

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMET, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXII

FASCICULI 1—2



1958

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V. ALKOTMÁNY UTCA 21

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Több füzet alkot egy kötetet. Évenként 2—3 kötet jelenik meg.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztési és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80, külföldre 110 Ft. Megrendelhető a belföld számára az Akadémiai Kiadónál (Budapest V. Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy annak külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereich der technischen Wissenschaften in deutscher, englischer, französischer und russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfangs. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden:

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankkonto Nr: 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

I N D E X

Acta Technica

Tomus XXII

- Boldizsár, T.** : Warming up of Mine Air in General, Considering Rock Heat and Linear Caloric Effects — Allgemeines Verfahren zur Berechnung der Grubenlufterwärmung, unter Berücksichtigung der Gebirgswärme und der linearen Wärmeeffekte — Procédé général de calcul du réchauffement de l'air des mines, compte tenu des effets caloriques linéaires et de ceux de la roche — **Т. Болдизсар**: Общие методы определения нагрева горного воздуха, учитывая линейные тепловые эффекты и тепловые воздействия породы 61
- Bölcsei, E.** : New-type Abutments of Bridges — Neuartige Brückewiderlager — Nouvelles culées — **Э. Бельчкеи**: Мостовые устои новой конструкции 135
- Csepiga, Z.** : Phase Transformations in Hardened Steel Causing Dimensional Changes — Umwandlungsvorgänge in gehärteten Stählen, die zur Änderung der Abmessungen führen — Phénomènes de transformation dans l'acier trempé conduisant à des changements de longueur — **Э. Чепига**: Процессы, вызывающие изменения размеров закаленной стали 285
- Csonka, P.** : Bending Forces in Block Steps of Supported Stairs, if each Step Being Loaded in the same Way — Die Biegungsbeanspruchung in Blocktreppenstufen aufliegender Treppen bei gleicher Belastung — Efforts de flexion dans les marches d'un escalier soutenu, toutes les marches étant soumises à des charges égales — **П. Чонка**: Работа на изгиб ступеней укрепленных лестничных маршней, нагруженных идентично на всех ступенях 217
- Dékány, S.** : Parallelitätstoleranzen von binokularen Fernrohren — Parallelism Tolerances of Binocular Telescopes — Tolérances de parallélisme des lunettes binoculaires — **Ш. Декань**: Допуски параллельности бинокулярных подзорных труб 193
- Drobni, J.** : Die dynamische Untersuchung von Getrieben unter Berücksichtigung der Reibungskräfte und der Reibungsmomente — Dynamic Examination of Mechanisms, Considering Forces and Moments Arising from Friction — Examen dynamique des mécanismes en considération des forces et couples de frottement — **Й. Дробни**: Динамическое исследование механизмов с учетом сил трения и моментов трения 205
- Éliás, E.** : Über das Kräftespiel der Hängestäbe von Bogenbrücken — On the Forces of the Suspension Bar of Arch Bridges — Sur les forces intérieures des suspentes d'un arc raidi par une poutre — **Э. Элиаш**: Работа подвесок арочных мостов 349
- Geleji, A., Kiss, E. und Dévényi, Gy.** : Betriebsversuche über den Kraftbedarf beim Ehrhardtschen Rohrstoßverfahren — Results of Measurements at Tube Manufacturing According to the Ehrhardt Method — Résultats de mesures effectuées à l'usine concernant la fabrication de tubes selon le procédé Ehrhardt — **А. Гелейи, Э. Кис и Д. Девени**: Результаты производственных измерений производства труб по Эрхардту 395
- Gillemot, L. und Sinay, G.** : Die Brucharbeit als Werkstoffkenngröße — The Contraction Work as a Characteristic of Materials — Le travail de contraction comme une caractéristique des matériaux — **Л. Жильмо**: Работа сжатия — как параметр материала 149

Helm, L. : Determination of Pneumatic Capacities of Variable Volume — Die Bestimmung pneumatischer Kapazitäten von veränderlichen Rauminhalt — La détermination des capacités pneumatiques à volume variable — Л. Хельм: Определение пневматических емкостей переменного объема	53
Kacprowski, J. : Über die Möglichkeiten der Abbildung der akustischen Eingangs-impedanz des menschlichen Ohres mittels einer Ersatzschaltung — Possibilities of Imitating the Acoustic Impedance of the Human Ear by an Equivalent Circuit — Possibilités d'imitation de l'impédance d'entrée acoustique de l'oreille humaine par des circuits équivalents — Й. Кацпровский: Возможности имитации акустического импеданса человеческого уха замещающей схемой	255
Kisbocskói, L. : Über die Änderung des Strömungswiderstandes in schnell rotierenden Rohrleitungen — The Variation of Flow Resistance in Rapidly Rotating Tubes — Changement de la résistance d'écoulement dans des conduites tournant à grande vitesse — Л. Кишбочко: Изменение сопротивления движению потока в быстровращающихся трубопроводах	121
Kwiek, M. und Karaskiewicz, E. : Untersuchungen über die optimale Nachhallzeit — Investigations on the Optimum Resonance Time — Examen du temps de résonance optimum — М. Квик и Е. Каракиевиц: Исследования оптимального времени реверберации	233
Mankher, L. : Die Berechnung der Zugfestigkeit von patentierten und kaltgezogenen Stahldrähten — Determination by Calculation of the Tensile Strength of Patented and Cold-drawn Steel Wires — Détermination par le calcul de la résistance à la rupture des fils d'acier patentés et tirés à froid — Л. Манкер: Определение расчетным путем сопротивления разрыва патентированных и холоднотянутых стальных проволок	265
Nándory, G. : Examination of the Physico-mechanical Characteristics of Cabled Threads used for the Manufacture of Pneumatic Tyres — Prüfung der physiko-mechanischen Eigenschaften des für pneumatische Reifen verwendeten Kordzwirnes — Examen des propriétés physico-chimiques des cordes de pneumatiques — Д. Нандори: Испытание физико-механических свойств полотна, применяемого в производстве пневматиков	27
Náray-Szabó, I. and Szuk, G. : Setting and Hardening of Hydraulic Materials I. The Setting and Hardening of Paris Plaster — Die Abbindung und Erhärtung von hydraulischen Stoffen I. Die Abbindung und Erhärtung von Gips — Prise et durcissement de matières hydrauliques I. Prise et durcissement du gypse — И. Нарай-Сабо и Г. Сук: Связывание и твердение гидравлических материалов I. Связывание и твердение гипса	67
Pattantyus Á. G., Németh, Á., Szabó, Á. and Gaál, Á. : Maximum Liquid Yield of Vertical Pipes Fillet with Gaseous Liquid — Maximale Flüssigkeitsdurchleitung mit gashaltigen Flüssigkeiten gefüllter, vertikaler Röhre — Le rendement maximum de transport de tuyaux verticaux remplis de liquides gazeux — А. Г. Паттантиуш, А. Немет, А. Сабо и А. Гаал: Максимальная транспортировка жидкостей в стояках с газосодержащими жидкостями	101
Sólyom, Z. B. : An Instrument for the Examination of Changes on Bent Test-pieces — Ein Instrument zur Untersuchung in gebogenen Versuchskörpern stattfindender Veränderungen — Appareil pour l'étude des modifications des éprouvettes soumises à la flexion — З. Шойом-Барна: Прибор для изучения изменений, происходящих в изогнутых образцах	3
Széki, P. : The Rate of Oxydation of Steel and Cast Iron in a Steam Atmosphere — Bestimmung der Zundergeschwindigkeit von Stahl und Gusseisen in Wasserdampf-atmosphäre — La croissance des oxydes de l'acier et de la fonte dans une atmosphère de vapeur d'eau — П. Секи: Степень окисления стали и чугуна в среде водяного пара	129

Szöke, B. : Self-locking of the Sliding surface Bearings — Selbsthemmung in Gleitlagern — Irréversibilité des paliers lisses — <i>Б. Секе</i> : Самозамыкание скользящих подшипников	329
Szuk, G. and Náray-Szabó, I. : Setting and Hardening of Hydraulic Materials II. Conductometric Analysis of Setting of Cement Pastes under Isothermic Conditions — Die Abbindung und Erhärtung von hydraulischen Stoffen II. Konduktometrische Analyse der Abbindung von Zementbrei unter isothermischen Umständen — Prise et durcissement de matières hydrauliques II. Étude de la prise de la pâte à ciment par rapport à la conductibilité, dans des conditions isothermes — Г. Сук и И. Нарай-Сабо: Связывание и твердение гидравлических материалов II. Исследование с помощью проводимости связывания цементного раствора при изотермическом режиме	83
Uray, V. : Problems of Measuring Uncertainty, Accuracy and Sensitivity — Die Frage der Messsicherheit, Genauigkeit und Empfindlichkeit — Les problèmes d'incertitude des mesures, de précision et de sensibilité — <i>В. Урай</i> : Вопрос неопределенности, точности и чувствительности измерения	311
Vidéky, E. : Complement of Goniometry and Projective Relativenesses in the Involute Geometry — Ausdehnung der Goniometrie und projektive Relativitäten in der Involutgeometrie — Extension de la goniométrie et les relations projectives dans la géométrie des développées — Э. Видеки: Распространение гониометрии и проективные относительности в инволютной геометрии	177
Visy, Z. : Iterative Method for the Calculation of Moments on Highly Economical Reinforced Concrete Beams — Iterationsverfahren zur Berechnung der Momente von wirtschaftlichst bewehrten durchlaufenden Stahlbetonträgern — Méthode de réitération pour le calcul des moments des poutres en béton à plusieurs appuis, armées de la façon la plus économique — З. Виси: Расчет изгибающих моментов неразрезных железобетонных балок методом итерации при условии минимального расходования арматуры.....	13
Wusatowski, Z. : Grundlagen der Kalibrierung von Formstahl — The Bases of Roll Caliber Designing for Profile Steel — Les bases du calcul des sections de rouleaux pour profilés en acier — З. Вусатовски: Основы калибровки профилной стали	361

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

L. GILLEMOT, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ, K. SZÉCHY
G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXII



1958

ACTA TECHN. HUNG.

AN INSTRUMENT FOR THE EXAMINATION OF CHANGES ON BENT TEST-PIECES

Z. B. SÓLYOM

RESEARCH INSTITUTE FOR LEATHER INDUSTRY, BUDAPEST

[Manuscript received October 3, 1956]

It is a well-known fact that the surface elements of bent bodies shorten on the concave and expand on the convex side. Between the two boundaries of the bent body a layer is formed in which the mutual distance of material particles does not change. This layer is referred to as neutral layer, or, if we confine consideration to one dimension, as neutral fibre. The state of stress is uniaxial throughout the body. The largest strain of tension or compression, σ_A and σ_B , respectively, arises in the exterior fibres of the cross-section :

$$\sigma_A = \frac{M}{I} e_1 = \frac{M}{I/e_1} = \frac{M}{K_1} \quad \sigma_B = \frac{M}{I} e_2 = \frac{M}{I/e_2} = \frac{M}{K_2}$$

where e_1 and e_2 are the distances of exterior fibres from the inert line, M is the bending modulus, and I is the moment of inertia. K_1 and K_2 are the section moduli. In the case of bodies having rectangular cross-section :

$$K = \frac{ab^2}{6},$$

a being the length, and b the height of the square. (Fig. 1)

When bending takes place the cross-section suffers distortion (Fig. 2), but the sectional line remains perpendicular to the inert fibre. (Fig. 3)

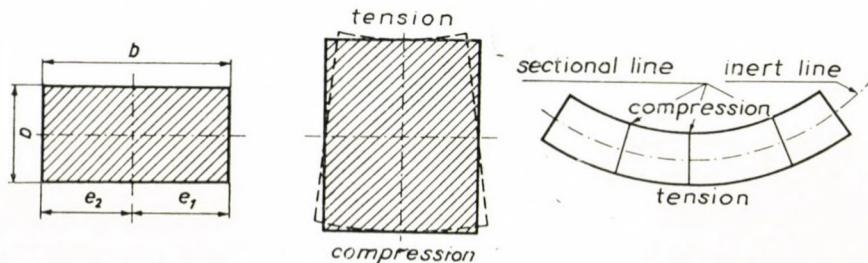


Fig. 1, 2, 3

In homogeneous materials the neutral fibre runs in the line bisecting the boundaries. Its determination is rather complicated and leads to differential equations of higher order.

Finished shoes, for example, are furnished with soles which consist of several parts, each having different strength characteristics and inhomogeneities throughout their cross-section. To know the loading of the different constituent, it is very important to determine the neutral line. For, if one knows this, it is possible to approximate the ideal condition where the joining surface of the most important of the layers subjected to bending load falls into the neutral layer. So shearing forces do not arise at the joint, and the loading of the elements connecting the two layers equals zero. The durability is highest in this case. Let us mention the welted clump, or the rubber soles of different strength characteristics and thickness cemented to the intersole.

The object of the present investigations is to calculate and design a direct reading instrument with the aid of which it is possible to determine, without any computing, the position of the neutral layer, furthermore the contraction or extension of the layers in rectangular bars. Utilizing these data, we can determine the loading of the material.

The calculation of the instrument is based on the radius of curvature of the sole during walking which is assumed to be 50 mm. Thus curvature is larger than that occurring in reality but values derived from this oversized instrument are more accurate.

The main part of the instrument is a 20 mm high iron drum with a radius of 50 mm as unity. The test-piece of rectangular cross-section is bent over the mantle of this drum so that one can measure the position of the neutral fibre and the lengthening or shortening at any point of its cross-section.

The calculation of the instrument is this : On the periphery of the drum one radian corresponds to 50 mm, two radians correspond to 100 mm length of arc. Two cross-sectional lines are marked on the test-piece at a distance of 100 mm which corresponds to two radians. The measurement is then based on the registration of the mutual positions of these two rectioal lines, in a hyperbolic-spiral co-ordinate system, after the test-piece has been bent.

The formula of a hyperbolic-spiral in polar co-ordinates is $\varrho \Theta = a$, where ϱ is the radius vector, and Θ the angular displacement in radians. (Fig. 4.)

According to the formula, if $a = 100$, that portion of the arc of circles drawn around the origin of the system of co-ordinates which lies between the X -axis and the spiral has a length of 100 mm.

If the unit circle has a radius of 50 mm these arcs equal two radians, from which it follows that on the test-rod, bent on the mantle of the drum with 50 mm radius, the terminals of the 100 mm-long arcs (corresponding to two radians) are indicated by the hyperbolic-spiral. Hence, the measurement

essentially consists in determining, in a hyperbolic-spiral system of co-ordinates, the angle through which two parallel cross-sectional lines, drawn on the test bar perpendicularly to the inert fibre at a distance of 100 mm from one another, are turned by bending. On a millimeter-scale referred to the hyperbolic-spiral system of co-ordinate one can directly read the millimeter-value of the lengthening or shortening which results from bending at any point of the cross-section of the test-bar. The position of the neutral fibre is given by the intersection of the hyperbolic spiral and the sectional line marked on the

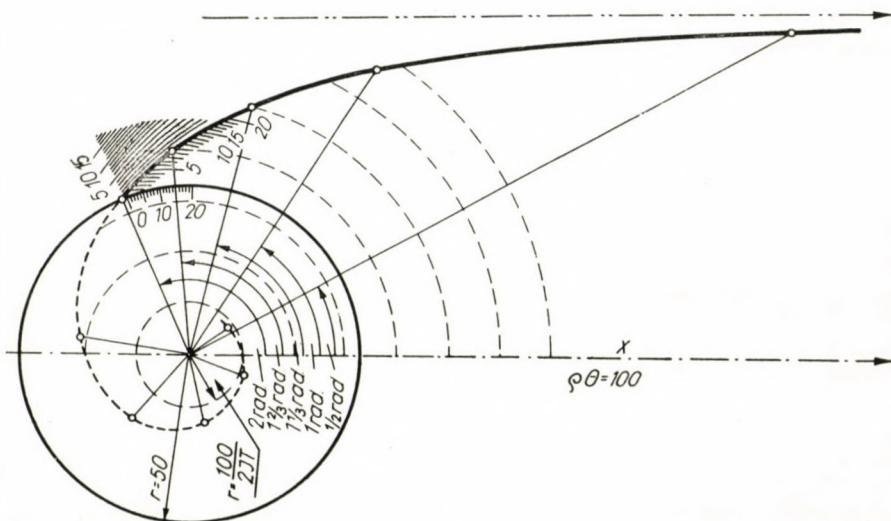


Fig. 4

test-body. This point of intersection is at a distance of 100 mm from the origin, i.e. it is the end-point of a line, the length of which is not affected by bending. This cannot be but the neutral fibre.

For the sake of direct reading the hyperbolic-spiral system of co-ordinates and the attached scale must be constructed and plotted on a transparent plate, e.g. on plexiglas, in the following manner: we have to draw a circle with 50 mm radius, and, at any arbitrary point, a radius in it. This radius forms the X axis, i.e. the zero-line of the measuring system. Right and left of this radius, we have to draw an angle corresponding, each, to two radians, their arcs giving a length of 100 mm. It is here that the hyperbolic-spiral originates which connects the terminals of the 100 mm long arcs of the concentric circles drawn around the origin. A central projection to the spiral of the concentric circles which run 1 mm from one another will give us the scale from which we can read the distance (in mm) of the point of intersection of the cross-sectional line marked on the test-bar and the spiral, from the inner or outer edge of the

test-bar. This gives the position of the neutral fibre. The shortening may be read on the millimeter scale plotted on the circumference of the circle with 50 mm radius (by measuring) the distance between the terminal of the sectional line and the origin of the spiral. The extension may be read in our $\varrho\theta$ = spiral co-ordinate system on "parallel" lines. The formulae of these "parallel" lines are $\varrho\theta = 101$, $\varrho\theta = 102$, $\varrho\theta = 103$, etc. The extension is thus given by the distance

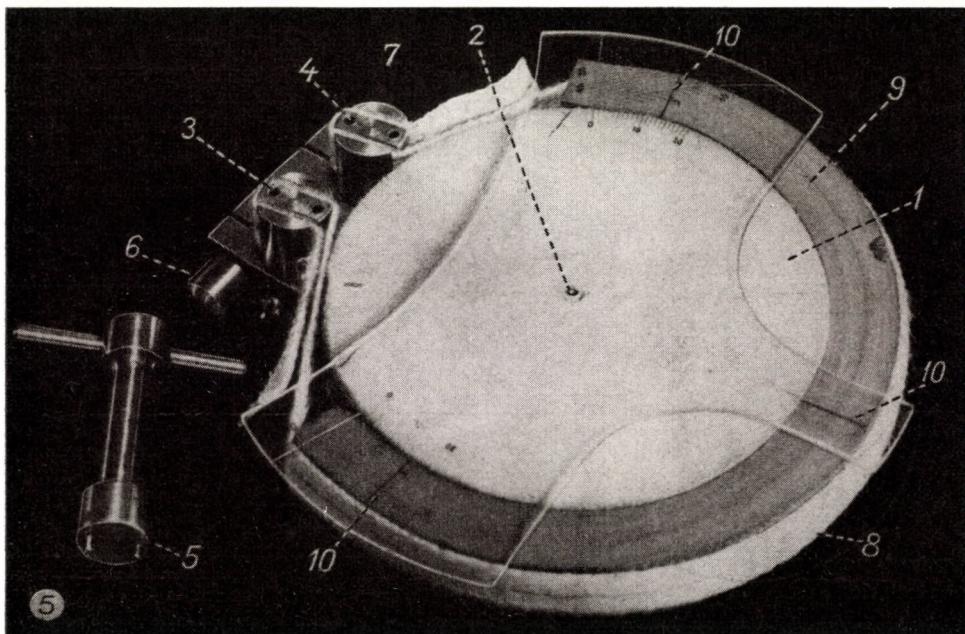


Fig. 5

of the external end-point of the sectional line, which is drawn on the test-rod, from the point of intersection of the basis spiral. This distance can be read in millimeters on the spirally "parallel" scale. There is, on the plexiglas plate, at the origin of the co-ordinate system, a boring of 2 mm in diameter. By this, it can be fitted on the pin 2 (Fig. 5) in the centre of the iron disk.

To minimize errors caused by deviations of reading and the inaccuracy of the instrument, it is advisable to perform two consecutive readings on the scales constructed right and left of the X axis. This end, we have to draw, at a distance of 100 mm from one another, not two but three sectional lines on the test-bar. When the test-piece is bent, the plexiglas plate must be turned until its X axis coincides with the central sectional line, and readings are made on the left and right-hand scales. If, after turning, the X axis on the dial-plate coincides with the sectional line on either side, one can record the position

of the mid-sectional line as referred to one on the side. Thus, one may accomplish four readings and compute their average.

Figs. 5, 6 and 7 represent the instrument.

In the figures, 1 the iron disk with 50 mm radius; 2 the pin to which the dial is pivoted; 3, 4 are two cylinders slit in two places perpendicularly to their base. These can be turned with key 5. With the aid of screws 6 and 7

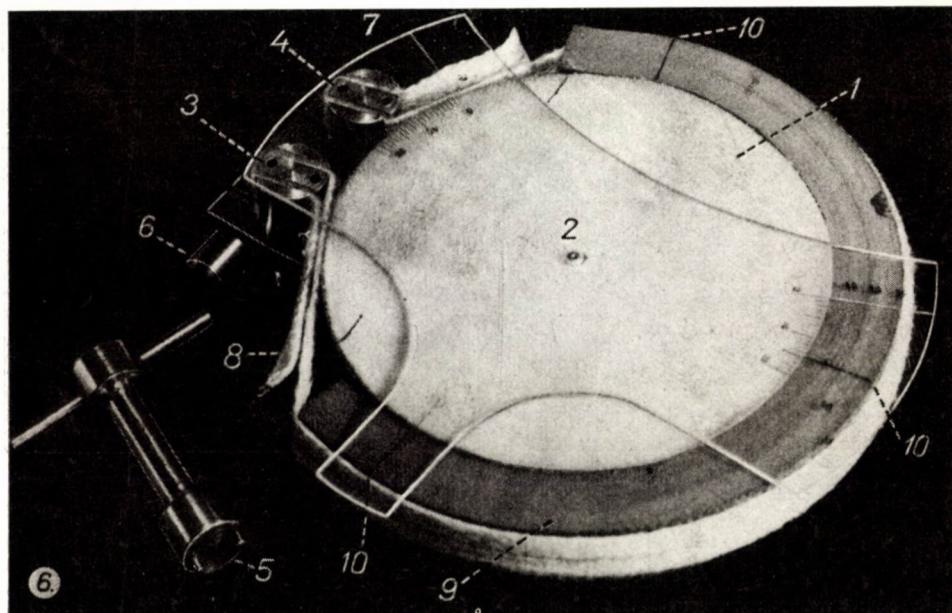


Fig. 6

the friction at the cylinder axes may be adjusted. 8 a thin cotton sling (lamp-wick) which is used to bend the test-bar, and to fix its position. The ends of the sling are put into the slots of the cylinders, and by turning them the sling can be tightened. 9 bent test-piece; 10 sectional lines.

Fig. 8 shows the dial plate and the scale. Here, 1 is the basic hyperbolic-spiral. It bears the scale for the determination of the neutral fibre. The shortening is measured on scale 3, the extension on scale 4, 5 boring adapted to pin 2 around which the dial turns.

The ruler seen in Fig. 9 serves for the drawing of the sectional lines at 100 mm mutual distances. It is made of an approx. 230 mm long, 3-mm thick and 12-mm wide brass slat on which the laminae 2, 3, 4 are screwed with one of their edges perpendicularly to the length of the slat, at distances of 100 mm. To make the drawing more accurate, the position of the test-bar can be fixed by means of slat 5 which is pressed to slat 1 with springs 6 and 7.

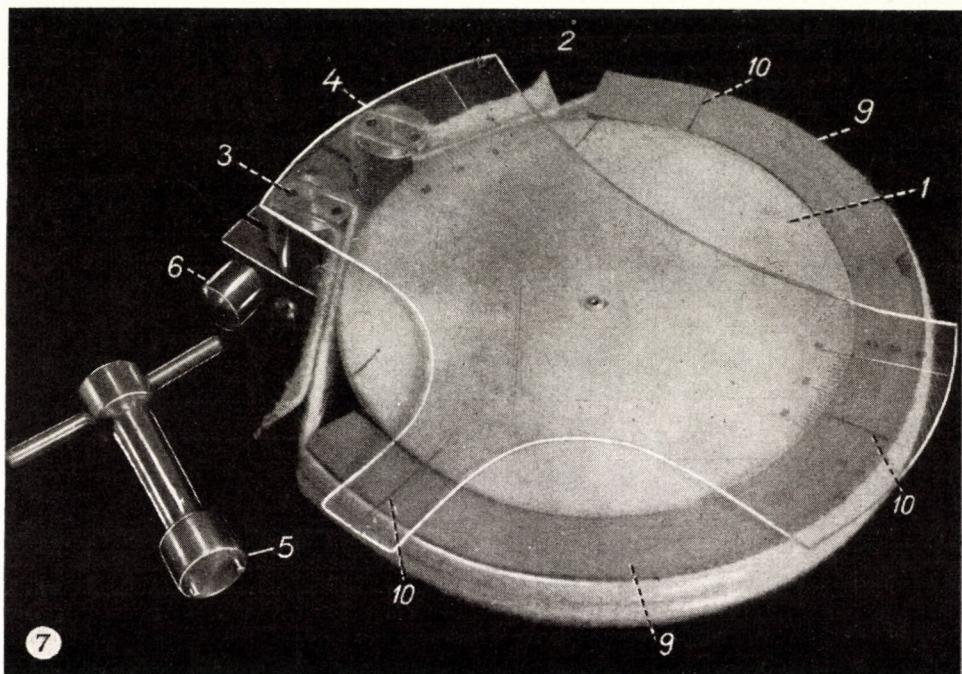


Fig. 7

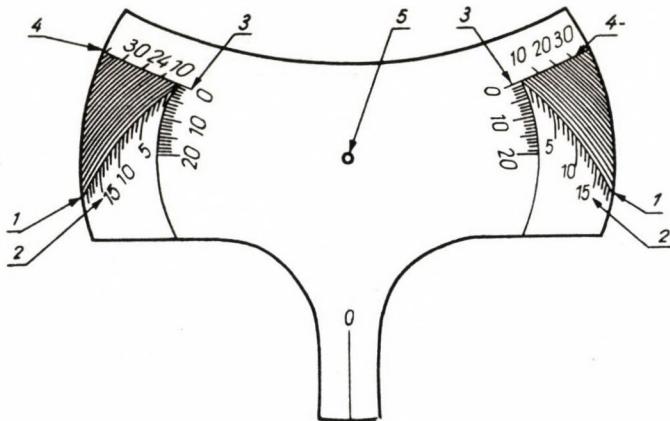


Fig. 8

The measurement is accomplished as follows. We cut a test-piece about 220 mm long and 10 mm wide. It is then placed into the ruler and the sectional lines, at distances of 100 mm, are drawn along the mark-laminae 2, 3, 4 as thin as possible.

The test-piece so prepared can be bent on the drum 1 seen in Figs. 6 and 7, in the following manner. The sling is thread into the slot of cylinder 4 and the latter turned with key 5 into the position represented in Fig. 7. In this position the sling becomes tight enough to prevent its slipping from the slot. After this, we catch the sling and the test-piece in our right hand, turn the disk with the left hand anticlockwise and bend the test-piece together with the sling into the mantle of the drum 1. We rotate cylinder 3 until its

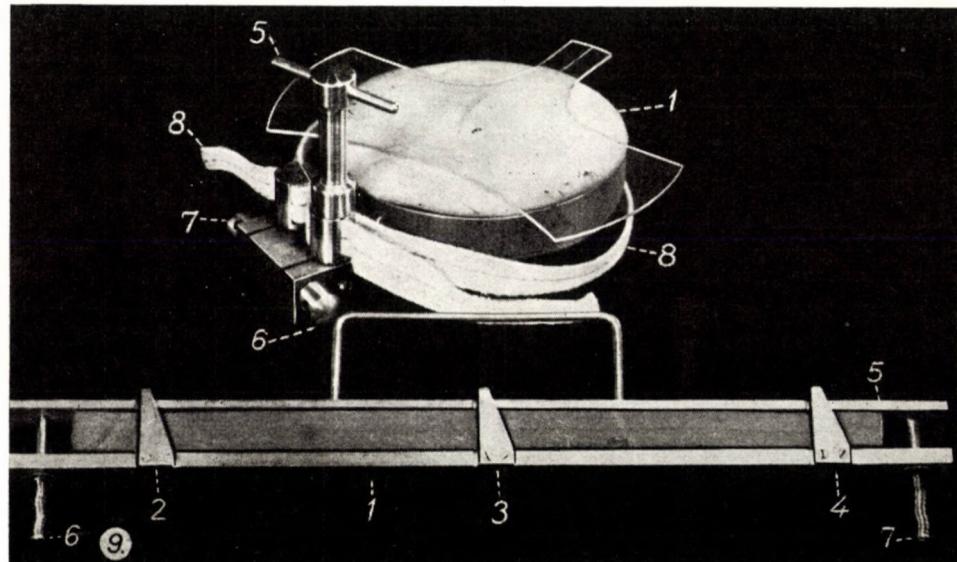


Fig. 9

slots point into the direction of the sling, and stretching the latter mildly, we thread it into the slots as shown in Fig. 7. With key 5 we turn cylinder 3 anticlockwise and so tighten the sling (Figs. 5, 6, 7). It is advisable to smooth the sling a few times with our fingers during tightening, so that the stress should be uniform along the whole circumference. Care must be taken of the test-piece surface coinciding with the upper plane of disk 1. After the test-piece has been bent we place the dial and scale on pin 2 and turn it until the 0 line (Fig. 8) covers the sectional line in the middle. The measurement consists in the determination and reading on the scale of the point of intersection of the sectional line and the hyperbolic spiral. The shortening is given by the position of the terminal of the sectional line on the scale 3 (Fig. 8.). The position of the neutral fibre with reference to the concave (i.e. inner) side is determined by the site of the point of intersection of the basis spiral and the sectional line

Measurements

	Shortening	Neutral line	Extension	Total thickness
Microcellular rubber sheet I.	1 11,0	5,4	6,0	13,4
	2 10,0	6,2	5,0	14,0
	3 11,0	6,2	5,0	13,6
	4 11,0	6,3	5,5	13,0
Other side	1 11,0	6,5	5,0	13,2
	2 11,0	6,1	5,5	12,8
	3 11,2	6,2	6,0	12,3
	4 10,7	6,0	6,0	13,0
Microcellular rubber sheet II.	1 12,0	6,5	4,0	11,5
	2 12,0	7,0	4,0	11,0
	3 12,0	7,0	4,5	11,0
	4 12,0	7,0	4,0	11,0
Sole leather crop grain side in	1 2,0	1,0	3,0	5,0
	2 2,0	1,5	2,5	4,0
	3 2,5	1,2	3,0	4,5
	4 1,9	1,0	3,2	4,8
Flesh side in	1 5,2	2,5	2,0	4,5
	2 4,2	2,3	1,5	4,0
	3 5,0	2,6	2,0	4,5
	4 4,0	2,1	2,3	5,0
Microcellular rubber sheet glued to leather crop the crop inside I.	1 2,5	2,5	9,0	11,0
	2 2,0	2,0	9,5	11,0
	3 3,0	2,0	10,0	11,5
	4 3,0	2,5	10,0	11,0
Microcellular rubber sheet glued to leather crop the crop outside I.	1 16,5	11,0	1,0	13,0
	2 16,5	11,0	0,7	12,5
	3 17,0	10,5	1,5	12,0
	4 17,0	10,5	1,5	13,0
Microcellular rubber sheet glued to leather crop the crop inside II.	1 2,7	2,0	9,0	12,0
	2 3,0	2,0	9,0	11,5
	3 3,2	2,0	10,0	11,0
	4 3,5	2,0	9,5	11,5
Microcellular rubber sheet glued to leather crop the crop outside II.	1 17,0	11,0	1,2	13,0
	2 17,5	11,0	1,0	13,5
	3 17,5	11,0	1,5	13,0
	4 17,3	11,0	1,5	13,5

on scale 2. On the same scale also the total thickness of the test-piece can be read. The expansion is given by the end-point of the sectional line on scale 4.

To diminish errors due to misreading and to eliminate inaccuracies inherent in the instrument, two more readings may be performed. In order to do so one turns the dial-plate until the left sectional line coincides with the 0 line, and with the right-hand graduation of the dial we can determine the position of the middle sectional line with reference to the left one. (Figs. 6, 7.)

This done, we adjust the 0 line to the sectional line on the right and determine the position of the middle sectional line with reference to it. Thus, we have 4 data for the shortening and extension, further for the position of the neutral fibre, and we may compute their average.

The instrument described above is suitable not only for the examination of shoe parts, but also for the study of changes occurring in any kind of bent bodies made of any material.

SUMMARY

The paper demonstrates that changes occurring in bent bodies — compression of the pressed side and expansion of the pulled one, furthermore the position of the neutral fibre — may be measured and determined by recording the mutual rotatory displacements of two sectional lines on a scale plotted appropriately in a hyperbolic-spiral system of co-ordinates.

EIN INSTRUMENT ZUR UNTERSUCHUNG IN GEBOGENEN VERSUCHSKÖRPERN STATTFINDENDER VERÄNDERUNGEN

Z. B. SÓLYOM

ZUSAMMENFASSUNG

In dem Aufsatz wird erwiesen, dass die in gebogenen Körpern vor sich gehenden Veränderungen, sowie die Grösse der Verkürzung der Druckseite und die Dehnung der Zugseite messbar sind, dass ferner die Lage der neutralen Achse bestimmt werden kann, wenn man in einem entsprechend konstruierten hyperbolisch-spiralischen Koordinatensystem die zu einander ins Verhältniss gestellte Verdrehungsgrösse zweier Querschnittslinien an einer, auf dieser Koordinatensystem aufgetragenen Skala bestimmt.

APPAREIL POUR L'ÉTUDE DES MODIFICATIONS DES ÉPROUVETTES SOUMISES À LA FLEXION

Z. B. SÓLYOM

RÉSUMÉ

L'étude démontre que le raccourcissement du côté comprimé et l'allongement du côté tiré, s.-à-d. les modifications subies par les corps soumis à la flexion sont mesurables. La position de la ligne neutre peut être établie si dans un système de coordonnées spirales hyperboliques on mesure, sur une échelle portée sur ce système, la grandeur de l'angle relatif de deux lignes qui se coupent.

ПРИБОР ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ИЗМЕНЕНИЙ, ПРОИСХОДЯЩИХ В ИЗОГНУТЫХ
ОБРАЗЦАХ

З. Б. ШОЙОМ

РЕЗЮМЕ

В работе показано, что происходящие на изогнутых телах изменения, т. е. укорочение сжатой стороны и растяжение растянутой стороны, могут быть измерены по своей величине, далее можно определить положение нейтрали, если определить величину сдвига по отношению друг к другу двух сечений в построенной соответствующим образом системе гиперболических спиральных координат — на основе шкалы, построенной в этой системе координат.

ITERATIVE METHOD FOR THE CALCULATION OF MOMENTS ON HIGHLY ECONOMICAL REINFORCED CONCRETE BEAMS

Z. VISY

CENTRAL INSTITUTE OF BUILDING MATERIAL RESEARCH,
DEPARTMENT OF MECHANICS, BUDAPEST

[Manuscript received July 10, 1957]

Introduction

For the calculation of moments on highly economical reinforced continuous concrete beams J. PELIKÁN introduced the postulate

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min !} \quad (1)$$

and composed an approaching procedure for the solution of the problem [1]. The procedure in question claims the numerical solution of simultaneous equations consisting of homogeneous (H) and inhomogeneous (I) linear equations.

The present paper for the realization of the same approaching solution shows such an iterative method which is similar to CROSS's moment-distribution method [2] and supersedes the setting up and the solution of PELIKÁN's simultaneous equations.

According to [1], the producing of a moment diagram adequate for the postulate (1) necessitates the setting up of simultaneous equations consisting of form-equations (A) and load-equations (T).

When the moments on a continuous reinforced concrete beam are not negative all along the spans and the constructional depth h of the beams remains constant, span by span, then the *form-equation* pertaining to an intermediate i -th support chosen at will, can be written as follows :

$$2 \{ l_{i+1} h_{i+1} [(l_i - y_i)^2 - x_i^2] + l_i h_i [(l_{i+1} - x_{i+1})^2 - y_{i+1}^2] \} - \\ - l_i l_{i+1} (l_i h_{i+1} + l_{i+1} h_i) = 0 \quad (A)$$

When the beam is loaded span by span by uniformly distributed loads, then the *load-equation* belonging to the i -th support can be set up as follows :

$$q_i y_i (l_i - x_i) - q_{i+1} x_{i+1} (l_{i+1} - y_{i+1}) = 0 \quad (T)$$

The meaning of the symbols figuring in the above equations is shown in Fig. 1.

It is possible to transform equations (A) and (T) by substituting the unknowns x_i, y_i with the expressions

$$x_i = \bar{x}_i + \Delta x_i \quad \text{and} \quad y_i = \bar{y}_i + \Delta y_i,$$

where \bar{x}_i, \bar{y}_i signify the approximate values of the unknowns and $\Delta x_i, \Delta y_i$ the differences between their approximate and accurate values.

The approximate values may be chosen in such a way as to satisfy the form-equations (A) throughout the whole length of the beam.

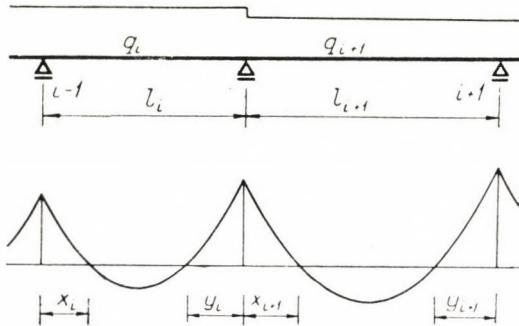


Fig. 1

In the course of this operation neglecting the members $\Delta x_i^2, \Delta y_i^2$ and $\Delta x_i \Delta y_i$, as they are insignificants of second order, linear equations are obtained. These equations are in case of (A) homogeneous (H), in case of (T) inhomogeneous (I):

$$\begin{aligned} & l_{i+1} h_{i+1} \bar{x}_i \Delta x_i + l_{i+1} h_{i+1} (l_i - \bar{y}_i) \Delta y_i + \\ & + l_i h_i (l_{i+1} - \bar{x}_{i+1}) \Delta x_{i+1} + l_i h_i \bar{y}_{i+1} \Delta y_{i+1} = 0, \end{aligned} \quad (H)$$

$$\begin{aligned} & q_i \bar{y}_i \Delta x_i - q_i (l_i - \bar{x}_i) \Delta y_i + \\ & + q_{i+1} (l_{i+1} - \bar{y}_{i+1}) \Delta x_{i+1} - q_{i+1} \bar{x}_{i+1} \Delta y_{i+1} = \\ & = q_i \bar{y}_i (l_i - \bar{x}_i) - q_{i+1} \bar{x}_{i+1} (l_{i+1} - \bar{y}_{i+1}). \end{aligned} \quad (I)$$

With the aid of the equations (H) and (I) there now becomes possible to set up linear simultaneous equations for the whole beam, which solution will approach the accurate final solving of the equations (A) and (T) in a manner which is usually satisfactory from the view-point of practice [1].

The intention of the following is to present such an iterative method, the final result of which may approach to a required accuracy the solution of the linear simultaneous equations above mentioned.

The method in question is demonstrated here, only in case of uniformly distributed loads, however, the calculation could be carried out in case of other types of loading on the base of a similar train of thought, too.

Rule of sign

In course of the examinations GRINTER's rule of sign is applied, being in use also for CROSS's method, that is the moment pertaining to the end of a bar is regarded as positive when the respective bar-end tries to turn the point of junction clockwise. In case of a counter-clockwise turning effect the end-moment is regarded as negative.

Investigation of a pair of bars

In course of the followings the term "*pair of bars*" is introduced for every two-span continuous beam both ends of which are free supported (Fig. 2a), or built-in (Fig. 2b), respectively one end of which is free supported and the other one built-in (Fig. 2c).

Selecting for examination the type according to Fig. 2c, as this one is the most characteristic, the corresponding equations (H) and (I) have to be

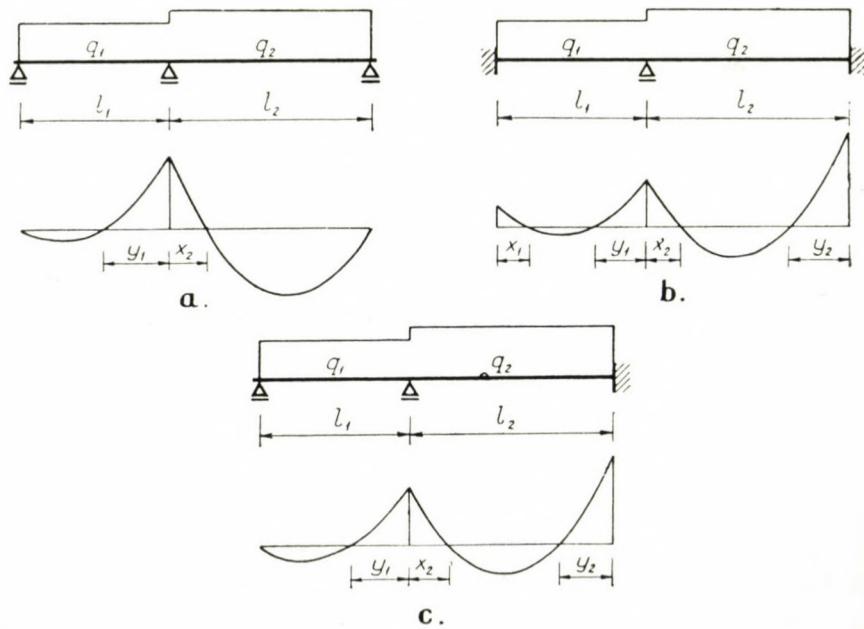


Fig. 2

established as follows, with the remark that, for greater clarity every member of the equation (I_1) has been multiplied with (-1) :

$$l_2 h_2 (l_1 - \bar{y}_1) \Delta y_1 + l_1 h_1 (l_2 - \bar{x}_2) \Delta x_2 + l_1 h_1 \bar{y}_2 \Delta y_2 = 0, \quad (H_1)$$

$$\bar{x}_2 \Delta x_2 + (l_2 - \bar{y}_2) \Delta y_2 = 0, \quad (H_2)$$

$$\begin{aligned} q_1 l_1 \Delta y_1 - q_2 (l_2 - \bar{y}_2) \Delta x_2 + q_2 \bar{x}_2 \Delta y_2 = \\ = -q_1 \bar{y}_1 l_1 + q_2 \bar{x}_2 (l_2 - \bar{y}_2). \end{aligned} \quad (I_1)$$

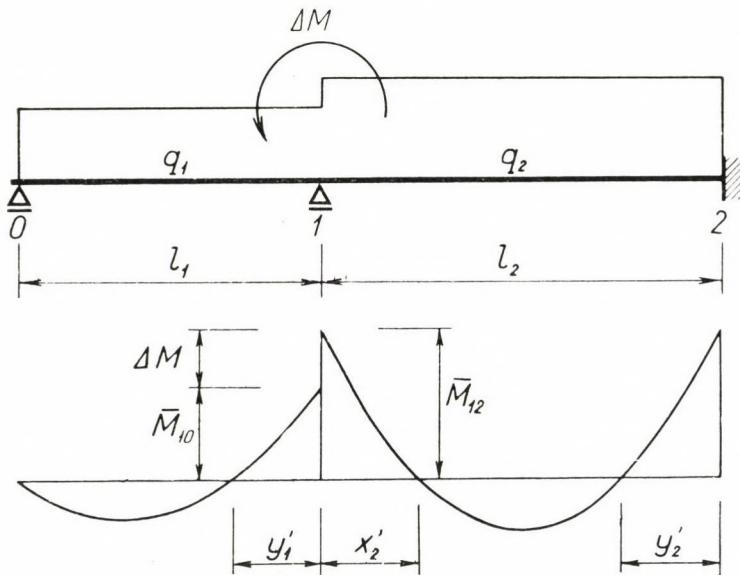


Fig. 3

The determination of the approximate values \bar{y}_1 , \bar{x}_2 and \bar{y}_2 has to be realized in the subsequent way. The pair of bars is taken as rigidly built-in on support No. 1 and the accurate values y'_1 , x'_2 and y'_2 have to be determined under this condition and corresponding to the postulate of minimum (1) for both bars separately. These accurate values related to the single bars are used as first approach for the entire pair of bars (see Fig. 3).

By the substitution of the resulting approximate values

$$\bar{y}_1 = y'_1 = \frac{2 - \sqrt{2}}{2} l_1,$$

$$\bar{x}_2 = \bar{y}_2 = x'_2 = y'_2 = \frac{1}{4} l_2,$$

into the preceding equations and introducing the symbol

$$\Delta M = \frac{1}{2} [-q_1 \bar{y}_1 l_1 + q_2 \bar{x}_2 (l_2 - \bar{y}_2)], \quad (2)$$

the simultaneous equations can be set up in the following form :

$$\begin{aligned} H_1 &\equiv 2\sqrt{2} h_2 \Delta y_1 + 3 h_1 \Delta x_2 + h_1 \Delta y_2 = 0, \\ H_2 &\equiv \Delta x_2 + 3 \Delta y_2 = 0, \\ I_1 &\equiv 4 q_1 l_1 \Delta y_1 - 3 q_2 l_2 \Delta x_2 + q_2 l_2 \Delta y_2 = 8 \Delta M. \end{aligned} \quad (3)$$

It can be stated from the relation (2) that ΔM is always the algebraic sum of the two approximate end-moments, coming into being at the examined support, as by reason of simple static considerations there is :

$$\bar{M}_{10} = -\frac{q_1}{2} \bar{y}_1 l_1 \quad \text{and} \quad \bar{M}_{12} = \frac{q_2}{2} \bar{x}_2 (l_2 - \bar{y}_2),$$

consequently $\Delta M = \bar{M}_{10} + \bar{M}_{12}$.

By using the values Δy_1 , Δx_2 and Δy_2 given as solution of the simultaneous equation (3) the final values of the end-moments pertaining to the single bar-ends, are determined by the following relations :

$$\begin{aligned} M_{10} &= \bar{M}_{10} - \frac{0,8\sqrt{2} q_1 l_1 h_1}{0,8\sqrt{2} q_1 l_1 h_1 + q_2 l_2 h_2} \cdot \Delta M, \\ M_{12} &= \bar{M}_{12} - \frac{q_2 l_2 h_2}{0,8\sqrt{2} q_1 l_1 h_1 + q_2 l_2 h_2} \cdot \Delta M, \\ M_{21} &= \bar{M}_{21} + 0,6 \left(-\frac{q_2 l_2 h_2}{0,8\sqrt{2} q_1 l_1 h_1 + q_2 l_2 h_2} \cdot \Delta M \right). \end{aligned}$$

In the above expressions there is :

$$\bar{M}_{21} = -\frac{q_2}{2} \bar{y}_2 (l_2 - \bar{x}_2).$$

Introducing the symbols

$$R_1 = 0,8\sqrt{2} q_1 l_1 h_1 \quad \text{and} \quad R_2 = q_2 l_2 h_2,$$

as well as

$$r_{10} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{and} \quad r_{12} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad (4)$$

the following definite result is obtained :

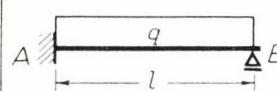
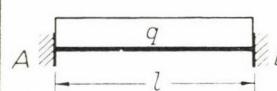
$$\begin{aligned} M_{10} &= \bar{M}_{10} - r_{10} \Delta M, \\ M_{12} &= \bar{M}_{12} - r_{12} \Delta M, \\ M_{21} &= \bar{M}_{21} + 0,6 (-r_{12} \Delta M). \end{aligned}$$

In the following these terms are used :

- the values R_1 and R_2 — *bar factors*,
- the values r_{10} and r_{12} — *moment distribution factors*,
- the coefficient $+0,6$ — *carry-over factor*,

the approximate end-moments \bar{M}_{10} , \bar{M}_{12} and \bar{M}_{21} , — obtained with the aid of the approximate values y'_1 , x'_2 , y'_2 — *initial end-moments*.

The values of the initial end-moments, in case of an uniformly distributed load, are shown below in Table I.

\bar{M}_{AB}	Beam	\bar{M}_{BA}
$+\frac{2-\sqrt{2}}{4} ql^2$		0
$+\frac{3}{32} ql^2$		$-\frac{3}{32} ql^2$

The investigation on the pair of bars shown in Fig. 2a and 2b could in a similar way be performed. The final results of the respective calculation are given below, while neglecting to expound the details of computation.

In the case of a *pair of bars free supported on both ends* as illustrated in Fig. 2a :

$$\begin{aligned} M_{10} &= \bar{M}_{10} - r_{10} \Delta M, \\ M_{12} &= \bar{M}_{12} - r_{12} \Delta M. \end{aligned}$$

The sense of r_{10} and r_{12} is the same as in the previous one's, but

$$R_1 = 0,8 \sqrt{2} q_1 l_1 h_1 \quad \text{and} \quad R_2 = 0,8 \sqrt{2} q_2 l_2 h_2.$$

Finally, in the case of a pair of bars built in on both ends as illustrated in Fig. 2b:

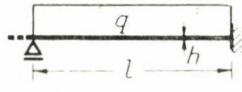
$$\begin{aligned} M_{10} &= \bar{M}_{10} - r_{10} \Delta M, & M_{12} &= \bar{M}_{12} - r_{12} \Delta M, \\ M_{01} &= \bar{M}_{01} + 0,6 (-r_{10} \Delta M), & M_{21} &= \bar{M}_{21} + 0,6 (-r_{12} \Delta M). \end{aligned}$$

The meaning of the factors r_{10} and r_{12} did not here change either, but

$$R_1 = q_1 l_1 h_1 \quad \text{and} \quad R_2 = q_2 l_2 h_2.$$

Giving a summary of the preceding it could be stated that in the course of investigation of pairs of bars the accurate solution of the linear simultaneous equations set up from the equations (H) and (I) could be obtained by the fulfilment of a "moment-distribution" which is quite similar to CROSS's method [2].

The bar factors R , which value depends on the conditions of building-in and of loading of the bar, correspond to the stiffness factors K used in CROSS's method. The comparison of bar factors R with the stiffness factors K used in CROSS's method is to be found below in Table II.

K	Beam	R
$\frac{3EI}{l}$		$0.8\sqrt{2} qlh$
$\frac{4EI}{l}$		qlh

The moment distribution factors r can be obtained from bar factors R in the same way, as in CROSS's method the moment distributors a from the stiffness factors K .

To CROSS's carry-over factor + 0,5 relating on bars of constant cross-section the value + 0,6 here corresponds.

Finally that is to say that in CROSS's method the so-called fixed-end moments were the elastic end-moments of a prime beam, which is produced by its rigid building-in at its middle support. In the present case the values of the initial end-moments are given by the moment diagrams of a prime beam

produced under the same conditions, and which moment diagrams fulfil the postulate

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min!}$$

Numerical example 1

The problem should be the determination of the end-moments of a pair of bars shown in Fig. 4, in accordance to the method published.

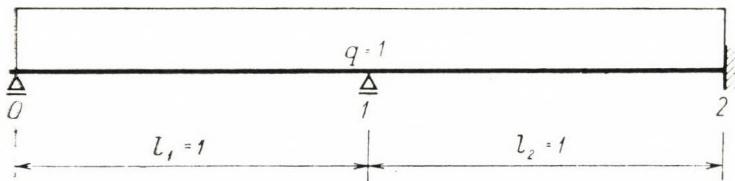


Fig. 4

The value of the bar factors is relying on Table II :

$$R_1 = 0,8\sqrt{2}, \quad R_2 = 1,0.$$

The moment distribution factors are according to the connections (4):

$$r_{10} = \frac{0,8\sqrt{2}}{0,8\sqrt{2} + 1,0} = 0,531, \quad r_{12} = \frac{1,0}{0,8\sqrt{2} + 1,0} = 0,469.$$

The carry-over factor is : +0,6.

The initial end-moments relying on Table I :

$$\bar{M}_{10} = -\frac{2-\sqrt{2}}{4} = -0,14650, \quad \bar{M}_{12} = +\frac{3}{32} = +0,09375,$$

$$\bar{M}_{21} = -\frac{3}{32} = -0,09375.$$

The computation could suitably be carried out on the outline of the construction in the arrangement shown in Fig. 5.

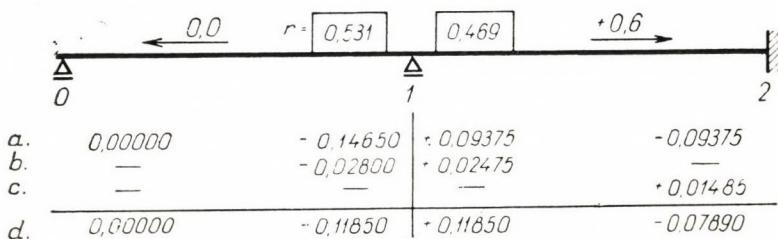


Fig. 5

In this figure line *a* gives the values of the initial end-moments, line *b* the values arising from the distribution of moments and line *c* the values coming out from the carry-over of moments. The definite values of the end-moments are obtained by the algebraic summing up of the single columns (line *d*).

Examination of a continuous beam

The determination of end-moments on a continuous beam has to be carried out according to the following train of thought.

In first step let us suppose that at every intermediate support there exists a rigid building-in, the initial end-moments on every bar-end there have to be determined according to Table I.

After this by relaxing a support chosen at will, the two spans adjacent to it have to be dealt with as a pair of bars. At the middle joint of the two bars the procedure of balancing has to be accomplished as described in the precedings. As a result of this procedure, we obtain a balance of moments on the examined junction-point, and at the same time the minimum-postulate in the two spans, (i.e. the form-equations referring to the pair of bars examined) is satisfied too. In the course of this thread the rigid building-in at the other supports, of course, remain unchanged.

In the following step the building-in has to be reestablished at the previously examined point of junction and the balance is carried out at further optional point of junction.

In the course of computation the balance of the already once equilibrated points of junction again and again becomes disorganized as a result of the carry-over moments. Therefore the procedure described in the precedings has to be continued as long as the values being carried-over become so small as to be negligible.

The definite values of the end-moments are obtained by algebraic summing up at the single bar ends, the values of the initial end-moments as well as their parts coming in there in course of the balancing and carrying over procedures.

Numerical example 2

The problem should be to determine the end-moments on the beam shown in Fig. 6. Utilizing the deduced connections first of all the values below are computed :

$$R_1 = 0,8 \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 4 \cdot 1,4 = 12,669, \quad R_2 = 1,2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot = 6,000,$$

$$R_3 = 1,2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot = 4,800.$$

$$r_{10} = \frac{12,669}{12,669 + 6,000} = 0,6786, \quad r_{21} = \frac{6,000}{6,000 + 4,800} = 0,5556,$$

$$r_{12} = \frac{6,000}{12,669 + 6,000} = 0,3214, \quad r_{23} = \frac{4,800}{6,000 + 4,800} = 0,4444.$$

$$\bar{M}_{10} = -\frac{2 - \sqrt{2}}{4} 2 \cdot 4^2 = -4,688 \text{ tm},$$

$$\bar{M}_{12} = \bar{M}_{21} = \pm \frac{3}{32} 1,2 \cdot 5^2 = \pm 2,813 \text{ tm},$$

$$\bar{M}_{23} = \bar{M}_{32} = \pm \frac{3}{32} 1,2 \cdot 4^2 = \pm 1,800 \text{ tm},$$

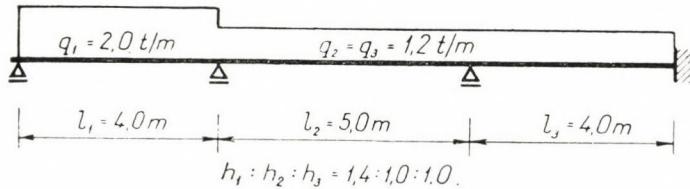


Fig. 6

$r =$	0.6786	0.3214	0.5556	0.4444	
$\bar{M} =$	0.000	-4.688	+2.813	-2.813	+1.800
		+1.272	+0.603	→ +0.362	+0.173
			+0.217	← +0.362	
			-0.070	→ -0.042	
			+0.014	← +0.023	+0.011
			-0.004	→ -0.003	
			+0.001	← +0.002	+0.001
			-0.001		
$M =$	0.000	-3.574	+3.574	-2.109	+2.109
					-1615

Fig. 7

Setting down the initial end-moments at the respective bar-ends, a balance of moments has to be performed on support No. 1. In the course of achieving this there occurs a carry-over toward support No. 2. In the following the balancing is fulfilled at support No. 2 and in this time a carry-over takes place toward supports No. 1 and No. 3. Hereafter the balancing and carry-over have to be performed alternately at supports No. 1 and No. 2 as long as the values being carried-over get so small as to be negligible. The final result of

the computation is obtained by summing up the single columns as it is to be seen in Fig. 7, where after balancing the single points of junction, the balancing values are underlined and the direction of the carry-overs is marked by arrows.

Symmetry

If the beam and its load are both symmetrical the computation could be considerably simplified.

Provided the axis of symmetry intersects a support according to Fig. 8a imagining the existence of a rigid building-in at the support in question, and

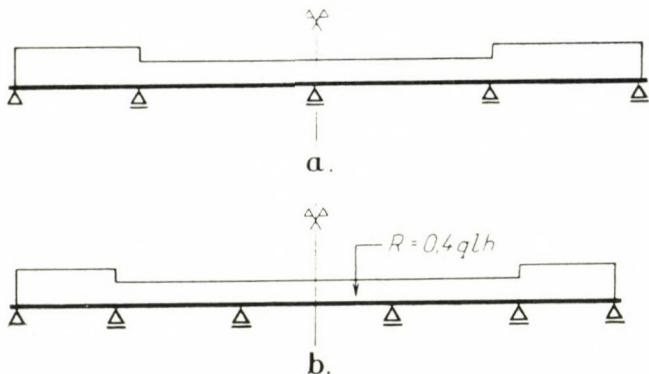


Fig. 8

then it is enough to perform the computation for only half the beam in the way described in the precedings.

If the axis of symmetry runs through the centre of a span as in the case of Fig. 8b, than there has to be introduced, instead of the bar-factor of the bar intersected by the axis of symmetry its 0,4 fold value. The computation has to be performed, otherwise unchanged, for only half the beam.

REFERENCES

1. J. PELIKÁN: Theory of Highly Economical Reinforced Concrete Beams. Acta Technica Ac. Sc. Hung., Tom. XVII. Fasc. 1—2., 1957.
2. H. CROSS: Analysis of Continuous Frames by Distributing Fixed-end Moments. Trans. of Am. S. of Civ. Eng. Vol. 96 (1932) p. 1.

SUMMARY

For the calculation of moments on highly economical reinforced continuous concrete beams J. PELIKÁN introduced the postulate

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min!} \quad (1)$$

and composed an approaching procedure for the solution of the problem [1]. The procedure in question claims the numerical solution of simultaneous equations consisting of homogeneous (H) and inhomogeneous (I) linear equations.

The present paper shows for the realization of the same approaching solution, such an iterative method which is similar to CROSS's moment-distribution method [2] and supersedes the setting up and the solution of the PELIKÁN's simultaneous equations.

To the stiffness factors K used in CROSS's method the bar factors R (II) are adequate here.

The moment distributing factors r can be obtained from the bar factors R in the same way as in CROSS's method the moment-distributors a from the stiffness factors K (4).

To CROSS's carry-over factor $+0,5$ relying on bars of constant cross-section, here the value $+0,6$ is adequate.

Finally, that is to say that in CROSS's method the so-called fixed-end moments were the elastic end-moments of a prime-beam which is produced by its rigid building-in at its middle supports. In the present case the values of the initial end-moments (I) are given by the moment diagrams of a prime beam produced under the same conditions and whose moment diagrams fulfil the postulate (1).

ITERATIONSVERFAHREN ZUR BERECHNUNG DER MOMENTE VON WIRTSCHAFTLICHST BEWEHRTEN DURCHLAUFENDEN STAHLBETONTRÄGERN

Z. VISY

ZUSAMMENFASSUNG

Zur Berechnung der Momente von wirtschaftlichst bewehrten durchlaufenden Stahlbetonträgern hat J. PELIKÁN die Bedingung

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min!} \quad (1)$$

eingeführt und zur Lösung der Aufgabe ein Näherungsverfahren [1] ausgearbeitet. Dieses Verfahren verlangt die numerische Lösung eines aus homogenen (H) und inhomogenen (I), linearen Gleichungen bestehenden Gleichungssystems.

Der gegenwärtige Aufsatz zeigt zur Herbeiführung derselben näherungsweisen Lösung ein dem CROSS'schen Momentenausgleichsverfahren [2] ähnliches, solches Iterationsverfahren, welches die Aufstellung und Lösung der PELIKÁN'schen Gleichungssysteme erübrigt.

Den bei dem CROSS'schen Verfahren gebräuchlichen Steifigkeitszahlen K entsprechen hier die Stabkoeffizienten R (Tab. II.).

Die Verteilungszahlen r können aus den Stabkoeffizienten R ebenso ermittelt werden, wie die beim CROSS'schen Verfahren gebräuchlichen Momentenverteilungszahlen a aus den Steifigkeitszahlen K (4).

Der auf Stäbe von gleichbleibendem Querschnitt bezüglichen CROSS'schen Überleitungszahl $+0,5$ entspricht hier der Wert $+0,6$.

Letzten Endes sei erwähnt, dass während beim CROSS'schen Verfahren die sogenannten Volleinspannungsmomente die elastischen Stabendmomente eines durch starre Einspannung an den Zwischenstützen hergestellten Grundträgers waren, im gegenwärtigen Falle die *anfänglichen Stabendmomente* durch einen der Bedingung (1) entsprechenden Momentenverlauf eines Grundträgers gegeben sind (Tab. I), welch letzterer ebenso hergestellt ist wie der vorhergehende.

MÉTHODE DE RÉITÉRATION POUR LE CALCUL DES MOMENTS DES POUTRES EN BÉTON À PLUSIEURS APPUIS, ARMÉES DE LA FAÇON LA PLUS ÉCONOMIQUE.

Z. VISY

RÉSUMÉ

J. PELIKÁN introduit la condition

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min!} \quad (1)$$

pour calculer les moments dans les poutres en béton à plusieurs appuis, armées le plus économiquement, et a élaboré une méthode approximative [1]. Celle-ci demande la solution numérique d'un système d'équations linéaires contenant des équations homogènes (H) et inhomogènes (I).

Pour obtenir la même solution approximative, l'étude présente une méthode par approximations successives semblable au partage des moments selon CROSS [2], et rendant superflue l'inscription et la solution des systèmes d'équations de PELIKÁN.

Aux valeurs de rigidité K utilisées dans la méthode de CROSS correspondent ici les facteurs des poutres R (II).

Les facteurs de partage r peuvent être déduits des facteurs des poutres R , tout comme les diviseurs de moments a s'obtiennent des nombres de rigidité K (4), dans la méthode de CROSS.

Le facteur de transition de CROSS, d'une valeur de +0,5 pour les poutres à section constante, est ici de +0,6.

Enfin, tandis que dans la méthode de CROSS, les moments initiaux de restriction étaient les moments élastiques à l'appui survenus dans le système de base créé par la restriction rigide des appuis intermédiaires, dans le cas présent, les figures de moments correspondant à la condition (1) d'un système de base formé de la même façon, donnent les valeurs des moments à l'appui initiaux (I).

РАСЧЕТ ИЗГИБАЮЩИХ МОМЕНТОВ НЕРАЗРЕЗНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК МЕТОДОМ ИТЕРАЦИЙ ПРИ УСЛОВИИ МИНИМАЛЬНОГО РАСХОДА АРМАТУРЫ

З. ВИШИ

РЕЗЮМЕ

Для расчета изгибающих моментов неразрезных железобетонных балок с целью их наиболее экономичного армирования Йожеф Пеликан ввел условие

$$\int \frac{|M|}{z} ds = \text{Min!} \quad (1)$$

и для решения задачи разработал приближенный метод [1]. Предложенный им метод требует численного решения линейной системы уравнений, состоящей из однородных (H) и неоднородных (I) уравнений.

В представленной работе для достижения такого же приближенного решения предлагается метод итераций, похож на метод Кросса [2], который делает излишними составление и решение уравнений Пеликаны.

«Показателям жесткости» K , применяемым методом Кросса, при предлагаемом методе соответствуют «коэффициенты стержней» R (II).

«Коэффициенты разделения моментов» (r) могут быть получены из коэффициентов стержней (R) таким же образом, как при методе Кросса делители момента (ω) из показателей жесткости K (4).

Значению «коэффициентов передачи» $+0,5$, действительному при методе Кросса для стержней постоянного поперечного сечения, при предложенном методе соответствует значение $+0,6$.

В отличие от метода Кросса начальным значениям моментов защемления служат не упругие угловые моменты основной системы, полученной условным жестким защемлением промежуточных опор, а угловые моменты такой балки, эпюра моментов которой соответствует условии (1).

EXAMINATION OF THE PHYSICO-MECHANICAL CHARACTERISTICS OF CABLED THREADS USED FOR THE MANUFACTURE OF PNEUMATIC TYRES

RELATION OF TWISTS AND STRENGTH CHARACTERISTICS OF CABLED COTTON THREADS*

G. NÁNDORY

OUTSIDE COLLABORATOR OF THE HUNGARIAN TEXTILE RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received August 29, 1957]

I. Subject of study

Pneumatic cabled threads have to fulfil special tasks non-comparable with other textile products, due to the compound role of textile-rubber systems. The quality characteristics necessary to fulfil these tasks were first evolved empirically, in course of practical development. The structures and qualities of cabled threads generally employed at present are the results of this empiricism.

On hand of the production methods of cabled threads, and the data of foreign literature, experts may raise the question whether a production running on principles and data unknown or not applied might not ensure significantly more favourable final cabled thread characteristics. It does not seem to be proved anywhere that the structure-data of cabled thread, prescribed sometimes as standard ones, are just the most favourable for the manufacture from the point of the usefulness of the pneumatic tyre.

Some factories, even if they carry out experiments and so possess experimental data, do not publish them. The suitability of the data used so far has in general been justified by usage.

The endeavour to examine the mutual effect of the variables is the outcome of a slow development. In the case of cabled threads such variables are for instance: quality of raw material used, staple length when cotton is used, fineness of fibre in numerus metricus or deniers, breaking length of raw material, index of yarn unevenness, yarn twist, count of yarn, folded ends and twist of preparing yarn and cabled thread respectively, direction of twist, etc...

It did not seem, therefore, devoid of interest to start research work in the territory of so numerous variables. In view of the large number of variables, however, the limits of tests to be carried out had to be so fixed as to obtain

* The part of this study dealing with strength properties of 39/5/3 cabled cotton threads was worked out by the author in 1953—54 as outside collaborator of the Central Research Laboratory for Rubber Industry.

characteristic and comprehensible replies. The subject-matter presented in this paper does not claim to be considered as complete.

This work is not meant to be a study revealing in its entirety all the problems of cabled thread manufacture. Merely certain phases and analyses of this subject will be dealt with here. If it were desired to have a clear picture as regards raw material, the tests would have to be extended to cotton varieties of different fibre length and origin. The matter to be demonstrated will prove how difficult it is to keep such a test, even if confined to a specific raw material, within handy limits, where handiness implies possibility of evaluation, the working-up of data, and the presentation of an all-round picture. Therefore, in the following an outline of the aim of the limited experiments will be given.

II. Aim of experiment

It is known that the breaking strength of thread, and especially its elongation, greatly depends on the twists applied. The optimal breaking force is obtained at about the so-called critical twist; with a higher twist than this the breaking strength of the thread is considerably reduced owing to torsional effects. It is also known that the elongation of threads with higher twists is greater. These general principles apply also to cabled cotton threads, but practice and different fatigue tests have proved that the tendency of cabled threads to becoming tired in addition to several other factors, is mainly a function of the number of twists. *In general*, by increasing the number of twists we prolong the life of the cabled thread and, as a consequence, that of the pneumatic tyre. Taking this into consideration, the twists of cabled threads produced for the manufacture of pneumatic tyres are, in practice, higher than the critical twist. Therefore, both the cabled thread manufacturer and consumer must exactly know the effect of the twists on the physical properties of cabled threads.

For determining the variation of breaking force and elongation as effected by the twist, several empiric formulae can be found in literature [1], the careful application of which to ordinary threads gives acceptable practical as values. The determination of the characteristics of cabled threads with the aid of such formulae is uncertain, and the calculations involved are — owing to the complicated formulae — moreover rather difficult. It is necessary that the variation of the physico-mechanical characteristics of cabled threads be kept under control by both the cabled thread producer and pneumatic tyre manufacturer. According to literary data (2—4) and laboratory tests of pneumatic works similar, even extreme, sometimes doubtful characteristic limits are offered for cabled threads of similar or even identical constructions. Regarding the 10 lbs-elongation of the generally-known Nm. 37/5/3—39/5/3

cabled cotton threads we find, for instance, values of 6 to 7 per cent as well as values of 15 to 18 per cent and even higher percentages — and all this without motivation (may be with entirely similar twists!). The manufacturer or consumer accepts the individually established test results or those laid down in standards as a matter of fact. The introduction of many a new cabled thread construction, which seemed to be better and more economical, proved a fiasco due to the data having been taken from literature and applied without criticism.

In addition to the measurement-indices of cabled thread characteristics, the accurate knowledge of the technological and examination methods is required because these greatly influence the former. Seeing that despite of entirely equal manufacturing conditions (equal raw-material, yarn number and folding, twisting frame, spindle speed, traveller etc.), the variation of elongation and breaking force ensues in varying proportions as the function of the single yarn, preparing yarn, and cabled thread twists, resp. a more detailed examination of the problem seemed to be indicated.

So as to examine the significance of the most important factors which influence the characteristics of pneumatic cabled threads produced from cotton, several series of experiments were carried out with a view to establishing the tendency and magnitude of the variations. In order to determine the product-characteristics equally important as regards textile and pneumatic industry, a large number of samples were examined during the experiments as functions of the various technological and structural factors.

In the course of several years' research-work the variation of the cabled thread characteristics have been examined as the function of

1. R. p. m. of twisting spindle,
2. diameter of twisting bobbin,
3. weight of twisting traveller,
4. other technological factors, e. g. moistening, etc.,
5. spinning procedure (drafted-combed),
6. cord structure (for instance, 31/4/3, 39/5/3),
7. twist of single yarn,
8. twist of preparing yarn,
9. twist of cabled thread.

Of the wide-spread but closely interrelated research-work, the present study describes only that part which deals predominantly with the effect of twists.

In order to simplify the terminology of this study, the single yarn will be mentioned as "yarn", the first twisting product as "preparing yarn", and the cabled thread as "cord".

The samples used for the tests dealt with in this study were taken from combed yarn spun from Egyptian Karnak (X KOKO 1a.) Fully Good to Extra.

The yarn was produced with the 3-stage Flyer system, 16% combed.

Parallel with these experiments, cord variations were prepared from carded (drafted) yarn too, the raw-material of which was also Karnak FG/E.

The sample cords of the different twist variations of the test-series were prepared from 8 sorts of yarn :

- a) Nm. 39 combed — 812 turns/m, Z twist.
- b) Nm. 31 combed — 562—592—628—683—714—785 nominal turns/m,
Z twist,
- c) Nm. 31(carded) drafted — 615 turns/m, Z twist.

From each of the mentioned 8 sorts of yarn, preparing yarn was prepared on 9 twisting bobbins each, with 7 twist variations each, and Z direction of twist.

As basis of the twists of the preparing yarns the series 250—1000 of the R. 10 radix of numbers of the Renard-type standard series of numbers was taken. The characteristic of this series is that the quotient of two consecutive members is 1,25. Thus the range of twists, which may practically be taken into consideration at single twisting ($-250-1,100/m-$), has been so divided into seven parts that instead of the differences between the individual twist grades their quotients were taken as constants. So the chosen twists given to the yarn were always about 25% higher than the preceding ones. Accordingly, the single twisting was carried out with 250—315—400—500—630—800—1000 nominal turns/m, "Z" direction of twist.

The corresponding members of the Renard series (R.5) were likewise chosen when adjusting cabling twists in the interval which counts from the manufacturer's point of view. The nominal cabling twist was therefore 250—280—315—350—400—500 turns/m, "S" direction of twist.

From the 9 bobbins, each, of the 56 kinds of preparing yarn with 8 various preparing twists and 7 kinds of cabling twists, 3 cord samples, each, were prepared with 7 kinds of twists. Even so the tests per variation were carried out on a relatively small number of samples ; therefore, so as to give to the general conclusion a safer basis, 6 cord samples each were prepared and tested from a 9th yarn loth with a larger number of variations (from 18 bobbins, each, of preparing yarn). For testing the variations ensuing in the function of twists, about 1200 cord samples were prepared, and thereby the effect of 290 twist combinations in all was tested.

In order to establish the changes ensuing in the function of twist variations described above, 50 000 tests were carried out with these samples in the manner to be described and 130 000 data obtained from them were worked up and evaluated.

III. Methods

Testing of yarn

From each of the yarn lots received 10 cops — in repetitions 30 cops — were taken under standard conditions, and 10 tests carried out with each bobbin. Tests were made to establish

1. count dispersion, percentage of dispersion (s , CV);
2. average breaking force (P);
3. index of breaking force irregularity (E_s , s , CV);
4. average percentage of breaking elongation;
5. average twist (S);
6. irregularity of twist,

where the term "irregularity" means the summary of measurement indices determinable by statistical methods for Sommer irregularity, quadratic dispersion, and percentage of dispersion.

The yarn tests were carried out by observing the rules of general examination standards.

Yarn count : established from the weight of 100 metre hanks $\pm 0,01$ gramme tolerance,

Breaking force and elongation : determined on a Schopper's pendulum type yarn tester of 1000 gramme breaking load capacity and automatic elongation indicator.

Gripped length : 500 mm.

Duration of breaking : 10—12 seconds.

Number of twist : on 250 mm gripped length — with tension controlled.

Control test : Marschik's method — 100 mm gripped length.

Values established by these tests are shown in table I. (Chapter IV, page 35.).

Preparing yarn and cord tests

By way of introduction it should be mentioned that when starting the serial tests of cord samples (in 1952) neither public nor private standards for laboratory tests were available. In order to render the results of the tests reliable and acceptable to experts, special tests had to be carried out in the spirit of available foreign standards, so as to determine the method of the tests to be employed. The carrying out of preliminary tests for the purpose of determining the methods and conditions of the tests was rendered necessary by the deviations found in various standards, e. g. differences in gripped length applicable to breaking tests (10"—250 mm, 500 mm resp.), pre-load, breaking speed, duration of breaking.

The effect of the rules of the various standards on the test values of cords and the results of the tests made to this end will be dealt with in a separate

study. Instead of describing these, the cord testing methods actually applied will be summarised.

The cops of samples of individual varieties were — after due sorting — kept for 48 hours prior to examination in a space of $65 \pm 5\%$ relative moisture.

The temperature was between 17—20° C. We tried to ensure similar climatic conditions in the test room as well.

a) *Breaking force and elongation tests*

The determination of breaking force and elongation values of both folded yarns and cord threads was carried out on a Schopper FF 20 type yarn tester with pendulum and test limit of 5.— — 20.— kilos, resp. In spite of the breaking speed regulating device at disposal, it was difficult to stabilize the duration of breaking because the breaking of different cord samples takes places after an elongation of 12—30%. Therefore, the speed of the pulling jaw was taken as constant (625 mm/minute).

The effect of the variation of the gripped length on the breaking force and elongation values is known : by increasing the gripped length, the breaking force decreases and the value of the elongation changes.

It can be proved, however, that this decrease and change depends to a great extent also on the quality, structure etc. of the material tested.

By illustrating on Fig. 1 the results of an informative test carried out on 31/4/3 combed cotton cord, the intention was to show the effect of the gripped length and breaking speed on the breaking force.

Since the standard gripped length for the breaking tests of yarns is 500 mm, the same length has been adopted for cords. Thus the comparison to the yarns used and the calculated values of breaking force utilization arising through twisting have become more real.

The utilization of the breaking force in the twisted thread is shown by the measurement index as determined by the formula

$$U = \frac{P_c - n \cdot P_y}{n \cdot P_y} \cdot 100$$

Here

P_c = average breaking force of thread in kg.

n = amount of ends folded,

P_y = average breaking force of yarn in kg.

In order to ensure the constancy of the exact gripped length a pre-load of 80 grammes for preparing yarn and 240 grammes for cords was applied (weight of 500 m of thread). With the aid of this large pre-load it was prevented that the waves arising at the crossings of the layers during wet twisting and

winding should straighten the taking up of the load and there-by misrepresent the elongation values measured. The large pre-load hung from the thread also causes lengthening in the function of time and thread twist. Therefore, the pre-load was so applied that the loading weight should not affect the gripped-in section of thread for longer than 1–2 seconds. This was of special importance when testing cords with higher twists and greater elongation. The breaking

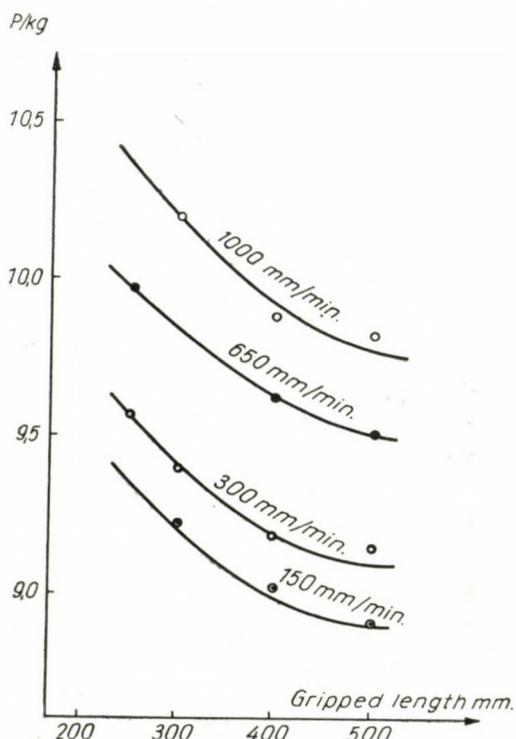


Fig. 1. Breaking force variation in the function of breaking speed and gripped length of test samples originating from identical bobbins. 31/4/3 combed cotton cord with 800/400 twists

force measured in kg was read with an accuracy of 0,01 kg in the case of preparing yarn and 0,05 kg in that of cords. All established breaking force values could be read between 17–20° from the vertical of the scale of the pendulum type yarn strength testing machine.

On the automatically stopping scale the value of *breaking elongation* was read with an accuracy of $\pm 0,1\%$ (absolute %) at the moment of breakage.

For the more reliable reading of the 10 lbs. *elongation* or more correctly the elongation registered with 4,5 kg load, a special signalling apparatus was devised and fitted onto the machine. This apparatus has since then been introduced with good results by several other factories. By applying this

apparatus the tester does not need to watch the indices moving with different speeds or rather the scale, but has to read at a certain moment the position of a single index only. With this small alteration of the strength testing machine, the 10 lbs. elongation could also be read with an accuracy of $\pm 0,1\%$.

b) *Twist test*

Since our whole study is based on different twist variations in yarns and threads, the amount of twist in the samples used for the serial tests had to be established with special care. For the proper determination of twisting length variations, the magnitude of gripped length and the weight of pre-load in the twist test were very important. In order to ensure a gripped length of 500 mm a pre-load of 240 g and, in untwisting the threads, one of 80 g was applied — the same as in the breaking tests. During the whole time untwisting, and so also at the determination of the variations of the twisting length, the threads were stretched under by these weights.

As already mentioned, cord samples were prepared on 3 twisting bobbins, each, from all twist variations. From every bobbin 10 specimens were tested for determining breaking force, elongation, as well as number of twist. If the average of the 30 test values gained from each of the 3 cops or their irregularity index showed too large deviations from each other, the test was repeated.

IV. Evaluation of test data; determinations

a) *Yarns*

The characteristic values established by 100 to 300 laboratory tests of the yarns produced with the spinning procedure described in the foregoing, and used for the manufacture of sample cords, are shown in Table I.

b) *Folded yarn bunches*

The evaluation of the different thread characteristics is generally done by comparing them with each other, while for the appreciation of the breaking force several indices are available. Thus the breaking length — (multiple of breaking force and numerus metricus of yarn) — and, by applying the afore-described formula, the utilization percentage value can also be determined. For an authentic comparison of breaking force the ratio of *utilization* was chosen.

The laboratory test relating to the common participation of folded ends in load-carrying does not belong to the known and usual tests ; the performance of these tests was deemed important nevertheless. If it is by comparing the thread breaking force, that we try to establish the variation caused to breaking force by twisting, greater or smaller errors will arise, for — in doing so — the

Table I
Characteristics of yarns employed in the series of experiments established by instrumental tests

		Combed						Drafted	Combed
		Nm	31	31	31	31	31		
Nominal yarn number	Nm	31	31	31	31	31	31	30	39
Nominal twist	/m	785	714	683	628	592	562	630	800
<i>Actual yarn number :</i>									
average	Nm	30,5	29,85	30,6	31,0	31,65	32,0	29,1	39,1
dispersion	Nm	0,131	0,125	0,120	0,121	—	0,125	0,081	0,153
per cent dispersion	CV	4,28	3,74	3,92	3,90	—	3,90	2,72	3,91
<i>Actual twist :</i>									
average	/m	778,2	—	682,5	635,7	588,6	470,0	615,0	811,9
dispersion	s/m	42,9	—	37,8	31,4	36,7	—	44,0	41,8
per cent dispersion	CV	5,52	—	5,54	4,94	6,24	—	7,16	5,15
<i>Breaking force :</i>									
average	gr	650,6		654,40	628,50	578,0	437,60	615,40	510,0
dispersion	gr	59,6		62,5	58,0	58,1	48,0	71,2	47,9
per cent dispersion	CV	9,15		9,56	9,25	10,05	10,98	11,56	9,40
<i>Breaking elongation :</i>									
average	%	6,90		6,90	6,58	6,16	5,59	7,00	6,52
dispersion	%	0,645		0,537	0,531	0,537	0,488	0,573	0,621
per cent dispersion	CV	9,37		7,78	8,21	8,73	8,75	8,17	9,5
Breaking length	Km	19,8	19,85	20,04	19,5	18,3	14,0	17,9	19,95

effect of the very delicate process of folding is disregarded, or simply considered as constant.

In order to prevent such errors also the characteristics of the folded yarn bunches were subjected to tests prior to twisting. *The measurement indices thus arrived at have been taken as a basis for twisting utilization.* The results of the yarn bunch tests are shown in Table II.

Table II
Characteristics of combed Nm 31/4 folded yarns tested in bunches

Yarn twist/m*		770	714	680	630	590	470
Yarn number**	Nm	7,55	7,38	7,58	7,75	7,80	8,00
Average breaking force of bunch of 4 ends	kg	2,43	2,51	2,49	2,49	2,35	1,77
Average breaking elongation	%	6,91	6,69	6,70	6,55	5,95	5,91
Breaking kilometres	Km	18,35	18,5	18,9	19,3	18,35	14,1
Breaking force variation compared to the average yarn breaking force	%	-6,62	-5,77	-5,01	-0,92	+1,73	+0,94
$\frac{Bl_{fb} \cdot Bl_y}{Bl_y} \cdot 100$	%	-7,32	-6,80	-5,50	-1,02	+0,27	+0,71

Remarks : Bl_{fb} = breaking length of the folded yarn bunches.

Bl_y = breaking length of yarns.

* The twist/m values shown on the table are the results of control twist tests of the yarns folded „in the bunch”.

** Actual yarn number of the yarn-bunch containing 4 ends.

From the values in the Table it is evident that, the higher the twist and breaking elongation of the yarn, the higher the decrease of the total breaking force of the folded bunch. To eliminate deviations of numerus metricus, this percentage variation has been calculated also on the basis of breaking kilometres. The connection with the twist is here evident, but, as to the effect of the yarn twist on the bunch *during breaking*, one has resort to assumptions.

c) Examinations of preparing yarn

Prior to a second twisting of the samples of twist variations, the preparing yarns of cords as simple 4, resp. 5 ply threads with ZZ direction of twist, were also studied.

Figure 2 shows, as the function of thread twists, the *breaking force* variations of the 31/4 combed cotton preparing yarn produced from yarns spun with different twists.

By increasing the thread twist, the value of breaking force rapidly increases. After attaining maximum value it decreases but, by further increasing the twist, the decrease of the breaking force becomes slower. The breaking force of the preparing yarn decreases to the value from which it started untwisted at only about 2,5—3-fold value of the critical thread twist. This charac-

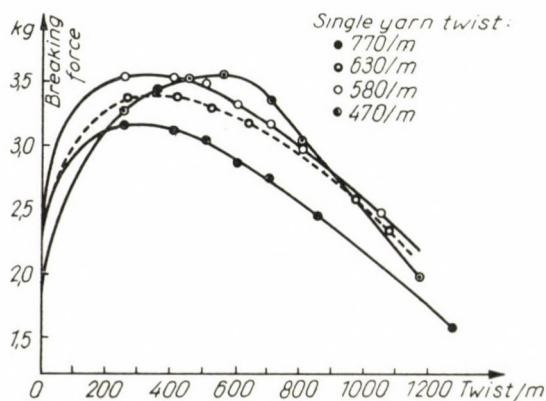


Fig. 2. Breaking force variation in the function of preparing yarn twist (ZZ) of Nm 31/4 cotton cord preparing yarns

teristic is noticeable at every yarn twist variation with the conspicuous difference that

1. By increasing the twist from 470/metre to 770/metre the critical thread twist is decreased to half its value.

2. At the same time, by increasing the yarn twist, the maximum breaking force value of the preparing yarn decreases by about 10%.

3. With low yarn twist the breaking force variation is similar to a parabola with vertical axis, which in the case of higher yarn twists bends to the left.

4. The preparing yarn made from yarn with 630 turns/m requires special attention. The maximum breaking force of this, although it appears in course, shows the flattest running down. Here the decrease of breaking force, arising from the effect of the increasing thread twists, is slowest.

So as to avoid overcrowding, only the curves of yarns with 470, 580, 630, and 770 twists per metre and the preparing yarns are shown in Fig. 2, but it should be mentioned that the same tendency is observable in the other variations.

The variations of breaking elongation of 31/4 combed cotton preparing yarn with different yarn twists — ensuing in the function of thread twists — can be seen in Fig. 3.

The breaking elongation value of preparing yarn, in the function of twist, rises unequivocally in all single twists up to about 800/m preparing twists. In yarns with low twist (at 470 turns/m) this rise is steeper, in medium single twists less sharp. In preparing twists over 800/m, the breaking elongation of yarns with 470 twists per metre rapidly decreases. In case of medium yarn

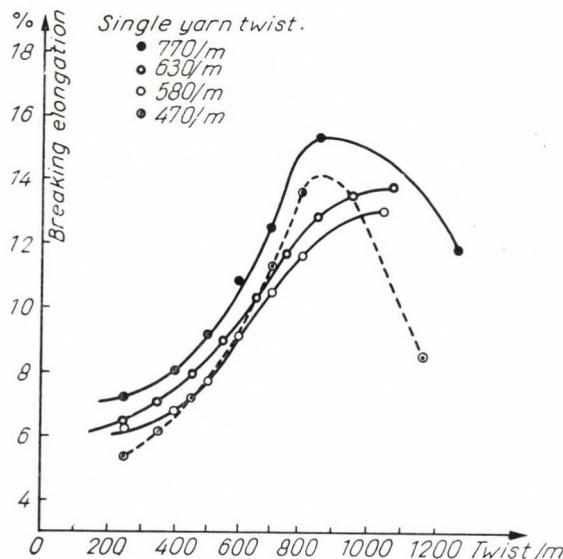


Fig. 3. Variation of breaking elongation in the function of preparing yarn twist of 31/4 combed cotton cord preparing yarns

twists, in the preparing twist section and up to a preparing twist of 1,100 turns/m the value of the breaking elongation continues to rise, though to a somewhat reduced extent.

A comparison of the breaking force and breaking elongation on basis of Figs. 2 and 3 reveals that the breaking elongation of the threads has a very low value at the maximum breaking force values. At the critical preparing twist of yarn with 778 turns/m the preparing yarn has a minimal breaking elongation, whilst the critical preparing twist of yarn with 470 turns/m ensures medium breaking elongation.

In the case of the twist combinations dealt with in the foregoing, those percentual breaking force variations which can be calculated in relation to the average breaking force level of the folded bunches, can be collected from Fig. 4. In this diagram the percentual increase was, for reasons mentioned in

the previous chapter, not compared with the quadruple of the yarn-breaking force. Along the points of the diagram which indicate maximum increase of breaking force a new curve has been plotted (dotted line). With the increase of yarn twist the critical thread twist is reached quicker and quicker.

The preparing yarns from loose, low twisted yarn show, with increasing twist, a strong increase of breaking force in comparison to preparing yarns with medium and high twists.

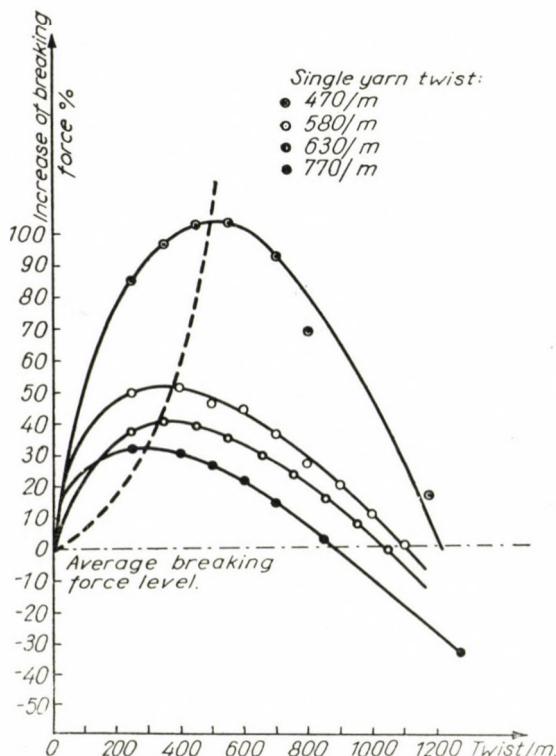


Fig. 4. Variation of breaking force increase (in %) in the function of thread twist of 31/4 combed cotton-cord preparing yarns with different single yarn twists

The intersection of the curves with the average breaking force level — with the 0% line — reveals the interesting fact that thread twists which belong to these intersections are proportionate to the twist of preparing yarns. This is also the case with the proportions of the thread twists ensuring maximum plus.

Similar by to the breaking force, also the increase of breaking elongation is shown in a diagram. (Fig. 5.)

The increase of breaking elongation has likewise been compared with the values obtained by breaking bunches of preparing yarn of 4 ends. The values of variations run so close to one another that the delineation of all would have obscured the diagram; therefore (up to twisting twist of 800 turns/m), only the increase of the elongation of preparing yarns with the lowest and the highest single twists has been plotted. It is remarkable that, whilst the break-

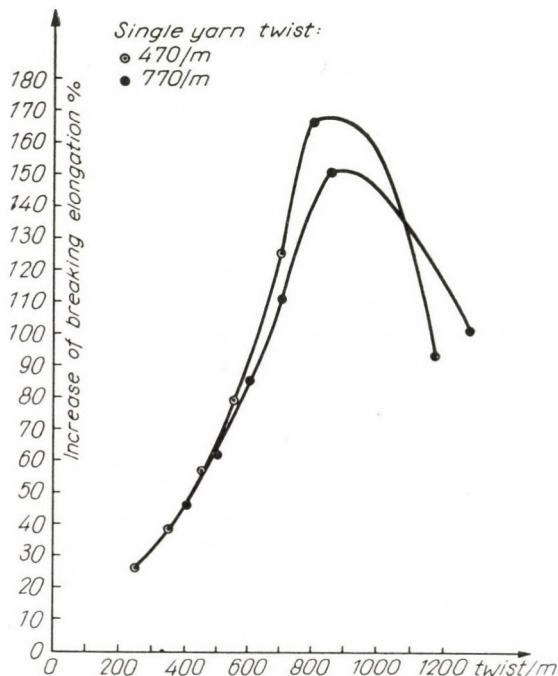


Fig. 5. Variation of elongation increase in the function of thread twist of 31/4 combed cotton preparing yarns

ing force increase occurring in the function of single twist shows large deviations in the function of preparing twists, there is hardly any deviation as regards the increase in the breaking elongation of preparing yarns with various single twists (Figs. 4 and 5). The preparing yarn with 470 single twists/m shows an increase of breaking elongation which, with a preparing twist of 700 turns/m, is 12 per cent and, with one of 800 turns/m, 15 per cent higher than the said increase of the preparing yarn with a single twist of 778 turns/m.

The characteristic changes in the function of two variables cannot be made perceptible by the single-plane method of delineation. Therefore, the increase of the breaking force taking place in the function of single twist and preparing twist is shown in an axonometrical diagram (Fig. 6). (Nm. 31/4 combed cotton preparing yarn with ZZ direction of twist.)

The curves which connect the points indicating the percentual breaking force increase of preparing yarns with different single twists are marked in the diagram by letters and those which connect the values relative to the individual preparing twists by Roman numerals. To avoid overcrowding,

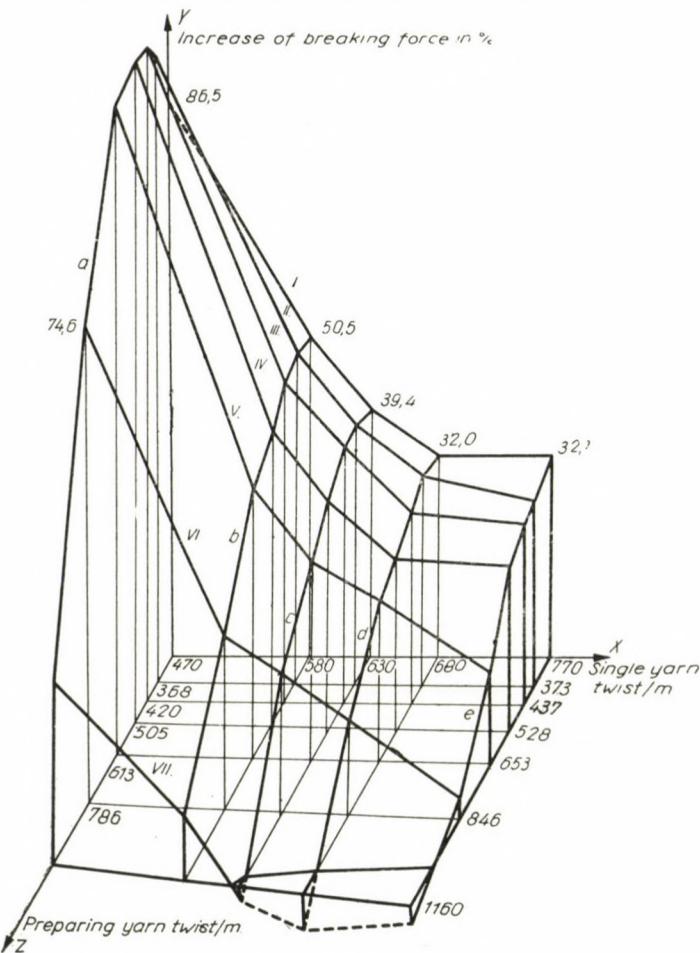


Fig. 6. Breaking force increase of preparing yarn in the function of single yarn twist and preparing yarn twist

only the results of preparing twist variations of 5 sorts of yarn are shown. In preparing the diagram, the breaking force of the folded yarns was shown as basis plane, and all values were compared with this. In the axonometrical diagram, the "a" curve — the breaking force increase of the preparing yarn with 470 single twists/m — is conspicuously eminent which, in all twist combinations, shows a breaking force increase 50% higher than the "b" curve (prepar-

ing yarn with 580 single twists/m). From "b" to "e" (from 580—778 single twists/m) it is evident that :

1. up to about 500 preparing twists the change of breaking force has a similar character with all single twists. The breaking force curves above the limit of 500 preparing twists, especially in the case of higher single twists, show a rapid decrease ;

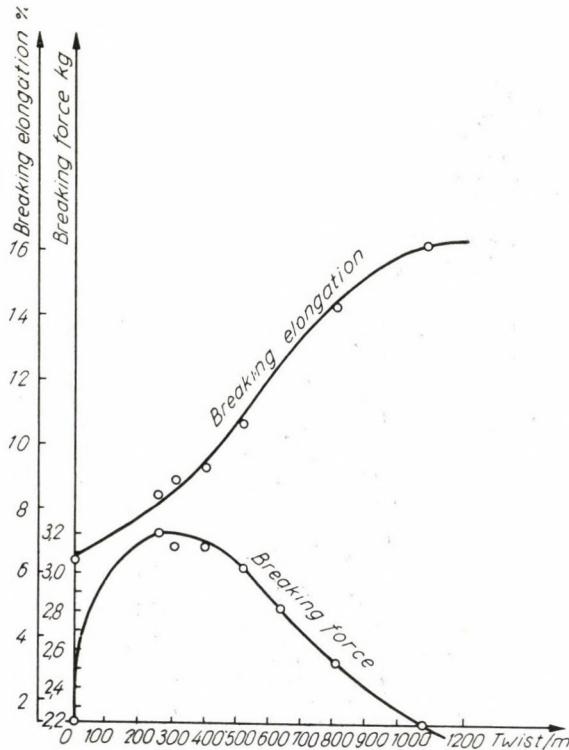


Fig. 7. Variation of breaking force and breaking elongation in the function of twist of 39/5 combed cotton cord preparing yarn

2. the high single and preparing twists together have such an unfavourable effect that the breaking force of the preparing yarn does not reach the combined breaking force of the folded yarn.

Since in the course of further investigation the twisting of the preparing yarns dealt with so far will no further be investigated thoroughly, the curves of the variations in the characteristics of 39/5 preparing yarn have also been plotted, similarly to the previous figures. These can be seen in Fig. 7. The breaking force values of the 5-fold preparing yarn with 812 single twists show characteristics similar to those of the 31/4 preparing yarn, the curves of

which are shown in Fig. 2. The statements relative to breaking elongation of preparing yarn constructions with maximum breaking force show almost the minimum value, while reaching maximum value only when preparing twists are over 1,100 turns/m.

To sum up our conclusions from Fig. 6 we can say that, in general, by increasing both preparing and single twists, the breaking force decreases, the greatest part of the increasing section being behind plane XY with the low preparing twists and belonging, as a rule, to the unused twist values.

There are, however, such interdependent values the selection of which enables us to attain maxima with fixed single twists. These points are indicated by curves I., II., III. Highest preparing yarn breaking forces are obtainable in case of low single twists which, however, cannot be taken as a final decisive factor, for the final cabling twists have a contrary effect to that of the preparing twists.

According to Fig. 2, it seems to be realisable that—although it is the preparing yarn which is being examined—the breaking force be chosen on the basis of that value of the final cord which, on the curve, belongs to the point reduced by the twist of the final thread.

Thus the final cabling twist and—by taking into consideration the utilization factor of the 3 cords—also the breaking force of the required preparing yarn can be chosen.

d) Cord

In the following the variations of breaking elongation, breaking force and 10 lbs. elongation of 39/5/3 cord (the latter measured with 4,5 kg load) are presented in the function of various cabling twists. This is the cord generally known and mostly used abroad. The characteristics of the preparing yarn of this cord, as well as the variations of breaking force and breaking elongation of the 5-fold preparing yarn ensuing in the function of twists have been dealt with in detail in the foregoing. (Fig. 7.)

In Fig. 8 the variations of breaking elongation of the 39/5/3 combed cotton cord with various preparing twists are shown in the function of cabling twists. The single twist of 812 turns/m is regarded here as already established.

It is striking that in the range of cabling twists from 275—480/m as shown in this figure, i. e. the range coming into consideration as regards cords for pneumatic tyres, the value fo the breaking elongation rises with increasing cabling twist. Increase in the relative breaking elongation of cords with high preparing twists is much smaller than that of structures with low preparing twists.

The breaking elongation of cords with 527 and 645 preparing twists/m shows in this section an increase of about 45%, while in the case of cords with

1085 preparing twists an increase of only 21,5% can be reckoned with in the cabling-twist interval between 275 and 480 turns/m.

In Fig. 9 the variations fo the breaking elongation of the same cords are shown in the function of preparing yarn twists. The values of breaking

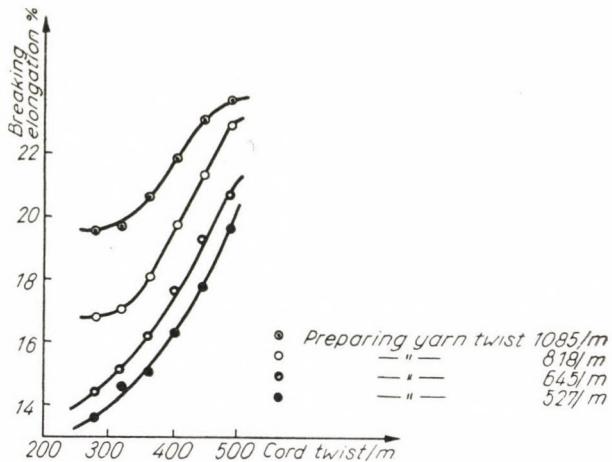


Fig. 8. Variation of breaking force in the function of cord twist of 39/5/3 combed cotton cord

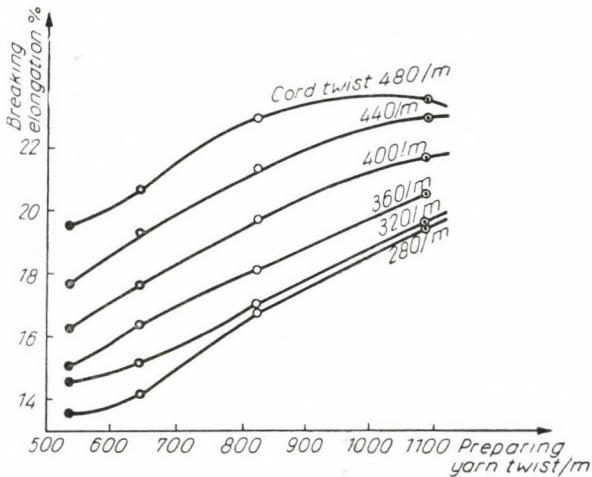


Fig. 9. Variation of breaking elongation in the function of preparing yarn twist of 39/5/3 combed cotton cord

elongation in preparing yarns cabled with various increasing cabling twists increase almost linearly if the cabling twist is between 360 and 400 turns/m, while curves rend to converge above 1000 preparing twists/m if the cabling twists have a low (280 turns/m) or a high (480 turns/m) value.

The variations of the breaking force of the aforementioned cords ensuing in the function of cabling twists and preparing twists, respectively, are shown in Figs. 10 and 11.

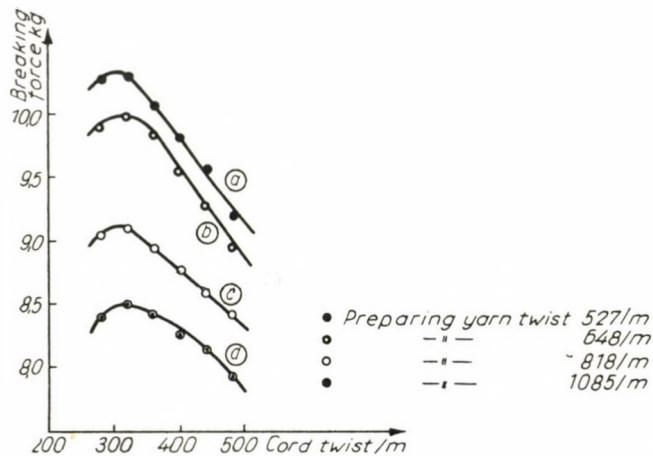


Fig. 10. Variation of breaking force in the function of cord twist of 39/5/3 combed cotton cord

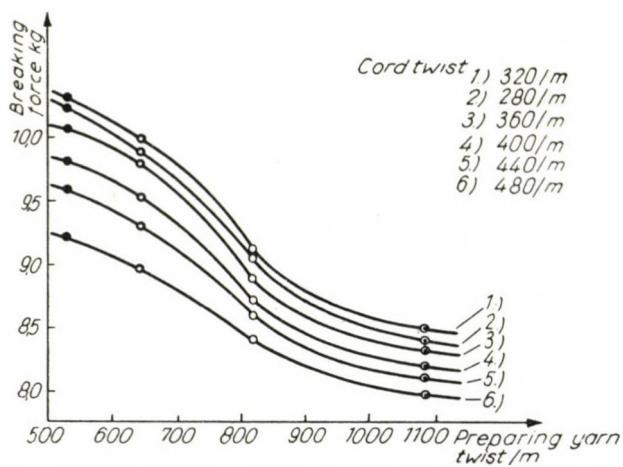


Fig. 11. Variation of breaking force in the function of preparing yarn twist of 39/5/3 cotton cord

In the case of cord 39/5/3 we can well observe in all combinations : 1. the increase, 2. the culmination and 3. the decrease of breaking force in the function of cabling twists. Fig. 10 shows that the culmination of all preparing twists is noticeable at nearly equivalent cabling twists. Thus, with all combina-

tions of the cord structure tested, the critical twist is about the cabling twist of 300 turns/m, whether we apply 527 or 1085 preparing twists/m. Fig. 10 seems to prove the presumable result that, if the preparing twist is low, with increasing cabling twist — above 300 turns/m — the absolute value of the decrease of the breaking force is higher than in the case of high preparing twists.

Low preparing twists may ensure relatively high breaking force even in the case of high cabling twists. When comparing curves "a" and "c" it becomes evident that the cord-structure with 517 preparing twists/m — even

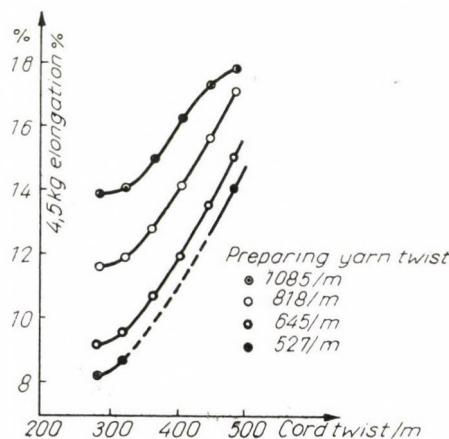


Fig. 12. Variation of 4.5 kg elongation of 39/5/3 combed cotton cord in the function of cord twist

above 500 cabling twists/m — possesses a higher breaking force than the cord structure with 818 preparing twist/m and the critical cabling twist which ensures the maximum. The breaking force of the latter structures is reduced by the high preparing twists, presumably by tiring the material so that the expected breaking force is not reestablished even if the cabling twist counteracts the overtwist in the preparing yarn and yarn.

In Fig. 11 the breaking force variations of 39/5/3 cords are shown in the function of preparing twists where the cabling twists have been taken as constant in all combinations. The afore-said is well perceivable in these curves, especially in the function of preparing twists.

Since, generally, the "10 lbs" elongation of cords is examined, the tests have been extended also to these values. The 10 lbs elongation values are shown in Figs. 12—13.

Without any special and detailed explanation it is clear that the curves are of a perfectly similar character as those of the breaking elongation in Figs. 8 and 9. This proves that we are justified in adhering to the 4.5 kg elongation

values. As regards fundamental principles we arrive, in respect of conditions of elongation, at the same final conclusions without breaking the cord.

The breaking diagrams to be seen in Fig. 14 verify this assumption, for the section of the curves prior to breaking is almost entirely straight.

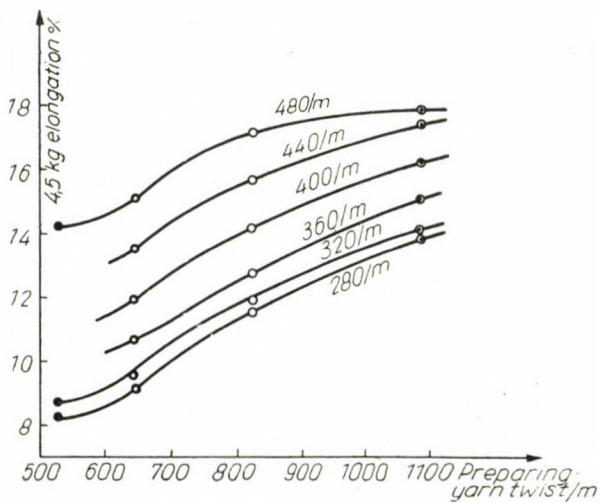


Fig. 13. Variation of 4,5 kg elongation of 39/5/3 combed cotton cord in the function of preparing yarn twist

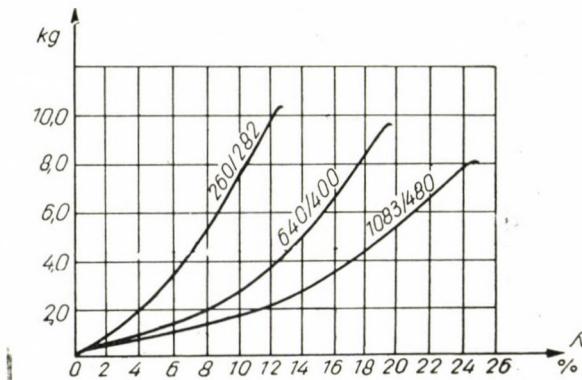


Fig. 14. Breaking diagram of 39/5/3 combed cotton cords with different twists

For the sake of better evaluation the problem has been further narrowed down. As a first step

1. *preparing yarns in general*, as a second step
 2. *a chosen cord structure* were investigated, and as a third step,
 3. *a specific twist ratio of the chosen cord structure*
- was examined.

The chosen twist ratio between preparing yarn and cord was the one generally known and applied, viz.: 2:1. In the case of a 39/5/3 combed cotton cord, the single twist of which was 812/m, the values shown in Fig. 15 were obtained.

On the abscissa the twists at the ratio 2:1, on the ordinate the values of breaking force and elongation can be seen. The principles here revealed are in full agreement with what has been expounded in the foregoing paragraphs.

Comparison of twists, breaking forces and elongations

All characteristic values obtained in the course of testing the 39/5/3 cord have been traced in an axonometrical figure in such a manner that the breaking forces, as well as the tendency of elongation variations, become visible in the function of twists.

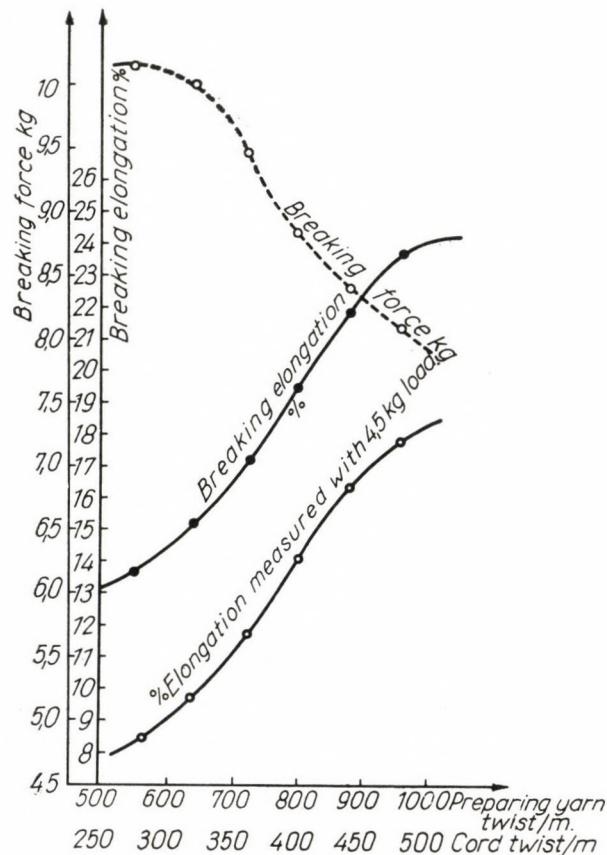


Fig. 15. Variation of breaking force and breaking elongation of 39/5/3 combed cotton cords when applying twists at the ratio 2 : 1

In Fig. 16, on axis "X" the preparing twists, on axis "Z" the cabling twists, at the bottom on axis "Y" the values of breaking force in kg can be seen, and then, calculated from a new origin, the percentual elongation, the 10 lbs (4,5 kg) and the breaking elongation have also been traced.

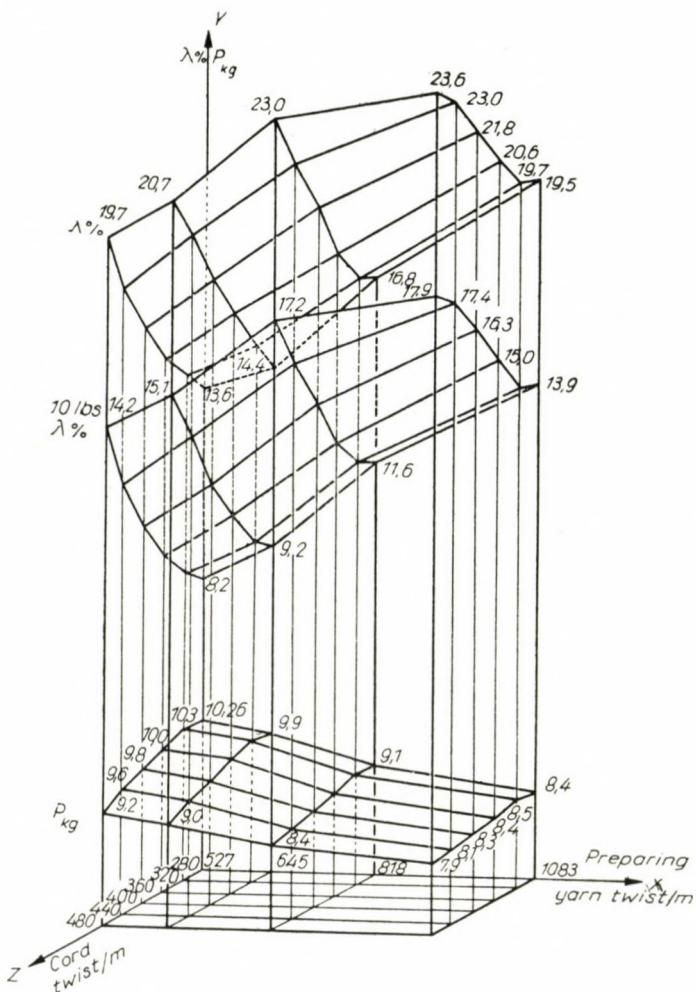


Fig. 16. Variation of breaking force, 10 lbs elongation and breaking elongation of 39/5/3 combed cotton cord in the function of preparing yarn twists and cord twists

As will be seen from Fig. 15, the same rules apply also to Fig. 16.

1. By increasing the twists of both the cord and preparing yarn, the breaking force decreases, at least in the case of the twist combinations generally used.

2. When increasing the twist, the elongation of cords generally increases. With high twists, the increase is very large whether we start in the direction of the "X" or the "Z" axe.

3. The tendencies of the variations of the breaking force and the elongation are opposed. Accordingly, high breaking force goes with small, low breaking force with large elongation.

The reasons originating from their strength and structural construction will be dealt with in a subsequent paper.

V. Conclusions

It follows from Figs. 2, 4, 7, 8, 10, 12 that in the initial period of thread-twist increase, the fibres carrying the load come into a more favourable spatial position where, in general, they can exercise increasing opposition against pulling forces.

In practice, this range of twist is not used. Increased twisting, as can be seen in its entirety in the said as well as in Figs. 6 and 16 show a less favourable picture in respect of *pulling force*.

The breaking force rapidly decreases as a natural consequence of the fact that

- a) higher twist puts, *ab ovo*, a higher stress on the components,
- b) on account of their structural and spatial position, they can resist only one component of the pulling force.

As regards breaking elongation, high twist structures are more favourable because they behave more rubber-like and carry the strain together with the rubber.

Fig. 16 plainly shows the elongation-increasing effect of thread twists. In the case of cotton, the usual twists are to be found in this area of large elongation.

Similarly, Fig. 16 shows that a given elongation value can be attained with a very large number of twist variations.

Cords produced with different twist variations but with equal elongation can be embodied into textile rubber structures for different purposes.

The determination as to which twist variation is the most suitable for any given purpose constitutes a further task.

Appendix

In the course of this study, the fact that production methods applied in the manufacture of cords have a considerable effect on the results obtained, has not been stressed.

The effects of twisting travellers of different weight, varying ring diameters, lubrication, breaking methods of yarn and thread, winding speed, revolution of twisting spindle,

diameter of various bobbins etc., form the subject of a special study. To deal with the results of these combinations would have rendered the facts presented and briefly summarized above, difficult of survey.

REFERENCES

1. Соколов, Г., В.: — Производство автотаров — 1951.
2. GRANT, I. N., COUTURIAR, G. M., RHODES, M. W. — Textil Research Journal 1951. dec. 21.
3. Pr. Dr. Ing. FRENZEL, W.: Reifenkord. — Faserforschung und Textiltechnik 1951. jan,
4. BUTTE, W., WAKEHAM, B.: Cotton as a raw material for industrial fabrics. — India Rubber World 1949. aug.

SUMMARY

This study treats only that part of research work referring to production of cabled threads for pneumatic tyres, which examines the changed relation of breaking force and elongation by single-twisting (ZZ) and cord twisting of cotton yarns in the function of twists.

Nm 31/4 thread was produced for experimental purposes from Nm 31 combed yarn with 6 kinds of yarn twists and 7 kinds of thread twists. The values of the variations of their breaking force and breaking elongation are shown in relation to the values of folded yarn bunches. The variations of preparing yarn of Nm 39/5 produced from equal basic material was subjected to similar tests.

7 diagrams show the variations of breaking force, 10 lbs elongation, and breaking elongation of Nm 39/5/3 cord structure ensuing in the preparing twist and cord twist functions. The effects of the variables of the cord treated are embodied in a three-dimensioned figure (spaciel). From this it can be established that a cord-structure with identical breaking force and elongation can be produced with numerous twist-combinations. The preparing twists and cord twists ensuring the chosen strength characteristics can be determined directly on the basis of the three-dimensioned figure.

PRÜFUNG DER PHYSIKO-MECHANISCHEN EIGENSCHAFTEN DES FÜR PNEUMATISCHE REIFEN VERWENDETEN KORDZWIRNES. VERHÄLTNIS DER DRAHT-UND STÄRKEEIGENSCHAFTEN DER BAUMWOLL- KORDZWIRNE

G. NÁNDORY

ZUSAMMENFASSUNG

Dieses Studium befasst sich nur mit dem Teil der die Erzeugung von Kordzwirn für pneumatische Reifen behandelnden Forschung, welcher das Verhältnis des durch das Vorzwirnen (ZZ) und Kordzwirnen der Baumwollgarne verursachte Reisskraft- und Dehnung-Variationen in Funktion des Drahtes prüft.

Es wurde aus mit 6 Garndrehungsarten ezeugtem gekämmtem Garn Nm 31 für Prüfungszwecke Zwirn Nm 31/4 mit 7 Zirkindrehungsvariationen hergestellt. Die Variationswerte des Reisskrafes und der Reissdehnung dieser Zirkne werden im Vergleich zu den Werten der gefacheten Garnbündeln vorgestellt. Gleicher Prüfung wurden auch die Variationen der aus gleichem Grundmaterial hergestellten Vorzwirnkonstruktion Nm 39/5 unterworfen.

Die in der Funktion des Vorzwirn- und Korddrahtes sich ergebende Reisskraft, 10 lbs. Dehnung- und Reissdehnung-Variationen der Kordkonstruktion Nm 39/5/3 werden durch 7 Diagramme vorgestellt. Der Effekt der behandelten 5 Variablen des Kordes ist durch eine axonometrisch dargestellte Figur zusammengefasst. Auf Grund dieser kann man feststellen, dass Kordkonstruktionen mit identischem Reisskraft und identischer Dehnung mit zahlreichen Drahtkombinationen hergestellt werden können. Die den ausgewählten Festigkeitscharakter zusichernden Vorzwirn- und Korddraht-Wertpaare können für die geprüfte Konstruktion unmittelbar auf Grund der axonometrisch dargestellten Figur festgestellt werden.

EXAMEN DES PROPRIÉTÉS PHYSICO-MÉCANIQUES DES CORDES DE PNEUMATIQUES

G. NÁNDORY

RÉSUMÉ

D'après les figures nos 2., 4., 7., 8., 10 et 12, on constate que dans les phases initiales d'accroissement de la torsion d'un filé, les fibres élémentaires supportant la charge se trouvent dans une position plus favorable dans l'espace, et peuvent donc mieux résister à la traction.

Ce domaine de la torsion reste pratiquement inutilisé. En continuant à augmenter la torsion, on trouve au filé une résistance à la rupture moins grande, ainsi que le démontrent les figures sus-mentionnées et celles nos 6 et 16.

La résistance à la rupture diminue rapidement, ce qui est une conséquence naturelle, car

- a) une torsion plus forte exerce une plus grande contrainte sur les fibres élémentaires;
- b) par suite de leur position dans l'espace, ces fibres ne peuvent équilibrer qu'une composante de la force de traction.

Or, au point de vue de l'allongement à la rupture, les constructions à grande torsion sont plus favorables, car leur comportement se rapproche mieux de celui du caoutchouc, avec lequel elles peuvent mieux coopérer.

La figure 16 démontre clairement que la torsion des fils augmente l'allongement. Les torsions pratiquement appliquées au coton appartiennent à ce domaine à grand allongement.

La figure 16 démontre aussi qu'une même valeur d'allongement peut être obtenue avec des torsions très différentes.

Les cordes préparées avec des torsions différentes mais ayant le même allongement, peuvent être employées dans des constructions de textiles et caoutchoucs d'applications très variées.

Un autre problème consiste à déterminer la torsion convenant le mieux pour chaque utilisation.

ИСПЫТАНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЛОТНА, ПРИМЕНЯЕМОГО В ПРОИЗВОДСТВЕ ПНЕВМАТИКОВ

д. НАНДОРИ

РЕЗЮМЕ

На основе рис. 2, 4, 7, 8, 10 и 12 можно установить, что в начальном периоде повышение кручения нитей элементарные волокна, на которые действует нагрузка, размещаются в таком более выгодном пространственном положении, в котором вообще могут развивать более повышенное сопротивление по отношению к растягивающим усилиям.

Практически эта область крути не используется. Дальнейшее повышение крутики, как это видно на основе всех вышеприведенных рисунков и рис. 6 и 16, с точки зрения усилия растяжения дает более неблагоприятную картину.

Сопротивление разрыву резко падает, что является естественным вследствие того, что

- а) более сильная крутика уже впредь более сильно нагружает компоненты,
- б) так как вследствие структурного, пространственного положения могут противодействовать лишь одному компоненту растягивающего усилия.

С точки зрения же разрывающего растяжения более выгодными являются как раз структуры с высокой крутикой, так как ведут себя более резинообразно и лучше работают совместно с резиной.

Рис. 16 однозначно показывает эффект повышения растяжения круты нити. В случае хлопчатобумажных нитей практически применяемые крутики располагаются в этой области с высоким растяжением.

По рис. 16 видно также, что некоторые данные значения растяжения можно получить с использованием очень большого числа вариантов крутики.

Полотна, изготовленные при различных вариантах крутики, но обладающие идентичным растяжением, могут быть использованы для различных по выполняемой задаче конструкций пневматиков.

Дальнейшей задачей является определение: какой из вариантов крутики полнее всего соответствует какой именно задаче.

DETERMINATION OF PNEUMATIC CAPACITIES OF VARIABLE VOLUME

L. HELM

INSTITUTE FOR THE THEORY OF OPERATION OF ELECTRICAL MACHINES,
UNIVERSITY OF TECHNICAL SCIENCES, BUDAPEST
RESEARCH SECTION FOR AUTOMATIC CONTROL, HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

[Manuscript received September 16, 1957]

An exact knowledge of signal transmission relations of the fundamental parts of pneumatic regulators, satisfactory to the demands of modern chemical and power industry is required for proper design and estimation of their operation. Hitherto, when designing pneumatic receivers, — located in regulators — that are of decisive importance for signal transmission, it was supposed, that their volumes remain unchanged during operation. This approach is valid only in certain cases. There are cases when the receiver suffers a change of its volume during the operation to such an extent that is no more negligible. In such cases when determining the change in the quantity of media stored, following the unit change of pressure in the receiver, the influence of the change of volume resulting from the change of pressure also has to be observed.

Since this question—on account of the development of up-to-date pneumatic regulators—becomes more and more important, the subject of our examination will be the afore briefly circumscribed so-called pneumatic capacities of variable volume.

A pneumatic capacity is fundamentally a space limited from all sides stiffly, or elastically, with any change of quantity of the medium included producing a pressure-change therein.

In simpler cases pneumatic capacities might be replaced by spaces stiffly delimited from all sides, in which neither changes of shape, nor of volume do occur in case of changes of pressure within them. In this case — as it is known — media being introduced, or discharged results in a change of pressure therein, of the value

$$p - p_{t=0} = \frac{1}{C_{pa}} \int_0^t q(t) dt \text{ kg/m}^2, \quad (1)$$

where

p kg/m² is the instantaneous value of the chamber-pressure,
 $p_{t=0}$ kg/m² is the initial value of the chamber-pressure,

$q(t)$ m³/sec is the amount of medium input, or output per time-unit, meant at the pressure $p_{t=0}$ (constant pressure),
 t sec is the time,

and

$$C_{pa} = \frac{V}{p_{t=0}} \text{ m}^5/\text{kg.} \quad (2)$$

the so-called pneumatic capacity at constant volume, which shows how much input- or output stream of media is required to produce a change of unit pressure in the chambers concerned. In equation (2) V m³ represents the volume of the chamber.

The spaces of pneumatic regulators are very often delimited with spring-loaded plane-membranes, or sylphon-membranes. In such cases the volume

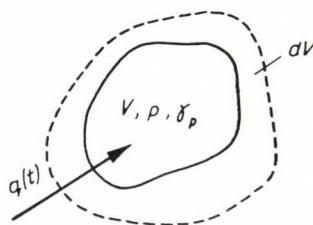


Fig. 1

change of the chamber cannot be neglected any more when determining pneumatic capacity.

Dealing with the problem in general, let us examine the delimited space of the volume V m³ (Fig. 1). The measurable static pressure in the interior of the chamber shall be p kg/m². Let us introduce into this space during the time dt the quantity of medium $q(t)$ m³/sec, which varies according to a continuous, but otherwise optional time-function. (The interpretation of the expression $q(t)$ is given in the input the chamber-pressure increases from its primary value p to $(p+dp)$, further the volume of the chamber from V to $(V+dV)$, and the specific weight of the accumulated medium from γ_p to γ_{p+dp} . The introduced quantity of the medium can be expressed as :

$$\gamma_{t=0} \cdot q(t) dt = (V + dV) \cdot \gamma_{p+dp} - V \cdot \gamma_p \quad (3)$$

where $\gamma_{t=0}$ in kg/m³ is the specific weight pertaining to the pressure $p_{t=0}$

Supposing an isothermal change of state :

$$\frac{\gamma_p}{\gamma_{t=0}} = \frac{p}{p_{t=0}} \quad (4)$$

Comparing (3) and (4), and after integration the result

$$P_{t=0} \int_0^t q(t) dt = \int_{P_{t=0}}^P d(pV) \quad (5)$$

is obtained, which is valid in general.

The volume V of the delimited space may be supposed to be an unambiguous function of the static pressure p , measurable in its interior, i. e.:

$$V = f(p) \text{ m}^3 \quad (6)$$

This supposition does not mean any particular obligation, because the pneumatic capacity investigated is, according to our preliminary suppositions, a stiffly, or elastically delimited space, and in such cases the equation (6) is valid.

The chamber-volume which belongs to the pressure $P_{t=0}$ shall be marked with $V_{t=0}$. Considering the first two members of Taylor's polynom, which pertains to locus $P_{t=0}$ we obtain :

$$V = V_{t=0} + \left[\frac{dV}{dp} \right]_{P_{t=0}} dp \quad (7)$$

Substituting (7) into (5), and performing the integration we obtain :

$$P_{t=0} \int_0^t q(t) dt = \left[\frac{dV}{dp} \right]_{P_{t=0}} \cdot \frac{P^2 - P_{t=0}^2}{2} + V_{t=0} \cdot (P - P_{t=0})$$

After the reduction of the above equation, the measurable increment of the pressure is as follows :

$$P - P_{t=0} = \frac{1}{\frac{V_{t=0}}{P_{t=0}} + \left[\frac{dV}{dp} \right]_{P_{t=0}}} \cdot k(p) \int_0^t q(t) dt \text{ kg/m}^2 \quad (8)$$

$$\text{where } k(p) = \frac{P_{t=0} + P}{2 P_{t=0}} \quad (9)$$

is the so-called pressure-change coefficient.

On the basis of (8) the pneumatic capacity of variable volume is equal to the algebraic sum of the pneumatic capacity belonging to a constant volume, and of the product, which is obtained by multiplying the volume-change coefficient pertaining to the initial pressure with the pressure-change coefficient. i. e.:

$$C_p = \frac{V_{t=0}}{P_{t=0}} + \left[\frac{dV}{dp} \right]_{P_{t=0}} \cdot k(p) = C_{pa} + C_{pv} \text{ m}^5/\text{kg} \quad (10)$$

From our results it follows, that the numerical value of the pneumatic capacity of variable volume does not depend only upon the geometric dimen-

sions, and upon the value of the initial pressure, and upon the magnitude of the volume-change coefficient pertaining to the same pressure, but it is also a function of the pressure that develops at the end of the change of the state, i. e. of the charge.

The nonlinearity of the element [$k(p) = f(p)$] can be eliminated by assuming $k(p) = 1$. In this case the electric analogy is represented by two electric condensers arranged in parallel, their capacitance being proportional to C_{pa} , respectively to $\left[\frac{dV}{dp} \right]_{p_t=0}$.

The numerical value which results from the computation based on the assumption of $k(p) = 1$, can be regarded the approximate value of the

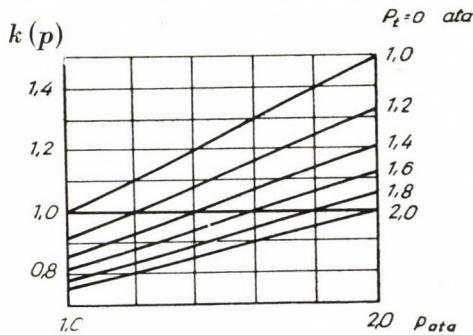


Fig. 2

pneumatic capacity of variable volume. The difference between its approximate and real values in a given case is given by the pressure-change coefficient. The values of the latter are illustrated in Fig. 2 as a function of the end-pressure and the initial-pressure, as parameters.

It follows as a partial-result from the calculation with the approximate value of the pneumatic capacity of variable volume, that our element is of an integrating character, if we regard $q(t)$ for its input, and $(p - p_{t=0})$ for its output symbol.

The numerical value of the pneumatic capacity of variable volume depends on the direction of the pressure-change, as it is visible from Fig. 2.

In case of $V = \text{const.}$, $\frac{dV}{dp} = 0$,

consequently $C_p = C_{pa}$, i. e. we obtain the numerical value of the pneumatic capacity at constant volume. In this case the logarithmic treatment of the equation

$$C_{pa} = \frac{V_{t=0}}{p_{t=0}}$$

makes it possible to plot a monoparametric pattern of curves, which is very useful for practical purposes (Fig. 3).

Let us replace the system of variable volume by that depicted in Fig. 4. In the cylinder shown here the chamber of variable volume V is delimited by a weightless, spring-loaded piston (D). The space behind the piston is closed, and it contains vacuum only. The chosen arrangement is advantageous, since there exists an easily determinable relation between the change of volume of the chamber and the pressure-change, which comes into being therein and produces it.

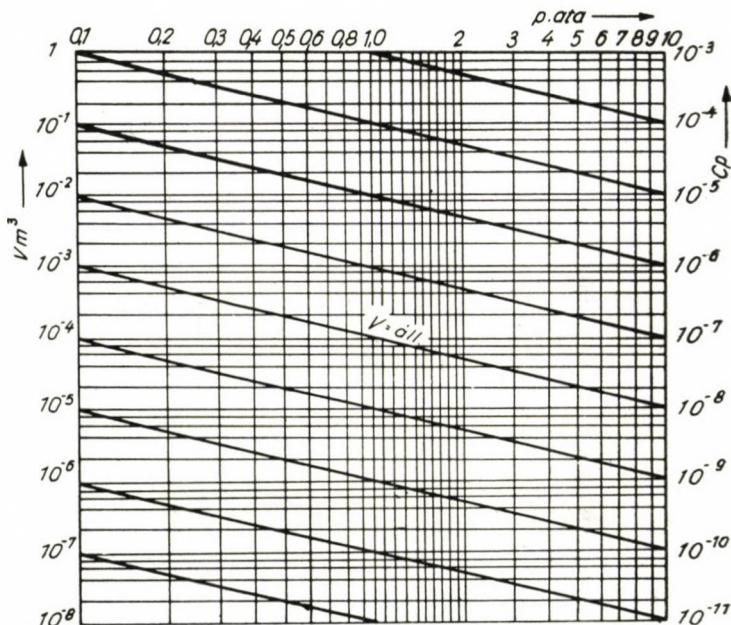


Fig. 3

In order to determine the volume-change coefficient let it be supposed, that to the state $p_{t=0}$ belongs the chamber volume $V = 0$. The displacement of the piston shall be x , expressed in m, its cross-sectional area A_d m², and the spring-constant c m/kg. Thus the equilibrium of the piston is expressed by the following equation :

$$pA_d = \frac{1}{c} \cdot x + F_0 \text{ kg}, \quad (11)$$

where F_0 kg is the spring-force pertaining to the pressure $p_{t=0}$. On the other hand

$$xA_d = V \text{ m}^3, \quad (12)$$

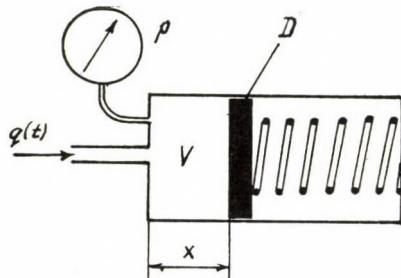
consequently,

$$V = cA_d^2 p - cA_d F_0 \text{ m}^3, \quad (13)$$

and from this it follows :

$$C_{pv} = \frac{dV}{dp} k(p) = cA_d^2 \cdot k(p) \text{ m}^5/\text{kg}. \quad (14)$$

The spring-loaded and sylphone-membrane-delimited spaces can be attributed to this case.



The experimental verification of these theoretical results can be achieved by the use of an U-tube of large diameter. One leg of the U-tube communicates with the atmosphere. The measuring fluid consists of water. In this case the excess-pressure arising in one leg causes in the other one to develop a water-column pressure, which replaces an ideal spring (i. e. of linear characteristic and hysteresisless). The spring-constant of the water-column is :

$$c_{v.o.} = \frac{1}{A\gamma} \text{ m/kg} \quad (15)$$

where $A \text{ m}^2$ is the inside cross-section of the U-tube and $\gamma \text{ kg/m}^3$ is the specific weight of the measuring fluid (water).

Remark : The lower index "v. o." on the left side of the equation (15) is the hungarian abbreviation for "vízoszlop" and it means "water-column".

Summing up the results obtained : The numerical value of the generalized, linear pneumatic capacity of variable volume is gained — by considering the compressibility of the medium contained in the capacity, and the elastic volume-change of the delimited space — from adding up two members, i. e. the pneumatic capacity of constant volume and the volume-change coefficient at its initial value.

The difference between the accurate and the approximate value of a pneumatic capacity of variable volume is due to the fact, that the pneumatic capacity considered — in accordance with the procedure usual in regulation engineering — has been linearized in order to provide a more simple mathematical tractability, — i. e. has been supposed, that the numerical value of the pneumatic capacity of variable volume is independent of the pressure-change

developing as a consequence of the change of medium-quantity contained therein. This supposition approaches the reality — as it is evidenced — with a certain error only. However, regarding the very limited changes of the characteristics (pressures) at regulations, the error that arises as a consequence of the linearization does not involve any considerable inaccuracy.

The accurate numerical value of the capacities — which are obtained from the quotient of the amount input air, or output air of the capacity by the amount of change of pressure developing in its interior — differs from the pneumatic capacity of the substituting linear element, which is calculable on the basis of the connection (10). The non-linearity of the element is shown by the changes-of-pressure coefficient. The error due to the neglect of the change-of-pressure coefficient is negligible with regards to the changes of pressure to be taken into account in pneumatic regulators. (For instance, in case of $p_{t=0} = 1,5$ ata and $\Delta p = 1000$ mm w. c, at a proportion of $\frac{C_{pa}}{C_{pv}} = 1$, the error that occurs is $\epsilon = 3,3\%$.)

REFERENCES

1. DR. GRUBER—BLAHÓ : Folyadékok mechanikája, (1952).
2. W. R. AHREND—J. F. TAPLIN : Automatic Feedback Control, (1951).
3. G. H. FARRINGTON : Fundamentals of Automatic Control, (1951).
4. CSORDÁS Z.: Pneumatikus szabályozás (Mérés és Automatika, 1955., 8—9. sz.).

SUMMARY

This paper deals with the determination of generalized pneumatic capacities of variable volume occurring in up-to-date pneumatic regulators designed to satisfy higher demands. Assuming an unambiguous dependence of the receivers on the pressure it finds, that the numerical value of a generalized pneumatic capacity of variable volume is equal to the algebraic sum of the pneumatic capacity of constant volume related to the interior pressure and volume previous to the change of condition and of the change-of-volume coefficient as taken at the initial value of pressure and multiplied by the change-of-pressure coefficient. From the results obtained it derives the conclusion, that pneumatic capacities of variable volume depend upon the pressure and are non-linear. Following this, the paper presents a simple, monoparametric pattern of curves, well applicable in actual service to determine quickly the numerical value of a pneumatic capacity of constant volume, a special case nowadays; also it presents a numerical example determining the change-of-volume coefficient of a pneumatic capacity of varying volume. Finally the equipment required for the experimental verification of theoretical results is briefly described.

DIE BESTIMMUNG PNEUMATISCHER KAPAZITÄTEN VON VERÄNDERLICHEM RAUMINHALT

L. HELM

ZUSAMMENFASSUNG

Den Gegenstand des Aufsatzes bildet die Untersuchung von in zeitgemäßen, höheren Ansprüchen entsprechenden, pneumatischen Regulatoren vorkommenden, verallgemeinerten pneumatischen Kapazitäten von veränderlichem Rauminhalt. Unter Voraussetzung der eindeutigen Druckabhängigkeit des Behälters kommt man zu dem Ergebnis, dass der Zahlen-

wehrt der verallgemeinerten pneumatischen Kapazitäten von veränderlichem Rauminhalt der algebraischen Summe des Zahlenwurtes der dem der Zustandsveränderung vorhergehenden, inneren Druck und Rauminhalt zugehörigen pneumatischen Kapazität von konstantem Rauminhalt einerseits, und andererseits demjenigen des Produktes aus dem Druckveränderungskoeffizienten und dem, dem Anfangsdruck zugehörigen Rauminhaltskoeffizienten gleichkommt. Aus dem erhaltenen Ergebnis wird der Schluss gezogen, dass die pneumatische Kapazität von veränderlichem Rauminhalt druckabhängig und nicht linear ist. Im Weiteren wird vorerst zur schnellen Bestimmung des Zahlenwurtes, der sich nunmehr schon als Spezialfall ergebenden pneumatischen Kapazität von konstantem Rauminhalt, eine für praktische Zwecke gut brauchbare, einfache, einparametrische Kurvenschaar gezeigt, nachher wird ein sich auf die Bestimmung des Rauminhaltskoeffizienten einer pneumatischen Kapazität von veränderlichem Rauminhalt bezügliches Zahlenbeispiel gegeben. Zum Abschluss folgt eine kurze Erläuterung der zum experimentalen Nachweis der theoretischen Ergebnisse nötigen Einrichtung.

LA DÉTERMINATION DES CAPACITÉS PNEUMATIQUES À VOLUME VARIABLE

L. HELM

RÉSUMÉ

L'étude se donne pour but l'examen des capacités pneumatiques changeant leurs volumes qui se rencontrent, sous une forme générale, chez les régulateurs pneumatiques modernes, destinés à satisfaire à de plus hautes exigences. En supposant le rapport unanime de pression relatif au volume de stockage, l'auteur constate que la valeur de la capacité pneumatique généralisée à volume variable, équivaut à la somme algébrique de deux nombres. L'un de ceux-ci est la capacité pneumatique à volume constant, se rapportant au volume et à la pression interne qui précèdent le changement d'état ; l'autre est le coefficient de changement volumétrique multiplié par le coefficient de changement de la pression. Du résultat obtenu l'auteur arrive à la conclusion, que la capacité pneumatique changeant de volume est non-linéaire, mais dépendant de la pression. Par la suite, l'auteur présente une multitude de courbes à un seul paramètre, facilement utilisables pour la détermination rapide et pratique de la valeur d'une capacité pneumatique à volume constant, formant un cas spécial, et donne un exemple numérique pour la détermination du coefficient de changeant volumétrique de la capacité pneumatique changeant de volume. Pour terminer, il offre une brève description de l'appareillage nécessaire pour la vérification expérimentale des résultats théoriques.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ЕМКОСТЕЙ ПЕРЕМЕННОГО ОБЪЕМА

Л. ХЕЛЬМ

РЕЗЮМЕ

Исследуются пневматические емкости переменного объема, используемые для пневматического регулирования, удовлетворяющего современные повышенные требования. Предполагая однозначную зависимость давлений объема резервуаров, в результате делается вывод, что числовое значение обобщенной пневматической емкости переменного объема равняется алгебраической сумме числовых значений пневматической емкости при постоянном объеме, действительном для внутреннего давления и объема перед изменением состояния и коэффициента изменения объема, помноженного на коэффициент изменения давления при начальном значении давления. По полученному результату делается вывод, что пневматическая емкость переменного объема зависит от давления и является не линейной. Затем в качестве специального случая приводится для быстрого определения числового значения пневматической емкости постоянного объема простое однопараметрическое семейство кривых, пригодное для практических целей; затем числовой пример для определения коэффициента изменения объема пневматической емкости переменного объема. Наконец кратко излагается устройство, необходимое для опытного доказательства теоретических достижений.

WARMING UP OF MINE AIR IN GENERAL, CONSIDERING ROCK HEAT AND LINEAR CALORIC EFFECTS

Prof. T. BOLDIZSÁR
D. ENG. SC.

[Manuscript received October 18, 1957]

The warming up of mine air in deep and hot mines is caused either by rock heat, i. e. the heat source lies out of the airway or by agents with sources of heat within the airway. Excepting rock heat which has external source all other heat effects: oxidization, vaporization, heating effects of machines, cables, compressed air pipes, human and animal metabolism, friction etc., (some of them cool the mine air) having internal sources belong to the latter category. Assuming heat production as a linear function of time and of airway length, the solution of the differential equation of air temperature rise results in relatively simple form. The term "linear caloric effect" means such effect that can be dealt with assuming linearity with respect to the course of ventilating air. In practical cases, taking into account internal heat sources, this assumption works well and only in a very small number of cases, if any, is it possible to establish a nonlinear relation between heat production and the length of the airway. Even nonlinear effects can be approximated by linear formulae, if the airway is divided up in sections.

Rock heat is not linear but exponential and the warming up of mine air depends on the difference between virgin rock and air temperatures.

It was shown, that the exact solution of the Bessel differential equation of heat conduction for a hollow cylinder bounded by an infinite solid medium conducting heat, can be used for practical computation of the warming up of air on dry mine airways, excluding effects other than rock heat. The solution is quite simple for horizontal airways : for slopes or vertical shafts considering the compression of air as adiabatic, reasonable solutions were obtained [1]. Practically, the vapour content of mine air remains by no means constant, and that is why it was necessary to develop a method considering the change of the quantity of vapour in the air flowing through the drifts.

In another paper, under certain simplifying conditions the effect of vaporization on the air temperature was determined supposing that the change of vapor content along the airway is continuous and linear [2]. This "wet case" was calculated with help of the results obtained by the so-called "dry case".

A great number of practical cases can be dealt with this "wet case" solution, but sometimes there are other effects changing the picture, which cannot be left without due consideration. In some mines oxidation produces much heat and increases the temperature of the air considerably. Machines, men, compressed air pipes may dissipate heat locally, other agents cool down mine air, e. g. expansion of compressed air, cold water pipes. Practically, the production or consumption of heat of each phenomenon as a function of time cannot be described; in most cases we can only establish the total calorific effect of each phenomenon on a certain length of airway, and are only able to establish the rate of change supposing the effect as being linear. This condition suits quite well practical cases and simplify the solution of the problem. Further refinement is also possible if we divide up the airway to sections with different calorific effects.

Summing the positiv and negativ effects in unit time for a definite length of an airway and dividing by the length, we obtain the rate of change of the calorific effect, $\Sigma \bar{q}$, which may be positive (heat is transferred to air) or negative (heat is received from air).

The differential equation will be (see Fig. 6 cited under [2])

$$d\tau = - \left(\frac{q}{V \cdot c_p} + \frac{\Sigma \bar{q}}{V \cdot c_p} \right) dz \quad (1)$$

with initial condition: $z = 0, \tau = \tau_0$, where τ is the difference between virgin rock and air temperature, q is the heat flow from rock per unit time and length, V is the volume rate of ventilating air with specific heat c_p , z is the length of the airway. The heat flow from rock (3) is

$$q = \lambda \cdot F(\psi) \cdot \tau$$

where λ is the thermal conductivity of the rock, $\psi = \frac{at}{R^2}$ is the Fourier number, a is the thermal diffusivity, t time, R radius of the circular airway. $F(\psi)$ is a function of ψ , containing exponential factor and Bessel functions. Values of $F(\psi)$ can be obtained from tabulations.*

The solution considering initial condition

$$\left(\tau + \frac{\Sigma \bar{q}}{\lambda \cdot F(\psi)} \right) = \exp \left(- \frac{\lambda \cdot F(\psi) \cdot z}{V \cdot c_p} \right) \left(\tau_0 + \frac{\Sigma \bar{q}}{\lambda \cdot F(\psi)} \right) \quad (2)$$

Substracting the warming up of the air caused by rock heat [1]

$$\tau' = \tau_0 \exp \left(- \frac{\lambda \cdot F(\psi) \cdot z}{V \cdot c_p} \right)$$

* Op. cit. [3] p. 283 and [5] p. 229.

we obtain the temperature change caused by agents other than rock heat:

$$\Delta T = \tau - \tau' = \frac{\Sigma \bar{q}}{\lambda \cdot F(\psi)} \left[\exp \left(-\frac{\lambda \cdot F(\psi) \cdot z}{V \cdot c_p} \right) - 1 \right] \quad (3)$$

ΔT is positive when $\Sigma \bar{q}$ is negative, and negative, when $\Sigma \bar{q}$ is positive (c. f. op. cit. [2] Fig. 8.). Quite similar results were obtained in 1951 by S. BATZEL in his dissertation at the Aachen Technical College [4].

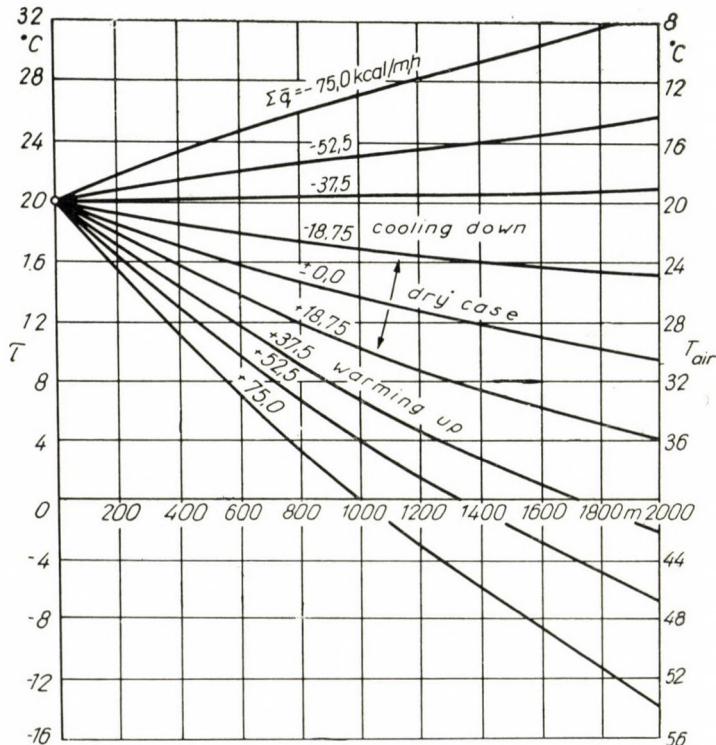


Fig. 1

The concept of the efficiency of vaporization (c. f. op. cit. [2] Fig. 12) can be extended to the notion of the "efficiency of linear caloric effects".

$$\eta_{ev} = \eta_{lin} = \frac{1 - e^{-\sigma z}}{\sigma z} \quad (4)$$

where

$$\sigma = \frac{\lambda \cdot F(\psi)}{V \cdot c_p}$$

since these effects influence mine air temperature in the same way as vaporization. If vaporization alone takes place numerical values of η_{lin} equal to η_{ev} .

Computing $\Sigma \bar{q}$ and η_{lin} the additional change of air temperature caused by agents other than rock heat can easily be established :

$$\Delta T = \frac{\Sigma \bar{q} \cdot z}{V \cdot c_p} \eta_{lin} \quad (5)$$

Fig. 1 shows a practical example illustrating the method. The length of the circular, horizontal drift of 1 m radius is 2000 m, volume of ventilating air is 15000 m³/hour, rock conductivity 1,7 kcal/m, h, °C, diffusivity $2,8 \cdot 10^{-3}$ m²/h, virgin rock temperature 40 deg. C. Temperature of the intake air is 20 deg. C., $t = 10^5$ hours i. e. 11,4 years ago has started the ventilation of the drift with 15000 m³/hour air quantity and since that point of time ventilation must have been practically continuous. Specific heat of air is 0,3 kcal/m³, deg. C. The linear calorific effect $\Sigma \bar{q}$ has various values shown in the diagram. When $\Sigma \bar{q} = 0$ (dry case), there is no other calorific effect than rock heat. The ordinate on the left side shows $\tau = T_R - T_{Air}$, the difference of virgin rock and air temperature, on the right side T_{Air} , as a function of drift length z . At the given moment ($t = 10^5$ hours) air temperature in any section of the drift can easily be read if the value of linear calorific effect is known. E. g. when $\Sigma \bar{q}$ is negativ cooling down, when positiv warming up of the air take place relative to the so called "dry case". It is interesting to note, that if $\Sigma \bar{q} = -37,5$ kcal/m, h, the air temperature in the whole course of the airway diminishes from 20 deg. C. intake temperature to 19 deg. C. at $z = 2000$ m length. When $\Sigma \bar{q} = +75,0$ kcal/m, h, after 1000 m τ is negative and the air temperature rises over virgin rock temperature to 54 deg. C. at 2000 m.

REFERENCES

1. BOLDIZSÁR T., The thermal field of the earth's crust and its influence on the ventilation of deep and hot mines. Acta Technica Acad. Sci. Hung. Tom. XVI. (1957). pp. 415—428.
2. BOLDIZSÁR T., Calculation of the temperature rise of mine air flow with regard to the effect of its water vapour content. Acta Technica Tom. XXI. (1958) pp. 113—121.
3. CARSLAW, H. S.—JAEGER, J. C., Conduction of heat in solids. Oxford, 1947. p. 283.
4. BATZEL, S., Die Ermittlung thermischer Werte in Grubenbau und ihre Verwendung für die mathematische Lösung klimatischer Probleme. Bergbau-Archiv, Vol. 13. (1952), p. 22.
5. JAEGER, C. H.—CLARKE, M., Proc. Roy. Soc. Edinburgh, A61 (1942) p. 229.

SUMMARY

With certain simplifying assumptions the warming up of mine air caused by various agents can be dealt with, if we introduce the notion of "linear calorific effect". With the help of it the production or consumption of heat within the airway is considered as a linear function of airway length. This makes possible practical computation of the effects of vaporization, oxidization, machines, compressed air pipes, etc. on the temperature of mine air.

**ALLGEMEINES VERFAHREN ZUR BERECHNUNG DER GRUBENWETTER-
ERWÄRMUNG, UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER GEBIRGSWÄRME UND DER
LINEAREN WÄRMEEFFEKTE**

T. BOLDIZSÁR

ZUSAMMENFASSUNG

Die aus verschiedenen Gründen auftretende Wettererwärmung kann unter Berücksichtigung gewisser Vereinfachungsbedingungen berechnet werden, falls der Begriff des "linearen Wärmeeffekts" eingeführt wird. Mit Hilfe des Letzteren ist es möglich, die durch verschiedene Wärmequellen erzeugte Wärmemenge als eine lineare Funktion der Länge der Grubenstrecke zu behandeln. Hierdurch wird die Berücksichtigung der Wirkungen der Verdunstung des Wasserdampfes, der Oxydation, der Maschinen, der Pressluftrohrleitungen usw., auf der Berechnung der Wettererwärmung ermöglicht.

**PROCÉDÉ GÉNÉRAL DE CALCUL DU RÉCHAUFFEMENT DE L'AIR DES MINES,
COMPTE TENU DES EFFETS CALORIQUES LINÉAIRES ET DE CEUX DE LA ROCHE**

T. BOLDIZSÁR

RÉSUMÉ

En admettant certaines conditions simplifiantes, on peut calculer le réchauffement de l'air de mine produit par des causes différentes, si l'on introduit la notion de l'effet calorique linéaire. À l'aide de celle-ci, la quantité de chaleur produite considérée par les différentes sources de chaleur peut être comme fonction linéaire de la longueur de la galerie de mine. Il devient ainsi possible de déterminer, avec une précision suffisante pour la pratique, l'influence de l'évaporation de l'eau, de l'oxydation, des machines, des tuyaux à air comprimé, etc. et de calculer le réchauffement de l'air de mine.

**ОБЩИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ НАГРЕВА ГОРНОГО ВОЗДУХА, УЧИТЫВАЯ
ЛИНЕЙНЫЕ ТЕПЛОВЫЕ ЭФФЕКТЫ И ТЕПЛОВЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОРОДЫ**

T. БОЛЬДИЖАР

РЕЗЮМЕ

Используя определенные упрощающие условия, возможно определить нагрев горного воздуха вследствие различных причин, если ввести понятие линейного теплового эффекта. Введя это понятие, количество тепла, производимое различными тепловыми источниками, можно рассматривать в качестве продольной линейной функции горного разреза. Вследствие этого становится возможным с достаточной для практических целей точностью учитывать воздействия испарения водяного пара, окисления, машин, трубопроводов сжатого воздуха и т. д. и определить нагрев горного воздуха.

SETTING AND HARDENING OF HYDRAULIC MATERIALS

I. THE SETTING AND HARDENING OF PARIS PLASTER

I. NÁRAY-SZABÓ and G. SZUK

LABORATORY OF THE BUILDING RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received 22nd November, 1957]

The setting and hardening of portland cement and other hydraulic materials is very important from the practical point of view and the study of this process is fundamental for the building science.

According to LE CHATELIER, portland cement is a system of solid, anhydrous compounds, which is unstable in the presence of water and therefore converts to a new system consisting of hydrated compounds. The anhydrous compounds of the system are unstable and more soluble in water than the hydrated compounds which, on the other hand, are more stable. If anhydrous compounds are brought together with a quantity of water which is not enough to dissolve them totally, they form a paste. In this case a saturated or supersaturated* solution arises, the system is unstable, its compounds tend to convert into hydrated ones. The spontaneous crystallization of the supersaturated solution causes the *setting*, which means a certain degree of initial hardening of the system. — The separation caused by crystallization allows the dissolution of a further amount of anhydrous compounds, and the reaction goes on in this way until the anhydrous compounds are entirely converted into hydrated solid compounds (not considering the saturated solution which ultimately remains). In this way a stable system is formed. After the setting the gradual *hardening* of the binding material proceeds further; this arises from the formation of an interwoven net of minute crystals welded together.

It is well-known that in the opinion of MICHAELIS the cause of setting and hardening is the formation of a colloid gel and its solidification is brought about by loss of water. Recent researches doubtlessly proved the formation of crystalline material during the reaction of *cement with water*, but these crystals are extremely small and fall into the order of colloidal dimensioning; an immediate demonstration of their existence is difficult. In this way the apparent contradiction between the two theories is overcome.

* The cause of supersaturation may arise from the saturation of water with lower hydrates of the calcium compound and the hydration of Ca-ions which renders the solution supersaturated with respect to the higher hydrates.

The very sketchy picture given above is, of course, not enough for a detailed explanation of the phenomena of setting and hardening, although this is greatly wanted from the theoretical and practical point of view. Therefore, we made an investigation for a closer study of the crystallization process.

For this purpose we have chosen a method which gives the possibility of studying the transformations of compounds in the cement paste, and of hydrates formed of them, by the variation of the electrical resistance of the cement paste with time, under different conditions. For a correct interpretation of the very remarkable resistance curves of cement pastes it seemed useful to investigate the setting and hardening of single compounds which occur by taking up water. Such compounds are certain salts which harden by the action of water, like the Paris plaster, (gypsum), i. e. calcium sulfate hemihydrate, the anhydrous copper sulfate, the anhydrous sodium carbonate etc. The setting and hardening of gypsum has been studied most intensively with our electrical resistance method, completed by the exact registration of the temperature of paste and the measurements of consistence carried out with an automatic *Vicat* device.

In the case of Paris plaster the chemical reaction connected with setting is perfectly clear and can be easily studied with the microscope. We know that in this case needle-shaped small crystals of calcium sulfate dihydrate, $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$, are formed and interwoven, as has been described already by LAVOISIER [1]. Therefore, if we state the change of the electrical resistance of gypsum paste with time, from the electrical resistance curves taken during the setting of other hydraulic materials we are able to judge if there occurs a similar process, as in the case of gypsum, or if another point in question has to be considered.

Experimental

Our measurements were carried out in the following way. A portion of the powdered compound, e.g. gypsum, was thoroughly mixed with a known amount of distilled water, then put in a cube-shaped measuring cell with an edge of 2 cm. This cell was made of vinidur sheet, but two opposite vertical planes of it were of copper, these being the electrodes. The temperature of the paste in the filled and smoothed cell was exactly measured first in intervals of half-minutes, then less frequently; it was 20,0°C at the beginning. The resistance was measured with an a.c. of 50 c/s. The potential difference was 4 V and so the Joule-effect was negligible, since there was a current of only a few mA. In this way the heating-up of the sample could be avoided.

Our experiments were made on pastes prepared of dry gypsum with 30, 40, 50, 60, 70 and 80 weight per cent added water.

Table I

Variation of the resistance of a Plaster-of-Paris paste cube of 2 cm edge with time

Added water	30%		40%		
	Time after mixing	rΩ	°C	rΩ	°C
2m00s		390	21,00	279	20,12
30		377	20	282	24
3 00		377	38	281	32
30		379	51	280	45
4 00		382	65	282	56
30		387	80	282	64
5 00		389	92	282	75
30		391	22,00	283	85
6 00		391	10	288	96
30		391	20	291	21,07
7 00		396	32	291	18
30		399	46	293	30
8 00		401	59	297	42
30		409	70	298	56
9 00		413	86	299	72
30		419	23,00	301	90
10 00		422	13	306	22,08
30		429	30	308	21
11 00		439	50	312	42
30		442	65	317	62
12 00		450	80	320	85
30		462	24,00	322	23,10
13 00		472	22	330	31
30		482	42	334	58
14 00		494	66	339	82
30		502	90	342	24,12
15 00		512	25,13	352	42
30		521	40	356	72
16 00		533	70	361	25,04
30		550	95	370	40
17 00		562	26,20	377	75
30		581	50	382	26,10
18 00		596	82	391	50
30		612	27,10	401	88
19 00		632	42	412	27,30
30		652	72	418	72

Added water	30%		40%	
	Time after mixing	rΩ	°C	rΩ
20m00s	672	28,08	430	28,11
30	—	40	445	58
21 00	719	70	455	29,02
30	—	29,02	475	50
22 00	779	38	491	92
30	—	72	512	30,32
23 00	910	30,04	531	79
30	—	35	552	31,20
24 00	1,00 K	68	578	54
30	—	98	612	90
25 00	1,59	31,30	640	32,21
30	—	57	672	50
26 00	1,78	85	710	72
30	—	32,10	742	92
27 00	1,93	30	779	33,10
30	—	55	815	21
28 00	2,11	75	860	25
30	—	90	892	31
29 00	2,31	33,04	935	30
30	—	16	970	28
30 00	2,48	25	1,00 K	20
30	—	30	—	—
31 00	—	36	—	04
30	—	38	—	—
32 00	—	40	—	32,75
30	—	38	—	—
33 00	—	30	—	40
30	—	—	—	—
34 00	—	12	—	05
30	—	—	—	—
35 00	3,61	32,90	1,15	31,65
36 00	—	60	—	22
37 00	—	30	—	30,85
38 00	—	—	—	47
39 00	—	—	—	08
40 00	5,19	31,20	1,40	29,69
45 00	6,10	—	1,68	—

Added water	30%		40%	
	Time after mixing	rΩ	°C	rΩ
50 ^m 00 ^s	7,10 K.	—	1,84 K	—
55 00	7,81	—	1,98	—
1 ^h 00 ^m	8,50	—	2,13	—
30	10,00	—	2,40	—
2 00	11,6	—	3,10	—
30	11,8	—	3,23	—
3 00	13,7	—	3,60	—
30	15,3	—	4,05	—
4 00	16,8	—	4,38	—
30	18,1	—	4,83	—
5 00	19,2	—	5,18	—
30	—	—	5,49	—
6 00	—	—	5,90	—
30	—	—	—	—
7 00	—	—	—	—
30	25,9	—	—	—
8 00	—	—	—	—
30	—	—	7,75	—
1 day	85	—	28	—
2 days	260	—	182	—
3 ,,	708	—	673	—
4 ,,	1,02 M	—	1,07 M	—
5 ,,	56	—	100	—

K = kiloohm, M = megohm

For sake of shortness only part of the results are given.

The shape of the resistance curves obtained shows variations, but the type is the same; they are changing systematically.

According to our experiments the resistance rises in each case with time, but with different velocity. Several sections of the curve can be distinguished; in the first section (10–24 minutes, depending on the water content) the rise is very slow, it does not exceed 10–15 per cent of the initial value. The larger the water content, the slower the rise. After the first section the rise accelerates, the less the water content, the more. The resistance rises in the case of paste with 70% added water after an hour to about three times of the initial value, in the case of a paste with 40% water to the eightfold and in the case of a paste with 30% water to about the 40-fold value (Fig. 1); the latter value is particularly significant. Obviously, a shrinkage of the conducting cross-section

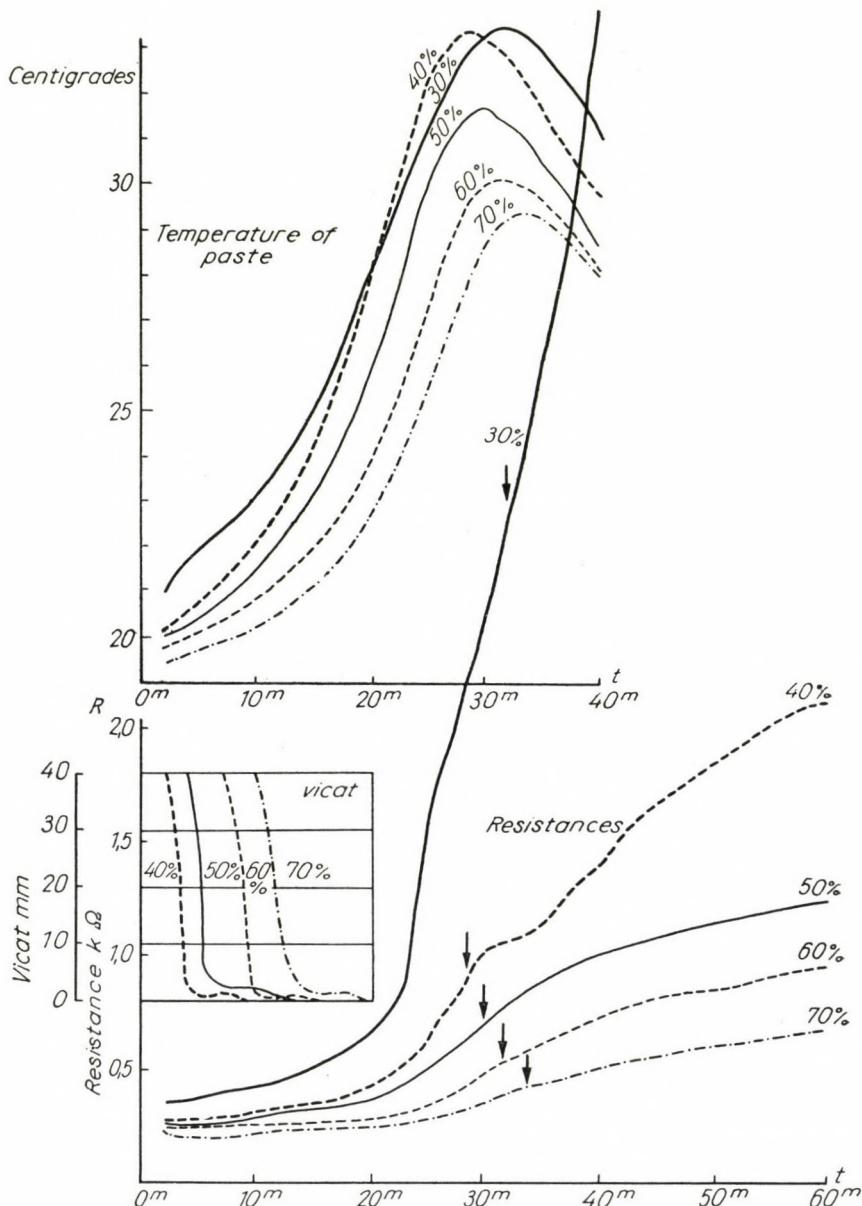


Fig. 1. The variation of electric resistance, consistence (*Vicat*) and temperature of gypsum pastes (with different amounts of water) with time (in minutes)

of the saturated solution takes place. We can see also the consistence values of the paste automatically registered by a *Vicat* device at regular intervals, furthermore the change of temperature with time of the gypsum paste in the vinidur cell of 2 cm edge ; this change is slight but characteristic.

The setting is accomplished in a few minutes (in the case of portland cement pastes in a few hours). The point at which a needle of standard size and shape with a standard load penetrates into the paste only 1 mm, is called

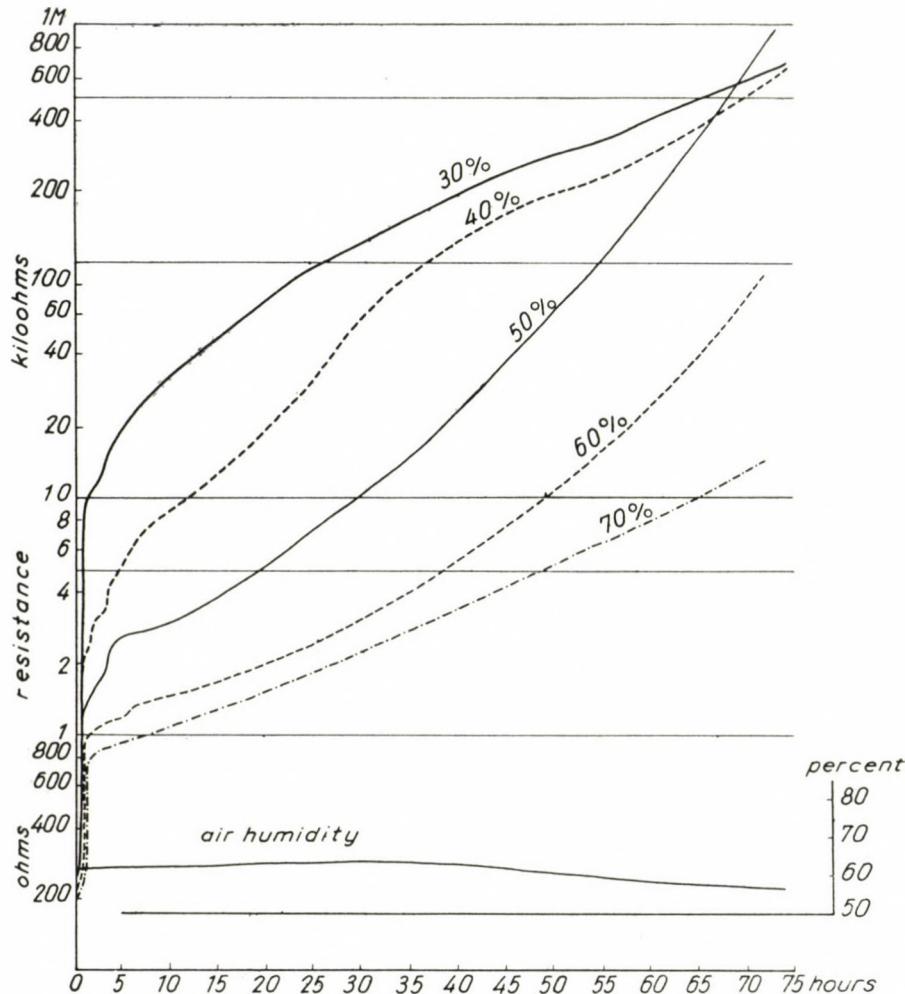


Fig. 2. The variation of resistance of gypsum pastes (with different amounts of water) with time (in hours). Relative humidity of air (per cent) also registered

setting point on the *Vicat* curve. There is no significant change of resistance at this point, therefore no sudden change in the structure of the paste takes place.

After this the resistance rises with increasing slope, the more the less the water content. From this it is obvious that the conducting saturated solution

is diminished. The gypsum binds 18,6 weight per cent of water :

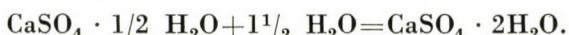


Fig. 2 shows the rise of resistance during about 3 days. One can see that the rise is quickest until the end of the first hour ; in the following 4 or 5 hours the rise is considerably slower ; resistance attains a maximum value after 5 to 10 days which amounts to some hundred megohms for a cube with

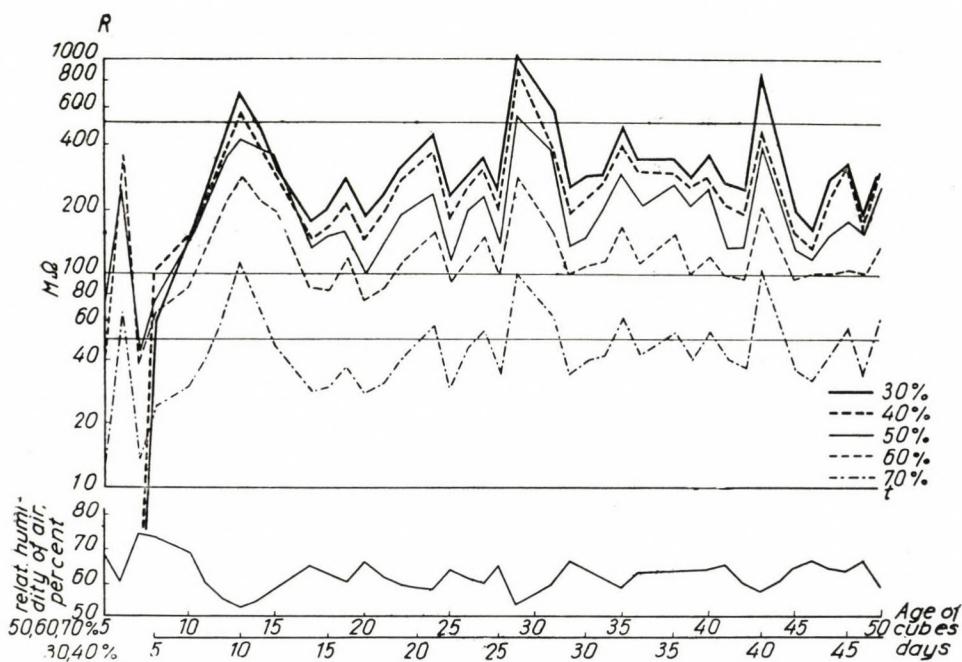


Fig. 3. The variation of electric resistance of gypsum pastes (with different amounts of water) after 5 days (time in days). Relative humidity of air also registered

an edge of 2 cm. In this third section the resistance which has risen from the original few hundred ohms to 15—700 kiloohms in three days, and to 300—1000 megohms in 6 to 10 days, does not remain constant but varies in close connection with the water-vapour pressure of the air (Fig. 3). A fall of the water vapour content is followed by a sharp rise of the resistance after a few hours ; when the vapour content rises, the resistance is diminished accordingly.* This is easy to see if we compare the resistance curve with the registering hygrometer curve. Fig 3 shows beyond doubt that after five days from mixing the

* The variation of resistance of gypsum blocks has already been used for the measurement of the humidity of soil [2., 3., 4., 5.].

resistance of proof bodies varies in an opposite sense to the moisture of air. The diagrams show the curves of two series of gypsum cubes (mixed in different intervals) at the same air moisture. The cubes with 50, 60 and 70 per cent added water had been made 3 days earlier than those with 30 and 40 per cent added water. One can see nevertheless that the bodies made later do follow, already at the age of 5 days, the curves of the bodies with 50, 60 and 70 per cent water made earlier. — We measured the resistance of the experimental

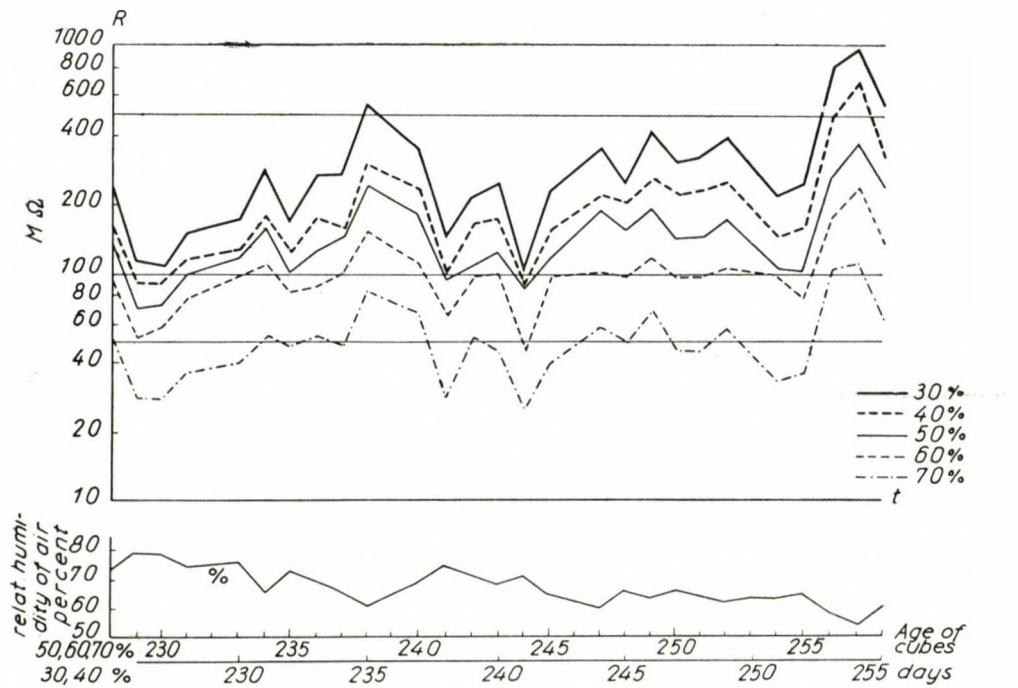


Fig. 4. The variation of resistance of gypsum pastes (with different amounts of water) after 228 days (time in days). Relative humidity of the air also registered

bodies from the age of 228 days during a month (Fig. 4). The diagrams show that the hygrometer-effect is of the same order as at a much earlier age (5 to 50 days). The change in resistance as caused by the oscillation of the moisture-content of the atmosphere, and the order of magnitude of the resistances, are the same as in the former experiment.

Since it had become obvious that the increase of resistance of the set gypsum paste was connected with the decrease in the cross-section of the saturated solution of gypsum (or of the volume of it) we made model experiments by pouring an electrolyte solution in the cubic cell with an edge of 2 cm and then decreasing its volume through the immersion of non-conducting bodies, i.e. glass spheres of a diameter of about 4,6 mm; the cell was always kept filled

up to the level. — We obtained the remarkable result that the resistance of the cell (disregarding small differences) increased in a regular, uniform manner (Fig. 5). Small oscillations were obviously caused by the fact that one cannot get a perfectly uniform change of cross-section, since the spheres are placed in rows and layers. Therefore, the change will be larger at the beginning of a new layer. The further formation of rows of the layer has a smaller influence on the shape of electric force lines, the resistance will change less. The curve is

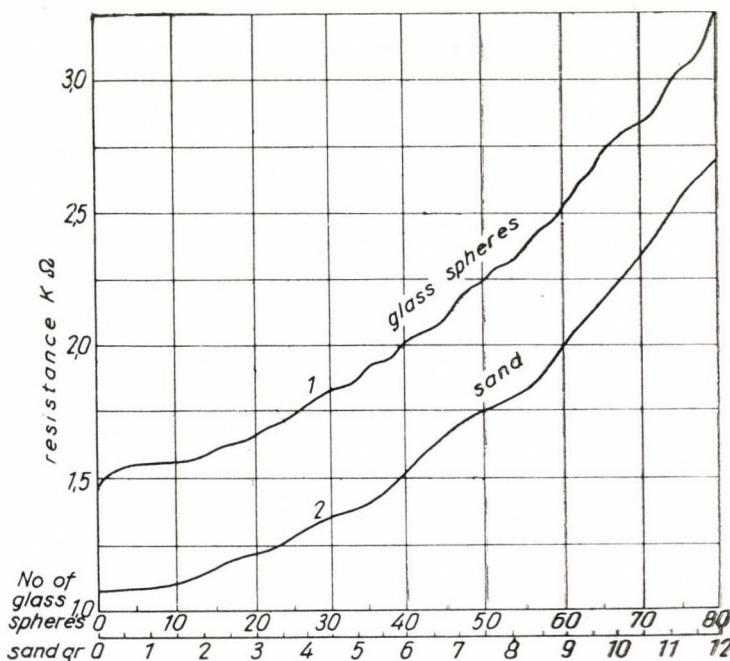


Fig. 5. The resistance of a cubic cell of 2 cm edge filled with an electrolyte solution after the immersion of a certain number of glass spheres of 4,6 mm diameter and of different amounts of sand respectively

similar to the type of the gypsum resistance curve up to 25—30 minutes (according to the water content).

We obtain a similar curve if we put a gradually increasing amount of sand in the measuring cell, since the cross-section is thus diminished. Therefore, it is clear that the increase in the resistance of gypsum paste is caused — at least at the beginning — by the decrease of the amount of conducting solution. The increase in the resistance r can be well approximated by a quadratic equation

$$r = n^2/5 + 6n + 1450 \text{ ohm}$$

where n is the number of immersed glass spheres (Table II).

Table II*The resistance ohms of an electrolyte solution + glass spheres placed in a cubic measuring cell*

Number of spheres	$r\Omega$ meas.	$r\Omega$ calc.	Number of spheres	$r\Omega$ meas.	$r\Omega$ calc.	Number of spheres	$r\Omega$ meas.	$r\Omega$ calc.
0	1450	1450	30	1820	1810	60	2510	2530
1	1490	1456	31	1830	1828	61	2570	2560
2	1520	1463	32	1840	1847	62	2600	2590
3	1530	1470	33	1850	1866	63	2640	2622
4	1540	1477	34	1870	1885	64	2670	2653
5	1540	1485	35	1910	1905	65	2720	2686
6	1540	1493	36	1920	1925	66	2740	2718
7	1550	1502	37	1930	1944	67	2780	2748
8	1550	1511	38	1940	1967	68	2800	2782
9	1550	1522	39	1990	1988	69	2820	2816
10	1550	1530	40	2010	2010	70	2830	2850
11	1560	1540	41	2030	2032	71	2860	2884
12	1570	1551	42	2050	2055	72	2890	2918
13	1580	1562	43	2060	2078	73	2930	2954
14	1590	1573	44	2070	2101	74	2980	2990
15	1600	1585	45	2090	2125	75	3010	3025
16	1620	1597	46	2130	2150	76	3050	3060
17	1630	1610	47	2180	2174	77	3070	3098
18	1630	1623	48	2200	2199	78	3120	3134
19	1640	1636	49	2220	2224	79	3190	3172
20	1660	1650	50	2230	2250	80	3260	3210
21	1680	1664	51	2270	2276			
22	1680	1679	52	2290	2303			
23	1700	1694	53	2300	2330			
24	1720	1709	54	2330	2357			
25	1740	1725	55	2360	2385			
26	1760	1741	56	2390	2413			
27	1770	1758	57	2420	2442			
28	1800	1775	58	2450	2471			
29	1810	1794	59	2470	2500			

The volume of each sphere was 50,6 mm³. The product of the resistance and the volume of electrolyte remaining in the cell was nearly constant, it increased somewhat with the number of spheres (in the case of 80 spheres it

was 10,5% more than in the case of 0 sphere). The curve obtained by giving sand in the cell filled with electrolyte took a similar course (Fig. 5).*

Explanation of the increase in the resistance of the set gypsum paste

The resistance of the gypsum paste decreased somewhat a few minutes before setting, since the saturation of the solution with calcium sulfate had not yet been completed; 10 minutes after the mixing it attains the initial value and then the rise of the resistance becomes so strong that it must be represented by a logarithmic diagram. From the second hour an intermediate part follows for a few hours — depending on the water content — and from the fifth or sixth hour the resistance curve, represented logarithmically, rises with a slight positive or negative curvature (in the case of the paste containing 70% added water in a straight line) until it reaches its first maximum in 6–10 days. From this point it shows the hygroscopic behaviour described already.

The explanation of these changes is the following. The surface of a crystal of calcium-sulfate hemihydrate dissolves in contact with water and becomes quickly saturated and oversaturated (see footnote on first page). After that the separation of calcium-sulfate-dihydrate crystals begins: these form easily an interwoven net since they have an acicular shape. In the paste the dissolution proceeds at first for a few minutes which is shown by the slight but surely measurable rise of conductivity. Then the edges and corners of the needles grow together here and there, clusters of crystals are formed which diminish the conducting cross-section. Thus resistance begins to rise, at first to a moderate extent, then more and more — as indicated by the measurement in square proportion to the entire volume of the nonconducting bodies which diminish the cross-section; see Table II. The clusters of crystals come in contact with one another and grow together; the consistence quickly becomes more rigid as we can see in the *Vicat* diagram (Fig. 1). After a certain time the interdependence becomes so intensive that the *Vicat*-needle is able to penetrate only 1 mm deep into the wet paste forming already a single piece. This point is considered as the point of setting; the time of setting is of course a very important characteristic of a hydraulic material.

The decrease of the cross-section can be realized by diminishing it through the immersion of a certain amount of non-conducting material (e. g. glass spheres or sand). The increase in the resistance of gypsum paste shown in Fig. 1 has a similar course from about the 15th minute. We conclude, therefore, that the conducting cross-section of the paste diminishes from this

* The results were somewhat less regular if asbestos or glass fibres were immersed into the cell containing an electrolyte. Obviously, dissolution and/or adsorption occurred and modified the results.

point proportionally with time or that, at least, its decrease can be described in this way. The setting itself does not cause a sudden change of resistance, therefore the structure of the paste does not change significantly at this point. After 25—30 minutes an inversion of the resistance curve occurs which very closely coincides with the maximum of temperature. Afterwards the resistance rises the more abruptly the smaller the water content of the paste.

The complicated shape of the crystal texture formed cannot be treated in an exact geometric way ; we are confined to stating how the "effective cross-section", which is the ground of the electrolytic conductivity, diminishes with time. This effective cross-section incorporates also the manner in which the length of the irregular channels remaining between the parts of the steadily growing solid crystal-net changes with time.

According to POWELL [6], in commercial gypsum a measurable amount of dihydrate appears already before the setting begins ; it follows that the process is one of crystallization at the very beginning. A typical gypsum paste, whose initial setting time was 33 minutes, showed 0 per cent dihydrate 13 minutes after mixing, 4 per cent after 25 minutes, and 8 per cent after 33 minutes (determined by X-rays, differential thermal analysis and thermogravimetric analysis). According to NEVILLE [7], the hydration of the hemihydrate is not accomplished before the setting begins, since the temperature rises very slightly in the first section. POWELL found 1° which is 8% of the entire temperature rise and is thus in accord with the amount of dihydrate found. The conclusion of both authors is concordant with ours that the setting and hardening of gypsum are caused purely by the crystallization. By our method this is confirmed in a quite different way from the authors quoted above.

It is remarkable that no sharp distinction between setting and hardening can be made — as did HAYDEN [9] for portland cement — since setting means only the attainment of a certain degree of strength. The curve of electric resistance does not show any discontinuity at this point. The supposition that setting and hardening are two independent, although overlapping processes does not seem to be consistent with facts, at any rate in the case of gypsum.

The colloid theory has also been considered for the interpretation of the hardening of gypsum ; FISCHER [2] maintains that the initial setting has a colloid mechanism, while BECHERER and FIEDLER did not find any colloid phase by X-ray method (9). It is possible that setting is closely connected with the water film adsorbed on the surface of particles (HAYDEN [8]).

The major part of the water content of calcium sulfate solution evaporates at the end and the pores of gypsum are filled with air. However, a moisture film of a certain small thickness always remains on the surface of crystals. This moisture film is saturated with calcium sulfate, since diffusing ions can reach its boundary very quickly. The extremely strong changes of resistance

which appear as a consequence of the change in the relative humidity of air can be caused therefore only by the change in the thickness of the saturated calcium-sulfate solution surface film. Even the very large changes of resistance suggest the possibility that in the case of small relative atmospheric humidity the film is not quite coherent but shows discontinuities here and there. Only in this way are we able to understand that the resistance changes in a larger proportion than the relative humidity by which this change is brought forth.

We studied also the hardening of other anhydrous salts by taking up water with the resistance method and obtained the result that resistance grows also in this cases with time, i. e. the conducting cross-section diminishes. The shape of curves was, however, different, and we could not observe the "hygroscopic effect". Such investigations were made on the hardening of anhydrous sodium carbonate and anhydrous copper sulfate caused by the addition of water. We do not propose to discuss the results obtained, since they are much less distinct because of the possibility of formation of different hydrates.

On the other hand, our result can be applied in cases where the change of resistance with time has a similar course as in the case of gypsum. Such an instance is the setting and hardening of portland cement which will be considered in the following paper.

REFERENCES

1. LEA, F. M., *The Chemistry of Cement and Concrete*. New York 1956. p. 215.
2. FISCHER, H. C., *ASTM Bull.* No 192, 43 (1953).
3. BOYOUKOS, G. J., MICK, A. H., *Soil Sci.* 63, 455 (1947).
4. HEIGEL, K., *Geofisica pura e appl.* 106, 29 (1954).
5. RENTSCHLER, W., *Netherl. J. Agric. Sci.* 4, 114 (1956).
6. POWELL, D. A., *Nature* 178, 428 (1950).
7. NEVILLE, H. A., *J. Phys. Chem.* 30, 1037 (1926).
8. HAYDEN, R., *Zement, Kalk, Gips* 10, 16 (1957).
9. BECHERER, FIEDLER, *Naturwiss.* 41, 476 (1954).

SUMMARY

1. The resistance of a cubic cell filled with gypsum pastes of different water content has been measured (with 50 c/s a.c.) as the function of time during long periods (up to 280 days).

2. In the initial section the gypsum shows dissolution phenomena, afterwards the precipitation of dihydrate needles begins, leading to an interwoven context and so a diminution of the conducting cross-section.

3. The curve of consistence (measured with an automatically registering VICAT apparatus) is in harmony with the conclusions drawn from the resistance curve. — Filling the cell with an electrolyte solution the rise of resistance caused by the immersion of non-conducting solid bodies in the cell was measured. This caused a course of the resistance curve which was found to be similar to that in 1; therefore, it has been concluded that the precipitation and interweaving of gypsum crystals also proceeds with uniform velocity.

DIE ABBINDUNG UND ERHÄRTUNG VON HYDRAULISCHEN STOFFEN**I. DIE ABBINDUNG UND ERHÄRTUNG VON GIPS**

I. NÁRAY-SZABÓ und G. SZUK

ZUSAMMENFASSUNG

1. Der elektrische Widerstand von Gipsbrei mit verschiedenem Wassergehalt wurde in einer würfelförmigen Meßzelle mit Wechselstrom (50 Hz) als Funktion der Zeit gemessen (in einigen Fällen 280 Tage lang).

2. In der Anfangsperiode zeigt das Brei noch Lösungsscheinungen. Bald danach beginnt die Ausscheidung von Kristallnadeln des Dihydrates, deren Verfilzung zur Abnahme des leitenden Querschnittes führt, die mit der Zeit ständig zunimmt. Dadurch wird der Widerstand vergrößert. Infolge der Austrocknung der Hauptmasse der gesättigten Lösung erreicht der Widerstand ein Maximum. Von hier an verändert sich der Widerstand des Gipskörpers in umgekehrtem Sinn mit der relativen Feuchtigkeit der Luft.

3. Die gleichzeitig gemessene Konsistenzkurve des Gipsbreies (registriert mit einem automatischen VICAT-Apparat) ist in Übereinstimmung mit den aus der Widerstandskurve gezogenen Schlüssen.

4. Wir haben in die Meßzelle eine Elektrolytlösung gebracht und die durch fortschreitende Zugabe von nichtleitenden Festkörpern (Glaskugel, Sand) hervorgerufene Widerstandszunahme bestimmt. Die erhaltene Kurve kann durch eine einfache Formel ausgedrückt werden. Der Ablauf dieser Kurven ist ähnlich der Widerstandskurve des Gipsbreies. Daraus folgt, dass die Ausscheidung der Gipskristallchen in ähnlicher Weise, also mit gleichmässiger Geschwindigkeit erfolgt.

PRISE ET DURCISSEMENT DE MATIÈRES HYDRAULIQUES**I. PRISE ET DURCISSEMENT DU GYPSE**

I. NÁRAY-SZABÓ et G. SZUK

RÉSUMÉ

1. Nous avons mesuré dans des cellules cubiques et en fonction du temps la résistance électrique (avec courant alternatif) de pâtes de gypse contenant différentes quantités d'eau. La durée des observations était longue (dans quelques cas jusqu'à 280 jours).

2. Dans la première phase la pâte de gypse montre encore des phénomènes de solution, ensuite commence la cristallisation du dihydrate en forme d'aiguilles, dont l'enchevêtrement cause la diminution de plus en plus forte de la section transversale conductrice. La résistance atteint un maximum à cause du dessèchement de la masse principale de la solution saturée. À partir de ce point la résistance de la masse de gypse change en sens inverse de l'humidité de l'air.

3. Le cours de la courbe de consistance de la pâte du gypse, mesuré simultanément (selon VICAT, registrado avec appareil automatique) est en harmonie avec les déductions qu'on peut tirer de la courbe de résistance.

4. Ayant mis une solution électrolytique dans la cellule employée ci-dessus, nous avons déterminé l'augmentation de la résistance causée par l'introduction progressive de corps solides non conducteurs (globules de verre, sable), nous lui avons trouvé une formule mathématique simple. Le cours de la courbe est semblable à la courbe de résistance de la pâte de gypse : il s'ensuit, que la formation des cristaux de gypse advient de la même façon, c'est-à-dire avec une vitesse uniforme.

СВЯЗЫВАНИЕ И ТВЕРДЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ,
I. СВЯЗЫВАНИЕ И ТВЕРДЕНИЕ ГИПСА

И. НАРАЙ-САБО и Г. СУК

РЕЗЮМЕ

1. Измерено электрическое сопротивление растворов гипса, содержащих различные количества воды, при помощи переменного тока частотой 50 Гц, используя для этого мерную ячейку и производя измерение в функции времени в течение продолжительного отрезка времени (в отдельных случаях в течении 280 суток).

2. В начальном периоде наблюдаются даже явления растворения раствора гипса, затем начинается выделение кристаллических игл гидрата, сплетение которых связано со снижением проводимого сечения, что постоянно повышается. Вследствие высыхания основной массы насыщенного раствора сопротивление достигает максимума. Начиная с этого момента сопротивление кубика гипса изменяется обратно пропорционально изменению относительной влажности воздуха.

3. Форма кривой консистенции одновременно измеренного раствора гипса (регистрируя автоматическим прибором по VICAT) согласуется с выводами, которые можно сделать на основе кривой сопротивления.

4. Помещая в вышеупомянутую измерительную ячейку электролитный раствор, определялся рост сопротивления при постепенном добавлении непроводящих твердых тел (стеклянные шарики, песок). Для чего была установлена простая математическая зависимость, на основе которой можно сделать вывод, что и выделение кристаллов гипса происходит схожим образом, т. е. с равномерной скоростью.

SETTING AND HARDENING OF HYDRAULIC MATERIALS

II. CONDUCTOMETRIC ANALYSIS OF SETTING OF CEMENT PASTES UNDER ISOTHERMIC CONDITIONS

G. SZUK and I. NÁRAY-SZABÓ

LABORATORY OF THE BUILDING RESEARCH INSTITUTE, BUDAPEST

[Manuscript received 22nd November, 1957]

In this paper our experiments concerning the setting of cement pastes with a conductometric method under isothermic conditions are published. The method, applied first by SHIMIZU in 1927 and later by CALLEJA, is not only more exact than and superior to the classical ones (Vicat, thermal tests), but gives also further data and information on the phenomenon by the shape and wave-form of the diagrams obtained.

It is based on the variation of the electrical conductivity or resistance of setting cement pastes. This phenomenon arises because of structural and physico-chemical changes which follow each other in several phases. It is evident that these changes must alter the resistance, for it is affected by the variations arisen in cross-section and the transitional states at the phase boundaries. In case of the same cement brand but different water content, the shape of the resistance-time diagrams shows certain wave-forms which are at any time very similar. To obtain an explanation for these curves we compared them with the change of temperature of the paste and with the Vicat test. Beside this, the variation of ion-concentration was examined by electronic pH measurement. Reference to the wave analysis will be made later.

Historical background

In 1954 we proved that this technique is suitable for the determination of the optimal water-cement ratio of concrete [1]. SHIMIZU [2, B] used this method first in 1927 in the field of cement paste investigations. He showed that the method of electric conductivity is more accurate than the usual mechanical and thermal tests. SHIMIZU conducted experiments under isothermic conditions and found that, in the resistance-time diagram, the completion of setting is indicated by an inflection point. He examined mainly slag-cement pastes and used an OSTWALD—LUTHER device as measuring bridge with electron tube buzzer. As measuring cell he applied a hardrubber tube with platinum electrodes. After SHIMIZU, electrical experiments were carried out

by DORSCH [3], BAIRE [4], MICHELSSEN [5], BOAST [6] and KALLAUNER [7], but the most important performance in this field is CALLEJA's work. [8, 9] By these extended investigations the superiority of this method was demonstrated beyond any doubt. For the rest, the ineffectiveness of old mechanical methods was shown by KLEINLOGEL, HAJNAL—KÓNYI [10] and CHRISHOLM [11].

Measuring technique and principles of the method

To ensure isothermal conditions an ultrathermostat (Schildknecht, Zürich) with open water bath was applied. We kept all the resistance measuring cells at 20° C, within a limit of error 1/100° C. Through the chemical and physico-chemical reactions during the setting and hardening, heat is evolved or absorbed in the paste with its temperature rising or falling accordingly. The change in temperature is, however, nearly — though not perfectly — compensated by the ultrathermostat.

The temperature changes are therefore very slight but they occur at the right time, and their relative heights remain the same as if they had been observed without a thermostat. In this sense we can observe the temperature curve during a practically isothermal process. The paste was mixed of cement and a certain quantity of water, both having a temperature of 20° C. After a mixing of 3 minutes we filled the measuring cell in 3 layers compacting each layer with 20 strokes of a metal stick of 8 mm diameter. The measuring cells consisted of Vinidur material 0,8 mm thick and had a cubic shape of 20×20×20 mm, the iron electrodes, 0,3 mm thick, formed two opposite sides of the open cell. Beside the iron electrodes, also Al, Cu, C, Zn and brass electrodes were used in our experiments, the best results, however, were obtained with Fe. As measuring device, an electronic ohmmeter bridge with instrument indication was used (accuracy 0,5% with a measuring frequency of 50 cps. and 6,3 V). The first reading was made in the 15th minute and was continued at intervals of 5—10 minutes as needed. At the same time we observed in certain cells the temperature changes by a thermometer with an accuracy of 1/100° C and in another similar cell variation of pH of the paste with the aid of Sb and Ag/AgCl electrodes. An electronic pH meter served as measuring device (Orion). Beside these measurements we controlled the process by an automatic Vicat apparatus (Amsler & Co., Schaffhausen) with 4 measuring cells. In every test 4 samples were examined (mixes with water-content of 24, 26, 28 and 30% by weight.), see Fig. 1a—c. Between the cells and measuring device a multipole switch was arranged for quick switching over. The temperature of the ambient air was taken at 20° C ($\pm 0,2^{\circ}$ C) and the relative humidity of air at 70%. The wiring diagram is shown in Fig. 2.

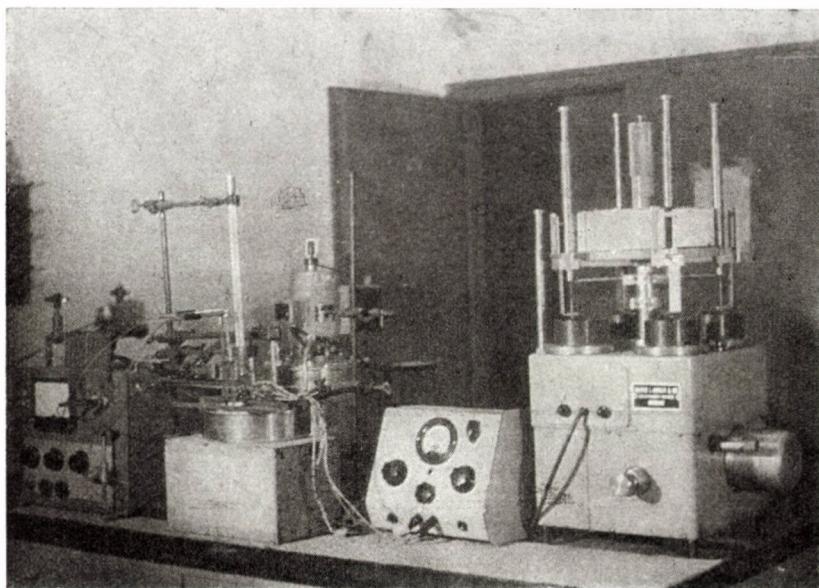


Fig. 1a. Arrangement of the measuring apparatus

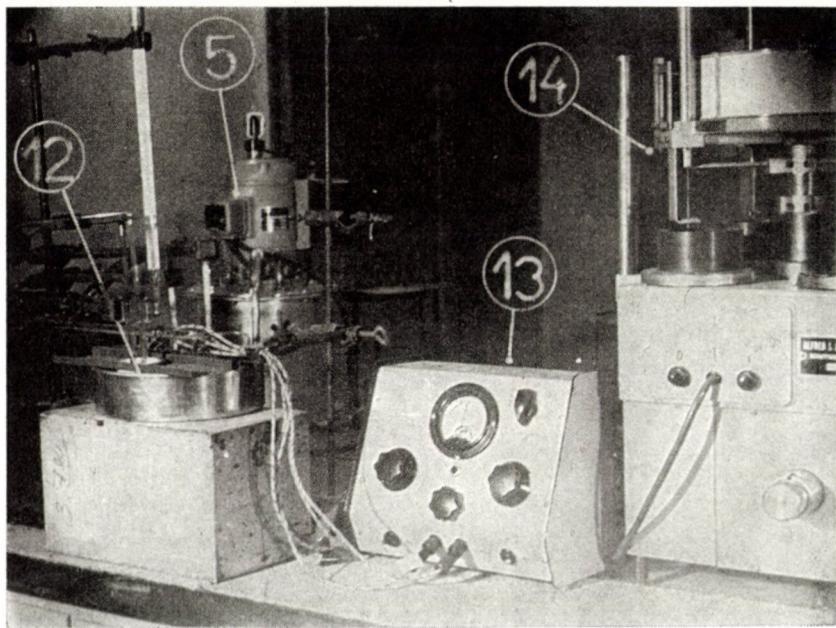


Fig. 1b. Part of arrangement of measuring apparatus: (1) pH-meter; (2) pH measuring electrodes; (3) pH measuring cell; (4) conditioning vessel; (5) ultrathermostat; (6) thermometer for air; (7) thermometer for water bath; (8) thermometer for temperature of paste; (9) measuring cell for temperature of paste; (10) resistance measuring cells; (11) cables; (12) conditioning bath; (13) ohmmeter; (14) automatic Vicat device

It is well-known that, after mixing cement with water chemical reactions follow each other: the hydration of cement and its compounds, i. e. the setting process, begins. Since the degree and speed of hydration of the compounds of cement differ considerably, the whole setting process can be characterized as an integrated and rhythmical progressive phenomenon. Recording the variations with time, we obtain a graph characteristic of the setting process which reflects with high reliability the phenomena occurring in the paste.

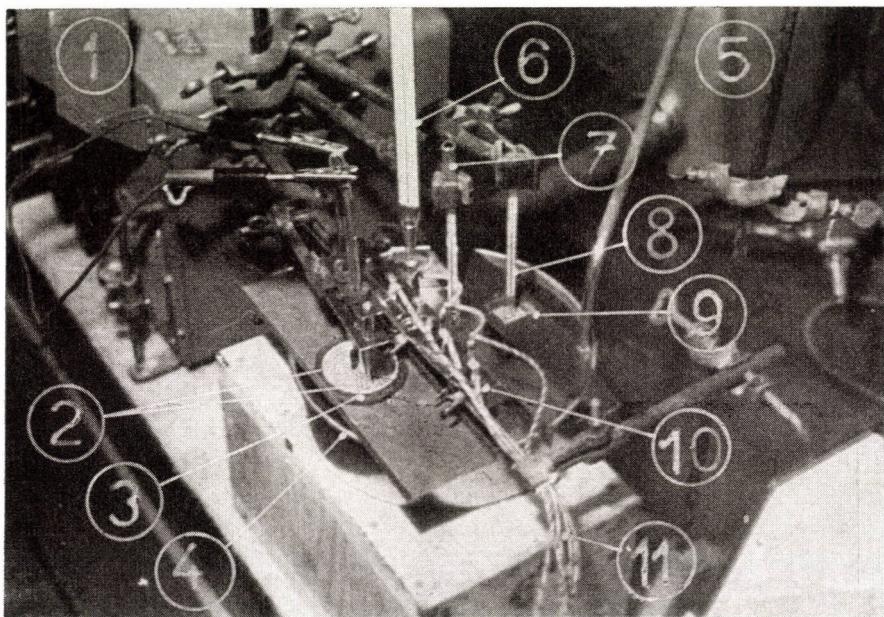


Fig. 1c. Another part of measuring apparatus (see legend for Fig. 1b.)

SHIMIZU, in experimenting upon different cements and slag-cement pastes, found singular points in his conductivity diagrams. He found that conductivity increases in the first period after mixing. After half an hour the conductivity decreases and for about 3 hours remains approximately constant; afterwards it decreases again and, finally, the diagram flattens. He established further that the decrease of conductivity occurs at different times with different cement pastes. From this he inferred the time of setting [(3), p. 53]. CALLEJA began his experiments in 1951. SHIMIZU accomplished his experiments under isothermic conditions. According to CALLEJA the reaction of setting is exothermic in practice. For this reason he carried out his experiments under almost adiabatic conditions which, in his opinion, are more suitable for practical purposes.

Our measurements were made under very nearly isothermic conditions. In our preliminary study brand C-600 and C-500 portland cement pastes

with different water contents were examined. Our graphs show three marked minima. At the beginning (until 1 hour) a light drop of the resistance is observable; after rising, a sharp drop and rise follow. Then, after a period of slight increase a sudden drop followed again by a rise is seen. Just after the first experiments it became clear that, at variance with CALLEJA, we observed three minima. In these preliminary tests our interest extended only to the second and third drops because they indicate the beginning and end

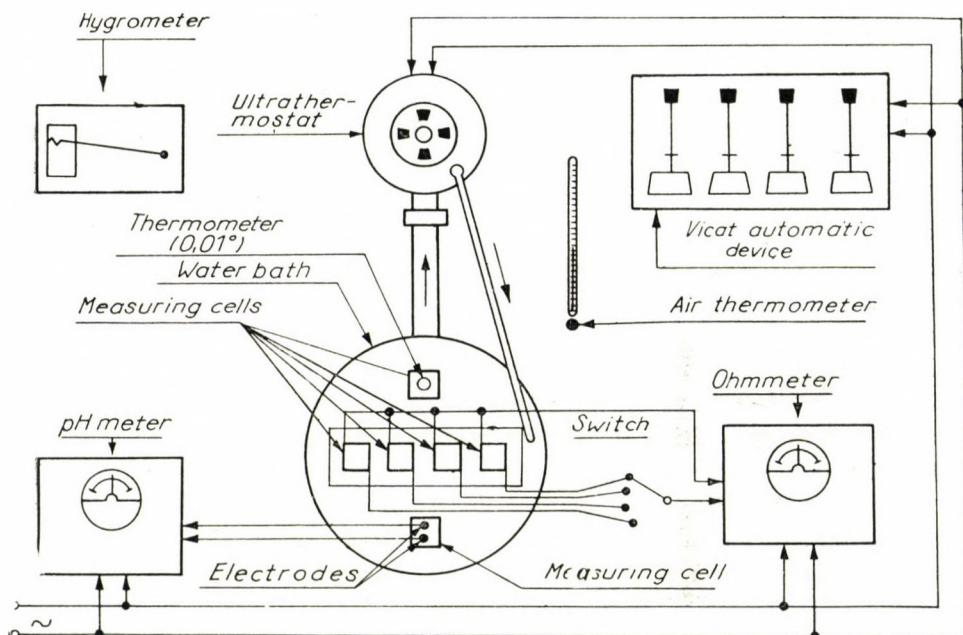


Fig. 2. Wiring diagram of measuring apparatus

of the setting. The first minimum was examined later only. Analyzing the diagrams it is evident that 1) the higher the water content the nearer are the minima to the zero point; 2) if the water content is diminished to 8%, the minima are not only present, but even sharper than with higher water content. CALLEJA also observed a temperature increase of the paste during adiabatic tests. After his publications several investigators discussed the fact that the sudden drop of the resistance at the termination of setting is due to the temperature maximum. Our experiments under isothermal conditions with 8% added water proved that the minimum at the end of setting appears in the resistance-time graphs, and is as sharp as in the case of pastes prepared with higher water content. It seems that the sharp minimum is due to the chemical change in the ion concentration in the paste, for during our measurements the liberated heat was able to depart easily, while — on the other hand — the reaction heat with a water content of 8% is scarce.

Experimental

a) *Pastes of Tata C-500 portland cement*

In the first experiments we examined 4 cement pastes, with different water content, made of Tata C-500 portland cement (with 24, 26, 28 and 30% added water (Fig. 3). During the test the variation of pH and heat development of the paste with 30% added water was measured. At the same time, Vicat tests were carried out on all 4 samples. The Vicat and pH measurements will be discussed later. It is obvious that 3 minima occur in the resistance-time (in the following: R-t) diagrams, of which the second and the third are very sharp, whereas the first shows a flat character. Comparing it with the temperature-time (in the following: T-t) diagram containing only 2 singular points (a sharp minimum and a maximum) we made the experience that until the first minimum of the R-t curve the T-t curve drops and reaches then a constant value until the second sharp minimum of R is obtained.

At this point the T-t diagram shows a sudden drop, it rises however soon slowly but constantly to the maximum of the temperature, which coincides with the third minimum of the R-t graph.

It is interesting to note that although displaced in time, the R-t curves with different quantities of added water are very similar to one another as a consequence of the fact that when the water content is diminished the physicochemical changes proceed in decreasing time intervals. According to the classical thermal method, the setting starts when the temperature of the paste begins to ascend, while the maximum of the temperature indicates the end of setting. It is known that during the setting period of cement a certain quantity of the produced heat is liberated. Examining the thermogram of our paste, taken in thermostat at 20° C, we see that its temperature falls even below 20° (minimum at 3^h 5^m, 19,5° C).

The temperature of the freshly gauged paste sinks to this point in consequence of evaporation. In this section a diminution can also be attributed to the fact that after gauging, the ion concentration of Ca and OH in the solution increases as a consequence of the solution of alkali compounds and the hydrolysis of Ca-silicates in the paste. This state shows merely a small variation until the beginning of setting, which is undoubtedly determinable by the thermogram (T-t). As a result of the setting reaction at this point the temperature curve begins to rise slowly. At the same point, the R-t curve shows a sharp minimum. The completion of setting, as has been stated, is indicated by the maximum of the thermogram T-t. This point appears on the R-t curve as the third minimum.

CALLEJA's experiments were adiabatic ones and the produced heat could not depart, so that his thermograms show a stronger oscillation. In spite

of the nearly perfect heat exchange in our isothermic measurements at 20° C, we were able to take up the thermogram T-t although the whole oscillation was only 0,5° C during the measurement. CALLEJA did not take into consideration the dependence of the resistance on temperature and was therefore criticised. There is no need to apply the temperature coefficient as correction factor in adiabatic experiments. The developing heat may have influenced the resistance to a small extent during the setting; we are, however, only interested in the position of minima and not in the absolute values of resistance.

Table 1

Added water % by weight	Cement brand C-500 portland Tata			
	First minimum	Beginning of setting	End of setting	Setting time
24	1h 45m	2h 45m	5h 00m	2h 15m
26	1h 52m	2h 55m	5h 25m	2h 30m
28	2h 00m	3h 05m	6h 00m	2h 55m
30	2h 00m	3h 10m	6h 15m	3h 05m

b) Pastes made of Tata C-600 portland cement

Similar to the paste of Tata C-500 brand, the paste made of Tata C-600 portland cement has three minima. (Fig. 4). The water content of these pastes is 26, 28, 30 and 32 % (added). The shape of the resistance graphs is as in the case of C-500 portland cement. The thermograms (T-t) decrease to the first minima of R-t curves and remain almost constant to the second minima. The second sharp minimum in the diagram R-t indicating the beginning of setting appears 15^m later than the minimum in the thermogram (T-t). This delay was observable with the paste of 30% of Tata C-500 portland cement too, but in this case it was only 5^m. However, the maximum of the warming process coincides strictly with the third minimum of the R-t graph which indicates the completion of setting. In the adiabatic experiments of CALLEJA this minimum in the R-t diagram occurred in every case a quarter of an hour sooner than where the maximum of temperature was shown. The displacement of the maxima in the T-t thermograms against the third minimum of graphs R-t may be accounted for by the inertia effect of the thermal equilibrium. CALLEJA placed the thermometer into a closed iron tube containing mercury and immersed it in the paste. It is evident that the heat transmission in this case was slower than in our experiments where the thermometer was coated only with a thin layer of oil and directly placed into the paste. At the end of the test we were able to remove it from the hardened paste without difficulty. We want to

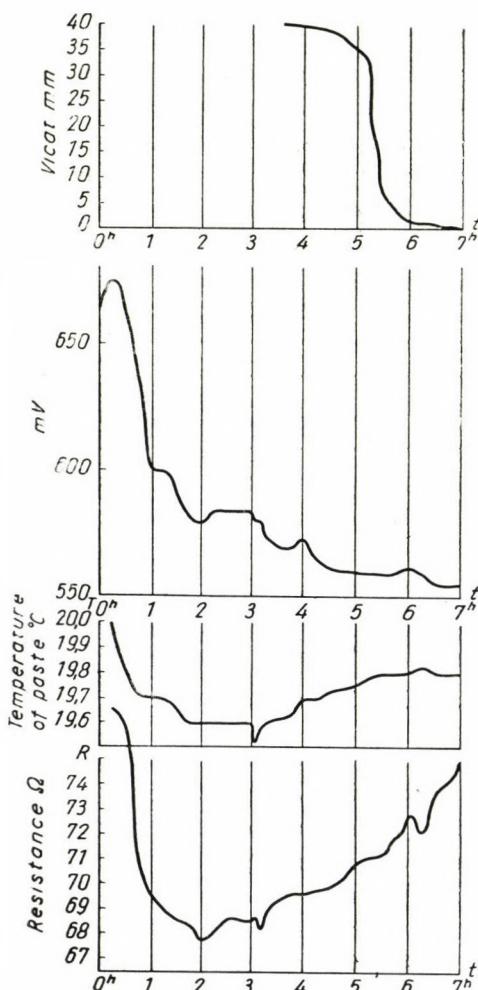


Fig. 3. Variation with time of resistance and temperature of Tata C 500 portland cement, with 30% added water together with the indication of EMF between AgCl and Bi electrodes and the consistence of paste

Table 2

Added water % by weight	Cement brand C-600 portland Tata			
	First minimum	Beginning of setting	End of setting	Setting time
26	1h 15m	4h 05m	5h 40m	1h 35m
28	1h 30m	4h 10m	5h 50m	1h 40m
30	1h 37m	4h 15m	5h 55m	1h 40m
32	1h 45m	4h 25m	6h 00m	1h 35m

call here attention to the fact that the way and time of mixing are not without influence on the result.

More precise results have been obtained by applying a mixing method independent of human agents. The described conditions show the sensibility of this method.

Heterogeneous cement Hejőcsaba C-400

This cement is composed of 50% clinker, 4% gypsum and 46% furnace slag. The course of R-t graphs shows a broad wave form. (Fig. 5). However,

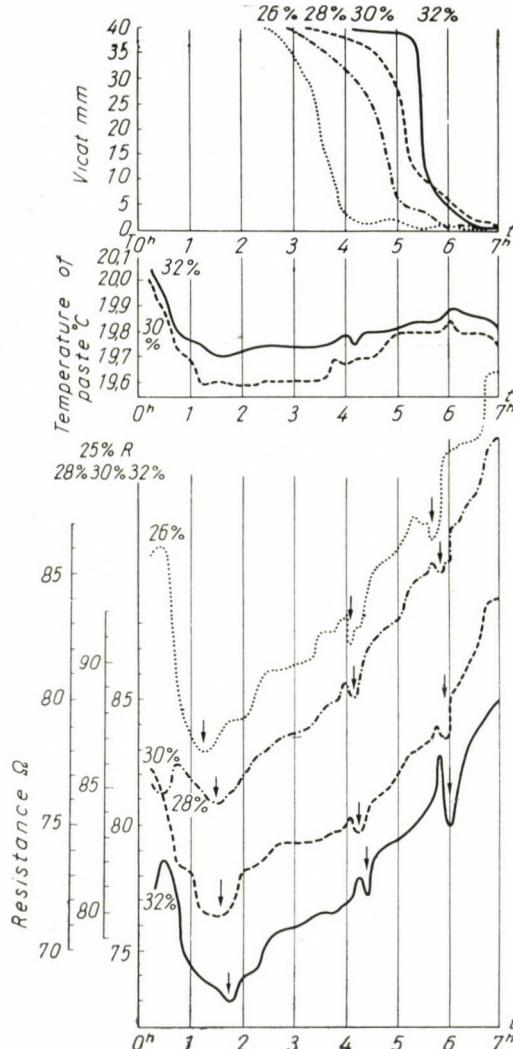


Fig. 4. Variation with time of the resistance of Tata C-600 portland cement pastes (with 26–32% added water); b) variation of the temperature with time of two of the above pastes; c) variation with time of the Vicat consistence of the above pastes

the three minima are not as sharp as in the case of Tata C-600 and C-500 portland cement. The displacement of the minima occurs in the order of the percentage of water. The wave forms are similar, and thus the rhythmical

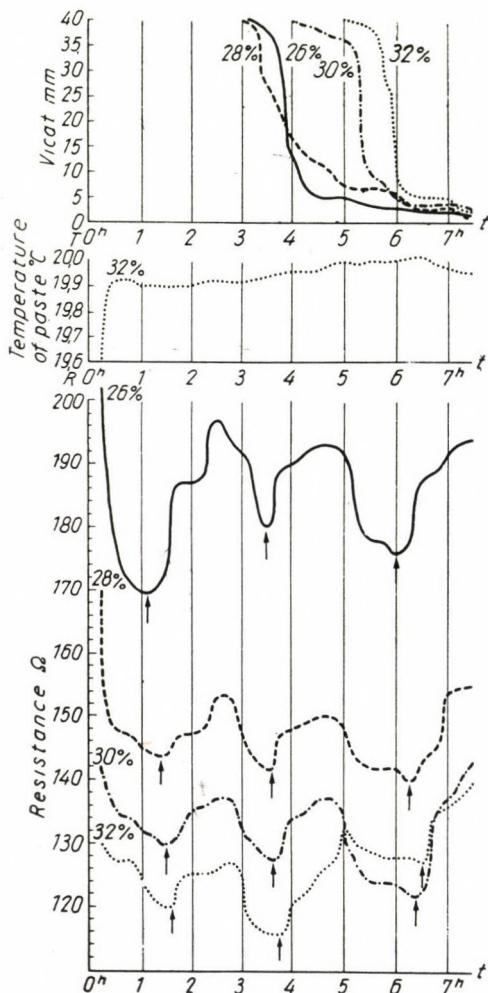


Fig. 5. Variation with time of the resistance, temperature and *Vicat* consistence of C-400 Hejőcsaba heterogeneous cement pastes (percentage numbers indicate added water)

changes of the curves are uniform. Without regard to the unusual initial increase, the T-t thermograph runs flat enough and the change, until the end of setting, is only $0,12^{\circ}\text{C}$ (with many other brands this section shows decrease). This seemed to be reason why we failed to obtain any singular point at the beginning of setting. From this point up to the maximum, however, the

rising of the produced heat is well noticeable. This point coincides with the third minimum of R-t diagram indicating the termination of setting.

Comparison between the conductometric and the Vicat method

The most widespread method for determining the setting time of cement pastes is the Vicat test. For this reason, our results were compared with this method.

An automatic Vicat device, that manufactured by Alfred J. Amsler & Co. (Schaffhausen) was used. Four samples were simultaneously and compared with conductometric data obtained. The results revealed a rough agreement between the values gained by these two different methods. Comparing the diagrams of the pastes Tata C-500 and C-600 portland cement we obtain Table 3 and 4.

Table 3

Added water %	Paste C-500 p. c. Tata			
	Beginning of setting		End of setting	
	R-t	Vicat	R-t	Vicat
24	2h 45m	2h 30m	5h 00m	5h 20m
26	2h 55m	3h 10m	5h 25m	6h 15m
28	3h 05m	3h 50m	6h 00m	6h 30m
30	3h 10m	4h 40m	6h 15m	6h 15m

Table 4

Added water %	Paste C-600 p. c. Tata			
	Beginning of setting		End of setting	
	R-t	Vicat	R-t	Vicat
26	4h 05m	2h 35m	5h 40m	5h 30m
28	4h 10m	3h 10m	5h 50m	6h 00m
30	4h 15m	3h 40m	5h 55m	7h 00m
32	4h 25m	5h 00m	6h 00m	6h 45m

The difference of time between the Vicat and our method is shown in Table 5.

In the case of C-500 portland cement a deviation appears at the beginning of setting in the paste of 28 and 30%. In the paste of C-600 portland cement a

Table 5

Difference in setting time between the Vicat and the resistance methods

Added water %	Paste C-500 p. c. Tata		Paste C-600 p. c. Tata	
	Beginning of setting	End of setting	Beginning of setting	End of setting
24	-0h 15m	+0h 20m	—	—
26	+0h 15m	+0h 50m	-1h 30m	-0h 10m
28	+0h 45m	+0h 30m	-1h 00m	+0h 10m
30	+1h 30m	+0h 00m	-0h 35m	+1h 05m
32	—	—	+0h 35m	+0h 45m

difference of half an hour, in that of 28% of one hour is seen. The point of time determined for the completion of setting is within the tolerance prescribed in the standards.

Physico-chemical interpretation of the processes in cement setting on the basis of experimental results

As it is well-known, calcium silicates and aluminates of cement hydrolyze under the influence of water, in consequence of which calcium hydroxide solution and several colloid gels (silicic acid, aluminium hydroxide) etc. arise. The multiphase systems arising in this way are, however, not stable: different alterations occur in them and, continuing for a long time, finally form a monolithic solid body.

Although, for a long time past, attempts have been made to establish a theory of this process which is, in various respects, of the greatest importance for the improvement of cement, no satisfactory theories of setting and hardening have yet been evolved.

From the results of our test, independent of any kind of theory, we are able to draw some conclusions for the interpretation of these phenomena. Our experiments were carried out with three kinds of cement, the composition of which was different so that also the process of these phenomena varied more or less.

The composition of Tata C-500 portland cement is 90% clinker, 4% gypsum and 6% flue dust, the latter consisting mainly of calcium silicate, calcium sulphate and calcium oxide. After mixing this cement with water the solution shows an increasing ion concentration for a long time, concluding

from the first section of the electric resistance curve in which the resistance decreases considerably (Figs. 3—6).

Excess of free lime and calcium sulphate arising from the presence of flue dust causes the formation of a solution with greater ion concentration

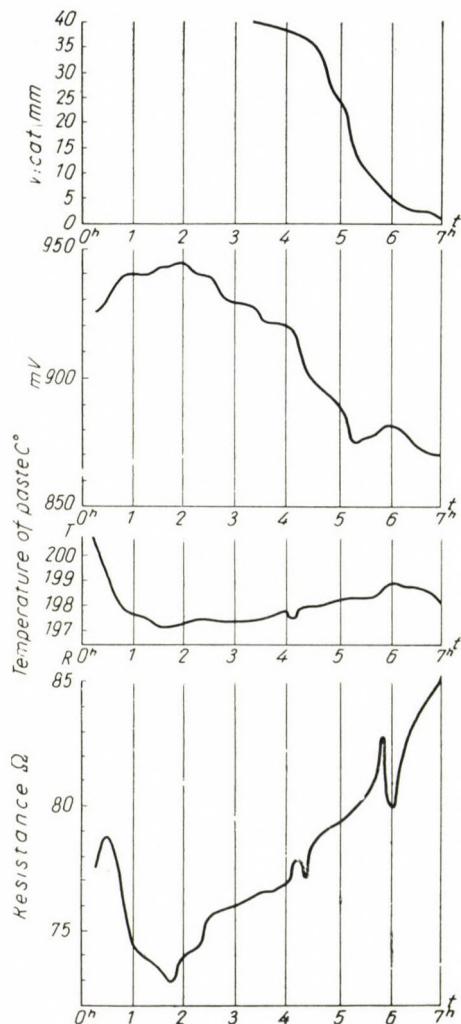


Fig. 6. Variation of resistance, temperature and consistence (*Vicat*) of Tata C-600 portland cement paste with 30% added water, together with the variation of EMF between AgCl and Bi electrodes immersed into the paste

with the Tata C-500 portland cement than in the case of Tata C-600 portland cement which does not contain flue dust; after mixing with water the dissolution still increases almost for two hours.

For obtaining an approximate information about the pH values of the paste we made electromotive-force measurements between an antimony electrode and a silver-silver-chloride electrode inserted in the paste. The EMF measured is the higher the pH value of the paste, but no exact value can be given since the formula for the electrode potentials at such high pH values as can rise above 14 is not well defined. In any case increasing EMF means sinking pH and vice versa.

The curve of pH undoubtedly shows that the concentration of calcium hydroxide increases only for a short time, showing thereafter an essentially decreasing tendency during the whole process. An explanation may be given by the fact that the silicic acid and aluminiumhydroxide gel formed by the hydrolysis bind the calciumhydroxide quicker than the rate at which it is supplied by the increasing hydrolysis of cement grains. On the process occurring in the arising colloid multiphase system we are, apart from the resistance and the alteration of pH, able to obtain some information also from the curve of temperature. This curve falls slightly at the beginning as a consequence of evaporation, then — between 40^m * and $1^h 15^m$ — it runs horizontally, making it probable that a minor precipitation process unknown in detail is occurring here. At the same time, also the pH curve shows a straight section. When the ion concentration attains the minimum at $1^h 45^m$ the temperature, too, becomes stable for some time indicating a new process of crystallization or, possibly, adsorption. By this, such an amount of ions is extracted from the solution that the resistance begins to grow and the direction changes, thus causing the *first minimum of resistance* to appear. Then, after the crystallization is completed, a small but very characteristic second *minimum appears* at about $3^h 30^m$. A short time afterwards, at 4^h , also the Vicat curve indicates the beginning of setting, and the pH curve shows a smaller minimum. Finally, at $6^h 15^m$, the *third small minimum* appears in the resistance, i. e. the ion concentration increases a little for a short time. Not long before this, at the 6th hour, the pH curve showed a small maximum; the temperature curve, which from the beginning of the minimum at $3^h 5^m$ had continually increased, thus indicating some exothermal process, showed also a small maximum at $6^h 15^m$. The Vicat curve indicates the end of setting at about $6^h 30^m$ which is thus almost coincident with the third minimum of the resistance.

Let us have a look at the similar curve of Tata C-600 portland cement (Fig. 6).

Here a considerable difference appears in the slow but continuous increase of pH during 2 hours, a sign of the increasing concentration of calcium hydroxide. The temperature sinks till $1^h 31^m$, where a flat minimum is seen. As a consequence of the maximum concentration attained in the solution the

* Time from beginning.

resistance shows the *first* lowest *minimum* at $1^{\text{h}} 45^{\text{m}}$. Processes with this cement are generally slower; the temperature, starting from here, does hardly increase; however, at $4^{\text{h}} 10^{\text{m}}$ it shows a small minimum coinciding with maximum resistance. The Vicat curve indicates the beginning of setting at $3^{\text{h}} 30^{\text{m}}$, while on the curve of electric resistance the *second minimum* appears somewhat later. This is not surprising, for no information is given by the Vicat method for the processes occurring in the paste before the beginning of the hardening, that is before the beginning of gel-formation or crystallization. Data of these, can be obtained much more conveniently by resistance measurements because the resistance is proportional to the ion concentration and the cross-section of the liquid. With the decrease of both, the resistance increases. The cross-section decreases when a separation of a solid phase i. e. of a crystal from the liquid takes place, since the conductivity of this is practically zero. By separation of gel the real cross-section decreases only to a smaller degree, for its real structure is spongy and its truly solid part insignificant. In the resistance of Tata C-600 portland cement in question, a sharp maximum is coming forth at $5^{\text{h}} 50^{\text{m}}$ and, immediately afterwards, at 6^{h} , a sharp minimum appears. Henceforth the resistance increases continuously. At the same time, the pH shows a considerably marked maximum; thus, the concentration of calcium hydroxide sinks till the end after a decrease for some time; at $6^{\text{h}} 50^{\text{m}}$ also the temperature shows a small maximum, after which heat generation decreases. With the Vicat device, the completion of setting is indicated much later, at the 7th hour.

Results of tests with Hejőcsaba heterogeneous cement are naturally divergent, for this cement consists of 50% clinker, 4% gypsum and 46% blast furnace slag. Here, we were not able to furnish pH measurements. At the beginning the temperature curve increased (Fig. 5), for the temperature of the paste was lower than 20° adjusted with the thermostat; after attaining 20° it rose very slowly till $6^{\text{h}} 15^{\text{m}}$. With a paste containing 32% humidity the first minimum of resistance was obtained at $1^{\text{h}} 45^{\text{m}}$, while the second minimum, which was deeper than the first, occurred at $3^{\text{h}} 45^{\text{m}}$. By the Vicat device, however, the beginning of setting was indicated only at $5^{\text{h}} 30^{\text{m}}$. The third minimum, which may be brought into connection with the end of setting, appears at $6^{\text{h}} 30^{\text{m}}$; by the Vicat device the end of setting could not be observed even at $7^{\text{h}} 30^{\text{m}}$. Minima and maxima of this cement are more definite and more positive than of those above mentioned. The absolute value of resistance is much higher, therefore the solution more diluted than that with the Tata cements which contain more clinker but not blast furnace slag. From this it follows that, after the first resistance minimum, the resistance is growing strongly, that is, the ion concentration of the solution decreases. Then another minimum — dependent on the beginning of setting — and, again, a considerable increase of resistance (thus another decrease of concentration) follows,

whilst the resistance is growing to the end after the third minimum which, however, is obviously dependent also on desiccation.

From these series of experiments, in which measurements to determine the time of setting were carried out with identical kinds of cement and different amount of water, proof has been furnished that by applying a smaller amount of water the beginning of setting, as also its completion occur sooner, and that the duration of setting itself grows shorter. This phenomenon is also known from the tests carried out with old procedures and is evidently the consequence of the more concentrated solution obtained with the smaller amount of water or rather of a quicker supersaturation renewed after precipitation, nearer interpretations of which are, however, waiting for further investigations.

Our investigations to determine the time needed for setting time were not extended only to cement pastes but also to mortar. We found that the setting process was practically flattening out, that it proceeded slower and that several steps were shown by the Vicat curve for which no closer interpretation can be given yet. The temperature curve generally shows a slow decrease with smaller but non-characteristic waves, the signification of which is unknown. A very characteristic fact, however, is that the electric resistance curve shows the same three minima as are observable with pure cement pastes, a proof that in solidifying mortar the same processes occur as in pastes. Measurements of electric resistance proved to be a more favourable method, for results of this method are less dependent on the presence of additional material than those of conventional procedures.

Our experiments carried out hitherto may actually be considered as preliminary tests; accomplishing them extensively, and combined with other measurements, they may lead to further considerable improvement.

REFERENCES

1. NÁRAY-SZABÓ, I. and SZUK, G., The Determination of the Optimal Water — Cement Ratio of Concrete by Electrical Means. *Acta Geol. Budapest* 3, 105 (1954).
2. SHIMIZU, Y., (a) Concrete Cements Mill. Sect. 1928, 111., 1929, 109., (b) *Sci. Rep. Tohoku Imp. Univ.* 17, No 1, 7.
3. DORSCH, K. E., Erhärtung und Korrosion der Zemente. J. Springer, Berlin 1932.
4. BAIRE, G., Rev. Matér. Constr. 182, 272 (1932).
5. MICHELSSEN, Zement 22, 547 (1933).
6. BOAST, W. B., ACI Journ. Proceedings V. 33, 131 (1936).
7. KALLAUNER, O., Zement-Protokolle 61, (1926).
8. CALLEJA, J., ACI Journ. 23, 525 (1952).
9. CALLEJA, J., An. Soc. Espan. Fis. Quim. (July 1951).
10. KLEINLOGEL, A.—HAJNAL-KÓNYI, K., Zement 5, 22 (1933).
11. CHRISHOLM, H. E., ASTM Bull. No 154, 37 (1948).

SUMMARY

Investigations into the setting of different cement brands with an improved conductometric method showed the existence of three pronounced minima in the resistance-time curves of cement pastes. The temperature of cement paste in cubic Vinidur cells of 2 cm edge and immersed in an ultrathermostat of $20,000 \pm 0,001^\circ\text{C}$ has been also measured against time. The first resistance minimum seems to indicate the beginning and the third the end of setting, both of them being more readily observable and sharper than by the classical Vicat test, comparison with which has been also made. The changes in temperature, pH value and resistance have been measured and are discussed from the physico-chemical point of view.

DIE ABBINDUNG UND ERHÄRTUNG VON HYDRAULISCHEN STOFFEN II. KONDUKTOMETRISCHE ANALYSE DER ABBINDUNG VON ZEMENTBREI UNTER ISOTHERMISCHEN UMSTÄNDEN

G. SZUK und I. NÁRAY-SZABÓ

ZUSAMMENFASSUNG

Die Abbindung von verschiedenen Portlandzementen wurde mit einer verfeinerten elektrischen Leitfähigkeitsmethode untersucht. Die erhaltenen Kurven zeigen drei verschiedene Minima. Die Veränderung der Temperatur von Zementbrei (in Meßzellen aus Vinidur) mit der Zeit wurde ebenfalls gemessen, während die Meßzelle sich in ein Bad von $20,000 \pm 0,001^\circ\text{C}$ befand. Auch die Änderung des pH wurden durch die Potentialdifferenz zwischen AgCl und Bi-Elektroden verfolgt.

Das erste Minimum des Widerstandes zeigt den Anfang, das dritte das Ende der Abbindung; beide sind gut beobachtbar und schärfer als die klassische VICAT-Probe, womit unsere Messungen verglichen wurden. Die Änderungen der Temperatur, des pH und des Widerstandes werden aus einem physikochemischen Gesichtspunkt diskutiert. Hierbei werden die Ergebnisse der Messungen an Gipsbrei in der vorangehenden Arbeit angewandt.

PRISE ET DURCISSEMENT DE MATIÈRES HYDRAULIQUES II. ÉTUDE DE LA PRISE DE LA PÂTE À CIMENT PAR RAPPORT À LA CONDUCTIBILITÉ, DANS DES CONDITIONS ISOTHERMES

G. SZUK. et I. NÁRAY-SZABÓ

RÉSUMÉ

Nous avons étudié la prise de différents ciments portland selon la méthode de conductibilité électrique corrigée. La courbe de résistance montre trois minima explicites. Nous avons mesuré le changement dans le temps des degrés de chaleur de la pâte à ciment mise dans des cellules cubiques Vinidur de 2 cm, pendant que la cellule était immergée dans une ultrathermostate au $20,00 \pm 0,001^\circ\text{C}$. Nous avons suivi le changement de pH par l'examen de la différence de potentiel entre les électrodes AgCl et Bi placés dans la pâte.

Le premier minimum de la résistance indique le commencement de la prise, le troisième la fin de cette même; tous les deux sont bien observables et plus nets, que dans l'épreuve classique Vicat, avec laquelle nous avons comparé nos résultats.

Nous traitons les changements du degré de chaleur, de la résistance électrique et de pH au point de vue physico-chimique.

СВЯЗЫВАНИЕ И ТВЕРДЕНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ,
П. ИССЛЕДОВАНИЕ С ПОМОЩЬЮ ПРОВОДИМОСТИ СВЯЗЫВАНИЯ
ЦЕМЕНТНОГО РАСТВОРА ПРИ ИЗОТЕРМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Г. СУК и И. НАРАЙ-САБО

РЕЗЮМЕ

Связывание различных портландцементов испытывалось при помощи улучшенного метода испытания при помощи электропроводимости. Кривая сопротивления имеет три выраженных минимума. Измерением было установлено изменение во времени температуры цементного раствора, помещенного в ячейки из винилдира в форме кубика со стороной 2 см. При испытании ячейка была погружена в ультратермостат, в котором поддерживалась температура $20,00 \pm 0,001^\circ\text{C}$. Изменение $p\text{H}$ исследовалось при помощи помещенных в цементный раствор AgCl и Bi , измеряя разность потенциалов между ними.

Первый минимум сигнализирует начало связывания, а третий — конец связывания; оба минимума можно легко наблюдать и получается более точный результат, чем в случае классической пробы VICAT, с данными которой были сравнены полученные нами данные.

Изменение температуры, электрического сопротивления и $p\text{H}$ рассматривается с физико-химической точки зрения.

MAXIMUM LIQUID YIELD OF VERTICAL PIPES FILLED WITH GASEOUS LIQUID

G. Á. PATTANTYUS †, Á. NÉMET, Á. SZABÓ and J. GAÁL

DEPARTMENT OF HYDRAULIC MACHINES, TECHNICAL UNIVERSITY, BUDAPEST

[Manuscript received November 20, 1957]

Introduction

Problems related to the flow of liquid mixed with gas, are encountered in numerous spheres of the industry, in particular in the chemical industry and in the production of crude oil. The designers face an extremely difficult task in having to overcome this problem, since theoretically the question is very complicated and cannot be treated with the classical methods of hydraulics. The available knowledge and experience, based mostly on empirical data, is — owing to the large number of variables to be investigated and the manifold nature of the problems presenting themselves in different regions — still very far from the point of enabling one to establish a general relationship covering the flow of liquids mixed with gas and with an accuracy approaching practical demands. However, the empirical calculation method (1), the accuracy of which may be estimated to amount to ± 15 per cent, assessing the results of the indeed large number of experiments carried out in the course of the last decade and referring to the pressure drop encountered with the horizontal flow of gaseous liquids, should be considered as a significant achievement. The vertical flow is even considerably more complicated than the horizontal one, since characteristics of the flow developed, depend to a very great extent on the manner of feeding the gas.

The following study is dealing with a special value of the vertical output, that is the maximum quantity of the liquid which may be delivered.

This question has its significance (2), first of all in the production of crude oil, however, it does play an important part as well, in air lift used for dewatering for the delivery of sludge, or in deepwell pumping in mixers and other equipments of the chemical industry.

Nomenclature

Referring to Fig. 1. the following nomenclature is used in the paper.

L = length of the mixture column (pipe)

[m]

H = useful head

[m]

y = pipe submersion in liquid

[m]

D	diameter of the pipe	[m]
d	diameter of the internal pipe	[m]
D_H	equivalent diameter = $D-d$	[m]
D_R	reduced diameter = $\sqrt{D^2-d^2}$	[m]
k	absolute roughness of the pipe wall	[m]
V	flow rate	[m^3/sec]
ρ	density	[$kg\ sec^2/m^4$]
g	acceleration due to gravity	[m/sec^2]
c	absolute speed	[m/sec]
Δp	pressure drop along the mixture pipe	[kg/sec^2]
p	pressure	[kg/m^2]
ν	kinematic viscosity	[m^2/sec]
μ	dyn. viscosity	[$\frac{kg\ sec}{m^2}$]
a	surface tension	[kg/m]
λ	pipe friction coefficient	
λ^*	reduced pipe friction coefficient	

Subscripts:

f	liquid
g	gas
k	mixture
c	value referring to atmospheric conditions
a	value referring to the level of feeding
D	value referring to the whole cross sectional area of the pipe

1. Characteristic values of the vertical flow of gaseous liquids

By feeding gas into an open surface column of liquid, through a foot piece placed in y depth below the surface of the liquid, the level of the mixture column diluted in such manner, will rise. With a determined gas input the gaseous mixture will reach the mouth of the pipe and the *delivery of liquid will begin*. (I). By increased gas input the liquid output will raise and meanwhile reach a point of the *most favourable mixing ratio* (II.) The liquid output plotted against the gas input has a maximum (III.), after which, in spite of increased input, the output will begin to decrease and with a very large input it will cease. (IV.) Hence, as may be seen from Fig. 2 with an equipment of given dimensions, with gas and liquid of definite material properties, liquid output has a maximum. In the following it is intended to discuss in detail the determination of this maximum value.

For completeness sake and to characterise the vertical flow it should be added that depending on the gas input and pipe characteristics, various forms of mixture flowing may be recorded. Observing mixture flow in gas pipes, it has been stated (3) that in case of large mixing ratios, the gas will proceed in the pipe first of all in the form of slugs completely filling the cross-

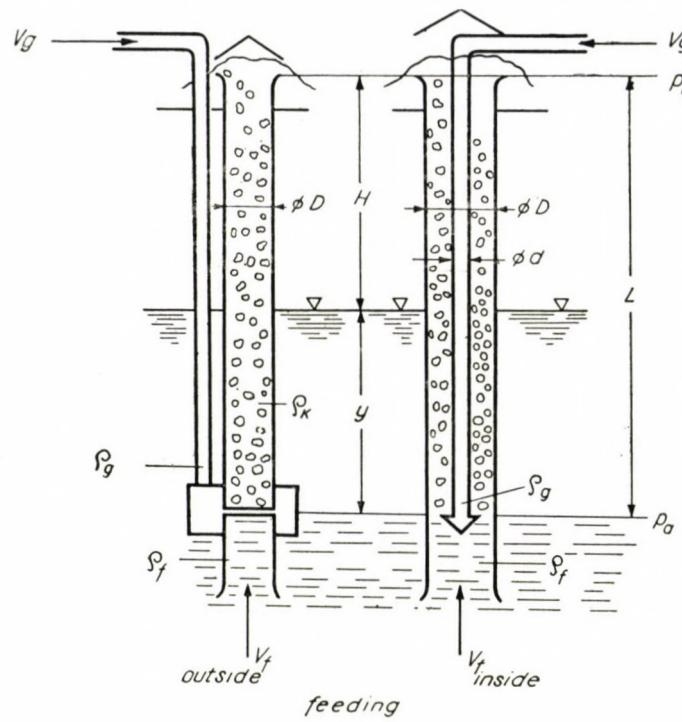


Fig. 1

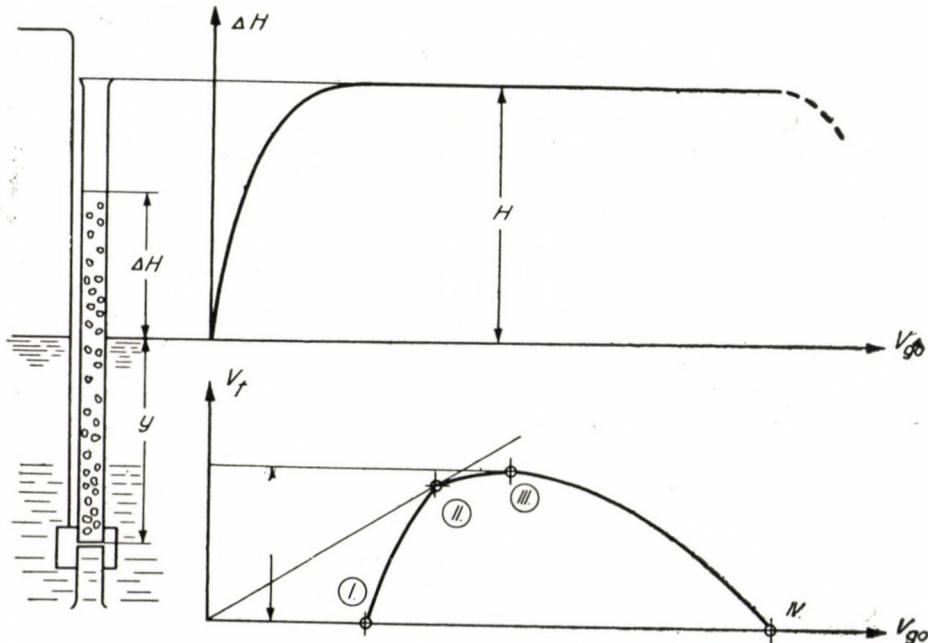


Fig. 2

section of the pipe. (See Fig. 3.) In most of practical cases it is this form of flow which will be encountered in the case of maximum liquid yield.

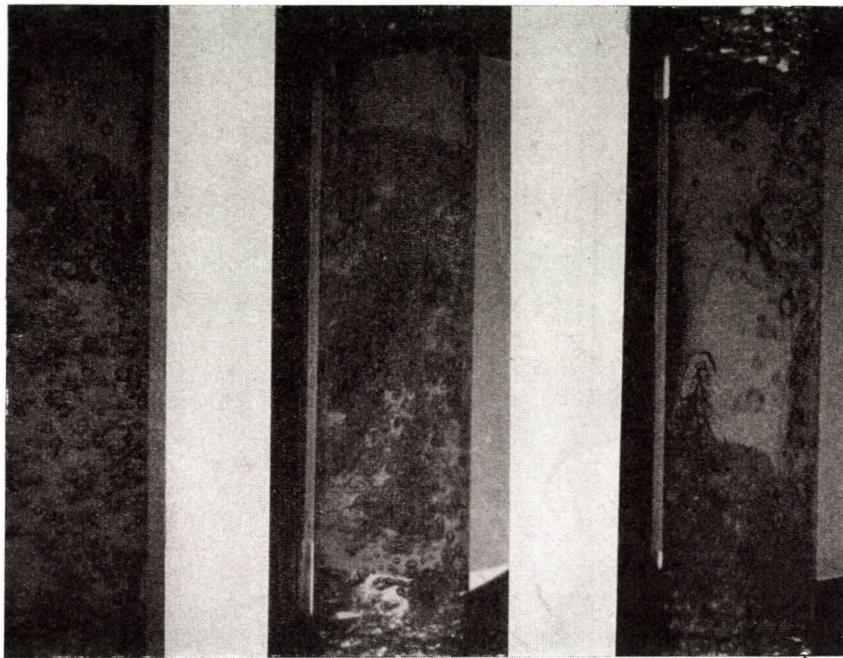


Fig. 3

2. Considerations by dimensional analysis

Generally, a functional relation of the form

$$f(V_f, V_{gi}, \rho_f, \rho_{gi}, \rho_{ki}, \mu_f \mu_{gi}, a, D, L, k, \Delta p, g) = 0 \quad (1)$$

will describe the flow of gaseous liquids. It is quite evident that the writing up of a relationship containing so many variables involves extraordinary difficulties. In order to simplify the question, a reduction of the number of variables should be needed. By the present investigation it is intended to determine the value of the *maximum* liquid delivery. In such manner the number of variables could be reduced by one, (1) may be solved for V_f

$$V_f = V_f (V_{gi}, \rho_f \rho_{gi} \dots) \quad (2)$$

The partial derivative of this expression equating to zero

$$\frac{\partial V_f}{\partial V_{gi}} = 0 \quad (3)$$

yields the extreme value of V_f . This value is on basis of physical considerations, obviously maximum. By (3) the value

$$(V_{gi})_{f\max} = \Phi(\varrho_f, \varrho_{gi}, \varrho_{ki} \dots) \quad (3a)$$

belonging to the extreme value of V_f , may be expressed. Hence for the case of maximum delivery the form

$$V_{f\max} = V_{f\max}(\varrho_f, \varrho_{gi}, \varrho_{ki}, \dots) \quad (2a)$$

may be used.

At the place "i" not defined so far, the density of gas as against the density of the liquid, may be taken as negligible and the relations of density may well be characterized by the average density of the liquid and the mixture respectively. On the basis of research experiences the influence of the viscosity of gas may also be taken as negligible. After these for the case of maximum liquid delivery,

$$F(V_{f\max}, \varrho_f, \varrho_{ki}, \mu_f a, D, L, k, \Delta p, g) = 0 \quad (1a)$$

will characterize the flow.

According to the theorem of BUCKINGHAM, the examined phenomenon may be described by seven dimensionless expressions. It is expedient to separate out of these three in advance, *viz.*

$$\frac{L}{D}, \frac{k}{D}$$

the geometrical size ratio characterizing the slenderness of the pipe line and its relative roughness, and the

$$\frac{\varrho_{ki}}{\varrho_f}$$

density ratio.

Hence, a seven column dimensional matrix may be written for a dimensional analysis. The complete set of the dimensionless products is represented by four expressions, which may expediently be selected as follows

$$\pi_1 = \frac{\varrho_f V_{f\max}^2}{\Delta p D^4}$$

$$\pi_2 = \frac{V_{f\max}}{D^{3/2} g^{1/2}}$$

$$\pi_3 = \frac{\varrho_f V_{f\max}^2}{D^3 a}$$

$$\pi_4 = \frac{V_{f\max} \varrho_f}{D \mu_f}$$

(These four expressions are proportional, to the pressure coefficient, to the FROUDE-, WEBER- and REYNOLDS-number.)

Thus, in case of maximum liquid yield, the flow of liquid mixed with gas, flowing in a vertical pipe, will be written by the function-relation of the following form :

$$F\left(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \frac{L}{D}, \frac{k}{D}, \frac{\varrho_{ki}}{\varrho_f}\right) = 0 \quad (1b)$$

It was found in the course of the tests, that with calculations distinction should be made between "long" ($L > 100$ m) and "short" ($L < 20$ m) pipes. In the former case the influence of *pipe-friction* is preponderant, while in the latter the influence of *feeding* and *density-ratio* dominates. Although several questions were still left open, thus for instance just the question of range limits too, which is possibly characterized by the relative length $\left(\frac{L}{D}\right)$ of the pipe, it was possible to find general relationships for the two extreme ranges above mentioned, from which the maximum liquid yield may be determined in advance with an accuracy approaching practical demands.

3. Maximum liquid yield of long vertical pipes

As it was already mentioned in the introductory part, the determination of maximum liquid yield and minimum immersion respectively (liquid-column pressure required at the footpiece, is of particular significance in the case of pumped oil wells. However, it has a similar significance in the case of the cleaning or test-pumping of deep wells, the dewatering of mines and service-like water supplying effected from great depth as well. In the cases enlisted, it is practically without exception, a question of long ascending pipes and a relatively small specific submersion. Here the friction losses of the flow are of predominant influence. Consequently, the pressure change per unit length of the already developed mixture flow should be examined.

a) Estimating the minimum pressure drop per pipe unit length

The pressure change of vertical mixture flow per unit length may be determined on the basis of Pattantyus' theory (4). The pressure change along an element of the pipe, Δl in length may be written in the form

$$\Delta p = \varrho_k g (\Delta l + \Delta h), \quad (4)$$

where $\Delta h'$ is the hydraulic loss (head) per Δl length;

$$\Delta h' = \frac{\lambda_r}{D} \frac{c_f^2}{2g} \Delta l \quad (5)$$

where the c_f on the Δl section is assumed as constant. The local average density of the mixture is

$$\varrho_k = \varrho_f \frac{c_f D}{c_f}$$

and with these

$$\Delta h' = \frac{\lambda_r}{D} \frac{c_{fD}^2}{2g} \left(\frac{\varrho_f}{\varrho_k} \right)^2 \Delta l \quad (5a)$$

Therefore, the pressurehead change per unit length (expressed in liquid column) is:

$$\frac{\Delta p}{\varrho_f g \cdot \Delta l} = \frac{\varrho_k}{\varrho_f} + \frac{\lambda_r}{D} \frac{c_{fD}^2}{2g} \left(\frac{\varrho_f}{\varrho_k} \right) \quad (4a)$$

By reducing of the specific gravity of the mixture — in case of given liquid yield — the pressure drop per unit length, may only be reduced up to a certain limit, on account of the simultaneous increase of hydraulic losses. The pressure drop versus density ratio has an extreme value, it is probably a minimum. In supposing that λ_r depends on density ratio only to a negligible extent, the extreme value may be calculated. According to this calculation the minimum pressure change is obtained at the density ratio

$$\left(\frac{\varrho_k}{\varrho_f} \right)^x = c_{fD} \sqrt{\frac{\lambda_r}{2gD}}$$

and its value will be

$$\left(\frac{\Delta p}{\varrho_f g \cdot \Delta l} \right)_{\min} = 2 c_{fD} \sqrt{\frac{\lambda_r}{2gD}} \quad (6)$$

On full pipe length, the value of the total pressure drop is

$$p_a - p_0 = y \cdot \varrho_f \cdot g$$

It is certain, that the proportion due to unit length of the total pressure drop will be greater than the minimum value, in extreme case it will be equal to it, that is

$$y/L \geq 2 c_{fD} \sqrt{\frac{\lambda_r}{2gD_r}}.$$

Applying this estimate the upper limit of liquid yield may be determined for a given equipment

$$c_{fD_{\max}} = \frac{y}{2L \sqrt{\lambda_r/2gD}} \quad (7a)$$

and in certain cases the minimum submersion required for prescribed liquid yield to given delivery head may be computed.

b) *Determination of the maximum liquid output*

On the basis of empirical data it may be supposed that in long vertical delivery pipes the distributions of the pressure-gradients along the pipe in different equipments, are nearly affins compared to each other :

$$\frac{p_a - p_0}{L} = \frac{\int_0^L \left(\frac{dp}{dl} \right) dl}{L} = \left(\frac{dp}{dl} \right)_{l=\xi} = \text{const.} \left(\frac{dp}{dl} \right)_{\min} .$$

This means at the same time, that the inequality (7a) may be transformed into an equality by a constant, independent of the structure's geometrical sizes and stuff properties, that is

$$c_{fD_{\max}} = \frac{y}{2L \sqrt{\frac{\lambda_r^*}{2gD}}} \quad (7b)$$

where the constant mentioned above has already been considered in the value of λ_r^* . Applying the relation (7b), the value of λ_r^* may unequivocally be determined from experimental data. Unfortunately, only very little reliable data is available regarding long pipes, consequently conclusions which may be drawn from these can only be accepted with certain precaution.

On the basis of very extensive series of measurements relative to the flow of gaseous liquid in *horizontal* pipes, it has been stated (1) that hydraulic losses may unequivocally be characterized by the Reynolds number (referring to the full pipe-cross-section of liquid flow), the relative roughness of the pipe wall and the gas—liquid ratio. According to the investigations of PATTANTYUS [5] hydraulic losses present in air lift pumps may be calculated with the usual pipe friction coefficient and with its somewhat increased value respectively.

According to the above, it seems evident in the case of long pipes where the influence of pipe friction is predominant, that the friction coefficient may

be examined first of all varying with the REYNOLDS number of entering liquid flow and the relative roughness only. Hence, the relation characterizing long pipes may be written as follows :

$$\lambda_r^* = f\left(\pi_4, \frac{k}{D}\right) \quad (8)$$

Table I
The data of K. THEIN [6]

No	D	L	y	V _{f max}	λ _r *
1		181,4	51,4	0,384	0,052
2	0,45	231,2	56,6	0,320	0,055
3	0,55	231,2	49,7	0,270	0,0595
4		240,1	42,6	0,2195	0,062

The data presented in Table I were taken from the article of K. THEIN [6] published on the air lifts ("mammoth-pumps") employed for the dewatering of Lotharingian mines

Table II

No	Pipe diameter D/d	L _m	y _m	V _{f max} m ³ /sec.
1	2"	500—700	36—190	0,0001—0,0007
2	2 1/2"	490—1740	35—330	0,0001—0,0005
3	3"	540—1290	46—126	0,0002—0,0025
4	4"	560—1920	32—480	0,0001—0,0072
5	6 1/4"/2"	1220—1920	88—450	0,0006—0,0065
6	7"/2 1/2"	940—1930	32—480	0,0002—0,0110
7	8 5/8"/4"	1280	35—103	0,0003—0,003
8	9"/3"	1870—1970	97—370	0,0015—0,0125
9	9 5/8"/3"	1800—2000	39—285	0,0005—0,0164

In the Table II the pumping data of oil wells were collected. With the data here summed up, the viscosity of the produced oil could be taken as nearly of identical value. Since the value of the viscosity of oil is not known exactly, the value of

$$\varphi = \left(\frac{y}{L}\right)^2 \frac{D_H D_R^4}{V_{f \max}^2}$$

proportional to the value of λ_r^* , calculated from the equation $7/b$ was shown in Fig. 4, plotted against the expression

$$\eta = \frac{D_H V_{f \max}}{D_R^2}$$

proportional to the $Re \cdot \nu$.

The relation

$$\varphi = \varphi(\eta)$$

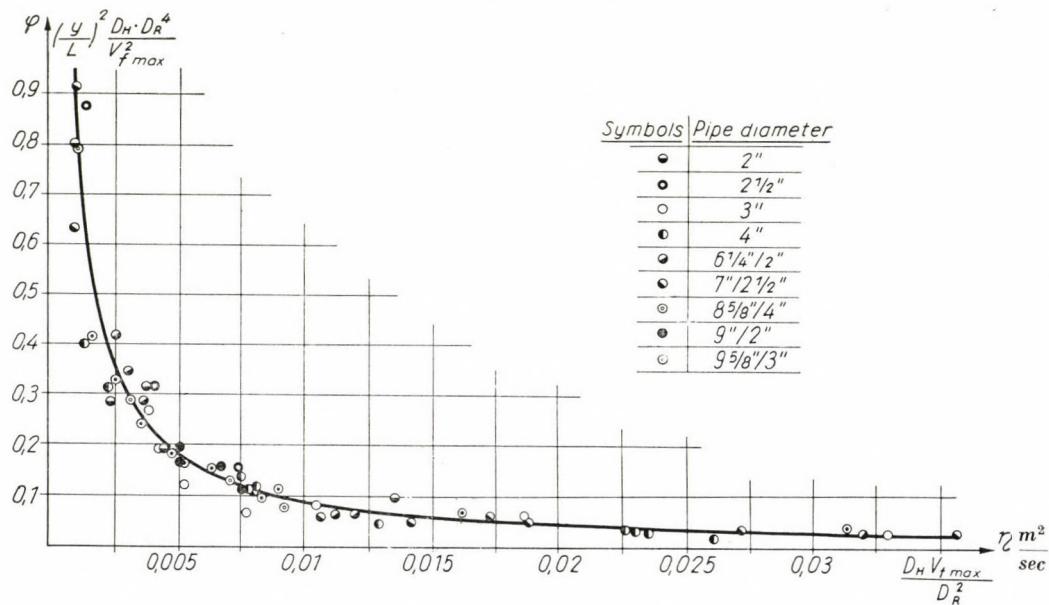


Fig. 4

may well be approached with a single curve. It is desirable that the value of λ_r^* should be reduced to the well known pipe friction coefficient or rather compared with it. Fig. 5 has been prepared on this purpose. The fact that the viscosity has not been known exactly means an uncertainty in the diagram, therefore in this case the data of Table II were calculated with an average $\nu = 12$ cSt kinematic viscosity. In the diagram the relation

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

valid for the laminar flow of a homogeneous medium, and also the approximate relation

$$\lambda = \frac{0,3305}{Re^{0,252}}$$

given by ANDERSON [7] for large diameter oil pipelines, are shown.

The diagram gives a good illustration of the λ and λ_r^* curves, course of a perfectly similar character.

Assessing briefly the results of the investigations referring to long pipes, it may be stated that *by a suitable selection of the modified pipe friction coefficient, the value of maximum liquid yield may be calculated by a good approach.* With the calculation of the pressure drop, along the pipe essentially the method employed with horizontal flow is being followed, with the difference that the

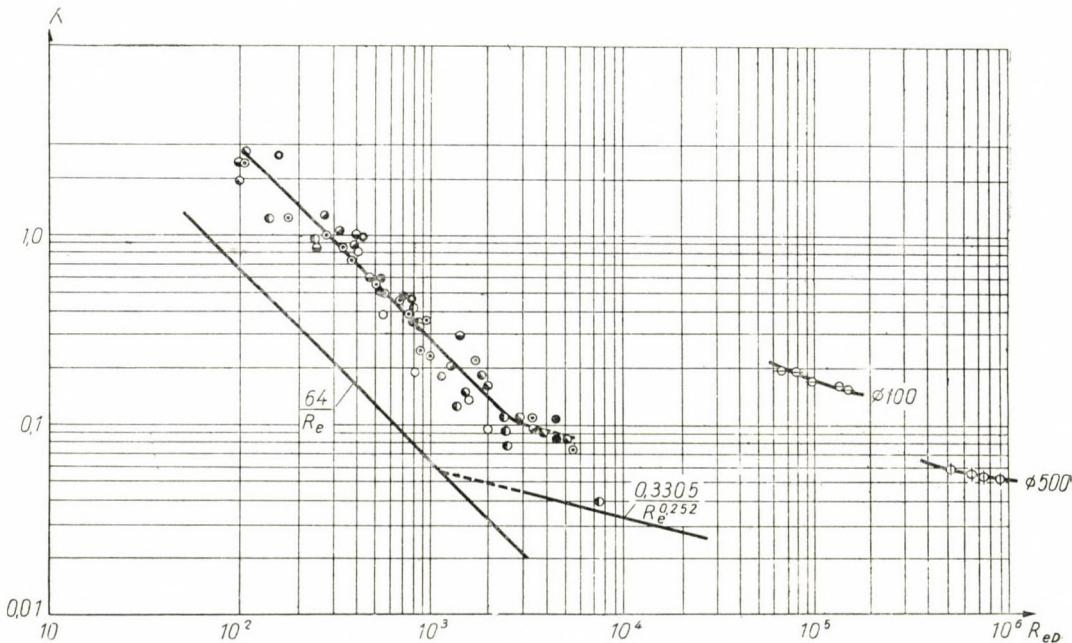


Fig. 5

influence of the gas—liquid ratio *i. e.* the density ratio in this case has analytically been cleared up and *by the introduction of the reduced pipe friction coefficient, the problem has been reduced to the method similar to the one for the determination of one phase liquid flow pipe friction losses.*

4. Maximum liquid yield of short pipes

In the foregoing it has already been mentioned that compared to the friction loss of the pipe, significant additional losses present themselves with short pipes. These losses may not unequivocally be characterized by the roughness of the pipe wall and the π_4 REYNOLDS number of liquid flow. The shorter the pipe, the more significant is the influence of the manner of gas feed

and the lesser is the influence of the manner of gas feed and the lesser is the influence exercised by the REYNOLDS number.

From the results of the experiments carried out by the *Department of Hydraulic Machines of the Technical University, Budapest* with $L = 4-20$ m. short pipes, it succeeded finding among the maximum liquid yield and the characteristics of the pipe a general relationship for this range, which meets practical demands quite well.

As explained earlier, the flow is characterized here by a functional relation of the form

$$F \left(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \frac{L}{D}, \frac{k}{D}, \frac{\varrho_{ki}}{\varrho_f} \right) = 0$$

Instead of *mixture density* its "apparent" mean value should be introduced, which, employing the relationship

$$\bar{\varrho}_k g L \doteq \varrho_f g y,$$

may be reduced to the

$$\frac{\bar{\varrho}_k}{\varrho_F} \doteq y/L$$

known data. By a similar consideration, the pressure drop along the ascending pipe may be expressed in the form

$$\Delta p = \varrho_f y g$$

Hence

$$\pi_1 = \frac{V_{f \max}^2}{y g D^4}.$$

Thus, in the case of a nearly constant relative roughness it may be written as

$$\pi_1 = f_1 \left(\pi_2, \pi_3, \pi_4, \frac{L}{D}, \frac{y}{L} \right) \quad (9)$$

and

$$V_{f \max} \sim D^2 \sqrt{y g} \cdot f \left(\pi_2 \pi_3 \pi_4 \frac{L}{D}, \frac{y}{L} \right) \quad (9a)$$

In the course of a very large number of experiments it was found that in the case of constant ϱ_f , μ_f , and a material properties :

a) *With constant pipe diameter and pipe length*

$$V_{f \max} \sim y^{3/2} \quad (10a)$$

that is to say the maximum liquid output proportional to the three-halves power of submersion. (Fig. 6)

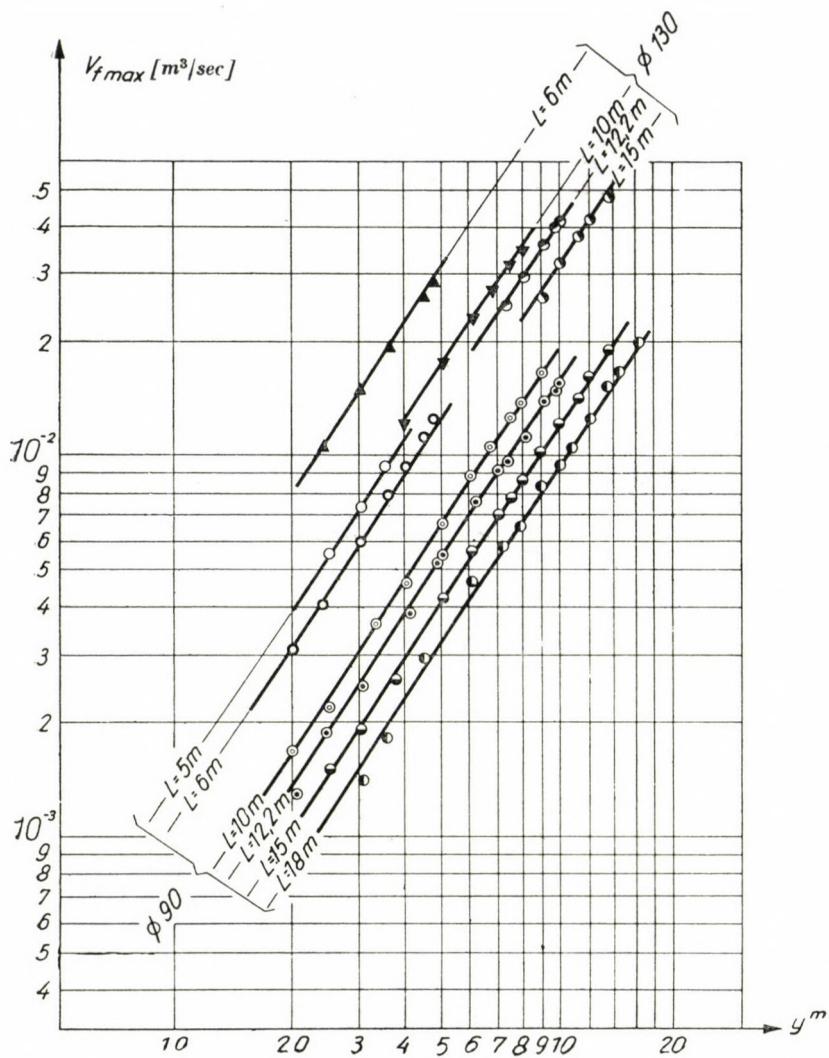


Fig. 6

b) In the case of *constant pipe diameter* (Fig. 7)

$$\frac{V_{f\max}}{g^{3/2}} \sim L^{-7/6} \quad (10b)$$

Applying the above two relations, the pipe diameter influence may be unraveled as well.

The experiments have shown that the proportionality of

$$\frac{V_{f \max}}{L^{-7/6} y^{3/2}} \sim D^{5/2} \quad (10c)$$

characterizes the influence of the pipe diameter (Fig. 8).

Unfortunately, at the moment there are not yet sufficient experimental data available to clear up the influence of material properties. On the basis

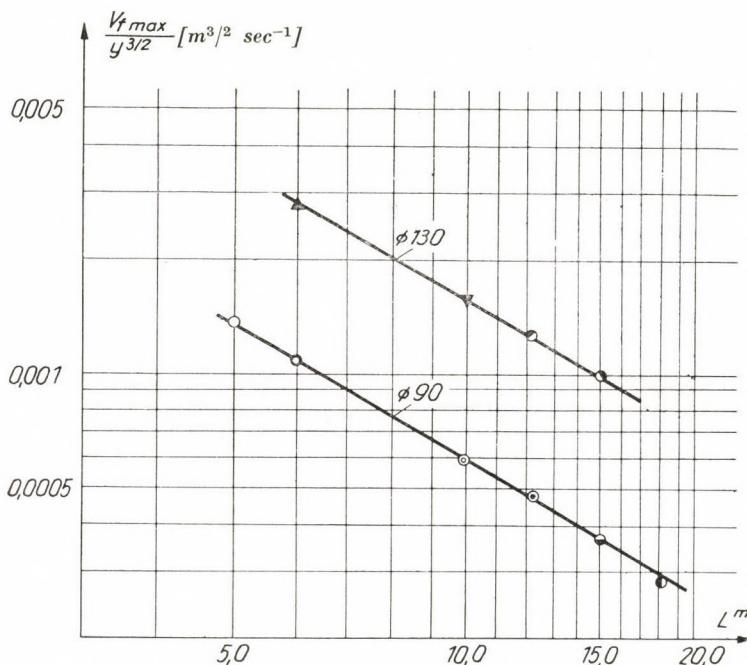


Fig. 7

of some measurements carried out in $L = 4 \div 7$ m long pipes with oils of nearly identical density and different viscosity when $R_e > 20\,000$ (where : $R_e = \frac{c_f D}{\nu_f}$), the assumption may be made that with *short* pipes *the influence of the viscosity is of a negligibly small extent*. (Shaw stated the same with long pipes regarding the influence of liquid density.)

In order to tie the empiric results summarized in (10), to a more realistic physical illustration, it seems obvious to write the equation (9) ensuring the

homogeneity of dimensions, in the form

$$V_{f \max} \sim D^2 \sqrt{yg} \pi_2^m \pi_3^n \pi_4^p \left(\frac{L}{D} \right)^q \left(\frac{y}{L} \right)^r \quad (11)$$

since here the geometrical sizes appeared in every expression.

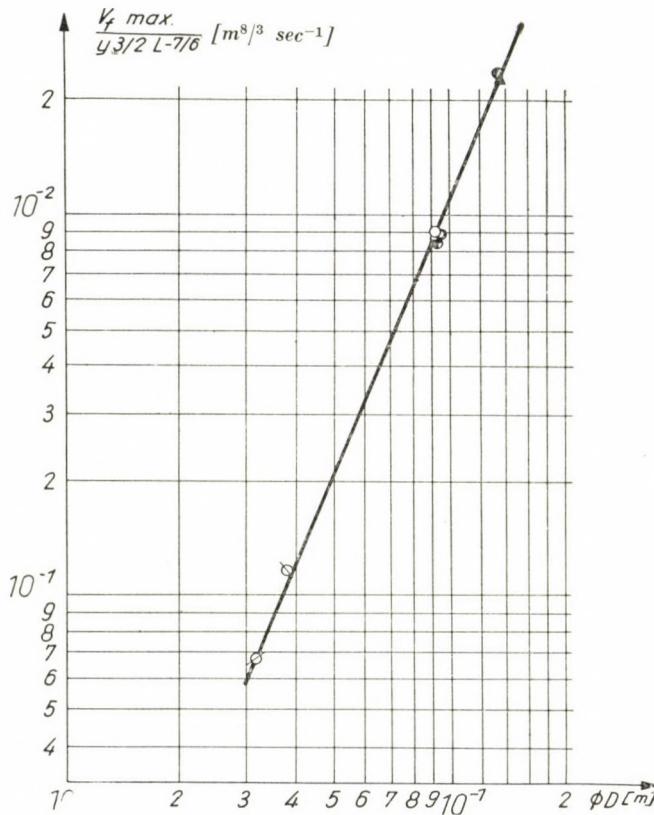


Fig. 8

For the determination of the exponents there are available only four equations from (10a—10c). The problem may be solved by making the assumption

$$p \sim 0$$

with larger Reynolds numbers and short ($L < 20$ m) pipes, which seems to be justified by what has been said regarding the influence of material properties.

In case of $p = 0$ the equations determining the four unknowns :

$$\frac{5}{2} = 2 - \frac{5}{2}m - 3n - q$$

$$0 = m + 2n$$

$$- \frac{7}{6} = q - r$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + r,$$

their solution : $m = - 1/3$

$$n = + 1/6$$

$$q = - 1/6$$

$$r = 1$$

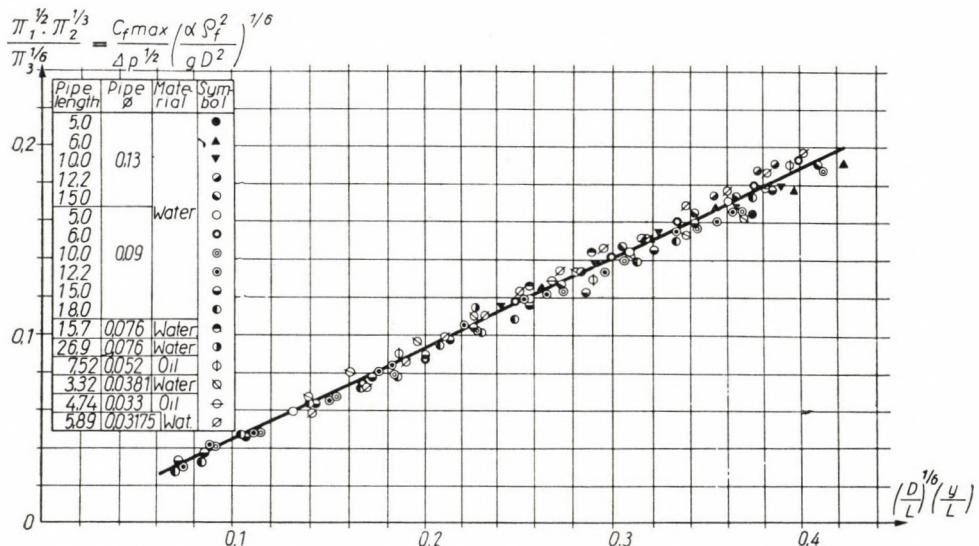


Fig. 9

Therefore, the (11) equation may be written in the form of

$$\frac{\pi_1^{1/2} \cdot \pi_2^{1/3}}{\pi_3^{1/6}} = f \left[\left(\frac{D}{L} \right)^{1/6} \cdot \left(\frac{y}{L} \right) \right]. \quad (12)$$

In Fig. 9 all results of measurements are shown in a summarized form.

Summarizing the tests referring to short pipes, it may be stated that regarding the maximum liquid yield of vertical pipes $L = 3-20$ m long and

with an inner diameter of $\varnothing 30 - \varnothing 130$ mm, it has been possible for the case of *gas feed through a slot on the external ring surface*, to establish general relations with an accuracy meeting the demands.

The investigations led to the conclusion which may be expected also from a physical view that *the value of pressure drop alongside short ascending pipes, is influenced in the first place by the density ratio and the Froude number characterizing the ratio of the force of inertia and weight*. The influence of the Weber number *i. e.* the capillary forces, were cleared up mostly on the basis of theoretical considerations. This investigation has shown that *the influence of material properties is secondary*. Until, however, experiments clearing the influence of the material properties (μ , a) available in sufficient abundance, conclusions referring to the influence of these may only be considered assumptions.

REFERENCES

1. O. P. BERGELIN : "Flow of Gas-Liquid Mixtures" Chem. Eng. 1949. p. 104.
LOCKHARD, MARTINELLI : "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two Phase-Component Flow in Pipes". Chem. Eng. Progr. 1949. p. 39.
2. S. F. SHAW : "Gas-Lift principles and practices" Gulf Publ. Comp. 1939.
3. Á. NÉMET, Á. SZABÓ : Gázos víz áramlása légnyomásos vizemelőkben (Flow of gaseous water in air-lifts) Academy report 1952 (unpublished)
4. Á. G. PATTANTYÚS : Gyakorlati áramlástan ("Practical Fluid Mechanics") 1951. Bp.
5. A. G. PATTANTYÚS : Vízszolgáltatás mélyutakból ("Water supply from deep wells") 1942. MTA.
6. K. THEIN : "Die Sümpfung der lotharingischen Steinkohlengruben während des Krieges". Glückauf 1950. V. 29.
7. L. E. ANDERSON : "Crude oil flow characteristics. Experience in Large-Diameter Lines". ASME 1950. Paper No 49. Pet. 13.

SUMMARY

In connection with the calculation of the maximum liquid yield of vertical pipes transporting gaseous liquids, it has been possible to find general relationships for two particular ranges.

In the case of long ($L > 100$ m) pipes the hydraulic losses consists mainly of pipe friction losses. Applying the theory of PATTANTYÚS, the maximum liquid yield of the pipe may be calculated by a good approximation, calculating with a factor which may be reduced to the pipe friction factor of a pipe line transporting a homogeneous medium and provided a knowledge of given conditions.

With short pipes the feed, mixing and other additional losses are the ruling factors. By evaluating a large number of test data, it was found possible to establish reliable relationships for one domain of this problem, too.

This particular problem of the flow of gaseous liquids cannot at all be considered as closed or solved. The value of the quantitative influence of gas feed has not been cleared up, a more exact knowledge of the influence of material properties is similarly deficient. Furthermore, when enlisting what is missing, the clearing up of the rather complicated question of maximum liquid yield of pipes of medium length ($20 \text{ m} < L < 100 \text{ m}$), ought to be mentioned first of all. It may be hoped that in the near future the authors may be in a position to report considerable progress as regards the clearing up of the last mentioned problem as well.

MAXIMALE FLÜSSIGKEITSDURCHLEITUNG MIT GASHALTIGEN FLÜSSIGKEITEN GEFÜLLTER, VERTIKALER ROHRE

G. Á. PATTANTYUS, Á. NÉMET, Á. SZABÓ und J. GAÁL

ZUSAMMENFASSUNG

Bei der Berechnung der maximalen Flüssigkeitsdurchleitung gashaltiger Flüssigkeiten leitender Rohre gelang es in zwei besonderen Bereichen allgemeine Zusammenhänge zu finden.

Die in langen Rohren ($L > 100$ m) auftretenden Strömungsverluste bestehen hauptsächlichst aus Rohrreibungsverlusten. In Anwendung der Theorie Professor Dr. PATTANTYUS, kann die maximale Flüssigkeitsdurchleitung eines Rohres in Kenntnis gegebener Bedingungen, in Rechnungstellung eines Koeffizienten, welcher auf den Rohrreibungskoeffizienten eines, ein homogenes Medium leitenden Rohres rückführbar ist, mit guter Annäherung berechnet werden.

Bei kurzen Rohren sind die bei der Beimengung und der Vermischung auftretenden, sowie anderweitige, zusätzliche Verluste massgebend. Unter Bewertung einer grossen Anzahl auf Versuchen beruhender Angaben ist es gelungen für einen Bereich dieses Problemkreises beruhigende Zusammenhänge zu finden.

Diese spezielle Frage der Strömung gashaltiger Flüssigkeiten kann bei weitem noch nicht als abgeschlossen, oder gelöst betrachtet werden. Der Wert des quantitativen Einflusses der Gasbeimengung ist noch nicht geklärt, es fehlt auch noch die genaue Kenntnis des Einflusses der Materialkennwerte. Bei Aufzählung der Mängel müsste in erster Linie die Klärung der sich mit der maximalen Flüssigkeitsdurchleitung mittellanger Rohre ($20 \text{ m} < L < 100 \text{ m}$) befassenden, ziemlich komplizierten Frage erwähnt werden. Es besteht die Hoffnung betreffend der Klärung letzterer Frage in naher Zukunft ebenfalls von einem erheblichen Fortschritt berichten zu können.

LE RENDEMENT MAXIMUM DE TRANSPORT DE TUYAUX VERTICAUX REMPLIS DE LIQUIDES GAZEUX

G. Á. PATTANTYUS, Á. NÉMET, Á. SZABÓ et J. GAÁL

RÉSUMÉ

On a réussi à trouver des relations générales dans deux domaines spéciaux, pour le calcul du rendement maximum, de tuyaux verticaux transportant un liquide gazeux.

En cas de tuyaux longs ($L > 100$ m), les pertes d'écoulement se composent en grande partie de pertes par frottement. Par application de la théorie du professeur dr. PATTANTYUS, on peut évaluer le rendement maximum de tuyau avec une bonne approximation, à l'aide d'un coefficient basé sur le constant de frottement du tuyau transportant une substance homogène, les autres conditions étant connues.

Dans le cas de tuyaux courts, les principales pertes seront celles de dosage et de mélange, ainsi que d'autres pertes accessoires. En se basant sur les résultats de nombreuses expériences, on a réussi à trouver des rapports satisfaisants relatifs à un domaine de cet ensemble de problèmes.

Le problème spécial de l'écoulement du liquide gazeux ne saurait aucunement être considéré comme clos ou résolu. On n'a pas éclairci la valeur de l'influence quantitative du dosage de gaz, et on manque aussi d'une connaissance plus précise des caractéristiques des matériaux. En énumérant les lacunes, il faudrait mentionner en premier lieu l'éclaircissement de la difficile question se rapportant au rendement maximum des tuyaux d'une longueur moyenne ($20 \text{ m} < L < 100 \text{ m}$). On espère pouvoir rendre compte bientôt d'un progrès considérable dans ce dernier domaine.

МАКСИМАЛЬНАЯ ТРАНСПОРТИРОВКА ЖИДКОСТЕЙ В СТОЯКАХ С ГАЗОСОДЕРЖАЩИМИ ЖИДКОСТЯМИ

А. Г. ПАТТАНТЮШ, А. НЕМЕТ, А. САБО и И. ГАЛ

РЕЗЮМЕ

Для расчета максимальной транспортировки жидкостей в стояках для транспортировки газосодержащих жидкостей удалось найти общие зависимости для двух специальных областей.

Аэрогидродинамические потери, возникающие в случае длинных труб ($L > 100 \text{ м}$), состоят в основном из потерь от трения. Применяя теорию профессора д-ра Паттантуш и производя расчет коэффициентом, — который можно свести к коэффициенту трения трубопровода, в котором движется однородная среда, — зная данные условия можно с хорошим приближением вычислить максимальную транспортировку жидкости для трубы.

В случае коротких труб размерными являются потери подачи, смешивания и прочие дополнительные. Обработкой большого числа опытных данных удалось найти зависимости, удовлетворительные также для одной области этой темы.

Этот специальный вопрос движения газосодержащих жидкостей нельзя считать даже приближенно законченным или решенным. Не выяснен еще вопрос величины количественного влияния подачи газа, недостает также более точное ознакомление с влиянием показателей материалов. При перечислении неразработанных вопросов, в первую очередь, необходимо было бы упомянуть выяснение довольно сложного вопроса, занимающегося максимальной транспортировкой жидкости по трубам средней длины ($20 \text{ м} < L < 100 \text{ м}$). Мы надеемся, что в ближайшем будущем можно будет отчитаться о значительных достижениях также в выяснении последнего вопроса.

ÜBER DIE ÄNDERUNG DES STRÖMUNGSWIDERSTANDES IN SCHNELL ROTIERENDEN ROHRLEITUNGEN

L. KISBOCSKÓI

LEHRSTUHL FÜR WASSERKRAFTMASCHINEN, TECHNISCHE UNIVERSITÄT, BUDAPEST

[Eingegangen am 16. Dezember 1957]

Untersuchen wir die Durchströmungsverluste in schnell rotierenden Laufrädern, in denen die relative Geschwindigkeit im Vergleich zu der Umfangsgeschwindigkeit des Rades gering ist, so erfahren wir eine Abweichung in der Größenordnung des Wertes des Strömungswiderstandes von dem Werte, der auf Grund der für nicht bewegte Rohre gültigen empirischen Werte und Konstanten mit guter Näherung berechnet werden kann. Diese Erscheinung wurde von H. FÖTTINGER [1, 2] i. J. 1910 beobachtet und als „Überturbulenz“ bezeichnet. Über die von ihm durchgeführten Untersuchungen sind in der Literatur nur lückenhafte Mitteilungen aufzufinden. Die selbe Erscheinung wurde auch von SEELIG [3] untersucht. Über die Erscheinung wird von genanntem Autor im Jahre 1930 als über »Rotationsturbulenz« berichtet. Zur eingehenderen Untersuchung dieser Erscheinung wurde im Jahre 1956 am Lehrstuhl für Wasserkraftmaschinen der Technischen Universität in Budapest eine Anlage errichtet.

Die schematische Anordnung der Anlage wird in Abb. 1 dargestellt.

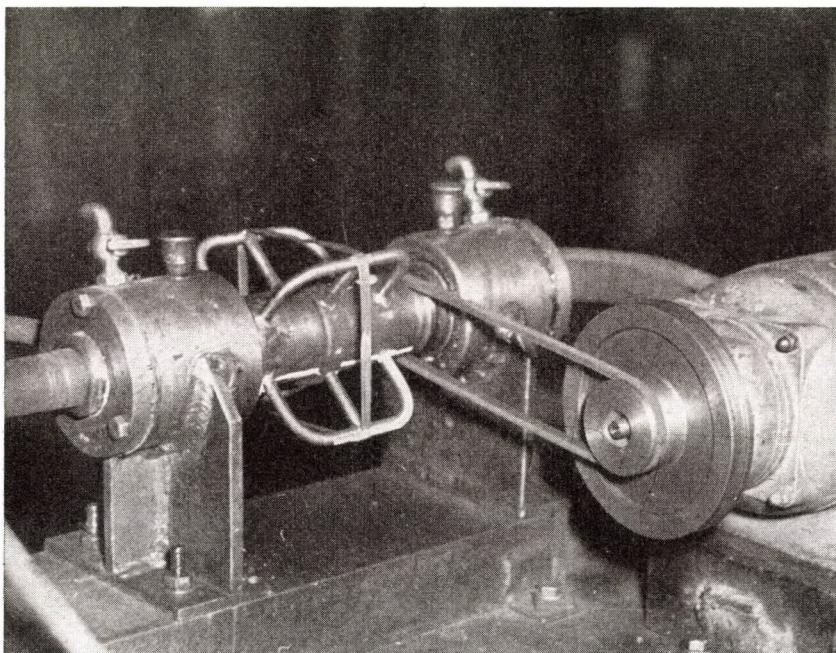
Der wesentliche Bestandteil der »Superturbulenz« = Prüfanlage ist die Trommel 1, welche die schnell rotierende Rohrleitung trägt. Als erste Variante wurde sie nach Abb. 1/b verfertigt, mit geraden gebohrten Löchern mit folgenden Hauptabmessungen :

$$L = 100 \text{ mm}, 2R = 170 \text{ mm}, d_1 = 7 \text{ mm } \varnothing, \text{ und } d_2 = 20 \text{ mm } \varnothing.$$

Die Trommel ist auf beiden Seiten auf Kugellagern an dem Gestell gelagert. Das Wasser wird aus dem Hochbehälter des Laboratoriums durch ein Regelventil 2 und Filter 3 zugeführt. Der innere Durchmesser des Zuleitungsrohrs im Gestell stimmt mit dem Durchmesser der Eintrittsbohrung der rotierenden Trommel d_2 überein. Die beiden Rohre schließen sich mit einem Spalt von 0,5 mm aneinander an. Den höchsten Punkt des Systems bildet das Ausflußende des Ableitungsrohrs, wodurch der stetige wassergefüllte Zustand der Trommel gesichert wird.

An den rotierenden Wellenenden werden die Kugellager gegen das Wasser durch Simmering-Abdichtungen geschützt. Die Ableitung der unter Umständen

in den Apparat eingedrungenen Luft wird durch die beiden an den oberen Punkten angebrachten Entlüftungshähne 12 ermöglicht. Die Durchflußmenge des durchströmenden Wassers wurde durch Abwägen 11 ermittelt, wobei die Konstanz der Strömung auf Grund der Anzeige des Gerätes 4, 6, durch die Einstellung des Regulierventils 2 gesichert wurde. Der Widerstand des Rohrsystems wurde mit Hilfe eines Differentialmanometers bestimmt, wobei die Drücke in dem Abstand von $L_1 + L + L_2$ abgezapft wurden. $L_1 = 120$ mm, $L_2 = 95$ mm.



Die Trommel wurde durch einen Gleichstrommotor mit Keilriemen angetrieben. Die Drehzahl wurde durch Regulierung der Spannung der Motorarmatur verändert. Die Drehzahl wurde mit Hilfe eines Stroboskops bestimmt.

In den vier Bohrungen vom $\varnothing 7$ mm der Trommel wurde die Strömungsgeschwindigkeit des Wassers, w , konstant gehalten, wobei der Widerstand bei verschiedenen n bzw. u Umfangsgeschwindigkeiten (des Rohres) untersucht wurde.

Der Widerstandskoeffizient ζ wird erhalten, indem man den Gesamtwiderstand des Rohrsystems durch die Geschwindigkeitshöhe $w^2/2g$ dividiert [$n = 0$; $\zeta = \zeta_0$].

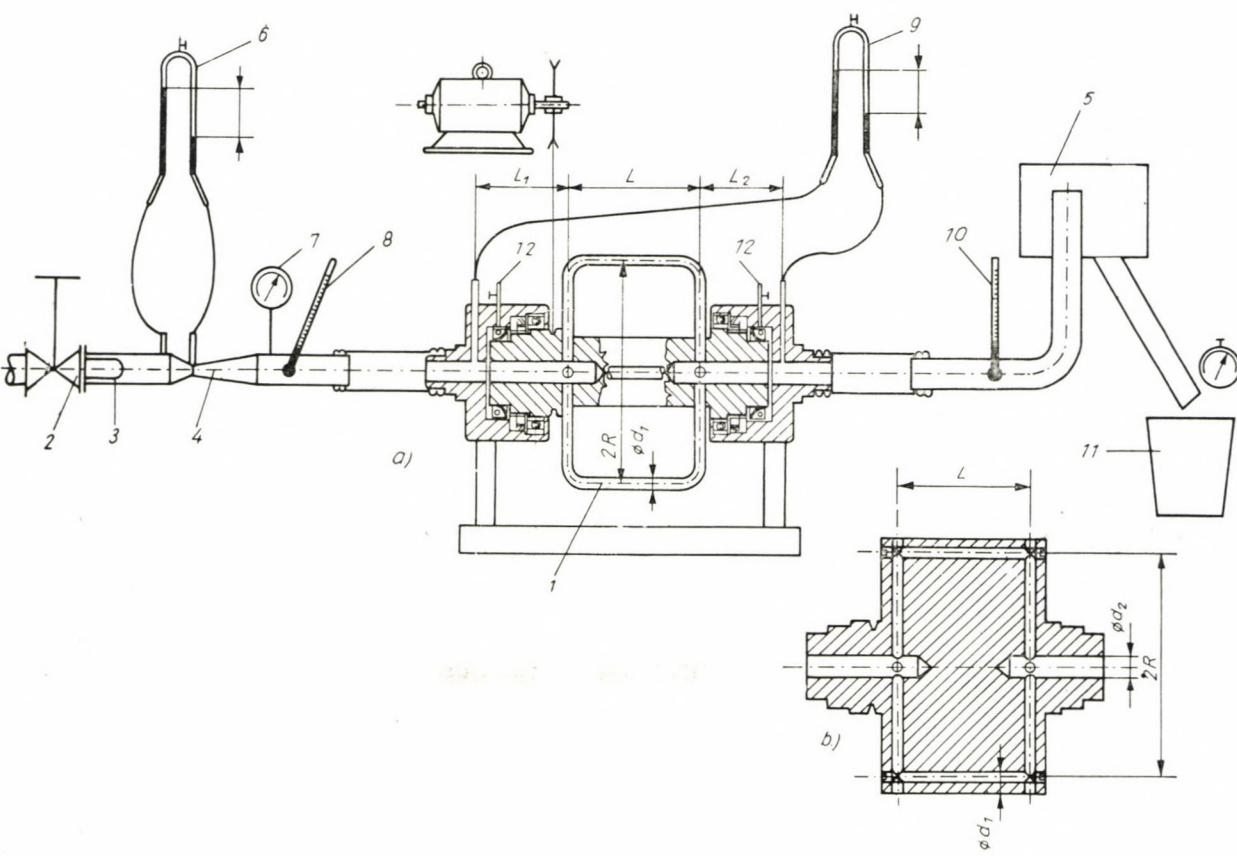


Abb. 1

Der aus den Werten ζ und ζ_0 gebildete Quotient bildet das Maß für die Zunahme des Widerstandes infolge der Rotation.

Als nächster Schritt wurde aus den Bogenrohren nach Abb. 1/a eine Trommel mit der gleichen Hauptabmessung wie früher angefertigt, und die Werte des Widerstandes in der oben angeführten Weise untersucht.

Die mit Hilfe der beiden Versuchsanlagen gefundenen Meßwerte für ζ_0 wurden in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit w [in Abhängigkeit von $R_e = d_1 w/v$] in Abb. 2 dargestellt. Die Messungen wurden

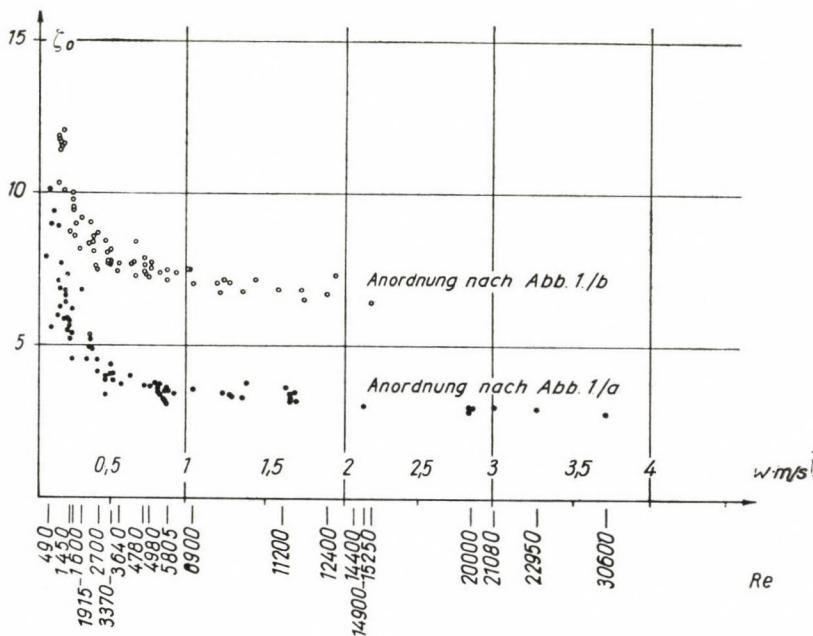


Abb. 2

mit Wasser von der Temperatur 19–21 °C, bei Strömungsgeschwindigkeiten von $w = 0,072$ m/s – 3,7 m/s; R_e -Werten von 490–30 600 und $n = 0$ – 5 500/min vorgenommen.

In Abb. 3 wird die Widerstandsänderung des nach Abb. 1/b eckig ausgebildeten Rohrsystems in Abhängigkeit von u/w dargestellt. Die Ergebnisse der Versuche, die mit dem nach Abb. 1/a bogenförmig gebildeten Rohrsystem durchgeführt wurden, sind in Abb. 5 dargestellt.

Beide Meßreihen wiesen eindeutig darauf hin, daß der Widerstandskoeffizient der gegebenen einzelnen Rohrsysteme im Falle von $n \neq 0$ ausschließlich von dem Verhältnis u/w abhängt, wobei eine Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl R_e in merklichem Maße nicht nachgewiesen werden konnte.

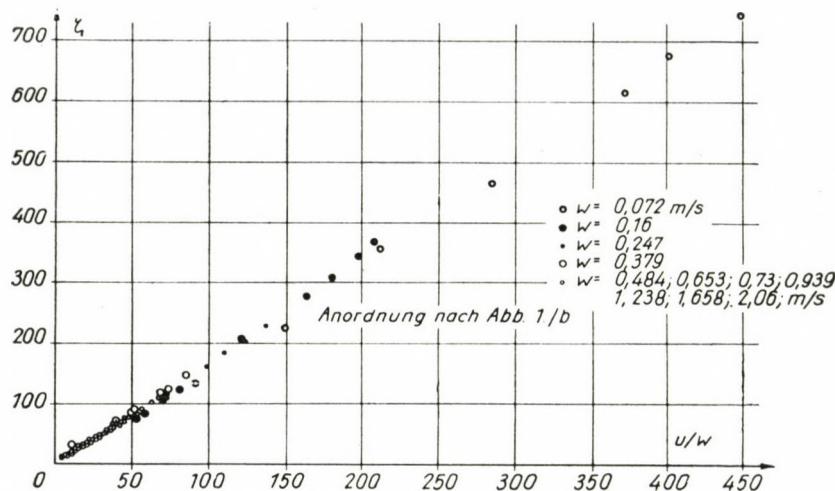


Abb. 3

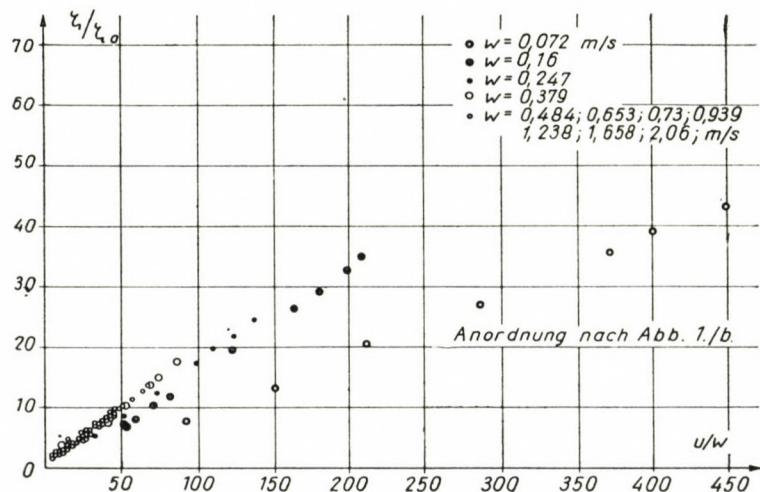


Abb. 4

In Abb. 4 und 6 sind die Zunahmen des Widerstandes dargestellt. Die Aufarbeitung der Meßergebnisse wies darauf hin, daß bei denjenigen Meßreihen von $w = \text{konstant}$, bei denen sich ζ_0 in Abhängigkeit von der Reynoldsschen Zahl stark ändert, die Kurven $\zeta/\zeta_0 = f\left(\frac{u}{w}\right)$ sich voneinander trennen, während außer der laminaren Strömungszone die Zunahme des

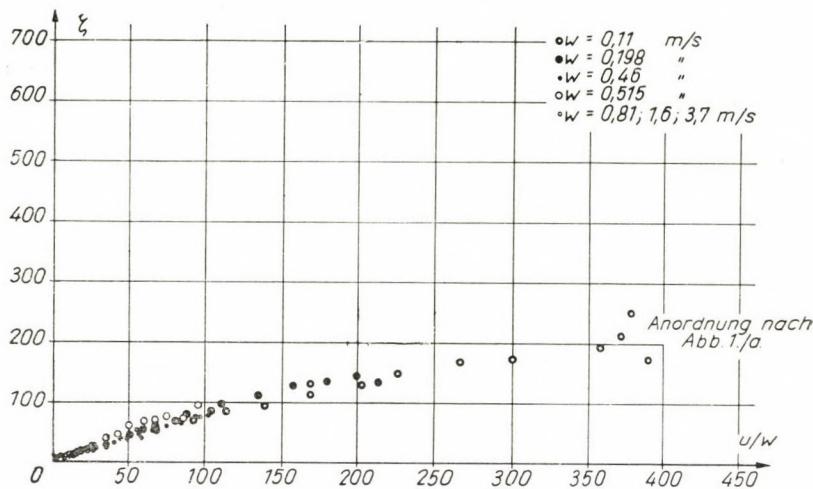


Abb. 5

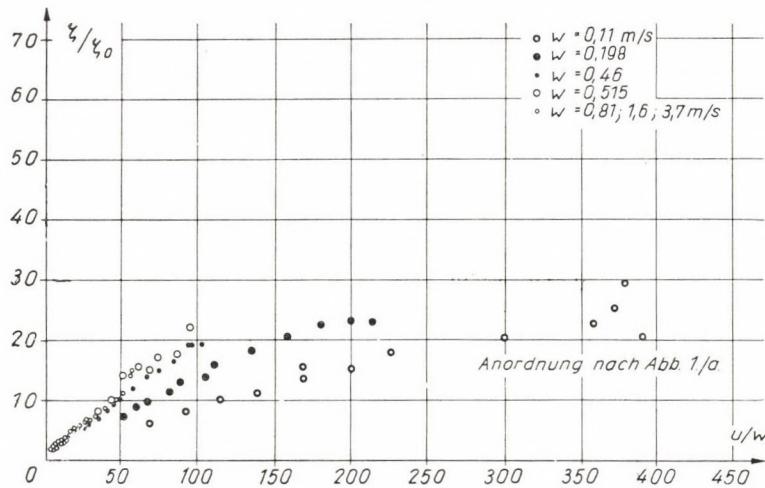


Abb. 6

Widerstandes ausschließlich von dem Verhältnis u/w abhängt [in den Abb. 4 und 6 von $w > 0,46 \text{ m/s}$ ausgehend].

Aus den Kurven der Abb. 4 und 6 geht deutlich hervor, daß die infolge der »Superturbulenz« auftretende Widerstandzunahme recht hohe Werte erreichen kann.

Bei dem Vergleich der Werte von $\xi/\xi_0 = f \left(\frac{u}{w} \right)$, die in die Zone der turbulenten Strömung fielen, doch bei den zwei unterschiedlichen Rohrsyste-

men erhalten wurden, ergab sich, daß die beiden Ausbildungen der Krümmungen [im Falle nach Abb. 1/a ein Knickwinkel von 90° , in Falle nach Abb. 1/b ein Krümmungsradius von $r_g = 25$ mm] praktisch dieselben $\zeta/\zeta_0 = f\left(\frac{u}{w}\right)$ Werte liefern.

Die Verallgemeinerung dieser Feststellung dürfte noch als verfrüht gelten. Aus diesem Grunde und weil diese Erscheinung nicht allein bei dem Betrieb der hydrodynamischen Kupplungen in Betracht kommt, vielmehr wird durch sie auch z. B. das Betriebsverhalten des wassergekühlten Turbo-generator-Rotors in bedeutendem Maße beeinflußt, wurde beschlossen, die Versuche auch auf weitere Rohrsystemvarianten zu erstrecken, wobei wir den zahlenmäßigen Einfluß der Änderungen in der Form, Maßverhältnis und Anordnung zu ermitteln wünschen.

SCHRIFTTUM

1. H. FÖTTINGER: Über die Fortbildung des Turbinenprinzips (ZAMM). 1925. S. 490.
2. H. FÖTTINGER: Die hydrodynamische Arbeitsübertragung, insbesondere durch Transformatoren, ein Rückblick und Ausblick. Jbuch. d. Schiffbautechn. Ges. 1930. Bd. 31. S. 171.
3. SEELIG: Über das Phaenomen der »Rotationsturbulenz« in rotierenden Rohren und Kanälen. Verhandlungen des III. Kongr. für techn. Mechanik 1930. Vol. I. S. 102.

ZUSAMMENFASSUNG

Die durchgeführten Versuche ergaben, daß 1. der Strömungswiderstand der schnell rotierenden Rohrleitungen bei einer gegebenen Anordnung allein von dem Verhältnis u/w und nicht von der Reynoldsschen Zahl abhängt, 2. der Wert der Widerstandszunahme ζ/ζ_0 ergibt in Abhängigkeit von u/w die gleichen Werte für Rohrsysteme mit verschiedenem Widerstandsbeiwert ζ_0 .

THE VARIATION OF FLOW RESISTANCE IN RAPIDLY ROTATING TUBES

L. KISBOCSKÓI

SUMMARY

According to the experimental results,

1. for a given configuration, the flow resistance of rapidly rotating tubes does not depend on Reynold's number, but only on the ratio u/w .
2. The resistance increase ζ/ζ_0 as a function of u/w is the same for tube systems of various resistance ζ_0 .

CHANGEMENT DE LA RÉSISTANCE D'ÉCOULEMENT DANS DES CONDUITES
TOURNANT À GRANDE VITESSE

L. KISBOCSKÓI

RÉSUMÉ

D'après les résultats expérimentaux, on constate que la résistance au courant

1. d'un tuyau tournant à grande vitesse, ne dépend pas du nombre Reynolds, mais seulement du rapport u/w ;
2. en cas de systèmes de conduites ayant des résistances différentes l'accroissement de la résistance ζ/ζ_0 donne des valeurs identiques en fonction du rapport u/w .

ИЗМЕНЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЮ ПОТОКА В БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ТРУБОПРОВОДАХ

Л. КИШБОЧКОИ

РЕЗЮМЕ

На основе данных опытов можно сделать следующие выводы.

1. Сопротивление быстровращающихся линий трубопроводах потоку жидкости при данной схеме не зависит от числа Рейнольдса, а только от отношения u/w .
2. Величина роста сопротивления ζ/ζ_0 в случае системы труб с различным сопротивлением ζ_0 в функции u/w дает идентичную величину.

THE RATE OF OXIDATION OF STEEL AND CAST IRON IN A STEAM ATMOSPHERE

P. SZÉKI

CAND. OF TECHN. SC.

GENERAL MACHINE DESIGN INSTITUTE

[Manuscript received January 6, 1958]

Surface treatment of steel and cast iron parts in superheated steam is of ever-increasing practical importance. The surface oxidation may have different purposes and accordingly, oxide layers of qualities and thicknesses corresponding to the specific task must be produced. This task can be fulfilled, however, if we know the rate of iron oxide layer formation on the various iron alloy surfaces and the characteristics of the oxide layer which has been formed.

During our laboratory experiments, we have oxidized specimens of low-carbon mild steel and of cast iron at temperatures ranging from 500° C to 750° C. The oxide layer formed on steel specimens at temperatures above 650° C did not adhere perfectly to the surface. The layer cracked, at places it came off, sometimes a new layer was formed underneath it. Therefore we made measures on steel only until 650° C. On cast iron, the adherence of the oxide layer was perfect until 750° C and it covered the surface uniformly.

The composition of steel and cast iron specimens was the following :

	C	Mn	Si	S	P
cast iron	3,28	0,33	1,74	0,10	0,29
steel	0,11	0,39	0,23	0,031	0,031

On the oxidized specimens we determined the weight increase. From the weight increase, we computed the oxidation rate according to the following reasoning.

The oxidation speed of iron alloys in oxidizing atmospheres : oxygen, air and steam, is determined by the slowest partial phenomenon : the diffusion and therefore it proceeds according to TAMMANN's parabolic law of oxidation:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{k'}{x} \quad (1)$$

Thus, the thickness increase of the oxide layer (dx) during unit time (dt) is inversely proportionate to the layer thickness (x); k' is a constant.

By integrating Equ. (1), we get

$$2k' = \frac{x^2}{t} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-1} \quad (2)$$

In practice it is more convenient to determine the weight increase per cm^2 instead of the layer thickness increase. Knowing this, the rate of oxidation can be calculated by the following formula :

$$\left(\frac{\Delta m}{q} \right)^2 = k'' t \quad (3)$$

where Δm = weight increase in g

q = the oxidized surface in cm^2

t = the duration of the oxidation in sec

k'' = practical rate constant

From this

$$k'' = \left(\frac{\Delta m}{q} \right)^2 \cdot \frac{1}{t} \text{ g}^2 \text{ cm}^{-4} \text{ sec}^{-1} \quad (4)$$

The constants k' and k'' in Equs. (2) and (4) are, of course, not the same. WAGNER [1] has worked out a conversion formula, according to which

$$k' = \frac{1}{2} \left(\frac{|z_2| v}{A_x} \right)^2 \cdot k'' \quad (5)$$

where v = equivalent volume of the oxide

A_x = atomic weight of the electro-negative component (oxygen)

$|z_2|$ = atomic valence of the electro-negative component (oxygen)

The progress of oxidation with time can be calculated also in a purely theoretical way by the well-known WAGNER formula :

$$\frac{dn}{dt} = \frac{q}{x} \left[\frac{300}{F} \cdot \frac{1}{Le} \cdot \int_{\mu_x^{(i)}}^{\mu_x^{(a)}} (n_1 + n_2) n_3 \cdot z \frac{d\mu_x}{|z_2|} \right] \quad (6)$$

In this Equation

$\frac{dn}{dt}$ = the quantity of matter migrating during unit time in g-equivalents,

q = cross-section

x = thickness of the reaction product

F = Faraday's constant, 96490 A · sec/g-equivalent

L = Loschmidt's number, $6,02 \cdot 10^{23}$ 1/mole

e = electronic charge, $4,803 \cdot 10^{-10}$ g^{1/2} cm^{3/2}, sec⁻¹

$|z_2|$ = valence of the electro-negative component

n_1, n_2, n_3 = number of passing kations, anions and electrons

\varkappa = total conductivity of the scale layer Ω^{-1} cm⁻¹

μ_x = chemical potential of the electro-negative component erg/mole
 $\mu_x^{(1)}, \mu_x^{(a)}$ = chemical potential of the electro-negative component on the inner and the outer surface of the oxide layer.

The expression in square brackets is constant with respect to time, under given circumstances, and is designed as rational rate constant k . Accordingly,

$$k = \frac{300}{F} \cdot \frac{1}{L_e} \cdot \int_{\mu_x^{(1)}}^{\mu_x^{(a)}} (n_1 + n_2) n_3 \cdot \varkappa \frac{d \mu_x}{|z_2|} \text{ g-equival. cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \quad (7)$$

The rational scale constant is the quantity of metal transformed into a reaction product during 1 sec and per 1 cm² of cross section in equivalent weight, if the layer thickness is 1 cm. The value of the rational rate constant k can be calculated from the practical rate constant "k", according to WAGNER, by

$$k = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \left(\frac{|z_2|}{A_x} \right)^2 \cdot k'' \text{ g-equival. cm}^{-1} \text{ sec}^{-1} \quad (8)$$

where

v = equivalent volume of the oxide

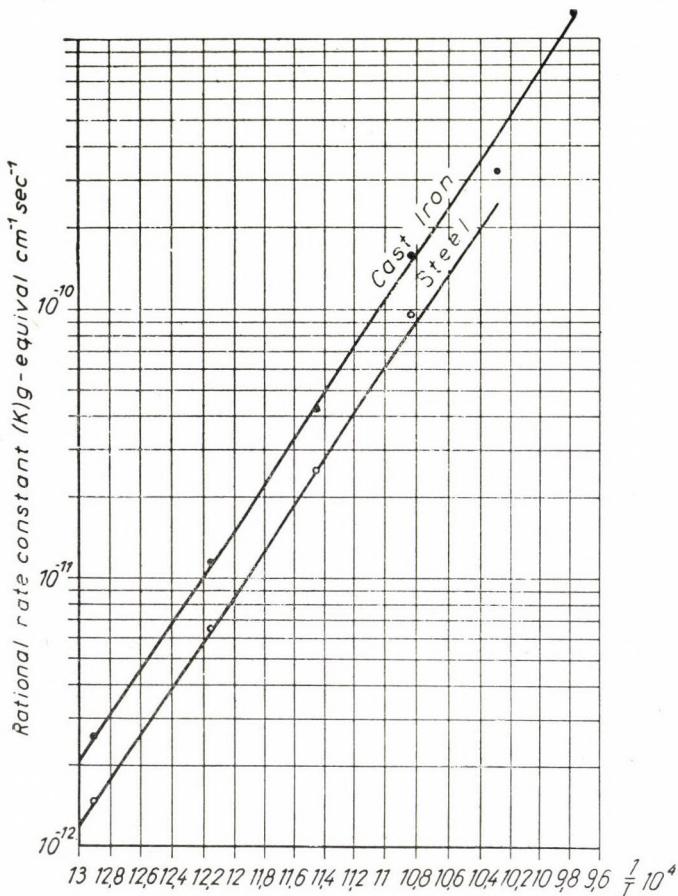
A_x = atomic weight of oxygen.

The practical rate constant is therefore given directly by the weight increase measured during the experiments according to Equ. (4). Transformation of this value to the rational rate constant can be solved by using Equ. (8). Table I shows the results of the experiments.

Representing the logarithms of rational rate constants as a function of the reciprocal values of absolute temperature, we obtain a straight line (Fig. 1). The figure shows that the cast iron oxidizes at greater speed than the steel.

We remark that ULRICH (4) publishes a similar diagram, referring to the oxidation of iron in oxygen, which has been traced with the values measured by DAVIES, SIMNAD and BIRCHENALL. It is interesting to note that this straight line shows little difference from our straight line for cast iron oxidized in steam.

Knowing the equation of the straight line, we can calculate by a simple mathematical operation the rational rate constant for any temperature, for the iron alloy of the composition shown and for the iron alloys similar to it.



The equation of the straight line for steel is

$$\log k = \frac{-8450}{T} - 0,922 \quad (9)$$

The equation of the straight line for cast iron is

$$\log k = \frac{-8500}{T} - 0,626 \quad (10)$$

Table I

Steel

Temperature of oxidation		Duration sec	Weight increase Δm g	Surface q cm ²	Weight incr. /cm ² $\frac{\Delta m}{q}$ g/cm ²	k' g ² cm ⁻⁴ sec ⁻¹	k g-equiv. cm ⁻¹ sec ⁻¹
°C	$\frac{1}{T} \cdot 10^4$						
500	12,90	3841	0,0060	16,58	$3,619 \cdot 10^{-4}$	$3,411 \cdot 10^{-11}$	$1,492 \cdot 10^{-12}$
550	12,15	3917	0,0127	16,58	$7,660 \cdot 10^{-4}$	$1,498 \cdot 10^{-10}$	$6,554 \cdot 10^{-12}$
600	11,45	4009	0,0243	16,58	$1,470 \cdot 10^{-3}$	$5,390 \cdot 10^{-10}$	$2,506 \cdot 10^{-11}$
650	10,83	4097	0,0480	16,58	$2,895 \cdot 10^{-2}$	$2,046 \cdot 10^{-9}$	$9,512 \cdot 10^{-11}$
Cast iron							
500	12,90	3874	0,0079	16,58	$4,765 \cdot 10^{-4}$	$5,861 \cdot 10^{-11}$	$2,564 \cdot 10^{-12}$
550	12,15	3924	0,0168	16,58	$1,013 \cdot 10^{-3}$	$2,616 \cdot 10^{-10}$	$1,145 \cdot 10^{-11}$
600	11,45	4015	0,0317	16,58	$1,912 \cdot 10^{-3}$	$9,105 \cdot 10^{-10}$	$4,233 \cdot 10^{-11}$
650	10,83	4106	0,0614	16,58	$3,703 \cdot 10^{-3}$	$3,388 \cdot 10^{-9}$	$1,575 \cdot 10^{-10}$
700	10,28	4340	0,0911	16,58	$5,495 \cdot 10^{-3}$	$6,959 \cdot 10^{-9}$	$3,235 \cdot 10^{-10}$
750	9,77	4389	0,1786	16,58	$1,077 \cdot 10^{-2}$	$2,643 \cdot 10^{-8}$	$1,229 \cdot 10^{-9}$

REFERENCES

1. C. WAGNER: Beitrag zur Theorie des Anlaufvorgangs. Zeitschrift für physikalische Chemie. 1933. Page 25.
2. E. ULRICH: Schutzschichtbildung und Dampfspaltung in Stahlrohren bei hohen Temperaturen. Zeitschrift für Energiewirtschaft und technische Überwachung. Düsseldorf 1955. June, Page 241.
3. H. PFEIFFER—K. HAUFFE: Zundervorgänge an Metallen und Metallegierungen. Wissenschaftliche Berichte, Vol. 49. 1952.
4. E. ULRICH: Korrosion des Eisens durch Wasserdampf. H. Fischer—K. Hauffe—W. Wiederholt: Passivierende Filme und Deckschichten. 1956 Page 308.
5. K. HAUFFE: The Mechanism of Oxidation of Metals and Alloys at High Temperatures. B. CHALMERS: Progress in Metal Physics. 4. Vol. 1953. Page 93.
6. K. HAUFFE: Reaktionen in und an festen Stoffen. 1955.
7. K. HAUFFE: Oxydation von Metallen und Metallegierungen. 1956.

SUMMARY

The rate of oxidation for low carbon mild steel and for cast iron in steam from 500° C to 750° C has been determined. From the weight increase of the specimens, we have computed the rational rate constant and the equation of the straight lines expressing the relation between the logarithm of the rate constants and the reciprocal values of the absolute temperature.

The equation for steel is $\log k = \frac{-8450}{T} - 0,922$, the equation for cast iron is $\log k = \frac{-8500}{T} - 0,626$.

BESTIMMUNG DER ZUNDERGESCHWINDIGKEIT VON STAHL UND GUSSEISEN
IN WASSERDAMPFATMOSPHÄRE

P. SZÉKI

ZUSAMMENFASSUNG

Die Zundergeschwindigkeit von niedriggekohltem Stahl und von Gußeisen in Wasserdampf von 500 bis 750° C wurde bestimmt. Aus der Gewichtszunahme der Proben wurde die rationale Zunderkonstante bestimmt, sowie die Gleichungen jener Geraden, welche den Zusammenhang zwischen den Logarithmen der Zunderkonstanten und dem reziproken Wert der absoluten Temperatur darstellen. Die Gleichung für Stahl ist : $\log k = \frac{-8450}{T} - 0,922$, die Gleichung für Gusseisen lautet : $\log k = \frac{-8500}{T} - 0,626$

LA CROISSANCE DES OXYDES DE L'ACIER ET DE LA FONTE
DANS UNE ATMOSPHERE DE VAPEUR D'EAU

P. SZÉKI

RÉSUMÉ

La croissance des oxydes d'acières à faible teneur en carbone et de fontes, dans une atmosphère de vapeur d'eau, a été déterminée pour des températures allant de 500 °C à 750 °C. À partir de l'augmentation de poids des épreuves, on a calculé la constante rationnelle d'oxydation, ainsi que les équations liant le logarithme de la constante d'oxydation à la valeur réciproque de la température absolue. Pour l'acier, cette équation est : $\log k = \frac{-8450}{T} - 0,922$, et pour la fonte : $\log k = \frac{-8500}{T} - 0,626$.

СТЕПЕНЬ ОКИСЛЕНИЯ СТАЛИ И ЧУГУНА В СРЕДЕ ВОДЯНОГО ПАРА

П. СЕКИ

РЕЗЮМЕ

Произвдилось определение степени окисления низкоуглеродистой стали и чугуна в среде водяного пара в пределах температур 500° С и 750° С. Рациональная константа окалины была определена по росту веса проб, затем было найдено уравнение тех прямых, которые получены по зависимости между логарифмом констант окалины и обратной величины абсолютной температуры. Уравнение для стали имеет вид :

$$\log k = \frac{-8450}{T} - 0,922.$$

Уравнение для чугуна имеет вид :

$$\log k = \frac{-8500}{T} - 0,626$$

NEW-TYPE ABUTMENTS OF BRIDGES

E. BÖLCSKEI

CAND. OF TECHN. SC.

INSTITUTE No II FOR BRIDGE-BUILDING

TECHNICAL UNIVERSITY FOR BUILDING AND TRANSPORT,
BUDAPEST

[Manuscript received January 14, 1958]

The ancient craft of bridge building developed into an exact science during the last two centuries. As indicated by the survey of the history of bridge building covering these two centuries, the increased knowledge of statics and structural analysis, further the introduction of new and improved building materials, offered the possibility to bridge spans of ever increasing length. Whereas the science for constructing superstructure and building technology rapidly increased, one cannot give account of such a large-scale development in the field of the substructures, namely for abutments and piers. To illustrate this statement, merely that force should be mentioned, which arises from earth-pressure acting on the abutments, the value of which can be determined most reliably also to-day on the base of the so-called Coulomb's earth-pressure theory, dating back to the second half of the eighteenth century.

The development of substructures is little in comparison to the progress attained on the line of superstructures, thus new ideas and initiations for forming abutments should rightly be expected. It is known, that abutments have to fulfil a double task, they have to transmit the loads of the superstructure to the subsoil, and on the other hand to finish off the joining embankment. The purpose of this paper is to search for new ways and means to solve this double task of abutments, and to publish some ideas and inspirations.

In short-span bridge constructions, it often happens, that the foundation-costs manifold exceed the costs of the superstructure. Therefore involuntary it comes to one's mind, if in some cases would it not be more expedient to construct a common foundation for both abutments, instead of two independent bank piers. In quite short spans — at most 2—3 m-s — such solutions were hitherto also known, for instance, tube-culverts or closed frame-bridges. If the conditions of the soil are considered as unfavourable, the establishment

of common foundations, or more accurately expressed *foundations carried out by a common caisson* could also be economical in considerably longer spans.

In Fig. 1 the general layout of an 8 m span, reinforced concrete arch-bridge is shown as an example. The common caisson placed below the abutments

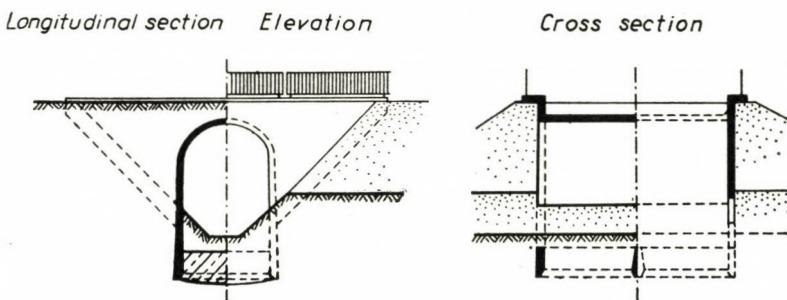


Fig. 1. Foundation with a common caisson

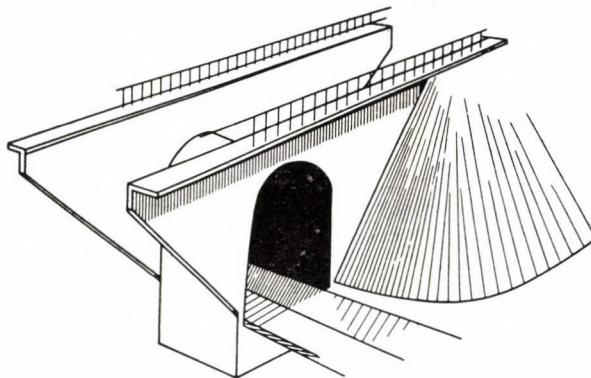


Fig. 2. Perspective view of a bridge, the foundation of which is carried out with a common caisson (the embankment being removed from one side of the bridge)

renders the building of an arch, also in case of the most unfavourable conditions of the soil, possible. This construction is namely contiguous in full measure, and an absolutely stiff solid with respect to its seat on the soil. The caisson — acting simultaneously as a tie-bar — also secures a perfect, and against subsidence relatively proof building-in of the load-carrying arch.

For better understanding this construction is illustrated in Fig. 2 also in perspective on the drawing in such a manner, that earth is supposed as being removed from one side of the bridge-construction.

Another proposal for a new-type use of caissons is illustrated in Fig. 3. The caissons of square-shaped horizontal cross-section are here placed — contrary to the usual solution — askew so, that their edges stand opposite to one another. In the case on hand, the ascending walls of the caissons form, in their natural continuation, the side walls of the abutments, and the cantilever-like lengthenings of the two head-walls continue in hanging wing-walls.

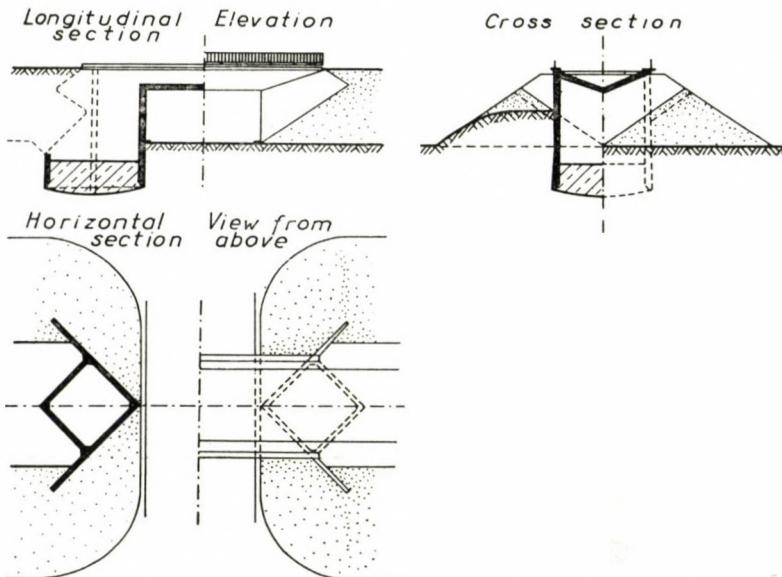


Fig. 3. Foundation with caissons the edges of which are turned opposite to one another

The outlined solution shows a superstructure, which deviates from that generally used. The superstructure is namely a slab-construction, the cross-section of which is V-shaped. The embankment of the joining road has been led through, similarly to the leading through of the gravel-ballast, as is usual by railway-bridges. This constructional solution could be more economical by using shorter spans. The calculation of this slab-construction is unfortunately rather complicated, and the reliable appraisal of the play of forces should be performed only on the base of model-tests.

The suggested solution of an abutment is particularly advantageous in the case of skew bridges. For instance, the 45° -angled arrangement of abutments, which is sketched in Fig. 3, allows a very natural solution for the problem of a bridge over an obstacle, that intersects the road to be led through it, at an angle of 45° . The structure is — according to my opinion — construct-

ive and it can rightly be stated that it is also aesthetic. Fig. 4. serves to illustrate this statement. The caisson is illustrated, for better understanding, in Fig. 5 also in a drawing in the perspective, seen from the side of the joining embankment, so that the embankment is supposed to be moved off.

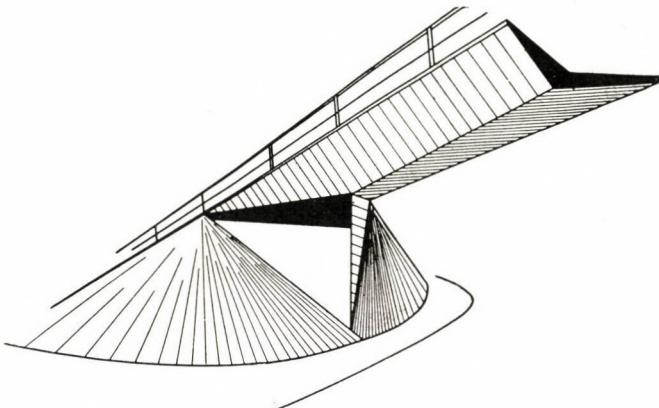


Fig. 4. Perspective view of the abutment in a foundation according to Fig. 3, seen from the side of the bridge

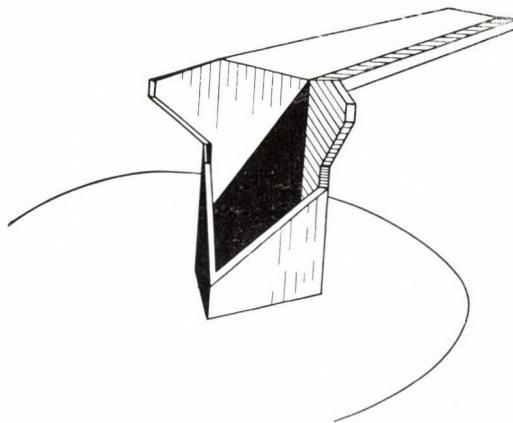


Fig. 5. Perspective view of the abutment in a foundation according to Fig. 3, seen from the side of the embankment (the embankment being removed)

Abutments of bridges have to fulfil — as already mentioned — a double task. The first task is the transmission of the loads of the superstructure to the subsoil, this can be achieved by a simple column. The second task is to finish off the embankment. The earth-pressure arising from the embankment — including its increment caused by vehicles — is a distributed load, and therefore shell-constructions might be considered as the most suitable to carry it.

Fig. 6 illustrates the sections of a simple *shell-constructed* abutment. The reaction-forces which arise at the supports of the bridge-construction with two main-girders, are transmitted to the foundation by vertical columns with a circular cross-section, one for each beam. It is expedient to connect the columns under the bearings with a horizontal bar. By connecting the

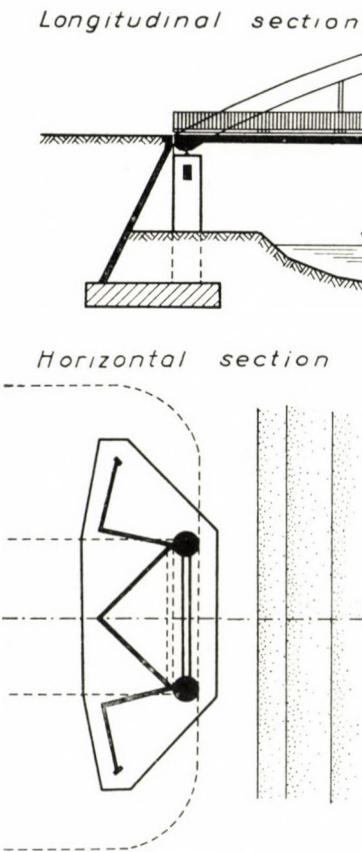


Fig. 6. Shell constructed abutment

triangle shaped line — shown in the ground-plan at the height of the upper level of the foundation — and a horizontal bar placed at the height of the bearings with a shell-construction, two hyperbolic paraboloids are obtained. For the solution of the wing-walls similarly shaped, shell-constructions can be designed.

The advantage of the shell-construction, illustrated in Fig. 6, is to have straight generating lines, this makes shuttering easier. To finish off the joining embankment, of course differently shaped shell-constructions should also be

used (for instance a conoid, a parabolic paraboloid or a simple rotational surface). Shell-constructions are extremely economical, as their production only needs small quantities of concrete and reinforcement.

The construction is shown, for better understanding in Fig. 7, also in the perspective, in such a way, that the embankment is supposed to be removed.

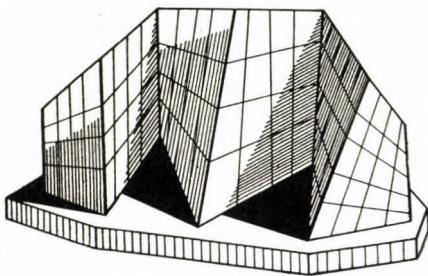


Fig. 7. Perspective view of a shell constructed abutment seen from the side of the embankment (the embankment being removed)

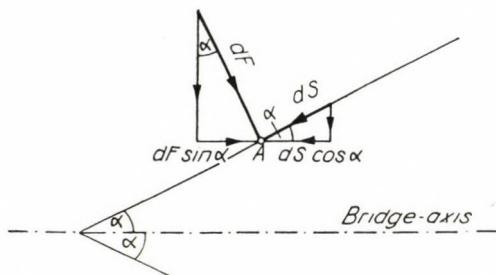


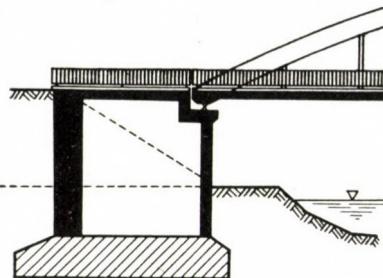
Fig. 8. Forces acting on the surface-element of an abutment of wedge-shaped ground-plan

A further proposal for up-to-date forming of abutments is represented by the so-called "abutment of wedge-shaped ground-plan". The essential part of this proposal is the following. The ground-plan of the abutment is formed wedge-like, instead of the hitherto usual rectangular shape, its edge being turned against the embankment, it can be said, it cuts into the embankment. As a consequence of such a form, the components of the earth-pressure acting on the abutment, which are at right-angle to the axis of the bridge, composite each other, while the components parallel to the axis — if the abutment should move — would be equilibrated by the forces arising from friction. The conditions of equilibrium are as follows :

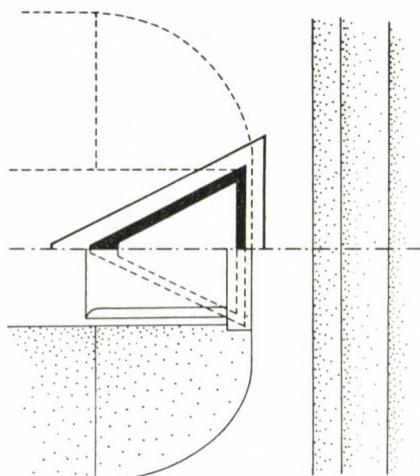
Let the surface-element df at point A of the abutment's side wall be examined, which is shown in Fig. 8 in a horizontal section. The earth-pressure acting on it is

$$dF = h \gamma \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\varphi}{2} \right) df,$$

Longitudinal section



Horizontal section



View from above

Fig. 9. Abutment of wedge-shaped groundplan

where γ means the specific gravity of the earth-filling and φ its friction-angle.

The component of earth-pressure parallel to the axis of the bridge is

$$dH_F = dF \sin \alpha.$$

The abutment remains motionless, till the shifting force is smaller than the friction-force, the value of which is

$$dS = dF \operatorname{tg} \delta,$$

where δ is the angle of friction between the wall and the earth. The component of dS parallel to the bridge-axis is

$$dH_S = dS \cos \alpha = dF \operatorname{tg} \delta \cos \alpha.$$

The abutment cannot move off, till

$$dH_F \leq dH_S,$$

i.e. if the half of the vertex-angle between the side-walls of the wedge-shaped abutment fulfils the postulate :

$$\operatorname{tg} \alpha \leq \operatorname{tg} \delta, \quad \text{and} \quad \alpha \leq \delta \text{ respectively.}$$

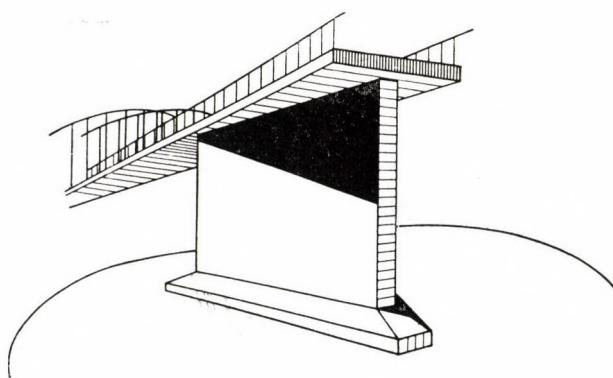


Fig. 10. Perspective view of an abutment of wedge-shaped ground-plan seen from the side of the embankment (the embankment being removed)

It is clear from this roughly outlined calculation, that there evidently exists such a value of angle α , at which the earth-pressure acting on the abutment, and the friction resisting its motion, are just at the point of equilibrium; and if for α a smaller angle is chosen, there exists absolutely no danger of a displacement. By a similar train of thought it can be proved, that the friction forces also hinder the canting forward and backward, respectively.

It follows from the afore given explanation, that it is possible to design an abutment satisfactory proof against canting forward, or backward, respectively, if angle α is suitably chosen with regard to the quality of the backfilling material. The canting forward, or backward of abutments has been formerly and is at present an unsolved problem.

The proposal relating to an abutment of wedge-shaped ground-plan — the general arrangement of which is shown in Fig. 9, and its perspective

view in Fig. 10 — becomes clear from the explanations given in the precedings. In this solution the abutment is a triangle-shaped, cellular solid. In case of unfavourable conditions of the soil abutments could be very economically carried out by using the solution in question, as we only have to provide for the reception of the reaction forces, which arise from the comparatively small dead-weight and from the load of the superstructure, while the shifting and canting forces due to earth-pressure, could be reduced to a minimum.

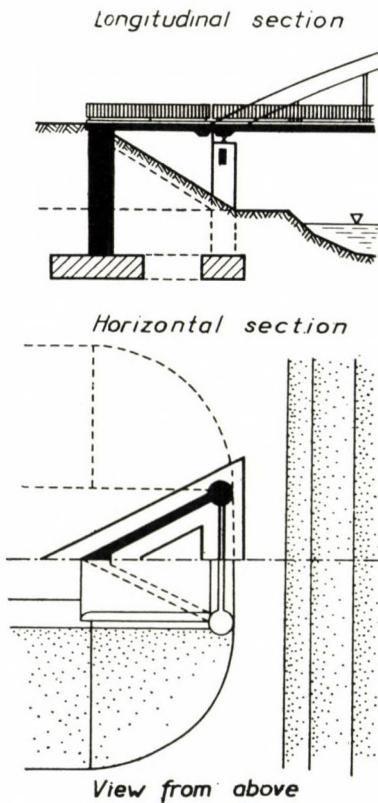


Fig. 11. Abutment of "V"-shaped ground-plan

In this solution the head of the embankment remains free. The settling of the embankment behind the abutment — which is due to the compaction caused by the load and vibrating effect of vehicles, furthermore to the soaking and erosion caused by rains — has to be to a greater extent expected as in the case of the usual solution, in which the head of the embankment being closed in the U-shaped space formed by the abutment and the wing-walls, is secured against any side-directed deflection. The afore-mentioned settling and other pernicious effects could be diminished, possibly entirely eliminated

by the usual methods, for instance : careful compaction, assurance againsts erosion, drainage, the use of replaceable pavement etc.

A similar solution is shown in Fig. 11, which deviates from the foregoing by omitting the closing side of the triangle forming the head-wall, and so the abutment gets a V-shaped ground-plan. Under each bearing a column of circular cross-section, at the vertex of the V, a triangle-shaped column is applied. Between these columns are wing-wall-like, triangle-formed reinforced concrete walls, over them is placed the reinforced concrete slab of the bridge. In this solution the head-slope of the joining embankment can be introduced over the foundation slab with an inclination, that corresponds to the natural slope-

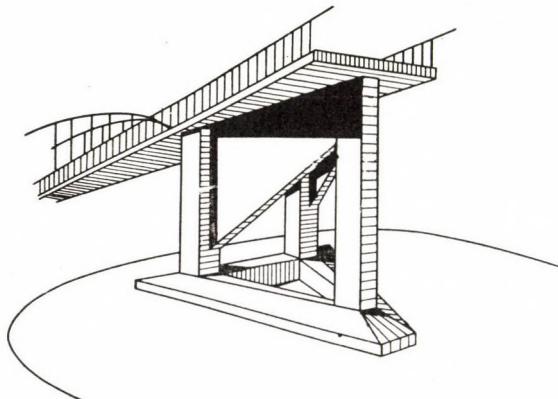


Fig. 12. Perspective view of an abutment of "V"-shaped ground-plan, seen from the side of the embankment (the embankment being removed)

angle of the embankment's material ; or in case of a paved slope with an inclination of 45° .

Fig. 12 shows the same abutment in perspective view, the joining embankment is assumed as being removed.

The roughly outlined solution is economical in the case of higher abutments. The height of an embankment, at which the solution in question already becomes competitive, could be estimated according to approximate calculations at 6—7 m-s. In case of a height of 6—7 m, or a still greater one, the earth-pressure acting on the head-walls, which are carried out at right-angle to the bridge-axis, increases to such a high value, that necessitates very large-sized foundation blocks and ascending walls.

If soil conditons are very unfavourable — as for instance in case of loose, mud, or swampy ground —, it comes involuntarily to one's mind, to

create a cellular abutment, in order to reduce the ground-stresses, which arise from the support-force. In such a given case the abutment floats on the ground with plastic properties, like a ship. The idea referring to cellular abut-

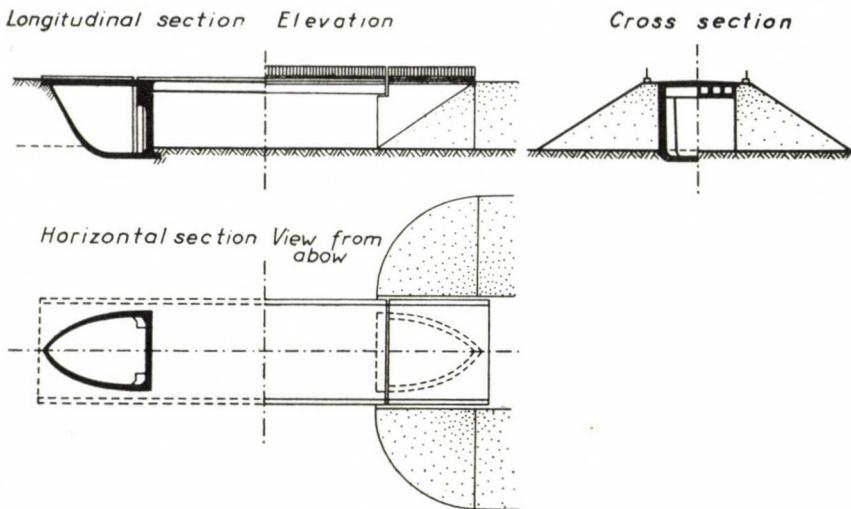


Fig. 13. Abutment formed like a ship-bow

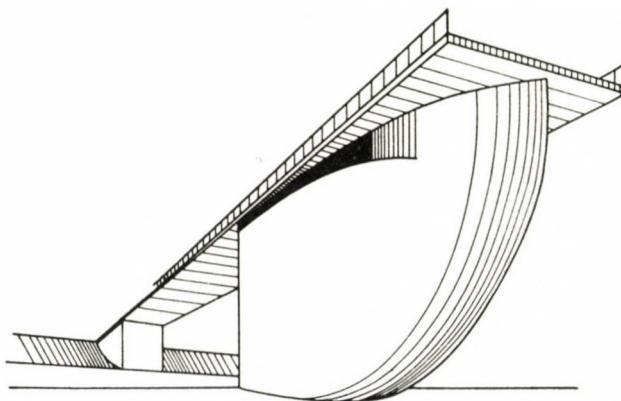


Fig. 14. Perspective view of an abutment formed like a ship-bow, seen from the side of the embankment (the embankment being removed)

ments is not new, trials relating to this solution have already been made in foreign countries.

Fig. 13 and Fig. 14 show a cellular abutment, which only deviates from the previous one by its shape. Namely this abutment is similar to the bow of a ship. The streamline-shaped walls of the abutment partly compensate

the earth-pressures, and partly equipoise them through friction, similarly as has been explained in connection with a V-shaped abutment. This abutment could be solved in such a way, which eliminates the canting moments in full measure, or reduces them to a very small extent.

If the abutment should join the embankment by a vertical surface, there would not only arise a considerable earth-pressure, but in case of a bracing for the abutments by the superstructure, also a considerable passive earth-pressure would come into being. The soaking of the earth-mass behind the abutment, and its frost penetration occurring in winter, respectively, would cause further unfavourable effects. The disadvantageous consequences of these effects do not occur, if the abutment is shaped according to this proposal, because it cuts into the embankment like to the bow of a ship.

The advantage of the proposed solution is that it considerably diminishes — and maybe in full measure eliminates — the bridge-axis directed earth-pressure, which arises from all these effects. By using abutments which are braced against each other by the superstructure, it has hitherto been possible to bridge over spans of 8—10 m-s, in case of the application of ship-bow shaped abutments this span could be considerably increased. It is estimated, that by the use of the proposed, or some similar solution, bridges of about 25—30 m span could be constructed with braced abutments. The advantages of braced abutments are generally known.

*

Finally I wish to emphasize, that the afore given explanations do not mean complete solutions, these are but ideas and initiations relating to an up-to-date shaping of abutments.

From these ideas, the explanations dealing with a V-shaped abutment, seems to be ready for direct realization. I am inclined to think, that this solution should be more thoroughly examined, and compared as an alternative accomplishment to the abutments of erected bridges, chiefly from the viewpoint of an economical character. It would also be useful to carry out tests, referring to the determination for the most suitable angle between the branches of the V. The idea concerning the carrying out of foundations with a common caisson, can also be considered as ready for direct effectuation. In connection with further initiations, it would still be necessary to perform comparisons and tests.

SUMMARY

The development of the substructures has not kept up with the general development of the science of bridge-building. Becoming aware of this fact, the author submits for consideration some new solutions for abutments. In case of shorter spans, a foundation carried out with a common caisson considerably diminishes the costs of the substructure, and the building of arches, and other constructions, which are sensitive to the deflections of the supports, becomes also possible in the case of the most unfavourable soil conditions. The foundation with caissons, which are turned with their edges facing each-other could become economical, especially in case of skew bridges. The employment of shell-constructions for abutments is also advantageous. The abutment of wedge-shaped ground-plan and its modified form are new-type solutions. In this solution the split and canting forward of the abutment can be warded off by a suitable election of the wedge's inclination. Finally the ship-bow like formed abutment, joins the advantages of the preceding solution, with the advantages of a cellular, light abutment. The proposals are only solutions in principle, initiations, their detailed investigation, or rather their testing would be expedient.

NEUARTIGE BRÜCKENWIEDERLAGER

E. BÖLCSKEI

ZUSAMMENFASSUNG

Die Entwicklung der Unterbaukonstruktionen hat mit der allgemeinen Entwicklung der Brückenbauwissenschaft nicht Schritt gehalten. In Erkenntnis dieser Tatsache schlägt der Verfasser einige neue Lösungen für Brückenwiederlager vor. Die mit einem gemeinsamen Senkkasten ausgeführte Gründung verringert im Falle kleinerer Spannweiten die Kosten des Unterbaus erheblich, außerdem ermöglicht dieselbe den Bau von Gewölben und von anderen, gegen Stützensenkung empfindlichen Konstruktionen auch unter den schlechtesten Bodenverhältnissen. Gründungen mit ihren Kanten einander zugekehrten Senkkästen können — besonders im Falle schiefer Überbrückungen — ebenfalls wirtschaftlich sein. Die Anwendung von Schalenkonstruktionen ist für den Bau von Wiederlagern ebenfalls vorteilhaft. Das in seinem Grundriß keilartig geformte Wiederlager, beziehungsweise dessen alternative Ausbildung stellen neue Lösungen dar. Bei dieser Lösung kann das Gleiten, beziehungsweise das Vorwärtskippen des Wiederlagers durch eine entsprechende Wahl der Keilneigung verhindert werden. Endlich vereint das dem Bug eines Schiffes ähnlich geformte Wiederlager die Vorteile der vorhergehenden Lösung mit den Vorteilen eines hohl ausgebildeten, leichten Wiederlagers. Die dargebrachten Vorschläge sind nur grundsätzliche Lösungen und Einfälle, deren ausführliche Untersuchung, beziehungsweise die Ausführung entsprechender Versuche zweckdienlich sein würde.

NOUVELLES CULÉES

E. BÖLCSKEI

RÉSUMÉ

Le développement de l'infrastructure n'a pas marché de concert avec le progrès général de la science des ponts. En enregistrant ce fait, l'auteur propose quelques nouvelles solutions pour les culées. La fondation avec un caisson commun, en cas de petite travée, réduit considérablement des dépenses de l'infrastructure, et cette méthode rend en outre possible la construction des voûtes et autres structures sensibles au mouvement, sur les terrains même les plus mauvais. Il peut être aussi avantageux d'employer des caissons tournés l'un vers l'autre par leur sommet surtout en cas de travée biaise. Même les constructions à voile peuvent être employées d'une façon avantageuse. La culée à coin tout comme sa variété dissoute, représente aussi une nouvelle solution, où le glissement ou penchement peut être prévenu par le choix convenable de la pente du coin. Enfin, la culée en forme de proue réunit les avantages de la solution précédente avec celles d'une culée légère comportant des vides. Les propositions faites ne constituent que des solutions de principe, de simples idées dont l'examen détaillé et la mise à l'épreuve s'imposent.

МОСТОВЫЕ УСТОИ НОВОЙ КОНСТРУКЦИИ

Э. БЕЛЬЧКЕИ

РЕЗЮМЕ

От общего развития науки мостостроения отстало развитие конструкций фундаментов. Установив это, автор предлагает ряд новых решений мостовых устоев. Закладка фундамента при помощи общего кессона в случае небольшого пролета значительно сокращает расходы по сооружению фундамента и позволяет осуществить сооружение сводов и других чувствительных к движению опоры конструкций при наихудших почвенных условиях. Может быть выгодным (в особенности в случае наклонных перемычек) также устройство основания при помощи кессонов, повернутых своим концом друг против друга. Для мостовых конструкций могут быть выгодно использованы также оболочки. Новым решением является мостовой устой в виде плуга, соответственно его измененная форма. При этом решение сдвиг устоя, соотв. подача вперед могут быть предотворащены соответствующим выбором угла наклона клина. Наконец, устой в виде носовой части судна объединяет в себе преимущества предыдущего решения с преимуществами легкого устоя пустотелой конструкции. Предложения являются только теоретическими решениями, соображениями, детальное испытание, соотв. исследование которых было бы целесообразным.

DIE BRUCHARBEIT ALS WERKSTOFFKENNGRÖSSE

Prof. L. GILLEMOT

KORRESP. MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

und

G. SINAY

LEHRSTUHL FÜR MECHANISCHE TECHNOLOGIE DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT, BUDAPEST

[Eingegangen am 22. Jan. 1958]

1. Einleitung

Enstprechend der Praxis der bisher üblichen Werkstoffprüfung benötigt man zur Charakterisierung der Festigkeit eines Werkstoffes die vier wichtigsten Angaben, die beim Zerreißversuch ermittelt werden können: die Fließgrenze, die Zerreißfestigkeit, die Dehnung und die Brucheinschnürung. Die Qualitätsbestimmung erfolgt auf der Grundlage, ob die vier Kenngrößen die Vorschriften gleichzeitig erfüllen oder nicht. Zwei dieser charakteristischen Angaben sind Kenngrößen der Festigkeit des Werkstoffes und die anderen zwei solche der Verformbarkeit desselben. Die zusammengehörenden Wertpaare weisen im Falle der Änderung des Gehaltes an Legierungszusätzen meistens eine entgegengesetzt gerichtete Änderung auf. Die Vergrößerung der Festigkeitswerte ist meistens mit der Verminderung der Kenngrößen verbunden, die die Verformbarkeit des Werkstoffes charakterisieren, also der Dehnung und der Brucheinschnürung. Man ist deshalb schon seit Jahrzehnten darum bemüht, die Eigenschaften der Werkstoffe mit einer einzigen Kenngröße charakterisieren zu können.

Mehrere dieser Kenngrößen waren vollkommen empirisch gewählt, so wurden z. B. Produkt $\sigma_B \cdot \delta_{10}$ oder auch andere Produkte angegeben, die aus Festigkeitswerten und die Verformbarkeit des Metalles charakterisierenden Konstanten aufgebaut wurden. Statt diesen rein empirischen Kenngrößen, die jede physikalische Deutung entbehrten, hat schon ALEXANDER REJTŐ [1] es versucht, den Begriff der Zähigkeitsarbeit einzuführen, worunter er die Arbeit verstand, die bis zur Grenze der gleichmäßigen Dehnung geleistet werden muß. Die Zähigkeit-Kenngröße von REJTŐ wurde zwar in der Fachliteratur bekannt, hat sich jedoch in der Praxis nicht bewährt. Auf Grund eingehender Untersuchungen kann man es beweisen, daß die Zähigkeitsarbeit von REJTŐ keine streng genommene Werkstoffkenngröße ist, was zugleich die Erklärung dafür liefert, warum dieselbe keine allgemeine Anwendung fand.

Die physikalisch vollkommen begründete und für das Material charakteristische Arbeit ist nicht jene, die bis zur Grenze der gleichmäßigen Dehnung

geleistet wird, sondern die, die zum Zerreißen der Volumeneinheit des Probestabes notwendig ist. Die gesamte Arbeit, die bis zum Bruch geleistet werden muß, kann also nur durch die Arbeit der Volumeneinheit des eingeschnürten Querschnittes ausgedrückt werden. Wie wir es im folgenden beweisen möchten, ist im Laufe der Zerreißprobe die Arbeit einer unendlich kleinen Volumeneinheit des eingeschnürten Querschnittes, die sogenannte Brucharbeit, eine konstante Zahl, die für das Material charakteristisch ist.

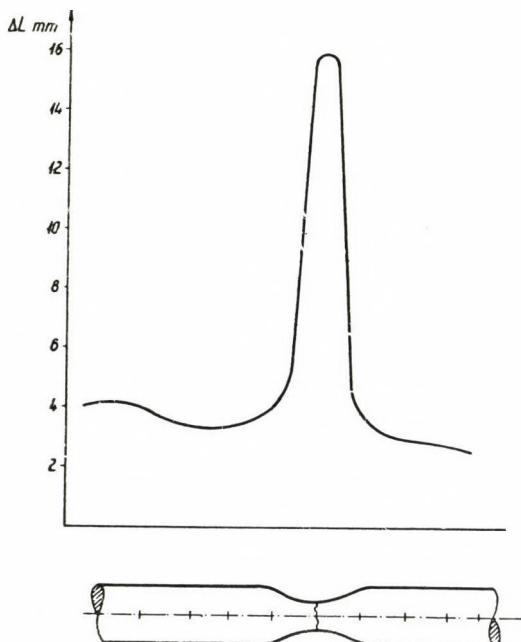


Bild 1. Die gleichmäßige und örtliche Dehnung des Zerreißprobestabes

An der Stelle und in der Umgebung der Brucheinschnürung weist die Dehnung des Probestabes sehr große Abweichungen von der Dehnung anderer Teile des Probestabes auf. Bild 1 zeigt die Umstände für den Fall eines Zerreißprobestabes, der aus einer Aluminiumlegierung von 20 mm Durchmesser gefertigt wurde. Die Abszisse zeigt die Länge des Probestabes und die Ordinate die Dehnung bzw. Verlängerung der einzelnen Einteilungen des Probestabes in mm. Man sieht also, daß die Verlängerung an der Stelle der Einschnürung um eine Größenordnung von den Verlängerungswerten der anderen Stellen des Probestabes abweicht, die sich infolge der gleichmäßigen Formänderung einstellten. Bezeichnen wir mit F_0 den ursprünglichen Querschnitt des Probestabes, mit L_0 einen sehr kurzen Zeichenabstand an der Stelle der später einsetzenden Einschnürung. Nehmen wir an, daß der sehr kleine

Zeichenabstand an der Stelle der Einschnürung, L_0 , nach dem Bruch auf L_c verlängert, und der Querschnitt inzwischen von F_0 auf F_c vermindert wird. Laut dem Gesetz der Raumbeständigkeit wird

$$L_0 \cdot F_0 = L_c \cdot F_c. \quad (1)$$

Nach der Definition der spezifischen Dehnung wird die Dehnung an der Stelle der Brucheinschnürung

$$\delta_c = \frac{L_0 - L_c}{L_0} \quad (2)$$

und die Brucheinschnürung

$$\psi_c = \frac{F_0 - F_c}{F_0}. \quad (3)$$

Wird das Verhältnis F_0/F_c aus Gleichung (3) und des Verhältnis L_0/L_c aus Gleichung (2) ausgedrückt, so erhalten wir

$$\delta_c = \frac{\psi_c}{1 - \psi_c} = \frac{\frac{d_0^2 - d_c^2}{d_0^2}}{1 - \frac{d_0^2 - d_c^2}{d_0^2}} = \frac{d_0^2 - d_c^2}{d_0^2}. \quad (4)$$

Die so definierten Dehnungswerte werden im weiteren zur Distanktion von den meist üblichen spezifischen Dehnungswerten als effektive Dehnung bezeichnet. Die effektive Dehnung entspricht also der spezifischen Dehnung eines sehr kurzen Zeichenabstandes. Die effektive Dehnung wird an den Stellen des Probestabes, wo derselbe nur eine gleichmäßige Formänderung erlitt, gleich der gleichmäßigen Dehnung, erleidet jedoch an der Stelle der Brucheinschnürung einer Änderung von Punkt zu Punkt und erreicht ihren Maximalwert, der im weiteren als Einschnürungsdehnung bezeichnet wird, in kleinsten Querschnitt der Bruchstelle. Die Änderung der effektiven Dehnung entlang der Länge des Probestabes entspricht also im wesentlichen der Verlängerungskurve, die in Bild 1 gezeigt wurde. Die Errechnung der effektiven Dehnung in den einzelnen Punkten ist mit Hilfe der Gleichung (4), nach der Bestimmung des jeweiligen Durchmessers möglich.

Die Arbeit der Volumeneinheit, die an der Stelle der Brucheinschnürung ausgewählt wurde, kann nach der Einführung des Begriffes der effektiven Dehnung aus dem Zerreißdiagramm direkt bestimmt werden. Die Brucharbeit wird nach der vorangehenden Definition

$$A_c = \int_{L_0}^{L_c} \frac{P \cdot dL}{V_0} = \int_{L_0}^{L_c} \frac{P \cdot dL}{F_0 \cdot L_0} \quad (5)$$

wobei V_0 das elementare Volumen der Stelle der Brucheinschnürung bedeutet. Mit der Einführung von $V_0 = F_0 \cdot L_0$, sowie $\sigma = P/F_0$, $d\delta = dL/L_0$ kann die Brucharbeit* aus dem folgenden Ausdruck berechnet werden:

$$A_c = \int_{\delta_0}^{\delta_c} \sigma \cdot d\delta \quad (6)$$

Die Berechnung der Brucharbeit bzw. des obigen Integrals erfolgte bisher mit graphischen Methoden. Man muß zu diesem Zweck im Laufe der

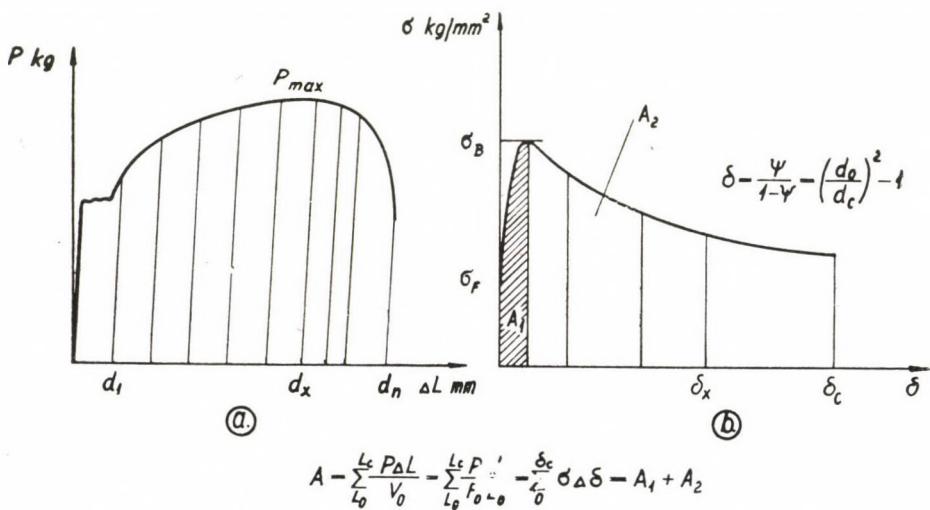


Bild 2. Die Bestimmung der Brucharbeit auf graphischem Wege

Zerreißprobe die Durchmesser des Probestabes fortwährend messen. Der gemessene Durchmesser kann bis zur Grenze der gleichmäßigen Dehnung im Prinzip eine beliebige sein, nach dem Beginn der Einschnürung jedoch, also nach dem Erreichen von P_{max} , muß man jeweils den kleinsten Durchmesser des Probestabes und die dazu gehörende Kraft bestimmen. Das Ergebnis einer solchen Messung zeigt Bild 2. Auf der linken Seite des Zerreißdiagrammes ist $P = f(\Delta L)$ eingezeichnet ($\Delta L = L - L_0$), im Diagramm sind jedoch auch jene $d_1 \dots d_n$ Durchmesser eingezeichnet, die nach einer entsprechenden Verlängerung gemessen werden konnten. Aus dem Zerreißdiagramm muß man zur Bestimmung der Brucharbeit ein solches Diagramm zeichnen, dessen Ordinaten die $\sigma = P/F_0$ Werte, die Abszissen die effektiven Dehnungswerte,

* Bemerkung: Im weiteren werden die Kräfte, bezogen auf den ursprünglichen Querschnitt, mit σ , jene aber, die auf den veränderten Querschnitt bezogen werden (wahre Spannung), mit σ' bezeichnet.

die nach der Gleichung (4) mit Hilfe der gemessenen Durchmesser bestimmt werden können, darstellen. Bild 2/b zeigt also $\sigma = f(\delta)$ und die Fläche, die von dieser Kurve eingehüllt wird, ist demgemäß eben der Brucharbeit gleich. Die Brucharbeit kann mittels Planimetrierung der Fläche bestimmt werden. Werden die σ Werte in kg/mm^2 ausgedrückt, so ergibt sich die Brucharbeit in mkg/cm^3 .

Obzwar einige interessante Eigenschaften der Brucharbeit schon in der früheren Fachliteratur mitgeteilt wurden, hat sich ihre verbreitete Anwendung nicht eingebürgert, weil die Messung ziemlich umständlich ist und die graphische Bestimmung der Arbeitsfläche auch recht langwierig ist.

LJUNGBERG [2] zeigte schon auf dem Kongreß des Internationalen Werkstoffprüfungsverbandes i.J. 1931, daß die Brucharbeit praktisch unabhängig davon ist, mit wieviel aufeinanderfolgenden Beanspruchungen dieselbe erschöpft wird. Entsprechend seinen Messungen tritt nach einer Arbeit A_1 , A_2 , A_3 nur dann der Bruch ein, wenn $A_1 + A_2 + A_3 = A_c$, wobei A_c gleich der Brucharbeit des betreffenden Werkstoffes ist.

Später hat MATTHAES [3] einige Ergebnisse mitgeteilt, wonach die Brucharbeit der gehärteten und angelassenen Stähle von dem Maße des Anlassens unabhängig, eine Konstante sei. MATTHAES hat außerdem noch die Annahme aufgestellt, wonach die Brucharbeit eines jeden Werkstoffes ganz unabhängig von der Zusammensetzung eine Konstante sei.

Um die Eigenschaften und die praktische Bewährung der Brucharbeit untersuchen zu können, mußten wir zunächst eine solche Berechnungsmethode ausarbeiten, mit deren Hilfe der zahlenmäßige Wert der Brucharbeit mit den bekannten und üblichen Werkstoffkenngrößen, wie σ_F , σ_B , δ_e und ψ ausgedrückt werden kann.

2. Die Berechnung der Brucharbeit

Bei der Berechnung der Brucharbeit sind wir von der Feststellung ausgegangen, wonach entsprechend den bisherigen Beobachtungen die wahre Spannung als Funktion der spezifischen Querschnittsverminderung, von der Grenze der gleichmäßigen Dehnung bis zum Bruch dargestellt eine lineare Abhängigkeit darstellt, wie das auf Grund der Messungen von KÖRBER und ROHLAND [4] in Bild 3 gezeigt wurde. Zur Kontrolle dieser Feststellung von KÖRBER und ROHLAND haben auch wir mit unseren Versuchsmaterialien Kontrollprüfungen durchgeführt und dabei festgestellt, daß die lineare Abhängigkeit der wahren Spannung von der spezifischen Querschnittsverminderung auch im Falle der von uns untersuchten Materialien gültig ist. Einige charakteristische Diagramme unserer diesbezüglichen Untersuchungen sind in Bild 4 dargestellt. Bei einigen Diagrammen zeigt sich sowohl im Falle

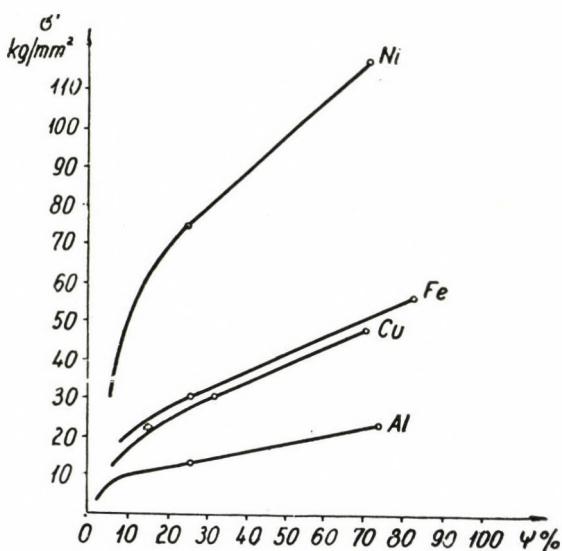


Bild 3. Die σ' - ψ -Kurven von reinen Metallen (nach Körber und Rohland)

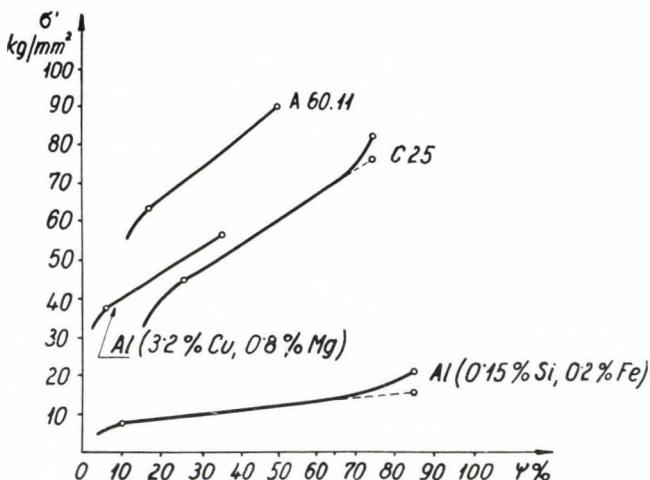


Bild 4. Die σ' - ψ -Kurven einiger Legierungen

der Messungen von KÖHLER und ROHLAND, wie auch unserer eigenen Messungen in der Umgebung der Einschnürungsstelle eine kleine Abweichung von der geraden Linie. Diese kleine Abweichung bewirkt jedoch keinen wichtigen Unterschied vom Gesichtspunkte der abzuleitenden Gleichung.

Wenn in Bild 5 σ' die wahre Spannung darstellt, die zu einem beliebigen F Querschnitt gehört, so wird aus dem ABC Dreieck

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{\sigma' - \sigma'_e}{F - F_e} \quad (7)$$

woraus

$$\sigma' - \sigma'_e = \operatorname{tg} \alpha (F - F_e). \quad (8)$$

Der Neigungswinkel der geraden Linie kann aus der Voraussetzung bestimmt werden, daß die Kraft an der Grenze der gleichmäßigen Dehnung maximal

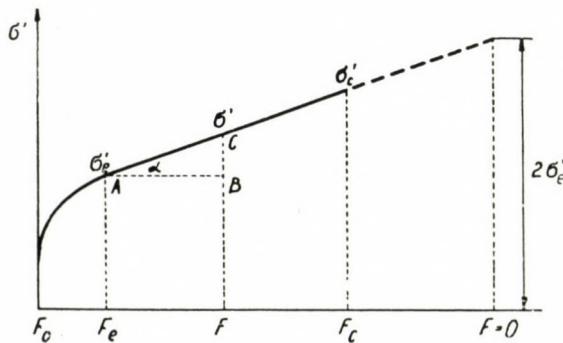


Bild 5. Die schematische σ' —F Kurve

wird, daß also im $P = f(\Delta L)$ Diagramm $dP = 0$. Da $P = F \cdot \sigma'$, so wird

$$dP = F \cdot d\sigma' + \sigma' dF = 0 \quad (9)$$

also

$$\left[\frac{d \sigma'}{dF} \right]_{F=F_e} = - \frac{\sigma'_e}{F_e} \quad (10)$$

$$\left[\frac{d \sigma'}{dF} \right]_{F=F_e} = - \operatorname{tg} \alpha = - \frac{\sigma'_e}{F} \quad (11)$$

und die Gleichung der gesuchten geraden Linie:

$$\sigma' = \sigma'_e + \frac{\sigma'_e}{F_e} (F_e - F). \quad (12)$$

Wenn wir die Zusammenhänge $F = \frac{F_0}{1 + \delta}$ sowie $F_e = \frac{F_0}{1 + \delta_e}$ berücksichtigen, so wird

$$\sigma' = 2 \cdot \sigma'_e - \sigma'_e \left[\frac{1 + \delta_e}{1 + \delta} \right]. \quad (13)$$

Da zur Darstellung der Brucharbeit entsprechend der Definition nicht die wahre Spannung, sondern die Bestimmung der Spannung, bezogen auf den ursprünglichen Querschnitt notwendig ist, so wird durch die Substitution

$$\sigma'_e = \sigma_B (1 + \delta_e) \quad (14)$$

beziehungsweise

$$\sigma' = \sigma (1 + \delta) \quad (15)$$

folgender Ausdruck erhalten:

$$\sigma = \frac{2 \cdot \sigma_B (1 + \delta_e)}{1 + \delta} - \sigma_B \frac{(1 + \delta_e)^2}{(1 + \delta)^2}. \quad (16)$$

Dieser ist eben $\sigma = f(\delta)$, der die Kurve im Bild 2 von δ_e bis zur effektiven Dehnung an der Stelle der Einschnürung, also bis δ_c beschreibt. Wenn wir die Fläche im Punkte der gleichmäßigen Dehnung in zwei Teile aufteilen, so wird die gesamte Arbeit, $A = A_1 + A_2$. Die Fläche A_1 , die sich von 0 bis δ_e erstreckt, kann wiederum auf einem Viereck und auf eine Fläche aufgeteilt werden, welch letztere mit einer Parabel angenähert werden kann. Die Fläche

$$A_1 = \delta_e \left[\frac{\sigma_F + 2 \sigma_B}{3} \right] \quad (17)$$

$$A_2 = \int_{\delta_e}^{\delta_c} \frac{2 \cdot \sigma_B (1 + \delta_e)}{1 + \delta} d\delta - \int_{\delta}^{\delta_c} \frac{\sigma_B (1 + \delta_e)^2}{(1 + \delta)^2} d\delta. \quad (18)$$

Somit wird die gesuchte Brucharbeit,

$$A_c = A_1 + A_2 = \frac{\delta_e}{3} [\sigma_F + 2 \sigma_B] + 4,6 \cdot \sigma_B (1 + \delta_e) \cdot \lg \frac{1 + \delta_c}{1 + \delta_e} + \\ + \sigma_B (1 + \delta_e)^2 \left[\frac{1}{1 + \delta_c} - \frac{1}{1 + \delta_e} \right]. \quad (19)$$

Die Brucharbeit kann also als die Summe von drei Gliedern ausgedrückt werden und man braucht zu ihrer Bestimmung die Werte σ_F und σ_B , welche aus dem Zerreißdiagramm leicht berechnet werden können, sowie die Werte δ_e bzw. δ_c , welche am Probestab leicht abzumessen sind. Da δ_c laut Gleichung (4) aus der prozentualen Brucheinschnürung leicht zu errechnen ist, so braucht man zur Berechnung der Brucharbeit außer den sowieso gemessenen und üblichen Werkstoffkenngrößen keine weiteren Angaben.

Als Kontrolle der obigen Berechnung haben wir an verschiedenen Metallen die Brucharbeit unmittelbar gemessen, sowie berechnet. Einige dieser

Ergebnisse sind in Bild 6 dargestellt. An einem Stahl A 60,11 haben wir entsprechend der im Bild 2 gezeigten Methode 10 Meßdaten unmittelbar durch Messung des Durchmessers bestimmt. Diese sind in der Tabelle als graphisch ermittelte Werte eingestellt. Wenn wir die mit der Gleichung (19) berechneten Werte mit den graphisch ermittelten Werten vergleichen, so finden wir Abweichungen zwischen $-1,8$ und $+5,1\%$. Diese Tabelle zeigt gleichzeitig, daß die Werte der Brucharbeit auch bei demselben Material

A 60,11

No	$A_c \text{ mkg/cm}^3$ gerechnet	$A_c \text{ mkg/cm}^3$ graphisch ermittelt	Abweichung %
1	41,0	39,0	+5,1
2	49,0	47,8	+2,5
3	48,5	47,3	+2,6
4	48,2	47,0	+2,6
5	49,5	51,0	-2,9
6	49,5	50,7	-2,4
7	49,0	49,7	-1,5
8	49,5	50,4	-1,8
9	49,5	49,2	+0,6
10	43,0	42,1	+2,1

Bild 6. Die Bestimmung der Brucharbeit von A 60,11 Stählen durch Berechnung und auf graphischem Wege

einer gewissen Streuung unterworfen sind, da die kleinsten gemessenen Werte bei 39 mkg/cm^3 , die größten bei 51 mkg/cm^3 liegen. Wie wir es noch im weiteren sehen werden, ist die Streuung der Brucharbeitswerte um so kleiner, je reiner das untersuchte Material ist.

Wir finden also, daß die abgeleitete Gleichung innerhalb der den Anforderungen der Materialprüfung entsprechenden Streuungsgrenzen eine gute Übereinstimmung mit der unmittelbaren Messung aufweist.

Die Richtigkeit der abgeleiteten Gleichung muß aus drei verschiedenen Standpunkten einer kritischen Prüfung unterzogen werden. Bei der Fläche A_1 ist die Begrenzung mit einer Parabel und die auf dieselbe aufgebaute Berechnung zwar willkürlich, aber erfahrungsgemäß kann die obere Grenzlinie der Fläche A_1 — was auch schon von ALEXANDER REJTÓ gezeigt wurde — gut mit einer Parabel angenähert werden. Die Fläche A_1 ist übrigens im Falle

der Stähle und der Aluminiumlegierungen kleiner als 10% der gesamten Fläche. Die Gleichung, die zur Berechnung der Fläche A_1 dient, weicht übrigens von der Zähigkeitskennzahl von REJTŐ nur darin ab, daß in der

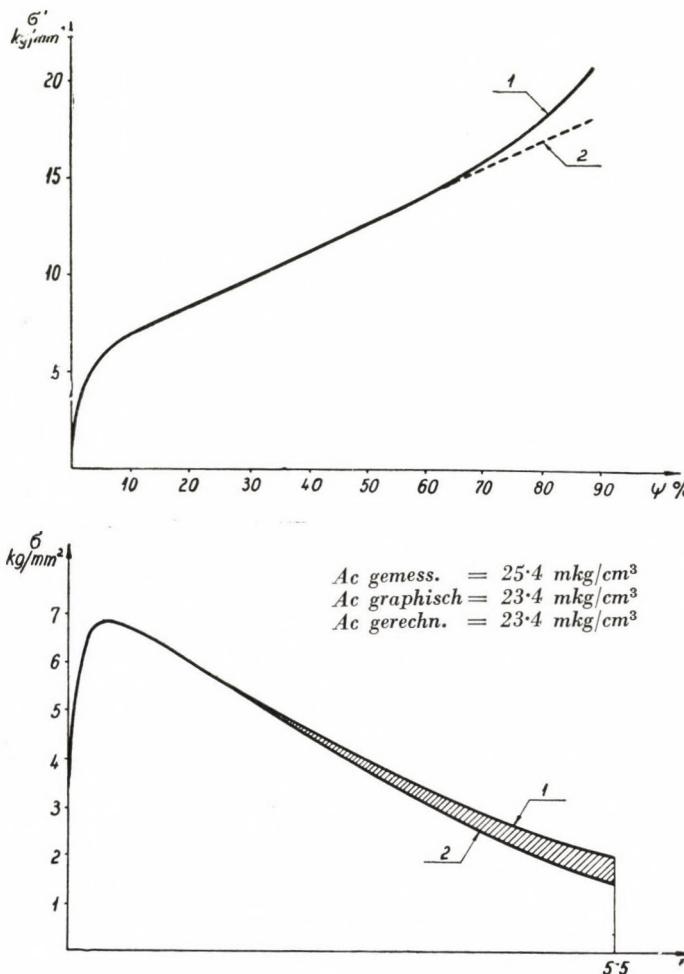


Bild 7. Das theoretische und gemessene wahre Spannungsdiagramm und die Fläche der Brucharbeit eines Aluminiums mit 0,15% Si und 0,2% Fe

Gleichung von REJTŐ anstatt von σ_B σ_e steht, da nach REJTŐ die Zähigkeit-Kenngröße die folgende ist:

$$m_e = \frac{\delta_e}{3} (\sigma_F + 2 \cdot \sigma_e). \quad (20)$$

Bild 2 zeigt also die Verhältnisse, um welche die Arbeit der zähen Formänderung kleiner als die während der Einschnürung geleistete Arbeit ist.

Bei der Berechnung der Zähigkeit-Kenngröße hat REJTŐ die Fläche A_2 außer acht gelassen und somit wird verständlich, daß die von ihm gewählte Kenngröße zwar wirklich charakteristisch für die Zähigkeit des Werkstoffes war, dieselbe aber für die zum Bruch im wesentlichen benötigte Arbeit nicht charakteristisch sein konnte, da die Arbeit der zähen Formänderung nur etwa 10% derselben darstellt.

Bei der Berechnung der Fläche A_2 können zwei Umstände gewisse Abweichungen mit sich bringen. Der eine ist, daß bei einigen Werkstoffen, wie z. B. bei einigen der von uns untersuchten Aluminiumlegierungen, das Diagramm der wahren Spannung in der Umgebung der Einschnürungsstelle einigermaßen von der geraden Linie abweicht. Bild 7 stellt das Diagramm einer solchen Aluminiumlegierung dar, bei der diese Abweichung von der geradlinigen Änderung die größte unter mehreren Hundert Messungen war. Die Fläche der Brucharbeit dieser Legierung ist gemäß der graphischen Bestimmung an dem unteren Teil des Bildes sichtbar. Linie »1« zeigt die effektiven Meßergebnisse, sowohl im Diagramm der wahren Spannung, wie auch im Diagramm $\sigma = f(\delta)$. Linie »2« wurde hingegen unter der Annahme der linearen Annäherung eingezeichnet. Im Bilde zeigt die gestrichelte Fläche die Wirkung der Abweichung von der linearen Spannungsänderung auf die Brucharbeitsfläche.

Wenn man die Verhältnisse der Flächen miteinander vergleicht, so sieht man, daß die Abweichung nicht groß ist und die graphische Lösung, unter der Annahme der linearen Änderung eine solche Übereinstimmung mit der Berechnung auf Grund der abgeleiteten Gleichung aufweist, welche im Falle einer graphischen Methode und einer numerischen Berechnung zu erwarten ist. Der Umstand also, daß das Diagramm der wahren Spannung einiger Werkstoffe nicht genau geradlinig ist, hat eine Abweichung von nur einigen Prozenten zur Folge, welche auf Grund der Erfahrungen nicht größer als die Größenordnung der Streuung ist, die auf die Inhomogenität des Versuchsstoffes zurückzuführen ist.

Schließlich ist der dritte Umstand, den wir bei der Ableitung außer acht gelassen haben, der, daß die Spannungsverteilung an der Stelle der Einschnürung nicht gleichmäßig ist. An der Stelle der Einschnürung kann die ungleichmäßige Spannungsverteilung mit einem Korrektionsglied berücksichtigt werden, welches in der Gleichung der Brucharbeit ein viertes Glied darstellen würde. Da nach unseren Rechnungen die Abweichungen nicht bedeutend sind, so haben wir dieses vierte Glied bei allen weiteren Berechnungen vernachlässigt und so gerechnet, als ob die Spannungsverteilung an der Stelle der Einschnürung gleichmäßig wäre.

Die Berechnung der Brucharbeit kann noch bequemer gemacht werden, wenn man die abgeleitete Gleichung in ein Nomogramm umwandelt. So braucht man zur Bestimmung der Brucharbeit außer den üblichen Angaben

des Zerreißversuches (σ_F , σ_B und ψ) nur den Wert von δ_e , der am Probestabe nach dem Versuch einfach abgemessen werden kann. Bei der Verwendung des Nomogramms wird die numerische Bestimmung der Brucharbeit nur sehr kurze Zeit in Anspruch nehmen. So kann die Brucharbeit anstatt der bisher verwendeten, langwierigen Messung einfach und recht schnell bestimmt werden.

Im weiteren hatten wir mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Rechnungsmethode die Messung der Brucharbeit an verschiedenen Stählen, Aluminiumlegierungen, Kupfer-Nickel und Zinn-Zink Legierungen bewerkstelligt, um zu klären, welche Umstände einen gewissen Einfluß auf die Brucharbeitswerte haben. Die wichtigste Zielsetzung unserer Versuche war jedoch die, zwischen der Wirkung der Legierungselemente und den numerischen Werten der Brucharbeit gewisse, wenn auch vorläufig qualitative Zusammenhänge feststellen zu können.

3. Die Wirkung der Legierungselemente auf die Brucharbeit

Zur Untersuchung der Wirkung der Legierungselemente haben wir zwei komplette Legierungsserien hergestellt, die eine derselben umfaßte die Kupfer-Nickel Legierungen, die eine ununterbrochene Reihe von Mischkristallen bilden, die andere jedoch die Zinn-Zink Legierungen, die sich im festen Zustande überhaupt nicht lösen. Die Cu-Ni Legierungen wurden aus Elektrolytkupfer und aus Karbonyl-Nickel hergestellt. Die Homogenität der Blöcke wurde durch einmalige Einschmelzung im Tamman-Ofen, unter Argon-Schutzgas, sowie Umschmelzen in einem Hochfrequenz-Induktionsofen bei 10^{-5} Torr Vakuum gesichert. Die einzelnen Legierungen der Cu-Ni Reihe wurden nach dieser zweimaligen Schmelzung warm verwalzt, sodann nach einer Glühung von 2 Stunden bei einer Temperatur von 900°C und Abkühlung in Wasser untersucht.

Die Zinn-Zink Legierungsserien wurde aus Zink von 99,99% Reinheit und Zinn durch Verschmelzung dargestellt, sodann bei $200-250^\circ\text{C}$ auf einer Strangpresse verpreßt und nachher bei einer einheitlichen Temperatur von 130°C gegläht. Aus den Zink-Zinn Legierungen wurden Zerreißprobestäbe von 4 mm Durchmesser, aus den Kupfer-Nickel-Legierungen Mikrozerreißprobestäbe von 1,5 mm Durchmesser hergestellt. Die Ergebnisse der Versuche sind in Bild 8 und 9 dargestellt.

Bild 8 zeigt das Zustandsdiagramm der Zink-Zinn Legierungen, worunter auch das Diagramm der Gefügebestandteile eingezeichnet ist. Unterhalb des Diagramms der Gefügebestandteile ist die Änderung der Brucharbeit in Abhängigkeit von der Konzentration dargestellt. Obzwar die von uns gewählten Zusammensetzungen nicht genau den charakteristischen Punkten

des Zustandsdiagramms folgen, da nach den Angaben einiger Autoren die eutektische Zusammensetzung zwischen 7,5 und 9,5% liegt und unsere am nächsten liegende Meß-Stelle sich auf einen Zn-Gehalt von 10% bezieht, so kann man doch aus dem Diagramm darauf folgern, daß die Änderung der

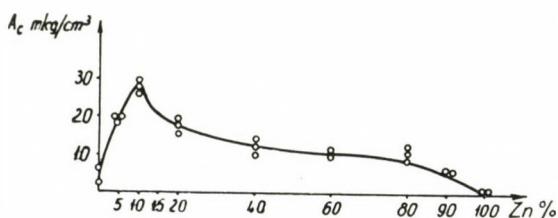
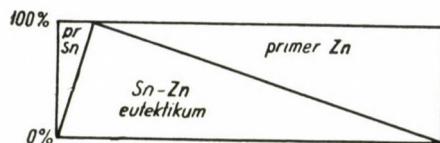
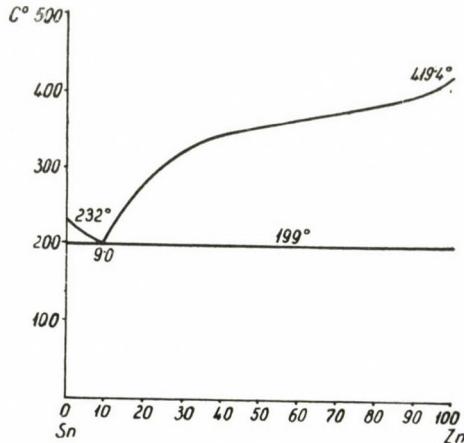


Bild 8. Die Brucharbeit der gegläuteten Sn-Zn Legierungen in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Brucharbeit der Legierungen von zwei Metallen, die sich überhaupt nicht lösen, linear oder angenähert linear mit der Änderung des Gehaltes an den Gefügebestandteilen läuft. Die größte Brucharbeit finden wir also in der Umgebung der eutektischen Zusammensetzung, die genaue Zahlangabe muß durch weitere Messungen festgestellt werden.

Das Zustandsdiagramm der Kupfer-Nickel-Legierungen ist in Bild 9 dargestellt. Die Änderung der Brucharbeit zwischen dem Wert des Kupfers, 80 mkg/cm^3 und des Nickels, 110 mkg/cm^3 kann mit einer kontinuierlichen Kurve dargestellt werden. Im Bilde ist eine Streuungsfläche dargestellt, da die Mikrozerreißprobstäbe — wie das auch durch unsere anderen, diesbezüglichen Versuche gezeigt werden konnte — wegen der etwaigen Materialfehler außerordentlich empfindlich sind, und somit die Streuung der Messungen beträchtlich größer, als im Falle der Zink-Zinn Reihe ist. Im Bilde haben wir zugleich die Änderung der Gitterparameter der Kupfer-Nickel-Legierungen mit eingezzeichnet. Eben infolge der Streuung der Messungen wäre es noch verfrüht, einen genauen Zusammenhang zwischen dem Gitterparameter und der Änderung der Brucharbeit feststellen zu wollen, aber der Charakter der Kurven lässt die Vermutung naheliegen, daß im Falle von Mischkristallen ein gewisser Zusammenhang zwischen den Gitterabständen und der Brucharbeit bestehen könnte.

Auf Grund der obigen Feststellungen haben wir weitere Legierungsreihen der Untersuchung unterworfen, die zu solchen Zustandsdiagrammen gehören, wo die beiden Bestandteile einander nicht oder nur bis zu einer gewissen Grenze lösen. Hier wurden jedoch nicht die kompletten Legierungsreihen untersucht, sondern nur einige Legierungen bis zu gewissen Zusammensetzungsgrenzen.

Wir haben die Aluminiumecke der Al-Si, Al-Fe und Al-Zn Legierungsreihen untersucht. Zur Herstellung der Probstäbe haben wir Aluminium von 99,99% Reinheit verwendet. Die Legierungen wurden mit der Methode des halbkontinuierlichen Stranggießens vergossen und dann auf einer Strangpresse auf den gewünschten Durchmesser verpreßt. Jede Aluminiumlegierung wurde in zwei Zuständen untersucht. Im weiteren sind die bei 320°C durch 2 Stunden geglühten Probstäbe mit »L« bezeichnet und die bei 520°C geglühten und dann in Wasser abgekühlten, homogenisierten Probstäbe mit »H«.

Die Ergebnisse der Versuche mit den Aluminiumlegierungen sind in Bild 10, 11 und 12 dargestellt. Die Brucharbeit ist in jedem Bild in Abhängigkeit von der Zusammensetzung aufgezeichnet, oberhalb des Diagrammes der Brucharbeit ist dann jeweils der entsprechende Teil des Zustandsdiagramms sichtbar. Das Aluminium löst bei Zimmertemperatur nach den Angaben von LOSANA und STRATTA [5] 0,07 bzw. 0,10% Si, nach den Angaben von WETZEL [6] jedoch 0,5%. Der Unterschied zwischen den Angaben der einzelnen Verfasser ist wahrscheinlich auf eine Unterschiedlichkeit der Abkühlungsgeschwindigkeit zurückzuführen. Die Brucharbeit der geglähten Al-Si Legierungen zeigt eine nahezu lineare, langsame Verminderung (Bild 10), die auf die Zusammensetzung der eutektischen Legierung mit 11,7% Si extrapoliert einen Wert von nahezu 0 geben würde. Wir haben die eutektische Al-Si

Legierung zwar nicht untersucht, aber die Brucharbeit derselben dürfte auf Grund der bekannten Festigkeits- und Dehnungswerte nicht sehr von Null abweichen.

Bei den homogenisierten Legierungen findet man ebenfalls eine allmähliche Verminderung der Brucharbeit, welche dann steiler wird, wenn bei der gewählten Temperatur der Homogenisierung, bei 520°C an Stelle der homogenen α -Phase die $\alpha + \beta$ -Phase erscheint.

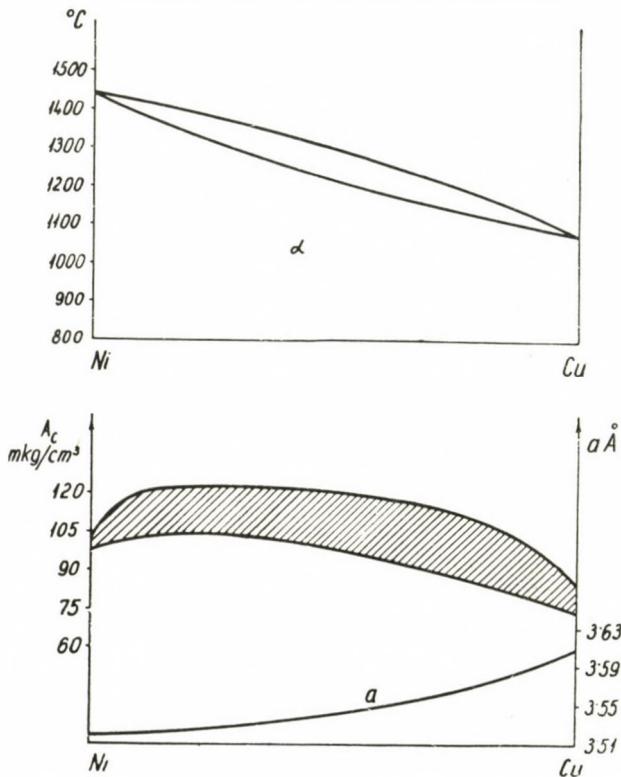


Bild 9. Die Brucharbeit und das Gitterparameter der geglühten Cu-Ni Legierungen in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Zwischen den bei 320°C geglühten bzw. bei 520°C homogenisierten Proben der Al-Fe Legierungen (Bild 11) findet man keinen nenenswerten Unterschied, was wohl darauf zurückzuführen ist, daß zwischen der Mikrostruktur der homogenen und der geglühten Probestäbe kein Unterschied besteht, da das Aluminium das Eisen überhaupt nicht löst.

Die geglühten Probestäbe mit $\gamma + \alpha$ -Phase der Al-Zn Legierungen (Bild 12) weisen, von der Probe mit 2% Zn-Gehalt abgesehen, innerhalb der Streuungsgrenzen einen praktisch konstanten Wert auf. Die Legierung mit 2%

Zn-Gehalt wies im homogenen und gegläuteten Zustande dieselbe Brucharbeit auf, was darauf zurückzuführen ist, daß 2 % Zn bei der von uns angewendeten Abkühlung in Lösung gegangen ist und prinzipiell ebenso zu einer homogenen Struktur führte, wie die Probe, die von 520° C rasch abgekühlt wurde. Man kann hier ebenfalls feststellen, daß die Brucharbeit der homogenen Legierungen ziemlich steil abfällt.

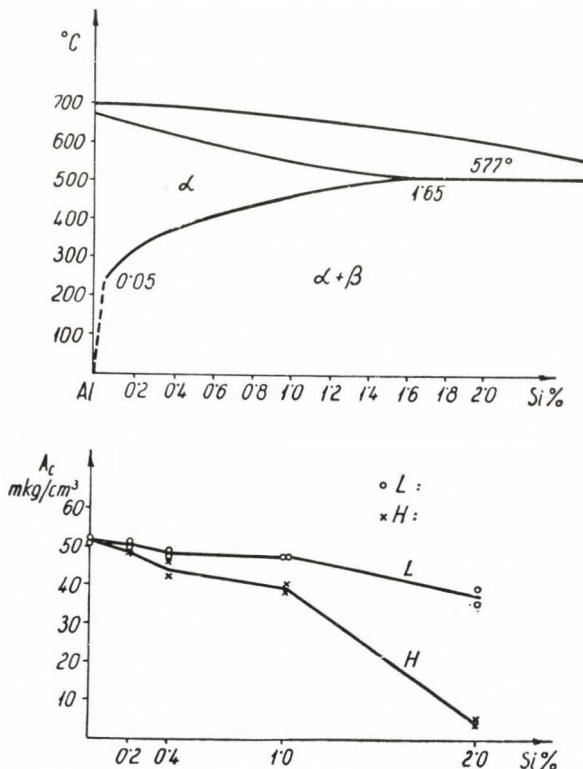


Bild 10. Die Brucharbeit der Al-Si Legierungen in gegläutetem Zustande (L) und homogenisiertem Zustande (H) in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Bei den Versuchen mit den bisher erwähnten Legierungen, die aus reinen Metallen hergestellt wurden, konnten wir, von den Kupfer-Nickel Legierungen abgesehen, keine bedeutende Streuung der Brucharbeit beobachten, bzw. im Falle der auffallend kleinen Werte jeweils an der Stelle der Bruch-einschnürung Materialfehler auffinden. Dieser Umstand ist wegen der später folgenden Feststellungen wichtig, da wir bei den Versuchen mit den Stählen eine bedeutend größere Streuung trafen.

Zur Bestimmung der Brucharbeit der Stähle haben wir die genormte C-Stahlreihe, einen S 80 Stahl, einen austenitischen Cr-Ni Stahl, sowie einen ferritischen Chromstahl untersucht.

Die Ergebnisse der Messungen an den Kohlenstoffstählen sind in Bild 13 zusammengestellt. Wie es aus dem Bild ersichtlich, ist die Brucharbeit der C-Stahlsreihe praktisch gesehen konstant, wenn wir die Streungsgrenzen berücksichtigen. Dies ist damit zu erklären, daß die Brucharbeit eines rein perlitzischen Stahles mit 0,8% C-Gehalt nahezu dieselbe ist, wie diejenige eines C 10 Stahles. Wenn also die Regel, die wir bei den bisherigen

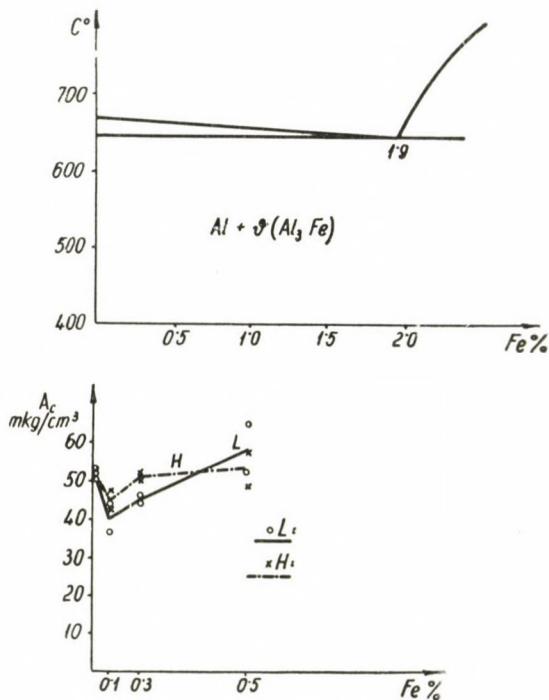


Bild 11. Die Brucharbeit der Al-Fe Legierungen in geglühtem Zustande (L) und homogenisiertem Zustande (H) in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Legierungsreihen beobachteten — daß nämlich die Brucharbeit von dem Verhältnis der einzelnen Gefügebestandteile abhängt — gültig ist, so ist es selbstverständlich, daß — in dem Falle, wo die Brucharbeit eines rein ferritischen Stahles und eines rein perlitzischen Stahles nahezu dieselben ist — die Legierungen innerhalb dieser Grenzen auch dieselbe Brucharbeit aufweisen müssen. Ein jeder Stahl vom Bild 13 wurde bei einer Temperatur von 50°C oberhalb des A_{13} -Punktes für eine Zeitdauer von 30 Minuten geäugt, und nachher in Sand abgekühlt. Demgemäß ist die Brucharbeit der Konstruktionsstähle im geäugten Zustande von der Zusammensetzung praktisch unabhängig und innerhalb der Streungsgrenzen konstant.

Im vergüteten Zustande haben wir einen genormten C 35 Stahl untersucht. Die Ergebnisse sind in Bild 14 dargestellt. Wie wir dabei feststellen können, ist die Brucharbeit im vergüteten Zustande von der Vergütungstemperatur praktisch vollkommen unabhängig.

Die Brucharbeitswerte des ferritischen Chromstahles ($C = 0,20\%$, $Si = 0,18\%$, $Mn = 0,25\%$, $Cr = 13,5\%$, $Ni = 0,6\%$) streuten im geglühten

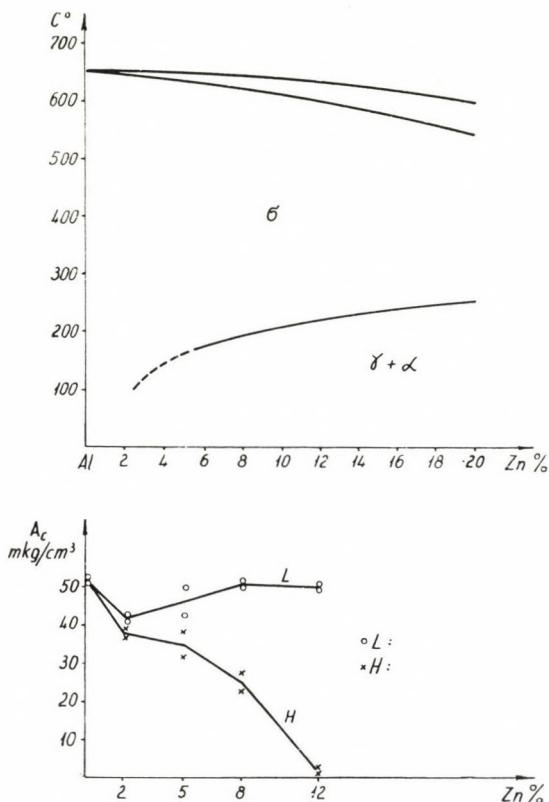


Bild 12. Die Brucharbeit der Al-Zn Legierungen in gegläutetem Zustande (L) und homogenisiertem Zustand (H) in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Zustände zwischen 111 und 120 mkg/cm³ und für die Brucharbeit des austenitischen 18/8 Cr-Ni-Stahles fanden wir (Glühung bei 1020°C für 30 Minuten, sodann in Wasser abgekühlt) 136, 143, 143,2 mkg/cm³.

Wir haben im weiteren die Brucharbeit auch an Cr-V-Stählen bestimmt. Die statistische Verteilung der Ergebnisse von 54 Messungen ist in Bild 15 dargestellt. Die untersuchten CrV 135 Stähle wurden nach der Härtung bei verschiedenen Temperaturen angelassen, was dadurch charakterisiert ist, daß die Fließgrenzen und die Zerreißfestigkeiten zwischen weiten Grenzen

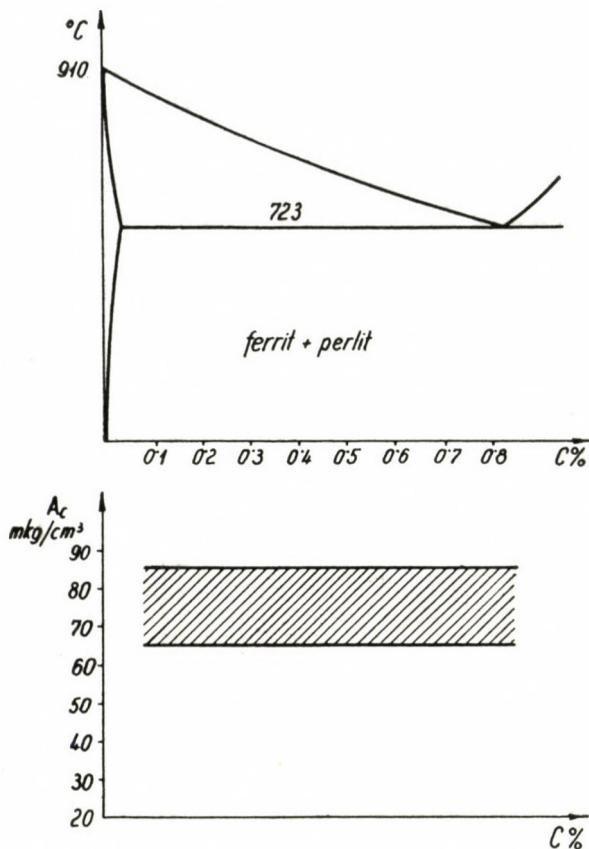


Bild 13. Die Brucharbeit geglähter Kohlenstoffstähle in Abhängigkeit von der Zusammensetzung

Vergüteter C 35

Anlaßtemperatur °C	A_c mkg/cm^3
400	112, 123, 111
550	105, 111, 108
650	112, 113, 115

Bild 14. Die Brucharbeit eines vergüteten C 35 Stahles in Abhängigkeit von der Anlaßtemperatur

streuen. Der kleinste Wert der Fließgrenze lag bei den untersuchten Proben bei $51,8 \text{ kg/mm}^2$, der größte bei 111 kg/mm^2 . Die Brucharbeitswerte zeigen trotzdem nur eine geringe Streuung und der häufigste Wert liegt bei 125 mkg/cm^3 .

Wenn wir die verschiedenen Ergebnisse miteinander vergleichen, so finden wir, daß zwischen dem rund 115 mkg/cm^3 Wert des vergüteten ferritischen Chromstahles, dem durchschnittlichen $120\text{--}125 \text{ mkg/cm}^3$ Wert des CrV 135 Chromvanadinstahles und dem $110\text{--}120 \text{ mkg/cm}^3$ Wert der Bruch-

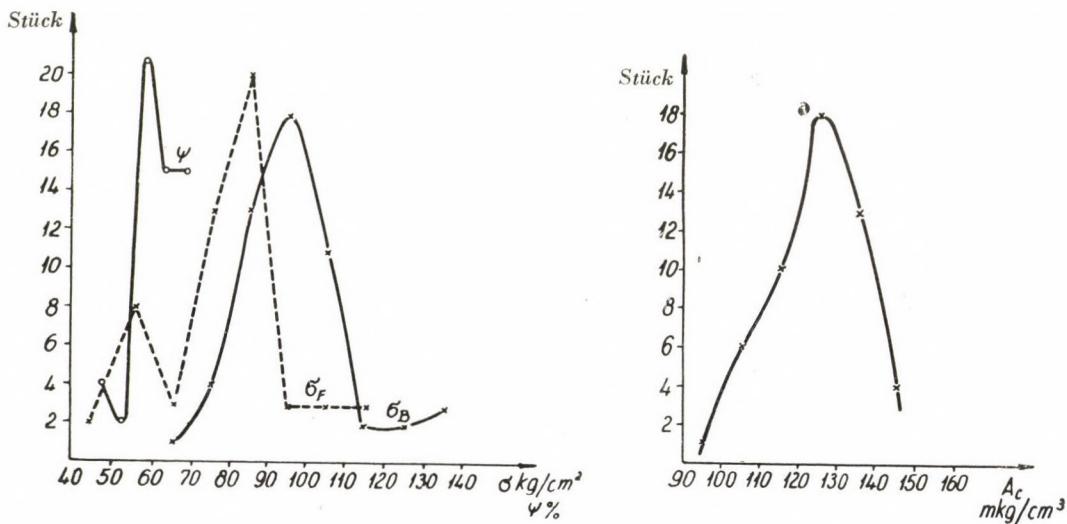


Bild 15. Die Häufigkeitsverteilung der A_c , σ_F , σ_B , ψ Werte eines vergüteten CrV 135 Stahles, auf Grund von 54 Messungen

arbeit des C 35 Stahles kein bedeutender Unterschied ist. Wir finden nur bei dem austenitischen Stahl einen größeren Wert, was auf Grund des bisher Ausgeführten mit einem Unterschied in der Kristallstruktur erklärt werden kann.

4. Der Einfluß verschiedener Faktoren auf die Brucharbeit

Man kann zwar auf Grund der bisher durchgeföhrten großen Anzahl der Messungen noch keine bestimmten Schlüsse ziehen, aber es scheint, als ob die Reinheit des Werkstoffes die Brucharbeit in beträchtlichem Maße beeinflussen würde. Dieser Standpunkt wird dadurch unterstützt, daß die Brucharbeit der Legierungen, die aus chemisch reinen Metallen hergestellt wurden, im allgemeinen nur eine sehr kleine Streuung aufwies. Je unreiner der Werkstoff ist, umso größer wird die Streuung der Brucharbeit und umso unsicherer

kann man die eindeutigen, genauen Zahlenwerte ermitteln. So fanden wir für die Brucharbeit des verwendeten Reinstaluminiums mit 99,99% Reinheit aus drei Versuchen 54 mkg/cm³, wobei der Unterschied nur in Zehntelwerten ausgedrückt werden konnte. Nach Umschmelzen des Reinstaluminiums in Vakuum bei einem Druck von 10⁻⁵ Torr fanden wir 54,5 mkg/cm³, was eine genaue Übereinstimmung der Werte bedeutet. Bei einer Umschmelzlegierung mit verhältnismäßig wenig Zusätzen (Si = 0,15%, Fe = 0,19%, Mg = 0,11%) fanden wir Brucharbeitswerte von 23,3, 25,7 und 27,4 mkg/cm³, obzwar ein solcher Abfall der Brucharbeit auf Grund unserer Untersuchungen mit den Al-Si, Al-Fe und Al-Mg Legierungsreihen nicht zu erwarten war. Es ist auch merkwürdig, daß die Brucharbeit der C-Stähle in geglühtem Zustande zwischen 64 und 82 mkg/cm³, diejenige des A 60,11 Stahles in geglühtem Zustand zwischen 39 und 51 mkg/cm³ streute.

Zur Untersuchung der Wirkung der Verunreinigungen haben wir weitere Untersuchungen mit Stählen durchgeführt, wobei wir in Vakuum einen C 10 Stahl und Armco-Eisen umgeschmolzen haben. Die Brucharbeit des C 10 Stahles betrug nach zweimaligem Umschmelzen in Vakuum 111 und 128,8 mkg/cm³ und vor dem Umschmelzen 72,6 und 72,8 mkg/cm³.

Die Tatsachen also, daß die aus reinen Metallen hergestellten Legierungsreihen (von den Cu-Ni Legierungen abgesehen, die mit einer Mikrozerreißmaschine untersucht wurden) im allgemeinen nur wenig streuten, daß weiter auch bei den Stählen die Brucharbeit der in Vakuum geschmolzenen Proben erheblich größer war, der Unterschied zwischen der C- und A-Reihe der Stähle, sowie die größeren Brucharbeitswerte der im Elektroofen hergestellten Cr-V-Stähle und ferritischen Chromstähle weisen also darauf hin, daß die Brucharbeit eine Funktion der Reinheit des Werkstoffes ist. Diese qualitative Feststellung benötigt natürlich eine Ergänzung hinsichtlich des Charakters des Zusammenhangs, es besteht jedoch kein Zweifel, daß die Verunreinigungen und Einschlüsse die Brucharbeitswerte vermindern, umso mehr, da im Falle von auffallend kleinen Werten im Querschnitte der Brucheinschnürung immer die Anwesenheit eines makroskopischen Einschlusses oder eines Risses zu beobachten war.

Diese Feststellung wird gewissermaßen durch jene Versuchsreihe unterstützt, mit der wir die Wirkung des Durchmessers des Probestabes untersuchen wollten. Zu diesem Zweck haben wir die C 10 Stähle in der Form von Makroprobestäben von 10, 20 und 30 mm Durchmesser, sowie Mikroprobestäben von 1,5 mm Durchmesser untersucht. Die Wirkung des Durchmessers war nur insofern feststellbar, daß bei den Probestäben mit 30 und 20 mm Durchmesser überhaupt keine Streuung feststellbar war (innerhalb der Fehlergrenzen der Berechnung), bei 10 mm Durchmesser schon eine geringe Streuung zu beobachten war, die Mikroprobestäbe jedoch eine Streuung von ±15% vom Mittelwert aufwiesen. Daraus kann man den Schluß ziehen,

daß bei einem Stahl von gegebenem Reinheitsgrad bzw. Einschlußgehalt der Wert der Brucharbeit davon abhängt, wieviele Einschlüsse in dem schwächsten, einschnürenden Querschnitte aufzufinden sind. Es ist selbstverständlich, daß die Wahrscheinlichkeit einer gleichmäßigen Verteilung umso größer wird, je größer die Abmessungen des Probestabes sind, und der Reinheitsgrad übt demgemäß spezifisch einen umso kleineren Einfluß auf die Streuung der Brucharbeit aus, je größer der Durchmesser des Probestabes gewählt wurde. Dieser Umstand gibt gleichzeitig eine Erklärung dafür, warum die Werte der Cu-Ni Reihe, die in Bild 9 gezeigt wurden und an Mikrozerreißprobestäben gemessen wurden, so sehr streuten.

Wir haben außerdem die Wirkung der Zerreißgeschwindigkeit an Probestäben von 10 mm Durchmesser untersucht, die aus einem in Vakuum umgeschmolzenen C 10 Stahle gefertigt wurden. Die Zerreißgeschwindigkeit wurde zwischen 0,5 und 5 mm/Minute geändert und die Brucharbeitswerte wiesen einen Unterschied von insgesamt $\pm 3\%$ vom Mittelwert auf, was nicht größer ist, als die im übrigen gefundene Streuung.

Auf Grund der in diesem Abschnitte besprochenen Angaben können wir also zu dem Schluß kommen, daß der Zahlenwert der Brucharbeit vom Durchmesser des Probestabes in weiten Grenzen unabhängig ist, die Streuung der Werte jedoch umso größer wird, je kleiner der Durchmesser des Probestabes gewählt wird. Die Zerreißgeschwindigkeit beeinflußt jedoch innerhalb der oben angegebenen Grenzen die Brucharbeitswerte gar nicht.

5. Schlußfolgerungen

Obzwar wir im Laufe der Versuche den Einfluß von mehreren Faktoren (z. B. die Korngröße oder die quantitative Wirkung der Verunreinigungen) noch nicht geklärt haben, können wir auf Grund unseres bisherigen und hier nicht in vollem Umfange mitgeteilten Versuchsmaterials die folgenden Schlüsse ziehen:

1. Die Brucharbeit kann mit Hilfe der Kenngrößen, die aus dem Zerreißdiagramm sowieso bestimmt werden, mit einer für die Praxis vollkommen ausreichenden Genauigkeit berechnet oder aus einem Nomogramm abgelesen werden, was die Anwendung der Brucharbeit als Werkstoffkenngröße sowohl im Laboratorium wie im Betriebe ermöglicht.

2. Die Brucharbeit hängt in hohem Maße von der Reinheit des Werkstoffes ab; je mehr Verunreinigungen der betreffende Stoff enthält, um so größer wird die Streuung der Versuchsergebnisse.

3. Mit der Beschränkung, die aus Punkt 2 folgt, sowie der, welche durch andere, bislang noch ungeklärte oder nicht untersuchte Einflüsse — z. B. die Wirkung der Korngröße — bedingt werden kann, kann man feststellen,

daß die Änderung der Brucharbeit von heterogenen Legierungen im wesentlichen durch den quantitativen Gehalt an den einzelnen Gefügebestandteilen bestimmt wird. Dies wird durch die Messungsreihen an den Al-Fe, Al-Si bzw. Al-Zn, sowie den Sn-Zn Legierungen unterstützt, wobei festzustellen war, daß die Brucharbeit linear mit dem Gehalt der Gefügebestandteile verbunden ist und demgemäß größer oder kleiner wird, je nachdem die Brucharbeit der zweiten Phase bzw. der davon bestehenden Legierung größer oder kleiner als diejenige des Basismetalles ist. Bei der Vergrößerung des Gehaltes an dem eutektischen Al-Si Gefügebestandteile wird die Brucharbeit kleiner, da die Brucharbeit des Al-Si Eutektikums wesentlich kleiner als diejenige des Rein-aluminiums ist, im Falle der Zn-Sn Reihe wird jedoch die Brucharbeit bei der Vergrößerung des Gehaltes an dem eutektischen Zn-Sn Gefügebestandteile sowohl relativ zu der des Zinks, wie auch relativ zu der des Zinns größer, da die Brucharbeit des Eutektikums in diesem Falle größer als die bei den Reinmetallen ist. Die Brucharbeit der Kohlenstoffstähle ist sowohl in geglühtem, wie auch im vergüteten Zustande an und für sich konstant, von der chemischen Zusammensetzung ganz unabhängig. Dies ist darauf zurückzuführen, daß die Brucharbeit der nahezu rein perlitzischen bzw. nahezu rein ferritischen Stähle fast dieselbe ist, folglich ist die Mischregel der Gefügebestandteile auch hier gültig.

4. Die Brucharbeit der Mischkristalle ändert sich mit dem Gitterparameter, was durch die Versuche mit den Cu-Ni Legierungen, bzw. den Al-Zn und Al-Si Mischkristallen bestätigt wurde. Die Abkühlung der letzteren Legierungen von 520° C in Wasser bedeutet mit Hinsicht auf die beschränkte Löslichkeit einen Zustand, der dem Gleichgewichtzustande nicht entspricht, was unbedingt zur Verzerrung der Gitterparameter führt.

5. Die Brucharbeit der vergüteten Stähle ist konstant, praktisch unabhängig von der chemischen Zusammensetzung und der Art der Wärmebehandlung, allerdings unter der Voraussetzung, daß das Anlassen bei einer Temperatur durchgeführt wird, die zur Auflösung der inneren Spannungen, die während der Härtung entstanden sind, genügt. Wenn innere Spannungen zurückbleiben, so wird die Brucharbeit — obzwar wir diesbezüglich keine Angaben mitteilen — stark vermindert, was im Einklang mit der Beobachtung steht, daß die aus Legierungen mit beschränkter Löslichkeit durch schnelles Abkühlen hergestellten Mischkristalle ebenso mit einer Gitterverzerrung verbunden sind, wie die auf anderem Wege entstandenen inneren Spannungen. Diese Frage, nämlich die des quantitativen Zusammenhangs zwischen den inneren Spannungen und der Gitterverzerrung sowie deren Auswirkung auf die Brucharbeit muß im weiteren noch untersucht werden.

Auf Grund des oben Ausgeführten scheint es also, daß die Brucharbeit als eine Werkstoffkenngröße angewendet werden kann, einerseits bei der wissenschaftlichen Forschung, zur Untersuchung der Wirkung der Legierungs-

elemente, wobei diese Wirkung durch verhältnismäßig einfache Beziehungen ausgedrückt werden kann, andererseits bei der Betriebskontrolle, bei der Übernahme und Übergabe, eine eindeutige Qualifizierung des Werkstoffes ermöglicht. Vor einer entsprechenden Anwendung derselben ist es aber ebenso ratsam die statistischen Verteilungskurven der einzelnen Werkstoffe zu bestimmen, wie es im Falle von Bild 15, der Häufigkeitskurve der Cr-V-Stähle geschehen ist.

Vollständigkeitshalber wollen wir noch erwähnen, daß die Brucharbeit denselben Wert hat, wenn man dieselbe nicht nur aus dem Zerreißversuch, sondern auch aus jedem anderen, beliebigen statischen Versuch ermittelt, nur wird das Maß der Streuung von den Abmessungen des untersuchten Probestabes abhängen. So wird z. B. beim Hin- und Herbiegen — wo das untersuchte Volumen wesentlich kleiner als bei den genormten Zerreißproben ist — der Zahlenwert der Brucharbeit mit jenem des Zerreißversuches übereinstimmen, die Streuung der Häufigkeitskurve wird jedoch größer, im Einklang mit der Beobachtung, daß auch beim Zerreißversuch die kleineren Probestabsdurchmesser eine größere Streuung mit sich brachten. Unsere diesbezüglichen Versuche, die Übereinstimmung der Brucharbeitswerte der Zug-, Druck-, Biegeungs- bzw. Hin- und Herbiegungsversuche sowie unsere Untersuchungen bezüglich der Wirkung einiger hier nicht untersuchter Faktoren und deren Weiterentwicklung werden wir in einer weiteren Arbeit mitteilen.

SCHRIFTTUM

1. ALEXANDER REJTÓ: Die Grundlagen der theoretischen mechanischen Technologie und die Technologie der Metalle (1919).
2. K. LJUNGBERG: Ass. Internat. Essai Matériaux, Congrès de Zürich. 1931. Tome I. 337—339.
3. K. MATTHAES: Z. f. Metallkde., Bd. 43 (1952), Heft 1, 14—16.
4. F. KÖRBER und W. ROHLAND: Mitt. K. W. I. Eisenforsch. Bd. 5 (1924), 37—54.
5. L. LOSANA und R. STRATTA: Metallurg. Ital. Bd. 23 (1931), 193—197.
6. E. WETZEL: Metallbörse, Bd. 13 (1923), 737—738.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Arbeit, die bis zum Bruch eines Werkstoffes geleistet werden muß und auf die Volumeneinheit an der Stelle der Kontraktion bezogen wird, ist die Brucharbeit. Diese Werkstoffkenngröße kann man aus den üblichen Angaben des Zerreißversuches sehr leicht berechnen und so kann man die Brucharbeit ohne besondere Mühe für jeden Stoff bestimmen.

Die Zahlenwerte der Brucharbeit von gewissen Legierungsreihen kann man mit den folgenden zwei Regeln angeben:

1. Die Zahlenwerte der Brucharbeit von gewissen Legierungsreihen mit reinen Mischkristallen ändern sich mit dem Gitterparameter.

2. Wenn die Legierungselemente einander nicht lösen, so ändert sich der Zahlenwert der Brucharbeit im Verhältnis des Gehaltes an den einzelnen Gefügebestandteilen.

Die Brucharbeitswerte von vergüteten Stählen sind konstant, unabhängig von der Anlaßtemperatur, die Brucharbeit der geglühten Stähle weicht jedoch von derselben der vergüteten Stähle ab. Die Brucharbeit ist von der Reinheit des Werkstoffes und dem mehrachsigen Spannungszustande abhängig.

THE CONTRACTION WORK AS A CHARACTERISTIC OF MATERIALS

L. GILLEMOT and G. SINAY

SUMMARY

The work performed until the total rupture of the material, as referred to the elementary volume at the place of the contraction is called contraction-work. This characteristic may be computed in a simple way from the usual data, as determined by the tensile test and so the contraction-work of any material may easily be determined.

The values of the contraction-work of a series of alloys may be determined by the following two rules :

1. The contraction-work of pure solid solutions is a function of the lattice-constant.
2. If the elements of the alloy do not dissolving one another, the value of the contraction-work depends on the amount of the structural components.

The contraction-work of tempered steels is a constant value, independent from the tempering temperature, that of annealed steels is, however, different from the contraction work of tempered steels. It depends on the purity of the material and its multiple stress conditions.

LE TRAVAIL DE RUPTURE COMME UNE CARACTÉRISTIQUE DES MATÉRIAUX

L. GILLEMOT et G. SINAY

RÉSUMÉ

Le travail à effectuer pour la rupture totale d'une matière, rapporté au volume élémentaire du lieu de la striction, est appelé travail de rupture. Cette caractéristique peut être calculée à partir des données obtenues lors de l'essai de traction, et être déterminée pour n'importe quelle matière, sans difficultés sérieuses.

Le travail de rupture des alliages de différentes compositions est déterminé par les deux règles suivantes :

1. Le travail de rupture des alliages formant seulement des cristaux mixtes, dépend du paramètre de la maille du réseau cristallin.
2. Le travail de rupture des alliages qui ne se dissolvent pas, dépend de la quantité relative des constituants structuraux.

Le travail de rupture des aciers revenus est constant, et reste indépendant de la température de la réversion ; quant au travail de rupture des aciers recuits, il diffère de celui des aciers revenus. Le travail de rupture varie en fonction de la pureté de la matière et des conditions de tension multi-axiales.

РАБОТА СЖАТИЯ — КАК ПАРАМЕТР МАТЕРИАЛА

Л. ЖИЛЬМО и Г. ШИНАИ

РЕЗЮМЕ

Эластичная работа некоторого материала, отнесенная к элементарному объему в точке контракции, представляет собою работу сжатия. Этот параметр может быть очень просто определен, используя обычные данные, получающиеся при испытаниях на разрыв, и таким образом можно без значительных затруднений определить работу контракции для любого материала.

Значения параметра работы сжатия можно определить на основе двух нижеприведенных правил.

1. Числовое значение работы сжатия в рядах лигатур, состоящих чисто из данных твердости, представляет собою функцию параметра решетки.
2. Если лигирующие элементы взаимно не растворяются, тогда числовое значение работы сжатия изменяется пропорционально элементов структуры.

Величина работы сжатия в случае благородных сталей является независимой от температуры отпуска постоянной величиной, однако работа сжатия отпущенных сталей отличается от работы сжатия облагороженных сталей. Работа сжатия является функцией чистоты материала и многоосевого напряженного состояния данного материала.

INDEX

<p>Sólyom, B. Z.: An Instrument for the Examination of Changes on Bent Test-pieces — Ein Instrument zur Untersuchung in gebogenen Versuchskörpern stattfindender Veränderungen — Appareil pour l'étude des modifications des éprouvettes soumises à la flexion — З. Шойом-Барна: Прибор для изучения изменений, происходящих в изогнутых образцах.....</p> <p>Visy, Z.: Iterative Method for the Calculation of Moments on Highly Economical Reinforced Concrete Beams — Iterationsverfahren zur Berechnung der Momente von wirtschaftlichst bewehrten durchlaufenden Stahlbetonträgern — Méthode de réitération pour le calcul des moments des poutres en béton à plusieurs appuis, armées de la façon la plus économique — З. Виши: Расчет изгибающих моментов неразрезных железобетонных балок методом итерации при условии минимального расходования арматуры</p> <p>Nándory, G.: Examination of the Physico-mechanical Characteristics of Cabled Threads Used for the Manufacture of Pneumatic Tyres — Prüfung der physiko-mechanischen Eigenschaften des für pneumatische Reifen verwendeten Kordzwirnes — Examen des propriétés physico-chimiques des cordes de pneumatiques — Д. Нандори: Испытание физико-механических свойств полотна, применяемого в производстве пневматиков</p> <p>Helm, L.: Determination of Pneumatic Capacities of Variable Volume — Die Bestimmung pneumatischer Kapazitäten von veränderlichem Rauminhalt — La détermination des capacités pneumatiques à volume variable — Л. Хельм: Определение пневматических емкостей переменного объема</p> <p>Boldizsár, T.: Warming up of Mine Air in General, Considering Rock Heat and Linear Caloric Effects — Allgemeines Verfahren zur Berechnung der Grubenluftwärzung, unter Berücksichtigung der Gebirgswärme und der linearen Wärme-effekte — Procédé général de calcul du réchauffement de l'air des mines, compte tenu des effets caloriques linéaires et de ceux de la roche — Т. Болдизсар: Общие методы определения нагрева горного воздуха, учитывая линейные тепловые эффекты и тепловые воздействия породы.....</p> <p>Náray-Szabó, I.—Szuk, G.: Setting and Hardening of Hydraulic Materials I. The Setting and Hardening of Paris Plaster — Die Abbindung und Erhärtung von hydraulischen Stoffen I. Die Abbindung und Erhärtung von Gips — Prise et durcissement de matières hydrauliques I. Prise et durcissement du gypse — И. Нарай-Сабо и Г. Сук: Связывание и твердение гидравлических материалов. I. Связывание и твердение гипса</p> <p>Szuk, G.—Náray-Szabó, I.: Setting and Hardening of Hydraulic Materials II. Conductometric Analysis of Setting of Cement Pastes under Isothermic Conditions — Die Abbindung und Erhärtung von hydraulischen Stoffen II. Konduktometrische Analyse der Abbindung von Zementbrei unter isothermischen Umständen — Prise et durcissement de matières hydrauliques II. Étude de la prise de la pâte à ciment par rapport à la conductibilité, dans des conditions isothermes — Г. Сук и И. Нарай-Сабо: Связывание и твердение гидравлических материалов II. Исследование с помощью проводимости связывания цементного раствора при изотермическом режиме</p>	<p style="text-align: right;">3</p> <p style="text-align: right;">13</p> <p style="text-align: right;">27</p> <p style="text-align: right;">53</p> <p style="text-align: right;">61</p> <p style="text-align: right;">67</p> <p style="text-align: right;">83</p>
---	---

<i>Pattantyus G. Á., Német Á., Szabó, Á. and Gaál, Á.:</i> Maximum Liquid Yield of Vertical Pipes Filled with Gaseous Liquid — Maximale Flüssigkeitsdurchleitung mit gashaltigen Flüssigkeiten gefüllter, vertikaler Röhre — Le rendement maximum de transport de tuyaux verticaux remplis de liquides gazeux — Максимальная транспортировка жидкостей в стояках с газосодержащими жидкостями	101
<i>Kisbocskói, L.:</i> Über die Änderung des Strömungswiderstandes in schnell rotierenden Rohrleitungen — The Variation of Flow Resistance in Rapidly Rotating Tubes — Changement de la résistance d'écoulement dans des conduites tournant à grande vitesse — <i>Л. Кисбочкои:</i> Изменение сопротивления движению потока в быстровращающихся трубопроводах	121
<i>Székely, P.:</i> The Rate of Oxidation of Steel and Cast Iron in a Steam Atmosphere — Bestimmung der Zundergeschwindigkeit von Stahl und Gußeisen in Wasserdampf-atmosphäre — La croissance des oxydes de l'acier et de la fonte dans une atmosphère de vapeur d'eau — <i>П. Секи:</i> Степень окисления стали и чугуна в среде водяного пара	129
<i>Bölcsei, E.:</i> New-type Abutments of Bridges — Neuartige Brückenwiderlager — Nouvelles culées — <i>Э. Бельчкеи:</i> Мостовые устои новой конструкции.....	135
<i>Gillemot, L. und G. Sinay:</i> Die Brucharbeit als Werkstoffkenngroße — The Contraction Work as a Characteristic of Materials — Le travail de contraction comme une caractéristique des matériaux — <i>Л. Жильмо и Г. Шинай:</i> Работа сжатия — как параметр материала	149

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes.

Manuscripts should be addressed to :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

44,— Ft

ACTA TECHNICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVENTIBUS

L. GILLEMET, GY. HEVESI, K. P. KOVÁCS, I. RÁZSÓ,
K. SZÉCHY, G. TARJÁN

REDIGIT

A. GELEJI

TOMUS XXII

FASCICULI 3—4



1958

ACTA TECHN. HUNG.

ACTA TECHNICA

A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
MŰSZAKI TUDOMÁNYOK OSZTÁLYÁNAK
KÖZLEMÉNYEI

SZERKESZTŐSÉG ÉS KIADÓHIVATAL: BUDAPEST V. ALKOTMÁNY UTCA 21

Az Acta Technica német, angol, francia és orosz nyelven közöl értekezéseket a műszaki tudományok köréből.

Az Acta Technica változó terjedelmű füzetekben jelenik meg. Több füzet alkot egy kötetet. Évenként 2—3 kötet jelenik meg.

A közlésre szánt kéziratok a következő címre küldendők:

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Ugyanerre a címre küldendő minden szerkesztési és kiadóhivatali levelezés.

Az Acta Technica előfizetési ára kötetenként belföldre 80, külföldre 110 Ft. Megrendelhető a belföld számára az Akadémiai Kiadónál (Budapest V. Alkotmány utca 21. Bankszámla 05-915-111-44), a külföld számára pedig a „Kultúra” Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankszámla: 43-790-057-181), vagy annak külföldi képviseleteinél és bizományosainál.

Die Acta Technica veröffentlichen Abhandlungen aus dem Bereich der technischen Wissenschaften in deutscher, englischer, französischer und russischer Sprache.

Die Acta Technica erscheinen in Heften wechselnden Umfangs. Mehrere Hefte bilden einen Band.

Die zur Veröffentlichung bestimmten Manuskripte sind an folgende Adresse zu senden :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

An die gleiche Anschrift ist auch jede für die Schriftleitung und den Verlag bestimmte Korrespondenz zu richten.

Abonnementspreis pro Band: 110 Forint. Bestellbar bei dem Buch- und Zeitungs-Aussenhandels-Unternehmen »Kultura« (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Bankkonto Nr: 43-790-057-181) oder bei seinen Auslandsvertretungen und Kommissionären.

COMPLEMENT OF GONIOMETRY AND PROJECTIVE RELATIVENESSES IN THE INVOLUTE GEOMETRY

E. VIDÉKY

D. ENG. SC.

[Manuscript received May 3, 1956]

Alphabetic list of symbols

C = pitch point

E = length of the possible pressure line $\overline{E_1 E_2}$

G = base point of the involute

O = centre point

T = centre distance

U = starting point of undercutting on the cutter edge

V = angle between the tangents in their intersecting point

$W = \pi - V$ = angle between the tangents in their intersecting point

X = point chosen for example

$q = \gamma_1 : \gamma_2 = \delta_1 : \delta_2$ = ratio of two opposite arc angles

r = radius

s = tooth thickness

v = supplement to V , making up the measure of an arc angle

x and y = specific measures explained in Fig. 13

α = pressure angle

γ = the smaller pair of opposite arc angles : $\gamma_2 > \gamma_1$

δ = the larger pair of opposite arc angles : $\delta_2 > \delta_1$

π = the Ludolf number

ϱ = radius of curvature

Indexes

G = belonging to the base circle

x = arbitrary : 2 and 1 = greater resp. smaller value

Other symbols

() Letter = spot of engagement

() Number in round brackets = reference to an equation

[] Number in square brackets = reference to literature

^ Above the letter = belonging to pointed teeth

\sim take the corresponding value from the table

The satisfactory performance of mechanisms taking highly increased modern claims into account, demands the realisation of full fluid lubrication. In this line the best results are attained with the MITCHELL thrust bearing. In machine elements of more complicated kinematics the theory however, still does not answer to practical intricacies.

The most complicated kinematic process doubtlessly arises at the mating of gears, where curved surfaces glide and roll one on the other in a co-operation which is continually varying and in addition to this, the load is high and fluctuating. The lubricant, which enters between the curved

surfaces to separate the profiles without interruption has the shape of a curved wedge. (The shape of the entering oil wedge is on ordinary, usual bearings also a bowed arc angle.) Analysis of the pressure distribution and of other hydrodynamic problems (*e. g.* the utilization of Reynolds equations) requires however a numerical expression for the arc angle which is in full harmony with the measure used for ordinary angles.

The present paper intends : first of all to establish a suitable term, as mentioned above further to indicate some projective and till now not considered relations of involute geometry and finally, to assist research in the full fluid friction field.

The measure of the arc angle

Intersection of arcs produces four, generally different arc angles: $\gamma_1 < \gamma_2$ and $\delta_1 < \delta_2$ (Fig. 3a). The sum of the four angles: $\gamma_1 + \gamma_2 + \delta_1 + \delta_2$ is equal to $2 \cdot \pi$. The opposite pairs: γ_1 and γ_2 , likewise δ_1 and δ_2 differ in regard both to dimension and to shape, to the contrary of ordinary angles resulting from the intersection of straight lines (Fig. 1). The sum of adjacent arc angles: $\gamma_1 + \delta_1$, or $\gamma_2 + \delta_2$ also does not equal π , as in the case of ordinary angles. $\gamma_2 + \delta_2 = \pi \pm 2 \cdot v_2$; $= \gamma_1 + \delta_1 = \pi \pm 2 \cdot v_1$ (Figs. 1a and 1b). Nevertheless it is apparent, that the ratios of opposite arc angles are the same:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\delta_2}{\delta_1} = q.$$

The fundamental component for measuring an arc angle is V , the ordinary angle between the tangents of curvatures at the point of intersection. The complementing increment or decrement for the real measure: v_1 and v_2 , may be now studied with the help of Figs. 1 to 6.

Fig. 1. In the limit case, when the radii of curvatures $\varrho_1 = \varrho_2 = \infty$ (and in consequence, the complementary angles $v_1 = v_2 = 0$), ordinary angles V , resp. $W = \pi - V$ arise.

Fig. 2a and 2b. In the other limit case $V = 0$; in this case the smaller pair of arc angles: $\gamma_1 = \gamma_2 - v_1 \pm v_2$. The dimension of the complementary arc angles v_1 and v_2 evidently depends on their respective radii, ϱ_1 and ϱ_2 solely. If $\varrho = \infty$, then $v = 0$. For the theoretical case: $\varrho = 0$ we accept per definitio-nem the value of v to be equal to π . — Placing: in our figures ϱ_1 horizontally, the signs of ϱ values pointing upward or to the left should be taken as positive, and of ϱ values, pointing down or to the right, as negative.

Fig. 2a. The ϱ values have opposite signs (case of external gearing).

Fig. 2b. The ϱ values have equal signs (case of internal gearing).

Fig. 3a. Shows the situation for certain V and ϱ values of opposite signs. Thus $\gamma_2 = V + v_1 + v_2$; $\gamma_1 = V - v_1 - v_2$.

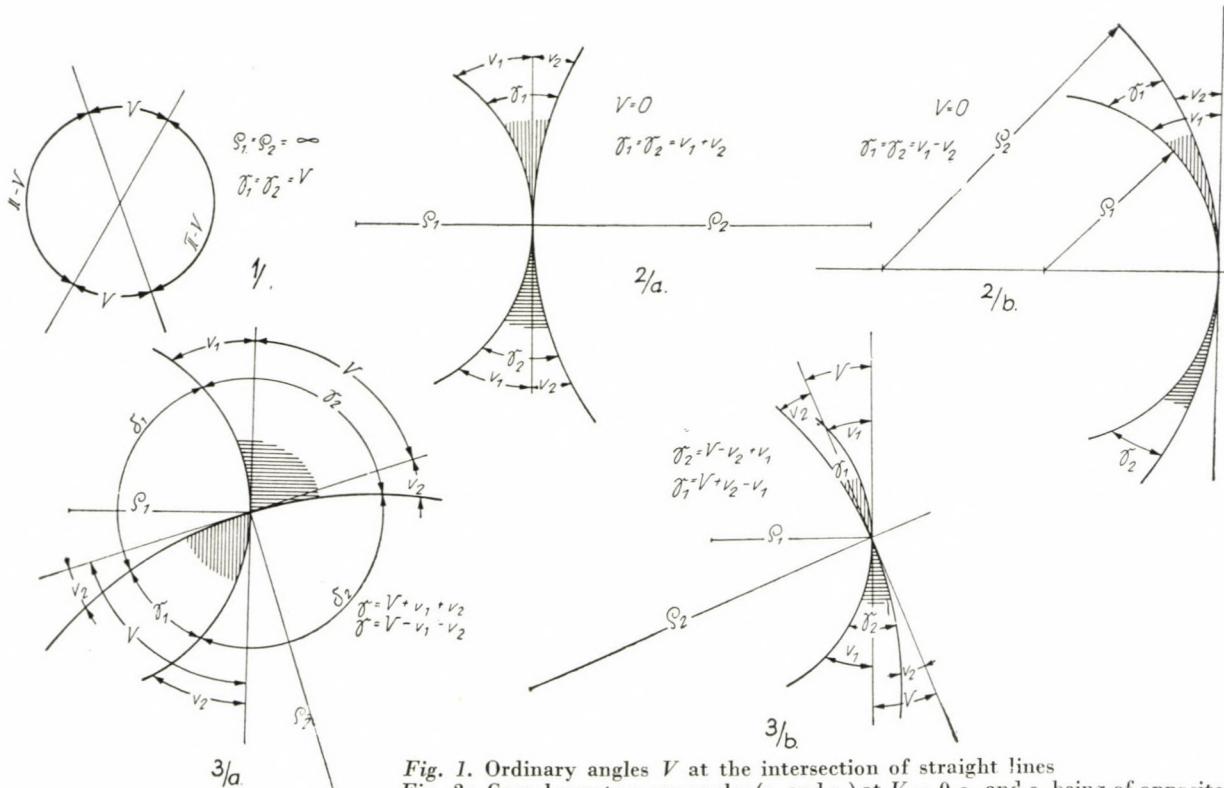
Fig. 1. Ordinary angles V at the intersection of straight lines

Fig. 2a. Complementary arc angles (v_1 and v_2) at $V = 0$ ϱ_1 and ϱ_2 being of opposite signs: $\gamma_1 = \gamma_2 = \theta_1 + \theta_2$

Fig. 2b. Complementary arc angles (v_1 and v_2) at $V = 0$, the signs of ϱ_1 and of ϱ_2 being the same: $\gamma_1 = \gamma_2 = \theta_1 - \theta_2$

Fig. 3a. Complementary arc angles (v_1 and v_2) at $V > 0$, the signs of ϱ_1 and of ϱ_2 being opposite: $\gamma_2 = V + \theta_1 + \theta_2$; $\gamma_1 = V - \theta_1 - \theta_2$

Fig. 3b. Complementary arc angles (v_1 and v_2) at $V > 0$, the signs of ϱ_1 and of ϱ_2 being the same: $\gamma_2 = V + \theta_1 - \theta_2$; $\gamma_1 = V + \theta_2 - \theta_1$

Fig. 3b. On the other hand, for ϱ values of the same sign :

$$\gamma_2 = V + v_1 - v_2; \quad \gamma_1 = V + v_2 - v_1.$$

Fig. 4a. The measures of the arc angles are the same as in Fig. 3a, but their shape is a mirror image of Fig. 3a.

Fig. 4b is in a similar relationship to Fig. 3b. As the magnitude of the complementary arc angle v depends only on its ϱ , its magnitude is in a certain analogy to the Hertz equations, which concern surface stresses, established by the formula $v = \frac{1}{\sqrt{\varrho} + \frac{1}{\pi}}$.

The definition of the "complementary arc angle" has a dimensional character. Its magnitude depends on the scale of drawing of its generating radii of curvature : ϱ_1 and ϱ_2 . The above formula takes this into account to emphasize the essential difference in comparison to an ordinary angle, which is independent of any scale of drawing. Hence the resulting dimension of the arc angles becomes $\text{cm}^{-\frac{1}{2}}$.

Fig. 5 shows a diagram : v plotted against $\sqrt{\varrho}$ (full line) and against $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$ (dotted line). At the mating of involute profiles $\varrho_2 \pm \varrho_1 = E = \text{const.} = T \cdot \sin \alpha$ (where T = centre distance and α = pressure angle). Hence :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{\varrho_1} + \frac{1}{\pi}} \pm \frac{1}{\sqrt{\varrho_2} + \frac{1}{\pi}} = \frac{\left(\sqrt{\varrho_1} + \frac{1}{\pi} \right) \pm \left(\sqrt{\varrho_2} + \frac{1}{\pi} \right)}{\left(\sqrt{\varrho_1} + \frac{1}{\pi} \right) \cdot \left(\sqrt{\varrho_2} + \frac{1}{\pi} \right)}$$

The needed minimum thickness of the hydrodynamically produced oil film (which should be kept uninterrupted whilst working), depends on the arc angle of the entering oil-wedge. The smaller it is, the less hydrodynamic assistance is necessary. Fig. 6a. shows the variation of the oil-wedge arc angle along the possible mating length for external gearing. Fig. 6b. presents the same for internal gearing.

Keeping low the arc angle of the oil-wedge demands the exclusion of the zones close to E_1 and E_2 (limit points of the pressure line) from the contact. That coincides favourably with the demand for limiting by the same means the Hertzian stresses, steeply rising at the same points. It also appears that for external gearing a greater, and on the contrary, for internal gearing a smaller pressure angle is advantageous.*

* It must be noticed, moreover, that the above diagrams concerning the mating of gears suppose ideally rigid materials. Elastic deformations alter certainly, to some extent, the radii of curvatures. To take this into account, transgresses our limits.

The behaviour of an oil-wedge at journal bearings is of a different sort. Here the direction of the load does not coincide with the centre line of the curvatures. Farther analysis of the influence of this fact would transgress the limits of the present paper.

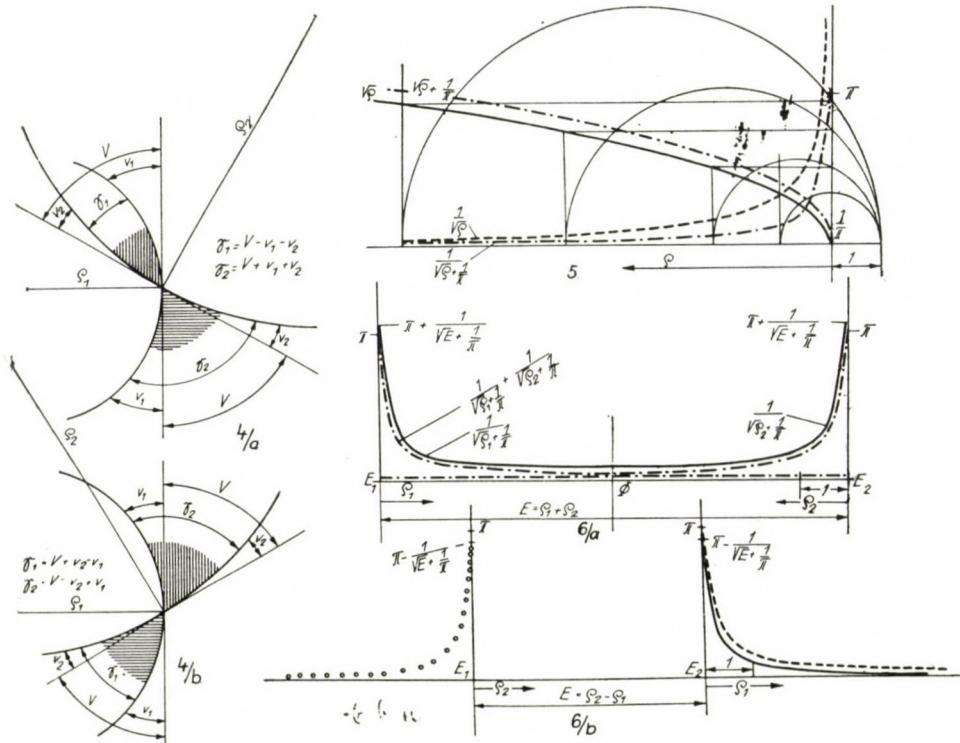


Fig. 4a. Same measures as in Fig. 3a, but the configuration is symmetrical to that of Fig. 3a
 Fig. 4b. Same measures as in Fig 3b, but the configuration is symmetrical to that of Fig. 3b

Fig. 5. Diagram of v plotted against $\sqrt{\varrho}$ (full line) and against $\frac{1}{\sqrt{\varrho}}$ (dotted line)

Fig. 6a. Diagram of the variation of the arc angle (wedge) against the possible length of mating at external gearing

Fig. 6b. Diagram as in Fig. 6a, for internal gearing

Among the four arc angles γ_1 , γ_2 , δ_1 , δ_2 the pair γ_1 , γ_2 denotes opposite arc angles, smaller than $\frac{\pi}{2}$, whilst δ_1 , δ_2 are greater than $\frac{\pi}{2}$.

The configuration of four arc angles has twice two congruent mirror images (superior and inferior left and right) displaying thus two different shapes, in accordance with the signs of curvature radii.

As the value of an arc angle depends on ϱ only, supposing that $\varrho_1 = \text{const}$. the limit cases are $\varrho_2 = \infty$ and $\varrho_2 = \varrho_1$. The variation of an arc angle can be considered from two points of view :

1. linear derivation ; shifting the arc along the line connecting the centres of curvature ;

2. polar derivation : turning the arc of radius ϱ_2 around the point of arc intersection C .

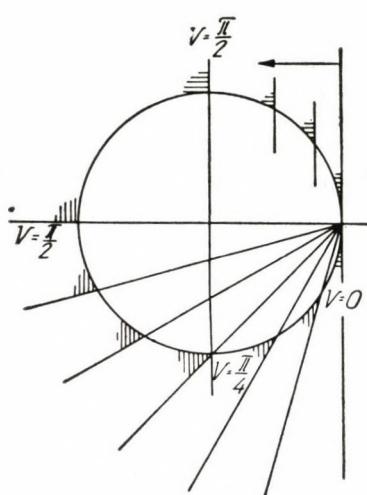


Fig. Ia. Polar and linear derivation
at: $\varrho_2 = \infty$

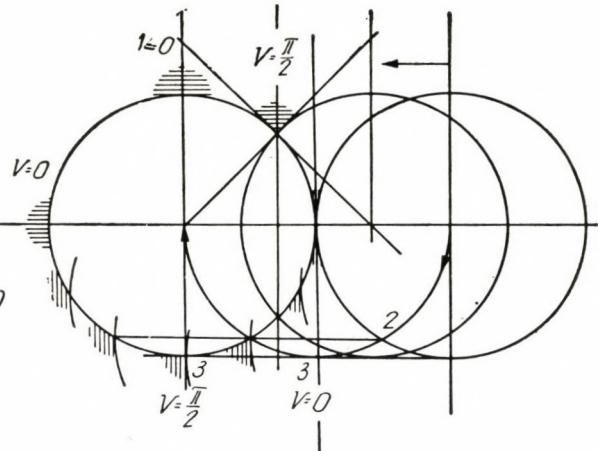


Fig. Ib. Polar and linear derivation at: $\varrho_2 = \varrho_1$

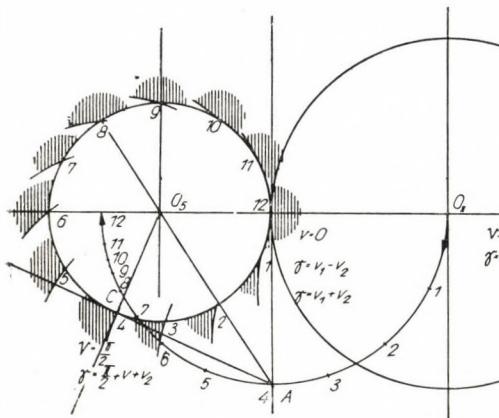


Fig. IIa. Intermediate examples of derivation

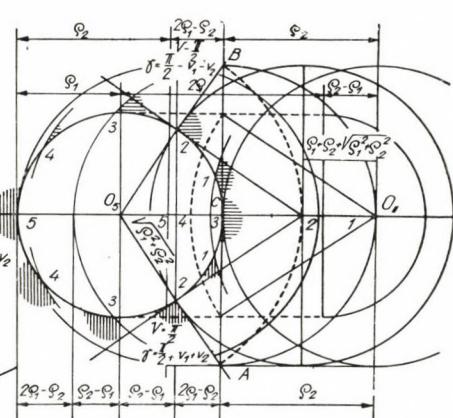


Fig. IIb. Intermediate examples of derivation

Fig. Ia shows the polar and linear derivation in the extreme case : $\varrho_2 = \infty$;

Fig. Ib in the other extreme case : $\varrho_2 = \varrho_1$.

Intermediate examples are shown in Fig. IIa and IIb.

A singular extreme case is the linear shifting of the arc at right angles to ϱ_1 , shown in Fig. III.

The limits of arc angle increase and also their rate of increase depend only on the ratio $q = \frac{\varrho_1}{\varrho_2}$.

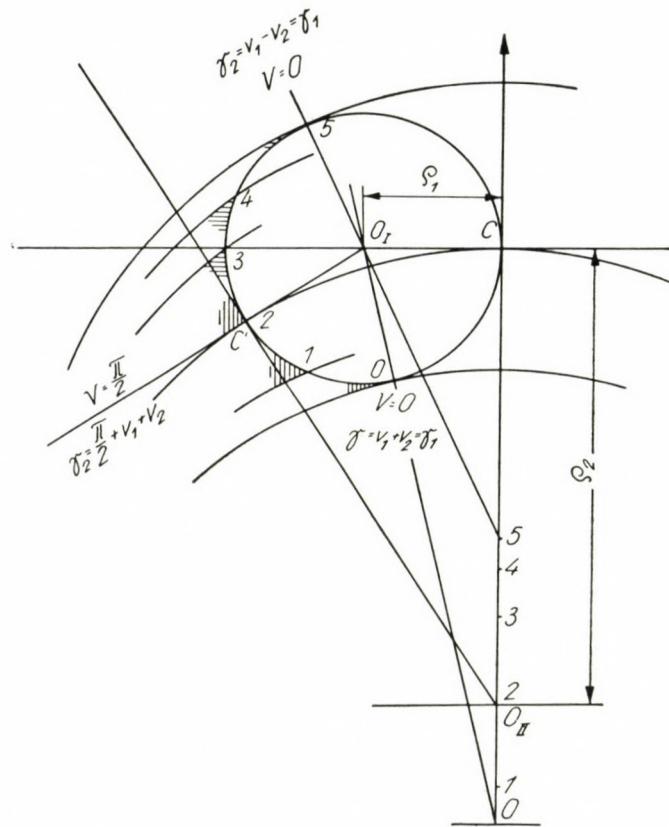


Fig. III. Linear shifting at right angles to ϱ_1 as a limit case

The treatment of relations between linear and polar origin, though very instructive, can be omitted.

Projective relativity in involute geometry

The usual conception of the generation of an involute is that of unwinding a thread from a base circle (or cylinder). The base point G describes a single-branched involute: a plane curve, the points of which are defined by two (rectangular or polar) coordinates. The curve departs and turns round the

centre *C* of the base circle, with uniform progress describing equidistantly expanding tendriles. The thickness of the ideal thread is supposed to be zero.

A conception still more comprising is to imagine an ideal, straight and rigid rod of zero thickness, rolled on the base circle to the right and to the

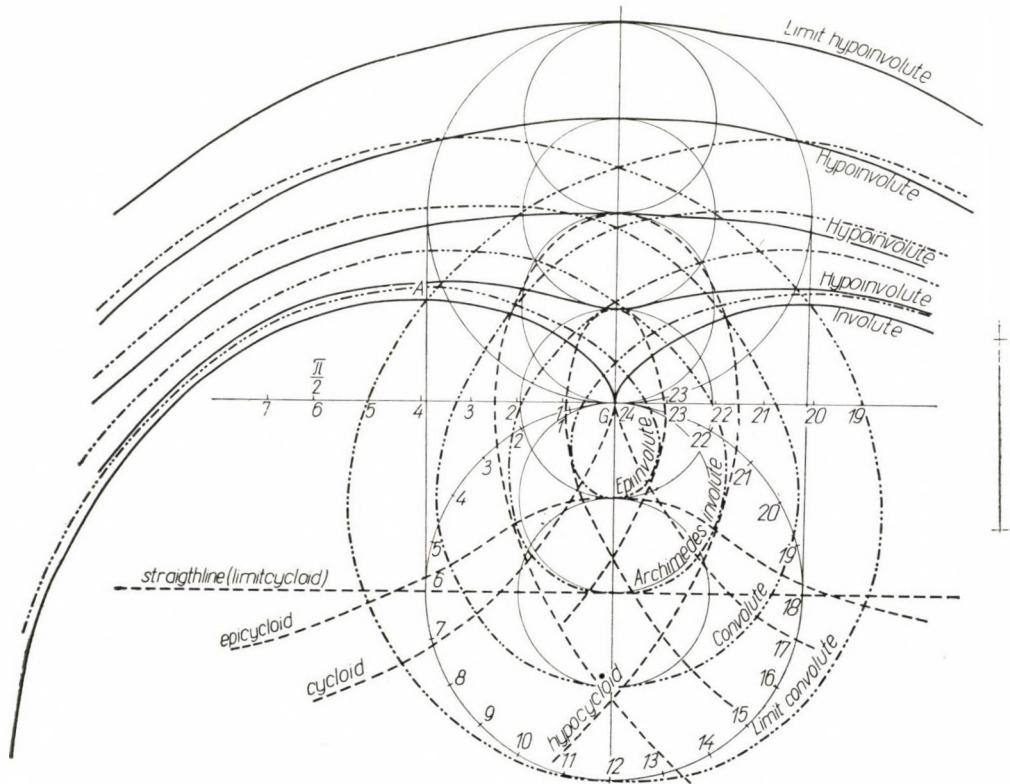


Fig. 7. Pairs of to each other belonging involute and trochoid curves, being in relativity essentially identical and congruent

left. The point of tangency *G* (base point of the involute) connected to the rod, then describes a double branched (total) involute (Fig. 13 and 13a). The two branches (mirror images of each other) alternately intersect each other above and below *G* in periodical succession. All points connected rigidly to the rod describe similar double branched curves extending into the infinite in every direction of the plane. On the contrary, imagining a rigid connexion between *G* (or any point) and the base circle (instead of the rod) and rolling the base circle on the fixed rod, *G* (or any connected point) will describe a trochoid (cycloidal) curve, astriding by congruent steps straightly into the infinite in one direction (right or left) (Fig. 7).

One should acknowledge that involutes and corresponding trochoids are doubtless essentially identical curves, which only differ when seen from different points of view.

It is certain, that the identity of involute and trochoid curves is a remarkable inference of projective relativity. In some ways it can be compared to the relation between wireless broadcast in all directions and the conduction

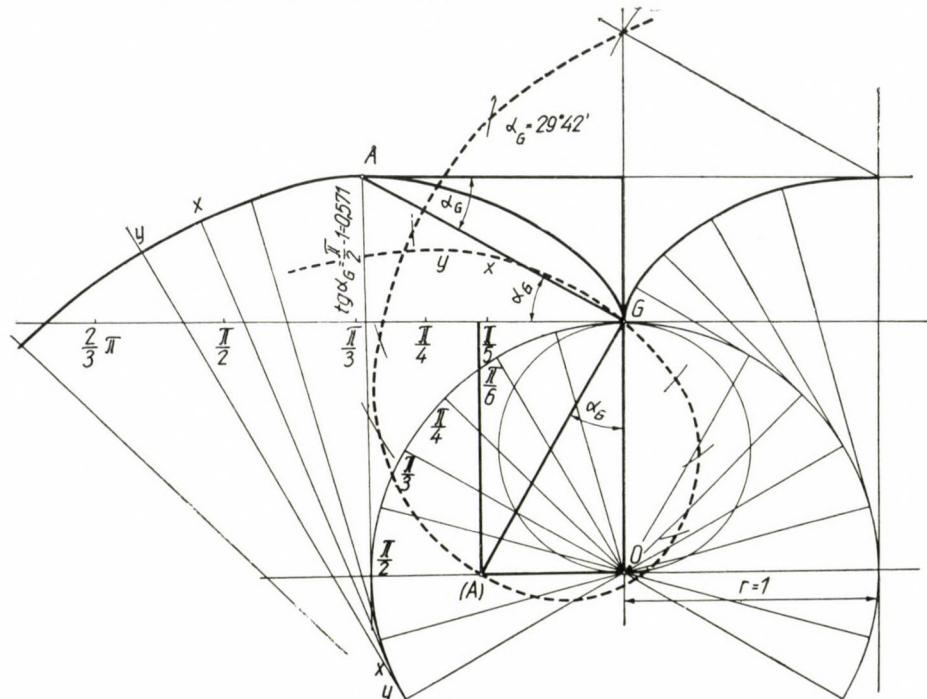


Fig. 8. Theoretical interference

in one direction in a wire ; or (metaphorically) to the whirling flight of thoughts and the beating of the heart — eternal life and mortality. In conclusion : evolution in all directions — and step progress (quanta) in one direction only.

Fig. 7 shows a series of corresponding involute and trochoid pairs. The literature does not discern between counterparts of the various sorts of trochoids (*i. e.* common, epi- and hypocycloids) by giving them separate names. So in Fig. 7 arbitrary chosen names : common, epi- and hypo involute, Archimedes involute, common, limit and superepiconvolute are used for designation. The Archimedes involute is an extreme case, and similarly its antitype : the straight line is a degenerated case of trochoids. These considerations can sustain a more exhaustive comprehension of some particular gearing problems (*e. g.* undercutting) and of similar subjects, such as the conditions of hydrodynamic lubrication.

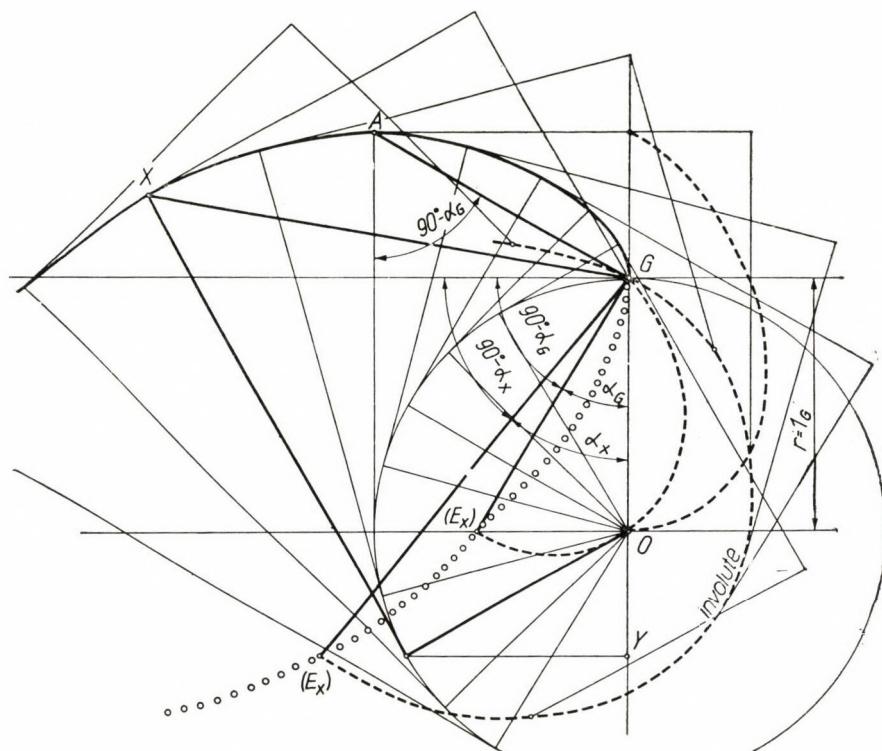


Fig. 9. The locii of theoretical points, starting interference

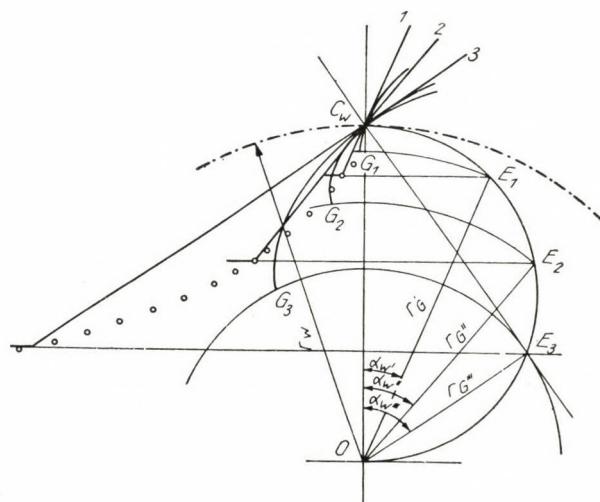


Fig. 10. Points of starting interference in practical generation of involute gears

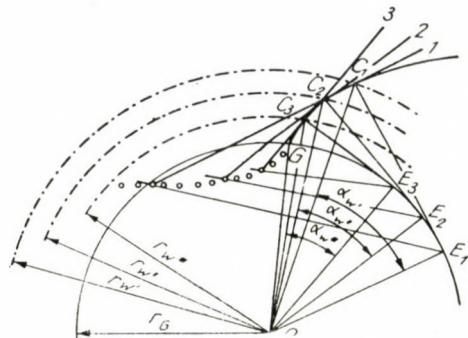


Fig. 11. The same case as Fig. 10, but with a constant base circle

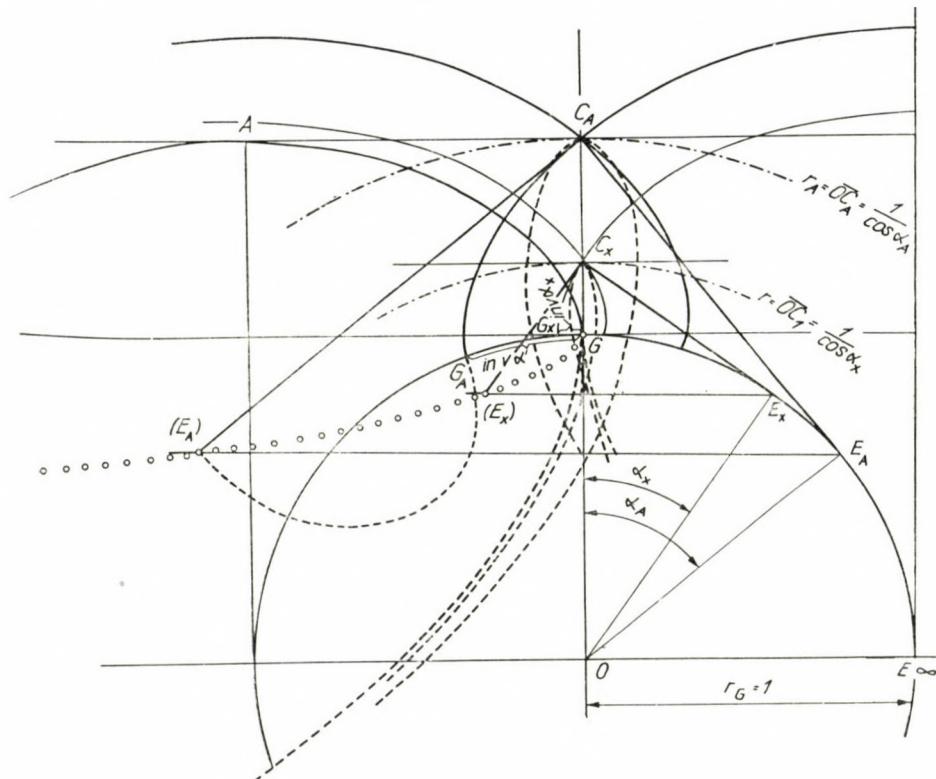


Fig. 12. Trochoid and involute antitypes at constant base circle, with the starting point of undercutting

In particular to kinematics, it is suitable to suppose first immaterial conditions : an imaginary cutter rack of unity module, set at standard depth $= 1$; ideal interference is observed instead of a real undercutting (Fig. 8). The peak point A of the involute mates in (A) with the head of the straight-sided imaginary generating profile. The relative path of (A) passes just through

G, starting interference. The necessary generating pressure angle a_G can be found from $\tan a_G = \frac{\pi}{2} - 1 = 0,571 \dots$; $a_G = 29^\circ 42' \dots$. At a chosen arbitrary generating pressure angle a_x the geometric location of the points

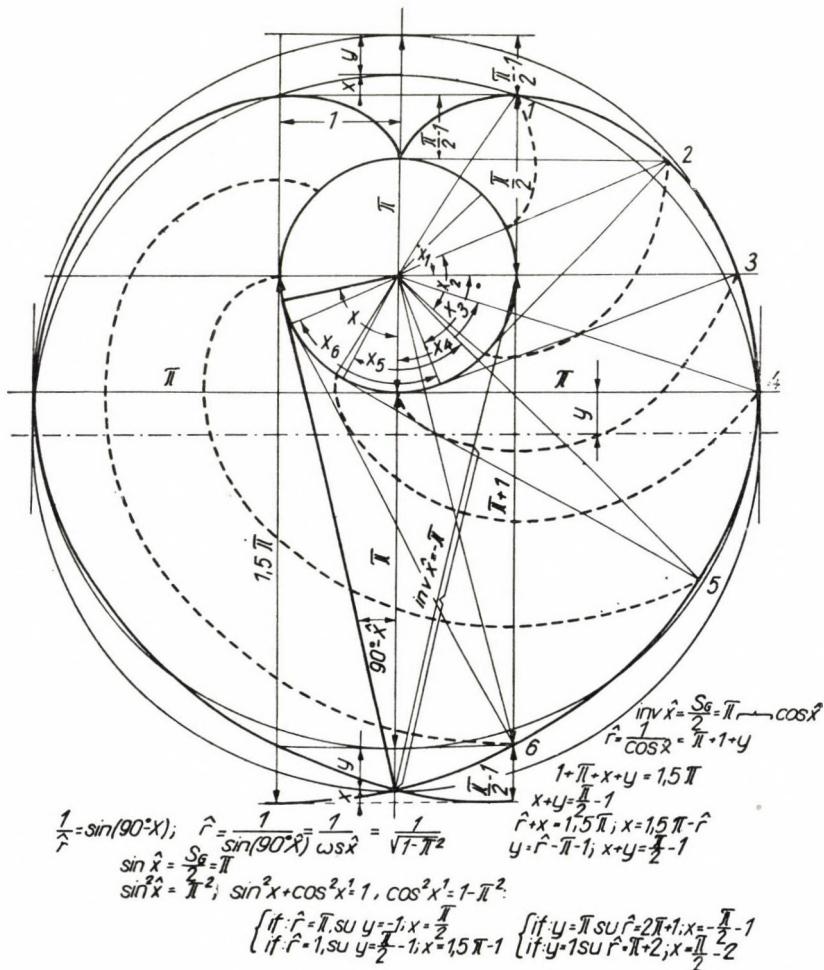


Fig. 13a

(U_x) at starting interference is shown in Fig. 9, this forms a parabolic curve marked by little circles. Fig. 10 and 11 refer to practical generation of gear teeth profiles, where the pitch line of the cutter rack rolls on a pitch circle of a larger radius, than that of the base circle. The locii of the points (U_x) corresponding to different a_x is presented in Fig. 10 at constant pitch circle, and in Fig. 11 at constant base circle (both are marked by little circles).

Fig. 12 presents together the trochoid and involute antitypes for a constant base circle, also showing the curve where undercutting starts.

Fig. 13 shows the double-branched common involute, its equidistant expanding course, the alternating succession of intersections above and below G , and also the amount of expansion.

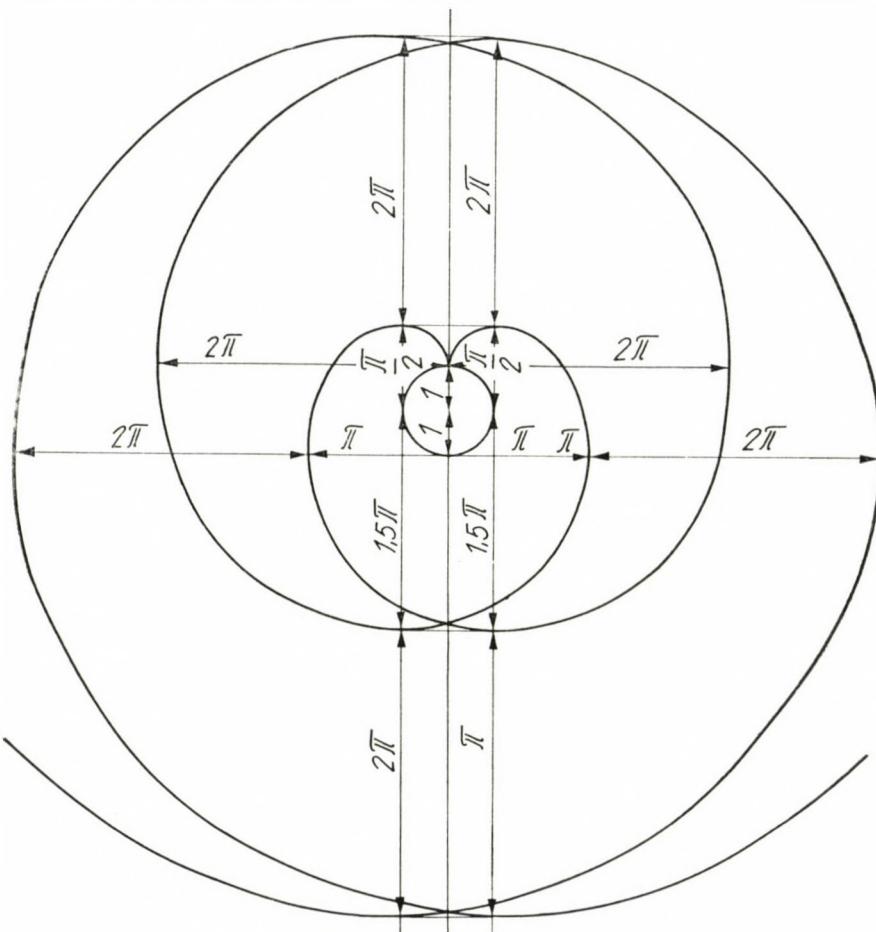


Fig. 13b. Double-branched common involute and their limit case : the Grisson tooth

Fig. 13a in addition demonstrates a series of gear-tooth building profile involutes (right and left), by gradually increasing modules, and also their intersection points. Here the practical limit is the heart-shaped tooth of the Grisson gearing. The equations for the calculation of some dimensions of special interest, and their derivations, are collected.

REFERENCES

1. KARL V. OTT : Die Grundlagen des grafischen Rechnens. 1872 Prag. Calve'sche Univ. Buchhandlung.
2. DR. E. VIDÉKY : Kinematic and Geometrical Calculations on Involute Spur Gears. Budapest. 1954. Acta Techn. of the Hung. Acad. of Sc. Tom IX. Fasc. 3—4.
3. HERRMANN HOFER : Genaue Berechnung des Unterschnitts an Zahnrädern. 1957. VDI Zeitschrift Bd. 99 No. 6. S. 241—43. von Obering. Friedrichshafen a. B.

SUMMARY

The specific character of angles arising at intersection of arcs is analysed. A kind of complementary angles make up the difference to ordinary angles. They have a dimension, which is defined and a measure for them is established.

The relative identity of corresponding pairs of involute and cycloidal (trochoid) curves and the relative identity of continuous evolution in all directions of a plane with the progress of congruent steps in a straight line (to the right or to the left) — or otherwise expressed : continuous evolution and proceeding per quanta — is demonstrated.

Geometric relations for the limits of starting interference and undercutting at the meshing of gear teeth are given.

AUSDEHNUNG DER GONIOMETRIE UND PROJEKTIVE RELATIVITÄTEN
IN DER INVOLUTGEOMETRIE

E. VIDÉKY

ZUSAMMENFASSUNG

Untersuchung der Sondereigenschaften von Winkeln, welche beim Schnitt von Kurven entstehen.

Die dabei auftretende zusätzliche Winkelart von dimensionaler Natur, Wesen des Unterschiedes zwischen dieser zusätzlichen Winkelart und bei Kreuzung von Geraden gebildeten (gewöhnlichen) Winkeln, und Feststellung ihrer Dimension.

Relative Identität einander entsprechender Paare von Evolventen und Zykloiden (Trochoiden), sowie relative Identität einer in sämtlichen Richtungen kontinuierlichen Entwicklung in der Ebene mit einem (rechts oder links) in gleichen Stufen fortschreitendem geradlinigem Gang. Anders ausgedrückt : relative Identität der gleichmässigen Entwicklung und des Fortschrittes per Quanta. Geometrische Zusammenhänge beim Zahnradeingriff zwischen den Grenzen des Beginns von Unterschnitt und Interferenz.

EXTENSION DE LA GONIOMÉTRIE ET LES RELATIONS PROJECTIVES
DANS LA GÉOMÉTRIE DES DÉVELOPPÉES

E. VIDÉKY

RÉSUMÉ

Analyse des propriétés particulières des angles provenant de la section des arcs. Angle accessoire ayant une dimension, qui distingue l'angle entre arcs de l'angle résultant de la section de lignes droites (interprétation ordinaire). Définition de l'angle accessoire et détermination de son unité de mesure.

Identité relative d'une paire de courbes constituée par une développante et une cycloïde (trochoïde), qui se correspondent réciproquement. Identité semblable relative de l'évolution continue étendue dans un plan dans toutes les directions, et de la progression par quanta en ligne droite (à droite ou à gauche). Liaisons géométriques à l'engrenement, d'une roue dentée entre les limites de coupe taillée en dessous et le commencement de l'interférence.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГОНИОМЕТРИИ И ПРОЕКТИВНЫЕ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ
В ИНВОЛЮТНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Э. ВИДЕКИ

РЕЗЮМЕ

Анализ специальных свойств углов, образующихся при сечении дуг. Дополнительный угол размерного характера, который отличает дуговой угол от угла, образующегося при сечении прямых (угол специальной трактовки). Определение дополнительного угла и определение единицы его измерения.

Относительная идентичность эвольвентной и циклоидной (трехоидная кривая) пар, соответствующим друг другу. — Аналогична относительная идентичность непрерывной эволюции во всех направлениях плоскости и движению по прямому направлению (вправо или влево) с идентичными ходами. Геометрические зависимости сцепления зубчатых колес между предельными положениями начала интерференции и подрезки.

PARALLELITÄTSTOLERANZEN VON BINOKULAREN FERNROHREN*

S. DÉKÁNY

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 20. Oktober 1956]

Durch die binokularen Fernrohre wird — im Gegensatz zu den monokularen Fernrohren — das beidäugige Beobachten, das stereoskopische Sehen ermöglicht, und auch das Nachtsehen wird etwa zweifach verbessert (SCHOBER [6], S. 282, NAUMANN [5], S. 114). Von ihren Nachteilen sind die teuerere, kompliziertere Konstruktion, das grössere Gerätgewicht und bei Apparaten mit Stativ die in der Regel exzentrische Anordnung zu erwähnen. Gegenüber den monokularen müssen die binokularen Fernrohre ausserdem noch zwei Mehranforderungen Genüge leisten :

1. Die optischen Daten der beiden zusammengebauten Fernrohre (Halbfernrohre) sollen innerhalb enger Grenzen übereinstimmen.

2. Die optischen Achsen der beiden Fernrohre sollen parallel laufen.

Vorliegende Abhandlung soll lediglich die letztere Frage behandeln.

Das Mass der hier einzuhaltenden Toleranzen ist in der Fachliteratur bis zur Zeit nicht eindeutig geklärt und abgeleitet. In der Tabelle I sind die aus verschiedenen Fachbüchern und Übernahmeverordnungen entnommenen Daten zusammengestellt.

Wie aus der Tabelle ersichtlich, weichen die angegebenen Werte voneinander in hohem Masse ab. Durch überstrenge Toleranzen werden die Kosten der Fernrohre allzu erhöht, durch die Lockerung der Toleranzen geht hinwiederum einer der wichtigsten Vorteile der Apparate gegenüber den monokularen Fernrohren verloren, namentlich die Möglichkeit des unmühlosen, anhaltenden Beobachtens.

Bei dem beidäugigen Beobachten wird ein einfaches und raumhaftes (stereoskopisches) Sehen theoretisch erst ermöglicht, wenn die von den Gegenständen in unser rechtes bzw. linkes Auge gelangenden Bilder auf Punkte mit gleichen Koordinaten der beiden Netzhäute, auf die sogenannten »korrespondierenden Punkte« fallen. Infolge der günstigen physiologischen Eigenschaften des menschlichen Auges wird es nach dem Panumschen Satz (SCHOBER [6]-

* Auf der Konferenz für »Messtechnik und Instrumentation« in Budapest am 2. Oktober 1956, in der Veranstaltung des Wissenschaftlichen Vereines für Messtechnik und Automatisierung abgehaltener Vortrag.

Tabelle I
Daten über die Parallelitätstoleranzen von Fernrohren

Lauf.-Nr.	Quellenwerk	Nach innen	nach aussen	in der Höhe
		Minuten		
1.	A. König : Die Fernrohre und Entfernungsmesser, Berlin, 1937, S. 108	180	60	30
2.	J. A. Tudorovszkij : Teorija opticseskikh priborov, Moskau, 1952, S. 364—365	180	60	30
3.	Deutsche Vorschrift Nr. TL 27/1007 B	90	28,8	40
4.	Bedingungen eines Bestellers	62	36	27
5.	Handbuch der Feinmechanik und Optik, Mühlhausen, Berlin, 1950, S. 93	60	30	20
6.	S. D. Lehrmann : Optik-Mechanik, Budapest, 1951, S. 155 ; Moskau, 1948, S. 142	60	20	20
7.	H. Naumann : Optik für Konstrukteure, Halle, 1949, S. 137	Parallelität an der Okularseite innerhalb 30 Minuten		
8.	Ältere Toleranzen einer Unternehmung	35	25	25
9.	Gegenwärtige Toleranzen einer Unternehmung	21,6	14,4	14,4
10.	Bedingungen eines ausländischen Bestellers, 1955	12	0	±2
11.	N. Bárány : Optikai műszerek (Optische Geräte) Band III., Budapest, 1952, S. 774	6	4	±2

(S. 399) genügen, wenn die zusammengehörigen Bildelemente in einem um den korrespondierenden Punkt beschriebenen engen Bereich liegen. Obschon er keine regelmässige Kreisfläche bildet, wird dieser Bereich in der Fachliteratur als Panumscher Kreis bezeichnet. Der Durchmesser dieses Kreises ist um so grösser, je entfernter sich das Zentrum des Kreises von dem gelben Fleck befindet.

Das menschliche Auge hat noch den weiteren Vorteil inne, dass es sich mit seiner Achse an die Richtung der wahrgenommenen Lichtbündel elastisch akkommodiert. Demgemäß stellen sich die Augenachsen bis zu einer gewissen Grenze sowohl in der Höhen- wie auch der Seitenrichtung in Richtungen ein, die von den sich in dem beobachteten Punkt schneidenden Richtungen divergieren, das heisst, unser Auge stellt sich auch bei der Empfindung der abgelenkten Lichtbündel auf das einfache Sehen um — eine Aussage, die im Wesen auf das gleiche hinauskommt. Die grossen Abweichungen, die in den Parallelitätstoleranzen beobachtet werden, können in erster Linie auf die vorerwähnten Eigenschaften des menschlichen Auges zurückgeführt werden.

Diese Akkommodation der Augenachsen ist indessen je nach dem Individuum in verschiedenem Masse ermüdend.

Aus dem Vorstehenden geht es klar hervor, dass beim Beobachten mit dem binokularen Fernrohr nicht der Neigungswinkel der Fernrohrachsen untereinander das unmittelbar ausschlaggebende Moment ist, vielmehr entscheidet der Umstand, mit welcher Konvergenz oder Divergenz die von dem beobachteten Punkt ausgehenden und in die Objektive eintretenden Lichtstrahlen aus dem Okular austreten. Zur Klärung dieser Frage müssen die Zusammenhänge zwischen der Entfernung des beobachteten Punktes

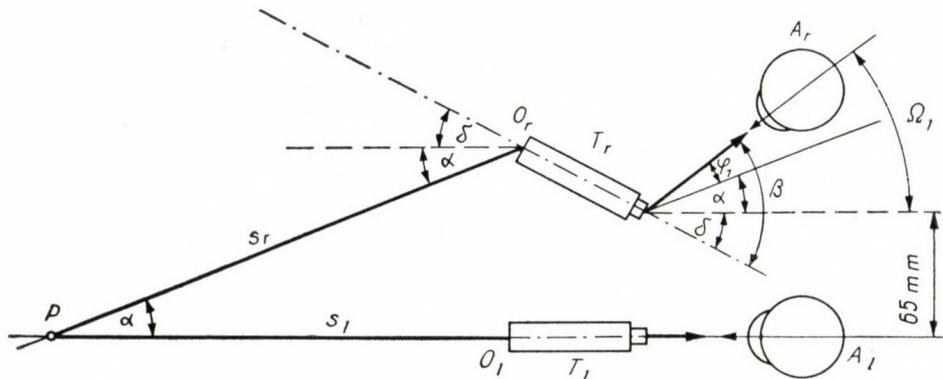


Abb. 1

P , der Vergrösserung der Fernrohre N und dem durch die optischen Achsen eingeschlossenen Winkel δ für jeden in Betracht kommenden Fall ermittelt werden. Die Achsenrichtungen werden zweckmässigerweise von dem Okular nach dem Objektiv hin aufgenommen.

I. In Abb. 1 wurde der allgemeine Fall dargestellt, in dem die Fernrohre in bezug auf den in der endlichen Entfernung befindlichen Punkt P mit einem Winkel δ divergieren.

Nach der Figur ist $\beta = N(\delta + a)$. In diesem Fall beträgt die Deviation von der Parallelen der den Punkt P durch das Fernrohr beobachtenden Augenachsen Ω_1 . Mit den angenommenen Bezeichnungen erhalten wir :

$$\Omega_1 = (N - 1)(\delta + a) + a \quad (1)$$

oder

$$\Omega_1 = N(\delta + a) - \delta \quad (1a)$$

Hier bedeutet a den Gesichtswinkel der beiden Objektivzentren (den Winkel O_I, P, O_r) von dem Punkt P aus betrachtet. Die Deviation der Augenachsen von der Beobachtung mit freien Augen beträgt dabei :

$$\varphi_1 = (N - 1)(\delta + a) \quad (2)$$

II. Die in der Abb. 2 skizzierte Lage, die auch von TUDOROVSKIJ [7] mitgeteilt wurde (S. 365), stellt einen speziellen Fall der vorigen Lage dar, wobei $\alpha = 0$ ist.

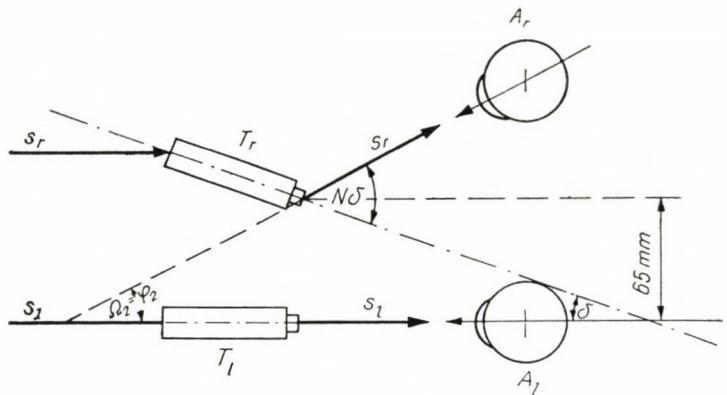


Abb. 2

In diesem Falle beträgt die Deviation der Augenachsen von der Parallelen, der sogenannte Konvergenzwinkel :

$$\Omega_2 = (N - 1) \delta \quad (1b)$$

Die Deviation von der Betrachtung mit freien Augen ist in diesem Fall dem Konvergenzwinkel gleich

$$\varphi_2 = \Omega_2 = (N - 1) \delta \quad (2a)$$

Dieser Fall kommt jedoch nur in Betracht, wenn sich der betrachtete Gegenstand in weiter Entfernung, praktisch im Unendlichen befindet. Dieser Fall kann bei den Jagd- und Handfernrohren in den meisten Fällen angenommen werden. Bei den binokularen Stativapparaten, vornehmlich bei den Scherenfernrohren kann jedoch der Wert von α nicht vernachlässigt werden.

III. In Abb. 3 wird der spezielle Fall dargestellt, wo die Fernrohrachsen zwar parallel verlaufen ($\delta = 0$), der Punkt P kann indessen nicht als im Unendlichen liegend betrachtet werden.

In diesem Fall beträgt die Deviation der Augenachsen von der Parallelen :

$$\Omega_3 = N \alpha \quad (1c)$$

Die Deviation der Augenachsen von der Betrachtung mit freien Augen beträgt hierbei :

$$\varphi_3 = (N - 1) \alpha \quad (2b)$$

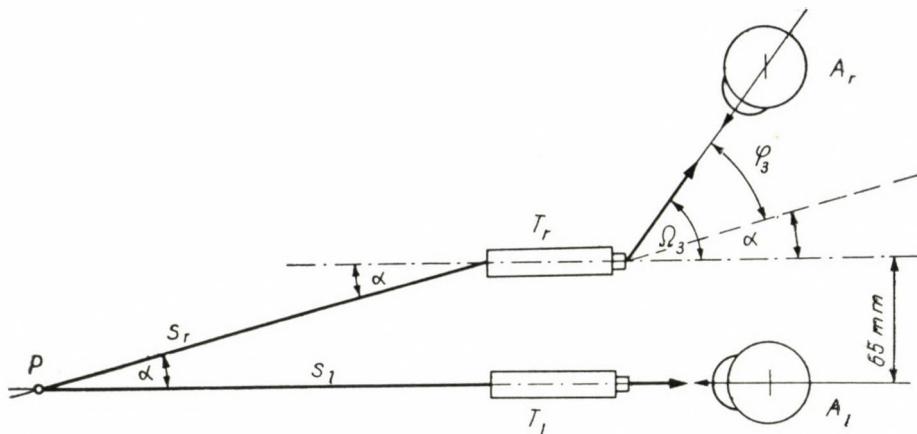


Abb. 3

IV. In Abb. 4 wurde die Lage dargestellt, in welcher der in der Nähe befindliche Punkt P von dem Beobachter durch das mit einem Fehler — δ montierte (nach dem Punkt P hin konvergierende) Fernrohrpaar betrachtet wird.

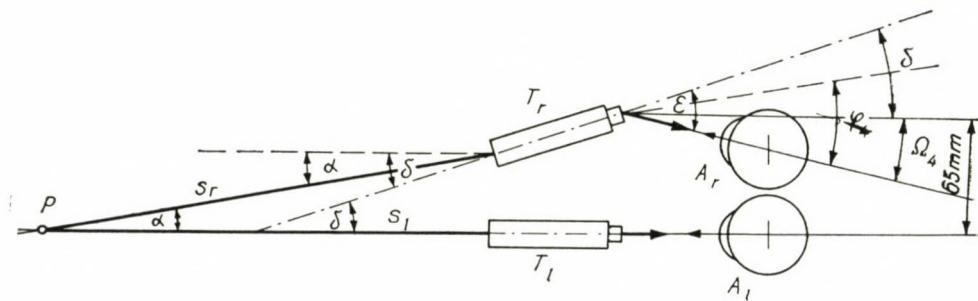


Abb. 4

In diesem Fall beträgt die Deviation der Augenachsen von der Parallelen

$$\begin{aligned} Q_4 &= (N - 1)(\alpha - \delta) + \alpha \text{ oder} \\ -Q_4 &= (N - 1)\delta - N\alpha \end{aligned} \quad (1d)$$

Dies bedeutet, dass für

$$(N - 1)\delta > N\alpha$$

Q_4 ein negatives Vorzeichen annimmt. In diesem Falle wäre das den Punkt P durch das Fernrohr betrachtende Augenpaar zu einer Divergenz gezwungen, wobei gegebenenfalls eine tatsächliche Divergenz vorliegen kann.

In diesem Fall ändert sich der durch die Augenachsen eingeschlossene Winkel gegen die Betrachtung mit freien Augen um den Winkelwert φ_4 .

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= (N - 1)(\alpha - \delta) \text{ oder} \\ -\varphi_4 &= (N - 1)(\delta - \alpha)\end{aligned}\quad (2c)$$

Nach dem Vorstehenden nimmt φ_4 für $|\delta| > |\alpha|$ ein negatives Vorzeichen an, das heisst, das Augenpaar wird im Vergleich mit der Betrachtung mit freien Augen zu einer divergenteren Betrachtung gezwungen.

Im Hinblick auf die physiologischen Eigenschaften der Augen kann es festgestellt werden, dass die Deviation der Fernrohrachsen von der Parallelen nur in dem Falle störend wirkt, wenn das betrachtende Augenpaar zu einer den zugelassenen Grenzwert Ω_{\max} übertreffenden Konvergenz oder aber zu einer von der Parallelen weggerichteten Betrachtung, das heisst, zu einer Divergenz gezwungen wird. Bei den leistungsstarken terrestrischen binokularen Fernrohren liegt der Punkt P in einer grossen, für praktische Zwecke als unendlich zu betrachtenden Entfernung, daher wird der Wert von α gleich Null oder aber einem äusserst kleinen spitzen Winkel werden. Hierbei werden in den Fällen I., II. und III. (siehe Abb. 1, 2 und 3) die den Formeln (1a), (1b) und (1c) entsprechenden Augenachsenkonvergenzen entstehen, die bis zu einem Grenzwert von Ω_{\max} physiologisch nicht nachteilig sind. Da aber durch den Wert von δ der Konvergenzwinkel des Auges nach Formel 1. überflüssig erhöht wird, empfiehlt es sich, den Wert von δ gleich Null zu setzen, das heisst, Fernrohre mit parallelen optischen Achsen herzustellen.

Nehmen wir für Ω_{\max} einen sicheren Wert von 15° an, so erhalten wir für die Betrachtung eines entfernt liegenden Punktes (Fall II.) :

$$\Omega_{2\max} = (N - 1)\delta_{2\max} = 15^\circ \quad (3)$$

In diesem Fall beträgt der noch zulässige grösste Montierungsfehler

$$\delta_{2\max} = \frac{\Omega_{2\max}}{N - 1} = \frac{15^\circ}{N - 1} \quad (3a)$$

Nach dieser Formel erhalten wir für ein 6x-Fernrohr $\delta_{2\max} = 180'$ und ein 8x-Fernrohr $\delta_{2\max} = 128'$. Diese Werte stellen die Extremwerte der Verwendbarkeit dar. Wenn auch die Betrachtung von in der Nähe liegenden Punkten vorausgesetzt wird (Fall I.), so beträgt der maximale Montierungsfehler, bei dem das Fernrohr noch verwendet werden kann :

$$\delta_{1\max} = \frac{\Omega_{1\max} - N\alpha}{N - 1} = \frac{15^\circ - N\alpha}{N - 1} \quad (4a)$$

Nach den folgenden Erörterungen empfiehlt es sich jedoch, für Ω_{\max} einen wesentlich kleineren Wert als 15° zuzulassen.

Ein ganz anderer Fall liegt im Falle IV. nach Abb. 4 vor. Hier würden die Augenachsen zu einer Divergenz nach Formel (1d) gezwungen. Aus physiologischen Gründen müsste diese Divergenz notwendigerweise gleich Null sein, oder aber innerhalb eines äusserst geringen Winkels von $\Omega_{4\max}$ liegen, dessen Wert im weiteren bestimmt werden soll. Demgemäß beträgt nach Formel (1d) die grösste noch zulässige Konvergenz des Fernrohrs :

$$\delta_{4\max} = \frac{N\alpha + \Omega_{4\max}}{N - 1} \quad (5)$$

Bei Ausschluss des Falles der Augenachsendifferenz nimmt obige Formel die folgende vereinfachte Form an :

$$\delta_{4\max} = \frac{N\alpha}{N - 1} \quad (5a)$$

Da in diesem Fall $N > 1$ ist, stellt $\delta_{4\max}$ einen Winkelwert endlicher Größenordnung dar, solange der Punkt in endlicher Entfernung liegt. Im entgegengesetzten Fall, das heisst für $\alpha = 0$, verschwindet jedoch auch $\delta_{4\max}$, die Fernrohre sollten somit ohne jegliche Konvergenz montiert werden.

Der Höhenfehler der Fernrohrachsen und der Augenachsen, das heisst die Ablenkung der Augenachsen aus der Ebene, die durch die Augenlinsenmittelpunkte und die betrachteten Punkte bestimmt wird, da diese Ablenkung im Wesen auch eine Divergenz der Augenachsen darstellt, ist aus obigem Grunde prinzipiell ebenfalls unzulässig.

Die ermüdende Wirkung der anhaltenden Beobachtung durch ein mit Konvergenz oder Höhenfehler montiertes Fernrohr bleibt aber fort, wenn das Mass der Ablenkung innerhalb des Panumschen Bereiches bleibt. In Abb. 5 wurden die zu dem Panumschen Kreis gehörenden Kegelwinkel α gegen die Augenachse als Kegelachse in Abhängigkeit von den verschiedenen Dingpunktsrichtungen φ dargestellt.

Bei einer streng auf einen Punkt gerichteten Beobachtung sollte für die Augenachsenrichtungen, sowohl nach aussen wie auch in der Höhe, eine Toleranz von nur $\pm 2,5'$ zugelassen werden. Bei anhaltender Beobachtung mit den Fernrohren pflegt jedoch nicht stets der gleiche Punkt, vielmehr ein Feldbereich betrachtet zu werden, das heisst, von dem Beobachter wird das ganze Sehfeld des Fernrohres ausgenutzt. In diesem Falle nimmt das Mass der zulässigen Toleranz nach Fig. 5 zu. Es sei noch bemerkt, dass der Durchmesser des Panumschen Kreises auch nach SCHÖBER nicht genau $5'$ beträgt, sondern er ist »nicht viel grösser als 5 Winkelminuten«.

Die persönlich durchgeföhrten Messungen an mehreren Hunderten von 6×30 Fernrohren wiesen darauf hin, dass der Achsenparallelitätsfehler von dem optisch ungebildeten Verwender der Fernrohre nicht wahrgenommen wird, solange dieser Fehler, an der Fadenplattenteilung gemessen, innerhalb des Wertes von $\delta = \pm 3,4'$ (1 alter Strich) liegt. Hieraus lässt sich schliessen, dass nach aussen und in der Höhe eine Augenachsenabweichung von etwa $6 \times 3,4' \approx 20'$ zugelassen werden darf. Mit Rücksicht jedoch darauf, dass der Parallelitätsfehler der Fernrohre mit der Verwendung zunimmt, sollte bei der Herstellung der Fernrohre ein Wert, der den theoretischen Fehler von $\pm 2,5$

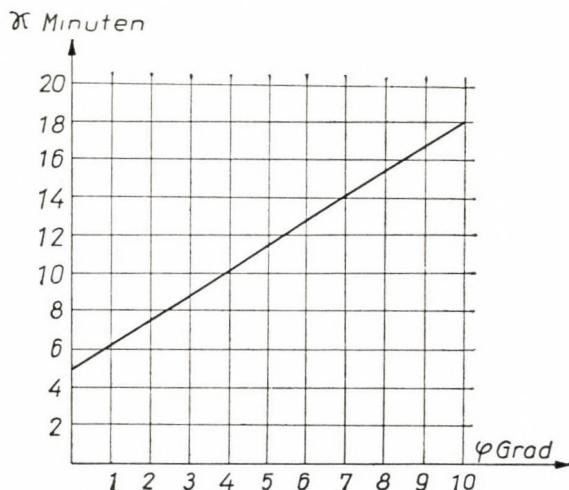


Abb. 5

weit übertrifft, nicht zugelassen werden. Die Achseneinstellung innerhalb des erwähnten Grenzwertes soll nur die Sicherheit der Dauerverwendung gewährleisten. Bei den binokularen Fernrohren können somit für die Abweichungen der Augenachsenrichtungen von der Parallelität die folgenden Toleranzen vorgeschlagen werden :

Nach innen (für die Konvergenz der Augen) $\Omega_{1\max} = 36'$

Nach aussen (für die Divergenz der Augen) $\Omega_{4\max} = 5'$

In der Höhe $\Omega_{4\max} = 5'$

Ein Augenkonvergenzwinkel grösser als $36'$ sollte nicht zugelassen werden, da hierdurch die Beurteilung der Entfernungen beeinträchtigt wird. Bei der fabrikmässigen Montierung reichen hingegen die 36 Winkelminuten zur Erleichterung der Einstellung aus.

Einige Daten der Tab. 1 sowie die vorgeschlagenen Toleranzen wurden in Abb. 6 dargestellt.

Die eingekreisten Zahlen weisen auf die Laufzahlen der Tab. 1 hin. Die vorgeschlagenen Toleranzen beziehen sich auf die Winkelabweichungen der Augenachsenrichtungen von der Parallelens.

Die in der Divergenz zulässigen Montierungswerte der Fernrohrachsen (δ -Werte) können für Fernrohre beliebiger Vergrößerung auf den Formeln (3a) bzw. (4a) berechnet werden, nur muss an Stelle von $\Omega_{2\max}$ bzw. $\Omega_{1\max}$ 36' eingesetzt werden. Die Fernrohre werden in der Regel zur Betrachtung von entfernt liegender Objekte hergestellt. Für diese gilt:

$$\delta_{\max}^{(\text{div})} = \frac{36'}{N - 1} \quad (6)$$

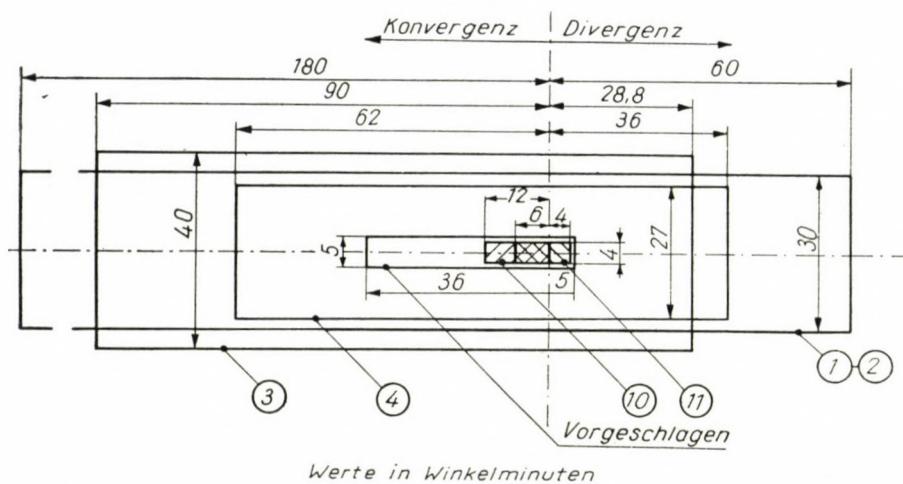


Abb. 6

Die noch zulässigen grössten Konvergenzwinkel der Fernrohrachsen können aus Formel (5) berechnet werden, nur muss für a Null und für Ω_4 der vorgeschlagene Wert von 5' eingesetzt werden.

$$\delta_{\max}^{(\text{konv})} = \frac{5'}{N - 1} \quad (7)$$

Dasselbe gilt auch für den Höhenwinkelfehler. Wie ersichtlich, rücken mit Erhöhung der Vergrößerung die Toleranzgrenzen immer enger zusammen. Hierdurch werden ernste Anforderungen an die serienfertigende optische Industrie gestellt. Insbesondere sind die Scherenfernrohre gegen diesen Fehler empfindlich. Daher röhrt es, dass die alten Scherenfernrohre mit 10-facher bzw. 15-facher Vergrößerung nach starker Beanspruchung ein Doppelbild

zeigten. Hiedurch lässt sich auch das Bestreben der Konstrukteure und Erzeuger erklären, an Stelle der leistungsstarken Scherenfernrohre zusammengebaute Winkelfernrohre mit einem gemeinschaftlichen Kopfspiegel oder Kopfprisme herzustellen.

SCHRIFTTUM

1. BÁRÁNY, N.: Optikai Műszerek (Optische Geräte) III. köt. Budapest, 1952.
2. Handbuch der Feinmechanik und Optik. Berlin, 1950.
3. KÖNIG, A.: Die Fernrohre und Entfernungsmesser. Berlin, 1937.
4. LEHRMANN, S. D.: Оптик-Механик (Optik-Mechanik) Moskau.
5. NAUMANN, H.: Optik für Konstrukteure. Halle, 1949.
6. SCHOBER, H.: Das Sehen. Band II. Leipzig, 1954.
7. TUDOROVSKIJ, A. J.: Теория оптических приборов (Theorie der optischen Geräte) Moskau, 1952.

ZUSAMMENFASSUNG

Durch die binokularen Fernrohre wird die beidäugige Betrachtung, das stereoskopische Sehen ermöglicht und das Dämmerungssehen verbessert. Gegenüber den monokularen Fernrohren weisen sie jedoch den Nachteil auf, daß zwei Mehrerfordernisse befriedigt werden müssen : Die optischen Daten der zwei zusammengebauten Fernrohre müssen übereinstimmen, und ihre optischen Achsen müssen parallel verlaufen. In der vorliegenden Mitteilung wird das letztere Problem erörtert. — Die diesbezügliche Stellungnahme der Fachliteratur ist nämlich bei weitem nicht einheitlich, und die aufgefundenen Daten über die Toleranzen weichen voneinander in hohem Maße ab. In vorliegender Mitteilung werden die geometrischen Beziehungen der Lichtstrahlen in den Fällen der Betrachtung durch mit verschiedenen Montierungsfehlern hergestellten Fernrohre erörtert, wobei auch die Entfernung des Dingpunktes mit in Betracht gezogen wird. Bezüglich der Feststellung der Grenzlagen bildet der Neigungswinkel der aus dem Dingpunkt ausgehenden und aus dem Okular der Fernrohre austretenden Lichtstrahlen den entscheidenden Faktor. Für diese können unter Beachtung der physiologischen Eigenschaften der Menschenäugen die noch zulässigen Höchstwerte der Konvergenz und Divergenz ermittelt werden. Aus diesen Höchstwerten können sodann auf Grund der abgeleiteten Formeln die Parallelitätstoleranzen der Fernrohrachsen berechnet werden.

PARALLELISM TOLERANCES OF BINOCULAR TELESCOPES

S. DÉKÁNY

SUMMARY

Binocular telescopes make possible viewing with both eyes, stereoscopic vision, and improve twilight vision. As compared to monocular telescopes, their disadvantage is that at manufacture two more conditions must be adhered to : optical characteristics of the two telescopes mounted together must be equal and their optical axes must be parallel. The paper deals with this latter problem, there being no uniform opinion in the literature treating this subject and the tolerance specifications given being extremely divergent. The paper contains the geometrical conditions for the light rays in the case of observation with telescopes mounted with different mounting errors, considering also the distance of the observed point. For determining limit positions, the angle of inclination of the light rays emitted by the observed point and emerging from the telescope's oculars is of decisive importance. For these rays, considering the characteristics of the human eye, the maximum convergency and divergency values can be determined ; and from these can be calculated, with the aid of the formulae given by the author, the parallelity tolerance of the telescope axes.

TOLÉRANCES DE PARALLÉLISME DES LUNETTES BINOCULAIRES

S. DÉKÁNY

RÉSUMÉ

Les lunettes binoculaires permettent la vue par les deux yeux, la vision stéréoscopique, et améliorent la vision au crépuscule. En comparaison des lunettes monoculaires, elles présentent par contre l'inconvénient d'exiger deux conditions supplémentaires lors de la fabrication : les caractéristiques des deux lunettes montées ensemble doivent être égales et les axes optiques doivent être parallèles. La communication est consacrée à ce dernier problème, la littérature technique n'étant pas encore d'accord sur ce point, et les valeurs de tolérances actuellement admises étant des plus divergentes. L'étude contient les relations géométriques entre rayons lumineux en cas d'observation avec des lunettes présentant des défauts différents de montage, compte tenu aussi de la distance du point observé. Pour déterminer les positions limites, c'est l'angle d'inclinaison des rayons lumineux émis par le point observé et sortant des oculaires du télescope, qui est décisif. Pour ces rayons on peut, en tenant compte des propriétés physiologiques de l'œil humain, déterminer la plus grande convergence et divergence permises, et à partir de celles-ci, en se basant sur les formules données par l'auteur, on peut calculer les tolérances de parallélisme des axes des télescopes.

ДОПУСКИ ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ БИНОКУЛЯРНЫХ ПОДЗОРНЫХ ТРУБ

Ш. ДЕКАНЬ

РЕЗЮМЕ

Бинокулярные подзорные трубы позволяют осуществить зрение обоими глазами, т. е. стереоскопическое видение и улучшают условия видения в полутишине. Но в то же время по отношению к моноокулярным подзорным трубам обладают тем недостатком, что при изготовлении необходимо учитывать два дополнительных требования: оптические данные двух соединенных вместе подзорных труб должны соответствовать друг к другу, а их оптическая ось должна быть параллельной: Работа посвящена именно последней проблеме. — В отношении сказанного, как известно, еще не существует единого взгляда в литературе и найденные в литературе данные относительно допуска параллельности являются исключительно сильно отклоняющимися друг от друга. В статье даны геометрические зависимости для световых лучей в случае наблюдения при помощи подзорных труб, изготовленных с различными дефектами сборки, учитывая при этом расстояние до наблюдаемой точки. Для определения предельных положений решающим является угол изгиба световых лучей, исходящих из наблюдаемой точки и выходящих из окуляра подзорных труб. Для сказанных с учетом физиологических свойств глаз человека можно установить значения допустимых наибольших конвергенций и дивергенций. На основе их, исходя из выведенных формул, становится возможным вычислить данные допуска параллельности осей подзорных труб.

DIE DYNAMISCHE UNTERSUCHUNG VON GETRIEBEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG DER REIBUNGSKRÄFTE UND DER REIBUNGSMOMENTE

J. DROBNI

LEHRSTUHL FÜR MASCHINENELEMENTE DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT FÜR SCHWERINDUSTRIE,
MISKOLC

[Eingegangen am 30. Januar 1957]

Bei der dynamischen Untersuchung von Getrieben werden die in kinematischen Paaren (gleitende kinematische Paare, Gelenke, Nockenberührungen) entstehenden Reibungskräfte, beziehungsweise Reibungsmomente im allgemeinen ausser acht gelassen, da die Wirkung derselben auf das Kräftespiel des Getriebes, in Folge der niedrigen Werte der Reibungskoeffizienten, nicht erheblich ist.

Es gibt aber solche Fälle, in welchen der Einfluss der Reibungskräfte und der Reibungsmomente nicht vernachlässigt werden kann. So darf beispielsweise die Einwirkung der Reibungskräfte und der Reibungsmomente bei einer Exzenterpresse wegen der grossen Abmessung der Exzenter scheibe, oder beim Entwurf von Messinstrumenten, anlässlich der Untersuchung der Messgenauigkeit, nicht ausser acht gelassen werden.

Die aus der Fachliteratur bisher bekannten rechnerischen und graphischen Verfahren führen nur nach reihenmässigen Annäherungen zu einem Ergebnis.

In der Folge wird solch ein neues Verfahren dargelegt, mit dessen Hilfe der Kräfteplan unter Beachtung der Reibungskräfte und der Reibungsmomente schnell und genau entworfen werden kann.

1. Neues, graphisches Verfahren zur Bestimmung des Kräfteplanes einer elementaren Gruppe

In der Literatur wird die Untersuchung der ebenen Getriebe in sogenannten elementaren Gruppen durchgeführt, welche aus drei zweigliederigen kinematischen Paaren bestehen (Abb. 1).

Die zwei Glieder der elementaren Gruppe wurden mit 1 und 2, deren Gelenke mit A , B , C bezeichnet. Die elementare Gruppe ist an die Glieder q und s angeschlossen, von welchen eines auch ein stehendes Glied sein kann. Die auf die Glieder 1 und 2 wirkenden Kraftvektoren F_1 und F_2 mögen nach Richtung und Grösse gegeben sein.

Das neue Verfahren ist eine dem gesteckten Ziele entsprechende Weiterentwicklung der aus der graphischen Statik bekannten Culmann-Konstruktion; in seiner Methode aber folgt es den Prinzipien, welche die über Getriebe erschienenen Werke Professor TERPLÁN's festlegen. Das Verfahren wird vorerst ohne Berücksichtigung der Reibungen vorgeführt. Zu den Kräften F_1 und F_2 zeichnet man durch die Gelenke A , B , C ein beliebiges Seileck (Abb. 2a).

Indem man nun zu den, den Kräften vorhergehenden, sowie den, den Kräften folgenden Seileckseiten — den Regeln des bekannten Konstruktionsverfahrens entsprechend — Parallelen zieht, erhält man im Vektorpolygon

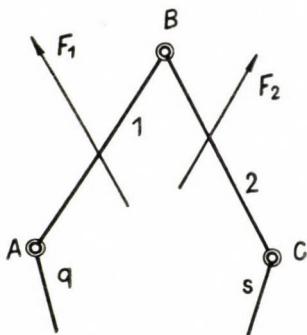


Abb. 1

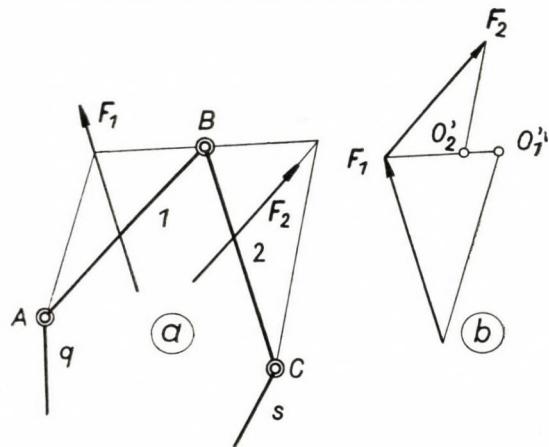


Abb. 2

die zwei Pole O_1 und O_2 (Abb. 2b). Die Polpunkte fallen deshalb nicht aufeinander, weil das Seilpolygon beliebig angenommen wurde. Würden sich die Polpunkte decken, so wäre das Seileck gerade das, dem gesuchten Gleichgewichtszustand zugehörige. Es ist nun die Frage, wie der gemeinsame Pol zeichnerisch bestimmt werden kann.

Es mögen nun durch die Gelenke A , B , C zwei beliebig gewählte Seilecke gezeichnet werden (Abb. 3). Indem man in dem zugehörigen Kräfteplan die Polpunkte bestimmt, erhält man hiedurch vier Pole. Den Dreiecken ABD'_1 und ABD''_1 entsprechen nach dem Dualitätsgesetz die Punkte O'_1 und O''_1 , den Dreiecken BCD'_2 und BCD''_2 dagegen die Punkte O'_2 , beziehungsweise O''_2 . Dem Punkt A der elementaren Gruppe entspricht im Kräfteplan das schraffierte Dreieck. Eine Seite dieses Dreiecks bildet die, die Punkte O'_1 und O''_1 verbindende Gerade, welche infolge der zwischen dem Seileck und dem Kräfteplan bestehenden Affinität, parallel zum Stab 1 ist. Ähnlicherweise ist die Gerade, welche die Punkte O'_2 und O''_2 verbindet, parallel zum Stab 2. Wieviel Seilpolygone auch gezeichnet werden mögen, die Polpunkte werden immer

auf den zu den Gliedern 1 und 2 parallelen Geraden liegen, welche im Kräfteplan mit »Strich-Punkt-Strich« Linien angedeutet sind. Der Schnittpunkt der Geraden $\overline{O'_1 O''_1}$ und $\overline{O'_2 O''_2}$ bildet den gesuchten, gemeinsamen Polpunkt O .

Die graphische Bestimmung des gemeinsamen Poles erfolgt daher in der unten angegebenen Reihenfolge. Man zeichnet durch die Gelenke A , B , C

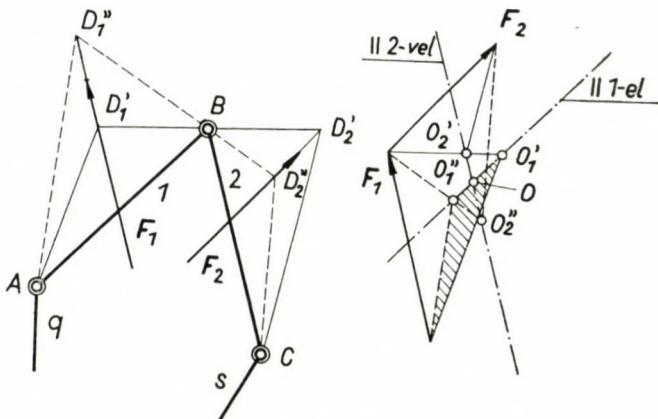


Abb. 3

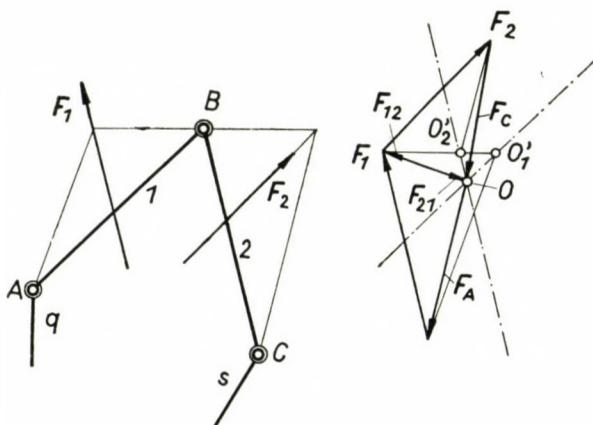


Abb. 4

ein beliebiges Seilpolygon (Abb. 4). Im Kräfteplan bestimmt man die Polpunkte O'_1 und O'_2 . Durch die Punkte O'_1 und O'_2 zieht man Parallelen zu den Stäben 1 beziehungsweise 2. Der Schnittpunkt dieser zwei Geraden liefert den gesuchten, gemeinsamen Polpunkt O , mit dessen Hilfe nun die Gelenkkräfte F_A , F_C und F_{12} , beziehungsweise F_{21} graphisch ermittelt werden können.

2. Graphische Bestimmung des Kräfteplanes der elementaren Gruppe unter Berücksichtigung der Reibungen

Die Reibung verändert die relative Lage der an den kinematischen Paaren zur Übertragung kommenden Kräfte.

Infolge der am Zapfen entstehenden Reibung wird die in Abb. 5 mit F_{12} bezeichnete Zapfenreaktionskraft eine zum Reibungskreise vom Halbmesser r_0 tangentiale Lage einnehmen. Der Halbmesser r_0 kann ohne Kenntnis

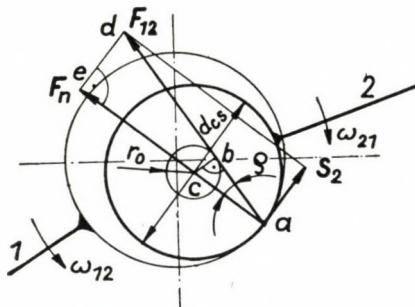


Abb. 5

der Kräfte F_n und S mit Hilfe des Reibungskoeffizienten μ bestimmt werden. An Hand der ähnlichen Dreiecke abc und ade kann man folgende Proportion aufschreiben :

$$\frac{r_0}{S_2} = \frac{\frac{d_{cs}}{2}}{F_{12}},$$

aber nachdem

$$S_2 = \mu F_n \text{ und } F_{12} = \sqrt{F_n^2 + \mu^2 F_n^2}$$

sind, so folgt

$$\frac{r_0}{F_n} = \frac{d_{cs}}{2 \sqrt{F_n^2 + \mu^2 F_n^2}};$$

woraus sich für r_0 die Formel

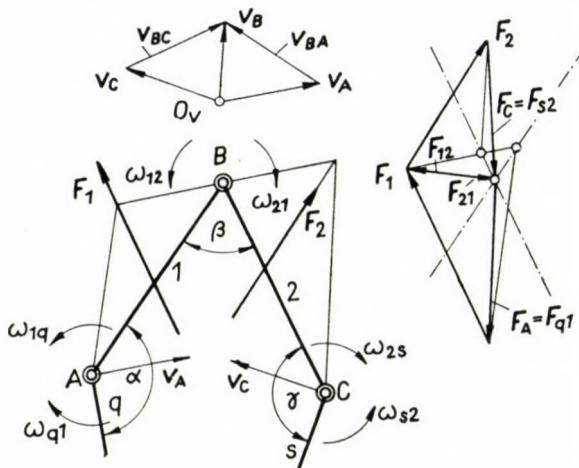
$$r_0 = \frac{d_{cs}}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

ergibt.

Praktisch ist meistens : $\frac{1}{\sqrt{1 + \mu^2}} \approx 1$, daher kann man für r_0 mit dem Wert $r_0 = \mu \frac{d_{cs}}{2}$ rechnen.

Die Lage der Gelenkkkräfte kann man unter Berücksichtigung der relativen Verschiebung des Zapfens und des Zapfenlagers ermitteln. Zur Durchführung der Untersuchung muss der, dem reibungslosen Zustand entsprechende Kräfteplan konstruiert werden (Abb. 6).

Es ist bekannt, dass die Reibung die Bewegung bremst. Die bei der Reibung im Zapfen entstehende Kraft wird daher im Verhältnis zum Zapfenzmittelpunkt solch eine Lage einnehmen, in welcher sie die gegenseitige Bewegung der Glieder hindert. Der in Abb. 6. aufgetragene Geschwindigkeitsplan bestimmt daher die gegenseitige Verschiebung der Glieder des Getriebes im



gegebenen Augenblick. So ist beispielshalber die Bewegung der durch das Gelenk B miteinander verbundenen Glieder 1 und 2 eine solche, welche den durch die Glieder gebildeten Winkel β verringert, die relativen Gelenkkkräfte F_{12} beziehungsweise F_{21} werden daher die aus Abb. 7 ersichtliche Lage einnehmen. Die Gelenkkkräfte A und C in Abbildung 7. können in ähnlicher Weise gedeutet werden.

Bei gleitenden Gliedern ist die Richtung der Mittelkraft (Resultante) im Verhältnis zur Kraft F_n durch die im halben Kegelwinkel ϱ des Reibungskegels einfallende Gerade gekennzeichnet (Abb. 8). Die Richtung der relativen Reibungskraft kann aus den Bewegungsverhältnissen bestimmt werden. Dieselbe zeigt gleichzeitig die entsprechende Mantellinie des Reibungskegels an. Wenn die Mittelkraft nicht im Schwerpunkt des gleitenden Gliedes angreift, müssen die auf das gleitende Glied wirkenden Kräfte separat bestimmt werden. In der Mehrzahl der Fälle greift jedoch die Mittelkraft im Schwerpunkt, oder in dessen unmittelbarer Nähe an.

Auf Grund der vorhergegangenen Ausführungen kann der Kräfteplan einer elementaren Gruppe unter Berücksichtigung der Reibungskräfte und der Reibungsmomente in folgender Reihenfolge leicht konstruiert werden. Vorerst zeichnet man um die Gelenke A , B , C der elementaren Gruppe, als

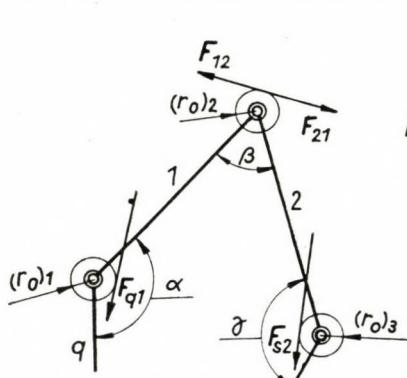


Abb. 7

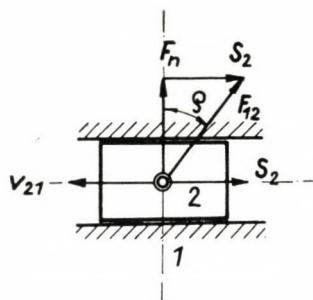
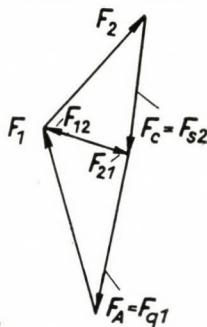


Abb. 8

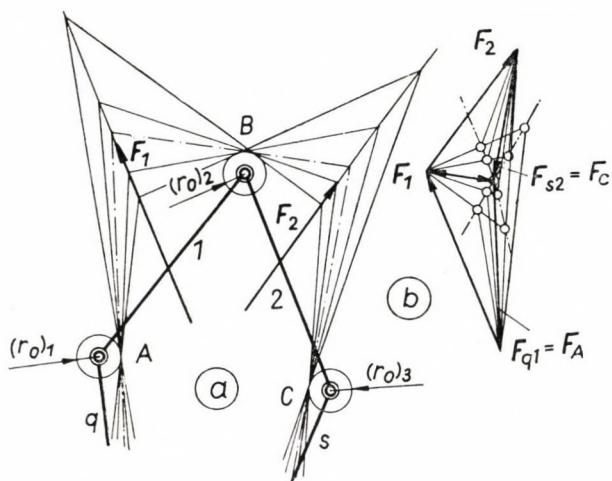


Abb. 9

Mittelpunkte, die Reibungskreise. Dann werden tangential zu den Reibungskreisen in entsprechender Deutung mehrere Seilpolygonen gezeichnet (Abb. 9a). Die den Seilpolygonen entsprechenden Pole können im Kräfteplan konstruiert werden (Abb. 9b). Die Verbindung der den einzelnen Seipolygonen entsprechenden Polpunkte gibt, im Gegensatz zum reibunglosen Fall, nicht mit den Gliedern 1 und 2 parallele Geraden, sondern zwei Kurven, deren Schnittpunkt

den gesuchten gemeinsamen Pol liefert. Die Genauigkeit der Konstruktion kann durch die Verdichtung der zwei Polpunktreihen erhöht werden.

3. Analytische Untersuchung der Polpunktcurven

Zum Abschluss möge untersucht werden, ob die Gleichung der Polpunkt-kurve in einfacher Form aufgeschrieben, und daher an Stelle des graphischen ein rechnerisches Verfahren eingeführt werden kann. Beim graphischen Verfahren mussten zwecks Bestimmung des gemeinsamen Poles zwei Polpunkt-

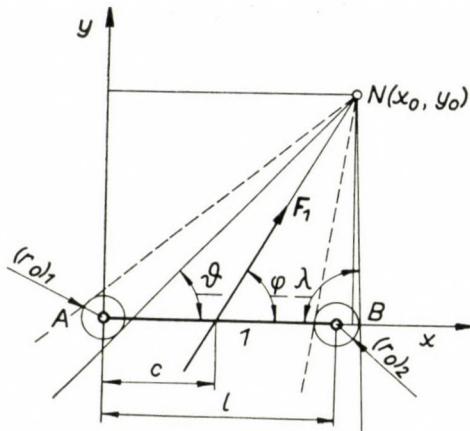


Abb. 10

kurven konstruiert werden. Der Einfachheit halber untersuchen wir analytisch blos die eine Polpunktcurve (Abb. 10). Das rechtwinkelige Koordinatensystem wurde so gewählt, dass sein Nullpunkt mit einem Gelenk zusammenfällt, während das andere Gelenk auf der Abszissenachse liegt. Um die kinematischen Paare wurden die Reibungskreise gezogen. Auf der unter dem Winkel φ geneigten Vektorrichtung F_1 , wurde der Punkt $N(x_0, y_0)$ aufgenommen.

Die Gleichung der in die Richtung F_1 fallenden Geraden ist :

$$y = \operatorname{tg} \varphi (x - c).$$

Der bewegliche Punkt $N(x_0, y_0)$ liegt auf dieser Geraden. Wählt man x_0 zum Parameter, so kann y_0 auf Grund der Gleichung der Geraden berechnet werden, denn es ist

$$y_0 = \operatorname{tg} \varphi (x_0 - c).$$

Vom Punkte $N(x_0, y_0)$ aus zieht man Tangenten zu den Reibungskreisen. Nach Aufschreiben deren Gleichungen können die Richtungsfaktoren dieser

tangentialen Geraden bestimmt werden. Die Richtungsfaktoren der zu dem im Nullpunkt befindlichen Kreise vom Halbmesser $(r_0)_1$ gezogenen Tangenten mit m_0 , diejenigen der zum Kreise $(r_0)_2$ gehörenden Tangenten mit m_1 bezeichnend, erhält man — unter Hinweglassung der langwierigen und komplizierten Ableitung — für die Werte der obigen Richtungsfaktoren folgende Formeln :

$$m_0 = \frac{-x_0 y_0 \pm (r_0)_1 \sqrt{x_0^2 + y_0^2 - (r_0)_1^2}}{(r_0)_1^2 - x_0^2};$$

$$m_1 = \frac{-x_0 y_0 + l y_0 \pm (r_0)_2 \sqrt{-2 l x_0 + l^2 - (r_0)_2^2 + x_0^2 + y_0^2}}{2 l x_0 - l^2 + (r_0)_2^2 - x_0^2}.$$

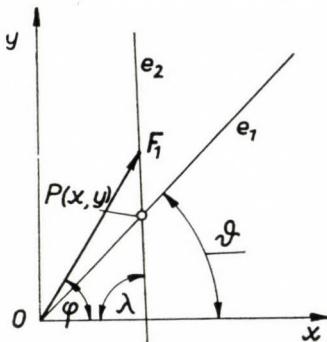


Abb. 11

Aus obigen Gleichungen ist auch ersichtlich, dass vom Punkte $N(x_0, y_0)$ aus zu den Reibungskreisen je zwei Tangenten gezogen werden können, die entsprechenden zwei Tangenten werden auf Grund der Abb. 7. ausgewählt. Von den Endpunkten des Vektors F_1 aus zu den Richtungen m_0 beziehungsweise m_1 Parallelen ziehend, erhält man die Geraden e_1 und e_2 , deren Schnittpunkt den zu dem Parameter x_0 gehörenden Polpunkt $P(x, y)$ gibt (Abb. 11).

Die Kurve der Polpunktreihe erhält man durch die Bestimmung der gemeinsamen Punkte, der zu verschiedenen Werten des Parameters x_0 zugehörigen Geraden e_1 und e_2 .

Zur Bestimmung der Gleichungen der Geraden e_1 und e_2 , wurde der Nullpunkt zum Ausgangspunkt des Vektors F_1 gewählt. Die Gleichung der Geraden e_1 lautet

$$y = m_0 x;$$

diejenige der Geraden e_2

$$y = m_1 (x - |F_1| \cos \varphi) + |F_1| \sin \varphi;$$

nachdem $|F_1|(\cos \varphi, \sin \varphi)$ ist.

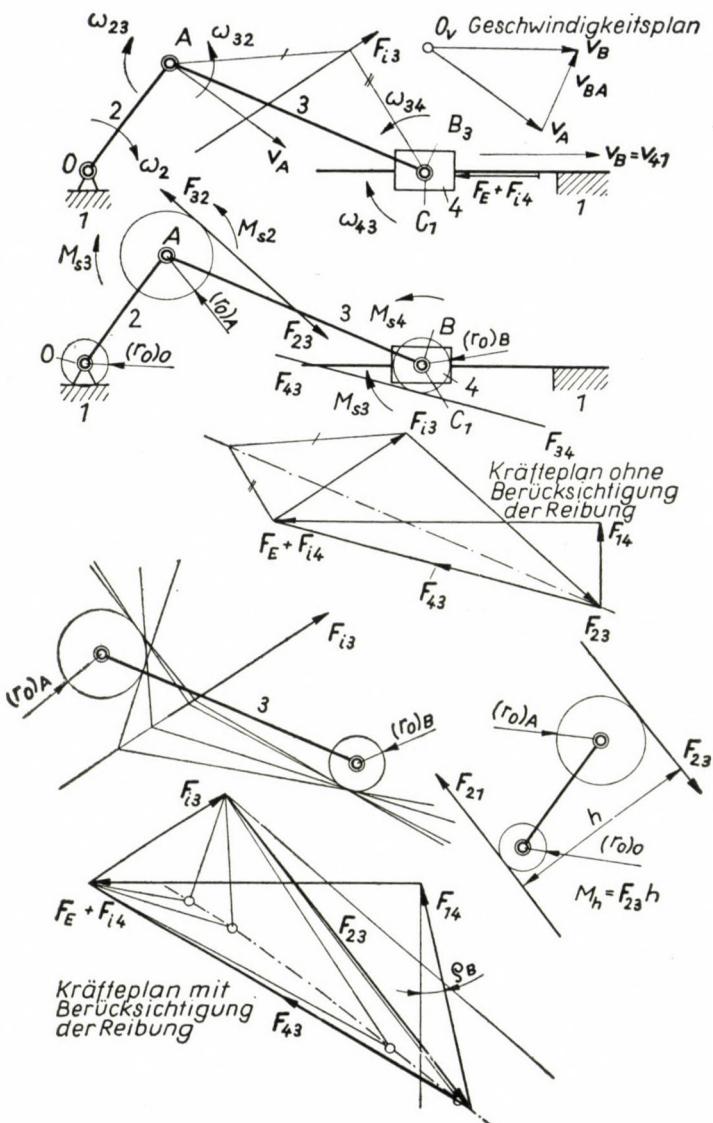


Abb. 12

Aus den Gleichungen der Geraden e_1 und e_2 erhält man den folgenden Ausdruck :

$$m_0 x = m_1 x - m_1 |F_1| \cos \varphi + |F_1| \sin \varphi;$$

aus welchem man die parametrischen Gleichungen

$$x = \frac{|F_1| (\sin \varphi - m_1 \cos \varphi)}{m_0 - m_1},$$

und

$$y = \frac{m_0 |F_1| (\sin \varphi - m_1 \cos \varphi)}{m_0 - m_1}$$

erhält.

Indem man m_0 und m_1 durch die vorhergehend bestimmten Ausdrücke substituiert, erhält man für x und y ziemlich komplizierte Gleichungen. Hinzufügend, dass die Gleichung der anderen Polpunktreihekurve zwar auf ähnliche Weise bestimmt werden kann, jedoch im selben Koordinatensystem noch kompliziertere Endergebnisse gewonnen werden, kann man ruhig behaupten, dass die Bestimmung des Polpunktes im Wege des Rechnungsverfahrens die Lösung der Aufgabe nicht vereinfacht.

Die Anwendung des neuen Konstruktionsverfahrens wird beispielshalber für das Getriebe der in der Einleitung erwähnten Exzenterpresse dargelegt (Abb. 12).

SCHRIFTTUM

1. И. И. Артоболевский : Теория механизмов и машин. Москва, 1951. Госуд. изд. технико-теоретической лит.
2. J. H. BILLINGS : Applied Kinematics, 3rd ed. New York, 1953. D. van Nostrand.
3. BUZÁS LAJOS : Mechanizmusok és gépek elmélete. I—IV. rész. Budapest, 1953—54. Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat.
4. F. DYSON : Principles of Mechanism, 4th ed. London, 1951. Oxford University Press.
5. S. N. KOSEVNYIKOV : Mechanizmusok és gépek elmélete (ford.) II. rész. (Moszkva 1949.) Budapest, 1952—53. Tankönyvkiadó.
6. MUTTNYÁNSZKY ÁDÁM : Statika, Budapest, 1951. Tankönyvkiadó.
7. DR. SÁLYI ISTVÁN : Statika I—IV. fejezet. Miskolc, 1955. Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat.
8. DR. TERPLÁN ZÉNÓ : Válogatott fejezetek a mechanizmusok elméletéből. Miskolc, 1956. Felsőoktatási Jegyzetellátó Vállalat.
9. DR. TERPLÁN ZÉNÓ : Síkban mozgó egyszerű mechanizmusok kinematikai vizsgálata. M. T. A. Műszaki Tudományok Osztálya Közleményei. 1954. XII. köt. 1—4. sz., 177—189. o.
10. DR. Z. TERPLÁN : Dynamische Untersuchung von ebenen Getrieben auf Grund graphischer Darstellung. Acta Technica Ac. Sc. Hung., Tom. XVI., Fasc. 3—4.
11. TERPLÁN—DROBNI : Síkban mozgó egyszerű mechanizmusok dinamikai vizsgálata. M. T. A. Műszaki Tudományok Osztálya Közleményei. 1957. XXI. köt. 1—4. sz.

ZUSAMMENFASSUNG

Vorstehender Aufsatz behandelt ein neues graphisches Verfahren für die Konstruierung des Kräfteplanes ebener Getriebe, mit Rücksichtnahme auf die in den kinematischen Paaren entstehenden Reibungskräfte und Reibungsmomente.

Diejenigen bisher bekannten Konstruktionsverfahren, bei denen auch die Reibung in Betracht gezogen wird, sind langwierig und von annähernder Beschaffenheit, während das im Aufsatz geschilderte Verfahren schnell zum Ziele führt und als genau betrachtet werden kann. Die Grundlage der Abhandlung bilden die von Professor TERPLÁN bei der Untersuchung elementarer Gruppen angewandten Methoden.

Der erste Teil des Aufsatzes enthält den Aufbau des Gedankenganges des Konstruktionsverfahrens, und zwar ohne Rücksichtnahme auf die Reibungen. Im zweiten Teil wird das graphische Verfahren verallgemeinert und der im Falle der Berücksichtigung der Reibungen zu verfolgende Konstruktionsverlauf geschildert. Im dritten Teil ist zur Lösung des Problems auch ein rechnerisches Verfahren ausgearbeitet, jedoch bewiesen, daß das analytische Verfahren langwierig, kompliziert, daher für praktische Zwecke unanwendbar ist.

Die Anwendung des in der Abhandlung geschilderten Konstruktionsverfahrens wird an Hand eines Beispiels erläutert.

DYNAMIC EXAMINATION OF MECHANISMS, CONSIDERING FORCES AND MOMENTS ARISING FROM FRICTION

J. DROBNI

SUMMARY

The paper deals with a new constructional method on plotting the plan of forces of simple mechanisms in plane motion, considering friction-forces and friction-moments, which arise in kinematic pairs.

Such constructional methods so far known, and taking friction into consideration, are lengthy and of an approaching character, while the new method gives quick results and can be considered as being accurate. The paper follows professor TERPLÁN's methods, applied in dynamic examination of elementary groups.

The first part of the paper contains the building up of the train of thought of the constructional method, without considering frictions. In the second part the drafting method dealt with is generalized, furthermore the course of drafting is shown, if frictions are to be considered. In the third part a mathematical method is worked out for solving the problem, and as is shown, the calculation is lengthy and complicated, and not favourable for practical purposes.

The constructional method discussed in the paper is illustrated by an example.

EXAMEN DYNAMIQUE DES MÉCANISMES EN CONSIDÉRATION DES FORCES ET COUPLES DE FROTTEMENT

J. DROBNI

RÉSUMÉ

L'auteur communique une méthode graphique nouvelle pour tracer le diagramme des forces de mécanismes simples dans le plan, en tenant compte de l'effet des forces de frottement et des couples de frottement engendrés dans les paires cinématiques.

Les méthodes graphiques tenant compte du frottement, que l'on connaît à l'heure actuelle, sont fastidieuses et de caractère approximatif. Par contre, la méthode préconisée par l'auteur conduit vite aux résultats et peut être considérée comme exacte. Le travail utilise la méthode du professeur TERPLÁN pour l'examen dynamique des groupes élémentaires.

La première partie de l'étude développe les idées qui sont à la base de la méthode graphique, sans tenir compte des frottements. Dans la deuxième partie, l'auteur généralise sa méthode et montre la suite du tracé, en tenant compte des frottements. Dans la troisième partie, l'auteur présente un procédé de calcul permettant de résoudre le problème, mais démontre que la méthode par calcul est fastidieuse et compliquée, impropre aux applications pratiques.

L'application de la méthode nouvelle est enfin illustrée par un exemple.

ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ С УЧЕТОМ СИЛ ТРЕНИЯ И МОМЕНТОВ ТРЕНИЯ

Й. ДРОБНИ

РЕЗЮМЕ

В данной работе дается описание нового метода построения силовых зависимостей простых механизмов,двигающихся в плоскости, учитывая при этом воздействие сил трения и моментов трения, возникающих в кинематических парах.

Известные до сих пор методы построения, которые учитывают также трения, требуют много времени и имеют приближенный характер, описываемый же в статье метод для его выполнения требует не много времени и позволяет быстро получить результат, кроме того может читаться точным методом. Работа исходит из методов профессора Терпрана, примененных им и при динамическом исследовании элементарных групп.

Первая часть содержит теоретическую основу методики построения; при этом здесь не учитываются действия трения. Во второй части дается обобщение методики построения и на примере показывается ход построения с учетом трения. В третьей части приводится также расчетная методика для решения задачи, но в то же время доказывается, что расчетная методика требует много времени и является сложной, таким образом непригодной для практического применения.

Новая методика построения, приведенная в работе, демонстрируется примером.

BENDING FORCES IN BLOCK STEPS OF SUPPORTED STAIRS, IF EACH STEP IS LOADED IN THE SAME WAY

P. CSONKA

D. ENG. SC.

WORKING COMMUNITY FOR STRUCTURAL AND TRANSPORT ENGINEERING OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

[Manuscript received December 7, 1957]

1. Introduction

Two sorts of stair construction are known in the practice of structural engineering, namely hanging stairs and supported stairs. The statics of *hanging stairs* have been dealt with by F. CHMELKA [1], while the problem of *supported stairs* has not long ago been discussed in a paper of this author [2]. The latter established relationships of universal validity between deflection and loading on neighbouring block steps of supported stairs, the steps of which are connected with grooved joints to one another. The present paper shows the application of these relations for a flight of stairs, each step of which is being loaded with the same load (Fig. 1).

2. Difference equation of the problem

In the following the assumptions, specifications and symbols of paper [2] are used, and to solve this problem, the method published in the same paper is applied. In accordance to this load-function $q = q(x)$, which expresses forces acting on the shoulder-lines of the stair steps, further the displacement functions $\zeta_i = \zeta_i(x)$ are expanded in Fourier-series. The m -th members of the so obtained series are :

$$\begin{aligned} q_m &= Q_m \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad Q_m = \text{const}, \\ \zeta_{m,i} &= Z_{m,i} \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad Z_{m,i} = \text{const}. \end{aligned} \tag{1}$$

Between the coefficients of these series — as is known — there exists a relation expressed by the following difference equation :

$$(1 - k_m^2) (Z_{m,i-1} + Z_{m,i+1}) + 2(1 + k_m^2) Z_{m,i} = 4 Z_m^*. \tag{2}$$

Here are

$$k_m \equiv \frac{2l}{m\pi c} \left(\frac{GJ_0}{EJ} \right)^{\frac{1}{2}} > 0 , \quad (3)$$

and

$$Z_m^* \equiv \frac{Q_m l^4}{m^4 \pi^4 E J} . \quad (4)$$

The foregoing expression Z_m^* is nothing else, but the absolute value of the maximum deflection of a step, made independent of its neighbours, but

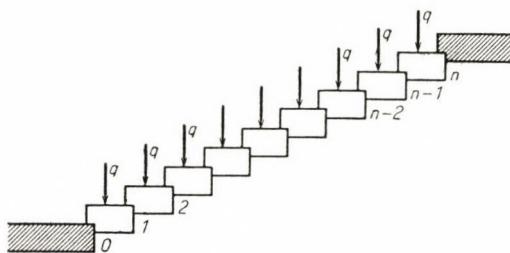


Fig. 1. Flight of stairs, every step of which loaded in the same way

restrained against sideways movement, if the step in question is loaded along its axis by the distributed load

$$q_m = Q_m \sin \frac{m\pi x}{l} ,$$

which is normal to the plane of the flight (Fig. 2).

To determine displacement-function of shoulder-lines difference equation (1) has to be solved for every member of the Fourier-series — thus for

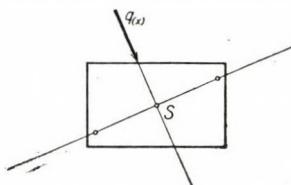


Fig. 2. Stair-step made independent of its neighbours, loaded along its axis

every load component — separately. By determining the shoulder-displacements according to these partial loads separately, shoulder-displacements corresponding to total load are obtained by algebraic summing up of shoulder-displacements, corresponding to each partial load.

After establishment of shoulder-displacements, bending moments arising in the stair-steps can be determined with the aid of the formula

$$M_i = -\frac{EJ}{2} (\zeta''_{i-1} + \zeta''_i), \quad (5)$$

which is known from paper [2].

3. The case of sinusoid like distributed load

Let us suppose, that distributed loads of the same intensity

$$q_m(x) = Q_m \sin \frac{m\pi x}{l}, \quad Q_m = \text{const.} \quad (6)$$

are acting along each shoulder-line, normal to the plane of flight, and let us also determine displacements $\zeta_i = \zeta_i(x)$ of the shoulder-lines caused by these loads. In calculations referring to the above mentioned, indices m relating to the m -th member, in expanding series, are put aside from the letter symbols, *i. e.* we write, for instance instead of $q_m(x)$ simply $q(x)$, and in place of Q_m simply Q .

By solving the problem outlined we distinguish three cases according to the value of k , *i. e.*

$$1) k > 1; \quad 2) k = 1; \quad 3) k < 1.$$

To make the difference clear between the above three cases, we illustrate in Fig. 3 these three possibilities of deformation for a step made independent of its neighbours. The mentioned step is supported in such a manner, that its shoulder-lines can move only normal to the plane of the flight of stairs. When in the following a "step made independent of its neighbours" is mentioned, this kind of support is always assumed to be applied for the step in question. By loading one of the shoulder-lines of the step, its behaviour is different in each of the three cases mentioned. In the first case both shoulder-lines of the step will move in the same direction, in direction of the loading force (Fig. 3a). In the second case the unloaded shoulder-line will remain motionless (Fig. 3b). In the third case the loaded shoulder-line will move in the direction of the acting force, while the other shoulder-line will move in the opposite direction.

In the following the three cases mentioned are separately dealt with.

The 1st case : $k > 1$. Now equation (2) can be divided by $(1 - k^2)$, and hereby the following equation is obtained :

$$Z_{i-1} + 2 \frac{1+k^2}{1-k^2} Z_i + Z_{i+1} = \frac{4Z^*}{1-k^2}. \quad (7)$$

To latter equation the characteristic equation

$$1 + 2 \frac{1+k^2}{1-k^2} \lambda + \lambda^2 = 0$$

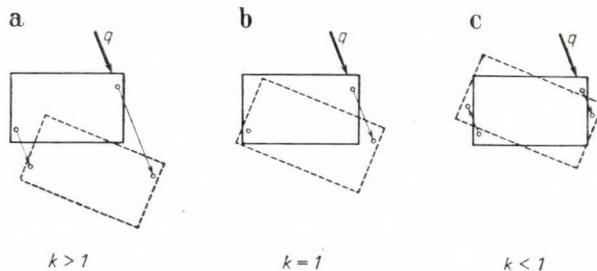


Fig. 3. Stair-step made independent of its neighbours, loaded along one of its shoulder-lines

can be attached [3], the roots of which are :

$$\lambda_1 = \frac{k-1}{k+1} > 0, \quad \lambda_2 = \frac{k+1}{k-1} > 0. \quad (8)$$

By knowing the roots, the general solution of differential equation (7) can be immediately given :

$$Z_i = c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2^i + Z^*. \quad (9)$$

Indefinite constants c_1 and c_2 here figuring have to be determined from the initial conditions, referring to the extreme shoulder-lines.

In the case on hand, in accordance with the initial condition $\zeta_0 = 0$, referring to the *lowest* ($i = 0$) shoulder-line,

$$c_1 + c_2 + Z^* = 0,$$

while referring to the *top* ($i = n$) shoulder-line according to conditions $\zeta_n = 0$,

$$c_1 \lambda_1^n + c_2 \lambda_2^n + Z^* = 0.$$

From these two relations the values c_1 and c_2 can be computed as follows :

$$c_1 = -\frac{\lambda_2^n - 1}{\lambda_2^n - \lambda_1^n} Z^*.$$

$$c_2 = -\frac{1 - \lambda_1^n}{\lambda_2^n - \lambda_1^n} Z^*.$$

Putting the above values into equation (9), the wished for solution is obtained in the form

$$Z_i = \left(1 - \frac{\lambda_2^n - 1}{\lambda_2^n - \lambda_1^n} \lambda_1^i - \frac{1 - \lambda_1^n}{\lambda_2^n - \lambda_1^n} \lambda_2^i\right) Z^*.$$

Considering the further relation

$$\lambda_1 = \lambda_2^{-1},$$

the following result is obtained :

$$Z_i = \left(1 - \frac{\lambda_2^{-n-1} - \lambda_2^{n+1} + \lambda_2^i - \lambda_2^{-i}}{\lambda_2^n - \lambda_2^{-n}}\right) Z^*.$$

From here

$$Z_i = \left(1 - \frac{\lambda_2^{\frac{n}{2}-i} + \lambda_2^{-\frac{n}{2}+i}}{\lambda_2^{\frac{n}{2}} + \lambda_2^{-\frac{n}{2}}}\right) Z^*, \quad (10)$$

and introducing the symbols

$$\lambda_2 \equiv e^\gamma, \quad \gamma \equiv \ln \lambda_2, \quad (11)$$

we obtain

$$Z_i = \left[1 - \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{n}{2} - i\right)\gamma}{\operatorname{ch}\frac{n\gamma}{2}}\right] Z^*. \quad (12)$$

The deformation of the flight of stairs can be characterized by the deformation of the line connecting shoulder-points of the middle section of the steps. This line transforms itself, in the course of the deformation into a broken line, the corner-points of which lie on a hyperbolic cosinusoid. The curve is symmetrical to the straight line $i = n/2$, the ordinate of its axis-point is :

$$Z_{\underline{n}} = \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}(n\gamma/2)}\right) Z^*.$$

In respect to the maximum absolute value of the bending moment, two cases have to be distinguished, according to n being an odd, or an even number.

a) If "n" is an odd number maximum absolute value of the bending moment occurs in the middle step :

$$M_{\max} = \left(1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}} \right) M_{\max}^* \quad (13a)$$

b) If "n" is an even number maximum absolute value of the bending moment comes into being in the two middle steps :

$$M_{\max} = \left(1 - \frac{\operatorname{ch}^2 \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}} \right) M_{\max}^* \quad (13b)$$

In the above formulae M^* means the bending moment of maximum absolute value, which arises in a stair-step made independent of its neighbours,

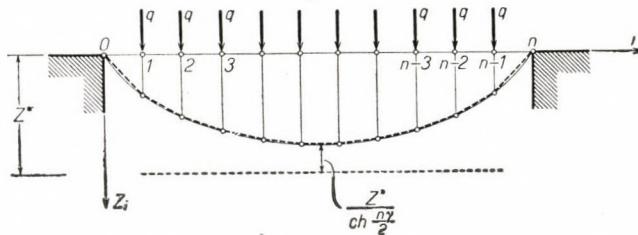


Fig. 4. Displacements of centres of shoulder-lines, if $k > 1$

in accordance with the case of loading explained in Fig. 2. The value of this moment is

$$M_{\max}^* = \frac{Q \cdot l^2}{m^2 \pi^2}, \quad (14)$$

or rather

$$M_{\max}^* = \frac{m^2 \pi^2 EJ}{l^2} Z^*. \quad (15)$$

For the coefficients figuring in formulae (13a) and (13b), a simple interpretation can be given, i. e.

$$\Omega_a = 1 - \frac{\operatorname{ch} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}}, \quad (16a)$$

and

$$\Omega_b = 1 - \frac{\operatorname{ch}^2 \gamma}{\operatorname{ch} \frac{n \gamma}{2}} . \quad (16b)$$

These coefficients express the diminishing effect of the co-operation of neighbouring steps on the value of the maximum bending moment.

The 2-nd case : $k = 1$. Under such circumstances values " Z_i " pertaining to intermediate shoulder-lines can be directly computed from equation (2) :

$$Z_i = Z^*, \text{ if } 0 < i < n . \quad (17)$$

In this particular case — as is to be seen — every intermediate shoulder-line undergoes the same deflection (Fig. 5).

The bending moment of maximum absolute value arises in the intermediate stair-steps :

$$M_{\max} = M_{\max}^* . \quad (18)$$

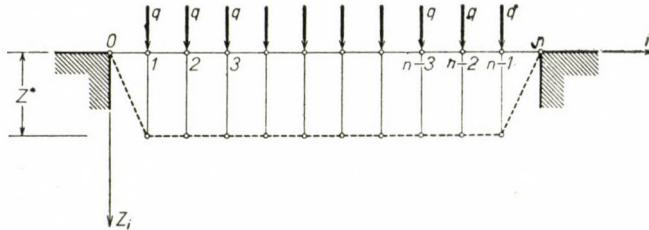


Fig. 5. Displacements of centres of shoulder-lines, if $k = 1$

Thus the value of the factor, which expresses the diminishing effect due to the co-operation of the stair-steps is :

$$\Omega = 1 . \quad (19)$$

The 3-rd case : $k < 1$. In this case explanations, given with reference to the first case, can be repeated word by word, altogether the difference is now :

$$\lambda_1 = \frac{k-1}{k+1} < 0, \quad \lambda_2 = \frac{k+1}{k-1} < 0. \quad (20)$$

According to this, it is expedient to introduce the symbols

$$-\lambda_2 \equiv e^\gamma, \quad \gamma \equiv \ln(-\lambda_2) \quad (21)$$

instead of the symbols (11), and it is useful to distinguish the following two possibilities in accordance with n being an odd, or an even number.

a) If "n" is an odd number, relation (10) can be transformed by substitution of values (21) :

$$Z_i = \left[1 - (-1)^i \frac{\operatorname{sh} \left(\frac{n}{2} - i \right) \gamma}{\operatorname{sh} \frac{n \gamma}{2}} \right] Z^*. \quad (22a)$$

In this case the deformation of the straight line connecting shoulder-points can be characterized by a broken line, the corner-points of which alternately

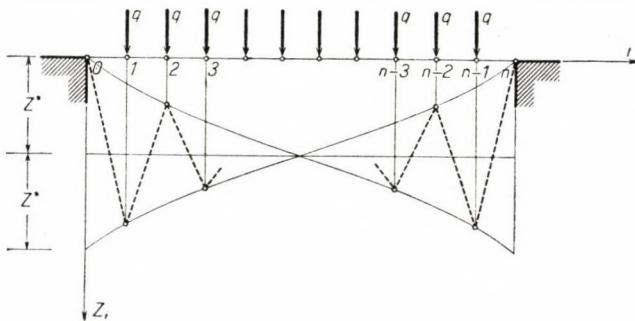


Fig. 6. Displacements of centres of shoulder-lines, if $k < 1$, $(-1)^n = -1$

take place on two hyperbolic cosinusoids (Fig. 6). This pair of curves is symmetric to the straights $Z_i = Z$, and $i = n/2$.

The bending moment of maximum absolute value comes into being in the middle stair-step :

$$M_{\max} = \left[1 - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sh} \frac{n \gamma}{2}} \right] M_{\max}^*. \quad (23a)$$

Thus in this case the diminishing coefficient, which expresses the co-operation of the steps, is

$$\Omega_a = 1 - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sh} \frac{n \gamma}{2}}. \quad (24a)$$

b) If "n" is an even number, from equation (10) by substitution of symbols (21), the following relation is obtained :

$$Z_i = \left[1 - (-1)^i \cdot \frac{\operatorname{ch} \left(\frac{n}{2} - i \right) \gamma}{\operatorname{ch} \frac{n \gamma}{2}} \right] \cdot Z^*. \quad (22b)$$

In this case deformation of the straight line connecting shoulder-points can be illustrated by a broken line, the corner-points of which are alternately

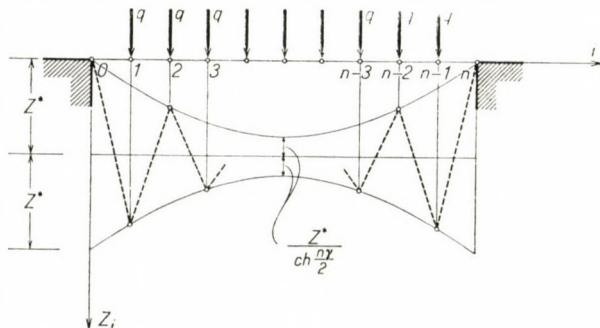


Fig. 7. Displacements of centres of shoulder-lines, if $k < 1$, $(-1)^n = +1$

placed on two hyperbolic cosinusoids (Fig. 7). This pair of curves is symmetric to straight lines $Z_i = Z^*$, and $i = n/2$, the ordinates of points at locus $i = n/2$ are

$$Z_{\frac{n}{2}} = \left(1 \pm \frac{1}{\operatorname{ch} \frac{n \gamma}{2}} \right) \cdot Z^*.$$

The bending moment of maximum absolute value occurs in the two middle steps. Its value is :

$$M_{\max} = \left[1 + (-1)^{\frac{n}{2}} \cdot \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n \gamma}{2}} \right] \cdot M_{\max}^*. \quad (23b)$$

Thus the value of the diminishing coefficient, characterizing the co-operation of the stair-steps is

$$\Omega_b = 1 + (-1)^{\frac{n}{2}} \cdot \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n \gamma}{2}}. \quad (24b)$$

4. The case of uniformly distributed load

Let us suppose, that uniformly distributed loads of intensity \bar{q} , and normal to the plane of the flight, are acting along each shoulder-line, and let us determine the value of the maximum bending moment arising in the most stressed stair-step, or stair-steps, respectively.

The load in question being uniformly distributed, load function $\bar{q} = \bar{q}(x)$ can be expanded in the following Fourier-series :

$$\bar{q}(x) = \frac{4\bar{q}}{\pi} \left(\sin \frac{\pi}{l} x + \frac{1}{3} \sin \frac{3\pi}{l} x + \frac{1}{5} \sin \frac{5\pi}{l} x + \dots \right). \quad (25)$$

Each member of this series, corresponds to a partial distributed load, varying according to the sinus-line.

Function \bar{M}^* , which expresses the bending moments of a stair-step, made independent of its neighbours, and being loaded along its axis by a uniformly distributed load $\bar{q} = \bar{q}(x)$, can be expanded in a similar Fourier-series :

$$\bar{M}^* = \frac{4\bar{q}l^2}{\pi^3} \left(\sin \frac{\pi}{l} x + \frac{1}{3^3} \sin \frac{3\pi}{l} x + \frac{1}{5^3} \sin \frac{5\pi}{l} x + \dots \right). \quad (26)$$

The value of the latter at locus $x = \frac{l}{2}$ is expressed by the following series :

$$\bar{M}_{\max} = \frac{4\bar{q}l^2}{\pi^3} \left(\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - + \dots \right). \quad (27)$$

The sum of this series is known, from primary strength calculations :

$$\bar{M}_{\max} = \frac{\bar{q}l^2}{8}. \quad (28)$$

Formula (27) allows the determination of the maximum bending moment immediately, which will come into being, if steps are not independent of each other, but being connected catenary-like by along their shoulder-lines. In such a case the bending moment of maximum absolute value can be computed in contradiction to formula (27) in the following way :

$$\bar{M}_{\max} = \frac{4\bar{q}l^2}{\pi^3} \left(\frac{1}{1^3} \Omega_1 - \frac{1}{3^3} \Omega_3 + \frac{1}{5^3} \Omega_5 - + \dots \right). \quad (29)$$

The values of the coefficients Ω_i , obtained with the aid of relations (16a), (16b), (19), (24a) and (24b), are to be seen in Table 1.

Table I

k_m	Ω_i	
	n (odd number)	n (even number)
$k_m > 1$	$7 - \frac{\operatorname{ch} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}}$	$1 - \frac{\operatorname{ch}^2 \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}}$
$k_m = 1$	1	1
$k_m < 1$	$1 - (-1)^{\frac{n-1}{2}} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{sh} \frac{n\gamma}{2}}$	$1 + (-1)^{\frac{n}{2}} \frac{\operatorname{sh}^2 \frac{\gamma}{2}}{\operatorname{ch} \frac{n\gamma}{2}}$

5. Numerical example

A straight flight of stairs consists of 17 steps. The steps are free supported, their span is $l = 380$ cm. The form of the cross-section of the steps is shown in Fig. 8. The supposed position of the shoulder-lines is marked in the figure by shoulder-points A and B . In the case on hand $e = 35,85$ cm, as is to be seen in Fig. 8.

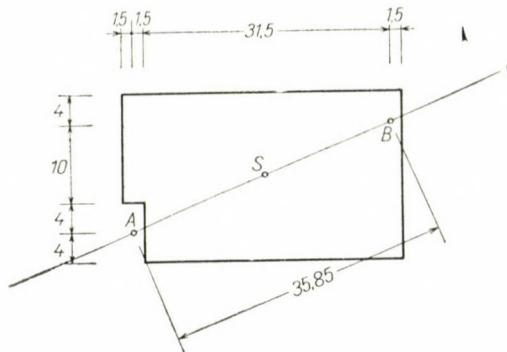


Fig. 8. Cross-section of steps of the stair dealt with in the numerical example

The moduli of elasticity of the material of the steps should be

$$E = 250\,000 \text{ kg/cm}^2 \text{ and } G = 100\,000 \text{ kg/cm}^2,$$

the intensity of the uniformly distributed load on the steps, normal to the plane of the flight

$$\bar{q} = 4,6 \text{ kg/cm.}$$

Let us determine the bending moment in the middle cross-section of the middle step?

First of all, the bending stiffness and the torsional stiffness of the stair-step have to be determined. The bending stiffness referring to the axis, marked with a in Fig. 8, as referring to the neutral axis is

$$EJ = 250\,000 \cdot 40\,100 = 10,03 \cdot 10^9 \text{ kg/cm}^2,$$

while the torsional stiffness is

$$GJ_0 = 100\ 000 \cdot 90\ 100 = 9,01 \cdot 10^9 \text{ kg/cm}^2.$$

Thus the values of coefficients k_m are :

$$k_m = \frac{1}{m} \cdot \frac{2l}{\pi c} \sqrt{\frac{GJ_0}{EJ}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{2 \cdot 380}{\pi \cdot 35,85} \sqrt{\frac{9,01}{10,03}} = \frac{6,396}{m}.$$

In accordance with this

$$k_1 = 6,396,$$

$$k_3 = 2,132,$$

$$k_5 = 1,279,$$

.....

Knowing values k_m , terms γ_m , figuring in the formulae, can be computed in the following way :

$$\gamma_m = \ln \frac{k_m + 1}{|k_m - 1|}.$$

The result of the computation is

$$\gamma_1 = 0,315,$$

$$\gamma_3 = 1,018,$$

$$\gamma_5 = 2,100,$$

.....

Thereafter coefficients Ω_m have to be determined, namely with the formulae given in Table I. Performing this computation, the resulting values are :

$$\Omega_1 = 0,862,$$

$$\Omega_3 = 1,000,$$

$$\Omega_5 = 1,000,$$

.....

Now we already have all the data to determine the bending moment \bar{M}_{\max} in the middle cross-section of the middle step. With the aid of formula (29):

$$\bar{M}_{\max} = \frac{4 \cdot 4,6 \cdot 380^2}{\pi^3} \left(\frac{1}{1^3} \cdot 0,862 - \frac{1}{3^3} \cdot 1,000 + \frac{1}{5^3} \cdot 1,000 - + \dots \right).$$

The result of the computation, if taking into consideration only the first three members within brackets, is :

$$\bar{M}_{\max} = 71\ 400 \text{ cmkg.}$$

Whereas the bending moment \bar{M}_{\max}^* in the middle cross-section of a step, made independent of its neighbours, computed by formula (27), and even now considering only the first three members within brackets, is :

$$\bar{M}_{\max}^* = \frac{4 \cdot 4,6 \cdot 380^2}{\pi^3} \left(\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - + \dots \right) = 83\ 200 \text{ cmkg.}$$

This value is higher by 170 cmkg than the accurate value, which can be computed by the use of formula (28).

By subtracting the recently mentioned difference, as a correction from the afore calculated value, we obtain for the bending moment in the middle cross-section of the middle step a more accurate value

$$\bar{M}_{\max} = 71\,400 - 170 = 71\,230 \text{ cmkg.}$$

This moment is lower only by 14 per cents than the maximum moment arising in a step made independent of its neighbours.

In the case of total loading of the flight — as is to be seen — the co-operation of the steps hardly diminishes the moment in the middle cross-section of the middle step. However, if the flight is only partially loaded, the situation is quite different. In such a case — as will be proved by the autor in a subsequent paper — co-operation of the steps is successful to a considerable extent, and these conditions significantly reduce the bending stresses in steps directly loaded.

REFERENCES

1. F. CHMELKA : Über die Beanspruchung freitragender Stiegenstufen. *Österreichische Bauzeitschrift*, **9** (1954), pp. 45—54.
2. P. CSONKA : Stress Analysis of Block Steps with Grooved Joints. *Acta Technica Ac. Sc. Hung.*, **16** (1957), pp. 195-204.
3. F. BLEICH—E. MELAN : Die gewöhnlichen und partiellen Differenzengleichungen der Baustatik. Berlin und Wien, 1927. Verlag J. Springer.

SUMMARY

The paper deals with the determination of bending moments in stair-steps of straight flight of supported stairs, using block steps. The discussion refers to a flight of stairs, the steps of which are linked with grooved joints to one another, and are loaded in the same manner. The treatise is based on the assumption, that grooved joints of the steps establish a hinge-like junction between joining steps, and furthermore that landings joining the flights above and below with hinges, are considered as perfectly rigid.

The paper starts from general difference equation describing deformation [2]. This difference equation is solved by compliance to initial conditions, and hereby the deformations are determined. By knowing the deformations, bending moments arising in the steps are computed with the aid of methods, being usual in structural analysis.

The paper is completed with a numerical example. It is apparent, that in the case of every step being loaded in the same way, co-operation of the steps hardly diminishes the bending moment in the middle cross-section of the middle step.

DIE BIEGUNGSBEANSPRUCHUNG IN BLOCKTREPPIENSTUFEN FREI AUFLIEGENDER TREPPEN BEI GLEICHER BELASTUNG ALLER STUFEN

P. CSONKA

ZUSAMMENFASSUNG

Der Aufsatz behandelt die Bestimmung in Treppenstufen aus Blockstufen aufgebauter, geradläufiger, frei aufliegender Treppen entstehender Biegungsmomente. Die Besprechung bezieht sich auf einen geraden Treppenlauf, dessen Stufen durch Nuten miteinander verbunden und gleichartig belastet sind. Die Grundlage der Abhandlung bildet die Voraussetzung, daß die Nuten der Treppenstufen eine gelenkartige Verbindung derselben bilden und daß die an den Treppenlauf oben und unten gelenkartig angeschlossenen Treppenabsätze als vollkommen starr zu betrachten sind.

Den Ausgangspunkt des Aufsatzes bildet die, die Formänderung der Treppenstufen beschreibende allgemeine Differenzengleichung (2). Diese Differenzengleichung wird unter Einhaltung der Anfangsbedingungen gelöst, wodurch die Formänderungen bestimmt werden. In Kenntnis der Formänderungen werden dann die Biegungsmomente der Treppenstufen mit den gebräuchlichen Methoden der technischen Festigkeitslehre berechnet.

Der Aufsatz ist durch ein Zahlenbeispiel ergänzt. Aus diesem geht hervor, daß im Falle einer gleichartigen Belastung aller Treppenstufen die Mitwirkung der benachbarten Stufen das im Mittelquerschnitt der mittleren Treppenstufe auftretende Biegungsmoment nur in kaum bemerkbarem Maße verringert.

EFFORTS DE FLEXION DANS LES MARCHES D'UN ESCALIER SOUTENU, TOUTES LES MARCHES ÉTANT SOUMISES À DES CHARGES ÉGALES

P. CSONKA

RÉSUMÉ

Le travail traite de la détermination des couples de flexion dans les marches des escaliers droits construits de blocs soutenus aux extrémités libres. L'examen concerne plus spécialement un escalier dont les marches s'emboîtent par des rainures, et sont soumises à des charges égales. Le calcul est basé sur la supposition que les rainures des marches forment des joints articulés entre les marches et avec les paliers de repos inférieur et supérieur, ces derniers étant par ailleurs complètement rigides.

En partant de l'équation des différences finies générale (2) décrivant la déformation des marches, cette équation est résolue compte tenant des conditions initiales et l'on trouve la déformation de chaque marche. Les déformations connues, on calcule les couples de flexion des marches par les méthodes usuelles de la résistance des matériaux technique.

Le travail est complété par un exemple numérique, qui fait ressortir qu'en cas de charge égale sur toutes les marches, l'effort de flexion des marches du milieu est à peine diminué par le fait que les marches travaillent ensemble.

РАБОТА НА ИЗГИБ СТУПЕНЕЙ УКРЕПЛЕННЫХ ЛЕСТИЧНЫХ МАРШЕЙ НАГРУЖЕННЫХ ИДЕНТИЧНО НА ВСЕХ СТУПЕНЯХ

П. ЧОНКА

РЕЗЮМЕ

Работа посвящена определению момента изгиба, возникающего в ступенях укрепленных лестничных маршей, изготовленных из блочных пряморычажных ступеней. Рассматривается такой прямой рычаг лестничных маршей, ступени которых сочленяются друг с другом пазом и нагружены идентично. При рассмотрении автор исходит из пред-

положения, что пазы ступеней создают между ступенями шарнирообразное соединение, а площадки внизу и наверху, соединенные с рычагом лестничного марша шарнирно, являются совершенно жесткими.

Работа исходит из уравнения (2), описывающего деформацию ступеней марша. Это уравнение решается, придерживаясь к начальным условиям, и при этом устанавливаются деформации. Располагая данными по деформациям, момент изгиба ступеней марша вычисляется обычным методом, известным из технической теории сопротивления материалов.

Работа дополняется числовым примером. Числовой пример позволяет делать вывод, что при идентичной нагрузке всех ступеней марша совместная работа всех ступеней незначительно снижает момент изгиба, возникающий в среднем сечении средней ступени марша.

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE OPTIMALE NACHHALLZEIT*

M. KWIEK und E. KARAŚKIEWICZ
LEHRSTUHL FÜR AKUSTIK AN DER UNIVERSITÄT, POZNAN

Einführung

Theoretische Untersuchungen und die Erfahrungen die sich beim Bau von Konzertsälen ergaben führten zu der Überzeugung, dass die Nachhallzeit in nicht genügender Weise die Güte des Konzertsaales charakterisiert. Frühere Beobachtungen dagegen in berühmten Konzertsälen und in Kirchen, die sich ohne Hilfe von Instrumenten nur auf die Eindrücke des Ohres stützten lassen vermuten, dass die Nachhallzeit die wichtigste Eigenschaft eines Konzertsaales ist.

Die hier dargestellte Arbeit hat als Ziel die Untersuchung der bisherigen Voraussetzungen und der theoretischen Ergebnisse bei Berücksichtigung der physiologischen Akustik. Dabei wurden ungeklärte Erscheinungen experimentell durchgeprüft.

Die ersten grundlegenden Arbeiten von SABINE [1] führten zu empirischen Gesetzen über die Nachhallzeit. Die statistischen Methoden verbesserte CREMER [2]. Die von den Mathematikern WEYL [3] und COURANT [4] erwiesenen Gesetze über die asymptotische Verteilung der Eigenwerte wurden für die Akustik der Räume zum Teil von M. J. O. STRUTT [5] ausgenutzt. Der Akustiker KNUDSEN [6] beschäftigte sich als Erster mit der Verständlichkeit der Sprache in Abhängigkeit von der Grösse des Raumes und der Nachhallzeit. Seine Untersuchungen zeigten, dass die Verständlichkeitskurve für eine entsprechende Nachhallzeit ein Maximum aufweist. Diese Nachhallzeit erachten wir als die optimale für die Sprache (Bild 1). Diese Untersuchungen veranlassten die Zusammenstellung der Nachhallzeiten berühmter Konzertsäle in Abhängigkeit von ihrem Volumen. Auf diese Weise wurden die optimalen Nachhallzeiten gefunden (KNUDSEN [7], WATSON [8], LIFSHITZ [9], MC. NAIR [10], SWENSON [11], KATSCHEROWITSCH [12], REICHARDT [13]) (Bild 2 u. 3).

Die Bewertung der Intensität des Schalles vom physiologischen Standpunkt aus wurde in die Akustik von KWIEK [14] und BERNHARD [15] einge-

* Auf der akustischen Konferenz, am 5—9. November 1957 in Budapest abgehaltener Vortrag.

führt. Ihre Betrachtungen führten zur Unterscheidung der nominalen Nachhallzeit (Abstieg der Intensität um 60 db) von der Nachhallzeit, die man beim Abstieg des Nachhalles bis zur Hörschwelle wahrnimmt, welche durch das Maskieren verändert wird. Weitere Betrachtungen führen zu der Erkenntnis, dass sehr wichtige Elemente der physiologischen Akustik die Richtungseigenschaft des Gehörs und seine Aneignungsmöglichkeit sind (HAAS [16].)

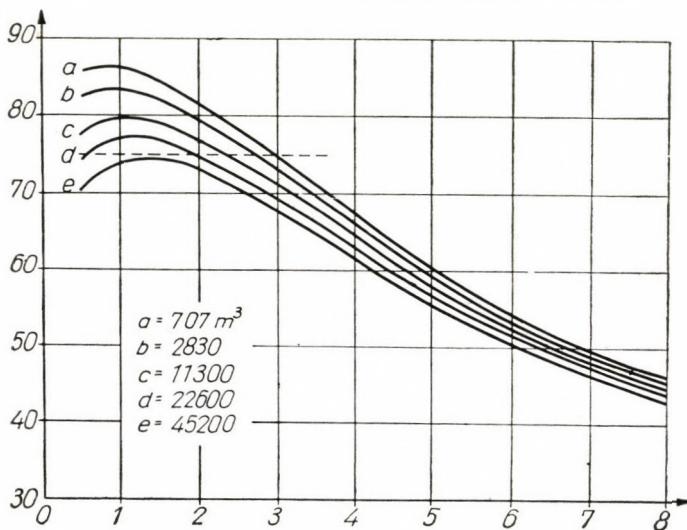


Bild 1. Nachhallzeit und Sprachverständlichkeit bei konstant gehaltener Schalleistung nach V. O. KNUDSEN

Diese Elemente bewirkten außer der Nachhallzeit die Einführung neuerer Kriterien, nämlich der Klarheit und der Diffusität.

Die »Klarheit« führte THIELE [17] ein u. zw. als Verhältnis der Anfangsenergie zur Energie des reflektierten Schalles. Dabei berücksichtigt man die Gesamtenergie, die von der Schallquelle in 50 msec abgegeben wird.

Die Diffusität oder Durchmischung des Schalles lässt sich nicht so einfach erklären. Sie hat zum Teil einen Zusammenhang mit der Richtungsverteilung der reflektierten Wellen (THIELE [17]), zum Teil mit der Raumverteilung der Maxima der Intensität und ihrer Statistik, was theoretisch von BOLT und ROOP [18] auch von SCHRÖDER [19], experimentell dagegen von KUTTRUFF und THIELE [20] geprüft wurde.

Die klassische Definition bestimmt die Nachhallzeit als die Zeit, in welcher die Energiedichte im Innern eines Raumes beim Abstellen der Quelle zu einem Millionsten ihres Wertes hinabfällt. Diese Definition enthält einige Lücken. Die Stelle an der man den Schallabklang beobachtet, ist nicht beliebig, sie muss sich im zerstreuten Felde befinden. Außerdem muss sich der zeitliche

Ablauf der Energiedichte annähernd durch die Exponentialkurve $10 - \frac{6_l}{T}$ darstellen lassen, was nicht immer eindeutig möglich ist. Aus diesen Gründen muss man sich die Frage stellen: Unter welchen Bedingungen ist die Nachhallzeit eindeutig bestimmt und wann kann man sie als massgebend zur Beurteilung der Eigenschaften eines Raumes ansehen?

Schliesslich muss man noch die Abhängigkeit der Nachhallzeit von der Frequenz berücksichtigen. Diese Abhängigkeit führt zur Änderung der Klangfarbe infolge der Mischung des abklingenden Tones mit dem neu entstandenen, wobei eventuell gleiche Frequenzen sich aufheben.

1. Die Voraussetzungen der klassischen Theorie der Nachhallzeit

Aus der Erfahrung weiss man, dass

1. beim Aufhören der Wirkung der Schallquelle der Schall angenähert exponential abklingt,
2. dass die Nachhallzeit sich mit der Vergrösserung des Raumes verlängert und dass sie verkürzt wird durch die Absorptionseigenschaften der Flächen des Raumes,
3. dass in dem zeitlichen Ablauf des Abklingens des Schalles grosse Fluktuationen eintreten.

Die Leistung der Quelle muss der Absorptionsleistung der Flächen und der Änderung der Energie des Raumes gleich sein.

$$N = \frac{1}{k} E c A + V \frac{dE}{dt}. \quad (1)$$

Durch Integrieren erhält man dann, dass

$$E = \frac{kN}{cA} \left(1 - e^{-\frac{cA}{kV} t} \right) \quad (2)$$

ist, woraus für den Abfall der Energie beim Einstellen der Schallquelle folgt

$$E = \frac{kN}{cA} e^{-\frac{cA}{kV} t} — (\text{Gleichung der Nachhallzeit}) \quad (3)$$

Diese angenäherten Ergebnisse erhielten wir unter gewissen einschränkenden Voraussetzungen, welche die Absorption betreffen. Dabei lässt sich zeigen, dass der Richtungskoeffizient $k = 4$ ist.

Um die Fluktuationen beim zeitlichen Ablauf der Nachhallkurve zu berücksichtigen, muss man gewisse Mittelwerte einführen. Den mittleren

Erläuterungen zum Bild 2

No			V m³	Anzahl der Sitzplätze	T
1.	Residential Music Room	Los Angeles	140	—	1,2
2.	Musik-Konservatorium	New England	250	—	1,25
3.	Musik-Studio	Boston	680	—	1,1
4.	Musikwiss. Institut	Moskau	1000	—	1,2
5.	Holywell Music-Room	Oxford	1667	300	1,5
6.	Altes Gewandhaus	Leipzig	2000	570	1,4
7.	Aeolian Hall	London	2383	500	1,3
8.	Kleiner Konservatoriumsaal	Moskau	2550	550	1,3
9.	Wesley Auditorium	Urbana	2870	500	1,16
10.	Konservatorium-Saal	Leipzig	3720	620	1,7
11.	Lincoln-Hall Theater	Illinois	3900	800	1,57
12.	Kilburn-Hall	Rochester	3960	—	1,65
13.	Examination-Hall	Cambridge	4536	1000	1,2
14.	Grosses Universitäts-Auditorium	London	4820	1000	1,4
15.	Apollo-Theater	Chicago	5950	1670	1,34
16.	Beethoven-Saal	Berlin	6360	1000	1,7
17.	Smith Concert-Hall	Urbana	6550	1042	1,67
18.	Senat-Saal (nach Umbau)	Washington	7250	300	1,50
19.	St Margaret Kirche	Westminster	7300	1000	1,9
20.	Orchester-Hall	Detroit	7900	1600	1,65
21.	Musikverein-Saal	Wien	8250	2075	1,35
22.	Universitätsaula	Poznan	8400	1500	1,6
23.	Wagner-Theater	Bayreuth	11375	1345	2,2
24.	Neues Gewandhaus	Leipzig	11400	1597	1,95
25.	Konzerthaus	Wien	11900	2076	1,6
26.	Queens-Hall	London	12000	2000	1,7
27.	Kolonnenhalle	Moskau	12500	1600	1,72
28.	Free Trade Hall	Manchester	12700	2280	1,8
29.	Abgeordneten-Saal im Capitol	Washington	13050	300	1,7
30.	Grosses Theater	Moskau	13800	2300	1,55
31.	Stadttheater (nach Umbau)	Budapest	16300	2500	1,9
32.	Grosser Konservatoriumsaal	Moskau	17000	2150	2,2
33.	Thomaskirche	Leipzig	18175	1800	2,5
34.	Concerthall	Boston	18300	2579	2,3
35.	Royal Festival Hall	London	22000	3404	1,5
36.	Eastman Theater	Rochester	22400	3340	2,08
37.	Salle Pleyel (nach Umbau)	Paris	22700	3000	1,45

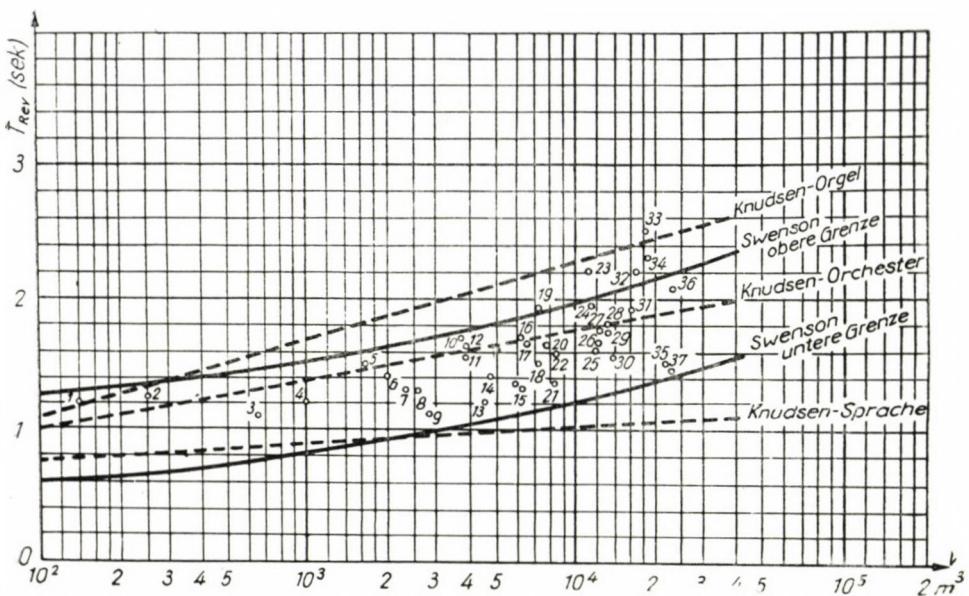


Bild 2. Nachhallzeiten berühmter Konzertsäle
(Erläuterungen hierzu s. S. 236)

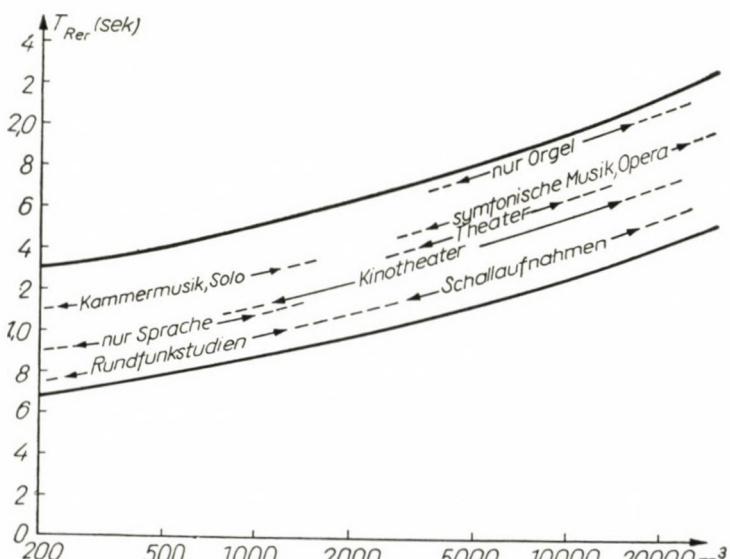


Bild 3. Die optimalen Nachhallzeiten nach WATSON und SWENSON

freien Weg des Schalles 1 kann man durch $K \frac{V}{S}$ ausdrücken, wobei V — Raumvolumen, S — gesamte Fläche des Raumes und K ein Faktor ist, der die Gestalt des Raumes berücksichtigt.

Der auf die Flächen fallende Schall wird bei der Reflexion geschwächt im Verhältnis $1 : (1-a)$, wobei a den mittleren Schluckfaktor bedeutet. In der Zeit t welche vom Augenblick des Abstellens der Schallquelle gerechnet wird, beträgt also die angenäherte Intensität :

$$I(t) = I(0)(1-a)^{\frac{ct}{1}} = I(0)e^{-2\delta t} \quad (4)$$

wo der Energiefaktor der Dämpfung

$$2\delta = -\ln(1-a) \frac{c}{1} = -\ln(1-a) \frac{Sc}{KV} \text{ beträgt.} \quad (5)$$

Dabei ist der mittlere Schluckfaktor

$$a = \sum \frac{a_n S_n}{S} \quad (6)$$

Die Grösse $-\ln(1-a) = a^*$ bezeichnet man als logarithmischen Schluckfaktor. Für sehr kleine a ist $a = a^*$. Es ist günstig $K = 4$ anzunehmen und die Abhängigkeit der Grösse a^* von der Richtung zusammen mit der Erprüfung des mittleren Wertes von a_n durchzuführen. Dabei lässt sich der freie Weg $1 = \frac{4V}{S}$ in ähnlicher Weise wie in der kinetischen Theorie der Gase finden. Doch ist diese Methode, von JÄGER [21] benutzt, nicht berechtigt, weil die Moleküle sich viel öfter treffen als der Schall die Begrenzungsflächen. Ausserdem sind in rechteckigen Räumen gewisse Richtungen bevorzugt, so dass der reflektierte Strahl nicht in sämtlichen Richtungen den Raum durchkreuzt.

Wenn der einfallende Strahl mit den Flächen den Winkel ϑ_i bildet, so ist

$$2\delta = \frac{c}{4V} \sum_{i=1}^n 2a_i^*(\vartheta_i) \cos \vartheta_i S_i. \quad (7)$$

Daraus folgt, dass die Schluckfläche des Raumes durch

$$A = \sum_{i=1}^n 2a_i^*(\vartheta_i) \cos \vartheta_i S_i \quad (8)$$

bestimmt ist.

Die letzte Formel vereinfacht sich, wenn die Abhängigkeit der Grösse a^* von der Richtung bestimmt ist durch

$$a^*(\vartheta) = \frac{a^*(0)}{\cos \vartheta}. \quad (9)$$

In diesem Falle ist

$$A = \sum_{i=1}^n 2 a_i^*(0) S_i = \sum_{i=1}^n 2 a_i^* S_i. \quad (10)$$

Die Erfahrung und die Theorie der Absorptionsstoffe zeigt, dass solche Verhältnisse für gewisse poröse Stoffe vorkommen.

Betrachten wir jetzt die gleichmässige Füllung des Raumes mit dem Schall. Wenn ein Schallstrahl in einer verhältnismässig kurzen Zeit τ_0 sämtliche Teile des Raumes durchdringt, so wird man sagen, dass der Raum *gleichmässig* mit dem Schall gefüllt ist. Wenn dabei in sämtlichen gleichmässig gefüllten Teilen des Raumes der Schallstrahl in allen Richtungen den Raum durchdringt, so sagt man, dass der Raum *allseitig gleichmässig* mit Schall gefüllt ist.

In bezug auf die Füllung des Raumes seien zwei Fragen beantwortet:

1. Welche Art der Füllung des Raumes ist nötig, damit die Nachhallzeit exponential abklingt?

2. Ist die gewünschte Diffusität mit der allseitig gleichmässigen Füllung des Raumes verknüpft u. zw. mit der Füllung durch einen Strahl?

L. CREMER hat gezeigt, dass die Zeit, in welcher die Schallstrahlen sämtliche Begrenzungsflächen des Raumes treffen, durch folgende Formel bestimmt ist

$$I(t) = I(0) e^{-\frac{c}{V} \sum_{i=1}^n S_i \int_0^{\frac{\pi}{2}} a_i^*(\vartheta) \tau_i(\vartheta) \cos \vartheta d\vartheta} \quad (11)$$

Doch braucht die Füllung nicht allseitig gleichmässig sein. Wenn jedoch dieser Fall eintritt, so ändert sich der Exponential in Formel [11], weil dann sämtliche Winkel gleichmässig vorkommen. Man erhält also

$$2 \delta = \frac{c}{4V} \sum_{i=1}^n s_i 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} a_i^*(\vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \quad (12)$$

was man als zweifachen Mittelwert ansehen kann, nämlich

$$\bar{a}_i^* = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} a_i^*(\vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \quad (13)$$

ist der Mittelwert in bezug auf die Richtungen

$$\bar{a}_i^* = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^n S_i \bar{a}_i^* \quad (14)$$

ist der Mittelwert in bezug auf die Fläche.

Daraus folgt die Schluckfläche :

$$A = S \bar{a}^* = \sum_{i=1}^n S_i \bar{a}_i^* \quad (15)$$

und der energetische Exponent des Abklingens des Schalles in bezug auf die Absorption :

$$2 \delta = \frac{c A}{4 V} = \frac{c S a^*}{4 V}. \quad (16)$$

Die Formeln (12)–(16) sind nur dann gültig wenn man annimmt, dass die Füllung des Raumes gleichmäßig und allseitig durch einen Strahl erfolgt, was zwar selten vorkommt. Bestimmt trifft das nicht ein in Räumen von regelmässiger Gestalt und in grossen Konzertsälen.

Mit diesen Betrachtungen ist die schöne experimentelle Arbeit von THIELE [17] verknüpft, welche zeigt, dass die Diffusität des Schalles im allgemeinen nicht erreicht wird, umso mehr kann die Richtungsverteilung der Intensität der einzelnen Schallstrahlen nicht gleichmäßig verlaufen.

Betrachten wir jetzt schwächere Voraussetzungen. Man nehme an, dass der Schallstrahl nicht das ganze Volumen des Raumes anfüllt, sondern nur einen Teil des Raumes $\frac{V}{Y(a, \beta)}$, wo die Funktion $Y(a, \beta)$ von den Polarkoordinaten a und β abhängt, welche die Richtung des Schallstrahles von der Quelle aus bestimmen. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Funktion $Y(a, \beta)$ im ganzen Raum konstant ist, auch an den Wänden. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Strahl die Fläche S_i in der Zeit Δt trifft, ist also :

$$\frac{[S_i c \Delta t \cos \theta / Y(a, \beta)]}{[V / Y(a, \beta)]} = \frac{S_i c \Delta t \cos \theta}{V}.$$

Also wenn auch der Raum nicht gleichmäßig mit Schall gefüllt ist, so ist die CREMERSCHE Formel (11) gültig.

Stellen wir nun sämtliche Voraussetzungen zusammen, welche nötig sind, um eine geometrisch-statistische Theorie des Nachhalles zu bilden. Es wird also angenommen :

α die Absorption erfolgt in der Fläche der Wand;

β die Absorption hängt nicht vom Ort der Absorptionsmateriale ab;

γ bei nicht gleichmässiger Füllung des Raumes durch einen Strahl ist die Verteilung der Füllung an den Wänden und im Innern des Raumes dieselbe.

Bei diesen Voraussetzungen kann man stets die Formel (11) anwenden. Wenn dagegen ausnahmsweise die Füllung gleichmässig oder allseitig gleichmässig ist, so sind die Formeln (7)—(10) und (12)...(16) wichtig.

In bezug auf die Diffusität bedeutet die Formel (11), dass der Schall nach Abstellen der Quelle exponential abklingt. Zwar ist dieses Abklingen mit gewissen Fluktuationen verbunden, die wir besonders betrachten werden.

Unsere Voraussetzungen enthalten also die Annahme, dass die Intensität des Schalles gleichfalls gewissen Fluktuationen unterliegt und dass die Richtungsverteilung des Schalles sämtlicher Strahlen welche den betrachteten Teilraum durchkreuzen, grosses Gewicht für die Nachhallzeit hat. Wir werden mit Hilfe der Statistik der stehenden Wellen zeigen, dass in genügend grossen Räumen die Verteilung der Intensität im eingeschwungenen Stande nur eine Funktion der Nachhallzeit ist, dagegen ist ein grosser Teil der Richtungsverteilung von der Nachhallzeit unabhängig. Dieser Teil kann als eine Funktion betrachtet werden, welche ebenso wie die Nachhallzeit den Raum in bezug auf seine akustischen Eigenschaften charakterisiert.

Man kann auch auf einem anderen Wege fortschreiten. Anstatt der Reflexion der Strahlen kann man die Füllung des Raumes als eine Anregung der Eigenschwingungen betrachten. Dabei kann man sich auf die Arbeiten von R. COURANT [4], H. WEYL [3] und von M. J. O. STRUTT [5] stützen. Diese Arbeiten beherrschen das Gebiet der asymptotischen Verteilung der Eigenwerte in Räumen mit nicht homogenen und komplexen Schallgeschwindigkeiten. Endlich ist es nötig, die statistische Verteilung der interessierenden Grössen zu bilden, u. zw. des Druckes, der minimalen und maximalen Entfernung, der Nullstellen u. s. w., dabei folgen wir den Arbeiten von O. RICE und SCHRÖDER.

Aus der Betrachtung der Eigenfrequenzen des Raumes lässt sich feststellen, dass

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\omega_n^3}{n} = \frac{6\pi^2}{\int \int \int_v \frac{dV}{c^3}}, \quad (\text{COURANT}) \quad (17)$$

wo c im Innern des Raumes veränderlich ist. Ausserdem kann man zeigen, dass die Anzahl der Eigenfrequenzen die kleiner sind als eine gegebene Frequenz ω , unabhängig von der Gestalt des Raumes ist, wenn ω sehr gross ist.

Die zeitlose Wellengleichung, welche die akustischen Verhältnisse im betrachteten Raum berücksichtigt, hat die Form

$$\Delta \psi + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \psi = 0 \quad (18)$$

Diese Gleichung ist noch gültig, wenn im Raume eine Dämpfung besteht. Wenn die Dämpfung durch die Reibung bewirkt ist, r der Koeffizient der Reibung, so lässt sich zeigen, dass

$$\frac{\omega_n^3}{n} \sim \frac{6\pi^2 c^3}{V} \quad (19)$$

und die Dämpfung der n -ten Eigenfunktion

$$\delta_n \sim \frac{1}{2} \frac{\iiint r dV}{\varrho V} . \quad (20)$$

Der Reibungskoeffizient r ist eine Funktion des Ortes. Man kann annehmen, dass $r = 0$ in der Atmosphäre des Raumes, dagegen ist $r \neq 0$ im Innern der porösen Wände. Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse muss man den betrachteten Raum bis zur Aussenseite der Wände in Betracht ziehen. Hieraus erhält man eine genauere Annäherung des Dämpfungskoeffizienten

$$2\delta_n \sim \frac{\iiint r v_n^2 dV}{\varrho \iiint v_n^2 dV} \quad (21)$$

wo v_n die Geschwindigkeit des Elementarteilchens in der n -ten Welle bedeutet.

Aus den angeführten Betrachtungen folgt,

α dass die Absorption des Schalles im Innern der porösen Wände stattfindet; auch könnte man Volumenabsorption in Luft mitrechnen,

β dass der Mechanismus der Absorption in der Reibung zwischen dem Schallfeld und dem porösen Material der Wände besteht und proportional zu der Geschwindigkeit ist.

Für sehr hohe Frequenzen ist die Dämpfung unabhängig von der Frequenz. Für mittlere Frequenzen, für welche die Länge der Welle grösser ist als die Dicke der Wände, ist die Dämpfung abhängig von der Frequenz. Das folgt unmittelbar aus (21).

2. Die Fluktuationseigenschaften grosser Säle

Die vorhergehenden Betrachtungen haben einen gewissen Zusammenhang mit der Fluktuation der Intensität. Es ist bekannt, dass die Übertragungskurve der Intensität in einem festen Ort des Raumes bei langsamem Ändern der Frequenz der Schallquelle grosse Änderungen aufweist (Bild 4). Die mittlere Intensität des Saales ist proportional zu \bar{p}^2 , die wirkliche Intensität

dagegen proportional zu p^2 . Deswegen lässt sich die Übertragungskurve ausdrücken durch

$$z = \ln \frac{P^2}{\bar{P}^2} . \quad (22)$$

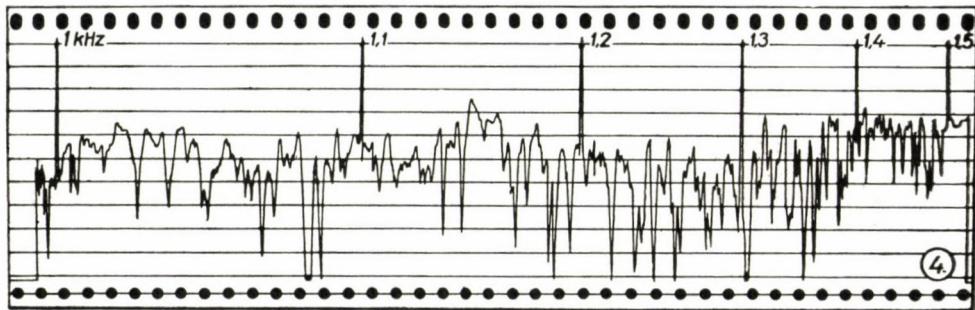


Bild 4. Übertragungskurve eines Universitätsauditoriums im Bereich 1–1,5 kHz. Auditorium fast leer (anwesend 6 Personen)

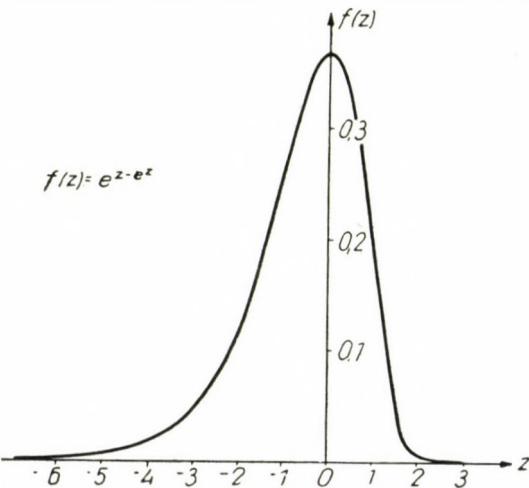


Bild 5. Die statistische Verteilung des Pegels $f(z) = e^{z-e^z}$ in der Übertragungskurve eines Raumes

Daraus folgt, dass

$$p^2 = \bar{P}^2 e^z . \quad (23)$$

Durch Differenzieren erhält man hieraus die bekannte Formel

$$\omega(z) = e^{z-e^z} . \quad (\text{Bild 5}) \quad (24)$$

Um die Schwankungen der Übertragungskurve zu bestimmen, berechnet man den mittleren Abstand der Maxima (O. S. RICE [22]). Er beträgt

$$\overline{\Delta \omega_m} = \frac{\pi}{\tau} \sqrt{\frac{8}{7}} \quad \text{daraus} \quad (25)$$

$$\overline{\Delta f_m} = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{8}{7}} . \quad (26)$$

Wenn man die Konstante der Zeit τ gleich der Nachhallzeit T setzt, so ist

$$\overline{\Delta f_m} \sim \frac{7}{T} . \quad (27)$$

Jetzt kann man das Mass der Unregelmässigkeiten der Übertragungskurve bestimmen, nämlich als Verhältnis der Dispersion der Intensität zur mittleren Entfernung der Maxima. Man erhält

$$F = \frac{\sigma}{\overline{\Delta f_m}} = \frac{10 T}{7} = 1,4 T \quad (28)$$

Man sieht also, dass bei den angegebenen Voraussetzungen das Mass der Unregelmässigkeit der Nachhallzeit proportional ist.

3. Die Hörbarkeit der primären Transienten

Der *Haas-Effekt* (Bild 6) hat grosse Bedeutung für die Hörbarkeit der primären Transienten d. h. derjenigen, die nur von der Schallquelle herühren. Ein Vergleich der Intensität der primären abgestrahlten Schallwelle $I_1 = \frac{N}{4\pi k^2 V^{\frac{2}{3}}}$ mit der in der Zeit wachsenden Intensität des diffusen Schalles $I_2 = \frac{4N}{A} \left(1 - 10^{-\frac{6t}{T}}\right)$ gibt

$$h = \frac{16 \pi k^2 V^{2/3} \left(1 - 10^{-\frac{6t}{T}}\right)}{A} \sim \frac{100 \pi k^2 T \left(1 - 10^{-\frac{6t}{T}}\right)}{V^{1/3}} \quad (29)$$

So lange h kleiner ist als die Ordinate der *Haas'schen* Kurve für die entsprechende Zeit t , ist die ungestörte primäre Schallwelle massgebend für die Schallempfindung. Während dieser Zeit t_0 werden nur die primären Transienten

gehört, was eine grosse Bedeutung für die Deutlichkeit und Klarheit der Klangempfindung hat.

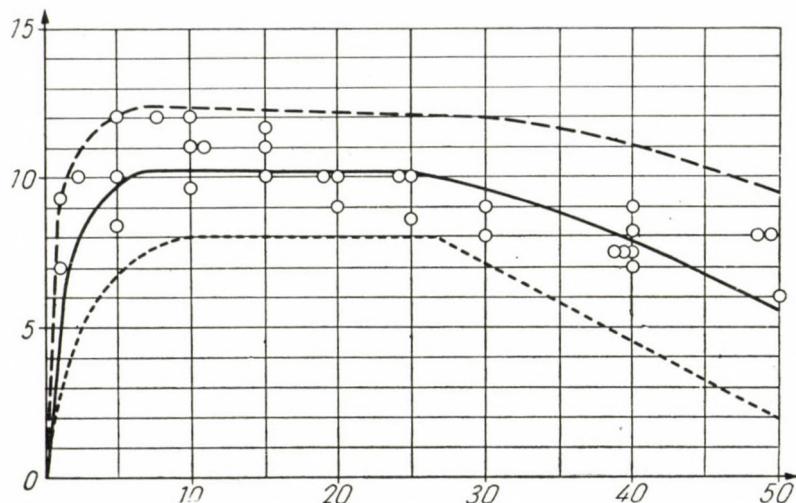


Bild 6. Die Intensität des nicht störenden sekundären Klanges als Funktion der Verzögerung nach HAAS (HAAS-Effekt)

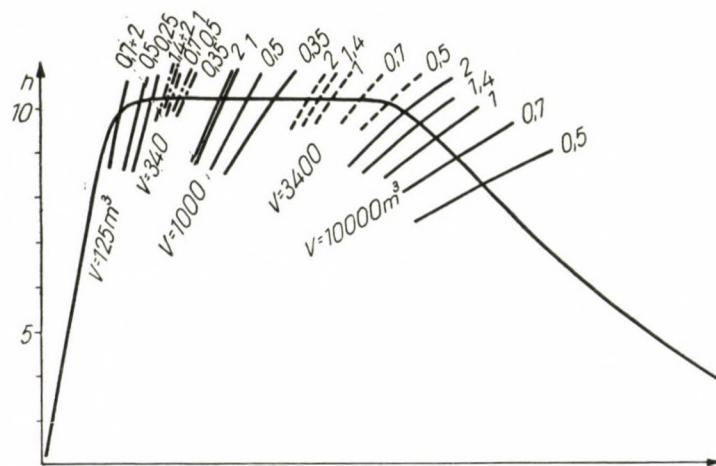


Bild 7. Graphische Lösung der Gleichung (29) für t_0

Die Zeit t_0 kann man bequem graphisch finden (Bild 7). Für die verschiedenen Raumgrößen und den Formfaktor $k^2 = 2$ erhält man ziemlich charakteristische Werte für t_0 , die nur wenig von der Nachhallzeit abhängen (Tabelle I).

Tabelle 1

V	T = 0,35	0,5	0,7	1,0	1,4	2,0 sec	Grössenordnung
125 m ³	8	7,3	5,8	5,8	5,8	5,8 msec	6 . . . 8 msec
340 m ³	10,5	10	9,5	9,2	8,8	8,8	9 . . . 10 msec
1000 m ³		15	13	12,5	12	12	12 . . . 15 msec
3400 m ³		25,5	23,3	21,2	20,3	19,5	20 . . . 25
10000 m ³			30,2	29,2	27,8	26,6	27 . . . 30

Es ist sofort ersichtlich, dass hier die Ursache der Unmöglichkeit der Schaffung derselben Hörbarkeit in einem kleinen und einem grossen Raum liegt. Der kleine Raum, unabhängig von der Nachhallzeit, eignet sich besser für die Klänge mit kürzeren primären Transienten (Sprache, Kammermusik); der grössere — für die Klänge mit längeren Transienten (Symphonie-Orchester Oper, Orgel).

4. Das Problem der Grundtöne und die bildenden Obertöne der Klangfarbe beim Nachhall

Die Grundtöne der melodieführenden Musikinstrumente und der menschlichen Singstimme reichen bis etwa 0,5 . . . 1 kHz. Darüber liegen die die Klangfarbe bildenden Komponenten. Wenn in diesem höheren Gebiet die hörbare Nachhallzeit länger ist als die entsprechende Nachhallzeit für das Grundtongebiet, so werden die Klangfarbenkontraste dadurch leiden. Im diffusen Schallfeld verklingt dann die Klangfarbe langsamer als der Grundton, und der nächstfolgende Klang wird damit etwas nach vorigem Klang gefärbt. Das heisst — die Brillanz ist nicht gut.

Ähnlich kann man die Grundtöne des musikalischen Basses betrachten, also die Frequenzen 20 . . . 250 Hz. Hier hat aber die Verkürzung der Nachhallzeit nicht nur eine Verbesserung der Brillanz und der Deutlichkeit des Basses zufolge, sondern auch die Verschlechterung der fundamentalen Wirkung der Bassstimmen. Die Hörschwelle liegt hier sehr hoch, also gibt eine kleine Abnahme der Nachhallzeit auch eine — als gross empfundene — Abnahme der Lautheit.

[5. Experimentelle Untersuchungen über die Nachhallzeit

Die Musiker erachteten als wertvolle Eigenschaften von Konzertsälen die Klangfülle, die Klarheit, die Brillanz, die Diffusität und die Fundamentalität. Als Gegenstück kann man die physikalisch-objektiven Eigenschaften stellen : den Rauminhalt, die Nachhallzeit, die Abhängigkeit der Nachhallzeit von der Frequenz und die Diffusität.

Unsere Untersuchungen führen zu der Überzeugung, dass zwischen diesen Eigenschaften eine eindeutige Beziehung besteht.

1. Die Nachhallzeit bestimmt die Klangfülle durch die proportionalen Irregularitäten der Übertragungskurve.

2. Die Nachhallzeit zusammen mit dem Rauminhalt des Saales bestimmen die Klarheit der Musik infolge des *Haas-Effektes*. Die Nachhallzeit für mittlere Frequenzen (~ 500 Hz) hat eine Bedeutung für Klarheit der Melodie.

3. Die Abhängigkeit der Nachhallzeit von der Frequenz und dem Rauminhalt des Saales üben einen Einfluss aus:

3.1. auf die Fundamentalität und die Klarheit der Bässe (diese Eigenschaften sind sich gegenüberstehend und deswegen ist eine experimentelle Untersuchung nötig, um ein optimales Kompromiss zu finden)

3.2. auf die Klarheit der mittleren Stimmen, d. h. auf die Verständlichkeit der Polyphonie

3.3. auf die Brillanz des Klanges.

4. Die Diffusität ist eine selbständige Eigenschaft der Säle, die von den vorhergehenden Eigenschaften unabhängig ist. Jedoch ist die Einteilung des Saales in Gebiete des Richtungsschalles, des gemischten Schalles und des diffusen Schalles abhängig von dem Absorptionsvermögen und der Länge des Saales.

Unsere theoretischen Untersuchungen ergaben auch, dass es unmöglich ist, kleine ($< 1000 \text{ m}^3$) und grosse ($> 4000 \text{ m}^3$) Räume zu bauen, die gleichartige akustische Eigenschaften aufweisen. Zwar befinden sich in grossen Sälen Zonen des nicht gestörten Schalles, welche mit Rücksicht auf den *Haas-Effekt* bis zu den Stellen reichen, an denen der direkte Schallstrahl eine Intensität besitzt die nicht kleiner ist als $1/10$ der Intensität des zerstreuten Schallfeldes. In dieser Zone die höchstens $1/3 - 1/2$ der Saallänge beträgt, werden unmaskierte Transientenvorgänge gut wahrgenommen. In den restlichen Teilen des grossen Saales geschieht das nur in einer Zeit $\tau = 20 \text{ msec}$, wobei die Nachhallzeit annähernd der optimalen Nachhallzeit gleich ist. In kleinen Räumen dagegen kann man nur bei grösserer Kürzung der Nachhallzeit dieselben Verhältnisse erhalten und vice versa, wenn die Nachhallzeit genügend lang ist, so ist die Zeit der klaren Hörbarkeit der Transientenvorgänge sehr kurz. Besonders kritisch ist diese Tatsache für niedrige Frequenzen.

Aus diesen hier nur kurz dargestellten Betrachtungen folgt,

1. dass es keine universelle Frequenzcharakteristik für die Nachhallzeit gibt, was einige Autoren vermuteten.

2. Die Angabe der optimalen Nachhallzeit in Abhängigkeit von der Raumgrösse ohne Berücksichtigung der entsprechenden Frequenzcharakteristik für die gegebene Raumgrösse ist höchstwahrscheinlich unsicher und muss daher noch einmal experimentell durchgeprüft werden.

3. Nicht jede musikalische Darstellung kann in jedem Raum gut ausfallen, zum Beispiel ein Symphoniekonzert wird nie gut in kleinen Räumen klingen. Die Güte des Empfanges hängt von der Dauer der Transientenvorgänge, die mit der Darstellung verbunden sind und von der mittleren Intensität der Schallquelle ab.

In unseren experimentellen Untersuchungen wollten wir die Abhängigkeit zwischen der Nachhallzeit, verstanden als Funktion der Frequenz und dem

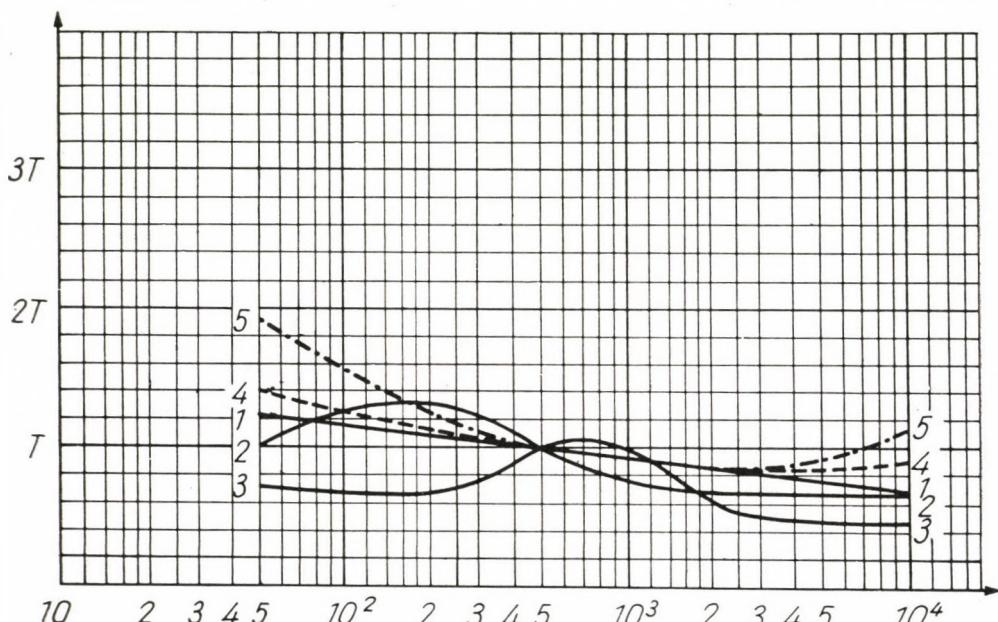


Bild 8. Die Frequenzgänge der Nachhallzeiten in den Experimental-Konzerten

Raumvolumen, bei gegebener Diffusität feststellen. Die Nachhallzeit regelten wir künstlich mit Hilfe einer akustischen Verzögerungsleitung. Die Grösse des Saales wurde ebenfalls künstlich nachgeahmt durch die Abstufung der Verzögerung in den 24 Lautsprechern, die an den Wänden des Empfangssaales angebracht waren. Durch diese Anordnung erhielten wir künstlich Räume vom Inhalt 800, 1600, 2200, 3500, 4500 und 10 000 m³, 5 charakteristische Frequenzen und 4 Nachhallzeiten (Bild 8).

Die Teilnehmer an den experimentellen Konzerten antworteten nach jeder Einzeldarstellung auf 10 Fragen, welche über die fünf guten musikalischen Eigenschaften eines Konzertsaales, von denen zu Anfang Rede war, Aufklärung geben sollten. Die statistische Analyse dieser Antworten, bei Berücksichtigung des Zusammenhangs zwischen musikalischen und physikalischen Eigenschaften eines Raumes, ergab schon teilweise interessante Ergebnisse in bezug auf die erwünschten Eigenschaften von Konzertsälen. Jedoch

die Anzahl von vier Experimentalkonzerten können wir nicht als genügend erachten, um schon auf dieser Grundlage gewisse Regeln aufzustellen. Sie bestätigen nur die Richtigkeit der Methode.

Die Analyse der ausgefüllten Fragebogen gibt hauptsächlich Antwort auf folgende Fragen

a) Ist die (nominale) Nachhallzeit (d. h. für 500—1000 Hz) für den gegebenen Raum entsprechend?

b) Ist die Nachhallzeit für niedrige Frequenzen (< 250 Hz) und den gegebenen Raum entsprechend?

c) Ist die Nachhallzeit für niedrige Frequenzen (< 250 Hz) entsprechend für nominale Nachhallzeit?

d) Ist die Nachhallzeit für hohe Frequenzen (> 2000 Hz) entsprechend für nominale Nachhallzeit?

e) Ist die Nachhallzeit für das Frequenzband $1000 \text{ Hz} < n < 2000 \text{ Hz}$ entsprechend für nominale Nachhallzeit?

Für jedes Experiment wurde der Anteil der positiven Beurteilungen berechnet.

Die Zusammenstellung der Ergebnisse zeigen die nachstehenden Tabellen 2, 3, 4 und 5.

Wie beurteilte man den Zusammenhang zwischen der Nachhallzeit für 500—1000 Hz und der Grösse des Raumes

Tabelle 2

	Bei V =	Positive Antwort	Anzahl der Teilnehmer
I. $T_{500} = 0,9 ; T_{1000} = 0,86$	800 m^3	65%	(42)
	3500 m^3	35%	(30)
	10000 m^3	32%	(20)
II. $T_{500} = 1,45 ; T_{1000} = 1,20$	3500 m^3	39%	(70)
	10000 m^3	42%	(30)
III. $T_{500} = 1,55 ; T_{1000} = 1,20$	3500 m^3	28%	(40)
	10000 m^3	33%	(70)
IV. $T_{500} = 1,3 ; T_{1000} = 1,1$	1600 m^3	52%	(21)
	2200 m^3	52%	(21)
V. $T_{500} = 1,6 ; T_{1000} = 1,4$	3500 m^3	36%	(28)
	4500 m^3	58%	(14)

Wie beurteilte man das Verhältnis der Nachhallzeit für niedrige Frequenzen ($n < 250$) zu T (500—1000 Hz)

Tabelle 3

Kurve V =	Positive Antwort	Negative Antwort	Anzahl der Teilnehmer
I. 800 m ³	50%	25%	(42)
	3500 m ³	74%	22%
	10000 m ³	79%	21%
II. 3500 m ³	54%	31%	(70)
	10000 m ³	79%	14%
III. 3500 m ³	73%	13%	(40)
	10000 m ³	53%	29%
IV. 1600 m ³	45%	44%	(21)
	2200 m ³	38%	24%
V. 3500 m ³	31%	49%	(28)
	4500 m ³	49%	35%
			(14)

Wie beurteilte man das Verhältnis der Nachhallzeit T für $n > 2$ kHz zur Nachhallzeit T für (500—1000 Hz)

Tabelle 4

Kurve V	Zu lang	Gut	Zu kurz	Anzahl der Teilnehmer
I. 800 m ³	0%	0%	0%	(42)
	3500 m ³	15%	12%	(30)
	10000 m ³	4%	10%	(20)
II. 3500 m ³	10%	3%	0%	(70)
	10000 m ³	4%	4%	(30)
III. 3500 m ³	8%	5%	2%	(40)
	10000 m ³	3%	18%	(70)
IV. 1600 m ³	9%	0%	0%	(21)
	2200 m ³	0%	0%	(21)
V. 3500 m ³	8%	3%	8%	(28)
	4500 m ³	0%	0%	

Wie beurteilte man den Übergang von T für (500—1000 Hz) zu T für (1000—2000 Hz)

Tabelle 5

Kurve I.	$V = 800 \text{ m}^3$ gab positive Antwort 30% der Teilnehmer	
	$V = 3500 \text{ m}^3$	11%
	$V = 10000 \text{ m}^3$	19%
Kurve II.	$V = 3500 \text{ m}^3$	10%
	$V = 10000 \text{ m}^3$	19%
Kurve III.	$V = 3500 \text{ m}^3$	11%
	$V = 10000 \text{ m}^3$	21%
Kurve IV.	$V = 1600 \text{ m}^3$	10%
	$V = 2200 \text{ m}^3$	28%
Kurve V.	$V = 3500 \text{ m}^3$	24%
	$V = 4500 \text{ m}^3$	24%

Die erhaltenen Ergebnisse sind zwar nicht ausreichend, jedoch für die Nachhallzeiten $T = 0,9 ; 1,3 ; 1,6$ Sek. erhielt man die meisten positiven Antworten für bestimmte Raumgrössen (Bild 9).

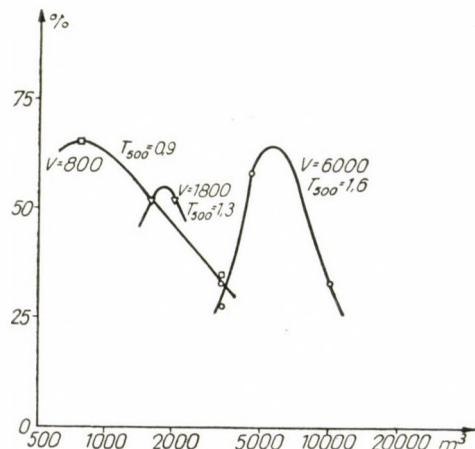


Bild 9. Die ungefähre statistische Verteilung der positiven Antworten für gegebene Nachhallzeiten

SCHRIFTTUM

1. W. C. SABINE, Trans. of S. M. P. E., **12** (1929) S. 35.
2. L. CREMER, Akust. Zs. **1** (1936) S. 134
3. M. WEYL: Math. Ann. **71** (1912) S. 441
4. R. COURANT u. D. HILBERT: Methoden der mathematischen Physik. Berlin, 1924.
5. M. J. O. STRUTT: Math. Ann. **102** (1930) S. 671.
6. V. O. KNUDSEN: J. Acoust. Soc. Amer. **6** (1935) S. 199
7. V. O. KNUDSEN: J. Acoust. Soc. Amer. **4** (1932) No. 1, S. 20
8. WATSON: Architecture. Mai 1927
9. LIFSHITZ: Phys. Rev., **27** (1926) S. 618, J. Acoust. Soc. Amer., **4** (1932) S. 112
10. MC. NAIR: J. Acoust. Soc. Amer., **1** (1930) 242
11. SWENSON: Principles of Modern Acoustics, Van Nostrand, New York, 1953
12. Качеровиц, Акустика киностудий и кинотеатров (зитирета по Joffe) S. 471
13. W. REICHARDT: Grundlagen der Elektroakustik, Leipzig 1952
14. M. KWIEK: Akust. Zs., **2** (1937)
15. J. BERNHARD: Traité de prise du son, Paris 1949
16. H. HAAS: Acustica **1** (1951) 49—58
17. R. THIELE: Acustica **3** (1953) 291—302
18. R. H. BOLT u. R. W. ROOP: J. Acoust. Soc. Amer., **22** (1950) 280. R. H. BOLT: J. Acoust. Soc. Amer., **19** (1947) 79
19. M. SCHROEDER: Acustica **4** (1954) 594—600, Acustica **4** (1954) 456
20. H. KUTTRUFF u. R. THIELE: Acustica **4** (1954) 614—617
21. G. JÄGER: Wiener Akad. Ber., Mat.-Natur. Kl. 120 Abl. IIa (1911) S. 615
22. O. S. RICE: B. S. T. J. **23** (1949) 282

ZUSAMMENFASSUNG

Theoretische Untersuchungen führen zur Feststellung, dass die folgenden Parameter welche die Akustik eines Saales bestimmen, voneinander unabhängig sind: *a)* die Nachhallzeit als Funktion der Frequenz, *b)* der Rauminhalt und die Länge des Saales, *c)* die Diffusität. Aus den gemessenen Werten dieser Parameter können die optimalen akustischen Bedingungen theoretisch abgeleitet werden.

Nach den diesbezüglichen theoretischen Betrachtungen berichten die Verfasser über Versuche, den eventuellen Zusammenhang zwischen der Nachhallzeit in Abhängigkeit von der Frequenz und dem Saalvolumen, bei gegebener Diffusität, zu untersuchen. Die Nachhallzeit wurde mit Hilfe einer akustischen Verzögerungsleitung künstlich geregelt. Die Saalgröße wurde ebenfalls künstlich nachgeahmt, und zwar durch stufenweise Verzögerung von 24, an den Wänden des Hörsaals angebrachten Lautsprechern. Mit dieser Anordnung wurden künstlich Säle von 800, 1600, 2200, 3500, 4500 und 10 000 m³ gewonnen, mit fünferlei Frequenzcharakteristiken und viererlei Nachhallzeit.

Die Besucher der Versuchskonzerte mussten auf Fragen antworten, welche über die guten musikalischen Eigenschaften von Konzertsälen gut Auskunft geben. Die bisherigen Ergebnisse beweisen die Richtigkeit der Methode und erlaubten bereits gewisse Feststellungen betreffend die Zusammenhänge zwischen den musikalischen und physikalischen Eigenschaften eines Saales.

INVESTIGATIONS ON THE OPTIMUM REVERBERATION TIME

M. KWIEK and E. KARAŚKIEWICZ, POZNAN

SUMMARY

Theoretical considerations lead to the conclusion that the following parameters, which determine the acoustics of a room, are independent of each other: *a)* the reverberation time as a function of frequency, *b)* the volume and the length of the room, *c)* diffusity. From a physical survey of these characteristics, the basic conditions for optimum acoustics can be deduced theoretically.

After the theoretical considerations concerning these questions, the authors report on their experiments, during which they tried to investigate the relation between reverberation time as a function of frequency and room volume, at given diffusity. The reverberation time was artificially varied with the aid of an acoustic delay line. The size of the room was also imitated artificially by gradual delaying of 24 loudspeakers placed on the walls of the room. By these arrangements, artificially halls of 800, 1600, 2200, 3500 4500 and 10 000 m³ volume were obtained, with 5 types of frequency characteristics and 4 reverberation times.

The participants of the experimental concerts had to reply questions on the good musical characteristics of the room. The results obtained so far prove that the method is correct and have already permitted certain conclusions regarding relations between the musical and the acoustic qualities of a hall.

EXAMEN DU TEMPS DE RÉVERBERATION OPTIMUM

M. KWIEK et E. KARAŚKIEWICZ, POZNAN

RÉSUMÉ

Des recherches théoriques il ressort que les paramètres suivants, déterminant l'acoustique d'une salle, sont indépendants l'un de l'autre: a) le temps de réverbération en fonction de la fréquence, b) le volume et la longueur de la salle, c) la diffusité. Des relevés physiques de ces caractéristiques, on peut déduire par la théorie les conditions fondamentales donnant les conditions acoustiques optimales.

Après les considérations théoriques, les auteurs rendent compte d'essais au cours desquels ils ont essayé d'examiner la relation éventuelle entre le temps de réverbération en fonction de la fréquence et le volume de la salle, à diffusité donnée. Le temps de réverbération a été réglé artificiellement par une ligne retardante acoustique. La grandeur de la salle a aussi été imitée artificiellement par le retardement échelonné des 24 haut-parleurs placés au mur de la salle. Grâce à ce dispositif, des salles de 800, 1600, 2200, 3500, 4500 et 10 000 m³ ont été obtenues, avec cinq types de caractéristique de fréquence et 4 temps de réverbération.

Les auditeurs des concerts expérimentaux ont dû répondre à des questions propres à fournir des renseignements sur les bonnes qualités musicales des salles de concert. Les résultats obtenus jusqu'ici ont prouvé que la méthode est bonne et ont déjà permis d'établir certaines relations entre les qualités musicales et physiques d'une salle.

ИССЛЕДОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ РЕВЕРБЕРАЦИИ

М. КВИЕК и Е. КАРАШКИЕВИЧ (ПОЗНАН)

РЕЗЮМЕ

Теоретические исследования позволяют сделать вывод, что определяющие акустику некоторого зала нижеследующие параметры независимы друг от друга: а) время реверберации как функция частоты, б) объем и длина зала, в) диффузионность. Из физических условий вышеприведенных данных теоретически можно вывести основное условие оптимальных акустических условий.

Авторы после теоретических соображений в связи с вышесказанными отчитываются о проведенных ими опытных исследованиях, в процессе которых авторы попытались исследовать предположительно существующую между объемом зала и временем реверберации как функцией частоты зависимость при данной диффузии. Время реверберации искусственно регулировалось при помощи специального акустического тормозящего провода. Размер зала также искусственно копировался при помощи ступенчатого торможения 24-громкоговорителями, размещенными на стенах помещения для подслушивания. При помощи такой схемы искусственно были получены залы кубатурой 800, 1600, 2200, 3500, 4500 и 10 000 м³ с пятью видами характеристик частоты и четырьмя различными значениями времени реверберации.

Участникам опытных концертов необходимо было ответить на такие вопросы, которые дали соответствующие данные о хороших музыкальных свойствах концертных залов. Результаты до сих пор доказали правильность предлагаемого метода и уже стало возможным найти определенные зависимости между музыкальными и физическими свойствами залов.

ÜBER DIE MÖGLICHKEITEN DER ABBILDUNG DER AKUSTISCHEN EINGANGSIMPEDANZ DES MENSCHLICHEN OHRES MITTELS EINER ERSATZSCHALTUNG*

J. KACPROWSKI

INSTITUT FÜR GRUNDPROBLEME DER TECHNIK DER POLNISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN,
WARSZAWA

Das Problem der Abbildung der akustischen Eingangsimpedanz des menschlichen Ohres, welches einen natürlichen Belastungswiderstand jedes Telephonhörers bildet, ist das aktuelle Objekt der wissenschaftlichen Forschungen, die in mehreren Laboratorien für Akustik gleichzeitig durchgeführt werden. Dieses Problem ist bis jetzt im internationalen Sinne noch nicht gelöst worden und bildet unter anderen das laufende Arbeitsthema der zwölften Studiengruppe des CCITT. Das endgültige Ziel dieser Forschungen ist das eindeutig bestimmte internationale Muster des künstlichen Ohres zur Prüfung von Telephonhörern.

Das Institut für Grundprobleme der Technik der Polnischen Akademie der Wissenschaften unternahm im Jahre 1955 eine Forschungsarbeit, deren Ziel die Erörterung der Möglichkeiten der günstigsten Abbildung der Eingangsimpedanz des durchschnittlichen menschlichen Ohres mit Hilfe einer einfachen Ersatzschaltung war. Dieses künstliche Ohr könnte vorläufig als inländisches Prototyp dienen, bis das internationale Modell eingeführt wird.

Zu diesem Zwecke wurde ein Verfahren verwendet, welches sich von den bisher angewandten Methoden unterscheidet, die meistens auf experimentalen Nachsuchungen der günstigsten Lösung auf dem Wege der sukzessiven Proben und Annäherungen beruhten.

Es zeigte sich, dass die akustischen Parameter der Ersatzschaltung analytisch mit Vermeidung von jeder Zufälligkeit aus den gut bekannten Formeln bestimmt werden können, die die Impedanz der akustischen Systeme mit zusammengesetzten oder kontinuierlich auseinandergesetzten Konstanten bezeichnen.

Die Arbeit umfasste zwei Etappen je nach dem betrachteten Frequenzbereich.

Im Bereich der tiefen und mittleren Frequenzen des akustischen Spektrums wurden als Bezugsdaten die wohlbekannten, von INGLIS, GRAY

* Auf der akustischen Konferenz am 5—9. November 1957 in Budapest abgehaltener Vortrag.

und JENKINS [1] bemessenen Werte der Eingangsimpedanz des durchschnittlichen menschlichen Ohres angenommen. Obwohl solche Voraussetzung nicht völlig begründet ist, musste sie — in bezug auf den Mangel von genaueren und mehr aktuellen Angaben in der Literatur — genehmigt werden. Die Ausführung der entsprechenden statistischen Messungen hat sich als unmöglich erwiesen, weil das Problem als Ganzes für die Bedürfnisse der polnischen Fernmeldeindustrie sehr dringend war.

Im Bereich der tiefen Frequenzen, wo die Dimensionen der Ohrhöhle bedeutend kleiner als die Wellenlänge λ sind, hat man sich also gänzlich auf INGLIS's Meßergebnisse gestützt. Solche Voraussetzung verlangt die Anwendung einer Ersatzschaltung in Form eines *Helmholtzresonators* mit Resonanzfrequenz $f_0 \cong 400$ Hz, realem Widerstand bei Resonanz $R_{a\ max} \cong 200$ [$g\ s^{-1}\ cm^{-4}$] und Gütefaktor $Q \cong 5$. Das Volumen V des Resonators wurde aus der empirisch hergestellten Formel

$$V = V_u + (1 - k) \Delta V \quad (1)$$

berechnet, in welcher :

V_u — das durchschnittliche Volumen der Höhle des natürlichen Ohres,

ΔV — das geometrische Volumen der Kopfhörermuschel,

k — den von der Konkavität der Muschelhöhle abhängigen Ausfüllkoeffizient

bezeichnen.

Die ausgeführten Messungen bewiesen, dass der Koeffizient k im Falle der Kopfhörer mit stark hohl gewölbten Muscheln, wie z. B. L. M. ERICSSON Typ RLD 1504, wo das Volumen ΔV ungefähr $6\ cm^3$ beträgt, den Wert $k \approx 0,85$ erreicht. Im Falle der Kopfhörer polnischer Erzeugung dagegen mit unbedeutend hohl gewölbten ($\Delta V \approx 4\ cm^3$) oder fast flachen ($\Delta V \approx 2\ cm^3$) Muscheln liegt der Koeffizient k im Bereich von 0,75 bis 0,5. Auf der obigen Formel (1) begründet zeigte sich also, dass das effektive Volumen V der Ersatzschaltung in weiten Grenzen von der Konstruktion des Kopfhörers unabhängig ist und im Falle der aktuell in Polen angewandten Kopfhörer gleich $6\ cm^3$ ist, was dem Volumen der meisten inländischen künstlichen Ohres wie z. B. dem des amerikanischen nach den U. S. A.-Normen Z. 24.9 — 1949, mit guter Genauigkeit entspricht. Der Wert $V = 6\ cm^3$ wurde also zu weiteren Betrachtungen angenommen.

Um der Ersatzschaltung die vorausgesetzten Resonanzeigenschaften anzugeben, musste man entsprechende Mündungsöffnungen projizieren, die die Rolle der akustischen Masse M_a und des Verlustwiderstandes R_a des Resonators spielen, dessen Nachgiebigkeit C_a dem Gesamtvolumen v entspricht.

Dazu wurde ein Verfahren angewendet, welches auf den wohlbekannten Formeln der klassischen Theorie des *Helmholtzschen* Resonators gestützt ist und welches auch von **BARDUCCI** [2] in seiner Arbeit gebraucht wurde.

Es wurde vorausgesetzt, dass der Verlustwiderstand R_a des Resonators nur aus dem Reibungswiderstand R_r und dem Widerstand R_w , der dem Wärmeaustausch entspricht, besteht. Der Strahlungswiderstand der Mündungsöffnungen konnte vernachlässigt werden, weil er nach der klassischen *Rayleigh'schen* Formel

$$R_{str} = \frac{f_0}{2\pi c} \omega^2 \approx 5,6 \cdot 10^{-9} \omega^2 \quad (2)$$

in dem betrachteten Frequenzbereich von 100 Hz bis 1000 Hz die Werte von $22 \cdot 10^{-4}$ bis $22 \cdot 10^{-2}$ [$g s^{-1} \text{ cm}^{-4}$] erreicht und um zwei bis vier Größenränge kleiner ist als der obenerwähnte Verlustwiderstand für Reibungs- und Wärmeaustauscheffekte, welcher im demselben Frequenzbereich in den Grenzen von $R_a = 7,5$ bis $R_a = 23,8$ [$g s^{-1} \text{ cm}^{-4}$] schwankt.

Die auf solche Weise analytisch berechnete Ersatzschaltung hat im Frequenzbereich von 100 Hz bis 1000 Hz die Gestalt eines *Helmholtzresonators* von beliebiger geometrischer Form und Gesamtvolumen $V = 6 \text{ cm}^3$ mit dem rohrförmigen Neck vom Durchmesser $d = 1,6 \text{ mm}$ und Länge $l = 4,2 \text{ mm}$. Die ausgeführten experimentalen Untersuchungen der Resonanz-eigenschaften der Resonatoren von beliebiger Form mit verschiedenem Volumen und verschiedener Zahl der Mündungsöffnungen haben die Berechtigung der Theorie völlig bestätigt. Es zeigte sich, dass man mit der zu praktischen Zwecken hinreichenden Genauigkeit eine Mündungsöffnung in Form eines Röhrchens durch n äquivalente Mündungsöffnungen von demselben Durchmesser aber n -mal grösserer Länge ersetzen kann, ohne die Resonanz-eigenschaften des Resonators zu ändern. Es zeigte sich weiter, dass der Gütefaktor Q eines Resonators mit n Mündungsöffnungen in erster Annäherung zur Wurzel vierten Grades aus der Zahl der Mündungsöffnungen n , oder zur Quadratwurzel aus der Eigenfrequenz des Resonators f_0 proportional ist, wenn man sie mit der Zahl der Öffnungen ändert. Die nachstehende Formel

$$Q_n = Q_{n=1}(n)^{\frac{1}{4}} \quad \text{oder} \quad Q_n \approx Q_{n=1}(f_0)^{\frac{1}{2}} \quad (3a, b)$$

hat einen allgemeinen Charakter und kann beim Entwurf von akustischen Resonatoren mit vorausgesetztem Gütefaktor Q oder mit variablen Resonanz-eigenschaften benutzt werden.

Die von uns entworfene Höhle des künstlichen Ohres mit Öffnungen, welche die Kopplungsundichtigkeit des Fernhörers mit dem menschlichen Ohr symbolisieren, steht im Widerspruch mit den heutigen Tendenzen hinsichtlich der Verwendung von dicht geschlossenen Höhlen, deren typische

Repräsentanten die künstlichen Ohren laut amerikanischen Normen Z. 24.9—1949 beziehungsweise laut CCIF Empfehlungen sind. Es steht fest, dass eine geschlossene Höhle, welche keine Resonanz-eigenschaften besitzt, die Frequenzcharakteristik des Kopfhörers im Bereich der tiefen und mittleren Frequenzen idealisiert. Da aber das Hauptziel der objektiven Untersuchungen der Kopfhörer die Erkennung ihrer Eigenschaften beim normalen Gebrauch ist, d. h. also der Eigenschaften, die mit subjektiven Methoden festgestellt werden könnten, halten wir die Anwendung von Resonanzhöhlen mit Öffnungen — wenigstens bei Prüfung der Modell- und Eichhörer — für unentbehrlich. Es scheint, dass die Anwendung von dicht geschlossenen Höhlen nur für Vergleichsprüfungen von Kopfhörern eines bestimmten Typs, wie zum Beispiel bei der Produktionskontrolle, begrenzt werden soll.

Weil man in der Literatur keine zuverlässigen Daten bezüglich der Eingangsimpedanz des menschlichen Ohres oberhalb 3 kHz finden kann, war es erforderlich, ein anderes Verfahren beim Entwurf der Ersatzschaltung im Bereich der hohen Frequenzen anzunehmen. Als Bezugssystem wurde das vereinfachte anatomische Modell des menschlichen Ohres angenommen (Bild 1). Auf Grund der allgemeinen Theorie der akustischen Vierpole mit kontinuierlich auseinandergesetzten Konstanten wurden Vierpolgleichungen für Röhren mit den dem Modell entsprechenden Dimensionen (Bild 2) in wohlbekannter Form einer Kettenmatrix ausgeführt :

$$\begin{bmatrix} \hat{P}_1 \\ \hat{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \hat{\gamma} l & \hat{Z}_f \sinh \hat{\gamma} l \\ \frac{\sinh \hat{\gamma} l}{\hat{Z}_f} & \cosh \hat{\gamma} l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{P}_2 \\ \hat{V}_2 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Die komplexe Grösse $\hat{\gamma} = a + j\beta$ bezeichnet das Wellenübertragungsmaß, dessen reeller Teil a der Dämpfungsfaktor der Röhre ist und aus zwei Teilsfaktoren a_1 und a_2 besteht :

$$a = a_1 + a_2. \quad (5)$$

Der Teildämpfungsfaktor a_1 , welcher die Energieverluste in der unmittelbaren Nähe der Rohrwände (d. h. Reibung und Wärmeaustausch) berücksichtigt, kann in erster Annäherung laut der Formel nach KINSLER und FREY [3] ausgedrückt werden :

$$a_1 = \frac{R_s}{2 \varrho_0 C} = \frac{\sqrt{2 \mu' \varrho_0 \omega}}{2 \varrho_0 c r} = \frac{1}{c r} \sqrt{\frac{\mu' \omega}{2 \varrho_0}}, \quad (6)$$

wo :

- c — die Schallgeschwindigkeit in der Luft,
- r — den Kreisradius der Röhre,

ω — die Kreisfrequenz,

ρ_0 — die statische Dichte der Luft,

und $\mu' = 2,14 \mu = 3,94 \cdot 10^{-4} [\text{g s}^{-1} \text{cm}^{-1}]$ — den korrigierten Viskositätskoeffizient der Luft bezeichnen.

In dem betrachteten Frequenzbereich und bei den vorausgesetzten Rohrdimensionen erreicht der Teilsdämpfungsfaktor a_1 maximale Werte

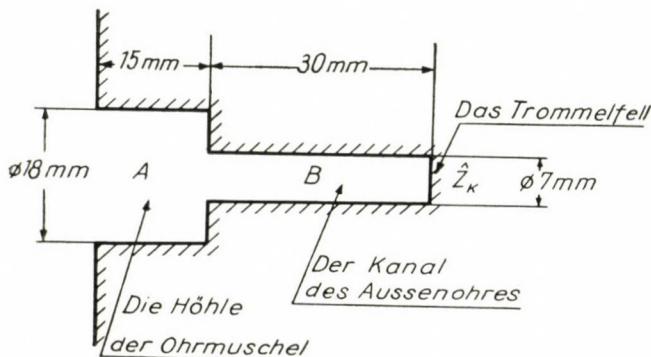


Bild 1. Das vereinfachte anatomische Modell des Außenohres

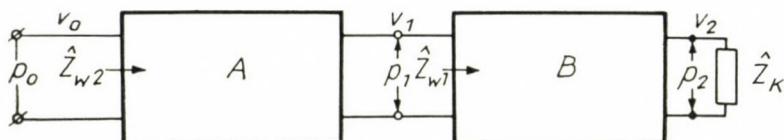


Bild 2. Die elektrische Ersatzschaltung des vereinfachten Modells des Außenohres nach Bild 1

von ungefähr 0,05 dB/cm und kann vernachlässigt werden. Dasselbe betrifft den Teilsdämpfungsfaktor a_2 , welcher die durch intermolekulare Reibung- und Wärmeaustauscheffekte im Medium selbst verursachte Energieverluste berücksichtigt und nach den Messungen nach SIVIAN [4] im Frequenzbereich bis 20 kHz für Luft den maximalen Wert von 0,1 dB/cm nicht übersteigt.

Man kann also die akustischen Vierpole als verlustlos betrachten und ihre Eingangsimpedanz aus der vereinfachten Formel

$$\hat{Z}_w = \hat{Z}_f \frac{\hat{Z}_k + j \hat{Z}_f \operatorname{tg} \beta l}{\hat{Z}_f + j \hat{Z}_k \operatorname{tg} \beta l} \quad (7)$$

bestimmen. Die Grösse Z_f bezeichnet hier den Wellenwiderstand des Rohres und $\beta = \frac{2\pi}{\mu}$ ist der Wellenlängekoeffizient.

Als Belastungsimpedanz \hat{Z}_k wurde die akustische Impedanz des Trommelfells des natürlichen Ohres nach den Messungen von TRÖGER [5] angenommen. Diese Impedanz wurde in der Ersatzschaltung mit der Impedanz der Membrane des Kondensatormikrofons ersetzt, das die Abschlussimpedanz der Höhle des künstlichen Ohres darstellt.

Die ausgeführten Berechnungen bewiesen, dass das anatomische Modell des natürlichen Ohres mit genügender Genauigkeit für praktische Zwecke von nur einer Wellenleitung mit dem Kreisdurchmesser $D = 2,52$ cm und Länge $L = 1,20$ cm ersetzt werden kann. Diesen Dimensionen entspricht

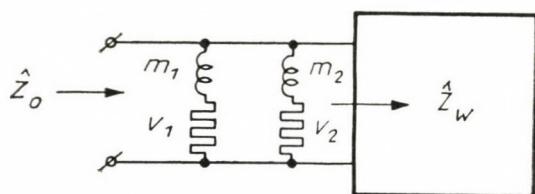


Bild 3. Universelle elektrische Ersatzschaltung der Höhle des künstlichen Ohres

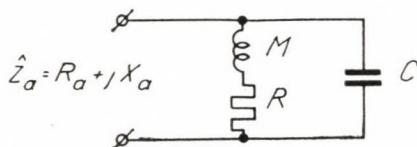


Bild 4. Die elektrische Ersatzschaltung der Höhle im Bereich der tiefen Frequenzen



Bild 5. Die elektrische Ersatzschaltung der Höhle im Bereich der hohen Frequenzen

das mit vorher eingeführten Voraussetzungen übereinstimmende Gesamtvolume $V = 6 \text{ cm}^3$.

Das Ersatzschema des künstlichen Ohres hat die Form laut Bild 3. \hat{Z}_w stellt hier die Eingangsimpedanz der Wellenleitung dar, welche mit der Impedanz der Membrane des Kondensatormikrofons abgeschlossen ist. Die Symbole m_1 , m_2 und r_1 , r_2 entsprechen der akustischen Masse und dem akustischen Verlustwiderstand der Mündungsöffnungen. Im Bereich der tiefen und mittleren Frequenzen vereinfacht sich diese Schaltung in die Form laut Bild 4, wo C der Nachgiebigkeit der Höhle mit dem Volumen $V = 6 \text{ cm}^3$ entspricht. Im Bereich der hohen Frequenzen dagegen nimmt die Schaltung die Form laut Bild 5 an, weil die Mündungsöffnungen keine Rolle mehr spielen.

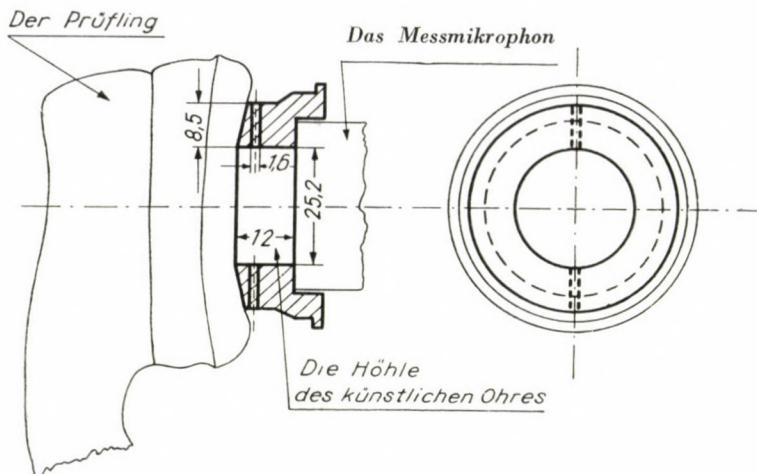


Bild 6. Die Konstruktion der Höhle des künstlichen Ohres

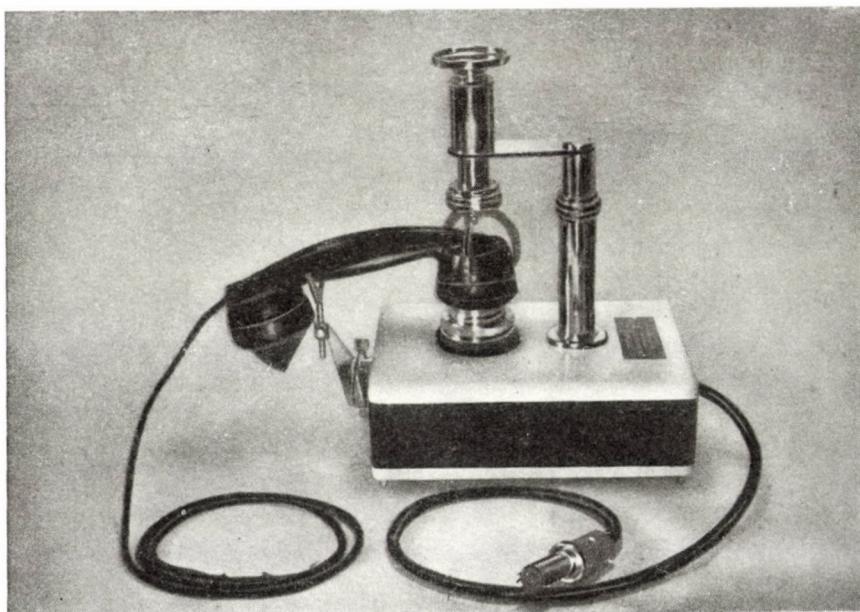


Bild 7. Das erste Modell des künstlichen Ohres

Auf diese Weise hat sich das Problem der Abbildung der Eingangs-
impedanz des menschlichen Ohres mit Hilfe einer einfachen Ersatzschaltung
im weiten Bereich der akustischen Frequenzen als ganz reell erwiesen. Das
war der Anlass zur Bearbeitung des inländischen Prototyps des künstlichen

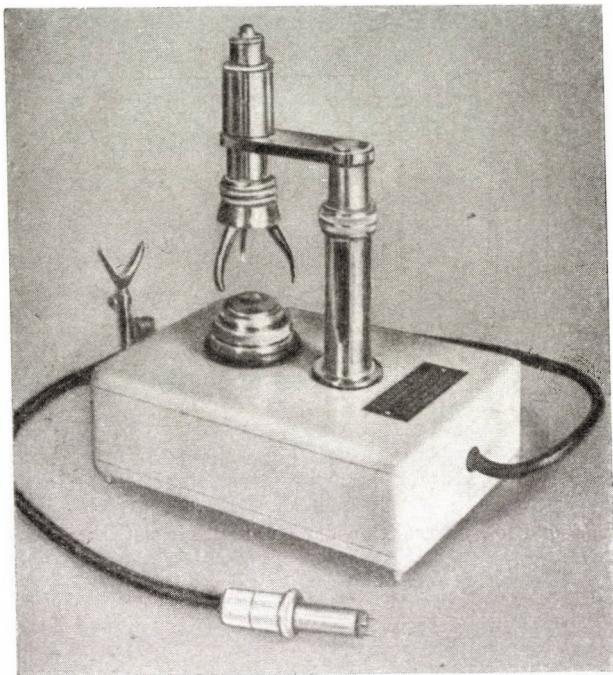


Bild 8. Das neue Modell des künstlichen Ohres

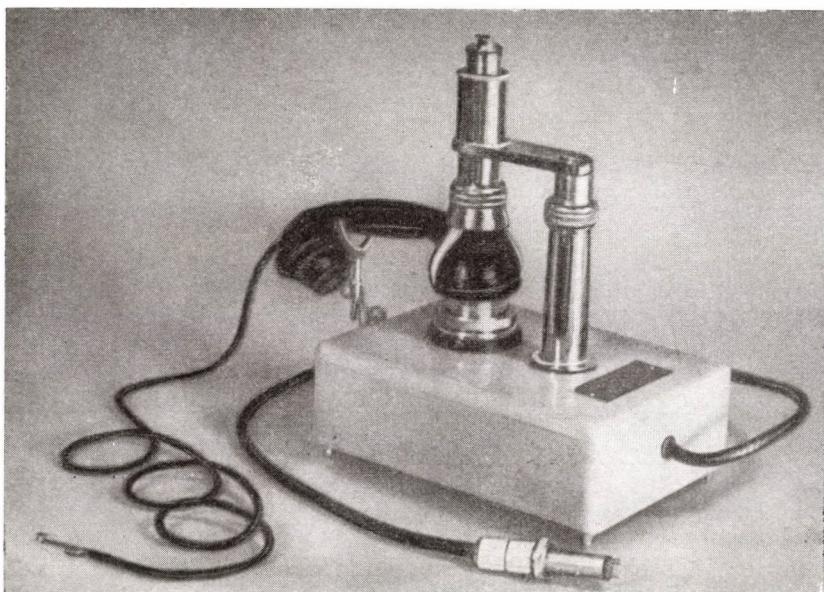


Bild 9. Die Kopplungsart des geprüften Telephonhörers mit der Höhle des künstlichen Ohres während der Messung

Ohres, welches sowohl in den Laboratorien bei Eichhörerprüfung als auch in der Industrie bei der Produktionskontrolle Anwendung gefunden hat.

Bild 6 zeigt die Konstruktion und die Dimensionen der mit dem Telefonhörer gekoppelten Höhle des künstlichen Ohres. Die Aufnahmen veranschaulichen die Außenansicht der Apparatur und die Kopplungsart des geprüften Telefonhörers mit der Höhle während der Messungen.

Der angewandte Andruck des Hörers an die Oberfläche der Höhle beträgt 500 bis 1000 g.

SCHRIFTTUM

1. INGLIS, A. W., GRAY, C. G. H., JENKINS, R. T.: A voice and ear for telephone measurements. B. S. T. J., B. 11, 1932.
2. BARDUCCI, I.: Ricerche sperimentali sull'orecchio artificiale. Alta Frequenza, B. 16, Nr. 3—4, 1947.
3. KINSLER, L. E., FREY, A. R.: Fundamentals of acoustics. J. Wiley, 1953.
4. SIVIAN, L. J.: High frequency absorption in air and other gases. J. A. S. A., B. 19, 1947.
5. TRÖGER, J.: Die Schallaufnahme durch das äussere Ohr. Phys. Zeitschrift B. 31, 1930.

ZUSAMMENFASSUNG

Die Impedanz des durchschnittlichen menschlichen Ohrs kann durch eine einfache Ersatzschaltung nachgebildet werden. Die bisherigen Methoden beruhen größtenteils auf einer Nachprüfung der günstigsten Lösung mittels sukzessiver Versuche und Näherungen. Die akustischen Parameter der hier mitgeteilten Ersatzschaltung wurden unter vollständiger Ausschaltung des Zufalls analytisch bestimmt.

Im Bereich der kleinen Frequenzen, wo die Maße der Ohrenhöhlen kleiner sind als die Wellenlänge, haben wir uns auf die Ergebnisse der Messungen von Inglis, Gray und Jenkins gestützt. Die Parameter der akustischen Anordnung haben wir mit zusammengesetzten Konstanten gerechnet, deren Eingangsimpedanzeigenschaften die gleichen sind wie die entsprechenden Eingangsimpedanzeigenschaften eines mit dem Kopfhörer nicht eng gekoppelten durchschnittlichen menschlichen Ohrs. Diese Bedingung erfordert die Verwendung eines Helmholtzschen Resonators. Im Bereich der hohen Frequenzen stellen wir die Ersatzschaltung in Form einer Reihenschaltung von zwei akustischen Wellenleitern dar. In diesem Bereich ist die Größe und die Gestalt des Kunstohrs ähnlich dem anatomischen Modell des natürlichen Ohrs.

Auf diese Weise erweist sich die Abbildung der Eingangsimpedanz des menschlichen Ohrs durch eine Ersatzschaltung als real, sowohl im Bereich der niedrigen als auch der hohen Frequenzen.

POSSIBILITIES OF IMITATING THE ACOUSTIC IMPEDANCE OF THE HUMAN EAR BY AN EQUIVALENT CIRCUIT

J. KACROWSKI, WARSAW

SUMMARY

The impedance of the average human ear can be imitated by a simple equivalent circuit. The methods known hitherto mostly were based on ultimate examination of the best solution by successive trials and approximations. The acoustic parameters of the equivalent circuit dealt with in the paper have been determined analytically, eliminating completely chance.

In the low frequencies range, where the dimensions of the ear cavities are smaller than wavelength, we have made use of the results of measurements by INGLIS, GRAY and JENKINS. We have computed the parameters of the acoustic circuit with composite constants, the input impedance qualities of which are the same as those of a human ear not closely coupled to earphones. This condition needs use of a Helmholtz resonator. In the high frequency range, the equivalent circuit is represented by two closely coupled acoustic wave guides. In this range, the form and the dimensions of the artificial ear closely resemble the anatomic model of the natural ear.

In this way, representation of the input impedance of the human ear by a simple equivalent circuit has proved to be a realistic proposition in the ranges of both low and of high frequencies.

POSSIBILITÉS D'IMITATION DE L'IMPÉDANCE D'ENTRÉE ACOUSTIQUE DE L'OREILLE HUMAINE PAR DES CIRCUITS ÉQUIVALENTS

J. KACPROWSKI, VARSOVIE

RÉSUMÉ

L'impédance de l'oreille humaine moyenne peut être imitée par un circuit équivalent simple. Les procédés connus jusqu'ici étaient basés dans la plupart des cas sur l'examen ultérieur de la meilleure solution par essais et approximations successifs. Les paramètres acoustiques du circuit équivalent communiqué ici ont été déterminés analytiquement, en éliminant complètement le hasard. Dans le domaine des fréquences basses, où les dimensions des cavités de l'oreille sont plus petites que la longueur d'ondes, nous nous sommes basés sur les résultats des mesures de INGLIS, GRAY et JENKINS. Nous avons calculé les paramètres du dispositif acoustique avec des constantes combinées, dont les caractéristiques d'impédance d'entrée sont les mêmes que les caractéristiques respectives d'une oreille humaine moyenne non couplée étroitement à un casque écouteur. Cette condition nécessite l'emploi d'un résonateur de Helmholtz. Dans le domaine des fréquences élevées, nous représentons le circuit équivalent par un couplage en série de deux guides d'ondes acoustiques. Dans ce domaine, l'oreille acoustique ressemble en grandeur et en forme au modèle anatomique de l'oreille naturelle.

De cette façon, la représentation de l'impédance d'entrée de l'oreille humaine par un circuit équivalent simple est une possibilité réelle aussi bien dans le domaine des fréquences élevées que dans celui des fréquences basses.

ВОЗМОЖНОСТИ ИМИТАЦИИ АКУСТИЧЕСКОГО ИМПЕДАНСА ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО УХА ЗАМЕЩАЮЩЕЙ СХЕМОЙ

Й. ҚАЦПРОВСКИЙ (ВАРШАВА)

РЕЗЮМЕ

Импеданс среднего человеческого уха можно имитировать простой замещающей схемой. Применявшиеся до сего времени методы в большинстве случаев основывались на исследовании наиболее подходящего решения при помощи сукцессивных опытов и приближений. Акустические параметры приводимой здесь замещающей схемы определены аналитическим методом при полном устранении случайности.

В диапазоне низких частот, где размеры полостей уха ниже длины, волны автор исходит из данных измерений Инглиша, Грея и Енкинса. Параметры акустической схемы рассчитывались при помощи комбинированных постоянных, свойства импеданса входа которых согласуются с соответствующими свойствами импеданса входа среднего человеческого уха, неплотно прилегающего к наушнику. Это условие требует использования резонатора Гельмгольца. В диапазоне высоких частот схема замещения отображается в форме последовательной связи двух акустических волнопроводов. Искусственное ухо в этом диапазоне является аналогичным анатомической модели как по величине, так и по форме естественного уха.

Таким образом, отображение импеданса входа человеческого уха оказывается реальным при помощи замещающей схемы как в области низких, так и высоких частот.

DIE BERECHNUNG DER ZUGFESTIGKEIT VON PATENTIERTEN UND KALTGEZOGENEN STAHL- DRÄHTEN

L. MANKHER

SALGÓTARJÁNER STAHLWERKE, SALGÓTARJÁN

[Eingegangen am 24. Jänner, 1958]

Die Zugfestigkeit der durch Patentieren und anschliessendes Kaltziehen erzeugten unlegierten Kohlenstoffstahldrähte setzt sich aus zwei Komponenten zusammen. Die eine Komponente besteht aus der bei der Wärmebehandlung durch Patentieren erhaltenen Zugfestigkeit, während die andere Komponente die Zunahme der Zugfestigkeit während des Kaltziehens darstellt.

In dem Aufbau der Technologie der Stahldrahterzeugung spielt die Patentierungsfestigkeit eine wesentliche Rolle, da das spezifische Mass der Erhöhung des Festigkeitswertes während des Kaltziehens durch deren Grösse bestimmt wird. Zur Erzeugung eines Stahldrahtes mit gegebenen Durchmesser und Festigkeitswert müssen die chemische Zusammensetzung des zu verarbeitenden Materials, die Grösse der anzuwendenden Kaltverformung, bei entsprechender Gefügeausbildung der Patentierungsdurchmesser und Patentierungsfestigkeit des Drahtes sowie die Zunahme an Festigkeit während des Ziehens im voraus bestimmt werden.

Die Ermittlung der Patentierungsfestigkeit aus der chemischen Zusammensetzung des unlegierten Stahldrahtes

Die Patentierungsfestigkeit weist eine Abhängigkeit von der chemischen Zusammensetzung des Stoffes, dem Durchmesser des Drahtes und den Bedingungen der Erwärmung und Abkühlung auf. Der grösste Einfluss auf die Patentierungsfestigkeit wird durch die chemische Zusammensetzung des Stoffes, insbesondere durch den Kohlenstoffgehalt ausgeübt. Die Entwicklung einer auf den chemischen Komponenten des Stoffes beruhenden Berechnungsmethode der Patentierungsfestigkeit liegt somit auf der Hand.

Bei einem historischen Rückblick erfahren wir, dass in den Warmwalzwerken bereits in den frühen Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts von H. v.

JÜPTNER [1] die folgende Relation zur Ermittlung der Zugfestigkeit von Walzgütern aufgestellt wurde :

$$\sigma_B = A + \frac{20}{3} C + \frac{20}{7} Si + \frac{10}{7} Mn \text{ t/cm}^2 \quad (1)$$

An Hand der Formel von JÜPTNER wird von F. EISENKOLB [2] die folgende Formel vorgeschlagen :

$$\sigma_B = 25 + 67 C + 14 Mn + 20 Si \text{ kg/mm}^2 \quad (2)$$

In der Formel von JÜPTNER wurde vorausgesetzt, dass zwischen dem Atomgewicht des Elements und dem *f*-Faktor des betreffenden Elements die folgende Beziehung besteht :

$$f = 800/\text{Atomgewicht}$$

Von den Walzwerken in Pein [3] wurde die Formel von JÜPTNER weiterentwickelt und auch der Phosphor mit in die Formel einbezogen :

$$\sigma_B = A + 2/30 C + 2/70 Si + 1/70 Mn + 1/40 P \quad (4)$$

Von H. H. CAMPBELL [4] wurden folgende Formeln vorgeschlagen : für sauren Stahl :

$$\sigma_B = 28 + (0,7 C + 0,7 P + XMn) 100 + R \text{ kg/mm}^2 \quad (5)$$

für basischen Stahl :

$$\sigma_B = 29 + (0.54 C + 0,7 P + YMn) 100 + R \text{ kg/mm} \quad (6)$$

Von H. VOLLMACHER [5] wird die Gottfried Finkesche Formel für normalisierten Zustand mitgeteilt :

$$\sigma_B = 25 + 100 C + 10 (Si - 0,20) + 15 (Mn - 0,60) + 100 (P - 0,020) + D \quad (7)$$

Die Formel von C. F. QUEST und T. S. WASHBURN, die zur Berechnung der Festigkeit von Walzgut dient, lautet folgendermassen :

$$\begin{aligned} \sigma_B = & 26,72 + C (49,22 + 20,65 Mn) + Mn [2,11 + Mn (1,69 + \\ & + 8,25 C)] + 23,90 Si + 70,31 P + K. \end{aligned} \quad (8)$$

Auch die Stahldrahtindustrie suchte nach JÜPTNER nach einer Lösung zur Berechnung der Patentierungsfestigkeit von Stahldrähten. Eine solche Formel lautet folgendermassen :

$$\sigma_{pat} = 25 + 96 C + 21 Mn + 41 Si \text{ kg/mm}^2 \quad (9)$$

Letztere Formel wurde auf der Basis von $f = 1150/\text{Atomgewicht}$ aufgebaut.

Rechnen wir mit den in der Stahldrahtindustrie üblichen Werten für Mn und Si (z. B. Mn = 0,45%, Si = 0,30%), so erhalten wir

$$\sigma_{pat} = 96 C + 47,$$

wobei die grosse Ähnlichkeit mit der in der Stahldrahtindustrie seit langem gebrauchten Faustformel :

$$\sigma_{pat} = 100 C + 50$$

ohne weiteres augenfällig wird.

Zur Ermittlung der Patentierungsfestigkeit von Stahldrähten wurde auf Grund der Kohlenstoff- und Mangangehalte eine Formel von JERRY G. WEISS [6] entwickelt :

$$\sigma_{pat} = C \cdot 950 + 40\,000 (\text{Fe} - \text{konstant}) + Mn - \text{Faktor } lb/\text{sq.inch} \quad (10)$$

Diese Art der Berechnung gibt indessen äusserst niedrige Werte für die Patentierungsfestigkeit.

In der Entwicklung der Formel von T. NISHIOKA [7] wurde zur Ermittlung der Patentierungsfestigkeit ausser der chemischen Zusammensetzung des Materials auch der Einfluss des Drahtdurchmessers, der Patentierungsart und Temperaturverhältnisse mit in Rücksicht gezogen:

$$\begin{aligned} \sigma_{pat} = & [(35 + 66 C_1 K_1) + (90 C_2 + 16 Si + 26 Mn + \\ & + 60 P + 6 Cu + 16 Ni + 16 Cr) K_2] K_d. \end{aligned} \quad (11)$$

Die mit Hilfe der Nishiokaschen Formel berechneten Werte der Patentierungszugfestigkeit stimmen ziemlich gut mit den von uns bekannten und den im weiteren vorgelegten Berechnungswerten überein.

Eine ziemlich verbreitete Tafel zur Bestimmung der Patentierungsfestigkeit in Abhängigkeit von dem Kohlenstoffgehalt und dem Durchmesser wurde von BOGOLJUBSKIJ [17] mitgeteilt. Zwischen den Durchmesserwerten von 8—1,2 mm beträgt die Streuung 25 kg/mm². Ein Mangel der Tafel besteht darin, dass sich bei einem Kohlenstoffgehalt von 0,2% dieselbe Streuung der Festigkeit wie bei einem Kohlenstoffgehalt von 0,8% ergibt.

Verschiedene Patentierungsfestigkeiten wurden in Abb. 1 dargestellt. Von TULENKOV, ZLOTNYIKOV und BOBILEVA[8] wird zur Berechnung der Patentierungsfestigkeit nachstehende Formel verwendet

$$\sigma_{pat} = 42,5 + 104 C + 0,9 (8 - D) \quad (12)$$

Auch bei dieser Formel wird bereits der Einfluss des Durchmessers auf die Patentierungsfestigkeit mit in Rücksicht gezogen. Ein Mangel der Formeln (11) und (12) besteht jedoch darin, dass die Änderung der Patentierungsfestigkeit nach dem Durchmesser mit dem Kohlenstoffgehalt nicht in Beziehung gebracht wird. Die Erfahrung lehrt nämlich, dass die Änderung der Festigkeit nach dem Durchmesser bei höheren Kohlenstoffgehalten höhere, bei niedrigeren Kohlenstoffgehalten niedrigere Werte bei der Patentierung aufweist.

In ungarischer Relation stimmte die nach JÜPTNER aufgestellte Beziehung mit der Praxis nicht überein, da sie bei niedrigen Kohlenstoffgehalten zu hohe Werte für die Patentierungsfestigkeit lieferte. Um dem Kohlenstoffgehalt bei der Patentierung einen grösseren Einfluss zu sichern, wurde die Jüptnersche Formel von uns in der folgenden Weise modifiziert :

$$\sigma_{pat} = 25 + 118 C + 14 Mn + 10 Si \text{ kg/mm}^2 \quad (13)$$

Die Patentierungsfestigkeit wird durch eine geringe Schwankung der Gehalte an Legierungselementen nur in geringem Masse beeinflusst. Die sich daraus ergebende Streuung der Festigkeit ist derart geringfügig dass dadurch die Festigkeit des fertigen Stahldrahtes nicht beeinflusst wird, wenn mit den in der Praxis üblichen Mittelwerten gerechnet wird ($Mn = 0,45\%$, $Si = 0,30\%$).

In diesem Fall lässt sich die Formel auf die folgende Form vereinfachen :

$$\sigma_{pat} = 118 C + 34 \text{ kg/mm}^2 \quad (14)$$

Bei der Erzeugung von Tragseilen und dicken Federstahldrähten, wo zur Erreichung eines homogeneren Patentierungsgefüges höhere Mangan gehalte verwendet werden, ist sinngemäss Formel (13) anzuwenden.

Sowohl Formel (13) wie auch Formel (14) beziehen sich auf einen Patentierungsdurchmesser von 5,5 mm.

Bei dickeren Durchmessern nimmt die Patentierungsfestigkeit ab, bei dünneren nimmt sie zu.

Wenn die aus den Schrifttum bekannten Patentierungsfestigkeiten der verschiedenen Autoren in einem Diagramm dargestellt werden (Abb. 1), so beobachten wir, dass sie zum Grossteil ziemlich beieinander liegen. Die

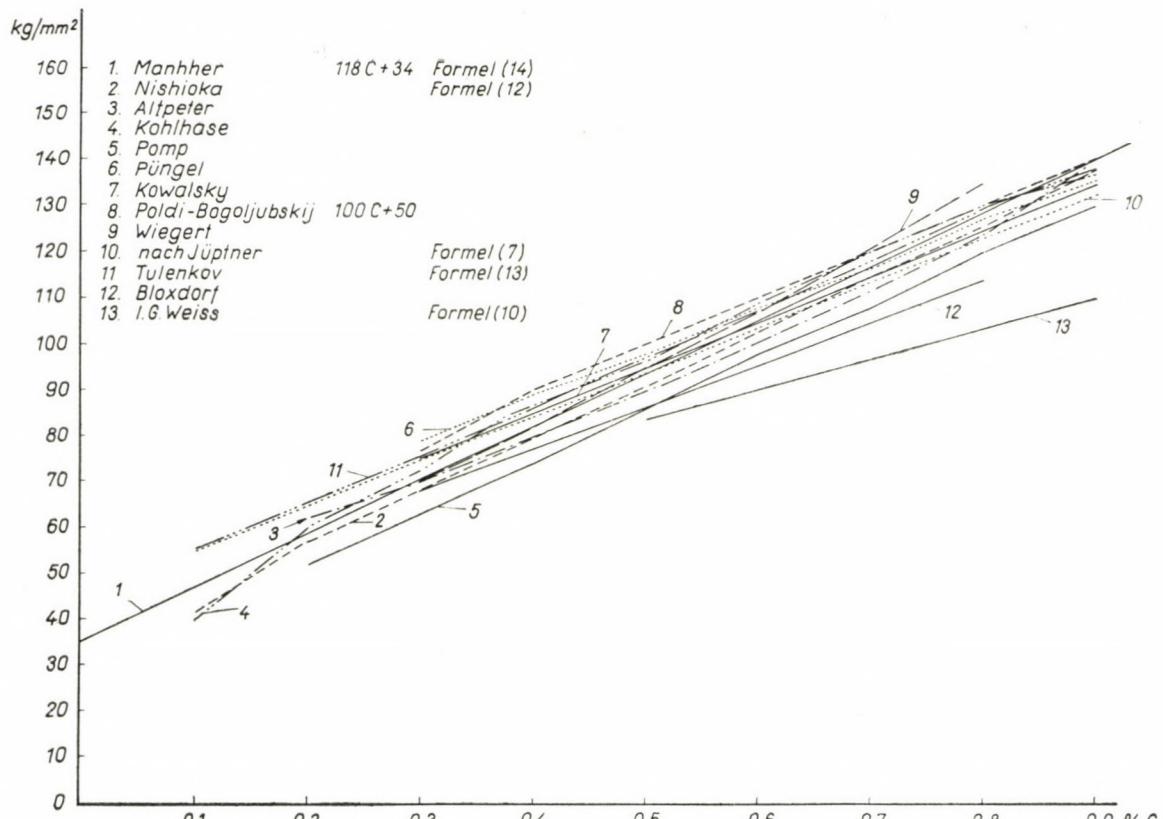


Abb. 1. Bleipatentierungsfestigkeiten (bei 5,5 mm Ø)

Differenz zwischen ihnen besteht meistens in den Neigungswinkeln der Festigkeitsgeraden.

Der minimale Durchmesser der in Blei patentierten Drähte beträgt im allgemeinen etwa 1 mm. Der Durchmesser der noch üblichen dickesten Drähte beträgt etwa 10—11 mm. Die Festigkeitsänderung nach dem Durchmesser weist bei niedrigeren Kohlenstoffgehalten kleinere, bei höheren Kohlenstoffgehalten grössere Werte auf. So erreicht die Festigkeitsänderung bei einem Kohlenstoffgehalt von 0,9% sogar 20 km/mm².

Die Änderung der Patentierungsfestigkeit in Abhängigkeit von dem Durchmesser kann auf Grund des Einflusses des Kohlenstoffgehaltes durch die folgende Beziehung ausgedrückt werden :

Die auf 100% Formänderung $\left(\ln \frac{F_0}{F_n} \right)$ fallende Änderung der Festigkeit :

$$\sigma = 8 \text{ C kg/mm}^2. \quad (15)$$

Auf Grund dieser Beziehung lässt sich die Patentierungsfestigkeit eines Stahldrahtes beliebigen Durchmessers wie folgt berechnen :

$$\sigma_{pat} = 25 + 118 \text{ C} + 14 \text{ Mn} + 10 \text{ Si} + 8 \text{ C} \ln \frac{F 5,5}{F_{pat}} \text{ kg/mm}^2. \quad (16)$$

In vereinfachter Form lautet die Formel :

$$\sigma_{pat} = 34 + 118 \text{ C} + 8 \text{ C} \ln \frac{d^2 5,5}{d_{pat}^2}. \quad (17)$$

Die mit Hilfe der Formel (17) berechneten Festigkeitswerte der Blei-patentierung wurden zwischen 0,15—0,90% C und 1—11 mm Ø in Abb. 2 dargestellt.

Ermittlung der Zunahme an Festigkeit während des Ziehens

Zur Klärung der Frage, in welchem Masse die Festigkeit des patentierten und kaltgezogenen Stahldrahtes während des Ziehens zunimmt, wurden bereits früher Versuche vorgenommen. Es besteht ein gesetzmässiger Zusammenhang zwischen der Zunahme der Festigkeit und der Grösse der Kaltverformung. Ausser der Grösse der Gesamtverformung übt hierauf noch die Querschnittsabnahme je Zug und die Ausgangspatentierungsfestigkeit einen Einfluss aus. Nach JUCHWETZ[9] wird auch durch den metallurgischen Prozess ein zusätzlicher Einfluss auf die Zunahme der Festigkeit bei der Kaltverformung ausgeübt. Die Zunahme der Festigkeit eines beruhigten

Stahls mit niedrigem Kohlenstoffgehalt liegt höher als die eines unberuhigten Stahls.

Die Gesetzmässigkeit der Verfestigung während der Kaltverformung wurde von SEYRICH [10] in einer Hyperbel dargestellt, wobei die Querschnitte

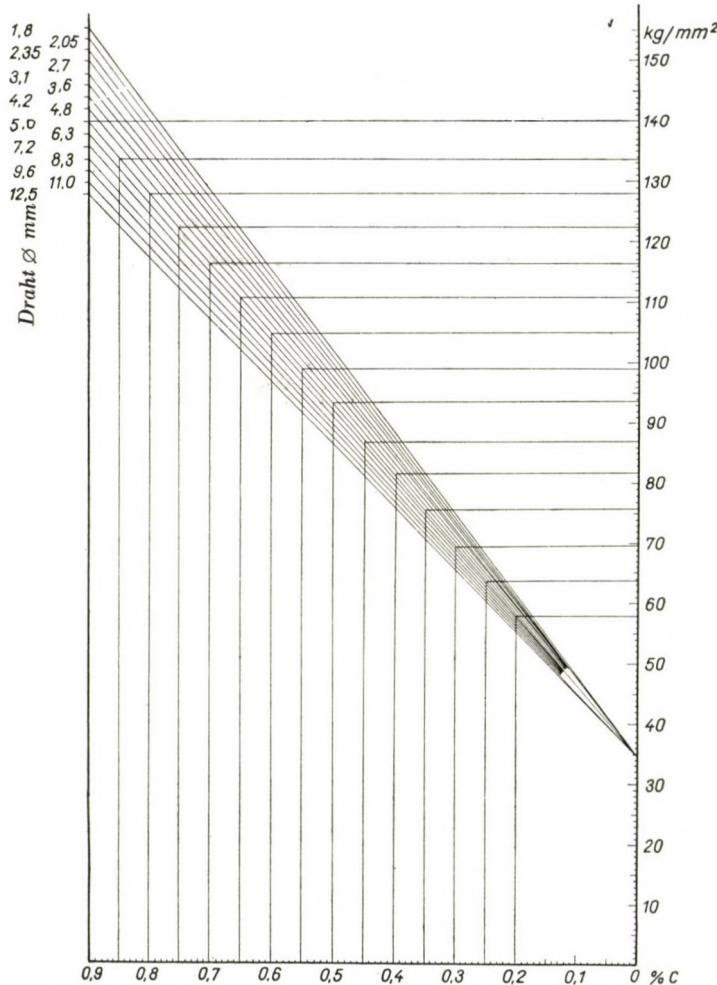


Abb. 2. Bleipatentierungsfestigkeitswerte in Abhängigkeit von dem Kohlenstoffgehalt und dem Drahtdurchmesser. Nach Formel (17)

der Drähte auf der Abszisse, die Richtungstangenten der Zugfestigkeitsgeraden auf der Ordinate aufgetragen wurden. Der Zusammenhang wurde in einem konstanten Wert von

$$f \cdot \operatorname{tg} a = 54,7 \quad (18)$$

gefunden.

Es wurde in den Versuchen von W. PÜNGEL[11] festgestellt, dass auch ein Einfluss des Kohlenstoffgehaltes des Materials auf die Festigkeitszunahme während des Ziehens vorhanden ist.

Nach genanntem Autor weist die Zunahme der Festigkeit während des Ziehens bei höheren Kohlenstoffgehalten höhere, bei niedrigeren Kohlenstoffgehalten niedrigere Werte auf, wobei die gleiche Querschnittsabnahme vorausgesetzt wird.

Die Zunahme der Festigkeit während des Ziehens wurde von K. WIEGERT [12] in Abhängigkeit von der Formänderung $\left(\ln \frac{F_0}{F_n} \right)$ untersucht. Es wurde hierbei folgende Relation gefunden :

$$K_z - K_p = \sigma_h = \ln \frac{F_0}{F_n} : \operatorname{tg} \alpha \quad (19)$$

wobei $\operatorname{tg} \alpha$ die Richtungstangente der Kaltverfestigungsgeraden bedeutet. Die Festigkeitserhöhungsgeraden verlaufen hiernach bei geringen Kohlenstoffgehalten flacher, bei höheren Kohlenstoffgehalten dagegen steiler.

Von F. KOHLHASE[13] wurde ein Rechenschieber konstruiert, mit Hilfe dessen die Kaltverfestigung in Abhängigkeit von der Querschnittsabnahme ermittelt werden kann.

Von JUCHWETZ[14] wird die empirische Formel von N. N. PETROV mitgeteilt, die zur Ermittlung der Festigkeit des nach erfolgter Patentierung kaltgezogenen Stahldrahtes dient :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} + \frac{\sigma_h \left(1,7 + \frac{17}{R} \right) \cdot (1 - \lg \sqrt{100 - R})}{0,135 \sqrt{100 + 1,5 q}} \quad (20)$$

Beträgt die Gesamtquerschnittsabnahme mehr als 50%, so wird vom genannten Autor die folgende Formel vorgeschlagen :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} + \frac{1,9 \sigma_h (1 - \lg \sqrt{100 - R})}{0,135 \sqrt{100 + 1,5 q}} \quad (21)$$

Bei einer Querschnittsabnahme von $q = 30\%$ je Zug nimmt die Formel folgende Gestalt an :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} + 1,9 \sigma_h (1 - \lg \sqrt{100 - R}). \quad (22)$$

Die Formel von K. D. POTYEMKIN lautet :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} + \frac{60 \left(C + \frac{d_p}{40} + 0,01 q_{\text{durchschn.}} \right)}{100 \cdot \lg \sqrt{100 - R} + 0,05 R} \cdot R \quad (23)$$

Die vereinfachte Formel lautet :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} + R \cdot 2 \tan \alpha \quad (24)$$

wobei $\tan \alpha$ die Richtungstangente der geraden Strecken der die Festigkeitszunahme während des Ziehens charakterisierenden Kurven bedeutet. Nach JUCHWETZ sollen diese Formeln als empirisch betrachtet werden. Nach den vereinfachten Formeln sind zuverlässige Ergebnisse lediglich bei einem mittleren Kohlenstoffgehalt (0,5—0,6% C) erhältlich und können nur bis zu einer Querschnittsabnahme von etwa 75% verwendet werden.

Nach der Formel von POTYEMKIN lässt sich der Patentierungsdurchmesser genauer bestimmen.

Die bisher mitgeteilten Formeln ergaben nur an den von den Autoren angenommenen Patentierungsdurchmessern befriedigende Resultate. Dieser Patentierungsdurchmesser bezog sich zum Grossteil auf einen unbekannten mittleren Durchmesser. Berücksichtigt man, dass bei einem Material mit z. B. 0,8% Kohlenstoffgehalt die Patentierungsfestigkeit eines Drahtes von 10 mm Durchmesser 120 kg/mm², diejenige eines Drahtes von 2 mm Durchmesser 141 kg/mm² beträgt, so ergeben sich grosse Abweichungen, wenn die Festigkeitszunahme während des Ziehens mit einer mittleren Patentierungsfestigkeit von etwa 128 kg/mm² berechnet wird.

Es ist richtiger, wenn wir bei der Berechnung der Festigkeitszunahme während des Ziehens an Stelle des Kohlenstoffgehaltes die Patentierungsfestigkeit in Betracht ziehen, da letztere eine Funktion des Kohlenstoffgehaltes und des Durchmessers darstellt, und somit genauere Resultate liefert.

Die Festigkeitszunahme des Stahles während des Kaltziehens wurde von K. J. TULENKOV, M. I. ZLOTNYIKOV und S. F. BOBILEVA [15] in Abhängigkeit von dem Ziehfaktor

$$K_d = \frac{d_p^2 - d_k^2}{d_k^2}$$

untersucht und dabei folgende Relation gefunden :

$$\sigma_{\text{zug}} = \sigma_{\text{pat}} (1 + K_d)^n \quad (25)$$

Wird der Wert von n auf 0,25 abgerundet, so ergibt sich als endgültige Formel für einen Draht mit kreisförmigem Querschnitt :

$$\sigma_{zug} = \sigma_{pat} \sqrt{\frac{d_0}{d_k}} . \quad (26)$$

Für Drähte mit nicht kreisförmigem Querschnitt gilt :

$$\sigma_{zug} = \sigma_{pat} \sqrt[4]{\frac{F_p}{F_k}} . \quad (27)$$

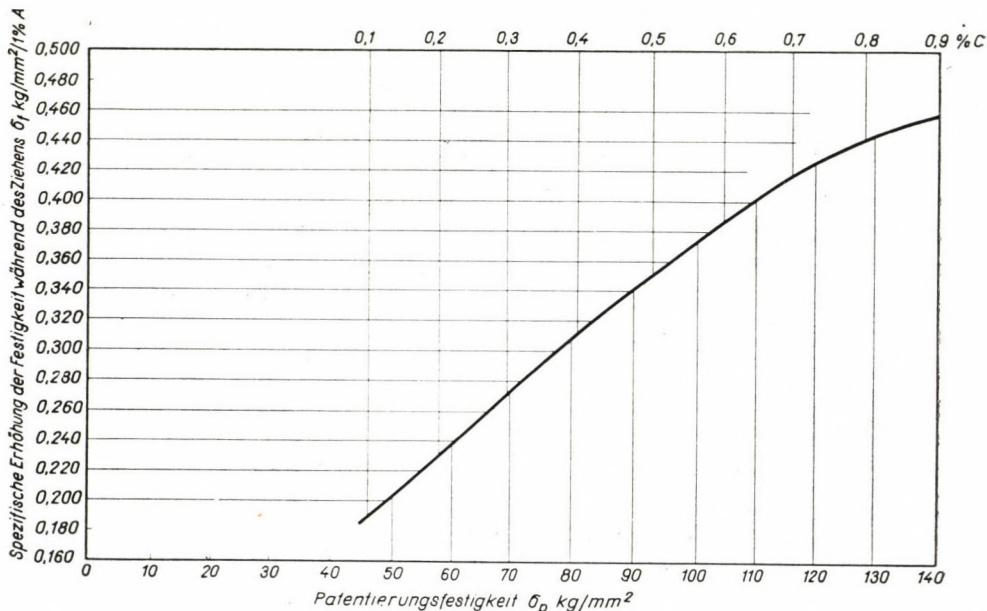


Abb. 3. Spezifische Kaltverfestigung in Abhängigkeit von dem Kohlenstoffgehalt bzw. von der Patentierungsfestigkeit. Die spezifischen Werte sind auf 1% Formänderung (A) bezogen

Wird die Zunahme der Festigkeit während des Ziehens nach der Formel von TULENKOV berechnet, so ergeben sich in ungarischer Relation zu niedrige Werte.

Bei dem von uns entwickelten Berechnungssystem wurde aus der auf die spezifische Formveränderung fallenden Verfestigung ausgegangen. Die Werte der Kaltverfestigung wurden auf mehrere Jahre zurückgreifend bewertet, nach dem Kohlenstoffgehalt sortiert und eine auf Formveränderung von 1 % $\ln \frac{F_p}{F_k}$ umgerechnet.

Die spezifischen Werte der Festigkeitszunahme während des Ziehens, σ_f , wurden in Abhängigkeit von dem Kohlenstoffgehalt bzw. der Patentierungsfestigkeit im beiliegenden Diagramm dargestellt (siehe Abb. 3).

Die Zunahme der Festigkeit während des Kaltziehens wird durch die nachstehende Formel wiedergegeben :

$$\sigma_h = A \cdot \sigma_f = \ln \frac{d_p^2}{d_k^2} \cdot \sigma_f \cdot 100 \quad (28)$$

Die Zugfestigkeit des fertigen Stahldrahtes beträgt :

$$\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h \quad (29)$$

Bei der Stahldrahterzeugung sind der Durchmesser d_k , Zugfestigkeit σ_k , des zu erzeugenden fertigen Stahldrahtes, sowie der Kohlenstoffgehalt des zur Verfügung stehenden Rohmaterials bekannt. Die Aufgabe besteht in der Ermittlung des Patentierungsdurchmessers und damit der Grösse der Kaltverformung und der Patentierungsfestigkeit. Zu diesem Zwecke suchten wir nach einem Zusammenhang zwischen der Patentierungsfestigkeit und der Zunahme der Festigkeit während des Ziehens.

Wir gingen bei unseren Berechnungen aus den nachstehenden beiden empirischen Formeln aus :

$$\text{Formel (17)} : \sigma_p = 34 + 118 C + 8 C \ln \frac{F_{5,5}}{F_p} \text{ und}$$

$$\text{Formel (29)} : \sigma_k = \sigma_p + \ln \frac{F_p}{F_k} \cdot \sigma_f \cdot 100$$

Bei der Lösung der beiden Gleichungen auf d_p erhalten wir :

$$d_p = \sqrt{\frac{200 \sigma_f - 16 C}{\frac{d_k^{200 \cdot \sigma_f}}{d_{5,5}^{16C}} \cdot e^{\sigma_k - 34 - 118 C}}} \quad (30)$$

$$\lg d_p = \frac{1}{200 \sigma_f - 16 C} [200 \sigma_f \cdot \lg d_k - 16 C \cdot \lg d_{5,5} + (\sigma_k - 34 - 118 C) \lg e.] \quad (31)$$

wobei σ_f = spezifische Festigkeitserhöhung bei einer Formänderung von 1%,

d_k = Durchmesser des fertigen Drahtes,

$d_{5,5}$ = Stahldraht mit einem Durchmesser von 5,5 mm,

d_p = Patentierungsdurchmesser des Drahtes,

σ_k = Zugfestigkeit des fertigen Stahldrahtes.

Beim Rücksuchen des Numerus aus $\lg d_p$ wird der Patentierungsdurchmesser in mm erhalten. In Kenntnis des Patentierungsdurchmessers kann auf Grund der Formel (17) die Patentierungsfestigkeit bestimmt werden.

Ein Vorteil der Berechnung mit Hilfe der Formeln (30) bzw. (31) besteht darin, dass unter Berücksichtigung des Kohlenstoffgehaltes, des Enddurchmessers, der Endfestigkeit und der spezifischen Festigkeitszunahme während des Ziehens der effektive Patentierungsdurchmesser erhalten wird. Die Formel

scheint auf den ersten Blick etwas kompliziert zu sein, werden jedoch die einzelnen Faktoren zwischen den bei der Stahldrahterzeugung üblichen Wertgrenzen im voraus berechnet, so kann die Berechnung schnell durchgeführt werden.

Mit Hilfe eines Nomogramms (siehe Abb. 4) können die Patentierungswerte auf graphischem Wege noch schneller ermittelt werden. Die derart ermittelten Werte sind praktisch hinreichend genau. Auf der horizontalen Achse des Nomogramms sind die Formänderung während des Ziehens ($A\% = \ln \frac{F_p}{F_k} \cdot 100$) und Querschnittsabnahme $\left(R \% = \frac{F_p - F_k}{F_p} 100 \right)$ aufgetragen, während die vertikale Achse die Werte der Zugfestigkeit angibt. Die Geraden des Strahlenbündels der Kaltverfestigung geben, zwischen 0,2 und 0,9% Kohlenstoffgehalt, von der vertikalen Achse (Patentierungsfestigkeit) ausgehend die Festigkeitszunahme während des Ziehens in Abhängigkeit von der Grösse der Formänderung an. Die Werte der vertikalen Achse beziehen sich auf einen Patentierungsdurchmesser von 5,5 mm. Die Änderungen der Patentierungsfestigkeit zwischen den Patentierungsdurchmessern von 12,0 und 2,0 mm werden durch die Schnittpunkte der Geraden des Patentierungsdurchmessers-Strahlenbündels mit den Strahlen des Kohlenstoffgehaltes erhalten. In das Nomogramm wurde auch die Kurve des Verhältnisses d_p/d_k eingezeichnet. Zur Bestimmung von d_p lässt sich auf dieser Kurve der zu einer beliebigen Formänderung gehörende Wert von d_p/d_k ablesen.

Die Bestimmung des Patentierungsdurchmessers mit Hilfe des Nomogramms erfolgt folgendermassen :

Von der geforderten Endfestigkeit aus wird eine horizontale Gerade gezogen, und der Schnittpunkt mit dem Strahl des gewählten Kohlenstoffgehaltes bestimmt. Die von dem Schnittpunkt gezogene Vertikale gibt auf der Abszisse die Grösse der Kaltverformung (A) in Prozenten an. Die zur Bestimmung des Patentierungsdurchmessers nötige Verhältniszahl wird durch den Schnittpunkt der Vertikalen mit der d_p/d_k -Kurve bestimmt. Nach Ermittlung von d_p kann nunmehr die effektive Patentierungsfestigkeit, σ_p , bestimmt werden. Durch die Schnittpunkte der Geraden des Patentierungsdurchmessers mit den Strahlen des gewählten Kohlenstoffgehaltes wird eine horizontale Gerade gezogen, die auf der vertikalen Achse die effektive Patentierungsfestigkeit angibt. Von dem Schnittpunkt des von der erhaltenen Patentierungsfestigkeit gezogenen Verfestigungsstrahles mit der horizontalen Geraden der Festigkeit des fertigen Drahtes wird eine Senkrechte auf die horizontale Achse gefällt und die Grösse der richtigen effektiven Kaltverformung bestimmt, wodurch das richtige Verhältnis d_p/d_k und daraus der endgültige Patentierungsdurchmesser erhalten werden. Zur Kontrollberechnung wird aus diesen Werten die Festigkeitszunahme σ_h ermittelt, indem der korrigierte Wert von A% mit σ_f multipliziert wird.

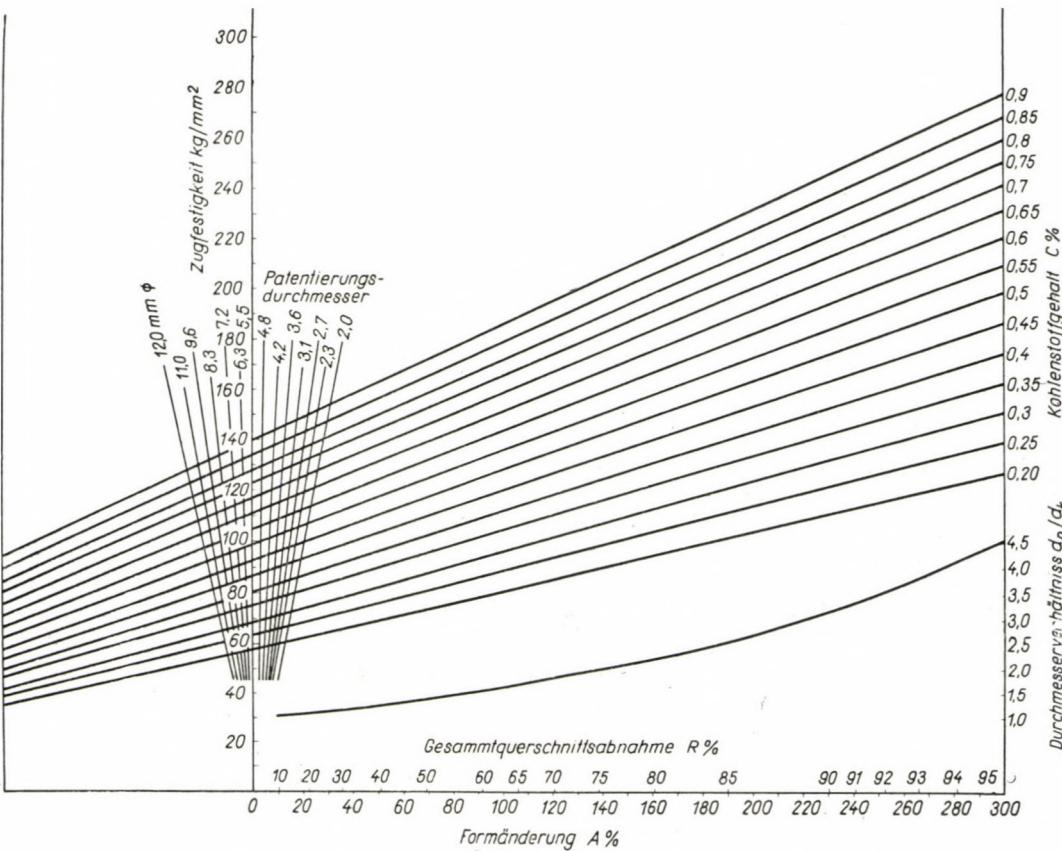


Abb. 4. Nomogramm der Patentierungsfestigkeit und Zunahme der Festigkeit während des Ziehens von Stahldrähten

Die Summe aus σ_p und σ_h muss die geforderte Zugfestigkeit des fertigen Stahldrahtes ergeben. Wir wollen die obigen Erörterungen mit einigen Beispielen illustrieren.

1. Aus einem Stahl mit 0,6% Kohlenstoffgehalt soll ein Stahldraht mit einem Durchmesser von 2 mm und einer Festigkeit von 157 kg/mm² erzeugt werden.

a) Mit Hilfe des Nomogramms: Von $\sigma_k = 157$ der vertikalen Achse wird eine Horizontale gezogen. Vom Schnittpunkte dieser Horizontalen mit der Richtungsgeraden 0,6 C wird eine Senkrechte auf die horizontale Achse gefällt, wodurch die Werte von $A = 135\%$, $d_p/d_k = 1,95$ und daraus $d_p = 3,9$ mm erhalten werden. Da diese Werte aus dem σ_p , der dem Durchmesser von 5,5 mm entspricht, erhalten wurden, muss noch σ_p für den Durchmesser von 3,9 mm bestimmt werden.

Von dem Schnittpunkte der Richtungsgeraden 0,6% C mit dem Patentierungsstrahl 3,9 mm wird eine Horizontale gezogen und auf der vertikalen Achse der Wert von $\sigma_p = 108$ kg/mm² abgelesen. Von dem Schnittpunkt des von diesem Punkt ausgehenden Verfestigungsstrahls mit der Horizontalen 157 kg/mm² wird eine Senkrechte gefällt, und das dem $\sigma_p = 108$ kg/mm² entsprechende Verhältnis $d_p/d_k = 1,90$ und der hieraus berechnete Wert von $d_p = 3,8$ mm erhalten. Die Grösse der diesem Wert entsprechenden Kaltverformung beträgt $A = 125\%$.

Dem Wert $\sigma_p = 108$ kg/mm² entspricht $\sigma_f = 0,397$ kg/mm² spezifische Kaltverfestigung

$$\sigma_h = 125 \cdot 0,397 = 49,5 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h = 108 + 49,5 = 157,5 \text{ kg/mm}^2$$

b) Berechnung mit Hilfe der Formel:

$$\lg d_p = \frac{1}{200 \sigma_f - 16 C} [200 \sigma_f \cdot \lg d_k - 16 C \cdot \lg d_{5,5} + \\ + (\sigma_k = 34 - 118 C) \lg e]$$

$$\lg \cdot d_p = \frac{1}{200 \cdot 0,388 - 16 \cdot 0,6} [200 \cdot 0,388 \cdot 0,3010 - 16 \cdot 0,6 \cdot 0,7404 + \\ + (157 - 34 - 118 \cdot 0,6) 0,4342] = 0,5722$$

$$d_p = 3,73 \text{ mm}$$

$$A = \ln \frac{3,73^2}{2^2} = 124,8\%$$

$$\sigma_h = 124,8 \cdot 0,388 = 48,3 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_p = 108,6 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h = 108,6 + 48,3 = 156,9 \text{ kg/mm}^2$$

2. Es ist aus einem Material mit 0,83% Kohlenstoffgehalt ein Klavierdraht mit einem Durchmesser von 1,0 mm und Zugfestigkeit von 257 kg/mm² zu erzeugen.

a) Mit Hilfe des Nomogramms: Von dem Punkte $\sigma_k = 257$ kg/mm² auf der vertikalen Achse wird eine Horizontale gezogen und bis zur Richtungsgeraden 0,83 C verlängert. In dem Schnittpunkt wird ein Lot errichtet und der Schnittpunkt mit der horizontalen Achse bestimmt: $A = 282\%$; $d_p/d_k = 4,1$ mm. Von dem Schnittpunkt der Richtungsgeraden 0,83 C mit dem Patentierungsstrahl 4,1 mm Ø wird eine Horizontale gezogen und auf der vertikalen Achse abgelesen. $\sigma_p = 136$ kg/mm². Von diesem Punkt wird die Verfestigungsgerade gezogen, und in dem Schnittpunkt dieser mit der Horizontalen 257 kg/mm² ein Lot errichtet, wobei der σ_p 136 kg/mm² entsprechende Wert von $d_p/d_k = 3,85$ mm Ø berechnet werden kann. Der zugehörige Wert der Kaltverformung beträgt $A = 268\%$.

Die dem Wert von 136 kg/mm^2 entsprechende spezifische Kaltverfestigung beträgt

$$\sigma_f = 0,452 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_h = 268 \cdot 0,452 = 121 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h = 136 + 121 = 257 \text{ kg/mm}^2.$$

Mit Hilfe der Formel :

$$\lg d_p = \frac{1}{200 \cdot 0,446 - 16 \cdot 0,83} [200 \cdot 0,446 \cdot \lg 1,0 - 16 \cdot 0,83 \cdot \lg 5,5 + \\ + (257 - 34 - 118 \cdot 0,83) 0,4342]$$

$$\lg d_p = 0,5855 \quad d_p = 3,85 \text{ mm}$$

$$A = \ln \frac{3,85^2}{1^2} = 269 \%$$

kg/mm^2

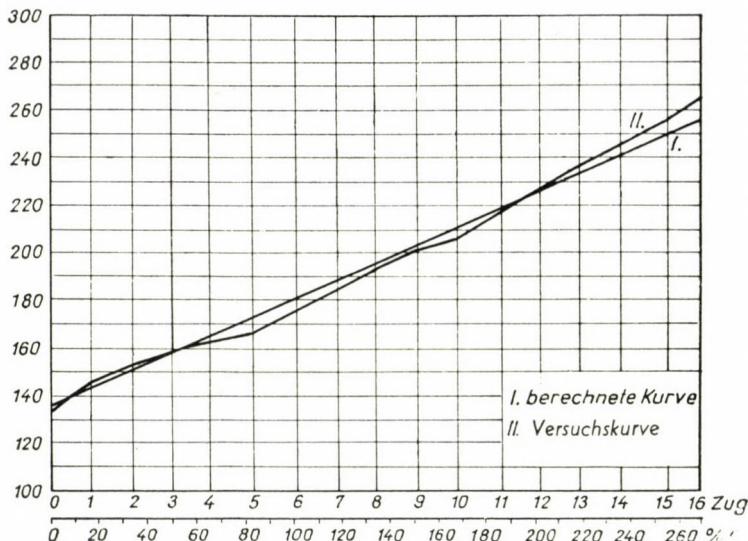


Abb. 5. Zunahme der Zugfestigkeit von patentierten und gezogenen Stahldrähten mit 0,83% C in Abhängigkeit von der Formänderung I. berechnete Kurve, II. Versuchskurve

$$\sigma_h = 269 \cdot 0,446 = 120 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_p = 136,7 \text{ kg/mm}^2,$$

$$\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h = 136,7 + 120 = 256,7 \text{ kg/mm}^2$$

Versuchsfabrikation :

Die Patentierung eines Stahldrahtes mit 0,83% Kohlenstoffgehalt und 3,8 mm Durchmesser ergab $\sigma_p = 133 \text{ kg/mm}^2$. Mit 16 Zügen auf einen Durchmesser von 1,0 mm gezogen mit einem Durchschnittsabnahme je Zug von 15% ergab die Festigkeit des fertigen Drahtes $258 - 266 \text{ kg/mm}^2$.

In Abb. 5 wird die je Zug zunehmende Zugfestigkeit des Versuchsmaterials II. und die Zunahme der berechneten Zugfestigkeit I. während des Ziehens dargestellt.

Der Vorteil der Berechnung mit Hilfe des Nomogramms besteht darin, dass sie eine Korrektion ermöglicht, wobei die Berechnung mit der effektiven Patentierungsfestigkeit entsprechenden spezifischen Verfestigung vorgenommen werden kann.

In Abb. 6. wird die beschriebene Rechnungsmethode in die einzelnen Rechnungsoperationen aufgeteilt. Hieraus können deutlich entnommen werden:

1. die Ermittlung der Grösse der Kaltverformung ($A\%$) und (d_p/d_k)
2. die Ermittlung des Patentierungsdurchmessers d_p
3. die Ermittlung der Patentierungsfestigkeit (σ_p), die Korrektion der Verhältnisses ($A\%$) und (d_p/d_k) der der gewonnenen Patentierungsfestigkeit entsprechenden Kaltverformung
4. die Ermittlung der spezifischen Festigkeitszunahme während des Ziehens σ_f
5. die Ermittlung der Festigkeitszunahme während des Ziehens und schliesslich Kontrolle der Gleichung $\sigma_k = \sigma_p + \sigma_h$

In Abb. 4. werden diese Operationen zusammengefaßt und hierdurch deren Durchführung vereinfacht.

Bei der Berechnung mit Hilfe der Formel besteht hierfür keine Möglichkeit, da in diesem Fall mit der dem Kohlenstoffgehalt entsprechenden spezifischen Kaltverfestigungszunahme gerechnet wird.

Wir wollen nun untersuchen, welchen Unterschied dies bei den vorgelegten Beispielen ausmacht.

Beispiel 1. $A = 125\%$

$$\sigma_f \text{ (bei } 0,6\% \text{ C)} = 0,388 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_h = 125 \cdot 0,388 = 48,5 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_f \text{ (bei } \sigma_p = 108 \text{ kg/mm}^2) = 0,397 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_h = 125 \cdot 0,397 = 49,6 \text{ kg/mm}^2$$

Beispiel 2. $A = 268\%$

$$\sigma_f = \text{(bei } 0,83\% \text{ C)} = 0,446 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_h = 268 \cdot 0,44 = 119,5 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_f = \text{(bei } \sigma_p = 136 \text{ kg/mm}^2) = 0,452 \text{ kg/mm}^2$$

$$\sigma_h = 268 \cdot 0,452 = 121,0 \text{ kg/mm}^2$$

Im ersten Beispiel beträgt der Unterschied in der Zugfestigkeit $1,1 \text{ kg/mm}^2$ ($0,7\%$), im zweiten Beispiel beträgt er $1,5 \text{ kg/mm}^2$ ($0,58\%$). Bei der zugelassenen Toleranz der Festigkeitswerte sind diese Unterschiede so geringfügig, dass sie vernachlässigt werden dürfen. Es bedingt somit keinen Fehler, wenn bei der Formel mit der dem Kohlenstoffgehalt entsprechenden spezifischen Festigkeit gerechnet wird.

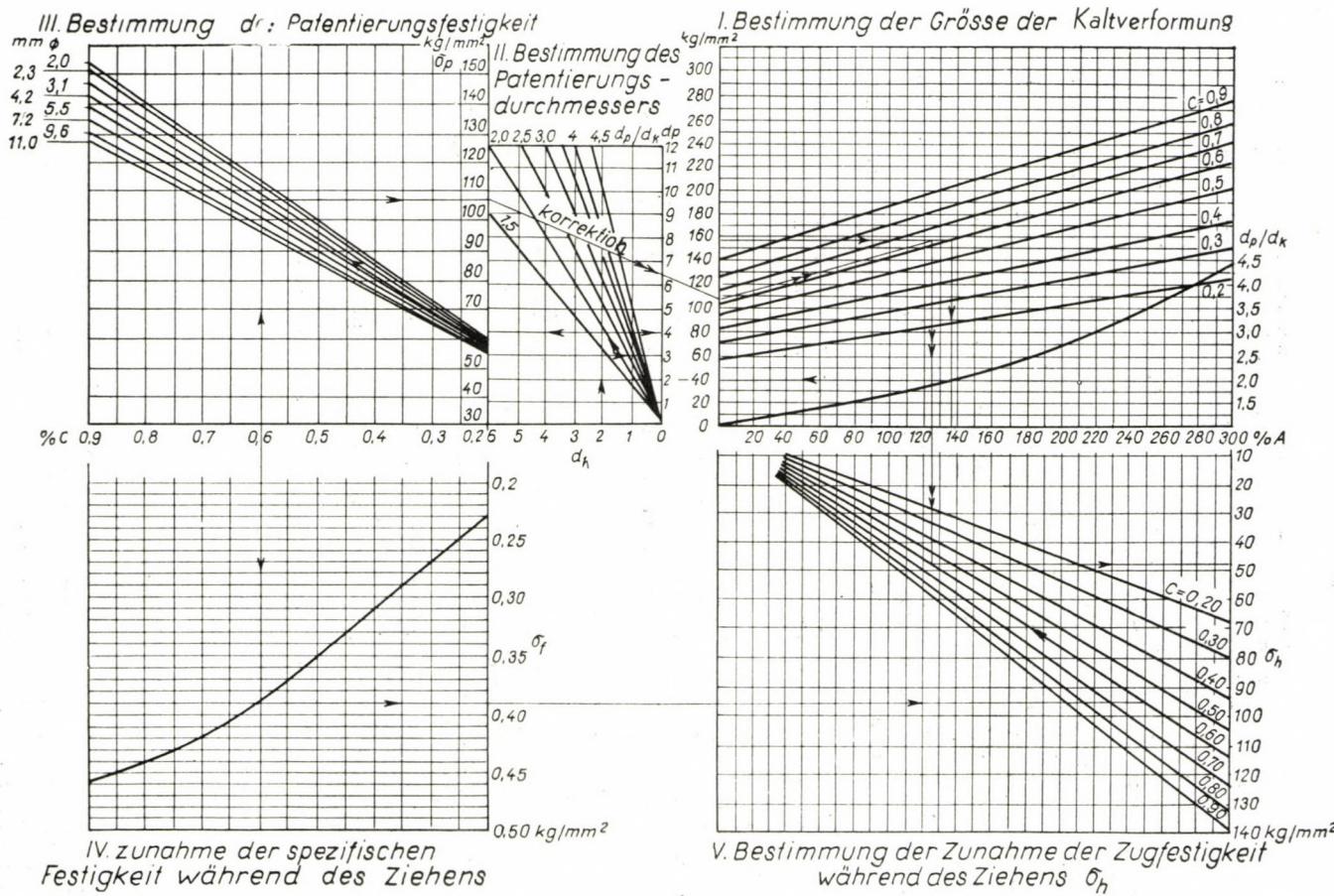


Abb. 6. Nomogramm zur Bestimmung des Fabrikationsganges von patentierten und gezogenen Stahldrähten. Beispiel: Erzeugung eines Stahldrahtes mit einem Durchmesser von 2,0 mm und Zugfestigkeit von 150—160 kg/mm² aus einem Material mit 0,6% Kohlenstoffgehalt. I. Bestimmung der Grösse der Kaltverformung, II. Bestimmung des Patentierungs-durchmessers, III. Bestimmung des Patentierungsfestigkeit, Korrektion: Bestimmung der Patentierungsfestigkeit entsprechend Kaltverformung und Patentierungsdurchmesser, IV. u. V. Bestimmung der spezifischen Zugfestigkeit während des Ziehens

SCHRIFTTUM

1. JÜPTNER, H. v.: Beziehungen zwischen chemischer Zusammensetzung des Stahles und seinen mechanischen Eigenschaften. *Stahl und Eisen*, 1900. S. 939—941.
2. EISENKOLB, F.: Das Tiefziehblech. Leipzig 1951. Akademischer Verlag G. Geest und Portig
3. JÜPTNER, H. v.: siehe unter 1.
4. CAMPBELL, H. H.: Über den Einfluß von Kohlenstoff, Phosphor, Mangan und Schwefel auf die Bruchfestigkeit der Martinstahles. *Stahl und Eisen*, 1905. S. 82—89, 337—342, 402—406.
5. VOLLMACHER, H.: Errechnung der Zugfestigkeit aus der chemischen Zusammensetzung von unlegiertem Stahl. *Stahl und Eisen*, 1940. S. 1116—1117.
6. JERRY G. WEISS: Die Herstellung und Überwachung von hochgekohlten Stahldraht. *Stahl und Eisen*, 1950. Nr. 2. S. 66—67.
7. NISHIOKA, T.: Analytische Methode zur Vorausberechnung der Patentierungsfestigkeit von Stahldrähten. *Draht* 1955. Nr. 6. S. 239—240.
8. К. И. Туленков, М. И. Злотников и С. Ф. Бобылева: Механические свойства стальной наклепанной проволоки. *Сталь* 1956 № 9, 821—825.
9. И. А. Юхвец: Волочильное производство, Часть I. Москва, 1954, Металлургиздат, S. 84.
10. PÜNGEL, W.: Die Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften gezogenen Stahldrahtes von der Naturhärte und Reckbehandlung durch das Ziehen. *Stahl und Eisen*, 1927. S. 172—182.
11. PÜNGEL, W.: siehe unter 10.
12. WIEGERT, K.: Der Aufbau eines Rechenschiebers zur leichten Errechnung der wichtigsten Daten für das Stahldrahtziehen, wie des notwendigen Querschnitts des patentierten Ausgangsmaterials und der Zugzahl. *Draht-Welt*, 1934. Nr. 22. S. 340—341.
13. KOHLHASE, F.: Hand- und Tabellenbuch für die Drahtindustrie. 1950. Emil Griesch Verlag, Hamm (Westf.)
14. И. А. Юхвец: siehe unter 9. S. 84.
15. И. А. Юхвец: siehe unter 9. S. 87.
16. К. И. Туленков, М. И. Злотников и С. Ф. Бобылева: siehe unter 8.
17. В. И. Боголюбский, И. М. Голубев, И. И. Амитин: S. Проболочные канаты. Москва, 1950. Металлургиздат. 156.
18. KOVALSKIJ, O.: Rechnerische Ermittlung der Zugfestigkeit beim Ziehen von Stahldraht, *Draht* 1955. Nr. 8. S. 312—313.
19. POMP, A.: Stahldraht. 1941. Verlag Stahleisen. Düsseldorf. S. 186—188.
20. BLOXDORE, W. R.: Seildraht. *Stahl und Eisen*. 1941. S. 272—274.
21. BLOXDORE, W. R.: Das Erhitzen vom C-Stahldrähten beim Patentieren. *Draht* 1951. Nr. 2. S. 39—40.
22. ALTPETER, H.: Die Herstellung der Flusseisen und Stahldrähte. 1926.

ZUSAMMENFASSUNG

Es wird die Ermittlung der Patentierungsfestigkeit und der Zunahme der Festigkeit während des Ziehens von Stahldrähten durch Berechnung und auf graphischem Wege erörtert. Auf Grund der mitgeteilten Nomogramme und der mit Hilfe der vorgelegten Formeln berechneten Tafeln kann die Technologie der Stahldrahterzeugung ausgearbeitet werden. Mit Rücksicht auf die bei der Stahldrahterzeugung vorkommenden Grundsstoffe, die lokalen Betriebsgegebenheiten und von Einfluß sonstige Faktoren erhebt vorliegende Arbeit keinen Anspruch auf Vollständigkeit, vielmehr verfolgt sie lediglich die Absicht, die Kennwerte der Stahldrahterzeugung genauer als bisher ermitteln zu können.

**DETERMINATION BY CALCULATION OF THE TENSILE STRENGTH OF PATENTED
AND COLD-DRAWN STEEL WIRES**

L. MANKHER

SUMMARY

The tensile strength after patenting and the tensile strength increase during drawing of steel wires is determined by calculation and graphically. This permits to work out the technique of steel wire manufacturing by using the tables which can be computed from the formulae, as well as working out this technique with the aid of the author's nomograms. As a consequence of the multitude of conditions influencing steel wire manufacturing, such as basic material, local operating conditions and others, the paper does not strive at perfection, but solely aims at helping towards a more precise establishment of the characteristics of steel wire manufacturing.

**DÉTERMINATION PAR LE CALCUL DE LA RÉSISTANCE À LA RUPTURE
DES FILS D'ACIER PATENTÉS ET TIRÉS À FROID**

L. MANKHER

RÉSUMÉ

Détermination numérique et graphique de l'accroissement de la résistance à la rupture de fils d'acier patentés, rendant possible la mise au point de la technologie de fabrication des fils d'acier. Pour y arriver, on fait usage d'une part de tables pouvant être établies au moyen des formules examinées, et d'autre part des nomogrammes exposés par l'auteur. En raison de la diversité des matières premières utilisées dans la fabrication du fil d'acier, et à cause des données locales de l'usine et d'autres facteurs pouvant entrer en jeu, l'étude ne vise point à la perfection, et se contente d'offrir une aide pour la détermination plus exacte des caractéristiques intéressant la fabrication de fils d'acier.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫМ ПУТЕМ СОПРОТИВЛЕНИЯ
РАЗРЫВА ПАТЕНТИРОВАННЫХ И ХОЛОДНОТЯНУТЫХ
СТАЛЬНЫХ ПРОВОЛОК**

Л. МАНКЕР

РЕЗЮМЕ

Определение расчетным путем и графическим способом прочности патентирования и роста прочности при протяжке стальных проволок. Этим становится возможным разработать технологию производства стальных проволок, с одной стороны, при помощи таблиц, составляемых с использованием рассмотренных формул, а с другой стороны, при помощи приведенных номограмм. Данная работа не расчитывает на полноту трактовки вопроса вследствие встречающихся в производстве стальных проволок различных исходных материалов и местных производственных условий, а также воздействующих прочих факторов, а ставит лишь своей целью оказать помощь для более точного определения показателей производства стальных проволок.

PHASE TRANSFORMATIONS IN HARDENED STEEL CAUSING DIMENSIONAL CHANGES*

Z. CSEPIGA

CAND. OF ENG. SC.

RESEARCH INSTITUTE OF THE IRON INDUSTRY, BUDAPEST

[Manuscript received February 7, 1958]

1. Introduction

1.1 Practical and theoretical aspects of the problem

The dimensional changes following hardening represent a fundamental problem encountered in the production of ball bearings, measuring instruments and dies since on account of structural reasons it is difficult to achieve at the same time both the necessary surface hardness and dimensional stability over a long period of use. The condition of the first requirement is the hardened state, while dimensional stability depends on the stability of the internal structure, *i. e.* on the equilibrium of the structural constituents of the finished product. The transformation of the metastable phases and structural constituents, going on until equilibrium is reached, involves a change in the specific volume, resulting in a change of the external dimensions of the product.

The steels hardened to obtain a hard, wear resistant surface contain two metastable phases: tetragonal martensite and retained austenite. These constituents transform after hardening by a slow process, causing dimensional change, until the equilibrium is reached. These processes may be accelerated by the transfer of heat and thus it is possible to achieve a stable structure by suitable tempering, at the end of which the metastable constituents are made to disappear. The martensite, ensuring the hard surface would be softened, however, by this process as well. The problem of commercial tempering, not reaching beyond the limit of softening, is by stabilizing only the tetragonal martensite (which will become cubic) and not removing the austenite, since the transformation range of the austenite lays higher than the annealing temperature of martensite. Further transformation of the austenite in the hardened product, tempered at a low temperature in order to protect the wear resistant surface, will therefore cause dimensional changes of the same.

* Abridged version of the author's thesis, submitted for discussion at the Hungarian Academy of Sciences on the 8th May, 1957.

1.2 Scope of the experiments

The experiments had two objectives. Partly, to study the structural changes following the hardening and to establish a relationship between the general theoretical considerations and the external dimensional changes. On the other hand, to find such heat-treatment processes or other methods for the production technology, which will ensure the stability of the structure as the precondition to dimensional stability.

2. Survey of literature

It is known that during hardening the equilibrium transformation process cannot take place in the steels, but following an enforced transformation, martensite will be formed, which is a supersaturated solid solution and will be out of equilibrium. Following this transformation, the structure will not become completely martensitic, but a certain amount of the basic constituent, of the austenite, will be retained unaltered. This retained austenite will be well below its stable heat range, hence — like all super cooled constituents — it will similarly be out of equilibrium. In this way a metastable state will be reached after hardening, characterized by the out of equilibrium state of the two constituents present. The two constituents again are characterized that they are subjected to permanent changes, until they reach their state of equilibrium, which, depending on the available thermal energy, will last for a longer or shorter period. This transformation is known in the literature as the stabilization process of which three stages are known. With the rise of temperature — that is when at first the martensite will decompose at lower temperatures, then between 200° and 300° the austenite will be transformed and finally over 300° till full equilibrium a kind of a pearlite modification will develop through coagulation from the decomposition products, which is generally called a spheroidal, resp. tempered troostite. This tempering process is accompanied by a dimensional change. The decomposition of the martensite will result in contraction, the transformation of austenite in expansion, while the coagulation of the carbides will similarly result in contraction. Several research workers have studied the general consideration of the stabilization processes [7, 8, 9, 10.]. The following equation will give the dimensional changes accompanying the processes (y) in the function of time (i)

$$\log \log \frac{a}{a - y} = b \log i + \frac{k}{2,3}$$

where a , b and k are constants, depending on the composition of the steel.

3. Field measurements

In the Roller-Bearing Works of Debrecen measurements were carried out during 200 days on the outer ring of 48 bearings of type NJ 1308, with the objective of obtaining accurate information on the extent of dimensional changes following the usual heat-treatment. The changes of the ring diameters (ΔD), resp. the most probable values thereof are shown in Fig. 1. Accordingly, after heat-treatment in production shrinkage has been found, which follows in the function of time a curve of nearly exponential character.

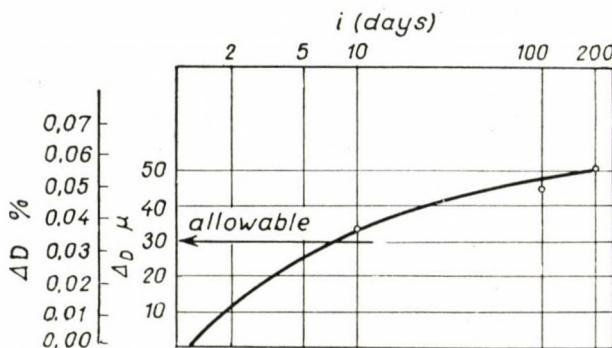


Fig. 1. Most probable dimensional change of bearing rings, in the function of time

In the case of the tested bearing types dimensional expansion allowed for by the Standard specifications amounts to 30μ . It can be stated that with most of the bearings the permitted dimensional expansion is reached within 10 days. Thus, after 10 days, during storage or in use most of the bearing rings will reach an overall expansion not allowed for or leading to break-downs.

4. Method of measurement

The structural changes during tempering, that is the stabilization process has been studied by a differential dilatometer of Chevenard's system, which will draw in the function of temperature, the differential dilatometer curve of a standard specimen and a specimen of unknown thermal expansion. Knowing the physical constants of the instrument, it is then possible to calculate from the curve the unknown thermal expansion curve. It was found necessary to develop a new comparative measuring method for the study of the structural changes, the basic principles of which are as follows :

In the course of continuous heating, the tetragonal martensite and the retained austenite present in hardened steel, will be gradually transformed

into stable modifications. Their transformation will be accompanied by dimensional changes, which are observed in the case of the given dilatometer specimens in the form of measurable length changes. Of course, we observe in the dilatation curve during heating not only the dimensional changes of the transformations to be measured, but the thermal expansion as well. The two processes may be separated in the following way: The hardened specimen is heated in the dilatometer together with a standard specimen of identical composition, not containing, however, any metastable constituents. The standard specimen was made available by heating a specimen of the same composition to 700° C, removing in this way all metastable constituents. Supposing that the thermal expansion of the two specimens of identical composition is the same, only the dimensional changes prompted by the transformation of the constituents will appear in the resultant dilatometer curve of the two specimens. In the case of two steel specimens of identical thermal expansion the dilatometer curve will namely be horizontal, while the deviation from the horizontal will show the differences between the two specimens.

It was necessary to develop this new method of measurement in order to make possible the measurement of the amount of retained austenite after the various selected heat treatments. It was necessary in order to show how far it was possible to obtain by the selected heat treatment the desired goal to find out the extent of transformation of the metastable constituents after heat treatment and their retained amount.

The method includes the solution of the following problem as well: the separation and the independent evaluation of the two phase transformations, jointly appearing in a certain stage of the stabilization process. This will be dealt with in detail in the next paragraph.

5. Determination of the amount of retained austenite

The principle of measurement is based on the following well-known rules. On the effect of heating — that is when tempered — the martensite of the hardened sample will undergo a transformation involving contraction. Supposing that after quenching the specimen is containing martensite, a continuously curve will be obtained in the function of the tempering temperature. Taking into consideration the contraction values with a negative sign, this so-called contraction curve may be reproduced in the fourth field of the co-ordinates. The theoreticel contraction curve of martensite, characteristic of diffusion processes, is plotted in Fig. 2. It is known that after quenching it is not possible to obtain a 100% amount of martensite, hence depending on the conditions of quenching, more or less austenite will be retained in the hardened specimen [4, 16]. In the course of tempering the retained austenite will similarly

undergo transformation in a certain heat-range, which should appear in the dilatometer curve as well. This transformation process will — in contrary to that of the martensite — result in an increase of the length of the specimen. Hence, in case of taking the dilatation curve of a specimen in which in addition

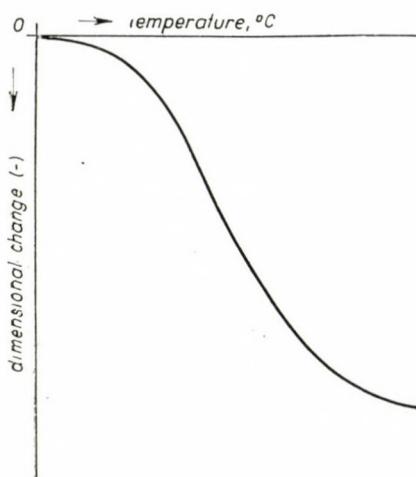


Fig. 2. Theoretical contraction curve of the martensite

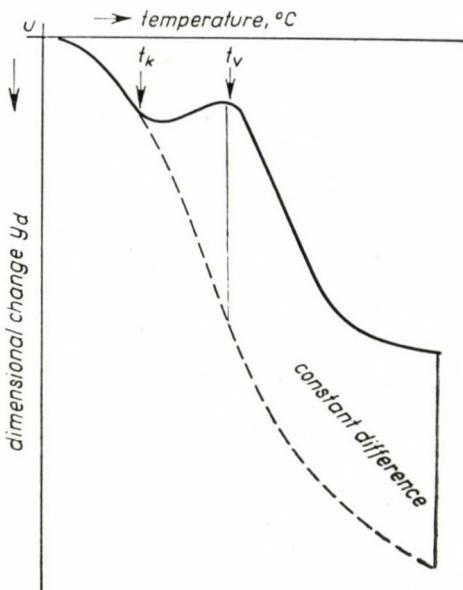


Fig. 3. Theoretical contraction curve of hardened steel with some austenite content and of the martensite

to martensite there is retained austenite present as well, the dilatometer curve will follow the curve of Fig. 3. The curve drawn by a complete line represents the dilatometer curve, while that drawn by a broken line shows the contraction curve of the martensite, present in the specimen. In the case of a given heating rate the transformation of austenite will begin at a temperature t_k , and end at a temperature t_v . It is evident that the martensite transformation, started at a considerably lower temperature, will continue undisturbed after t_k is reached, hence, after t_k the two processes will proceed simultaneously. Thus, if the dimensional change resulting on account of the transformation of 1% austenite is known, the amount of retained austenite after hardening can be determined from the difference of both curves, which becomes constant after t_v is reached.

Consequently, it is necessary to take the dilatometer curve during tempering, to know the contraction curve of the martensite and the numerical

value of the dimensional expansion taking place as a result of the 1% austenite transformation, in order to be able to determine the amount of retained austenite. The first may be determined by a dilatometer while the latter two are unknown.

The following terms were used in order to determine the two unknown factors :

1. The contraction equation of a specimen theoretically containing 100% martensite, thus the unknown equation is

$$y = f(t)$$

where y is in the case of a given heating rate and at any t temperature, the contraction measured in μ .

2. l_A represents the dimensional expansion due to the transformation of 1% austenite.

3. x represents the % austenite content of the specimen after quenching, while $(100 - X)$ the martensite content of the same.

4. y_d represents the ordinate of the dilatometer curve of the hardened specimen in μ , which may be read at any temperature on the dilatometer curve, knowing the magnification.

The magnification dilatometer curve of Fig. 3, drawn by an unbroken line, which has been obtained by taking the dilatometer curve of the hardened steel specimen, containing $x\%$ austenite may be divided into three parts. The first part — since there is contraction — is the initial stage of the martensite transformation, extending from 20°C to $t_k^\circ\text{C}$. The austenite transformation, involving dimensional expansion, will take place between t_k and t_v . In view of the fact that the dimensional expansion of the austenite transformation will superimpose on the continuing contraction of martensite, this second part will show the resultant of two oppositely acting dimensional changes. It should be observed that the contraction curve of the martensite is not known in second part. In the course of the third part, following t_v , the transformation of the total amount of austenite will be followed by dimensional contraction going on until complete stabilization, i. e. it is the process of transformation into pearlite.

The following equation may be written for any $t \geq t_v$ temperature :

$$-\frac{100 - x}{100} y_t + x \cdot l_A = y_d \quad (1)$$

where y_t represents the value of the earlier defined function (a) of the hardened steel containing 100% martensite, at a t temperature.

The equation is expressing that the y_d value, which may be read on the dilatometer curve at any temperature of the third part following the transformation of austenite, is the algebraic sum of two oppositely acting dimensional changes. One of the dimensional changes is the contraction due to the martensite transformation :

$$-\frac{100 - x}{100} y_t$$

while the other is the dimensional expansion due to the austenite transformation

$$x \cdot l_A.$$

The following experimental program has been worked out for the solution of the equation containing the three unknown factors (y_d ; x ; l_A) :

If the dilatometer curve of two specimens hardened in a different way but otherwise of identical composition — each having a different austenite content — is determined, two equations may be derived from the two dilatometer curves for any temperature (after t_v). Furthermore, if the retained austenite content of the same specimens is measured by some other method, f. i. by magnetic austenite determination, then the equation with three unknown factors will be reduced to one with two unknown factors, for the solution of which the two former equations are sufficient.

5.1 Description of the experiments

Ball-bearing steel of the following composition has been selected for the experiments :

C	Si	Mn	S	P	Cr
%					
1,07	0,27	0,35	0,03	0,02	1,49

The specimen was in each case a standard specimen used in the Chevenard dilatometer. Its dimensions were as follows :

$$d = 3,0 \pm 0,1 \text{ mm}; l = 50,00 \pm 0,01 \text{ mm}.$$

In accordance with the technology employed in the works, quenching was carried out from 840° C in oil, then the dilatometer curves of the specimens were taken without tempering. One part of the specimens

was quenched, always under identical conditions in water, the other part in oil of 60°C. One of the dilatometer specimens hardened in oil and one hardened in water were 70 mm long. After quenching the middle part of the specimens was ground to a length of 50 mm for taking the dilatometer curve, while from the cut-off ends 7 mm long specimens, with a diameter of 1,2 mm were prepared, required for the magnetic austenite determination. Simultaneously with and in addition to the above specimens, two 50 mm long dilatometer specimens were hardened as well, so that the dilatometer curve following oil

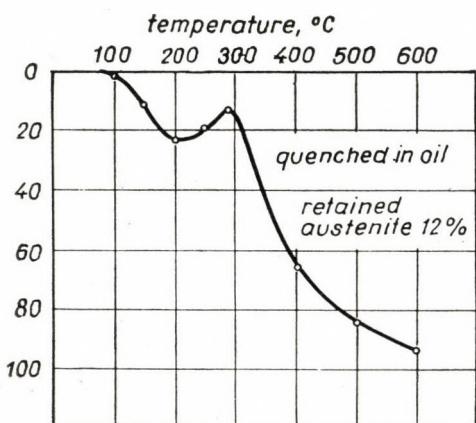


Fig. 4. Dilatometer curve of a specimen quenched in oil

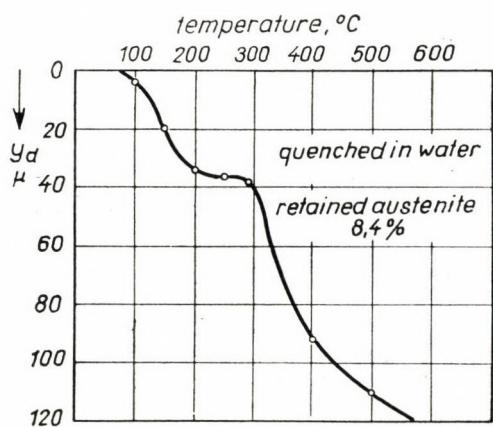


Fig. 5. Dilatometer curve of a specimen quenched in water

and water quenching could be determined from the mean of three measurements.

The mean values of the three dilatometer curves of the specimens hardened in water and oil gave the phase transformation curves appearing in Figures 4 and 5. Fig. 4 refers to the specimens hardened in oil, while Fig. 5 to the specimens hardened in water. The austenite transformation started in both cases at a temperature between 150°C and 200°C and was completed at 290°C.

The amount of the austenite retained specimens was determined by magnetic measurement on the basis of two parallel measurements. Following oil quenching the amount of retained austenite was 12,0%, while after water quenching it was 8,4%. Accordingly, in the specimen quenched in oil the amount of martensite was 88%, while in the specimen quenched in water 91,6%.

The heating of the specimens was carried out in the course of the experiments always with the same heating rate. Prior to the measurements the heating

rate conforming to each switch resistance had to be ascertained. The $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ heating rate appeared to be the most suitable and trials were made to ensure the same. After a number of measurements it was possible to ascertain the method of changing the switch resistances, which ensured the above heating rate.

5.2 Resolving the results of the measurements

Equation 1 has been employed for the evaluation of Fig. 4 and 5, which takes the following form for $t \geq t_v$ temperatures of the dilatometer curves :

$$\begin{aligned} -0,880 \cdot y_t + 12,0 \cdot 1_A &= -{}^y d_0 \\ -0,916 \cdot y_t + 8,4 \cdot 1_A &= -{}^y d_v \end{aligned}$$

where ${}^y d_0$ refers to the specimen hardened in oil, ${}^y d_v$ to that hardened in water.

Resolving the general equations for y_t we get :

$$y_t = \frac{y_0 + 12 \cdot 1_A}{0,880} \quad \text{or} \quad y_t = \frac{y_t + 8,4 \cdot 1_A}{0,916} .$$

The two equations may be made equal and thus from the equation reduced to one unknown factor, the unknown 1_A value may be obtained.

$$1_A = \frac{0,880 \cdot {}^y d_0 - 0,916 {}^y d_v}{3,6} .$$

The 1_A values calculated for at least four temperatures of the third section of the two corresponding dilatometer curves are shown by the following table :

$t^{\circ}\text{C}$	290	400	500	600
$1_A \mu$	6,0	6,0	5,45	6,67

The rounded up mean value of the 1_A values obtained at the four temperatures, equals

$$1_A = 6 \mu$$

which — related to a 50 mm specimen — corresponds to 0,012%. Comparing the value with that of Cohen, who determined for the same case 0,014%, it appears that the two values show a satisfactory agreement [7,8].

Having determined the value of l_A the contraction curve of the specimen containing theoretically 100% martensite, may be determined in the following. Reverting to the equations of y_t we may write that

$$y_t = \frac{^y d_0 + 12 \cdot 6}{0,880} = \frac{^y d_0 + 72}{0,880}$$

or from the other equation

$$y_t = \frac{^y d_v + 8,4 \cdot 6}{0,916} = \frac{^y d_v + 50,4}{0,916}.$$

By using the two equations, the values contained in the following table are obtained for the different temperatures :

t° C	290	400	500	600
$y_t \mu$	96,5	155,5	176	189

The still missing first part of the 100% martensite's contraction curve is calculated from the first part of the already known dilatometer curves. At 100° C the specimen hardened in oil showed a dimensional contraction $^y d_0 = 2 \mu$; while that hardened in water $^y d_v = 5 \mu$.

From the following two equations

$$1,5 = 0,880 \ y_{100}$$

$$4,0 = 0,916 \ y_{100}$$

the mean value of y_{100} is

$$y_{100} = 3,0 \ \mu.$$

Again, from the values measured at 150° of $^y d_0 = 11,0 \ \mu$ and $^y d_v = 20,5 \ \mu$ on the basis of the following two equations

$$11,0 = 0,880 \ y_{150}$$

$$20,5 = 0,916 \ y_{150},$$

the mean value of y_{150} is

$$y_{150} = 17 \text{ } \mu.$$

In this way we may obtain with the help of the points of measurements, a few points of the 100% martensite's contraction curve which will give for a heating rate of 5° C/min in the function of temperature the contraction values during tempering of the theoretically purely martensitic steel, with 1% C and 1,5% Cr content (Fig. 6).

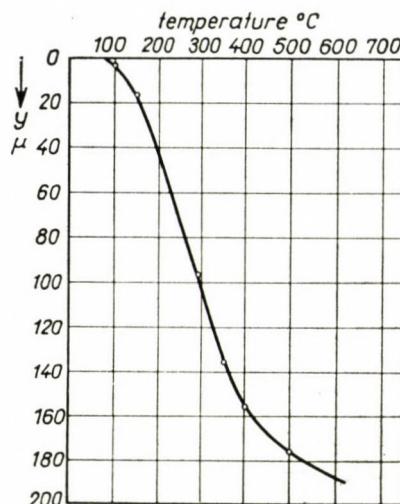


Fig. 6. Contraction curve of a theoretically fully martensitic specimen

In the following the approximate mathematical equation of the experimental martensite's contraction curve may be derived. The approximate equation may be written in the form :

$$y = a e^{-e^{ct}}$$

where a , b , and c , are constants [23].

For the calculation of the constants, the equation of the above S-shaped curve is converted by means of logarithms into a linear one :

$$y = a e^{be^{cx}}$$

$$\ln y = \ln a + b \cdot e^{cx}$$

$$\log (\log y - \log a) = \log (0,4343 \cdot b) + 0,4343 \cdot cx.$$

If we make $\log (\log y - \log a)$ equal to Y , $\log (0,4343 b)$ to B and $0,4343 \cdot c$ to A , the converted linear equation is obtained as follows :

$$Y = Ax + B$$

However, in order to be able to draw this linear curve with the help of the measured points, the $(\log a)$ value must be known, which may be calculated in the following manner on the basis of the three points of the curve.

Supposing that the co-ordinates of the three experimental points are x_1, y_1 ; x_2, y_2 ; and x_3, y_3 , the following three equations may be written for the same :

1. $\log (\log y_1 - \log a) = \log (0,4343b) + 0,4343 cx_1$
2. $\log (\log y_2 - \log a) = \log (0,4343b) + 0,4343 cx_2$
3. $\log (\log y_3 - \log a) = \log (0,4343b) + 0,4343 cx_3$

Substracting the first equation from the second and the second from the third, the following is obtained :

$$(2 - 1) \log \frac{\log y_2 - \log a}{\log y_1 - \log a} = 0,4343 c (x_2 - x_1)$$

$$(3 - 2) \log \frac{\log y_3 - \log a}{\log y_2 - \log a} = 0,4343 c (x_3 - x_2).$$

Dividing the two equations with each other :

$$\frac{\log \frac{\log y_3 - \log a}{\log y_2 - \log a}}{\log \frac{\log y_2 - \log a}{\log y_1 - \log a}} = \frac{x_3 - x_2}{x_2 - x_1}.$$

Supposing that the following relation exists between x_1, x_2 , and x_3

$$x_2 = \frac{1}{2} (x_1 + x_3)$$

then the value of the right-hand side ratio is equal to one, hence

$$\log \frac{\log y_3 - \log a}{\log y_2 - \log a} = \frac{\log y_2 - \log a}{\log y_1 - \log a}$$

and after eliminating the log sign through raising to power and effecting the multiplications, the following is obtained :

$$\log a = \frac{\log y_1 \cdot \log y_3 - \log^2 y_2}{\log y_1 + \log y_3 - 2 \log y_2} .$$

Since y_1 and y_2 , further from y_3 the value of log are greater than the y -s and thus value of a ($\log y - \log a$) would be negative, the original equation is multiplied by (-1)

$$\begin{aligned}\log y - \log a &= 0,4343 b e^{cx} (-1) \\ \log a - \log y &= -0,4343 b e^{cx} \\ \log (\log a - \log y) &= \log (-0,4343 b) + 0,4343 c x\end{aligned}$$

The new variables appearing in the linear equation will be therefore the followings :

$$\begin{aligned}Y &= \log (\log a - \log y) \\ A &= 0,4343 c \\ B &= \log (-0,4343 b)\end{aligned}$$

For the determination of the approximate function of the experimental curve, three such points possibly far from each other are selected, which will satisfy the already known relation of

$$x_2 = \frac{1}{2} (x_1 + x_3) .$$

The co-ordinates of the three experimental points are the following :

$$\begin{array}{lll}x_1 = 100^\circ \text{ C} & x_2 = 350^\circ \text{ C} & x_3 = 600^\circ \text{ C} \\ y_1 = 3 \mu & y_2 = 136 \mu & y_3 = 189 \mu\end{array}$$

The calculation of $\log a$

$$\begin{aligned}\log y_1 &= \log 3 = 0,4771 \\ \log y_2 &= \log 136 = 2,1335 \\ \log y_3 &= \log 189 = 2,2765\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log a &= \frac{\log y_1 \cdot \log y_3 - \log^2 y_2}{\log y_1 + \log y_3 - 2 \log y_2} = \frac{1,0861 - 4,5518}{2,7536 - 4,2670} \\ \log a &= 2,2901 .\end{aligned}$$

The straight line drawn across the three experimental points are :

- at 100°C $\log(\log a - \log y) = -0,2584$
- at 350°C $\log(\log a - \log y) = -0,8052$
- at 600°C $\log(\log a - \log y) = -1,8665$

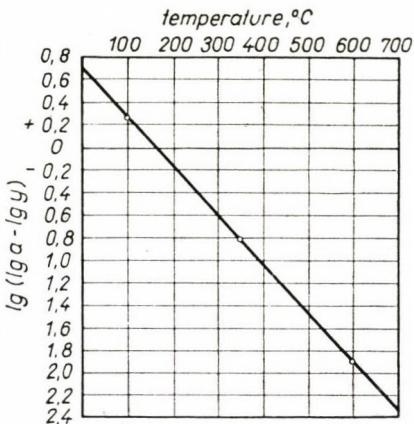


Fig. 7. Approximate function of the contraction curve of the martensite

Fig. 7 shows the straight line drawn through the above three points.

5.3 Calculation of the approximate equation

On the basis of the straight line of Fig. 7 (in double magnification) the $\log(\log a - \log y)$ values corresponding to the different temperatures may be determined, from which it is possible to calculate the values of the approximate equation.

The values obtained on the basis of this calculation are summarized in the following table :

$t^{\circ}\text{C}$	$\log(\log a - \log y)$	$y \mu$
150	0,041	16
200	-0,172	41
250	-0,387	76
290	-0,556	103
300	-0,598	109
400	-1,021	157
450	-1,233	171
500	-1,446	180
550	-1,658	186
650	-2,081	192
700	-2,291	193

Fig. 8 represents the experimental curve and the approximating function.

In the following the approximate function is used for the characterization of martensite during tempering.

Knowing this function and on the basis of the equations referred to above

$$y_t = \frac{y_d + 8,4 \cdot 1_A}{0,916} = \frac{y_d + 12 \cdot 1_A}{0,880}$$

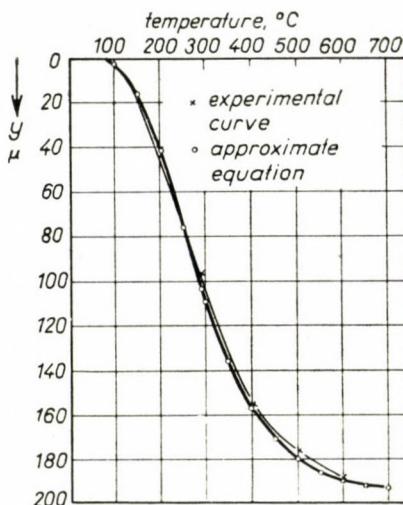


Fig. 8. The experimental curve and the approximate equation

the 1_A values were calculated again and summarized in the following table :

$t^{\circ}\text{C}$	290	400	500	600
1_A	6,46	6,08	6,16	6,09
μ	6,61	6,68	6,55	5,84

The final mean value calculated from the new 1_A values is :

$$1_A = 6,3 \mu$$

This is the value referred to in the further parts of this paper.

Calculation of the constants of the approximate equation:

The constants were calculated from the straight line of Fig. 7, the equation of which is the already known relation

$$\log(\log a - \log y) = \log(-0,4343 b) + 0,4343 c x$$

The member of the equation not containing an unknown term,

$$\log (-0,4343 b)$$

is equal to the part cut off from the ordinate ;

$$\log (-0,4343 b) = 0,682$$

$$-0,4343 b = 4,81$$

$$b = \frac{4,81}{0,4343} = -11,08$$

The coefficient of the member, containing "x" is equal to the tangent of the slope of the straight line ;

$$0,4343 c = 0,00423$$

$$c = 0,00974$$

$$c = 9,74 \cdot 10^{-3}$$

The $\log a$ again is known from the preceding calculations :

$$\log a = 2,2901$$

$$a = 195$$

Therefore :

$$a = 195; \quad b = -11,08; \quad c = 9,74 \cdot 10^{-3}$$

The final contraction equation is therefore the following :

$$y = 195 \cdot e^{-11,08 \cdot e^{9,74 \cdot 10^{-3} \cdot t}}$$

This equation gives the transformation process, in the function of the tempering temperature, of a ball-bearing steel with 1% C and 1,5% Cr and theoretically containing 100% martensite, provided that the heating rate is 5° C/min.

6. Stabilizing heat treatments

6.1 Phase transformations during continuous heating

In the following experiments the hardened dilatometer specimens were heated by a heating rate of 5° C/min to the following tempering temperatures : 100°, 175°, 200°, 250°, 300°, 350°, 400°, 500° and 600° C. After having reached the temperatures, the specimens were immediately dropped into water from the dilatometer furnace, in order to stop as far as possible immediately the processes going on until then. After water cooling the Vickers hardness of the specimens has been measured (Fig. 9), then by means of parallel specimens Fig. 10 has been constructed from the points of the dilatometer curves,

measured up to the above temperatures. The determination of the amount of retained austenite after quenching has been effected on the basis of the approximate equation of the preceding paragraph. According to Fig. 10 the

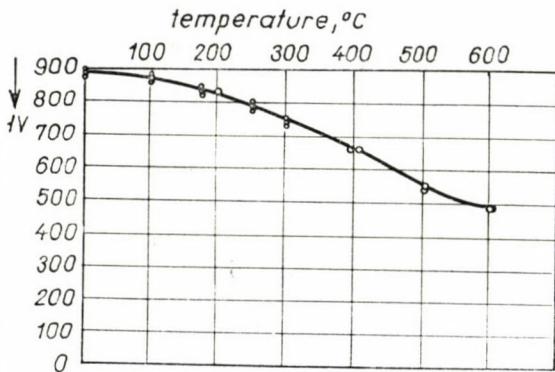


Fig. 9. The reduction of hardness of quenched specimens in the function of the tempering temperature

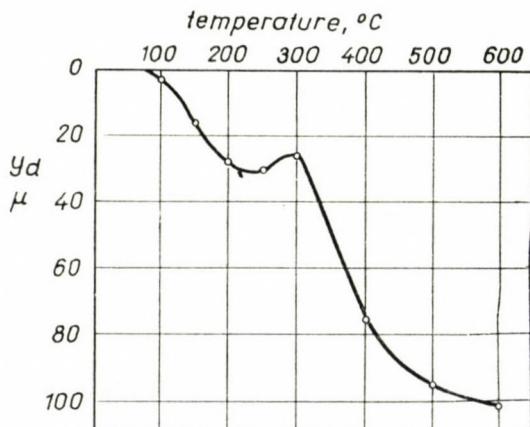


Fig. 10. Continuous dilatometer curve of hardened specimens during tempering

austenite transformation ended at 300°C, with a total dimensional contraction of 25 μ . Employing the symbols of paragraph 5, the following equations may be given for at least four points of the curve following 300°C:

At 300°C

$$26 + 6,3x = \frac{100 - x}{100} 109$$

At 400° C

$$75 + 6,3x = \frac{100 - x}{100} 157$$

At 500° C

$$95 + 6,3x = \frac{100 - x}{100} 180$$

At 600° C

$$102 + 6,3x = \frac{100 - x}{100} 189$$

$$x = 10,6$$

In these equations the multiplication factors of the $\frac{100 - x}{100}$ ratios are the values of the approximate function at the temperatures indicated.

From the equations the mean value is $x = 10,7$, rounded up,

$$x = 11\%.$$

Taking a round figure, the mean value of the amount of austenite calculated from the four equations is 11%. Accordingly, after quenching, the amount of martensite in the specimens was 89% and the amount of austenite 11%.

The contraction curve corresponding to 89% martensite has been constructed by multiplying with 0,89 (the lower curve of Fig. 11) the corresponding values of the 100% martensite contraction curve (Fig. 8). By adding to each point of that part of this curve which follows 300° C, the $11 \cdot 6,3 = 69 \mu$ value, corresponding to the 11% austenite transformation, the third part of the dilatometer curve in Fig. 10 should be obtained. The upper curves of Fig. 11 represent the experimental and calculated curves. The differences between the two curves, measured in μ and shown in the second part of Fig. 11 that is the heat range of the transformation of the retained austenite, will give the extent of the austenite transformation in the function of temperature. Fig. 12 has been constructed on the basis of these differences. The extent of the transformation, in the function of the tempering temperature, may be determined separately for the martensite and separately for the austenite, from the lower curve of Fig. 11 and Fig. 12, which two represent the separation of the two processes going on simultaneously :

6.2 Phase transformations during gradual heating

In the second part of the experiments the afore-mentioned specimens tempered to different temperatures, were again tested by dilatometer with

the object of studying the effect of the preliminary tempering. The second tempering lasted in each case until the reaching of full equilibrium.

The dilatometer curves obtained in such manner were combined with the martensite contraction curve of Fig. 11, in such a way that the curves

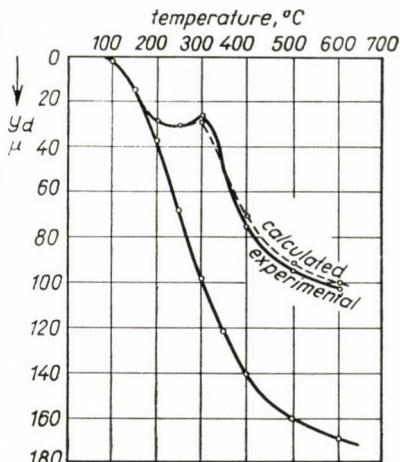


Fig. 11. Dilatometer curve of a specimen containing 11% retained austenite and the corresponding contraction curve of the martensite

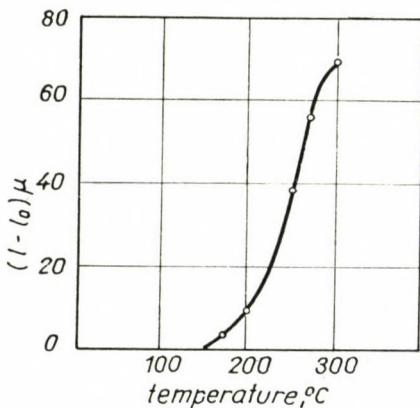


Fig. 12. Transformation curve of the retained austenite

of the second tempering were transferred to the corresponding places of the formers. Fig. 13 was thus obtained on the basis of the following construction principle : During the first tempering, f. i. up to 200° C, the austenite caused a 9μ dimensional expansion (from Fig. 12). This means that $9/6,3 = 1,4\%$ was transformed and from the original 11% were retained 9,6%. This should cause at the second tempering an $9,6 \cdot 6,3 = 60 \mu$ dimensional change. Hence the "a" point (in Fig. 13) representing the complete transformation, is posi-

tioned by 60μ higher than the point of corresponding temperature of the curve signed 89 M.

The correctness of this consideration and construction is proved by the fact that every point of the experimental curves, following 300°C , differs — apart from experimental errors of some μ — by 60μ from the original

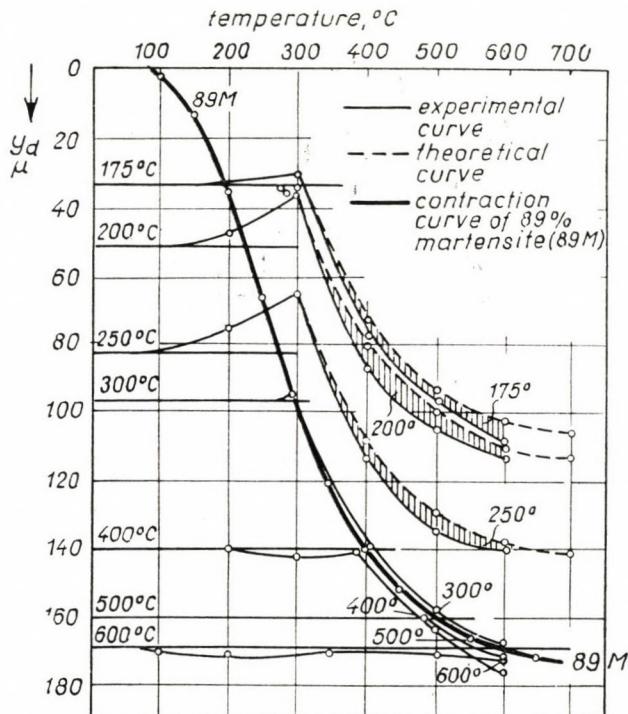


Fig. 13. The transformation of austenite and martensite, during the second tempering operation

martensite curve. The $175^\circ, 200^\circ, 250^\circ, 300^\circ, 400^\circ, 500^\circ$ and 600°C curves were copied in the same way.

From Fig. 13 constructed in this way, it is possible to determine the rules, which govern the effect of the interruption of heating on the process of phase transformations.

1. The process of martensite transformation, if interrupted at any temperature, will practically stop completely and reach an intermediary, so-called metastable equilibrium. During the second tempering the martensite will remain practically unchanged until that temperature is reached at which the tempering was interrupted during preliminary heating. Further changes can only be obtained on the effect of heating to a higher temperature or transferring a greater quantity of heat. Further transformation taking place during the subsequent heating, and further dimensional contraction involved

thereby, will practically be added to the former dimensional contraction, hence the martensite transformation is of an additive character (Fig. 13).

2. The austenite transformation will not stop in case of the selected experimental heating rate at the interruption of the heating but will go on at a rate corresponding to the available quantity of heat. Upon repeated heating, following the interruption of the process expansion will be obtained at those temperatures as well, at which this was not reached at the preliminary heating. It may be seen from the transferred curves of Fig. 13 that the austenite transformation will start immediately at the beginning of the second heating and was presumably going on also during the interruption between the two heating processes.

The above facts supply the fundamental difference between the transformation processes of the martensite and the austenite. Following the transformation of the given amount of the metastable phases, further transformation can only be obtained in the case of martensite, at temperatures higher than the preceding ones, while in the case of austenite, transformation will continue also at temperatures lower than the former ones.

6.3 Phase transformations during repeated tempering to the same temperature

The objective of this experiment was to continue the onset austenite transformation through further tempering to the same temperature, in order to obtain a considerable amount of transformation at lower temperatures, not impairing the hardness of the martensite. The experiments proved that repeated tempering has no effect upon austenite transformation. Apart from a small experimental dispersion, we received even after ten tempering operations the same dimensional change values as after the first tempering operation. This fact demonstrates that though austenite transformation has started at the first tempering, the following tempering operations did not develop it any more. This idea has not led therefore to any practical results, theoretically, however, it has supplied further data on the rules, governing the austenite transformation process.

The process of austenite transformation, continues on the effect of repeated heating to the same temperature, only until the metastable condition characterizing that particular temperature is reached. Hence the statement contained in point 2 of the preceding paragraph holds only in respect of a heating rate of $5^{\circ}\text{C}/\text{min}$ and should be interpreted that under the selected heating conditions the specimen did not reach at the temperature of the interruption of heating the characteristic metastable condition on account of the retardation of the transformation. As soon as this state is reached, however, the process will stop and according to the literature, further transformation may only be started again after considerable retardation [6, 7, 8, 9].

6.4 The softening of martensite following different tempering operations

In the course of further experiments the softening of martensite was studied in the function of the tempering temperature. The annealing curve of Fig. 9 has already been mentioned when discussing the stabilizing heat-treatment. This curve of decreasing hardness will show for any particular temperature the hardness, which was obtained at a constant heating rate when just reaching the corresponding temperature. In contrary to this Fig. 14 has been constructed by heating in a furnace. Following the usual oil quenching from 840°C , the specimens were tempered in a furnace at temperatures of

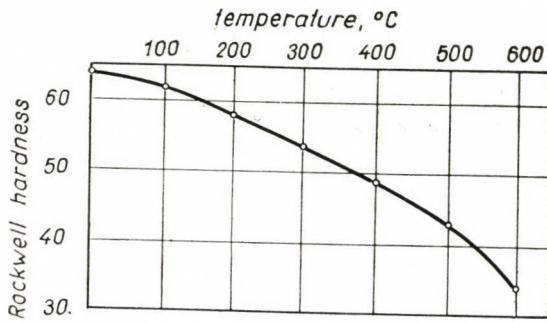


Fig. 14. Softening curve of a hardened specimen when holding at temperature

$100, 200, 300^{\circ}\text{C}$ etc. for 30 minutes and following this were cooled on the air. Fig. 15 demonstrates the differences in hardness at the various temperatures. The lower curve — corresponding to the conditions of practical tempering — shows that with a tempering operation of 150°C the $\text{HV} = 740 \text{ kg/mm}^2$ hardness corresponding to $\text{HRc} = 60$ representing the softening limit has already been reached. In contrary to this, the upper curve determined without

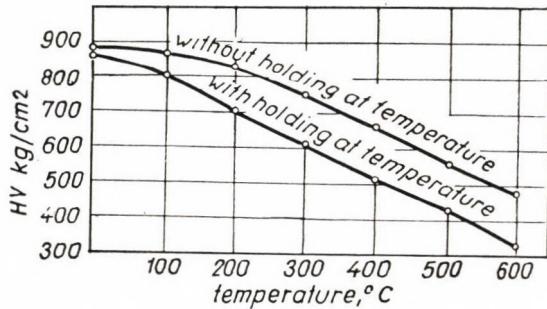


Fig. 15. The effect of tempering with and without holding at temperature on the hardness

holding at temperature shows the softening limit to be at 315°C . When reaching the softening limit — in the first case austenite transformation has just

started (150°C), while in the second case it is already completed (315°C). In this way tempering with holding at temperature and with small heating rates, has not stabilized the specimens at all or only to a slight extent at the softening limit. In contrary to this, in the case of heating rates of $5^\circ \text{C}/\text{min}$ the austenite was completely transformed. While reaching the softening limit, and thus it was possible to realise under such conditions in the case of the dilatometer test the practical objective of a stable structure at the softening limit, *i. e.* the specimen reached dimensional stability.

6.5 Phase transformations in the course of very rapid heat treatment

The following tests were made to study the transformation of the two metastable constituents in the case of very rapid heat input.

The dilatometer specimens hardened in oil from 840°C were placed in

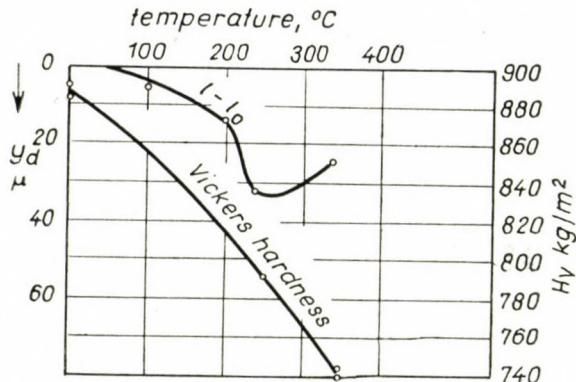


Fig. 16. Dilatometer curve and reduction in hardness in the case of very rapid heat input

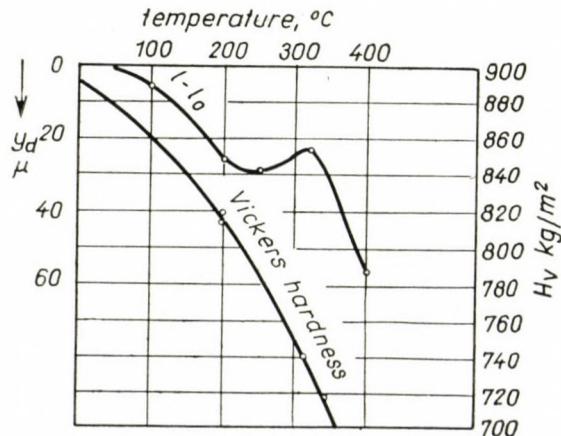


Fig. 17. Dilatometer curve and reduction in hardness in the case of very rapid heat input

a dilatometer preheated to 200° C and the differential curves were taken up to 340° C, resp. in the second case up to 400° C. The temperature of 340° C was reached in 8 minutes, the temperature of 400° C in 9,4 min. The decrease in hardness and the dimensional changes, accompanying the phase transformations for a mean heating rate of 40° C/min may be seen in Fig. 16 and 17. Although the tests were of an informative character, it is possible to state that

1. The complete stabilization of the structure is very rapidly completed on the effect of very rapid input resp. the total retained austenite has been transformed in about 8 minutes.

2. Following complete transformation (at 320° C), the hardness of the martensite decreased to $H_v = 740 \text{ kg/mm}^2$ corresponding to the arbitrary softening limit of $H_{RC} = 60$.

3. The transformation processes of the different metastable constituents are not interdependent when suitably selecting the external conditions they may develop independently of each other in such a manner, which is most suited to the objective.

REFERENCES

1. J. VERŐ : Általános metallográfia I. 1955. Budapest, Akadémiai kiadó.
2. J. VERŐ : Általános metallográfia II. 1956. Budapest, Akadémiai kiadó.
3. UMANSKIJ—FINKELSTEIN—BLANTER : A metallográfia fizikai alapjai 1952. Budapest, Akadémiai kiadó.
4. COHEN, M. : Retained Austenite. Trans. ASM. 1949. Vo. 41. Pages 35—94.
5. KUBASTA : Das Härtungsverhalten der Edelstähle. W. Knapp, 1949.
6. STEWART—FLETCHER—COHEN : The Dimensional Stability of Steel. I. Trans. ASK, 1945. Vol. 34. Pages 216—237.
7. FLETCHER—AVERBACH—COHEN : The Dimensional Stability of Steel. II. Trans. ASM, 1948, Vol. 40. Pages 703—727.
8. AVERBACH—COHEN—FLETCHER : The Dimensional Stability of Steel. III. Trans. Asm. 1948. Vol. 40. Pages 728—757.
9. LEMENT—AVERBACH—COHEN : The Dimensional Stability of Steel. IV. Trans. Asm. 1949. Vol. 41. Pages 1061—1089.
10. AVERBACH—COHEN : Isothermal Decomposition of Martensite. Trans. ASN. 1949. Vol. 41. Pages 1024—1057.
11. ROBERTS—AVERBACH—COHEN : The Mechanism and Kinetics of the First Stage of Tempering. Trans. ASM. 1953. Vol. 45.
12. STENZEL, W. : Über die Alterung von gehärteten Stählen. Härterei-Technische Mitteilungen 1949.
13. KONTOROVICS : Az acél és öntöttvas hőkezelése. 1952, Budapest, Akadémiai Kiadó.
14. RAUSIN : Wärmebehandlung von Chrom-Stählen. Verlag Technik, Berlin 1952.
15. KRAINER, H. : Untersuchungen über angelassene Martensit. Archiv f. d. Eisenhüttenw., 1951. H. jul-aug.
16. COHEN, M. : Martensite Transformation. Symp. Held at Cornell University, 1948. aug.
17. Просвирин—Энтин : Изотермическое образование мартензита. Машгиз. 1953.
18. KRAINER—KRONEIS : Untersuchung über die Austenitumwandlung Archiv f. d. Eisenhütte., 1951. H. jul.-aug.
19. KURDJUMOV : Sz. U. Közp. Vaskohászati Tud. Kut. Int. Metallográfiai és Fémfizikai Intézet közleményei. 1950—51.
20. MAURER—SCHROETER : Die Bestimmung des Austenitgehaltes. Stahl u. Eisen 1929.
21. MAURER : 50-Jahre Wissenschaftliche Stahlhärtung. Akad. Verlag, Berlin 1954.
22. MAURER : Härtetechnische Tagung. 1953. Verlag. Technik.
23. М. Е. Лантер : Методика исследования металлов и обработка опытных данных. Металлургиздат 1952.

SUMMARY

The paper deals with the transformation processes of the structural constituents of hardened ball-bearing steel. The first part of the experimental work deals with the development of a measuring method for the dimensional changes accompanying the transformation processes. The measurement is made possible by the use of an annealed specimen of the same composition as a standard specimen in the differential dilatometer, together with the tested hardened specimens. Eliminating in this way the effect of the thermal expansion, the dimensional changes accompanying the phase transformations can be directly measured. Furthermore the two processes — contraction corresponding to the martensite transformation and expansion accompanying the austenite transformation — appearing simultaneously in a certain phase of the tempering may be separated if the contraction curve of the purely martensitic specimen is known. In the paper the contraction curve and its mathematical equation has been deduced for a specimen containing 100% martensite by the combination of two measurements and with the help of mathematical considerations.

The next part of the paper studies the effect of different tempering methods: the continuous and fractional tempering, repeated tempering operations up to the same temperature and tempering with very rapid heat input. In addition one section deals with the softening of martensite following different tempering operations, since the softening of martensite plays a decisive part in the transformation of the metastable constituents and in the problem of the dimensional stability of the products.

UMWANDLUNGSVORGÄNGE IN GEHÄRTETEN STÄHLEN, DIE ZUR ÄNDERUNG DER ABMESSUNGEN FÜHREN

Z. CSEPIGA

ZUSAMMENFASSUNG

Die Abhandlung befaßt sich mit den Umwandlungsvorgängen der Phasenbestandteile von gehärteten Kugellagerstählen.

Im ersten Teil wird die Ausarbeitung bzw. Entwicklung einer neuen Meßmethode beschrieben, die zur Bestimmung der Längenänderungen dient, die die Umwandlungsvorgänge begleiten. Diese Messungen werden dadurch ermöglicht, daß man im Differential-Dilatometer eine geglättete Probe mit derselben Zusammensetzung als Vergleichsstück verwendet, wie die untersuchte gehärtete Probe. Indem man dadurch die Wirkung der Wärmeausdehnung eliminiert, kann man die mit den Phasenumwandlungen verbundenen Längenänderungen unmittelbar messen. Außerdem kann man in der Kenntnis der Kontraktionskurve einer rein martensitischen Probe die beiden Vorgänge, die in einem gewissen Abschnitte des Anlassens zusammen erscheinen — die mit der Umwandlung des Martensits verbundene Kontraktion und die mit der Umwandlung des Austenits verbundene Ausdehnung — voneinander scheiden. In der Abhandlung wurde weiter die Kontraktionskurve und die mathematische Gleichung derselben für eine Probe mit 100% Martensit-Gehalt durch Kombination zweier Messungen und der Hilfe von mathematischen Überlegungen abgeleitet.

Im weiteren Teil der Abhandlung wurde die Wirkung verschiedener Anlassmethoden untersucht: das kontinuierliche und stufenweise Anlassen, das wiederholte Anlassen bei derselben Temperatur, sowie das Anlassen mit einer äußerst raschen Wärmezufuhr. Ein weiterer Teil befaßt sich mit dem Härteabfall des Martensits infolge verschiedener Anlassmethoden, was eine entscheidende Rolle in der Umwandlung der metastabilen Phasenbestandteile und im Problem der Maßhaltigkeit der Produkte spielt.

PHÉNOMÈNES DE TRANSFORMATION DANS L'ACIER TREMPÉ CONDUISANT À DES CHANGEMENTS DE LONGUEUR

Z. CSEPIGA

RÉSUMÉ

La mémoire contient l'étude des phénomènes de transformation des constituants d'un acier pour roulements à billes trempé. La première partie en est consacrée au développement d'une méthode de mesures des changements de longueur accompagnant les phénomènes de

transformation. Ces mesures ont été rendues possibles par application, dans le dilatomètre différentiel, d'un étalon recuit de même composition que l'échantillon trempé en étude. En éliminant de cette sorte l'effet de la dilatation thermique, nous pouvons déterminer directement le changement de longueur lié aux transformations des constituants. De plus, en connaissant la courbe de contraction d'un échantillon constitué entièrement de martensite, on peut séparer les deux phénomènes paraissant ensemble dans une portion déterminée du processus du revenu — qui sont la contraction liée à la transformation de la martensite et la dilatation consécutive à la transformation de l'austénite. On fait la dérivation de la courbe de contraction et la formule d'équation pour un échantillon contenant 100% de martensite, en combinant deux mesures et ayant recours à des considérations mathématiques.

La partie suivante étudie l'effet des différentes méthodes de revenu : le revenu continu et gradué, le revenu répété à la même température et le revenu avec absorption de chaleur très rapide. Un chapitre à part est consacré à la diminution de la dureté de la martensite à la suite de différentes méthodes de revenus, qui joue un rôle important dans la transformation des constituants métastables, ainsi que dans le problème de la stabilité longitudinale des produits.

ПРОЦЕССЫ, ВЫЗЫВАЮЩИЕ ИЗМЕНЕНИЯ РАЗМЕРОВ ЗАКАЛЕННОЙ СТАЛИ

З. ЧЕПИГА

РЕЗЮМЕ

Работа посвящена процессу преобразования элементов структуры закаленной шарикоподшипниковой стали.

Первая часть опытной работы содержит разработку методов измерения изменений размеров, происходящих при процессах преобразования. Измерения становятся возможными вследствие того, что в дифференциальном дилатометре в качестве эталона используется такой по составу отпущененный образец, как и опытный закаленный образец. Этим устраняя расширения, возникающие от теплового воздействия, становится возможным измерить изменения размеров, сопровождаемые изменениями фаз. Кроме того становится возможным разделить два процесса, одновременно появляющиеся в определенном периоде отпуска, т. е. усадку, связанную с преобразованием мартенсита, и увеличение размера, связанное с преобразованием аустенита, располагая данными кривой контракции чисто мартенситного образца. В работе комбинацией двух измерений с помощью математических соображений стало возможным установить кривую контракции и математическое уравнение образца, содержащего 100% мартенсита.

В остальной части работы рассматривается изучение различных видов отпуска: непрерывный и ступенчатый отпуск, многократный отпуск до идентичной температуры и отпуск, связанный с динамической термообработкой. Кроме того, учитывая, что в преобразовании метастабильных фаз и таким образом в вопросе постоянства размера изделий решающую роль играет отпуск мартенсита, одна из глав посвящена вопросу размягчения мартенсита после различных видов отпуска.

PROBLEMS OF MEASURING UNCERTAINTY, ACCURACY AND SENSITIVITY

V. URAY

TECHNICAL UNIVERSITY FOR HEAVY INDUSTRY, ELECTROTECHNICAL INSTITUTE, MISKOLC

[Manuscript received February 10, 1958]

A) Calculation with measuring uncertainties

If we measure with some instrument a precisely known p quantity, the l value, reading on the instrument, will generally differ from the *real* value of the measured quantity. The error committed while measuring will be the difference between the reading and the real value :

$$H = l - p \quad (1)$$

The equation (1) will supply the numerical value of the error. Regarding the *weight* of the error committed, the relative and/or the percentage error will supply information.

$$h = \frac{l - p}{p} 100 \% \quad (2)$$

Our measurements can always be effected but only to a limited accuracy. In addition to the inaccuracy of the measuring instrument, the resulting error will be due to the accumulation of several other errors. Such are for instance : the various disturbing outside influences, service fluctuations and, last but not least, the personal error committed by the observer.

In engineering practice or in industry, in most of the cases, only one single measurement is being effected. Now, in the case of one single measurement, neither the size nor the sign of the committed error can be asserted. In a fortunate case the errors may accumulate according to size and sign in such a manner that they will balance each other, while in an unfortunate one they will add up. If there is no way of approaching the precise value by comparative measurements, the measurement error should be established through estimates. The classification of instruments into "accuracy categories" will only supply a base for the estimates. In following this method the worst case should always be presumed and every error should be taken into account with a positive sign. The error estimated in such manner is called *measuring uncertainty*.

Should the measured value be calculated from different quantities, reading from several instruments, this too must be considered as a single measurement. Similarly, if several measurements are carried out by one instrument, in order to calculate the result from these measurement figures, this too should be considered as a single measurement. An example for the first case is typified by the power calculated from the measured current and voltage for the second case, by the volume calculated from the cylinder diameter measured by caliper and the height.

The task dealt with in the following chapters will be to find out the relation between the relative error (and/or measuring uncertainty) of the quantity fixed by calculation and the relative errors (and/or measuring uncertainties) occurring during single measurements.

Looking at the question from a general point of view, the measuring of some $X_1, X_2 \dots X_n$ is being carried out in order to calculate the Z value on the basis of the known functional relation of

$$Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (3)$$

If with the measuring of $x_1, x_2, \dots x_n, H_1, H_2, \dots H_n$ errors were committed according to grades, in the calculated Z value, an H error will be reflected.

Thus instead of the real Z a value of

$$Z + H = f[(x_1 + H_1), (x_2 + H_2), \dots (x_n + H_n)] \quad (4)$$

will be obtained. Writing in Taylor series the relation signed (4) :

$$\left. \begin{aligned} Z + H &= f(x_1, x_2, \dots x_n) + H_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \dots + H_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \\ &+ \frac{1}{2!} \left(H_1^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + H_n^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} + \right. \\ &\left. + 2 H_1 H_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} + \dots + 2 H_{n-1} H_n \frac{\partial^2 f}{\partial x_{n-1} \partial x_n} \right) + \dots \end{aligned} \right\} (4a)$$

The first three members of the series will always give quite accurate results for carrying out the calculations. If, on the other hand, the H value is sufficiently small in relation to the x value, then the third member may be neglected as well.

On the basis of equations (3) and (4) :

$$H = f[(x_1 + H_1), (x_2 + H_2), \dots (x_n + H_n)] - f(x_1, x_2, \dots x_n).$$

Considering by the equation (4a) :

$$\left. \begin{aligned} H &= H_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \dots + H_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \\ &\quad + \frac{1}{2!} \left(H_1^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + H_n^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} + \right. \\ &\quad \left. + 2 H_1 H_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} + \dots + 2 H_{n-1} H_n \frac{\partial^2 f}{\partial x_{n-1} \partial x_n} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

As the percentage errors will be according to grades :

$$h = \frac{H}{Z} \cdot 100, \quad h_1 = \frac{H_1}{X_1} \cdot 100, \dots, \quad h_n = \frac{H_n}{X_n} \cdot 100$$

Thus equation (5) will be transformed into the form :

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{1}{Z} \left[x_1 h_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \dots + x_n h_n \frac{\partial f}{\partial x_n} + \right. \\ &\quad + \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{2!} \left(x_1^2 h_1^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + x_n^2 h_n^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} + \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 x_1 x_2 h_1 h_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} + \dots + 2 x_{n-1} x_n h_{n-1} h_n \frac{\partial^2 f}{\partial x_{n-1} \partial x_n} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Let us now consider the single mathematical operation :

a) *Addition*

$$Z = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Substituting the

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial f}{\partial x_2} = \dots = \frac{\partial f}{\partial x_n} = 1$$

value in equation (6) :

$$h = \frac{x_1 h_1 + x_2 h_2 + \dots + x_n h_n}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}. \quad (6a)$$

As shown by equation (6a) every error should be multiplied by the real value of the relative measured quantity. This means that the single errors will be calculated by different weights. Since the errors are quantities with a sign, in fortunate cases the result may even be zero. Since, however, it is not

possible to have any idea of the sign of the single errors, always the least fortunate case should be presumed, hence the absolute value the *uncertainty* of every error should be calculated with.

By substituting in the equation (6a) the values

$$b_1 = |h_1|, b_2 = |h_2|, \dots b_n = |h_n|$$

according to grades it will be realised that the *uncertainty can never be zero*.

The relations can be very well demonstrated in that case, if the number of addends is two. Thus if

$$Z = x_1 + x_2,$$

then

$$b = \frac{x_1 b_1 + x_2 b_2}{x_1 + x_2}.$$

Dividing the numerator and the denominator by x_2 and factoring out b_1

$$b = \frac{\frac{x_1}{x_2} + \frac{b_2}{b_1}}{\frac{x_1}{x_2} + 1} b_1;$$

and/or
where

$$b = \alpha b_1 \quad (6a-1)$$

$$\alpha = \frac{\frac{x_1}{x_2} + \frac{b_2}{b_1}}{\frac{x_1}{x_2} + 1}. \quad (6a-2)$$

In accordance with equation (6a-1) the uncertainty is obtained by adding the two quantities, by multiplying the b_1 uncertainty committed while measuring the x_1 quantity by the α dimensionless figure. From the equation (6a-2) it may be read that the size of α depends on the $\frac{x_1}{x_2}$ and b_2/b_1 relation.

If it is possible to measure x_1 and x_2 quantities by an error of the same size, then

$$\alpha = 1$$

and

$$b = b_1 = b_2$$

In this particular case when a constant figure should be added to the measured x_1 quantity, when therefore $x_2 = a$ and consequently $b_2 = 0$:

$$a = \frac{\frac{x_1}{x_2}}{\frac{a}{x_2} + 1}.$$

If the x_1/x_2 relation is admeasured on the horizontal axis of a rectangular co-ordi-

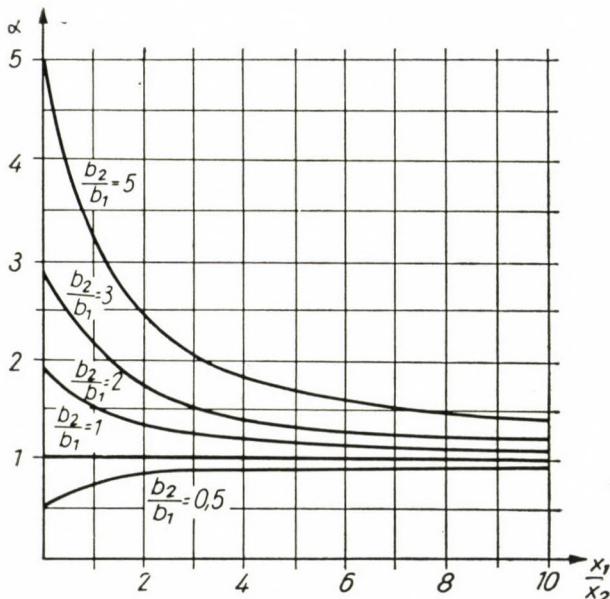


Diagram 1

nata system, while a is admeasured on its vertical axis, then the $\alpha = f(x_1/x_2)$ curves belonging to the various b_2/b_1 parameters, will with the increase of x_1/x_2 converge on the unit (Diagram No. 1).

From Diagram No. 1 it is possible to read that 1. the uncertainty is small, if the x_1/x_2 relation is large and 2. that the value of α can never be zero, hence neither the uncertainty can be zero.

b) *Subtraction*, if $x_1 > x_2$ then

$$Z = x_1 - x_2$$

substituting the

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = - \frac{\partial f}{\partial x_2} = 1$$

value in the equation (6)

$$h = \frac{x_1 h_1 - x_2 h_2}{x_1 - x_2} \quad (6b)$$

and/or the uncertainty :

$$h = \frac{x_1 b_1 + x_2 b_2}{x_1 - x_2}$$

while after co-ordination

$$b = \frac{\frac{x_1}{x_2} + \frac{b_2}{b_1}}{\frac{x_1}{x_2} - 1} b_1,$$

and/or

$$b = \beta b_1 \quad (6b-1)$$

where

$$\beta = \frac{\frac{x_1}{x_2} + \frac{b_2}{b_1}}{\frac{x_1}{x_2} - 1} \quad (6b-2)$$

In case $b_1 = b_2$

$$\beta = \frac{\frac{x_1}{x_2} + 1}{\frac{x_1}{x_2} - 1}$$

If again $x_2 = a$ constant and consequently $b_2 = 0$, then

$$\beta = \frac{\frac{x_1}{a}}{\frac{x_1}{a} - 1}$$

The $\beta = f(x_1/x_2)$ curves belonging to the various b_2/b_1 parameters are illustrated in Diagram No. 2.

From Diagram No. 2 it may be read 1. that the relations are favourable, if the value of the quotient x_1/x_2 is large, while the value of the quotient b_2/b_1 is small, 2. that in case of the same x_1/x_2 quotient $\beta > \alpha$, that is the uncer-

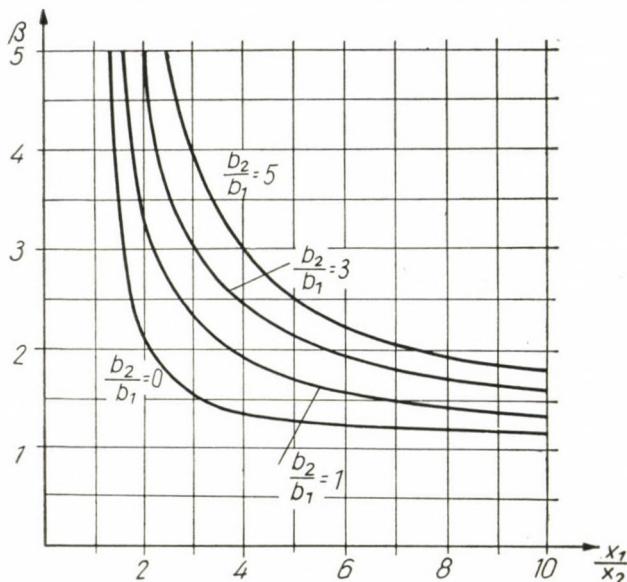


Diagram 2

tainty of the difference, will be larger than that of the amount. The β value will be particularly large if $x_1 \approx x_2$.

c) Multiplication

$$Z = x_1 x_2 \dots x_n;$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} = x_2 x_3 \dots x_n; \quad \frac{\partial f}{\partial x_n} = x_1 x_2 \dots x_{n-1};$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = \dots = \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} = 0;$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} = x_3 \dots x_n, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_{n-1} \partial x_n} = x_1 \dots x_{n-2}.$$

Substituting these calculated differential quotients in the equation (6)

$$h = h_1 + h_2 + \dots + h_n + \frac{1}{100} (h_1 h_2 + \dots + h_{n-1} h_n). \quad (6c)$$

In a fortunate case the percentage error of the product may also be zero, the uncertainty, however, can never be zero, for

$$b = b_1 + b_2 + \dots + b_n + \frac{1}{100} (b_1 b_2 + \dots + b_{n-1} b_n). \quad (6c-1)$$

From the equation (6c-1) it can be read that the uncertainty is independent of the amount of the measured quantities and will always be larger than the uncertainty of any of the factors.

If $b_1, b_2 \dots b_n \ll 1$ then

$$b \approx b_1 + b_2 \dots b_n. \quad (6c-2)$$

Thus the resultant uncertainty is the total of the uncertainties.

d) Division

$$\begin{aligned} Z &= \frac{x_1}{x_2} \\ \frac{\partial f}{\partial x_1} &= \frac{1}{x_2}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_2} = -\frac{x_1}{x_2^2}, \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} &= 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} = \frac{2x_1}{x_2^3} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} &= -\frac{1}{x_2^2}. \end{aligned}$$

Considering equation (6), the resultant error is

$$h = h_1 - h_2 + \frac{1}{100} (h_2^2 - h_1 h_2). \quad (6d)$$

The error in percentage may also in this case be zero, the uncertainty, however, can never be zero, since the uncertainty

$$b = b_1 + b_2 + \frac{1}{100} (b_2^2 + b_1 b_2) \quad (6d-1)$$

After neglecting the secondary small member

$$b = b_1 + b_2. \quad (6c-2)$$

The resultant uncertainty — just the same as in the case of multiplication — is the total of the single uncertainties.

e) Raising to power

$$\begin{aligned} Z &= x_1^n \\ \frac{df}{dx_1} &= n x_1^{n-1}, \quad \frac{d^2 f}{dx^2} = (n^2 - n) x_1^{n-2} \end{aligned}$$

Considering the equation (6)

$$h = nh_1 + \frac{1}{100} \cdot \frac{h_1^2}{2} (n^2 - n) \quad (6e)$$

Although it follows from the nature of things, it is still remarkable that the error of the power may only then be zero, if the measuring has been free of error.

In the case of $n = 2$ and $n = 3$ the errors are acc. to grades :

$$h = 2 h_1 + \frac{h_1^2}{100} \cong 2 h_1$$

$$h = 3 h_1 + 3 \frac{h_1^2}{100} \cong 3 h_1.$$

In the case of raising to power the uncertainty is

$$b = n b_1 + \frac{1}{100} \cdot \frac{b_1^2}{2} (n^2 - n). \quad (6e-1)$$

Neglecting the secondary small member

$$b = n b_1. \quad (6e-2)$$

f) *Extraction of root*

$$Z = \sqrt[n]{x_1} = x_1^{\frac{1}{n}}$$

Since the extraction of root is the reversed operation of raising to power, hence :

$$h = \frac{h_1}{n} + \frac{1}{100} \cdot \frac{h_1^2}{2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} \right). \quad (6f)$$

in the case of $n = 2$

$$h = \frac{h_1}{2} - \frac{1}{8} \cdot \frac{h_1^2}{100} \cong \frac{h_1}{2}.$$

while in the case of $n = 3$

$$h = \frac{h_1}{3} - \frac{1}{9} \cdot \frac{h_1^2}{100} \cong \frac{h_1}{3}.$$

In the case of extracting the root, the uncertainty is :

$$b = \frac{b_1}{n} + \frac{1}{100} \frac{b_1^2}{2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n} \right). \quad (6f-1)$$

After neglecting the secondary small member

$$b = \frac{b_1}{n}. \quad (6f-2)$$

The following examples will illustrate the foregoing. Let us take as the first example the determination of direct current power, if the power and the voltage are separately measured. Supposing that it has been possible to determine the voltage by an uncertainty of $b_1 = 1.2\%$, while the power could be determined by a $b_2 = 1.5\%$ uncertainty ; the power is $P = UI$. The resultant measuring uncertainty of the product is calculated on the basis of (6e—2) :

$$b = b_1 + b_2 = 1.2 + 1.5 = 2.7\%.$$

It should be here pointed out that in the case of service measurements and provided the 0.5 category instruments are employed, more favourable values than those above shown, can hardly be expected.

The second example should be the determination of the volume of a cylinder of d diameter and m height. Let us presume that it was possible to effect the measurement of both d and m by an uncertainty of 0.5% ($b_1 = b_2$). As the cubic content of the cylinder is

$$V = \frac{d^2 \pi}{4} m,$$

squareing and multiplication are required for the calculation of the volume, consequently the resultant uncertainty is

$$b = 2 b_1 + b_1 = 2 \cdot 0.5 + 0.5 = 1.5\%.$$

The example clearly demonstrates that the error committed by the measuring of the diameter will present itself in the calculation with a double "weight", from which it instantly follows that the measuring of the diameter should be effected with greater care and smaller error. The more accurate measuring will not always be the outcome of a more expensive and more accurate instrument, but it will be due, in very many cases, to the selection of the right method of measurement. A very good example for the illustration

of the foregoing is the measuring of the transformer's efficiency. The efficiency can be determined by separately measuring the applied and available power :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1}$$

In the course of measuring the power a 2% error can very easily be committed, that is to say, both the primary and the secondary power are determined by an uncertainty of $b_1 = b_2 = 2\%$. Since the uncertainty of the quotient is the total of the uncertainties, the measurement of the whole efficiency can be carried out by an uncertainty of 4%. This is quite an important value already and therefore an efficiency better than 100% could be very easily measured by the employed incorrect measuring method, particularly in case of transformers, as their efficiency is a value between 96—98%.

The position is quite different when the efficiency of the transformer is not determined from the directly measured primary and secondary powers, but in an *indirect way* from the losses. It is known, that by taking into consideration the losses, the efficiency of the transformer is calculated from the following equation :

$$\eta = 1 - \frac{V}{P_n \cos \varphi_2}$$

where $V = V_t + V_v$ is the total of the coil and core losses, $\cos \varphi_2$ the power factor of the secondary side and P_n the nominal power.

As an example, let us examine, with which uncertainty the efficiency of a transformer, with a nominal power of 75 kVA can be established, where the coil loss is 1,9 kW and the core loss 0,35 kW. If the measurements were carried out with simple service instruments, then it may be supposed that the uncertainty faced with the measurement of both the coil loss and the core loss is at least 2%. The total loss of the transformer is

$$V = V_t + V_v = 1,9 + 0,35 = 2,25 \text{ kW.}$$

In such a manner it has been possible to determine the losses by an uncertainty of

$$b_V = \frac{1,92 \cdot 2 + 0,35 \cdot 2}{1,9 + 0,35} = 2 \text{ %}.$$

In the case of $\cos \varphi_2 = 1$ the efficiency of the transformer is

$$= 1 - \frac{V}{P_n} = 1 - \frac{2,25}{75} = 1 - 0,03 = 0,97$$

The uncertainty of the efficiency established in such a manner, is

$$b_\eta = \frac{0,03 \cdot 2}{1 - 0,03} = 0,062 \text{ %}.$$

which by far satisfies requirements. The example clearly illustrates that by selecting the correct method of measurement even with the employment of simple means, it is possible to obtain very good measurement results.

b) Accuracy and sensitivity

The *accuracy* of the instruments is not a uniformly understood notion. According to one definition, *accuracy is the mean value of repeated measurements*, the size of the so-called *variation*. By an other definition, the error resulting from the inaccurate placement of the scale division lines of the measuring rule, the *correction stage* of the instrument is called accuracy.

It is quite evident that theoretically neither of the above definitions are correct, since, whether the size of the variation or the correction stage of the instrument is accepted as accuracy, the accuracy of the instrument will be indicated by a single figure. The better, the more accurate the instrument, the smaller will this figure be, while the correct thing would be, if greater accuracy were to be indicated by a larger figure. Therefore let us call the size of the variation and the correction stage respectively, the *error of the instrument* and the reciprocal value of the error of the instrument should be the accuracy. In such a manner the better, the more accurate the instrument, the smaller will the error of the instrument be and the greater the accuracy of the instrument. Of course, as a conclusion, it is still an open question whether to accept the size of the variation or the correction stage as the error of the instrument? It is evident that the size of the variation is the more correct definition, for in the case of laboratory or similar measurements, it is possible to adjust the scale division inaccuracy with the help of the correction table or the calibration curve. The correction stage should be accepted as the error of the instrument, however, with those instruments in public use with which the subsequent adjustment of the measured results is not possible. Such instruments are for inst.: the scales in shops, the end gauges used in mass production etc.

A very important basic notion of measurement technology is the *sensitivity*. A measuring instrument is declared sensitive, if a small variation of the quantity to be measured and acting upon the instrument, will already result in a very considerable swinging of the pointer of the instrument. Sensitivity is supplied by the

$$\varepsilon = \frac{d\alpha}{dM} \quad (7)$$

differential quotient, where α indicates the displacement of the pointer measured in mm (or possibly in grades), while M represents the quantity to be measured (for inst. power, current, performance etc.). The connection between the quantity to be measured and the displacement of the pointer is supplied by the

$$\alpha = f(M)$$

function curve, the *characteristic curve of the instrument* (Diagrams 3 a and b). Accordingly, sensitivity is a constant value only by those instruments, the

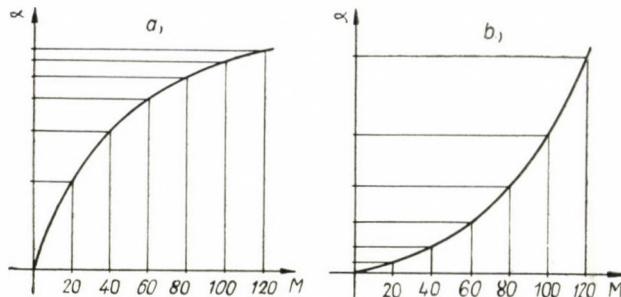


Diagram 3

characteristic curve of which is straight. With those instruments, by which the characteristic curve is not straight, the sensitivity belonging to a given point of the characteristic curve may be calculated according to the

$$\varepsilon = \frac{da}{dM}$$

relationship. In the case that the $a = f(M)$ connection is not known in an analytical form, the curve of sensitivity may be constructed by graphical differentiation (Diagram No. 4).

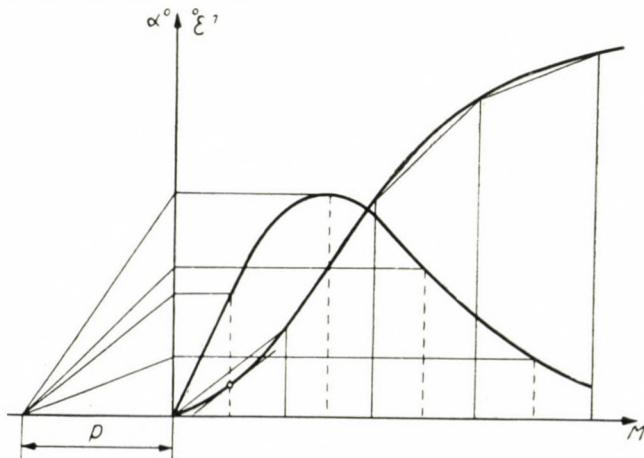


Diagram 4

In case the characteristic curve of the instrument is straight, it is possible to give the *constant of the instrument*. The constant of the instrument is the reciprocal value of sensitivity.

It may be seen on the basis of the

$$k = \frac{1}{\varepsilon} \quad (8)$$

relationship that the instrument constant of the highly sensitive instruments is small. Thus for inst. the instrument constant of the $E = 10^9$ scale division/A sensitivity galvanometer is $k = 10^{-9}$ A/scale division. It should here be pointed out that sensitivity and accuracy are two different notions. Namely, it can easily be realized that the highly sensitive instrument can be inaccurate, since for inst. if owing to any reason the zero position of the instrument has been shifted (zero error) the sensitivity of the instrument will not change, the zero error, however, may result in very inaccuracy, particularly if the characteristic curve of the instrument is not straight.

In order to clear up notions of sensitivity and accuracy, let us examine the connection, existing between the accuracy and sensitivity of the Wheatstone bridge.

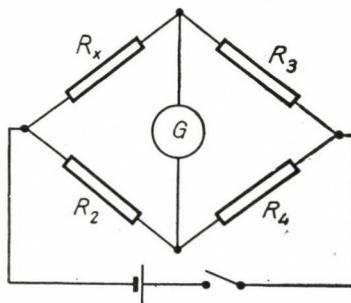


Diagram 5

According to the symbols of Diagram No. 5, in case of a balanced bridge, the unknown resistance may be calculated on the basis of the

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

relationship. If it was possible to measure the resistances of all branches of the bridge by an error of $\pm 0,02\%$ then — since division and multiplication occur with the calculation of R_x — the uncertainty of the bridge will be

$$b = 0,06 \%$$

The accuracy of the Wheatstone bridge chosen as an example will be

$$p = \frac{1}{0,06} = 16,6$$

which means that with a sufficiently sensitive bridge, it is possible to measure a resistance of 100 Ohms by an error of $\pm 0,06$ Ohm.

We call the Wheatstone bridge sensitive, if on the effect of the ΔR_x change of the R_x resistance, it will displace the pointer of the galvanometer by a fairly large Δa angle deflection. The 0,1 part of the scale division of the measuring rule will still be well sensed by the observer, hence by the *sensitivity of the Wheatstone bridge that ΔR_x resistance change is understood on the effect of which the pointer of the galvanometer will shift by 0,1 part of the scale division.*

It will easily be realized, even without carrying out a rather complicated calculation that the bridge is the more sensitive, the greater the voltage feeding of the bridge is and the more sensitive is the galvanometer. (As a matter of fact, sensitivity depends, in addition to the resistance of the single branches, as well.) Accordingly, if it is intended to measure 100 Ohm resistance by an uncertainty of 0,06%, this is only possible with a bridge, by which, on the effect of $R_x = 0,06$ Ohm the pointer of the galvanometer will shift by at least 0,1 scale division. It has no sense aiming at a higher sensitivity than this, for it will not give a more accurate result and will only render the carrying out of the measurement more difficult. The sensitivity of the bridge will be

$$\varepsilon = \frac{0,1}{0,06} = 1,6 \text{ scale division/Ohm.}$$

The example illustrates that correct measurements will be made with that instrument, the accuracy of which is higher by approx. one scale, than its sensitivity.

REFERENCES

- KARSA : Villamos mérések elmélete. (The theory of electric measurements.)
 URAY : Erősáramú villamos mérések. (Heavy current electric measurements.)
 PRINZ : Toleranz von Rechengrößen ATM Jo 21—3—4.
 KEINATH : Empfindlichkeit von Instrumenten ATM. Jo 22—1.

SUMMARY

In many instances of industrial operations there is the possibility of effecting only one single measurement. In this case there is no way to approach the exact value by comparative measurements. Hence, the measurement errors should be fixed by estimates. The errors estimated in such a manner are called the *measurement uncertainties*. Should the measured value

be calculated from different quantities read from several instruments, this too, must be considered a single measurement. The manner of connection between the relative error (the measuring uncertainty, respectively) of the measurement results established by calculation and the relative error (and/or measuring uncertainty) of the partial results read on the single instruments, is discussed in this paper in detail.

By practical examples the paper demonstrates that the best results will not always be obtained by using expensive precision instruments, but by the correct selection of the measuring method.

The generally accepted definition of measuring accuracy is considered incorrect by the survey and instead, it is suggested, to call its reciprocal value — accuracy. Finally, the connection between accuracy and sensitivity is dealt with in an example.

DIE FRAGE DER MESSUNSICHERHEIT, GENAUIGKEIT UND EMPFINDLICHKEIT

V. URAY

ZUSAMMENFASSUNG

In der technischen Praxis ist vielfach bloss die Durchführung einer einzigen Messung möglich. In so einem Fall ist es unmöglich, durch vergleichende Messungen den genauen Wert anzunähern; der Messfehler muss durch Schätzung festgestellt werden. Den auf diese Weise geschätzten Fehler nennt man *Messunsicherheit*. Als einzelne Messung muss auch der Fall betrachtet werden, wo dass Messergebnis aus mehreren, an verschiedenen Instrumenten abgelesenen Ergebnissen berechnet wird. Die Arbeit behandelt eingehend in welcher Weise der relative Fehler (bzw. *Messunsicherheit*) des durch Rechnung festgestellten Ergebnisses mit den relativen Fehler (bzw. *der Messunsicherheit*) der von den einzelnen Instrumenten abgelesenen Teilergebnisse zusammenhängt.

An einem Beispiel zeigt die Arbeit, dass nicht in jedem Fall teuere Präzisionsgeräte die besten Ergebnisse geben, sondern ein richtig gewähltes Messverfahren.

Der Verfasser betrachtet die allgemein angenommene Definition der Messgenauigkeit als unrichtig und schlägt vor, an deren Stelle ihren reziproken Wert Genauigkeit zu nennen. Schliesslich wird der Zusammenhang zwischen Genauigkeit und Empfindlichkeit im Rahmen eines Beispiels behandelt.

LES PROBLÈMES D'INCERTITUDE DES MESURES, DE PRÉCISION ET DE SENSIBILITÉ

V. URAY

Dans la pratique courante, on ne peut effectuer très souvent qu'une mesure unique. Dans ce cas, il n'y a pas moyen d'approcher la valeur exacte par des mesures comparatives, il faut donc déterminer l'erreur de mesure par estimation. L'erreur estimée de cette façon est appelée *incertitude de mesure*. Il faut aussi considérer cette mesure unique le cas, où le résultat de la mesure est calculé à partir de valeurs différentes lues sur plusieurs instruments. L'étude traite en détail des relations entre l'erreur relative (ou incertitude de mesure) des résultats calculés, et l'erreur relative (ou incertitude) des résultats partiels lus sur les instruments.

L'auteur illustre par un exemple que ce ne sont pas toujours les instruments de précision les plus chers qui garantissent les meilleurs résultats, mais bien la méthode de mesure choisie correctement.

Il considère que la définition généralement adoptée de la précision de mesure est injustifiée et propose d'appeler «précision» sa valeur réciproque. Finalement, l'auteur examine les relations entre la précision et la sensibilité à l'aide d'un exemple.

ВОПРОС НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ, ТОЧНОСТИ И ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ

В. УРАИ

РЕЗЮМЕ

В технической практике в очень многих случаях имеется возможность выполнить только одно единственное измерение. В таких случаях не имеется возможности приблизиться к точным значениям при помощи сравнительных измерений. Погрешность измерения необходимо определить оценкой. Определенная оценкой погрешность называется *неопределенностью измерения*. Единственным измерением следует считать и такой случай, при котором результат измерения вычисляется на основе различных количеств, отсчитанных с различных приборов. В статье детально разбирается вопрос: каким образом зависит относительная ошибка результата измерения, определенного вычислениями, от относительных погрешностей частных результатов, отсчитанных с отдельных приборов (это относится также к неопределенностям измерения).

В статье приведен пример того, что лучший результат не в каждом случае дают дорогие прецизионные приборы, а правильно выбранный метод измерения.

Работа считает неправильной общепринятое определение точности измерения и вместо него предлагается называть точностью обратную величину ее. Наконец, связь между точностью и чувствительностью рассматривается на основе примера.

SELF-LOCKING OF THE SLIDING SURFACE BEARINGS

B. SZŐKE

[Manuscript received February 20, 1958]

Chiefly in the auxiliary drives of machine tools self-locking of the bearing may result in gear tooth breakage, shaft buckling, torsional deflection or casting flow. This, the real cause of the failure, however, usually remains unrecognized and in repairing the machine, even experienced technicians are satisfied with the assumption that the damaged part "had surely knocked against something".

Self-locking of the bearing, as is later shown, may occur on machines in operation with some kind of periodicity, that is to say, replacing the damaged component would be of no avail for in indeterminate periods the failure may occur again. In less severe cases self-locking may cause troublesome vibrations, but the author himself has experienced situations when a new equipment could not be started on account of a self-locking bearing.

Such bearings are to be looked for adjoining driven toothed gears, geared studs and worms of small diameter. The tendency for the driving mechanism to take up as small a space as possible, when designing leads to the choice of pinions or geared stubs with as small a number of teeth and as small a diameter as possible. By reason of the resulting relatively great tooth pressure, in this case relatively heavy bearing is needed, so that the diameter of this latter often nearly equals that of the toothed gear.

There is no difficulty when the small gear is the driving one (Fig. 1), as the tooth pressure P_1 will turn the large gear around its centre O_2 . But what will happen when, as shown in Fig. 2, the large gear has to drive the small one? In this case, should the line of direction of tooth pressure P_2 intersect the bearing circle, the possibility of self-locking appears.

To make a more detailed discussion of this problem possible we would first of all mention the force relations existing at starting.

Let us assume that on the faceplate of a lathe at rest such force is brought to bear as to be equal to the force exercised by the tool while cutting, and simultaneously to the main spindle a force and a moment is applied the magnitude of which is identical to the tooth pressure of the gear during the

work in question. As a result of the effect of both forces acting simultaneously, the main spindle will remain at rest.

To get this spindle starting one should provide the kinetic energy to be communicated to the moving parts by applying a certain surplus amount of moment, and so overcome the resistance of the static friction.

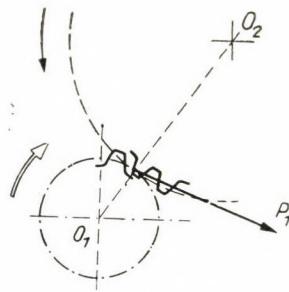


Fig. 1. The small gear is driving

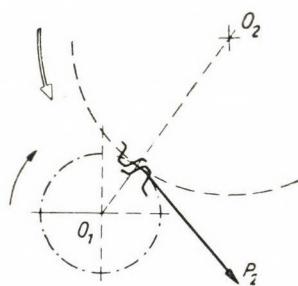


Fig. 2. The large gear is driving

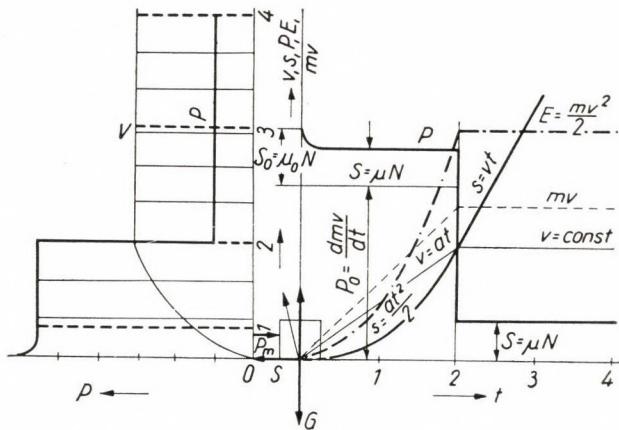


Fig. 3. Starting on flat surface

In Fig. 3 the force relations at starting are plotted against time for horizontal flat surface and a straight path in the assumption of the simplest case, where velocity v uniformly first accelerates up to a certain value and then remains constant.

The momentum mv of mass m will be characterized by a function curve of a type quite similar to that of the curve relating to velocity.

The differential of the momentum as to time, viz. $P_0 = \frac{dmv}{dt}$ corresponds

to the force ; which in absence of any friction, acts in a constant magnitude as long as the velocity increases uniformly. As soon as the change in velocity comes to an end, this force, too, ceases to exist. The work done by the force has been accumulated in the kinetic energy $E = \frac{m v^2}{2}$ of the mass m . This force alone would not suffice to move the mass m from its static position. To achieve this, a force of a much greater magnitude will be required which is able to overcome also the frictional force at rest, $S_0 = \mu_0 N$, and then the frictional force in motion $S = \mu N$, both arising with the reaction force N acting on the body of weight G .

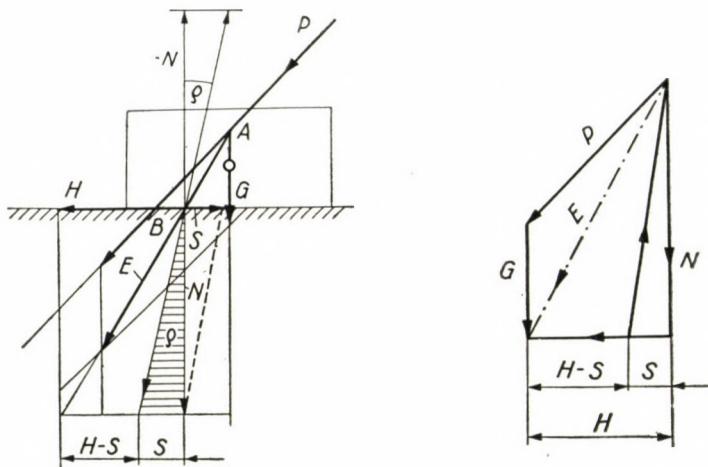


Fig. 4. Starting on flat surface by means of an arbitrary force acting in the plane of the drawing

Fig. 4a. Vectorial diagram

Variation of force plotted against time are shown by the heavy solid line in Fig. 3. It will be noted that the starting force is considerably greater than that by which only the friction in motion is overcome.

If the variation of the force is plotted along the path of the motion, the force relations at the start will be even more apparent. As will be noted, the time scale on the horizontal axis, at the right side of the figure, as well as the scale of the path on the vertical axis at the left side of the figure, are uniform. The work done is represented by that section of the area which is limited by the force line.

And now we will consider the force relations at start on flat, as well as on cylindrical surfaces.

In Fig. 4 such a case is shown where a force P of whatever direction is acting upon the body of weight G , at rest on a horizontal surface. Resultant E

passes through the intersection A of the force of gravity and the external force, and meets the sliding surface at B . This force E will be resolved at point B , the origin of force, into the compressive component N perpendicular to the surface and the horizontal pulling component H , collinear with the surface. The force reacting to the perpendicular component is the force in the opposite sense — N , while the force acting along the plane surface, *viz.* $S = N \tan \varrho = N \mu$ is the opposite of pulling (or pushing) force H , where ϱ = angle of friction, and $\tan \varrho = \mu$ is the coefficient of friction.

As a result of the aforesaid, initial motion, *viz.* start, can only occur if that component of the force E which is acting in the direction of the motion exceeds the frictional force to the extent determined by the requirements

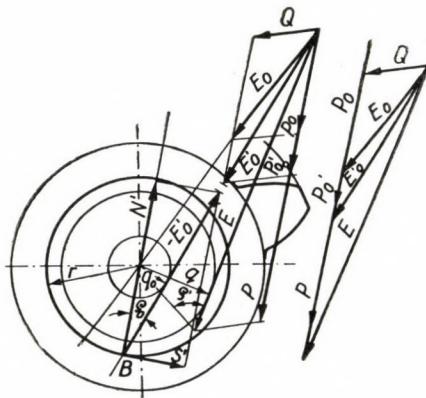


Fig. 5. Starting in case of rotating motion

discussed in connection with Fig. 3. Thus an indispensable condition of starting will be that the line of direction of the force E should lie outside the cone of friction.

In case of a rotary motion, let Q be the resultant of all the external forces the moment of which is being counterbalanced by the moment of the tooth pressure P_0 . In the absence of all friction at the journal of radius r , the resultant force $\bar{Q} + \bar{P}_0 = \bar{E}_0$ passes through the centre (Fig. 5). In case a friction at the journal is present, to start the rotation a further increase in the tooth pressure is required. However, as long as the resultant intersects the circle of friction having a radius

$$q_0 = r \sin \varrho_0,$$

no motion can result. The limit would be attained when the tooth pressure reaches the value P'_0 at which the resultant

$$\bar{P}'_0 + \bar{Q} = \bar{E}'_0$$

just becomes tangential to the circle of radius q_0 . This tangent line passes through the circle of the bearing at point B , and this is the point of origin of the force of reaction — E'_0 . The latter may be resolved into a radial component N' passing through the centre and a tangential component S' :

$$N' = E'_0 \cos \varrho_0$$

and

$$S' = E'_0 \sin \varrho_0.$$

In this extreme position turning moment of E'_0 will be

$$M'_0 = E'_0 q_0 = E'_0 r \sin \varrho_0$$

and a turning moment of the same magnitude, but in an opposite direction is represented by frictional force S' :

$$Ms = S' r = N' \tan \varrho_0 r = E'_0 \cos \varrho_0 \tan \varrho_0 r = E'_0 r \sin \varrho_0.$$

For a mass of moment of inertia I to attain the angular velocity ω through the acceleration required, in the same way as in the case of Fig. 3, it is indispensable that the tooth pressure should rise to a value P where the moment of the resultant force

$$\bar{E} = \bar{Q} + \bar{P}, \quad \text{should be}$$

$$Eq = Sr + I \frac{d\omega}{dt}$$

that is, in addition to overcoming the moment friction it should be capable of increasing the kinetic energy of the rotating mass to the value

$$\frac{I \omega^2}{2}.$$

Should the angle of friction ϱ_0 for any reason grow to such value ϱ that the arm of the force E will again become less than the radius of the circle of friction, *viz.*

$$q \leq r \sin \varrho$$

not even the starting of the rotation will take place.

An enlarged angle of friction may be due to insufficient lubrication, clogging of the oil duct, initial seizure, etc. It is, however, very important

to bear in mind, that the examinations relative to Fig. 5 demonstrate conditions for more favourable than those existing in reality, are responsible for the self-locking of the bearing. This adverse affect can be caused, among others, by one of the following circumstances :

1. With gears having a low number of teeth it cannot be left out of consideration that in the initial stage of engaging, while the *tooth tip* is engaging, the tooth friction of the driving gear exerts *pressure* on the pinion as the pitch point of its profile is approaching the centre of the pinion. Thus it is not along the line of action inclined at angle α that, but at a greater

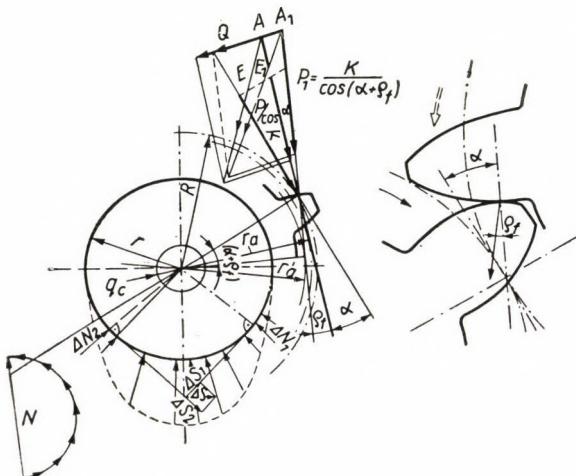


Fig. 6. Analysis of the friction between bearing and journal ; a. Resultant of the journal friction components ; b. In view of the tooth pressure $P_1 = K/\cos(\alpha \pm \varphi_f)$

angle of $(\alpha + \varphi_f)$ that the tooth pressure applies. The arm of moment of the tooth pressure will therefore be smaller, namely

$$r'_a = R \cos(\alpha + \varphi_f) < r_a = R \cos \alpha.$$

The point of intersection A of the tooth pressure and the force Q will be displaced to A_1 , and instead of the resultant force E a resultant force E_1 will come into being with an arm of moment smaller than that of the resultant E , and, consequently, a greater probability, that E_1 and circle of friction may intersect.

2. As the journal in the bearing is not in fact supported on a single point, the actual circle of friction is greater than assumed in Fig. 5. Thus the friction force expressed for initial motion on a flat surface by the formula

$$S = N \tan \varrho_0 = N \mu_0$$

is smaller than the friction really arising on a cylindrical surface.

Though the distribution of the surface pressure produced by the journal is not known, the algebraic sum of the radial forces is evidently greater than the force N (Fig. 6a) given by the vectorial summation of the same. Therefore the resultant moment of friction (for bearing clearance = 0)

$$M_s = r \tan \varrho_0 \int_0^\pi p \, ds$$

where by the variable p the surface pressure exerted by the journal, and by $p \, ds = dN$ the radial force of reaction per surface element ds are represented.

However, should the friction force moment be expressed by the resultant normal N , this may be done for journal friction only when introducing in place of the friction angle ϱ_0 relative to the flat surface of the friction angle ϱ_{0c} , greater than the former.

Then we get

$$M_s = r \tan \varrho_0 \int_0^\pi p \, ds = Nr \tan \varrho_{0c} > Nr \tan \varrho_0$$

and

$$\tan \varrho_{0c} = \frac{\tan \varrho_0}{N} \int_0^\pi p \, ds = \mu_{0c} .$$

It is worth mentioning that examining the resultant moment on the frictional forces it may be easily likewise demonstrated that

$$\varrho_{0c} > \varrho_0$$

In Fig. 6 the distribution of the journal pressure is assumed for simplicity's sake as being symmetric. Adding up the frictional forces ΔS_1 and ΔS_2 by pairs, for each pair we shall get such a partial resultant that its moment arm is greater than the journal radius r . Consequently, the vector of the resultant frictional force

$$\mu_c N = S$$

is similarly lying outside the journal and its arm of moment is greater than the journal radius.

Consequently, in our calculations whenever the radial component N of the frictional force is used, the coefficient of kinetic friction μ_c is greater than the value μ relative to flat surfaces, and the radius q_c of the circle of friction is likewise greater than q_0 initially taken. Calculating with a friction angle thus augmented

$$q_c = r \sin \varrho_c$$

and self-locking will occur when

$$Eq_c \leq Nr \mu_c = E \cos \varrho_c r \tan \varrho_c = E r \sin \varrho_c$$

that is when the resultant force becomes tangent to, or intersects, the circle of friction having a radius q_c . As long as this condition holds up, force no matter how much it would be increased, could not overcome the moment of the friction.

Maximum value of the circle of friction will be attained when $\sin \varrho_c$ equals unity and this means that

$$q_{c \max} = r.$$

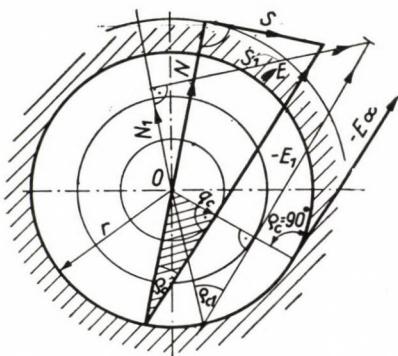


Fig. 7. Changes in the journal friction force

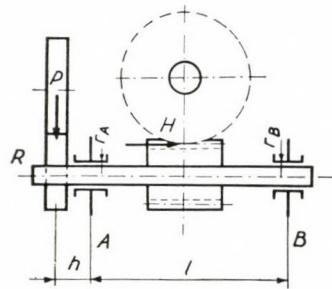


Fig. 8. Case of a worm and a spiral wheel

In Fig. 7 the force of friction S is shown for parallel forces at various values of ϱ_c . In accordance with the laws of the similar right-angled triangles

$$q_c : r = S : E$$

and

$$S = \frac{q_c E}{r}$$

that is when $q_c = 0$, S too will be zero, and when $q_c = r$, ϱ_c will equal 90° . Thus the vectorial triangle of sides E , N and S does not close, this fact involving that only $S = E = \infty$ can make up conjugate values, but this latter case is not any more within the sphere of the phenomenon of self-locking here investigated and has to be regarded as a case of "seizure".

3. The above investigations have been directed to the study of an ideal case where all the active forces were in the same plane. In reality, however, the conditions are much less favourable. In Fig. 8 a drive is shown in which, by the pinion on the free end of the shaft, a worm or spiral gear is driven. Also in such cases, it is by the tooth pressure on the pinion that the moment

of all the frictional forces must be overcome. Which are the forces producing friction in this simple case?

a) The reaction force to the tooth pressure P at bearing A , greater than the tooth pressure itself, to the ratio $\frac{h+l}{l}$.

b) The reaction to tooth pressure B , smaller than tooth pressure P , to the ratio $\frac{h}{l}$.

c) Axial pressure H upon the worm, representing at the front face of one of the bearings a moment of friction which acts on an arm of moment, greater than the journal radius.

d) The component of the worm tooth pressure in the plane perpendicular to the journal. The forces of reaction pertaining to this component are according to the diagram equally distributed between the bearings A and B .

In case the sum of the moments of the frictional forces relative to the axis of rotation is greater than that of the external force moments the drive will be self-locking.

In an imaginary case where in Fig. 8 no worm drive exists and, opposing the peripheral force K of the pinion of circle radius R only the pure turning moment $K \cdot R$ is acting and no other external force, not even gravitation is present, the conditions for avoiding self-locking may be expressed by the following equation (cf. Figs. 6 and 8)

$$KR > \frac{K}{\cos(\alpha + \varrho_f)} \cdot \frac{(h+l)}{l} \tan \varrho_{0c} r_A + \\ + \frac{K}{\cos(\alpha + \varrho_f)} \cdot \frac{h}{l} \tan \varrho_{0c} r_B$$

where according to Fig. 6

$$\text{tooth pressure } P = \frac{K}{\cos(\alpha + \varrho_f)}$$

α = pressure angle

ϱ_f = angle of tooth friction

r_A = semi-diameter of the journal at A

r_B = semi-diameter of the journal at B

ϱ_{0c} = angle of static friction of the journal.

In case $r_A = r_B = r$ then, to avoid self-locking of the sliding surface bearing the condition

$$\frac{R}{r} > \frac{\tan \varrho_{0c}}{\cos(\alpha + \varrho_f)} \cdot \frac{(l+2h)}{l}$$

must be fulfilled.

In addition to the causes discussed so far there are several other circumstances contributive to the self-locking of the bearings. Without detailed examination, the author would like to mention these circumstances, the stresses in the bearing produced by journal deflection. Friction moment of these, too, increases the total of the friction moments above mentioned.

As already referred to and evidenced by experience, self-locking of a sliding surface bearing in the neighbourhood of a small tooth gear, supporting that, which it was not present in the newly constructed machine beforehand

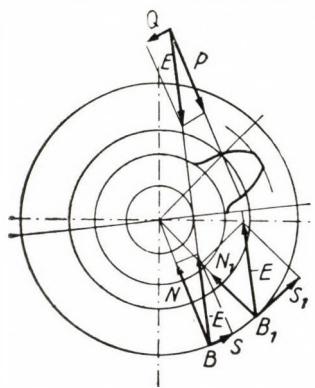


Fig. 9. Forces acting at the rolling of the journal

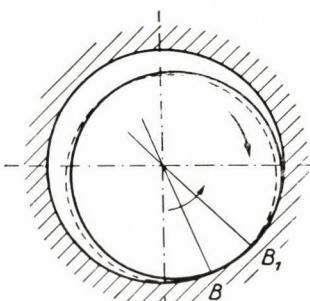


Fig. 9a. Rolling of the journal in direction opposite to the sense of rotation

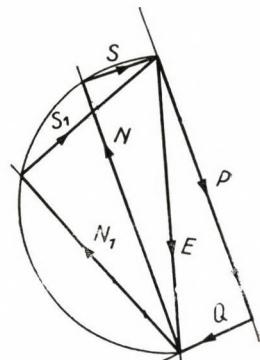


Fig. 9b. Vectorial diagram for journal rolling

will occur when safe lubrication of the respective part for some reason (e. g. clogging of the oil duct) fails.

Severe breakages, however, are not the only concomitant symptoms with self-locking of the bearings, but bearing vibrations may also supervene when the limit of self-locking is close by.

Between journal and bearing there is always a small clearance enabling the journal to perform a rolling motion in the direction opposite to that of the journal rotation every time when the limit of self-locking is getting near (Figs 9 and 9a). Due to this rolling, the point of contact B moves to B_1 and in place of N a normal compressive force N_1 arises. As by this alteration the value of the external forces and the relative position of the two gears are not substantially affected, the resultant vector $P + Q = E$ may be considered as unaltered, and the force friction S associated with any arbitrary normal N may be determined by the Thales-circle of diameter E as shown in the vector diagram of Fig. 9b. From this latter it appears that to the new conditions created by this rolling only a new force of friction S_1 greater than force of friction S can be adequate. The new position of the point of con-

tact, B_1 , therefore, could hold indefinitely only if the angle of friction ϱ_c too, were changed in a lasting manner. As this is not the case the journal will, as a result of the action of the forces P and Q , fall back into its previous position. Continuous repetition of this play causes vibration.

Should besides this also the forces P and Q undergo for some reason any alteration during quivering (for example jamming of the teeth, or fluctuation of the angular velocity), this would be a further cause for vibrations being excited.

Instead of continuing this theoretical analysis of the problem, the author would now refer to some cases of his own experience.

The section of a carriage drive box shown in Figs. 10 and 10a was part of a medium-size 200 mm centre-height lathe. On the acceptance tests of the series manufactured, it became evident that in screw-cutting the carriage system of the lathe would get into vibration.

Personally, the author pointed out as the main cause of the vibration that in screw-cutting the toothed rack l was driving backwards through the gears a , b , and c to the idle handwheel and then the 80-tooth gear b rotates the 18-tooth pinion keyed onto the shaft of the handwheel, the pitch circle diameter D_0 hardly differing from the diameter d of the adjoining bearing.

As a remedy against this trouble the author suggested that the journal d of the handwheel should be thinned down and the bearing correspondingly bushed or, as an alternative, the rather heavy handwheel in cast iron should be replaced by a light one made of aluminium. The latter suggestion had been accepted and thereby the vibration came to an end.

The changes in the force relations following the reduction of the handwheel weight G_1 to G_2 are shown in Fig. 10b for forward running, and in Fig. 10c back drive. It is apparent that due to the reduced weight the resultant E_2 of the tooth pressure P and dead weight G_2 , not only decreased in value but also took up a direction more favourable, than was the direction of the resultant E_1 for the cast iron wheel, namely the said direction was moved farther away from the friction circle of the journal, respectively the axis of rotation.

And now another case from practice. The carriage gear box section shown in Fig. 11 belonged to a lathe of 250 mm centre-height. It now happened, with one and then with another of the machines of this type that the small worm gear mounted on the free shaft end became stripped and the shaft twisted. The explication is that in the night shift "they have inadvertently run against something" and this incident was responsible for the failure, did not seem satisfactory to the author and he suspected the real cause to lie within the phenomenon previously described by him under the name "eccenter effect", a denomination justified by the fact that similar phenomenon was to be encountered when trying to get the eccenter shaft into rotation by means of the eccenter rod.

It was found that to the critical bearing the lubricating oil had to pass through a long pipe of small diameter and numerous elbows, and the extremity of this pipe was open and thus subject to clogging by dust or dirt. After a safer lubrication was secured, the breakages again ceased to occur.

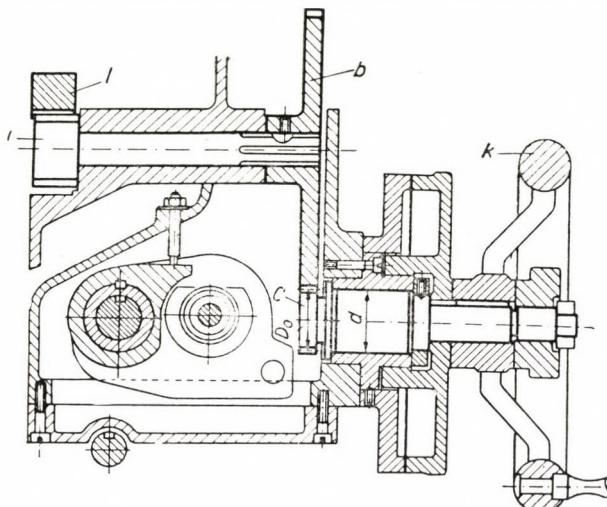


Fig. 10. Section of the carriage gear box exciting vibration in the whole of the carriage system

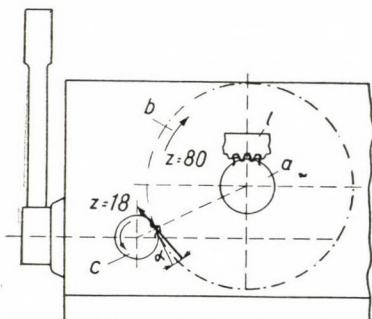


Fig. 10a. Meshing of the gearing

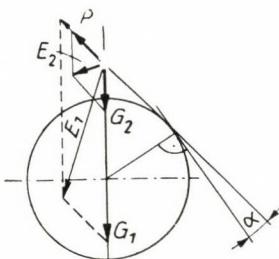


Fig. 10b. Forward running

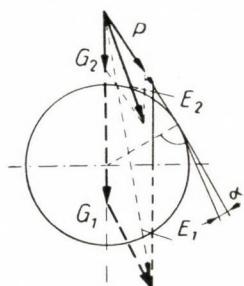


Fig. 10c. Reverse running

Due to the reduction of the weight of the handwheel from G_1 to G_2 , the direction of the resultant force moves away from the shaft centre

In Fig. 12 a section of the carriage gear box of a lathe of 650 mm centre-height is shown. At testing the box, as a separate unit, for the manual drive from the feed spindle a very great effort was required when using just that speed, in case of which the small gear a close to the bearing c of the tumbling

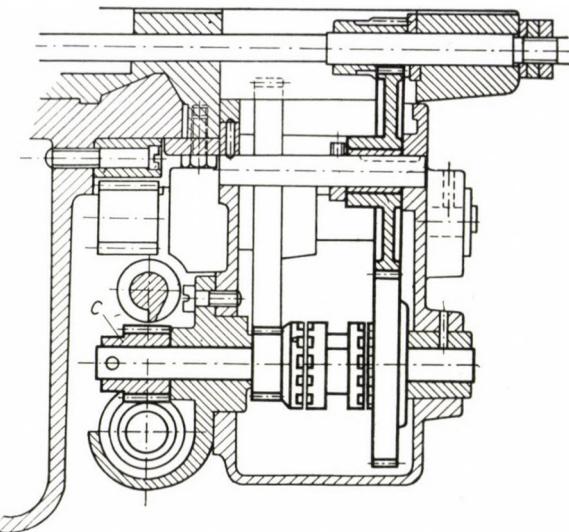


Fig. 11. "Eccenter effect" for a small worm gear moving on the free shaft end

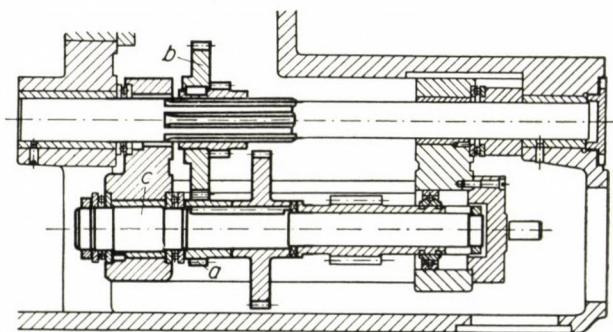


Fig. 12. A section of the carriage gear box which is difficult to move

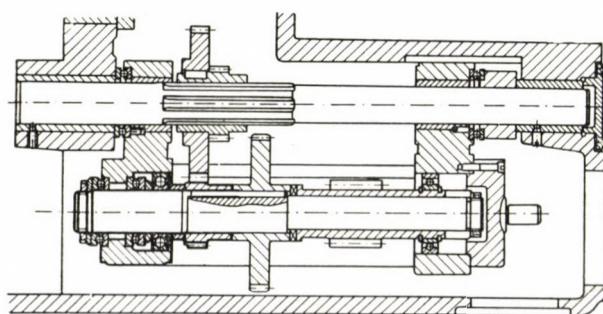


Fig. 12a. After the modification

worm, was driven by gear *b*. Thus the location of the fault was immediately revealed. Knowing its cause, to eliminate the fault the following measures offered themselves for consideration :

a) Replacing the small gear *a* of small tooth number by a greater one of larger tooth number. This, however, would have involved a decrease in the feed values.

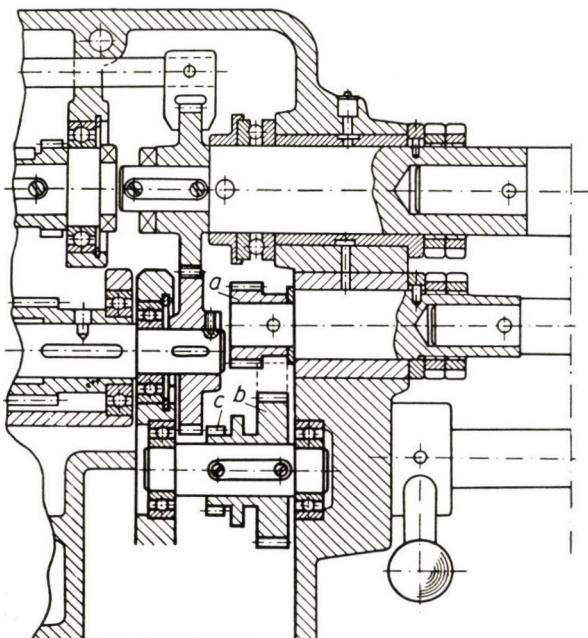


Fig. 13. Section of the carriage gear box with which the pinion on the free shaft end caused self-locking

b) Another solution to the problem consisted in employing, in place of the bronze-sleeved sliding bearing (poorly-oiled at that) a ball bearing.

The latter modification of the design was executed and then, using the speed with which previously the mechanism had been very difficult to get running, the same could almost be driven by "one finger". The modification is shown in Fig. 12a.

On the strength of this case it may be stated that use of ball or rolling bearing is in fact justified not only by great speeds, but also in case of moderate speeds when self-locking of a bearing is to be feared. The author used to act on this principle when employing, in each appropriate case, roller bearings near geared studs meshing with the rack of the lathe.

In Fig. 13 that section of the quick change gear (Norton box) for a lathe of 220 mm centre height is shown by which the lead and the feed spindles

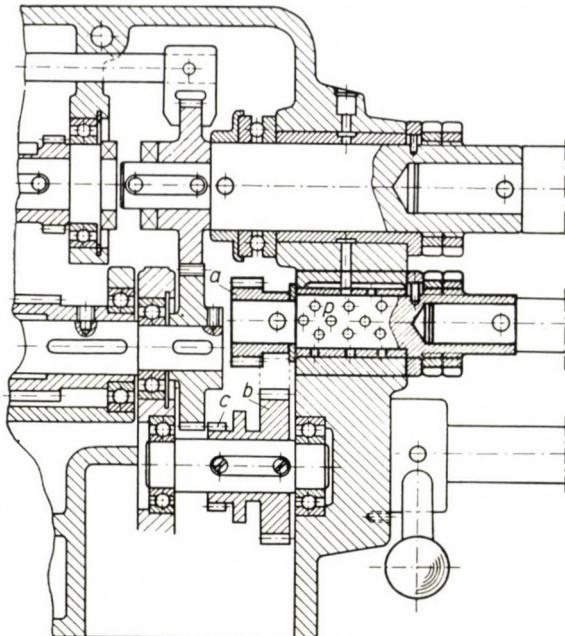


Fig. 13a. The provisional tentative modification effected for determining whether self-locking would be eliminated by reducing the journal diameter and applying an idle sleeve

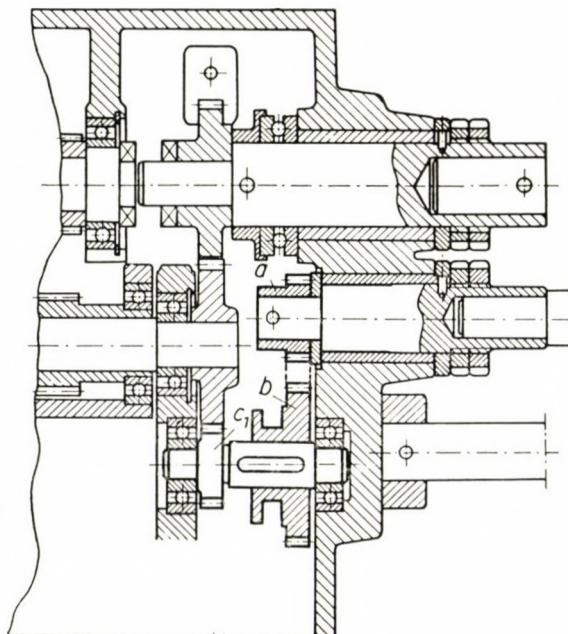


Fig. 13b. Elimination of self-locking by reducing the free overhang

were driven. With the newly manufactured machines a fault became manifest, in that the carriage could noways be moved through the feed spindle, and in the quick change gear certain shafts become distorted.

In the author's opinion the trouble was caused by the fact that the toothed gear *a* mounted on the stub end of the shaft and getting its drive from the greater gear *b* was making the journal become wedged at the free shaft end of small diameter and long overhang, as compared with the bearing diameter of the feed spindle. The unfavourable conditions were further aggravated, due to the shaft extension adjoining the bearing.

The author's proposition aimed at reducing the stub diameter and placing the pinion close to the bearing.

Suspicious were, however, formed about the gear box since in the casting used a projecting taper pin happened to be found. After this insignificant fault was repaired, self-locking continued to recur. Therefore there was nothing left but to carry out the design modifications suggested by the author. This was first tentatively done, as shown in Fig. 13a, by reducing the journal in diameter on a lathe, furnishing it with a loose sleeve *p* and providing for inner and outside lubrication. As after this modification self-locking ceased to reappear, it was evident that the main fault was resting here. The final redesigning of the mechanism was accomplished by inverting the position of the gear *a* on the stub (turning its outer side in) so that the large overhung might be reduced. To achieve this the toothed gear *c* had to be separated from the tooth gear *b* and a new geared stub *c*₁ had to be manufactured.

It occurred that the "eccenter-effect" of the sliding surface bearing had to be taken into account, even with a quite serious main drive.

In Fig. 14 a main spindle drive is shown where from the countershaft to the main spindle, in the right-hand position of the push block, a transmission ratio of

$$\frac{33}{55} \cdot \frac{70}{42} = \frac{1}{1},$$

and in the right-hand position of the same a transmission ratio of

$$\frac{18}{70} \cdot \frac{22}{90} = \frac{11}{175}$$

is realized.

Against this kind of design objection is to be taken because the diameter of the 42-tooth gear on the main spindle is slightly smaller than the mean diameter of the tapered main bearing. With this design, particularly in the upper region of the still rather low speeds (28, 35.5 etc. rpm) important stresses and undesirable symptoms would be likely to occur. In the light of the previous discussions it seems preferable to prevent the eccenter-effect anticipated by inserting one gear more and designing the gearing to a transmission ratio of

$$\frac{44}{44} \cdot \frac{56}{56} = \frac{1}{1}$$

as shown in Fig. 14a.

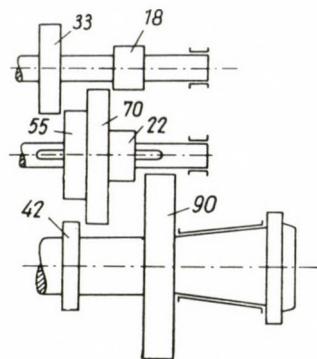


Fig. 14. A main drive objectionable on account of the driven gear too small for the bearing

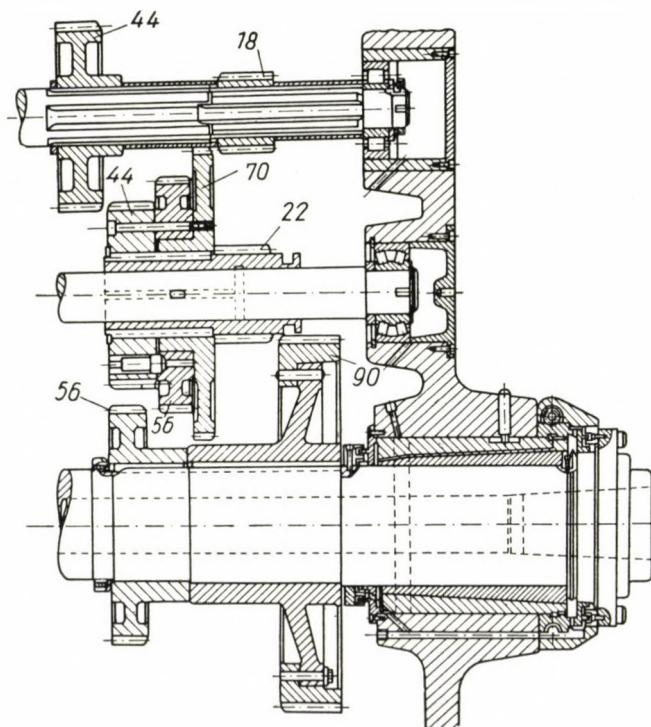


Fig. 14a. Main drive reliable by enlarging the driven gear

In this way also tooth pressure on the sliding surface bearing would decrease, *i. e.* by

$$\frac{56 - 42}{42} \cdot 100 = 33,33 \text{ per cent}$$

and the embarrassing symptoms reminiscent of the eccentric-effect would not show up.

The examples cited (as well as the above theoretical considerations) are all referring to cases where the peripheral speed of the journal was relatively small, and fluid friction, in the meaning well-known by the bearings, can not as yet come into consideration. But these examples evidently bear out the soundness of the principle that the gear box is deserving serious attention and examination in respect of service reliability, not only for great speeds, but also in cases of quite slow running.

REFERENCES

1. »Hütte« Des Ingenieurs Taschenbuch I. 26th edition, Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst und Sohn, 1931.
2. NAGY, D.: Dinamika (Dynamics), Budapest, Magyar Mérnök és Építész Egyesület, 1905.
3. MUTTNYÁNSZKY, Á.: Statika (Statics) 2nd edition, Tankönyvkiadó, Budapest, 1952.
4. SZÖKE, B.: Esztergálskor fellépő rezgések (Vibrations occuring in lathe work) Népszava könyvkiadó, Budapest, 1953.
5. SZÖKE, B.: Csúszó csapágó önzáródása (Self-Locking of the Sliding Surface Bearings) Gép 1956. p. 113.

SUMMARY

In the light of practical occurrences it is demonstrated that with certain multiplying gears self-locking symptoms occur, occasionally, involving breakages and vibrations. The cause of the trouble is usually looked for erroneously in other circumstances.

SELBSTHEMMUNG IN GLEITLAGERN

B. SZÖKE

ZUSAMMENFASSUNG

Im Zusammenhang mit in der Praxis vorgekommenen Fällen weist der Verfasser nach, dass bei gewissen Übersetzungen ins Schnelle in Gleitlagern Selbsthemmungerscheinungen auftreten, welche zu Brüchen und Schwingungen führen können. Gewöhnlich wird in solchen Fällen die Fehlerursache in anderen Umständen gesucht.

IRRÉVERSIBILITÉ DES PALIERS LISSES

B. SZÖKE

RÉSUMÉ

En se référant à des cas observés dans la pratique, l'auteur démontre qu'avec certains rapports de transmission accélérants, il peut survenir dans les paliers des phénomènes d'irréversibilité conduisant à des ruptures et à des vibrations. En général, on tend à ramener les causes de ces défauts à d'autres circonstances.

САМОТОРМОЖЕНИЕ СКОЛЬЗЯЩИХ ПОДШИПНИКОВ

Б. СЕКЕ

РЕЗЮМЕ

Автор в связи с встречающимися на практике случаями делает вывод, что в скользящих подшипниках передач иногда возникают явления самоторможения, приводящие в результате к поломкам и вибрациям. В таких случаях причину дефекта обычно принято искать в других обстоятельствах.

ÜBER DAS KRÄFTESPIEL DER HÄNGESTÄBE VON BOGENBRÜCKEN

E. ÉLIÁS

UVATERV, ENTWURFSBÜRO FÜR DAS VERKEHRS- UND FÖRDERWESEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 14. Februar 1958]

Im Schlussbericht des dritten Kongresses der IVBH in Liège, wurde ein Aufsatz von HAVIÁR veröffentlicht [1]. Dieser Aufsatz zeigt ein Verfahren zur Bestimmung der Schnittkräfte des mit Versteifungsträger verbundenen Bogens. Der Verfasser nimmt an Stelle von Hängestäben endlicher Anzahl, ein Hängenetz an, das eine stetige Verbindung von Bogen und Versteifungsträger leistet. Das Trägheitsmoment des Bogens kann nach Belieben veränderlich sein, die Formänderungen der Hängestäbe werden berücksichtigt.

Im Jahre 1952 erschien in Moskau das Buch von A.Ja. ASTWAZATUROV [2]. Dieses Werk behandelt ebenfalls die Statik des versteiften Bogens, und nimmt die Hängestäbe, entsprechend der wirklichen Lage, in gleichen diskreten Abständen an. Die Bedingungen für die Gültigkeit der Theorie sind aber mehr gebunden. Der Verlauf der Änderungen des Trägheitsmomentes am Bogen ist vorgeschrieben, die Hängestäbe sind undehnbar.

Der Zweck des vorliegenden Aufsatzes ist die Bestimmung der Genauigkeit der Hängenetztheorie von HAVIÁR, mittels der Erweiterung des Verfahrens von ASTWAZATUROV.

ASTWAZATUROV nimmt als überzählige Größen die Schnittkräfte der Hängestäbe an. Als Grundsystem dient der mit dem Versteifungsträger biegefest verbundene Bogen. Das Gleichungssystem, welches aus so vielen Gleichungen besteht als Hängestäbe vorhanden sind, wird in eine symmetrische und in eine antimetrische Gruppe geteilt. Die beiden Gruppen von Gleichungen werden mittels des Gaußschen Algorithmus aufgelöst. Die Auflösung der Gleichungssysteme bedingt im Falle der gebräuchlichen 10—20 Hängestäbe einen beträchtlichen Rechnenaufwand. Dazu kommt noch die speziale Eigenschaft der Gleichungssysteme, die es benötigt, dass das Rechnen für viele Dezimalstellen durchgeführt werden muss, um die Häufung der Abrundungsfehler zwischen vorgeschriebenen Grenzen halten zu können. Zur Weiterentwicklung des Verfahrens gibt die Matrizen-Rechnung eine Möglichkeit.*

* Es wird auf die Aufzählung der grossen Anzahl der Werke, die die Matrizen-Rechnung behandeln, verzichtet. Die Grundzüge dieser Methode befinden sich heutzutage in der Mehrzahl der technischen Handbücher.

Ansätze über den geprüften Bogen

Die Bogenachse ist parabelförmig und der Bogen ist mit dem Versteifungsträger in den Ecken starr verbunden. Sowohl die Dehnungen der Hängestäbe als auch die Zusammendrückungen des Bogens sollen vernachlässigt werden. Das Trägheitsmoment des Versteifungsträgers ist vom konstanten Werte » I_v «. Das Trägheitsmoment des Bogens » I « verändert sich in der Weise, dass $I \cos \alpha = I_0$ konstant bleibt, wo α den Winkel bedeutet, welchen die Tangente der Bogenachse mit der Waagerechten einschliesst.

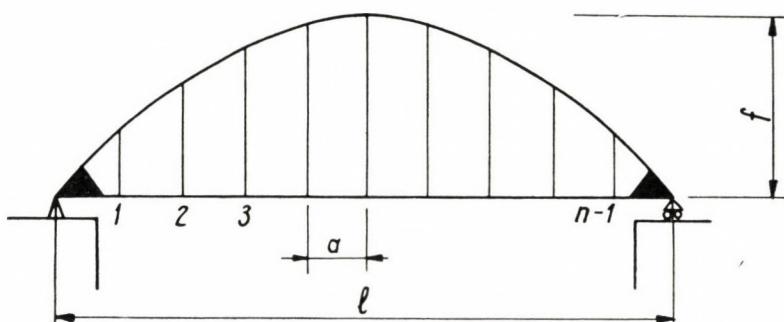


Abb. 1

Demzufolge wird auch das Verhältnis

$$\frac{I_v}{I_0} = k \quad \text{eine Konstante sein.}$$

Weiter wird noch vorausgesetzt, dass die äusseren Kräfte in den Lotrichten der Hängestäbe wirken.

Die Aufgabe in der Matrizenbeschreibung

Die Stellen der Hängestäbe werden als orthogonale Achsen eines $n - 1$ dimensionalen Vektorfeldes aufgefasst, und dementsprechend von 1 fortlaufend bis $n - 1$ numeriert. Jede Kraft oder Verschiebung, welche an den erwähnten Stellen wirkt oder bedingt wird, wird durch ein Element des Vektors (Spalten- oder Reihenmatrix) versinnbildlicht.

Wenn demgemäß das System der äusseren Kräfte durch \mathbf{q} und dasselbe der Schnittkräfte der Hängestäbe durch \mathbf{x} bezeichnet wird, besteht zwischen den beiden Vektoren folgender Zusammenhang :

$$\mathbf{x} = \mathbf{Mq}$$

Dieser Zusammenhang kann auf Grund der Gleichheit der relativen Verschiebungen aufgeschrieben werden, welche an der Stelle der Hängestäbe durch \mathbf{x} bzw. \mathbf{q} verursacht werden.

Die Verschiebungen aufgeschrieben mittels der Matrizen, sind für die Einheitsglieder die Belastungsglieder

$$\begin{aligned}\delta &= \mathbf{Ax} & \delta &= \mathbf{Bq} \\ \text{d. h. } & \mathbf{Ax} = \mathbf{Bq} & & \end{aligned}\quad (1)$$

Einige Bezeichnungen

Die Elemente der Vektoren

a	b	c
eingespannt	frei drehbar gelagert und mit einer gleichmässigen Last $p = 1 \text{ t/m}$	frei drehbar gelagert
	einer gleichmässigen Last $p = 1 \text{ t/m}$	zwei entgegengesetzten Einheitsmomenten an beiden Enden

Trägheitsmoment und Elastizitätsmodul werden gleich der Einheit angenommen.

Die Elemente des Spaltenvektors \mathbf{e} sind gleich 1 (Vektor \mathbf{e} ist kein Einheitsvektor!).

Weiter soll \mathbf{K} eine quadratische Matrix bezeichnen, deren Elemente in der Spalte j die Verschiebungen der Knotenpunkte des obengenannten Trägers mit eingespannten Enden liefern, die durch eine Einheitskraft an der Stelle j hervorgerufen werden.

Einige Zusammenhänge zwischen den vorigen Matrizen

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} - \frac{l^2}{12} \mathbf{c} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{c} = (\mathbf{b} - \mathbf{a}) \frac{12}{l^2} \quad (2)$$

$$\mathbf{Ke} = \frac{\mathbf{an}}{l} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{K} \frac{1}{a} = \frac{l}{n} \mathbf{e} \quad (3)$$

Die Gleichung (3) behauptet, dass die Verschiebungen des eingespannten Trägers in äquidistanten Stellen, erzeugt durch die Einzelkräfte P in denselben Stellen, den Verschiebungen einer gleichmäßig verteilten Belastung gleich sind, deren Intensität $\frac{P}{l/n}$ beträgt, wo $\frac{l}{n}$ die erwähnte gleiche Distanz bedeutet.

Wenn die verteilte Belastung von oben wirkt und die konzentrierten Lasten von unten auf den Träger wirken, sind nach der Formel (3) die Verschie-

bungen in den Teilungspunkten gleich Null. Dann kann aber der Träger als ein an beiden Enden eingespannter Durchlaufträger mit gleichen Öffnungen und gleichmässiger Belastung betrachtet werden. Die konzentrierten Kräfte sind die Stützkräfte des Durchlaufträgers. Es ist bekannt, dass in diesem Falle die Stützkräfte untereinander gleich sind und ihr Betrag der Belastung zwischen zwei nebeneinander liegenden Teilungspunkten entspricht. Damit kann die Behauptung (3) als bewiesen betrachtet werden.

Die Ordinate a_i des Vektors \mathbf{a} ist $a_i = \frac{l^4}{24 n^4} i^2 (n - i)^2$ wegen $a_n = 0$
ist $\mathbf{a}^* \mathbf{e} = \frac{l^4}{24 n^4} \sum_{i=1}^n i^2 (n - i)^2$.

Durch Verwendung der Reihen :

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{1}{6} n (n + 1) (2n + 1); \quad \sum_{i=1}^n i^3 = \frac{1}{4} n^2 (n + 1)^2 \quad \text{und}$$

$$\sum_{i=1}^n i^4 = \frac{1}{30} n (n + 1) (2n + 1) (3n^2 + 3n - 1) \quad \text{ist}$$

$$\mathbf{a}^* \mathbf{c} = \frac{l^4}{24 n^4} \cdot \frac{(n^4 - 1)n}{30} = \frac{l^4 (n^4 - 1)}{720 n^3} \quad (4)$$

Aufstellung der Bedingungsgleichungen¹

Sämtliche Glieder werden durch EI_v vergrössert. Das Grundsystem zeigt die folgende Abbildung

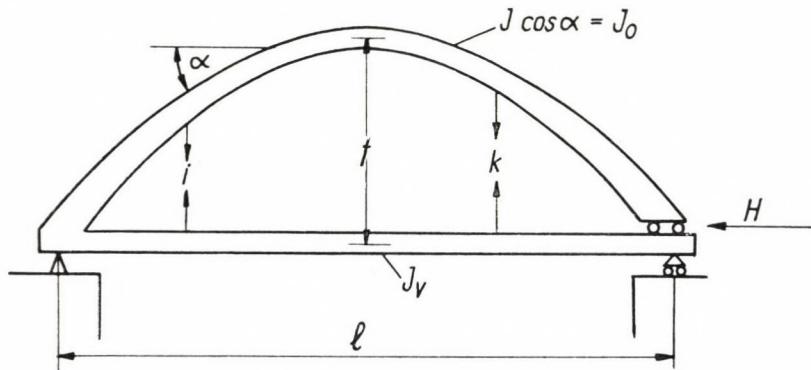


Abb. 2

¹ Die Auflösung der Zwangskräfte des unbestimmten Grundsystems kann auch nach der Methode des elastischen Schwerpunktes geschehen. Die Ergebnisse sind selbstverständlich die gleichen.

Matrix der Einheitsglieder

Die an der Stelle i angebrachten Kräfte verursachen keine Verdrehungen des Grundsystems über den Stützen, und so entsprechen die lotrechten Verschiebungen des Bogens und des Versteifungsträgers den Verschiebungen des beiderseitig eingespannten Balkens.

$$\delta_1 = (1 + k) \mathbf{Kx} \quad (5)$$

Die Momente, erzeugt durch die Horizontalkraft H vom Betrage 1^t , sind auf dem beiderseitig eingespannten Träger gleich den Momenten, die eine gleichmässige Belastung von der Intensität $p = \frac{8f}{l^2}$ verursachen. Die lotrechten Verschiebungen des Bogens sind dementsprechend auch gleich. Nach den eingeführten Bezeichnungen ist

$$\delta_2 = kH \frac{8f}{l^2} \mathbf{a} \quad (6)$$

Aus den Verdrehungen der Stützen stammt keine relative Verschiebung, weil die beiden Träger (Bogen und Versteifungsträger) einander parallel bleiben.

Die mit a_{hh} bezeichnete waagerechte Verschiebung kann aus der Einheitskraft $H = 1^t$ ermittelt werden, indem man das statische Moment der mit der Momentenfläche belasteten Bogenlinie für die Versteifungsträgerachse berechnet. Die Veränderung des Trägheitsmomentes und die Abweichung der Länge der Bogenlinienstücke von ihrer waagerechten Projektionen ist durch den Ansatz $I = I_0 \cos \alpha$ berücksichtigt worden.

Zur Bestimmung der Momente des ganzen Bogens soll zuerst der Bogen als beiderseitig eingespannt betrachtet werden. Die Momente verlaufen dann folgendermassen :

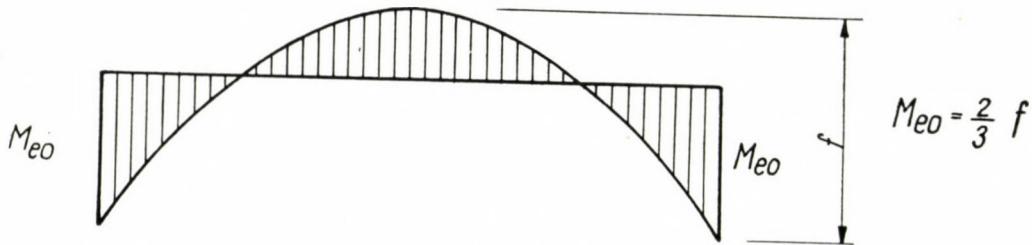


Abb. 3

Die Verringerung der Momente durch die Verdrehungen der Stützen kann durch Momentenverteilung berechnet werden.

Die Verteilungszahlen sind für den Bogen und Versteifungsträger

$$\frac{1}{1+k} \text{ bzw. } \frac{k}{1+k}$$

$$M_e = M_{e0} \frac{k}{1+k} = \frac{2}{3} \frac{fk}{1+k} \quad (7)$$

Die Momente sind also

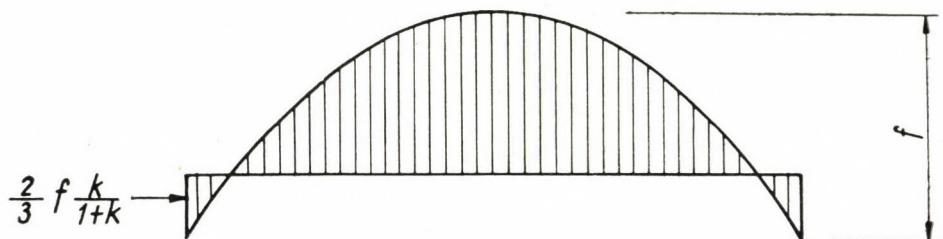


Abb. 4

Im Besitz der Moment ist

$$a_{hh} = kf^2 l \left(\frac{8}{15} - \frac{4}{g} \frac{k}{1+k} \right) = f^2 lk \frac{4(6+k)}{45(1+k)} \quad (8)$$

Die Ordinaten der Einflusslinie der Horizontalkraft sind nach der kinematischen Auffassung

$$\mathbf{h}^* = \frac{k 8 f}{l^2} \frac{\mathbf{a}^*}{a_{hh}}. \quad (9)$$

Die Einflusslinie wird durch einen Reihenvektor dargestellt, damit sein Produkt mit dem Vektor der Belastung ein Skalar sei.

Die durch das Kräftesystem \mathbf{x} erzeugte Horizontalkraft beträgt

$$H = \mathbf{h}^* \mathbf{x} \frac{k 8 f}{l^2} \frac{\mathbf{a}^* \mathbf{x}}{a_{hh}} \quad (10)$$

Nach Berücksichtigung der Gleichungen (6), (8) und (10) werden die relativen Verschiebungen

$$\delta_2 = \frac{k^2 8^2 f^2}{l^4} \frac{\mathbf{a} \mathbf{a}^*}{a_{hh}} \mathbf{x} = \frac{720 k (1+k)}{l^5 (6+k)} \mathbf{a} \mathbf{a}^* \mathbf{x} \quad (11)$$

Aus (5) und (11)

$$\delta = \delta_1 - \delta_2 = (1 + k) \left(\mathbf{K} - \frac{720k}{l^5(6+k)} \mathbf{aa}^* \right) \mathbf{x}$$

oder

$$\delta = (1 + k) (\mathbf{K} - \alpha \mathbf{aa}^*) \mathbf{x} = \mathbf{Ax} \quad (12)$$

mit

$$\alpha = \frac{720k}{l^5(6+k)} \quad (13)$$

Matrix der Belastungsglieder

Die Verschiebungen an dem eingespannt angenommenen Versteifungsträger (infolge der Verdrehungen der Stützpunkte treten keine relativen Verschiebungen zwischen dem Bogen und dem Versteifungsträger auf).

$$\delta_1 = \mathbf{Kq} \quad (14)$$

Die Einflusslinie des Horizontalschubes H ist nur auf dem Versteifungsträger zu beladen.

Durch einen Horizontalschub vom Betrage 1^t wird ein Einspannmoment $M_e = \frac{2fk}{3(1+k)}$ (S. [7]) erzeugt.

Die Verschiebung daraus am Versteifungsträger ist

$$\delta = \frac{2fk}{3(1+k)} \mathbf{c} \quad (15)$$

Die Ordinaten der Einflusslinie am Versteifungsträger sind

$$\mathbf{h}^* = \frac{2fk}{3(1+k)} \frac{\mathbf{c}^*}{a_{hh}} \quad (16)$$

Die relativen Verschiebungen aus (6), (8) und (16) :

$$\delta_2 = \frac{60k}{l^3(6+k)} \mathbf{ac}^* \mathbf{q} \quad (17)$$

Die ganze Verschiebung aus (14) und (17) ist

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \left(\mathbf{K} + \frac{60k}{l^3(6+k)} \mathbf{ac}^* \right) \mathbf{q} \quad (18)$$

Bei Verwendung der Ausdrücke (2) und (13) ergibt sich

$$\delta = (\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^* + \alpha \mathbf{a}\mathbf{b}^*) \mathbf{q} = \mathbf{B}\mathbf{q} \quad (19)$$

Die Bedingungsgleichung und ihre Auflösung

Durch Verknüpfung der Gleichungen (12) und (19) kann die Beziehung zwischen der Belastung und der Schnittkräfte der Hängestäbe aufgeschrieben werden :

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{B}\mathbf{q}$$

$$(1+k)(\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^*)\mathbf{x} = (\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^* + \alpha \mathbf{a}\mathbf{b}^*) \mathbf{q} \quad (20)$$

Die Gleichung wird durch $(1+k)^{-1}(\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^*)^{-1}$ multipliziert :

$$\mathbf{x} = \frac{1}{1+k} [\mathbf{E} + (\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^*)^{-1} \alpha \mathbf{a}\mathbf{b}^*] \mathbf{q} = \mathbf{M}\mathbf{q} \quad (21)$$

Die Aufgabe besteht im weiteren in der Vereinfachung der Matrix $(\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^*)^{-1} \alpha \mathbf{a}\mathbf{b}^*$

Ein Hilfsatz

A soll eine nichtsinguläre quadratische Matrix (es existiert also auch \mathbf{A}^{-1}), weiterhin **a** und **b*** eine Spalten- bzw. Reihenmatrix bezeichnen. (Die Anzahl der Elemente von **a** und **b*** stimmen untereinander und mit der Spalten- bzw. Reihenzahl der Matrix **A** überein.)

Die Aufgabe soll im Invertieren der Matrix $(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)$ bestehen.

Nach der Definition ist

$$(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} = \mathbf{E} \quad (22)$$

Nach Multiplikation mit \mathbf{A}^{-1} und nach dem Ordnen erhalten wir :

$$(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^* (\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} \quad (23)$$

Multiplikation mit **b*** von links ergibt :

$$\mathbf{b}^* (\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} = \mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^* (\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1}$$

$\mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}$ ist ein Skalar, also

$$\mathbf{b}^*(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} = \frac{\mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}} \quad (24)$$

Die obere Gleichung kann in die rechte Seite von (23) eingeführt werden:^{*}

$$(\mathbf{A} + \mathbf{a}\mathbf{b}^*)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{\mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1}}{1 + \mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a}} \quad (25)$$

Fortsetzung der Auflösung

Der Hilfsatz kann nun verwendet werden und so wird die reziproke Matrix in (21)

$$(\mathbf{K} - \alpha \mathbf{a}\mathbf{a}^*)^{-1} = \mathbf{K}^{-1} + \frac{\alpha \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1}}{1 - \alpha \mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}}. \quad (26)$$

Die Gleichung (21) wird demgemäß

$$\mathbf{x} = \frac{1}{1+k} \left(\mathbf{E} + \alpha \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^* + \frac{\alpha^2 \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^*}{1 - \alpha \mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}} \right) \mathbf{q}$$

und geordnet

$$\mathbf{x} = \frac{1}{1+k} \left(\mathbf{E} + \frac{\alpha \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}\mathbf{b}^*}{1 - \alpha \mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}} \right) \mathbf{q} \quad (27)$$

* Bemerkungen des Lektors: Als ein Sonderfall der Formel (25) kann die Formel von J. SHERMANN—W. J. MORISON betrachtet werden, welche im Artikel: «Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in One Element of a Given Matrix» (The Anna of Mathematical Statistics 21 1950 pp 124–127) in folgender Form angegeben ist.

$$\mathbf{B}^{-1} = \mathbf{R} - \frac{1}{k^{-1} + r_{ji}} \mathbf{r}_i \mathbf{r}_j$$

worin $\mathbf{B} = \mathbf{A} + k \mathbf{e}_i \mathbf{e}_j^*$, $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{R} = [r_{ji}]$, $1 + kr_{ji} \neq 0$

\mathbf{r}_i den i -ten Spaltenvektor \mathbf{r}_j den j -ten Reihenvektor der reziproken Matrix \mathbf{R} bedeutet.

Wenn in der Formel (25) die Substitution $\mathbf{a} = k \mathbf{e}_j$ und $\mathbf{b}^* = \mathbf{e}_j^*$ durchgeführt wird, kommt die oben zitierte Formel als ein Sonderfall von (25) zustande. Die Bedingung für die Verwendbarkeit der Formel (25) ist, dass $1 + \mathbf{b}^* \mathbf{A}^{-1} \mathbf{a} \neq 0$ sein soll.

Unter Benützung der Beziehungen (3), (4) und (13) ergibt sich :

$$\alpha \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a} = \frac{720 k}{l^5 (6+k)} \cdot \frac{l}{n} \mathbf{e} = \frac{720 k}{l^4 (6+k) n} \mathbf{e} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \alpha \mathbf{a}^* \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a} &= \frac{720 k}{l^4 (6+k) n} \mathbf{a}^* \mathbf{e} = \frac{720 k}{l^4 (6+k) n} \cdot \frac{l^4 (n^4 - 1)}{720 n^3} = \\ &= \frac{k}{6+k} \left(1 - \frac{1}{n^4} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

$$\mathbf{x} = \frac{1}{1+k} \left\{ \mathbf{E} + \frac{720 k \mathbf{e} \mathbf{b}^*}{n l^4 (6+k) \left[1 - \frac{k}{6+k} \left(1 - \frac{1}{n^4} \right) \right]} \right\} \mathbf{q}$$

oder

$$\mathbf{x} = \left[\frac{\mathbf{E}}{1+k} + \frac{k}{1+k} \frac{120 \mathbf{e} \mathbf{b}^*}{n l^4 \left(1 + \frac{k}{6 n^4} \right)} \right] \mathbf{q} \quad (30)$$

In Kenntnis der Schnittkräfte der Hängestäbe können die inneren Kräfte des Trägers mittels Matrizen leicht berechnet werden.

Einflusslinie der Schnittkräfte eines Hängestabes

Bekanntlich sind die Ordinaten von \mathbf{b}^*

$$b_i = \frac{l^4}{2^4} (\xi^4 - 2\xi^3 + \xi) \quad (31)$$

wo $\xi = \frac{x}{l}$

$$\eta = \frac{k}{1+k} \cdot \frac{5}{n} \cdot \frac{\xi^4 - 2\xi^3 + \xi}{1 + \frac{k}{6 n^4}} + \begin{cases} \frac{1}{1+k} & \text{Wenn die äussere Kraft in der Lotrechte des Hängestabes liegt} \\ 0 & \text{Wenn die äussere Kraft ausserhalb der Lotrechten des Hängestabes liegt} \end{cases} \quad (32)$$

Folgerungen

Bei der Verwendung der Matrizenrechnung fällt die Auflösung der Bedingungsgleichungen fort, und die Schnittkräfte der Hängestäbe werden durch eine einfache geschlossene Form geliefert. Diese geschlossene Form

macht das Überprüfen der Genauigkeit der Methode von HAVIÁR unmittelbar möglich.

Die Gleichung für die Ordinaten der Einflusslinie der Hängestäbe eines Langer-Trägers unter Annahme eines Hängenetzes lautet :

$$\eta_L = \frac{5(\xi^4 - 2\xi^3 + \xi)}{n} \quad (33)$$

Die Ordinaten der Einflusslinie eines Hängestabes sind nach HAVIÁR

$$\eta = \begin{cases} \frac{k}{1+k} \eta_2 + \frac{1}{1+k} & \left\{ \begin{array}{l} \text{wenn die Kraft in der Lotrechte des} \\ \text{Hängestabes liegt} \end{array} \right. \\ 0 & \left\{ \begin{array}{l} \text{wenn die Kraft ausserhalb der} \\ \text{Lotrechten des Hängestabes liegt} \end{array} \right. \end{cases} \quad (34)$$

Diese Werte weichen bloss in einem Faktor $1 + \frac{k}{64n^4}$ von den oben gezeigten genauen Ergebnissen ab.

Bei den geläufigen Trägheitsmomentverhältnissen ist dieser Faktor im Falle weniger Hängestäbe zu vernachlässigen.

Im Zahlenbeispiel von ASTWAZATUROV sind $k = 1$ und $n = 9$. Der Faktor wird in diesem Falle

$$1 + \frac{1}{6 \cdot 9^4} = 1.00003$$

Damit hat unser Aufsatz sein Ziel erreicht. Es wurde bewiesen, dass die Annahme des Hängenetzes gerechtfertigt und die Bestimmung der Schnittkräfte durch Bedingungsgleichungen überflüssig ist. Es ist noch hinzuzufügen, dass das Verfahren von HAVIÁR bei beliebigen Trägheitsverhältnissen verwendbar bleibt, wobei auch die Dehnungen der Hängestäbe berücksichtigt werden können.

SCHRIFTTUM

1. Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau. Dritter Kongress Liège, 13—18. September 1948. Schlussbericht : Der mit Versteifungsträger verbundene Bogen.
2. А. Я. Аствацатуров : «Расчет мостовых арок с вертикальными и наклонными подвесками».

ZUSAMMENFASSUNG

Mittels der Matrizenrechnung wurde bewiesen, dass die Annahme des Hängenetzes zur Bestimmung der Schnittkräfte der Hängestäbe eines mit Versteifungsträger verbundenen Bogens in praktischen Fällen jeden Genauigkeitsansprüchen genügt.

ON THE FORCES OF THE SUSPENSION BAR OF ARCH BRIDGES

E. ÉLIÁS

SUMMARY

With the matrix calculation it is proved that the admission of the hanging truss for the calculation of the internal forces of the suspension bar meets, in any practical case, the requirements of precision.

SUR LES FORCES INTÉRIEURES DES SUSPENTES D'UN ARC
RAIDI PAR UNE POUTRE

E. ÉLIÁS

RÉSUMÉ

À l'aide du calcul matriciel, il peut être démontré que l'hypothèse d'un suspenseur continu satisfait, dans les cas pratiques, à toutes les exigences de précision lors de la détermination des forces intérieures des suspentes d'un arc raidi par une poutre.

РАБОТА ПОДВЕСОК АРОЧНЫХ МОСТОВ

Э. ЭЛИАШ

РЕЗЮМЕ

Применением матричного расчета установлено, что применение подвесной стержневой сети для определения внутренних сил подвесных стержней арки с балкой жесткости удовлетворяет всем требованиям точности.

GRUNDLAGEN DER KALIBRIERUNG VON FORMSTAHL^[1]

Prof. Dr. Z. WUSATOWSKI
GLIWICE, POLEN

[Eingegangen am 27. März 1958]

1. Einführung

Wenn wir an die Kalibrierung der Walzen herangehen, d. h. an die Bestimmung der aufeinanderfolgenden Profile, welche der gewalzte Stab durchlaufen soll, so muss vor allen Dingen die Verringerung des Querschnitts, d. h. der Längungsgrad von einem Querschnitt zum anderen bestimmt werden [1], nach der Gleichung

$$\lambda = \frac{F_1}{F_2} = \frac{l_2}{l_1} \quad (1)$$

Hierbei bedeuten :

l_1, F_1 — Länge und Querschnitt vor dem Stich

l_2, F_2 — Länge und Querschnitt nach dem Stich.

Bei Kalibrierungssystemen berechnet man aus den Massen eines Profiles direkt die Masse des nächsten in folgender Weise :

$$\begin{aligned} F_{n-1} &= F_n \cdot \lambda_n & \text{mm}^2 \\ F_{n-2} &= F_n \cdot \lambda_n \cdot \lambda_{n-1} & \text{mm}^2 \\ F_1 &= F_n \cdot \lambda_n \cdot \lambda_{n-1} \dots \lambda_2 & \text{mm}^2 \\ F_0 &= F_n \cdot \lambda_n \cdot \lambda_{n-1} \dots \lambda_2, \lambda_1, \text{mm}^2 \end{aligned} \quad (2)$$

Wenn die Koeffizienten verschieden sind, erhalten wir die Beziehung :

$$\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \dots \lambda_n = \lambda_g = \frac{F_0}{F_n} \quad (3)$$

Dabei für rechteckige Querschnitte wird die Fläche aus der Gleichung

$$F = h \cdot b \quad \text{mm}^2 \quad (4)$$

bestimmt. Wenn die Querschnitte von den rechtwinkligen differieren, so gilt

$$F = h_m \cdot b \quad \text{mm}^2 \quad (5)$$

Dabei verstehen wir unter b gewöhnlich die grösste Breite, auf welche das Profil ausgefüllt wird (siehe Bild 1). Solche Fälle erfordern zusätzliche Beziehungen, welche die Höhen- bzw. Breitenverhältnisse verbinden, damit das Profil ordnungsmässig ausgefüllt wird.

Durch die Einführung des Stauchungsgrades $\frac{h_2}{h_1} = \gamma$ sowie des Breitungsgrades $\frac{b_2}{b_1} = \beta$ bestehen ferner die bekannten Möglichkeiten der Kontrolle ordnungsgemässer Berechnungen durch nachstehende Gleichung, die ein konstantes Volumen voraussetzt

$$\gamma \cdot \beta \cdot \lambda = 1,0 \quad (6)$$

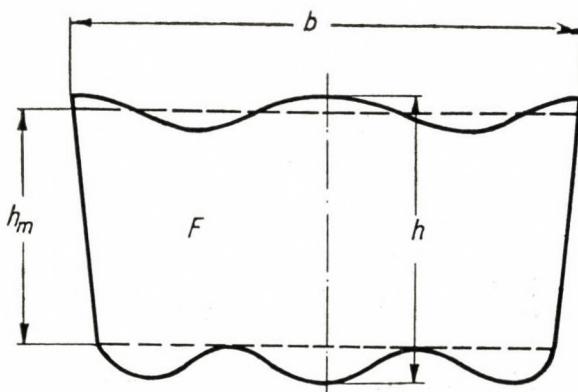


Bild 1. Mittlere Höhe der Kaliber

Die angegebenen Gleichungen beziehen sich nur auf Prozesse, bei denen das Metall aufeinanderfolgende Formänderungsstadien — vom Anfangs- bis zum Endzustand — durchmacht, wobei der Grundsatz des konstanten Volumens gewahrt bleibt.

$$V_0 = V_1 = V_2 = V_3 = V_i = V_n \text{ mm}^3 \quad (7)$$

Dabei bedeuten :

i — den mittleren Stand der Formänderung,

n — den Endstand der Formänderung,

V — das Volumen nach jeder Formänderung.

Gleichzeitig muss für jede aufeinanderfolgende Formänderung die Gleichung (3) in vollem Masse erfüllt sein.

$$\left[\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \dots \lambda_i \dots \lambda_n = \lambda_g = \frac{F_0}{F_n} \right].$$

2. Ableitung von allgemeinen Beziehungen für Prozesse der plastischen Formänderungen

Aus der Gleichung (3) ergibt sich

$$\lambda_g = \frac{F_0}{F_n} = \frac{h_0}{h_n} \cdot \frac{b_0}{b_n} = \frac{1}{\gamma_g \cdot \beta_g}.$$

Hieraus wird klar, dass die allgemeine Beziehung 6) bei vielfältiger Formänderung des Metalls eine weitere Verallgemeinerung wie folgt findet:

$$\gamma_g \cdot \beta_g \cdot \lambda_g = 1. \quad (8)$$

Dabei muss man unter γ_g und β_g ähnliche gesamte Formänderungsgrade wie bei dem Längungsgrade (3) verstehen.

Wir erhalten also mit Gleichung (6) :

$$\gamma_g = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \dots \gamma_i \dots \gamma_n \quad (9a)$$

$$\beta_g = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot \beta_3 \dots \beta_i \dots \beta_n \quad (9b)$$

$$\lambda_g = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \dots \lambda_i \dots \lambda_n \quad (9c)$$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

1 1 1 1 1 1

Wir erkennen auf diese Weise die interessante Tatsache, dass in jedem aufeinanderfolgenden Falle der Formänderung das Produkt der Koeffizienten $= 1$ ist.

Für die Walzenkalibrierung leitete K. RYTEL [6] aus den Mustern des Autors [3] eine zusätzliche Gleichung in der nachstehenden Form ab:

$$\beta = \lambda^{\frac{W}{1-W}} \quad (10)$$

Wenn wir diese Gleichung in Formel (9b) einsetzen, erhalten wir

$$\beta_g = \lambda_1^{\frac{W_1}{1-W_1}} \cdot \lambda_2^{\frac{W_2}{1-W_2}} \cdot \lambda_3^{\frac{W_3}{1-W_3}} \dots \lambda_i^{\frac{W_i}{1-W_i}} \dots \lambda_n^{\frac{W_n}{1-W_n}} \quad (11)$$

wobei der Exponent W eine Funktion des Formindexes $\varepsilon_w = \frac{b_i}{h_i}$ sowie des Walzenindexes $\varepsilon_v = \frac{h_i}{D_i} = 1,3$ ist.

Die abgeleiteten Gleichungen (9 bis 11) sind nur unter der Bedingung richtig, dass sich das Metall während des Walzens nicht dreht. Ist das der

Fall, so müssen in den Gleichungen die Werte der Koeffizienten γ , β und λ geändert werden.

Ferner muss daran gedacht werden, dass für β_g oder $\lambda_g = 1$, nach (8) ähnliche Grenzabhängigkeiten wie bisher erhalten (3) werden.

$$\lambda_g = \frac{1}{\gamma_g}, \quad \beta_g = \frac{1}{\gamma_g} \quad (8a)$$

In Übereinstimmung mit der Gleichung (3) können wir ebenso die Beziehungen für die einzelnen Koeffizienten anschreiben :

$$\lambda_m^n = \lambda_g \quad \text{und hieraus} \quad \lambda_m = \sqrt[n]{\lambda_g}, \quad (12a)$$

$$\gamma_m^n = \gamma_g \quad \text{und hieraus} \quad \gamma_m = \sqrt[n]{\gamma_g}, \quad (12b)$$

$$\beta_m^n = \beta_g \quad \text{und hieraus} \quad \beta_m = \sqrt[n]{\beta_g}. \quad (12c)$$

Da die Gleichung (8) stets erfüllt ist, ergibt sich nach Einsetzen der Gleichungen (12a bis 12c)

$$\gamma_m^n \cdot \beta_m^n \cdot \lambda_m^n = 1. \quad (13a)$$

Hieraus wird

$$\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = \sqrt[n]{\gamma_g} \cdot \sqrt[n]{\beta_g} \cdot \sqrt[n]{\lambda_g} = 1. \quad (13b)$$

Wir erhalten auf diese Weise eine Reihe von zusätzlichen Gleichungen, die uns anschliessend die Lösung der Kalibrierung einfacher Profile sowie Formstähle erleichtern.

3. Anpassung der abgeleiteten Gleichungen für die Kalibrierung einfacher Formstähle

Nehmen wir an, wir haben einen Formstahl mit der Fläche

$$F_1 = F_{A_1} + F_{B_1} + F_{C_1}, \quad (14a)$$

der nach dem Stich eine Gestalt annimmt wie sie Bild 2 schematisch darstellt.

$$F_2 = F_{A_2} + F_{B_2} + F_{C_2} \quad (14b)$$

Als Bestandselemente des Profils nehmen wir solche Querschnittsteile an, an welchen ein mehr oder weniger gleichmässiger Druck in ihrer ganzen Breite lastet (siehe Bild 2).

Setzen wir voraus, dass wir das Profil nach Bild 2 mit freier Breitung walzen, dann können wir für die einzelnen Teile des Profils *A*, *B* und *C* die nachstehenden Gleichungen anschreiben :

$$\begin{aligned}\beta_A &= \gamma_A^{-W_A} \\ \beta_B &= \gamma_B^{-W_B} \\ \beta_C &= \gamma_C^{-W_C}\end{aligned}$$

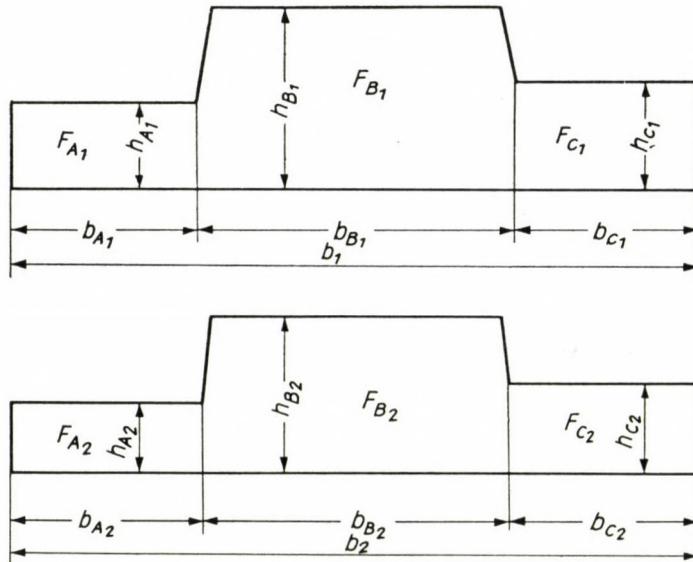


Bild 2. Schematisches Profil eines einfachen Formstahls, der aus 3 Elementen *A*, *B* und *C* besteht

Zur Bestimmung der Breitungsgrade des ganzen Profils erhalten wir die Gleichung

$$\beta_g = \frac{b_{2g}}{b_{1g}} = \beta_A \cdot \beta_B \cdot \beta_C.$$

Nehmen wir an, wir untersuchen irgendein gewalztes Profil, ähnlich dem Bild 2, das jedoch aus *N* Teilen besteht.

Das Volumen muss vor und nach der Formänderung konstant bleiben. Das Produkt aller Deformationsgrade des Profils ist dann ebenfalls gleich 1, also übereinstimmend mit der Gleichung (8)

$$\gamma g_w \cdot \beta g_w \cdot \lambda g_w = 1. \quad (8b)$$

Die einzelnen Formänderungskoeffizienten des Formstahls können für eine grössere Anzahl von Profilteilen in nachstehender Weise ausgedrückt werden :

$$\begin{aligned}
 \gamma_{g_w} &= \gamma_A \cdot \gamma_B \cdot \gamma_C \dots \gamma_J \dots \gamma_N \\
 \beta_{g_w} &= \beta_A \cdot \beta_B \cdot \beta_C \dots \beta_J \dots \beta_N \\
 \lambda_{g_w} &= \lambda_A \cdot \lambda_B \cdot \lambda_C \dots \lambda_J \dots \lambda_N \\
 \downarrow &\quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\
 1 & \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad \quad 1 \quad \quad 1
 \end{aligned} \tag{15}$$

Die Indizes w bedeuten, dass die Gleichung (15) sich ausschliesslich auf ein Kaliber bezieht.

Die Gleichungen in dieser Form würden Veränderungen der einzelnen Bestandselemente des Profils — unabhängig voneinander — darstellen. Wir wissen, dass dem nicht so ist, denn alle Bestandselemente sind untereinander eng verbunden und nach dem Stich erhalten wir eine mittlere Formänderung des ganzen Profils.

Wenn aus einem Profilteil beim Walzen eine gewisse Menge Metall abfliesst, so geht diese Menge in andere Profilteile über und verändert die Werte der Deformationsgrade (15) so, dass das Gesetz des konstanten Volumens für das ganze Profil immer gewahrt bleibt. Um wieviel also ein Bestandteil des Profils verändert wird, um genau soviel muss sich ein anderer Teil des Profils in entgegengesetzter Weise verändern.

In diesem Falle schreiben wir zum Beispiel: γ_{gp} ; β_{gp} ; λ_{gp} .

Das Symbol ' p ' drückt aus, dass der gegebene Koeffizient das Hinüberfliessen des Metalls von Profilteil zu Profilteil berücksichtigt. Es handelt sich also um tatsächliche Koeffizienten der Formänderung.

Das Bild 3 stellt schematisch den Walzprozess eines aus den Teilen A und B bestehenden Formstahls dar. Die nach der Formänderung aus dem Teil A in den Teil B übergegangene Metallmenge ist mit F_x bezeichnet.

Aus den Gleichungen (8 und 15) erhalten wir für einen aus 2 Teilen A und B bestehenden Formstahl (Bild 3) die nachstehenden Beziehungen:

$$\gamma_{gp} \cdot \beta_{gp} \cdot \lambda_{gp} = \gamma_{A_p} \cdot \gamma_{B_p} \cdot \beta_{A_p} \cdot \beta_{B_p} \cdot \lambda_{A_p} \cdot \lambda_{B_p} = 1. \tag{15a}$$

Bei den Koeffizienten γ können wir die Symbole p weglassen, da ihre Grösse keiner Veränderung unterliegt, unabhängig davon, ob ein Hinüberfliessen des Metalls vor sich geht oder nicht. Für Profile aus zwei Teilen können wir analog zu den Gleichungen (15, 12a, 12b und 12c) schreiben:

$$\begin{aligned}
 \gamma_A \cdot \gamma_B &= \gamma_{m_w}^2 \\
 \beta_{A_p} \cdot \beta_{B_p} &= \beta_{m_w}^2 \\
 \lambda_{A_p} \cdot \lambda_{B_p} &= \lambda_{m_w}^2
 \end{aligned} \tag{16}$$

Wenn das Profil aus zwei symmetrischen Elementen bestehen würde (z. B gleichschenkliges Winkeleisen, Bild 4), so wären die Grössen der einzelnen Koeffizienten einander gleich.

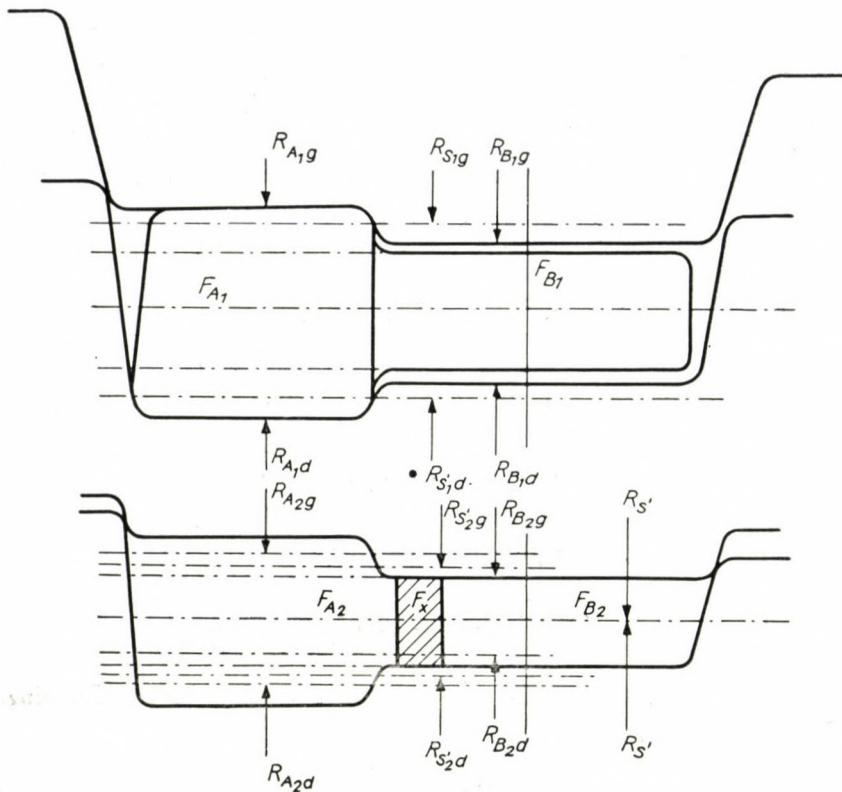


Bild 3. Walzen eines Profils, das aus den Teilen A und B besteht, wobei aus Teil A die Menge Metall F_x in den Teil B fliesst

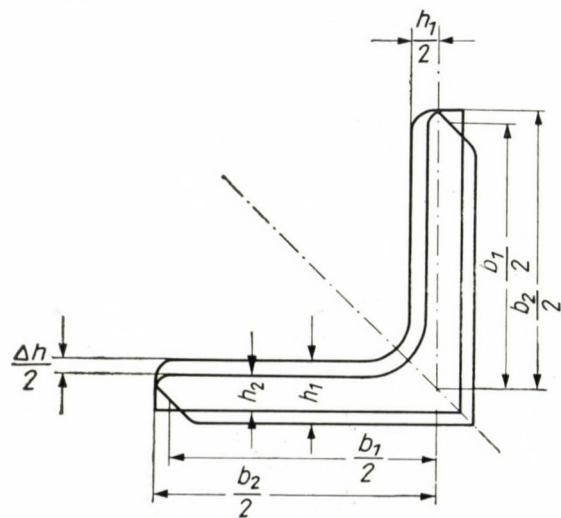


Bild 4. Ein gleichseitiges Winkeleisen als Beispiel eines Elementes mit $F_A = F_B$

In einem solchen Falle ist die Erfüllung der Gleichung 16 selbstverständlich. Wenn diese Koeffizienten verschieden sind, wissen wir, dass bei der Formänderung das ganze Profil das konstante Volumen bewahren muss. Wenn der Wert eines Koeffizienten wächst, dann muss der Wert des anderen entsprechend fallen. Der mittlere Wert der Koeffizienten λ , β oder γ erfährt alsdann keine Veränderung.

Aus den Gleichungen (8b, 16) ergibt sich

$$\sqrt{\gamma_A \cdot \gamma_B} \cdot \sqrt{\beta_{A_p} \cdot \beta_{B_p}} \cdot \sqrt{\lambda_{A_p} \cdot \lambda_{B_p}} = 1$$

Es ist klar, dass für Profile aus N Teilen die Gleichungen (16) eine allgemeinere Form annehmen:

$$\begin{aligned}\gamma_{m_w} &= \sqrt[N]{\gamma_A \cdot \gamma_B \cdot \gamma_C \cdot \gamma_J \dots \gamma_N} \\ \beta_{m_w} &= \sqrt[N]{\beta_{A_p} \cdot \beta_{B_p} \cdot \beta_{C_p} \cdot \beta_{J_p} \dots \beta_{N_p}} \\ \lambda_{m_w} &= \sqrt[N]{\lambda_{A_p} \cdot \lambda_{B_p} \cdot \lambda_{C_p} \cdot \lambda_{J_p} \dots \lambda_{N_p}}\end{aligned}\quad (17a)$$

Die Gleichungen (16) erleichtern uns ebenfalls die Berechnung der einzelnen Koeffizienten, z. B.

$$\lambda_{A_p} = \frac{\lambda_{m_w}^2}{\lambda_{B_p}} \quad (16a)$$

Für ein aus 3 Elementen bestehendes Profil erhalten wir

$$\lambda_{A_p} \cdot \lambda_{B_p} \cdot \lambda_{C_p} = \lambda_m^3$$

Hieraus wird:

$$\lambda_{A_p} = \frac{\lambda_m^3}{\lambda_{B_p} \cdot \lambda_{C_p}} \quad (16b)$$

und so gleich für λ_{C_p} und λ_{B_p} .

In ähnlicher Weise lassen sich die Gleichungen für die Koeffizienten γ und β bearbeiten.

In einer Arbeit [7] des Autors, in der er sich mit anderen Aufgaben beschäftigte, werden Gleichungen für die Berechnung des mittleren Streckungsgrades eines aus N Elementen bestehenden Formstahls wie folgt abgeleitet:

$$\lambda_{m_w} = \frac{\sum_{J=1}^{J=N} F_{J_2} \cdot \lambda_J \cdot R_J}{\sum_{J=1}^{J=N} F_{J_2} \cdot R_m} \quad (18)$$

Wir führen hier zweckmässig die Symbole w bei λ_m ein, um es von λ_m zu unterscheiden, das aus der Gleichung (3) errechnet wurde. Die Rolle der arbeitenden Walzenradien R_A, R_B, R_m stellt Bild 3 dar. Die Berechnungsmethoden für R_A, R_B und R_m sind in den Veröffentlichungen [1, 7 und 10] erschöpfend besprochen worden, weshalb sie hier übergangen werden können. Wenn wir R_A und $R_B = R_m$ annehmen, geht die Gleichung (18) in

$$\lambda_{m_w} = \frac{\sum_{J=1}^{J=N} F_{J_2} \cdot \lambda_J}{\sum_{J=1}^{J=N} F_{J_2}} \text{ über.} \quad (20)$$

In der Formel (20) verstehen wir unter F_{J_2} die tatsächliche Fläche eines bestimmten Teiles des Profils nach der Formänderung. Die Formel in dieser Gestalt wurde vom Autor [7] sowie unabhängig davon von J. GÓRECKI [8] abgeleitet.

Eine ins einzelne gehende Analyse [9] zeigte, dass die Gleichung (20) genauer als die Gleichung (18) ist.

Ausser den bisher angegebenen Gleichungen für den mittleren Längskoeffizienten (18, 20) ist seit langem die grundlegende nachstehende Form bekannt [1] :

$$\lambda_{m_w} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_{A_1} + F_{B_1} + F_{C_1} + F_{J_1} + \dots + F_{N_1}}{F_{A_2} + F_{B_2} + F_{C_2} + F_{J_2} + \dots + F_{N_2}} \quad (21)$$

Die Gleichungen (20, 21) sind identisch.

Ausser den Gleichungen für die Berechnung von λ_{m_w} bedienen wir uns Beziehungen, die eine Berechnung von F_x , der Metallmenge, die von dem einen Teil des Profils in das zweite (siehe Bild 5) hinüberfliesst, ermöglichen. Hier benutzen wir die Gleichungen von J. GÓRECKI [8] als die brauchbarsten :

$$\lambda_A > \lambda_B, \quad F_{x_A} = F_{A_2} \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \text{ mm}^2 \quad (22a)$$

$$\lambda_A > \lambda_B, \quad F_{x_B} = F_{B_2} \left(1 - \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} \right) \text{ mm}^2 \quad (22b)$$

$$\lambda_B > \lambda_A, \quad F_{x_A} = F_{A_2} \left(1 - \frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} \right) \text{ mm}^2 \quad (22c)$$

$$\lambda_B > \lambda_A, \quad F_{x_B} = F_{B_2} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \text{ mm}^2 \quad (22d)$$

Allgemein kann man die Formeln (22) wie folgt schreiben :

$$\lambda_N > \lambda_{m_w}, F_{x_N} = F_{N_2} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \text{ mm}^2 \quad (23a)$$

$$\lambda_{m_w} > \lambda_N, F_{x_N} = F_{N_2} \left(1 - \frac{\lambda_N}{\lambda_m} \right) \text{ mm}^2 \quad (23b)$$

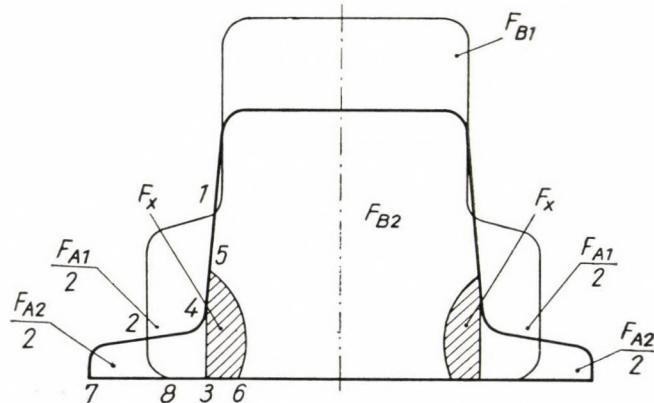


Bild 5. Bestimmung der Metallmenge, die aus einem Teil des Formstahls in den anderen fliesst. Dünner Abriss — Eingangsprofil, dicker Abriss — Form des Kalibers. F_x — Metallmenge, die aus dem Teil A fliesst

Für die Bestimmung der Grösse des überfliessenden Metalls werden einfache Indizes empfohlen :

$$k = \frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} \quad k' > 1 \quad \begin{matrix} \text{Teil } A \text{ gibt} \\ \text{Metall ab} \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} k' < 1 \\ \text{zu Teil } A \text{ fliesst} \\ \text{Metall zu} \end{matrix} \quad (24a)$$

und :

$$k' = \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} \quad k' < 1 \quad \begin{matrix} \text{dann fliesst dem} \\ \text{Teil } B \text{ Metall zu} \end{matrix} \quad \text{oder} \quad \begin{matrix} k' > 1 \\ \text{Teil } B \text{ gibt} \\ \text{Metall ab.} \end{matrix} \quad (24b)$$

Es gilt immer

$$k = \frac{1}{k'} \quad (25)$$

Wenn $k = k' = 1$ ist, gibt es kein Hinüberfliessen des Metalls.

Diese Gleichung kann man gleichfalls zur Bestimmung der Menge des aus Teil A zum Teil B hinüberfliessenden Metalls wie folgt benutzen [4] :

$$k = \frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} = \frac{F_{A_1} \cdot l_1}{F_{A_2} \cdot l_2} = \frac{V_{A_1}}{V_{A_2}} \quad (24c)$$

Hieraus berechnen wir $V_{x_A} = V_{A_1} - V_{A_2}$ mm³ (24d)

und ähnlich

$$k' = \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} = \frac{F_{B_1}}{F_{B_2}} \frac{l_1}{l_2} = \frac{V_{B_1}}{V_{B_2}} \quad (24e)$$

Analog wird

$$V_{x_B} = V_{B_1} - V_{B_2} \cdot \text{mm}^3 \quad (24f)$$

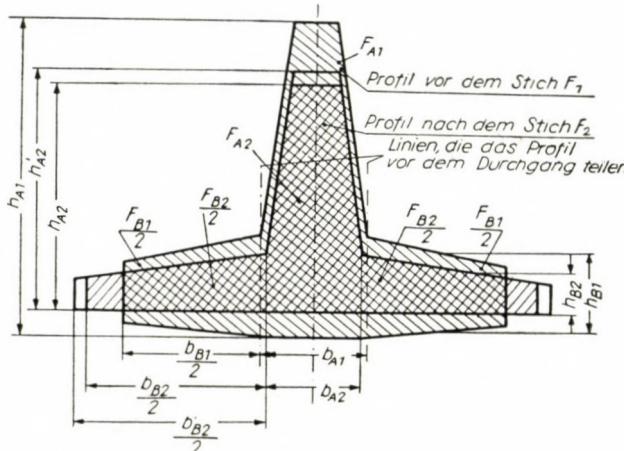


Bild 6. Walzbeispiel bei einem einfachen Formstahl, bestehend aus den Elementen A und B

4. Kalibrierung von Formstählen, die aus zwei Teilen bestehen

Auf Bild 6 haben wir ein Profil mit dem Querschnitt $F_2 = F_{A_2} + F_{B_2}$ und den Massen h_{A_2}, b_{A_2} sowie h_{B_2}, b_{B_2} .

Die arbeitenden Durchmesser der Walze sind bekannt.

Gesucht werden die Abmessungen des einlaufenden Profils, und sein vollständiger Querschnitt :

$F_1, F_{A_1}, h_{A_1}, b_{A_1}, F_{B_1}, h_{B_1}, b_{B_1}$. Das sind zusammen 7 Unbekannte.

Wir begrenzen ihre Zahl auf 4, da zwischen der Fläche und ihren Massen zusätzliche Beziehungen bestehen :

$$F_{A_1} = h_{A_1} \cdot b_{A_1} \quad \text{mm}^2 \quad (26a)$$

$$F_{B_1} = h_{B_1} \cdot b_{B_1} \quad \text{mm}^2 \quad (26b)$$

$$F_1 = F_{A_1} + F_{B_1} \quad \text{mm}^2 \quad (26c)$$

Unter h_{A_1} und h_{B_1} verstehen wir mittlere Höhen, die gewöhnlich wie nachstehend berechnet werden (5) :

$$h_{A_1m} = \frac{F_{A_1}}{b_{A_1}} \cdot$$

Zur Vereinfachung nehmen wir allgemein das Zeichen h_{A_1} an und verstehen es als $h_{A_{1m}}$.

Da uns nun zwei Teilmasse des Profils bekannt sind, können wir aus ihnen das dritte berechnen.

Die Annahme der Bezeichnungen A und B war bisher vollkommen beliebig. Die Oberflächengröße F_1 erhalten wir durch Annahme des Wertes λ_{m_2} .

Die Annahme der Größe λ_{m_2} ergibt:

$$F_1 = F_{A_1} + F_{B_1} = F_2 \cdot \lambda_{m_2} \text{ mm}^2 \quad (27)$$

Da das Profil aus zwei Teilen A und B zusammengesetzt ist, die sich ungleichmäßig längen, muss

$$\lambda_{m_2} = \lambda_{m_{w2}} = \frac{F_{A_2} \cdot \lambda_A + F_{B_2} \cdot \lambda_B}{F_{A_2} + F_{B_2}} \text{ sein.}$$

Es kommen hier also zwei weitere Unbekannte λ_A und λ_B hinzu. Auf diese Weise haben wir sechs Unbekannte:

$$F_{A_1}, \lambda_A, b_{A_1}, F_{B_1}, \lambda_B, b_{B_1}.$$

Da zwischen den Bestandteilen des Profils zusätzliche Beziehungen

$$\lambda_A \cdot F_{A_2} = F_{A_1}, \text{ mm}^2$$

sowie

$$\lambda_B \cdot F_{B_2} = F_{B_1}, \text{ mm}^2$$

bestehen, verringert sich die Zahl der Unbekannten auf vier:

$$F_{A_1}, \text{ bzw. } \lambda_A \text{ sowie } b_{A_1}$$

$$F_{B_1}, \text{ bzw. } \lambda_B \text{ sowie } b_{B_1}$$

Wenn wir so verfahren, dass einer der Koeffizienten λ_A oder λ_B angenommen wird, unterliegt die Zahl der Unbekannten keiner Veränderung. Dann werden λ_{m_w} sowie der zweite der Koeffizienten, z. B. λ_B , gesucht.

An dieser Stelle müssen wir die nachstehende zusätzliche Bedingung einführen, welche bei allen Kalibrierungen erfüllt sein muss. Wir stellen die aufeinanderfolgenden Größen der Längungsgrade fest, welche nachstehende Werte annehmen können [1, 4, 8, 9].

$$\lambda_A > \lambda_{m_w} > \lambda_B \quad (28a)$$

$$\lambda_A = \lambda_{m_w} = \lambda_B \quad (28b)$$

$$\lambda_A < \lambda_{m_w} < \lambda_B \quad (28c)$$

Bei der Bedingung (28b) sind die Längungsgrade beider Teile einander gleich, es gibt also kein zusätzliches Hinüberfliessen des Metalls aus dem einen Teil zum anderen Teil des Profils.

Betrachten wir nun die Ungleichung (28a) :

$$\lambda_A > \lambda_{m_w} > \lambda_B .$$

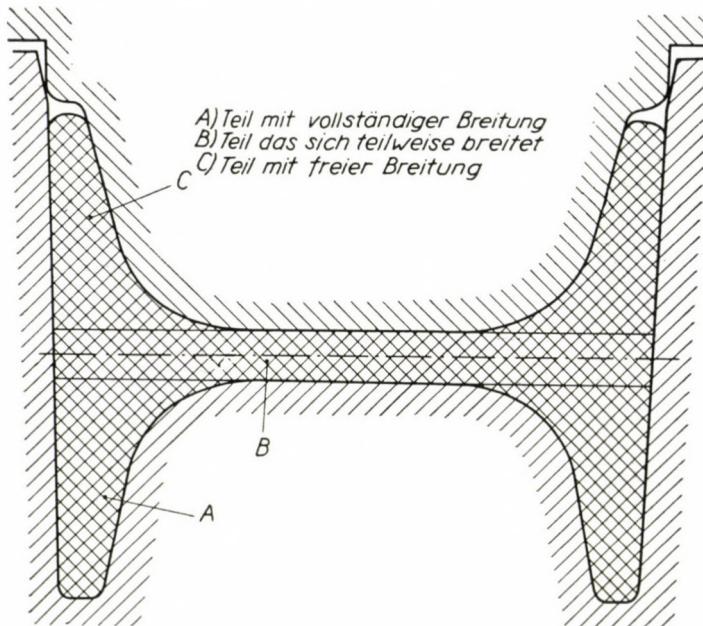


Bild 7. Teile eines Formstahls mit gänzlicher Beschränkung der Breitung, teilweiser Beschränkung und freier Breitung

Bei der Kalibrierung von einfachen, aus zwei Teilen bestehenden Formstählen, können 3 verschiedene Fälle vorkommen, siehe Bild 7.

- a) Teil A — besitzt eine vollständig begrenzte Breitung
Teil B — breitet frei.
- b) Teil A — besitzt eine teilweise begrenzte Breitung
Teil B breitet frei.
- c) Teil A und B — breiten frei.

Andere Fälle schliesse ich aus. Zum Beispiel können nicht beide Teile eine vollständig begrenzte oder eine teilweise Breitung haben, da es nicht möglich ist, sie zu walzen.

Die teilweise oder vollständige Begrenzung der Breitung beider Teile macht die freie Verschiebung des Metalls, sein Hinüberfliessen aus einem Teil zum anderen, unmöglich. Es bildet sich Grat. Aus diesem Grunde werden die Fälle ausgeschieden.

Erwägen wir jetzt die verschiedenen Fälle der Reihe nach :

a) Beim ersten wurde die freie Breitung des Teils A vollständig begrenzt, so dass $b_{A_1} \cong b_{A_2}$. Alsdann erhalten wir sofort die weiteren Abhängigkeiten :

$$\lambda_A = \frac{h_{A_1}}{h_{A_2}} = \frac{F_{A_1}}{F_{A_2}} = \frac{1}{\gamma_A} \quad (29)$$

Da die Höhe h_{A_2} bekannt ist, bekommen wir aus der Gleichung (29) λ_A , sowie die Grundmasse des Teils A . Da $\lambda_A > \lambda_B$ ist, erhalten wir eine gewisse Menge Metall F_x , die aus Teil A zum Teil B hinüberfliesst. Wir bestimmen $F_{x_{A_2}}$ nach Gleichung (22a)

$$F_{x_{A_2}} = F_{A_2} \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} - 1 \right), \text{ mm}^2.$$

Um diese Menge $F_{x_{A_2}}$ nimmt Teil B zu. Somit vergrössert sich die Fläche nach dem Stich um F_x . Wir haben außerdem die zusätzliche Beziehung :

$$| F_{x_{A_2}} | = | F_{x_{B_2}} |, \text{ mm}^2 \quad (30)$$

Wobei wir $F_{x_{B_2}}$ aus der Gleichung (22b) berechnen.

$$F_{x_{B_2}} = F_{B_2} \left(1 - \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} \right), \text{ mm}^2$$

Da $\lambda_B < \lambda_{m_w}$ ist, erhält $F_{x_{B_2}}$ ein Pluszeichen.

Das bedeutet, dass diese Menge Metall aus Teil A fliesst.

Ganz allgemein können wir den Zusammenhang (22a) wie folgt anschreiben :

$$F_{A_2} \lambda_A - F_{A_2} \lambda_{m_w} = F_{x_{A_2}} \lambda_{m_w} = F_{x_{A_1}} \quad (30a)$$

Hieraus wird :

$$F_{A_1} - F_{A_2} \lambda_{m_w} = F_{x_{A_2}} \lambda_{m_w} = F_{x_{A_1}} \quad (30b)$$

Somit erhalten wir :

$$F_{A_1} = (F_{A_2} + F_{x_{A_2}}) \cdot \lambda_{m_w} \quad \text{für } \lambda_A > \lambda_B \quad (30c)$$

Desgleichen gilt :

$$F_{B_1} = (F_{B_2} - F_{x_{B_2}}) \cdot \lambda_{m_w} \quad \text{für } \lambda_A > \lambda_B \quad (30d)$$

Den tatsächlichen mittleren Streckungsgrad λ_{m_w} können wir nun wie folgt darstellen :

$$\lambda_{m_w} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{F_{A_1} + F_{B_1}}{F_2}$$

Da $F_{x_{A_1}}$ beim Stich zum nächsten Teil des Profils hinüberfliesst und dessen Fläche vergrössert, wird die tatsächliche Fläche kleiner. Für $\lambda_A > \lambda_B$ gilt :

$$F_{A_{1t}} = F_{A_1} - F_{x_{A_1}} = F_{A_2} \lambda_{m_w} \quad (31a)$$

(Index t bedeutet »tatsächlich«).

$$F_{B_{1t}} = F_{B_1} + F_{x_{B_1}} = F_{B_2} \lambda_{m_w}. \quad (31b)$$

Nunmehr gehen wir an die Berechnung von λ_B , indem wir die Gleichungen (22a und 22b) verbinden :

$$\lambda_B = \left[F_{B_2} - F_{A_2} \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \right] \frac{\lambda_{m_w}}{F_{B_2}} \quad (32)$$

Da wir λ_B kennen, errechnen wir aus der Gleichung (31b) $F_{B_{1t}}$. Wir gehen jetzt über zur Berechnung der freien Breitung des Teils B mit Hilfe der Formel :

$$\beta_{B_t} = \frac{b_{B_{2t}}}{b_{B_{1t}}} = \lambda_B^{\frac{W_B}{1-W_B}} \quad (10a)$$

Hieraus wird :

$$b_{B_{1t}} = \frac{b_{B_{2t}}}{\lambda_B^{\frac{W_B}{1-W_B}}} \cdot \text{mm} \quad (10b)$$

Hierbei bedeutet W_B den Exponenten einer Gleichung des Autors für die Berechnung der Längung und Breitung [1, 3, 4]. Aus der Gleichung (26b) erhalten wir die letzte fehlende Unbekannte h_{B_1} .

Mit Rücksicht auf das Hinüberfliessen des Metalls aus Teil A zum Teil B ziehen wir bei diesen Berechnungen aus der Bedingung $\gamma_B \cdot \beta_B \cdot \lambda_B = 1$ keinen Nutzen, da diese nur das ganze Profil betrifft, nicht aber sein Element B .

b) Betrachten wir den nächsten Fall der teilweise begrenzten Breitung im Teil A und der freien Breitung des Teils B .

Wenn wir die freie Breitung des Teils A teilweise begrenzen, dann müssen wir die drei Grössen $b_{A_2} < b_{A_2 \text{ frei}} \lambda_{m_w}$ sowie λ_A annehmen. Wobei wir die Grösse $b_{A_2 \text{ frei}}$ aus der Gleichung (10) berechnen. Wenn wir diese Grössen haben, berechnen wir ferner folgende Werte :

$$h_{A_1} = \frac{F_{A_{1t}}}{b_{A_1}}, \text{ mm.}$$

Ebenso setzen wir an

$$\lambda_A > \lambda_{m_w} > \lambda_B$$

Wenn begrenzte Breitung des Teils A besteht, dann muss die aus Teil A hinüberfliessende Metallmenge der Menge gleich sein, die zum Teil B übergeht.

$$F_{x_{A_2}} = F_{x_{B_2}} \text{ mm}^2.$$

Aus der Gleichung (32) erhalten wir die Grösse λ_B .
Da wir λ_B kennen, erhalten wir

$$F_{B_1} = F_{B_2} \cdot \lambda_B$$

sowie

$$F_{B_{1_t}} = F_{B_2} \cdot \lambda_{m_w}$$

Um ordnungsgemäss Masse für Teil B zu erhalten, müssen wir nach Gleichung (10) rechnen :

$$b_{B_{1_t}} = \frac{b_{B_2 t}}{\lambda_B^{\frac{W_B}{1-W_B}}}$$

$$h_{B_{1_t}} = \frac{F_{B_{1_t}}}{b_{B_{1_t}}}$$

Zum Schluss dieser Erwägungen muss darauf geachtet werden, dass die Änderung der Bedingung (28) $\lambda_A > \lambda_{m_w} > \lambda_B$ in $\lambda_A < \lambda_{m_w} < \lambda_B$ eine Änderung der Fliessrichtung des Metalls bewirkt. Gewöhnlich vollzieht sich dies in der Weise, dass das Metall für $\lambda_A > \lambda_m > \lambda_B$ von F_A nach F_B bzw. aus dem weniger gestreckten Teil nach dem mehr gestreckten fliessst.

Für $\lambda_A > \lambda_m > \lambda_B$ wird der entgegengesetzte Fall eintreten, es fliessst das Metall von F_B nach F_A . Jetzt müssen die entsprechenden Gleichungen für den Metallfluss benutzt werden.

c) Nehmen wir jetzt den letzten Fall und zwar die freie Breitung beider Teile A und B sowie $\lambda_A \cong \lambda_B$. Alsdann erhalten wir nach Annahme der Grösse λ_A sofort aus der Gleichung (10a) :

$$b_{A_1} = \frac{b_{A_2}}{\lambda_A^{\frac{W_A}{1-W_A}}}, \text{ mm.}$$

Aus der nächsten Gleichung wird :

$$F_{A_1} = F_{A_2} \cdot \lambda_A, \text{ mm}^2$$

Aus der Gleichung (26a) wird :

$$h_{A_1} = \frac{F_{A_1}}{b_{A_1}}, \text{ mm}$$

Ähnlich arbeiten wir für Teil *B*.

λ_B bestimmen wir aus der Gleichung :

$$\lambda_{m_w} = \frac{F_{A_2} \lambda_A + F_{B_2} \lambda_B}{F_{A_2} + F_{B_2}}$$

woraus :

$$\lambda_B = \frac{\lambda_{m_w} \cdot F_2 - F_{A_2} \cdot \lambda_A}{F_{B_2}}$$

Wenn dagegen bei freier Breitung der Teile *A* und *B* die Bedingung (28a) $\lambda_A > \lambda_{m_w} > \lambda_B$, oder (28c) eintritt, dann muss man in etwas anderer Weise verfahren.

Dann setzen wir die Grösse λ_A an. Mit Hilfe der Gleichungen, welche das Überfliessen des Metalls berücksichtigen (30, 22a und b), erhalten wir λ_B . Alsdann können wir an die Berechnung von F_{B_2} aus der Beziehung $F_{B_1} = F_{B_2} \cdot \lambda_B$ herangehen.

Anschliessend bestimmen wir b_{B_1} aus der Gleichung (10a).

Da wir bei der Berechnung von F_{B_1} bereits das Überfliessen des Metalls berücksichtigen, berechnen wir F_{A_1} direkt :

$$F_{A_1} = F_1 - F_{B_1}, \text{ mm}^2.$$

Die Ermittlung der Masse des Teils F_{A_1} erfolgt ähnlich wie für Teil *B*, also mit Hilfe der Gleichung (10a).

5. Lösungsmethoden der Kalibrierung von Formstählen, die aus drei Elementen zusammengesetzt sind

Bild 8 stellt in schematischer Weise das Walzen eines Formstahls, der aus den 3 Elementen *A*, *B*, *C* zusammengesetzt ist, dar.

Bekannt sind die Endmasse des Querschnitts :

$$F_2 = F_{A_2} + F_{B_2} + F_{C_2}, \text{ mm}^2$$

die Masse seiner Elemente

$$h_{A_2}, b_{A_2}, h_{B_2}, b_{B_2} \text{ sowie } h_{C_2} \text{ und } b_{C_2},$$

und die arbeitenden Walzendurchmesser.

Wir suchen den ganzen Querschnitt :

$$F_1 = F_{A_1} + F_{B_1} + F_{C_1}, \text{ mm}$$

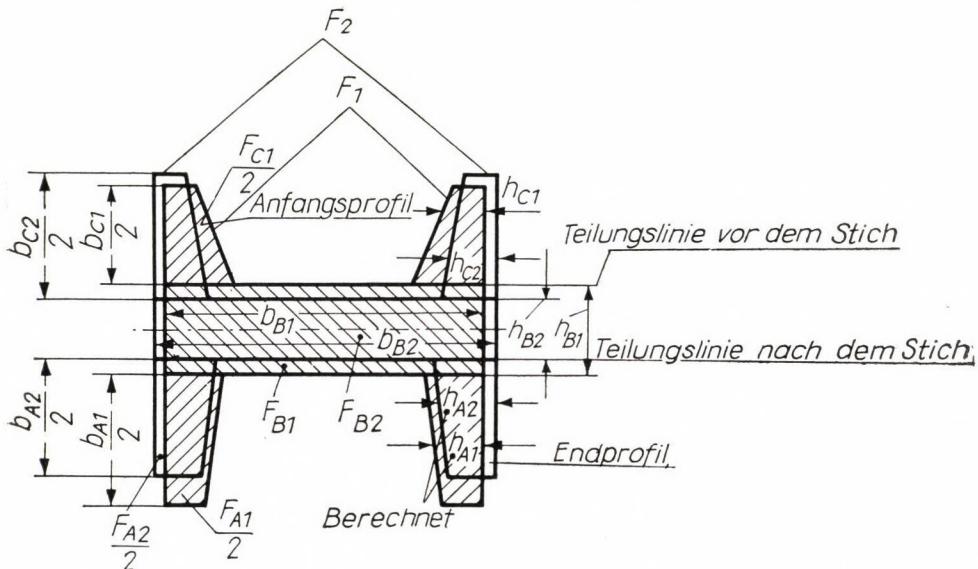


Bild 8. Walzbeispiel bei einem einfachen Formstahl, bestehend aus 3 Elementen A, B und C

sowie die Abmessungen der Bestandselemente.

Das sind die Größen :

$$F_{A_1}, h_{A_1}, b_{A_1}, F_{B_1}, h_{B_1}, b_{B_1}, F_{C_1}, h_{C_1}, b_{C_1},$$

zusammen also 9 Unbekannten.

Angesichts der bekannten Beziehungen zwischen der Fläche und ihren Abmessungen (26)

$$F_{A_1} = h_{A_1} \cdot b_{A_1}, \text{ mm}^2$$

$$F_{B_1} = h_{B_1} \cdot b_{B_1}, \text{ mm}^2$$

$$F_{C_1} = h_{C_1} \cdot b_{C_1}, \text{ mm}^2$$

verringert sich die Zahl der Unbekannten auf 6.

Da der Formstahl aus den 3 Teilen A , B , C besteht, die sich ungleichmäßig längen, muss zusätzlich die Gleichung erfüllt sein.

$$\lambda_{m_w} = \frac{F_{A_2} \cdot \lambda_A + F_{B_2} \cdot \lambda_B + F_{C_2} \cdot \lambda_C}{F_{A_2} + F_{B_2} + F_{C_2}}$$

Zwischen den Bestandteilen des Profils bestehen die bekannten Beziehungen, sofern wir das Überfliessen des Metalls von Teil zu Teil bestimmen.

$$F_{A_1} = \lambda_A \cdot F_{A_2}, \quad \text{mm}^2$$

$$F_{B_1} = \lambda_B \cdot F_{B_2}, \quad \text{mm}^2$$

$$F_{C_1} = \lambda_C \cdot F_{C_2}, \quad \text{mm}^2$$

Deshalb kommen die neuen Unbekannten λ_A , λ_B , λ_C , hinzu. Wenn wir sie kennen, haben wir die einzelnen Flächen F_{A_1} , F_{B_1} , und F_{C_1} bestimmt. Wir nehmen an, dass wir λ_m im voraus für das gewählte Kalibrierungssystem bestimmen.

Auf diese Weise erhalten wir für dieses Profil sechs wirkliche Unbekannte, nämlich :

$$\lambda_A, b_{A_1}, \lambda_B, b_{B_1}, \lambda_C, b_{C_1}$$

oder

$$F_{A_1}, b_{A_1}, F_{B_1}, b_{B_1}, F_{C_1}, b_{C_1}$$

Die Annahme des Wertes λ_{m_w} stellt einen einfacheren Weg dar. Die Verringerung der Zahl der Unbekannten auf λ_B und λ_C führt zur Lösung des Gleichungssystems, ähnlich wie wir dies bei dem einfachen Beispiel des aus zwei Teilen bestehenden Formstahls taten.

Bei der Analysierung von einfachen Formstählen ergibt sich, dass die nachstehenden Möglichkeiten für die Profilteile bestehen :

	vollständig geschlossener Teil (behinderte Breitung)	teilweise geschlossen (teilweise freie Breitung)	frei breitend
a)	A	B	C
b)	A u. B	—	C
c)	—	A u. B	C
d)	A	—	B u. C
e)	—	B	A u. C
f)	—	—	A , B u. C

Aus dieser Zusammenstellung geht es hervor, dass 6 praktische Möglichkeiten gegenüber 9 theoretischen bestehen.

Die drei verbleibenden, theoretisch möglichen Bedingungen verwerfen wir, da bei diesen keine ordnungsgemäßen Lösungsmöglichkeiten vorhanden sind. Die Analyse umfasst nur die sechs in der Zusammenstellung genannten Fälle.

Gleichzeitig müssen wir die Größen der aufeinanderfolgenden Koeffizienten der teilweisen Streckung annehmen. Da keine Begrenzungen hinsichtlich der Bestimmung der einzelnen Profilteile bestehen, können wir folgende Abhängigkeiten anschreiben:

$$\lambda_A = \lambda_B = \lambda_C = \lambda_{m_w} \quad (28d)$$

$$\lambda_A > \lambda_B > \lambda_C \quad (28e)$$

$$\lambda_A = \lambda_B > \lambda_C \quad (28f)$$

$$\lambda_A > \lambda_B = \lambda_C \quad (28g)$$

Abhängig davon, welche Bedingung im gegebenen Fall erfüllt wird, erhalten wir ein verschiedenes Überfliessen des Metalls von einem Teil zum anderen. Nur im Falle (28d), also bei Gleichheit aller Teilkoeffizienten, besteht kein Querfluss.

Die Bedingungen (28f und 28g) kann man aus dem schon analysierten Fall eines Formstahls übernehmen, der aus zwei Elementen mit verschiedenem Längungsgrade seiner Teile besteht.

Diese Fälle kann man also auf die in Punkt 4 besprochene Weise lösen. Aus diesem Grunde werden wir uns hier nicht weiter damit befassen. Dagegen verweilen wir bei den Bedingungen (28d und 28e) sowie bei den sechs besprochenen Möglichkeiten des Verhaltens von Formstählen, die aus den 3 Elementen *A*, *B* und *C* bestehen.

Im Falle (28d) gibt es kein zusätzliches Überfliessen des Metalls aus einem Teil zum andern. Deshalb ist die Benutzung der zusätzlichen Abhängigkeiten nicht notwendig.

Bei der Bedingung (28e) erfolgt ein Überfliessen des Metalls aus einem Teil des Profils in den anderen, wobei der Grundsatz der Beibehaltung des konstanten Volumens des Metalls zu der Annahme zwingt, dass diese Mengen gegenseitig gleich sein müssen.

$$\pm F_{x_A} = \pm F_{x_B} = \pm F_{x_C} \quad \text{mm}^2 \quad (30a)$$

und

$$F_{1_t} = (F_{A_1} \mp F_{x_A}) + (F_{B_1} \mp F_{x_B}) + (F_{C_1} \mp F_{x_C}) \quad \text{mm}^2 \quad (31a)$$

Wenn sich das Überfliessen des Metalls nur auf zwei Teile beschränkt, dann fällt das dritte Element weg und die Gleichungen (30a) und (31a) führen zu einer Berechnung, wie für ein aus zwei Teilen bestehendes Profil, da dies den Bedingungen (28f und 28g) entsprechen wird.

Wenn ein Überfliessen erfolgt, so findet es in allen drei Elementen statt.

Da wir annahmen, dass λ_A der grösste Streckgrad ist, fliest aus Teil A eine bestimmte Menge Metall in die Teile B und C.

In diesem Falle bleibt die Berechnungsart von F_{x_A} für Teil A mit Hilfe der Gleichung (22a) ohne Veränderung erhalten:

$$F_{x_A} = F_{A_2} \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} - 1 \right), \text{ mm}^2$$

wobei in diesem Falle

$$F_{x_A} = F_{x_B} + F_{x_C} \text{ ist.} \quad (33)$$

Alsdann können wir für die Teile B und C die Gleichungen (22b) anschreiben:

$$F_{x_B} = F_{B_2} \left(1 - \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} \right), \text{ mm}^2$$

sowie für Teil C:

$$F_{x_C} = F_{C_2} \left(1 - \frac{\lambda_C}{\lambda_{m_w}} \right), \text{ mm}^2 \quad (33b)$$

Wenn wir in irgendeinem Falle Werte mit negativen Vorzeichen bekommen sollten, würde dies beweisen, dass diese Metallmenge anstatt zuzufließen — aus diesem Teil abfliesst.

Wenn wir nun die Gleichungen (22a, 22b und 33b in 33) einsetzen, erhalten wir unter Berücksichtigung des Überfliessens des Metalls:

$$\left[F_{A_2} \left(\frac{\lambda_A}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \right] = \left[F_{B_2} \left(1 - \frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} \right) + F_{C_2} \left(1 - \frac{\lambda_C}{\lambda_{m_w}} \right) \right] \quad (34)$$

Gehen wir nunmehr zur Analysierung der 6 aufeinander folgenden Fälle über.

Wir beginnen mit dem Fall a, Teil A vollkommen geschlossen, Teil B mit teilweise begrenzter Breitung, Teil C offen.

Zur Lösung des Teils A nehmen wir $b_{A_1} \sim b_{A_2}$ an.

Wir erhalten dann aus der Gleichung (29):

$$\lambda_A = \frac{F_{A_1}}{F_{A_2}} = \frac{h_{A_1}}{h_{A_2}} = \frac{1}{\gamma_A}.$$

Die Höhe h_{A_2} ist bekannt. Mit dem angenommenen Wert h_{A_1} erhalten wir λ_A . Anschliessend berechnen wir für Teil A F_{x_A} , die Menge des abfliessenden Metalls, aus der Gleichung (22a). Da Teil B teilweise begrenzte Breitung besitzt, können wir $b_{B_1} < b_{B_1 \text{frei}}$ annehmen.

Die Breite $b_{B_1\text{frei}}$ berechnen wir mit der Formel

$$\beta_B = \gamma_B^{-W_B}.$$

Da wir λ_A aus dem Gleichungssystem (34) kennen, erhalten wir nun λ_B , und hieraus anschliessend F_{B_1} .

Die wirklichen Masse berechnen wir als :

$$F_{B_1t} = F_{B_2} \cdot \lambda_{m_w}$$

und hieraus

$$h_{B_1t} = \frac{F_{B_2} \cdot \lambda_{m_w}}{b_{B_1t}} = \frac{F_{B_1t}}{b_{B_1t}}$$

Die hinüberfliessende oder aus dem Teil B abfliessende Metallmenge berechnen wir aus

$$F_{x_B} = F_{B_2} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} - 1 \right). \quad \text{mm}^2.$$

Anschliessend ergibt sich aus der Gleichung

$$|F_{x_A}| = |F_{x_B} + F_{x_C}|$$

die Grösse F_{x_C} .

Jetzt berechnen wir λ_C aus der Gleichung (17a)

$$\lambda_C = \frac{\lambda_{m_w}^3}{\lambda_A \cdot \lambda_B}.$$

Nunmehr gehen wir zur Lösung des Teils C mit einer Fläche $F_{C_1} = \lambda_C \cdot F_{C_2}$ sowie $F_{C_1t} = F_{C_2} \cdot \lambda_{m_w}$ über.

Die Ermittlung dieses Elements stellt nun keine Schwierigkeit mehr dar und wir rechnen nach der Gleichung (10a).

$$\beta_C = \frac{b_{C_2}}{b_{C_1}} = \lambda_C^{\frac{W_C}{1-W_C}}$$

Hieraus erhalten wir b_{C_1t} .

Alsdann erhalten wir aus der Gleichung (26b)

$$h_{C_1t} = \frac{F_{C_1t}}{b_{C_1t}} \cdot \text{ mm.}$$

Nehmen wir jetzt den Fall b), die Teile A und B vollständig geschlossen, Teil C offen.

In diesem Falle nehmen wir $b_{A_1} \sim b_{B_2}$ an.

Alsdann erhalten wir aus der Gleichung (29) :

$$\lambda_A = \frac{F_{A_1}}{F_{A_2}} = \frac{h_{A_1}}{h_{A_2}} = \frac{1}{\gamma_A} .$$

Mit der bekannten Höhe h_{A_2} und der angenommenen Höhe h_{A_1} erhalten wir γ_A .

Ähnlich arbeiten wir beim Teil B , indem wir annehmen, dass $b_{B_1} \sim b_{B_2}$. Wir erhalten demnach (29)

$$\lambda_B = \frac{h_{B_1}}{h_{B_2}} = \frac{F_{B_1}}{F_{B_2}} = \frac{1}{\gamma_B} .$$

Da in diesem Falle die Breitung vollständig begrenzt ist (wir haben $b_{B_1} \sim b_{B_2}$ angenommen), fliesst auch aus diesem Teil eine bestimmte Metallmenge

$$F_{x_B} = F_{B_2} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} - 1 \right) \text{ zum Teil } C .$$

Wir erhalten in diesem Falle

$$|F_{x_A} + F_{x_B}| = |F_{x_C}| .$$

Mit λ_A ist die Grösse F_{x_A} bestimmt. Wir erhalten aus der Gleichung (34) λ_B und aus (17a) λ_C :

$$\lambda_C = \frac{\lambda_{m_w}^3}{\lambda_A \cdot \lambda_B} .$$

Nunmehr muss nur noch Teil C berechnet werden :

$$F_{C_1} = \lambda_C \cdot F_{C_2}$$

$$F_{C_{1t}} = \lambda_m \cdot F_{C_2}$$

Die Ermittlung macht keine Schwierigkeiten mehr, wir berechnen aus (10a) :

$$\beta_C = \frac{b_{C_{2t}}}{b_{C_{1t}}} = \lambda_C^{\frac{W_C}{1-W_C}}$$

und hieraus erhalten wir $b_{C_{1t}}$.

Alsdann erhalten wir aus (26b)

$$h_{C_{1t}} = \frac{F_{C_{1t}}}{b_{C_{1t}}} \cdot \text{mm.}$$

Ähnlich lösen wir den Fall *c*), bei dem die Teile *A* und *B* begrenzte Breitung haben. Wir nehmen b_{A_1} , λ_A , b_{B_1} an und berechnen λ_B sowie λ_C . Anschliessend ermitteln wir das ganze Profil in ähnlicher Weise.

In ganz ähnlicher Weise wie bei dieser Lösung, gehen wir an den Fall *d*) heran. Hier ist Teil *A* geschlossen mit vollständig begrenzter Breitung ($b_{A_1} \sim b_{A_2}$), während die Teile *B* und *C* frei breiten.

Wir erhalten λ_A für den geschlossenen Teil aus (31). λ_B berechnen wir aus (34) unter Berücksichtigung der Bedingung :

$$|F_{x_A}| = |F_{x_B} + F_{x_C}|$$

Nachdem wir λ_B sowie F_{B_2} kennen, ermitteln wir Teil *B* mit der Gleichung (10a) für freie Breitung.

Anschliessend bestimmen wir Teil *C*, indem wir zunächst F_{C_2} und λ_C berechnen.

Gehen wir zu Fall *e*) über. Teil *B* ist teilweise geschlossen, aber Teil *A* und *C* sind offen.

Wenn wir die freie Breitung des Teils *B* teilweise begrenzen, müssen wir die zwei Grössen $b_{B_1} < b_{B_1\text{frei}}$ sowie λ_B annehmen. Haben wir diese Grössen, so erhalten wir :

$$F_{B_{1t}} = F_{B_2} \cdot \lambda_{m_w} \quad \text{mm}^2$$

$$h_{B_{1t}} = \frac{F_{B_{1t}}}{b_{B_{1t}}} \quad \text{mm}$$

Aus dem Teil *B* fliest eine Metallmenge F_{x_B} ab.

$$F_{x_B} = F_{B_2} \left(\frac{\lambda_B}{\lambda_{m_w}} - 1 \right), \quad \text{mm}^2,$$

Diese Metallmenge fliest in die Teile *A* und *C*

$$|F_{x_B}| = |F_{x_A} + F_{x_C}|$$

Wir formen nun die Gleichungssysteme (34 und 16) in der Weise um, dass wir aus ihnen λ_A und λ_C berechnen und nehmen an, dass wir λ_A bei bekanntem λ_B suchen.

Da wir λ_A und λ_B kennen, berechnen wir F_{A_1} und F_{C_1} , und anschliessend ermitteln wir die Querschnitte aus der Gleichung (10a).

Es bleibt uns noch der letzte Fall zu analysieren, wobei Teil *A*, *B* und *C* offene frei breitende Teile sind. Wenn $\lambda_A \sim \lambda_B \sim \lambda_C \sim \lambda_{m_w}$ ist, erhalten wir bei Annahme von $\lambda_{m_w} \sim \lambda_A$ aus (10a)

$$b_{A_{1t}} = \frac{b_{A_{2t}}}{\frac{w_A}{\lambda_A^{1-w_A}}}$$

und

$$F_{A_{1t}} = F_{A_{2t}} \cdot \lambda_A, \text{ mm.}$$

Aus (26a) wird

$$h_{A_{1t}} = \frac{F_{A_{1t}}}{b_{A_{1t}}}.$$

Da wir λ_B und λ_C kennen, ermitteln wir diese Teile auf dieselbe Weise.

Wenn die Unterschiede der Koeffizienten λ_A , λ_B und λ_C nicht gross waren, so kann man diese wie nachstehend berechnen :

$$\lambda_{m_w} = \frac{F_{A_2} \cdot \lambda_A + F_{B_2} \cdot \lambda_B + F_{C_2} \cdot \lambda_C}{F_{A_2} + F_{B_2} + F_{C_2}}$$

$$\lambda_{m_w} = \sqrt[3]{\lambda_A \cdot \lambda_B \cdot \lambda_C}$$

Wenn wir λ_{m_w} und λ_A kennen, ermitteln wir

$$\lambda_C = \frac{\lambda_{m_w}^3}{\lambda_A \cdot \lambda_B}$$

Nach Einsetzung in die obige Gleichung erhalten wir die Gleichung 2. Grades für λ_B . Wir lösen sie und mit (16) berechnen wir λ_C . Anders wird es, wenn $\lambda_A > \lambda_B > \lambda_C$ ist.

Dann tritt ein Überfliessen des Metalls aus Teil *A* in die Teile *B* und *C* ein. Wir müssen dann λ_A annehmen und berechnen :

$$|F_{x_A}| = |F_{x_B} + F_{x_C}|.$$

Wenn wir diese Werte kennen, erhalten wir mit Hilfe der Gleichungen (34 und 16) λ_B und λ_C , sowie F_{B_1} und F_{C_1} .

Die Ermittlung dieser Flächen führen wir jetzt ohne Schwierigkeiten mit Hilfe der Gleichung (10a) durch. Anschliessend berechnen wir $F_{B_{1t}}$ und $F_{C_{1t}}$. Danach ergeben sich

$$\beta_B = \lambda_B^{\frac{W_B}{1-W_B}}$$

sowie

$$\beta_C = \lambda_C^{\frac{W_C}{1-W_C}}.$$

6. Eigene Versuche

Auswahlmethode der Proben und Ausführung der Berechnungen

Zur Nachprüfung der einzelnen Gleichungen wurden Proben aus einer Reihe von tatsächlichen Walzungen genommen. Die eigenen Proben wurden zur Untersuchung des Verhaltens der Musterstücke in den Fällen durchgeführt, wo nur ein Teil des Profils unmittelbar und kräftig verformt wurde.

Der Anstich war jeweils ein quadratischer Stab 42×42 , der auf eine Temperatur von $1200^\circ C$ erhitzt wurde (gemessen im Ofen mit dem optischen Pirometer). Das Walzen erfolgte auf einem Versuchswalzgerüst mit Stahlwalzen.

Abschnitte aus diesen Walzungen sind auf den Bildern 9—10 angegeben. Die Ergebnisse enthalten die Tabellen 1 bis 3. Sie dienen zunächst zum Vergleich der jeweils errechneten Ergebnisse mit den tatsächlichen Streckungsgraden aus der Gleichung (21)

$$\lambda_t = \frac{F_1}{F_2}.$$

Die bisherigen theoretischen Ausführungen wurden mit der nachstehenden Methode nachgeprüft :

1. Es wurden Abdrücke der Abschnitte von den aus eigenen Proben genommenen Profilen angefertigt.

2. Die ganze Fläche des Profils sowie die Flächen seiner Bestandteile wurden genau planimetriert.

Anschliessend wurde F_A planimetriert. Somit ergab sich F_B aus dem Unterschied $F - F_A$.

3. λ_t wurde nach $\frac{F_1}{F_2}$ berechnet.

4. λ_{m_p} wurde nach den Gleichungen (17a und 21) berechnet.

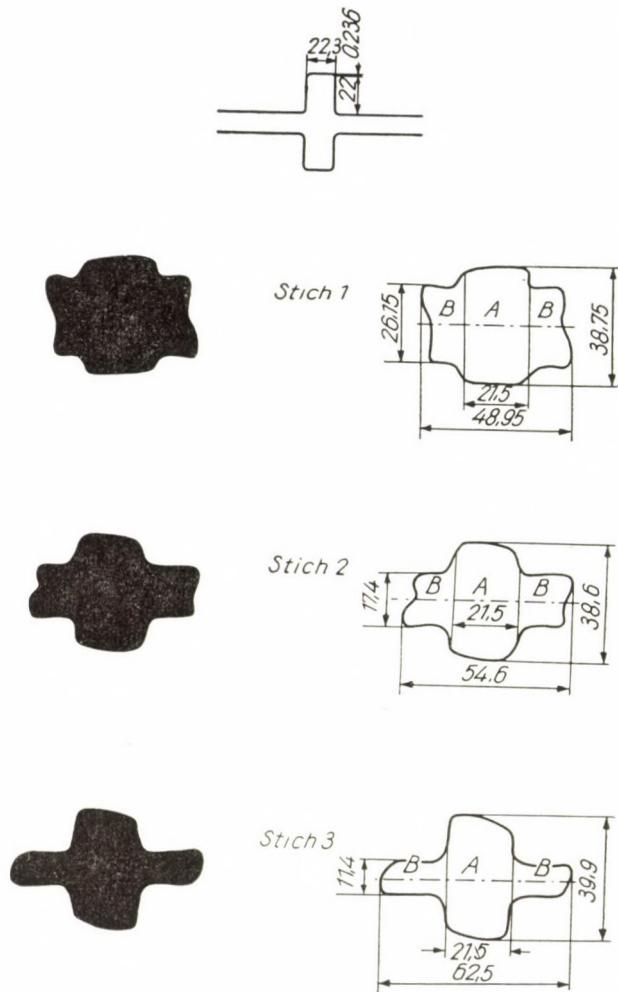


Bild 9. Abdrücke von eigenen Walzproben mit verschiedenem Verhältnis des Mittelteils zum Seitenteil in 3 Stichen

5. Auf Grund der aus den Punkten 3 und 4 erhaltenen Daten wurde der Fehler für die einzelnen Fälle errechnet. Dabei bediente man sich der Gleichung

$$B = \frac{\lambda_t - \lambda_{m_w}}{\lambda_t} 100 \% . \quad (35)$$

Die Ergebnisse dieser Messungen wurden in die Tabelle 1 niedergelegt. Die in der Tabelle angenommenen Bezeichnungen *A* und *B* stimmen in vielen

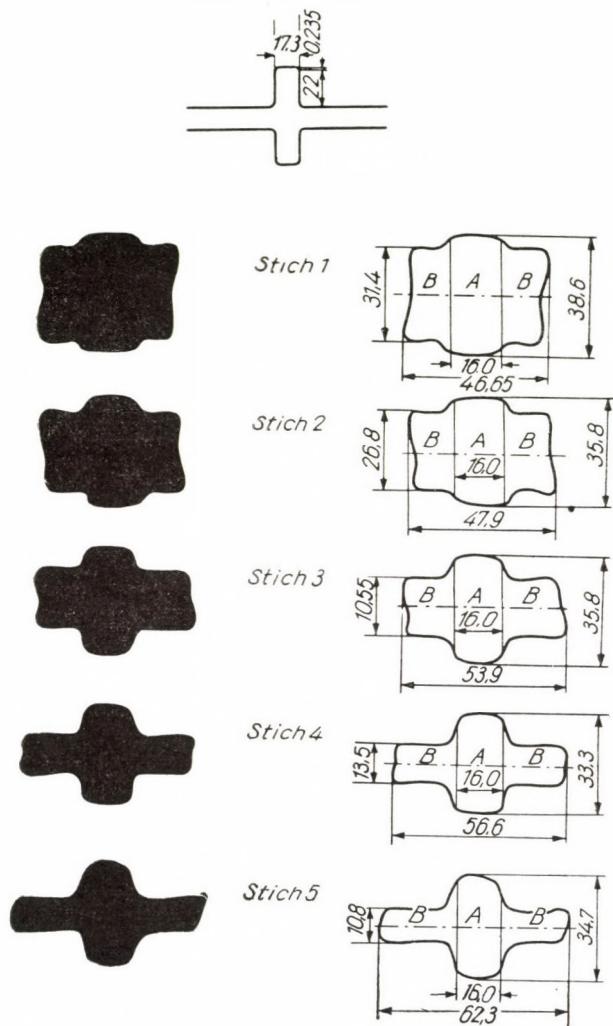


Bild 10. Abdrücke von eigenen Walzproben mit verschiedenem Verhältnis des Mittelteils zum Seitenteil in 5 Stichen

Fällen mit der üblichen Bezeichnungsart $\lambda_A > \lambda_B > \lambda_C$ nicht überein. Diese Tatsache wurde bei der Berechnungsweise berücksichtigt.

Anschliessend wurden alle gewalzten Abschnitte einer eingehenden Analyse unterzogen und die der Reihe nach folgenden Querschnitte sowie die Höhen und Breiten der einzelnen Profilteile gemessen. Alle diese Masse sowie die aus den gemessenen Werten errechneten Koeffizienten γ und λ enthalten die Tabellen 2a bis 3a.

Gleichzeitig sind die Masse jedes Abschnittes auf genauem theoretischem Wege errechnet worden.

Tafel 1

Nr. des Stichs	F_g mm^2	F_A mm^2	F_B mm^2	λ_A	λ_B	λ_t	λ_{16}	B_{16}	λ_{21}	B_{21}	Nr. des Bildes
0	1764	903	861								
1	1434	812	622	1,1121	1,3842	1,2301	1,2407	-0,86	1,2301	0	9
2	1330	792	538	1,0252	1,1561	1,0782	1,0887	-0,97	1,0782	0	
3	1232	784	448	1,0102	1,2008	1,0795	1,1041	-2,03	1,0795	0	
0	1764	672	1092								
1	1494	616	878	1,0909	1,2437	1,1807	1,1648	1,35	1,1807	0	
2	1336	552	784	1,1159	1,1198	1,1183	1,1179	0,03	1,1183	0	10
3	1240	548	692	1,0073	1,1329	1,0774	1,0682	0,84	1,0774	0	
4	1028	512	516	1,0703	1,3411	1,2062	1,1981	0,67	1,2062	0	
5	1000	508	492	1,0079	1,0487	1,0280	1,0281	-0,02	1,0280	0	

Es wurde angenommen, dass die einzelnen Profile aus zwei Teilen A und B bestehen. Weiter galt die Annahme, dass Teil A vollständig begrenzte Breitung hat, während Teil B frei breitet.

Wir arbeiten mit den Gleichungen (29, 30a, 30b, 30c, 30f, 31a, 31b und 32).

Danach werden die einzelnen Masse mit den Gleichungen (10a, 10b, und 26b) berechnet.

Zur Berechnung wurde die mittlere Höhe $h_{A_m} = \frac{F_A}{b_A}$ sowie $h_{B_m} = \frac{F_B}{b_B}$ angenommen.

Alle Flächen, Deformationsgrade und errechneten Masse enthalten die Tabellen 2b bis 3b. Diese Tabellen geben auch die Fehler der einzelnen freien Breitungen der berechneten Profile im Verhältnis zu den auf den Abschnitten errechneten an. Aus dem Vergleich ergibt sich, dass der erhaltene Fehler verhältnismässig klein ist, er schwankt vorwiegend innerhalb der Grenzen von $\pm 1,0\%$.

Verständlich sind die etwas grösseren Fehler im letzten Stich, wo die dünnen Nebenteile schneller abkühlen und das Überfliessen des Metalls schwieriger vor sich geht.

Die mittleren Deformationsgrade der einzelnen Profilteile wurden ebenfalls mit der Gleichung (17a) errechnet.

Die Resultate sind gleichfalls am Schluss der Tabellen angegeben. Aus diesen Berechnungen ergibt sich, dass die errechneten Werte von den tatsächlichen Werten nicht abweichen. Dagegen schwankt das Produkt der Koeffizienten um 1,0 herum. Dies beweist, dass der Grundsatz des konstanten Volumens vollkommen erfüllt ist und man kann diese Gleichungen bei den Berechnungen der einzelnen Formstahl-Kalibrierungen benutzen.

Tafel 2a

Stich	F_g mm ²	F_A mm ²	F_B mm ²	h_{A_m} mm	b_A mm	h_{B_m} mm	b_{B_m} mm	λ_{A_t}	λ_{B_t}	β_{A_t}	β_{B_t}	γ_{A_t}	γ_{B_t}	γ_{g_t}	β_{g_t}	λ_{g_t}
0	1764	903	861	42	21,5	42	20,5									
1	1434	812	622	37,76	21,5	22,66	27,45	1,1121	1,3846	1,0000	1,3390	0,8990	0,5395	0,4850	1,3390	1,5393
2	1330	792	538	36,83	21,5	16,25	33,1	1,0252	1,1561	1,0000	1,2058	0,9754	0,7171	0,6994	1,2058	1,1852
3	1232	784	448	36,46	21,5	10,93	41,0	1,0102	1,2008	1,0000	1,2387	0,9899	0,6726	0,6658	0,2378	1,2130

Stich 1. $\gamma_m = \sqrt{\gamma_A \cdot \gamma_B} = \sqrt{0,4850} = 0,6966 \quad \gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 1,0001$

$$\beta_m = \sqrt{\beta_A \cdot \beta_B} = \sqrt{1,3390} = 1,1572$$

$$\lambda_m = \sqrt{\lambda_A \cdot \lambda_B} = \sqrt{1,5393} = 1,2407 \quad \gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 0,9998$$

Stich 2. $\gamma_m = \sqrt{0,6994} = 0,8363$

$$\beta_m = \sqrt{1,2058} = 1,0981$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,1852} = 1,0887$$

Stich 3. $\gamma_m = \sqrt{0,6658} = 0,816 \quad \gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 1,0002$

$$\beta_m = \sqrt{1,2387} = 1,1129$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,2130} = 1,1014$$

Tafel 2b

Nr. des Kali- bers	$\lambda_A = \frac{h_{A_1}}{h_{A_2}}$	$\lambda_t = \frac{F_1}{F_2}$	$\lambda_{B_{ber}}$	$\beta_{B_{ber}}$	$b_{B_{1ber}}$ mm	Fehler Δb_B %	$h_{B_{1ber}}$ mm	$F_{x_{A_{ber}}}$ mm ²	$F_{x_{B_{ber}}}$ mm ²	$F_{A_{1ber}}$ mm ²	$F_{B_{1ber}}$ mm ²
1	1,1123	1,2301	1,3841	1,3370	20,53	-0,15	41,94	77,89	77,91	903,01	860,94
2	1,0252	1,0782	1,1562	1,2040	27,49	-0,15	22,62	38,93	38,87	811,99	622,01
3	1,0102	1,0795	1,2007	1,2390	33,09	0,03	16,26	50,33	50,33	792,03	757,91

Tafel 3a

Stich	F_g mm ²	F_A mm ²	F_B mm ²	h_A mm	b_A mm	h_B mm	b_B mm	λ_{A_t}	λ_{B_t}	β_{A_t}	β_{B_t}	γ_{A_t}	γ_{B_t}	γ_{g_t}	β_{g_t}	λ_{g_t}
0	1764	672	1092	42	16,0	42	26									
1	1494	616	878	38,5	16,0	28,65	30,65	1,0909	1,2437	1,0000	1,1788	0,9167	0,6821	0,6253	1,1788	1,3568
2	1336	552	784	34,5	16,0	24,58	31,9	1,1159	1,1198	1,0000	1,0407	0,8961	0,8579	0,7688	1,0407	1,2497
3	1240	548	692	34,25	16,0	18,26	37,9	1,0073	1,1329	1,0000	1,1881	0,9928	0,7429	0,7376	1,1881	1,1412
4	1028	512	516	32,0	16,0	12,7	40,6	1,0703	1,3411	1,0000	1,0712	0,9343	0,6955	0,6498	1,0712	1,4354
5	1000	508	492	31,75	16,0	10,63	46,3	1,0079	1,0487	1,0000	1,1404	0,9922	0,8370	0,8305	1,1404	1,0571

Stich 1 $\gamma_m = \sqrt{0,6253} = 0,79077$ $\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 1,0007$

$$\beta_m = \sqrt{1,1788} = 1,08573$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,3565} = 1,16482$$

Stich 2 $\gamma_m = \sqrt{0,7688} = 0,87687$ $\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 0,99993$

$$\beta_m = \sqrt{1,0407} = 1,02015$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,2497} = 1,1179$$

Stich 3 $\gamma_m = \sqrt{0,7376} = 0,85884$ $\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 1,00004$

$$\beta_m = \sqrt{1,1881} = 1,0990$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,1412} = 1,06827$$

Stich 4 $\gamma_m = \sqrt{0,6498} = 0,8061$ $\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 0,9996$

$$\beta_m = \sqrt{1,0712} = 1,035$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,4354} = 1,1981$$

Stich 5 $\gamma_m = \sqrt{0,8305} = 0,91132$ $\gamma_m \cdot \beta_m \cdot \lambda_m = 1,0006$

$$\beta_m = \sqrt{1,1404} = 1,0679$$

$$\lambda_m = \sqrt{1,0571} = 1,02816$$

Tafel 3b

Nr. des Kali- bers	$\lambda_{A_t} = \frac{h_{A_1}}{h_{A_2}}$	$\lambda_t = \frac{F_{1g}}{F_{2g}}$	$\lambda_{B_{ber}}$	$\beta_{B_{ber}}$	$b_{B_{1ber}}$ m	Fehler Δb_B %	$h_{B_{1ber}}$ mm	$F_{x_{A_{ber}}}$ mm ²	$F_{x_{B_{ber}}}$ mm ²	$F_{A_{1ber}}$ mm ²	$F_{B_{1ber}}$ mm ²
1	1,0909	1,1807	1,2438	1,181	25,95	0,19	42,08	46,91	46,84	671,94	1092,0
2	1,1159	1,1183	1,1199	1,0400	30,67	-0,06	28,63	1,17	1,13	616,01	878,0
3	1,0073	1,0774	1,1329	1,186	31,95	-0,16	24,54	35,66	34,64	552,06	783,91
4	1,0703	1,2002	1,3415	1,069	37,98	-0,21	18,22	57,88	57,67	547,73	692,2
5	1,0079	1,0280	1,0487	1,1406	40,59	-0,02	12,71	9,94	9,94	512,0	515,99

SCHRIFTTUM

1. Z. WUSATOWSKI: Podstawy kalibrowania kształtowników. Archivum Hutnictwa, B. 2.. 1957, S. 325—376.
2. Z. WUSATOWSKI: Neue Wege zur Bestimmung von Koeffizienten bei der plastischen Verformung. Neue Hütte, B. 1, 1956, S. 275—279.
3. Z. WUSATOWSKI: Druck, Breitung und Streckung beim Warmwalzen. Metallurgie u. Giessereitechnik, B. 3, 1953, S. 213—220.
4. Z. WUSATOWSKI u. A. WOJTYLAK: Der Werkstofffluss, Verlängerung und Breitung bei Normalprofilen. Metallurgie u. Giessereitechnik, B. 2, 1952, S. 196—208.
5. Z. WUSATOWSKI u. R. WUSATOWSKI: Versuch einer Anpassung von Gleichungen des Metallflusses für die Walzen-Kalibrierung.
6. K. RYTEL: Allgemeine Grundsätze der Kalibrierung schnellstreckender Systeme. Kandidatenarbeit, Maschinenschrift, Gliwice 1956.
7. Z. WUSATOWSKI: Grundsätze für die Berechnung der Walzgeschwindigkeit. Metallurgie, B. 5, 1955, S. 282—289.
8. J. GORECKI: Querfluss der Metalle in unregulären Profilen. Hutnik, B. 18, 1951, S. 179—189.
9. Z. WUSATOWSKI u. K. RYTEL: Der mittlere Streckungsgrad bei irregulären Kalibrierungen. Neue Hütte, B. 2, 1957, S. 24—36.
10. Z. WUSATOWSKI: Die Bestimmung der arbeitenden Durchmesser und der neutralen Achse des Profils beim Walzen von Formstählen. Arbeiten der Schles. Techn. Hochschule, 1958, im Druck.
11. H. NEUMANN: Wissenschaftliche Ergebnisse auf dem Gebiet der Kalibrierung und der Erfassung der elementaren Kräfte beim Warmwalzen von Stahl. Riesa 1956.

ZUSAMMENFASSUNG

Ausgehend vom Satz über die Konstanz des Rauminhalts stellt der Verfasser Zusammenhänge fest, mit deren Hilfe die Kalibrierung von einfacheren — aus zwei oder drei Teilen zusammengesetzten — Profile berechnet werden kann. Der Verfasser behandelt auch den Werkstofffluss im Profil und leitet die endgültigen Formeln unter Betrachtnahme hierauf ab.

Die praktische Bedeutung der abgeleiteten Zusammenhänge wird noch durch die Tatsache erhöht, dass diese nicht nur beim Warmwalzen angewendet werden können, sondern bei allen jenen plastischen Verformungen, bei welchen keine Erhärtung eintritt, also die Formgebung nicht kalt geschieht.

Zur praktischen Anwendung der theoretischen Zusammenhänge ist es notwendig jene Gleichung zu kennen, mit deren Hilfe die freie Verbreiterung bestimmt werden kann, nämlich :

$$\beta = \gamma^{-W}.$$

Am Ende seiner Arbeit teilt der Verfasser Versuchsergebnisse mit, welche die Richtigkeit der Theorie mit $\pm 1\%$ Genauigkeit bestätigen. Somit kann festgestellt werden, dass die Theorie bei der Berechnung der Kalibrierung von einfacheren Profilen in der Praxis gut angewendet werden kann.

THE BASES OF ROLL CALIBER DESIGNING FOR PROFILE STEEL

Z. WUSATOWSKI

SUMMARY

Starting from the principle of volume constancy, the author establishes relations for calculating the roll passes of simpler profiles, consisting of two or three parts. The author deals also with material flow within the roll caliber and takes it into account for deducing the final formulae.

Practical importance of the equations is increased by the fact that they may be used not only for hot rolling, but also for those plastic metalworking operations where there is no hardening, *i. e.* shaping is not done in cold state.

For practical use of the theoretical relations the equation is needed with the aid of which the free broadening can be determined, *i. e.*:

$$\beta = \gamma^{-W}.$$

Finally, the author publishes results of experiments which prove the theory to be exact within $\pm 1\%$. Thus the theory can be used to advantage for calculating roll calibers for not too complicated profiles.

LES BASES DE CALCUL DES SECTION DES ROULEAUX POUR PROFILS EN ACIER

Z. WUSATOWSKI

RÉSUMÉ

Partant du principe de la constance du volume, l'auteur établit des relations à l'aide desquelles on peut calculer les sections des rouleaux pour profils simples composés de deux ou trois parties. Dans son travail, l'auteur traite aussi l'écoulement de la matière à l'intérieur de la section, et établit les formules finales en tenant compte de ce phénomène.

L'importance pratique des relations établies est augmentée par le fait que celles-ci peuvent être utilisées non seulement pour le laminage à chaud, mais aussi pour toute formation plastique où il n'y a pas de durcissement, c'est-à-dire où la déformation ne se fait pas à froid.

Pour l'application pratique des relations théoriques, on a besoin de connaître l'équation déterminant l'élargissement libre, notamment :

$$\beta = \gamma^{-W}.$$

À la fin de son travail, l'auteur communique les résultats d'expériences ayant apporté la confirmation de la théorie avec une précision de $\pm 1\%$. On peut donc constater que la théorie peut être bien utilisée en pratique pour calculer les sections des rouleaux à fabriquer les profils simples.

ОСНОВЫ КАЛИБРОВКИ ПРОФИЛЬНОЙ СТАЛИ

З. ВУСАТОВСКИЙ

РЕЗЮМЕ

Автор, исходя из закона постоянства объема, выводит зависимости, при помощи которых возможно производить вычисление калибровки простых форм сечения, состоящих из двух или трех частей. Автор в своей работе рассматривает также вопрос движения материала внутри калибра и, учитывая это движение, выводит конечные формулы.

Практическое значение выведенных зависимостей увеличивается тем фактом, что эти зависимости можно применять не только при горячей прокатке, но и при всех пластических методах обработки, при которых не происходит твердения, т. е. обработка происходит не в холодном состоянии.

При практическом применении теоретических зависимостей необходимо знать уравнение, при помощи которого возможно определить свободную раздачу, а именно:

$$\beta = \gamma^{-W}.$$

В конце работы приведены опытные данные, которые подтверждают правильность теории с точностью $\pm 1\%$. После чего можно установить, что данная теория может быть использована на практике с хорошим результатом при вычислении калибровки простых сечений.

BETRIEBSVERSUCHE ÜBER DEN KRAFTBEDARF BEIM EHRHARDTSCHEN ROHRSTOSSVERFAHREN

A. GELEJI

MITGLIED DER UNG. AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

E. KISS

KANDIDAT DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

und G. DÉVÉNYI

BERICHT NR. 1 DER ARBEITSGEMEINSCHAFT FÜR HÜTTENWESEN DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER
WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 26. Mai 1958]

Das Ehrhardtsche Herstellungsverfahren der nahtlosen Stahlrohre besteht bekannterweise aus zwei Arbeitsphasen: in dem ersten Arbeitsgang wird ein dickwandiger Hohlkörper hergestellt, während er im zweiten zu einem dünnwandigen Rohr ausgezogen wird. Zur ersten Operation wird eine hydraulische oder mechanische Lochpresse, zur zweiten eine sogenannte Stoßbank verwendet. Das Ausgangsmaterial stellt bei diesem Verfahren einen vorgewalzten Knüppel mit quadratischem Querschnitt dar. Dieser Knüppel wird in Stücke geschnitten, die dem Gewichte nach denen der auf der Stoßbank zu erzeugenden Rohren entsprechen. Diese Stücke werden auf eine Temperatur von 1150—1250° C erhitzt und einzelweise in den Aufnehmer der Lochpresse gelegt, wo sie mittels eines Ziehdornes gelocht werden. Der Ziehdorn dringt jedoch nicht vollständig durch das Stück hindurch, vielmehr bleibt im Hohlbalken ein Boden zurück: es entsteht ein dickwandiges Gefäß. Dieses dickwandige Gefäß wird noch im warmen Zustande (bei etwa 1000° C) dem Aufnehmer der Lochpresse entnommen und am Ende des Ziehdornes der Stoßbank angebracht. Der Dorn der Stoßbank dringt mit dem angelegten warmen Stück durch eine notwendige Anzahl von in der Achse des Dornes angebrachten Ziehringen, wobei die Wand des Werkstückes bis zum erforderlichen Maß verdünnt wird. In neuerer Zeit werden die Ziehringe durch Rollenkaliber ersetzt. Dieses Verfahren wurde seinerzeit in der *Csepeler Rohrfabrik* (Ungarn) entwickelt und verbreitete sich auch im Ausland. Die Ziehwerkzeuge sind aus drei oder vier Rollen ausgebildet, und die nacheinander folgenden Werkzeuge sind um ihre Achse um 45° bzw. 60° gegeneinander verdreht.

Das Berechnungsverfahren zur Bestimmung der bei der Ehrhardtschen Rohrerzeugung auftretenden Kräfte sowie des Kraft- und Leistungsbedarfes wurde im Jahre 1954 von A. GELEJI [1, 2] entwickelt.

Die Wirtschaftlichkeit des Verfahrens wird durch die Werkstücktemperatur, die Stoßgeschwindigkeit, die angewandten Abnahmen (Abnahmeplan) und den Abstand der Rollenkaliber in bedeutendem Maße beeinflusst. Die genaue Kenntnis der auftretenden Kräfte ist bei der Ermittlung der Beanspruchung der Maschinenanlage sowie bei der Planung neuer Einrichtungen unent-

behrlich. Zur Ermittlung der effektiven Beanspruchungen und zur Auswertung des Berechnungsverfahrens werden Betriebsmessungen erfordert. Über die mit Dehnmeßstreifen durchgeführten Stoßbank-Kraftmessungen wird in der Fachliteratur in kurzen Umrissen berichtet [3]. In der zitierten Literatur werden jedoch anwendbare Meßergebnisse nicht mitgeteilt.

Im Jahre 1957 wurden von dem Lehrstuhl für Hüttenmaschinenwesen und der neben dem Lehrstuhl fungierenden Akademischen Forschungsgruppe in der Rohrfabrik der Csepeler Eisen- und Metallwerke ausführliche Betriebsmessungen vorgenommen.

Unsere Untersuchungen erstreckten sich auf die Messung und Registrierung der folgenden charakteristischen Daten: a) Lochkraft, b) Lochgeschwindigkeit, c) Stoßkraft, d) Stoßgeschwindigkeit, e) Leistungsaufnahme des Stoßbankantriebsmotors, f) Gestaltung der Stücktemperatur.

Die Messungen wurden bei der Herstellung von Rohren mit 70, 85 und 110 mm Durchmesser aus Stahl St. 35.29 vorgenommen. Dabei verfolgten unsere Messungen zwei Ziele: einerseits sollten die effektiven Belastungen der Maschinenanlage ermittelt, andererseits aber die praktischen Beziehungen der wissenschaftlichen Theorien geklärt werden.

Beschreibung der Betriebsmessungen

Die hydraulische Lochpresse des Betriebes arbeitet mit einer praktisch konstanten Lochgeschwindigkeit. Die Stoßstange der Stoßbank wird durch einen Gleichstrom-Zwillingsmotor mit einer Nennleistung von 2×370 kW und einer Umdrehungszahl von 1000/min angetrieben. Der Motor wird durch ein Ward-Leonardsches Aggregat mit Gleichstrom gespeist. Zwischen dem Motor und der Stoßstange befindet sich ein Zahnradvorgelege mit einer Räderübersetzung von 1 : 8,5. Die Ziehringe der im Werkzeugbett der Stoßbank eingebauten Ziehwerkzeuge sind aus je drei Rollen ausgebildet.

Zur Messung und Registrierung der charakteristischen Werte wurden zwei Dreischleifenoszillographen von gleichem Aufbau verwendet.

In Bild 1 werden die Meßstellen, Meßgeräte und die Anordnung der bei den Betriebsmessungen mitwirkenden Personen dargestellt.

Die Messungen wurden an der Lochpresse bzw. der Stoßbank gesondert ausgeführt, da die kontinuierliche Messung der Lochung und Stoßung desselben Knüppels auf technische Schwierigkeiten stieß. Bei Verwendung des gleichen Versuchsmaterials erschien eine kontinuierliche Messung ohnedies als überflüssig.

Von den zur Messung der auftretenden Kräfte geeigneten bekannten Methoden wurde die Kraftmessung mittels Dehnmeßstreifen angewendet. Zu diesem Zwecke wurden geeignete Meßkörper konstruiert und fertigt (Bild 2).

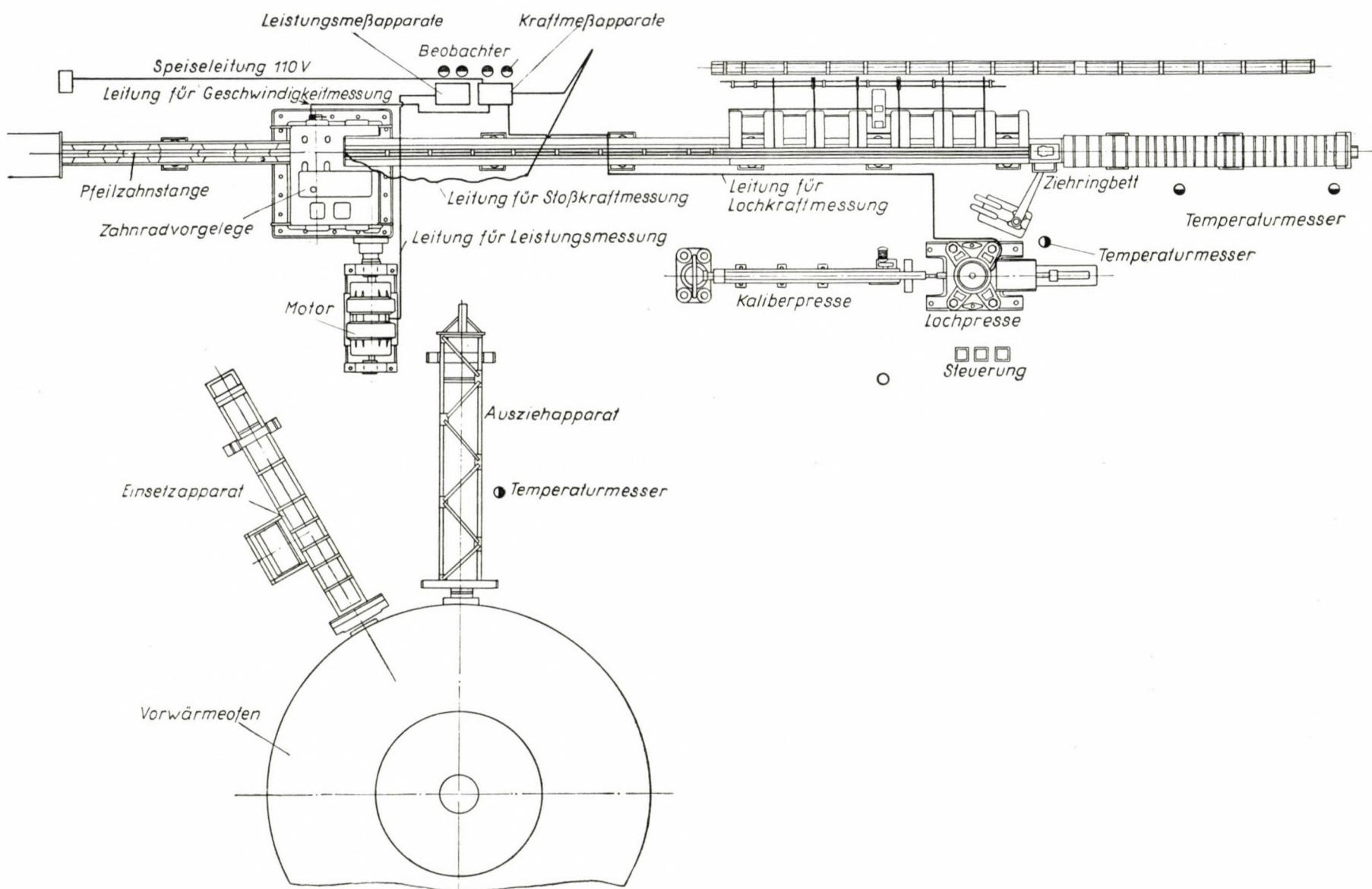


Bild 1. Verteilung der Meßstellen

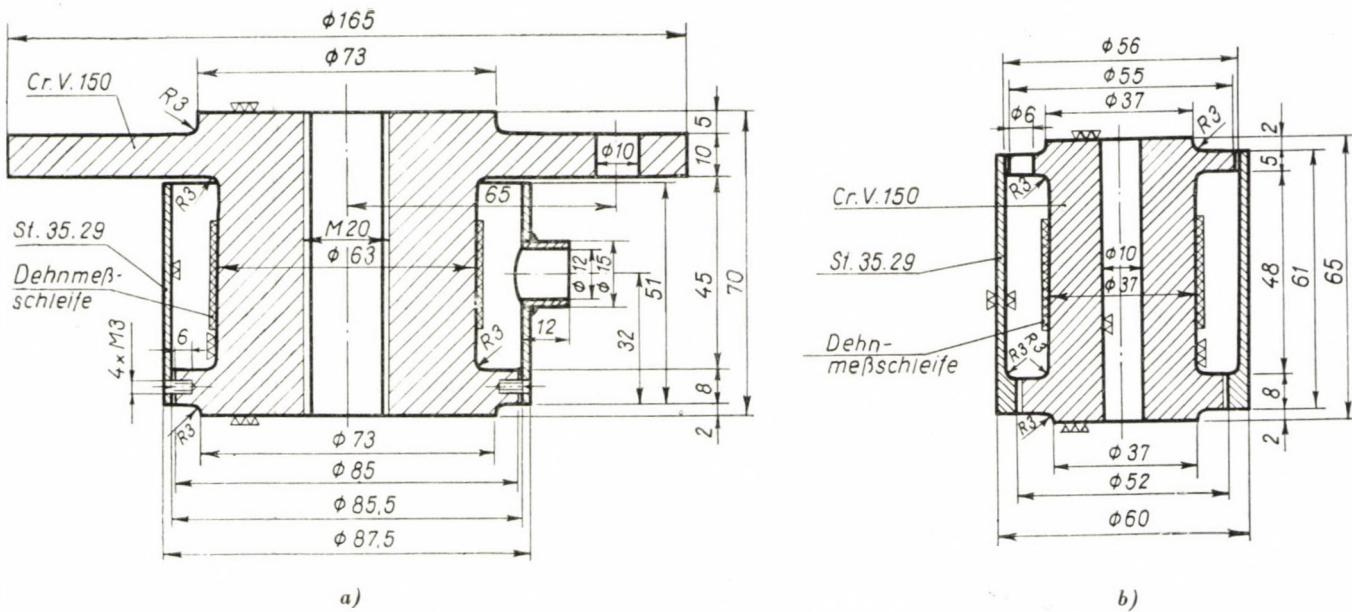


Bild 2. Meßkörper: a) für Lochkraft, b) für Stoßkraft

Die Meßkörper wurden in die entsprechende Maschinenanlage in der Weise eingebaut, daß sie durch die für den technologischen Vorgang charakteristischen Kräfte beansprucht wurden (Bild 3 u. 4).

Die Kraftmeßeinrichtung wurde vor ihrem Einbau in den Betrieb an einer 100-Tonnen Zugprüfmaschine kalibriert. Nach Aufbau der Geräte wurde die Kalibrierung innerhalb 1—2 Tage wiederholt. Auf Grund der aufgenommenen Oszillogramme wurde die Kalibrierungskurve der Meßkörper konstruiert, mit deren Hilfe die aufgenommenen Oszillogramme genau ausgewertet werden konnten.

Die durch den Stoßbankantriebsmotor aufgenommenen Leistungen wurden gleichzeitig mit einem Kilowattmeter und einem Oszillographen registriert. Auch die Spannungsänderungen des Gleichstrom-Antriebsmotors wurden registriert, um aus der Spannungsänderung auf die Verhältnisse der Leistungsregulierung folgern zu können.

Zur Zeitmessung wurde eine von uns konstruierte Einrichtung verwendet. Eine durch einen Synchronmotor gedrehte und mit mehreren Ausschnitten versehene Aluminiumscheibe wurde mit einer Skalaglühlampe belichtet. Gegenüber der Glühlampe wurde eine Photozelle angebracht, die während einer Umdrehung eine den Ausschnitten der Scheibe entsprechende Anzahl von Lichtimpulsen erhielt. Die elektrischen Signale der Photozelle wurden verstärkt auf die Papierbänder der beiden Oszillographen photographiert. Die sägezahnförmigen Zeichen konnten leicht gewertet werden, wobei 4 Signale einer Sekunde entsprachen. Auch die beiden gesondert aufgenommenen Oszillogramme konnten miteinander leicht verglichen werden.

Zur Registrierung der Geschwindigkeit der Stoßstange wurde das beim Zeitgeber angewendete Prinzip verwendet (Bild 5).

An die Welle des die pfeilverzahnte Stoßstange unmittelbar antreibenden Zahnrades wurde eine mit Ausschnitten versehene Scheibe angeschraubt. Die den Lichtimpulsen entsprechenden Signale ergaben durch Vergleich mit den Zeitsignalen ein anschauliches und genau auswertbares Bild über die Änderungen der Geschwindigkeit.

Eine noch zu lösende Aufgabe bestand in der Identifizierung der beiden gesondert aufgenommenen aber zusammengehörigen Oszillogramme. Zu diesem Zwecke wurde in den Zeitsignalen ein einfacher Druckknopf eingefügt. Beim Eindrücken des Druckknopfes wird die Linie des Zeitsignals verschoben. Mit Hilfe des derart erhaltenen Signals konnten die zusammengehörigen Oszillogramme genau identifiziert werden.

Die Temperatur des Werkstückes bei dem Lochungsversuch beim Ausziehen aus dem Ofen und nach der Lochung, beim Stoßversuch vor dem Stoßen, mitten in dem Rollenbett und nach dem letzten Rollengehäuse wurde mit Hilfe eines optischen Pyrometers gemessen. Die einzelnen Pyrometer wurden vor Beginn der Messungen geeicht.

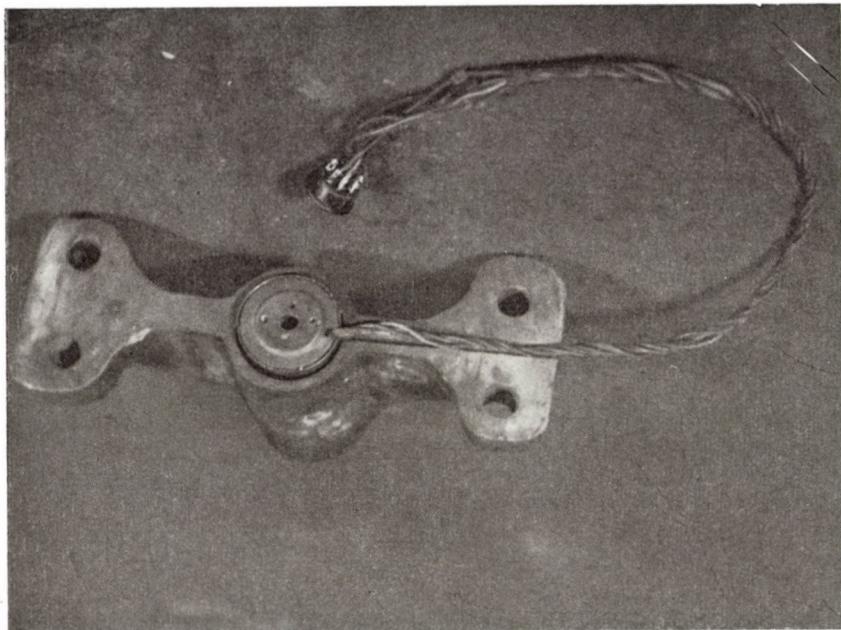


Bild 3. Stoßkraft-Meßkörper



Bild 4. Meßkörper in Stoßbalken eingebaut

Der zur Messung der bei der Lochung auftretenden Lochkraft dienende Meßkörper wurde in den Laufholm der Presse in der Weise eingebaut, daß der Lochdorn unmittelbar auf dem Meßkörper auflag. Das elektrische Zeichen der Dehnmeßstreifen wurde durch ein abgeschirmtes Kabel in den Verstärker geleitet.

Die prinzipielle Anordnung der Meßstellen bei den an der Lochpresse durchgeföhrten Messungen ist in Bild 6 dargestellt.

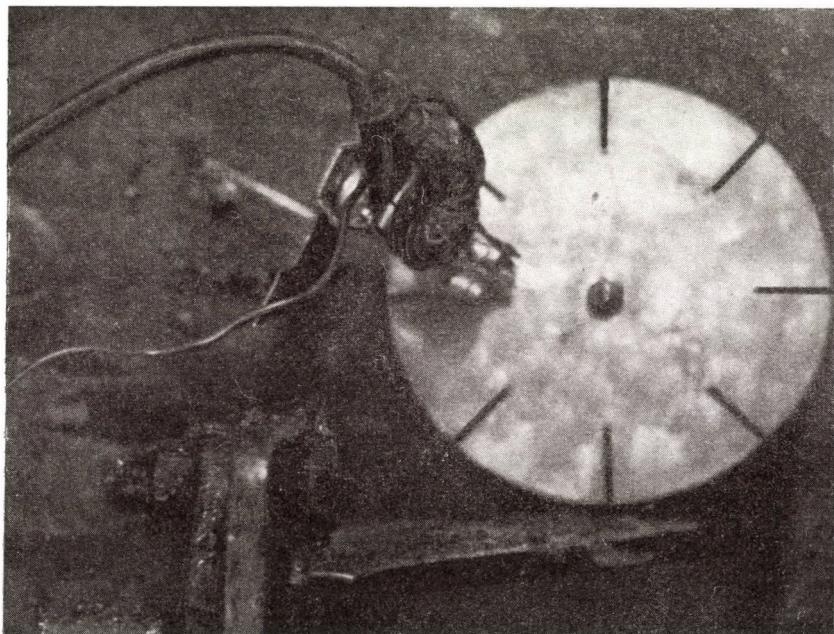


Bild 5. Geschwindigkeitszeichengeber

Die bei den Stoßbank-Messungen verwendeten Meßeinrichtungen und Geräte wurden nach der in Bild 7 dargestellten Anordnung in Betrieb gehalten. Der Stoßkraftmeßkörper wurde in das Ende der Stoßstange in der Weise eingebaut, daß er durch den Ziehdorn unmittelbar belastet werden könne (Bild 4). Das elektrische Signal gelangte durch ein abgeschirmtes Schwingkabel in den Verstärker, um von dort in verstärktem Zustande an die Meßschleife des Oszillographen anzutreffen. An die beiden anderen Schleifen des Oszillographen wurden das Zeitsignal bzw. das Geschwindigkeitssignal angeschlossen. Die von dem Antriebsmotor aufgenommene Leistung wurde mit Hilfe eines Registrierkilowattschreibapparats und mit der Wattsschleife des zweiten Oszillographen gemessen. Mit den beiden anderen Schleifen des letzteren Oszillographen wurden die Spannungsänderungen des Motors und die Zeit-

signale aufgenommen. Die Identifizierung der beiden Oszillographen erfolgte durch das gemeinsam geschaltete Identifizierungssignal.

In Bild 8 sind die an der Meßstelle angeordneten Kraftmeßgeräte dargestellt. Auf der linken Seite des Bildes sind die Verstärkereinrichtungen

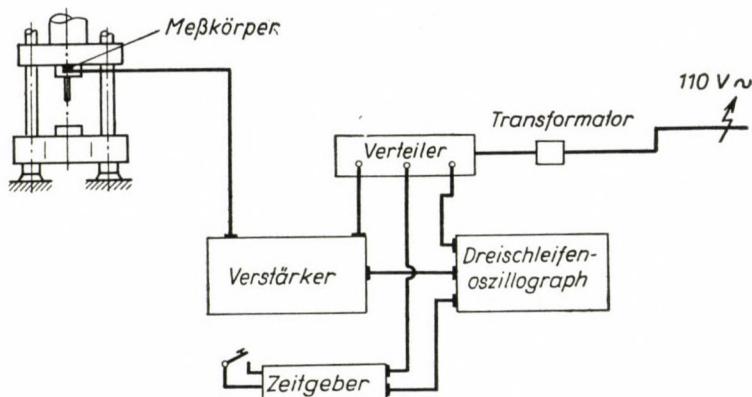


Bild 6. Meßstellen an der Lochpresse

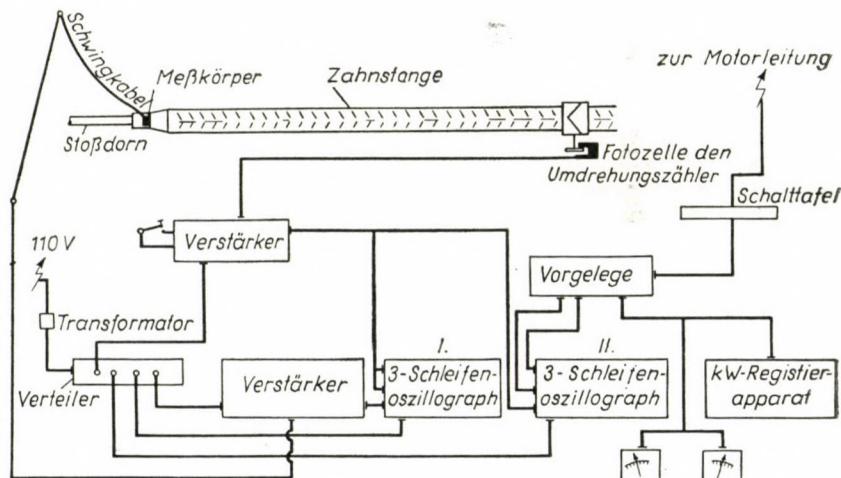


Bild 7. Meßstellen und Meßapparate an der Stoßbank

samt Zeitsignalsender- und Geschwindigkeitsmeßeinheiten ersichtlich. Auf der rechten Seite des Bildes ist der eine Dreischleifenoszillograph dargestellt.

In Bild 9 ist der zweite Oszillograph an seiner Meßstelle im Betrieb, bereit zur Messung der elektrischen Kennwerte, abgebildet.

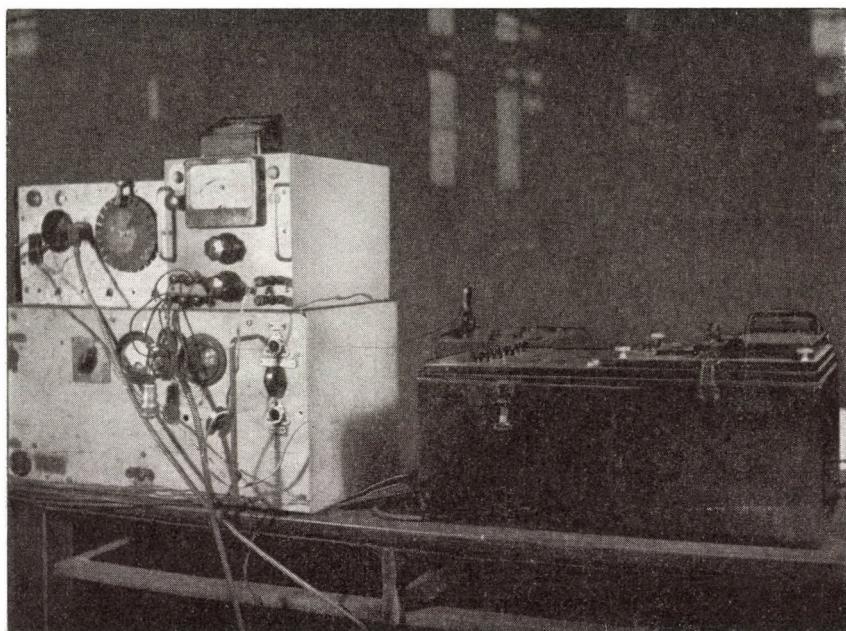


Bild 8. Kraftmeßapparate

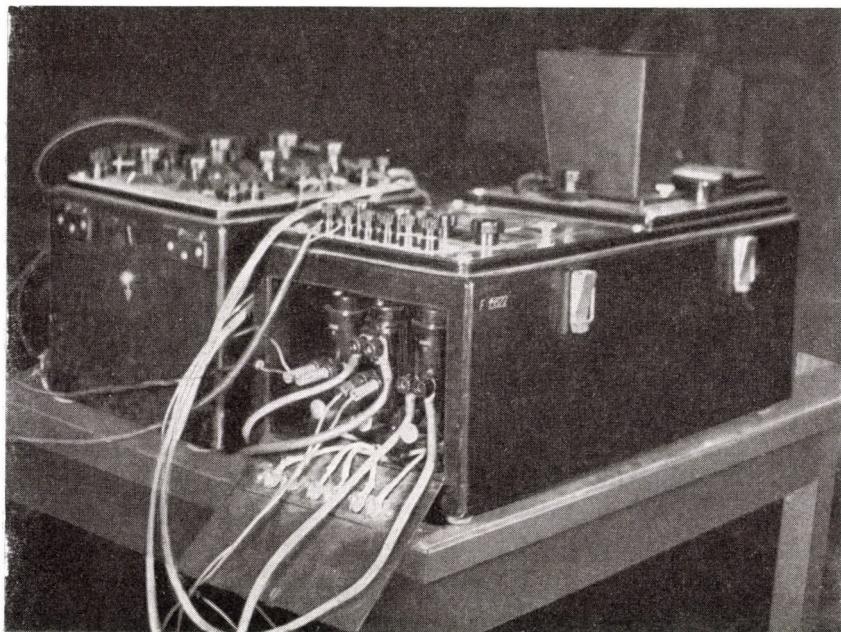


Bild 9. Leistungs-, Spannungs- und Zeitmessungs-Oszillograph

Meßergebnisse

a) *Lochkraftmessung*

Über die Abmessungen und Form der Knüppel, die bei der Erzeugung von Rohrkalibern mit 70—85 und 110 mm Durchmesser gelocht wurden, sowie über die der gelochten Hohlkörper gibt Bild 10 Aufschluß. Die Kenn-

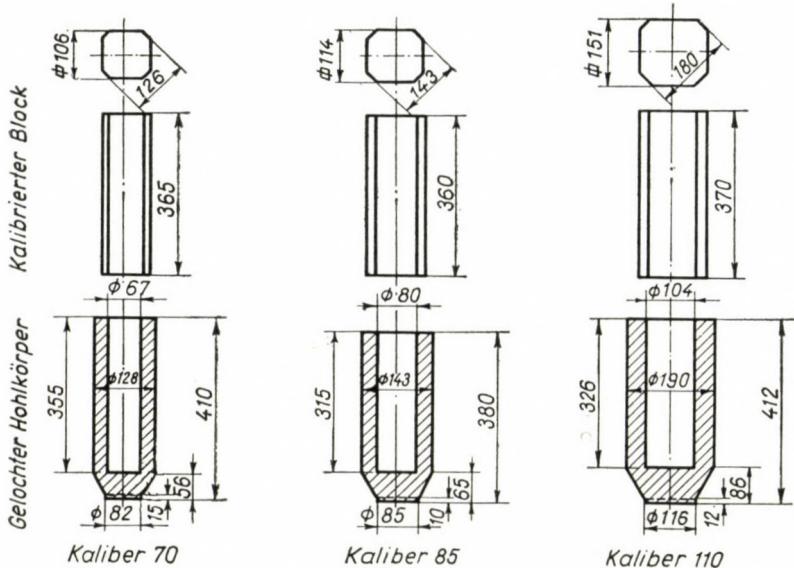


Bild 10. Abmessungen der kalibrierten Blöcke und der gelochten Hohlkörper

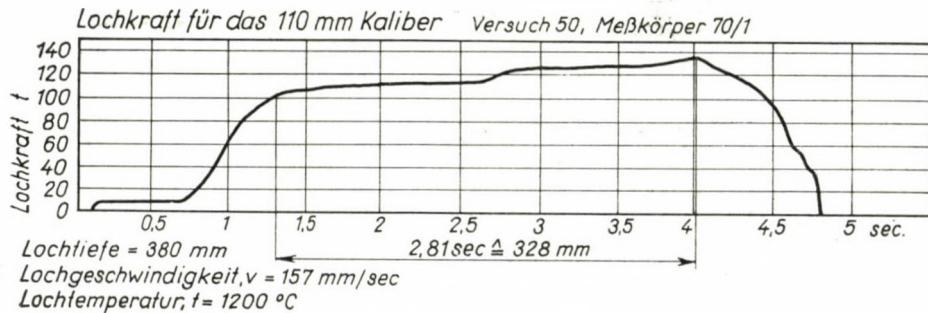


Bild 11. Lochkraft-Diagramm

werte der Lochung sind in Tafel I zusammengefaßt. In Bild 11 wurde das Lochkraftdiagramm zum 110-er Kaliber auf Grund der aufgenommenen Oszillogramme konstruiert.

Die aufgenommenen Lochkraftdiagramme zeigen eine Zunahme der Lochkraft, was darauf zurückgeführt werden kann, daß während des Loch-

Tafel I
Charakteristische Werte der Lochung

Rohr-abmessung mm	Loch-temperatur C°	Lochweg mm	Lochkraft		Loch-geschwindig-keit mm/s	Spez. Lochkraft	
			am Anfang t	am Ende t		am Anfang kg/mm²	am Ende kg/mm²
			1	2	3	4	5
$\varnothing 70$	1180	355	72	96	209	7,7	10,3
	1220	369	60	84	210	6,4	9,0
$\varnothing 85$	1230	320	68	90	156	6,15	8,15
	1240	320	66	90	151	6,0	8,15
$\varnothing 110$	1200	328	103	135	110	5,2	8,7
	1200	330	105	135	110	5,3	8,7

vorganges auch eine aufwärts gerichtete Strömung des Materials eintritt, das heißt, es kommt ein steigendes Lochen zustande.

Vergleichbare Kennwerte wurden in der Weise erhalten, daß die zu Beginn und zum Schluß des Lochens auftretenden Kräfte auf den mittleren Querschnitt des fertig gelochten Knüppels bezogen wurden (siehe Spalte 7 und 8 der Tafel I). Die spezifische Lochkraft nimmt mit steigender Temperatur ab, eine Folge des bekannten Zusammenhangs zwischen Verformungswiderstand und Temperatur.

Die Lochgeschwindigkeit bleibt während des Lochen eines Knüppels praktisch konstant. Beim Lochen von Knüppeln größerer Abmessungen wurde eine geringere Geschwindigkeit erhalten. Durch die mit zunehmender Lochkraft abnehmende Lochgeschwindigkeit wird die praktisch konstante Leistung der Lochpresse bestätigt.

Durch die am Anfang der Oszillogramme sich zeigende Kraft von etwa 10 t und der Wirkungsdauer von etwa 1 Sekunde wird der Knüppel mit quadratischem Querschnitt in den mild konischen Aufnehmer eingeschoben, eingepaßt. Der anschließende steigende Abschnitt deutet den Beginn des Lochvorganges an.

Die Ehrhardtsche Rohrerzeugung ist ein ausfüllendes Lochen. Ist der Querschnitt des Lochdornes größer als die radial zur Verfügung stehende Werkstoffbewegungsfläche, so tritt während des Lochvorganges neben der radialen Werkstoffbewegung auch eine aufwärts gerichtete Bewegung des Werkstoffs auf (Steigen). Das Maß der Steigung hängt von der Querschnittsdifferenz des kalibrierten Knüppels und der gelochten Hülse ab. Je größer diese Differenz ist, um so größer wird die nach oben zu verdrängende Werkstoffmenge, und proportional dieser Menge nimmt auch die zur Material-

strömung erforderliche Kraft zu. Dies kommt durch die am Anfang des Lochkraftdiagramms steiler ansteigende und am Ende des Lochvorganges einen höheren absoluten Wert ergebende Lochkraft zum Ausdruck.

Nach vollzogener Lochung wird das Füllventil des hydraulischen Zylinders geöffnet, wobei der Wasserdruk, proportional der Durchflußöffnung des Ventils, durchschnittlich in einer Sekunde abfällt. Die im absteigenden Ast stellenweise erkennlichen Knicke hängen mit der Ventilbewegung zusammen.

b) Stoßkraftmessung

Die Stoßkraft wurde bei dem in den betrieblich allgemein üblichen normalkalibrierten Rollengehäusen vorgenommenen Rohrstoßen gemessen.

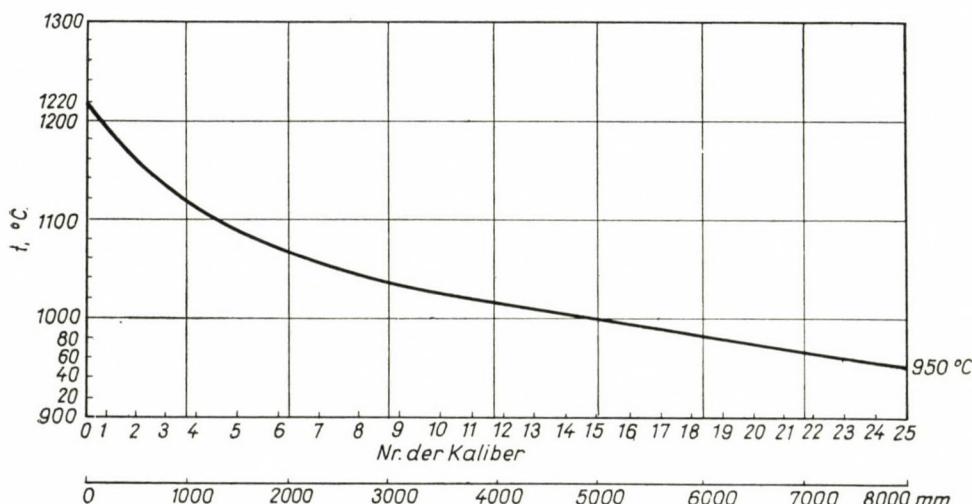


Bild 12. Abkühlung des Rohres auf der Stoßbank

Die Abnahmepläne wurden vom Betrieb zusammengestellt (siehe Tafel II). Der Charakter dieser Pläne folgt im allgemeinen der wohlbekannten Abnahmeparabel. Aus den Daten der Temperaturmessung geht hervor, daß die Abkühlung auf der Stoßbank 240—290° C, während die Endtemperatur 950—960° C beträgt.

Bei dem Rohr mit 110 mm Durchmesser wird die Abkühlung auf der Stoßbank durch das Abkühlungsdiagramm von Bild 12 veranschaulicht. Infolge der reichlichen Wasserkühlung der Rollengehäuse tritt eine verhältnismäßig hochgradige Abkühlung des Rohres ein.

Tafel II
Abnahmepläne für die Stoßbank

	$\varnothing 70 \text{ mm}/65 \text{ mm}$			$\varnothing 85 \text{ mm}/78,4 \text{ mm}$			$\varnothing 110 \text{ mm}/103 \text{ mm}$		
	Außen-durch-messer	Quer-schnitt	Ab-nahme	Außen-durch-messer	Quer-schnitt	Ab-nahme	Außen-durch-messer	Quer-schnitt	Ab-nahme
0	122	9150					189	20 320	
1	121	8181	979	141,1	10 797		184	18 258	2062
2	113,5	6822	1359	134,6	9 393	1404	174,2	15 468	2790
3	107,4	5704	1118	127,4	7 893	1500	170	14 366	1102
4	102	4853	851	121,4	6 733	1160	161,5	12 068	2298
5	97,5	4148	705	115,9	5 721	1012	153,8	10 268	1800
6	93,4	3533	615	111,2	4 854	867	147,2	8 648	1620
7	90	3043	490	106,6	4 105	749	141,6	7 368	1280
8	87,1	2640	403	103	3 505	600	136,8	6 368	1000
9	84,6	2303	337	99,6	2 964	541	132,7	5 468	900
10	82,3	2001	302	96,8	2 532	432	129,2	4 868	600
11	80,4	1758	243	94,5	2 186	346	126,1	4 128	740
12	78,7	1546	212	92,6	1 907	279	123,5	3 568	560
13	77,3	1374	172	91	1 676	231	121,3	3 168	400
14	76,1	1230	144	89,7	1 492	184	119,4	2 818	350
15	75	1099	131	88,6	1 338	154	117,7	2 468	350
16	74	982	117	87,7	1 213	125	116,3	2 268	200
17	73,2	890	92	86,9	1 104	109	115,1	2 058	210
18	72,5	810	80	86,3	1 022	82	114,1	1 878	180
19	71,9	742	68	85,8	954	68	113,2	1 698	180
20	71,4	685	57	85,4	901	53	112,4	1 548	150
21	71	641	44	85	847	54	111,8	1 468	80
22	70	530	111				111,2	1 368	100
23							110,7	1 318	50
24							110,3	1 228	90
25							110	1 171	57

In Bild 13 werden die Stoßkraftoszillogramme vorgeführt, die beim Stoßen der Rohre mit Durchmessern von 70 und 85 mm aufgenommen wurden.

Die Diagramme zeigen genau die an der Stoßstange auftretenden Kraftveränderungen, die beim Eintritt des Rohrvorderteiles in die einzelnen Rollengehäuse oder beim Austritt des Rohrendes aus den einzelnen Rollengehäusen auftreten. Diese Schwankungen können — insbesondere am Anfang des Diagramms — ziemlich deutlich ausgewertet werden. Die Kraftdiagramme weisen bei gleichen Kalibern gleichen Charakter auf.

Die Stoßkraft wird durch die Messungen in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt. Doch schien es zweckmäßiger, die Stoßkräfte in Abhängigkeit vom Wege der Stoßstange und in vergrößertem Maßstabe darzustellen. Diese Art der Darstellung erscheint auch aus dem Grunde berechtigt, da auf diese Weise die Lage der Rollengehäuse mit den in ihnen auftretenden Kräften in unmittelbare Beziehung gebracht werden kann.

Versuch 31. Kaliber 70 mm; Stoßkraft; Stoßgeschwindigkeit

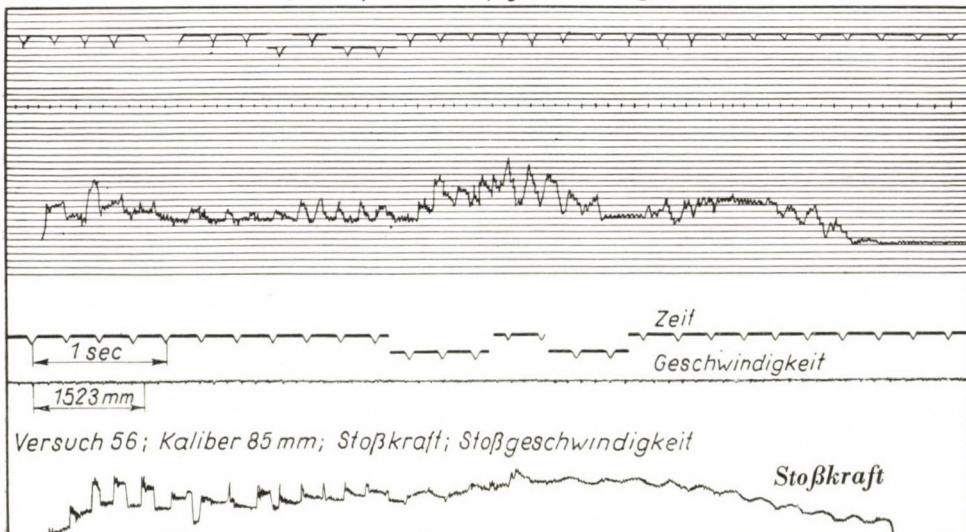


Bild 13. Stoßkraft-Oszillogramm für Kaliber 70 und 85

Um die Ursache der Schwankungen der beim Stoßen auftretenden Kräfte zu veranschaulichen, wurde der die momentane Lage des Rohres darstellende Fahrplan konstruiert und über die Kurve der Stoßkräfte eingezeichnet.

Im Laufe des Stoßens wird das Rohr gleichzeitig in mehreren Rollengehäusen geformt. Um festzustellen, in wieviel und in welchen Rollengehäusen sich das Rohr im Laufe seiner Bearbeitung gleichzeitig befindet, muß ein Fahrplan konstruiert werden. Die Abstände der Rollengehäuse sind bekannt und werden maßstablich dargestellt. Die im Moment des Eintretens in die einzelnen Rollengehäuse geltenden Rohrlängen können aus der Länge des fertigen Rohres und den in den einzelnen Rollengehäusen angewendeten Abnahmen auf Grund der Volumenkonstanz ermittelt werden. Aus dem die Dehnung des unter Verformung stehenden Rohres anschaulich darstellenden Diagramm kann abgelesen werden, in welchem Kaliber das Rohr in einem bestimmten Zeitpunkt bzw. in einer bestimmten Lage eben läuft. Im Stoß-

kraftdiagramm stellt die zu einem gegebenen Zeitpunkt oder zu einer gegebenen Lage gehörende Kraft die resultierende Stoßkraft als Summe der in den einzelnen Kalibern erforderlichen Stoßkräfte dar.

Das Stoßkraftdiagramm, das der bezüglich der Belastung der Stoßbank größten Rohrweite von 110 mm entspricht, wurde auf Grund der durch die Messungen erhaltenen Oszillogramme konstruiert (Bild 14).

Die Geschwindigkeit der Stoßstange ist im Laufe des Rohrstoßens praktisch konstant. Aus dem Stoßkraftdiagramm ist ersichtlich, daß die Kraft während der Stoßperiode starke Schwankungen aufweist. Diese Abweichungen weisen am Anfang des Stoßvorganges die höchsten Werte auf und nehmen mit fortschreitendem Stoßen immer mehr ab. Die Gründe dieser Differen-

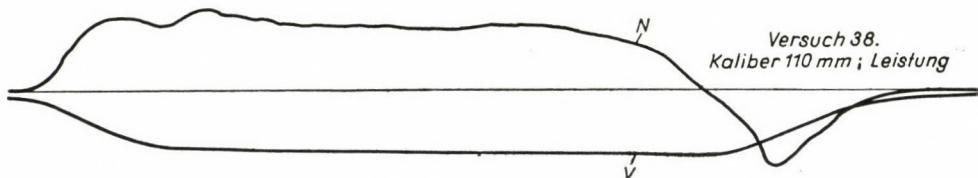


Bild 15. Oszillogramm der Stoßkraft für Kaliber 110

zen sind in der am Anfang der Stoßperiode bestehenden ungenauen Führung und Exzentrizität bzw. den dadurch bedingten dynamischen Stößen zu suchen. Mit fortschreitendem Stoßen dehnt sich das Rohr und erhält eine stets vollkommenere Führung, da es gleichzeitig in mehreren Kalibern läuft. In dieser Phase des Stoßvorganges bedingt der beim Eintritt in ein neueres Kaliber auftretende Krafteffekt keine so große Änderung mehr im Stoßkraftdiagramm.

c) Leistungsmessung

Die vom die Stoßstange antreibenden Zwillingsmotor aufgenommene Leistung wurde auf die im vorangehenden beschriebene Weise gemessen. Die Änderung des Leistungsbedarfes mit der Zeit ist in Bild 15 dargestellt. Das Leistungsdiagramm von Bild 14 wurde aus diesem Oszillogramm konstruiert.

Sehen wir zunächst von den Beschleunigungs- und Bremsungsphasen ab, so ersehen wir aus dem Diagramm, daß die Leistungsaufnahme des Motors praktisch den an der Stoßstange auftretenden Stoßkraftänderungen folgt. Es ist indessen eine gewisse Phasenverschiebung zu beobachten, die darauf zurückgeführt werden kann, daß die Kraftmaxima und Minima durch den Schwung der sich bewegenden Massen des Systems ausgeglichen werden. Die Zeitdauer der Beschleunigung und die der Verzögerung ist verhältnismäßig kurz (sie beträgt 1,5 bzw. 2 Sekunden), ein Umstand, der den verhältnismäßig hohen Leistungsbedarf beim Start und bei der Bremsung erklärt.

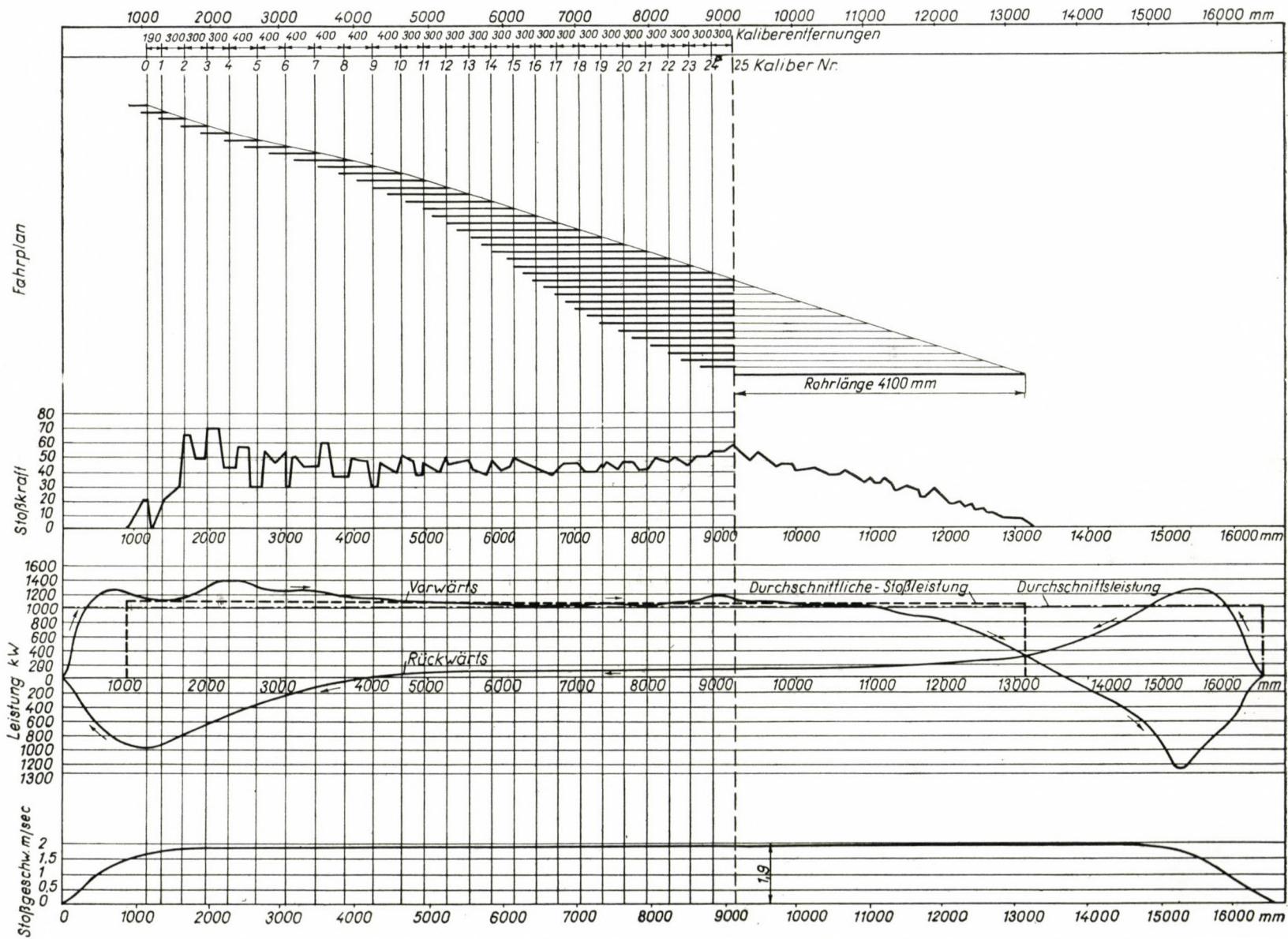


Bild 14. Stoßkraft, Leistungsbedarfs-Diagramm für Kaliber 110

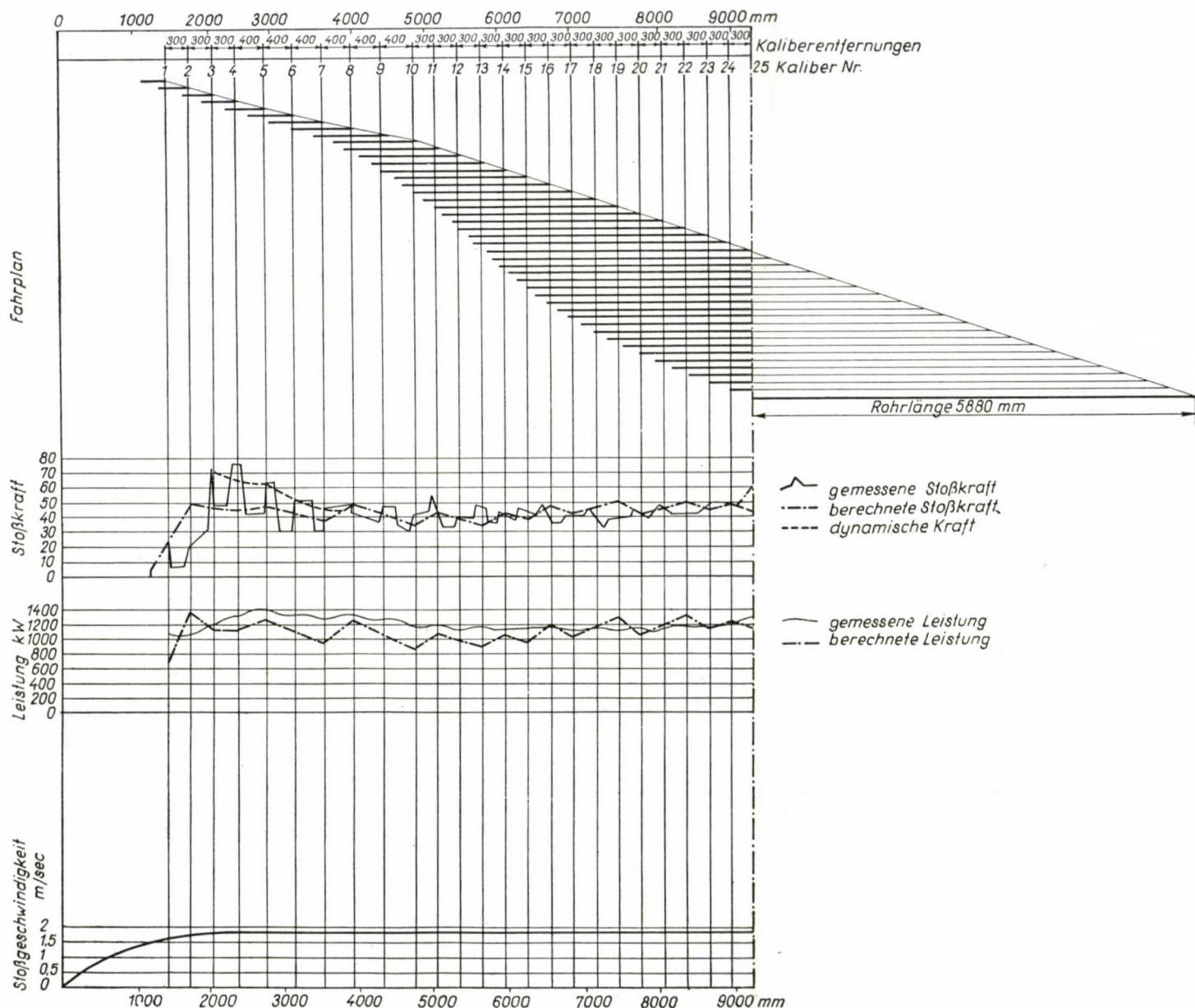


Bild 17. Gemessenes und berechnetes Stoßkraft-Diagramm für Kaliber 110



Es ist zweckmäßig, für den vollen Stoßvorgang eine konstante Leistung einzustellen. Zur Sicherung der konstanten Leistung muß der Fahrplan in der Weise abgewandelt werden, daß in den ersten Rollengehäusen eine geringere, in den letzten aber eine höhere Leistung als die wirklich vorhandene angewendet wird. Dementsprechend müssen die Rollengehäuseteilungen an der Auslaufseite proportional erhöht werden. Diese Umgestaltung des Fahrplanes würde gleichzeitig auch die Gefahr der Rißbildung, die im ersten Drittel des Rollenbettes am größten ist, verringern.

Vergleich der gemessenen und berechneten Werte

Nach Auswertung der Betriebsversuche wurden auch die bezüglichen Berechnungen durchgeführt. Für die ganze Maschinenanlage ist die beim Stoßen des Rohres der größten Abmessung (110 mm Durchmesser) auftretende Beanspruchung und Leistungsbedarf ausschlaggebend. Auf Grund dieser Überlegung wurde das Rohr mit 110 mm Durchmesser einer ausführlichen Analyse unterzogen. Der Vergleich der berechneten Werte mit den gemessenen Versuchsergebnissen ergab eine recht gute Übereinstimmung.

Die Berechnungen wurden auf Grund der von A. GELEJI entwickelten Theorie [1, 2] vorgenommen.

Die Berechnung der Lochkraft wurde bezüglich der Anfangs- und Endlage der Lochung durchgeführt. Zu Beginn des Lochvorganges erfolgt kein Steigen, demgemäß wurde hier allein die für die ausfüllende Lochung gültige Gleichung angewendet. Zum Schluß der Lochung wurde diesem Werte auch der durch Werkstoffströmung bedingte Kraftbedarf hinzugefügt, der dem prozentuellen Wert des Steigens entsprach. Die Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Werte der Lochkräfte ist in Bild 16 veranschaulicht.

Auf Grund des in Bild 14 dargestellten Fahrplanes kann festgestellt werden, in wieviel Rollengehäusen das Rohr gleichzeitig läuft, das heißt, die für die bezüglichen Rollengehäuse berechneten Stoßkräfte können in einem beliebigen Zeitpunkt (bzw. in einer beliebigen Lage) summiert werden. Die maximalen Stoßkräfte und Stoßleistungen wurden in Tafel III zusammengestellt.

Bei Vergleich der berechneten und gemessenen Stoßkräfte besteht zwischen ihren Werten auf der Einlaufseite der Rollengehäuse eine ziemlich hohe, doch in der Folge stets abnehmende Differenz (Bild 17), deren Gründe im vorstehenden bereits erörtert wurden.

Durch die erwähnten Abweichungen war die Einführung eines Korrektionsfaktors angezeigt, dessen Werte in Abhängigkeit von den Rollengehäusen durch die untere Kurve von Bild 18 dargestellt sind.

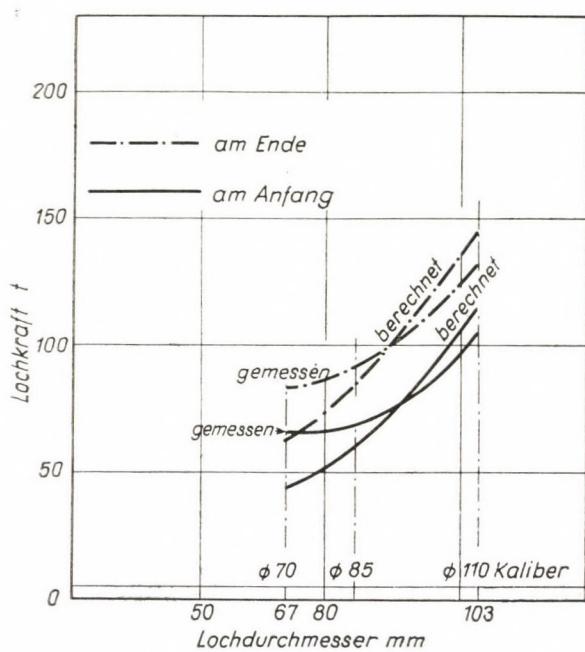


Bild 16. Gemessene und berechnete Lochkraft

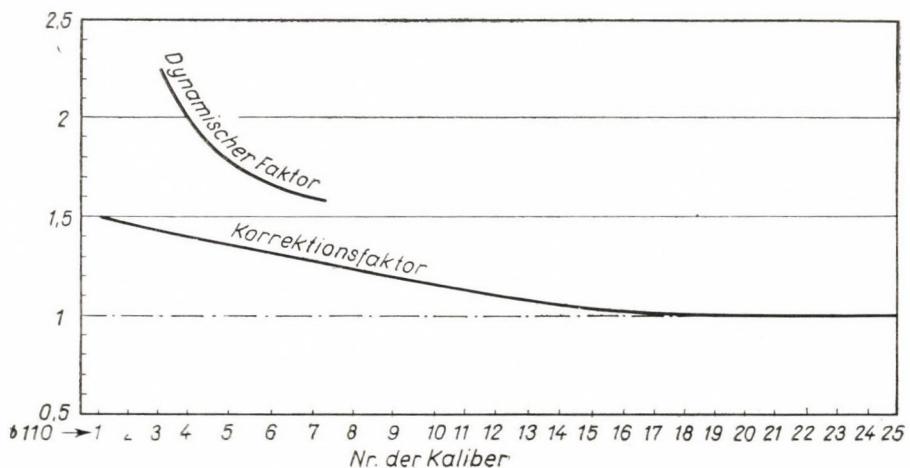


Bild 18. Dynamischer und Korrektionsfaktor

In den ersten (etwa 4—5) Rollengehäusen wiesen die gemessenen Stoßkräfte hervorspringende Spitzenwerte auf. Diese Spitzen werden durch die dynamischen Stöße verursacht, die durch die ungenaue Führung und

Tafel III
Größte Stoßkräfte und Leistungen an der Stoßbank

Rohrabmessung		Max. Stoß- leistung	Max. Stoß- kraft	Stoß- geschwin- digkeit	Stoßzeit	Durchschn. Motor- leistung
mm		kW	t	m/s	s	kW
1		2	3	4	5	6
$\varnothing 70$	31.	900	35	1,9	6,5	720
	32.	900	28	1,9	7	720
$\varnothing 85$	53.	1080	54	1,9	6,5	850
	56.	1030	53	1,9	6,5	820
$\varnothing 110$	38.	1420	70	1,9	6,25	1120
	43.	1430	75	1,9	7	1180

Exzentrizität des Rohres am Anfang der Stoßperiode bedingt sind. Werden auch diese Spitzen in Betracht gezogen, so müssen die berechneten Werte um einen in Bild 18 dargestellten, sogenannten dynamischen Faktor vergrößert werden.

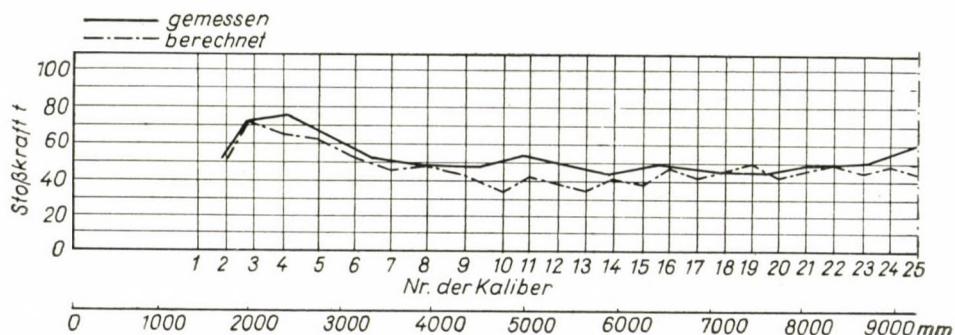


Bild 19. Vergleich der gemessenen und berechneten Stoßkräfte

Das unter Berücksichtigung des Vorstehenden berechnete Stoßkraftdiagramm ist in Bild 19 dargestellt, wo des Vergleiches halber auch das gemessene Stoßkraftdiagramm eingezeichnet wurde. Die praktisch recht gute Übereinstimmung der berechneten und gemessenen Werte geht aus dem Bild deutlich hervor.

SCHRIFTTUM

1. A. GELEJI: Die Berechnung der Kräfte und des Arbeitsbedarfs bei der Formgebung in bildsamen Zustände der Metalle. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1955, S. 326—355.
2. A. GELEJI: Az Ehrhardt-féle csőgyártásnál keletkező erőszükséglet és teljesítményszükséglet meghatározása. (Bestimmung des Kraft- und Leistungsbedarfs bei der Ehrhardtschen Rohrherzeugung.) M. T. A. Műsz. Oszt. Közleményei. **12** (1954). S. 205—231, 1954.
3. A. GELEJI: Die Berechnung der Kräfte und des Leistungsbedarfs bei dem Ehrhardtschen Rohrherstellungsverfahren. Acta Technica, Bd. **7** (1953) S. 477—505.
3. K. FINK—CHR. ROHRBACH: Praktische Messungen mit Dehnungsmeßstreifen. V. D. I. 1953. Nr. 9.

ZUSAMMENFASSUNG

Vorliegende Arbeit teilt die Kraftmessungen und deren Auswertung mit, die von dem Lehrstuhl für Hüttenmaschinenwesen der Technischen Universität für Schwerindustrie an einer Ehrhardtschen Rohrstoßbank der Csepeler Eisen- und Metallwerke (Ungarn) durchgeführt wurden.

RESULTS OF MEASUREMENTS AT TUBE MANUFACTURING
ACCORDING TO THE EHRHARDT METHOD

S. GELEJI, E. KISS and G. DÉVÉNYI

SUMMARY

The paper deals with the results of power measurements at the push bench of the tube plant belonging to the Csepel Iron and Metal Works ; the results are discussed and evaluated. The measurements have been made by the staff of the Metallurgical Machinery Chair, Heavy Industries Technical University.

RÉSULTATS DE MESURES EFFECTUÉES À L'USINE CONCERNANT LA
FABRICATION DE TUBES SELON LE PROCÉDÉ EHRHARDT

S. GELEJI, E. KISS et G. DÉVÉNYI

RÉSUMÉ

Compte rendu des mesures de forces au banc poussant de la fabrique de tubes des Usines Métallurgiques de Csepel, suivi d'une évaluation des résultats. Les mesures ont été effectuées par les soins du personnel de la Chaire de Construction de Machines Sidérurgiques de l'Université Technique de l'Industrie Lourde.

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ ПРОИЗВОДСТВА ТРУБ
ПО ЭРХАРДТУ

А. ГЕЛЕЙИ, Э. КИШ и ДЬ. ДЕВЕНИ

РЕЗЮМЕ

В работе дается описание измерений усилий, выполненных на трубном станке Эрхардта на трубном заводе Металлургического комбината Чепель Кафедрой металлургических машин Технического института тяжелой промышленности, и оцениваются полученные данные.

I N D E X

- Vidéky, E.* : Complement of Goniometry and Projective Relativenesses in the Involute Geometry — Ausdehnung der Goniometrie und projektive Relativitäten in der Involutgeometrie — Extension de la goniométrie et les relations projectives dans la géométrie des développées — Э. Видеки: Распространение гониометрии и проективные относительности в инволютной геометрии 177
- Dékány, S.* : Parallelitätstoleranzen von binokularen Fernrohren — Parallelism Tolerances of Binocular Telescopes — Tolérances de parallélisme des lunettes binoculaires — III. Деканъ: Допуски параллельности бинокулярных подзорных труб 193
- Drobni, J.* : Die dynamische Untersuchung von Getrieben unter Berücksichtigung der Reibungskräfte und der Reibungsmomente — Dynamic Examination of Mechanisms, Considering Forces and Moments Arising from Friction — Examen dynamique des mécanismes en considération des forces et couples de frottement — Й. Дробни: Динамическое исследование механизмов с учетом сил трения и моментов трения 205
- Csonka, P.* : Bending Forces in Block Steps of Supported Stairs, if Each Step is Loaded in the Same Way — Die Biegsungsbeanspruchung in Blocktreppenstufen frei aufliegender Treppen bei gleicher Belastung — Efforts de flexion dans les marches d'un escalier soutenu, toutes les marches étant soumises à des charges égales — П. Чонка: Работа на изгиб ступеней, укрепленных лестничных маршей, нагруженных одинаково на всех ступенях 217
- Kwiek, M. und Karaśkiewicz, E.* : Untersuchungen über die optimale Nachhallzeit — Investigations on the Optimum Resonance Time — Examen du temps de résonance optimum — М. Квик и Е. Каражкиевич: Исследования оптимального времени реверберации 233
- Kacprowski, J.* : Über die Möglichkeiten der Abbildung der akustischen Eingangs-impedanz des menschlichen Ohres mittels einer Ersatzschaltung — Possibilities of Imitating the Acoustic Impedance of the Human Ear by an Equivalent Circuit — Possibilités d'imitation de l'impédance d'entrée acoustique de l'oreille humaine par des circuits équivalents — Й. Кацпровский: Возможности имитации акустического импеданса человеческого уха замещающей схемой 255
- Mankher, L.* : Die Berechnung der Zugfestigkeit von patentierten und kaltgezogenen Stahldrähten — Determination by Calculation of the Tensile Strength of Patented and Cold-drawn Steel Wires — Détermination par le calcul de la résistance à la rupture des fils d'acier patentés et tirés à froid — Л. Манкер: Определение расчетным путем сопротивления разрыва патентированных и холоднотянутых стальных проволок 265
- Csepiga, Z.* : Phase Transformations in Hardened Steel Causing Dimensional Changes — Umwandlungsvorgänge in gehärteten Stählen, die zur Änderung der Abmessungen führen — Phénomènes de transformation dans l'acier trempé conduisant à des changements de longueur — З. Чепига: Процессы, вызывающие изменения размеров закаленной стали 285
- Uray, V.* : Problems of Measuring Uncertainty, Accuracy and Sensitivity — Die Frage der Messunsicherheit, Genauigkeit und Empfindlichkeit — Les problèmes d'incertitude des mesures, de précision et de sensibilité — В. Урай: Вопрос неопределенности, точности и чувствительности измерения 311

<i>Szőke, B.</i> : Self-locking of the Sliding Surface Bearings — Selbsthemmung in Gleitlagern — Irréversibilité des paliers lisses — <i>Б. Секе</i> : Самозамыкание скользящих подшипников	329
<i>Éliás, E.</i> : Über das Kräftespiel der Hängestäbe von Bogenbrücken — On the Forces of the Suspension Bar of Arch Bridges — Sur les forces intérieures des suspentes d'un arc raidi par une poutre — <i>Э. Элиаш</i> : Работа подвесок арочных мостов	349
<i>Wusatowski, Z.</i> : Grundlagen der Kalibrierung von Formstahl — The Bases of Roll Caliber Designing for Profile Steel — Les bases de calcul des sections de rouleaux pour profilés en acier — <i>З. Вусатовский</i> : Основы калибровки профильной стали	361
<i>Geleji, A., Kiss, E. und Dévényi, Gy.</i> : Betriebsversuche über den Kraftbedarf beim Ehrhardtschen Rohrstossverfahren — Results of Measurements at Tube Manufacturing according to the Ehrhardt Method — Résultats de mesures effectuées à l'usine concernant la fabrication de tubes selon le procédé Ehrhardt — <i>А. Гелеи, Э. Кис и Дь. Девени</i> : Результаты производственных измерений производства труб по Эрхардту	395

The Acta Technica publish papers on technical subjects in English, German, French and Russian.

The Acta Technica appear in parts of varying size, making up volumes.

Manuscripts should be addressed to :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Correspondence with the editors and publishers should be sent to the same address.

The rate of subscription to the Acta Technica is 110 forints a volume. Orders may be placed with "Kultura" Foreign Trade Company for Books and Newspapers (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Account No. 43-790-057-181) or with representatives abroad.

Les Acta Technica paraissent en français, allemand, anglais et russe et publient des travaux du domaine des sciences techniques.

Les Acta Technica sont publiés sous forme de fascicules qui seront réunis en volumes.

On est prié d'envoyer les manuscrits destinés à la rédaction à l'adresse suivante :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

Toute correspondance doit être envoyée à cette même adresse.

Le prix de l'abonnement est de 110 forints par volume.

On peut s'abonner à l'Entreprise pour le Commerce Extérieur de Livres et Journaux «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Compte-courant No. 43-790-057-181) ou à l'étranger chez tous les représentants ou dépositaires.

«Acta Technica» публикуют трактаты из области технических наук на русском, немецком, английском и французском языках.

«Acta Technica» выходят отдельными выпусками разного объема. Несколько выпусков составляют один том.

Предназначенные для публикации рукописи следует направлять по адресу :

Acta Technica, Budapest 62, Postafiók 440.

По этому же адресу направлять всякую корреспонденцию для редакции и администрации.

Подписная цена «Acta Technica» — 110 форинтов за том. Заказы принимает предприятие по внешней торговле книг и газет «Kultura» (Budapest VI. Népköztársaság útja 21. Текущий счет № 43-790-057-181) или его заграничные представительства и уполномоченные.

60,— Ft