

## Köszöntjük az MTA-t és az MTA Könyvtárát alapításuk 200. évfordulója alkalmából

A Magyar Tudományos Akadémiát 1825-ben, a Könyvtárat a következő év tavaszán alapították. Széchenyi István nem csak birtokainak egyévi jövedelmét ajánlotta fel az alapításhoz, de aktívan részt is vállalt a szervezet létrehozásában. Széchenyiét további felajánlások követték, így 1830-tól, az alapszabályok rögzítésével az Akadémia megkezdhette tényleges működését. A Könyvtár alapítása gróf Teleki József, az Akadémia első elnökének nevéhez fűződik, aki ezen a napon ajánlotta fel a családja tulajdonában lévő, 30 000 kötetes tudományos gyűjteményt az MTA céljaira és a „haza minden polgára használatára”, és aki maga is részt vett az intézmény létrehozásában és megszervezésében.

A XIX. században a nemzeti identitás erősítése és a kulturális felemelkedés szükségessé tette a tudományok és a művészetek – az irodalom és a színház-művészet – magyar nyelven történő művelését. A tudományos életben akkoriban a német és a latin nyelv dominált, az MTA alapvető célkitűzése a magyar nyelv művelése és a tudományok magyar nyelven történő terjesztése lett. Mára sajátos helyzet alakult ki. A tudomány általános közvetítő nyelve az angol, és úgy tűnik, hogy ma is küzdeni kell a tudományok magyar nyelven történő műveléséért. Ehhez az MTA többek között azzal is hozzájárul, hogy a magyar nyelvű tudományos folyóiratok fennmaradásához forrást biztosít. Az MTA támogatása a fő támasza az 57. éve rendszeresen megjelenő, a közgazdasági modellezésre fókuszáló folyóiratunknak, a Szigmának is. A tudományos élet, az egyetemi és a független kutatóintézetek szereplőit az ösztönzési rendszerek és életpálya-modellek ma egyértelműen a nagy presztízsű külföldi folyóiratokban való – értelemszerűen angol nyelvű – publikálás felé terelik. Tagadhatatlan a tudományok nemzetközi jellege, de a természettudományon kívüli területeken jelentős súlyúak a lokális problémák, illetve a globális problémák nemzeti szinten való tükröződései is, amelyek a nemzetközi szintéren sokszor semmiféle érdeklődést nem váltanak ki: számos példát hozhatnánk a közgazdaságtan területéről is. A tudományok magyar nyelven történő művelése ma is fontos cél kell legyen. A Szigma igen fontos felület pályakezdő, még nemzetközi ismertséggel és kapcsolatrendszerrel nem rendelkező fiatal kutatók első színvonalas publikációi megjelentetésére. Ez azonban nem zsákutca, hanem mondhatnánk inkubátor jellegű, mivel a modellezés, a matematikai eszköztár, a képletek, fogalmak, jelölések és az adatok jelentős része is nemzetközi, így a Szigmába benyújtott publikációk a szerkesztőség által felkért legjobb hazai szakemberek konstruktív bírálataival megtámogatva, a szokásosnál könnyebben konvertálhatók sikeres nemzetközi publikációkká. A Szigma folyóirat a Gazdaságmodellezési Társaság folyóirataként fontos eszközt jelent a hazai gazdaságmodellezési szakemberek összetartásában, kutatási együttműködések elősegítésében mind hazai, mind nemzetközi szintéren, valamint az MTA-val való kapcsolatainknak a Bolyai Ösztöndíjon, Lendület

Programon, MTA doktori pályázatokon és egyéb fórumain keresztül történő elősegítésével.

Jelentős vívmány volt a Magyar Tudományos Művek Tárának (MTMT) létrehozása 2009-ben, amely a magyar tudományos kutatók publikációs tevékenységének, valamint az idézettségi adatoknak folyamatosan frissülő nyilvántartása. Ez az adatbázis alkalmas arra, hogy nyomon lehessen követni az összes tudományágban, kinek mekkora hozzájárulása van a globális vagy a lokális tudományos problémák vizsgálatához akár idegen, akár magyar nyelven. Az MTMT-nek, azaz a magyar kutatások hiteles adatbázisának kiemelkedő szerepe van a nemzeti szellemi örökség megőrzésében.

Köszöntjük a magyar kultúrának elkötelezett MTA-t és Könyvtárát a bicentenárium alkalmából!

A Szigma szerkesztősége

## A VENDÉGSZERKESZTŐ ELŐSZAVA

A Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának egyik kutatócsoportja csaknem hét évvel ezelőtt elnyerte az NKFI támogatását egy három évre szóló projekt megvalósításához, amely az újraparosításnak a nemzet prosperitására gyakorolt hatását kívánta feltárni. Az akkori téma aktualitását tovább növelte a sajnálatos Covid-járvány, amikor is kapacitással nem rendelkező országok például gyógyszerhiánnyal küzdöttek, vagy korábban stabilan működő ellátási láncok akár hosszabb időre megtöredeztek. Az aktuális gazdasági, politikai események és a kutatási eredményeink elismerése és visszhangja megalapozta a kutatás második – már négyéves – fázisát (TKP2021-NKTA-19), amelynek a végénél tartunk. Az utolsó év kutatási eredményeiből állítottunk össze a Közgazdasági Szemle és a Szigma számára egy-egy tanulmányosorozatot, ahol a Szigmának ajánlottuk fel a módszertanilag igényesebb tanulmányokat. Az újraparosítás szerepét nem szeretnénk túlhangsúlyozni, de szerepét kár vitatni. Jukic (2025) egy nagyon egyszerű kalkulációval bizonyította például, hogy ha Horvátország kizárólag a turizmus fejlesztésének segítségével szeretné utolérni Svájc gazdasági fejlettségét (az egy főre jutó GDP szintjét tekintve), az USA teljes lakosságát (több, mint 300 millió embert) kellene vendégül látni (hat napon keresztül), természetesen a szezon idején. Nyilván megvalósíthatatlan feladat egy nehezen automatizálható szolgáltatási folyamatban. A Heizer et al. (2020) könyv szerint a termelékenység növekedésének mintegy 52%-a szervezeti tanulásból ered, amihez még beruházás sem kell. Kell viszont hozzá termelési folyamat, ahol a termelés gyakorlásával, a folyamatok ismétlésével tanulhatunk. A szervezeti tanulás magában foglalja a tudás létrehozásának, megőrzésének és átadásának folyamatait, és hatással van a szervezetek teljesítményére és versenyképességére (Argote és Hora, 2016). A szervezeti tanulás részben kapcsolódik az autonóm tanuláshoz, amikor az emberi tanulás leírható egy adott feladat végrehajtásának javulási tendenciájaként, amely az ismétlésnek és a gyakorlás fokozásának köszönhető (Jaber, 2006). Az ismétlés beágyazódik a termelési folyamatokba, így a javulás, a termelékenység növekedése és a versenyképesség közvetlenül összefügg a termelési volumennel, és a termelési volumenek dinamikája már rövid távon is befolyásolja a versenyképességet. Ezenkívül egyre több bizonyíték van arra, hogy sok iparágban az offshore-kihelyezés, a tervezés és a gyártás szétválasztása lassítja az innovációt, ami hosszú távon gátolja a versenyképességet (Pisano és Shih, 2012b). Ennek a kétoldalú hatásnak a jelentősége aláhúzza a gyártási folyamatok dinamikája vizsgálatának fontosságát. Pisano és Shih (2012a) szerint az innováció elsődleges forrása a legtöbb esetben a gyártási gyakorlat, vagyis célszerű, hogy a gyártási folyamatok irányításunk alatt legyenek. Alapvető jelentőségű tanulmányaikban (Pisano és Shih, 2009, 2012b) osztályozzák azokat az iparágakat, ahol a termelési kapacitások kiszervezése könnyen tönkre teheti a versenyképességet, mivel az innovációk közvetlenül a termelési gyakorlatokból származnak. Ezekben az iparágakban veszélyes a tervezés és a gyártás szétválasztása, vagyis amikor az innováció beágyazódik a folyamatba, a tervezés egyszerűen nem választható el a gyártástól.

A témában a Szigma hasábjain is jelentek meg tanulmányok. Vörös (2021a, b) olyan modellt épít, melyben a termelékenységi tudás növekedése a termelési volumentól függ, és megállapítja, hogy egy dinamikus programozási modellben a termelési volumen időben csökkenő lesz, míg egy idő szerint folytonos (optimális irányítási) modellben a termelési ráta konstans. Később (Vörös, 2026) megállapítja, hogy ennek oka a tanulás gyorsasága, és amikor idő kell a megszerzett tudás gyakorlatba ültetéséhez, akkor a dinamikus programozási modellben a termelési ráta növekvő lesz. A probléma általánosításaként a következő egyszerű dinamikus programozás modellt fogalmazzhatjuk meg:

$$q_t = \begin{cases} 1, & \text{ha } t \in \{0, \dots, k\}; \\ q_{t-1} + av_{t-k}, & \text{ha } t \in \{k+1, \dots, T\} \end{cases} \quad (T \geq k+1),$$

ahol  $q_t$  a felhalmozódott termelékenységi tudás a  $t$ -edik periódusban,  $v_t$  a termelés volumene a  $t$ -edik periódusban,  $T$  az időhorizont, és  $k$  a periódusok száma, mely a megszerzett tudás gyakorlatba ültetéséhez szükséges. Azt tételezzük fel, hogy a fajlagos termelési költség a  $t$ -edik periódusban ekkor  $\frac{c}{q_t}$  lesz.

Például  $k = 1$ -re ekkor a megoldandó feladat a következőképpen fogalmazható meg:

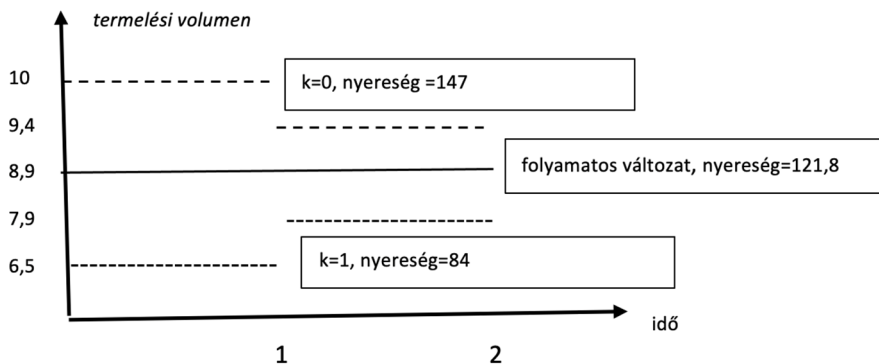
$$\max_{v_1, \dots, v_T} H(v_1, \dots, v_T) = \sum_{t=1}^T z^t \left( p(v_t) - \frac{c}{1 + a \sum_{i=1}^{t-1} v_i} \right) v_t$$

$$v_t \geq 0, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

ahol  $p(v_t)$  a termék ára, amikor az  $v_t$  volumenben kerül piacra, és  $z^t$  a diszkontráta. Feltételezzük továbbá, hogy a  $p(v_t)$  függvény  $v_t$  szerinti első, és a  $p(v_t) \cdot v_t$  függvény  $v_t$  szerinti második deriváltja negatív.

Mint említettük,  $k = 0$ -ra a termelési dinamika csökkenő lesz. Vörös (2026) kimutatta, hogy  $k = 1$ -re viszont a termelési dinamika növekvő lesz. Nem mindegy azonban, hogy ezek a dinamikák honnan indulnak. Ehhez definiáljuk a következő feladatot; legyen az árfüggvényünk:  $p_t = b - v_t$ , azaz lineáris, legyen továbbá  $T = 2$ ,  $b = 20$ ,  $c = 10$ ,  $a = 0,2$ . Az 1. ábra a feladat megoldásait foglalja össze.

Mind az irányításelméleti (a megszerzett tudás azonnali alkalmazásának képessége), mind a  $k = 0$  eset (a termelékenységi tudás a periódus legelején már hasznosul, noha a teljes periódus kell a volumen megtermeléséhez) ideálisnak. A valósághoz a  $k = 1$  eset áll közelebb, vagyis a megszerzett tudás valóra váltásához idő kell. *Azonban a következtetés világos: beláthatjuk, hogy ha minél gyorsabban ültetjük át a megszerzett tudást a termelési folyamatba, a gazdasági előny annál nagyobb.*



1. ábra. A tanulási sebesség hatása a termelési volumenre és a nyereségszintre

A boldoguláshoz azonban sok minden kell a vállalati és a gazdasági életben. Kutatási területeinket is ezért szélesíteni kellett a termelési problémákon túl, és nem mehetünk el a kínálkozó, aktuális kutatási kérdések mellett. Ezekből gyűjtöttünk össze egy Szigmához illő csokrot, és szívesen ajánljuk még az olvasó számára a Közgazdasági Szemlében megjelent tanulmányainkat.

## Irodalom

1. Argote, L. and M. Hora (2017) Organizational learning and management of technology, *Production and Operations Management*, 26(4), 579–590
2. Heizer, J., B. Render, and C. Munson (2020) *Operations Management*, 13th ed., Pearson
3. Jaber, M. Y (2006) Learning and forgetting models and their application, *Handbook of Industrial and Systems Engineering*, CRC Press
4. Jukic, M., (2025) No country ever got rich from tourism. *Palladium*, július 18.
5. Pisano, G. P. and W. C. Shih (2009) Restoring American Competitiveness, *Harvard Business Review*, July-Aug, 114–125
6. Pisano, G. P. and W. C. Shih (2012a) *Producing Prosperity*, HBR Press, Boston
7. Pisano, G. P. and W. C. Shih (2012b) Does America Really Need Manufacturing? *Harvard Business Review*, March, 94–102
8. Vörös, J. (2021a) Production dynamics in case of organizational learning, *Computers and Industrial Engineering*, 157, 107340
9. Vörös, J. (2021b) A termelés dinamikája szervezeti tanulás esetén, *Sigma*, 52(1), 5–29
10. Vörös, J. (2026) A termelékenységi tanulás sebességének és a termelés dinamikájának kapcsolata, könyvfejezet, kézirat.



# A ROMERI TUDÁSTERMELÉSI FÜGGVÉNY SÚRLÓDÁSAI<sup>1</sup>

BESSENYEI ISTVÁN – GYÖRFY LEHEL

*Pécsi Tudományegyetem – Babeş-Bolyai Tudományegyetem*

Valóban egyre nehezebb új ötletekre lelni? Tették fel a kérdést 2020-ban Bloom és szerzőtársai az *American Economic Review* hasábjain. Empirikus kutatásaik szerint a válasz igen: a kutatói teljesítmény világszerte kimutatható ütemben csökken. Ez a tanulmány a csökkenés okainak egy lehetséges magyarázatára vállalkozik. Azt vizsgáljuk, hogy a K+F ráfordítások dinamikus növekedése miért nem eredményez magasabb termelékenységet? A kérdés azért különösen fontos, mert Solow modellje szerint az életszínvonal növelésének egyetlen módja a termelékenység emelése. A választ Romer tudástermelési függvényének mikroszintű megalapozásában keressük, ami rámutat e függvény súrlódásaira. Megmutatjuk, hogy a kutató, vagy kutatóintézet környezetéből érkező jelzések mind az intratemporális, mind pedig az intertemporális döntéseket torzíthatják. A torzulás egyrészt azt eredményezi, hogy a kutatómunka fókuszába nem a vállalati szektor termelékenységének növelése, hanem a publikációs teljesítmény kerül, másrészt a fiatal kutatók irracionálisan kevés időt fordítanak tudásuk bővítésére. A fenti jelenségek kimutatása szükségessé teszi a romeri tudástermelési függvényben egyetlen változóba összefoglalt termelékenységi tudás mélyebb struktúrájának feltárását. Ehhez egy irányított, végtelen gráfot fogunk bevezetni.

## 1 Bevezetés

A Romer (1990) cikkében bevezetett tudástermelési függvény azt a kézenfekvőnek tűnő összefüggést fejezi ki, mely szerint a K+F szektor rendelkezésre álló erőforrások, elsősorban az itt alkalmazott munka nagyobb mennyisége, a teljes tényezőtermelékenység (TFP) gyorsabb ütemű növekedését eredményezi. Ez az összefüggés azért lényeges, mert Solow (1956) ma már általánosan elfogadott modelljéből következik, hogy hosszú távon az egy főre eső GDP növekedési ütemét a TFP növekedési üteme határozza meg. Ha az életszínvonalat az egy főre eső fogyasztással mérjük, akkor konstans foglalkoztatási és fogyasztási hányad esetén az életszínvonal növelésének egyetlen forrása a TFP növekedése. Romer megállapítását támasztja alá újabban Herzer (2022) különböző országokra kiterjedő empirikus vizsgálata, mely szerint továbbra is szoros összefüggés áll fenn, elsősorban a közepes jövedelmű országokban a TFP növekedési üteme és az adott ország K+F ráfordításai között. Ezt az

---

<sup>1</sup>Beérkezett 2026. január 21. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.57.1313>. E-mail: [bessenyei.istvan@ktk.pte.hu](mailto:bessenyei.istvan@ktk.pte.hu), [lehel.gyorfy@econ.ubbcluj.ro](mailto:lehel.gyorfy@econ.ubbcluj.ro)

összefüggést hangsúlyozta továbbá a Magyar Nemzeti Bank 2023. évi Növekedési jelentése is.

Az utóbbi évek empirikus vizsgálataiban azonban a termelékenység növekedésében végbemenő lassulásról számolnak be, annak ellenére, hogy ugyanakkor a K+F szektor egyre több erőforráshoz jut. Tanulmányunk célja az ezen ellentmondás mögött meghúzódó okok feltárása.

Több fejlett ország empirikus adatait elemezve mutatja be a munka termelékenységének növekedési ütemében az utóbbi időben végbement visszaesést Goldin és társainak (2020) cikke, továbbá Fernald és Inklaar (2024). Az utóbbi tanulmány szerint hasonló a helyzet a teljes tényezőtermelékenység esetében is. Ez a hasonlóság nem is meglepő, ha a tőke és munka közti helyettesítés rugalmasságát egységnyinek tételezzük fel, és a vállalati szektor rendelkezésére álló termelési technológiát egy lineárisan homogén, Cobb–Douglas-típusú termelési függvénnyel írjuk le. Legyen tehát  $Y(t) = A(t) \cdot K(t)^\alpha \cdot L(t)^{1-\alpha}$ , ahol  $Y$  a reál-GDP,  $K$  a vállalati szektor rendelkezésére álló tőke,  $L$  pedig a munka mennyisége, továbbá  $A$  a teljes tényezőtermelékenység, melyet a total factor productivity kifejezésre utalva, gyakran TFP-vel rövidítünk. Ahol ez nem okoz zavart, ott annak jelölését, hogy az egyes változók az idő függvényei, az egyszerűbb írásmód érdekében elhagyjuk. Az empirikus megfigyelések szerint a tőke parciális termelési rugalmassága:  $\alpha \approx 1/3$ . Ekkor a munka határtermelékenysége:  $MP_L = (1 - \alpha) \cdot A \cdot (K/L)^\alpha$ , átlagtermelékenysége pedig:  $AP_L = A \cdot (K/L)^\alpha$ . Ezek szerint mind a munka határtermelékenysége, mind pedig az átlagtermelékenysége egyenesen arányos a teljes tényezőtermelékenységgel.

Elosztva továbbá a termelési függvény mindkét oldalát  $L$ -lel, majd a kapott összefüggés természetesen logaritmusát az idő szerint deriválva kapjuk, hogy  $\hat{y} = \hat{A} + \frac{1}{\alpha} \hat{k}$ , ahol  $y = Y/L$  a munka átlagtermelékenysége, továbbá  $k = K/L$ , és az egyes változók fölé tett kalap azok növekedési rátáját jelöli.  $\hat{k}$  növekvő tendenciájára már Káldor (1963) is felhívta a figyelmet. E növekvő tendencia fennállását azóta is számosan ellenőrizték, és Herrendorf és társai (2019) is csupán annyiban árnyalták a megállapítást, hogy  $k$  növekedés üteme az 1970-es évek óta az Egyesült Államokban és az Egyesült Királyságban is lassul.  $\hat{y} = \hat{A} + \frac{1}{\alpha} \hat{k}$  miatt kétségtelen, hogy a teljes tényezőtermelékenység változatlan ütemű növekedése esetén  $\hat{k}$  visszaesése  $\hat{y}$  visszaesését eredményezi, azonban például Fernald és Inklar (2024) kimutatták, hogy az utóbbi évtizedekben  $\hat{A}$  is visszaesett. Romer (1990) cikke szerint ez a visszaesés a K+F szektor mérséklődő teljesítményére vezethető vissza.

Ha a vállalati szektor termelési technológiáját az  $Y(t) = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}$  függvény írja le, és ez a technológia  $dA/dt = \dot{A} > 0$  miatt egyre termelékenyebbé válik, akkor a termelés során alkalmazható technológia színvonala, azaz a teljes tényezőtermelékenység Romer szerint a K+F szektor korábban nyújtott teljesítményeinek, azaz a teljes tényezőtermelékenység idő szerint vett deriváltjainak aggregátumaként adódik. Folytonos időben:  $A = A(t) = \int_{-\infty}^t \dot{A}(\tau) d\tau$ , ahol

$$\dot{A} = \sigma \cdot L_A^\lambda \cdot A^\phi, \quad (1)$$

és  $\sigma, \lambda, \phi$  pozitív paraméterek. Ezek szerint a K+F szektor mindenkori  $\dot{A}$  teljesítményét az (1) romeri tudástermelési függvény egyrészt a már rendelkezésre álló tudással magyarázza, melyet a teljes tényezőtermelékenység reprezentál, másrészt a K+F szektor rendelkezésére álló munka  $L_A$  mennyiségével. A K+F szektorban folyó munka termelékenységét továbbá a  $\sigma$  paraméter határozza meg, melynek nagyságát Romer exogén konstansnak tekinteti.

A romeri tudástermelékenységi függvénnyel kapcsolatban figyelemre méltó irodalmi áttekintést adott legutóbb Ács (2024) cikke. Az összefüggést cáfolva azonban Goldin és társai (2020) az USA példáját idézik, ahol az 1930-as évek óta a TFP növekedési ütemének kismértékű csökkenése mutatható ki, miközben a K+F szektor ráfordításai a 23-szorosára nőttek. Erre a jelenségre a legkézenfekvőbb magyarázat a  $\sigma$  paraméter csökkenő tendenciája. Empirikusan ezt igazolja Bloom és társainak (2020) tanulmánya is. Másrészt viszont a K+F szektor növekvő teljesítményére utal, hogy a tudományos közlemények száma az utóbbi időben dinamikusan emelkedett. Például Curcic (2023) szerint a világszerte megjelent akadémiai cikkek száma 2018 és 2022 között 22,78 százalékkal nőtt. Mégis úgy tűnik, hogy a publikációs tevékenység ezen fellendülése egyre kevésbé képes hozzájárulni a TFP növekedéséhez, ami legalábbis a romeri tudástermelési függvény sűrűlódásait jelzi. Cikkünkben e sűrűlódásokra kísérünk meg magyarázatot adni.

Abból a feltevésből indulunk ki, hogy bár világszerte jelentős társadalmi igény mutatkozik a termelékenység bővítésére, a tudományos közlemények szerzői, azaz a kutatók mégis másfajta igényekkel találják szembe magukat. Úgy tűnik, ez a helyzet Magyarországon is. Például a Magyar Nemzeti Bank 2022. évi Termelékenységi jelentése ugyan a hazai szerzők csúcspublikációinak számában bekövetkezett érdemi növekedéséről számolt be, a 2023. évi Növekedési jelentés mégis kénytelen megállapítani, hogy hazánkban a K+F ráfordításokra jutó szabadalmak száma 2004 és 2020 között csökkenő tendenciát mutatott. Hasonló jelenségről tanúskodnak az erőteljes fellendülést mutató kolozsvári régió vállalatvezetői körében folytatott mélyinterjúk is. Meglátásuk szerint a nemzetközi q1-es vagy q2-es lapoktól nem várhatnak az általuk irányított vállalat termelékenységének javítását közvetlenül vagy közvetve előmozdító cikkeket, olvasási szokásaik ennél fogva nem terjednek túl a Harvard Business Review-n.

Az ellentmondás tisztázásához megkonstruáljuk a tudományos kutatómunka egy mikroszintű modelljét. Ez a modell eltér mind a vállalati termelőtevékenység közismert modelljétől, mind pedig Romer tudástermelési függvényének megalapozásától, ugyanis az alábbiakból indulunk ki:

- A kutatás közvetlen eredménye nem valamilyen termék, vagy szolgáltatás, hanem az eredményeket rögzítő dokumentum, ami nem is feltétlenül nyilvános.
- Ilyen dokumentumok (tankönyvek, tudományos közlemények, lektori vélemények, jegyzetek, technológiai leírások stb.) ismerete alkotja a kutató tudásbázisát, melyre munkája során támaszkodik. Ez a tudás-

bázis a társadalomban felhalmozott tudás része, mely növelhető, de semmilyen módon nem csökkenthető.<sup>2</sup>

- Lényeges kutatási eredmények eléréséhez a megfelelő tudásbázis mellett szükség van még időre és további pénzügyi erőforrásokra, mely utóbbiak egyúttal költségtényezőként is jelentkeznek.

A K+F szektorba tartozó szervezeti egység akár egy nagyobb termelővállalaton, például egy gyógyszergyáron belül is létrejöhet. Ebben az esetben a kutatás révén elért eredmények elsősorban ezen vállalat termelékenységét növelik, bár ez a hatás makroszinten is jelentkezik. Gyakori azonban, hogy a kutatás–fejlesztés önálló, többnyire a kormányzat által finanszírozott kutatóintézetekben történik, s az elért eredményeket tudományos folyóiratokban publikálják, ilyen módon közvetítve azokat a többi kutató, illetve a vállalati szakemberek felé. Jelentőségük miatt e folyóiratok szerkesztőbizottságainak viselkedése, az általuk közvetített értékek további elemzésünkben központi szerepet játszanak. Annak érdekében, hogy élesebb eredményeket kapjunk, két feltevést teszünk:

1. Nincsenek parazita folyóiratok, ennél fogva a szerkesztőbizottságoknak nem célja árbevételük feltétel nélküli növelése. Az egyes cikkek közléséről szóló döntések a szerzők által befizetett különféle díjaktól függetlenek, e döntések kizárólag a közlésre szánt kéziratok tudományos értékét veszik alapul.
2. A hivatkozások kivétel nélkül érdemiek, reciprok sémák nem működnek. Ez azt jelenti, hogy valamely cikk meghivatkozását senki nem tekinti olyan szívességnak, melynek közvetlen vagy közvetett viszonzását várja.

Ez a két feltevés azért is fontos, mert napjainkban a társadalom K+F szektorral szemben támasztott elvárásait elsősorban a kiadók és a tudományos folyóiratok szerkesztőbizottságai közvetítik a kutatók felé. Tevékenységük még a vállalati kutatóegységek számára is meghatározó, mert az itt dolgozók tudásbázisát is nagyrészt a már megjelent könyvek és cikkek határozzák meg. Másodsorban a kutatástámogatásokról döntő intézmények, döntéseik során többnyire a támogatásért folyamodó pályázó korábbi publikációs teljesítményét veszik alapul. Mindezek miatt ez a közvetítőtevékenység további elemzésünkben központi szerepet játszik.

A vállalati szektor által finanszírozott kutatások eredménye az esetek nagy részében ugyan nem nyilvános, azok szabadalmi oltalom alá esnek. Előbb-utóbb azonban ezek is a társadalom rendelkezésére álló tudás részévé válnak, hisz a szabadalmi oltalom csupán véges időre szól.

A következő szakaszban a K+F szektor által felhalmozott tudás szerkezetét, továbbá az egyes szerkezeti elemek két lehetséges értékelését mutatjuk be. A 3. szakaszban szemügyre vesszük, hogy az értékelés miként befolyásolja a kutatások irányát, azaz a kutató intratemporális döntéseit. A 4. szakaszban

<sup>2</sup>Miként Bulgakov A Mester és Margaritában írja: „Kézirat nem ég el.”

a kutató intertemporális döntését elemezve azt vizsgáljuk, miként dönt a kutató arról, hogy a rendelkezésére álló időt ismereteinek bővítésére fordítsa, vagy inkább a társadalmi tudás bővítésére. Az 5. szakasz a kutatás néhány lehetséges további irányát jelöli ki, míg az utolsó összegez és következtetéseket von le.

## 2 A felhalmozott tudás

Abból indulunk ki tehát, hogy a vállalati szektor rendelkezésére álló technológia dokumentumokban testesül meg. Modellünkben azonban egy, a már elkészült dokumentumoknál bővebb halmazt vezetünk be. Követve a magyar szakzsargont, papíroknak fogjuk nevezni

- a tudományos folyóiratokban megjelent cikkeket és a szakkönyveket, továbbá a szerző által publikált műhelytanulmányokat és preprint papírokat. Ezek halmazát jelölje  $P$ .
- a nem publikált, de már létező kéziratokat, lektori véleményeket, technológiai leírásokat, függetlenül attól, hogy azokat közlésre szánják-e, vagy sem. Ezek halmazát jelölje  $I$ , és
- azokat a kéziratokat, melyeket még nem írtak meg, sőt, esetleg soha nem is fognak megírni. Ezek halmazát jelölje  $N$ .

Ekkor az összes papír halmaza  $\Pi = P \cup I \cup N$ , melyen a fenti felsorolás mindenkor egy  $\omega$  osztályozást definiál.  $N$ -nel ellentétben  $P$  és  $I$  véges halmazok, továbbá, mivel egyre újabb és újabb kéziratok születnek, illetve kerülnek publikálásra, számosságuk folyamatosan változik, ennél fogva  $\omega = \omega(t)$ , ahol  $t$  továbbra is az idő.

Mivel napjainkban számos folyóiratcikk foglalkozik statisztikai adatbázisok ökonometriai elemzésével, érdemes megjegyezni, hogy a statisztikai adatbázisokat tartalmazó dokumentumokat is papíroknak tekintjük, ami az  $\omega$  osztályozás szempontjából semmiféle nehézséget nem jelent.

A romeri tudástermelési függvény (1) definíciójából következik, hogy  $\phi > 0$  miatt  $\partial \dot{A} / \partial A > 0$ , azaz ceteris paribus minél nagyobb a felhalmozott tudás, annál jobb a K+F szektor teljesítménye. Ez azért van így, mert a tudáselemek egymásra épülnek. A tudáselemek egymásra épülését most úgy vesszük figyelembe, hogy bevezetjük  $\Pi$  egy részberendezését, melyet a  $\succ$  szimbólummal jelölünk, és  $h_1 \succ h_2$ , ha  $h_1$  tartalmaz olyan információt, ami szükséges ahhoz, hogy tudásbázisát az olvasó  $h_2$ -vel bővítse. Ekkor azt mondjuk, hogy  $h_2$  támaszkodik a  $h_1$ -re, vagy a  $h_1$ -ben közölt eredmények egy részére. Például Zalai (2011) támaszkodik Scarf (1967) eredményeire. Megjegyzendő, hogy  $h_1 \succ h_2$ -ből nem következik, hogy  $h_2$  hivatkozná  $h_1$ -et. Ennek két oka is lehet:

1.  $h_1$  helyett hivatkozhatja  $h_3$ -at is, amennyiben a  $h_2$  megértéséhez szükséges információt nem csak  $h_1$  tartalmazza, hanem  $h_3$  is. Ebben az eset-

ben azonban  $h_3 \succ h_2$  is fennáll, és azt mondjuk, hogy  $h_2$  szempontjából  $h_1$  és  $h_3$  redundáns papírok.

2.  $h_2$  szerzője feltételezi, hogy valamennyi olvasó rendelkezik a  $h_1$ -ben közölt ismeretekkel, így a hivatkozás fölösleges. Ettől függetlenül azonban  $h_1 \succ h_2$  fennáll.

Az egyes tudáselemek egymásra épülésének ilyen, részberendezés segítségével történő megjelenítése egyébként távolról sem új módszertani fogás. Ezt alkalmazza például Szendrei (2004) tankönyve, ahol a papírok, mint tudáselemek szerepét az egyes fejezetek töltik be.

Az (1) összefüggéssel szemben azt tesszük fel, hogy a termelési technológia mindenkori színvonalát a már publikált, illetve a még nem publikált, de már létező papírok halmazai határozzák meg, azaz  $A(t) = \varphi(I(t), P(t))$ . Kézenfekvő feltenni továbbá, hogy ha a  $t_0$  időpontban új papírral bővül akár a  $P$ , akár az  $I$  halmaz, akkor  $\forall t > t_0 : A(t_0) \leq \varphi(I(t), P(t))$ . A növekedés két okból is bekövetkezhet. Egyrészt az új papír közvetlenül is hozzájárulhat a termelékenység növeléséhez. Másrészt az újonnan megszülető papírra később olyan további papírok támaszkodhatnak, melyek közvetve, vagy közvetlenül a termelékenység javulásához járulhatnak hozzá.

Legyen  $h \in I$ , ekkor  $\varphi(P, I) < \varphi(P \cup \{h\}, I \setminus \{h\})$ , vagyis nagyobb mértékben emeli egy papír a technológia színvonalát, azaz a TFP-t, ha publikálásra kerül, mint ha egy vállalat őrzi, például gyártási titkot képező eljárás leírásaként. Ez akkor is így van, ha elfogadjuk azt a Jones (2002) könyvében részletezett álláspontot, mely szerint a szabadalmak nemzetközi védelme jelentős mértékben hozzájárult a műszaki-technikai haladás gyorsulásához.

Feltesszük, hogy a kutatók szeretnék minél jobb, minél értékesebb papírokat létrehozni, ehhez azonban tisztázni kell, mit értünk egy papír értékén. Bloom és társai (2020) cikkéhez hasonlóan, ehhez alkalmas kiindulási alapot szolgáltat az  $\dot{A} = \sigma \cdot L_A$  összefüggés, melyet átrendezve

$$\dot{A} = \sigma \cdot A \cdot L_A$$

adódik, ami az (1) összefüggés speciális esete  $\phi = \lambda = 1$ -re. A jobb oldalon  $\sigma$  továbbra is a K+F szektor termelékenységét mérő paraméter,  $L_A$  pedig a kutatás során felhasznált kutatói munka mennyisége. Ezek szerint a K+F szektor outputját Bloom és társai, Romerhez hasonlóan, a rendelkezésre álló inputokkal magyarázzák. A jelen tanulmány azonban más utat választ: a K+F szektor teljesítménye papírokban testesül meg, az egyes papírok értékét pedig output oldalon igyekszünk megragadni. Azt kívánjuk tehát mérni, hogy egy-egy papír milyen mértékben járul hozzá a termelés rendelkezésére álló technológia színvonalának javításához. Ez az érték annak ellenére definiálható, hogy nagyságát  $I \cup P$  legtöbb elemére nem tudjuk pontosan megmérni, ezzel kapcsolatban csupán valamiféle várakozást képezhetünk. Így valamely  $h$  papír értékét létrejöttekor, azaz a  $t_0$  időpontban az alábbi módon definiálhatjuk:

$$V_A(h) = \int_{t_0}^T \varphi(I(t), P(t)) - \varphi(I(t) \setminus \{h\}, P(t)) dt \quad (2)$$

ahol  $h$  az újonnan létrejött papír,  $t_0$  pedig a létrehozás időpontja. Ezek szerint  $V_A(h)$  azt méri, hogy a  $(t_0, T)$  időszakban mennyivel romlana a TFP, ha a  $h$  papír nem jött volna létre.  $T$  értékére semmiféle megszorítást nem teszünk. Természetesen, a gyakorlatban valamely papír értéke a (2) definíció alapján legfeljebb mikroszinten számítható ki. Egy vállalat esetében ugyanis meghatározható, hogy a vállalat termelékenységét mennyiben javítja valamely gyártási eljárás, műszaki leírás, vagy receptúra, és ez a nagyság a vállalat értékének meghatározása során meg is jelenik. Félelmetes nehézségekkel találunk szembe magunkat ugyanakkor, ha makroszinten kellene meghatározni, hogy mennyivel lenne rosszabb valamely nemzetgazdaság termelékenysége abban az esetben, ha például a Scarf (1967) cikkében közölt eredmények nem állnának rendelkezésünkre. E nehézségek ellenére a (2) formula elvileg alkalmas bármely papír makroszinten történő értékelésére, csakúgy, mint például a társadalmi jólét fogalma<sup>3</sup> a jólét mérésére, dacára annak, hogy Arrow (1963) lehetetlenségi tétele szerint az ezt mérő társadalmi jóléti függvény az elemi demokratikus elvek betartásával nem konstruálható meg.

Megjegyzendő ugyanakkor, hogy a fenti értékelési nehézségek ellenére egy-egy tudományterület felkészült szakemberei többnyire egyértelműen el tudják dönteni, hogy két papír közül melyik járul hozzá nagyobb mértékben a termelékenység növeléséhez, ennél fogva a (2) értékelőfüggvény helyett a hasznosság ordinális elméletéhez hasonlóan a papírok halmazán is be lehetne vezetni egy erős vagy gyenge preferenciarendezést. Tanulmányunkban azonban ezzel a lehetőséggel nem élünk.

Mivel a társadalmi jólét mérése a gyakorlatban rendkívül nehéz, helyette többnyire a jóval egyszerűbben meghatározható egy főre eső fogyasztás használatos.<sup>4</sup> Éppígy egy papír értékelése során is célszerűbbnek tűnik valamilyen könnyebben meghatározható mutatószám után nézni. A Magyar Nemzeti Bank 2022. júliusi Termelékenységi jelentésében a K+F szektor kimeneti indikátorai közt különös figyelmet szentel az egyes dokumentumok idézettségének, ezért a most bevezetésre kerülő, alternatív értékelés alapja az egyes papírokra kapott hivatkozások mennyisége lesz:

$$V_R(h) = \sum_{t=0}^T q^t \cdot r_t(h), \quad (3)$$

ahol  $r_t(h)$  a  $h$  papírra a  $t$  periódusban történt hivatkozások száma, és a  $0 < q \leq 1$  paraméter az idézés időpontjának jelentőségét reprezentálja. A (3) definíció feltételezi a hivatkozó lapok homogenitását, ami jelentős egyszerűsítés. Ennél kifinomultabb formula is alkalmazható lenne, mely nagyobb súllyal venné figyelembe például a q1-es lapokban történő hivatkozást, mint a q2-es lapokban fellelhető, következtetéseinket azonban mindez nem befolyásolja jelentős mértékben. Az értékelés még szofisztikáltabb lehetőségeit ismerteti például Abramo és D'Angelo (2014) cikke.

<sup>3</sup>Lásd pl. Kopányi (1993), vagy Kydland és Prescott (1982)

<sup>4</sup>Lásd pl. Phelps (1961)

Míg tehát a (2) formula egy papír értékét a TFP-hez való hozzájárulása alapján határozza meg, addig (3) a papírra érkező hivatkozások alapján. A kutatók és szerkesztőbizottságok természetesen egyik formula szerint sem képesek egy papír értékét pontosan meghatározni, de mindkettővel kapcsolatban képezhetnek racionális várakozásokat. Ezek szerint  $V_A(h)$ -t és  $V_R(h)$ -t véletlen nagyságoknak tekintjük. Elfogadva a Magyar Nemzeti Bank által is használt kimeneti indikátor relevanciáját, feltesszük, hogy a két véletlen nagyság közt fennálló korreláció pozitív, tehát általában az a papír kap több hivatkozást, amelyik a termelékenységét nagyobb mértékben képes növelni.

A kutatók, szerkesztőbizottságok és a mögöttük álló tudományos és szakmai közösségek természetesen értékesebbnek tekintik azt a papírt, amelyik több hivatkozást kap, illetve nagyobb mértékben növeli a termelékenységet, ezért az értékelés során a (2) és (3) függvények valamiféle látens aggregátumából indulnak ki. Feltevésünk szerint ez az alábbi CES függvénnyel modellezhető:

$$V(h) = \left( \alpha(V_A(h))^{-\psi} + (1 - \alpha)(V_R(h))^{-\psi} \right)^{-\frac{1}{\psi}}, \quad (4)$$

ahol  $0 \leq \alpha \leq 1$  és  $-1 \leq \psi \neq 0$ . Fontos rámutatni, hogy mind a (2), mind pedig a (3) értékelés során  $t_0$  az új papír létrehozásának időpontját jelenti, így a (4) függvény esetében is hasonló a helyzet. Számítani lehet ugyan rá, hogy ha ezekben a formulákban  $t_0$  helyére egy későbbi időpontot írunk, például  $t_1 = t_0 + \bar{t}$ -t, ahol  $\bar{t} > 0$  tetszőleges konstans, akkor  $T = T + \bar{t}$  esetén mindegyik értékelőfüggvény más eredményt adna. Ez azért van így, mert a  $\bar{t}$  időszak alatt publikálásra kerülhetnek további papírok, melyek  $h$  TFP-re gyakorolt hatását, vagy a rá érkező hivatkozások mennyiségét módosíthatják.

A (4) értékelőfüggvény alkalmazása esetén az azonos értékű papírok a  $(V_R, V_A)$  síkban egy-egy negatív hajlású, origóra konvex görbére illeszkednek, a görbéhez húzható érintő meredeksége pedig:

$$\frac{dV_A}{dV_R} = -\frac{1 - \alpha}{\alpha} \left( \frac{V_A}{V_R} \right)^{1+\psi}.$$

Ezek szerint átváltás van a kétféle értékelés között: így azonos  $\bar{V}$  értékű lehet egy olyan papír, mely kevesebb hivatkozásra számíthat, ám a TFP-t nagyobb mértékben emeli, és egy olyan papír, mely esetében fordított a helyzet. A helyettesítés  $\psi$  paramétere azt méri, hogy az egyik fajta értékelés mennyiben képes helyettesíteni a másikat. Például  $\psi = -1$  esetén a helyettesítés tökéletes, a  $\psi \rightarrow \infty$  esetben azonban a kétféle értékelés nem helyettesíti egymást, így nincs átváltás. Legyen most  $\bar{V}$  pozitív konstans. Tekintve a  $\bar{V} = V(V_A, V_R)$  görbe pontjait, nem állítható, hogy mindegyikhez létezne az egyenlőséget kielégítő papír, és az sem állítható, hogy ilyen papír véges időn belül létrejön.

Megjegyzendő továbbá, hogy  $h_1 \succ h_2$ -ből nem következik, hogy tetszőleges  $0 \leq \alpha \leq 1$ -re  $V(h_1) < V(h_2)$  fennáll. Ez a helyzet például, ha  $h_1 =$  Romer (1990) és  $h_2 =$  Bloom és társai (2020).

### 3 A kutató intratemporális döntései

Ebben a szakaszban azt vizsgáljuk, hogy az előzőben bevezetett  $\omega$  osztályozás hogyan változik, azaz miként megy végbe az  $I$  és  $P$  halmazok bővülése, és ezt a bővülést miként befolyásolják a (4) függvény paraméterei. Legyen  $\Omega$  az összes lehetséges osztályozás halmaza, azaz  $\Omega = \{\omega\}$ , ekkor  $\Omega$ -n értelmezhetők a  $\mathbf{new}(h) : \Omega \rightarrow \Omega$  műveletek, ha  $h \in N$ . Legyen  $\omega' = \mathbf{new}(h)$ , ekkor  $\omega'$  ekvivalenciaosztályaira érvényes, hogy  $h \in I$ , egyébként az ekvivalenciaosztályok változatlanok. Ez annyit jelent, hogy létrejött a  $h$  kézirat. Az előző szakaszban bevezetett (2), (3) és (4) függvények tulajdonképpen a  $\mathbf{new}(h)$  műveletet értékelik.

Egy kézirat létrehozásának azonban legalább két feltétele van:

**1. Költség** Feltételezzük, hogy  $\mathbf{new}(h)$  végrehajtása annál költségesebb, minél értékesebb kézirat jön létre, úgy a (2), (3), mint a (4) értékelőfüggvény esetében. Ezért egy CES típusú költségfüggvényt definiálunk:

$$\begin{aligned} TC(\mathbf{new}(h)) &= TC(h) = TC(V_A(h), V_R(h)) = \\ &= Q \cdot \left( \beta(V_A(h))^{-\mu} + (1 - \beta)(V_R(h))^{-\mu} \right)^{-\frac{d}{\mu}}, \end{aligned} \quad (5)$$

ahol a  $TC(h)$  jelölést csupán az egyszerűbb írásmód érdekében vezettük be.  $0 < \beta < 1$ , és feltevésünk szerint a határkölségek növekvők, ezért  $d > 1$ , továbbá  $\mu < -1$ .

Kényelmes lenne  $\mu = \psi$  és  $\alpha = \beta$  teljesülését feltételezni, mert ekkor (5) a  $TC(h) = Q \cdot V(h)^d$  alakra egyszerűsödne. Csakhogy az (5) költségfüggvény paraméterei az értékelést végző közösség preferenciáit meghatározó minden szubjektív elemtől, így  $\alpha$ -tól is függetlenek. (5) paramétereit az értékelésre kerülő papírt létrehozó kutató adottságai határozzák meg. Ezért  $\mu = \psi$  és  $\alpha = \beta$  fennállása nem tételezhető fel. Ennek ellenére  $Q$ -t a továbbiakban a publikációs tevékenység határkölség-paraméterének fogjuk nevezni. Ezt már csak azért is megtehetjük, mert mind a TFP javulása szerint vett  $\partial TC(h)/\partial V_A(h)$  határkölség, mind pedig a hivatkozások szerint vett  $\partial TC(h)/\partial V_R(h)$  határkölség egyenesen arányos  $Q$ -val.  $Q$  meghatározódásával részletesebben majd a 4. szakaszban foglalkozunk, nagyságát addig exogén adottságnak tekintjük.

**2. Felkészültség** Kézenfekvő feltenni, hogy a publikációs tevékenység határkölség-paramétere a kutató vagy kutatócsoport rendelkezésére álló tudásbázistól függ, e tudásbázis jelentősége azonban lényegesen nagyobb. A kutató vagy kutatócsoport ugyanis csak olyan papírt képes létrehozni, melynek megalkotásához szükséges ismereteknek a birtokában van. Legyen  $B(h_0) \subset I \cup P$  olyan, hogy  $\forall h \in B(h_0) : h \succ h_0$ , és  $h \notin B(h_0)$  esetén  $h \succ h_0$  nem áll fenn. Ekkor  $B(h_0)$ -t a  $h_0$  papír által feltételezett teljes tudásbázisnak tekintjük. A legtöbb  $h_0$  papírra az igaz, hogy  $B(h_0)$  összes elemét egyetlen kutató vagy kutatócsoport sem ismeri. Azért nem, mert  $B(h_0)$  rendszerint  $h_0$  szempontjából számos redundáns papírt is tartalmaz. A  $h_0$  szempontjából redundáns papírok kihagyásával  $B(h_0)$  részhalmazainak  $B_i(h_0) \subset B(h_0)$

egy véges sorozatát kapjuk, és  $B(h_0) = \cup_i B_i(h_0)$ . Legyen  $\overline{B} \subset I \cup P$  a kutató vagy kutatócsoport által ismert papírok halmaza. Amennyiben  $\exists i : B_i(h_0) \subseteq \overline{B}$ , azt mondjuk, hogy a kutató rendelkezik a  $h_0$  papír által feltételezett tudásbázissal, amit így jelölünk:  $\overline{B} \triangleright h_0$ . A  $h_0$  papír által feltételezett tudásbázist ezek szerint a teljes tudásbázis számos, egymástól különböző részhalmaza is tartalmazhatja. Legyen továbbá  $h' \notin \overline{B}$ , és  $\overline{B'} = \overline{B} \cup \{h'\}$ . Ekkor  $\overline{B} \triangleright h_0 \implies \overline{B'} \triangleright h_0$ , ugyanakkor  $h'$  irreleváns a  $h_0$  papír szempontjából.

Egy új papír rendszerint az általa feltételezettnél szélesebb tudásbázison jön létre, azaz  $\overline{B} \triangleright h_0$  esetén többnyire  $B_i(h_0) \subset \overline{B}$ . Másrészt a nagyobb tudásbázis általában megteremti annak lehetőségét, hogy az új papír alacsonyabb költséggel jöhessen létre. Az imént bevezetett  $\overline{B}$  és  $\overline{B'}$  halmazokra tehát feltesszük, hogy  $\forall h' \in I \cup P : Q(\overline{B'}) \leq Q(\overline{B})$ , ahol  $Q : \tilde{P}(I \cup B) \rightarrow \mathfrak{R}_+$ , és  $\mathfrak{R}_+$  a nemnegatív valós számok halmaza, továbbá  $\tilde{P}(I \cup P)$   $I \cup P$  hatványhalmaza.

A tárgyalás teljessége és az 5.3 pontban bemutatásra kerülő további kutatási irány felvázolása érdekében megjegyezzük, hogy az imént bevezetett  $\overline{B}$  és  $\overline{B'}$  halmazok felhasználása révén definiálni lehetne még az egyes papírok szubjektív, azaz kutatónként eltérő értékelését is. Eszerint  $V_j(h') = Q(\overline{B}_j) - Q(\overline{B}'_j)$ , ahol az értékelés szubjektív voltát a  $j$  alsó index jelzi, mely a  $j$ -edik kutatóra utal. Különböző kutatók azonos papírra vonatkozó szubjektív értékelése egyrészt azért lehet eltérő, mert más-más ismerethalmazzal rendelkeznek, másrészt azonos ismerethalmazzal rendelkező kutatók eltérő képességei és készségei következtében is előfordulhat, hogy munkájuk költségigényét ugyanazon papír megismerése eltérő mértékben csökkenti. Ha a (2) és (3) értékelőfüggvények az értékelést végzőtől függetlenek, az ezekből származtatott (4) értékelés is objektív, ami jelentős előny az imént bevezetett szubjektív értékeléssel szemben. Az egyes papírok szubjektív értékelésének mindössze annyi jelentősége lehet, hogy amennyiben a kutató publikációiban általa magasra értékelt papírokra hivatkozik, akkor e hivatkozások a hivatkozott papírok (3) révén kapott értékét növelik. Ekkor viszont a (3) értékelőfüggvény abban az esetben sem mentes szubjektív elemektől, ha a hivatkozások az 1. szakaszban mondottak szerint kivétel nélkül érdemiek, továbbá (4) is csak  $\alpha = 1$  esetén lenne minden szubjektív elemtől mentes.

Legyen  $\overline{B}$  továbbra is rögzített, ekkor az (5) költségfüggvény  $(V_R, V_A)$  koordinátarendszerben megjeleníthető, origóra konkáv szintvonalaihoz, vagy isocostjaihoz húzható érintő meredeksége:

$$\frac{dV_A}{dV_R} = \frac{1 - \beta}{\beta} \left( \frac{V_A}{V_R} \right)^{1+\varphi}.$$

Mint látható, e szintvonalakhoz húzható érintő meredeksége mind a határköltség-paramétertől, mind pedig a kutató felkészültségét reprezentáló tudásbázistól független, csupán  $V_A$  és  $V_R$  arányától függ. A választ arra a kérdésre, hogy végtelen sok lehetősége közül a kutató melyik  $\text{new}(h^*)$  műveletet hajtja

vége, az alábbi feltételes szélsőértékprobléma adja meg:

$$\begin{aligned} \max \quad & V = V(\mathbf{new}(h^*)) \\ \text{s.t.} \quad & TC(h^*) \leq \bar{C} \\ \text{és} \quad & \bar{B} \triangleright h^*, \quad h^* \in N, \end{aligned} \quad (6)$$

ahol  $\bar{C}$  a rendelkezésre álló költségkeret exogén adottság, csakúgy, mint a kutató ismereteinek állományát reprezentáló  $\bar{B}$  halmaz.  $V$  a (4) formula által, a  $\mathbf{new}(h)$  művelet végrehajtásakor szolgáltatott értékelés. A megoldás során nehézséget jelent, hogy a  $h^* \in N$  feltétel teljesülését a kutató nem képes ellenőrizni, mert számára az  $I$  részhalmaz teljes egésze ismeretlen. Ezt a nehézséget az (1) romeri tudástermelési függvényben a  $0 < \lambda < 1$  paraméterezéssel lehet figyelembe venni. Ha tehát a kutató papírját publikálásra szánja, akkor be kell érnie a  $h^* \succ h^0 \in P$  és  $V(h^*) - V(h^0) < \Delta K$  feltétel vizsgálatával, ahol  $\Delta K$  a papír szerkesztőbizottságok által jelentősnek tekintett többletértéke. Ha ez a két feltétel teljesül, akkor  $h^*$  nem tartalmaz jelentős új eredményt, közzlése ennél fogva nem várható. A vizsgálat szükségessé teszi tehát  $P$  vonatkozó részhalmazának, azaz a releváns szakirodalomnak az átfogó ismeretét. Ez annál is fontosabb, mert ezen ismeret révén  $\bar{B}$  bővül, így a (6) probléma jobb megoldásához lehet jutni.  $\bar{B}$  bővítése azonban időigényes. Ezzel telnek egyrészt az oktatásban eltöltött évek, de a PhD képzést befejező kutatóknak is tovább kell bővítenie ismereteit, azaz a  $\bar{B}$  halmazt. Ez a bővítés annál inkább szükséges, mivel a K+F szektor folyamatos tevékenysége révén  $P$  is folyamatosan bővül. Mindebből az következik, hogy a (6) probléma  $K \leq V(h^*)$  feltételt kielégítő megoldása ma lényegesen bővebb  $\bar{B}$  halmazt tételez fel, mint akár csak tíz évvel ezelőtt, ahol  $K > 0$  a kézirat elfogadási korlátja. Nem valószínű ugyanakkor, hogy a kutatók tudásbázisának bővítésére fordítható idő az ehhez szükséges mértékben nőtt volna. A PhD fokozat megszerzésére rendelkezésre álló idő biztosan nem nőtt, de ugyanez a helyzet a diploma megszerzéséhez szükséges idő esetén is.<sup>5</sup> A tudásbázis bővítésének időigényével kapcsolatos problémára a 3. szakaszban térünk majd vissza, intratemporális elemzésünknek megfelelően,  $\bar{B}$  bővítésének és a  $\mathbf{new}(h^*)$  művelet végrehajtásának időigényét ebben a szakaszban figyelmen kívül hagyjuk, megjegyezve, hogy ezt az időigényt a mesterséges intelligencia alkalmazása jelentős mértékben csökkentheti, bár ez az eszköz sem tud  $I$  interneten el nem érhető elemeiről. Az optimum elsőrendű feltétele:

$$\frac{V_A(h^*)}{V_R(h^*)} = \left( \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)} \right)^{\frac{1}{\psi-\varphi}}. \quad (7)$$

A (7) feltétel a  $V(V_R, V_A)$  és  $TC(h)$  függvények szintvonalainak érintőjeként adódik. Mivel homotetikus függvényekről van szó, ezek az érintési pontok a  $(V_R, V_A)$  koordinátarendszerben egy origóból induló skálaegyenes mentén

<sup>5</sup>Erősen kérdéses például, hogy a hazai közgazdászképzésben átadásra kerülő tudásbázis az utóbbi évtizedek során növekedett volna. Lásd Bessenyei (2013)

helyezkednek el, melynek meredeksége

$$\left( \frac{\alpha(1-\beta)}{\beta(1-\alpha)} \right)^{\frac{1}{\psi-\varphi}} > 0.$$

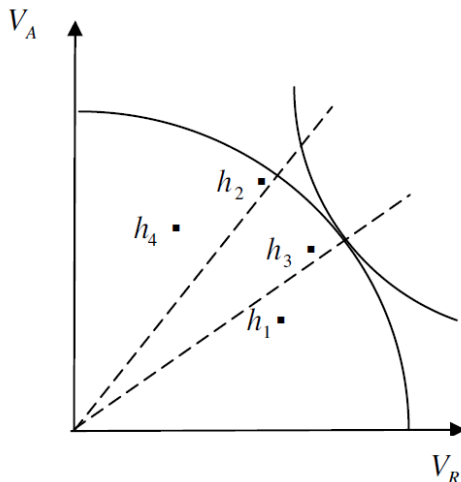
Ebben a szakaszban a költségfüggvény paramétereit exogén adottságnak tekintjük, a (4) értékelőfüggvény paramétereit azonban a tudományos közösség szubjektív értékítéletét számszerűsítik. Megjegyzendő, hogy egy-egy tudományterületen több, egymástól független szakmai közösség is létezhet, s ennek megfelelően egy-egy szakmai közösség rendszerint látens konszenzust alakít ki  $\alpha$  és  $\psi$  értékével kapcsolatban. Ennek során  $\alpha$  nagyságát az határozza meg, hogy a közösség milyen súllyal veszi figyelembe egy papír termelékenységnövelő hatását a hivatkozásokkal szemben. Könnyen látható, hogy a (7) optimumfeltételt kielégítő skálaegyenes annál meredekebb, minél nagyobb az  $\alpha$  paraméter, továbbá minél nagyobb  $\psi$ , azaz minél kevésbé képes az egyik fajta értékelés alacsony voltát a másik kompenzálni.

Ugyanakkor nem állítjuk, hogy a kutató által létrehozott papír (4) alapján történő értékelése által meghatározott pont biztosan ezen a skálaegyenesen fog elhelyezkedni. Egyrészt azért nem, mert lehet, hogy egyetlen papír sem elégíti ki a (7) feltételt. Másrészt azért nem, mert ha léteznek is a (7) feltételt kielégítő papírok, akkor sem biztos, hogy ezek közt olyan  $h_i$  papír is lesz, melyre (6) feltételei teljesülnek.

Legyenek mármost  $h_1, h_2 \in IUP$  és  $h_1 > h_2$ , és tegyük fel, hogy keletkezésükkor mindkét papírra teljesült a (7) optimumfeltétel. Mint már megjegyeztük, ebből nem következik  $V(h_1) \leq V(h_2)$ . Azért nem, mert a tudás felhalmozása nem azt jelenti, hogy egyre értékesebb papírok jönnének létre, hanem csupán azt, hogy a  $\mathbf{new}(h^*)$  művelet abban az esetben is növeli a tudásbázist, ha  $\forall h \in IUP : V(h^*) < V(h)$ . Tekintsük most az 1. ábrán bemutatott példát, ahol  $\overline{B} \triangleright h_1, h_2, h_3, h_4$ . A konkáv görbe a  $TC(h) = \overline{C}$  szintvonal, a konvex görbe pedig a (4) értékelőfüggvény egy szintvonala. Hogy a (7) optimumkritérium által meghatározott, szaggatottal berajzolt két skálaegyenes közül melyik van érvényben, az  $\alpha$  és  $\psi$  paraméterek értékétől függ. Az ábrán a (4) értékelőfüggvénynek egy alacsonyabb  $\alpha$  érték mellett adódó szintvonalát tüntettük fel. A kutatónak el kell döntenie, hogy a  $\mathbf{new}(h_i)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) műveletek közül melyiket hajtja végre, azaz melyik papírt írja meg. Nyilvánvaló, hogy sem a  $h_1$ , sem pedig a  $h_4$  papírt nem fogja megírni, mert az adott feltételek mellett ezeknél értékesebbet is képes alkotni. Hogy a  $h_2$  vagy a  $h_3$  papírt írja-e meg, az  $\alpha$  és  $\psi$  értékétől függ. Ezek szerint a két paraméter magasabb értéke esetén egy, a termelékenység javításához nagyobb mértékben hozzájáruló papír születik, míg alacsonyabb értékek esetén egy olyan, amelyik a termelékenységet kevésbé növeli, de több hivatkozásra számíthat. (A (4) látens értékelőfüggvény 1. ábrán feltüntetett szintvonala az utóbbi döntést eredményezi.)

A (6) szélsőértékprobléma tehát úgy értelmezhető, hogy a kutató igyekszik eleget tenni a tudományos közösség elvárásának, melyet számára a (4) értékelőfüggvényre vonatkozó elképzelése közvetít. Ennek során azonban figyelembe kell vennie a költségkorlátot csakúgy, mint saját felkészültségét,

melyet a  $\overline{B}$  halmaz határoz meg. A (4) értékelőfüggvény szintvonalai a termelékenység javulásán alapuló (2), és a papírra kapott hivatkozásokat alapul vevő (3) értékelések között fennálló átváltást jelenítik meg.



1. ábra. Papírok és szintvonalak a  $(V_R, V_A)$  koordináta-rendszerben

A **new** művelet révén létrehozott papírok azonban többnyire csak néhány átdolgozás után kerülnek publikálásra. (Ha egyáltalán publikálásra kerülnek.) Ezért érdemes bevezetni, a **new** műveletek speciális eseteként, a  $\text{rev}(g, h) : \Omega \rightarrow \Omega$  műveleteket, melyek akkor értelmezhetők, ha  $g \in \overline{B} \cap I$ , és  $h \in N$ , továbbá  $g \succ h$ . Ekkor  $\text{rev}(g, h) = \text{new}(h)$ , és a műveletet végrehajtó kutató várakozása szerint általában  $V(g) < K < V(h)$ , ahol  $K$  továbbra is a papír publikálásához szükséges minimális értéke. Megjegyzendő, hogy a **rev** művelet nem asszociatív, ennél fogva az  $(\Omega, \{\text{rev}\})$  algebra még a félcsoporttal szemben támasztott követelményeket sem elégíti ki. Bevezetése ennek ellenére érdekes következtetések levonását teszi lehetővé.

Az átdolgozás költsége,  $TC(\text{rev}(g, h)) = TC(\text{new}(h))$ , továbbra is az (5) formula szerint adódik. Mivel  $g \in \overline{B}$ , azt tesszük fel, hogy

$$\frac{\partial TC(\text{rev}(g, h))}{\partial (V(h) - V(g))} > 0.$$

Másrészt  $TC(\text{new}(h)) < TC(\text{new}(g)) + TC(\text{rev}(g, h))$ , azaz kisebb költséggel jár egyből megírni egy értékeeseb papírt, mint megírni egy kevésbé értékeset, majd azt átdolgozni. Feltevésünk szerint ez az összefüggés egyetlen kutató esetén is érvényes, makroszinten azonban a költségnövekedés még nagyobb, ha az átdolgozást támogató lektori vélemények létrehozásának költségét is számba vesszük.

Mindenekelőtt tisztázzuk, hogy mikor érdemes a  $\text{rev}(h_1, h_2)$  műveletet elvégezni, azaz mikor jöhet létre az átdolgozás eredményeként értékeeseb papír?

- (i) Ha  $V_A(h_1) < V_A(h_2)$  és  $V_R(h_1) < V_R(h_2)$ , akkor biztosan érdemes.
- (ii) De érdemes lehet akkor is elvégezni, ha  $V_A(h_1) < V_A(h_2)$  és  $V_R(h_1) > V_R(h_2)$ .
- (iii)  $V(h_1) < V(h_2)$  azonban abban az esetben is teljesülhet, ha  $V_A(h_1) > V_A(h_2)$  és  $V_R(h_1) < V_R(h_2)$ .

Az (iii) esetben az átdolgozás eredménye egy olyan papír, mely az átdolgozott-nál kisebb mértékben járul hozzá a TFP növekedéséhez, de több hivatkozásra számíthat, ennél fogva értékeesebb.

Míg tehát a tudás felhalmozása során egy értékeesebb papír megszületését és publikálását akár egy erre támaszkodó, ám kevésbé értékes papír megjelenése is követheti, addig egy papír átdolgozása során,  $\alpha$  és  $\psi$  értékétől függetlenül, egy legalább (ii) vagy (iii) szerint értékeesebb papír jön létre. A  $(V_R, V_A)$  koordinátarendszerben ez azt jelenti, hogy a  $\text{rev}(h_1, h_2)$  művelet csak akkor hajtható végre, ha az origó és  $h_1$  által meghatározott téglalap nem tartalmazza  $h_2$ -t.

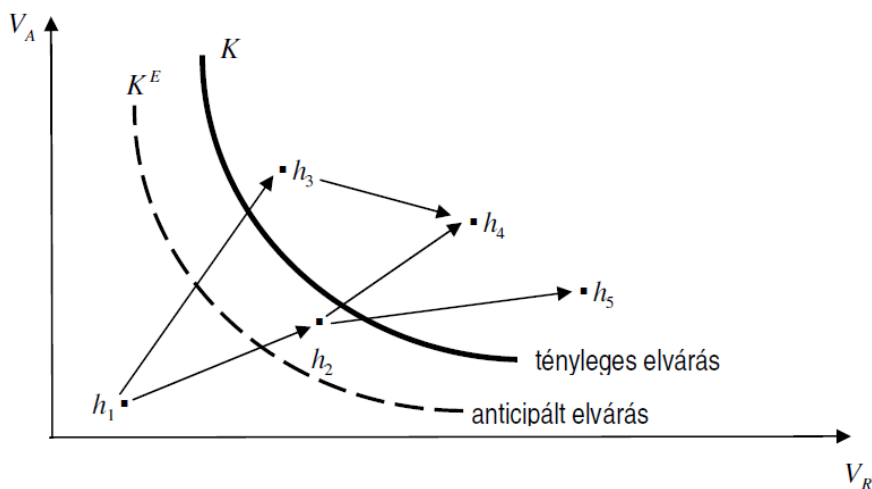
Jelölje  $\rightarrow$  a (4) értékelőfüggvény által definiált rendezés és a  $\succ$  relációk metszetét. Ekkor  $\rightarrow$  egy irányított végtelen  $G$  gráfot határoz meg, melynek pontjai  $\Pi$  elemei, élei pedig a  $\rightarrow$ -beli párok. Láttuk, hogy a (4) függvény által szolgáltatott értékelés időben változó, ennél fogva a  $\rightarrow$  gráf is folyamatosan módosul. De mindenkor fennáll valamennyi élre, hogy egyrészt a végpontját reprezentáló papír értékeesebb, mint a kezdőpontját reprezentáló, másrészt a végpont támaszkodik a kezdőpontra. Így  $G$  minden éle az átdolgozás egy-egy lehetséges irányát reprezentálja. Figyelmünket a jelen szakasz további részében a  $G$  gráf **new** vagy **rev** művelet eredményeként létrejövő állapotában, mondanivalónk szempontjából releváns részgráfjaira fogjuk összpontosítani.

Legyen  $h_n \in P$ . Ez lehet egyetlen **new**( $h_n$ ) művelet eredménye, de valószínűbb, hogy egy **new**( $h_0$ ), **rev**( $h_0, h_n$ ), esetleg egy **new**( $h_0$ ), **rev**( $h_0, h_1$ ),  $\dots$ , **rev**( $h_{n-1}, h_n$ ) műveletsorozat eredménye. Ez a műveletsorozat egy sikeres publikációs folyamatot reprezentál, és  $h_0, h_1, \dots, h_n$  egy irányított utat határoz meg  $G$ -ben. A publikációs folyamat során számos további **new**( $h_{i,j}$ ) művelet kerül végrehajtásra, ahol  $h_{i,j}$  a  $h_i$  papírra kapott  $j$ -edik lektori vélemény.  $\rightarrow$  definíciójából következik, hogy ha  $V(h_{i,j}) < V(h_i)$  akkor  $(h_i, h_{i,j}) \notin \rightarrow$ , akkor sem, ha  $h_{i,j} \succ h_{i+1}$ . A továbbiakban azzal az esettel foglalkozunk, amikor  $V(h_0) < V(h_1) < \dots < V(h_{n-1}) < K < V(h_n)$ , ahol  $K$  továbbra is egy papír publikálásához minimálisan szükséges értéke. A 3.1 szakaszban arra az esetre mutatunk példát, amikor a kutató  $K$  értékét alulbecsli, a 3.2 szakaszban pedig, amikor az eltérő rangsorolású folyóiratok más-más  $K$  elfogadási korláttal dolgoznak.

### 3.1 Homogén publikációs elvárások anticipált elfogadási korlát mellett

Ebben a pontban feltesszük, hogy a kutató sem  $\alpha$  és  $\psi$  pontos értékét, sem pedig a közlésre történő elfogadás  $V(h) > K$  feltételében szereplő  $K$  elfogadási korlát pontos nagyságát nem ismeri, ezért döntései során e nagyságokkal

kapcsolatban csupán anticipációira, azaz várakozásaira támaszkodhat. Példánkban feltesszük, hogy 2. ábrán bemutatott részgráf valamennyi pontjára  $\overline{B} \triangleright h_i$  teljesül, továbbá a közlés feltétele  $V(h_1) > K^E$ , ahol az  $E$  felső index az angol expected szóra utal. Ebben a példában először a  $h_1$  papír jön létre.  $V(h_1) < K^E$  miatt azonban a kutató nem számíthat arra, hogy kézírata publikálásra kerül.  $\alpha$ , illetve  $\psi$  magasabb anticipált értéke esetén elvégzi a  $\text{rev}(h_1, h_3)$  műveletet, és  $K < V(h_3)$  miatt  $h_3 \in P$ . A  $\text{rev}(h_3, h_4)$  művelet ugyan tovább növelné a teljes tényezőtermelékenységet, mégpedig  $V_A(h_4)$  mértékben,<sup>6</sup> azonban  $K < V(h_4)$  ellenére nem valószínű, hogy  $h_4 \in P$  meg fog valósulni. Azért nem, mert  $h_4$  a már közölt  $h_3$  papír átdolgozása, és emiatt a folyóiratok  $h_4$  közlését elutasító döntése várható, így a  $\text{rev}(h_3, h_4)$  műveletre nem kerül sor.



2. ábra. A  $G$  gráf egy részlete

Ha azonban a kutató  $\alpha$  alacsonyabb értékét anticipálja, akkor  $\text{rev}(h_1, h_3)$  helyett a  $\text{rev}(h_1, h_2)$  művelet kerül elvégzésre. A kutató ekkor arra számít, hogy az átdolgozás eredményeként egy közölhető kézirat született,  $K^E < V(h_2) < K$  miatt azonban a publikációs követelményeket alábecsülte, így további átdolgozás szükséges. Most a kutató a kézhez kapott lektori vélemények alapján dönt, hogy a  $\text{rev}(h_2, h_4)$ , vagy a  $\text{rev}(h_2, h_5)$  műveletet hajtsa-e végre. Az előbbi esetben megjelenő cikk nagyobb mértékben járul hozzá a termelékenység növeléséhez, az utóbbi esetben pedig több hivatkozásra számíthat. Az utóbbi eset  $V_A(h_5) < V_A(h_4)$  miatt a termelékenység növelése szempontjából a legrosszabb, hiszen  $V_A(h_4) < V_A(h_3)$ . Feltesszük, hogy a

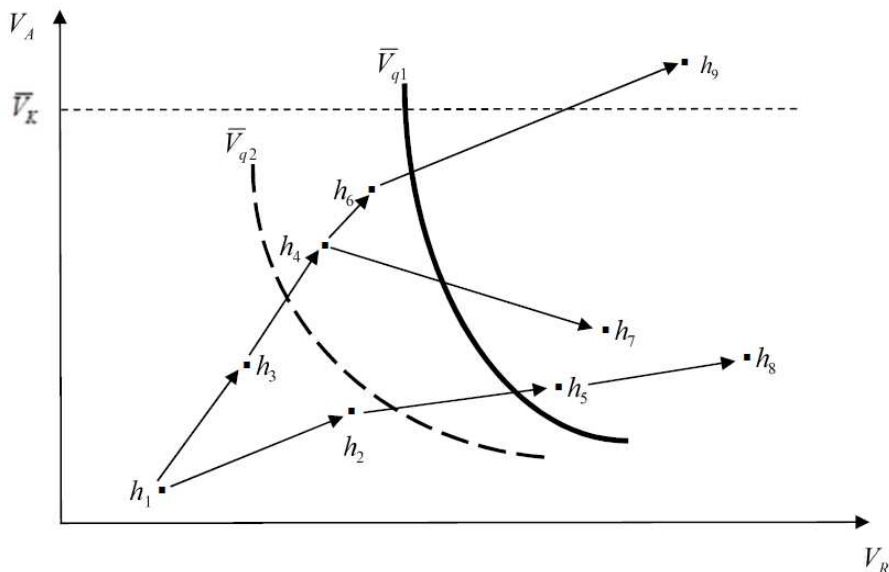
<sup>6</sup> $V(h_3) > V(h_4)$  miatt ez talán meglepőnek látszik, de előfordulhat, hogy  $h_4$  közlhetőbb, ennél fogva több vállalati szakember képes az abban leírtakat alkalmazni. Természetesen az is előfordulhat, hogy  $h_4$  egy tankönyvben jelenik meg, s nem egy olyan folyóiratban, melynek célja új tudományos eredmények bemutatása. (Ehhez persze az szükséges, hogy publikációs tevékenységét a szerző ne kizárólag folyóiratokban fejtsse ki.)

rendelkezésre álló költségkeret lehetővé teszi az ábrán feltüntetett valamennyi átdolgozást. Mivel a kutató a  $\text{rev}(h_1, h_3)$  helyett a  $\text{rev}(h_1, h_2)$  műveletet hajtotta végre, a TFP  $V_A(h_3)$  mértékű javulása biztosan elmarad. Hogy egy  $V_A(h_4)$  mértékű javulás következik-e be, vagy csupán egy  $V_A(h_5)$  mértékű, elsősorban az átdolgozást támogató lektori véleményektől függ, melyek a várható TFP-javulás és idézettség relatív fontosságát, illetve a két nagyság közti helyettesíthetőség mértékét közvetítik a szerző felé.  $\alpha$  és  $\psi$  értékét közvetíthetik továbbá, s így jelentős hatással lehetnek még az átdolgozás irányára a kollégák publikációs tapasztalatai, vagy egyebütt (pl. konferencián) kapott hozzászólások. Több átdolgozásból álló, hosszabb publikációs folyamat esetén ezeknek a véleményeknek, illetve útmutatásoknak a hatása még jelentősebb lehet, de már a 2. ábrán bemutatott, egyszerű példában is előfordulhat, hogy a  $h_2$ -re kapott két lektori vélemény  $\alpha$  és  $\psi$  jelentősen eltérő nagyságát tükrözi. Így az egyik lektor javasolhat egy  $\text{rev}(h_2, h_5)$  irányú átdolgozást, a másik egy  $\text{rev}(h_2, h_4)$  irányút. Ebben az esetben a két vélemény egymásnak ellentmondó elemeket tartalmazhat, s a szerző a szerkesztőbizottságtól kérhet további útmutatást. Abban tehát, hogy a K+F tevékenység milyen mértékben járul hozzá a termelékenység növeléséhez, jelentős szerepet játszik, hogy a kutató melyik lapban kívánja cikkét elhelyezni, vagy általánosabban fogalmazva, melyik tudományos közösséghez tartozik. Itt kell megjegyezni, hogy Magyarország kis méretéből következően a tudományos közösségek kicsik, s egy-egy szakterületen csak kevés működik. Ezért van különös jelentősége azon nemzetközi tudományos közösség megválasztásának, mellyel a kutató szorosabb kapcsolatba kerül.

Megjegyzendő továbbá, hogy a  $h_2$  papír ugyan nem került publikálásra, a teljes tényezőtermelékenységet mégis növeli. Egyrészt azért, mert  $h_2 \in I$  teljesülése  $h_4 \in P$ , vagy  $h_5 \in P$  szükséges feltétele, másrészt azért, mert esetleges későbbi átdolgozása révén további papírok jöhetnek létre.

## 3.2 Heterogén publikációs elvárások

Az előző pontban a  $K$  elfogadási korlátot a kutató anticipálni volt kénytelen, ugyanakkor feltettük, hogy ez a korlát egyértelműen létezik. A valóság ezzel szemben az, hogy a különböző lapok elfogadási korlátja eltérő. Ebben a szakaszban az egyszerűség érdekében csupán kétféle elfogadási korlátot tételezünk fel. Ennek megfelelően a lapokat q1-es és q2-es osztályba soroljuk, megjegyezve, hogy ez az elhatárolás teljes mértékben elméleti jellegű, azaz minden, a valóságban fellelhető folyóiratbesorolási listától független. Semmi akadályja például annak, hogy Heckman és Moktan (2020) nyomán a q1-es osztályba tartozónak tekintsük a „top 5” lapokat, s q2-be az összes többit. A 3. ábra azon feltevés mellett készült, hogy a q1-es és q2-es lapok eltérő elfogadási korlátot alkalmaznak, és a q1-es lapok csak a q2-eseknél elvártnál értékesebb cikkeket közölnek, így az elfogadási korlátokra  $\bar{V}_{q2} < \bar{V}_{q1}$  teljesül. A q2-es lapok elfogadási határa által meghatározott ( $V_R, V_A$ ) szintvonalat az ábrán szaggatott vonal jelöli, míg a q1-esek elfogadási határát folytonos.



3. ábra. Eltérő publikációs követelmények

Tegyük fel, hogy a publikációs folyamat során  $\bar{B}$  csak a lektori véleményekkel bővül, ezek azonban a publikációs folyamat  $Q$  határkölség-paraméterét változatlanul hagyják, továbbá  $\bar{B} \triangleright h_1, h_2, \dots, h_8$ . Legyen továbbá az egyes papírok létrehozásának költsége a következő:

$$TC(h_1) < TC(h_2) = TC(h_3) < TC(h_4) = TC(h_5) = \bar{C} < TC(h_6) = TC(h_7) < TC(h_8) < TC(h_9),$$

ahol például  $TC(h_4) = TC(\text{new}(h_1)) + TC(\text{rev}(h_1, h_3)) + TC(\text{rev}(h_3, h_4))$  a  $h_4$ -ig vezető irányított út bejárása során végrehajtott műveletek költsége.<sup>7</sup> Ezek szerint példánkban a  $\bar{C}$  költségvetési korlát egy új papír létrehozását, és legfeljebb kétszeri átdolgozását teszi lehetővé. Ekkor  $\alpha$  és  $\psi$  értékétől függően vagy a  $h_4$  cikk jelenhet meg egy q2-es lapban, vagy a  $h_5$  cikk egy q1-esben. Az is látható az ábrán, hogy a két lap által alkalmazott elfogadási korlát által meghatározott  $(V_R, V_A)$  szintvonalak centrálisan nem hasonlók az origóra, ami azt jelenti, hogy a szerkesztőbizottságok az értékelés során  $\alpha$  és  $\psi$  eltérő nagyságával számolnak. Most tegyük fel, hogy a költségvetési korlát feloldásra kerül. Ekkor  $h_4$  helyett a  $h_7$  cikk fog megjelenni egy q1-es lapban. Ennél nagyobb mértékben javítaná a termelékenységet a  $h_6$  papír megjelenése, ám annak értéke elmarad a q1-es lapnál alkalmazott  $\bar{V}_{q1}$  követelményszinttől.

<sup>7</sup>Hasonló módon lehetne értelmezni a  $h_4$ -ig vezető irányított út során létrejött papírok értékét. Ekkor  $V(h_4) = V(h_1) + V(h_3) + V(h_4)$  lenne, amiből  $V(h_1) = V(h_3) = 0$  következik. Ez azért valószínű, mert egy papír átdolgozása esetén az átdolgozott papír értéke nullára csökken. Az irányított út bejárása során, ezek szerint, egy-egy pont 3. ábrán feltüntetett koordinátája csak addig releváns, míg ebből a pontból továbblépés nem történik.

Példánkban a kutatástámogatás növelésének, azaz a költségvetési korlát feloldásának a  $h_4$  papír átdolgozása során kettős hatása van: egyrészt egy q2-es cikk helyett egy q1-es születik. Másrészt a magasabb költséggel megszületett, új cikk kisebb mértékben járul hozzá a termelékenység javításához, mint ha a költségvetési korlát fennmarad, és  $h_4$  jelenik meg egy q2-es lapban. Ezek szerint, ha a kutatás költségvetési korlátjának emelése révén egy harmadik átdolgozás is lehetővé válik, akkor előfordulhat, hogy magasabb költségfelhasználással egy, a termelékenység növeléséhez kisebb mértékben hozzájáruló cikk kerül publikálásra, mint az eredeti, alacsonyabb költségvetési korlát esetén.

Megjegyzendő továbbá, hogy ha példánkban a kutató  $\alpha$ , illetve  $\psi$  alacsonyabb értékét érzékeli, a költségvetési korlát feloldásától függetlenül q1-es cikk születik, ám ez lényegesen több hivatkozást fog kapni, mint  $h_4$ . A  $\text{rev}(h_5, h_8)$  művelet végrehajtására pedig a költségvetési korlát feloldása esetén sem kerül sor, ha a kutató arra számít, hogy  $h_5 \in P$  miatt  $h_8$  elutasításra kerülne. Példánk különösen életszerű abban az esetben, ha egy folyóirat besorolását az abban már közölt cikkek (4) szerint számított értékösszege határozza meg, és az értékelés  $\alpha$  és  $\psi$  alacsonyabb értéke mellett történik.

További érdekes következtetések adódnak, ha föltesszük egyrészt, hogy egy másik kutató végrehajtja a  $\text{rev}(h_6, h_9)$  műveletet is, másrészt ahhoz, hogy valamely  $h$  papír gyakorlati alkalmazhatóságát a termelőszektor egyáltalán érzékeldje, a  $V_A(h) \geq \bar{V}_K$  feltételnek kell teljesülnie. Ebben az esetben a jelen pontban elemzett publikációs tevékenységből a vállalati szektor csak akkor érzékeld valamit, ha egy olyan papír jön létre, mely a  $\bar{V}_K$  „ingerküszöböt” meghaladja. Bár  $h_9$  a  $h_6$  papír átdolgozott változata, ami már egy q2-es lapban megjelent, lehetséges, hogy  $h_9$ -et egy q1-es lap mégis publikálja. Egyrészt azért, mert, mint a 3. ábrán látható,  $h_9$  lényegesen értékesebb, mint  $h_6$ . Másrészt, mert reális esély van rá, hogy  $h_9$  a vállalati szektor figyelmét is felkelti. Csakhogy az ábra szerint  $h_6 \succ h_9$ , így  $h_9$  megszületéséhez egy olyan kutató szükséges, aki nem csak q1-es lapokat olvas, hanem q2-eseket is. A korábban bemutatott esetekkel szemben ezúttal az a helyzet, hogy a q1-es folyóiratban megjelent cikket nem csak a (4) függvény értékeld magasabbra, mint a q2-es lapban megjelentet, de a q1-esben megjelent cikk a teljes tényezőtermelékenységet is nagyobb mértékben növeli.

## 4 A kutató intertemporális döntései

Az eddigi vizsgálódásainkban meghatározó szerepet játszó  $\alpha$  és  $\psi$  paraméterek értékét a továbbiakban mindenki által ismert, egyszer s mindenkorra rögzített konstansnak tekintjük, és feltesszük, hogy  $\alpha = \beta$ . Ekkor a (6) intratemporális probléma optimális megoldásának (7) elsőrendű feltételéből következik, hogy  $V_A(h) = V_R(h) = x$ , ahol az  $x$  szimbólumot csupán az egyszerűbb jelölés érdekében vezetjük be. Ekkor a (4) értékeldfüggvény szerint:  $V(h) = x$ , továbbá (5) miatt  $TC(h) = Q \cdot x^d$ . Az  $\alpha = \beta$  megszorításának most azért nincs különösebb jelentősége, mert ebben a szakaszban azt vizsgáljuk, hogy egyet-

len kutató esetében, az idő előrehaladtával miként változik a felkészültségét reprezentáló  $\overline{B}$  halmaz. Elsősorban azt tisztázzuk, hogy mi idézi elő  $\overline{B}$  változását, és ez a változás hogyan hat a kutatói életpálya során publikált papírok összértékére, és egyúttal a vállalati szektor termelékenységének javulására.

Ismereteit a kutató oly módon bővíti, hogy egyre újabb és újabb papírokat ismer meg, tehát  $\overline{B}_t \subset \overline{B}_{t+1}$ . Így a kutatónak minden periódusban döntést kell hoznia, hogy rendelkezésre álló idejének mekkora hányadát fordítsa ismeretei gyarapítására, azaz  $\overline{B}$  további bővítésére, és mekkora hányadát ismeretei gyümölcsoztására, azaz publikációs tevékenységre. Megjegyzendő, hogy ismeretei rendszerint abban az esetben is bővíülhetnek, ha minden idejét új papírok megírására, illetve átdolgozására fordítja. Például azért, mert a lektorok a sikeres átdolgozás érdekében felhívhatják a figyelmét olyan cikkekre, melyeket korábban nem ismert, vagy rendszeresen végzett lektori munkája során a kutató új papírokkal ismerkedik meg.

Az egyszerűbb tárgyalás érdekében a továbbiakban egy kétperiódusos modellre szorítkozunk. Életpályája elején (pl. az első 25 évben) junior kutatóról beszélünk, amit egy senior periódus követ. Legyen az egyes periódusokban a kutató rendelkezésére álló idő egységnyi, melynek felhasználásáról szabadon dönthet. Legyen továbbá  $\overline{B}_1 \cap \pi = \emptyset$ , és  $\overline{B}_2 = \overline{B}_1 \cup \pi$ , ahol az 1 alsó index a junior, a 2 alsó index pedig a senior periódusra vonatkozik. Bevezetjük a  $g : P(I \cup P) \rightarrow \mathfrak{R}_+$   $\sigma$ -additív halmazfüggvényt, ahol  $\tilde{P}$  a hatványhalmaz jele,  $\mathfrak{R}_+$  pedig a nemnegatív valós számok halmazát reprezentálja. Ekkor  $L(\pi) = L(g(\pi))$  a  $\pi \subset P \cup I$  papírok feldolgozásához szükséges időt, a  $W(\nu_1)$  halmazfüggvény pedig a  $\nu_1 \subset P$  papírok megírásához és publikálásához szükséges időt jelöli. Rendelkezésre álló idejét ekkor a junior kutató a következőképpen osztja fel:  $1 = L(\pi) + W(\nu_1)$ . A  $0 < W(\emptyset)$  speciális esetben a fiatal kutató rendelkezésre álló idejének egy részét új cikkek megírására fordítja, de hiába. Ezek a cikkek nem kerülnek közlésre. Ennél hatékonyabb a  $0 = W(\emptyset)$  eset, amikor a junior kutató tudatosan úgy dönt, hogy a rendelkezésére álló teljes időkeretet ismeretei gyarapítására fordítja. Ekkor természetesen  $L(\pi) = 1$ .

Az előzőekben mondottaknak megfelelően, a junior kutató publikációs teljesítménye  $\nu_1$  elemeinek értékösszegeként adódik:  $V_1(\nu_1) = \sum_{h_i \in \nu_1} V(h_i)$ , ahol  $V$  továbbra is a (4) értékelőfüggvény. Ekkor  $1 = L(\pi) + W(\nu_1)$  miatt  $\frac{\partial V_1}{\partial L} < 0$ . A senior kutató esetén  $W(\nu_2) = 1$ , és  $V_2(\nu_2) = \sum_{h_i \in \nu_2} V(h_i)$ . Mivel egyetlen papírt sem lehet kétszer publikálni,  $\nu_1 \cap \nu_2 = \emptyset$ .

Feltesszük, hogy a mind a junior, mind pedig a senior kutató igyekszik a lehető legértékesebb cikket megírni, ezért  $\nu_i$  minden egyes eleme a (6) feltételes szélsőértékprobléma egy-egy, éppen aktuális megoldása. A kutató ismereteinek bővülését a  $\pi = \Delta \overline{B}$  halmaz reprezentálja. Az ismeretek nagyobb bővülése természetesen  $L$  növelését teszi szükségessé, aminek a senior periódusban a (6) probléma megoldása során kettős hatása van:

1. A tudásbázis bővült, emiatt a  $\overline{B} \triangleright h$  feltétel több papírra teljesül, és ez az intratemporális (6) problémában a megengedett megoldások bővebb halmazát eredményezi. Például az 1. ábrán bemutatott szituációban, ha  $\overline{B} \triangleright h_1, h_4$ , de hasonló reláció a  $h_2$  és  $h_3$  papírookra nem áll fenn,

akkor  $\Delta\bar{B} \cup \pi \triangleright h_2, h_3$ , azaz a tudásbázis bővítése  $\alpha$  és  $\psi$  nagyságától függetlenül értékesebb papír létrejöttét eredményezi, ami egyúttal a termelékenység növeléséhez is nagyobb mértékben járul hozzá.

2. A publikációs folyamat  $Q$  határkölség-paramétere csökken. Legyen  $f : \bar{B} \rightarrow \mathfrak{R}_+$  halmazfüggvény, ekkor  $Q = Q(f(\bar{B})) = Q(\bar{B})$  és  $\frac{\partial Q(\bar{B}_2)}{\partial L} < 0$ . Megjegyzendő ugyanakkor, hogy az  $f$  függvény  $\sigma$ -additivitását nem tételezzük fel.

A  $\frac{\partial Q(\bar{B}_2)}{\partial L}$  parciális derivált értéke természetesen attól függ, hogy a kutató miként választja ki, hogy mely papírok feldolgozása révén kívánja bővíteni tudásbázisát, mert ha  $\Delta B$  elemeit rosszul választja meg, akkor előfordulhat, hogy  $Q$  értéke változatlan marad. Ez azt jelenti, hogy az ismeretei bővítésére fordított időt a következő periódusban nem tudja gyümölcsoztetni. Feltesszük azonban, hogy  $\Delta B$  elemeit a kutató optimálisan választja meg, s csak a rendelkezésére álló egységnyi időkeret optimális alokációjával foglalkozunk.

Jelölje  $t_i$  az  $i$ -edik periódusban publikációs tevékenységre fordított időt, ekkor feltevéseink szerint  $t_2 = 1$  és  $t_1 = 1 - L(\Delta\bar{B})$ . Bloom és társai (2020) cikkéhez hasonlóan feltesszük, hogy a kutatói teljesítmény  $t_i$ -vel egyenesen arányos, azonban figyelembe kell venni a tudásbázis  $V_i \leq a_i$  korlátozó hatását, ahol feltevéseink szerint junior periódusra:  $a_1 = 1$ . A senior periódusban azonban figyelembe kell venni a tudásbázis korábbi bővülésének hatását is, ezért  $a_2 = (1 + L)^e$ . Feltesszük, hogy a tudásbázis bővítésére fordított idő hozadéka növekvő, azaz  $\rho > 1$ . Mivel  $t_2 = 1$ , a senior kutató legfeljebb  $V_2 \leq a_2$  értéket hozhat létre. Mindezek alapján az egyes periódusok kutatási teljesítménye:

$$V_1 = 1 - L \quad \text{és} \quad V_2 \leq a_2, \quad \text{ahol} \quad a_2 = (1 + L)^e \quad (8)$$

$V_2 < a_2$  abban az esetben fordulhat elő, ha a senior kutató rendelkezésére álló szűkös költségvetés megakadályozza nagyobb kutatói teljesítmény nyújtását. A junior kutató teljesítményét csupán a kutatásra hagyott idő korlátozza, mivel a rendelkezésére álló költségkeret feltevéseink szerint, ebben a periódusban egységnyi. A senior kutató esetében azonban korábbi döntése határozza meg egyrészt a rendelkezésére álló  $a_2$  tudásbázist, másrészt  $\bar{C}$  a költségkeretet, mely korábban nyújtott tudományos teljesítményétől függ. Amennyiben ez a költségkeret nem elég nagy, előfordulhat, hogy a senior kutató csak  $a_2$ -nél alacsonyabb teljesítményt nyújthat.

Feltevéseink szerint a senior kutató rendelkezésére álló költségkeret csak abban az esetben haladja meg a junior periódusban rendelkezésre bocsátott egységnyi nagyságot, ha  $V_1 > 0$ . Így:

$$\bar{C} = (1 + V_1)^\gamma. \quad (9)$$

Amennyiben az  $(1 + V_1)$  kifejezést a junior kutató teljesítménytenyezőjének tekintjük, akkor  $\gamma$  a senior kutató rendelkezésére álló költségkeret teljesítménytenyező szerint vett rugalmassága.

Mivel a publikációs tevékenység határkötségének csökkenése a junior periódusban végzett tudásbővítéstől függ,  $Q$  mozgásegyenletét az alábbi módon írhatjuk fel:

$$Q(\overline{B}_2) = Q(\overline{B}_1) \cdot (1 + L(\Delta\overline{B}))^\delta. \quad (10)$$

Feltesszük az egyszerűség érdekében, hogy  $Q(\overline{B}_1) = 1$ . Ha az ismeretek bővítésére fordított idő növekvő hozadékát tételezzük fel, akkor  $\delta < -1$ . Például  $\delta = -2$  esetén, ha a junior kutató minden idejét ismeretei bővítésére fordítja, azaz  $L(\Delta\overline{B}) = 1$ , akkor a publikációs folyamat határkötség-paramétere a junior periódus értékének a negyedére csökken.

Feltesszük továbbá, hogy életpályája során a kutató maximális teljesítményt szeretne nyújtani, ekkor a junior kutató intertemporális problémája a következő:

$$\max_L \quad V = V_1 + \lambda \cdot V_2 \quad (11a)$$

$$\text{s.t. : } V_1, V_2 \geq 0$$

$$V_1 = 1 - L \quad (11b)$$

$$V_2 \leq a_2 = (1 + L)^e \quad (11c)$$

$$TC_2 = Q \cdot V_2^d \leq \overline{C} \quad (11d)$$

$$\overline{C} = (1 + V_1)^\gamma \quad (11e)$$

$$Q = (1 + L)^\delta \quad (11f)$$

ahol (11a) a célfüggvény, (11b) a junior periódus egységnyi hosszából adódó korlátot írja elő az  $L$  döntési változóra.<sup>8</sup> (11c) a senior kutató rendelkezésre álló tudásbázisból adódó teljesítménykorlátot határozza meg, míg (11d) a költségkorlátot. (11e) írja elő, hogy ez a költségkorlát miként függ a junior periódusban nyújtott teljesítménytől. Ennek az összefüggésnek a szorosságát a  $\gamma$  policy paraméter határozza meg. (11f) pedig a junior periódusban végzett tudásbázis-bővítés határkötség-paraméterre gyakorolt hatását számszerűsíti.

Megjegyezzük, hogy feltevéseink szerint  $TC(V_1) = (1 - L)^d \leq 1$  automatikusan teljesül. A rendelkezésre álló idő allokációjának problémája a senior kutató esetén azért nem merül fel, mert feltevéseink szerint ő minden rendelkezésre álló idejét publikációs tevékenységre fordítja. A kutató  $\lambda$  stratégiai paramétere azt méri, hogy mennyire fontos számára jelentős tudományos teljesítmény mielőbbi felmutatása. Egyelőre feltesszük, hogy a kutató számára mindegy, hogy adott teljesítményt junior vagy senior periódusban ér-e el, ennél fogva  $\lambda = 1$ .

Azt vizsgáljuk, hogy a senior periódusra meghatározott költségkeret és a korábbi kutatói teljesítmény közti összefüggést meghatározó  $\gamma$  policy paraméter miként hat a tudásbázis gyarapítására, a kutatói teljesítmény intertemporális eloszlására és a kutatói munka teljes életpályán számított termelékenységére. Utóbbit a  $V/(TC_1 + TC_2)$  hányadossal fejezzük ki, ahol feltevéseink szerint  $TC_1 = 1$ . Az inflációból adódó problémák kiküszöbölése érdekében

<sup>8</sup>Valójában a döntési változó nem is  $L$ , hanem a  $\pi$  halmaz, azonban, mint láttuk:  $L = L(g(\pi))$ .

költségeken, illetve költségkereten mindig reálköltséget értünk. Az 1. táblázatban feltüntettük továbbá a senior periódus publikációs tevékenységének határköltség-paraméterét és a senior kutató rendelkezésre álló tudásbázis által meghatározott  $a_2$  korlátot is, bár példánkban ez effektív korlátot nem jelent. A szimulációkat  $d = 2$ ,  $\delta = -1,5$  és  $\rho = 1,2$  paraméterértékek mellett végeztük,  $\gamma$  öt különböző értéke mellett.

$\gamma$	$V_1$	$V_2$	$V$	$L$	$TC_2$	$\frac{V}{1+TC_2}$	$Q_2$	$a_2$
0	1.000	1.000	2.000	0.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.5	0.670	1.408	2.078	0.330	1.292	0.906	0.652	1.408
1.	0.468	1.668	2.136	0.532	1.468	0.866	0.527	1.668
1.5	0.350	1.823	2.174	0.650	1.569	0.846	0.472	1.823
2	0.277	1.921	2.198	0.723	1.632	0.835	0.442	1.921

1. táblázat. A kutatói teljesítmények intertemporális eloszlása

$\gamma = 0$  esetén a korábbi teljesítménytől független, exogén kutatástámogatásról beszélünk,  $\gamma = 0,5$  esetén a költségkeret degresszív,  $\gamma = 1$  esetén lineáris,  $\gamma = 1,5$  esetén gyengén progresszív,  $\gamma = 2$  esetén pedig erősen progresszív módon függ a junior periódusban nyújtott kutatói teljesítménytől. A szimuláció eredményeiből adódó legfontosabb következtetéseket az alábbiakban foglalhatjuk össze:

- Minél progresszívebb a kutatástámogatás (azaz minél nagyobb  $\gamma$ ), annál nagyobb a teljes kutatói életpálya mentén nyújtott teljesítmény. Ez nem is meglepő, hisz annál nagyobb költségkeret áll a senior kutató rendelkezésére.
- A junior periódusban nyújtott teljesítmény növekedésével a senior periódus teljesítménye csökken.
- A (11) feltételes szélsőértékproblémában szereplő egyenlőtlenségfeltételek szigorú egyenlőség formájában teljesülnek. Ez azt jelenti, hogy ha a kutató a junior periódusban optimálisan osztja fel a rendelkezésére álló időt ismeretei további bővítése és már meglévő ismeretei gyümölcsoztetése között, akkor a senior periódusban mind a költségvetési korlát, mind pedig a korábban felhalmozott ismereteinek mennyiségéből fakadó korlát egyaránt effektív.
- Minél progresszívebb a kutatástámogatás (azaz minél nagyobb  $\gamma$ ), annál alacsonyabb a kutatói munka teljes életpályára számított termelékenysége.

Ezek szerint a teljes életpálya mentén nyújtott nagyobb teljesítményt az erősebben progresszív kutatástámogatás szolgálja, míg a kutatómunka nagyobb termelékenységét a kevésbé progresszív kutatástámogatás. Utóbbi esetben a jelentősebb kutatási eredmények is korábban várhatók.

## 4.1 Publish or perish

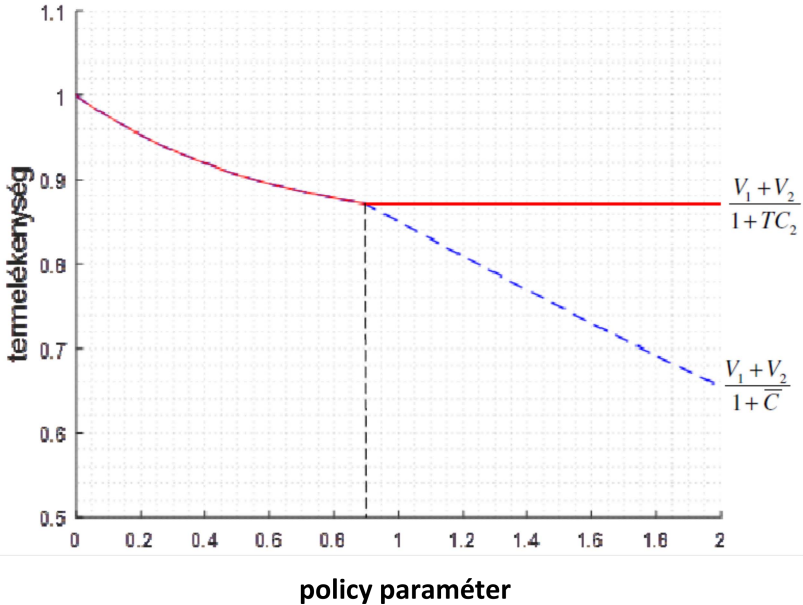
Szemügyre véve még egyszer az 1. táblázatot, feltűnik, hogy a kutatástámogatás erőteljesebb progresszivitása esetén a junior periódusban nyújtott teljesítmény kirívóan alacsony. Ez a teljesítményvisszafogás a senior periódusban magasabb teljesítmény révén végül megtérül, ennek ellenére gyakori, hogy a junior kutató számára minimálisan elérendő publikációs teljesítményt írnak elő. Modellünkben ezt például a  $V_1 \geq 0,5$  korlát bevezetése reprezentálhatja, mely, ha effektívvé válik, akkor a teljes életpályán adódó kutatói teljesítmény természetesen csökken. A szimulációt főként azért végezzük el, hogy lássuk, miként alakul a termelékenység. Az eredményeket a 2. táblázat mutatja be.

$\gamma$	$V_1$	$V_2$	$V$	$L$	$TC_2$	$\overline{C}$	$\frac{V}{1+TC_2}$	$\frac{V}{1+\overline{C}}$	$Q$	$a_2$
0	1.000	1.000	2.000	0.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
0.5	0.670	1.408	2.078	0.330	1.292	1.292	0.906	0.906	0.652	1.408
1.	0.500	1.627	2.127	0.500	1.440	1.500	0.871	0.851	0.544	1.627
1.5	0.500	1.627	2.127	0.500	1.440	1.837	0.871	0.750	0.544	1.627
2	0.500	1.627	2.127	0.500	1.440	2.250	0.871	0.654	0.544	1.627

2. táblázat. Publish or perish  $V_1 \geq 0,5$

Mint látható, példánkban a junior periódusra bevezetett minimális teljesítményelvárásnak csak lineáris és progresszív kutatástámogatás esetén van hatása, ami a kutatói munka teljes életpályára számított termelékenységét növeli, ugyanakkor a teljes életpályán létrehozott kutatói teljesítmény csökken. Azért csökken, mert  $a_2 < (\overline{C}/Q)^{1/d}$  miatt a senior kutató a rendelkezésére álló költségkeretet nem képes hatékonyan kihasználni. Az 1. táblázatban  $\gamma$  minden értéke esetén  $TC_2 = \overline{C}$  teljesült, ezért ott nem volt szükség két külön oszlopra. A  $V_1 \geq 0,5$  feltétel bevezetésének következménye azonban az, hogy az exogén és degresszív kutatástámogatás esetét kivéve  $TC_2 < \overline{C}$ , ezért a 2. táblázatban a kutatói termelékenység mindkét módon számított értéket feltüntettük. Azokban az esetekben, amikor a költségvetési korlát nem effektív, a senior periódus kutatói teljesítményét a korábban megszerzett ismeretek mennyisége korlátozza. Egybevetve a szimulációs eredményeket az 1. táblázatban bemutatottakkal, az is látszik, hogy lineáris és progresszív kutatástámogatás esetén a korábban megszerzett ismeretek mennyiségéből adódó korlát ezúttal szigorúbb, ennél fogva a teljes életpályán alkotott érték kisebb, bár a termelékenység magasabb.

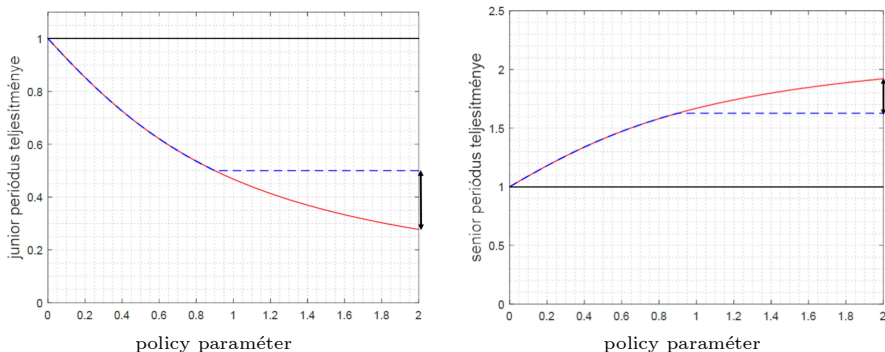
A 2. táblázatban a kutatói termelékenységre vonatkozó adatokat a fejléc-ben megadott összefüggés szerint számítottuk. Ha azonban feltételezzük, hogy a  $\overline{C} - TC_2$  összeget a kutató személyes fogyasztásra használja, ugyanakkor el tud vele számolni, akkor a teljes életpályára számított termelékenységet a  $V/(1 + \overline{C})$  hányados adja meg, és az eredmények rosszabbak. Érdemes felfigyelni rá, hogy a mérés nehézsége itt, csakúgy mint a 2. szakaszban, ismét felmerül. Ezúttal azonban nem az a probléma, hogy miként kell mérni egy-egy papír értékét, hanem hogy miként lehet, illetve kell mérni a kutatói munka termelékenységét. A két probléma egymástól független.



4. ábra. A kutatói munka termelékenysége tényleges költségigény és rendelkezésre bocsátott költségkeret alapján számítva

A kutatói munka termelékenységének kétféle mérése közti viszonyt a policy paraméter függvényében a 4. ábra mutatja be a publish or perish  $V_1 \geq 0,5$  feltétele esetén. Ha a kutatástámogatás elegendően degresszív, azaz  $\gamma$  elég alacsony, akkor a kétféleképpen mért teljesítmény közt nincs különbség. Amikor azonban a kutatástámogatás a lineárist közelíti, a tényleges költségigény alapján számított termelékenység a progresszivitás erősödésével egyre inkább meghaladja a rendelkezésre bocsátott költségkeret alapján számított értéket.

Junior kutatóval szemben támasztott minimális teljesítményelvárás azonban nem csak a publish or perish feltétel formájában jelentkezhet, hanem a (11a)-(11f) feltételes szélsőértékprobléma célfüggvényének módosulásaként is. Ez a helyzet például abban az esetben, ha a junior kutató a személyes egzisztenciateremtés nehézségével találja szemben magát, és jövedelme  $V_1$  szigorúan monoton növekvő függvénye. Ebben az esetben a kutató a junior periódusban létrehozott teljesítményt a senior periódus teljesítményénél magasabbra is értékelheti. Legyen például  $\lambda = 0,75$ . Ekkor  $\gamma$  értékétől függetlenül az exogén kutatástámogatás esetében kapott optimális megoldás adódik. A teljes életpálya során létrehozott teljesítmény ebben az esetben a legacsonyabb, viszont ekkor a legmagasabb a kutatói munka termelékenysége, ugyanakkor a teljes életpálya mentén igénybe vett kutatási költségkeret is ebben az esetben minimális.



5. ábra. A periódusonkénti teljesítmény alakulása

Részletesebben mutatja be  $\lambda = 1$  mellett a policy paraméter periódusonként adódó teljesítményekre gyakorolt hatását, illetve hatástalanságát az 5. ábra, melyen a (11a)-(11f) probléma megoldásai a folytonos görbe mentén helyezkednek el. Degresszív kutatástámogatás esetén ez egy darabig együtt fut a publish or perish esetén adódó, szaggatott görbével. A  $V_1 \geq 0,5$  feltétel effektívvé válásakor a folytonos és szaggatott görbe elválik egymástól, és a kutatástámogatás progresszivitásának foka inntől kezdve hatástalan, csakúgy, mint a  $\lambda = 0,75$  feltétel mellett adódó konstans,  $V_1(\gamma) = 1$  és  $V_2(\gamma) = 1$  függvényértékek. A bal panelen feltüntetett méretnyíl a publish or perish feltétel következtében a junior periódusban jelentkező többleteljesítményt méri erősen progresszív ( $\gamma = 2$ ) kutatástámogatás mellett. Ennek nagysága:  $\Delta V_1 = 0,223$ . A senior periódusban emiatt bekövetkező teljesítménycsökkenést a jobb oldali panelen látható méretnyíl reprezentálja. A teljesítménycsökkenés pontos értéke:  $\Delta V_2 = -0,294$ .

Az eddigiek alapján máris megfogalmazható egy válasz a Bloom és társai (2020) címében fölített kérdésre: Igen, új tudományos eredményeket elérni egyre nehezebb. Azért egyre nehezebb, mert az idő előrehaladtával egyre nagyobb tudásbázisra, egyre bővebb  $\overline{B}$ -re van szükség új eredmények eléréséhez.  $\overline{B}$  bővítése azonban időigényes, tehát  $L(\pi)$  növelését teszi szükségessé, ami a junior periódus kutatói teljesítményét a (8) összefüggés szerint felülről korlátozza. Ha a tudásbázis bővítésének ezt az időszükségletét a kutató környezete nem ismeri el, és alsó korlátot vezet be a junior kutató teljesítményére, vagy a junior kutató türelmetlen, és senior periódusban várható eredményeit alacsonyabbra értékeli, akkor a senior kutató tudásbázisa szűk keresztmetszetté válhat, és bár termelékenységének javulása kimutatható, teljes életpályája során mégis kevesebb tudományos értéket hoz létre, másképp megfogalmazva, kevesebb új ötletre lel.

## 4.2 Learning by doing

E pont Arrow (1962) cikkére emlékeztető címe azon feltevésre utal, mely szerint a publikációs tevékenység határkölség-paramétere abban az esetben is csökken, ha a kutató a junior periódusban egyáltalán nem fordít időt ismeretei

bővítésére. Ez azért reális feltevés, mert a kutatómunka során szerzett gyakorlat önmagában is ebbe az irányba hat. Így  $Q$  mozgásegyenlete (10) helyett a következő

$$Q(\overline{B}_2) = Q(\overline{B}_1) \cdot (b + L(\pi))^\delta,$$

ahol  $b > 1$ , így  $Q$  akkor is csökken, ha  $\pi = \emptyset$ , amiből  $L(\pi) = 0$  következik. Mivel korábbi feltevésünk szerint  $Q(\overline{B}_1) = 1$ , a  $Q$  határkölség-paraméter  $L$  szerint vett rugalmassága:

$$\varepsilon_L^Q = \frac{\delta}{1 + b/L},$$

és míg (10)-ben  $b = 1$  volt, most legyen  $b = 1,5$ . Ezzel a módosítással  $\varepsilon_L^Q$  abszolút értéke csökkent, mindazonáltal  $\varepsilon_L^Q < 0$  továbbra is fennáll a seniorként megismert papírok bármely  $\pi \neq \emptyset$  halmazára.

Hasonló ellenvetés tehető a (8) összefüggéssel szemben, mely szerint  $a_2 = (1 + L)^e$ , így a kutató korábban felhalmozott ismereteiből adódó korlát változatlan marad, ha ismereteinek bővítésére a junior periódusban nem fordít időt. Csakhogy publikációs tevékenysége során a kutató egyre újabb lektori véleményeket ismer meg, továbbá kollégáival is konzultálhat, így az ismereteiből fakadó korlát, melyet  $a_2$  reprezentál, abban az esetben is növekszik, ha  $L = 0$ . Ennélfogva a következő összefüggést fogjuk alkalmazni:  $a_2 = (b + L)^e$ , ahol példánkban  $b = 1,5$ . A kutató korábban felhalmozott tudásából adódó korlát  $L$  szerint vett rugalmassága pedig:

$$\varepsilon_L^a = \frac{e}{1 + b/L}.$$

Így modellünkben  $\varepsilon_L^a$  értéke is csökkent, de  $\varepsilon_L^a > 0$  továbbra is fennáll ( $\pi \neq \emptyset$ ).

Ezek szerint minél erősebb a „learning by doing” hatás, a junior periódusban végbement ismeretbővítésre annál kevésbé rugalmasan reagál mind a határkölség-paraméter, mind pedig a tudásbázisból fakadó teljesítménykorlát. A szimulációs eredményeket a 3. táblázatban mutatjuk be.  $\lambda = 0,8$  miatt ezúttal a célfüggvényérték:  $V < V_1 + V_2$ , ezért a táblázatban mindkét nagyságot feltüntetünk.

$\gamma = 2$  esetére a táblázat utolsó sora tartalmazza az optimális megoldást a publish or perish  $V_1 \geq 0,5$  feltétele mellett is. A feltétel bevezetése ezúttal is javítja a kutató termelékenységét,<sup>9</sup> de a teljes életpálya során létrehozott kutatói teljesítmény csökkenti.

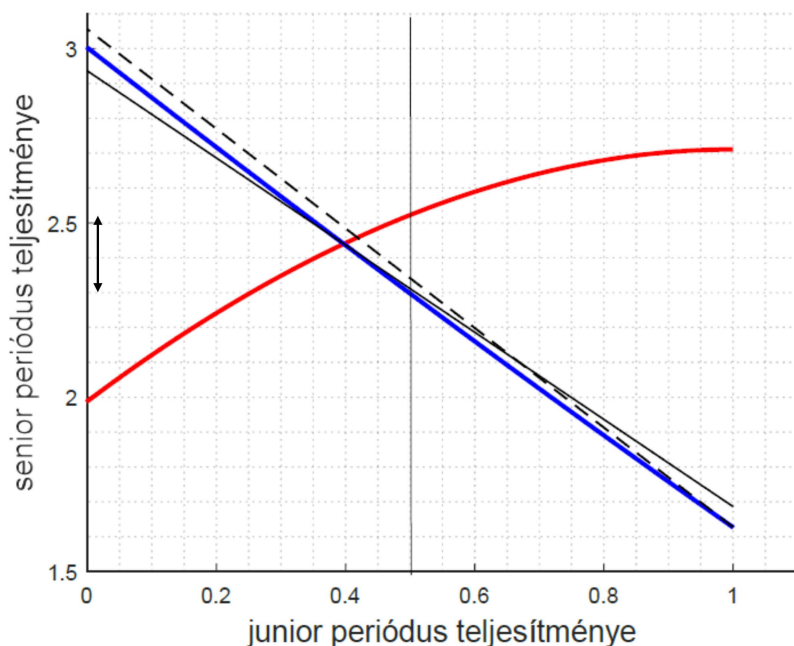
$\gamma$	$V_1$	$V_2$	$V$	$V_1 + V_2$	$L$	$TC_2$	$\overline{C}$	$\frac{V_1 + V_2}{1 + TC_2}$	$Q$	$a_2$
0	1.000	1.355	2.084	2.355	0.000	1.000	1.000	1.178	0.544	1.627
0.5	1.000	1.612	2.289	2.612	0.000	1.414	1.414	1.082	0.544	1.627
1.	0.699	2.027	2.320	2.725	0.301	1.699	1.699	1.010	0.414	2.027
1.5	0.511	2.283	2.223	2.793	0.489	1.857	1.857	0.978	0.356	2.283
2	0.397	2.440	2.349	2.837	0.603	1.952	1.952	0.961	0.328	2.440
2	0.500	2.297	2.338	2.797	0.500	1.866	2.250	0.976	0.354	2.297

3. táblázat. Learning by doing  $b = 1,5$  mellett

<sup>9</sup>Ugyanakkor  $\frac{V_1 + V_2}{1 + C} = 0,861$ , tehát a termelékenység jelentős mértékben romlik, ha a senior kutató a rendelkezésére álló teljes költségkeretet felhasználja.

Összehasonlítva a 2. táblázattal, mindenekelőtt feltűnik, hogy a teljes életpályán mért kutatói teljesítmény ezúttal lényegesen magasabb. Ez nem is meglepő, hisz a 2. táblázat eredményeit a learning by doing figyelmen kívül hagyásával kaptuk, ennél fogva ott a kutatói munka senior periódusra adódó határkölség-paramétere magasabb, és a korábbi tudásfelhalmozásból kapott korlát is szigorúbb. Publish or perish hiányában  $V_2 = a_2$  és  $TC(V_2) = \bar{C}$  egyaránt teljesülnek, ennél fogva nem képződik improduktív slack. Az erősebben progresszív kutatástámogatás a teljes életpálya mentén adódó kutatói teljesítményt ezúttal is növeli, ugyanakkor a kutató termelékenysége ezúttal is csökken. A publish or perish követelményéből adódó  $V_1 \geq 0,5$  feltétel most csak erősen progresszív kutatásösztönzés esetén effektív, gyengén progresszív esetben alig van hatása, lineáris kutatásösztönzés esetén pedig hatástalan.

A 6. ábra a 3. táblázat utolsó két sorában bemutatott megoldások meghatározódását mutatja be, ahol a kutató rendelkezésére álló tudásbázisból fakadó korlátot a  $V_2 = a_2 = (2,5 - V_1)^{1,2}$  konvex<sup>10</sup> görbe jeleníti meg, melynek függőleges tengelymetszete  $V_2 = 3,0028$ -nál van. Figyelembe véve továbbá, hogy  $Q = (1,5 + L)^{-1,5}$ , a  $TC(V_2) = Q \cdot V_2^2 = (1 + V_1)^2$  költségvetési korlátot megjelenítő konkáv görbe a  $V_2 = 1,9882$  értéknél metszi a függőleges tengelyt.



6. ábra. Optimális megoldás  $\gamma = 2$  esetén

<sup>10</sup>  $\rho$  viszonylag alacsony értéke miatt ez a görbe esetleg egyenesnek tűnhet, de valójában egy konvex görbe, ami  $\rho$  növelésével egyre inkább feltűnővé válik. A szimuláció során azért alkalmaztuk a  $\rho = 1,2$  kalibrációt, mert bár az ismeretek bővítésére fordított idő növekvő hozadékát tételeztük fel, úgy véljük, hogy ez a növekvő hozadék nem nagyon erős.

Optimális megoldás a két görbe egyetlen metszéspontjában adódik, itt megy keresztül a célfüggvény  $V = V_1 + \lambda V_2 = 2,349$  értékhez tartozó szintvonal is, melyet az ábrán folytonos egyenes tüntet fel. Érdekes felfigyelni rá, hogy már  $\lambda$  kismértékű csökkenése (Pl.  $\lambda = 0,7$ ) is elmozdítja az optimumot a két görbe metszéspontjából  $V_1 = 1$ -be. A célfüggvény ekkor elérhető, optimális szintvonalát szaggatott egyenes jelöli. Ezen a teljes életpályán mért kutatói teljesítmény mintegy 17%-kal alacsonyabb, mint kevésbé türelmetlen kutató esetén, amikor  $\lambda = 0,8$ .

Ugyancsak az optimumpont  $V_2 = a_2 = (2,5 - V_1)^{1,2}$  feltételt megjelenítő görbe mentén történő elmozdulását eredményezné a publish or perish  $V_1 \geq 0,5$  feltétele, ami a  $V_1 = 1$  megoldáshoz hasonlóan a teljes életpályán alacsonyabb teljesítményt eredményezne. A függőleges tengely mellett feltüntetett méretnyl  $V_1 \geq 0,5$  esetén a senior periódusra biztosított költségkeret improduktív slack gyanánt jelentkező nagyságát fejezi ki kutatói teljesítményben mérve.

### 4.3 A policy paraméter teljeskörű hatásvizsgálata

Az előző két pontban bemutatott szimulációk azt sugallják, hogy modellünkben a kutatótámogatás progresszivitásának erősödésével, azaz  $\gamma$  növekedésével a junior periódusban tudásbővítésre fordított idő mennyisége nő, de legalábbis nem csökken. Érdekes ezt a megállapítást algebrailag is ellenőrizni. Nem hagyva figyelmen kívül az előző pontban mondottakat, általánosabb eredmények érdekében módosítsuk most a (11c) összefüggést a következőképpen:

$$V_2 \leq (b + L)^e, \quad \text{ahol} \quad e > 1 \quad \text{és} \quad b > 1, \quad (12)$$

és a (11f) összefüggést:

$$Q = (c + L)^\delta, \quad \delta < -1 \quad \text{és} \quad c > 1.$$

Figyelembe véve a (11b) és (11d) feltételeket:

$$V_2 \leq \frac{(2 - L)^{\gamma/d}}{(c + L)^{\delta/d}}. \quad (13)$$

Ahol (12) a senior kutató tudásbázisából fakadó korlát, (13) pedig a költségvetési támogatásból adódó korlát. Mivel  $L = 1 - V_1$ , a korlátok  $V_1$  függvényében is felírhatók:

$$V_2 \leq (1 + b - V_1)^e \quad \text{és} \quad V_2 \leq \frac{1 + V_1)^{\gamma/d}}{(1 + c - V_1)^{\delta/d}}.$$

Így a 6. ábrán a tudásbázisból fakadó korlát valóban egy negatív lejtésű, szigorúan konvex görbe, a költségvetési korlát pedig egy konkáv görbe. A paraméterek releváns értékei mellett a két görbe metszéspontja a lehetséges megoldások halmazának egyik extrémális pontja, ahol nincs improduktív slack. A másik extrémális pont, ha nincs publish or perish feltétel, vagy az nem

effektív, a tudásbázisból fakadó korlát  $V_1 = 1$  melletti pontja. Ha pedig a publish or perish feltétel effektív, akkor a tudásbázisból adódó korlát publish or perish feltételben megadott korlát által meghatározott pontja. Ezekben az esetekben  $\overline{C}$  egy része improduktív slack. A két görbe metszéspontjában fennáll az

$$(1 + b - V_1)^{\varrho}(1 + c - V_1)^{\delta/d} = (1 + V_1)^{\gamma/d}$$

egyenlőség. Mint a 6. ábrán látható, a metszéspont egyértelműen létezik, továbbá a  $(0, 1)$  intervallumba esik. Áttérve az  $L$  döntési változóra, a két görbe metszéspontjában:

$$(2 - L)^{\gamma} - (b + L)^{d \cdot \varrho}(c + L)^{\delta} = 0. \quad (14)$$

Alkalmazva az implicitfüggvény-tételt:

$$\frac{dL}{d\gamma} = \frac{\ln(2 - L) \cdot (2 - L)^{\gamma}}{\gamma(2 - L)^{\gamma-1} + d \cdot \varrho(b + L)^{d \cdot \varrho-1}(c + L)^{\delta} - \delta(b + L)^{d \cdot \varrho}(c + L)^{\delta-1}} > 0. \quad (15)$$

Ezek szerint minél progresszívebb a kutatástámogatás, annál több időt fordít a junior kutató ismeretei bővítésére, kivéve azt az esetet, amikor  $\lambda < 1$  miatt, vagy a publish or perish feltétel következtében az optimum nem a két görbe metszéspontjában, hanem a másik releváns extrémális pontban adódik.  $L = 1$  esetén a számláló nulla, így a kutatástámogatás progresszív vagy degresszív voltának nincs jelentősége, csakúgy, mint effektív publish or perish feltétel esetén.

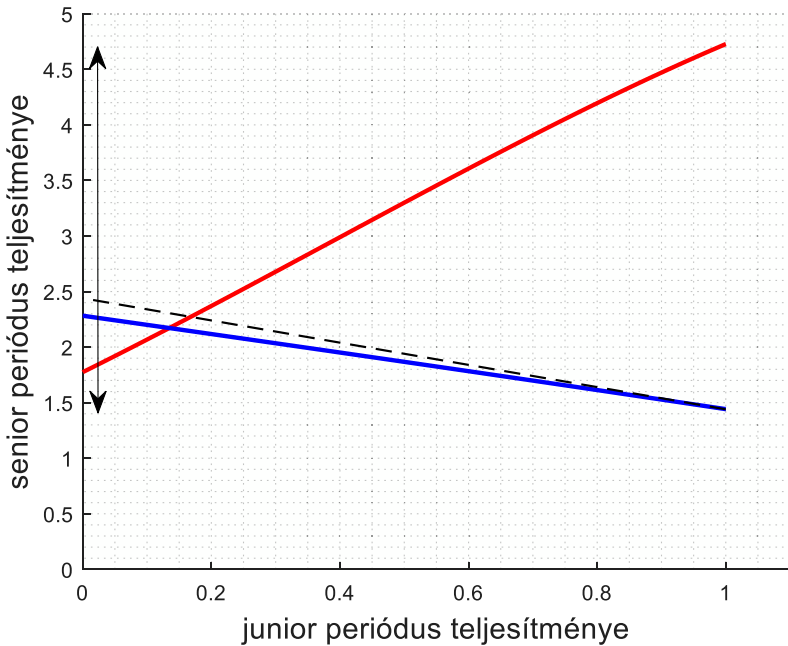
Felhasználva a (15) összefüggést, egyszerűen vizsgálható, mi a helyzet, ha a kutató korábban felhalmozott tudásbázisának amortizációja a learning by doing hatását túlkompenzálja. A tudásbázis amortizációja már csak azért is valószínűsíthető, mert a junior periódus kezdetén, vagy még korábban, a képzés során szerzett ismeretek egy-része egy-két évtized alatt elavulttá válhat. Szemügyre véve még egyszer a (12) egyenletet, valóban kézenfekvő feltenni a kérdést, reális-e  $b \geq 1$  feltételezése? Legyen  $b = 1$ , ekkor  $L = 0$  esetén  $V_2 = 1$ . Ezek szerint, ha ismereteit a junior kutató nem bővíti, seniorként azonos értékű teljesítményre képes, mint a korábbi periódusban. Csakhogy a rendelkezésére álló tudásbázis birtokában megírható legértékesebb papírokat juniorként már megírta, s ezeket még egyszer már nem írhatja meg. Hasonlóan cselekedtek továbbá a vele azonos korosztályba tartozó kutatótársak is, így a senior periódusra már csak a kevésbé értékes papírok megírása marad, következésképp ebben az esetben  $V_2 < 1$ . Mindez  $0 < b < 1$  feltételezését teszi szükségessé. Ekkor a tudásbázis korlátozó hatásának változatlan szinten tartásához  $L = 1 - b > 0$  szükséges. A (15) összefüggés szerint azonban ebben az esetben is igaz, hogy ha a kutatástámogatás progresszivitásának erősítése a junior kutató tudásbázisának bővítésére hatással van, akkor ez a hatás a magasabb tudásbázis irányába hat.

Áttérve a kutatói munka teljes életpályán mérhető termelékenységre,

$$\frac{V_1 + V_2}{1 + \overline{C}} = \frac{1 + (b + L)^{\varrho}}{1 + (2 - L)^{\gamma}}$$

miatt kapjuk, hogy (14) teljesülése esetén átváltás van a kutatástámogatás progresszivitásának foka és a kutatói munka teljes életpályán mérhető termelékenysége közt. Ez az átváltás azt jelenti, hogy a progresszívebb kutatástámogatás ugyan a senior kutató magasabb tudásbázisát eredményezi, de a kutatói munka termelékenységét csökkenti.

Szemügyre véve még egyszer a (15) deriváltat megállapítható, hogy  $\frac{dL}{d\gamma} > 0$  abban az esetben is fennmarad, ha a publikációs tevékenység csökkenő határkölségét tételezzük fel, ekkor  $0 < d < 1$ , továbbá az ismeretek junior periódusban történő bővítésének határkölség-paraméterre gyakorolt hatása gyengébb, azaz  $-1 < \delta < 0$ , csakúgy, mint a tudásbázisból adódó korlátra gyakorolt hatása, vagyis  $0 < \varrho < 1$ . Egy ilyen helyzetet mutat be a 7. ábra, melyen a tudásbázisból fakadó korlát továbbra is  $V_1$  csökkenő függvénye, míg a költségvetési korlát  $V_1$ -ben növekvő.



7. ábra. Optimális megoldás  $d = 0,8$ ,  $\delta = -0,5$ ,  $\varrho = 0,9$  és  $\gamma = 1,5$  esetén

A célfüggvény  $\lambda = 1$  paraméterérték melletti szintvonalát az ábrán szaggatott vonal jelzi, tehát a kutatástámogatás nagyobb része improduktív slack, melynek mértékét továbbra is a függőleges tengely mellett feltüntetett mértéknél jeleníti meg. Ennélfogva nincs átváltás junior periódusban a tudásbázis bővítésére fordított idő és a policy paraméter között, az utóbbi értéke hatástalan. Átváltás csak abban az esetben jelenne meg, ha az optimum a két görbe metszéspontjába kerülne, ahol (14) teljesül. Ehhez azonban arra lenne szükség, hogy a kutató a senior periódusban elérhető teljesítményt a későbbihez képest jelentős mértékben túlértékelje, például  $\lambda = 5$ . (De  $\lambda = 4,5$  példánkban még nem elég.)

Numerikus eredményeink egybevágóan Goldin és társai (2020) empirikus evidenciáival, melyek szerint legjelentősebb fölfedezéseiket a tudósok és feltalálók egyre magasabb életkorban teszik. Ennek oka, hogy senior periódusban a kutatók nagyobb tudásbázissal rendelkeznek, ugyanakkor magasabb kutatástámogatás is áll rendelkezésükre. Modellünkben ezek az összefüggések annál erősebbek, minél progresszívebb a kutatástámogatási rendszer. Megjegyzendő, hogy Fanelli és Larivière (2016) a junior periódusban publikált cikkek számának növekedését figyelték meg. Ez az eredmény nem támasztja alá, hogy a kutatástámogatási rendszerek az utóbbi évtizedek során progresszívebbekké váltak volna, ugyanakkor a publish or perish követelményének erősödésére utal.

Láttuk továbbá, hogy a kutatástámogatás egy részét a senior kutató nem képes hatékonyan felhasználni, ha korábban felhalmozott tudásbázisa nem elegendően nagy. Érdekes ezen a ponton felhívni a figyelmet a magyarországi helyzet néhány további sajátosságára. Csaba (2013) a magas szintű, elméleti képzési irányok elhanyagolása mellett az oktatót ismeretanyag folyamatos zsgorítását kifogásolja. Ugyanakkor Benczúr és társai (2013) az egységes szakmai alapok hiányára hívja fel a figyelmet a doktori képzésben részt vevők esetében. Az idézett cikkek megállapításai sajnos mindmáig helytállónak tűnnek.

## 5 További kutatási irányok

Érdekes lenne a jelen tanulmányban bemutatott elméleti modellből adódó következtetéseket néhány további empirikus evidenciával szembesíteni. Az ilyen irányú empirikus kutatásokat azonban nagymértékben megnehezíti egyrészt az a tény, hogy az 1. szakaszban tett 1. és 2. feltételek többnyire nem teljesülnek, másrészt, hogy nem állnak rendelkezésre sem az  $\alpha$  és  $\psi$ , sem pedig a  $\lambda$  paraméterekre vonatkozó adatok. Utóbbi jelentőségét a (15) reláció teljesülése szempontjából a 6. ábra kellőképpen illusztrálta. Így a kutatók számára objektív adottságként meglévő ösztönzők és a szubjektív időpreferencia hatása nem különíthető el. Érdekes azonban felhívni a figyelmet a kutatás néhány további lehetséges irányára.

### 5.1 Tanítványok versus kutatóasszisztensek

A szimuláció során a learning by doing hatás erősségét mérő paraméterek értékét exogén konstansnak tekintettük. Valószínűbb azonban, hogy  $c$  értéke attól függ, hogy a közösen végzett munka során mennyi tudást, mennyi tapasztalatot ad át a junior kutatónak a senior kutató. Ha a senior kutató magát egyfajta mesternek, junior kollégáját pedig tanítványnak tekinti, akkor ez a paraméter meglehetősen magas értéket is fölvehet. Csakhogy a tudásátadás a mester kutatásra rendelkezésre álló idejét csökkenti, ennél fogva a senior periódusban alacsonyabb teljesítményt fog nyújtani. Magasabb teljesítményt abban az esetben érhet el, ha a junior kollégákat nem tanítványként,

hanem inkább kutatóasszisztensként kezeli. Ebben az esetben azonban, amikor a junior kutatók seniorokká válnak,  $c$  alacsonyabb értékével kell számolniuk. Ezek szerint a senior kutatónak további két döntést is meg kell hoznia:

1. Rendelkezésre álló egységnyi idejének mekkora hányadát fordítsa új eredmények elérésére, s mekkora hányadát tudásátadásra. Ekkor a  $t_2 = 1$  transzverzalizációs feltétel helyett  $t_2 \leq 1$ .
2. A junior kollégák egységnyi idejének mekkora hányadára tartson igényt, mely idő alatt ők kutatóasszisztensként támogatják a senior kolléga teljesítményét. Ez alatt az idő alatt a junior kutatók tudásbázisukat sem bővítik, és önállóan elért eredményekre sem jutnak. Ekkor  $t_1 \leq 1 - L(\Delta\bar{B})$ .

Figyelembe véve mindezeket, a senior kutató célfüggvényében meg kell jeleníteni a junior kollégák által, a későbbi periódusban elérhető teljesítményt is. Így a probléma egy többperiódusos modellben lenne vizsgálható. Egy ilyen modell azonban jelen tanulmány keretein túlmutatna.

## 5.2 „Top 5” folyóiratok és műhelytanulmányok

A 2. szakaszban a  $\Pi$  halmazon bevezetett osztályozást tovább lehetne finomítani, elsősorban a  $P$  részhalmaz további osztályozása révén. Ebbe az irányba módosítottuk a modellt a 3.2 pontban, ahol a megjelent cikkeket  $q_1$ -es és  $q_2$ -es osztályba soroltuk. Érdekes bővítésnek tűnne Heckman és Moktan (2020) nyomán további elfogadási korlátokat, és ennek megfelelően  $P$  további részhalmazait bevezetni például a „Top 5” lapokra.

Egy másik lehetséges kiindulási pont lehetne, hogy egy papírt várhatóan mennyien olvasnak. Esetenként publikálásra kerülnek olyan cikkek, melyek nem publikált kéziratokra hivatkoznak, így lehetséges, hogy  $I$  egyik-másik eleme több olvasóhoz jut el, mint  $P$  némelyik eleme. Mivel általában is igaz, hogy  $I \cup P$  különböző elemei nagyon is különböző számú olvasóhoz jutnak el, nem biztos, hogy érdemes a két részhalmazt egymástól élesen elhatárolni. Ebben az esetben célszerűbb lenne  $P$ -t fuzzy halmazként definiálni. Ekkor  $P : \Pi \setminus N \rightarrow [0, 1]$ , és  $P$  továbbra is az idő függvénye, továbbá  $P(h)$  magasabb értéke esetén a papír nagyobb valószínűséggel tekinthető publikáltnak abban az értelemben, hogy több olvasóhoz jut el. Így  $P(h) = 1$  esetén  $V(h) \geq \bar{V}_K$ , továbbá a papír maximális számú olvasóra számíthat, míg  $P(h) = 0$  esetén a  $t$  időpontban azt csak a szerző ismeri. Ekkor a 2. szakaszban bevezetett  $A(t) = \varphi(I(t), P(t))$  összefüggés helyett  $A(t) = \Phi(P(t))$  lép érvénybe, ahol  $P(t)$  az imént bevezetett fuzzy.

A jelen tanulmány mondanivalója szempontjából azonban  $\Pi$  2. szakaszban bevezetett osztályozása elegendőnek tűnik.

## 5.3 Bizonytalanság és várakozások

Feloldva a (4) értékelőfüggvény és (5) költségfüggvény paramétereire a 4. szakasz elején tett megszorításokat, érdemes abból kiindulni, hogy  $\alpha$  és  $\psi$  értékei

a kutató számára ismeretlenek, döntései során csupán erre irányuló várakozásaira támaszkodhat. E várakozások beigazolódását a kutató számára a sikeres publikációs tevékenység jelzi. A 3. ábrán bemutatott példában  $\bar{C}$  költségvetési korlát mellett sikeresebb, ugyanakkor termelékenyebb is a kutató, ha  $\alpha$  és  $\psi$  alacsonyabb értékét anticipálja. Ezt a tapasztalatát pedig a későbbiekben fel is használja, miközben újból várakozásokat képez, sőt tapasztalatait senior kutatóként tovább is adhatja. E tapasztalatok pedig, például egy, a 2. ábrán bemutatott szituációban a  $h_2$  papír átdolgozása során  $\text{rev}(h_2, h_4)$  helyett a  $\text{rev}(h_2, h_5)$  művelet végrehajtására ösztönöznek. Továbbá, mivel a senior kutatók gyakran tagjai szerkesztőbizottságoknak, illetve végeznek lektori munkát, melynek során korábbi tapasztalataikra támaszkodnak, e tapasztalatok a későbbi szerzők várakozásait formálják. Egy, a várakozások formálódását ezek alapján vizsgáló dinamikus modell bizonyára további betekintést nyújtana a kutatói döntéseket torzító ösztönzők erősödésének folyamatába, csakúgy, mint Hackeman és Moktan (2020) cikke.

## 6 Következtetések

Tanulmányunkban a választ arra a kérdésre kerestük, hogy miként lehetséges, hogy a K+F szektor növekvő erőforrásfelhasználás mellett egyre csekélyebb mértékben képes a vállalati szektor termelékenységének növeléséhez hozzájárulni. Kiinduló feltevésünk az volt, hogy a termelékenység növelésének igényét a társadalmi környezet egyre kevésbé képes a kutatók felé közvetíteni. A közvetítőrendszer fogyatékoságai pedig mind a kutató intratemporális, mind pedig intertemporális döntéseit szuboptimális irányba módosítják.

Az intratemporális döntés tulajdonképpen annak meghatározására vonatkozik, hogy mit kutassak? Mivel egy-egy kutatási eredmény termelékenységre gyakorolt pozitív hatása többnyire rendkívül nehezen mérhető, a kutató és a szerkesztőbizottságok rendszerint a tanulmányra várható hivatkozásokat helyezik előtérbe a kérdés megválaszolása során, azaz  $\alpha$  alacsony értékét tételezik fel a (6) problémában, csakúgy, mint a lektorok és hozzászólók. Emellett a várható hivatkozások és termelékenységre gyakorolt hatás közeli helyettesíthetőségének feltételezése eredményezi a létrehozott publikációk jól kimutathatóan magas Hirsch-indexét, melynek következtében a kutató a későbbiek során nagyobb összegű kutatástámogatásra számíthat. Túlzott jelentőséget tulajdonítva azonban a Hirsch-indexnek, háttérbe szorulnak azok a kutatások, melyek elsődleges célja nem a kutató nemzetközi ismertségének növelése, hanem a műszaki-technikai haladás előmozdítása. Amennyiben a társadalom a „Mit kutassak?” kérdésre adott választ befolyásolni kívánja, el kell fogadnia, hogy a sok hivatkozás nem helyettesíti a termelékenységre gyakorolt hatást, és a jelenleginél hatékonyabb választ kell találnia a „Hogyan értékeljük?” kérdésre.

Érdeemes még felidézni, hogy ezeket az eredményeket nem hivatkozásokon, illetve a termelékenységre gyakorolt hatáson alapuló kétféle értékelés egymással történő szembeállítására révén kaptuk. Mindvégig feltételeztük ugyanis,

hogy a kétféle értékelés eredményei közt pozitív korreláció áll fenn. Ebből azonban nem következik, hogy ha valamely papír az egyik értékelés szerint jobb, mint a másik, akkor feltétlenül ez a helyzet a másik értékelés szerint is. Feloldva azonban az 1. szakaszban tett 2. feltevést, s így megengedve bizonyos reciprok sémák működését a hivatkozások során, ez a pozitív korreláció is kérdéssé válik.

Az intertemporális döntés során pedig a „Mikor kutassak?” kérdésre kell választ adni. Eredményeink azt mutatják, hogy a műszaki-technikai haladás szempontjából legjobb válasz a következő: Minél nagyobb tudásbázis megszerzése után, annál jobb. A fiatal kutatók tehát fordítsák idejük minél nagyobb részét tudásbázisuk bővítésére, később pedig kerüljék a témaváltást! Ezt a célt szolgálja az erősen progresszív kutatástámogatási rendszer. A progresszió erősítése ugyanakkor mind a fiatal kutatók teljesítményét, mind pedig a teljes kutatói életpálya során mérhető termelékenységet csökkenti. Nem segíti azonban a termelékenység növelésének kívánságát tartalmazó üzenet fiatal kutatókhoz történő eljuttatását sem a publish or perish követelménye, sem a fiatal kutatók egzisztenciateremtési kényszere. Ezek ugyan alkalmasak lehetnek a költséghatékonyabb kutatói munka kikényszerítésére, de a teljes kutatói életpálya során elért eredmények mennyiségét az egyes publikációk értékelési módjától függetlenül csökkentik.

Az egyszerűség érdekében az intratemporális és intertemporális döntéseket egymástól elkülönítve vizsgáltuk, így a 4. szakaszban figyelmen kívül hagytuk azt a 3.2 pontban bemutatott lehetőséget, mely szerint a senior kutató rendelkezésére álló költségvetési korlát növelése a vállalati szektor termelékenységéhez kevésbé hozzájárulni képes publikációk megalkotására is ösztönözhet. Következésképp a junior periódusban tudásbővítésre fordított idő későbbi hozadéka elsősorban olyan papírok megírásában jelentkezhet, melyek több hivatkozást kapnak, de nem biztos, hogy ugyanakkor a vállalati szektor termelékenységét is növelik.

Mindezek alapján e sorok írói úgy vélik, hogy a romeri tudástermelési függvény (1) specifikációjában szereplő  $\sigma$  paraméter csökkenő tendenciájának hátterében a társadalom kutatókkal szemben egyre erősebbé váló bizalmatlansága húzódik meg. Nem is meglepő, hogy ez a bizalmatlanság az 1. szakaszban tárgyalt folyamatok következtében mindinkább erősödik, hisz a K+F szektor egyre több erőforrást használ fel, ennek eredménye azonban a termelékenység növekedésében egyre kevésbé látszik. Akkor hát hol mutatkozik meg a K+F szektor teljesítménye? A tudományos publikációkban. Ezek mennyisége jól mérhető, sőt a tudománymetria fejlődésével egyre jobban mérhető, minőségük mérésére pedig alkalmas és kényelmes adatbázisul szolgál a hivatkozásokról számot adó statisztika. Ilyen módon a társadalom felé a K+F szektor növekvő teljesítménye mutatható ki abban az esetben is, ha a publikálásra kerülő tanulmányok egyre kisebb része éri el a vállalati szektor 3. ábrán bevezetett ingerküszöbét. Ezt az ingerküszöböt tekintve a minőség indikátorának, felismerhető, hogy ezúttal is a minőség versus mennyiség problémájával találjuk szembe magunkat. A bizalmatlanság erősödésével az ösztönzők (modellünkben a (4) értékelőfüggvény  $\alpha$  és  $\psi$  paraméterei)

mindinkább a mennyiség, elsősorban a hivatkozások mennyiségének irányába torzítanak, miközben a minőség, és a minőséggel együtt a vállalati szektor termelékenysége egyre inkább háttérbe szorul. Érdeemes itt felidézni Bródy (1984) könyvében tett megállapítását, mely szerint a tudóst nem lehet ellenőrizni. Eredményeink azt mutatják, hogy az ellenőrzésre irányuló törekvések (pl. a fiatal kutatókkal szemben támasztott magas elvárások, vagy publish or perish) nem csupán hatástalanok, de éppúgy kontraproduktívak lehetnek, mint a túlzott adaptivitás kényszere.

Eredményeinket egy olyan modell szolgáltatta, ahol a termelékenységi tudást nem egy skalár, hanem egy gráf reprezentálja, melynek pontjai az elért eredményeket rögzítő dokumentumok, éleit pedig ezek egymásra épülése és értéke határozza meg.

Megjegyzendő végül, hogy eredményeink kizárólag azon kutatások esetén értelmezhetők, melyek közvetlen, vagy közvetett hatása a termelékenység javítása. Nincs tehát jelentőségük például a történelem-, vagy a nyelvtudományok esetében, ha ezektől a termelékenység javulása nem várható.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatás a TKP2021-NKTA-19 számú projekt keretében készült, mely az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalom

1. Abramo Giovanni és D'Angelo Ciriaco Andrea (2014) How do you define and measure research productivity? *Scientometrics*, 101, 1129–1144. DOI 10.1007/s11192-014-1269-8
2. Ács J. Zoltán (2024) Jaffe–Feldman–Varga: A tudás átterjedésének keresése. *Közgazdasági Szemle*, 71, 1123–1140.
3. Arrow, K. J. (1963) The Economic Implications of Learning by Doing. *The Review of Economic Studies*, 29, 155–173.
4. Benczúr Péter, Kézdi Gábor, Kondor Péter, Mátyás László, Valentinyi Ákos (2013) Javaslat a magyarországi közgazdasági doktori képzés korszerűsítésére. *Közgazdasági Szemle*, 60, 722–732.
5. Bessenyei, I. (2013) Az ideológia hálójából a mennyiségi hajsza csapdájába. *Közgazdasági Szemle*, 60, 1140–1151.
6. Bloom, Nicholas; Jones Charles, I.; Reenen, John, V. és Webb Michael (2020) Are Ideas Getting Harder to Find? *American Economic Review*, 110(4), 1104–1144.
7. Bródy András (1984) *Lassuló idő*, KJK, Budapest
8. Burda, Michael és Wyplosz Charles (2022) *Macroeconomics*. Eighth Edition, Oxford University Press
9. Curcic, Dimitrie (2023) How many academic articles are published each year? *WordsRated*, June 1. 2023.

10. Csaba László (2013) Kérdőjelek a közgazdaságtanban és oktatásában, *Közgazdasági Szemle*, 60, 47–63.
11. Fanelli, D. és Larivière, V. (2016) Researchers' Individual Publication Rate Has Not Increased in a Century. *Public Library of Science*, 11(3), e0149504, <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0149504>
12. Fernald, J., Inklaar, R. és Ruzic, D. (2024) The Productivity Slwdown in Advanced Economies: Common Shocks or Common Trends? *Review of Income and Wealth*. <https://doi.org/10.1111/roiw.12690>
13. Goldin, Ian; Koutroumpis, Pantelis; Lafond François és Winkler Julian (2020) Why is productivity slowing down? MPRA Paper No. 107644.
14. Heckman, J. J. és Moktan, S. (2020) Publishing and Promotion in Economics: The Tyranny of the Top Five. *Journal of Economic Literature*, 58(2) 419–470. <https://www.jstor.org/stable/10.2307/27030437>
15. Herrendorf, B., Rogerson, R. és Valentinyi, Á. (2019) Growth and the Kaldor Facts. Federal Reserve Bank of St. Louis *Review, Fourth Quarter*, 101(4), 259–276. <https://doi.org/10.20955/r.101.259-76>
16. Herzer, Dierk (2022) The impact of domestic and foregin R&D on TFP in developing countries. *World Development*, 151.
17. Jones, C. [1995]: R & D-based models of economic growth. *Journal of Political Economy*, 103, 759–784. <https://doi.org/10.1086/262002>
18. Jones, Charles, I. (2002) *Introduction to economic growth*. 2nd ed. W. W. Norton & Company.
19. Káldor, N. (1963) Capital Accumulation and Economic Growth. In Lutz, F. A. és Hauge, D. C. (szerk.) *Proceedings of a Conference Held by the International Economics Association*, Macmillan, London.
20. Kydland, Kinn, E. és Prescott, Edward, C. (1982) Time to Build Aggregate Fluctuations. *Econometrica*, 50(6) 1345–1370
21. Kopányi Mihály (szerk.) (1993) *Mikroökonómia*. Aula
22. Magyar Nemzeti Bank Termelékenységi jelentés 2022. július
23. Magyar Nemzeti Bank Növekedési jelentés 2023
24. Phelps, Edmund, S. (1961) The Golden Rule of Accumulation: A Fable for Growthmen. *American Economic Review*, 51(9), 638–643.
25. Romer, Paul, M. (1990) Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, 98(5), 71–102.
26. Scarf, H. E. (1967) The approximation of fixed-points of a continuous mapping. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 15, 1328–1343.
27. Solow, R. M. (1956) A Contribution to the Theory of Economic Growth. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94.
28. Szendrei Ágnes (2004) *Diszkrét matematika*. Polygon, Szeged.
29. Zalai Ernő (2011) *Matematikai közgazdaságtan I. Általános egyensúlyi modellek és mikroökonómiai elemzések*. Akadémiai Kiadó.

ON SOME FRICTIONS OF THE ROMERIAN KNOWLEDGE  
PRODUCTION FUNCTION

Are ideas getting really harder to find? This is the question Bloom and his co-authors asked in 2020 in the columns of the American Economic Review. According to their empirical research, the answer is yes: Researcher's output is declining at a demonstrable rate worldwide. This study attempts to provide a possible explanation for the reasons for this decline. We investigate why the dynamic growth of R&D expenditures does not result in higher productivity? The question is particularly important because, according to the Solow model, the only way to increase the standard of living is to increase productivity. We seek the answer in the micro-level foundation of Romer's knowledge production function, which points out the frictions of this function. We will demonstrate that signals from the environment of the researcher or research institution can distort both intratemporal and intertemporal decisions. On the one hand, the distortion results in the focus of research project not being on increasing the productivity of the corporate sector, but on publication performance, and on the other hand, young researchers spend an irrationally small amount of time expanding their knowledge. The demonstration of the above phenomena necessitates the exploration of the deeper structure of productivity knowledge summarized in a single variable in Romer's knowledge production function. To do this, we will introduce an infinite directed graph.



# ARANYMETSZÉS-ALAPÚ TŐKESTRUKTÚRA DÖNTÉSEK AZ EURÓPAI ÉS AMERIKAI TERMELŐ, KERESKEDELMI ÉS SZOLGÁLTATÓ ÁGAZATOKBAN<sup>1</sup>

CSAPI VIVIEN – ULBERT JÓZSEF – TÓTH-PAJOR ÁKOS

*Pécsi Tudományegyetem, KTK Pénzügy és Számvitel Intézet*

Tanulmányunk célja az arany metszés szerinti tőkestruktúra és a vállalati jellemzők összefüggéseinek vizsgálata. Kutatási kérdéseink megválaszolásához vegyes hatású lineáris modellek alkalmazásával elemezzük a szakirodalomból ismert, a tőkeáttételt meghatározó vállalati tényezők, valamint a tőkeáttétel arany metszéshez viszonyított abszolút eltéréseinek kapcsolatát. Főbb eredményeink azt mutatják, hogy a 2019 és 2023 közötti időszakban a tőkeáttétel arany metszéshez viszonyított abszolút eltérése átlagosan csökkenő tendenciát mutatott az európai és amerikai termelő, kereskedelmi és szolgáltató ágazatokban. Bár megfigyelhető a csökkenés, az eltérés időbeli alakulására jelentős heterogenitás jellemző a vizsgált tőzsdei vállalatok gyakorlatában. Magasabb profitabilitás és fedezeti érték mellett nagyobb eltérések figyelhetők meg, míg az ESG-teljesítmény növekedésével az abszolút eltérés mértéke alacsonyabbnak bizonyul. Gyakorlati implikációként arra világítunk rá, hogy a statikus és dinamikus tőkestruktúra-elméletek által feltételezett optimális arányoktól eltérően a vállalati finanszírozási döntések eredményeként sokszor önhasonló arányosság figyelhető meg a tőkeáttételben. A vállalati tőkeáttétel nem a normatív optimum szerint alakul, hanem egy kompromisszumos viselkedési egyensúlyhoz igazodik, amely kedvezően hat mind a teljesítményre, mind a piaci megítélésre. A pozitív befektetői megítélésnek köszönhetően az arany metszés szerinti tőkestruktúrához – az ESG-elvekhez hasonlóan – a stabil vállalatirányítás percepciója társulhat.

*Kulcsszavak:* tőkeszerkezeti döntések, arany metszés, tőkeáttétel, ESG-teljesítmény. *JEL-kódok:* G32, Q56, M14

## 1 Bevezetés

Az elmúlt évtizedekben a vállalati pénzügyek területén jelentős paradigmaváltás figyelhető meg. A hagyományos tőkestruktúra-elméletek – mint például az átváltás- vagy a hierarchiaelmélet – statikus vagy dinamikus keretben igyekeztek leírni, hogyan alakítják ki a vállalatok optimális finanszírozási szerkezetüket. E modellek jellemzően pénzügyi célváltozókra és azok közgazdasági összefüggéseire építenek, figyelmen kívül hagyva azt a lehetőséget,

---

<sup>1</sup>Beérkezett 2025. december 9. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.57.1314>. E-mail: [csapiv@ktk.pte.hu](mailto:csapiv@ktk.pte.hu).

hogy a vállalatok harmóniaalapú, természetes arányosságot tükröző tőkestruktúra kialakítására töreksenek. Az aranymetszés – mint irracionális szám ( $\varphi \approx 1,618$ ), amely a természetben, művészetben és az emberi percepcióban egyaránt kiemelt jelentőségű – egyre több kutatás fókuszába kerül a vállalati döntések vizsgálatában is. Az aranymetszés szerinti tőkeszerkezet koncepciója – azaz az a feltevés, hogy a tőkeáttétel az aranymetszés szabályai által meghatározott arányokhoz igazodik – új nézőpontba helyezi a tőkeszerkezeti döntéseket.

Tanulmányunk arra a kérdésre keres választ, hogy milyen vállalati tulajdonságok befolyásolják az aranymetszés szerinti tőkestruktúra kialakítását. Feltételezzük, hogy az aranymetszéshez való közelítés nem véletlenszerű, hanem különböző vállalati jellemzők – mint például a méret, profitabilitás, fedezeti érték, iparági besorolás, ESG-teljesítmény, földrajzi régió – mentén differenciáltan érvényesül. Az aranymetszés szerinti tőkestruktúra ebben az értelemben nem univerzális optimum, hanem olyan kompromisszumos egyensúlyi konfiguráció, amely a túlzott eladósodottság és a túlzottan konzervatív finanszírozás között helyezkedik el, és a vállalati gyakorlatban megfigyelhető kockázat-hozam döntések eredőjeként áll elő. A kutatási kérdés relevanciáját két irányból is alátámasztja a szakirodalom. Egyrészt a tőkestruktúra dinamikus elméletei (pl. Dang, 2013; Adeneye et al., 2022) szerint a cégek időben változó, vállalatspecifikus célarányokat követnek, amelyek elérése piaci tökéletlenségek és környezeti feltételek függvénye. Másrészt az aranymetszés mint nem-normatív optimum bizonyos esetekben heurisztikus magyarázatot adhat a vállalati döntéshozatal pszichológiai összetevőire. Az aranymetszés nem a piac racionalitásának jele, hanem a kollektív irracionalitás harmonikus eredője. Az aranymetszés-alapú döntések kapcsán is igazolást nyert, hogy azok empirikusan kimutatható mintázatokat mutatnak egyes régiókban és szektorokban, tehát nem csupán absztrakt konstrukciók. A jelen kutatás ehhez képest arra vállalkozik, hogy az aranymetszés szerinti tőkestruktúra-választás determinánsait rendszerezze és empirikus módon azonosítsa.

A kérdés megválaszolásához vegyes hatású lineáris modelleket alkalmazunk, amelyekkel a tőkeáttétel aranymetszéshez viszonyított abszolút eltérése és a vállalati jellemzők közötti kapcsolatot vizsgáljuk meg. Eredményeink rávilágítanak, hogy az aranymetszés szerinti tőkestruktúrához a pozitív befektetői megítélésnek köszönhetően a stabil vállalatirányítás percepciója társulhat. A kutatás hozzájárulása több szinten értelmezhető: egyrészt elméleti szempontból egy viselkedési magyarázatot kínál a tőkestruktúra döntések megértéséhez, másrészt gyakorlati szempontból új döntéstámogató elvet kínál a vállalatvezetés számára a hosszú távon harmonikus és versenyképes pénzügyi struktúra kialakításához. Végül, de nem utolsósorban, lehetőséget ad az ESG és pénzügyi döntések összehangolásának vizsgálatára egy nem konvencionális, de empirikusan igazolt elméleti keretben.

A tanulmány felépítését tekintve elsőként a szakirodalmi áttekintés alapján megfogalmazzuk a hipotéziseinket. A módszertani részben bemutatjuk a vizsgálat során használt mintát, a leíró statisztikákat és a becsült modelleket.

Végül az eredmények bemutatását követően levonjuk a következtetéseket és bemutatjuk az implikációkat.

## 2 Szakirodalmi áttekintés

### 2.1 Az arany metszés és gazdasági alkalmazásai

Az arany metszés ( $\varphi = 1,618 \dots$ ) a természetben, művészetben és építészetben egyaránt megfigyelhető, szimmetriát és harmóniát kifejező arány, amely a Fibonacci-számsorozatból is levezethető. A gazdaságtudományokban és üzleti életben való megjelenését az utóbbi évtizedek kutatásai dokumentálták. Kulis és Hodzic (2020) szerint az arany metszés interdiszciplináris alkalmazásai megfigyelhetők többek között a menedzsment (Dimovski & Uhan, 2012; Henderson & Boje, 2015), marketing (Fischer, 1993; Slavka et al., 2013), termelés-menedzsment (Disney et al., 2004; Pan & Jarrett, 2013) területén is

A tőkepiaci alkalmazások leginkább technikai elemzésre szorítkoznak – például az Elliott-hullámelmélet (Elliott, 1940) a Fibonacci-sorozat segítségével igyekezett árfolyammozgásokat előre jelezni (Livio, 2003; Brown, 2010) –, azonban ezek gyakorlati hatékonysága vitatott (Lo et al., 2000; Bhattacharya & Kumar, 2006).

Az arany metszés és annak reciproka ( $\varphi^{-1} = \varphi - 1 = 0,618 \dots$ ) az arányos szerkezet és az önhasonlóság matematikai kifejeződései. A jelen tanulmányban az arany metszés reciprokának hatványait a vállalati tőkeszerkezet különböző arányos egyensúlyi szintjeinek interpretációjára használjuk. A tőkeszerkezet kontextusában ezek arányos stabilitási zónákat jelölnek, különböző kockázathozam egyensúlyokat modelleznek, és empirikusan tesztelhető hipotéziseket kínálnak a finanszírozási döntések arányosságai mintázataira.

Az elméleti kiindulópont az, hogy az arany metszésre épülő arányrendszer nem egyetlen optimális pontot, hanem egy hierarchikusan szervezett arány-sorozatot jelöl, amely a rendszer önhasonló, több léptékű stabilitását fejezi ki. E megközelítés szerint a vállalati finanszírozási struktúra is több, arányosan kiegyensúlyozott állapotot vehet fel, a hozam–kockázat kompromisszum különböző szintjein.

Ezek a szintek tehát nem különálló arany metszés-arányokat, hanem ugyanazon arány különböző hatványait jelentik, amelyek a tőkeszerkezet több szinten értelmezhető arányos egyensúlyát fejezik ki. Mivel az arany metszés önhasonló, a hatványai is arányos alszinteket alkotnak úgy, hogy a sorozat minden tagja az előző fix arányú csökkenése. Ez adja a „fraktálszerű” szerkezetet az (1) egyenlet szerint, ahol minden szint az előző  $1/\varphi$ -szerese.

$$\left(\frac{1}{\varphi}\right)^n = \varphi^{-n}, \quad (1)$$

ahol

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi^{-n} = 0.$$

Az egymásba ágyazott arányok (0,618; 0,382; 0,236) jól szemléltetik a tőkeszerkezet arányos egyensúlyi pontjait a kiegyensúlyozott finanszírozási politikától egészen addig az esetig, amikor a vállalat csak saját tőkével finanszírozza magát. Az egyensúlyi pontok dinamikusan változhatnak az életciklus szerint, vagy a hozam-kockázat viszonyok változásának köszönhetően. A célunk annak megmutatása, hogy a finanszírozási döntéseknek köszönhetően kialakuló tőkeáttétel esetében megfigyelhető ez az arányosság, amely egy nem-normatív optimumként értelmezhető a finanszírozási politikában.

Az önhasonló struktúra következtében aggregált szinten a jelenség tipikusan önszerveződő, fraktálisan skálázódó rendszerre utal, amelyben az egyéni döntések arányosan, de nem lineárisan épülnek egymásra. Az egyes szereplők nem tudatosan követik az aranymetszést, hanem a rendszer önszerveződése miatt a kollektív viselkedés arányos mintázatot hoz létre.

Ha tehát egy piacon az aggregált arányok az aranymetszés hatványaihoz hasonló mintázatot követnek, akkor a rendszer önhasonló, a struktúra arányosan, nem lineárisan szerveződik, az egyéni döntések kollektíven arányos egyensúlyba rendeződnek; és a piac önszerveződő fraktálrendszerként működik, amely az aranymetszés arányait, mint „arányos gravitációs pontokat” követi.

Amin és Cek (2023) kvantitatív vizsgálatukkal igazolták, hogy az aranymetszés szerinti tőkestruktúrával rendelkező vállalatok pénzügyi teljesítménye szignifikánsan jobb, különösen a ROA (Return on Assets) és ROE (Return on Equity) mutatók tekintetében. Az aranymetszéshez igazodó arányok implicit módon tartalmaznak egyfajta strukturális egyensúlyt, amely illeszkedhet a pénzügyi döntések logikájához. Ez összhangban áll Moradi és Paulet (2019) megfigyelésével, miszerint a kiegyensúlyozott tőkeszerkezet gyorsabb alkalmazkodást és rugalmasabb finanszírozási struktúrát biztosíthat a vállalatok számára.

## 2.2 Az aranymetszés, mint viselkedésalapú egyensúly a Miller–Modigliani-keretben

A Miller–Modigliani-tétel (Modigliani & Miller, 1958) a tőkeszerkezeti döntések elméleti alapját képezi, amely szerint tökéletes piacokon – az adózás, a tranzakciós költségek és az információs aszimmetria hiányában – a vállalat értéke független a finanszírozási szerkezettől. E klasszikus keret azonban nem zárja ki annak lehetőségét, hogy a döntéshozók viselkedését kognitív torzítások és arányheurisztikák befolyásolják, miközben a piac aggregáltan továbbra is hatékony marad. Az aranymetszés-arány ebben a megközelítésben nem normatív optimumot, hanem olyan viselkedésalapú egyensúlyt fejez ki, amelyben az egyéni irracionalitások harmonikus szerkezeti mintázatot eredményeznek. A piac hatékony, de a szereplők nem racionálisak – a viselkedési torzítások aggregált hatása strukturális mintázatokban mutatkozhat meg. Ez a gondolat illeszkedik a hatékony piacokon megfigyelhető korlátozott racionalitás (Simon, 1979; Barberis & Thaler, 2003) keretbe, és így teljes értékű elméleti alapot adhat az aranymetszés-hipotézishez.

A vállalati pénzügyi döntéshozatalban három, egymással összefüggő me-

chanizmus magyarázhatja e jelenséget:

(1) A kognitív mechanizmus arra épül, hogy az emberek az arányosságot és a szimmetriát a rend, a stabilitás és a megbízhatóság mintázataként érzékelik (Miller & Hübner, 2020). A döntéshozók ezért hajlamosak az olyan tőkeszerkezeti arányokat „kiegyensúlyozottnak” tekinteni, amelyek megfelelnek e kognitív esztétikai elvárásnak.

(2) A szignálmechanizmus a jelzésemélet (Ross, 1977; Spence, 1973) logikáját követi: az arányos, harmonikus finanszírozási szerkezet implicit módon stabil, prudens menedzsmentet jelezhet a piac számára. A befektetők az ilyen arányokat pozitív szignállként értelmezhetik, ami megerősíti az arány fennmaradását, még akkor is, ha az nem racionális optimumon alapszik. A befektetők hajlamosak harmonikus mintázatokat „jó menedzsmentként” vagy „kiegyensúlyozott stratégiaként” értelmezni.

(3) Az emergens mechanizmus pedig azt írja le, miként válhat a sok, egyénileg torzított, de hasonló irányú döntés aggregáltan stabil, kollektív mintázattá. Az arany metszés-közeli tőkeszerkezet így nem determinisztikus optimum, hanem emergens harmónia, amely a tökéletes piac feltételei mellett is fennmaradhat, mivel a piaci hatékonyság nem zárja ki az esztétikai-kognitív preferenciák megjelenését. Ez az ún. emergens racionalitás: a piac egészében érvényesül a hatékonyság, miközben az egyéni döntések nem felelnek meg a klasszikus racionalitásnak.

Ebben az értelmezésben az arany metszés nem normatív optimum, hanem emergens koordinációs arány, mely felfogható a tőkestruktúra-döntésekben megjelenő kompromisszumként is. A klasszikus elméletek – különösen az átváltás- és hierarchiaelmélet – a tőkestruktúrát a kockázat-hozam, illetve az adómegetakarítás-csődköltség átváltásaként írják le, miközben a gyakorlatban a menedzserek és a befektetők döntései sokszor nem egyetlen elméleti optimumra, hanem egy „észszerűen kiegyensúlyozott” tartományra konvergálnak. Az arany metszéshez közeli arány ebben az értelmezésben nem univerzális optimum, hanem olyan kompromisszumos egyensúlyi pont, amely a túlzott eladósodottság és a túlzottan konzervatív, csak saját tőkére építő finanszírozás szélsőségei között helyezkedik el. Ez a kompromisszum a kockázat felfogásának és az értékorientált finanszírozási gyakorlatnak a közelmúltban megfigyelhető eltolódásával is összhangban áll. A gyakorlatban egyre inkább olyan tőkeszerkezeti konfigurációk válnak vonzóvá, amelyek stabilitást, ugyanakkor rugalmas finanszírozási mozgásteret is biztosítanak.

### **2.3 Az arany metszés-alapú tőkestruktúra elhelyezése a tőkestruktúra-elméletekben**

A tőkestruktúra-optimalizálás célja, hogy egyensúlyt találjon a saját tőke és az idegen források között, maximalizálva a vállalat értékét és minimalizálva a tőkeköltséget. A tőkestruktúra elméletek hosszú fejlődési utat jártak be a Modigliani és Miller (1958) irrelevancia-tézistől kezdve az átváltás-, a hierarchia- és az ügynökelméleteken át a dinamikus alkalmazkodási modellekig (Myers, 1984; Frank & Goyal, 2009). Az arany metszés-alapú modell egyik

legnagyobb kihívása, hogy nem illeszkedik egyértelműen e klasszikus modellekbe, mert egy nem-normatív, kompromisszumos viselkedési egyensúlyként jelenik meg a tőkeszerkezeti döntésekben.

Az átváltáselmélet szerint a vállalatok célja az adómegetakarításból és a csödköltségekből származó előnyök egyensúlyának megteremtése (Kraus & Litzenberger, 1973). Az ügynökelmélet szerint a menedzsment és a tulajdonosok közötti érdeellentétek kezelésére a megfelelő tőkeszerkezet lehet eszköz (Jensen & Meckling, 1976). Dawar (2014) indiai mintán kimutatta, hogy a túlzott adósságállomány rontja a menedzsment ösztönzőit, míg a túlzott saját tőke pazarló viselkedést idézhet elő. A dinamikus tőkeszerkezet-alkalmazkodási modellek keretében a megcélzott tőkeáttétel elérése kerül a tőkeszerkezeti döntések középpontjába, amelyhez a vállalatok a piacok hatékonyságának függvényében fokozatosan közelítenek (Morais et al., 2022).

Ezzel szemben Ulbert et al. (2022) tanulmányában egy új megközelítést vezet be, amelyben az optimális tőkestruktúra nem statikus vagy dinamikus tőkeszerkezeti modellekből vezethető le, hanem a történeti teljesítményadatokhoz legközelebb álló vállalati konfigurációk empirikus keresésével. E kutatás szerint az 1:1,618 arányban felépített saját tőke – összes eszköz arány – azaz az aranymetszés szerinti tőkestruktúra – gyakorlati szinten is kedvezőbb vállalati teljesítményt eredményezhet. Az aranymetszéshez közelebb álló tőkestruktúrával rendelkező vállalatokat gyakran jobb pénzügyi teljesítmény és piaci megítélés jellemzi, különösen a szolgáltató szektorban és az Egyesült Államokban működő cégek esetén. E megállapítások arra utalnak, hogy az aranymetszés nem csupán szimbolikus vagy esztétikai jelentőségű, hanem potenciálisan gyakorlati értékkel is bírhat a vállalati pénzügyi döntéshozatalban. A kutatás tehát azt állítja, hogy az aranymetszés alapú tőkestruktúra közelebb viszi a cégeket saját potenciáljuk kiaknázásához.

## 2.4 Az aranymetszés szerinti tőkestruktúra az ESG-teljesítmény és a piaci megítélés összefüggései

Az aranymetszés a pénzügyi rugalmasság és a stabilitás egyensúlyaként is értelmezhető. Ez összhangban áll a Ge és Liu (2015), valamint Goss és Roberts (2011) által feltárt megfigyeléssel, miszerint a kiszámíthatóbb tőkestruktúra alacsonyabb adósságköltséggel jár, különösen CSR-aktív vállalatok esetén. Armitage és Marston (2008) szerint a transzparens és jól strukturált pénzügyi stratégia csökkenti a tőkeköltséget. Az aranymetszés szerinti arány piaci percepciója a stabil vállalatirányítás percepcióján keresztül erősítheti a befektetői bizalmat. Ha az aranymetszés mint nem-normatív egyensúlyi arány rögzül a befektetői gondolkodásban, úgy ez a fajta strukturáltság „önbeteljesítő jóslattá” válhat.

Csapi et al. (2024) rámutat, hogy a jobb ESG-teljesítménnyel rendelkező vállalatok esetében is megfigyelhető az aranymetszésen alapuló, harmonikus tőkestruktúra. Ez összhangban van azzal a megfigyeléssel, hogy az aranymetszés-alapú tőkestruktúra inkább a kiegyensúlyozottságot tükröző, fenntartható vállalati működést támogatja, ami jól illeszkedik az ESG-elvekhez.

Az ESG (környezeti, társadalmi és vállalati irányítási) teljesítmény és a tőkeszerkezet közötti kapcsolat mára a vállalati pénzügy egyik központi kutatási témájává vált. A vállalatok ESG-aktivitása egyszerre hat a finanszírozási döntésekre és a befektetői megítélésre (Friede et al., 2015; Khan, 2022). Adeneye et al. (2022) dinamikus panelmodellen alapuló kutatása azt mutatja, hogy a magas ESG-teljesítmény gyorsabb tőkestruktúra-alkalmazkodáshoz vezet, azaz a vállalatok hamarabb érik el célarányukat. Al Amosh et al. (2022) jordániai mintán kimutatták, hogy az ESG-szemponokat integráló vállalatok inkább hajlanak a stabil, mérsékelt eladósodottság felé, ami konzisztens az arany metszés logikájával.

A fenntarthatósághoz kapcsolódó közzétételek csökkentik az információs aszimmetriát is (Bilyay-Erdogan, 2022). Ez különösen érvényes a fejlett országokban, ahol a befektetők az ESG-aktivitást alacsonyabb kockázatként árazzák (Hoepner et al., 2016; Ng & Rezaee, 2015). Gracia és Siregar (2021), valamint Arora és Sharma (2022) is megerősítették, hogy az ESG-aktív cégek esetében alacsonyabb a hitelkockázati prémium. Így az arany metszéshez és az ESG-hez köthető pozitív percepció alapozhatja meg az arany metszés szerinti tőkestruktúra és az ESG-elvek kapcsolatát.

A szakirodalmi áttekintés alapján megállapítható, hogy az arany metszés egy egyetemes struktúraelv, amely a vállalati pénzügyek területén – különösen a tőkestruktúra meghatározásában – is releváns lehet. Az empirikus bizonyítékok azt sugallják, hogy az arányos tőkestruktúra összefüggésben áll a vállalati teljesítménnyel, valamint a jó ESG-teljesítménnyel rendelkező vállalatok esetében is megfigyelhetők az önhasonló, strukturálisan szerveződő döntési folyamatok.

A szakirodalomban már korábban is bizonyítást nyert, hogy a tőkestruktúra nem minden esetben az elméleti optimum szerint alakul ki, hanem múltbeli adatokhoz legközelebb álló vállalati konfigurációk alkalmazásaként, amelyek előnyösen hatnak a vállalati teljesítményre és a piaci megítélésre. Az arany metszés a kognitív, szignál és emergens mechanizmusoknak köszönhetően egy viselkedési egyensúlyi arány, ami nem-normatív optimumként jelenik meg a tőkeszerkezeti döntésekben. Tanulmányunkban most azokat a vállalati jellemzőket próbáljuk meg azonosítani, amelyek az arany metszés szerinti tőkestruktúra kialakítását eredményezik. Ennek elemzése érdekében a következő hipotéziseket fogalmazzuk meg:

- H1: Az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés csökkent a 2019-2023 közötti időszakban.
- H2: Magasabb profitabilitás és fedezeti érték esetén az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés magasabb.
- H3: Magasabb ESG-teljesítmény esetén az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés alacsonyabb.

### 3 Módszertan

#### 3.1 Becsült modellek és a változók bemutatása

Az 1. táblázat az elemzési keretrendszerünkben szereplő változók konceptuális és operacionalizálását mutatja be. A változók az ESG-teljesítményt, a piaci és könyv szerinti tőkeáttételt, valamint azokat a vállalati jellemzőket definiálják, amelyek mentén az arany metszés szerinti tőkestruktúra alkalmazásának differenciálására számíthatunk. A tanulmányban azokat a vállalati jellemzőket vizsgáltuk, amelyek a tőkeszerkezet elméleti irodalmában és az empirikus modellekben a leggyakrabban szerepelnek a megcélzott tőkeáttétel meghatározásánál. Frank és Goyal (2009) és Öztekin (2015) elemzése szerint a méret, a fedezeti érték, a profitabilitás tekinthető a tőkeáttétel legrobustabb determinánsainak. Célunk volt, hogy a szakirodalomban kipróbált, robusztus magyarázó változókat használjunk. Más mutatók is felmerültek a piaci értékeltetés, a likviditás vagy a profitabilitás területén, de ezek végül a multikollinearitás miatt nem kerültek be a modellekbe.

Az ESG-pontszámot és az egyes ESG-pillérek pontszámait 0-tól 100-ig terjedő numerikus skálán számszerűsítjük. A piaci tőkeáttétel a hitelállomány és a hitelállomány, valamint a piaci kapitalizáció összegének hányadosaként kerül kiszámításra. A könyv szerinti tőkeáttételt a hitelállomány és a hitelállomány, valamint a saját tőke összegének hányadosaként definiáljuk. A jövedelmezőség az adózás és kamatfizetés előtti eredmény (*EBIT*) és az összes eszköz arányaként kerül mérésre. A fedezeti érték a tárgyi eszközök és az összes eszköz arányát jelenti. Az értékcsökkenés és az összes eszköz hányadosa a nem adóssággal kapcsolatos adópajzs (non-debt tax shield) proxyja. A mutató azt ragadja meg, hogy a vállalat mekkora, adóalapot csökkentő, de nem finanszírozásból eredő számviteli leírást realizál. A vállalatméretet az összes eszköz természetes logaritmusaként határozzuk meg.

Változó	Definíció
$ESG_{i,t}$	ESG-pontszám
$ENV_{i,t}$	Környezeti pillér pontszáma
$SOC_{i,t}$	Társadalmi pillér pontszáma
$GOV_{i,t}$	Irányítási pillér pontszáma
$MLEV_{i,t} = \frac{Hitelállomány_{i,t}}{Hitelállomány_{i,t} + Piaci\ kapitalizáció_{i,t}}$	Piaci tőkeáttétel
$BLEV_{i,t} = \frac{Hitelállomány_{i,t}}{Hitelállomány_{i,t} + Saját\ tőke_{i,t}}$	Könyv szerinti tőkeáttétel
$PROF_{i,t} = \frac{EBIT_{i,t}}{M\ érlel\ g\ ö\ s\ s\ z\ e\ g_{i,t}}$	A vállalat jövedelmezősége, amelyet az üzemi eredmény és az összes eszköz arányaként mérünk
$FED_{i,t} = \frac{Tárgyi\ eszközök_{i,t}}{M\ érlel\ g\ ö\ s\ s\ z\ e\ g_{i,t}}$	A vállalat fedezeti értéke, amelyet a tárgyi eszközök, valamint az összes eszköz arányaként mérünk
$AP_{i,t} = \frac{Értékcsökkenés_{i,t}}{M\ érlel\ g\ ö\ s\ s\ z\ e\ g_{i,t}}$	A vállalat eszközállományához viszonyított értékcsökkenési leírás mértékét fejezi ki, és a nem adósság jellegű adópajzsok széles körben alkalmazott proxyja.
$MERET_{i,t} = \ln(M\ érlel\ g\ ö\ s\ s\ z\ e\ g_{i,t})$	A vállalat mérete, amelyet az összes eszköz természetes logaritmusával mérünk

1. táblázat. A változók definiálása,  $i$  vállalat esetében a  $t$  üzleti évben

Az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés és a vállalati jellemzők kapcsolatának vizsgálatához vegyes hatású lineáris modelleket (mixed effects linear models, MLM) alkalmazunk. Ezek a modellek egyszerre tartalmaznak fix és véletlen hatásokat, és lehetővé teszik a hierarchikus vagy csoportosított adatok (pl. ismételt mérések, paneladatok) elemzését. Míg a vállalati minták esetében a panelmodellek sokszor felnagyítják a hatások szignifikanciáját, köszönhetően annak, hogy nem teljesül a megfigyelések függetlensége, addig a vegyes hatású modellekkel ez a probléma kezelhetővé válik. Amennyiben a csoporton belüli korrelációs együttható (ICC) magas, úgy a vegyes hatású modellekben indokolttá válik a csoport szintű véletlen hatások modellezése.

A (2) egyenletben a piaci/könyv szerinti tőkeáttétel (*LEV*) arany metszés arányaihoz (*GRL*) viszonyított abszolút eltérését (*LEV DIF*) egy lineáris trend (*TREND*), és olyan vállalati jellemzők, mint az ESG-teljesítmény (*ESG*), profitabilitás (*PROF*), fedezeti érték (*FED*), nem adóssággal kapcsolatos adópajzsz (*AP*), vállalat méret (*MERET*), az iparági besorolás (*IPARAG*) és földrajzi elhelyezkedés (*REGIO*) magyarázzák.  $i$  a vállalatokat, míg  $t$  az üzleti éveket indexálja. Adeneye et al. (2022) és Dang (2013) munkáiban is hasonló vállalati jellemzők bevonásával határozzák meg a vállalatok megcélzott tőkeáttételét. Az egyenletben az ESG-teljesítmény logaritmus szerepel, és bemutatunk olyan modelleket is, ahol a pontszám helyett a pillérek logaritmusát szerepeltetjük. Az egyenletben véletlen hatásokat a tengelymetszet és a lineáris trend esetében szerepeltetünk. A többi változó esetében csak a fix hatásokat becsüljük meg. A vizsgálatok robusztussága érdekében más modellstruktúrák is becslése kerülnek, amelyekben a bevont magyarázó változók, valamint fix és véletlen hatások váltakoznak. A modellben  $\beta_{0,i}$ ,  $\beta_{1,i}$  a csoportonként (vállalatonként) különböző paramétereket jelölik.  $\gamma_{0,0}$ ,  $\gamma_{1,0}$  a  $\beta$  paraméterek fix hatásokat leíró komponensei, amelyek a teljes mintára vonatkozó átlagos hatást számszerűsítik.  $u_{0,i}$ ,  $u_{1,i}$  a vállalati szintű véletlen hibakomponensek, amelyek a  $\beta$ -k fix hatásoktól mért eltéréseit adják meg.

$$\begin{aligned} LEVDIF_{i,t} = & \beta_{0,i} + \beta_{1,i} \cdot TREND_t + \beta_2 \cdot \ln(ESG_{i,t}) + \beta_3 \cdot PROF_{i,t} + \\ & + \beta_4 \cdot FED_{i,t} + \beta_5 \cdot AP_{i,t} + \beta_6 \cdot MERET_{i,t} + \beta_7 \cdot IPARAG_i + \\ & + \beta_8 \cdot REGIO_i + \epsilon_{i,t}, \end{aligned} \quad (2)$$

ahol  $LEV DIF_{i,t} = |LEV_{i,t} - GRL|$ ,  $\beta_{0,i} = \gamma_{0,0} + u_{0,i}$  és  $\beta_{1,i} = \gamma_{1,0} + u_{1,i}$ .

A vegyes hatású modellek becslése során korlátozott maximum likelihood (Restricted Maximum Likelihood, REML) becslést használunk. Ez a módszer a véletlen hatások varianciáját pontosabban becsli, különösen kis minták esetén. A REML becslés során a fix hatások kiszűrésével először a véletlen hatások varianciáját becsüljük, majd ezek alapján számítjuk ki a fix hatások koefficienseit. A vegyes hatású lineáris modellek becsléséhez az lme4 R-csomagot használtuk (Bates et al., 2015).

## 3.2 Minta és leíró statisztikák

A jelen tanulmányhoz kiválasztott minta európai és amerikai tőzsdén jegyzett vállalatokat foglal magában. A mintába kerülés feltétele volt, hogy

a vállalatok minden üzleti évben rendelkezzenek környezeti, társadalmi és vállalatiirányítási (ESG) pontszámokkal, valamint pénzügyi adatokkal, amelyek az LSEG Data & Analytics adatbázisból származnak. Az adatgyűjtés időszaka a 2019 és 2023 közötti üzleti évekre terjed ki. A vizsgálati időszak kijelölése során két szempontot vettünk figyelembe. Egyrészt a rendelkezésre álló legfrissebb, megbízható és összehasonlítható pénzügyi és ESG-adatok elérhetőségét; másrészt a globális gazdasági és szabályozási környezet jelentős átalakulását, amely érdemben befolyásolhatta a vállalati tőkeszerkezeti döntéseket. A 2019-es év kiindulópontként szolgált, mivel az ESG-adatközlés ezen időszakban vált egyre szélesebb körben elérhetővé és strukturáltabbá a nemzetközi adatbázisokban. A 2020–2021-es időszakot a COVID-19 járvány és annak gazdasági következményei (pl. fiskális és monetáris élénkítő programok, hitelpiaci beavatkozások) jellemezték, amelyek érzékelhetően hatottak a vállalatok finanszírozási szerkezetére. A 2022–2023-as éveket olyan globális bizonytalansági tényezők (pl. inflációs sokk, kamatemelések, geopolitikai feszültségek) szöttek át, amelyek újraértékelték a vállalatok tőkeszerkezeti és kockázatkezelési stratégiáit. Ezekben az években jelentős előrelépés történt az ESG-szabályozásban is, különösen Európában, ami új elvárásokat és ösztönzőket teremtett a vállalatok számára a fenntarthatósági szempontok beépítésére a finanszírozási döntésekbe. A vizsgált öt év egy olyan dinamikus és kihívásokkal teli időszakot fed le, amelyben a vállalati viselkedés – főként a tőkeszerkezet és az ESG kapcsolatának vizsgálata – különösen relevánssá vált. Ebben a turbulens időszakban felértékelődnek azok a vállalati konfigurációk, amelyek javíthatják a piaci megítélést és mérsékelhetik a bizonytalanságot.

A vizsgált alapsokaság meghatározásánál az Amerikai Egyesült Államokban (USA), az Európai Unió (EU) 27 tagországában és az Egyesült Királyságban (UK) jegyzett vállalatokat vettük figyelembe a jegyzés helye szerint. A populációt ágazatok szerint is szűkítettük. Kizárólag olyan ágazatokat (NAICS besorolás szerint) vettünk figyelembe a populációban, amelyek hagyományosan gyártási, kereskedelmi vagy szolgáltatási profilúak, míg olyan iparágakat, mint a mezőgazdaság, bányászat, ingatlan, pénzügy, biztosítás és közműszolgáltatás, kizártuk. Az ágazati kizárások célja a minta homogenitásának növelése volt. A mezőgazdaság és a bányászat erős természeti és árupiaci kitettsége, míg a pénzügyi, biztosítási, ingatlanpiaci és közműszektor sajátos üzleti modelljei, számviteli sajátosságai és szabályozottsága miatt ezen ágazatok mutatói nem hasonlíthatók közvetlenül a gyártási, kereskedelmi és szolgáltatási profilú vállalatokéhoz. A populáció így 11 ágazat vállalatait foglalja magában. Az alapsokaság meghatározásánál az LSEG Data & Analytics lefedettségét vettük alapul, amely szerint 11072 tőzsdén jegyzett vállalat tartozik a meghatározott alapsokaságba.

A mintaképzés során az alábbi kiválasztási szempontokat alkalmaztuk:

- Kizárólag azok a vállalatok kerültek be a mintába, amelyek a vizsgált időszak minden pénzügyi évére rendelkeznek ESG-pontszámmal és a szükséges pénzügyi adatokkal.
- Továbbá kizárólag olyan vállalatokat vontunk be az elemzésbe, amelyek

üzleti éve december végén zárul, és amelyek piaci kapitalizációja, saját tőkéje, árbevétele, eszközállománya és adósságállománya mind pozitív értéket vesz fel. Ennek megfelelően elemzésünk csak a ténylegesen eladósodott vállalatokra terjed ki.

Az alkalmazott szelekciós kritériumok biztosítják a pénzügyi mutatók értelmezhetőségét és az adatok kiegyensúlyozott paneladat-állományba rendezését. A kiegyensúlyozott paneladat-állomány alkalmazása lehetővé teszi, hogy az időben nem véletlenszerűen bővülő minta esetében az ESG-mutatók és a pénzügyi adatok időben konzisztensen mérhetők és összehasonlíthatók legyenek. A december végi üzleti év feltétel biztosítja a különböző üzleti év-végekből fakadó szezonális és időzítési eltérések minimalizálását és a piaci kapitalizáció kiigazítását. A pozitív értékfeltételek a pénzügyi mutatók értelmezhetőségét és a nem szokványos vállalati helyzetek kiszűrését segítik elő. Az adatok elérhetőségére és a pénzügyi mutatók értelmezhetőségére vonatkozó szelekciós kritériumoknak köszönhetően a mintával csak az ESG-minősítéssel rendelkező és tőkeáttételt használó vállalatokat tudjuk vizsgálni és jellemezni. Rájuk tudjuk vonatkoztatni a következtetéseinket.

A szelekciós kritériumoknak köszönhetően a meghatározott alapsokasághoz viszonyítva a minta ágazati és régiós struktúrája is átalakult. A meghatározott alapsokaság és minta ágazati és régiós megoszlását a 2. táblázatban mutatjuk be. A kiválasztási kritériumok szerint a 11072 elemű alapsokaságból összesen 856 tőzsdén jegyzett vállalatot tudtunk vizsgálni 5 éven keresztül, ami egy 8%-os mintavételt jelent és összesen 4280 üzleti évet foglal magában. A minta 487 vállalatot tartalmaz a feldolgozóiparból, 112-t a szolgáltató szektorból, 98-at a kereskedelmi szektorból, 48-at az építőiparból, 77-et az információs technológiai szektorból és 34-et a szállítás-raktározásból. Földrajzi bontásban a minta 346 vállalatot foglal magában Európai Unióból, 428-at az Egyesült Államokból és 82-t az Egyesült Királyságból. A vegyes hatású modellek esetén a klaszterek számának növekedésével a statisztikai erő is növekszik, így a 856 vállalat 5 üzleti évet tartalmazó minta lehetővé teszi a vizsgált modellek becslését.

Szektor, régió	Alap- sokaság	Minta	Elvárás	Populáció arányok (%)	Minta arányok (%)	Elvárt arányok (%)	Eltérés (%)	Minta- nagyság (%)
Építőipar	464	48	36	4	6	4	34	10
Információs tech.	1960	77	152	18	9	18	-49	4
Feldolgozóipar	4464	487	345	40	57	40	41	11
Szolgáltatások	2796	112	216	25	13	25	-48	4
Kereskedelem	1056	98	82	10	11	10	20	9
Szállítás, rakt.	332	34	26	3	4	3	32	10
EU	4187	346	324	38	40	38	7	8
UK	676	82	52	6	10	6	57	12
USA	6209	428	480	56	50	56	-11	7
Összesen	11072	856	856	100	100	100	0	8

2. táblázat. A meghatározott alapsokaság és a minta ágazati és régiós megoszlása

A 2. táblázatban jól látható, hogy az alapsokaság és minta ágazati és régiós megoszlása több esetben különbözik. A khi-négyzet próbák is jól

jelzik, hogy az ágazati megoszlásban ( $\chi^2 = 168,27$ ,  $df = 5$ ,  $p$ -érték  $< 0,001$ ) és a régiós megoszlásban ( $\chi^2 = 26,11$ ,  $df = 2$ ,  $p$ -érték  $< 0,001$ ) szignifikáns különbségeket találhatunk. Az eltérések oszlop esetében jól látható, hogy a várt megfigyelésszámhoz viszonyítva az ágazati megoszlásban a feldolgozóipar (+41%), az építőipar (+34%), a kereskedelem (+20%) és a szállítás és raktározás szektor (+32%) felülreprezentált, míg az információs technológia (-49%) és a szolgáltatások (-48%) alulreprezentált. A régiós megoszlást tekintve az Egyesült Királyság (+57%) tolja el az arányokat. Az ágazati és régiós mintanagyság is hasonló mintázatot mutat. Az ágazati és régiós megoszlásokban megfigyelhető informatív mintavételi torzítások az ESG-adatok elérhetőségére, a vállalatok eladósodottságára és az üzleti évek kiigazítására vezethető vissza. Az ebből fakadó szelekciós torzítást a modellekben ágazati, régiós, méret- és ESG-kontrollváltozók bevonásával kezeljük.

Elemzésünkben abból indulunk ki, hogy a vállalatok – bár nem tudatosan – a tőkeáttételt fokozatosan az arany metszés reciprokának hatványai által meghatározott fontos szintekhez igazítják, így a hatványokhoz viszonyított abszolút eltérés csökken. Ennek megfelelően a tőkeáttétel önhasonló, strukturálisan szerveződő módon igazodik az egyensúlyi arányokhoz. Ha az egyéni döntések kollektívan az egyensúlyi arányok szerint rendeződnek, akkor az adatállomány esetében megfigyelt centrális tendenciákból kiindulva tudjuk azonosítani a tőkeáttétel esetében releváns egyensúlyi arányokat. A szakirodalomban több mutató esetében is vizsgálták az egyensúlyi arányok megjelenését, ami több mutatószám esetében, több szinten is megerősítette az önhasonló struktúrában szerveződő döntési folyamatokat.

Ulbert et al. (2022) a saját tőke és az összes eszköz arányát hasonlították össze a 38,2%-os Fibonacci-szinttel, és arra jutottak, hogy az arany metszés szerinti tőkeszerkezet kedvező hatással van a vállalatok pénzügyi teljesítményére és piaci elfogadottságára, különösen az Egyesült Államokban és a szolgáltató szektorban. Az általuk vizsgált tőkeszerkezeti mutató szélesebb értelemben vett arányt képvisel, mivel minden kötelezettséget figyelembe vesz, így magasabb adósságrátákat is igazol. Amin és Cek (2023) ugyanazt a könyv szerinti tőkeáttételi rátát alkalmazták, mint jelen tanulmány, és a 61,8%-os szinttel hasonlították össze, azonban az Egyesült Királyságban és Franciaországban ellentmondásos eredményeket kaptak.

Különböző pénzügyi mutatók esetében különböző egyensúlyi arányok lehetnek relevánsak, attól függően, hogy strukturálisan hogyan viszonyulnak egymáshoz. A tőkeáttétel esetében az eladósodottsági mutatóhoz képest a szűkebb definíciónak köszönhetően alacsonyabb egyensúlyi arány lehet releváns. Ugyanez a helyzet a piaci és könyv szerinti tőkeáttételi mutatók esetében, ahol a saját tőke piaci értéke miatt a piaci tőkeáttétel esetében egy strukturálisan alacsonyabb arány lehet jellemző. Célunk annak bemutatása, hogy a döntésekben megjelenik ez az arányosságra törekvés, amely önhasonló struktúrák kialakulásához vezet.

Változó	Üzleti év	Átlag	Szórás	Megfigyelések száma	Különbség
<i>BLEV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	FY2019	0,3898	0,2095	856	0,0078 (1,0864)
	FY2020	0,3914	0,2038	856	0,0094 (1,3513)
	FY2021	0,3710	0,1967	856	-0,0110 (-1,6332)
	FY2022	0,3719	0,1943	856	-0,0101 (-1,5273)
	FY2023	0,3660	0,1954	856	-0,0160** (-2,4014)
<i>MLEV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	FY2019	0,1966	0,1615	856	-0,0394*** (-7,1392)
	FY2020	0,1994	0,1691	856	-0,0366*** (-6,3229)
	FY2021	0,1720	0,1464	856	-0,0640*** (12,7885)
	FY2022	0,2088	0,1606	856	-0,0272*** (-4,9563)
	FY2023	0,2040	0,1641	856	-0,0320*** (-5,7126)

\*\*\**p* < 0,01; \*\**p* < 0,05; \**p* < 0,1

3. táblázat. A tőkeáttétel aranymetszéséhez viszonyított eltérései az üzleti évek szerint

A releváns egyensúlyi arányok meghatározásához a mintában szereplő vállalatok átlagos piaci és könyv szerinti tőkeáttételét hasonlítjuk össze az aranymetszés reciprokának hatványaival. A 3. táblázat az üzleti évek átlagos piaci és könyv szerinti tőkeáttételét mutatja be, valamint rámutat azok eltéréseire az aranymetszés által meghatározott szintektől. Az átlagos tőkeáttételi értékek alapján a piaci tőkeáttételt a 23,6%-os ( $1/\varphi^3$ ), a könyv szerinti tőkeáttételt pedig a 38,2%-os ( $1/\varphi^2$ ) szinttel hasonlítjuk össze. A könyv szerinti tőkeáttétel esetében többnyire nem találunk szignifikáns eltéréseket a 38,2%-os szinttől. Ezzel ellentétben a piaci tőkeáttétel esetében a 23,6%-os szinthez viszonyított eltérések minden esetben szignifikánsak.

Változó	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum	Megfigyelések száma
<i>BLEV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,3780	0,2002	0,0000	0,3778	0,9964	4280
<i>BLEVDIF</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,1623	0,1172	0,0000	0,1395	0,6144	4280
<i>MLEV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,1962	0,1610	0,0000	0,1572	0,9944	4280
<i>MLEVDIF</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,1371	0,0933	0,0000	0,1269	0,7584	4280
<i>ESG</i> <sub><i>i,t</i></sub>	56,7588	16,7845	7,3062	58,1504	94,6775	4280
<i>ENV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	54,0631	23,8335	0,5721	56,6541	98,4180	4280
<i>SOC</i> <sub><i>i,t</i></sub>	62,8020	20,5052	0,7192	64,8571	97,9686	4280
<i>GOV</i> <sub><i>i,t</i></sub>	58,9314	20,8644	2,9768	61,6090	97,8802	4280
<i>MERET</i> <sub><i>i,t</i></sub>	22,2803	1,5767	16,3443	22,1901	27,2198	4280
<i>AP</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,0394	0,0235	0,0004	0,0350	0,2987	4280
<i>PROF</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,1073	0,0918	-0,1921	0,0904	2,4245	4280
<i>FED</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,2268	0,1689	0,0016	0,1803	0,9036	4280

4. táblázat. Az üzleti évek leíró statisztikái

A 4. táblázat az elemzésünkben használt változók leíró statisztikáit mutatja be. Az *ESG* az összesített ESG-pontszámot jelöli, az *ENV* a környezeti

pillér pontszámát, a *SOC* a társadalmi pillér pontszámát, míg a *GOV* a vállalatirányítási pillér pontszámát. Az *MLEV* a piaci tőkeáttételt, a *BLEV* a könyv szerinti tőkeáttételt, a *PROF* a jövedelmezőséget, a *MERET* a vállalatméretet, az *AP* az adóalapot csökkentő, de nem finanszírozásból eredő számviteli leírások nagyságát, míg a *FED* az eszközök fedezeti értékét méri. Az *MLEVDIF* a piaci tőkeáttétel és a kiválasztott Fibonacci-szint (23,6%) közötti abszolút eltérést fejezi ki, míg a *BLEVDIF* a könyv szerinti tőkeáttétel és a Fibonacci-szint (38,2%) közötti abszolút eltérés mértékét mutatja. Az *i* és *t* indexek rendre a vállalatokat és az üzleti éveket jelölik. Látható, hogy a vizsgált mintában a könyv szerinti tőkeáttétel átlaga 37,8% nem tér el túlzottan a 38,2%-os Fibonacci-szinttől, míg a piaci tőkeáttétel esetében az átlag 19,6%, és a különbség a 23,6%-os szinthez viszonyítva nagyobb. A vállalati jellemzőket tekintve az átlagos profitabilitás 10,7%, a fedezeti érték átlaga 22,7%, míg a nem adóssághoz kapcsolódó számviteli leírások átlaga 3,9%.

## 4 Eredmények

### 4.1 Az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés időbeli változása

A hipotéziseink vizsgálata érdekében elsőként a tőkeáttétel arany metszéshez viszonyított abszolút eltéréseinek időbeli alakulását vizsgáltuk meg a 2019 és 2023 közötti időszakban. Az 5. táblázatban a (0) modell a tengelymetszethez kapcsolódó véletlen hatást mutatja be. Míg az (1) modell esetében a lineáris trend (*TREND*) fix hatásként jelenik meg, addig a (2) modellben a lineáris trendhez kapcsolódó véletlen hatásokat is figyelembe vesszük. A könyv szerinti tőkeáttétel esetében (*BLEVDIF*) a (0) modellben az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés átlagosan 16,2%, amitől a vállalatok átlagosan  $\sigma_{\beta_{0,i}} = 10,1\%$ -kal térnek el. Az (1) modellben a lineáris trendhez tartozó negatív, szignifikáns fix hatás arra utal, hogy az abszolút eltérés évente 3 bázisponttal csökkent a vizsgált időszakban. A (2) modell rámutat, hogy a trend változó paraméteréhez kapcsolódó szórás 2,4%. Ez arra utal, hogy lineáris trend vállalatok közötti szóródása a fix hatáshoz képest számottevő. Az abszolút eltérés egyes vállalatok esetében nagyobb mértékben csökkent, míg egyes esetekben inkább emelkedett. A piaci tőkeáttétel (*MLEVDIF*) esetében hasonló hatásokat figyelhetünk meg. A modellek magyarázóerejét tekintve a fix hatások magyarázóereje alacsony, de a véletlen hatások hozzájárulása számottevő, így a modellek a variancia 70-80%-át meg tudják magyarázni. A csoporton belüli korrelációs együttható (*ICC*) 0,7-0,8 között változik, ami indokolttá teszi a véletlen hatások becslését. Az átlagos négyzetes hiba gyöke (*RMSE*) 4-5% körül mozog, utalva a megfigyelt és a modell által becsült abszolút eltérések átlagos különbségeire. Az elemzésből kiderül, hogy a vizsgált időszakban az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés csökkent. A vállalatok az arany metszés szerinti tőkestruktúra irányába mozdultak el. Megjelenik az arányosságra törekvés a finanszírozási döntésekben.

	$BLEVDIF_{i,t}$			$MLEVDIF_{i,t}$		
	(0)	(1)	(2)	(0)	(1)	(2)
$\gamma_{0,0}$	0,162*** (0,004)	0,171*** (0,004)	0,171*** (0,005)	0,137*** (0,003)	0,142*** (0,003)	0,142*** (0,004)
$TREND_t$		-0,003*** (0,001)	-0,003*** (0,001)		-0,002** (0,001)	-0,002* (0,001)
$\sigma_{\beta_{0,i}}$	0,101	0,101	0,127	0,077	0,077	0,096
$\sigma_{\beta_{1,i}}$			0,024			0,019
$\rho(\beta_{0,i}, \beta_{1,i})$			-0,594			-0,581
$\sigma_\varepsilon$	0,060	0,060	0,047	0,053	0,053	0,044
Megfigyelések száma	4280	4280	4280	4280	4280	4280
$R^2$ (fix hatások)	0,000	0,001	0,001	0,000	0,001	0,001
$R^2$ (feltételes)	0,736	0,737	0,838	0,680	0,680	0,783
ICC	0,7	0,7	0,8	0,7	0,7	0,8
RMSE	0,05	0,05	0,04	0,05	0,05	0,04

\* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

5. táblázat. Az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérés időbeli változása

## 4.2 Vállalati jellemzők hatása az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérésre

A 6. táblázatban a vállalati jellemzők hatásait mutatjuk be az arany metszéshez viszonyított abszolút eltérésre. A (3) modellben a tengelymetszethez kapcsolódó véletlen hatást szerepeltetjük. A (4) és (5) modellben a lineáris trendhez kapcsolódó véletlen hatás is bevonásra kerül. A vállalati jellemzők esetében a fix hatásokat becsüljük meg. A modellekben a tengelymetszethez tartozó fix hatás megnövekedett, 20% és 28% között váltakozik. A kapcsolódó véletlen hatások 8% és 13% között váltakoznak. A lineáris trendet tekintve a csökkenés továbbra is megfigyelhető, és a véletlen hatáshoz tartozó szórás mértéke sem változott. A vállalati jellemzők vonatkozásában az ESG logaritmusához negatív szignifikáns fix hatások tartoznak. Ez arra utal, hogy a magasabb ESG-teljesítménnyel rendelkező vállalatok esetében a tőkeáttétel arany metszéshez viszonyított abszolút eltérése is alacsonyabb. Az ESG-hez kapcsolódó hatásokhoz a könyv szerinti tőkeáttétel esetén 1% alatti szignifikanciaérték tartozik a (4) és (5) modellekben, míg a piaci tőkeáttétel esetében a hatás csak 10%-os szignifikanciaszinten értelmezhető. A profitabilitás és a fedezeti érték esetében pozitív hatások figyelhetők meg, míg a nem adóssághoz kapcsolódó számviteli leírások esetében negatív a kapcsolat. Az építőiparhoz viszonyítva az IT szektorban, a szállítás és raktározás esetében és a szolgáltatásoknál magasabb eltéréseket figyelhetünk meg. A regionális különbségeket tekintve a piaci tőkeáttétel esetében az Európai Unióhoz képest az Egyesült Államokban és az Egyesült Királyságban kisebbek az eltérések. A bevont kontrollváltozók jól reflektálnak az informatív mintavételből fakadó torzításokra. A kulcsváltozók hatása szignifikáns marad. A véletlen hatások hozzájárulása ezekben a modellekben is számottevő, valamint az ICC is 0,7–0,8 között váltakozik, így a véletlen hatások bevonása indokolt.

	$BLEVDIF_{i,t}$			$MLEVDIF_{i,t}$		
	(3)	(4)	(5)	(3)	(4)	(5)
$\gamma_{0,0}$	0,256*** (0,049)	0,283*** (0,050)	0,267*** (0,052)	0,204*** (0,039)	0,207*** (0,040)	0,227*** (0,041)
$TREND_t$	-0,003*** (0,001)	-0,003*** (0,001)	-0,003*** (0,001)	-0,001** (0,001)	-0,001* (0,001)	-0,002* (0,001)
$\ln(ESG_{i,t})$	-0,010* (0,006)	-0,015*** (0,006)	-0,015*** (0,006)	-0,008* (0,005)	-0,009* (0,005)	-0,011* (0,005)
$MERET_{i,t}$	-0,003 (0,002)	-0,003 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,001 (0,002)
$PROF_{i,t}$	0,109*** (0,021)	0,074*** (0,019)	0,072*** (0,019)	0,064*** (0,018)	0,051*** (0,017)	0,054*** (0,017)
$FED_{i,t}$	0,035* (0,019)	0,033* (0,019)	0,038* (0,021)	0,056*** (0,016)	0,052*** (0,016)	0,057*** (0,017)
$AP_{i,t}$	-0,214* (0,118)	-0,225* (0,117)	-0,306** (0,123)	-0,240** (0,098)	-0,225** (0,098)	-0,405*** (0,103)
IT			0,034* (0,019)			0,034** (0,015)
Feldolgozóipar			0,004 (0,016)			-0,011 (0,012)
Szolgáltatások			0,042** (0,018)			-0,004 (0,014)
Kereskedelem			-0,002 (0,019)			-0,001 (0,014)
Szállítás, rakt.			0,049** (0,025)			0,018 (0,019)
UK			0,024* (0,013)			-0,027*** (0,010)
USA			0,002 (0,008)			-0,027*** (0,006)
$\sigma_{\beta_{0,i}}$	0,099	0,126	0,124	0,077	0,095	0,094
$\sigma_{\beta_{1,i}}$		0,024	0,024		0,019	0,019
$\rho(\beta_{0,i}, \beta_{1,i})$		-0,600	-0,601		-0,575	-0,587
$\sigma_{\varepsilon}$	0,060	0,047	0,047	0,053	0,043	0,043
Megfigyelések száma	4280	4280	4280	4280	4280	4280
$R^2$ (fix hatások)	0,015	0,012	0,035	0,016	0,013	0,047
$R^2$ (feltételes)	0,736	0,837	0,838	0,685	0,784	0,785
ICC	0,7	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8
RMSE	0,05	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04

\* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

6. táblázat. Vállalati jellemzők hatása az aranyfémzéshez viszonyított abszolút eltérésre

### 4.3 Az ESG-pillérek hatása az aranyfémzéshez viszonyított abszolút eltérésre

A 7. táblázatban az ESG-pillérek hatását mutatjuk be az aranyfémzéshez viszonyított abszolút eltérés vonatkozásában. A (6), (7) és (8) modellekben a tengelymetszethez és a lineáris trendhez kapcsolódó véletlen hatásokat szerepeltetjük. A vállalati jellemzők esetében a fix hatásokat becsüljük meg. A modellekben a tengelymetszethez tartozó fix hatás megnövekedett, 19% és 28% között váltakozik. A kapcsolódó véletlen hatások 9,5% és 13% között váltakoznak. A lineáris trendet tekintve a csökkenés továbbra is megfigyelhető, és a paraméterhez tartozó szórás mértéke nem változott. Az ESG-pillérek vonatkozásában egyedül a vállalatirányítási pillérenél figyelhetünk meg szignifikáns negatív hatást a könyv szerinti tőkeáttétel esetében. Ez arra

utal, hogy az ESG-teljesítmény és a tőkeáttétel aranymetszéshez viszonyított abszolút eltéréseinek kapcsolatát a vállalatirányításhoz kapcsolódó fenntarthatósági kérdések magyarázzák, a kapcsolat a stabil vállalatirányítás percepciójából eredeztethető. Az egyidejű kapcsolat vizsgálata a szignálmechanizmuson keresztül magyarázza meg, hogy a jobb ESG-teljesítmény és az aranymetszés szerinti tőkeszerkezet egymáshoz hasonló, pozitív jelzéseként funkcionálnak a befektetők számára.

A piaci tőkeáttétel esetében az ESG-pillérekhez kapcsolódó fix hatások nem szignifikánsak. A profitabilitás és a fedezeti érték esetében pozitív hatások figyelhetők meg, míg a nem adóssághoz kapcsolódó számviteli leírások esetében negatív a kapcsolat. A véletlen hatások hozzájárulása ezekben a modellekben is számottevő, valamint az *ICC* továbbra is 0,7-0,8 között váltakozik, így a véletlen hatások bevonása indokolt.

	<i>BLEVDIF</i> <sub><i>i,t</i></sub>			<i>MLEVDIF</i> <sub><i>i,t</i></sub>		
	(6)	(7)	(8)	(6)	(7)	(8)
$\gamma_{0,0}$	0,246*** (0,049)	0,257*** (0,049)	0,275*** (0,049)	0,186*** (0,038)	0,189*** (0,039)	0,195*** (0,039)
<i>TREND</i> <sub><i>t</i></sub>	-0,003*** (0,001)	-0,003*** (0,001)	-0,003*** (0,001)	-0,001* (0,001)	-0,002* (0,001)	-0,001* (0,001)
$\ln(ENV_{i,t})$	-0,005 (0,003)			-0,001 (0,003)		
$\ln(SOC_{i,t})$		-0,006 (0,006)			-0,001 (0,005)	
$\ln(GOV_{i,t})$			-0,011*** (0,004)			-0,003 (0,004)
<i>MERET</i> <sub><i>i,t</i></sub>	-0,003 (0,002)	-0,003 (0,002)	-0,003 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,002 (0,002)	-0,002 (0,002)
<i>PROF</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,074*** (0,019)	0,073*** (0,019)	0,073*** (0,019)	0,050*** (0,017)	0,050*** (0,017)	0,050*** (0,017)
<i>FED</i> <sub><i>i,t</i></sub>	0,035* (0,019)	0,035* (0,019)	0,033* (0,019)	0,054*** (0,016)	0,054*** (0,016)	0,053*** (0,016)
<i>AP</i> <sub><i>i,t</i></sub>	-0,224* (0,118)	-0,231** (0,117)	-0,221* (0,117)	-0,228** (0,098)	-0,229** (0,098)	-0,227** (0,098)
$\sigma_{\beta_{0,i}}$	0,126	0,126	0,126	0,095	0,095	0,095
$\sigma_{\beta_{1,i}}$	0,023	0,023	0,023	0,019	0,019	0,019
$\rho(\beta_{0,i}, \beta_{1,i})$	-0,598	-0,599	-0,598	-0,575	-0,575	-0,576
$\sigma_{\varepsilon}$	0,047	0,047	0,047	0,043	0,043	0,043
Megfigyelések száma	4280	4280	4280	4280	4280	4280
$R^2$ (fix hatások)	0,011	0,011	0,012	0,012	0,012	0,012
$R^2$ (feltételes)	0,837	0,837	0,837	0,785	0,785	0,784
ICC	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
RMSE	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04

\* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

7. táblázat. Az ESG-pillérek hatása az aranymetszéshez viszonyított abszolút eltérésre

## 5 Robusztusság vizsgálatok

Az eredmények robusztusságának vizsgálata során elemeztük, hogy a négyzetes eltérések esetében is ugyanezeket az eredményeket kapjuk-e, valamint számít-e, hogy milyen irányú az eltérés. A modellekben a  $D_{poz}$  dummy

változó az aranyfémzés által meghatározott arányokhoz viszonyított pozitív eltéréseket jelöli. Továbbá bevezetjük a  $BLEVDIFS_{i,t}$  és az  $MLEVDIFS_{i,t}$  eredményváltozókat, amelyek az abszolút eltérés helyett a négyzetes eltérést mérik. A 8. táblázatban a (9), (10), (11) modellekben mind az abszolút, mind a négyzetes eltérések esetében csökkenő trendet figyelhetünk meg az eltérésekben. A (9) modellben az (5) modellt egészítjük ki a pozitív eltéréseket jelölő dummy változó és az ESG-teljesítmény kereszthatásával. Azt feltételezzük, hogy az eltérés előjele hatással van az ESG-teljesítmény és az aranyfémzéshez viszonyított abszolút eltérés kapcsolatára. A könyv szerinti tőkeáttételt vizsgálva az ESG-teljesítmény esetében a hatás negatív marad, míg a kereszthatás esetében a hatás nem szignifikáns. Ebből arra következtethetünk, hogy az eltérés előjele nincs hatással az ESG-teljesítmény és az aranyfémzéshez viszonyított eltérés kapcsolatára. A (10) és (11) modellben a négyzetes eltérés esetén is szignifikánsak maradnak a hatások. A piaci érték esetében számít az előjel. A pozitív eltérések esetében az ESG hatása is pozitívba vált. A négyzetes eltérések esetében az ESG-teljesítmény hatása nem szignifikáns. Amíg a könyv szerinti tőkeáttétel esetében igazolható az eredmények robusztussága, addig a piaci tőkeáttétel esetében a hatások nem robusztusak.

	$BLEVDIF_{i,t}$ (9)	$BLEVDIFS_{i,t}$ (10)	$BLEVDIFS_{i,t}$ (11)	$MLEVDIF_{i,t}$ (9)	$MLEVDIFS_{i,t}$ (10)	$MLEVDIFS_{i,t}$ (11)
$\gamma_{0,0}$	0,257*** (0,052)	0,080*** (0,022)	0,078*** (0,023)	0,279*** (0,032)	0,191*** (0,019)	0,189*** (0,019)
$TREND_t$	-0,003*** (0,001)	-0,001*** (0,000)	-0,001*** (0,000)	-0,002*** (0,001)	-0,001** (0,000)	-0,001** (0,000)
$\ln(ESG_{i,t})$	-0,015*** (0,006)	-0,006** (0,002)	-0,006** (0,002)	-0,010** (0,004)	0,002 (0,002)	0,002 (0,002)
$MERET_{i,t}$	-0,002 (0,002)	-0,001 (0,001)	-0,001 (0,001)	-0,006*** (0,001)	-0,007*** (0,001)	-0,007*** (0,001)
$PROF_{i,t}$	0,069*** (0,020)	0,034*** (0,008)	0,033*** (0,008)	0,124*** (0,015)	0,101*** (0,007)	0,100*** (0,007)
$FED_{i,t}$	0,038* (0,021)	0,015* (0,009)	0,015* (0,009)	0,019 (0,014)	-0,003 (0,008)	-0,002 (0,008)
$AP_{i,t}$	-0,301** (0,123)	-0,094* (0,053)	-0,093* (0,053)	-0,287*** (0,084)	-0,106** (0,046)	-0,109** (0,046)
$\ln(ESG_{i,t}) \cdot D_{poz}$	-0,001 (0,001)		-0,000 (0,000)	0,037*** (0,001)		-0,001* (0,000)
Ágazati fix hat.	Igen	Igen	Igen	Igen	Igen	Igen
Régiós fix hatás	Igen	Igen	Igen	Igen	Igen	Igen
$\sigma_{\beta_{0,i}}$	0,125	0,054	0,054	0,072	0,045	0,045
$\sigma_{\beta_{1,i}}$	0,023	0,010	0,010	0,014	0,008	0,008
$\rho(\beta_{0,i}, \beta_{1,i})$	-0,601	-0,604	-0,604	-0,591	-0,571	-0,574
$\sigma_\varepsilon$	0,047	0,020	0,020	0,039	0,018	0,018
Megfigyelések sz.	4280	4280	4280	4280	4280	4280
$R^2$ (fix hatások)	0,036	0,034	0,034	0,332	0,129	0,130
$R^2$ (feltételes)	0,838	0,841	0,842	0,812	0,844	0,843
ICC	0,8	0,8	0,8	0,7	0,8	0,8
RMSE	0,04	0,02	0,02	0,03	0,01	0,01

\* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$

8. táblázat. Robusztusság vizsgálatok

## 6 Diszkusszió

Tanulmányunk célja annak vizsgálata, hogy megfigyelhető-e az aranymetészés szerinti arányosság a tőkeszerkezeti döntésekben. Kutatási kérdésünk megválaszolásához megvizsgáltuk, hogy milyen vállalati jellemzők magyarázzák a tőkeáttétel aranymetészéshez viszonyított abszolút eltéréseit.

A H1 hipotézisünk szerint az aranymetészéshez viszonyított abszolút eltérés csökkent a 2019-2023 közötti időszakban. Az abszolút eltérések elemzéséből kiderül, hogy mind a könyv szerinti tőkeáttétel, mind a piaci tőkeáttétel esetében megfigyelhető a csökkenő trend. Annak ellenére, hogy a csökkenéshez kapcsolódó fix hatás nem számottevő, a véletlen hatások vizsgálatából kiderül, hogy a vállalatok egy része gyorsabb ütemben halad az aranymetészésből következő arányok felé. Ezekből az eredményekből jól látható, hogy a vállalatok törekednek a harmonikus tőkeszerkezet kialakítására, a tőkeáttétel esetében megfigyelhető a többléptékű szerkezeti arányosság. Az arányosság a mutatók esetében egymásba ágyazott módon több szinten is megmutatkozik, ami megerősíti az önhasznós struktúrában szerveződő döntési folyamatokat. Az aranymetészés egy emergens koordinációs arányként jelenhet meg, egy kiegyensúlyozott kognitív mintázatot képvisel. Ebből következően a H1 hipotézisünket nem tudjuk elutasítani.

A H2 hipotézisünk szerint a magasabb profitabilitás és fedezeti érték esetén az aranymetészéshez viszonyított abszolút eltérés magasabb. Mind a könyv szerinti tőkeáttétel, mind a piaci tőkeáttétel esetében megmutatható, hogy a magasabb profitabilitás és fedezeti érték esetében a vállalatok nem az aranymetészés szerinti tőkeszerkezetet választják. Esetükben nagyobb abszolút eltéréseket figyelhetünk meg. A jól teljesítő, jól hitelezhető vállalatok nem keresik az arányosságot, nem az emergens koordinációs pontok vagy versenytársak figyelembevételével kialakított benchmarkok irányába igazítják a tőkeáttételüket. Ebből következően a H2 hipotézisünket nem tudjuk elutasítani.

A H3 hipotézisünk szerint a magasabb ESG-teljesítmény esetén az aranymetészéshez viszonyított abszolút eltérés alacsonyabb. Mind a könyv szerinti tőkeáttétel, mind a piaci tőkeáttétel esetében megmutatható, hogy az ESG-teljesítményhez negatív, szignifikáns fix hatás kapcsolódik. Ez a hatás a könyv szerinti tőkeáttétel esetében jobban megragadható, a piaci tőkeáttétel esetében csak 10%-os szignifikanciaszinten értelmezhető. A becslés modellek alapján a könyv szerinti tőkeáttételhez kapcsolódó hatás a vállalatirányításhoz kapcsolódó fenntarthatósági kérdésekhez köthető. Ez az eredmény jól tükrözi azt a szignálmechanizmusból következő érvelést, mely szerint a befektetők az arányos szerkezetet pozitív jelzésként tekintik, és összekötik a jó menedzsmenttel és a kiegyensúlyozott pénzügyi stratégiával. Az aranymetészés szerinti tőkestruktúra és a jó ESG-teljesítmény a pozitív piaci megítélésen keresztül fejtheti ki előnyös hatásait.

Tanulmányunknak három fő elméleti hozzájárulását emelhetjük ki:

Elsőként, amellett érvelünk, hogy bár az aranymetészést régóta ismeri és alkalmazza a pénzügyi szakirodalom, a vállalati tőkestruktúra-döntésekben

történő alkalmazása még a kevésbé dokumentált területek közé tartozik. Az aranymetszésen alapuló tőkestruktúra döntések kiegészíthetik az optimális és dinamikus tőkestruktúra-elméleteket, feltételezve, hogy az aranymetszés-közeli tőkeszerkezet nem normatív, hanem viselkedésalapú optimumként értelmezhető a Modigliani–Miller-keret kiterjesztett logikájában. A piac továbbra is hatékony marad, de a döntéshozók kognitív mintázatai olyan arányokat preferálhatnak, amelyek szimbolikusan a stabilitás és prudencia érzetét közvetítik. Az aranymetszés szerinti tőkestruktúra önhasonló és strukturálisan szerveződő döntési folyamatok eredménye, amely a vállalati teljesítményre és a befektetői percepción keresztül a piaci megítélésre is hatással van.

Másodszor, eredményeink kiegészítik az ESG-teljesítmény és a tőkestruktúra kapcsolatáról szóló irodalmat. Adeneye et al. (2022) kimutatták, hogy a jobb ESG-teljesítményű vállalatok magasabb tőkeáttételi célértékeket tűzhetnek ki. Eredményeink rámutatnak, hogy a jobb ESG-teljesítmény esetén a tőkeáttétel aranymetszéshez viszonyított abszolút eltérése alacsonyabb. Az ESG-teljesítmény és az aranymetszés szerinti tőkeáttétel piaci megítélése hasonló. Az arányos tőkeszerkezet és az ESG-teljesítmény a kiegyensúlyozott és stabil vállalatirányítás percepcióján keresztül kapcsolódik össze.

Harmadszor, kutatásunk hozzájárul az aranymetszésen alapuló tőkestruktúra-elemzések irodalmához, különösen a vállalati jellemzők és az aranymetszésen alapuló tőkestruktúra összefüggéseit tekintve. Ulbert et al. (2022), valamint Amin és Cek (2023) olyan aranymetszésen alapuló tőkestruktúra-stratégiákat azonosítottak, amelyek kivételes pénzügyi teljesítményt mutattak, és jelentős piaci elfogadottságot értek el. Tanulmányunk ezeket az eredményeket azzal erősíti meg, hogy feltárja az ESG-hez és az aranymetszéshez kapcsolódó pozitív percepció összefüggéseit.

## 7 Következtetések és implikációk

A vállalati jellemzők és az aranymetszésen alapuló tőkestruktúra közötti kapcsolat nem véletlenszerű, hanem önhasonló, strukturálisan szerveződő döntési folyamatokból fakad. Az aranymetszés egy olyan matematikai arány, amely a természetben, a művészetben, az építészetben – és mostanra az üzleti és pénzügyi világban is – a harmóniát és arányosságot képviseli, melyhez a döntéshozók pozitív megítélést társítanak. Az aranymetszés nem csupán esztétikai jelentőséggel bír, hanem univerzális egyensúlyt szimbolizál, és a komplex rendszerekben való rend jelenlétére utal. Emellett az aranymetszéshez társuló percepció előnyösen hathat a vállalatok teljesítményére és piaci megítélésére is.

Empirikus eredményeink szerint a 2019–2023-as időszakban a tőkeáttétel aranymetszéshez viszonyított abszolút eltérése összességében csökkenő tendenciájú a vizsgált vállalatok körében. Fontos ugyanakkor hangsúlyozni, hogy ez a csökkenés nem volt egységes: az eltérés időbeli alakulása jelentős szóródást, vállalati heterogenitást mutatott. A magasabb jövedelmezőség (profitabilitás) és nagyobb tárgyi eszközarány (fedezeti érték) esetében a tő-

keáttétel nagyobb mértékben tért el az arany metszés szerinti szinttől, míg a kiemelkedő ESG-teljesítmény az arany metszéstől való kisebb eltéréssel járt együtt. Ezek a megállapítások arra utalnak, hogy az arany metszés szerinti tőkeszerkezet nem normatív optimum, hanem egy kompromisszumos viselkedési egyensúlyokból származó emergens koordinációs arány, amely a pozitív megítélésen keresztül kapcsolható a pénzügyi teljesítményhez, a piaci értéktséghez és a kiegyensúlyozott, stabil vállalatirányításhoz.

Az eredményekből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az ESG-elvek – összhangban az arany metszés filozófiájával – a kiegyensúlyozott és harmonikus vállalati működést ösztönzik. Az olyan vállalatirányítási gyakorlat, ahol a környezettudatosság, a társadalmi felelősségvállalás és az átlátható irányítás központi szerepet kap, láthatóan a tőkeszerkezet szintjén is egyensúlyhoz (harmonikus arányokhoz) vezet. Habár első ránézésre az arany metszésen alapuló pénzügyi döntések és az ESG két külön terület, valójában összeköti őket a fenntarthatóság eszméje, hiszen mindkettő a hosszú távon fenntartható és kiegyensúlyozott működésről szól. A matematikai harmónia (arany metszés) és az etikus üzleti gyakorlat összefonódása rámutat egy alapvető elvre: az igazi fenntarthatóság és hosszú távú gazdasági siker csak akkor érhető el, ha a vállalatok működésének valamennyi eleme harmonikus egyensúlyban és integráltan van jelen. Ez a holisztikus egyensúly elvén alapuló megközelítés hasonlatos ahhoz, ahogyan a természeti rendszereket is az eredendő rend és egyensúly jellemzi.

Kutatásunk limitációi között kiemelhetjük, hogy egy kiegyensúlyozott paneladat-állományt használtunk a vegyes hatású modellek becslésére. A modellek oksági kapcsolatok azonosítására nem alkalmasak, a tanulmányban kizárólag a vállalati jellemzők és az arany metszés szerinti tőkestruktúra összefüggéseinek feltárására törekedtünk. Az informatív mintavételből származó szelekciós torzításokat kontrollváltozók bevonásával igyekeztünk kezelni. További kutatási irány lehet a piaci megítélés, az ESG-teljesítmény és az arany metszés szerinti tőkestruktúra vizsgálata, amelyre jelen tanulmányban nem tértünk ki részleteiben.

Összességében tanulmányunk rámutat, hogy az arany metszés szerinti tőkeszerkezet a vállalatok számára lehetőséget ad, hogy egy arányos szerkezetet alkalmazva pozitív képet közvetítsenek a befektetők irányába, amelyhez a kiegyensúlyozott, stabil vállalatirányítás percepciója társul. Ez a percepció az ESG-teljesítményen keresztül kapcsolódhat össze a vállalatirányítás pozitív megítélésével, hiszen a befektetők értékelik a fenntartható és kiegyensúlyozott működést. Amennyiben a befektetők az arany metszéshez közeli finanszírozási arányokat pozitívként azonosítják, annak előnyei a piaci értékelésben és a vállalati teljesítményben is megmutatkozhatnak. A harmonikus (arany metszés-alapú) tőkeszerkezet és a felelős vállalati működés ilyen összhangja új perspektívát nyújt a tőkeszerkezetről szóló szakirodalomban, és gyakorlati iránymutatást kínál a vállalatvezetők számára is a hosszú távon fenntartható értékteremtéshez.

## Köszönetnyilvánítás

A tanulmány alapjául szolgáló TKP2021-NKTA-19 számú projekt az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalom

1. Adeneye, Y. B., Kammoun, I., & Ab Wahab, S. N. A. (2023). Capital structure and speed of adjustment: the impact of environmental, social and governance (ESG) performance. *Sustainability Accounting, Management and Policy Journal*, 14(5), 945–977. <https://doi.org/10.1108/SAMPJ-01-2022-0060>
2. Al Amosh, H., Khatib, S. F. A., Alkurdi, A., & Bazhair, A. H. (2022). Capital structure decisions and environmental, social and governance performance: insights from Jordan. *Journal of Financial Reporting and Accounting*. <https://doi.org/10.1108/JFRA-12-2021-0453>
3. Amin, H. I. M., & Cek, K. (2023). The Effect of Golden Ratio-Based Capital Structure on Firm's Financial Performance. *Sustainability*, 15(9), 7424. <https://doi.org/10.3390/su15097424>
4. Armitage, S., & Marston, C. (2008). Corporate disclosure, cost of capital and reputation: Evidence from finance directors. *The British Accounting Review*, 40(4), 314–336. <https://doi.org/10.1016/j.bar.2008.06.003>
5. Arora, A., & Sharma, D. (2022). Do Environmental, Social and Governance (ESG) Performance Scores Reduce the Cost of Debt? Evidence from Indian firms. *Australasian Business, Accounting and Finance Journal*, 16(5), 4–18. <https://doi.org/10.14453/aabfj.v16i5.02>
6. Barberis, N., & Thaler, R. (2003). A survey of behavioral finance. In Constantinides, G. M., Harris, M. and Stulz, R. (eds.) *Handbook of the Economics of Finance* (pp. 1053–1128). Elsevier Science B.V. [https://doi.org/10.1016/S1574-0102\(03\)01027-6](https://doi.org/10.1016/S1574-0102(03)01027-6)
7. Bates, D., Mchler, M., Bolker, B. & Walker, S. (2015). Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4. *Journal of Statistical Software*, 67(1), 1–48. doi: 10.18637/jss.v067.i01
8. Bhattacharya, S. & Kumar, K. (2006). A computational exploration of the efficacy of Fibonacci Sequences in Technical analysis and trading. *Annals of Economics and Finance*, 7(1), 219–230.
9. Bilyay-Erdogan, S. (2022). Corporate ESG engagement and information asymmetry: the moderating role of country-level institutional differences. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 1–37. <https://doi.org/10.1080/20430795.2022.2128710>
10. Brown, C. (2010). *Fibonacci Analysis* (Bloomberg Financial Book 42). Bloomberg Press
11. Csapi, V., Ulbert, J., & Tóth-Pajor, Á. (2024). Golden ratio-based leverage targeting and the ESG performance of US and European listed firms. *Research in International Business and Finance*, 71, 102469. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2024.102469>
12. Dang, V. A. (2013). Testing capital structure theories using error correction models: evidence from the UK, France and Germany. *Applied Economics*, 45(2), 171–190. <https://doi.org/10.1080/00036846.2011.597724>

13. Dawar, V. (2014). Agency theory, capital structure and firm performance: some Indian evidence. *Managerial Finance*, 40(12), 1190–1206. <https://doi.org/10.1108/MF-10-2013-0275>
14. Dimovski, V. & Uhan, M. (2012). Management from a natural perspective: discovering the meaning of Fibonacci numbers for management. In: 2nd EBR Conference, University of Ljubljana, 30 November.
15. Disney, S. M., Towill, D. R., & van de Velde, W. (2004). Variance amplification and the golden ratio in production and inventory control. *International Journal of Production Economics*, 90(3), 295–309. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2003.10.009>
16. Elliott, R. N. (1940). The Basis of the Wave Principle. October 1940.
17. Fischer, R. (1993). *Fibonacci Applications and Strategies for Traders*. John Wiley & Sons.
18. Frank, M. Z., & Goyal, V. K. (2009). Capital Structure Decisions: Which Factors Are Reliably Important? *Financial Management*, 38(1), 1–37. <https://doi.org/10.1111/j.1755-053X.2009.01026.x>
19. Friede, G., Busch, T., & Bassen, A. (2015). ESG and financial performance: aggregated evidence from more than 2000 empirical studies. *Journal of Sustainable Finance & Investment*, 5(4), 210–233. <https://doi.org/10.1080/20430795.2015.1118917>
20. Ge, W., & Liu, M. (2015). Corporate social responsibility and the cost of corporate bonds. *Journal of Accounting and Public Policy*, 34(6), 597–624. <https://doi.org/10.1016/j.jaccpubpol.2015.05.008>
21. Goss, A., & Roberts, G. S. (2011). The impact of corporate social responsibility on the cost of bank loans. *Journal of Banking & Finance*, 35(7), 1794–1810. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2010.12.002>
22. Gracia, O., & Siregar, S. V. (2021). Sustainability practices and the cost of debt: Evidence from ASEAN countries. *Journal of Cleaner Production*, 300, 126942. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2021.126942>
23. Henderson, T., Boje, D. M. (2015). *Organizational Development and Change Theory: Managing Fractal Organizing Processes*. Routledge
24. Hoepner, A., Oikonomou, I., Scholtens, B., & Schröder, M. (2016). The Effects of Corporate and Country Sustainability Characteristics on The Cost of Debt: An International Investigation. *Journal of Business Finance & Accounting*, 43(1-2), 158–190. <https://doi.org/10.1111/jbfa.12183>
25. Jensen, M. C., & Meckling, W. H. (1976). Theory of the firm: Managerial behavior, agency costs and ownership structure. *Journal of Financial Economics*, 3(4), 305–360. [https://doi.org/10.1016/0304-405X\(76\)90026-X](https://doi.org/10.1016/0304-405X(76)90026-X)
26. Khan, M. A. (2022). ESG disclosure and Firm performance: A bibliometric and meta analysis. *Research in International Business and Finance*, 61, 101668. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2022.101668>
27. Kraus, A., & Litzenberger, R. H. (1973). A state-preference model of optimal financial leverage. *The Journal of Finance*, 28(4), 911–922. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1973.tb01415.x>
28. Livio, M. (2003). *The golden Ratio: the story of Phi, the World's Most Astonishing Number*. Crown.
29. Lo, A. W., Mamaysky, H., & Wang, J. (2000). Foundations of Technical Analysis: Computational Algorithms, Statistical Inference, and Empirical Implementation. *The Journal of Finance*, 55(4), 1705–1765. <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00265>

30. Miller, C. A., & Hübner, R. (2020). Two routes to aesthetic preference, one route to aesthetic inference. *Psychology of Aesthetics, Creativity, and the Arts*, 14(2), 237–249. <https://doi.org/10.1037/aca0000241>
31. Modigliani, F., & Miller, M. H. (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *The American Economic Review*, 48(3), 261–297. <http://www.jstor.org/stable/1809766>
32. Moradi, A., & Paulet, E. (2019). The firm-specific determinants of capital structure – An empirical analysis of firms before and during the Euro Crisis. *Research in International Business and Finance*, 47, 150–161. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.07.007>
33. Morais, F., Serrasqueiro, Z., & Ramalho, J. J. S. (2022). Capital structure speed of adjustment heterogeneity across zero leverage and leveraged European firms. *Research in International Business and Finance*, 62, 101682. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2022.101682>
34. Myers, S. C. (1984). The Capital Structure Puzzle. *The Journal of Finance*, 39(3), 575. <https://doi.org/10.2307/2327916>
35. Ng, A. C., & Rezaee, Z. (2015). Business sustainability performance and cost of equity capital. *Journal of Corporate Finance*, 34, 128–149. <https://doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2015.08.003>
36. Öztekin, Ö. (2015). Capital Structure Decisions around the World: Which Factors Are Reliably Important? *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 50(3), 301–323. <https://doi.org/10.1017/S0022109014000660>
37. Pan, X., & Jarrett, J. E. (2013). Using Golden Ratio Search to Improve Paired Construction of Quality Control Charts. *International Journal of Economics and Management Engineering*, 3(3), 107–111. <https://doi.org/10.5963/IJEME0303002>
38. Ross, S. A. (1977). The Determination of Financial Structure: The Incentive-Signalling Approach. *The Bell Journal of Economics*, 8(1), 23–40. <https://doi.org/10.2307/3003485>
39. Simon, H. A. (1979). Rational Decision Making in Business Organizations. *The American Economic Review*, 69(4), 493–513. <http://www.jstor.org/stable/1808698>
40. Slavka, T. N., Ilija, C., Mladen, P., & Ana, M. (2013). The effect of the golden ratio on consumer behaviour. *African Journal of Business Management*, 5(20), 8347–8360. <https://doi.org/10.5897/AJBM11.202>
41. Spence, M. (1973). Job Market Signaling. *The Quarterly Journal of Economics*, 87(3), 355. <https://doi.org/10.2307/1882010>
42. Ulbert, J., Takács, A., & Csapi, V. (2022). Golden ratio-based capital structure as a tool for boosting firm's financial performance and market acceptance. *Heliyon*, 8(6), e09671. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2022.e09671>

#### GOLDEN RATIO-BASED CAPITAL STRUCTURE DECISIONS IN EUROPEAN AND AMERICAN MANUFACTURING, TRADE, AND SERVICE SECTORS

The aim of our study is to examine the relationship between the golden ratio-based capital structure and firm-specific characteristics. To address our research questions, we apply linear mixed-effects models to analyze the relationship between

firm-level determinants of leverage known from the literature and the absolute deviation of leverage from the golden ratio benchmark. Our main findings indicate that, on average, the absolute deviation of leverage from the golden ratio decreased over the period 2019–2023 in European and American manufacturing, trade, and service sectors. Although this downward trend is observable, the temporal evolution of the deviation shows substantial heterogeneity across the practices of listed firms. Larger deviations are associated with higher profitability and collateral value, while better ESG performance tends to be linked to lower absolute deviations. As a practical implication, we demonstrate that, contrary to the optimal ratios posited by static and dynamic capital structure theories, corporate financing decisions frequently give rise to self-similar proportionality in leverage. Corporate leverage does not evolve in accordance with a normative optimum; rather, it converges toward a compromise-driven behavioral equilibrium that exerts a favorable influence on both firm performance and market valuation. Due to the positive investor sentiment, a golden-ratio-based capital structure – analogously to ESG principles – may be associated with the perception of robust and stable corporate governance.

*Key words:* capital structure; golden ratio; leverage, ESG performance



# A SZÁRMAZÁSI ORSZÁG ÉS A MINŐSÉG SZEREPE A BESZÁLLÍTÓVÁLASZTÁSBAN<sup>1</sup>

LONGAUER DÓRA – VASVÁRI TAMÁS

*Pécsi Tudományegyetem*

A tanulmány az észlelt minőség és a származási ország („*Made in*”-hatás) szerepét vizsgálja a vállalati beszerzési döntésekben. Míg a szakirodalom többnyire a megfeleléségi (*conformance*) és teljesítmény- (*performance*) minőség dimenzióira összpontosít, kevés figyelem irányult arra, hogy a fogyasztók által észlelt minőség (*perceived quality*) – különösen a termék származási helye – miként befolyásolja az optimális beszállítót választást. Ehhez a származási ország észlelt minőségre gyakorolt szerepét modellezzük a beszállítót választási döntésben. Az analitikus eredmények és a numerikus szimulációk rámutatnak, hogy minél erősebb a származási ország pozitív megítélése, illetve minél kisebb az árérzékenység, annál nagyobb arányban éri meg helyi beszállítóktól vásárolni, míg az intenzív verseny az offshore beszerzésre ösztönözheti vállalatokat. Ugyanakkor, amennyiben a keresleti függvény ár és minőség szerinti vegyes parciális deriváltja negatív, vagyis magasabb helyi beszerzési arány mellett a vevők árérzékenysége nagyobb, érdemes lehet duális beszerzési stratégiát alkalmazni. Eredményeink hozzájárulnak az ellátási lánc menedzsment és a beszállítót választási döntések „*Made in*”-hatást integráló irodalmához.

*Kulcsszavak:* minőség, ár, származási ország, kereslet, „*Made in*”-hatás

## 1 Bevezetés

A minőség a közgazdaságtani irodalom egyik alapvető fogalma, amelyet számos elméleti keretben és dimenzióban vizsgálnak, hangsúlyozva annak meghatározó szerepét a termelés hatékonyságában, a fogyasztói magatartás alakulásában, valamint a versenystratégiák formálásában. Az *American Society for Quality* meghatározása szerint a minőség egyrészt egy termék vagy szolgáltatás hibamentességét, másrészt azokat a jellemzőket jelenti, amelyek képessé teszik azt a kifejezett vagy implicit fogyasztói igények kielégítésére.<sup>2</sup> Slack et al. (2010) szerint a minőséget a fogyasztó észlelése és elvárása közötti különbség határozza meg. Krajewski et al. (2015) ezzel összhangban a minőséget a vásárlók termékhez vagy szolgáltatáshoz kapcsolódó általános elégedettségi szintjeként definiálja. Garvin (1987) átfogóbb keretet kínál, amelyben megkülönbözteti a minőség objektív dimenzióit – úgy mint teljesítmény,

<sup>1</sup>Beérkezett 2025. december 9. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.57.1315>. E-mail: [longauer.dora@ktk.pte.hu](mailto:longauer.dora@ktk.pte.hu).

<sup>2</sup><https://asq.org/quality-resources/quality-glossary/q>

funkcionális jellemzők, megbízhatóság, megfelelőség és tartósság – a szubjektív tényezőktől, mint például a hírnév, a márkaimázs, és nem utolsó sorban a származási ország, amelyek mind jelentős mértékben hozzájárulnak az észlelt minőség kialakulásához.

A közgazdasági modellezés területén a szakirodalom gyakran a megfelelőségi minőség (*conformance quality*) vizsgálatára koncentrál, amely azt méri, hogy egy adott termék, szolgáltatás vagy folyamat mennyiben felel meg az előírt követelményeknek és szabványoknak (pl. Chand et al. 1996; Hauck et al. 2021; Li és Rajagopalan 1998; Vörös 2006). Egy másik kutatási irány a teljesítményminőség (*performance quality*), az ár és a kereslet közötti kapcsolat feltárására törekszik, különös tekintettel a fogyasztói preferenciák alakulására. Teng és Thompson (1996) három alapvető forgatókönyvet vázolnak fel az ár és a minőség közötti kapcsolat változásában: (1) az optimális ár és a minőség egyidejű csökkenése, (2) az ár csökkenése a minőség emelkedése mellett, valamint (3) az ár és a minőség párhuzamos növekedése. Ezt továbbfejlesztve Chenavaz (2017) bemutatja, hogy a negatív ár-minőség kapcsolat elsősorban a tömegpiacokra jellemző, ahol a nagy értékesítési volumen hatékonyabb működést eredményez, míg a pozitív kapcsolat inkább a niche piaci szegmensekben figyelhető meg. Vörös (2017) rámutat arra, hogy a magasabb minőség mellett kizárólag akkor lehet magasabb árat érvényesíteni, ha a fogyasztók árérzékenysége időben nem változik, vagy eredendően alacsony, ami jellemzően a luxuspiacok sajátossága. Vörös (2019) továbbá megkülönbözteti a teljesítményminőség elsődleges dimenzióit – mint például a versenyelőnyt biztosító technológiai innovációkat (pl. a *Nikon Coolpix P1000* fényképezőgép 125-szörös optikai zoommal) – a másodlagos dimenzióktól, amelyek közé az olyan könnyen hozzáférhető kiegészítők tartoznak, mint például a memóriakártyák.

Tanulmányunk eltérő megközelítést alkalmaz, és az észlelt minőségre (*perceived quality*) helyezi a hangsúlyt, amelyben jelentős szerepet játszik a termék származási országa (pl. Dichter 1962; Bilkey és Nes 1982; Hester és Yuen 1987; Kim et al. 2017; Rashid és Barnes 2017, 2020). Az észlelt minőség fogalma szorosan kapcsolódik a „Made in” jelöléshez – vagyis a gyártás helyének feltüntetéséhez: a fogyasztók ugyanis gyakran eltérő értékeket társítanak az egyes országokból származó termékekhez, ami közvetlen hatással van preferenciáikra és vásárlási döntéseikre (Aichner 2014; Balabanis és Diamantopoulos 2004). Általánosságban elmondható, hogy a fejlett országokban gyártott termékeket a fogyasztók magasabb minőségűnek ítélik meg (Phau és Prendergast 2000). Mivel azonban az elmúlt évtizedekben általánossá vált, hogy költségcsökkentési okokból a vállalatok a gyártást fejlődő régiókba helyezik át (pl. Hauck et al. 2021), ennek kedvezőtlen hatása lehet a márkaimázsra. Ezért nem véletlen, hogy az ilyen döntések elsősorban a magas árérzékenységű, intenzív piaci versenyben értékesített termékekre jellemzőek. A divatiparra például különösen igaz, hogy a fejlett országokból származó termékeket gyakran a magas státusz és a kiváló minőség szimbólumaiként értelmezik (pl. Jin et al. 2010), ezért a prémium- és luxusmárkák jellemzően igyekeznek minimalizálni a távol-keleti beszállítóktól való függőséget. Ezzel szemben a *fast*

*fashion* szegmensben a költséghatékonyság elsődleges szempont, ezért egyre inkább támaszkodnak a távol-keleti gyártókapacitásokra, amely tendencia a cipőiparban is egyaránt megfigyelhető (Longauer et al. 2023, 2024). A fogyasztói elektronikai iparágban ugyanakkor még a csúcskategóriás termékek gyártását is kiszervezik a Távol-Keletre. Jó példa erre az *iPhone*, amelynek összeszerelése túlnyomórészt Kínában történik,<sup>3</sup> de a *Nikon* is hasonló stratégiát követett, amikor egyes fényképezőgépek gyártását – beleértve a prémiumkategóriás *D6*, *Z8*, *Z9* modelleket és a már említett *Coolpix P1000*-et is – szintén külföldre telepítette. Mára a japán márka objektívjeinek 88%-a Thaiföldön és Kínában készül, aminek következtében ezek a termékek már nem viselhetik a rangos „*Made in Japan*” jelölést, ami a minőségük fogyasztói megítélésére is hatással lehet.<sup>4</sup> A játékiparban is jelentős szerepet játszik a származási ország a minőség megítélésében, amit jól példáznak azok az esetek, amikor a gyártás Távol-Keletre történő kiszervezése termékviszahívásokhoz vagy a márkába vetett bizalom megrendüléséhez vezetett (lásd például a játékipari óriás *Mattel*<sup>5</sup> vagy a német plüssjátékgyártó *Steiff*<sup>6</sup> eseteit).

A fenti példák alapján elmondható, hogy a költségoptimalizálásra törekvő beszerzési döntések és az észlelt minőség fenntartása közötti trade-off jelentősége túlmutat az iparági sajátosságokon. Ugyanakkor egyre több vállalat tervezi újra ellátási láncát, és akár telepíti haza termelését (*reshoring*), amit sokszor a nyugati gyártás presztízse, valamint a prémium minőséggel való társítás is motivál (pl. Di Mauro et al. 2018, Fratocchi et al. 2015, Dachs et al., 2019). Baraldi és munkatársai (2018) esettanulmányukban rámutatnak arra, milyen szerepet játszott a „*Made-in*”-hatás abban, hogy egy az olasz cipőgyártó vállalat hazahozta termelését Kínából. Longauer et al. (2023) az *Adidas* példáján keresztül mutatja be, hogy az ún. *Speedfactory* üzemek létrehozásával és olyan fejlett technológiák, mint a 3D nyomtatás és a robotizáció alkalmazásával hogyan törekedtek a helyi gyártás előnyeinek (országimázs, testreszabhatóság, rugalmas gyártás és rövidebb szállítási idők) kiaknázására. A *Nikon* 2024-es bejelentése, miszerint 2027-től részben visszatelepíti objektívgyártását Japánba, szintén ebbe a tendenciába illeszkedik.<sup>7</sup> A *Mattel* is tovább kívánja diverzifikálni ellátási láncát, és célul tűz ki, hogy 2025-re egyetlen ország se adja a termelésének több mint 25%-át.<sup>8</sup>

Jelen tanulmány egy vállalat beszerzési döntését vizsgálja a származási ország, az észlelt minőség, valamint a kereslet közötti összefüggés figyelembevételével. Célunk, hogy feltárjuk a „*Made in*”-hatás szerepét az optimális beszerzési stratégia kialakításában. Megmutatjuk, hogy mely tényezők és

<sup>3</sup><https://www.adb.org/publications/how-iphone-widens-united-states-trade-deficit-peoples-republic-china>

<sup>4</sup><https://petapixel.com/2020/12/21/nikon-is-ending-camera-production-in-japan-report>

<sup>5</sup><https://money.cnn.com/2007/08/14/news/companies/mattel>

<sup>6</sup><https://www.spiegel.de/international/business/outsourcing-gone-wrong-german-toy-maker-steiff-pulls-out-of-china-a-670481.html>

<sup>7</sup><https://petapixel.com/2024/06/10/nikon-to-consolidate-lens-manufacturing-into-two-new-japan-based-factories>

<sup>8</sup><https://www.supplychaindive.com/news/mattel-diversified-supply-chain-china-tariffs-barbie-fisher-price/740104>

miként befolyásolják a vállalat optimális beszerzési döntését, amennyiben a keresletet a termék árán kívül annak észlelt minősége is befolyásolja. Bár a beszállítóválasztással kapcsolatos irodalom az ellátásilánc-menedzsment területén rendkívül szerteágazó, tudásunk szerint analitikus módon eddig még nem vizsgálták a „Made in”-hatástól függő minőség beszállítóválasztásra gyakorolt hatását.

A szakirodalom egyik jelentős ága a többszereplős ellátási láncok komplexitására fókuszál, különös tekintettel az árképzésre, kapacitáskorlátokra és az ellátási zavarok kezelésére (Minner 2003, Sawik 2014, Firouz et al. 2017). Ezzel összhangban Yu et al. (2009), Jadidi et al. (2024) és Lee és Moon (2024) arra a megállapításra jut, hogy a több forrásból történő beszerzési stratégiák alkalmazása csökkentheti a keresleti bizonytalanságból és ellátási zavarokból eredő kockázatokat, ezáltal növelve a külső sokkokkal szembeni ellenállóképességet (rezilienciát). A többforrásos beszerzés ugyanakkor elősegítheti a költséghatékonyság, a rugalmasság, a minőség, az ellátási biztonság és a megbízhatóság közötti egyensúly megteremtését is (Mahdavi et al. 2023, Saputro et al. 2021). Egy másik kutatási irány beszállítóválasztást integrálja a készletgazdálkodási döntésekbe (Mendoza és Ventura 2012, Ventura et al. 2021, 2022, Longauer et al. 2024). További kutatások beszállítóválasztási modellekbe ágyazva vizsgálják az árképzést és készletgazdálkodást, tükrözve a globális ellátási láncok fokozódó komplexitását (Battini et al. 2014, Jung 2020, Duan és Ventura 2020). Ezen elemzések elsősorban a kereslet árérzékenységének hatásait vizsgálják, ahol az optimális beszerzési stratégia jelentős mértékben függ a piaci feltételektől.

A következő fejezetben ismertetjük a modellt és az alkalmazott feltevéseket, majd ezt követően bemutatjuk az optimalizálási probléma megoldását. A 4. fejezet tartalmazza a modell működését illusztráló numerikus szimulációkat. Végül levonjuk a következtetéseket.

## 2 A modell és feltevései

Ebben a szakaszban a döntési modellt ismertetjük, amelyben a vállalat egyszerre dönt a beszerzés helyéről és a beszerzett termék értékesítési áráról. A modell célja annak bemutatása, hogy a választott beszerzési stratégia hogyan hat a termék észlelt minőségére, és ezen keresztül a keresletre és a profitra. A helyi beszerzés növeli az észlelt minőséget, de emeli a költségeket, így a vállalatnak optimális döntést kell hoznia a helyi és offshore beszerzés arányáról.

Tegyük fel, hogy a vállalat valamely fejlett országban tevékenykedik, és kétféle forrásból tudja beszerezni az általa forgalmazott terméket: vásárolhat helyben, illetve távoli, offshore régióban termelő beszállítótól. Mindkét régióból történő duális beszerzésre is van lehetősége.

Feltételezésünk szerint a keresletet az ár mellett a minőség is befolyásolja, amelyre pedig hatással van, hogy a terméket hol gyártják („Made in”-hatás). Ennek értelmében a beszerzési régió meghatározza a termék észlelt minőségét,

azon keresztül pedig a keresletét. Ennek modellezésére tegyük fel, hogy a helyi beszerzés aránya (a termékek hány százalékát szerzi be a vállalat helyben) pozitívan befolyásolja az észlelt minőséget, amely pozitívan hat a keresletre. A keresletet a termék ára is befolyásolja a klasszikus negatív összefüggés alapján. Jelöljük a helyi beszerzés arányát  $x$ -szel, amely ez alapján 0 és 1 közötti értéket vehet fel (0 jelentené a teljes offshore beszerzést, 1 pedig a teljes helyi beszerzést). Legyen továbbá a termék értékesítési ára  $p$ , az észlelt minőséget pedig modellezzük a  $q(x) = q_0 + q_1x$  lineáris függvény alapján, ahol  $q(x)$  fejezi ki az észlelt minőség beszerzési aránytól függő szintjét, illetve  $q_0, q_1 > 0$ . A bevezetett jelöléseink alapján egy adott időszak keresleti rátája kifejezhető a  $d(q(x), p)$  függvénnyel, melyre a következő tulajdonságok igazak:

$$d(q(x), p) > 0, \tag{1a}$$

$$d'_p < 0 \quad \text{és} \quad d''_{pp} \geq 0, \tag{1b}$$

$$d(q(x), p) + pd'_p < 0, \tag{1c}$$

$$d'_q > 0 \quad \text{és} \quad d''_{qq} \leq 0, \tag{1d}$$

Az (1a) feltétel alapján a kereslet bármely  $q(x)$  észlelt minőségszint és  $p$  ár mellett pozitív; az (1b) feltétel alapján a keresleti ráta az ár csökkenő és konvex függvénye; az (1c) feltétel értelmében a vállalat értékesítésből származó bevétele csökken az árral; míg az (1d) feltétel biztosítja a „Made in”-hatás érvényesülését, miszerint a keresleti ráta az észlelt minőségszint pozitív és konkáv függvénye. A keresleti függvénnyel kapcsolatos feltételezéseink összhangban vannak a szakirodalomban általánosan használt feltevésekkel (pl. Vörös 2019).

Feltesszük továbbá, hogy a termék egységének beszerzési költsége mindkét régióban konstans, de a helyi, fejlettebb régióból történő beszerzés drágább, ami a termelés magasabb költség szintjével magyarázható (pl. Mahdavi et al. 2023). Jelöljük az offshore régióból való beszerzés egységköltségét  $c_0$ -val, míg a helyi régióból történő beszerzés egységköltsége legyen  $c_0 + c_1$ , vagyis  $c_1$  jelöli a helyi beszerzés egységköltség-prémiumát. Mivel a termékek  $x$  hányadát helyben,  $(1 - x)$  hányadát pedig az offshore régióból vásárolja a vállalat, a beszerzés átlagköltsége  $x(c_0 + c_1) + (1 - x)c_0 = c_0 + c_1x$  lesz, vagyis a vállalat átlagos beszerzési költsége kifejezhető a helyi beszerzési arány lineáris függvényeként:  $c(x) = c_0 + c_1x$ , ahol  $c_0, c_1 > 0$ .

Jelölés	Jelentés
$x \in [0, 1]$	A helyi beszerzés aránya (döntési változó)
$p > 0$	A beszerzett termék értékesítési ára (döntési változó)
$d(q(x), p) > 0$	A termék iránti keresleti ráta, amely az észlelt minőség és az értékesítési ár függvénye
$q(x) = q_0 + q_1x > 0$	A termék észlelt minősége, amely a helyi beszerzési arány függvénye
$c(x) = c_0 + c_1x > 0$	A termék átlagos beszerzési költsége, amely a helyi beszerzési arány függvénye

1. táblázat. A modellben alkalmazott jelölések és jelentésük

Végezetül tegyük fel, hogy mindkét régiónak elegendő nyersanyaga és kapacitása van a vállalat kiszolgálására, illetve a két régióban gyártott termékek minőségében nincs valódi, objektíven megítélhető különbség (pl. Mahdavi et al. 2023). Az 1. táblázatban összefoglaltuk a modellben használt jelöléseket és függvényeket.

### 3 A döntési probléma és megoldása

Az előző szakaszban ismertetett feltételezések alapján ebben a szakaszban felírjuk a vállalat döntési problémáját és levezetjük az optimális megoldáshoz szükséges feltételeket. A vállalat célja profitjának maximalizálása a helyi beszerzési arány és a beszerzett termék eladási árának meghatározásával. A helyi beszerzési arány meghatározza a termék észlelt minőségét, amely értelmében a fogyasztók magasabb minőséget tulajdonítanak azoknak a termékeknek, amelyeket helyben állítottak elő. A keresleti rátát a választott eladási ár negatívan, míg a termék észlelt minősége pozitívan befolyásolja. Az átlagos beszerzési költség szintén pozitívan függ a helyi beszerzési aránytól. Ezek alapján az alábbi profitmaximalizálási problémát fogalmazhatjuk meg:

$$\max \pi(x, p) = (p - c(x))d(q(x), p), \quad (2)$$

ahol  $q(x) = q_0 + q_1x$ ,  $c(x) = c_0 + c_1x$ ,  $0 \leq x \leq 1$ ,  $p > 0$ .

A vállalati profitfüggvény  $p$  szerinti első és második deriváltjai:

$$\frac{\partial \pi(x, p)}{\partial p} = d(q(x), p) + (p - c(x))d'_p \quad (3)$$

és

$$\frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial p^2} = 2d'_p + (p - c(x))d''_{pp}. \quad (4)$$

A következőkben megmutatjuk, hogy a  $\frac{\partial \pi(x, p)}{\partial p} = 0$  elsőrendű feltételből levezethető ár mindig pozitív, és léteznek olyan feltételek, amely mellett optimális is, vagyis (4) negatív.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(x, p)}{\partial p} = 0 &\Leftrightarrow \\ d(q(x), p) + pd'_p &= c(x)d'_p \Leftrightarrow \\ p \left( \frac{d(q(x), p)}{pd'_p} + 1 \right) &= c(x) \Leftrightarrow \\ p &= \frac{\varepsilon_{d_p}}{1 + \varepsilon_{d_p}} c(x) > 0, \end{aligned} \quad (5)$$

ahol  $\varepsilon_{d_p} = \frac{pd'_p}{d(q(x), p)}$  a kereslet ár szerinti rugalmassága, amely negatív és abszolút értékben 1-nél nagyobb az (1) pontban megfogalmazott feltevések

miatt, azaz  $|\varepsilon_{d_p}| > 1$ .<sup>9</sup> Jól látszik, hogy az (5) összefüggés értelmében a vállalat a határkölségre helyez egy árrést, vagyis a klasszikus, monopolista árképzési stratégiát kapjuk. Vegyük észre, hogy (5) minden lehetséges  $x$ -re pozitív. Az optimális ár annál nagyobb tehát, minél 1) nagyobbak a beszerzési költségek ( $c_0$  és  $c_1$ ), vagy 2) kisebb a kereslet árrugalmassága ( $|\varepsilon_{d_p}|$ ). Ha behelyettesítjük az (5) szerinti optimális árat a (4) egyenletbe, akkor a következő kifejezést kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial p^2} &= 2d'_p + \left( p - \frac{1 + \varepsilon_{d_p}}{\varepsilon_{d_p}} p \right) d''_{pp} = 2d'_p - \frac{pd''_{pp}}{\varepsilon_{d_p}} = d'_p \left( 2 - \frac{pd''_{pp}}{d'_p \varepsilon_{d_p}} \right) = \\ &= d'_p \left( 2 - \frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

ahol  $\varepsilon_{d'_p} = \frac{pd''_{pp}}{d'_p}$  a kereslet ár szerinti elsőrendű deriváltjának árrugalmassága. Vegyük észre, hogy az (1) pontban megfogalmazott feltevések miatt ez a rugalmasság soha nem lehet pozitív. Mivel  $d'_p < 0$ , a (6)-os kifejezés értéke akkor lehet negatív, ha a  $2 > \frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}}$  feltétel teljesül, vagyis  $2|\varepsilon_{d_p}| > |\varepsilon_{d'_p}|$ .

Vegyük ezek után a (2) profitfüggvény  $x$  szerinti első és második deriváltjait:

$$\frac{\partial \pi(x, p)}{\partial x} = -c_1 d(q(x), p) + (p - c(x)) d'_q q_1, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x^2} = -2c_1 d'_q q_1 + (p - c(x)) d''_{qq} q_1^2. \quad (8)$$

A (7) derivált alapján jól látható a döntésben levő trade-off: a helyi beszerzés emeli a minőséget és ezáltal a profitot, de növeli a határkölséget. A következőkben levezetünk a  $\frac{\partial \pi(x, p)}{\partial x} = 0$  elsőrendű feltétel alapján egy kifejezést  $x$ -re, majd megvizsgáljuk, hogy milyen feltételek esetén létezik  $x$ -re belső (0 és 1 közötti) megoldás:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi(x, p)}{\partial x} &= 0 \quad \Leftrightarrow \\ (p - c(x)) d'_q q_1 &= c_1 d(q(x), p) \quad \Leftrightarrow \\ \frac{x d'_q q_1}{x d(q(x), p)} (p - c(x)) &= c_1 \quad \Leftrightarrow \\ x &= \frac{\varepsilon_{d_x} (p - c(x))}{c_1} = \frac{\varepsilon_{d_x} p}{|\varepsilon_{d_p}| c_1} = \frac{c(x)}{c_1} \frac{\varepsilon_{d_x}}{|\varepsilon_{d_p}| - 1} > 0, \end{aligned} \quad (9)$$

ahol a levezetéshez felhasználtuk az (5)-ös összefüggést, és ahol  $\varepsilon_{d_x} = \frac{x d'_q q_1}{d(q(x), p)}$  a kereslet helyi beszerzési arány szerinti rugalmassága, amely az (1d) feltevés alapján pozitív, vagyis  $\varepsilon_{d_x} > 0$ . Vegyük észre, hogy  $\varepsilon_{d_x}$  a „Made

<sup>9</sup> Az (1c) feltétel alapján  $d(q(x), p) + p d'_p < 0$ , amelyből következik, hogy  $\frac{pd'_p}{d(q(x), p)} < -1$ .

in”-hatás erősségét fejezi ki, ezért a továbbiakban így hivatkozunk rá. A (9)-es kifejezés akkor esik a  $(0, 1)$  tartományba, ha az  $\frac{\varepsilon_{d_x}}{|\varepsilon_{d_p}|}p < c_1$  feltétel teljesül.<sup>10</sup> A helyi beszerzés aránya növekszik, ha 1) csökken a helyi beszerzés egységköltség-prémiuma ( $c_1$ ), 2) csökken a kereslet árrugalmassága ( $|\varepsilon_{d_p}|$ ), vagy 3) nő a „Made in”-hatás erőssége ( $\varepsilon_{d_x}$ ). A (8) kifejezést megvizsgálva azt is megállapíthatjuk, hogy milyen feltételek mellett lesz annak értéke negatív:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x^2} &= -2c_1 d'_q q_1 + (p - c(x)) d''_{qq} q_1^2 = -2c_1 d'_q q_1 + c_1 \frac{x d''_{qq} q_1^2}{\varepsilon_{d_x}} = \\ &= c_1 \left( \frac{x d''_{qq} q_1^2}{\varepsilon_{d_x}} - 2d'_q q_1 \right) = c_1 d'_q q_1 \left( \frac{x d''_{qq} q_1}{\varepsilon_{d_x} d'_q} - 2 \right) = c_1 d'_q q_1 \left( \frac{\varepsilon_{d'_x}}{\varepsilon_{d_x}} - 2 \right), \end{aligned} \quad (10)$$

ahol felhasználtuk a (9)-es összefüggést, és ahol  $\varepsilon_{d'_x} = \frac{x d''_{qq} q_1}{d'_q}$  a kereslet beszerzési arány szerinti deriváltjának beszerzési arány szerinti rugalmassága, amely az (1d) feltevés alapján nem lehet pozitív, vagyis  $\varepsilon_{d'_x} \leq 0$ . Következésképpen a (8) kifejezés biztosan negatív, amely a maximum létezésének egyik elégséges feltétele.

Végül tekintsük a profitfüggvény vegyes parciális deriváltját:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x \partial p} &= -c_1 d'_p + d'_q q_1 + (p - c(x)) d''_{qp} q_1 = \\ &= -c_1 d'_p + d'_q q_1 - \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp} q_1 = q_1 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp} \right) - c_1 d'_p, \end{aligned} \quad (11)$$

ahol megint felhasználtuk az (5) kifejezést.

A következőkben megmutatjuk, hogy létezhet  $x$ -re belső megoldás, vagyis a kettős beszerzési stratégia optimális lehet, feltéve, hogy az  $x$ -re levezetett (9) kifejezés a  $(0, 1)$  tartományba esik.<sup>11</sup> A (2) profitfüggvény másodrendű deriváltakból álló Hesse-mátrixa a stacionárius pontban az alábbi:

$$\begin{aligned} H(x, p) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x \partial p} \\ \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial p \partial x} & \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial p^2} \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_1 d'_q q_1 \left( \frac{\varepsilon_{d'_x}}{\varepsilon_{d_x}} - 2 \right) & q_1 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp} \right) - c_1 d'_p \\ q_1 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp} \right) - c_1 d'_p & d'_p \left( 2 - \frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

<sup>10</sup>Mivel ez a feltétel  $p$ -től is függ, nem tudjuk garantálni  $x$  belső megoldásának létezését.

<sup>11</sup>Kétváltozós függvényekre a maximum elégséges feltétele, hogy  $-a \frac{\partial^2 \pi(x, p)}{\partial x^2} < 0$  negativitási feltétel mellett – a Hesse-mátrix determinánsa pozitív legyen a stacionárius pontban (Winston 1994).

amely determinánsa:

$$\begin{aligned}
 \det H(x, p) &= c_1 d'_q q_1 \left( \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} - 2 \right) d'_p \left( 2 - \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \right) - \left[ q_1 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right) - c_1 d'_p \right]^2 = \\
 &= c_1 d'_q q_1 d'_p \left( 2 \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + 2 \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{\varepsilon d_x \varepsilon d_p} - 4 \right) - q_1^2 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right)^2 + \\
 &+ 2 q_1 \left( d'_q - \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right) c_1 d'_p - c_1^2 d_p^2 = 2 c_1 d'_q q_1 d'_p \left( \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{2 \varepsilon d_x \varepsilon d_p} \right) - \\
 &- 2 c_1 d'_q q_1 d'_p - q_1^2 d_q^2 + 2 q_1^2 d'_q \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} - \left( q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right)^2 - 2 q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} c_1 d'_p - \\
 &- c_1^2 d_p^2 = 2 c_1 d'_q q_1 d'_p \left( \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{2 \varepsilon d_x \varepsilon d_p} \right) - (q_1 d'_q + c_1 d'_p)^2 - \\
 &- \left( q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right)^2 + 2 (q_1 d'_q - c_1 d'_p) q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp}.
 \end{aligned} \tag{13}$$

A (13) determináns előjele a benne szereplő tagoktól függ, vegyük ezeket sorra:

1) A  $2c_1 d'_q q_1 d'_p \left( \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{2 \varepsilon d_x \varepsilon d_p} \right)$  kifejezés pozitív, amennyiben  $\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 0$ , és negatív, amennyiben  $\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 2$  érvényes.<sup>12</sup>

2) A  $-(q_1 d'_q + c_1 d'_p)^2 - \left( q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp} \right)^2$  kifejezés mindenképpen negatív.

3) A  $2(q_1 d'_q - c_1 d'_p) q_1 \frac{p}{\varepsilon d_p} d''_{qp}$  kifejezés pozitív (negatív), amennyiben a  $d''_{qp}$  derivált negatív (pozitív).

Ezek alapján a (13) determináns pozitivitása és ezzel együtt a kettős beszerzési stratégia optimalitása akkor a legvalószínűbb, ha a  $d''_{qp}$  derivált negatív és  $\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 0$ . Előbbi feltétel azt jelenti, hogy a kereslet árugalmassága nagyobb helyi beszerzési arány mellett magasabb, míg az utóbbi feltétel akkor teljesül, ha a kereslet árugalmassága végtelenbe tart, vagyis a piaci verseny rendkívül intenzív.

Ugyanakkor, ha  $\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 2$  és a  $d''_{qp}$  derivált pozitív, a (13) determináns mindenképpen negatív, és az optimális megoldásban  $x$  értéke a (7) kifejezés előjelétől függően 0 vagy 1, vagyis az optimális beszerzési stratégia az egy forrásból történő beszerzés.

---

<sup>12</sup> Alkalmazva a  $2 > \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \geq 0$  feltételt, a (13) determináns első tagja negatív és pozitív is lehet, hiszen határértékeken az alábbi érvényes:  $\lim_{\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 0} \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{2 \varepsilon d_x \varepsilon d_p} = \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} < 0$ ,  $\lim_{\frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} \rightarrow 2} \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + \frac{\varepsilon d'_p}{\varepsilon d_p} - \frac{\varepsilon d'_x \varepsilon d'_p}{2 \varepsilon d_x \varepsilon d_p} = \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} + 2 - \frac{\varepsilon d'_x}{\varepsilon d_x} = 2 > 0$ .

A bilineáris keresleti függvény speciális esetére a (13) kifejezés leegyszerűsödik:<sup>13</sup>

$$\begin{aligned} \det H(x, p) &= \\ &= -(q_1 d'_q + c_1 d'_p)^2 - \left( q_1 \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp} \right)^2 + 2(q_1 d'_q - c_1 d'_p) q_1 \frac{p}{\varepsilon_{d_p}} d''_{qp}, \end{aligned} \quad (14)$$

amely mindig negatív, amennyiben  $d''_{qp} \geq 0$ , és akkor lehet pozitív, amennyiben  $d''_{qp} < 0$ . Ezek szerint bilineáris keresleti függvényre a kettős beszerzési stratégia csak akkor lehet optimális, ha a keresleti függvény vegyes parciális deriváltja negatív. A lehetséges eseteket foglalja össze a 2. táblázat.

A keresleti függvény vegyes parciális deriváltja ( $d''_{qp}$ )	A keresleti függvény alakja		
	Nemlineáris $\frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} \rightarrow 0$	$\frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} \rightarrow 2$	Bilineáris, vagyis $\frac{\varepsilon_{d'_x}}{\varepsilon_{d_x}} = \frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} = 0$
Pozitív	Kettős/egyforrásos beszerzés	Egyforrásos beszerzés	Egyforrásos beszerzés
Nulla	Kettős/egyforrásos beszerzés	Egyforrásos beszerzés	Egyforrásos beszerzés
Negatív	Kettős/egyforrásos beszerzés	Kettős/egyforrásos beszerzés	Kettős/egyforrásos beszerzés

2. táblázat. A modellben előforduló optimális beszerzési stratégiák

## 4 Numerikus példák

Az előző szakasz analitikus eredményeinek illusztrálására ebben a szakaszban numerikus szimulációt alkalmazunk. Legyen a keresleti függvény alakja a következő:

$$d(q(x), p) = d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p}. \quad (15)$$

ahol  $d_0, \varepsilon_x > 0$  és  $\varepsilon_p > 1$ . Ennek a függvénynek megvan az a jó tulajdonsága, hogy a kereslet árrugalmassága ( $\varepsilon_{d_p}$ ) az ár kitevőjével egyezik meg ( $-\varepsilon_p$ ):

$$\varepsilon_{d_p} = \frac{p d'_p}{d(q(x), p)} = \frac{p(-\varepsilon_p) d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p - 1}}{d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p}} = -\varepsilon_p, \quad (16)$$

míg az ár szerinti első derivált árrugalmassága a következő:

$$\varepsilon_{d'_p} = \frac{p d''_{pp}}{d'_p} = \frac{p(-\varepsilon_p - 1)(-\varepsilon_p) d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p - 2}}{(-\varepsilon_p) d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p - 1}} = -\varepsilon_p - 1. \quad (17)$$

Ebből következik, hogy a  $2 > \frac{\varepsilon_{d'_p}}{\varepsilon_{d_p}} = \frac{-\varepsilon_p - 1}{-\varepsilon_p} = 1 + \frac{1}{\varepsilon_p}$  feltétel mindig teljesül erre a keresleti függvényre. Az  $x$  szerinti rugalmasságokat megvizsgálva:

$$\varepsilon_{d_x} = \frac{x d'_q q_1}{d(q(x), p)} = \frac{x \varepsilon_x d_0 q(x)^{\varepsilon_x - 1} p^{-\varepsilon_p} q_1}{d_0 q(x)^{\varepsilon_x} p^{-\varepsilon_p}} = \frac{q_1 x \varepsilon_x}{q(x)} = \frac{q_1 x}{q_0 + q_1 x} \varepsilon_x = \frac{1}{1 + \frac{q_0}{q_1 x}} \varepsilon_x \quad (18)$$

<sup>13</sup>A bilineáris keresleti függvény általános alakja  $d(q(x), p) = a + bq(x) + cp + dq(x)p$ , vagyis csak lineáris és szorzott tagokat tartalmaz.

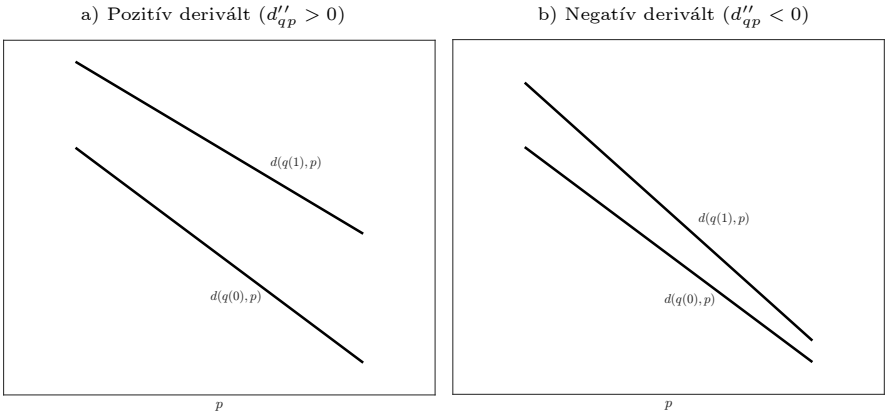
$$\begin{aligned} \varepsilon_{d'_x} &= \frac{x d''_{qq} q_1}{d'_q} = \frac{x(\varepsilon_x - 1) \varepsilon_x d_0 q(x)^{\varepsilon_x - 2} p^{-\varepsilon_p} q_1}{\varepsilon_x d_0 q(x)^{\varepsilon_x - 1} p^{-\varepsilon_p}} = \frac{q_1 x}{q(x)} (\varepsilon_x - 1) = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{q_0}{q_1 x}} (\varepsilon_x - 1), \end{aligned} \tag{19}$$

vagyis az  $\varepsilon_x$  kitevő jó közelítését adja a „Made in”-hatás erősségének. Fontos megjegyezni, hogy az (1d) feltevésünk miatt a  $0 < \varepsilon_x \leq 1$  feltételt alkalmazzuk a szimulációkban.

Végül vizsgáljuk meg a bevezetett keresleti függvény vegyes parciális deriváltját:

$$d''_{qp} = \varepsilon_x (-\varepsilon_p) d_0 q(x)^{\varepsilon_x - 1} p^{-\varepsilon_p - 1} < 0. \tag{20}$$

A negatív derivált annyit jelent, hogy nagyobb helyi beszerzési arány mellett a vevők nagyobb mértékben árérzékenyek. Korábban láttuk, hogy ilyen esetben előfordulhat kettős beszerzési stratégia. Az 1. ábra szemlélteti a keresleti függvény elmozdulását pozitív (a) eset) és negatív (b) eset) derivált esetén, amennyiben a vállalat távoli beszerzésről ( $x = 0$ ) helyi beszerzési stratégiára ( $x = 1$ ) vált (Vörös 2019).

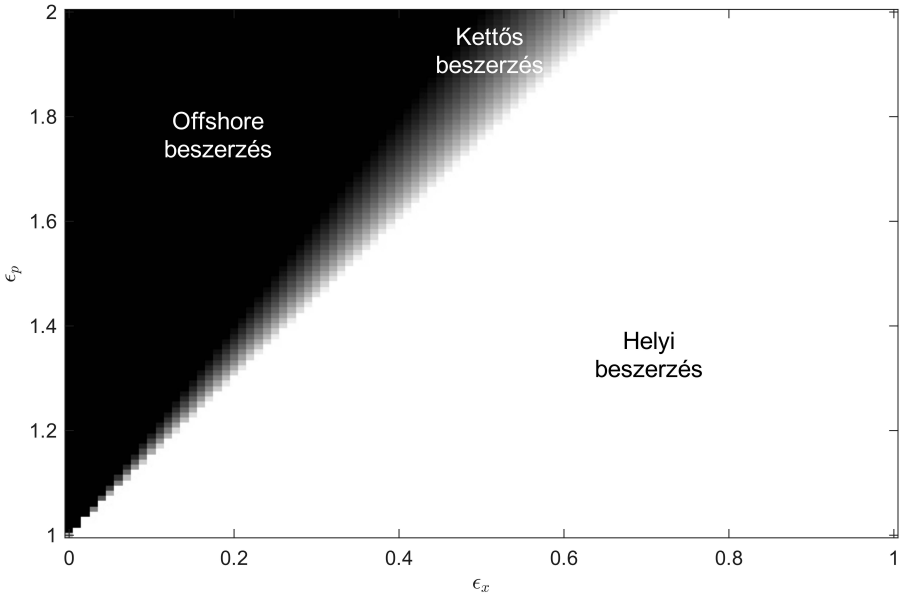


1. ábra. A vegyes parciális derivált hatása a keresletre

A nemlineáris keresleti függvényre a következő paraméterértékeket alkalmazzuk:  $d_0 = 5$ ,  $c_0 = 1$ ,  $c_1 = 0,5$ ,  $q_0 = 1$  és  $q_1 = 1$ .

A 2. ábra bemutatja, hogy miként alakul az optimális beszerzési stratégia a kereslet árrugalmassága ( $\varepsilon_p$ ) és a „Made in”-hatás erőssége ( $\varepsilon_x$ ) függvényében. Jól látható, hogy – az előző fejezet analitikus eredményeivel összhangban – valóban előfordulhat olyan optimális megoldás, amelynél a vállalat mindkét térségből vásárol termékeket („Kettős beszerzés” címkével jelölt szürke területek). Az is látszik továbbá, hogy minél erősebb a „Made in”-hatás (minél nagyobb az  $\varepsilon_x$  paraméter értéke), annál valószínűbb, hogy a vállalat a termékeket helyi beszállítótól vásárolja („Helyi beszerzés” címkével jelölt

fehér területek). Ugyanakkor a kereslet árérzékenységének erősödése ( $\epsilon_p$  paraméter növekedése) a helyi beszerzés valószínűségét csökkenti és a vállalatot az offshore beszerzés irányába tolja („Offshore beszerzés” címkével jelölt fekete területek). Az erősen árérzékeny piacokon a „Made in”-hatás keresletben megmutatkozó előnyei nem haladják meg a helyi beszerzés többletköltségét.

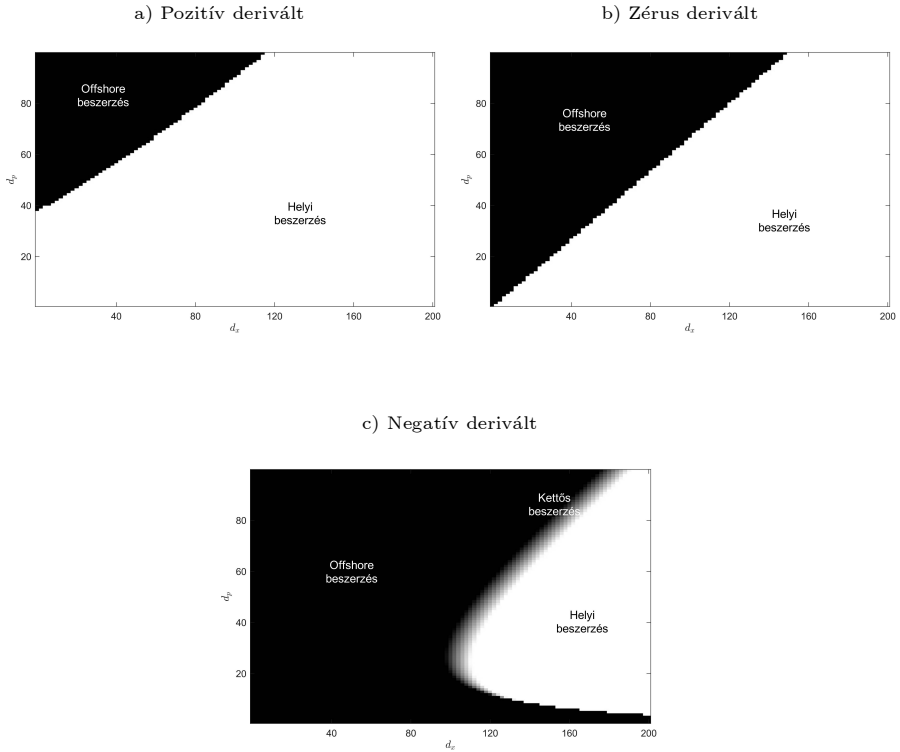


2. ábra. Az árrugalmasság és a „Made in”-hatás szerepe az optimális beszerzési stratégiában negatív vegyes parciális derivált esetén, amennyiben a keresleti függvény nemlineáris

A 3. ábrán megvizsgáltuk a bilineáris keresleti függvény esetét is, ahol a

$$d(q(x), p) = d_0 + d_x q(x) - d_p p + d_{qp} q(x)p$$

alakot feltételeztük, és a  $d_0 = 500$ ,  $c_0 = 1$ ,  $c_1 = 1,5$ ,  $q_0 = 1$ ,  $q_1 = 1$ , illetve  $d_{qp} \in \{5, 0, -5\}$  paraméterértékeket alkalmaztuk. A keresleti függvényben  $d_x$  befolyásolja a „Made in”-hatás erősségét,  $d_p$  az árrugalmasságot, míg  $d_{qp}$  a vegyes parciális deriváltat. Utóbbira három különböző értéket alkalmaztunk, hogy előjelének hatását is vizsgálni tudjuk. Jól látható, hogy csak negatív esetben van esély kettős beszerzésre, amely megfelel az előző szakasz analitikus eredményének. Az is látszik, hogy pozitív derivált mellett a legjellemzőbb a helyi beszerzés, hiszen ebben az esetben nagyobb helyi beszerzési arány mellett kevésbé érzékeny a kereslet, vagyis a „Made in”-hatás előnyei jól kiaknázhatók a vállalat számára.



3. ábra. Az árrugalmasság és a „Made in”-hatás szerepe az optimális beszerzési stratégiában különböző előjelű vegyes parciális deriváltakra, amennyiben a keresleti függvény bilineáris

## 5 Konklúzió

A „Made in”-hatás egyre meghatározóbb a nemzetközi beszerzési és marketingstratégiákban, mivel a származási ország megítélése jelentősen befolyásolja a fogyasztók által észlelt minőséget – és így a keresletet is. Modellünk rámutat, hogy minél erősebb a származási ország pozitív megítélése, illetve minél kisebb az árérzékenység, annál nagyobb arányban éri meg helyi beszállítóktól vásárolni – nemcsak logisztikai vagy környezeti, hanem márkaértéket növelő szempontból is. Analitikus eredményeink alapján három fő következtetést tudunk megfogalmazni:

1. A helyi beszerzés aránya növekszik, ha erősebb a „Made in”-hatás és/vagy alacsonyabb az árérzékenység.
2. Amennyiben a keresleti függvény ár és minőség szerinti vegyes parciális deriváltja pozitív, vagyis magasabb helyi beszerzési arány alacsonyabb árrugalmasságot eredményez a keresletben, nem érdemes megosztani a beszerzést, vagyis az egyforrásos (helyi vagy offshore) beszerzés lehet

optimális – a termék pozicionálásától (pl. luxustermékek) és a versenyhelyzettől függően (pl. cipőgyártás).

- Amennyiben a vegyes parciális derivált negatív, vagyis magasabb helyi beszerzési arány érzékenyebb kereslettel/nagyobb piaci versennyel jár együtt, adott feltételek mellett optimális lehet duális beszerzési stratégiát alkalmazni, vagyis a helyi és offshore beszerzést kombinálni. Mivel feltevéseink szerint a helyi beszerzés növeli az észlelt minőséget, eredményeink összhangban vannak Vörös (2017) megállapításaival, ahol a negatív vegyes parciális derivált azt jelzi, hogy a vevők árérzékenysége magasabb a prémium szegmensben, azaz a minőség növekedésének ellenére az intenzívebb verseny miatt akár az árak csökkenése is megfigyelhető, ami az autonóm tanulás – vagyis a termelékenység növekedése – eredményeként is értelmezhető. Az *iPhone* új alapmodelljeinek induló ára például 2020 és 2024 között változatlanul 799 USD.<sup>14</sup> Hasonlóképpen a *Nikon D6* a 2020-as bevezetés óta ugyancsak változatlan áron kerül forgalomba (6500 USD).<sup>15</sup> Reálértéken ez mindkét esetben több mint 20%-os árcsökkenést jelent.<sup>16</sup> Modellünk ugyanakkor rámutat arra is, hogy amennyiben nagyobb helyi beszerzési arány mellett a vevők nagyobb mértékben árérzékenyek, akkor a helyben gyártott termék feltételezhetően nem nyújt érezhető hozzáadott értéket, azaz gyenge a „Made in”-hatás szerepe. Ezért a duális beszerzés, az offshore régiókból való beszerzés felé eltolódás is egy olyan stratégia lehet, ami biztosíthatja a versenyképességet a magasabb minőségi kategóriákban akkor is, ha fokozódik a fogyasztók árérzékenysége. Nem véletlen, hogy mind az *iPhone*, mind a *Nikon D6* gyártását már távol-keleti fejlődő országokban végzik.

A fenntarthatóság iránti fogyasztói elvárások, valamint az olyan protekcionista gazdaságpolitikák, mint a *Trump-adminisztráció* által tervezett vámrendszer, tovább ösztönözhetik a vállalatokat a helyi beszerzési stratégiák irányába. Ugyanakkor a „Made in”-hatásra építő stratégia csak akkor lehet sikeres, ha a fogyasztók hajlandók felárat fizetni a helyben gyártott termékekért. Az *iPhone* példáján keresztül jól érzékelhető ez a dilemma: elemzői becslések szerint a vámintézkedések hatására az alapmodellek ára akár 43%-kal is emelkedhet, azaz a korábbi 799 USD helyett 1142 USD-t is kérhetnek egy új készülékért.<sup>17</sup> Ha a vásárlók árérzékenyek maradnak, a vállalatok kénytelenek lehetnek csökkenteni a termék minőségét vagy funkcionalitását, veszélyeztetve ezzel a márkaimázst. Ezért érdemes lehet a vállalatok számára olyan eszközöket is alkalmazni, amelyek csökkentik az árérzékenységet (pl. pré-

<sup>14</sup><https://www.androidauthority.com/iphone-price-history-3221497>

<sup>15</sup><https://ymcinema.com/2025/05/05/the-nikon-d6-is-alive-and-kicking-dont-bury-the-dslr-flagship-just-yet>

<sup>16</sup>Az Egyesült Államok 2020 és 2024 közötti kumulált fogyasztói árindexét figyelembe véve.

<sup>17</sup><https://www.reuters.com/technology/will-trump-tariffs-make-apple-iphones-more-expensive-2025-04-03>

mium pozicionálás). Ebben pedig fontos szerep juthat a „Made-in” hatásnak, a helyi beszerzés és gyártás iránti pozitív attitűd erősítésének.

## Köszönetnyilvánítás

A TKP2021-NKTA-19 számú projekt az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalom

1. Aichner, T. (2014). Country-of-origin marketing: A list of typical strategies with examples. *Journal of Brand Management*, 21, 81–93.
2. Balabanis, G. és Diamantopoulos, A. (2004). Domestic country bias, country-of-origin effects, and consumer ethnocentrism: a multidimensional unfolding approach. *Journal of the Academy of Marketing Science*, 32(1), 80–95.
3. Baraldi, E., Ciabuschi, F., Lindahl O. és Fratocchi L. (2018). A network perspective on the reshoring process: The relevance of the home and the host-country contexts. *Industrial Marketing Management*, 70, 156–166.
4. Battini D., Persona A. és Sgarbossa F. (2014). A sustainable EOQ model: Theoretical formulation and applications. *International Journal of Production Economics*, 149, 145–153.
5. Bilkey, W. J. és Nes, E. (1982). Country-of-origin effects on product evaluations. *Journal of International Business Studies*, 13, 89–100.
6. Chand, S., Moskowitz, H., Novak, A., Rekhi, I., és Sorger, G. (1996). Capacity allocation for dynamic process improvement with quality and demand considerations. *Operations Research*, 44(6), 964–975.
7. Chenavaz, R. (2017). Better product quality may lead to lower product price. *The B. E. Journal of Theoretical Economics*, 17(1) ISSN (Print) 2194-6124. doi:10.1515/bejte-2015-0062.
8. Dachs, B., Kinkel, S., Jäger, A. és Palčič, I. (2019). Backshoring of production activities in European manufacturing. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 25(3).
9. Di Mauro, C., Fratocchi, L., Orzes, G. és Sartor, M. (2018). Offshoring and backshoring: A multiple case study analysis. *Journal of Purchasing and Supply Management*, 24, 108–134.
10. Dichter, E. (1962). The world customer. *The International Executive*, 4(4), 25–27.
11. Duan, L. és Ventura, J. A. (2020). Technical Note: A Joint Pricing, Supplier Selection, and Inventory Replenishment Model Using the Logit Demand Function. *Decision Sciences*, 52(2), 512–534.
12. Firouz, M., Keskin, B. és Melouk, S. (2017). An integrated supplier selection and inventory problem with multi-sourcing and lateral transshipments. *Omega*, 70, 77–93.
13. Fratocchi, L., Ancarani A., Barbieri, P., Di Mauro C., Nassimbeni, G., Sartor, M., Vignoli, M. és Zanoni, A. (2015). Manufacturing back-reshoring as a nonlinear internationalization process. *The Future Of Global Organizing*, (10) 365–403.

14. Garvin, A. D. (1987). Competing on the eight dimensions of quality, *Harvard Business Review*, 101–109, Nov-Dec.
15. Hauck, Zs., Longauer, D. és Vasvári, T. (2021). Termelésáthelyezési döntések modellezése a fejlett gazdaságokban. *Sigma*, 52(3), 269–292.
16. Hauck, Zs., Rabta, B. és Reiner, G. (2021). Joint quality and pricing decisions in lot sizing models with defective items. *International Journal of Production Economics*, Vol 241. 108255. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2021.108255>.
17. Hester, S. B. és Yuen, M. (1987). The influence of country of origin on consumer attitude and buying behavior in the United States and Canada. *ACR North American Advances*.
18. Jadidi, O., Cavalieri, S. és Firouzi, F. (2024). Supplier selection and order allocation problem under demand and supply uncertainty with return policy. *Applied Mathematical Modelling*, 133(9), 65–78.
19. Jin, B., Yong Park, J. és Sang Ryu, J. (2010). Comparison of Chinese and Indian consumers' evaluative criteria when selecting denim jeans: A conjoint analysis. *Journal of Fashion Marketing and Management: An International Journal*, 14(1), 180–194.
20. Jung, S. H. (2020). Offshore versus onshore sourcing: quick response, random yield, and competition. *Production and Operations Management*, 29(3), 750–766.
21. Kim, N., Chun, E. és Ko, E. (2017). Country of origin effects on brand image, brand evaluation, and purchase intention: A closer look at Seoul, New York, and Paris fashion collection. *International Marketing Review*, 34(2), 254–271.
22. Krajewski, L. J., Ritzman, L. P., és Malhotra, M. K. (2015). *Operations management* (11th ed.). Pearson.
23. Lee, J. és Moon, I. (2024). Supplier selection and order allocation problems considering regional and supplier disruptions with a risk-averse strategy. *Computers & Industrial Engineering*, 187(1)
24. Li, G., és Rajagopalan, S. (1998). Process improvement, quality, and learning effects. *Management Science*, 44(11), 1517–1532.
25. Longauer, D., Danka, S. és Vasvári, T. (2024). Made-in hatás és kiszervezési stratégiák a divatiparban. *Sigma*, 55(2-3), 193–221. <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.55.1237>
26. Longauer, D., Hauck, Zs. és Vasvári, T. (2023). Make-or-Buy Strategies in a Multi-Stage Manufacturing Process and the Role of Learning Effect in Relocation Decisions. *Computers & Industrial Engineering*, 180 (2023).
27. Mahdavi, M., Mahmoudzadeh M. és Olsen, T. L. (2023). Efficient vs. Responsive supplier selection for functional and innovative products: A quantitative study. *International Journal of Production Economics*, 255.
28. Mendoza, A. és Ventura, J. (2012). Analytical models for supplier selection and order quantity allocation. *Applied Mathematical Modelling*, 36(8), 3826–3835.
29. Minner, S. (2003). Multiple-supplier inventory models in supply chain management: A review. *International Journal of Production Economics*, 81–82(1), 265–279.
30. Phau, I. és Prendergast, G. (2000). Conceptualizing the country of origin of brand, *Journal of Marketing Communications*, 6(3), 159-170. <https://doi.org/10.1080/13527260050118658>

31. Rashid, A. és Barnes, L. (2017). Country of Origin: Reshoring Implication in the Context of the UK Fashion Industry. In: Vecchi, A. (eds) *Reshoring of Manufacturing. Measuring Operations Performance* (pp. 183–201). Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-58883-4\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-319-58883-4_9)
32. Rashid, A. és Barnes, L. (2020). Country of origin association in retail and wholesale branding. In *Country of Origin Effect* (pp. 20–39). Routledge.
33. Saputro, T., Figueira, G. és Almada-Lobo, B. (2021). Integrating supplier selection with inventory management under supply disruptions. *International Journal of Production Research*, 59(11), 3304–3322.
34. Sawik, T. (2014). Joint supplier selection and scheduling of customer orders under disruption risks: Single vs. dual sourcing. *Omega*, 43(3), 83–95.
35. Slack, N., Chambers, S. és Johnson, R. (2010). *Operations management* (6th ed). London: Prentice Hall.
36. Teng, J. és Thompson, G. L. (1996). Optimal strategies for general price-quality decision models of new products with learning production costs. *European Journal of Operational Research*, 93, 476–489.
37. Ventura, J. A., Bunn, K. A., Venegas, B. B. és Duan, L. (2021). A coordination mechanism for supplier selection and order quantity allocation with price-sensitive demand and finite production rates. *International Journal of Production Economics*, 233.
38. Ventura, J. A., Golany, B., Mendoza, A. és Li, C. (2022). A multi-product dynamic supply chain inventory model with supplier selection, joint replenishment, and transportation cost. *Annals of Operations Research*, 316, 729–762.
39. Vörös, J. (2006). The dynamics of price, quality, and productivity improvement decisions. *European Journal of Operational Research*, 170, 809–823.
40. Vörös, J. (2017). A minőség és az ár kapcsolatáról. *Sigma*, 48(3-4), 133–149.
41. Vörös, J. (2019). An analysis of the dynamic price-quality relationship. *European Journal of Operational Research*, 277, 1037–1045.
42. Winston, W. L. (1994). *Operations Research: Applications and Algorithms*. (3rd ed), Duxbury Press, Wadsworth Publishing Company, Belmont, CA.
43. Yu, H., Zeng, A. és Zhao, L. (2009). Single or dual sourcing: decision-making in the presence of supply chain disruption risks. *Omega*, 37(4), 788–800.

#### THE ROLE OF COUNTRY OF ORIGIN AND QUALITY IN SUPPLIER SELECTION

The study examines the role of perceived quality and the country-of-origin ('Made in' effect) in corporate sourcing decisions. While the literature has mostly focused on the dimensions of conformance and performance quality, less attention has been paid to how perceived quality – particularly the product's place of origin – influences optimal supplier selection. To address this, we model the impact of country of origin on perceived quality within the supplier-selection decision. The analytical results and numerical simulations indicate that the stronger the positive perception of the country of origin and the lower the price sensitivity, the more advantageous it is to source from local suppliers, whereas intense competition may push firms toward offshore sourcing. At the same time, if the partial derivative of the demand function with respect to price and quality is negative – meaning that buyers become more

price-sensitive at higher shares of local sourcing – it may be optimal to adopt a dual sourcing strategy. Our findings contribute to the supply chain management and supplier-selection literature that integrates the made-in effect into sourcing decisions.

# STAKEHOLDER-PREFERENCIÁK RANGSOROLÁSA AZ EURÓPAI TŐZSDÉN JEGYZETT VÁLLALATOK ESG-GYAKORLATÁBAN<sup>1</sup>

TÓTH-PAJOR ÁKOS – KUTI MÓNIKA – RÁDÓCZY KLAUDIA

*Pécsi Tudományegyetem KTK Pénzügy és Számvitel Intézet*

A tanulmány 704 európai tőzsdén jegyzett vállalat 2009 és 2020 közötti ESG-minősítése alapján vizsgálja a stakeholder-preferenciák rangsorát. A kutatás újdonsága, hogy egy stakeholder-taxonómia kialakításával kapcsolja össze a vállalatok ESG-teljesítményét a stakeholder-elmélettel és a kettős lényegesség elvére alapozva vizsgálja meg a vállalatok stakeholder-preferenciáit. A kutatás célja annak feltérképezése, hogy a vállalatok melyik fenntarthatósági tématerületeket tekintik lényegesnek és ezek a preferenciák hogyan kapcsolódnak a stakeholder-értéktérmentéshez. Kutatásunkban nemnegatív legkisebb négyzetek módszerével becsljük meg az implicit ESG-kategória súlyokat és az általunk kialakított stakeholder-taxonómiára alapozva párosítjuk össze az ESG-kategóriákat a stakeholder-csoportokkal, hogy rangsoroljuk a vállalatok stakeholder-preferenciáit a kettős lényegesség elvén alapuló súlyozás szerint. Eredményeink rámutatnak, hogy a stakeholder-preferenciák rangsorát tekintve a vállalatok általában a belső stakeholdereket részesítik előnyben a külsőkkel szemben. A külső stakeholderek közül a beszállítók, közösségek és a fogyasztók szerepelnek rangos helyen. A jobb ESG-teljesítményt elérő vállalatok a környezeti felelősséghez kapcsolódó fenntarthatósági szempontokra is nagy hangsúlyt fektetnek. Az európai tőzsdei vállalatokat tekintve kevés empirikus bizonyíték áll rendelkezésre a stakeholder-preferenciák rangsorolásáról, így tanulmányunk iránymutatásként szolgálhat a fenntarthatósági stratégiák kialakításához és a fenntarthatósági jelentések alapjának tekinthető lényegességvizsgálatok elkészítéséhez.

*Kulcsszavak:* stakeholder-preferenciák, ESG-stratégia, fenntarthatósági beszámolás. *JEL-kódok:* G34, O16, M14

## 1 Bevezetés

A környezeti, társadalmi és vállalatiirányítási (ESG) minősítések és rangsorok a fenntartható pénzügyek eszköztárának fontos elemei, és komplex mérőszámként szolgálnak a vállalatok környezeti fenntarthatóság és társadalmi felelősségvállalás iránti elkötelezettségének értékelésére. Az ESG-indikátorok fontos információkkal szolgálnak a befektetők számára a fenntarthatósághoz kapcsolódó kockázatokról és lehetőségekről, valamint a vállalatok stratégiai

---

<sup>1</sup>Beérkezett 2025. július 8. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.57.1316>. E-mail: [toth-pajor.akos@ktk.pte.hu](mailto:toth-pajor.akos@ktk.pte.hu).

képességeiről és erőforrásairól. Vállalati nézőpontból az ESG-teljesítményekből a vállalatok stakeholder-preferenciáira is következtethetünk. Az ESG-minősítések és -rangsorok kritikái között Berg et al. (2022) rámutatott, hogy az indikátorok közötti alacsony korreláció, és súlyozásból következő átváltási lehetőségek megnehezítik a befektetők feladatát. Az ESG-minősítők több szempontból értékelik a vállalatok fenntarthatósági teljesítményét, így a vállalatoknak is fontossá válik, hogy igazodva a minősítőkhöz, láthatóvá tegyék ESG-teljesítményüket a befektetők számára. Kutatásunkban a Berg et al. (2022) által alkalmazott indikátor-taxonómia helyett egy általunk kialakított stakeholder-taxonómia alkalmazásával kapcsoljuk össze az LSEG (London Stock Exchange Group) ESG-minősítésében szereplő kategóriákat a releváns stakeholder-csoportokkal, és a kettős lényegesség elve szerint meghatározott ESG-kategória súlyok alapján állítjuk fel a stakeholder-preferenciák rangsorát az európai tőzsdei vállalatok gyakorlatában.

Kutatásunk célja, hogy iránymutatást adjon a fenntarthatósági stratégiákat és a fenntarthatósági beszámolást megalapozó lényegességvizsgálathoz, és rámutasson azokra a fenntarthatósági témákra, amelyek az ESG-minősítések-ből következően prioritást élvezhetnek a fenntarthatósági stratégiaalkotás fontos eleme a stakeholder-érdekek megismerése és a lényeges fenntarthatósági témákhoz kapcsolódó kockázatok, lehetőségek és hatások azonosítása. A vállalatok az értékláncok fontos szereplőinek azonosításával, megkérdezésével és bevonásával határozhatják meg a lényeges fenntarthatósági tématerületeket, és értékelhetik az ezekhez kapcsolódó hatásokat, kockázatokat és lehetőségeket. A stakeholderek bevonása proxy képviselők megkérdezésével, validációval, vagy a lényegességvizsgálat és a fenntarthatósági átvilágítás folyamataiba történő bevonáson keresztül valósulhat meg. Az ESG-minősítők szempontjainak megismerése a lényegességvizsgálatok során kulcsfontosságú lehet, hiszen későbbi hatásai az ESG-minősítésekben és -rangsorokban megjelenő teljesítmények vonatkozásában érhetők tetten.

Tanulmányunkban arra a kutatási kérdésre keresünk választ, hogy az európai tőzsdei vállalatok milyen fenntarthatósági témákat tartanak lényegesnek, és ezek a preferenciák hogyan kapcsolódnak a stakeholder-értékteremtéshez. Kutatásunkban nemnegatív legkisebb négyzetek módszerével becsüljük meg az implicit ESG-kategória súlyokat, és a kialakított stakeholder-taxonómiát felhasználva állítjuk fel a stakeholder-preferenciák rangsorát a lényegesség alapján meghatározott súlyozás szerint. Eredményeink rámutatnak, hogy a stakeholder-preferenciák vonatkozásában a vállalatok általában a belső stakeholdereket részesítik előnyben a külsőkkel szemben. A külső stakeholderek közül a beszállítók, közösségek és a fogyasztók szerepelnek rangos helyen. A jobb ESG-teljesítményt elérő vállalatok a környezeti felelősséghez kapcsolódó fenntarthatósági tématerületekre is nagy hangsúlyt fektetnek.

Tanulmányunk több szempontból is hozzájárul a kapcsolódó szakirodalomhoz. A Berg et al. (2022) által alkalmazott indikátor-taxonómia helyett a stakeholder-elmélet nézőpontjából vizsgáljuk a vállalatok ESG-teljesítményét. A stakeholder-taxonómia kialakításával kutatásunk empirikus bizonyítékokkal szolgál a Kay et al. (2020) stakeholder-modelljében szereplő megállapításokra.

Emellett részletesen bemutatjuk az európai tőzsdei vállalatok stakeholder-preferenciáinak rangsorát, amelyről eddig csak kevés elemzés állt rendelkezésre a szakirodalomban.

A tanulmányban elsőként egy szakirodalmi áttekintéssel alapozzuk meg hipotéziseinket. Ezt követően bemutatjuk az ESG-stratégián alapuló stakeholder-modellünket. A módszertani rész a mintaszelekciót, a leíró statisztikákat és becsült modelleket mutatja be. Végül az eredmények bemutatását követően a tanulmány következtetéseit és implikációit tárgyaljuk.

## 2 Szakirodalmi áttekintés

Az elmúlt évtizedekben a vállalati társadalmi felelősségvállalás (CSR) és az ESG-elvek köre szerveződő szakirodalom számos elméleti megközelítést dolgozott ki. Az erőforrás-elmélet (resource-based view, RBV) abból indul ki, hogy a vállalat versenyelőnye tartósan fenntartható, ha birtokában van olyan értékes, ritka, nehezen imitálható és nem helyettesíthető erőforrásoknak, amelyek stratégiai jelentőséggel bírnak (Barney, 1991). A fenntarthatósághoz kapcsolódó képességek éppen ilyen erőforrásként értelmezhetők, amelyek hozzájárulnak a vállalati reputációhoz, a fogyasztói lojalitáshoz és a szabályozási kockázatok csökkentéséhez (Hart, 1995). A természeti erőforrás-elmélet (Natural-resource-based view, NRBV) kiterjeszti az RBV-t a környezeti szempontokra, hangsúlyozva a fenntartható működésben rejlő stratégiai lehetőségeket.

A legitimitációelmélet a szervezetek társadalmi környezethez való alkalmazkodásának szükségességét hangsúlyozza. A vállalatok legitimitációra törekednek, azaz arra, hogy tevékenységüket a társadalom normái, értékei és elvárásai szerint elfogadhatóként mutassák be (Suchman, 1995). A fenntarthatósági jelentések és ESG-kommunikáció gyakran ennek a legitimitációs törekvésnek az eszközei, melyek célja a társadalmi bizalom fenntartása vagy helyreállítása, különösen krízishelyzetekben vagy reputációs kihívások idején (Deegan, 2002). A legitimitációelmélet kritikusan szemléli a vállalati fenntarthatóság retorikai és szimbolikus aspektusait, különösen akkor, ha azok mögött nincs valódi teljesítmény.

Az elszámolhatóság és a fenntarthatósági beszámolás tekintetében a kettős lényegesség (double materiality, DM) elve az ESG-jelentéstétel egyik kulcs-konceptiója. Ez a megközelítés azt hangsúlyozza, hogy a vállalatnak nemcsak azokra a fenntarthatósági kérdésekre kell reagálnia, amelyek pénzügyi szempontból relevánsak a saját működésére nézve (financial materiality, pénzügyi lényegesség), hanem azokra is, amelyekkel működése hatást gyakorol a társadalomra és a környezetre (impact materiality, hatáslényegesség). A kettős lényegesség tehát összekapcsolja a pénzügyi és társadalmi dimenziókat, és hidat képez az RBV, a legitimitáció elmélet és stakeholder-szemlélet között azáltal, hogy egyszerre kéri számon a vállalaton belüli és kívüli hatásokat.

A részvényesi elmélet szerint a vállalatok kizárólag részvényeseik felé tartoznak elszámolással, és társadalmi szempontból semleges szereplőként működnek (Friedman, 1970). A vállalati cél a részvényesi érték maximalizálása,

amely hosszú távon a részvényesi vagyon növekedéséhez vezet (Rappaport, 2006). Ezzel szemben a stakeholder-elmélet azt állítja, hogy a vállalatok társadalmi és erkölcsi felelősséggel tartoznak a működésükből következő negatív externáliák miatt (Freeman et al., 2010). A stakeholder-elmélet a vállalat működését nem pusztán a tulajdonosi érdekek maximalizálása felől, hanem a különböző érintetti csoportok – például alkalmazottak, fogyasztók, közösségek, szabályozók – legitim elvárásainak figyelembevételével értelmezi (Freeman, 1984). A fenntarthatóság ebben az értelmezésben nem csupán önkéntes felelősségvállalást jelent, hanem egyensúlyozást, rangsorolást az érdekek között. A stakeholder-elmélet jelentős szerepet játszik a fenntarthatósági jelentések és ESG-stratégiák értelmezésében, mivel ezek az érintettek számára közvetítenek információkat a vállalati értékteremtés természetéről. A stakeholder-elmélet (Freeman, 1984; Donaldson & Preston, 1995) megfelelő keretrendszert biztosít az ESG-tudatosság és -gyakorlat vizsgálatához (Csapi et al. 2025). A számos stakeholder-érdek egyidejű összehangolása komoly kihívást jelent a vállalatok számára, ezért a célrendszer szűkítése stratégiai szempontból előnyös lehet (Mauboussin & Rappaport, 2016). A stakeholder-kapcsolatok összehangolása és fenntarthatósági kezdeményezésekkel történő integrálása elengedhetetlen a proaktív ESG-stratégiák kialakításához (Góes et al., 2023). A stakeholderok a fenntarthatóságot célzó innovációkban számos szerepet tölthetnek be: lehetnek kezdeményezők, közvetítők, koncepciófinomítók, legitimálók, edukátorok, a környezeti kontextus érzékenyítői és a hatás kiterjesztői (Goodman et al., 2017). A stakeholder-hatalom és befolyás többirányúsága jelentős hatást gyakorol a vállalatokra (Marques et al., 2019). A stakeholder-elmélet az ESG-t egy több aktoros és több érdekeltégi környezetbe helyezi (Huang, 2022). A stakeholder-kapcsolatok menedzseléséhez szükséges az érdekelték feltérképezése, azonosítása, priorizálása, hogy kialakításra kerüljön az ESG-stratégiát megalapozó stakeholder-kör (Dathe et al., 2024). A stakeholder-elmélet értelmében hatékony stakeholder-menedzsmentre van szükség, amely megalapozza a stakeholder-értékteremtést (Talan et al., 2024). Az optimalizált stakeholder-értékteremtés a részvényesi érték növeléséhez is hozzájárulhat (Kay et al., 2020). Ugyanakkor Fama (2021) szerint még a stakeholder-kapitalizmus keretei között is a részvényesi érték-maximalizálás marad az uralkodó vállalatiirányítási cél.

## 2.1 Belső stakeholderek az ESG-stratégiában

Vizsgálatunk középpontjában a belső stakeholderek állnak, különösen az igazgatótanács, a vállalatvezetés és a munkavállalók. A fenntarthatósági kérdések belső stakeholderek általi érzékelése elengedhetetlen feltétele a hosszú távú sikernek (Bruton et al., 2015). A belső stakeholderekkel – így a menedzsmenttel az igazgatósággal és az alkalmazottakkal – fenntartott jó kapcsolat pozitív externáliákon keresztül hozzájárulhat a külső stakeholderekkel (pl. ügyfelekkel, közösségekkel) való kapcsolat erősítéséhez, növelve a vásárlói lojalitást, a márkaértéket és a vállalat reputációját (Kay et al., 2020). Az olyan ESG-tevékenységek, amelyek a belső stakeholderek jólétére irányulnak, ked-

vezően befolyásolják a vállalati teljesítményt (Bhaskaran et al., 2020), míg az érintettek elégedettsége a fenntarthatósági projektek sikerének kulcstényezője (Maqbool et al., 2022).

Az igazgatótanács közvetítő szerepet tölt be a részvényesi és stakeholder-értékteremtés között. Egyre elterjedtebbé válik az ESG-szemponatok integrálása az igazgatóság tevékenységeibe, ideértve például a vezérigazgatók menesztését ESG-botrányok médiavisszhangját követően (Burke, 2022). Az igazgatótanács hálózati központiséga erősíti a társadalmi tőkét, lehetővé teszi az érintetti nyomás hatékony kezelését, és hozzájárul a magasabb ESG-teljesítmény eléréséhez (Harjoto & Wang, 2020). A fenntarthatósági jelentések minőségét az igazgatótanács mérete, összetétele és függetlensége is meghatározza (Chouaibi et al., 2022), míg a független testület pozitív hatással van az ESG-teljesítményre is (Ahmad et al., 2023).

A vezérigazgató (CEO) a vállalat ESG és pénzügyi teljesítménye közötti kapcsolat moderátoraként funkcionál (Velte, 2019). Az ügynökköltségek csökkentésén keresztül az opciós juttatások fenntarthatósági elköteleződésre ösztönözhetik a felsővezetést (Greiner & Shun, 2021). Az ESG-profil és tevékenység szoros kapcsolatban áll a tulajdonosi struktúrával és a vezetési stílussal (Gillan et al., 2021). Ezen túlmenően empirikus bizonyítékok támasztják alá, hogy a vállalatvezetés aktív szerepet játszik az ESG erőforrás-allokációban a részvényesi érték növelése érdekében (Welch & Yoon, 2020). A stakeholder-kapcsolatok ápolása önmagában is értékteremtő menedzsmentfunkció (Ullmann, 1985).

Az alkalmazottak megerősítése (empowerment) lehetőséget kínál a fenntarthatóság és reziliencia fejlesztésére (Alibašić, 2018). A munkavállalói elégedettség és a részvényhozam között pozitív kapcsolat figyelhető meg az ESG-befektetések körében (Edmans et al., 2014). A méltányos bérezés és a diverzítás érzékelése hatással van a fluktuációs szándéokra, miközben a belső stakeholderok igényeit célozza meg (Buttner & Lowe, 2017). Az olyan stakeholderekkel való jobb kapcsolat, mint az alkalmazottak, vevők, beszállítók vagy helyi közösségek, javítja a részvényesi értéket, míg a társadalom általános problémái ennek ellenkezőjére hatnak (Hillman & Keim, 2001). Az elsődleges stakeholderek közvetlen tranzakciós viszony révén hatnak a vállalati ESG-stratégiára, míg a másodlagos stakeholderek közvetve, az elsődlegeseken keresztül gyakorolnak befolyást (Shubham & Murty, 2018).

A szakirodalmi áttekintés is rámutat, hogy a belső stakeholderek prioritizálása pozitív hatással lehet a vállalatok fenntarthatósági és pénzügyi teljesítményére, így első hipotézisünk szerint a vállalatok előnyben részesítik a belső stakeholdereket a külső stakeholderekkel szemben.

**H1:** Az európai tőzsdén jegyzett vállalatok előnyben részesítik a belső érdekelteket a külső stakeholderekkel szemben.

## 2.2 A külső stakeholderek közötti preferenciarendszer

A fogyasztók, beszállítók és helyi közösségek a legfontosabb külső stakeholder-csoportok közé tartoznak, és számos ESG-tevékenység közvetlenül az ő

érdekeiket szolgálja. A vállalat ESG-profilja jelentős hatást gyakorol az ügyfélstruktúrára és az operatív működésre (Han & Wang, 2024). Az ügyfélelégedettség közvetítő szerepet játszik az ESG-aktivitás és a vállalati érték kapcsolatában (Seok et al., 2024). A nagyvállalati megrendelők fokozott alkuereje és fejlett ESG-kapacitásai révén ösztönözhetik a vállalat ESG-elkötelezettségét, valamint a beszállítói lánc zöld innovációját is – ez bizonyítja az ügyfélvezérelt upstream ESG-innováció létezését (Sun et al., 2024). A fenntarthatóságra törekvő termékek iránti ügyfélérdeklődés és a fenntarthatósági márkapozicionálás kulcsszerepet játszik a vállalati ESG-tevékenységekben (Iannuzzi, 2024). Az ESG-szempontról kockázatkerülő vevők és beszállítók érzékenyen reagálnak az olyan fenntarthatósági jelzésekre, mint a környezetvédelmi szabálysértések, nem biztonságos munkakörülmények vagy termékviSSzalívások (Coleman, 2011).

A beszállítói lánc kulcsszereplői fontosak a fenntarthatósági és pénzügyi jelentéstétel integrálása szempontjából (Whitelock, 2019). A beszállítói koncentráció pozitív hatással van az ellátási lánc ESG-transzparenciájára, míg az ügyfélkoncentráció hatása nem szignifikáns – tehát a kapcsolati beágyazottság számít (Feng et al., 2024). Az ellátási láncon belüli hatalmi struktúra befolyásolja, hogy a környezeti hatások vagy a munkavállalói biztonság dominál-e az ESG-prioritások között (Chamanara et al., 2023). A fenntarthatóság terén jobban teljesítő potenciális beszállítók hosszú távon előnyösebb ESG-eredményeket biztosítanak, ezért nagyobb valószínűséggel kerülnek kiválasztásra (Cui et al., 2024). A környezetbarátság, rugalmasság, ár és szállítási idő kulcsfontosságú tényezők a beszállítóválasztás során (Abuzaid et al., 2024). A nemzetközi vállalatok ellátási láncot érintő kezdeményezései javítják a környezeti pillér teljesítményét (Das, 2024). Ugyanakkor az ESG-intézkedések végrehajtása zavarokat is okozhat az ellátási láncban, ezért a kockázatértékelést integrálni kell a folyamatba (Bade et al., 2024). Az ellátáslánc-finanszírozás és az átláthatóság kérdései jelentős szerepet játszanak a zöld pénzügyi politikák ESG-eredményeinek alakulásában (Gao et al., 2024).

A szakirodalmi áttekintés alapján amellet érvelünk, hogy a külső stakeholderek közül a vállalatok a fogyasztókat, beszállítókat és a helyi közösségeket részesítik előnyben az ESG-stratégia megalkotása során. Így a következő hipotézist fogalmazzuk meg:

**H2:** A külső stakeholderek közül a vállalatok a fogyasztókat, beszállítókat és a helyi közösségeket részesítik előnyben.

### 2.3 Az ESG-teljesítmény szerinti csoportok összehasonlítása

A befektetői közösségek és a tudományos diskurzus egyaránt kiemelt figyelmet fordítanak a kiemelkedő és gyenge ESG-teljesítményt mutató vállalatokra. Barro et al. (2024) többkritériumos módszert alkalmaztak európai kkv-k élenjáró és lemaradó csoportjainak azonosítására. Az ESG-ben élenjáró cégek mérsékelten magasabb, de fenntartható többlet hozamot produkálnak, míg az

ESG-javulások különösen a COVID-19 járványt követően hoznak jelentősebb megtérülést (Shanaev & Ghimire, 2022). Az ESG-ben lemaradó vállalatok esetében hosszú távon fokozódó negatív hozamrés figyelhető meg a top teljesítők javára (Ferrari et al., 2022).

Egy fenntarthatósági igazgató kinevezése a már korábban is magas ESG-tesztetést mutató vállalatok esetében jelentős további javulással jár (Peters et al., 2019). Az ESG „leaders” és „laggards” vállalatok társadalmi és pénzügyi teljesítménye között aszimmetrikus kapcsolat figyelhető meg (Hyun et al., 2023). A stakeholder-nyomás fontos mozgatórugója a magas ESG-tesztetést kialakulásának (Herremans et al., 2009). Az igazgatótanács erőforrás-konfigurációja – legyen szó erőforrás-gazdag, legitimációt kereső, belső erőforrás-alapú, formális megfelelésre törekvő („tick-the-box”), vagy erőforrás-hiányos típusokról – alapvetően befolyásolhatja az ESG-tesztetést alakulását (Lewellyn, 2024).

A szabályozói törekvések következtében egyre nagyobb hangsúlyt kapnak a társadalmi és környezeti felelősséghez kapcsolódó tématerületek. Az európai szabályozás már 2019-ben átvette az Éghajlatváltozással Kapcsolatos Pénzügyi Közvetítételekkel Foglalkozó Munkacsoport (TCFD) ajánlásait. Továbbá a Vállalati Fenntarthatósági Beszámolásról Szóló Irányelv (CSRD) bevezetésével a 2024-es üzleti évtől kezdődően új alapokra helyezi a fenntarthatósági jelentések elkészítését, amelyben sokkal nagyobb hangsúlyt kapnak a környezeti és társadalmi szempontok. A szakirodalmi áttekintés alapján a következő hipotézist fogalmazhatjuk meg:

**H3:** Az ESG-tesztetéstben élen járó vállalatok nagyobb hangsúlyt fektetnek a környezeti terheléshez és klímaváltozáshoz kapcsolódó fenntarthatósági tématerületekre.

## 3 Adatok és módszertan

### 3.1 A stakeholder-értékteremtés és az ESG-stratégia összefüggései

Kutatásunk koncepcionális alapját a Kay et al. (2020) által felvázolt stakeholder-modell adja, amely a vezető amerikai cégek több mint 200 vezérigazgatóját tömörítő Business Roundtable ajánlásai alapján állít fel egy gyakorlat-orientált keretrendszert az ESG-stratégia és a stakeholder-értékteremtés összefüggéseinek vizsgálatára. Bár Kay et al. (2020) munkája nem hagyományos értelemben vett tudományos folyóiratcikk, az általuk felvázolt stakeholder-értékteremtési megközelítés szoros összhangban áll a stakeholder-elmélet klaszikus és modern irányzataival (Freeman, 1984; Donaldson–Preston, 1995; Huang, 2022), valamint az ESG-gyakorlat stakeholder-orientált értelmezésével (Dathe et al., 2024; Talan et al., 2024). A tanulmányban alkalmazott keretrendszert ezért nem önálló üzleti modellként, hanem a kapcsolódó tudományos diskurzus gyakorlat-orientált kiterjesztéseként értelmezzük.

Kay et al. (2020) stakeholder-modellje és a stakeholder-elmélet iránymutatásai lehetővé teszik a stakeholder-értékkeremtés és az ESG-stratégia összekapcsolását, amellyel megalapozhatjuk az ESG-teljesítmény stakeholder-szempon-tú vizsgálatát. A tanulmányban egy olyan stakeholder-taxonómiát dolgozunk ki, amely lehetővé teszi az LSEG ESG-kategóriák és stakeholder-csoportok összepárosítását és stakeholder-preferenciák rangsorolását. Míg az alapvető stakeholder-értékkeremtési logika Kay et al. (2020) stakeholder-modelljére épül, addig a stakeholder-taxonómia kialakítása és az LSEG ESG-kategóriák besorolása, valamint a kettős lényegesség elvén alapuló stakeholder-szempon-tú elemzések a kutatásunk hozzájárulásának tekinthetők.

Az 1. táblázat az LSEG ESG-pontszámokat mutatja be, amelyek 186 vállalati szintű ESG-indikátorból állnak, tíz kategóriába csoportosítva, a három fő pillér mentén. A környezeti pillérhez kapcsolódó mutatók a következő három kategóriába sorolhatók: erőforrás-felhasználás, károsanyag-kibocsátás, és innováció. A társadalmi pillérhez a munkavállalók, emberi jogok, közösségek és termékfelelősség kategóriák tartoznak. Végül, az irányítási pillér három kategóriát ölel fel: vezetés, részvényesek és CSR-stratégia. Az LSEG az ESG-kategóriák és pillérek súlyozásakor a lényegesség elvét alkalmazza. A súlyok az egyes indikátorok relatív fontosságát tükrözik. Az 500-nál is több adatpontból az LSEG kizárólag azokat választja ki, amelyek megfelelnek a relevancia- és transzparencia-küszöböknek. Ezáltal az LSEG ESG-pontszámok jól használhatók az egyes indikátorok lényegességének vizsgálatára, mivel kizárólag a fenntarthatósági jelentésekben szereplő, releváns információkat aggregálják.

Az LSEG ESG-pontszámok tehát a fenntarthatósági jelentésekből származó információk aggregálása révén jönnek létre, miközben az egyes ESG-kategóriák és pillérek súlyainak meghatározásához a lényegesség elvét alkalmazzák. Az ESG-kategóriák súlyainak vizsgálata lehetővé teszi, hogy feltérképezzük az ESG-pontszámok mögötti információk relatív fontosságát, az időbeli és szektorális eltéréseket a Nem Pénzügyi Beszámolásról Szóló Irányelv (NFRD) hatálya alá tartozó időszakban, valamint a stakeholder-érdekek figyelembevételét a lényegesség meghatározása során. A súlyok segítségével képet kaphatunk arról is, hogy az ESG-kategóriákhoz kapcsolódó kulcsmutatók milyen mértékben kerülnek diszkontálásra a lényegesség alapján. Emellett az ESG-kategóriák lényegességének számszerűsítése rámutat, hogy mely fenntarthatósági kérdéseket élveznek prioritást az LSEG ESG-minősítés vonatkozásában.

ESG-pillér pontszámok	LSEG ESG-pontszámok		
	Környezeti pillér	Társadalmi pillér	Vállalatirányítási pillér
ESG-kategória pontszámok	Erőforrás-felhasználás Károsanyag-kibocsátás Innováció	Munkavállalók Emberi jogok Közösségek Termékfelelősség	Vezetés Részvényesek CSR-stratégia

1. táblázat. Az LSEG ESG-pontszámok struktúrája

Stakeholderek	Belső stakeholderek		Külső stakeholderek				Környezet	
	Igazgatótanács	Menedzsment	Munkavállalók	Részvényesek	Ügyfelek	Közösségek, CSR-stratégia		Beszállítók
LSEG ESG-kategóriák	Vezetés		Munkavállalók, Emberi jogok	Részvényesek	Termékfelelősség, Innováció	Közösségek, CSR-stratégia	Erőforrás-felhasználás	Károsanyag-kibocsátás
A LSEG ESG-kategóriákhoz kapcsolódó kulcs teljesítmény-mutatók	Igazgatótanács mérete, Igazgatótanács függetlensége, diverzitása, tapasztalata, Vezetői javadalmaszás		Egészség és biztonság, Képzés és fejlesztés, Készségfejlesztés, Karrierfejlesztés, diverzitás és esélyegyenlőség, Munkavállalói elégedettség, Békülékenység, sérülések, Gyermekmunka, Kényeszmunka, Szakszervezeti jogok, Emberi jogok	Egyenlő szavazati jogok, Részvényesi részvétel, Egyenlő részvényesi jogok	Vásárlói egészség és biztonság, Adatvédelem, kibebiztonság, felelős marketing, Mellányos kereskedelem, Minőségirányítás	Tisztességes verseny, Vesztegetés és korrupció, Üzleti etika, Közösségi részvétel, Adományozás, Önkéntes munka, SDG-célok: éhezés felszámolása, szegénység csökkentése stb..	Környezeti ellátási lánc menedzsment és monitorozás, Fenntartható csomagolás, Vízhatékonyság, Energia-hatékonyság	CO <sub>2</sub> , hulladék- és vízszennyezés-csökkentés, Véletlenszerű kibocsátások mérséklése, Biológiai sokféleség csökkentsének mérséklése
Stakeholder-hatás	Érdekléltté tett vezetés, Hosszú távú szemlélet		Elköteleződés, Innováció, Termelékenység, Munkaerő-megtartás, Diverzitás	Hosszú távú befektetők, Kormányzási-kockázat mérés, Tejesítmény-orientáltság	Lojalitás, Márkaerők, Szóbeli ajánlás	Nyilvános megítélés, Működési engedély megtartása, Közösségi partnerség	Hírnév, Kölcsönös függés, Bizalom	Klimaváltozás-hoz történő hozzájárulás
Stakeholder-preferenciák								
Optimalizált stakeholder-értéktérmetés								
Fokozott részvényesi értéktérmetés								

2. táblázat. A stakeholder-értéktérmetés és az ESG-stratégia összefüggései

A 2. táblázatban az ESG-stratégia és a stakeholder-értékkerentés összefüggéseit szemléltetjük. Az általunk kialakított stakeholder-taxonómia az LSEG ESG-kategóriákat rendeli hozzá a különböző stakeholder-csoportokhoz. Modellünk a kategóriákat a bennük szereplő kulcsmutatók alapján párosítja a megfelelő stakeholder-csoportokkal. A stakeholder-taxonómiában így azok az érdekeltek szerepelnek, akiket az LSEG ESG-kategóriák szempontrendszere alapján azonosítani tudunk. A kategorizálás során a saját megítélésünkre és az ismert stakeholder-modellekre támaszkodtunk (Freeman, 1984; Kay et al., 2020). A kategorizálás során az emberi jogok kategória besorolása volt kérdéses, mert ez egy általánosságban is releváns téma terület. Végül ezt saját működésben és értékláncban foglalkoztatott munkavállalók esetében tartottuk leginkább relevánsnak. Az ESG-kategóriapontszámok a vállalatok teljesítményét mérik az adott kategóriában, a fenntarthatósági jelentésekben szereplő kulcsmutatók alapján. Az ESG-stratégia kialakításakor a vállalatok a lényegességvizsgálat alapján optimalizálják a stakeholder-értékkerentést a stakeholder-preferenciáik figyelembevételével, amely végső soron a részvényesi értékkerentést is növelheti. Ezért az LSEG ESG-pontszámokat a stakeholder-értékkerentés mérőszámaként értelmezhetjük.

Freeman (1984) stakeholder-elmélete alapján a modellünkben megkülönböztetünk külső és belső érdekelteket. Belső érdekeltek azok a szereplők, akik közvetlen szerződéses vagy tulajdonosi viszonyban állnak a vállalattal, és tevékenységük szorosan integrált a vállalat napi működésébe. Ide soroljuk az igazgatótanácsot, menedzsmentet és a munkavállalókat, míg a részvényeseket, az ügyfeleket, közösségeket, beszállítókat és a környezetet külső stakeholdereknek tekintjük. Kay et al. (2020) munkáját követve modellünk azt is feltételezi, hogy a belső stakeholderek pozitív externáliákat generálhatnak a külső stakeholderek felé, erősítve az olyan stakeholder hatásokat, mint a vevői lojalitás, márkaérték, társadalmi megítélés és vállalati reputáció.

### 3.2 Mintaválasztás és leíró statisztikák

Mintánk azokat az európai tőzsdén jegyzett vállalatokat tartalmazza, amelyek esetében a LSEG ESG-pontszámok minden egyes üzleti évben elérhetőek 2009 és 2020 között. Ennek megfelelően 12 évre vonatkozóan 704 vállalatot vizsgáltunk. Az ESG-kategóriapontszámokat az LSEG percentilis rangsorolással számítja. A kategóriasúlyokat az egyes iparági csoportok szerint határozza meg a Thomson Reuters Business Classification (TRBC) alapján.

Az adatok relevanciája és átláthatósága alapján az LSEG relevancia-transzparencia küszöbökét alkalmaz az indikátorok kiválasztásánál, így a kategóriasúlyok alkalmasak az európai tőzsdén jegyzett vállalatok fenntarthatósági jelentéseiben szereplő kulcsmutatók lényegességének értékelésére.

Az ESG-kategória és pillérsúlyok idősorát a minősítő nem teszi közzé; csak az aktuális üzleti évre vonatkozó súlyok érhetőek el nyilvánosan. Az LSEG minden évben felülvizsgálja és szükség esetén módosítja ezeket, ha az indikátorok lényegessége jelentősen megváltozik, de a felülvizsgált súlyok csak az adott évre érvényesek. Ezért a vizsgált időszakra vonatkozóan a

súlyokat becsülni szükséges. Mintánk tartalmazza a kiválasztott vállalatok ESG-pontszámait, pillér- és kategóriapontszámait.

A 3. táblázat bemutatja az LSEG ESG-pontszámok és kategóriák leíró statisztikáit az elemzett időszakban. A táblázat szemlélteti az ESG-pontszámok és kategóriapontszámok éves átlagát, azok szórását zárójelben, valamint dőltten kiemeli az adott évben legmagasabb átlagértéket elért kategóriát. Megfigyelhető, hogy a „munkavállalók” kategória érte el a legmagasabb átlagos pontszámot, és a vállalatok évről évre javítják az ezen a területen elért teljesítményüket, ami arra utal, hogy a munkavállalók kiemelt stakeholder csoportként jelennek meg a vállalatok számára.

	fy2009	fy2010	fy2011	fy2012	fy2013	fy2014	fy2015	fy2016	fy2017	fy2018	fy2019	fy2020
ESG-pontszám	48.35 (21.25)	50.82 (20.58)	52.22 (20.74)	52.94 (19.90)	53.38 (19.73)	54.17 (19.40)	56.88 (19.05)	58.04 (18.79)	60.30 (18.07)	62.71 (17.88)	64.83 (16.67)	67.25 (16.06)
Közösségek	44.27 (29.91)	49.69 (30.08)	49.64 (29.42)	51.21 (28.96)	51.35 (28.87)	53.09 (29.19)	56.55 (30.68)	56.93 (31.50)	60.01 (29.78)	60.60 (29.45)	62.39 (28.73)	64.09 (27.93)
CSR-stratégia	40.59 (32.68)	44.20 (31.81)	46.16 (31.04)	47.51 (30.07)	47.73 (30.13)	48.75 (29.98)	50.45 (29.80)	52.28 (29.21)	55.06 (28.40)	61.22 (27.05)	64.01 (25.56)	67.83 (24.96)
Károsanyag-kibocsátás	29.43 (32.50)	31.60 (31.12)	35.40 (30.70)	37.82 (29.80)	39.28 (29.30)	42.46 (29.61)	45.38 (29.02)	48.67 (27.91)	55.80 (27.18)	60.86 (26.86)	64.78 (24.60)	66.41 (23.59)
Emberi jogok	30.67 (33.49)	32.74 (33.64)	34.04 (33.80)	35.82 (33.86)	35.83 (33.67)	36.21 (33.62)	37.68 (33.96)	38.26 (33.83)	39.92 (34.22)	41.20 (31.52)	43.35 (29.25)	43.90 (27.61)
Innováció	50.55 (29.02)	51.30 (28.60)	52.51 (28.78)	52.23 (29.04)	52.27 (29.05)	53.22 (28.75)	55.29 (27.99)	54.66 (28.56)	55.76 (28.15)	60.82 (26.90)	63.95 (25.23)	70.03 (22.64)
Menedzsment	45.20 (34.20)	47.75 (34.24)	49.55 (33.64)	49.86 (33.46)	50.39 (33.61)	51.70 (33.43)	57.50 (32.11)	60.72 (31.81)	63.14 (30.32)	64.11 (29.20)	65.23 (27.64)	66.56 (26.66)
Termékfelelősség	52.81 (33.24)	56.07 (31.60)	58.14 (31.62)	59.17 (30.72)	59.26 (30.59)	59.04 (30.56)	61.05 (30.04)	62.15 (29.24)	64.25 (28.79)	65.65 (28.19)	66.76 (26.26)	70.24 (25.27)
Erőforrás-felhasználás	51.80 (28.84)	52.21 (28.97)	52.02 (28.79)	51.87 (28.45)	51.90 (28.59)	51.73 (28.35)	52.83 (28.30)	52.31 (28.98)	51.62 (28.19)	54.13 (28.32)	53.89 (28.46)	58.04 (27.07)
Részvényesek	66.59 (26.23)	68.37 (24.69)	69.17 (24.58)	68.94 (24.15)	70.00 (23.35)	70.10 (23.38)	73.26 (22.05)	75.57 (20.76)	77.06 (19.66)	76.69 (19.89)	76.93 (19.81)	76.37 (20.17)
Munkavállalók												

Megjegyzés: Zárójelben a szórásértékek kerültek feltüntetésre

3. táblázat. Az LSEG ESG-pontszámok és kategóriák leíró statisztikái,  $N=704$

### 3.3 Becsült modellek

Az LSEG ESG-kategóriák súlyainak vizsgálatával megérthetjük, hogy mely fenntarthatósági témák lényegesek a vállalatok számára. A súlyok továbbá iránymutatást nyújthatnak a lényegességvizsgálatok megalapozásához, és rámutatnak az európai tőzsdei vállalatok stakeholder-preferenciáira. Mivel az LSEG nem tesz közzé idősoros adatokat a súlyokról, a kategóriák lényegességének vizsgálatához a súlyokat becsülni kell. Berg et al. (2022) módszeréhez hasonlóan a súlyokat minden üzleti évre nemnegatív legkisebb négyzetek módszerét használó regressziós modellel becsüljük meg. A korábbi gyakorlathoz képest eltérő modellspecifikációt használunk, amelyben a becsült súlyok összege egységre van normálva, ezáltal pontosabb és jobban értelmezhető kategóriasúlyokat kapunk. A Berg et al. (2022) által alkalmazott indikátor-taxonómia helyett az általunk kialakított stakeholder-taxonómia alapján csoportosítjuk az LSEG ESG-kategóriákat, és a lényegesség elvét alkalmazó súlyozás alapján állítjuk fel a stakeholder-preferenciákat.

A súlyok becslése során nem vesszük figyelembe az iparági heterogenitást, így lehetőségünk nyílik az ESG-pontszámok mögötti implicit súlyok meghatározására, és ezek alapján megalkothatjuk saját lineáris aggregációs szabályunkat az ESG-pontszámok számszerűsítésére. A becsült súlyok az ESG-kategóriák relatív fontosságát tükrözik, mivel az LSEG a fenntarthatósági

jelentésekben előforduló információk gyakorisága alapján határozza meg a súlyokat. Így azon kategóriák kapnak nagyobb súlyt, amelyekhez kapcsolódó kulcsmutatók gyakrabban szerepelnek a jelentésekben, lényegesebbek a vállalatok számára. A súlyok tehát az indikátorok lényegességét tükrözik.

A kategóriák súlyait az alábbi (1) egyenlet szerint becsüljük meg oly módon, hogy a függő és magyarázó változókat standardizáljuk, és kikötjük, hogy a regressziós együtthatók nem lehetnek negatívak. A standardizálás révén a tengelymetszetet elhagyhatjuk, így standardizált súlyokat kapunk:

$$ESG_i^{std} = c_{i,1}^{std} + \sum_{j=2}^{10} (c_{i,j}^{std} - c_{i,1}^{std}) \cdot w_j^{std} + \varepsilon_i, \quad w_j \geq 0, \quad (1)$$

ahol  $ESG_i^{std}$  a vállalatok standardizált ESG-pontszáma,  $c_{i,j}^{std}$  a vállalati szintű standardizált kategóriapontszám,  $w_j^{std}$  a standardizált kategóriasúly,  $\varepsilon_i$  a hibatag, és  $w_1^{std} = 1 - \sum_{j=2}^{10} w_j^{std}$ .

Az ESG-pontszámok saját aggregációs szabályunk szerinti becsléséhez először az (1) egyenletből kapott együtthatókat vissza kell alakítanunk nem standardizált formára a (2) egyenlet segítségével. A (1) egyenletből az is következik, hogy a súlyok összege minden esetben 1 lesz.

$$\widehat{w}_j = w_j^{std} \cdot \frac{s_{ESG}}{s_{c,j}}, \quad (2)$$

ahol  $\widehat{w}_j$  a becsült, standardizálatlan kategóriasúly,  $s_{ESG}$  az ESG-pontszámok szórása,  $s_{c,j}$  az adott kategóriapontszám szórása. Ezt követően az aggregációs szabály alapján számszerűsíthetjük az ESG-pontszámokat a (3) egyenlet segítségével:

$$\widehat{ESG}_i = \sum_{j=1}^{10} c_{i,j} \cdot \widehat{w}_j, \quad (3)$$

ahol  $\widehat{ESG}_i$  a becsült ESG-pontszám,  $c_{i,j}$  az adott kategóriapontszám,  $\widehat{w}_j$  a becsült standardizálatlan kategóriasúly.

## 4 Eredmények

### 4.1 Az ESG-kategóriákhoz tartozó implicit súlyok

Kutatási kérdéseink megválaszolása érdekében megbecsültük az ESG-kategóriákhoz tartozó implicit súlyokat. A becsült súlyok alapján értékelhetjük az ESG-kategóriákhoz tartozó fenntarthatósági témák lényegességét, továbbá elsődleges képet kaphatunk a vállalatok ESG-stratégiájából következő stakeholder-preferenciákról.

A 4. táblázat a kategóriasúly-becslések leíró statisztikáit mutatja be. Az (1) egyenlet alapján minden üzleti évre külön-külön megbecsültük a súlyokat, majd a kategóriasúlyokat visszaszámítva az eredeti, nem standardizált formájukra, kiszámítottuk azok statisztikai jellemzőit. Az eredmények robusztusságának bemutatása érdekében a súlyokat a legkisebb négyzetek módszerével is

megbecsültük. A becsléseket az 1. mellékletben mutatjuk be. Az eredmények megközelítőleg megegyeznek a nemnegatív legkisebb négyzetek módszerével készült becslésekkel, de az előrejelzési hiba a legkisebb négyzetek módszerével készült becslések esetében sokkal nagyobb. Az eredmények szerint a legnagyobb átlagos súlyt a menedzsment kategória kapta, 20,8%-os értékkel. Ezt követi a munkavállalók kategória 14%-kal, majd a közösség kategória 10%-kal. A súlyok szórása alacsony, ami arra utal, hogy a fenntarthatósági kérdések lényegessége az idő előrehaladtával viszonylag állandó maradt, annak ellenére, hogy az LSEG évente frissíti a súlyokat.

A súlybecslések alapján aggregálási szabályunk mentén kiszámítottuk az ESG-pontszámokat, majd meghatároztuk az átlagos négyzetes hibát (RMSE), hogy összehasonlíthassuk a becslött pontszámokat az eredetiekkel. Az RMSE átlaga 3,077 pont, ami azt jelzi, hogy a becslött és eredeti ESG-pontszámok között az átlagos eltérés 3,077 pont. Ez azt mutatja, hogy a becslés jól visszaadja az eredeti ESG-pontszámokat, még annak ellenére is, hogy a súlyok iparági heterogenitását nem vettük figyelembe.

A becslött súlyok leíró statisztikái azt jelzik, hogy az adott időszakban a vállalatok ESG-stratégiájában átlagosan a munkavállalókhöz, a közösségekhez és az igazgatótanácshoz kapcsolódó fenntarthatósági témák a legmeghatározóbbak. Az eredmények azt mutatják, hogy az európai tőzsdén jegyzett vállalatok ESG-stratégiájában a belső stakeholderekhez kapcsolódó tématerületek nagyobb lényegességgel bírnak.

ESG-kategóriák	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum	Megfigyelések száma
Menedzsment	0,208	0,003	0,204	0,208	0,217	12
Munkavállalók	0,140	0,003	0,132	0,141	0,143	12
Közösségek	0,100	0,005	0,092	0,100	0,112	12
Károsanyag-kibocsátás	0,099	0,006	0,089	0,098	0,108	12
Emberi jogok	0,098	0,003	0,092	0,098	0,103	12
Erőforrás-felhasználás	0,098	0,005	0,090	0,097	0,108	12
Termékfelelősség	0,090	0,005	0,082	0,092	0,097	12
Innováció	0,071	0,001	0,068	0,072	0,073	12
Részvényesek	0,060	0,003	0,055	0,060	0,065	12
CSR-stratégia	0,035	0,004	0,029	0,035	0,043	12
RMSE	3,077	0,225	2,670	3,162	3,338	12

4. táblázat. Az ESG-kategóriák implicit súlya

## 4.2 A fenntarthatósági témák lényegessége üzleti évek szerint

Az 5. táblázat bemutatja, hogyan változott az ESG-kategóriák lényegessége az idő folyamán. A fenntarthatósági témákat az üzleti évekre becslött implicit súlyok alapján rangsoroltuk. A stakeholder-preferenciák rangsora alapján látható, hogy a rangsor nem sokat változott 2009 és 2020 között. Egyedül az erőforrás-felhasználás és a munkavállalók kategóriák cseréltek helyet a rangsorban. Az utolsó helyen a CSR-stratégia és a részvényesek állnak, amiből arra következtethetünk, hogy a korábban uralkodó tulajdonosi fókuszról és társadalmi felelősségvállalásról áttevődött a hangsúly, és az ESG-szemlélet

kiszélesítette ezeket a kereteket. Ennek ellenére ezek a területek is megjelennek a minősítésekben. Putzer és Posza (2024) is amellett érvel, hogy az ESG nem helyettesíti a CSR-t, hanem inkább kiegészíti annak dimenzióit a fenntarthatósági jelentésben használható, szabványosított mutatókkal és megfelelési kritériumokkal.

A 4. helyen 2017 óta a helyi közösségek állnak, a további rangsorban a közösségek, emberi jogok, termékefelelőség és a károsanyag-kibocsátás változik évről-évre. Annak ellenére, hogy az Éghajlatváltozással Kapcsolatos Pénzügyi Közzétételekkel Foglalkozó Munkacsoport (TCFD) ajánlásait az európai szabályozók már 2019-ben beépítették a Nem Pénzügyi Beszámolásról Szóló Irányelv (NFRD) ajánlásai közé, nem látható a súlyok ebben az irányban történő átrendeződése. Ennek okán jutottak a szabályozók is arra a következtetésre, hogy a Vállalati Fenntarthatósági Beszámolásról Szóló Irányelv (CSRD) bevezetésével a 2024-es üzleti évtől kezdve új keretekben valósuljon meg a fenntarthatósági jelentéstétel.

ESG-kategóriák	FY 2009	FY 2010	FY 2011	FY 2012	FY 2013	FY 2014	FY 2015	FY 2016	FY 2017	FY 2018	FY 2019	FY 2020
Menedzsment	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Erőforrás-felhasználás	2	3	3	2	2	2	3	3	3	3	3	3
Munkavállalók	3	2	2	3	3	3	2	2	2	2	2	2
Közösségek	4	5	4	5	7	7	6	8	4	4	4	4
Emberi jogok	5	6	6	7	4	6	7	5	5	7	7	5
Termékefelelőség	6	4	8	6	5	5	5	4	6	6	5	6
Károsanyag-kibocsátás	7	7	5	4	6	4	4	6	7	5	6	7
Innováció	8	8	7	9	8	8	8	7	8	8	8	8
Részvényesek	9	9	9	8	9	9	9	9	9	9	9	9
CSR-stratégia	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

5. táblázat. Az ESG-kategóriák lényegességi rangsora az üzleti évek szerint

### 4.3 Lényegesség az ESG-pontszám tercilisei szerint

A 6. táblázatban a fenntarthatósági témák lényegességét az ESG-teljesítmény függvényében értékeljük. A vállalatokat üzleti évenként tercilisekre osztottuk az ESG-pontszámok szerint és megbecsültük az ESG-kategóriákhoz tartozó implicit súlyokat az alsó és felső tercilisbe tartozó vállalatok esetében. Mindkét tercilis esetében a munkavállalók, a menedzsment és az erőforrás-felhasználás kategóriák kerültek az első helyekre. Az egyetlen szembetűnő különbséget abban látjuk, hogy a felső tercilisbe tartozó vállalatok nagyobb hangsúlyt fektetnek a károsanyag-kibocsátáshoz kapcsolódó fenntarthatósági szempontokra. Ebből arra következtetünk, hogy azok a vállalatok, amelyek időben elkezdték a felkészülést a klímaváltozással kapcsolatos közzétételekre, különös tekintettel a kibocsátásleltár, dekarbonizációs stratégia kérdéseire, jobb ESG-teljesítményt értek el a vizsgált időszakban.

A tercilisek közötti rangsorok nagyfokú hasonlósága – különösen a munkavállalók, a menedzsment és az erőforrás-felhasználás dimenziók élménybeli megjelenése – a stakeholder-preferenciák strukturális stabilitását jelzi. E tényezők a vállalat operatív működésének alapfeltételei, és instrumentális módon befolyásolják a termelékenységet, a kockázatkezelést és a költséghaté-

konyságot, így rövid távon is pénzügyi relevanciával bírnak (Eccles et al. 2014; Khan et al. 2016). Ennek megfelelően várható, hogy ezek prioritása a különböző ESG-teljesítményű vállalatok esetében is hasonló marad.

A minimális eltérések továbbá a stakeholder-szaliencia útfüggő jellegével is magyarázhatók: a vállalatok jellemzően inkrementális fejlesztésekkel reagálnak a külső elvárásokra, ami a múltbeli stratégiai döntések mentén stabilizálja a fókuszterületeket (Mahoney 2000; Sydow et al. 2009). Ezzel szemben a felső tercilisben megfigyelhető nagyobb hangsúly az emissziósökkentésen összhangban áll azzal, hogy a környezeti dimenziók kezelése gyakran tőkeintenzív beruházásokat igényel, és így elsősorban a fejlettebb ESG-integrációval rendelkező vállalatoknál jelenik meg hangsúlyosabban (Clark et al. 2014).

ESG-kategóriák	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum	Megfigyelések száma
A l s ó t e r c i l i s ( N = 235)						
Menedzsment	0.211	0.006	0.201	0.211	0.223	12
Munkavállalók	0.141	0.006	0.128	0.142	0.151	12
Erőforrás-felhasználás	0.132	0.022	0.102	0.126	0.168	12
Termékfelelősség	0.095	0.005	0.082	0.095	0.100	12
Közösségek	0.094	0.009	0.076	0.096	0.111	12
Károsanyag-kibocsátás	0.093	0.007	0.084	0.092	0.106	12
Emberi jogok	0.093	0.006	0.081	0.093	0.102	12
Innováció	0.077	0.008	0.065	0.079	0.087	12
Részvényesek	0.065	0.004	0.057	0.065	0.071	12
CSR-stratégia	0.023	0.010	0.004	0.023	0.042	12
RMSE	3.004	0.234	2.682	3.067	3.359	12
F e l s ő t e r c i l i s ( N = 234)						
Menedzsment	0.191	0.008	0.182	0.190	0.214	12
Munkavállalók	0.147	0.018	0.117	0.147	0.177	12
Erőforrás-felhasználás	0.125	0.014	0.107	0.122	0.159	12
Károsanyag-kibocsátás	0.114	0.013	0.095	0.115	0.133	12
Közösségek	0.099	0.006	0.090	0.098	0.110	12
Emberi jogok	0.084	0.010	0.071	0.082	0.102	12
Termékfelelősség	0.083	0.005	0.075	0.082	0.092	12
Részvényesek	0.061	0.004	0.057	0.060	0.071	12
Innováció	0.056	0.003	0.052	0.055	0.061	12
CSR-stratégia	0.043	0.006	0.033	0.043	0.053	12
RMSE	2.434	0.268	1.919	2.462	2.766	12

6. táblázat. Lényegesség az ESG-pontszám tercilisei szerint

#### 4.4 Lényegesség gazdasági szektorok szerint

A 7. táblázatban az Észak-Amerikai Iparági Besorolási Rendszer (NAICS) szektorbesorolása alapján a három, mintánkban leggyakrabban előforduló szektorra, a feldolgozóiparra, a pénzügyi szektorra és az információs technológiai szektorra vonatkozóan mutatjuk be a fenntarthatósági témák lényegességét. Az ESG-kategóriákhoz kapcsolódó súlyok esetében megfigyelhető szektorális különbségek rámutatnak az ESG-teljesítmény iparági sajátosságaira. Az ESG-teljesítmény mérése az iparági hatások figyelembevétele nélkül elképzelhetetlen. A lényegesség szorosan kapcsolódik a tevékenységhez és az arra épülő értékláncokhoz.

ESG-kategóriák	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum	Megfigyelések száma
P é n z ü g y i s z e k t o r (N = 123)						
Menedzsment	0.258	0.006	0.251	0.259	0.267	12
Munkavállalók	0.161	0.007	0.151	0.162	0.174	12
Közösségek	0.119	0.011	0.100	0.119	0.137	12
Innováció	0.095	0.006	0.084	0.097	0.103	12
Termékfelelősség	0.092	0.006	0.083	0.092	0.102	12
Részvényesek	0.081	0.002	0.079	0.081	0.086	12
Emberi jogok	0.074	0.004	0.067	0.074	0.081	12
CSR-stratégia	0.046	0.011	0.028	0.046	0.062	12
Erőforrás-felhasználás	0.039	0.014	0.019	0.033	0.064	12
Károsanyag-kibocsátás	0.036	0.009	0.023	0.037	0.050	12
RMSE	1.683	0.186	1.304	1.688	1.941	12
I n f o r m á c i ó s t e c h n o l ó g i á k (N = 58)						
Menedzsment	0.216	0.011	0.201	0.214	0.235	12
Munkavállalók	0.139	0.008	0.125	0.141	0.153	12
Termékfelelősség	0.131	0.013	0.109	0.132	0.151	12
Közösségek	0.114	0.011	0.094	0.118	0.126	12
Emberi jogok	0.109	0.015	0.086	0.114	0.130	12
Károsanyag-kibocsátás	0.070	0.012	0.053	0.070	0.089	12
Innováció	0.057	0.009	0.040	0.059	0.071	12
CSR-stratégia	0.057	0.020	0.027	0.053	0.082	12
Részvényesek	0.056	0.008	0.042	0.056	0.069	12
Erőforrás-felhasználás	0.053	0.010	0.039	0.050	0.069	12
RMSE	2.174	0.189	1.765	2.159	2.455	12
F e l d o l g o z ó i p a r (N = 238)						
Menedzsment	0.194	0.004	0.189	0.196	0.199	12
Emberi jogok	0.126	0.004	0.122	0.125	0.135	12
Erőforrás-felhasználás	0.112	0.007	0.101	0.113	0.124	12
Károsanyag-kibocsátás	0.111	0.006	0.100	0.112	0.118	12
Munkavállalók	0.110	0.007	0.094	0.111	0.121	12
Termékfelelősség	0.095	0.011	0.077	0.095	0.111	12
Közösségek	0.084	0.007	0.075	0.083	0.101	12
Innováció	0.077	0.003	0.072	0.078	0.080	12
Részvényesek	0.055	0.004	0.050	0.054	0.064	12
CSR-stratégia	0.036	0.007	0.026	0.038	0.050	12
RMSE	2.496	0.153	2.243	2.533	2.699	12

7. táblázat. Lényegesség gazdasági szektorok szerint

Az eredményekből is jól láthatók a szektorok szerinti különbségek. A pénzügyi szektorban a menedzsment, a munkavállalók mellett a külső stakeholderok közül a közösségek emelkednek ki. Az erőforrás-felhasználás és a károsanyag-kibocsátás itt az utolsó helyekre került. Ez abból is következik, hogy a pénzügyi szolgáltatók esetében nem a saját tevékenység, hanem a pénzügyi portfólió áll a fenntarthatósági teljesítmény középpontjában. Az IT-szektorban a termékfelelősség és közösségek jelennek meg nagyobb súllyal a menedzsment és a munkavállalók mögött. Az utolsó helyen az erőforrás-felhasználás és a részvényesek állnak. A feldolgozóiparban a munkavállalókat megelőző az emberi jogok, az erőforrás-felhasználás és a károsanyag-kibocsátás kategóriája. Ebben a szektorban figyelhetők meg a legnagyobb eltérések a vizsgált időszakban megfigyelhető trendektől. A tevékenységből fakadóan is ebben a szektorban van a legnagyobb környezeti kitérttség, amit a súlyok is visszaigazolnak.

A megfigyelhető eltérések a szektor-specifikus fenntarthatósági kitettségek különbségeire vezethetők vissza. A pénzügyi szektorban a közösségek relatív felértékelődése azzal magyarázható, hogy e vállalatok ESG-hatása elsősorban nem közvetlen működésükből, hanem finanszírozási és befektetési döntéseiken keresztül érvényesül: egy bank operatív kibocsátása alacsony, ugyanakkor hitelportfólióján keresztül jelentős gazdasági és társadalmi hatást gyakorolhat. Az IT-szektorban ezzel szemben a termékfelelősség hangsúlya a digitális szolgáltatásokhoz kapcsolódó kockázatokból fakad, mint például az adatvédelem, az algoritmikus torzítások vagy a platformbiztonság, így a fenntarthatósági teljesítmény megítélése kevésbé az erőforrás-felhasználáson, inkább a felhasználókra gyakorolt társadalmi hatásokon keresztül történik.

A feldolgozóiparban megfigyelt eltérések – különösen az emberi jogok, az erőforrás-felhasználás és a károsanyag-kibocsátás előtérbe kerülése – ugyanakkor a fizikai termelési folyamatokhoz és globális ellátási láncokhoz köthetők. E szektorban a környezeti terhelés és a beszállítói láncokban felmerülő munkajogi kockázatok közvetlen reputációs és szabályozási kitettséget jelentenek, ami indokolja e dimenziók nagyobb súlyát az általános trendekhez képest.

## 5 Diszkusszió

Tanulmányunkban az európai tőzsdén jegyzett vállalatok stakeholder-preferenciáit vizsgáltuk. Azt feltételeztük, hogy a vállalatok stakeholder-preferenciáik alapján alakítják ki fenntarthatósági stratégiájukat, és optimalizálják a stakeholder-értékkeremtést, ezáltal növelve a részvényesi értéket. Stakeholder-modellünkben az ESG-pontszámokat a stakeholder-értékkeremtés mérőszámaként alkalmaztuk, és az LSEG ESG-kategóriáit a különböző stakeholder-csoportokkal állítottuk párhuzamba belső és külső stakeholderek szerinti bontásban. Kutatásunk hiánypótló jellegét erősíti az LSEG ESG-minősítéshez kapcsolódó stakeholder-taxonómia kialakítása, amely lehetővé tette, hogy a kettős lényegesség elve szerint meghatározott ESG-kategória súlyok alapján felállítsuk a stakeholder-preferenciák rangsorát az európai tőzsdéi vállalatok gyakorlatában. Tudomásunk szerint európai vállalatok esetében eddig csak kevés empirikus bizonyíték állt rendelkezésre a stakeholder-preferenciák súlyozásáról.

Az LSEG ESG-pontszámok alapján megbecsültük az ESG-kategóriapontszámok implicit súlyait, és értékeltük a kategóriákhoz tartozó fenntarthatósági témák lényegességét. Végül a lényegességet időbeli bontásban, az ESG-teljesítmény és gazdasági szektorok szerint is vizsgáltuk.

H1 hipotézisünk szerint a vállalatok előnyben részesítik a belső stakeholdereket a külső stakeholderekkel szemben. Eredményeink alapján a munkavállalókhoz és a menedzsmenthez kapcsolódó fenntarthatósági témák nagyobb lényegességgel bírnak az európai tőzsdén jegyzett vállalatok ESG-stratégiájában. Ezt követően a beszállítók, mint külső stakeholderek foglalnak el stabil pozíciót a rangsorban. A belső stakeholderek előnyben részesítése

mögött meghúzódó indokok között kiemelhetjük Kay et al. (2020) érvelését, miszerint a belső stakeholderek pozitív extern hatásokat generálhatnak a külső stakeholderek irányába. Továbbá eredményeink összhangban állnak a szakirodalommal, amely szintén a társadalmi kérdéseket tekinti az ESG-stratégiák kulcselemének (Schiehl & Kolahgar, 2021; Suttipun, 2021; Qureshi et al., 2020; Lepetit et al., 2021). A CSRD 2024-es hatálybalépésével a társadalmi kérdések továbbra is lényeges szempontként jelennek meg a vállalati gyakorlatban, különösen a COVID-19 világitvány társadalmi-gazdasági hatásainak mérséklése céljából. A döntéshozók prioritásként fogják kezelni a társadalmi dimenziókat. Megállapításaink megerősítik Hillman és Keim (2001) állítását, miszerint a „primer” stakeholder csoportok előnyben részesítése növeli a részvényesi értéket. A stakeholder-alapú ESG-stratégia gyakorlati következménye, hogy a belső érdekeltekhez kapcsolódó mutatók nagyobb súlyt kapnak. Az NFRD hatálybalépése óta azt látjuk, hogy az európai tőzsdén jegyzett vállalatok ESG-stratégiájukat a belső stakeholderek köré építik. Ebből következően a H1 hipotézisünket nem tudjuk elutasítani.

A H2 hipotézisünk alapján a külső stakeholderek közül a vállalatok a fogyasztókat, beszállítókat és a helyi közösségeket részesítik előnyben. Eredményeink rámutatnak, hogy az erőforrás-felhasználás kategória szorosan a munkavállalók és a menedzsment mögött helyezkedik el a stakeholder-preferenciákat leíró rangsorban. Ezt követően a közösségek és a termékfelelősség-vállalás kategóriák is sokszor lényegesnek bizonyultak. Ebből következően igazolható, hogy a külső stakeholderek közül a beszállítók, a közösségek és a fogyasztók jelennek meg a lényeges érdekelti csoportok között. Ez az eredmény összhangban van Whitelock (2019) munkájával, amely a beszállítók szerepét hangsúlyozza a fenntarthatósági és pénzügyi jelentéstétel integrálása szempontjából. Ebből a következően a H2 hipotézisünket nem tudjuk elutasítani.

A H3 hipotézis szerint az ESG-teljesítményben élen járó vállalatok nagyobb hangsúlyt fektetnek a környezeti terheléshez és klímaváltozáshoz kapcsolódó fenntarthatósági témákra. Tanulmányunk rámutat, hogy a károsanyag-kibocsátás kategória lényegesebb szerepet kap azoknál a vállalatoknál, ahol magasabb az ESG-teljesítmény. A szabályozói törekvésekkel ellentétben a környezeti felelősségvállaláshoz kapcsolódó fenntarthatósági témák nem lettek hangsúlyosabbak a vizsgálatok 2020-ig tartó időszakában. Ennek ellenére az ESG-teljesítményben is tetten érhető, hogy a környezeti felelősségvállalásra fókuszáló vállalatok jobban teljesítenek az LSEG minősítésében. Ennek okán a H3 hipotézist nem tudjuk elutasítani.

Tanulmányunk hozzájárulása a stakeholder-preferenciák vizsgálatához a következőkben érhető tetten:

Elsőként, empirikus bizonyítékkal szolgál az ESG-stratégia alapú stakeholder-modellek koncepcionális feltételezéseire. Kay et al. (2020) szerint egy jól megtervezett ESG-stratégia optimalizálhatja a stakeholder és részvényesi értékteremtést egyaránt. Az LSEG ESG-kategóriák és a stakeholder-modell összerendelése révén eredményeink azt mutatják, hogy a vállalatok ESG-stratégiájukon keresztül hangolják össze az értékteremtést a különböző stakeholder-csoportok között. A LSEG ESG-pontszámok lehetővé teszik, hogy

nyomon kövessük a vállalatok stakeholder-relációit, és felmérjük a fenntarthatósági témák lényegességét.

Másodszor, eredményeink támogatják a Business Roundtable (BRT, 2019) nyilatkozatát. Álláspontunk szerint a vállalatok több stakeholder csoport érdekeit veszik figyelembe, azonban a stakeholder-értékkeremtést elsősorban ESG-stratégiájukon keresztül optimalizálják. Noha a részvényesi érték továbbra is központi cél, a primer stakeholder csoportok – így a menedzsment, a munkavállalók – egyaránt részesülnek az ESG-stratégia hasznaiból.

Harmadszor, bemutatjuk, hogy a szabályozói törekvések ellenére a környezeti és társadalmi felelősségvállalás valóban kevesebb hangsúlyt kapott a 2009 és 2020 közötti időszakban. Az NFRD és a kapcsolódó éghajlatvédelmi iránymutatások a környezeti dimenzióhoz kapcsolódó fenntarthatósági kérdésekre irányították a figyelmet. A CSRD hatálybalépésével 2024-től hasonló átrendeződés várható, mivel a döntéshozók szerint a vállalatok továbbra sem szolgáltatnak kellően releváns információkat az éghajlati és biodiverzitási kérdésekről. Ez alapján előrejelezhető, hogy a környezeti dimenzió a következő évek ESG-stratégiáiban kiemelten lényegessé válik.

## 6 Következtetések és implikációk

Tanulmányunk célja, hogy iránymutatásként szolgáljon a fenntarthatósági stratégiák megalkotásához és a fenntarthatósági jelentések alapjának tekinthető lényegességvizsgálatok elkészítéséhez, főként a stakeholder-érdekek megismerésének vonatkozásában. Az LSEG saját szoftveres megoldással is segíti a vállalatokat az ESG-teljesítmény javításához szükséges fenntarthatósági témák feltérképezésében. Ehhez nyújthat adalékot elemzésünk, amellyel rámutatunk, hogy a belső stakeholderek és környezeti terheléshez kapcsolódó fenntarthatósági szempontok előnyben részesítésével a vállalatok olyan fenntarthatósági stratégiát alapozhatnak meg, amely az ESG-minősítéseket is felfelé mozdíthatja. A COVID-19 világjárvány társadalmi-gazdasági hatásai miatt a társadalmi témák lényegessége tovább növekedhet, és a szabályozók a környezeti mutatók szerepét is hangsúlyozni fogják. A következő években azok a vállalatok érhetnek el jobb ESG-teljesítményt, amelyek ESG-stratégiájukat belső stakeholder csoportokra építik, pozitív externáliákat generálva a külső stakeholder csoportok felé, és a fenntarthatósági szempontokat az értéklánc teljes hosszában integrálják.

Tanulmányunk limitációi között megemlíthetjük, hogy az ESG-kategóriák és a stakeholder-modell összerendelését saját értelmezésünk szerint végeztük. Az ESG-pontszámok becslése során saját aggregációs szabályt alkalmaztunk, amely figyelmen kívül hagyta az iparági heterogenitást. Más eredményekre juthatnánk, ha közvetlenül a fenntarthatósági jelentések tartalmát elemeznénk. Mindazonáltal úgy véljük, hogy az LSEG ESG-pontszámok megbízhatóan tükrözik a jelentések releváns információtartalmát, és alkalmasak a lényegesség vizsgálatára.

A fenntarthatósági beszámolás szabályozói keretrendszerének átalakításá-

val 2024-től egy újabb korszak kezdődött, amelyben a nagyvállalatok számára a Fenntarthatósági Beszámolásról Szóló Irányelv (CSRD), a Fenntarthatósági Átvilágításról Szóló Irányelv (CS3D), az EU Taxonómia rendelet és az Omnibus javaslat fogja meghatározni a fenntarthatósági jelentéstétel további irányait. Az Európai Unió tiszta iparhoz kapcsolódó törekvései megpróbálják egyensúlyba hozni a fenntarthatóság és a versenyképesség dimenzióit. Fontos hangsúlyozni, hogy vizsgálatunk empirikus adatbázisa 2009 és 2020 közötti időszakra terjed ki, így eredményeink közvetlenül nem alkalmasak a Vállalati Fenntarthatósági Beszámolásról Szóló Irányelv (CSRD) 2024-től érvényes hatásainak számszerű értékelésére. A szabályozási változásokkal kapcsolatos megállapításaink ezért nem oksági, hanem értelmező és előrettekintő jellegűek, és elsősorban a CSRD bevezetését megelőző vállalati gyakorlatok alapján fogalmazhatóak meg. Ugyanakkor a szabályozások változásai elsősorban az információs aszimmetria csökkentésén keresztül hatnak, nem pedig a stakeholder-hierarchia újrastrukturálásában játszanak szerepet (Ioannou és Serafeim, 2017). Eredményeink is időben tartós preferenciamintázatokat jeleznek, így a stakeholder-szalencia útfüggő karakterét támasztják alá. A CSRD implementációja várhatóan nem eredményez elmozdulást a stakeholder-preferenciák rangsorában, hanem a már kialakult ESG-alapú stakeholder-prioritási struktúrák transzparenciáját és mérhetőségét növeli. Ennek megfelelően a 2020-ig terjedő empirikus eredményeink által feltárt preferencia-mintázatok várhatóan a CSRD időszakában is releváns benchmarkként lesznek értelmezhetők.

## Köszönetnyilvánítás

A tanulmány alapjául szolgáló TKP2021-NKTA-19 számú projekt az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalom

1. Abuzaid, A. N., Alateeq, M. M., Madadha, S. M., al Sharari, F. E. A., & Als-bou, M. K. (2024). The Effect of Suppliers' Green and Traditional Selection Criteria in Supply Chain Management on Purchasing Firms' Performance. *Sustainability*, 16(15), 6276. <https://doi.org/10.3390/su16156276>
2. Ahmad, H., Yaqub, M., & Lee, S. H. (2023). Environmental-, social-, and governance-related factors for business investment and sustainability: a scientometric review of global trends. *Environment, Development and Sustainability*, 26(2), 2965–2987. <https://doi.org/10.1007/s10668-023-02921-x>
3. Alibašić, H. (2018). Identifying the Internal and External Stakeholders, the Level of Organizational and Community Engagement, and the Target Champions (pp. 33–43). [https://doi.org/10.1007/978-3-319-72568-0\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-72568-0_3)
4. Bade, C., Olsacher, A., Boehme, P., Truebel, H., Bürger, L., & Fehring, L. (2024). Sustainability in the pharmaceutical industry – An assessment of sustainability maturity and effects of sustainability measure implementation

- on supply chain security. *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*, 31(1), 224–242. <https://doi.org/10.1002/csr.2564>
5. Barney, J. (1991). Firm Resources and Sustained Competitive Advantage. *Journal of Management*, 17(1), 99–120. <https://doi.org/10.1177/014920639101700108>
  6. Barro, D., Corazza, M., & Filograsso, G. (2024). A ESG Rating Model for European SMEs using Multi-criteria Decision Aiding. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4702263>
  7. Berg, F., Kölbel, J. F., & Rigobon, R. (2022). Aggregate Confusion: The Divergence of ESG Ratings. *Review of Finance*, 26(6), 1315–1344. <https://doi.org/10.1093/rof/rfac033>
  8. Bhaskaran, R. K., Ting, I. W. K., Sukumaran, S. K., & Sumod, S. D. (2020). Environmental, social and governance initiatives and wealth creation for firms: An empirical examination. *Managerial and Decision Economics*, 41(5), 710–729. <https://doi.org/10.1002/mde.3131>
  9. Bruton, G., Khavul, S., Siegel, D., & Wright, M. (2015). New Financial Alternatives in Seeding Entrepreneurship: Microfinance, Crowdfunding, and Peer-to-Peer Innovations. *Entrepreneurship Theory and Practice*, 39(1), 9–26. <https://doi.org/10.1111/etap.12143>
  10. Burke, J. J. (2022). Do Boards Take Environmental, Social, and Governance Issues Seriously? Evidence from Media Coverage and CEO Dismissals. *Journal of Business Ethics*, 176(4), 647–671. <https://doi.org/10.1007/s10551-020-04715-x>
  11. Business Roundtable Redefines the Purpose of a Corporation to Promote ‘An Economy That Serves All Americans’, Business Roundtable August 19, 2019. <https://www.businessroundtable.org/business-roundtable-redefines-the-purpose-of-a-corporation-to-promote-an-economy-that-serves-all-americans>
  12. Buttner, E. H., & Lowe, K. B. (2017). Addressing Internal Stakeholders’ Concerns: The Interactive Effect of Perceived Pay Equity and Diversity Climate on Turnover Intentions. *Journal of Business Ethics*, 143(3), 621–633. <https://doi.org/10.1007/s10551-015-2795-x>
  13. Chamanara, S., Goldstein, B. P., & Newell, J. P. (2023). Power asymmetries in supply chains and implications for environmental governance: a study of the beef industry. *Supply Chain Management: An International Journal*, 28(5), 923–938. <https://doi.org/10.1108/SCM-02-2022-0068>
  14. Chouaibi, S., Chouaibi, Y., & Zouari, G. (2022). Board characteristics and integrated reporting quality: evidence from ESG European companies. *EuroMed Journal of Business*, 17(4), 425–447. <https://doi.org/10.1108/EMJB-11-2020-0121>
  15. Clark, G. L., Feiner, A., & Viehs, M. (2014). From the Stockholder to the Stakeholder: How Sustainability Can Drive Financial Outperformance. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2508281>
  16. Coleman, L. (2011). Losses from Failure of Stakeholder Sensitive Processes: Financial Consequences for Large US Companies from Breakdowns in Product, Environmental, and Accounting Standards. *Journal of Business Ethics*, 98(2), 247–258. <https://doi.org/10.1007/s10551-010-0544-8>
  17. Corporate Sustainability Reporting Directive (Directive (EU) 2022/2464, CSRD). <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32022L2464>

18. Csapi, V., Putzer, P., & Tóth-Pajor, Á. (2025). ESG-tudatosságtól az alkalmazásig. *Közgazdasági Szemle*, 72(9–10), 875–899. <https://doi.org/10.18414/KSZ.2025.9-10.875>
19. Cui, X., Qi, B., & Hussain, M. J. (2024). Vendor sustainability performance and corporate customers' supplier selection. *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*, 31(4), 2910–2928. <https://doi.org/10.1002/csr.2727>
20. Das, A. (2024). Predictive value of supply chain sustainability initiatives for ESG performance: a study of large multinationals. *Multinational Business Review*, 32(1), 20–40. <https://doi.org/10.1108/MBR-09-2022-0149>
21. Dathe, T., Helmold, M., Dathe, R., & Dathe, I. (2024). ESG Stakeholders (pp. 113–131). [https://doi.org/10.1007/978-3-031-52734-0\\_9](https://doi.org/10.1007/978-3-031-52734-0_9)
22. Deegan, C. (2002). Introduction. *Accounting, Auditing & Accountability Journal*, 15(3), 282–311. <https://doi.org/10.1108/09513570210435852>
23. Donaldson, T., & Preston, L. E. (1995). The Stakeholder Theory of the Corporation: Concepts, Evidence, and Implications. *The Academy of Management Review*, 20(1), 65. <https://doi.org/10.2307/258887>
24. Eccles, R. G., Ioannou, I., & Serafeim, G. (2014). The Impact of Corporate Sustainability on Organizational Processes and Performance. *Management Science*, 60(11), 2835–2857. <https://doi.org/10.1287/mnsc.2014.1984>
25. Edmans, A., Li, L., & Zhang, C. (2014). Employee Satisfaction, Labor Market Flexibility, and Stock Returns Around the World. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.2461003>
26. Fama, E. F. (2021). Contract costs, stakeholder capitalism, and ESG. *European Financial Management*, 27(2), 189–195. <https://doi.org/10.1111/eufm.12297>
27. Feng, B., Zheng, M., & Shen, Y. (2024). The effect of relational embeddedness on transparency in supply chain networks: the moderating role of digitalization. *International Journal of Operations & Production Management*, 44(9), 1621–1648. <https://doi.org/10.1108/IJOPM-08-2023-0713>
28. Ferrat, Y., Daty, F., & Burlacu, R. (2022). Short- and long-term effects of responsible investment growth on equity returns. *The Journal of Risk Finance*, 23(1), 1–13. <https://doi.org/10.1108/JRF-07-2021-0107>
29. Freeman, R. E., Harrison, J. S., Wicks, A. C., Parmar, B. L., & de Colle, S. (2010). *Stakeholder theory: The state of the art*. Cambridge University Press.
30. Freeman, R. E. (1984). *Strategic management: A stakeholder approach*. Pitman.
31. Friedman, M. (1970). The social responsibility of business is to increase its profits. *The New York Times Magazine*, September 13.
32. Gao, J., Hua, G., & Huo, B. (2024). Green finance policies, financing constraints and corporate ESG performance: insights from supply chain management. *Operations Management Research*, 17(4), 1345–1359. <https://doi.org/10.1007/s12063-024-00509-w>
33. Gillan, S. L., Koch, A., & Starks, L. T. (2021). Firms and social responsibility: A review of ESG and CSR research in corporate finance. *Journal of Corporate Finance*, 66, 101889. <https://doi.org/10.1016/j.jcorpfin.2021.101889>
34. Góes, H. A. de A., Fatima, G., Santos Jhunior, R. de O., & Boaventura, J. M. G. (2023). Managing for stakeholders towards corporate environmental sustainability. *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*, 30(4), 1561–1572. <https://doi.org/10.1002/csr.2448>

35. Goodman, J., Korsunova, A., & Halme, M. (2017). Our Collaborative Future: Activities and Roles of Stakeholders in Sustainability-Oriented Innovation. *Business Strategy and the Environment*, 26(6), 731–753. <https://doi.org/10.1002/bse.1941>
36. Greiner, M., & Sun, J. (2021). How corporate social responsibility can incentivize top managers: A commitment to sustainability as an agency intervention. *Corporate Social Responsibility and Environmental Management*, 28(4), 1360–1375. <https://doi.org/10.1002/csr.2148>
37. Han, S., & Wang, Y. (2024). Reducing dependency: Corporate ESG profiles and customer structure. *Managerial and Decision Economics*, 45(6), 4053–4071. <https://doi.org/10.1002/mde.4224>
38. Harjoto, M. A., & Wang, Y. (2020). Board of directors network centrality and environmental, social and governance (ESG) performance. *Corporate Governance: The International Journal of Business in Society*, 20(6), 965–985. <https://doi.org/10.1108/CG-10-2019-0306>
39. Hart, S. L. (1995). A Natural-Resource-Based View of the Firm. *Academy of Management Review*, 20(4), 986–1014. <https://doi.org/10.5465/amr.1995.9512280033>
40. Herremans, I. M., Herschovis, M. S., & Bertels, S. (2009). Leaders and Laggards: The Influence of Competing Logics on Corporate Environmental Action. *Journal of Business Ethics*, 89(3), 449–472. <https://doi.org/10.1007/s10551-008-0010-z>
41. Hillman, A. J., & Keim, G. D. (2001). Shareholder value, stakeholder management, and social issues: What's the bottom line? *Strategic Management Journal*, 22(2), 125–139.
42. Huang, D. Z. (2022). Environmental, social and governance factors and assessing firm value: valuation, signalling and stakeholder perspectives. *Accounting & Finance*, 62(S1), 1983–2010. <https://doi.org/10.1111/acfi.12849>
43. Hyun, S., Kim, J. M., & Liu, Y. (2023). Equal gains and pains? Analyzing corporate financial performance for industrial corporate social performance leaders and laggards. *Journal of Business Research*, 155, 113414. <https://doi.org/10.1016/j.jbusres.2022.113414>
44. Iannuzzi, A. (2024). *Greener Products*. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781003441939>
45. Ioannou, I., & Serafeim, G. (2017). The Consequences of Mandatory Corporate Sustainability Reporting. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1799589>
46. Kay, I., Brindisi, C., & Blaine, M. (2020, September 14). The stakeholder model and ESG. Harvard Law School Forum on Corporate Governance. <https://corpgov.law.harvard.edu/2020/09/14/the-stakeholder-model-and-esg>
47. Khan, M., Serafeim, G., & Yoon, A. (2016). Corporate Sustainability: First Evidence on Materiality. *The Accounting Review*, 91(6), 1697–1724. <https://doi.org/10.2308/accr-51383>
48. Lepetit, F., le Guenedal, T., ben Slimane, M., Cherief, A., Mortier, V., Sekine, T., & Stagnol, L. (2021). The Recent Performance of ESG Investing, the COVID-19 Catalyst and the Biden Effect. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3946483>
49. Lewellyn, K., & Muller-Kahle, M. (2024). ESG Leaders or Laggards? A Configurational Analysis of ESG Performance. *Business & Society*, 63(5), 1149–1202. <https://doi.org/10.1177/00076503231182688>

50. Mahoney, J. (2000). Path dependence in historical sociology. *Theory and Society*, 29(4), 507–548. <https://doi.org/10.1023/A:1007113830879>
51. Maqbool, R., Rashid, Y., & Ashfaq, S. (2022). Renewable energy project success: Internal versus external stakeholders' satisfaction and influences of power-interest matrix. *Sustainable Development*, 30(6), 1542–1561. <https://doi.org/10.1002/sd.2327>
52. Marques, P., Bernardo, M., Presas, P., & Simon, A. (2019). Corporate social responsibility in a local subsidiary: internal and external stakeholders' power. *EuroMed Journal of Business*, 15(3), 377–393. <https://doi.org/10.1108/EMJB-01-2019-0013>
53. Mauboussin, M. J., & Rappaport, A. (2016, July–August). Reclaiming the idea of shareholder value. *Harvard Business Review*.
54. European Union (2014). Directive 2014/95/EU of the European Parliament and of the Council of 22 October 2014 amending Directive 2013/34/EU as regards disclosure of non-financial and diversity information by certain large undertakings and groups (NFRD). <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=CELEX:32014L0095>
55. Peters, G. F., Romi, A. M., & Sanchez, J. M. (2019). The Influence of Corporate Sustainability Officers on Performance. *Journal of Business Ethics*, 159(4), 1065–1087. <https://doi.org/10.1007/s10551-018-3818-1>
56. Putzer, P., & Posza, A. (2024). Transition from CSR to ESG in Tourism – A Bibliometric Analysis. *Organizacija*, 57(3), 249–259. <https://doi.org/10.2478/orga-2024-0018>
57. Qureshi, M. A., Kirkerud, S., Theresa, K., & Ahsan, T. (2020). The impact of sustainability (environmental, social, and governance) disclosure and board diversity on firm value: The moderating role of industry sensitivity. *Business Strategy and the Environment*, 29(3), 1199–1214. <https://doi.org/10.1002/bse.2427>
58. Rappaport, A. (2006, September). Ten ways to create shareholder value. *Harvard Business Review*.
59. Schiehl, E., & Kolahgar, S. (2021). Financial materiality in the informativeness of sustainability reporting. *Business Strategy and the Environment*, 30(2), 840–855. <https://doi.org/10.1002/bse.2657>
60. Seok, J., Kim, Y., & Oh, Y. K. (2024). How ESG shapes firm value: The mediating role of customer satisfaction. *Technological Forecasting and Social Change*, 208, 123714. <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2024.123714>
61. Shanaev, S., & Ghimire, B. (2022). When ESG meets AAA: The effect of ESG rating changes on stock returns. *Finance Research Letters*, 46, 102302. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102302>
62. Shubham, Charan, P., & Murty, L. S. (2018). Secondary stakeholder pressures and organizational adoption of sustainable operations practices: The mediating role of primary stakeholders. *Business Strategy and the Environment*, 27(7), 910–923. <https://doi.org/10.1002/bse.2041>
63. Suchman, M. C. (1995). Managing Legitimacy: Strategic and Institutional Approaches. *Academy of Management Review*, 20(3), 571–610. <https://doi.org/10.5465/amr.1995.9508080331>
64. Sun, W., Kou, M., Zhang, X., Cui, Y., & Chen, S. (2024). How Does a Major Corporate Customer's ESG Performance Drive the Supplier's Green Innovation? *Sustainability*, 16(17), 7770. <https://doi.org/10.3390/su16177770>

65. Suttipun, M. (2021). The influence of board composition on environmental, social and governance (ESG) disclosure of Thai listed companies. *International Journal of Disclosure and Governance*, 18(4), 391–402. <https://doi.org/10.1057/s41310-021-00120-6>
66. Sydow, J., Schreyögg, G., & Koch, J. (2009). Organizational path dependence: opening the black box. *Academy of Management Review*, 34(4), 689–709. <https://doi.org/10.5465/AMR.2009.44885978>
67. Talan, G., Sharma, G. D., Pereira, V., & Muschert, G. W. (2024). From ESG to holistic value addition: Rethinking sustainable investment from the lens of stakeholder theory. *International Review of Economics & Finance*, 96, 103530. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2024.103530>
68. Ullmann, A. A. (1985). Data in Search of a Theory: A Critical Examination of the Relationships Among Social Performance, Social Disclosure, and Economic Performance of U.S. Firms. *Academy of Management Review*, 10(3), 540–557. <https://doi.org/10.5465/amr.1985.4278989>
69. Velte, P. (2019). Does CEO power moderate the link between ESG performance and financial performance? *Management Research Review*, 43(5), 497–520. <https://doi.org/10.1108/MRR-04-2019-0182>
70. Welch, K., & Yoon, A. (2020). Corporate Sustainability and Stock Returns: Evidence from Employee Satisfaction. SSRN Electronic Journal. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3616486>
71. Whitelock, V. G. (2019). Multidimensional environmental social governance sustainability framework: Integration, using a purchasing, operations, and supply chain management context. *Sustainable Development*, 27(5), 923–931. <https://doi.org/10.1002/sd.1951>

#### AN EMPIRICAL ASSESSMENT OF STAKEHOLDER PREFERENCE RANKINGS IN ESG PRACTICES OF EUROPEAN LISTED FIRMS

The study examines the ranking of stakeholder preferences based on the ESG ratings of 704 publicly listed European companies over the period 2009–2020. The novelty of the research lies in linking corporate ESG performance to stakeholder theory through the development of a stakeholder taxonomy, and in assessing corporate stakeholder preferences based on the principle of double materiality. The objective of the study is to explore which sustainability topics companies consider material and how these preferences relate to stakeholder value creation. Using the non-negative least squares (NNLS) method, we estimate implicit ESG category weights and match ESG categories with stakeholder groups based on the proposed stakeholder taxonomy. We then rank corporate stakeholder preferences according to a double materiality-based weighting scheme. Our results indicate that, in terms of stakeholder preference rankings, companies generally prioritize internal stakeholders over external ones. Among external stakeholders, suppliers, communities, and customers occupy prominent positions. Firms with higher ESG performance also place greater emphasis on sustainability aspects related to environmental responsibility. Given the limited empirical evidence on the ranking of stakeholder preferences among publicly listed European firms, our study may provide guidance for the development of sustainability strategies and for conducting materiality assessments that underpin sustainability reporting.

*Keywords:* stakeholder preferences, ESG-strategy, sustainability reporting

## Melléklet

Az 1. melléklet a legkisebb négyzetek módszerével becsült kategóriasúlyok leíró statisztikáit mutatja be. Az (1) egyenlet alapján minden üzleti évre külön-külön megbecsültük a súlyokat, majd a kategóriasúlyokat visszszámítva az eredeti, nem standardizált formájukra, kiszámítottuk azok statisztikai jellemzőit.

ESG-kategóriák	Átlag	Szórás	Minimum	Medián	Maximum	Megfigyelések száma
Menedzsment	0.209	0.004	0.204	0.209	0.218	12
Munkavállalók	0.137	0.004	0.129	0.137	0.142	12
Közösségek	0.100	0.005	0.092	0.100	0.112	12
Károsanyag-kibocsátás	0.099	0.006	0.088	0.098	0.108	12
Emberi jogok	0.099	0.003	0.092	0.099	0.105	12
Erőforrás-felhasználás	0.090	0.005	0.083	0.090	0.100	12
Termékfelelősség	0.091	0.005	0.082	0.093	0.098	12
Innováció	0.073	0.002	0.069	0.073	0.076	12
Részvényesek	0.062	0.003	0.056	0.061	0.066	12
CSR-stratégia	0.036	0.004	0.029	0.035	0.045	12
RMSE	61.942	3.373	56.022	61.263	67.819	12

*1. melléklet. Robusztusságvizsgálat*

# AZ EURO STOXX 50 ÉS A BUX 5 PORTFÓLIÓK HATÉKONY FELÜLETEINEK ANALITIKUS FORMÁI<sup>1</sup>

VÖRÖS JÓZSEF – KEHL DÁNIEL – RAPPAI GÁBOR

*Pécsi Tudományegyetem*

Felügyeleti szervek kezében a fedezetlen eladások (shortolás) tilalma fontos szabályozó eszköz. A modellezőknek ekkor a beruházási változókra nemnegatív feltételt kell kiróni, melyek megnehezítik általánosabb tulajdonságok megállapítását. Például, míg portfóliók hozam-kockázat hatékony felületének analitikus formája régóta ismert shortolás megengedésével, de még nem láttuk neves portfóliók hatékony felületének egzakt leírását shortolás tiltása esetén. A tanulmány egy algoritmust ajánl a hatékony felület analitikus formájának meghatározására, a hozzá írt komputerkód pedig elősegíti, hogy számos portfólió sokoldalú elemzését végezzük el, melyeket az olvasók figyelmébe ajánlunk.

## 1 Bevezetés

A portfólióanalízis még mindig népszerű témája a pénzügyi irodalomnak, és talán érthető is, hiszen a kockázat fogalmának felvetése és mérése lehetővé teszi a hozam és kockázat együttes értékelését. Módszertanának vizsgálata is népszerű, a kutatók szinte kifogyhatatlanok újabbnál újabb ötletekből, melyek arra irányulnak, hogy minél pontosabban, átfogóbban és körültekintőbben modellezzük a valóságot. Minket az inspirált, hogy soha nem láttuk még valós, népszerű portfóliók hatékony felületének analitikus formáját, véleményünk szerint még az olvasó sem. A legjelentősebb könyvek is arra ösztönöznek bennünket, hogy jelöljünk ki egy elvárt hozam szintet, és oldjuk meg az adódó konvex programozási feladatot, lehetőleg minél többet, s talán akkor lesz fogalmunk róla, miként is nézhet ki egy portfólió hatékony felülete, azaz azon pontok halmaza, melyek már nem tökéletesíthetők tovább, nincs már olyan pont azon túl, mely hozam, vagy kockázat, vagy mindkét szempont alapján jobb befektetés lenne. Hogy pótoljuk e hiányt, Európa 50 legjelentősebb részvényeit magában foglaló Euro Stoxx 50-ről, valamint, összehasonlítási alapként, a BUX öt legjelentősebb részvényéről adatokat gyűjtöttünk az elmúlt tíz évből: 2015. január 1-től, megfigyelve a havi hozam adatokat. Ezen adatbankból tetszőlegesen választhatunk ki időintervallumot, melyre vonatkozóan meghatározzuk a kosárban levő részvények átlagos hozamát, és a hozzá tartozó kovarianciamátrixot, melyek felhasználásával megjelenítjük a hatékony felület analitikus formáját. A piaci kapitalizációs értékeket is megfi-

---

<sup>1</sup>Beérkezett 2025. december 9. DOI: <https://doi.org/10.15170/SZIGMA.57.1317>. E-mail: [voros.jozsef@tkk.pte.hu](mailto:voros.jozsef@tkk.pte.hu).

gyeljük, és a három input adat (átlaghozam, kovarianciamátrix és a részvény értékhányada a piaci kapitalizáció szerint) alapján jellemezzük a portfólió valós teljesítményét. Felfedett analitikus formáink így lehetővé teszik egy adott portfóliót felülteljesítő portfóliók meghatározását és jellemzését. De nem csak egy hatékony felületet határozunk meg: meghatározzuk a hatékony felület analitikus formáját arra az esetre, amikor a fedezetlen eladások tilalom alatt vannak (a shortolás nem megengedett), és akkor is, amikor ez a folyamat lehetséges. 2023 novemberében a shortolást betiltották Dél-Koreában (Reuters, 2024. november 11-i jelentés), bevezették a tilalmat Törökországban 2025. március 23-án (Bloomberg, e napi jelentés), és a shortolás tiltása egy folytonosan meglevő eszköz a pénzügyi piacokat szabályozók kezében (Edwards et al., 2024). Sőt, elméleti oldalról is komoly támadás alatt van. Brennan és Lo (2010) kijelentik, hogy a pénzügyi eszközök piaci portfóliója, melyben valamennyi eszköz súlya a portfólióban arányos a teljes piaci kapitalizációval, és a haszon-kockázati hatékony felületen fekszik, az nem tartalmazhat negatív befektetési súlyokat. Ez azt jelenti, hogy az összes olyan portfóliómodell, melyben a befektetési változókra nincs kiróva a nem-negativitási feltétel, valóságtartalma megkérdőjelezhető, és gyakorlatilag a befektetésekkel szemben olyan elvárásokat gerjeszt, melyek nem elérhetők. Azon hatékony felületeket, melyek negatív súlyokat tartalmaznak, lehetetlen hatékony felületnek nevezik. A könnyű kezelhetőség miatt ugyanakkor a nem-negativitási feltételeket mellőző modellek nagyon népszerűek az irodalomban. Például, az Elton et al. (2014) könyvben az akár végtelen mértékű shortolási lehetőség alapfeltétel. Ezért mi mindkét hatékony felületet előállítjuk, és eltérésüket mérjük.

A korlátok nélküli shortolást feltételező tárgyalások alapvetően Markowitz (1959) modelljéből indulnak ki, ahol a befektető egy  $t$  időpontban olyan portfóliót állít össze, melynek hozama a  $t + 1$  időpontban bizonytalan. Mivel a befektetőt kockázatérzékenynek tekintjük, a portfóliónak haszon-kockázat hatékonynak kell lennie, vagyis, ha a kockázati szintet rögzítjük, akkor a lehető legnagyobb hozam elérése a cél, vagy, ha a hozamszintet rögzítjük, akkor a lehető legkisebb kockázatú portfóliót választjuk. A kockázatot a hozam szórásnégyzetével, vagy a szórással mérjük.

A befektetési változókra vonatkozó előjelkorlátok eltekintése mellett, vagyis shortolási lehetőség esetén, Merton (1972) felfedte a haszon-kockázat hatékony felület analitikus formáját. Mivel nincs előjelmegkötés a befektetési változókon, az úgynevezett lehetetlen hatékony felület előfordulhat. A korlátlan hitelfelvétel, illetve kölcsönadás feltételezésével kockázatmentes kamatláb mellett, mely valamennyi befektető számára azonos, Sharpe (1964) és Lintner (1965) tovább forradalmasította a pénzügyi analízis modern útját. Tőkeeszköz Árazó Modelljük (CAPM) ma is alapeszköze a befektetett tőkétől elvárt hozam megállapításának különböző iparágakban. Sharpe (1964, 1970) és Buser (1977) a feltételek és levezetések egyszerűsítésével jutottak el a népszerű Tőkeeszköz Árazó Modellhez (CAPM). Megfigyelve, hogy a részvények hozama gyakran függ közös tényezőktől, Sharpe (1963) indexmodellje tovább egyszerűsítette a pénzügyi analízist, hasonlóan Elton és társaihoz (1978), akik

állandó korrelációt tételeztek fel a részvények hozamai között. Feldman és Reisman (2003) olyan eljárást mutattak be, mely mindössze két lépést igényel egy tőkeeszköz-árazó egyenesen fekvő portfólió meghatározásához.

A CAPM empirikus tesztelése még ma is sok kutatót vonz. Gibbons és társai (1989) egy tesztelési eljárást vizsgáltak, arra voltak kíváncsiak, hogy egy előre megadott portfólió hozam-kockázat hatékony-e, és az elméleti és gyakorlati eredményeket összehasonlító tanulmányok sora elég hosszú. Fama és French (2004) tanulmánya ad egy összefoglalót e tanulmányokról, bemutatva egyúttal a háromfaktoros modelljüket (Fama and French, 1996). Markowitz (2005) megjegyzi, hogy a jelentős empirikus eltérések a CAPM-től nem meglepő módon abból is eredhetnek, hogy a tényszerű feltételezések a CAPM feltételrendszerétől eltérők. Például, a CAPM végtelen mennyiségű hitelezést és kölcsönadást tételez fel, mely a valós életben nem tényszerű. Brennean és Lo (2010) tovább ássa a sírt, kimutatva, hogy ha még a CAPM feltételezései fent is állnának, egy piaci portfólió egyáltalán nem biztos, hogy hozam-kockázat hatékony. Megmutatják, hogy a részvényhozamok, kovarianciák és varianciák értékeinek létezik olyan kombinációja, melyre minden hozam-kockázat hatékony portfólió tartalmaz negatív súlyokat. Vagyis shortolást tételez fel, mely azt jelenti, hogy valójában nem lehetnek piaci portfóliók. Továbbá, ahogy a részvények száma növekszik korlát nélkül, annak valószínűsége, hogy ilyen paramétereket találunk, folytonosan növekszik. Következésképpen, nem-negativitási feltételeket ki kell róni a portfólióoptimalizálási modellekben, ha életszerű eredményeket akarunk. Ezen esetekre viszont nem áll rendelkezésünkre a hatékony felület analitikus formája, miként az megvan a shortolási esetre. Viszont a hozam-kockázat felület tartalmazhat meglepetéseket nem-negativitási feltételek mellett.

Ugyan az akkor még nem Nobel-díjas Dybvig (1984) három részvényre megmutatta, hogy sztenderd esetben (vagyis shortolni nem lehet), amikor a hatékony felületen csomó van (azaz olyan töréspont, ami miatt nem differenciálható), a csomót meghatározó portfólióban olyan részvények lehetnek csak, melyekhez tartozó hozamértékek azonosak. Ennek fordítottja viszont nem igaz. Amikor csomó van, tehát a haszon-kockázat felület nem differenciálható, a csomót meghatározó piaci portfólióhoz egy sereg (végtelen sok) kockázat nélküli kamatláb kapcsolható, kockázat nélküli kamatlábtól húzott érintők mindannyian a csomóban levő piaci portfóliót érintik. Amikor a hatékony felület minden pontjában differenciálható, a kockázat nélküli kamatlábak csökkenésével a piaci portfólió kockázati szintje mindig csökken, csomó esetén viszont a kockázati szint befagy egy ideig.

Természetes folyamat, hogy amikor szeretnénk, hogy portfólió modellünk jobban közelítse meg a valóságot, több és több további feltételt kell modellünkben bevezetni. Ezek viszont növelik a modellek kezelhetőségének nehézségi fokát.

Zhang és Nie (2005) a kockázatos részvények hatékony felületének tulajdonságait tárgyalva azt tételezték fel, hogy az átlagos hozamok és a kovarianciák meghatározása során hibák fordulhatnak elő, ezeket korlátok közé szorítva származtatták a hatékony felületet. Zhang és Wang (2008) tovább általá-

nosították ezen vizsgálatukat azzal, hogy hitelfelvételt tettek lehetővé. Qi et al. (2009) különböző hozamértékeket vettek fel, ezek mindegyikében megoldva az adódó feladatot, a kapott hatékony felületen fekvő pontok tulajdonságai-ból arra a következtetésre jutottak, hogy a hatékony felület egyáltalán nem biztos, hogy olyan sima, miként azt az osztályteremben meg szoktuk húzni. Valóban, amikor negatív súlyokat nem engedünk meg, a portfólió hatékony felület a két végpontjában biztosan nem differenciálható, mert végtelen sok érintő húzható mind annak minimum, mind maximum pontjához.

De még ennél is több meglepetést tartalmazhat. Kernsterns et al. (2012) az általuk kialakított „pénzügyi univerzumra” bemutatták, hogy egy irányvektor megváltoztatása miként alakítja a hozam-kockázat hatékony portfóliók sorrendjét, feltérképezve ezzel a 78 befektetési eszköz szerkezetét. Guijarro (2018) egy hasonlósági mérték bevezetésével méri össze a hatékony felületeket a kirótt, úgynevezett sarkalatos feltételek (például hány részvény lehet egy portfólióban) mellett. Genetikus eljárás, mely összeházasítja a heurisztikus és kvadratikus programozást, kellett a megoldáshoz. Hasonlóan Steuer és társaihoz (2024), akik egy új eljárást mutatnak be, hogy miként kell származtatni a hozam-kockázat felületet sarkalatos feltételek bevezetésével. A korrelációs mátrix enyhe perturbációja jelentősen növelte az eljárás hatékonyságát nagyszámú részvényt tartalmazó portfóliókra is.

A kockázatosított érték (VaR) koncepciójának behozatala egy újabb fejlődési irányt jelentett, ami természetesen technikailag újabb feltétel bevezetését jelentette (Duffie és Pan, 1997). Mivel a VaR-on felüli veszteségeket nem tekintjük, Rockafellar és Uryasev (2000) bevezette a feltételesen kockázatosított érték fogalmát (C-VaR), majd később a koncepciót kiterjesztették általánosított veszteségeloszlásokra is (Rockafellar és Uryasev, 2002). Cesarone és társai (2023a) pedig a klasszikus hozam-kockázat portfólióanalízist olyan feltételekkel bővítették, melyek figyelembe veszik a felügyeleti szervek elvárásait, melyeket szabályozói korlátoknak neveztek el. Az eredmény persze egy vegyes egészértékű kvadratikus programozási feladat, melyet a Gurobi-féle szoftverrel oldanak meg. Az algoritmust alkalmazták a Euro Stoxx 50 portfóliókötegre is, mely csomag központi szerepet játszik e tanulmányban. Mittal és Mehlawat (2014) tanulmányukban empirikusan vizsgálják a National Stock Exchange (NSE, Mumbai) indiai piacot, hogy teszteljék modelljüket, melyet genetikus algoritmussal oldanak meg. Tehát az alapmodell kiterjesztése mindig számítástechnikai nehézségekkel jár, hasonlóan a Sharma és Mehra (2013) -féle megközelítéshez, akik a GAMS szoftvert használják a hatékony felület előállításához két, lineáris célfüggvény esetében. Xidas és Mavrotas (2014) pedig oly módon terjesztik ki a haszon-kockázat analízist, hogy sarkalatos feltételeik mellé belépési korlátokat határoznak meg, és tranzakciós költségeket is figyelembe vesznek. A keletkezett modellt vegyes egészértékű algoritmusokkal lehet megoldani, amit alkalmaznak a Euro Stoxx 50 csomagra is. Wu és Wu (2021) szintén a Gurobi-szoftvert használják fel a feladat megoldására, amikor a sarkalatos feltételek mellé fizetőképességi feltételeket kirónak. Nem meglepő módon arra jutnak, hogy ha a feltételekkel korlátozzák a negatív befektetések számát, sokkal észszerűbb eredményekhez jutnak. Arcuri és társai

(2023) befektetési súlyokat írnak elő számos befektetési kategóriára, összeházasítva a klasszikus Markowitz (1959) modellt a robusztus CVaR-t tartalmazó Grossi és Laurini (2019) -féle modellel. Szerintük a R-CVaR megközelítés jobb hozamokat eredményez számos esetben, mint az egyszerű klasszikus modell.

Természetesen az új kor új szellemet hoz. Megjelentek a „zöld” megközelítések, például Cesarone és társai (2023b) egy kétszintű megközelítést alkalmaznak, hogy figyelembe lehessen venni veszélyes tevékenységeket is. Még bizonyítják is, hogy mind a Dow Jones, mind az NDX adathalmazra kezdeményezésük életszerű, és azt a következtetést vonják le, hogy az ESG vonatkozású teljesítmény határozottan jobb.

Bár szinte ösztönösen egy sima, differenciálható, konvex görbét húzunk fel, amikor a haszon-kockázat összefüggést interpretáljuk, viszont egészen nagy valószínűséggel egy lehetetlen hatékony felületet ábrázolunk, mert negatív befektetések lesznek a portfóliókban. Tulajdonképpen azt hisszük, senki sem látta valós, igazi portfóliók hatékony felületének analitikus formáját. Célunk ezért két valós portfólió hatékony felületének analitikus feltárása, az Euro Stoxx 50-é és a BUX 5-é. Azért BUX 5, mert öt olyan részvényünk van jelenleg, melynek piaci kapitalizációs aránya felülmúlja az 1%-ot. A feltárás mind shortolási, mind az anélküli esetre vonatkozik, és a két analitikus forma ismerete lehetővé teszi a pontos összehasonlítást. Mint említettük, a klasszikus esetre, shortolással, Merton (1972) analitikus formáját már ismerjük. Qi et al. (2015) ennél tovább mennek, amikor a megvalósítandó célok mellé egy újabbat tesznek, és meghatározzák a hatékony felület analitikus formáját, shortolással. Később Bodnar és társai (2017) a klasszikus portfólióprobléma globális minimumpontja analitikus formáját határozták meg, ismét shortolást feltételezve. Bodnár és Gupta (2015) megmutatták, hogy a hozamokban felfedhető aszimmetria jelentősen befolyásolhatja a globális minimális kockázatot meghatározó portfólió szerkezetét. A minimális kockázattal járó portfólió analitikus formájával Qi és Steuer (2020) is foglalkozott, amikor három célfüggvényünk van, és a befektetési változóknak ki kell elégíteni egy lineáris egyenletrendszer által meghatározott feltételrendszert. De Qi és Steuer (2024) még tovább mentek, jelenleg analitikus megoldási formájuk van az esetre, amikor a célokat több, mint egy kvadratikusan függvény írja le. Meng és társai (2022) a várható hozamok és maximális bizonytalanság közötti átváltási arányok mellett állítja elő a hatékony felületet, de shortolási lehetőséggel. Ugyanakkor Kim és Fabozzi-nél (2024) a shortolás nem megengedett, de nemlineáris programozási problémát megfogalmazva, 51 pontot felvéve, és ezek mindegyikére a feladatot megoldva, a DJIA 30 részvényére előállítják a hatékony felületet. Analitikus formákat Monte Carlo-szimulációval határoznak meg.

Mi az Euro Stoxx 50 és a BUX 5 részvénycsomagra állítjuk elő a hozamkockázat hatékony felületek analitikus formáit – shortolási lehetőséget kizárva – több érdekes időintervallumra. A vizsgált intervallumok az alábbiak:

- 2015. január 1 – 2020. január 1;

- 2015. január 1 – 2025. január 1;
- 2015. január 1 – 2024. január 1;
- 2020. január 1 – 2025. január 1;
- 2022. február 1– 2025. január 1.

Hogy megbirkózzunk a hatalmas számolási igénnyel, az itt definiált algoritmust R-ben kódoltuk, az eredményeket manuálisan (Excel segítségével) ellenőriztük. Az algoritmus egyszerű és gyors, robusztus, megbízhatóan old meg nagyméretű feladatokat is. Az analitikus formák megbízhatóan segítik elő annak megállapítását, hogy neves portfóliók hozam-kockázat hatékony felületei vajon tartalmazhatnak olyan csomópontokat, amikor a felület nem differenciálható, és emiatt a CAPM modell labilis.

A következő fejezet a problémafelvetés elméleti háttérét foglalja össze, továbbá a vizsgálat motorjának számító algoritmust definiálja. A harmadik fejezet két portfóliócsomagot vizsgál: az Euro Stoxx 50-t és a BUX 5-öt. Az utolsó fejezet négy fontos következtetést von le.

## 2 A hatékony felületen fekvő csomópontokra fókuszáló vizsgálat elméleti háttere

A portfólióanalízis egyik lényeges kérdése a hatékony felület előállítása, vagyis azon pontok meghatározása, amikor minden szóba jöhető kockázati szintre nem létezik magasabb várható hozamú befektetés, vagy minden lehetséges várható hozamnál nincs olyan portfólió, mely alacsonyabb kockázattal járna. A kockázatot a portfólió szórásnégyzetével mérjük, ezért a várható érték-variancia hatékony felület olyan összefüggés, mely tovább már nem javítható. A Stoxx nevet viselő portfólió (melyben csak kockázatos befektetések vannak) hatékony felületét az alábbi, paraméteres, kvadratikus programozási feladat megoldásával tudjuk előállítani:

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (1a)$$

$$\mathbf{1}'\mathbf{x} = 1 \quad (1b)$$

$$\mathbf{a}'\mathbf{x} = E \quad (1c)$$

$$\frac{V_R^{Stoxx}(E)}{2} = \min_x \frac{1}{2}\mathbf{x}'\mathbf{V}\mathbf{x} \quad (1d)$$

E modellben  $x_i$  a vagyonnak azon hányadát jelenti, melyet az  $i$ -edik kockázatos vagyontárgyba (az egyszerűség kedvéért legyen ez részvény) fektettünk;  $i = 1, \dots, n$ ,  $\mathbf{x}' = [x_1, \dots, x_n]$ , és  $n$  a kockázatos részvények számát jelenti a Stoxx nevet viselő portfólióban, a  $'$  transzformáltat jelöl (egy nem vektoriális leírást például a Wu and Wu, 2021 munkában találhatunk kiterjesztett feltételek mellett). A portfólióban levő részvények várható hozamát

az  $\mathbf{a}$  vektor fogja össze, a hozzá tartozó kovariancia-variancia mátrixot pedig  $\mathbf{V}$ -vel jelöljük. Feltesszük, hogy  $\mathbf{V}$  pozitív definit.  $V_R^{Stoxx}(E)$  a kockázatos részvények minimális szórásnégyzetét határozza meg, amikor a befektetéstől  $E$  hozamot várunk. Az első feltétel a fedezetlen eladásokat zárja ki, azt is szokás mondani, hogy nem lehet shortolni. Ez a feltétel az Euro Stoxx esetében 50 egyenlőtlenségi korlátot jelent, de az FTSE 100 már százat. Az (1b) azt határozza meg, hogy egységnyi tőkét tekintünk, ezért egy részvénybe fektetett tőkearány a  $[0, 1]$  intervallumba esik. Az (1c) azt biztosítja, hogy a befektetett tőke  $E$  várható hozamot produkál majd, az (1d) célja a minimális kockázat biztosítása, miközben a várható hozam  $E$ . A tőkeeszköz árelmélet (CAPM) szerint az összes részvény piaci portfóliója, melyben minden részvény súlya piaci kapitalizációs értékével arányos, a hatékony felületen fekszik, ezért ez az arányszám nem lehet negatív. Brennan és Lo (2010) „lehetetlen” felületnek nevez minden olyan hatékony felületet, melyben valamelyik részvénynek az aránya negatív. Bebizonyítják, hogy a lehetetlen piaci portfóliók előfordulási valószínűsége a befektetésre szóba jöhető részvények számának arányában növekszik. Továbbá, a shortolásra javasolt részvények minimális száma lineárisan növekszik a részvények számában. Miként a bevezetőben megjegyeztük, Törökországban jelenleg is, Dél-Koreában pedig 2023 ősze óta shortolási tilalom van (ez évben várhatóan feloldják), de a 2008-as válság idején érvényben volt Ausztráliában, az USA-ban, 2012. július 23-án újra kirótták ideiglenesen Spanyolországban és Olaszországban (Battalio et al., 2012).

Ugyancsak említettük, hogy a shortolási lehetőség számos tanulmányban, könyvben sztenterd feltétel, lásd például Elton et al. (2014), még hozzá végtelen mennyiségben. Az ennek megfelelő modellt megkapjuk, ha az (1a) feltételeket töröljük. Jelölje a  $V_{short}^{Stoxx}(E)$  a minimum kockázati szintet (szórásnégyzetet) shortolási lehetőség mellett, amikor a befektetés elvárt hozamszintje  $E$  a *Stoxx* nevű portfóliótól.

Elsődleges célunk az (1) alatti feladat megoldása, de ehhez egy segédmodellt definiálunk, mely egyúttal legalább annyira híres. E modellben azt tételezzük fel, hogy létezik egy kockázat nélküli befektetési lehetőség, ennek pozitív várható hozama pedig  $r$ . Tervezett eljárásunkkal az a célunk, hogy az (1)-(2) feladatot szimultán módon oldjuk meg, ami azt jelenti, hogy analitikus formában adjuk meg a haszon-kockázati hatékony felületet azon esetekre is, amikor shortolás nem lehetséges, de mind a csak kockázatos részvényeket tartalmazó portfólióra, mind arra az esetre, amikor a kockázatos részvények mellett egy kockázat nélküli befektetési lehetőségünk is van. Az új modellünk tehát egy kockázat nélküli befektetési lehetőség esetén az alábbi lesz:

$$\mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (2a)$$

$$\mathbf{1}'\mathbf{x} + y = 1 \quad (2b)$$

$$\mathbf{a}'\mathbf{x} + ry = E \quad (2c)$$

$$\frac{V^{Stoxx}(E)}{2} = \min_x \frac{1}{2} \mathbf{x}' \mathbf{V} \mathbf{x} \quad (2d)$$

Az  $y$  változó az egységnyi tőkéből azt a részarányt méri, melyet a kockázat nélküli helyre fektetünk be  $r$  kamatláb mellett, a keletkező minimális kockázatot pedig a  $V^{Stoxx}(E)$  függvény méri, amikor a befektetéstől  $E$  hozamot várunk el, oly módon, hogy shortolási lehetőség tiltva van.

Mindkét modellünk esetében, ha eltekintünk a befektetési változókra vonatkozó nem-negativitási feltételektől, akkor a shortolási tevékenységet lehetővé tevő modellekhez jutunk. E modellekre viszont régóta ismertek analitikus megoldások. Merton 1972-ben adta meg az (1) alatti feladat explicit megoldását a nem-negativitási feltételek nélkül. A hatékony felületet az alábbi függvénnyel lehet meghatározni:

$$V_{short}^{Stoxx}(E) = \frac{fE^2 - 2dE + e}{ef - d^2}. \quad (3)$$

Ahhoz, hogy az  $E$  nagyságú várható hozam minimális kockázat mellett valósuljon meg, az alábbi befektetési arányokra van szükség:

$$\mathbf{x}(E) = \frac{(e - dE)\mathbf{C}\mathbf{1} + (fE - d)\mathbf{C}\mathbf{a}}{ef - d^2}, \quad (4)$$

ahol  $\mathbf{C} = \mathbf{V}^{-1}$ ,  $e = \mathbf{a}'\mathbf{C}\mathbf{a}$ ,  $f = \mathbf{1}'\mathbf{C}\mathbf{1}$ ,  $d = \mathbf{1}'\mathbf{C}\mathbf{a}$ . Hangsúlyozni kell, eme analitikus formák akkor léteznek, amikor a részvények várható hozamai között különbözők vannak (mely feltétel az eredeti Merton-diszkusszióban nem szerepel). A differenciálhatóság szempontjából fontos szerepe lesz e tulajdonságnak, ugyanis, ha a portfólióban olyan részvények lesznek, amikor azok várható hozamai egyformák, a hatékony felület nagy valószínűséggel nem lesz differenciálható. A shortolási lehetőség feltételezésével tehát, amikor a részvények várható hozamai nem mind egyformák, a hatékony felület mindig differenciálható lesz (lásd Vörös és társai, 1999).

Amikor egy kockázat nélküli befektetési lehetőség van  $r$  hozammal, és shortolás lehetséges, azaz a (2a) feltételektől eltekintünk, akkor Buser (1977) alapján a minimális kockázat az alábbi lesz:

$$V_{short}^{Stoxx}(E) = \frac{(E - r)^2}{fr^2 - 2dr + e}, \quad (5)$$

vagyis az (5) négyzetgyöke egy egyenes vonal, mely az  $r$  pontban lépi át a vízszintes vonalat. Másként interpretálva, az  $y = 0$  esetre az (1) és (2) alatti modelleknek ugyanaz a megoldása, az (5) alatti parabola érinti a (3) alatti parabolát  $e$  pontban. (A (3)-(5) alatti kifejezésekhez hasonló formulákat láthatunk a Guijarro, 2018 és Guijarro – Tsinaslanidis, 2021 tanulmányokban is.)

Most térjünk vissza abba a világba, amikor a shortolás tilalom alatt van, vagy kutatók eleve úgy gondolják, a hatékony felület nem is tartalmazhat olyan portfóliókat, melyekben valamelyik részvény aránya negatív súllyal van jelen. Szokásos módon, tételezzük fel, hogy egy angyal megmondja nekünk, hogy a portfóliótól elvárt  $E$  hozam egy adott nyílt intervallumban melyek azok a részvények, melyek aránya pozitív számmal fejezhető ki, és

e részvényeket fogja össze az  $M$  halmaz. Az összes többi legyen az  $N$  halmazban, vagyis ők azok a részvények, melyek aránya nulla a portfólióban. Amennyiben a részvények (változók) e kategorizálása optimális, akkor a pozitív változók halmazára Merton fenti képletei alkalmazhatók, hiszen optimális a változók kategóriába sorolása, és a zérus befektetések olyanok, mintha nem is léteznének a szóban forgó intervallumban.

Interpretációként nézzünk rá a ma már Nobel-díjas Dybvig 1984-es híres problémájára, ahol

$$\mathbf{a}' = [1 \quad 3 \quad 4], \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} \epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \epsilon & 2 \\ 0 & 2 & 4 + \epsilon \end{bmatrix}$$

és  $\epsilon$  egy adott paraméter a kovarianciamátrixban, továbbá shortolás nem lehetséges. Pozitív paraméterre tehát mindegyik részvény kockázatos, és Dybvig arra hívta fel a figyelmet, hogy amennyiben a hatékony felületen töréspont van, vagyis nem differenciálható, akkor a törésponthoz tartozó részvényben csak olyan részvények lehetnek, melyekhez tartozó várható értékek azonosak, viszont ennek fordítottja nem igaz. Történetesen az  $0 < \epsilon < 1/3$  paraméterértékekre az  $E = 3$  várható értéknél a portfólió optimális struktúrája (ami minimális kockázatot ad):  $x_2 = 1$ ,  $x_1 = x_3 = 0$ , és a hatékony felület nem differenciálható. Azonban amikor  $\epsilon = 1/3$ , a portfólió optimális struktúrája ugyan az, vagyis  $x_2 = 1$ ,  $x_1 = x_3 = 0$ , de a hatékony felület simává válik és differenciálható. Most nézzük meg a fenti feladatot  $\epsilon = 0.1$  értékre. Az  $E = 4$  várható hozamértékre könnyű meghatározni az optimális megoldást. Az nem lehet más, mint  $x_3 = 1$ ,  $x_1 = x_2 = 0$ , és  $V_R^{Dybvig}(4) = 4.1$ , és  $M_1 = \{Stock_3\}$ , ahol  $M_i$  jelölje az aktuálisan pozitív változók halmazát.

Tegyük fel, angyalunk elárulta: a  $3 < E < 4$  intervallumban,  $E = 3$ -ban, az  $1 < E < 3$  intervallumban a pozitív változók halmaza sorjában a következőképpen alakul:  $M_2 = \{Stock_3, Stock_2\}$ ,  $M_3 = \{Stock_2\}$  és  $M_4 = \{Stock_2, Stock_1\}$ . Ekkor  $M_2$ -re:  $\mathbf{a}' = [4, 3]$  és  $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 4.1 & 2 \\ 2 & 1.1 \end{bmatrix}$ , és a szükséges számításokat elvégezve azt kapjuk (3) felhasználásával, hogy a  $3 < E < 4$  intervallumban a hatékony felület analitikus formája az alábbi:

$$V_R^{Dybvig}(E) = 1.2E^2 - 5.4E + 6.5.$$

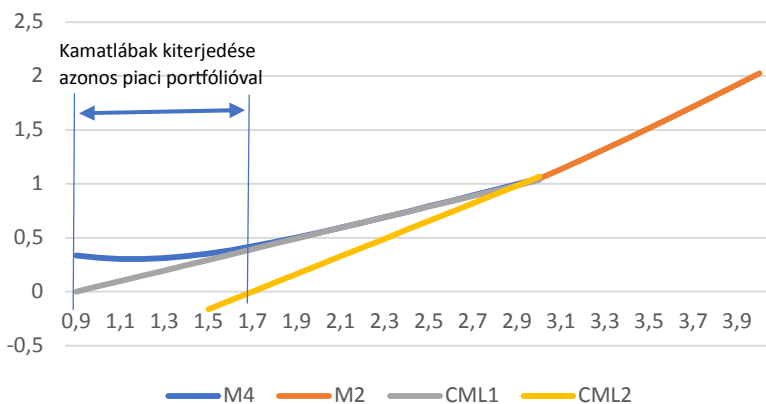
Hasonló eljárással az  $1 < E < 3$  intervallumra (ahol  $M_4 = \{Stock_2, Stock_1\}$ ,  $\mathbf{a}' = [3, 1]$  és  $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$ ), a hatékony felület:

$$V_R^{Dybvig}(E) = 0.3E^2 - 0.7E + 0.5.$$

A teljes hatékony felület az 1. ábrán látható, és jól láthatóan a hatékony felület az  $E = 3$  pontban nem differenciálható, töréspontja van, és e ponthoz nagyon sok (végtelen) kockázat nélküli hozampontból húzható érintő. A kockázat beragad, nem csökken a kamatláb csökkenésével egy intervallumon keresztül, ellentétben azzal, amikor a felület differenciálható, és a kockázat

nélküli kamatlábakból húzott érintők mindig más és más, kisebb kockázatú piaci portfóliót érintenek.

A portfólió hatékony felületének analitikus formában történő felfedése nagy pontossággal teszi lehetővé a differenciálhatóság megállapítását. Több, neves portfólió hatékony felületének analitikus formáját állítottuk elő, az értelemeszerű helyhiány miatt most csak az Euro Stoxx 50 csomagot tekintjük. Mivel a shortolás melletti analitikus formákat régóta ismerjük, megismerve a shortolás nélküli felület explicit formáit, kínálja magát a két felület összehasonlítása. A különbség meglepő, még a BUX5 esetében is (mely a piaci kapitalizáció alapján az 1%-nál magasabb arányt képviselő 5 részvényt foglalja magában), főleg azért, mert az utóbbi esetben a két felület egybeesik, az előbbiben viszont a különbség lényeges. Az explicit formák előállítására egyedi algoritmust fejlesztettünk ki, mely robusztus és stabil. Tekintve, hogy új szoftverről van szó, jóságának, pontosságának manuális ellenőrzése (Excel használatával) nagy méretű feladat esetén megterhelő.



1. ábra. A Dybvig-féle feladat hatékony felületei, amikor egy piaci portfólióhoz számos kamatláb tartozhat (CML: capital market line)

A probléma elméleti háttere a 90-es évekre nyúlik vissza, amikor Vörös és társai (1999) választ adtak Dybvig felvetésére, miszerint amikor az  $M$  halmazban levő részvények várható hozamai azonosak, a felület mégis differenciálható. A kulcs az  $M$  halmaz azon tulajdonságának ismerete, hogy a várható hozam egy adott intervallumában vagy pontjában, illetve az ehhez tartozó kamatláb intervallumában, mely részvények részaránya pozitív. Az említett angyalunk gondolkodásának megismeréséhez vezessük be az alábbi jelöléseket: jelölje  $\mathbf{V}_{11}$  az  $M$  halmazban levő részvények kovarianciamátrixát, a teljes kovarianciamátrixot pedig particionáljuk ennek megfelelően:  $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix}$ , hasonló módon a várható értékből álló vektor:  $\mathbf{a}' = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2]$ . Legyen  $\mathbf{C}$  a  $\mathbf{V}_{11}$  mátrix inverze, és amennyiben az  $M$  halmazban  $k$  elem van, akkor a  $\mathbf{C}$  mátrix mérete  $k \times k$ , az  $\mathbf{a}_1$  vektornak pedig  $k$  eleme van. Az angyal a részvények helyes besorolását akkor végezte el, ha az  $r$  kamatlábnak

a  $-\infty < r < \max_i\{a_i\}$  intervallumban létezik olyan értéke, mely megoldása az alábbi egyenlőtlenségrendszernek:

$$\mathbf{C}\mathbf{a}_1 - r\mathbf{C}\mathbf{1} \geq \mathbf{0} \quad (6a)$$

az  $M$  halmazra, és

$$\mathbf{V}_{21}\mathbf{C}\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2 + r(\mathbf{1} - \mathbf{V}_{21}\mathbf{C}\mathbf{1}) \geq \mathbf{0} \quad (6b)$$

az  $N$  halmazra, ahol az  $N$  halmaz az  $M$  komplementere, azaz a zérus értékű változók halmaza. Az  $y = 0$  értékre a részvények ezen elrendezése optimális megoldását adja az (1) alatti feladatnak is. Ezek alapján az (1)-(2) alatti feladatok megoldására az alábbi algoritmust definiálhatjuk:

Az egyszerűség miatt azt tételezzük fel, hogy a részvények várható hozamértékei között nincsenek azonosak (ha igen, lásd Vörös és társai, 1999). Legyen  $r_0 = \max_i\{a_i\}$ , és tegyük fel, ezt a maximális hozamot a  $Stock_1$  nevű részvény adta meg. Ekkor az ALGORITMUS-t az alábbi módon definiáljuk:

1. **lépés:** Legyen  $k = 1$ ,  $M_k = \{Stock_k\}$ , és legyen így az összes többi részvény az  $N_k$  halmazban, mely nincs az  $M_k$ -ban.
2. **lépés:** Particionáljuk a várható érték vektort és a kovarianciamátrixot ennek megfelelően. Elsőként számítsuk ki a kovarianciamátrix inverzét, valamint az összes kifejezés értékét, melyeket a (6) alatti egyenlőtlenségrendszerekben használunk. Számítsuk ki az  $e$ ,  $f$ ,  $d$  értékeket.
3. **lépés:** Ha sem  $\mathbf{C}\mathbf{1}$ -ben, sem  $(\mathbf{V}_{21}\mathbf{C}\mathbf{1} - \mathbf{1})$ -ben nincs negatív érték, ugrás az 5. lépésre. Másként legyen  $r_k$  az a legnagyobb alsó korlát, mely kielégíti a (6) alatti egyenlőtlenségrendszereket, és tételezzük fel, hogy a korlát a  $Stock_{k+1}$  nevű részvényhez tartozik, és e korlát csak egy részvényhez tartozik (az egyszerűség kedvéért).
4. **lépés:** Ha  $r_k$  értéket egy (6b)-béli egyenlőtlenség adja, legyen  $M_{k+1} = M_k \cup \{Stock_{k+1}\}$ , és az összes többi részvény az  $N_{k+1}$ -ben lesz. Ha  $r_k$  értékét egy (6a)-hoz tartozó egyenlőtlenség adja, legyen  $N_{k+1} = N_k \cup \{Stock_{k+1}\}$ , és az összes többi részvény az  $M_{k+1}$  halmazban lesz. Ekkor az  $r_k \leq r < r_{k-1}$  intervallumra a hatékony felületet egyetlen kockázat nélküli papír esetén, melyet  $V(E)_k$ -val jelölünk, az (5) alatti egyenlet adja. Ha az  $M_k$ -nak több mint egy eleme van, ezen  $r$  értékekre a kockázatos részvények hatékony felületét, melyet  $V_R(E)_k$ -val jelölünk, a (3) kifejezés adja. Másként, legyen  $Stock_u$  az egyetlen részvény az  $M_k$  halmazban. Ekkor legyen  $E_k$  a  $Stock_u$  részvény várható értéke, továbbá a kockázatos papírok hatékony felülete:  $V_R(E_k)_k = Stock_u$  részvény hozamának szórásnégyzete. Legyen  $k = k + 1$ . Ugrás a 2. lépéshez.
5. **lépés:** Felhasználva az  $e$ ,  $f$ ,  $d$  értékeket, a  $-\infty < r < r_{k-1}$  intervallumra megkaptuk a  $V(E)$  és  $V_R(E)$  függvényeket. A teljes portfólió hatékony felület minimumpontja az  $E_{\min} = d/f$  pontban van, melyhez tartozó kockázati érték:  $V_R(\frac{d}{f}) = 1/f$ . Stop.

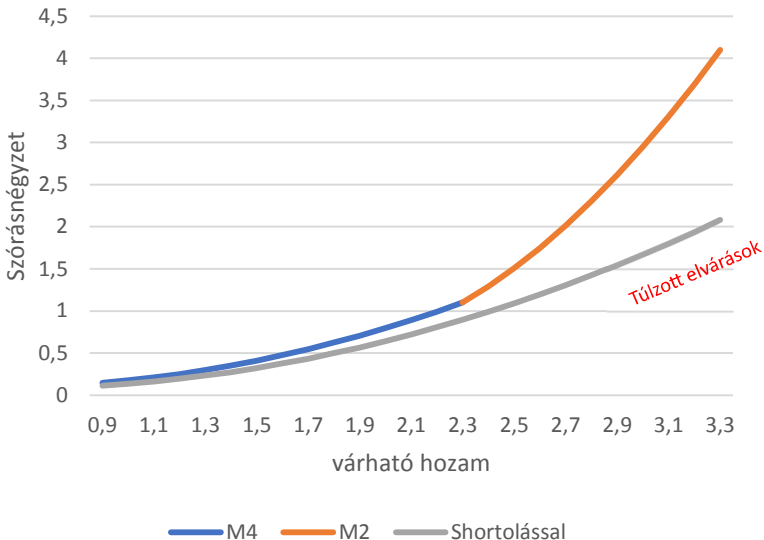
(Az algoritmusban feltételeztük, hogy a korlátokat mindig *egy* egyenlőtlenség adja. Amikor ez nem így van, a részvényeket ugyanúgy az előírásnak megfelelően mozgatjuk. Az összes vizsgálatot tekintve gyakorlatilag a több százas nagyságrendű iterációs lépések során nem fordult elő (de megeshet), hogy egy pontban több részvény is kilép vagy belép a pozitív változók halmazába, vagy egy belépéskor egy másik kilép).

Egy  $M_k$  halmaz a (6a-b) feltételeket kielégíti azon  $r$  értékekre, melyekre  $r \in [r_k, r_{k-1}]$ , vagy másként, azon  $E$  várható hozam értékekre, melyekre  $E \in [E_k, E_{k-1}]$ , ahol  $E_k$  a megoldása a  $V_R(E)_k = V_R(E)_{k+1}$ ,  $1 < k < n$  ( $n \geq 3$ ) egyenletnek. (Amennyiben a felület differenciálható, a  $V_R(E)_k = V_R(E)_{k+1}$  egyenlet megoldása egyszerű, mivel a diszkriminánsnak zérusnak kell lennie.)

Miután most már rendelkezünk a kockázatos részvények hatékony felülete analitikus formájával, pontosan tudjuk összehasonlítani azt a shortolással adódó hatékony felülettel. Használva a fenti  $3 \times 3$ -as mátrixunkat az  $\epsilon = 0.1$  input értékkel a (3) alatti képlet megadja a shortolás esetén adódó hatékony felületet:

$$V_{short}^{Dybvig}(E) = 0.2625E^2 - 0.65E + 0.483.$$

A 2. ábra mutatja a hatékony felületeket shortolással és a nélkül, mutatva egyúttal a kettő közötti különbséget. Minél nagyobb a szakadék a két hatékonysági felület között, annál nagyobb tévedési lehetőség egy portfólió teljesítményének értékelésénél. A shortolással kimutatott hatékony felület sokszor fokozott várakozást ígér portfóliókkal szemben, melyek a valóságban nem is érhetők el.



2. ábra. A Dybvig-feladat hatékony felületei shortolással és nélküle

A következő fejezetben a Euro Stoxx 50, valamint a BUX5 portfóliócsomagot elemezzük, az input adatokat különböző időperiódusokra alapozva.

Külön időszakot jelölünk ki a „béke” időszakára, melyet a 2015. január 1. és 2020. január 1. közötti időszakkal azonosítottunk, lesz Covid- és háborús időszak, valamint ezeket átívelő periódusok.

### 3 Portfóliók empirikus elemzése különböző időszakokban

#### 3.1 A Euro Stoxx 50

A Euro Stoxx 50 Európa legtekintélyesebbnek tartott 50 blue chipjét fogja össze 11 különböző országból és iparágból, melyek a legbefolyásosabbnak és leglikvidebb papíroknak tekinthetők. A Euro Stoxx 50 részvényindexeket a Deutsche Börse Group kezeli, és nyilvánosan elérhetők a [finance.yahoo.com](http://finance.yahoo.com) felületen. Minden részvény esetében a hónap végi árfolyamokat tekintettük 2015-től napjainkig, melyeket adatbankban gyűjtöttünk össze. Ebből az időintervallumokat tetszőlegesen választhatjuk ki, majd az analízisre használt, a fent definiált algoritmusra alapozott szoftverünk a későbbiekben látható táblázatokat, analitikus formákat és függvényeket adja. Az alábbi intervallumokat választottuk ki: 2015–19, 2015–23, 2015–24, 2020–24 (Covid- és háborús időszak), 2022–24 (háborús időszak). Minden kezdő év január elsejével értendő, kivéve a 2022-es évet, mely február elsejével kezdődik. A záró évek december 31-ig végződnek. Mindegyik portfólió esetében az adatigény és a kapott információtömeg jelentős, tulajdonképpen ezért nem közlünk adatokat és eredményeket az FTSE100-ról és a DAX 40-ről. Ezek átfogó analízisét lásd Vörös és Rappai, 2025 tanulmányban. Az Euro Stoxx 50 input adatait az 1. és a 2. függelékek adják közre, melyek tartalmazzák a 2015.01.01–2025.01.01 időszak alatt megfigyelt havi adatokból adódó átlagos hozamértékeket, piaci kapitalizációs hányadot, valamint a kovariancia-variánciá-mátrixot. Hogy növeljük az algoritmusunkba vetett bizalmat, az első két lépést részletezzük.

Első lépésben a kezdő  $M$  halmazt definiáljuk, amihez kiválasztjuk azt a részvényt, melynek legnagyobb volt az átlagos hozama a megfigyelt időszak alatt, tehát  $M_1 = \{Ferrari\}$ , mivel a Ferrari részvénynek volt a legnagyobb átlagos hozama, mely 0.0203, és kovariancia-variánciá-mátrixból a hozzá tartozó szórásnégyzet: 0.00461. Ezért a hozzá tartozó partíció:  $\mathbf{a}_1 = [0.0203]$  és  $\mathbf{V}_{11} = [0.00461]$ , továbbá  $N_1$  a Ferrari kivételével az összes többi részvényt magában foglalja. Következésképpen,  $\mathbf{a}_2$  magában foglalja az összes részvény átlagos hozamát, kivéve a Ferrariét, míg  $\mathbf{V}_{21}$  a Ferrari oszlopvektorát jelöli a kovariancia-variánciá-mátrixból, kizárva abból a Ferrari szórásnégyzetét.

Most könnyen kiszámíthatók a kulcsösszefüggések:  $\mathbf{C} = 216.96$ ,  $\mathbf{Ca}_1 = 4.39$ , és természetesen  $\mathbf{C1} = 216.96$ . Ezen értékeket felhasználva a (6a) alatti összefüggésekben egy felső korlát adódik, mely természetesen  $r < 0.0206$ . A (6b)-re vonatkozó kalkuláció most könnyű, mivel  $\mathbf{V}_{21}$ -nek csak egy oszlopa van 49 elemmel. E 49 egyenlőtlenségből csak a 43.-at mutatjuk be, mely  $-0.008 \geq -0.49016r$ , tekintettel arra, hogy ez adja a legnagyobb alsó

korlátot:  $r \geq 0.0164$ . Ez az egyenlőtlenség az RMA.PA (Hermes) részvényhez tartozik, azt jelezve, hogy be akar lépni a pozitív változók halmazába. Az eseményt a következőképpen azonosítjuk:  $M_2 : RMA.PA$ , így  $M_2$ -nek most már két eleme van, a Ferrari és a Hermes. Amikor egy részvény el szándékozik hagyni a pozitív változókat tartalmazó halmazt, úgy jelezzük, hogy  $\rightarrow$ , a részvény neve után. Szóval, a második iterációs lépésben az alábbi inputjaink vannak:

$$\mathbf{V}_{11} = \begin{bmatrix} 0.0046 & 0.0023 \\ 0.0022 & 0.0049 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 287.54 & -138.44 \\ -138.44 & 271.54 \end{bmatrix} \quad \text{és}$$

$$\mathbf{a}'_1 = [0.0206, 0.0184],$$

ahol 0.0184 a Hermes részvény átlagos hozama, melynek varianciája 0.0049, kovarianciája a Ferrarival pedig 0.0023. Természetesen (6a) adja a felső korlátot az  $r$  értékének, ugyanakkor W Kluwer szolgáltatja a legnagyobb alsó korlátot, amikor  $r = 0.01402$ . A 3. függelék listázza az iteráció szükséges inputjait, és dőlttel jelöltük a következő alsó korlátot adó részvényt. Vagyis,  $M_3 : WKL$  (Kluwer), így az új indexhalmaz:  $M_3 = \{Ferrari, RMA, WKL\}$ . Az iterációs lépéseket addig kell folytatni, amíg el nem érjük, hogy  $r$ -nek nem lesz alsó korlátja. Az eljárás felfedi a portfólió hatékony felületének teljes struktúráját, egészen a minimum pontjáig. Az 1. táblázat foglalja össze a hatékony felület kifejlődésének útját, az intervallumhatárokat mindkét modellre vonatkozóan. És persze a legfontosabb eredményt, a hatékony felület analitikus formáját. Mint látható, a kulcs output információkat az  $e$ ,  $f$ ,  $d$  értékek adják, melyek intervallumonként változnak.

A 3. ábra az Euro Stoxx 50 hatékony felületét ábrázolja, melyet 15 különböző ívű parabolaszakasz feszít ki (melyből 13-at mutatunk). A maximum-pontot adó  $M_1$  kivételével mindegyik ívet meghatározó  $M$  halmazban legalább két részvény van, amiből következik, hogy az azokhoz tartozó átlagos hozamértékek között mindig van különböző. Mint tudjuk, a nem-differenciálhatóság szükséges feltétele, hogy a hatékony felületen olyan portfólió kell legyen, melyben levő részvények hozam értékei azonosak. Ez csak az  $M_1$  halmaznál fordul elő, másutt sehol. Ezért a nem-differenciálhatóság szükséges feltétele nem teljesül a belső pontokban, így nyugodtan kijelenthetjük, hogy a végpontok kivételével a Euro Stoxx 50 portfólió hatékony felülete egy folytonosan differenciálható függvény, egymásba simuló parabolaívek sorozata, melyek mindig érintik, és nem metszik egymást. A parabolaszakaszok láthatósága céljából szaggatott vonallal jelöltük a hatékony felületet, a határpontokban a parabolaívek érintik, vagy metszik egymást (esetünkben utóbbi nem fordul elő), és  $e$  pontok adják meg az intervallumok határát, amikor azokat a várható hozammal jellemezzük.

Az analitikus, explicit forma mellett az 1. táblázat számos információt tartalmaz. A tábla utolsó sora adja az Euro Stoxx 50 részvényekkel elérhető minimális kockázatot, melyet az  $M_{16}$  halmaz részvényeivel lehet elérni. Ezt az iterációs eljárás 16-ik lépése adta, és a halmazban 10 részvény van. Az  $M_{16}$  sor szerint  $f = 5376.4$  és  $d = 3.1$ . A (3) meghatározás adja meg a

paraboláiv explicit formáját, és a parabola minimumpontja az  $E = d/f$  pontban van. Behelyettesítve a sorban levő értékeket, azt kapjuk, hogy  $E = 0.000575$ , mely csak 0.7%-os éves hozamra elegendő. A parabola egyenletébe helyettesítve az értéket, megkapjuk a minimális kockázati szintet, szórásnégyzetben kifejezve:  $V_R^{Euro}(0.000575) = 0.000186$ , ahol  $V_R^{Euro}(E)$  a minimális szórásnégyzet nagysága, amikor az elvárt hozam szintje  $E$ , és csak kockázatos részvényekben van a pénzünk. Ehhez mindössze 10 részvény kell az 50-ből.

Az $r$ kamatláb határai (a (2) megoldása)	Hozamhatárok (az (1) megoldása)	A hatékony felület részvényösszetétele	Kulcs output együtthatók			A hatékony felület analitikus formája, a $V_R^{Euro}(E)$ fv.		
			$e$	$f$	$d$	$a$	$b$	$c$
[0.0164, 0.0203]	[0.0203]	$M_1 = \{\text{Ferrari}\}$	0.8900	217.0	4.40			0.00461
[0.014, 0.0164]	[0.0199, 0.0203]	$M_2: \text{Hermes}$	0.1070	282.2	5.47	1332.8	-51.6	0.504
[0.0079, 0.014]	[0.0181, 0.0199]	$M_3: \text{W Kluwer}$	0.1443	473.6	8.15	249.1	-8.6	0.0759
[0.0056, 0.0079]	[0.0179, 0.0181]	$M_4: \text{ASML}$	0.1445	476.2	8.17	236	-8.1	0.0716
[0.0035, 0.0056]	[0.0173, 0.0179]	$M_5: \text{D.Börse}$	0.1490	619.5	8.98	52.9	-1.53	0.0127
[0.00135, 0.0035]	[0.01661, 0.0173]	$M_6: \text{MüV2}$	0.1497	676.0	9.18	39.8	-1.08	0.0088
[0.00132, 0.00135]	[0.01660, 0.01661]	$M_7: \text{Iberdola}$	0.1499	788.1	9.33	25.3	-0.599	0.0048
[-0.0005, 0.0013]	[0.0159, 0.0166]	$M_8: \text{ASML} \rightarrow$	0.1499	783.3	9.32	25.7	-0.611	0.0049
[-0.00131, -0.0005]	[0.0155, 0.0159]	$M_9: \text{PRX.AS}$	0.1499	889.8	9.27	18.7	-0.39	0.0032
[-0.0005, 0.0013]	[0.0159, 0.0155]	$M_{10}: \text{DPWA}$	0.1574	5231.5	3.59	6.462	-0.00886	0.00019
[-0.0087, -0.0024]	[0.0038, 0.0102]	$M_{11}: \text{DeutchTele}$	0.1580	5345.1	3.31	6.41	-0.00796	0.00019
[-0.0024, -0.0013]	[0.0102, 0.0155]	$M_{12}: \text{Adidas}$	0.1590	5380.0	3.00	6.29	-0.00704	0.000188
[-0.022, -0.0087]	[0.0018, 0.0038]	$M_{13}: \text{Hermes} \rightarrow$	0.1580	5374.9	3.13	6.4	-0.00746	0.000188
[-0.0315, -0.022]	[0.0015, 0.0018]	$M_{14}: \text{TTE.PA}$	0.1610	5376.5	3.08	6.34	-0.00726	0.000188
[-0.217, -0.0315]	[0.000707, 0.0015]	$M_{15}: \text{DBörse} \rightarrow$	0.1560	5376.4	3.10	6.48	-0.00746	0.000188
[-0.29, -0.217]	[0.00067, 0.000707]	$M_{16}: \text{EL.PA}$	0.1570	5376.4	3.10	6.43	-0.0074	0.000188
$(-\infty, -0.29]$	[0.000575, 0.00067]							

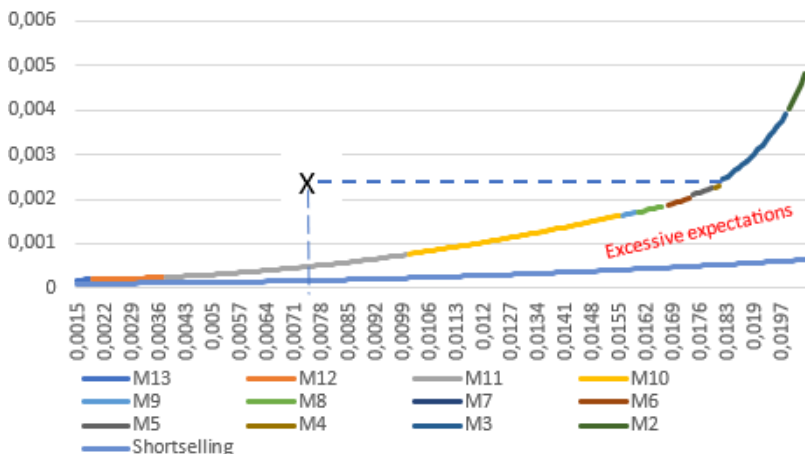
1. táblázat. A Euro Stoxx 50 részvények hatékony felületének struktúrája a várható hozam függvényében, shortselling nélkül, a 2015. január 1–2025. január 1. adatok alapján

A 3. ábrán ábrázoltuk a Euro Stoxx 50 teljesítményét, melynek hozamértékét úgy kaptuk meg, hogy a részvények átlagos hozamát megszoroztuk a piaci kapitalizációs aránnyal, és ezt összegeztük. Ennek szórásnégyzetét pedig úgy érjük el, hogy a kovarianciamátrixot szoroztuk meg jobbról és balról a piaci kapitalizációs arányt mutató vektorral. Ennek megfelelően a Euro Stoxx 50 várható hozama a jelenlegi piaci kapitalizációs arányok alapján 0,0073, mely évesített nagysága közel 9% ( $0,0073 \times 12 \times 100$ ). A havi várható hozam szórásnégyzete 0,0024, és e két szám határozza meg a 3. ábrán elhelyezett  $X$  pontot. A 0,0024-es kockázati szinten vízszintes vonalat húzva az ábrán azt látjuk, hogy ez a szaggatott vonal a shortolás nélküli hatékony felületet az  $M_3$  halmazhoz tartozó parabolaívben metszi, közel a következő váltási ponthoz. Az 1. táblázat szerint e halmazhoz tartozó parabola egyenlete:  $V_R^{Euro}(E) = 249.1E^2 - 8.6E + 0.0759$ . Megoldva a  $0.0024 = 249.1E^2 - 8.6E + 0.0759$  egyenletet, azt kapjuk, hogy  $E = 0.0183$  (22% évesített). Másként fogalmazva, ha ugyanakkora kockázati szintet vállalunk fel, mint amennyit a jelenlegi piaci kapitalizációs értéken a Euro Stoxx megvalósít, évi 22%-os hozamot érhetnénk el. Ez akkor lenne, ha a portfólió szerkezet az alábbi lenne:

$$x_{Ferrari} = 48.4\%, \quad x_{Herm} = 14.2\%, \quad x_{Kluwer} = 37.4\%.$$

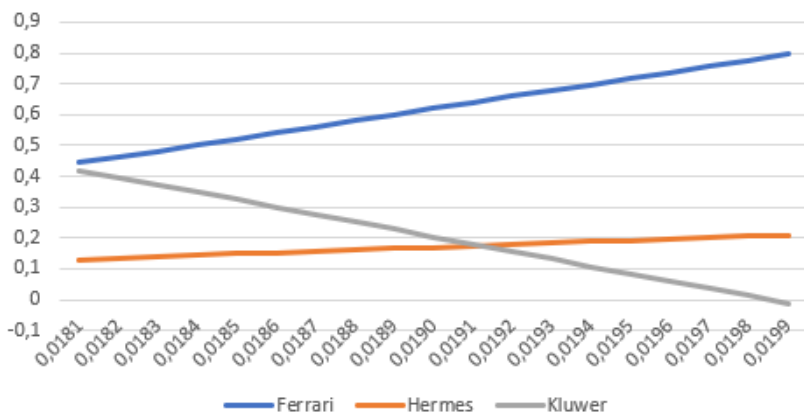
E befektetési arányok a (4) alatti képlet felhasználásából erednek, melynek  $e, f, d$  értékeit az  $M_3$  sorából olvashatjuk ki, és az  $E = 0.0183$ -as hozamot helyettesítjük be.

## Euro Stoxx 50: 2015.01.01-2025.01.01



3. ábra. A Euro Stoxx 50 hatékony felületei shortolással és nélküle, valamint a portfólió teljesítménye piaci kapitalizáció alapján

A (4) alatti képlettel a részvények arányának dinamikus változását követhetjük az elvárt hozam függvényeként. Az  $M_3$  által meghatározott portfólió összetételének változását mutatja a 4. ábra, ahol az arányok összege mindig 1. Ferrari folyamatosan növeli részesedését, a Kluwer nem bírja a versenyt, és kezd kiszállni, míg a Hermes erősíti pozícióját.

The dynamic structure of  $M_3$ 

4. ábra. A portfólió összetételének változása a  $0,0181 \leq E \leq 0,0199$  intervallumban

Miután ismerjük néhány kritikus pont paramétereit, valamint a hatékony felület analitikus formáját, pontosan meghatározhatjuk azon portfóliók halmazát, melyek felülírják az Euro Stoxx 50 piaci kapitalizációs összetétele

alapján mért teljesítményt. Az Euro Stoxx 50-hez képest felülteljesítő portfóliók kiterjedését azzal a területtel mérjük, melyet az Euro Stoxx 50 teljesítményéből kiinduló vízszintes (azonos kockázat mellett nagyobb hozamot adó portfóliók), függőleges (azonos hozam mellett kisebb kockázattal járó portfóliók) vonalak, valamint a shortolás nélküli hatékony felület (mindkét dimenzióban jobban teljesítő portfóliók) határolnak közre.

Jelöljük e terület méretét  $T_{posi}^{Euro}$  szimbólummal. Ekkor

$$T_{posi}^{Euro} = 0.0024 \times (0.0183 - 0.0073) - \int_{0.0073}^{0.0183} V_R^{Euro}(E) dE = 0.0000119.$$

A következőkben azt mérjük meg, hogy mekkora a felülteljesítő portfólióknak a kiterjedése, amikor shortolás lehetséges. Ehhez a teljes méretű, 50 részvényre vonatkozó kovarianciamátrix és hozamvektor szükséges, és mivel nincs a változókra előjelmegkötés, a (3) alatti összefüggés a teljes hozamskálára használható. Vegyük tehát az eredeti, 50-es kovarianciamátrixot, használjuk szintén az 50 elemű hozamvektort, és vegyük e mátrix inverzét. Határozzuk meg a hozamvektor (és az egységvektor) segítségével az  $e$ ,  $f$  és  $d$  értékeket:  $e = 0.8016$ ,  $f = 10219.9$ ,  $d = 21.78$ . Merton (1972) szerint tehát, alkalmazva a (3) alatti összefüggést, a shortolás melletti hatékony felület (melyet  $V_{short}^{Euro}(E)$  szimbólummal jelölünk), az alábbi lesz:

$$V_{short}^{Euro}(E) = 1.3242E^2 - 0.005645E + 0.000104,$$

a 3. ábrán a legalacsonyabb vonal. Ez a parabola az Euro Stoxx 50 kockázati szintjével (szórásnégyzetével, ami 0.0024) azonos értéket akkor veszi fel, amikor  $E = 0.0439$ , mely évi átlagos 53%-os hozamnak felel meg. Talán ezért nevezi több komoly szerző e hatékony felületet „lehetetlennek”. Hasonlóan a shortolás tilalmi esethez, az Euro Stoxx 50 teljesítményét felülíró portfóliók kiterjedését megmérhetjük, de most az Euro Stoxx 50 teljesítményét felülíró portfóliók határa a „lehetetlen” hatékony felület határáig terjed.  $T_{short}^{Euro}$ -vel jelölve e területet, azt írhatjuk, hogy:

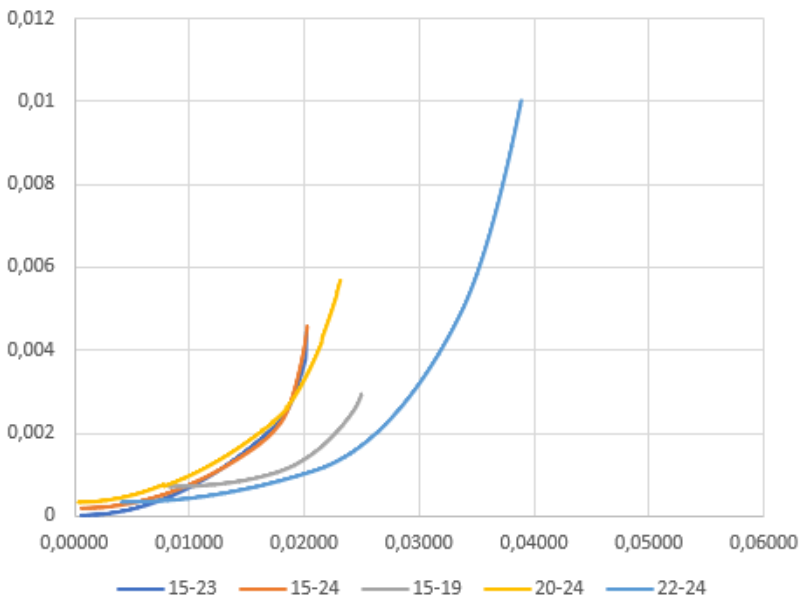
$$T_{short}^{Euro} = 0.0024 \times (0.044 - 0.0073) - \int_{0.0073}^{0.044} V_{short}^{Euro}(E) dE = 0.000047.$$

Összehasonlítva a két területet azt láthatjuk, hogy a  $T_{short}^{Euro}/T_{posi}^{Euro}$  hányados 4, ami megengedhetetlenül magas elvárásokat támaszt, vagy másként nézve, jelentősen leértékeli az Euro Stoxx 50 portfóliócsomag jelenlegi piaci kapitalizációs arány alapján mért teljesítményét.

A kifejlesztett algoritmusunkkal kapcsolatban jegyezzük meg, hogy minden iterációs lépés során egy mátrixot kell invertálnunk, el kell végezni néhány mátrix-vektor szorzást, majd meg kell oldani egy 50 egyenlőtlenségből álló rendszert, melynek egy változója van, az  $r$ . Az invertálandó mátrix mérete az  $M$  halmaz számosságával nő, tehát az első mátrix  $1 \times 1$ -es, a legnagyobb méretű pedig  $10 \times 10$ -es, mivel  $M$ -nek soha nincs tíznél több eleme.

Össességében pedig mindössze 16 iterációs lépésre volt szükség, és rendelkezésre áll a teljes hatékony felület analitikus formája. Az eljárás tehát viszonylag egyszerű, hatékony, a hozzá kidolgozott szoftver robusztus, biztosan old meg nagyobb feladatokat is.

Nem csak a 2015–25 közötti időszakot vizsgáltuk, kíváncsiak voltunk, találunk-e nem differenciálható hatékony felületet más időintervallumokat véve. A következő időszakokra végeztünk vizsgálatokat még: 2015–24, 2015–20, 2020–25 és 2022. február – 2025, vagyis összességében öt vizsgálatot végeztünk a Euro Stoxx 50 portfóliócsomagon. Bár néha közel voltunk hozzá, de végül is egyetlen esetben sem volt nem-differenciálható pont a hatékony felületeken. Az 5. ábra mutatja együtt az öt hatékony felületet, talán mondhatjuk, néhány érdekes információt szolgáltatva. Először is a 2015–23 (2024. január 1.) és 2015-24 (2025. január 1.) hatékony felületek szinte egybeesnek, ugyanazt az eredményt adják. Meglehetősen kockázatos volt a Covid-időszak, ellentétben a háborús időszakkal, amikor nem csak a hozamok voltak magasabbak, de ráadásul a kockázati szintek is alacsonyabbak a békeidőszakhoz (2015–2019) képest.



5. ábra. Az Euro Stoxx 50 hatékony felületei különböző időintervallumokban

A háborús időszak nagy jövedelmeit érdekes módon döntően a pénzügyi szolgáltató szektor hozta: a nagy győztes az Unicredit (UCG.MI), mely dominálja a felső hozamszegmenseket a 46.6%-os éves átlagos hozamával, melyet a SAP, a MunV2 és a D. Telekom követ, és a W Kluwerrel az  $E = 0.03$  hozamszinten öt részvény van a piaci portfólióban. A 2015. január 1. és 2023. december 31. közötti adatokat használva mindössze két részvény van

a portfólióban az  $E = 0.02$  hozamszint környékén, ugyanakkor a háborús időszak alatt a részvények szinte sorban állnak, hogy részt vegyenek e magas hozamot biztosító portfólióban, és olyannyira verekednek a helyért, hogy gyakran cserélnek helyet. A helyzet pontosan fordítottja a hatékony felület minimumpontja környékén: a pozitív változók tábora stabil, és hosszú hozamintervallumban uralják a jövedelemszinteket. A háborús időszak alatt az  $M_{12}$  12%-os hosszúságú. Ugyanakkor ugyanezen hozamszakaszon a 2015–25-ös adatok alapján a részvények gyakran váltják egymást, a háborús időszak felső hozamszegmenséhez hasonlóan. A 2. táblázat adja meg a 2022. február 1.-től napjainkig (a háborús időszak) időszak alapján készült analízist.

Az $r$ kamatláb határai (a (2) megoldása)	Hozamhatárok (az (1) megoldása)	A hatékony felület részvényösszetétele	Kulcs output együtthatók	A hatékony felület analitikus formája, a $V_R^{Euro}(E)$ fv.
			$e$ $f$ $d$	$a$ $b$ $c$
[0.02443, 0.03889]	[0.03889, 0.03889]	$M_1 = UCG.MI$	0.1506   99.6   3.87	0.000   0.000   0.0100
[0.01615, 0.02443]	[0.03358, 0.03889]	$M_2 = SAP$	0.2454   258.5   7.75	78.1021   -4.686   0.0742
[0.01497, 0.01615]	[0.03209, 0.03358]	$M_3 = DTE$	0.3106   508.3   11.79	26.903   -1.248   0.0164
[0.01328, 0.01497]	[0.02964, 0.03209]	$M_4 = MUV2$	0.3526   695.7   14.59	21.5406   -0.904   0.0109
[0.01125, 0.01328]	[0.02696, 0.02964]	$M_5 = WKL$	0.3905   910.5   17.45	17.8054   -0.682   0.0076
[0.00905, 0.01125]	[0.02514, 0.02696]	$M_6 = RACE$	0.3949   945.1   17.84	17.1671   -0.648   0.0072
[0.00735, 0.00905]	[0.02408, 0.02514]	$M_7 = PRX$	0.3996   1002.9   18.36	15.7456   -0.577   0.0062
[0.00351, 0.00735]	[0.02239, 0.02408]	$M_8 = DB1.DE$	0.4023   1052.6   18.72	14.4517   -0.514   0.0055
[-0.00024, 0.00351]	[0.02169, 0.02239]	$M_9 = SAP \rightarrow$	0.4014   981.0   18.47	18.6833   -0.704   0.0076
[-0.00343, -0.00025]	[0.02082, 0.02169]	$M_{10} = IBE$	0.4014   1130.9   18.44	9.9216   -0.323   0.0035
[-0.00372, -0.00343]	[0.02069, 0.02082]	$M_{11} = TTE.PA$	0.4038   1338.8   17.72	5.9102   -0.157   0.0018
[-0.01341, -0.00372]	[0.01076, 0.02069]	$M_{12} = DPWA$	0.4293   3175.0   10.89	2.5517   -0.018   0.0004
[-0.02307, -0.01341]	[0.00884, 0.01076]	$M_{13} = UCG \rightarrow$	0.3764   2880.8   14.84	3.3342   -0.034   0.0004
[-0.03503, -0.02307]	[0.00761, 0.00884]	$M_{14} = AD.AS$	0.3983   2922.1   13.89	3.0091   -0.029   0.0004
[-0.05934, -0.03503]	[0.00631, 0.00761]	$M_{15} = NOKIA$	0.4490   2963.4   12.44	2.5204   -0.021   0.0004
$(-\infty, -0.05934]$	[0.00410, 0.00631]	$M_{16} = BN.PA$	0.4671   2968.5   12.14	2.3955   -0.020   0.0004

2. táblázat. Az Euro Stoxx 50 portfólió hatékony felületének leírása, 2022.02.01 – 2025.01.01, shortolás nélküli

### 3.2 A BUX 5

A BUX 5 portfólióba azon részvényeket helyeztük el, melyeknek piaci kapitalizációs értéke meghaladja az 1%-ot a Budapesti Értéktőzsde egészén belül, a többiektől eltekintettünk, biztosítva egyfajta likviditását a szóban forgó részvényeknek. Ezek: MOL, MTELE, OPUS, OTP, és a Richter, képviselve az olajipart, telekommunikációt, pénzügyi szolgáltatásokat és a gyógyszeripart, kitéve a teljes piaci kapitalizáció több, mint 95%-át. Az input adatok most könnyen áttekinthetők, a 4. függelék tartalmazza a felhasznált adatokat.

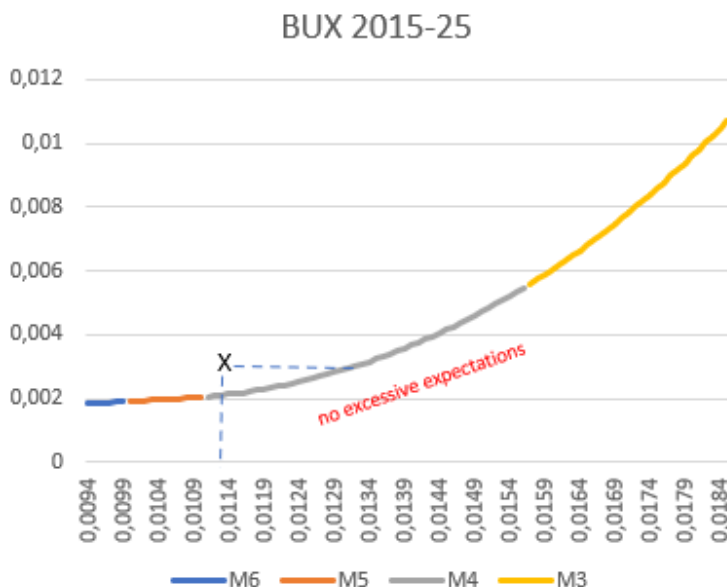
A legnagyobb átlagos hozamot az Opus adja, ezért az  $M_1$  halmazba e részvény kerül, a legnagyobb volatilitással. Az  $M_5$  halmaz mind az öt részvényt magában foglalja, vagyis ebben az intervallumban minden részvény egyidejűleg hasít ki pozitív hányadot a portfólióból. Ebből az következik, hogy a lehetséges és a lehetetlen hatékony felület egybeesik, és nincsenek olyan teljesítményi elvárások, melyeket nem lehetne valamilyen befektetési kombinációval valóra váltani. A 3. táblázat összegzi a megvalósítható hatékony felület teljes leírását, a 6. ábra pedig a hatékony felületet rajzolja fel. Ebből az Opus-szal kezdődő részt levágtuk, hogy ki tudjuk nagyítani az érdekesebb szakaszokat. A BUX 5 egyediségét legalább két dolog adja: egyrészt tehát a lehetséges (shortolás nélküli) és a lehetetlen hatékony felület (shortolási lehetőséggel nyert) egybeesik az  $0.0093 \leq E \leq 0.01108$  intervallumban, melyet az  $M_5$  határoz meg, másrészt a BUX 5 a jelenlegi piaci kapitalkizációs értékek alapján jóval hatékonyabb befektetésnek tekinthető, mint az Euro

Stoxx 50 jelenlegi befektetési szerkezete. Mindemellett a két hatékony felület még az  $M_5$ -ön kívül is szorosan együtt halad egy ideig, szinte fedik egymást.

A BUX 5 havi várható hozamaira alapozva, a hatékony felületen elérhető legkisebb szórásnégyzet 0.00191, melyet a 0.0094 hozamszint valósít meg (a 3. táblázat utolsó sorából jövő adat). Ehhez négy részvény kell, a 3. táblázat megadja a hatékony felület teljes leírását. A piaci kapitalizációs struktúrát használva a BUX 5 teljesítményéről azt állíthatjuk, hogy e befektetési szerkezettel (lásd 4. függelék) a havi átlagosan elérhető hozam 0.0112, mely közel 13%-os évi hozamnak felel meg, ennek volatilitása 0.003, mely évi átlagos 19%-os szórásnak felel meg: a kockázatosabb piacok közé tartozó. Ugyanezen kockázati szinten viszont havi 0.0137 hozam is elérhető, mely megvalósítható, ha tőkénket az alábbi arányban fektetjük be:  $x_{OPUS} = 14.3$ ,  $x_{OTP} = 29.6$ ,  $x_{Richter} = 15.4$ ,  $x_{MTEle} = 40.7\%$ . Vagyis meglehetősen jól teljesítő tőkepiac, hiszen a BUX 5 teljesítménye a hatékony felülethez nagyon közel esik, mely jól látható a 6. ábrán is.

Az $r$ kamatláb határai (a (2) megoldása)	Hozamhatárok (az (1) megoldása)	A hatékony felület részvényösszetétele	Kulcs output együtthatók			A hatékony felület analitikus formája, a $V_R^{Euro}(E)$ fv.		
			$e$	$f$	$d$	$a$	$b$	$c$
[0.01348, 0.02534]	[0.02534, 0.02534]	$M_1 = OPUS$	0.0143	22.2	0.5637	0.0000	0.0000	0.0449
[0.00897, 0.01348]	[0.01815, 0.02534]	$M_2 = OTP$	0.0369	146.8	2.2421	376.6369	-11.5065	0.0947
[0.00741, 0.00897]	[0.01562, 0.01815]	$M_3 = MTELEK$	0.0545	365.2	4.2020	162.8426	-3.7475	0.0243
[-0.01228, 0.00741]	[0.01108, 0.01562]	$M_4 = RICHTER$	0.0620	501.5	5.2126	128.1587	-2.6643	0.0158
[-0.03855, -0.01228]	[0.00993, 0.01108]	$M_5 = MOL$	0.0670	534.4	4.8082	42.2087	-0.7595	0.0053
$(\infty, -0.03855]$	[0.0094, 0.00993]	$M_6 = OTP \rightarrow$	0.0605	530.1	4.9756	72.4943	-1.3610	0.0083

3. táblázat. A hatékony felület szerkezetének alakulása a várható hozam függvényében; BUX 5 (shortolás nélkül), 2015. január 1.– 2025. január 1.



6. ábra. A BUX 5 hatékony felülete, shortolás nélkül, 2015-2025

Az  $M_5$  halmaz tehát mind az öt részvényt magában zárja, nem lehet tehát különbség a lehetséges és a lehetetlen hatékony felület között. Az előbbiekhöz hasonlóan megmérve a BUX 5 teljesítményét felülíró portfóliók halmazát, az alábbiakat írhatjuk:

$$\begin{aligned} T_{short}^{BUX} &\equiv T_{posi}^{BUX} = \\ &= 0.0034 \times (0.0137 - 0.0112) - \int_{0.0112}^{0.0137} V_R^{BUX}(E) dE = 0.0000027. \end{aligned}$$

Következésképpen a  $T_{short}^{BUX}/T_{posi}^{BUX}$  arány 1, meglehetősen ritka eset.

## 4 Következtetések

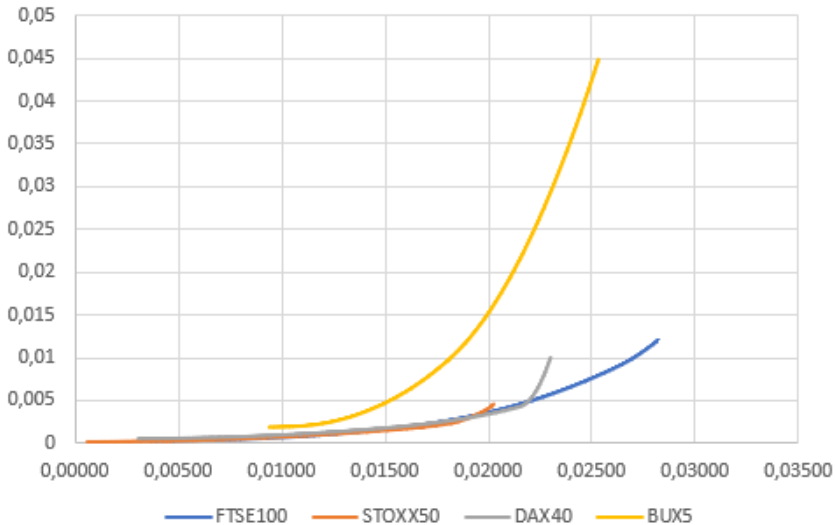
Bár ideiglenesen, de néha a tőzsdei fedezetlen eladások (shortolás) évekre is tilalom alatt vannak. 2023 ősze óta Dél-Koreában be van tiltva a shortolás, talán ebben az évben feloldják, de Törökországban marad. Számos, jelentős publikáció kétségbe vonja, hogy a hatékony felületen lehetnek negatív súlyok egy piaci portfólióban. Modellezési oldalról, amikor a shortolást megengedjük, a befektetési változók negatív értéket is felvehetnek, de módszertanilag a probléma könnyebben kezelhető. A shortolás tilalmát úgy érzékeltetjük, hogy a befektetési változóink nem vehetnek fel negatív értéket, és a problémára két parametrikus, konvex programozási feladatot fogalmaztunk meg. Dybvig nyomán viszont tudjuk, hogy amikor a nem negativitás feltételével élünk, szinte végtelen mennyiségben generálható olyan portfólió probléma, melynek hatékony felületén töréspontok lesznek belső pontokban. Mivel még senki nem látta nemnegativitási feltétel mellett a hatékony felület analitikus formáját, ezért nagyon magabiztosnak ítéltető az a jelenség, hogy ilyen esetekben is mindig egy sima, jól viselkedő függvényt tételezünk fel. Először is egy jól működő algoritmust fejlesztettünk ki, melynek outputja a hatékony felület analitikus formája, és ezen analitikus formák ismerete lehetővé teszi a töréspontok létének ellenőrzését. Számítógépes programunk pedig elősegíti szinte tetszőleges számú és méretű eset ellenőrzését. Az elmúlt tíz év havi részvényhozam adatait állítottuk elő az Euro Stoxx 50 és öt BUX részvényre, melyekből átlaghozamokat és a kovarianciamátrixot származtattuk öt különböző időperiódusra. Figyelembe véve még a hivatkozott Vörös – Rappai (2025) tanulmányt is, négy portfólió csomagra, valamennyi időperiódusra elvégezve az elemzést, az így adódó közel háromszáz iteráció során a csatlakozó parabola ívek mindig érintették, és nem metszették egymást. Vagyis a hatékony felületek mindenütt differenciálhatók voltak. Bár néha közel voltunk a nem differenciálhatósághoz, mégis eléggé érdekes meglepetés, hogy míg elméletileg végtelen sok portfólió problémát definiálhatunk, melynek felületén csomók vannak, a valós élet nem produkált ilyen eseményeket. Számunkra a másik nagy meglepetés a háborús időszak viselkedése. Nem csak a hozamok voltak nagyobbak, mindez úgy valósult meg, hogy a kockázat is kisebb. Ezzel szemben a Covid-időszak sokkal hektikusabb volt, minden portfólióra a legmagasabb vonalat (kockázatot) hozta az időszak. A harmadik meglepetés

a sok felesleges részvény. A rendelkezésre álló részvények töredéke elég a hatékony felület bármely szegmensének előállításához. E tényhez kapcsolódik a felülteljesítő részvények kiterjedésének megállapítása. A BUX esetében nem lehet túlzott várakozás, az elérhető hozamintervallum hosszú szakaszán keresztül a két hatékony felület egybeesik. Talán felkelti az olvasó érdeklődését a már hivatkozott Vörös – Rappai (2025) cikk után, ha megemlítjük, hogy az Euro Stoxx 50 négyszeres várakozásával szemben a DAX 40 esetében e mutató csak kétszeres, az FTSE 100 esetében pedig 10-szeres. Ezek az eredmények a Brennan és Lo (2010) tanulmány megállapításainak empirikus alátámasztásai, miszerint a negatív befektetések előfordulási valószínűsége a részvények számával szinte lineárisan nő.

Végül a 4. táblázat ad egy összefoglalót a két portfóliócsomag legfontosabb felfedett tulajdonságairól, a 7. ábra pedig azonos időszakra hasonlítja össze különböző portfóliók hatékony felületeit.

Portfólió csomag	Euro Stoxx 50	BUX 5
A hatékony felület minimumpontja ( $E$ )	0.00058	0.00940
A hatékony felület minimális kockázati szintje	0.00019	0.00190
A portfólió átlaghozama	0.0073	0.0112
Volatilitása (szórásnégyzete)	0.0024	0.0030
A felülteljesítő portfóliók kiterjedése, shortolás nélkül	0.0000120	0.0000027
A felülteljesítő portfóliók kiterjedése, shortolással	0.000047	$\approx 0.0000027$
$T_{short}/T_{posi}$ arány	4	1
Maximum hozam	0.02	0.025

4. táblázat. Összegző információk a két portfóliócsomagról a 2015–2025 közötti adatok alapján



7. ábra. A 2015–25 időszakra vonatkozó hatékony felületek

## Köszönetnyilvánítás

A kutatás a TKP2021-NKTA-19 számú projekt keretében készült, mely az Innovációs és Technológiai Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NKTA pályázati program finanszírozásában valósult meg.

## Irodalom

1. Arcuri, M. C., G. Gandolfi and F. Laurini (2023). Robust portfolio optimization for banking foundations: a CVaR approach for asset allocation with mandatory constraints, *Central European Journal of Operations Research*, 31, 557–581
2. Battalio, R., H. Mehran and P. Schultz (2012). Market declines: What is accomplished by banning short-selling, *Current Issues in Economics and Finance*, 18(5), 1–7
3. Buser, S. A. (1977). A simplified expression for the efficient frontier in mean-variance portfolio analysis, *Management Science*, 23(8), 901–904
4. Bodnar, T. and A. K. Gupta (2015). Robustness of the inference procedures for the global minimum variance portfolio weights in a skew-normal model, *The European Journal of Finance*, 21 (13-14), 1176–1194
5. Bodnar, T., S. Mazur and Y. Okhrin (2017). Bayesian estimation of the global minimum variance portfolio, *European Journal of Operational Research*, 256, 292–307
6. Brennan, T. J., and A. W. Lo (2010). Impossible frontiers, *Management Science*, 56(6), 905–923
7. Cesarone, F., M. L. Martino and F. Tardella (2023a). Mean-Variance-VaR portfolios: MIQP formulation and performance analysis, *OR Spectrum*, 45, 1043–1069
8. Cesarone, F., L. Lampariello, D. Merolla, J. M. Ricci, S. Sagratella and V. G. Sasso (2023b). A bilevel approach to ESG multi-portfolio selection, *Computational Management Science*, 20:24
9. Duffie, D. and J. Pan (1997). An overview of value at risk, *Journal of Derivatives*, 4(3), 7–49
10. Dybvig, P. H. (1984). Short sales restrictions and kinks on the mean variance frontier, *The Journal of Finance*, 39(1), 239–244
11. Edwards, A. K., A. V. Reed and P. Saffi (2024). A survey of short-selling regulations, *The Review of Asset Pricing Studies*, 14, 613–639
12. Elton, E. J., M. J. Gruber and M. W. Padberg (1978). Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection: Tracing out the Efficient Frontier, *The Journal of Finance*, 33(1), 296–302
13. Elton, E. J., M. J. Gruber, S. J. Brown and W. N. Goetzmann (2014). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th ed., Wiley
14. Fama, E. F. and K. R. French (1996). Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies, *The Journal of Finance*, 51(1), 55–84
15. Fama, E. F. and K. R. French (2004). The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence, *Journal of Economic Perspectives*, 18(3), 25–46
16. Feldman, D. and H. Reisman (2003). Simple Construction of the Efficient Frontier, *European Financial Management*, 9(2), 251–259

17. Gibbons, M. R., S. A. Ross and J. Shanken (1989). A test of the efficiency of a given portfolio, *Econometrica*, 57(5), 1121–1152
18. Guijarro, F. (2018). A similarity measure for the cardinality constrained frontier in the mean-variance optimization model, *Journal of the Operational Research Society*, 69(6), 928–945
19. Guijarro, F. and P. E. Tsinaslanidis (2021). A surrogate similarity measure for the mean-variance frontier optimisation problem under bound and cardinality constraints, *Journal of the Operational Research Society*, 72(3), 564–579
20. Grossi L. and F. Laurini (2019). Robust asset allocation with conditional value-at-risk using the forward search, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 36(3), 335–352.
21. Kerstens, K., A. Mounir and I. Van de Woestyne (2012). Benchmarking mean-variance portfolios using a shortage function: the choice of direction vector affects rankings!, *Journal of the Operational Research Society*, 63, 1199–1212
22. Kim, Y. S. and F. J. Fabozzi (2024). Portfolio optimization with relative tail risk, *Annals of Operations Research*, 341, 1023–1055
23. Lintner, J. (1965). Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification, *The Journal of Finance*, 20(4), 587–615
24. Markowitz, H. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment*, N.Y. John Wiley and Sons
25. Markowitz, H. (2005). Market Efficiency: A Theoretical Distinction and So What?, *Financial Analysts Journal* 61, 17–30.
26. Meng, K., H. Yang, X. Yang and C. Kwok Wai You (2022). Portfolio optimization under a minimax rule revisited, *Optimization*, 71(4), 877–905
27. Merton, R. C. (1972). An Analytic Derivation of the Efficient Portfolio Frontier, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 7(4), 1851–1872
28. Mittal, G. and M. K. Mehlawat (2014). A multi-objective portfolio rebalancing model incorporating transaction costs based on incremental discounts, *Optimization*, 63(10), 1595–1613
29. Qi, Y., M. Hirschberger and R. E. Steuer (2009). Dotted Representation of Mean-Variance Efficient Frontiers and their Computation, *INFOR*, 47(1), 15–21
30. Qi, Y., R. E. Steuer and M. Wimmer (2017). An analytical derivation of the efficient surface in the portfolio selection with three criteria, *Annals of Operations Research*, 251(1-2), 161–177
31. Qi, Y. and R. E. Steuer (2020). On the analytical derivation of efficient sets in quad-and-higher criterion portfolio selection, *Annals of Operations Research*, 293(2), 521–538
32. Qi, Y. and R. E. Steuer (2024). An analytic derivation of properly efficient sets in multi-objective portfolio selection, *Annals of Operations Research*, in press
33. Rockafellar, R. T. and S. Uryasev (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2, 21–42
34. Rockafellar, R. T. and S. Uryasev (2002). Conditional value-at-risk for general loss distribution, *Journal of Banking and Finance*, 26(7), 1443–1471
35. Sharma, A. and A. Mehra (2013). Portfolio selection with a minimax measure in safety constraint, *Optimization*, 62(11), 1473–1500

36. Sharpe, W. F. (1963). A Simplified Model for Portfolio Analysis, *Management Science*, 9(2), 277–293
37. Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Condition of Risk, *Journal of Finance*, 19(3), 425–442
38. Sharpe, W. F. (1970). *Portfolio Theory and Capital Markets*, N.Y. McGraw-Hill
39. Steuer, R. E., Y. Qi and M. Wimmer (2024). Computing cardinality constrained portfolio selection efficient frontiers via closest correlation matrices, *European Journal of Operational Research*, 313(2), 628–636
40. Vörös, J. (1986). Portfolio analysis – An analytic derivation of the efficient portfolio frontier, *European Journal of Operational Research*, 23, 294–300
41. Vörös, J., J. Kriens and L. W. G. Strijbosch (1999). A note on the kinks at the mean variance frontier, *European Journal of Operational Research*, 112, 236–239
42. Vörös, J. and G. Rappai (2025). Searching for kinks on the efficient frontiers of the Euro Stoxx 50, the DAX 40 and FTSE 100 portfolios, working paper
43. Xidonas, P. and G. Mavrotas (2014). Multiobjective portfolio optimization with non-convex policy constraints: Evidence form the Eurostoxx 50, *The European Journal of Finance*, 20(11), 957–977
44. Zhang, W-G. and Z-K. Nie (2005). On Admissible Efficient Portfolio Selection Policy, *Applied Mathematics and Computations*, 169, 608–623
45. Zhang, W-G. and Y-L. Wang (2008). An Analytic Derivation of Admissible Efficient Frontier with Borrowing, *European Journal of Operational Research*, 184, 229–243
46. Wu, D. and D. D. Wu (2021). Credit risk control and management using limited diversification, *Journal of Risk Research*, 24(8), 958–971.

## Függelékek

Cégnév	Tickers	Átlaghozam	Arányok
Pernod Ricard	RI.PA	0.0003	0.0078
Eni	ENI.MI	-0.0007	0.0086
Airbus	AIR.PA	0.0105	0.0267
Stellantis	STLAM.MI	0.0047	0.0134
AXA	CS.PA	0.0047	0.0181
Essilor Luxottica	EL.PA	0.0084	0.0179
BBVA	BBVA.MC	0.0031	0.0166
Iberdrola	IBE.MC	0.0067	0.0203
ING Group	INGA.AS	0.0031	0.0154
Volkswagen	VOW.DE	-0.0055	0.0068
Allianz	ALV.DE	0.0064	0.0297
Schneider Electric	SU.PA	0.0108	0.0375
Saint-Gobain	SGO.PA	0.0073	0.0117
Air Liquide	AI.PA	0.0068	0.0270
UniCredit	UCG.MI	0.0044	0.0179
SAFRAN	SAF.PA	0.0117	0.0232
Santander	SAN.MC	-0.0010	0.0217
BMW	BMW.DE	-0.0023	0.0079
Siemens	SIE.DE	0.0076	0.0377
Kering	KER.PA	0.0035	0.0065
Ferrari	RACE.MI	0.0203	0.0126
Intesa Sanpaolo	ISP.MI	0.0040	0.0167
L'Oréal	OR.PA	0.0068	0.0307
Sanofi	SAN.PA	0.0021	0.0290
AB InBev	ABI.BR	-0.0068	0.0148
Prosus	PRX.AS	0.0015	0.0147
Bayer	BAYN.DE	-0.0147	0.0079
Deutsche Börse	DB1.DE	0.0105	0.0097
SAP	SAP.DE	0.0128	0.0523
Münchener Rückversicherungs	MUV2.DE	0.0090	0.0177
BNP Paribas	BNP.PA	0.0028	0.0210
Danone	BN.PA	0.0010	0.0108
VINCI	DG.PA	0.0067	0.0193
LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton	MC.PA	0.0132	0.0540
Ahold Delhaize	AD.AS	0.0058	0.0078
Wolters Kluwer	WKL	0.0158	0.0103
ASML NV	ASML.AS	0.0171	0.0926
Nordea Bank Abp Registered Shs	NDA.FI.HE	0.0001	0.0113
Deutsche Telekom	DTE.DE	0.0062	0.0218
Infineon	IFX.DE	0.0097	0.0138
DHL Group	DPW.DE	-0.0018	0.0106
Adidas	ADS.DE	0.0119	0.0110
TotalEnergies	TTE.PA	0.0018	0.0446
Hermès	RMS.PA	0.0184	0.0215
Enel	ENEL.MI	0.0045	0.0147
Inditex	ITX.MC	0.0058	0.0141
Adyen B.V. Parts Sociales	ADYEN.AS	0.0100	0.0097
Nokia	NOKIA.HE	-0.0034	0.0054
Mercedes-Benz Group	MBG.DE	-0.0011	0.0151
BASF	BAS.DE	-0.0044	0.0123

1. függelék. Euro Stoxx 50 átlaghozamok 2015–25 időintervallumra, valamint jelenlegi piaci kapitalizációs arányok

	RI	ENI	AIR	STLAM	CS	EL	BBVA	IBE	INGA	VOW	ALV	SU	SGO
	.PA	.MI	.PA	.MI	.PA	.PA	.MC	.MC	.AS	.DE	.DE	.PA	.PA
RI.PA	.0030	.0007	.0020	.0017	.0011	.0013	.0014	.0009	.0011	.0016	.0010	.0010	.0011
ENI.MI	.0007	.0054	.0043	.0038	.0036	.0020	.0046	.0012	.0043	.0031	.0029	.0016	.0027
AIR.PA	.0020	.0043	.0096	.0074	.0053	.0033	.0067	.0016	.0071	.0049	.0043	.0034	.0052
STLAM.MI	.0017	.0038	.0074	.0146	.0053	.0031	.0072	.0014	.0073	.0073	.0043	.0042	.0057
CS.PA	.0011	.0036	.0053	.0053	.0064	.0024	.0060	.0014	.0062	.0043	.0046	.0028	.0042
EL.PA	.0013	.0020	.0033	.0031	.0024	.0036	.0027	.0011	.0028	.0023	.0020	.0019	.0024
BBVA.MC	.0014	.0046	.0067	.0072	.0060	.0027	.0100	.0018	.0078	.0049	.0048	.0030	.0049
IBE.MC	.0009	.0012	.0016	.0014	.0014	.0011	.0018	.0029	.0014	.0012	.0014	.0011	.0016
INGA.AS	.0011	.0043	.0071	.0073	.0062	.0028	.0078	.0014	.0107	.0057	.0046	.0034	.0059
VOW.DE	.0016	.0031	.0049	.0073	.0043	.0023	.0049	.0012	.0057	.0104	.0035	.0038	.0046
ALV.DE	.0010	.0029	.0043	.0043	.0046	.0020	.0048	.0014	.0046	.0035	.0042	.0021	.0032
SU.PA	.0010	.0016	.0034	.0042	.0028	.0019	.0030	.0011	.0034	.0038	.0021	.0042	.0036
SGO.PA	.0011	.0027	.0052	.0057	.0042	.0024	.0049	.0016	.0059	.0046	.0032	.0036	.0065
AI.PA	.0009	.0018	.0024	.0024	.0021	.0015	.0020	.0014	.0021	.0023	.0019	.0021	.0022
UCG.MI	.0010	.0049	.0072	.0081	.0067	.0025	.0092	.0017	.0098	.0061	.0050	.0037	.0062
SAF.PA	.0015	.0033	.0062	.0051	.0041	.0027	.0051	.0016	.0051	.0031	.0034	.0024	.0038
SAN.MC	.0012	.0042	.0062	.0065	.0057	.0021	.0084	.0016	.0077	.0050	.0045	.0029	.0048
BMW.DE	.0012	.0030	.0042	.0066	.0038	.0020	.0045	.0010	.0053	.0057	.0033	.0031	.0040
SIE.DE	.0012	.0021	.0036	.0044	.0030	.0022	.0032	.0012	.0042	.0040	.0024	.0034	.0042
KER.PA	.0020	.0016	.0026	.0046	.0021	.0014	.0023	.0011	.0026	.0038	.0020	.0028	.0023
RACE.MI	.0010	.0011	.0020	.0026	.0020	.0010	.0016	.0008	.0015	.0018	.0015	.0020	.0017
ISP.MI	.0008	.0041	.0059	.0066	.0060	.0023	.0077	.0017	.0082	.0049	.0047	.0028	.0052
OR.PA	.0016	.0011	.0016	.0021	.0015	.0015	.0017	.0013	.0014	.0019	.0014	.0018	.0015
SAN.PA	.0005	.0015	.0017	.0015	.0015	.0010	.0017	.0013	.0015	.0015	.0016	.0010	.0015
ABI.BR	.0016	.0025	.0039	.0029	.0029	.0019	.0031	.0018	.0033	.0024	.0027	.0016	.0026
PRX.AS	.0003	.0003	.0003	.0003	.0006	.0002	.0007	.0006	.0015	.0006	.0008	.0005	.0004
BAYN.DE	.0018	.0033	.0035	.0042	.0035	.0024	.0039	.0016	.0041	.0039	.0032	.0021	.0033
DB1.DE	.0008	.0009	.0020	.0026	.0020	.0014	.0016	.0007	.0017	.0018	.0016	.0013	.0016
SAP.DE	.0012	.0017	.0031	.0028	.0028	.0022	.0025	.0014	.0025	.0028	.0024	.0026	.0026
MUV2.DE	.0007	.0020	.0034	.0035	.0034	.0017	.0038	.0010	.0041	.0028	.0029	.0017	.0021
BNP.PA	.0012	.0045	.0069	.0067	.0065	.0028	.0080	.0017	.0091	.0054	.0050	.0033	.0057
BN.PA	.0010	.0015	.0024	.0013	.0017	.0014	.0019	.0011	.0015	.0016	.0015	.0009	.0016
DG.PA	.0012	.0025	.0042	.0031	.0031	.0020	.0038	.0012	.0037	.0028	.0024	.0018	.0029
MC.PA	.0019	.0019	.0032	.0040	.0027	.0018	.0032	.0011	.0032	.0033	.0023	.0026	.0026
AD.AS	.0009	.0007	.0010	.0008	.0009	.0009	.0007	.0005	.0005	.0014	.0007	.0009	.0011
WKL.AS	.0009	.0004	.0016	.0015	.0007	.0013	.0005	.0005	.0005	.0018	.0007	.0017	.0012
ASML.AS	.0013	.0017	.0027	.0041	.0021	.0018	.0025	.0009	.0029	.0037	.0015	.0033	.0031
NDA.FI.HE	.0007	.0021	.0037	.0046	.0032	.0018	.0042	.0006	.0051	.0035	.0024	.0024	.0039
DTE.DE	.0005	.0018	.0025	.0026	.0022	.0015	.0024	.0011	.0028	.0020	.0019	.0011	.0020
IFX.DE	.0017	.0023	.0044	.0068	.0035	.0029	.0043	.0017	.0057	.0050	.0028	.0040	.0053
DPWA.DU	.0002	.0000	.0000	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0000	.0001
ADS.DE	.0011	.0015	.0029	.0032	.0019	.0020	.0026	.0012	.0029	.0022	.0019	.0020	.0026
TTE.PA	.0006	.0041	.0035	.0027	.0033	.0015	.0039	.0008	.0039	.0025	.0026	.0012	.0022
RMS.PA	.0017	.0007	.0017	.0026	.0012	.0019	.0012	.0005	.0014	.0020	.0010	.0023	.0018
ENEL.MI	.0011	.0021	.0027	.0024	.0022	.0015	.0028	.0025	.0029	.0021	.0022	.0016	.0025
ITX.MC	.0011	.0023	.0038	.0037	.0029	.0019	.0042	.0014	.0048	.0025	.0024	.0022	.0030
ADYEN.AS	.0015	.0004	.0031	.0042	.0020	.0028	.0021	.0016	.0017	.0034	.0011	.0032	.0031
NOKIA.HE	.0010	.0012	.0023	.0011	.0020	.0012	.0013	.0015	.0015	.0009	.0013	.0015	.0022
MBG.DE	.0015	.0033	.0052	.0072	.0042	.0024	.0053	.0012	.0060	.0060	.0035	.0033	.0048
BAS.DE	.0012	.0036	.0046	.0058	.0040	.0024	.0048	.0012	.0053	.0043	.0035	.0027	.0041

2. függelék. Euro Stoxx 50 részvények kovarianciamátrixa (2015-25)

	AI .PA	UCG .MI	SAF .PA	SAN .MC	BMW .DE	SIE .DE	KER .PA	RACE .MI	ISP .MI	OR .PA	SAN .PA	ABI .BR
RI.PA	.0009	.0010	.0015	.0012	.0012	.0012	.0020	.0010	.0008	.0016	.0005	.0016
ENI.MI	.0018	.0049	.0033	.0042	.0030	.0021	.0016	.0011	.0041	.0011	.0015	.0025
AIR.PA	.0024	.0072	.0062	.0062	.0042	.0036	.0026	.0020	.0059	.0016	.0017	.0039
STLAM.MI	.0024	.0081	.0051	.0065	.0066	.0044	.0046	.0026	.0066	.0021	.0015	.0029
CS.PA	.0021	.0067	.0041	.0057	.0038	.0030	.0021	.0020	.0060	.0015	.0015	.0029
EL.PA	.0015	.0025	.0027	.0021	.0020	.0022	.0014	.0010	.0023	.0015	.0010	.0019
BBVA.MC	.0020	.0092	.0051	.0084	.0045	.0032	.0023	.0016	.0077	.0017	.0017	.0031
IBE.MC	.0014	.0017	.0016	.0016	.0010	.0012	.0011	.0008	.0017	.0013	.0013	.0018
INGA.AS	.0021	.0098	.0051	.0077	.0053	.0042	.0026	.0015	.0082	.0014	.0015	.0033
VOW.DE	.0023	.0061	.0031	.0050	.0057	.0040	.0038	.0018	.0049	.0019	.0015	.0024
ALV.DE	.0019	.0050	.0034	.0045	.0033	.0024	.0020	.0015	.0047	.0014	.0016	.0027
SU.PA	.0021	.0037	.0024	.0029	.0031	.0034	.0028	.0020	.0028	.0018	.0010	.0016
SGO.PA	.0022	.0062	.0038	.0048	.0040	.0042	.0023	.0017	.0052	.0015	.0015	.0026
AI.PA	.0025	.0028	.0019	.0019	.0022	.0022	.0021	.0012	.0023	.0014	.0013	.0017
UCG.MI	.0028	.0149	.0053	.0087	.0060	.0040	.0025	.0019	.0102	.0013	.0014	.0026
SAF.PA	.0019	.0053	.0063	.0047	.0031	.0027	.0023	.0017	.0046	.0015	.0015	.0033
SAN.MC	.0019	.0087	.0047	.0089	.0044	.0031	.0020	.0012	.0074	.0013	.0013	.0030
BMW.DE	.0022	.0060	.0031	.0044	.0064	.0036	.0034	.0015	.0048	.0016	.0016	.0025
SIE.DE	.0022	.0040	.0027	.0031	.0036	.0052	.0029	.0015	.0033	.0017	.0013	.0023
KER.PA	.0021	.0025	.0023	.0020	.0034	.0029	.0072	.0021	.0021	.0025	.0012	.0018
RACE.MI	.0012	.0019	.0017	.0012	.0015	.0015	.0021	.0046	.0013	.0012	.0003	.0016
ISP.MI	.0023	.0102	.0046	.0074	.0048	.0033	.0021	.0013	.0094	.0012	.0015	.0029
OR.PA	.0014	.0013	.0015	.0013	.0016	.0017	.0025	.0012	.0012	.0026	.0012	.0018
SAN.PA	.0013	.0014	.0015	.0013	.0016	.0013	.0012	.0003	.0015	.0012	.0029	.0017
ABI.BR	.0017	.0026	.0033	.0030	.0025	.0023	.0018	.0016	.0029	.0018	.0017	.0058
PRX.AS	.0000	.0009	.0007	.0010	.0007	.0009	.0011	.0004	.0011	.0012	.0001	.0011
BAYN.DE	.0024	.0047	.0026	.0037	.0034	.0025	.0030	.0009	.0041	.0017	.0021	.0024
DB1.DE	.0009	.0014	.0017	.0014	.0015	.0015	.0013	.0009	.0017	.0010	.0012	.0015
SAP.DE	.0021	.0032	.0023	.0020	.0023	.0029	.0030	.0019	.0027	.0016	.0014	.0020
MUV2.DE	.0013	.0043	.0028	.0033	.0025	.0021	.0013	.0009	.0037	.0011	.0007	.0020
BNP.PA	.0022	.0096	.0050	.0078	.0048	.0038	.0023	.0016	.0082	.0016	.0017	.0031
BN.PA	.0011	.0018	.0016	.0014	.0014	.0012	.0010	.0006	.0017	.0011	.0013	.0021
DG.PA	.0013	.0039	.0033	.0034	.0021	.0020	.0017	.0012	.0034	.0013	.0011	.0023
MC.PA	.0018	.0032	.0026	.0027	.0032	.0026	.0044	.0020	.0028	.0022	.0013	.0019
AD.AS	.0008	.0010	.0006	.0004	.0008	.0011	.0004	.0004	.0008	.0009	.0007	.0011
WKL.AS	.0011	.0005	.0010	.0001	.0009	.0014	.0017	.0010	.0002	.0013	.0008	.0013
ASML.AS	.0017	.0025	.0020	.0022	.0030	.0033	.0032	.0023	.0021	.0021	.0010	.0018
NDA.FI.HE	.0012	.0052	.0028	.0036	.0030	.0026	.0017	.0009	.0040	.0007	.0010	.0014
DTE.DE	.0012	.0031	.0019	.0023	.0018	.0016	.0007	.0002	.0024	.0008	.0012	.0014
IFX.DE	.0018	.0048	.0034	.0043	.0052	.0050	.0033	.0020	.0044	.0023	.0009	.0032
DPWA.DU	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001	.0000	.0001	-.0001	.0000	.0002	.0001	.0001
ADS.DE	.0012	.0022	.0021	.0026	.0021	.0023	.0025	.0017	.0024	.0019	.0008	.0026
TTE.PA	.0014	.0042	.0024	.0037	.0023	.0018	.0013	.0007	.0034	.0008	.0012	.0022
RMS.PA	.0013	.0013	.0016	.0010	.0019	.0021	.0035	.0023	.0008	.0021	.0006	.0008
ENEL.MI	.0018	.0032	.0023	.0026	.0017	.0018	.0017	.0009	.0032	.0016	.0013	.0022
ITX.MC	.0015	.0047	.0032	.0035	.0027	.0028	.0024	.0016	.0038	.0015	.0017	.0029
ADYEN.AS	.0016	.0014	.0027	.0013	.0027	.0038	.0028	.0035	.0016	.0021	.0005	.0012
NOKIA.HE	.0014	.0024	.0020	.0014	.0011	.0013	.0008	.0013	.0019	.0010	.0014	.0025
MBG.DE	.0022	.0061	.0037	.0049	.0059	.0041	.0034	.0017	.0052	.0015	.0016	.0027
BAS.DE	.0021	.0056	.0034	.0045	.0043	.0035	.0029	.0013	.0047	.0015	.0014	.0025

2. függelék. Euro Stoxx 50 részvények kovarianciamátrixa (2015-25) (folyt.)

	PRX	BAYN	DB1	SAP	MUV2	BNP	BN	DG	MC	AD	WKL	ASML	NDA
	.AS	.DE	.DE	.DE	.DE	.PA	.PA	.PA	.PA	.AS	.AS	.AS	.FI.HE
RI.PA	.0003	.0018	.0008	.0012	.0007	.0012	.0010	.0012	.0019	.0009	.0009	.0013	.0007
ENI.MI	-.0003	.0033	.0009	.0017	.0020	.0045	.0015	.0025	.0019	.0007	.0004	.0017	.0021
AIR.PA	-.0003	.0035	.0020	.0031	.0034	.0069	.0024	.0042	.0032	.0010	.0016	.0027	.0037
STLAM.MI	.0003	.0042	.0026	.0028	.0035	.0067	.0013	.0031	.0040	.0008	.0015	.0041	.0046
CS.PA	.0006	.0035	.0020	.0028	.0034	.0065	.0017	.0031	.0027	.0009	.0007	.0021	.0032
EL.PA	.0002	.0024	.0014	.0022	.0017	.0028	.0014	.0020	.0018	.0009	.0013	.0018	.0018
BBVA.MC	.0007	.0039	.0016	.0025	.0038	.0080	.0019	.0038	.0032	.0007	.0005	.0025	.0042
IBE.MC	.0006	.0016	.0007	.0014	.0010	.0017	.0011	.0012	.0011	.0005	.0005	.0009	.0006
ING.A.S	.0015	.0041	.0017	.0025	.0041	.0091	.0015	.0037	.0032	.0005	.0005	.0029	.0051
VOW.DE	.0006	.0039	.0018	.0028	.0028	.0054	.0016	.0028	.0033	.0014	.0018	.0037	.0035
ALV.DE	.0008	.0032	.0016	.0024	.0029	.0050	.0015	.0024	.0023	.0007	.0007	.0015	.0024
SU.PA	.0005	.0021	.0013	.0026	.0017	.0033	.0009	.0018	.0026	.0009	.0017	.0033	.0024
SGO.PA	.0004	.0033	.0016	.0026	.0021	.0057	.0016	.0029	.0026	.0011	.0012	.0031	.0039
AI.PA	.0000	.0024	.0009	.0021	.0013	.0022	.0011	.0013	.0018	.0008	.0011	.0017	.0012
UCG.MI	.0009	.0047	.0014	.0032	.0043	.0096	.0018	.0039	.0032	.0010	.0005	.0025	.0052
SAF.PA	.0007	.0026	.0017	.0023	.0028	.0050	.0016	.0033	.0026	.0006	.0010	.0020	.0028
SAN.MC	.0010	.0037	.0014	.0020	.0033	.0078	.0014	.0034	.0027	.0004	.0001	.0022	.0036
BMW.DE	.0007	.0034	.0015	.0023	.0025	.0048	.0014	.0021	.0032	.0008	.0009	.0030	.0030
SIE.DE	.0009	.0025	.0015	.0029	.0021	.0038	.0012	.0020	.0026	.0011	.0014	.0033	.0026
KER.PA	.0011	.0030	.0013	.0030	.0013	.0023	.0010	.0017	.0044	.0004	.0017	.0032	.0017
RACE.MI	.0004	.0009	.0009	.0019	.0009	.0016	.0006	.0012	.0020	.0004	.0010	.0023	.0009
ISP.MI	.0011	.0041	.0017	.0027	.0037	.0082	.0017	.0034	.0028	.0008	.0002	.0021	.0040
OR.PA	.0012	.0017	.0010	.0016	.0011	.0016	.0011	.0013	.0022	.0009	.0013	.0021	.0007
SAN.PA	.0001	.0021	.0012	.0014	.0007	.0017	.0013	.0011	.0013	.0007	.0008	.0010	.0010
ABI.BR	.0011	.0024	.0015	.0020	.0020	.0031	.0021	.0023	.0019	.0011	.0013	.0018	.0014
PRX.AS	.0051	.0000	.0008	.0003	.0010	.0012	.0003	.0004	.0012	-.0001	-.0004	.0006	.0001
BAYN.DE	.0000	.0082	.0017	.0022	.0019	.0043	.0017	.0026	.0028	.0010	.0008	.0021	.0023
DB1.DE	.0008	.0017	.0027	.0018	.0013	.0018	.0011	.0013	.0014	.0007	.0009	.0012	.0012
SAP.DE	.0003	.0022	.0018	.0053	.0021	.0026	.0018	.0018	.0025	.0010	.0017	.0027	.0014
MUV2.DE	.0010	.0019	.0013	.0021	.0038	.0038	.0010	.0019	.0017	.0008	.0006	.0015	.0016
BNP.PA	.0012	.0043	.0018	.0026	.0038	.0098	.0016	.0039	.0032	.0005	.0002	.0023	.0047
BN.PA	.0003	.0017	.0011	.0018	.0010	.0016	.0025	.0018	.0013	.0008	.0012	.0010	.0010
DG.PA	.0004	.0026	.0013	.0018	.0019	.0039	.0018	.0035	.0022	.0007	.0010	.0017	.0018
MC.PA	.0012	.0028	.0014	.0025	.0017	.0032	.0013	.0022	.0042	.0005	.0013	.0030	.0017
AD.AS	-.0001	.0010	.0007	.0010	.0008	.0005	.0008	.0007	.0005	.0028	.0014	.0010	.0005
WKL.AS	-.0004	.0008	.0009	.0017	.0006	.0002	.0012	.0010	.0013	.0014	.0026	.0016	.0009
ASML.AS	.0006	.0021	.0012	.0027	.0015	.0023	.0010	.0017	.0030	.0010	.0016	.0062	.0016
NDA.FI.HE	.0001	.0023	.0012	.0014	.0016	.0047	.0010	.0018	.0017	.0005	.0009	.0016	.0054
DTE.DE	.0003	.0019	.0013	.0018	.0018	.0026	.0013	.0015	.0011	.0011	.0010	.0009	.0015
IFX.DE	.0022	.0034	.0020	.0027	.0026	.0052	.0012	.0024	.0030	.0013	.0011	.0049	.0033
DPWA.DU	-.0001	.0004	.0000	-.0001	-.0001	.0001	.0000	.0001	.0001	.0000	.0000	.0000	.0001
ADS.DE	.0023	.0016	.0012	.0020	.0016	.0028	.0014	.0019	.0024	.0006	.0010	.0023	.0007
TTE.PA	.0003	.0028	.0007	.0014	.0019	.0041	.0014	.0023	.0017	.0005	.0002	.0008	.0019
RMS.PA	.0008	.0015	.0009	.0019	.0007	.0014	.0007	.0012	.0032	.0007	.0016	.0029	.0009
ENEL.MI	.0010	.0024	.0010	.0019	.0017	.0030	.0015	.0019	.0016	.0008	.0006	.0015	.0010
ITX.MC	.0013	.0024	.0013	.0026	.0021	.0040	.0017	.0025	.0023	.0006	.0010	.0022	.0022
ADYEN.AS	.0017	.0007	.0024	.0031	.0011	.0018	.0011	.0021	.0032	.0006	.0018	.0041	.0016
NOKIA.HE	.0011	.0017	.0017	.0018	.0007	.0016	.0013	.0011	.0012	.0015	.0012	.0017	.0013
MBG.DE	.0002	.0036	.0016	.0028	.0028	.0056	.0016	.0026	.0033	.0009	.0011	.0034	.0037
BAS.DE	.0005	.0043	.0013	.0024	.0026	.0051	.0016	.0025	.0028	.0007	.0007	.0027	.0027

2. függelék. Euro Stoxx 50 részvények kovarianciamátrixa (2015-25) (folyt.)

	DTE	IFX	DPWA	ADS	TTE	RMS	ENEL	ITX	ADYEN	NOKIA	MBG	BAS
	.DE	.DE	.DU	.DE	.PA	.PA	.MI	.MC	.AS	.HE	.DE	.DE
RI.PA	.0005	.0017	.0002	.0011	.0006	.0017	.0011	.0011	.0015	.0010	.0015	.0012
ENI.MI	.0018	.0023	.0000	.0015	.0041	.0007	.0021	.0023	.0004	.0012	.0033	.0036
AIR.PA	.0025	.0044	.0000	.0029	.0035	.0017	.0027	.0038	.0031	.0023	.0052	.0046
STLAM.MI	.0026	.0068	-.0002	.0032	.0027	.0026	.0024	.0037	.0042	.0011	.0072	.0058
CS.PA	.0022	.0035	.0000	.0019	.0033	.0012	.0022	.0029	.0020	.0020	.0042	.0040
EL.PA	.0015	.0029	.0000	.0020	.0015	.0019	.0015	.0019	.0028	.0012	.0024	.0024
BBVA.MC	.0024	.0043	.0000	.0026	.0039	.0012	.0028	.0042	.0021	.0013	.0053	.0048
IBE.MC	.0011	.0017	.0000	.0012	.0008	.0005	.0025	.0014	.0016	.0015	.0012	.0012
INGA.AS	.0028	.0057	.0000	.0029	.0039	.0014	.0029	.0048	.0017	.0015	.0060	.0053
VOW.DE	.0020	.0050	.0001	.0022	.0025	.0020	.0021	.0025	.0034	.0009	.0060	.0043
ALV.DE	.0019	.0028	.0000	.0019	.0026	.0010	.0022	.0024	.0011	.0013	.0035	.0035
SU.PA	.0011	.0040	.0000	.0020	.0012	.0023	.0016	.0022	.0032	.0015	.0033	.0027
SGO.PA	.0020	.0053	.0001	.0026	.0022	.0018	.0025	.0030	.0031	.0022	.0048	.0041
AI.PA	.0012	.0018	.0001	.0012	.0014	.0013	.0018	.0015	.0016	.0014	.0022	.0021
UCG.MI	.0031	.0048	.0000	.0022	.0042	.0013	.0032	.0047	.0014	.0024	.0061	.0056
SAF.PA	.0019	.0034	.0000	.0021	.0024	.0016	.0023	.0032	.0027	.0020	.0037	.0034
SAN.MC	.0023	.0043	.0000	.0026	.0037	.0010	.0026	.0035	.0013	.0014	.0049	.0045
BMW.DE	.0018	.0052	.0001	.0021	.0023	.0019	.0017	.0027	.0027	.0011	.0059	.0043
SIE.DE	.0016	.0050	.0000	.0023	.0018	.0021	.0018	.0028	.0038	.0013	.0041	.0035
KER.PA	.0007	.0033	.0001	.0025	.0013	.0035	.0017	.0024	.0028	.0008	.0034	.0029
RACE.MI	.0002	.0020	-.0001	.0017	.0007	.0023	.0009	.0016	.0035	.0013	.0017	.0013
ISP.MI	.0024	.0044	.0000	.0024	.0034	.0008	.0032	.0038	.0016	.0019	.0052	.0047
OR.PA	.0008	.0023	.0002	.0019	.0008	.0021	.0016	.0015	.0021	.0010	.0015	.0015
SAN.PA	.0012	.0009	.0001	.0008	.0012	.0006	.0013	.0017	.0005	.0014	.0016	.0014
ABI.BR	.0014	.0032	.0001	.0026	.0022	.0008	.0022	.0029	.0012	.0025	.0027	.0025
PRX.AS	.0003	.0022	-.0001	.0023	.0003	.0008	.0010	.0013	.0017	.0011	.0002	.0005
BAYN.DE	.0019	.0034	.0004	.0016	.0028	.0015	.0024	.0024	.0007	.0017	.0036	.0043
DB1.DE	.0013	.0020	.0000	.0012	.0007	.0009	.0010	.0013	.0024	.0017	.0016	.0013
SAP.DE	.0018	.0027	-.0001	.0020	.0014	.0019	.0019	.0026	.0031	.0018	.0028	.0024
MUV2.DE	.0018	.0026	-.0001	.0016	.0019	.0007	.0017	.0021	.0011	.0007	.0028	.0026
BNP.PA	.0026	.0052	.0001	.0028	.0041	.0014	.0030	.0040	.0018	.0016	.0056	.0051
BN.PA	.0013	.0012	.0000	.0014	.0014	.0007	.0015	.0017	.0011	.0013	.0016	.0016
DG.PA	.0015	.0024	.0001	.0019	.0023	.0012	.0019	.0025	.0021	.0011	.0026	.0025
MC.PA	.0011	.0030	.0001	.0024	.0017	.0032	.0016	.0023	.0032	.0012	.0033	.0028
AD.AS	.0011	.0013	.0000	.0006	.0005	.0007	.0008	.0006	.0006	.0015	.0009	.0007
WKL.AS	.0010	.0011	.0000	.0010	.0002	.0016	.0006	.0010	.0018	.0012	.0011	.0007
ASML.AS	.0009	.0049	.0000	.0023	.0008	.0029	.0015	.0022	.0041	.0017	.0034	.0027
NDA.FI.HE	.0015	.0033	.0001	.0007	.0019	.0009	.0010	.0022	.0016	.0013	.0037	.0027
DTE.DE	.0030	.0018	-.0001	.0010	.0015	.0002	.0016	.0018	.0007	.0014	.0019	.0018
IFX.DE	.0018	.0098	.0000	.0035	.0018	.0028	.0025	.0035	.0053	.0022	.0055	.0044
DPWA.DU	-.0001	.0000	.0003	.0000	.0000	.0000	.0001	-.0001	.0000	-.0001	.0000	.0000
ADS.DE	.0010	.0035	.0000	.0067	.0012	.0022	.0019	.0022	.0028	.0015	.0021	.0023
TTE.PA	.0015	.0018	.0000	.0012	.0044	.0003	.0015	.0021	-.0006	.0009	.0026	.0030
RMS.PA	.0002	.0028	.0000	.0022	.0003	.0049	.0008	.0013	.0039	.0009	.0022	.0017
ENEL.MI	.0016	.0025	.0001	.0019	.0015	.0008	.0037	.0020	.0015	.0015	.0019	.0022
ITX.MC	.0018	.0035	-.0001	.0022	.0021	.0013	.0020	.0054	.0020	.0013	.0032	.0032
ADYEN.AS	.0007	.0053	.0000	.0028	-.0006	.0039	.0015	.0020	.0162	.0013	.0030	.0022
NOKIA.HE	.0014	.0022	-.0001	.0015	.0009	.0009	.0015	.0013	.0013	.0083	.0009	.0006
MBG.DE	.0019	.0055	.0000	.0021	.0026	.0022	.0019	.0032	.0030	.0009	.0073	.0047
BAS.DE	.0018	.0044	.0000	.0023	.0030	.0017	.0022	.0032	.0022	.0006	.0047	.0057

2. függelék. Euro Stoxx 50 részvények kovarianciamátrixa (2015-25) (folyt.)

Részvények N-ben	Átlag ( $\mathbf{a}_2$ )	$\mathbf{V}_{21}$	$\mathbf{V}_{21}\mathbf{Ca}_1$	$\mathbf{V}_{21}\mathbf{Ca}_1 - \mathbf{a}_2$	$\mathbf{V}_{21}\mathbf{C}_1$	$\mathbf{V}_{21}\mathbf{C}_1 - 1$	Korlát $r-r_e$	
RI.PA	0.0003	0.0010	0.0017	0.006807	0.0065	0.366363	-0.63364	-0.010310
ENI.MI	-0.0007	0.0011	0.0007	0.004971	0.0057	0.248996	-0.75100	-0.007550
AIR.PA	0.0105	0.0020	0.0017	0.010186	-0.0003	0.518553	-0.48145	0.000727
STLAM.MI	0.0047	0.0026	0.0026	0.014157	0.0095	0.729494	-0.27051	-0.034970
CS.PA	0.0047	0.0020	0.0012	0.009233	0.0045	0.460502	-0.53950	-0.008410
EL.PA	0.0084	0.0010	0.0019	0.007299	-0.0011	0.394610	-0.60539	0.001821
BBVA.MC	0.0031	0.0016	0.0012	0.007795	0.0047	0.394360	-0.60564	0.007720
IBE.MC	0.0067	0.0008	0.0005	0.003765	-0.0029	0.186948	-0.81305	-0.003570
INGA.AS	0.0031	0.0015	0.0014	0.008036	0.0050	0.412421	-0.58758	-0.008460
VOW.DE	-0.0055	0.0018	0.0020	0.010260	0.0158	0.534714	-0.46529	-0.033960
ALV.DE	0.0064	0.0015	0.0010	0.007090	0.0007	0.357151	-0.64285	-0.001120
SU.PA	0.0108	0.0020	0.0023	0.011369	0.0006	0.592912	-0.40709	-0.001360
SGO.PA	0.0073	0.0017	0.0018	0.009536	0.0023	0.492790	-0.50721	-0.004500
AI.PA	0.0068	0.0012	0.0013	0.006804	0.0000	0.351877	-0.64812	-0.000001
UCG.MI	0.0044	0.0019	0.0013	0.009194	0.0048	0.461732	-0.53827	-0.008920
SAF.PA	0.0117	0.0017	0.0016	0.009159	-0.0025	0.469543	-0.53046	0.004719
SAN.MC	-0.0010	0.0012	0.0010	0.006315	0.0073	0.321698	-0.67830	-0.010830
BMW.DE	-0.0023	0.0015	0.0019	0.008942	0.0112	0.470077	-0.52992	-0.021190
SIE.DE	0.0076	0.0015	0.0021	0.009386	0.0018	0.496193	-0.50381	-0.003640
KER.PA	0.0035	0.0021	0.0035	0.014537	0.0110	0.777521	-0.22248	-0.049660
ISP.MI	0.0040	0.0013	0.0008	0.005986	0.0020	0.298670	-0.70133	-0.002850
OR.PA	0.0068	0.0012	0.0021	0.008464	0.0017	0.456723	-0.54328	-0.003110
SAN.PA	0.0021	0.0003	0.0006	0.002286	0.0002	0.122684	-0.87732	-0.000260
ABI.BR	-0.0068	0.0016	0.0008	0.007221	0.0140	0.356444	-0.64356	-0.021820
PRX.AS	0.0015	0.0004	0.0008	0.003143	0.0016	0.171197	-0.82880	-0.001990
BAYN.DE	-0.0147	0.0009	0.0015	0.006219	0.0209	0.331779	-0.66822	-0.031280
DB1.DE	0.0105	0.0009	0.0009	0.004754	-0.0057	0.244868	-0.75513	0.007544
SAP.DE	0.0128	0.0019	0.0019	0.010356	-0.0024	0.533790	-0.46621	0.005220
MUV2.DE	0.0090	0.0009	0.0007	0.004664	-0.0043	0.235897	-0.76410	0.005637
BNP.PA	0.0028	0.0016	0.0014	0.008070	0.0052	0.412625	-0.58737	-0.008910
BN.PA	0.0010	0.0006	0.0007	0.003348	0.0023	0.175190	-0.82481	-0.002800
DG.PA	0.0067	0.0012	0.0012	0.006628	-0.0001	0.341783	-0.65822	0.000089
MC.PA	0.0132	0.0020	0.0032	0.013721	0.0005	0.731890	-0.26811	-0.001760
AD.AS	0.0058	0.0004	0.0007	0.002796	-0.0030	0.151468	-0.84853	0.003537
WKL.AS	0.0158	0.0010	0.0016	0.006869	-0.0089	0.366626	-0.63337	0.014024
ASML.AS	0.0171	0.0023	0.0029	0.013905	-0.0032	0.730012	-0.26999	0.011692
NDA.FI.HE	0.0001	0.0009	0.0009	0.004783	0.0047	0.247941	-0.75206	-0.006190
DTE.DE	0.0062	0.0002	0.0002	0.001149	-0.0051	0.059887	-0.94011	0.005424
IFX.DE	0.0097	0.0020	0.0028	0.012682	0.0030	0.671647	-0.32835	-0.009000
DPW.DE	-0.0018	-0.0001	0.0000	-0.00048	0.0014	-0.022650	-1.02265	-0.001320

3. függelék. Input adatok a második iterációs lépéshez, Euro Stoxx 50 (2015-2025)

Részvény	Arány	Átlag	$\mathbf{V}$	MOL	MTELEKOM	OPUS	OTP	RICHTER
MOL	0.2185	0.0052	MOL	0.0048	0.0012	0.0034	0.0034	0.0014
MTELEKOM	0.0968	0.0109	MTELEKOM	0.0012	0.0029	0.0023	0.0020	0.0009
OPUS	0.0331	0.0253	OPUS	0.0034	0.0023	0.0449	0.0031	0.0002
OTP	0.4379	0.0143	OTP	0.0034	0.0020	0.0031	0.0072	0.0018
RICHTER	0.2138	0.0091	RICHTER	0.0014	0.0009	0.0002	0.0018	0.0035

4. függelék. Piaci kapitalizációs arányok, átlagos hozamok és a  $\mathbf{V}$  kovarianciamátrix, BUX 5 (2015-2025)

### ANALYTICAL FORMS OF EFFICIENT FRONTIER OF EURO STOXX 50 AND BUX 5 PORTFOLIOS

In the hand of supervisory bodies short selling bans are important controlling tools. In this case we must invoke non-negativity assumptions, which decreases the generality of the model and computationally means difficulties. For example, the analytical form of the mean-variance efficient frontier has been known for long time, on the other hand, we have never seen the analytical form of the efficient frontier of portfolios under short selling ban. This study offers an algorithm with computer code to identify the analytical form of efficient frontier for the case when non-negativity assumptions are invoked. Knowing the analytical forms facilitates the interpretations of novel characteristics over the time.

*Keywords:* portfolio efficient frontier, short selling, risk rigidity, Euro Stoxx, BUX