)



Снимок № 7., 10.000 кратное увеличение (Mg)



Снимок № 8., 9.800 кратное увеличение (Mg)



Снимок № 9., 9.200 кратное увеличение (Ce)

РЕЗЮМЕ

Нами с электронным микроскопом исследовалась проблема образования графитовых зерен в различных черных металлах. Мы установили, что общепринятый силико-полистирольный метод не дает требуемых результатов в отношении отображения тех структурных элементов, которые имели очень небольшие разности в уровнях по сравнению с разностью уровней графитовых зерен.

Особенность наших исследований требовала изготовления отпечатка значительно тоньше 100 Å, а это является нелегкой задачей в случае исключительно хрупких силико-пленок. Кроме этого, необходимо было устранить некоторые источники ошибок, которые возникали во время изготовления силико-препарата.

Мы определили, что некоторые двойные металлические слои, которые можно было изготовить толщиной даже в 40÷50 Å, имеют множество преимуществ по сравнению с силиковым отпечатком и отпечатком из однослойного металла в отношении более легкого обращения с препаратами и повышения сопротивления их электронной бомбардировке.

Позитивные отпечатки, полученные при помощи комбинации золота и алюминия, сделали возможным отличную контрастность и лучшее разрешение.

Б данной статье подробно описывается метод изготовления отпечатков, приводится несколько снимков, изготовленных при помощи позитивного комбинированного отпечатка и дается вероятный анализ полученных снимков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Heidenreich—Peck:* Journ. of Appl. Phys. 14 (1943.) 23.
2. *Zworykyn—Ramberg:* Journ. of. Appl. Phys. 12 (1941.) 692.
3. Палатник: Известия АН (Сер. физ.) Т. XV, № 3, (1951) 373.
4. *Hast:* Report on the Congress of Electron Microscopy (1948.).
5. *Hast:* Nature, 159 (1947.) 370.
6. Шрайбер: Известия АН (Сер. физ.) Т. XV, № 3, (1951) 355.

NEW METHOD OF MAKING PREPARATIONS FOR ELECTRON MICROSCOPIC EXAMINATION OF THE SURFACE STRUCTURE OF METALS

By

I. SUGÁR

Graphite formation problems in different iron specimens were examined with the electron microscope. In preparing polystyrene-silica replicas in the usual manner, it was found that this method was not successful in reproducing structure elements, the level differences of Å which were much finer than those of the graphite particles.

Considering the special aims of the investigations, the conclusion was reached, that there was need for positive replicas of much smaller thickness than 100 Å, which are not easy to prepare in the case of fragile silica films. Furthermore, it was necessary to eliminate certain sources of error occurring during preparative work.

It was found that certain double-layer metal films, which could be produced as thin as 40—50 Å, showed many advantages compared to silica or single layer metal replicas, when resistance to mechanical treatment and electron bombardment was considered.

Preparing positive replicas by combination of gold and aluminium an extremely good image contrast and better resolution was obtained.

The above paper contains a detailed description of the method. Some of the electron micrographs are presented and a probable evaluation of them is given.

WASHING KOMLÓ BITUMINOUS COAL IN LABORATORY HYDROCYCLONE

By

Prof. G. TARJÁN

(Manuscript received 18th March 1952.)

Tests carried out on Komló coal in a test hydrocyclone of the Institute for Mineral Dressing, Faculty of Mines, Sopron, gave very good results, which are reported in this paper.

5000 cu cm clay suspension of 1.1, 1.15, and 1.20 sp. g. containing 312.5 g of coal of 2—0.5 mm was fed to the experimental setup illustrated in diagram 1. Feed and discharge valves were adjusted to keep a feed pressure of 1.2 kg per sq cm at the gauge in the feed pipe. Diameter of the cyclone : 4 cm, of feed pipe 5.5 mm. The diameters of the tail pipe (underflow) (a) and of the overflow (f) pipe were varied during the experiment (a = 6—8 mm, f = 10—12—15 mm diam.). Principal proportions of the hydrocyclone are shown in diagram 2.

When steady circulating load had been built up, underflow and overflow was gathered for 10 seconds every time ; volume, weight of the suspension, weight, sp. gr. and ash of the coal suspended were determined, as well percentage weights of the different specific gravity classes of clean coal in the overflow and of reject in the underflow.

Tables 1—4 and diagrams 3—4 show these results as well as data calculated thereof.

Table 1 lists percentage weights of clean coal from overflow and of refuse from underflow, between the different sp. gr. limits, the aggregate weight of these two products taken for 100%. Values f divided by values of *feed* give yield for drafting Tromp curves.*

In diagram 3. are shown Tromp curves plotted with data of table 1.

* Tromp curves show what percentage of a class of a particular sp. gr. (read as abscissa) of the feed has passed in clean coal. Separation into washed coal and refuse was effected a sp. gr. (δ_p) coincident with the 50% ordinate : of particles of lower sp. gr. more passed in clean coal, of particles of higher sp. gr. more were discharged in refuse. The steeper the Tromp curve the more perfect the coal-cleaning process ; a good criterion of washery performance is half of the difference of the specific gravities coincident with the 25 and 75% ordinates of the Tromp curve (= Ep).

Table 1.

I/1 f=15 a=6 γ=1,10					I/2 f=15 a=6γ=1,15				I/3 f=15 a=γ=1,20			
Sp. gr.	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp
—1,3	17,62	—	17,62	100,0	9,68	—	9,68	100	12,59	—	12,59	100
1,4	41,21	1,28	42,49	97,1	47,20	0,85	48,05	98,2	45,77	0,39	46,16	99,2
1,5	10,43	1,47	11,90	87,8	11,84	0,68	12,52	94,6	12,25	0,29	12,54	97,7
1,6	3,95	1,28	5,23	75,5	5,27	0,90	6,17	85,4	5,65	0,23	5,88	96,1
1,8	2,24	5,77	8,01	28,0	4,84	4,02	8,86	54,5	7,19	2,29	9,48	75,9
2,0	0,15	5,58	5,73	2,6	0,43	4,69	5,12	8,4	0,78	3,57	4,35	17,5
+2,0	—	9,02	9,02	0	0,04	9,56	9,60	0,4	0,07	8,93	9,00	0,7
	75,60	24,40	100,00		79,30	20,70	100,00		84,30	15,70	100,00	

II/1 f=12 a=6γ=1,10					II/2 f=12 a=6 γ=1,15				II/3 f=12 a=6γ=1,20			
Sp. gr.	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tron p	f	a	feed	Tromp
—1,3	14,48	0,72	15,20	95,3	11,62	0,35	11,97	97,3	10,59	—	10,59	100
1,4	36,44	8,87	45,31	80,5	42,74	3,69	46,43	92,0	47,0	3,12	50,20	93,8
1,5	4,04	6,79	10,83	37,3	9,29	3,67	12,96	71,7	8,52	2,68	11,20	76,2
1,6	0,90	4,72	5,62	16,0	2,38	3,64	6,02	39,5	2,08	2,81	4,89	42,7
1,8	0,04	8,99	9,03	0,4	0,27	7,71	7,98	3,4	0,83	7,28	8,11	10,2
2,0	—	4,98	4,98	0	—	4,63	4,63	0		4,17	4,17	0
+2,0	—	9,03	9,03	0	—	10,01	10,01	0	—	10,84	10,84	0
	55,90	44,10	100,00		66,30	33,70	100,00		69,10	30,90	100,00	

III/1 f=10 a=6 γ=1,10					III/2 f=10 a=6 γ=1,15				III/3 f=10 a=6 γ=1,20			
Sp. gr.	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp
—1,3	7,40	2,88	10,28	72,0	10,66	2,14	12,80	83,4	8,49	0,28	8,77	96,8
1,4	18,16	32,62	50,78	35,8	36,64	10,49	47,13	77,8	43,60	4,13	47,73	91,4
1,5	0,59	9,14	9,73	6,06	4,24	7,16	11,40	37,2	8,89	7,32	16,21	54,7
1,6	0,05	5,19	5,24	0,95	0,24	5,09	5,33	4,5	0,88	4,05	4,93	17,8
1,8	—	8,46	8,46	0	0,02	9,49	9,51	0,86	0,14	8,52	8,66	0,63
2,0	—	4,91	4,91	0	—	5,02	5,02	0	—	4,56	4,56	0
+2,0	—	10,60	10,60	0	—	8,81	8,81	0	—	9,14	9,14	0
	26,20	73,80	100,00		51,80	48,20	100,00		62,00	38,00	100,00	

IV/1 f=12 a=8 γ=1,10					IV/2 f=12 a=8 γ=1,15				IV/3 f=12 a=8 γ=1,20			
Sp. gr.	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp	f	a	feed	Tromp
—1,3	2,59	5,81	8,40	30,9	8,32	2,44	10.76	77,4	8,17	0,33	8,50	96,2
1,4	11,28	37,26	48,53	23,2	32,13	18,28	50,41	63,9	43,26	7,83	51,09	84,7
1,5	0,13	13,52	13,66	1,0	1,25	11,18	12,43	10,0	4,98	8,33	13,31	37,4
1,6	—	5,33	5,33	0	—	5,59	5,59	0	0,19	5,20	5,39	3,5
1,8	—	9,12	9,12	0	—	8,24	8,24	0	—	9,26	9,26	0
2,0	—	4,55	4,55	0	—	3,75	3,75	0	—	3,62	3,62	0
+2,0	—	10,41	10,41	0	—	8,82	8,82	0	—	8,83	8,83	0
	14,00	86,00	100,00		41,70	58,30	100,00		56,60	43,40	100,00	

Table 2.

		Solids g/sec			Sp. gr. solids			% Ash measured			v%
		f	a	feed	f	a	feed	f	a	feed	
I	1 1,10	8,61	2,79	11,40	1,428	1,912	1,547	13,27	54,16	23,28	75,6
f=15	2 1,15	9,41	2,46	11,87	1,440	2,026	1,562	13,01	57,39	21,37	79,3
a=6	3 1,20	8,58	1,60	10,18	1,435	2,160	1,556	15,85	63,64	21,67	84,3
II	1 1,10	6,14	4,84	10,98	1,361	1,696	1,507	8,18	38,76	21,68	55,9
f=12	2 1,15	7,44	3,79	11,23	1,373	1,833	1,526	9,48	47,61	22,36	66,3
a=6	3 1,20	6,84	3,06	9,90	1,381	1,873	1,533	9,57	48,87	21,70	69,1
III	1 1,10	2,32	6,55	8,87	1,342	1,548	1,494	5,36	28,43	22,41	26,2
f=10	2 1,15	3,84	3,57	7,41	1,389	1,683	1,529	6,68	35,20	20,47	51,8
a=6	3 1,20	4,40	2,70	7,10	1,412	1,808	1,560	7,89	41,03	20,49	62,0
IV	1 1,10	1,51	9,26	10,77	1,306	1,562	1,528	4,73	26,08	23,12	14,0
f=12	2 1,15	4,88	6,83	11,71	1,320	1,589	1,475	6,59	32,87	21,93	41,7
a=8	3 1,20	6,05	4,64	10,69	1,334	1,679	1,482	7,32	37,66	20,50	56,6

Sp. gr. slurry		% Ash calculated			Sp. gr. solids. calc.			δ_p	E_p	25	75
f	a	f	a	feed	f	a	feed				
		9,19	53,42	19,97	1,356	1,910	1,489	1,652	0,077	1,709	1,555
		11,41	57,88	21,03	1,380	1,970	1,500	1,714	0,0905	1,796	1,615
		12,24	62,98	20,17	1,386	2,058	1,490	1,780	0,079	1,864	1,706
1,082	1,374	6,61	37,08	20,07	1,330	1,694	1,489	1,414	0,068	1,503	1,367
1,122	1,502	8,25	45,12	20,70	1,346	1,802	1,498	1,519	0,0795	1,597	1,438
1,126	1,546	8,35	48,95	20,90	1,349	1,850	1,502	1,530	0,0825	1,620	1,455
1,07	1,34	5,64	26,43	20,98	1,320	1,572	1,504	1,312	0,0715	1,386	1,243
1,11	1,46	6,84	34,64	20,27	1,330	1,662	1,490	1,421	0,0585	1,479	1,362
1,16	1,52	8,00	41,19	20,64	1,343	1,744	1,494	1,461	0,0585	1,528	1,411
1,072	1,290	6,00	23,99	21,49	1,323	1,537	1,506	?	?	1,336	?
1,108	1,434	6,13	28,93	19,43	1,324	1,597	1,482	1,380	0,0705	1,421	1,280
1,158	1,486	7,02	36,58	19,89	1,330	1,688	1,484	1,425	0,0525	1,483	1,378

c	h	η^p	v%	c_t%	b_t%	v_c%	b%	$100\frac{v}{vc}$	Δv	$\Delta v\varepsilon$
1,562	3,58	80,50	9,19	8,14	53,42	56,63	79,5	95,1	3,9	11,0
1,658	3,36	79,52	11,41	10,43	57,88	63,02	82,0	96,6	2,7	10,0
1,740	2,20	84,00	12,24	11,70	62,98	66,15	85,7	98,4	1,4	9,0
1,369	6,28	74,54	6,61	4,88	37,08	39,28	66,9	83,6	11,0	73,1
1,450	5,92	73,53	8,25	6,92	45,12	47,65	73,0	90,9	6,7	34,0
1,466	4,79	77,58	8,35	7,21	49,00	51,50	74,65	92,6	5,55	24,4
1,333	5,90	69,52	5,64	2,38	26,43	27,62	59,0	44,5	32,8	96,0
1,381	7,35	70,60	6,84	4,62	34,64	37,08	66,6	77,8	14,8	70,0
1,421	5,98	73,98	8,00	6,85	41,19	43,13	69,4	89,4	7,4	53,5
1,312	6,92	42,53	6,00	1,85	23,99	24,77	56,0	25,0	42,0	100
1,363	7,24	70,30	6,13	3,66	28,93	30,73	63,0	66,3	21,3	80,0
1,387	6,57	73,24	7,09	5,74	36,58	38,34	66,5	85,2	9,9	67,1

Table 3.

	I/4			I/2			I/3		
				v%	c%	b%	v%	c%	b%
—1,3	17,62	1,56	23,94	9,68	1,56	23,17	12,59	1,56	22,94
1,4	60,11	5,32	42,03	57,73	6,00	41,53	58,75	5,75	40,92
1,5	72,01	7,31	52,52	70,25	8,01	51,85	71,29	7,79	51,10
1,6	77,24	8,62	58,5	76,42	9,54	58,40	77,17	9,22	57,46
1,8	85,25	11,52	68,7	85,28	12,69	69,60	86,65	12,58	70,02
2,0	90,98	14,38	76,52	90,40	15,17	76,52	91,00	14,68	76,52
+2,0	100,00	19,97		100,00	21,04		100,00	20,23	
Sp. gr.	II/1			II/2			II/3		
	v%	c%	b%	v%	c%	b%	v%	c%	b%
—1,3	15,20	1,56	23,36	11,97	1,56	23,30	10,59	1,56	23,04
1,4	60,51	5,54	42,2	58,40	5,79	41,54	60,79	5,96	43,65
1,5	71,34	7,33	51,65	71,36	7,89	52,58	71,99	7,73	54,17
1,6	76 96	8,75	57,69	77,38	9,35	58,97	76,88	8,94	60,05
1,8	85,99	12,01	69,45	85,36	12,20	70,01	84,99	11,89	71,03
2,0	90,97	14,44	76,52	89,99	14,49	76,52	89,16	13,97	76,52
+2,0	100,00	20,03		100,00	20,66		100,00	20,74	
Sp. gr.	III/1			III/2			III/3		
	v%	c%	b%	v%	c%	b%	v%	vc%	b%
—1,3	10,28	1,56	23,22	12,80	1,56	22,94	8,77	1,56	22,41
1,4	61,06	5,98	44,50	59,93	5,75	41,09	56,50	6,05	39,44
1,5	70,79	7,53	53,52	71,33	7,61	51,94	72,71	8,56	52,50
1,6	76,03	8,85	59,45	76,66	8,93	57,15	77,64	9,71	58,25
1,8	84,49	11,97	70,15	86,17	12,32	69,38	86,30	12,75	69,98
2,0	89,40	14,40	76,52	91,19	14,77	76,52	90,86	14,93	76,52
+2,0	100,00	20,97		100,00	20,20		100,00	20,55	
Sp. gr.	IV/1			IV/2			IV/3		
	v%	c%	b%	v%	c%	b%	v%	c%	b%
—1,3	8,40	1,46	23,27	10,76	1,56	21,59	8,50	1,56	21,58
1,4	56,93	6,10	41,64	61,17	5,94	40,62	59,59	6,13	40,15
1,5	70,59	8,26	53,00	73,60	7,85	51,65	72,90	8,18	51,42
1,6	75,92	9,57	58,80	79,19	9,19	58,46	78,29	9,45	57,50
1,8	85,04	12,80	70,56	87,43	12,09	70,65	87,55	12,66	70,60
2,0	89,59	15,02	76,52	91,18	13,90	76,52	91,17	14,39	76,52
+2,0	100,00	21,42		100,00	19,42		100,00	19,87	

Table 4.

Sp. gr.	I/1			I/2			I/3			II/1		
	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed
—1,3	17,62	75,60	17,62	9,68	79,30	9,68	12,59	84,30	12,59	14,48	56,62	15,20
1,4	58,83	76,88	60,11	56,88	80,15	57,73	58,36	84,69	58,75	50,92	65,49	60,51
1,5	69,26	78,35	72,01	68,72	80,83	70,25	70,61	84,98	71,29	54,96	72,28	71,34
1,6	73,21	79,63	77,24	73,99	81,73	76,42	76,26	85,21	77,17	55,86	77,00	76,96
1,8	75,45	75,40	85,25	78,83	85,75	85,28	83,45	87,50	86,65	55,90	85,99	85,99
2,0	75,60	90,98	90,98	79,26	90,44	90,44	84,23	91,07	91,00	55,90	90,97	90,97
+2,0	75,60	100,0	100,0	79,30	100,0	100,0	84,30	100,0	100,0	55,90	100,0	100,0

Sp. gr.	II/2			II/3			III/1			III/2		
	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed
—1,3	11,62	66,65	11,97	10,59	69,10	10,59	7,40	29,08	10,28	10,66	53,94	12,80
1,4	54,36	70,34	58,40	57,67	72,22	60,79	25,56	61,70	61,06	47,30	64,43	59,93
1,5	64,65	74,01	71,36	66,19	74,90	71,99	26,15	70,84	70,79	51,54	71,59	71,33
1,6	66,03	77,65	77,38	68,27	77,71	76,88	26,20	76,03	76,03	51,78	76,68	76,66
1,8	66,30	85,36	85,36	69,10	84,99	84,99	26,20	84,49	74,49	51,80	86,17	86,17
2,0	66,30	89,99	89,99	69,10	89,16	89,16	26,20	89,40	89,40	51,80	91,19	91,19
+2,0	66,30	100,0	100,0	69,10	100,0	100,0	26,20	100,0	100,0	51,80	100,0	100,0

Sp. gr.	III/3			IV/1			IV/2			IV/3		
	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed	Clean	Refuse	Feed
—1,3	8,49	62,28	8,77	2,59	19,81	8,40	8,32	44,14	10,76	8,17	56,93	8,50
1,4	52,09	66,41	56,50	13,87	57,07	56,93	40,45	62,42	61,17	51,43	64,76	59,59
1,5	60,98	73,73	72,71	14,00	70,59	70,59	41,70	73,60	73,60	54,91	73,09	72,90
1,6	61,86	77,78	77,64	14,00	75,92	75,92	41,70	79,19	79,19	56,60	78,29	78,29
1,8	62,00	86,30	86,30	14,00	85,04	85,04	41,70	87,43	87,43	56,60	87,55	87,55
2,0	62,00	90 86	90,86	14,00	89,59	89,59	41,70	91,18	91,18	56,60	91,17	91,17
+2,0	62,00	100,0	100,0	14,00	100,0	100,0	41,70	100,0	100,0	56,60	100,0	100,0

Columns δp, E_p, δ_{25} and δ_{75} of table 2 were read from these curves. The float test of a raw coal sample gave the following analysis :

Sp. gr.	Weight %	δ	% Ash
— 1,3	5,25	1,277	1,56
1,4	44,98	1,335	6,87
1,5	15,06	1,421	17,34
1,6	8,12	1,540	26,71
1,8	9,44	1,644	39,64
2,0	5,46	1,882	56,34
+2,0	11,69	2,307	76,52
	100,00	1,536	23,70

If the average sp. gr. and ash content of some of the products intermediate between definite sp. gr . limits is taken for identical with the average sp. gr. and ash of the corresponding part of the feed, the average sp. gr. and ash of columns »sp. gr. calculated« and »% ash calculated« of table 2 and table 3 are obtained.

There is more or less spread between »measured« and »calculated« sp. gr. and % ash of table 2. The cause of this is that a particular sp. gr. class of the products of the test may have sp. gr. and ash somewhat different from the corresponding class of the feed. (E. g. the 1.3 sp. gr. class of the products of test I/1. had a sp. gr. of 1.29 against 1.277 of the corresponding class of the feed. At the same test the +2.0 sp. gr. class of the product had a sp. gr. of 2.333 against 2.307 of the corresponding class of the raw coal sample. Or at test IV/1. the sp. gravity of the minus 1.3 sp. gr. part of the overflow was 1.264 ; the sp. gr. of the +2.0 part of the underflow was on the average 2.395.) »Calculated« sp. gr.-s and ash contents are generally higher than measured results ; but there occur also contrary cases in the tables.

With data of table 3 are plotted diagrams 4, 5, and 6. Diagram 4 shows characteristic curves of four washing tests picked out at random : the primary curve, the clean coal ash, and the reject ash curves, the sp. gr. curve and Bird's Δv_B curve corresponding to ± 0.1 difference of sp. gr. The latter gives information whether the separation at the different sp. gr.-s is easy or difficult, i. e. on the washability of the coal at a particular sp. gr. The greater abscissa value of Δv_B corresponds to any sp. gr., the higher will be the quantity of particles close to the sp. gr. of the intended separation and the more difficult will be to wash that coal. Bird's criterion is that in case of $\Delta v_B < 7$ the coal is easily washable and any process will yield good results.

Between $\Delta v_B = 7—10$ the coal is of medium washability, between 10—15 it is a difficult, above 15 a very difficult feed to the washery ; in the latter case Bird thinks the jig washer unfit for the job and recommends some heavy media process.

In general : the lower the yield, i. e. the lower is the sp. gr. of separation, the greater will be the value of Δv_B and the lower will be the degree of washability of the coal. At the hydrocyclone tests in diagram 4, to percentage yields of washed product between 55.9—79.3 correspond sp. gr.-s of 1.369—1.652 and Δv_B values of 73.1—10.0. Ash contents c and b read off on the washability curves are values obtainable by theoretically perfect separation. Actual (calculated) values of c and b are also plotted on the diagrams. For washed coal percent ash weighed is also given, but this does not bear comparison with the theoretical value, because the corresponding raw coal is different. (c-curve of direct measurement is plotted in broken line.)

By cumulative addition of percentage yields f and a and of »feed« of table 1 corresponding data of table 4 are obtained. With these are plotted charts of

diagram 5 rising toward the right : cumulative percentage weights of washed coal, of refuse and of raw coal as ordinates and the coincident sp. gr.-s as abscissae, which determine Heidenreich's error triangles or the quantity of »incorrectly« classified grains. Where the raw coal curve cuts the line of percentage yield at the test, sp. gr. δ_c is obtained. In case of perfect separation particles of lower sp. gr. than this would pass in cleaned coal, particles of higher sp. gr. would be discharged in refuse at the percentage yield of the test. In reality grains of lower sp. gr. too were retained in refuse and also grains of higher sp. gr. passed in cleaned coal. The quantity of incorrectly classified grains is greatest (h) just at the value of δ_c. The curve descending to the left in the diagram is a section of the average ash curve (c) of clean coal. Where the latter cuts the line of percentage yield, the average ash (c_t) in cleaned coal obtainable by perfect separation is read off ; the actual ash content (c) obtained is also plotted.

Values of δ_c, h%, c% and c_t% read off on the curves are also listed in table 2. Values b and c_t indicate the average actual ash content attained and the average ash obtainable in refuse by theoretically perfect separation. With knowledge of the average ash in raw coal (a%), in cleaned coal (c%) and of the percentage yield (v%) values b can be calculated :

$$b = \frac{100a - vc}{100 - v}\ \%, \text{ and } b_t = \frac{100a - vc_t}{100 - v}\ \%.$$

Percentage yield v is obtained by dividing values f g/sec. of table 2 by corresponding values of feed g./sec. Values η of table 2 were obtained from formula

$$\eta = \frac{v(100 - v) - 100h}{v(100 - v)};$$

η is the criterion of the »efficiency« of washery performance.*

Diagram 6 represents c-curves of the several tests confronted with one another. For yields obtained at the tests theoretical as well as actual (calculated or measured) values of c are indicated. Values of c for 100% yield give average ash in raw-coal ; in brackets ash in raw-coal directly weighed is also indicated. Actual ash in cleaned coal appears on the theoretical c-curve at higher percentage yields ; these actual yields by weight v_c read off on the diagram are also listed in table 2. The quotient $\frac{v}{v_c}$ or difference ($\Delta v = v_c - v$) of actual and theoretical percentage yields corresponding to a particular ash content in clean

* G. Tarján : Calculating Washery Performance from Washability Curves with Help of Tromp's Distribution Curve. (Bányászati Lapok — Mining Review (Hungarian) 1951., p. 571—585.

coal is also a criterion of washery performance. These values are also found in table 2.

Diagram 7 shows the specific gravity curve of raw coal of the several tests with values of δ_c belonging to actual yields by weight, and of Δv_B corresponding to sp. gr. differences of $\pm$ 0.1 read off on the curves. At some places another value of Δv_B is indicated in brackets ; at these tests the line of sp. gr. reduced by 0.1 does not intercept the curve. Values of Δv_B in brackets were measured from yield $v = 0$; those not in brackets were obtained by extrapolation from the curves beyond the $v = 0$ line. The latter values are listed in table 2.

Table 5.

XVIII. Jig test of 8—0.5 mm Komló coal

Sp. gr.	Products					%Ash	Theoretical			Tromp		
	1—6	7	8	9—10	Total		v%	c%	b%	6/7	7/8	8/9
—1,36	55,89	5,53	—	—	61,42	4,36	61,42	4,36	27,80	91,0	100	100
1,45	13,31	3,55	0,78	—	17,64	13,17	79,06	6,21	40,48	75,4	95,6	100
1,53	5,67	5,05	0,40	0,60	11,72	26,20	90,78	8,80	58,60	48,5	91,5	94,9
1,66	—	—	1,27	0,34	1,61	33,91	92,39	9,24	63,96	0	0	78,9
1,84	—	—	1,96	0,85	2,81	50,50	95,20	10,44	71,69	0	0	69,8
+1,84	—	—	—	4,80	4,80	71,69	100,0	13,19	—	0	0	0
Total	74,87	14,13	4,41	6,59	100,0	13,37						

v%	Calculated			Measured		
	%Ash	c%	b%	%Ash	c%	b%
74,87	7,58	7,58	30,67	7,51	7,51	31,74
89,00	14,38	8,65	51,52	15,50	8,78	52,48
93,41	34,82	9,89	62,95	38,35	10,17	62,07
100,00	62,95	13,39		62,03	13,59	

To appreciate fairly the result obtained by the hydrocyclone the results of two jig tests on Komló coal are presented. At test Nr. XVIII Komló coal of 8—0.5 mm was treated in a two-compartment washbox on quartz bed, at test Nr. XX, 15—3.5 mm coal was cleaned in the same jig. Results are listed in tables 5—7 and graphed in diagrams 8—10.

From »Tromp« values of tables 5 and 6 Tromp curves of diagram 8 have been drawn. *Theoretical* values of tables 5 and 6 are represented by washability curves of diagram 9 drawn in hard line, *actual calculated* values by curves in broken lines and *actual measured* values by curves drawn with dots and dashes. Charts of diagram 10 and of diagram 5 are of the same buildup. Table 7 contains

data of table 2 of the hydrocyclone tests, which are suitable for the appreciation of results.

Table 6.

XX. Jig test of 15—3,5 mm Komló coal

Sp. gr.	Products							Ash %	Theoretical			Tromp				
	1+2	3.	4.	5.	6.	7.	Total		v%	c%	b%	2/3	3/4	4/5	5/6	6/7
—1,295	16,35	3,27	5,44	1,57	0,42	—	27,05	3,80	27,05	3,80	24,25	60,5	72,5	92,6	98,5	100
1,408	13,42	4,41	9,71	6,53	3,78	—	37,85	10,12	64,90	7,50	39,50	35,4	47,05	72,8	90,0	100
1,510	1,29	1,15	2,19	2,87	4,03	0,73	12,26	20,27	77,16	9,51	49,68	10,53	19,9	37,7	61,15	96,5
1,612	0,26	1,10	0,66	0,49	4,08	0,56	7,15	32,80	84,31	11,50	57,5	3,64	19,0	28,25	25,15	92,1
+1,612	—	—	—	0,11	4,68	10,90	15,69	57,5	100,00	18,71		0	0	0	0,70	36,9
Total	31,32	9,93	18,00	11,57	16,99	12,19	100,0	18,71								

v%	Calculated			Measured		
	Ash %	c%	b%	Ash%	c%	b%
31,32	7,44	7,44	23,85	8,32	8,32	24,13
41,25	11,73	8,47	25,88	11,27	9,03	26,28
59,25	10,29	9,01	32,79	10,23	9,40	33,40
70,82	13,20	9,71	40,57	11,82	9,65	42,20
87,81	30,84	13,80	54,03	29,08	13,41	60,85
100,00	54,03	18,71		60,85	19,19	

Sp. gr.	Products							Ash %	Theoretical		
	1—2	3	4	5	6	7	Total		v%	c%	b%
—1,295	16,35	3,27	5,44	1,57	0,42	—	27,05	3,80	27,05	3,80	24,25
Total ...	31,32	0,93	18,00	11,57	16,99	12,19	100,0	18,71			

Tromp					v%	Calculated			Measured		
2/3	3/4	4/5	5/6	6/7		%Ash	c%	b%	%Ash	c%	b%
60,5	72,5	92,6	98,5	100,0	31,32	7,44	7,44	23,85	8,32	8,32	24,13

By superposition of Tromp curves in a way that δ_p values of the several curves coincide, i. e. that the 50% Tromp value of each curve fall in a common point, it becomes evident that among the Tromp curves of the jig there are steeper and flatter ones than those of the hydrocyclone. This can be inferred also from comparison of E_p values : among E_p values of the jig tests there are such as are smaller and also such as are greater than those of the hydrocyclone tests.

The arithmetical mean of all E_p values of the hydrocyclone tests is 0,0715 ; that of the jig test Nr. VIII. is 0,0684 ; that of jig test Nr. XX. is 0,0355 ; of both

Table 7.

	δ_p	$\delta 25-\delta 75$	E_p	δ_r	v%	c_t	$c_{cals.}$	$c_{meas.}$	b_t	$b_{calc.}$	$b_{meas.}$	v_B	v_c%	$100\frac{v}{vc}$	Δ_v	h%	v%
XVIII	1,49	1,56 —1,41	0,075	1,428	74,87	5,66	7,58	7,51	36,4	30,8	31,7	37,3	86,1	86,9	11,2	8,2	56,5
	1,60	1,635—1,56	0,038	1,51	89,00	8,28	8,65	8,78	54,8	51,7	52,5	20,7	90,3	98,6	1,3	1,5	84,7
	1,81	1,835—1,65	0,092	1,76	93,41	9,72	9,89	10,17	64,3	62,0	61,2	3,3	94,0	99,4	0,6	0,8	87,0
					100,00	13,39	13,39	13,59					100,0	100,0	0		
XX	1,30	1,39 —1,19	0,10	1,31	31,32	4,17	7,44	8,32	25,3	23,8	24,1	80	65	48,2	33,7	11,8	45,15
	1,35	1,435—1,235	0,10	1,325	41,25	4,98	8,47	9,03	28,4	25,9	26,3	79	71,5	57,7	30,3	11,8	51,4
	1,41	1,585—1,345	0,12	1,382	59,25	6,84	9,01	9,40	36,0	32,8	33,4	51	74	80,1	24,7	10,0	58,65
	1,49	1,553—1,42	0,067	1,45	70,82	8,38	9,71	9,65	43,8	40,5	42,4	30	78	90,8	7,2	6,0	70,95
	1,68	1,73 —1,65	0,040	1,665	87,81	12,71	13,80	13,41	62,1	54,1	60,9	12	90,2	97,4	2,4	2,4	77,55
					100,00	18,71	18,71	19,19					100,0	100,0	0		

jig tests it is 0,0790. The »spread« is largest at E_p values of the jig tests : the »mean error« of the mean value $E_p = 0.0715$:

$$\sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n-1}} = \pm 0{,}116 ;$$

the mean error of the mean value $E_p = 0{,}0790$ of the jig is $\pm$ 0,0295. The course itself of Tromp curves is less »regular« at jig tests ; sections beyond the 25—75% limits of most jig washery curves are much distorted sometimes within the low sometimes within the high sp. gr. ranges. However, this section of the curves has no more influence upon the magnitude of E_p, so that judgement on basis of the E_p value of such curves leads to results more favourable than actual performance.

The August 1950 issue of Colliery Engineering contains the following statement of E_p values of different washery *plant :*

Plant	mm	δp	E_p
Heavy Media	+6,7	1,56	0,011
« «	30—10	1,50	0,031
Hydrocyclone	1,17—0,42	1,63	0,042
«	2,36—0,074	1,74	0,024
Jig	80—33	1,45	0,057
«	33—6,7	1,70	0,130
«	33—0	1,63	0,083
«	80—0	1,53	0,103
«	26—0	1,72	0,130
Rheo trough	107—8	1,63	0,096
« «	8—0	1,70	0,294
Wet table.....	6,7—0	1,70	0,103
Hydrotator.....	18—0,6	1,83	0,099
Pneumatic table	13—6,7	1,68	0,131
« «	6,7—4,7	1,76	0,255
Flotation	1,6—0	1,57	0,127
«	1,6—0	1,69	0,234
Humphrey spiral	2,4—0	2,04	0,367

This table shows that the E_p value of full-scale hydrocyclones is of the same order of magnitude as that of heavy media separation and is much better than the E_p value of the small test hydrocyclone used at these tests.

The mean E_p value of the five jig washery plants is 0,1016 and the mean error of it is $\pm$ 0,0308. (The washery plants referred to in the table treat different sizes of coal so that it is not fair to form arithmetical means or average of their E_p values). The average E_p value of the test hydrocyclone referred to is better than the average of those plants.

The experiments reported on thus attained worse results with the test hydrocyclone and better results with the washbox in comparison to full-scale plant ; conclusions drawn from comparison of E_p values and of Tromp curves

indicate, however, — though not as sharply as data on full-scale operations — that the hydrocyclone will yield better coal washing results than the jig.

The same conclusion can be drawn from diagrams 11—15 graphed from corresponding values of tables 2 and 7.

Diagram 11 illustrates the variation of values $100\ v/v_c\%$, $\eta\%$ and $\Delta v = v_c - v$, suitable to serve as criterions of washery performance, as functions of percentage yield on the one hand and of Δv_B (weight-percentage corresponding to $\pm$ 0.1 difference of sp. gr.) on the other. Values are more favorable for the hydrocyclone relative to all three criterions. Only values of v/v_c, η, and Δv, for small Δv_B, i. e. high δ_c, i. e. for high ash clean coal are more favourable by a shade for the jig than for the cyclone.

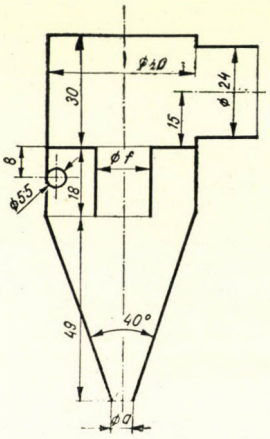


Fig. 1

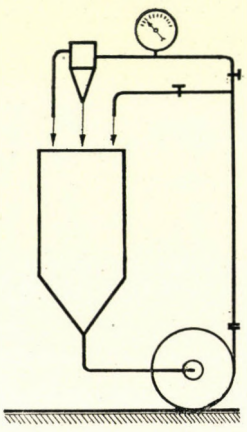


Fig. 2

In diagram 12 values $\Delta v = f(v)$, or $\Delta v = f(\Delta v_B)$ of diagram 11 are graphed to a larger scale, and the spread that presents itself is indicated by a strip of surface instead of a »weight line«. At about 60% yield by weight Δv_B is equally great (about 50%) for both cases, at lower percentage yields values of Δv_B for raw coal washed in the jig are lower ; at higher percentage yields values Δv_B of the feed to the hydrocyclone are lower. At yields below 60% by weight the raw coal fed to the jig washer at the tests was relatively easier to wash ; at yields above 60% the feed to the hydrocyclone tests was relatively easier to treat. Yet at low values Δv_B i. e. at high values of v, values Δv of the jig washing tests are lower than (or at least equal to) values v of the hydrocyclone tests. The explanation of this apparently contradictory phenomenon is given by diagram 13. Here on the left $c = f(c_t)$ curves or strips of surfaces are seen, and the right chart illustrates values of c, c_t or $c - c_t$ as functions of percentage yield v. The ash of the feed to jig test Nr. XVIII. was 13,4%, here a cleaned coal of

about 8—10% ash was won at a very high (93.4 or 89.0%) yield by weight However, the higher the yield, the less will c and c and consequently also v and v_c differ from each other, even at an entirely low washery performance. (At v = 100% c = c_t and v = v_c, i. e. $\Delta v = 0$). And on the right side chart of

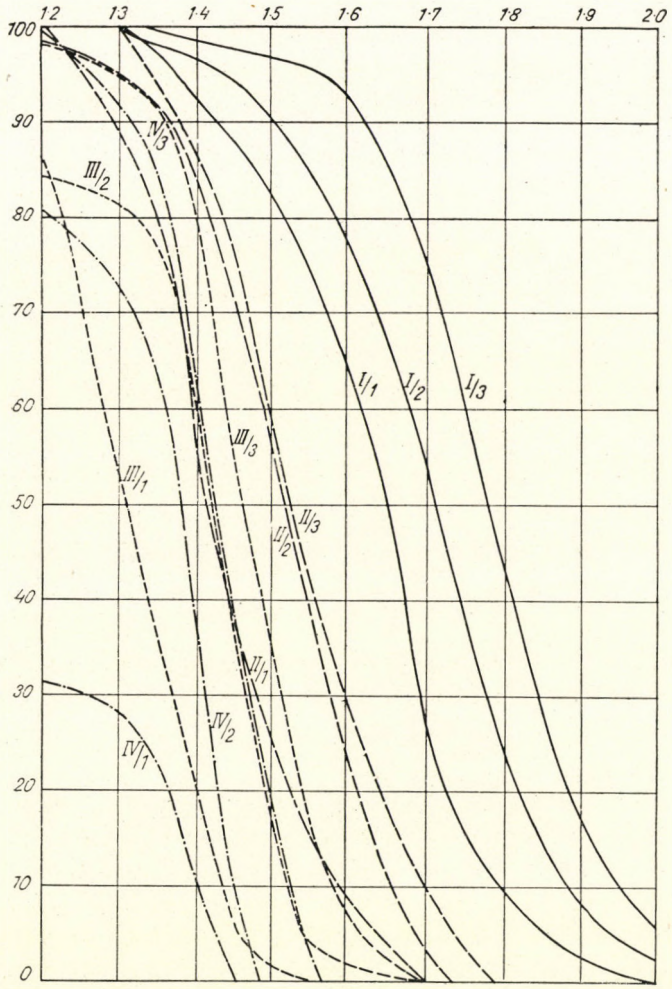


Fig. 3

diagram 12, the two minimum values of Δv limiting the Δv strip of the jig washer at low values of Δv_B just correspond to 93.4 and 89.0% yields by weight of test XVIII It can also be read from diagram 13 that besides these two values of test XVIII to either value of c_t corresponds a lower value of c for the hydrocyclone than for the jig. From the left chart of diagram 13 can be read directly that, above the line drawn at 45° representing values of c_t, the strip of values

c of the hydrocyclone passes at less distance than that of the jig, although the percentage ash of the feed to the hydrocyclone was higher than that of the jig test. The hydrocyclone has thus approached closer the results of theoretically perfect separation than the jig washer, in spite of the handicap of a higher ash feed.

The left chart of diagram 14 shows the quantity of »incorrectly classified« grains (h) as a function of v and Δv_B ; the right side chart shows the variation

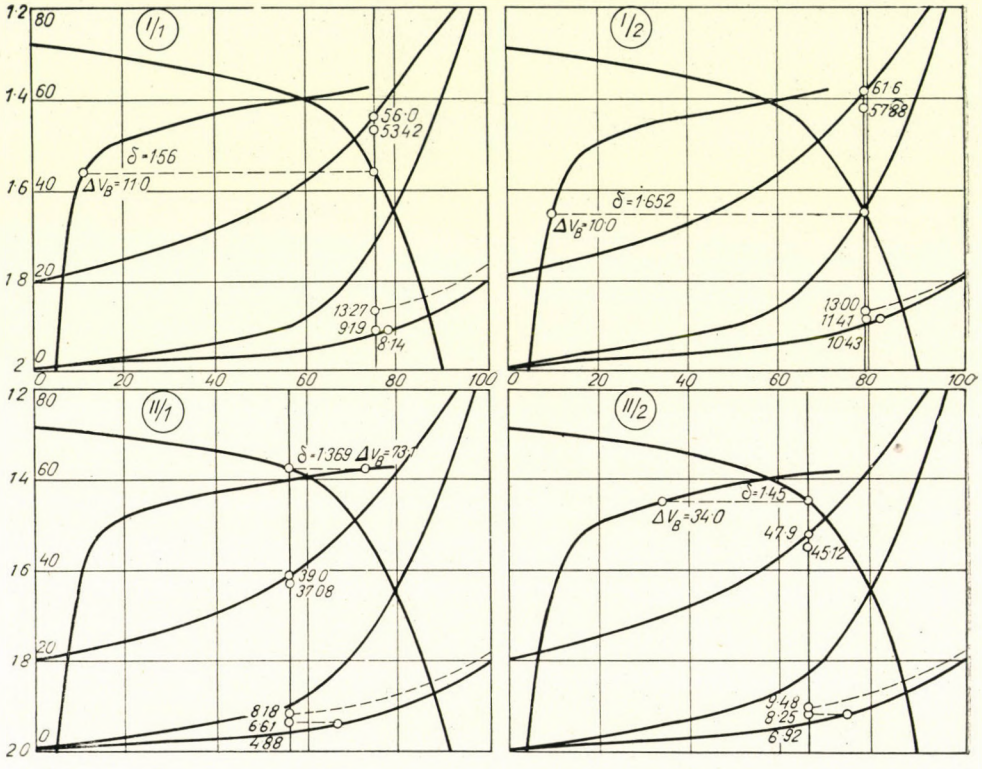


Fig. 4

of the quantity of incorrectly classified grains as a function of δ_c and curves $\delta_c = f(v)$. These curves also confirm the aforesaid superiority of the hydrocyclone over the jig in the treatment of fines. The left chart shows that the hydrocyclone produces the least incorrectly classified grains. The converse at low values of Δv_B is also explicable by reasons brought forward in connection with diagrams 12 and 13. According to curves $h = f(\delta_c)$ of the right chart it is the jig that produces less incorrectly classified grains at high sp. gr. This is partly also due to the low ash feed to test XVIII : the two lowest values of h correspond to yields of 93,4 and 89,0% ; but here, irrespective of the efficiency of separation,

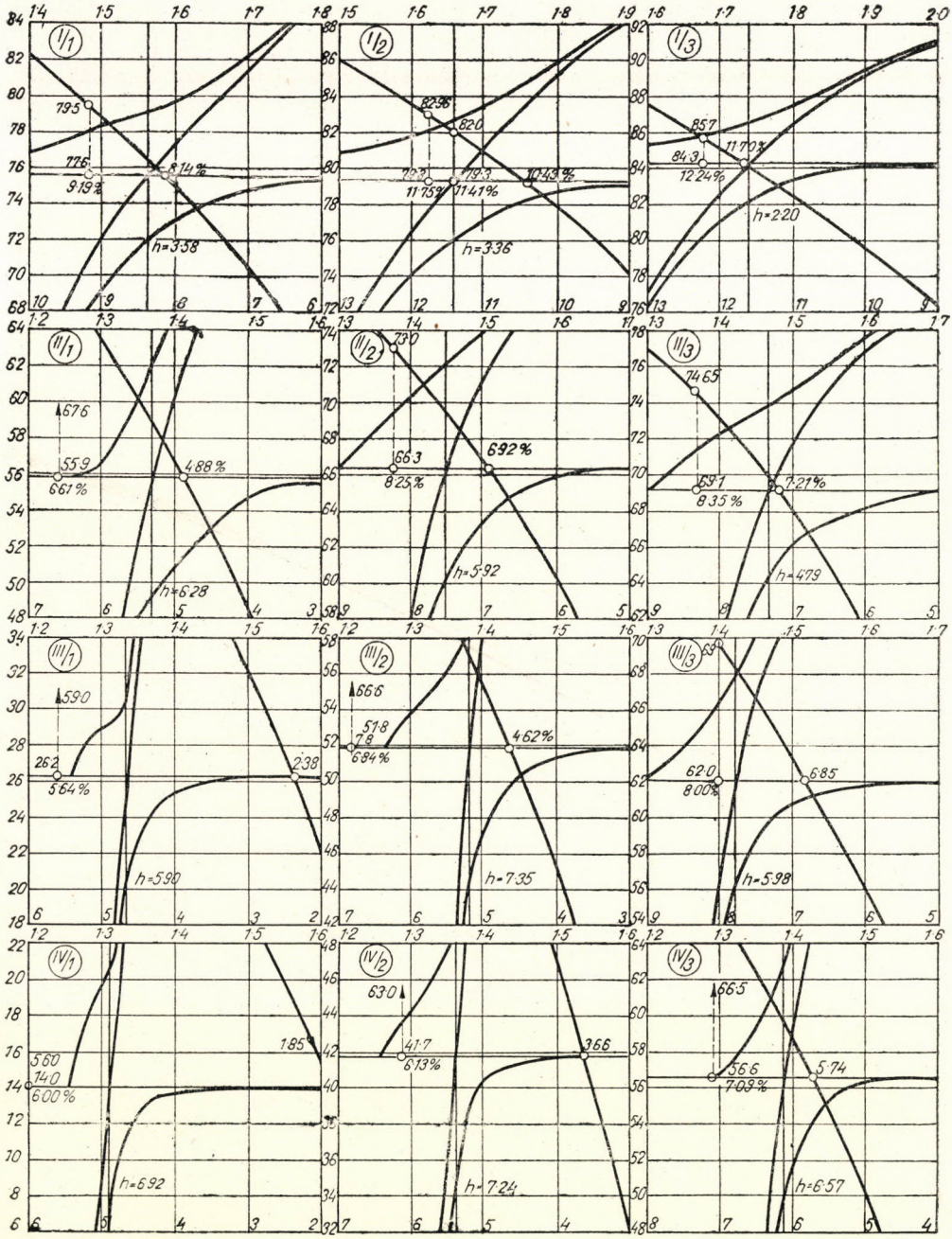

I/1
7.95
7.76
9.19%
8.14%
h=3.38
I/2
8.36
8.20
7.93
11.75%
7.93
11.41%
10.43%
h=3.36
I/3
8.57
11.70%
8.43
12.24%
h=2.20
II/1
6.76
5.59
6.61%
4.88%
h=6.28
II/2
7.30
6.63
8.25%
6.92%
h=5.92
II/3
7.65
6.91
8.35%
7.21%
h=4.79
III/1
5.90
2.62
3.64%
2.38
h=5.90
III/2
6.66
5.18
7.8
6.84%
4.62%
h=7.35
III/3
6.20
8.00%
6.85
h=5.98
IV/1
5.60
1.40
6.00%
1.85
h=6.92
IV/2
6.30
4.17
6.13%
3.66
h=7.24
IV/3
6.65
5.66
7.09%
5.74
h=6.57

Fig. 5

the value of h cannot be high because of the closeness of the 100% yield where necessarily $c = c_t$ and $\Delta v = 0$. On the other hand, from curves $\delta_c = f(v)$ it is evident that the curve of test XVIII is almost horizontal for high sp. gr., i. e.

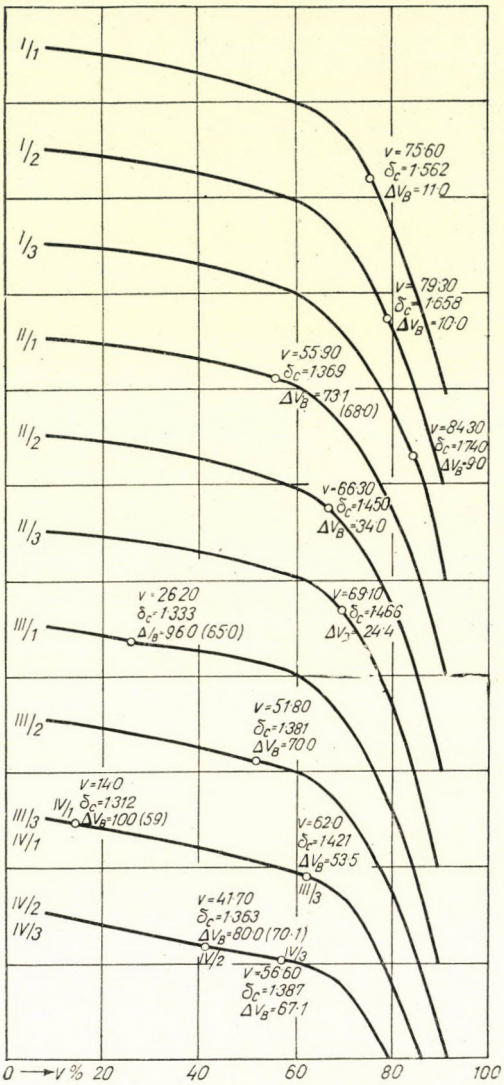


Fig. 6

here very low values of Δv_B belong to it; therefore this coal is very easily washable at high sp. gr.

For *lower* sp. gr. (from about 1,45 downward) the $\delta_c = f(v)$ curve of the feed to the hydrocyclone tests is steeper than the sp. gr. curve of the feed to the

jig tests. The feed to the hydrocyclone is thus more difficult at low sp. gr.; higher values of Δv_B correspond to it than to the raw coal of the jig tests. Yet

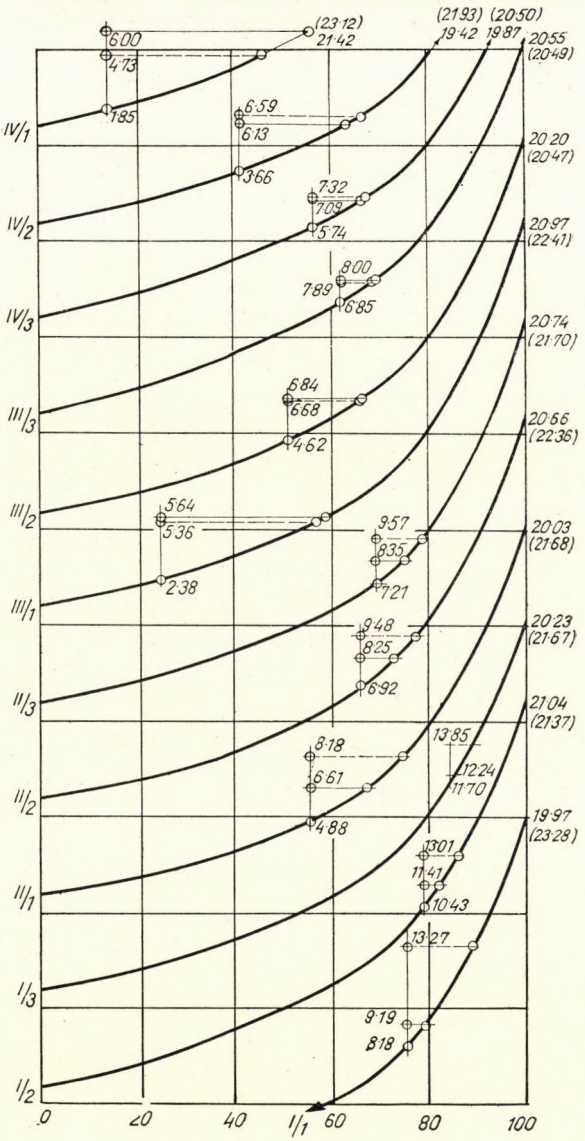


Fig. 7

just in separation at lower sp. gr. did the better performance of the hydrocyclone present itself relative to the jig washer, i. e. where low ash high grade *coking coal* has to be produced from Komló coals.

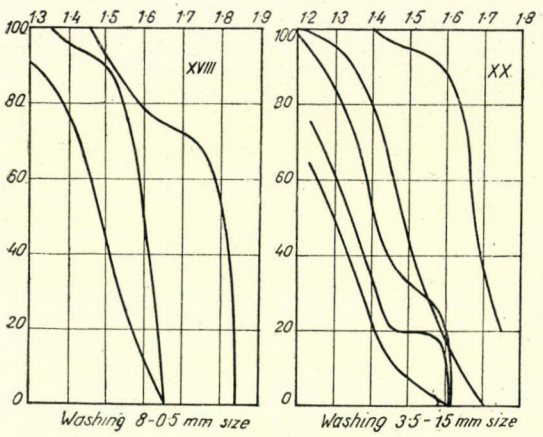


Fig. 8

Of 12 hydrocyclone tests summarized in table 2 in 8 cases sp. gr. separation was effected at value of δ_c lower than 1,45; at these the directly weighed per cent ash of cleaned coal varied between 4,73—9,48, its »calculated« per cent ash

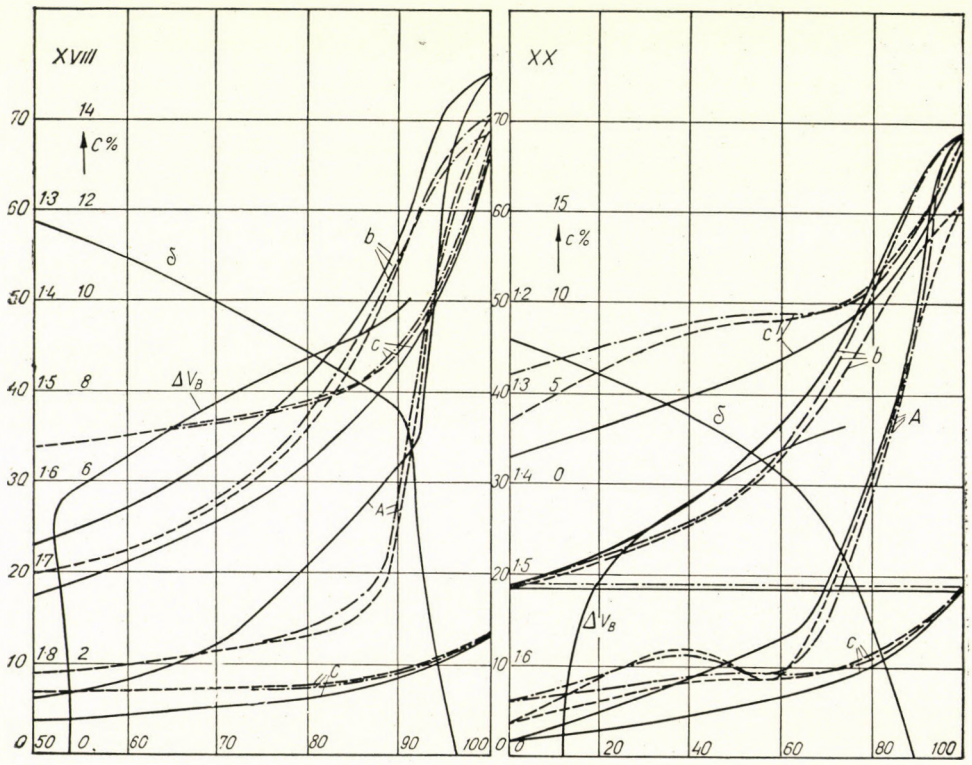


Fig. 9

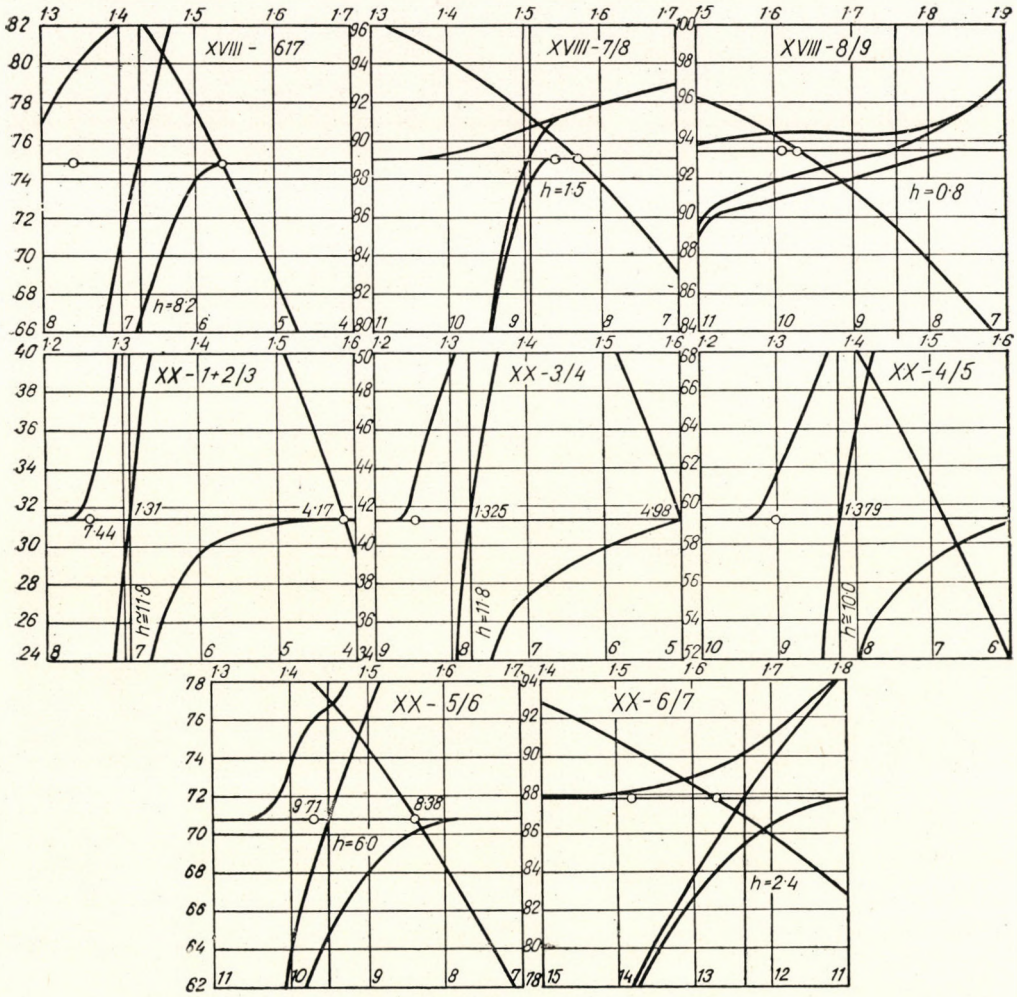


Fig. 10

between 5,67—8,25. In the jig washer such low ash could not be attained even at quite low percentage yields, not even from lower ash coals.*

Sp. gr.	Feed per cent		Clean coal per cent		Middlings per cent		Refuse per cent	
	weight	ash	weight	ash	weight	ash	weight	ash
—1,4	54,5	6,57	80,5	6,60	} 25,9	14,44	4,5	13,96
1,5	11,0	19,26	12,5	19,06				
1,6	8,5	28,32	5,0	27,62	} 74,1	39,76	95,5	64,64
+1,6	26,0	59,60	2,0	42,50				
	100,0	23,72	100,0	10,03	100,0	33,26	100,0	62,38
Measured	100,0	25,74	62,5	10,02	14,8	38,90	22,7	51,56

* In June 1948, for several days, Komló coal of 10—0,5 mm was washed on a plant scale in the Rheo-washery of the Pécs mines. Results of one of these large scale tests here higher.

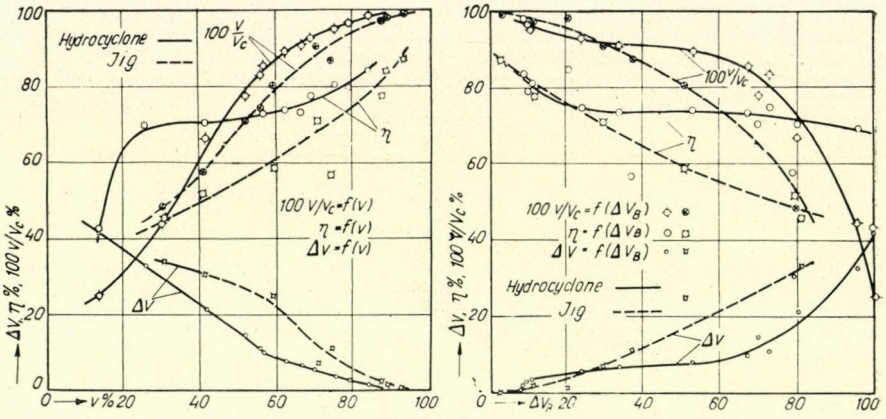


Fig. 11

In the right hand chart of diagram 13 *c* lines of strips of surfaces show the variation of »*calculated*« percentage ash of coals cleaned in the hydrocyclons and jig washer, as a function of yield by weight ; on the other hand, curves of diagram 15 indicate percent ash *directly weighed* of the cleaned coals as a function of yield. On these charts can be read off the yields by weight corresponding to different ash contents *c* in washed coal as follows :

Calculated				Measured		
c%	cyclone	jig		cyclone	jig	
10	75,5	72	72	71	72,5	72,5
9 5	73	67	67	68	64	64
9	71	57	60	66	41	50
8,5	67	41	50	63,5	33,5	30
8	63	36	39	60	27	15
7,5	58,5	32	20	56,5	20	—
7	53,5	28	—	51,5	14	—
a%	20—21	18,7		21—23	19,2	

In each column of the jig there are two columns of figures : the first corresponds to the curves *passing* over the calculated or measured points ; the second corresponds to corrected curves complying with these points. In evaluating data of the table it has to be taken into account that the hydrocyclone cleaned raw coal with an ash content of 20—21 per cent (21—23% for *measured* values) and the jig washer treated raw coal of 18.7 percent ash (19.2% for *measured* values) to produce the cleaned product.

On basis of these laboratory tests it may be stated that the hydrocyclone appears more suitable for producing coking coal from Komló coals than the jig

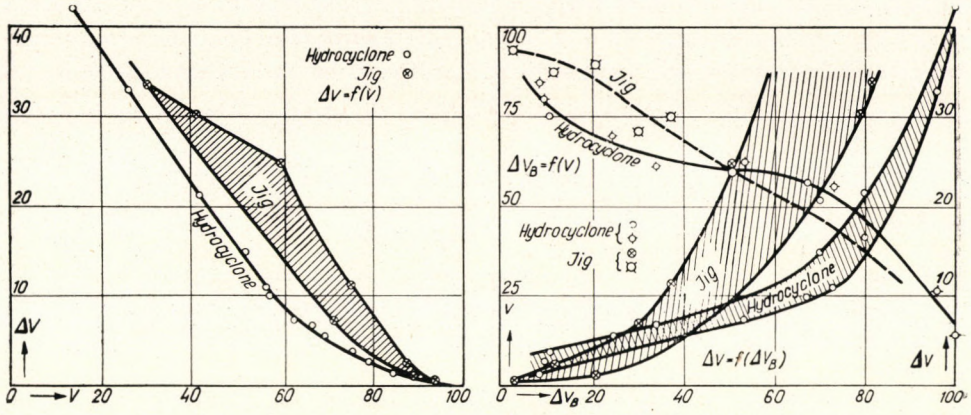


Fig. 12

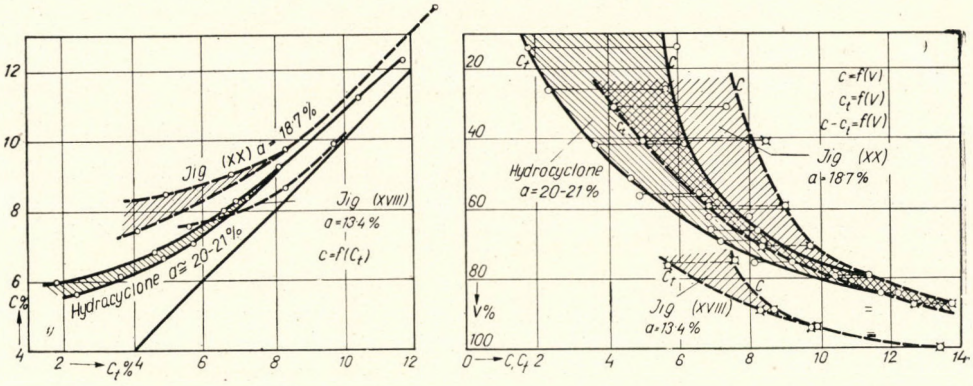


Fig. 13

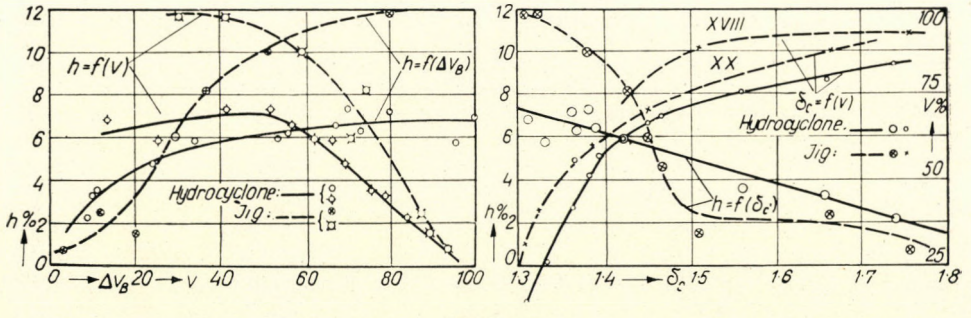


Fig. 14

washer. The results attained with the laboratory test plant anyway advocate the urgent execution of tests in a larger-scale hydrocyclone. If these tests conform the laboratory results the projected washery for Komló coal will have to install a cyclone plant instead of jigs, at least for the treatment of fines.

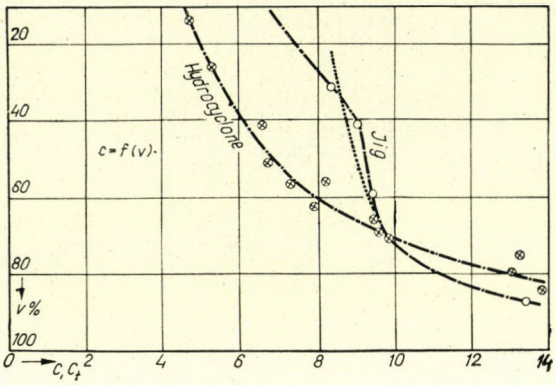


Fig. 15

SUMMARY

Tests on Komló Liassic coal of 2—0,5 mm, in clayey suspensions of different sp. gr. carried out a small laboratory hydrocyclone plant of 4 cm diam., gave very good results.

Test results and their assessment are shown in tables 1—4 and diagrams 3—7. Results of two laboratory jig tests on Komló coal are compared to the former in tables 5—7 and diagrams 8—10.

The hydrocyclone test gave better figures than the jig, as shown by diagrams 11—15. plotted with figures of tables 2 and 7.

ОПЫТ ПО ОБОГАЩЕНИЮ УГЛЯ МЕСТОРОЖДЕНИЯ КОМЛО ПРИ ПОМОЩИ ЛАБОРАТОРНОГО ГИДРОЦИКЛОНА

Г. Тарьян

Резюме

Опыты по обогащению угля лиас месторождения Комло (крупностью 2—0,5 мм), проводившиеся в небольшом лабораторном гидроциклоне диам. 40 мм (рис. 1, 2), дали очень хорошие результаты. Результаты проведенных опытов и выводы даны соответственно в табл. 1—4 и на рис. 3—7. Для сравнения на рис. 8—10 и в табл. 5—7 даны также и результаты двух лабораторных опытов по отсадке углей месторождения Комло. С гидроциклоном результат обогащения был лучше результата, полученного при помощи отсадной машины, что легко увидеть из изучения рис. 11—15, построенных на основе соответствующих данных таблиц 2 и 7.

НОВЕЙШИЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ ОБОГАЩЕНИЯ ВЕНГЕРСКИХ УГЛЕЙ ЛИАСОВОЙ ЭПОХИ*)

К. МАРТИНИ

(Поступила 17. V. 1952.)

Несомненное производственное преимущество методов сухого обогащения углей перед мокрыми способами обогащения дало (на вид) развитию различных воздушных сепараторов и пневматических отсадочных машин большой размах в 20-х, и еще в большей степени в 30-х годах. В зарубежной литературе мы встречались с бесчисленным множеством опытов, рационализаторских предложений и патентов. Однако, перед началом войны это развитие несколько приостановилось. Естественная причина этого заключалась в том, что почти каждый из этих способов строился на теоретическом принципе разности скоростей оседания в воздухе, как отсадочной среде, или совместного оседания (по аналогии с мокрыми способами обогащения), и таким образом, из-за незначительного удельного веса воздуха по сравнению с водой, этот метод был уже с самого начала в невыгодном положении, так что не мог удовлетворить возросших требований.

У нас в Венгрии этот тип впервые был представлен воздушными сепараторами системы Финкон-Бамерта, которые были введены в эксплоатацию как раз 30 лет тому назад на угольной шахте в Бреннберге. Такие же машины были установлены в дальнейшем на шахтах в Дороге, Надьманьоке, Киштерене и в Комло. При принятии решения об их установке решающую роль играла простота метода снижения зольности. Это было единственно возможным решением, т. к. мокрый метод обогащения этих углей практически нельзя было осуществить.

Для большинства венгерских углей это положение имеет место и в настоящее время. Введению способа мокрого обогащения углей препятствует не только общий недостаток воды, загрязнение сточных вод, трудность обработки шлама, опасность смерзания мокрого угля в зимнюю пору и прочие подобного рода причины, но если учесть капвложения и эксплоатационные расходы то, можно сказать, что вряд-ли имеются у нас такие угли, которые пригодны для обогащения мокрым способом. Для углей промышленных сортов, поступающих для непосредственного сжигания, это положение может быть обобщено.

Однако производственные показатели старых типов различных воздушных сепараторов неудовлетворительны. По этой причине многие из

* Доклад на сессии Академии Наук Венгрии от 11. XII. 1951.

старых типов оборудования выведены из строя. Ухудшение качества сырого угля из-за известных причин и введение механизации добычи — в соответствии с повышенными требованиями нашего Плана требует усовершенствования техники подготовки угля. А если целесообразность воздушного обогащения для отдельных данных случаев определена, то необходимо найти такие способы, которые смогли бы удовлетворять поставленным требованиям. Нам надо еще больше приблизиться к результатам теоретически более совершенного мокрого способа обогащения в отношении выхода и отзоливания, чтобы преимущества воздушного обогащения не были бы сведены на нет в другом, вышеупомянутом отношении.

Мои рассуждения в этом направлении привели к созданию нового типа воздушной обогатительной установки. Профессор др. Густав Тарьян в своем докладе на конференции горного дела (в 1949 г.) ознакомил слушателей с самой воздушной установкой и принципом ее действия.[1] Поэтому я желал бы здесь лишь кратко остановиться на тех соображениях, которые необходимы в целях дополнения моего доклада. Как я уже выше упомянул, исходные теоретические принципы старых воздушных обогатительных установок сами-собою находятся в невыгодном положении по сравнению с принципами установок, работающих с жидкостями, имеющими значительно больший вес, чем воздух. Поэтому при моих исследованиях я был вынужден — хотябы частично — искать новые отправные точки. Необходимо было исключить классическую теорию осаждения в воздухе,[2] и работу воздуха принимаемую такой плохой по необходимости, с которой до некоторой степени нам приходится считаться, надо было снизить по возможности в большей степени, роль воздуха, как осаждающей среды.

Мои прежние опыты по данной тематике исходили из точки зрения экономии воздуха, для чего я стремился видоизменить протекание процесса элементарных импульсов воздуха в течение одного периода импульса. Этим удалось перенести принцип действия воздушной пульсирующей обогатительной установки в область колебаний относительно высоких частот, при которых слой вещества разрыхляется в очень небольшой степени. Путем установки параметров колебаний, наиболее соответствующих гранулометрическому составу, — что можем назвать »критическим состоянием колебаний« — вещество зернистого состояния преобразуется таким образом в такое сухое жидкостное состояние, при котором подчиняется физическим законам действительных жидкостей и отсаживание происходит в образованной таким образом сухой суспензии.

[1] Bányászati és Kohászati Lapok, 1950 (Журнал Горного и Металлургического дела, 1950, № 2—3, стр. 158.)

[2] Finkey : Die mechanischen Grundgleichungen der pneumatischen Kohlenaufbereitung. Sopron, 1938.

Эти физические явления, которые стремятся применить и в других областях под известным названием »флюидизация«, с нашей точки зрения дают значительные преимущества, которые заключаются в том, что разности в крупности и в формах зерен препятствуют расслаиванию по удельному весу в меньшей мере, чем это имеет место при обогащении на пневматических установках или грохотах.

Естественно, что упомянутые явления имеют место в первую очередь у мелких классов и у пыли, однако до некоторой степени это же можно наблюдать и в случае более крупных зерен. Здесь трудно провести границу, т. к. с ростом крупности зерен можно было бы сказать, что процесс является переходным между упомянутым выше сухим жидкостным состоянием и замедленным способом отсаживания. При теоретическом рассмотрении вопроса пути движения зерен[1] в плотной суспензии, состоящей из самого вещества, является очень трудной задачей в определении взаимной связи, плотности суспензии и граничной крупности зерен, входящих в жидкую фазу. Теория приводит только к тому определенному выводу, что чем плотнее суспензия, тем совершеннее получается распределение по удельному весу, даже и в случае более широких границ крупности зерен. Бросающееся в глаза опытное доказательство этого мы видели при экспериментальном обогащении углей месторождения в Комло. Часто возникали такие случаи, что при точной установке факторов, влияющих на колебание и уменьшающих амплитуду колебаний, — при соответственно достаточно высокой частоте колебаний — слой казался неподвижным (осевшим) и нельзя было наблюдать ни движения слоев, ни прохождения воздуха, так что мы считали, что обогащение приостановилось по какой-либо причине. Однако после приостановки машины мы нашли довольно резко отделяемые слои породы и угля, находившиеся на сите обогатительной установки достаточно толстыми слоями, в дополнение к этому — независимо от крупности зерен, т. к. осевший слой содержал как совершенно тонкую пыль породы, так и плоские кусочки сланца, толщиной в писчую бумагу. Следовательно этим путем практически даже и сухим способом возможно достигнуть совершенного отделения породы от угля. Использование этого метода обогащения ограничивается лишь допускаемым временем отсаживания, т. к. машина при таком режиме работы имеет очень низкую производительность.

Но если при требуемой производительности машины не придерживаемся такого совершенного разделения фракций, то и в этом случае тонкую пылевидную породу мы всегда найдем среди провалившихся сквозь сито веществ — в его преобладающем количестве и отделенная пустая порода редко содержит более или менее крупные зерна чистого угля. Даже

[1] См. *dr. Tarján:* A szilárd szemek sűrű szuszpenziójának befolyása az ülepítés eredményére. Magyar Technika, 1948. 2. sz. (Др. Тарьян: Влияние плотной суспензии твердых зерен на результаты отсаживания. Журнал Венгерская Техника за 1948 г. № 2.).

наоборот, интересным является тот факт, что при несовершенном режиме работы машины попавшие в пустую породу зерна угля в преобладающем количестве относятся к более мелким классам, ввиду того, что колебательное состояние и плотность слоя соответствовали наилучшим образом процессу всплывания более крупных зерен.

К теоретическому объяснению упомянутых явлений по моему мнению мы можем прийти исходя из противоположной стороны вещей, т. е. исходя из жидкости. А именно, если в качестве критерия жидкостного состояния примем, что молекулы, а в данном случае конечного размера зерна, могут обойти давления, влияющие на них со всех сторон, и примем, что этому обходу препятствует трение между самими зернами, что находится в зависимости от шероховатости вещества, от его формы, крупности зерна и от плотности слоя, то тогда придем, если не к аналогичному, то к родственному с внутренним трением жидкостей понятию. Следовательно мы можем сказать, что внутреннее трение неплотно насыпанного сухого вещества достаточно велико, а его удельный вес соответствует объемному весу. А если мы сейчас поместим на поверхность этого вещества зерно с удельным весом большим объемного веса, то его осаждению будет препятствовать схожее с вязкостью сопротивление, которое здесь будет усложнено еще и уплотняющим давлением. Но если бы мы смогли ввести между зернами такое идеальное смазочное вещество, которое полностью исключило бы трение, тогда введенное постороннее зерно соответственно соотношениям удельных весов осталось бы на поверхности вещества, служащего суспензией, или же осаждалось. Роль такого рода смазывающего вещества и выполняется тряской, рыхлением при помощи продувки воздуха и в данном случае также колебаниями с амплитудой, в несколько раз меньшей чем диаметр зерен, и с высокой частотой, близкой к резонансу.

Ввиду того, что зерна вещества получают колебательные движения от колебаний воздуха, мы не можем оставить полностью вне внимания влияние тока воздуха, направленного вверх, однако снижению этого до минимума способствует также и сталкивание частиц между собой.

Эти соображения я считал необходимым упомянуть, чтобы глубже вникнуть в процессы, с которыми желаю ознакомить читателей в данной статье, т. к. имеющиеся до сего времени теории воздушного метода обогащения не могут объяснить достигнутых результатов.

Этим явлениям и результатам дает толкование также и выступление Г. Тарьян[1] по поводу моего доклада, в котором он подчеркнул, что в новейшей спецлитературе постоянно встречаемся с такого рода толкованием теории отсаживания, которое по существу согласуется с моим взглядом,

[1] M. T. Akadémia Műsz. Tud. Osztálya Közleményei IV. kötet 1. sz. 177. old. (Известия Отделения Технических Наук АН Венгрии, том. IV. № 1, стр. 177.)

выраженным в патентном описании на мое имя от 1936 г. и стоявшем в противоречии с в то время общераспространенной теорией, на основе которого я и сконструировал первую воздушную обогатительную установку.

Например по Ф. В. Майеру[1] во время отсаживания в куче вещества, разрыхленного толчками воды, распределение по удельному весу наступает »от себя« — самопроизвольно, согласно принципу энтропии, т. к. расслоившаяся куча вещества имеет меньшую потенциальную энергию, чем первичная перемешанная куча вещества. То есть с расслоением центр тяжести кучи вещества уходит глубже в кучу, и единственное назначение потока воды заключается в разрыхлении кучи вещества с тем, чтобы отдельные зерна смогли бы сдвинуться с места по отношению к соседним зернам. Под действием тока воды происходит классификация по совместному отсаживанию, что с точки зрения отсаживания является нежелательным, даже более того — вредным явлением. Следовательно поток воды является необходимым, но вредным.

По мнению В. Андреса[2] в отсадочной машине слой вещества в разрыхленном состоянии можно принять в качестве »тяжелой жидкости«, в котором зерна с меньшим удельным весом всплывают, а зерна с большим удельным весом осаждаются.

По мнению Г. Тарьян в литературе, предшествовавшей появлению моего метода воздушного обогащения, Х. Гейденрейх[3] высказал родственное с моим взглядом мнение относительно сущности подготовки по удельному весу, который в одном из своих сообщений, опубликованных в 1929 г., принял вещество, движущееся в канале Рео, жидкостью с удельным весом — аналогичным объемному весу вещества. Он знает об одном давнишнем интересном предложении Гейденрейха, в котором он желал осуществить расслоение по удельному весу с абсолютным исключением тока среды — в аппаратуре схожей с решеткой Бригарта, где попеременно подымаются и опускаются соседние стержни решетки, и из-за этого отдельные кусочки поданного на решетку слоя вещества изменяют свое место и положение относительно соседних кусочков, и таким образом осуществляется расслоение по удельному весу.

Родственным с этим способом является также и описанный Диром[4] способ »обратной классификации«. (Как известно результат обратной классификации с совместным осаждением является: тяжелые крупные зерна

[1] *F. W. Mayer:* Eine neue Erklärung des Setzvorganges und ihre Folge für die zweckmässige Gestaltung des Setzhubdiagramms. Glückauf 87 (Aug. 1951.) S. 776—783.

[2] *W. Andres:* Die Schichtung des Setzgutes nach der Wichte. Glückauf 86 (Jan. 1950.) S. 17—19.

[3] *H. Heidenreich:* Beiträge zur Theorie der Sortenbildung im Rheobette. Mont. Rundschau *21* (1929.) S. 473—479.

[4] *F. C. Dyer:* The Scope for Reverse Classification by Crowded Settling. Eng. Mining J., *127* (1929.) p. 1030—1033.

и легкие мелкие зерна попадают в один класс.) Если в сосуде будем трясти смесь шариков с различным удельным весом и различными размерами, то они распределятся таким образом, что на дно сосуда попадут мелкие тяжелые шарики, поверх них крупные тяжелые шарики, еще выше мелкие легкие, а поверх последних крупные легкие шарики.

Но независимо от того, что какими теориями пытались толковать явления осаждения, остается несомненным факт, что во время отсаждения и раньше действовали те же законы (результатом действия которых было расслоение вещества по удельному весу), как и сегодня, и что ради достижения хороших результатов необходимо было и старые установки воздушного метода обогащения заставить работать с таким режимом, чтобы на сепараторной плите слой вещества попал бы во »взвешенное состояние«: »флюодизировалось бы«, но без возникновения гейзерообразных выбросов, т. к. последние прекратили бы процесс расслаивания.

Из конструкции воздушной обогатительной установки Мартини следует, что флюодизацию вещества она может произвести при резком снижении опасности возникновения гейзерообразных выбросов. Здесь воздух проходит

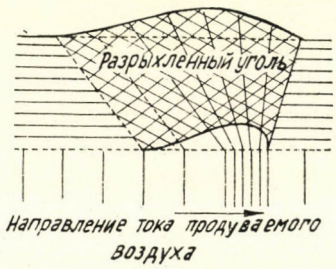


Рис. 1

через узкий участок сита, и уже внутри слоя угля, еще перед проникновением на поверхность слоя, может распространиться в боковом направлении, в особенности в направлении разрыхленного непосредственно предыдущей продувкой слоя угля. На рис. 1 это явление показано наглядным образом. Существенным является то, что в нижней части слоя воздух проходит более узкой струей и с большей скоростью, чем на поверхности слоя. Внизу как раз необходимо иметь большую скорость для поднятия лежащего в спокойном состоянии слоя угля. Скорость тока воздуха с высотой слоя постепенно падает, в соответствии с уменьшающимся сопротивлением угольного слоя, и выходящий на поверхности угольного слоя воздух имеет уже на столько малую скорость, что не приходится остерегаться от гейзерообразного выброса угля и от возникающего от этого повторного смешивания уже расслоившихся материалов.

У другого типа воздушных обогатительных установок, где воздух проходит не узкой струей, а через всю поверхность сита, нет возможности для распространения воздуха в боковом направлении, т. е. к тому, чтобы воздух на поверхности угольного слоя выходил со сниженной скоростью. Следовательно разрыхление слоя сопровождается опасностью возникновения гейзерообразного выброса.

По сообщению Ференца Сонтаг[1] с углем месторождения возле г. Печ в прошлом было проведено множество опытов у нас и частично заграницей при помощи воздушных обогатительных установок систем Финкеи—Бамерта, Биртлеи—Гроппеля и др., которые даже приближенно не дали желаемых результатов, и таким образом им было необходимо отказаться от применения этих установок.

Эти опыты дали лишь тогда более или менее приемлемые результаты, когда границы крупности зерен были очень сильно сужены и из угля предварительно удалили класс крупностью 0—1 мм. При этих опытах было необходимо фракционировать зерна крупностью 1—10 мм на зерна крупностью в 1—2 мм, 2—3,5 мм и 3,5—5 мм, а также и в 5—10 мм и произвести обогащение каждого из этих классов отдельно. Зольность угля месторождения Печ можно снизить максимально до 19,25%. Точнее: зольность этого сорта угля смогли снизить в случае класса 1—2 мм до 17,85%, 2—3,5 мм до 18,95%, 3,5—5 мм до 19,85%, 5—10 мм до 20,8%, в то время как зольность исходного угля крупностью 1—10 мм составляла 35,95%.

В противоположность вышеприведенным, опыты, произведенные при помощи воздушного обогатителя системы Мартини, дали поразительно хорошие результаты.

Исключительно поразительным было состояние пустой породы. Можно было получить почти совершенно чистую пустую породу, которая не содержала частей с низким содержанием золы. Опыты показали, что нет необходимости применять предварительное обеспыливание, что дает большое преимущество и упрощает процесс обогащения.

Законно можно сделать вывод, что воздушная обогатительная установка после соответствующих усовершенствований может дать существенно лучшие результаты, чем полученные до сих пор. Во время опытов мы наблюдали, что напр. изменением отверстий сита можно в сильной степени влиять на результаты обогащения. К сожалению у нас не имелось в распоряжении сит с различными диаметрами отверстий, и таким образом опыты удалось провести только с двумя типами сит. Путем соответствующей установки частоты колебаний и амплитуды, далее, путем соответствующего выбора перфорации сита (т. е. формы и диаметра отверстий), и после чего объединением повторных операций обогащения на одной установке, по

[1] M. T. Akadémia Műsz. Tud. Osztálya Közleményei, IV. kötet 1. sz. 177. old. (Известия Отделения Технических Наук АН Венгрии, том IV. № 1, стр. 177.)

всей вероятности сможем достигнуть того, чтобы при соответствующем выходе установка дала бы желаемую зольность также в случае обогащения углей месторождения возле г. Печ.

Опыты, проведенные с мелкими пыльными лиасовыми углями месторожд. Комло и в последнее время с такими же углями месторожд. Печ, с этой точки зрения были особенно поучительны. Для возможности оценки достигнутых результатов необходимо эти результаты предварительно сравнить с результатами, ожидаемыми от прочих сухих способов. Этот воздушный способ обогащения не будет конкурентом новых и совершенных мокрых способов обогащения, т. к. он не может ими стать. Проводящиеся сейчас в Печ опыты дали первую возможность и к тому, чтобы там, где большой процент содержания пыли впрочем причиняет большие трудности, смогли бы сделать сравнения с реомойкой и с мокрыми установками для отсадки мелких классов.

В наших условиях для дальнейшей обработки угля, и следовательно в первую очередь в области снижения зольности углей, идущих для коксования, этот метод воздушного обогащения не исключает необходимость применения мокрых методов обогащения, а лишь сужает круг их применения. Возможно, что положение было бы иным, если бы свойства обогащаемости наших углей были бы схожими с обогащаемостью некоторых хороших сортов заграничных углей. Опыты, проведенные в связи с обогащаемостью лиасовых углей, имеют практическое значение в первую очередь в том смысле, что мы решили бы вопрос обогащения до одного стандартного сорта углей, транспортируемых для дальнейшей переработки на дальние расстояния от добывающих шахт и имеющих очень сильно меняющуюся зольность в их сыром виде.

Последним опытам предшествовало то, что успешное решение при местном обогащении углей месторожд. Комло было достигнуто во время опытов по обогашению при помощи моего метода потому, что в Комло нет воды и таким образом метод мокрого обогащения пришлось оставить в стороне. Однако в г. Печ имеется одна действующая мокрая обогатительная установка. Следовательно, первоначально запланировали усовершенствование и расширение этой установки. Плановое задание по этому поводу было разработано совместно с профессором Г. Тарьяном при содействии начальника производства в Печуйгель, Ф. Сонтага — соответственно новейшим требованиям. Применение в г. Печ мокрого способа обогащения казалось и потому обоснованным, что угли месторождений района Печ по сравнению с углями месторождений района Комло обогащаются намного труднее.

Однако независимо от вышесказанного и в г. Печ возникла идея подготовки мелких 0—6 мм углей путем воздушного обогащения, т. к. это дало бы следующие очень большие преимущества:

1. С точки зрения обогатительной установки:

В значительной степени упростились бы: — внутренняя транспортировка, бункеровка, перегрузочные работы и транспортировка в сторону потребителя, т. е. в случае сопоставления этих факторов для сухого угля с этими же факторами для влажных продуктов, полученных при обогащении мокрым способом. Далее отпал бы вопрос обезвоживания. Не было бы необходимостью транспортировать к коксовому заводу лишний груз воды, и отпала бы также и опасность смерзания мокрого угля в зимних условиях.

Отпала бы также забота о снабжении водой и шламом и трудности при обращении со шламом. Отпадает также и проблема обезвоживания шлама, так, как ири обогащении крупных классов угля обезвоживание значительно сокращается и ограничивается весьма узким кругом проблем.

Само собою отпала бы проблема более совершенного обеспыливания, необходимого в случае использования мокрого способа.

2. С точки зрения коксового завода:

Для коксового завода было бы выгоднее получать уголь в сухом виде. Отпали бы заботы о транспортировке, хранении и погрузке влажного угля, более обстоятельная бункеровка, как и затруднения, появляющиеся у питающих, выпускных и дозирующих механизмов, и таким образом являлось бы возможным смешивание сухого угля района Печ с обогащенным также воздушным способом углем района Комло, в дополнительной обогатительной установке, в более точных соответствующих пропорциях.

3. С точки зрения новой электростанции г. Печ:

Значительно проще была бы транспортнровка сухих промежуточных продуктов при помощи запроектированного ленточного транспортера, далее упростились бы погрузочно-разгрузочные работы, хранение угля, его взвешивание и дозировка, и, наконец, отпала бы необходимость в испарении воды перед мельницами пылеугольных котлов. Электростанция получила бы по сравнению с мокрым углем уголь с большей калорийностью.

Опыты я провел при помощи воздушной обогатительной установки (моей старой конструкции), которая в настоящее время одна единственная находится в эксплоатации и установлена на мойке шахт МЕСХАРТ'а в районе г. Печ; при содействии руководства последнего и удалось провести мои опыты, которые преследовали ту мысль, чтобы достигнутые при помощи несовершенной машины результаты убедили бы нас в том, что результаты, которые мы достигнем при помощи сконструированного также и для Комло нового типа машины, можем считать в еще большей степени обеспеченными.

Исследование взятых при производстве серии опытов ок. 500 проб угля выполнялось лабораторией в Печуйгель.

Опыты мы не считали чрезмерно обнадеживающими, принимая во внимание трудности обогащения углей района г. Печ. Производство этих опытов я считал необходимым скорее в целях накопления опыта с той

мыслью, чтобы в случае получения отрицательного результата можно было сделать соответствующие выводы. Несмотря на это, опыты дали неожиданно хорошие результаты.

Опыты показали, что при помощи воздушного отсаживания — при аналогичной зольности мытого угля, можно достигнуть лучшего выхода, чем получаемые в настоящее время при помощи реомойки. Даже более того, к результатам, ожидаемым от первоначально запроектированных мокрых установок, можем подойти настолько близко, что, принимая во внимание упомянутые выше мотивы, по моему мнению при составлении плана усовершенствования и расширения мойки необходимо серьезно заняться также и альтернативой сухого отсаждения. Это подкрепляется также и трудностями пылеулавливания. И после усовершенствования пылеуловителя нам необходимо считаться с тем, что у часто поступающих более влажных углей пылеулавливание получается неизбежно менее совершенным, что будет мешать мокрому методу обогащения, а для сухого метода отсаживания не требуется совершенного способа пылеулавливания.

Во время серии опытов с углями района г. Печ мы произвели 21 основных опытов, и при каждом из них с несколькими частичными результатами, при комбинации которых можно сделать многосторонние выводы. Из 21 основных проб четыре опыта были произведены с углем Печбаньятелеп, а 17 с углем из Сабольч, последний интересен с точки зрения коксования. Эту возможность мы использовали также и для того, чтобы с углем из Маза провести шесть, а с углем из Комло два опыта. Эти опыты дали также хорошие результаты.

Естественно, что были неудавшиеся опыты также и от неправильного регулирования установки. Таковыми были в основном первые опыты, но и промеж опытов также попадались неудавшиеся опыты. Необходимо упомянуть, что в каждом отдельном случае неудачи мы определяли причину неудачи, и анализы очень хорошо согласуются с ними и подтверждают их. Таким образом мы получили очень интересные данные в отношении того, что как мы должны и как не должны работать. Одновременно мы получили также успокаивающий ответ и в том отношении, что определенный результат мы можем достигнуть при одной и той же установке в любое время.

Опыты с углем района г. Печ производились с номинальной крупностью зерен в 0—6 мм. Однако анализ крупности зерен всегда показывал, что зерна крупностью выше 6 мм присутствуют в количестве (почти в каждом случае) 7—10%. Естественно, что это мешало производству обогащения. В самом деле с углем крупностью 0—6 мм получились бы лучшие результаты.

В дальнейшем в основном займемся углем из Сабольч-Вашаш, т. к. наши опыты мы развернули при использовании этого угля. Однако ввиду

того, что уголь Печбаньятелеп в отношении его мойки имеет схожие свойства, а его зольность в сыром состоянии немного меньше, полученные результаты мы можем отнести за этот счет.

Состав сырого мелкого угля из Сабольч-Вашаш по крупности зерен дается в таблице № 1 как характерная средняя проба семи проб с до некоторой степени округленными числовыми данными.

ТАБЛИЦА № 1

Показатели сырого мелкого угля из Сабольч-Вашаш

Крупность зерен	Вес %	Зола %	Кумул. Вес %	Часть. ср. зольность	Зольность образца (пробы) 1951 года
0,00—0,25	12	29	12	29,7	27,0
0,25—0,5	18	30	30		
0,5 —1,0	13	34	43		
1 —2	18	36,7	61		
2 —4	18	38,5	79	38,6	37,8
4 —6	14	42	93		
+6	7	45	100		
	100	35,9	—	35,9	34,2

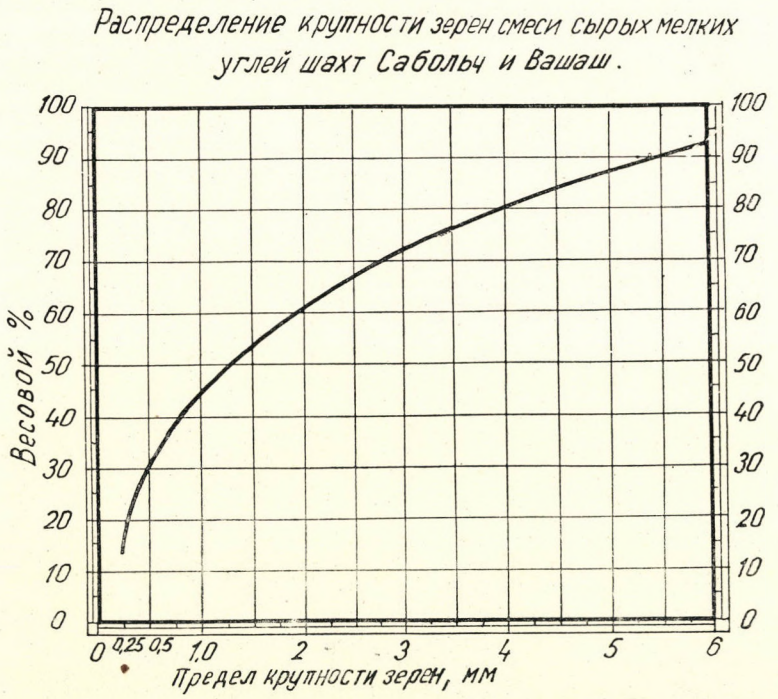


Рис. 2

Кривую осыпания зерен, построенную на основе данных таблицы № 1, видим на рис. 2, а зависимость крупности зерен и зольности на рис. 3. У последнего зольность отдельных фракций зерен определяется наклоном отрезков вектора между соответствующими процентами весовых частей. Направление вектора зольности получили при помощи соединения точки P с соответствующей точкой шкалы зольности.

Кривая зольности наглядно показывает зависимость трех переменных: фракции крупности зерен, ее весового процента и зольности. Хорда, построенная между любыми двумя точками этой кривой, как результатирующий вектор, соответствует средней зольности тех фракций, которые падают

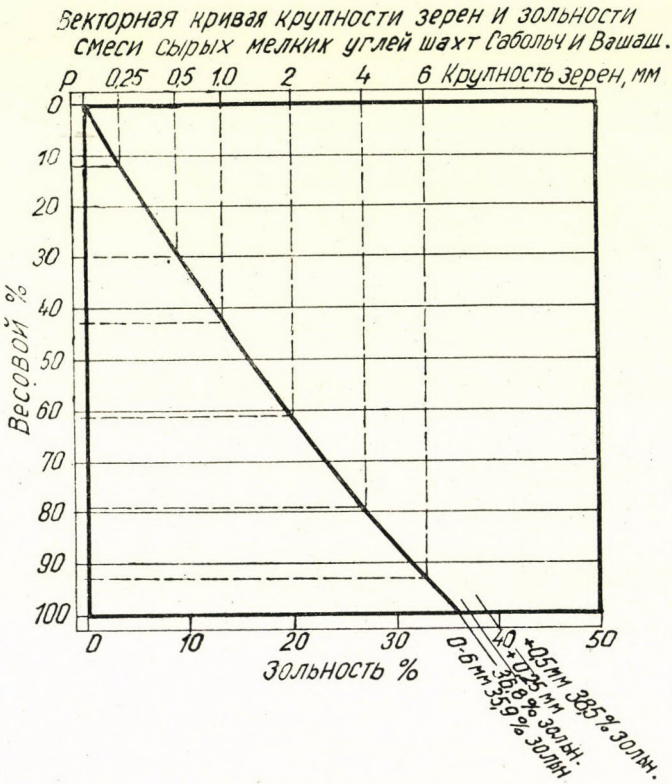


Рис. 3

на этом участке между точками, соответствующими граничным значениям крупности зерен данной пробы. Если из точки P проведем параллель к этой хорде, то эта прямая на оси зольности отсекает соответствующую данному случаю зольность. Чем положе интересующий нас участок кривой, тем выше зольность данной фракции.

Кривая зольности показывает, что у мелких углей района Печ зольность растет с ростом крупности зерен. Средняя зольность 0—6 мм пыльного угля составляет — 35,9%, обеспыленного при 0,25 мм — 36,8%, а после удаления 0,5 мм пыли — полученный обеспыленный уголь имел зольность порядка — 38,5%. Собственно говоря это было среднее значение полученных для опытов первых семи проб, однако позднее мы получили и худшие угли, так что средние значения зольности углей необходимо принять несколько большими.

Кривую обогащения обеспыленного мелкого угля мы видим по данным опыта № 2 на рис. № 4. Средняя зольность его (39%) соответствует

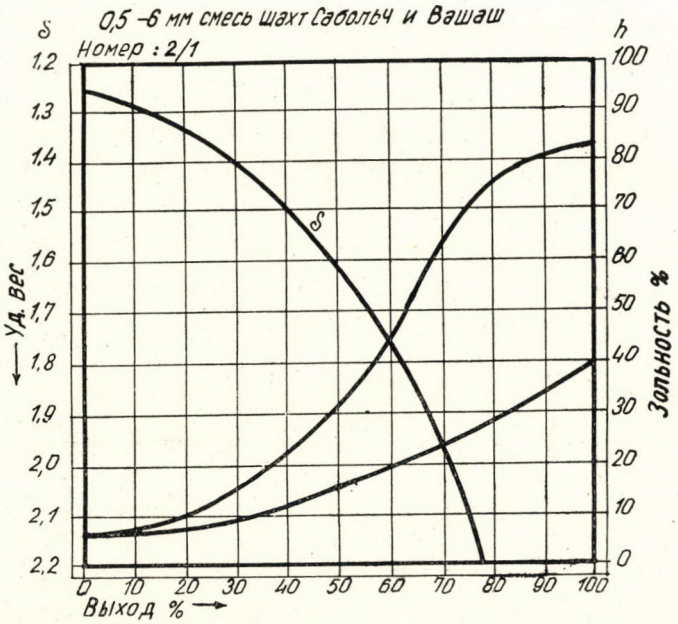


Рис. 4

примерно вышеприведенным данным. Из кривой обогащения мы видим, что этот уголь не принадлежит к легко обогащаемым углям.

На рис. 5 мы видим кривую обогащения сырого мелкого угля с зольностью выше средней, отнесенную к еще неочищенному от пыли углю. Средняя зольность этого сорта угля составляла — 39,28%. При разделении по удельным весам пыль ниже 0,5 мм не фракционировалась, а при построении кривой обогащения включили ее в слой, соответствующий зольности в сыром виде, однако обогащение до некоторой степени улучшило даже и тонкую пыль. Таким образом можно объяснить, что в случае этого угля результаты получились лучшие, чем теоретические кривые выхода

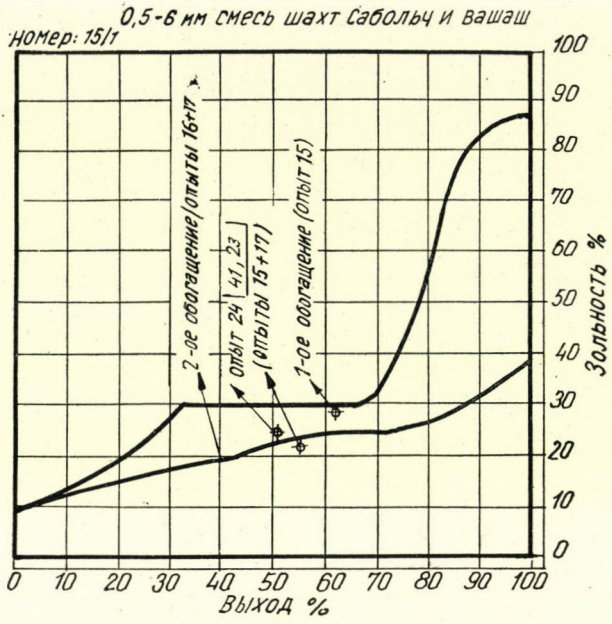

0,5-6 мм смесь шахт Сабольч и Вашаш
Номер: 15/1
2-ое обогащение (опыты 16+17)
опыт 24 | 41,23
(опыты 15+17)
1-ое обогащение (опыт 15)
Зольность %
Выход %
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

Рис. 5

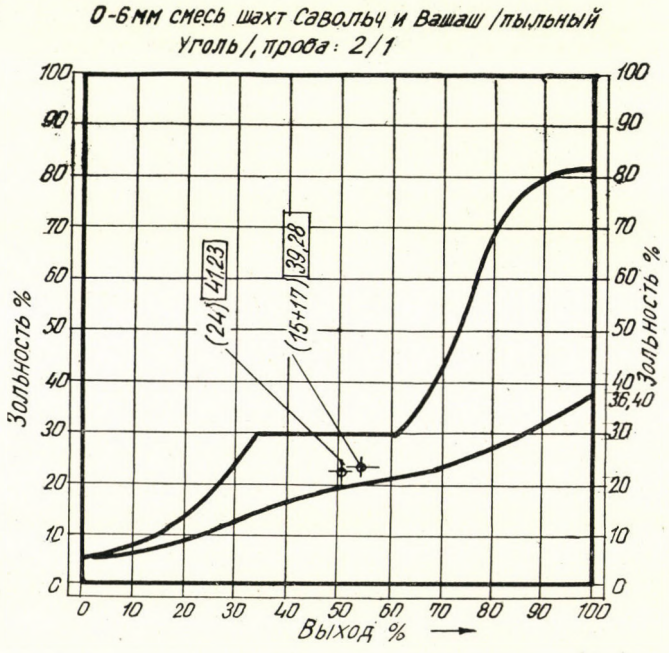

0-6 мм смесь шахт Савольч и Вашаш /пыльный уголь/, проба: 2/1
(24) 41,23
(15+17) 39,28
36,40
Зольность %
Выход %
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100

Рис. 6

(комбинация опытов 15+17). Схожие результаты видим и на рис. 6, где дана кривая обогащения опять-таки пыльного угля крупностью зерен 0—6 мм на основе другой пробы, средняя зольность которой была — 36,40%. Здесь же мы отметили несколько точек выхода, рядом с которыми в прямоугольниках указали также и начальную зольность соответствующего сырого угля, полученного для производства опытов. Мы видим, что если точка выхода стоит дальше от теоретической кривой, тогда и исходная зольность также выше, чем это относится к кривой обогащения для данного угля. Из вышесказанного прежде всего можем сделать вывод, что при воздушном отсаждении нет необходимости применять предварительное пылеулавливание. Даже более того, оно во многих случаях не имеет преимущества. А именно в случае интенсивного пылеулавливание потеряется значительная часть могущего быть обогащенным при помощи отсаждения мелкозернистого угля. А при обогащении некоторая часть мелкой пыли необходима для заполнения промежутков — как сухая суспензия. Поэтому кажется преимущественным производить только частичное пылеулавливание. т. е. удалить излишки пыли, мешающие при обогащении. Это наступает автоматически, если в качестве первой ступени введем такое предварительное обогащение, при котором достигнем хорошего извлечения пустой породы, с соответствующей регулировкой пылеулавливания. При правильной установке отсасывается только наиболее тонкая пыль (примерно ниже 0,2 мм), в то время как та часть пыли, которая уже отделится, т. е. из которой пустая пыль может быть извлечена, остается в слое. Это предварительное обогащение в условиях углей района г. Печ быть может способно произвести и осушку в случае поступления более влажных углей, так что внешняя влажность уже более не препятствовала бы дальнейшему процессу обработки.

Интересные, характерные для воздушного отсаждения результаты дает исследование условий отсаждения отдельных гранулометрических фракций. Обогащая 0—6 мм уголь в одну или максимально в две ступени (между 0,2 и 2—6 мм) и разделив обогащенный уголь при помощи сит, после чего, сравнив с той же гранулометрической фракцией сырого угля, получим следующие, приведенные в таблице № 2 результаты.

Из таблицы видно, что напр. в случае опытов № 20—22 зольность наиболее тонкой пыли в сыром угле составляла 28,84%, а в обогащенном угле поднялась до 30,23%. Причина этого заключается в том, что наиболее легкая пыль удалена и она попала в циклонную пыль. Однако в это же время в пустой породе в 0—0,25 мм фракции мы обнаружили зольность равную 39,18%, следовательно даже у этого наиболее тонкого материала также произошло некоторое отделение пустой породы. В это же время зольность циклоновой пыли в случае опыта № 7 упала до 21% в сопоставлении с зольностью первичного угля, равной 28,84%.

ТАБЛИЦА № 2

Зольность гранулометрических фракций сырого и обогащенного угля

Номер опыта	Мелкий уголь месторожд. Сабольч-Вашаш				
	7		20—22		7
Фракции крупности зерен, мм	Зольность в %				
	Сырой уголь	Обогащ. уг.	Сырой уг.	Обогащ. уг.	Пустая пор.
0,00—0,25	29,10	26,14	28,84	30,23	56,05
0,25—0,5			29,21	18,00	
0,5 —1,0	33,25	20,35	31,55	12,35	71,50
1—2	36,70	10,85	36,79	12,18	71,38
2—4			40,72	13,29	
4—6	44,20	16,32	42,36	17,07	79,03
+6			46,42	17,00	
Средняя зольность	37,50	18,22	36,36	15,25	75,95
Средняя зольность зерен крупностью 0,5—6 мм	40,50	17,18	39,20	14,90	76,05

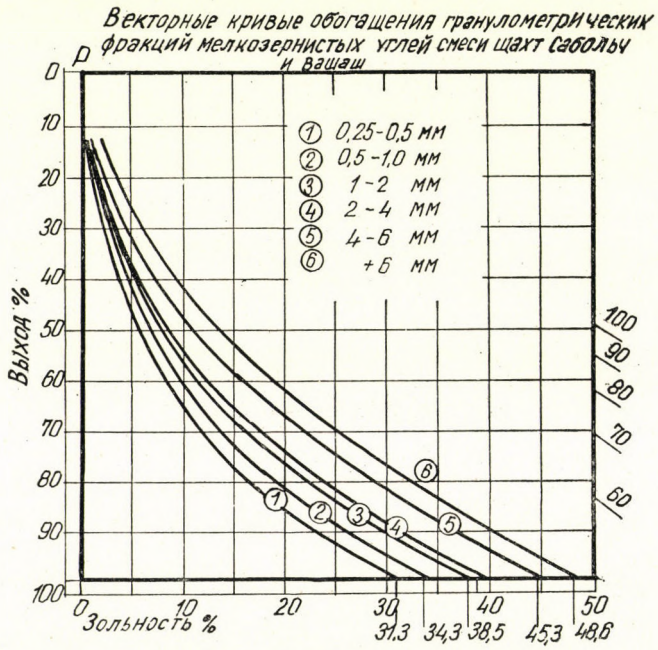


Рис. 7

В случае пылевой фракции 0—0,5 мм, когда пылеудаление было исключительно интенсивно, опять-таки получили большую зольность в обогащенном угле, чем в первичном, ввиду того, что более легкая часть попа-

дала в циклонную пыль. Однако, когда депрессия была достаточной, и эта фракцая в каждом случае улучшалась на несколько процентов. Однако 0 25—0,50 мм »грубая« пыль уже в каждом случае значительно улучшалась, например, согласно вышеприведенной таблицы ее зольность упала на 11%.

Еше в большей степени бросалась в глаза разница зольности сырого и обогащенного угля района Комло у отдельных фракций, как это явствует иэ нижеприведенной таблицы.

ТАБЛИЦА № 2/а.

Зольность гранулометрических фракций сырого и обогащенного угля в случае угля района Комло (0—8 мм уголь обогащался совместно)

Фракции	Сырой уголь		Обогащенный уголь	
	вес %	зольн. %	вес %	зольн. %
0,00—0,25	6,2	20,30	1,5	21,39
0,25—0,5	5,1	18,69	7,2	12,17
0,5 —1,0	15,5	18,19	14,8	9,10
1—2 мм	33,7	19,24	33,5	8,65
2—4 мм	15,0	20,48	20,0	8,64
4—6 мм	24,5	25,95	23,0	8,90
Средняя проба	—	21,03	—	10,10

Естественно, что этим методом при воздушной отсадке для тонкой пыли мы не можем ожидать значительного улучшения. Это можно будет решить другим путем. Однако характерным является то, что при совместной обработке тонкой пыли с матириалом крупностью 6 мм, даже +6 мм можно определить даже у тонкой пыли некоторое уменьшение зольности, или же, другими словами, некоторое увеличение зольности пустой породы.

У остальных гранулометрических фракций по опытам сильно бросалось в глаза улучшение зольности фракций 1—2 мм и 2—4 мм, даже более того, в отдельных случаях и у фракций 0,5—1,0 мм. Это же мы обнаружили и в случае параллельно проведенных опытов с углями из Комло и Маза. Так как в случае угля района г. Печ обогащаемость отдельных гранулометрических фракций с ростом крупности зерен ухудшается, необходимо предположить, что показатели колебаний, установленные для слоя 0—6 мм, лучше всего соответствовали этим промежуточным крупностям зерен.

Данные кривой обогащения отдельных гранулометрических фракций угля района Сабольч-Вашаш содержатся в таблице № 3.

Для объяснения векторных кривых, ввиду того что они не настолько общеизвестны, как кривые обогащения Генри—Рейнгардта, может служить нижеследующее :

Мысль применения векторной кривой поднял немецкий исследователь др. Майер в своей статье от 1950 г. в журнале »Glückauf« за № 25—26,

где он дает этому подробное толкование. Существо этой идеи заключается в том, что фракции, разделенные по удельному весу, принимаются в качестве отрезков вектора, направление которых определяется зольностью, а их длина проекцией, соответствующей проценту выхода, отложенной на оси ординат. Если на оси абсцисс отложим шкалу зольности и из вершины оси ординат (из точки 0%-ного выхода), как из полюса, с направлениями зольности, полученными путем соединения полюсных точек P со шкалой зольности, построим веревочный полигон между вертикалями, соответствующими отдельным точкам выхода, то векторные отрезки фракций удельного веса мы сложили таким образом, что направление результатирующего вектора дает значение средней зольности, а вертикальная проекция между двумя конечными точками дает процент выхода. При любой очередности сложения векторов фракций удельного веса дойдя до 100% выхода — т. е. к оси абсцисс — мы получали значение средней зольности отдельных смесей.

ТАБЛИЦА № 3

Гранулометрические фракции угля района Сабольч-Вашаш

Крупность зерен		Удельные веса				
		—1,4	1,4—1,6	1,6—1,8	1,8—2,0	+2,0
0—0,25 мм	вес %	38,56	21,96	10,44	5,94	23,10
	зол. %	9,41	20,38	34,14	50,10	71,64
0,25—0,5 мм	вес %	31,45	25,16	11,29	6,21	25,89
	зол. %	9,53	20,05	36,29	51,45	73,10
1,0—2,0 мм	вес %	25,56	23,52	11,85	7,02	31,05
	зол. %	9,03	20,29	37,54	50,91	75,09
2,0—4,0 мм	вес %	23,87	23,93	12,42	7,31	32,47
	зол. %	9,46	20,23	37,78	55,05	75,20
4,0—6,0 мм	вес %	18,04	20,61	13,06	7,92	40,37
	зол. %	10,80	20,12	38,89	50,50	74,78
+6 мм	вес %	13,85	19,38	12,08	11,25	43,54
	зол. %	15,85	22,83	37,01	49,25	74,69

А если векторы фракций удельного веса сложим по порядку возрастающего значения зольности, тогда точки преломления веревочного полигона дадут кривую, которую мы можем назвать векторной кривой обогащения. Это мы можем понимать таким образом, что такую кривую получили бы тогда, если бы соединили бесчисленное множество фракций удельного веса с бесконечно малым значением фракций удельных весов. Направление хорды, построенной между точкой полюса и любой точкой этой кривой, даст среднюю зольность идеального выхода обогащения, измеренной до этой точки, а соединение этой же точки с нижней конечной точкой векторной кривой даст среднюю зольность остатка, т. е. пустой породы. Таким

же образом мы получим путем соединения ее двух точек среднюю зольность части, лежащей между этими двумя точками, т. е. промежуточного продукта. Этот метод принадлежит к графическим методам. Использование этого способа для кривой обогащения во многих случаях дает несомненно большие преимущества.

В данном случае кривые обогащения отдельных фракций крупности зерен на рис. 7 даны мною в таком виде потому, что семейство кривых дает возможность для сравнения их поведения в отношении обогащения. И в данном случае, чем сильнее прогибается кривая, тем лучше обогащается уголь, а прямая, соответствующая направлению определенной зольности, на всех кривых отсекает соответствующие этому точки выхода, или же горизонталь, соответствующая одному значению выхода, отсекает точки

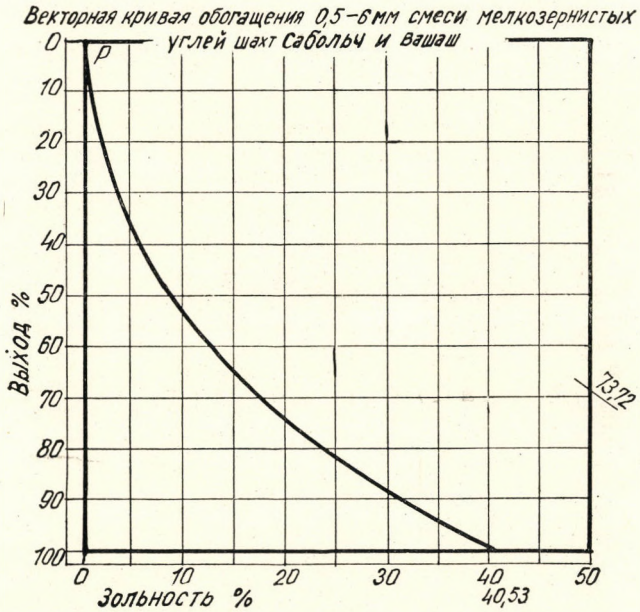


Рис. 8

направлений зольности, и чем ближе лежат последние к краю, тем хуже будет результат. Следовательно мы видим, что начиная от 0,25—0,5 мм фракций с ростом крупности зерен ухудшается обогащаемость, что и следовало ожидать при обогащении этого угля. Среднюю кривую смешанных фракций мы видим на рис. 8 в случае очищенного от пыли угля. С добавлением пыли получаем векторную кривую обогащения рис. 9. В противоположность этому данные опытов 20—22 указывают на следующее:

Как сырой, так и обогащенный уголь разделили по ситовым классам и для каждой гранулометрической фракции определили также и выход, полученный для тех же фракций сырого угля.

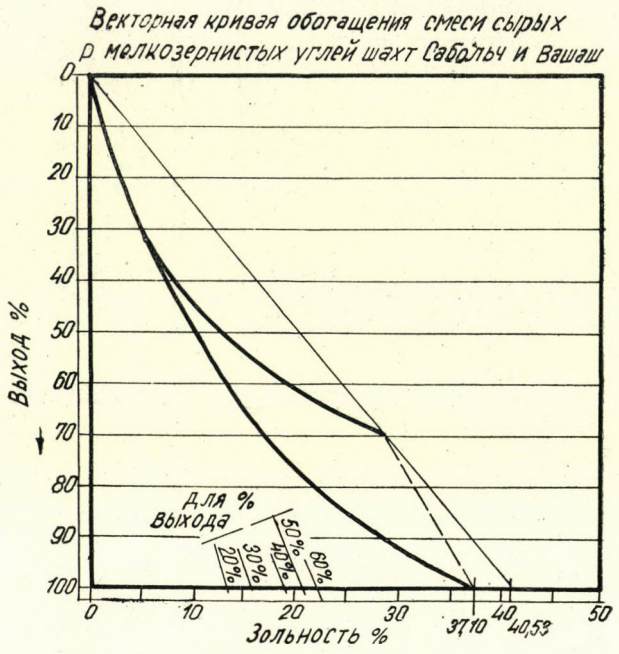


Рис. 9

ТАБЛИЦА № 4

Данные зольности и выхода гранулометрических фракций.

Крупность зерен	Сырой уг. зольн. %	Обогащен. уголь зольн. %	Выход %
0,00—0,25 мм	28,84	28,6	1,4
0,25—0,5 мм	29,21	19,9	14,4
0,5 —1,0 мм	31,55	14,20	17,35
1,0 —2,0 мм	36,79	14,55	34,9
2,0 —4,0 мм	40,72	13,29	22,4
4,0 —6,0 мм	42,36	17,07	30,9
+6 мм	46,42	17,00	29,4
Средн.	36,36	15,9	22,5

В отношении зольности обогащенного угля мы должны отметить, что результаты были в отдельных случаях лучше приведенных здесь результатов ; таким образом при этом же опыте в 0—2 мм части у фракции 1—2 мм зольность составляла 12,18%, а в случае 7-го опыта при одновременном обогащении 0—6 мм угля зольность 1—2 мм фракции упала с 36,70% до 10,85%. Таким образом данные таблицы № 4 можно считать таковыми, которые могут быть улучшены производством.

Следовательно наиболее тонкую, 0—0,25 мм пыль мы отделили полностью, т. к. полученный для этой фракции небольшой, всего 1,4%-ный выход мог произойти от возникшего при обогащении размельчения. У более крупной пыли (0,25—0,5 мм) выход получился уже 14,4%, достигнув в обогащенном угле уменьшение зольности на 10% по отношению к сырой зольности фракции.

Данные таблицы № 4 приведены на рис. 10. На этом рисунке мы видим, что зольность гранулометрических фракций согласно кривой с ростом

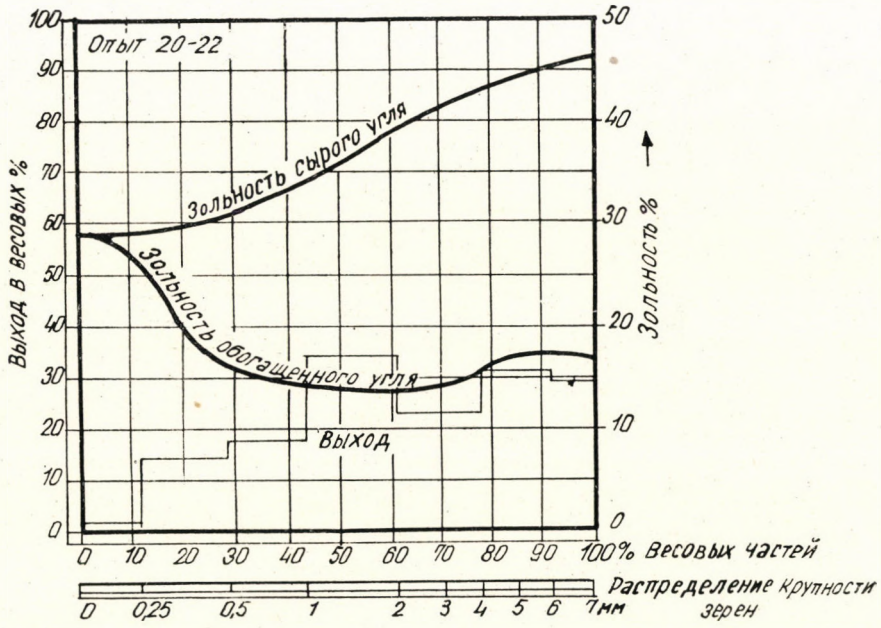


Рис. 10

крупности зерен постоянно растет. У обогащенного угля примерно до 0,2 мм нет улучшения, но после этого две кривые сильно расходятся и у фракции 1—3 мм мы видим, что кривая зольности прогибается. Здесь же, т. е. между 1—2 мм имеем также и наилучший выход, что обозначено ступенчатой кривой. Средняя высота общей площади, ограниченной ступенчатой кривой, дает выход в отношении всего угля.

К вопросу предварительного пылеулавливания относится и то, каков будет гранулометрический состав конечного продукта, обеспыленного путем предварительного обогащения, связанного с очисткой от пустой породы, т. е. обеспыливаемого только во время обогащения. Опыты в отношении этого дали различные данные, смотря по тому, какое пылеотсасывание было применено. Впрочем этот пункт наших исследований не удался полностью, т. к. при отдельных опытах мы встречались даже с противореча-

щими данными, вероятно потому, что у нас не имелось в распоряжении надежных производственных сит, или же что между ситами могли иметься отклонения.

На результаты ситовых анализов сильно влияло то, что легкопылкий уголь неоднократно подавался нами на воздушную обогатительную установку при помощи ящиков и ведер. В случае крупного производства, где воздушные обогатительные установки следуют друг за другом и уголь непрерывно следует с одной установки на другую, этот фактор отпадает.

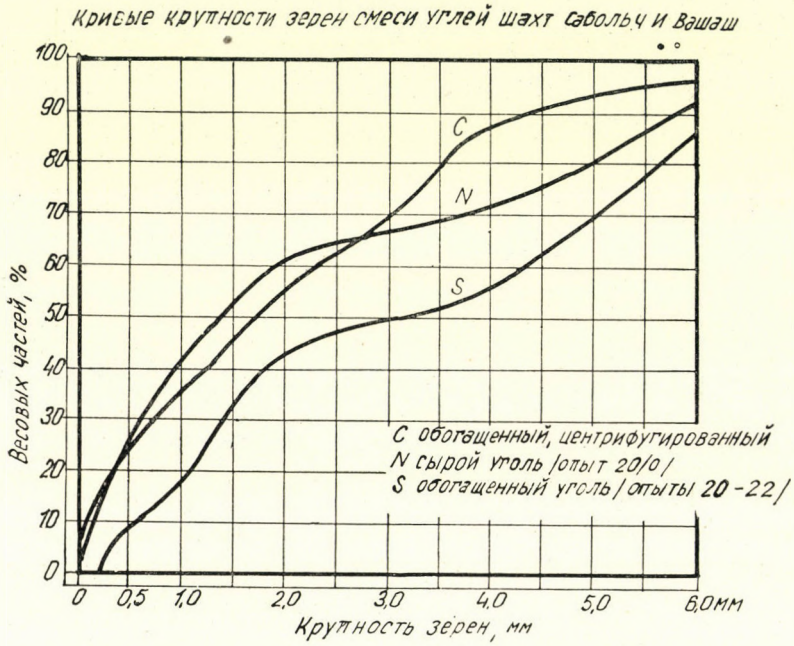


Рис. 11

При постоянном производственном режиме непременно можно расчитывать на более благоприятные результаты. Вышеупомянутый опыт № 20—22 мы начали с предварительного обеспыливания. Кривая крупности зерен, обогащенного таким образом угля, приведена на рис. 11. Она, как видно положительная. Рядом с ней построена также и кривая крупности зерен сырого угля, и в качестве сравнения дана кривая крупности зерен угольной мелочи, обработанной на реомойке и после чего на центрифуге, — на основе данных управления обогатительной фабрики. Последняя кривая служит только для теоретического сравнения, т. к. центрифуга настолько крошит уголь, что в качестве коксующегося угля он не может быть использован. Однако без центрифугирования необходимо было бы транспортировать к коксовому заводу очень большое количество воды.

Из упомянутой выше кривой видно, что имеются все возможности к тому, чтобы все количество обогащенного угля было бы выше крупности зерен 0,25 мм и крупность зерен ниже 0,5 мм составляла бы всего лишь ок. 8%.

Конечные результаты опытов даны нами на таблице № 5, которую я дополняю следующими примечаниями.

При составлении таблиц мы учли возможность различных комбинаций, которые практически и имели место и которые могут быть созданы:

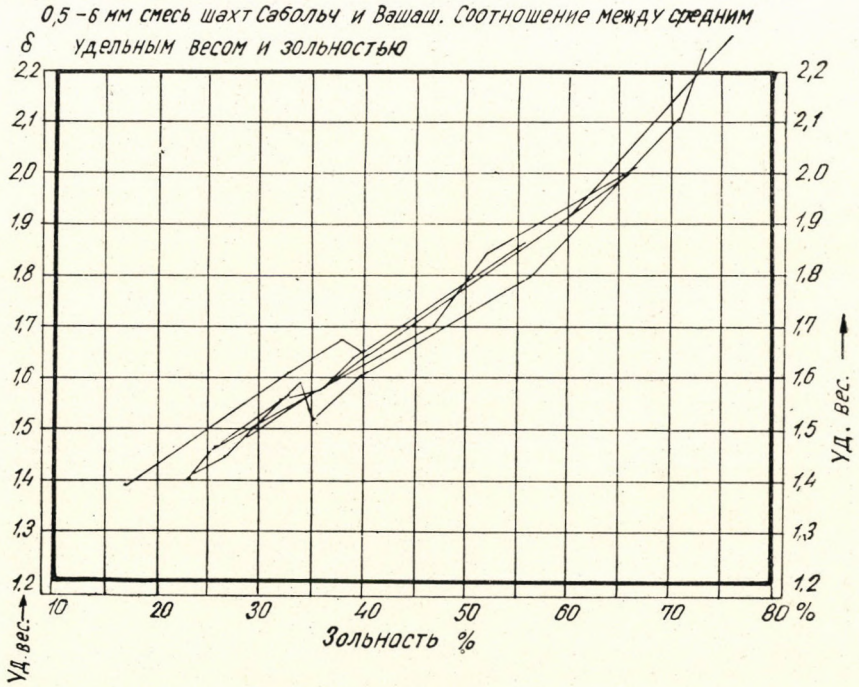


Рис. 12

мы напр. расчитывали только обогащенный уголь, или же приняли в расчет только предыдущую фазу обогащения, как будто обогащение было бы прервано на той стадии; или же в случае переобогащения чрезмерно хороший промежуточный продукт вновь смешивали с углем, и в каждом случае в зависимости от того, какие из показателей желаем характеризовать. Из сказанного практически можно сделать вывод, что вероятно наиболее выгодным будет обогатить весь уголь от 0 до 6 мм с частичным обеспыливанием, потом просеять обогащенный уголь через 2 мм сито, после чего 0—2 мм часть принять в качестве конечного продукта и дальнейшее обогащение производить только для фракции 2—6 мм. В конце обогащения необходимо соединить

эти фракции. Возможно, что эта граница будет в известном случае — 3 мм. это не представлялось для нас возможным выяснить, т. к. в нашем распоряжении не было 3 мм сита.

Между средним удельным весом и зольностью проб нам удалось найти ориентировочное соотношение. Это соотношение приведено на рис. 12, где различные точки. полученные с одним и тем же материалом при одном и том же опыте, соединены. При определении удельного веса в процессе работы мы всегда знали как работает обогатительная установка.

ТАБЛИЦА № 5

Результаты обогащения углей района г. Печ.

Номер опыта	Сырой уголь						Обогащенный уголь					
	0—6 мм		+0,25 мм		+0,5 мм		0—6 мм		+0,25 мм		+0,5 мм	
	% от 1	зольность	% от 1	зольность	% от 1	зольность	% от 1	зольность	% от 3	зольность	% от 5	зольность
Графа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
× 1	100	33,5	80,9	35,0	65,7	36,6	48,8	25,57	53,7	25,4	53,4	24,2×
— 2	100	34,56	87,7	35,3	71,9	37,6	42,6	30,79	47,6	30,6	54,5	30,2—
— 3	100	35,70	87,3	37,1	68,9	40,5	22,2	21,74	25,0	23,5	28,2	21,7—
× 4	100	33,91	89,3	38,2	72,1	40,8	36,5	22,10	39,8	22,4	44,4	21,1×
— 5	100	36,10	—	—	68,0	39,19	35,5	26,95	—	—	45,5	25,6—
— 5	100	36,10	—	—	68,0	39,19	27,0	25,90	—	—	33,5	23,09—
× 6	100	32,20	—	—	70,4	35,73	33,0	26,13	—	—	35,8	23,6×
7	100	36,95	—	—	73,7	40,5	28,2	18,22	—	—	32,9	17,18
— 8	100	36,75	—	—	—	—	20,6	25,05	—	27,0	—	26,7—
9	100	35,40	—	—	75,7	38,4	52,3	29,0	—	—	62,5	30,5×
9	100	35,40	—	—	75,7	38,4	30,0	24,61	—	—	36,7	26,2×
15	100	39,28	—	—	70,0	40,37	62,0	27,39	—	—	56,8	25,25
15+17	100	39,28	—	—	70,0	40,37	50,4	21,6	—	—	38,6	17,0
18+19	100	35,82	—	—	77,5	37,2	52,5	23,80	—	—	42,0	20,36
20—22	100	37,67	86,0	37,6	72,9	39,1	19,4	15,25	22,6	15,25	26,2	15,25
20—22	100	37,67	86,0	37,6	72,9	39,1	40,3	22,6	47,0	22,6	54,5	22,6
20—22	100	37,67	86,0	37,6	72,9	39,1	34,3	21,6	40,0	21,6	46,4	21,6
20—22	100	37,67	86,0	37,6	72,9	39,1	22,5	15,9	26,2	15,9	30,4	15,9
24	100	41,23	94,6	39,2	86,9	39,7	51,1	23,54	52,5	23,8	48,0	22,2
—25	100	40,34	—	—	—	—	54,5	28,55	—	—	—	—
—26	100	34,26	—	—	—	—	24,2	21,12	—	—	—	—
27	100	34,41	—	—	—	—	26,5	18,5	—	—	—	—
28	100	38,54	—	—	74,0	41,0	—	18,0	—	—	—	—
29	100	38,45	—	—	85,0	39,24	34,7	20,65	—	—	—	—
29	100	38,45	—	—	85,0	39,24	19,06	14,95	—	—	—	—
30	100	35,85	—	—	78,7	36,56	38,52	21,8	—	—	—	—
30	100	35,85	—	—	78,7	36,56	25,6	16,6	—	—	—	—
31	100	35,60	—	—	74,7	36,31	39,1	22,9	—	—	—	—
31	100	35,60	—	—	74,7	36,31	23,3	16,6	—	—	—	—
Графа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Использованные в таблице обозначения означают:

— Опыты, неудавшиеся из-за попыток установки.

× Уголь района Печбанятелеп.

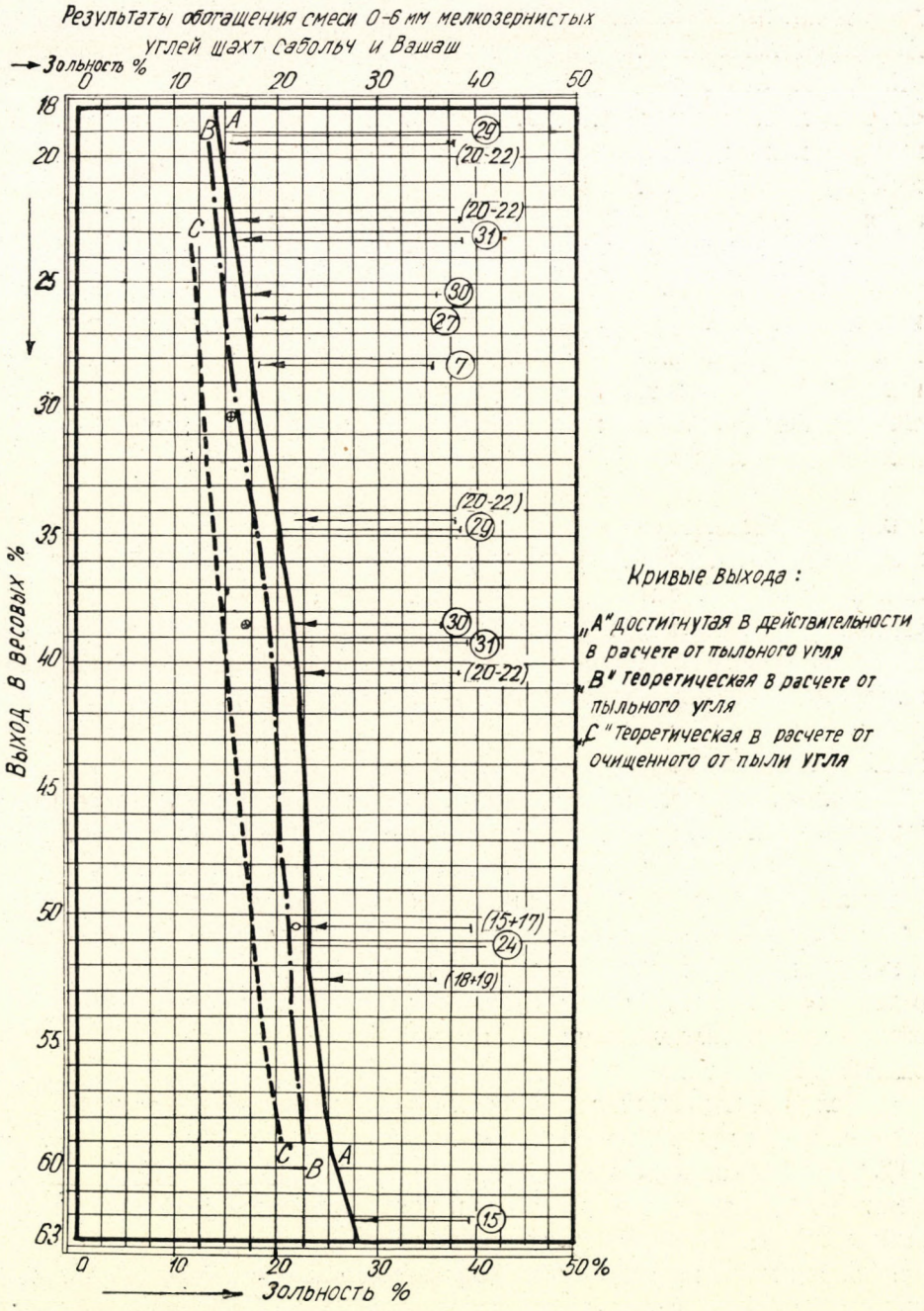

Результаты обогащения смеси 0-6 мм мелкозернистых углей шахт Сабольч и Вашаш
Зольность %
0 10 20 30 40 50
18 20 25 30 35 40 45 50 55 60 63
Выход в весовых %
A
B
C
(29)
(20-22)
(20-22)
(31)
(30)
(27)
(7)
(20-22)
(29)
(30)
(31)
(20-22)
(15+17)
(24)
(18+19)
(15)
0 10 20 30 40 50 %
Зольность %
Кривые выхода :
„A" достигнутая в действительности в расчете от пыльного угля
„B" теоретическая в расчете от пыльного угля
„C" теоретическая в расчете от очищенного от пыли угля

Рис. 13

С опущением результатов, полученных для неудачных опытов, на рис. 13 даны точки выходов, которые образуют симметричную кривую выхода. Мы намеренно использовали различные выходы, чтобы было возможно видеть отношения. Эта кривая подтверждает, что путем обогащения можно достигнуть любого выхода, или же любую зольность, естественно что до наилучшей достижимой зольности. Кривая »А« является кривой, отнесенной к пыльному сырому углю и дающей действительно достигнутые выходы, а кривая »В« — отнесенная к этому же углю теоретическая кривая выхода, в это же время кривая »С« — отнесенная к обеспыленному углю теоретическая кривая выхода. Эта кривая дана лишь для сравнения и рядом с ней приведено несколько точек действительного выхода, которые получены нами таким образом, что обеспыленный обогащенный уголь отнесли к беспыльному сырому углю. Эти точки, отнесенные к обеспыленному углю, в случае непрерывного производства, соответственно вышесказанному, должны дать лучшие результаты, чем приведенные здесь.

Ряд точек, относящихся к кривой »А« выхода, соответствует необеспыленному углю. На правом конце обозначенных стрелками горизонталей указаны номера опытов, а их конечные точки дают зольность сырого угля, которую можно отсчитать на шкале зольности. Конечные точки с левой стороны горизонталей, проведенных на соответствующем весовому проценту выхода уровне, дают результат обогащения на соответствующем зольности обогащенного угля и весовому выходу месте. А длина горизонталей дает значение уменьшения зольности, которую можно отсчитать на шкале зольности в указанном стрелкой направлении.

Отложив сначала эти точки выхода в дальнейшем пытались соединить их с кривой »А«. Кривая действительно полученных выходов указывает на закономерность. Мы видим не только то, что опыты с различным выходом достигли результатов обогащения однозначно, т. е. дали симметричную кривую, а и то, что эта кривая имеет такой же выгиб, какой имеется также и у теоретической кривой обогащения пыльного угля и который мы видим в действительности на теоретической кривой »В«. Кривая действительного выхода идет параллельно с теоретической кривой на расстоянии ок. 2,5% разности зольности.

Если теоретическую и действительную кривые сравним с точки зрения выхода, тогда получим уже значительно большие отклонения. В случае 20% зольности отклонение составляет разность выхода в 10%, что в отношении воздушного метода подготовки все еще дает чрезмерно благоприятный результат. Однако здесь также необходимо учесть, что теоретическая кривая выведена на основе такой кривой обогащения пыльного угля, где пыль ниже 0,5 мм с ее средней зольностью, неизменно включили в соответствующий слой золы, следовательно теоретически мы не предполагали ее улучшения. А в действительности и здесь имелось улучшение. Между

прочим эти сравнения могут быть поучительными, но изменяющаяся зольность сырого угля не дала возможности произвести точные расчеты. На рис. 14 мы построили две сильно отличающиеся друг от друга кривые (пробы 2/1 и 15/1) и между ними путем интерполяции построили кривую среднего обогащения, аналогичным образом построили также и кривую удельного веса. Этот же прием применили и к векторной кривой на рис. 15. Здесь мы видим, что у тех же сортов углей теоретические выходы, относящиеся напр. к 20% зольности обогащенного угля, могут иметь отклонения до 21%. Следовательно при сравнении точки действительного выхода рис. 13 с теоретической кривой указанное выше обстоятельство необходимо учесть.

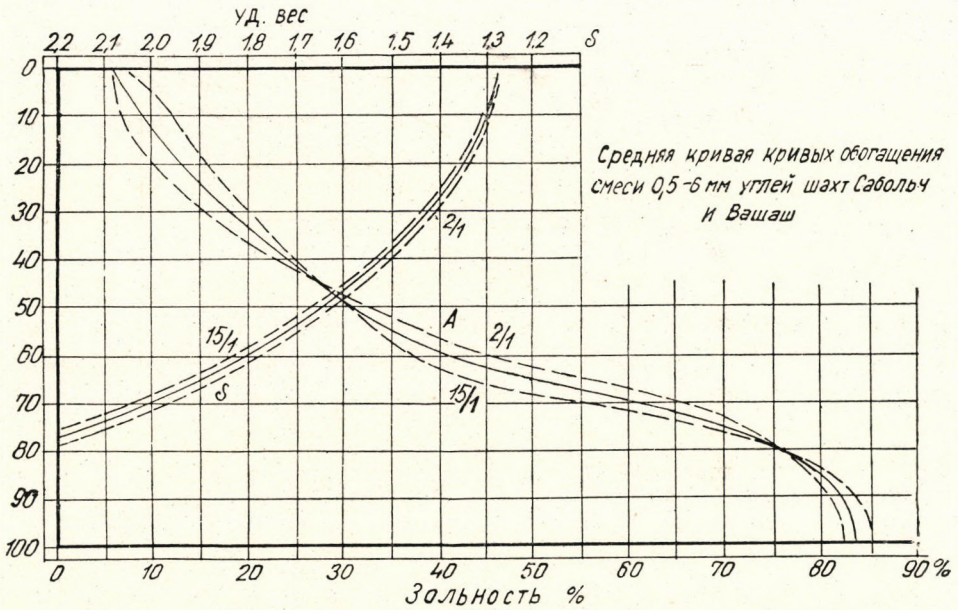


Рис. 14

На основе кривой, определенной интерполяцией двух векторных кривых обогащения рис. 15, мы построили кривую выхода на рис. 16 и рядом с ней отметили несколько точек действительно полученного выхода, соединение которых опять-таки показывает выпуклый вид кривой в случае пыльного угля. Здесь же построили также и теоретическую кривую выхода одной пробы (24/1) с сильно отличающимся значением, к которой очень близко расположена точка выхода опыта. № 24. Кривая »B« рис. 13 в сопоставлении с рис. 16 отличается на столько, что у первой мы приняли во внимание векторную кривую обогащения (рис. 9), полученную на основе проведенных в конце опытов исследований.

Во свяком случае интересным и характерным является то, что мы на рис. 13 видим, что все обогащения, исходившие из сильно отличающихся

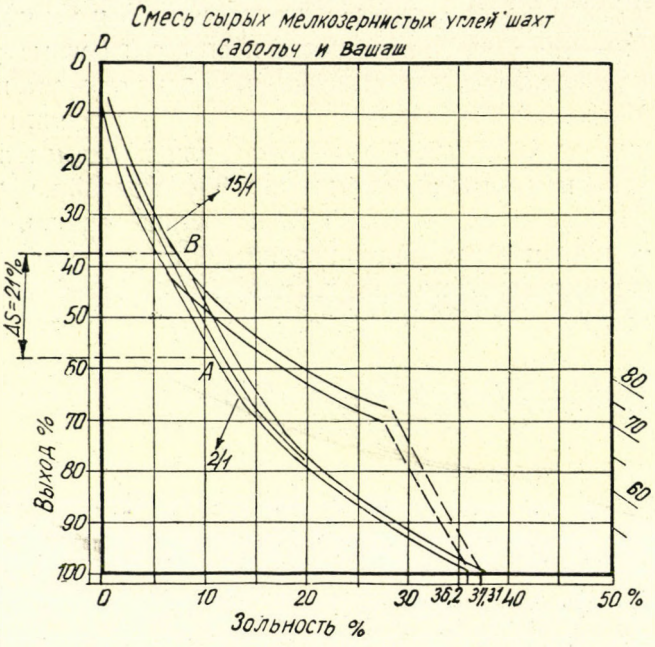

Смесь сырых мелкозернистых углей шахт
Сабольч и Вашаш
P
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
15/1
B
A
2/1
ΔS=21%
Выход %
80
70
60
0
10
20
30
36,2
37,3
40
50 %
Зольность %

Рис. 15

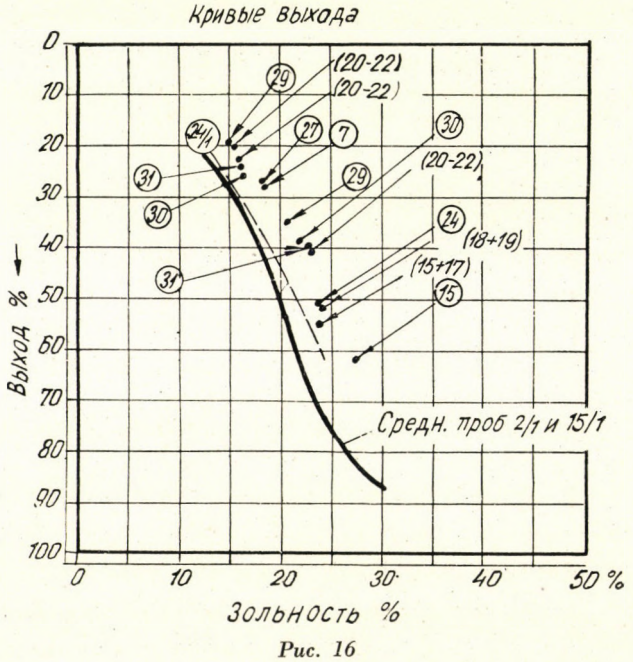

Кривые выхода
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
(20-22)
(20-22)
(20-22)
(18+19)
(15+17)
29
24/1
27
7
30
31
30
29
24
31
15
Средн. проб 2/1 и 15/1
Выход %
0
10
20
30
40
50 %
Зольность %

Рис. 16

процентных содержаний золы сырого угля, привели к результатам, которые можно характеризовать одной единственной кривой выхода. Из этого можно сделать вывод, что воздушная отсадка в этой ее форме до некоторой степени нечувствительна к изменению зольности сырого угля, т. е. автоматически нее устанавливается.

Для определения добротности способа обогащения наиболее характерными являются кривые Тромпа, которые приведены на рис. 17.

На рис. 17/а приведен результат, достигнутый с 0—6 мм пыльным углем, которым мы не можем быть вполне удовлетворены. Здесь я однако могу ссылаться на упомянутую уже выше несовершенность оборудования. Уголь мы сначала обеспылили частично, а потом, просеяв через 2 мм сито, полученные фракции обогащали отдельно. Кривая показывает смешивание обогащенных углей в соответствующем отношении, отнесенное к первичному 0—6 мм углю, т. е. к фракциям удельного веса первичного пыльного угля. Из-за потерь от пыли кривая не может начинаться от 100%. Возникающие от пылеобразования и раструски потери также показываются на кривой. Однако независимо от этого на основе вышеупомянутых причин кривую мы не можем принять совершенно надежной. Фракционирование тонкой части производилось после отсева пыли мельче 0,5 мм и таким образом процентное количество удаленной пыли у различных проб дало большие отклонения.

Более надежные кривые Тромпа получаются при обогащении угля крупностью выше 2 мм. На рис. 17/б мы видим отдельно кривую Тромпа для отборки пустой породы и другую для отборки промежуточного продукта (при вторичном обогащении), отнесенные к сырому углю. Между этими двумя кривыми находятся проценты выхода промежуточных продуктов для отдельных фракций удельного веса. Эта кривая может считаться довольно подходящей.

На рис. 17/в представлена кривая Тромпа, полученная при вторичном обогащении 2—6 мм угля, т. е. после отбора пустой породы при первом обогащении — отнесенная к поданому для вторичного обогащения материалу. Мы видим, что при обогащении до 16% зольности потери угля составили ок. 13%, что попадает в промежуточный продукт, однако обогащенный уголь получается довольно чистым.

Для сравнения мы на рис. 17/г взаимствовали из журнала Colliery Engeneering за август 1950 г. кривые Тромпа для отсадочной машины Баума, а именно для фракций 0—4,76 мм и 4,76—19 мм. Опыты по обогащению производились с крупностью зерен угля, лежащей между указанными пределами, но ближе к кривой Тромпа, действительной для мелкого угля, но менее благоприятной. Если мы учтем это обстоятельство, то разница получается не очень большой, и таким образом мы предположительно можем сказать, что с новейшим — более совершенным типом машины и при

непрерывном производстве мы с хорошим приближением можем подойти к результатам, ожидаемым от отсадочных машин мокрого способа обогащения — и при воздушном обогащении.

Кривые обогащения Тромпа

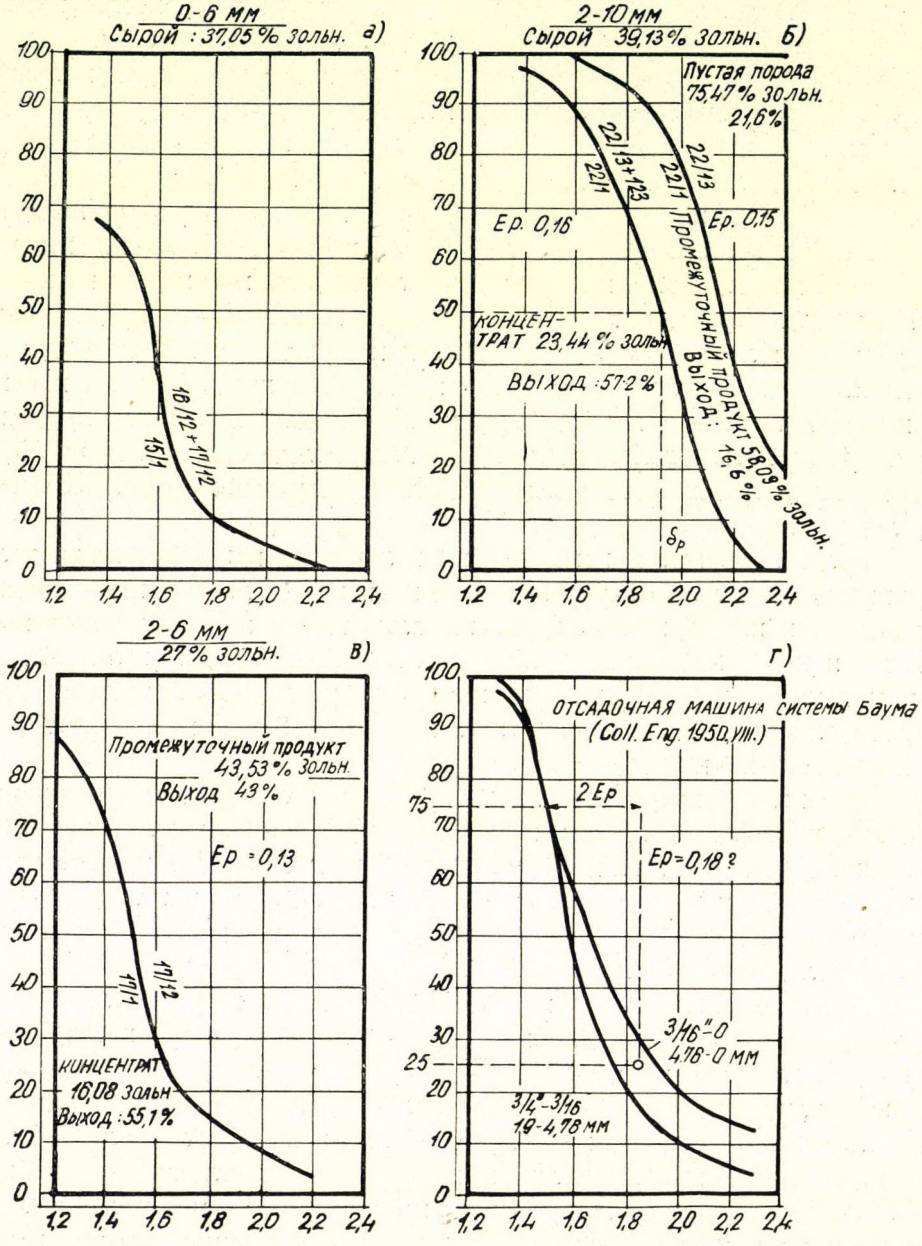


Рис. 17

По мнению Г. Тарьян результаты, достигнутые при воздушном обогащении угля района Печ, можно считать отличными. Добротность некоторой обогатительной установки лучше всего можно определить на основе кривой Тромпа этой установки, а приближенно можно оценить на основе отсчитываемых с кривой Тромпа величины »E_p« (т. е. вероятное отклонение полуразности значений удельных весов, относящихся к процентным весам 25 и 75). Чем меньше E_p, тем совершеннее работает установка. Для опытной установки воздушного обогащения системы Мартини при обогащении угля крупностью 2—6 мм, а также 2—10 мм значения E_p получились равными 0,13—0,16 (табл. 6). Для того, чтобы эти значения можно было бы сравнять с чем либо, я привожу в табл. 7 данные значений E_p для различных типов производственных обогатительных установок, из »Colliery Engineering« за август м-ц 1950 г., далее в табл. 8 значения E_p, определенные при помощи небольшого лабораторного гидроциклона и лабораторной отсадочной машины во время опытов на факультете рудо- и углеобогащения при шопронском университете. δ_p — удельный вес, соответствующий 50 весовым процентам кривых Тромпа = удельному весу сепарации.

ТАБЛИЦА № 6

Обогатительная установка системы Мартини		
мм	δp	E_p
6—2	1,52	0,13
10—2	1,92	0,16
10—2	2,16	0,15

Из таблицы 7 мы видим, что и при помощи производственной воздушной обогатительной установки получили аналогичные с установкой Мартини значения $E_p = 0{,}13$, но при обработке угля гораздо большей крупности и классифицированного в узких пределах (6,7—13 мм). При воздушном обогащении более мелкого угля $E_p = 0{,}255$, хотя предел крупности зерен был очень узким (4,7—6,7 мм). Для реомойки, обрабатывающей уголь крупностью 0—8 мм (эта крупность зерен соответствует примерно крупности зерен реомойки Печуйгель), определили значение $E_p = 0{,}294$, т. е. и реомойка работала хуже, чем установка системы Мартини. И это тоже подтверждает то, что достигнутый результат является лучшим, чем достигнутый в настоящее время результат на реомойке в г. Печ. У производственных отсадочных машин из пяти случаев в двух случаях мы определили значение $E_p = 0{,}13$, опять-таки в согласии с тем, что воздушный способ обогащения может конкурировать с гидравлическими отсадочными машинами

ТАБЛИЦА № 7

Colliery Engineering за август 1950, стр. 307.

Обогатительная установка	мм	δ_p	E_p
Тяжелая суспензия	+6,7	1,56	0,011
Тяжелая суспензия	30—10	1,50	0,031
Циклон обогатительный	1,17—0,42	1,63	0,042
Циклон обогатительный	2,36—0,074	1,74	0,024
Отсадочная машина	80—33	1,45	0,057
Отсадочная машина	33—6,7	1,70	0,130
Отсадочная машина	33—0	1,63	0,088
Отсадочная машина	80—0	1,53	0,103
Отсадочная машина	26—0	1,72	0,130
Реомойка	107—8	1,63	0,096
Реомойка	8—0	1,70	0,294
(Концентрационный стол)	6,7—0	1,70	0,103
Гидротатор	18—0,6	1,83	0,099
Пневматическая отсадочная машина	13—6,7	1,68	0,131
« « «	6,7—4,7	1,76	0,255
Флотация	1,6—0	1,57	0,127
Флотация	1,6—0	1,69	0,234
Спираль Гэмфри	2,4—0	2,04	0,367

также и с точки зрения добротности результатов обогащения. Здесь опять-таки необходимо обратить внимание на то, что кривая Тромпа отсадочной машины для более крупных зерен (вообще говоря) является более крутой, т. е. для более грубых зерен значение E_p обычно меньше ! Между прочим среднее значение E_p для пяти производственных отсадочных машин, фигурирующих в табл. 7, получается равным — 0,10, для лабораторной отсадочной машины проведенных в Шопроне опытов (табл. 8) среднее значение E_p получается равным 0,085.

В связи с этими опытами нам необходимо дать ответ еще на два вопроса, а именно, каков будет расход энергии пневматической отсадочной машины по сравнению с расходом энергии отсадочных машин мокрого способа обогащения, и далее, каковы будут результаты отсадки, которые возможно достигнуть при обогащении на воздушной установке в случае влажного и в случае слипающегося угля.

Относительно первого вопроса необходимо упомянуть о том, что описанные здесь опыты проводились летом в сухую пору. Таким образом я могу сообщить лишь на основе моих прежных опытов, что с влажным и липким углем имелись трудности, но только тогда, когда уголь содержал глину и одновременно был чрезмерно влажным.

Однако в виду того, что более трудная обогатимость отечественных углей делает непременно необходимым использовать многоступенчатое обогащение, т. е. применение двойных и тройных воздушных обогатительных установок, то первая ступень предположительно создает то минималь-

ТАБЛИЦА № 8

Опыты, проведенные в г. Шопрон

Обогатительная установка	мм	δ_p	E_p
Лабораторный гидроциклон (диам. 4 см)	2—0,5	1,652	0,077
		1,714	0,090
		1,78	0,079
Лабораторный гидроциклон	2—0,5	1,414	0,068
		1,519	0,080
		1,530	0,082
Лабораторный гидроциклон	2—0,5	1,312	0,071
		1,421	0,059
		1,461	0,059
Лабораторный гидроциклон	2—0,5	1,380	0,070
		1,425	0,053
Лабораторная отсадочная машина	8—0,5	1,49	0,075
		1,60	0,083
		1,81	0,092
Лабораторная отсадочная машина	15—3	1,30	0,10
		1,35	0,10
		1,41	0,12
		1,49	0,067
		1,68	0,040

ное осушение, которое делает возможным обогащение более мелких зерен на дальнейших ступенях обогащения. Об этом »предварительном обогащении«, целью которого является отбор более грубой пустой породы, я уже упоминал выше. Бол.е ранние опыты показали, что отбору этой грубой пустой породы влажность препятствует в меньшей степени. Это конечно относится только к углям, имеющим нормальную влажность шахт, накопившим влажность во время транспортировки по дороге от дождя, или в зимнее время. Вагонетки, содержащие уголь с влажных забоев и при том еще глинистый, необходимо при отгрузке отделять, что во всяком случае можно считать отрицательным фактом воздушного способа подготовки в сравнении с мокрым методом подготовки ; где это имеет место систематически, там встречаемся с трудностями при обогащении.

В отношении определения потребностей в энергии у нас пока еще измерений не имеется, однако уже можно сказать, что эта обогатительная установка — как раз из-за экономи и воздуха — требует значительно меньше энергии, чем известные старые типы воздушных обогатительных установок. Экономию энергии по сравнению с последними можно принять равным не менее 50% и таким образом сравнение с отсадочными машинами мокрого метода обогащения для воздушных обогатительных установок также и с точки зрения расхода энергии не дает менее благоприятных результатов,

если мы при мокром способе обогащения примем во внимание также и расход энергии насосом. Здесь между прочим получается экономия энергии также за счет упразднения качающихся сит для обезвоживания, даже более того, также и от упразднения центрифугирования.

Резюме

Краткое сравнение в технико-экономическом отношении мокрых и воздушных процессов подготовки угля. Значение воздушной подготовки со сниженным содержанием золы для венгерских мелких углей. Пневматические способы подготовки и краткое обозрение их теоретических основ. Теоретические исходные точки доклада. Сокращение роли воздуха, как отсаживающей среды. Сухое жидкостное состояние пористых масс и условия отсаживания в них, в зависимости от удельного веса. Отсаживание при помощи высокочастотных вибраций. Ознакомление с различными пневматическими отсадочными машинами типа »М« и принципом их действия.

Ознакомление с ранее произведенными опытами с сортами угля района Комло, по воздушному отсаживанию и наряду с коротким упоминанием созданных на основе этого способов воздушного отсаживания, приводится ознакомление с результатами опытов, недавно проведенных с углями района Печ. Зависимости между поддающимися определению при помощи кривых промывки, теоретически и практически полученным выходами. Поведение фракции величин зерен и удельного веса, при отсаждении высокочастотными колебаниями. Диаграммы выхода, составленные на основе опытных результатов и кривые распределения по Тромпу. Сравнение их с прочими результатами, ожидаемыми от прочих пневматических и жидкостных отсаживающих машин.

Выводы, которые можно сделать на основе опытов и наблюдений, как то подготовки углей и дальнейшего развития в области средств воздушного отсаживания.

DIE NEUESTEN ERGEBNISSE DER TROCKENEN AUFBEREITUNG DER LIASSISCHEN KOHLEN UNGARNS

Von K. MARTINY

ZUSAMMENFASSUNG

Kurzer Vergleich der nassen und trockenen Aufbereitungsverfahren in technischer und wirtschaftlicher Beziehung. Die Bedeutung der aschengehaltvermindernden trockenen Aufbereitung bei den Kleinkohlen Ungarns.

Kurzer Überblick über die theoretischen Grundsätze der Verwendung von Luftherden zur Aufbereitung. Die theoretischen Überlegungen des Vortragenden. Die Verringerung der Rolle der Luft als Suspensionsmittel. Der trockene Flüssigkeitszustand des feinkörnigen Materials und die Vorbedingungen des Setzvorganges. Setzverfahren mit Hochfrequenzvibrationen. Die Beschreibung des Prinzips der Arbeitsweise des pneumatischen Luftherdes der Typs M, der auf Grund dieser Überlegungen konstruiert wurde.

Schilderung der mit Komlóer Kohlen früher durchgeführten Versuche mit trockener Setzung und der auf Grund dieser umgebildeten Luftherde vom Typ M. Ergebnisse der mit den liassischen Kohlen durchgeführten Versuchsreihe. Zusammenhang zwischen der theoretischen Ausbeute und der in der Praxis erzielten Ausbeute. Das Verhalten von Korngrössen- und spezifischen Gewichtsfraktionen bei der Setzung mittels Hochfrequenzvibrationen. Die auf Grund der Versuchsergebnisse auftragbaren Ausbeutediagramme und Trompschen Verteilungskurven. Vergleich dieser mit den Ergebnissen, die bei Anwendung von anderen trockenen und nassen Setzmethoden erwartet werden können.

Die Folgerungen, die aus den Beobachtungen und Untersuchungen auf Grund dieser Versuche, sowohl für die Aufbereitung der betreffenden Kohlen, als auch für die weitere Vervollkommung der Luftherde gezogen werden können.

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiées sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement annuel est de 110 forints (6,50 $) par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise de Commerce Extérieur des Livres et Journaux »Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Compte-courant No.: 45-790-057-50-032) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, English, French and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondance with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints (6·50 $) a volume. Orders may be placed with »Kultúra« Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest. VI., Sztálin-út 2. Account No. 45-790-057-50-032) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint (6·50 $). Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankkonto Nr. 45-790-057-50-032) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

32,—Ft

INDEX

Gál, E.: Aschenzusammensetzung und Aschenschmelzverhalten ungarischer Braunkohlen — Э. Гал : Содержание зол венгерских бурых углей и поведение их в отношении плавления зол. Меры борьбы против шлакообразования 1

Őry, H.: Die Bemessung der auf Biegung und Druck gleichzeitig beanspruchten Holzholme — Г. Эри: Расчет деревянных лонжеронов при одновременной изгибающей и сжимающей нагрузке 21

Csonka, P.: Zur Theorie der plastischen Knickung — П. Чонка : К теории пластического продольного изгиба 47

И. Шугар: Новый метод изготовления препаратов электронной микроскопии для поверхностного структурного исследования металлов — *Sugár I.:* New Method of Making Preparations for Electron-Microscopic Examination of the Surface Structure of Metals 57

Tarján, G.: Washing Komló Bituminous Coal in Laboratory Hydrocylone — Г. Тарьян : Опыт по обогащению угля месторождения Комло при помощи лабораторного гидроциклона 69

К. Мартини: Новейшие достижения в области обогащения венгерских углей лиасовой эпохи — *Martiny K.:* Die neuesten Ergebnisse der Sichtung der liassischen Kohlen Ungarns 91

Akadémiai Kiadó (Budapest V, Alkotmány-u. 21.) Felelős: Mestyán János

Akadémiai nyomda, V., Gerlóczy-u. 2. — 19882/52 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
S. GELEJI, L. GILLEMOT, I. RÁZSÓ

REDIGIT
GY. HEVESI

TOMUS V. FASCICULUS 2.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1952

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-U 21.

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az »Akadémiai Kiadó«-nál (Budapest, V., Alkotmány-utca 21. Bankszámla 04-878-111-48), a külföld számára pedig a »Kultúra« Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankszámla: 45-790-057-50-032), vagy külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

»Acta Technica« публикует трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

»Acta Technica« выходит отдельными выпусками разного объёма. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу:

Acta Technica

(Венгрия, Будапешт 62, п/я 440)

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена »Acta Technica« — 110 форинтов за том. Заказы в стране принимает Akadémiai Kiadó (V., Alkotmány-utca 21. Текущий счёт № 04-878-111-48), а для заграницы, предприятие по внешней торговле книг и газет »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Текущий счёт № 45-790-057-50-032), или его заграничные представительства и уполномоченные.

ÜBER SULFATHALTIGE GRUNDWÄSSER

Aladár VENDL, o. Mitglied der Ungar. Akad. d. Wissenschaften und Andor ALMÁSY

Eingegangen am 6. Oktober 1951.

Das sulfathaltige Wasser übt auf den aus Portlandzement hergestellten Beton eine zerstörende Wirkung aus. Aus den bisherigen Untersuchungen ergab sich, dass dieser zerstörende Prozess nur dann ein gut bemerkbares Mass anzunehmen beginnt, wenn das Wasser mehr als 200 mg/Liter SO_3 enthält. Dieser Wert ist bekanntlich ganz beträchtlichen Schwankungen unterworfen, da der feststellbare Beginn des Zersetzungsprozesses wesentlich von der Strömungsgeschwindigkeit des Grundwassers und der Qualität des Betons abhängt.

In einem Grundwasser mit grosser Strömungsgeschwindigkeit kann der Zersetzungsprozess auch dann beginnen, wenn der Sulfatgehalt weit unter 200 mg/L. liegt. In stagnierenden oder fast stagnierenden sulfathaltigen Grundwässern kann hingegen neben dem im Wasser liegenden Beton ein nahe zum Gleichgewichtsstadium liegender Zustand auftreten, in welchem Falle nicht einmal bei obengenannten durchschnittlichen (oder diese gar überschreitenden) Sulfatkonzentrationswerten eine beträchtliche bzw. bemerkbare Schädigung des Betons auftritt.

Die zersetzende Wirkung hängt aber auch von der Zusammensetzung des Betons ab : ein dichter gemauerter Beton verträgt mehr Sulfate als ein lockerer, das heisst, bei dichterem Beton macht sich die schädliche Einwirkung der Sulfate später geltend als bei lockerem.

Zur Bekämpfung der Aggressivität des sulfatführenden Grundwassers können — ausser Packungen und Wandverkleidungen — besonders drei Verfahren dienen :

1. Die Änderung der Qualität des Betons.
2. Die künstliche Änderung der Zusammensetzung des Wassers.
3. Ermittlung jener geologischen Verhältnisse, unter welchen die Verminderung oder Behebung der Agressivität des Grundwassers zu erwarten ist.

Das erste Verfahren liegt ausserhalb des Forschungsgebietes der Verfasser, und so soll hier nur erwähnt werden, dass man besonders durch die Erhöhung des Eisen- bzw. Aluminiumgehaltes im Beton dessen Widerstandfähigkeit zu steigern versuchte. Solcher Art sind die sog. Ferrari—Zemente und die Bauxitzemente. Auf Grund der ersteren Experimente knüpfte man grosse Hoffnungen

an die heimischen Bauxitzementarten. Langjährige Erfahrungen bewiesen jedoch, dass den sulfathaltigen Wässern nicht einmal die Bauxitzemente dauernd Widerstand leisten konnten, obwohl bei diesen eine etwas grössere Konzentration von Sulfaten zum Einsetzen des Zerstörungsprozesses nötig war als bei Betonarten aus Portlandzement.

In Ungarn wird zurzeit der Ferrari-Zement, Typ Sigma 54, als mehr oder minder widerstandsfähig gegen sulfatige Wässer angesehen. Auf diesem Gebiete besitzt man aber leider noch viel zu wenig Erfahrungen.

Die Untersuchungen von *Albert* [1] haben ergeben, dass wenn die Festigkeit eines aus Ferrari-Zement angefertigten, in reines Wasser eingelegten Probekörpers nach 90 Tagen 100 beträgt, sich die Festigkeit eines gleich beschaffenen, in 10%-ige Natriumsulfatlösung eingelagerten Probekörpers nur noch auf 87 beläuft.

Die Untersuchungen *Gáspárs* [2] haben erwiesen, dass die aus S 54-Zement (Typ Ferrari) angefertigten Mörtelprobekörper in 100 000 mg/l SO_3-haltigem Wasser nach 20 Monaten durch Schwellung völlig zugrundegehen. Betonbalken wurden nach längerem (— 6 Jahre langem —) Stehen in einer wässerigen Lösung von gleicher Konzentration völlig zu Sand.

Nach *Szigligeti* [3] sollen die aus Ferrari-Zement hergestellten Asbestzementrohre genügend widerstandsfähig sein.

Selbstverständlich können Experimente im Laboratorium die sich in der Natur abspielenden Prozesse nicht vollkommen ersetzen. Wie später gezeigt werden wird, kann derselbe Beton infolge verschiedener geologischer Verhältnisse verschiedene Grade von Widerstandsfähigkeit aufweisen. Auf Grund der bisherigen Untersuchungen der Verfasser kann behauptet werden, dass unter *gewissen geologischen Verhältnissen* keine Art von Beton den stärkeren zersetzenden Einwirkungen sulfathaltiger Wässer *vollkommenen* Widerstand leisten kann.

Die Verfasser der vorliegenden Arbeit hatten sich bereits seit langem mit der Bearbeitung des an zweiter Stelle genannten Verfahrens beschäftigt. Dieses Verfahren verzichtet auf die qualitative Änderung des Betons und strebt anstatt dessen die Verminderung der Aggressivität des Grundwassers an, um hierdurch den erwähnten Schwellenwert zu erreichen.

In chemischer Hinsicht ist die Lösung des Problems durchaus einfach. Die Bindung des Sulfations durch eine im Wasser praktisch unlösliche Verbindung (Bariumsulfat) ist ja besonders leicht, doch ist dieses Verfahren zu kostspielig.

Es wurde deshalb der Entschluss gefasst, ein Verfahren zu ermitteln, dessen Kosten sich im Verhältnis zu den Preisen des Zements nicht allzu hoch belaufen. Dies erfordert aber vor allem die vollkommene Kenntnis der geologischen Verhältnisse des sulfathaltigen Grundwassers.

Das Grundproblem der Bildung der heimischen sulfathaltigen Wässer hat bereits *J. Szabó* richtig erfasst. [4] Im Laufe der hier beschriebenen Forschungen wurden seine Untersuchungen ergänzt ; die sich im Lehm und Ton abspielenden Prozesse der Sulfatbildung sind bereits im grossen und ganzen bekannt.

Die Entstehung der Sulfate nimmt ihren Ausgangspunkt von den im Ton vorhandenen Pyritkristallen (eventuell Markasitkristallen). Der Pyrit wird in Gegenwart von Luft und Wasser oxydiert. Die sich hierbei bildende Schwefelsäure wirkt im Moment ihres Entstehens auf die leichter zersetzlichen Mineralien des Tones, hauptsächlich auf die Karbonate und auf einige minder widerstandsfähige Silikate, — besonders aber auf die Feldspate — ein.

Auf Grund der grösstenteils in Budapest (Bezirk Lágymányos) angestellten Untersuchungen können diese Prozesse kurz folgendermassen zusammengefasst werden :

Der Schwefelgehalt des Pyrits verwandelt sich während der Oxydation in Schwefelsäure, bzw. Sulfatione. Die so gebildete Schwefelsäure übt auf die im Ton vorhandenen Karbonate bzw. im Grundwasser gelösten Hydrokarbonate [$Ca(HCO_3)_2$ $Mg(HCO_3)_2$] und auf die leichter zersetzbaren Silikate eine auflösende Wirkung aus. Es entstehen im Grundwasser Sulfate in Form von Metallionen und Sulfationen, insbesondere Natriumsulfat, Magnesiumsulfat, Kalziumsulfat und Kaliumsulfat. Diese Veränderungen können mit folgenden Gleichungen ausgedrückt werden :

$$2\ FeS_2 + 2\ H_2O + 7O_2 = 2FeSO_4 + 2\ H_2SO_4$$

Der Pyrit löst sich in geringem Masse auch in reinem (destilliertem) Wasser. Die entstandene Schwefelsäure wirkt — in statu nascendi — auf die im Ton enthaltenen Kalzitkörnchen und auf das im Grundwasser vorhandene $Ca(HCO_3)_2$:

$$CaCO_3 + H_2SO_4 = CaSO_4 + H_2O + CO_2$$

beziehungsweise

$$Ca(HCO_3)_2 + H_2SO_4 = CaSO_4 + 2H_2O + 2\ CO_2$$

Zusammengezogen können diese Umwandlungen beispielsweise auch folgendermassen ausgedrückt werden :

$$2FeS_2 + H_2O + 7O_2 + CaCO_3 = 2FeSO_4 + H_2SO_4 + CaSO_4 + CO_2$$
$$2FeS_2 + 2H_2O + 7O_2 + Ca(HCO_3)_2 = 2FeSO_4 + H_2SO_4 + CaSO_4 + \\ + 2H_2O + 2CO_2$$

Das gebildete $CaSO_4$ löst sich im Wasser nur in geringem Masse und deshalb kristallisiert es sich im Ton zum grössten Teil in Form von *Gips* aus ($CaSO_4 \cdot 2H_2O$)

uzw. meistens in Kristallgruppen. Dies erklärt das häufige Vorkommen von Gipskristallen im gelben Ton. Die Löslichkeit des Gipses wird durch die Anwesenheit von Mg-Ionen herabgesetzt.

Das Ferrosulfat erfährt eine weitere Oxydation, z. B.:

$$12FeSO_4 + 6H_2O + 3O_2 = 4Fe_2(SO_4)_3 + 4Fe(OH)_3$$

Das gebildete Ferrihydroxyd ist anfangs in Solform im Grundwasser vorhanden, wird aber durch Koagulation bald in Limonit übergeführt, da die Schwefelsäure gebunden wird.

Die im Ton vorkommenden Dolomitkörnchen werden von der Schwefelsäure in gleicher Weise beeinflusst wie der Kalzit. Neben dem Kalziumsulfat entsteht Magnesiumsulfat, das im Wasser leicht löslich ist und im Grundwasser gelöst verbleibt.

Die entstandene Schwefelsäure wirkt teilweise auf die im Ton vorhandenen Silikate, teilweise wird sie zur weiteren Oxydation des während des Oxydationsprozesses entstandenen Ferrosulfats verbraucht. Bezüglich der Sulfatbildung sind von allen Silikaten des Tones die Feldspate von grösster Wichtigkeit, deren Kalium- und Natriumgehalt auf Einwirkung von Schwefelsäure in Natriumsulfat bzw. Kaliumsulfat verwandelt wird, beziehungsweise es erscheinen im Wasser deren Ione.

Da im Ton meistens die natriumhaltigen Feldspate vorherrschen, gelangen viel Natrium- und Sulfatione in das Grundwasser. Das Kalzium der Plagioklase wird im Gips gebunden.

Im Ton bildet sich nicht nur aus dem Dolomit, sondern auch aus dem Biotit und Chlorit Magnesiumsulfat. Das aus dem Biotit gelöste Eisensulfat wird oxydiert und durch Hydrolyse in Ferrihydroxyd und Schwefelsäure übergeführt. Das Ferrihydroxyd scheidet sich entweder im Biotit — besonders in dessen Spaltrissen — oder ausserhalb des Biotits aus, uzw. in Form von Limonit. Die aus dem Biotit hervorgegangenen Magnesium-, Kalium- und Aluminiumione geraten nebst den Sulfationen in das Grundwasser. Die Chlorite verändern sich in ähnlicher Weise auf Einwirkung von Schwefelsäure und aus ihnen gelangen in erster Linie Magnesiumione unter Ausscheidung von Limonit in das Wasser. Von der Dekomposition des Glaukonits geraten Alkaliione ins Grundwasser.

Ein Teil der Schwefelsäure wird zur Oxydation des Ferrosulfats verbraucht:

$$4FeSO_4 + 2H_2SO_4 + O_2 = 2Fe_2(SO_4)_3 + 2H_2O$$

Ferrisulfat wirkt oxydierend auf die Metallsulfide, folglich auch auf die im Ton eventuell noch unzersetzt vorhandenen Pyrite:

$$Fe_2(SO_4)_3 + FeS_2 = 3FeSO_4 + 2S$$

Der hierbei entstandene Schwefel wird in statu nascenti oxydiert und geht schliesslich in Schwefelsäure über.

Das der letzteren rohen Gleichung entsprechend gebildete Ferrosulfat oxydiert sich — laut obigem Schema — wobei das Eisen in Ferrihydroxyd übergeführt wird.

Der nach der Zersetzung des Pyrits übriggebliebene Teil des $Fe_2(SO_4)_3$ wird hydrolytisch gespalten:

$$Fe_2(SO_4)_3 + 6H_2O \rightleftarrows 2Fe(OH)_3 + 3H_2SO_4$$

Zufolge der laut letzter Gleichung stattgefundener Umwandlung tritt Gleichgewicht ein. Wenn sich aber die Schwefelsäure aus dem System entfernt, so vollzieht sich die Umwandlung restlos in Richtung des oberen Pfeiles, wobei der gesamte Eisengehalt des Ferrisulfates in Ferrihydroxyd übergeht. Die Schwefelsäure wird dabei stets entführt, da sie zur Zersetzung der Karbonate und Silikate immer in Anspruch genommen wird.

Die *Magnesiumione* des sulfathaltigen Grundwassers stammen grösstenteils von dem im Ton enthaltenen *Dolomit, kleinerenteils vom Biotit und Klorit.* Der grösste Teil der *Natriumione* kommt aus den *Plagioklasen* ins Grundwasser, ihr geringerer Teil ist dem *Biotit* und wahrscheinlich auch dem *Glaukonit* zu verdanken.

Das in den ursprünglichen Pyriten vorhandene, sowie auch das bei Zersetzung der Silikate freigewordene Eisen wird in Form von *Limonit* gebunden. Das dem Kalzit, Dolomit und den Feldspaten entstammende Kalzium scheidet sich im Ton grösstenteils in Form von Gipskristallen aus. Sein geringerer Teil geht in Form von Kalziumionen in das Grundwasser.

Wo im Kleinzeller Ton kleine Körnchen von kohligen Substanzen vorhanden sind, erfährt der Oxydationsprozess des Pyrits nur eine geringe Veränderung. In diesem Falle können vorübergehend auch reduzierende Wirkungen auftreten. In Gegenwart von genügend Luft vollzieht sich aber die Oxydation auch in diesem Falle, wobei es zur Bildung von Sulfaten kommt.

Das mit dem Ton in Berührung stehende Grundwasser koaguliert den Ton und verleiht ihm hierdurch eine krümelige und schwach wasserdurchlässige Struktur. Dieser krümelige Teil reicht bald bis zu geringeren, bald jedoch zu ansehnlicheren Tiefen hinab, je nach dem Grad der Oxydation. Folglich beginnt die obere Schicht des dichten, blauen Tones in ganz verschiedenen Tiefen. Demzufolge ist auch das Grundwasser nicht überall einheitlich zusammenhängend, besonders nicht bei niedrigem Grundwasserstand, weshalb auf vielen Gebieten die Höhe des Grundwasserspiegels ebenfalls verschieden ist. So z. B. konnte man in den verschiedenen Brunnen des Elisabeth-Bades an demselben Tage einen Grundwasserspiegel-Unterschied von 2,2 m feststellen. In den Brunnen des Budapest—Örsöder Bitterwassergebietes befindet sich der Grundwasser-

spiegel ebenfalls in verschiedenen Tiefen unter der fast horizontalen Oberfläche und zwar in Tiefen von 1,45 m bis 2,15 m zu demselben Zeitpunkt.

Aus den Daten von mehreren hundert Analysen liess sich Klarheit darüber gewinnen, wie sich der Sulfatgehalt des Grundwassers in den gröberen tonigen Sedimenten verändert. Es konnte auch festgestellt werden, dass die Menge der Sulfatione in Bohrlöchern von weiterem Durchmesser rascher zunahm als in den engeren Bohrlöchern.

Zur Bildung der Sulfate wird viel Luft benötigt, was aus der den Oxydationsprozess des Pyrits verdeutlichenden Gleichung hervorgeht.

Es musste öfters festgestellt werden, dass das in frisch gebohrten Löchern bzw. Einschnitten sich ansammelnde Grundwasser nur wenig Sulfate enthält. Nach mehrtägigem Stehen, d. h. nach längerer Berührung mit Oxygen, vermehrt sich der Sulfatgehalt des Wassers, und zwar oft sehr stark. Diese Beobachtung wurde durch wiederholte Untersuchung des Wassers mehrerer Bohrlöcher bestätigt. (In einer Versuchsbohrung des Elisabeth-Salzbades — südlich der Kapelle — konnte anfangs ein Sulfatgehalt von 478 mg, in 5 Tagen aber schon von 4960 mg SO_3/l festgestellt werden. Am südlichen Ende der Vincellér-Gasse liess sich zuerst 2300 mg, später sodann 5090 mg/l SO_3 bestimmen. Bei der Kreuzung der Mohai- und Lomnici-Gassen wurden im Grundwasser 2538 mg, später 6224 mg SO_3/l gefunden, an der Ecke der Mohai- und Csurgói-Gasse zuerst 809, später 1522 und schliesslich 2527 mg SO_3/l).

Es war den Verfassern bereits im Jahre 1910 aufgefallen, dass die Besitzer von Bitterwassergebieten ihre Brunnen allgemein mit einem verhältnissmässig breitem Durchmesser ausgraben liessen. Hierdurch erhielt eine ziemlich grosse Oberfläche des Wassers Möglichkeit, mit der Luft in steter, unmittelbarer Berührung zu bleiben. Die Brunnenbesitzer wussten ebenfalls aus Erfahrung, dass sich zur Mauerung von Brunnen am besten poröse Gesteinsarten eigneten.

Die Menge der im Grundwasser gebildeten Sulfate ist im Verhältnis zum grossen Quantum des Grundwassers eigentlich gering. Stellenweise aber — bei günstigen geologischen Verhältnissen — wird die Lösung konzentrierter. Der Sulfatgehalt des Grundwassers hängt nicht nur vom ursprünglichen Pyritgehalt des Tones ab, sondern auch von folgenden drei Faktoren: 1. Quantität der mit dem Ton in Berührung stehenden Luft, 2. Strömungsgeschwindigkeit des Grundwassers, 3. Grad der Verdunstung des Grundwassers.

Die Strömungsgeschwindigkeit des Grundwassers im Ton bzw. im sandigen Ton ist sehr gering, und hiermit ist bereits die Möglichkeit einer stärkeren Konzentration geschaffen.

In einzelnen Gebieten kann in den verschieden tiefen und weiten, muldenförmigen Vertiefungen des Tones das — den über dem Ton befindlichen wasserführenden Gesteinen entstammende — Grundwasser in Form von Grundwasserteichen für längere Zeit stagnieren. Dies kommt besonders bei niedrigem Grund-

wasserstand vor. An solchen Stellen kann sich das Grundwasser mit Salzen äusserst stark sättigen.

Die Verdunstung des Grundwassers ist von der Beschaffenheit und Mächtigkeit der oberhalb des Grundwasserspiegels befindlichen Gesteine abhängig. Wenn sich der Grundwasserspiegel in der Nähe der Erdoberfläche befindet und darüber ein stark poröses oder zerklüftetes Gestein — mit offenen Klüften — lagert, so kann die Verdunstung bei wärmeren Jahreszeiten sehr bedeutend sein.

Alle diese Verhältnisse ändern sich sogar auf einem engen Gebiet (wie z. B. auf dem Gebiet von Lágymányos) fast von Schritt zu Schritt. Es konnte festgestellt werden, dass auch auf der Ebene des Lágymányos der Sulfatgehalt des Grundwassers sehr verschieden ist. Der Sulfatgehalt des in den Bohrlöchern des Lágymányos-Bitterwassergebietes erschlossenen Wassers wechselt — laut der bisher gesammelten Untersuchungsdaten — von 17,9 mg SO_3/l bis 26018,1 mg SO_3/l.

Ein gutes Beispiel für die Verschiedenheit des Sulfatgehaltes im Grundwasser liefert das im südlichen Teil des Lágymányos gelegene Wiesbergl (»Kecskehegy«). Dieser aus Kleinzeller Ton bestehende kleine Hügel überragt die durchschnittliche Höhe des Grundwasserspiegels nur um einige Meter. An seinem östlichen, sanft abfallenden Abhange ist der Kleinzeller Ton in einer Breite von ca. 100 m mit Löss überdeckt. Unmittelbar unter dem Löss lagert sich der gelbe, krümelige, koagulierte obere Teil des Kleinzeller Tones. Das Grundwasser befindet sich hier teilweise im unteren Teil des Lösses, teilweise in den gelben, krümeligen Lagen des Kleinzeller Tones. Einige Schritte weiter ostwärts fehlt der Löss bereits ; hier wird der Kleinzeller Ton von einem schwarzen Wiesenlehm von einer Mächtigkeit von 30—60 cm, überlagert. Die Oberfläche des Tones ist an dieser Stelle fast vollkommen waagerecht. In dem oberen, krümeligen Teil des Tones ist das Grundwasser fast bewegungslos, bzw. bewegt sich äusserst langsam in südöstlicher Richtung. Da sich das Grundwasser nur kaum oder überhaupt nicht bewegt, wird es allmählich von den im Ton gebildeten Sulfaten gesättigt.

Der Wiesenlehm wird während der wärmeren, trockenen Jahreszeiten in seiner ganzen Mächtigkeit durch Risse und Klüfte durchsetzt, wodurch der Verdunstung und somit auch der Konzentration des Grundwassers Vorschub geleistet wird. Das im unteren Teil des Lösses und im darunter liegenden krümeligen Ton vorhandene Grundwasser kann sich infolge seiner Strömung und in Ermangelung von Verdunstung nicht konzentrieren. Hier befinden sich Süsswasser und sulfat — haltiges Wasser in unmittelbarer Nähe zueinander *(Abb. 1.)*. Bei *E* ist das Grundwasser trinkbares Süsswasser, bei *K* hat es Bitterwassercharakter : die etwa 10 m tiefen Schürfbohrungen von *B. Zsigmondy* haben (am Treffpunkt der Bartók-Béla-Strasse und der Hidvég-Gasse) ein zum Trinken ungeeignetes, sulfathaltiges Wasser aufgeschlossen.

Auf dem Lössgebiete, in der nächsten Nähe von der im vorigen Satz genannten Stelle, wurde bereits in 5 m tiefen Brunnen trinkbares Wasser gefunden.

Die wichtige Rolle des Oxygens bei der Bildung der Sulfate dürfte aus den bisherigen Erörterungen hervorgegangen sein.

Erfahrungsgemäss *entstehen umso mehr Sulfate, je länger der pyrithaltige (ev. markasithaltige) Ton mit der Luft bzw. dem Oxygen in Berührung steht. Das Entstehen von Sulfaten geht solange vor sich, als Sulfide im Ton vorhanden sind.*

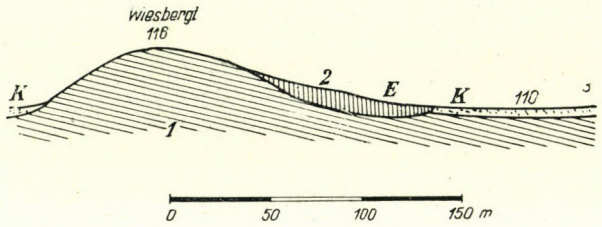


Abb. 1. Profil durch das Wiesbergl. 1 = Kleinzeller Ton; 2 = Löss; 3 = Wiesenton; E = Süsswasser; K = Bitterwasser.

Das Grundwasser kann in Tongebieten in der Nähe der Oberfläche vorwiegend folgendermassen gelagert sein:

1. Das Grundwasser befindet sich im lockeren Trümmergestein: in Sand, Kiss, d. h. in einem durchlässigen Gestein, welches über dem Ton liegt und bis zur Erdoberfläche reicht. Infolge der Permeabilität des Gesteins dringt die Luft leicht in das Grundwasser ein und macht daher eine Oxydation möglich. Wenn sich das Grundwasser nur langsam bewegt, kann die Menge der Sulfate beträchtlich — bis zu einigen g SO_3/l — ansteigen. Dies ist der Fall, wenn die Oberfläche des unter dem wasserführenden Gestein gelagerten Tones waagerecht ist. Ist die Oberfläche des Tones sehr uneben, so kann sich hauptsächlich das in den Vertiefungen befindliche Grundwasser stärker konzentrieren.

2. Das Grundwasser nimmt im oberen, durch Koagulation krümelig (und folglich schwach wasserdurchlässig) gewordenen Teil des Tones Platz. In diesem Falle lagert sich der Ton entweder ganz oben auf — reicht also bis zur Oberfläche — und kommt unmittelbar mit der Luft in Berührung oder er wird von einer dünnen (höchstens 1—2 m dicken), luftdurchlässigen Schicht bedeckt. Dieses obere, stark permeable Gestein verhindert keineswegs die Berührung des Tones mit der Luft. Die Entstehung der Sulfate wird von der Durchlässigkeit des Gesteins stark beeinflusst.

Unter solchen geologischen Verhältnissen ist die Strömungsgeschwindigkeit des Grundwassers gering.

3. Das Grundwasser nimmt in den tieferen Sand- und Kieseinlagerungen des Tones Platz. Prinzipiell ist in diesem Falle keine Sulfatbildung möglich. Eine Ausnahme bildet der Fall, wo die wasserführende Schicht die Erdober-

fläche erreicht ; beispielsweise in einem Einschnitt oder an einem natürlichen Abhang, wo das Eindringen der Luft in das durchlässige Gestein möglich ist. In diesen Fällen vollzieht sich die Oxydation der Sulfide in den oberhalb und unterhalb der wasserführenden Einlagerung gelegenen Tonschichten und die Sulfatione erscheinen im Grundwasser in einer höheren Konzentration als allgemein üblich.

Sulfat bildet sich allenfalls, wenn man bei Fundierungsarbeiten oder Rohrlegungen in den Grundwasser enthaltenden oder mit einem Grundwasserhorizont in Berührung stehenden Ton hinabgräbt. Hierbei kommt der nasse Ton reichlich mit Luft in Berührung, und es kommt zur Oxydation und Sulfatbildung in dem sulfidhaltigen (bzw. Pyrit oder Markasit enthaltenden) Ton. Anfangs ist der Sulfatgehalt des Grundwassers gering, in einigen Tagen steigt er aber beträchtlich, falls im Ton auch genügend Sulfide vorhanden sind. Bei günstigen Verhältnissen wächst die Quantität des Sulfats in ein oder zwei Wochen auf das Zehn-, oder Zwanzigfache der am ersten Tage festgestellten Menge an.

Auf Grund der durchgeführten Untersuchungen liess sich feststellen, dass unter entsprechenden Verhältnissen *die Quantität der Sulfate wesentlich sinken, eventuell auch völlig verschwinden kann.*

Dies kommt besonders dann vor, wenn der Ton organische Stoffe — beispielsweise kleine verkohlte Pflanzenteilchen — enthält. Wenn nun in einen solchen Ton ein Bohrloch oder ein Einschnitt abgeteuft wird und später diese mit fettem Ton hermetisch abgedichtet werden, so beginnt — mutmasslich infolge der reduzierenden Wirkung des organischen Stoffes — die leicht wahrnehmbare Verminderung des Sulfatgehaltes, so dass die Quantität des im Wasser befindlichen SO_3 in einigen Tagen oder Wochen stark abnimmt. Die diesbezüglich gemachten Beobachtungen gaben den Impuls zu Versuchen, deren Ziel die Verminderung des Sulfatgehalts durch billige organische Stoffe war.

Bekanntlich kann die Reduktion der Sulfate mit Hilfe gewisser Bakterien bewirkt werden. Wie es in der Geologie bereits seit langem bekannt ist, können die Sulfide der Schwermetalle infolge Reduktionsprozesse aus Sulfaten entstehen. Die Entstehung des Melnikovit-Pyrites in gewissen dunkelgefärbten Seeschlammarten wird auf Reduktionsprozesse zurückgeführt. Nach bestem Wissen der Verfasser sind bisher keine gründlichen Untersuchungen zur Erforschung der in der Natur vorkommenden Reduktion der Sulfate von Alkalimetallen und Magnesium — mit besonderer Rücksicht auf die Zusammensetzung des Grundwassers — angestellt worden.

Auf Grund verschiedener Erwägungen mussten mehrerlei organische Stoffe untersucht werden. Der Zweck der bisherigen Untersuchungen war lediglich festzustellen, welche, sulfatreduzierende Bakterien führende, organische, billige Stoffe auf die Bitterwässer eine reduzierende bzw. den Sulfatgehalt herabsetzende Wirkung ausüben. Nach langwierigen Experimenten stellte sich

heraus, dass frisches Gras, Sägespäne (ohne SO_4-Gehalt), frischer Torfmoorboden von Balatongyörök (kurz : Torf) eine sehr stark reduzierende Wirkung ausüben, sobald sie zusammen mit dem Wasser von der Luft hermetisch abgesperrt werden.

Ein Teil der Experimente wurde folgendermassen angestellt :

Das ziemlich konzentrierte sulfathaltige Wasser wurde mehrere Wochen hindurch in unmittelbarer Berührung mit dem organischen Stoff in einem entsprechenden, verschlossenen Glasgefäss belassen, welches mittlerweile öfters geschüttelt wurde. Das sulfatführende Wasser stammte von den »Apenta« und »Ferencz József« Bitterwasser-Anlagen und auch von anderen Fundorten. Zu den Experimenten wurde hauptsächlich solches Wasser verwendet, welches extrem konzentrierten, natürlichen Sulfatlösungen gleichkam : der SO_3-Gehalt der Wässer belief sich grösstenteils auf 21 780 und 11 910 mg/l, was bei Grundwässern eine sehr hohe Sulfatkonzentration bedeutet. Es wurden aber auch mit minder konzentrierten Wässern Versuche angestellt.

Einige der Resultate sind in den nachfolgenden Tabellen zusammengefasst :

TORF

Torf g	SO_3 im Wasser mg/l	SO_3 gefunden mg/Liter					Mit 1 g Torf reduziertes SO_3 in g	Grösste Werte in % von SO_3
		1. Woche	2. Woche	3. Woche	4. Woche	5. Woche		
63,2	21520	21200	17880	19480	22330	12680	0,14	41,1
34,8	21520	21220	18720	22570	21910	12120	0,27	43,7
36,6	21520	21540	21770	21410	21520	16550	0,14	23,2
21,3	21780	21040	21920	16180	17500		0,26	25,7
19,7	21230	21800	21800	15950	15520		0,28	26,8
10,0	11910	11360	11760	10410	9080		0,28	23,8

GRAS

Gras g	SO_3 im Wasser mg/l	SO_3 gefunden mg/Liter						Mit 1 g Gras reduziertes SO_3 in g	Grösste Werte in % von SO_3
		1. Woche	2. Woche	3. Woche	4. Woche	5. Woche	6. Woche		
10,4	20480	20220	19660	18700	19260	12820		0,74	37,4
9,4	20480	19980	18170	19750	19660	12010	11770	0,93	42,5
3,4	19100	18440	17440	13690				1,59	28,3
5,1	11920	11610	11930	10400	9180			0,54	23,0
3,0	21220	21440	22220	16390				1,61	22,8

SÄGESPÄNE *(Laubholz)*

Sägespäne g	SO_3 im Wasser mg/l	SO_3 gefunden mg/Liter				Mit 1 g Sägespäne reduziertes SO_4 in g	Grösste Werte von SO_3 in %
		1. Woche	2. Woche	3. Woche	4. Woche		
3,01	11910	11860	12050	9120	9280	0,93	23,4
9,65	21780	21250	20350	18860	17350	0,46	20,4

Die Angaben obiger Tabellen beweisen, dass sich tatsächlich eine *Abnahme des Sulfations vollzieht.* Bemerkenswert ist, dass in den SO_3-Werten stellenweise ein Rückfall festzustellen ist, das heisst : die Experimente haben nach Verlauf einer weiteren Woche mehr Sulfat festgestellt, anstatt des zu erwartenden quantitativen Rückfalles des Sulfations. Auf diesen Umstand soll noch später zurückgekommen werden.

Die Resultate beweisen, dass während 4—5 Wochen 1 g Torf durchschnittlich 0,27—0,28 g SO_3 zu reduzieren vermag (möglicherweise in zwei Stufen, da es auch Resultate von 0,14 g SO_3 gibt).

Mit 1 g Gras lässt sich 1,6 g SO_3 reduzieren.

Mit 1 g Sägespäne lässt sich 0,9 g SO_3 reduzieren.

Die Abnahme des Sulfations geht auch im Dunkeln vor sich.

Das Sulfidion kann in dem mit Torf reduzierten Wasser nachgewiesen werden, allerdings nur in Spuren.

Das so behandelte, Torf, Gras, Sägespäne enthaltende sulfathaltige Wasser ist gegenüber Oxygen sehr empfindlich ; sobald es Gelegenheit hat, mit Luft in Berührung zu kommen, erhöht sich die Menge des Sulfations. Dieser Umstand erschwert die Feststellung des Sulfatgehaltes. Die Bestimmungen müssen äusserst rasch vor sich gehen, damit der Sulfatgehalt während der Bestimmungen keine allzu grosse Erhöhung erfährt.

Diese Zunahme wird durch das bei den Bestimmungen in das Wasser gebrachte Ba^{++} noch beschleunigt, da letzteres den Gleichgewichtszustand gegen die Bildung von SO_4-verschiebt. Desshalb wurden die Untersuchungen folgendermassen vorgenommen : die aus dem reduzierten Wasser genommene Probe wurde mit heissem, abgekochtem destilliertem Wasser verdünnt, in einem mit einem Uhrglas zugedeckten Gefäss aufgekocht, hierauf — nach Hinzugiessen heisser $BaCl_2$-Lösung (mit Uhrglas bedeckt) — $BaSO_4$ gefällt und sogleich durch ein Glasfilter filtriert.

Wie rasch auch immer die Ausfällung und die Filtration vor sich gehen, ist es dennoch unvermeidlich, dass das Wasser mehr oder weniger mit Luft in Berührung kommt. Dies verursacht die Rückfälle in der Quantität des SO_3. Hier wurden absichtlich Experimentreihen veröffentlicht, aus welchen dieser Rückfall klar hervorgeht.

Man könnte fragen, warum die Bestimmungen nicht in einem oxygenfreien Raum vorgenommen wurden, beispielsweise in einer CO_2- oder N-atmosphäre. Der Grund hierfür ist dreifach: 1. Der Verminderungsprozess des Sulfations setzt im Grundwasser nur bei Berührung mit Oxygen ein. 2. Für das sulfathaltige Wasser ist eben jener Zustand am meisten charakteristisch, in welchem teils die Verminderung und teils das Anwachsen des SO_3-Gehaltes vor sich gehen kann. 3. Wenn sich die Verminderung auf Einfluss reduzierender Stoffe in Luft vollzieht, so dürfte sie sich luftfrei in gesteigertem Masse vollziehen.

In Gegenwart von Luft geht die Oxydation rasch vor sich. Bedeutend langsamer ist die Reduktion des SO_3-Gehaltes durch Torf, Gras oder Sägespäne — sie dauert mehrere Monate.

Es wurde versucht, den organischen Stoff auf Art eines Ionaustauschfilters in eine Filterschicht einzubetten und das zu reduzierende Wasser durch diese zu filtrieren. Diese Experimente sollten ein klares Bild des Einflusses der Luft geben. Die Resultate sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst:

GRAS (dasselbe Wasser mehrmals filtriert)

SO_3-Gehalt im Wasser mg/l	Sulfatgehalt gefunden mg/l				
	Filtration No. 1.	Filtration No. 2.	Filtration No. 3.	Filtration No. 4.	Filtration No. 5.
270	820	310	300	300	300

TORF

SO_3-Gehalt im Wasser mg/l	Sulfatgehalt gefunden mg/l	
	Nach Durchlaufen von 350 cm³	Nach Durchlaufen von 410 cm³
2528	2366	2428

Aus den Daten der zwei letzteren Tabellen geht hervor, dass eine wiederholte Filtration desselben Wassers durch das Grasfilter keine Reduktion ergab. Im Gegenteil: der Sulfatgehalt erhöhte sich, da das Wasser bei der Filtration reichlich mit Luft in Berührung kam. Die Tabellen zeigen weiterhin, dass bei der Filtrierung durch eine Torfschicht die Reduktion des Sulfatgehaltes eintrat, wogegen die Gegenwart der Luft die Sulfatione wieder vermehrte.

In einer folgenden Experimentreihe wurde das Bitterwasser sukzessive auf das Torffilter aufgefüllt und die Sulfatbestimmung nach Durchlaufen folgender Mengen vorgenommen:

SO_3-Gehalt im Wasser mg/l	20 cm_3	85 cm_3	110 cm_3	150 cm_3	170 cm_3	250 cm_3	340 cm_3	350 cm_3	450 cm_3	500 cm_3	530 cm_3	740 cm_3	800 cm_3	1000 cm_5	1250 cm_3
17610	10480		13430					17270				17700	17820	17700	17570
16490				13220		16930			16730	17090					
2460	1920	1910			1970		2540				3080				
Destilliertes Wasser		170	130	10											

Die Daten dieser Tabelle zeigen deutlich, dass in den ersten Mengen des auf das Torffilter sukzessive aufgegossenen Wassers — welche also nur mit wenig Luft in Berührung kamen — eine Abnahme des Sulfatgehaltes stattfand. Später machte sich aber die oxydierende Wirkung der Luft stark geltend.

Bei der nächsten Versuchsreihe wurde 1 Liter sulfatiges Wasser durch ein ca. 400 g umfassendes, bei jeder Bestimmung gewechseltes Torffilter filtriert wobei eine Berührung mit Luft womöglich vermieden wurde. Die Resultate sind folgende :

SO_3-Gehalt des Wassers, mg/l	Filtration No. 1.	Filtration No. 2.	Filtration No. 3.	Filtration No. 4.	Filtration No. 5.	Filtration No. 6.	Filtration No. 7.
2545	2162	2059	1855	1535	1037	882	515
Abnahme des SO_3-Gehaltes zwischen zwei Messungen %	15	5	10	17	33	15	42
Abnahme des SO_3-Gehaltes im Verhältnis zum ursprünglichen SO_3-Gehalt %	15	19	27	40	59	65	80

Die Abnahme der Sulfatione ging energisch vor sich, obwohl das Hinzukommen von *ganz wenig* Luft nicht zu vermeiden war.

Es wurde eine Substanz gesucht, die imstande war, die durch Reduktion entstehenden Spuren von Sulfiden zu binden und die Reduktion hiermit zu fördern. Auch wurde versucht den Schwefelgehalt der Lösung durch Reduktion zu entfernen, um hierdurch der oxydierenden Wirkung der Luft vorzubeugen. Die Wahl fiel auf eine Substanz, die im sulfathaltigen wasserführenden Gestein in enger Berührung mit dem Grundwasser vorkommt.

Als solche Substanz schien das Ferroion geeignet zu sein. Die Experimente bewiesen, dass die Zufuhr von Fe^{++}-Ionen nicht unbedingt notwendig ist, da das Fe^{+++}-Ion, welches vom organischen Stoff selbst reduziert wird, ebenfalls zweckentsprechend ist.

Es wurde zu diesen Versuchen ein 1% $FeCl_2$ enthaltendes Bitterwasser herangezogen. Dieses Wasser wurde — parallel mit den in der vorigen Tabelle zusammengefassten Versuchen — wiederholt durch Torf filtriert und zwar so, dass nach jeder Filtration gewöhnlichen Bitterwassers das Ferrochlorid führende Wasser filtriert wurde.

Es wurden dabei folgende Ergebnisse erzielt :

SO_3-Gehalt des Wassers mg/l	Filtration No. 1.	Filtration No. 2.	Filtration No. 3.	Filtration No. 4.	Filtration No. 5.	Filtration No. 6.	Filration No. 7.
2512	2514	2527	2365	1379	1895	1800	1476
SO_3-Gehalt % — mässig ausgedrückt im Verhältnis zum ursprünglichen SO_3-Gehalt	100	101	94	55	76	72	59

Die Resultate sind hier schwächer als bei den ohne $FeCl_2$ durchgeführten Experimenten. Dies konnte aber seine Ursache möglicherweise darin haben, dass die Wirksamkeit des Torfes mittlerweile erschöpft wurde.

Sobald eisenhaltiges Bitterwasser mit Torf in Berührung kam, färbte sich der Torf schwarz (FeS). Um die Wirkung des Fe^{++} zu kontrollieren, wurde auf denselben Torf als dritte Lösung schwach salzsaures, Fe^{++}-haltiges Bitterwasser gegossen und auf dieselbe Weise filtriert wie in den vorigen zwei Versuchsreihen.

Die Resultate ergaben :

SO_3-Gehalt des Wassers mg/l	Filtration No. 1.	Filtration No. 2.	Filtration No. 3.	Filtration No. 4.	Filtration No. 5.	Filtration No. 6.	Filtration No. 7.
2457	2523	2539	2428	2412	2392	—	2360
SO_3-Gehalt %-mässig ausgedrückt im Verhältnis zum urspr. SO_3-Gehalt	103	103	99	98	97	—	96

Diese Angaben lassen darauf schliessen, dass keine weitere sulfatvermindernde Wirkung auftritt, sobald die Bildung von Eisensulfid gehemmt und der Torf stark erschöpft wird.

Die letzten Experimente wurden dann insofern abgeändert, als das Bitterwasser durch eine mit Eisenchlorid getränkte Torfschicht filtriert wurde. Die Resultate schienen im allgemeinen völlig unregelmässig ; durchwegs liess sich aber feststellen, dass in Gegenwart von Luft die reduzierende Wirkung aufhörte. Sulfatbildung liess sich allenfalls nachweisen, wenn das Filter Luft bekam. So stieg der Sulfatgehalt in dem ursprünglich 434 mg/l SO_3 enthaltenden Wasser, das durch ein mit Eisenchlorid getränktem Torffilter filtriert worden war, bis auf 587 mg. Das durch eine mit $Fe(OH)_2$ vermengten Torfschicht filtrierte, 311 mg/l SO_3-haltige Wasser wies nach der ersten Filtrierung 190 mg, nach der dritten Filtration — nachdem das Filter genügend Luft bekommen hatte — 398 mg SO_3 auf. (Nach der ersten Filtration 61%, nach der dritten Filtration 122% des ursprünglichen SO_3-Gehaltes.)

Auf Grund dieser Beobachtungen und noch vieler hier nicht veröffentlichter Untersuchungen liess sich feststellen, dass selbst der mit Fe^{++}-Ionen behandelte Torf nur dann zufriedenstellende Resultate gibt, wenn sowohl der Filtrierstoff als auch die zu filtrierende und die filtrierte Lösung *vor Luft bewahrt worden sind.*

Es wurde versucht, die Wirksamkeit des Torfes zu steigern, indem auf den eisenhaltigen Torf ein mit Gras behandeltes, Bakterien und einige Grashälmchen enthaltendes Sulfatwasser aufgegossen wurde, gleichsam wie wenn man eine Bakterienkultur auf den Torf übertragen hätte.

Das Ergebnis war starke Sulfatverminderung : in dem ursprünglich 1290 mg/l SO_3-haltigem Wasser blieben nach der ersten Filtration 707 mg, nach der zweiten Filtration nur noch 520 mg/l SO_3 zurück.

Es wurde auch die auf Sägespäne ausgeübte Wirkung der Eisenverbindungen untersucht, indem Sägespäne mit einer $FeCl_2$-Lösung durchtränkt wurden. Die Oberfläche der Sägespäne färbte sich anfangs braun, dann aber grünlichschwarz. Durch diese Filterschicht wurde in Abständen von 24 Stunden je 120 cm^3 Sulfatwasser von gleichbleibender Konzentration filtriert. Hierbei wurde sorgsam darauf geachtet, dass die *Sägespäne-Filterschicht* mit womöglich wenig Luft in Berührung komme.

Es ergaben sich folgende Resultate :

SO_3-Gehalt des Wassers mg/l	Filtration No. 1.	Filtration No. 2.	Filtration No. 3.	Filtration No. 4.	Filtration No. 5.	Filtration No. 6.
268	254	264	276	281	277	235

Ein Teil des 268 mg/l SO_3 enthaltenden Wassers stand samt den ferrochloridhaltigen Sägespänen in einem sorgsam verschlossenen Kolben. Nach einmonatigem Stehen enthielt das Wasser nur noch 20 mg SO_3/l.

Aus all diesen Versuchsserien ging hervor, dass die Herabsetzung des Sulfations auch mit Hilfe von eisenhaltigen Sägespänen gut durchführbar ist, doch wird auch hierzu eine längere Zeit — einige Wochen oder mehr — benötigt. Dasselbe konnte vom Torf, vom eisendurchtränkten Torf und vom Gras festgestellt werden.

Das Resultat all dieser Untersuchungen lässt sich folgenderweise zusammenfassen :

Die Quantität der Sulfatione kann im sulfathaltigen Grundwasser durch Torfmoorerde, Sägespäne, Gras bis zu einem Grad herabgesetzt werden, wo die Aggressivität des Wassers auf den Beton praktisch aufhört. Dieser Rückgang des Sulfations vollzieht sich aber nur dann, wenn sowohl das Wasser als auch der organische Stoff vor Luft sorgsam abgeschlossen sind. Der hochgradige Rückgang des Sulfations vollzieht sich in einer minimalen Zeitspanne von 6—8 Wochen, kann aber — je nach der Konzentration — auch längere Zeit (mitunter auch mehrere Monate) in Anspruch nehmen. Die Herabsetzung der Menge der Sulfationen geht sicherlich durch die Wirkung von sulfatreduzierenden Bakterien vor sich.

Die hier veröffentlichten Bestimmungen wurden teilweise von *Frau Almásy* auf Grund eines gemeinsamen Forschungsplanes vorgenommen. Für ihre genaue und rastlose Mitarbeit, während welcher sie einen Teil der Experimente (insgesamt etwa 400) durchführte, soll hier der aufrichtigste Dank ausgesprochen werden.

Es besteht die Absicht, diese Experimente bei Einbeziehung anderer organischer Stoffe fortzusetzen und die beobachteten Vorgänge weiter zu verfolgen.

Es wurden auch im freien Gelände in grösserem Maszstabe Versuche durchgeführt. Diese Arbeiten wurden auf Grund der von den Verfassern gegebenen Anweisungen durch das Ingenieurgeologische Büro ausgeführt. Der mit der Leitung dieser Feldarbeiten betraute Mitarbeiter dieses Büros, Ing. *Z. Lantos*, liess die Bohrungen im Terrain des einstigen Elisabeth-Salzbades (heute Krankenhaus), im Lágymányos-Bezirk von Budapest vornehmen. Hier enthält das Grundwasser sehr viel Sulfate (mehrere Tausend mg SO_3 pro Liter). Die Auswahl der zu untersuchenden Punkte dieses Gebietes war dem Büro überlassen.

Die einzelnen Bohrungen wurden folgenderweise ausgeführt :

Es wurde an allen untersuchten Stellen eine kleine Schürfgrube ausgegraben (Grundfläche etwa 1 m^2, Tiefe 0,5—0,7 m). In der Mitte wurde ein Bohrloch

angelegt. Die Bohrlöcher von 200 mm Durchmesser wurden unter den Grundwasserspiegel vertieft (1—2,5 m) und ihr unterer Teil wurde mit dem organischen Stoff mindestens bis zur Höhe des höchsten Grundwasserspiegels ausgefüllt (etwa 60—80 cm Tiefe). Der obere Teil der Bohrlöcher oberhalb des organischen Stoffes und die kleine Schürfgrube wurden bis zur Erdoberfläche mit undurchlässigem Ton verstopft. Diese ausgefüllten Bohrungen wurden dann etwa zwei Monate unberührt gelassen.

Dieses Gebiet hat durchschnittlich folgendes Profil: oben humoser Boden von 0,10 bis 0,60 m Mächtigkeit, darunter höchstens etwa 0,60 m Wiesenton einer dünnen (meist 0,10 bis 0,20 m) Schicht von Schotter und Sand aufgelagert, darunter mitteloligozäner Kleinzeller Ton, oben, in 2 bis 2,5 m Mächtigkeit, gelb und krümelig, unten blau und dicht[5]. Der Grundwasserspiegel schwankt hier zwischen 0,50 und etwa 2,0 m unter der Oberfläche.

Nach zwei Monaten wurden die Bohrlöcher unter Mitwirkung der Verfasser geöffnet: die kleinen Schürfgruben wurden mit Spaten und Schaufel freigelegt und die verstopften Bohrlöcher mit einem Handbohrer (Durchmesser etwa 4 cm) angebohrt (bis 0,4—0,5 m Tiefe unter dem Grundwasserspiegel). Das im kleinen Bohrloch erschienene Grundwasser wurde mit einem kleinen, löffelartigen Schöpfer in mehreren Teilen ausgehoben. Ein aliquoter Teil des Wassers wurde an Ort und Stelle filtriert und dann im Laboratorium des Krankenhauses die Abscheidung des Bariumsulfates ausgeführt. Die weitere Behandlung dieses Bariumsulfatniederschlages erfolgte erst nach einigen Stunden im Laboratorium des Büros. (Analytiker: Frau M. Brugger.) Zur Kontrolle wurden die Bestimmungen des SO_4 auch im chemischen Laboratorium des Mineralogisch-Geologischen Instituts der Technischen Universität in Budapest ausgeführt. (Analytiker: Adjunkt G. Bidló.)

Es muss hier nachdrücklich betont werden, dass bei der Entnahme und besonders beim langdauernden Filtrieren des trüben Grundwassers unbedingt eine starke Oxydation erfolgte.

Zum Vergleich wurde in der Nähe der geöffneten Bohrlöcher das mit dem organischen Stoff nicht in unmittelbare Berührung gekommene Grundwasser untersucht; das Grundwasser wurde aus Bohrlöchern gewonnen und sein Sulfatgehalt bestimmt.

Die chemischen Bestimmungen ergaben die folgenden Resultate:

A) *Untersuchungen im Garten des Krankenhauses*

Bohrung No. 1. Füllmaterial: Torf (frisch, Balatongyörök, ursprünglicher SO_3-Gehalt vor der Füllung des Bohrloches mit Wasser fast vollständig ausgewaschen).

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt ...	1590 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	2756,72 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	1869 mg/l SO_3		

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung in etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. 1 :

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt	2647 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	9719,92 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	9204 mg/l SO_3		

Bohrung No. 2. Füllmaterial : Nadelholz-Sägespäne (vor der Füllung mit Wasser ausgewaschen).

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	4802 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	4952,44 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	4951 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser, an Ort und Stelle mit $CuCl_2$ behandelt (um die Spuren von H_2S zu binden) nach 6 Stunden	4088,84 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	4831 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 48 Stunden	4648 mg/l SO_3		

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung in etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. 2 :

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	5289 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	5420 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	5370 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 326 Stunden	5545,40 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	4923 mg/l SO_3		

Bohrung No. 3. Füllmaterial : trockenes Gras.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	3652 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3488,40 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	3689 mg/l SO_3	Mit dem Gras ausgehobenes Wasser (ausgepresst)	4333,30 mg/l SO_3
Nach 48 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	4600 mg/l SO_3		

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung in etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. 3 :

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Nach etwa 6 Stunden	3604 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	4739 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	4515 mg/l SO_3		
Nach 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	4918 mg/l SO_3		

Die Daten der Bohrung No. 3 zeigen, dass das trockene Gras nur eine sehr schwache Wirkung ausübt. Diese Tatsache wurde auch schon früher durch die Versuche im Laboratorium festgestellt.

In etwa 3 m Entfernung von Bohrloch No. 2 befindet sich ein Brunnen (Wasserspiegel in 1,54 m Tiefe am 30. VI. 1952), der seit 1945 jahrelang unbenützt und unbedeckt stand und erst vor einigen Monaten teilweise zugedeckt wurde. Jahrelang fielen organische Stoffe (Laub, etc.) in den Brunnen, auf deren reduzierende Wirkung dieses Wasser nur 3566 mg/l SO_3 enthält (Bestimmung des Ingenieurgeologischen Büros).

B) *Untersuchungen am 27. Grundstück der Tétényer-Strasse, westlich vom Krankenhaus*

Bohrung No. I. Füllmaterial: trockenes Gras.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	2614 mg/l SO_3	Nach etwa 24 Stunden bestimmt	2455,48 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	2668 mg/l SO_3	Nach etwa 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	3161,32 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3362 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 48 Stunden in einem dunklen Glasgefäss aufbewahrt	2499 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 48 Stunden in einem gewöhnlichen Glasgefäss aufbewahrt	2419 mg/l SO_3		
Nach 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	3405 mg/l SO_3		

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung in etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. I.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	2782 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	2747,56 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	2790 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	2894 mg/l SO_3		
Nach etwa 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	2852 mg/l SO_3		

Die Daten der zwei letzten Tabellen zeigen wieder die äusserst schwache Wirkung des trockenen Grases.

Bohrung No. II. Füllmaterial: Nadelholz-Sägespäne (vor der Füllung mit Wasser ausgewaschen).

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt	3670 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3780,80 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	3752 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3196 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach 48 Stunden in einem dunklen Glasgefäss aufbewahrt	3634 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach 48 Stunden in einem gewöhnlichen Glasgefäss aufbewahrt	3708 mg/l SO_3		
Nach 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	3222 mg/l SO_3	Nach 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	2339,88 mg/l SO_3

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung in etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. II.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt....	3656 mg/l SO_3	Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3954,88 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 6 Stunden	3880 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser . nach etwa 24 Stunden bestimmt...	4736 mg/l SO_3		

In etwa der halben Distanz zwischen den Bohrlöchern No. I und No. II (Entfernung 80 m) wurde das Grundwasser angebohrt. Dieses Wasser enthielt 2070, bzw. 1991 mg/l SO_3 nach etwa 6 Stunden bzw. 24 Stunden nach der Entnahme (Bestimmungen des Ingenieurgeologischen Büros).

Bohrung No. III. Füllmaterial: frisches Gras.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Mit dem Gras ausgehobenes Wasser (ausgepresst)	2909 mg/l SO_3	Nach etwa 24 Stunden bestimmt	4608,36 mg/l SO_3
Sogleich filtriert und $BaSO_4$ gefällt	4296 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	3687 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 48 Stunden in einem dunklen Glasgefäss aufbewahrt	4068 mg/l SO_3		
Dasselbe Wasser nach etwa 48 Stunden in einem gewöhnlichen Glasgefäss aufbewahrt	4016 mg/l SO_3		
Wasser nach etwa 24 Stunden dem offenen Bohrloch entnommen	3620 mg/l SO_3		
Das Wasser wurde sterilisiert	3781 mg/l SO_3		

Das reduzierte Wasser roch sehr stark nach Merkaptan.

Nicht behandeltes Wasser aus einer Bohrung von etwa 0,5 m Entfernung von der Bohrung No. III.

Ingenieurgeologisches Büro		Min.-Geol. Institut der Technischen Universität	
Nach etwa 6 Stunden	5606 mg/l SO_3	Nach etwa 24 Stunden	7027 mg/l SO_3
Dasselbe Wasser nach etwa 24 Stunden	6500 mg/l SO_3		

In etwa der halben Distanz zwischen den Bohrlöchern No. II und No. III (Entfernung 60 m) wurde das Grundwasser angebohrt. Dieses Wasser enthielt 5900,32 mg/l SO_3 (Min.-Geol. Inst. d. Techn. Universität), bzw. 5606 mg/l SO_3 (nach etwa 6 Stunden), 6500 mg/l SO_3(nach etwa 24 Stunden). Die letzten zwei Bestimmungen wurden durch das Ingenieurgeologische Büro ausgeführt.

Wie aus den im Gelände in grösserem Maszstab ausgeführten Untersuchungen hervorgeht, wurden die im Laboratorium festgestellten Ergebnisse auch im Terrain bestätigt: *feuchter frischer Torf* (Balatongyörök), *Sägespäne* und *frisches Gras üben eine sulfatreduzierende Wirkung aus.*

Die dritte, zum Schutz des Betons geeignete Situation ist vielenorts ein Resultat günstiger geologischer Verhältnisse.

In dem mit der Luft in Berührung stehenden Ton lassen sich zwei Teile unterscheiden; 1. Der obere gelbe Ton und 2. der tiefer gelagerte blaue Ton.

Im gelben Ton hat sich die Oxydation des Pyrits bereits vollzogen und die während der Oxydation gebildeten feinen Limonitkörnchen färben den Ton gelb oder gelblichbraun. Teilweise trägt auch das aus dem geringen Eisengehalt der zersetzten Karbonate und Silikate gebildete Eisenhydroxyd zur gelblichen Färbung bei. Die Mächtigkeit des gelben Tons ist verschieden. Allgemein ist sie dort grösser, wo der Ton ohne jegliche Gesteinsdecke bis zur Oberfläche reicht. In diesem Falle können sich im Ton — falls er nicht von einer dichten Vegetation überdeckt ist — infolge der schwellenden Wirkung der Niederschläge und der bei Trockenheit auftretenden Schrumpfungen bedeutende Risse bilden [6]. Die Risse können eine Tiefe von 6—8 m oder mehr erreichen. In diese Risse dringt die Luft bei trockenem Wetter unbehindert ein und eröffnet den Oxydationsprozess.

Die Mächtigkeit des oxydierten, gelben Tones ist in einer mit porösem Gestein überdeckten Tonmasse durchwegs geringer: durchschnittlich nur 0,5—2,00 m. Die Mächtigkeit ist um so geringer, je weniger die Deckschicht luftdurchlässig ist.

Das Gros der Sulfate bildet sich im unteren Teil des gelben Tones bzw. im oberen Teil des blauen Tones. Das Wasser pflegt in diesen Abschnitten die grösste Konzentration zu erreichen.

Der in solche, bis zur Oberfläche reichende oder dieser naheliegende, grundwasserführende, gelbe bzw. blaue Tonschichten eingebaute Beton ist dem *schädlichen Einfluss des Sulfatwassers sehr stark ausgesetzt.* Bei solcher Lagerung wird der Beton auch dann stark beschädigt, wenn der Ton nur wenig organische Bestandteile enthält, da die Oxydation infolge der reichlichen Luftzufuhr sehr bedeutend ist.

Die bisher geschilderten Untersuchungen zeigen klar, dass in solchen Fällen eine künstliche Verminderung des Sulfatgehaltes am zweckdienlichsten wäre, selbst da, wo man es mit strömendem Grundwasser zu tun hat. Die Daten der Bitterwasserbrunnen-Gebiete zeigen, dass die völlige Erschöpfung der Brunnen,

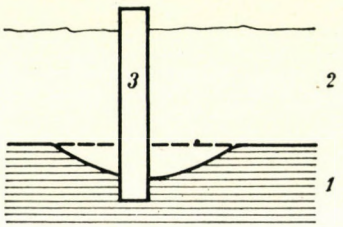


Abb. 2. 1 = blauer Ton ; 2 = krümeliger, gelber Ton mit Grundwasser ; 3 = Betonkörper.

d. h. das Aufhören der Sulfatbildung, nach 15—20 Jahren erfolgt. In so langer Zeit kann der Beton völlig zugrundegehen, wenn der Sulfatgehalt den Schwellenwert wesentlich überschreitet. Besonders schwierig ist die Lage, wenn sich das Grundwasser — in kleiner Tiefe — um den Betonkörper herum in einer beckenförmigen Vertiefung anstaut *(Abb. 2)*. In diesem Falle setzt sich nämlich die zerstörende Wirkung des Sulfatwassers in der Vertiefung selbst dann fort, wenn die Oxydation der gesamten Sulfidmenge bereits beendet ist. Obwohl dann kein weiteres sulfathaltiges Wasser an den Beton mehr herankommt, wirkt das im Becken angesammelte Wasser solange zersetzend auf den Beton, bis die gesamte Menge des Sulfations zur Zerstörung des Betons aufgebraucht ist.

Ebenso gefährlich sind auch Lagerungen, bei welchen der Ton nicht auf der Oberfläche liegt, sondern von dünnem (einige m starkem) sehr porösem Gestein (Sand, Kies, Kalktuff) beinahe bis zur Oberfläche überlagert ist, welches nur ganz oben von einer geringen (einige cm, bzw. dm dicken), impermeablen Gesteinsschicht bedeckt wird *(Abb. 3)*. Das Grundwasser nimmt vorwiegend in dem porösen Gestein Platz. In die oben liegenden porösen Schichten kann die Luft fast unbehindert eindringen (infolge einer künstlichen, durch Bauarbeiten verursachten Zerrüttung, oder durch eine natürliche Rissigkeit des äusserst dünnen, dichten Gesteins) und gerät von hier aus in das Wasser.

Im oberen Teil des vom Grundwasser durchnässten Tones beginnt nun die Oxydation. Die hier gebildeten Salze koagulieren den Ton und machen ihn hierdurch sehr schwach wasserdurchlässig.

Der in Ton gebettete Beton ist auch in letzteren Fällen der schädlichen Wirkung des Sulfatwassers ausgesetzt. Eine Lösung der Schwierigkeiten kann auch diesmal nur durch eine künstliche Entsulfatisierung des Wassers herbeigeführt werden.

Ein solches Gebiet ist der »Lágymányos« in Budapest. Hier ist der Ton (sogennanter »Kleinzeller Ton« aus dem mittleren Oligozän) grösstenteils von einigen dm dickem Wiesenlehm überdeckt, welcher in trockenen Jahreszeiten sehr stark birst. Stellenweise liegt hier der Ton ganz frei an der Oberfläche, stellenweise ist er aber von älteren Donausedimenten (Sand und Kies) überdeckt. Die Kanalisation ist häufig in diese obere, der Oxydation ausgesetzten

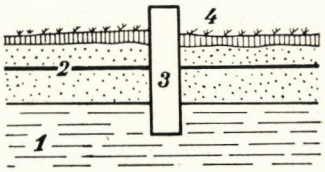


Abb. 3. 1 = Ton; 2 = poröses Gestein; 3 = Betonkörper; 4 = dichtes, aber mit Rissen durchzogenes Gestein. Die horizontale Linie entspricht dem Grundwasserspiegel.

Schicht eingebaut. Wegen der allzustarken Aggressivität der Sulfatwässer musste man den Beton an mehreren Stellen isolieren oder durch andere, widerstandsfähigere Materialien ersetzen. Die angewandten Verfahren wurden von *J. Szabó* veröffentlicht [7].

Wenn das Grundwasser in der Richtung des Gefälles der Schichten abfliessen kann, so kann auch das Sulfatwasser durch langsames Strömen verschwinden, falls keine weitere Oxydation möglich ist. Solche Verhältnisse herrschten z. B. auf dem Gebiete der Budapester Wasserwerke bei Békásmegyer. Über die sulfathaltigen Wässer dieses Gebietes hat *D. Molnár* [8] Daten veröffentlicht. Bei dem Bau des Dükers erschien auch hier das sulfathaltige Wasser. Innerhalb weniger Monate — nach Beendigung der Bauarbeiten — sank die Menge der SO_4-Ione im Ton auf ein Mindestmass herab. Diese Abnahme war in den ersten Wochen sehr intensiv, später wurde sie geringer.

D. Molnár ist der Ansicht, dass dieses Sinken mit der Erschöpfung der Pyritvorräte im Ton zu erklären sei.

Laut den mit Bitterwasserbrunnen gemachten Erfahrungen vollzieht sich die Erschöpfung eines Bitterwasserbrunnens — und was hiermit fast gleichbedeutend ist: die Erschöpfung der im umgebenden Ton enthaltenen Pyritvorräte, bzw. die völlige Oxydation der gesamten Pyritmenge — nicht in einigen Wochen, sondern, wie oben bereits erwähnt wurde, in 15—20 Jahren.

Hier war der Fall lediglich der, dass die weitere Oxydation im Ton (infolge Mangels an Luft) nach Beendigung der Bauarbeiten aufhörte. Das Sulfatwasser versickerte allmählich in der Richtung des Gefälles der Tonschichten. Hierauf weist auch das in diesem Artikel veröffentlichte Blockdiagramm hin, auf welchem das Fallen der Schichten deutlich dargestellt wurde. Es ist auch anzunehmen, dass am Verschwinden des Sulfations die im Ton enthaltenen verkohlten Pflanzenreste ebenfalls ihren Anteil haben. Das Vorhandensein solcher Pflanzenteilchen konnte im Ton zweifellos nachgewiesen werden.

Wenn der Beton so tief in den blauen Ton zu liegen kommt, dass in das tiefer liegende Grundwasser weder unmittelbar noch von oben oder durch sandigere Einlagerungen Oxygen bzw. Luft geraten kann, dann ist der Beton völlig ausser Gefahr. Das Grundwasser kommt zwar während der Bautätigkeit an der Arbeitsstelle mit Oxygen in Berührung und die Sulfatbildung hebt an, später aber, nach Vollendung der Arbeit, wird sowohl der Ton als auch das Grundwasser vor der Luft wieder abgesperrt. In solchen Fällen kann eine Beschädigung des Betons nur dann auftreten, wenn das Grundwasser eine unzulängliche Strömung geschwindigkeit aufweist, das heisst beinahe bewegungslos ist. Da bleibt der Beton mit dem sulfatigen Wasser solange in Berührung, bis sich alle Sulfate mit dem langsam dahinsickernden Grundwasser entfernt haben ; mittlerweile wird ein Teil des Sulfations zur Zersetzung des Betons verbraucht. Dieser Prozess geht rascher vor sich, wenn der Ton lignitähnliche Pflanzenteilchen enthält, da diese eine Reduktion bewirken, welche ihrerseits zum raschen Verbrauch des Sulfations führt.

Grosse Schwierigkeiten treten dort auf, wo sich das sulfathaltige Wasser in einer beckenförmigen Mulde des ebenfalls *tiefliegenden*, wasserundurchlässigen Tones ansammelt und der Beton in diese Mulde zu liegen kommt. Während der Bautätigkeit setzt auch hier die Sulfatbildung ein. Das Grundwasser ist aber praktisch ausserstande, aus dem Becken zu entweichen. Hier bewahrt das Wasser solange seinen schädlichen Charakter, bis die gesamte Menge seiner Sulfatione beim Zersetzen des Betons aufgezehrt worden ist.

An vielen Stellen kommen im Ton sandige, kiesige Einlagerungen vor. Diese bilden häufig Auskeilungen. Stellenweise haben diese — im Verhältnis zur Tiefe des Betonbaues — eine höhere Lage, sind aber von oben mit (kolloide Körnchen reichlich enthaltendem, also impermeablem) Ton bedeckt. Von oben haben sie also keine Oxygenzufuhr. Falls aber in der Nähe des Betons nachträglich ein Bohrloch oder Einschnitt vertieft wird, welche die Einlagerung durchschneiden, so beginnt sogleich das Eindringen der Luft durch die permeable Einlagerung. Zugleich beginnt auch die Oxydation des (die Randteile der Einlagerung berührenden) blauen Tones und im Grundwasser erscheinen die Sulfate *(Abb. 4* und *5)*.

Stellenweise reichen die in den Ton eingelagerten, ausgekeilten, mehr wasserdurchlässigen Gesteine fast bis zur Oberfläche und sind nur von dünnem,

wasserdichtem Ton — in Form eines kleinen Hügels — überdeckt. Dieser Ton verhindert das Eindringen von Luft. Sobald aber — anlässlich einer eventuellen Planierung des Terrains — dieser Ton abgetragen wird, tritt die Luft mit dem

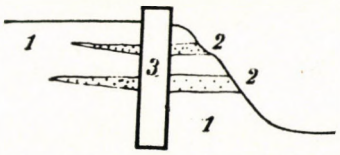


Abb. 4. 1 = Ton ; 2 = sandige Einlagerungen, die im Einschnitt heraustreten ; 3 = Betonkörper.

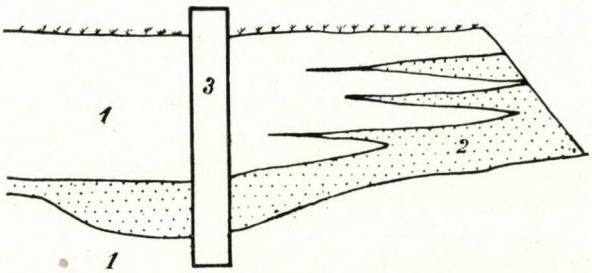


Abb. 5. 1 = Ton ; 2 = sandige Einlagerungen, die im Einschnitt heraustreten ; 3 = Betonkörper.

Grundwasser in Berührung und die Sulfatbildung setzt ein. Durch das ausgekeilte Gestein beginnt der Zersetzungsprozess des Betons. *(Abb. 6.)* Wenn das Hinzuströmen von Luft nicht vermieden werden kann, so wird die Sulfatbildung

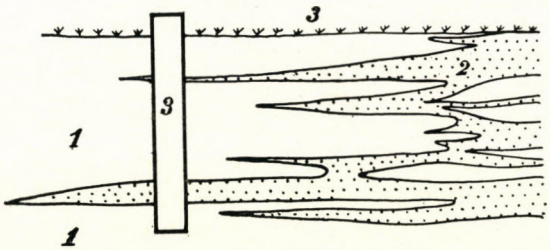


Abb. 6. 1 = Ton ; 2 = sandige Einlagerungen. Rechts oben — am Rande der Abbildung — war das sandige Gestein mit undurchlässigem Ton überlagert. Dieser Ton wurde später künstlich entfernt ; 3 = Betonkörper.

solange anhalten, bis der ganze, im Ton enthaltene Pyrit völlig durch Oxydation verschwunden ist. In solchen Fällen ist die Verminderung des Sulfations und die Verhinderung der weiteren Oxydation auf künstlichem Wege besonders erwünscht.

SCHRIFTTUM

1. *Albert :* Die Herstellung und die technischen Eigenschaften von Ferrari Zementen. 1937.

2. *Gáspár, G. :* Káros hatások a betonra. Budapest, 1942. (Schädliche Einflüsse auf den Beton. Budapest, 1942.)

3. *Szigligeti, G. :* Az azbesztcement csőanyagokra káros hatású vizek stb. Hidrológiai Közlöny XXX., 1950. 43. (Die auf Rohrmaterialien aus Asbestzement schädlich wirkenden Wässer usw. Zeitschrift für Hydrologie, XXX., 1950. 43.)

4. *Szabó, J. :* A Budai keserűvíz földtani viszonyai. A M. Természettudományi Társulat évkönyvei. III. 1851—1856. (Die geologischen Verhältnisse des Ofner Bitterwassers. Jahrbücher der ung. Gesellschaft für Naturwissenschaft. III. 1851—1856.) — *Szabó, J. :* Budapest geológiai tekintetben. 1—116. Budapest, 1879. (Budapest in geologischer Hinsicht. 1—116. Bpest, 1879.)

5. *Vendl, A. :* Zur Kenntnis sulfathaltiger Grundwasser. Geologie und Bauwesen 1930, Heft 4.

Vendl, A. : Über das Grundwasser des Lágymányos. Zeitschrift für Hydrologie, X. S. 3—17., 1931., Budapest.

Vendl, A. : Der Kleinzeller Ton. Jahrb. d. Ung. Geol. Anstalt, XXIX., 1932. Bpest.

Vendl, A. : Hydrogeologie der Bitterwasserquellen von Budapest. Zeitschr. f. Hydrologie, XXIX., 1949., Budapest.

6. *Terzaghi, K. :* Erdbaumechanik, 1925. 198.

7. *Szabó, J. :* Die neueren Kanalisationsbauten der Hauptstadt, mit besonderer Rücksicht auf die aggressiven Grundwässer. Mitteilungen d. Vereins ung. Ingenieure u. Baumeister, 1935. Heft 23—26. (Ungarisch : Magyar Mérnök és Építész Egylet Közlönye. 1935, 23—26. füzet.)

8. *Molnár, D. :* Die Hydrogeologie des Wassergewinnungsgebietes der Budapester Wasserwerke. »Vom Wasser XV.« 169—180.

ZUSAMMENFASSUNG

In dem Grundwasser führenden, pyrithältigen Ton bewirkt das Hinzutreten von Luft eine sofortige Sulfatbildung. Dies ist auch bei Fundierungsarbeiten der Fall, wo infolge der Erdaushebungen Oxygen mit solchem Ton in Berührung kommt. Es lässt sich nur auf Grund genauer geologischer Untersuchungen feststellen, inwiefern der schädliche Charakter des Sulfatwassers den eingebauten Beton gefährdet und welche Massnahmen zur künstlichen Verringerung des Sulfatgehaltes bzw. zum anderweitigen Schutz des Betons zu treffen sind.

Abschliessend sei noch erwähnt, dass ein Teil der Untersuchungen dank der Unterstützung der Ung. Akademie der Wissenschaften ausgeführt werden konnte, wofür auch hier der beste Dank der Verfasser ausgesprochen wird. Es sei der Hoffnung Ausdruck verliehen, dass die Ungarische Akademie der Wissenschaften auch die weiteren Experimente durch ihre wohlwollende Unterstützung fördern wird.

О СУЛЬФИТНЫХ ВОДАХ

Академик А. Вендль и А. Альмаши

Резюме

В проводящей грунтовую воду пиритной глине доступ воздуха ведет к немедленному образованию сульфата. Это явление имеет место также и при работах по устройству фундаментов, когда вследствие выемки грунта кислород соприкасается с такой глиной. Только исключительно на основании точных геологических исследований можно установить, насколько влияет вредный характер сульфатной воды на встроенный бетон и какие мероприятия необходимо предпринять для искусственного снижения содержания сульфата, или же для какого-нибудь другого метода защиты бетона.

В заключение авторы выражают благодарность Академии Наук Венгрии, которая своим содействием сделала возможным проведение одной части исследований и они высказывают надежду, что Академия Наук и в дальнейшем окажет помощь для проведения в этом направлении необходимых экспериментов.

DIE PLASTISCHE KNICKUNG DES ZENTRISCH GEDRÜCKTEN STAHLSTABES

Prof. P. CSONKA
Doktor d. Ingenieurwissenschaften

Eingegangen am 26. Januar 1952.

Einleitung

Nach der neuerdings aufgestellten Theorie von *F. R. Shanley* [1/2] bleibt der zentrisch gedrückte gerade prismatische Stab bei Zunahme der Belastung nur bis zur Engesserschen Durchschnittsspannung

$$\sigma' = \frac{\pi^2 E'}{\lambda^2}$$

gerade [3]. Von da ab verbiegt sich zwar die Stabachse, doch kann die Druckspannung noch bis zu einer gewissen Grenze σ_k weitergesteigert werden, wo die Tragfähigkeit des Stabes erschöpft wird. Dieser Wert der Durchschnittsspannung liegt unter dem Spannungswert

$$\sigma'' = \frac{\pi^2 T}{\lambda^2}$$

der Engesser—Kármánschen Formel.

Die Anwendung der Shanleyschen Knicktheorie wurde von Prof. *F. Schleicher* [4] und vom Verfasser [5] auf Stäben vorgeführt, deren Elastizitätsdiagramm in der Nähe der Knickspannung durch zwei *Geraden* ersetzt werden kann. Der vorliegende Aufsatz behandelt nun den Fall eines Stahlstabes, dessen Elastizitätsdiagramm den wirklichen Verhältnissen entsprechend *krummlinig* berücksichtigt wird. Es werden die Tragfähigkeit des Stabes als Funktion seiner Schlankheit und seine grösste Ausbiegung als Funktion der mittleren Druckspannung bestimmt. Die erhaltenen Resultate werden mit den Ergebnissen anderer Knicktheorien verglichen.

Voraussetzungen

Zugrunde gelegt wird ein Stahlstab, dessen Querschnitt aus zwei unendlich dünnen parallelen Gurten symmetrisch ausgebildet ist *(Abb. 1)*. Es wird vorausgesetzt, dass diese zwei Querschnittsteile sich wie ein Ganzes verhalten eben so, wie wenn die beiden Teile mit einem unendlich dünnen Steg fest verbunden wären. Es wird angenommen, dass die ursprünglich ebenen Querschnitte auch

nach erfolgter Formänderung eben bleiben, ihre anfängliche Form beibehalten und auch auf die verbogene Stabachse senkrecht bleiben.

Als Spannungs-Dehnungskurve wird eine den wirklichen Verhältnissen gut entsprechende Linie angenommen, die aus zwei Geraden und einem Abschnitt

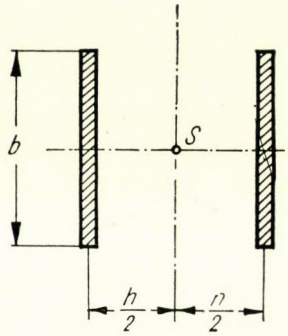


Abb. 1. Die Querschnittsfigur des Stabes

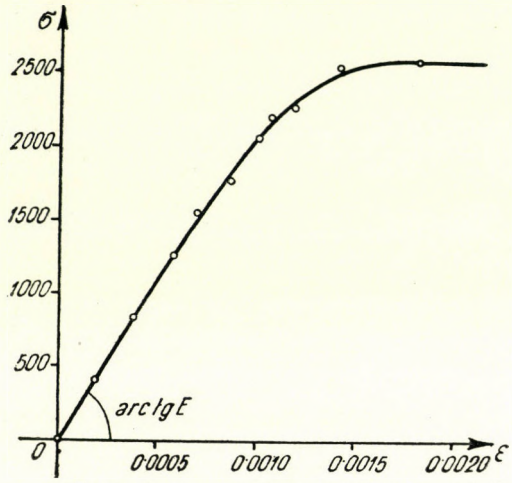


Abb. 2. Spannungs-Dehnungsdiagramm bei Spannungszunahmen

eines Sinusoids zusammengesetzt ist. Eine solche Linie ist in *Abb. 2* dargestellt. Die hier mit Nullkreisen bezeichneten Punkte zeigen die gemessenen Versuchswerte, welche, wie ersichtlich, dicht an der angenommenen Linie liegen. So ergeben sich folgende Spannungswerte (in kg/cm²):

für $0 \leqq \varepsilon \leqq 0{,}000\,388$ ist $\sigma = 2\,183\,000\,\varepsilon$;
für $0{,}000\,388 \leqq \varepsilon \leqq 0{,}001\,660$ ist $\sigma = 845 + 1735 \sin 1258\,(\varepsilon - 0{,}000\,388)$;
für $0{,}001\,660 \leqq \varepsilon$ ist $\sigma = 2580$.

Dieses Spannungs-Dehnungsgesetz ist natürlich nur bei fortwährend zunehmenden Spannungen gültig. Fallen die Spannungen während des Ausbiegungsvorganges, so werden die Spannungsabnahmen von Dehnungsverminderungen begleitet, die einem Geradliniengesetz folgen *(Abb. 3)*. Der Elastizitätsmodul für solche Spannungsrückgänge wird dem ursprünglichem Elastizitätsmodul E gleichgesetzt.

Die Grundgleichungen

Die Grundgleichungen des Ausbiegungsvorganges kann man ähnlicherweise ableiten, wie es in dem Aufsatz von *F. Schleicher* [4] oder in einer Abhandlung des Verfassers [5] gezeigt wurde. Mit den Bezeichnungen der *Abb. 4* und *5*

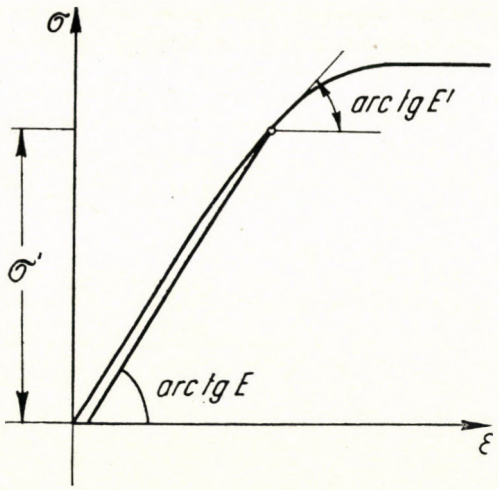


Abb. 3. Spannungs-Dehnungsdiagramm bei Spannungsabnahmen

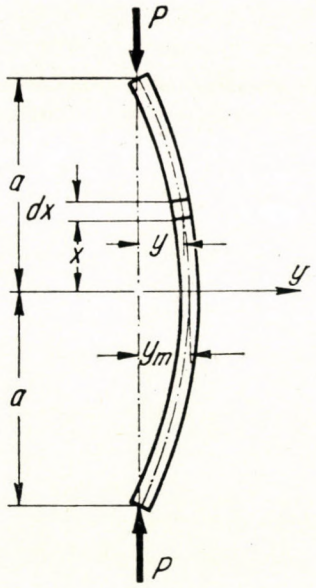


Abb. 4 Das Koordinatensystem

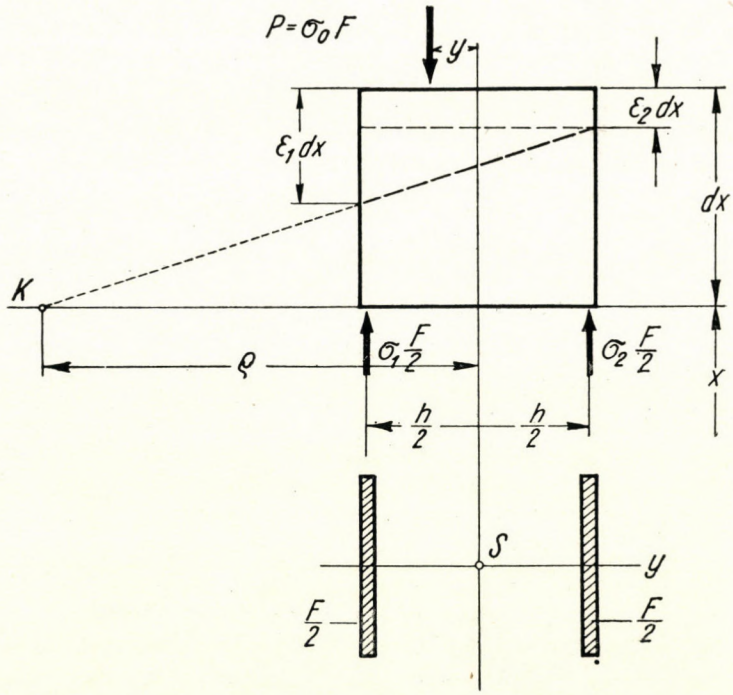


Abb. 5. Die Formänderung und das Gleichgewicht des Stabelementes

lassen sich nämlich die Gleichgewichtsbedingungen eines beliebigen Elementes des ausgebogenen Stabes folgenderweise ausdrücken:

$$\sigma_1 \frac{F}{2} + \sigma_2 \frac{F}{2} - \sigma_0 F = 0,$$
$$\frac{h}{2} \sigma_1 \frac{F}{2} - \frac{h}{2} \sigma_2 \frac{F}{2} - y \sigma_0 F = 0.$$

Hieraus ergibt sich

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_0, \tag{1}$$
$$y = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{4\sigma_0}. \tag{2}$$

Einfach lässt sich auch ein Zusammenhang zwischen den Randfaserdehnungen ε_1, ε_2 und der Krümmung der Stabachse bestimmen. Laut Abb. 5 ist nämlich

$$y'' = -\frac{1}{\varrho} = -\frac{1}{h} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2). \tag{3}$$

Durchführung der Rechnungen

Nimmt man nun, wie es von *Kármán* [6] gezeigt wurde, die mittlere Spannung σ_0 beliebig an, so kann man Gl. (1) zur Bestimmung der zusammengehörenden Wertepaare, σ_1, σ_2 benützen. Zu jedem dieser gehört eine Ausbiegungsordinate, welche mittels Gl. (2) bestimmt werden kann. Anderseits kann man die den Randspannungen σ_1, σ_2 entsprechenden Randfaserdehnungen ε_1, ε_2 mit Hilfe des Spannungs-Dehnungsgesetzes einfach feststellen und so ist es möglich, auch den Wert y'' mit Gl. (3) zu berechnen. Somit kann man also jedem möglichen Wert von y einen entsprechenden Wert y'' zuordnen. Selbstverständlich muss man im Verlauf der Berechnung sorgfältig darauf achten, dort, wo während des Ausbiegungsvorganges eine Spannungsabnahme stattfindet, die Dehnung ε_2 als eine Gerade in Rechnung zu stellen, welche sich im Punkte σ' aus der Dehnungslinie abzweigt (Abb. 3).

In Kenntnis des Zusammenhanges $y'' = \varphi(y)$ kann die Form der ausgebogenen Stabachse bestimmt werden. Dabei ist es angezeigt, die von *Kármán* [6] angegebenen numerischen Intergrationsverfahren zu benützen. Gegebenfalls lässt sich die Berechnung zweckmässig auf folgende Weise ausführen: Man betrachtet die durchschnittliche Spannung σ_0 als gegeben und schätzt die Spannungsgrenze σ', bis zu welcher die Stabachse gerade bleibt. Hierauf nimmt man im Mittelquerschnitt eine beliebige Ausbiegungsordinate y_m an und bestimmt mit Hilfe eines der erwähnten numerischen Verfahren die zugehörige Stablänge bzw. Schlankheit. Wenn zu der so erlangten Schlankheit wirklich die schätzungsweise angenommene Spannung σ' gehört, so entsprechen die daraus berechneten

Ausbiegungsordinaten einem möglichen Gleichgewichtszustande des Stabes. Falls aber der errechnete Wert nicht mit dem anfangs angenommenen Werte σ' übereinstimmt, ist die Berechnung mit veränderten Anfangswerten zu wiederholen, bis sich eine Übereinstimmung ergibt.

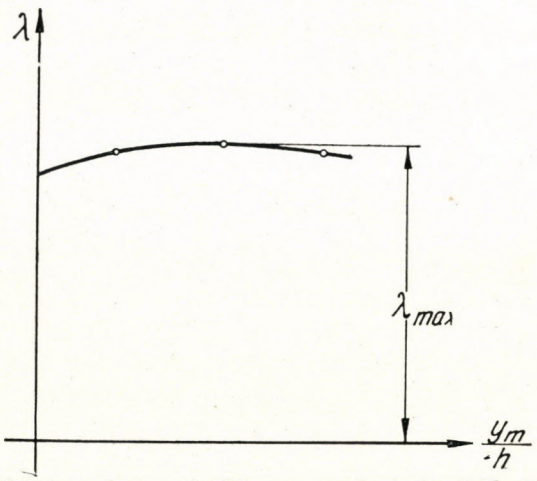


Abb. 6. Die zu verschiedenen relativen Ausbiegungen gehörenden Schlankheiten bei gegebener Durchschnittsspannung

Das hier skizzierte Verfahren wurde bei der Lösung des behandelnten Problems zwecks Erlangung der nötigen Genauigkeit mit verhältnismässig kleinen Spannungsstufen von 20 kg/cm² durchgeführt. Zu den verschieden angenommenen Werten von y_m wurden die entsprechenden Schlankheitswerte λ berechnet. So ergaben sich zusammenhängende Wertepaare von y_m und λ

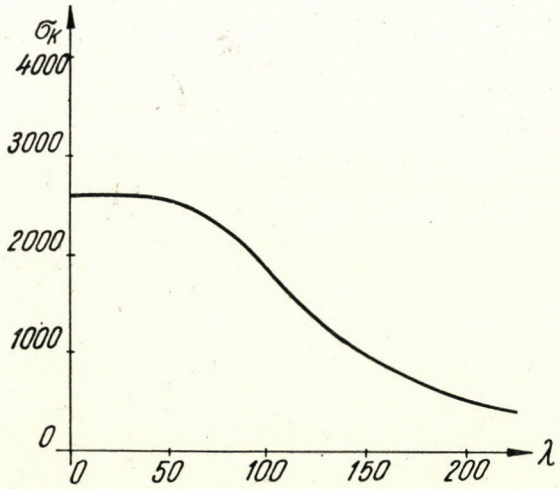


Abb. 7. Die kritische Spannung als Funktion der Stabschlankheit

bei gegebener Durchschnittsspannung σ_0. Aus dem hieraus gebildeten Diagramm *(Abb. 6)* lässt sich der zur gegebenen Durchschnittsspannung σ_0 gehörige grösste Schlankheitswert y_{max} leicht entnehmen.

Als Ergebnis der Berechnungen ergab sich der aus dem Diagramm in *Abb. 7* ersichtliche Zusammenhang.

Die Ausbiegung als Funktion der mittleren Druckspannung

Es wurden auch Berechnungen ausgeführt, um festzustellen, wie sich bei gegebener Stabschlankheit die Ausbiegung des Mittelquerschnittes mit der Durchschnittsspannung ändert.

Das Ergebnis der Berechnung bei zwei verschiedenen Schlankheitswerten wird in *Abb. 8* dargestellt. Wie daraus ersichtlich, bleibt die Stabachse bei

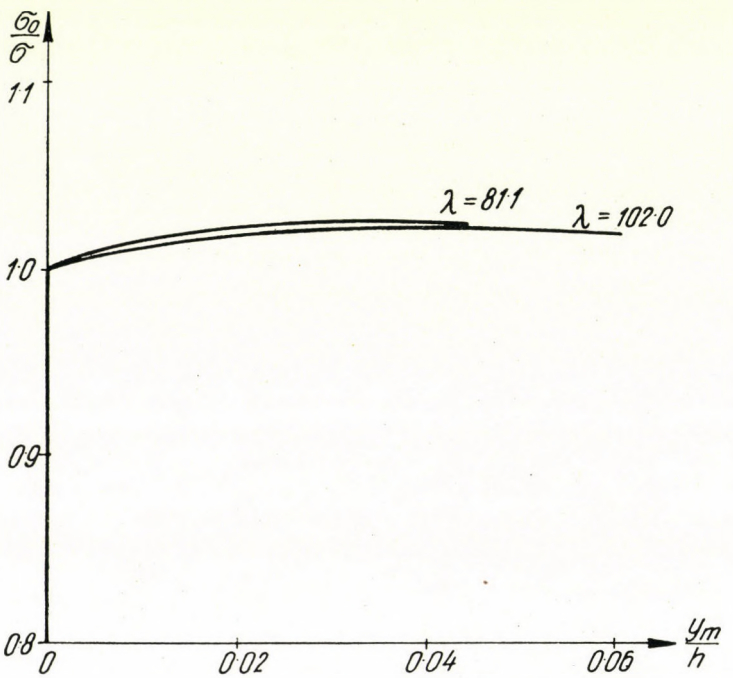


Abb. 8. Die zu verschiedenen relativen Ausbiegungen gehörenden relativen Spannungen bei gegebener Stabschlankheit

wachsender Durchschnittsspannung bis zur Erreichung des Wertes σ' gerade, um dann eine stetig zunehmende Ausbiegung zu erleiden. In diesem Belastungszustand ist zur Vermehrung der Ausbiegung eine Erhöhung der Spannung notwendig. Bei zunehmender Belastung wird jedoch der benötigte relative Spannungszuwachs immer kleiner und kleiner, um schliesslich beim Erreichen eines kritischen Grenzwertes σ_K gleich Null zu werden. An diesem Punkte erreicht der Stab die Grenze seiner Tragfähigkeit.

Werden die durch das obige Verfahren ermittelten Ordinaten mit den durch *F. Schleicher* [4] besprochenen *Shanley*schen Ergebnissen oder mit den Resultaten der unlängst erschienenen Abhandlung Verfassers [5] verglichen, so ergibt sich das auf *Abb. 9* ersichtliche Bild. Hier wurden im Interesse der Vollkommenheit auch die Ausbiegungswerte, wie sie sich aus der ursprünglichen Engesserschen bzw. aus der modifizierten Engesser—Kármánschen Formel ergeben, mit aufgetragen.

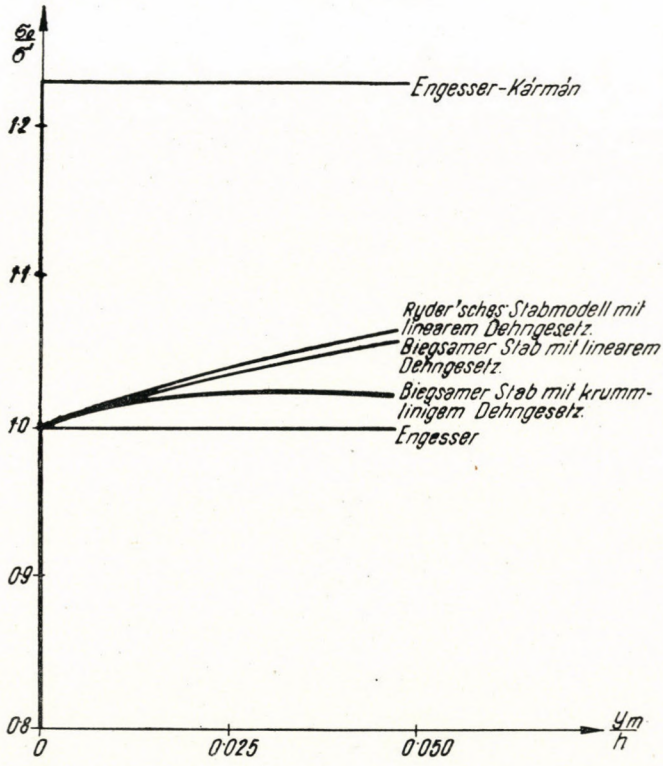


Abb. 9. Vergleich der relativen Ausbiegungen

Vergleich der verschiedenen Knicktheorien

Es ist auch lehrreich, die den verschiedenen Knicktheorien entsprechenden kritischen Druckspannungen für den Fall gleicher Stabschlankheit einander gegenüberzustellen. Diesem Zweck möge *Abb. 10* dienen. Wie ersichtlich, liegen die auf Grund des Shanleyschen Prinzipes ermittelten kritischen Spannungen zwischen den Werten σ' und σ'', und zwar — wenigstens im behandelten Falle — nahe zu den Spannungswerten σ'. Da demnach die die Tragfähigkeit des Stabes bestimmende kritische Spannung kaum den entsprechenden Engesserschen

Wert übersteigt, so kann mit Shanley für die Tragfähigkeit des Stabes annähernd der Wert der Engesserschen Knickspannung

$$\sigma' = \frac{\pi^2 E'}{\lambda^2}$$

angenommen werden, um so mehr, als bei Überschreitung dieses Wertes schon bleibende Formänderungen auftreten.

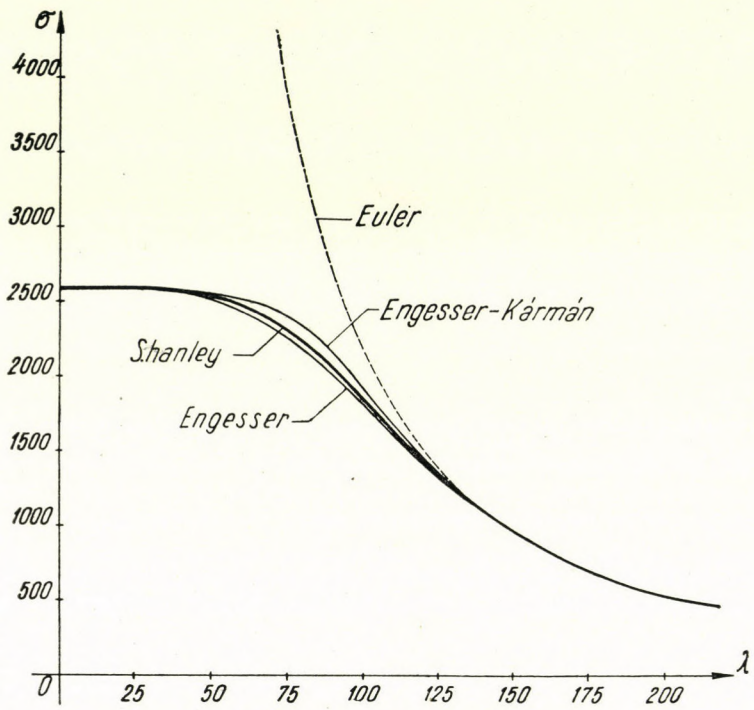


Abb. 10. Vergleich der verschiedenen Spannungs-Schlankheitsdiagramme

Künstliche Steigerung der Tragfähigkeit

Zum Schluss sei noch daran erinnert, dass bei Anfertigung gedrückter Stäbe zweckmässig die zwischen den Diagrammwerten Eulers und Shanleys auftretenden grossen Spannungsreserven verwertet werden können, wenn die Stäbe vor dem Gebrauch bis zur Fliessgrenze »vorgedrückt« werden. Während der Vordrückung muss der Stab entsprechend gegen Ausbiegung gesichert werden. So lässt sich erreichen, dass die Tragfähigkeit des Stabes von der Shanleyschen Spannungsgrenze zum wesentlich höheren Eulerschen Wert anwächst.

Dieselbe Feststellung bezieht sich selbstverständlich auch auf andere Konstruktionen, deren Bruch durch Knickung, Kippung bzw. Ausbeulungserscheinungen eingeleitet wird. Auch in solchen Fällen lässt sich die Trag-

fähigkeit durch vorhergehende Überbelastung bedeutend steigern, wenn im Laufe der Überbeanspruchung die Knickung, Kippung bzw. Beulung der Konstruktion künstlich verhindert wird.

LITERATUR

1. *F. R. Shanley :* The Column Paradox. *Journal of the Aeronautical Sciences 13.* (1946), p. 675.
2. *F. R. Shanley :* Inelastic Column Theory. *Journal of the Aeronautical Sciences. 14* (1947), pp. 261—8.
3. *F. Schleicher :* Zur Theorie der plastischen Knickung. *Der Bauingenieur. 26* (1951), pp. 139—141.
4. *F. Schleicher :* Zur Theorie der plastischen Knickung (II). *Der Bauingenieur. 26* (1951), pp. 197—201.
5. *P. Csonka :* Beitrag zur Theorie der plastischen Knickung. *Acta Technica. 4* (1952),
6. *Th. Kármán :* Untersuchungen über Knickfestigkeit. *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens* 8 (1910).

ZUSAMMENFASSUNG

In einer vorhergehenden Abhandlung wurde die Anwendung der neuerdings aufgestellten Shanleyschen Knicktheorie auf Stäbe gezeigt, deren Spannungs-Dehnungsdiagramm in der Nähe der anfänglichen Ausbiegung durch zwei Geraden ersetzt werden kann.

In dem vorliegenden Aufsatz wird nun die Lösung desselben Problems auf Stahlstäbe behandelt, deren Spannungsdiagramm den wirklichen Verhältnissen angepasst aus einer Gerade und einem Sinusbogen zusammengesetzt ist. Als Stabquerschnitt wird ein H-förmiger Querschnitt mit unendlich dünnem Steg gewählt. Die Auflösung geschieht mittels einem von Kármán herrührenden numerischen Integrationsverfahren. Es wird gezeigt, dass der Stab bei allmählicher Steigerung der zentrischen Druckkraft bis einer gewissen Spannungsgrenze σ' gerade bleibt. Von da ab erhält der ursprünglich gerade Stab eine fortwährend zunehmende Ausbiegung, bis endlich an einer gewissen Grenze die Spannung nicht weiter gesteigert werden kann. In diesem Zustand wird die Tragfähigkeit des Stabes vollkommen erschöpft. Diese Grenze liegt um etwa 3% höher als die Ausbiegung einleitende Spannung σ'.

Zuletzt wird gezeigt, dass die Tragfähigkeit eines Stabes oder eines anderen durch Ausbiegungserscheinungen zugrunde gehenden Tragwerkes künstlich gesteigert werden kann, wenn er »vorgedrückt«, d. h. vor Einbau einer entsprechenden Überspannung ausgesetzt wird, vorausgesetzt, dass die Ausbiegungen während der Überspannung künstlich behindert werden.

ПЛАСТИЧЕСКИЙ ИЗГИБ ЦЕНТРАЛЬНО ОЖАТОГО СТАЛЬНОГО СТЕРЖНЯ

П. Чонка

доктор техн. наук

Резюме

В предшествующей статье обсуждалось применение недавно выдвинутой теории изгиба стержней Шэнлей, диаграмма напряжения-расширения которой вблизи начального выгиба может быть заменена двумя прямыми.

Настоящая статья занимается решением той-же проблемы в случае стальных стержней, диаграммы напряжения которых соответственно действительным условиям состоят из одной прямой и одной синусной дуги. В качестве поперечного сечения стержня взято двутавровое сечение с бесконечно тонкой поперечной. Решение производится

применением численного интегрального исчисления по Карману. Показано, что стержень, при постепенно усиливающемся центральном сжатии до известного предела σ', остается прямым. С этого предела первоначально прямой стержень имеет постоянно ростущий выгиб, до тех пор, пока в конце-концов при некотором известном пределе, сжатие больше нельзя увеличивать. При таком состоянии грузоподъемность стержня будет полностью исчерпано. Этот предел находится приблизительно на 3% выше начального выгиба при напряжении σ'.

В заключение показано, что грузоподъемность некоторого стержня, или другой какой-либо поддерживающей конструкции, у которой при выгибательных явлениях наступает разрушение, может быть повышена искусственно в том случае, если стержень подвергается предварительному сжатию, т. е. если его до установки подвергают соответствующему перенапряжению, однако, с той предпосылкой, что имеется возможность искусственно препятствовать выгибы во время перенапряжения.

АЛЮМИНИЕВЫЙ МОСТ В САБАДСАЛЛАШ*

Э. БЕЛЧКЕИ И Д. ХАВИАР

Поступила 1-го февраля 1952 г.

С точки зрения экономичности использования легких металлов обращает на себя внимание использование их в области мостостроения, где при помощи соответствующей предварительной обработки имеется возможность широкого использования алюминия или легких металлов. В результате этих предварительных работ стало возможным воздвигнуть алюминиевый мост в Сабадсаллаш.

Строительство моста проводилось под руководством мостостроительного отдела Министерства Путей Сообщения на основе проектов Проектного Бюро Инженерного Строительства. Проектирование производилось под руководством Комиссии, созданной Научным Обществом Инженерного Строительства. Особо ценную помощь оказал Комиссии — Исследовательский Институт Металлической Промышленности своими советами и производством опытов, связанных с возникшими в процессе работы вопросами.

Ниже рассматривается опыт, приобретенный во время проектирования и изготовления конструкции, далее вопросы, связанные с развитием отечественной промышленности легких металлов по линии строительства мостов.

Описание конструкции моста

Мост построен в Сабадсаллаш над главным каналом в Дунайской Низменности на месте взорванного старого моста. Ось моста перпендикулярна к направлению течения воды.

Перед началом проектирования гидрохозяйственные организации просили сконструировать мост без промежуточных быков, как это имело место у старой конструкции — двухпролетного каменного моста, а создать однопролетный мост длиной в 12,60 м. Исключительно плохие почвенные условия и надобность проведения полного анализа работы чисто расчетным путем, заставили нас избрать двухопорную двуферменную свободнонесущуюся конструкцию с пролетом в 12,60 м.

*Опубликована на венгерском языке в журнале: »Mélyépítéstudományi Szemle« (Известия науки инженерного строительства) за 1951 г. за номером. 4. и в журнале Magy. Tud. Akad. Műsz. Tud. Oszt. Közl. (Изв. Отд. техн. наук АН Венгрии) т. VI. № 1-2. 1952.

Пролет нового моста в сопоставлении со старым увеличился вдвое. Из-за небольшой высоты расположения конструкций, без значительного подъема уровня пути, конструкции можно было придать только форму хребтовой балки, причем основные фермы мы расположили под пешеходной дорожкой. Таким образом удалось использовать и дополнительные 20 см. высоты тумб (рис. 1).

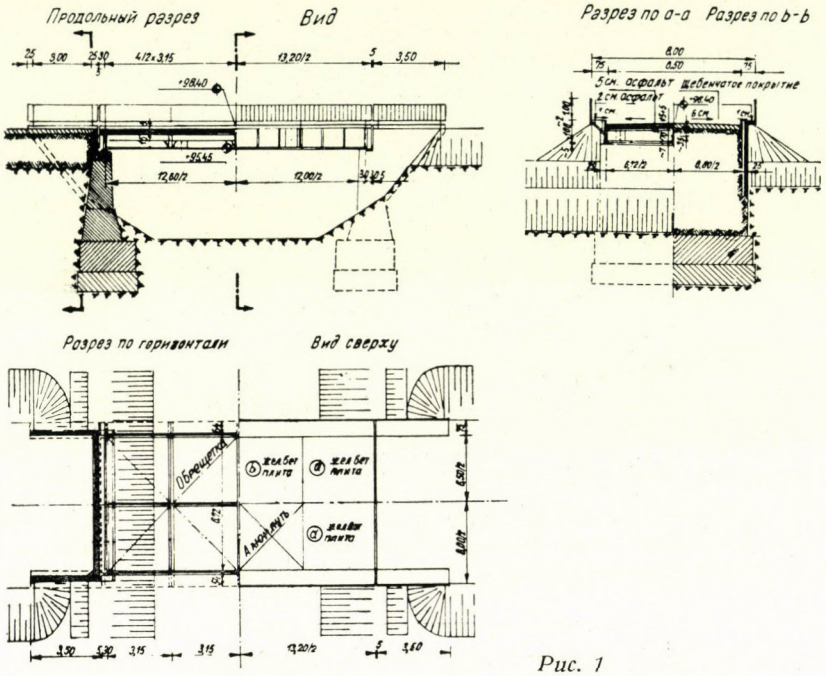


Рис. 1

Фермы конструкций являются двутавровыми балками, состоящими из хребтовой балки 1050×8 мм, 4 шт. углового алюминия 100×100×13 мм и соответствующих размеров поясовых накладок, собранных при помощи клепки. Верхние хребтовые угольники соединяются с пешеходной пластиной размером 740×6 мм, часть которых мы учли при расчете несущей способности ферм. На основные фермы на расстоянии 3,15 м опираются двутавровые клепанные поперечные балки, а на них посреди моста опирается продольная балка аналогичной конструкции (рис. 2).

Конструкция пути

Конструкция пути опирается на балочную решетку, состоящую из ферм, поперечных и продольных балок. Конструкция пути сконструирована в 6 полях из сборных железобетонных элементов, а в двух полях из легких металлов.

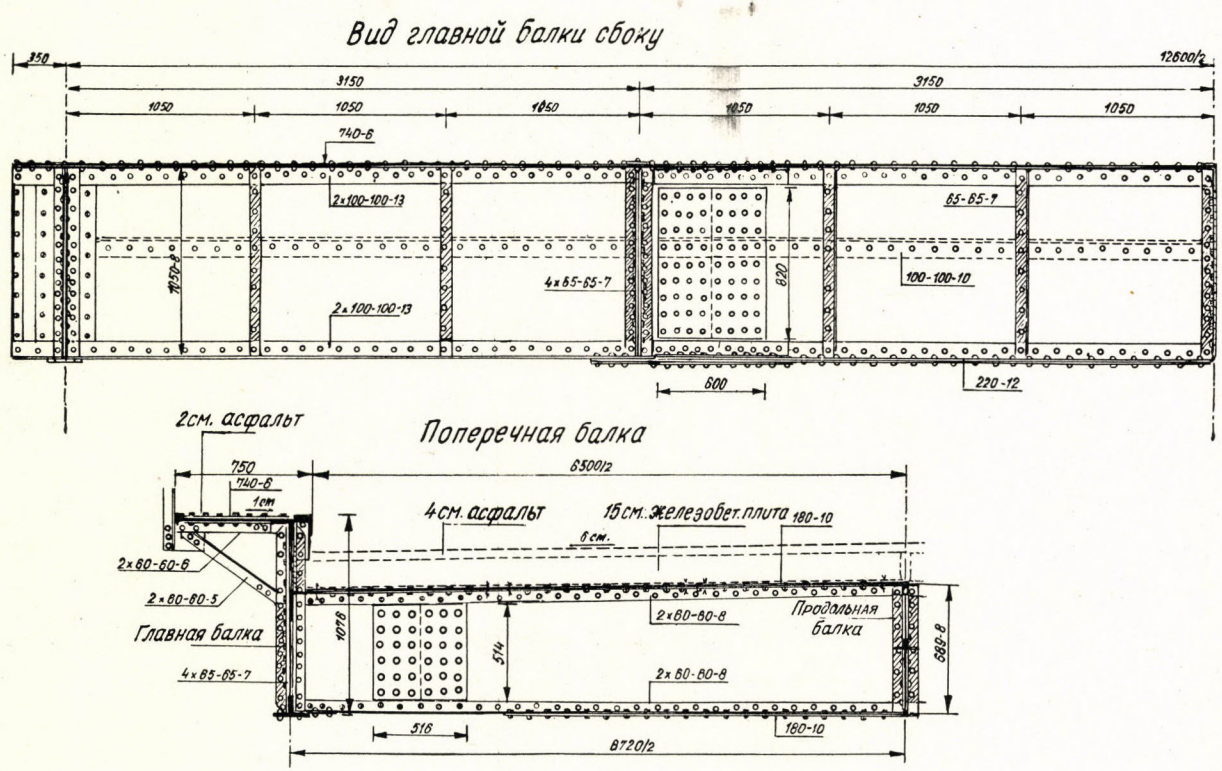

Вид главной балки сбоку
350
12600/2
3150
3150
1050
1050
1050
1050
1050
1050
740-6
2×100-100-13
4×65-65-7
65-65-7
100-100-10
820
600
220-12
2см. асфальт
Поперечная балка
750
740-6
1см
8500/2
4см. асфальт
15см. железобет. плита
180-10
6см.
2×60-60-6
2×60-60-5
Главная балка
4×65-65-7
1078
514
2×60-60-8
Продольная балка
580-8
516
8720/2

Рис. 2

Изготовленная на месте железобетонная плита пути имеет размеры: 3,10×3,39×0,15 м. Опытная конструкция пути из легкого металла в двух соседних полях была сконструирована в виде трехопорной балки из транспортабельных элементов шириной в 1,05 м. Эта конструкция по существу является алюминиевым листом толщиной в 8 мм, к которому прикрепляется на каждую полосу по шесть штук ассиметрических U-образных алюминиевых балок (рис. 3). Обе конструкции пути изготовлены с асфальтовым покрытием толщиной в 5 см.

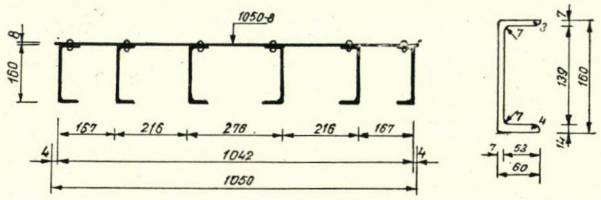


Рис. 3

Интересно сравнить вес двух конструкций пути.

Вес железобетонной конструкции пути:

Железобетонная плита толщиной в	15 см	360 кг/м²
Асфальтовое покрытие толщиной в	5 см	110 кг/м²
		470 кг/м²

Конструкция пути из легкого металла:

Конструкция из легкого металла	57 кг/м²
Асфальтовое покрытие толщиной 5 см	110 кг/м²
	167 кг/м²

Следовательно, вес конструкции пути из легкого металла по отношению к такой же конструкции из железобетона составляет одну треть. Это обстоятельство может быть использовано очень выгодно у мостов с большим пролетом, где при использовании пути из легкого металла влияния от действия собственного веса могут быть значительно уменьшены.

Пешеходная часть конструкции изготовляется также из легкого металла, а именно из 6 мм алюминевого листа, на который накладывается асфальтовое покрытие толщиной в 2 см.

Материал конструкции, схематическое описание его производства

Для конструкционных целей среди множества сплавов по своим механическим свойствам наиболее подходящим является в первую очередь

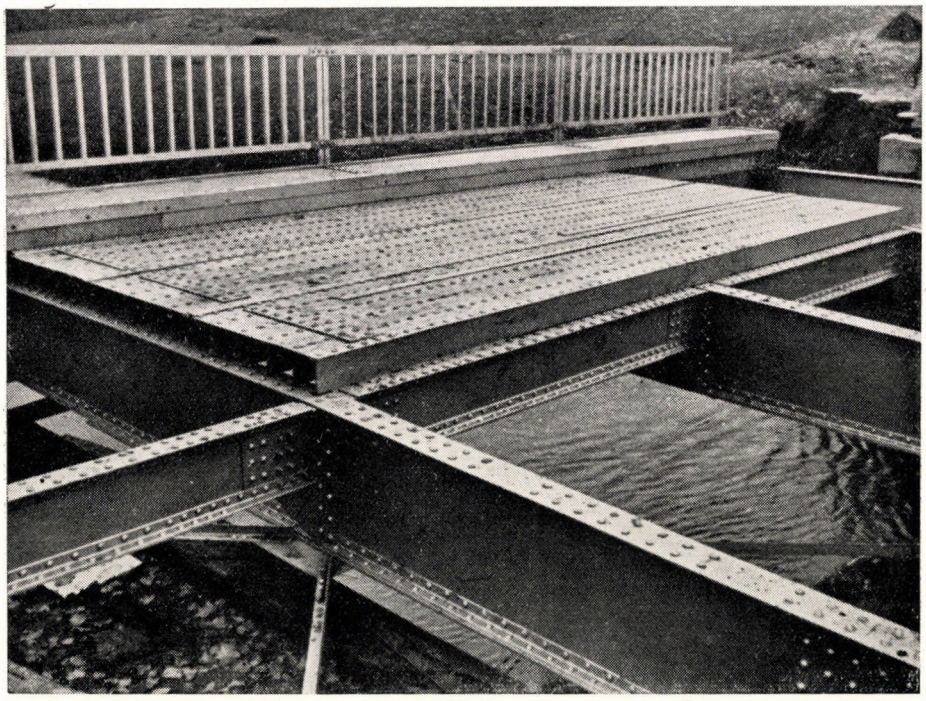


Рис. 4

сплав *Al—Cu—Mg*, то есть дюраль. Для упомянутого моста использовался данный сплав.

Процентный состав сплава дюраль определяется венгерским стандартом MNOSz 3714. На основе данных стандарта, используя данные Исследовательского Института Алюминия Венгрии, мы точно определили состав легирующих материалов. Эти данные приводятся нами в таблице № 1. В первом столбце указаны предписания стандарта, во втором столбце рекомендуемые составы, в третьем столбце указаны результаты анализов приемочных испытаний материала.

Таблица № 1

Легирующий материал	Венгерский стандарт MNOSz 3714 %	Рекомендуемый состав %	Данные анализа %
Cu	2,5—5,0	4,0	3,92
Mg	0,2—2,5	0,6	0,65
Mn	0,3—1,5	0,5	0,55
Si	1,5	0,3	0,23
Fe	макс. 0,5	0,3	0,33
Zn	макс. 0,1	—	—

Схематически производство материалов можно разбить на следующие стадии. Из чушек, соответствующего состава сплава, фасонные детали изготовляются прессованием, а листы — прокаткой. Размеры прессованных фасонных деталей ограничивались геометрическими размерами койлера и весом исходной чушки. Прессование в зависимости от состава материала, от формы прессуемой детали и от его размеров происходило при температуре от 380 до 460° С. Листы изготовлялись теми же методами прокатки, которые используются в случае стального проката. Температура прокатки изменялась в зависимости от состава материала, размеров листов от 400 до 450° С.

Детали, изготовленные прессованием и прокаткой, после механической обработки направлялись в термические печи. Эти печи являлись электрическими реостатными печами (на соляной ванне) с регулировкой температуры $\pm$ 5° С. Температура термообработки оказывает большое влияние на механические свойства готовых изделий, и точное регулирование этой температуры является исключительно важным обстоятельством. У сплавов типа дюраль термообработка происходит при температуре 500—515° С в течение около 60 минут, в зависимости от состава сплава.

После термообработки детали быстро охлаждаются в воде, а затем при комнатной температуре, то есть при температуре около 20° С, выдерживаются в течение нескольких суток. Сплавы типа дюраль в течение этого времени стареют, и окончательные механические свойства приобретают через 4—5 дней. Профильные детали и листы, необходимые для конструкции моста, были изготовлены из упомянутого выше материала по описанному технологическому процессу.

Механические характеристики материала даются в таблице № 2. В первом столбце этой таблицы даются данные сплава дюраль по стандарту MNOSz 3749, во втором столбце минимальные значения твердости, предписанные специальными условиями, а в третьем столбце результаты приемочных испытаний.

Таблица № 2

Показатели	Венгерский стандарт MNOSz 3749	Предписанные минимальные значения	Результаты испытаний
Прочность на разрыв	36 кг/мм²	34 кг/мм²	42 кг/мм²
Предел текучести	24 кг/мм²	23 кг/мм²	29 кг/мм²
Растяжение	мин. 10%	10—12%	20%
Твердость	100 кг/мм²	—	121 кг/мм²

При определении специальных условий нами предписаны меньшие, значения твердости, чем указанные в стандарте. Мы считали важнее —

выполнение условий, предписанных на растяжение из-за многократных клепочных связей, и, как известно, растяжение уменьшается с увеличением прочности на разрыв. При этом исходя из конструктивных данных необходимо было использовать более толстый материал, чем обычно применяемый, и не казалось обеспеченным совершенное рафинирование этих материалов. Однако, результаты приемочных испытаний показали, что эти повышенные требования не оправдались.

Материалы по желанию Отдела мостостроения Министерства Путей Сообщения были подвергнуты исследованию на усталость Исследовательским Институтом Металлической Промышленности. Результат этих исследований следующий :

Колебание напряжения	Кратность повторения при наступлении усталости
от 1 — до 16 кг/мм²	2×10^6
от 1 — до 12,5 кг/мм²	10×10^6

Результат менее благоприятен, чем результаты, полученные со стальными конструкциями, но, ввиду ожидаемого сравнительно небольшого оборота транспорта, является достаточным.

Клепка

Связи конструкций из легких металлов, подверженные действию больших нагрузок, надежно могут быть соединены при современном состоянии технологии производства алюминиевых сплавов только путем клепки. Производство небольшого диаметра заклепок (около 10 мм диаметром) не является трудным, но производство заклепок более крупного диаметра, требующихся для конструкций мостов — сталкивается с большими затруднениями.

Изготовление заклепок из алюминиевых сплавов для конструкций из легких металлов — в отличии от горячего клепания при стальных конструкциях — производится вообще при нормальной температуре цеха, т. е. холодным образом. Горячее клепание наталкивается на такого рода препятствие, что тепло, имеющееся в заклепке, отпускает материал вокруг отверстия для заклепки, и этим значительно снижает его механические свойства.

На строительстве данного моста в его конструкции нами использованы заклепки из легкого металла, изготовленные холодным способом.

Выбор материала заклепок требует исключительно большого внимания и осмотрительности так как из-за большого содержания меди в дюралюминиевых сплавах их электролитическая коррозия очень высока. Опасность коррозии имеется на лицо даже и тогда, если мы выберем для

материала заклепок другие виды сплавов легкого металла. Ясно, что было бы наиболее целесообразным использовать для заклепок материал, точно соответствующий исходному материалу. Однако этому препятствует то обстоятельство, что материал, принятый в качестве материала конструкции, имеет относительно высокое содержание меди (4%) и поэтому очень трудно обрабатывается, а вследствие чего для образования головок заклепок требуется большое усилие. Путем сопоставления этих двух точек зрения по предложению Исследовательского Института Алюминия Венгрии мы решили, что для заклепок используем материал, схожий по составу с исходным материалом конструкции, но с меньшим содержанием меди (около 2%).

Заклепки в процессе их производства необходимо подвергать такой же термообработке, как и основной материал конструкции. Необходимо с большим вниманием следить за тем, чтобы клепка заклепок производилась бы непосредственно после термообработки заклепок, так как из-за естественного процесса старения материал заклепки постепенно твердеет. Клепание заклепок после четырех часов от окончания процесса термообработки не является целесообразным, так как для клепания необходимо иметь относительно большую силу, и головки заклепок в таком случае не могут быть изготовлены без трещин. В отношении заклепок специальными предписаниями нами указано, что перед клепанием сопротивление заклепок на срез должно быть 19 кг/..., и эта величина нами всюду была выдержана при использованном нами материале заклепок. С заклепочными связями мы производили также и испытания на усталость. Эти исследования показали, что связи при исследованиях на усталость ведут себя удовлетворительно.

При производстве упомянутой конструкции моста наибольшей проблемой оказалась загонка заклепок крупного диаметра холодным способом. Первые опыты по клепанию холодным способом с заклепками с полукруглой головкой не дали удовлетворительных результатов. При использовании этой формы заклепок на основном материале возникают вредные деформации, видные и невооруженным глазом. Эти деформации проявлялись с одной стороны в выпучивании основного материала возле головок заклепок, а с другой, в гофрированности стержней между заклепками. Эти деформации исключительно опасны при работе сжатых элементов конструкций на изгиб, и таким образом этот метод клепания нам надо было избежать.

При исследовании причин этих явлений мы определили, что вследствие действия большой силы при клепании стержень заклепки, находящийся под большим давлением (порог пластичности), передает напряжение на боковую поверхность отверстия для заклепок и этим создает в основном материале постоянную деформацию. Это предположение подтверждается тем, что разрезы, изготовленные из готовых заклепок, показывают, что стержень заклепок увеличивается в диаметре до 10%. Так, например,

заклепка диаметром 20 мм после деформации увеличивается в диаметре приблизительно до 22 мм.

Это привело к разрешению вопроса клепания. Оказалось, что, с одной стороны, необходимо по возможности уменьшить силу клепания, а с другой, брать стержень заклепки на несколько процентов меньшим, чем диаметр отверстия. Исследовательский Институт Металлической Промышленности в целях снижения силы клепания производил множество опытов с различными формами головок. Эти исследования показали, что в том случае, если мы вместо обычной полукруглой формы головки заклепки используем плоскую, или же конусообразную форму головки, сила, обращаемая на клепа-

Рис. 5

ние, существенно сократится. На основе проведенных исследований для заклепок диаметром 20 мм требуется следующая сила клепания:

для полукруглой головки	.....	70—75 тонн
» плоской »	.....	30—35 »
» конусообразной »	.....	35—40 »

Хотя с точки зрения силы клепания наиболее целесообразным показалась плоская головка, мы все таки решили применить конусообразную головку с одной стороны потому, что конусообразная форма дает некоторую направленность головке и таким образом ее центричность является более определенной, а с другой потому, что конусообразная головка является симметричнее и с эстетической точки зрения более подходящая.

Вообще говоря с точки зрения нагрузки форма головок заклепок из легких металлов не играет существенной роли. При холодном клепании не действует сжимающая сила, которая возникает у железных заклепок во время их остывания, и под влиянием которых несущая способность связи возростает также и вследствии трения. Исследования на разрыв и усталость, произведенные со связями с различными формами головок заклепок, не показали значительной разницы.

Клепка производилась в так называемой клепальной скобе, максимальная несущая способность которой составляла 70—80 тонн. Этим был решен вопрос клепания на производстве, так как при данной конструкции

оказалось возможным изготовлять предложенную форму головки заклепок в 16 мм и 20 мм без какой либо вредной деформации.

Осталась еще неразрешенной проблема местного клепания конструкционных деталь, транспортированных на место сборки моста. Транспортирование на место производства работ по сборке моста клепальной скобы большого веса, используемой на производстве, естественно не могло прийти в расчет, а горячее клепание не было выполнимо из-за прокаливания основного материала именно на связях с наибольшей нагрузкой. Соединение связей на месте было временно разрешено при помощи оцинкованных стальных болтов.

Со времени сборки моста прошло несколько месяцев и теперь уже разрешен вопрос изготовления на месте заклепок крупных диаметров из сплавов легкого металла, в форме заклепок с пупообразной головкой. Такие заклепки впервые были применены при строительстве арочного моста из легких металлов в Арвида.

Эти заклепки, изготовленные заводским путем, в стержне 20 мм-овой заклепки имеют со стороны клепания отверстие диаметром 5 мм и глубиной 9 мм. Ослабление стержня заклепки делает возможным, что головки таких типов заклепок (рис. 6) могут быть изготовлены даже холодным способом

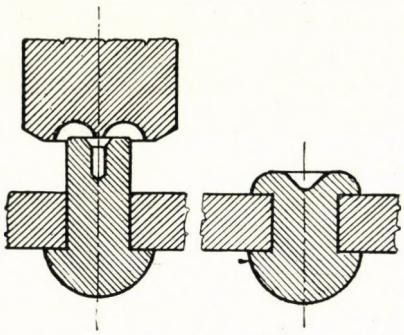


Рис. 6

с сравнительно небольшой энергией ударов. Заклепки с пупообразной головкой следовательно требуют для изготовления клепальный молот, который может быть легко доставлен на место производства работ. Смотря на то, что форма головок заклепок для конструкции из легких металлов не играет существенной роли, такие заклепки и с точки зрения нагрузки являются также полноценными.

Изготовление заклепок с пупообразной головкой было исследовано также и Исследовательским Институтом Алюминия Венгрии и с этими заклепками мы заменим временные стальные болты, установленные на упомянутом мосту.

Принципы конструирования

Проектирование конструкции моста производилось для первоклассной нагрузки шоссейных мостов (20 тонный паровой плуг).

Допуски усилий для конструкций из легких металлов нами были определены на основе данных таблицы № 2 с запасом прочности, принятым для железных конструкций.

По допускам усилий

на растяжение	$\sigma = 1300$ кг/см^2
на изгиб	$\sigma = 1300$ кг/см^2
на сжатие $\lambda \leqq 70$	$\sigma_k = 1300 - 11{,}3\ \lambda$
$\lambda \geqq 70$	$\sigma_k = 2400\,000/\lambda^2$

где λ = показатель устойчивости.

Исходя из сопротивления на срез в 19 кг/мм^2, мы допускаемое напряжение для заклепок определили следующим образом:

на срез	$\sigma = 800$ кг/см^2
на смятие	$\sigma_p = 1700$ кг/см^2

При определении размеров поперечных сечений конструктор в случае легких металлов имеет гораздо большую свободу, чем в случае конструирования железных конструкций. В последнем случае могут быть использованы лишь прокатанные профили, и естественно только те, для производства которых имеются соответствующие прокатные станы. В случае же конструкции из легких металлов такой связанности нет, так как при введении нового типа профиля необходимо только изменить матрицу, и расходы в этом случае — по сравнению с обменом ряда прокатных валков — незначительны.

Вопросы относительно производства клепки мы уже обсуждали выше, здесь мы занимаемся лишь с инструкциями на расстояние между осями заклепок с точки зрения проектирования. Исследовательский Институт Алюминия на наш вопрос по этому поводу составил нижеприведенную таблицу относительно правил размещения заклепок:

Таблица № 3

Расстояние между заклепками	Расстояние		
	мин.	рекоменд.	макс.
В направлении действия сил	2,5 d	3,0 d	4,0 d
В направлении перпендикулярном к направлению действия сил	2,5 d	3,4 d	3,0 d
В направлении действия сил от края пластин	2,0 d	2,5 d	3,0 d
В направлении перпендикулярном к направлению действия сил от края пластин	2,0 d	2,5 d	—
Временная заклепка	—	7,0 d	—

Вследствие допустимого малого напряжения на срез и на смятие, а также вследствие определения максимального диаметра заклепки в 20 мм, конструирование показало, что на соединениях конструкции необходимо было использовать сравнительно большое количество заклепок — по сравнению с железной конструкцией аналогичного назначения. Ограниченная производственная длина деталей является также неблагоприятным явлением для конструктора, так как при всех обстоятельствах на каждые 6—7 м необходимо делать по одному сопряжению.

Модуль упругости конструкций из легких металлов в среднем равняется 710 000 кг/см², следовательно составляет около одной третьей части модуля упругости железа. При конструировании это естественно необходимо учесть и уравновесить, избрав относительно большой момент инерции.

Значительно меньшая величина модуля упругости требует переоценки правил конструирования, используемых при железных конструкциях и относящихся к изгибу и связанные с ним явления. Так например инструкция, известная для Т-образных профилей, говорит, что хребтовая пластина не может иметь длину, большую чем 15 кратную толщины, что в случае конструкций из легких металлов необходимо изменить соответствующим образом.

Коэффициент расширения в случае конструкций из легких металлов при температуре от —20 до +40° С в среднем практически может быть принят равным $2{,}3 \times 10^{-5}$, следовательно составляет примерно двухкратную коэффициента расширения стальных конструкций.

Предохранение от коррозии

В случае конструкции из легких металлов известно несколько видов коррозий.

Особенно опасными являются атмосферные влияния на сплавы типа дюраль (который и был использован при строительстве данного моста). Процесс коррозии, происходящий под влиянием атмосферных условий, в первую очередь подвергает действию медь, как легирующий материал, и, проникая внутрь металла, вызывает его распад. Для предотвращения этого — конструкции, изготовленные из материалов типа дюраль, необходимо покрывать предохранительным слоем. В упомянутой конструкции моста мы, для предохранения от коррозии, предписали использование предохранительной хромовокислой цинковой краски с пульверизацией алюминиевого порошка. Для опытных целей во внутренних частях конструкции (не видных извне) мы испытали и другие способы предохранительной окраски. По полученным до сего времени результатам предохранительная хромовокислая цинковая краска оправдала наши ожидания.

Другим явлением коррозии является электролитическая коррозия. Масштаб ее тем больший, чем больше разность потенциалов между двумя соприкасающимися металлами. Это явление возникает уже и тогда, когда два различного состава материала из легких металлов соприкасаются между собой, и это является причиной того, что материал типа дюраль можно клепать лишь с заклепками, изготовленными опять таки из материала типа дюраль. Однако, в конструкциях из легких металлов иногда необходимо создать связь между легким металлом и железом. Принимая во внимание то, что разность потенциалов между железом и легким металлом является значительным, непосредственное соединение этих двух материалов недопустимо. Для устранения коррозии необходимо между соприкасающимися поверхностями устанавливать исолирующие материалы или же необходимо гальванизировать поверхность железных деталей таким металлом, у которого разность потенциалов с алюминием относительно небольшая. Для этой цели подходящим является цинк и кадмий. Из-за

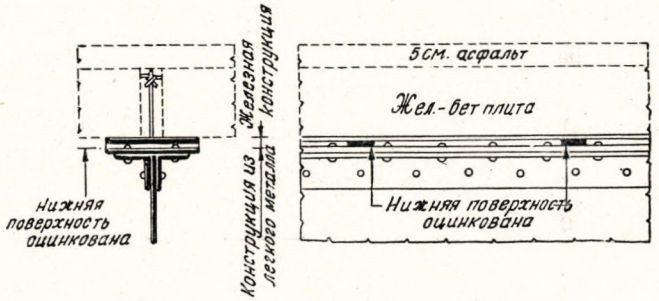


Рис. 7

высокой стоимости кадмия практически эту связь наиболее целесообразно разрешить путем цинкования. В упомянутой конструкции мы применили цинкование как при связи стальных башмаков и главных балок, так и у стальных болтов, служивших для осуществления местных связей.

Наконец, к этой же теме относится также и вопрос соединения легких металлов с другим важным строительным материалом — с бетоном. Из-за склонности легких металлов к коррозии не только нельзя производить бетонирование непосредственно на легких металлах, но и нельзя устанавливать непосредственно на деталях из легких металлов сборные бетонные элементы, так как и уже схвативший бетон содержит электрохимически активные соединения.

Соединение бетона и легкого металла (по накопленному до сего времени опыту) наиболее целесообразным является решить путем установки между ними железной конструкции. В данной конструкции моста нами использовался упомянутый принцип, и железобетонные элементы нами

установлены на железных листах. Под эти железные листы на конструкции из легкого металла между заклепками устанавливались оцинкованные тумбы.

Строительство моста

Конструкция моста (в Сабадсаллаш) из легкого металла изготовлена полностью из отечественных материалов. Сборка и клепки моста производилась отечественными заводами. Изготовленные транспортабельные детали были собраны в Сабадсаллаш на берегу канала.

Рис. 8

Установка готовой конструкции производилась при помощи подъемных кранов с полиспатами. Это же оборудование использовалось для установки железобетонных элементов. Этим методом установка всей верхней конструкции (проезжая часть) производилась без лесов и опалубки.

В декабре 1950 года Отдел шоссейных мостов Министерства Путей Сообщения и Почты производил обычные пробные нагрузки и результат этих испытаний хорошо согласовывался с расчетными данными. На основе благоприятных результатов пробных нагрузок мост через несколько дней был передан для эксплоатации.

Возможности развития в Венгрии конструкций мостов из легких металлов

Кроме моста в Сабадсаллаш, упомянутого выше, в Венгрии имеется еще множество менее значительных несущих конструкций из легких металлов. Так например, некоторые конструкционные элементы временных мостов — поперечные балки, продольные балки —, а также контрольные тележки, установленные под железной конструкцией одного из наших дунайских мостов, изготовлены также из алюминиевых сплавов. Опыт, приобретенный при строительстве этих конструкций, уже в основных чертах указывает нам на недостатки и преимущества применения легких металлов.

Среди преимуществ в первую очередь необходимо отметить малый вес этих конструкций, что при их заводском производстве, при их транспортировке и сборке играет существенную роль. Это благоприятное свойство может быть использовано также и конструктором.

Опять-таки большую помощь означает для конструктора то, что среди полуфабрикатов (профили), изготовленных из алюминиевых сплавов, у него имеются значительно большие возможности при выборе, чем в случае деталей из стальных конструкций. А именно, путем прессования могут быть изготовлены детали любого профиля. Такие комбинированного или закрытого профиля конструкции железных мостов, могут быть изготовлены только путем сварки или клепки.

Материалы из алюминиевых сплавов обрабатываются резанием легче и быстрее. Это подтвердилось последующими расчетами, а именно низкой стоимостью заводских работ падающей на 1 килограмм материала моста в Сабадсаллаш. Эти затраты в случае данного моста составляли 1 форинт на килограмм конструкции, в то время, как в случае аналогичной железной конструкции эти затраты достигают в среднем приблизительно — 2 форинта на кг конструкции.

Однако, наряду с упомянутыми преимуществами имеется и значительное количество недостатков. Среди недостатков основным недостатком является высокая стоимость основного материала из алюминиевого сплава. Для оценки сказанного в связи с конструкцией моста в Сабадсаллаш нами составлены сравнительные расчеты, таким образом, что все расходы по строительству этой конструкции (стоимость материала, заводского изготовления, сборки) мы сравнили с соответствующими затратами по строительству моста железной конструкции такого же размера и такого же назначения. Из сравнения затрат видно, что мост из легких металлов, вследствие высокой стоимости материала, в два с половиной раза дороже железного моста, несмотря на то, что стоимость заводского производства и сборки в случае конструкции из легкого металла значительно ниже.

Если мы желаем, чтобы конструкции мостов из легких металлов могли бы конкурировать с железными конструкциями, то в первую очередь необходимо стремиться к достижению наибольшей экономии материалов. Так как заводские работы в случае конструкций из легких металлов являются более легкими и более дешевыми, чем в случае железных конструкций, здесь выгоднее использовать легкие конструкции, требующие большей обработки. Из-за имеющейся в настоящее время большой разницы в цене, конструкции из легких металлов пока могут быть использованы лишь для экспериментальных целей.

Далее, в качестве недостатка может быть упомянуто, что эти конструкции исключительно чувствительны к царапинам, а также и то, что конструкции из легких металлов нестойки в отношении коррозии. Кроме перечисленных имеется еще множество мелких технических затруднений, но эти затруднения при более широком применении этих конструкций, при приобретении достаточного опыта могут быть постепенно преодолены.

Направление будущего развития, а также цель исследований с точки зрения использования конструкций из легких металлов определяется проявлением благоприятных условий и искоренением неблагоприятных. Следовательно, конструкции из легких металлов могут быть в первую очередь использованы там, где преимущества от их небольшого веса могут быть выгодно — и по возможности многократно — использованы. Таковыми являются:

а) Конструкция проезжей части крупнопролетных мостов, где малый вес конструкции из легких металлов значительно снижает силы от постоянной нагрузки.

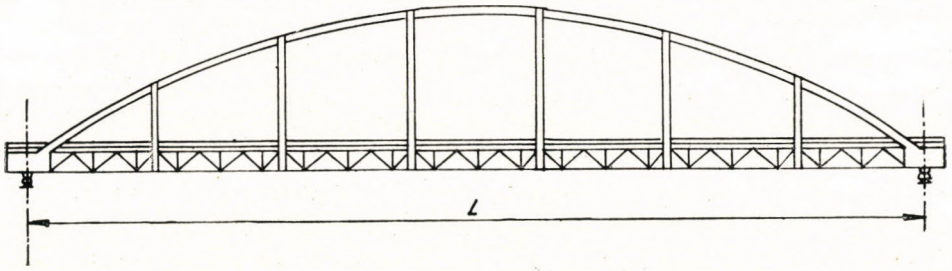
б) Строительные помосты, подвесное ярмо и т. д. У упомянутых вспомогательных оборудований малый вес металлических конструкций является выгодным главным образом при частой транспортировке, при частой сборке и разборке.

в) При временных решениях (времянках) в связи со строительством моста выгодным является малый объемный вес конструкции. Для демонстрации работ в этом направлении нами на рис. 9 иллюстрируется общий вид временного арочного моста системы Лангера. Конструкция является сборно-разборной, и, в зависимости от местных условий, может быть использована для различных пролетов.

г) Известный принцип: чем дальше располагаются конструкции из легкого металла от подпорок, тем эффективнее действует уменьшение их веса. Такая возможность имеется например у балочных мостов с крупными пролетами при изготовлении подвешиваемых конструкций из алюминиевых сплавов. Действие уменьшения веса и здесь также показывается многократным и проявляется с одной стороны в уменьшении момента кон-

соля фермы, а с другой, в благоприятных условиях устойчивости в продольном направлении конструкции.

Продольный разрез



Поперечный разрез

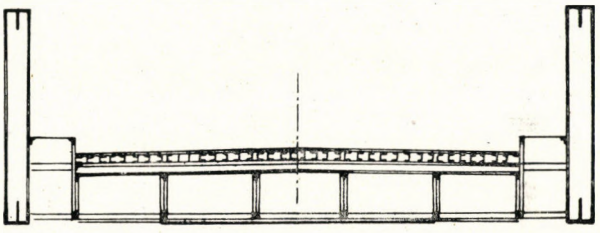


Рис. 9

д) В случае элементов с решетчатой конструкцией, напр. продольных балок, поперечных балок, при их производстве будущее принадлежит технологии прессования. Соответствующими прессовочными оборудованиями могут быть монолитно изготовлены целые фермы и таким образом могут быть обойдены все клепочные или сварочные работы. Перевод силовых линий из поясов на стержни решеток может быть разрешен при помощи такого производственного процесса наиболее совершенным образом. Такие конструкции до настоящего времени изготовлялись лишь с меньшими размерами в авиационной промышленности (рис. 10).

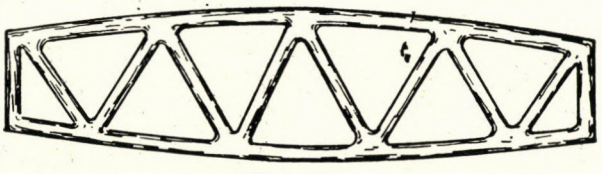


Рис. 10

При помощи мощных прессов могут быть изготовлены не только отдельные элементы, но и целые решетчатые балки. Такую решетчатую балку, использованную в авиационной промышленности, мы видим на

рис. 11. Этот метод производства может быть хорошо использован при производстве плит проходной части мостов.

е) Наконец мы отмечаем, что в случае надобности укрепления мостов, не соответствующих новым требованиям движения, выгодно пользоваться конструкцией из легких металлов. В данном случае вероятно выгоднее смена конструкций пластины проходной части из легкого металла, чем полная разборка и новостроение моста. На эту тему нам известно множество примеров, также и заграницей.

Для подготовки более широкого использования конструкции из легких металлов мы проектируем различные мероприятия. Мы запроектировали, а частично уже и подготовили правила для конструкций из легких металлов, стандарты, таблицу профилей. Параллельно с этим проводится работа в области создания производств, занимающихся исключительно только производством деталей из легких металлов. А именно: домна по производству легких металлов, завод по производству профилей и т. д.

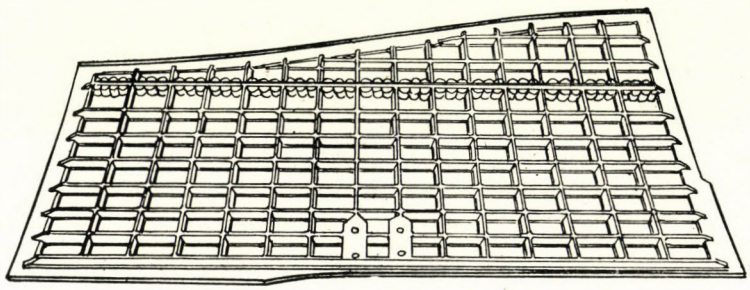


Рис. 11

Проводятся исследования также и в направлении снижения высокой стоимости легких металлов, далее в направлении использования преимуществ от небольшого веса легких металлов при производстве сборки на месте и т. д.

С завершением этих исследований и с сооружением заводов и снижением стоимости материалов конструкций из легких металлов будут преодолены основные препятствия по пути массового использования конструкций из легких металлов.

РЕЗЮМЕ

Недавно передан эксплоатации первый в Венгрии — построенный для экспериментальных целей — мост из алюминого сплава, который в мировом отношении является четвертой по очереди конструкцией из легких металлов. Данный шоссейный мост построен с пролетом 12,6 м для перворазрядной нагрузки с балочной системой, состоящей из сплошной хребтовой балки. Авторы в своей статье рассматривают вопросы, касающиеся проектирования конструкции и опыта, приобретенного при изготовлении исход-

ного материала конструкции, далее при производстве и сборке конструкции моста, а также специальные вопросы. После чего авторы исследуют вопрос возможности дальнейшего развития конструкций мостов из легких металлов.

Авторы определяют, что технические проблемы, связанные с вопросом применения конструкций из легких металлов, кажутся разрешимыми, но использованию таких конструкций в более широких масштабах препятствует высокая стоимость конструкции, что в основном является следствием высокой стоимости исходного материала конструкции — легких металлов. Однако, можно предположить, что технически правильное решение — при накоплении соответствующего опыта — станет и с экономической точки зрения также более приемлимым.

ÜBER DEN BAU DER ALUMINIUMBRÜCKE ZU SZABADSZÁLLÁS

E. BÖLCSKEI und GY. HAVIÁR

Das mächtige ungarländische Bauxitvorkommen bietet Anlass zu einer bedeutenden Entwicklung der Aluminiumindustrie des Landes. Zwecks Vorbereitung einer zukünftigen erweiterten Verwendung des Aluminiummetalls als Brückenbaumaterial wurde versuchsweise eine erste ungarländische Aluminiumbrücke über den bei der 80 km südlich von Budapest gelegenen Ortschaft Szabadszállás befindlichen Hauptbewässerungskanal gebaut.

Der erste Teil der vorliegenden Studie behandelt die Planung, Erzeugung und Montage dieser Brücke mit Überbau aus Leichtmetall, wobei auf die Unterschiede in der Fabrikation von Brückenkonstruktionen aus Eisen-, bzw. Aluminiumlegierung ausführlich eingegangen wird.

Der zweite Teil der Studie untersucht auf Grund der beim Bau der Brücke gemachten Erfahrungen die Bedingungen, unter denen der Bau von Brücken aus Aluminiumlegierung wirtschaftlicher gestaltet werden könnte. In Verbindung hiermit werden die Gesichtspunkte einer wirtschaftlichen Planung von Brücken aus Aluminiumlegierung ausführlich besprochen und konkrete Vorschläge in bezug auf die bevorstehenden Vorbereitungsarbeiten gemacht, die die zukünftige Verwendung des Aluminiummetalls als Brückenbaumaterial erforderlich erscheinen lässt.

I. Die Aluminiumbrücke zu Szabadszállás ist eine vollwandige Balkenbrücke mit zwei Stützen und einer Stützweite von 12,60 m, welche für Belastungen erster Ordnung, wie in den Vorschriften für Strassenbrücken vorgeschrieben, dimensioniert wurde. Die Breite der Fahrbahn beträgt 6,50 m. Ein Teil der Fahrbahnplatte weicht von der bei eisernen Brücken gebrauchlichen Konstruktion ab, indem dieselbe aus Aluminiumblech von 8 mm Stärke besteht, auf welchem der Fahrbahnbeleg aus Asphalt unmittelbar aufliegt. Mit Rücksicht auf den hohen Wärmeausdehnungskoeffizienten des Aluminiumblechs ist das letztere meterweise unterbrochen und stützt sich unmittelbar auf U-Stücke aus Aluminium. Die übrigen Teile der Fahrbahnplatte bestehen aus vorgefertigten Eisenbetonplatten, auf denen die Asphaltbekleidung unmittelbar aufliegt. Die Eisenbetonplatten stützen sich auf Eisenplatten, die auf die Längs- und Querträger aus Aluminium aufgesetzt und entsprechend isoliert sind. Gesamtlänge der Brücke: 13,00 m, Breite: 8,00 m. Ausser den für die Lieferung erforderlichen auf dem Bauplatz ausgeführten Zusammenbauarbeiten waren wegen der vergleichsweise kurzen (6—7 m betragenden) Erzeugungslängen auch Zusammenbauten in der Werkstätte notwendig.

Alle Verbindungen des aus Blechen, Winkelstücken und U-Stücken bestehenden Überbaus wurden mittels Nieten aus Aluminiumlegierung ausgeführt, wobei das Nieten bei Werkstättentemperatur mit Hilfe einer elektrisch betriebenen hufförmigen Nietmaschine bewerkstelligt wurde. Die auf dem Bauplatze bewerkstelligten Verbindungen wurden provisorisch mittels verzinkter Schrauben ausgeführt, wobei ein späterer Austausch durch Nieten aus Aluminiumlegierung mit nabelförmigen Köpfen vorgesehen wurde. Die Lager sind aus Stahl hergestellt und von der Aluminiumkonstruktion durch Verzinkung isoliert.

Der Grundstoff sowohl der Brückenkonstruktion, wie der Nietverbindungen ist von der Type »Dural«, d. i. eine Legierung von Aluminium, Kupfer und Magnesium. Die für den Grundstoff vorgeschriebene Zerreissfestigkeit beträgt 34 kg/mm², die Fliessgrenze 23 kg/mm², die auf die zehnfache Plattenstärke bezogene Dehnung mindestens 10%. Die zulässige Beanspruchung beträgt 13 kg/mm², Scherfestigkeit 800 kg/mm³. Für die Ermüdungsfestigkeit gilt als erforderliche Wiederholungszahl bei schwingenden Beanspruchungen zwischen 1 und 14 kg/mm² die Zahl von 2,5 Millionen, beim Abscheren von Nieten für schwingende Beanspruchungen zwischen 1 und 900 kg/mm² die Zahl von 2,3 Millionen.

Das verwendete Duralmaterial erhielt diese hervorragenden Eigenschaften durch thermische Behandlung die aus Veredlung und Alterung bestand. Das Veredeln bestand aus einem

Erwärmen des Materials auf 495° C und plötzliches Abschrecken in Wasser, das Altern aus einer 8 tägigen Lagerung des derart abgeschreckten Materials bei Werkstättentemperatur.

Die Walz- und Pressbarren der Bleche und Profilstücke wurden bei 425° C warm gewalzt, bzw. gepresst.

Die Werkstättenarbeit deckt sich nur in den Hauptzügen mit den Werkstättenarbeiten von Eisenkonstruktionen. Infolge der ausserordentlichen Empfindlichkeit der Aluminiumlegierung gegenüber dem Ritzen, geschieht das Vorzeichnen mit einem weichen Bleistift und musste die Montierbühne mit einem Belag aus Weichholzbrettern überzogen werden. Das Aluminiummaterial ist für Einkerbung besonders empfindlich. Wegen seines hohen Preises erfordert der Werkstoff präzises Arbeiten. Infolge des niedrigen Elastizitätsmoduls mussten die einzelnen Werkstücke in kleineren Abständen gestützt werden. Schweissen und Schneiden mit dem Schneidbrenner sind unzulässig. Das Schneiden und Bohren lassen sich leichter ausführen als bei Eisen.

Das Nieten geschah zu Anfang derart, dass die Nietenköpfe Halbkugelform erhielten. Die Ausgestaltung derart geformter Nietenköpfe erforderte jedoch eine sehr grosse Nietkraft, wobei auch die Nietbolzen anschwollen und dadurch eine Verzerrung der zu vernietenden Elemente entstand. Daher wurde zu Nieten mit flachen, bzw. konischen Köpfen übergegangen, zu deren Ausgestaltung eine wesentlich kleinere Kraft genügte. Überdies wurde der Unterschied zwischen Nietlochdurchmesser und Nietbolzendurchmesser von 0,4 mm auf 1,0 mm erhöht.

Nach Fertigstellung der Brücke wurden erfolgreiche Versuche zum Nieten mit für das Nieten an der Baustelle geeigneten Nieten mit ringförmigen, bzw. nabelförmigen Köpfen unternommen. Solche können auch mittels Nietpistolen von um 20—22 mm grösserem Durchmesser hergestellt werden.

Das Montieren der Brücke geschah derart, dass die komplette Konstruktion am Ufer zusammengestellt und dann in einem Stück mit Hilfe von Stricken eingehoben wurde.

Zum Schutz der Aluminiumoberflächen wurde nach Entfettung der Oberflächen ein Grundanstrich aus Zink-chromat und ein mit der Spritzpistole aufgebrachter Deckanstrich aus Aluminiumbronze verwendet.

Die Kosten des Überbaus stellten sich 2,63-mal höher, als die eines eisernen Überbaus von gleicher Stützweite. Laut Einheitspreisanalyse liegt der Hauptunterschied im hohen Preise des Grundstoffes aus Aluminiumlegierung. Dasselbe kostet das Siebenfache des Preises des für die gleiche Brücke benötigten Eisens und dies bildet den Löwenanteil der Kostendifferenz. Werkstättenarbeit und Montage am Bauplatz sind bei einer Brücke aus Leichtmetall billiger, doch machen diese Posten nur einen geringen Bruchteil der Gesamtkosten aus.

II. Bei der wirtschaftlichen Planung von Leichtmetallbrücken ist in erster Linie Materialersparnis anzustreben, undzwar auch wenn dies den Arbeitsaufwand erhöht.

Die Wirkung der erzielbaren Gewichtsersparnis ist um so grösser, je entfernter das Leichtmetall von den Stützen angeordnet ist. In diesem Falle lässt sich nämlich auch bei den zwischenliegenden Konstruktionen eine Ersparnis erzielen. Auch die Verwendung von Fahrbahnkonstruktionen aus Aluminium kann sich bei Brücken von grosser Spannweite in der Richtung erhöhter Wirtschaftlichkeit auswirken.

Günstig erscheint die Verwendung von Leichtmetallen in Fällen, wo eine mehrfache Benutzung möglich ist und bedeutet das niedrigere Gewicht auch hinsichtlich der Ersparnis von Transportspesen einen Vorteil. Dies ist der Fall bei Provisorien. Die Studie erstreckt sich auch auf einen allgemeinen Plan für derartige zusammensetzbare Provisorien, wo die einzelnen Elemente gleichzeitig zwei oder mehrere Rollen erfüllen, was auch die wirtschaftlichere Ausnützung des Werkstoffes ermöglicht.

Im Hinblick auf eine künftige erweiterte Verwendung von Aluminium für Brückenkonstruktionen bringen die Verfasser folgende Vorarbeiten in Vorschlag:

1. Das Entwerfen und die Erprobung von Fahrbahnkonstruktionen aus Aluminiumlegierung für Brückenkonstruktionen von grösserer Stützenweite, evtl. auch zur Verstärkung von bereits bestehenden Brückenkonstruktionen.

2. Die Errichtung einer Werkstätte, die sich ausschliesslich mit der Erzeugung von Brückenkonstruktionen aus Aluminium befassen soll.

3. Es sollten die Möglichkeiten zur Verbilligung des derzeit sehr teueren Aluminiums untersucht werden.

LIGHT METAL WHEEL CENTERS OF TRAMCARS AND LOW TEMPERATURE INVESTIGATIONS CONNECTED WITH THEM*

By

I. BARÁNSZKY-JÓB, M. E.

Manuscript received 8th February 1952.

Very good means of reducing the absolute and the relative dead-weight of vehicles consist in the application of aluminium and its alloys. The use of light metals in an adequate manner and with due regard to technical factors might be advantageous also from the point of view of economy. These facts have been already amply discussed in lectures and studies and I should like, on this occasion, to treat a question of detail in the weight reduction of vehicles running on rails.

The application of aluminium in the construction of car bodies, inner- and outer linings, especially in furnishing the interior equipment is sufficiently known. Its employment *in running and carrying gear* is much less usual. However, the technical and economic advantages to be achieved here — as it will be seen in the following — predispose these as a very important field of its application. These parts are forming a very considerable part of the weight of the rail vehicles. Thus, for instance, the third part of the weight of the German light metal trailers recently put into use, consists of running and carrying gears. This fact in itself must be taken into consideration in wagon construction. Indirect weight reductions resulting as a consequence of diminished dead-weight caused by the decrease of the dimensions, are by no means satisfactory. There are further steps to be made in that direction, as the weight reduction in these parts of the vehicles is of greater consequence than anywhere else. These parts consist in prevalence of non-springed masses, and the destructive effect of the big, non-springed weights on tracks and in consequence on their maintenance is satisfactorily known.

I shall treat in the followings a small but very important part of this exceedingly widespread problem, namely the production of railway wheel-centers out of an aluminium alloy, and other more interesting problems in connection therewith.**

* This paper has been originally sent to the redaction of the Kohászati Lapok (Journal of Metallurgy, section »Aluminium«) in April of 1951. It appeared in Sept. of 1951.

** There are to be found allusions in literature to the application of light metal centers, but there are hardly any data about designing, or production processes.

The weight reduction of the wheel-sets has been ever since one of the greatest aims of wagon designers. They have introduced therefore the bored, respectively hollow axles, and pressed steel-centers, instead of cast steel-centers, thinner tyres, monobloc wheels, and last but not least, the use of more precious and heat treated materials.

Our investigations were directed to the *tyred wheels* and specially fitted running surfaces, and among those particularly to the actually produced and practically examinable wheels of tramcars.

It would be rather unjustified to start with the solution of technical problems, before considering at least superficially the *points of view of economy*. There cannot be, of course, a question of absolute numerical data, because, ac cording to the above mentioned facts, the simple weight reduction is connected with many considerable advantages difficult to express in figures though I have furnished in one of my preceding papers some data of this kind, — its practical application will show, on the other hand, the real duration of light metal wheel-centers, a considerable factor of the calculation of costs.

Investigations have proved, that the use of centers made of an aluminium alloy of high strength, with a tread circle of a diameter of 600 mm, instead of cast steel, *can be considered as economical* in the circumstances of the Budapest tramlines already *with the duration of 12—15 years, at the rate of an amortisation of* 5%. We are confronting here surplus costs with motive power saved due not only to simple, straight lined mass accelerations and motions, but also to current reductions due to accelerations resulting from the inertia energy of the rotating mass, the more so, as a surplus of energy is needed for annihilating kinetic force in braking.*

If we are still adding to the above data the very considerable advantages of aluminium alloys which cannot be expressed in figures, it seems rational to study the problem also from the technical point of view.

* The calculation of costs has given, *according to the order of magnitude*, the above mentioned results, based on the following data :

The weight reduction on an eight-wheel electric tramcar amounts to approximately 240 kg. Supposing a yearly mileage of 80 000 km, and taking also into account the rotating mass at the current consumption, 85 Wh is taken for per ton km the saved quantity of energy amounts to 1630 kWhour/year, which means, in calculating 0,38 forint per kWh, a yearly saving of 620 forints. The surplus costs of the 8 wheel-centers are to be considered in series production according to the following calculations : the costs of a light metal wheel-center of a weight of 30 kg amount, ready for use, to approximately 1200 Ft, the same of cast steel costs approximately 400 Ft, the surplus costs amount accordingly to Ft 800 per wheel, and consequently to Ft 6400 per car. In comparing that sum to the yearly savings of Ft 620, and in calculating a yearly rate of 3, 4, 5% of amortisation, the surplus costs are paid in 12, 14, 15 years.

This result is even more advantageously modified in favour of the light metal center, by the following economic points of view :

a) The decreasing costs of the maintenance of the tracks, which are valued relatively to the weight saved — according to literary data — to at least Ft 40 yearly, which must be added to the above mentioned savings of Ft 620. *b)* The value of the light metal, which amounts even as scrap to at least 2 000 Ft, reduces still more the above 6400 Ft.

These two favourable factors were not calculated in the savings, which gives an ample reserve for the compensation of smaller errors in the assumption of market prices.

It is a known fact, that with tyred wheels, *the wheel-centers are supposed to transmit all the forces between the rail (tyre) and the axle (loading).* The wheel-center is exposed to manifold and complicated force effects, from the simple static loading to dynamic vertical or horizontal knocks, produced in curves or by the winding motion of the axles, or at points and crossings. The calculation is rather complicated, it is therefore preferable to stick to dimensions and constructions developed since more than a hundred years in railway practice. It is remarkable in this construction, *that the fit between the tyre and the axle, is generally a force fit.* This causes a considerable *surplus stress* in the construction, the investigation of which is very important from the point of view of the security of working. The connection between the wheel-center and the axle is produced by a press fit, very advantageously used on railways, whereas the fit between the tyre and the wheel-center is generally produced by setting up the tyre in warm condition and the shrinking effect of the cooled tyre. This manner of fixing is based essentially on friction, but as a function of the precise finishing of the surfaces, there arises also on the connecting surfaces of the different materials a drive fit in consequence of the particles of materials pressed into each other. This is especially to be expected at the contact surfaces of light metal and steel. We want to mention already here, that we have also tested the fitting of the tyre to the wheel-center by the so-called *low-temperature treatment.*

After having introduced the precedings, we shall treat now the different points of view of the practical solutions of the problems, and shall divide them *into the following groups :*

1. *Material and form of the wheel-center.*
2. *The fitting between the wheel-center and the tyre, and the experiments of low temperature treatment in connection with it.*
3. *The fitting of the center to the axle.*

1. We have selected for *the material of the wheel-center*, in accordance with the result of conferences with the R. M. works and the possibilities of inland production, an aluminium-alloy of high tensile strength — to be particularly dealt with in the following — corresponding approximately to the RR56 carter material, which has been already acknowledged abroad as a material for aero-engines. We have made this choice, because it was to be expected, that this material will be, besides its high tensile-strength very resisting against the dynamic effects of the frequent strokes.

In knowing the data of the tensile-strength, (min. 40 kg/mm^2, extension 5—7%) the profile of the wheel-center, sketched already previously, could be finally shaped, with some slight alterations. The generating curve of the rotating

surface is illustrated in Fig. 1. We have set out essentially from the dimensions of the cast steel wheel-centers already in use, and have shaped it into a new form suitable for the properties of light metals. There were employed somewhat

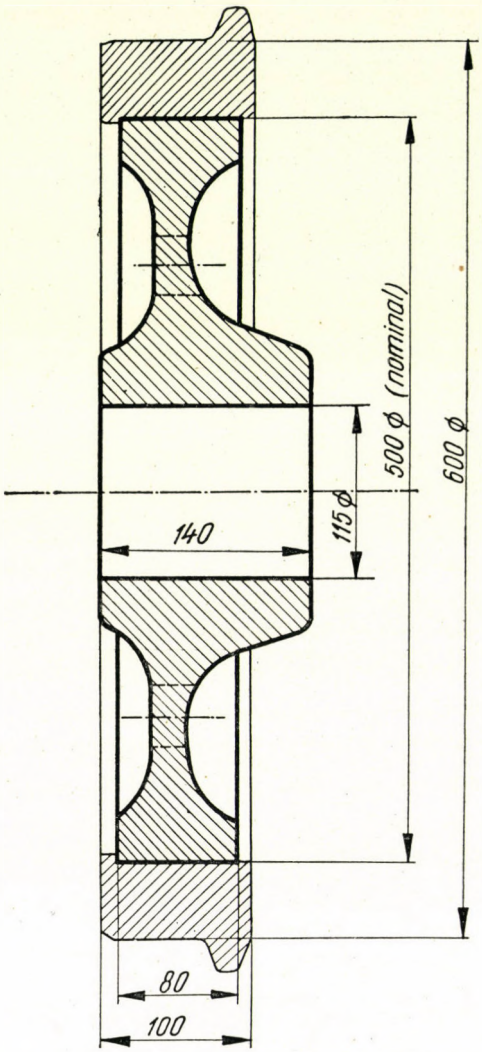


Fig. 1. Principal diagramm of the wheel-center produced of an aluminium-alloy

larger dimensions, especially bigger rounding-off of radii and a larger hub thickness. The outer diameter of the center is bigger than that of cast steel, because in maintaining the diameter of 600 mm of the running circle, we have set the width of the tyres at 50 mm instead of the usual 70 mm, with the purpose

of increasing the weight reduction. The dimensions of the axle-hub were not altered, to make the use of the axle possible in case of a replacement, but due to the considerably smaller dead-weight of the light metal trailer these dimensions could also have been reduced.

The total weight of a wheel-center made of aluminium-alloy amounts to 30 kg.

We had the intention *to produce the centers* entirely by forging, but due to the comparatively small number of the pieces, we had to content ourselves with an approximative method, according to which *the centers were cast in the first place as a thick disk, and then compressed in the forging-press at a temperature of 450° C.* The already compressed wheel-centers have been *turned to the approximately final dimensions* (Fig. 2.), in order to attain at the subsequent *heat treatment* the most perfect and even formation of the material. The material has been kept in a salt bath of 530° C for 4—5 hours, in the course of the heat treatment, and has been followingly quenched in water and tempered in an oil-bath of a temperature of 160° C.

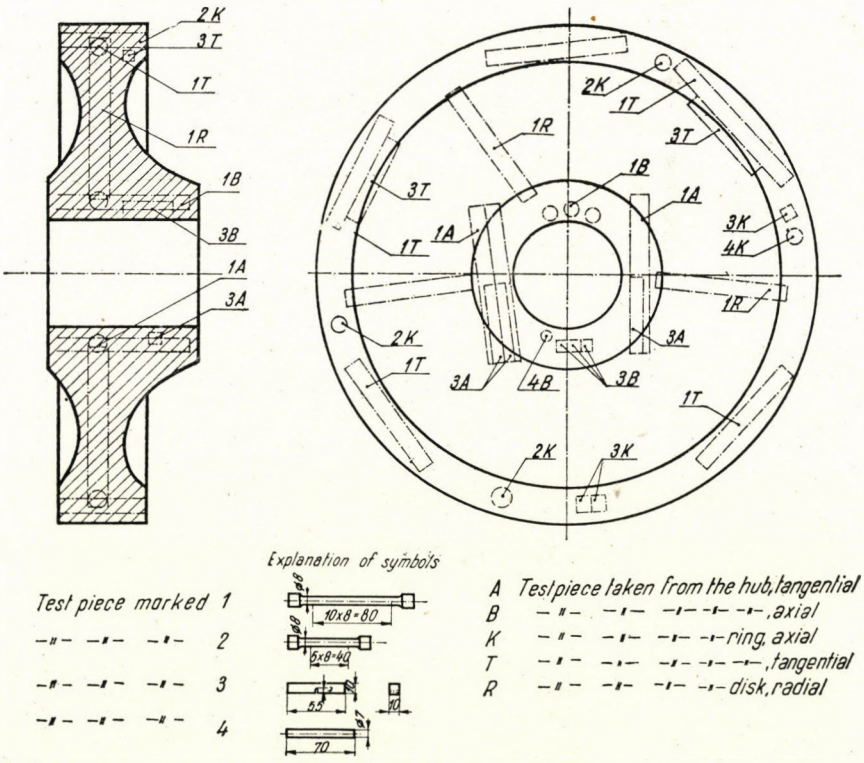


Fig. 2. Spots of cutting the testpieces

Because of the small number of the pieces (there were for the present only four wheel-centers needed), there could be no question of a selection out of a series, for the impact and deformation tests of the centers. As we had to be acquainted, for the sake of working security, with all the properties of the material to be used, we have manufactured by identical methods a fifth center, in order to sacrifice one of them for *the strength tests.* Because of its peculiar form, and the uni-directional stress exerted by the forging-press, perpendicular to the plane of the center, consequently parallel to the sides of the wheel-ring, and because of the uneven distribution of the material of the heat treated and previously overdimensioned center, the test pieces were cut out of the center with special care and after due considerations, as is illustrated in Fig. 2. It is apparent from the picture, that there have been cut out, because of forging, test pieces in radial, axial and tangential direction, and because of heat treatment, also test pieces from the ring, hub and intermediate parts. There were cut out 3—3 test pieces from each spot, to render the results of the tests more precise. $L = 10d$ has been generally observed at the tensile strength test pieces, and only on three pieces was $L = 5d$.

Table I. shows the results of the tensile strength and impact tests, made in the laboratory of the Aluminium Research Institute (now Metal R. I.). The spreading is not too big, as it is apparent. It is interesting to observe, that test pieces taken from the ring (marked K) show a larger tensile strength (breaking) and smaller extension values. This difference is probably due to

TABLE I.

Results of the tensile strength and impact tests, taken from the material of wheel-centers made of aluminium-alloy.

1. Tensile strength tests

Mark	F_o mm²	$P_{0\cdot2}$ t	$\sigma_{0,2}$ kg/mm²	P_B t	σ_B kg/mm²	δ_{10}	δ_5
1. A_1	46,5	1,52	32,7	2,11	45,4	6,85	—
1. A_2	50,2	1,86	37,1	2,24	44,6	6,25	—
1. A_3	50,2	1,84	36,7	2,23	44,4	7,50	—
1. B_1	50,2	2,08	41,5	2,09	43,6	1,87	—
1. B_2	51,5	2,00	38,9	2,23	43,3	4,37	—
1. B_3	50,2	1,86	37,0	2,09	41,6	1,25	—
1. R_1	51,0	1,92	37,6	2,25	41,1	7,50	—
1. R_2	51,5	1,90	36,9	2,29	44,5	8,13	—
1. R_3	51,5	1,99	38,7	2,20	42,7	5,62	—
1. T_1	51,0	1,96	38,5	2,35	46,1	6,25	—
1. T_2	51,0	1,80	35,3	2,29	49,9	6,25	—
1. T_3	51,5	1,96	38,0	2,32	45,0	8,12	—
2. K_1	50,2	2,08	41,5	2,35	46,8	—	5,00
2. K_2	51,0	2,10	41,2	2,32	45,5	—	6,25
2. K_3	51,0	2,08	40,8	2,35	46,1	—	in head
Average			38,2		44,9		broken

2. Impact tests

Mark	M kgm	F mm^2	r kgm/cm^2
3. A_1	0,42	68,5	0,612
3. A_2	0,42	69,7	0,602
3. A_3	0,40	70,0	0,571
3. B_1	0,26	70,0	0,370
3. B_2	0,28	69,0	0,406
3. B_3	0,29	70,0	0,414
3. K_1	0,35	69,0	0,507
3. K_2	0,30	67,75	0,444
3. K_3	0,38	70,0	0,543
3. T_1	0,47	69,0	0,680
3. T_2	0,43	68,25	0,628
3. T_3	0,395	70,0	0,564

heat treatment. The great spreading of the Charpy test is probably due to the characteristic properties of the aluminium alloys, namely to their sensibility to notching.

For the sake of completeness, we have also analysed *the composition of the material*, and the tests were taken here also — perhaps with superfluous carefulness — from different spots. The tests have been undertaken in the laboratory of spectroanalysis of the R. M. works. The results were the following :

In the hub :

Cu	Fe	Si	Mg	Mn	Ni	Ti	Al
1,8	1,45	0,77	0,86	0,038	1,22	0,1—0,2%	the remainder.

In the ring :

1,8	1,42	0,79	0,87	0,039	1,22	0,098%	» »

The results of the tensile-strength and analysis tests have been satisfactory, and there was no obstacle — according to our opinion — to the further use of the material.

2. *The fitting of tyres on to the wheel-centers has been effected in the following two manners* :

a) One of the methods consists in *setting up in warm condition* generally used in the manufacture of wagons, and already mentioned in the introductory part. This was employed on two of the four wheel-centers, which are marked by S_1 and S_2.

The value of the effective grip, with reference to the wheel-centers of a nominal diameter of 499 mm, has been 0,5, respectively 0,54 mm, consequently 1,002, respectively 1,082‰. The temperature of heating up the tyre has been measured with a contact pyrometer and amounted to approximately 250° C. The wheel-center was placed into it, warmed up during approximately 15 minutes,

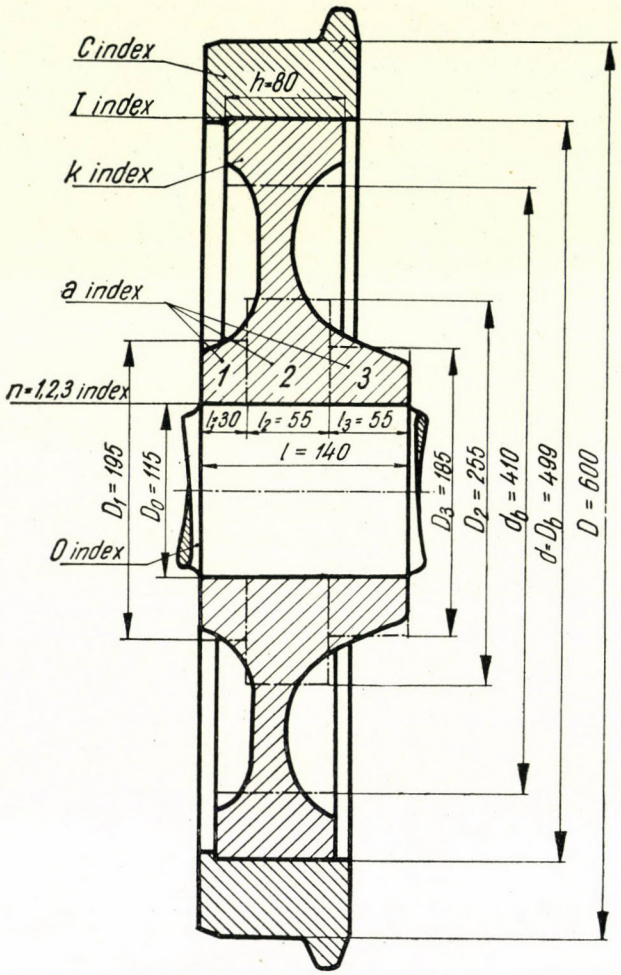


Fig. 3. Dimensions and symbols used in stress analysis

and both took up a common temperature of approximately 170° C. At all events — due to the high heat-conduction qualities of the aluminium alloy — there could not develop in the disk-ring a temperature, high enough to cause the softening of the heat-treated material. The sets fitted together, have cooled

to a hand temperature, kept safe from wind and current, in approximately 6 hours.

We have to remark still, for the sake of completeness, that the grip was originally calculated in 0,70—0,55 mm, consequently in 1,4—1,1‰, but practical work gave the above results.

The tension arising from shrinking might be calculated with effective values according to the following considerations : both the tyre, and the center are thickwalled tubes, the former with p_I inner-, the latter with an identical external p_I pressure. We are namely only selecting that part of the ring, which participates in the deformation. Its radial dimension in maintaining the width of 80 mm may be assumed approximately with 45 mm. (Fig. 3.)

The two circular rings, namely the steel-tyre and the aluminium center-ring are taking part in the deformation caused by stretching, respectively pressing due to grip — in an inverse proportion to their modulus of elasticity, with the supposition that the value of p_I is identical for both of them. With application of the calculation for the thickwalled tubes, and in using symbols of Fig. 3. we obtain the following expressions :

Tangential stress in the tyre :

$$\sigma_{tc} = \frac{p_I (v_c^2 + 1)}{v_c^2 - 1}$$

Tangential stress in the ring :

$$\sigma_{tk} = \frac{p_I (v_k^2 + 1)}{v_k^2 - 1}$$

where

$$v_c = \frac{D}{D_b} = \frac{600}{499} = 1{,}2.$$

and

$$v_k = \frac{d}{d_b} = \frac{499}{410} = 1{,}22.$$

The grip :

$$\varepsilon_I = \varepsilon_c + \varepsilon_k = \frac{\sigma_{tc} + \frac{p_I}{m}}{E_a} + \frac{\sigma_{tk} + \frac{p_I}{m}}{E_k}$$

where $E_a = 2\,100\,000$ kg/cm², $E_k = 720\,000$ kg/cm², $\frac{1}{m} \cong 0{,}3$.

From these :

$$p_I = \frac{\sigma_{tc}\,(v_c^2 - 1)}{v_c^2 + 1} = \frac{\sigma_{tk}\,(v_k^2 - 1)}{v_k^2 + 1},$$

$$\varepsilon_I = \frac{\sigma_{tc} + \dfrac{\sigma_{tc}\,(v_c^2 - 1)}{m\,(v_c^2 + 1)}}{E_a} + \frac{\sigma_{tk} - \dfrac{\sigma_{tk}\,(v_k^2 - 1)}{m\,(v_k^2 + 1)}}{E_k}$$

$$\sigma_{tk} = \sigma_{tc}\,\frac{(v_c^2 - 1)\;(v_k^2 + 1)}{(v_c^2 + 1)\;(v_k^2 - 1)} = \sigma_{tc}\,\frac{0{,}44 \cdot 2{,}484}{2{,}44 \cdot 0{,}484} = 0{,}925\,\sigma_{tc}$$

For wheel S_1 $\varepsilon_I = 0{,}001002$,

and from this, substituting the above values :

$$\frac{1{,}054\ \sigma_{tc}}{2\,100\,000} + \frac{0{,}8668\ \sigma_{tc}}{720\,000} = 0{,}001002,$$

thus :

$$\sigma_{tc} = 588\ \text{kg/cm}^2$$
$$\sigma_{tk} = 545\ \text{kg/cm}^2$$
$$p_I = 106\ \text{kg/cm}^2$$

Similarly for wheel S_2 :

$$\varepsilon_I = 0{,}001082,$$
$$\sigma_{tc} = 636\ \text{kg/cm}^2$$
$$\sigma_{tk} = 590\ \text{kg/cm}^2$$
$$p_I = 114{,}5\ \text{kg/cm}^2$$

The stress on the tyre and the wheel is consequently satisfactory, while some worries are caused by the comparatively small values of p_I, that is, the radial pressure developing on the two surfaces in contact. This value amounts for steel-center wheels generally to 500 kg/cm². This amount could only be obtained in our case by exceptionally big grip, because — as it will be seen in the following — the two different materials are taking unequal part in the deformations caused by shrinkage. A larger grip could only be obtained by the heating of the tyre to a much higher temperature, to have it extended correspondingly to the high grip, which would have been damaging to the material of the tyre, while on the other hand, it would have led to softening the light metal. According to theoretical considerations, this relatively small radial

tension must be sufficient, because the wheel-center undergoing a large elastic deformation secures the permanent and solid fit of the two parts. The distribution of the deformation between the two objects, respectively the two materials, will be, in consequence of the above calculations :

	in the tyre	in the ring
In wheel S_1	0,295	0,710‰
In wheel S_2	0,320	0,770‰

The degree of shrinkage is consequently in the ring 2,4 *times as big as in the tyre.* The significance of this circumstance will be dealt with in particular at the end of our article.

b) The second method of fitting, effected by low temperature treatment, offers more points of interest.

This process is the reciprocal form of the setting up in warm condition. Not the outer element — the tyre — has been warmed up, but the inner element — the center — has been cooled to a temperature of approximately —130° C. The consequently shrunken center has been placed into the tyre of room-temperature. The center warming up to the ambient temperature, was intent to recover its original size, corresponding to the grip. The tyre resisted, and produced by these means a close fit, with shrinking effect. The low temperature was produced *by liquid air.* Before having thus applied the tyres to the centers, we have undertaken manyfold *experiments* on fitting at low temperature. These were directed by the purpose of finding a method, by which *elements of steel and aluminium,* as axles, shafts, disks, gears, tyres, a. s. o. *or light metals among each other, could be fitted together in a manner that a wedged assembly should be excluded,* which latter not always suits aluminium-alloy machine-parts, whereas aluminium parts should not be set up in a warm condition, neither brought into connection with steel parts of high temperature. We are, of course, referring here always to *light metal alloys of great strength.* These are exposed at temperatures of 200° C, and above it, to the loss of the greater part of their strength obtained by heat treatment.

The experiments were extended to the fitting of lightmetal-disks on steel axles and disks (gears) of steel on aluminium-alloy shafts.

The fitting of the steel axles into lightmetal-disks by low temperature treatment did not seem very hopeful. The experiments were undertaken with rods of a diameter of 18 and 20 mm, manufactured of the material A60,11. The disks into the bores of which the rods were to be placed, were produced of an AlSi alloy, the »silumine«.

We have taken into account the tolerances of ISA H6 and u5, which amounted to the values of +0,013, +0 for borings and to +0,05, +0,041 for rods. The theoretical maximum and minimum surplus dimensions were consequently 0,05 and 0,028 mm. The effective values of the grip were with a diameter of 18 mm, 0,053 and 0,043, and that of 20 mm, 0,043 and 0,042 mm. Whereas the heat extension coefficient of the steel is 11.10^{-6}, consequently the linear shrinkage

at cooling from +20° to —150° C in low temperature treatment amounts in the case of a diameter of 18 mm, to 0,033 mm, and in the case of a diameter of 20 mm to 0,0374 mm. This value is smaller than the grip, we had therefore to take into account that the rod had to be fitted into the bore by a light stroke or pressure. At the end of the test, the rod thus fitted in, could be beaten out of the disk by comparatively light strokes, after being heated up to normal temperature. It is evident, that the silumine disk of a comparatively small mass has become more compact at the fitting in consequence of tensions, and its fit has become therefore less tight.

The experiment of low temperature treatment was more prospectful in the case, when *the disks were manufactured of A 60, 11 steel, and the rods of a heat treated FJu2 alloy of dural type (Al Cu Mg).* The tensile strength of this latter was min. 38 kg/mm^2, and its extension for 10d : 12%.

The nominal diameter of the rod, respectively of the bore was 20mm. We manufactured the hubs with 3 sorts of tolerances, in order to have more opportunity for their observation. We have, of course, taken into account, that the heat extention coefficient of light metal alloys amounts to approximately the twofold of that of steel, and is for the duralalloy in question 23. 10—^{6}. The grips amount consequently to 0,041—0,045, and to 0,075 and 0,110 mm. The hubs also had a conicalness of 0,003—0,013 mm.

We have found at the test, where the rod was low-temperature treated with liquid air, and the disks maintained at a normal temperature, that the rods with a grip of 0,075 and 0,110 mm did not fit into the disk, not even under powerful hammer strokes, despite the fact that the theoretically calculated shrinkage amounted to 0,075 in the temperature interval of +20 and —150° C.

The rods with a grip of 0,041 and 0,045 mm could be made with a small stroke tightly in the disk. They were moved out only a little by heavy and powerful hammer strokes. The pressing out on the test machine gave the following values :

α) For a set of disks and rods of a grip of 0,041 mm, the rod moved under a pressure of 3350 kg, and glided smoothly at 2000 kg.

β) At a set of disks and rods of a grip of 0,045 mm, the rod driven off by a powerful hammer stroke was pressed back by the machine with a force of 1900 kg, and the rod was moved again by a pressure of 3600 kg, with the formation of a considerable mass of splinters.

We shall yet mention the other investigations concerning low-temperature treatment in § 3. and shall treat here *the fitting of light metal alloy wheel-centers into the tyres by low-temperature treatment.* The centers employed at these experiments are marked with M_1 and M_2.

The cooling was here also effected by liquid air, in the following manner : We put the wheel-center into the bottom of a wooden tub of a somewhat larger inner diameter, we then poured on it approximately 25 l of liquid air, until it covered the whole center with the exception of a small protruding part of the hub. After approximately 8 minutes cooling, despite the »boiling« of the liquid air, the center was taken out of the tub, and was placed into the tyre. Fitting in was easily effected and had only to be helped a little with a rubber hammer for centering. The difference between diameters amounted to approximately 1,5 mm. It lasted approximately 5 minutes until the center could no more be turned in the tyre with the hand.

Let us investigate the occurring stress and the effects of shrinkage. We shall calculate here too with effective values and not with those given on the drawing. Instead of the absolute diameters, the difference between the outer diameters of the centers and the inner diameters of the tyres has to be considered as important, consequently these differences have been determined. The difference

between the two diameters is on the two sets M_1 and M_2 practically identical, and was determined as a grip of 0,75—0,8 mm. (As we have seen, this value amounted to 0,5 and 0,54 mm on tyres set up in warm condition.) The ovalness was around 0,01 mm. The tyre showed a conicalness of approximately 1 : 300 inward.

The grip was 1,5—1,6‰ in these two wheels, we shall calculate therefore in the following with a medium value of 1,55‰. According to statements of 2 *a)* and by the method of calculation applied there, the following values were obtained :

$$\sigma_{tc} = 910 \text{ kg/cm}^2$$
$$\sigma_{tk} = 840 \text{ kg/cm}^2$$
$$p_I = 164 \text{ kg/cm}^2$$

We expected to get approximately 50% higher values, than with tyres set up in warm condition, described in the preceding. This more advantageous value was achieved without the application of very detrimental heating. Regarding other factors, the above definitions are here also valid.

We have calculated the proportion in which the two materials, respectively the two objects are taking part in the deformation of the approximate shrinkage of 1,55‰. According to the above, the deformation amounts

in the tyre	in the wheel-ring
0,45‰	1,1‰ .

The proportion of the two deformations is, of course, here too 2,4 fold. We shall yet return to these facts at the end of the article.

3. We shall speak finally of *fitting the wheel-body to the axle.*

This is effected by simple *cold pressing* (force fit) applied advantageously in the manufacturing of wagons.

Despite the fact that the investigations were not likely to offer positive results, *we have made practical tests, whether a close shrink fit is to be achieved by the low temperature treatment of the axle.* We were well aware of the practical difficulties in production, but we wanted to examine the behaviour of big sized centers with strong hubs, and the big dimensioned axle-hubs from this point of view.

We shall describe the experiment and its expected and verified results shortly in the following :

The bore of the hub was proportioned instead of the usual size of 115 mm, employed in the using, to 108 mm only, with the purpose of eliminating the deformations occurring in the experiment at the final sizing. The value of the grip, possible with a steel axle and a lightmetal

center, in the application of low temperature treatment, and at a difference of temperatures of approximately 120—150° C, and the heat extension (in this case contraction) modulus of the steel of 11 10^{-6}, amounts in the case of a nominal diameter of 108 mm, at the temperature of —100° C, to 0,142 mm, at the temperature of —130° C to 0,178 mm, or 1,31—1,65‰, which is corresponding to the usual 1,5‰.

The two wheel centers (still without steel tyres) and the two axle ends were prepared, after two preliminary experiments, in two manners. We calculated the grip in one experiment according to the above at 0,15 mm, with 1,39‰, whereas we employed at the other experiment for the sake of obtaining the possibly biggest shrinking effect, a grip of 0,25 mm, or 2,3‰. The experiment was accomplished in the following manner and gave the following results :

aa) We subjected to low temperature treatment only the shaft of the set M_2 of center and axle with a grip of 0,15 mm and have pressed it centered into the bore with a testing machine. The shaft could be pressed into the wheel center for a short space with a force of some hundred kg. but this force increased very considerably to 10 tons, till we succeeded to press in the shaft to depth of 60 mm into the wheel-center. At that point we stopped, to exclude too powerful force effect. The failure of the test may be attributed to the fact that despite the theoretically suitable clearence, and the supposed small force necessary for fitting, the shaft, mating with the big mass of the lightmetal center of excellent heat conductivity, has warmed up rapidly, which led to the equally rapid increase of the pressing force. This fact in turn has consumed all the advantages of the low-temperature treatment. Whereas in case of the application of adequate centering and pressing apparatus the results would have been probably more advantageous.

bb) The shaft of the set of center and axle M_1 with a grip of 0,25 mm (2,3‰) was subjected to low temperature treatment with liquid air, whereas the wheel center has been heated in a furnace to 120° C, still under the detrimental temperature. The introduction of the shaft was easy and it could be moved in the bore of the center for some seconds still with bare hand. After two days we pressed out the axle thus fitted in. The first moving force amounted to 53 tons, which decreased to 46 tons, only to increase again to 60,6 tons and to decrease again evenly. (The decrease of the force is probably due to the circumstance that the bore had against the cylindric hub a slightly double conical shape, and the grip was consequently smallest in the center.) This method of fitting gave, at all events, very satisfactory results.

In some cases, on the basis of the given dimensions *it is thinkable that — due to the high heat extension of the light metals — a shrink-fit of a lesser degree can be attained by heating the pieces to a temperature of +120~130° C, which could be combined with the low-temperature treatment of the inner parts.*

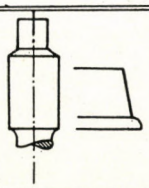
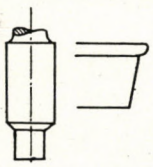
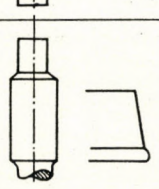
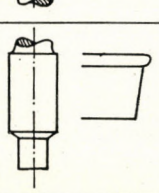
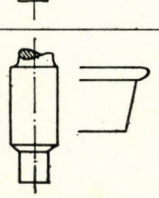
Considering also the technical difficulties of the above processes, *we have made the choice*, as already mentioned, *for fitting the wheel-center to the axle, of the standard pressing method.* With regard of the exigencies of security of railways we have made some *preliminary experiments* with centers marked S_1 and S_2, previous to definite pressing. We have used here too the previously mentioned bore and axle end of a nominal diameter of 108 mm. Pressing was effected with linseed oil lubrication. Similarly as at the experiments described in §3. under *aa)* and *bb)* the wheel-centers were not yet supplied with tyres. The bore was made a little bigger (by 0,1—0,2 mm) along a short section of the corresponding side for introducing the axle end. The grip amounted at center S_1 to 1,39—2,32‰. The force of pressing has evenly increased, but the machine vibrated at the spots of greater grip, and the maximum of pressure amounted to 40 tons. The force applied at the trial to loosen the axle was 60 tons. The mean value of grip was 1,2‰ at the center S_2. The maximum of the pressing force showed the expected small value of 30 tons. The moving force after a rest of approximately one hour was circa 42 tons.

We undertook, after this experiment, to fit up the tyre in warm condition as already described under 2*a)*. The axle ends — which have been pressed

in in the above described manner — were pressed out of the bores, subsequent to total cooling down and a rest of several hours. The greatest force applied at center S_1 amounted to 100 tons, and at center S_2 to 120 tons. Though less force was applied in pressing in S_2, this was somewhat drier, less lubricated

TABLE II.

Measured diameters of the wheel seat of the axle (axle hub) and wheel hub bores, grips and pressings

Mark of the light metal wheel center	Axle hub diameter mm		Wheel hub bore diameter mm	Grip mm	Grip ‰	Highest value of pressing in tons	Remark
M_1	115·25 115·25 115·26		114·95 115·02 115·03	0·30 0·23 0·23	2·61 2·00 2·00	70	Fitting tyre by low temperature treatment
S_1	115·31 115·31 115·20		115·00 114·98 114·93	0·31 0·33 0·27	2·69 2·87 2·35	86	Fitting the tyre by usual heat treatment
S_2	115·35 115·38 115·38		115·01 115·05 115·10	0·34 0·33 0·28	2·95 2·87 2·43	83	Identical with S_1
M_2	115·40 115·32 115·30		115·05 115·03 115·00	0·35 0·29 0·30	3·04 2·52 2·61	99	Because of too big pressing force the wheel was pressed down (102 tons) and pressed up again after regulation. Tyre fitted up by low temperature treatment
M_2	115·30 115·28 115·24		115·06 115·04 115·025	0·24 0·24 0·215	2·08 2·08 1·87	60	

than S_1. The comparatively high pressing force indicates a big friction coefficient between aluminium and steel, which may be considered technically advantageous in this special case, but it is evident, on the other hand, that the pressing effect

of the tyre fitted up in warm condition will be also apparent. This is also proved by the fact that the diameter of the wheel center bores showed a decrease of 0,08—0,1 mm after pressing out of the axle end, along the shorter part of the hub where the transmission of force from the tyre was more effective, while it remained practically unchanged, within limits of measuring precision, along the longer part of the hub.

All this proves, that the technological method selected is the right one, if the values of grip are correctly determined. The values of grip were consequently determined with regard to experiments under service conditions in different manners, and the experiment, that is *final pressing* has been effected in the following manner :

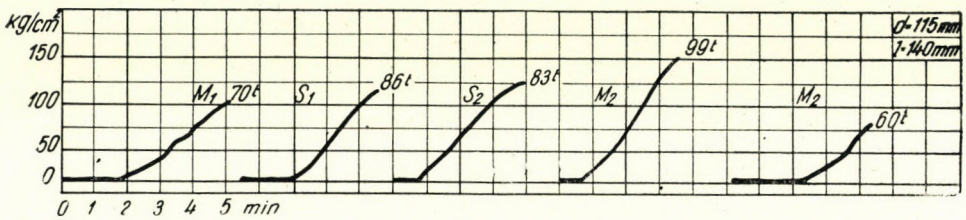


Fig. 4. Diagramms of pressing-on of tyred aluminium wheel—centers

In order to expose the differently tyred wheels to all possible service conditions we pressed on each of the axles, wheels of two sorts — already supplied with tyres. Thus tyres marked M_1 and S_1 were fitted on axle No. 1, and those marked M_2 and S_2 on axle No. 2. The hub bores and axles had the finally prescribed nominal dimension of 115 mm. Measures were taken on 3—3 spots of the axle hub and the center bores, namely at the two ends of the hub and on its middle, effecting everywhere two measurements perpendicular to one another, in order to control the ovalness too. The highest value of ovalness on the axle amounted to 0,01 mm, whereas we did not observe any formation of ovalness on the center bores. The data of the measurements are listed in Table II.

Lubrication in pressing was done with linseed oil.

We traced a *diagramm of each pressing of the wheels* (*Fig. 4.* where the pressing time in minutes was plotted on the abscissa axis and the pressures employed [in kg/cm²] as ordinates. The respective values in tons, calculated with the help of a table, are also marked).

Pressing was effected in a smooth manner. *The forces applied were comparatively big.** Pressure was particularly high on center marked M_2, where the grips

* There were hardly any data in literature on this subject. We only found two short articles in the Verkehrstechnik of 1930 and 1931, by Dr. Kremer, respectively Stephany, in which they furnished some data on four *Electron* wheel-centers used on the electric tramcars

have been comparatively big, between the values of 2,52—3,04‰. (See Table II.) The force increased consequently to 99 tons. The wheel-center has been pressed off the axle because of this high force, with a maximum pressure of 102 tons. There has been an interval of approximately one hour between pressing on and pressing off. Pressing off was effected without the »leaps« usual with steel-tyred wheels, in a remarkably smooth manner. The axle and the wheel center were measured after pressing. A contraction of approximately 0,01—0,02 of the diameter of the axle was observed whereas the center bore showed an increase of 0,01—0,02 of its diameter. The axle showed aluminium smears. The wheel seat of the axle was consequently polished, in a manner, that it should not exceed anywhere the prescribed grip of 0,25 mm. Results of measurements are also listed in Table II. After cleaning and lubricating, center M_2 showed a maximum force of 60 tons.

In considering again effective grips and forces, let us observe the values of the arising mantle pressures and stresses, according to symbols of Fig. 3. The respective calculations differ from those made under 2*a)*, because the axle cannot be considered a tube, but must be regarded as a compact rod.

$$\text{Consequently}: \sigma_{tan} = p_n \frac{v_{an}^2 + 1}{v_{an}^2 - 1}, \qquad \sigma_{\text{ton}} = p_n, \quad v_{an} = \frac{D_n}{D_o}$$

$$\varepsilon_n = \frac{\sigma_{tan} + \frac{p_n}{m}}{E_k} + \frac{\sigma_{\text{ton}} + \frac{p_n}{m}}{E_{\text{steel}}}$$

$$n = 1, 2, 3$$

$$v_{a1} = \frac{195}{115} = 1{,}695, \quad v_{a2} = \frac{255}{115} = 2{,}22, \quad v_{a3} = \frac{185}{115} = 1{,}61.$$

$$\sigma_{ta1} = 2{,}065\, p_1, \qquad \sigma_{ta2} = 1{,}51\, p_2, \qquad \sigma_{ta3} = 2{,}25\, p_3\,.$$

Taking other values of the previous calculations, the numerical values valid for this case are to be found *in Table III.*

---

of the Frankfurt tramways, which ran 64 200 km. The centers with 120 mm bore were pressed on to the axle in cold condition. Shrinkage amounted to 1,67—2,25‰. The value of the pressing showed considerable variations, according to the lubrication made with animal grease or vegetable oil. In the first case the maximum force amounted to 13 tons, and the respective pressing-down force to max. 14 tons. Whereas with vegetable oil the respective values were 50, 60, 65, 67 and 70 (off) tons. The proportion between the inner and outer diameter of the wheel hub amounted to 1,78.

TABLE III.

Stresses generated in the wheel hub and the axle in consequence of pressing

Axle	Wheel center	Grip		σ_{tan} kg/cm²			$\sigma_{ton} = p_n$ kg/cm²			Pressing force in tons
		mm	‰	1	2	3	1	2	3	
1	M_1	0,30	2,61	1490	—	—	720	—	—	70
		0,23	2,00	—	1055	—	—	699	—	
		0,23	2,00	—	—	1170	—	—	520	
	S_1	0,31	2,69	—	—	1575	—	—	700	86
		0,33	2,87	—	1514	—	—	1005	—	
		0,27	2,35	1348	—	—	652	—	—	
2	S_2	0,34	2,95	1690	—	—	817	—	—	83
		0,33	2,87	—	1514	—	—	1005	—	
		0,28	2,43	—	—	1422	—	—	632	
	M_2	0,24	2,08	—	—	1218	—	—	540	60
		0,24	2,08	—	1095	—	—	726	—	
		0,215	1,87	1070	—	—	517	—	—	
Mean values of M_1, S_1, S_2		0,292	2,53	1510	1360	1390	730	903	617	79,67
Mean values of M_1, S_1, S_2, M_2 ..		0,276	2,40	1395	1292	1342	676	858	597	74,75

The tensions developing in the wheel hub, do not attain half the size of the »yield point« $\sigma_{0,2}$ marked on Table I, the mean value of which may be taken for 3820 kg/cm², they are consequently satisfactory. These data are also satisfactory with respect to the steel-axle, as it has been produced out of the heat-treated AC 35,61 material, with a yield point of 3300 kg/cm².

Before drawing consequences, let us investigate *the distribution of the deformations originating from shrink between the two materials.* It is preferable to use instead of all the data of Table III, mean values in calculations, as they are giving a more lucid picture of the processes. The mean values, in turn, may be calculated by two methods, in order to make possible the appreciation of the »extreme« values of M_2. *Final results of calculations are shown on Table IV.*

It is here already apparent, that *the deformation of the axle is 7,5—11,5 times smaller, than that of the aluminium center.* This fact proves that the use of the aluminium center protects the steel axle, because the work of the other impulses deriving from external effects will also be distributed in a similar fashion.

The close press fit serves in our case as a perfect connection, because in calculating with the biggest value — 102 tons — of the above described pressing forces (which would have been considerably more after a rest of several hours, or days),

TABLE IV.

Distribution of deformations produced by pressing, in wheel hub and steel axle

Section of hub		1			2			3			Of the average according to lengths of 1, 2, 3		
		in wheel hub	in axle hub	in both together	in wheel hub	in axle hub	in both together	in wheel hub	in axle hub	in both together	in wheel hub	in axle hub	in both together
Average of M_1, S_1, S_2	‰	2,40	0,243	2,643	2,27	0,30	2,57	2,19	0,205	2,395	2,27	0,250	2,520
	%	91	9	100	88	12	100	92	8	100	90	10	100
Average of M_1, S_1, S_2, M_2	‰	2,22	0,225	2,445	2,15	0,285	2,435	2,12	0,197	2,417	2,15	0,237	2,387
	%	91	9	100	88,5	11,5	100	88	12	100	90,5	9,5	100
Of values of M_2	‰	1,70	0,172	1,872	1,82	0,242	2,062	1,92	0,179	2,099	1,85	0,202	2,052
	%	91	9	100	88	12	100	91,5	8,5	100	90	10	100

The values of the deformations caused by pressing are marked in ‰ in the upper lines, their proportional %-ual values are given in the lines below. (Marks 1, 2, 3, are explained in Fig. 3.)

the modulus of friction will be calculated in the following manner, using symbols of Fig. 3. and mantle tensions calculated according to the Table III.

$$\mu = \frac{P}{D_o\pi\,(l_1p_1 + l_2p_2 + l_3p_3)} = \frac{102\,000}{11{,}5 \cdot 3{,}14\,(3 \cdot 720 + 5{,}5 \cdot 880 + 5{,}5 \cdot 785)} = 0{,}25$$

We may draw conclusions to the size of the friction-force, from the pressing-on force on the other wheels, which have not yet been pressed off, by reverting to results of the experiments on the axle shafts. But general railway practice shows, that at pressing off after some days, the forces of pressing-off will become 20—50% higher than the forces of pressing-on. From the mean values of *pressing-on* forces of centers M_1, S_1 and S_2 and of the calculated mantle pressures the modulus of friction is calculated: $\mu' = 0{,}21$, which value may however be augmented by 20—50%, according to the above statements.

The modulus of friction is by all means satisfactory, the more so, as *the total force of friction* is practically identical in tangential and in the axial direction which amounts, according to Tables II, respectively III. in the average to 79 670, respectively 74 750 kg, and for center M_2 to 60 000 kg. Reducing this value to the running surface of the wheel, in proportion to the diameter of 115 mm of the wheel seat and the diameter of 600 mm of the running circle, we obtain friction forces amounting to 15 300, respectively 14 300 and 11 500 kg on the running surface of the wheel. The maximum of the modulus

of friction (adhesion) imaginable on the running surface of the wheel taking into account chain rails and town refuse, and even sand-sprinkling, amounts to 0,5, to the above values should have to be added at least 30 600 kg, respectively 28 600 kg, or 23 000 kg of wheel loading, in order to turn the wheel off the axle under the effect of the forces acting on the circumference of the wheel, which would amount to the manifold of the actual wheel loads.

The force necessary for pressing off is — as it has been demonstrated — so big, and consequently the fit so secure, that the flange-pressure produced on eventual overturning of the car would only amount to a fraction of this force.

We want to add still the stresses and mantle pressure produced in pressing *cast steel centers on steel axles*, of similar dimensions. Accepting for grip the values of 1, 1,25, 1,5‰, and for the modulus of elasticity in the wheel hub 2 000 000 kg/cm², and in the axle 2 100 000 kg/cm², in using the marking of Fig. 3. we shall sum up *the results in Table V.* The generated stresses are as it is apparent — considerably larger than in the case of light metal centers. Identic results are obtained by the determination of *the distribution of the deformations*, the results of which are demonstrated *in Table V.*

TABLE V.

Stresses and distribution of deformations produced by pressing in cast steel wheel hubs and steel axles

Values adopted of grip ‰	Stress kg/cm²							Deformations*								
	σ_{tan}			$\sigma_{ton} = p_n$				1			2			3		
	1	2	3	1	2	3		in wheel hub	in axle hub	in both toget-her	in wheel hub	in axle hub	in both toget-her	in wheel hub	in axle hub	in both toget-her
1	1385	1215	1400	665	805	620	‰	0,785	0,215	1	0,73	0,27	1	0,795	0,205	1
1,25	1720	1520	1750	830	1005	777	‰	0,98	0,27	1,25	0,91	0,34	1,25	0,99	0,26	1,25
1,5	2060	1820	2100	995	1210	933	‰	1,18	0,32	1,5	1,10	0,40	1,5	1,19	0,31	1,5
Proportional %-tual values of the deformations caused by grip*							%	78,5	21,5	100	73	27	100	79,5	20,5	100

* To simplify calculations and to render their evaluations more lucid, we based them on the supposition that the axle and the wheel bore had perfect cylindric form, and that the values of the grip were on their entire length identical.

(Marks 1, 2, 3 explained in Fig. 3.)

The proportions of the deformations are consequently only 3,6, 2,7, and 3,9, i. e. the axle endures a threefold stress as in the case of the aluminium-alloy wheel centers, described and proved in the preceding paragraphs. The same proportions are prevalent under the effect of later external forces too, which may be proved by the following short consideration.

Flange pressures generated by impacts at points, switches and crossings, and by centrifugal forces, and the transmission of various other impulses to the axle is effected through the wheel center hub. *The axle is taking over the residual impact work, remaining after work-consumption of the elastic deformation of the disk and wheel hub.* The work of endurance will be consequently :

$$A = C_1 P \, \Delta l = \quad = \frac{C_2 K \, \sigma_t^2}{E}$$

In case of identical stress, with unchanged dimensions :

$$A = \frac{C_3}{E} .$$

The smaller the modulus of elasticity, the bigger will be the consumed elastic work. The modulus of elasticity of the aluminium is approximately one third of that of the steel. *Consequently a great part of the work generated by rail impacts is taken up by the aluminium wheel centers, thus relieving the axle.* Tables IV. and V. are also referring to this assertion, from which it is apparent, that the light metal wheel center takes up 88—91% of the elastic deformation, and is transmitting only 9—12% of it to the axle, whereas the cast steel center takes up 73—79,5% of the work, and 20,5—27% of it has to be supported by the axle.

We are well aware of the fact that these numerical values have no absolute validity, but their dimensions are by all means convincing, that the wheel center made of an aluminium alloy is protecting the axle from the work of the initial and subsequent elastic deformation.

—

We might establish, *in summing up* the above conclusions, that a considerably larger elastic deformation is produced in *light metal wheel centers* because of their smaller modulus of elasticity, than in the steel centers, and *the elastic work supported becomes thus greater. Consequently a larger grip is necessary to achieve a close fit which consequently needs a bigger amount of the pressing (work),* but the center of an aluminium alloy is yet to be preferred, as, due to its high capacity of taking up elastic work *much less constraint to take up work is left for the axle, and the latter can thus be relieved of superfluous initial stress.* The proportional values of deformation, — shown in the tables — are also proving the correctness of this assertion. But *this role of protection holds also for stresses generated by impulses under service conditions, consequently the protection of the axle is still more efficient.* As a consequence either the dimensions of the axle may be decreased, or the duration of the axle can be prolonged.

The same considerations hold good essentially for the tyre, in which, even if a greater grip is applied, only half of the initial tension of the steel tyre is produced. If the usual grip is applied, the initial tension will be only a third of that of steel tyres.

We have certainly to take into account the lower fatigue limit of aluminium alloys, and their susceptibility to corrosion, but the damaging effect of these latter will only be cleared up by longer service. These worries are still increased *by the application of great grips*, but in this case, we might establish, that *despite the great grip, the stress is maintained under* half the value of the »yield point« ($\sigma_{0,2}$). Great grip, in turn, is necessitated for the greater safety of the railways. Experience acquired under service conditions will give a final answer to the question, what grip is unconditionally necessary. It is, besides, convincing that light metal centers are used abroad on main railways as well.

The experiments and service tests clear up many of the essential problems, and the results to be expected are *proving the following most important advantages of railway or tramway wheel centers manufactured of aluminium alloys :*

1. *The dead-weight of vehicles is diminished.*

2. *As a result of the great capacity of the aluminium alloy of taking up elastic work, they protect the axle against permanent forces produced by the pressing as well as against stresses arising under service conditions.*

3. *Reduction of the non-springed mass has an advantageous effect on the condition of the tracks and on costs of maintenance.*

4. *Employment of steel in these parts of the vehicle is made superfluous, and thus steel is set free for other uses in a manner advantageous from the point of view of economy.*

Experiments on low temperature treatment, according to the above, gave the result that this method of fitting might be advantageously employed in cases, where the inner machine parts are produced of aluminium or light metals, and where solid assembly is to be achieved by close fitting. Detrimental warming up of the high strength aluminium alloy can be eliminated in this case, and thus the softening of the heat treated metal can be excluded.

The four wheel centers of aluminium-alloy in question have been since January 1951 in permanent use on one of the trailers of the Electric Tramways in Budapest, and are functioning faultlessly making approximately 6000—7000 km monthly.

The wheel centers, tyres and axles were manufectured in the *Principal Workshop of the Budapest Tramways*, and the fitting up in warm condition of the tyres and pressing on to the axles were undertaken in the Locomotive and Machine Factory of the *MÁVAG*, the other experiments were performed in the laboratory of the *Aluminium (now Metal) Research Institute*. In the execution of the tests described in this article, the cooperation of Machine Engineers *Andor Benkő*, *Barnabás Gáthy* and *Robert K. Vassel*, research workers of the Institute, is acknowledged.

REFERENCES

1. Aluminium (Hungarian) 1949. No. 12.

2. Bányászati és Kohászati Lapok (Hungarian Journal of Mining and Metallurgy) 1949. No. 12.

3. *Baránszky-Jób, I.:* Könnyűfémek alkalmazása járóműveknél. (Employement of Light Metals on Vehicles) Aluminium, 1949.

4. *Baránszky-Jób, I.:* Súlycsökkentési lehetőségek a közúti vasúti járóműveknél (Possibilities of Weight Reduction on Tramcars) Gép, 1950.

5. *Budgen, N. F.:* Aluminium and its Alloys, 1947.

6. *Deschars, C.:* Assembling Metal Parts by Shrink Fitting. Materials & Methods, May 1949.

7. Économie et Technique des Transports, 1949, 1950.

8. *Koenig, M.*, dr.: Aluminium im Transportwesen, 1938.

9. *Koenig, M.*, dr.: Leichtmetall im Schienenfahrzeugbau, Singen, 1949.

10. *Kremer*, dr.: Radscheiben aus Leichtmetall für Strassenbahnwagen, Verkehrstechnik, 1930.

11. Мержанов, М. Т.: Производство вагонов Москва, 1948.

12. *Migny, P.:* Emmanchement à force et calcul des serrages. Revue de l'Aluminium, Février 1951.

13. *Pogány, S.:* Über die zweckmässige Grösse des Schrumpfmasses der Radreifen, Organ, 1928.

14. *Preuss, M.:* Wirtschaftlichkeit des Leichtmetallbaues im Verkehrswesen, Glasers Annalen, 1951.

15. *Reinhold, J.:* Le wagon STEMI à grande capacité, Revue de l'Aluminium, Déc. 1949.

16. *Snell Bulleid, O. V.:* Locomotive and Rolling-Stock Developments in Great Britain, Mechanical Engineering, 1950.

17. *Stephany, G.:* Erfahrungen über Strassenbahnräder mit Elektronscheiben, Verkehrstechnik, 1931.

18. Tramway and Railway World. 1930.

19. Wheel and Axle Manual (USA, 1945).

20. *Zeerleder, A.*, dr.: Technologie der Leichtmetalle, 1947.

SUMMARY

When reducing weight of railway vehicles the employment of light metals and their alloys in running and carrying gear results in considerable saving in weight and besides that saves the track by reducing the non-springed mass. Producing the centers of steel tyred wheels of light metal is right as seen from the economic viewpoint too. Work-transferring role of wheel centers. The material of the center is a special heat treated aluminium alloy forge-pressed with an ultimate tensile strength of about 28,5 tons sq. in.

The wheel tyres were fitted partly by usual setting up in warm condition, partly by low temperature process. The latter was effected by liquid air and preceded by extended investigations made in the Hungarian Aluminium and Light Metal (now Metal) Research Institute. The centers were fitted on to the axles by pressing. Because of the low elastic modulus of light metal alloys the center takes over the greater part of the elastic deformation (and work) resulting from shrinkage and — thus creating smaller stresses in tyre and axle than when using cast steel centers — relieves the axle. In spite of that the fit is safe and strong. Four wheel centers of light metal alloy are in trial service on the Tramways of Budapest.

ИЗГОТОВЛЕНИЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО КОЛЕСНОГО ДИСКА ИЗ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА И ПРОВЕДЕННЫЕ В СВЯЗИ С ЭТИМ ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ГЛУБОКОМУ ОХЛАЖДЕНИЮ

И. Баранский-Иоб

Резюме

Применение алюминия и его сплавов при производстве жел. дор. подвижного состава дает существенную экономию их веса, кроме того повышает долговечность рельсового пути. Производство бандажных колесных дисков из легких металлов соответствует также и требованиям экономики. Задача передачи силы колесного диска. Материал диска — специальный, улучшенного качества алюминиевый сплав, штампованный с ковкой, имеющей прочность на разрыв ок. 45 кг/мм^2.

Бандажи насаживались на колесный диск частично путем обычно применяемой горячей насадки, а частично путем использования глубокого охлаждения. Последнее производилось при помощи жидкого воздуха; сказанному предшествовали широкие экспериментальные опыты в Исследовательском Институте Алюминия (в наст. вр. Иссл. Инст. Металлов). Диски насаживаются на ось путем холодной прессовки. Вследствие низкого модуля упругости алюминиевых сплавов на диск действует большая часть упругой деформации (и работы), вследствие чего в бандаже и в оси возникают меньшие напряжения, чем в случае применения стального диска и это повышает срок службы оси. Несмотря на это в данном случае получилась надежная и прочная насадка.

В настоящее время производится экспериментальное испытание четырех шт. колесных дисков на городской железной дороге Будапешта.

PROBLEM OF HIGH DIELECTRIC CONSTANT CERAMICS*

By
M. DÉRI

Manuscript received 14th February 1952.

Development of high dielectric constant in a dielectric may be due to several factors. Presence of conductor particles may cause such polarization and formation of electric field as signify the development of dielectric constants of high value to the external observer. This phenomenon generally presents itself accompanied with high dielectric losses, therefore it has no importance in the production of condensers.

If the molecules of an insulating material form dipoles, these dipoles are directed under the influence of the external electric field. With increase of the number of oscillations the adjustment of the dipoles to the direction of the field lags behind the variation of the electric field directing them ; therefore there are serious losses consequently, the use of such materials as condenser dielectrics is not expedient.

In insulating materials with ionic crystal lattices polarization may be imagined in a way that ions move out of their positions of equilibrium, and dipoles are developed. As these ions are firmly bound on the crystal lattice the frequency of their oscillations falls into the far infra-red. Thus in the range of radio waves and on wave lengths below that dielectric losses will be slight.

This latter polarization mechanism is generally accompanied by a dielectric constant of low value. There are, however, some exceptions. Among these TiO_2 has long been known, and titanates of the alkaline earth metals are the objects of latest researches [1].

Properties of alcaline earth titanate dielectrics may vary between wide limits [2, 3, 4]. The value of the dielectric constant may vary between 12 000 and 20 000, depending on the quality of material and on physical conditions.

There are similar great differences in the value of the temperature coefficient of the dielectric constant. The temperature coefficient of the dielectric constant of titanium dioxide is negative ; the dielectric constant of Mg-titanate hardly changes with temperature ; the temperature coefficients of Ca and Sr are more

* Published in Hungarian in Nr. 11—12., Vol. 3., 1951, of Építőanyag (Construction Materials).

strongly negative than those of Ti-dioxide, and the dielectric constant of Ba-titanate shows maximum in function of temperature. Measurements on Ba-titanate have proved that this compound is a characteristic member of a new group of Seignette-electric materials [7, 8, 9, 10, 11].

This group of materials is also characterized by the circumstance that their crystal lattice has within definite temperature limits a tendency to spontaneous electric polarization. In consequence of spontaneous electric polarization dielectric and other physical properties greatly depend on external circumstances (electrostatic field, temperature, pressure etc.).

Nowadays three groups of Seignette electric materials have been known : the tartarate, the KH_2-phosphate and the Ba-titanate group [12]. Spontaneous electric polarization occurs in all three groups within a definite temperature interval. The temperature at which spontaneous electric polarization ceases like the analogy of ferro-magnetic phenomena is known as the Curie-point.

A characteristic feature of compounds of the tartarate group is that they have two Curie-points : they possess no Seignette-electric properties below the Curie-point appearing at the lower temperature, and above the Curie-point presenting itself at the higher temperature.

Compounds of the KH_2-phosphate type have Seignette-electric properties from absolute zero to a definite temperature ; above this temperature this property ceases.

The Ba-titanate crystal tends to assume Seignette-electric properties in the direction of each of its three axes. Its Curie-point is about 120° C, because spontaneous polarization occurs at this temperature in the direction of one of its crystal axes. Besides this the Ba-titanate has two more points of transformation at lower temperatures, when spontaneous polarization occurs in the direction of the two other axes.

The phenomenon may be characterized relative to Ba-titanate as follows. The crystal lattice of Ba-titanate is of perowskite type *(Fig. 1)*. Each Ti-ion is surrounded in octahedral form by six O-ions. In interstices of the octahedra are located the Ba-ions. If the temperature is above 120° C the crystal has cubic form; the dielectric constant follows the Curie—Weiss law [13], that is, increases at a hyperbolic rate with decreasing temperature. At 120° C transformation takes place in the crystal lattice : the crystal is polarized spontaneously in the direction of one edge of the unit cell. This spontaneous polarization is accompanied by the deformation of the unit cells : in the direction of polarization — the line of the *c* axis (001) — the edge of the cell becomes longer ; at right angles to it, in directions (010), (100), the edge is contracted, and the lattice becomes tetragonal [14]. This transformation manifests itself also in the value of the dielectric constant : the high value of spontaneous polarization : $12,7.10^{-6}$ coulomb/cm^2 [15] produces dielectric saturation in the direction of the *c* axis, and the dielectric constant decreases from its maximum value (6000) to about

its one twentieth *(Fig. 2.)*. In directions at right angles to the direction of polarization the value of the dielectric constant remains above 3000.

If the temperature further decreases, at about 0° C another phase change takes place : the direction of spontaneous polarization is shifted from direction

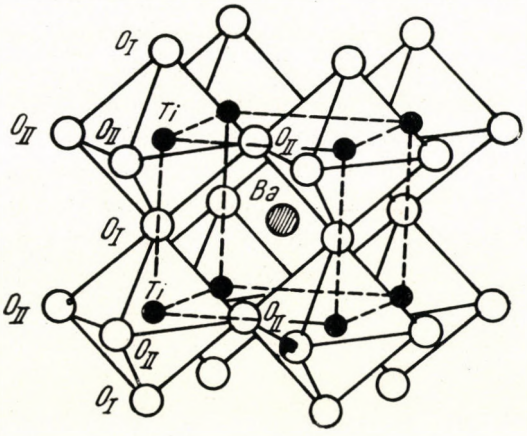


Fig. 1.

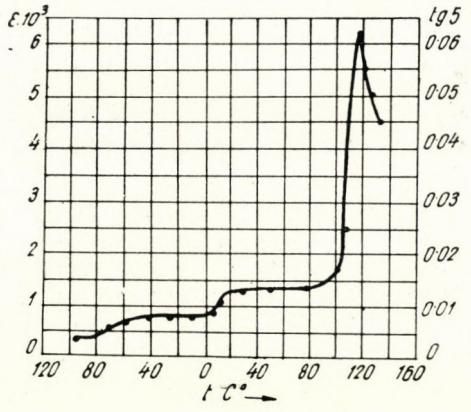


Fig. 2.

(001) to either of the directions of (011) or (101) ; the crystal assumes rhombic structure.

In the direction of the third crystal axis the tendency to spontaneous polarization is even hereafter preserved : the direction of spontaneous polarization becomes (111) ; the crystal assumes trigonal structure.

For the description of these phenomena several theories have been developed in literature. According to *Ginzburg* [16], the thermodynamical potential

is a function of spontaneous polarization, of the dielectric constant, and of deformation. The points of transformation develop so that the contents of free energy of the two phases become equal among them.

On basis of theoretical considerations and of experimental results spontaneous polarization is due to three simultaneous causes :

In Ti-O bonds the electron polarization of O-ions is extraordinarily great [17].

In consequence of symmetry conditions of the crystal lattice an internal electric field is developed in the direction of polarization, which has especially high values at the loci of the O and Ti ions. In consequence of lattice oscillations the polarization strengthens itself, and at a definite critical value of it spontaneous polarization takes place. Polarization is a function of temperature. *Mason* and *Matthias* [18] supposed that in the Ti-O_6 octahedron the potential energy of the Ti-ion possesses in the spaces of the six O-ions six minima which are displaced from the center of the octahedron by distance δ toward the O ions. One Ti-ion thus results in a permanent dipole of $4e\delta$ value. With increasing temperature the amplitude of oscillation of the Ti-ion becomes greater, the six minima are equally possible : the dipole will not develop. According to later considerations this theory is not verified by facts [19].

The conception that the Ti-ions are very loosely bound in the centers of the octahedra has been refuted by newer results [20, 21]. The amplitudes of the oscillations of the Ti-ions are of the same order of magnitude as those of the heavy Ba-ions.

In perfectly pure Ba-titanate spontaneous polarization does not even occur [3] ; on the other hand *Bieliayev* and coworkers established for Ba-titanate crystallized from melted K_2CO_3-Na_2CO_3 that its Curie-point is about —70° C. The value of dielectric constant here developed is 6000 [22].

According to the latest opinion the Ba-titanate does not form pure ionic crystals [20]. In the lattice built up of Ti-O_6 octahedra the Ba-ion often behaves as »impurity« [21], and this peculiarity determines the Seignette-electric behaviour.

The replacement of the Ba-ion by other alkaline earth metals or by other ions has from the beginning greatly engaged researchers.

The substitution of Sr for Ba also produces Seignette-electric materials, only the Curie point is displaced, depending on the Sr-content [23, 24], toward the lower temperatures. The substitution of the divalent Pb^{II} similarly shifts the Curie-point toward the higher temperatures [25].

In my earlier researches I observed the effect of the addition of one mol of some strange titanate to 3 mols of $BaTiO_3$. These titanates were those of Be, Mg, Ca, Zn, Sr, Cd and Pb. The mixed titanates formed with these could be classed on basis of their dielectric properties into three groups :

The Sr- and Pb-titanates build themselves into the crystal lattice of the Ba-titanate, altering the tetragonality of the latter. In consequence of this the Curie-point displaces itself toward other temperatures.

The influence of Be-, Mg-, Ca- and Zn-titanates is different. The »dimension factor« of the Be-, Mg-, Ca- and Zn-ions [26] relative to the Ba-ion differs by more than 15%. In quantities of ¼ mol these titanates do not affect considerably the temperature of the Curie-point, because of their unfavourable dimension factor they cannot build themselves into the tetragonal lattice of the Ba-titanate, do not form with it a solid solution but preserve their original properties, and as impurities »dilute« the crystal structure of the Ba-titanate.

A special place was taken by $CdTiO_3$, a quantity of which corresponding to ¼ mol reduced the value of the dielectric constant by one order of magnitude. This peculiar behaviour is probably explained by the tendency of the Cd to form covalent bonds.

I have extended my later investigations to other solid solutions of molar proportions of the same mixed titanates, namely besides the hitherto examined solid solutions of composition:

$$RTiO_3—3BaTiO_3$$

to the mixed titanates that can be written down with the general formulae:

$$RTiO_3—BaTiO_3$$

$$3RTiO_3—BaTiO_3$$

$$RTiO_3,$$

where R may be: Be, Mg, Ca, Zn, Sr, Cd and Pb^{II}.

Samples for tests were prepared after the usual ceramic method: wet grinding in ball mill, drying, moulding in the hand press. Discs of 12 mm diam. pressed were burnt in a globar furnace in pure oxydizing atmosphere, on Al-oxyde base plate. The sintering temperature was different, depending on the quality of material, as shown in table I.:

Silver armature was burnt on the sintered pieces at 600° C. The capacity of condensers thus produced was measured at 10^6 hz frequency as a function of temperature by the substitution method.

At the examination of the development of the dielectric constant-temperature functions it became evident that the dielectric constant of one part of the solid solutions exhibits a maximum in function of temperature, i. e. tends to spontaneous polarization; the dielectric constant of the other part uniformly increases or decreases with the change of temperature, according to a not too great temperature coefficient.

TABLE I.

Symbol	Molar composition	Weight %			Sintering temperature C°	Kept at the temperature min.
		RO	BaO	TiO_2		
Be 100	$BeTiO_3$	24	—	76	1280	30
Be 75	$3BeTiO_3$— $BaTiO_3$	13,5	28	58,5	1240	60
Be 50	$BeTiO_3$— $BaTiO_3$	7,5	45	47,5	1160	15
Be 25	$BeTiO_3$—$3BaTiO_3$	3	57	40	1350	60
Mg 100	$MgTiO_3$	33	—	67	1420	20
Mg 75	$3MgTiO_3$— $BaTiO_3$	20	26	54	1240	60
Mg 50	$MgTiO_3$— $BaTiO_3$	11,5	43,5	45	1240	60
Mg 25	$MgTiO_3$—$3BaTiO_3$	5	56	39	1350	60
Ca 100*	$CaTiO_3$	41	—	59	1480	60
Ca 75*	$3CaTiO_3$— $BaTiO_3$	26	24	50	1480	60
Ca 50	$CaTiO_3$— $BaTiO_3$	15	41,5	43,5	1480	60
Ca 25	$CaTiO_3$—$3BaTiO_3$	7	55	38	1350	60
Zn 100	$ZnTiO_3$	50	—	50	1340	15
Zn 75	$3ZnTiO_3$— $BaTiO_3$	34	21,5	44,5	1240	60
Zn 50	$ZnTiO_3$— $BaTiO_3$	20,5	39	40,5	1160	15
Zn 25	$ZnTiO_3$—$3BaTiO_3$	9,5	53,5	37	1350	60
Sr 100	$SrTiO_3$	56,5	43,5	43,5	1400	60
Sr 75	$3SrTiO_3$— $BaTiO_3$	39,5	19,5	41	1460	15
Sr 50	$SrTiO_3$— $BaTiO_3$	25	36,5	38,5	1460	15
Sr 25	$SrTiO_3$—$3BaTiO_3$	12	52	36	1350	60
Cd 100	$CdTiO_3$	61,5	—	38,5	1200	30
Cd 75	$3CdTiO_3$— $BaTiO_3$	45	18	37	1160	30
Cd 50	$CdTiO_3$— $BaTiO_3$	39	35	36	1160	30
Cd 25	$CdTiO_3$—$3BaTiO_3$	14	51	35	1350	60
Pb 100*	$PbTiO_3$	73,5	—	26,5	1160	30
Pb 75	$3PbTiO_3$— $BaTiO_3$	60,5	13,5	28	1200	10
Pb 50	$PbTiO_3$— $BaTiO_3$	41,5	28,5	30	1200	10
Pb 25	$PbTiO_3$—$3BaTiO_3$	22	46	32	1350	60
Ba 100	$BaTiO_3$	—	65,5	34,5	1400	60

Samples marked with *) did not sinter.

Test results are shown in Table II., containing values of the dielectric constant measured at room temperature (ε_{20}), of the maximum dielectric constant (ε_{max}), the temperature in C° at which the maximum occurs, and the temperature coefficient of the dielectric constant (TK_ε) in the temperature interval between 20° and 120° in pF/pF. C° units.

The data of Table II. make evident that dielectric constants of different solid solutions change with temperature differently.

As it has been mentioned already, the Sr and Pb ions build themselves into the tetragonal lattice of Ba-titanate ; solid solutions prepared with them are Seignette—electric in any proportional composition ; difference exists only in the value of the Curie-point because of the change of the tetragonality of the lattice.

The study of the behaviour of solid solutions prepared with Be-, Mg-, Ca-, Zn- and Cd-titanates shows that in case of these different »diluting« titanates the maximum trend of the dielectric constant-temperature function ceases at different molar compositions. For instance, the solid solution of Be-titanate

TABLE II.

Symbol	ε_{20}	ε_{max}	T_{Curie} C°	TK_{ε}
Be 100	50	—	—	0
Be 75	28	—	—	$-500 \cdot 10^{-6}$
Be 50	72	—	—	$+910 \cdot 10^{-6}$
Be 25	760	2500	118	—
Mg 100	14	—	—	0
Mg 75	22	—	—	0
Mg 50	130	210	115	—
Mg 25	525	800	112	—
Ca 100*	—	—	—	—
Ca 75	90	105	115	—
Ca 50	220	1100	118	—
Ca 25	500	3100	112	—
Zn 100	30	—	—	0
Zn 75	80	—	—	$+625 \cdot 10^{-6}$
Zn 50	270	330	125	—
Zn 25	680	1100	113	—
Sr 100	200	—	—85	—
Sr 75	180	—	—85	—
Sr 50	1170	6800	—32	—
Sr 25	3600	6700	+38	—
Cd 100	320	—	—	$-1800 \cdot 10^{-6}$
Cd 75	170	275	128	—
Cd 50	410	730	129	—
Cd 25	110	140	126	—
Pb 100*	—	—	—	—
Pb 75	95	—	250	—
Pb 50	165	—	250	—
Pb 25	390	730	142	—
Ba 100	1100	5800	122	—

On samples marked with *) no measurements available.

and of Ba-titanate of 1 : 1 molar proportion has no tendency to spontaneous polarization, while the dielectric built up of 3 mols of Cd-titanate and of one mol of Ba-titanate is Seignette-electric.

The cause of occurrence or of non-occurrence of spontaneous polarization is thus to be sought in the impurities: »strange« ions filling the holes between $Ti-O_6$ octahedra. It may be supposed that the space occupied by the ions filling the interstices of the octahedra is of decisive influence on the development of the crystal structure and with this on that of spontaneous polarization.

The measure of the space filled by the ion is the ion radius. For mixed titanates of the above composition I have defined an »average« ion radius for the measure of the space occupied by the ions. This figures out, e. g. for 3 $BeTiO_3$—$BaTiO_3$, as the sum of 75% of the ion radius of Be and of 25% of the radius

of the Ba ion. Table III. contains the average ion radii thus calculated, their %-ual difference against the radius of the Ba ion and the trend of the dielectric constant-temperature curve. The table lists the different solid solutions in the order of their decreasing ion radii. The designation of the trend of the dielectric constant-temperature curve is made by marking with + sign that the function has its maximum, with — sign that its variation is monotonous.

TABLE III.

Symbol	»Average« ion radius Å	Trend of $\varepsilon = f(t)$	Difference from r_{Ba} in %	$\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$
Ba 100	1,35	+	0,0	6,2
Pb 25	1,34	+	0,7	3,0
Pb 50	1,335	+	1,1	
Pb 75	1,328	+	1,6	
Pb 100	1,32	+	2,2	
Sr 25	1,293	+	4,3	5,0
Cd 25	1,265	+	6,3	2,2
Ca 25	1,258	+	6,8	6,2
Sr 50	1,24	+	8,2	5,0
Zn 25	1,222	+	9,5	3,7
Mg 25	1,205	+	10,7	3,4
Sr 75	1,186	+	12,1	
Cd 50	1,185	+	12,1	1,9
Ca 50	1,17	+	13,3	3,2
Sr 100	1,13	+	16,3	
Cd 75	1,103	+	18,3	1,3
Zn 50	1,100	+	18,5	1,7
Be 25	1,098	+	18,7	3,0
Ca 75	1,08	+	20,0	1,3
Mg 50	1,065	+	21,2	1,6
Cd 100	1,02	—	24,4	
Ca 100	0,99	—	26,7	
Zn 75	0,976	—	27,8	
Mg 75	0,923	—	31,6	
Be 50	0,85	—	37,1	
Zn 100	0,85	—	37,1	
Mg 100	0,78	—	42,2	
Be 75	0,60	—	55,5	
Be 100	0,35	—	74,2	

From Table III. appears that the tendency to spontaneous polarization ceases, if the »average« ion radius differs from the radius of the Ba-ion by more than 22—23%; i. e. the development of the Seignette-electric crystal structure is restricted to a definite packing of the space.

Considering that the maximum trend of the dielectric constant is characteristic of the spontaneous polarization produced in the crystal lattice, for a measure of polarization we may take the quotient of the maximum dielectric constant and of that value of the dielectric constant that develops at great distance from the Curie-point (ε_0). Values of $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ are also listed in Table III.

Fig. 3. shows how the just defined measure of spontaneous polarization varies in function of the ion radius. Abscissae indicate the difference of the »average« ion radius against the radius of the Ba-ion ; ordinates are values of the quotient $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$.

For solid solutions of different composition of the same mixed titanate quotients $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ plotted as functions of the ion radius lie on one straight line for each of the different »diluting« titanates. Lines referring to types of

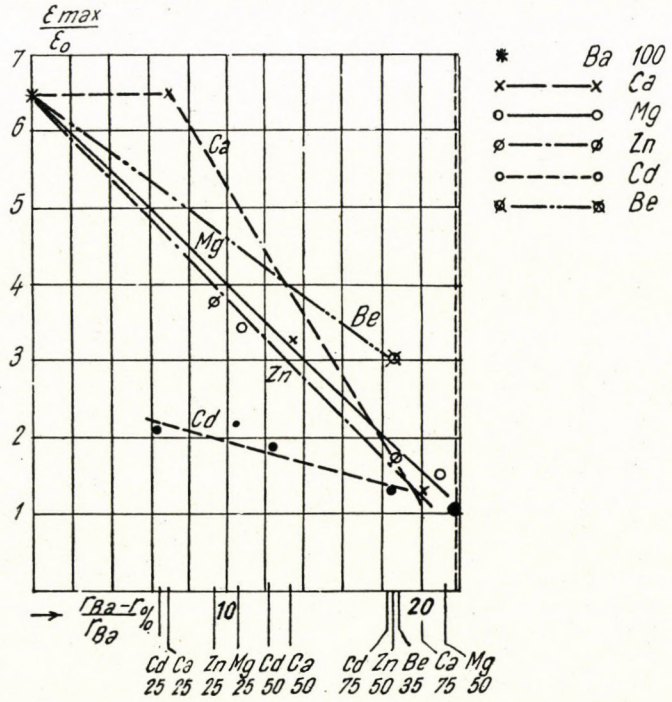


Fig. 3. Measure of spontaneous polarization as function of ion radius

solid solutions of different composition containing the same »diluting« titanate are approximately of the same trend. Exceptions are $CaTiO_3$ and $CdTiO_3$. Though quotients $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ referring to solid solutions composed of the latter lie on one line in each case, these lines do not pass through point $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ corresponding to pure Ba-titanate.

The different behaviour of mixed titanates composed with Cd-titanate already appeared at my previous investigations [24], and I attributed it to the great number of electrons of the Cd-atom.

However, on the basis of the above it may be supposed that the different behaviour of mixed titanates is due to the relative low electron density characteristic of Cd. (For large ion radius relatively few electrons.)

To support this supposition I have defined the »average« electron density as the quotient of the number of electrons per ion (atom) of the ions filling the holes of the $Ti-O_6$ octahedra, and of the space calculated from the average ion radius. The average number of electrons calculated from the different compositions and the electron density referred to the Ba-atom are listed in Table IV.

TABLE IV.

Symbol	Average number of electrons per atom	Electron density referred to the Ba-atom in %
Be 100	4	327
Be 75	17	264
Be 50	30	121
Be 25	43	46
Mg 100	12	16
Mg 75	23	34
Mg 50	34	28
Mg 25	45	17
Ca 100	20	—6
Ca 75	29	+6
Ca 50	38	+8
Ca 25	47	+8
Zn 100	30	121
Zn 75	36,5	79
Zn 50	43	46
Zn 25	49,5	23
Cd 100	48	106
Cd 75	50	68
Cd 50	52	42
Cd 25	54	21
Ba 100	56	0

In *Fig. 4.* are plotted quotients $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ as functions of the electron density referred to the Ba-atom. From the diagram may be read that the quotients belonging to solid solutions of different proportions of the same mixed titanates are located here too along straight lines. Exceptions are Ca-titanate-Ba-titanate dielectrics with relatively low electron densities and solid solutions of Cd-titanate—Ba-titanate with high electron densities. Quotients $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ are located here too on straight lines, but the angle of inclination of the lines differs from those relative to the other titanates. This circumstance seems to support the above supposition. Of course, the results have yet to be confirmed by examinations of structure.

The results show that with perfect preservation of Seignette-electric properties only such ions can build themselves into the tetragonal lattice of

Ba-titanate the ion radii of which do not differ from the radius of the Ba-ion more than 15—18% (Sr and Pb) [24].

In case of titanates that do not build themselves simply into the lattice of the Ba-titanate, but rather »dilute« the latter, such »average« ion radius can be defined below a definite value of which (below 22—24% relative to the radius of the Ba-ion) no spontaneous polarization develops in the crystal structure and Seignette-electric properties cease. Quotient $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ defined as the measure of polarization plotted as function of the ion radius is located on one straight line for solid solution consisting of different proportions of the same components.

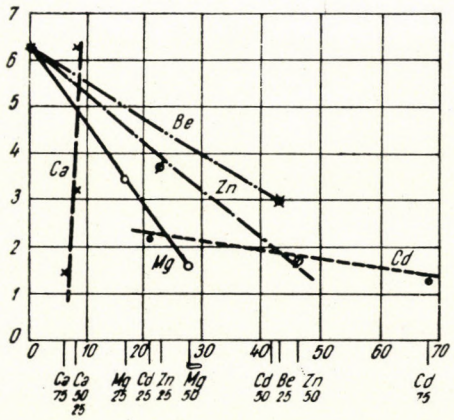


Fig. 4. Measure of spontaneous polarization as function of average electron density

A possible explanation of these phenomena is the effect of electron densities, for the measure of spontaneous polarization as function of electron densities varies according to a linear ratio, in conformity with the material quality of the R-ion. This supposition is yet in need of further proofs.

REFERENCES

1. Г. И. Шканави — А. И. Демешина: Журн. Эксп. и Теорет. Физики. 19. 317. 1949.

2. Г. И. Шканави: Докл. Акад. Наук. СССР. 59. 41. 1948.

3. Б. М. Вул—И. М. Голдман: Докл. Акад. Наук. СССР. 60. 41. 1948.

4. *M. Déri* Magyar Hiradástechnika (Hungarian Telecommunication) Nr. 3-4, 1951.

5. Б. М. Вул—И. М. Голдман: Докл. Акад. Наук. 46. 154. 1945.

6. *M. Déri:* Magyar Kémikusok Lapja. (Hungarian Chemists' Review) *3.* 231. 1948.

7. В. Л. Гинсбург: Журн. Физики. СССР. 10. 107. 1946.

8. Н. С. Новосильцев—А. Л. Ходаков: Журн. Техн. Физики. 17. 651. 1947.

9. Г. И. Шканави: Электричество 8. 15. 1947.

10. *W. P. Mason:* Phys. Rev. 74. 1134. 1948.

11. *B. T. Matthias—A. Hippel:* Phys. Rev. 73. 268. 1948.

12. *W. P. Mason:* Piezoelectric crystals. 235. 1 50.

13. *M. Déri:* Építőanyag (Construction Materials) *2.* 224. 1950.

14. *H. D. Megaw:* Proc. Roy. Soc. 189. 261. 1947.

15. Г. А. Смоленский—М. А. Карамышев—К. И. Розгачев: Докл. Акад. Наук. СССР. 79. 53. 1951.

16. Б. Л. Гинсбург: Усп. Физ. Наук. 38. 4. 490. 1949.

17. Шканави: Журн. Эксп. и Теорет. Физики. 17. 399. 1947

18. *W. T. Mason—B. P. Matthias:* Phys. Rev. *73.* 1622. 1 48.

19. Г. А. Смоленский—Р. Е. Пасинков: Докл. Акад. Наук. СССР: 79. 431. 195.

20. *Känzig:* Helv. Phys. Acta *24.* 175. 1951.

21. Е. В. Синяков—Е. А. Стафийчук—Б. К. Черный: Журн.Експ. и Теорет. Физики. 21. 610. 1951.

22. И. Н. Беляев—М. С. Новосильцев—А. Л. Ходаков—Е. Г. Фесенко: Докл. Акад. Наук. СССР. 78. 875. 1951.

23. *D. M. Rushman—A. M. Strivens:* Trans. Farad. Soc. 42. A. 231. 1946.

24. *M. Déri:* Építőanyag (Construction Materials) *3.* 20. 1951.

25. Г. А. Смоленский: Журн. Техн. Физики. 30. 137. 1950.

26. *W. Hume—Rothery:* Electrons, Atoms, Metals and Alloys. 1948.

SUMMARY

Subject of examination is the behaviour of the dielectric constant of ceramic materials of the composition of: $RTiO_3$, $3RTiO_3 \cdot BaTiO_3$, $RTiO_3 \cdot BaTiO_3$, $RTiO_3 \cdot 3BaTiO_3$, $BaTiO_3$, in function of temperature. R is the symbol of metals of the second group of the Periodic System. The sum of the results shows that only such ions build themselves into the tetragonal lattice of the Ba-titanate with perfect preservation of ferro-electric properties, the ion radii of which do not differ from the radius of the Ba-ion by more than 15—18%. For titanates that do not simply build themselves into the lattice of the Ba-titanate such »average« ion radius may be defined, below a definite value of which (below 22—24% relative to the radius of the Ba-ion) no spontaneous polarization develops in the crystal lattice, and ferro-electric properties cease. Quotient $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$ defined as measure of polarization plotted as function of the ion radius is located, for solid solutions composed of different proportions of the same components, on one straight line.

ПРОБЛЕМА КЕРАМИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ С БОЛЬШОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОСТОЯННОЙ

М. Дери

Резюме

Образование диэлектрической постоянной керамических материалов с содержанием $RTiO_3$, $3RTiO_3 \cdot BaTiO_3$, $RTiO_3 \cdot BaTiO_3$, $RTiO_3 \cdot 3BaTiO_3$, $BaTiO_3$ в функции от температуры. *R*-металлы, относящиеся ко второй группе периодической системы элементов. Резюмируя достигнутые результаты становится ясным, что в тетрагональной решетке титаната бария размещаются только те ионы (при полнейшем сохранении ферроэлектрических свойств), радиус иона которых отличается не больше чем на 15—18% от радиуса иона бария. Для неразмещающихся в решетке титаната бария титанатов, можно вывести такой средний ионный радиус, ниже определенного значения которого (т. е. на 22—24% ниже, чем значения, отнесенного к радиусу иона бария) в кристаллической решетке не образуется мгновенная поляризация, и прекратятся ферроэлектрические свойства. Частное, определяющее степень поляризации — $\varepsilon_{max}/\varepsilon_0$, в функции от радиуса иона, в случае твердых растворов с различным составом и аналогичными составляющими, лежит на одной прямой.

DER EINFLUSS DES NIEDERSCHLAGS UND DER TEMPERATUR AUF DIE VERÄNDERUNGEN DES GRUNDWASSERSPIEGELS*

J. BOGÁRDI

Eingegangen am 28. April 1952.

Unter Grundwasser versteht man eine die Bodenporen ausfüllende, zusammenhängende, nicht unter Druck stehende und ausschliesslich den Gesetzen des hydrostatischen Druckes folgende unterirdische Wassermenge. Hier soll jener Teil der so zu verstehenden Grundwassermenge behandelt werden, der über der von oben gerechneten ersten undurchlässigen Schicht angesammelt ist, besser gesagt, es sollen die Veränderungen des *Grundwasserspiegels* geprüft werden, der jene Wassermengen von oben begrenzt.

Die Höhe des Grundwasserspiegels verändert sich nicht nur örtlich, sondern auch zeitlich. Wenn an mehreren Stellen — gewöhnlich bei sogenannten Grundwasserniveau-Beobachtungsbrunnen — die Veränderungen des Grundwasserspiegels beobachtet werden, ergibt sich, dass der Grundwasserspiegel bald ein höheres und bald ein niedrigeres Niveau besitzt. Auf den ersten Blick scheint diese Veränderung des Grundwasserspiegels völlig unsystematisch zu sein. Auf Grund mehrerer Beobachtungen bei Grundwasserbrunnen konnte aber festgestellt werden, dass sich in der Veränderung des Grundwasserspiegels nicht nur örtlich, sondern auch zeitlich eine gewisse Gesetzmässigkeit zeigt. Das Mass und der Verlauf der Veränderungen ist je nach dem geographischen Ort verschieden. Entsprechend diesen Veränderungen kann man von verschiedenen Grundwassertypen sprechen. In Ungarn findet sich am häufigsten der sogenannte *durch Einsickerung gespeiste Grundwassertypus*, welcher vom Herbst bis zum Frühjahr durch einen steigenden, vom Beginn des Sommers aber durch einen infolge des sommerlichen Wasserverbrauches und der Verdunstung sinkenden Grundwasserspiegel charakterisiert wird. *In der Grossen Ungarischen Tiefebene* (Alföld) sind ausserdem dem kontinentalen Charakter entsprechend auch folgende Typen vertreten: *der mittlere und tiefe Normaltypus*, *der Waldgrundwassertypus* und schliesslich auch *der durch Regen gespeiste Grundwassertypus*. Es ist klar, dass die Ursache der Veränderungen des Grundwasserspiegels bei den einzelnen Grundwassertypen verschieden ist. Diese Unterteilung soll aber

* Vorgetragen in einer Sitzung der Abteilung für Ingenieurwissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 11. Dezember 1951.

in dieser Abhandlung ausser acht gelassen und nur im allgemeinen die Grundwasserspiegelveränderungen in der Ungarischen Tiefebene untersucht werden.

Alle jene Umstände, welche die Bildung des Grundwassers resp. einen Verbrauch des Grundwasservorrates hervorrufen, sind auch als Ursachen der Grundwasserspiegelveränderung aufzufassen.

Das Grundwasser wird in erster Linie durch die atmosphärischen Niederschläge gespeist. Die auf den Boden fallenden Niederschläge speisen das Grundwasser, indem sie in den Boden einsickern, was ein Steigen des Grundwasserspiegels zur Folge hat. Je grösser der herabfallende Niederschlag ist, desto grösser ist auch das zu erwartende Einsickern in den Boden und um so grösser ist die zu erwartende Steigung des Grundwasserstandes. Selbstverständlich wird von derselben Niederschlagsmenge der Grundwasserspiegel in den einzelnen Jahreszeiten durch eine jeweils verschiedene Wassermenge mittels Einsickern gespeist. Der oberirdische Abfluss, die Verdunstung und der Wasserverbrauch der Pflanzen beeinflussen das Steigen des Grundwasserspiegels. Gerade deshalb lässt sich — wie später ersichtlich ist — der Zusammenhang zwischen Grundwasserstand und gefallener Niederschlagsmenge nicht in jedem Fall nachweisen. Im allgemeinen kann aber festgestellt werden, dass zwischen Niederschlag und Grundwasser das Verhältnis von Ursache und Wirkung besteht.

Hier soll der leichteren Verständlichkeit halber bemerkt werden, dass die Beziehung von zwei Veränderlichen, wenn der Zunahme der einen Veränderlichen auch bei der anderen Veränderlichen eine Zunahme entspricht, bzw. der Abnahme der einen Veränderlichen auch bei der anderen Veränderlichen eine Abnahme, als eine Beziehung mit positivem Vorzeichen betrachtet wird. Falls entgegengesetzte Variationen der zwei Veränderlichen zusammengehören, also einer Zunahme eine Abnahme, bzw. einer Abnahme eine Zunahme entspricht, dann wird diese Verbindung als eine mit einem negativen Vorzeichen in Betracht gezogen.

Zur Lösung der Frage, in was für einem Zusammenhang der Grundwasserstand mit den Niederschlägen steht, muss auch die Art der Messung und Beobachtung des Grundwasserstandes berücksichtigt werden. In Ungarn bedeutet der Wasserstand immer die Entfernung, die man zwischen dem Rand des Beobachtungsbrunnens und dem Grundwasserspiegel misst. Daher ist der Wasserstand um so höher, je tiefer der Grundwasserspiegel ist, und umgekehrt bedeutet niedriger Wasserstand hohen Grundwasserspiegel. Demzufolge ist *der Zusammenhang zwischen Grundwasserstand und Niederschlägen offenbar negativ.*

Neben dem Niederschlag hat auch *die Temperatur einen wesentlichen Einfluss auf die Bildung des Grundwasserspiegels.* In engem Zusammenhang mit der Temperatur steht die Verdunstung, welche die Menge des durch den Boden einsickernden und den Grundwasserspiegel bildenden Niederschlagswassers beeinflusst. Die Temperatur hat ausserdem auch noch eine mittelbare Wirkung.

Bei negativen Temperaturen kann der in festem Aggregatzustand befindliche Niederschlag nur auf eine ganz andere Art berechnet werden und bei grosser Kälte kann das Grundwasser — durch den eingefrorenen Boden — durch Einsickerung nicht nachgefüllt werden. In gewissen Fällen werden vom Boden bzw. vom Grundwasserspiegel erhebliche Wassermengen verdunsten. Es muss daher zwischen dem Grundwasserstand und der Temperatur unbedingt ein Zusammenhang bestehen, denn auch hier ist das Verhältnis von Ursache und Wirkung vorhanden. Doch kann es auch vorkommen, dass diese Zusammenhänge nur in einer überaus komplizierten Form gefunden werden können.

Die Temperaturen stehen mit dem vom Brunnenrand abwärts gemessenen *Grundwasserstand offenbar in positivem Zusammenhang*, da bei wachsender Temperatur der Grundwasserspiegel sinkt, was aber einen höheren Wasserstand bedeutet.

Der Einfluss des Niederschlags und der Temperatur auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels lässt sich auch *durch qualitative Analyse* feststellen. Die nach festgesetzten Gesichtspunkten ausgewählten zusammenhängenden Wertepaare, *Niederschlag und Grundwasserstand* bzw. *Temperatur und Grundwasserstand* können nämlich auch getrennt geprüft werden, und auf diese Art lässt sich die zwischen ihnen bestehende Beziehung feststellen. Die häufigste Form einer qualitativen Analyse ist *die graphische Darstellung*, bei der die zusammengehörenden Wertepaare als Koordinaten der den gesuchten Zusammenhang charakterisierenden Punkte aufgetragen sind. Darstellen lässt sich z. B. der alle drei Tage abgelesene Grundwasserstand in Verbindung mit der im Verlauf der letzten drei Tage gefallenen Niederschlagsmenge bzw. mit der Durchschnittstemperatur der letzten drei Tage. Schon hier soll erwähnt werden, dass die gleichzeitigen Beobachtungen weder beim Niederschlag noch bei der Temperatur einen Zusammenhang mit den Veränderungen des Grundwasserspiegels zeigen. Der Grund dafür ist, dass der gefallene Niederschlag offenbar eine wesentlich längere Zeit als drei Tage benötigt, um die Höhe des Grundwasserspiegels zu beeinflussen. Genau dasselbe bezieht sich auf die Temperaturen. Es ist möglich, die Untersuchungen auf Grund monatlicher — eventuell jährlicher — Durchschnitte vorzunehmen oder aber den langjährigen Durchschnitt zu berücksichtigen.

Diese Untersuchungen wurden in den früheren Abhandlungen des Verfassers, die sich auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels beziehen, schon zum grossen Teil durchgeführt, wobei sie in vielen Fällen erfolgreich waren. Auf Grund solcher Untersuchungen wurde u. a. festgestellt, dass sich der Grundwasserspiegel der Ungarischen Tiefebene im allgemeinen unabhängig vom Ort, je nach eng umschriebenen hydrologischen Einheiten verändert.

Hier sollen auch die Untersuchungen von *Prof. Dr. E. Németh* Erwähnung finden, der feststellte, dass bei den Grundwasserbrunnen der ungarischen Tiefebene der langjährige monatliche mittlere Grundwasserstand mit den lang-

jährigen monatlichen mittleren Temperaturen einen elliptischen Zusammenhang zeigt, bei dem die Hauptachsen der Ellipse mit den den Grundwasserstand und die Temperatur darstellenden Koordinaten einen für jeden Brunnen anderen Winkel einschliessen. Auf diese Untersuchungen von Prof. *Németh* wird im folgenden noch zurückzukommen sein.

Mit qualitativer Analyse wurden unter anderem die Abweichungen des Grundwasserspiegels festgestellt, die sich im Verlaufe von nassen, mittleren und trockenen Jahren zeigen. Diese Abweichungen waren nur so zu erklären, dass neben der Einteilung der Jahre nach ihrer Feuchtigkeit auch eine Klassifizierung der Jahre nach ihren Temperaturen vorgenommen wurde. Diese Gesichtspunkte konnten jedoch nur auf praktischem Wege in Rechnung gestellt werden, was schon von vornherein die Möglichkeit einer genauen Ableitung des Zusammenhanges ausschloss.

Die sich auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels beziehenden qualitativen Analysen sollen im folgenden nur kurz behandelt werden. Sie werden nämlich in der Ingenieurspraxis angewandt und ihre Resultate dürfen daher als bekannt vorausgesetzt werden.

Eine genaue Untersuchung kann auch auf analytischem Wege erfolgen. Die mit mathematischen Mitteln durchgeführten Untersuchungen haben zahlreiche Vorteile. Neben ihrer Genauigkeit ist es ihr Hauptvorteil, dass man auch über die Verlässlichkeit der festgestellten Beziehungen Angaben erhält.

Um die Einflüsse des Niederschlags und der Temperatur auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels auf analytischem Wege durchführen zu können, muss bei den Veränderungen des Grundwasserspiegels, wie bei jeder physikalischen Erscheinung, der Begriff der Wahrscheinlichkeit eingeführt werden. Sowohl die Veränderung des Grundwasserspiegels, als auch die die Niederschläge und Temperaturen charakterisierenden, zusammengehörenden Beobachtungswertepaare, bzw. Wertegruppen sollen als *zufällige Veränderliche* betrachtet werden. Die zufälligen Veränderlichen kommen — wie bekannt — bei Erscheinungen vor, bei denen die auf den Verlauf der besprochenen Erscheinungen Einfluss habenden Umstände (Ursachen), nur teilweise bekannt sind. In so einem Fall lässt sich nicht genau voraus sagen, was geschehen wird; man kann höchstens jene Möglichkeiten aufzählen, von welchen irgendeine eintreffen wird. Es soll hier von den Einzelheiten abgesehen und nur erwähnt werden, dass bei den zufälligen Veränderlichen die einzelnen Werte immer nach einer gewissen Wahscheinlichkeit zur Geltung kommen.

Nach Obigem ist es klar, dass sowohl die Grundwasserspiegelveränderungen als auch die die Niederschläge und Temperaturen charakterisierenden Beobachtungen tatsächlich als zufällige Veränderliche aufzufassen sind, da ja die Umstände nur zum Teil bekannt sind, welche auf den Verlauf der die erwähnten drei Veränderlichen zusammenfassenden Erscheinung Einfluss haben.

Unter den genauen mathematischen Verfahren scheint für die vorliegenden Untersuchungen *die Korrelationsrechnung* am zweckmässigsten zu sein. Mit der Einführung der zufälligen Veränderlichen ist die wichtigste Voraussetzung für die Anwendung der Korrelationsrechnung bereits erfüllt. Für die Untersuchungen ist natürlich eine entsprechende Zahl von Wertepaaren bzw. Wertegruppen nötig.

Bei den Untersuchungen über die Veränderung des Grundwasserspiegels bietet die Korrelationsrechnung sozusagen grenzenlose Möglichkeiten. Die Zahl der Veränderlichen kann z. B. beliebig gross sein. Im Laufe der Berechnungen können zur Feststellung der Übereinstimmung und Verlässlichkeit der Zusammenhänge Masszahlen abgeleitet werden. Es besteht die Möglichkeit einer beliebigen Gruppierung der Veränderlichen, einer Hinweglassung von unwesentlichen Veränderlichen, ja es lässt sich sogar feststellen, ob in den Berechnungen nicht wichtige Veränderliche ausgelassen wurden.

Die Korrelationsrechnung ist tatsächlich ein vorzügliches Mittel zur verlässlichen Feststellung der bei den Naturerscheinungen bestehenden Zusammenhänge. Es ist aber darauf zu achten, dass man *die Korrelationsrechnung immer mit einer qualitativen Analyse verbinde*, da im entgegengesetzten Fall ein Zusammenhang auch bei nicht im Verhältnis von Ursache und Wirkung stehenden Grössen gewaltsam gebildet werden kann.

Das Wesen der Korrelationsrechnung soll als bekannt vorausgesetzt und nur kurz *die Beurteilung der Verlässlichkeit der einzelnen Verbindungen* erwähnt werden. Ist die Korrelation eine lineare, so wird die Übereinstimmung der Beziehung mit dem Produktpotenz-Momentenquotienten gemessen, der im allgemeinen Korrelationskoeffizient genannt wird. Wenn die Beziehung wesentlich von einer linearen abweicht, wird die Strammheit der Beziehung mit dem Korrelationsverhältnis charakterisiert. Die erwähnten zwei Parameter messen die Strammheit der Beziehung dadurch, dass sie das Verhältnis des *totalen* bzw. *durchschnittlichen bedingten Streuungsquadrats zum totalen Streuungsquadrat* der abhängigen Veränderlichen in Betracht ziehen. Falls das totale bedingte Streuungsquadrat und das durchschnittliche bedingte Streuungsquadrat gleich sind, so sind auch der Korrelationskoeffizient und das Korrelationsverhältnis gleich, was beweist, dass der Zusammenhang tatsächlich linear ist.

Die totale Streuung der zufälligen Veränderlichen X ist aus den Quadraten der Abweichung $(X_1 - m_{1|0})^2$ von der mathematischen Erwartung $(m_{1|0})$ der Veränderlichen X, mit den entsprechenden Wahrscheinlichkeiten (p_i), das heisst der positiven Quadratwurzel der durch Gewichte gebildeten Mittelwerte gleich:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_i p_i (X_i - m_{1|0})^2} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\mu_{2|0}} \qquad (1)$$

das heisst, sie ist gleich der positiven Quadratwurzel des zweiten zentralen Momentes der Veränderlichen X.

Die totale bedingte Streuung lässt sich auf Grund jener Abweichungen, d. h. jener Fehler ermitteln, die sich zwischen den aus der Beziehungsgleichung zu errechnenden wahrscheinlichsten Werten und den tatsächlich wahrgenommenen Werten ergeben. Ist die Quadratsumme dieser Fehler $\Sigma\lambda^2$, so ist die totale bedingte Streuung

$$\sigma_x^{(\,)} = \sqrt{\frac{\Sigma\,\lambda^2}{N}} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\Sigma\lambda^2} \tag{2}$$

Es ist klar, dass die totale bedingte Streuung immer kleiner ist als die totale Streuung (die individuelle Streuung der abhängigen Veränderlichen), das heisst $\sigma_x^{(\,)} \leqq \sigma_x$.

Die obige Feststellung lässt sich im Falle von zwei Veränderlichen (X und Y) folgendermassen beweisen. Hier soll erwähnt werden, dass x und y die Abweichungen von der mathematischen Erwartung der Veränderlichen X und Y bezeichnen. Es war ersichtlich, dass die totale Streuung der Veränderlichen X (individuelle Streuung) laut (1) $\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\Sigma x^2}$, die totale bedingte Streuung der mathematischen Erwartung X — bei Berücksichtigung dass $\Sigma\lambda^2 = \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma y^2}$ beträgt, — auf Grund von (2)

$$\sigma_x^{(\,)} = \frac{1}{\sqrt{N}}\sqrt{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma\,xy)^2}{\Sigma\,y^2}} \tag{3}$$

ist.

Aus der Korrelationsrechnung ist bekannt, dass im Falle von zwei Veränderlichen bei völligem Fehlen eines Zusammenhangs die Summe der Produkte der Abweichungen vom Mittelwert gleich Null ist, d. h. $\Sigma xy = 0$. Wenn also zwischen den zwei Veränderlichen überhaupt kein Zusammenhang besteht, so ist die totale bedingte Streuung gleich der individuellen Streuung der fraglichen Veränderlichen ($\sigma_x^{(\,)} = \sigma_x$). Besteht dagegen zwischen den zwei Veränderlichen ein gewisser Zusammenhang, so wird der Wert der Produktsumme der Abweichungen von Null abweichen, in solchen Fällen ist: $\Sigma xy \neq 0$. Da aber $(\Sigma\,xy)^2$ immer eine positive Zahl ist, so wird auch im Falle eines noch so kleinen Zusammenhanges $\sigma_x^{(\,)}$ tatsächlich kleiner sein als σ_x.

Im allgemeinen pflegt man im Falle von zwei Veränderlichen die totale bedingte Streuung nicht zu berechnen. Im Falle von mehr als zwei Veränderlichen ist es dagegen empfehlenswert, diese zur Erleichterung der Auswahl der entsprechendsten Zusammenhänge zu bestimmen.

Aus der obigen Beweisführung geht hervor, dass *die Berücksichtigung einer jeden neueren Veränderlichen — angenommen, dass die neue Veränderliche mit der abhängigen Veränderlichen in einem gewissen Zusammenhang steht — die totale bedingte Streuung vermindert.* Auf diese Art lässt sich die Güte der mit Hilfe der verschiedenen Veränderlichen konstruierten Zusammenhänge auch durch einen Vergleich der bestimmten totalen bedingten Streuungen beurteilen. *Von diesem Gesichtspunkt kann derjenige Zusammenhang als der entsprechendste betrachtet werden, bei dem die totale bedingte Streuung am kleinsten ist.*

Zur Auswahl des entsprechendsten Zusammenhanges bietet auch der Vergleich der die Strammheit des Zusammenhanges charakterisierenden Korrelationskoeffizienten eine Möglichkeit. Der Korrelationskoeffizient soll hier nach dem russischen Mathematiker *Tschuprow* mit $r_{1|1}$ bezeichnet werden. Es ist ersichtlich, dass *bei zwei Veränderlichen im allgemeinen derjenige Zusammenhang bevorzugt werden muss*, bei dem die Korrelation enger, das heisst, bei dem *das Quadrat des Korrelationskoeffizienten grösser ist.* All dies trifft mit völliger mathematischer Genauigkeit nur bei einem linearen Zusammenhang zu. Kann die Verbindung nicht einmal annähernd als linear betrachtet werden, so wird die Strammheit des Zusammenhanges, wie schon erwähnt, mit dem Korrelationsverhältnis gemessen. Ja, nach einer genauen Definition kann die Strammheit des Zusammenhanges ausschliesslich mit dem Quadrat des Korrelationsverhältnisses gemessen werden, und bei einem linearen Zusammenhang wird diese auch nur deshalb mit dem Quadrat des Korrelationskoeffizienten charakterisiert, weil in diesem Fall das Quadrat des Korrelationskoeffizienten mit dem Quadrat des Korrelationsverhältnisses gleich ist.

Bei einer nicht linearen Korrelation ist die totale bedingte Streuung $(\sigma_x^{(\,)})$ mit der durchschnittlichen bedingten Streuung $(\overline{\sigma}_x^{(\,)})$ nicht identisch. Es ist nämlich das Quadrat des Korrelationsverhältnisses gleich dem Wert des durchschnittlichen bedingten Streuungsquadrates und dem den totalen Streuungsquotienten auf eine Einheit ergänzenden Wert. Da das Quadrat des Korrelationskoeffizienten mit dem totalen bedingten Streuungsquadrat und dem den Quotienten der totalen Streuung auf eine Einheit ergänzenden Wert identisch ist, stellt bei einer nicht linearen Verbindung der Korrelationskoeffizient keine genaue Masszahl für die Strammheit des Zusammenhanges dar.

Um bei den vorliegenden Untersuchungen die langwierige und mühsame Berechnung des Korrelationsverhältnisses zu vermeiden, sollen die verschiedenen Zusammenhänge immer auf Grund der Korrelationskoeffizienten verglichen werden. Im Falle von mehr als zwei Veränderlichen, bei der sogenannten *mehrfachen Korrelation*, ist das auch in jedem Falle statthaft. Bei mehrfachen Korrelationen sollen hier nur lineare Verbindungen behandelt werden. *Bei einer einfachen Korrelation mit zwei Veränderlichen* charakterisiert der Korrelationskoeffizient die Strammheit des Zusammenhanges, wenn dieser wesentlich von einem linearen abweicht, nur annähernd. Um diesen Nachteil auszuschalten,

wird in solchen Fällen ausser einem Vergleich der Korrelationskoeffizienten auch immer eine qualitative Analyse durchgeführt und so eine nachträgliche Kontrolle gewonnen.

Hinsichtlich des Korrelationskoeffizienten — selbstverständlich auch *bei einer mehrfachen Korrelation* — ist im allgemeinen ein Zusammenhang zu bevorzugen, bei dem *das Quadrat der* sogenannten *totalen Korrelationskoeffizienten* die grössten Werte ergibt. Der totale Korrelationskoeffizient charakterisiert, wie bekannt, den Zusammenhang zwischen den abhängigen Veränderlichen und sämtlichen unabhängigen Veränderlichen, und zwar derart, dass man daraus keine Schlussfolgerung auf den Zusammenhang mit den einzelnen unabhängigen Veränderlichen ziehen kann. Zu diesen Zweck dienen *die partiellen Korrelationskoeffizienten* (r_1, r_2. . . . r_n), welche im Gegensatz zum totalen Korrelationskoeffizienten R^2 alle mit Vorzeichen versehene Werte sind. *Ebenso wie bei der Korrelation mit zwei Veränderlichen, vergrössert auch bei den mehrfachen Korrelationen die Berücksichtigung einer jeden solchen neuen Veränderlichen, welche mit der abhängigen Veränderlichen im Zusammenhang steht und die totale bedingte Streuung vermindert, den totalen Korrelationskoeffizienten.* Es ist daher richtig, auf Grund der Grösse des totalen Korrelationskoeffizienten den entsprechendsten Zusammenhang zu wählen.

Zur Auswahl des entsprechendsten Zusammenhanges können ausser den erwähnten auch mehrere andere Verfahren herangezogen werden. Diese ausführlich zu behandeln, soll aber jetzt nicht die Aufgabe dieser Arbeit sein.

Der Einfluss des Niederschlags und der Temperatur auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels kann am zweckmässigsten mit der *Korrelation mit zwei Veränderlichen* geprüft werden. Die abhängige Veränderliche wird immer dem Wasserstand oder der Grundwasserstandsveränderung entsprechen, während die unabhängige Veränderliche abwechselnd die Niederschläge oder die Temperaturen bedeuten wird. Die Korrelationen mit zwei Veränderlichen können bei einer mehrfachen Korrelation als partiale Korrelationen betrachtet werden, wobei durch Auswahl der grundlegenden Zusammenhänge stufenweise das gesteckte Ziel, der Zusammenhang des Wasserstandes mit den Niederschlägen und Temperaturen, erreicht werden soll.

1. Der Zusammenhang des Wasserstandes und der Niederschläge

Es soll zuerst der Zusammenhang des Grundwasserstandes mit den Niederschlagsmengen untersucht werden. Bei den Grundwasserbrunnen wird der Wasserstand monatlich zehnmal, d. h. in dreitägigen Abschnitten beobachtet. Neben diesen dreitägigen Grundwasserablesungen werden nun die in den vorhergegangenen drei Tagen gefallenen Niederschlagsmengen aufgezeichnet. Auf diese Art lassen sich, wenn das Beobachtungsmaterial eines Jahres geprüft wird, jährlich 120 zusammengehörende Wertepaare finden. Wie erwähnt, müssen

die Niederschlagsmengen mit dem Grundwasserstand in einem negativen Zusammenhang stehen, da ja der Niederschlag das Steigen des Grundwasserspiegels hervorruft, was aber eine Verminderung des Wasserstandes bedeutet. Die Korrelationskoeffizienten müssen daher bei Berücksichtigung des Verhältnisses von Ursache und Wirkung ein negatives Vorzeichen aufweisen.

Bei der Auswahl der zusammengehörenden Wertepaare kam es häufig vor, dass an dem Ort, wo der Grundwasserbrunnen ist, sich entweder keine Station zur Messung der Niederschläge befand, oder deren Angaben nicht zur Verfügung standen. In solchen Fällen wurden die Angaben der in der Nähe des Grundwasserbrunnens befindlichen Niederschlagsmessungsstation benutzt. Diese Bemerkung bezieht sich auch auf die übrigen Berechnungen, ja es wurden die Berechnungen, die sich auf den Zusammenhang des Grundwasserstandes und der Temperatur beziehen, nach ebensolchen Gesichtspunkten gruppiert.

Es wäre überflüssig, die zur Ermittlung des Zusammenhanges zwischen dem Grundwasserstand und den Niederschlägen durchgeführten Korrelationsrechnungen mit zwei Veränderlichen hier ausführlich zu veröffentlichen. Ja, es ist nicht einmal notwendig, die *Ergebnisse* einzelner Korrelationen mit zwei Veränderlichen gesondert aufzuzählen. Derartige Berechnungen sind nämlich allgemein bekannt und enthalten nichts Neues. Eben deshalb erscheint es als vollkommen genügend, hier nur die daraus ziehbaren Folgerungen zu erwähnen, weil ja der Leser auch so einen vollständigen Überblick über die vom Verfasser durchgeführten Berechnungen gewinnt.

In bezug auf den Zusammenhang zwischen dem alle drei Tage gemessenen Wasserstand und der Niederschlagsmenge der vorhergehenden drei Tage konnte die Folgerung gezogen werden, dass *zwischen Grundwasserstand und Niederschlagsmenge, die zur gleichen Zeit festgestellt werden, kein Zusammenhang erwartet werden darf.* Dieser Umstand ist, wie bereits in der Einleitung erwähnt, darauf zurückzuführen, dass der auf den Boden gefallene Niederschlag eine gewisse Zeit benötigt, in den Boden einzusickern und so den Grundwasserspiegel zu speisen.

Als nächster Schritt wurde der Zusammenhang zwischen dem *monatlichen mittleren Grundwasserstand und den monatlichen Niederschlagsmengen* bei mehreren Grundwasserbrunnen untersucht. Aus den Berechnungen ging hervor, dass sich zwischen dem *monatlichen mittleren Grundwasserstand und der Niederschlagsmenge desselben Monats nur aussergewöhnlich schwache Zusammenhänge feststellen lassen,* die sogar in einigen Fällen dem Verhältnis von Ursache und Wirkung widersprechen. Auch die sich auf das Verhältnis zwischen dem monatlichen mittleren Grundwasserstand und der monatlichen Niederschlagsmenge erstreckenden qualitativen Analysen ergaben voneinander überaus abweichende Resultate. Bei gewissen Brunnen konnte für bestimmte Jahre ein solcher Zusammenhang zwischen den monatlichen Mittelwerten und den Niederschlagsmengen nachgewiesen werden. Im allgemeinen ist jedoch die Feststellung am

Platze, dass es nicht zweckmässig erscheint, mit einer Korrelation mit zwei Veränderlichen zwischen dem monatlichen mittleren Grundwasserstand und den monatlichen Niederschlagsmengen zu experimentieren.

Wird hingegen der Zusammenhang zwischen dem monatlichen mittleren Grundwasserstand und den Niederschlagsmengen der vorhergehenden Monate gesucht, so gelangt man bereits zu besseren Resultaten. Zahlreiche in dieser Richtung getätigte Berechnungen des Verfassers weisen darauf hin, dass *zwischen dem monatlichen mittleren Wasserstand und der Niederschlagsmenge der vorhergegangen Monate ein Zusammenhang erwartet werden darf.* Es gilt indessen auch hier die Regel, den Grundwasserstand mit der Niederschlagsmenge womöglich nicht mittels einer Korrelation mit zwei Veränderlichen miteinander zu verbinden.

Für den Fall, dass die Berechnungen unabhängig von den jeweiligen Veränderungen des Grundwasserspiegels durchgeführt werden sollen, ist es angebracht, nicht die verschiedenen Wasserstände des Bezugsmonats, sondern die *im Vergleich zu den vorhergehenden Monaten eingetretenen Wasserstandsveränderungen mit den Niederschlagsmengen in Korrelation zu bringen.* Aus den auf diese Weise erhaltenen Ergebnissen geht hervor, dass es *zweckmässiger ist, anstatt den Wasserstand heranzuziehen, mit einer Korrelation der Wasserstandsveränderungen und der Niederschlagsmengen zu rechnen.*

Es wurden auch Berechnungen in bezug auf den Zusammenhang zwischen dem *langjährigen monatlichen mittleren Wasserstand und der langjährigen monatlichen Niederschlagsmenge bzw. der langjährigen vor dem Bezugsmonat gefallenen monatlichen Niederschlagsmenge* durchgeführt. Die Untersuchungen wurden dabei auch auf die Zusammenhänge zwischen den langjährigen monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen und den langjährigen vor dem Bezugsmonat gefallenen monatlichen mittleren Niederschlagsmengen ausgedehnt. Die im Laufe dieser Untersuchungen gewonnenen zahlenmässigen Werte sollen jedoch hier nicht veröffentlicht werden, sondern es sei nur kurz erwähnt, dass es auf Grund der bei den Untersuchungen gewonnenen Erfahrungen *nicht empfehlenswert ist, im Falle des Grundwasserstandes und des Niederschlages mit den langjährigen Mittelwerten zu rechnen.*

Es wäre jedoch unrichtig, aus dem Obengesagten den Schluss zu ziehen, dass der Niederschlag mit dem Grundwasserstand in keinerlei Beziehung stünde. Ein solcher Zusammenhang ist offensichtlich vorhanden, doch müssen, wenn man ihn finden will, gewisse Umstände in Betracht gezogen werden. Besonders interessant ist von diesem Gesichtspunkt *bei den einzelnen Grundwasserbrunnen der Zusammenhang zwischen dem mehrere Jahre hindurch beobachteten mittleren Wasserstand der verschiedenen Monate und den entsprechenden Niederschlagsmengen.*

Wenn nun die Untersuchungen auf Grund der oben angeführten Erfahrungen bei Berücksichtigung der Niederschlagsmengen der vorhergehenden Monate

und der Veränderungen des Wasserstandes durchgeführt werden, so erhält man für jeden einzelnen Grundwasserbrunnen für alle 12 Monate, welcher Zusammenhang zwischen den im Vergleich zum Vormonat eingetretenen Grundwasserstandsveränderung und der im Vormonat gemessenen Niederschlagsmenge besteht. Bei den bisherigen Untersuchungen wurde *in bezug auf jeden Monat ein äusserst enger Zusammenhang gefunden*, was beweist, dass die monatlichen mittleren Wasserstandsveränderungen tatsächlich durch die Niederschlagsmengen der vorhergehenden Monate stark beeinflusst werden.

Es ist ausserdem auch noch möglich, den Zusammenhang zwischen dem *Grundwasserstand und den Niederschlagsmengen gewisser Zeitabschnitte* zu definieren. Eine derartige Auswahl der Veränderlichen pflegt im Zusammenhang mit Aufgaben der Grundwasserstandsvoraussage vorzukommen. Es können z. B. bei der Voraussage des monatlichen minimalen Wasserstandes im Frühjahr die Niederschlagsmengen der vorangegangenen frostfreien Monate (Oktober, November, März) und der Wintermonate (Dezember, Januar, Februar) in Betracht kommen. Diese Zusammenhänge spielen, wie schon erwähnt, bei der Prüfung des Grundwasserstandes mittels einer mehrfachen Korrelation eine grosse Rolle. Die diesbezüglichen Einzelheiten werden denn auch dort behandelt werden.

Wenn man den zwischen dem Grundwasserstand und den Niederschlägen bestehenden Zusammenhang zusammenfasst, so gelangt man zur Feststellung, dass dieser Zusammenhang nicht nachgewiesen werden kann, wenn man den Grundwasserstand und die Niederschlagsmengen gleichzeitig abliest. Wenn mit Mittelwerten gerechnet wird, so zeigt dieser Zusammenhang eine grosse Mannigfaltigkeit, wass darauf hinweist, dass mit einer Korrelation mit zwei Veränderlichen nur ausnahmsweise ein befriedigendes Ergebnis erreicht werden kann. Ein besseres Resultat kann jedoch erzielt werden, wenn der Durchschnitt des Grundwasserstandes mit der Niederschlagsmenge irgendeiner vorhergehenden Periode in Zusammenhang gebracht wird. Zu einem noch besseren Ergebnis gelangt man, wenn anstatt des Grundwasserstandes die Veränderungen des Grundwasserstandes mit der Niederschlagsmenge irgend eines vorhergehenden Zeitabschnittes in Korrelation gebracht werden.

Beim Grundwasserstand ist es am zweckmässigsten, die Mittelwerte monatlich zu bestimmen, und bei den Niederschlägen die monatlichen Niederschlagsmengen in Betracht zu ziehen. Der Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand bzw. seinen Veränderungen und den Niederschlägen kann auf Grund der langjährigen monatlichen Mittelwerte nicht nachgewiesen werden, da der Einfluss der Niederschlagsmengen durch die Bildung des langjährigen Mittelwertes fast vollständig ausgeglichen wird.

Im Endergebnis gelangt man also zur Feststellung, dass es *am zweckmässigsten ist, die monatlichen Mittelwerte der Grundwasserstandsveränderung zu bestimmen und deren Zusammenhang mit der Niederschlagsmenge des Vormonates zu*

suchen. Von diesem Gesichtspunkt ist es von grösstem Interesse, wenn man bei den einzelnen Grundwasserbrunnen den Zusammenhang zwischen den im Laufe mehrerer Jahre beobachteten Veränderungen des mittleren Wasserstandes der verschiedenen Monate, also Januars, Februars, ... Dezembers, und der Niederschlagsmenge der vorhergehenden Monate sucht.

Im gegebenen Fall lässt sich ein positives Ergebnis erzielen, wenn die Niederschlagsmengen gewisser Zeitabschnitte mit dem in irgendeinem späteren Zeitpunkt oder Zeitabschnitt gemessenen mittleren Grundwasserstand in Verbindung gebracht werden.

Alles in allem ist also ersichtlich, dass der Grundwasserstand bzw. die Grundwasserstandsveränderungen nur in gewissen Fällen mit den Niederschlagsmengen in Verbindung gebracht werden können. Im allgemeinen ist es jedoch angezeigt, nicht mit einem Zusammenhang zwischen Grundwasserstand und Niederschlag zu rechnen. Dieser Zusammenhang sieht nämlich sehr dem Zusammenhang zwischen dem oberirdischen Wasserabfluss und dem Niederschlag ähnlich, ja dürfte vielleicht mit diesem identisch sein. Beim oberirdischen Wasserabfluss muss nämlich, wie aus der technischen Praxis bekannt ist, ausser der Höhe des Niederschlages auch der Quotient des Niederschlagsabflusses, der sogenannte Abflussfaktor, in Rechnung gestellt werden.

Beim Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand und dem Niederschlag ergibt sich dieselbe Situation, und es muss ausser den Niederschlägen auch dieser Abflussquotient, beziehungsweise in diesem besonderen Fall die den Abflussquotienten am besten kennzeichnende Temperatur berücksichtigt werden. Die am besten entsprechenden Zusammenhäng können, wie noch gezeigt werden wird, so gewonnen werden, dass der Grundwasserstand mit dem Niederschlag und der Temperatur zusammen zu den Berechnungen herangezogen wird.

2. Der Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand und der Temperatur

Nach der Untersuchung der Niederschläge muss jetzt der Zusammenhang zwischen *dem Grundwasserstand und der Temperatur* einer Prüfung unterzogen werden. Wie schon erwähnt, müssen bei Berücksichtigung des Verhältnisses von Ursache und Wirkung der Grundwasserstand mit den Temperaturen in einem positiven Zusammenhang, die Grundwasserstandsveränderungen hingegen in einem negativen Zusammenhang stehen.

Ähnlich wie bei den Niederschlägen muss auch bei den Temperaturen der *Zusammenhang der gleichzeitigen tatsächlichen Beobachtungswerte* geprüft werden.

Die Einzelheiten dieser Berechnungen sollen hier nicht zur Sprache kommen und es sei jetzt nur das Endergebnis mitgeteilt, wie dies bereits im 1. Abschnitt beim Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand und der

Niederschlagsmenge geschehen ist. Die Korrelationskoffizienten und die qualitativen Analysen zeigen, dass *der Grundwasserstand mit der gleichzeitigen Temperatur in keinem Zusammenhang steht*, d. h. dass der Einfluss der Temperatur auf diese Weise nicht nachzuweisen ist. Bei der Berechnung der Zusammenhänge muss man also auch bei der Temperatur auf die Heranziehung von Mittelwerten übergehen.

Zwischen dem monatlichen mittleren Wasserstand und der mittleren Monatstemperatur kann — nach den bei den Untersuchungen gemachten Erfahrungen — *kein Zusammenhang erwartet werden.*

Ähnlicherweise lässt sich auch der *monatliche mittlere Grundwasserstand mit der Durchschnittstemperatur des Vormonates in keinen Zusammenhang bringen.*

Mit den monatlichen Mittelwerten lässt sich indessen *in jenem Falle ein günstiges Ergebnis erzielen, wenn die monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen mit den mittleren Monatstemperaturen in Verbindung gebracht werden.* Bei den in dieser Richtung vorgenommenen Untersuchungen konnte ein auffallend enger Zusammenhang festgestellt werden, der auch durch die in Verbindung mit der Vorhersage des Grundwasserstandes durchgeführten anderwärtigen Berechnungen bestätigt wird.

Der Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand und der Temperatur kann auch *auf Grund der langjährigen Mittelwerte geprüft werden.* Es ist zweckmässig, hierbei den Zusammenhang zwischen dem langjährigen mittleren Grundwasserstand und der langjährigen mittleren Monatstemperatur zu suchen. Aus den durchgeführten Untersuchungen geht hervor, dass *auf Grund der langjährigen Mittelwerte die mittleren monatlichen Temperaturen in keinem Zusammenhang mit dem Grundwasserstand stehen*, bzw. dass dieser Zusammenhang so beschaffen ist, dass er selbst annähernd nicht als linear betrachtet werden kann.

In Hinsicht auf das Obengesagte dürfte hier auch die Vorführung eines *Zahlenbeispiels* von Nutzen sein. Das Zahlenbeispiel ist überaus lehrreich, weil es beweist, dass die qualitative Analyse manchmal auch Verbindungen aufzeigt, die auf Grund der Korrelationsrechnung — zumindest bei Anwendung des Korrelationskoeffizienten — nicht im vorhinein bestimmbar sind. Diese Frage hängt natürlich mit der Linearität der Verbindungen zusammen.

Es wurde bereits erwähnt, dass *Prof. E. Németh* im Laufe seiner Untersuchungen zur Feststellung gelangte, dass der langjährige monatliche mittlere Grundwasserstand mit der langjährigen mittleren Monatstemperatur in einem elliptischen Zusammenhang steht. Er fand die Gültigkeit dieser Feststellung bei zahlreichen Grundwasserbrunnen des Alfölds bestätigt.

Nunmehr soll hier der *Zusammenhang zwischen dem langjährigen monatlichen mittleren Grundwasserstand des Debrecener Grundwasserbrunnens und der langjährigen monatlichen Durchschnittstemperatur* — als Zahlenbeispiel —

geprüft werden. Der Korrelationskoeffizient beträgt auf Grund der durchgeführten Berechnungen $r_{1|1} = -0{,}318$, was — bei Annahme einer linearen Korrelation — in bezug auf das Vorzeichen unrichtig ist.

Es sollen jetzt die vom Mittelwert abweichenden zusammengehörenden monatlichen Wertepaare dargestellt werden (siehe *Abb. 1*). Aus der Abbildung ist ersichtlich, dass auch im Falle des Debrecener Grundwasserbrunnens ein elliptischer Zusammenhang besteht.

Der Zusammenhang zwischen dem langjährigen monatlichen mittleren Wasserstand und den langjährigen monatlichen Durchschnittstemperaturen kann *auf analytischem Weg* folgendermassen dargestellt werden. Es sei der

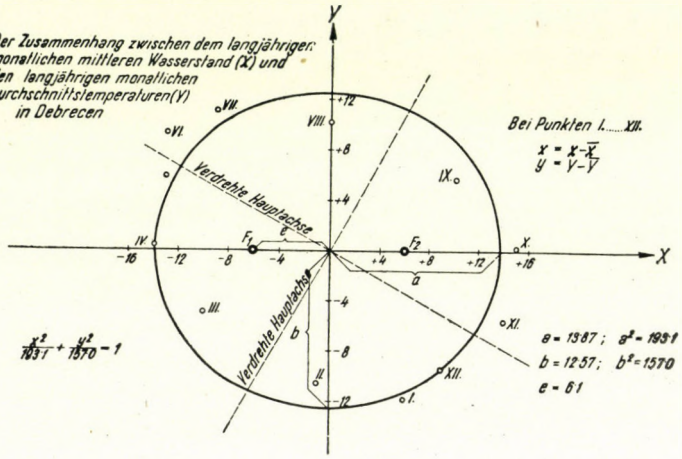


Abb. 1.

Zusammenhang bezüglich des Achsensystems $X-Y$ eine zentrale Ellipse. Die den Zusammenhang ausdrückende Gleichung ist daher

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \tag{4}$$

wobei a und b die halben Hauptachsen der Ellipse bezeichnen und die Fokusentfernung $e = \sqrt{a^2 - b^2}$ ist.

Die Gleichung (4) wäre nur durch eine *nicht lineare* Korrelation mit zwei Veränderlichen auszudrücken. Werden aber die neuen Veränderlichen $Z = x^2$ und $V = y^2$ eingeführt, so kann bezüglich der beiden neuen Veränderlichen mit einer linearen Korrelation gerechnet werden. Wenn die zwei neuen Veränderlichen eingesetzt und (4) umgestaltet wird, ergibt sich folgende lineare Beziehungsgleichung:

$$Z^{()} = a^2 - \frac{a^2}{b^2} V$$

oder durch Einsetzen von $a^2 = d$ und $-\frac{a^2}{b^2} = c$

folgende lineare Gleichung:

$$Z^0 = c\,V + d \tag{5}$$

Zur Bestimmung der Koeffizienten der Beziehungsgleichung (5) werden die zusammengehörenden Wertepaare Z und V aufgeschrieben, der Mittelwert der neuen Veränderlichen $\overline{Z}$ und $\overline{V}$, sowie die zusammengehörenden Abweichungspaare $z = Z - \overline{Z}$ und $v = V - \overline{V}$ gebildet und schliesslich die Abweichungsquadratsummen der neuen Veränderlichen (Σz^2 und Σv^2) und die Produktsummen der zwei Abweichnungen ($\Sigma\, z\, v$) berechnet. Nachdem diese gefunden sind, werden gemäss den aus der Korrelationsrechnung bekannten Zusammenhängen die Richtungstangente c und die Konstante d bei der Beziehungsgleichung (5) festgestellt.

Wenn diese Berechnungen *für den Debrecener Grundwasserbrunnen* durchgeführt werden, so ergeben sich die Werte $c = -1{,}23$ und $d = 193{,}1$. Werden bei der Beziehungsgleichung (5) die Einsetzungen in Betracht gezogen, so erhält man schliesslich

$$a^2 = 193{,}1\,;\quad a = 13{,}87\,;\quad b^2 = \frac{193{,}1}{1{,}23} = 157\,;\quad b = 12{,}52 \text{ und } e = 193{,}1 - 157 = 6{,}1.$$

Die Gleichung der gesuchten zentralen Ellipse ist daher

$$\frac{x^2}{193{,}1} + \frac{y^2}{157} = 1. \tag{6}$$

Wenn nun auf *Abb. 1.* die Ellipse (6) dargestellt wird, so ist ersichtlich, dass die zusammengehörenden Wertepaare der die einzelnen Monate darstellenden Punkte I., II., ... XII. in ziemlich guter Näherung eine Ellipse bilden. Aus der Abbildung geht auch hervor, dass ein besserer Ausgleich erzielt worden wäre, wenn die längere Hauptachse der Ellipse mit der Achse X annähernd einen Winkel von 30° einschliessen würde, also ungefähr die Punkte XI. und XII., bzw. V. und VI. verbinden würde. Selbstverständlich kann auch die Gleichung einer solchen verdrehten Ellipse bestimmt werden, wenn man die Koordinaten der Punkte I—XII. auf das neue Achsensystem umrechnete.

Das im vorstehenden gezeigte Zahlenbeispiel lässt *die Wichtigkeit der qualitativen Analyse* bei der Untersuchung der Grundwasserstandsveränderungen zutage treten. In Verbindung damit sei die Bemerkung gestattet, das eine solche qualitative Analyse in jedem einzelnen Fall sowohl bei den mit den Niederschlagsmengen als mit der Temperatur durchgeführten Korrelationsrechnungen mit zwei Veränderlichen vorgenommen wurde und dass die hier besprochenen Ergebnisse immer bei Berücksichtigung dieser Analysen abgeleitet wurden.

Bei Fortsetzung der Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen dem Grundwasserstand und der Temperatur scheint es auch hier — ähnlich wie beim Niederschlag — zweckmässig zu sein, *die durch mehrere Jahre beobachteten mittleren Grundwasserstandsveränderungen der einzelnen Monate mit der mittleren Temperatur der entsprechenden Monate in Zusammenhang zu bringen.* Laut den durchgeführten Berechnungen *kann ein monatlicher Zusammenhang*

zwischen den mittleren Wasserstandsveränderungen und der Durchschnittstemperatur auf diese Weise nicht nachgewiesen werden. Der Grund hierfür dürfte darin zu suchen sein, dass wenn bei mehreren Jahren derselbe Monat geprüft wird, auch die die Wasserstandsveränderungen zweifellos in beträchtlicher Weise beeinflussenden Niederschlagsmengen in Betracht gezogen werden müssten.

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man, wenn bei den Grundwasserbrunnen *die Wasserstandsveränderungen einzelner Monate mit der Durchschnittstemperatur des Vormonates in Zusammenhang gebracht werden.* Auch das hier erhaltene Resultat ist offensichtlich auf die Nichtberücksichtigung des Niederschlages zurückzuführen.

Auch im Falle der Temperaturen, besonders bei der Voraussage des Wasserstandes kann man den mittleren Temperaturdurchschnitt mehrerer Monate in Betracht ziehen. Auf diese in verschiedener Gruppierung vorkommenden Zusammenhänge soll noch bei der mehrfachen Korrelationsrechnung hingewiesen werden.

Wenn man die Resultate, die mit Hilfe der Korrelationsrechnung mit zwei Veränderlichen über den Zusammenhang von Wasserstand und Temperatur gewonnen wurden, zusammenfasst, kann festgestellt werden, dass auch hier Korrelation der gleichzeitigen Werte nicht zu einem entsprechenden Resultat führt. Ein Zusammenhang zwischen dem Wasserstand und den Temperaturen kann nur in dem Fall gewonnen werden, wenn man die durchschnittlichen Werte in Betracht zieht. Der Zusammenhang der monatlichen Durchschnittswerte hängt aber in grossem Ausmass von den Niederschlagsverhältnissen der fraglichen Jahre ab. Daher lässt sich auf Grund solcher monatlichen Durchschnitte nur ausnahmsweise eine entsprechende Korrelation zwischen Grundwasserstand und Temperatur herstellen. Es scheint deshalb zweckmässiger, in den Berechnungen an Stelle des Wasserstandes die Wasserstandsveränderungen einzusetzen. Auf diese Art erhält man nämlich an Stelle des tatsächlichen Wasserstandes, der von den durchschnittlichen Witterungsverhältnissen der vorhergegangenen Monate bzw. Jahre abhängt, nur die in diesen Jahren eintretenden Veränderungen, welche offenbar die Zusammenhänge mit den Temperaturen deutlicher zeigen.

Beim Zusammenhang zwischen dem langjährigen monatlichen mittleren Grundwasserstand und den langjährigen monatlichen mittleren Temperaturen konnte mit Hilfe der qualitativen Analyse ein wertvoller und für die Verhältnisse der Ungarischen Tiefebene allgemein gültiger elliptischer Zusammenhang festgestellt werden. Dieser Umstand hebt somit die ausserordentliche Wichtigkeit der qualitativen Analyse bei der Untersuchung der Grundwasserstandsveränderungen hervor.

Es ist interessant, dass sich bei den einzelnen Grundwasserbrunnen zwischen dem Wasserstand eines Monats und der Temperatur desselben Monats wie auch des Vormonats kein entsprechender Zusammenhang mehr ergibt. Bei

den Niederschlägen haben, wie gezeigt wurde, derartige Zusammenhänge zu guten Resultaten geführt. Es ist offenbar, dass hier bei den Temperaturen die Abweichungen gerade durch die Vernachlässigung der Wirkungen der Niederschläge verursacht wurden.

Schliesslich kann festgestellt werden, dass der Zusammenhang zwischen Grundwasserstand und Temperatur in gewissen Fällen auch durch eine Korrelation mit zwei Veränderlichen nachzuweisen ist. Diese Zusammenhänge spielen aber bei der Lösung von praktischen Aufgaben keine besondere Rolle, und so ist am zweckmässigsten, die Wirkung der Temperaturen ebenso wie den Einfluss der Niederschlagsmengen bei der Bestimmung des Grundwasserstandes durch eine mehrfache Korrelation in Rechnung zu stellen.

Bevor zur Bestimmung des Grundwasserstandes mit Hilfe einer mehrfachen Korrelation geschritten wird, soll kurz der Einfluss, den *die Verdunstung* auf den Grundwasserstand ausübt, erwähnt werden. In Ungarn wurde der Zusammenhang des Grundwasserstandes mit der Verdunstung auf Grund von tatsächlichen Beobachtung bisher noch nicht festgestellt. Die Lösung dieser Frage soll die Aufgabe der folgenden Jahre sein. Natürlich muss bei der Untersuchung der Grundwasserstandsveränderungen darauf Rücksicht genommen werden, dass die Temperaturen das Ausmass der Verdunstung mehr oder weniger bestimmen. Die Verdunstung steht nämlich mit den Temperaturen in einem sehr engen Zusammenhang, was auf der neben der Stadt Kecskemét befindlichen Grundwasseranlage in Verbindung mit der Oberflächenverdunstung auch zahlenmässig festgestellt werden konnte. Bei der Verdunstung muss selbstverständlich die Temperatur des verdunstenden Wassers berücksichtigt werden, aber auch die Windstärke und der Dampfdruck der Luft. Von diesen ist die Temperatur des verdunstenden Wassers bis zu einem gewissen Grad bei der Lufttemperatur mitberücksichtigt. Die Wirkung der Windstärke und des Dampfdruckes kommen hingegen hier leider nicht mehr zum Ausdruck. Die vorliegenden Untersuchungen können aber anscheinend unter Ausserachtlassung der Verdunstung durchgeführt werden, wobei man sich mit einer Berücksichtigung der Lufttemperaturen begnügen kann.

3. Gemeinsamer Zusammenhang von Grundwasserstand, Niederschlagsmengen und Temperaturen

Die Grundwasserstandsveränderungen können mit Hilfe der mehrfachen Korrelation auch so untersucht werden, dass auf Grund der Resultate der qualitativen Analyse und unter Anwendung der Ergebnisse, die mittels der Korrelationsrechnung mit zwei Veränderlichen gewonnen wurden, *mehr als eine unabhängige Veränderliche* eingeführt wird. Die abhängige Veränderliche wird auch hier in jedem Fall Grundwasserstand oder die Grundwasserstandsveränderung sein.

Wenn man die *in den Abschnitten 1 und 2* besprochenen Resultate einer kritischen Betrachtung unterzieht, ist es offensichtlich, dass die Grundwasser-

spiegelveränderungen auf Grund von ausserordentlich vielen Variationen geprüft werden können. Auf Grund der bisherigen Erfahrungen soll jetzt von einer Berechnung auf Grund der tatsächlichen Beobachtungen abgesehen und versucht werden, die Zusammenhänge direkt mit Hilfe der Durchschnittswerte festzustellen.

Zwei Beispiele sollen hier ausführlich behandelt und auf Grund dieser Beispiele soll gezeigt werden, wie man mit einer entsprechenden Auswahl der Veränderlichen verlässliche Zusammenhänge ableiten kann. Die Methoden der Auswahl der unabhängigen Veränderlichen sowie die Prüfung der Verlässlichkeit der Zusammenhänge wurden bereits in der Einleitung dieser Abhandlung besprochen. Auf diese soll daher hier nicht eingegangen werden, sondern es sollen nur auf Grund von Beispielen die dort gewonnenen Resultate angewendet werden.

I. Das erste Beispiel soll sich auf *die monatlichen mittleren Wasserstandsveränderungen des Schachtbrunnens auf der Grundwasseranlage neben der Stadt Kecskemét beziehen.* Beim mittleren Wasserstand der einzelnen Monate werden also die sich im Vergleich zum mittleren Wasserstand des vorhergegangenen Monats ergebenden Veränderungen die Angaben bezüglich der abhängigen Veränderlichen liefern. Im Laufe der Korrelationsrechnungen mit zwei Veränderlichen wurde bestimmt, in was für einem Zusammenhang diese monatlichen mittleren Wasserstandsveränderungen mit den Niederschlagsmengen des Bezugsmonats sowie des vorhergegangenen Monats stehen. Es wurde auch berechnet, was für ein Zusammenhang zwischen den mittleren Temperaturen des Bezugsmonats und des vorhergegangenen Monats besteht. Diese vier Korrelationskoeffizienten sollen hier bei der mehrfachen Korrelationsrechnung als *partielle Korrelationskoeffizienten* gelten. Die erwähnten vier Zusammenhänge werden durch folgende Korrelationskoeffizienten charakterisiert:

Monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung ..... — Mittlere Temperatur des Bezugsmonats ..... r_1 = —0,85

Monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung ..... — Niederschlagsmenge des Bezugsmonats ..... r_2 = +0,05

Monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung ..... — Mittlere Temperatur des Vormonats ..... r_3 = —0,83

Monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung ..... — Mittlere Niederschlagsmenge des Vormonats ..... r_4 = +0,49

Entsprechend den partiellen Korrelationskoeffizienten steht die monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung mit den mittleren Temperaturen des Bezugsmonats und des vorhergegangenen Monats in einem sehr engen negativen Zusammenhang, weist mit der Niederschlagsmenge des vorhergegangenen Monats einen mittelmässigen Zusammenhang auf und ergibt schliess-

lich einen sehr schwachen Zusammenhang mit der Niederschlagsmenge des Bezugsmonats.

Es ist klar, dass ein besserer Zusammenhang erreicht werden wird, wenn man den gemeinsamen Zusammenhang zwischen der monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderung nicht nur mit einer der vier erwähnten unabhängigen Veränderlichen, sondern mit mehreren, eventuell mit allen vieren feststellt.

Vom praktischen Gesichtspunkt aus lohnt es sich natürlich nicht, sämtliche möglichen Variationen auszurechnen. Der Vollständigkeit halber wurden jedoch sämtliche möglichen Variationen dieses Beispiels bestimmt. Die abhängige Veränderliche ist in jedem Fall die Wasserstandsveränderung (Y). Die Zahl der partiellen Korrelationen mit zwei Veränderlichen beträgt, wie ersichtlich war, vier, das heisst ihre Zahl ist gleich der Zahl der aus Faktor $n = 4$ (X_1, X_2, X_3 und X_4) bildbaren *Solos*, wass nichts anderes bedeutet als die Zahl der aus dem Faktor $n = 4$ bildbaren Kombinationen erster Klasse : $\binom{n}{1}$. Die Zahl der Korrelation mit drei Veränderlichen ist gleich der aus den 4 Faktoren bildbaren *Ambos*, das heisst, sie ist gleich der Zahl der aus dem Faktor $n = 4$ bildbaren Kombinationen zweiter Klasse. So wird die Zahl der Korrelationen mit 3 Veränderlichen $\binom{n}{2} = 6$ sein. Die Zahl der Korrelationen mit vier Veränderlichen ist gleich der Zahl der aus 4 Faktoren bildbaren *Ternos*, das heisst, sie ist gleich der aus dem Faktor $n = 4$ bildbaren Zahl der Kombination dritter Klasse. Demzufolge wird die Zahl der Korrelationen mit vier Veränderlichen $\binom{n}{3} = 4$ sein. Die Zahl der Korrelationen mit fünf Veränderlichen beträgt $\binom{n}{4}$, das heisst, es gibt nur eine einzige solche Korrelation. Die Zahl sämtlicher möglichen mehrfachen Korrelationen wird daher $6+4+1 = 11$ sein. Die auf diese 11 Variationen bezüglichen Korrelationskoeffizienten und totalen bedingten Streuungen sind in *Tabelle I* zusammengestellt. Am Beginn der Tabelle wurden zu Vergleichszwecken auch die Korrelationskoeffizienten und Streuungen bezüglich der 4 Korrelationen mit zwei Veränderlichen angegeben.

Von einer ausführlichen Besprechung sämtlicher Variationen soll hier der Kürze wegen abgesehen werden. In Tabelle I sind die einzelnen Variationen in der Reihenfolge ihrer Verlässlichkeit aufgezählt. Von diesen soll hier nur die Korrelation mit drei Veränderlichen unter *a)* und *b)*, mit vier Veränderlichen unter *c)* und mit fünf Veränderlichen unter *d)* ausführlich behandelt werden.

a) Es möge zuerst *der Zusammenhang zwischen den monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen, den mittleren Temperaturen des vorhergegangenen Monats und dessen Niederschlagsmengen* herangezogen werden. Selbstverständlich wurden auch zur Beurteilung dieses Zusammenhanges — ähnlich wie bei den sämtlichen möglichen 11 Variationen — die Berechnung der vollständigen mehrfachen Korrelation mit drei Veränderlichen durchgeführt. Die Einzelheiten können aber hier vernachlässigt werden, weil hier nur das Endresultat, das heisst das Quadrat des totalen Korrelationskoeffizienten

TABELLE I.

Schachtbrunnen, Niederschlags- und Wetterstation bei Kecskemét

Y = die monatliche mittlere Grundwasserstandsveränderung
X_1 = die mittlere Temperatur des Bezugsmonats
X_2 = die Niederschlagsmenge des Bezugsmonats
X_3 = die mittlere Temperatur des Vormonats
X_4 = die Niederschlagsmenge des Vormonats
σ_0 = die totale Streuung von Y; $\sigma_0 = 15{,}47$ cm.

Zusammenhänge mit zwei Veränderlichen

	partieller Korrelationskoeffizient	totale bedingte Streuung
Y, X_1	$r_1 = -0{,}85$	$r_1^2 = 0{,}722$ $\sigma_y^{(0)} = 8{,}14$
Y, X_2	$r_2 = +0{,}05$	$r_2^2 = 0{,}0025$ $\sigma_y^{(0)} = 15{,}41$
Y, X_3	$r_3 = -0{,}83$	$r_3^2 = 0{,}689$ $\sigma_y^{(0)} = 8{,}71$
Y, X_4	$r_4 = +0{,}49$	$r_4^2 = 0{,}185$ $\sigma_y^{(0)} = 13{,}41$

Zusammenhänge mit drei Veränderlichen

	Y, X_2, X_4	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}249$ $\sigma_y^{(0)} = 13{,}40$
	Y, X_2, X_3	« «	$R^2 = 0{,}687$ $\sigma_y^{(0)} = 8{,}65$
a)	Y, X_3, X_4	« «	$R^2 = 0{,}717$ $\sigma_y^{(0)} = 8{,}23$
	Y, X_1, X_2	« «	$R^2 = 0{,}757$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}63$
b)	Y, X_1, X_3	« «	$R^2 = 0{,}762$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}55$
	Y, X_1, X_4	« «	$R^2 = 0{,}764$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}52$

Zusammenhänge mit vier Veränderlichen

	$Y\ X_2, X_3, X_4$	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}737$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}91$
	Y, X_1, X_2, X	« «	$R^2 = 0{,}784$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}19$
c)	Y, X_1, X_3, X_4	« «	$R^2 = 0{,}784$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}19$
	$Y\ X_1, X_2, X_4$	« «	$R^2 = 0{,}788$ $\sigma_y^{(0)} = 7{,}13$

Zusammenhang mit fünf Veränderlichen

d)	Y, X_1, X_2, X_3, X_4	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}920$ $\sigma_y^{(0)} = 4{,}39$

und die totale bedingte Streuung von Interesse sind. Das Quadrat des totalen Korrelationskoeffizienten ist in diesem Fall $R^2 = 0{,}717$, die totale bedingte Streuung aber ist, wenn die Grundwasserstandsveränderungen (die abhängige Veränderliche) mit Y bezeichnet werden, $\sigma_y^{(0)} = 8{,}23$. Dieser Zusammenhang kann nicht als günstig bezeichnet werden, da der totale Korrelationskoeffizient auf einen verhältnismässig schwachen Zusammenhang hinweist.

b) Es soll nun *der Zusammenhang zwischen den monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen und den Mitteltemperaturen des Bezugsmonats und des Vormonats* nach folgender Gruppierung betrachtet werden. Bei diesem Zusammenhang wurde schliesslich ein totaler Korrelationskoeffizient $R^2 = 0{,}762$ und eine totale bedingte Streuung $\sigma^{(0)}y = 7{,}55$ erhalten. Dieser Zusammenhang ist bereits besser als der Obenerwähnte. Die bedingte Streuung ist kleiner und der totale Korrelationskoeffizient ist wesentlich grösser geworden.

c) Es können auch Variationen untersucht werden, bei denen drei unabhängige Veränderliche, also bei Einbeziehung der abhängigen Veränderlichen *insgesamt vier Veränderliche vorkommen.* Es soll nun von diesen Zusammenhängen mit vier Veränderlichen die Variation untersucht werden, bei der zwischen der monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderung, der mittleren Temperatur des Bezugsmonats und des Vormonats sowie den Niederschlagsmengen des vorhergegangenen Monats ein Zusammenhang gesucht wird. Nach Durchführung der Berechnungen ergibt sich, dass der totale Korrelationskoeffizient $R^2 = 0{,}784$ ist und die totale bedingte Streuung $\sigma_y^0 = 7{,}19$. Dieser Zusammenhang scheint schon ziemlich verlässlich zu sein, weil der totale Korrelationskoeffizient auf einen verhältnismässig strammen Zusammenhang hinweist.

d) Wenn man nach den Zusammenhängen mit drei und vier Veränderlichen zur Berechnung des Zusammenhanges mit fünf Veränderlichen übergeht, so zeigt es sich, dass sich so der vollkommenste Zusammenhang bestimmen lässt. Es soll also mit Hilfe dieser *Korrelation mit fünf Veränderlichen* der Zusammenhang zwischen den monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen des Schachtbrunnens auf der bei der Stadt Kecskemét gelegenen Anlage und den mittleren Temperaturen und Niederschlagsmengen des Bezugsmonats, sowie des vorhergegangenen Monats gesucht werden. Die totale Korrelation ist in diesem Fall $R^2 = 0{,}92$, was auf einen ausserordentlich strammen Zusammenhang zwischen den erwähnten Veränderlichen hinweist. Die totale bedingte Streuung vermindert sich wesentlich. Laut den Berechnungen beträgt sie nämlich $\sigma_y^0 = 4{,}39$. Bei dieser Variation soll auch die Beziehungsgleichung angegeben werden.

Es sei ähnlich wie bei Tabelle I der zu erwartende Wert des Grundwasserstandes mit Y^0, bezeichnet, die mittlere Temperatur des Bezugsmonats mit X_1, die Niederschlagsmenge des Bezugsmonats mit X_2, die Temperatur des vorhergegangenen Monats mit X_3 und schliesslich die Niederschlagsmenge des vorhergegangenen Monats mit X_4. In diesem Fall ist die gesuchte Beziehungsgleichung:

$$Y^0 = 17{,}929 - 1{,}146\, X_1 - 0{,}052\, X_2 - 0{,}572\, X_3 + 0{,}079\, X_4 \qquad (7)$$

Bei dem Zusammenhang (7) sollte das Vorzeichen der Koeffizienten der unabhängigen Veränderlichen X_1, X_2, X_3 und X_4 dem bei der qualitativen Analyse festgestellten Verhältnis von Ursache und Wirkung entsprechen. Oder anders ausgedrückt, die Vorzeichen der Koeffizienten sollten mit dem Vorzeichen des entsprechenden partiellen Korrelationskoeffizienten mit zwei Veränderlichen identisch sein. Kurz, der Koeffizient der Temperaturen sollte negativ, derjenige der Niederschlagssummen jedoch positiv sein, da die steigenden Temperaturen die Grundwasserstandsveränderungen vermindern, steigende Niederschlagsmengen hingegen die Grundwasserstandsveränderungen ver-

grössern. Dieser Anforderung wird indessen beim Koeffizienten der Niederschlagsmenge des Bezugsmonats X_2 nicht Genüge geleistet. Der Koeffizient von X_2 hat nämlich unrichtigerweise ein negatives Vorzeichen. Eine ausführliche Analyse dieses Umstandes würde zu weit führen und deshalb möge hier die Feststellung genügen, dass das unrichtige Vorzeichen des Koeffizienten X_2 die Abweichung der gesuchten Beziechungsgleichung von einer linearen Gleichung zeigt. Doch soll hier auch erwähnt werden, dass die Niederschlagsmenge des Bezugsmonats die zu erwartenden monatlichen mittleren Grundwasserstandsveränderungen in einem verhältnismässig so geringen Ausmass beeinflusst, dass dies auf die Anwendbarkeit des Zusammenhanges ohne Wirkung bleibt.

Das Resultat des angeführten Beispiels ist auch bei der Voraussage der Grundwasserstandsveränderungen anwendbar. Die auf die Voraussagen bezüglichen Bemerkungen findet der Leser am Ende der vorliegenden Abhandlung.

II. Beim zweiten Beispiel soll der *Zusammenhang zwischen dem höchsten monatlichen mittleren Grundwasserspiegel, den gefallenen Niederschlagsmengen und den Temperaturen untersucht werden.*

Bei den Berechnungen, die sich auf Zusammenhänge mit zwei Veränderlichen beziehen, war ersichtlich, dass der Grundwasserstand keinen Zusammenhang mit den gleichzeitigen Niederschlagsmengen und Temperaturen zeigt, obzwar hier ein Verhältnis von Ursache und Wirkung besteht. Es war auch ersichtlich, dass man mit Durchschnittswerten bereits gewisse Zusammenhänge feststellen kann.

Wenn diese Feststellungen in Betracht gezogen werden, so bieten sich mehrere Möglichkeiten, den den höchsten monatlichen mittleren Grundwasserspiegel bestimmenden Grundwasserstand durch eine mehrfache Korrelation zu ermitteln. Die bisherigen diesbezüglichen Studien zeigen, dass diejenigen Zusammenhänge am günstigsten und besten sind, bei denen auch irgendein charakteristischer Wasserstand einer dem höchsten Grundwasserspiegel vorangegangenen Periode in Betracht gezogen wird. In Ungarn ist der Grundwasserspiegel im allgemeinen in den Frühjahrsmonaten am höchsten und in den Herbstmonaten am niedrigsten. Es bietet sich daher sozusagen von selbst die Möglichkeit, den höchsten monatlichen mittleren Grundwasserstand des Frühjahrs mit dem niedrigsten monatlichen mittleren Grundwasserstand des vorhergegangenen Herbstes in Zusammenhang zu bringen. Es ist nämlich offensichtlich, dass das Frühjahrsmaximum in hohem Grade davon abhängt, bei was für einem Niveau das Steigen des Grundwasserstandes im Spätherbst und Winter begonnen hatte. Bei der Berücksichtigung der Niederschläge muss man sich vor Augen halten, dass der Niederschlag der frostfreien Monate die Veränderungen des Grundwasserspiegels anders beeinflusst wie der Niederschlag der Wintermonate. Dasselbe bezieht sich auch auf die Temperaturen. Natürlich ist, wie schon erwähnt, eine Zusammenstellung der verschiedensten Variationen möglich. Bei der jetzt folgenden Untersuchung möge die abhängige

Veränderliche (Y) der minimale monatliche Mittelwert des Frühjahrsgrundwasserstandes sein (was den höchsten monatlichen mittleren Grundwasserspiegel bedeutet), während die abhängigen Veränderlichen durch den maximalen mittleren Grundwasserstand des vorhergegangenen Herbstes (X_1) — was den niedrigsten monatlichen mittleren Grundwasserspiegel bedeutet — weiters durch die Niederschlagsmengen von Oktober—November—März (X_2) und von Dezember—Januar—Februar (X_3) und schliesslich durch die durchschnittlichen Lufttemperaturen der Monate Dezember—Januar—Februar (X_4) repräsentiert werden sollen. Die jetzigen sollen sich auf den Grundwasserstand des Debrecener Grundwasserbrunnens, sowie auf die Niederschlagsmengen und mittleren Temperaturen der Debrecener Niederschlagsmessungs- und Wetterstation beziehen.

Die erste Aufgabe ist die Berechnung der partiellen Korrelationskoeffizienten zwischen dem höchsten mittleren monatlichen Grundwasserspiegel im Frühjahr (im folgenden kurz: *Frühjahrsmaximum)*, dem niedrigsten monatlichen Grundwasserspiegel im Herbst (im folgenden kurz: *Herbstminimum)* sowie der Niederschlagsmenge der drei frostfreien und der drei Wintermonate und schliesslich der mittleren Temperatur der drei Wintermonate. Die ausführlichen Berechnungen sollen hier nicht wiedergegeben werden, sondern nur das Endergebnis, wobei die die erwähnten Zusammenhänge charakterisierenden vier Korrelationskoeffizienten schliesslich folgende sind:

Frühjahrsmaximum ..... — Herbstminimum ..... $r_1 = +0{,}700$

« « ..... — Niederschlagsmenge der frostfreien Monate ..... $r_2 = -0{,}694$

« « ..... — Niederschlagsmenge der Wintermonate ..... $r_3 = -0{,}304$

« « ..... — mittlere Temperatur der Wintermonate ..... $r_4 = +0{,}610$

Laut der partiellen Korrelationskoeffizienten steht daher das Frühjahrsmaximum mit dem Herbstminimum sowie mit der mittleren Temperatur der Wintermonate in einem sehr strammen, positiven Zusammenhang. Das Frühjahrsmaximum steht mit der Niederschlagsmenge der Herbstmonate ebenfalls in einem strammen, aber negativen Zusammenhang. Schliesslich zeigt das Frühjahrsmaximum mit der Niederschlagsmenge der Wintermonate einen nicht einmal mittelmässigen Zusammenhang. Hier soll erwähnt werden, dass bisher schon bei ungefähr 25—30 Grundwasserbrunnen der Ungarischen Tiefebene solche dem Debrecener Beispiel ähnliche Berechnungen durchgeführt worden sind. Die Resultate der diesbezüglichen Berechnungen zeigen zwar je nach den verschiedenen Brunnen gewisse Abweichungen — ein Zeichen, dass die örtlichen Umstände die Grundwasserstandsveränderungen bei den einzelnen Brunnen in ausserordentlich grossem Masse beeinflussen können —

im allgemeinen aber bestehen bei den einzelnen Grundwasserbrunnen ähnliche Zusammenhänge.

Natürlich gilt auch hier, dass der Zusammenhang am verlässlichsten sein wird, wenn der Zusammenhang des Frühjahrsmaximums nicht nur mit einer der erwähnten vier unabhängigen Veränderlichen, sondern mit mehreren, eventuell mit allen vieren *gemeinsam* bestimmt wird.

Der Vollständigkeit halber wurden auch bei diesem Beispiel sämtliche möglichen Variationen ausgerechnet. Die Zahl dieser stimmt selbstverständlich mit der Zahl der beim ersten Beispiel angegebenen Zusammenhänge überein, da bei beiden Beispielen die Zahl der Veränderlichen gleich ist. In *Tabelle II*

TABELLE II.

Debrecener Grundwasserbrunnen, Niederschlags- und Wetterstation

Y = der höchste monatliche mittlere Grundwasserspiegel
X_1 = der niedrigste monatliche mittlere Grundwasserspiegel
X_2 = die Niederschlagsmengen von Oktober—November—März
X_3 = die Niederschlagsmengen von Dezember—Januar—Februar
X_4 = die durchschnittliche Lufttemperatur von Dezember—Januar—Februar
σ_0 = die totale Streuung von Y ; $\sigma_0 = 18$ cm.

Zusammenhänge mit zwei Veränderlichen

		partieller Korrelationskoeffizient		totale bedingte Streuung
	Y, X_1	$r_1 = +0{,}700$	$r_1^2 = 0{,}490$	$\sigma_y^{(0)} = 12{,}84$
	Y, X_2	$r_2 = -0{,}694$	$r_2^2 = 0{,}482$	$\sigma_y^{(0)} = 12{,}95$
	Y, X_3	$r_3 = -0{,}304$	$r_3^2 = 0{,}092$	$\sigma_y^{(0)} = 17{,}14$
	Y, X_4	$r_3 = +0{,}610$	$r_4^2 = 0{,}372$	$\sigma_y^{(0)} = 14{,}25$

Zusammenhänge mit drei Veränderlichen

	Y, X_3, X_4	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}420$	$\sigma_y^{(0)} = 13{,}71$
a)	Y, X_1, X_4	« «	$R^2 = 0{,}621$	$\sigma_y^{(0)} = 11{,}10$
	Y, X_2, X_4	« «	$R^2 = 0{,}623$	$\sigma_y^{(0)} = 11{,}05$
	Y, X_2, X_3	« «	$R^2 = 0{,}625$	$\sigma_y^{(0)} = 11{,}02$
b)	Y, X_1, X_2	« «	$R^2 = 0{,}663$	$\sigma_y^{(0)} = 10{,}45$
	Y, X_1, X_3	« «	$R^2 = 0{,}700$	$\sigma_y^{(0)} = 9{,}87$

Zusammenhänge mit vier Veränderlichen

	Y, X_2, X_3, X_4	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}720$	$\sigma_y^{(0)} = 9{,}54$
c)	Y, X_1, X_2, X_4	« «	$R^2 = 0{,}736$	$\sigma_y^{(0)} = 9{,}25$
	Y, X_1, X_3, X_4	« «	$R^2 = 0{,}763$	$\sigma_y^{(0)} = 8{,}75$
	Y, X_1, X_2, X_3	« «	$R^2 = 0{,}876$	$\sigma_y^{(0)} = 6{,}33$

Zusammenhang mit fünf Veränderlichen

d)	Y, X_1, X_2, X_3, X_4	totaler Korrelationskoeffizient	$R^2 = 0{,}932$	$\sigma_y^{(0)} = 4{,}69$

wurden die auf die 4 partiellen Korrelationen mit zwei Veränderlichen, sowie auf die 11 mehrfachen partiellen Korrelationen bezogenen möglichen Korrelationskoeffizienten und bedingten Streuungen zusammengefasst. Auch in Tabelle II sind die einzelnen Variationen in der Reihenfolge ihrer Verlässlichkeit aufgezählt.

Auch hier werden nicht sämtliche Variationen ausführlich behandelt, sondern es wird nur die Korrelation mit drei Veränderlichen unter *a)* und *b)*, mit vier Veränderlichen unter *c)* und mit fünf Veränderlichen unter *d)* angegeben.

a) Bei der ersten Variation wird der Zusammenhang zwischen dem Frühjahrsmaximum und dem Herbstminimum und der mittleren Temperatur der Wintermonate gesucht. Zur Beurteilung des Zusammenhanges wurde die vollständige mehrfache *Korrelation mit drei Veränderlichen* ausgerechnet und bestimmt. Nach den diesbezüglichen Berechnungen ist das Quadrat des totalen Korrelationskoeffizienten $R^2 = 0{,}621$, während die totale bedingte Streuung $\sigma_y^{()} = 11{,}1$ beträgt. Es sei noch erwähnt, dass wie in der Einführung bewiesen wurde, die abhängige Veränderliche, die individuelle Streuung des Frühjahrsmaximums (totale Streuung) $\sigma_0 = 18$ beträgt, also tatsächlich grösser ist, als die auf Grund einer Korrelation mit drei Veränderlichen berechenbare totale bedingte Streuung.

b) Bezüglich des Frühjahrsmaximums von Debrecen soll *noch ein Zusammenhang mit drei Veränderlichen* vorgeführt werden. Hier sind die zwei unabhängigen Veränderlichen das Herbstminimum und die Niederschlagsmenge der drei Herbstmonate. Bei dieser Variation beträgt der totale Korrelationskoeffizient $R^2 = 0{,}663$, die totale bedingte Streuung dagegen $\sigma_y^{()} = 10{,}45$. Wenn diese Werte mit der oben behandelten Korrelation mit drei Veränderlichen verglichen werden, so zeigt es sich, dass man eine etwas bessere Beziehung erhält, wenn man die Frühjahrsmaxima neben den Herbstminima nicht mit den mittleren Temperaturen der Wintermonate, sondern mit den Niederschlagsmengen der Herbstmonate in Zusammenhang bringt.

c) Bei Heranziehung von *vier Veränderlichen* erhält man ein noch besseres Resultat. Es soll jetzt z. B. der Zusammenhang zwischen Frühjahrsmaximum, Herbstminimum, der Niederschlagsmenge der frostfreien Monate und den durchschnittlichen Temperaturen der Wintermonate gesucht werden. Bei dieser Variation beträgt das Quadrat des totalen Korrelationskoeffizienten $R^2 = 0{,}736$ und die totale bedingte Streuung $\sigma_y^{()} = 9{,}25$. Der totale Korrelationskoeffizient und die totale bedingte Streuung zeigen, dass es nicht überflüssig war, neben dem Herbstminimum auch die Niederschlagsmenge der frostfreien Monate und die mittlere Temperatur der Wintermonate zusammen zu berücksichtigen.

d) Als letzter Schritt sollen alle fünf Veränderlichen in Betracht gezogen werden, es sei also *beim Debrecener Grundwasserbrunnen der gemeinsame Zu-*

sammenhang zwischen dem Frühjahrsmaximum, dem Herbstminimum, der Niederschlagsmenge der frostfreien und der Wintermonate sowie der mittleren Temperatur der Wintermonate gesucht. Nach Berechnung der Korrelation mit fünf Veränderlichen ergibt sich, dass der totale Korrelationskoeffizient $R^2 = 0{,}932$ und die totale bedingte Streuung $\sigma_y^{(\,)} = 4{,}69$ betragen. Dieser Zusammenhang kann schon als völlig entsprechend angesehen werden. Das Quadrat des totalen Korrelationskoeffizienten ist nämlich wesentlich grösser als das Quadrat eines jeden beliebigen partiellen Korrelationskoeffizienten, was gemeinsam mit der auf fast ein Viertel verminderten Streuung zeigt, dass die Heranziehung und Auswahl der unabhängigen Veränderlichen überaus erfolgreich war.

Die gesuchte Beziehungsgleichung ist :

$$Y = 203{,}76 + 0{,}438\ X_1 - 0{,}207\ X_2 - 0{,}223\ X_3 + 2{,}198\ X_4 \qquad (8)$$

Die Vorzeichen der Koeffizienten der unabhängigen Veränderlichen X_1, X_2, X_3, X_4 stimmen der Reihe nach mit den Vorzeichen der entsprechenden partiellen Korrelationskoeffizienten überein, woraus der Schluss gezogen werden kann, dass sich der Zusammenhang tatsächlich mit einer mehrfachen linearen Korrelation ausdrücken lässt.

SCHRIFTTUM

J. Bogárdi : Korrelációszámítás és alkalmazása a hidrológiában (Korrelationsrechnung und ihre Anwendung in der Hydrologie). Akad. Verl. Budapest 1952.

E. L. Ijjász : Grundwasser und Baumvegetation. Sopron, 1938.

O. Maschkjewitsch : Langfrist'ge hydrologische Voraussagen an kleineren Flüssen. Ausgabe der Zentralen Hydrometeorologischen Dienststelle (russisch). Moskau, 1936.

F. Zunker : Das Verhalten des Bodens zum Wasser. Handbuch der Bodenlehre, Bd. VI., Berlin, 1930.

ZUSAMMENFASSUNG

Betreffend der praktischen hydrologischen Anwendung der vorliegenden Ausführungen können bezüglich des Einflusses der Niederschläge und Temperaturen auf die Veränderung des Grundwasserspiegels folgende Feststellungen gemacht werden.

Weder mit den Temperaturen noch den Niederschlägen, noch durch die gemeinsame Berücksichtigung dieser beiden lässt sich ein Zusammenhang mit dem Grundwasserstand auf Grund von gleichzeitigen tatsächlichen Beobachtungswerten feststellen. Dieser Umstand ist — wie schon erwähnt — damit zu erklären, dass die Wirkung sowohl des Niederschlags als auch der Temperatur erst zeitlich verschoben in Erscheinung tritt.

Einen Zusammenhang zwischen Grundwasserstand bzw. Grundwasserstandsveränderung. Niederschlag und Temperaturen kann man nur auf Grund von Durchschnittswerten nachweisen, Selbst die auf Grund von Durchschnittswerten bestimmten Zusammenhänge zeigen jedoch nur sehr abweichende Resultate. Auch die gemeinsame Berücksichtigung der Wirkung von

Temperatur und Niederschlag oder die Feststellung der Zusammenhänge auf Grund von mehrfachen Wirkungsverhältnissen bilden hiervon keine Ausnahme. Die Ursache der Abweichungen ist offensichtlich in den Einflüssen der lokalen Umstände, die bei der Entwicklung des Wasserspiegels eine grosse Rolle spielen, zu suchen. Diese Einflüsse der lokalen Umstände können so stark sein, dass in einzelnen Fällen auch der verlässlichste Zusammenhang nicht nachzuweisen ist.

Die Entscheidung darüber, welche Durchschnittswerte in Zusammenhang zu bringen sind, muss immer die Aufgabe einer ausgedehnten qualitativen Analyse sein. Die bisherigen Erfahrungen zeigen, dass der Zusammenhang der monatlichen Durchschnittswerte in den meisten Fällen nachzuweisen ist. Natürlich steht dem nichts im Wege, dass statt der monatlichen Durchschnittswerte der Durchschnitt gewisser Perioden — bzw. bei den Niederschlägen die in der ausgewählten Periode gefallenen Niederschläge — in Betracht gezogen werden.

Als allgemeine Regeln können festgestellt werden, dass es zweckmässiger ist, an Stelle des Wasserstandes die Wasserstandsveränderungen heranzuziehen. Man kann auch im allgemeinen sagen, dass sich mit dem Niederschlag bzw. der Temperatur einer den Wasserstandsveränderungen *vorhergegangenen Periode* ein besserer Zusammenhang feststellen lässt als mit dem Durchschnitt derselben Periode.

Bei jeder Korrelation mit zwei Veränderlichen ist die in der Ingenieurspraxis allgemein gebräuchliche qualitative Analyse unerlässlich : mit ihrer Hilfe lässt sich dann auf graphischem Wege der Zusammenhang der untersuchten Veränderlichen am zweckmässigsten kontrollieren.

Im allgemeinen können verlässliche Zusammenhänge durch Verbindungen festgestellt werden, welche auf einem mehrfachen Wirkungsverhältnis beruhen. Wie schon erwähnt, erscheinen auch bei diesen Zusammenhängen beim Grundwasserstand der Ungarischen Tiefebene örtlich bedingte Abweichungen. Gerade deshalb werden in vielen Fällen je nach den verschiedenen Gegenden abweichende, mehrfache Zusammenhänge die besten Resultate ergeben. Die Auswahl dieser besten Zusammenhänge verursacht, wie gezeigt wurde, keine Schwierigkeiten, wenn die Untersuchungen immer auf Grund des Verhältnisses von Ursache und Wirkung durchgeführt werden.

Wenn bei der Durchführung der Untersuchungen die erwähnten Grundprinzipien berücksichtigt werden, so erhält man tatsächlich ein gutes Hilfsmittel zur Lösung der praktischen hydrologischen Aufgaben. Von der Anwendung normierter Methoden kann daher keine Rede sein, denn man muss immer eine den Umständen entsprechende beste Lösung wählen.

Auf Grund des Prinzips der statistischen *Voraussage* ist es erlaubt, wenn die Korrelation durchschnittliche Verhältnisse ausdrückt, die Resultate auch auf andere Zeitabschnitte anzuwenden. In der technischen Praxis bildet das in den meisten Fällen die Grundlage der Voraussage. Die *in der vorliegenden Abhandlung beschriebenen Zusammenhänge* können daher fast ausnahmslos *zum Zwecke der Voraussage* verwendet werden. Besonders geeignet zur Voraussage ist die Beziehungsgleichung (7) bzw. (8). Die Beziehungsgleichung (8) wurde, wie schon erwähnt, bei ungefähr 25—30 Grundwasserbrunnen der Ungarischen Tiefebene im Laufe der im Hydrologischen Institut vorgenommenen Untersuchungen bereits bestimmt. Diese Resultate werden die Möglichkeit bieten, den vom Standpunkt der landwirtschaftlichen Produktion und der Ableitung der Binnengewässer beim Winterende und Frühjahrsanfang ausserordentlich wichtigen höchsten monatlichen mittleren Wasserstand des Frühjahrs im voraus anzugeben.

Es kann sich natürlich die mit dem Grundwasserstand zusammenhängende Voraussage entsprechend den Anforderungen des praktischen Lebens in verschiedenster Form melden. Bei jeder solchen Aufgabe bietet sich — nach der Suche des Verhältnisses von Ursache und Wirkung — die Möglichkeit, die zur Voraussage dienenden Zusammenhänge abzuleiten.

Ausser den Aufgaben der Voraussage können natürlich in Zusammenhang mit den Grundwasserstandsveränderungen auf dem Gebiete der Hydrologie auch zahlreiche Probleme anderer Art auftauchen. Die meisten solchen Probleme werden sich auf die Gesetzmässigkeit der Grundwasserspiegelveränderung beziehen. Da nämlich die Gesetzmässigkeit der Grundwasserspiegelveränderung bekannt ist, kann man bei allen technischen Aufgaben eine entsprechende Antwort geben, bei dennen das Grundwasser bzw. der Grundwasserstand eine Rolle spielt, wie bei der Planung der Arbeiten, bei ihrer Durchführung, ja sogar bei Fragen, die den Betrieb des fertigen technischen Werkes betreffen.

Bei der Aufstellung der zu der vorliegenden Abhandlung nötigen zahlreichen Korrelationen sowie beim grössten Teil der Berechnungen, standen R. Puskás und K. Keresztury dem Verfasser hilfreich zur Seite. Bei den Kontrollrechnungen waren Gy. Honti und K. Ubell, bei den Abschrift- und Zeichnungsarbeiten Frau G. Ujj, Frau Gy. Udvardy und F. Lippai behilflich. Für ihre mit grosser Fachkenntnis und Hingabe ausgeführten Arbeiten sei hier der beste Dank des Verfassers ausgesprochen.

ВЛИЯНИЕ ОСАДКОВ И ТЕМПЕРАТУР НА ИЗМЕНЕНИЕ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Я. Богарди

Р е з ю м е

Изменение уровня грунтовых вод. Причины изменений. Связь с осадками и температурой на основе качественного анализа с учетом причин и причинной связи.

Исследование изменения уровня грунтовой воды математическим путем. Изменение уровня грунтовых вод; осадки и температура в качестве переменных вероятностей. Возможности и условия применения корелляционного исчисления для исследования изменений уровня грунтовых вод.

Простая двухпеременная корелляция между уровнем грунтовых вод и осадками, а также уровнем грунтовых вод и температурой. Связь между одновременными наблюдениями за сутки. Связь между средними значениями уровня грунтовых вод, осадков и температур, относящихся к тому же времени. Влияние месячных основных величин (на основе многолетних наблюдений осадков и температур некоторого колодца грунтовых вод) на изменение величин уровня вод. Связь между среднемесячными уровнями грунтовых вод и общих осадков и температур предыдущих месяцев. Влияние испарения с учетом зависимости испарения от температуры, от давления влаги и от скорости ветра. Надежность перечисленных связей.

Многократная корелляция между уровнем грунтовых вод, осадками и температурами. Методы выборки независимых переменных и исследование надежности перечисленных связей. Связь между одновременными суточными наблюдениями. Соотношение между средними величинами, относящимися к тому же отрезку времени. Многократная корелляция средних величин, не совпадающих по времени. Влияния общих осадков и температур зимних безморозных месяцев.

Оценка определенных связей, возможность их применения. Задача прогноза изменений уровней грунтовых вод.

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiées sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement annuel est de 110 forints (6,50 $) par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise de Commerce Extérieur des Livres et Journaux »Kultúra» (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Compte-courant No.: 45-790-057-50-032) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, French, English and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints (6·50 $) a volume. Orders may be placed with »Kultúra« Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest. VI. Sztálin-út 2. Account No. 45-790-057-50-032) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmet Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint (6·50 $). Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankkonto Nr. 45-790-057-50-032) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

INDEX

Vendl, A. und Almásy, A.: Über sulfathaltige Grundwässer — А. Вендль и А. Альмаши: О сульфитных водах 125

Csonka, P.: Die plastische Knickung des zentrisch gedrückten Stahlstabes — П. Чонка: Пластический изгиб центрально сжатого стального стержня 153

З. Бёлчкеи и Д. Хавиар: Алюминиевый мост в Сабадсаллаш — *Bölcskei, E., und Haviár, Gy.:* — Über den Bau der Aluminiumbrücke zu Szabadszállás 163

Baránszky-Jób, I.: Light Metal Wheel Centers of Tramcars and Low Temperature Investigations Connected with them — И. Баранский-Иоб: Изготовление железнодорожного колесного диска из алюминиевого сплава и проведенные в связи с этим исследования по глубокому охлаждению 183

Déri, M.: Problem of High Dielectric Constant Ceramics — М. Дери: Проблема керамических материалов с большой диэлектрической постоянной 207

Bogárdi, J.: Der Einfluss des Niederschlags und der Temperatur auf die Veränderungen des Grundwasserspiegels — Я. Богарди: Влияние осадков и температур на изменение уровня грунтовых вод 219

Akadémiai Kiadó (Budapest V., Alkotmány-u. 21). Felelős: Mestyán János

Akadémiai nyomda, Gerlóczy-utca 2. — 20515 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
S. GELEJI, L. GILLEMOT, I. RÁZSÓ

REDIGIT
GY. HEVESI

TOMUS V. FASCICULUS 3.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1952

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-U 21.

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és **kiadóhivatali levelezés.**

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az »Akadémiai Kiadó«-nál (Budapest, V., Alkotmány-utca 21. Bankszámla 04-878-111-48), a külföld számára pedig a »Kultúra« Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankszámla: 45-790-057-50-032), vagy külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

»Acta Technica« публикует трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

»Acta Technica« выходит отдельными выпусками разного объёма. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде следует направлять по адресу:

Acta Technica

(Венгрия, Будапешт 62, п/я 440)

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена »Acta Technica« — 110 форинтов за том. Заказы в стране принимает Akadémiai Kiadó (V., Alkotmány-utca 21. Текущий счёт № 04-878-111-48), а для заграницы, предприятие по внешней торговле книг и газет »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Текущий счёт № 45-790-057-50-032), или его заграничные представительства и уполномоченные.

ÉTUDE DU FLAMBAGE DES PIÈCES COMPRIMÉES*

Par
Prof. I. KORÁNYI
docteur des sciences techniques

Manuscrit présenté le 12 Février 1952.

Les articles les plus difficiles et à la fois les plus délicats des règlements sur le calcul des constructions en acier, sont pour leurs rédacteurs, les règles sur le calcul des pièces comprimées et en général celles qui sont relatives aux problèmes de flambement. Peut-être n'y a-t-il pas d'autre domaine de la mécanique appliquée, où les savants, les ingénieurs eussent tant médité et expérimenté, et qui soit caracterisé par tant d'essais de solutions, mais aussi par tant de piétinements dans un même endroit, que l'étude du flambement et les problèmes de stabilité et de résistance y relatifs. Tout de même ces problèmes ne sont pas encore suffisamment éclaircis, et nous en sommes même encore là, que la base classique du flambement dans le domaine plastique estimée définitivement résolue : la théorie de Engesser—Kármán, vacille aussi, et on n'a pas encore décidé en général si dans le calcul de pièces comprimées on devrait procéder de la discontinuation de la stabilité, ou bien de la grandeur des contraintes engendrées.

Naturellement tout cela rend plus difficile le travail des commissions de rédaction des règlements, qui prennent la responsabilité pour leurs conséquences graves, c'est-à-dire pour le gaspillage de matériaux, si les prescriptions sont trop strictes, ou les cas d'ouvrages mis hors service par des catastrophes, si elles sont trop légères.

Dans ce qui suit seront exposées les considérations théoriques sur lesquelles ont été basées les règles sur le calcul de pièces comprimées de nos règlements nouveaux relatifs au calcul des ponts et surtout des ponts-rails : mais il sera aussi examiné si ces prescriptions conviennent aux exigences exposées dans les études parues à ce sujet depuis ce temps. On verra que le calcul des pièces comprimées a été basé dans nos règlements sur des bases entièrement différentes de celles des anciens, et que ces règles, hors de définir une notion nouvelle de la sécurité, élèvent nos règlements parmi les plus modernes et les plus progressifs même au niveau international.

* Paru en langue hongroise dans les numéros 10, 11 et 12, 1951, de la revue »Mélyépítéstudományi Szemle«.

L'ingénieur contemplant ce sujet superficiellement ou celui qui applique dans ses calculs les prescriptions des règlements relatifs aux ponts, surtout s'il n'a pas traité le problème de point de vue théorique, n'aperçoit même pas la grande différence entre les prescriptions anciennes et nouvelles sur les ponts : en apparence la différence consiste seulement en ce que les règlements anciens donnent la contrainte admissible dans les pièces comprimées par une formule, tandis que les nouveaux définissent la contrainte limite [1] en fonction de λ dans un tableau. Le but de cette étude sera d'éclaircir cette différence et ses conséquences. Pour cela il sera nécessaire de nous approfondir dans ce problème et de répéter parfois des choses connues.

1. Flambage par compression axiale

Le problème du flambement fut traité la première fois, théoriquement, c'est-à-dire en calculant la valeur critique de l'effort de compression et la flèche de la pièce déformée, par *Euler* (1744) [1], qui pour la première fois écrivit pour une barre élastique sur toute sa longeur, droite, articulée aux deux bouts, et comprimée axialement, la valeur critique de l'effort de compression à laquelle le flambement peut déjà se produire et laquelle sera designée dans ce qui suit par P et dont la grandeur est, comme on sait :

$$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

où la contrainte critique est :

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

où $\lambda = \frac{l}{i}$ est l'élancement. La formule est valable pour une pièce de n'importe quelle matière, droite et comprimée axialement, laquelle satisfait les conditions de support définies ci-dessus et dont le coefficient d'élasticité (E) est constant, c'est-à-dire pour laquelle se confirme la loi de Hooke.

Dans le cas où la valeur de σ_E est plus grande que la limite de proportionalité (σ_a) de la matière de la pièce, la loi de Hooke et ainsi la formule d'Euler perdent leur vigueur avant que σ_E puisse se produire. Égalant σ_E à σ_a, nous recevons donc une limite d'élancement λ_a correspondant à la limite de proportionalité ;

$$\lambda_a = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_a}}$$

[1] Pour la définition de la contrainte limite voir alinéa 1., part. IV.

à laquelle la loi de Hooke n'est pas valable pour le flambement des barres moins élancées ($\lambda < \lambda_a$), et un effort beaucoup moins grand que celui d'Euler peut rompre la pièce, pendant que la matière de la barre — par exemple en cas d'acier doux — souffrira aussi une déformation plastique. C'est pourquoi ce flambement sera appelé flambage plastique en comparaison avec le flambage élastique d'Euler. Pour l'acier doux, Engesser en Allemagne traita ce problème théoriquement [2] (1889) [3] (1895.) ainsi que, en même temps, l'ingénieur russe *Jasinsky* [4] (1895). Expérimentalement deux Hongrois : Tetmajer et Kármán s'occupèrent du problème. Au cours d'expériments moins minutieux *Tetmajer* [5] établit la loi linéaire notoire du rapport entre l'effort à la rupture et λ, laquelle a été adoptée par presque tous les règlements du monde relatifs aux ponts, parce qu'elle couvrait bien les cas pratiques à cause du centrage moins précis de la charge. *Kármán* [6] (1909), par ses expériments bien centrés et précis, a vérifié l'effort à la rupture défini par la deuxième formule d'Engesser dont la formule ressemble à celle d'Euler :

$$P_{cr} = \pi^2 \frac{TJ}{l^2}$$

où le coefficient de flambage T dépend aussi de la forme de la coupe transversale, mais en premier lieu du diagramme d'allongement de la matière.

Les conditions préliminaires de cette formule de l'effort à la rupture étaient : barre parfaitement droite et homogène et charge parfaitement axiale.

La charge critique, aussi bien dans le domaine élastique que dans le domaine plastique, est caractérisée par le fait que, quand elle se présente, l'équilibre de la pièce change en passant de l'équilibre stable en équilibre indifférent. Tandis que la charge sollicitant la barre :

$$P < P_{cr},$$

une seule forme d'équilibre de la pièce est possible; la forme de la barre droite raccourcie correspondant à la grandeur de la force P. Si la force atteint la charge critique ($P = P_{cr}$) l'état d'équilibre change subitement. Aux contraintes engendrées correspond, auprès de la forme de la barre droite aussi celle qu'on obtient en déplaçant le centre de la pièce de la ligne droite par une valeur très petite mais à la fois arbitraire. La pièce alors prendra la forme d'une ligne sinusoïdale et si le déplacement d'un point quelconque de la barre est y, le moment s'y produisant :

$$M = P_{cr} \cdot y$$

Les formes de cette ligne et du diagramme des moments sont donc conformes, ce qui est la condition de ce que la forme de la barre reste en équilibre avec les forces extérieures à n'importe quelle déviation très petite, c'est-à-dire qu'elle ne reprenne sa forme originale ni même après que l'effort de déviation cesse d'agir.

La limitation »très petite« doit être faite parce qu'on écrit le P_{cr} en supposant des déformations minimes tant que $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ rentrant dans la formule du rayon de courbure restera négligeable. *L'équilibre de la pièce a donc changé, il est passé de l'équilibre stable en équilibre* indifférent.

Si la charge continue à augmenter ($P > P_{cr}$) pour quelque temps, deux— éventuellement plusieurs — états d'équilibre correspondent à la charge *hors de la forme droite* (fig. 1 : y_1 et y_2) : l'état 2. est en lui-même instable, parce qu'ici une déformation croissante correspond à une charge décroissante : l'état 1. est stable, mais il implique déjà une déformation plastique permanente, même si la pièce, — comme on le voit — ne perd pas sa résistance mais peut continuer

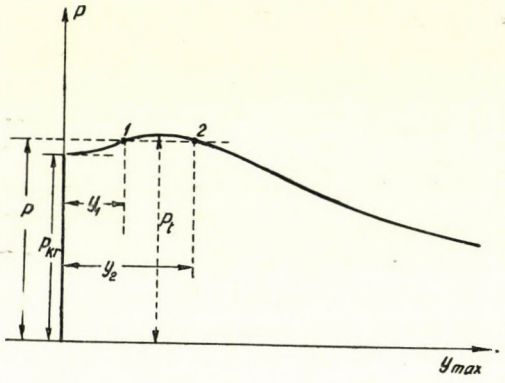


Fig. 1.

à être mise en charge. En augmentant la charge, on arrive au sommet de la courbe (P_t) dessinée sur fig. 1., où les deux états d'équilibre coïncident et deviennent instables : la pièce s'affaisse. P_t est donc l'effort à la rupture proprement dite. Cette charge de rupture peut déjà être déterminée seulement avec considération de la déformation plastique. *K. Ježek* [7] et tout récemment le Hongrois *A. Szécsi* [8, 9] étudient l'influence de la déformation plastique sur le flambement.

On voit ainsi qu'à la charge critique l'état d'équilibre bifurque (voilà pourquoi on appell en français le flambage par compression axiale »flambement pur, ou flambement par bifurcation de l'équilibre«) ; en pratique on doit considérer ici la pièce comme mise hors de service, parce qu'au dessus de la charge critique, jusqu'à la charge de rupture proprement dite, se produisent déjà des déformations plastiques inadmissibles. En outre en pratique il n'existe pas de barre parfaitement centrée, et une excentricité infiniment petite suffit de produire que, en cas de $P = P_{cr}$, l'état d'équilibre devienne non pas indifférent, mais instable, c'est-à-dire que la barre s'affaisse. C'est pourquoi le cas où $P > P_{cr}$ n'intéresse pas la pratique, et on ne s'occupera plus de ce côté du problème du

flambement. La charge critique qu'on peut considérer comme charge de rupture est donc caractérisée par *le changement de l'état d'équilibre*, indépendamment de la relation entre σ_{cr} — produite par l'effort de P_{cr} — et la limite d'écoulement (σ_f), laquelle indique l'affaissement de la barre dans les problèmes de résistance. Par sécurité on entend aussi le rapport entre l'effort P et P_{cr} et non pas la relation des contraintes engendrées avec σ_f.

Les anciens règlements hongrois sur les ponts-routes et les ponts-rails, mais en même temps presque toutes les règles étrangères sans exception, ont prescrit le calcul des barres comprimées sur la base exposée ci-dessus, c'est-à-dire avec considération de la charge critique produisant le changement de stabilité de la barre comprimée axialement ; la plupart des règlements — ainsi les hongrois aussi — prennent la charge critique — dans le domaine plastique — pour égale à la charge de rupture déterminée expérimentalement par Tetmajer ; dans le domaine élastique naturellement tous l'égalent à la charge de rupture d'Euler.

Mais cette méthode de calcul a des inconvénients très graves, lesquels ont suscité assez tôt des appréhensions. Les plus importants de ces désavantages sont les suivants :

1. En réalité il n'y a pas de barres homogènes, droites, sollicitées axialement. Les moments supplémentaires, produits par ce fait, ainsi que par d'autres efforts, sont relativement d'autant plus grands que la pièce est plus élancée. Pour cela, et puisque dans le domaine de flambement élastique la charge de rupture d'Euler se produit très rapidement, même en cas du moment supplémentaire très petit, les barres élancées ont été calculées avec une sécurité plus grande ($n = 2{,}5$—$3{,}5$) que les pièces trapues où on s'est contenté de la même majoration ($n = 1{,}7$) qu'on a prescrite pour des calculs de résistance par rapport à la limite apparente d'élasticité. Dans l'intérêt de la continuité il faut changer ce taux pour les barres moyennement élancées selon une loi quelconque pour qu'il s'élève de 1,7 à la plus grande sécurité demandée dans le domaine élastique. *La méthode de calcul basée sur le flambement par compression axiale donc ne correspond plus au principe de sécurité uniforme, lequel se met de plus en plus au premier plan aujourd'hui.*

2. Le calcul basé sur la stabilité rompt l'homogénéité du système des autres calculs (barre travaillant en tension, flexion) basé sur des considérations de résistance. *Le calcul de stabilité est un élément étranger parmi les autres calculs de résistance.* Ceci cependant n'est pas frappant parce que les règlements prescrivent le calcul dans la forme de calcul de résistance $\left(\frac{P}{F} < \frac{\sigma_{cr}}{n}\right)$; le constructeur superficiel ne s'apercevait même pas qu'il calculait sur une autre base de principe. Ceci impliquait le danger qu'on oubliait la substance du calcul du flambage et en certains cas on négligeait beaucoup de circonstances dé angeantes, ce qui ne se serait pas passé, si les constructeurs avaient été conscients

d'avoir fait un calcul de caractère différent. On peut chercher là-dedans la source de beaucoup de projets faux, même de catastrophes.

3. Bien sûr il n'est pas possible, ou du moins il est fort difficile, de calculer sur la base du flambage par compression axiale, quelques facteurs accompagnant le jeu de forces, parce que la barre centrée reste droite jusqu'à l'instant du flambement.

4. Le calcul de barres de section transversale variable est très difficile (par exemple par la méthode énergétique de Ritz—Timoshenko), la solution de barres supportées sans articulations (encastrées) est aussi irréelle, parce qu'auprès les moments d'encastrement une charge axiale est impossible. La solution de pièces comprimées et fléchies (flexion composée) n'est pas possible d'une manière rassurante, et celle-ci consiste dans l'application de fausses formules approximatives.

5. Enfin ce qui est le plus important au fond : tout le calcul prend son départ d'un cas qui n'arrive jamais en pratique : de la barre droite comprimée axialement, et ne correspond pas ainsi à la réalité. C'est pourquoi la plupart des règlements appliquait avec préférence la formule de Tetmajer d'ailleurs manquant de fondement théorique. D'autre part cette formule *implique le gaspillage de matériaux justement en cas du plus fréquent* λ *moyen* en donnant une charge critique beaucoup plus petite que la charge théorique.

Quelques-uns des désavantages énumérés se montraient déjà il y a longtemps. Déjà en 1894 *Jasinskij* proposa l'adoption d'une excentricité initiale. De même *Müller—Breslau* [10] proposa que, à l'occasion de l'étude de la stabilité on examinât l'état de résistance de chaque pièce comprimée en supposant une excentricité initiale d'une certaine valeur. *Kossalka* traita le flambage sur cette base [11] dans ses conférences de 1916/17 à l'École Polytechnique de Budapest.

Roš et *Brunner* [12 et 13] élaborent une méthode de calcul de la compression excentrée et examinent expérimentalement l'effet de l'excentricité de degrés différents, démontrant que celle-ci est précisement la plus dangereuse pour les barres d'élancement moyen les plus fréquentes en pratique.

Le premier à examiner le problème du point de vue de la sécurité inégale fut Gehler, qui au Congrès International des Ponts de 1928 fit des objections contre le coefficient de sécurité adapté en dépendance de y. Il proposa l'adoption d'un »coefficient de sécurité constant«, par exemple $\nu = 2{,}5$ et, en outre, l'examen spécial précis des conséquences de la charge excentrée [14].

Beaucoup après eux : *Chwalla* [15], *Hartmann* [16], *Aas Jakobsen* [17] étudiaient le problème sur la même base. Les règles allemandes DIN 4114.E [37] ainsi que les règlements soviétiques pour le bâtiment même prescrivent le double examen. Mais tous ceux retiennent encore le principe du flambement par compression axiale qui veulent faire l'étude de la barre comprimée sous une charge excentrée *auprès* de l'examen de stabilité.

Les règlements français même auparavant n'étaient pas basés sur la barre comprimée axialement d'après Euler—Tetmajer. Ils adoptaient la courbe de Rankine discutable théoriquement; cette dernière a une faute fondamentale, précisément dans le domaine élastique ; elle donne une charge de rupture plus grande de celle d'Euler, ce qui est impossible.

A présent un ingénieur français : *Jean Dutheil* [19, 20] quitte en principe la méthode basée sur le flambement de la barre comprimée axialement, appelée par le professeur *Massonet* [21] de Université de Liège celle de »l'école allemande«, (prenant pour Allemands Tetmajer et Kármán aussi, parce qu'ils écrivaient leurs études principales en allemand et faisaient leurs essais en Suisse ou en Allemagne).

Dutheil élabore à fond le calcul des pièces comprimées, en le fondant sur de nouvelles bases, logiquement dérivant l'enseignement de tous les désavantages du calcul basé sur l'étude de la barre centrée. Il faut mettre en relief la parfaite conformité des méthodes de calcul de Kossalka et de Dutheil, ce qui est surtout frappant chez les pièces composées.

Les nouvelles Règles d'utilisation de l'acier françaises [22 et 23] sont basées sur les propositions de Dutheil. »Les idées sont dans l'air actuellement« écrit Massonet. En Suède, en Allemagne aussi, dernièrement en Belgique, on considère la possibilité de passage au nouveau calcul.

Les professeurs de l'Université de Liège (Campus et Massonet) rejettent la méthode de calcul basée sur la barre axialement comprimée. »Il y a longtemps que j'ai attiré l'attention sur la signification purement abstraite de la charge critique et sur la nécessité de considérer le flambement dans sa réalité physique« (Campus O. M. 1951. p. 34.).

L'actualité du problème recevra probablement une poussée de la part de l'étude de *Shanley* [24], laquelle réfute l'exactitude de la charge de rupture de Engesser—Kármán et affaiblit ainsi les bases du calcul fondé sur la stabilité. Cette étude reçoit une importance particulière par la réponse de Kármán, dans laquelle il *reconnaît la raison de Shanley*. Par cela la théorie classique du flambement est devenue discutable. Tout ce qui vient d'être dit a engagé les commissions rédactrices des règles hongroises sur les ponts de prescrire le calcul des pièces comprimées sur la nouvelle base, sur celle de la barre sous une charge excentrée, c'est-à-dire sur la base de la barre comprimée et fléchie.

II. Flambage excentrique

Comme il n'y a pas de barre parfaitement droite sans faute, homogène, sur laquelle la charge de compression agirait parfaitement axialement dans toutes les coupes transversales, aujourd'hui il est »généralement accepté que le flambement est un simple phénomène statique de la flexion composée (compression + flexion), mais chez lequel il faut aussi considérer les moments provenant de la déformation élastique de la barre« (*Massonet* [21]).

Dans une barre d'acier, qu'on peut considérer droite et homogène *en pratique*, et sur laquelle l'effort de compression agit aussi axialement en pratique, la charge est axiale seulement théoriquement. C'est que la barre n'est jamais parfaitement droite, des défauts dans la matière, inclusions scorifiques, indentité imparfaite des sections, l'inégalité du rivetage, tensions résiduelles etc. rompent son homogénéité : il y a toujours de l'excentricité dans la transmission de l'effort. Plus valide est ce qui vient d'être dit pour une barre de matière peu homogène, par exemple de bois, de béton etc. Toutes ces circonstances causent que la barre sera aussi fléchie, ce qui se manifestera dans une nouvelle déformation et avec cela dans la naissance de nouveaux moments. Dans l'état d'équilibre produit, la forme de l'axe de la barre sera ainsi une ligne courbe, déterminable sans équivoque en connaissance de la forme originale de la barre.

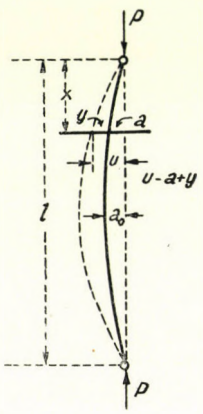


Fig. 2.

Examinons par exemple le cas le plus simple tracé sur fig. 2. : barre courbe, dont la forme est une ligne sinusoïdale, articulée aux deux bouts, en outre chargée axialement.

Par conséquent

$$a = a_0 \sin \frac{\pi}{l} x$$

Dans l'état d'équilibre produit sous l'effet de la force P la forme de la barre sera aussi une ligne sinusoïdale, notamment, la déduction notoire négligée :

$$= a_0 \frac{P}{P_E - P} \sin \frac{\pi}{l} x \qquad (1)$$

où

$$P_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

est la force d'Euler, laquelle n'a ici qu'une signification purement géométrique.

L'équation (1) — si a_0 est connu — se prête à des solutions non équivoques ; donc à chaque force P en cas de a_0 donné et en x donné — ne correspond qu'une valeur de y. La barre est donc dans un état d'équilibre stable.

Le déplacement maximum sous l'effort P est au milieu où

$$y_{\max} = a_0 \frac{P}{P_E - P}$$

ce qui — en adoptant la notation $\beta = \frac{P}{P_E}$ peut être écrit dans cette forme aussi :

$$y_{\max} = a_0 \frac{\beta}{1-\beta} \tag{2}$$

Au milieu la déviation totale de l'axe de la barre par rapport à la ligne droite est donc :

$$u_0 = a_0 + y_{\max} = \frac{a_0}{1-\beta} \tag{3}$$

Le moment se produisant au milieu (ou en n'importe quel point) de la barre est donc déterminable sans équivoque :

$$M_{\max} = u_o P$$

De la même manière peuvent être déterminées les contraintes n'importe où par exemple dans les fibres extrêmes de la coupe médiane :

$$\sigma = \frac{P}{F} \pm \frac{P u_0}{K} = \frac{P}{K}\left[k + \frac{a_0}{1-\beta}\right] \tag{3a}$$

ou K est le rayon du noyau correspondant.

Examinons ce qui se passe quand la charge est augmentée. Pour le moment supposons que la loi de Hooke conserve sa validité jusqu'au bout, c'est-à-dire que la matière soit infiniment élastique. Si P s'approche de P_E, β s'approchera de l'unité et le dénominateur de u_0 s'approchera de 0. Donc avec la croissance de P, u_0 croîtra de plus en plus et s'approchera de ∞, quand P s'achemine vers P_E. Mais *la valeur de u_0 peut tout le temps être déterminée d'une manière univoque* jusqu'à ce que la valeur de a_0 diffère infiniment peu du zéro : *l'état d'équilibre est donc stable jusqu'ou bout.* Plus a_0 est petit, plus u_0 sera petit aussi, mais si P atteint P_E, u_0 croîtra jusqu'à ∞ indépendamment de la valeur de a_0. Par cela P_E reçoit dans la formule (1) son importance réelle en comparaison avec son importance purement géométrique.

Le flambement centré peut aussi être conçu comme un cas spécial du flambement excentrique auquel $a_0 = 0$. Celui-ci substitué en formule (3), quand P s'approche de P_E, c'est-à-dire β s'approche de l'unité, la valeur de u_0 s'approchera de l'indéterminé $\rightarrow\infty$; donc sur une barre infinement élastique, en cas $P = P_E$, il se peut y avoir équilibre pour n'importe quelle valeur de u_0 : cet équilibre est donc indifférent. Naturellement le u_0 peut s'écarter du zéro peu seulement, car autrement $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ dans la formule du rayon de courbure ne serait pas négligeable, et la déduction serait incorrecte. Selon la solution obtenue sur la base de la valeur précise du rayon de courbure $P > P_E$ est aussi possible (v. Grashof) [25], mais puisque l'équilibre devient ici indifférent, P_E est la charge critique.

Naturellement il n'y a pas de matière infiniment élastique et l'affaissement se produira même à une charge $P < P_E$. Avec de l'acier à la limite apparente d'élasticité expresse, la contrainte dans la fibre extrême peut atteindre cette limite encore à une charge $P < P_E$; à partir d'ici la matière devient plastique dans une partie toujours croissante de la barre, laquelle ne peut plus supporter des contraintes au delà de cette limite, jusqu'à ce qu'elle ne peut plus conserver son équilibre et s'affaisse.

La charge de rupture peut donc être determinée seulement avec considération de la plasticité. Naturellement la grandeur de la charge de rupture est influencée par la forme de la coupe transversale de la barre et la forme du diagramme d'allongement de l'acier et en fin par l'excentricité initiale a_0. La détermination de la charge de rupture est très compliquée sur cette base. *Ježek* s'occupe de cela dans son livre [7], déterminant le rapport de la charge et de la déformation et la grandeur de la charge de rupture pour des barres de sections différentes et aux excentricités initiales différ ntes. Pour simplifier, il examine, au lieu d'aciers actuellement en usage, un matériau idéal plastique caractérisé par ce que son coefficient d'élasticité est constant jusqu'à la limite apparente d'élasticité, et à partir de celle-ci il est 0 ; donc le diagramme d'allongement consiste de deux lignes droites. (fig. 3. Sur la même figure l'allongement de l'acier doux est pointillé.)

Les résultats des expériments et les considérations théoriques [34] démontrent que la différence entre matériau réel et matériau idéal plastique cause une différence négligeable dans la grandeur de la charge de rupture, dont on peut ne pas avoir soin à plus forte raison puisque selon les nouvelles règles on prendra pour charge de rupture un effort même inférieur à celui ainsi obtenu.

Les essais de Ježek montrent que même en cas d'une excentricité limitée il y a une charge critique à laquelle l'équilibre jusque là stable devient instable ; les contraintes intérieures ne peuvent plus tenir équilibre avec la force extérieure, la barre s'affaisse. Mais il n'y a pas de bifurcation d'équilibre, la barre fléchit de plus en plus avec l'augmentation de la charge jusqu'à ce qu'elle s'affaisse.

C'est pourquoi Ježek appelle cette charge de rupture en contraste avec la charge critique de la barre comprimée axialement : »charge supportée« (Traglast), parce que la dernière exprime la capacité de la barre *de supporter des charges*. Tant que celle-ci n'est atteinte, il y a pour chaque charge une et seulement une forme de la barre, laquelle s'éloigne de l'originale de plus en plus rapidement, comme les membres consécutifs d'une série divergente. C'est pourquoi les Français appellent ce genre de flambement : flambement »*par divergence*« en contraste à celui »par bifurcation«.

Comme en partant de la force extérieure et de l'excentricité initiale a_0 on peut déterminer la forme de la barre sans équivoque et par cela les contraintes maxima engendrées peuvent aussi être établies (en supposant l'état idéal plastique) la solution du problème de la barre comprimée par une charge désaxée devient

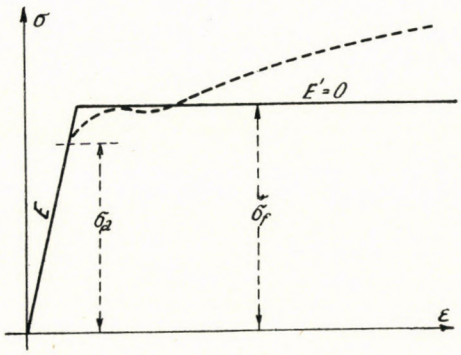


Fig. 3.

un problème de résistance, si nous considérons comme charge de rupture celle qui produit dans la fibre extrême la limite apparente d'élasticité. Dans ce qui suit on appellera cette force l'effort théorique d'affaissement. Cette force est naturellement moins grande que la charge de rupture actuelle : »la charge supportée«, parce que la barre reste encore capable de supporter la charge après l'apparition de la limite d'élasticité, jusqu'à ce que l'écoulement s'est mis en train à un tel degré que la barre s'affaisse. Comme cette différence n'est pas grande parce que l'écoulement se répand vite après être mis en marche, et parce que nous ne calculons pas non plus une barre fléchie sur la base de l'effort de rupture plastique, il est logique et *conforme* aux autres calculs de calculer l'affaissement de la barre comprimée excentriquement à partir de l'apparence de l'écoulement.

En partant de la barre soumise à la compression excentrée on élimine tous les désavantages du calcul basé sur la compression axiale. C'est-à-dire selon l'énumération dans la partie I :

1. Comme en supposant une excentricité correspondant à la pratique, on résout le jeu de forces conformément aux conditions actuelles, indépendam-

ment de l'élancement de la barre on peut se contenter dans chaque cas de la même sécurité ; notamment comme l'affaissement est en ce cas aussi indiqué par le commencement de l'écoulement, comme en pure flexion ou tension, on peut accepter uniformément le même facteur de sécurité pour toutes les sollicitations. *La méthode du calcul basée sur compression excentrée correspond donc au principe d'uniforme sécurité.*

2. Ce calcul ne cherche pas le changement de l'état d'équilibre, mais comme tous les autres calculs relatifs aux ouvrages portants résout un problème de résistance et *s'encadre d'une manière homogène dans le système uniforme des autres calculs.*

3. Comme à chaque charge correspond une forme d'équilibre déterminable sans équivoque, laquelle diffère toujours de la ligne droite, *les facteurs accompagnant le jeu de forces peuvent aussi être déterminés sans équivoque.* Cela s'applique surtout comme on verra, à l'effort tranchant, auquel les liaisons des barres composées sont calculées.

4. Le calcul de pièces de section variable peut se faire—même si minutieusement—d'une manière conforme aux autres calculs, puisque'il y a un problème de résistance et non pas un problème de stabilité à résoudre. De la même manière logique et réelle sont à résoudre les problèmes des barres chargées de moments aux extrémités (encastrées) ou sollicitées par des moments soi-disants supplémentaires (dus à la charge permanente, au vent).

5. En cas d'une excentricité initiale convenablement supposée, le calcul et la réalité coïncident du moins entre les limites demandées de la sécurité. Pour atteindre la sécurité convenable il ne faut pas appliquer des coefficients de sécurité plus grands et peu exploitables dans les autres parties de la construction, ni même des formules approximatives basées sur trop de dispersion (Tetmajer), *ou bien le calcul basé sur compression désaxée admet des dimensions plus économiques* et précisément dans les cas plus fréquents en pratique *de* λ *moyen, une économie de matériaux* en comparaison avec le procédé ancien.

6. Enfin et non pas en dernier lieu : le nouveau calcul n'est pas plus compliqué de l'ancien : sa forme est la même et encore plus simple, parce que la valeur de la contrainte moyenne est donnée par les règlements en fonction de λ par graphique ou tableaux, et il ne faut pas la déterminer d'une formule. En outre il n'y a pas de différence dans le calcul entre zones élastique et plastique.

De tout cela le *principe de la sécurité uniforme*, sur laquelle nos nouveaux règlements ont été basés, puis *la possibilité d'un calcul plus économique* étaient les deux facteurs qui ont gagné nos commissions à la nouvelle méthode de calcul. On a réussi à fixer la méthode de calcul d'une manière que l'examen de la stabilité est devenu superflu, et après les Règles d'utilisation de l'acier françaises (Règles GM. 1946.) [22] les deux règlements hongrois sur les ponts étaient les premiers à se baser exclusivement sur le calcul de barres sous compression excentrée. (Les DIN 4114. allemands, et les règles soviétiques du bâtiment aussi

prescrivent l'examen de l'excentricité, mais comme examen parallèle : la base du calcul est la barre comprimée axialement ; la méthode soi-disante ω.

Pour atteindre les buts ci-dessus il faut d'abord bien déterminer la manière et le degré de l'excentricité à supposer, puis après la fixation de celle-ci, il faut décider comment insérer la méthode théoriquement développée dans l'unité de calculs prescrits par les nouveaux règlements sur les ponts, c'est comment passer de la contrainte à la rupture c'est-à-dire de la sollicitation admissible à la sollicitation limite. On s'occupera de cela dans ce qui suit.

III. Prise de l'excentricité initiale

Le plus difficile côté du problème est de prendre correctement la courbure initiale (forme et degré de cour ure) de la barre et de l'excentricité des forces. La mesure de l'excentricité et la forme de la barre sont inconnues d'avance. Au lieu de l'état réel — inconnu — il faut présumer un état supposé, convenu (forme de barre et excentricité), ainsi que l'état réel soit plus favorable que celui supposé avec la probabilité voulue dans nos calculs de résistance. Il faut faire attention ici à la forme et au degré usuel et possible en pratique de la courbure de la barre et des efforts excentrés, mais aussi à l'effet de l'inégalité des matériaux et des sections de la barre, ce qui est équivalant à l'augmentation de l'excentricité. Le manque d'homogénéité de la matière se présente seulement sous l'effet de contraintes ; il est évident que l'excentricité initiale conventionelle doit être dans quelque forme aussi en fonction de la contrainte engendrée dans la fibre extrême. (C'est *Dutheil* [26] qui a prononcé ce principe la première fois, et son calcul diffère en ceci des autres calculs de caractère similaire.) Cette contrainte dépend en général de la limite apparente d'élasticité et avec celle-ci de la qualité de la matière. Cela explique pourquoi l'excentricité initiale prescrite doit dépendre de la qualité de la matière.

Quant aux imperf ctions inévitables des pièces les propositions faites jusqu'ici ont comme points de départ deux cas fondamentaux (fig. 4.) : en cas »a« la barre est articulée aux deux bouts, est courbe, mais l'axe de l'effort de compression coïncide avec la ligne droite reliant les deux articulations ; la forme de la barre est présumée sinusoïdale dans le calcul. C'est cette forme qu'assume théoriquement après flambement la pièce rigoureusement rectiligne qui supporte une charge parfaitement axiale, si elle est articulée aux deux bouts. En cas »b« la barre est droite, mais la charge est désaxée. Tout de suite on s'aperçoit d'une difficulté théorique ; les moments agissant aussi aux deux bouts de la barre équivalent à un certain degré d'encastrement (négatif) : la longueur du flambement n'est pas égale à la longueur de la barre, mais est plus grande de celle-ci (fig. 4. b).

Le calcul du cas »a« est plus simple de celui du cas »b«, mais cette circonstance seule ne motiverait pas son adoption, s'il s'opposait aux conditions réelles. Mais deux circonstances sont décisivement en faveur du cas »a« :

1. L'effet de l'excentricité prescrite selon »a«, laquelle couvre les défauts aléatoires de la barre, peut être simplement additionné selon le principe de superposition à l'effet des autres conditions dérangeantes éventuelles mais données (excentricité donnée de la charge, moments supplémentaires dus à la charge permanente, au vent etc.) ; les conditions réelles peuvent être ainsi considérées.

2. Quelles que soient les imperfections réelles de la barre, elle s'affaissera sous l'effet du flambement d'une manière comme si sa forme courbe originale avait été conforme à la première forme critique prise au cours du flambement par une barre parfaitement droite. Ce fait vérifié expérimentalement a été

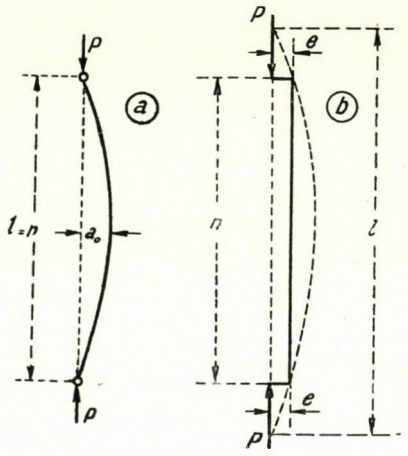


Fig. 4.

prouvé théoriquement par *Massonet* [21]. Comme la première forme critique du flambage est la ligne sinusoïdale, *il est évident qu'on doit partir du cas »a«.*

Mais il y a quelques conditions aussi au cas »a«. Chez les barres élancées dans le domaine flambage élastique σ_E peut être aussi petit que la charge critique et la charge supportée (la dernière est naturellement toujours plus petite de la première) s'approchent l'une de l'autre de si près que le cas peut se produire où il se trouve par rapport à la charge supportée une sécurité demandé jusqu'au commencement de l'écoulement (par exemple 1,7), mais il n'existe pas de sécurité absolument demandée dans des pièces élancées par rapport à la charge critique indiquant le changement de stabilité. La dernière sécurité doit être considérablement plus grande (2,3—3,5) de la première, parce qu'elle est rapportée à un affaissement de caractère catastrophique se produisant subitement, présentant ainsi plus de risque. Ici donc la nécessité d'un double examen se présenterait, comme il est prescrit par plusieurs règlements : α) examen de stabilité par rap-

port à la charge critique avec le coefficient de sécurité n_1 : alors la charge admise :

$$P'_m = \frac{P_E}{n_1}$$

β) examen de résistance par rapport à la charge supportée P_h avec coefficient de sécurité $n_2 < n_1$; alors la charge admise :

$$P''_m = \frac{P_h}{n_2}$$

Si on veut éviter le double examen il faut que :

$$P''_m \leqq P'_m$$

Par conséquent la loi de l'excentricité initiale doit être établie d'une manière que :

$$P_h \leqq \frac{n_2}{n_1} P_E$$

même en cas de $\lambda \to \infty$.

Les nouveaux règlements hongrois sur le calcul des ponts se contentaient de la sécurité $n_1 = 2{,}6$ contre changement de stabilité pour des raisons d'économie en partant du fait que dans les règlements provisoires sur les ponts-rails jusqu'ici en vigueur ce rapport n'était plus grand non plus.

En cas d'une sécurité demandée contre l'écoulement de $n_2 = 1{,}7$ cela veut dire que le rapport $\frac{P_E}{P_h}$ doit approcher $\frac{n_1}{n_2} \sim 1{,}5$ avec augmentation de λ indépendamment de la qualité de l'acier. Comme dans les ouvrages portants des pièces plus élancées de $\lambda = 250$ ne doivent être appliquées selon nos règles, il suffira d'observer la susdite demande jusqu'à cette limite.

Il ne reste plus que la détermination de la loi de la flèche initiale a_0.

Les différentes propositions la choisissent de beaucoup de manières. Le professeur *Campus* [27] de l'Université de Liège et *Dutheil* [26] examinent les différents cas possibles, dont nous énumérons seulement les plus importants :

a) Une partie considérable des propositions prennent le départ de la condition que l'excentricité initiale actuelle est proportionelle à la longueur de la barre :

$$a_0 = \frac{l}{C}$$

Celle-ci a été proposée par *Müller—Breslau* [30] (C = 200), *Timoshenko* dans son étude parue avant 1936 ($C = 400$) [28], *Hartmann* ($C = 1000$), *Kayser* et dernièrement une part des Suédois qui s'occupent beaucoup de ce problème

(*Wästland* et *Bergström* [29]). Cela veut dire que des barres épaisses et minces de même longueur auraient la même excentricité, ce qui est contraire à la probabilité, parce qu'il est vraisemblable qu'une barre mince se cou be plus pendant le laminage, le transport, et le montage, qu'une barre épaisse. Les barres élancées sont plus sensitives vers l'excentricité de la charge, puisque la même excentricité exprimée en pourcentage de la section transversale est plus grande chez la barre élancée que chez la pièce trapue. Cette supposition devait donc être rejetée.

b) Roš propose la supposition de $a_0 = 0{,}25$ k, [13], où k est le rayon du noyau. Celle-ci est raisonnable en ce qui concerne le rapport avec le rayon du noyeau, mais ne contient rien concernant la courbure initiale de la barre, parce qu'elle est indépendante de la longueur de la pièce. Cette supposition donc ne correspond pas aux valeurs réelles. En outre avec cette forme de l'excentricité initiale la valeur de la fonction $P_h = f(\lambda)$ en $\lambda = 0$ ne correspond pas à la charge supportée par la barre travaillant en pure compression sans flambement, puisqu'il y a de l'excentricité initiale même en cas de $\lambda = 0$. La formule proposée par *Gállik* a le même défaut : celui-ci complète la formule de Roš par un membre relatif à la courbure :

$$a_0 = \left[0{,}20 + 0{,}50\left[\frac{\lambda}{100}\right]^2\right] k\,;$$

mais cette formule aussi donne en $\lambda = 0$ une excentricité différente de 0. Pour cela ces formules ont aussi dû être rejetées.

c) L'ingénieur russe *Jasinskij* [4] s'occupa déjà en 1894 du problème de la flèche initiale et proposa l'adoption de :

$$a_0 = \frac{k}{10} + \frac{l}{750}$$

Cette formule, en réunissant les formules de Timoshenko et de Roš, élimine leurs défauts excepté celui relatif à $\lambda = 0$.

Du même genre est la formule des normes allemandes DIN 4114. E_2 pour l'excentricité de la charge :

$$e = \frac{20}{i} + \frac{l}{500}$$

où »i« est le rayon de giration de la section. Cependant toutes deux formules impliquent un calcul compliqué et la charge supportée en $\lambda = 0$ n'est pas en accord avec celle obtenue en pure compression.

d) La formule de *Bleich* [31] est la forme corrigée de la formule *a)* :

$$a_0 = \frac{l}{30{,}000}\,\lambda$$

laquelle, auprès de la longueur de la barre, fait a_0 dépendre aussi de l'élancement de la barre, mais donne des valeurs excessives pour des λ-s grands et pour cela n'est pas recommandable.

Toutes les formules présentées jusqu'ici ont le désavantage que la charge supportée en fonction de λ dépend de la forme de la section, elles sont donc impropres au service de l'ingénieur-constructeur. En outre, aucune formule ne tient compte de la qualité de l'acier, ne prend en considération le manque d'homogénéité des matériaux.

Ces deux défauts peuvent être corrigés seulement par une formule d'excentricité de la forme suivante :

$$\frac{a_0}{k} = c \frac{\sigma^n}{\sigma_E} = c' \lambda^2 \tag{4}$$

Dutheil se sert de cette formule et après lui les Règles françaises d'utilisation de l'acier. Selon les recherches théoriques de *Dutheil* [26], *Campus* [27] et *Massonet* [21], lesquelles ne peuvent être reproduites ici en détail, de toutes les formules examinées celle-ci semble la plus apte au choix de la flèche initiale, parce qu'elle 1. satisfait théoriquement les conditions posées, et 2. son application est des plus simples, puisque les résultats sont indépendants de la forme de la section.

Selon la formule (4) la flèche initiale conventionnelle est proportionelle à λ^2, c'est-à-dire, plus la pièce est élancée, plus sa courbure sera grande. σ dans la formule signifie la contrainte engendrée dans la fibre extrême, ou la limite apparente d'élasticité, et exprime le manque d'homogénéité de la matière. Plus les contraintes engendrées dans la pièce sont grandes, plus l'effet des inégalités de la matière se présenteront. La sollicitation de la barre peut être caractérisée par la contrainte engendrée dans la fibre extrême, ou par la valeur de celle-ci se produisant sous la charge supportée : σ_f. (Cet effet pourrait être rendu sensible ainsi ; plus σ_f est grande, plus la section nécessaire de la barre sera petite : le même défaut de matière — par exemple une inclusion — signifie donc une excentricité plus grande.) En changeant le »*n*« dans la formule (4) on peut apprécier différemment l'effet du manque d'homogénéité. Dans les Règles françaises $n = 1$. Les commissions hongroises de rédaction des règles sur le calcul des ponts ont jugé l'influence de la qualité de la matière de moindre valeur et ont établi les constants correspondant à la flèche initiale d'une manière que ces valeurs correspondent à peu près à $n = \frac{1}{2}$.

Il faudrait établir la valeur de »*c*« correctement sur base statistique par la mesure de tant de barres et sur la base de tant d'essais en compression que possible. Nos commissions n'y avaient ni le temps ni l'occasion. Il fallut se borner à la comparaison de règlements étrangers ainsi qu'à la satisfaction aux conditions déjà traitées.

On peut démontrer que la charge de rupture (P_z) déterminée avec considération d'une excentricité de forme de

$$\frac{a_0}{k} = c\,\frac{\sigma}{\sigma_E}$$

change avec λ d'une manière que si $\lambda \to \infty$

$$\lim \frac{P_E}{P_z} = 1 + c$$

Comme selon ce qui a été dit auparavant cette valeur limite a été fixée en 1,5, il s'ensuit que $c = 0{,}5$ satisfera cette condition. En cas d'acier de qualité 36.24.12 (acier doux) donc

$$\frac{a_0}{k} = 0{,}5\,\frac{2400}{\pi^2 E}\,\lambda^2 \sim 0{,}55\left[\frac{\lambda}{100}\right]^2$$

Comme la commission n'a pas voulu surestimer l'effet de la qualité de l'acier — comme cela a déjà été mentionné — elle a fixé les constants pour les autres aciers conformément à $n = \frac{1}{2}$, c'est-à-dire en proportion de $\sqrt{\sigma_f}$, mais tellement que l'exigence relative à la susdite valeur limite soit satisfaite pour la plus fréquente qualité d'acier 36.24.12.

Conformément à cela les constants sont :

$$\text{Pour l'acier } 49 \cdot 29 \cdot 12 : \quad 0{,}55\,\sqrt{\frac{2900}{2400}} \sim 0{,}6$$

$$\text{Pour l'acier } 50 \cdot 35 \cdot 12 : \quad 0{,}55\,\sqrt{\frac{3500}{2400}} \sim 0{,}65$$

Mais la conséquence de la fixation de a_0 en proportion de $\sqrt{\sigma_f}$ et non pas de σ_f est, qu'en cas de $\sigma_f = 29$ et 35 kg/mm² pour des λ très grands, la relation $P_E : P_Z$ tombe sous 1,5. Mais cela arrive seulement en cas de $\lambda > 250$ et est ainsi sans interêt pratique.

Les flèches initiales ainsi déterminées en fonction de λ comparées avec les différentes propositions sont présentées en fig. 5 pour la section donnée (les formules hongroises donnent naturellement en tous cas les mêmes résultats, parce qu'elles sont indépendantes de la forme de la coupe transversale ; la section donnée était nécessaire pour les autres propositions). Les graphiques démontrent que les formules hongroises — lesquelles satisfont parfaitement les demandes théoriques faites — occupent entre les différentes propositions une position médiane sobre et prudente, faisant attention aux points de vue d'économie et de la sécurité

nécessaire. Le dernier était nécessaire en particulier parce qu'on ne pouvait vérifier rien par voie expérimentale. En outre il faut mentionner aussi que l'adoption d'une formule différente entre certaines limites, mais *théoriquement correcte autrement*, n'influence que peu la grandeur de la charge portée, et c'est

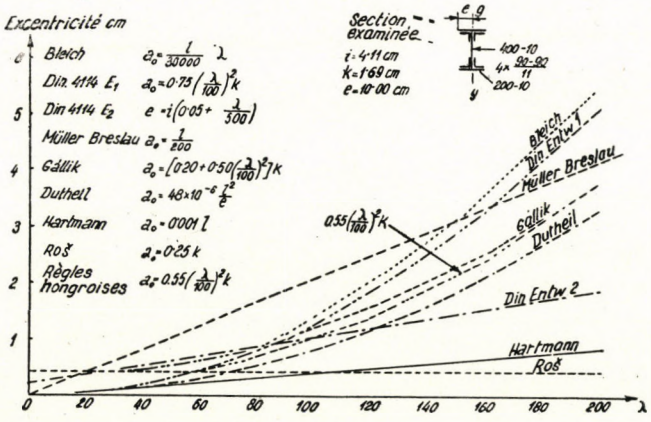


Fig. 5.

donc la satisfaction des conditions et la simplification du calcul qui ont de l'importance.

IV. Détermination des contraintes limites

La tâche prochaine est d'insérer les règles sur les barres comprimées dans l'unité des autres prescriptions de nos nouveaux règlements et dans le principe de sécurité uniforme. Pour mieux comprendre ce qui suivra il faut mentionner que les prescriptions des nouveaux règlements hongrois, diffèremment des anciens, partent dans le calcul non pas de la contrainte admissible mais de la soi-disante condition limite, en adoptant les propositions de l'auteur faites au Congrès de l'AIPC [41]. Selon celles-ci la condition limite de l'ouvrage est l'état dans lequel la soi-disante sollicitation déterminante atteint la sollicitation limite, et cela avec considération de la valeur de la sollicitation due à la surcharge majorée du même coefficient de sécurité dans les parties déterminantes de l'ouvrage (»sécurité uniforme«). Notamment *la sollicitation déterminante* est la somme formée de la valeur de la sollicitation due à la surcharge multipliée avec le coefficient de sécurité prescrit et de la sollicitation due aux valeurs les plus défavorables des autres charges. Celle-ci doit donc être égale à la sollicitation limite où éventuellement moindre. La dernière est la sollicitation minimum laquelle peut encore produire la moindre valeur possible de la limite de l'écoulement dans le lieu examiné à la coïncidence encore probable de toutes les circonstances défavorables. Le règlement appelle contrainte limite la contrainte

d'écoulement normative réduite par la considération de la plus défavorable coïncidence des incertitudes dues aux fautes du calcul statique, aux imperfections des matériaux, défaut de section, à la dispersion de la limite d'écoulement, etc. Avec laquelle il faut dimensionner en sollicitation déterminante, de la même manière comme autrefois on calculait la sollicitation effective avec la contrainte admissible. Il n'y a aucune différence dans l'exécution du calcul.

Il faut aspirer à cela dans le calcul des pièces comprimées aussi. Le calcul des barres ayant l'excentricité initiale prescrite doit être ramené à celui de la barre sollicitée par pure compression. Pour le λ donné il faut déterminer la contrainte moyenne, laquelle est engendrée dans la barre, quand dans la fibre extrême se produit — au lieu de la limite d'écoulement dont on a jusqu'ici toujours parlé — la contrainte limite (σ_H). Cette contrainte est appelée par les règlements pour le calcul des ponts la contrainte limite du flambement (σ_{KH}). Comme celle-ci est une contrainte moyenne il faut calculer avec elle comme en pure compression, par conséquent la sollicitation limite :

$$P_H = F\sigma_{KH}$$

ou comme le règlement ponts-rails ramène tout à la contrainte limite à la traction :

$$P_H = \alpha\, F\sigma_H$$

où $\alpha = \dfrac{\sigma_{KH}}{\sigma_H}$ est le coefficient de réduction du flambage.

Pour déterminer σ_{KH} il faut rentrer à l'équation (3a) selon laquelle la contrainte se produisant dans la fibre extrême ;

$$\sigma = \frac{P}{K}\left[k + \frac{a_0}{1-\beta}\right] = \sigma_K\left[1 + c\left[\frac{\pi}{100}\right]^2 \frac{E\lambda^2}{\pi^2 E - \sigma_K\lambda^2}\right] = \sigma_f$$

Nos règlements relatifs aux ponts supposent une dispersion de 10% dans les valeurs de σ_f et de E, pour cette raison en écrivant pour E $0.9.2100 = 1890$ t/cm^2, pour σ_f $0.9\,.\,\sigma_f$ on aura

$$\sigma_K\left[1 + c\,\frac{1{,}8635\ \lambda^2}{18635 - \sigma_K\lambda^2}\right] = 0{,}9\,\sigma_f \qquad (5)$$

C'est une équation du deuxième degré pour σ_K, laquelle résolue pour trois groupes de valeurs de (c, σ_f) — pour les trois qualités d'acier de construction spécifiés dans les normes hongroises MNOSZ 112 —, nous donne la valeur de σ_K en fonction de λ.

Pour compenser les incertitudes dans les coupes transversales, la longueur de la flèche etc. nous la réduisons davantage ainsi que, pour $\lambda = 0$, soit $\sigma_{KH} = \sigma_H$. Équation (5) donne en cas de $\lambda = 0$ la valeur $\sigma_K = 0{,}9\,.\,\sigma_f$.

La contrainte limite de flambement est donc ;

$$\sigma_{KH} = \frac{\sigma_H}{0{,}9\,\sigma_f}\,\sigma_K \tag{6}$$

Ces valeurs sont données dans les tableaux correspondants des règlements.

On peut calculer dans la suite avec ces valeurs de même qu'en pure flexion.

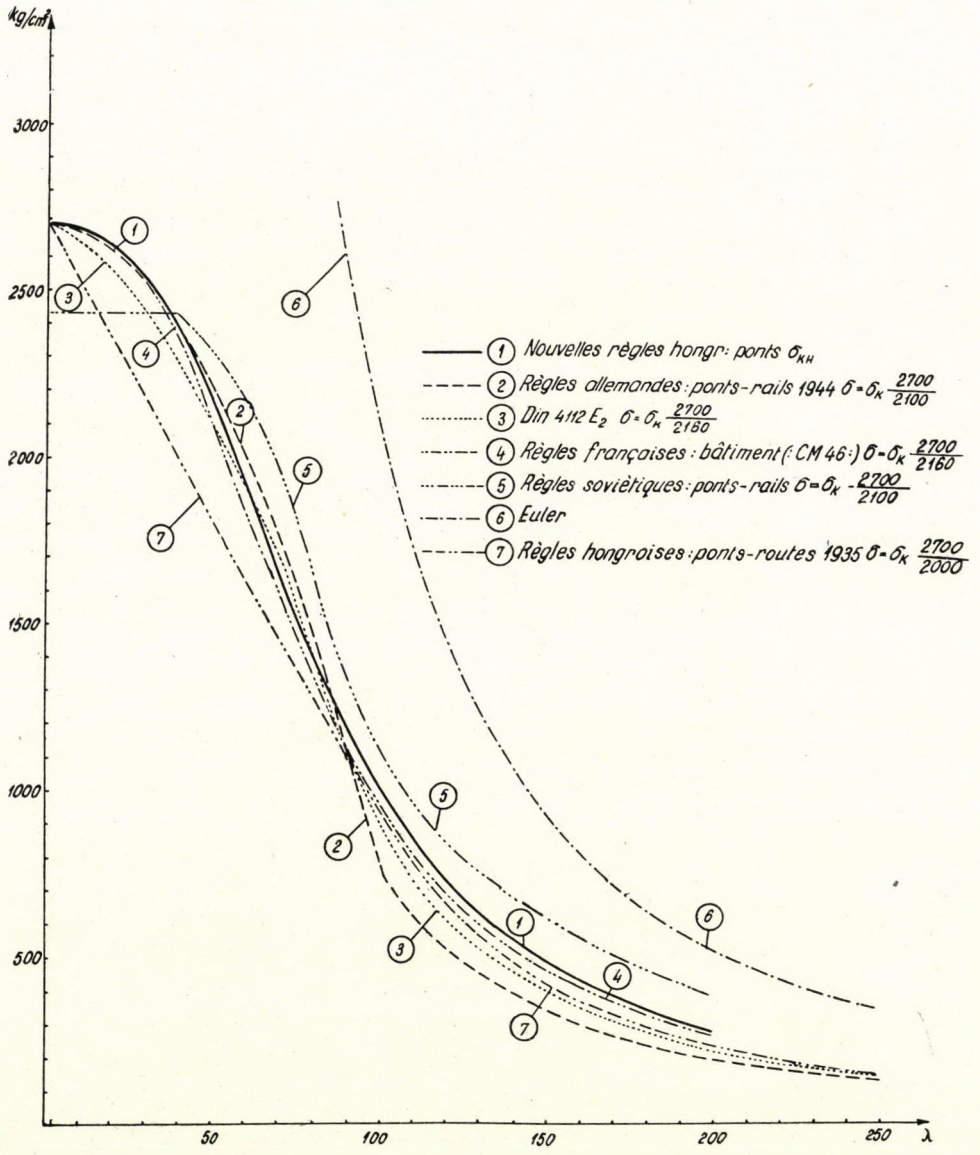


Fig. 6.

Sur fig. 6. et 7. ces valeurs ainsi que pour comparaison les valeurs majorées par $\frac{\sigma_H}{\sigma_m}$ des constraintes admissibles pour flambement dans quelques-uns des règlements plus importants sont représentées graphiquement (σ_m est la contrainte admissible à la traction). Cette majoration est nécessaire parce que les valeurs données dans nos règlements sont des contraintes limites, tandis que les autres sont des contraintes admises lesquelles ont dû être ainsi ramenées sur une base commune.

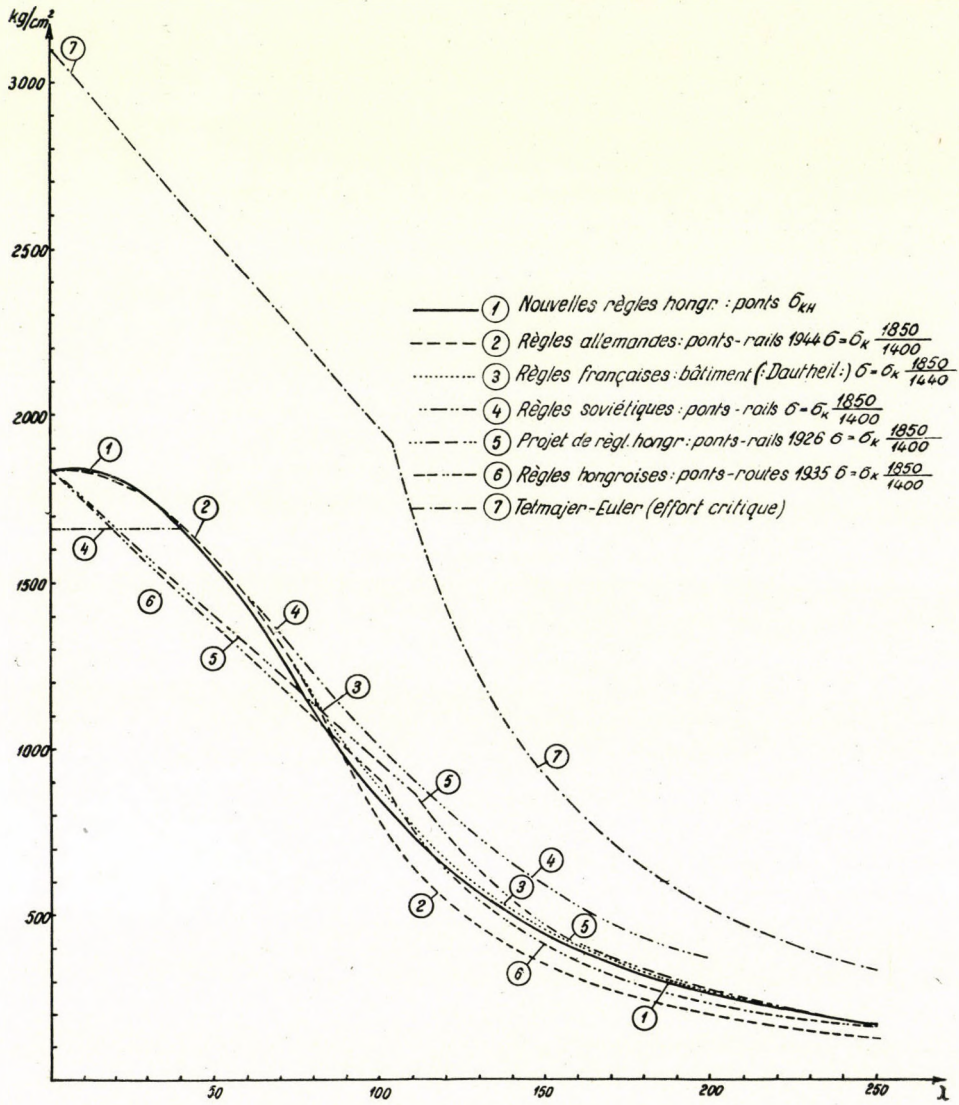


Fig. 7.

Les graphiques montrent aussi relativement aux anciennes règles que la nouvelle méthode est plus économique justement dans le domaine des λ fréquents en pratique, sans réduire la sécurité de l'ouvrage.

V. Barres composées

Sous barres composées sont entendues celles à plusieurs — généralement deux — membures, jointes par des treillis ou simples traverses de liaison (Fig. 8.)

Dans un plan perpendiculaire à l'axe matériel (x — x) le flambement se produira comme chez une pièce à âme pleine : perpendiculairement à l'axe libre (y—y) le flambement peut se produire de deux manières : 1. La barre

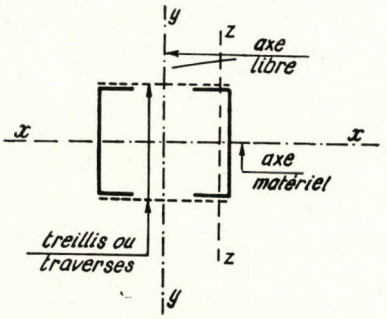


Fig. 8.

fléchit dans son intégrité, comme une pièce unique selon sa propre longueur de flambement ou 2. un tronçon de membrure flambe séparément entre axes de treillis ou liaisons évalués d'après la longueur mesurée entre deux points de bicaison. Le calcul doit d'abord assurer que la dernière éventualité soit exclue. Pour cela il est nécessire que *a)* l'élancement du tronçon de membrure ne soit plus grand de celui de la section entière, c'est-à-dire $\lambda_z \leqq \lambda_y$ et que *b)* la liaison entre les deux membrures ne soit ruinée avant le flambage de la pièce entière, parce qu'alors λ_z croîtra et le demi tronçon flambera préalablement.

Désirant assurer la condition *a)* nos nouveaux règlements pour le calcul des ponts, similairement aux règles étrangères contiennent une prescription plus sévère, en demandant que

$$\lambda_z \leqq 0{,}8\ \lambda_y$$

Les règlements ponts-rails, plus rigoureux pour la nature des conditions des chemins de fer, même prescrivent que $\lambda_{z\,\max} = 40$.

La satisfaction de la condition *b)* demande que les liaisons (treillis, simples traverses) soient calculées à l'effort tranchant (T) se produisant au flambement. On en parlera dans la partie VI.

Si ces conditions sont satisfaites, la barre composée comprimée axialement flambera de la manière de celle à âme pleine, c'est-à-dire en pièce unique même perpendiculairement à l'axe libre, mais la charge critique sera moins grande sous l'effet de l'effort tranchant (T) que celle qu'on obtient par calcul pour une barre de la même section mais à âme pleine. Pour cela en écrivant l'effort critique pour la pièce composée on part au lieu de l'équation

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

de l'équation suivante :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{\varrho}{GF}\frac{dT}{dx} \tag{7}$$

Chez une barre à âme pleine l'influence du deuxième membre est peu important ; il peut toujours être négligé, mais non pas chez une barre composée. Ce membre est toujours négatif pour dT/dx), donc il s'additionne à l'effet du moment fléchissant et exprime principalement l'effet de la déformation des treillis, des traverses de liaison. La déformation de la barre sera par cela augmentée au flambement, et la charge critique décroîtra. La solution de l'équation (7) est bien incommode pour le manque de continuité des treillis ou des traverses, c'est pourquoi on écrit la charge de rupture d'après *Ritz—Timoshenko* [32] selon la soi-disante méthode énergétique, en exprimant l'égalité du travail des forces intérieures et extérieures. Comme résultat on calcule l'effort critique en augmentant la longueur du flambement de la barre (l) par le taux de majoration γ (où $\gamma > 1{,}0$), donc

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 TI}{(\gamma l)^2}$$

(Il faut faire attention à ce que T désigne dans cette formule non pas l'effort tranchant mais le coefficient de flambement.)

γ est un coefficient dépendant des dimensions de la barre et des liaisons et aussi de l'effort critique de la barre supposée à âme pleine ce qui a été écrit par Bleich [31] en détail pour des liaisons différentes. Par une autre voie *Engesser* est arrivé à un résultat à peu près similaire [33].

En principe, à proprement parler c'est incorrecte que de calculer l'effet de la déformation du treillis chez une barre comprimée excentriquement de la manière susdite. La situation — celle de l'effort critique — pour laquelle l'égalité du travail puisse être établie comme point de départ ne se présente pas chez une pièce comprimée par une charge excentrée. Cependant on peut supposer, mais personne n'a vérifié *qu'au cours de toute la déformation de la barre comprimée par une charge excentrée, l'influence de la déformation du treillis soit de la même proportion comme elle l'est au moment du flambement chez la barre comprimée*

axialement. Pour cela les coefficients λ obtenus pour la barre comprimée axialement sont applicables au cas de la barre en compression désaxée avec quelque précaution. Cependant il y a une différence essentielle, que tandis qu'en cas de la barre comprimée axialement l'effort tranchant est jusqu'au moment du flambement : $T = 0$, et pour cela le treillis n'est pas sollicité, chez la barre en compression désaxée l'entretoisement travaille dès le début.

Pour cela les règlements hongrois — aussi parce qu'il y avait urgence — adoptèrent la méthode suivie par les règles étrangères, c'est-à-dire prescrivirent les coefficients λ de la barre comprimée axialement pour le cas de la pièce en compression désaxée, et pour treillis et traverses uniformément le coefficient relatif aux dernières, pour le treillis avec simplification en faveur de la sécurité.

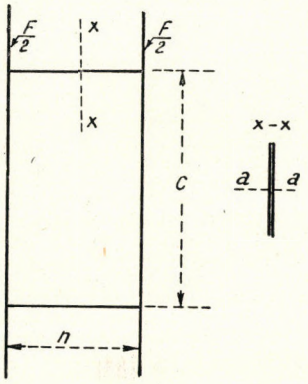


Fig. 9.

Examinons donc après coup critiquement si ces règlements n'ont pas besoin d'une petite modification avant d'être publiés en forme définitive.

Pour des barres liées par traverses en fers plats (31) — si dans les traverses, et les tronçons de membrures aussi, seulement l'effet des moments est considéré — ce qui est une omission *au détriment* de la sécurité,

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{24}\,\frac{I_y}{I_z}\left[\frac{c}{l}\right]^2 + F\sigma_{cr}\,\frac{ch}{12\,EI_h}} \tag{8}$$

où I_y, I_z et l sont des notations appliquées dans les Règlements, la signification de c, h et F se voit sur fig. 9.

I_h est le moment d'inertie de la coupe transversale d'une simple traverse par rapport à l'axe a—a, σ_{cr} est la contrainte critique dans la barre. Dans la formule le deuxième membre sous le radical exprime l'effet dû au fléchissement des tronçons, le troisième celui dû au fléchissement des traverses. Les régles génerale-

ment négligent le dernier *encore une fois au détriment de la sécurité*. Après l'arrangement de la formule on aura :

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{12} \frac{i_y^2}{l^2} \frac{c^2}{i_z^2}} \tag{8a}$$

»*c*« est ici la distance entre les axes des traverses sur la base de l'équation du travail formant point de départ. A présent les règles admettent une nouvelle simplification *au dépens* de la sécurité : au lieu de c est introduit l_z : la longueur de flambement du tronçon de membrure, ce qui est plus petite. Pour l_z les règles — la nôtre aussi — admettent la distance des rivets intérieurs des traverses ; pour des constructions soudées la distance entre les bordures intérieures est admise. l_z n'est généralement que 70—90% de c. En introduisant l_z on aura

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{12} \frac{\lambda_z^2}{\lambda_y^2}} \tag{9}$$

La seule simplification en faveur de la sécurité : au lieu de

$$\frac{\pi^2}{12} = \frac{1}{1{,}2} < 1{,}0$$

est substitué 1,0 avec quoi on aura le formule

$$\gamma = \sqrt{1 + \left[\frac{\lambda_z}{\lambda_y}\right]^2} \tag{10}$$

et avec cela

$$\lambda_i = \gamma \lambda_y = \sqrt{\lambda_y^2 + \lambda_z^2},$$

le coefficient d'élancement idéal prescrit dans les règles concernant les ponts-routes. Des simplifications mentionnées le remplacement de c par l_z est acceptable en quelque cas : cela veut dire qu'on considère le tronçon rigide le long de la section $\Delta = c - l_z$, ce qui peut être justifiable, si la section de la traverse est assez grande par rapport au tronçon de membrure pour empêcher la déformation de celui-ci. Cependant si la relation $I_h : I_z$ est petite, cette simplification sera au dépens de la sécurité.

Si on considère encore que les rivets aussi souffrent une certaine déformation (*Engesser*, *Ellwitz* [35] calculent pour cela avec une réduction de la charge de rupture de 5—10%), on voit qu'il y avait beaucoup de concessions au dépens

de la sécurité. Le règlement relatif aux ponts-rails a considéré tout cela par une majoration de 20% de λ_z. Conformément à cela ;

$$\gamma = \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{12}\left[\frac{1{,}2\ \lambda_z}{\lambda_y}\right]^2} = \sqrt{1 + 1{,}2\left[\frac{\lambda_z}{\lambda_y}\right]^2} \qquad (11)$$

et

$$\lambda_i = \sqrt{\lambda_y^2 + 1{,}2\ \lambda_z^2}$$

Tandis qu'aux traverses de liaison les concessions ont été faites *au dépens* de la sécurité, les formules ci-dessus donnent un trop grand γ pour des barres composées à treillis et simplifient le calcul trop *en faveur* de la sécurité. En calculant exactement γ par les formules de Bleich on reçoit $\gamma = 1{,}02$—$1{,}06$ alors que la formule (10) donne $\gamma = 1{,}10$—$1{,}15$ et la formule (11) $\gamma = 1{,}11$—$1{,}17$. Ainsi l'application des formules (10) et (11) aux barres à treillis n'est pas conforme au principe de sécurité uniforme et dissimule le fait que l'application des treillis est plus économique et plus sûre pour les barres sollicitées par des grands efforts.

Pour cela il y aurait avantage à introduire une définition plus précise de λ_i : pour les barres à treillis.

Il faut attirer l'attention encore à quelque chose. Dans les formules précises établies pour la valeur de γ (par exemple 8.), dans les membres exprimant la déformation des treillis et des traverses il y a toujours le quotient $\sigma_{cr} : E$. Chez des barres élancées σ_{cr} est la contrainte critique d'Euler, donc le coefficient d'élasticité E disparaît. Alors le γ établi pour la barre flambée peut être appliqué sans façon à la pièce en compression excentrée. Cependant chez une barre trapue le σ_{cr} est à calculer avec un T plus petit de E. L'effet des liaisons est donc réduit concernant les tronçons, ce qui est compréhensible puisque les dernières se déforment plastiquement au flambement, tandis que les entretoises moins sollicitées se déforment élastiquement. Mais en flambement excentré la charge de rupture était appelée celle à laquelle l'écoulement vient de commencer. En materiau idéal plastique — sur laquelle toute la théorie est fondée — jusqu'à l'affaissement, les tronçons de membrures et treillis se déforment également élastiquement ; l'effet du treillis est donc relativement plus grand. Dutheil et beaucoup de règlements cherchent remède à cela en substituant toujours σ_E à σ_{cr}. Je crois que ce soit une exagération dans un autre sens, puisqu'on ne peut prendre son départ d'une contrainte crtitique théorique, laquelle ne peut se produire. En tous cas il faut faire attention à cette circonstance, quand on veut évaluer l'effet des omissions.

Les règles françaises basées sur le calcul de la barre en compression excentrée introduisent d'après *Dutheil* [22] encore une réduction chez la barre composée, en supposant qu'auprès de la courbure de toute la barre, le tronçon entre deux noeuds ou deux traverses aussi possède une courbure à part spéciale.

Si α_z est le coefficient de réduction correspondant à λ_z, au flambement de toute la pièce dans la fibre extrême non pas σ_f mais seulement $\alpha_z\ \sigma_f$ est permis. Il est intéressant que 30 années avant Dutheil, Kossalka [11] à l'École Polytechnique de Budapest enseignait ainsi le flambement de la barre composée, probablement après Engesser [33]. Selon lui la contrainte admissible:

$$\sigma_{KH} = \alpha_y \alpha_z \sigma_H$$

Cependant tandis que Engesser et Kossalka appliquaient cette double réduction pour tenir compte approximativement de l'effort tranchant, c'est-à-dire pour *remplacer* la détermination précise du γ, les règles françaises l'appliquent *en plus auprès* de la considération de la déformation des liaisons en vue d'une flèche initiale de second ordre. A mon avis il est introduit ainsi trop de securité dans la calcul. Cette méthode de calcul est unique entre tous les règlements étrangers. Les règlements hongrois n'ont pas adopté cette idée.

VI. Grandeur de l'effort tranchant (T)

Le treillis ou les traverses de la barre composée sont à calculer au composant dans la direction de la coupe transversale de l'effort sollicitant la barre, c'est-à-dire à l'effort tranchant (T) (fig. 10.).

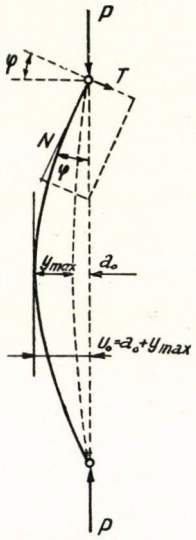


Fig. 10.

Chez une barre comprimée axialement, l'effort tranchant est zéro jusqu'à l'instant du flambage. A l'instant du flambage, lequel se produit quand l'effort critique se présente, d'abord un effort tranchant, différent de zéro, est engendré :

$$T = P_{cr} \sin \varphi$$

Comme il y a question de petites déformations angulaires le *sin* peut être remplacé par *tg* c'est-à-dire :

$$\sin \varphi \sim \operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx}$$

ou

$$T = \frac{dy}{dx} \cdot P_{cr}$$

De la forme sinusoïdale de la ligne de flambement ;

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\pi}{l} \cdot y_{\max} \cdot \cos \frac{\pi}{l} x$$

La grandeur de T diminue vers le milieu de la barre ; au milieu elle est 0, elle est maximum en $x = 0$. Ici se produit $T_{\max}$, qu'on détermine et à cela on calcule la liaison appliquée tout le long de la barre. En substituant $x = 0$, on aura ;

$$T_{\max} = \frac{\pi}{l} y_{\max} P_{cr} \qquad (12)$$

Chez une barre droite à l'origine, comprimée axialement, la détermination sans équivoque de $y_{\max}$ n'est pas possible, et celle de l'effort tranchant non plus. C'est pourquoi on part de différentes suppositions. Le procédé de Krohn le plus souvent appliqué, part par exemple de l'hypothèse que la barre flambera autant que l'effort engendré dans le tronçon intérieur aura atteint l'effort critique du tronçon. De cela a été déduite la prescription du projet de règlement hongrois pour le calcul de ponts-rails de 1926, selon laquelle

$$T = \frac{S}{48\, \sigma_{kt}}$$

où S est l'effort dans la barre et σ_{kt} la contrainte admise au flambement dans la barre composée.

Les règlements nouveaux pour les ponts-rails — sur la proposition de l'auteur exposée ci-dessous — calculent l'effort tranchant selon une conception uniforme à partir de la barre en compression excentrée, formant base de tout le calcul du flambage.

Sur une barre en compression excentrée agit dès le début un effort tranchant différent de 0. En substituant à $y_{\max}$ — figurant en formule 12. — u_0 appartenant à l'effort P on aura

$$T = \frac{\pi}{l} u_0 P$$

Comme

$$u_0 = a_0 + y_{\max} = \frac{a_0}{1-\beta} = \frac{a \cdot \psi}{\psi - 1}$$

où

$$\psi = \frac{1}{\beta} = \frac{P_E}{P}$$

on aura

$$T = \frac{\pi}{l} \cdot \frac{a_0 \psi}{\psi - 1} P = \frac{\pi}{l} \cdot \frac{a_0}{\psi - 1} P_E \tag{13}$$

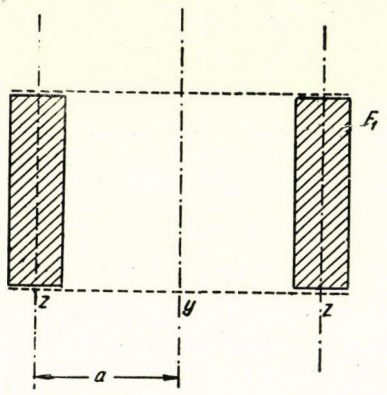


Fig. 11.

Comme a_0 est donné par les règlements, la valeur de T peut être déterminée sans équivoque :
En substituant :

$$a_0 = c \left[\frac{\lambda}{100}\right]^2 k \quad \text{et} \quad \frac{k}{i} = \frac{i}{e}, \text{ ainsi que } \frac{l}{i} = \lambda$$

on aura

$$T = \frac{c}{\psi - 1} \lambda \frac{i}{e} \frac{P_E}{3180}$$

Ici »e« est la distance du centre de gravité aux fibres extrêmes.

Avec notations de la fig. 11.

$$I_y = 2a^2 F_1 + 2I_z.$$

Avec négligeance de I_z : $a = i_y$. Comme $e \geqq a$,

$$\frac{i}{e} \leqq 1{,}0.$$

Avec augmentation de T la sécurité est augmentée, donc en substituant à $\frac{i}{e}$ l'unité on peut supposer que

$$T = \frac{c}{\psi - 1} \cdot \frac{\lambda}{3180} P_E \tag{14}$$

P_E est la charge de rupture d'Euler de la barre composée donnée ; donc en calculant ψ et P_E il faut prendre pour base λ_i. Selon article 6,2504 des Règlements, au calcul de la contrainte limite la charge de rupture d'Euler avait la valeur de

$$\sigma_E = \frac{0{,}9\,\pi^2\,2100}{\lambda^2} = \frac{18\,600}{\lambda_i^2} \text{ t/cm}^2$$

Les liaisons sont naturellement à calculer à T_H se produisant quand l'effort limite se présente ; alors la contrainte moyenne engendrée dans la barre est justement σ_{KH}, par conséquent ;

$$\psi = \frac{\sigma_E}{\sigma_{KH}}$$

Substituant ces valeurs en formule (14) et arrangeant l'équation, on aura la valeur limite de l'effort tranchant :

$$T_H = \frac{18{,}600\ c\lambda_i}{59{,}2 \cdot 10^6 - 3180\,\sigma_{KH}\,\lambda_i^2}\sigma_{KH}F = \frac{p}{100} P_H$$

où

$$p\% = \frac{18{,}600\ c\lambda}{59{,}2 \cdot 10^4 - 31{,}8\,\sigma_{KH}\,\lambda_i^2} = f(\lambda_i) \tag{15}$$

p donne par conséquent la valeur de l'effort tranchant (T_H), laquelle se produit quand l'effort limite (P_H) se présente, exprimée en pourcentage du dernier. Les valeurs de p pour deux aciers normaux sont tracées en fonction de λ_y sur les graphiques 12. et 13. pour $\lambda_z = 20$ et $\lambda_z = 40$.

Sur les mêmes graphiques sont tracées pour comparaison les valeurs prescrites par les règlements allemands [37] et soviétiques concernant le calcul des ponts-rails, par les règles soviétiques pour le bâtiment ainsi par les règlements hongrois de 1926. La formule 15. pourrait être critisée d'un seul point de vue : ce calcul donne la valeur de T non pas en pourcentage de l'effort critique, mais de l'effort limite lequel est moindre du premier. L'effort limite est selon la conception du règlement le moindre des efforts de rupture imaginables lequel pourra se produire sous l'effet de la coïncidence défavorable de défauts. On

pourrait imaginer dans la barre la naissance d'efforts plus grands de celui-ci sans qu'elle flambe, si en vérité — comme c'est possible — *non pas les conditions désavantageuses supposées mais au contraire les divergences favorables concordaient.* Dans ce cas l'effort tranchant calculé à partir de l'effort limite sera vraiment moindre de celui lequel se produit en effet à l'affaissement. Si maintenant dans

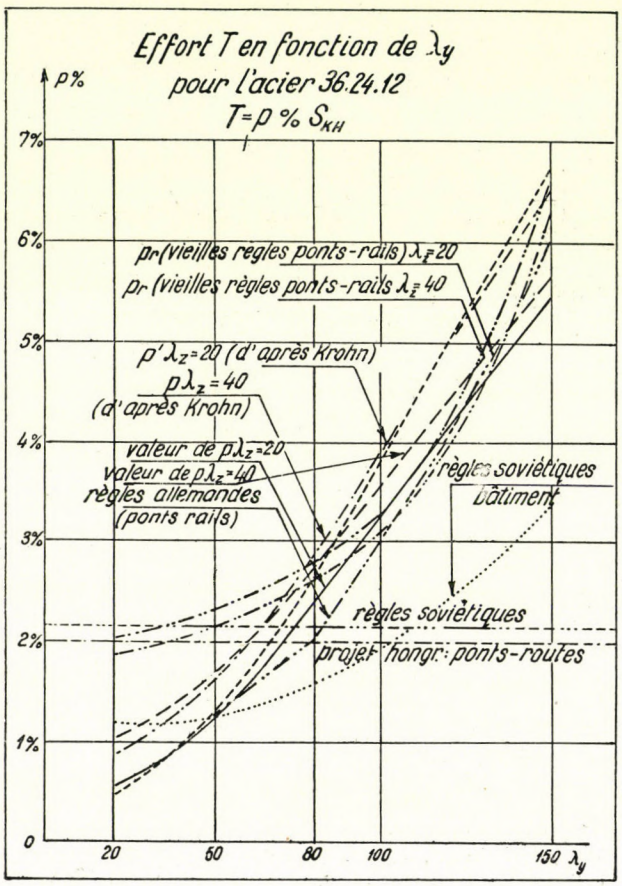


Fig. 12.

la matière de la liaison les circonstances défavorables concordent au même temps et si sa capacité de charge s'approche de la sollicitation limite, alors la liaison sera détruite plus tôt que la barre flambe. Le calcul de Krohn peut servir pour prévenir cela. Pour vérification on écrit pour le cas de compression excentrée la valeur de l'effort tranchant à partir de la condition de Krohn, c'est-à-dire en supposant que la barre peut fléchir dans son intégrité jusqu'à ce que du côté intérieur, la section médiane la plus sollicitée flambera. Déduction omise, le

coefficient exprimant la grandeur de l'effort tranchant en pourcentage de l'effort limite sera dans ce cas ;

$$p'\% = \frac{314}{\lambda_y}\left[\frac{\alpha_z}{\alpha_i} - 1\right] \tag{16}$$

Dans cette formule α_z est le coefficient de réduction appartenant à λ_z, α_i est

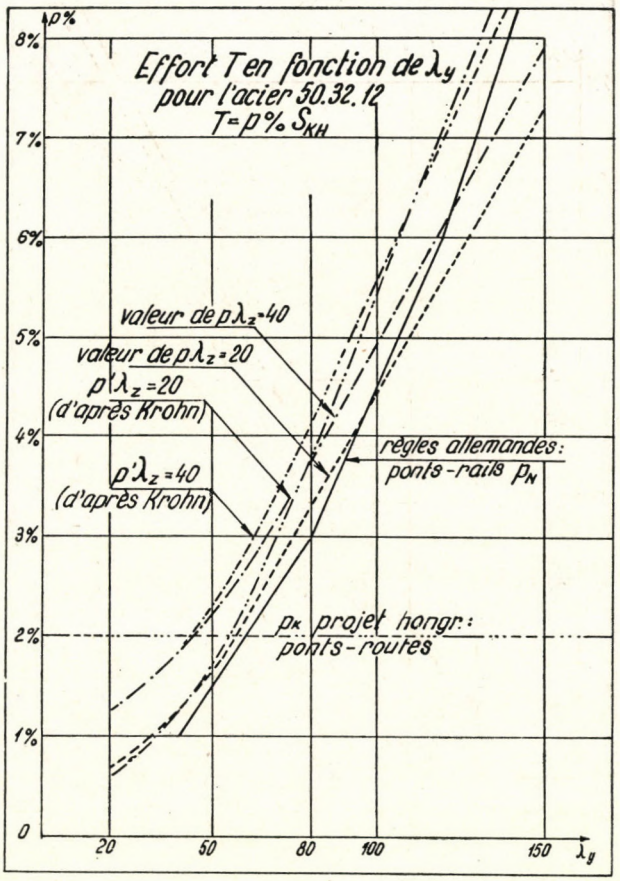


Fig. 13.

celui appartenant à λ_i. Pour comparaison on a tracé ces valeurs dans les graphiques 12.—13. pour le cas de $\lambda_z = 20$ et $\lambda_z = 40$. Naturellement p' est partout plus grand de p mais la différence n'est pas trop grande.

Le comité de rédaction des règlements pour le calcul des ponts-rails a adopté pour base les valeurs de p, lesquelles ont été déduites plus haut en détail, partant du principe que tout le règlement est basé sur la sécurité uniforme

rapportée à la sollicitation limite, il ne faut donc pas se conformer à un effort à la rupture plus grand, parce que les autres parties du pont ne sont pas calculés non plus à un tel effort. La sécurité de toutes les parties du pont est réglée sur la condition limite, il ne faut pas aspirer à davantage en cas spéciaux.

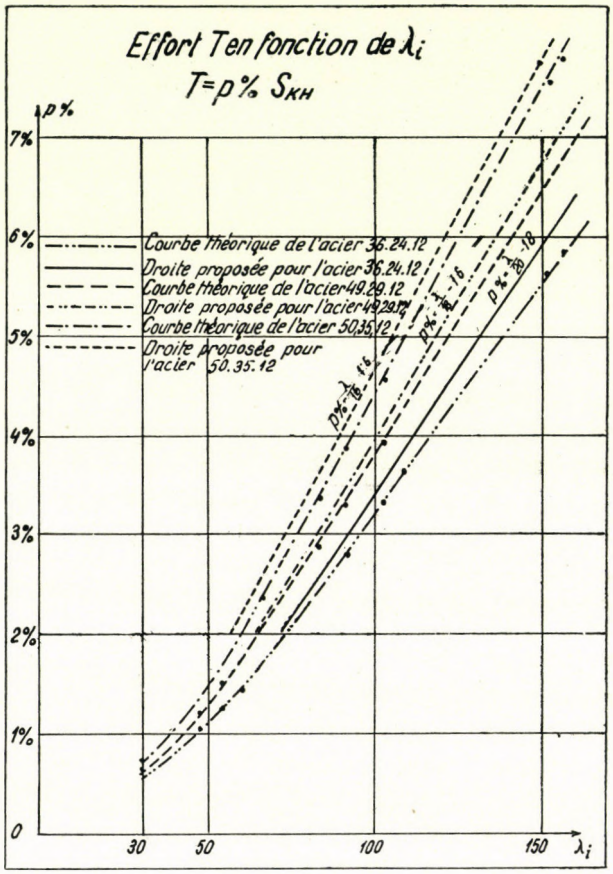


Fig. 14.

La valeur de p (v. formule 15.) n'est que fonction de λ_i; elle a été tracée en fonction de λ_y et λ_z seulement pour comparaison avec p'. En traçant la fonction $p = f(\lambda_i)$ (fig. 15.) on trouve que, au dessus de $p = 2\%$, ces courbes passent presque parfaitement en lignes droites et commencent à se courber seulement en-dessous de 2%. En cas de $p < 2\%$ on obtient des dimensions si petites de liaisons que celles-ci ne sont plus exécutables pour des raisons de construction. Le calcul est beaucoup plus simplifié si on adopte $p = 2\%$ pour limite

inférieure sans détriment à l'économie. Les lignes $p > 2\%$ peuvent être écrites pour toutes les trois sortes d'acier dans la forme de

$$p = \frac{\lambda_i}{a} - b$$

Il faut chercher à adopter de telles valeurs de »*a*« et de »*b*« qui rendent la formule simple et facile à noter. La formule précise de la ligne droite obtenue théoriquement n'est pas telle. En nous écartant un peu de cela en faveur de la sécurité nous avons obtenu les rapports très simples prescrits par le règlement sur ponts-rails :

$$\begin{aligned} &\text{Pour l'acier } 36.24.12: \quad p = \frac{\lambda_i}{20} - 1{,}6 \\ &\text{Pour l'acier } 49.29.12: \quad p = \frac{\lambda_i}{18} - 1{,}6 \qquad (17) \\ &\text{Pour l'acier } 50.25.12: \quad p = \frac{\lambda_i}{16} - 1{,}6 \end{aligned}$$

Ces formules sont valides seulement jusqu'à ce que la valeur de »*p*« obtenue est plus grande de 2%. Nous avons tracé ces valeurs aussi sur fig. 14. On voit qu'elles s'écartent seulement sans importance et partout en faveur de la sécurité de la ligne précise théoriquement.

VII. Effort tranchant agissant sur le contreventement entre les membrures comprimée

Le contreventement entre les membrures comprimées joue un rôle ressemblant à celui des treillis de la barre composée, parce que le contreventement lie les deux membrures comprimées — comme deux tronçons d'une barre composéee — en une pièce unique comprimée. En cas d'un contreventement supérieur on ne calcule pas les verticales des poutres principales à supporter une force transversale horizontale. On peut imaginer que dans le cas d'un effort de compression suffisamment grand les deux membrures en liaison flambent — comme une pièce unique — dans le plan horizontal, et pour cela l'effort tranchant produit doit être supporté par le contreventement.

A l'observation superficielle ce sera entièrement le cas de la barre composée et la force T devrait aussi être déterminée conformément comme c'est prescrit par le projet de règlement ponts-rails de 1926. Mais c'est faux, et cette méthode de calcul mène à des dimensions exagérées.

Il y a une différence fondamentale entre une simple barre composée comprimée et entre la membrure comprimée de la poutre principale. La barre composée comprimée est calculée que $\lambda_z < 0{,}8\ \lambda_y$; la barre flambe ainsi absolument comme une barre unique.

Par contre la membrure comprimée de la poutre principale est calculée à flambement entre les noeuds séparément ; il est vraisemblable ainsi que $\lambda_z > \lambda_y$, où λ_z veut indiquer à présent selon sa signification l'élancement d'une membrure, au flambage entre deux noeuds contigus du contreventement, et λ_y l'élancement collectif de deux membrures, liées par le contreventement, (portique etc.) au flambage entre les points de fixage de celui. Les deux membrures *ne peuvent donc pas flamber* ensemble et cela est aussi à empêcher ; il ne se peut donc produire en elles un effort T si grand comme on l'a calculé par formule 15.

Auprès de cela il faut aussi examiner si c'est vraiment ainsi ; si la *résistance commune des deux membrures n'est pas moindre* de celle des sections individuelles de la membrure prises séparément, ce qui pourrait essentiellement réduire la

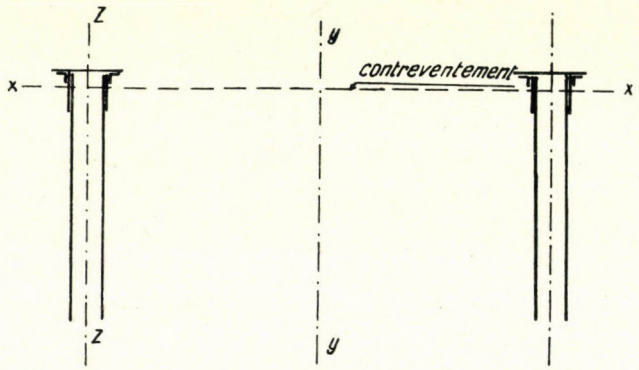


Fig. 15.

sécurité. A ma connaissance cet examen n'a pas encore été prescrit par aucun règlement pour le calcul des ponts, et qu'il n'en est arrivé aucun inconvénient cela peut être attribué seulement à ce que le cas critique susmentionné ne peut se produire que chez les ponts très longs à deux supports, et que ces ponts reçoivent très rarement leur charge complète, d'ailleurs toujours moindre de la charge de rupture.

La *première tâche* est d'assurer que les deux membrures ne flambent ensemble de leur long plus tôt qu'une membrure entre deux noeuds, parce que la membrure est calculée au dernier cas. La condition en est que $\lambda_z < \lambda_y$, *précisément la demande contraire à celle faite aux barres composées comprimées.*

Maintenant $\lambda_z = \dfrac{l_z}{i_z}$ où l_z est la distance entre les noeuds du contreventement, i_z est le rayon de giration de la coupe transversale d'une membrure par rapport à sa propre ligne de gravité ver icale (fig. 15.).

La membrure ne peut flamber dans toute sa longueur perpendiculairement au plan du contreventement, puisque cela est empêché par la rigidité verticale

de la poutre principale, λ_x est donc sans intérêt. En conséquence l'élancement au flambage se produisant dans le plan horizontal du contreventement :

$$\lambda_y = \frac{l_y}{i_y}$$

où l_y est la distance (h) entre les points du contreventement fixés horizontalement. La fixation peut être produite par un entretoisement ou un portique, lequel fixe le contreventement aux appuis, ou à un autre contreventement déja fixé, mais comme point de fixation est regardé aussi le noeud de la poutre principale, où — dans une travée continue — la membrure comprimée passe en membrure tendue. Le moment d'inertie des deux membrures comme d'une section unique :

$$I_y = 2F_1 \left[\frac{d}{2}\right]^2 + 2l_z$$

Ici l_z peut être négligée auprès du membre avec d^2 en faveur de la sécurité, donc :

$$i_y = \frac{d}{2} \quad \text{et} \quad \lambda_y = \frac{2h}{d}$$

En conséquence si $\frac{l_z}{i_z} > \frac{2h}{d}$ ou si la distance entre les points fixés du contreventement :

$$h < \frac{l_z d}{2i_z}, \tag{18}$$

alors la membrure supérieure ne peut flamber que séparément, entre deux noeuds, selon la supposition du calcul.

Le problème est si la susdite condition est toujours satisfaite?

Chez ponts-rails à une voie :

$d = 4{,}80—5{,}30$ m

$i_z = 0{,}10—0{,}40$ m.

Chez petits ponts ou »d« et i_z sont petits, en cas extrême :

$$h < \frac{4{,}80}{0{,}2} l_z = 24\ l_z,$$

donc cette condition est toujours satisfaite en pratique.

Chez grands ponts cependant ;

$$h < \frac{5{,}40}{0{,}8} l_z = 6{,}8\ l_z;$$

en conséquence il peut se produire — même chez une longueur du contreventement pas trop grande — le cas où les deux membrures supérieures liées ne peuvent supporter ensemble l'effort de compression auquel on calcule la membrure de la poutre principale. Pour cette éventualité le nouveau règlement ponts-rails prescrit que si la susdite inégalité n'est pas satisfaite il faut stabiliser la membrure comprimée avec un portique (entretoisement) intermédiaire aussi. Chez ponts-routes ou ponts-rails à double voie ce n'est jamais nécessaire à cause de leur grande largeur (d).

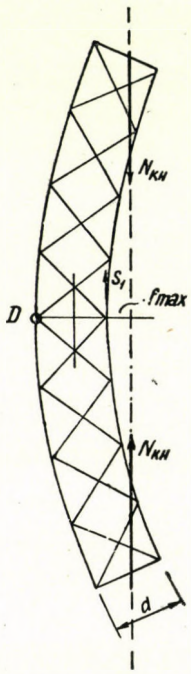


Fig. 16.

Avec ce supplément on peut supposer que la condition que $\lambda_z > \lambda_y$ est maintenant déjà en tous cas satisfaite ; le contreventement doit donc supporter seulement une force tranchante laquelle se produit au flambement correspondant à la résistance des membrures prises individuellement. Comme la formule (15) donne une charge considérablement plus grande, elle n'est pas applicable sans gaspillage de matériaux.

Supposons que la forme des deux membrures flambées liées par le contreventement est de nouveau une ligne sinusoïdale, dont l'ordonnée maximum est f_{max} (fig. 16.). Celle-ci ne peut être plus grande de la valeur à laquelle la membrure intérieure plus comprimée flambe entre deux noeuds.

Avec une simplification en faveur de la sécurité (en supposant $\lambda_z = 0$) la capacité portante d'une membrure soit :

$$S_1 = \sigma_H F_1 = S_{cr,\ membre}$$

La charge commune des deux membrures sur la base de laquelle la membrure est calculée où la charge limite

$$N_{KH} = 2F_1 \cdot \sigma_{KH}^{(m)}$$

où $\sigma_{KH}^{(m)}$ est la contrainte limite de la partie médiane de la membrure. Écrivant l'égalité de moments pour D

$$d \cdot S_1 = \left[\frac{d}{2} + f_{\max}\right] N_{KH}$$

En substituant les valeurs susdites de S_1 et N_{KH} et résolvant pour $f_{\max}$ on a :

$$f_{\max} = \frac{d}{2\,\sigma_{KH}^{(m)}} (\sigma_H - \sigma_{KH}^{(m)}) \tag{19}$$

Donc cela est le plus grand flambement collectif lequel peut se produire sans flambement séparé d'une membrure.

L'effort T engendré aux bouts de la poutre en treillis flambée est donc après la formule (12) :

$$T = \frac{\pi}{l_y} f_{\max} N_{KH}^{(0)}$$

où $N_{KH}^{(0)}$ est l'effort se produisant au commencement du contreventement, c'est-à-dire au portique, *dans les deux membrures ensemble*, donc

$$N_{KH}^{(0)} = 2F_1 \sigma_{KH}^{(0)}$$

Comme $\sigma_{KH}^{(m)} = \alpha^{(m)} \sigma_H$, avec simplification en faveur de la sécurité on suppose que :

$$\alpha^{(m)} = \alpha_{\max} ;$$

donc on choisit une valeur de $\alpha_{\max}$ sur la section entière ; en substituant cela dans la formule de

$$T = \frac{\pi d}{2ly} \left[\frac{1}{\alpha_{\max}} - 1\right] 2F_1 \sigma_{KH}^{(0)} = p\%\alpha_0 F_1 \sigma_H$$

où

$$n\% = \frac{314d}{h} \left[\frac{1}{\alpha_{\max}} - 1\right] \sim \frac{314d}{h} (1 - \alpha_{\max})(2 - \alpha_{\max}) \tag{20}$$

la formule donnée par le nouveau règlement ponts-rails. $p^0/_0$ donc indique en pourcentage de l'effort s'exerçant sur *une* membrure — au commencement du contreventement — la charge T à laquelle tout le contreventement est à calculer. Au même effort sont à calculer les dimensions des portiques (entretoisements) étayant le contreventement.

Le projet de règlement de 1926 donnait un effort T beaucoup plus grand de celui établi par voie théorique et conduisait à des dimensions exagérées du contreventement supérieur. Chez un petit pont ce n'était pas mal, puisque le contreventement, obtenu plus fort ainsi assurait la rigidité auprès des faibles sollicitations dues au vent, mais chez les grands ponts — où les poussées de vent produisaient déjà de grandes sollicitations et en même temps des sections de contreventement rigides —, la fausse prescription causait des dimensions de contreventement inutilement exagérées.

Le nouveau règlement donne une petite valeur de p justement pour les grands ponts, ce qui semble être contraire aux formules (17). Ce contraste est justement basé sur la construction de caractère contraire de la barre comprimée exposée ci-dessus. Une membrure supérieure longue peut flamber seulement avec une petite valeur de f_{max}, parce que la membrure flambe plus tôt entre deux noeuds. Pour cela chez les ponts longs il peut arriver que le composant, perpendiculaire à l'axe du pont, des deux forces se rencontrant au noeud du contreventement — se produisant à cause de l'irrégularité, du manque de droiture de la membrure —, sera plus grand de T calculé. Ce composant est en effet celui auquel, comme à un effort transversal on calcule selon ces prescriptions les verticales des ponts sans contreventement supérieur. Sa grandeur est prescrite en $1^0/_0$ de l'effort s'exerçant sur une membrure. On sait des essais que c'est un effort comparativement grand, lequel assure la rigidité transversale du pont. Mais on doit atteindre la même sécurité chez les ponts avec contreventement supérieur. C'est que le nouveau règlement ponts-rails prescrit pour le cas où $p < 2^0/_0$, selon le calcul exposé en haut, la valeur de p doit être prise pour 2%, ce qui correspond à l'effort transversale de 1% par membrure.

La méthode de calcul décrite a un défaut extérieur, qu'elle produit une valeur de p trop grande et non-motivée pour membrures comprimées trop courtes, par ex mple dans les sections de membrures comprimées inférieures aux deux côtés des piles des ponts à travées continues. Le flambement d'une barre composée à peu de cadres ne peut pas se produire selon fig. 16. En cas extrême quand le contreventement a un seul cadre, la barre composée se décompose en deux tronçons ; l'effort T agissant sur le contreventement ne peut pas être plus grand de la somme des efforts T calculés par formules (17) pour les deux tronçons de barre. Comme sur la membrure inférieure, auprès des piles des travées continues, s'exerce en général l'effort maximum, il y a là toujours des sections de barres comprimées trapues, lesquelles tombent dans la division de la figure 16. où $p = 2^0/_0$. On commet une omission en faveur de la sécurité

en prenant $p = 2\%$ pour une membrure, c'est-à-dire $p = 4\%$ pour tout l'effort T. Comme le nombre de cadres s'augmente, h croîtra, p décroîtra. $p = 4\%$ est donc la limite supérieure de l'effort T agissant sur le contreventement. C'est pourquoi le nouveau règlement ponts-rails fixe la limite supérieure de T aussi, notamment en 4%.

Finalement c'est un devoir cher pour moi que de mettre en relief les travaux hongrois — malheureusement inconnus comme tels — dans le domaine du flambement. Les noms de *Tetmajer* [5] et de *Kármán* [6] sont connus à tout le monde. J'ai plusieurs fois nommé *Kossalka* [11] et *A. Szécsi* [8, 9] de la nouvelle génération, qui s'occupe du problème sur la base de la plasticité. Finalement je dois mentionner *I. Gállik* de pieuse mémoire, un des meilleurs connaisseurs du problème du flambement, et qui a synthétisé dans ses études [39 ; 40] le traitement du problème de la manière la plus complète et a beaucoup contribué à le faire connaître à nos ingénieurs, et indirectement à ce que les règlements hongrois pour le calcul des ponts supportent la critique la plus sevère. Naturellement ses études ne pouvaient contenir les derniers développementss mais cela n'ôte rien de leur valeur, et je dois faire mention plein de gratitud, de l'oeuvre de ce grand constructeur de ponts, avec laquelle il a facilité les travaux de rédaction des règlements hongrois.

LITTÉRATURE

1. *L. Euler :* De curvis elasticis. Lausanne et Genf. 1744.
2. *F. Engesser :* Zeitschrift für Arch. u. Ing. Wesen. 1889. S. 455.
3. *F. Engesser :* Knickfragen. Schweizerische Bauztg. 1895. S. 24.
4. *F. Jasinskij :* Schweizerische Bauztg. 1895. S. 172.
5. *L. v. Tetmajer :* Die Gesetze der Knickungs- und der zusammengesetzten Druckfestigkeit der techn. wichtigsten Baustoffe. 2. Aufl. 1903.
6. *Th. Kármán :* Untersuchungen über Knickfestigkeit. Mitteilungen über Forschungsarbeiten. ZVDI. H. 81. 1910.
7. *Dr. K. Ježek :* Die Festigkeit von Druckstäben aus Stahl. Wien. 1937.
8. *A. Szécsi :* Flambage par compression axiale. Bulletin technique de la Suisse Romande. 1949. No. 4.
9. *A. Szécsi :* Flambage excentrique. Application de la théorie de la plasticité. Bulletin technique de la Suisse Romande. 1951. No. 10. et L'Ossature Métallique. 1951. No. 5.
10. *Müller—Breslau :* Neuere Methoden der Festigkeitslehre. 1913.
11. *Korányi—Hubert—Trájber :* Construction de ponts d'acier. Lithogr. après les conférences du Prof. Kossalka. 1921.
12. *M. Roš—J. Brunner :* Rapp. Groupe VI. de la T. K. V. S. B. Lab. Féd. Essais Mat. Zürich. 1926.
13. *M. Roš :* Die Bemessung zentrisch und excentrisch gedrückter Stäbe auf Knickung. Bericht über die II. Internat. Tagung für Brücken- und Hochbau. Wien. 1928. S. 282.
14. *W. Gehler :* Sicherheitsgrad und Beanspruchung. Bericht über die II. Internat. Tagung für Brücken- und Hochbau. Wien. 1928. S. 282.
15. *Dr. E. Chwalla :* Sitzungsberichten der Akad. d. Wiss. in Wien. 1928. (Abt. II. a S. 469.)

16. *Hartmann :* Knickung, Beulung, Kippung. 1937.

17. *A. Aas Jakobsen :* Teknisk. Ukeblad. No. 4. 1946. Prescriptions réglementaires puur le calcul des colonnes au flambage (en suédois).

18. Н. С. Стрелецкий : Основы металлических конструкции. Стальны конструкции. Основы статистического учета коэфициента запаса прочности сооружений. 1952.

19. *J. Dutheil :* Le flambement des éléments comprimés dans les ossatures en acier. Inst. Techn. Bât. Trav. Publ. circ. série I. 1947. No. 35.

20. *J. Dutheil :* La conception nouvelle de la sécurité dans les problèmes de flambement des pièces comprimées en acier doux. L'Ossature Métallique 1949. No. 6.

21. *Ch. Massonet :* Réflexions concernant l'établissement de prescriptions rationelles sur le flambage des barres en acier. L'Ossature Métallique 1950. No. 7—8.

22. *Règles d'utilisation de l'acier.* (Règles CM 1946.)

23. *Commentaires des Règles d'utilisation de l'acier.* Paris 1948.

24. *F. R. Shanley :* Inelastic column theory. Journ. Aero. Sci. 1947. p. 261.

25. *F. Grashof :* Theorie der Elastizität und Festigkeit Berlin. 1878. S. 168.

26. *J. Dutheil :* Discussion sur le flambement des pièces comprimées axialement. L'Ossature Métallique 1951. No. 6.

27. *F. Campus :* Réflexions sur la méthode de M. Dutheil pour le calcul des pièces comprimées et fléchies. L'Ossature Métallique 1951. No. 1.

28. *S. Timoshenko :* Théorie de la stabilité élastique. Béranger. 1943.

29. *G. Wästlund—S. G. Bergström :* Buckling of compressed steel members. Trans. Royal. Inst. Technol. Stockholm. 1949. No. 30. p. 172.

30. *Müller—Breslau :* Über excentrisch gedrückte Stäbe und über Knickfestigkeit. Eisenbau. 1911.

31. *Fr. Bleich :* Theorie und Berechnung der eisernen Brücken. 1924. S. 115.

32. *S. Timoshenko :* Sur la stabilité des systèmes élastiques. Annales des ponts et chaussées. 1913.

33. *F. Engesser :* Über die Knickfestigkeit von Rahmenstäben. Zentralbl. d. Bauverwalt. 1909.

34. *I. Menyhárd :* Die Bemessung von gedrückten Stäben auf Grund einer vorgeschriebenen Anfangsexzentrizität. Acta technica Acad. Scient. II. p. 430.

35. *E. Ellwitz :* Die Lehre von der Knickfestigkeit. S. 303.

36. *DRB.* Berechnungsgrundlagen für stählerne Eisenbahnbrücken. 1944.

37. Knick- und Beulvorschriften für Baustahl. DIN 4114. E. 1—4.

38. *Ing. R. Mayer :* Die Knickfestigkeit. Berlin. 1921.

39. *I. Gállik :* Étude des problèmes de flambage d'importance pour les constructions en acier. Technika. 1938 et 1939.

40. *I. Gállik :* Réflexions sur les nouveaux projets allemands concernant le calcul des barres comprimées. Technika. 1941.

41. *I. Korányi :* Notions de sécurité. III. Congrès de l'AIPC. Liège. 1948. Rapport final. p. 655.

RÉSUMÉ

Les nouvelles Règles hongroises sur les ponts-rails et les ponts-routes ont abandonné la méthode jusqu'ici adoptée dans le calcul des barres comprimées, laquelle définissait l'effort admissible à la barre par rapport à l'effort critique de la pièce rigoureusement rectiligne, comprimée axialement, en déterminant l'effort critique par les formules d'Euler ou de Tetmajer. Les nouvelles Règles, en partant de la barre comprimée, de forme sinusoïdale, avec articulations aux deux bouts, ayant une excentricité initiale prescrite au milieu, entendent par charge supportée par la barre l'effort lequel produit la limite d'écoulemant dans les fibres extrêmes de la barre comprimée et fléchie à cause de l'excentricité initiale.

L'étude expose les nouvelles Règles, particulièrement le calcul prescrit à l'effort tranchant agissant sur les liaisons de barres composées et les contreventements entre les membrures comprimées, et donne les motifs de toutes ces règles.

РАСЧЕТ СЖАТЫХ СТЕРЖНЕЙ НА ПРОДОЛЬНЫЙ ИЗГИБ

И. Корани
доктор техн. наук

Резюме

Новые венгерские правила устройства железнодорожных и шоссейных мостов не придерживаются больше при расчетах сжатых стержней к до сих пор применяемому методу, который устанавливал допустимую действующую на стержень силу в отношении критической силы на центрально сжатый и точно прямой стержень, определяя критическую силу формулами Эйлера, или же Тетмайера. Согласно новым правилам под допускаемой нагрузкой стержня понимается такая нагрузка (если исходим, что сжатый стержень на двух концах опирается шарнирно, далее на середине обладает предписанной эксцентричностью и имеет вид синусоиды), которая в крайнем волокне изогнутого из-за начальной и происходящей от сжатия эксцентричности стержня достигает предел текучести.

Автор, в своей статье знакомит читателей с новыми правилами, особо останавливаясь на связи стержней с разделенным сечением и на предписанном методе расчета усилия среза, действующего на ветровую решетку между сжатыми поясами, а также и на обосновании вышеперечисленного.

ÜBERGANGSBOGEN BEI EISENBAHNEN UND STÄDTISCHEN SCHNELLBAHNEN

E. NEMESDY

(Eingegangen am 18. März 1952)

Der vorliegende Aufsatz behandelt die Berechnungs- und Absteckungsfragen der Übergangsbogen von Eisenbahnen und städtischen Schnellbahnen. Zur besseren Übersicht sollen hier die nachstehenden Erörterungen kurz zusammengefasst werden.

Die bei den Ungarischen Staatsbahnen bisher angewandte Gestaltung der Übergangsbogen kann weder theoretisch noch praktisch als richtige Lösung bezeichnet werden, was bereits von mehreren Verfassern festgestellt wurde [1]. Die Schwierigkeit der Anwendung der genauen, richtigen Übergangsbogenform, der Klotoide, kann durch die Heranziehung der hier zu beschreibenden *Einheitsklotoidentheorie* überwunden werden. Diese ermöglicht auf einfache Weise *a)* die genaue, exakte Berechnung der Tabellen, *b)* die richtige Anwendung von Formeln, die in einer der Absteckung entsprechenden Genauigkeit mit dem Rechenschieber ausgerechnet werden können und *c)* die genaue Absteckung der Übergangsbogen mit dem Theodolit bzw. mit Hilfe von Peripheriewinkeln.

Es wird hier eine viel einfachere und genauere Form des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie vorgeschlagen als die bisher standardisierte. Dabei wird die Verwendung des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie, der wegen seiner geringen Kreisbogenverschiebung bedeutende wirtschaftliche Vorteile aufweist, selbst für den Fall von geraden Überhöhungsrampen auf Grund von theoretischen dynamischen Überlegungen sowie von praktischen Bahnunterhaltungserfahrungen als zulässig erachtet.

1. Die richtige Methode zur Ableitung des Übergangsbogens

Bei der Ableitung des Übergangsbogens pflegt man folgende Näherungen vorzunehmen: 1. Die Krümmungsänderung wird nicht auf die Bogenlänge l, sondern auf deren Projektion bezogen, 2. das Quadrat des Wertes des Differentialquotienten wird in der Formel der Krümmung vernachlässigt, 3. bei den Tangentenwinkeln wird angenommen, dass der Sinus mit dem Tangens vertauscht werden kann. Auf Grund dieser Näherungen erhält man als Übergangsbogen eine kubische Parabel. Es scheint überflüssig, hier die Fehler zu beweisen, welche

die kubische Parabel infolge ihrer Ungenauigkeit bei grösseren Bogenlänge—Halbmesser—Verhältnissen (L/R) zur Absteckung ungeeignet erscheinen lassen, da dies allgemein bekannt ist [2]. Es soll jedoch erwähnt werden, dass eine Verbesserung nur dann richtig erfolgen kann, wenn das ganze Ableitungsprinzip verändert wird, denn es wird auch bei Berücksichtigung von y'^2 nach der schwerfälligen Methode ein grundlegender Fehler bleiben, dass diese Methode die Krümmungsänderung nicht auf die Bogenlänge der Strecke, sondern auf deren Projektion bezieht [3]. Die übrigen Lösungen, die eine Verbesserung der kubischen Parabel im Auge haben, stellen lediglich krampfhafte Notlösungen dar, die mathematisch nicht genügend begründet sind. Sie sagen nichts über die Genauigkeit der Näherung aus und sind ausserdem bei praktischen Berechnungen

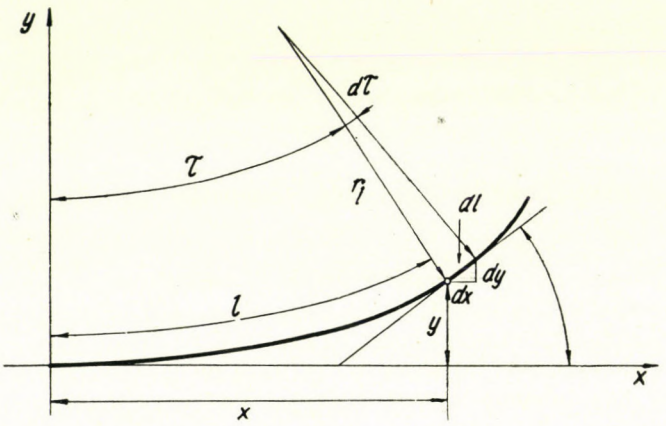


Abb. 1. Das genaue Ableitungsprinzip der Übergangsbogen

überaus schwerfällig. So beträgt die bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebene verbesserte Form (vgl. *Abb. 7)* :

$$y = \frac{x^3}{6\,RL\cos\alpha}, \quad \text{wo} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{L}{2R}$$

Dies ist nicht nur theoretisch unrichtig und unbegründbar, sondern kann auch in der Praxis nur mühsam ausgerechnet werden, es erfordert ein wiederholtes Suchen in der Winkelfunktionstafel, wobei die Verwendung eines Rechenschiebers nicht genügt [2, 3].

Es erscheint daher am richtigsten — und dieser Weg soll auch hier begangen werden — die von der fehlerhaften Näherung ausgehende Methode nicht anzuwenden. Beim genauen Verfahren sollen nicht am Anfang, sondern am Ende Vernachlässigungen und Vereinfachungen vorgenommen werden, die dann bei völliger Wahrung der Genauigkeit ein einfaches, gut ausrechenbares Endergebnis zeitigen.

Bei Betrachtung von *Abb. 1* ist sofort ersichtlich, dass zwischen der elementaren Bogenlänge dl einer Kurve, dem zur Bogenlänge l gehörenden Krümmungshalbmesser r_l und dem elementaren Mittelpunktwinkel $d\tau$ folgender einfache Zusammenhang besteht:

$$d\tau = \frac{dl}{r_l}$$

Daraus lässt sich, wenn die Funktion des Halbmessers r_l bzw. der Krümmungsänderung $1 : r_l$ in der Länge des Bogens bekannt ist ($1 : r_l = g$), durch einfaches Integrieren die Funktion der Änderung des Tangentenwinkels bzw. Mittelpunktwinkels wie folgt gewinnen:

$$\tau = \int_0^l \frac{1}{r_l}\, dl = \int_0^l g dl \qquad (1)$$

In bezug auf die Projektionen des Bogenelementes dl ergibt sich aus *Abb. 1*:

$$dx = \cos \tau \cdot dl\,; \qquad dy = \sin \tau \cdot dl$$

Die Koordinaten des Bogenpunktes von Länge »l« lassen sich nunmehr durch Integrieren berechnen:

$$x = \int_0^l \cos \tau \cdot dl\,; \qquad y = \int_0^l \sin \tau\, dl \qquad (2)$$

Die Integrale können meistens leicht gelöst werden, indem man die Werte von *cos* τ und *sin* τ in eine Reihe entwickelt, gliedweise einfach integriert und so viele Glieder berücksichtigt, als es die beabsichtigte Genauigkeit erfordert. Das ganze Verfahren ist also exakt und zum Schluss besitzt man ein genaues Bild der vorgenommenen Näherung; es ist ausserdem, wie gezeigt werden wird, für Berechnungen mit dem Rechenschieber in der Praxis handlicher, wobei man leichter und hauptsächlich genauer berechenbare Formeln erhält als mit den Korrektionsformeln der Näherungsmethode.

Mit der genauen Methode gelangt man im Falle einer linearen Krümmungsänderung zur *Klotoide* als zur einzig richtigen Lösung. Die Klotoide und ihre Ableitung war schon vor längerer Zeit bekannt [4], doch konnte sie sich bis jetzt noch nicht verbreiten, da ihre ursprüngliche, in eine Reihe entwickelte Form nur schwerfällig für die Absteckungstafeln zu berechnen war. Einzig die sowjetischen Eisenbahnen steckten die Übergangsbogen auf Grund von mühsam ausgerechneten, aber genauen Klotoidentafeln ab [5]. Diese Tafeln können bei den Normalspurweiten natürlich nicht verwendet werden.

Die im nächsten Abschnitt geschilderte, auf der Basis des exakten Ableitungsprinzips stehende, für den Eisenbahnbau angewandte *Einheitsklotoidentheorie*, deren Ursprung in der Strassenbauliteratur der letzten 10

Jahre zu finden ist [6], ermöglicht sowohl die leichte Berechnung von genauen Übergangsbogentafeln als auch die Ableitung von Übergangsbogenformeln, die dann mit dem Rechenschieber leicht ausgerechnet werden können, sowie eine Peripheriewinkel—Absteckungsmethode für die Übergangsbogen mit dem Theodolit.

2. Der Übergangsbogen mit linearem Krümmungsbild

a) *Die Grundlage der genauen Übergangsbogentafeln*

Der Übergangsbogen verbindet die Krümmung Null der Geraden mit der Krümmung $1:R$ des Kreisbogens auf einer Bogenlänge L linear miteinander, indem er sich tangential sowohl an die Gerade als auch an den Kreisbogen anschliesst. Die Gleichung des Krümmungsbildes *(Abb. 2)* kann ohne Schwierig-

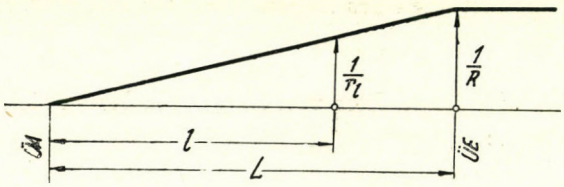


Abb. 2. Das lineare Krümmungsbild der Klotoide

keiten aus dem Verhältnis der ähnlichen Dreiecke wie folgt angesetzt werden:

$$\frac{1}{r} : l = \frac{1}{R} : L \quad \text{das heisst:} \quad \frac{1}{r} = \frac{l}{RL} = \frac{l}{C} \tag{3a}$$

Die Klotoide ist also eine Kurve, in deren jedem einzelnen Punkte das Produkt des Halbmessers (r) und der Bogenlänge (l) konstant ist:

$$r \cdot l = r_1 \cdot l_1 = RL = \text{const} = C = p^2 \tag{3b}$$

Die verschiedenen Klotoiden sind geometrisch alle einander ähnlich, ihre Grösse wird durch die Konstante C bestimmt (in der Dimension von m^2), oder aber ist der *Parameter* p gleichfalls eine konstante Zahl von der Dimension m, und zwar die konstante Quadratwurzeln von C.

Dem Begriff des Parameters p der Klotoide kommt eine entscheidende Bedeutung zu, die vollkommen dem Begriff und der Bedeutung des Halbmessers R beim Kreisbogen entspricht. In gleicher Weise, wie nämlich die Kreisbogen von verschiedenen Halbmessern einander vollkommen ähnlich sind, besteht auch zwischen den unendlich vielen Klotoiden, die man sich vorstellen kann, eine vollkommene geometrische Ähnlichkeit, wobei ihre wirkliche Grösse durch den Wert des Parameters p bestimmt wird (vgl. *Abb. 3)*.

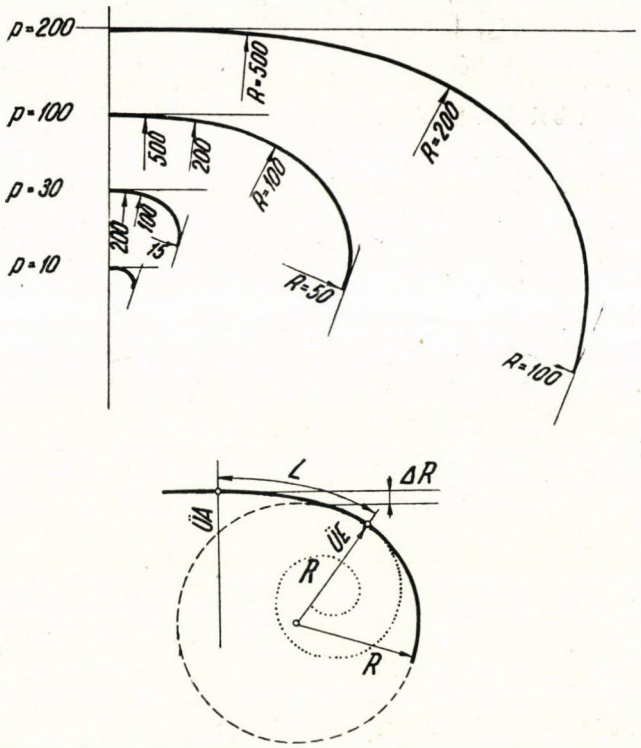


Abb. 3. Die verschiedenen Klotoiden sind einander geometrisch ähnlich, ihre Grösse wird durch den Parameter p bestimmt

Doch sei jetzt zur Berechnung der Koordinaten geschritten.

Die Funktion des Tangentenwinkels (τ) lässt sich gemäss dem im vorigen Abschnitt gesagten durch Integrierung des Krümmungsbildes erhalten:

$$\tau = \int_0^l \frac{l}{C}\, dl = \frac{l^2}{2C} = \frac{l^2}{2p^2} \tag{4a}$$

Daraus ergibt sich sofort der genaue Wert des Endtangentenwinkels τ_L:

$$\text{arc } \tau_L = \frac{L^2}{2C} = \frac{L^2}{2RL} = \frac{L}{2R} \tag{4b}$$

Die Werte der rechtwinkeligen Koordinaten sind:

$$x = \int_0^l \cos \tau \cdot dl = \int_0^l \cos\left[\frac{l^2}{2p^2}\right] dl$$

$$y = \int_0^l \sin \tau \cdot dl = \int_0^l \sin \left[\frac{l^2}{2p}\right] dl$$

So wie man bei den bekannten Absteckungstafeln die Werte der Haupt punkte des Kreisbogens und anderer zur Absteckung notwendigen Angaben auf den Kreisbogen mit Einheitshalbmesser bezogen erhält — also auf den Kreis, bei dem $R = 1$ beträgt — und alle Angaben, die sich auf Kreise mit anderen Halbmessern beziehen, durch Multiplikation mit dem wirklichen Halbmesser ermittelt werden, ebenso ist es auch bei der Klothoide angezeigt, die Koordinaten und andere Absteckungsangaben für eine gewählte *Einheitsklotoide* zu berechnen, bei welcher der Parameter der Einheit entspricht, also $p = 1$ beträgt.

Bei dem hier zu beschreibenden Verfahren sei nun als nächster Schritt *die Bestimmung desjenigen Übergangsbogens vorgenommen, dessen Parameter der Einheit entspricht, d. h. wo* $p = 1$ ist. Sämtliche Angaben, die sich auf diesen Übergangsbogen von Parameter eins beziehen (die sog. *Einheitsklotoide)*, also Bogenlänge, Koordinaten usw., sollen zur Unterscheidung von den Angaben anderer Übergangsbogen von anderer Grösse und anderem Parameter mit einer kleinen Eins als Kennzahl bezeichnet werden (z. B. l_1, x_1, y_1, usw.). Es ist also:

$$l_1^2 = \frac{l^2}{p^2}; \quad \text{bzw.:} \quad l_1 = \frac{l}{p}; \quad \text{oder:} \quad l = p \cdot l_1$$

Dies ist auch für die übrigen Angaben gültig:

$$x_1 = \frac{x}{p}; \quad \text{das heisst} \quad x = p \cdot x_1$$

$$y_1 = \frac{y}{p}; \quad \text{das heisst} \quad y = p \cdot y_1 \quad \text{usw.}$$

Der Wert des Parameters p $(p = \sqrt{C} = \sqrt{RL})$ kann nämlich in bezug auf die Klotoide als der Koeffizient einer linearen Ähnlichkeit aufgefasst werden.

a) In bezug auf die Einheitsklotoide sind also die Koordinaten:

$$x_1 = \int_0^l \cos (l_1^2/2)\ dl; \qquad y_1 = \int_0^l \sin (l_1^2/2)\ dl.$$

Der Wert des Integralsinus und des Integralcosinus kann nur durch Reihenentwicklung gelöst werden. Dies wird folgenderweise durchgeführt:

$$\cos \frac{l_1^2}{2} = 1 - \frac{l_1^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{l_1^8}{2^4 \cdot 4!} - \frac{l_1^{12}}{2^6 \cdot 6!} + - \ldots$$

$$\sin \frac{l^2}{2} = \frac{l_1^2}{2} - \frac{l_1^6}{2^3 \cdot 3!} + \frac{l_1^{10}}{2^5 \cdot 5!} - + \ldots$$

Nach Einsetzen und gliedweisem Integrieren ergibt sich:

$$x_1 = l_1 - \frac{l_1^5}{40} + \frac{l_1^9}{3{,}456} - \frac{l_1^{13}}{599{,}040} + - \cdots \tag{5a}$$

$$y_1 = \frac{l_1^3}{6} - \frac{l_1^7}{336} + \frac{l_1^{11}}{42{,}240} - + \cdots \tag{6a}$$

Die Werte der Koordinaten sind numehr bekannt, und zwar in Form je einer sehr schnell konvergierenden Reihe.

b) Der Wert des Tangentenwinkels τ lässt sich laut dem Vorstehenden aus der Formel

$$\tau = \frac{l^2}{2p^2} = \frac{l_1^2}{2} \tag{7}$$

ermitteln.

c) Der Wert des Krümmungshalbmessers in der Bogenlänge l_1 der einheitsklotoide beträgt (da $p = \sqrt{r_1 l_1} = 1$, selbst wenn er ins Quadrat erhoben wird, $r_1 l_1 = 1$):

$$r_1 = \frac{1}{l_1} \tag{8}$$

d) Der Wert der Kreisbogenverschiebung *(Abb. 4)* ist ursprünglich:

$$f_1 = y_1 - r_1 (1 - \cos \tau)$$

Da

$$y_1 = \frac{l_1^3}{6} - \frac{l_1^7}{336} + \frac{l_1^{11}}{42{,}240} - + \cdots$$

und

$$r_1 = \frac{1}{l_1}$$

ergibt sich bei Entwicklung des Cosinus in eine Reihe

$$r_1 (1 - \cos \tau) = \frac{1}{l} \left[1 - \cos \frac{l_1^2}{2}\right] = \frac{l_1^3}{2^2 \cdot 2!} - \frac{l_1^7}{2^4 \cdot 2!} + \frac{l_1^{11}}{2^6 \cdot 6!} - + \cdots$$

Nach der gliedweisen algebraischen Addition von y_1 und der Reihen von r_1 (1—cos τ) beträgt der Wert der Kreisbogenverschiebung f:

$$f_1 = \frac{l_1^3}{24} - \frac{l_1^7}{2{,}688} + \frac{l_1^{11}}{506{,}880} - - + \cdots \tag{9}$$

e) Die Abszisse des Kreisbogenmittelpunktes beträgt laut *Abb. 4.*:

$$x_{01} = x_1 - r_1 \sin \tau .$$

Wenn der Sinus in eine Reihe entwickelt wird, bekommt man:

$$r_1 \sin \tau = \frac{1}{l_1} \sin \frac{l_1^2}{2} = \frac{l_1^2}{2} - \frac{l_1^5}{2^3 \cdot 3!} + \frac{l_1^9}{2^5 \cdot 5!} - + \cdots$$

Nach der algebraischen Addition dieser Reihe sowie der bereits angegebenen Reihe von x_1 beträgt der Wert der Kreisbogenmittelpunkt-Abszisse:

$$x_{01} = \frac{l_1}{2} - \frac{l_1^5}{240} + \frac{l_1^9}{34{,}560} - + \cdots \tag{10}$$

f) Die Subtangente ist laut der Abbildung:

$$t_1 = y_1 \cdot \operatorname{cotg} \tau .$$

Die in eine Reihe entwickelte Form der Cotangente ergibt (da $\tau = l_1^2 ; 2$ beträgt):

$$\operatorname{cotg} \tau = \frac{1}{\tau} - \frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{45} - - \cdots = \frac{2}{l_1^2} - \frac{l_1^2}{6} - \frac{l_1^6}{8.45} - - \cdots .$$

Die in eine Reihe entwickelte Form von y_1 ist bereits gegeben. Nach Multiplizieren und Ordnen der zwei Reihen gewinnt man als Wert der Subtangente:

$$t_1 = \frac{l_1}{3} - \frac{17\ l_1^5}{504} + \frac{170\ l_1^9}{1{,}330.560} - + \cdots \tag{11}$$

g) Die Wert der Verhältniszahl $\lambda = l_1 : r_1$ beträgt entlang der Kurve

$$\lambda = \frac{l_1}{r_1} = l_1^2 \tag{12}$$

h) Der Polarwinkel σ des Punktes von Bogenlänge l_1 ist — auf die Anfangstangente bezogen — gemäss *Abb. 4*:

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{y_1}{x_1}$$

Da aber die Werte nicht als Funktion der Bogenlänge l_1, sondern als Funktion des Tangentenwinkels τ gebraucht werden, müssen auch die Werte von x_1

und y_1 als Funktion von τ ausgedrückt werden, und zwar geschieht dies mittels des Zusammenhanges

$$\tau = \frac{l_1^2}{2}, \quad \text{bzw.} \quad l_1 = \sqrt{2\tau}.$$

Bei Heranziehung der bereits bekannten Werte von x_1 und y_1 erhält man nach entsprechender Umgestaltung:

$$x_1 = \sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{10} - \frac{\tau^4}{216} - + \cdots\right) \tag{5b}$$

$$y_1 = \sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} - \frac{\tau^5}{1320} - + \cdots\right), \tag{6b}$$

die Tangente des Polarwinkels σ ist also;

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{y_1}{x_1} = \frac{\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{42} + \frac{\tau^5}{1320} - + \cdots\right)}{\left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - + \cdots\right)} = q.$$

Nach Division mit den ersten Gliedern der zwei Reihen lässt sich der der Kürze halber mit q bezeichnete Ausdruck ermitteln. Da die in eine Reihe entwickelte Form der *arc tg*-Funktion:

$$\sigma = \operatorname{arc\,tg}\, q = q - \frac{q^3}{3} + \frac{q^5}{5} - + \cdots$$

lautet, erhält man nach Berechnung und Einsetzen der Quotientenfunktion q nach ziemlich langwieriger Zwischenrechnung endlich den Polarwinkel σ als Funktion des Tangentenwinkels τ:

$$\sigma = \frac{\tau}{3} - \frac{8\tau^3}{2{,}835} + \frac{19\,\tau^5}{66{,}825} - + \cdots \tag{14a}$$

Oder wiederum als Funktion von l_1, da $\tau = l_1 : 2$ ist:

$$\sigma = \frac{l_1^2}{6} - \frac{l_1^{10}}{2{,}835} + \frac{19\,l_1^{10}}{2{,}138.400} - + \cdots \tag{14b}$$

Es sollen nunmehr alle diejenigen Formeln zusammengefasst werden, welche die Berechnung der Angaben der Einheitsklotoide ($p = 1$) ermöglichen und die dann als Berechnungsgrundlage der *Einheitsklotoidentafel* dienen:

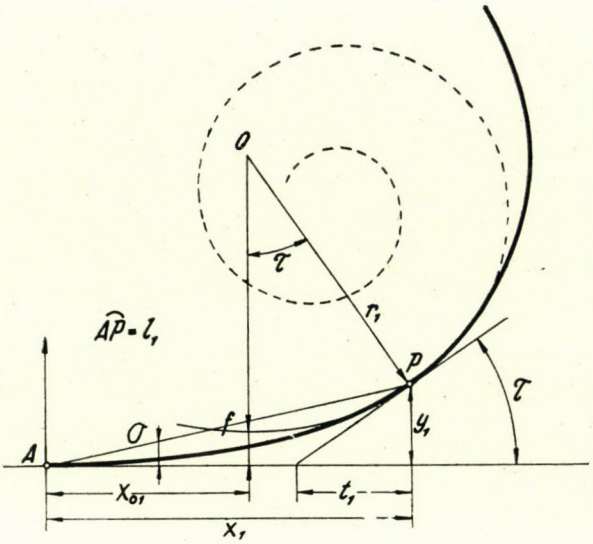


Abb. 4. Die Berechnungsangaben der Einheitsklotoide ($p=1$) mit dem anschliessenden Kreisbogen

$x_1 = l_1 - \frac{l_1^5}{40} + \frac{l_1^9}{3{,}456} - \frac{l_1^{13}}{599{,}040} + - \cdots$	$p = \sqrt{r_1 l_1} = 1$
$y_1 = \frac{l_1^3}{6} - \frac{l_1^7}{336} - \frac{l_1^{11}}{42{,}240} - + \cdots$	$\tau = \frac{l_1^2}{2}$
$x_{01} = \frac{l_1}{2} - \frac{l_1^5}{240} + \frac{l_1^9}{34{,}560} - + \cdots$	$\lambda = \frac{l_1}{r_1} = \frac{l}{r} = l_1^2$
$f_1 = \frac{l_1^3}{24} - \frac{l_1^7}{2{,}688} - \frac{l_1^{11}}{506{,}880} - + \cdots$	$r = \frac{1}{l_1}$
$t_1 = \frac{l_1}{3} - \frac{17\, l_1^5}{504} - \frac{170\, l_1^9}{1{,}330.560} - + \cdots$	$\sigma = \frac{\tau}{3} - \frac{8\tau^3}{2{,}835} + \frac{19\,\tau^5}{66{,}825} - + \cdots$
$\varrho = \frac{f}{r} = \frac{l^4}{24} - \frac{l_1^1}{2{,}688} + \frac{l_1^{12}}{506{,}880} - + \cdots$	$\sigma = \frac{l_1^2}{6} - \frac{l_1^6}{2{,}835} + \frac{19\, l_1^{10}}{2{,}138.400} - + \cdots$

Die durch obige Gleichungen und durch *Abb. 4.* charakterisierten Angaben der Einheitsklotoide wurden von $l_1 = 0$ bis $l_1 = 1{,}78$ (d. h. von $\tau = 0°$ bis

90°) in Stufen von ein Hundertstel (0,01) mit einer Genauigkeit von fünf Zehnteln berechnet, wobei die ersten fünf Glieder der in eine Reihe entwickelten Glieder berücksichtigt wurden. Die auf diese Weise erhaltene *Einheitsklotoidentafel* [7] — einen Ausschnitt aus ihr bringt Tabelle I — ermöglicht nunmehr die genaue Berechnung jeglichen Übergangsbogens. Die Einheitsklotoidentafel ist besonders für die exakte, genaue Berechnung von *Übergangsbogen—Absteckungstafeln* geeignet (die Übergangsbogen des erwähnten Handbuches [7] für Strassenbogenabsteckung sind auf dieser Grundlage berechnet), doch kann sie auch unmittelbar zur Absteckung von genauen Übergangsbogen gut verwendet werden. In den Entwurf der vorläufigen Vorschriften für die im Bau befindliche Budapester Untergrund—Schnellbahn wurde z. B. für die unmittelbare Berechnung der Übergangsbogen die vom Verfasser ausgearbeitete Einheitsklotoidentafel aufgenommen.

Die Längswerte eines Übergangsbogen von gegebener Grösse (vgl. *Abb. 5)* lassen sich nämlich aus den entsprechenden Angaben der Einheitsklotoide durch einfache Multiplikation mit dem Parameter

$$p = \sqrt{R \cdot L} \tag{15a}$$

bestimmen, wo R den Halbmesser des Kreisbogens und L die vollständige Länge des Übergangsbogens bezeichnen. Die Winkelwerte bleiben unverändert.

$$\begin{array}{l} x = p \cdot x_1 \,;\; f = p \cdot f_1 \,; \\ y = p \cdot y_1 \,;\; t = p \cdot t_1 \,; \\ x_0 = p \cdot x_{01} \,;\; l = p \cdot l_1 \,; \end{array} \qquad \begin{array}{l} \tau = \tau \\ \sigma = \sigma \end{array} \tag{15b}$$

Die Klotoide zeigt weder entlang der Kurve noch beim Anschluss an den Kreisbogen irgendeinen Fehler, so dass die lineare Krümmungslinie vollkommen verwirklicht erscheint. Die Gestalt des Übergangsbogens entspricht vollständig der bisher wohlbekannten Form *(Abb. 5)*. Beispielsweise wird jetzt auf Tabelle II eine fertige Übergangsbogen-Absteckungstafel, die auf Grund der Einheitsklothoidentafel berechnet ist, für einen Halbmesser von $R = 300$ m und eine Übergangsbogenlänge von $L = 95$ m veröffentlicht ($v = 70$ km/st, $L/R = 0{,}32$, Überhöhung = 130 mm). Wie ersichtlich besteht für den Absteckungsingenieur, also für den Praktiker, die Abweichung von der Absteckung der alten kubischen Parabel lediglich darin, dass die Entfernung zwischen dem Punkt $\dot{U}A$ und dem Fusspunkt des Kreisbogenmittelpunktes (0) nicht $L/2$ beträgt, sondern ein davon etwas abweichender Wert x_0 ist, der schon ausgerechnet ist und deshalb nicht einmal mehr halbiert werden muss. Gleicherweise ist auch der Subtangentenwert t nicht ein Drittel der Bogenlänge, sondern ein ähnlich grosser, gegebener, bereits ausgerechneter Wert.

Die Klotoide verursacht also in der Praxis — wenn man im Besitz der notwendigen Tafeln ist — keinerlei Erschwerungen oder Abweichungen von

TABELLE 1

Einheitsklotoidentafel (Teilstück)

	l_1	d_ϱ	$\lambda = \frac{L}{R}$	d_λ	x_1	dx	y_1	dy	x_{01}	dx_0	$\varrho = \frac{f}{R}$	d_ϱ	r_1	dr	t_1	dt	τ	d_τ''	
40	0,40000		0,16000		0,39974		0,01066		0,19996		0,00107		2,50000		0,13299		4°35′02″		40
		1000		810		997		82		499		11		6098		329		835	
41	0,41000		0,16810		0,40971		0,01148		0,20495		0,00118		2,43902		0,13628		4°48′57″		41
		1000		830		996		86		500		12		5807		328		857	
42	0,42000		0,17640		0,41967		0,01234		0,20995		0,00130		2,38095		0,13956		5°03′14″		42
		1000		850		996		90		499		12		5537		328		876	
43	0,43000		0,18490		0,42963		0,01324		0,21494		0,00142		2,32558		0,14284		5°17′50″		43
		1000		870		996		95		499		14		5285		327		897	
44	0,44000		0,19360		0,43959		0,01419		0,21993		0,00156		2,27273		0,14611		5°32′47″		44
		1000		890		995		99		499		15		5051		327		918	
45	0,45000		0,20250		0,44954		0,01518		0,22492		0,00171		2,22222		0,14938		5°48′05″		45
		1000		910		994		103		499		15		4831		326		639	
46	0,46000		0,21160		0,45948		0,01621		0,22991		0,00186		2,17391		0,15264		6°03′44″		46
		1000		930		995		108		499		17		4625		325		960	
47	0,47000		0,22090		0,46943		0,01729		0,23490		0,00203		2,12766		0,15589		6°19′44″		47
		1000		950		993		113		499		18		4466		325		979	
48	0,48000		0,23040		0,47936		0,01842		0,23989		0,00221		2,08300		0,15914		6°36′03″		48
		1000		970		993		117		499		19		4218		324		1000	
49	0,49000		0,24010		0,48929		0,01959		0,24488		0,00240		2,04082		0,16238		6°52′43″		49
		1000		990		993		122		499		20		4082		323		1020	
50	0,50000		0,25000		0,49922		0,02081		0,24987		0,00260		2,00000		0,16561		7°09′43″		50

den in der Bahnunterhaltung bisher gewohnten und gut eingeübten Methoden. Demgegenüber ermöglicht sie auch bei den grössten Verhältniszahlen von L/R einen vollkommen genauen, fehlerlosen Anschluss, was mit der kubischen Parabel bzw. mit ihren verbesserten Formen nicht erreicht werden konnte.

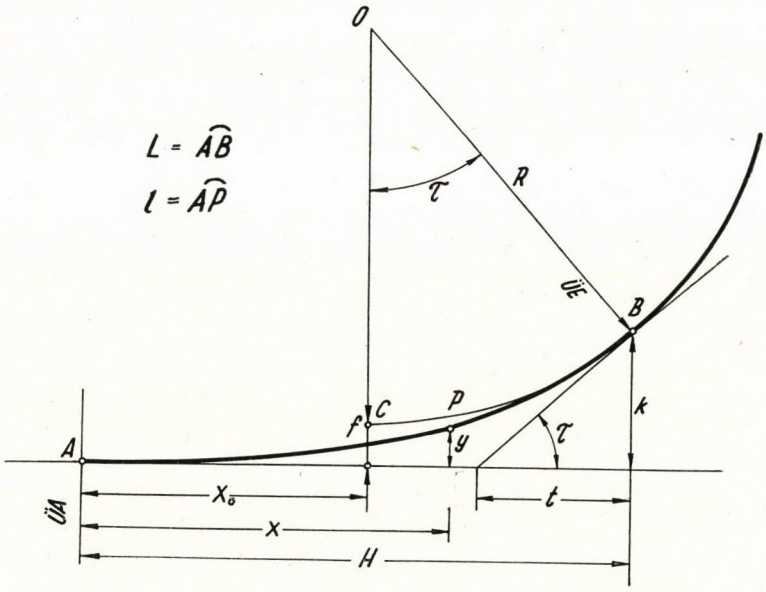


Abb. 5. Die Absteckungsangaben der Klotoide

TABELLE 2

Übergangsbogen-Absteckungstafel (Beispiel)

$R = 300$ m

$v = 70$ km/st ; $m = 130$ mm

$L = 95$ m

$X_0 = 47{,}46$ m $\qquad f = 1{,}25$ m

$t = 31{,}34$ m $\qquad \tau = 9°04'22''$

l	x	y
0	0,00	0,00
10	10,00	0,01
20	20,00	0,05
30	30,00	0,16
40	40,00	0,37
50	49,99	0,73
60	59,98	1,26
70	69,95	2,01
80	79,90	2,99
90	89,82	4,26
95	94,76	5,01

b) *Der mit dem Rechenschieber leicht berechenbare genaue Übergangsbogen*

In zweiter Linie besteht indessen auch ein Bedarf an einfachen Übergangsbogenformeln, die leicht mit dem Rechenschieber ermittelt werden können, falls keine Tafel zur Hand ist, und die dabei auch die bei den Absteckungsrechnungen erforderliche relative Genauigkeit von 1 : 2000 = 0,0005 aufweisen.

Zu diesem Zwecke werden sämtliche Längsdimensionsgleichungen der Einheitsklotoide mit dem Parameter p multipliziert:

$$p = \sqrt{RL} = \sqrt{C} \tag{16}$$

nachdem an Stelle der mit der Kennzahl bezeichneten Einheitsklotoidenangaben (l_1, x_1, y_1 usw.) der Reihe nach die Werte $l/p = l\sqrt{C}$, $x/p = x\sqrt{C}$, $y/\sqrt{C}$ usw. geschrieben wurden. Nach Durchführung von zweckmässigen Ausklammerungen sind die genauen Formeln für den Übergangsbogen von Konstante $C = R.L$ folgende *(Abb. 5)*:

$$C = RL$$

$$x = l\left(1 - \frac{l^4}{40\ C^2} + \frac{l^8}{3{,}456\ C^4} - + \cdots\right)$$

$$y = \frac{l^3}{6C}\left(1 - \frac{l^4}{56\ C^2} + \frac{l^8}{7{,}040\ C^4} - + \cdots\right)$$

$$x_0 = \frac{L}{2}\left(1 - \frac{L^4}{120\ C^2} + \frac{L^8}{17{,}280\ C^4} - + \cdots\right) \tag{17}$$

$$f = \frac{L^2}{24\ R}\left(1 - \frac{L^4}{112\ C^2} + \frac{L^8}{21{,}120\ C^4} - + \cdots\right)$$

$$t = \frac{L}{3}\left(1 - \frac{17\ L^4}{168\ C^2} + \frac{170\ L^8}{443{,}520\ C^4} - + \cdots\right)$$

$$\text{arc}\ \tau = \frac{l^2}{2C}; \qquad \text{arc}\ \tau_L = \frac{L}{2R}.$$

Die Übergangsbogenlängen gemäss den Überhöhungstafeln und Vorschriften der Ungarischen Staatsbahnen belaufen sich selbst im extremen Falle auf nur 36% des Kreisbogenhalbmessers ($L/R \leqq 0{,}36$), deshalb werden, wenn eine Genauigkeit von 1 : 2000 vorgeschrieben ist (z. B. 5 cm bei einer Länge von 100 m), vom dritten Gliede angefangen die übrigen Glieder der konvergenten Reihe von abwechselndem Vorzeichen vernachlässigt, wobei nur die Grösse des zweiten Gliedes untersucht wird [8].

a) Die Projektionslänge H des Übergangsbogens ergibt sich aus der Gleichung von x an der Stelle $l = L$:

$$H = L \cdot \left(1 - \frac{L^4}{56\ C^2}\right) = L \left[1 - 0{,}025 \left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{18}$$

b) Die Endordinate k des Übergangsbogens ergibt sich aus der Gleichung von y an der Stelle $l = L$:

$$k = \frac{L^3}{6C} \left(1 - \frac{L^4}{56\ C^2}\right) = \frac{L^2}{6R} \left[1 - 0{,}018 \left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{19}$$

c) Der Wert der Kreisbogenverschiebung f beträgt

$$f = \frac{L^2}{24\ R} \left(1 - \frac{L^4}{112\ C^2}\right) = \frac{L^2}{24\ R} \left[1 - 0{,}009 \left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{20}$$

d) Die Abszisse des Kreisbogenmittelpunktes lautet :

$$x_0 = \frac{L}{2} \left(1 - \frac{L^4}{120\ C^2}\right) = \frac{L}{2} \left[1 - 0{,}008 \left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{21}$$

e) Der Endtangentenschnitt ist :

$$t = \frac{L}{3} \left(1 - \frac{17\ L^4}{168\ C^2}\right) = \frac{L}{3} \left[1 - 0{,}102 \left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{22}$$

Wie ersichtlich, stellen sämtliche Formeln mit dem Rechenschieber leicht auszurechnende Ausdrücke dar, die mit einem Korrektionsfaktor von der Gestalt $(1-\varepsilon)$ multipliziert werden müssen, dessen Wert nahe um eins liegt. Der Wert der ε Korrektionsglieder hängt bloss vom Quadrat des Bogenlänge—Halbmesser—Verhältnisses L/R ab. Ihre absoluten Werte für verschiedene L/R-Verhältnisse sind in Tabelle 3. angegeben.

TABELLE 3

Hauptpunktangabe	Korrektionsformel	Wert von ε = relativer Fehler					
		$\frac{L}{R} = 0{,}35$	$\frac{L}{R} = 0{,}30$	$\frac{L}{R} = 0{,}25$	$\frac{L}{R} = 0{,}20$	$\frac{L}{R} = 0{,}15$	$\frac{L}{R} = 0{,}10$
k	$0{,}018 \left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0022	0,0016	0,0011	0,0007	0,0004	0,00018
H	$0{,}025 \left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0031	0,0022	0,00156	0,0010	0,00056	0,00025
X_0	$0{,}008 \left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0010	0,0007	0,0005	0,0003	0,00018	0,00008
f	$0{,}009 \left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0011	0,0008	0,0006	0,0004	0,0002	0,00009
t	$0{,}102 \left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0125	0,0092	0,0064	0,0041	0,0023	0,001

Aus der Tabelle ist ersichtlich, dass der Korrektionsfaktor in folgenden Fällen weggelassen werden darf:

$$\begin{aligned} &\text{bei } k \quad \text{im Falle von } L < 0{,}15\ R \\ &\text{bei } H \quad \text{im Falle von } L < 0{,}15\ R \\ &\text{bei } f \quad \text{im Falle von } L < 0{,}25\ R \\ &\text{bei } X_0 \quad \text{im Falle von } L < 0{,}25\ R \end{aligned}$$

während beim Endtangentenschnitt t das Korrektionsglied immer beibehalten werden muss. Bei den Hauptpunktangaben ist also auf diese Weise eine Genauigkeit von 1 : 2000 gewährleistet.

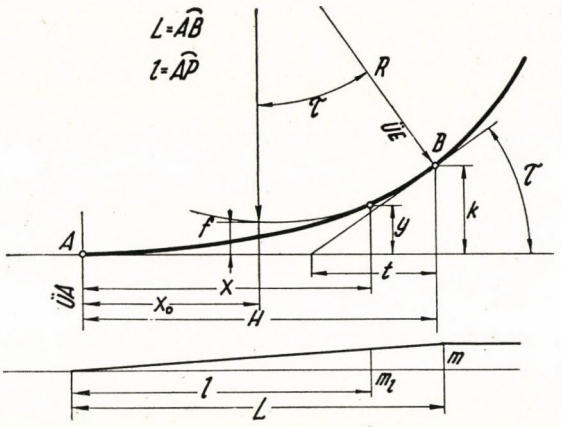
Bei den Kleinpunktkoordinaten begeht man, wenn der Korrektionsfaktor nicht zur Anwendung gelangt, selbst im ungünstigsten Fall bei der Ordinate nur einen Fehler von etwa 0,5 cm = 5 mm; dies ist beim Kleinpunkt völlig belanglos, es ist also

$$y = \frac{l^3}{6RL}. \tag{23}$$

Im Falle der Kleinpunktabszisse ist im ersten, grösseren Teil des Übergangsbogens der Korrektionsfaktor gleichfalls überflüssig. Gegen das Ende des Übergangsbogens hin nimmt seine Wirkung jedoch zu, und zwischen $L/R = 0{,}15-0{,}25$, im letzten Zehntel der Bogenlänge ($l > 0{,}9\ L$) sowie im Falle von $L/R = 0{,}25-$ $-0{,}35$, im letzten Viertel ($l > 0{,}75\ L$) darf dann der Korrektionsfaktor nicht mehr weggelassen werden:

$$x = l\left[1 - 0{,}025\,\frac{l^4}{R^2L^2}\right]. \tag{24}$$

In *Abb. 6* sind dann diejenigen Formeln zusammengefasst, die eine genaue Berechnung der Klotoide *mit dem Rechenschieber* ermöglichen [9]. Daneben wird auf *Abb. 7* die bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebene Form des Übergangsbogens dargestellt, die auf einer fehlerhaften Korrektion der kubischen Parabel beruht. Die hier vorgeschlagene Gestalt des Übergangsbogens ist nicht nur genauer und theoretisch begründeter als die auf *Abb. 7.* gezeigte, sondern auch in der Praxis leichter, bequemer mit dem Rechenschieber zu berechnen: es ist hier keineswegs notwendig, Korrektionswinkelfunktionen herauszusuchen und dann neuerdings zurückzusuchen ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $1-\cos\alpha$), wozu unbedingt eine Winkelfunktionstabelle erforderlich ist. Die Berechnung des Endtangentenschnittes mit der alten Methode kann dabei bei einem Endtangentenschnitt von 40 m ($L = 120$ m, $R = 400$ m) einen Fehler von z. B. 37 cm hervorrufen, was eine schwerwiegende Verschiebung des anschliessenden Kreisbogens verursacht.

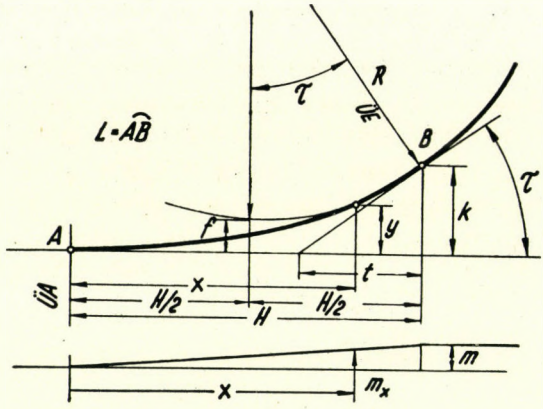


	$L < 0{,}15R$	$0{,}15R \leqq L < 0{,}25R$		$L \geqq 0{,}25R$	
		$l < 0{,}9L$	$l \geqq 0{,}9L$	$l < 0{,}75L$	$l \geqq 0{,}75L$
x	$x = l$	$x = l$	$x = l\left[1 - 0{,}025\,\frac{l^4}{R^2L^2}\right]$	$x = l$	$x = l\left[1 - 0{,}025\,\frac{l^4}{R^2L^2}\right]$
y	$y = \frac{l^3}{6RL}$				
H	$H = L$	$H = L\left[1 - 0{,}025\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$			
k	$k = \frac{L^2}{6R}$	$k = \frac{L^2}{6R}\left[1 - 0{,}018\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$			
f	$f = \frac{L^2}{24R}$			$f = \frac{L^2}{24R}\left[1 - 0{,}009\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$	
x_0	$x_0 = \frac{L}{2}$			$x_0 = \frac{L}{2}\left[1 - 0{,}008\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$	
t	$t = \frac{L}{3}\left[1 - 0{,}102\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$				
τ	$\text{arc}\,\tau = \frac{L}{2R}$				

Abb. 6. Die vorgeschlagene, mit dem Rechenschieber ermittelbare Klotoide

Es soll noch erwähnt werden, dass bei der Klotoide der auf *Abb. 5* sichtbare Bogen BC des Kreisbogens der halben Übergangsbogenlänge gleich ist:

$$\widehat{BC} = \frac{L}{2}.$$



	$H < 0{,}15R$	$H \geqq 0{,}15R$
y	$y = \dfrac{x^3}{6RH}$	$y = \dfrac{x^3}{6RH \cos \tau}$
τ	$\operatorname{tg} \tau = \dfrac{H}{2R}$	$\sin \tau = \dfrac{H}{2R}$
k	$k = \dfrac{H^2}{6R}$	$k = \dfrac{H^2}{6R \cos \tau}$
f	$f = \dfrac{H^2}{24R}$	$f = \dfrac{H^2}{6R \cos \tau} - R(1 - \cos \tau)$
t	$t = \dfrac{H}{3}$	
L	$L = H + \dfrac{H^3}{40R^2}$	$L = H + \dfrac{H^3}{40R^2 \cos^2 \alpha}$
m_l	$m_l = m \dfrac{x}{H}$	

Abb. 7. Die bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebene, verbesserte kubische Parabel

Der Winkel τ_1 kann nämlich gemäss der Abbildung auf zweierlei Weise genau ausgedrückt werden (vgl. Formel [17]):

$$\tau_L = \frac{L}{2R} = \frac{\widehat{BC}}{R}.$$

Hieraus ergibt sich sofort der frühere genaue Zusammenhang, der bei der Hauptpunktabsteckung häufig herangezogen wird und der bei einer kubischen Parabel nur angenähert Geltung hat.

c) *Die Absteckung des Übergangsbogens mit Sehnenwinkeln mit dem Theodolit*

Im nachstehenden soll ein einfaches Verfahren vorgeführt werden, mit welchem — ähnlich wie bei der Kreisbogenabsteckung mit Peripheriewinkeln — die Kleinpunkte des Übergangsbogens mittels Theodolits und Messbands abgesteckt werden können. Man stellt sich mit dem Instrument am Anfang des Übergangsbogens auf Punkt *ÜE* auf und visiert dann in bezug auf die

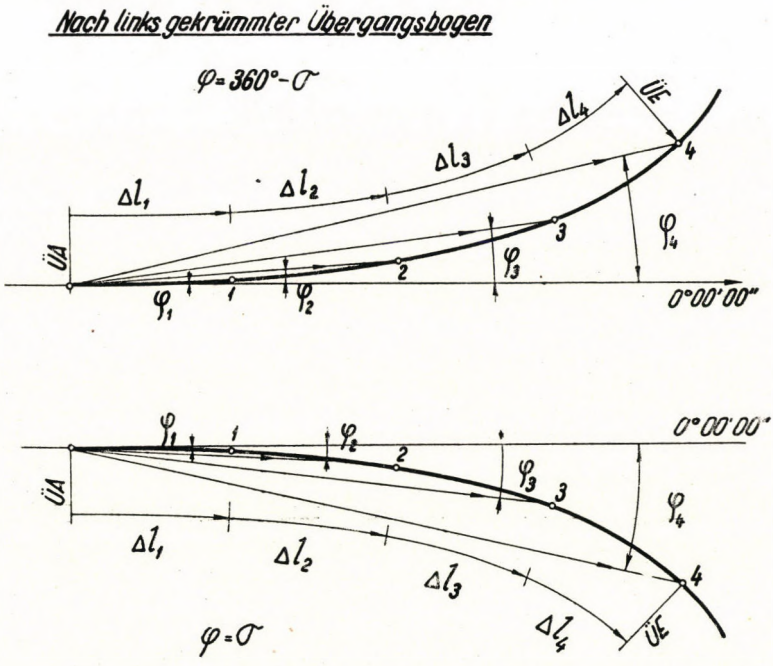


Abb. 8. Die Absteckung des Übergangsbogens mit Hilfe von Peripheriewinkeln

Anschlussgerade gemäss *Abb. 8.* der Reihe nach die den einzelnen Kleinpunkten entsprechenden Absteckungswinkel ψ an. Gleichzeitig werden mit vom Instrumentenstandpunkt ausgehender Bandmessung die Kleinpunkte so abgesteckt, dass der Kleinpunktabstand immer vom vorherigen Punkt ausgemessen wird, während das Ende des Messbandes immer in die Richtung des Fernrohres eingefluchtet wird und die Pfosten im Schnittpunkt der Richtungslinien des Messbandes und des Fernrohres eingeschlagen werden.

Dieses Verfahren ist überaus bequem und vorteilhaft anwendbar, besonders im Falle von Geländeschwierigkeiten und langen Übergangsbogen, wenn z. B. im Falle eines Bahndammes oder Einschnitts die Anfangstangente vom Bahn-

körper abweicht und die Koordinaten nur schwer oder überhaupt nicht abgesteckt werden können. Bei der Absteckung mit Sehnenwinkeln erfolgt hingegen die Längenmessung nur in der Bahnachse, was immer möglich sein wird.

Das hier vorgeschlagene Verfahren beruht auf Gl. (14), die seinerzeit bei der Ableitung der Einheitsklotoide für die Bestimmung des Wertes des Polarwinkels σ gewonnen wurde *(Abb. 9.)*:

$$\sigma = \frac{\tau}{3} - \frac{8\tau^3}{2{,}835} + \frac{19\,\tau^5}{66{,}825} - + \cdots \tag{14a}$$

Es ist bekannt, dass laut den Überhöhungen und Vorschriften der Ungarischen Staatsbahnen das Verhältnis zwischen der Übergangsbogenlänge und dem Kreisbogenhalbmesser höchstens bis zum Werte $L/R = 0{,}36$ anwachsen darf, was nach der bekannten Formel $\tau_L = L/2R$ einem maximalen Winkelwert von $\tau_{max} = 0{,}18$ entspricht (in Graden ausgedrückt $\approx 10°$). Die höheren Potenzen können hier vernachlässigt werden — auf die Genauigkeit wird noch zurückzukommen sein — es genügt also, nur das erste Glied zu berücksichtigen:

$$\sigma = \frac{\tau}{3}. \tag{25}$$

Dies bedeutet: der Polarwinkel macht in jedem Punkt des Übergangsbogens ein Drittel des Tangentenwinkels aus. Der Tangentenwinkel τ steht indessen nach Formel (17) in einem einfachen Zusammenhang mit der Bogenlänge:

$$\tau = \frac{l^2}{2C} = \frac{l^2}{2RL}.$$

Der Wert des Polarwinkels beträgt also als Funktion der Bogenlänge im Bogenmass:

$$\sigma = \frac{l^2}{6RL}. \tag{26a}$$

Für den Wert des Polarwinkels ergibt sich also eine äusserst einfache Formel. Zur Absteckung mit dem Theodolit sind aber natürlich nicht Bogenmasse, sondern Minuten und Sekunden notwendig, man erhält also mit dem bekannten Minutenfaktor $\varrho' = 3{,}438$:

$$\sigma' = \frac{3{,}438\,l^2}{6RL} = K'l^2 \tag{26b}$$

wo der Wert der für den Übergangsbogen charakteristischen Winkelkonstante K'

$$K' = \frac{573}{RL} \tag{26c}$$

beträgt. So kann man nunmehr den Polarwinkel σ jedes Kleinpunktes in Minutenwerten auch mit dem Rechenschieber leicht ermitteln. Die Zehntel und Hundertstel Minuten werden dann auf Sekunden umgerechnet (0,1'=6″, 0,01'=0,6″ usw.).

Der Wert der Polarwinkel σ kann jedoch auch mit Hilfe der Peripheriewinkeltafeln der auch bisher bekannten Kreisbogenabsteckungstafeln genau errechnet werden. Es sei nun mit dem Rechenschieber der reduzierte Wert l_r der Festpunktbogenlänge l ermittelt:

$$l_r = \frac{l^2}{3\,L}. \tag{27}$$

Zu diesen reduzierten Bogenlängen werden dann aus der zum entsprechenden Halbmesser R gehörenden Tabelle die bezüglichen Peripheriewinkelwerte ausgesucht, genau so, wie man es bei der Kreisbogenabsteckung zu machen pflegt.

Es soll z. B. zu einem Kreisbogen von $R = 300$ m ein Übergangsbogen von $L = 80$ m abgesteckt werden, und zwar in einer Kleinpunktentfernung von je 10 m. Die Werte der auf die einzelnen Kleinpunkte bezogenen reduzierten Bogenlänge und der mit ihrer Hilfe der Peripheriewinkeltafel für einen Halbmesser von 300 m entnommenen Absteckungswinkel sind:

$l_1 = 10$ m	$l_r = 10^2 : 240 = 0{,}42$ m,	$\sigma_1 =$	2′ 25″
$l_2 = 20$ m	$l_r = 20^2 : 240 = 1{,}67$ m,	$\sigma_2 =$	9′ 34″
$l_3 = 30$ m	$l_r = 30^2 : 240 = 3{,}75$ m,	$\sigma_3 =$	21′ 29″
$l_4 = 40$ m	$l_r = 40^2 : 240 = 6{,}67$ m,	$\sigma_4 =$	38′ 13″
$l_5 = 50$ m	$l_r = 50^2 : 240 = 10{,}41$ m,	$\sigma_5 =$	59′ 39″
$l_6 = 60$ m	$l_r = 60^2 : 240 = 15{,}00$ m,	$\sigma_6 =$	1°25′ 57″
$l_7 = 70$ m	$l_r = 70^2 : 240 = 20{,}41$ m,	$\sigma_7 =$	1° 56′ 56″
$l_8 = 80$ m	$l_r = 80^2 : 240 = 26{,}68$ m,	$\sigma_8 =$	2° 32′ 51″.

Nachdem nunmehr die Polarwinkel σ ermittelt worden sind, kann man am bequemsten mit folgenden Absteckungswinkeln arbeiten:

bei rechts gekrümmten Übergangsbogen: $\varphi = \sigma$ (28a)

bei links gekrümmten Übergangsbogen: $\varphi = 360° - \sigma$ (28b)

da ja die Limbuseinteilung des Winkelmessinstruments mit dem Gang des Uhrzeigers identisch ist und die Anfangsrichtung 0°00'00″ in die Richtung der Anfangstangente eingestellt wird *(Abb. 8)*.

Nachdem der letzte Punkt, also *ÜE* mit der beschriebenen Methode abgesteckt ist, stellt man sich mit dem Instrument auf dem Punkt *ÜE* auf. Man visiert auf den Punkt *ÜA* zurück und verdreht dann das Fernrohr um das Zweifache des letzten Polarwinkels σ_m (wobei $\gamma = 2\sigma_m$ beträgt). Damit erhält man die Anschlusstangente des anschliessenden Kreisbogens von Halbmesser

R, auf Grund deren dann die Absteckung des Kreisbogens mittels bekannter Methoden fortgesetzt werden kann *(Abb. 9)*.

Angesichts der Tatsache, dass mit diesem Verfahren fehlerlose Klotoiden ausgesteckt werden sollen, können die zur Hauptpunktabsteckung notwendigen Übergangsbogenwerte entweder aus den auf Grund der Einheitsklotoide angefertigten Tafeln oder auf Grund der im vorhergehenden Abschnitt angeführten, für den Gebrauch mit dem Rechenschieber bestimmten Formeln richtig berechnet werden (z. B. f, X_0, τ usw.).

Die Richtigkeit des hier vorgeschlagenen zweiten Verfahrens, nämlich die Anwendung der Kreisbogenabsteckungs-Peripheriewinkeltafel bei der

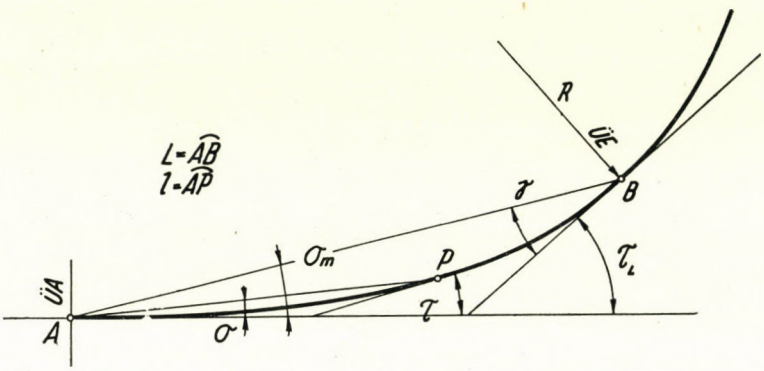


Abb. 9. Die Absteckung der anschliessenden Tangenten beim Peripheriewinkelverfahren

Absteckung von Übergangsbogen, kann leicht bewiesen werden. Diese Tafeln geben den Peripheriewinkel δ bei gewissen Halbmessern für verschiedene Bogenlängen an. Der Peripheriewinkel ist jedoch nichts anderes als die Hälfte des zur Bogenlänge l_1 gehörenden Mittelpunktwinkels:

$$\delta_0 = \frac{l_r}{2R} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \cdot$$

Da der Wert der reduzierten Länge l_r nach der hier beschriebenen Methode

$$l_r = \frac{l^2}{3L}$$

beträgt, so ergibt sich, falls dies in die vorige Gleichung des Peripheriewinkels eingesetzt wird:

$$\delta_0 = \frac{l^2}{3L} \cdot \frac{1}{2R} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{l^2}{6RL} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \sigma_0 \cdot$$

Der aus der Tabelle mit Hilfe der reduzierten Länge abgelesene Winkel ist also tatsächlich der gesuchte Polarwinkel des Übergangsbogens (vgl. Gl. [26a])

mit dem vorteilhaften Unterschied, dass er nicht in Bogenmassen, sondern in sofort verwendbaren Graden abgelesen werden kann.

*

Es soll nunmehr die Genauigkeit dieses Verfahrens einer kritischen Prüfung unterzogen werden, sowie auch die Grenzen, innerhalb deren dieses Verfahren hinreichend verlässlich angewendet werden kann.

Die Näherungen des Verfahrens sind zweifacher Art:

1. Beim Abstecken wird der Bogen zwischen zwei Kleinpunkten durch seine Sehne ersetzt.
2. Die Polarwinkel σ werden als Drittel des Tangentenwinkels τ angenommen.

Hinsichtlich der ersten Näherung gilt im Wesen dasselbe, wie für die Kreisbogenabsteckung mittels Peripheriewinkel: zwecks unbedingter Einhaltung einer Genauigkeit von 1 : 2000 beträgt — infolge der allgemein bekannten Begründung und der kurzen Ableitung — der grösste Wert der Kleinpunktentfernung:

$$\Delta l_{\max} \leqq 0{,}1\ R$$

das heisst, sie muss gleich lang oder kürzer sein als ein Zehntel des Halbmessers des anschliessenden Kreisbogens.

Es sei nun die zweite Näherung in Augenschein genommen. Der genaue Wert des Polarwinkels ist nach der Gl. (14) im ersten Abschnitt dieser Abhandlung

$$\sigma = \frac{\tau}{3} - \frac{8^{\,3}}{2{,}835} + \frac{19^{\,5}}{66{,}825} - + \cdots \tag{14}$$

Der Wert des infolge der Näherung begangenen Winkelfehlers $\Delta\sigma$ ist wegen des bereits erwähnten Leibnizschen Kriteriums [8] etwas geringer als der absolute Wert des zweiten Gliedes:

$$\Delta\sigma = \frac{\tau}{3} - \sigma \leqq \frac{8^{\,3}}{2{,}835}\cdot \tag{29a}$$

Dies ist die Grundgleichung der Fehlerprüfung. Der Wert des Winkels τ im Punkte eines Übergangsbogens von Bogenlänge l lautet, wenn die Konstante C d. h. das Quadrat des Parameters $C = R.L = p^2$ beträgt (vgl. Gl. [17]):

$$\tau = \frac{l^2}{2C}\cdot$$

Der Wert des $\triangle\sigma$ Winkelfehlers ist also:

$$\Delta\sigma = \frac{l^6}{2{,}835\ C^3}\cdot$$

Der grösste Winkelfehler wird am Ende des Übergangsbogens sein, wo $l = L$ ist, und daher ergibt sich:

$$\Delta\sigma_{max} = \frac{1}{2{,}835} \left(\frac{L}{R}\right)^3.$$

Oder anstatt in Bogenmassen in Sekunden ausgedrückt, wenn $\varrho'' = 206{,}264{,}8''$:

$$\Delta\sigma_{max} = \frac{\varrho''}{2{,}835} \left(\frac{L}{R}\right)^3 = 71{,}7 \left(\frac{L}{R}\right)^3. \tag{29b}$$

Die Veränderung von $\triangle\sigma''_{max}$ als Funktion des Verhältnisses L/R wird gemäss voriger Gleichung auf dem Graphikon der *Abb. 10.* dargestellt. Hier ist ersichtlich, dass der Wert des Winkelfehlers bei kleineren L/R-Verhältnissen gering bleibt, nach $L/R = 0{,}35$ langsam zuzunehmen beginnt, um dann später kräftig anzusteigen. Bei den im Eisenbahnbau gebräuchlichen Übergangsbogen darf das Verhältnis L/R höchstens 0,36 betragen und der Wert des Winkelfehlers $\triangle\sigma_{max}$ wird dann selbst im äussersten Fall bloss $3''$—$3{,}5''$ sein. Dies kann vom praktischen Gesichtspunkt völlig vernachlässigt werden, da der Wert des maximalen theoretischen Winkelfehlers weit unterhalb der Ablesungsgenauigkeit der bei der Absteckung gebräuchlichen Winkelmessinstrumente bleibt. Demgemäss darf also der als Grundlage des Verfahrens dienende Zusammenhang

$$\sigma = \frac{\tau}{3}$$

und infolgedessen auch *das gesamte Verfahren als von hinreichender Genauigkeit für den Eisenbahnbau angesehen werden* [10].

Hierzu muss jedoch bemerkt werden, dass der so ausgesteckte Übergangsbogen eine Klotoide ist, also jener genaue, fehlerlose Übergangsbogen, dessen übrige Formeln in den vorstehenden Abschnitten behandelt wurden. Der grundlegende Zusammenhang $\sigma = \tau : 3$ ist aber nicht mehr völlig für die kubische Parabel und deren verbesserte Variationen gültig, also ist es auch das ganze Absteckungsverfahren nicht mehr. Laut *Abb. 11.* ergeben sich nämlich bei der ursprünglichen kubischen Parabel die Zusammenhänge

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{l^2}{6R} : l = \frac{l}{6R}; \quad \text{sowie} \quad \operatorname{tg}\tau = \frac{l^2}{6R} : \frac{l}{3} = \frac{l}{2R}$$

und bei der den bisherigen Regeln gemäss verbesserten kubischen Parabel die Gleichungen

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{l^2}{6R\cos\tau} : l = \frac{l}{6R\cos\tau} \quad \text{sowie} \quad \operatorname{tg}\tau = \frac{l^2}{6R\cos\tau} = \frac{l}{3} = \frac{l}{6R\cos\tau}.$$

Für beide Formen der kubischen Parabel besitzt also folgender genauer Zusammenhang Gültigkeit:

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{\operatorname{tg} \tau}{3}.$$

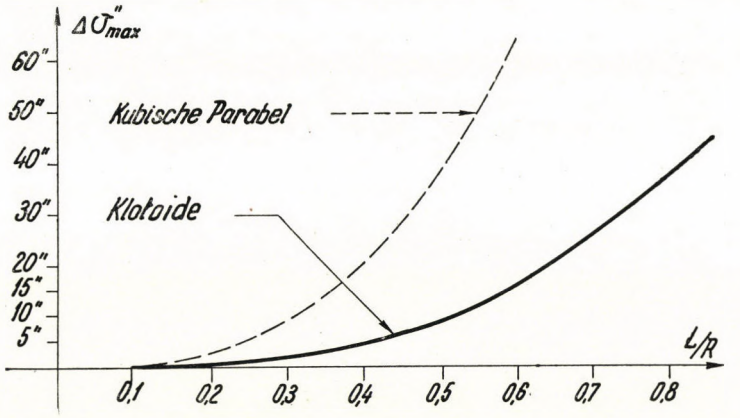


Abb. 10. Der Winkelfehler des Peripheriewinkelverfahrens im Falle der Klotoide bzw. der kubischen Parabel

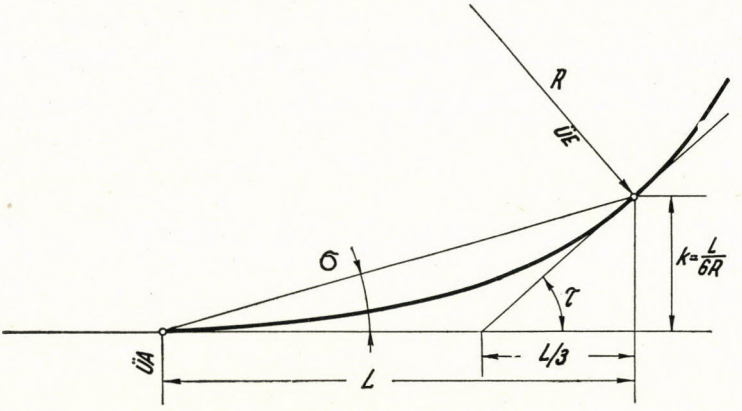


Abb. 11. Die kubische Parabel

Die Tangente des Tangentenwinkels in einem Punkt der kubischen Parabel von Abszisse x ist:

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{d\left(\frac{x^3}{6RL}\right)}{dx} = \frac{x^2}{2RL} = \frac{x^2}{2C}.$$

Der Tangens des Polarwinkels ist ein Drittel davon, also:

$$\operatorname{tg} \sigma = \operatorname{tg} \tau : 3 = \frac{x^2}{6RL} = \frac{x^2}{6C}.$$

Bei der kubischen Parabel besitzt also der als Grundlage des Absteckungsverfahrens dienende Zusammenhang $\sigma = \tau : 3$ keine Gültigkeit, weil in den Formeln Tangens statt Arcus vorkommt. Wenn näherungsweise dennoch der Arcus verwendet wird, so gelangt man zu den Gleichungen:

$$\sigma = \frac{x^2}{6RL}; \qquad \text{bzw.} \qquad \sigma'' = \frac{206.264{,}8\, x^2}{6RL},$$

die den Formeln (26a) und (26b) ähnlich sehen und manchenorts — fälschlicherweise — auch zur Anwendung kommen. Worin besteht der hier begangene Fehler? Der genaue Wert von σ lautet:

$$\sigma = \text{arc tg}\, \frac{x^2}{6C}.$$

Wenn die Funktion *arc tg* in eine Reihe entwickelt wird, ergibt sich:

$$\text{arc tg}\xi = \xi - \frac{\xi^3}{3} + \frac{\xi^5}{3} - + \ldots.$$

Also ist

$$\sigma = \frac{x^2}{6C} - \frac{x^6}{3 \cdot 6^3 C^3} + \frac{x^{10}}{5 \cdot 6^5 C^5} - + \ldots.$$

Der Wert des mit der obenerwähnten Näherung begangenen Fehlers ist der Grössenordnung nach kleiner als das zweite Glied:

$$\Delta\tau = \frac{x^2}{6C} - \sigma = \frac{x^6}{3 \cdot 6^3 C^3} = \frac{x^6}{648\, C^3} = \frac{x^6}{648\, R^3 L^3}.$$

Der Fehler ist im Falle von $x = L$ am grössten:

$$\Delta\sigma_{\max} = \frac{1}{648} \left(\frac{L}{R}\right)^3.$$

In Sekunden ausgedrückt, d. h. mit ϱ'' multipliziert:

$$\Delta\sigma_{\max} = 318 \left(\frac{L}{R}\right)^3.$$

Der in Sekunden ausgedrückte Wert des Winkelfehlers bei den einzelnen Bogenlänge—Kreisbogenhalbmesser—Verhältnissen (L/R) wurde ebenfalls auf *Abb. 10.* aufgetragen. Wie ersichtlich, ist die Grösse des Winkelfehlers mehr als das Vierfache des bei der Klotoide festgestellten Winkelfehlers. So ist im Falle der bei der Eisenbahn vorkommenden grössten Verhältniszahl $L/R = 0{,}35$ der Winkelfehler bereits 14″ gegenüber 3,1″ bei der Klotoide. Die hauptsächliche Inkonsequenz des Verfahrens besteht darin, dass bei Anwendung der Formel

$$\sigma'' = \varrho'' \frac{x^2}{6RL}$$

die Winkel auf Grund der Abszissen, eventuell in runden Abständen $\triangle x$ (z. B. in Stufen von je 10 m), berechnet sind, während bei der Absteckung dieselben Entfernungen als Bogenlängen l aufgetragen werden. Bogenlänge und Projektion sind hier verwechselt, wobei dann im Endergebnis bei Summierung der ganzen Länge des Übergangsbogens die wirkliche Projektion um das Mass eines $\triangle$ kürzer ist als die wirkliche Bogenlänge (die jetzt infolge der Absteckungsweise gleich X ist). Dieses Verfahren steckt also unbewusst im Gelände richtige Klotoiden ab, doch verwendet es nichtsdestoweniger die Hauptpunktformeln der kubischen Parabel zur Berechnung der Hauptpunkte, was ausser der Tatsache, dass dies prinzipiell unrichtig ist, in vielen Fällen zu einem wesentlich grösseren Fehler führt als die angestrebte Genauigkeit von 1 : 2000 oder 1 : 1000.

3. Der Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie

a) *Die praktischen und wirtschaftlichen Vorteile der geschwungenen Krümmungslinie*

Es ist eine wohlbekannte Tatsache, dass die Länge L des Übergangsbogens durch die Länge der Rampe bei einer Überhöhung m bestimmt wird.

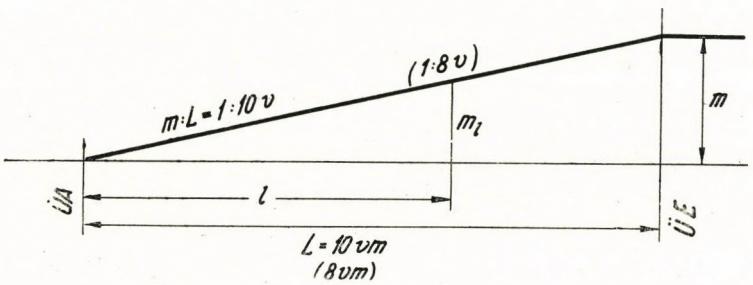


Abb. 12. Die gerade Überhöhungsrampe

Bei der allgemein angewandten und wohlbewährten *geraden Überhöhungsrampe* wächst die Überhöhung linear zum vollen Werte an (vgl. *Abb. 12.)*:

$$m_l = \frac{m}{L} l.$$

Hier bedeutet L die ganze Übergangsbogenlänge und l die Bogenlänge eines dazwischen liegenden Punktes. Die Neigung der Rampe — das Verhältnis m/L — muss natürlich von der Geschwindigkeit abhängen. Die Neigung muss so gewählt werden, dass *a)* die Hubgeschwindigkeit bzw. Hubbeschleunigung der Aussenräder der auf der Rampe fahrenden Wagen noch eine vollkommen ruhige Fahrt gewährleisten und *b)* die Rampe genügend flach sei, dass die vorderen Führungsräder der den Bogen verlassenden Lokomotive auch auf dem

äusseren, geneigten Strang eine vollkommen sichere Führung besitzen und so eine Entgleisungsgefahr vollständig ausschliessen.

Gemäss den Erfahrungen und Vorschriften mehrerer europäischer Eisenbahnen, so auch der Ungarischen Staatsbahnen, wird dieser Bedingung gut entsprochen, wenn die Rampenneigung bei einer Geschwindigkeit von v km/st

$$\frac{m}{L} = 1 : 10\ v$$

beträgt. Unter allen Umständen muss jedoch folgende minimale Neigung beibehalten werden :

$$\left(\frac{m}{L}\right)_{\min} = 1 : 400.$$

So muss also die vorschriftsmässige Länge der Überhöhungsrampe und des mit ihr verbundenen Übergangsbogens

$$\begin{aligned} L &= 10.\ v.\ m. \qquad \text{bzw. zumindest} \\ L &= 400\ m \end{aligned} \tag{31}$$

ausmachen. Falls Geländeschwierigkeiten bestehen, z. B. wenn bei Geschwindigkeitserhöhung die infolge des Übergangsbogens notwendige Kreisbogenverschiebung nicht vorgenommen werden kann, so darf man ausnahmsweise die Länge des Übergangsbogens und der Überhöhungsrampe auf einen Wert von 8. v. m vermindern : diese verminderte Länge ist indessen nicht mehr so günstig wie der vorschriftsmässige Wert.

Die Grössen der Werte der Überhöhung m sind in den im Jahre 1941 erschienenen Tafeln der Ungarischen Staatsbahnen angegeben. Die Tafeln sind empirisch, da sie nicht auf Grund einer einzigen Überhöhungsformel, sondern bei Berücksichtigung des früheren Unterhaltungszustandes der Strecke und bei jeweiliger Untersuchung der Seitenbeschleunigung ausgerechnet wurden. Es kam dabei zu einem Kompromiss zwischen dem Gesichtspunkt der Fahrbequemlichkeit (Seitenbeschleunigung) und dem der Streckenunterhaltung (ein allzu grosser Sprung im Vergleich zu den vorher gültigen, unmodernen, geringen Überhöhungswerten konnte aus wirtschaftlichen und Bahnunterhaltungsgründen nicht gemacht werden [11]). Eben deshalb sind auch zwei Tafeln in Kraft.

I. Bei der *Tafel der Regelüberhöhungen* beträgt der Wert der verbleibenden freien Beschleunigung bei den massgebenden Geschwindigkeiten der einzelnen Halbmesser im Durchschnitt $a = 0{,}47$ m/sec^2. Dieser Wert ist ohne weiteres zulässig, und obwohl er nicht allzu niedrig ist, kann diese Tabelle als völlig zureichend bezeichnet werden.

II. Die *Tafel der Mindestüberhöhungen* gibt um 10—40 mm, im Durchschnitt um 30 mm, geringere Werte für die Überhöhungen an als de vorhergehende

Tafel und kann mit Erlaubnis der Direktion verwendet werden, wenn »die Anwendung der vorschriftsmässigen Überhöhungen kostspielige Umgestaltungen des Bahnkörpers oder der Linienführung erfordern würde«. (Es wird noch zu sehen sein, dass alle diese Schwierigkeiten wegen der Einschaltung von längeren Übergangsbogen auftreten.) Die Verminderung der Überhöhungswerte um 20—60% hat natürlich zur Folge, dass der freie, verbleibende Wert der Seitenbeschleunigung von 0,47 auf im Durchschnitt $a = 0{,}54$ m/sec² ansteigt. Dies ist bereits ein ungünstiger Wert, da er in der Nähe des Grenzwertes von $a = 0{,}6$ m/sec liegt, der gemäss den Versuchen schon an der Grenze der Zulässigkeit ist. Hier muss in Betracht gezogen werden, dass im Betrieb eine Überhöhung von $\pm$ 10 mm bei 100 km/st zulässig ist, doch sind bei der Bahnunterhaltung manchenorts 15—20%ige Krümmungs- bzw. Halbmesserabweichungen nicht ausgeschlossen, deren summierte Wirkung dann eine schon ganz unangenehme Grösse aufweist und sogar den sehr hohen, ungünstigen Seitenbeschleunigungswert von $a = 0{,}80$—$0{,}85$ mm/sec² erreichen kann.

Als zweckmässig und überaus nützlich wäre also eine Lösung zu betrachten, welche die Verwendung von Mindestüberhöhungen vollkommen ausschalten bzw. überflüssig machen würde. Im folgenden soll gezeigt werden, dass diese Möglichkeit in vollem Ausmass vorhanden ist, und zwar durch Einführung und Vorschreibung des Übergangsbogens von geschwungener Krümmungslinie, aber mit der gewohnten geraden Überhöhungsrampe.

Die bekannte Kreisbogenverschiebung f des allgemein angewandten Übergangsbogens mit geradlinig anwachsender Krümmung (Klotoide oder kubische Parabel) ist nämlich bei Kenntnis der Übergangsbogenlänge und des Kreisbogenhalbmessers R aus der Formel

$$f_l = \frac{L^2}{24R}$$

in sehr guter Näherung berechenbar (vgl. *Abb. 6)*. Demgegenüber besitzt beim Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie, sowohl beim bisher vorgeschriebenen als auch bei dem hier vorgeschlagenen günstigeren, dieselbe Kreisbogenverschiebung einen Wert von nur

$$f_g = \frac{L^2}{40R};$$

sie ist also wesentlich kleiner als beim allgemein angewandten Übergangsbogen. Dies bedeutet, dass beim Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie. die Kreisbogenverschiebung sich lediglich auf 60% der Kreisbogenverschiebung eines Übergangsbogens mit gerader Krümmungslinie beläuft:

$$f_g = 0{,}6\, f_l, \tag{32}$$

beziehungsweise: bei einer Kreisbogenverschiebung von derselben Grösse kann die Länge des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie um

$\sim$ 30% grösser sein als beim Übergangsbogen mit gerader Krümmungslinie:

$$L_g \cong 1{,}3\ L_l. \tag{33}$$

Diese Tatsache ist von grösster Bedeutung. Wenn es nämlich gelingt einen Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie zu finden, der genau so bequem gehandhabt und genau so leicht tabellarisiert werden kann, wie ein geradlinig anwachsender Übergangsbogen, dann kann

1. *die Regelüberhöhung auch dort gegeben werden, wo bisher nur die Mindestüberhöhung gegeben werden konnte;*
2. *anstatt der gekürzten Übergangsbogenlänge von 8. v. m. die vorgeschriebene, weit vorteilhaftere Übergangsbogenlänge L = 10. v. m. gegeben werden;*
3. *bei Geschwindigkeitserhöhungen im Falle von Einschaltungen längerer Übergangsbogen, die bei der Verschiebung des Kreisbogens nach innen vorzunehmende kostspielige und schwerfällige Verbreiterung des Bahnkörpers meistens vermieden werden.*

So sind z. B. in Tabelle 4. die notwendigen Übergangsbogenlängen für die maximalen Überhöhungen und zulässigen Geschwindigkeiten auf die verschiedenen Halbmesser bezogen zusammengestellt. Gleichfalls sind dort auch die notwendigen Kreisbogenverschiebungen im Falle von Übergangsbogen mit linearer Krümmungslinie f_l und geschwungener Krümmungslinie f_g angeführt. Es ist ersichtlich, dass sich ganz mächtige Unterschiede ergeben, deren Wirkung auch in wirtschaftlicher Hinsicht sehr gross ist, da bei Anwendung des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie in den meisten Fällen eine Verbreiterung des Bahnkörpers vermieden werden kann.

Es stellt sich nun die Frage, ob der Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie ebenso leicht zu handhaben ist wie die gewohnte kubische Parabel?

In Verbindung mit dem von den Ungarischen Staatsbahnen bisher vorgeschriebenen Übergangsbogen »für geschwungene Rampen« *(Abb. 15.)* ist die-

TABELLE 4

R	m	v	L= 10 v. m	$\frac{L}{R}$	f_e	f_h	$\Delta f = f_e - f_h$
m	mm	km/st	m		m	m	m
200	110	55	61	0,305	0,78	0,47	0,31
300	130	70	91	0,304	1,15	0,69	0,46
400	140	85	119	0,298	1,48	0,89	0,57
500	140	95	133	0,268	1,48	0,89	0,57
600	140	105	147	0,245	1,50	0,90	0,60
700	130	110	143	0,204	1,22	0,73	0,49
800	135	120	162	0,203	1,37	0,82	0,55
900	130	125	163	0,181	1,23	0,74	0,49
1000	125	130	162	0,162	1,10	0,66	0,44
1100	120	135	162	0,147	1,00	0,60	0,40
1200	120	140	168	0,140	0,98	0,59	0,39

leider nicht der Fall, und deshalb wird dieser in der Praxis sehr selten benutzt. Die Gleichung dieses Übergangsbogens ist sehr kompliziert, sie besteht aus der Differenz einer Sinuskurve und einer Parabel:

$$y = \frac{1}{2R}\left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{L}{2}\right)^2 - \frac{L^2}{\pi^2}\left(1 + \sin\frac{x}{L}\,\pi\right)\right]. \tag{34}$$

Es ist bei der Ermittlung sämtlicher Ordinaten notwendig, die Bogenmasse auf Grade umzurechnen und die Winkelfunktionstafel zu verwenden, der Rechenschieber genügt also zu dieser überaus schwerfälligen Berechnung nicht. Auch die Absteckung des Übergangsbogens ist ungewohnter, da der Anfangspunkt des Absteckungskoordinatensystems nicht der Punkt *ÜA* ist, sondern auf die Halbprojektion des Übergangsbogens zu liegen kommt. Als Rampenform wird ausschliesslich die geschwungene Überhöhungsrampe verwendet (mit einer gleichfalls schwer zu berechnenden Sinuslinie), was aus Gründen der Bahnunterhaltung auch Prinzipiell nicht überall zulässig ist (z. B. im Falle von sich nicht vollkommen gesetzten Erdarbeiten usw.) und u. a. in solchen Fällen auch von den Vorschriften der Ungarischen Staatsbahnen nicht gestattet wird.

Wenn also die zweifellosen Vorteile des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie ausgenützt werden sollen, dann muss unbedingt eine Form des Übergangsbogens gefunden werden, die genügend einfach ist, auch mit dem Rechenschieber leicht ermittelt werden kann, ohne Schwierigkeiten tabellarisierbar ist und keinerlei andere Absteckungsmethode erfordert als die bisher bei Übergangsbogen übliche. Schliesslich: *diese Form muss auch die Anwendung der wohlbewährten und in der Bahnunterhaltung gewohnten geraden Überhöhungsrampe gestatten.*

Im folgenden sollen zuerst die Formeln der neuen Übergangsbogenform mit der genauen Methode abgeleitet werden, wonach in einem besonderen Abschnitt die Fragen der geraden und geschwungenen Überhöhungsrampe erörtert werden.

b) *Die Ableitung des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie (geschwungene Radioide)*

Der Übergangsbogen ist eine Kurve, deren Krümmungsänderung einen allmählichen Übergang von der Krümmung 0 der Geraden zur Krümmung l/R des Kreisbogens ermöglicht. Diese Aufgabe wird am besten durch das Krümmungsbild veranschaulicht. Anstatt der linearen Krümmungsänderung *(Abb. 12)* muss jetzt die Krümmungsänderung in geschwungene Gestalt gebracht werden. Die einfachste hierzu geeignete Kurve ist die eine Inflexion aufweisende kubische Parabel [12]. Ihre allgemeine Gleichung lautet, wenn bei der Bogenlänge l die Krümmung $(1 : r_l)$ mit g bezeichnet wird *(Abb. 13)*

$$g = Al^3 + Bl^2 + Cl + D. \tag{35a}$$

Die Konstanten werden aus den 4 Gleichungen ermittelt, die auf Grund der 4 Peripheriebedingungen aufgestellt wurden.

a) Im Punkte $\ddot{U}A$, bei $l = 0$ $g = 0$, also ist $D = 0$

b) Im Punkte $\ddot{U}A$, bei $l = 0$ hat das Krümmungsbild tangential anzufangen, also ist

$$\left[\frac{dg}{dl}\right]_0 = 0 = 3Al^2 + 2Bl + C\,; \quad \text{daher ist : } C = 0$$

c) Im Punkte $\ddot{U}E$, bei $l = L$ hat das Krümmungsbild tangential in das Krümmungsbild des Kreisbogens zu laufen :

$$\left[\frac{dg}{dl}\right]_L = 0 = 3AL^2 + 2Bl = 0$$

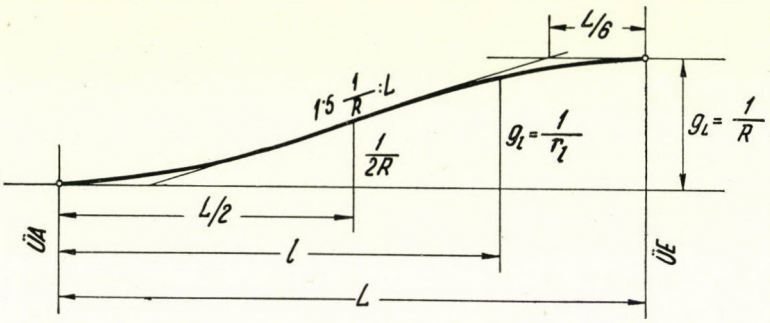


Abb. 13. Die geschwungene Überhöhungsrampe mit Inflexionsparabel

d) Im Punkte $\ddot{U}E$, bei $l = L$ ist die Krümmung mit dem Kreis identisch :

$$g_L = \frac{1}{R} = AL^3 + BL^2.$$

Aus den zwei Gleichungen ergibt sich :

$$A = -\frac{2}{RL^3} \quad \text{und} \quad B = \frac{3}{RL^2}$$

und so ist die gesuchte Gleichung des geschwungenen Krümmungsbildes *(Abb. 13.)*

$$g = \frac{1}{r} = \frac{1}{R}\left(\frac{3}{L^2}\,l^2 - \frac{2}{L^3}\,l^3\right). \tag{35b}$$

Nach Integrieren dieser Gleichung erhält man die Funktion der Veränderung des Tangentenwinkels ;

$$\tau = \int_0^l \frac{1}{r}\,dl - \frac{1}{R}\int_0^l \left(\frac{3}{L^2}\,l^2 - \frac{2}{L^3}\,l^3\right)\,dl \tag{36}$$

$$\tau = \left(\frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}\right).$$

Die Koordinaten des Übergangsbogens sind demnach:

$$x = \int_0^l \cos\tau \cdot dl = \int_0^l \cos\left(\frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}\right) dl$$

$$y = \int_0^l \sin\tau \cdot dl = \int_0^l \sin\left(\frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}\right) dl.$$

Die in eine Reihe entwickelte Form der *sin*- und *cos*-Funktionen sind:

$$\sin\tau = \tau - \frac{\tau^3}{3!} + \frac{\tau^5}{5!} - + \cdots$$

$$\cos\tau = 1 - \frac{\tau^2}{2!} + \frac{\tau^4}{4!} - + \cdots$$

Nach Erhebung zur Potenz des zweigliedrigen Ausdrucks τ nach dem binomischen Satz wurden die Integrale auf die gliedweise einfache Integration von Polynomen zurückgeführt:

$$y = \int_0^l \left[\frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3} - \frac{l^9}{6R^3L^6} - \frac{3l^{10}}{2.6\,R^3L^7} - \frac{3\,l^{11}}{4.6\,R^3L^8} - \right.$$

$$\left. - \frac{l^{12}}{8.6\,R^3L^9} + - + \cdots\right] dl \qquad (37)$$

$$= \frac{l^4}{4RL^2} - \frac{l^5}{10RL^3} - \frac{l^{10}}{60R^3L^6} + \frac{l^{11}}{44R^3L^7} - \frac{l^{12}}{96R^3L^8} + \frac{l^{13}}{624\,R^3L^9} + - \cdots$$

$$= \frac{l^4}{4RL^2}\left(1 - \frac{4l}{10L}\right) - L\left(\frac{L}{R}\right)^3 \left[\frac{1}{60}\left(\frac{l}{L}\right)^{10} - \frac{1}{44}\left(\frac{l}{L}\right)^{11} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{96}\left(\frac{l}{L}\right)^{12} - \frac{1}{624}\left(\frac{l}{L}\right)^{13}\right].$$

Für die Abszisse ergab sich

$$x = \int_0^l \left[1 - \frac{l^6}{2R^2L^4} + \frac{l^7}{2R^2L^5} - \frac{l^8}{8R^2L^6} + - \cdots\right] dl \qquad (38)$$

$$= l\left\{1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2 \left[\frac{1}{14}\left(\frac{l}{L}\right)^6 - \frac{1}{16}\left(\frac{l}{L}\right)^7 + \frac{1}{72}\left(\frac{l}{L}\right)^8\right] + - \cdots\right\}.$$

Damit ist also die allgemeine Gleichung der Koordinaten des Übergangsbogens erreicht, die aber natürlich noch vereinfacht werden soll. Die durch die Reihenentwicklung gewonnenen höheren Potenzen, als die angeführten, können vollkommen vernachlässigt werden.

Auf Grund der allgemeinen Gleichung sollen nun die genauen Formeln der Hauptpunktangaben des Übergangsbogens nach *Abb. 14.* berechnet werden.

a) Die Ordinate des Punktes *ÜE*, der Wert k, kann aus der allgemeinen Formel von y durch Einsetzen von $l = L$ gewonnen werden:

$$k = \frac{6L^2}{40R} - \frac{L^4}{R^3}\left(\frac{1}{60} - \frac{1}{44} + \frac{1}{96} - \frac{1}{624}\right) = 0{,}15\,\frac{L^2}{R} - 0{,}003\,\frac{L^4}{R^3} \tag{39}$$

$$k = 0{,}15\,\frac{L^2}{R}\left[1 - 0{,}018\left(\frac{L}{R}\right)^2\right].$$

b) Die Projektionslänge H des Übergangsbogens kann aus der allgemeinen Formel von x durch Einsetzen von $l = L$ berechnet werden:

$$H = L\left[1 - \left(\frac{L}{R}\right)^2\left(\frac{1}{14} - \frac{1}{16} + \frac{1}{72}\right)\right] = L\left[1 - 0{,}023\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{40}$$

c) Der Endtangentenwinkel τ_L des Übergangsbogens kann aus der allgemeinen Formel von τ durch Einsetzen von $l = L$ ermittelt werden:

$$\operatorname{arc}\tau_L = \left[\frac{l^3}{RL^2} - \frac{l^4}{2RL^3}\right]_L = \frac{L}{R} - \frac{L}{2R} = \frac{L}{2R}. \tag{41}$$

d) Die Abszisse X_0 des Kreisbogenmittelpunktes beträgt nach der Abbildung:

$$X_0 = H - R\sin\tau_L = L\left[1 - 0{,}023\left(\frac{L}{R}\right)^2\right] - R\sin\left(\frac{L}{2R}\right).$$

Die Funktion *sin* τ_L wird wiederum in eine Reihe entwickelt:

$$X_0 = L - 0{,}023\,\frac{L^3}{R^2} - R\left(\frac{L}{2R} - \frac{L^3}{6\cdot 8R^3} + - \cdots\right) = \tag{42}$$

$$= \frac{L}{2}\left[1 - 0{,}046\left(\frac{L}{R}\right)^2 + \frac{1}{24}\left(\frac{L}{R}\right)^2\right] = X_0 = \frac{L}{2}\left[1 - 0{,}0044\left(\frac{L}{R}\right)^2\right].$$

e) Die Verschiebung f des Kreisbogens kann aus folgender Formel gewonnen werden:

$$f = k - R\,(1 - \cos\tau_L)$$

Wenn auch die *cos*-Funktion in eine Reihe entwickelt wird, ergibt sich

$$R\left(1 - \cos\frac{L}{2R}\right) = R\left(\frac{L^2}{8R^2} - \frac{L^4}{24\cdot 16R^4} + - \cdots\right).$$

Der Wert der Kreisbogenverschiebung ist also :

$$f = \frac{3L^2}{20R} - 0{,}003\,\frac{L^4}{R^3} - \frac{L^2}{8R} + \frac{L^4}{384R^3} = \frac{L^2}{R}\left(\frac{3}{20} - \frac{1}{8}\right) - 0{,}00015\,\frac{L^4}{R^3} \quad (43)$$

$$f = \frac{L^2}{40R}\left[1 - 0{,}006\left(\frac{L}{R}\right)^2\right].$$

f) Schliesslich ist der Wert des Subtangentenschnittes t :

$$t = k \cdot \operatorname{cotg}\ \tau_L = k \operatorname{cotg}\ \frac{L}{2R}.$$

Wenn die *cotg*-Funktion in eine Reihe entwickelt wird, kommt man zu :

$$\operatorname{cotg}\ \tau_L = \frac{1}{\tau_L} - \frac{\tau_L}{3} - \frac{\tau_L^3}{45} - \cdots = \frac{2R}{L} - \frac{L}{6R} - \frac{L^3}{45 \cdot 8 \cdot R^3} - \cdots \quad (44)$$

$$t = \left(\frac{3L^2}{20R} - 0{,}003\,\frac{L^4}{R^3}\right)\left(\frac{2R}{L} - \frac{L}{6R} - \frac{L^3}{360R^3}\right) \quad (44)$$

$$t = 0{,}3\,L\left[1 - 0{,}102\left(\frac{L}{R}\right)^2\right].$$

Auf diese Weise wurden also die genauen Formeln für die Hauptpunktangaben des Übergangsbogens gewonnen, die alle dieselbe Gestalt haben : es sind dies mit dem Rechenschieber sehr einfach zu berechnende Grundformeln, die mit dem Korrektionsfaktor $(1-\varepsilon)$ multipliziert sind. Die Grösse des Korrektionsgliedes ε hängt bloss vom Quadrat des Wertes des Bogenlänge—Halbmesser—Verhältnisses L/R ab. Die Zahlenwerte des auf die einzelnen Haupt-

TABELLE 5

Hauptpunktangabe	Formel des Korrektionsgliedes	Der Wert von ε = relativer Fehler					
		$\frac{L}{R} = 0{,}35$	$\frac{L}{R} = 0{,}30$	$\frac{L}{R} = 0{,}25$	$\frac{L}{R} = 0{,}20$	$\frac{L}{R} = 0{,}15$	$\frac{L}{R} = 0{,}10$
k	$0{,}018\left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0022	0,0016	0,0011	0,00072	0,0004	0,00018
H	$0{,}023\left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0028	0,0021	0,0014	0,00092	0,00052	0,00023
X_0	$0{,}0044\left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,00054	0,00040	0,00028	0,00018	0,00099	0,000044
f	$0{,}006\left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,00074	0,00054	0,00038	0,00024	0,00013	0,00006
t	$0{,}102\left(\frac{L}{R}\right)^2$	0,0125	0,0092	0,0064	0,0041	0,0023	0,001

punktangaben bezüglichen Korrektionsgliedes ε sind — auf die verschiedenen Bogenlänge—Halbmesser—Verhältnisse L/R bezogen — in Tabelle 5. zusammengestellt.

Es lässt sich nunmehr genau entscheiden, wann eine Vernachlässigung vorgenommen und wann der Korrektionsfaktor weggelassen werden darf. Eine Vernachlässigung kann wiederum vorgenommen werden, wenn der relative Fehler unterhalb der sehr strengen Absteckungsgenauigkeit von 0,0005, d. h. 1 : 2000 bleibt. Dieser Wert darf nur überschritten werden, wenn der absolute Wert des Fehlers selbst im Extremfall nicht wesentlich 0,5 cm d. h. 5 mm übertrifft.

Bei einer Prüfung der in Tabelle 5. zusammengestellten relativen Fehler ist ersichtlich, dass im Falle der Endordinate k und der Projektionslänge H der Korrektionsfaktor bei Übergangsbogen von einer Länge $L = 0{,}15\ R$ sowie bei kürzeren als diesen weggelassen werden kann, während er aber bei einer grösseren Bogenlänge als dieser beibehalten werden muss. Der Wert X_0 kann indessen immer durch den Wert $L/2$ ersetzt werden und gleicherweise kann der Korrektionsfaktor stets beim Wert f der Kreisbogenverschiebung weggelassen werden. In jedem Falle muss hingegen die ganze Formel bei der Berechnung des Endtangentenschnittes t angewendet werden, weil hier der Korrektionsfaktor bedeutend ist.

Es ist noch die Untersuchung der Formel der dazwischenliegenden Kleinpunktkoordinaten übrig. Die allgemeine Gleichung der Abszisse ist :

$$x = l\left\{1 - \left(\frac{l}{R}\right)^2 \left[\frac{1}{14}\left(\frac{l}{L}\right)^6 - \frac{1}{16}\left(\frac{l}{L}\right)^7 + \frac{1}{72}\left(\frac{l}{L}\right)^8\right]\right\} = l\left[1 - \xi\left(\frac{L}{R}\right)^2\right].$$

Der Wert des Verhältnisses L/R kann sich nach den Überhöhungsvorschriften der Ungarischen Staatsbahnen zwischen 0 und 0,36 bewegen, während das Verhältnis l/L im Prinzip zwischen 0 und 1,0 schwanken kann. Für den Fall $l/L = 1$ ist eine besonders einfache Formel gegeben (die Projektionslänge H) und da die Kleinpunkte am dichtesten in Bogenabständen von je 5 bis 10 m, gerechnet werden müssen, darf als maximaler Wert für l/L 0,9—0,95 genommen werden. Nach Berechnung der höheren Potenzen von l/L beträgt der Wert des in der eckigen Klammer befindlichen Koeffizienten ξ :

bei $l/L =$	0,8	$\xi = 0{,}008$
	0,9	$\xi = 0{,}014$
	0,95	$\xi = 0{,}018$

Danach ist der sich aus der Weglassung der Korrektion bei den einzelnen L/R-Verhältnissen ergebende Wert des relativen Fehlers ($\varepsilon = \xi(L/R)^2$) in tabellarischer Form :

TABELLE 6
Der Wert des relativen Fehlers ε in der Formel von X

$\frac{l}{L}$	Bogen-Halbmesser-Verhältnis L R				
	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35
0,8	0,0002	0,0003	0,0005	0,0007	0,001
0,9	0,0003	0,0006	0,0009	0,0013	0,0017
0,95	0,0004	0,0007	0,0011	0,0016	0,0022

Bei der Berechnung der Kleinpunkte kann man sich um so eher mit einer Genauigkeit von 1 : 1000 d. h. 0,001 begnügen, als diese Genauigkeitsgrenze nur bei grossen L/R-Verhältnissen, meistens nur bei der Koordinate des einzigen letzten Kleinpunktes erschöpft wird. Deshalb bedarf es bei den Punkten von einem l/L-Verhältnis von 0,8 und kleineren als diesem überhaupt keiner Korrektion

$$x = l. \tag{45a}$$

Dasselbe ist bei den l/L-Verhältnissen von 0,9 und 0,95 der Fall, solange die Übergangsbogenlänge nicht den Wert von $L = 0{,}25\ R$ erreicht; im Falle von $L/R \geqq 0{,}25$ muss jedoch die Korrektion bereits beibehalten werden. Als Wert von ξ kann ein Mittelwert von 0,016 angenommen werden, und so ergibt sich für die Fälle $l \geqq 0{,}9\ L$ und $L \geqq 0{,}25\ R$ für die Abszisse x folgende leicht auszurechnende Formel (bei ständiger Einhaltung einer Genaugkeit von 1 : 1000) :

$$x = l\left[1 - 0{,}016\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]. \tag{45b}$$

Schliesslich ist noch die Formel der Kleinpunktkoordinaten y in allgemeiner Form :

$$y = \frac{l^4}{4RL^2}\left(1 - \frac{4l}{10L}\right) - L\left(\frac{L}{R}\right)^3\left[\frac{1}{60}\left(\frac{l}{L}\right)^{10} - \frac{1}{44}\left(\frac{l}{L}\right)^{11} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{96}\left(\frac{l}{L}\right)^{12} - \frac{1}{624}\left(\frac{l}{L}\right)^{13}\right] = \frac{l^4}{4RL^2}\left(1 - \frac{4l}{10L}\right) - \eta\left(\frac{L}{R}\right)^3 L.$$

Der erste Teil ist eigentlich ein Ausdruck fünften Grades, der jedoch in der hier angegebenen Gestalt auch bequem mit dem Rechenschieber ausgerechnet werden kann.

Die Korrektion soll hier als absoluter Wert untersucht werden.

Der Wert des in der eckigen Klammer stehenden, kurz mit η bezeichneten Ausdruckes beträgt

$$\begin{aligned} \text{bei } l/L = 0{,}8 \quad & \eta = 0{,}0005 \\ 0{,}9 \quad & \eta = 0{,}0012 \\ 0{,}95 \quad & \eta = 0{,}0019 \end{aligned}$$

Der absolute Wert der Korrektion hängt hier nicht mehr ausschliesslich vom Verhältnis L/R ab, sondern auch von der Übergangsbogenlänge L. Wenn man den ungünstigsten Fall in Rechnung stellt und in der nachstehenden Tabelle 7. zu den einzelnen L/R-Werten immer die sich aus den Vorschriften der Ungarischen Staatsbahnen ergebenden längsten Übergangsbogenlängen nimmt, so ist der absolute Wert der Korrektionen in Millimetern :

TABELLE 7

Die Werte der Ordinatenkorrektion Δ in mm

$\frac{l}{L}$	Bogenhalbmesserverhältniss L/R			
	0,20	0,25	0,30	0,35
	$L_{max}=160$ m	$L_{max}=130$ m	$L_{max}=120$ m	$L_{max}=95$ m
0,8	0,6 mm	1,0 mm	1,5 mm	1,9 mm
0,9	1,6 mm	2,5 mm	2,9 mm	4,9 mm
0,95	2,4 mm	3,8 mm	6,1 mm	7,7 mm

Wie ersichtlich, sind die Werte der Ordinatenkorrektionen selbst in den ungünstigsten Fällen sehr klein und erreichen erst bei den letzten ein oder zwei Ordinaten Millimetergrösse. Folgende Ordinatenformel kann also als allgemein gültig betrachtet werden :

$$y = \frac{l^4}{4RL^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5\ L}\right). \tag{46a}$$

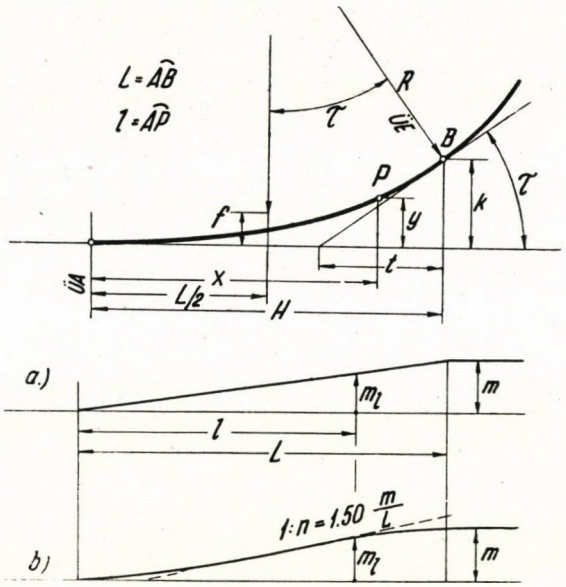
Der Fehler erreicht nur im extremsten Fall einen Wert von $\sim$ 8 mm. Soll dies nicht geduldet und als maximaler Fehler 0,5 cm eingehalten werden, so kann man in den sehr seltenen Fällen $l \geqq 0{,}95\ L$ und $L \geqq 0{,}30\ R$ aus voriger Gleichung noch folgendes Korrektionsglied Δ von Millimetergrösse abziehen :

$$\Delta = 0{,}00006\ L. \tag{46b}$$

Wenn dieses Glied berücksichtigt wird, so kann auch eine Fehlergrenze von 0,5 cm eingehalten werden.

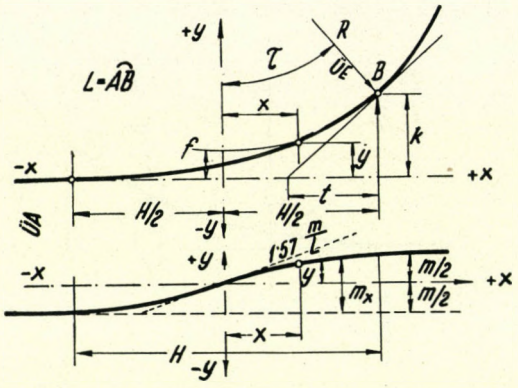
Nach diesen Ausführungen mögen nun die in *Abb. 14.* zusammengestellten Berechnungsformeln, sowie die Darstellung des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie (geschwungene Radioide) betrachtet werden. Es ist klar ersichtlich, dass mit dem Rechenschieber leicht und einfach berechenbare Formeln gewonnen wurden, die eine praktisch genügende Genauigkeit aufweisen. Die Absteckungsmethode unterscheidet sich dabei in nichts von der bisher für Übergangsbogen gebräuchlichen.

Wenn nun der in *Abb. 15.* sichtbare, bei den Ungarischen Staatsbahnen bisher vorgeschriebene Übergangsbogen mit Sinuskurve mit dem in *Abb. 14.* verglichen wird, tritt die bedeutend handlichere, gewohntere und einfachere Beschaffenheit der vorgeschlagenen einfacheren geschwungenen Radioide sofort zutage.



	$L \leqq 0{,}15R$	$0{,}15R < L < 0{,}25R$	$L \geqq 0{,}25R$	
			$l < 0{,}9L$	$l \geqq 9L$
x	$x = l$			$x = l\left[1 - 0{,}016\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$
y	$y = \frac{l^4}{4RL^2}\left(1 - \frac{l}{2{,}5L}\right)$			
H	$H = L$	$H = L\left[1 - 0{,}023\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$		
k	$k = 0{,}15\,\frac{L^2}{R}$	$k = 0{,}15\,\frac{L^2}{R}\left[1 - 0{,}018\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$		
f	$f = \frac{L^2}{40R}$			
t	$t = 0{,}3L\left[1 - 0{,}102\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]$			
τ	$\arc \tau = \frac{L}{2R}$			
m_l	$ml = m\frac{l}{L}$ (Gerade Rampe)			
m_l	$m_l = m\left[3\left(\frac{l}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{l}{L}\right)^3\right]$ (Geschwungene Rampe)			

Abb. 14. Die vorgeschlagene geschwungene Radioide



	$H < 0{,}2R$	$H \geqq 0{,}2R$
y	$y = \frac{1}{2R} \cdot \left[\frac{1}{2}\left(x + \frac{H}{2}\right)^2 - \frac{H^2}{\pi^2} \cdot \left(1 + \sin \frac{x}{H}\,\pi\right)\right]$	
τ	$\sin \tau = \frac{H}{2R}$	
k	$k = 0{,}15\,\frac{H^2}{R}$	$k = 0{,}14868\,\frac{H^2}{R}$
f	$f = \frac{H^2}{40R}$	$f = 0{,}14868\,\frac{H^2}{R} - R(1 - \cos \tau)$
t	$t = 0{,}3H$	$t = 0{,}14868\,\frac{H}{R}\,\sqrt{4R^2 - H^2}$
L	$L = H + 0{,}023\,\frac{H^3}{R^2}$	
$y_{(m)}$	$y_{(m)} = \frac{m}{2} \cdot \sin \frac{x}{H} \cdot \pi$	
m_x	$m_x = \frac{m}{2} \cdot \left(1 + \sin \frac{x}{H} \cdot \pi\right)$	

Abb. 15. Der bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebene sinusförmige Übergangsbogen

c) *Die Absteckung der geschwungenen Radioide mit dem Theodolit mittels Peripheriewinkel*

Es soll jetzt gezeigt werden, dass der vorgeschlagene Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie leicht mit dem Theodolit mittels Peripheriewinkel abgesteckt werden kann, genau so wie nach Obengesagtem die Kreisbogen oder Klotoiden.

Aus *Abb. 16.* ist ersichtlich, dass der Wert des Polarwinkels σ :

$$\operatorname{tg}\sigma = \frac{y}{x} = \frac{l^4}{4RL^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5L}\right) : l = \frac{l^3}{4RL^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5L}\right)$$

beträgt, denn es wurde hier die Näherung $x = l$ eingeführt. Als zweite Näherung soll der Wert des *Arcus* des Polarwinkels statt des Wertes des *tangens* genommen werden :

$$\operatorname{arc}\sigma = \frac{l^3}{4RL^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5L}\right) \tag{47a}$$

(Die Wirkung der zwei Näherungen soll noch ausführlich behandelt werden.) Der Wert des Polarwinkels in Sekunden beträgt (die vorstehende Formel wurde mit $\varrho'' = 206.264{,}8''$ multipliziert) :

$$\sigma'' = 51 \cdot 566{,}2\ \frac{l^3}{2L^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5L}\right). \tag{47b}$$

Der Wert des Winkels σ wird nun entweder mit Hilfe dieser Formel mit einer Rechenmaschine ausgerechnet oder aber wird bei Verwendung eines Rechenschiebers einfach zur Bogenlänge l jedes Kleinpunktes eine reduzierte Bogenlänge l_r ermittelt :

$$l_r = \frac{l^3}{2L^2}\left(1-\frac{l}{2{,}5L}\right). \tag{48}$$

Zu dieser reduzierten Bogenlänge l_r wird dann aus der allgemein bekannten Kreisbogen—Peripheriewinkel—Tafel beim Halbmesser R der Peripheriewinkel abgelesen. Dies wird der Wert des Polarwinkels σ sein. (Wenn nämlich in die Formel $\delta = l_r : 2R$ des Peripheriewinkels der gegebene Wert l_r eingesetzt wird, so ergibt sich die Formel für σ.) Die Anfangsrichtung 0.00'00'' der mit dem Uhrzeiger übereinstimmenden Einteilung des Instruments wird nach *Abb. 8* in die Tangentenrichtung eingestellt und danach kann man mit den Absteckungswinkeln

$\varphi = \sigma$ *bei nach rechts gekrümmten Übergangsbogen*
$\varphi = 360° - \sigma$ *bei nach links gekrümmten Übergangsbogen*

ähnlich wie auf Seite 39. beschrieben arbeiten.

Nach Absteckung des Punktes *ÜE* stellt man sich mit dem Theodolit auf Punkt *ÜE* auf und visiert auf den Punkt *ÜA* zurück, verdreht dann den Limbus um einen Winkel γ und kann sodann die sich an den Kreisbogen anschliessende Tangente abstecken, die zur weiteren Absteckung notwendig ist. Der Wert des Winkels γ kann aus der Formel

$$\gamma = \frac{7}{3}\tau_m = \frac{7}{10}\tau_L \tag{49}$$

sowohl aus dem Wert des letzten Polarwinkels $\sigma_m =$ als auch aus dem der Endtangente τ_L gewonnen werden. (Im Falle $l = L$ ist nämlich aus der allgemeinen Formel $\sigma_m = (6:40)\, L/R$, wobei $\tau_L = L/2R$ beträgt, und daraus ergibt sich der Wert von γ gemäss der Abbildung.) Die Absteckung kann also auch mit dem Theodolit ohne Schwierigkeiten vorgenommen werden.

Demnach bleibt also nur noch eine Untersuchung der Genauigkeit des Verfahrens übrig. Es wurden zwei Näherungen vorgenommen. Die *erste Näherung*

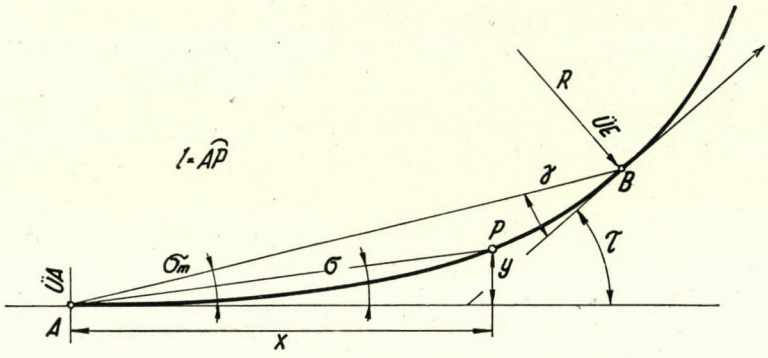


Abb. 16. Die Absteckung der geschwungenen Radioide mit Hilfe von Peripheriewinkeln

bestand darin, dass an Stelle des *tangens* von σ *arcus* genommen wurde. Da die in eine Reihe entwickelte Form der *arc-tg*-Funktion

$$\text{arc tg}\ \xi = \xi - \frac{\xi^3}{3} + - \ \ldots$$

ist, so beträgt der genauere Wert des Polarwinkels:

$$\sigma = \frac{l^3}{4RL^2}\left(1 - \frac{l}{2{,}5L}\right) - \frac{l^9}{3 \cdot 64 R^3 L^6}\left(1 - \frac{l}{2{,}5L}\right)^3 + - \ \ldots$$

Der wegen der Näherung begangene Fehler ist grössenmässig kleiner als das zweite Glied. Da der Fehler offensichtlich beim Punkte *ÜE* am grössten ist, wo $l = L$, so soll dessen Wert untersucht werden:

$$\Delta\sigma_{m1} = -\frac{L^3}{3 \cdot 64\, R^3}\, 0{,}6^3 = -\,0{,}00112\,\left(\frac{L}{R}\right)^3$$

Der Wert des in Sekunden ausgedrückten maximalen Winkelfehlers hängt von der dritten Potenz des Verhältnisses L/R ab ($\varrho'' = 206.264{,}8$):

$$\Delta\sigma''_{m1} = \varrho''\,\Delta\sigma_{m1} = -\,231\,\left(\frac{L}{R}\right)^3$$

Die *zweite Näherung* besteht darin, dass bei der Ansetzung des Polarwinkels die Formeln für x und y ohne die Korrektionsglieder verwendet wurden.

Der daraus entstandene Fehler ist offensichtlich gleichfalls am Ende des Übergangbogens am grössten, wo $x = H$ und $y = k$. Der genaue Wert des maximalen Polarwinkels beträgt also

$$\sigma_m = \frac{k}{H} = \frac{0{,}15\,\frac{L^2}{R}\left[1 - 0{,}018\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]}{L\left[1 - 0{,}023\left(\frac{L}{R}\right)^2\right]}$$

Nach Durchführung der Division, der Multiplikation und Weglassung der Glieder von höherer Potenz, als es die Potenz L/R ist, gelangt man zu

$$c_m = 0{,}15\,\frac{L}{R} + 0{,}00075\left(\frac{L}{R}\right)^3$$

Das erste Glied ist nichts anderes als die allgemeine Formel des Polarwinkels

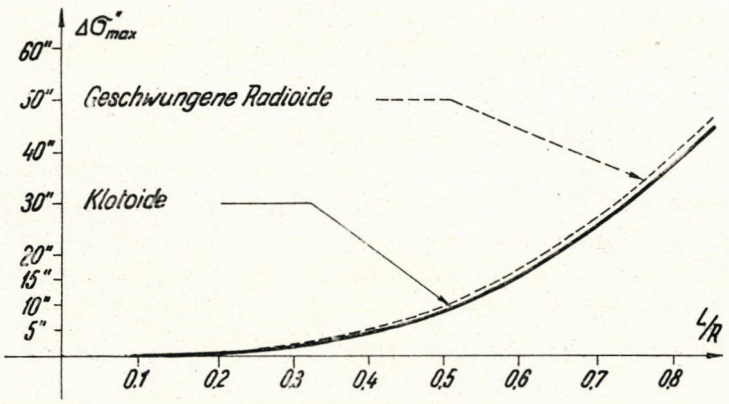


Abb. 17. Der Winkelfehler des Peripheriewinkelverfahrens im Falle der geschwungenen Radioide bzw. der Klotoide

Gl. (47a), bei welcher der Wert $l = L$ eingesetzt ist, demgemäss wird also die Wirkung der Korrektionen vom nächsten Glied getragen. Der Wert des grössten Winkelfehlers beträgt, wenn diese weggelassen werden (mit ϱ'' multipliziert):

$$\Delta\sigma''_{m2} = +\ 155\left(\frac{L}{R}\right)^3$$

Die absoluten Werte der aus der zweiten Näherung entstandenen Winkelfehler sind im allgemeinen kleiner als die Winkelfehler $\triangle\sigma_{m1}$ aus der ersten Näherung. Ein überaus wichtiger Umstand ist jedoch, dass im Gegensatz zum *negativen* Vorzeichen der vorhergehenden Näherungsfehler das Vorzeichen der $\triangle\sigma_{m2}$-Fehler *positiv* ist, was bedeutet, dass die aus den zwei Näherungen sich ergebenden

Fehler ihre Wirkung gegenseitig stark beeinträchtigen, so dass der Wert des *wirklichen Winkelfehlers* im Endergebnis

$$\Delta\sigma''_{\max} = |\Delta\sigma''_{m2}| - |\Delta\sigma''_{m1}| = 76\left(\frac{L}{R}\right)^3 \tag{50}$$

beträgt, also die Differenz der aus den zwei Näherungen herrührenden Winkelfehler sein wird. Deren Wert ist gemäss *Abb. 17.* so gering (er beträgt z. B. bei $L/R = 0{,}35$ nur 3''), dass *diese Absteckungsmethode im Eisenbahnbau als praktisch von extremer Genauigkeit angesehen werden darf*, wobei diese Genauigkeit vollkommen der Absteckungsgenauigkeit mit dem Theodolit bei der Klotoide entspricht. (Vgl. *Abb. 10.*) Bei der Klotoide steht in der Formel für $\Delta''_{\sigma\max}$ (Gl. [29b]) anstatt des Koeffizienten 76 der Faktor 72, ein anderer Unterschied besteht nicht.)

4. Betrachtung der geraden und geschwungenen Überhöhungsrampe

a) *Theoretische Erfordernisse*

Vom theoretischen dynamischen Gesichtspunkt ist jener Übergangsbogen am günstigsten, der sämtliche mit der Hubgeschwindigkeit und der Beschleunigung zusammenhängende Bedingungen befriedigt. So fasst der sowjetische Professor *Schahunanz* [13] die theoretischen dynamischen Bedingungen dem Übergangsbogen gegenüber in fünf Sätzen zusammen:

1. Die neue Ordinate sei Null bei $l = 0$ und y_1 bei $l = L$, sie sei also mit dem anschliessenden Kreisbogen gemeinsam; inzwischen verändere sie sich stetig und monoton.

2. Der Tangentenwinkel τ sei Null bei $l = 0$ und τ_0 bei $l = L$, er sei also mit der Tangente des Kreisbogens gemeinsam; inzwischen verändere er sich stetig und monoton.

3. Die Krümmung $1/r$ sei Null bei $l = 0$ und $1/R$ bei $l = L$, sie sei also mit dem anschliessenden Kreisbogen gemeinsam: inzwischen verändere sie sich stetig und monoton.

4. Die erste Derivierte der Gleichung der Krümmungsänderung (und damit der Überhöhungsänderung) sei Null im Fall von $l = 0$ und $l = L$ und verändere sich inzwischen stetig.

5. Die zweite Derivierte der Gleichung der Krümmungsänderung (und damit der Überhöhungsänderung) sei Null im Falle von $l = 0$ und $l = L$ und verändere sich inzwischen stetig.

Die Bedingungen stehen hier in der Reihenfolge ihrer Wichtigkeit. Die Bedingungen 1., 2. und 3., die ohne weiteres sofort als die wichtigsten erkannt werden können, werden angenähert durch die kubische Parabel befriedigt; ganz genau werden sie befriedigt, wenn man die *Klotoide* sowie die *geschwungene Radioide* mit gerader Überhöhungsrampe anwendet. Der vierten Bedingung

entspricht gleichfalls genau die *geschwungene Radioide*, wenn sie mit geschwungener Überhöhungsrampe angewendet wird.

Die 4. Bedingung ist nur wenig bedeutend und die 5. am wenigsten. Die 4. Bedingung fordert einen geschwungenen Zustand der Überhöhungsrampe, damit die Aussenräder auf dem Aussenstrang vollkommen stossfrei auf den Überhöhungswert m gelangen (auf einer geraden Steigung gibt es theoretisch immer Stösse, selbst wenn diese Steigung sehr flach ist). Auf Grund der praktischen Erfahrungen wird aber eine ruhige Fahrt der Fahrzeuge auf einer geraden Rampe von einer Länge von $L = 10\ v.\ m$ vollkommen gewährleistet.

Die 5. Bedingung schreibt vor, dass die aus der Beschleunigung der Überhöhungsveränderung (Hubgeschwindigkeit) herrührende, auf die Eisenbahnwagen nur in der Länge des Übergangsbogens wirkende Kraft nicht plötzlich auftrete, sondern dass sie von der Grösse Null an stetig zunehme, um nach Erreichen ihres Höchstwertes wieder abzunehmen und am Ende des Übergangsbogens Null zu werden.

Die letzte Bedingung annähernd befriedigende Übergangsbogenformen wurden im Jahre 1937 im Schrifttum veröffentlicht [14]. Ein solcher Übergangsbogen kann eine transzendente Form besitzen:

Krümmung: Übergangsbogengleichung:

$$\frac{1}{r} = \frac{l}{RL} - \frac{1}{2R\pi} \sin \frac{2\pi}{L} l\,; \qquad y = \frac{x^3}{6RL} - \frac{L}{4R\pi^2}\left(x - \frac{L}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{L} x\right)$$

oder kann eine algebraische Gestalt aufweisen:

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R}\left[6\left(\frac{l}{L}\right)^5 - 15\left(\frac{l}{L}\right)^4 + 10\left(\frac{l}{L}\right)^3\right];$$

$$y = \frac{1}{14RL^3}\left[\frac{2x^7}{L^2} - \frac{7x^6}{L} + 7x^5\right]$$

Bei diesen ändert sich die Hubbeschleunigung, also die entstehenden Kräfte, tatsächlich entsprechend der 5. Forderung ständig von Null bis wieder Null. Doch bedeutet dies praktisch in keiner Weise einen besonderen Vorteil, weil die ruhige oder unruhige Fahrt der gefederten Eisenbahnwagen von so vielen anderen wirksameren Umständen beeinflusst wird, dass aus einer Nichtbefriedigung der 5. Forderung erfahrungsgemäss keinerlei Nachteil für die Fahrt der Wagen erwächst.

Die obenerwähnten Übergangsbogenformen sind jedoch überaus unvorteilhaft, einerseits wegen ihrer komplizierten, schwerfälligen Gestalt (trotzdem sie mit allen Fehlern der kubischen Parabel belastet sind), andererseits weil sehr bedeutende Abschnitte dieser Übergangsbogen mit der Geraden und dem Kreisbogen zusammenfallen bzw. von diesen nur einige Millimeter abweichen.

Dies macht die praktischen Absteckungs- und Unterhaltungsarbeiten sehr unsicher, verursacht grosse Rucke (ψ) und vermindert die Grösse der Kreisbogenverschiebung f dermassen, dass die wirksame Länge des Übergangsbogens eine sehr ungünstige Verkürzung erleidet.

Dies war auch der Grund, weshalb *Schahunanz* diese Übergangsbogenformen als unbrauchbar beurteilte ; und deshalb wird auch hier die Meinung vertreten, dass die günstigsten praktischen Gestalten die Klotoide und die geschwungene Radioide sind.

b) *Prüfung der Form der Rampe*

Im folgenden soll die gerade Rampe mit den verschiedenen geschwungenen Rampen verglichen werden, wobei die Anwendbarkeit der geraden Rampe beim Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie untersucht werden wird. Die aufeinander gezeichneten massstabtreuen und zur besseren Übersicht gut verzerrten Bilder der zum Vergleich herangezogenen Rampen sind in *Abb. 18.* dargestellt. Die diesbezüglichen Gleichungen (in denen m die ganze Überhöhung und L die Länge des Übergangsbogens bedeuten) sind :

1. Gerade Rampe

$$m_l = m \frac{l}{L} \cdot \tag{51a}$$

2. Die Gleichung der zur hier vorgeschlagenen geschwungenen Radioide gehörenden geschwungenen Rampe erhält man aus der Gleichung der geschwungenen Krümmungslinie (35b), wenn an Stelle der Krümmung g_l sinngemäss m_l und an Stelle der Krümmung $1/R$ die Überhöhung m eingesetzt werden :

$$m_l = m \left[3 \left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 \right] \cdot \tag{51b}$$

3. Die Gleichung der bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebenen geschwungenen Überhöhungsrampe, von der Mitte des Übergangsbogens in positiv=negativer Richtung gerechnet :

$$m_l = \frac{m}{2} \left(1 + \sin \frac{l}{L} \pi \right) \cdot \tag{51c}$$

(Es ist ersichtlich, dass diese Gleichung auch vom rechnerischen Gesichtspunkt wesentlich schwerfälliger ist : sie erfordert unbedingt die Winkelfunktionstafel zu ihrer Auflösung.)

4. Zum Vergleich sei hier noch die bei den Deutschen Reichsbahnen vorgeschriebene Schrammsche Rampe vorgeführt, die aus zwei quadratischen Parabeln zusammengesetzt ist :

$$l = \text{ von } 0 \text{ bis } L/2: \qquad m_l = 2m\left(\frac{l}{L}\right)^2 \tag{51d}$$

$$l = \text{von } L/2 \text{ bis } L: m_l = m\left[1 - 2\left(\frac{L-l}{L}\right)^2\right]. \tag{51e}$$

Abb. 18. bezieht sich auf eine Überhöhung von 100 m. In der nachstehenden Tabelle 8. wurde der Übergangsbogen in 8 Teile geteilt und die Ordinaten

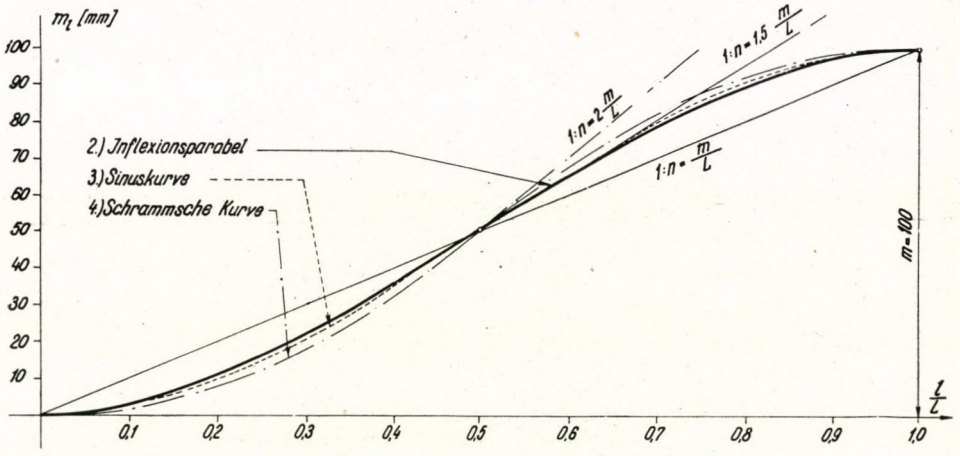


Abb. 18. Vergleich der Kurven der verschiedenen Überhöhungsrampen

bei den verschiedenen Rampen zusammengestellt. Es ist auch sofort die Grösse der Abweichungen von der geraden Rampe angegeben.

TABELLE 8

Vergleich der Überhöhungsordinaten in mm (Grösse der Überhöhung: $m = 100$ mm)

	$\frac{L}{8}$	$\frac{L}{4}$	$\frac{3}{8}L$	$\frac{L}{2}$	$\frac{5}{8}L$	$\frac{3}{4}L$	$\frac{7}{8}L$	L
1. Gerade Rampe	12,5	25	37,5	50	62,5	75	87,5	100
2. Inflexionsparabel.....	4,3	15,6	31,6	50	68,4	84,4	95,7	100
Abweichung	—8,2	—9,4	—5,9	± 0	+5,9	+9,4	+8,2	0
3. Sinuskurve	3,8	14,6	31	50	69	85,4	96,2	100
Abweichung	—9,7	—10,4	—6,5	± 0	+6,5	+16,4	+8,7	0
4. Schrammsche Kurve	3	12	28	50	72	88	97	100
Abweichung	—9,5	—13	—9,5	± 0	+9,5	+13	+ 9,5	0

(Im Falle jeder anderen Überhöhung von Grösse m müssen die obigen Angaben mit dem Faktor m : 100 multipliziert werden.)

Aus der Tabelle geht sofort hervor, dass *die Inflexionsparabel die kleinste Abweichung von der geraden Überhöhungsrampe aufweist.* Etwas grösser ist die Abweichung der Sinuskurve und weit grösser die der Schrammschen zusammengesetzten Wellenlinie.

Eine andere wesentliche Eigenschaft der Kurven ist die maximale Neigung der Tangente bei der Bogenlänge $L/2$, in der Mitte der Kurve. Durch Differenzieren der Überhöhungsgleichungen erhält man unschwer, dass sich die maximale Neigung $(1 : n)_{max}$ bei den obenerwähnten vier Kurven wie folgt gestaltet:

$$\begin{aligned}
&1.\ \text{bei der geraden Rampe:} && \left(\frac{dm}{dl}\right)_{max} = 1{,}00\,\frac{m}{L}\\
&2.\ \text{bei der Inflexionsparabel:} && \left(\frac{dm}{dl}\right)_{max} = 1{,}50\,\frac{m}{L}\\
&3.\ \text{bei der Sinuskurven:} && \left(\frac{dm}{dl}\right)_{max} = 1{,}57\,\frac{m}{L}\\
&4.\ \text{bei der Schrammschen Kurve:} && \left(\frac{dm}{dl}\right)_{max} = 2{,}00\,\frac{m}{L}
\end{aligned} \tag{52}$$

Die Überhöhungsrampe der vorgeschlagenen geschwungenen Radioide weist also nach der geraden Rampe *die sanfteste maximale Neigung auf.* Auch von diesem Gesichtspunkt ist sie vorteilhafter, als die Sinuskurve und weit besser, als die Schrammsche Kurve.

c) *Die Untersuchung der Änderung der Seitenbeschleunigung*

Bei der Untersuchung von Übergangsbogen und Überhöhungsrampen müssen zwei Faktoren hinsichtlich der Wirkung der Zentrifugalkraft in der Länge des Übergangsbogens einer Prüfung unterzogen werden:

a) Der Wert der verbleibenden freien Seitenbeschleunigung in den verschiedenen Punkten der Strecke. Dieser kann aus folgender bekannter Formel ermittelt werden:

$$a = \frac{s^2}{r_l} - g\,\frac{m_l}{t}\ \text{m/sec}^2 = f(l). \tag{53}$$

Die Wirkung der Zentrifugalkraft wird nämlich nur teilweise durch die entgegengesetzte Wirkung der Überhöhung ausgeglichen. In der Gleichung (53) bedeuten s die Geschwindigkeit in m/sec, r_l den Halbmesser und m_l die Überhöhung bei der Bogenlänge l, t die Spurweite und $g = 9{,}81\ \text{m/sec}^2$.

b) Die Geschwindigkeit der Änderung der Seitenbeschleunigung, die Grösse des sogenannten *Rucks*. Dieser Wert beträgt definitionsgemäss:

$$\psi = \frac{da}{dt} = \frac{da}{dl}\cdot\frac{dl}{dt} = s\,\frac{da}{dl}\ \text{m/sec}^3. \tag{54}$$

Dieser Wert ψ, also die »Geschwindigkeit der Beschleunigungsänderung«, muss unterhalb eines zulässigen Grenzwertes bleiben, damit eine ruhige Bewegung bzw. sichere Lage der Eisenbahnfahrzeuge, sowie der in ihnen befindlichen Reisenden und Waren gewährleistet werden kann.

Die Gefühlsschwelle, bei der die Beschleunigungsänderung noch nicht vom Reisenden empfunden wird, liegt nach übereinstimmenden Versuchen [15] beim Wert von

$$\psi_0 = 0{,}3 \text{ m/sec}^3$$

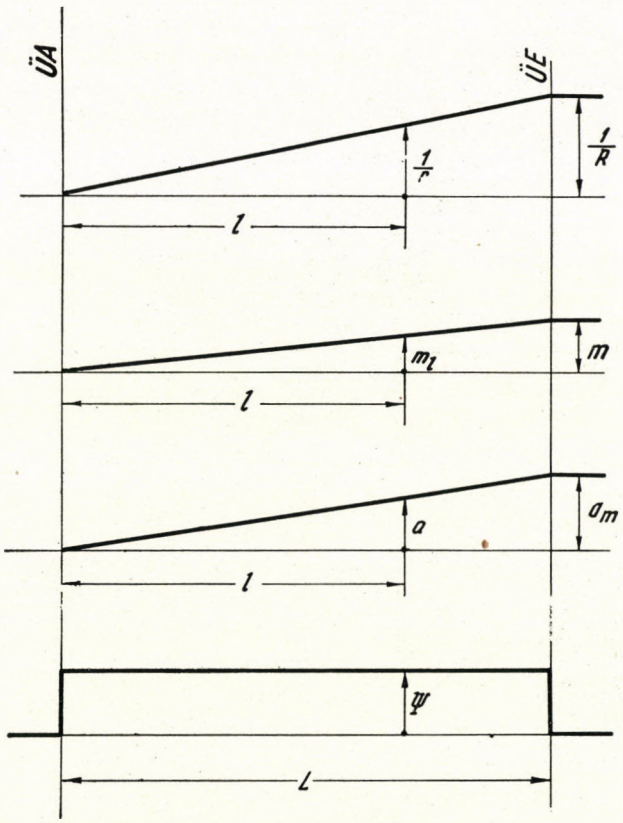


Abb. 19. Krümmungs-, Überhöhungs-, Seitenbeschleunigungs- und Ruckbild im Falle der Klotoide mit gerader Überhöhungsrampe

während die Grenze, die bei der Eisenbahn das zulässige Maximum bedeutet — z. B. bei Weichenbogen — höchstens bis zum Wert

$$\psi_m = 0{,}4 \text{ m/sec}^3$$

gehen darf [16].

Es sollen nun die einzelnen Übergangsbogenarten einer kritischen Prüfung unterzogen werden.

1. *Gerades Krümmungsbild, gerade Überhöhungsrampe :* der gewöhnliche Fall, im Falle einer kubischen Parabel oder Klotoide *(Abb. 19.) :*

$$\frac{1}{r_l} = \frac{l}{RL} \quad \text{und} \quad m_l = m\,\frac{l}{L}.$$

a) Die Gleichung der *Seitensbeschleunigung* ist also ;

$$a = \frac{s^2 l}{RL} - \frac{gm}{t} \cdot \frac{l}{L} = \left(\frac{s^2}{R} - g\,\frac{m}{t}\right)\frac{l}{L} = a_m \frac{l}{L}$$

Es ist ersichtlich, dass sich auch die Seitenbeschleunigung im Kreisbogen linear auf ihren ständigen Maximalwert a_m erhöht.

b) Der Wert des *Rucks* ψ ist hier in der ganzen Länge des Übergangsbogens konstant :

$$\psi = s\,\frac{da}{dl} = s\left(\frac{s^2}{RL} - \frac{gm}{tL}\right) = \frac{s^3}{RL} - \frac{gm}{tL}\,s$$

oder bei Verwendung des Wertes a_m :

$$\psi = a_m \frac{s}{L} = a_m \frac{v}{3{,}6\ L}\ \mathrm{m/sec^3}$$

Wenn die Übergangsbogenlänge $L = 10\ v \cdot m$ beträgt, dann ist

$$\psi = \frac{a_m}{36\ m}$$

sowie im Fall von $L = 8\ v \cdot m$:

$$\psi = \frac{a_m}{28{,}8\ m}\,.$$

2. *Geschwungene Radioide mit geschwungener Überhöhungsrampe* (der vorgeschlagene Übergangsbogen mit geschwungener Rampe) : Die Gleichung des Krümmungsbildes und der Rampe lauten :

$$\frac{1}{\mathrm{r}_l} = \frac{1}{R}\left[\frac{3}{L^2}\,l^2 - \frac{2}{L^3}\,l^3\right]$$

$$m_l = m\left[\frac{3}{L^2}\,l^2 - \frac{2}{L^3}\,l^3\right].$$

a) Die Gleichung der *Seitenbeschleunigung* ist also :

$$a = \left(\frac{s^2}{R} - g\,\frac{m}{t}\right)\left[\frac{3}{L^2}\,l^2 - \frac{2}{L^3}\,l^3\right] = a_m\left(\frac{3}{L^2}\,l^2 + \frac{2}{L^3}\,l^3\right).$$

Die Seitenbeschleunigung ändert sich also hier in günstiger Weise, u. zw. *geschwungen (Abb. 20.)*.

b) Die Gleichung des *Rucks*, d. h. der sich hier bereits ändernden Geschwindigkeit der Beschleunigung, lautet :

$$\psi = s\,\frac{da}{dl} = a_m \cdot s\left(\frac{6}{L^2}\,l - \frac{6}{L^3}\,l^2\right)$$

was eine quadratische Parabel ist. Am Anfang und am Ende des Übergangsbogens ist der Wert von a Null und erreicht bei $L/2$ das massgebende Maximum :

$$\psi_{max} = 1{,}5 \; a_{max} \; \frac{s}{L} .$$

Dies ist also das *Anderthalbfache* des Rucks ψ des linearen Übergangsbogens

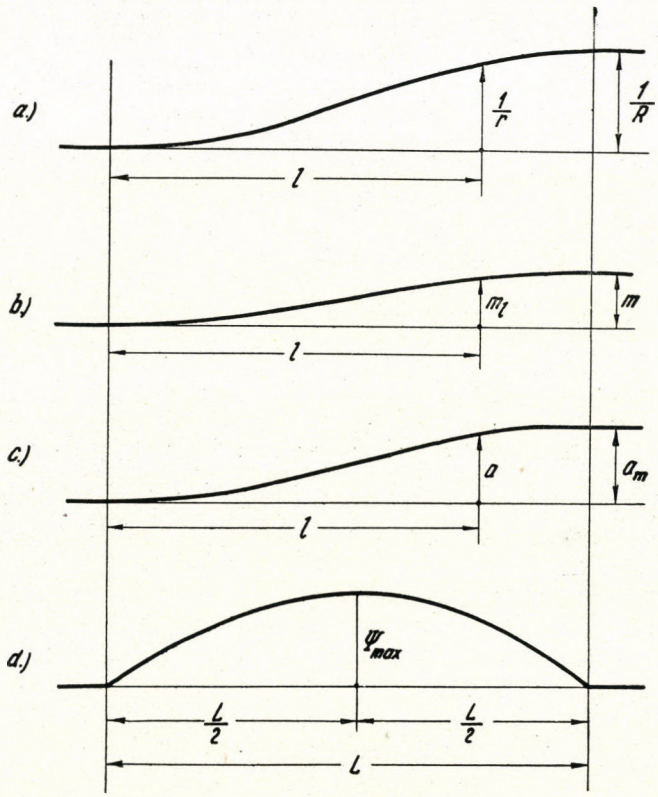


Abb. 20. Die Darstellung von $1 : r$, von m, von a und von Ψ im Falle der geschwungenen Radioide mit geschwungener Überhöhungsrampe

mit gerader Rampe (vgl. die 14. Spalte der Tabelle IX.), also ein um 50% höherer Wert.

3. *Bei dem bisher vorgeschriebenen Übergangsbogen mit sinusförmiger, geschwungener Rampe* ergibt sich (bei Vernachlässigung der Ableitung) :

a) Die *Seitenbeschleunigung* ändert sich auch hier geschwungen :

$$a = a_m \frac{1}{2} \left(1 + \sin \frac{\pi}{L} \; l\right) .$$

TABELLE 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
				Seitenbeschleunigung m/sec²					Ruck m/sec³						
				im Kreisbogen		Geschwungener Übergangsbogen gerade Rampe			Klotoid—Übergangsbogen		Geschwungene Radioide mit gerade Ramper L=10		10 vm		8 vm
													vorgeschlagene	bei den Ung. Staatsbahnen vorgeschriebene	Schrammsche
R	V_{max}	m (vorgeschrieben m)	m_v (verminderte Vorschrift)	a_m (im Fall von m_v)	a_{mv} (im Fall von m_v)	a_1	a_2	$\triangle a = a_2 - a_{mv}$	L=10vm	L=8 vm			geschwungene Rampe		
									ψ	ψ	ψ_{max}	$\psi_{0.L}$	ψ_{max}	ψ_{max}	φ_{max}
300	70	0,130	0,115	0,41	0,51	—0,05	0,46	—0,05	0,09	0,11	0,22	0,18	0,13	0,14	0,22
400	85	0,140	0,130	0,47	0,54	—0,05	0,53	—0,01	0,09	0,12	0,23	0,18	0,13	0,14	0,22
500	95	0,140	0,130	0,46	0,53	—0,05	0,52	—0,01	0,09	0,11	0,23	0,18	0,13	0,14	0,22
600	105	0,140	0,135	0,50	0,54	—0,05	0,56	+0,02	0,10	0,12	0,24	0,18	0,15	0,16	0,25
700	110	0,130	0,125	0,48	0,51	—0,05	0,53	+0,02	0,10	0,13	0,25	0,18	0,15	0,16	0,25
800	120	0,135	0,130	0,50	0,53	—0,05	0,55	+0,02	0,10	0,13	0,25	0,18	0,15	0,16	0,25
900	125	0,130	0,120	0,49	0,56	—0,05	0,54	—0,02	0,10	0,13	0,25	0,18	0,15	0,16	0,25
1000	130	0,125	0,115	0,48	0,55	—0,05	0,53	—0,02	0,11	0,13	0,25	0,18	0,16	0,17	0,27
1100	135	0,120	0,115	0,50	0,53	—0,04	0,54	+0,01	0,12	0,14	0,26	0,18	0,18	0,19	0,30
1200	140	0,120	0,110	0,48	0,54	—0,04	0,52	—0,02	0,11	0,14	0,26	0,18	0,16	0,17	0,27
1300	145	0,120	0,105	0,46	0,55	—0,04	0,50	—0,05	0,11	0,13	0,25	0,18	0,16	0,17	0,27
1400	155	0,125	0,120	0,50	0,54	—0,04	0,55	+0,01	0,11	0,14	0,26	0,18	0,16	0,17	0,27
1500	160	0,125	0,120	0,49	0,53	—0,05	0,54	+0,01	0,11	0,14	0,26	0,18	0,16	0,17	0,27

b) Der Maximalwert des Rucks *(Abb. 21a)* :

$$\psi_{\max} = \frac{\pi}{2} a_m \frac{s}{L} = 1{,}57\, a_m \frac{s}{L}.$$

(Vgl. die 15. Spalte der Tabelle 9.)

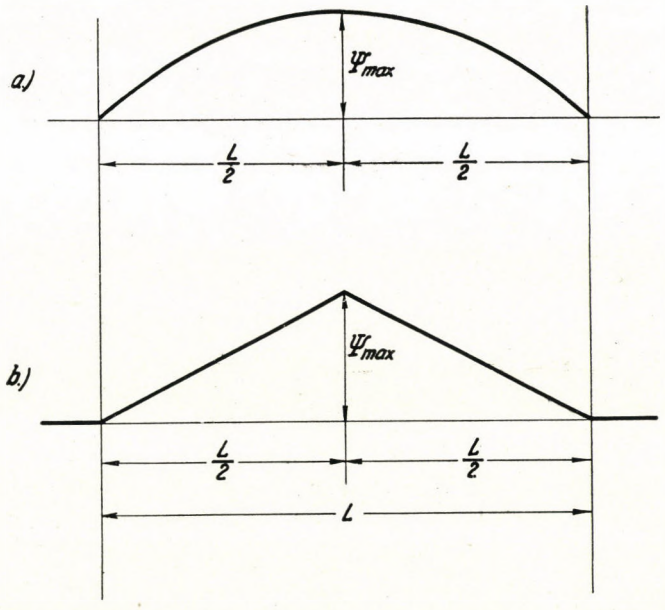


Abb. 21. Die Änderung des Rucks *a)* beim sinusförmigen Übergangsbogen, *b)* beim Schrammschen Übergangsbogen

4. *Bei der Schrammschen geschwungenen Überhöhungsrampe :*

a) Die Seitenbeschleunigungsänderung ist geschwungen ;
b) Der Maximalwert des Rucks *(Abb. 21b)* beträgt :

$$\psi_{\max} = 2\, a_m \frac{s}{L}$$

also das *Zweifache* des Rucks des linearen Übergangsbogens mit gerader Rampe (vgl. 16. Spalte der Tabelle IX).

5. *Geschwungene Radioide mit linearer Überhöhungsrampe*

Dies ist also der Fall des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie, welcher den Vorteil einer kleinen Kreisbogenverschiebung aufweist, und der vom Gesichtspunkt der Bahnunterhaltung vorteilhaften geraden Rampe. Die Gleichungen von $l : r_1$ und m_1 lauten :

$$\frac{1}{r_l} = \frac{1}{R}\left(\frac{3}{L^2} l^2 - \frac{2}{L^3} l^3\right); \qquad m_l = m \frac{l}{L}.$$

a) Die Gleichung der *Seitenbeschleunigungsänderung* ist:

$$a = \frac{s^2}{R}\left(\frac{3}{L^2}l^2 - \frac{2}{L^3}l^3\right) - \frac{gm}{tL}\,l \tag{55}$$

oder wenn $\lambda = l/L$, dann;

$$a = \frac{s^2}{R}\left(3\lambda^2 - 2\lambda^3\right) - \frac{gm}{t}\,\lambda$$

Die Änderung der Seitenbeschleunigung ist in *Abb. 22.* anscheulich dargestellt. Zuerst entsteht eine sehr kleine, nach innen gerichtete Beschleunigung, dann ändert sie sich wellenförmig und erreicht vor dem Anfang des Übergangsbogens ein Maximum, das etwas grösser ist als der Wert a der im Kreisbogen befindlichen Beschleunigung. Schliesslich sinkt die Beschleunigung auf ihren Endwert a_m herab. Die Stelle des negativen und positiven Maximums ist:

$$l_{1,2} = \frac{L}{2}\left[1 \pm \sqrt{1 - 56{,}7\frac{R\cdot m}{v^2}}\right]$$

In den ungünstigsten Fällen (d. i. bei jedem Kreisbogen die maximale Geschwindigkeit und die Überhöhung) ist der Ausdruck $R\cdot m/v^2$ nahezu konstant, und in diesem Falle sind die Stellen der Maxima

$$l_1 = 0{,}12\ L \text{ und } l_2 = 0{,}88\ L.$$

Wird dies in Gl. (55) eingesetzt, so erhält man als Formeln der Seitenbeschleunigungen (vgl. *Abb. 21.*):

$$a_1 = \frac{v^2}{325\,R} - 0{,}785\ m \tag{56a}$$

$$a_2 = \frac{v^2}{13{,}5\ R} - 5{,}76\ m. \tag{56b}$$

Die zahlenmässigen Ergebnisse dieser Formeln sind in der 7. und 8. Spalte der Tabelle IX angegeben.

b) Die Formel der Anderung des *Rucks* ψ lautet:

$$\psi = s\ \frac{da}{dl} = s\left[\frac{s^2}{R}\left(\frac{6}{L^2}l - \frac{6}{L^3}l^2\right) - \frac{gm}{tL}\right] \tag{57}$$

$$\psi = \frac{6s^3}{RL}\left(\frac{l}{L} - \frac{l^2}{L^2}\right) - \frac{gm}{tL}\,s\,.$$

Die Änderung des Rucks wird also durch eine quadratische, symmetrische Parabel dargestellt, deren kleinerer Extremwert im Fall von $l = 0$ und $l = L$ sich am Anfang und am Ende des Übergangsbogens befindet:

$$\psi_0 = \psi_L = -\frac{gm}{tL}\,s = -1{,}81\,\frac{v\cdot m}{L}\,.$$

Bei einer Übergangsbogenlänge von $L = 10\ v.\ m$ ist:

$$\psi_0 = \psi_L = 1{,}81\,\frac{v \cdot m}{10\,v \cdot m} = 0{,}18\ \text{m/sec}^3$$

also ist ψ_0 ein konstanter Wert (Spalte 13. der Tabelle 9.).

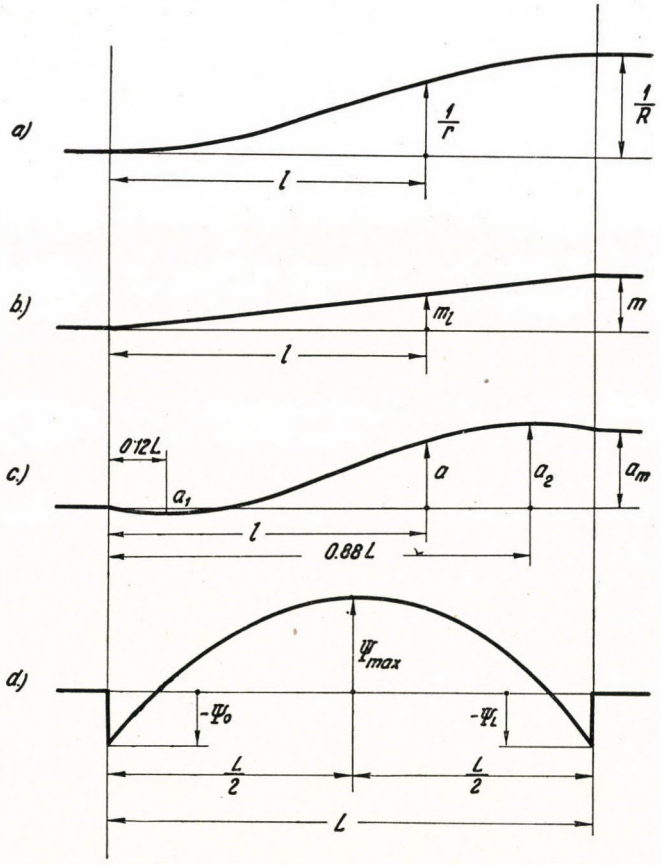


Abb. 22. Die Darstellung von $1 : r$, von m, von a und von Ψ im Falle der geschwungenen Radioide mit gerader Überhöhungsrampe

Das massgebende positive Maximum liegt in der Hälfte des Übergangsbogens bei $l = L/2$:

$$\psi_{\max} = 1{,}5\,\frac{s^3}{RL} - \frac{g\,n}{tL}\ s. \tag{58a}$$

Bei einer Übergangsbogenlänge von $L = 10\ v.\ m$ (v km/st) ist:

$$\psi_{\max} = \frac{v^2}{311\,Rm} - 0{,}18\ \text{m/sec}^3 \tag{58b}$$

Die zahlenmässigen Werte von ψ für die ungünstigsten Fälle sind in der 12. Spalte der Tabelle 9. angegeben.

Nachdem die bezüglichen Formeln abgeleitet wurden und auf Grundlage der aus ihnen berechneten Angaben die Zusammenstellung der Tabelle 9. erfolgte, besteht nunmehr die Möglichkeit einer Besprechung der einzelnen Übergangsbogenarten.

a) Die Verhältnisse der Seitenbeschleunigungen.

Es wurden für die einzelnen Halbmesser die Werte, der im Kreisbogen entstehenden Seitenbeschleunigungen a_m und a_{mr} bei den vorgeschriebenen (m) und verminderten vorgeschriebenen (m_r) Überhöhungen in Hinsicht auf die Höchstgeschwindigkeiten ausgerechnet (hier sind die Unterschiede nicht so gross wie bei kleineren Geschwindigkeiten). Bei der Klotoide, sowie bei der geschwungenen Überhöhungsrampe kann sich das Maximum der Seitenbeschleunigung auf die Werte a_m bzw. a_{mr} am Ende der Rampe erhöhen.

Im Falle der geraden Überhöhungsrampe und des Übergangsbogens mit geschwungener Krümmungslinie ändert sich die Seitenbeschleunigung nach *Abb. 22* wellenförmig und übertrifft gegen das Ende des Bogens zu ($l \approx 0{,}88\ L$) für einen Augenblick etwas den Wert der im Kreisbogen beflndlichen Beschleunigung, um dann vom Höchstwert a_2 auf den im Laufe des Kreisbogens konstanten Beschleunigungswert zu sinken. Dies ist an und für sich im Prinzip nicht günstig. Bei einer derartigen Anordnung kann aber anstatt der verminderten Überhöhung stets die vorgeschriebene Überhöhung verwendet werden. Auf diese Weise kann man also erreichen, dass an Stelle der grösseren, ungünstigeren Seitenbeschleunigung a_{mr} die günstigere, kleinere Seitenbeschleunigung a_m im ganzen Kreisbogen entstehe (5. Spalte anstatt der 6. Spalte der Tabelle 9.). Die Grösse der gegen das Ende des Übergangsbogens zu an einer Stelle für einen Augenblick auftretenden etwas grösseren Seitenbeschleunigung a_2 (8. Spalte) stimmt im Falle der verminderten vorgeschriebenen Überhöhung mit ganz unwesentlichen Abweichungen (9. Spalte) mit der im ganzen Kreisbogen wirkenden Seitenbeschleunigung a_{mr} überein, *ihre Grösse ist also ohne weiteres zulässig.*

Gemäss *Abb. 22.* entsteht ausserdem am Anfang des Übergangsbogens (ungefähr bei der Bogenlänge $l \cong 0{,}12\ L$) eine überaus geringfügige nach innen wirkende (negative) Seitenbeschleunigung, doch ist selbst ihr Maximalwert so gering ($a_1 = 0{,}05$ m/sec^2, 7. Spalte), dass er zur Gänze geduldet werden kann. Solche geringfügige Seitenbeschleunigungen können auch bei den geraden Abschnitten von gut unterhaltenen Strecken infolge von unvermeidbaren Vertiefungen oder Richtungsfehlern von einigen wenigen mm auftreten. Eine derart kleine Seitenbeschleunigung wird weder von den Wagenfedern noch von den Reisenden gespürt, die Lage ist also vom Gesichtspunkt der *Grösse* der Seitenbeschleunigungen zufriedenstellend.

b) Verhältnisse der Rucke.

Die Geschwindigkeit der Änderung der Seitenbeschleunigungen, die Werte der Rucke (ψ m/sec^3) sind für die verschiedenen Übergangsbogenformen in der 10—16. Spalte angegeben. Es ist ersichtlich, dass selbst die ungünstigsten Werte weit unter der Gefühlsschwelle bleiben (bei der der Reisende den Ruck gerade noch spürt : $\psi = 0{,}30$ m/sec^3) und noch weit mehr unter dem zulässigen Höchstwert von $\psi = 0{,}4$ m/sec^3 (siehe den Anfang dieses Abschnittes).

Der verhältnismässig höchste Wert für ψ entsteht gemäss der 16. Spalte bei dem Schrammschen Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie, der seit Jahren bei den Deutschen Reichsbahnen vorgeschrieben ist, der aber ungünstiger ist, als der hier vorgeschlagene (die in Deutschland vorgeschriebene Länge beträgt 8 $v \cdot m$).

Bei dem vorgeschlagenen Übergangsbogen mit *gerader* Überhöhungsrampe und *geschwungener* Krümmungslinie ist der Wert des Rucks noch kleiner, er erreicht in der Mitte des Übergangsbogens kaum 87% der Gefühlsschwelle und am Anfang und Ende des Bogens 60%, d. i. 65% des zulässigen Wertes in der Mitte und 45% dieses Wertes an den zwei Enden des Übergangsbogens (*Abb. 22.*, bzw. 12. und 13. Spalte der Tabelle 9.).

Unter den Übergangsbogen mit geschwungener Überhöhungsrampe gibt die vorgeschlagene geschwungene Radioide die günstigsten Werte (14. Spalte).

Schliesslich können die Untersuchungen dahin zusammengefasst werden, dass *der hier vorgeschlagene Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie und gerader Überhöhungsrampe in jedem praktischen Fall sehr vorteilhaft und nützlich verwendet werden kann ; die volle vorschriftsmässige Überhöhung* m *kann und muss bei diesem Übergangsbogen immer gegeben werden, da dies durch die geringfügige Kreisbogenverschiebung* f *ermöglicht wird. Als Länge des Übergangsbogens kann aus demselben Grund der volle, vorgeschriebene Wert*

$$L = 10\ v \cdot m$$

angenommen werden. Die Beschleunigungsverhältnisse dieser Übergangsbogenform befriedigen vollkommen die hier stellbaren Bedingungen.

Damit kann also der Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie im vollen Ausmass angewandt werden, — was grosse wirtschaftliche Vorteile ergibt — ohne dass irgendein vom Gesichtspunkt der Bahnunterhaltung besonderes Verfahren oder eine bisher nicht allgemein angewandte Methode notwendig wäre.

Die vorgeschlagene Übergangsbogenform ist aber auch bei geschwungener Überhöhungsrampe weit vorteilhafter und leichter anwendbar, als der bisher von den Ungarischen Staatsbahnen vorgeschriebene sinusförmige Übergangsbogen.

Es soll hier jedoch betont werden, dass der günstigste Übergangsbogen in der Praxis die *Klotoide*, d. i. der Übergangsbogen mit linearer Krümmungs-

linie und gerader Überhöhungsrampe ist. Wenn aber deren Kreisbogenverschiebung so gross ist, dass sie entweder überhaupt nicht, oder nur mit grossen Unkosten angewandt werden könnte, dann lässt sich durch Anwendung der *geschwungenen Radioide* bei gewohnter gerader Überhöhungsrampe ein sehr günstiges Ergebnis erzielen.

5. Der Übergangsbogen bei sich ändernder Geschwindigkeit

Zum Abschluss soll nur noch ganz kurz gezeigt werden, wie die durch die Gleichungen (1) und (2) gekennzeichnete richtige Ableitungsmethode der Übergangsbogen auch in komplizierten Fällen angewandt werden kann, wo die

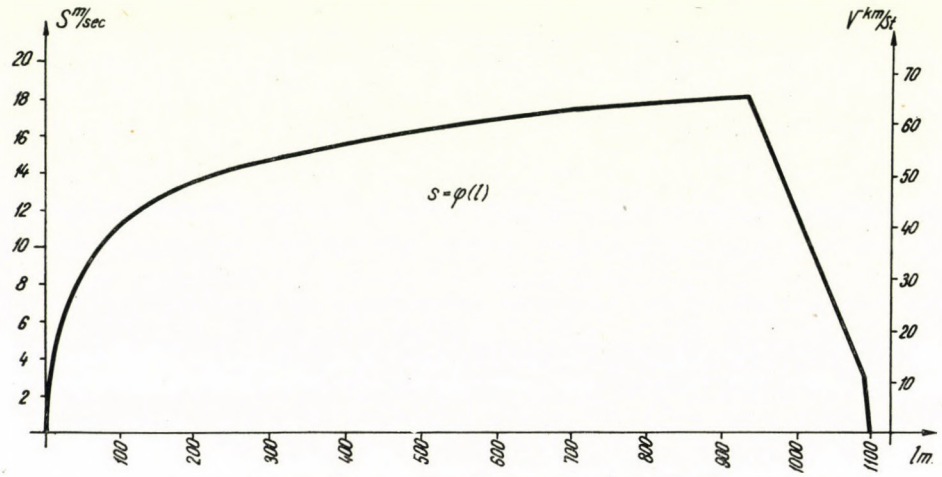


Abb. 23. Weg-Geschwindigkeitslinie einer elektrischen Schnellbahnlokomotive

Geschwindigkeit des Zuges sich in der Länge des Übergangsbogens nach einem gewissen Gesetze ständig ändert.

Bei modernen Untergrund—Schnellbahnen — so auch bei der jetzt im Bau befindlichen Budapester — wird die jeweilige Geschwindigkeit des Zuges zwischen zwei Stationen im voraus geplant, d. h. sie ist für jeden Punkt der Strecke genau bekannt. Dies gilt auch für die jeweilige Beschleunigung bzw. Verzögerung (auf *Abb. 23* ist z. B. ein derartiges Weg-Geschwindigkeitsdiagramm für eine waagerechte Strecke bei einem Stationsabstand von 1100 m zu sehen). Da nur gleichartige Züge mit einer bestimmten Geschwindigkeit verkehren, kann die Grösse der Überhöhung in den Kreisbogen aus der bekannten »theoretischen Formel«

$$m = \frac{t}{g} \cdot \frac{s^2}{R} \left(= 11{,}8 \frac{v^2}{R} \right)$$

ermittelt werden, welche die Wirkung der Zentrifugalkraft immer aufhebt. In dieser Gleichung bedeutet s die augenblickliche Geschwindigkeit in m/sec, v in km/st, R den Kreisbogenhalbmesser, t die Spurweite und $g = 9{,}81$ m/sec^2. Bei sich verändernder Geschwindigkeit kann sich der Wert der Überhöhung auch im Kreisbogen ändern, so dass auf die Reisenden keinerlei Seitenkraft oder Seitenbeschleunigung wirkt. Diese Bedingung muss natürlich auch in der Länge der Übergangsbogen aufrechterhalten werden:

$$a = \frac{s_l^2}{r_l} - \frac{g}{t} m_l = 0.$$

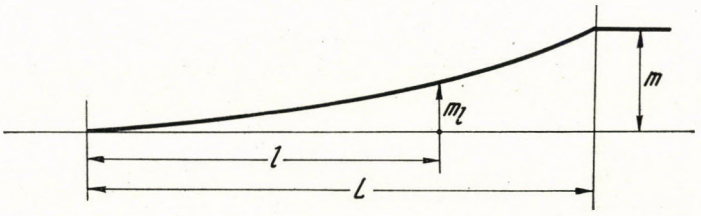


Abb. 24. Überhöhungsrampe bei sich ändernder Geschwindigkeit im Falle einer geraden Krümmungslinie

Zur Einhaltung dieser Bedingung können zwei Wege beschritten werden.

a) Wenn als Übergangsbogen die eine lineare Krümmungslinie aufweisende Klotoide gewählt wird, dann ist

$$\frac{1}{r_l} = \frac{l}{LR}$$

und infolgedessen kann die Grösse der wechselnden Überhöhung bei einer Bogenlänge l des Übergangsbogens aus nachstehender Gleichung ermittelt werden:

$$m_l = \frac{t}{gRL} s_l^2 l.$$

Der Wert s_l wird immer dem entsprechenden, zur Verfügung stehenden Weg-Geschwindigkeitsdiagramm entnommen. Die Überhöhungsrampe wird dann im Falle einer sich beschleunigenden Zugsbewegung z. B. die Gestalt gemäss *Abb. 24.* annehmen. Es ist darauf zu achten, dass zur Gewährleistung einer ruhigen Fahrt die maximale Rampenneigung immer grösser sei als $1:10\ v_L$, die Länge des Übergangsbogens muss also hier durch Probieren bestimmt werden.

b) Das Herumprobieren kann vermieden und eine gerade oder geschwungene Überhöhungsrampe angewandt werden, wenn eine besondere Übergangsbogenform wie folgt berechnet wird. Aus dem Grundzusammenhang, der eine Seitenbeschleunigung von der Grösse Null ausdrückt, gewinnt man als Gleichung der Krümmungslinie des Übergangsbogens:

$$\frac{1}{r_l} = \frac{g}{t} \cdot \frac{m_l}{s_l^2}.$$

Bei gerader Rampe ist

$$m_l = m \frac{l}{L}.$$

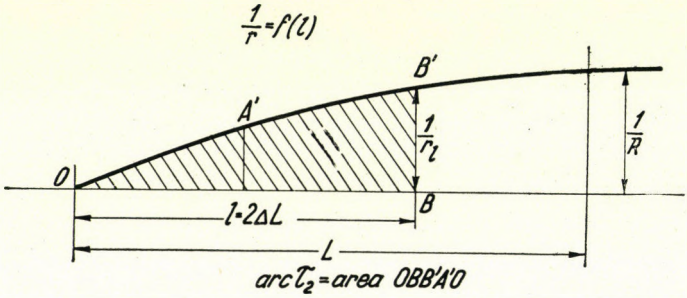


Abb. 25. Krümmungsbild des Übergangsbogens für sich ändernde Geschwindigkeit

Bei geschwungener Rampe ist

$$m_l = m \left[3 \left(\frac{l}{L} \right)^2 - 2 \left(\frac{l}{L} \right)^3 \right].$$

Die augenblickliche Geschwindigkeit s_l kann dem für den Stationsabschnitt aufstellten Weg-Geschwindigkeitsdiagramm entnommen werden. So kann also die Krümmungslinie des Übergangsbogens ausgerechnet und in grossem Massstab genau aufgezeichnet werden *(Abb. 25.)*; die Funktion

$$\frac{1}{r} = f(l)$$

ist also graphisch gegeben. Bei Anwendung eines recht dichten Kleinpunktabstandes $\triangle l$ erhält man die sich auf die einzelnen Bogenlängen l beziehenden Tangentenwinkel

$$\tau = \int_0^l f(l) \cdot dl = \text{arc } \tau_l$$

durch Abmessen der Teilgebiete des Krümmungsbildes (Simpsonsche Regel oder bequemer mit dem Planimeter), wonach von Bogenmassen auf Grade umgerechnet wird. Dann lassen sich die Übergangsbogenangaben auf Grund der Tangentenwinkel τ errechnen. Wenn $l = n \cdot \triangle l$ ist, dann ist nach *Abb. 26.* :

$$y = \int_0^l \sin \tau \, dl \cong \Delta l \left[\sin \tau_1 + \sin \tau_2 + \cdots + \frac{\sin \tau_n}{2}\right]$$

$$x - \int_0^l \cos \tau \, \mathrm{dl} \cong \Delta l \left[\frac{1}{2} + \cos \tau_1 + \cos \tau_2 + \cdots \frac{\cos \tau_n}{2}\right].$$

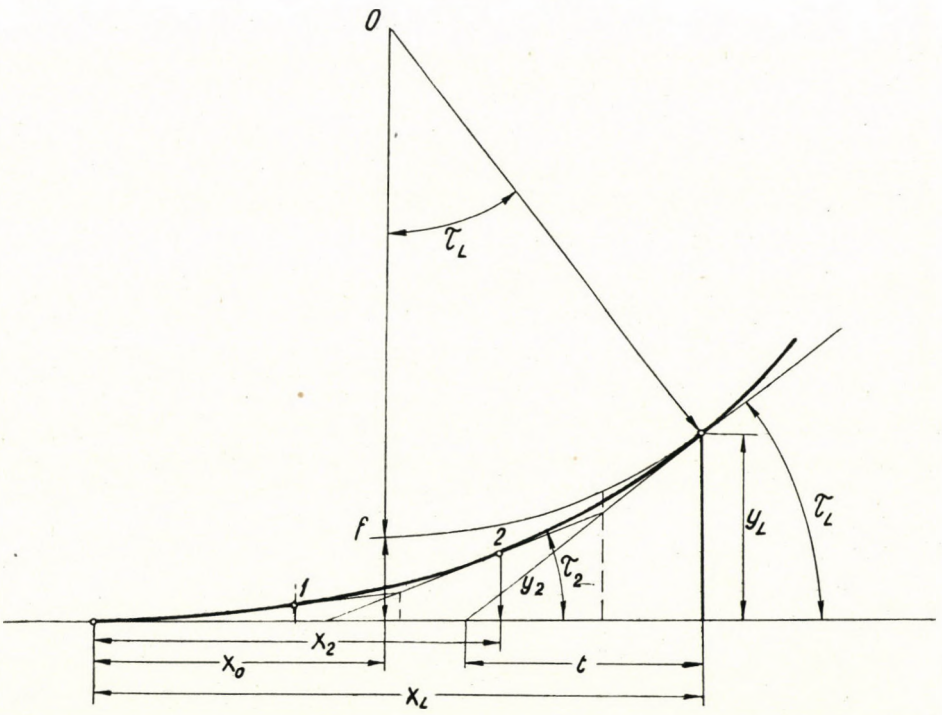


Abb. 26. Absteckung des Übergangsbogens für sich ändernde Geschwindigkeit

Die Formeln ergeben praktisch vollkommen genaue Koordinatenwerte. Der Wert der *Kreisbogenverschiebung* beträgt :

$$f = y_L - R\,(1 - \cos\, \tau_L).$$

Die Abszisse des *Kreisbogenmittelpunktes* ist :

$$x_0 = x_L - R \sin\, \tau_L.$$

Der *Subtangens*-Wert lautet :

$$t = y_L \operatorname{cotg} \tau_L.$$

So kann also ein Übergangsbogen berechnet werden, der bei wechselnder Geschwindigkeit und gerader Überhöhungsrampe anzuwenden ist und der keine Seitenbeschleunigung aufkommen lässt. Solche Übergangsbogen können natürlich nur bei eine vorhergehende sorgfältige Planung erheischenden Untergrund-Schnellbahnen zur Anwendung gelangen. Immerhin wird die Brauchbarkeit der allgemeinen, genauen Methode auch durch diese Anwendung in überzeugender Weise bewiesen.

SCHRIFTTUM

1. Zum Beispiel *J. Jáky :* Pályafenntartás Nr. 2., 1941., oder *Á. Kézdi :* Magyar Közlekedés. Mély és vízépítés. 1950. Nr. 11., S. 12.

2. Vgl. *J. Hendel :* Megjegyzések az átmeneti ív kérdéséhez (Bemerkungen zur Frage des Übergangsbogens). Pályafenntartás. Nr. 10. 1940.

3. Vgl. *J. Jáky :* Adalékok az átmeneti ív kérdéséhez (Beiträge zur Frage des Übergangsbogens). Pályafenntartás. Nr. 2. 1941. Hier behandelt der Verfasser die sogenannte »Abszissen-Radioide«, die nicht die richtige Übergangsbogenform darstellt. Vgl. auch Anmerkung [9].

4. Vgl. z. B. die wertvolle Abhandlung von *K. Szmodits :* Organ f. Fortschr. d. Eisenb. Nr. 17. S. 339. 1935. oder *Zangl :* Organ f. Fortschr. d. Eisenb. Nr. 5. S. 88. 1935.

5. Vgl. Das Übergangsbogen-Absteckungsbuch der Moskauer Untergrundbahn (russisch)

6. *Kasper :* Der Übergangsbogen beim Bau von Autobahnen, Vermessungsnachrichten. S. 169. 1941.

7. Die hier erwähnte Einheitsklotoidentafel wurde veröffentlicht in : *E. Nemesdy :* Út-ívkitűző kézikönyv (Handbuch zur Absteckung von Strassenbogen) Közlekedési kiadó, 1952 Budapest.

8. Hier ist nämlich das Leibnizsche Konvergenzkriterium gültig, wonach der Restbetrag einer solchen Reihe nicht grösser ist, als der absolute Wert des ersten in ihr vorkommenden Gliedes. Der begangene Fehler ist in bezug auf seine Grössenordnung kleiner als das erste vernachlässigte Glied.

9. *Prof. J. Jáky* ging vom Jahre 1943 an von der in Anmerkung [2.] erwähnten Abszissen-Radioide ab und ging in seinen Universitätsvorträgen bereits zur Klotoide über, die er auf eine andere Weise ableitete. Seine Formeln können durch einfache algebraische Umwandlungen auf die hier gezeigten Formeln gebracht werden.

10. Im Strassenbau kommen auch wesentlich grössere L/R-Verhältnisse vor als 0,36 doch sind hierbei mehrere Instrumentenstände notwendig. (Vgl. *E. Nemesdy :* Út-ívkitűző kézikönyv (Handbuch zur Absteckung von Strassenbogen), Budapest, Közlekedési Kiadó, 1952. Der Zusammenhang $\sigma = \frac{\tau}{\varepsilon}$ ist übrigens in voller theoretischer Genauigkeit bei der Lemniskate gültig, in deren Anfangsabschnitt er vollkommen mit der Klotoide zusammenfällt.

11. *dr. J. Nemesdy :* A célszerű túlemelés és a körívekben megengedhető legnagyobb menetsebességek (Die zweckmässige Überhöhung und die in den Kreisbogen zulässigen höchsten Fahrgeschwindigkeiten). Vasúti és Közlekedési Közlöny Nr. 93. 1940.

12. Darauf hatte schon früher als erster *Bloss* hingewiesen (Organ, S. 319. 1935).

13. Шахунянц: Путь и путевое хозяйство, Трансжелдориздат, Москва, стр. 326, 1949.

14. Устройство пути и способы его лечения, Трансжелдориздат, Москва, 1937. Ferner : *Dr. Klein :* Beitrag zur Gestaltung des Übergangsbogens, Gleistechnik, 1937 und *A. Lange :* Beitrag zur Form des Übergangsbogens, Organ, 1937.

15. Vgl. *P. Melchior :* Der Ruck. Zeitschr. d. Ver. D. I., Berlin. Nr. 50. 1928.

16. Vgl. *G. Schramm :* Beitrag zur Gleisbogengestaltung für hohe Fahrgeschwindigkeiten Organ, S. 429. 1934.

ZUSAMMENFASSUNG

Im Eisenbahnbau werden die Übergangsbogen in fast allen Staaten in angenäherter, praktisch wie theoretisch umbefriedigender Weise berechnet und angewandt. Die richtige und günstige Lösung wird durch die in dieser Abhandlung vorgeführte genaue Berechnungsweise ermöglicht.

Das durch die Formeln (1) und (2) gekennzeichnete genaue Rechenverfahren ergibt bei Annahme einer linearen Krümmungslinie als Übergangsbogen die *Klotoide*. Die Koordinaten der Klotoide können nur in der Gestalt von unendlichen Reihen genau ausgedrückt werden. Da die verschieden grossen Klotoiden alle einander ähnlich sind und ihre wirkliche Grösse durch ihre charakteristische Angabe, durch den Parameter p gegeben ist ($p = \sqrt{RL}$), wurden als erster Schritt die Angaben der Klotoide mit dem Parameter von der Grösse eins ($p=1$) der sog. Einheitsklotoide, durch Berechnung der unendlichen Reihen in eine Tabelle zusammengefasst. Danach lassen sich bereits die Absteckungsangaben, Koordinaten usw. jedes Übergangsbogens von gegebener Grösse mit Hilfe der Einheitsklotoidentafel bequem tabellarisieren. Hiermit ist also die Möglichkeit der Aufstellung von vollkommen genauen, exakten Übergangsbogentafeln ohne übermässige Rechenarbeit gegeben, womit auch das bisher beim Eisenbahnbau bestandene Hindernis für eine allgemeine Verbreitung des einzig richtigen Übergangsbogens mit linearer Krümmungslinie, der Klotoide, in Wegfall kommt.

Neben der Anfertigung von exakten Tafeln ergibt sich auch die Möglichkeit einer Aufstellung von einfachen, auch mit dem Rechenschieber berechenbaren Formeln, die der erforderlichen relativen Genauigkeit von 1 : 2000 in jedem Falle entsprechen. Dabei ist es auch möglich das gern angewandte, mit Theodolit und Messband arbeitende Verfahren zur Absteckung der Kleinpunkte des Kreisbogens auf sehr einfache Weise auch auf die Absteckung der Klotoide zu übertragen.

Es wird dann jener grosse Vorteil der Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie behandelt, der auf der geringen Kreisbogenverschiebung f beruht, wobei betont wird, dass sich dieser vom Gesichtspunkt der Bahnunterhaltung wesentliche Vorteil nicht aus der geschwungenen Überhöhungsrampe, sondern aus der geschwungenen Krümmungslinie ergibt.

Mit Hilfe der genauen Methode wird ein Übergangsbogen mit geschwungener Krümmungslinie *(geschwungene Radioide)* eingeführt, dessen Berechnungsweise genügend einfach ist und die der Absteckungsgenauigkeit in jedem Falle entspricht, wobei die beim Anschluss an den Kreisbogen im Falle des Näherungsverfahrens auftretenden Fehler vermieden werden.

Nach ausführlicher Untersuchung des Einflusses der Änderungen der Seitenbeschleunigung und des Rucks bei der geschwungenen Radioide sowohl für den Fall von geschwungenen wie auch von geraden Überhöhungsrampen gelangt der Verfasser zur Feststellung, dass die geschwungene Radioide nicht nur bei *geschwungenen* Rampen in einer vollkommen zufriedenstellenden Weise angewandt werden kann, sondern auch bei den vom Gesichtspunkt der Bahnunterhaltung gewohnten und lieber verwendeten *geraden* Überhöhungsrampen. Der grosse Vorteil der verminderten Kreisbogenverschiebung kann also auch bei geraden Rampen zur Geltung gelangen, wenn dies durch die lokalen Verhältnisse erfordert werden sollte.

Schliesslich wird mit Hilfe des genauen Ableitungsprinzips die einfache Berechnungsweise der bei städtischen Schnellbahnen bei sich ändernder Geschwindigkeit anzuwendenden Übergangsbogen kurz vorgeführt.

ПЕРЕХОДНЫЕ ДУГИ НА ШИРОКОКОЛЕЙНЫХ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГАХ И ГОРОДСКИХ СКОРОСТНЫХ ЖЕЛЕЗНЫХ ДОРОГАХ

Е. Немешди

Резюме

На строительстве железных дорог, почти во всех государствах, переходные дуги расчитываются и применяются, как практически, так и теоретически, в неудовлетворительной, приближенной форме. Правильное и выгодное решение этой задачи дается приведенный здесь точным методом расчета.

Точный расчет, характеризуемый формулами 1 и 2 в случае принятия линейнсго изменения кривизны, дает кривую клотоиду, как переходную дугу. Координаты клотоиды могут быть точно выражены лишь при помощи бесконечных рядов. Так как

все клотоиды различных размеров подобны и ввиду того, что их действительная величина определяется характеристическим данным, то есть параметром $p/p = \sqrt{RL}$), то мы свели в таблицах данные, полученные путем вычисления бесконечных рядов на единичную клотоиду, то есть на клотоиду с единичным параметром ($p = 1$). После этого координаты, данные трассировки и т. д. переходной дуги данного размера могут быть удобно сведены в таблицы при помощи таблиц единичной клотоиды. Следовательно, на основе этого вполне очевидна экономичность составления совершенно точных таблиц переходных дуг, и этим при строительстве железных дорог искореняется то препятствие, которое стояло в деле применения единственной переходной дуги с линейным изменением кривизны, то есть клотоиды.

Наряду с изготовлением точных таблиц стало возможным составить такие простые расчетные формулы, которые можно решить при помощи счётной линейки и обеспечивающие во всех случаях относительную точность 1 : 2000. Наряду с этим имеется возможность также и к тому, чтобы предпочтительно используемый метод измерения при помощи теодолита и измерительной ленты для пикетажа дуги круга можно было перевести также, и притом совершенно простым образом, для пикетажа клотоиды.

В дальнейшем обсуждается большое преимущество переходной дуги с волнистым изменением кривизны, которое обосновано на небольшом перемещении дуги круга f, где подчеркивается, что это значительное преимущество с точки зрения путевого хозяйства происходит не от волнистого сбега превышения, а от волнистого изменения кривизны.

При помощи точного метода расчета мы выводим такую новую переходную дугу с волнистым изменением кривизны (волнистая радиоида), метод расчета которой достаточно прост, и в каждом случае точность пикетажа достаточна, исключая ошибки, которые могут возникнуть в случае приближенного метода при соединении с дугой круга.

Подробно исследовав вопрос боковых ускорений и боковых толчков для случая волнистой радиоиды, а также для случаев волнистого и прямого сбега превышения, автор пришел к тому заключению, что волнистая радиоида может быть применена не только при волнистых сбегах в приемлемой форме, но также и с точки зрения путевого хозяйства она дает большое преимущество уменьшенного перемещения дуги круга также и при прямых сбегах, если это делают необходимым местные условия.

Наконец при помощи это о точного принципа автор занимается и с упрощенным методом расчета переходных дуг, который успешно может быть применен при переменной скорости на городских скоростных железных дорогах.

BLADE SECTION DESIGN IN AXIAL HYDRAULIC MACHINES

By
Prof. J. GRUBER
Candidate of Engineering Sciences

(Manuscript received 30th April 1952.)

In axial hydraulic machines, like Kaplan turbines, propeller pumps, or ship propellers, the rotor transmitting or absorbing power is equipped with a system of blades presenting sections similar to those of airplane wings. At the same time the blades are situated at relatively great distances, so that it is not possible to speak of »channels« formed by the blades. Accordingly, it is to be expected that in these cases the design usual in the case of very dense blading, — in which the centre lines of the »channels« formed by the blades are, by way of approximation, considered to constitute relative streamlines — will not be applicable. According to the aerodynamical view, the relations applicable to the design of axial machines comprising lattice of blades with small solidity (ratio of chord to distance between blades) should be based on the determination of the force acting on the single blade. By the methods of aerodynamics the force acting on a single blade, the length of which is infinite in the direction perpendicular to the direction of flow and which is placed into a parallel flow, can be determined.

In addition to the determination of the force the application of the aerodynamical view will also make possible the velocity distribution about the single blade to be computed.

This possibility is in itself already of decisive importance, as a knowledge of pressures, and, accordingly a knowledge of velocities is necessary in order to decide the behaviour of the boundary layer formed on the blade and, further, in order to avoid the phenomenon of cavitation.

In what follows, it is particularly from the point of view of this last-named problem that we wish to discuss the aerodynamical design. It should be pointed out, that in water-power schemes of Hungary, the preponderant majority of hydraulic machines are to be operating on low heads, and accordingly they will be mainly of the axial type. For this reason, the problem of how to avoid cavitation, represents a very essential task, not requiring any more explanation.

In connection with the determination of the force acting on the blade system of axial machines, and of the velocity distribution about the blade, it should be stated right now, that the blade system, — as apparent from the

unrolled cylindrical section coaxial with the machine — constitutes a lattice arrangement, to be considered of infinite length which alters the direction of the stationary relative flow (Fig. 1). In accordance herewith it should be considered in how far the calculations relating to a single blade section placed into a plane flow are applicable in connection with blades operating in a lattice arrangement.

It is well known that, in accordance with Joukowski's theorem, the force acting on any blade placed — either singly or in a lattice arrangement — in a plane flow is related to the circulation around the blade. In the case of a lattice, the pitch t of which is large as compared to the blade chord, it is possible in all investigations for points at greater distance from the blades, to replace the

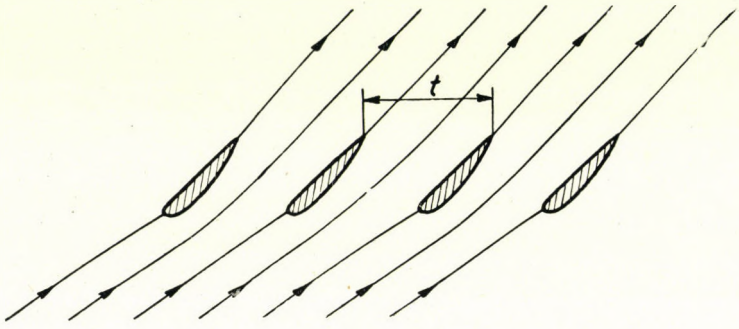


Fig. 1.

series of blades by a series of isolated potential vortexes if the circulation around each isolated potential vortex is equal with the circulation of intensity Γ formed around the blades.

The most convenient method of examining the effect of the series of isolated potential vortexes comprises the application of the theory of complex variable functions. Arranging the vortexes of intensity Γ with a pitch t along the real axis (Fig. 2), the conjugated velocity at any arbitrary point of plane z is expressed by the formula

$$v^* = \frac{\Gamma}{2\pi i} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \frac{1}{(z-nt)} = \frac{\Gamma}{2\pi i} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{z-nt} + \frac{1}{z+nt} \right) + \frac{1}{z} \right] =$$

$$= \frac{\Gamma}{2\pi i t} \left[\sum_{1}^{\infty} \left(\frac{1}{\frac{z}{t} - n} + \frac{1}{\frac{z}{t} + n} \right) + \frac{1}{\frac{z}{t}} \right].$$

Applying a well-known theorem of the theory of functions, it is possible to obtain, from the above formula, the result

$$v^* = \frac{\Gamma}{2\pi i t}\pi \operatorname{ctg}\frac{\pi}{t} z.$$

On the other hand,

$$\operatorname{ctg}\frac{\pi}{t} z = i\frac{e^{i\frac{\pi}{t}x}\cdot e^{-\frac{\pi}{t}y} + e^{-i\frac{\pi}{t}x}\cdot e^{\frac{\pi}{t}y}}{e^{i\frac{\pi}{t}x}\cdot e^{\frac{\pi}{t}y} - e^{-i\frac{\pi}{t}x}\cdot e^{\frac{\pi}{t}y}},$$

it appears that

in case $\left.\begin{matrix} -\infty \leqq x \leqq +\infty \\ y \to +\infty \end{matrix}\right\}$, $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{t} z \to -i$, and, further

in case $\left.\begin{matrix} -\infty \leqq x \leqq +\infty \\ y \to -\infty \end{matrix}\right\}$, $\operatorname{ctg}\frac{\pi}{t} z \to +i$.

Thus we obtain the results

$$v^* = -\frac{\Gamma}{2t} \quad \text{and} \quad v^* = +\frac{\Gamma}{2t}.$$
$$y \to +\infty \qquad\qquad y \to -\infty$$

In accordance herewith a series of vortexes of intensity Γ, or, in other words, a series of blades will, at a great distance below the series of blades, ($y \to -\infty$) induce a velocity of magnitude of $\frac{\Gamma}{2t}$ and of direction $+x$, whilst at a great distance above the series of blades ($y \to +\infty$) it will induce similarly a velocity of magnitude $\frac{\Gamma}{2t}$ but of direction $-x$ independently of the value of x. Accordingly, if a parallel plane flow possessing a velocity w_∞, forming an angle $\alpha < 180°$ with the $+x$ axis and a series of vortexes arranged in the manner shown in Fig. 2 are superposed on one another, the velocities (w_1) at any point far below the lattice and (w_2) at any point far above the lattice will be in accordance with Figs. 3a and 3b, respectively. On Fig. 3a the velocities are shown in case of $\alpha < 90°$ (pump blading), on Fig. 3b in case of $180° > \alpha > 90°$ (turbine blading). w_∞ is, accordingly, the vectorial mean of velocities w_1 and w_2.

In designing any machine, the direction and magnitude of w_∞ can, accordingly, be ascertained after velocities w_1 and w_2 have been assumed or determined.

The only point which still remains problematical is the question of the direction and magnitude of velocity near the blades in lattice arrangement. In order to investigate this question, let us imagine the vortex situated at point $z = 0$ removed from the infinite series of vortexes shown in Fig. 2, and let us

determine the effect exercised on the surroundings of point $z = 0$ by the remaining vortexes, which in both directions extend to infinity. Evidently, the conjugate of the velocity induced by the »incomplete« series of vortexes is

$$(v^*)' = \frac{\Gamma}{2\pi i} \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{z - nt} + \frac{1}{z + nt} \right) = \frac{\Gamma}{2\pi i t} \left(\pi \operatorname{ctg} \frac{\pi}{t} z - \frac{1}{\frac{z}{t}} \right).$$

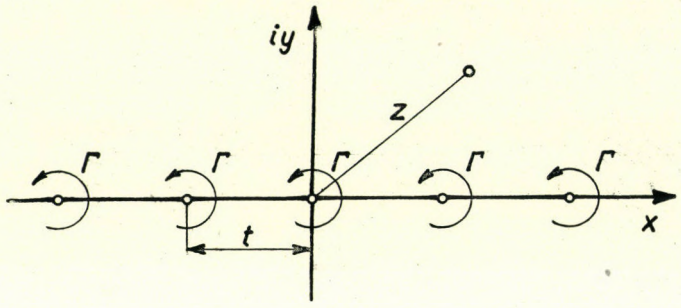


Fig. 2.

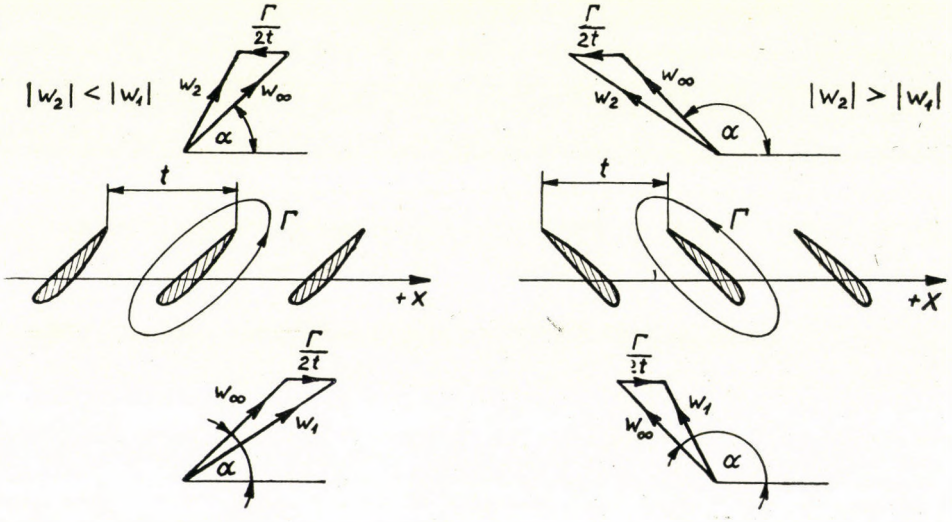


Fig. 3.

As in the case of $z \to 0$

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi}{t} z = \frac{\cos \frac{\pi}{t} z}{\sin \frac{\pi}{t} z} \approx \frac{1}{\frac{\pi}{t} z},$$

it is easy to see that

$$\lim_{z \to 0} (v^*)' = 0 ,$$

or, in other words, no effect is being exercised by the other vortexes in the place of the removed vortex, and approximately in the neighbourhood of the latter. In accordance herewith no great error is committed if the blades in a lattice arrangement are considered as if each of them operated in a parallel flow of direction and magnitude w_∞.

Of course, it is only in case of a lattice with very small solidity that this statement can be considered valid. If that is not fulfilled, it is evident that in the vicinity of a blade the other blades will alter the direction and magnitude of the velocity of flow, and that, for this reason, it is necessary to consider the so-called lattice effect.

In the case of lattice solidities employed in hydraulic machines, this lattice effect, which, by the way, can be computed with a satisfactory degree of accuracy, is in most cases not particularly significant. Accordingly we shall in what follows, only discuss the determination of the force acting on a single blade, and of the velocity distribution along such a blade.

Many methods are known for determining the flow around a blade having arbitrary shape. Substantially, all these methods reduce the flow around the blade to the well-known and easily manageable flow around a circular cylinder. These methods are highly accurate, but rather cumbersome. There exist also simplified methods requiring a less amount of work of computation. In what follows I shall describe another shortened variant of the Thwaites [1] method, this latter being itself a simplification of the exact method of Theodorsen [2] allowing the determination of the velocity distribution about thin and moderately cambered blade sections, as employed in hydraulic machines, with a satisfactory degree of accuracy. The method is also suitable between certain limits, for determining the form of blade section having arbitrary velocity distribution that is to say, for solving the inverse of the task mentioned above. For the sake of completeness, I shall also summarise the fundamental considerations on which the solution is based.

Let us imagine that the blade section, which is of any desired shape but is thin and moderately cambered, is placed on plane $\zeta = \xi + i\eta$ into the parallel plane flow of velocity of magnitude w_∞ and direction α (Fig. 4). The section which is assumed to possess a chord length of 4 units, is mapped with the aid of the Joukowski transformation $\zeta = z' + \frac{1}{z'}$ on the plane $z' = x' + iy'$, (Fig. 5) where a nearly circular curve is obtained, the shape of which can be expressed by the formula

$$z' = r' e^{i\vartheta} = e^{\psi} \cdot e^{i\vartheta} = e^{\psi + i\vartheta}$$

The relationship existing between the points of curves situated in the planes ζ and z' allows ψ to be determined as a function of ϑ.

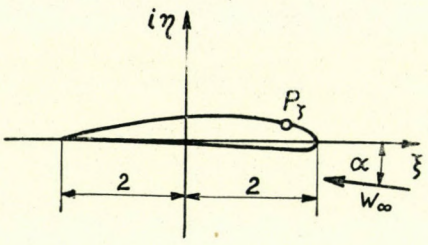


Fig. 4.

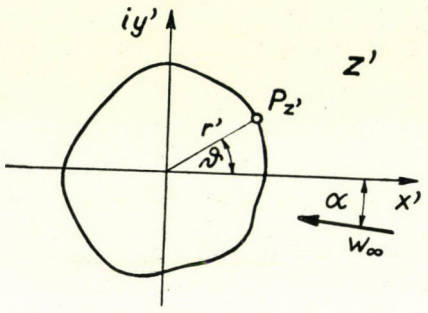


Fig. 5.

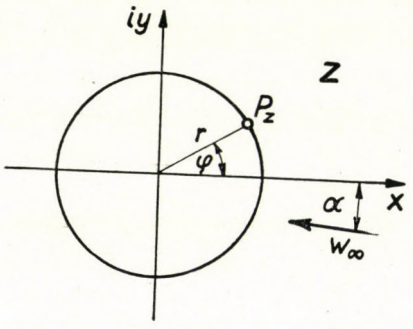


Fig. 6.

The nearly circular curve in the plane z', is mapped by means of the relationship

$$z' = z\ e^{\sum_{1}^{\infty}(A_n + Bi_n)\frac{1}{z^n}}$$

on the plane $z = x + iy$, where in the case of suitable constants A_n and B_n a circle traced around the origin, i. e. expressed by the equation

$$z = re^{i\varphi}$$

is obtained (Fig. 6). If now the equation of the circle is expressed in the form

$$z = e^{\psi_0} \cdot e^{i\varphi} = e^{\psi_0 + i\varphi}$$

we obtain

$$\frac{z'}{z} = e^{\psi - \psi_0 + i(\vartheta - \varphi)} = e^{\sum_1^\infty (A_n + iB_n) \frac{1}{z^n}}$$

hence

$$\psi - \psi_0 + i(\vartheta - \varphi) = \sum_1^\infty (A_n + iB_n) \frac{1}{z^n} = \sum_1^\infty (A_n + iB_n) \frac{e^{-in\varphi}}{r^n} =$$

$$= \sum_1^\infty \left(\frac{A_n}{r^n} + i \frac{B_n}{r^n}\right) (\cos n\varphi - i \sin n\varphi) =$$

$$= \sum_1^\infty \left(\frac{A_n}{r^n} \cos n\varphi + \frac{B_n}{r^n} \sin n\varphi\right) + i \sum_1^\infty \left(-\frac{A_n}{r^n} \sin n\varphi + \frac{B_n}{r^n} \cos n\varphi\right).$$

Hence it is evident that

$$\psi - \psi_0 = \sum_1^\infty \left(\frac{A_n}{r^n} \cos n\varphi + \frac{B_n}{r^n} \sin n\varphi\right)$$

and

$$\vartheta - \varphi = \sum_1^\infty \left(-\frac{A_n}{r^n} \sin n\varphi + \frac{B_n}{r^n} \cos n\varphi\right).$$

As neither of the mapping functions will cause any variations in infinity, the direction and magnitude of w_∞ will also remain unaltered at points situated at a great distance from the origin.

Knowing the function $\psi = \psi(\vartheta)$, the first formula allows the coefficients to be determined. Accordingly, if in the formulas

$$\psi_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi d\varphi \; ; \; \frac{A_n}{r^n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi \cos n\varphi d\varphi \quad \text{and} \quad \frac{B_n}{r^n} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \psi \sin n\varphi d\varphi$$

φ is replaced by ϑ, which differs but slightly from φ as a variable, it will be possible to determine the values of ψ_0, $\frac{A_n}{r^n}$ and $\frac{B_n}{r^n}$ with fair approximation. With the above coefficients it will be possible to calculate, from the second formula, the value of $\vartheta - \varphi$ also. Thereby ψ is already known with good approximation, as a function of φ, and by repeating the process several times, we are able to reach any desired degree of accuracy.

In reality it is not necessary to carry out this lengthy and cumbersome computation. In what follows we shall see that an approximate solution of the whole task is possible in a much simpler manner also.

As the relationship between the points of curves situated in planes z and z' can, in principle, be determined, let us now determine the ratio of velocities. Assuming the velocity distribution along the circle in plane z (the plane of the circle) to be known, the velocity distribution along the blade in plane ζ (the blade plane) can be ascertained after determining the differential quotients of the mapping functions. It is sufficient to know only the absolute value of the velocity and thus, if the velocity along the circle is denoted by w_z and the velocity along the blade by w_ζ, we obtain that

$$|w_\zeta| = |w_z| \left|\frac{dz}{dz'}\right| \left|\frac{dz'}{d\zeta}\right| .$$

From the formula $z' = ze^{\psi-\psi_0} e^{i(\vartheta-\varphi)}$, by introduction of the notation $\varepsilon = \varphi - \vartheta$, it follows that

$$\frac{dz'}{dz} = z' \frac{d}{dz} [ln\, z + (\psi - \psi_0) + i(\vartheta - \varphi)] =$$

$$= z' \left\{\frac{1}{z} + \frac{d}{dz} [(\psi - \psi_0) + i(\vartheta - \varphi)]\right\} = z' \left\{\frac{1}{z} + \frac{d[(\psi - \psi_0) + i(\vartheta - \varphi)]}{izd\varphi}\right\} =$$

$$= \frac{z'}{z} \left[1 + \frac{d}{d\varphi}(\vartheta - \varphi) - i\frac{d}{d\varphi}(\psi - \psi_0)\right] = \frac{z'}{z} \left[\frac{d\vartheta - id(\psi - \psi_0)}{d\varphi}\right] =$$

$$= \frac{z'}{z} \cdot \frac{1 - i\frac{d(\psi - \psi_0)}{d\vartheta}}{\frac{d\varphi}{d\vartheta}} = \frac{z'}{z} \frac{1 - i\frac{d\psi}{d\vartheta}}{1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}} .$$

Hence

$$\left|\frac{dz'}{dz}\right| = e^{\psi-\psi_0} \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{d\psi}{d\vartheta}\right)^2}}{1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}},$$

wherefrom, in view of the fact that $\frac{d\psi}{d\vartheta} \ll 1$, we obtain approximately the result

$$\left|\frac{dz}{dz'}\right| \approx e^{\psi_0-\psi}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right)$$

$$\left(\left|\frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right| < 1\right).$$

On the other hand, from the Joukowski transformation formula $\zeta = z' + \frac{1}{z'}$ it follows that

$$\frac{d\zeta}{dz'} = 1 - \frac{1}{z'^2} = \frac{1}{z'}\left(z' - \frac{1}{z'}\right)$$

and thus

$$\frac{dz'}{d\zeta} = \frac{z'}{z' - \frac{1}{z'}} = \frac{e^{\psi + i\vartheta}}{e^{\psi + i\vartheta} - e^{-\psi - i\vartheta}} = \frac{e^{\psi} \cdot e^{i\vartheta}}{e^{\psi} \cdot e^{i\vartheta} - e^{-\psi} \cdot e^{-i\vartheta}}.$$

As

$$e^{\psi} \cdot e^{i\vartheta} - e^{-\psi} e^{-i\vartheta} = e^{\psi}(\cos\vartheta + i\sin\vartheta) - e^{-\psi}(\cos\vartheta - i\sin\vartheta) =$$

$$= (e^{\psi} - e^{-\psi})\cos\vartheta + i(e^{\psi} + e^{-\psi})\sin\vartheta = 2(sh\psi\cos\vartheta + ich\psi\sin\vartheta),$$

and thus

$$\left|\frac{dz'}{d\zeta}\right| = \frac{e^{\psi}}{2\sqrt{sh^2\psi\cos^2\vartheta + ch^2\psi\sin^2\vartheta}} = \frac{e^{\psi}}{2\sqrt{sh^2\psi + \sin^2\vartheta}}.$$

Thereby

$$|w_\zeta| = |w_z| \frac{e^{\psi_0}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right)}{2\sqrt{sh^2\psi + \sin^2\vartheta}},$$

wherein, in view of the small value of ψ, $sh^2\psi$ may also be replaced by ψ^2.

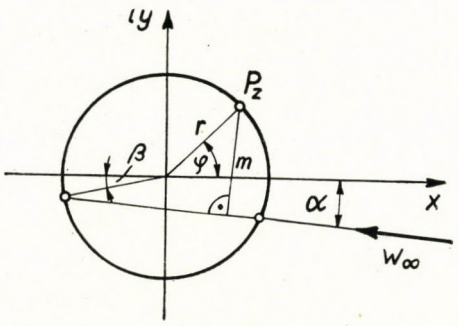


Fig. 7.

The velocity (w_z) along the circle can be determined with the aid of distance m between circle point P_z and the straight line, of direction w_∞, connecting the stagnation points formed on the circle (Fig. 7) in accordance with the formula

$$|w_z| = |w_\infty| \frac{2m}{r}.$$

As

$$m = r\,|\sin(\alpha + \varphi) + \sin(\alpha + \beta)|,$$

therefore

$$|\boldsymbol{w}_z| = 2\,|\boldsymbol{w}_\infty||\sin(\alpha + \varphi) + \sin(\alpha + \beta)|.$$

Herewith

$$\left|\frac{\boldsymbol{w}_\zeta}{\boldsymbol{w}_\infty}\right| = \frac{e^{\psi_0}\left(1 + \dfrac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right)}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\,|\sin(\alpha + \varphi) + \sin(\alpha + \beta)|\,.$$

Angle β can be determined from the consideration that at the trailing edge of the blade the velocity cannot be of infinite value, and therefore the image on plane z of the trailing edge must be a stagnation point (Joukowski's condition). The image in plane z' of the trailing edge can be found at the place $\vartheta = \pi$, and accordingly the image in plane z can, on basis of the relationship $\varphi = \vartheta + (\varphi - \vartheta) = \vartheta + \varepsilon$ be found at the value $\varphi = \pi + \varepsilon_\pi$, that is to say the angle β is equal to the value ε_π assumed by ε at the place π $(\beta = \varepsilon_\pi)$.

The second member of the second factor is in connection with the circulation Γ around the circular cylinder or around the blade;

$$2|\boldsymbol{w}_\infty|\sin(\alpha + \beta) = \frac{\Gamma}{2\pi r}.$$

Thus

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{\Gamma}{4\pi r|\boldsymbol{w}_\infty|},$$

wherefrom, substituting the relationships $r = e^{\psi_0}$ and $\Gamma = \frac{1}{2}\cdot 4|\boldsymbol{w}_\infty|C_l$ we obtain the result

$$\sin(\alpha + \beta) = \frac{C_l}{2\pi e^{\psi_0}}$$

that is to say we have also obtained a formula for determining the lift coefficient.

Values ϑ and ψ in this formula can be determined from coordinates ξ and $i\eta$ of the blade in the following manner: from the formula

$$\xi + i\eta = \zeta = z' + \frac{1}{z'} = e^{\psi}\cdot e^{i\vartheta} + e^{-\psi}e^{-i\vartheta} = 2(ch\psi\cos\vartheta + i\,sh\psi\sin\vartheta$$

it follows that

$$\xi = 2\,ch\,\psi\cos\vartheta$$
$$\eta = 2\,sh\,\psi\sin\vartheta,$$

from which — the value of ψ being small — it follows approximately that

$$\xi = 2\cos\vartheta$$
$$\eta = 2\,\psi\sin\vartheta.$$

In what follows the complex plane z will no longer be mentioned and thus no misunderstandig will be caused by introducing, in place of coordinates ξ and η the more usual variables

$$x = \frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta)$$

and

$$y = \frac{1}{2} \psi \sin \vartheta$$

in accordance with notations used in Fig. 8.

From the leading edge of the section to the trailing edge the value of ϑ varies on the upper side from 0 to π, whilst from the trailing edge to the leading edge it varies on the lower side from π to 2π. Thereby it will be easily possible

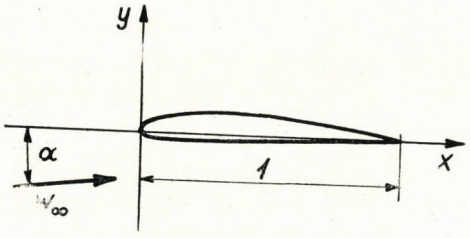


Fig. 8.

to determine the necessary pairs of values ψ, ϑ from the pairs of values x, y belonging to the points of the given blade section. The value of ϑ depends on x only, the value of ψ is given by the relationship $\psi = \frac{2y}{\sin \vartheta}$. Thus it will already be possible to determine the velocity — denoted in the following by w — along the blade, at any point of the blade, from the relationship :

$$\left| \frac{\boldsymbol{w}}{\boldsymbol{w}_\infty} \right| = \frac{e^{\psi_0} \left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right)}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2 \vartheta}} \left| \sin (\alpha + \vartheta + \varepsilon) + \sin (\alpha + \beta) \right|$$

if from function $\psi = \psi(\vartheta)$ the value of $\varepsilon = \varphi - \vartheta$ as well as the differential quotient of the latter have been determined. It is also evident that it is only in the second factor on the right-hand side that the arbitrary angle of attack α plays any part, and that, accordingly, only a small part of the calculation is effected by taking it into account.

In connection with the computation of the value of ε, it should be mentioned that as this is the conjugate of $(\psi - \psi_0)$, it is also possible to determine it with

good approximation (taking ψ as function of ϑ instead of φ) from the Poisson integral :

$$\varepsilon(\vartheta_1) = -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \psi \operatorname{ctg}\frac{1}{2}(\vartheta - \vartheta_1)\, d\vartheta .$$

For the computation of the Poisson integral numerical methods are also available, by means of which an accuracy of a very high degree can also be attained.*

The determination of the velocity distribution along the blade by employing above the formula requires lengthy computations. It is more appropriate to our purposes, if, at the price of a certain amount of approximation this expression is simplified. α, β, ε, $\frac{d\varepsilon}{d\vartheta}$, ψ_0 are small values, the products of these values may be omitted, $\cos\alpha$, $\cos\beta$, and $\cos\varepsilon$ may be replaced by 1, whilst e^{ψ_0} may be replaced by $1 + \psi_0$. With these substitutions our previous formula can be modified in the following manner ;

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\, e^{\psi_0}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right) |\sin\alpha\cos(\vartheta + \varepsilon) + \cos\alpha\sin(\vartheta + \varepsilon) + \sin(\alpha + \beta)| \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\, e^{\psi_0}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right) |\sin\alpha(\cos\vartheta - \varepsilon\sin\vartheta) + \sin\vartheta + \varepsilon\cos\vartheta + \sin(\alpha + \beta)| \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\, e^{\psi_0}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right) |\sin\alpha\cos\vartheta + \sin\vartheta + \varepsilon\cos\vartheta + \sin(\alpha + \beta)| \simeq$$

$$\simeq \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\, e^{\psi_0}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right) |\sin(\alpha + \beta)(1 + \cos\vartheta) - \sin\beta\cos\vartheta + \sin\vartheta + \varepsilon\cos\vartheta| .$$

Introducing now the formula $\sin(\alpha + \beta) = \frac{C_l}{2\pi e^{\psi_0}}$ and, analogically, the notation $\sin\beta = \frac{C_{l\beta}}{2\pi e^{\psi_0}}$ and multiplying by $e^{\psi_0 - 1} = 1 + \psi_0$, we obtain

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\left(1 + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\right)\left|\frac{C_l}{2\pi}(1 + \cos\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi}\cos\vartheta + \sin\vartheta + \psi_0\sin\vartheta + \varepsilon\cos\vartheta\right| =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}}\left|\sin\vartheta + \psi_0\sin\vartheta + \frac{d\varepsilon}{d\vartheta}\sin\vartheta + \varepsilon\cos\vartheta - \frac{C_{l\beta}}{2\pi}\cos\vartheta + \frac{C_l}{2\pi}(1 + \cos\vartheta)\right| .$$

* In a Fourier-series development, the conjugate of any function is obtained by writing sin in the place of cos and —cos in the place of sin. The conjugate of any constant is zero.

Introducing now the notations $\frac{A_n}{r^n} = a_n$ and $\frac{B_n}{r^n} = b_n$ further replacing φ by ϑ which differs from φ in a very slight extent only, we obtain

$$\psi - \psi_0 = \sum_1^\infty (a_n \cos n\vartheta + b_n \sin n\vartheta),$$

the conjugate of which is

$$\varepsilon = \varphi - \vartheta = \sum_1^\infty (a_n \sin n\vartheta - b_n \cos n\vartheta),$$

further

$$\frac{d\varepsilon}{d\vartheta} = \sum_1^\infty (a_n n \cos n\vartheta + b_n n \sin n\vartheta).$$

Substituting these into the above formula for $\left|\frac{w}{w_\infty}\right|$ and writing the odd and the even functions separately

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}} \Bigg| \sin\vartheta + \Big[\psi_0 \sin\vartheta + \Big(\sum_1^\infty a_n n \cos n\vartheta\Big) \sin\vartheta + \Big(\sum_1^\infty a_n \sin n\vartheta\Big) \cos\vartheta\Big] + \Big[\Big(\sum_1^\infty b_n n \sin n\vartheta\Big) \sin\vartheta - \Big(\sum_1^\infty b_n \cos n\vartheta\Big) \cos\vartheta\Big] - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos\vartheta + \frac{C_l}{2\pi} (1 + \cos\vartheta) \Bigg|.$$

Introducing the notations

$$h(\vartheta) = \Big[\psi_0 \sin\vartheta = \Big(\sum_1^\infty a_n n \cos n\vartheta\Big) \sin\vartheta + \Big(\sum_1^\infty a_n \sin n\vartheta\Big) \cos\vartheta\Big]$$

and

$$j(\vartheta) = \Big[\Big(\sum_1^\infty b_n n \sin n\vartheta\Big) \sin\vartheta - \Big(\sum_1^\infty b_n \cos n\vartheta\Big) \cos\vartheta\Big]$$

($h(\vartheta)$ is an odd function, whilst $j(\vartheta)$ is an even function of ϑ) we obtain the following expression :

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2\vartheta}} \left| \sin\vartheta + h(\vartheta) + j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos\vartheta + \frac{C_l}{2\pi} (1 + \cos\vartheta) \right|.$$

As $h(\vartheta)$ only contains coefficients of the type a_n, that is to say the even function coefficients of the Fourier-series of $\psi—\psi_0$, whilst $j(\vartheta)$ only contains coefficients of the type b_n, that is to say the odd function coefficients of the Fourier-series of $\psi—\psi_0$, it is evident from the relationship $\psi = \frac{2y}{\sin \vartheta}$, that in the case of a symmetrical blade section $b_n = 0$, whereas in the case of a section consisting of an infinitely thin cambered plate $a_n = 0$, and ψ_0 also has zero value.

In accordance herewith the influence of thickness and of camber of the section can be separated; the former will only influence ψ_0 and $h(\vartheta)$, whilst the latter will only affect $j(\vartheta)$ and — as $a_n = 0$ and $b_n \neq 0$ — the value of $\frac{C_{l\beta}}{2\pi} \simeq \varepsilon_\pi$. This latter approximate relationship can be understood by considering the expression $\sin \beta = \frac{C_{l\beta}}{2\pi e^{\psi_0}}$, as well as $\beta = \varepsilon_\pi$. In the case of a symmetrical blade section $b_n = 0$ and therefore $j(\vartheta)$, ε_π or $\frac{C_{l\beta}}{2\pi}$ also have zero value.

For the case of an infinitely thin cambered plate $h(\vartheta) = 0$. As here ψ also contains only odd members and $\psi(\vartheta)$ is a continuous function, it follows that $\psi(0)$ and $\psi(\pi)$ have zero value. As, in general,

$$\left[j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos \vartheta + \frac{C_l}{2\pi} (1 + \cos \vartheta)\right]_{\vartheta=0} \neq 0,$$

accordingly, an infinitely great velocity is set up at the leading edge. On the trailing edge the avoidance of this is assured as

$$\left[j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos \vartheta + \frac{C_l}{2\pi}(1 + \cos \vartheta)\right]_{\vartheta=\pi} = j(\pi) + \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \simeq j(\pi) + \varepsilon_\pi = 0,$$

because the value of ε_π, as can easily be understood, is equal to $-j(\pi)$.

At the leading edge it is only with the aid of a single lift coefficient $C_l = C_{l\,opt}$ that the velocity of infinitely great magnitude can be avoided. The value of the optimal lift coefficient can be computed from the evident relationship

$$\frac{C_{lopt}}{2\pi} = -\frac{1}{2}\left[j(0) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi}\right] \simeq -\frac{1}{2}\,[j(0) + j(\pi)].$$

In accordance herewith, if the expression

$$j(\vartheta) = \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos \vartheta + \frac{C_l}{2\pi} (1 + \cos \vartheta)$$

is replaced by

$$j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos \vartheta + \frac{C_{l\,opt}}{2\pi}(1 + \cos \vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1 + \cos \vartheta) =$$

$$= l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1 + \cos \vartheta),$$

it can be easily understood that

$$l(\vartheta) = j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} \cos \vartheta + \frac{C_{l\ opt}}{2\pi}(1 + \cos \vartheta) =$$

$$= j(\vartheta) + j(\pi) \cos \vartheta - \frac{1}{2} [j(0) + j(\pi)] (1 + \cos \vartheta)$$

is an even function assuming zero value at the loci $\vartheta = 0$ and $\vartheta = \pi$.

Accordingly, the velocity along the surface of a cambered section of finite thickness can be written as follows :

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2 \vartheta}} \left| \sin \vartheta + h(\vartheta) + l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\ opt}}{2\pi}(1 + \cos \vartheta) \right|.$$

As $h(\vartheta)$ is linear in coefficients a_n, i. e. in the influence of thickness, whilst $l(\vartheta)$, $j(0)$ and $j(\pi)$ are linear in coefficients b_n, i. e. in the influence of camber, $h(\vartheta)$ and $l(\vartheta)$ will vary proportionally with the variation of thickness or camber respectively with distribution functions kept unchanged. In accordance herewith, if the mean camber line of any given section, that is to say the algebraic mean of the upper and lower ordinates corresponding to identical abscisses are kept unchanged, and the thickness is everywhere, say, doubled, the value of $h(\vartheta)$ will — with unchanged $\frac{C_{l\ opt}}{2\pi}$, $\frac{C_{l\beta}}{2\pi}$ — become doubled. The same may be said in connection with $l(\vartheta)$, $\frac{C_{l\ opt}}{2\pi}$ and $\frac{C_{l\beta}}{2\pi}$ in case of a proportionate variation of the ordinate of the mean camber line with unchanged thickness.

Accordingly, in order to determine the velocity distribution around any given blade section, the first thing to be done is the separation of thickness and camber (Fig. 9). As the ordinate of the upper boundary of the section is $y_f = y_j + y_h$, the ordinate of its lower boundary is $y_a = y_j - y_h$, the value $\psi = \frac{2y}{\sin \vartheta}$ can also be divided into two parts, viz. $\psi_j = \frac{2y_j}{\sin \vartheta}$ and $\psi_h = \frac{2y_h}{\sin \vartheta}$ each of which separately stands in connection with the form of the mean camber line or with that of the distribution of thickness, respectively.

If the variation of the value of ϑ is limited instead of the interval 0—2π to the interval 0—π, the velocity distribution can be calculated from the relationship

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{\psi^2 + \sin^2 \vartheta}} \left\{ \sin \vartheta + h(\vartheta) \pm \left[l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\ opt}}{2\pi} (1 + \cos \vartheta) \right] \right\}.$$

The + sign relates to the place $\vartheta = 0$ and to the upper boundary of the section, the — sign to the lower boundary of the section. At the same time ψ should

be taken into account at the value $\psi = \psi_h \pm \psi_j$. Thus from the values of ψ_h and ψ_j as well as of $h(\vartheta)$ and $j(\vartheta)$, $\left|\frac{w}{w_\infty}\right|$ can be determined also for any desired value of $\frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}$.

The angle of attack α belonging to any given lift coefficient C_l can be computed from the relationship

$$\alpha(C_l) = \alpha_{opt} + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}$$

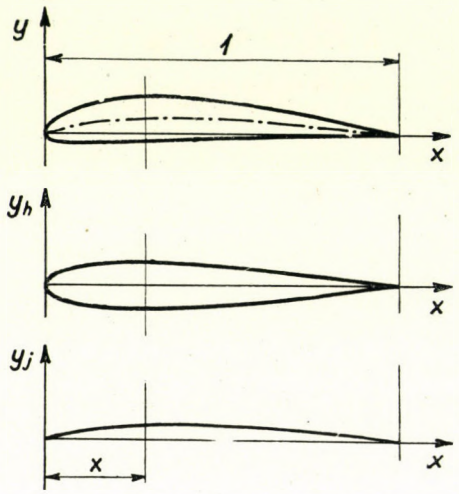


Fig. 9.

in which the value of the optimal angle of attack belonging to $C_{l\,opt}$ results from the equation

$$C_{l\,opt} = 2\pi\,(\alpha_{opt} + \varepsilon_\pi)$$

with :

$$\alpha_{opt} = \frac{C_{l\,opt}}{2\pi} - \varepsilon_\pi = \frac{C_{l\,opt}}{2\pi} - \frac{C_{l\beta}}{2\pi} = -\frac{1}{2}\,[j(0) + j(\pi)] + j(\pi) =$$

$$= \frac{1}{2}\,[j(\pi) - j(0)].$$

α_{opt} is also in linear relationship with value $j(\vartheta)$ that is to say, with the proportionate change of the ordinates of the mean camber line, the value of α_{opt} will also change proportionately. It is also evident, that for the mean camber lines symmetrical relative to the abscissa

$$x = 0{,}5 \quad \text{or} \quad \vartheta = \frac{\pi}{2}, \qquad \alpha_{opt} = 0.$$

The relationship between the distribution of thickness and $h(\vartheta)$ and the shape of the mean camber line and $j(\vartheta)$ can be established as follows :

As

$$\psi_h \equiv \frac{2y_h}{\sin \vartheta} = \psi_0 + \sum_1^\infty a_n \cos n\vartheta$$

with which

$$2 \frac{dy_h}{d\vartheta} = \frac{d\psi_h}{d\vartheta} \sin \vartheta + \psi_h \cos \vartheta =$$

$$= \psi_0 \cos \vartheta + \left(\sum_1^\infty a_n \cos n\vartheta\right) \cos \vartheta - \left(\sum_1^\infty a_n n \sin n\vartheta\right) \sin \vartheta ,$$

and, on the other hand,

$$h(\vartheta) = \left[\psi_0 \sin \vartheta + \left(\sum_1^\infty a_n n \cos n\vartheta\right) \sin \vartheta + \left(\sum_1^\infty a_n \sin n\vartheta\right) \cos \vartheta\right],$$

it is evident, that

$$\text{conj} \left[2 \frac{dy_h}{d\vartheta}\right] = h(\vartheta).$$

Similarly as

$$\psi_j = \frac{2y_j}{\sin \vartheta} = \sum_1^\infty b_n \sin n\vartheta ,$$

$$2 \frac{dy_j}{d\vartheta} = \frac{d\psi_j}{d\vartheta} \sin \vartheta + \psi_j \cos \vartheta =$$

$$= \left(\sum_1^\infty b_n \sin n\vartheta\right) \cos \vartheta + \left(\sum_1^\infty b_n n \cos n\vartheta\right) \sin \vartheta ,$$

whilst, on the other hand,

$$j(\vartheta) = \left[\left(\sum_1^\infty b_n n \sin n\vartheta\right) \sin \vartheta - \left(\sum b_n \cos n\vartheta\right) \cos \vartheta\right],$$

it is evident, that

$$\text{conj} \left[2 \frac{dy_j}{d\vartheta}\right] = j(\vartheta).$$

Conjugation and derivation are interchangeable operations, and thus

$$h(\vartheta) = \text{conj} \left[2 \frac{dy_h}{d\vartheta}\right] = 2 \frac{d}{d\vartheta} \left[\text{conj } y_h(\vartheta)\right]$$

and

$$j(\vartheta) = \text{conj}\left[2\,\frac{dy_j}{d\vartheta}\right] = 2\,\frac{d}{d\vartheta}\left[\text{conj}\; y_j(\vartheta)\right],$$

that is to say the functions $h(\vartheta)$ and $j(\vartheta)$ are equal to the double of the differentials of the conjugates $y_h(\vartheta)$ or $y_j(\vartheta)$ respectively, given (eventually graphically). From $j(\vartheta)$, $l(\vartheta)$ can be determined easily.

Accordingly, values y usually given as functions of x should be expressep as a function of ϑ. The differential quotients of functions y_h and y_j respectively considered as trigonometrical polynoms instead of Fourier-series can be determined in a single step of numerical computation. To this point we shall yet revert below.

From the relationships indicated above it is also ascertainable that

$$2\,\frac{dy_h}{d\vartheta} = -\,\text{conj}\;[h(\vartheta)],$$

or

$$2\,\frac{dy_j}{d\vartheta} = -\,\text{conj}\;[j(\vartheta)],$$

i. e.

$$y_h = -\frac{1}{2}\int_0^{\vartheta} \text{conj}\;[h(\vartheta)]\,d\vartheta,$$

and further

$$y_j = -\frac{1}{2}\int_0^{\vartheta} \text{conj}\;[j(\vartheta)]\,d\vartheta.$$

The value of y_j — instead of from $j(\vartheta)$ — can also be determined from $l(\vartheta)$. Notably,

$$l(\vartheta) = j(\vartheta) - \frac{C_{l\beta}}{2\pi}\cos\vartheta + \frac{C_{l\,opt}}{2\pi}(1+\cos\vartheta),$$

whence

$$\text{conj}\;[j(\vartheta)] = \text{conj}\;[l(\vartheta)] - \frac{C_{l\,opt} - C_{l\beta}}{2\pi}\sin\vartheta.$$

As the ordinate of the mean camber line at point $\vartheta = \pi$ is zero, that is

$$0 = y_j(\pi) = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi} \text{conj}\;[j(\vartheta)]\,d\vartheta = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi} \text{conj}\;[l(\vartheta)]\,d\vartheta +$$

$$+\frac{1}{2}\,\frac{C_{l\,opt} - C_{l\beta}}{2\pi}\int_0^{\pi} \sin\vartheta\,d\vartheta = -\frac{1}{2}\int_0^{\pi} \text{conj}\;[l(\vartheta)]d\vartheta + \frac{C_{l\,opt} - C_{l\beta}}{2\pi},$$

whence

$$\alpha_{opt} = \frac{C_{l\,opt} - C_{l\beta}}{2\pi} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} \text{conj}\,[l(\vartheta)]\,d\vartheta .$$

Therewith

$$y_j = -\frac{1}{2}\int_0^{\vartheta} \text{conj}\,[j(\vartheta)]\,d\vartheta = -\frac{1}{2}\int_0^{\vartheta} \text{conj}\,[l(\vartheta)]\,d\vartheta +$$

$$+\frac{1}{4}(1-\cos\vartheta)\int_0^{\pi} \text{conj}\,[l(\vartheta)]\,d\vartheta .$$

Conjugation and integration can likewise be performed in a single step of numerical computation.

From the integration along interval section 0—2π of $l(\vartheta)$ it is also evident that

$$\frac{C_{l\,opt}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} l(\vartheta)\,d\vartheta ,$$

and, accordingly, from a given function $l(\vartheta)$, the mean camber line α_{opt} and $C_{l\,opt}$ can also be determined.

These relationships are required if the form of the section has to be determined from a given distribution velocity. From the relationship

$$\left|\frac{w}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{(\psi_h \pm \psi_j)^2 \sin^2\vartheta}}\left|\sin\vartheta + h(\vartheta) \pm \left[l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1+\cos\vartheta)\right]\right|,$$

it is posssible to calculate the velocities at the upper boundary of the section from the equation :

$$\left|\frac{w_u}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{(\psi_h + \psi_j)^2 \sin^2\vartheta}}\left|\sin\vartheta + h(\vartheta) + \left[l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1+\cos\vartheta)\right]\right|,$$

whilst the velocities at the lower boundary can be calculated from the equation

$$\left|\frac{w_l}{w_\infty}\right| = \frac{1}{\sqrt{(\psi_h - \psi_j)^2 \sin^2\vartheta}}\left|\sin\vartheta + h(\vartheta) - \left[l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1+\cos\vartheta)\right]\right|$$

from which it results that

$$\sin\vartheta + h(\vartheta) = \frac{1}{2}\left[\left|\frac{w_f}{w_\infty}\right|\sqrt{(\psi_h + \psi_j)^2 + \sin^2\vartheta} + \left|\frac{w_l}{w_\infty}\right|\sqrt{(\psi_h - \psi_j)^2 + \sin^2\vartheta}\right].$$

and

$$l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{lopt}}{2\pi}(1 + \cos\vartheta) =$$

$$= \frac{1}{2}\left[\left|\frac{w_u}{w_\infty}\right| \sqrt{(\psi_h + \psi_j)^2 + \sin^2\vartheta} - \left|\frac{w_l}{w_\infty}\right| \sqrt{(\psi_h - \psi_j)^2 + \sin^2\vartheta}\right].$$

Compared to $\sin^2\vartheta$, $(\psi_h \pm \psi_j)^2$ can be disregarded except in the neighbourhood of the loci $\vartheta = 0$ and π. As in these places $\psi_j = 0$, it is, accordingly, only ψ_h that plays any part. At the place $\vartheta = \pi$, in the case of a sharp trailing edge, ψ also has zero value.

In order to determine the value of $h(\vartheta)$ and $l(\vartheta)$ from any given velocity distribution, ψ has to be assumed on the basis of an estimate. We do not commit any great error if we take ψ as a function of ϑ into account in a decreasing manner, from $\vartheta = 0$ to π on the basis of the ψ values of sections giving a similar velocity distribution. The recognition of the fact, easily proved, according to which

$$\psi_h(0) = \sqrt{2\,\varrho_B},$$

wherein ϱ_B is the radius of curvature of the leading edge, may prove very serviceable.

Determining with estimated values of ψ the values of $h(\vartheta)$ and therefrom those of y_h, the assumed value of $\psi_h(0)$ may be corrected, therewith the values of $h(\vartheta)$ and y_h are determined again, and the accuracy of this second computation is already satisfactory for practical purposes.

If we also determine the value of $l(\vartheta) + \frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}(1 + \cos\vartheta)$ and compute the value $2\,\frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}$ taken at $\vartheta = 0$, this will enable us to compute $l(\vartheta)$, and from the latter also y_j. If necessary, the calculation may here also be repeated. Nor does the determination of α_{opt} and $C_{l\,opt}$ cause any difficulty.

In assuming the velocity distribution it is preferable to start from a careful modification of the velocity distribution of a given section. A velocity distribution assumed quite freely may easily result in a »looped« section.

For carrying out the numerical calculations, it is preferable to apply the Watson [3] formulas. If the values of the function are known on the interval $0 \leqq \vartheta \leqq \pi$ at $\vartheta = \frac{p\pi}{N}$, $(p = 0, 1, 2, 3 \ldots N$, where N is an arbitrary integer), then denoting the function by $f(\vartheta)$ and its conjugate by $k(\vartheta)$, the differential quotient of the conjugate will be

$$\left\{\frac{d}{d\vartheta}\left[k(\vartheta)\right]\right\}_m = \frac{N}{2}\left[f(\vartheta)\right]_m + \sum_p\left(-\frac{1}{2N}\operatorname{cosec}^2\frac{p\pi}{2N}\right)(f_{m+p} + f_{m-p}),$$

where $1 \leqq p \leqq N - 1$

and m denotes the angle ϑ corresponding to the m-th division point $\left| m \frac{\pi}{N} \right|$.

Attention should be paid to, that if $m + p > \pi$, or $m - p < 0$, then in case of an even function $f(\pi + \vartheta) = f(\pi - \vartheta)$ or $f(-\vartheta) = f(+\vartheta)$, whereas in the case of an odd function $f(\pi + \vartheta) = -f(\pi - \vartheta)$ and $f(-\vartheta) = -f(+\vartheta)$. Denoting the coefficients by μ_p these are in the case of $N = 10$ listed in the followings

$$\begin{aligned} \mu_0 &= +5 & \mu_5 &= -0.099999 \\ \mu_1 &= -2.043168 & \mu_6 &= 0 \\ \mu_2 &= 0 & \mu_7 &= -0.062980 \\ \mu_3 &= -0.242590 & \mu_8 &= 0 \\ \mu_4 &= 0 & \mu_9 &= -0.051253 \end{aligned}$$

This scheme serves for determining, from given y_h or y_j, the values of $h(\vartheta)$ or $j(\vartheta)$ at the points of division. Following this $h(\vartheta)$ and $j(\vartheta)$ can be traced and intermediary values can, if necessary, be determined.

When determining the shape of section from the given velocity distribution, that is to say when solving the inverse problem, we require the integral of the conjugate of the function. Leaving our previous notation, — apart from denoting the coefficients by ν_p — unchanged, the idenfinite integral of the conjugate function will be

$$[\int k(\vartheta)\, d\vartheta]_m = \nu_0 [f(\vartheta)]_m + \sum_{p=1}^{N-1} \nu_p (f_{m+p} + f_{m-p}) + \nu_N f_{m+N}.$$

Our remark in connection with the even or odd function should be taken into account here also. For case $N = 10$ coefficients ν_p are the following :

$$\begin{aligned} \nu_0 &= -0.287897 & \nu_6 &= +0.048498 \\ \nu_1 &= -0.123648 & \nu_7 &= +0.057462 \\ \nu_2 &= -0.045775 & \nu_8 &= +0.064571 \\ \nu_3 &= -0.010802 & \nu_9 &= +0.067821 \\ \nu_4 &= +0.016878 & \nu_{10} &= +0.069564 \\ \nu_5 &= +0.034167 \end{aligned}$$

As the formula yields the indefinite integral of the conjugate of the function,

$$\int_0^{\vartheta = m\frac{\pi}{N}} k(\vartheta) d\vartheta = [\int k(\vartheta) d\vartheta]_{\vartheta = m\frac{\pi}{N}} - [\int k(\vartheta) d\vartheta]_0.$$

With this numerical method it is possible to determine y_h from $h(\vartheta)$ and y from $l(\vartheta)$: intermediate values may be determined with the aid of graphical interpolation.

In connection with the length of time required for the computation I may mention, that taking prepared tables as a basis two skilled calculators will, with the aid of an electric calculating machine, determine the values of $h(\bar{v})$ and $j(\bar{v})$ from the values of y_h and y_j about 6 hours.* The accuracy of the calculation is perfectly satisfactory for designing practice, in the case of the usual thin and moderately cambered sections the error will remain within 2%.

It is a great advantage of the method, that graphical differentiations do not occur, and all calculations can be carried out on a calculating machine.

In the followings I shall for example tabulate the values of $l(\bar{v})$ and ψ_j of the mean camber line symmetrical for the value x = 0,5 and having the equation

$$y_j = \frac{2}{9\pi}(5x - 9x^2 + 8x^3 - 4x^4)$$

as well as the values $h(\bar{v})$ and ψ_h of the symmetrical sections having the thickness distribution

and

$$y_{h1} = 0{,}0935\sqrt{x}\,(1 - x^2)$$

$$y_{h2} = 0{,}13\sqrt{x}\,(1 - x)$$

figuring in my article** published in No. 1 of volume II of the »Journal of the Department of Engineering Sciences of the Hungarian Academy of Sciences«. The equation of the diagram line corresponds to the values $C_{l\,opt} = 1{,}0$ and $\alpha_{opt} = 0$, the symmetrical sections have a thickness of 10%. The table shows all the values necessary for computation. For instance, if it is desired to determine the velocity distribution of a section type 1, of 3% thickness, designed for a value of $C_{l\,opt} = 0{,}2$ in case of a lift coefficient $C_l = 0{,}25$, it is necessary to substitute the products obtained by multiplying the values found in columns 7, 8 and 9 by 0,2 and the products obtained by multiplying the values found in column 10, 11 and 12 by 0,3, whilst in place of $\frac{C_l - C_{l\,opt}}{2\pi}$ it is necessary to substitute $\frac{0{,}05}{2\pi} = \alpha = 0{,}00795$. The results of the calculation and the shape of the section are shown in Fig. 10.

As the number of sections which can be designed with one shape of the mean camber line and one type of thickness distribution is twice infinite, the data of the example will already yield blade section shapes suitable for use in very many cases. If the section can work with a C_l differing substantially from the optimal lift coefficient a better result i. e. a smaller maximum velocity will be reached with a greater thickness. In the case $C_l = C_{l\,opt}$ the thick section

* I must here also express my grateful thanks to my collaborators Mr. E. Litvay and Miss C. Rozgonyi, who have carried out the very tiring calculations required for checking the accuracy of the method.

** The design of blade sections applicable to hydraulic machines equipped with wing blades (pp. 71—84).

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
No	ϑ	x	$\sin\vartheta$	$\sin^2\vartheta$	$1+\cos\vartheta$	y_j	$1(\vartheta)$	ψ_j	y_{h_1}	ψ_{h_1}	$h_1(\vartheta)$	y_{h_2}	ψ_{h_2}	$h_2(\vartheta)$
0	0	0,0000	0,0000	0,0000	2,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0935	0,0000	0,0000	0,1300	0,0000
1	18	0,0245	0,3090	0,0955	1,9511	0,0083	0,0392	0,0536	0,0146	0,0946	0,0257	0,0199	0,1288	0 0507
2	36	0,0955	0,5878	0,3455	1,8090	0,0284	0,1297	0,0968	0,0286	0,0974	0,0548	0,0363	0,1236	0,0908
3	54	0,2061	0,8090	0,6545	1,5878	0,0503	0,2172	0,1244	0,0406	0,1005	0,0845	0,0469	0,1158	0,1143
4	72	0,3455	0,9511	0,9045	1,3090	0,0655	0,2682	0,1378	0,0484	0,1017	0,1092	0,0500	0,1051	0,1163
5	90	0,5000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0707	0,2830	0,1415	0,0496	0,0991	0,1147	0,0460	0,0919	0,0984
6	108	0,6545	0,9511	0,9045	0,6910	0,0655	0,2682	0,1378	0,0432	0,0909	0,0950	0,0363	0 0764	0,0650
7	126	0,7939	0,8090	0,6545	0,4122	0,0503	0,2172	0,1244	0,0308	0,0762	0,0526	0,0239	0,0590	0 0263
8	144	0,9045	0,5878	0,3455	0,1910	0,0284	0,1297	0,0968	0,0162	0,0550	0,0038	0,0118	0,0402	0,0076
9	162	0,9755	0,3090	0,0955	0,0489	0,0083	0,0392	0,0536	0,0045	0,0289	0,0302	0,0031	0,0203	0,0294
10	180	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

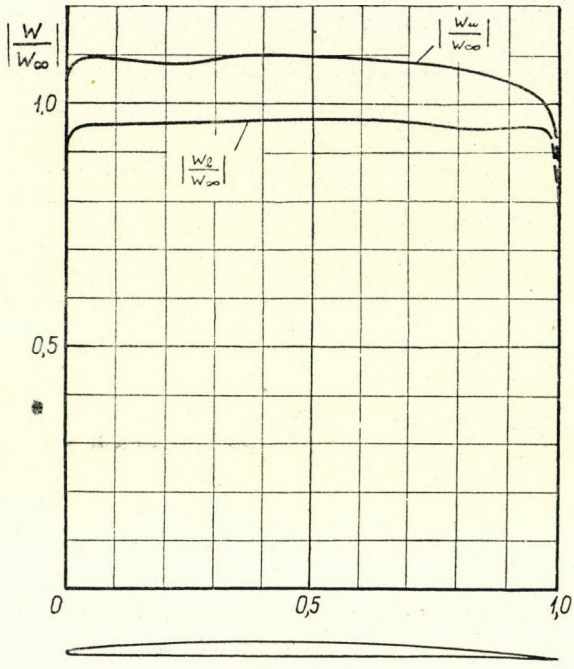


Fig. 10.

is, of course, less advantageous than the thin one, and for this reason an opinion regarding the appropriateness of a section can only be expressed when operating conditions are known.

REFERENCES

1. *B. Thwaites :* A Method of Aerofoil Design. Part I. Symmetrical Aerofoils. Aeronautical Research Council R & M. No 2166. Part II. Cambered Aerofoils, A. R. C. R. & M. No. 2167.

2. *Th. Theodorsen :* Theory of Wing Sections of Arbitrary Shape. (N. A. C. A. T. R. No. 411.)

3. *E. J. Watson :* Formulas for the Computation of the Functions Employed for Calculating the Velocity Distribution about a Given Aerofoil. (Aeronautical Research Council R. & M. No. 2176.)

SUMMARY

The paper deals with the design of thin and moderately cambered blade sections usual in axial hydraulic machines. The method described is a simplified variant of the Thwaites method, the simplification consisting in that the calculation of the effect of camber is solved in a shorter way. The method allows the determination of the velocity distribution about a given blade section or the computation of the blade section to any given velocity distribution.

КОНСТРУИРОВАНИЕ ПРОФИЛЯ ЛОПАСТЕЙ ОСЕВЫХ ГИДРОМАШИН

Й. Грубер

канд. техн. наук

Резюме

Данная статья занимается вопросом конструирования применяемых обычно у осевых гидромашин тонких профилей с малой кривизной лопастей. Рассматриваемый метод есть упрощенный вариант метода Твайтеса, где расчет влияния кривизны происходит более коротким путем. Данный способ расчета дает возможность определить распределение скорости вдоль периметра данного профиля лопасти, или наоборот определить профиль лопасти для данного распределения скорости вдоль периметра лопасти.

DIE BESTIMMUNG DES WICKLUNGSFAKTORS VON BRUCHLOCHWICKLUNGEN

Prof. J. LISKA
Doktor der Ingenieurwissenschaften

(Eingegangen am 28. Mai 1952.)

Für die elektrischen Eigenschaften einer symmetrischen $2p$-poligen m-Phasenwicklung mit der Nutenzahl Z, ist der Ausdruck $q = Z/2pm$, d. h. die auf einen Pol und einen Wicklungsstrang entfallende Nutenzahl massgebend.

1. Wenn q eine *ganze Zahl* ist, wiederholt sich die Wicklung — die äusseren Verbindungen inbegriffen — nach jedem *Polpaar*, die relative Nutenlage der Stränge nach jedem *Pol*. Ist z. B. $m = 3$ und $q = 5$, dann genügt zur Charakterisierung der Wicklung vom Standpunkt der induzierten Spannungen, falls es sich um eine *Einschichtwicklung* handelt, das Nutenschema der *Abb. 1*. Die Kreise

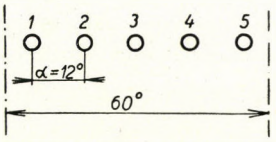


Abb. 1. Nutenschema einer Einschichtwicklung für $q = 5$, $m = 3$

bedeuten die Querschnitte der Spulen, α ist der Phasenunterschied zwischen den Spannungen, welche in benachbarten Spulenseiten induziert werden. Abb. 2 charakterisiert eine *Zweischichtwicklung* mit verkürztem Schritt ; die Verkürzung beträgt in diesem Fall im Winkelmass $\gamma = 2\alpha = 24°$.

Die Wicklung der *Abb. 1.* ist eine *Durchmesserwicklung*, wo der Wicklungsfaktor allein dadurch bedingt ist, dass die induzierten Leiter auf mehrere Nuten *verteilt* sind. Er ist deshalb gleich dem Verteilungsfaktor (Zonenfaktor, Gruppenfaktor) ξ_v. Nach bekannten Beziehungen ist für die ν-te Harmonische

$$\xi_\nu = \xi_{v\nu} = \frac{\sin\, q\nu\alpha/2}{q \sin\, \nu\alpha/2} = \frac{\sin\, \nu\pi/2m}{q \sin\, \nu\pi/2qm} \tag{1}$$

Bei der Wicklung nach *Abb. 2.* muss auch mit dem durch die Schrittverkürzung bedingten *Sehnungsfaktor* gerechnet werden. Dieser ist

$$\xi_{s\nu} = \cos\, \nu\gamma/2 \tag{2}$$

so dass der gesamte Wicklungsfaktor

$$\xi_\nu = \xi_{v\nu} \cdot \xi_{s\nu} = \frac{\sin \nu\pi/2m}{q \sin \nu\pi/2qm} \cdot \cos \nu\gamma/2 \tag{3}$$

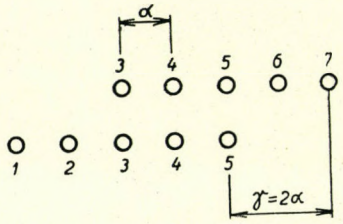


Abb. 2. Nutenschema einer Zweischichtwicklung für $q = 5$, $m = 3$ und $\gamma = 24°$

beträgt. Für Dreiphasenwicklungen — die im nachfolgenden ausschliesslich behandelt werden sollen — ist

$$\xi_\nu = \frac{\sin \nu 30°}{q \sin \nu 30°/q} \cdot \cos \nu\gamma/2$$

2. Wenn q eine *gebrochene Zahl* ist und $q = z/n$ einen Bruch bedeutet, welcher nicht mehr weiter gekürzt werden kann, dann wiederholt sich die Nutenverteilung der einzelnen Stränge einer einschichtigen Wicklung nach je n *Polpaaren*. Die Ausdrücke (1)—(4) sind jetzt unbrauchbar, weil die Summation der Spannungskomponenten auf n Polpaare ausgedehnt werden muss. Es sei z. B. nach *Abb. 3* $Z = 30, p = 2, m = 3, q = Z/2pm = z/n = 5/2$ und $\alpha = 180°/qm = 180° \cdot 2/15 = 24°$. Nimmt man als Ausgangsvektor den der in Nut 1 induzierten Spannung, welche mit der Nutspannung 16. in Phase ist, dann haben die Spannungen 8. bzw. 3. die Phasenwinkel —12° und +48°, die Spannungen 9. und 24., 2. und 17., 10. und 25. die Phasenwinkel +12°, +24° und +36°. In

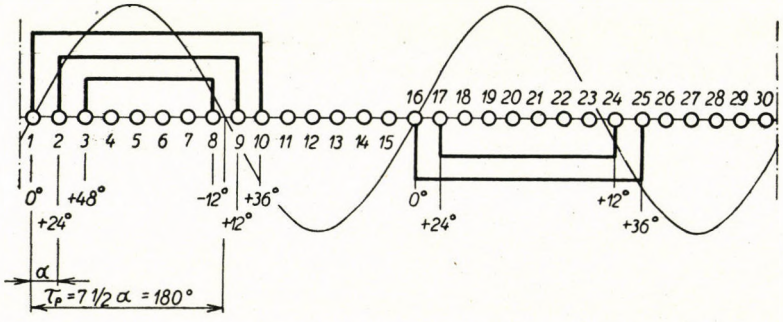


Abb. 3. Spulenkopfskizze für $q = 2\,{}^1/_2$, $p = 2$, $m = 3$

Abb. 3 sind die Phasenwinkel der Spannungen, die Spulenköpfe eines Stranges sowie die entsprechende Sinuskurve des Flusses eingezeichnet.

Wenn man die Spannungsvektoren symmetrisch gruppiert, ergibt sich *Abb. 4.*, aus welcher

$$\xi_\nu = \frac{\cos \nu 30° + 2 \cos \nu 18° + 2 \cos \nu 6°}{5} \tag{5}$$

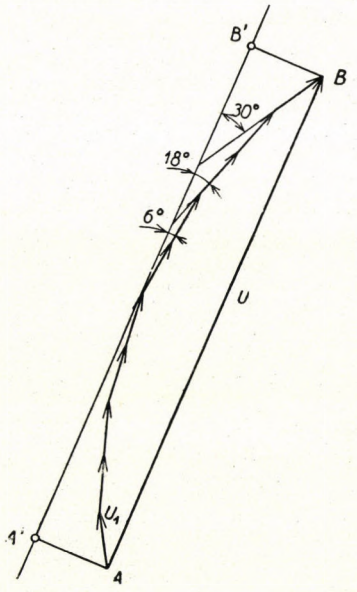


Abb. 4. Die Vektoren der Nutenspannungen der Wicklung nach Abb. 3.

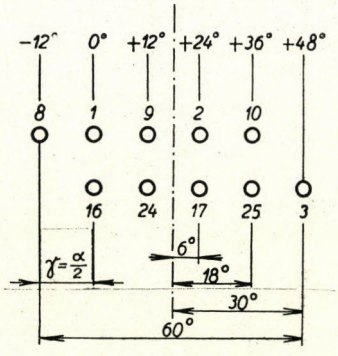


Abb. 5. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 3.

Das unbequeme Aufzeichnen des Vektorpolygons kann mit Hilfe des *reduzierten Nutenschemas* vermieden werden. In *Abb. 5*, sind die Nuten, nach den bereits bestimmten Phasenabweichungen geordnet, nebeneinander bzw. untereinander aufgezeichnet. Von der Symmetrielinie rechts und links liegen

je 2 Nuten mit den Phasenverschiebungen von 6° und 18°, und je eine Nute mit dem Winkel von 30°. Gleichung (5) kann jetzt ebenso geschrieben werden, wie wenn das Spannungspolygon aufgezeichnet worden wäre.

Es ist aber auch ersichtlich, dass das reduzierte Nutenschema der *Abb. 5.* identisch ist mit dem Nutenschema einer *zweischichtigen* Ganzlochwicklung mit $q = z = 5$ und einer Schrittverkürzung von $\gamma = \alpha/2 = 12°$, so dass der Gesamtwicklungsfaktor auch wie folgt ausgedrückt werden kann:

$$\xi_\nu = \frac{\sin \nu 30°}{z \sin \nu 30°/z} \cdot \cos \nu\alpha/4. \qquad (6)$$

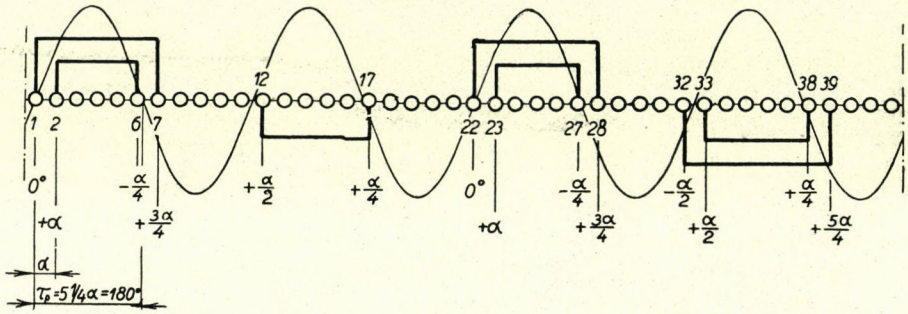


Abb. 6. Spulenkopfskizze für $q = 1\,{}^3/_4$, $p = 4$, $m = 3$

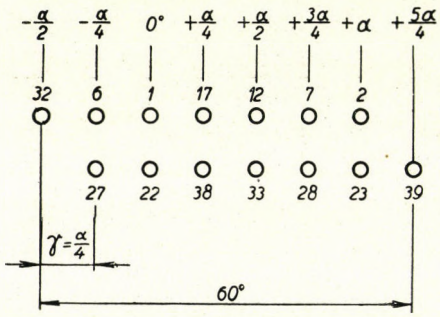


Abb. 7. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 6.

Es sei z. B. $\nu = 5$, dann ist laut Gleichung (5) $\xi_5 = 0{,}173$, laut Gleichung (6) $\xi_5 = 0{,}2 \cdot 0{,}866 = 0{,}173$, also gleichviel.

Dem Beispiel der *Abb. 6.* entsprechend ist $Z = 42$, $p = 4$, $m = 3$, also $q = 42/2 \cdot 4 \cdot 3 = 7/4$ und $\alpha = 180° \cdot 4/21 = 34\,{}^2/_7°$. Das entsprechende reduzierte Nutenschema zeigt *Abb. 7.* Der Wicklungsfaktor ist ebenso gross, wie der einer zweischichtigen Ganzlochwicklung mit $q = z = 7$, wenn diese mit $\gamma = \alpha/4$ Schrittverkürzung ausgeführt wird. Das zweite Glied des Ausdruckes (6) ist jetzt cos $\nu\alpha/8$. Dieser einfache Zusammenhang zwischen γ, α und n besteht aber nicht mehr, wenn $n > 4$, aber auch in diesen seltener vorkommenden Fällen ist es zweckmässiger, vom reduzierten Nutenschema auszugehen als komplizierte Formeln zu verwenden, welche zu Rechnungsfehlern führen können.

Die Nutenverteilung der Einschicht-Ganzlochwicklungen ist aber auch nicht immer eindeutig, wie dies das folgende Beispiel zeigt. Dieses ist dadurch charakterisiert, dass der grösste gemeinsame Teiler von Z und p, $t = 1$ ist, während im vorigen Beispiel $t = 2$ war.

Es sei $Z = 36$, $p = 5$, $m = 3$, also $q = 36/2 \cdot 5 \cdot 3 = 6/5$ und $\alpha = 180° \cdot \cdot 5/6 \cdot 3 = 50°$. Geht man beim Entwurf der Wicklung von einer Ganzlochwicklung mit $q = 1$ aus und vermehrt dann die Nutenzahl jedes Stranges durch je 2 gleichmässig verteilte Nuten, dann ergeben sich die Wicklungsköpfe eines Stranges nach *Abb. 8.* und das reduzierte Nutenschema laut *Abb. 9.* Es ist

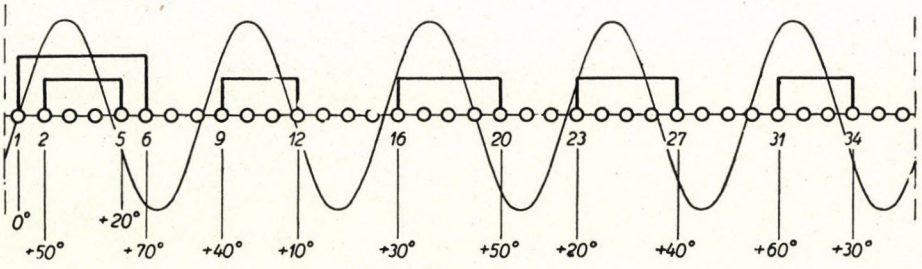


Abb. 8. Spulenkopfskizze für $q = 1\,{}^1/_5$, $p = 5$, $m = 3$

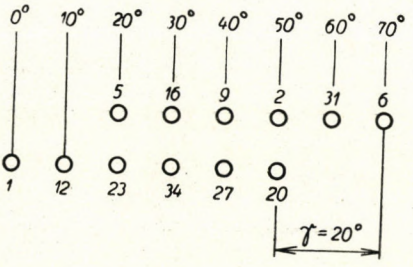


Abb. 9. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 8.

ersichtlich, dass diese Wicklung bezüglich des Wicklungsfaktors einer zweischichtigen Ganzlochwicklung mit $q = z = 6$ gleichwertig ist, wenn diese mit einer Schrittverkürzung $\gamma = 2\alpha/5 = 20°$ ausgeführt wird.

Die gleiche Pol- und Nutenzahl hat auch die in *Abb. 10.* dargestellte Wicklung, die aus dem Nutenstern hergeleitet werden kann. Das reduzierte Nutenschema zeigt *Abb. 11.*; wie ersichtlich entspricht die Wicklung in diesem Fall einer zweischichtigen Durchmesserwicklung mit $q = z = 6$.

Im Gegensatz zur Abb. 8 besteht diese Wicklung aus lauter Spulen gleicher Weite.

3. Die Bedingungen für die Anwendbarkeit der *zweischichtigen Wicklungen* sind viel weniger streng als die für die einschichtigen, und auch die Berechnung des Wicklungsfaktors mit Hilfe des reduzierten Nutenschemas ist sehr einfach.

Als Beispiel zeigt *Abb. 12.* eine Spulenkopfskizze entsprechend $q = z/n = 5/4, m = 3, p = 2$ und $\alpha = 180° \cdot 4/5 \cdot 3 = 48°$. Das reduzierte Nutenschema wurde für beide Schichten in der bisherigen Weise ermittelt und in Abb. 13 dargestellt. Die Schrittverkürzung ist nach beiden Abbildungen $\gamma = 36°$ oder das Verhältnis Spulenweite/Polteilung = 4/5. Der Verteilungsfaktor ξ_{vv} stimmt mit dem

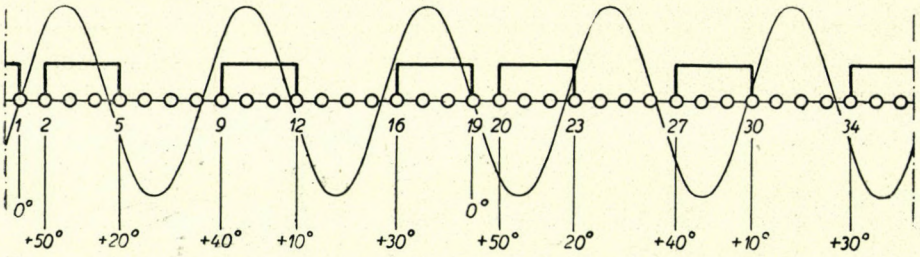


Abb. 10. Andere Anordnung der Wicklung für $q = 1\,{}^1/_5$, $p = 5$, $m = 3$

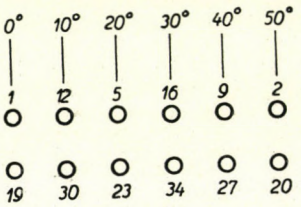


Abb. 11. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 10.

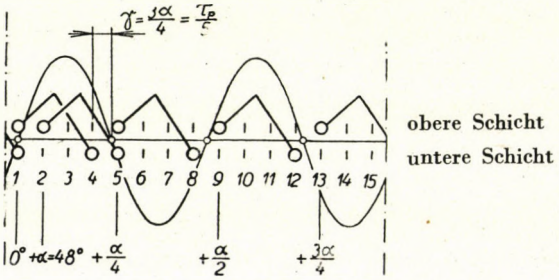


Abb. 12. Spulenkopfskizze einer Zweischichtwicklung für $q = 1\,{}^1/_4$, $p = 2$, $m = 3$, $S/\tau_p = 4/5$

einer Ganzlochwicklung für $q = z = 5$ überein, während der Sehnungsfaktor der wirklichen Schrittverkürzung von $\gamma = 36°$ entspricht, so dass der Gesamtwicklungsfaktor $\xi_v = \xi_{vv} \cdot \xi_{sv}$ ist. Die Wicklung wiederholt sich nach je $n = 4$ Polen.

Ein weiteres Beispiel: es sei $p = 3$, $m = 3$, $q = z/n = 7/2$, so dass auf 2 Pole $3 \cdot 7 = 21$ Nuten, also auf eine Polteilung 10 ½ Nuten entfallen und $\alpha = 180° \cdot 2/3 \cdot 7 = 17\,{}^1/_7°$ ist. Die Wicklung wiederholt sich nach je $n = 2$ Polen und ist deshalb auch für 2 und 6 Pole verwendbar. Der Verteilungsfaktor ist

derselbe wie der einer Ganzlochwicklung für $q = z = 7$, also z. B. für die erste Harmonische $\xi_{v1} = 0{,}955$. Die Schrittverkürzung wird je nach dem gewählt, welche Harmonische vermindert oder eventuell ganz ausgeschaltet werden soll. Wenn z. B. die Spulenweite $S = 9$ Nutenteilungen beträgt, ist das Verhältnis zur Polteilung $S/\tau_p = 9/10{,}5 = 0{,}86$, und die Schrittverkürzung entspricht $1\frac{1}{2}$

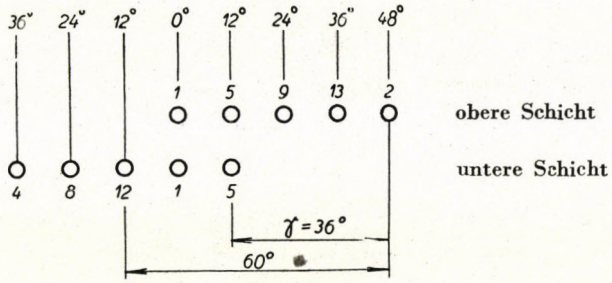


Abb. 13. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 12.

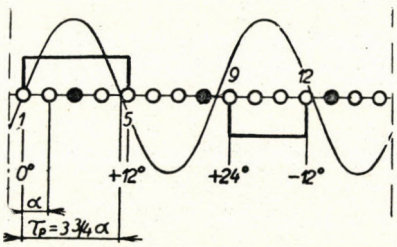


Abb. 14. Vierpolige Spulenkopfskizze mit 3 leeren Nuten

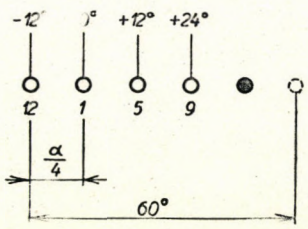


Abb. 15. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 14.

Nutteilungen, oder im Winkelmass: $\gamma = \alpha 1\frac{1}{2}^\circ = 17\frac{1}{7} \cdot 1\frac{1}{2}^\circ = 25\frac{5}{7}^\circ \approx$ $\approx 25{,}72°$.

Der Sehnungsfaktor für die Grundharmonische ist $\xi_{s1} = \cos 25{,}72/2° =$ $= \cos 12{,}86° = 0{,}975$ und der Gesamtwicklungsfaktor für die Grundharmonische beträgt. $\xi_1 = \xi_{v1} \cdot \xi_{s1} = 0{,}955 \cdot 0{,}975 = 0{,}93$.

Zur Berechnung des Wicklungsfaktors einer Zweischichtwicklung kann also auch das reduzierte Nutenschema entbehrt werden.

4. Bekanntlich lassen sich ähnliche Wirkungen wie mit Bruchlochwicklungen auch mit Ganzlochwicklungen erzielen, wenn in diese 3 oder mehr *leere Nuten* symmetrisch eingefügt werden. In *Abb. 14.* sind z. B. von insgesamt $Z' = 15$ Nuten $Z = 12$ Nuten bewickelt und 3 Nuten leer. Ferner ist $p=2$, $m=3$ und $\alpha = p\ 360°/Z' = 2 \cdot 360°/15 = 48°$. Das reduzierte Nutenschema der Abb. 15 besteht aus 4 bewickelten Nuten und einer unbewickelten Nut mit je 12° Phasenunterschied. Entsprechend Gleichung (5) ist also

$$\xi_\nu = \frac{\cos \nu 6° + \cos \nu 18°}{2}. \tag{7}$$

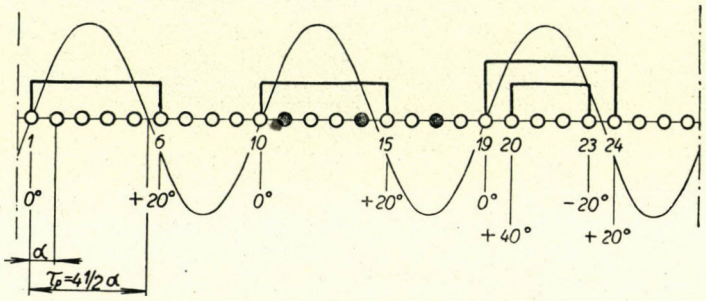


Abb. 16. Sechspolige Spulenkopfskizze mit 3 leeren Nuten

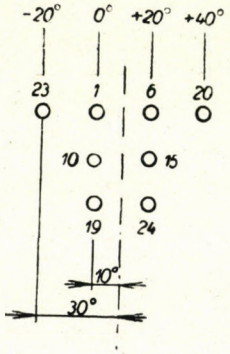


Abb. 17. Das reduzierte Nutenschema der Wicklung nach Abb. 16.

Das gleiche Nutenschema erhält man, wenn in einer $q = 5$ entsprechenden Ganzlochwicklung eine Nut leer gelassen wird. Es kann deshalb auch Formel (1) benützt werden, wenn in dieser statt α, der aus dem reduzierten Nutenschema entnommene Winkel $\alpha/4 = 12°$ eingesetzt wird. Es wird so

$$\xi_\nu = \frac{\sin \nu 4 \cdot 6°}{4 \sin \nu 6°} \tag{8}$$

Die Formeln (7) und (8) ergeben das gleiche Resultat.

Die *Abb. 16.* und *17.* beziehen sich auf folgende Wicklung: $Z' = 27$, $Z = 24$, $p = 3$, $m = 3$, $\alpha = 3 \cdot 360°/27 = 40°$. Z und p haben jetzt als grössten gemeinsamen Teiler $t = 3$, während in dem vorhergehenden Beispiel $t = 1$ war.

Es ist dies der Fall der sechspoligen Maschine, für welche symmetrische *einschichtige* Bruchlochwicklungen nicht ausgeführt werden können und wo deshalb die Wicklung mit leeren Nuten in erster Linie Bedeutung hat.

Der Wicklungsfaktor kann wieder ähnlich der Abb. 4 bestimmt werden. Dieser entprechend ist in diesem Fall

$$\xi_\nu = \frac{3 \cos \nu 10° + \cos \nu 30°}{4}. \tag{9}$$

Das reduzierte Nutenschema entspricht in keinem der beiden unter Punkt 4. dargestellten Fällen der zweischichtigen Form, weil diese, wenn sie auch den Bruchlochwicklungen ähnliche Eigenschaften haben, im Grunde genommen Ganzlochwicklungen sind.

5. Die Wicklungen mit *Strangverschachtelung* sind gleichfalls Ganzlochwicklungen, zur Bestimmung des Wicklungsfaktors muss aber dennoch das in Abb. 4 dargestellte Verfahren angewendet werden, weil die Phasenwinkel der aufeinander folgenden Nutenspannungen eines Stranges ungleich sind.

SCHRIFTTUM

R. Richter: Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen. Springer, Berlin 1922.

F. Punga: Vorlesung über Elektromaschinenbau. Darmstadt, 1931.

I. M. Bryant and *E. W. Johnson:* Alternating Current Mashinery, Mc Graw-Hill, New-York, 1935.

H. Sequenz: Die Wicklungen elektrischer Maschinen. Bd. I. Springer, Wien 1950.

ZUSAMMENFASSUNG

Abgesehen von den unter Punkt 4. und 5. erwähnten Wicklungstypen, welche eigentlich Ganzlochwicklungen sind und meistens durch zweischichtige Bruchlochwicklungen ersetzt werden können, kann der *Wicklungsfaktor* einer symmetrischen Bruchlochwicklung als Produkt eines Verteilungs- und eines Sehnungsfaktors ausgedrückt werden. Der Verteilungsfaktor ist identisch mit dem einer Ganzlochwicklung für $q = z$, wenn z der Zähler des Bruches $q = z/n$ ist und dieser weiter nicht mehr gekürzt werden kann; der *Sehnungsfaktor* einer Zweischichtwicklung entspricht der wirklichen Schrittverkürzung, und derjenige einer Einschichtwicklung muss von Fall zu Fall bestimmt werden, u. zw. zweckmässig auf Grund des *reduzierten Nutenschemas*. Für die häufig vorkommenden Fälle $n = 2$ und $n = 4$ entspricht der Sehnungsfaktor einer im Winkelmass ausgedrückten Schrittverkürzung von $\gamma = \alpha/n$, wenn α die Phasenverschiebung zwischen zwei benachbarten Nuten bedeutet.

Lehrstuhl für elektrische Maschinen- und Messungen
der Technischen Universität. Budapest

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОБМОТКИ ДРОБНЫХ ОБМОТОК

И. Лишка

доктор технических наук

Р е з ю м е

К о э ф ф и ц и е н т о б м о т к и симметричной дробной обмотки можно выразить, — кроме приведенных под пунктами 4. и 5. типов обмоток, которые по сути являются цельными обмотками и в большинстве случаев могут быть заменимы двуслойными дробными обмотками, — как произведение коэффициента распределения и коэффициента хорды. Распределительный коэффициент является тождественным с коэффициентом цельной обмотки для $q-z$, если z является числителем излома $q = z/n$ и если это уравнение больше нельзя сокращать; к о э ф ф и ц и е н т х о р д ы двуслойной обмотки соответствует действительному укорочению шага, а коэффициента однослойной обмотки необходимо определить в каждом случае отдельно, а именно на основе п р и в е д е н н о й с х е м ы п а з о в. Для часто встречающихся случаев $n = 2$ и $n = 4$ соответствует коэффициент хорды укорочения шага, выраженного в радианах и равного $\gamma = \alpha/n$, если α является сдвигом фаз между двумя соседними пазами.

A REMARK ON THE CRITICAL BOUNDARY PRESSURE IN SOIL MECHANICS

By

PROFESSOR DR. ING. HABIL. HERMANN CRAEMER, ALEXANDRIA, EGYPT.

(Manuscript received 6th September 1952)

Let an elastic half-space be loaded with intensity q by a footing of infinite length while a surcharge due to a fill of specific weight γ and depth t is acting on both its sides; instead, we can consider the strip to be loaded by $q-\gamma t$ and the whole surface by γt. Due to the first mentioned case, after a well-known solution, the principal stresses are

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1' \\ \sigma_3'\end{matrix}\right\} = \frac{q-\gamma t}{\pi} \quad (\omega \pm \sin\omega) \tag{1}$$

in the plane of the drawing and

$$\sigma_2' = \sigma_y' = \frac{2(q-\gamma t)}{\pi} \frac{\omega}{m} \tag{2}$$

normally to it, m being Poisson's ratio. Now, σ_y is the intermediate principal stress if

$$\frac{\omega + \sin\omega}{\omega} \frac{m}{2} \geqq 1 \text{ and } \frac{\omega - \sin\omega}{\omega} \frac{m}{2} \leqq 1$$

which is fulfilled for any value of ω if

$$m = 2. \tag{3}$$

The stresses produced by the surcharge γt depend on the coefficient of earth pressure at rest. The latter, in the case of elastic behavior, may be deduced from expressions of plane elastic deformations; substituting $\varepsilon_x = 0$, we obtain:

$$\sigma_x = \frac{1}{m-1} \sigma_y.$$

Therefore, if eq. (3) is valid, the named coefficient is unity. Then, the principal stresses are

$$\sigma_1'' = \sigma_2'' = \sigma_3'' = \gamma(t+z) \tag{4}$$

i. e., the stresses caused by the own weight of the material, are of hydrostatic character.

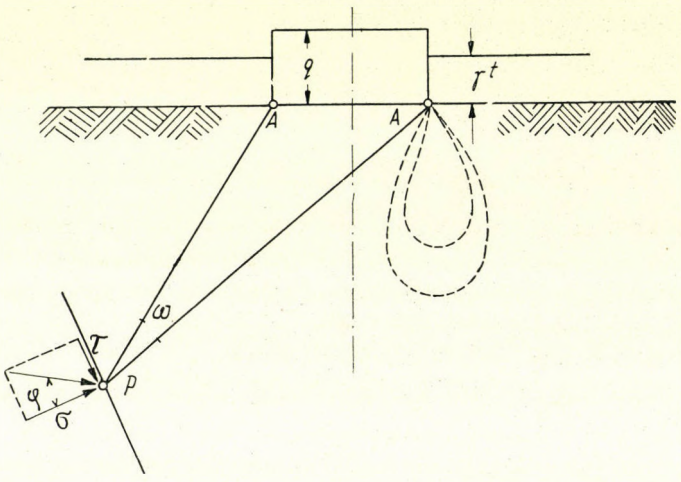
Thus, if the assumption (3) is adopted, the orientation of the principal stresses corresponding to eq. (1) remains unchanged if the effect of the surcharge is added :

$$\left.\begin{matrix}\sigma_1\\ \sigma_3\end{matrix}\right\} = \frac{q - \gamma \cdot t}{\pi}\,(\omega \pm \sin\,\omega) + \gamma(z + t). \tag{5}$$

This makes possible the following reasoning.

Let τ and σ be the stress components acting on a plane element passing through point P; then, by making the plane rotate we find that the angle φ (Fig. 1.) has a maximum determined by

$$\sin\,\varphi_0 = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}$$



or, if eq. (5) is inserted,

$$\sin\,\varphi_0 = \frac{\sin\,\omega}{\omega + \dfrac{\pi\gamma(z + t)}{q - \gamma t}}. \tag{6}$$

In turn, by making the position of P vary, it is seen that the greatest values of φ_0 occur at the surface, $z = 0$. Making use of this and deriving eq. (6) for ω, we obtain

$$\operatorname{tg}\,\omega = \omega + \frac{\pi\gamma t}{q - \gamma t}$$

as a condition of absolute maximum for φ_0.

In connection with eq. (6), this leads to $\sin\,\varphi_0 = \cos\,\omega$ or

$$\omega = \frac{1}{2}\pi - \varphi_0. \tag{7}$$

Since, in the surface, only at the points A there is a value of ω different from either 0 or π, the maximum occurs at the edges of the strip.

If, further, cohesion is disregarded, the yield condition reads

$$\varrho_0 = \varrho, \tag{8}$$

ϱ being the angle of internal friction. Finally, by inserting eqs. (7) and (8) into (6), we find the load which produced *first yield :*

$$q_0 = \frac{\pi \gamma t}{\cot \varrho + \varrho - \frac{1}{2}\pi} + \gamma t ; \tag{9}$$

this is the »critical boundary pressure« introduced by O. K. Fröhlich [1].

The proof given by Fröhlich is different ; it is also quoted by Terzaghi [2]. By inserting eq. (8) into (6), the equation of certain curves (shown dotted in the right part of our figure) can be determined in co-ordinates ω, z along which the yield condition is *just* satisfied ; the shape of the curves hereby depends on the magnitude of q. Then, by imposing the condition that the area circumscribed by the curve be zero, the load q_0 producing first yield is found in concordance with eq. (9).

Although this proof delivers the same result, it is, in the authors view, inconsistent. It is easily understood that, if the condition (8) is fulfilled at the boundaries of what Fröhlich calls a plastic zone, it is surpassed *within* this region:

$$\varphi_0 > \varrho . \tag{10}$$

This, of course, is in contradiction with the assumed behaviour of the material.

Both eqs. (1) and (4) hold only as long as a material obeys Hooke's law and can, therefore, be applied only *outside* the plastic zones. After the yield stage has been reached, i. e. *inside* the plastic regions, however, Hooke's law has to be replaced by a yield condition, e. g. eq. (8). Therefore, the plastic zones computed in the above way cannot be the correct ones and, in particular, the conclusions concerning the manner of gradual transition from the first yield to ultimate failure, i. e. full plastification, need revision.

REFERENCES

1 *O. K. Fröhlich*, Druckverteilung im Baugrunde ; Wien 1934.
2 *K. Terzaghi*, Theoretical soil mechanics ; New York 1943.

SUMMARY

Author deduces the critical load on an infinite strip foundation causing no plastic yield in the soil, in a way, different from that of Fröhlich and proves that this is valid only if $m = 2$.

К ПРОБЛЕМЕ КРИТИЧЕСКОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПОДОШВЫ ГРУНТОВ

Х. Крамер

Р е з ю м е

Автор для случая непрерывного (стенового) фундамента выводит значение величины той нагрузки, которая еще не вызывает пластической деформации в грунте — методом, отличающимся от метода Фрелиха, и доказывает, что полученная формула действительна только для случая, когда

$$m = 2.$$

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiées sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement annuel est de 110 forints (6,50 $) par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise de Commerce Extérieur des Livres et Journaux »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Compte-courant No.: 45-790-057-50-032) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, French, English and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints (6·50 $) a volume. Orders may be placed with »Kultúra« Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest. VI., Sztálin-út 2. Account No. 45-790-057-50-032) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint (6·50 $). Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankkonto Nr. 45-790-057-50-032) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

36,— Ft

INDEX

Korányi, I. : Étude du flambage des pièces comprimées — И. Корани: Расчет сжатых стержней на продольный изгиб 247

Nemesdy, E. : Übergangsbogen bei Eisenbahnen und städtischen Schnellbahnen — Э. Немешди: Переходные дуги на ширококолейных железных дорогах и городских скоростных железных дорогах..... 291

Gruber, J. : Blade Section Design in Axial Hydraulic Machines — И. Грубер: Конструирование профиля лопастей осевых гидромашин..... 355

Liska, J. : Die Bestimmung des Wicklungsfaktors von Bruchlochwicklungen — И. Лишка: Определение коэффициента обмотки дробный обмоток..... 379

Craemer, H. : A Remark on the Critical Boundary Pressure in Soil Mechanics — Г. Кремер: К проблеме критического напряжения подошвы грунтов..... 389

Akadémiai kiadó (Budapest, V., Alkotmány-u. 21) Felelős: Mestyán János

Akadémiai nyomda, V., Gerlóczy-u. 2. — 20517/52 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS
S. GELEJI, L. GILLEMOT, I. RÁZSÓ

REDIGIT
GY. HEVESI

TOMUS V. FASCICULUS 4.

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
BUDAPEST, 1952

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST, V., ALKOTMÁNY-U 21.

Az Acta Technica orosz, francia, angol és német nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg, több füzet alkot egy kötetet.

A közlésre szánt kéziratok, géppel írva, a következő címre küldendők:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztőségi és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80 forint, külföldre 110 forint. Megrendelhető a belföld számára az »Akadémiai Kiadó«-nál (Budapest, V., Alkotmány-utca 21. Bankszámla 04-878-111-48), a külföld számára pedig a »Kultúra« Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankszámla: 45-790-057-50-032), vagy külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

»Acta Technica« публикует трактаты из области технических наук на русском, французском, английском и немецком языках.

»Acta Technica« выходит отдельными выпусками разного объёма. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи (в напечатанном на машинке виде) следует направлять по адресу:

Acta Technica

(Венгрия, Будапешт 62, п/я 440)

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена »Acta Technica« — 110 форинтов за том. Заказы в стране принимает Akadémiai Kiadó (V., Alkotmány-utca 21. Текущий счёт № 04-878-111-48), а для заграницы, предприятие по внешней торговле книг и газет »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Текущий счёт № 45-790-057-50-032), или его заграничные представительства и уполномоченные.

COMPUTING NATURAL GAS PIPE LINES

By
E. GUMAN

(Manuscript received 17th April 1952)

Gas lines, especially big pipe lines, are still being computed on the basis of different formulae founded solely on experimental data. Many have endeavoured to translate into algebraic formulae experiences gained in the laying of natural gas pipe lines and the results of tests on such lines. Whilst Americans, *Oliphant* (1902) *Unwin* (1904), *Towl* (1906), *Weymouth* (1912) set up their formulae on pure empirical basis, British and German authors, like *Fritzsche* (1908), *Lees* (1914), *Sherwood* and *Mc Adams* (1926), *Biel* (1927) sought to correlate results of theoretical research with experiments. Of these practical equations the most frequently used are: in America the equation of *Weymouth*, in Germany the practical formula (Gebrauchsformel) of dr. *Biel* and in the Transsylvanian gas fields the Transsylvanian formula introduced in 1915 by the author of this article.

The Russian *Nikuradse* [15], [16] succeeded in clearing up conditions of turbulent flow in smooth and in artificially roughened pipe and especially in establishing rules universally valid for flow through rough pipe. Tests of *Colebrook* and *White* [17] proved these results.

Nikuradse came near to approaching natural grained roughness by roughening the inside surface of the pipe with screened sand grains of uniform size and then distinguished in such pipe—depending on the *Reynolds* number corresponding to medium velocity of flow—three sections of entirely different behaviour towards flow (Fig. 1).

In the first section roughness has no influence on flow, the resistance factor (λ) is function only of the *Reynolds* number (*Re*), is independent of the degree of roughness and corresponds to the resistance factor of smooth pipe. In this *section of smooth pipe* the resistance coefficient of laminar flow,

$$\lambda_v = \frac{64}{Re}$$

holds good below the critical *Reynolds* number, above it the resistance factor of smooth pipe is valid, which is according to *Nikuradse* [15]:

$$\lambda_0 = \frac{1}{[2 \log (Re_0) - 0{,}8]^2}.$$

In the second section, with increasing *Reynolds* number, the effect of roughness becomes more and more manifest and the resistance factor is a function of the *Reynolds* number as well as of the relative roughness :

$$\lambda = f(Re,k).$$

This is the ***transitory section.***

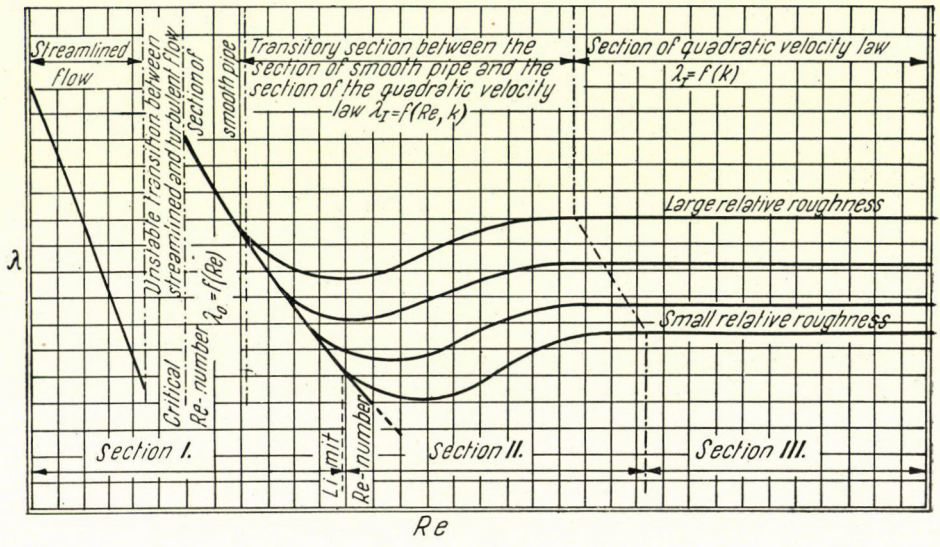


Fig. 1.
Resistance factor of rough pipe vs. Reynolds number

In the third section, that of ***constant resistance factor***, the latter is independent of the *Reynolds* number and is only a function of the relative roughness. After experimental data of *Nikuradse* [16] :

$$\lambda_I = \frac{1}{\left[1{,}74 + 2 \log \left(\frac{r}{k}\right)\right]^2}.$$

This section is also called that of the ***law of quadratic velocity***, because here the pressure gradient is directly proportional to the square of the mean velocity of flow.

Availing himself of the shear-stress-velocity introduced by *Prandtl* (v_*), *Nikuradse* succeeded in combining the resistance factors of all three sections in

one single diagram (Fig. 2), the abscissa of which is $\log\left(\frac{v_* k}{\nu}\right)$, the ordinate $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log\left(\frac{r}{k}\right)$ (where ν is the kinematic viscosity, k the characteristic number of absolute roughness and r the radius of the pipe). In this diagram the resistance factors of the perfectly smooth pipe are located on a straight line forming an acute angle with the abscissa axis, while the resistance factors of the perfectly rough pipe lie on a straight line parallel with the abscissa; the two straight lines are joined by the soft arc of a curve containing the resistance factors of the transitory section. Test data correspond fairly well to these straight lines, or along the curve.

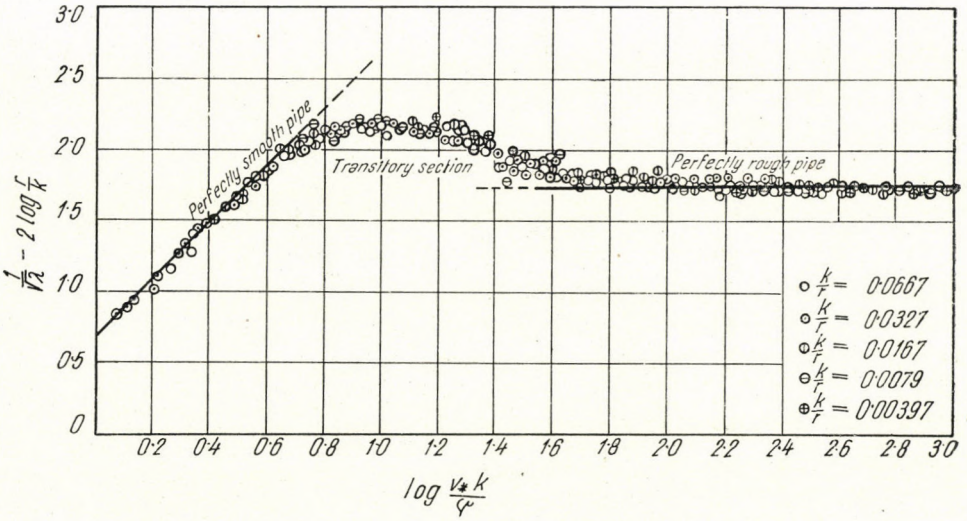


Fig. 2.
General resistance function for rough pipe

Nikuradse confirmed this equation up to *Reynolds* number $R = 10^7$, and it is therefore applicable with safety to present-day engineering problems.

I. TESTS ON GAS LINES FOR THE DETERMINATION OF THE RESISTANCE FACTOR. THE ROUGHNESS COEFFICIENT OF COMMERCIAL STEEL PIPE

The most frequent disadvantage of laboratory experiments and of mathematical formulae is that they rarely perfectly conform to reality. This is particularly true in hydrodynamics where one has to put up with abstractions, such as perfectly smooth or uniformly artificially roughened tubes, whereas in reality we use commercial pipes which are produced within certain tolerances not only relative to diameter, wall thickness, straightness of axis, but also with regard to the quality of the inside surface and its roughness. Machines and tools are

subject to wear and tear, so that even the same equipment of the same factory cannot always produce perfectly uniform products.

Pipe lines are built up of pipes of limited length varying from 6 to 14 metres. There are different kinds of pipe joints : screwed-couplings of the standard gas pipe were superseded at the turn of the century by rubber ring packed plain end pipe couplings until recently, when welded joints have entirely supplanted mechanical pipe couplings. However carefully pipe joints are made they leave unevennesses on the inside surface : vanishing threads, pipe butts not in line with the couplings, protruding seams of welded joints all obstruct flow and inrease the roughness of the inner surface. Fittings, valves, drips, ramifications, bends and turns are all obstacles to flow. These are generally built into the line with flanged joints ; protruding rims of irregularly cut packings between the flanges also increase inside unevennesses. Lately in large diameter lines gate valves of smaller inside diameter with swages are often inserted to save work and costs ; of course their resistance also increases the friction factor and acts as a line of increased roughness.

The fluids transported by the line — water, crude oil and its products, gases, — are not entirely clean. With time water deposits mud, oil crystallizes out paraffin wax, coal gas settles out tar and naphtalene, natural gas deposits the fine dust of the gas-sand and liquid hydrocarbons on to the wall of the pipe. This is particularly observable within a range of 10—15 *km* from coke ovens, where incrustations of naphtalene crystals increase two threefold the resistance factor of the line [1, 2]. Since pipe lines are laid for decades, an increase of roughness in the course of time must be taken into account, when constructing them.

Laboratory experiments have revealed the inner mechanics of flow and have done much to correctly appreciate practical experience, yet in spite of this, results of tests on actual lines are necessary for the proper and safe computation of gas lines.

According to the present stage of hydrodynamics *Nikuradse*'s equations [16] correctly establish the numerical interconnection between the resistance factor, the *Reynolds* number and the roughness and, therefore, these will be taken as a basis for comparison. Within the range of validity of the quadratic law of velocity this is

$$\lambda_I = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2}.$$

As we shall see, in practice it is better to calculate also within the transitory section with a slightly higher resistance factor, which is the one valid within the range of the quadratic law of resistance. This will give a somewhat less favourable result, but will increase the safety of calculation.

American natural gas engineer *Forest M. Towl* [3] determined in 1901 the resistance factor of a gas line of 70 miles (112,7 *km*) length, 8″ (exactly 7,98″ = = 202,7 *mm*) diameter. Converted to metric system, the friction factor of the line was

$$\lambda = 0{,}0174.$$

Let us compare this with *Nikuradse*'s equation :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}0174}} = 7{,}57 = 1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}$$

from which :

$$\log \frac{r}{k} = 2{,}915 \quad \text{and} \quad \frac{r}{k} = 10^{2{,}915} = 822.$$

The absolute *roughness coefficient* of the line of 202,7 *mm* diameter is

$$k = \frac{101{,}35}{822} = 0{,}123 \ mm.$$

Table I contains resistance factors calculated from tests run on the *Sármás—Torda* gas line in 1929, as well as roughness coefficients of the line [4]. Measurements were made on the gas line, which had been in operation for about 16 years, the length of which was 50,5 *km*, inside diameter 253 *mm* and which included 25 gate valves of the same diameter, 30 drips and 8 bleed-offs, several smooth curves and a 90° bend. The line runs mostly over undulating land and consequently forms smaller or larger soft curves in the vertical plane too. All pipe joints are plain end pipe couplings with rubber gasket *packings* and followers. Measured resistance factors were between 0,01611 and 0,0176 and the corresponding roughness coefficients were between 0,1072 *mm* and 0,16 *mm* ; the arithmetic mean of 12 tests

$$k = 0{,}134 \ mm$$

well agrees with the absolute roughness coefficient found by *Towl*. The relative high roughness coefficient of the line is due to the fine dust deposit on the inside of the pipe, to the relatively large number of fittings, drips, valves and the elastic pipe joints applied.

Several data have been published on tests run on the long pipe lines of the German gas industry which has been highly developed in the last decades. Two tests are recorded on lines of the *Ruhrgas* Co. *W. Wunsch* and *L. Zipperer* ran tests on the line *Hamm—Hannover* [5]. The line is of seamless pipe with welded *Klöpper* joints, inside with thin tar coating. 37 valves reduced to 400 *mm*, 171 expansion joints and 179 drips, 16 bends with an angle of curvature above 50° were built in. Inside diameter 500 *mm*, length 96 *km*. Results are listed in *Table II*. Tar coating on the inside covers the natural grained roughness of the pipe and produces a rather irregular undulating roughness, so that the results are to be taken into account only with certain reservations.

The *Köln—Rheindorf* line is of similar construction [6]. Tests were made after two years' operation ; results are in *Table III.*

Dr. *Zipper* made measurements [7] on a line of 200 *mm* diameter ; results are in *table IV. Re* numbers found are here under 100 000 ; the resistance factor of the last measurement already falls within the smooth pipe range, where the roughness coefficient cannot even approximately be calculated. The first four measurements give an average of $\lambda = 0{,}0213$, corresponding to *0,557 mm* absolute roughness.

F. Homann [8] measured pressure drop on a new turbine line. Inside diameter was for $^1/_3$ of the line 550 *mm*, for $^2/_3$ it was 500 *mm* ; length 1451,5 *m*; resistance factor and absolute roughness were found to be :

$$\lambda = 0{,}01484 \quad \text{and} \quad k = 0{,}3 \ mm.$$

T. W. Johnson and *W. B. Berwald* [9] ran tests on high pressure American gas lines. *(Table V).* Diameter of these lines were between 153 and 543 *mm*, the *Reynolds* number obtained exceeded 4 500 000 ; in some cases it fell to 200 000. Tested sections were selected stretches of 5,65—106 *km* of gas lines mostly in operation. Measurements were mostly made during operation, as far as possible during periods of uniform consumption, when pressures at inlet and outlet remained constant for longer periods. Half of the lines tested had plain end pipe couplings with rubber rings, half had welded joints, two of them, Nr. 19. and 20., had gas pipe joints with screwed-couplings. Tests were made with natural gas, the methane content of which varied between 2,38—88,57%, the nitrogen content between 0,11 and 33,67% and the specific gravity relative to air between 0,562 and 1,058. Absolute pressures were 2,4—42 *ata*, temperatures 11,7—28° C ; of course these remained approximately constant during each test. The gases tested at these pressures showed substantial deviations from *Boyle's* law. Thus gases of tests 19. and 20. were about 8% more compressible, at about 40 *ata* which in itself would have meant some per cent correction in the measurement of the flow, which was taken by orifice metering. Absolute viscosity varied between 0,0096 and 0,0129 centi-poises. The variation within wide limits of the resistance factors obtained, and of the roughness coefficients calculated therefrom, are to be attributed to the great variety of test conditions briefly described above. The great absolute roughness of the screwed-couplings (lines 19. and 20.) is anyway characteristic, while the absolute roughness of the lines with plain end pipe joints with rubber rings and followers varied between 0,0147 and 0,1392 *mm*, that of welded lines between 0,0184 and 0,1364 *mm*. On the average the absolute roughness of lines with mechanical joints $k = 0{,}065$ *mm* is somewhat greater than that of welded lines which was $k = 0{,}056$ *mm*. The roughness coefficient is in general substantially less than those measured on European pipe lines, which is due to the fact that

American pipe lines contain considerably fewer valves, drips, bends and they are not tarred inside like the big German gas pipe lines are.

The same American authors made resistance measurements on test setups composed of 1" and 2½" diameter new gas pipes. The resulting friction factors and absolute roughness were astonishingly: small, on an average on the 1" line:

$$\lambda = 0{,}016893 \quad \text{and} \quad k = 0{,}0138 \ mm$$

on the 2½" line:

$$\lambda = 0{,}017171 \quad \text{and} \quad k = 0{,}0357 \ mm.$$

These were entirely new pipes without valves and fittings and during the tests the *Reynolds* number varied between 160 000 and 1 086 000.

Galavics and *Bauer* [18] made tests on commercial steel pipe. According to their results the absolute roughness of steel pipe produced by any process may be taken as constant for this process. They stated resistance factors for different diameters of seamless pipe produced by two processes. For pipes hot rolled on a mandrel (Pilgerverfahren) the resistance factor is, within the range of the quadratic velocity law, after conversion to our symbols (D measured in meters):

$$\lambda = \frac{1}{(9{,}8 + 2 \log D)^2} \tag{1a}$$

while for drawn pipe (Stiefelverfahren):

$$\lambda = \frac{1}{(10{,}83 + 2 \log D)^2}. \tag{1b}$$

These formulae are evidently derived from *Nikuradse*'s equations [16] with substitution of the absolute roughness coefficient.

In the first case

$$\frac{1}{(9{,}8 + 2 \log D)^2} = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2},$$

from which by substitution of $2r = D$,

$$\log (2k) = -4{,}03 = 0{,}97 - 5$$

and

$$k = 0{,}000\,0466 \ \text{m} \cong 0{,}05 \ mm.$$

In the second case

$$\frac{1}{(10{,}83 + 2 \log D)^2} = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2},$$

from which

$$k \cong 0{,}015 \ mm.$$

In the transitory section, for commercial steel pipe — according to the authors — the double curve of transition with infletction point for artificially roughened pipe found by *Nikuradse* does not exist between the resistance characteristic of smooth pipe and the straight line of the quadratic section, but the transition is formed by a smooth, steady curve (Fig. 3).

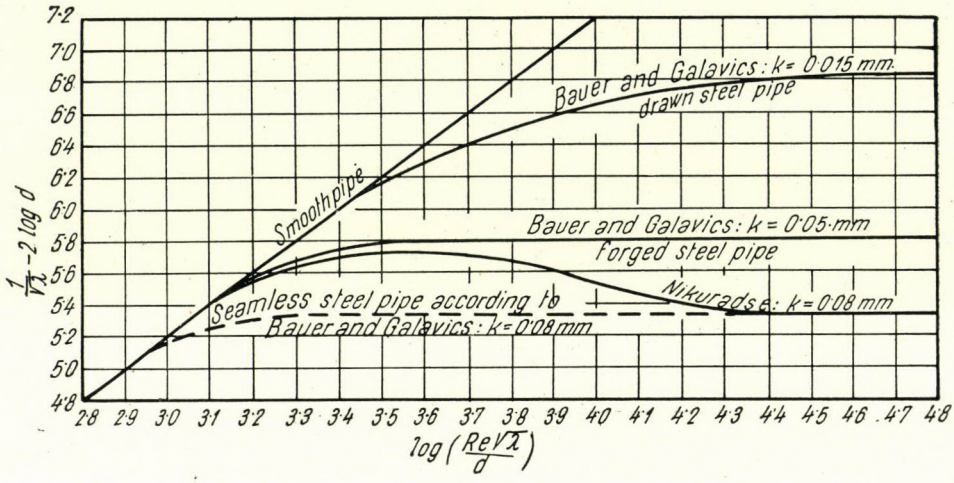


Fig. 3.
Resistance functions of seamless steel pipe

Neumann [10] publishes a practical tabulation of the resistance factors of different pipes; absolute roughness values calculated from this are for:

new seamless pipe, the practical lower limit of roughness	$k \cong 0{,}04$ *mm*
steel pipe for central warm water heating, new cast iron pipe	$k \cong 0{,}1$ *mm*
coke oven gas transmission lines	$k \cong 0{,}5$ *mm*
rusty cast iron pipe	$k \cong 0{,}75$ *mm*

The same author adds to the resistance factors calculated from these a safety factor of 15—40%.

In computing big American natural gas lines the formula of *T. R. Weymouth* [11] is in general use, according to which the resistance factor converted to metric system is

$$\lambda = 0{,}00941\, D^{-1/3}.$$

Comparing this with the equation of *Nikuradse* [16], within the range of the constant resistance factor

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2} = 0{,}00941\, D^{-1/3}.$$

According to this the absolute roughness calculated from the *Weymouth* formula varies with the dimensions of the pipes and for diameters of

$d =$	5	10	25	50	75	100 *cm*
$k =$	0,138	0,112	0,077	0,047	0,034	0,026 *mm*

When choosing a medium roughness coefficient applicable with safety to natural gas lines the following points must be considered :

New natural gas pipe lines are almost without exception constructed of seamless pipes with electric-welded joints, containing a few expansion joints, very few fittings and valves. The resistance factor and also the roughness coefficient of such a line is smaller than that of the old gas lines with mechanical pipe couplings, numerous drips and section valves, as these substantially increase the resistance factor and the roughness coefficient.

In recent times greater care is being taken in making welded joints. With true line-up and bevelled pipe ends the weld is prevented from forming beads in the inside of the pipe. The use of short backup rings put in the inside of the pipe, and flush with it preventing the weld from protruding into the interior of the pipe, has become more and more general. These rings hardly increase the roughness factor.

Mud separators at gas wells are being continually improved and less water and dust is being carried into the line by gas. Liquid hydrocarbon vapors contained in the gas, which formerly condensed and caused trouble in pipe lines, are now extracted from gas and marketed as liquified petroleum gases so that there is less possibility of condensation and accumulation of liquids in the line.

Test results tabulated under *Table VI* vary within relatively wide limits. It would be erroneous to pick out from them the largest roughness coefficient, which is perhaps the result of some other unobserved contingency, but it would be equally an error to take a small roughness coefficient obtained on a new pipe line or on an experimental setup, as if this yielded a safe basis for the computation of new lines ; on basis of tests run on natural gas lines the *roughness coefficient* applicable to seamless steel pipe with welded joints or mechanical couplings with flush joints including the absolutely necessary small number of fittings and valves may be set at

$$k = 0{,}08 \ mm$$

and with this value the resistance factor, if d is the actual inside diameter of the pipe in *cm*

$$\lambda = \frac{1}{\left(1{,}74 + 2\log\frac{d}{2.0{,}008}\right)^2} \cong \frac{1}{(5{,}33 + 2\log d)^2}. \qquad (2)$$

The limit beneath which the resistance factor of smooth pipe is to be reckoned with, i.e. the *Re* number—let us call this the *limit Reynolds* number and mark it

Re_h to distinguish it from the critical *Reynolds* number separating streamlined flow from turbulent flow — corresponding to the point in which the straight line representing the constant resistance factor intersects the resistance curve of the smooth pipe, is obtained from the equations of both lines, if λ_0 is the resistance factor of the smooth pipe and λ_I that of rough pipe in the region of the quadratic velocity law [15], [16]:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2 \log (Re_h \sqrt{\lambda_0}) - 0{,}8 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_I}} = 1{,}74 + 2 \log \left(\frac{r}{k}\right).$$

From this

$$\log \left[\frac{Re_h}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right) \frac{r}{k}}\right] = 0{,}87 + 0{,}4 = 1{,}27$$

and the *limit Reynolds* number

$$Re_h = 37{,}242 \left(0{,}87 + \log \frac{r}{k}\right) \frac{r}{k}. \tag{3}$$

Substituting this, for natural gas lines of steel pipe will be

$$k = 0{,}008 \text{ cm, and } \frac{r}{k} = \frac{d}{2k} = \frac{d}{0{,}016} = 62{,}5\, d.$$

With this

$$Re_h = 2327{,}6\, (2{,}6659 + \log d)\, d.$$

Rounding off constant numerical values:

$$Re_h = 2330\ (2{,}67 + \log d) \cdot d. \tag{4}$$

This limit value only serves to determine whether some flow comes under the section of constant resistance factor or under the range of smooth pipe. Therefore sacrificing the principle of accuracy, it is more expedient to introduce the limit flow rate Q_{oh}, which is always known than the limit *Reynolds* number, which is very rarely known. The relationship between *Reynolds* number and limit flow rate includes the constants of the flowing gas, its specific gravity and its viscosity. Therefore, really, a specific limit value refers to each gas, but in engineering calculations for the above purpose it is sufficient to give the two limit values, the one for pure methane gas (Transsylvanian natural gas) and the other for the heaviest well head gas ($s = 1$; $\mu = 800 \cdot 10^{-7}$ poises) and then to assess the limit value for the flowing gas between these two extremes.

For methane : ($s = 0{,}56$; $\mu = 1057 \cdot 10^{-7}$ poises)

$$Q_{0h} \cong (2{,}67 + \log d)\, d^2.$$

For heavy well head gas :

$$Q_{0h'} \cong 0{,}43\, (2{,}67 + \log d)\, d^2. \tag{5}$$

For Transdanubian natural gas ($s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ poises)

$$Q_{0h''} \cong 0{,}75\,(2{,}67 + \log d)\, d^2.$$

Each diameter of medium rough commercial steel pipe *has its own limit flow rate under which the resistance factor of smooth pipe, and above which the constant resistance factor is to be used.* Lately almost exclusively seamless pipe produced by the *Mannesmann* process or electric-welded pipe is marketed and the above given medium absolute roughness coefficient well suits every steel pipe line.

With the help of Fig. 2 plotted with data of *Nikuradse* and *Prandtl* the resistance curves of lines of absolute roughness $k = 0{,}08$ *mm* may be drawn (Fig. 4). The abscissa of the diagram is *log Re ;* its ordinate is chosen with *log* (100λ) to avoid negative logarithms. Coordinates of the diagram of *Nikuradse* (v_{*0} = *Prandtl*'s shear velocity ; ν = kinematic viscosity)

$$\log\left(\frac{v_* k}{\nu}\right) = \alpha \quad \text{and} \quad \frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log\left(\frac{r}{k}\right) = \beta$$

will be transformed to coordinates corresponding to relative roughness

$$\frac{k}{r} = \frac{0{,}016}{d},$$

The basic equation of flow is

$$\Delta p = \lambda \frac{l}{D} \cdot \varrho \frac{\overline{u}^2}{2}$$

where D is the diameter of the line, ϱ the density of the fluid, $\overline{u}$ the mean velocity of flow, Δp is the pressure drop along a section of the line of length l. The known relationship between pressure drop Δp and shear stress τ_0 is :

$$\frac{D^2\pi}{4} \cdot \Delta p = D\pi l \tau_0,$$

from which

$$\tau_0 = \frac{D}{4l} \cdot \Delta p = \frac{\lambda}{8} \cdot \varrho \overline{u}^2$$

and

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\varrho}} = \overline{u}\ \sqrt{\frac{\lambda}{8}}, \quad \text{from this} \quad \sqrt{\lambda} = \frac{v_*}{\overline{u}} \cdot \sqrt{8}.$$

We form the following product

$$Re\sqrt{\lambda}\frac{k}{r} = \frac{2r\overline{u}}{\nu} \cdot \frac{v_*}{\overline{u}}\sqrt{8}\ \frac{k}{r} = \sqrt{32} \cdot \left(\frac{v_* k}{\nu}\right)$$

from which

$$\log\left(\frac{v_* k}{\nu}\right) = \log\left[\frac{1}{\sqrt{32}}\, Re\sqrt{\lambda}\,\frac{k}{r}\right] = \log\left(\frac{0{,}016}{\sqrt{32}} Re\frac{\sqrt{\lambda}}{d}\right) = \alpha$$

further

$$\log\left(\frac{Re\sqrt{\lambda}}{d}\right) = \alpha + 2{,}548$$

and

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log\left(\frac{r}{k}\right) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log\frac{d}{0{,}016} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log d + 2\log 0{,}016 = \beta$$

whence

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log d = \beta + 3{,}59.$$

This diagram is thus transformed to a diagram with the abscissa $\log\left(\frac{Re\sqrt{\lambda}}{d}\right)$ and the ordinate $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} - 2\log d$ (Fig. 3). Herefrom the coordinates sought can be calculated :

$$\lambda = \frac{1}{(\beta + 3{,}59 + 2\log d)^2} \quad \text{and} \quad Re = 10^{(\alpha+2{,}548)}(\beta + 3{,}59 + 2\log d)\, d$$

and the diagram $log\, Re \sim \log(100\,\lambda)$ can be drawn along the transitory section as well (Fig. 4). In this the results of the more important resistance factor measurements are also indicated ; most points fall into the transitory section.

II. THE EQUATION OF FLOW

The differential equation of the resistance factor is

$$\lambda = -\frac{dp}{dl}\cdot\frac{D}{E} \tag{6}$$

where E denotes the total energy change of 1 *kg* of the flowing fluid. *Liquid* and *gaseous* fluids are to be distinguished. The change of energy of liquid, incompressible fluids is restricted to kinetic energy :

$$E = \varrho\frac{\overline{u}^2}{2}.$$

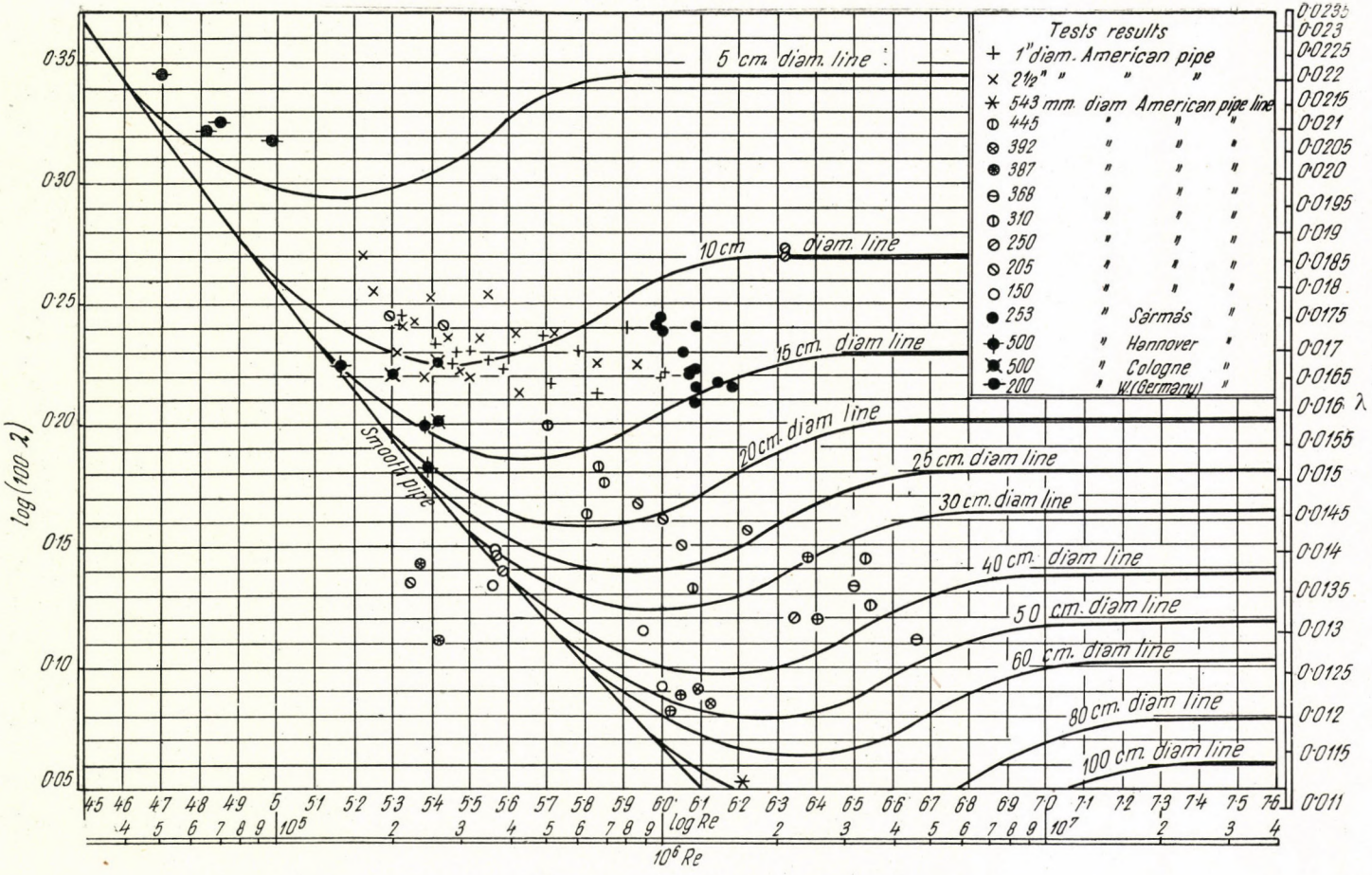


Fig. 4.
Resistance factors of seamless steel pipe lines

The volume of the fluid flowing along length dl of the line of diameter D in unit time with mean velocity $\overline{u}$ will be

$$V = D^2 \frac{\pi}{4} \overline{u} \quad \text{and} \quad \overline{u} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{V}{D^2}$$

further, if γ is the specific gravity of the fluid and g the acceleration due to gravity, the density : $\varrho = \frac{\gamma}{g}$, and introducing these into equation (6)

$$\lambda = -\frac{dp}{dl} \cdot \frac{D}{\frac{\gamma}{2g} \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \frac{V^2}{D^4}} = -\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot \frac{dp}{dl} \cdot \frac{2g}{\gamma} \cdot \frac{D^5}{V^2}$$

and

$$-dp = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \lambda \frac{\gamma}{2g} \frac{V^2}{D^5} \cdot dl.$$

Integrating between limits p_1 and p_2, respectively between O and l

$$p_1 - p_2 = \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \lambda \frac{\gamma}{2g} \frac{V^2}{D^5} \cdot l ;$$

rom this the volume in *cu. m* of the fluid piped per second is

$$V = \frac{\pi}{4} \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{\lambda l \gamma} \cdot D^5} \tag{7}$$

The weight of the throughput in *kg/sec* units will be

$$G = 1000\, V\gamma = 1000 \frac{\pi}{4} \sqrt{2g\gamma \frac{p_1 - p_2}{\lambda l} \cdot D^5}. \tag{8}$$

Having substituted constant values

$$V = 3{,}4783 \sqrt{\frac{p_1 - p_2}{\gamma \lambda l} D^5} \quad \text{and} \quad G = 3478{,}3 \sqrt{\gamma \frac{p_1 - p_2}{\lambda l} D^5}. \tag{9}$$

If pressures are given in *at abs*, the diameter of pipe in *cm*, the length of the line in *km*, the sp. gr. of the fluid in *kg/cu.m* then the rate of flow is

$$V = 0{,}00011 \sqrt{\frac{P_1 - P_2}{\gamma \lambda L} \cdot d^5} \tag{10}$$

Especially with liquid fluids it is customary to gauge pressure drop in *meters of fluid*

$$h = \frac{p_1 - p_2}{\gamma},$$

with these the rate of flow in *cu.m/hour*, or *kg/hour*, the diameter in *cm*.

$$Q = 0{,}1252 \sqrt{\frac{h}{\lambda} \cdot \frac{d^5}{l}} \quad \text{and} \quad G = 125{,}2\gamma \sqrt{\frac{h}{\lambda} \cdot \frac{d^5}{l}}. \tag{11}$$

In compressible elastic fluids, in *gases*, the pressure drop, due to consumption of energy by flow, causes expansion of the gas. To exert the work of expansion the fluid consumes energy, which cannot be neglected. Here the change of energy E contains not only the kinetic energy, but also the change of interior energy of the gas. The most expedient way is to start derivation from the basic equations of thermodynamics, which cover all kinds of energy. The basic equation of flow is *)

$$G = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{g}{B} \cdot \frac{p_1^2 - p_2^2}{T\left(\lambda l + 2D l_n \frac{p_1}{p_2}\right)} D^5} \tag{12}$$

where B is the gas constant.

If the numerical value of the logarithmic member is examined, it will be found that this may be neglected; provided lines are sufficiently long and pressure drops not too high. Namely the numerical value of the resistance factor is of the order of magnitude of $0{,}01 \sim 0{,}02$ and the length of the line is $1000 \sim 100\,000$ *m* ; the latest big pipe lines are even $1000 \sim 1600$ *km* long ; thus the order of magnitude of the member λl is $10 \sim 1000$. From the logarithmic member the diameter of the line varies between 0,01 and 0,6 *m*, the quotient p_1/p_2 between $2 \sim 10$, the hyperbolic logarithm of which is $0{,}7 \sim 2{,}3$; the order of magnitude of this member is thus between 0,01 and 2. Therefore if the line is not too short and at most an error of 1% is admitted, considering that the logarithmic member is under the square radical sign, the omission is allowable if

$$2D l_n \frac{p_1}{p_2} \leq 0{,}02\lambda l$$

or

$$\frac{l}{D} \geq 100 \frac{1}{\lambda} \cdot l_n \frac{p_1}{p_2} \geq 5000\, l_n \frac{p_1}{p_2}.$$

The omission is usually admitted if

$$\frac{l}{D} \geq 200$$

which corresponds to pressure ratio $p_1/p_2 \leq 3{,}2$.

*) The thermodynamic derivation of the basic equation of the gas flow appeared in my contribution to the paper [12], and here only its result is cited.

The volumetric flow rate of gas under standard conditions corresponding to absolute temperature T_0 and absolute pressure p_0, is from equation (12)]

$$V_0 = Gv_0 = G\frac{BT_0}{p_0} = \frac{\pi}{4}\frac{T^0}{p_0}\sqrt{Bg}\sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{T\left[\, l + 2Dl_n\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right]}\cdot D^5}$$

Instead of the gas constant B it is more expedient to introduce the sp. gr. of gas relative to air which is directly measurable

$$s = \frac{\gamma_g}{\gamma_l} = \frac{B_l}{B}$$

from which

$$B = \frac{B_l}{s}$$

and with this

$$V_0 = \frac{\pi}{4}\frac{T_0}{p_0}\sqrt{B_l\, g}\sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{Ts\left[\lambda l + 2Dl_n\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right]}\cdot D^5} \tag{13}$$

or neglecting the logarithmic member according to the above

$$V_0 = \frac{\pi}{4}\frac{T_0}{p_0}\sqrt{B_l\, g}\sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda\, Tsl}\cdot D^5} \tag{14}$$

This is the basic equation of gas flow, from which practical formulae are derived. Substituting numerical values of constants ($B_l = 29{,}256$, $g = 9{,}80665$ $m\ sec^{-2}$)

$$V_0 = 13{,}303\frac{T_0}{p_0}\sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{\lambda\, Tsl}\cdot D^5} \tag{15}$$

and converting this to practical units of measure: volumetric flow rate in $m^3/hour$, pressure in kg/cm^2, length of line in *km*, diameter of pipe in *cm* :

$$Q_0 = 0{,}015\,145\ \frac{T_0}{P_0}\sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{\lambda TsL}\cdot d^5}. \tag{16}$$

The standard conditions generally accepted for natural gas and coal gas lines are 760 *mm* barometric pressure and + 15°C temperature. Substituting $T_0 = 288°$ and $P_0 = 1{,}0333$ *kg/sq. cm*. With these

$$Q_0 = 4{,}2211\sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{\lambda TsL}\cdot d^5}. \tag{17}$$

The sp. gr. of Transsylvanian natural gas referred to air $s = 0{,}56$; its mean flow temperature is 9°C, $T = 282°$; substituting these :

$$Q_0 = 0{,}3359 \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{\lambda L} \cdot d^5} \,. \tag{18}$$

Substituting the resistance factor from equation (2) into the above series of equations, we have for seamless steel pipe lines in the section of constant resistance factor :

$$\left.\begin{aligned} V_0 &= \frac{\pi}{2} \frac{T_0}{p_0} (4{,}67 + \log D) D^{5/2} \sqrt{B_l g} \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{Tsl}} \\ V_0 &= 26{,}606 \frac{T_0}{p_0} (4{,}67 + \log D) D^{5/2} \sqrt{\frac{p_1^2 - p_2^2}{Tsl}} \\ Q_0 &= 0{,}0303 \frac{T_0}{P_0} (2{,}67 + \log d) d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{TsL}} \\ Q_0 &= 8{,}4422 (2{,}67 + \log d) d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{TsL}} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

at + 9°C flow temperature for Transsylvanian natural gas ($s = 0{,}56$) :

$$\left.\begin{aligned} Q_0 &= 0{,}6718 (2{,}67 + \log d) d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}} \\ &\text{for Transdanubian natural gas} \\ Q_0 &= 0{,}6235 (2{,}67 + \log d) d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}} . \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

If the above equation relative to Transsylvanian natural gas is to be converted to any gas of sp. gr. s referred to air and of t°C flow temperature, the conversion factor is :

$$\sqrt{\frac{0{,}56}{s} \cdot \frac{282}{273 + t}} .$$

The group of equations (19) refers to the section of flow in which the quadratic velocity law is valid. If the flow comes within the smooth pipe section, with the resistance factor valid for this section substituted, the equation of flow will be for the smooth pipe section [15]

$$Q_0 = 0{,}672 \left[2{,}96 + \log \left(\frac{Q_0 \sqrt{\lambda_0}}{d}\right)\right] d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}} . \tag{21}$$

This equation is implicit for Q_0; its solution is only possible by approximation, or as will be shown later graphically.

It is important to determine whether the flow takes place in the smooth pipe section, in the transitory section or in the section of the quadratic velocity law. For the sake of simplicity we abstain from reckoning with a smaller resistance factor in the transitory section and take the constant resistance factor for this section as well. This may be done on basis of the following considerations: *Nikuradse* made his experiments on artificially roughened pipe and obtained for these the transitory curve with inflection point between the smooth pipe section and the section of constant resistance factor. Tests of *Colebrook* and *White* as well as of *Bauer* and *Galavics* run on pipe of commercial roughness could not confirm this curve. According to them a uniform curve with slow transition links the lines representing the resistance factors of the two sections. Thus in the transitory section the course of the resistance curve is at least uncertain for pipe of commercial roughness, but in any case it gives a smaller resistance coefficient than in the section of constant friction factor. It is reasonable therefore, also for the sake of safety, to take the greater resistance factor in the transitory section, instead of the uncertain variable friction factor of the transitory section. According to *Nikuradse* the minimum resistance factor of the transitory section is

$$\lambda_{min} = \frac{1}{\left(2{,}14 + 2 \log \frac{r}{k}\right)^2}$$

its relation to the constant resistance factor

$$\frac{\lambda_I}{\lambda_{min}} = \left(\frac{2{,}14 + 2 \log \frac{r}{k}}{1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}}\right)^2 = \left(\frac{1{,}07 + \log \frac{r}{k}}{0{,}87 + \log \frac{r}{k}}\right)^2.$$

Substituting: $k = 0{,}08$ *mm* and $log \frac{r}{k} = 1{,}796 + log\ d$

$$\frac{\lambda_I}{\lambda_{min}} = \left(\frac{2{,}87 + \log d}{2{,}67 + \log d}\right)^2$$

which equation gives for pipes of

$d =$	5	10	25	50	100 *cm* diameter
$\lambda_I/\lambda_{min} =$	1,122	1,112	1,10	1,094	1,087

The maximum difference between the resistance factor in this section and the constant resistance factor is for pipe of smaller diameter 11 $\sim$ 12%, for larger diameter 9 $\sim$ 10%. As the resistance factor is under the square radical

sign, the maximum error committed is 4,5 $\sim$ 6%. At all other points the error is smaller. In practice we always have to calculate with a safety factor. Besides this, as the throughput of gas adapts itself to consumption, the flow is anyway shifted from this minimum point and for this reason it is advisable to overbridge the transitory section with the constant resistance factor.

Therefore the limit below which the resistance coefficient of smooth pipe and above which the constant resistance factor is valid, will be the point of intersection of the resistance curve of the smooth pipe with the straight line representing the constant resistance factor. From the two equations

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2 \log (Re_h \sqrt{\lambda_0}) - 0{,}8 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_I}} = 1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}.$$

Arranging together the logarithmic members we get at the point of intersection $\lambda_0 = \lambda_I$:

$$\log \left[\frac{Re_h}{\left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)\frac{r}{k}} \right] = 0{,}87 + 0{,}4 = 1{,}27$$

from which the *limit Reynolds* number is

$$Re_h = 10^{1{\cdot}27} \left(1{,}74 + 2 \log \frac{r}{k}\right)\frac{r}{k} = 37{,}242 \left(0{,}87 + \log \frac{r}{k}\right)\frac{r}{k}. \qquad (22)$$

For drawn seamless steel pipe lines $k = 0{,}08$ *mm*

$$Re_h = 37{,}242 \, (\log 62{,}5 + \log d + 0{,}87) \, 62{,}5 \, d.$$

Rounding off constants, we get

$$Re_h = 2330 \, (2{,}67 + \log d) \, d. \qquad (23)$$

It is expedient to take as a basis of comparison, instead of the *Reynolds* number very rarely known, the gas flow rate which is almost always given, and to examine whether the latter is — referred to the corresponding pipe diameter — larger or smaller than the limit gas flow given in equations (5). In Fig. 5 this limit gas flow is represented by two curves and knowing the actual gas flow we can state at a glance whether the flow comes under the section of the smooth pipe or under that of the rough.

Of course, conditions are simplest in the section of the constant resistance coefficient, above the limit *Re* number. In the group of equations (19–20) elements referring to the pipe line can be separated from those relating to flow and the equation can be split into two parts. Factor

$$\varepsilon_I = 0{,}672 \, (2{,}67 + \log d) \, d^{5/2} \frac{1}{\sqrt{L}} \qquad (24)$$

is called the *conductivity* of the pipe line and

$$\Pi = \sqrt{P_1^2 - P_2^2}$$

the *pressure factor*. With these the flow equation assumes the following simple form

$$Q_0 = \varepsilon_I \sqrt{P_1^2 - P_2^2}. \tag{25}$$

Conductivity for commercial seamless steel pipe with welded or with mechanical ring joints of 2,5$\sim$100 *cm* inside diameter can be plotted in diagrams for pipe lines of 10 m$\sim$10 000 *km* length (Fig. 5). The reading of the diagram is very simple. The diameter is read off on the abscissa and locating the point of intersection of the corresponding ordinate and of the curve indicating the length of the line, the conductivity can be read from the scale on the left. For instance:

$$d = 25 \ cm; \quad L = 50 \ km; \quad \varepsilon_I = 1210.$$

To examine whether the flow falls into the range of the resistance coefficient valid for smooth pipe or into that of the constant resistance factor there are two limit curves, Q_{0h1} and Q_{0h2}, in the diagram, the *cu.m/hour* scale of which is identical with the scale of ε. The curves divide the diagram into two parts: one, the field containing the higher conductivities, is the area of the quadratic velocity law, the other the field containing the lower conductivities, is the range of validity of the smooth pipe. If the point of intersection of coordinates corresponding to the pipe diameter and to the hourly flow rate under normal conditions, briefly, if point $d - Q_0$ falls *left* of the limit curves Q_{0h}, the constant resistance factor λ_I must be taken into consideration, that is, the line capacity ε_I corresponding to the point of intersection of lines $d - L$ is the correct one. If point $d - Q_0$ falls to the *right* of the limit curves Q_{0h}, the resistance factor of smooth pipe is to be taken, and the line capacity ε_I has to be corrected. Should point $Q_0 - d$ fall between the two limit curves, the limit point of this gas must be assessed between the two curves on basis of the sp. gr. and viscosity of the gas (equation 5) and the field of the smooth and of the rough pipe section respectively must be referred to this point.

In the diagram, besides the curves $L = const.$, the straight lines $\lambda_0 = const.$ are also represented, which give the *resistance factor of smooth pipe* for values Q_0 read from the left scale and for those of d read off on the abscissa axis. In the upper part of the diagram one curve gives *the constant resistance factor* λ_I for every diameter between 2,5 $\sim$ 100 *cm*. Thus all data necessary for computation are comprised in a single diagram. For instance, if the inlet pressure of the above line is $P_1 = 15$ *at abs*, the discharge pressure $P_2 = 4$ *at abs*, the volume of gas under standard conditions put through per hour is

$$Q_0 = 1210 \sqrt{15^2 - 4^2} = 1210 \cdot 14{,}8 = 17\,500 \ cu.m/hour.$$

Conductivity factor ϵ - Gas flow Q_0 standard cu. m/hour

100.000 90.000 80.000 70.000 60.000 50.000 45.000 40.000 35.000 30.000 25.000 20.000 18.000 16.000 14.000 12.000 10.000 9.000 8.000 7.000 6.000 5.000 4.500 4.000 3.500 3.000 2500 2.000 1.800 1.600 1.400 1.200 1.000 900 800 700 600 500 450 400 350 300 250 200 180 160 140 120 100

λ_0 λ_1 $\lambda_0=0.0075$ $\lambda_0=0.02$ $\lambda_0=0.02$ $\lambda_0=0.02$

0.030 0.025 0.020 0.018 0.016 0.014 0.012 0.010 0.009 0.0085 0.009 0.0095 0.01 0.011 0.012 0.013 0.014 0.015 0.016 0.017 0.018 0.019 0.021 0.022 0.023 0.024 0.025 0.026 0.027 0.028 0.029 0.03 0.032

Q_{h1} Q_{h2}

10 mm 20 mm 30 mm 40 mm 50 mm 60 mm 80 mm 100 mm 200 mm 300 mm 400 mm 500 mm 600 mm 800 mm 1000 mm

1 μm 2 μm 3 μm 4 μm 5 μm 6 μm 8 μm 10 μm 20 μm 30 μm 40 μm 50 μm 60 μm 80 μm 100 μm 200 μm 300 μm 400 μm 500 μm 600 μm 800 μm 1000 μm 2000 μm 3000 μm 4000 μm 5000 μm 6000 μm 8000 μm 10000 μm

10^5 $9\ 10^4$ $8.\ 10^4$ $7\ 10^4$ $6\ 10^4$ $5\ 10^4$ $4.5\ 10^4$ $4\ .10^4$ $3.5\ 10^4$ $3\ 10^4$ $2.5\ 10^4$ $2.\ 10^4$ $1.8\ 10^4$ $1.6\ 10^4$ $1.4\ 10^4$ $1.2\ 10^4$ 10^4 $9.\ 10^3$ $8.\ 10^3$ $7.\ 10^3$ $6.\ 10^3$ $5.\ 10^3$ $4.5\ 10^3$ $4.\ 10^3$ $3.5\ 10^3$ $3.\ 10^3$ $2.5\ 10^3$ $2.\ 10^3$ $1.8\ 10^3$ $1.6\ 10^3$ $1.4.\ 10^3$ $1.2.\ 10^3$ 10^3 $9\ 10^2$ $8.\ 10^2$ $7.\ 10^2$ $6.\ 10^2$ $5.\ 10^2$ $4.5\ 10^2$ $4.\ 10^2$ $3.5\ 10^2$ $3.\ 10^2$ $2.5\ 10^2$ $2.\ 10^2$ $1.8\ 10^2$ $1.6\ 10^2$ $1.4.\ 10^2$ $1.2.\ 10^2$ 10^2

$3.5\ 10^8$ $3.\ 10^8$ $2.5\ 10^8$ $2.\ 10^8$ $1.8\ 10^8$ $1.6\ 10^8$ $1.4\ 10^8$ $1.2\ 10^8$ 10^8 $9.\ 10^7$ $8.\ 10^7$ $7.\ 10^7$ $6.\ 10^7$ $5.\ 10^7$ $4.5\ 10^7$ $4.\ 10^7$ $3.5\ 10^7$ $3.\ 10^7$ $2.5\ 10^7$ $2.\ 10^7$ $1.8\ 10^7$ $1.6\ 10^7$ $1.4.\ 10^7$ $1.2.\ 10^7$ 10^7 $9.\ 10^6$ $8.\ 10^6$ $7.\ 10^6$ $6.\ 10^6$ $5.\ 10^6$ $4.5\ 10^6$ $4.\ 10^6$ $3.5\ 10^6$ $3.\ 10^6$ $2.5\ 10^6$ $2.\ 10^6$ $1.8\ 10^6$ $1.6\ 10^6$ $1.4.\ 10^6$ $1.2\ 10^6$ 10^6 $9.\ 10^5$ $8.\ 10^5$ $7.\ 10^5$ $6.\ 10^5$ $5.\ 10^5$ $4.5\ 10^5$ $4.\ 10^5$ $3.5\ 10^5$ $3.\ 10^5$

2·5 3 3·5 4 4·5 5 6 7 8 9 10 12 14 16 20 25 30 35 40 45 50 60 70 80 90 100

Inside pipe diam. **d** centimeter

Fig. 5.

Conductivity factor of seamless steel pipe lines.

Q_{h1} limit flow for dry natural gas — Q_{h2} limit flow for well head gas.

The graph has been plotted on basis of the following data: Sp. Gr. of flowing gas relative to air: 0,65, its absolute viscosity 900×10^{-7} poises, its flow temperature 9° C. Absolute roughness of pipe line +0,08 mm
Standard condition: +15° C, 760 mm mercury.

The point of intersection of the coordinates corresponding to this flow rate and to the diameter $d = 25$ *cm* falls *left* of limit line Q_{0h}: the constant resistance factor is valid, and our calculation is correct.

If the point of intersection $Q_0 - d$ falls to the *right* of the limit line Q_{0h}, the conductivity ε_I should be corrected. The resistance factor λ_I, corresponding to the diameter d of the line, should be read from the corresponding λ_I curve, the conductivity ε_I corresponding to the point of intersection of lines $d - L$, from the left scale, and the resistance factor λ_0 for smooth pipe corresponding to flow Q_0 and diameter d, from straight lines $\lambda_0 = const.$ If resistance factor λ_0 falls between two such straight lines it should be interpolated, and conductivity corrected according to the following equation :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon \sqrt{\frac{\lambda_I}{\lambda_0}}.$$

For instance, $Q_0 = 300$ *cu. m/hour*, $L = 50$ *km*, $d = 25$ *cm*. Point $Q_0 - d$ falls to the right of the limit line and the resistance coefficient of the smooth pipe should be reckoned with. We read from the diagram :

$$\lambda_0 = 0{,}0241 ; \qquad \lambda_I = 0{,}0151 ; \qquad \varepsilon_I = 1210$$

and the corrected conductivity factor is

$$\varepsilon_0 = 1210 \sqrt{\frac{0{,}0151}{0{,}0241}} = 958.$$

With the aid of the diagram all pipelining problems can be quickly and surely solved. The following problems may occur :

1. The inlet pressure P_1 is to be found
2. « terminal pressure P_2 « « « «
3. « flow rate Q_0 « « « «
4. « pipe diameter d « « « «

The following numerical examples show the application of the diagram in all these cases in the section of the constant resistance factor as well as within the smooth pipe range.

1. $Q_0 = 15\,000$ *cu. m/hour* ; $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises* ; $d = 20$ *cm* ; $P_2 = 4$ *at abs* ; *to be found* P_1.

Point $Q_0 - d$ falls above limit line Q_{0h}, the constant resistance factor λ_I is valid.

In the point of intersection of lines $d - L$: $\varepsilon_1 = 700$, with this

$$15\,000 = 700 \sqrt{P_1^2 - 16}$$

$$P_1 = \sqrt{\left(\frac{15\,000}{700}\right)^2 + 16} = 21{,}8 \text{ at abs}.$$

Value $Q_0 = 15\,000$ *cu. m/hour* projected to scale *Red* intersects the latter in point $Red = 4{,}7.10^7$. From this

$$Re = \frac{47 \cdot 10^6}{20} = 2\,350\,000.$$

1.a) $Q_0 = 1000$ *cu. m/hour ;* $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises ;* $d = 20$ *cm ;* $P_2 = 4$ *at abs ;* to be found P_1.

Point $Q_0 - d$ falls below limit line Q_{0h}, therefore the resistance factor of smooth pipe is to be reckoned with. From the diagram

$\varepsilon_I = 700$; $\lambda_I = 0{,}0159$ (on the curve of the constant resistance factor)

$\lambda_0 = 0{,}0163$ (λ_0 read off at point $Q_0 - d$)

The resistance factor of smooth pipe will be :

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_I \sqrt{\frac{\lambda_I}{\lambda_0}} = 700 \sqrt{\frac{0{,}0159}{0{,}0163}} = 692.$$

With this :

$$P_1 = \sqrt{\left(\frac{1000}{692}\right)^2 + 16} = 4{,}25 \text{ at abs.}$$

2. $Q_0 = 50\,000$ *cu. m/hour ;* $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises ;* $d = 30$ *cm ;* $P_1 = 35$ *at abs ;* to be found P_2.

Point $Q_0 - d$ falls above the limit line Q_{0h} ; friction factor λ_I is valid. In the point of intersection of lines $d - L$

$$\varepsilon_I = 1440.$$

With this

$$50\,000 = 1440 \sqrt{35^2 - P_2^2}$$

and

$$P_2 = \sqrt{35^2 - \left(\frac{50000}{1440}\right)^2} = 4{,}36 \text{ at abs}$$

$Q_0 = 50\,000$ projected to scale *Red*

$$Red = 1{,}57 \cdot 10^8.$$

From this

$$Re = \frac{157}{30} \cdot 10^6 = 5\,233\,000.$$

2.a) If point $Q_0 - d$ falls below line Q_{0h}, the flow is within the smooth pipe range and the conductivity is to be corrected with value $\sqrt{\lambda_I/\lambda_0}$ similarly to case 1a) ; the course of computation is otherwise the same as in case 2.

3. $L = 10$ *km ;* $d = 15$ *cm ;* $P_1 = 10$ *at abs ;* $P_2 = 3$ *at abs ;* $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises ;* to be found Q_0

In point $d - L$, $\varepsilon_I = 665$; with this

$$Q_0 = 665 \sqrt{10^2 - 3^2} = 6344 \ \textit{cu. m/hour}.$$

To this corresponds on the *Red* scale : $Red = 1{,}99.10^7$, from this

$$Re = \frac{19{,}9}{15} \cdot 10^6 = 1\,327\,000.$$

3. a) $L = 10$ *km* ; $d = 15$ *cm* ; $P_1 = 1{,}5$ *at abs* ; $P_2 = 1{,}3$ *at abs* ; $\Pi = \sqrt{P_1^2 - P_2^2} = 0{,}7483$; the gas : $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 100^{-7}$ *poises*, to be found Q_0.

From the graph : $\varepsilon = 660$, and with this would be : $Q_0 = 660 \cdot 0{,}7483 = 494$ *cu. m/hour*. But point $Q_0 - d$ falls below the line Q_{0h}, and thus the smooth pipe section is to be reckoned with. Further from the graph :

$\lambda_I = 0{,}0169$; $\lambda_0 = 0{,}0178$; the corrected conductivity factor :

$$\varepsilon' = 660 \sqrt{\frac{0{,}0169}{0{,}0178}} = 643 ; \quad Q_0' = 643 \cdot 0{,}7483 = 481 \ \textit{cu. m/hour}$$

With second approximation : $\lambda_0'' = 0{,}01798$, with this the corrected conductivity factor :

$$\varepsilon'' = 660 . \sqrt{\frac{0{,}0169}{0{,}01798}} = 640$$

and

$$Q_0 = 640 \cdot 0{,}7483 = 479 \ \textit{cu. m/hour}.$$

The second approximation hardly differs from the first one and we may accept it as final.

The numerical solution of the problem is cumbersome. Substituting V_0 for the mean velocity of flow :

$$Re = \frac{40}{\pi} \cdot \frac{p_0}{T_0} \cdot \frac{s}{\mu} \cdot \frac{V_0}{B_l D}$$

(B_l = gas constant for air, μ absolute viscosity) and substituting V_0 from equation (14) :

$$Re = \frac{10}{\mu} \sqrt{\frac{g}{B_l} \frac{(p_1^2 - p_2^2)\, s}{T_0 T l} D^3}$$

$$Re\sqrt{\lambda_0} = \frac{10}{\mu} \sqrt{\frac{g(p_1^2 - p_2^2)\, s}{B_l T l} D^3} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{10 g (P_1^2 - P_2^2)\, s d^3}{B_l T L}} .$$

Substituting this into *Nikuradse*'s equation for smooth pipe friction factor [15]:

$$\frac{1}{\lambda_0} = 2 \log\left(\frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{10g(P_1^2 - P_2^2)\, sd^3}{B_l TL}}\right) - 0{,}8.$$

Substituting numerical values:

$$Re\sqrt{\lambda_0} = \frac{1{,}8309}{900 \cdot 10^{-7}} \frac{0{,}7483\sqrt{0{,}65 \cdot 15^3}}{\sqrt{282 \cdot 10}} = 13\,426{,}6$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2 \log (13\,426{,}6) - 0{,}8 = 7{,}4559.$$

From this

$$\lambda_0 = 0{,}01799$$

and finally from equation (18), correcting its constant factor for sp. gr.:

$$Q_0 = 0{,}3118 \cdot 7{,}4559 \cdot 0{,}7483\sqrt{\frac{15^5}{10}} = 479 \ \textit{cu. m/hour}$$

corresponds to the value obtained from the graph by a simpler method.

4. $Q_0 = 30\,000$ *cu. m/hour*; $L = 100$ *km*; $P_1 = 30$ *at abs*; $P_2 = 5$ *at abs*; the gas: $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises*; to be found d.

From equation (25):

$$30\,000 = \varepsilon\sqrt{30^2 - 5^2} = 29{,}58 \cdot \varepsilon$$

$$\varepsilon = 1014$$

Finding the intersection of the horizontal $\varepsilon = 1014$ with the curve $L = 100$ *km* and dropping a perpendicular line we find the diameter sought:

$$d = 27{,}5 \ \textit{cm}$$

In pipelining work the next larger standard diameter of pipe is chosen. We have yet to check whether the point $Q_0 - d$ falls into the area of the constant resistance factor? Which in this particular case is true.

4.a) $Q_0 = 300$ *cu. m/hour*, the gas: $s = 0{,}65$; $\mu = 900 \cdot 10^{-7}$ *poises*; $P_1 = 1{,}3$ *at abs*; $P_2 = 1{,}277$ *at abs*; $\Pi = \sqrt{P_1^2 - P_2^2} = 0{,}2435$; $L = 50$ *km*; to be found: d.

In the section of constant resistance factor, according to the diagram we would get

$$\varepsilon = \frac{300}{0{,}2435} = 1232.$$

In the graph, to this conductivity and to line length $L = 50$ *km* would correspond

$$d' = 26 \ \textit{cm}$$

But point $Q_0 - d$ falls into the smooth pipe section and the above result is to be corrected. From the graph :

$$\lambda_I' = 0{,}015 ; \qquad \lambda_0' = 0{,}0225$$

$$\varepsilon' = \varepsilon \sqrt{\frac{\lambda_0'}{\lambda_I'}} = 1232 \sqrt{\frac{0{,}0225}{0{,}015}} = 1510.$$

With this the corrected diameter will be

$$d'' = 28 \ cm.$$

In second approximation

$$\lambda_0'' = 0{,}02295 ; \qquad \lambda_I'' = 0{,}0144$$

$$\varepsilon'' = 1232 \sqrt{\frac{0{,}0225}{0{,}015}} = 1510$$

$$d'' = 28{,}3 \ cm.$$

Further approximation is superfluous, as anyway the next larger standard diameter is to be chosen.

For the sake of comparison let us determine the pipe diameter by numerical calculation as well, which can be done only by approximative calculation because of the implicitness of the resistance factor. The four basic equations and their derivations are :

$$\text{I.,} \qquad Re = \frac{D\bar{u}}{\nu} = \frac{d\bar{u}}{100\nu} ; \quad \nu = \frac{\mu}{10\gamma} ; \quad \gamma_g = s\gamma_l = s\,\frac{10^4 P}{B_l T}$$

Considering the small pressure drop, and for the sake of simplicity, we may use with large approximation, the mean value $P = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$.

$$Re = \frac{10^3 \bar{u} d s P}{\mu B_l T} .$$

$$\text{II.,} \quad Q_0 = 3600 \frac{D^2\pi}{4} \bar{u} = 0{,}36 \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \bar{u} ; \qquad \bar{u} = \frac{4}{0{,}36\pi} \frac{Q_0}{d^2} \frac{Re \mu B_l T}{10^3 d s P} .$$

From this

$$d = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{10^3}{0{,}36} \frac{Q_0}{Re} \cdot \frac{sP}{\mu B_l T} .$$

$$\text{III.} \qquad Q_0 = 3600 \frac{\pi}{4} \frac{T_0}{P_0} \sqrt{B_l g} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{\lambda_0 s T L} \cdot \frac{d^5}{10^{13}}} .$$

From this, by substituting equation II :

$$\sqrt{\lambda_0} = \frac{3600}{\sqrt{10^{13}}} \cdot \frac{\pi}{4} \frac{T_0}{P_0} \sqrt{B_l g} \cdot \frac{1}{Q_0} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{sTL}} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{\pi}\right)^5 \frac{10^{15}}{0{,}36^5} \cdot \frac{Q_0^5}{Re^5} \cdot \frac{s^5 P^5}{\mu^5 B_l^5 T^5}}.$$

Resubstituting $P = \frac{1}{2}(P_1 + P_2)$

$$\sqrt{P^5(P_1^2 - P_2^2)} = \sqrt{\frac{1}{2^5}(P_1 + P_2)^5 (P_1 + P_2)(P_1 - P_2)} = (P_1 + P_2)^3 \sqrt{\frac{1}{2^5}(P_1 - P_2)}$$

and

$$\sqrt{\lambda_0} = \frac{10^5}{\sqrt{2^5 \cdot 0{,}36^3}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^3 \frac{T_0}{P_0} \sqrt{g} \frac{1}{B_l^2}} \cdot \frac{s^2 (P_1 + P_2)^3 \sqrt{(P_1 - P_2) Q_0^3}}{\sqrt{L} \cdot T^3 \sqrt{\mu^5 Re^5}}$$

IV.
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = 2 \log (Re \sqrt{\lambda_0}) - 0{,}8 = 2 \log Re + 2 \log \sqrt{\lambda_0} - 0{,}8.$$

For the sake of simplicity the following notations are introduced

$$A = \frac{s^2 \sqrt{Q_0^3} \cdot (P_1 + P_2)^3 \sqrt{P_1 - P_2}}{\sqrt{L} \cdot T^3 \sqrt{\mu^5}}$$

and

$$C = \frac{10^5}{\sqrt{2^5 \cdot 0{,}36^3}} \sqrt{\left(\frac{4}{\pi}\right)^3 \cdot \frac{\sqrt{g}}{B_l^2}} \cdot \frac{T_0}{P_0} = 430{,}2 \frac{T_0}{P_0}.$$

Or if $T_0 = 288°$; $P_0 = 1{,}0333$ *at abs*

$$C = 119\,900$$

For computing A all data are known : at $+ 9° C$ flow temperature

$$A = 245{,}2 (P_1 + P_2)^3 \sqrt{\frac{Q_0^3 (P_1 - P_2)}{L}} = 467{,}614.$$

With these notations :

$$\sqrt{\lambda_0} = \frac{CA}{\sqrt{Re^5}}$$

and

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}} = \frac{\sqrt{Re^5}}{CA} = 2 \log Re + 2 \log \left(\frac{CA}{\sqrt{Re^5}}\right) - 0{,}8.$$

From this equation the unknown Re can be calculated :

$$\frac{\sqrt{Re^5}}{5{,}607 \cdot 10^{10}} + 3 \log Re = 20{,}7.$$

The equation can be solved by trial-and-error and substituting 42 440 for Re we arrive at

$$\frac{\sqrt{42\,440^5}}{5{,}607 \cdot 10^{10}} + 3 \log 42\,440 = 20{,}5$$

which approaches the above result. Further with this value from equation II

$$d = \frac{4}{\pi} \frac{10^3}{0{,}36} \cdot \frac{Q_0}{Re} \cdot \frac{sP}{B_l T \mu} = 60{,}4453 \frac{s}{T\mu} \cdot \frac{Q_0}{Re} (P_1 + P_2)$$

$$d = 60{,}4453 \frac{0{,}65 \cdot 10^7}{282 \cdot 900} \cdot \frac{300}{42\,440} \cdot 2{,}577 = \underline{28{,}2 \ cm}$$

which corresponds with the value read off the diagram.

The above examples also illustrate that on big transmission lines the flow almost without exception falls into the range of validity of the constant resistance factor, only at an exceptionally small pressure gradient can it fall below the limit *Reynolds* number. These examples also illustrate the difficulties of calculation occurring especially in flow through the smooth pipe section on account of the logarithmic, implicit equation of the resistance factor and of the *Reynolds* number. The diagram, on the other hand, yields in every case ready and dependable results.

Of course the graph is also applicable to other gases and under other conditions than for which it has been designed, and in such case an adequate correction factor is to be applied. The conductivity obtained from the diagram is to be multiplied by the correction factor in order to arrive at the conductivity corresponding to the new conditions.

The correction factor of the standard state is

$$C_n = \frac{1{,}0333}{P_0} \cdot \frac{T_0}{288}$$

where P_0 is the absolute pressure in *at abs* and T_0 is the absolute temperature corresponding to the new standard state.

The correction factor for gas of relative sp. gr. s :

$$C_s = \sqrt{\frac{0{,}65}{s}}.$$

The correction factor for gas of absolute flow temperature T:

$$C_T = \sqrt{\frac{282}{T}}$$

cnd if the roughness coefficient of the inner surface of the pipe is k *mm*, the aorrection factor is:

$$C_K = \frac{1{,}569 + \log\left(\frac{d}{k}\right)}{2{,}666 + \log d}.$$

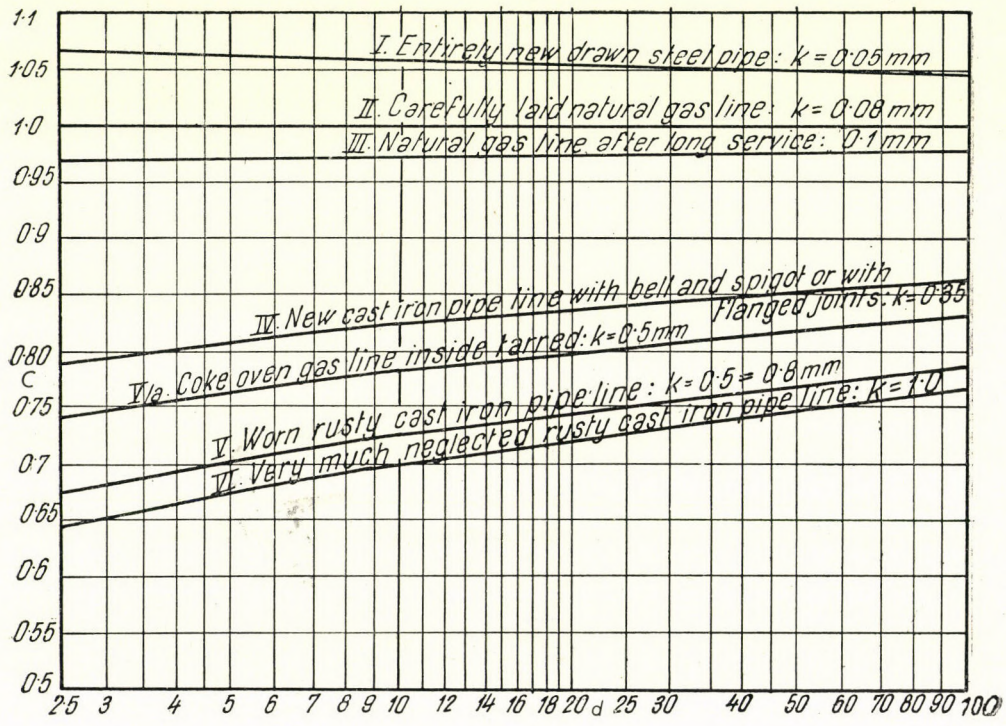


Fig. 6.
Correction factor for roughness

Fig. 6 gives a diagram from which the correction factor for pipe of different roughness can easily be read off.

Finally if the relative sp. gr. of the gas is s and its absolute viscosity μ, the correction factor for the *Reynolds* number is:

$$C_\mu = \frac{s}{0{,}65} \cdot \frac{900 \cdot 10^{-7}}{\mu}.$$

The following example shows the application of correction factors:

A cast iron pipe tarred inside carries coke oven gas, the sp. gr. of which relative to air: $s = 0{,}5$; its viscosity: $\mu = 1200 \cdot 10^{-7}$ *poises*. Length of line: $L = 5$ *km*, diameter: 10 *cm*, intake pressure: $P_1 = 8$ *at abs*; discharge pressure $P_2 = 3$ *at abs*; the flow temperature: $t = +25°C$. To be found: Q_0.

From the graph for $d = 10$ *cm* and $L = 5$ *km*: $\varepsilon = 330$.

For tarred cast iron pipe $k = 0{,}5$ *mm*; from Fig. 16: $C_k = 0{,}7825$, and the combined correction factor:

$$C_{\delta} = 0{,}7825 \sqrt{\frac{0{,}65}{0{,}5} \cdot \frac{282}{298}} = 0{,}8684.$$

Applying this

$$\varepsilon = 330 \cdot 0{,}8684 = 286{,}6$$

$$Q_0 = 286{,}6 \cdot \sqrt{8^2 - 3^2} = 2125 \ \textit{cu. m/hour}.$$

Point $Q_0 - d$ falls above limit line Q_{0h}, therefore the constant resistance factor is valid.

$Q_0 = 2125$ *cu. m/hour* projected intersects scale *Red* at point $Red = 6{,}7 \cdot 10^6$. From this

$$Re' = \frac{6{,}7}{10} \cdot 10^6 = 670\,000$$

and with correction

$$Re = 670\,000 \frac{0{,}5}{0{,}65} \cdot \frac{900}{1200} = 387\,000.$$

III. COMPUTING VERY HIGH PRESSURE NATURAL GAS LINES

In the period of peace between the two world wars problems of transportation of natural and of coke oven gas have presented themselves on a large scale. In Europe the surplus gas of large coking plants, in the Soviet Union and in America the big oil and gas fields which have been developed, induced operators to look for new outlets and extension of markets. For the exploitation of these big gas fields big gas lines were laid in the Soviet Union and some high pressure natural gas lines in Poland and Rumania. For providing Moscow with natural gas, the big Saratow — Moscow pipe line was built in 1945—1947. Th liene is constructed of 300 *mm* diam. seamless pipes with 6,5 *mm* wall thickness, spans 843 *km* distance between the oil and gas fields of Saratow and the capital of Moscow. Along the line 6 compressor stations boost the gas to 55 *at* discharge pressure. The daily capacity of the line is 1 320 000 *cu. m* natural gas. As an outlet for the big gas fields of Middle and Northwest Louisiana in 1926 the 780 *km* Monroe—New

Orleans line was built, the working pressure of which is 25 *at*. For tapping the Texas — Panhandle gas dome in 1931 the 1760 *km* line of Amarillo (Tex) — Indianapolis (Ind) — Madisonville (Ky) was laid with 32 *at* working pressure. In the same year two other big gas lines from the Panhandle gas-oil field were put in operation; one between the cities of Amarillo and Chicago, 1600 *km* long, 43 *at* working pressure, and the other between Amarillo—Minneapolis—Omaha (Minn) 1520 *km*, 32 *at*. The Detroit (Mich) line boosted pressure to 50 *at*, whilst the experimental line of 150 *km* laid in 1938 in West Virginia with electric-welded joints had a maximum working pressure of 70 *at*. At such high pressures the gas has to be scrubbed carefully from water, and hydrate formation has to be prevented lest the liquids condensing in compressors and lines should cause trouble.

With high pressure the throughput of the line increases not only in consequence of the higher velocity attainable but also by the fact that under such high pressures the natural gas is perceptibly more compressible than would follow from the ideal gas law. For ideal gases at constant temperature:

$$p_1 v_1 = p_0 v_0 = \text{const}$$

or

$$\frac{p_0 v_0}{p_1 v_1} = 1.$$

Most of real gases are more compressible; thus the above quotient will be larger than unity

$$\frac{p_0 v_0}{p_1 v_1} = 1 + n \tag{33}$$

where n is the characteristic of super-compressibility usually given in per cent. Some authors denote super-compressibility with the ratio $p_1 v_1 / p_0 v_0 = Z$ which is smaller than unity for most gases [13], [14]:

$$Z = \frac{p_1 v_1}{p_0 v_0} = \frac{p_1 \gamma_0}{p_0 \gamma_1} = \frac{1}{1 + n}. \tag{34}$$

Experiments have shown that to a certain measure compressibility is approximately proportional to the gauge-pressure of the gas. For methane and for such natural gases, from which easily liquifiable components: propane, butane, pentane have been stripped, this limit is at about 100 *at*, which may now be regarded as the upper limit in gas transmission.

Denoting the actual sp. gr. of gas with γ_1, the sp. gr. that would result from the ideal gas law with γ_{id}, we obtain for isothermic flow

$$\frac{p_0}{\gamma_0} = \frac{p_1}{\gamma_{id}} \quad \text{and} \quad \gamma_0 = \frac{p_0}{p_1} \gamma_{id} \tag{35}$$

and with equation (34) ;

$$Z = \frac{p_1}{p_0}\frac{\gamma_0}{\gamma_1} = \frac{p_1}{p_0}\cdot\frac{p_0}{p_1}\cdot\frac{\gamma_{id}}{\gamma_1} = \frac{\gamma_{id}}{\gamma_1}.$$

Let p be the absolute pressure of the gas, p_0 the atmospheric pressure, then according to the above condition the super-compressibility is to a certain extent proportional to the gauge-pressure of the gas

$$n = \frac{p - p_0}{K'} \tag{36}$$

where K' is the super-compressibility factor which may now be assumed as constant up to the indicated limit. With this the ratio of specific gravities

$$\frac{\gamma_1}{\gamma_{id}} = \frac{1}{Z} = 1 + n = 1 + \frac{p - p_0}{K'} = \frac{K' - p_0 + p}{K'}. \tag{37}$$

Pressure base p_0 denoting standard condition is generally near the actual mean barometric pressure, and no appreciable error is committed if the two values are taken for equal.

If V is the volume of gas flowing per unit time through some cross section, at absolute pressure p and absolute temperature T, and V_0 is the volume of the same gas under standard conditions at absolute pressure p_0 and absolute temperature T_0, then

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma_1} = \frac{\gamma_0}{\gamma_{id}}\cdot\frac{K'}{K' - p_0 + p}$$

and if D is the inside diameter of the line, the mean velocity of the section

$$\bar{u} = \frac{4}{\pi}\frac{V}{D^2} = \frac{4}{\pi}\frac{V_0}{D^2}\cdot\frac{\gamma_0}{\gamma_{id}}\cdot\frac{K'}{K' - p_0 + p}. \tag{38}$$

But according to the gas law

$$\frac{\gamma_0}{\gamma_{id}} = \frac{p_0 T}{p T_0}$$

and with this will be

$$\bar{u} = \frac{4}{\pi}\cdot\frac{V_0}{D^2}\cdot\frac{T}{T_0}\cdot\frac{K' p_0}{(K' - p_0)\,p + p^2}.$$

Substituting $\bar{u}$ into the differential equation of isothermic flow we get

$$-\frac{dp}{\gamma_1} = \frac{\lambda}{2g}\frac{dl}{D}\left(\frac{4}{\pi}\frac{V_0}{D^2}\frac{T}{T_0}K' p_0\right)^2 \frac{1}{[(K' - p_0)\,p + p^2]^2} -$$

$$-\frac{1}{g}\left(\frac{4}{\pi}\frac{V_0}{D^2}\frac{T}{T_0}K' p_0\right)^2 \frac{(K' - p_0 + 2p)\,dp}{[(K' - p_0)\,p + p^2]^3}$$

and arranging the equation we arrive at

$$-\frac{[(K'-p_0)\,p+p^2]^2\,dp}{\frac{\gamma_1}{g}\left(\frac{4}{\pi}\,\frac{V_0}{D^2}\,\frac{T}{T_0}K'p_0\right)^2}=\frac{\lambda}{2}\,\frac{dl}{D}-\frac{[(K'-p_0)+2p]\,dp}{[(K'-p_0)\,p+p^2]}.$$

From equations (37) and (38) and because

$$\gamma_0=\frac{p_0}{BT_0}=\frac{s}{B_l}\cdot\frac{p_0}{T_0}$$

$$\gamma_1=\gamma_0\,\frac{p}{p_0}\,\frac{T_0}{T}\cdot\frac{K'-p_0+p}{K'}=\frac{s}{B_l}\cdot\frac{1}{T}\cdot\frac{(K'-p_0)\,p+p^2}{K'}$$

we receive

$$-\frac{(K'-p_0)\,p\cdot dp}{\frac{1}{g}K'T\,\frac{s}{B_l}\left(\frac{4}{\pi}\,\frac{V_0}{D^2}\,\frac{p_0}{T_0}\right)^2}-\frac{p^2dp}{\frac{1}{g}K'T\,\frac{s}{B_l}\left(\frac{4}{\pi}\,\frac{V_0}{D^2}\,\frac{p_0}{T_0}\right)^2}=$$

$$=\frac{\lambda}{2}\,\frac{dl}{D}-\frac{[(K'-p_0)+2p]\,dp}{(K'-p_0)\,p+p^2}.$$

Integrating between limits p_1 and p_2 and between O and l respectively

$$\frac{1}{2}\,(K'-p_0)\,(p_1^2-p_2^2)+\frac{1}{3}\,(p_1^3-p_2^3)=\frac{K'}{g}\,T\,\frac{s}{B_l}\left(\frac{4}{\pi}\,\frac{V_0}{D^2}\,\frac{p_0}{T_0}\right)^2\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{\lambda}{2}\,\frac{l}{D}-l_n\left(\frac{(K'-p_0)\,p_1+p_1^2}{(K'-p_0)\,p_2+p_2^2}\right)\right]$$

and solving the equation for V_0

$$V_0=\frac{\pi}{4}\,\frac{T_0}{p_0}\,\sqrt{B_lg}\sqrt{\frac{\frac{1}{2}\,\frac{(K'-p_0)}{K'}\cdot\frac{p_1^2-p_2^2+\frac{2}{3(K'-p_0)}\,(p_1^3-p_2^3)}{Ts\left[\frac{\lambda}{2}\cdot\frac{l}{D}-l_n\left(\frac{(K'-p_0)\,p_1+p_1^2}{(K'-p_0)\,p_2+p_2^2}\right)\right]}}.$$

The logarithmic member may be neglected since only long lines are considered :

$$V_0=\frac{\pi}{4}\,\frac{T_0}{p_0}\,\sqrt{B_lg}\sqrt{\frac{(K'-p_0)}{K'}\cdot\frac{D^5}{Ts\lambda l}\left[(p_1^2-p_2^2)+\frac{2}{3(K'-p_0)}\,(p_1^3-p_2^3)\right]}.$$

Examining values of constants we find further simplifications possible : besides K', p_0 may be neglected, and approximately

$$\sqrt{\frac{K'-p_0}{K'}}\cong 1\quad\text{and}\quad K'-p_0\cong K'.$$

The basic equation of flow after introduction of these simplifications will be

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \frac{T_0}{p_0} \sqrt{B_l g} \sqrt{\frac{D^5}{Ts\lambda l}\left[(P_1^2 - p_2^2) + \frac{2}{3K'}(p_1^3 - p_2^3)\right]}. \tag{39}$$

Substituting the numerical values of constants, similarly to equation (15) we get :

$$V_0 = 13{,}303 \frac{T_0}{p_0} \sqrt{\frac{D^5}{Ts\lambda l}\left[(p_1^2 - p_2^2) + \frac{2}{3K'}(p_1^3 - p_2^3)\right]}. \tag{40}$$

Converted to practical units of measure i. e. the rate of flow in *cu. m/hour*, pressure in *kg/sq.cm ;* length of line in *km* and its diameter in *cm :*

$$Q_0 = 0{,}015\,145 \frac{T_0}{P_0} \sqrt{\frac{d^5}{Ts\lambda L}\left[(P_1^2 - P_2^2) + \frac{2}{3K}(P_1^3 - P_2^3)\right]} \tag{41}$$

where $K = 10^{-4} K'$ is the compressibility constant relative to gauge-pressure measured in *kg/sq.cm.* Under standard conditions of $T_0 = 288°$; $P_0 = 1{,}0333$ *kg/sq.cm*

$$Q_0 = 4{,}2211 \sqrt{\frac{d^5}{Ts\lambda L}\left[(P_1^2 - P_2^2) + \frac{2}{3K}(P_1^3 - P_2^3)\right]}. \tag{42}$$

In the flow equation of very high pressure lines data referring to the line can also be separated from those relative to pressure and the line conductivity is here as well :

$$\varepsilon = 4{,}2211 \sqrt{\frac{d^5}{Ts\lambda L}}$$

which after substitution of the resistance factor is identical with equation (24). Thus the diagram drawn on conductivity can be used for very high pressure lines as well. The pressure factor is then

$$\Pi = \sqrt{(P_1^2 - P_2^2) + \frac{2}{3K}(P_1^3 - P_2^3)}.$$

To determine compressibility *Johnson* and *Berwald* [13] made tests on natural gases of different composition. Higher hydrocarbon content increases compressibility ; nitrogen content decreases it. Between 20 and 100 *at* the super-compressibility constant of natural gas of 10°C temperature, 98—99%

CH_4 content $K \cong 450$; for natural gas of 80—82% CH_4 and 15—18% C_2H_6 and higher hydrocarbons $K \cong 320—350$ for 66% CH_4 and 32% C_2H_6 and higher hydrocarbons $K \cong 260—280$; for 66% CH_4 and 26% N $K \cong 530$.

The above mentioned very high pressure gas line operated in Mid-West Virginia is 150 *km* long, its diameter is 30 *cm*. The conductivity read off on the diagram $\varepsilon = 1140$. Its throughput capacity is without considering super-compressibility

$$Q_0 = 1140 \sqrt{70^2 - 20^2} = 76\,500 \ cu.\ m/hour$$

presuming natural gas to be of 99% CH_4. Considering also super-compressibility

$$Q_0 = 1140 \sqrt{70^2 - 20^2 + \frac{1}{675}(70^3 - 20^3)} = 80\,500 \ cu.\ m/hour.$$

The increase of throughput at such high pressure is 5,23%.

Transsylvanian natural gas attains its maximum compressibility between 160 and 200 *at*, when its super-compressibility factor is about 25%. At the gauge-pressure of 200 *at*, into a 50 liter capacity steel bottle, which would contain 10 *cu. m* of ideal gas, 12,5 *cu. m* of natural gas can be compressed.

TABLE I

Resistance tests on the natural gas line Sármás — Torda

Re	λ	r/k	$\frac{k}{mm}$	Remark:
1 405 000	0,016 54	1040	0,1216	Tests were run along a 48,7 km section
1 507 000	0,016 36	1100	0,115	of the line. The line was built of
1 233 000	0,017 44	822	0,154	253 mm diameter seamless steel
1 198 000	0,016 11	1180	0,1072	pipe with plain end pipe couplings.
1 165 000	0,016 61	1020	0,124	At the test the pipe line had been
1 206 000	0,016 43	1070	0,118	in operation for 15 years ; the inside
1 130 000	0,016 98	928	0,1363	surface of the pipe was covered with
1 223 000	0,016 66	1000	0,1265	a thin layer of dust. There were 23
1 009 000	0,017 30	856	0,1478	valves, 28 drips and 6 bleed-offs
985 000	0,017 60	791	0,160	in the line.
954 000	0,017 44	822	0,154	
1 002 000	0,017 29	856	0,1478	

TABLE II

Resistance tests on the 500 *diam. H a m m — H a n n o v e r coke oven gas line*

Re	λ	r/k	k mm	Remark:
146 800	0,0168	973	0,513	Test was run with air. The inside of
147 000	0,0168	973	0,513	the line was coated with a thin
247 500	0,0152	1530	0,327	layer of bitumen.
244 400	0,0159	1060	0,472	

TABLE III

Resistance tests on the 500 *mm diam. coke oven gas line of K ö l n — R h e i n d o r f*

Re	λ	r/k	k mm	Remark:
199 900	0,01663	1021	0,489	The line had been in operation for
260 000	0,01683	966	0,517	two years. Test was run with coke
260 000	0,01590	1250	0,400	oven gas

TABLE IV

Resistance tests on the 200 *mm diam. coke oven gas line of W., Germany*

Re	λ	r/k	k mm	Remark:
98 000	0,0208	396	0,505	
70 600	0,0212	366	0,547	Further data not available.
66 300	0,0212	381	0,525	
50 000	0,0222	306	0,653	

TABLE V

Tests on American natural gas lines

Line	Re	λ	D mm	r/k	k mm	Remark:
1	1 611 000 1 047 000	0,011324 0,010429	543	6750 8390	0,0402 0,0324	mechanical joints
2	1 117 000 1 156 000	0,012252 0,012076	445	4430 4780	0,0502 0,0466	« «
3	2 386 000 2 507 000	0,013960 0,013148	443	2290 3080	0,0967 0,0718	« «
5	1 329 000 1 230 000	0,012168 0,012324	392	4600 4310	0,0426 0,0454	welded joints « «
7	4 527 000 4 467 000	0,013540 0,013588	368	2660 2620	0,0692 0,0702	« «
9	234 000 260 000	0,013880 0,012960	387	2370 3340	0,0816 0,0578	mechanical joints
10	3 403 000 3 450 000	0,013908 0,013328	313	2350 2880	0,0666 0,0543	welded joints
12	2 804 000 2 870 000	0,010444 0,010476	310	10530 13100	0,0147 0,0118	mechanical joints
13	509 000 684 000 675 000	0,015824 0,014984 0,015248	310	1270 1640 1550	0,1220 0,0944 0,0996	« «
16	1 202 000 643 000	0,013556 0,014568	307	2665 1870	0,0576 0,0820	welded joints
19	2 208 000 2 282 000	0,016036 0,015432	259	1200 1430	0,1080 0,0905	screwed-couplings
20	2 090 000 2 090 000	0,018752 0,018600	259	606 624	0,2138 0,2078	« «
21	384 000 375 000	0,013804 0,014016	245	2430 2250	0,0504 0,0545	mechanical joints
22	1 675 000 870 000	0,014340 0,014704	206	2010 1790	0,0513 0,0575	welded joints
23	1 139 000 1 005 000	0,014128 0,014496	206	2160 1920	0,0500 0,0536	« «
24	223 000 197 000	0,013632 0,017896	205	2580 736	0,0397 0,1392	mechanical joints
27	268 000 363 000 376 000	0,017832 0,013620 0,014060	204,8 156	751 2600 2220	0,1364 0,0300 0,0352	welded joints
29	888 000 1 013 000	0,013024 0,012400	153	3250 4155	0,0236 0,0184	« «
	210 000~ 1 085 000	0,016893	26,18	947	0,0138	Test setup of new steel pipe with threaded joints, without valves and fittings.
	160 000~ 417 000	0,017171	63,2	885	0,0357	

TABLE VI

Absolute roughness of steel pipe lines computed from tests on gas lines

	Absolute roughness k mm		Remark:
	min.	max.	
Test by M. Towl	—	0,123	natural gas line
Sármás—Torda natural gas line	0,1072	0,160	
Hamm—Hannover coal gas line	0,327	0,413	bituminous coating inside
Köln—Rheindorf coal gas line	0,400	0,517	
W. Germany	0,505	0,653	
Test by F. Homman	—	0,300	water turbine line
Big American natural gas line	0,0118	0,214	
American test setups	0,0138	0,036	
Tests by Galavics and Bauer	0,015	0,050	warm water heating line
For comparison :			
Practical flow equation of Weymouth ...	0,026	0,138	
According to Neumann valid for new steel pipe	0,04	—	
According to Neumann valid for coke oven gas line	—	0,500	

REFERENCES

1. *Brouwer :* Considération sur les formules de transport de gaz à haute pression. Bul. de l'Assoc. des Gaziers Belges, 1937, p. 176.

2. *Dr. Herning :* Bisherige praktische Erfahrungen über Druckverluste in Ferngasleitungen. Ges. Ber. aus Betr. u. Forsch. der Ruhrgas A. G., Essen.

3. *F. M. Towl :* Proceed. of Columbia University, 1911.

4. *Guman :* Zur Bestimmung der Reibungszahl in Ferngasleitungen. Z. VDI., Vol. 74. (1930) P. 107.

5. *Wunsch, Zipperer :* Versuch zur Bestimmung des Fortleitungswiderstandes der Ferngasleitung Hamm—Hannover. Z. GWF. 1932. P. 428.

6. *Wunsch, Kammüller, Herning :* Fortleitungsversuch zur Bestimmung des Reibungswiderstandes in Fernleitungen. Z. GWF. 1934. P. 537.

7. *Zipperer :* Erfahrungen und neue Erkenntnisse auf dem Gebiete der Gasfortleitung. Z. GWF. 1933. P. 176.

8. *J. Homann :* Z. VDI. 1938. P. 558.

9. *Johnson, Berwald :* Flow of natural gas through high pressure transmission lines. U. S. Depart of the Interior, Bureau of Mines Monograph 6. 1935.

10. *Neumann :* Die Berechnung der Druckverluste in Rohrleitungen. Arch. für das Eisenhüttenwesen, Vol. 12. (1938) P. 175.

11. *Weymouth :* Problems in natural gas engineering. Transact. Amer. Soc. of Mech. Eng. Vol. 34. (1912) P. 185.

12. *Motas, Guman, Erni :* Étude sur les gisements de gaz naturel de Transsylvanie. Inst. Nat. Roumain d'Énergie, Bucarest, 1929, P. 80.

13. *Johnson, Berwald :* Deviation of natural gas from Boyle's law. Bureau of Mines. Techn. Paper 539. 1932.

14. *G. G. Brown :* Natural Gas under pressure. Proc. Nineteenth annual convention. N. G. A. A. May 1940. and The Oil Weekly, dec. 30. 1940. P. 30.

15. *Nikuradse :* Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. Forschungsheft 356. VDI. Verl. 1932.

16. *Nikuradse :* Strömungsgesetze in rauhen Rohren. VDI. Forsch. Heft. 361. 1933.

17. *Colebrook, White :* Experiments with fluid friction in roughened pipes. Proc. Roy. Soc. London. A. 906. p. 367.

18. *Bauer, Galavics :* Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Rohrreibung von Heisswasserleitungen. Verl. Eidgen. Techn. Hochschule. Zürich. 1936.

SUMMARY

After exposing latest results of research into turbulent flow the author compares results of tests on natural gas and coke oven gas lines and computes from *Nikuradse*'s equation of the resistance factor the absolute roughness coefficients of the different lines, and after criticism of these data determines the absolute roughness coefficient of carefully laid natural gas lines of commercial steel pipe to be 0,08 *mm*. He determines the limit *Reynolds* number under which roughness has no influence on flow, and the resistance factor relative to smooth pipe is valid. After deriving the flow equation, the author proposes to apply in pipelining calculations, in the transitory section, the resistance factor valid in the range of the quadratic velocity law, instead of the variable friction factor valid in the former.

The author splits up the flow equation into two factors : the conductivity depends only on dimensions and quality of the line ; the pressure factor is a function of the pressure conditions prevalent in the line. A diagram has been plotted for expeditious determination of the line capacity (fig. 5) from which the conductivity of any line between 2,5—100 cm diameter and 10 m—10 000 km length can be read. Besides this the diagram represents the values of the constant resistance factor for pipelines of 0,08 mm absolute roughness as well as values of resistance factors valid in the smooth pipe section. The diagram has been plotted for gas of 0,65 sp. gr. relative to air, of + 9°C flow temperature and $900 \cdot 10^{-7}$ poises viscosity, but with help of the given correction factors it can be applied to any other gas. If the roughness coefficient of the gas differs from 0,08 mm, for which the diagram has been drawn, the correction factor relative to the actual roughness coefficient can be read off fig. 6. Several numerical examples illustrate the application of the graph to the solution of problems presenting themselves.

In computing very high pressure lines the author takes into account the deviation of gases from the ideal gas law. By integrating the differential equation of flow with consideration of the factor of supercompressibility of gases, he derives the gas throughput equations of very high pressure lines.

ПОТОК В ТРУБОПРОВОДАХ ТРУБОПРОВОДОВ ЕСТЕСТВЕННЫХ ГАЗОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ

Й. Гуман

Резюме

I-ая глава резюмирует результаты измерений сопротивления трубопровода проведенных до настоящего времени на действующих трубопроводах, сравнив их с уравнениями Никурадзе, и расчитанные из этого числа абсолютной шероховатости сводит в таблицы.

После критического разбора этих данных, автор определяет меру абсолютной шероховатости трубопроводов естественного газа, построенных из рыночных стальных труб возможно тщательным образом, что можно выразить числом $k = 0{,}08$.

Во II-ой главе содержится вывод уравнения потока — подстановкой найденного числа шероховатости и коэффициента сопротивления. Часовая подача газа в случае шероховатых труб при нормальных условиях — до предельного числа Рейнольдса, т. е. на участке гладкой трубы будет:

$$Q_0 = 8{,}4422 \left[2{,}96 + \log\left(\frac{Q_0\sqrt{\lambda_0}}{d}\right)\right] d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{TsL}}$$

и выше предельного числа Рейнольдса:

$$Q_0 = 8{,}4422\,(2{,}67 + \log\, d)\, d^{5/2} \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{TsL}}$$

где Q_0 — количество поданного газа в м³/час при $+15^0$ С и 760 тор нормальных условий

d — внутренний диаметр трубопровода в см;

T — абсолютная температура потока газа;

s — удельный вес газа, отнесенный к удельному весу воздуха;

L — длина трубопровода в км;

P_1 — начальное давление в ати;

P_2 — конечное давление в ати.

Вышеприведенное уравнение потока автор разбивает на два фактора, а именно: на проводимость, зависящую только от габаритов трубопровода и его качества (шероховатость), и на коэффициент напряжения, зависящий от господствующих в трубопроводе условий давления. Для возможности быстрого определения проводимости трубопроводов построена им диаграмма (рис. 5), с которой можно отсчитать проводимость любого трубопровода при длине трубопровода от 10 м — до 10 000 км и диаметра от 2,5 см — до 100 см. Кроме этого на диаграмме приводятся значения коэффициента постоянного сопротивления, в функции от d для трубопроводов с абсолютной шероховатостью равной $k = 0{,}08$ мм, а также значения коэффициентов сопротивления, действительных на гладком участке трубы, в функции от d и Q. На одельном масштабе нанесены значения $Re \cdot d$, из которых можно определить число Рейнольдса при делении на d. Диаграмма построена для газа с уд. весом, отнесенным к уд. весу воздуха равным $s = 0{,}65$, при температуре $+9^0$ С и вязкостью $900{,}10^{-7}$ пуаз, однако при помощи приведенных поправочных коэффициентов диаграмма может быть использована для любого газа. В случае если значение величины шероховатости трубопровода не 0,08 мм, на которое число и построена диаграмма, то на рис. 6 можно отсчитать относящийся к числу шероховатости поправочный коэффициент.

Наконец, в этой главе приводится множество разработанных примеров, которые иллюстрируют использование диаграммы для разрешения встречающихся проблем, причем для более сложных случаев приводятся для сравнения и численные решения.

III-ая глава занимается расчетом газопроводов сверхвысокого давления. Разбирая вопрос отклонения отдельных газов от идеального закона газов, автор выводит дифференциальное уравнение потоков с учетом коэффициента сверхсжимаемости газов, и, интегрируя его, получает уравнение подачи газа:

$$Q_0 = C \sqrt{\frac{d^5}{Ts\lambda L}\left[(P_1^2 - P_2^2) + \frac{2}{3k}(P_1^3 - P_2^3)\right]}$$

где k — постоянная, вычисленная из коэффициента сверхсжимаемости газов.

Автор предполагает, что до максимального давления, применяемого для газопроводов, т. е. до ок. 100 атм., коэффициент сверхсжимаемости газов с большим приближением пропорционален давлению газа.

NEUERE VERSUCHSERGEBNISSE UND PRAKTISCHE ERFAHRUNGEN AUF DEM GEBIETE DER ENTEISENUNG INDUSTRIELLER UND TRINKWÄSSER*

SZ. PAPP

(Eingegangen am 26. April 1952)

Die in der Natur vorkommenden Wasserarten, wie Grundwässer, Wässer von Schachtbrunnen und Tiefbohrungen verschiedener Tiefe, sowie die Oberflächenwässer sind für den unmittelbaren Verbrauch oft ungeeignet. Manchmal sind es bakteriologische Gesichtspunkte, zumeist aber die aggressiven Eigenschaften des Wassers, evtl. im Wasser gelöste schädliche Bestandteile, wie z. B. Eisen, Mangan, Kohlensäure, schwebende Bestandteile usw., die eine Reinigung notwendig machen, bevor das Wasser dem öffentlichen Verbrauch zugeführt werden kann.

Das frisch gepumpte oder durch eigenen Druck an die Oberfläche gelangte eisenhältige Wasser ist von jeder Trübung frei, vollkommen kristallklar. Sobald es sich aber mit Luft berührt, werden die im Wasser gelösten Ferroverbindungen sofort gemäss folgender Gleichung oxydiert :

$$2Fe(HCO_3)_2 + O + H_2O = 2Fe(OH)_3 + 4CO_2$$

Somit verwandelt sich das Ferrohydrokarbonat in unlösliches, braunes Ferrihydroxyd und Kohlendioxyd. Eisenhältige Wässer werden daher an der Luft zuerst schwach opalisierend, zeigen dann immer stärkere Brechung, hernach milchartige Trübung und nehmen langsam eine braune Färbung an, vielfach bildet sich an ihrer Oberfläche eine ölige, schwimmende Schicht, die nach einem längeren oder kürzeren Stehen sich in einem braunen, flockigen Niederschlag verwandelt. Dieser braune Niederschlag von Ferrihydroxyd setzt sich im Laufe einiger Stunden in Form eines schmutzig-braunen Niederschlags auf dem Boden des Gefässes ab, wobei das darüber stehende Wasser wieder klar wird ; der Niederschlag haftet so fest an den Gefässwänden, dass er sich mit mechanischen Mitteln nicht leicht entfernen lässt. Schon ein Gehalt von 0,5 mg/l Eisen kann eine solche Trübung hervorrufen und dabei dem Wasser einen eigenartigen Metallgeschmack verleihen. Bei grösserem Eisengehalt (über 1 mg/l) nimmt

* Teilweise vorgetragen in einer Sitzung der Abteilung für Ingenieurwissenschaften der Ungarischen Akademie der Wissenschaften in Budapest am 13. Dez. 1951.

das Wasser einen sehr unangenehmen Geschmack an. Der Gebrauch von eisenhältigem Wasser für Haushaltszwecke ist noch heikler, zumal schon ein ganz geringer Eisengehalt in gewissen Fällen (Kochen von Kaffee, Tee usw.) Störungen verursacht und bei der Wäsche an den Kleidern und Wäsche braune Flecken hervorrufen kann.

Durch Leitungen geführte eisenhältige Wässer, besonders im Falle, wenn der Eisengehalt 1 mg/l übersteigt, können bereits bedeutende Schwierigkeiten auch technischer Art verursachen. In solchen Wässern vermehren sich die Eisenbakterien rasch und bringen das Eisen schon innerhalb der Rohrleitung in Form von Ferrihydroxyd zur Abscheidung, das als braune schlammige Masse den Querschnitt des Rohres dermassen verengen kann, dass völlige Verstopfung stattfindet.

Für zahlreiche Industriezweige ist das eisenhältige Wasser völlig unbrauchbar. So können z. B. Wäschereien, Bäder und Schwimmschulen, Farben-, Leder-, Stärke-, Leim-, Papier- und Glasfabriken eisenhältiges Wasser nicht benützen. In der Lebensmittelindustrie, in Milchbetrieben, bei der Erzeugung von Butter, Käse, Bier, Sodawasser und Likören, in Zucker- und Kunsteisfabriken wirkt Eisen sehr störend und kann grosse Schäden verursachen. Es ist daher erforderlich die eisenhältigen Wässer vor Gebrauch zu enteisnen.

Die Enteisenung besteht eigentlich aus drei Operationen. Undzwar:

1. Oxydation der Ferrosalze,
2. Filtrierbarmachen des abgeschiedenen kolloidalen Ferrihydroxyds,
3. Filtrieren.

Demnach wirken die Enteisenungsapparate im wesentlichen wie folgt. Sie oxydierten in der zumeist Ferrohydrokarbonat, -chlorid oder -sulfat enthaltenden Wässern das zweiwertige Eisen mit Hilfe des Luftsauerstoffes zu dreiwertigem Eisen, wobei kolloidal gelöste Ferriverbindungen entstehen. Die letzteren koagulieren nach längerer Zeit und setzen sich in filtrierbarer Form ab. Dieser koagulierte und abgesetzte Niederschlag wird sodann von der in den Apparat eingesetzten Filtriermasse abfiltriert.

Die Enteisenung selbst wird in offenen Becken oder geschlossenen Standgefässen ausgeführt. Bei offenen Gefässen lässt man das Wasser aus einer bestimmten Höhe herunterrieseln, wobei der Sauerstoff der Luft die Ferrosalze oxydiert. Die entstandenen kolloidalen Ferriverbindungen koagulieren hernach in der sogenannten Reaktionskammer und in einem offenen Becken. Das ist ein ziemlich langsamer Vorgang. Hiernach wird der koagulierte Niederschlag von Ferrihydroxyd in mit Filtermasse gefüllten Reservoirs aus dem Wasser herausfiltriert. In geschlossenen Gefässen oxydiert man durch Einblasen von Luft und entfernt sodann das abgeschiedene Eisenhydroxyd ebenfalls durch Filtrieren. Als Filtermasse pflegt man sowohl in offenen, wie in geschlossenen Vorrichtungen zumeist Sand, Kies, Koks, Aktivkohle, Lavaschlacke, Trümmer aus Ziegelstein,

Glas oder Porzellan usw. zu verwenden. Der Bau derartiger Enteisenungsanlagen ist wegen der grossen Anmessungen der Rieseltürme, Reaktionsbecken, Filtrierreservoirs und Luftkompressoren ausserordentlich kostspielig.

Verfasser hat es daher unternommen, zwecks Erleichterung der Enteisenung der industriellen und Trinkwässer und zwecks Ausmerzung der Unvollkommenheiten der alten Anlagen einen mit kleinerem Kapitalaufwand beschaffbaren Apparat, bzw. ein geeignetes, zur Enteisenung dienendes Filtermaterial aufzufinden, die für eine Anwendung in weiten Grenzen geeignet sein sollen. Nachdem aber die Möglichkeit der Ausführung aller drei Phasen der Enteisenung in einfacheren Anlagen auf rein physikalischem Wege nicht zu erwarten war, musste nach einem Filtermaterial gesucht werden, das nicht nur aus rein physikalischem, sondern auch auf chemischem Wege an den einzelnen Operationen der Enteisenung Anteil hat, wodurch die Leistungsfähigkeit der Apparate erhöht werden soll.

Ferriverbindungen lassen sich bekannterweise aus alkalischen Lösungen in gut filtrierbarer Form vollkommen und rasch ausfällen. Daher haben sich die Bemühungen des Verfassers darauf gerichtet, einen in Wasser nicht oder nur wenig löslichen Stoff zu finden, der durch Bindung der freien Kohlensäure das Wasser alkalischer macht, d. h. seinen p_H-Wert erhöht. Natürlich muss die Erhöhung des p_H-Wertes innerhalb von bestimmten Grenzen bleiben, damit der Wohlgeschmack des Wassers nicht beeinträchtigt wird.

Von zahlreichen ausprobierten, in Wasser unlöslichen oder nur wenig löslichen, genügend harten, in körniger Form herstellbaren Stoffen, die fähig sind den Gehalt des Wassers an freier Kohlensäure zu binden und so den p_H-Wert des Wassers zu erhöhen, wurde als besonders geeignet ein bis zur Sinterung gebranntes Magnesiumoxyd mit bestimmten Eisenoxydgehalt gefunden, das mit Wasser nicht mehr reagiert, sondern lediglich dessen Gehalt an freier Kohlensäure bindet. Es ist also nicht von dem bei niedriger Temperatur gebrannten und so lediglich dekarbonisierten Magnesit, d. h. kaustischen Magnesiumoxyd die Rede, sondern von einem, durch Erhitzen bis zur Temperatur der Sinterung seiner Reaktionsfähigkeit fast völlig beraubten, sehr harten, wenig stäubenden, zu körniger Form zermalmbaren, eisenhältigen Magnesiumoxyd. Sehr wichtig ist hierbei der Eisengehalt, mit dem die Beibehaltung der geringen Reaktionsfähigkeit verbunden ist. Ein eisenfreies oder wenig (1—2%) Eisen enthaltendes Magnesiumkarbonat hat eine dermassen hohe Sinterungstemperatur, dass das bis zur Sinterung gebrannte Produkt völlig reaktionsunfähig ist. Mit der Erhöhung des Eisengehaltes erniedrigt sich jedoch die Schwindungstemperatur mehr und mehr und es entsteht ein Produkt, das mit dem Wasser kaum, mit dem freien Kohlensäuregehalt des Wassers aber sehr leicht reagiert und das letztere in Form von Magnesiumhydrokarbonat nach folgender Gleichung bindet:

$$MgO + 2CO_2 + H_2O = Mg(HCO_3)_2$$

Hierbei wird das Magnesiumoxyd zu einem natürlichen, gelösten Bestandteil des Wassers und es gelangt keinerlei anderer fremder Stoff in das Wasser. Infolge Bindung der freien Kohlensäure kann der p_H-Wert des Wassers bis zu 7,9 steigen. Diese geringe Erhöhung des p_H-Wertes bringt gerade optimale Bedingungen für die Enteisenung zustande, ohne den Geschmack des Wassers zu beeinträchtigen, zumal bekanntlicherweise auch der p_H-Wert weicher und im Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht befindlicher Wässer 8,0 nahezu erreicht.

Die durch die deutschen Magno-Werke in Verkehr gebrachte Magno-Masse, die aus bei 450°C gebranntem Dolomit besteht, erhöht wegen des beim Erhitzen unvermeidlicherweise entstehenden Kalziumoxyds die Alkalität des Wassers während des Filtrierens besonders anfänglich und verleiht dadurch dem Wasser einen bitteren und beissenden Geschmack. Im überalkalisierten Wasser backt die Masse infolge der Karbonatausscheidungen stark zusammen. Nach dem Auslaugen des Kalziumoxyds und des wenigen Magnesiumoxyds sinkt die Fähigkeit zur Bindung von Säure und daher die Wirksamkeit der Masse rapid. Die chemische Zusammensetzung der Masse ist die folgende : $CaCO_3$ 61,59%, $MgCO_3$ 18,06%, MgO 3,47%, Al_2O_3 10,56%, Fe_2O_3 0,58%, in Salzsäure unlöslicher Rest 5,76%.

Das bis zur Sinterung gebrannte, Eisenoxyd enthaltende Magnesiumoxyd behält seine säurebindende Fähigkeit bis zur vollständigen Auflösung. Es löst sich in verdünnter kalter Salzsäure kaum, wodurch es leicht zu reinigen ist. Infolge seiner säurebindenden Fähigkeit zerstört es selbsverständlich das im Wasser bestehende Kalk-Kohlensäure Gleichgewicht, da besonders anfänglich, solange die sogenannte Einarbeitung des Filtriermaterials noch nicht eingetreten ist, das gebrannte Eisenoxyd nicht nur die überschüssige freie Kohlensäure, welche sich gegenüber dem Kalk aggressiv verhält, sondern auch die zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichtes benötigte zugehörige Kohlensäure bindet. Auf diese Weise scheidet sich infolge der Störung des Gleichgewichtes Kalziumkarbonat aus dem Wasser ab ; das letztere setzt sich auf die Oberfläche der Magnesiumoxydkörner ab, wodurch nicht nur die Berührungsfläche verkleinert wird, sondern auch ein Zusammenbacken der Körner bewirkt wird. Um das derart eintretende Zusammenbacken der Körner zu verhindern, schien es notwendig das Magnesiumoxyd noch mit einem neutralen körnigen Material im Verhältnis 1 : 1 zu vermischen. Zu diesem Zwecke erschien reingewaschener Quarzgrus als geeignet. Die Bindung des Gehaltes des Wassers an freier Kohlensäure erfolgt in erster Linie unmittelbar an der Oberfläche der Magnesiumoxydkörner und wird daher auch das Kalziumkarbonat besonders im Falle, dass das Wasser unbewegt ist (z. B. während der nächtlichen Betriebspause) sich an der Oberfläche des Magnesiumoxyds ausscheiden. In solchem Falle verhindern die, die Magnesiumoxydkörner voneinander trennenden Kieskörner das Zusammenbacken, nachdem an der Oberfläche der Kieskörner keine Kalziumkarbonatabscheidung eintritt. Somit besteht das Filtriermaterial des Verfassers aus einem

mit Quarzgrus vermengten thermisch behandelten Ferrum-Magnesium-Oxyd, das kurz mit der, aus den ersten Silben der drei Elemente gebildeten Bezeichnung *Fermago* [1] bezeichnet werden soll.

Die Bindung des Gehaltes des Wassers an freier Kohlensäure, d. h. die Erhöhung des p_H-Wertes des Wassers, hat in erster Linie vom Gesichtspunkt der Oxydation eine grosse Bedeutung, weil dies die Oxydation der Ferroverbindungen mittels ganz geringen Luftmengen ermöglicht, zumal die Ferrosalze in mehr alkalischer Lösung sich viel rascher oxydieren, als in neutraler oder saurer Umgebung. In diesem Falle genügt für die Oxydation sozusagen schon die theoretisch berechnete Luftmenge. Der grössere p_H-Wert befördert ausserdem das Koagulieren des kolloidal ausgeschiedenen Eisenhydroxyds, was in neutraler oder kohlensaurer Lösung ebenfalls ein sehr langsamer Vorgang ist : somit wird die Abscheidung des Eisens ganz ausserordentlich beschleunigt und das Abfiltrieren erleichtert. Das Fermago selbst, das die nötige Härte und Körnigkeit besitzt, lässt sich sogleich auch zum Abfiltrieren des ausgeschiedenen Eisenhydroxyds verwenden, so zwar, dass das in den höheren Schichten entstandene Eisenhydroxyd von den unteren Schichten zurückgehalten wird. Das ausgeschiedene Eisenhydroxyd setzt sich auf den Körnern ab und überzieht die Oberfläche des Fermago mit einer Haut, was das Abfiltrieren des Ferrihydroxyds infolge der absorptiven Wirkung dieser Haut noch vollkommener macht.

Somit bewirkt, bzw. befördert das Filtriermaterial Fermago für sich allein die Enteisenung des Wassers, indem es die Oxydation des Eisens erleichtert, die Abscheidung und Koagulierung des kolloidalen Eisenhydroxyds bewirkt und das ausgeschiedene Eisenhydroxyd aus dem Wasser abfiltriert. Wo die Verbindungen sich eigenartig in organischer Bindung befinden und ausserdem das Wasser viel organische Substanz und Humussäure enthält, ist selbstverständlich noch eine vorhergehende Behandlung mit Aluminiumsulfat oder Eisenchlorid, evtl. mit Oxydationsmitteln erforderlich.

Fermago lässt sich als Filtriermaterial sowohl in geschlossenen wie in offenen Apparaten verwenden. Da nun die geschlossenen Apparate weniger Einrichtung und kleineren Raum beanspruchen und auch vom hygienischen Gesichtspunkte einwandfreier sind, hat Verfasser die Anwendung in erster Linie für geschlossene Apparate ausgearbeitet. Fermago kommt in zerstampftem und ausgesiebtem Zustande, mit einer Korngrösse von 0,5—1,5 mm, 1,5—3 mm und über 5 mm in den Verkehr. Nachdem die Wirksamkeit des Materials ausschliesslich der Grösse der Oberfläche proportional ist, ist bei Wässern von grossem Kohlensäuregehalt der Gebrauch von kleinerem Korn und grösserer Oberfläche vorteilhafter. Selbstverständlich müssen jederzeit auch die Betriebsverhältnisse in Betracht gezogen werden, zumal dort, wo der zur Verfügung stehende Wasserdruck klein ist, nur Material von gröberem Korn in vorteilhafter Weise verwendet werden kann.

Die zur Aufnahme des Filtriermaterials dienenden, mit abmontierbarem Deckel und Mannloch versehenen, zumeist aus Eisenblech angefertigten zylinderförmigen Standgefässe lassen sich in den verschiedensten Abmessungen herstellen. Nachdem das Ausmass der Enteisenung von der Grösse der Oberfläche des Filtriermaterials, der Dicke der Filtrierschicht und von der Zeitdauer der Berührung von Wasser und Material, d. h. von der Filtriergeschwindigkeit abhängt, müssen die Behälter in Anpassung an die Raum- und Betriebsverhältnisse ausser der Qualität des Wassers auch unter Berücksichtigung aller dieser Gesichtspunkte dimensioniert werden.

Aus den Versuchen des Verfassers und aus den praktischen Erfahrungen hat sich ergeben, dass im grossen und ganzen bei einem Gehalt an freier Kohlensäure bis zu 30 mg/l und bei einem Eisengehalt bis zu 5 mg/l zur Erzielung einer Leistung von 1 m^3/Stunde 300 kg Fermago von der Korngrösse 1,5—3 mm erforderlich sind. Je weitere 30 mg/l freie Kohlensäure erhöhen die Menge des erforderlichen Fermago um 30% und je weitere 5 mg/l Eisen um 10%. 30 mg/l freie Kohlensäure entsprechen dem Gehalt an zugehöriger Kohlensäure eines Wassers, das eine veränderliche Härte von 15 deutschen Härtegraden besitzt. Infolgedessen wird für die Enteisenung von härteren Wässern, deren Gehalt an zugehöriger Kohlensäure ein höherer ist, mehr Filtriermaterial benötigt. Dies hat seinen Grund grösstenteils in dem Umstande, dass — wie wir später in dem Kapitel über Entsäuerung sehen werden — das eingearbeitete Fermago die Wässer von verschiedener Härte gerade bis zum Gleichgewichtszustand entsäuert und daher der p_H-Wert der entsäuerten Wässer nicht höher anwachsen kann, als dem pH-Wert des Gleichgewichtszustandes entspricht. Nun ist in Wässern deren Härte 15 Grade übersteigt, der dem Gleichgewicht entsprechende p_H-Wert noch nicht hoch genug, um die Oxydation des Eisens und somit dessen Abscheidung in höherem Masse zu befördern und ist es daher notwendig um diesen Mangel auszugleichen, die Zeitdauer der Berührung, d. h. die Menge des Fermago zu erhöhen. Bei Wässern hingegen, deren Härte weniger als 15 Grade beträgt, tritt das Gleichgewicht bei Erreichung von $p_H = 7{,}5—7{,}9$ ein; dieser Wert ist für die Ausscheidung des Eisens wesentlich günstiger. Der Zerfall des Ferrohydrokarbonats bzw. dessen Umwandlung zu Ferrihydroxyd geht mit dem Freiwerden von Kohlensäure einher. Undzwar lässt je 1 mg/l Eisen 1,6 mg/l Kohlendioxyd frei werden und darum erhöht sich die benötigte Menge von Fermago auch mit dem Eisengehalt.

Die zur Aufnahme des Filtriermaterials dienenden, zylinderförmigen Eisenblechbehälter können je nach der geforderten Leistung eine Höhe von 1—5 m und einen Durchmesser von 0,3—3 m haben. Bei ihrer Dimensionierung ist auch noch das Volumgewicht des Fermago zu berücksichtigen, das bei einer Körngrösse von 1,5—3 mm 1300 kg/m^3 beträgt. Demnach wird für die Erzielung einer Leistung von 1 m^3/St. 300 kg Fermago mit einem Volumen von 230 l benötigt. Man muss jedoch bei der Dimensionierung für je 1 m^3/St. Leistung

250 l Volumen nehmen, damit oberhalb des Fermago genügend freier Raum bleibt und beim Ausspülen des Fermago kein Materialverlust eintritt. Demnach beruht die Dimensionierung auf folgenden Formeln;

$$v = 250\ n \quad \text{und} \quad m = 300\ n$$

Hierbei ist n die gewünschte Leistung in m^3/St., v das Volumen des Behälters in l, m die Menge des Fermago in kg. Die Form des Behälters wird zweckmässigerweise derart gewählt, dass der Durchmesser der Bodenfläche ungefähr die Hälfte der Höhe des Behälters ausmacht.

Einen wesentlichen Teil des Enteisenungsbehälters bildet noch die am Boden des Behälters angeordnete Siebplatte, die genügend Festigkeit haben muss, um das Filtriermaterial tragen zu können. Hierzu dient ein zwischen zwei perforierte Eisenbleche eingefasstes Siebgewebe aus Messing oder Bronze, und bei grösseren Apparaten ein aus Porzellan oder einem anderen Material hergestellter, mit Mundstücken versehener Betonboden. Derselbe darf aus praktischen Gründen der Wasserbewegung nur geringen Widerstand leisten, damit auch ein kräftiges Spülen im Gegenstrom ermöglicht wird.

Die zur Oxydation benötigte geringe Luftmenge wird durch eine Luftpumpe, einen Injektor oder ein Saugventil geliefert. Die Luftpumpe oder der Injektor führen die Luft der zum Behälter führenden Druckleitung zu, damit die Luft Gelegenheit hat sich noch unterwegs zu lösen. Im Falle der Anwendung eines Saugventils wird das letztere an das Saugrohr der das Wasser hebenden Vorrichtung (Hand- oder Motorpumpe) montiert, wodurch mit dem Wasser zusammen auch etwas Luft in den Arbeitszylinder gerät, von wo die Luft mit Wasser gemischt in den Enteisenungsbehälter kommt. Die überschüssige Luft entfernt sich sodann im Wege des auf die Deckplatte des Behälters montierten Entlüfters.

Der derart ausgerüstete Apparat arbeitet in der Weise, dass das zu enteisenende Wasser auf die Oberfläche des Filtriermaterials Fermago geführt wird, von wo das Wasser nach unten fortschreitend einen Teil seines Kohlensäuregehaltes durch Bindung dessen verliert, sein Eisengehalt sich abscheidet und dieses schliesslich abfiltriert wird. Die Menge des abgeschiedenen und sich zwischen den Körnern des Filtriermaterials Fermago absetzenden Eisens wächst ständig, sodass das durch den Apparat strömende Wasser auf einen sich stets vergrössernden Widerstand trifft. Demzufolge müssen die ausgeschiedenen Eisenverbindungen zeitweise nach einer bestimmten Betriebsdauer aus dem Behälter ausgewaschen werden, was durch einfache Gegenstromspülung geschieht. Zweckmässigerweise wird mit filtriertem, in einem Reservoir oder Wasserturm gesammelten Wasser gespült, wobei es wünschenswert ist, dass die Strömungsgeschwindigkeit des Spülwassers mindestens das doppelte der Filtriergeschwindigkeit betrage. Lässt sich das nicht verwirklichen, dann kann man das Spülen durch Einblasen von Luft wirksamer gestalten und ist dies bei grösseren Anlagen

auch unbedingt erforderlich. Die Luft wird mit Hilfe eines Kompressors zugleich mit dem Wasser in den Behälter gedrückt. Hierbei werden die Fermagokörner durch die Luft von ihrer Stelle gerückt, das angesetzte Eisenhydroxyd lockert sich und wird so durch das Wasser leichter abgespült. Das Spülen wird so lange fortgesetzt, bis sich das durch den Spülhahn abfliessende Wasser vollkommen klar zeigt. Im Falle Luft eingeblasen wird, wird wesentlich weniger Spülwasser benötigt und auch die Spüldauer vermindert sich. Während zum einfachen Spülen im Gegenstrom 1—2% der behandelten Wassermengen benötigt werden, erniedrigt sich bei Einblasen von Luft die benötigte Spülwassermenge auf etwa 0,5%. Die Länge der Betriebsdauer, nach welcher gespült werden muss, richtet sich nach der Grösse der Apparate, nach dem Eisengehalt der filtrierten Wässer, sowie nach dem Ausmasse des Gebrauches.

Im Wasser unserer Schachtbrunnen oder Tiefbohrungen verursacht aber nicht nur der Eisengehalt eine Verschlechterung der Qualität des Wassers, sondern es spielt hierbei auch der Mangangehalt des Wassers eine Rolle. In den verschiedenen Wasserarten kommt Mangan als Hydrokarbonat, Sulfat oder organisch gebunden zumeist als Begleiter des Eisens vor. Hauptquelle der Manganverbindungen sind die im Boden zerstreut vorkommenden, manganhältigen Körner von Brauneisenerz. Diese werden infolge der mit den Schwankungen des Grundwasserniveaus einhergehenden Oxydations- und Reduktionsprozesse aus dem Boden ausgelaugt und gelangen zusammen mit dem Eisen in das Grundwasser. Das in den Wässern der tieferen Schichten enthaltene Mangan kann auch aus zerfallenden pflanzlichen Stoffen herrühren.

Der Mangangehalt des Wassers, ebenso wie sein Eisengehalt, ist in hygienischer Beziehung bedeutungslos. Er kann jedoch in Industrie- und Leitungswässern Störungen hervorrufen, falls seine Menge 0,2 mg/l übersteigt. Die meisten manganhältigen natürlichen Wässer sind vollkommen durchsichtig und kristallklar. Sobald sie aber mit alkalischen Stoffen (Beton) und mit viel Luft oder mit Manganbakterien in Berührung kommen, scheidet sich — ähnlich wie Eisen — Mangan aus und zwar in Form von Manganomanganioxyd, das das Wasser schwarz färbt. Ist Mangan nur in kleiner Menge zugegen, so entsteht zumeist ein schwärzlicher Schaum, der jedoch das Wasser bereits ungeniessbar, für Haushaltungs- und industrielle Zwecke unbrauchbar macht und eine Gelbfärbung der Wäsche oder gelbe Flecken in diesen hervorruft. Daher können vor allem Wäschereien, Bleichereien und Färbereien, Film-, Stärke- und Papierfabriken manganhältiges Wasser nicht verwenden.

In Leitungswässern mit Mangangehalt kann den Eisenbakterien ähnlich eine ganze Reihe von Manganbakterien auftreten, welche die Mangansalze zu Manganoxyd oxydieren, dieses aus dem Wasser ausfällen und sich derart vermehren können, dass sie mit dem ausgefällten Manganoxyd zusammen die Verstopfung der Leitung bewirken können. Ihre Gegenwart beeinträchtigt auch den Geschmack des Wassers stark, ja es kann das Wasser bei Auftreten einer

grösseren Menge von Manganbakterien völlig ungeniessbar werden. Daher müssen manganhältige Wässer vor Gebrauch entmanganisiert werden.

Die Entmanganisierung besteht ähnlich der Enteisenung hauptsächlich aus Lüftung und Filtrierung. Das Mangan scheidet sich jedoch viel langsamer und schwerer aus, als das Eisen, besonders wenn es nicht in Form von Hydrokarbonat, sondern eines anderen Salzes, z. B. Sulfat zugegen ist. Die erste Phase der Entmanganisierung ist ebenfalls ein Oxydationsvorgang, bei welchem das zweiwertige Manganoion zu vierwertigem Manganiion oxydiert wird. Die Oxydation geht aber viel schwerer vor sich, als beim Eisen, so zwar, dass das Manganoion sich in schwach kohlensauren oder ganz neutralen Wässern überhaupt nicht oxydiert. Aus diesem Grunde wurde bei den bisherigen Verfahren zur Entfernung des Mangans der Absorption eine grosse Rolle zugewiesen und hat sich zu diesem Zwecke das Mangandioxyd (Braunstein) als besonders geeignet erwiesen. Daher verwendet man als Filtermaterial zumeist Mangandioxyd in Form von natürlichem Braunstein oder von sogenanntem eingearbeitetem Kies. Eingearbeiteter Kies besteht aus Körnern, auf deren Oberfläche Mangandioxyd künstlich niedergeschlagen wurde. Die im Wasser gelösten Manganosalze oxydieren sich auf der aus natürlichem (Braunstein) oder künstlichem (eingearbeiteter Kies) Mangandioxyd bestehenden Filterschicht in zwei Phasen. Die erste Phase besteht aus der Absorption der zweiwertigen Manganoionen an der Mangandioxydschicht, während in der zweiten Phase die absorbierten Manganoionen sich zu Mangandioxyd oxydieren. Die Oxydation wird teils von der in das Wasser eingeblasenen oder mittels eines Rieselverfahrens absorbierten Luft, teils durch den Braunstein oder den eingearbeiteten Kies bewirkt, wobei es sich zum Teil um einen katalytischen Prozess handelt, bei dem der Braunstein, bzw. der eingearbeitete Quarzkies sich desoxydiert.

Somit verliert das Mangandioxyd, einerlei ob man es in Form von eingearbeitetem Quarzkies oder von natürlichem Braunstein anwendet, nach einer gewissen Zeit die Fähigkeit weiteres Mangan abzuscheiden. Daher muss das Filtermaterial zwecks Wiederherstellung der Mangandioxydschicht mittels Kaliumpermanganatlösung von Zeit zu Zeit regeneriert werden. Das Kaliumpermanganat ist eine ziemlich teuere Chemikalie, daher ist der Betrieb der mit Mangandioxyd betriebenen, mit Luftsauerstoff arbeitenden Entmanganisierungsanlagen recht kostspielig. Die Unkosten werden durch den Umstand noch weiter erhöht, dass die auf Absorptionswirkung beruhende Entmanganung sich nicht gleichzeitig mit der Enteisenung auf der gleichen Filtermasse ausführen lässt, zumal das sich abscheidende Eisenhydroxyd sich auf die Mangandioxydschicht absetzen und deren absorbierende Wirkung vermindern, sogar ganz zunichtemachen könnte. Daher ist es erforderlich, das zu entmanganisierende Wasser vorher zu enteisnen.

Die Entmanganisierung lässt sich auch mittels Zugabe von Chemikalien ausführen. Besonders im Falle des Vorhandenseins von in organischer Bindung

befindlichen, schwer abtrennbaren Mangansalzen, wenn die Anwesenheit von Schutzkolloiden im Wasser möglich ist, pflegt man die Abscheidung des Mangans durch Zugabe von Aluminiumsulfat, Kalziumhydroxyd und Kaliumpermanganat zu befördern. Die Verwendung von Manganpermutit erfordert ebenfalls häufiges Regenerieren, was den Betrieb kostspielig gestaltet. Ferner werden noch biologische Verfahren angewendet, welche auf der Eigenschaft der Manganbakterien beruhen, dass sie das Mangan zu oxydieren und auf diese Weise aus dem Wasser auszuscheiden befähigt sind.

Zur Erleichterung des Entmanganisierens, ist es noch erforderlich die zu reinigenden Wässer gründlich zu entsäuern, da, wie aus den Versuchen von *Olszewszky* [2] bekannt, das Mangan sich nur aus Wässern von einem p_H-Wert über 7,5 vollkommen abscheidet. Aus dem obigen ist bekannt, dass das Filtermaterial Fermago infolge seiner starken säurebindenden Fähigkeit befähigt ist, den p_H-Wert des Wassers im Falle weicherer Wässer bis zu 7,6—7,9 zu erhöhen, so, dass das Wasser zur Entmanganung geeignet gemacht wird. Ferner ist aus den Versuchen von *Tillmans* [3] bekannt, dass die absorptive Wirkung der das Mangan katalytisch oxydierenden Mangandioxydschicht proportional mit dem p_H-Wert des Wassers zunimmt, daher wirkt die Einschaltung des Filtermaterials Fermago in Richtung der Erhöhung der Filtergeschwindigkeit der mit Mangandioxydschichten arbeitenden Apparate und können daher zwecks Erzielung der gleichen Leistung kleinere Behälter angewendet werden. Doch bedarf es, wie wir noch sehen werden, nach dem Filtrieren mit Fermago nur dann der Einschaltung einer Mangandioxydschicht, wenn der Mangangehalt des Wassers gross ist und zugleich nur wenig Eisen gegenwärtig ist. In schwach alkalischen Wässern mit durch die Einwirkung von Fermago erhöhtem p_H-Wert, scheidet sich nämlich aus den Mangansalzen ein kolloidales Manganhydroxyd — $Mn(OH)_2$ — von sehr feiner Verteilung aus, das mit der dem Wasser zugeführten minimalen Luftmenge sich in kolloidales Manganioxyhydroxyd, bzw. kolloidales Manganomanganioxyd verwandelt, gemäss den hier folgenden Reaktionsgleichungen:

$$Mn(OH)_2 + O = MnO(OH)_2$$

$$MnO(OH)_2 + Mn(OH)_2 = Mn_2O_3 + 2H_2O$$

Das Manganomanganioxyd (Mn_2O_3) ballt sich jedoch bei einem p_H-Wert unter 8,0 auch nach längerer Zeit noch nicht zusammen, wird daher nicht filtrierbar. Hier aber kommt uns die natürliche Gegebenheit zur Hilfe, wonach Mangan nur sehr selten ohne Eisen vorkommt, vielmehr sich in den verschiedenen Wässern in der Regel in viel kleinerer Menge als das Eisen, als dessen Begleiter vorfindet. Aus dem bei Behandlung der Enteisenung gesagtem wissen wir, dass das kolloidale Ferrihydroxyd schon bei $p_H = 7{,}6$ augenblicklich koaguliert, d. h. filtrierbar wird. Nun aber reissen die sich gleichzeitig

niederschlagenden Ferrihydroxydteilchen auch das kolloidal-disperse, in geringerer Menge gegenwärtige Manganomanganioxyd mit sich, fällen es aus und machen dadurch das geklärte Wasser zur Filtrierung durch das Fermago geeignet. Auf diese Weise bewirkt das Fermago die Enteisenung und Entmanganung in ein und demselben Apparat mit Hilfe einer einzigen Operation, ohne dass die Zwischenschaltung einer Kontaktschicht erforderlich wäre. Es bilden Ausnahme nur die in organischer Bindung befindliche, allenfalls durch Schutzkolloide geschützte Mangansalze, zu deren Ausscheidung eine Mangandioxyschicht, evtl. auch die Behandlung des Wassers mit den erwähnten Chemikalien erforderlich ist.

In Bezug auf die Dimensionierung, Ausrüstung, Betrieb und Spülung im Gegenstrom des Filtriergefässes gilt das gleiche, was bei der Enteisenung gesagt wurde.

Aus dem gesagten wird klar sein, dass zwecks leichterer Entfernung der die Qualität des Wassers beeinträchtigenden Eisen- und Manganverbindungen eine vorhergehende Entsäuerung des Wassers erforderlich ist. Das Entsäuern hat ausserdem auch vom Gesichtspunkt des Schutzes der Einrichtungen eine gewisse Bedeutung, zumal die in der Natur vorkommenden, durch Kesselbrunnen oder Bohrbrunnen erschlossenen, verschiedenen Wasserarten freie Kohlensäure stets in grösserer oder kleinerer Menge enthalten und daher gegenüber den mit ihnen in Berührung kommenden Stoffen, wie metallische Leitungen, Eternitrohre, Betonstandgefässe usw. aggressiv wirken können. Daher bildet das Entsäuern eine wichtige chemisch-technische Aufgabe der Wasserversorgung mittels Wasserleitungen, wobei diese Probleme bei Anwendung von Blei-, Kupfer- und Zinkrohren, sowie Hähnen und Überzügen aus gleichen Materialien auch eine hygienische Bedeutung hat, wie das aus zahlreichen, im Auslande vorgekommenen Vorfällen hervorgeht (z. B. Bleivergiftungen in Leipzig und Frankfurt).

Die Entsäuerung erfolgt zumeist durch Lüftung vermittels Rieselns oder Einblasens von Luft. Aus weichen Wässern lässt sich die aggressive Kohlensäure durch blosse Lüftung nicht vollständig entfernen, sodass in solchen Fällen das Wasser durch mit Marmorgrus, d. h. Kalziumkarbonat gefüllte Standgefässe filtriert wird. Das Kalziumkarbonat bindet den gegenüber Kalk aggressiven Kohlensäuregehalt des Wassers und verwandelt sich in Kalziumhydrokarbonat gemäss der folgenden Gleichung ;

$$CaCO_3 + CO_2 + H_2O = Ca(HCO_3)_2$$

Diese Reaktion spielt sich in härteren Wässern kaum ab, während für weichere Wässer wegen der geringen Reaktionsgeschwindigkeit grosse Mengen von Kalziumkarbonat, demnach Gefässe von grossen Abmessungen benötigt werden, was die Einrichtung ebenso kostspielig macht, wie der Bau und Betrieb von Rieseltürmen, Lüftungskammern und Luftkompressoren.

Man pflegt zum Entsäuern auch noch gesättigtes Kalkwasser, Soda oder Natronlösung zu verwenden, besonders nach mit Klären verbundener Aluminiumsulfat oder Eisenchlorid Behandlung. In solchen Fällen bedarf aber der Betrieb, ungeachtet der gebräuchlichen vielfachen automatischen Dosiervorrichtungen, einer ständigen Kontrolle um die Überalkalisierung des Wassers zu verhüten. Das würde nämlich in gewissen Fällen im Leitungsnetz eine übermässige Kalziumkarbonatabscheidung hervorrufen, was nach längerer Zeit sehr unangenehme Wirkungen (Verengerung des Rohrprofils, Störung des Wasseruhrmechanismus usw.) haben könnte.

Die Fähigkeit des Fermago Säuren zu binden, ist eine Folge der Reaktion, die sich zwischen Magnesiumoxyd und freier Kohlensäure abspielt. Hierbei kann eine übermässige Alkalisierung nicht eintreten, da die Löslichkeit des Magnesiumhydroxyds in Wasser sehr gering ist und überdies eine Entstehung von Magnesiumhydroxyd schon durch das Erhitzen auf der Sintertemperatur fast völlig ausgeschaltet erscheint.

Ein grosser Vorteil des Filtriermaterials Fermago ist der Umstand, dass dieses Material seine entsäuernde Wirkung derart ausübt, dass es lediglich die gegenüber Kalk aggressiv wirkende Kohlensäure bindet, nicht aber die zugehörige Kohlensäure. Somit verlässt das Wasser das Fermagofilter im Zustande eines Kalk-Kohlensäure-Gleichgewichtes, was sehr günstig wirkt, da im Leitungsnetz keinerlei schädliche, die Verengerung des Rohrprofils und sonstige Störungen bewirkende Kalziumkarbonatablagerungen zu befürchten sind. Diese Regulierfähigkeit des Fermago kommt dadurch zustande, dass anfänglich, solange das Filter noch nicht eingearbeitet ist, die im Filter von oben nach unten immer tiefer eindringenden Wasserpartikel mit immer weiteren Fermagokörnern in Kontakt kommen, wobei sie ihren ganzen Gehalt an freier Kohlensäure verlieren. Infolgedessen zerfällt das Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht und es lagert sich Kalziumkarbonat auf die Fermagokörner ab, wodurch der Kontakt zwischen Wasser und Fermagokörnern aufgehoben wird. Dieser Vorgang wird so lange andauern, bis die freie Oberfläche der Fermagokörner so weit abgenommen hat, dass sie nicht mehr fähig sind — bei unveränderter Leistung — den gesamten Gehalt des Wassers an freier Kohlensäure zu binden und daher auch gegenüber Kalk aggressiv wirkende Kohlensäure in Wasser verbleiben kann. In diesem Falle aber beginnt sofort infolge der Wirkung der für Kalk aggressiven Kohlensäure die Lösung des an der Oberfläche der Fermagokörner abgeschiedenen Kalziumkarbonats, die so lange anhalten wird, bis die angewachsene freie Fermagooberfläche den Überschuss an freier Kohlensäure und einen Teil der zugehörigen Kohlensäure wieder bindet, was wiederum eine Ausscheidung von Kalziumkarbonat und somit eine Verminderung der Fermagooberfläche nach sich zieht. Somit wird die Ausscheidung und die darauf folgende Auflösung von Kalziumkarbonat und hiermit die Oberflächenverminderung und Oberflächenvergrösserung der Fermagokörner so lange wechselweise aufeinanderfolgen, bis

zwischen den zwei Vorgängen ein Gleichgewicht eintritt und das Filter ein Wasser liefert, das gerade nur die zugehörige Kohlensäuremenge enthält, sich also in einem Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht befindet und somit zur Weiterleitung geeignet ist.

Der gleiche Vorgang spielt sich auch im Falle einer Veränderung der Menge des zu entsäuernden Wassers ab, indem bei anwachsender Filtriergeschwindigkeit sich Kalziumkarbonat löst, d. h. die Oberfläche des Fermago zunimmt, bei abnehmender Wassermenge aber, d. h. als Wirkung der abnehmenden Filtriergeschwindigkeit, sich Kalziumkarbonat ausscheidet, d. h. die Fermagooberfläche so lange abnimmt, bis die Ruhelage, d. h. das Gleichgewicht eintritt. Somit spielt das Fermago im Falle schwankender Leistung (Winter- und Sommerverbrauch von Wasserwerken) die Rolle eines Regulators, der den Gehalt des filtrierten Wassers an freien Kohlensäure so einstellt, dass derselbe der zugehörigen Kohlensäuremenge entspreche.

Das Entsäuern und Enteisnen mittels Fermago besitzt gegenüber den Entsäuerungs- und Enteisenungsanlagen älterer Systeme (Rieselverfahren, Lufteinblasen) zwei sehr bedeutende Vorteile. Der erste dieser Vorteile besteht darin, dass das Wasser sich nachträglich mit Eisen nicht verunreinigen kann, wie das bei den älteren Anlagen sehr oft vorgekommen ist. Bei diesen hat das mit Luft, d. h. mit Sauerstoff gesättigte kohlensauere Wasser im Leitungsnetz eine Korrosion von solchem Ausmasse hervorgerufen, dass nicht nur das schon enteisnete Wasser sich neuerdings mit Eisen belud, sondern auch das Netz, d. h. die Rohrleitung vielfach Löcher bekam. Im Falle der Entsäuerung, bzw. Enteisenung mittels Fermago kann eine Korrosion nicht eintreten, weil keine Kalk aggressive Kohlensäure im Wasser zurückbleibt und ausserdem infolge der geringen Zugabe von Luft auch Sauerstoff sich nicht in dem Ausmasse in Wasser lösen kann, wie das beim Rieselverfahren der Fall ist.

Der andere, sehr grosse Vorteil besteht in der Entsäuerung des Wassers bis zum Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht, wodurch die Wässer zur Ausbildung der natürlichen Schutzschicht besonders geeignet werden. In Fällen, wo das Filtermaterial Fermago nur zur Entsäuerung aggressiver Wässer gebraucht wird (zur Verhinderung der Rostbildung und Eisenkorrosion von Kesselspeisewasser, zum Schutz der eisernen Rohrnetze von Wasserleitungen usw.) und das zu entsäuernde Wasser eisen- und manganfrei ist und keine Trübung zeigt, vereinfacht sich der Betrieb der Filtriereinrichtung noch weiter, nachdem weder eine Gegenstromspülung, noch eine Zugabe von Luft erfordert wird. Nach erfolgter Einarbeitung geht also die Entsäuerung ohne jede besondere Behandlung von statten und bleibt so das zu schützende Wasserleitungsnetz, dessen Anlagekosten zumeist mehr als 50% der Investitionskosten des Wasserwerks betragen, von jeder Korrosion frei.

Die praktische Bedeutung des Filtriermaterials Fermago liegt somit darin, dass drei Vorgänge : die Entsäuerung, die Entmanganisierung und die Enteise-

nung in einem einzigen Apparat, mittels einer einzigen Operation ausgeführt werden. Somit kann es bei Wasserwerken, wo das Wasser allen drei Operationen unterworfen werden muss, besonders vorteilhaft angewendet werden, zumal in den Anlagekosten ausserordentliche Ersparnisse erzielt werden können.

Obwohl Verfasser seine experimentellen Forschungsarbeiten, die auf die Auffindung des besten Filtriermaterials gerichtet waren, schon Ende der 40-er Jahre abschloss, kam es zur grossbetrieblichen Ausprobierung erst jetzt, in der Zeit, wo im Verfolg des 5-Jahresplans Bau und Erweiterungen von Wasserwerken in grösserem Massstabe in Angriff genommen werden, uzw. in Verbindung mit den Wasserwerken von Debrecen.

Dieses Wasserwerk wird von 23, ca 150 m tiefen Bohrbrunnen gespeist, deren Wasser gemäss der untenstehenden Tabelle einen Eisengehalt von 4,6 mg je Liter aufweist. Gleichzeitig beträgt der Mangangehalt des Wassers 2,54 mg. Auch der Gehalt an freier Kohlensäure ist ansehnlich, was bedeutet, dass das Wasser für Eisenrohre aggressiv ist und der überwiegende Teil seines Gehaltes an gelöstem Eisen aus den eisernen Bohrröhren herstammt.

	Vor dem Filter	Nach dem Kiesfilter	Nach dem Fermago-Filter	
	24. III. 1950	24. III. 1950	13. IX. 1950	1. XII. 1951
Fe mg/l	4,60	1,90	0,10	0,07
Mn mg/l	2,53	2,53	0,20	0,17
CO_2 mg/l	67,1	54,5	44,0	42,1
P_H	7,21	7,27	7,38	7,38

Der Eisen-Mangan- und Kohlensäuregehalt des Wassers des Wasserwerkes Debrecen vor und nach dem Filtrieren

Das Wasserwerk Debrecen hatte die Enteisenung und Entmanganung von täglich ung. 10 000 m^3 Wasser mit Hilfe eines Kieselfilters alten Systems und mit Hilfe von eingearbeitetem Quarzkies ausgeführt. Wie jedoch aus den Angaben der Tabelle ersichtlich, war das Ausmass der Enteisenung durchaus unbefriedigend, während eine Entmanganung mangels einer Regenerierung des eingearbeiteten Quarzkieses überhaupt nicht stattfand. Auch die Entsäuerung des Wassers war nicht entsprechend, was zur Folge hatte, dass das Wasser im Wasserleitungsnetz sich neuerdings mit Eisen belud.

In die im Wasserwerk angeordneten Filtrierbehälter wurden noch Ende 1950 40 Tonnen Fermago Filtriermaterial eingefüllt. Nach Einbringen des

Filtriermaterials liess sich, wie aus der Tabelle ersichtlich, praktisch die ganze Menge des Eisengehalts abfiltrieren und auch vom Mangan blieb nur eine annehmbare Menge im Wasser zurück. Laut den Angaben der Tabelle ging auch der Gehalt an Kohlensäure von den im rohen Wasser ursprünglich vorhandenen 67,1 mg/l auf 44,0 mg/l zurück. Berechnet man von dem an Kalzium gebundenen Kohlensäuregehalt des Wassers, ausgehend nach der Formel von Tillmans und Beckmann, die zugehörige Kohlensäure, so kommt man auf einen Wert von 43,4 mg/l. Hieraus geht hervor, dass die im Wasser verbliebene Kohlensäure gerade der zugehörigen Kohlensäuremenge entspricht, das Wasser also die Filtrieranlage im Kalk-Kohlensäure-Gleichgewicht verlässt und keine aggressive Kohlensäure mehr enthält. Somit kann das Wasserleitungsnetz als gegen die aggressive Wirkung des Wassers geschützt angesehen werden.

Um uns gegen den, die Qualität des Wassers schädlich beeinflussenden Eisengehalt der industriellen und Trinkwasserversorgung wirksam schützen zu können, schien es notwendig, uns auch mit den Ursachen des Auftretens des Eisengehaltes zu befassen und fanden wir, dass der Eisengehalt zweierlei Ursprungs ist. In dem einen Falle ist das Eisen in gelöster Form im Wasser der wasserführenden Bodenschicht bereits enthalten, bzw. geht die Lösung des Eisens in der wasserführenden Schicht bei Abwesenheit von Sauerstoff infolge der Wirkung des freien Kohlensäuere-Gehaltes des Wassers vor sich. In diesem Falle kann die Entfernung des Eisengehaltes des Wassers gemäss den obigen Ausführungen mittels Enteisenung erfolgen. Im zweiten Falle jedoch ist das Vorhandensein von Eisengehalt — dies trifft vor allem bei Bohrbrunnen zu — auf die eisernen Bohrungsrohre zurückzuführen, aus denen die freie Kolhensäure des Wassers Eisen herauslöst. Dieses Lösen von Eisen ist in zweierlei Beziehungen von Nachteil, indem es einerseits eine Verunreinigung des Wassers durch Eisen hervorruft, andrerseits infolge eintretender Korrosion der Bohrungsrohre, deren Löcherigwerden und somit das Zugrundegehen des Brunnens verursacht. Wir haben an Hand zahlreicher (über tausend) an Ort und Stelle ausgeführter Untersuchungen der Wasseraggressivität festgestellt, dass bei der Mehrzahl der Bohrbrunnen in Ungarn der Eisengehalt aus den eisernen Rohren herstammt und daher der Kampf gegen den Eisengehalt schon bei den Rohren zu beginnen hat, d. h. dort, wo die Vereisenung des Wassers ihren Ursprung hat. Dies hat uns veranlasst, in Fällen, wo die Möglichkeit der Ausbildung einer natürlichen Schutzschicht nicht statthat, uns mit der Entwicklung einer künstlichen Schutzschicht zu befassen.

Hierbei stellten wir fest, dass vom Standpunkte der Aggressivität gegenüber Eisen die freie Kohlensäure enthaltenden Wässer in zwei, stark voneinander abweichende Gruppen geteilt werden können, je nach dem, ob sie gelösten Sauerstoff enthalten oder nicht. Falls das kohlensäurehältige Wasser Sauerstoff nicht oder nur in geringer Menge enthält, löst es die eisernen Röhre in den meisten Fällen recht ausgiebig: es bilden sich Ferroverbindungen, die dem

Wasser einen unangenehmen Rohrgeschmack verleihen. Beim Stehen an der Luft trübt sich das eisenhältige Wasser, wobei sich infolge der oxydierenden Wirkung der Luft bräunliches Ferrihydroxyd ausscheidet. Die lösende Wirkung des Wassers übt auf das Material der Rohre eine starke Korrosionswirkung aus.

Sauerstoffreie Wässer üben also stets eine Lösewirkung auf Eisen aus, die jedoch in einigen Fällen überaus langsam, oft aber überaus rasch ist. Infolgedessen ist für die Vereisenung des Wassers die Lösungsgeschwindigkeit der entscheidende Faktor ; hierbei lässt sich der Ablauf des Prozesses wie folgt auffassen :

1. $2H^{+} = 2H + {}^{++}$
2. $2H = H_2$
3. $Fe + {}^{++} = Fe^{++}$

Die Reaktionen 2. und 3. verlaufen aller Wahrscheinlichkeit nach mit unendlicher Geschwindigkeit, während Reaktion 1., die Abgabe der Ladung der Wasserstoffionen, langsamer verläuft. In diesem Falle ist es der letztere Vorgang welcher die Geschwindigkeit der Lösung des Eisens bestimmt und muss diese Geschwindigkeit, der Gleichung gemäss, der Wasserstoffionenkonzetration proportional sein.

Nach der Auffassung von *Haase* (4) handelt es sich nicht nur um die Lösungsgeschwindigkeit des Eisens allein. Der als Produkt der Reaktion 1. gebildete atomere Wasserstoff bildet auf der Oberfläche des Eisens bewiesenermassen eine dünne Schicht, die das Lösungspotential des Eisens herabdrückt und einen Ruhezustand bewirkt, wobei die Gasschicht die Berührung der Wasserstoffionen mit der Oberfläche des Eisens verhindert. Sobald dies eintritt, hört die Auflösung des Eisens auf. Ein kontinuierliches Lösen kann nur vor sich gehen, falls die Wasserstoffionenkonzentration hoch genug ist, um den Druck der Wasserstoffschicht auf eine Atmosphäre anwachsen zu lassen. Nur dann kann im Sinne der zweiten Gleichung die Umwandlung der polarisierenden Wasserstoffschicht zu Wasserstoffmolekülen beginnen und der Wasserstoff in Form von Blasen frei werden. Von diesem Moment an regelt sich das Ausmass der Geschwindigkeit der Lösung des Eisens tatsächlich gemäss der Geschwindigkeit der Reaktion 1. und zwar direkt proportional der Wasserstoffionenkonzentration. Demnach tritt eine Lösung unterhalb einer bestimmten Wasserstoffionenkonzentration überhaupt nicht ein und nur von dieser Grenze ab gilt die besagte Proportionalität. Nach den, in grosser Zahl (mehrere hundert Versuche) vom Verfasser ausgeführten, die Aggressivität betreffenden Versuchen bildet diese Grenze eine Wasserstoffionenkonzentration, welche einem p_H-Wert von 7,7 entspricht.

Die zweite Gruppe der kohlensäurehältigen Wässer bilden die sauerstoffhältigen Wässer, die ebenfalls die Fähigkeit besitzen, eiserne Rohrleitungen anzugreifen, wobei aber nicht einfache Lösung des Eisens zu Ferrosalzen eintritt,

sondern die Bildung von Rost. Gemäss der Auffassung von Haase geht das Eisen auch in diesem Falle derart in Lösung, wie bei Abwesenheit von Sauerstoff, d. h. gemäss der Gleichung

$$Fe + 2H^{+} = Fe^{++} + 2H$$

Hier reagiert aber die gebildete atomare Wasserstoffschicht mit dem im Wasser gelösten Sauerstoff leicht und rasch ;

$$2H + O = H_2O$$

Das Wesen dieser Reaktionswirkung ist die Depolarisierung der durch den die Lösung des Eisens verhindernden, polarisierenden atomaren Wasserstoff gebildeten Schicht, was auch bei ganz geringer Wasserstoffionenkonzentration das Ablaufen des Verrostungsvorganges ermöglicht.

Dieser Vorgang ist, der die wichtige Rolle des Sauerstoffs hervortreten lässt und erklärt, warum die Lösung der Eisenverbindungen bei seinem Vorhandensein eine ganz andere Richtung nimmt. Daher verursachen Wässer, die nur zugehörige Kohlensäure enthalten, Kalkaggressive aber nicht, eine Rostbildung höchstens während kurzer Zeit : die Rostbildung hört dann rasch auf, da aus den in Rede stehenden Wässern, im Verfolg der Lösung des Eisens, infolge der Einwirkung des gelösten Sauerstoffs sich eine aus Eisenoxyd, bzw. Eisenhydroxyd und Kalziumkarbonat bestehende Schutzschicht auf die innere Wand des eisernen Rohres absetzt, die das Rohr gegen jede weitere Einwirkung der Wassers schützt.

Somit ist die Bildung einer Rostschicht, d. h. einer Oxydschicht die Vorbedingung dazu, dass sich Kalziumkarbonat als Schutzschicht an den Rohrwandungen ausbildet. Zur Bildung der Rostschicht ist gelöster Sauerstoff erforderlich, damit der Verrostungsvorgang beginnen kann. Daher muss man, um eine künstliche Schutzschicht zu schaffen, auf das Vorhandensein von gelöstem Sauerstoff, als dem in der Ausbildung der natürlichen Schutzschicht wirksamen Faktor, auf künstlichem Wege hinarbeiten, zumal es sich um die Hervorrufung eines ganz ähnlichen Vorganges handelt. Die Idee und das Verfahren, mit deren Hilfe es durch Zugabe von Sauerstoff möglich wird eine der natürlichen ähnliche künstliche Schutzschicht in Wässern zu erzeugen, die gelösten Sauerstoff nicht enthalten und daher zur Ausbildung einer natürlichen Schutzschicht ungeeignet sind, knüpfen sich an den Namen von *A. Jendrassik* [5].

Jendrassik hat die Zugabe von Sauerstoff durch Einführung eines Oxydationsmittels, undzwar Kalziumoxychlorid bewirkt. Um die zur Ausbildung der Schutzschicht notwendige Entstehung der aus Eisenhydroxyd bestehenden Rostschicht in die Wege zu leiten, hat Jendrassik in das Wasser der Bohrung auch Kalziumhydroxyd eingeführt.

Beim Verfahren von Jendrassik trat jedoch die Ausbildung der Schutzschicht an der Innenwandung der Brunnenrohre — von einzelnen, zur Ausbil-

dung von Schutzschichten besonders befähigten, härteren Wässern abgesehen — erst nach längerer Zeit ein, was praktisch in vielen Fällen nicht abgewartet, bzw. nicht ausgeführt werden konnte. Daher fand Verfasser eine Möglichkeit zur rascheren Ausgestaltung der überwiegend aus Kalziumkarbonat bestehenden Schutzschicht, indem er im Wasser neben der Kalziumionenkonzentration auch die Karbonationenkonzentration künstlich erhöhte. Es erschien also notwendig, ausser alkalischen Oxydationsmitteln auch karbonathältige Chemikalien einzuführen, zu welchem Zwecke sich praktisch in erster Linie Natriumkarbonat empfahl. Hiedurch liess sich eine beliebige Regulierung der Konzentrationen der im Wasser gelösten Kalzium und- Karbonationen erzielen und im Wege der Erhöhung der in Rede stehenden Konzentrationen die Abscheidung des Kalziumkarbonats, also der künstlichen Schutzschicht aus dem Wasser beschleunigen, wodurch die Menge des als Oxydationsmittel verwendeten Kalziumoxychlorids erheblich vermindert werden konnte.

Das Verfahren lässt sich in der zum Gebrauch fertig zusammenmontierten bzw. in das Bohrloch eingeführten Rohrgarnitur ausführen, was einen grossen praktischen Vorteil bedeutet.

Je nach dem, um den Schutz von gebohrten Brunnen oder Rohrleitungen welcher Art es sich handelt, erscheinen je verschiedene Arten der Ausführung der Behandlung als zweckmässig. Bei frei fliessenden artesischen Brunnen lässt sich die Wassersäule durch Aufhöhung des Röhrensatzes und Abdrosseln oder durch Einpumpen von Kaltwasser zum Stillstand bringen. Die festen Substanzen lassen sich in Pulverform durch Benützung der Schwerkraft oder durch Anwendung geeigneter Bohrwerkzeuge im Röhrensatz der Bohrungen gleichmässig verteilen. Bei tieferen Bohrungen lässt sich ein Teil der Chemikalien in Form grösserer Stücke, die aus schwerlöslichen Gemischen geformt werden, in die tiefer gelegenen Teile des Röhrensatzes einführen. Die verschiedenen Prozesse erfordern somit gewisse individuelle Ausführungsarten, die, wenn richtig gewählt, stets zu günstigen Ergebnissen führen.

Mit Hilfe seines soeben geschilderten, abgeänderten Verfahrens hat Verfasser von Anfang November 1950 bis Anfang Juni 1951 die chemische Behandlung von 7 Brunnen des Wasserwerks Kaposvár von 260 bis 490 m Tiefe, ausgeführt, nachdem er feststellte, dass der 2,4 bis 5,5 mg betragende Eisengehalt der Brunnen überwiegend den eisernen Bohrröhren entstammte, zumal das Wasser sich wegen seines Gehaltes an freier Kohlensäure als für die eisernen Rohre stark aggressiv erwies. Ebenfalls auf die aggressive, eisenlösende Wirkung war das Löcherigwerden des 270 m tiefen Brunnens Nr. II. des Wasserwerkes Toponár zurückzuführen. Dieser Brunnen wurde anfangs der vierziger Jahre hergestellt: nach 7 bis 8-jährigem Betrieb enstand im Brunnenrohr infolge der agressiven Wirkung des Wassers ein Loch, sodass eine teilweise Auskleidung durch ein Rohr mit kleinerem Durchmesser erforderlich wurde. Diese Massnahme

führte selbstverständlich zu einer Minderung der Ergiebigkeit des Brunnens. Somit ist die Anbringung einer Schutzschicht ausser der Minderung des Eisengehaltes auch ein Erfordernis der Erhöhung der Lebensdauer der Brunnen. Die Brunnen liefern stets aufsteigendes Wasser, daher musste das Verbringen des Wassers in den Ruhezustand durch eine Erhöhung des Röhrensatzes um 5 m erreicht werden. Die Steigkraft der Wässer der verschiedenen Brunnen wechselte zwischen 3 und 5 m. Die zur Chemikalienbehandlung erforderlichen Stoffe, wie Kalziumoxychlorid, Kalziumoxyd und Natriumkarbonat wurden zu faustgrossen Kugeln geformt und durch den erhöhten Röhrensatz eingebracht, wobei

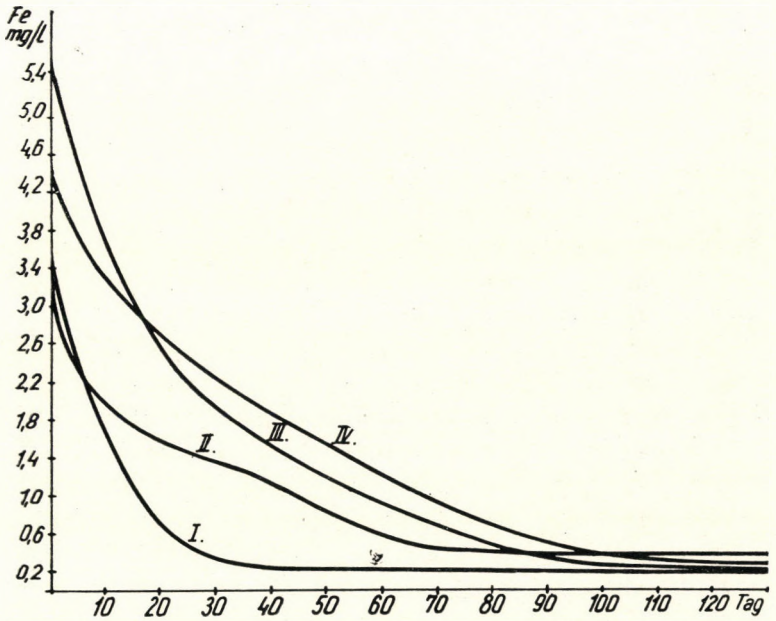


Abb. 1. Die Abnahme des Gehaltes an gelöstem Eisen in den Brunnenwässern der Wasserwerksanlage Toponár zu Kaposvár, während der Behandlung mit Chemikalien

die in Kugelform gebrachten Chemikalien durch die Wasserseule des Brunnens niedersanken und bis zur Erreichung des Brunnenbodens grösstenteils zerfielen und sich auflösten. Für je eine Chemikalienbehandlung wurden je Brunnen, in Abhängigkeit von der Tiefe und vom Rohrdurchmesser, 50 bis 100 kg Chemikalien in das Wasser eingeführt. Hernach wurde der Brunnen 24 Stunden lang im Ruhezustand belassen, während welcher Zeit die chemischen Vorgänge, d. h. die Bildung des Kalziumkarbonats in Gang kam. Nach Ablauf von 24 Stunden wurde durch den im Bodenniveau angebrachten Schieberverschluss das in der Bohrung befindliche Wasser abgelassen und abgewartet, dass sich das im Röhrensatz befindliche Wasser mehrmals austauscht. Dieses Verfahren, d. h. die Einführung von 50 bis 100 kg Chemikalien wurde je nach Beschaffenheit der einzelnen Brunnen noch 5 bis 15-mal wiederholt und nach jeder dritten Chemikalien-

behandlung der Eisengehalt des Brunnenwassers analytisch bestimmt: die Änderungen des Eisengehaltes sind in *Abb. 1.* dargestellt.

Das Leitungswasser von Kaposvár wird von zwei Wasserwerksanlagen, mit 4, bzw. 3 in Betrieb befindlichen Brunnen geliefert. Die Ergebnisse der während der Chemikalienbehandlung in den beiden Wasserwerksanlagen ausgeführten Eisenbestimmungen sind in den Abb.-en 1 und 2 dargestellt. Aus *Abb. 1.* ist ersichtlich, dass der Eisengehalt der 4 Brunnen des Wasserwerks Toponár zwischen 3,7 und 5,4 mg/l variierte. Der Eisengehalt dieser Brunnen fiel im Verlaufe von 90—100 Tagen auf weniger als 0,4 mg/l. Nachdem weitere Einzelbehandlungen keine weitere Minderung des Eisengehaltes bewirkten, musste gefolgert werden, dass der geringe restliche Eisengehalt aus der wasserführenden Schicht selbst, nicht aber aus den Bohrröhren herrührte. Die am 2. Nov. 1951

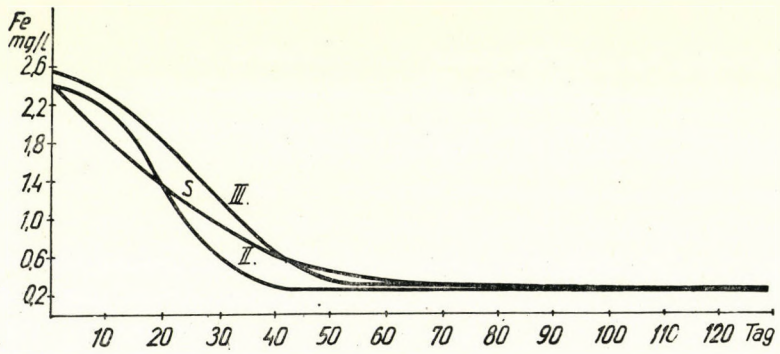


Abb. 2. Die Abnahme des Gehaltes an gelöstem Eisen in den Brunnenwässern der Wasserwerksanlage Cseri zu Kaposvár, während der Behandlung mit Chemikalien

ausgeführte Bestimmung des Eisengehaltes der 4 Brunnen ergab für die einzelnen Brunnen; 0,22, 0,40, 0,22 und 0,28 mg/l. Somit hatte sich der Eisengehalt nach Verlauf von ung. einem halben Jahre nach Abschluss der Chemikalienbehandlung nicht wieder erhöht, was darauf schliessen lässt, dass eine Auflösung der Schutzschicht nicht erfolgte.

Die beiden Brunnen der Wasserwerksanlage Cseri wiesen ursprünglich gemäss *Abb. 2.* einen Eisengehalt von 2,4, bzw. 2,58 mg/l auf, während der dritte, mit *S* bezeichnete Brunnen, der eigentlich der Brunnen der Freibadanlage ist, aber vom Wasserwerk benützt wird, gleicherweise einen Eisengehalt von 2,3 mg/l zeigte. Laut den Angaben der Abbildung sank der Eisengehalt der Brunnen nach 60—70 Tagen von der Chemikalienbehandlung gerechnet, auf 0,28, 0,35 und 0,28 mg/l, wodurch der Eisengehalt des Wassers des Wasserwerks für praktische Zwecke annehmbar wurde. Dies besagt jedoch noch keineswegs, dass eine weitere Senkung des Eisengehaltes nicht noch eintreten könnte, nachdem, sobald infolge der Einführung von Chemikalien sich eine geeignete Rostschicht ausgebildet und die Ablagerung von Kalziumkarbonat zwischen den Rost

bereits begonnen hatte, die weitere Rostbildung in gut haftender, kristallinischer Form schon infolge der Einwirkung des Wassers von ursprünglicher Zusammensetzung vor sich gehen wird.

Die infolge der Einwirkung von Chemikalien entstandene, aus Rost und Kalziumkarbonat bestehende Schicht ist im allgemeinen anfänglich etwas locker, nimmt aber unter dem Einfluss des aus dem Bohrloch aufsteigenden Wassers kristallinisches Gefüge an und bildet dann eine feste, gleichmässige Kruste, die sogar bei einem geringen Gehalt an kalkaggressiver Kohlensäure hinreichende Widerstandsfähigkeit zeigt.

Durch Anwendung des beschriebenen Verfahrens gelang es also im Verlaufe von durchschnittlich drei Monaten, mit einem Aufwand von etwa 6 Tonnen Chemikalien, die hochwertigen Brunnen vor vorzeitiger Verderbnis zu bewahren und so nicht nur die Wasserversorgung der Stadt Kaposvár für lange Zeit zu sichern, sondern auch das Wasser von dem die Qualität des Wassers beeinträchtigenden und in dem Haushalt ständig Unannehmlichkeiten verursachenden Eisengehalt zu befreien, ohne dass der ursprüngliche Wasserertrag der Brunnen die mindeste Einbusse erlitten hätte. Bei Anbringung einer Holzauskleidung hätte das Rohrprofil vermindert werden müssen, was unvermeidlich mit einem Sinken der Wasserleistung einhergegangen wäre, wobei auch die Ausführung der Auskleidung hohe Unkosten verursacht hätte.

Nachdem der überwiegende Teil der Bohrbrunnen unseres Landes gegenüber Eisen aggressives Wasser liefert und daher ihre Lebensdauer infolge des Löcherigwerdens eine beschränkte ist, besitzt dieses verbesserte Verfahren des Verfassers, mit dessen Hilfe die künstliche Schutzschicht an den Innenwandungen der Rohre in vergleichsweise kurzer Zeit entwickelt werden kann, grosse praktische Bedeutung. Mit Hilfe des Verfahrens des Verfassers lässt sich, wie wir gesehen haben, der Eisengehalt des Wassers der Bohrbrunnen wesentlich vermindern und die Lebensdauer der Brunnen vervielfachen.

Nach dem bisher gesagten hat sich Verfasser bestrebt den aus der wasserführenden Schicht herstammenden Eisengehalt vermittels Enteisenungsanlagen und den aus dem eisernen Rohrsystem der Brunnen herrührenden Eisengehalt durch Ausbildung einer künstlichen Schutzschicht zu entfernen. Forscht man nach der Herkunft des aus den Bodenschichten herstammenden Eisengehaltes, so kommt man zu der Feststellung, dass es die in den wasserführenden Schichten, Gesteinen, Schottern und Sanden vorkommenden Eisenverbindungen mineralischen Ursprungs sind, die sich in Wasser lösen und so zur Vereisenung des Wassers führen. Diese Lösung tritt aber infolge Einwirkung des Gehaltes des Wassers an freier Kohlensäure bei Schachtbrunnen nur im Falle einer stärkeren Beanspruchung bzw. im Falle stärkeren Ansaugens des Wassers, d. h. Hervorbringung einer bedeutenden Depression ein. Verfasser machte vielfach die Erfahrung, dass Schachtbrunnen, namentlich solche, die an Flussufern gelegen sind, wie die am Ufer des Flusses Sajó gelegenen Brunnen des Wasserwerkes Ózd,

die am Donauufer gelegenen Brunnen des Wasserwerkes Vác und die ebenfalls am Donauufer gelegenen Brunnen des gewesenen Wasserwerkes Ister, welche anfänglich eisenfreies Wasser geliefert hatten, nach einer gewissen Zeit eisenhältig wurden. Dies kann in erster Linie mit dem Umstand in Verbindung stehen, dass nach längerer Zeit andauerndem starken Saugen die in den wasserführenden Schichten vorkommenden Schlammteilchen in immer stärkerem Masse in Richtung des Brunnens wandern und nach einer Zeit zur Verschlammung des Brunnens zu führen beginnen. Auf Einwirkung der in der Schlammschicht vorkommenden organischen Substanzen beginnt dann der Sauerstoffgehalt des Wassers der Schachtbrunnen immer mehr abzunehmen und verschwindet in bestimmten Fällen, wie z. B. im Falle der an den Uferbrunnen des Eisenwerkes »Donau« vom Verfasser in letzter Zeit angestellten Untersuchungen, völlig. Demzufolge führt der Mangel an im Wasser gelöstem Sauerstoff zum Aufhören der Oxydationsprozesse und es beginnen unter Einwirkung des organischen Schlammes Reduktionsvorgänge Platz zu greifen. Bei diesen Reduktionsvorgängen tritt die Reduktion der dreiwertigen Eisenatome der Eisenverbindungen der Gesteine, sowie der Sand- und Schotterkörner zu zweiwertigen Ferroverbindungen ein und es beginnt zugleich die Lösung der letzteren. Somit haben die praktischen Beobachtungen des Verfassers zu der Feststellung geführt, wonach die Vereisenung der Wässer von Schachtbrunnen erst eintritt, sobald infolge der Verschlammung die Reduktionsprozesse im Wasser begonnen haben. Auf diesen Gedankengang gründet Verfasser die Idee, wonach es möglich sein müsste, die Auflösung des Eisens der Gesteine dadurch zu verhindern, dass man die wasserführende Schicht, bzw. das in den Bodenschichten befindliche Wasser in oxydiertem Zustande hält.

Verfasser wünschte diese Idee durch eine, vorerst als Experiment aufzufassende Probe zu stützen und hielt für diesen Zweck den 10 m tiefen Brunnen Nr. I. des Eisenwerks »Donau«, das in diesem Jahre in Betrieb kam, für geeignet. Der besagte Brunnen liegt unmittelbar am Donauufer, sein Eisengehalt schwankte um 1,0 mg/l. Um die wasserführende Schicht bzw. den Boden in oxydiertem Zustande zu halten, hielt Verfasser die Verwendung von Chlorkalk für besonders zweckmässig. Er liess daher um den Brunnen herum zwei in Halbkreisen von ca. 10 m Durchmesser gegrabene, 50 cm breite und ca. 2,5 m tiefe Gräben anlegen, in diese gleichmässig verteilten Chlorkalk vergraben und ca. 200 Liter Wasser nachfüllen *(Abb. 3)*. Die Gräben wurden sodann wieder zugedeckt und in dieselben im Verlaufe von zwei Wochen täglich je weitere 200 Liter Wasser, im Graben gleichmässig verteilt, nachsickern gelassen. Inzwischen wurde der Brunnen dauernd mit einer Leistung von 400 l/Min. beansprucht, damit die Saugwirkung das durch die Einwirkung der Erdfeuchtigkeit ständig langsam aus dem Chlorkalk freigemachte Chlor in die wasserführende Schicht gelangen lassen und die Schicht in oxydiertem Zustande halten konnte. Der Brunnen ist seither in Betrieb, der Eisengehalt wird fortgesetzt kontrolliert und sind dessen Schwan-

kungen, bzw. dessen Verminderung in Abb. 4. angegeben. Aus der Abbildung geht hervor, dass seit der in der zweiten Hälfte des Monats Mai 1951 mittels

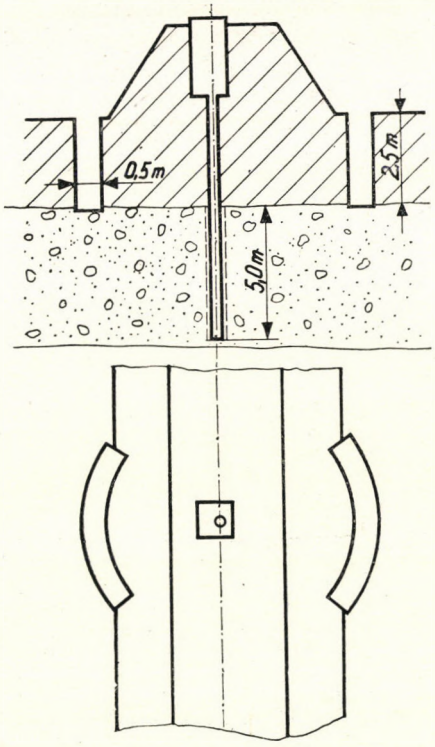


Abb. 3. Brunnen Nr. I. des Wasserwerks »Donau«

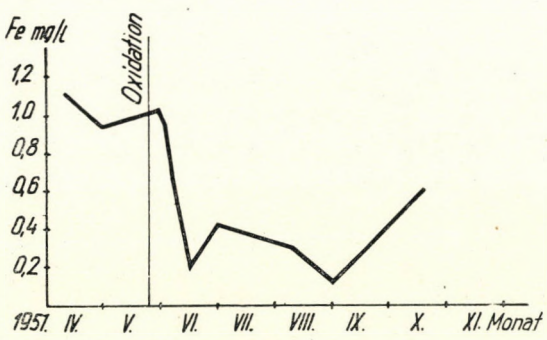


Abb. 4. Veränderung des Eisengehaltes im Brunnen Nr. I. des Wasserwerks »Donau«, vor und nach der Oxydierung der wasserführenden Schicht

Chlorkalk erfolgten Oxydation des Brunnenwassers der Eisengehalt im Verlaufe von etwa 6 Wochen von durchschnittlich 1 mg auf 0,2 mg gesunken war, dann während weiterer 8 Wochen, nach vorübergehender Erhöhung auf 0,4 mg/l, auf 0,1 mg/l weiter fiel. Seit Anfang September ist der Eisengehalt im Brunnen-

wasser wieder im Steigen begriffen, aller Wahrscheinlichkeit nach darum, weil die oxydierende Wirkung des Chlorkalks im Verlaufe der seit dem Vergraben verlaufenen drei bis dreieinhalb Monate sich erschöpft haben dürfte. Jedenfalls aber deutet der ausgeführte Versuch darauf hin, dass, wenn man den Boden und die wasserführende Schicht in oxydiertem Zustande hält, dies zur Minderung der Lösung des Eisens, bzw. zum fast völligen Aufhören dieses Vorganges führt. Auf dieser Grundlage dürfte sich alsbald entscheiden lassen, ob durch Eingraben neuer Chlorkalkmengen, evtl. in breiterer Umgebung und besserer Verteilung, es gelingen könnte zu beweisen, dass es möglich ist in Schachtbrunnen den in Wasser gelösten Eisengehalt dadurch zu eliminieren, dass man den Boden in oxydiertem Zustande hält. Nach den bisherigen Versuchen des Verfassers ist diese Erwartung gerechtfertigt und ist es durchaus nicht ausgeschlossen, dass es vielleicht auf diese Weise gelingen wird an mehreren Orten die Erstellung einer kostspieligen Enteisenungsanlage und deren Betrieb vermeidbar zu machen.

SCHRIFTTUM

1. *Dr. Sz. Papp :* Magyar Mérnök- és Építészegylet Közlönye (Mitteilungen des Ungar. Ingenieur- und Architektenvereins), Jahrg. 1944, Nr. 22.

2. *W. Olszewsky :* Handbuch der Lebensmittelchemie. Julius Springer, Berlin. Jahrg. 1939, Band VIII, 1. Teil. S. 120.

3. *I. Tillmans :* Handbuch der Lebensmittelchemie, Julius Springer, Berlin, Jahrg. 1939, Band VIII., 1. Teil. S. 140.

4. *L. W. Haase :* Vom Wasser, 1935. X., S. 186.

5. *A. Jendrassik :* Magyar Mérnök- és Építészegylet Közlönye (Mitteilungen des Ungar. Ingenieur- und Architektenvereins), Jahrg. 1939. Nr. 43—44.

ZUSAMMENFASSUNG

Die zu Zwecken der industriellen und Trinkwasserversorgung von Bohrbrunnen erschlossenen Wasserarten können vielfach wegen ihres zu grossen Eisengehaltes dem Verbrauch nicht unmittelbar zugeführt werden. Daher müssen derartige eisenhältige Wässer einer Enteisenung unterworfen werden. Zu diesen Zwecken hat Verfasser ein Filtriermaterial, das Säure, Mangan und Eisen enfernt, ausgearbeitet, dessen grossbetriebliche Anwendung in einem der grösseren Wasserwerke, nämlich im Wasserwerk Debrecen Ende 1950 erfolgte.

Es wurde festgestellt, dass bei Bohrbrunnen die Vereisenung des Wassers auf den Gehalt an freier Kohlensäure zurückzuführen ist, zumal die letztere auf das Material des eisernen Röhrensystems der Brunnen lösend wirkt. Dieser Vorgang führt natürlich zur vorzeitigen schweren Beschädigungen der Röhrensätze der Brunnen und somit zum Ruin der hochwertigen Brunnen. Um diese zu verhindern ist es dem Verfasser gelungen die Ausbildung einer künstlichen Schutzschicht an der inneren Wandung der Eisenrohre gebohrter Brunnen durch die Einführung von Chemikalien in hohem Masse zu beschleunigen ; hiedurch war es möglich die eisernen Röhrensätze der Brunnen vor der aggressiven Einwirkung des Wassers zu schützen und den Eisengehalt des Wassers, soweit derselbe aus der Auflösung der Rohre herrührte, praktisch vollkommen zu eliminieren. Die Ausbildung der künstlichen Schutzschicht hat Verfasser an sieben, ca. 300 m tiefen Bohrbrunnen des Wasserwerks Kaposvár im laufenden Jahre durchgeführt, den Eisengehalt des Wassers dieser Brunnen auf dem angegebenen Wege praktisch eliminiert und so die Lebensdauer der kostspieligen Brunnen wesentlich verlängert.

Gemäss den Beobachtungen des Verfassers pflegt ein Eisengehalt im Schachtbrunnenwasser dann zu erscheinen, wenn die wasserführenden Sandschichten infolge starken Saugens oder aus irgendeinem anderen Grunde sich verschlammen und infolgedessen in den Bodenschichten Reduktionsvorgänge Platz greifen. Hält man aber den Boden, bzw. die wasserführende Schicht in oxydiertem Zustande, so kann die Lösung des Eisens auf ein Minimum beschränkt werden. Das Ausprobieren dieses Verfahrens des Verfassers an dem am Flussufer gelegenen Schachtbrunnen Nr. I. des Eisenwerkes »Donau« führte zufolge der in den letzten Monaten ausgeführten Versuche zu einem auch praktisch verwertbaren positiven Ergebnis.

Abteilung für Wasserversorgung des Ungarischen Staatl. Institutes für Volksgesundheitswesen.

ПОСЛЕДНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ДОСТИЖЕНИЯ В ОБЛАСТИ СНИЖЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ЖЕЛЕЗА ПРОМЫШЛЕННОЙ И ПИТЬЕВОЙ ВОДЫ

С. Папп

Р е з ю м е

Вскрытые при помощи бурения колодцев различные запасы воды (для целей снабжения промышленной и питьевой водой) весьма часто не могут быть непосредственно использованы ввиду высокого содержания железа. Поэтому необходимо снижать процентное содержание железа у вод с высоким содержанием железа. Для этого в конце 1950 г. в городе Дебрецен на одной из крупных водопроводных станций была использована в промышленных масштабах фильтрирующая ткань автора, очищающая воду от кислот, марганца и железа.

Было установлено, что в случае колодцев, заложенных при помощи бурения, повышение содержания железа воды следует отнести на счет содержания свободной углекислоты, так как последняя оказывает растворяющее действие на железо трубопровода колодцев. Этот процесс, естественно, ведет к преждевременному продырявливанию трубопровода колодцев и к их гибели. В целях предотвращения этого явления удалось, путем добавления химических веществ в воду, значительно ускорить образование искусственного защитного слоя на внутренних стенках железного трубопровода пробуренных колодцев, и таким образом стало возможным защитить железный трубопровод колодцев от сильного воздействия воды и практически совершенно исключить повышение содержания железа в воде от растворения железа трубопроводов. Автор создал искусственный защитный слой на 7 колодцах водопроводной станции в городе Капошвар, заложенных при помощи бурения, и ему удалось таким образом, путем практического прекращения повышения содержания железа в воде, значительно увеличить срок службы этих колодцев.

По наблюдениям автора в колодцах, заложенных обычным шахтным способом, повышение содержания железа всегда имеет место в тех случаях, когда водоносные слои песка, вследствии сильного сифонного явления, или вследствии других причин заливаются, и из-за этого в слоях начинаются реакции восстановления. Если почва или же водоносный слой содержится в окисленном состоянии, тогда возможно снизить растворение железа до минимума. Испытание метода автора в расположенном возле берега колодце шахтного типа № 1, дунайского металлургического комбината, дало, согласно проведенных в течении последних месяцев опытов, практически применимые результаты.

WIRKUNGSWEISE UND BERECHNUNG DES STOSSHEBERS (HYDRAULISCHEN WIDDERS)

Prof. G. Á. PATTANTYÚS, Doktor der Ingenieurwissenschaften und
Prof. Z. TERPLÁN

(Eingegangen am 4. Februar 1952.)

Der seit 1797 bekannte Stossheber (auch hydraulischer Widder genannt) kann als die billigste Wasserkrafthebeanlage betrachtet werden und könnte überall Anwendung finden, wo Wasser mit ganz kleinem Gefälle in Überfluss vorhanden ist und nur kleinere Mengen auf grössere Höhe zu fördern sind. Die bisher veröffentlichten Theorien dieses einfachen — stossweise arbeitenden — Apparates sind verwickelt und unübersichtlich; die Konstruktion stützte sich demzufolge auf empirische Angaben.

Diese Forschungsarbeit will eine klare und übersichtliche Zusammenfassung der äusserst lehrreichen theoretischen Grundlagen dieses Apparates geben und eine Methode vorführen, welche die Berechnung des Stosshebers ermöglicht und die Ermittlung einer an die Betriebsanforderungen angepassten Förderleistung und des Wirkungsgrades gestattet.

Die praktische Anwendung dieser Berechnungsmethode wird auch an einem Zahlenbeispiel erläutert und ihre Richtigkeit durch die Angabe von Versuchsresultaten bestätigt.

Als Grundlage dieser Abhandlung wurde die betriebliche Untersuchung eines anderthalb Jahrhundert alten Wasserhebers gewählt. Diese Vorrichtung, deren Beschreibung *Montgolfier* unter dem Titel: »Der hydraulische Widder, kurz Wasserwidder« veröffentlichte, ist der heutigen Ingenieursgeneration kaum mehr bekannt, obwohl ihre überraschend einfache Konstruktion und ihr ausserordentlich billiger Betrieb diesem sozusagen vergessenen Wasserheber eine beachtungswürdige Anwendungsmöglichkeit sichern könnte.

Nach Ungarn gelangten die Fabrikate der Wiener Garvens-Werke. Diese konnten aber auch schon deshalb nicht in weiten Schichten durchdringen, weil selbst die billigste Maschine kein Gemeingut werden kann, wenn ihre Theorie derart verwickelt ist, dass die zufälligen Betriebsstörungen — ohne exakte Kenntnis der Gründe — sich nur durch Versuche beheben lassen. Auch das Fehlen einer exakten und übersichtlichen Bemessungsgrundlage scheint ein Grund dafür zu sein, dass die ungarischen Fabriken diese Einrichtung selbst dann nicht verwendeten, wenn die Existenzberechtigung hierfür unbestritten

vorhanden war. Der Wasserwidder kommt besonders bei der wirtschaftlichen Ausnützung der ganz kleinen — durch eine Stauung von 1 m leicht erreichbaren — Wasserstufen in Frage, wenn nur ein Teil der Wassermenge auf grössere Höhe befördert werden soll. Der Wasserbedarf von Haushalten, Meiereien, Gartenwirtschaften, Kleinbetrieben und Bädern kann sozusagen kostenlos durch diese Wasserhebevorrichtung gedeckt werden, wenn das Bett des in der Nähe liegende Wasserlaufes (Bach, Mühlbach, Kanal) eine mässige Stauung zulässt oder falls eine geringere Wasserstufe bereits zur Verfügung steht.

Aus der Literatur des Wasserwidders soll nur die im Jahr 1908 in englischer Sprache veröffentlichte Forschungsarbeit von *Harza* (An Investigation of the Hydraulic Ram, Madison, Wisconsin) angeführt werden, deren die Untersuchung der Ventile betreffende und durch Laboratoriumsversuche bestätigte Feststellungen besondere Beachtung verdienen. Aus den Versuchen von *Harza* geht auch hervor, dass der Wirkungsgrad derartiger Wasserheber unter günstigen Bedingungen — einschliesslich der Rohrverluste, — auch 60% überschreiten kann. Die Zuverlässigkeit dieser Messungen wird auch durch die von den Verfassern im Wasserkraftmaschinenlaboratorium der Technischen Universität Budapest durchgeführten Versuche bestätigt, welche einen statischen Wirkungsgrad ergaben, der sogar 60,5% erreichte. Bei diesem Wirkungsgrad muss auch beachtet werden, dass der Wasserwidder eine durch eine Kraftmaschine angetriebene Pumpe ersetzt, der Vergleich sich also auf den Wirkungsgrad des ganzen Maschinenaggregates bezieht. Aus diesem günstigen Ergebnis folgt also, dass der Wasserheber bei richtiger Einstellung auch in Hinsicht des Wirkungsgrades konkurrenzfähig ist. Es soll noch erwähnt werden, dass die Höhe des Wirkungsgrades eine ziemlich untergeordnete Rolle spielt, wenn es sich nur um Ausnützung eines geringen Teiles der Wassermenge handelt.

Da der 112 Seiten lange Artikel von *Harza* infolge seiner verwickelten Darstellungsweise nicht geeignet erscheint, der Theorie des Wasserwidders eine allgemeine Verbreitung zu sichern, wurde hier versucht, ein leichter verständliches Verfahren zur exakten Beschreibung und Bestimmung der Betriebscharakteristiken des Wasserwidders auszuarbeiten. Eine exakte Untersuchung der sich in diesem Wasserheber abspielenden und periodisch wiederholenden strömungstechnischen Erscheinungen ist auch schon deshalb lehrreich, weil sie zu Berechnungen führt, die in ihrer hier behandelten vereinfachten Form noch nicht allgemein bekannt sind. Aus diesem Grunde sollen hier die theoretischen Untersuchungen am Ende jedes Abschnittes auch mit einem Zahlenbeispiel ergänzt und die praktische Anwendbarkeit der quantitativen Ergebnisse mit Versuchsresultaten illustriert werden.

1. Die Konstruktion und Arbeitsweise des Wasserwidders

Die theoretische Anordnung des Wasserwidders wird auf *Abb. 1* veranschaulicht. Der wesentliche Teil des Wasserwidders ist die *Arbeitsleitung* oder das

Schwungrohr (*C*), dessen Wasserfüllung von der Länge l und dem Querschnitt A mit einer sich taktweise ändernden Beschleunigung strömt und zufolge eines durch besondere Bewegungsgesetze bedingten Kräftespieles die Rolle des Kolbens übernimmt. Während des sogenannten Anfahrhubes ist das in den Pumpenraum (*S*) mündende Anfahrventil (*I*) geöffnet, das Wasser strömt also beschleunigt dem unteren, das Gefälle H_1 nutzbar machenden Niveau zu.

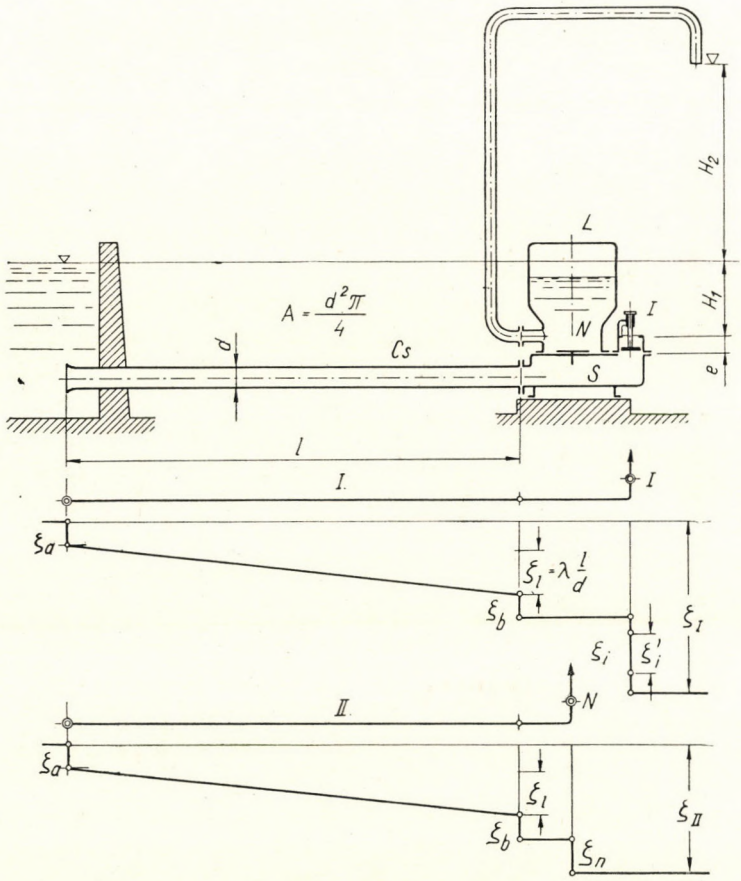


Abb. 1. Die Anordnung des Wasserwidders und der Widerstand der Arbeitsleitung

Sobald die Geschwindigkeit der Wassersäule eine mittels der Ventilbelastung einstellbare Grenzgeschwindigkeit erreicht hat, schliesst sich das Anfahrventil, wodurch die in Schwung gebrachte Wassermenge plötzlich abgebremst wird. Der im Moment des Schliessens entstehende Wasserstoss öffnet das in den Pumpenraum mündende Druckventil *(N)*, wodurch der Druck bzw. Verzögerungshub beginnen kann. Solange, bis der Schwung der Wassersäule durch den Verzögerungsdruck (von statischer Druckhöhe H_2) nicht

vernichtet wird, strömt durch die Arbeitsleitung ein verzőgerter Wasserstrom in den Windkessel *(L)*, aus welchem er dann in das Druckrohr mit gleichmässiger Geschwindigkeit einströmt.

Am Ende des Verzögerungshubes schliesst sich das Druckventil, und die Verbindung des Pumpenraumes mit dem Druckraum des Windkessels wird unterbrochen. Im ersten Tiefpunkt der wellenförmig verlaufenden Druckabnahme der vom Überdruck plötzlich befreiten Massen öffnet sich das Anfahrventil automatisch und hiemit beginnt die nächte Periode des aussetzenden Betriebes.

Es sei bereits an dieser Stelle auf eine bemerkenswerte Eigenschaft des Wasserwidders hingewiesen. Die automatische Öffnung des Anfahrventils kann nur erfolgen, wenn die Lieferungshöhe H_2 *grösser* als das Gefälle H_1 ist. Das Schliessen des Druckventils vermag nämlich sonst keine neue Druckwelle zu erregen, die das Anfahrventil zu entlasten imstande wäre.

Durch Änderung der Anfahrventilbelastung lässt sich die Hubzahl des Widders zwischen weiten Grenzen einstellen. Die Fabrikate der Garvens-Werke arbeiten am wirtschaftlichsten bei einer Hubzahl von $n = 80 \div 100$/min.

2. *Wirkungsgrad*

Die ausführlicheren theoretischen Untersuchungen sollen mit der Klärung der Frage des Wirkungsgrades eingeleitet werden, da selbst bei der richtigen Deutung des Wirkungsgrades des mit zwei Flüssigkeiten arbeitenden Energieumformers bis zum heutigen Tag Fehler zu unterlaufen pflegen. (So z. B. ist die Berechnungsweise der Garvens-Werke ebenfalls grundsätzlich falsch.)

Wenn als Grundlage angenommen wird, dass der Wasserwidder eine mit einer Wasserkraftmaschine angetriebene Hebemaschine ist, deren Kraftmaschine die durch das Anfahrventil mit dem Gefälle H_1 entweichende Wassermenge q_1 verbraucht und die derart gewonnene Arbeitsleistung $q_1 H_1$ zum Heben der Wassermenge q_2 verwendet, so muss zur richtigen Bestimmung des Wirkungsgrades nur noch berücksichtigt werden, dass das Wasser nicht vom Niveau des Wasserwidders auf die Höhe $(H_1 + H_2)$ gefördert werden muss, sondern dass nur die Förderhöhe H_2 zu überwinden ist, als Höhenunterschied der beiden Wasserspiegel.

Der Wirkungsgrad der Einrichtung ist also bei Berücksichtigung der *Abb. 1*:

$$\eta = \frac{q_2 H_2}{q_1 H_1} . \tag{1}$$

Es ist zu bemerken, dass bei diesem Wirkungsgrad auch die Leitungsverluste dem Wasserwidder zugeschrieben wurden, d. h. hier wurde beim Wasserheber der aus dem Höhenunterschied errechnete sogenannte »statische« Wirkungsgrad ausgedrückt. Im Vergleich mit anderen Wasserhebern kann man

also nur dann ein wahres Bild erhalten, wenn man, abweichend von der gebräuchlichen Praxis, den auf die sogenannte manometrische Förderhöhe bezogenen Wirkungsgrad den Leitungsverlusten und den Motorenwirkungsgrad entsprechend verringert.

3. *Anfahrhub*

Die Wirkungsweise der Arbeitsleitung wird durch die Kennwerte der Rohrleitung bedingt und durch das Anfahrventil geregelt.

Der Widerstand des Rohres von Länge l, Durchmesser d und Querschnitt A (möglichst gerade und glattwandig) ist mit den Bezeichnungen der *Abb. 1* längs der durch das Anfahrventil führenden Strömungslinie I durch die Widerstandskoeffizienten $\zeta_I = \zeta_a + \zeta_l + \zeta_b + \zeta_i$ bestimmt. Diese sind auf jene Geschwindigkeit $v = q/A$ bezogen, welche aus der durch den ursprünglichen Rohrquerschnitt fliessenden Wassermenge q errechnet wurde.

Die richtige Schätzung der Widerstandskoeffizienten soll auf folgende Weise erleichtert werden:

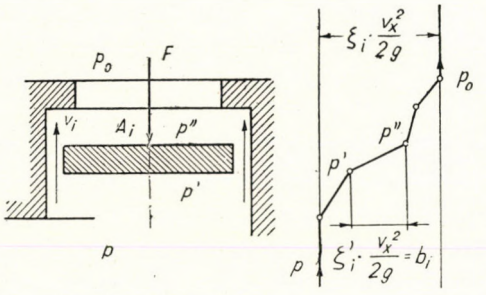


Abb. 2. Der Widerstand und die Belastung des Anfahrventils

Der Eintrittsverlustkoeffizient ist stets grösser als die Einheit, da er auch die Wucht der auf die Geschwindigkeit v gebrachten Wassersäule ausdrückt. Falls die Rohrmündung nicht abgerundet ist, vergrössert sich der Verlust wegen der Verengung des Wasserstrahls, und wenn ein Filter verwendet werden muss, kann der Eintrittsverlust auch ein Vielfaches der Geschwindigkeitshöhe erreichen. Im allgemeinen ist es angebracht, ζ_a zwischen 1,5 und 3 zu wählen.

Die Rohrreibung berechnet man mit dem Widerstandskoeffizienten $\zeta_l = \lambda \cdot l/d$, in welchem man die vollkommene Passung der Rohranschlüsse mit Bund durch Wahl des Wertes $\lambda = 0{,}04 \div 0{,}05$ in Rechnung stellen kann.

Der Koeffizient ζ_b fasst die Widerstände des Pumpenraumes zusammen, welche in Abhängigkeit von der Gestaltung der Konstruktion innerhalb weiter Grenzen veränderlich sind. Auf Grund der Ausführung nach *Abb. 1* ist der grösste Teil dieser Verluste auf die jähe Querschnittsänderung zurückzuführen. In der Überschlagsberechnung kann für ζ_b ein Wert von $1 \div 3$ gesetzt werden.

Mit den Bezeichnungen der *Abb. 2* ist der Widerstand des Anfahrventils aus zwei Teilen zu berechnen ($\zeta_i = \zeta_i' + \zeta_i''$), da die Druckabnahme des den Ventilkörper mantelförmig umströmenden Wassers das Schliessen des Ventils steuert (ζ_i'); hierzu sind noch die Verluste des zum Ventil kommenden und das Ventil verlassenden Wasserstromes hinzuzurechnen (ζ_i'').

Die Grösse des (wirksamen) Ventilwiderstandes ζ_i' kann man durch die entsprechende Gestaltung des Ventilgehäuses — (durch die Bemessung des ringförmigen Spaltes mit dem Querschnitt A_i) — vorschreiben. In guter Näherung ist:

$$\zeta_i' = \left(\frac{A}{\mu_i \cdot A_i}\right)^2 \qquad (2$$

wo der Durchflusskoeffizient μ_i zwischen 0,5 und 0,6 angenommen werden kann.

Die zusätzlichen Widerstände des Ventils kann man mit $\zeta_i'' = 2 \div 10$ berechnen, je nach Gestaltung des Ventilgehäuses.

Die Konstanten der Arbeitsleitung werden durch folgende drei zum Gefälle H_1 gehörende, wichtige Betriebskennwerte bestimmt:

1. Durch die Geschwindigkeit des am Anfahrventil abfliessenden Wassers (eine in der Tat nicht zustande kommende Konstante):

$$v_\infty = \frac{2gH_1}{\zeta_I} \qquad \text{(m/sec)}. \qquad (3)$$

2. Durch die Anfangsbeschleunigung der ruhenden Wassersäule (im Moment des Ventilöffnens):

$$a_0 = \frac{g\,H_1}{l} \qquad \text{(m/sec}^2\text{)}. \qquad (4)$$

3. Durch die Zeitkonstante der sich beschleunigenden Wassersäule (d. h. dasjenige Zeitintervall, während welches die Wassersäule ihre gleichmässige Geschwindigkeit mit der ständigen Anfangsbeschleunigung erreichen würde):

$$Z_1 = \frac{v_\infty}{Q_0} = \frac{l\,v_\infty}{gH_1} = \frac{2\,l}{\zeta_I v_\infty} \qquad \text{(sec)}. \qquad (5)$$

Mit diesen Betriebskennwerten kann die Differentialgleichung, welche die Bewegungsgesetze der beschleunigten Wassersäule beschreibt, auf folgende einfache Form gebracht werden:

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{g}{l}\left(H_1 - \zeta_I \frac{v^2}{2g}\right).$$

Die Beschleunigungshöhe wird nämlich als Rest des mit der Verlusthöhe verminderten Gefälles H_1 errechnet.

Die Lösung der Differentialgleichung lautet (mit den Anfangswerten: $t = 0$; $v = 0$)

$$v = v_\infty \,\mathrm{th}\,\frac{t}{Z_1} \qquad \text{(m/sec)}, \qquad (6)$$

oder falls man für $t/Z_1 = x$ und für $v/v_\infty = y$ setzt:

$$y = \text{th}\, x\,. \tag{7}$$

Die Gl. (7) drückt das Gesetz des Anfahrens in dimensionsloser Form aus, die in *Abb. 4* gezeigte Kurve ist für alle Anordnungen gültig und im gegebenen Fall sind die Multiplikatoren der Betriebscharakteristiken unmittelbar ablesbar.

Zahlenbeispiel. Die Arbeitsleitung des im Maschinenlaboratorium untersuchten Wasserwidders ist 6,0 m lang und besitzt einen Durchmesser von $d = 50$ mm ($A = 20{,}4$ cm^2), das nutzbare Gefälle beträgt $H_1 = 1{,}0$ m, die Widerstandskoeffizienten der Rohrleitung sind, $\lambda = 0{,}05$; $\mu_i = 0{,}5$; $A/A_i = 2$ gesetzt:

$$\begin{aligned}
\zeta_a &= && = 2\\
\zeta_l &= \lambda\frac{l}{d} = \frac{0{,}05\cdot 6}{0{,}05} = && = 6\\
\zeta_b &= && = 3\\
\zeta'_i &= \left(\frac{A}{A_i}\right)^2 = \left(\frac{2}{0{,}5}\right)^2 && = 16\\
\zeta''_i &= && = 5\\
&&& \zeta_I = 32
\end{aligned}$$

$$\text{hiermit ist: } v_\infty = \sqrt{\frac{2gH_1}{\zeta_I}} = \sqrt{\frac{19{,}62\cdot 1}{32}} = 0{,}792 \text{ m/sec},$$

$$a_0 = \frac{gH_1}{l} = \frac{9{,}81\cdot 1}{6{,}0} = 1{,}64 \text{ m/sec}^2$$

$$\text{und } Z_1 = \frac{v_\infty}{a_0} = \frac{0{,}792}{1{,}64} = 0{,}482 \text{ sec}.$$

4. *Schliessen des Anfahrventils*

Die das Anfahrventil belastende Kraft F_i (das Gewicht des in Wasser getauchten Ventilkörpers, welches durch eine schwache Feder zum Teil entlastet ist) hält das Ventil von Fläche »A_i« solange offen, bis an beiden Seiten des Tellers durch den (wirksamen) Ventilwiderstand ein so grosser Druckabfall $(p' - p'')$ entsteht, dass das Ventil gehoben und geschlossen wird. Mit den Bezeichnungen der *Abb. 2* wird $(p' - p'')\,A_i = F_i$, und die spezifische Ventilbelastung:

$$\boxed{b_i = \frac{F_i}{A_i\gamma} = \frac{p' - p''}{\gamma}}\,. \tag{8}$$

Da aber dieser Druckabfall durch den Ventilwiderstand ζ'_i verursacht wird, lässt sich aus Gl. (8) auch jene Grenzgeschwindigkeit berechnen, auf welche die Wassersäule beschleunigt werden muss, bei welcher das Anfahrventil sich zu schliessen beginnt.

Die Bedingung des Schliessens ist also:

$$\zeta'_i \frac{v_x^2}{2g} = b_i$$

und hieraus die gesuchte Grenzgeschwindigkeit:

$$v_x = \sqrt{\frac{2g\, b_i}{\zeta'_i}} \qquad \text{(m/sec)}. \tag{9}$$

Beim automatischen Widderbetrieb kann das Anfahrventil nur schliessen, wenn diese Grenzgeschwindigkeit v_x zustande kommt; dies ist aber nur möglich, wenn $v_x < v_\infty$ ist, also im Falle von

$$y_x = \frac{v_x}{v_\infty} < 1\,. \tag{10}$$

Wenn die Grenzgeschwindigkeit durch die Wahl von y_x vorgeschrieben wird, so wird aus den Gl.-en (3) und (9) die zulässige Ventilbelastung b_i berechnet.

Sobald die Geschwindigkeit v_x erreicht ist, ist auch der Anfahrhub beendet. Die Zeit des Anfahrens ist aus der Gl. (6):

$$T_1 = Z_1 \cdot \operatorname{Arth} \frac{v_x}{v_\infty} \qquad \text{(sec)}\,, \tag{11}$$

oder mit der Bezeichnung $T_1 = x_x Z_1$ aus der Gl. (7):

$$x_x = \operatorname{Arth} y_x \tag{12}$$

Der für die Anfahrzeit charakteristische Multiplikator x_x kann unmittelbar aus der Kurve der *Abb. 4* abgelesen werden.

Es ist hier zu bemerken, dass die Anfahrzeit T_1 bloss den Beginn des Schliessens des Ventils bestimmt, da man zum Schliessen des Ventils ein weiteres Zeitintervall T_2 in Rechnung stellen muss. *Harza* hat auch die Bewegungsgesetze der Ventile analysiert und zu seinen Untersuchungen einen hiezu konstruierten Indikator benützt. Auf Grund seiner Forschungsergebnisse stellte er fest, dass die Schliesszeit des Anfahrventils auf

$$T_2 = 0{,}1 \div 0{,}2 \text{ sec}$$

geschätzt werden kann. Durch Verringerung der Masse des Anfahrventils und durch Federentlastung lässt sich die Schliesszeit bis auf $T_2 = 0{,}05$ sec verringern. Inzwischen steigt die Wassergeschwindigkeit anfänglich etwas über v_x und wird nachher wieder kleiner. Anstatt eines verwickelten und nicht zum Ziel führenden Berechnungsverfahrens kann in guter Näherung angenommen werden, dass die Wassergeschwindigkeit am Ende des Schliessens $v_2 \cong v_x$ ist, also genau so gross bleibt wie am Anfang des Schliessens.

Zahlenbeispiel. Mit deu im Punkt 3 angenommenen und errechneten Werten ($v_\infty = 0{,}792$ m/sec, $Z_1 = 0{,}482$ sec und $\zeta'_i = 16$, ferner $b_i = 0{,}2$ m spezifischer Ventilbelastung) ist die zum Schliessen des Ventils nötige Grenzgeschwindigkeit:

$$v_x = \sqrt{\frac{2gb_i}{\zeta'_i}} = \sqrt{\frac{19{,}62 \cdot 0{,}2}{16}} = 0{,}495 \text{ m/sec};$$

hiermit wird:

$$y_x = v_x/v_\infty = 0{,}495 : 0{,}792 = 0{,}625$$

und

$$x_x = \text{Arth } 0{,}625 = 0{,}753,$$

also die Anfahrzeit:

$$T_1 = x_x Z_1 = 0{,}753 \cdot 0{,}482 = 0{,}363 \text{ sec.}$$

5. *Der zum Öffnen des Druckventils nötige »Wasserstoss«*

Das Schliessen des Anfahrventils bringt die in Schwung gebrachte Wassersäule plötzlich zum Stillstand und ruft dadurch einen Wasserstoss hervor, dessen

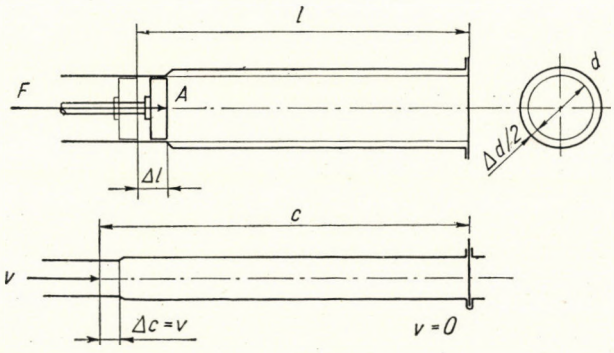


Abb. 3. Die Elastizität der in ein Rohr eingeschlossenen Wassersäule

exakte Theorie aus dem Studium von *Shukowski* (1898) und *Alliévi* (1910) — mehr als hundert Jahre nach der Erfindung des Wasserwidders — allgemein bekannt wurde.

Der Inhalt der Theorie soll kurz auf Grund von *Abb. 3* angegeben werden.

Die in einem Rohr mit dem Durchmesser d und der Wandstärke v_d eingeschlossene Wassersäule von der Länge l verkürzt sich auf Wirkung der äusseren Kraft $F = \Delta p A$ (z. B. Kolbenkraft) und zwar infolge des Zusammendrückens der, einen Elastizitätskoeffizienten E_f aufweisenden Flüssigkeit um den Wert:

$$\Delta l_1 = \frac{\Delta p}{E_f} l$$

und infolge der Volumenvergrösserung, die von der Ausdehnung der, einen Elastizitätskoeffizienten E_c aufweisenden Rohrwand herrührt, um den Betrag

$$\Delta l_2 = \frac{d\Delta p}{v_d E_c} l$$

Die gesamte Verkürzung der Wassersäule $\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2$ ist also:

$$\Delta l = \frac{\Delta p}{E_r} l \tag{13}$$

worin

$$\frac{1}{E_r} = \frac{1}{E_f} + \frac{d}{v_d E_c} \quad \text{ist.} \tag{14}$$

E_r ist der »reduzierte« Elastizitätsmodul der im Rohr eingeschlossenen Wassersäule.

Wenn man nun die in einem offenen Rohr mit der Geschwindigkeit v strömende Wassersäule durch Abschliessen des Rohrendes plötzlich abbremst, dann muss innerhalb einer Sekunde ein Abschnitt der Wassersäule von der Länge c zum Stillstand gebracht werden, welcher durch ein Zusammendrücken von der Grösse $\Delta c = v$ das weitere Vordringen der sich hinter ihm mit der Geschwindigkeit v fortbewegenden Wassersäule sichern kann.

Aus der Gl. (13) ist:

$$c = \frac{E_r}{\Delta p} v \cdot \tag{15}$$

Die Druckzunahme Δp kann hinwieder aus der Impulsänderung der von der Geschwindigkeit v in einer Sekunde zur Ruhe gebrachten Wassersäule von einer Masse: $cA\ \gamma/g$ errechnet werden

$$\Delta p = \frac{c v}{g} \gamma \tag{16}$$

aus den Gl. (15) und (16) ist:

$$c = \sqrt{\frac{E_r g}{\gamma}} \qquad \text{(m/sec)}. \tag{17}$$

Gl. (17) ist der Ausdruck jener Geschwindigkeit *(c)*, mit welcher die Druckwelle längs des Rohres nach rückwärts läuft. Dies ist also die Fortpflanzunggeschwindigkeit des Schalles in der in ein Rohr eingeschlossenen Wassersäule. (Bei einem dickwandigen Rohr wird: $c_h = 1425$ m/sec.)

Da die Arbeitsleitung des Wasserwidders im allgemeinen ein Gasrohr ($E = 2 \cdot 10^{10}$ kg/m^2) ist, und der Elastizitätsmodul des Wassers $E_f = 2{,}07 \cdot 10^8$ kg/m^2 beträgt, so ist also im Durchschnitt mit einer Wellengeschwindigkeit von $c = 1300$ m/sec zu rechnen.

Die Gl. (16), welche die Druckzunahme ausdrückt, bezieht sich auf jenen Fall, in dem die Wassersäule ihre Geschwindigkeit v ganz verliert. Wenn aber der Druck nicht höher ansteigen kann, als es das Öffnen des Druckventils erfordert, verkleinert sich zwar die Geschwindigkeit sprungweise um Δv, doch hört

die Strömung dennoch nicht auf. Die Impulsänderung wird dann nur noch jener Geschwindigkeitsabnahme $\Delta v = v_2 - v_3$ proportional sein, welche aus der Gl. (16) errechnet werden kann. Es wird :

$$\Delta v = v_2 - v_3 = \frac{g \Delta p}{c} \qquad \text{(m/sec)}. \qquad (18)$$

(In dieser Gleichung wurde Δv an Stelle von v gesetzt.)

Die Druckzunahme Δp lässt sich aus der Differenz des im Pumpenraum vor dem Öffnen des Druckventils herrschenden Druckes p_2 und dem zum Öffnen des Ventils nötigen Druck p_3 berechnen.

Der Druck p_2 — (bei Annahme von $v_3 \cong v_2$ im ersten Moment des Öffnens des Druckventils) — wird mit der Bezeichnung der *Abb. 1* die auf das Druckventil von unten her wirkende Wassersäulenhöhe $(H_1 + e)$ und durch die Verlusthöhe der gegen das Druckventil gerichteten Strömung bestimmt.

Nach der *Abb. 1* wird die Richtungsspur II mit den Widerstandskoeffizienten $\zeta_{II} = \zeta_a + \zeta_l + \zeta_b + \zeta_n$ gekennzeichnet. Von diesen sind die ersten drei bereits aus dem Abschnitt 3 bekannt, ζ_n ist hingegen der Widerstandskoeffizient des bis an die untere Fläche des Druckventils reichenden Abzweigkanals ; ζ_n kann bei Berücksichtigung des Richtungswechsels von 90° und der plötzlichen Querschnittsänderung berechnet werden.

Im Durchschnitt kann man mit : $\zeta_n = 2 \div 5$ rechnen.

Man kann also

$$\frac{p_2}{\gamma} = H_1 + e - \zeta_{II} \frac{v_2^2}{2g} \qquad \text{(m)} \qquad (19)$$

schreiben.

Der auf dem Ventil lastende Druck p_3 (ebenfalls auf die Fläche des Ventilsitzes bezogen) wird nach der *Abb. 1* durch die Höhe der auf dem Ventilteller lastenden oberen Wassersäule $(H_1 + e + H_2)$ bestimmt ; zu dieser muss man aber auch die spezifische Ventilbelastung b_n und die Verlusthöhe h_2' der Druckleitung hinzurechnen.

Die spezifische Ventilbelastung kann man bei überschlägigen Berechnungen zwischen $b_n = 0{,}2 \div 0{,}4$ wählen, den Druckverlust der Druckleitung bestimmt man hingegen aus den Kennwerten der Druckleitung, bei Berücksichtigung dessen, dass der Windkessel eine gleichmässige Wasserlieferung sichert. Bei richtiger Bemessung der Druckleitung kann man diese Verlusthöhe auf $h_2' = 0{,}1$ m verringern. Man dürfte also kaum einen Fehler begehen, wenn man mit einem ständigen Wert von $h_2' = 0{,}1$ m rechnet.

Der zum Öffnen des Ventils nötige Druck lässt sich also aus folgender Gleichung berechnen :

$$\frac{p_3}{\gamma} = H_1 + e + H_2 + b_n + h_2' \qquad \text{(m)}. \qquad (20)$$

Die Druckzunahme Δp aus Gl. (19) und (20):

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \frac{p_3 - p_2}{\gamma} = h_2 + \zeta_{II} \frac{v_2^2}{2g} \qquad \text{(m)} \qquad (21)$$

worin

$$h_2 = H_2 + b_n + h_2' \qquad (22)$$

ist.

Die Gl. (18) kann man durch Einsetzen des Druckabfalles Δp wie folgt schreiben:

$$\Delta v = v_2 - v_3 = \frac{g}{c}\left(h_2 + \zeta_{II} \frac{v_2^2}{2g}\right) \qquad \text{(m/sec)}. \qquad (23)$$

Zahlenbeispiel. Im vorhergehenden Abschnitt wurde die zum Schliessen des Anfahrventils nötige Grenzgeschwindigkeit berechnet, welche während der geschätzten Schliessungszeit von $T_2 = 0{,}10$ sec unveränderlich mit dem Wert von $v_2 = v_x = 0{,}495$ m/sec angenommen wurde.

Die Hubhöhe des Wasserwidders ist ..... $H_2 = 3{,}1$ m
Die Belastung des Druckventils ist ..... $b_n = 0{,}2$ «
Die Verlusthöhe der Druckleitung ist ..... $h_2 = 0{,}1$ «

Die gesamte Lieferungshöhe ist also ..... $h_2 = 3{,}4$ m.

(Die zwischen den Ventilsitzen messbare Konstruktionshöhe — im gegebenen Falle = 0,05 m — fällt fort.)

Wenn der Widerstand des zum Druckventil führenden Kanals mit $\zeta_n = 3$ errechnet wird, ergibt sich:

$$\zeta_{II} = \zeta_a + \zeta_l + \zeta_b + \zeta_n = 2 + 6 + 3 + 3 = 14$$

und somit:

$$\zeta_{II} \frac{v_2^2}{2g} = 14 \cdot \frac{0{,}495^2}{19{,}62} = 0{,}175 \text{ m}.$$

Die Druckhöhe des Wasserstosses ist also (nach Gl. [21]):

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = 3{,}4 + 0{,}175 = 3{,}575 \text{ m}$$

und somit die Geschwindigkeitsabnahme (aus Gl. [23]) bei dem Wert $c = 1300$ m/sec:

$$\Delta v = \frac{9{,}81}{1300} 3{,}575 = 0{,}027 \text{ m/sec}.$$

Nach dem Wasserstoss wird also die Geschwindigkeit des Wassers:

$$v_3 = v_2 - \Delta v = 0{,}495 - 0{,}027 = 0{,}468 \text{ m/sec betragen.}$$

Mit dieser Geschwindigkeit v_3 beginnt also die Wasserlieferung über das Druckventil zum Windkessel.

6. *Der Verzögerungshub*

Im ersten Moment des Öffnens des Druckventils ($t = 0$) trifft der mit der Geschwindigkeit v_3 strömende Wasserstrom auf den Gegendruck des Druckraumes und erfährt somit eine Verzögerung von a_l.

Die Verzögerung zu einem beliebigen Zeitpunkt ist (bei einer Geschwindigkeit v) :

$$a_l = -\frac{dv}{dt} = \frac{g}{l}\left(h_2 - \zeta_{II}\,\frac{v^2}{2g}\right).$$

Diese Differentialgleichung lässt sich durch Einführen folgender drei Betriebskennwerte auf eine einfachere Form bringen :

$$v_0 = \sqrt{\frac{2gh_2}{\zeta_{II}}} \qquad \text{(m/sec)} \qquad (24)$$

$$a_{l0} = \frac{g\,h_2}{l} \qquad \text{(m/sec}^2\text{)} \qquad (25)$$

$$Z_0 = \frac{v_0}{a_{l0}} = \frac{l\,v_0}{g\,h_2} = \frac{2l}{\zeta_{II}\,v_0} \qquad \text{(sec).} \qquad (26)$$

Den drei Betriebskennwerten des Verzögerungshubes kann man auch eine kinematische Deutung geben. Es ist v_0 jene Geschwindigkeit, bei welcher die Strömungsverlusthöhe der Arbeitsleitung gerade gleich gross wie die (gesamte) Lieferungshöhe h_2 ist. a_{l0} ist die Verzögerung der Wassersäule im Moment des Anhaltens (wenn $v = 0$ wird). Demnach ist Z_0 eine Zeitkonstante, welche jene Zeitspanne angibt, in welcher die Wassersäule infolge der ständigen Verzögerung a_{l0} ihre Geschwindigkeit v_0 verlieren würde.

Die Lösung der Differentialgleichung mit den Anfangswerten ($t = 0$, $v = 0$) lautet :

$$t = Z_0\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{v_3}{v_0} - \operatorname{arc\,tg}\frac{v}{v_0}\right) \qquad \text{(sec).} \qquad (27)$$

Die Dauer des Verzögerungshubes (T_3) ergibt sich durch Einsetzen des Wertes $v = 0$:

$$T_3 = Z_0 \operatorname{arc\,tg}\frac{v_3}{v_0} \qquad \text{(sec).} \qquad (28)$$

Wird dieser Wert T_3 in die Gl. (27) eingesetzt, so erhält man das Bewegungsgesetz der sich verzögernden Wassersäule in folgender einfacher Form :

$$v = v_0\ \operatorname{tg}\frac{T_3 - t}{Z_0} \qquad \text{(m/sec).} \qquad (29)$$

Das Bewegungsgesetz der sich verzögernden Wassersäule kann ebenfalls wie Gl. (7) mit Hilfe dimensionsloser Multiplikatoren ausgedrückt werden, wenn $(T_3 - t) = \mu$ und $c/c_0 = \nu$ gesetzt werden.

Man kann also schreiben :

$$\nu = \operatorname{tg}\mu \qquad (30)$$

Zur Untersuchung des Verzögerungshubes wurde in *Abb. 4* neben die gemäss Gl. (7) dargestellte hyperbolische Tangentenkurve, (mit negativen Abszissen) auch die durch die Gl. (30) ausgedrückte Tangentenkurve aufgezeichnet; diese kann auch zweckmässig zur Bestimmung der Verzögerungszeitspanne verwendet werden.

Zahlenbeispiel. Die Anfangsgeschwindigkeit des Verzögerungshubes ist nach Punkt 5:

$$v_3 = 0{,}468 \text{ m/sec.}$$

Die Betriebskonstanten sind:

$$\zeta_{II} = 14\,; \quad h_2 = 3{,}4 \text{ m} \quad \text{und} \quad l = 6{,}0 \text{ m.}$$

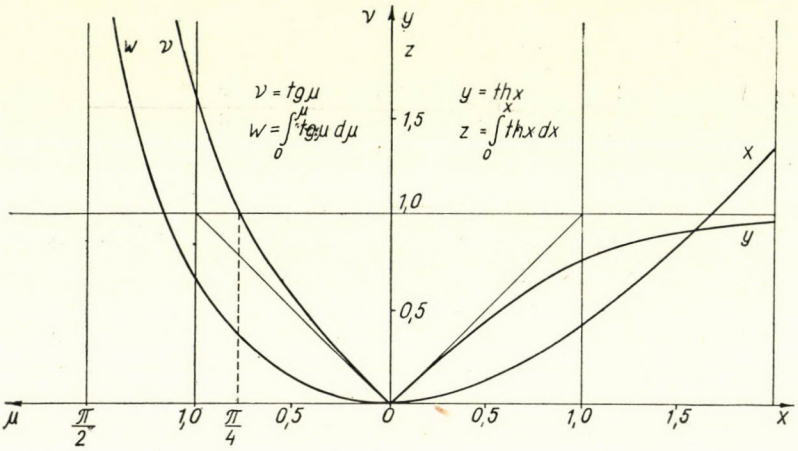


Abb. 4. Die Bewegungsgesetze der beschleunigten und der verzögerten Wassersäule

Mit diesen Werten ist:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2g\,h_2}{\zeta_{II}}} = \sqrt{\frac{109{,}62 \cdot 3{,}4}{14}} = 2{,}19 \text{ m/sec,}$$

$$a_{l_0} = \frac{g\,h_2}{l} = \frac{9{,}81 \cdot 3{,}4}{6{,}0} = 5{,}56 \text{ m/sec}^2$$

und:

$$Z_0 = \frac{v_0}{a_{l_0}} = \frac{2{,}19}{5{,}56} = 0{,}393 \text{ sec.}$$

Der Zeitraum des Verzögerungshubes mit den Werten:

$$\nu_3 = v_3/v_0 = 0{,}468 : 2{,}19 = 0{,}213$$

und

$$\mu_3 = \text{arc tg } \nu_3 = \text{arc tg } 0{,}213 = 0{,}212$$

beträgt:

$$T_3 = \mu_3 Z_0 = 0{,}212 \cdot 0{,}393 = 0{,}0835 \text{ sec.}$$

7. *Das Schliessen des Druckventils und die das Anfahrventil öffnende Druckwelle*

Während des Verzögerungshubes verkleinert sich der Hub des Druckventils proportional zur Geschwindigkeit v, also schliesst es sich am Ende des Hubes (bei der Geschwindigkeit $v = 0$). In Wirklichkeit schliesst sich das Ventil etwas später, genau so wie die Ventile der Kolbenpumpen ; diese Zeitspanne soll aber in die Öffnungszeit T_4 des Anfahrventils eingerechnet werden.

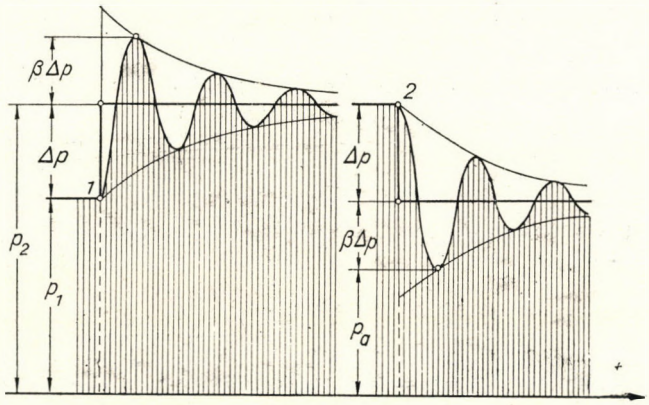


Abb. 5. Druckwellen der in ein elastisches Rohr eingeschlossenen Wassersäule

Im Moment des Schliessens des Druckventils herrschte im Pumpenraum — (unter dem Ventilteller) — der Druck p_4, der sich aus den Gl. (20) und (22) berechnen lässt :

$$\frac{p_4}{\gamma} = H_1 + e + h_2 \qquad \text{(m)}. \qquad (31)$$

Sobald durch Schliessen des Druckventils die Verbindung zwischen dem Pumpenraum und dem Druckraum unterbrochen ist, fällt der Druck plötzlich auf den zum Gefälle $(H_1 + e)$ gehörenden statischen Wert p_5, d. h :

$$\frac{p_5}{\gamma} = H_1 + e \qquad \text{(m)}. \qquad (32)$$

Die plötzliche Druckabnahme ist also :

$$\Delta p = p_4 - p_5 = \gamma\, h_2 \qquad \text{(kg/m}^2\text{)}. \qquad (33)$$

Die elastische Wassersäule — die sich als gespannte Feder verhaltende Rohrwand mit inbegriffen — bildet jedoch ein Schwingungssystem, welches in die dem Druckabfall entsprechende neue Gleichgewichtslage nur mit gedämpften Schwingungen gelangen kann. Ohne Dämpfung bewirkt die erste

Schwingung eine ebenso grosse Depression Δp wie der am Anfang herrschende Überdruck betragen hat ; diese Depression vermindert sich — je nach dem Mass der Dämpfung — auf den Wert $\beta \Delta p$ (wobei $\beta < 1$ ist).

Der Einfluss der Druckwellen wird in *Abb. 5* veranschaulicht. Hieraus ist ersichtlich, dass derartige Druckwellen auch bei dem in Punkt 5 untersuchten »Wasserstoss« entstehen. Diese sind bei der Festigkeitskontrolle der Rohrwand derart zu berücksichtigen, dass man mit einer Druckzunahme von $2\Delta p$ rechnet.

Der statische Wert des Druckes, welcher das Anfahrventil (in der geschlossenen Stellung) festhält, wird mit den Bezeichnungen der *Abb. 1* durch das Gefälle H_1 bestimmt. Da dieser aber auf jeden Fall grösser ist als die spezifische Ventilbelastung b_1, kann sich das Anfahrventil nur dann öffnen, wenn die oben beschriebene Depressionswelle $\beta \Delta p$ den statischen Druck unter dem Ventil dermassen verringert, dass die Ventilbelastung zur Geltung kommen kann. Unter Berücksichtigung der Gl. (33) lässt sich also die Bedingung des Öffnens durch

$$b_i \geqq H_1 - \beta \cdot h_2 \tag{34}$$

ausdrücken.

Aus dieser Bedingung lässt sich auch jene kleinste Förderhöhe h_2 berechnen, welche das selbsttätige Ventilspiel unbedingt erfordert.

Zum sicheren und schnellen Öffnen des Anfahrventils muss die Ungleichheit (34) derart befriedigt werden, dass zum Herabfallen des Ventiltellers eine ausreichende Beschleunigungskraft zur Verfügung steht ; dies wird um so eher der Fall sein, je grösser die Förderhöhe im Verhältnis zum Gefälle ist. Für die Öffnungsdauer des Anfahrventils — (einschliesslich der zum Schliessen des Druckventils nötigen Zeit) — kann im Durchschnitt die Hälfte der Schliesszeit T_2 angenommen werden, d. h.:

$$T_4 = 0{,}05 \div 0{,}1 \text{ sec.}$$

Zahlenbeispiel. Bei der Gesamtförderhöhe $h_2 = 3{,}4$ m, dem Gefälle $H_1 = 1{,}0$ m, der spezifischen Ventilbelastung $b_i = 0{,}2$ m und der auf den Wert $\beta = 0{,}8$ geschätzten Dämpfung ist die kleinste Druckhöhe unter dem Ventil :

$$\frac{p_a}{\gamma} = H_1 - \beta h_2 = 1{,}0 - 0{,}8 \cdot 3{,}4 = -1{,}72 \text{ m}.$$

Die Depression von 0,17 sichert also zusammen mit der Ventilbelastung ein kräftiges und rasches Öffnen.

Die unterste Grenze der Förderhöhe (bei welcher das selbsttätige Öffnen aufhört) ergibt sich aus der Ungleichheit (34) :

$$h_2 = \frac{H - b_i}{\beta} = \frac{1{,}0 - 0{,}2}{0{,}8} = 1{,}0 \text{ m}.$$

Dieses Beispiel beweist auch die Richtigkeit der in der Praxis gemachten Erfahrung, dass die Förderhöhe des Wasserwidders nicht kleiner sein darf, als das Gefälle.

8. Die Förderleistung und der Wasserverbrauch des Wasserwidders

In den bisherigen Abschnitten wurden die Gesetze und Bedingungen der hubweisen Tätigkeit des Wasserwidders beschrieben; diese bestimmen auch den zeitlichen Verlauf der Wassersäulengeschwindigkeit.

Mit den Bezeichnungen des Ventilspieles beträgt die Dauer einer ganzen Betriebsperiode:

$$T = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 \qquad \text{(sec)}, \qquad (35)$$

wovon:

$T_f = T_1 + T_2$ auf die Zeitdauer des Wasserverbrauches und $T_h = T_3 + T_4$ auf die der Wasserlieferung entfällt.

Die Hubzahl je Minute ist:

$$n = \frac{60}{T} \qquad \text{(min)}. \qquad (36)$$

Die durch den Querschnitt A fliessende Wassermenge ergibt sich für einen Betriebsabschnitt aus der Flächenberechnung des Geschwindigkeitsdiagramms:

$$\text{Wasserverbrauch (hubweise):} \quad V_1 = A \int_0^{T_f} v\,dt \qquad (\text{m}^3) \qquad (37)$$

$$\text{Wasserlieferung (hubweise):} \quad V_2 = A \int_0^{T_h} v\,dt \qquad (\text{m}^3). \qquad (38)$$

Mit Berücksichtigung der Hubzahl lässt sich auch die je Minute geförderte Wassermenge berechnen. ($q_1 = nV_1$ und $q_2 = nV_2$.)

Zur einfachen Berechnung der Flächenintegrale wurden in *Abb. 4* auch die Integralkurven der Geschwindigkeitsschaubilder in der dimensionslosen Form $z = z(x)$ und $w = w(\mu)$ aufgezeichnet.

Beim Gebrauch dieser Kurven muss beachtet werden, dass sich diese nur auf die Zeitdauer T_1 bzw. T_3 beziehen. Die während der Zeit T_2 (bei gleichbleibender Geschwindigkeit v_2) ausfliessende Menge ist: Av_2T_2; dagegen kann der Wasserverbrauch im Zeitintervall T_4 vernachlässigt werden.

Zahlenbeispiel. Werden die bereits berechneten Betriebskennwerte mit der schätzungsweisen Zeitdauer der Ventilspiele ergänzt, so beträgt die Dauer einer ganzen Betriebsperiode:

$$\begin{aligned} T_1 &= 0{,}3540 \text{ sec} \\ T_2 &= 0{,}1000 \text{ sec} \\ T_3 &= 0{,}0835 \text{ sec} \\ T_4 &= 0{,}0625 \text{ sec} \\ \hline T &= 0{,}6000 \text{ sec} \end{aligned}$$

Die Hubzahl beträgt also :

$$n = \frac{60}{0{,}60} = 100\,(\text{min}).$$

Der zeitliche Ablauf der Geschwindigkeiten wird in *Abb. 6* veranschaulicht, welche auch die Wasserlieferung und den Wasserverbrauch je Hub darstellt.

Anstatt die Flächen K_1 und K_2 zu planimetrieren, werden sie in *Abb. 4* abgemessen, oder aber die entsprechenden dazugehörenden Werte

$$\text{zu } x_X = 0{,}733: \qquad z_X = 0{,}248 \text{ und}$$
$$\text{zu } u_3 = 0{,}212: \qquad w_3 = 0{,}0226$$

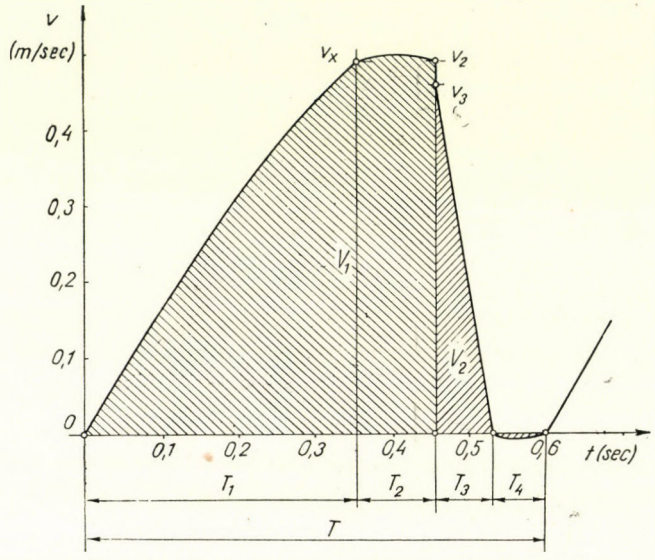


Abb. 6. Das »Gangschaubild« des Wasserwidders

als Arealmultiplikatoren berechnet ; sowie auch der charakteristische Multiplikator der Schliessungszeit des Anfahrventils :

$$x_2 = T_2/Z_1 = 0{,}1 : 0{,}354 = 0{,}208.$$

Die Gl (37), welche den Wasserverbrauch angibt, lässt sich nach Einsetzen dieser Multiplikatoren und der während der Zeit T_2 als ständig angenommenen Geschwindigkeit v_X schreiben :

$$V_1 = A\, v_\infty\, Z_1\, (z_X + x_2 \cdot y_X) = 0{,}00204 \cdot 0{,}792 \cdot 0{,}482 \cdot (0{,}248 + 0{,}208 \cdot 0{,}5625) =$$
$$= 0{,}293 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 0{,}293\ \text{l}.$$

Der Wasserverbrauch je Minute ist also:

$$q_1 = n \cdot V_1 = 100 \cdot 0{,}293 = 29{,}3\ \text{l/min}.$$

Die geförderte Wassermenge ist nach Gl. (38) :

$$V_2 = A\, v_0 \cdot Z_0 \cdot w_3 = 0{,}00204 \cdot 2{,}19 \cdot 0{,}393 \cdot 0{,}0226 = 0{,}0396 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3 = 0{,}0396\ \text{l/min}$$

und

$$q_2 = n \cdot V_2 = 100 \cdot 0{,}0396 = 3{,}96\ \text{l/min}.$$

Bei einem Gefälle von $H_1 = 1{,}0$ m und einer nützlichen (statischen) Lieferhöhe von $H_2 = 3{,}2$ m ist der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{q_2 H_2}{q_1 H_1} = \frac{3{,}96 \cdot 3{,}2}{29{,}3 \cdot 1{,}0} = 0{,}434 = 43{,}4\%$$

Die im Laboratorium durchgeführten Messungen ergeben bei einem Wasserwidder von denselben Abmessungen und unter ähnlichen Betriebsverhältnissen wie im Beispiel, einen durchschnittlichen Wirkungsgrad von 50% und eine etwa um 10% höhere Hubzahl.

Im Vergleich zu den Angaben des Zahlenbeispiels kann festgestellt werden, dass die Abweichung darauf zurückzuführen ist, dass die Schliesszeit des Anfahrventils in Wirklichkeit bedeutend kürzer ist als der Erfahrungswert nach *Harza*.

Bei Annahme von:

$$T_2 = 0{,}05 \text{ sec und } x_2 = 0{,}104$$

wird $T = 0{,}55$ sec und $n = 60/T = 109$/min betragen.

Der Wasserverbrauch ist dann:

$$V_1 = 0{,}243 \text{ l} \quad \text{und} \quad q_1 = n \cdot V_1 = 26{,}5 \text{ l/min}$$

und der Wirkungsgrad wird somit:

$$\eta = \frac{4{,}34 \cdot 3{,}2}{26{,}5 \cdot 1{,}0} = 0{,}524 = 52{,}4\%$$

betragen.

Dieser letzte Ansatz ergibt bereits mit den Messungen gut übereinstimmende Resultate. Diese Messungen besagen ferner, dass die Wirkungsgradkurve »flachscheitelig« ist, d. h. dass diese bei einer zwischen weiten Grenzen veränderten Hubzahl nur geringe Abweichungen zeigt.

Es muss noch bemerkt werden, dass durch Verminderung der Anfahrventilmassen und durch Änderung der Ventilbelastung bei demselben Wasserwidder auch derartige Betriebsverhältnisse geschaffen werden konnten, dass die Wasserlieferung 6 l/min und der Wirkungsgrad 60% erreichte.

9. Die Kennlinien der Betriebskennwerte

Mit der bisher beschriebenen Berechnungsmethode lassen sich auch die Kennlinien des Wasserwidders bestimmen, mit deren Benützung sich der den gegebenen Verhältnissen am besten angepasste Betriebszustand einstellen lässt.

Abb. 7 zeigt die Kennlinien, welche sich mit den Angaben des Zahlenbeispiels für ein Gefälle $H_1 = 1{,}0$ m und eine Lieferhöhe $H_2 = 3{,}2$ m aufzeichnen lassen.

Die Hubzahl je Minute lässt sich durch Änderung der Anfahrventilbelastung (bei Zugrundelegung einer Schliesszeit von $T_2 = 0{,}1$ sec) auf $n = 325$/min steigern, bei dieser Hubzahl hört aber die Wasserlieferung bereits auf.

Bemerkenswert ist die Form der Wasserlieferungskurve (q_2) und der Wirkungsgradkurve (η), welche die günstigste Hubzahl exakt bestimmen. Im allgemeinen wird gefordert, dass der Wasserwidder möglichst viel Wasser liefere. Eine Hubzahl von $n = 100/\text{min}$ ist von diesem Gesichtspunkt aus entsprechend und ausserdem ist hiemit auch die Bedingung eines guten Wirkungsgrades erfüllt.

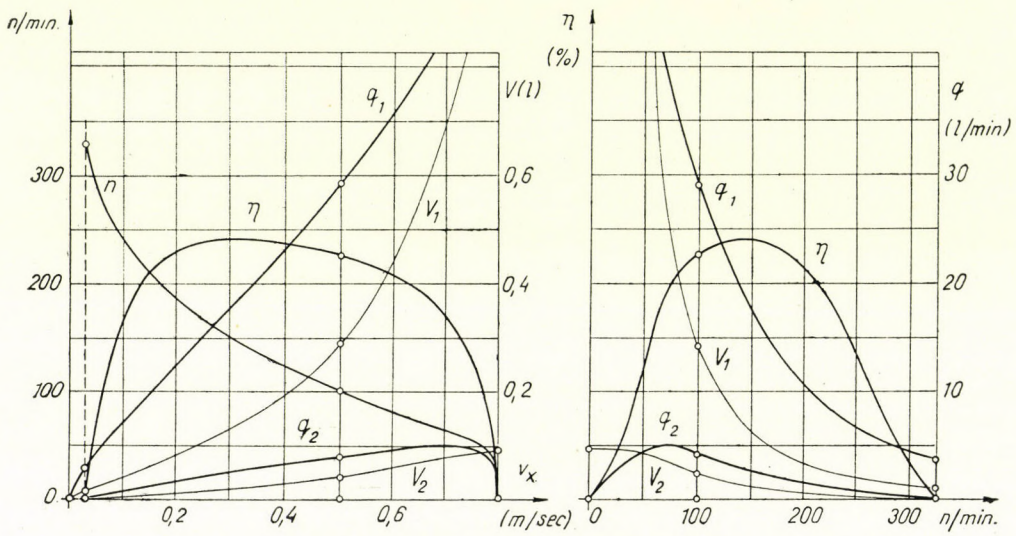


Abb. 7. Die Kennlinien des Wasserwidders

10. Die Bestimmung der Förderhöhe (Muschelkurven)

Schliesslich dürfte es auch interessant sein, einen Überblick über die zu erwartende Förderhöhe zu erhalten. Die abgeleiteten Gleichungen gestatten auch eine Berechnung der Förderhöhe.

Aus den Gl.-en (18) und (21) kann:

$$\frac{c}{g}(v_2 - v_3) \cong h_2 + \zeta_{II}\,\frac{v_2^2}{2g}$$

geschrieben werden, woraus sich bei Einsetzung von

$$v_2 \cong v_x = \sqrt{\frac{2\,g\,b_i}{\zeta_i'}}$$

folgender Zusammenhang ergibt:

$$h_2 \cong \frac{c}{g}\sqrt{\frac{2g}{\zeta_i'}}\;\sqrt{b_i} - \frac{c}{g}\,v_3 - \frac{\zeta_{II}}{\zeta_i'}\,b_i\,. \tag{39}$$

Wenn man die Werte des Zahlenbeispieles in diese Gleichung einsetzt, so erhält man die Konstanten :

$$C_1 = \frac{c}{g}\sqrt{\frac{2g}{\zeta_i'}} = \frac{1300}{9{,}81}\sqrt{\frac{19{,}62}{16}} \cong 147 \text{ m}^{1/2}$$

$$C_2 = \frac{c}{g} = \frac{1300}{9{,}81} = 132{,}5 \text{ sec} \quad \text{und} \quad C_3 = \frac{\zeta_{II}}{\zeta_i'} = \frac{14}{16} = 0{,}86 .$$

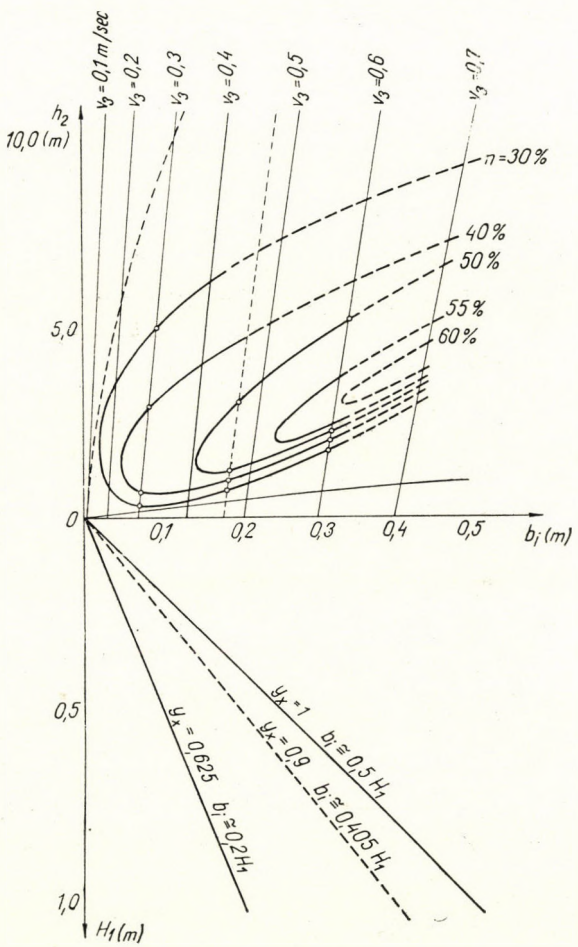


Abb. 8. Kurvenschar : $h_2 = f(b_i)$. (Muschelkurven)

Demgemäss kann also die Gl. (39) auch in folgender Form geschrieben werden :

$$h_2 \cong C_1 \sqrt{b_i} - C_2\, v_3 - C_3\, b_i . \tag{40}$$

In *Abb. 8* sind die Kurven von $h_2 = f(b_i)$ für verschiedene Werte von

$v_3 = \text{const.}$ dargestellt. Auch ist es zweckmässig, die Werte für h_2 als Funktion des Gefälles H_1 zu kennen.

Zwischen der spezifischen Ventilbelastung b_i des Anfahrventils und dem Gefälle H_1 kann auf Grund der Gl. (34) folgender Zusammenhang aufgestellt werden:

$$(b_i)_{\min} = (1-\beta)\, H_1 . \tag{41}$$

Im allgemeinen ist jedoch

$$y_x = \frac{v_x}{v_\infty} = \sqrt{\frac{b_i\, \zeta_I}{H_1 \zeta_i'}}$$

und auf Grund von

$$\varepsilon = \frac{\zeta_I}{\zeta_i'}$$

kommt man zu der Gleichung:

$$b_i = \frac{y_x^2}{\varepsilon}\, H_1 . \tag{42}$$

Die grössten Werte für b_i erhält man also im Falle von $y_x = 1$.

In *Abb. 8* wurden auch die Hilfskurven von $b_i = f(H_1)$ mit den Werten $\varepsilon = \zeta_I/\zeta_i' = 2$ aufgezeichnet, wobei auch die Grenzen des Brauchbarkeitsfeldes mit den Gl.-en (41) und (42) bestimmt wurden (mit dem Wert $\beta \cong 0{,}8$).

Auf Grund der Gl. (40) hängen also die Werte von $h_2 = f(H_1)$ von den Geschwindigkeitswerten v_3 ab. Zwar nimmt der Druck bei gleichem Gefälle bei Verminderung des Wertes von v_3 zu (vgl. Gl. [40]), doch geht aus *Abb. 6* auch hervor, dass dies gleichzeitig auch eine Verringerung von V_2 bedeutet, also indirekt auch die der Wasserförderung q_2. Annähernde Werte für h_2 können nur dann ermittelt werden, wenn auch der Wirkungsgrad der Leistungsumwandlung bekannt ist, d. h. wenn man in die Kurvenreihe $h_2 = f(b_i)$ die Kurven einzeichnet, welche die Punkte von konstantem Wirkungsgrad miteinander verbinden. Diese letzteren Kurven sind die sogenannten Muschelkurven.

Die Aufzeichnung der Muschelkurven kann auf Grund von gleichen Prinzipien sowohl mit *analytischen* als auch mit *zeichnerischen Methoden* erfolgen.

Es sei mit Hilfe der im Abschnitt 8 abgeleiteten Zusammenhänge die Gleichung des Wirkungsgrades wie folgt aufgeschrieben:

$$\eta = \frac{q_2 H_2}{q_1 H_1} = \frac{n A\, v_0 Z_0 w_3}{n A\, v_\infty Z_1 (z_x + x_2 y_x)} \frac{H_2}{H_1} = \frac{\zeta_I}{\zeta_{II}} \frac{w_3}{z_x + x_2 y_x} \frac{H_2}{H_1} . \tag{43}$$

Die Bestimmung der Muschelkurven mit der *analytischen Methode* kann mit Hilfe einer Tabelle erfolgen, wobei für $v_3 = \text{const.}$ und für h_2 verschiedene Werte angenommen werden. Der Kopf dieser Tabelle hat folgende Form:

h_2 m	v_0 m/sec	v_3	w_3	b_i m	H_1 m	H_2 m	v_∞ m/sec	a_0 m/sec²	Z_1 sec	x_2	$z_x + x_2 y_x$	η %
	$v_0 = \sqrt{\frac{2g h_2}{\zeta_{II}}}$	$v_3 = \frac{v_3}{v_0}$	$\mu_3 = \text{arc tg } v_3$ $w_3 = f(\mu_3)$; vgl. *Abb. 4*	$b_i = f(h_2)$ vgl.; *Abb. 8*	$H_1 = f(b_i)$; vgl. *Abb. 8*	$H_2 \cong h_2 - 0{,}2$	$v_\infty = \sqrt{\frac{2g H_1}{\zeta_I}}$	$a_0 = \frac{g H_1}{l}$	$Z_1 = v_\infty / a_0$	$x_2 = T_2/Z_1$	für z_x vgl. *Abb. 4*	vgl. Gl. (43)

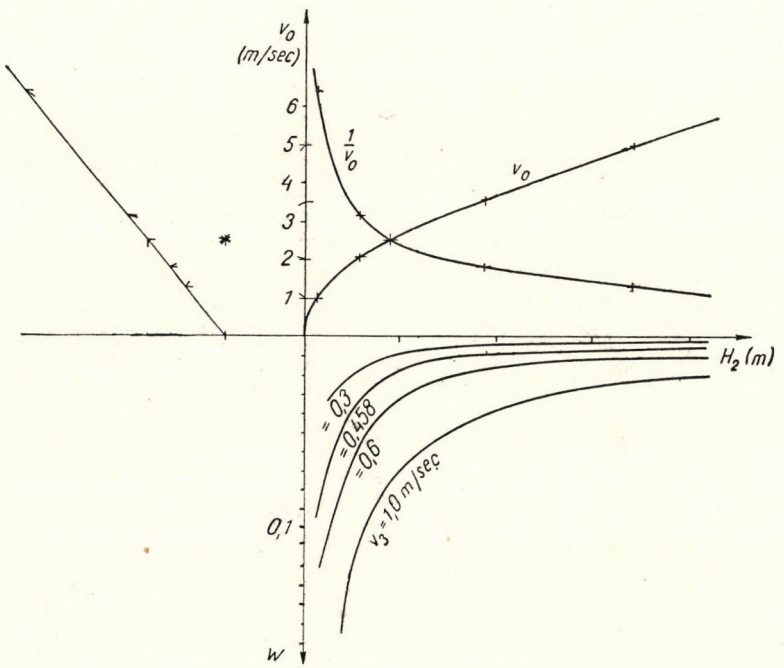


Abb. 9. Konstruktion der Hilfsgrössen $1/v_0$ und w_3.

Auch die Bestimmung auf Grund der *zeichnerischen Methode* muss gesondert für die Werte von $v_3 = \text{const.}$ vorgenommen werden. Bei Betrachtung der Gl. (43) kommt man zum Ergebnis, dass der Faktor

$$\frac{\zeta_I}{\zeta_{II}} \cdot \frac{1}{z_x + x_2\, y_x}$$

als Funktion von H_2 einen nahezu konstanten Wert aufweist, da ζ_I und ζ_{II}

nahezu konstant sind und im Falle von $y_x = \text{const.}$ auch z_x konstant ist, während x_2 auf Grund des Zusammenhanges

$$x_2 = \frac{T_2}{Z_1}$$

vom Wert des ziemlich ungewissen T_2 und $Z_1 = v_\infty/a_0$ abhängt. Die als Funktion von H_2 aufgezeichneten Werte v_∞ und a_0 ergeben nahezu konstante Werte, so

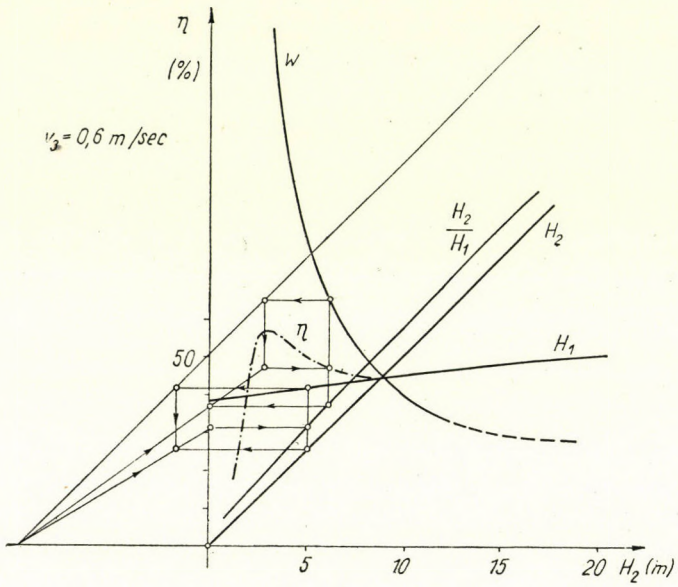


Abb. 10. Wirkungsgrad-Kennlinie

dass x_2 gleichfalls als konstant betrachtet werden darf. Demgemäss kann die Gl. (43) auch in der Form

$$\eta = C \frac{w_3 H_2}{H_1} \tag{44}$$

geschrieben werden, wo $C \cong \text{const.}$

Zur Darstellung der Kurven $\eta = f(H_2)$ wurde also zuerst die Kurve $v_0 = f(H_2)$ aufgezeichnet, dann in reziproker Darstellung $1/v_0 = f(H_2)$ (indirekt also $v_3 = v_3/v_0$), sowie auf Grund des in *Abb. 4* gezeichneten $w_3 = f(\mu_3)$ die Kurven $w_3 = f(H_2)$ bei konstanten Geschwindigkeiten v_3 (vgl. *Abb. 9)*.

Aus *Abb. 10* ist die Darstellung von $\eta = f(H_2)$ für $v_3 = 0{,}6$ m/sec ersichtlich. Zuerst mussten die Kurven $H_2 = f(H_2)$; $H_1 = f(H_2)$, (vgl. *Abb. 8)*, und $w_3 = f(H_2)$ aufgetragen werden und dann erfolgte die graphische Division von H_2/H_1 und die graphische Multiplikation von $(H_2/H_1)w_3$. Die stricheliert ausgezogene Kurve ist die gesuchte Kennlinie $\eta = f(H_2)$ auf Grund der Gl. (44) für den Fall von $v_3 = \text{const.}$

Auf Grund von $\eta = f(H_2)$ für verschiedene Werte von v_3 können auch die in *Abb. 8* dargestellten Muschelkurven aufgezeichnet werden. Die in den *Abb. 7* und *8* dargestellten Kurven geben auch Aufschluss auf sämtliche Fragen der Betriebskennwerte.

SCHRIFTTUM

Pattantyús Á. Géza dr.: Gyakorlati áramlástan. (Egyetemi Tankönyvkiadó, 1951. Budapest.)

Pattantyús Á. Géza dr.: A vízemelő-kos üzemtana (Technika, 1941).

Terplán Zénó dr.: Újfajta vízemelő-kos üzemi és szelep-kísérletei. (Doktori értekezés, 1950. Budapest.)

Н. Е. Жуковский: Собрание Сочинений. Том III. (О гидравлическом ударе в водопродоводных трубах) 1949 Москва.

L. Alliévi—R. Dubs: Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen. II. (Springer, 1909. Berlin.)

Garvens: Pumpen seit 1869, Teil »Der Hydraulische Widder«.

A. H. Gibson: Hydraulics and its Applications. (1930, London.)

L. F. Harza: An Investigation of the Hydraulic Ram. (Bulletin of the University of Wisconsin) 1908, Madison.

J. Kroll: The Automatic Hydraulic Ram. (Proceedings 1951, London)

ZUSAMMENFASSUNG

In vorliegender Abhandlung wird das Arbeitsprinzip des Wasserwidders mit einer zum allgemeinen Verständnis nötigen Ausführlichkeit auf exakter betriebstechnischer Basis erörtert und ein Verfahren zur Berechnung der betriebstechnischen Kennwerte ausgearbeitet. Die Berechnung ist auf den Gebrauch der auch in den Handbüchern befindlichen gewöhnlichen und hyperbolischen Winkelfunktionen zurückgeführt, wobei zur Vereinfachung der Rechenarbeit auch Funktionsschaubilder für die Multiplikatoren der Betriebscharakteristiken angefertigt wurden. Der ganze Gang der Berechnung wurde in einem, die einzelnen Abschnitte ergänzenden Zahlenbeispiel veranschaulicht, welches auch die richtige Wahl der Bemessungskonstanten erleichtert und überdies auch die Brauchbarkeit des ausgearbeiteten Verfahrens bestätigt.

Die errechneten und durch Laboratoriumsversuche erhärteten Betriebsergebnisse führten zur Schlussfolgerung, dass diese leicht übersichtliche Bemessungsgrundlage eine Verbreitung des Wasserwidders erleichtern und auch die Konstruktion grösserer und leistungsfähigerer Einheiten ermöglichen wird.

ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ И РАСЧЕТ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО ТАРАНА

Г. А. Паттантюш и З. Терплан

Резюме

В данной статье рассматривается вопрос принципа действия гидравлического тарана на основе точной производственно-технической базы с подробностью, необходимой для общепонятности, а также приводится разработанный для расчета производственно-технических показателей способ. Расчет редукцирован к простым и гиперболическим угловым функциям, которые встречаются также и в справочниках, где для уско-

рения производства расчетов применены также таблицы функций для множителей характеристик режима работы. Весь ход процесса расчета демонстрируется на отдельных его стадиях числовыми примерами, что облегчает выбор константы расчета и через это подтверждает применимость разработанного метода.

Расчитанные и подтвержденные лабораторными исследованиями производственные результаты привели к тому выводу, что этот так легко контроллируемый принцип определения размеров облегчает распространение гидравлических таранов, и кроме этого, делается возможным конструирование агрегатов большей мошности.

DÉFORMATION DES VOILES MINCES

par
E. BÖLCSKEI

Article reçu le 27 Mai 1952

Introduction

Les efforts intérieurs des voiles minces est un problème en principe résolu et analysé en ses détails dans la littérature. En ce qui concerne les déformations, la situation est différente. A part quelques cas spéciaux — surfaces cylindriques, surfaces de rotation — le problème des déformations n'est pas résolu en général. Le but de notre étude est de combler cette lacune, c'est-à-dire d'établir des relations générales concernant les déformations des voiles minces, relations, qui par la suite peuvent être appliquées à n'importe quel type de surface, sous n'importe quelle charge.

C'est une comparaison qui nous permettra le mieux de comprendre l'importance du problème. Les efforts des barres d'une poutre en treillis isostatique peuvent être déterminés indépendemment des déformations à l'aide des méthodes connues. En connaissant les efforts des barres il est également facile de calculer les déformations de la poutre. Dans la pratique il est souvent nécessaire de connaître les déformations, par ex. afin de pouvoir les comparer avec les résultats de la charge d'essai. Ce sont les mêmes raisons qui peuvent motiver la nécéssité de la détermination des déformations pour les voiles minces.

La question mérite donc d'être étudiée, mais non point seulement pour les raisons ci-dessus mentionnées, mais également, parce que la déformation des voiles minces est un problème fondamental aussi bien des voiles minces hyperstatiques que de celle des voiles courbés.

Au cours de nos déductions nous aurons besoin des relations générales des efforts intérieurs des voiles minces, c'est pourquoi nous les passons brièvement en revue en forme de fonctions des tensions établies par l'école française.

Efforts intérieurs des voiles minces

Soit l'équation de la surface moyenne du voile étudié dans le système des coordonnées x, y, z (fig. 1.)

$$z = f(x, y)$$

dont les dérivées de premier voire deuxième ordre sont

$$p = \frac{\partial z}{\partial x} \qquad q = \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \qquad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \qquad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

Soit ensuite

$$F = F(x, y)$$

la fonction des tensions selon Airy, dont les dérivées partielles, de deuxième ordre appelées tensions réduites sont :

$$S_x = F_{yy} \qquad T = -F_{xy} \qquad S_y = F_{xx}$$

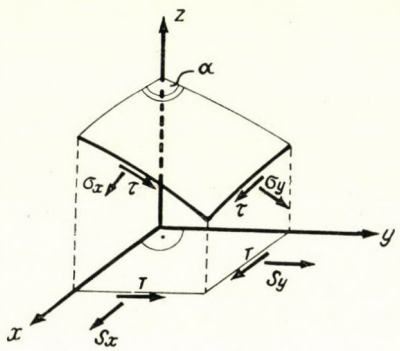


Fig. 1.

Entre les tensions réduites — rapportées au plan horizontal — et les tension effectives, il y a les relations suivantes :

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{1+p^2}}{\sqrt{1+q^2}} F_{yy}$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{1+q^2}}{\sqrt{1+p^2}} F_{xx}$$

$$\tau = -F_{xy}$$

Exprimons enfin l'intensité de la charge répartie, appliquée au voile, rapportée au plan x, y par les fonctions de la charge

$$g_x = X(x, y) \qquad g_y = Y(x, y) \quad \text{et} \quad g_z = Z(x, y)$$

En ce cas il y a entre l'équation de la surface du voile, la charge et la fonction des tensions caractérisant les efforts intérieurs la relation

$$rF_{yy} - 2sF_{xy} + tF_{xx} = G(x, y)$$

$$G(x, y) = -Z + pX + qY + r\int_{x_0}^{x} X\,dx + t\int_{y_0}^{y} Y\,dy$$

Cette dernière formule ne dépend que de la forme de la surface et de la charge sur elle. Elle peut être calculée le cas échéant, et en connaissance de cette formule — les conditions limites (contours) conformément choisies — l'équation aux dérivées partielles peut être résolue sans ambiguïté pour la fonction des tensions $F(x, y)$.

La fonction des tensions définit directement les tensions réduites, desquelles on peut calculer les tensions effectives à l'aide des relations données.

Déformations des voiles minces

Examinons maintenant dans le système de coordonnées rectangulaires les déformations du voile à surface médiane

$$z = f(x, y).$$

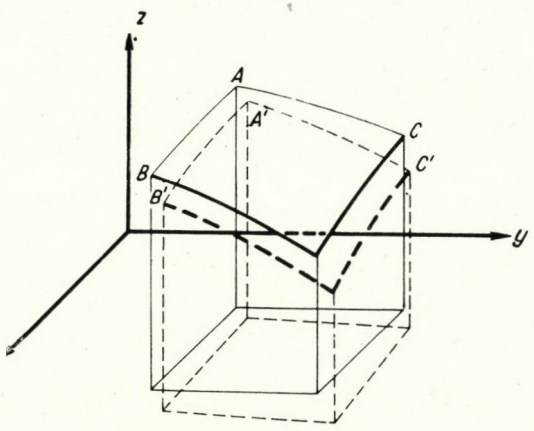


Fig. 2.

Pour cela il faut découper du voile en question — parallèlement aux plans x, z et y, z — un élément de surface au plan dx, dy, dont les coins dans l'espace sont les points A, B, C, aux coordonnées : (fig. 2.)

$$A = (x, y, z)$$
$$B = (x + dx, y, z + p\,dx)$$
$$C = (x, y + dy, z + y\,dy)$$

Les coordonnées des vecteurs reliant les points A, B et A, C sont donc

$$AB = (dx, 0, p\,dx)$$
$$AC = (0, dy, q\,dy)$$

Nous aurons besoin de la longueur des vecteurs de liaison qui sont

$$(AB) = dx\sqrt{1+p^2}$$
$$(AC) = dy\sqrt{1+q^2}$$

ainsi que de leurs directions, pouvant être caractérisées par ce qu'on appelle coordonnées du vecteur d'unité, à savoir

$$\frac{AB}{(AB)} = \left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}},\ 0,\ \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)$$
$$\frac{AC}{(AC)} = \left(0,\ \frac{1}{\sqrt{1+q^2}},\ \frac{q}{\sqrt{1+q^2}}\right)$$

Par suite de la déformation les points A, B, C se déplacent aux points A', B', C'. Pour caractériser les mouvements accomplis pendant ce temps, introduisons

$$\xi = \xi(x, y)$$
$$\eta = \eta(x, y)$$
$$\zeta = \zeta(x, y)$$

fonctions du déplacement dans les directions x, y, z. Ainsi les coordonnées des points après le déplacement seront

$$A' = (x + \xi,\ \ y + \eta,\ \ z + \zeta)$$
$$B' = (x + \xi + dx + \xi_x dx,\ y + \eta + \eta_x dx,\ z + p\,dx + \zeta + \zeta_x\,dx)$$
$$C' = (x + \xi + \xi_y\,dy,\ y + \eta + dy + \eta_y\,dy,\ z + q\,dy + \zeta + \zeta_y\,dy)$$

Au cours du déplacement les points A, B, C — comme nous venons de le signaler — se déplacent aux points A', B', C' et les vecteurs des déplacements sont les suivants :

$$AA' = (\xi,\ \eta,\ \zeta)$$
$$BB' = (\xi + \xi_x\,dx,\ \eta + \eta_x\,dx,\ \zeta + \zeta_x\,dx)$$
$$CC' = (\xi + \xi_y\,dy,\ \eta + \eta_y\,dy,\ \zeta + \zeta_y\,dy)$$

Remettant le point A' en A nous obtenons les vecteurs de mouvement relatif

$$BB' - AA' = (\xi_x\,dx,\ \eta_x\,dx,\ \zeta_x\,dx)$$
$$CC' - AA' = (\xi_y\,dy,\ \eta_y\,dy,\ \zeta_y\,dy)$$

Ayant déterminé les valeurs caractérisant les quantités géométriques dans l'espace, examinons de plus près l'élément de surface A, B, D, — c'est à dire après le déplacement A', B', C'. L'élément A, B, C est en général oblique. Notre premier devoir est donc de définir sur l'élément de surface les allongements et les variations angulaires spécifiques. L'élément de surface en question est représenté sur la figure ci-dessous, mais le point A' déjà remis au point A. Cette modification cependant reste sans intérêt du point de vue de nos raisonnements ultérieurs, parce que l'état de déformation ne dépend que de la différence des déplacements, des déplacements relatifs.

Par allongement spécifique nous entendons — dans le systéme oblique également — la relation entre la différence des longueurs du côté original et du côté allongé et la longueur du côté original. En d'autres termes la projection du vecteur de mouvement relatif sur le côté en question par rapport à la longueur du côté original. La longueur de la projection étant en fait le produit scalaire du vecteur de mouvement relatif et du vecteur de direction du côté, l'allongement spécifique, sur le côté parallèle au plan des coordonnées x, z de l'élément de surface est

$$\varepsilon_x = \frac{BB' - AA'}{(AB)} \cdot \frac{AB}{(AB)} = \frac{\xi_x + p\zeta_x}{1 + p^2}$$

Par analogie, l'allongement spécifique sur le côté parallèle au plan des coordonnées y, z de l'élément de surface est

$$\varepsilon_y = \frac{CC' - AA'}{(AC)} \cdot \frac{AC}{(AC)} = \frac{\tau_y + q\zeta_y}{1 + q^2}$$

Par variation angulaire nous entendons dans le système oblique, la modification de l'angle formé par les directions des coordonnées obliques qui selon la figure est la somme des deux angles γ_1, $+ \gamma_2 = \gamma$. Pour pouvoir définir ceux-ci, nous aurons besoin des vecteurs des directions $B'B''$voire $C'C''$. En projetant sur eux les vecteurs de mouvement correspondants nous obtenons les espaces $B'B''$ voire $C'C''$. Ces espaces divisées par les longueurs de côté y relatives donnent les tangentes des angles γ_1 voire γ_2 recherchées, mais étant donné la petitesse des angles ils peuvent être considérés en même temps comme les angles γ_1 et γ_2. (fig. 3.)

La détermination de la variation angulaire γ_1 relative au côté AB se fait pas à pas de la manière suivante ; d'abord nous déterminons le vecteur normal du plan A, B, C

$$n = \begin{vmatrix} i & j & k \\ l & 0 & p \\ 0 & 1 & q \end{vmatrix} = -pi - qj + k$$

Le vecteur tombant dans la direction B',B'' peut être déterminé de façon qu'il forme le produit vectoriel du vecteur normal de la surface et du vecteur de côte AB, par conséquent

$$m = n \times AB = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -p & -q & +1 \\ 1 & 0 & p \end{vmatrix} = -pqi + (1+p^2)\,j + qk$$

et le vecteur d'unité de la direction B', B'' recherché est

$$m_0 = \frac{m}{(m)} = \frac{-pqi + (1+p^2)\,j + qk}{\sqrt{(1+p^2)\,(1+p^2+q^2)}}$$

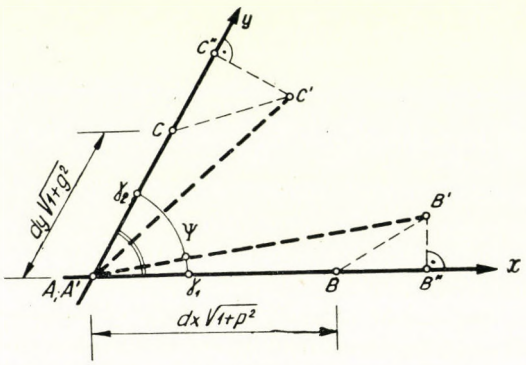


Fig. 3.

La variation angulaire du côté $A\,B$ est donc le produit scalaire du vecteur de mouvement relatif de ce côté et du vecteur de direction m, rapporté à la longueur du côté AB, c. à. d.

$$\gamma_1 = \frac{(BB' - AA') \cdot m_0}{(AB)} = \frac{-\xi_x pq + \eta_x (1+p^2) + \zeta_x q}{(1+p^2)\sqrt{1+p^2+q^2}}$$

d'où

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \left[\eta_x + \frac{q}{1+p^2}\left(\zeta_x - p\xi_x\right)\right]$$

De la relation trouvée à l'allongement spécifique

$$\xi_x = (1+p^2)\,\varepsilon_x - p\zeta_x$$

donc finalement

$$\gamma_1 = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\,(\eta_x + q\zeta_x - pq\varepsilon_x)$$

Par un raisonnement analogue on peut déduire

$$\gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}} (\xi_y + p\zeta_y - pq\varepsilon_y)$$

La variation totale angulaire est donc

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}} [\xi_y + \eta_x + p\zeta_y + q\zeta_x - pq(\varepsilon_x + \varepsilon_y)]$$

En transformant et en groupant les relations déduites se rapportant aux allongements spécifiques c. à. d. aux variations angulaires nous obtenons le résultat suivant :

$$\xi_x + p\zeta_x = (1 + p^2)\,\varepsilon_x$$
$$\eta_y + q\zeta_y = (1 + q^2)\varepsilon_y$$
$$\xi_y + p\zeta_y + \eta_x + q\zeta_x = \sqrt{1 + p^2 + q^2}\;\gamma + pq\,(\varepsilon_x + \varepsilon_y)$$

Les relations forment un système d'équations différentielles partielles Les fonctions de déplacement cherchées $\xi\,(x, y)$, $\eta(x, y)$ et $\zeta(x, y)$ peuvent être déterminées sans ambiguïté de ce système d'équations différentielles — entre conditions limites convenables — en connaissance de ε_x, ε_y et γ.

La troisième équation de ce système d'équations différentielles, laquelle sous sa forme mentionnée comprend toutes les trois fonctions inconnues, peut être transformée de façon à ne contenir que la fonction (x, y), mais par cette transformation l'équation différentielle linéaire en question devient une équation aux dérivées partielles de second ordre. La transformation s'opère de la manière suivante : on dérive l'équation en question selon x, y, ensuite on en soustrait d'abord la première équation dérivée deux fois selon y, puis la deuxième équation dérivée deux fois selon x. Le résultat

$$r\zeta_{yy} - 2s\zeta_{xy} + t\zeta_{xx} +$$
$$+ [(1 + p^2)\varepsilon_x]_{yy} - [pq(\varepsilon_x + \varepsilon_y)]_{xy} + [(1 + q^2)\varepsilon_y]_{xx} -$$
$$- [\sqrt{1 + p^2 + q^2}\,\gamma]_{xy} = 0$$

est une équation aux dérivées partielles de second ordre, dans laquelle il n'y a d'inconnue que la fonction $\zeta(x, y)$. A côté d'elle nous avons évidemment aussi les équations différentielles ;

$$\xi_x = (1 + p^2)\varepsilon_x - p\zeta_x$$
$$\eta_y = (1 + q^2)\varepsilon_y - q\zeta_y$$

Introduisons les désignations suivantes. Soient

$$A(x, y) = A = (1 + p^2)\varepsilon_x$$
$$B(x, y) = B = (1 + q^2)\varepsilon_y$$
$$C(x, y) = C = pq(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \sqrt{1 + p^2 + q^2}\;\gamma$$

Les fonctions A, B, C sont détérminées par la forme de la surface de voile, les allongements ε_x, ε_y et les variations angulaires γ spécifiques en connaissance desquels les fonctions en question peuvent être considérées comme étant données. Nos équations différentielles avec ces désignations sont les suivantes:

$$r\zeta_{yy} - 2s\zeta_{xy} + t\zeta_{xx} = -(A_{yy} - C_{xy} + B_{xx})$$
$$\xi_x = A - p\zeta_x$$
$$\eta_y = B - q\zeta_y$$

Si les fonctions A, B, C sont connues, la détermination de la flèche d'un voile donné se fait de la manière suivante. D'abord nous allons résoudre l'équation aux dérivées partielles de deuxième ordre se rapportant à $\zeta(x, y)$ sur la base des conditions limites. En définissant la fonction $\zeta(x, y)$ et en la dérivant selon x voire y, nous la substituons dans la deuxième voire troisième équation aux dérivées partielles linéaire, d'où, avec les conditions limites convenables on peut déterminer les fonctions de déplacement $\zeta(x, y)$ et $\eta(x, y)$. Les trois fonctions expriment le déplacement total de la surface de voile sans ambiguïté.

Détermination des mouvements intérieurs

Les causes du mouvement intérieur de la surface de voile sont les tensions intérieures, les variations de température ou les déplacements de l'appui sous la charge. Examinons d'abord les mouvements intérieurs, plus exactement les allongements spécifiques ε_x, ε_y et les variations angulaires γ spécifiques dues aux tensions de la surface de voile. Les efforts intérieurs de la surface de voile peuvent être déterminées sur la base de ce que nous avons dit au chapitre intitulé : »Efforts intérieurs des voiles minces.« C'est un procédé bien connu, de sorte qu'il est superflu de s'en occuper ici. Nous pouvons donc supposer que la fonction de la tension, les tensions réduites et les tensions de trois dimensions effectives sont déjà connues.

Désignons les tensions voire la force de cisaillement, qui se présentent sur l'élément de surface dx, dy en général oblique, par σ_x, σ_y, et τ. Les allongements et la variation angulaire spécifiques sur le même élément seront désignés par ε_x, ε_y et γ. Entre ces deux groupes de quantités il y a une relation selon la loi de Hooke. Sur un élément rectangulaire ces relations sont connues, mais ils se modifient naturellement dans le cas de l'élément oblique en question. La loi de Hooke est également valable pour les coordonnées obliques. Les rapports ont été définis par le professeur P. Lardy. En omettant la déduction détaillée nous en indiquons les résultats finaux :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E \sin \alpha} \left[\sigma_x + (\cos^2 \alpha - \nu \sin^2 \alpha)\, \sigma_y + 2\tau \cos \alpha\right]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E \sin \alpha} \left[\sigma_y + (\cos^2 \alpha - \nu \sin^2 \alpha)\sigma_x + 2\tau \cos \alpha\right]$$

$$\gamma = 2\,\frac{1+\nu}{E}\left(\tau + \frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}\cos\alpha\right)$$

Dans ces expressions σ_x, σ_y voire τ signifient sur la base de ce que nous avons dit, les tensions voire le cisaillement interprétés dans leur signification dans le système oblique, ε_x, ε_y, et γ les allongements et la variation angulaire sur l'élément oblique, α l'angle formé par les directions des coordonnées de l'élément oblique.

A l'aide de la loi de Hooke interprété dans le système oblique, ε_x, ε_y et γ figurant dans les équations différentielles de la déformation peuvent être facilement déterminés, étant donné que nous connaissons l'angle d'inclinaison des côtés de l'élément de surface oblique à trois dimensions

$$\cos\alpha = \frac{pq}{\sqrt{1+p^2}\sqrt{1+q^2}}$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{1+p^2+q^2}}{\sqrt{1+p^2}\sqrt{1+q^2}}$$

Les tensions effectives se produisant sur la surface, exprimées par la fonction des tensions sont les suivantes ;

$$\sigma_x = \frac{\sqrt{1+p^2}}{\sqrt{1+q^2}}\,F_{yy}$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{1+q^2}}{\sqrt{1+p^2}}\,F_{xx}$$

$$\tau = -F_{xy}$$

En substituant les relations dans les équations de la loi de Hooke interprétée dans le système des coordonnées obliques nous obtenons les relations

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E(1+p^2)\sqrt{1+p^2+q^2}}\,[(1+p^2)^2 F_{yy} + [p^2q^2 - \nu(1+p^2+q^2)]F_{xx} - 2(1+p^2)\,pqF_{xy}]$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E(1+q^2)\sqrt{1+p^2+q^2}}\,[(1+q^2)^2 F_{xx} + [p^2q^2 - \nu(1+p^2+q^2)]F_{yy} - 2(1+q^2)\,pqF_{xy}]$$

$$\gamma = \frac{1+\nu}{E(1+q^2)(1+p^2)}\,[(1+p^2)\,pqF_{yy} + (1+q^2)pqF_{xx} - 2(1+p^2)\,(1+q^2)F_{xy}]$$

Connaissant les allongements et variations d'angle spécifiques, ainsi que la forme de la surface, on peut déterminer les fonctions $A(x, y)$, $B(x, y)$ et $C(x, y)$ définies précédemment, à savoir

$$A = \frac{1}{E}\,\frac{1+p^2}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\,[(1+q^2)\,F_{xx} + (1+p^2)\,F_{yy} - 2pqF_{xy}] - \\ - \frac{1+\nu}{E}\sqrt{1+p^2+q^2}\;F_{xx}$$

$$B = \frac{1}{E}\,\frac{1+q^2}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\,[(1+q^2)\,F_{xx} + (1+p^2)\,F_{yy} - 2pqF_{xy}] - \\ - \frac{1+\nu}{E}\sqrt{1+p^2+q^2}\;F_{yy}$$

$$C = \frac{2}{E}\,\frac{pq}{\sqrt{1+p^2+q^2}}\,[(1+q^2)\,F_{xx} + (1+p^2)\,F_{yy} - 2pqF_{xy}] - \\ - 2\,\frac{1+\nu}{E}\sqrt{1+p^2+q^2}\;F_{xy}$$

Ayant obtenu les fonctions A, B, C les équations différentielles déduites au chapitre précédent peuvent être résolues dans le sens de ce que nous y avons dit et nous pouvons déterminer la déformation de la surface du voile.

Pour déterminer les déformations dues aux variations de température, nous avons également besoin de connaître les allongements spécifiques ε_x, ε_y, ainsi que γ, la variation angulaire. Cependant les allongements dus aux variations de la température sont identiques dans toutes les direction et il n'y a pas de changement d'angle. On peut donc poser en général

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \alpha t^\circ \quad (x, y)$$
$$\gamma = 0$$

En remplaçant ces relations par les équations differentielles de la déformation, nous obtenons les relations générales des déformations dues au changement de la température.

Du point de vue pratique c'est le cas du réchauffement ou du refroidissement uniforme qui est le plus intéréssant, et avec ce dernier le retrait des voiles de béton armé peut également être pris en considération. S'il s'agit du réchauffement uniforme

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \alpha t^\circ = \text{constante}$$
$$\gamma = 0$$

donc

$$A = \alpha(1+p^2)t^\circ$$
$$B = \alpha(1+q^2)t^\circ$$
$$C = 2\alpha pq\,t^\circ$$

En connaissance des fonctions A, B, C les équations différentielles déduites au chapitre précédent peuvent être résolues dans le sens de ce que nous y avons

dit et la déformation de la surface de voile due aux variations de la température peut être déterminée sans ambiguïté.

L'effet du déplacement du point d'appui en fait ne provoque pas de tensions intérieures dans les voiles isostatiques : il n'a d'importance que dans le cas des voiles hyperstatiques. Cet effet peut être contrebalancé par le choix convenable des conditions limites.

Exemples

Quelques exemples suffiront pour illustrer ce raisonnement. Pour en faciliter la compréhension nous omettons les calculs de détail, et ne ferons figurer que les relations et données indispensables. Examinons en premier lieu les déformations dues à la charge du poids propre d'un voile cylindrique circulaire dont l'équation est

$$z = f(y) = \sqrt{R^2 - y^2}.$$

Les dérivées partielles de premier et de second ordre seront les suivantes

$$q = f' = -\frac{y}{\sqrt{R^2 - y^2}}$$

$$t = f'' = -\frac{R^2}{\sqrt{R^2 - y^2}}$$

$$p = r = s = 0.$$

Nous aurons besoin en outre des expressions

$$\sqrt{1 + p^2} = 1$$

$$\sqrt{1 + q^2} = \sqrt{1 + p^2 + q^2} = \frac{R}{\sqrt{R^2 - y^2}}.$$

En connaissance de celles-ci on posera la fonction de la charge

$$g(y) = g(1 + q^2)^{1/2} = \frac{gR}{\sqrt{R^2 - y^2}}.$$

Soient l'épaisseur de la surface de voile v, la longueur $2\,l$. Le voile est représenté dans le système des coordonnées x, y, z sur la figure ci-dessous. (fig. 4.)

Selon ces données les efforts intérieurs de la surface de voile peuvent être calculés de l'équation générale des efforts intérieurs de la manière suivante

$$F_{xx} = \frac{g}{vf''} = -\frac{g}{vR}(R^2 - y^2).$$

En intégrant selon x, et en dérivant selon y

$$F_{xy} = \frac{2g}{vR} yx + c_1(y)$$

où $c_1(y)$ est une constante d'intégration qui peut être déterminée des conditions limites. Or nous savons que

$$F_{xy} = 0 \quad \text{si} \quad x = 0, \quad \text{d'où} \quad c_1(y) = 0.$$

Nous intégrons F_{xy} selon x, puis selon y :

$$F_{yy} = \frac{g}{vR} x^2 + c_2(y)$$

$c_2(y)$ est également une constante d'intégration qui peut être déterminée de la condition limites suivantes :

$$F_{yy} = 0 \quad \text{si} \quad x = \pm l, \quad \text{d'où} \quad c_2(y) = -\frac{g}{vR} l^2$$

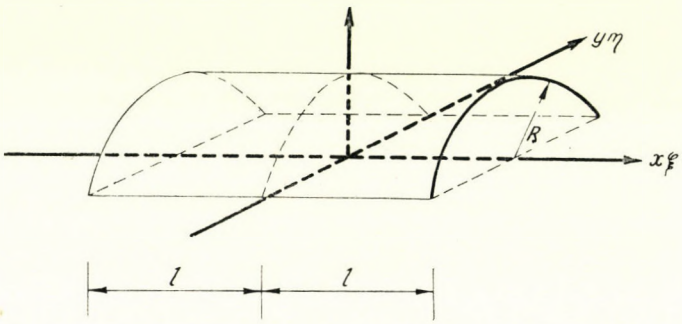


Fig. 4.

c'est à dire en fin de compte

$$F_{yy} = \frac{g}{vR} (x^2 - l^2).$$

Les tensions réduites nécéssaires à la détermination des efforts intérieurs de la surface de voile, exprimées par la fonction des tensions sont les suivantes :

$$F_{xx} = -\frac{g}{vR} (R^2 - y^2)$$

$$-F_{xy} = -\frac{g}{vR} 2xy$$

$$F_{yy} = \frac{g}{vR} (x^2 - l^2).$$

Après avoir déterminé les tensions réduites nous passons à la détermination des déformations.

Supposons pour simplifier qu'il s'agit d'un voile de béton armé, dont le module d'élasticité est de 200 000 kg/cm². Supposons en outre que l'effet de la contraction transversale est négligeable, c'est à dire que le coefficient de Poissons $\nu = 0$. Les fonctions du voile cylindrique circulaire en question figurant dans les équations différentielles de la déformation, compte tenu des omissions mentionnées, sont les suivantes

$$A = (1 + p^2)\, \varepsilon_x = \frac{1}{E} \frac{F_{yy}}{\sqrt{1 + f'^2}} = \frac{g}{EvR^2} (x^2 - l^2) \sqrt{R^2 - y^2}$$

$$B = (1 + q^2)\ \varepsilon_y = \frac{1}{E}\sqrt{1 + f'^2}^3 \quad F_{xx} = -\frac{gR^2}{Ev}\ \frac{1}{\sqrt{R^2 - y^2}}$$

$$C = \gamma\sqrt{1 + p^2 + q^2} + pq(\varepsilon_x + \varepsilon_y) = -\frac{2}{E}\sqrt{1 + f'^2}\ F_{xy} = \frac{4g}{Ev}\ \frac{xy}{\sqrt{R^2 - y^2}}.$$

L'équation aux dérivées partielles de second ordre concernant la fonction $\xi(x, y)$ dans le cas des voiles cylindriques circulaires est

$$f''\zeta_{xx} = -A_{yy} + C_{xy} - B_{xx}.$$

Remplaçant les termes de f'' A, B, C et achevant les opérations désignées, nous obtenons la relation

$$\zeta_{xx} = \frac{g}{Ev}\ \frac{1}{R^2}\ (4R^2 + 1^2 - x^2)$$

ce qui en intégrant une fois selon x

$$\zeta_x = \frac{g}{Ev}\ \frac{1}{R^2}\left[(4R^2 + 1^2)\ x - \frac{x^3}{3}\right] + c_3(y)$$

la constante d'intégration $c_3(y)$ ne peut être déterminée de la condition limite qu'au milieu du voile à l'endroit $x = 0$, nous avons par suite de la symétrie des flèches une tangente horizontale c'est à dire

$$\zeta_x = 0\,h, \text{ si } x = 0 \text{ d'où } c_3(y) = 0.$$

En intégrant encore une fois cette expression

$$\zeta = \frac{g}{Ev}\ \frac{1}{R^2}\left[(4R^2 + 1^2)\ \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}\right] + c_4(y).$$

La détermination de la constante d'intégration $c_4(y)$ se fait de la manière suivante. A l'endroit $x = \pm 1$ les arcs frontaux de la surface de voile se déplacent avec la dernière, en conséquence de quoi on peut supposer que le mouvement oblique dans la direction des arcs frontaux est 0. L'expression mathématique en est

$$v = \eta + f'\zeta = 0, \quad \text{si } x = \pm 1.$$

La deuxième équation linéaire partielle concernant la fonction de mouvement $\eta(x, y)$ est comme il ressort de ce qui précède :

$$\eta_y = B - q\zeta_y$$

ce qui intégré selon y au deuxième membre sur la base des règles concernant l'intégration partielle donne

$$\eta = \int B\,dy - f'\zeta + \int f''\zeta\,dy + c_5(x).$$

En substituant les expressions de B, f', f'', ζ et en tenant compte de ce que l'examen se fait à l'endroit $x \pm 1$, nous obtenons l'équation suivante

$$\eta + f'\zeta = 0 = -\frac{g}{EvR}\int \frac{R^3}{\sqrt{R^2 - y^2}^3}\ (R^2 - y^2)\,dy - \frac{g}{Ev}\int \frac{1}{\sqrt{R^2 - y^2}^3}$$

$$\left[(4R^2 + 1^2)\ \frac{1^2}{2} - \frac{1^4}{12}\right]\,dy - \int \frac{R^2}{\sqrt{R^2 - y^2}^3}\ c_4(y)\,dy + c_5(1).$$

En dérivant cette expression selon y et en la résolvant

$$c_4(y) = -\frac{g}{Ev}\left[(R^2 - y^2) + \frac{1}{12R^2}\ (24R^2 1^2 + 5\,1^4)\right]$$

donc

$$\zeta = \frac{g}{12\,EvR^2}\,[6(4R^2 + 1^2)\cdot(x^2 - 1^2) - (x^4 - 1^4) - 12R^2(R^2 - y^2)].$$

Ayant trouvé la fonction ζ nous pouvons passer à la détermination de $\xi(x, y)$. Comme nous savons

$$\xi_x = A - p\zeta_x = \frac{g}{EvR^2}\,(x^2 - 1^2)\,\sqrt{R^2 - y^2}$$

intégré une fois selon x

$$\xi = \frac{g}{EvR^2}\left[\frac{x^3}{3} - 1^2x\right]\cdot\sqrt{R^2 - y^2} + c_6(y).$$

Or

$$\xi = 0, \text{ si } x = 0 \text{ d'où } c_6(y) = 0$$

donc

$$\xi = \frac{g}{3EvR^2}\,x(x^2 - 3\,1^2)\,\sqrt{R^2 - y^2}.$$

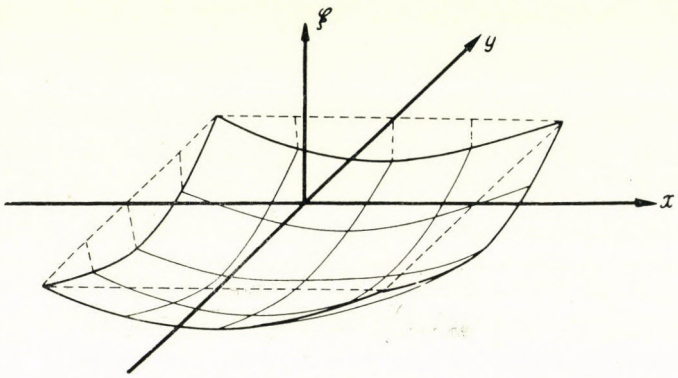


Fig. 5.

La détermination de $\eta(x, y)$ se fait d'une manière semblable. Nous savons que

$$\eta_y = B - q\zeta_y = -\frac{g}{Ev}\,\frac{R^2 - 2y^2}{\sqrt{R^2 - y^2}}$$

ce qui intégré une fois selon y donne

$$\eta = -\frac{g}{Ev}\,y\sqrt{R^2 - y^2} + c_5(x)$$

la constante d'intégration $c_5(x)$ peut être déterminée de la condition limite suivante :

$$\eta = 0, \text{ si } y = 0 \text{ d'où } c_5(x) = 0$$

donc

$$\eta = -\frac{g}{Ev}\,y\sqrt{R^2 - y^2}.$$

Les trois fonctions de déformation exprimant les déformations du voile sont finalement :

$$\zeta = \frac{g}{12ER^2v}\,[6(4R^2 + 1^2)\cdot(x^2 - 1^2) - (x^4 - 1^4) - 12R^2(R^2 - y^2)]$$

$$\eta = -\frac{g}{Ev} y\sqrt{R^2 - y^2}$$

$$\xi = -\frac{}{3ER^2} x(x^2 - 3\,1^2)\sqrt{R^2 - y^2}.$$

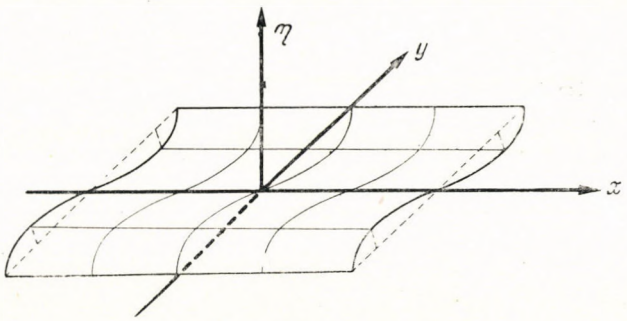


Fig. 6.

Pour pouvoir évaluer l'ordre de grandeur des déformations, nous déterminerons les déformations pour les valeurs concrètes suivantes. Soient :

$R = 20{,}0$ m
$l = 10{,}0$ m
$v = 0{,}06$ m
$g = 300$ kg/m²
$E = 200\,000$ kg/cm²

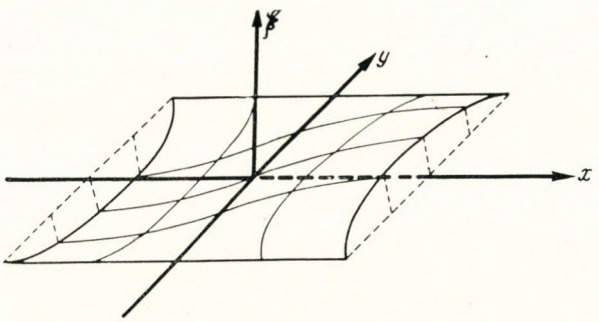


Fig. 7.

Les surfaces de déplacement ξ, η, ζ pour ces valeurs-ci dans le cas du voile cylindrique circulaire en question peuvent être caractérisées par les valeurs comprises dans les tableaux suivants. Les coordonnées y sont indiqués en mètres, les déplacements en millimètres. Vu la symétrie et l'antimétrie, nous ne donnons dans les tableaux que les coordonnées qui se rapportent à un quart du voile, mais les figures placées à côté des tableaux indiquent les déformations de la surface de voile entière. (fig. 5, 6, 7.)

Les mouvements verticaux, ordonnées ζ

y \ x	0	5	10
0	1,53	1,40	1,00
10	1,28	1,15	0,52
20	0,74	0,40	0

Les mouvement horizontaux de direction y, ordonnées η

y \ x	0	5	10
0	0	0	0
10	0,43	0,43	0,43
20	0	0	0

Les mouvements horizontaux de direction x, ordonnées ξ

y \ x			10
0	0	0,057	0,083
10	0	0,049	0,078
20	0	0	0

Comme deuxième exemple examinons le problème de la membrane plane. Le problème figure dans la littérature à plusieurs endroits, sous la forme de déductions directes, mais à l'aide de nos formules déduites nous pouvons le résoudre très facilement.

Par suite de la flèche, la membrane plane devient une surface de voile courbée. Exprimé mathématiquement, cela signifie que la surface étudiée sera celle déterminée par la flèche verticale $\zeta(x, y)$, c'est à dire

$$z = f(x,y) = \zeta(x,y).$$

Ses dérivées partielles de premier et deuxième ordre seront

$$p = \zeta_x \qquad q = \zeta_y$$
$$r = \zeta_{xx} \qquad s = \zeta_{xy} \qquad t = \zeta_{yy}.$$

Vu que ξ_x, ξ_y, sont les premières dérivées de petits déplacements, leurs quarrés par rapport à 1 sont négligeables ; donc approximativement

$$1 + p^2 = 1 + \zeta_x^2 = 1$$
$$1 + q^2 = 1 + \zeta_y^2 = 1$$

compte tenu desquels

$$A = \frac{1}{E}(F_{yy} - \nu F_{xx})$$

$$B = \frac{1}{E}(F_{xx} - \nu F_{yy})$$

$$C = -\frac{2}{E}(1 + \nu) F_{xy}$$

et en les substituant dans l'équation différentielle et en les dérivant nous avons

$$2E(\zeta_{xx}\zeta_{yy} - \zeta_{xy}^2) = -(F_{xxxx} + 2F_{xxyy} + F_{yyyy}).$$

Le terme figurant au côté gauche de l'équation doit être multiplié par le facteur $\frac{1}{2}$, car ce côté de l'équation peut être considéré comme travail virtuel, étant donné que la surface de voile se développe progressivement de la surface plane. Donc en fin de compte

$$\zeta_{xx}\zeta_{yy} - \zeta_{xy}^2 = -\frac{1}{E}(F_{xxxx} + 2F_{xxyy} + F_{yyyy}).$$

A côté de cela, bien entendu, il y a aussi l'équation différentielle concernant les efforts

$$\zeta_{xx} F_{yy} - 2\zeta_{xy} F_{xy} + \zeta_{yy} F_{xx} = G(x,y).$$

Nos résultats sont concordants avec les relations trouvées dans la littérature.

Conclusion

En résumant ce que nous avons dit, nous pouvons constater que nous avons posé les relations générales concernant les déformations des voiles minces en coordonnées rectangulaires.

A la base de ces relations, la déformation des voiles minces isostatiques, comme nous venons de le démontrer, peut facilement être déterminée. De même, il est possible de résoudre le problème des voiles minces hyperstatiques, ainsi que leurs efforts intérieurs, problème que d'ailleurs nous n'avons pas traité en détail.

Ajoutons encore que nos équations posées dans le système rectangulaire peuvent être aisément transposées dans d'autres systèmes. Ici nous pensons en premier lieu aux surfaces de rotation, plus simple à traiter dans un système de coordonnées cylindriques. La transformation de nos équations différentielles dans ce système donne les relations connues, de sorte que nous estimons inutile de l'exposer ici en détail.

LITTÉRATURE

M. Flügge : Statik und Dynamik der Schalen.
A. Föppl : Vorlesungen über technische Mechanik. Band V.
A. L. Föppl : Drang und Zwang.
K. Girkmann : Flächentragwerke.
P. Lardy : Die Elastizitätstheorie der parallelogrammförmigen Scheibe. Schweizerische Bauzeitung, Juli 1949.
Menyhárd L. : Héjszerkezetek elmélete. (Théorie des voiles minces ; en hongrois).

SOMMAIRE

Les efforts intérieurs des voiles minces sont un problème en principe résolu et analysé en ses détails dans la littérature technique. La question des déformations est loin d'être aussi connue, vu qu'à part certains cas spéciaux — surfaces cylindriques, surfaces de rotation — elle n'est pas résolue de façon générale. L'auteur se propose le but de combler cette lacune, et d'établir des relations générales concernant les déformations des voiles minces, pouvant être appliquées à n'importe quel type de surface, sous n'importe quelle charge. L'auteur illustre les résultats sur quelques exemples numériques.

ДЕФОРМАЦИЯ МЕМБРАННЫХ ОБОЛОЧЕК

Э. Бельчкеи

Резюме

Принципиально вопрос о работе мембранных оболочек уже разрешен и является детально рассмотренным в технической литературе вопросом. Однако в отношении деформации положение не таково, т. к. за исключением некоторых специальных случаев — цилиндрические поверхности, поверхности вращения — вопрос о деформации в общем случае еще не нашел решения. Автор в своей статье восполняет эту брешь путем вывода общих соотношений, относящихся к деформации мембранных оболочек.

Статья знакомит с соотношениями, относящимися к работе мембранных оболочек, в форме уравнений напряжений типа Аира, затем переходит к детальному рассмотрению деформации некоторого элемента поверхности. Автор движение отдельных точек в направлении x, y, z характеризирует функциями сдвига:

$$\xi = \xi_{(x'y)} \qquad \eta = \eta_{(x'y)} \qquad \zeta = \zeta_{(x'y)}$$

и для них выводит дифференциальные уравнения:

$$r\zeta_{yy} - 2s\zeta_{xy} + t\zeta_{xx} = -(A_{yy} - C_{xy} + B_{xx})$$
$$\xi_x = A - p\zeta_x$$
$$\eta_y = B - q\zeta_y$$

В этих уравнениях p, q, r, s, t — означают первый или же второй частный производный поверхности оболочки, характеризируемой уравнением $z = f(x, y)$, согласно обычно применяемого сокращения. А функции A, B, C:

$$A = (1 + p^2)\,\varepsilon_x$$
$$B = (1 + q^2)\,\varepsilon_y$$
$$C = pq(\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \gamma\sqrt{1 + p^2 + q^2},$$

где ε_x, ε_y, и γ — означают удельные растяжения на пространственном кривоугольном элементе или же изменение угла.

Далее статья занимается определением количеств E_x, E_y и γ, характерных для деформации поверхности оболочки. В статье определяется их величина как из напряжений в оболочке, происходящих от внешних нагрузок, так и от влияния изменения температуры или же сжатия.

Для иллюстрации сказанного, автор далее приводит два примера. На одном из примеров он исследует деформацию, возникающую под действием нагрузки от собственного веса на поверхности оболочки круглого свода, и на основе действительных размеров он определяет также и числовые значения этих движений, и, наконец, иллюстрирует также и эпюры различного направления сдвигов. В качестве другого примера исследует проблему плоскостной оболочки и известные соотношения выводит очень просто и коротким путем — при помощи составленных им дифференциальных уравнений.

Приведенные сотношения вопрос деформации мембранных оболочек разрешают в общем случае. Автор, с определением этих соотношений, сделал в области теории оболочек новый шаг, который может быть исходной точкой для дальнейших исследований.

А. Гелеи:

РАСЧЕТ СИЛ И ПОТРЕБНОСТИ ЭНЕРГИИ ПРИ ФОРМООБРАЗОВАНИИ В ПЛАСТИЧЕСКОМ СОСТОЯНИИ МЕТАЛЛОВ

Изд. АН Венгрии, Будапешт, 1952 Г., 248 стр.

(*A. Geleji:* Die Berechnung der Kräfte und des Kraftbedarfs bei der Formgebung im bildsamen Zustande der Metalle. Akademischer Verlag, Budapest, 1952.)

Эта книга, вышедшая на немецком языке, не является простым переводом, а значительно дополненной переработкой книги этого же автора, изданной в 1948 году на венгерском языке под этим же заглавием.* Вышедшая в то время из печати венгерская книга является первым научным трудом, выводящим из единой общей теории потребности сил и методику работы внутреннего перемещения материалов при ковке и штамповке, при прокатке труб, при волочении прутков, проволок и труб, при высадке прутков, при гибке и при глубокой вытяжке листового железа. Эти же вопросы разрабатываются в новой, изданной на немецком языке книге. В ней анализируются сопровождающие явления многообразных методов формообразования, сильно отклоняющихся друг от друга в исполнении, однако принципиально родственных между собою. Из этих методов выводятся общие закономерности, которые находят свое выражение в математических формулах, при помощи которых можно легко производить расчет потребности силы и работы различных технологических процессов при формообразовании.

Эту единую общую теорию автор применяет последовательно при вышеперечисленных процессах формообразования, причем он исходит из равновесия главных напряжений, действующих при изменении формы на боковые плоскости элементарных призм. В каждом отдельном случае дается формула выведенная математически правильно, для сопротивления изменения формы, противодействующей перемещению материала. Большая практическая ценность этой, построенной на научной основе, теории состоит в том, что она учитывает влияние всех действующих факторов. Однако, ввиду того, что при упомянутых процессах обработки важную роль играют как трение между внутренними частицами материала, так и трение, возникающее между инструментом, производящим формообразование, и заготовкой, то автор подставляет в теоретические формулы соответствующие поправочные коэффициенты с тем результатом, что расчитанные при помощи этих формул величины в пределе практических границ полностью совпадают с величинами, полученными путем измерений, проведенных во время заводских испытаний.

В книге имеется 240 рисунков. Из них мы упоминаем только те, в которых видно полное соответствие с расчетными величинами результатов опытов, проведенных Помпом, Кнакштедтом, Вейсом, Зибелем и т. д. Среди этих рисунков особенно примечательны рис. № 126—161, с которых можно отсчитывать величины предела текучести и сопротивления формообразованию при волочении прутков и проволок, а также и величины, тяговых усилий, необходимых при этих процессах.

В уравнениях, 23,1—23,41, выявляется — наряду с полной работой формообразования и трением поверхности инструмента — также и внутренняя потеря на трение. Хотя эта последняя составляет лишь небольшую пренебрежимую часть всей работы формообразования, то она все-таки значительно дополняет общепригодную теорию автора для сопротивлении формообразования, причем один из наилучших результатов, достигнутых при развитии теории, является математическое определение экономически наивыгоднейшего исполнения волочильного очка, т. е. выгоднейшего угла конуса. (Глава 23. часть 3.).

**Dr. Geleji Sándor:* »A fémek képlékeny alakításánál fellépő erők és erőszükséglet meghatározása számítás útján«. (»Расчет сил и потребности энергии при формообразовании в пластическом состоянии металлов«. Изд. Института усовершенствования инженерно-технического персонала, Будапешт, 1948.)

Полностью переработана глава III. 16., в которой рассматривается расчет действующих сил в просвете между валками, причем автор подробно анализирует распределение сопротивления формообразования, на поверхностях валка и заготовки, далее, образование концентрации напряжений при различных металлах и коэффициенты трения.

Глава III. 19., в которой дается расчет охлаждения заготовки, а также и главы IV. 21. и 22., в которых обсуждаются все проблемы прокатки труб, нисколько не потеряли свою актуальность, тем более, что со времени издания венгерской книги заграницей не издавался подобный труд аналогичной практической пригодности. Это же относится к главам, занимающимся изгибом и глубокой вытяжкой листового металла. Эти главы являются показательным примером того, в какой мере может найти полезное применение научная теория при решении практических проблем технологических производства; ряд разработанных в отдельных главах числовых примеров связывают научную теорию с практикой.

В конце книги дается подробный список всех существенных сообщений в области пластического формообразования металлов.

И. А. Паттантюш

A. Geleji:

DIE BERECHNUNG DER KRÄFTE UND DES KRAFTBEDARFS BEI DER FORMGEBUNG IM BILDSAMEN ZUSTANDE DER METALLE

Akademischer Verlag, Budapest, 1952. — 248 S.

Dieses Buch ist keineswegs nur die einfache Übersetzung, sondern die wesentlich ergänzte Umarbeitung des im Jahre 1948 unter dem gleichen Titel erschienenen Buches desselben Verfassers.* Das damals in ungarischer Sprache erschienene Buch war das erste wissenschaftliche Werk, das die Kraft- und Arbeitsverhältnisse der inneren Werkstoffbewegung beim Schmieden und Pressen, beim Walzen von stangen- und blechförmigen Körpern, beim Rohrwalzverfahren, beim Stangen-, Draht- und Rohrziehen, beim Strangpressen, beim Biegen von Blechen und sowie beim Blechtiefziehen aus einer *einheitlichen* und umfassenden Theorie ableitete. Dieselben Fragen werden nun in dem neuen deutschsprachigen Buch behandelt.

Es werden die Begleiterscheinungen der in Bezug auf Ausführung von einander stark abweichenden, grundsätzlich jedoch mit einander verwandten, vielfältigen Formgebungsverfahren analysiert, aus derselben werden die gemeinsamen Gesetzmässigkeiten abgeleitet und die letzteren in mathematische Formeln gekleidet, mit deren Hilfe die Kraftbedarfs- und Arbeitsverhältnisse der verschiedenen Formgebungsoperationen leicht errechnet werden können.

Diese einheitliche und umfassende Theorie wendet Verfasser auf die aufgezählten Formungsverfahren in konsequenter Weise an, wobei er vom Gleichgewicht der bei der Formänderung auf die Seitenflächen des elementaren Prismas wirkenden Hauptspannungen ausgeht. In jedem einzelnen Falle wird die mathematisch richtig aufgebaute Formel für den der Materialverschiebung entgegen auftretenden Formänderungswiderstand festgestellt. Der grosse praktische Wert dieser auf wissenschaftlicher Basis aufgebauten Theorie liegt in dem Umstande, dass sie den Einfluss sämtlicher Wirkungsfaktoren in Rechnung zieht. Da aber bei den behandelten Vorgängen stets auch die Reibung zwischen den inneren Stoffteilchen, sowie die zwischen dem die Formänderung bewirkenden Werkzeug und dem Werkstück auftretende Reibung eine wichtige Rolle spielten, setzt der Verfasser in die theoretischen Formeln entsprechende Korrektionsfaktoren ein mit dem Ergebnis, dass die mit Hilfe der Formeln errechneten Werte innerhalb der praktischen Grenzen *volle Übereinstimmung* mit den im Verlauf der *Grossbetriebsversuche durch Messung bestimmten Werten aufweisen.*

Das Werk enthält 240 Abbildungen. Von diesen heben wir diejenigen hervor, aus welchen die Übereinstimmung der errechneten Werte mit den Ergebnissen der von *Pomp, Knackstaedt, Weiss, Siebel* usw. ausgeführten Versuche hervorgeht. Unter diesen Abbildungen sind die Nr.-n 126—161 besonders bemerkenswert, aus denen sich die Werte der Fliessgrenzen und der

* »A fémek képlékeny alakításánál fellépő erők és erőszükséglet meghatározása számítás útján«. Mérnöki Továbbképző Intézet kiadása (Verlag des Instituts für Fortbildung der Ingenieure), Budapest, 1948.

Formänderungswiderstände des Stangen- und Drahtziehens, sowie die Werte der bei diesen Verfahren anzuwendenden Zugkräfte ablesen lassen.

In den mit 23,1—23,41 bezeichneten Gleichungen kommt neben der reinen Formänderungsarbeit und der Oberflächenreibung des Werkzeugs bereits auch der innere Reibungsverlust zur Geltung. Obwohl nun dieser letztere nur einen vernachlässigbar kleinen Bruchteil der gesamten Verformungsarbeit ausmacht, trägt er doch zur Vervollständigung der bei den Verformungswiderständen allgemein anwendbaren Theorie des Verfassers bei, wobei eines der im Laufe der Entwicklung der Theorie erzielten schönsten Ergebnisse die rechnerische Bestimmung der wirtschaftlichsten Ausgestaltung des Ziehhohls, bzw. des günstigsten Neigungswinkels ist (Kapitel 23., Abschnitt 3.).

Ein vollständig umgearbeitetes Kapitel ist III. 16., in dem die Berechnung der im Walzspalt wirkenden Kräfte behandelt wird, wobei der Verfasser die Verteilung des Verformungswiderstandes auf den Oberflächen von Walze und Werkstück, ferner die Ausbildung der Spitzenspannungen bei den verschiedenen Metallen und Reibungsfaktoren ausführlich analysiert.

Kapitel III. 19. über die Berechnung der Abkühlung des Werkstückes, sowie die sämtlichen Probleme der das Rohrwalzverfahren umfassenden Kapitel IV. 21. und 22. haben nichts von ihrem Neuheitswert eingebüsst, zumal auch seit dem Erscheinen des ungarischen Buches, in der ausländischen Literatur keine diesbezüglichen Studien von gleicher praktischer Brauchbarkeit veröffentlicht worden sind. Dasselbe gilt von denjenigen Kapiteln, die sich mit dem Biegen und Tiefziehen von Blechen befassen. Diese Kapitel bieten ein Musterbeispiel dafür, wie eine wissenschaftliche Theorie bei der Lösung von praktischen Problemen der technologischen Betriebe nützliche Anwendung finden kann ; eine Reihe von ausgearbeiteten Zahlenbeispielen verknüpft in den einzelnen Kapiteln die wissenschaftliche Theorie und das praktische Leben.

Das Schrifttumsverzeichnis am Ende des Buches ist ausführlich und zählt alle wesentlichen Studien über die bildsame Verformung der Metalle auf.

Das Buch ist in lobenswert schöner Ausstattung vom Akademischen Verlag herausgegeben worden.

I. A. Pattantyus

I. E. Kontorowitsch :

DIE WÄRMEBEHANDLUNG DES STAHLS UND GUSSEISENS

Akademischer Verlag, Budapest, 1952. — 527 S. mit 86 Tabellen und 395 Abb.

(И. Е. Конторович : Термическая обработка стали и чугуна, Москва 1950.)

Der Redakteur der ungarischen Ausgabe dieses Buches — Akademiker Prof. L. Gillemot — kennzeichnet in dem eigens für dieses Buch geschriebenen Vorwort die Bedeutung des Werkes von Kontorowitsch treffend in drei Sätzen. Er schreibt :

»*Das Buch Kontorowitsch, ist eine auch in der Weltliteratur einzig dastehende Zusammenfassung der Wärmebehandlung des Stahls und Gusseisens. Er schildert sein Objekt mit minutiöser Ausführlichkeit, auf modernstem Niveau. Die Erscheinung der ungarischen Übersetzung schliesst eine Lücke in der Industrie, und wird auch allen jenen Universitätsstudenten und Hochschülern von Nutzen sein, die ihre diesbezüglichen Kenntnisse zu erweitern wünschen.*«

Das Werk behandelt die Systematik der Wärmebehandlung in drei Teilen, in sieben Abschnitten (bzw. in 42 Kapiteln). Der erste und der zweite Teil befassen sich mit den Fragen der Wärme- und chemischen Behandlung des *Stahls*, mit den Zustandsbildern und der Wärmebehandlung der *Legierungen mit drei, vier oder mehr Komponenten*, während der dritte Teil der allgemeinen Charakterisierung, Wärmebehandlung und Modifizierung des *Gusseisens* gewidmet ist. Das so umschriebene Thema wird mit einer derartigen Ausführlichkeit zergliedert (die obenerwähnten 42 Kapiteln sind in 176 Paragraphe geteilt), dass hier eine weitere vollständige Aufzählung des Inhalts überflüssig erscheint.

Das Buch von Kontorowitsch ist ein wahrhaft wissenschaftliches Werk, *ein Handbuch der gesamten Wissenschaft der Wärmebehandlung*, und ausserdem ein wahrhaft sowjetisches wissenschaftliches Werk, unter dessen 126 aufgezählten Schrifttumsquellen insgesamt vielleicht 10 von ausländischen Verfassern stammen ; alle übrigen sind Bücher oder Abhandlungen von Gelehrten oder Fachleuten, die in der Sowjetunion arbeiten. Dieses Buch ist auch schon deshalb bemerkenswert, weil es in seinem wissenschaftsgeschichtlichen Teil urkundlich nachweist, dass z. B. *D. K. Tschernow*, *A. A. Bajkow*, *N. S. Kurnakow* mit ihren auf dem Gebiete der Metallurgie und Metallographie erreichten Ergebnissen zeitlich allen denjenigen ausländischen Forschern weit zuvorgekommen waren, denen manchenorts die Priorität zugestanden zu werden pflegt.

Auch dieses Buch setzt den trefflichen Brauch des sowjetischen wissenschaftlichen Schrifttums fort, dass es parallel zur Theorie auch die praktische Ausführung sowie die praktische Anwendung jeder Sorte des Stahls und Gusseisens ausführlich behandelt. Als bestes Beispiel dafür seien hier die Kapitel über das *Härten und Anlassen* sowie über die Oberflächenbehandlung angeführt. Hier werden auch die Ergebnisse der Härtung bei einer Temperatur von weniger als Null Grad und der elektrischen Hochfrequenz-Oberflächenbehandlung beschrieben. Auch die Nitrierung und Zyanidierung des Stahls wird sowohl in Bezug auf die Theorie als auch auf die Praxis ausführlich behandelt.

Die Kapitel über die *legierten Stähle* gehören zu den wertvollsten Teilen des Buches. In keinem anderen Buch findet sich eine derartige Zusammenstellung von Angaben über die Zustandsbilder, die Merkmale, die Erzeugung und Anwendung von Mangan-, Nickel-, Chrom-, Kobalt-, Wolfram-, Molybdän- und Siliziumstählen. Im Laufe der Behandlung der Fehler bei *mehrfach legierten Stählen* werden die Forschungen von W. J. Dubojow besprochen, die darauf hinweisen, dass die so häufige Flockenbildung durch den Wasserstoff verursacht wird. Der Wasserstoff wird bei seiner Ausscheidung gasförmig ; wenn er sich nun nicht aus dem Stahl entfernen kann, so übt er einen sehr grossen Druck aus, was zum Riss des Stahles, d. h. zur Flockenbildung führt. Aus diesen Kapiteln geht auch hervor, dass in der Sowjetunion *Schnellstähle* erzeugt werden, die in einem geringeren Ausmass legiert sind als üblich und die daher einfacher und billiger herzustellen sind. Das Kapitel über die *wärmebeständigen Stähle* bringt fünf Tabellen, die äusserst wertvolle Angaben enthalten, und dabei eine gesonderte Tabelle über die Warmfliessgrenze von legierten Stählen.

Das Kapitel über die *Automatenstähle* erwähnt auch die Legierung des Stahls mit Blei. Das Blei befindet sich eigentlich in Form von Einschlüssen im Stahl, seine Teilchen dienen gleichsam als Schmiermittel und verringern auf diese Weise die beim Schneiden auftretende Hitze. Gewöhnlich wird dem Stahl 0,2—0,5% Blei zugegeben.

Die Abschnitte über die *Gusseisensorten* befassen sich ausführlich mit der allmählich zustandegekommenen Verbesserung der Qualität des Gusseisens und mit den Methoden, die zu dieser Verbesserung führten. In diesem Kapitel (40) verdient § 165 über das *modifizierte Gusseisen* besondere Beachtung. Hier wird die Wirkung der verschiedenen Modifikatoren auf die mechanischen Eigenschaften behandelt. Tabelle 80 bringt die charakteristischen Eigenschaften der in der Sowjetunion standardisierten modifizierten Gusseisentypen. Die Ermüdungsgrenze mancher dieser Typen steht nach der Wärmebehandlung kaum hinter der Ermüdungsgrenze des Stahls zurück. Durch Modifizierung kann im Gusseisen sogar eine Zerreissfestigkeit von 70—75 kg/mm^2 und eine Fliessgrenze von 50—55 kg/mm^2 erzielt werden.

Im § 169 über den *Temperguss* steht, dass das ursprüngliche Verfahren zum überaus raschen Glühen des Tempereisens in der Sowjetunion ausgearbeitet wurde und *Dispersionsglühen* genannt wird. Diese Methode (die auf der 512. Seite des Buches beschrieben wird) verkürzte das Glühstadium der Tempergüsse auf 24 Stunden statt der üblichen 64 Stunden.

Alles in allem ist die Feststellung zulässig, dass das Buch von Kontorowitsch eine wesentliche Bereicherung des Schrifttums der technischen Wissenschaften und auch an und für sich einen grossen Wert darstellt, das der Wertschätzung der ungarischen Ingenieure, Universitätshörer und Hochschüler sicher sein darf. Die Ausstattung des Buches ist überall des Akademischen Verlages würdig ; die Mikroaufnahmen sind auf gesondert eingeschalteten feinen Reproduktionsblättern abgebildet.

E. Cotel

J. Bogárdi :

DIE KORRELATIONSRECHNUNG UND IHRE ANWENDUNG IN DER HYDROLOGIE

Akademischer Verlag, Budapest, 1952. — 254 S., 15 Abb., 76 Tab.

(*Bogárdi J.:* Korrelációszámítás és alkalmazása a hidrológiában. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.)

Verfasser weist in seinem Buche der ungarischen hydrologischen Fachliteratur neue Wege, legt die Theorie für eine bedeutsame mathematische Methode der hydrologischen Forschung in einer für die Lösung praktischer Aufgaben zureichenden Art und Weise dar und fördert zugleich die Anwendung der Theorie durch die Darbietung von reichlichem Material an Beispielen aus dem Gebiete der Hydrologie.

Das Buch umfasst einen Fragenkomplex der Systematisierung und Verarbeitung statistischer Daten, nämlich die gleichzeitige Systematisierung und Verarbeitung von Beobachtungsmaterial, das sich auf zwei oder mehrere Eigenschaften, Erscheinungen oder Grössen bezieht. Der Aufbau des Inhaltes ist einfach und klar : Kapitel I behandelt einige grundlegende und für die Korrelationsrechnung bedeutsame Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Kapitel II und III

geben Sätze, Beweisführungen und Rechnungsschemata der Korrelationsrechnung mit zwei oder mehreren Veränderlichen an, Kapitel IV schliesslich umfasst einige Zahlenbeispiele aus dem Gebiete der hydrologischen Wissenschaft. Das reiche Beispielmaterial des letzteren Kapitels bezieht sich in erster Linie auf die Untersuchung von Grundwasserniveaus und Flusswasserniveaus, wogegen sich die gekennzeichneten Methoden auch auf anderen Gebieten der hydrologischen Forschung mit Nutzen verwenden lassen und auch für die internationale Fachliteratur von grossem Wert sind.

P. Salamin

Я. Богарди:

КОРРЕЛЯЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В ГИДРОЛОГИИ

254 стр., 15 рис., 76 таблиц

(*Bogárdi J.*: Korrelációszámítás és alkalmazása a hidrológiában. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1952.)

Автор в своей книге указывает новую дорогу в венгерской специальной гидрологической литературе. В книге рассматривается теория одного из имеющего большое значение и удовлетворяющего требованиям решения практических задач математичеэкого метода гидрологических исследований и одновременно приводится большое число примеров, способствующих пользованию данной книги.

Книга охватывает группу вопросов систематизации и обработки статистических данных, а именно: совместная систематизация и обработка материалов наблюдений, относящихся к двум или нескольким свойствам, явлениям или количествам. Структура содержания книги проста и ясна. Первая глава рассматривает несколько основных положений исчисления вероятностей, имеющих с точки зрения корреляционного исчисления большое значение. Вторая и третья главы занимаются теоремами, доказательствами и схемами расчета двухпеременного и многократного корреляционного исчисления и, наконец, четвертая глава содержит числовые примеры, взятые нз области гидрологической науки. Большое количество приимеров отноеится в первую очередь к исследованию уровня грунтовых вод и уровня рек, однако, рассмотренные в книге методы могут быть выгодно использованы и в других областях гидрологических исследований, и могут иметь большую ценность также для международной специальной литературы.

П. Шаламин

Les Acta Technica paraissent en russe, français, anglais et allemand et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiées sous forme de fascicules qui seront réunis en un volume.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction et écrits à la machine à l'adresse suivante:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement annuel est de 110 forints (6,50 $) par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise du Commerce Extérieur des Livres et Journaux »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Compte-courant No.: 45-790-057-50-032) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

The Acta Technica publish papers on technical subjects in Russian, French, English and German.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up one volume.

Manuscripts should be typed and addressed to:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address

The rate of subscription to the Acta Technica, is 110 forints (6·50 $) a volume. Orders may be placed with »Kultúra« Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest. VI., Sztálin-út 2. Account No. 45-790-057-50-032) or with representatives abroad.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereiche der technischen Wissenschaften in russischer, französischer, englischer und deutscher Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfanges. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind, mit Maschine geschrieben, an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica
Budapest, 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band 110 Forint (6·50 $). Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultúra« (Budapest, VI., Sztálin-út 2. Bankkonto Nr. 45-790-057-50-032) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

28,— Ft.

INDEX

Guman, J.: Computing natural gas pipe lines — Гуман, Й.: Поток в трубопроводах естественных газов. Определение размеров 397

Papp, Sz.: Neuere Versuchsergebnisse und praktische Erfahrungen auf dem Gebiete der Enteisenung industrieller und Trinkwässer — Папп, С.: Последние экспериментальные и практические достижения в области снижения содержания железа промышленной и питьевой воды..... 437

Pattantyus, Á. G., Terplán, Z.: Wirkungsweise und Berechnung des Stosshebers (hydraulischen Widders) — Паттантюш А. Г., Терплан З.: Способ действия и расчет гидравлического тарана 463

Bölcskei, E.: Deformation des voiles minces — Бельчкеи, Э.: Деформация мембранных оболочек 486

Обзор книг — Buchbesprechung — Book Review — Compte-rendu de livres 507

Akadémiai kiadó (Budapest, V., Alkotmány-u. 21). Felelős: Mestyán János

Akadémiai nyomda, V., Gerlóczy-utca 2. — 20744/52 — Felelős vezető: ifj. Puskás Ferenc