

Acta

**GEODAETICA,
GEOPHYSICA *et*
MONTANISTICA**

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

G. BARTA

J. ZAMBÓ

REDIGIT

A. TÁRCZY-HORNOCH



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

TOMUS 10

FASCICULI 1—2

1975

ACTA GEODAETICA, GEOPHYSICA et MONTANISTICA

Academiae Scientiarum Hungaricae

A Magyar Tudományos Akadémia Föld- és Bányászati Tudományok Osztályának folyóirata

Szerkesztőség: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.
Kiadja az Akadémiai Kiadó, 1054 Budapest, Alkotmány utca 21.

Az *Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica* eredeti tanulmányokat közöl a föld- és bányászati tudományok tárgyköréből, angol, német, francia vagy orosz nyelven. Fél-évenként jelenik meg, évi egy, kb. 400—500 oldalas kötetet alkotva.

Megrendelhető az Akadémiai Kiadónál (1363 Budapest Pf. 24.), a külföld részére pedig a Kultúra Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (1389 Budapest 62, P.O.B. 149.)

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica is a semiannual review of the Hungarian Academy of Sciences, publishing papers—in English, German, French or Russian—on geodesy, geophysics and mining.

Editorial Office: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

The subscription rate is \$ 32.00 per year.

Orders may be placed with Kultúra Trading Co. for Books and Newspapers (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) or with its representatives abroad, listed on p. 4 of the cover.

**ACTA GEODAETICA,
GEOPHYSICA et MONTANISTICA**

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

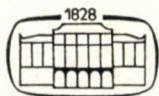
ADIUVANTIBUS

G. BARTA, J. ZAMBÓ

REDIGIT

A. TÁRCZY-HORNOCH

TOMUS 10



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1975

ACTA GEODAETICA,
GEOPHYSICA et MONTANISTICA

ACADEMIAE SCIENTIARUM HUNGARICAE

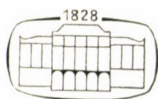
ADIUVANTIBUS

G. BARTA, J. ZAMBÓ

REDIGIT

A. TÁRCZY-HORNOCH

TOMUS 10



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST
1975

INDEX

<i>Pethő, Sz.</i> : Über die Beziehung der Qualität der Trennprodukte zur Verteilungsfunktion des Rohmaterials	3
<i>Czellár, A.</i> : Investigation of the lean-out of the cups of laboratory centrifugal machine by means of stereophotogrammetry	15
<i>Bácsatyai, L.</i> — <i>Halmos, F.</i> : On the increase of the accuracy of gyrotheodolite measurements	27
<i>Bartha, G.</i> — <i>Halmai, E.</i> — <i>Orbán, A.</i> : Investigation of the vibration of tripods and compensators	41
<i>Bölcsvölgyi, F.</i> : Die Rolle des Azimutfehlers in der Zeitbestimmung der Beobachtung von Meridiandurchgängen	51
<i>Meskó, A.</i> — <i>Kovács, F.</i> : An unbiased comparison of two methods suggested for the computation of residual gravity	69
<i>Эзерец, Ф.</i> : Несколько явлений электрических свойств горных пород	79
<i>Bence, T.</i> — <i>Bod, E.</i> — <i>Lukács, T.</i> : Untersuchung der aus dem Triangulationsnetz dritter Ordnung abgeleiteten Winkel erster Ordnung	87
<i>Czobor, A.</i> — <i>Povilaitis, S. I.</i> : Invertierung großer Normalgleichungsmatrizen durch Partitionierung	97
<i>Miskolczi, L.</i> : Einige Möglichkeiten zur Verbesserung von Präzisionsnivellierlatten	105
<i>Csernyák, L.</i> — <i>Pethő, Sz.</i> : Über die Momente nullter, erster und zweiter Ordnung normaler und lognormaler Verteilungsfunktionen	117
<i>Alpár, Gy.</i> : Comparison of adjustment methods of the aerotriangulation by numerical filtering methods	125
<i>Biszricsány, E.</i> : Properties of coda waves	131
<i>Zoltán, Gy.</i> : Determination of the wettability of hydrocarbon formations under field conditions	137
<i>Cz. Miletits, J.</i> — <i>Verő, J.</i> : Vergleich simultaner Pulsationsspektren bei großen Längenunterschieden	147
<i>Csomor, D.</i> : Seismic mapping in Hungary	155
<i>Recensiones</i>	
<i>Smith, J. V.</i> : Feldspar minerals — <i>T. Pojžák</i>	161
<i>Goosen, D.</i> : A new model for level areas. — <i>J. Verő</i>	164
<i>Kapoly, L.</i> : Physical description of the infinite half space	165
<i>Tarján, G.</i> : Nuclear mining of porphyrous chalcopyrite ores under <i>in situ</i> conditions	173
<i>Steiner, F.</i> : The proper use of gravitational filters	189
<i>Ádám, A.</i> — <i>Wallner, Á.</i> : Influence of tectonics on the direction of induction arrows in the Carpathian Basin	199
<i>Arnold, K.</i> : Läserentfernungsmessungen zum Mond, radiointerferometrische Beobachtungen der Quasare und die Satellitenaltimetrie in ihrer Bedeutung für Geodäsie und Geophysik	207
<i>Verő, J.</i> — <i>Wallner, Á.</i> : On the diurnal variation of the geomagnetic activity	239
<i>Verő, J.</i> : Geomagnetic pulsations around impulses (role of the plasmopause)	247
<i>Simon, K.</i> : The influence of some general laws of development on the mining of energy sources	255

<i>Rokityansky, I. I.—Amirov, V. K.—Kulik, S. N.—Logvinov, L. M.—Shuman, V. N.:</i> The electric conductivity anomaly in the Carpathians	277
<i>Treumann, R.—Schäfer, K.:</i> Statistical basis for geomagnetic induction theory	287
<i>Derényi, E. E.:</i> A photogrammetrist's view of remote sensing	299
<i>Takács, L.:</i> Experimental results with the characterization of geomagnetic micropulsations V.	307
<i>Nagy, D.:</i> On gravimetric geoid computations	321
<i>Alpár, Gy.:</i> Investigations to the development of Zöllner-suspension horizontal pendulums	329
<i>Cz. Miletits, J.—Holló, L.—Verő, J.:</i> Bibliography of geomagnetic pulsations II.	339
<i>Tarczy-Hornoch, A.:</i> Über die Zwischenorientierung von offenen Theodolitpolygonzügen durch Kreismessungen	357

Recensiones

<i>Vutukuri, V. S.—Lama, R. D.—Soluja, S. S.:</i> Handbook on mechanical properties of rock — <i>R. Richter</i>	369
<i>Schulz, M.—Lanzerotti, L. J.:</i> Particle diffusion in the radiation belts — <i>P. Bencze</i>	370
<i>Bauer, S. J.:</i> Physics of planetary ionospheres. — <i>P. Bencze</i>	370
<i>Charles B. Officer:</i> Introduction to theoretical geophysics — <i>P. Bencze</i>	370
<i>Professor Dr. h. c. Dr. István Hazay—75 Jahre</i>	371
<i>Kovács, F.—Meskő, A.:</i> Some notes on the transfer properties of two-dimensional polynomial-fitting	375
<i>Asszonyi, Cs.—Richter, R.:</i> Plastic state and deterioration of rocks. I. Boundary conditions of rock plasticity	389
<i>Alpár, Gy.—Szádeczky-Kardoss, Gy.—Bod, E.:</i> Azimutbestimmung hoher Genauigkeit mit Sonnen-Beobachtung	421
<i>März, F.:</i> On connections between ionospheric absorption and atmospheric electricity by investigating data of several parameters	449
<i>Verő, J.:</i> Determination of the position of the magnetopause from geomagnetic pulsation indices	459
<i>Hristov, K.:</i> Verbindung von zwei Nivellierungsnetzen zur Bestimmung von Vertikalgeschwindigkeiten	465
<i>Zambó, J.:</i> Der Einfluß des Zinsfußes auf die Größe der Bergwerksbetriebe	469

Addendum

<i>Tarján, G.:</i> Nuclear mining of porphyrous chalcopyrite ores under <i>in situ</i> conditions (Tomus 10 (1975), 173-188)	477
--	-----

Recensio

Topics in Applied Physics Vol. 5. Mössbauer Spectroscopy — <i>L. Takács</i>	483
---	-----

ÜBER DIE BEZIEHUNG DER QUALITÄT DER TRENNSPRODUKTE ZUR VERTEILUNGSFUNKTION DES ROHMATERIALS

SZ. PETHÓ

UNIVERSITÄTSPROFESSOR

LEHRSTUHL FÜR AUFBEREITUNGSKUNDE, TECHN. UNIVERSITÄT FÜR SCHWERINDUSTRIE,
MISKOLC

[Eingegangen am 2. Mai 1974]

Die aus dem Verlauf der Konzentrat- und Bergeskurven der H-R-Funktionen feststellbare Qualitätsänderung und der Extremwert des Qualitätsunterschiedes steht in Beziehung zur Verteilungsfunktion des Rohmaterials. Diese Beziehungen werden für die Schumann-Gaudin'sche Verteilung mit monoton verlaufender Differentialkurve, für normale Verteilung mit symmetrischer Differentialkurve, sowie für die lognormale Verteilung mit asymmetrischer Differentialkurve untersucht.

Die Aufbereitbarkeit eines Rohmaterials läßt sich nach SMIRNOV [2] aufgrund der Differentialkurve des Rohstoffes, wie folgt, definieren: Sie ist am besten im Minimumpunkt der Differentialkurve, am schlechtesten aber in ihrem Maximumpunkt.

Im folgenden sollen die Änderungen der Konzentrat- und Bergeskurven der H-R-Funktionen für jenen Fall untersucht werden, wenn die Verteilungskurve des Rohstoffes dem Verlauf einer Schumann-Gaudin'sche normalen bzw. lognormalen Verteilung folgt.

Bezeichnet $f(x)$ die Differentialkurve eines gegebenen Rohmaterials, und soll dieser Rohstoff bei der Qualität x_a getrennt werden, dann werden nach [1] die Durchschnittsqualitäten der Trennprodukte $M(\bar{x}_1)$ und $M(\bar{x}_{11})$, wenn die Qualität der den Rohstoff ergebenden mineralischen Elementarteilchen zwischen x_{\min} und x_{\max} liegt, aus folgenden Beziehungen errechnet:

$$M(\bar{x}_1) = \frac{\int_{x_{\min}}^{x_a} f(x) x dx}{\int_{x_{\min}}^{x_a} f(x) dx} \quad \text{und} \quad M(\bar{x}_{11}) = \frac{\int_{x_a}^{x_{\max}} f(x) x dx}{\int_{x_a}^{x_{\max}} f(x) x dx}. \quad (1)$$

Die Untersuchung ist auf die Klärung der Frage gerichtet, wie sich der Qualitätsunterschied der Trennprodukte

$$\Delta M(\bar{x}) = M(\bar{x}_{11}) - M(\bar{x}_1) \quad (2)$$

gestaltet, bzw. wie die Extremwerte der Qualitätsdifferenz bestimmt werden können, wenn die Rohstofffunktion einer SCHUMANN-GAUDIN'schen Normal-

bzw. Logverteilung entspricht, deren Verteilungs- und Dichtefunktion mit Benützung der bekannten konstanten Größen m und A wie folgt lautet:

$$F(x) = \left(\frac{x}{A}\right)^m \quad \text{und} \quad f(x) = \frac{m}{A^m} x^{m-1}. \quad (3)$$

Nach (Gl. 1) erhält man die Qualitäten $M(\bar{x}_I)$ und $M(\bar{x}_{II})$ aus:

$$M(\bar{x}_I) = \frac{m}{m+1} x_a \quad \text{und} \quad M(\bar{x}_{II}) = \frac{m}{m+1} \frac{A^{m+1} - x_a^{m+1}}{A^m - x_a^m} \quad (4)$$

nach (Gl. 2) aber [3] die Differenz $\Delta M(\bar{x})$ aus:

$$\Delta M(\bar{x}) = \frac{m}{m+1} \frac{A^m(A - x_a)}{A^m - x_a^m}. \quad (5)$$

Ist $m > 1$, dann empfiehlt es sich, zur Ermittlung der Änderungen von $\Delta M(\bar{x})$ und der Extremwerte (Gl. 5) folgendermaßen zu transformieren:

$$\Delta M(\bar{x}) = \frac{mA^m}{m+1} \frac{1}{A^{m-1} + A^{m-2}x_a + \dots + Ax_a^{m-2} + x_a^{m-1}}. \quad (6)$$

Aus (Gl. 6) kann über $\Delta M(\bar{x})$ sofort festgestellt werden, daß es bei $x_a = 0$ ein Maximum, bei $x_a = A$ aber ein Minimum aufweist:

$$\Delta M(\bar{x})_{\max} = \frac{m}{m+1} A \quad \text{und} \quad \Delta M(\bar{x})_{\min} = \frac{1}{m+1} A. \quad (7)$$

Der Wert $\Delta M(\bar{x})_{\max}$ stimmt mit dem voraussichtlichen Wert der Schumann – Gaudin'schen Funktion bei $x_a = 0$ überein, wo die Differenz $\Delta M(\bar{x})$ ein Maximum hat. Bei dem Wert $f(0) = 0$ hat die Differentialkurve ein Minimum im Punkt $x_a = A$, wo die Differenz $\Delta M(x)$ ein Minimum beträgt. Mit $f(A) = m/A$ nimmt die Differentialkurve den Maximalwert an. Zwischen dem Maximum- und Minimumpunkt findet eine monotone Verminderung der Differenz $\Delta M(\bar{x})$ statt.

Ist $m < 1$, so empfiehlt es sich, folgende Umformung der Beziehung vorzunehmen:

$$\begin{aligned} \Delta M(\bar{x}) &= \frac{m \sqrt[m]{A}}{m+1} \frac{\frac{1}{m} \sqrt[m]{A} + \frac{1}{m} \sqrt[m]{x_a}}{\sqrt[m]{A} - \sqrt[m]{x_a}} = \\ &= \frac{m \sqrt[m]{A}}{m+1} \left(\sqrt[m]{A^{\frac{1}{m}-1}} + \sqrt[m]{A^{\frac{1}{m}-2} x_a} + \sqrt[m]{A^{\frac{1}{m}-3} x_a^2} + \dots + \sqrt[m]{x_a^{\frac{1}{m}-1}} \right). \quad (8) \end{aligned}$$

(Gl. 8) hat bei $x_a = A$ ein Maximum und bei $x_a = 0$ ein Minimum. Die Maxima und Minima stimmen mit (Gl. 7) überein, doch ist im Falle $m < 1$ der Maximumort $\Delta M(\bar{x})$ bei $x_a = A$, wo die Differentialkurve mit dem Wert $f(A) = = m/A$ ein Minimum hat. Der Minimumort kann bei $x_a = 0$ gefunden werden, wo die Differentialkurve $f(0) \rightarrow \infty$ wird.

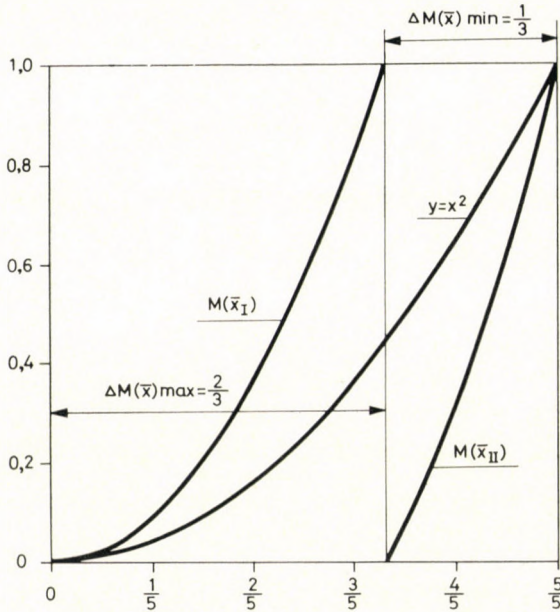


Abb. 1

In Abb. 1 sind mit den Konstanten $A = 1$ und $m = 2$, in Abb. 2 aber mit den Konstanten $A = 1$ und $m = 1/3$ die Schumann—Gaudin'schen Verteilungsfunktionen, bzw. die Qualitätsänderungen $M(\bar{x}_I)$ und $M(\bar{x}_{II})$ dargestellt. Aus den Abbildungen können auch die Werte $\Delta M(\bar{x})_{\max}$ und $\Delta M(\bar{x})_{\min}$ abgelesen werden.

Liegt der Fall einer Normalverteilung vom voraussichtlichen Wert 0 und der Streuung 1 vor, dann erhält man die entsprechenden Qualitäten — wenn die Dichtefunktion $\varphi(x)$, die Verteilerfunktion aber $\Phi(x)$ lautet — aus den Beziehungen

$$M(\bar{x}_I) = - \frac{\varphi(x_a)}{\Phi(x_a)} \quad \text{und} \quad M(\bar{x}_{II}) = \frac{\varphi(x_a)}{1 - \Phi(x_a)} \tag{9}$$

ihren Unterschied aber aus

$$\Delta M(\bar{x}) = \frac{\varphi(x_a)}{\Phi(x_a) [1 - \Phi(x_a)]} . \tag{10}$$

Bei $x_a = 0$ von (Gl. 10), wo die Dichtefunktion ihren Höchstwert annimmt, befindet sich nach

$$\Delta M(\bar{x})_{\min} = \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \quad (11)$$

ein Minimum, und ebenda befindet sich auch der erwartete Wert der Verteilung und ihr Median. Von der Normalverteilung kann ferner auch festgestellt

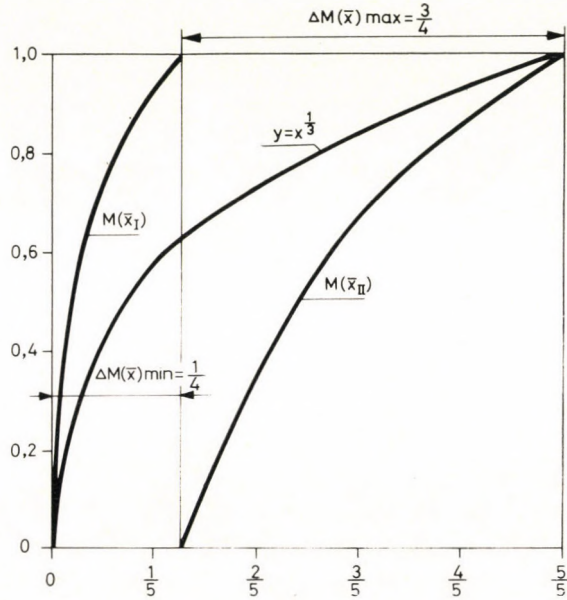


Abb. 2

werden, daß bei $x \rightarrow \infty$, wo die Funktion $\varphi(x)$ ein Minimum $\varphi(x) \rightarrow 0$ hat, $\Delta M(\bar{x}) \rightarrow \infty$ wird.

In Abb. 3 wurden die Verteilungsfunktion $\Phi(x)$ von Normalverteilung, mithin die Änderungen der Qualitäten $M(\bar{x}_I)$ und $M(\bar{x}_{II})$ dargestellt und im Bilde auch $\Delta M(\bar{x})_{\min}$ bezeichnet. Abb. 4 zeigt die Änderungen der in (Gl. 9) erscheinenden Funktion $\varphi(x)$, die Änderung der Dichtefunktion der Normalverteilung bzw. ihres Produktes $1/\Phi(x)[1 - \Phi(x)]$, mithin die Änderung von $\Delta M(\bar{x})$.

Bei einem Rohstoff von Logverteilung mit den Parametern m und σ , bei welcher der voraussichtliche Wert der Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma x} e^{-\frac{(\ln x_a - m)^2}{2\sigma^2}} \quad (12)$$

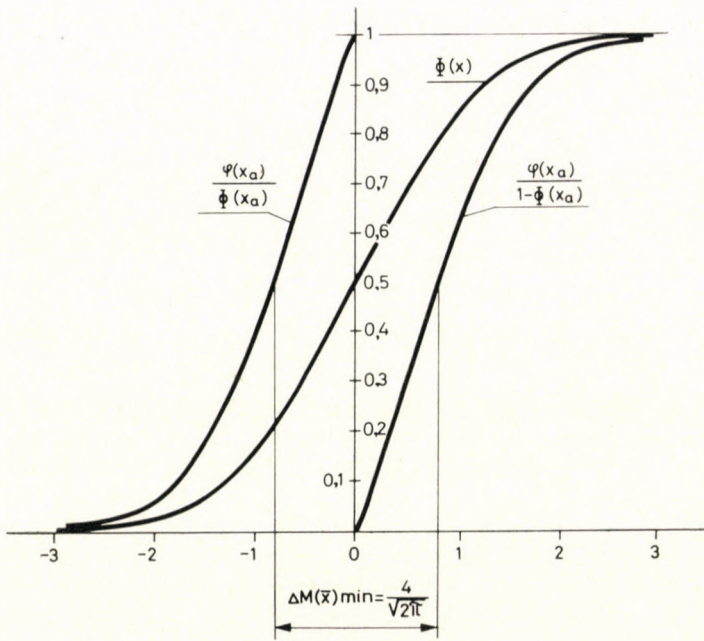


Abb. 3

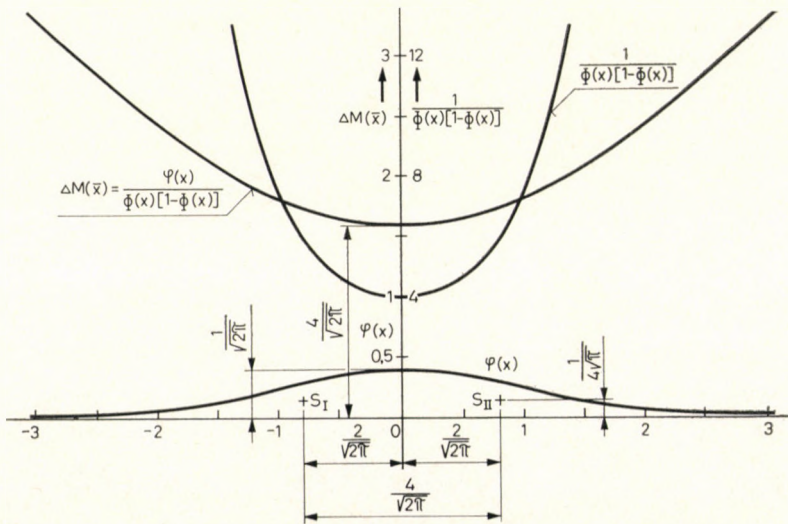


Abb. 4

gleich $M(\xi)$ ist, ergibt sich die Durchschnittsqualität der Trennprodukte aus den Beziehungen

$$M(\bar{x}_I) = M(\xi) \frac{\Phi\left(\frac{\ln x_a - m - \sigma^2}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{\ln x_a - m}{\sigma}\right)}$$

und

$$M(\bar{x}_{II}) = M(\xi) \frac{1 - \Phi\left(\frac{\ln x_a - m - \sigma^2}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\ln x_a - m}{\sigma}\right)}$$
(13)

die Differenz der Qualität aber aus:

$$\Delta M(\bar{x}) = M(\xi) \frac{\Phi\left(\frac{\ln x_a - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\ln x_a - m - \sigma^2}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{\ln x_a - m}{\sigma}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\ln x_a - m}{\sigma}\right)\right]}$$
(14)

Wenn $x_a = M(\xi) = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}}$ ist, also dem voraussichtlichen Wert entspricht, dann lautet die Gleichung für den Qualitätsunterschied der Trennprodukte

$$\Delta M(\bar{x}) = M(\xi) \frac{2\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 1}{\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right)\right]}$$
(15)

Die lognormale Verteilung $x_a \rightarrow e^{m - \sigma^2} = x_m$ hat an dem Modusort ein Maximum, bei welchem der Unterschied der Qualitäten

$$\Delta M(\bar{x}) = M(\xi) \frac{\Phi(2\sigma) - \Phi(\sigma)}{\Phi(\sigma) [1 - \Phi(\sigma)]}$$
(16)

beträgt.

Wird das durch eine lognormale Verteilung gekennzeichnete Rohmaterial bei einer Qualität getrennt, die dem zu erwartenden Wert, bzw. dem Modus entspricht, so hat die Qualitätsdifferenz $\Delta M(\bar{x})$ in keinem der Fälle (Gl. 15 und 16) einen Extremwert. Um diesen Extremwert zu suchen ist es zweckmäßig, die Funktion

$$\Phi(x) = \Phi_0(x) + \frac{1}{2}$$
(17)

in Betracht zu ziehen, welche durch Umwandlung der (Gl. 14) folgende Form annimmt:

$$\Delta M(x) = M(\xi) \frac{\Phi_0(z) - \Phi_0(z - \sigma)}{0,25 - [\Phi_0(z)]^2} = M(\xi) h(z) \tag{18}$$

worin $z = \frac{\ln x_a - m}{\sigma}$ ist.

Der Wert des die Größe $\Delta M(\bar{x})$ zu einem Minimum machenden Wertes $z = z_0$ kann durch Suchen des Extremwertes der in (Gl.18) erscheinenden Funktion $h(z)$, also durch Auflösen der transzendenten Gleichung

$$z_0 = \frac{1}{2} + \ln \frac{0,25 - \Phi_0(z_0) [\Phi_0(z_0) - 2\Phi_0(z_0 - 1)]}{0,25 - [\Phi_0(z_0)]^2} \tag{19}$$

berechnet werden. Ist z_0 bekannt, dann ist aufgrund von (Gl. 18 und 19) das Minimum der Funktion $h(z)$:

$$h(z)_{\min} = \frac{\Phi_0(z_0) - \Phi_0(z_0 - \sigma)}{0,25 - [\Phi_0(z_0)]^2} \tag{20}$$

Wird der dem Minimumpunkt entsprechende Wert x_a mit x_0 bezeichnet, dann ist

$$x_0 = e^{m+z_0\sigma} = e^m \cdot e^{z_0\sigma} \tag{21}$$

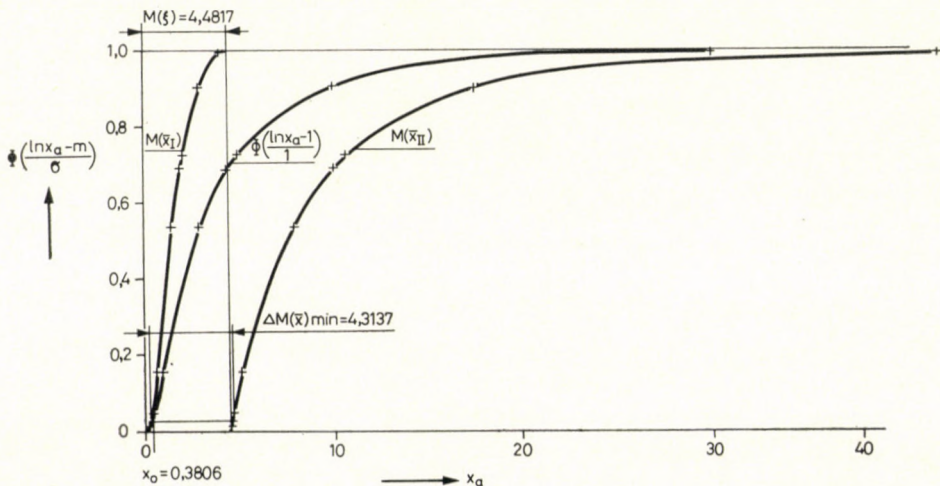


Abb. 5

Tabelle I

Die Änderungen der Größen z_0 , $h(z)_{\min}$,

σ	1	0,9	0,8	0,7
z_0	-1,966	-1,748	-1,534	-1,330
$h(z)_{\min}$	0,962527	0,937071	0,899503	0,846908
e^{z_0}	0,140016	0,207381	0,293112	0,394159
p_1	0,0849	0,1383	0,2128	0,3085
p_2	0,3806	0,4662	0,5559	0,6434

Die Gleichungen für die aus dem Wert x_0 und dem voraussichtlichen Wert $M(\xi)$, bzw. dem Modus x_m gebildeten Quotienten p_1 bzw. p_2 lauten:

$$p_1 = \frac{x_0}{M(\xi)} = e^{\left(z_0 - \frac{\sigma}{2}\right)\sigma} \quad (22)$$

bzw.

$$p_2 = \frac{x_0}{x_m} = e^{(z_0 + \sigma)\sigma}. \quad (23)$$

In Tabelle I sind die mit den Werten $\sigma = 1, 0, 9 \dots 0, 2$ nach (Gl. 19) berech-

Tabelle II

Die Minimumorte x_0 der Qualitätsunterschiede

$m \backslash \sigma$	1	0,9	0,8	0,7
2	1,0345846	1,532346155	2,16582206	2,912465549
1,6	0,693502	1,0271618	1,4517932	1,952283
1,2	0,464869	0,688528	0,9731675	1,308656
1,0	0,380602	0,563719	0,796761	1,071436
0,9	0,344383	0,510074	0,720940	0,969476
0,8	0,311611	0,461534	0,652333	0,877218
0,7	0,281957	0,417613	0,590255	0,793799
0,6	0,255125	0,377872	0,534085	0,718205
0,5	0,230847	0,341913	0,483260	0,649859
0,4	0,208879	0,309375	0,437272	0,588017
0,3	0,189002	0,279934	0,395660	0,532059
0,2	0,171016	0,253295	0,358008	0,481427

e^{z_0} , p_1 und p_2 als Funktionen von σ

0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
-1,131	-0,934	-0,741	-0,553	-0,366
0,776847	0,687778	0,579426	0,453021	0,311344
0,507327	0,626880	0,743490	0,847131	0,929415
0,4238	0,5532	0,6863	0,8099	0,9110
0,7272	0,8049	0,8725	0,9269	0,9673

neten Werte z_0 , ferner nach der (Gl. 20) die Werte von $h(z)_{\min}$, dann die in (Gl.21) erscheinenden Werte $e^{z_0\sigma}$, schließlich die mit Hilfe der (Gl. 22 und 23) berechneten Werte p_1 und p_2 zusammengefaßt. Aus den Daten der Tabelle kann festgestellt werden, daß $p_1 = 0$ ist; demzufolge ist $e^{z_0\sigma} \leq 1$, $p_1 \leq 1$ und $p_2 \leq 1$.

Mit sinkendem σ nähern sich p_1 und p_2 immer mehr dem Werte 1, d. h., sie gelangen mit abnehmendem Wert der zu $h(z)_{\min}$ gehörigen Größe x_0 immer näher zum Modusort der lognormalen Verteilung, wo die Dichteverteilung ein Maximum hat und auch $h(z)_{\min}$ abnehmende Tendenz zeigt. Ähnliches kann auch aufgrund von Tabellen II und III festgestellt werden: In Tabelle II sind

$\Delta M(\bar{x})_{\min}$ bei gegebenem σ und m

0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
3,748665838	4,63205215	5,493689098	5,259498061	5,867499043
2,512805	3,104956	3,682528	4,195865	4,603420
1,6843857	2,081317	2,468476	2,812576	3,085769
1,379057	1,704037	2,021015	2,302741	2,526412
1,247822	1,541876	1,828690	2,083606	2,285991
1,129076	1,395147	1,654667	1,885325	2,068451
1,021631	1,262381	1,497205	1,705912	1,871612
0,924410	1,142250	1,354727	1,543573	1,693504
0,836440	1,033551	1,225808	1,396683	1,532346
0,756843	0,935195	1,109157	1,263771	1,386524
0,684819	0,846200	1,003606	1,143507	1,254579
0,619650	0,765673	0,908101	1,034688	1,135190

Tabelle III

Die Werte $\Delta M(\bar{x})_{\min}$ bei

$m \backslash \sigma$	1	0,9	0,8	0,7
2	11,72598	10,381280	9,153049	7,995166
1,6	7,860156	6,958777	6,135469	5,359317
1,2	5,268828	4,664614	4,112734	3,592463
1	4,313747	3,819060	3,367219	2,941257
0,9	3,903240	3,455628	3,046785	2,661360
0,8	3,531797	3,126782	2,756845	2,408098
0,7	3,195702	2,829229	2,494497	2,178937
0,6	2,891591	2,559992	2,257114	1,971584
0,5	2,616420	2,316377	2,042321	1,783963
0,4	2,367435	2,095944	1,847969	1,614196
0,3	2,142143	1,896489	1,672111	1,460585
0,2	1,938292	1,716014	1,512989	1,321592

für lognormale Verteilung mit den gegebenen Parametern σ und m ($\sigma = 1, 0,9 \dots 0,2$; $m = 2, 1,6 \dots 0,2$) die Minimumpunkte x_0 , in Tabelle III aber die Werte für $\Delta M(\bar{x})_{\min}$ angegeben. — In Abb. 5 ist das Bild der lognormalen Verteilung mit den Parametern $\sigma = 1$, und $m = 1$, bzw. die Änderungen der Mittelwerte $M(\bar{x}_1)$ und $M(\bar{x}_{11})$ zu sehen. Der erwartete Wert der Verteilung beträgt $M(\xi) = 4,4871$, ihr Modus $x_m = 1$, $\Delta M(\bar{x})_{\min} = 4,3137$, $x_0 = 0,3806$. Aus der Abbildung, wie auch aus der Tabelle III ist zu ersehen, daß das Minimum der Qualitätsunterschiede kleiner als der voraussichtliche Wert ist: $\Delta M(x)_{\min} \geq M(\xi)$. Im Falle $x_a \rightarrow \infty$ ist $f(\infty) \rightarrow 0$; $\Delta M(\bar{x}) \rightarrow \infty$.

Bezüglich der Qualitätsunterschiede (spezifisches Gewicht, Asche- oder Metallgehalt) der Trennprodukte kann aufgrund des bisherigen folgendes festgestellt werden:

Hat die Differentialkurve des Rohmaterials einen monoton sich ändernden Verlauf, bzw. nur *einen* Maximumpunkt, für den die Differentialkurve symmetrisch ist, dann ist im Maximumpunkt, für den die Waschbarkeit nach SMIRNOV [2] am schlechtesten ist, der Unterschied in der Qualität der Trennprodukte am kleinsten, im Minimumpunkt, wo die beste Waschbarkeit vorliegt, ist die Qualitätsdifferenz am größten. Zwischen den Extremwerten ändert sich diese Differenz monoton.

Hat der Rohstoff aber eine lognormale Verteilung und demzufolge einen asymmetrischen Verlauf der Differentialkurve, dann liegt der Ort für das Minimum der Qualitätsdifferenz bei einem kleineren Wert als der des Modus, und die Minimaldifferenz ist kleiner als der voraussichtliche Wert der Verteilung. Der Minimumpunkt des Qualitätsunterschiedes und der Modus fallen

gegebenem σ und m

0,6	0,5	0,4	0,3	0,2
6,872226	5,758692	4,637998	3,501468	2,347013
4,606589	3,860165	3,108942	2,347103	1,573249
3,087893	2,587550	2,083989	1,573313	1,054582
2,528151	2,118505	1,706224	1,288118	0,863418
2,287565	1,916902	1,543855	1,165538	0,781253
2,069875	1,734485	1,396938	1,054622	0,706907
1,872900	1,569427	1,264002	0,954261	0,639636
1,694670	1,420076	1,143716	0,863451	0,578766
1,533401	1,284938	1,034877	0,781283	0,523689
1,387479	1,162660	0,936396	0,706934	0,473854
1,255443	1,052018	0,847286	0,639661	0,428761
1,135971	0,951905	0,766656	0,578789	0,387959

umso näher aneinander, je kleiner die Streuung σ ist. Dies besagt, daß der Rohstoff in überwiegender Menge auf ein engeres Qualitätsintervall entfällt. Hat der Parameter σ einen großen Wert — Rohmaterialien solcher Art haben ein größeres Qualitätsintervall — dann nähert sich der Ort des Extremwertes dem Werte $x_a = 0$.

SCHRIFTTUM

1. TARJÁN, G.: Ásványelőkészítés I. (Mineralaufbereitung, Band I). Manuskript. Tankönyvkiadó, Budapest, 1969, 69—2286.
2. SMIRNOV, S.: Mathematische Darstellung, Behandlung und Auswertung von Verwaschungsverteilungen und Korngrößenverteilungen, sowie der Tromp-Verteilung im Zusammenhang aufbereitungstechnischer Trennung unter Mitwirkung der Datenverarbeitung. Manuskript, 1972.
3. RAISZ, I.: Az MTA Bányászati Munkaközössége részére készített kutatási jelentés. Forschungsbericht für die Arbeitsgemeinschaft »Bergbau« der Ung. Akad. d. Wiss. Manuskript, 1973.
4. ПЕТНЁ, Sz.: Gravitációs dúsítási műveletek ásványelőkészítési függvényeiről (Über die Mineralaufbereitungs-Funktionen der Schwerkraft-Anreicherungsoperationen). Manuskript, 1974.

О СВЯЗИ КАЧЕСТВА ПРОДУКТОВ РАЗДЕЛЕНИЯ С ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЫРЬЯ

С. ПЕТЁ

РЕЗЮМЕ

Изменение качества, определяемое по кривым концентрата и пустой породы функций $H - R$, а также экстремальное значение их разности связаны с функцией распределения сырья. Эта связь была исследована для следующих распределений: Шуманна — Годена с монотонной дифференциальной кривой, нормального с симметричной и логарифмически нормального с несимметричной дифференциальной кривой.

INVESTIGATION OF THE LEAN-OUT OF THE CUPS OF A LABORATORY CENTRIFUGAL MACHINE BY MEANS OF STEREPHOTOGRAMMETRY

A. CZELLÁR

DEPARTMENT OF GEODESY AND MINE SURVEYING OF THE UNIVERSITY OF HEAVY INDUSTRY,
MISKOLC

[Manuscript received August 1, 1974]

The investigation of the lean-out of the cups of a laboratory centrifugal machine by means of stereo-photogrammetry is dealt with in this paper. Photographs of the rotating head of the centrifugal machine were shot by means of two amateur-cameras having a picture-size of about 6×6 cm. A strobelight device was used as light source. The necessary accuracy of determining and marking the inside and outside orientation data of the pictures are summed up in the part dealing with the planning of the measurements. In connection with that a general rule for solving problems by near-photogrammetry is also given. A square grid was photographed together with the rotating head in order to secure the orientation of the picture pairs in the course of the evaluation as well as in order to take into correction the effects of inside and outside orientation errors.

The a posteriori standard error of the angle of lean-out — determined from measuring data received on the stereocomparator — was less than the value of the standard error used for the calculations of planning the measurements.

The field of application of photogrammetry is widening even today. It has been applied with success in solving the most different industrial and research problems. We should like to give an account of the solution of a research problem by a method of near-photogrammetry.

During mineral preparation as well as at several other technological operations it is important to know the grain-size distribution of the material. In the range of the finest grains the distribution can be appropriately determined by using centrifugal machines.

In case of a grain-size analysis by means of centrifugal sedimentation, simplifying conditions must be accepted due to the very complex circulation conditions in the material-holding cups in order to determine actual grain-sizes and the corresponding values of the distribution function. A centrifugal machine with cups can be regarded as a centrifugal physical pendulum, where the conditions of motion of the grains of the analyzed material could be described by simple mathematical expressions only if the revolution per minute would be constant, the cups would have the form of a bar and there would be a homogeneous weight distribution. A further difficulty in the calculation of the instantaneous position of the cups during speed-up and braking is due to the changing accelerations. It is obviously more simple to measure directly the parameters involved instead of a complicated computation.

Photogrammetry is the most simple measuring method to determine the lean-out of the cups at a given rotation. With this method the lean-out of the cups can be measured under usual operating conditions.

The measurements reported in this paper have been performed in the Institute for Preliminary Preparation of Minerals of the Technical University for Heavy Industry at Miskolc, on a centrifugal machine fitted for grain-size

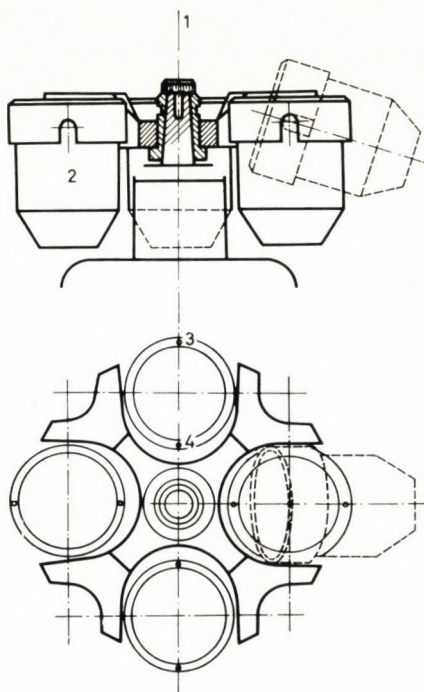


Fig. 1. 1 rotation axis, identical with the photographing axis Y; 2 cup; 3 marked outside point to be measured; 4 marked inside point to be measured

analysis, in order to determine the angle α between the axes of the cups and the vertical in function of time and rotation speed. The machine can be operated at 8 different rates of rotation; only the first four were used in this study at the request of the Institute.

When operating at a given rate, photographs of the rotating head of the centrifugal machine were made each 6 to 8 seconds during the total run. If the angles measurable from the exposures, or computable from the measured data, are plotted (ordinate) versus the corresponding time values, (abscissa) an adjusting curve can be drawn across these points. The change of angle α of the material-containing cups as function of time is characterized by this

curve. The change of α as a function of rotation can be similarly obtained if instead of time, the revolution of the rotating head is plotted on the abscissa.

The rotating head of the centrifugal machine is shown in Figure 1. Besides the basic position of the material-containing cups (full-line), the lean-out position at a given revolution is also represented (broken line).

The solution of the problem by means of a monoscopic photogrammetrical method would have been unprofitable due to the very complicated calculation formulae. It can be seen from Figure 1, namely, that at different α values the Y distance between the photographing objective and the points to be measured are also different.

In case of using stereophotogrammetry, all three coordinates of the points to be measured can be calculated, hence the problem can be solved by using the basic equations of stereo-photogrammetry. In order to simplify calculations it is advisable to determine the points from normal stereograms.

Because of the cover on the rotating part, the device could be photographed only from above. During exposures the rotating space of the centrifugal machine was covered with a transparent plastic plate. It was secured in this way that the air-flow conditions should not change considerably with respect to the actual operating conditions. (At open state the number of revolutions decreases by about 3 percent). A square grid of 50 mm side length was drawn on the plastic plate, to assist in the orientation of the photographs and for the calculation of the possible corrections.

The photogrammetrical measurements were planned to have the *a posteriori* standard error μ_α of the angle α less than $\pm 1^\circ$. In order not to surpass this prescribed standard error, we will use further on $\mu'_\alpha = \mu_\alpha/3 = 20'$ in the calculations of the design of our measurement.

Points of view at the planning of photogrammetrical measurements and at the interpretation of photographs

Determination of the photographing base length b

The greatest base length is 130 mm, as calculated from the dimensions of the rotating head with the cups leaning out. If the distance between the objectives of the cameras is greater than that — in case of surpassing a critical α angle — it might occur that one of the four inside points marked on the cups will not be visible. (The inside point of the cup lying on or near to the vertical plane crossing the base at the right-hand end.)

Photogrammetrical instruments with such a short base do not exist, thus the photographs were made by two Pentacon cameras of $f = 80$ mm focal

length and 56×56 mm picture size. The shortest possible distance between the cameras was $b = 126.0$ mm due to their construction dimensions. The exposures were made with vertical camera axes, thus the evaluation of the picture pairs could have been made similar to the evaluation of normal stereograms.

The cameras must be brought into such a position above the rotating head that the optical axis of the camera at the left end of the base should lie in the rotation axis. The other end-point can lie anywhere on a circle of radius agreeing with the base length due to the circular symmetry of the rotation head.

Calculation of the photographing distance Y

If the base length between the pictures and the focal length, $f = 80$ mm, are known, the photographing distance must be chosen so that the cups-containing material should be "visible" from both ends of the base. In Fig. 2 the minimum photographing distance Y_{\min} can be determined from the expression

$$Y_{\min} = \frac{X + b}{x} f.$$

Substituting $X = 200$ mm, $b = 126$ mm, $x = 28$ mm and $f = 80$ mm into the expression, we obtain $Y_{\min} = 931$ mm. Putting the cameras at such a distance (or, more correctly, height) or even farther from the rotating head, the "visibility" requirements will be fulfilled.

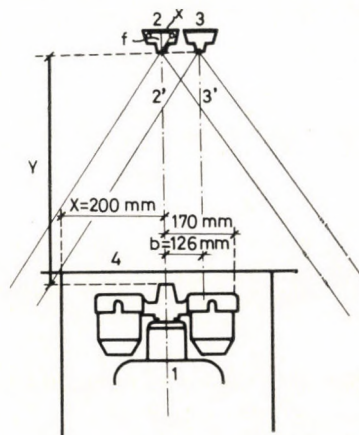


Fig. 2. 1 rotation axis; 2 and 3 photcameras; 2' and 3' photographing axes; 4 plastic plate

Influence of inside orientation errors of the pictures

Errors can arise, when inside orientation elements are unknown or are known with poor accuracy; due to the distortion of the camera objectives (which can reach as much as 0.1 mm according to Soviet literature), due to the lack of frame marks and the lack of an exact device assuring the planar position of the film.

By means of choosing a proper interpretation it can be attained that the exact determination of the focal length will not become necessary. The error caused by the displacement between main point and central point of the picture can be similarly neglected. (The method used will be discussed below.)

The effect of the distortion of the objective is to have circular symmetry, as usual in photogrammetrical practice. Since the points to be measured also move on a circle during the rotation of the head, it is enough to calculate with a distortion in the 4–13-mm annulus of the picture in case of analysing the camera at the left end of the base. The value of distortion can be some hundredth part of mm, this does not considerably influence our measurements. The error due to the difference between the distortions of the two objectives, influencing parallax determination, can also be neglected in the same way.

The error caused by the deviation of the film from the planar position during exposure does not considerably influence the measuring accuracy because we have to work with small picture areas. This was proved in the course of interpretation by measuring the corner points of the square grid.

Influence of outside orientation errors of the pictures

Calculations were made in an independent coordinate system (basic system). Thus the error of the determination of the zero point of the coordinate system will be:

$$\Delta X_0 = \Delta Y_0 = \Delta Z_0 = 0.$$

The pictures were oriented by means of the points of the square grid, as mentioned above. This also means that the rotation $\Delta\kappa$ of the bundle of radials around its own axis can be neglected:

$$\Delta\kappa_b = \Delta\kappa_j = 0.$$

The deviation of the photographing axes from the vertical is characterized by the projection $\Delta\varphi$ on the vertical plane going through the base and the projection $\Delta\omega$ on the perpendicular plane ($\Delta\varphi_b = \Delta\varphi_j = \Delta\varphi$ and $\Delta\omega_b = \Delta\omega_j = \Delta\omega$).

The effect (δx , δz) of the errors $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$ on the picture coordinates x and z can be expressed by the following equations:

$$\delta x = \left(f + \frac{x^2}{f} \right) \Delta\varphi + \frac{xz}{f} \Delta\omega,$$

$$\delta z = \frac{xz}{f} \Delta\varphi + \left[f + \frac{z^2}{f} \right] \Delta\omega.$$

Derivating the equation for δx with respect to the variable x and changing to differences, it becomes:

$$\frac{\Delta(\delta x)}{\Delta x} = 2x \frac{\Delta\varphi}{f} + \frac{z}{f} \Delta\omega.$$

Analyzing the permitted value of $\Delta\varphi$ under the conditions $\Delta\omega = 0$ and the permitted value of $\Delta\omega$ under the condition $\Delta\varphi = 0$, we obtain

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta(\delta x)f}{2x \Delta x} \varrho,$$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta(\delta x)f}{z \Delta x} \varrho.$$

For x and z and for the parallax p to be used later, the following preliminary values can be calculated on the basis of the dimensions given at the calculation of the photographing distance Y :

$$x < 13 \text{ mm}; z < 13 \text{ mm}; p < 11 \text{ mm}.$$

The displacement Δx of the marked point of a cup — between rest position and the maximum lean-out of the cup — is less than 10 mm on the picture.

Substituting the value of focal length ($f = 80$ mm) and supposing that $\Delta(\delta x)$ does not surpass the 0.02-mm measurement accuracy of coordinates, the following numerical values are obtained for $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$:

$$\Delta\varphi \approx \pm 21',$$

$$\Delta\omega \approx \pm 42'.$$

From the expression of δz the permitted values of $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$ can be similarly calculated after derivating with respect to z . These values will be:

$$\Delta\varphi = 42', \Delta\omega = 21'.$$

The error caused by $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$ can be written in the parallax of base direction:

$$\delta p = 2 \frac{P}{f} x \Delta\varphi + \frac{P}{f} z \Delta\omega .$$

From here the permitted values for $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$ can be calculated as before:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta(\delta p) f}{2p \Delta x} \varrho ,$$

$$\Delta\omega = \frac{\Delta(\delta p) f}{p \Delta z} \varrho .$$

Substituting the already known values into the above expressions and prescribing the condition that $\Delta(\delta p)$ should not surpass the accuracy of parallax measurement, the following values will be obtained for $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$:

$$\Delta\varphi \approx \pm 12.5', \quad \Delta\omega \approx \pm 25'.$$

The necessary adjusting accuracy of the photographing axes will be therefore:

$$\Delta\varphi = \pm 12.5', \quad \Delta\omega = \pm 21.0'.$$

These values can be kept without greater difficulties by using a projector and bubble tubes.

Adjustment of cameras

The cameras were attached to a console made for this purpose; their back covers were opened and they were tilted until the film-holding frames came into horizontal position. (This was checked by a bubble tube.) In this position the cameras were fixed and the distance between the two picture centres was measured. The plastic plate with square grid was also horizontalled with a bubble tube, the end points of the base distance were marked on it. Now the objectives of the cameras were removed, the picture centres of both cameras projected by a string projector; then the plastic plate was turned until the marked points lay in the verticals going through the picture centres. Putting back the objectives and putting a glass pattern on the picture frames of the cameras, the identity of main points and picture centres could be checked. Both cameras showed a good identity in our case. In case of a great difference the objective should have been adjusted.

It was controlled in course of interpretation by means of the mentioned square grid photographed on the negative, whether the outside orientation

data were adjusted with the accuracy calculated above. In this case the tilt $\Delta\varphi$ and $\Delta\omega$ of the photographing axis and the deviation of the right-hand and left-hand photographing axes from the parallel position can be determined by the usual equations of aero-photogrammetry.

Photographing

Determination of exposure time

When moving objects are photographed, whose direction of motion is perpendicular to the photographing axis — as in our case — the exposure time is influenced by the following factors:

- a) velocity of the moving object (v),
- b) distance between object and camera (h),
- c) focal length (f),
- d) the permitted clarity or in other terms the diameter of the circle of scattering (d).

Revolution per minute of the rotating head does not surpass 2000 in the first four rotation rates. Using this value 35 564 mm/s resulted as velocity of a point moving on a circle of 170 mm radius. Taking the values $h = 930$ mm, $f = 80$ mm and $d = 0.03$ mm and introducing the imaging ratio $\beta = k/h$ (k is the picture distance), the exposure time t can be determined in the following way:

$$\beta = \frac{k}{h} = \frac{f}{h-f} = 0.09412,$$

$$t = \frac{d}{v\beta} \approx 1/1100 \text{ s}.$$

With the cameras used it is impossible to take pictures at such a short exposure time, so we made the photographs in a dark room with open cameras and strobeflights. Up-to-date strobeflights have a flashing time of 1/10 000—1/100 000 s. A further advantage of using strobeflight is that the shutters of the two cameras ought not to be synchronized.

ORWO 120 rollfilm of 20° DIN sensitivity was used as negative, the strobeflight was an Elgawa device made in GDR of key number 16—18.

12 pairs of photographs were taken for each rotation rate, 6 of them during the speed-up time and 6 during the braking time. In order to have the exact time of the photographs, a chronograph was photographed on the pictures, too. The chronograph and the centrifugal machine were started and stopped synchronously.

Evaluation of the photographs

A Zeiss 1818 type stereocomparagraph was used for evaluation. The picture coordinates x_b, z_b, x_k, z_k of the marks at the inside and outside edge of the material-holding cups and their parallaxes (p_b, p_k) were measured. In case of a cup of general position the lean-out angle α can be determined on the basis of Fig. 3, as follows:

$$\cos \alpha = \frac{l}{a} = \frac{l_k - l_b}{a} = \frac{\sqrt{X_k^2 + Z_k^2} - \sqrt{X_b^2 + Z_b^2}}{a}.$$

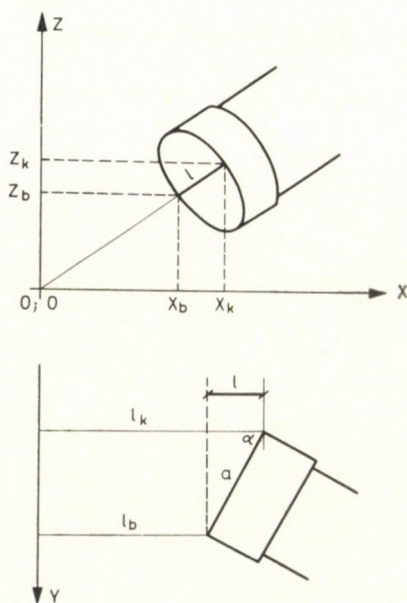


Fig. 3

Going over from the coordinates X_k, Z_k, X_b, Z_b of the base coordinate system to coordinates of the picture coordinate system, the value of $\cos \alpha$ can be obtained from the formula

$$\cos \alpha = \frac{b}{a} \left(\frac{\sqrt{x_k^2 - z_k^2}}{p_k} - \frac{\sqrt{x_b^2 - z_b^2}}{p_b} \right).$$

As previously mentioned in connection with the investigation of inside orientation data, the error resulting from the displacement between main point and central point of the picture or from an inaccurate knowledge of the camera constant has no role in the determination of the angle α . The axial

projections x and z of the displacement between main point and central point occur as equal errors at the inside and outside points to be measured and cancel out. Since in the method applied we are concerned with the deviation from the basic position, the effect of the error of the camera constant is also considerably smaller than in case of determining absolute points.

The momentary angular positions measured photogrammetrically are plotted as function of time in Figure 4 for different starting rates. The revolutions corresponding to the momentary angular positions in per cent of the steady revolution are represented in the same figure. The angular position α_i at a given time is taken as arithmetical mean of the instantaneous angular positions of the four cups.

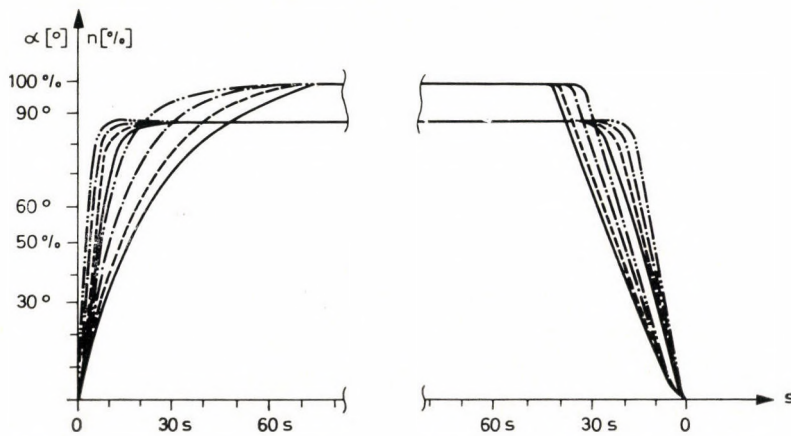


Fig. 4. Full line = 1st rotation rate, broken line = 2nd rotation rate, broken line with one dot = 3rd rotation rate, broken line with two dots = 4th rotation rate

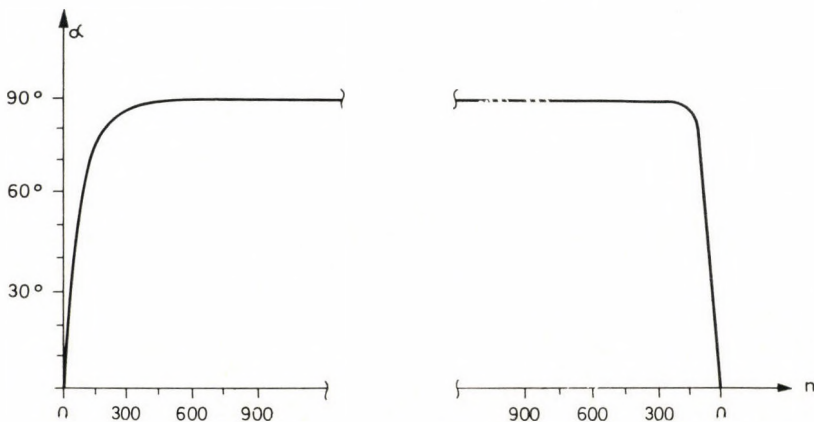


Fig. 5

The above relations are also represented as functions of the actual number of revolutions. It can be seen in Figure 5 that — independently of the rotation rate — identical angles correspond to identical revolutions, i.e. the different accelerations in the different rates do not considerably influence the lean-out angle of the cups, it depends only on the velocity.

Calculations of the a posteriori standard error of the measurement

The standard error μ_0 of the weight unit for each rotation degree — which is numerically equal to the standard error of the measurement, since all exposures were taken with equal weight — can be calculated from the formula:

$$\mu_0 = \sqrt{\frac{[vv]}{f}}.$$

The v corrections were determined for each picture pair as deviations of the lean-out angles of the four cups measured photogrammetrically from their arithmetical mean

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^1 + \alpha_i^2 + \alpha_i^3 + \alpha_i^4}{4}.$$

The number of surplus measurements is 3 for each picture pair and $f = 3k$ for each rotation rate, where k is the number of pairs of photographs.

The standard error of the arithmetical mean is:

$$\mu_{\alpha_i} = \frac{\mu_0}{\sqrt{4}}.$$

Standard errors determined by the method described above are given in the Table.

Table

Rotation rate	I	II	III	IV
$\mu_0 = \mu_i \dots$	$\pm 31'$	$\pm 22'$	$\pm 25'$	$\pm 25'$
$\mu_{\alpha} \dots$	$\pm 16'$	$\pm 11'$	$\pm 13'$	$\pm 13'$

From the investigation of 40 measurements ± 0.025 mm and ± 0.026 mm, resp. was found as personal error of the measuring of the x and z coordinates. The personal error of parallax measurements was ± 0.014 mm. Results of measurements and detailed calculations cannot be given in this brief report.

The average displacement of the corner points of the square grid from the corresponding picture distance of 5 cm was 0.035 mm in the x direction and 0.036 mm in the z direction. It is not necessary to correct the measured coordinates with respect to the deviation of the film from the planar position during photographing due to the small correction values.

Cameras originally not made for photogrammetrical purposes can be successfully used for the solution of different industrial problems. In case of near-photogrammetrical investigation of processes, the cameras can be used as they are available on the market. If a great amount of measurements have to be carried out it is advisable to make small improvements on the cameras, thus increasing their usefulness for photogrammetrical tasks. Their inside orientation data must be determined, the planar position of the film secured, coordinate axes drawn on the blind glass of the reflex camera, a part of the upper plane of the camera frame filed off, etc. These together will secure a wide range of application possibilities in the most different industrial and research tasks.

REFERENCES

1. HOMORÓDI, L.—DOMOKOS, G.: Fotogrammetria (Photogrammetry) I., II. Budapest 1969.
2. LÁNC, G.: A közel-fotogrammetria pontossága (Accuracy of near-photogrammetry) *Geod. és Kart.* 1971.
3. KIS PAPP, L.: Alumíniumlemezek vizsgálata fotogrammetriával (Investigation of aluminium plates with photogrammetry) *Geod. és Kart.* 1967.
4. СЕРДЮКОВ, В. М.: Фотограмметрия в инженерно-строительном деле. Москва, 1970.
5. SCHULTZ, Gy.: Egyszeri dekantációs szemmagyságelemzés, gravitációs és centrifugális erőterben (Grain-size analysis with single decantation in gravity and centrifugal power field) C. Sc. Dissertation, Miskolc, 1973.
6. JOHN, G.: Die Zentrifugalsedimentation in Bächerzentrifugen zum Bestimmen der Kornverteilung feinsten Stäube. *Chemie-Ing. Techn.* 1965.
7. SÁRKÖZI, Z.: Fotoszámítan (Photo-arithmetic) Műszaki Könyvkiadó, 1962.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОТКЛОНЕНИЯ ЧАШ ЛАБОРАТОРНЫХ ЦЕНТРИФУГ ПРИ ПОМОЩИ СТЕРЕОФОТОГРАММЕТРИИ

A. ЦЕЛЛАР

РЕЗЮМЕ

В статье исследуются отклонения чаш одной лабораторной центрифуги. Для исследования применялись методы стереофотограмметрии. Была проведена съемка вращающейся головки центрифуги любительскими фотоаппаратами с размером пленки 6×6 . В качестве источника света применялась электрическая вспышка. Вопрос точности определения и опознавания при внутреннем и внешнем ориентировании съемки рассматривается в главе о проектировании наблюдений. Этим сразу задаются и общие принципы решения близких фотограмметрических и прочих задач. С целью возможности ориентирования пар снимков уже в ходе дешифрирования, а также учета влияния ошибок внутреннего и внешнего ориентирования в качестве возможной коррекции рядом с картиной центрифуги сфотографирована квадратная сеть.

Апостериорная средняя квадратическая ошибка угла отклонения, вычисленная по результатам измерений на стереокомпараторе, не превышает среднюю квадратическую ошибку при проектировании измерений.

ON THE INCREASE OF THE ACCURACY OF GYROTHEODOLITE MEASUREMENTS

L. BÁCSATYAI

F. HALMOS

DOCTOR OF TECHN. SCIENCES

GEODEITICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE OF THE
HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received August 1, 1974]

A simple method is presented for the transit-time evaluations as related to the whole trajectory of the gyrotheodolite measurement. It is reduced to a simple averaging. In addition to the deductions and presentation of mathematical equations, some results of experimental measurements are also given together with error analysis. For some special cases simplifications are possible.

The accuracy of the azimuth determinations with gyrotheodolites is limited by certain effects resulting from constructional restrictions of instruments working on the principle of the gyroscope having limited degrees of freedom. Such restrictions are, e.g. the length of the torsion fibre which practically cannot be increased, the deviations of the axis of the gyromotor from the horizontal direction even in case of utmost careful regulation, heat production due to current input and breaking friction, or effects due to imperfect working of the parts of the sensor [1].

Taking into account the possibilities, however, it is necessary to utilize all ways to increase the accuracy of the measurements. This aim has been striven for in case of the instrument MOM Gi-B2 with automatic tracking, issued in Hungary some 9 years ago, where the automatic tracking significantly reduced the inaccuracies inherent in manual tracking. For the same purpose, the measurement of azimuth determination based on observation of reversion points have been supplemented by other methods. Such are the amplitude method [3, 4, 6] and the method of measuring transit times [2, 3, 4, 5, 6, 7]. A further step would be the complete automatization of gyrotheodolite measurements (e.g., in case of the method to be described a small computer could signalize the position of rest).

In the following a method will be described where the method of transit-time observations (transit-time differences) is extended for the whole trajectory.

Let us start out from the known equation of swingings with small damping [5]:

$$N = \alpha_N = \alpha_i - a \sin \frac{2\pi}{T_a} t_i e^{-f/2t_i} \quad (1)$$

- where f is the damping factor ($f = 0.001 - 0.0001$)
 a the initial amplitude
 α_i the reading on the circle for the i -th scale division;
 $\alpha_N = \overline{N}$ the direction North on the horizontal limb looked for
 t_i the time of the momentaneous position of the swinging (with fictitious t_0).

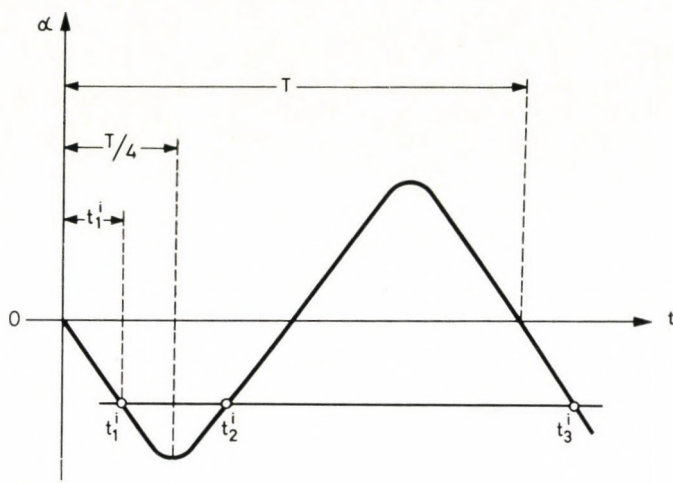


Fig. 1

In Eq. 1 let us introduce the values of Δt . According to Fig. 1, the following relation holds during a single cycle of the swinging:

$$\begin{aligned}
 t^i &= \frac{T - 2(t_2^i - t_1^i)}{4} = \frac{(t_2^i - t_1^i) + (t_3^i - t_2^i) - 2(t_2^i - t_1^i)}{4} = \\
 &= \frac{(t_3^i - t_2^i) - (t_2^i - t_1^i)}{4} = \frac{\Delta t^i}{4}.
 \end{aligned} \quad (2)$$

At the extreme, Δt^i can be equal to T (in case of $t_2^i - t_1^i = 0$, a reversion point).

By substituting Eq. 2 into Eq. 1:

$$N = \alpha_N = \alpha_1 - a \sin \frac{\pi}{2T_a} \Delta t e^{-f/2 \cdot \Delta t/4}. \quad (3)$$

Due to the small damping, this can be approximated

$$N = \alpha_N = \alpha_1 - a \sin \left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta t}{T_a} \right). \quad (4)$$

Eqs 5 in [2] and (3) in [6] are only valid if the linear part of the trajectory is used for recording the transit time. If transit times are recorded along the whole trajectory, then the terms of higher order shall also be taken into account in the power series development of function (4). By supplementing (40) of [6] with terms of higher order (up to the 5th power) one gets:

$$\alpha_N = N = N'_0 + ik + Ga \Delta t + G'a \Delta t^3 + G''a \Delta t^5 + C(a_0 - i). \quad (5)$$

Here N'_0 is the value set on the horizontal limb;

i the number of scale divisions with sign (scd);

k the division unit of the autocollimator scale ("/scd)

$N'_0 + ik = \alpha_i$ the reading on the circle for the i -th scale division;

C the moment ratio reduced for scale units ("/scd)

Δt difference of transit times (sec)

G, G', G'' constants for the instrument at a certain latitude

$$\begin{aligned} G &= \frac{\pi}{2} \frac{1}{T_a} K \\ G' &= - \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{T_a} \right)^3 \frac{1}{3!} K \\ G'' &= \frac{\pi}{2} \frac{1}{T_a} \frac{1}{5!} K. \end{aligned} \quad (6)$$

Here $K = C - k$ (the minus sign indicates that the scale of the autocollimator is in the opposite direction to that of the horizontal limb).

The limits of the measurement of transit times can be extended by using (5) in case of a complete swinging time without following of $T_a \approx 9.7$ min (instrument Gi-B1) from $t_{\max} = 1$ min corresponding to the linear to $t_{\max} \approx \approx 7 - 8$ min, and in that case an error of $(\pm)2''$ is made in the determination of α_N by neglecting terms of 7th and higher order.

For the "constants" in (6), the following values have been found in case of the gyrotheodolite MOM Gi-B1, No. 804 528:

$$\begin{aligned} C &= - 5.6''/\text{scd}. \\ G &= - 0.0934''/s \cdot \text{scd}. \\ G' &= + 1.1786 \cdot 10^{-7}''/\text{sec}^3 \cdot \text{scd}. \\ G'' &= - 0.4323 \cdot 10^{-14}''/\text{sec}^5 \cdot \text{scd}. \end{aligned}$$

Experimental measurements have been made in 1968 in the Sopronbánfalva Observatory recording transit times on chronograph-bands (an other

solution can be found in [5, 7, 8]). The time-marks of the chronograph band have been fixed by eye—ear-method, by means of a Morse-valve, and a permanent time mark — in every second — has been given from a synchronous clock. In the determination of the transit time the maximum possible error was about 0.1—0.2 sec.

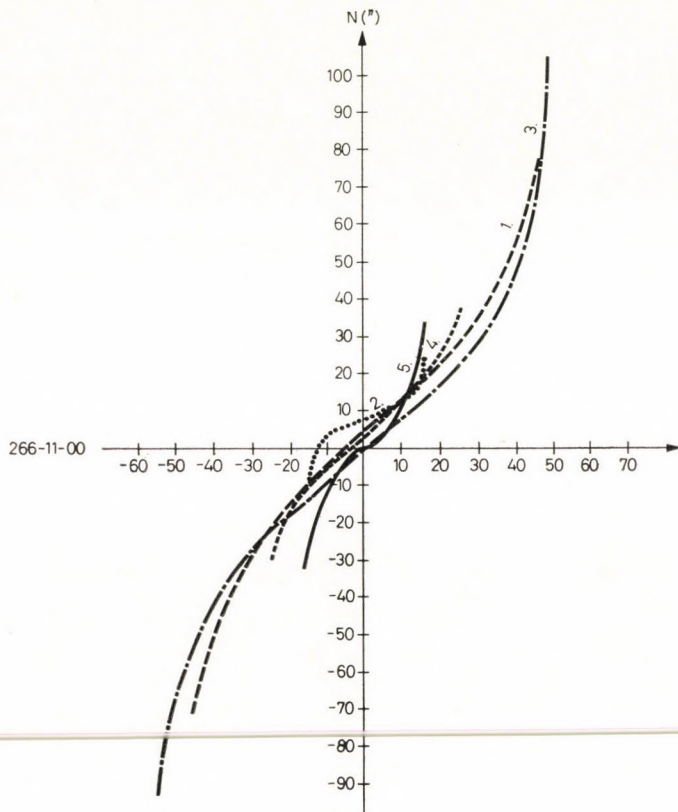


Fig. 2

In order to demonstrate this new evaluation method, several series have been measured already in 1968 with the Gi-BI instrument. At the same time we gave the formula of the followed transit methods. By substitution into (5), the curves shown in Fig. 2 have been obtained. The character of the curves shows that on the one hand the torsional damping effect is not linear along the swinging path, on the other, in case of big Δt values, it would be justified to take into account the exponential parts neglected in (4). In addition, some secondary effects (e.g. nutational movement, the changing angle between the horizontal and the axis, torsional, mechanical and thermal

effects in the suspending fibre etc.) play some role in the mechanics of the gyroscopic swinging [1]. As the effect of these factors is, however, supposedly equal in case of equal deviations in the positive and negative directions from the true North, but with different sign, in an averaging taken from symmetrical N deviations, it disappears. This is shown by the Table where the mean values of the N values at divisions symmetrically distributed around the 0 division are given.

Numbers in the upper horizontal row of the Table show the serial number of the measurement series, the left vertical column shows the numerical values of scale divisions (as the values here are mean values, they mean at the same time both the negative and positive divisions).

The Table only shows the values in seconds of arc, as the grade and minute values remained unchanged during the whole measurement series (266°11'). This has been reached by a previous adjustment of the instrument. A difference between the series of some seconds of arc has been, however, inevitable, which hints at the presence and the magnitude of regular errors.

Empty parts in the Table mean that in a measurement series no transit-time measurements have been made at these divisions.

The coincidence of the values in a measurement series (vertical columns) proves the usefulness of averaging.

The method presented is rather complicated from the point of view of calculation technique. In what follows some possibilities to simplify the method will be given and the necessary accuracy of the previous orientation analysed.

Let us suppose that transit times have been measured symmetrically to the scale division lying the nearest to the true North direction of the scale of the autocollimator. Let us denote this scale division by s , the two arbitrary divisions which are symmetrical to s by i and j . Let us introduce into Eq. (1) instead of t_i fictitious values, such that

$$t_1^s = \frac{t_1^i + t_1^j}{2} \quad (7)$$

should hold. Here t_1^s is the mean value of the transit times t_1^i and t_1^j measured during the first swinging. In that case one has in place of α_i , the following expression:

$$\alpha_1^s = \frac{\alpha_1^i + \alpha_1^j}{2}. \quad (8)$$

The equation of the swinging is, accordingly:

$$\alpha_N = \alpha_1^s - a \sin \frac{2\pi}{T} t_1^s e^{-f/2t_1^s}. \quad (9)$$

Table

No of the measurement Scale division ↓	Reading on the horizontal circle: 266°11.				
	1	2	3	4	5
0	+2.31"	+11.82"	+1.57"	+1.69"	+0.75"
1	—			3.09"	0.97"
2	3.95"	6.28"	—1.06"	4.54"	0.19"
3	—	6.46"		3.58"	0.04"
4	3.62"	7.92"	—5.26"	3.74"	—0.64"
5		8.68"		3.97"	—2.00"
6	5.12"		—6.19"	3.29"	—0.85"
7		9.16"		3.16"	—1.26"
8	4.18"	10.43"	+1.06"	3.83"	—1.82"
9				5.30"	—1.20"
10	2.28"	8.13"	—1.50"	3.71"	—1.35"
11		7.59"		2.97"	—1.52"
12	4.08"	7.59"	—1.32"	4.02"	—2.10"
13		8.92"		3.41"	—3.06"
14	3.60"	7.90"	—1.04"	3.32"	—1.88"
15		+6.84"		3.25"	—3.42"
16			0	3.81"	—2.22"
17				3.80"	—2.91"
18			+3.31"	2.14"	—3.00"
19				3.70"	—3.03"
20			—2.48"	4.32"	—1.75"
21				3.05"	
22			+2.34"	4.04"	
23				3.28"	
24			3.99"	2.36"	
25	4.09"		3.38"	+3.51"	
30			1.93"		
35	5.40"				
40	5.49"		1.25"		
45	5.68"		+3.00"		
50	6.40"				

The value of N_0 is calculated by symmetrical averaging

(Naturally, instead of α_1^S and t_1^S , the values $\alpha_2^S, t_2^S; \alpha_3^S, t_3^S \dots$ obtained during the second, third etc. swingings can also be used).

According to Eq. (2):

$$t_1^i = \frac{T - 2(t_2^i - t_1^i)}{4} = \frac{\Delta t^i}{4}$$

$$t_1^j = \frac{T - 2(t_2^j - t_1^j)}{4} = \frac{\Delta t^j}{4}.$$
(10)

From this,

$$t_1^s = \frac{t_1^i + t_1^j}{2} = \frac{\Delta t^i + \Delta t^j}{8}.$$
(11)

Substituting the value of t_1^s into Eq. (9), one gets the following simple formula, if the exponential term f is neglected due to its smallness:

$$N = \alpha_N = \alpha_1^s - a \sin \frac{\pi}{2T} \left(\frac{\Delta t^i + \Delta t^j}{2} \right).$$
(12)

Eq. (12) can be deduced in an other way, too. The second formula of Eq. (10) can be written, taking into account Eq. (2), as:

$$t_1^j = \frac{2(t_3^j - t_2^j) - T}{4}.$$

Then:

$$t_1^s = \frac{t_1^i + t_1^j}{2} = \frac{-2(t_2^i - t_1^i) + 2(t_3^j - t_2^j)}{8} = \frac{(t_3^j - t_2^j) - (t_2^i - t_1^i)}{4}.$$
(13)

Introducing the notations [6, 9]:

$$\Delta t' = (t_3^j - t_2^j) - (t_2^i - t_1^i)$$

$$\Delta t'' = (t_3^i - t_2^i) - (t_2^j - t_1^j).$$

By substituting in turn, the values of $\Delta t'/4$ and of $\Delta t''/4$ into Eq. (9), in place of t_1^s , adding both equations and averaging, one gets:

$$\alpha_N = \alpha_1^s - \frac{a}{2} \left(\sin \frac{\pi}{2T} \Delta t' + \sin \frac{\pi}{2T} \Delta t'' \right).$$

According to the known trigonometrical rule:

$$\alpha_N = \alpha_1^s - a \sin \frac{\pi}{2T} \left(\frac{\Delta t' + \Delta t''}{2} \right) \cos \frac{\pi}{2T} \left(\frac{\Delta t' - \Delta t''}{2} \right).$$
(14)

Taking into account the new notations and after regrouping:

$$\Delta t' + \Delta t'' = [(t_3^j - t_2^j) - (t_2^j - t_1^j)] + [(t_3^i - t_2^i) - (t_2^i - t_1^i)] = \Delta t^i + \Delta t^j$$
(15)

$$\frac{\Delta t' - \Delta t''}{2} = \frac{[(t_3^j - t_2^j) + (t_2^j - t_1^j)] - [(t_3^i - t_2^i) + (t_2^i - t_1^i)]}{2} = \delta t^s.$$
(16)

Figure 3 shows that the value δt^s is very small, it is the smaller the nearer the symmetry axis of swinging lies to the scale division 0, or s , respectively. Consequently, Eq. (14) gives at the same time a possibility to check the necessary accuracy of the preliminary orientations.

According to Eqs (15) and (16) Eq. (14) assumes the following form:

$$\alpha_N = \alpha_1^s - a \sin \frac{\pi}{2T} \left(\frac{\Delta t^i + \Delta t^j}{2} \right) \cos \frac{\pi}{2T_a} \delta t^s. \quad (17)$$

But

$$\sin \frac{\pi}{2T_a} \delta t^s = \frac{\alpha_s}{a}$$

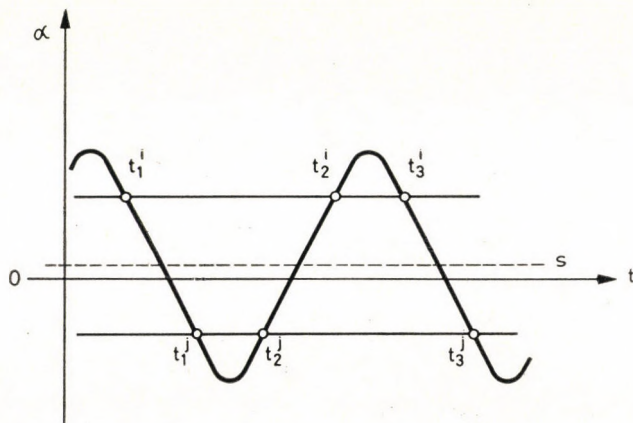


Fig. 3

where α_s is the deviation of the swinging from the symmetrical position. In good approximation $\alpha_s = l$, where l is, in the present case, the scale division lying between the scale position s and the axis of the sinusoidal swinging corresponding to the true gyroscopic North. Therefore:

$$\cos \frac{\pi}{2T_a} \delta t^s = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\pi}{2T_a} \delta t^s} = \sqrt{1 - \left(\frac{l}{a} \right)^2}. \quad (18)$$

If e.g. the value of α_s is in scale divisions $l = 6$ (corresponding on the circle of the Gi-BI to 3'), then

$$\sqrt{1 - \left(\frac{1}{a} \right)^2} \approx 0,988$$

differing only by 0.012 from unity. As at α_s the time difference is very small, the term $Ga\Delta t$ being the linear part of (5), is also negligible, if $G \approx -0.1$;

$a = 40$ sc.div. and $\Delta t = 30$ sec (a very big value), then $Ga\Delta t = 120''$, and in this, by substituting the cosine term of Eq. (17) by unit, one makes an error of $120 \cdot 0.012 = 1.4''$. In reality, the error is even much smaller.

If such a neglect is allowed, then (17) and (12) become equal. It should be remarked that if necessary, the quadratic term in (18) can also be taken into account [9, 10].

If the symmetry axis of the swinging lies nearer to 0 sc.div., then in the Eqs (12) or (17), $|i| = |j|$.

By introducing the expansion

$$a \sin \frac{\pi}{2T_a} = a \left[\frac{\pi}{2T_a} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{2T_a} \right)^3 \right]$$

and neglecting terms of higher order than linear due to the smallness of

$$\frac{\Delta t^i + \Delta t^j}{2}$$

(this value is even in case of $\Delta t^s = 30$ sec only $1.2 \cdot 10^{-7} \cdot 40 \cdot 30^2 \approx 4 \cdot 10^{-3}$), then according to (12) or (17):

$$N = \alpha_N = \alpha_1^s - aG \left(\frac{\Delta t^i + \Delta t^j}{2} \right) \quad (19)$$

where the inertia ratio converted into scale divisions has also been taken into account, and it has been utilized that a is expressed not in angle, but in scale divisions. Therefore:

$$G = \frac{\pi}{2} \frac{1}{T_a} (C - k).$$

(See also Eqs (6), where the sinusoidal character has not been taken into account).

If transit times are measured not only in 2, but in $2n$ symmetrical positions, then

$$N = \alpha_N = \alpha_1^s - aG \left(\sum_{n=1}^n \frac{\Delta t^{(-)} + \Delta t^{(+)}}{2n} \right). \quad (20)$$

Therefore, if transit times (transit time differences) are measured symmetrically to the scale division lying nearest to the gyroscopic North direction on the autocollimator scale, then their mean value gives approximately the transit-time differences Δt^s appearing at the scale division lying nearest to the gyroscopic North in the axis of the swinging. As it has been shown, if the accuracy of the preliminary orientation is at least $3'$ (6 sc.div. in case of instruments like Gi-B1), then the error in the determination of the North direction is not more than $\pm 1.0''$ ($\mu_t = \pm 0.1$ sec). A similar error is caused by the averaging of

the data obtained at two scale positions in case of transittime measurements with an accuracy of 0.1 sec. This error is the function of the amplitude of swinging and of μ_t (in case of $a = 60$ sc.div. (\pm) 1.4").

To demonstrate these, Fig. 4 is shown where the following notations were introduced for sake of simplicity:

$$t_3^{i,j} - t_2^{i,j} = t_l$$

$$t_2^{i,j} - t_1^{i,j} = t_r$$

where t_l and t_r are the so-called left-side and right-side transit times. ($t_l - t_r$) give the Δt transit time differences. The figure shows some results of the third measurement series. The scale division lying next to the gyroscopic North is division -2 , for which $\Delta t^s = \Delta t^{-2} = \pm 4.31$ sec. Due to the symmetrical swingings (as it has been proven), the average of the Δt values obtained at scale divisions situated symmetrically to the scale division -2 , are equal to the value of Δt^{-2} within the accuracy of the measurements.

The measurements of the transit-time method can be very advantageously used for automatization. The measurement and evaluation method presented here enables simple calculations using a very great number of informations,

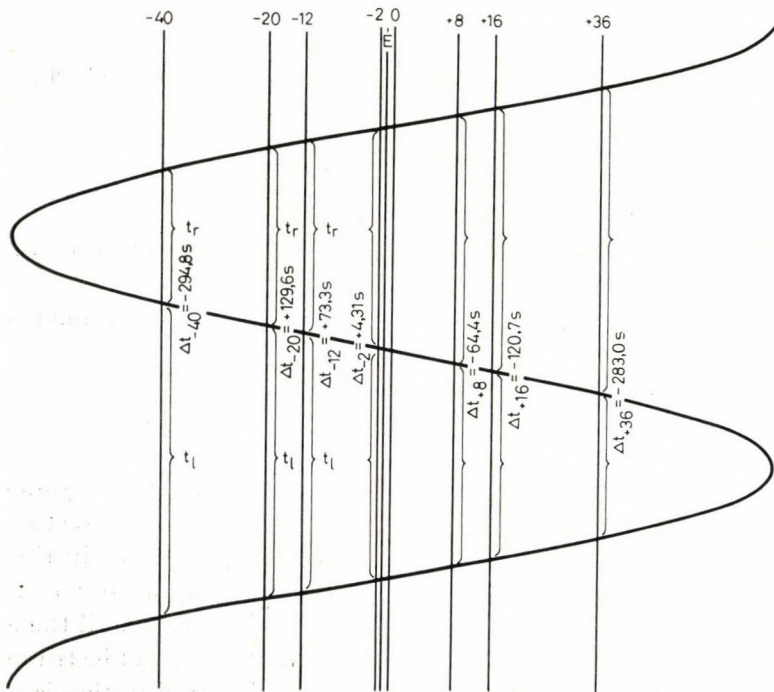


Fig. 4

being an important part of automatization. In addition to the increase of the accuracy (the informations collected from the whole swinging-path increase, namely only the inner accuracy of the measurements made with the instrument), measurements will become more comfortable and perhaps also quicker.

It should be remarked that theoretically the middle symmetrical division is not needed. It is enough to choose both divisions (i and j) so that the values of Δt should be minimal. Taking into account that around the middle division transit times can be measured with maximum accuracy due to the greatest velocity of swinging, it is justified to measure here also transit times. The accuracy of transit-time measurements can be increased using photoelectric instruments [5, 8, 11].

In Eq. (20), if for the determination of the amplitude a no reversion points are measured, it can be introduced into the computations as an unknown with a good approximative value (a') and so it can be eliminated. If the average of the time values is denoted by Δt , then a series expansion yields:

$$a'Gv_{\Delta t} = -\delta N + G\Delta t\delta a + L \quad (21)$$

where $v_{\Delta t}$ is the correction of the fictitious time value Δt , δN is the change of the approximative value N' in course of the adjustment (similarly, to a' belongs a corrections δa), and the free term is $L = \alpha_1^s - N' - aG\Delta t$. In the following the fictitious correction $a'Gv_{\Delta t} = \lambda$ is introduced. The solution of the normal equations yields:

$$\delta N = \frac{[G\Delta t][G\Delta t \cdot L] - [(G\Delta t^2)][L]}{[G\Delta t]^2 - n[(G\Delta t^2)]} = \frac{[\Delta t][\Delta t \cdot L] - [(\Delta t)^2][L]}{[\Delta t]^2 - n[\Delta t]^2}. \quad (22)$$

As it can be seen, the values of a and G can be eliminated, therefore instead of Eq. (20), $N = N' + \delta N$ can be written. The computations can be made by a slide rule, if necessary, Eq. (22) can be solved by a computer.

The determination of the approximative values of a' and N' can be made with [8], if the time measurement is made with the 2 scales of Fig. 3 or at the photo elements and they lie outside of the limits of linearity; or one can form the value

$$\Delta t^i = (t_3^i - t_2^i) - (t_2^i - t_1^i)$$

(similarly for j), from which, by neglecting the small damping, (see Eq. 12):

$$N = \alpha^i - a \sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^i \quad (23)$$

$$N = \alpha^j - a \sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^j.$$

From these:

$$N = \alpha^i + \Delta\alpha \frac{\sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^i}{\sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^i - \sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^j} \quad (24)$$

$$a = \frac{\alpha^i - N}{\sin \frac{\pi}{2T} \Delta t^i}$$

where $\Delta\alpha = \alpha^j - \alpha^i$ is the value of an angle between the position of the two measurements, which is previously known. In case of linearity:

$$N = \alpha^i + \Delta\alpha \frac{\Delta t^i}{\Delta t^i - \Delta t^j} \quad (24a)$$

$$a = \frac{\alpha_1 - N}{\frac{\pi}{2T} \Delta t^i}$$

The real swinging time T can be computed from the transit times in the known manner. Equations 24 are also valid in the general case, therefore making three time measurements at each of two positions, they can be used for repeated determination of the rest position.

If measurement informations are collected not only from two scale divisions (photoelectric sensors), but from three of them, then the independent rest positions can be computed from Eqs (24). Even if only a single complete transition is used ($t_k^i - t_{k-z}^i = T$ complete swinging time), one has still enough surplus information for an approximative adjustment (averaging), or a rigorous one. All these possibilities shall not be treated here, but we should like to remark, based on our earlier experiments, that approximate solutions give sufficiently accurate values. A further increase of the number of measurement locations ensures the increase of the inner accuracy. Theoretically a small value of $\Delta\alpha$ yields a more advantageous situation from the point of view of error propagation. The better the instrument is oriented to the North, the more accurate the results will be.

REFERENCES

1. GRAMMEL, R.: Der Kreisel, Springer Verlag, Band 2, 1950, pp. 92.
2. SCHWENDENER, H. R.: Beobachtungsmethoden für den Aufsatzkreisel. *Schweiz. Zeitschrift f. Vermessung, Kultur- und Photogrammetrie*, 62 (1964), 365-375.
3. SCHWENDENER, H. R.: Verfahren und Erfahrungen bei Nordbestimmungen mit Hilfe von Girotheodolitmessungen. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, 73 (1966), 133-140.

4. HALMOS, F.: Die Schnellbestimmung des Azimuts mit Hilfe von Girotheodolitmessungen. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 1 (1966), 197—213.
5. GRAFAREND, E.: Fehlertheoretische Untersuchungen und chronometrische Messverfahren beim Einsatz von Aufsatzkreiseln in Kombination mit dem elektronischen Entfernungsmeßgerät AGA — Geodimeter 4B, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Reihe C. Dissertationen Heft 112, 1967.
6. HALMOS, F.: Giroteodolitos azimutmeghatározások módszertani és pontossági vizsgálata (Methodical and accuracy tests of azimuth determinations using gyrotheodolites). *Geod. és Kart.* 20 (1968), 7—19.
7. GRAFAREND, E.: Chronometrische Nordbestimmung mit Vermessungskreiseln. *Z. f. Vermessungswesen*, 94 (1969), 105—111.
8. PUSZTAI, F.—BESKÓ, D.: Vizsgálatok a giroteodolitok pontosságának fokozására (Investigations to increase the accuracy of gyrotheodolites) *Bányászati és Kohászati Lapok, Bányászat*, 1970, 399—401.
9. BENNETT, G. G.: Theoretical and practical study of a gyroscopic attachment for a theodolite. *Unisurv Report* No. 16, 1970.
10. HALMOS, F.: Einige Fragen der Entwicklung und Meßmethodik der Kreiseltheodolite. *Z. f. Vermessungswesen*, 96 (1971), 54—61.
11. GREGERSON, L. F.—VANICEK, P.—SYMONDS, G.: Experiments with a gyroscope equipped with electronic registration. Paper presented on IAG Cong. Moscow, 1971.

О ПОВЫШЕНИИ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ГИРОТЕОДОЛИТАМИ

Л. БАЧАТЯИ—Ф. ХАЛИМОШ

РЕЗЮМЕ

Авторы излагают простой метод, распространяющий измерение времени перехода при наблюдении за колебаниями гироскопа на весь период колебаний, причем вычисления сводятся к простому образованию арифметического среднего. Помимо выводов математических формул даются некоторые результаты опытных измерений, а также проводится анализ точности. Для специальных случаев даются также некоторые упрощения.

INVESTIGATION OF THE VIBRATION OF TRIPODS AND COMPENSATORS

G. BARTHA—E. HALMAI—A. ORBÁN

GEODEITICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received August 1, 1974]

The paper deals with the investigation of 14 geodetical tripods of different origin. Vibration frequencies, amplitudes and damping of each tripod have been observed and attempts made to reduce the damping time. Vibrations of the tripod legs were produced by a special pendulum arrangement or by artificial wind. Records of the vibrations were made both by photo-electric and photo-optic means. The analysis enabled to qualify the tripods and gave some useful hints for users and producers.

The work of geodesists is often upset by the wind-caused vibration of the compensator of the leveling instrument or of the automatic vertical index of theodolites, what makes impossible to read off the rod or the level circle. The cause of vibration is the wind moving mainly the legs of the tripod. The vibration of the tripod head is the resultant of the vibration of the legs, and it generates the compensator.

In course of our earlier instrumental investigations [1] we experienced that putting the same leveling instrument with compensator on tripods of different production, once a smaller than a greater vibration picture amplitude was observed. Since these investigations were carried out under uniform conditions in a wind channel, the difference was obviously due to the various kinds of tripods.

The observation of the picture vibration with naked eye is, however, very subjective: there is no way to get exact information on the vibration frequency, amplitude and damping time. In our newer investigations aimed at to determine these values, we applied methods which allow a more objective comparison of the properties of the investigated tripods.

By way of introduction it should be mentioned that the vibration properties of the tripods depend on a large number of factors, as, e.g. on the material, form, construction and weight of the tripods, the length and straddling of their legs, the forces on the spurs with which the shoes of the tripod were pushed into the ground, how strongly the adjusting and tightening screws on the tripod were tightened, direction and extent of the impulse acting on the tripod, etc. If an instrument with compensator is placed on the tripod, the vibration of the compensator depends on these factors as well as on its own

vibration properties and, further, on the angle between the direction plain of the telescope and the direction of the impulse acting on the instrument.

It would have been difficult to investigate such a large number of parameters separately, so we tried to accomplish the uniformity of several of them. Accordingly, the fastening screws of the investigated tripods were tightened, their adjusting screws were brought into the same position, e.g. by keeping the friction of the hinges at the tripod head uniform. The tripod legs were set to the same length (with exception of fixed leg tripods). The legs were pushed with equal force into the ground, their straddling angle as well as the direction and extent of the given impulse (produced by means of a special pendulum) was the same; the direction and force of the wind (produced by a ventilator), the illumination strength of the photo-resistance used at the investigation, the amplification degree of the electric devices, etc., were nearly the same.

Altogether 14 foreign and home-made tripods were included into the investigations carried out on request of the Hungarian Optical Works (MOM). It is not our aim to evaluate or compare the different tripods in this paper, but to give a brief report on our general experiences. Thus tripods will be marked here only with capital letters (A, B, C, etc.) and only a few characteristic ones will be dealt with in the figures.

Frequency measurements

A telescope was fixed on the tripod under study. An electric bulb supplied from a battery was put behind the eyepiece of the telescope, by means of which the light of the bulb was reflected through an appropriate diaphragm to a photo-resistance.

When the tripod was vibrated, the telescope took over the vibrations of the tripod head and the projected light illuminated once a smaller and then a greater part of the photo-resistance. The signal coming from the photo-resistance was led to the vertical input of an oscilloscope, the horizontal input of which was connected to the signal of a low-frequency generator. After adjusting the generator properly, the resultant of the two signals produced a Lissajous curve and the corresponding frequency value was read off from the generator. A special pendulum arrangement (a compact gum-ball of 0.03 kg weight fixed on a rigid steel-wire) was used to generate vibrations. In this way it was possible to hit the legs of the tripods investigated at their centre with equal force.

The investigation of the 14 tripods gave the following results:

1. Due to the effect of an impulse hitting one of the legs, all three legs began to vibrate. There occurred a vibration, which was at first irregular, then became regular and in case of certain tripods it had a periodically modulated amplitude.

2. The eigen frequency of the tripods of different production varied between 17 and 22 Hz in general, quite independently of whether the tripod had extension or fixed, wooden or metal legs, respectively. The only exception was a wooden fixed-leg tripod where vibration frequency was 34 Hz.

3. By increasing the height of the extension-leg tripods by 10 cm, their frequency decreased by 2–3 Hz.

4. The frequency of the tripods showed small changes if:

- a) they were hit on different legs or at different heights,
- b) the hitting force was changed,
- c) during the hit the tripod was touched with hand,
- d) gum or plastic sheets were placed between the extension legs,
- e) the fastening screws on the tripod legs were tightened or loosened,
- f) weights were fixed on the tripods,
- g) instead of a telescope, a leveling instrument with a compensator was fixed on the tripod head.

In the last case the tripod vibrating with higher frequency brought the compensator of lower eigen frequency into a forced vibration. Since in this case the light of the bulb crossed the oscillating compensator, too, amplitude and damping time increased, but the vibration frequency remained unchanged. The modulation of the amplitude of the resulting vibration was different from tripod to tripod and from compensator to compensator. The frequency of the envelope wave varied between 0.6 and 10 Hz.

The frequency measurements were repeated, so that the picture of the vibration, corresponding to the signal coming from the photo-resistance, was recorded by a Helioscriptor He-1 type Hottinger recorder on plotting paper. By using an appropriate paper speed it was possible to count the vibrations per second. Two types of leveling instruments with compensators were placed on the tripods.

A detailed study of the vibration record has shown a small oscillation in time of the common vibration frequency of tripods and compensators. At certain tripods even a total disappearance of the vibration occurred for a short time (0,2–0,4 sec). The vibration of the compensator was especially irregular, when the direction of the hit on the tripod leg was out of the swinging plane of the pendulum and when the tripod was grasped during the hit.

The frequency values determined from the Hottinger records and Lissajous curves were nearly equal. The Lissajous curve gave approximately the mean frequency value with which the tripod generally vibrates. According to our experiences this vibration is taken over by the compensator, i.e. they vibrate on the same frequency. (The vibration amplitude and damping time of the different compensators are, however, different.)

Damping

Two methods were used to measure the damping of the vibration of tripod legs.

At the first method the vibration of the light led through the leveling instrument with compensator was displayed on the screen of an oscilloscope in the same arrangement as above and photographed.

At the second, the Hottinger recorder was used again; here the damping time can be directly taken from the record.

The evaluation of the measuring results allows the following conclusion:

1. If the vibrations of different types of tripods are generated with a single impulse, the total damping times can show great differences (3–4fold deviation).

2. If different types of leveling instruments with compensator are placed at the same tripod, the damping times of the picture vibrations will be different (1 1/2–2fold difference).

Numerically: the damping time of one of the compensators varied between 1 and 4 sec (measured on different tripods), that of another between 2 and 8 sec.

3. The vibration of the tripod and of the compensator, too, can be considerably damped, if one or two legs are touched with hand. A 3 to 4fold decrease in the damping time of a vibration generated by a single impulse was achieved (for tripods of poorer quality a sixfold one). Similar experiences are reported in [2].

4. The damping of the vibration of the tripod head will also be quicker, if the fastening screws of the legs are kept looser.

There were two among the investigated tripods, where there was a possibility for a fine adjustment of the mentioned friction of the hinges. In the tightened state the vibration time was 7 and 5 sec, respectively, and this decreased to 1 and 1.5 sec, resp., by gradual loosening. The vibration amplitude also decreased as a consequence of loosening.

The latter results also refer to tripod — and compensator vibrations produced by a single impulse. In natural wind we observed the phenomenon only with naked eye and have not got unambiguous results. Though vibrations were damped quicker, in case of continuous wind-blasts, however, the legs kept loose vibrated with a very great amplitude.

For sake of an exact interpretation it would be necessary to record the vibrations on tape and to study for a given leveling instrument with compensator and at a given wind force, what hinge friction would give an optimum vibration picture.

Amplitude

a) Behaviour of amplitudes brought about by a single impulse

After hitting a tripod with the pendulum, the compensator fixed on it will vibrate with gradually decreasing amplitude till it comes to rest. From the point of view of practical measurements that tripod should be preferred which vibrates with smaller amplitude and has a shorter damping time.

Values of amplitude and damping of the vibrations of four investigated tripods are represented in a step diagram on the basis of the Hottinger records.

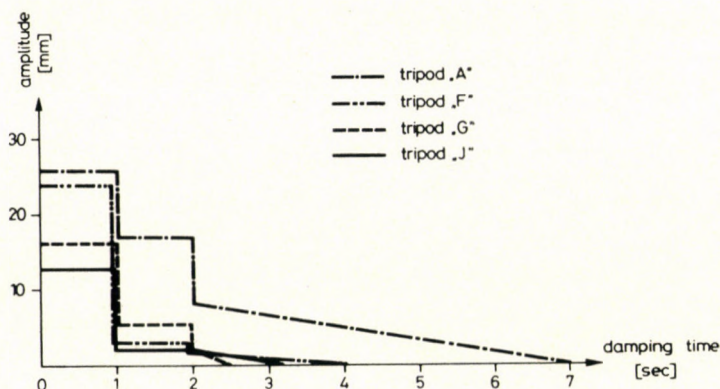


Fig. 1

Amplitudes were read out from the records in mm, these values depend on the electric amplification used, too (Fig. 1). The highest step shows the initial amplitude at the moment of hitting (0 sec). The lower steps show the amplitudes in the first and second seconds of the damping vibration. From the second second on, the graph remains inclined till the moment, when the amplitude decreases to zero.

After the evaluation of all tripods investigated (which are not given here) the following conclusions can be drawn:

1. The initial amplitude values caused by an impulse on the tripod legs do not show too much variation for the different tripod types (the greatest value is only twice the smallest).

2. The amplitudes measured at the end of the first second show a 10–13-fold divergence from each other, i.e. the different tripod types have quite different damping times.

3. At the end of the second the differences between the amplitude values are again smaller (5 to 8fold).

4. There is a 2–2,5fold difference between the extreme values of the times necessary for total damping (disregarded some extremely poor tripods).

On the basis of their vibrations the tripods were ranked in a quality order. This order has not changed essentially when a leveling instrument of a different type was placed on the tripods; some extreme changes occurred, however. This means that certain kinds of tripods cannot be proposed in any case for certain instruments with compensators and this circumstance can be revealed by the investigation method outlined here.

b) Behaviour of amplitudes in artificial wind

The artificial wind was produced by means of a heavy-duty ventilator. The force of wind was adjustable. There also was a certain fluctuation in the force and direction of the wind, similarly to natural wind conditions.

According to one of the investigation methods, the picture of a level rod was observed through the telescope of a leveling instrument with compensator fixed on the tripod and the greatest wind force, at which the reading of the rod was still possible, was determined. It should be mentioned that the vibration amplitude of the picture observed — which is in connection with the angular turn of the compensator — depends on the distance.

According to our investigation, in case of a rod distance of 30 m and a 5 m/sec wind velocity there was only one tripod out of five, which could be used to measure with. In case of the same wind velocity and twenty m rod distance four out of the five were apt for measurements. 8 m/sec was the maximum wind velocity at which measurements could have been made with the

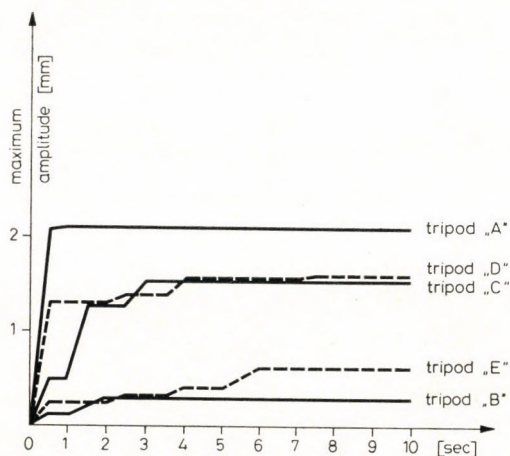


Fig. 2

best of the tripods at 30 m rod distance. At a rod distance of 20 m and under similar conditions the wind velocity could have been increased up to 11 m/sec.

In course of an other investigation the vibration of the compensator generated by artificial wind was recorded on paper tape with a Hottinger vibration recorder. These records allowed several kinds of interpretations, some of which will be given below:

Figure 2 shows the maximum amplitudes received for the different tripods in the time intervals $[0 - t]$ ($t = 1; 2; \dots$ sec).

It is easy to see on the diagram the time when the maximum amplitude occurred in the time interval $[0 - 10 \text{ sec}]$ and that what was its value. When ranking according to quality, that tripod must be regarded better, for which the maximum amplitude was smaller and occurred later. From the occurrence time of the maximum amplitude conclusions can be drawn on the damping characteristics of the tripod. That one, where the maximum amplitude occurs later has better damping characteristics. With respect to the quality order given above, poorer tripods vibrate with a greater amplitude and their amplitudes reach the maximum value earlier. The quality order of the tripods dealt with here is: B, E, C, D, A.

In Fig. 3 the 10 sec interval measured was divided into half sec parts and the maximum amplitude values for each half sec interval were plotted.

The tripods are ranked into a quality order according to both the absolute values of the amplitudes and their occurrence frequency. The quality order is in this case: B, C, A.

The abscissa of Fig. 4 represents in mm the maximum amplitude values received at the different tripods. This maximum value was divided into intervals of 0.1 mm lengths. Thus each interval represents in turn a different ampli-

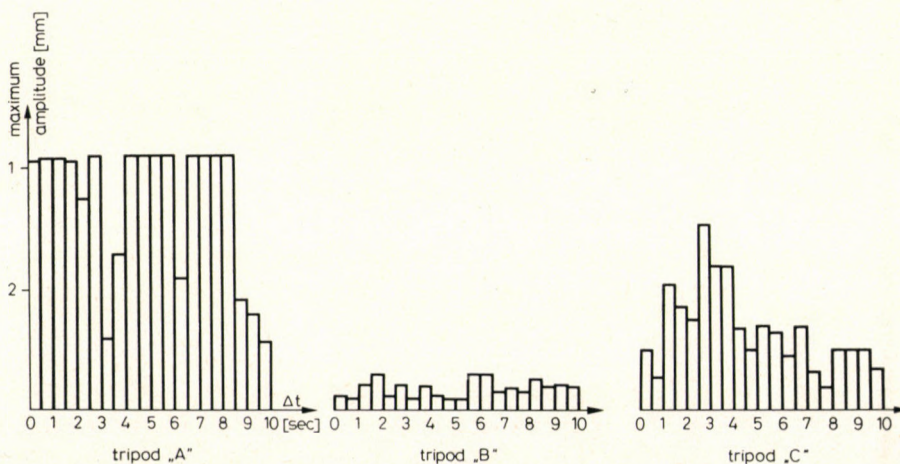


Fig. 3

tude value. The ordinates of the diagram represent how frequently the amplitude values belonging to the corresponding interval have occurred during the investigation time of 10 sec (magnitude distribution of the amplitudes).

That tripod can be regarded better, where the greatest part of all amplitudes (100 p.c.) lies in the range of the smallest values and the greater amplitudes only occur in a small percent. The quality order is here: B, C, A.

From the experiences of our investigations in natural wind we would like to mention that the vibration of tripods and compensators are caused first of all by wind-blasts occurring at increasing wind velocity. Here the value of the change is definitive and not the actual value of the wind velocity where

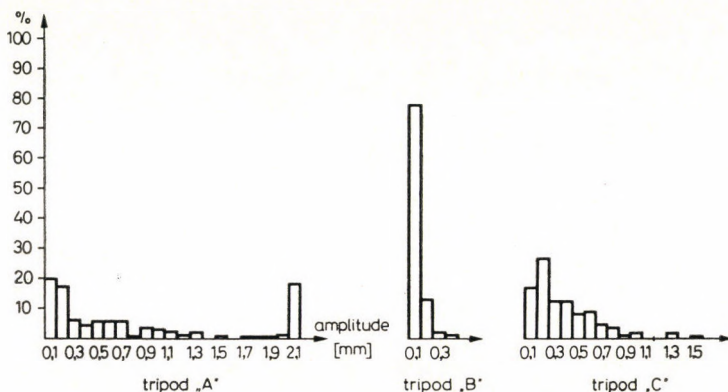


Fig. 4

the change occurred. If the wind velocity becomes constant or decreases, the compensator will vibrate with smaller amplitude. (This is valid in case of a wind velocity of 3–8 m/sec).

This observation is in accordance with the conclusion made about the initial amplitudes of Fig. 1. All tripods react with great sensitivity to shock-like impulses, thus in case of too frequent wind-blasts field measurements become impossible.

In the season suitable for geodetical measurements mostly such a wind occurs, where blasts are not too frequent. In this case it is very important that the vibration of the tripod generated by impulses should die down quickly.

Finally, among others, the following can be concluded for the practice:

a) For constructors

1. The vibration of tripods can be considerably damped by vibration dampers built in the legs. (One of the investigated tripods was the prototype of a metal tripod with such a special outfit.)

2. Metal tripods already on market have more unfavorable vibration characteristics than wooden tripods.

3. The great variety in the vibration characteristics of the investigated wooden tripods of simple construction proves, how a decisive factor the construction is in forming an advantageous or disadvantageous vibration picture. We have found excellent qualities even at wooden tripods of very simple construction. An important point of view at the design could be the quality of wood, the form of the cross-section of the legs, the fixing basis of the legs at the tripod head [3], the prestraining of the legs.

4. At the design a small vibration amplitude and quick damping of the tripods should be striven at. The vibration frequency is already given by the usual tripod dimension and cannot be easily changed, anyway it lies far enough from the vibration frequencies of the compensators, thus less care is needed for its choice.

b) *For users*

1. The tripod vibration can be considerably decreased at a given wind velocity, if the legs are well pushed into the ground, the length of the legs is kept short and the legs are touched with hand. No measuring error will be caused by touching the leg with hand in case of a leveling instrument with compensator for the small tilt of the tripod head which is caused will be compensated by the pendulum construction in the instrument (supposing an adjusted instrument).

2. The virtual vibration amplitude of the rod picture observed through the telescope of the leveling instrument with compensator depends on the distance of the rod. Thus, in case of stronger wind, when the rod cannot be read from the usual distance, leveling can still be made by using smaller rod distances.

3. With respect to the damping of vibrations generated by wind it is advantageous not to tighten too much the fastening screws of the legs.

4. If more tripod types are at disposal, it should be determined by an experiment which is the one on which the leveling instrument with compensator shows the smallest vibration and that tripod should be used thereafter.

5. It occurred during our investigations that the friction axis-joint of one of the leveling instruments got loosened. In consequence of that the rotating part of the instrument had play between small limits in case of wind and this caused a strong vibration of the compensator mainly in the lateral direction. This play and the vibration can be considerably damped by a corresponding adjustment of the horizontal tangent screw. In case of leveling instruments with compensators, namely, friction axis-joint and horizontal tangent screw with infinite turning are applied in general. If the tangent screw is in such a

position that the spindle is in close contact with the opposite worm gear, the connection between the fixed and rotating parts of the instrument will be more rigid. This position can be easily found by a small turn of the tangent screw.

REFERENCES

1. Investigation of the vibration conditions of leveling instruments with compensators and different types of tripods. Report for inner use in Hungarian, 1963. In the library of the Geodetical and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences.
2. MANTEUFFEL, H.: Die Dämpfung der Stativvibration. *Vermessungstechnik*, 1964.
3. VOGLER, A.: Über Stative. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 1886.

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ШТАТИВОВ И КОМПЕНСАТОРОВ

Г. БАРТА—Э. ХАЛМАИ—А. ОРБАН

РЕЗЮМЕ

В работе описывается исследование 14 различных геодезических штативов. Были исследованы частоты колебаний, а также их амплитуды и затухание для отдельных штативов и проведены опыты для редуцирования времени отклонения. Колебание ножек штативов создавались ударами подвешенного в виде маятника молотка, затем с помощью искусственного ветра. Регистрация колебаний была проведена как фотоэлектрическим так и оптическим путем. Анализ колебаний привел нас к возможности зачислять штативы в ряд, а также к некоторым необходимым сведениям.

DIE ROLLE DES AZIMUTFEHLERS IN DER ZEITBESTIMMUNG DER BEOBACHTUNG VON MERIDIANDURCHGÄNGEN

F. BÖLCSVÖLGYI

UNTERNEHMEN FÜR GEODÄSIE UND KARTOGRAPHIE, BUDAPEST

[Eingegangen am 1. August 1974]

In der vorliegenden Abhandlung wird gezeigt, wie die Meridiandurchgangszeit vom Azimutfehler k beeinflußt wird, welche Größe dieses Fehlers zugelassen werden kann, welche Einwirkung durch ihn auf den Uhrstand ausgeübt wird und welche Umstände bei seiner Bestimmung in Betracht zu ziehen sind. Es wird betont, daß die Bedingungen $k \leq 1^s$ und $[K] \approx 0$ befriedigt werden müssen, denn in diesem Fall wird der Azimutfehler bzw. dessen Unsicherheit auf die Zeitbestimmung keine Einwirkung haben. Die Abhandlung bildet einen Teil jener bis in die Einzelheiten gehenden Überprüfung von Meß- und Berechnungsmethoden, die der Automatisierung in der Astrogeodäsie mittels Datenverarbeitungsanlagen vorangeht und das Ziel hat, sämtliche derartige Faktoren auszuschalten, die in der Verarbeitung eine von Personen abhängige Erwägung erfordern.

Zwecks genauer Zeitbestimmung werden im allgemeinen die Durchgänge von 10–15 Sternen durch den Meridian der Beobachtungsstation mit Hilfe entsprechend zusammengestellter Meßeinrichtung beobachtet. Von den Meßergebnissen wird der auf eine ausgewählte Epoche E bezogene Uhrstand ΔU bestimmt. Dieser Uhrstand ΔU ist erforderlich, die Ortszeit aufgrund der bekannten Zusammenhänge zu bestimmen.

Die beobachteten Meridiandurchgangszeiten sind jedoch nur Näherungswerte, da sie durch Instrumentenfehler, sowie durch die tägliche Aberration belastet sind. Mit Rücksicht auf die Mayersche Reduktionsformel der Durchgangszeiten lautet der Uhrstandswert:

$$\Delta U = \alpha - (U' + \sigma \sec \delta + iI + kK) \quad (1)$$

wo ΔU den Uhrstand, U' die beobachtete Meridiandurchgangszeit, α die Rektaszension des Sternes, i den Kippachsenneigungswert, I den Koeffizienten der Kippachsenneigung, k den Azimutfehler, K den Koeffizienten des Azimutfehlers, $\sigma \sec \delta$ die durch Kontaktbreite, durch toten Gang der Mikrometerschraube sowie durch tägliche Aberration verursachte Korrektur bedeuten.

Der Einfluß des Kollimationsfehlers fällt bei Beobachtungen in zwei Fernrohrlagen aus, bei Anwendung einer Quarzuhr ist wegen des kleinen Uhranges die Reduktion für die Epoche E allgemein unbedeutend.

Außer dem Azimutfehler k sind sämtliche Glieder in (1) bekannt: sie sind gegebene Größen, Meßergebnisse und Instrumentenkonstanten. Daher be-

deutet die Bestimmung der Ortszeit auf einer Beobachtungsstation außer dem Uhrstand ΔU auch die Bestimmung des Azimutfehlers k . Da k mit geringerer Genauigkeit als die anderen Instrumentenkonstanten bestimmt werden kann, wurden inzwischen mehrere Methoden zur Bestimmung entwickelt. Das Bestreben nach höherer Präzision dauert auch derzeit an.

Für die weiteren Untersuchungen genügt auch eine kürzere Form von (1), deshalb sei für die, infolge der Instrumentenfehler korrigierte Durchgangszeit die Bezeichnung

$$U = U' + \sigma \sec \delta + iI$$

eingeführt, daher kann der auf die Epoche E bezogene Uhrstand in folgender Form geschrieben werden:

$$\Delta U = (\alpha - U) - kK \quad (2)$$

wobei $(\alpha - U)$ der sog. vorläufige Uhrstand ist.

Bei Zeitbestimmungen ist es ein erstrangiges Ziel, den Uhrstand ΔU mit höchster Verlässlichkeit zu bestimmen. Daneben ist es jedoch auch sehr wichtig, den Wert k genau zu ermitteln, seinen Einfluß auf den Uhrstand zu vermindern, sowie den aus der Unsicherheit von k stammenden Effekt zu eliminieren.

Der Begriff des Azimutfehlers k

Wird das Beobachtungsinstrument noch so sorgfältig aufgestellt, wird die vertikale Zielebene des Fernrohres dennoch nicht in der Ortsmeridianebene liegen, sondern damit den kleinen Winkel k einschließen. Dieser Winkel wird entweder als Instrumentenazimut, oder als Azimutfehler bezeichnet. Bei Zeitbestimmungen ist infolge der hier eingenommenen Rolle dieses Fehlers die Bezeichnung »Azimutfehler« richtiger; vom Gesichtspunkt der Beobachtung aus ist jedoch der Ausdruck »Instrumentenazimut« treffender.

Wegen des Azimutfehlers k beziehen sich die Durchgangszeiten nicht auf den Ortsmeridian, sondern auf die damit den Winkel k einschließende Vertikalenebene, so müssen in Kenntnis von k für jeden Fall die Korrekturen für die Durchgangszeiten berechnet werden. Anhand von Abb. 1 kann der Zusammenhang zwischen dem Azimutfehler k und dessen Einfluß (k) auf die Durchgangszeit aufgeschrieben werden, woraus sich nach [1] die Korrektur (k) der Durchgangszeit im Falle eines kleinen Azimutfehlers ergibt

$$\sin(k) = \sin k \frac{\sin z}{\cos \delta}. \quad (3)$$

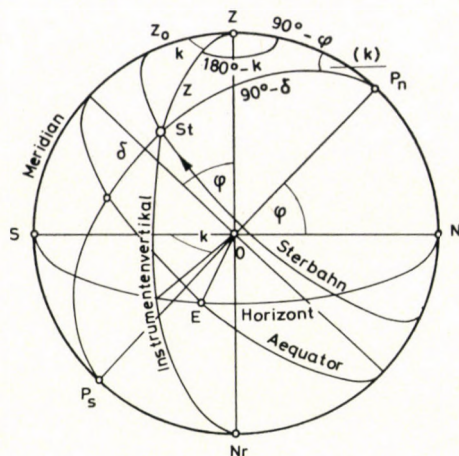


Abb. 1

Da k ein kleiner Wert ist, wird der Zenitwinkel z im Meridian gebildet und weiters die Näherungsformeln $\sin(k) \approx (k)$ und $\sin z \approx k$ eingesetzt:

$$(k) = k \frac{\sin z}{\cos \delta} \tag{4}$$

Durch die Bezeichnung:

$$K = \frac{\sin z}{\cos \delta}$$

erhält man die einfachere Formel:

$$(k) = kK, \tag{5}$$

wo K ein von der geographischen Breite φ der Station und von der Deklination δ des Sternes abhängiger Koeffizient ist.

Der in [1] publizierte und anhand von Abb. 1 ableitbare Zusammenhang

$$(k) = kK + \frac{1}{6} k^3 K (2 - 3 K \sin \varphi + K^2) \tag{6}$$

kann auch im Falle von größerem k angewendet werden. Bezeichnet man das zweite Glied der rechten Seite mit $d(k)$, so kann

$$(k) = kK + d(k) \tag{7}$$

geschrieben werden.

Die Zusammenhänge (3) – (7) sollen im weiteren noch zur Untersuchung der Frage, bei welchen Azimutfehlern die einfache Formel (5) noch anwendbar sei, benutzt werden.

Die Bestimmung des Azimutfehlers

Der Azimutfehler läßt sich durch die Durchgangsbeobachtungen zweier polnaher Sterne im Meridian bestimmen. Diese beiden Sterne sind so auszuwählen, daß eine Zeitdifferenz von 12^h zwischen ihren Rektaszensionen besteht. Wird der eine der Sterne in oberer und der andere in unterer Kulmination beobachtet, so können die beiden Uhrstände laut (2) berechnet werden:

$$\Delta U = (\alpha - U) - kK \quad \text{obere Kulmination}$$

$$\Delta U = (\alpha - U)' - kK' \quad \text{untere Kulmination}$$

Die beiden Gleichungen nach k aufgelöst erhält man:

$$k = \frac{(\alpha - U)' - (\alpha - U) \pm 12^h}{K' - K}. \quad (8)$$

Diese Methode ermöglicht eine von der eigentlichen Zeitbestimmung unabhängige Bestimmung von k . Es bedeutet einen Extremfall der obgenannten Methode, wenn derselbe Stern mit 12^h Zeitdifferenz in unterer und oberer Kulmination beobachtet wird. Wegen der großen Zeitdifferenz wird diese Methode in der Praxis nicht angewendet, sie hat nur theoretische Bedeutung.

Im In- und Ausland wird allgemein das bereits früher erwähnte Verfahren benutzt, wobei der Azimutfehler mit dem Uhrstand ΔU zusammen bestimmt wird. Bei dieser Methode müssen zur Bestimmung von ΔU die Meridiandurchgänge von n Zeitsternen und zur Bestimmung von k mindestens ein Polstern mit großem Zenitwinkel beobachtet werden. Für jeden Zeitstern kann nach (2) die Formel von ΔU aufgeschrieben werden, woraus der Mittelwert des Uhrstandes folgenderweise lautet:

$$\Delta U = \frac{[\alpha - U]_Z}{n} - k \frac{[K]_Z}{n}. \quad (9)$$

Aus (2) ergibt sich für den beobachteten Polstern folgender Uhrstand:

$$\Delta U = (\alpha - U)_P - kK_P. \quad (10)$$

Die Indizes Z und P in den Gleichungen dienen zur Bezeichnung der Zeit- und Polsterne. Ähnlich zu (8) erhält man k laut (9) und (10):

$$k = \frac{(\alpha - U)_P - \frac{[\alpha - U]_Z}{n}}{K_P - \frac{[K]_Z}{n}}. \quad (11)$$

Aus jedem beobachteten Polstern kann ein weiterer k -Wert bestimmt werden. Es ist allgemein üblich, bei der Berechnung von ΔU deren arithmetisches Mittel als Korrektion zu verwenden. Mit eventuellen Problemen, die bei der Verwendung der aus 3–5 Polsternen bestimmten k -Werten entstehen können, befassen wir uns später.

Die Rolle des Azimutfehlers bei der Zusammenstellung von Sternprogrammen

Außer den technischen Forderungen der Beobachtung muß die Gruppe der für Zeitbestimmungen ausgewählten Sterne noch weitere folgende Anforderungen erfüllen:

1. Das Gewicht des bestimmten Uhrstandes ΔU sowie des Azimutfehlers k soll das möglichst höchste sein. Die aus [2] übernommenen Gewichtsformeln — die aus der exakten Ausgleichsrechnung gewonnen werden können — gestalten sich nach Einführung der der Praxis entsprechenden Meßgewichte $p = 1$ folgenderweise:

$$p_{\Delta U} = n \frac{[K]^2}{[K K]} \quad (12)$$

$$p_k = [K K] - \frac{[K]^2}{n}. \quad (12)$$

2. Im Sinne der Gleichung (9) beeinflußt k die Werte von ΔU , wie folgt:

$$\Delta U = \frac{[\alpha - U]}{n} - k \frac{[K]}{n}.$$

Wenn daher $[K] \neq 0$ ist, erhält der vorläufige Uhrstand $[\alpha - U]/n$ die zu $[K]$ proportionale Verbesserung $k[K]/n$. Das bedeutet, daß der vorläufige Uhrstand nur eine Annäherung war und daß der mit diesem Wert aus (11) ermittelte k -Wert ebenfalls nur ein vorläufiger sein kann. Deshalb muß die Berechnung von k mit dem verbesserten Uhrstand wiederholt werden, was einen großen zusätzlichen Arbeitsaufwand erfordert. Daher ist es sehr wichtig, daß der Einfluß von

$$k \frac{[K]}{n} \quad (14)$$

auf den Uhrstand im Absolutwert klein sein soll.

3. Ein wichtiger Gesichtspunkt ist, daß der Uhrstandswert von der Unsicherheit der Bestimmung von k nicht beeinträchtigt sei, da k auch trotz seiner unveränderten Lage während der Beobachtung, nicht als fehlerfrei

betrachtet werden kann. Werden die wahren Fehler von α , U' , σ , i und k in der Formel (1) der Reihe nach mit $\Delta\alpha$, $\Delta U'$, $\Delta\sigma$, Δi und Δk bezeichnet, so lautet der wahre Fehler Δu des Uhrstandes ΔU nach [1]:

$$\Delta u = \Delta\alpha - (\Delta U' + \Delta\sigma \sec \delta + \Delta i I + \Delta k K)$$

Vernachlässigt man neben den wahren Fehler Δk des Instrumentenazimutes die übrigen Fehler, führt man die Meßgewichte $p = 1$ ein, und verallgemeinert man auf eine Sterneanzahl n , so lautet der Absolutwert der obigen Formel:

$$\Delta u = \Delta k \frac{[K]}{n}. \quad (15)$$

Aus dem Zusammenhang folgt, daß durch die Befriedigung der Gleichung $[K] = 0$ auch der Einfluß von Δk auf den Uhrstand eliminiert werden kann.

In den Gleichungen (12) – (15) bedeutet n die Anzahl der Zeitsterne und K den Azimutkoeffizienten.

Es ist zu sehen, daß in jedem der obigen Gleichungen der Wert k und die damit in enger Verbindung stehende Summe $[K]$ erscheint. Es sei daher untersucht, wie die Zusammenstellung des Sternprogrammes durch k beeinflußt wird, und wie die derzeitige Form der Beobachtungsmethode, die die Bedingung $[K] \approx 0$ befriedigt, entwickelt worden ist.

An Hand der Gewichtsformeln (12) und (13) kann folgendes festgestellt werden:

a) Die größten Gewichte $p_{\Delta U}$ und p_k erhält man dann, wenn $[KK]'$ die möglich größten und $[K]$ die kleinsten Werte annimmt. Aufgrund dieser Überlegungen wurde die bei der Zusammenstellung von Sternprogrammen allgemein benutzte Bedingung

$$[K] \approx 0$$

entwickelt, die ein Gleichgewicht der Azimutkoeffizienten K der in nördlicher und südlicher Richtung vom Zenit ausgewählten Sternen erfordert — *Sternprogramm mit Azimutgleichgewicht*.

b) Laut (12) ist das Gewicht des Uhrstandes ΔU dann am größten, wenn der Wert des Azimutkoeffizienten K klein ist, deshalb müssen im Sinne der Formel $K = \sin z / \cos \delta$ annähernd symmetrische Sterne mit kleinen Zenitwinkeln in nördlicher und südlicher Richtung vom Zenit beobachtet werden. Diese Sterngruppe dient zur Bestimmung von ΔU , weshalb sie als Zeitsterne bezeichnet werden.

c) Im Sinne von (13) erhält k dann das größte Gewicht, wenn sog. Polsterne mit großem Zenitwinkel und großer Deklination beobachtet worden

sind. Diese Gruppe der Gestirne dient nur zur Bestimmung von k . Würden auch diese in die Zeitbestimmung einbezogen sein, so müßte das in [3] vorgeschlagene Gewicht $p = \cos^2 \delta$ sämtlicher Sterne auch in Betracht gezogen werden, da so der Einfluß der Polsterne abnehmen würde.

Es sei bemerkt, daß die Beobachtung der Polsterne die mit maximalen Zenitwinkeln unten kulminieren, nicht angestrebt werden soll, da der schädliche Effekt der unbekannteren Refraktionsanomalien hier am größten ist.

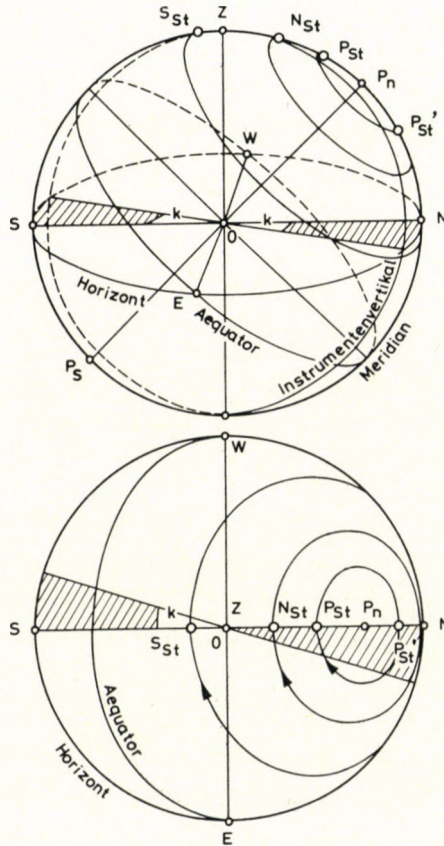


Abb. 2

In den Punkten a) und b) wurde erläutert, wie sich infolge des Azimutfehlers sowie dessen notwendiger Bestimmung die beiden Gruppen (Zeit- und Polsterne) im Sternprogramm gestalten. Nun sei untersucht, wie weit der Azimutfehler k bei der Auswahl des Zeitsterne berücksichtigt werden soll.

Abb. 2 zeigt im Falle von Sternen mit verschiedenen Zenitwinkeln den Effekt des mit k bezeichneten Azimutfehlers. Der scheinbare Himmel wurde

aus zwei Ansichten abgebildet, wobei S_{St} und N_{St} einen Zeitstern mit südlichem bzw. nördlichem Zenitwinkel, P_{St} und $P_{St'}$ einen Polstern in oberer und unterer Kulmination bedeuten. P_{St} und $P_{St'}$ sind in die beiden Kulminationen desselben Gestirns.

Anhand der Abb. 2 kann folgendes festgestellt werden:

1. Der auf den Uhrstand ausgeübte Einfluß des Azimutfehlers k könnte vollkommen eliminiert werden, falls jeder beobachtete Zeitstern durch den Zenitpunkt Z der Station durchgehen, bzw. der Zenitwinkel bei jedem Stern $z = 0$ sein würde. Die Zusammenstellung eines solchen Programmes ist für die Praxis ungünstig, da die diese Forderung erfüllenden Sterne nur in großen Zeitabständen aufeinander folgen könnten und die Beobachtung sich ungünstig verzögern würde. Aufgrund theoretischer Überlegungen kann es jedoch wegen des Unbestimmtwerdens von ΔU — wie es in [3] von (12) ausgehend festgestellt wurde — nicht angewendet werden.

2. Zur Verminderung des auf den Uhrstand ausgeübten Einflusses des Azimutfehlers scheint es eine gute Lösung zu sein, daß man die Sterne in südlicher und nördlicher Richtung vom Zenitpunkt Z symmetrisch oder annähernd symmetrisch beobachtet. Der k -Wert und folglich auch sein Einfluß auf den Uhrstand hat an den entgegengesetzten Seiten des Zenits entgegengesetzte Vorzeichen.

In der Praxis kann die in Punkt 2 beschriebene Lösung angewendet werden, wobei jedoch ein schwerwiegendes Problem auftaucht: ob bei der Auswahl der Sterne die Symmetrie auf die Zenitwinkel oder auf die Azimutkoeffizienten bezogen aufgebaut werden soll, mit anderen Worten, ob die Zeitbestimmungen bei Befriedigung des Zenitgleichgewichtes $[z] \approx 0$ oder des Azimutgleichgewichtes $[K] \approx 0$ erfolgen sollen. Zur Entscheidung der Frage sind natürlich die bei der Zusammenstellung der Sternprogramme früher erörterten Gesichtspunkte maßgebend.

Die bei der Aufstellung der Gleichgewichtsbedingungen angewendeten Vorzeichen sind:

bei südlichen Sternen z und K positiv,

bei nördlichen Sternen z und K negativ.

Zunächst sei der Fall untersucht, bei dem der Schwerpunkt der Zeitsterne im Zenit liegt, d. h. die Bedingung $[z] \approx 0$ befriedigt ist. Den Azimutfehler k auf Abb. 2 betrachtend scheint es, als ob dessen Effekt durch diese Methode vollständig eliminiert wäre, da die Werte von k südlich und nördlich vom Zenit miteinander gleich sind, aber entgegengesetzte Richtungen haben. In Wirklichkeit ist jedoch, wenn man die Durchgänge in dem durch k präzisierten Instrumentenvertikal beobachtet, gerade infolge von k der Fehler der Durchgangszeit bei einem nördlichen Stern viel größer, als bei einem südlichen, mit demselben Zenitwinkel. Das ist leicht einzusehen, da die Geschwindigkeit der scheinbaren Sternbewegung dem Pol zu abnimmt, d.h. derselbe Bogen wird

von einem langsameren nördlichen Stern während längerer Zeit »zurückgelegt« als von einem schnelleren südlichen. Dasselbe kann der zur Berechnung des Effektes von k abgeleiteten Gleichung $(k) = kK$ entnommen werden, da im Falle von $z_S = z_N$ die Azimutkoeffizienten K der zwei Sterne verschieden sind. Betrachtet man das vollständige Sternprogramm, so wird bei Befriedigung der Bedingung $[z] \approx 0$, $[K] \neq 0$ sein; das kann im Sinne der Gleichung (9) die Veränderung des vorläufigen Uhrstandes, sowie die Wiederholung der Berechnung verursachen, im Sinne von (15) jedoch kann auch der Bestimmungsfehler des Instrumentenazimuts zur Geltung kommen.

Wenn das Sternprogramm mit Rücksicht auf die Befriedigung der Bedingung des Azimutgleichgewichtes $[K] \approx 0$ zusammengestellt wird, so erhält der vorläufige Uhrstand keine Korrektur, daher muß die Berechnung auch im Falle eines großen k -Wertes nicht wiederholt werden und der Fehler Δk des Instrumentenazimuts hat ebenfalls keinen Einfluß auf den Uhrstand. Deshalb wird in der einheimischen Praxis auch derzeit die Befriedigung der Bedingung $[K] \approx 0$ angewendet, obwohl durch die eingehenden Untersuchungen in [3] nachgewiesen wurde, daß das Gewicht $p_{\Delta U}$ des Uhrstandes im Falle der Befriedigung der Bedingung $[z] \approx 0$ des Zenitgleichgewichtes größer ist. Die Anwendung der Bedingung $[K] \approx 0$ wird auch in [4] und [5] empfohlen.

In diesem Zusammenhang kann die Frage gestellt werden, ob die Bestimmung von k überhaupt notwendig sei, wenn im Falle der Befriedigung der Bedingung $[K] \approx 0$, bei den beobachteten Sterngruppen der Uhrstandswert nach der Korrektur unverändert bleibt. Kenntnis von k ist jedoch unbedingt notwendig, weil die sternweise berechneten Uhrstände mit den Größen $(k) = kK$ korrigiert werden müssen, um die Messungskorrekturen

$$v_i = \Delta U_i - \frac{[\Delta U_i]}{n}$$

bilden zu können. Die Kenntnis letzterer ist nämlich unentbehrlich

- zur Berechnung des mittleren Fehlers $m_{\Delta U}$ des aus Sterngruppenbeobachtungen ermittelten Uhrstandes ΔU ,
- zur Qualitätskontrolle, falls z. B. das Maximum der Werte v_i auf empirischem Wege bestimmt worden ist,
- zur Berechnung der Gleichung $[v_i] = 0$, die zur Kontrolle der richtigen Berechnung dient.

Nachdem die Richtigkeit der Anwendung des Azimutgleichgewichtes $[K] \approx 0$ als Funktion von k begründet wurde, sei nun untersucht, welche weiteren Probleme dies für die Zusammenstellung der Sternprogramme bedeutet.

Es wurde bereits oben dargelegt, daß im Falle gleicher Zenitwinkel des

südlichen und nördlichen Zeitsterns die Absolutwerte der Azimutkoeffizienten verschieden sind, d.h. bei

$$z_S = z_N \text{ ist } |K_S| < |K_N|.$$

So kann es vorkommen, daß bei Befriedigung der Bedingung $[K] \approx 0$ der Azimutkoeffizient eines nördlichen Sternes mit größerem Zenitwinkel z_N als Gegengewicht möglicherweise die Beobachtung mehrerer Sterne mit südlichem Zenitwinkel erforderlich ist, was die Zahl der südlichen Sterne im ganzen Programm ungünstig erhöhen würde. Gerade deshalb wird der zur Beobachtung geeignete Sternbereich so abgegrenzt, daß südlich vom Zenit auch Sterne mit größerem Zenitabstand in die Beobachtung einbezogen werden. Das bedeutet in der einheimischen Praxis folgende Grenzen:

$$+ 11^\circ > z > - 8^\circ.$$

Ähnliche Grenzen werden in [5] empfohlen, in [6] werden diese als

$$+ 12^\circ > z > - 10^\circ 30'$$

festgelegt. Eine derartige Eingrenzung des Sternbereiches wird nicht von der Gleichung (12) des Uhrstandsgewichtes, sondern von der Seitenrefraktion erfordert.

Vollständigkeitshalber wird hier auch der Deklinationsbereich

$$81^\circ > \delta > 72^\circ$$

der zur Bestimmung von k in unterer und oberer Kulmination beobachteten Polsterne angegeben. Übereinstimmende Daten wurden auch in [4], [5] und [6] angegeben.

Probleme der Praxis in Zusammenhang mit dem Azimutfehler

Im Laufe der Praxis wird oft die Forderung nach Kenntnis des größten zulässigen Wertes des Azimutfehlers k oder der in der Befriedigung des Gleichgewichtes $[K] \approx 0$ zulässigen Abweichung gestellt. Falls Fehler oder Ungenauigkeiten in der Bestimmung wahrgenommen werden, muß nach deren Ursache gesucht, und über die Auswertungsmethode oder gar über die Anwendbarkeit der Daten entschieden werden. In dieser Arbeit möchten wir diese Fragen ebenfalls beantworten, indem wir die Grenzwerte der Anwendbarkeit der einzelnen Werte berechnen und für einige Probleme der Praxis Lösungen vorschlagen.

*Folgerungen bezüglich des zulässigen Wertes
des Azimutfehlers*

1. Die angewandten Annäherungen

Der Einfluß von k auf den Uhrstand wird laut (5) aus der Annäherungsformel

$$(k) = kK$$

berechnet, obwohl im Falle eines kleineren k -Wertes die Formel (3), im Falle eines größeren Azimutfehlers die Formel (7) die vollständige ist. Es muß daher untersucht werden, was die Annäherung $\sin k \approx k$ in Formel (3), sowie die Vernachlässigung bei der Bildung des Zenitwinkels z bedeutet. Es muß ebenfalls bekannt sein, welchen Wert das in (7) vernachlässigte Glied $d(k)$ annehmen kann.

a) Die Annäherung $\sin k \approx k$ bedeutet anhand der Gleichung

$$\sin(15k^s) = k^s \frac{15}{\rho''}$$

auch im Falle des als seltenen Extremwert angenommenen Wert $k = 60^s$ bis in die fünfte Dezimalstelle keine Vernachlässigung.

b) In Verbindung mit Abb. 1 wurde bereits erwähnt, daß der Zenitwinkel z auf den Meridian bezogen gebildet wurde, obwohl die Gleichung (3) diesen auf die mit dem Azimutfehler k charakterisierte Vertikale bezogen erfordert. Nach der Abbildung wurde die Differenz Δz zwischen den beiden Zenitwinkeln mit der in [1] angegebenen Potenzreihe:

$$\Delta z = z - z_0 = A_0 \Delta t + B_0 \frac{\Delta t^2}{2} + \dots$$

ermittelt. Die Untersuchung wurde bei $k \leq 60^s$ mit den auftretenden Extremwerten der beobachteten Zeit- und Polsterne durchgeführt, wobei die maximale Abweichung $z = 0,0002^s$ betrug.

c) Die Form des in (7) vernachlässigten Wertes $d(k)$ in Zeitsekunden lautet nach [1]:

$$d(k)^s = 0,000\ 8814^s K(2 - 3K \sin \varphi + K^2) \left(\frac{k^s}{100} \right)^3.$$

In derselben Abhandlung ist auch eine Tabelle zu finden, die in Abhängigkeit von φ und δ die Grenzen angibt, bis welchen die Werte $d(k)^s$ vernachlässigt werden können. Laut dieser Tabelle braucht man in Ungarn bei Azimutfehlern $k < 70^s$ diesen Wert nicht in Betracht zu nehmen.

Das unter a) – c) Gesagte kann folgenderweise zusammengefaßt werden: Neben dem in der einheimischen Praxis vorkommenden größten

Tabelle I

k sec ↓	Bogen- sekund ↓	[K]/n→	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,008	0,010
		[K]→	0,012	0,024	0,036	0,048	0,060	0,072	0,096	0,120
0,1	1,5							0,001	0,001	0,001
0,2	3,0				0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002
0,3	4,5			0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003
0,4	6,0			0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,004
0,5	7,5	0,001	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,004	0,005
0,6	9,0	0,001	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006
0,7	10,5	0,001	0,001	0,002	0,002	0,003	0,004	0,004	0,006	0,007
0,8	12,0	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,008
0,9	13,5	0,001	0,002	0,003	0,003	0,004	0,004	0,005	0,007	0,009
1,0	15,0	0,001	0,002	0,003	0,003	0,004	0,005	0,006	0,008	0,010
2,0	30,0	0,002	0,004	0,006	0,008	0,008	0,010	0,012	0,016	0,020
3,0	45,0	0,003	0,006	0,009	0,012	0,012	0,015	0,018	0,024	0,030

Wert von k kann die einfache Formel $(k) = kK$ noch immer angewendet werden.

2. Die zulässige Größe des Azimutfehlers als Funktion der Korrektur

Laut (9) beeinflußt im Sinne des Ausdrucks $k \cdot [K]/n$ der Azimutfehler k den Uhrstand. Die zulässige Änderung des Uhrstandes ΔU wurde in [3] als $0,002^s$ angegeben. Das verursacht in der Berechnung von k bereits eine Änderung von $0,001^s$, daher muß dessen Berechnung wiederholt werden. Die Größe von k kann nur als Funktion der Befriedigung der Bedingung $[K] \approx 0$ untersucht werden, daher sind in der Tabelle die Änderungen $k[K]/n$ des Uhrstandes in Abhängigkeit von k und $[K]$ angegeben. Die dicke Linie zeigt die Grenze, entlang der die Änderung des Uhrstandes in der Berechnung des Azimutfehlers eine Veränderung von $0,001^s$ verursacht. In der Tabelle wurden die Werte $[K]/n$ aus den $[K]$ -Werten mit der Annahme von 12 Zeitsternen berechnet. Nach der Tabelle ist es daher sehr begründet, den Azimutfehler k unter 1^s zu halten und die Bedingung $[K] \approx 0$ genau zu befriedigen.

3. Der Einfluß des Fehlers Δk des Instrumentenazimuts k

Aus der Tabelle erhält man eine gute Orientierung auch darüber, wie der Fehler Δk des Instrumentenazimuts den Uhrstand beeinflußt; man muß bloß im Sinne von (15) k durch Δk ersetzen.

4. Die Größe des Azimutfehlers k vom meßtechnischen Gesichtspunkt aus

Bei der Beobachtung von Meridiandurchgängen ist man bestrebt, den Wert k unter 1^s zu halten [2, 4, 7, 8]. Nach praktischen Erfahrungen besteht dazu immer eine Möglichkeit. Im allgemeinen wird und muß die Ortsmeridianebene durch die genaue Bestimmung des Azimuts einer unbeweglichen Mire fixiert werden. Es gibt zwei mögliche Verfahren:

a) Durch Beobachtung des Polarsternes wird der Azimut der Mire bestimmt; danach wird vor den Durchgängen durch Visierung der Mire die vertikale Zielebene des Instrumentes in den Meridian eingestellt, bzw. kontrolliert. Diese Methode wird in der einheimischen Praxis angewendet, aber sie wird auch in [1] und [8] für Beobachtungen auf stabilen Pfeilern empfohlen.

b) Es ist sowohl bei Passage-, als auch bei Universalinstrumenten anwendbar, daß man die Mire mit guter Annäherung im Meridian aufstellt und dann auf der, in Zusammenhang mit der Gleichung (8) beschriebenen Weise — durch Beobachtung zweier Sterne — den Azimut der Instrumentenvertikale bestimmt. Mißt man den kleinen Winkel zwischen der vertikalen Zielebene der Fernrohrs und der Richtung nach der Mire mit Hilfe des Okularmikrometers, so erhält man auch den Azimut der Mire. Danach kann mit Hilfe des beweglichen Fadens der Azimut der Instrumentenvertikale jederzeit kontrolliert

oder korrigiert werden. Da diese Methode nach [1] und [3] den Azimut der Mire bedeutend genauer angibt als die einmalige Beobachtung des Polarsterns, genügt es, nur Zeitsterne zu beobachten.

Kurz zusammengefaßt: es gibt kein Hindernis dafür, daß der Azimutfehler $k \leq 1^s$ sei und während der ganzen Beobachtung diesen Wert behalte.

Die auf die Bestimmung des Azimutfehlers einwirkenden Faktoren

Am Anfang dieser Arbeit wurde bereits erwähnt, daß sämtliche Instrumentenkonstanten — die bei Zeitbestimmungen als Korrektion dienen — genauer bestimmt werden können als k . Hier handelt es sich nämlich um den gemeinsamen Einfluß von Faktoren, die nicht eindeutig bestimmt werden können: Seitenrefraktionsanomalien, die Änderung des Instrumentenazimuts, sowie die vom Beobachter abhängigen Faktoren.

A) Der Einfluß der Seitenrefraktion

Mit dem Einfluß der Seitenrefraktion muß während der Beobachtungen trotz des Umstandes gerechnet werden, daß auf sorgfältig ausgewählten Triangulationspunkten höherer Ordnung beobachtet wird, denn die Messungen zur Zeitbestimmung werden nicht von den Meßtürmen für Triangulationsmessungen, sondern von etwa 1,1 m hohen Pfeilern durchgeführt. Das Problem wird noch dadurch erschwert, daß sich die Feldstationen oft auf Waldlichtungen, in der Nähe bewohnter Orte, in Obstgärten usw. befinden. Deshalb ist der schädliche Einfluß der unbekannteren Refraktionsanomalien gerade dann unvermeidlich, wenn zwecks Bestimmung des Azimutfehlers Polsterne mit großen Zenitwinkeln beobachtet werden. Der Wert der Seitenrefraktion kann bei den Berechnungen nicht in Betracht gezogen werden. Falls die bestimmten Azimutfehler von anderen Fehlern nicht belastet sind, kann das Vorhandensein der Seitenrefraktion erkannt werden, da sie bei jedem Polstern mit demselben Vorzeichen und mit einer zum Zenitwinkel proportionalen Größe auftreten kann.

Der schädliche Einfluß der Seitenrefraktion kann durch die umsichtige Auswahl der Station vermindert werden. Hoffentlich hilft in der Lösung des Problems die Einführung der Meßtürme aus Eisenbeton, auf denen die Beobachtungen in günstiger Höhe durchgeführt werden können.

Die Erscheinung der Seitenrefraktion weist erneut darauf hin, wie wichtig die genaue Befriedigung der Bedingung $[K] \approx 0$ ist, da ja nur dadurch erreicht werden kann, daß die Unsicherheit des Instrumentenazimuts im Uhrstand nicht zur Geltung komme.

B) Die Änderung des Instrumentenazimuts während der Beobachtungen

Die Pfeiler der Feldstationen in Ungarn sind meistens aus Beton, Ziegel und Holz erbaut. Beim letzten handelt es sich um ein etwa 2,8–3,0 m langes Rundholz, das 1,7–1,9 m tief in die Erde gestampft wird. Bei Beobachtungen auf einem »Holzpfeiler« bemerkt man oft eine kontinuierliche Änderung des Instrumentenazimuts, d.h. man beobachtet bei einem sich verändernden Instrumentenazimut. Es ist anzunehmen, daß dies von einer Verdrehung des Pfeilers verursacht wird. Der Effekt der Verdrehung kann erkannt werden, wenn man die Werte des Instrumentenazimuts k als Funktion der Durchgangszeiten graphisch darstellt. Aufgrund der Linie, die die Punkte verbindet, unterscheidet man zwischen Pfeiler-Verdrehung *a*) mit ständiger Geschwindigkeit, *b*) mit veränderlicher Geschwindigkeit, *c*) mit veränderlicher Richtung.

Im Falle eines veränderlichen Instrumentenazimuts darf als Korrektur des Uhrstandes das arithmetische Mittel der Azimutfehler k nicht angenommen werden, sondern es soll z. B. eine der in [7] vorgeschlagenen Methoden angewendet werden:

- der Azimutfehler k soll aufgrund der Beobachtungen je eines Polsteres, sowie der diesen einschließenden beiden Zeitsterne berechnet und zur Korrektur auch hier angewendet werden,

- k soll als Steigung der ausgleichenden Gerade durch die exakte Ausgleichungsmethode berechnet werden.

Es stellt sich jedoch die Frage, ob bei veränderlichem Instrumentenazimut beobachtet werden darf. In [1] und [5] wird entschieden dafür Stellung genommen, daß Zeitbestimmungen durch Beobachtung von Meridiandurchgängen nur bei konstantem Instrumentenazimut durchgeführt werden dürfen, wozu natürlich ein unbeweglicher Pfeiler und ein hochstabiles Instrument Grundbedingungen sind.

Falls sich der Instrumentenazimut doch verändern würde, dann soll nicht nach einer entsprechenden Interpretationsmethode gesucht, sondern die Beobachtungsmethode verändert oder gewechselt werden:

- es ist ein gangbarer Weg, wenn vor der Beobachtung eines jeden Sternes die Mire mit bekanntem Azimut visiert und der Azimutfehler k eliminiert wird (natürlich erhöht sich dabei der Zeitbedarf der Messungen beachtlich);

- nach [5] ist es in solchem Fall zweckmäßiger, die Zeitbestimmung aus Durchgängen durch den Vertikal des Polarsterns (Döllen-Methode) durchzuführen;

- in [1] wird die Durchgangsbeobachtung von Sternpaaren durch einen meridiannahen Vertikal vorgeschlagen.

C) Die von der Person des Beobachters abhängigen Effekte

Die personenbedingten Faktoren ergeben sich in erster Linie aus Müdigkeit und abnehmender Aufmerksamkeit beim Beobachter. Deshalb müssen sämtliche Umstände, die die Konzentrierung der Aufmerksamkeit des Beobachters während des Nachführens beeinträchtigen oder verhindern, bei der Messung ausgeschlossen werden. Beachtenswert ist die in [8] beschriebene Organisierung, wonach die Beobachtung von zwei Ingenieuren durchgeführt wird; während der eine beobachtet, führt der andere das Protokoll. So hat der Beobachter nur das Nachführen zur Aufgabe und braucht nicht seine Aufmerksamkeit

- der Zusammenstellung des richtigen Gleichgewichtes
- im Falle aufkommender Bewölkung der schnellen und richtigen Abänderung des Sternprogrammes
- dem Instruieren des Hilfspersonals, usw. zuzuwenden, da alldies von einem gleichqualifizierten Mitarbeiter erledigt wird. Der Zeitbedarf der Beobachtung wird derweise ebenfalls kleiner, dies vermindert den durch Müdigkeit verursachten Aufmerksamkeitschwund. Natürlich kann nach Austausch der Beobachter ein zweites Sternprogramm beobachtet werden.

*

In der vorliegenden Arbeit wurde, entsprechend der Praxis, die Komplexität und Vielseitigkeit des Effektes vom Azimutfehler k bei den Durchgangsbeobachtungen im Meridian untersucht, obwohl die Bestimmung des Azimutfehlers kein Endziel sondern nur ein Zwischenergebnis ist. Es ist von entscheidender Bedeutung, auf die Rolle des Azimutfehlers bei der theoretischen Untersuchung der obengenannten Zeitbestimmungsmethode, bei der Durchführung der Beobachtungen, bei der Auswertung der Meßergebnisse und bei der Berechnung des Uhrstandes ΔU besondere Aufmerksamkeit zu richten. Es wurde alles zusammengefaßt, worauf bei genauen Zeitbestimmungen wegen des Azimutfehlers, einer unvermeidlichen Fehlerquelle, geachtet werden muß. Die Bedingungen $k \leq 1^s$ und $[K] \approx 0$ müssen als Grundregeln eingehalten werden, da so der Azimutfehler auf den Uhrstand keinen Einfluß hat und — was noch wichtiger ist — der Fehler der Bestimmung des Azimutfehlers im Uhrstand nicht zur Geltung kommt.

Zum Schluß einige Worte darüber, weshalb dieses völlig »abgeschlossene« Thema gewählt wurde, da ja die Entwicklung der geographischen Ortsbestimmung im XIX Jahrhundert bereits abgeschlossen worden war: die wesentlichen theoretischen Fragen wurden untersucht, die praktischen Methoden ausgearbeitet, die Hilfstabellen zur Berechnung zusammengestellt, usw. Eine Entwicklung gab es in diesem Jahrhundert nur in der Instrumententechnik. Die Anwendung der elektronischen Rechenmaschinen in der Astrogeodäsie er-

fordert jedoch wegen den neuen Bearbeitungsmethoden die Überprüfung der klassischen Ortsbestimmungsmethoden. Dieser Prozeß ist in mehreren Ländern bereits abgeschlossen worden oder steht auf der Tagesordnung und ist auch bei uns aktuell. Die herkömmliche manuelle Auswertung ist unrentabel. Eine Automatisierung mittels Datenverarbeitungsanlagen kann auch dazu beitragen, die Ingenieurarbeit zur Analyse und Interpretation der Daten sowie zur Untersuchung des während Jahrzehnten angehäuften Meßmaterials erfolgreicher einzusetzen. In Hinblick auf die baldige Einführung der elektronischen Datenverarbeitung wurden in der Abhandlung die mit dem Azimutfehler verbundenen Probleme erörtert und die Aufmerksamkeit auf die oben angeführten Feststellungen gelenkt, da eine »unpersönliche« Verarbeitung deren Einhaltung erfordert.

SCHRIFTTUM

1. JORDAN—EGGERT—KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde. Band II. a. 10. Ausgabe, Stuttgart, 1970.
2. SIGL, R.: Über die Beobachtung genauer astronomischer Längen, Dissertation. Veröff. Deutsch. Geod. Kommission. Reihe C, H. 41. München, 1960.
3. MILASOVSKY, B.: Az optimális csillagprogram kérdése a meridiánátmeneti idők megfigyelése útján eszközölt csillagászati időmeghatározásoknál (Das Problem des optimalen Sternprogrammes bei den mit Beobachtung der Meridiandurchgänge durchgeführten Zeitbestimmungen. (Nehézip. Műsz. Egy. Magyar nyelvű Közl. V. Miskolc, 1960.
4. BYFF, I.: Földrajzi helymeghatározás (Geographische Ortsbestimmung) *Csillagászat*, Bp. 1956.
5. ALBRECHT, T.: Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. Akad. Verl. Berlin, 1967.
6. HÖPFNER, J.: Analyse der Beobachtungsergebnisse der astronomisch-geodätischen Längenbestimmung Borowiec—Dresden—Potsdam aus dem Jahre 1966. (Dissertation), Veröff. Z. I. P. E., Heft 11. Potsdam, 1971.
7. MILASOVSKY, B.: Az óraállás és az azimuthiba meghatározása (Die Bestimmung des Uhrstandes und des Azimutfehlers) *Geod. és Kart.* 1955.
8. WUNDERLIN, N.: Längen-, Azimut- und Breitenbestimmungen 1961—64. Astronomisch-geodätische Arbeiten in der Schweiz. Band 28. Veröff. Schweiz. Geod. Kommission, Zürich, 1969.
9. SCHROEDER, U.: Automation und geodätische Astronomie, Dissertation. Veröff. Deutsch. Geod. Kommission. Reihe C, H. 157. München, 1970.

ОШИБКА АЗИМУТА ЕЕ РОЛЬ В ОПРЕДЕЛЕНИЯХ ВРЕМЕНИ С ПОМОЩЬЮ НАБЛЮДЕНИЙ МЕРИДИАННЫХ ПЕРИОДОВ

Ф. БЁЛЬЧВЁЛЬДИ

РЕЗЮМЕ

В настоящей статье показывается, какое влияние оказывает ошибка азимута k на время перехода через меридиан, каково допустимое значение этой ошибки, каково ее влияние на показание часов и какие обстоятельства нужно учитывать при ее определении. Обращаем внимание на то, что условия $k \leq 1^{\circ}$ и $[k] \approx 0$ должны быть удовлетворены, ибо в этом случае ошибка азимута или ее ненадежность не будет влиять на определение времени. Статья является частью подробного контроля методов измерений и вычислений, прешедшего автоматизации астрогеодезии при помощи ЭВМ и имеет цель устранить факторы, требующие в ходе оценивания зависящих от личности решений.

AN UNBIASSED COMPARISON OF TWO METHODS SUGGESTED FOR THE COMPUTATION OF RESIDUAL GRAVITY

A. MESKÓ—F. KOVÁCS

L. EÖTVÖS UNIVERSITY, BUDAPEST AND GEOPHYSICAL PROSPECTING CO. OF THE
HUNGARIAN OIL AND GAS TRUST

[Manuscript received June 24, 1974]

A method for computation of residual gravity fields suggested by F. STEINER is compared to the procedure using two-dimensional numerical filters, reported by the present authors. Two-dimensional transfer functions of the suggested sets of coefficients are presented to show that Steiner's method has the following disadvantageous properties: directivity, undulations in the pass-band and unnecessarily great "resolving power". The consequences of the transfer properties are false structural trends and fictitious anomalies. The method suggested by the present authors do not suffer of these shortcomings. Theoretical conclusions are supported by residual maps of two prospection areas.

Introduction

The purpose of this paper is to compare two methods suggested by different authors for the computation of residual gravity fields. One of these, originally called the method of interpolation on the surface, has been proposed and repeatedly discussed by F. STEINER [12, 13, 14]. Several versions have been worked out. Its newest modification was renamed "fully-matrixed map-transformation" and it was described in the pages of the present journal, in 1973 [14].

Two-dimensional filters for computing residuals, on the other hand, have been derived by one of the present authors [5]. No special name has been given to this method. The derived filters were put into productive use in 1969 by the Geophysical Prospecting Company of the Hungarian Oil and Gas Trust and contributed to a better geophysical interpretation in a number of prospection areas [3, 9]. The theoretical foundations as well as practical aspects of the applications of the filters have been appropriately discussed [2, 3, 6, 7, 8]. The derivation of the filters took into consideration theoretical and practical requirements as well as the limitations of the measuring techniques. Practical results were convincing enough therefore the present authors have not felt it necessary either to discuss the usefulness of two-dimensional digital filters in more detail or to compare them to any other method. Recently, however, STEINER (1973) claimed that some sets of coefficients would give better results. The opposite is shown in this paper.

In order to prove the superiority of his method Steiner showed some curves intended to represent residual fields of homogeneous spheres with mass

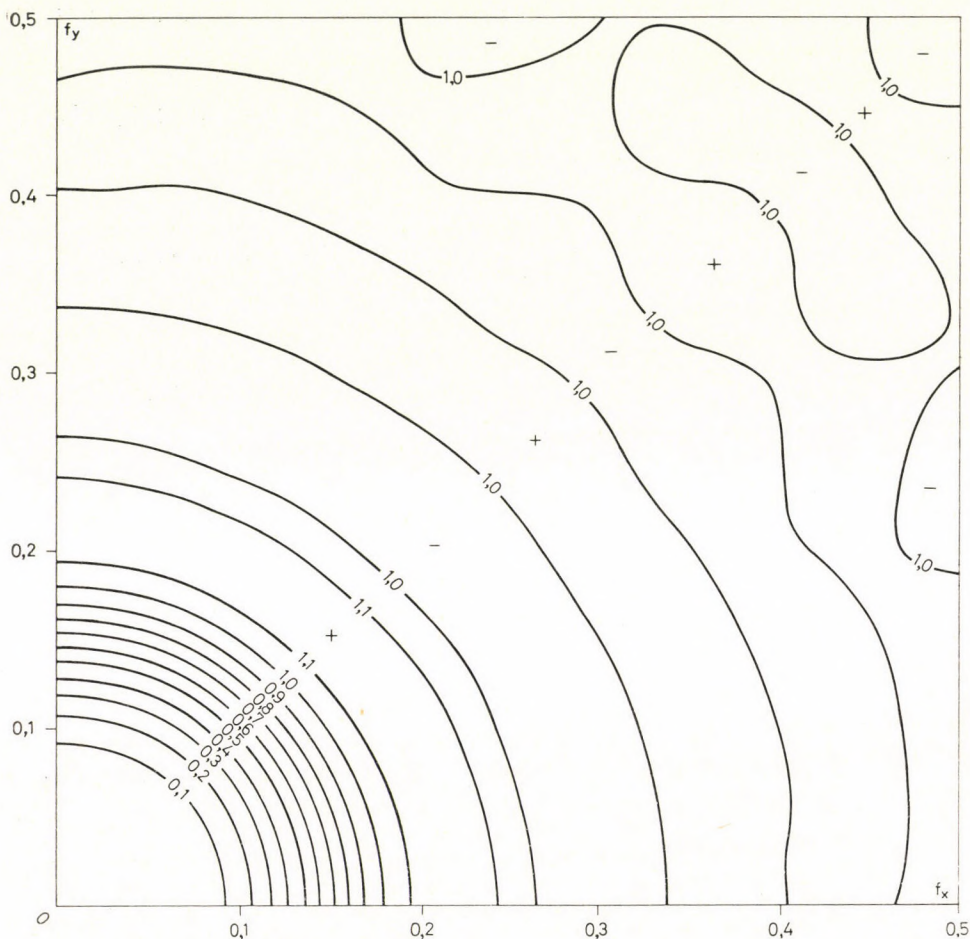


Fig. 1. Transfer function of a set of coefficients suggested by F. STEINER ($t = 4, 8s$)

centres at various depths ranging from $4s$ to $10s$ (where s denotes the measurement interval or grid spacing). These are Figs 2 and 3 of the cited paper [13]. This way of presentation hides most of the shortcomings of his sets of coefficients. One dimensional curves make the impression as if the transfer properties of the formulas were independent of directivity. But the author never proves that a one-dimensional presentation is justified and, as a matter of fact, all of his sets of coefficients do have directivity.

The gravity fields due to his model spheres, on the other hand, are so poor in high frequencies that the products of the spectra of the fields and the transfer functions conceal the disadvantageous transfer properties in the high frequency range. The paper claims also that the "resolving power" of Steiner's method is greater than that of the filters used by KOVÁCS and MESKÓ. It is

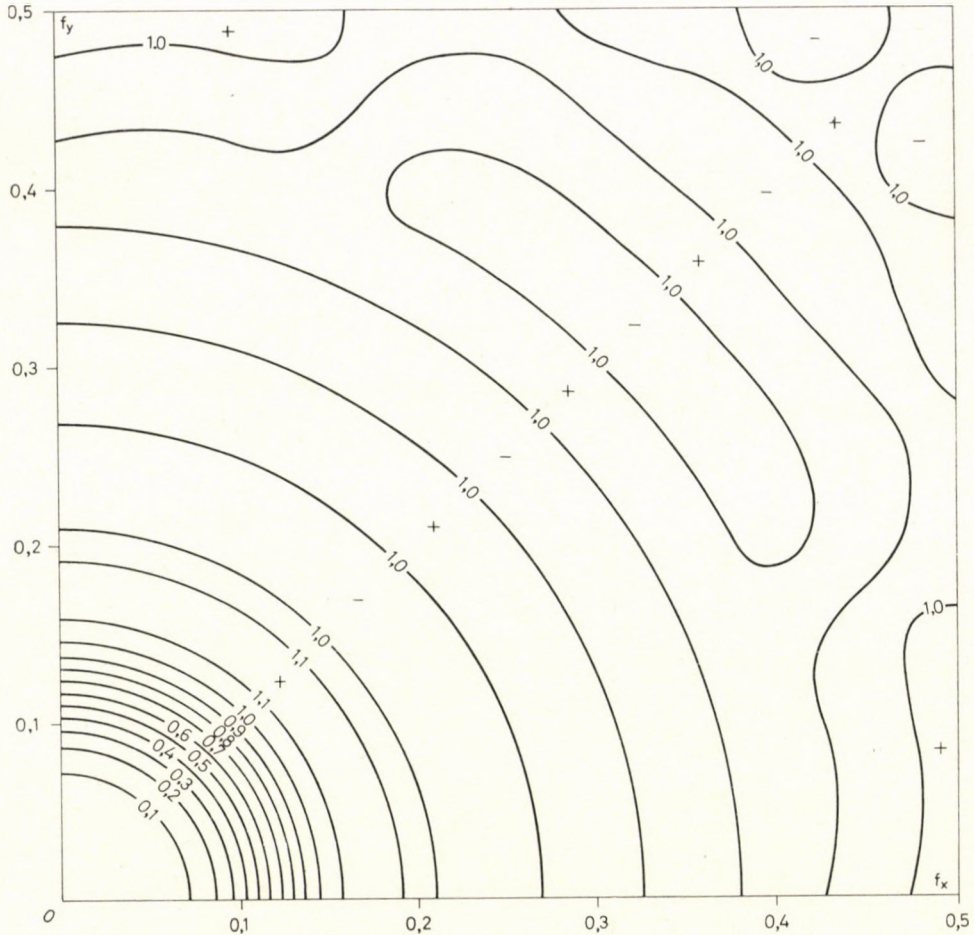


Fig. 2. Transfer function of a set of coefficients suggested by F. STEINER ($t = 4, 10s$)

the only argument by which Steiner believes to prove that his method is better.

The resolving power, however, can be made as great as one wants by appropriate enhancement of the high-frequency range, [10] on one hand, and its excessive increase deteriorates the quality of the residual maps in many aspects, on the other. The greater "resolving power" of Steiner's method is rather a disadvantageous property.

In the following sections these three points (i.e. directivity, transfer in high frequency range and resolving power) are discussed in some detail. Two practical examples are also shown to emphasize the conclusions drawn from the previous analysis.

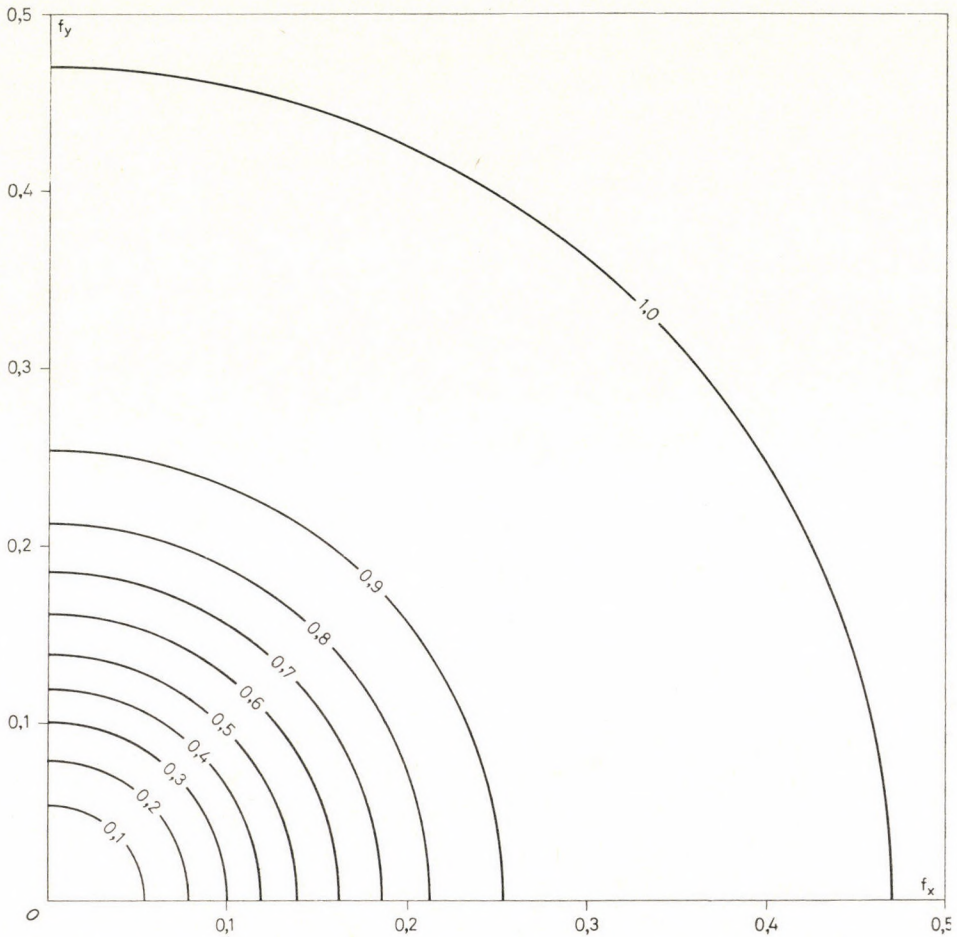


Fig. 3. Transfer function of a set of coefficients derived from a non-directive Gaussian filter by A. MESKÓ ($m = 4$, $6s$)

Directivity of the formulas

The directivity of some residual filters is a well-known phenomenon which deteriorates the results by suggesting fictitious structural trends. It was called "dependence on orientation" in the early literature [11, 1] because it has been observed that the transformed maps may deviate even if the same formula is applied to the same input map, when data are taken from this input map in differently oriented grid systems. The strong directivity of some formulas e. g. that of the Henderson and Zietz's second derivative formula as well as the almost complete independence on the direction of other formulas, e. g. the Rosenbach's formula have also been realized [1].



Fig. 4. Residual gravity on the Szeged area, obtained by Steiner's method

In the last decade authors who derived some sets of coefficients for some kind of transformation of gravity maps tried to avoid directivity. It has long been proved that using the same coefficients in those grid points which are at the same distance from the reference point is only necessary but not sufficient for eliminating directivity [4]. If it were sufficient all the suggested formulas would be direction independent because all the authors used that constraint.

STEINER [13, 14], however, takes for granted that his sets of coefficients are direction independent when illustrates the transfer properties by one-dimensional curves instead of two-dimensional surfaces. Two dimensional sets of coefficients, however, have to be investigated by means of two-dimensional transfer functions.



Fig. 5. Residual gravity on the Szeged area, obtained by the numerical filters of the present authors

Steiner published 14 different sets of coefficients, which belong to three groups, denoted by $t = 4$, $t = 2$, $t = 0$. The reason of this notation is that the numerical value of t corresponds to the order of a polynomial used in the derivation of the various sets of coefficients.

The basic idea is to fit a rotation symmetrical surface to the gravity data within a circle of some fixed radius by the method of the least mean squares and the residual at the origin of the circle is then defined as the deviation between the gravity data and the fitted surface at that point. The radius of the circles varies between 8s and 14s.

Steiner claimed that $t = 4$ gives the best results. ([14], Fig. 1. on p. 100).

+
Tázlár

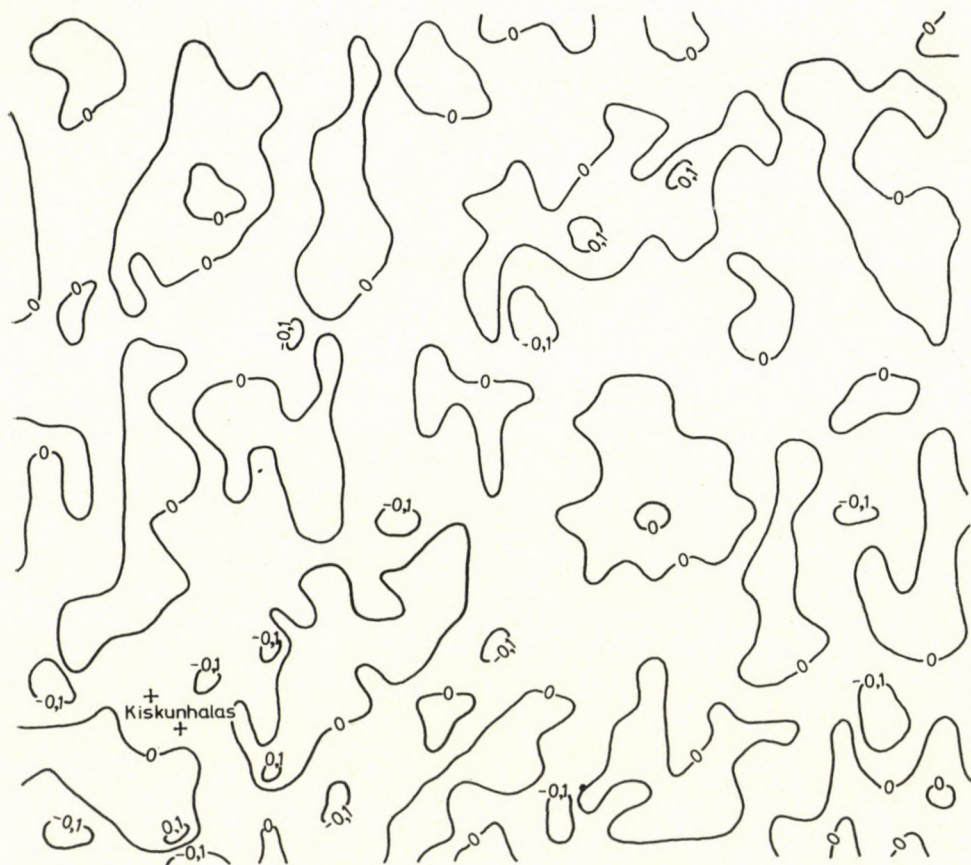


Fig. 6. Residual gravity on the Tázlár area, obtained by Steiner's method

Therefore we selected two sets from the $t = 4$ group for an appropriate investigation.

The transfer functions of the sets of coefficients $t = 4$, 8s and $t = 4$, 10s are shown in Figs 1 and 2. These sets are of reasonable size though still larger than the numerical filters routinely used by KOVÁCS and MESKÓ.

A two-dimensional transfer function of a residual filter taken from the set of filters suggested by MESKÓ in 1966 and reported in the pages of the present journal by MESKÓ and KOVÁCS in 1973 is also shown in Fig. 3 as a comparison. It may be of interest to note that the size, using Steiner's notation, is 6s.

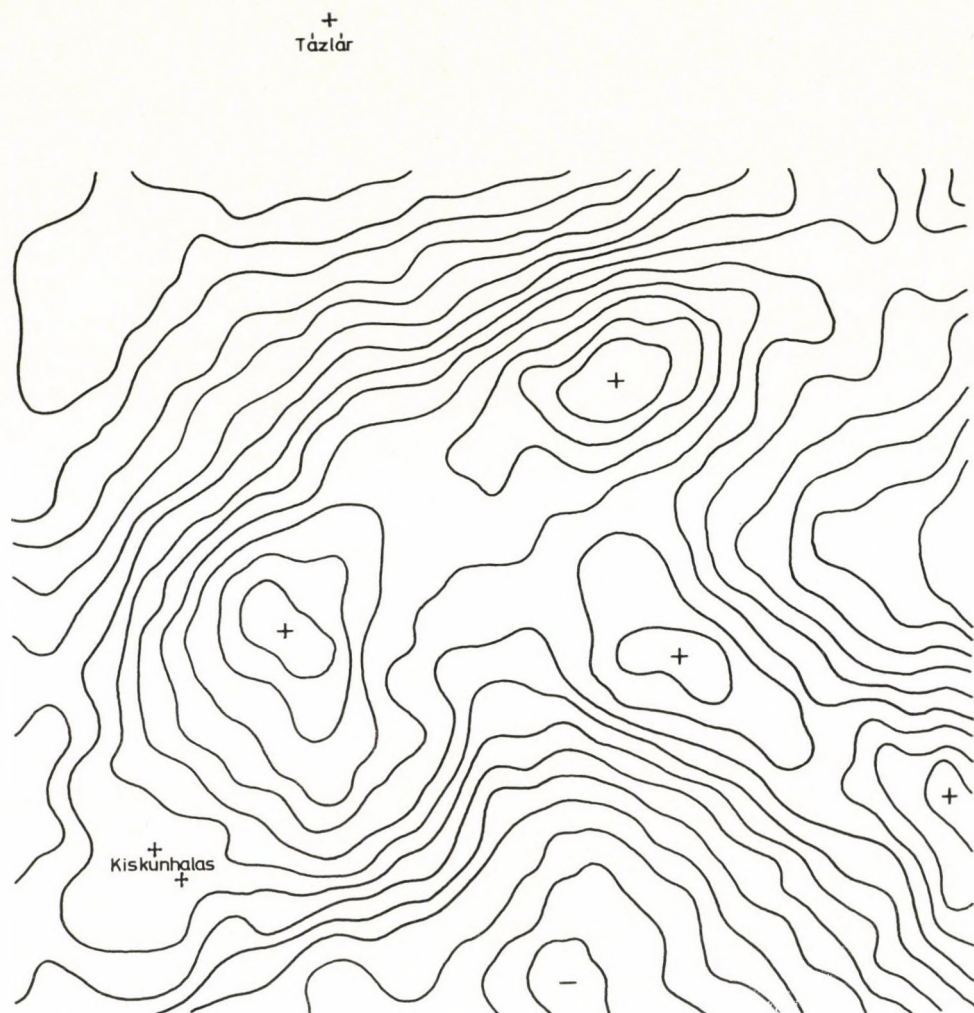


Fig. 7. Residual gravity on the Tázlár area, obtained by the numerical filters of the present authors

The directivity of the Steiner's formulas is significant and by no means can be neglected. The filter of the present authors on the other hand can really be termed as non-directive.

Transfer properties in the pass-band

Figs 1 through 3 illustrate the behaviour of the formulas in the pass-band. It is known from the theory as well as from practice that the transfer in the pass-band should be as flat as possible.

The oscillations of the transfer function in that range change the relative weights of various components instead of passing them without amplitude and phase distortions.

The amplitude of the oscillations in the pass-band is more than 30 percent for the transfer functions shown in Figs 1 and 2. The transfer function of the Gaussian filters suggested by the present authors behaves almost ideally in the pass-band. The maximum deviation is less than 0.1 percent for most parameters. The example, given as Fig. 3 (where the parameter m is equal to 4) clearly shows that the deviations from unity in the pass-band are very small.

Resolving power and practical applications

The crucial point of evaluating any method derived from some theoretical consideration is practical applicability. It is pointless e. g. to increase the resolving power if it enhances only the relative weights of random noises, measurement errors or that of the anomalies caused by near surface inhomogeneities.

A rather long practice in routine processing and interpretation taught us that great resolving power corresponds to residual maps full of fictitious anomalies which cannot be separated from real structural indications. In order to demonstrate this conclusion two Bouguer gravity maps have been transformed by using Steiner's formula $t = 4, 8s$.

The residuals computed from the same input data with the filters routinely used by the present authors are given as Figs 5 and 7. We do not consider it necessary to comment on the quality of results obtained by the Steiner formula. It is obvious from Figs 4 and 6 that these maps cannot be interpreted. We may mention, however, that residual maps (shown in Figs 5 and 7) obtained by the filters of the present authors contributed to a better geophysical interpretation of these two prospection areas.

Conclusion

The sets of coefficients published by Steiner have disadvantageous transfer properties and are not advantageous for application in processing of gravity data.

*

The discussion will be continued in the next issues.

REFERENCES

1. GROSSE, H.: Gravimetrische Auswerteverfahren für höhere Potentialentwicklungen. Freiburger Forsch. H. C. 40, Berlin, 1957.
2. KOVÁCS, F.: Investigations of the influence of the measurement net on the measured gravity field, based on sampling theory (in Hungarian) *Magyar Geofizika*, 11 (1970), 66–72.

3. KOVÁCS, F.—MESKÓ, A.: Practical aspects of two-dimensional filtering of Bouguer anomaly data. (In Hungarian) *Magyar Geofizika*, 12 (1971), 10—27.
4. MESKÓ, A.: Some notes concerning the frequency analysis for gravity interpretation. *Geophysical Prospecting*, 13 (1965), 475—488.
5. MESKÓ, A.: Smoothing and the computation of regionals. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 12 (1966), 15—29.
6. MESKÓ, A.: The method of second derivatives. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 13 (1967), 37—60.
7. MESKÓ, A.: Analytical continuation downwards. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 14 (1968), 91—101.
8. MESKÓ, A.: Design and application of low-pass, high-pass and band-pass filters. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 15 (1969), 67—80.
9. MESKÓ, A.—KOVÁCS, F.: Application of two-dimensional numerical filters in processing gravity data. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1973), 259—270.
10. MESKÓ, A.—VÉGES, I.: A linear filtering method for decomposing residual anomalies. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 16 (1970), 133—142.
11. ROSENBAUGH, O.: A contribution to the computation of "second derivative" from gravity data. *Geophysics*, 18 (1953), 894—912.
12. STEINER, F.: Über einige Methoden der "sekundären" gravimetrischen Auswertung. *Geophysica Pura e Applicata*, 56 (1963), 16—30.
13. STEINER, F.: Characterization and derivation of map transformations on the basis of the anomalous body-map relationship. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1973), 71—84.
14. STEINER, F.: Derivation of fully-matrixed map-transformations. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1973), 85—102.

НЕСМЕЩЕННОЕ СРАВНЕНИЕ ДВУХ МЕТОДОВ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ РЕЗИДУАЛЬНОЙ ГРАВИТАЦИИ

А. МЕШКО—Ф. КОВАЧ

РЕЗЮМЕ

Метод для вычисления резидуальных гравитационных полей, предложенный Ф. Штейнером, сравнивается с методом авторов, где применяются двумерные вычислительные фильтры. Показываются двумерные функции преобразования предложенных рядов коэффициентов с целью, чтобы показать следующие недостатки метода Штейнера: зависимость от направления, ундуляции в полосе преобразования и слишком большая «разрешающая способность». Вследствие свойств преобразования получаются ошибочные структурные направления и фиктивные аномалии, делающие резидуальную карту неинтерпретируемой. Предложенный авторами метод таких недостатков не имеет. Теоретические рассуждения обосновываются резидуальными картами двух исследовательских районов.

НЕСКОЛЬКО ЯВЛЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

Ф. ЭГЕРЕР

ДОЦЕНТ, КАНДИДАТ ТЕХ. НАУК, ИНСТИТУТ ТЯЖЕЛОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ;
КАФЕДРА МИНЕРАЛОГИИ И ПЕТРОГРАФИИ МИШКОЛЬЦ

[Поступило 22 июля 1974 г.]

В статье показывается, что большинство пород в естественных условиях характеризуется большими значениями диэлектрической проницаемости.

Значение диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь возрастает уже при значении влажности пород около 1—1,5%.

Изменение удельного электрического сопротивления в зависимости от давления очень большое.

Введение

В последнее время в Венгрии глубины скважин достигли пяти-шести тысяч метров. В последующее время их глубины будут достигать восьми тысяч метров. Поэтому, с целью изучения проблемы исследования мантии, а также физических свойств вещества недр Земли, в последнее время на нашей кафедре мы начали заниматься исследованиями физических свойств породы. Из этих работ покажем несколько результатов исследований.

Мы занимаемся физическими свойствами осадочных пород. В этой работе мы занимались зависимостью диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь осадочных пород от частоты при разной влажности. Также рассматривалось изменение электрического сопротивления осадочных пород в зависимости от давления.

1. Изучения диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь породы

Как известно, диэлектрическая проницаемость материалов зависит от частоты электрического поля. В литературе общепринятая теория показана на рис. 1, по Ржевскому, Новику [1] и Пархоменко [2].

Из рисунка видно, что по мере увеличения частоты диэлектрическая проницаемость уменьшается.

Как известно, электрическая индукция (смещение) \vec{D} и напряженность электрического поля \vec{E} связаны с уравнением

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (1)$$

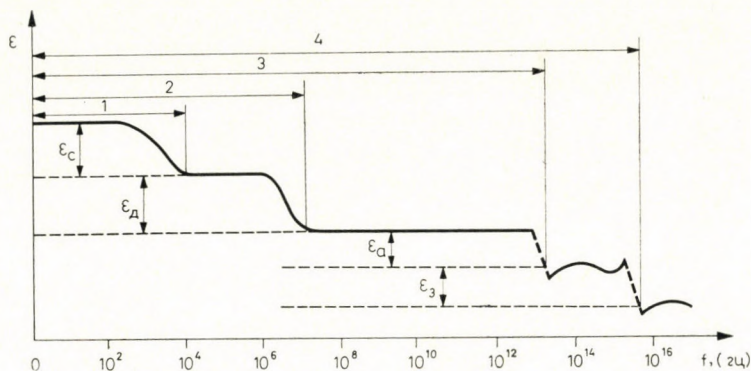


Рис. 1. Теоретическое изменение диэлектрической проницаемости в зависимости от частоты
 1 — структурная или макроскопическая поляризация (ϵ_c)
 2 — дипольная или молекулярная поляризация (ϵ_d)
 3 — атомная поляризация (ϵ_a)
 4 — электронная поляризация (ϵ_e)

где ϵ диэлектрическая проницаемость, описанная в общем виде следующим тензором:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Этот тензор симметричный, в котором $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$

Горные породы состоят из минералов. Поэтому диэлектрическая проницаемость и диэлектрические потери осадочных пород зависят от их минерального состава, давления, температуры, пористости и влажности. В этом разделе рассматривается связь между диэлектрической проницаемостью и диэлектрическими потерями, в зависимости от частоты при различной степени влажности.

По данным авторов (Н.Р. Водопьянова, Кейменлена [7, 8] и т. д.) в диапазоне 10 кгц — 1 мгц имеется один частотный максимум $\text{tg } \delta_x$ и происходит уменьшение ϵ . На основе исследований на образцах слюды, гипса и талька сделан вывод, что значительный максимум диэлектрической потери в зависимости от частоты причиняется наличием кристаллизационной воды. Это же является причиной минимума диэлектрической проницаемости.

Раньше специалисты считали, что высокие значения диэлектрической проницаемости могут быть наблюдаемы только при очень большом содержании влаги. Хоуэлл и Ликастро на основании опытных данных рассматривали изменение диэлектрической проницаемости чистого песка от 10 до 10 000. Челидзе также получил значительно большее значение диэлектрической проницаемости и при большинстве горных пород наблюдал максимум $\text{tg } \delta_x$ при частотах 10^4 — 10^5 гц, а в некоторых породах ещё при $f < 10^3$ гц.

Это явление ещё нельзя считать теоретически известным. По этой причине мы тоже изучали диэлектрические проницаемости и потери породы, главным образом в случае осадочных пород, как, например, известняк и песчаник.

1.1 Методика и аппаратура определения диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь

Для определения электрических свойств осадочных пород мы пользовались мостом Шеринга в интервале от 10 гц до 1 мгц. Принципиальная схема показана на рис. 2.

В мосте Шеринга образец с электродом можно рассматривать как последовательное соединение емкости (C_x) и сопротивления (R_x).

Из условия равновесия моста получаем [6]:

$$C_x = C_0 \cdot \frac{R_4}{R_3} \tag{3}$$

и

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \tag{4}$$

где ε_0 диэлектрическая проницаемость вакуума ($8,859 \cdot 10^{-12}$ As/Vm). Поскольку эталонный конденсатор является воздушным конденсатором, то из соотношений (3) и (4) получим

$$\varepsilon_r = \frac{d_r}{d_z} \cdot \frac{R_4}{R_3} \tag{5}$$

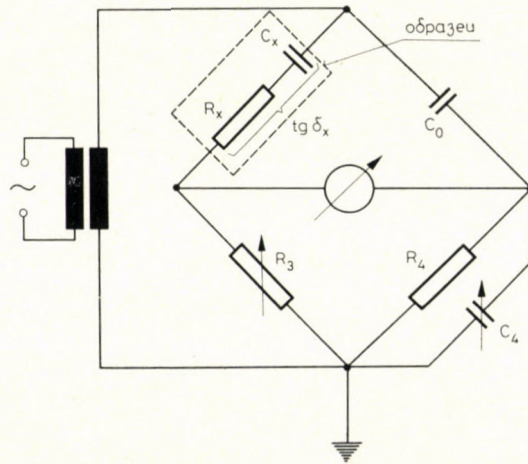


Рис. 2. Принципиальная схема измерительного моста

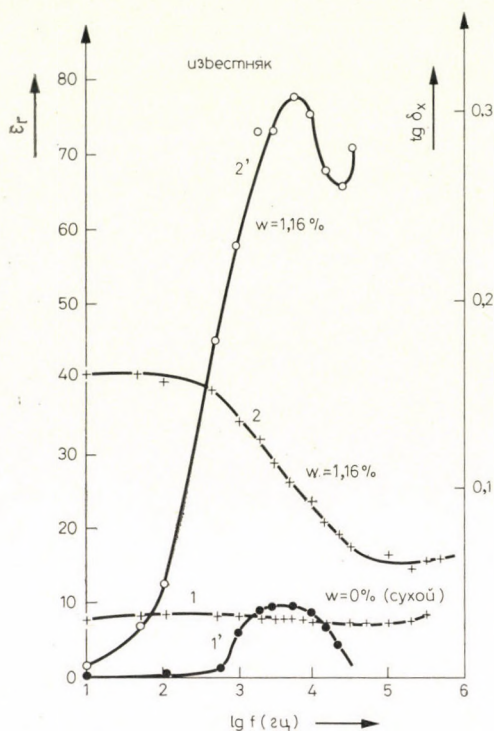


Рис. 3. Изменение диэлектрической проницаемости (ϵ_r) и тангенса угла диэлектрических потерь ($\operatorname{tg} \delta_x$) песчанника с частотой и влажностью
1 и 1' — сухой песчанник
2 и 2' — песчанник с 2,15% влажности

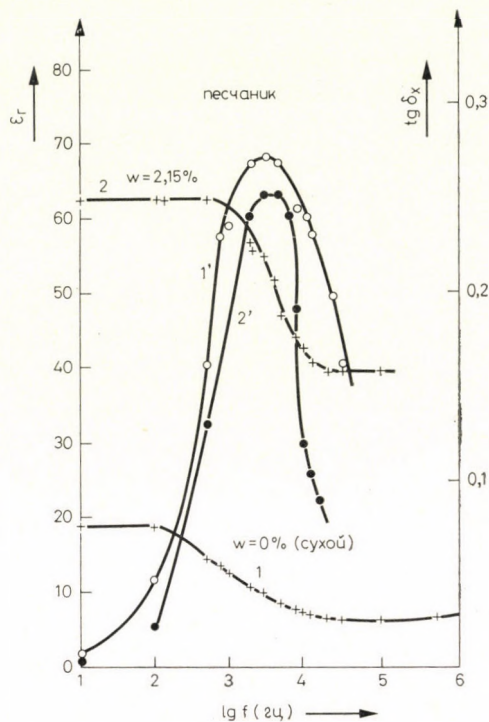


Рис. 4. Изменение диэлектрической проницаемости (ϵ_r) и диэлектрических потерь известняка ($\operatorname{tg} \delta_x$) в зависимости от частоты при разной влажности
1 — 1' — сухой песчанник
2 — 2' — влажность известняка 1,16%

где d_x — расстояние пластинок измерительного конденсатора,
 d_0 — расстояние пластинок эталонного конденсатора C_0
Тангенс угла (δ_x) диэлектрических потерь равен:

$$\operatorname{tg} \delta_x = \omega \cdot C_4 \cdot R_4 \quad (6)$$

где $\omega = 2\pi f$ и f — частота.

Этим методом мы произвели опыты в диапазоне частот $10-10^6$ гц при температуре 20°C и давлении 1 ат.

1.2. Результаты измерений диэлектрической проницаемости и диэлектрических потерь

Измерения диэлектрической проницаемости проводились на осадочных породах (на известняках, тергелях, песчанниках и т. д.). Здесь показана, например, зависимость ϵ_r и $\operatorname{tg} \delta_x$ известняков (рис. 3) и песчанников (рис. 4) от частоты при различной влажности.

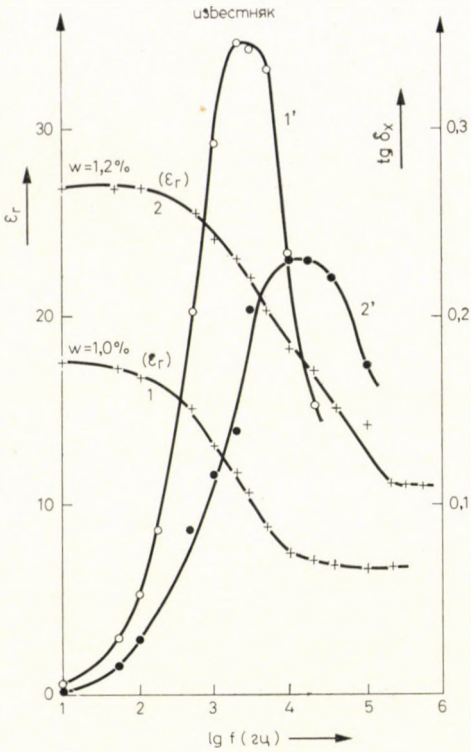


Рис. 5. Изменение диэлектрической проницаемости (ϵ_r) и диэлектрических потерь ($\text{tg } \delta_x$) в зависимости от частоты при разной влажности

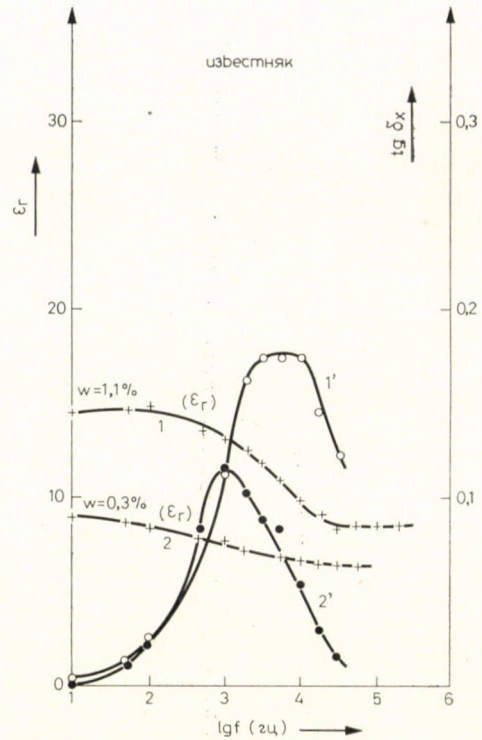


Рис. 6. Изменение диэлектрической проницаемости (ϵ_r) и диэлектрических потерь ($\text{tg } \delta_x$) в зависимости от частоты при разной влажности

Мы взяли образцы песчаников из скважины Матраверебей №61 с глубины 321 м [10]. Образцы известняков происходят из скважины Университетского городка города Мишкольца с глубины 285 м. Из рис. 3 и рис. 4 можно видеть, что чем меньше влажность (w), тем меньше диэлектрическая проницаемость, а чем больше влажность, тем выше диэлектрическая проницаемость. Это естественно, но очень важно для нас, что эта высокая диэлектрическая проницаемость наблюдается уже при 1—2% влажности.

Эти результаты подчеркиваются данными, показанными на рис. 5 и 6. На этих рисунках показаны данные изменения и для известняков.

В наших опытах при частотах $5 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^4$ гц величина $\text{tg } \delta_x$ показывает максимум.

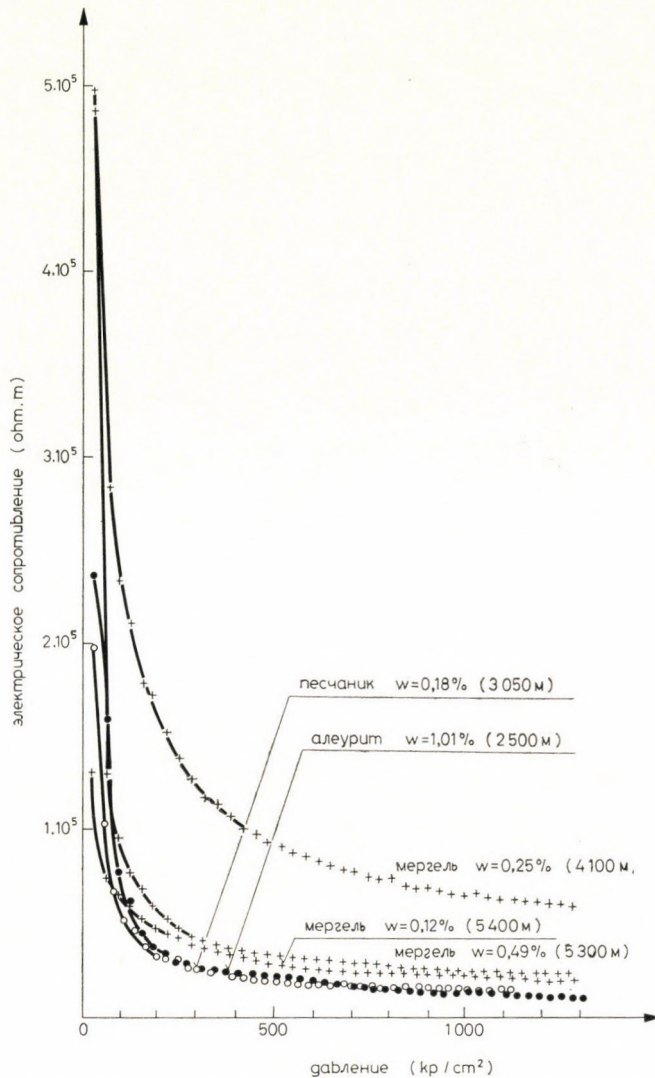


Рис. 7. Изменение электрического сопротивления осадочных пород в зависимости от давления

2. Влияние давления на электрическое сопротивление

Из литературы известно, что влияние давления на электрическое сопротивление очень значительно [1, 11]. Но в литературе очень редко изучали удельное электрическое сопротивление осадочных пород. Как известно, в Венгрии очень много осадочных пород. Их толщина достигает многих тысяч метров. Поэтому мы изучали электрическое сопротивление мергелей и песков.

2.1. Методика измерения сопротивления осадочных пород

Измерения проводились двухэлектродным методом [1]. Как известно, метод основан на измерении силы тока, проходящего через испытуемый образец при известной разности потенциалов между электродами.

2.2. Результаты измерений

Результаты измерений показаны на рис. 7. На рисунке можно видеть изменение удельного электрического сопротивления мергелей и песков, происходящих из различных глубин (2500; 3050; 4100; 5300; 5400 м) с маленькой влажностью (w). Изменение электрического сопротивления очень большое. Влажности образцов маленькие, практически их можно считать сухими.

Выводы

Из результатов измерений можно заключить, что в естественных условиях большинство пород характеризуется большими значениями диэлектрической проницаемости, потому что их большинство всегда содержит несколько десятых процента влажности. А в этом случае, как мы видели выше, значение диэлектрической проницаемости порядка 10.

Максимум $\operatorname{tg} \delta_x$ в зависимости от частоты настолько большой, что это позволяет использовать диэлектрическую потерю в исследованиях, геофизических разведках, при подготовке руды и т. д.

Из результатов опытов можно видеть, что изменение удельного электрического сопротивления в зависимости от давления очень большое. При геофизической интерпретации геофизических данных следует считаться с этим явлением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пархоменко, Э. И.: Электрические свойства горных пород. «Наука». Москва 1965.
2. RZNEVSKY—NOVIK, G.: The Physics of Rocks. Mir Publishers. Moscow. 1971.
3. Эгерер, Ф.: Примечания к определению физических параметров горных пород, в частности их теплопроводности. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 2 (1967), 131—143.
4. Турчатов, И. А.: Современные методы комплексного определения физических свойств горных пород. Недра. 1967. Ленинград.
5. NYE, J. F.: Physical Properties of Crystals. Clarendon Press 1964. Oxford.
6. FRIGYES, A.: Elektrotechnika Budapest. 1961.
7. Водопьянов, К. А.—Воромцова, И. Т.: Диэлектрические потери в слюде — мусковите с минералогическими включениями лимонита и биотита на высокой частоте. *Изв. АН СССР серия физ.* 1958 № 3.
8. KEYMENLEN, J.: Dielectric measurements on clay minerals. *Naturwissenschaften.* 1957. 44.
9. HOWELL, B. F.: Dielectric behaviour of rocks and minerals, *Amer. Mineralog.* V. 46. 1961.
10. FÖLDVÁRI, A.—HAJDÚ, K.—MOLNÁR—WALLACHER, D.: Studies of the "schlier" formation. *Acta Geod.* 1970. Hung. 14. 349—356.
11. Пархоменко, Э. И.: Электропроводность горных пород при высоких давлениях и температурах. Наука. Москва, 1972.

SOME PECULIARITIES OF ELECTRIC PARAMETERS OF ROCKS

F. EGERER

SUMMARY

The paper presents arguments that the dielectric constant of rocks in natural conditions is in the majority of cases very high. A water content of only about 1 to 1,5 per cent increases considerably both the dielectric constant and the loss angle. The change of specific electric conductivity is very great in function of pressure.

UNTERSUCHUNG DER AUS DEM TRIANGULATIONSNETZ DRITTER ORDNUNG ABGELEITETEN WINKEL ERSTER ORDNUNG

T. BENCE—E. BOD—T. LUKÁCS

INSTITUT FÜR VERMESSUNGSWESEN

[Eingegangen am 1. August 1974]

Aufgrund der aus dem trigonometrischen Netz höherer Ordnung erhaltenen Werte wurde die Genauigkeit der abgeleiteten Winkel und des mit deren Hilfe gebildeten fiktiven Netzes geprüft.

Zur Kontrolle der abgeleiteten Winkel dienten die Prüfung der Horizontal-Abschlußfehler, die aufgrund der Horizontal- und Winkelssummenbedingung bestimmten Differenzen zwischen abgeleiteten und unmittelbar gemessenen Winkeln, die nach Ausgleichung erhaltenen Verbesserungen des Netzes, die aus der Seitenbedingung sich auf die Anfangsseite beziehenden linearen Abschlußfehler sowie einige Basisbedingungsgleichungen.

Als Ergebnis der Untersuchung kann darauf hingewiesen werden, daß im Falle großer Netze die Anwendung der Methode der abgeleiteten Winkel zweckmäßig ist, da deren Genauigkeit die der unmittelbaren Messungen nicht nur erreicht, sondern auch übertrifft.

1. Am Anfang der fünfziger Jahre erschienen die Arbeiten von E. REGŐCZI über die Entwicklung eines aus einem Netz dritter Ordnung mit durchschnittlich 6–8 km Seitenlänge abgeleiteten fiktiven Netzes erster Ordnung und über die Anwendung der abgeleiteten Winkel [1, 2, 3, 4]. Die Methode beruht auf der von HAZAY und TÁRCZY-HORNOCH zur Ausgleichung kontinentaler Netze entwickelten sog. Methode der dominanten Punkte. Laut REGŐCZI sind die voneinander etwa 30 km entfernt liegenden dominanten Punkte aus dem Triangulationsnetz mit 6–8 km Seitenlängen derweise auszuwählen, daß nach deren imaginärer Verbindung ein fiktives Triangulationsnetz erster Ordnung entwickelt werden kann. Die auf das Gebiet des so entwickelten fiktiven Netzes erster Ordnung fallenden kleinen Dreiecke können in einer Gruppe ausgeglichen, und nachher die Koordinaten der Punkte berechnend, können die inneren Winkel des fiktiven Triangulationsnetzes bestimmt werden. Die dieses Thema behandelnden Arbeiten erweckten allgemeines Interesse in einheimischen und internationalen geodätischen Fachkreisen. Die einheimischen und ausländischen Forscher der Regőczischen Methode wurden zur Abfassung zahlreicher Arbeiten, bzw. zur Durchführung theoretischer Untersuchungen und experimentellen Berechnungen animiert.

Die Wirtschaftlichkeit der Methode, die »Sparsamkeit« der Triangulation [1] steht außer Zweifel. Deshalb richteten sich die theoretischen Untersuchungen und experimentellen Berechnungen in erster Linie auf die Genauigkeitsprobleme des durch abgeleitete Winkel entwickelten Netzes erster Ordnung. Eine Zusammenstellung der diesbezüglichen Literatur ist im Literaturver-

zeichnis der Arbeit von HOMORÓDI [5] zu finden; die Arbeit selbst gibt einen guten Überblick über die erzielten Ergebnisse und Feststellungen.

Die theoretischen Untersuchungen und die experimentellen Berechnungen führten im allgemeinen zur Feststellung, daß die Genauigkeit der fiktiven Winkel der aus kleinen Dreiecken abgeleiteten großen Dreiecke größer oder wenigstens nicht kleiner ist, als die der direkt gemessenen Winkel. Die Regőczische Methode wurde schon auf Gebieten unterschiedlicher Größe sowohl in Ungarn [6, 7], als auch im Ausland angewendet, zur Ausgleichung des Triangulationsnetzes erster Ordnung eines ganzen Landes jedoch noch nicht.

Zur Beseitigung kleinerer Mängel, die in dem zwischen 1947 und 1952 angelegten Netz festgestellt wurden sowie zwecks Ausbildung eines einheitlichen, homogenen Netzes, mußte aus dem Netz von 1947 durch dessen Modernisierung, ein unser ganzes Landesgebiet überdeckendes, zusammenhängendes Netz erster Ordnung zustande gebracht werden.

Dazu wurden die Kettenmessungen nach 1947, sowie die in den Zeiträumen 1925–1945 und 1968–1970 durchgeführten Winkelmessungen verwendet. Zwecks bessern Aufbaues des Netzes wurden auch gewisse Umprojektierungen durchgeführt.

Im Netz erster Ordnung wurden mehrere Seitenlängen, weiters die Seitenlängen der aus den früher mit Invardraht eingemessenen Grundlinien der Landesvermessung entwickelten Dreiecken erster Ordnung mit elektrooptischen Entfernungsmeßgeräten gemessen.

Zur Ausgleichung des Netzes wurden nur die Ergebnisse der seit 1949 erfolgten geographischen Ortsbestimmungen benutzt. Statt der früheren Laplaceschen Punkte wurden jetzt etwa dreimal soviel wie früher angewendet. Das derweise entwickelte Triangulationsnetz erster Ordnung dient als Grundlage des derzeit zur Einführung vorgesehenen einheitlichen Landeskartensystems (EOTR).

Nach solcher Vorgeschichte wurde 1970 mit der Vorbereitung der Ausgleichung des modernisierten Landesnetzes erster Ordnung begonnen. Die Ausgleichung wurde 1973 abgeschlossen. So ergab sich die Möglichkeit die Verlässlichkeit der mit Hilfe der Regőczischen Methode abgeleiteten Winkel zu kontrollieren.

Etwa die Hälfte der Dreiecke des modernisierten Netzes enthält abgeleitete Winkel, deren Anzahl 52% aller Winkel im Netz beträgt. Abgeleitete Winkel wurden an 57% aller Punkte im Netz berechnet. An den übrigen Punkten wurde unmittelbar gemessen, aber auch im größten Teil der erstgenannten Punkte wurden direkte Messungen durchgeführt. Der Ferrerosche mittlere Winkelfehler des Netzes beträgt $\pm 0,406''$.

Wie ersichtlich ist unser Triangulationsnetz erster Ordnung aufgrund sowohl seines Umfanges, als auch der hohen Anzahl der benutzten abgeleiteten Winkel zur Kontrolle der Regőczischen Methode außergewöhnlich geeignet.

Zum erstenmal ergibt sich die Möglichkeit, durch die Ausgleichsresultate eines ausgedehnten Triangulationsnetzes die wahre Genauigkeit der abgeleiteten Winkel zu untersuchen.

In folgenden haben wir uns das Ziel gesetzt, aufgrund der Ausgleichsresultate zur Beurteilung der Genauigkeit der abgeleiteten Winkel im vorhinein einige charakteristische Daten zu liefern. In der seit Beendigung und Kontrollierung der Ausgleichung vergangenen verhältnismäßig kurzen Zeit gab es noch keine Möglichkeit weitere, große Arbeit erfordernde detaillierte Untersuchungen durchzuführen. Die Ausgleichung der aus den kleinen Dreiecken entwickelten Dreiecksgruppen, d. h., die Berechnung der abgeleiteten Winkel wird hier eingehend nicht beschrieben, nur die wichtigsten Daten werden angegeben: die durchschnittliche Anzahl der in ein großes Dreieck einbezogenen kleinen Dreiecke (dritter Ordnung) ist 24, der Durchschnittswert der mittleren Fehler der Richtungen im Netz $\mu_0 = \pm 0,46''$.

2. Die erste sich selbst ergebende Methode der Kontrolle der abgeleiteten Winkel ist die Untersuchung der Horizontalabschlußfehler an jenen Punkten, wo jeder Winkel aus benachbarten Richtungen erster Ordnung abgeleitet wurde. Wir haben 50 solche Punkte mit durchschnittlich je 6 abgeleiteten Winkeln. An 52% der Punkte betrug die Summe der Abschlußfehler $+24,242''$, an 48% $-23,249''$. Die Summe der absoluten Werte der Abschlußfehler betrug $47,491''$ (die algebraische Summe $+0,993''$), der Durchschnittswert $\pm 0,950''$. Durch die Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler fällt im Durchschnitt eine Korrektur von $\pm 0,158''$ auf einen abgeleiteten Winkel. Die Verteilung der Abschlußfehler ist wie folgt:

kleiner als $1''$ sind 58% der Abschlußfehler,
zwischen $1''$ und $2''$ sind 34% der Abschlußfehler,
größer als $2''$ sind 8% der Abschlußfehler.

Der größte Abschlußfehler beträgt $+2,641''$ mit fünf abgeleiteten Winkeln, sodaß die Korrektur je Winkel an diesem Punkt $+0,528''$ ist. Das ist ein stark abweichender Wert, da die Korrekturen an anderen Punkten den Wert $0,37''$ nicht erreichen und sogar nur bei vier Abschlußfehlern über $2''$ den Wert $0,3''$ übersteigen.

Im weiteren wurden die aus der Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler stammenden Winkelkorrekturen mit den mittleren Richtungs- und Winkel Fehlern der direkten Messungen verglichen. Zu diesem Zweck wurden die aus der Stationsausgleichung der Schreiberschen Winkelmessungen erhaltenen mittleren Richtungsfehler zusammengestellt. Die mittleren Fehler der an denselben Punkten in verschiedenen Zeitpunkten oder auf verschiedenen Zeitpunkten oder auf verschiedenen Instrumentaufstellungspunkten (z. B. in den einzelnen Fenstern in Kirschtürmen) durchgeführten Messungen wurden einzeln ange-

führt. Der quadratische Mittelwert der mittleren Richtungsfehler der sich so ergebenden Messungen beträgt

$$\mu_i = \pm 0,17''$$

der mittlere Winkelfehler ist daher

$$\mu_i \cdot \sqrt{2} = \pm 0,24''$$

Die aus der Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler gewonnenen Winkelkorrektur als eine Quantität vom Charakter des mittleren Winkelfehlers betrachtend, weist der Vergleich zwischen abgeleiteten Winkeln und direkten Messungen auf den Vorteil der abgeleiteten Winkel hin. Das gilt auch für den Fall der größten Korrektur von $0,528''$, da dieser Wert nur 2,2-mal größer ist, als der mittlere Winkelfehler $0,24''$, wobei in der Praxis bei direkten Winkelmessungen auch das dreifache dessen vorkommen kann.

Einige Worte müssen noch über die Unabhängigkeit der abgeleiteten Winkel gesagt werden. Aus den Dreiecken dritter Ordnung wurden die großen (fiktiven) Dreiecke so zusammengestellt, daß dabei das Prinzip in Betracht gezogen worden ist, wonach die dominanten Punkte (die Eckpunkte der großen Dreiecke) entweder äußere Punkte oder sogar Zentralpunkte je eines zentralen Systems des entwickelten Netzes dritter Ordnung sein sollen. So war eine gewisse Überdeckung der benachbarten Dreiecksgruppen unvermeidlich, daher sind die berechneten abgeleiteten Winkel voneinander nicht unabhängig. Nach der Feststellung SUDAKOWS [8] ist jedoch die Abhängigkeit untergeordneter Bedeutung, wenn die Dreiecksgruppe nicht aus wenig Dreiecken besteht. Wie bereits erwähnt, ist in unserem Fall die durchschnittliche Dreiecksanzahl 24, sodaß die abgeleiteten Winkel praktisch als voneinander unabhängig betrachtet werden können.

Wie bereits erwähnt, wurde während der Modernisierung an der Gestaltung des Netzes erster Ordnung im Vergleich zu den früheren Plänen Änderungen vorgenommen. Deshalb wurden auch zur Bestimmung der abgeleiteten Winkel neue Dreiecksgruppen zusammengestellt und diese — entsprechend der an den Punkten dritter Ordnung durchgeführten Richtungsmessungen — nach den Richtungen ausgeglichen.

3. An mehr als 50% der Netzpunkte stehen uns gleichzeitig die gemessenen und abgeleiteten Winkel zur Verfügung. Zwecks Untersuchung wurden für diese Punkte die Differenzen zwischen gemessenen und abgeleiteten Winkeln — im Sinne abgeleiteter Winkel minus gemessener Winkel — zusammengestellt.

Summe der positiven Abweichungen	
(51% der Winkel)	+40,814''
Summe der negativen Abweichungen	

(49% der Winkel)	--41,883"
Durchschnittswert	± 0,422"
Algebraische Summe	- 1,069"
Die Differenz liegt	

zwischen 0,0 - 0,25" bei 37% der Winkel,
 zwischen 0,25 - 0,50" bei 29% der Winkel,
 zwischen 0,50 - 0,75" bei 17% der Winkel,
 zwischen 0,75 - 1,00" bei 11% der Winkel,
 über 1,00" bei 6% der Winkel.

Die größte Differenz beträgt +1,941". Zweidrittel der Differenzen (66%) liegt unter 0,5". Nimmt man an, daß einerseits direkt gemessene und abgeleitete Winkel dieselbe Verlässlichkeit haben und andererseits (den wahren Werten offensichtlich nicht entsprechend) der arithmetische Mittel beider Werte am verlässlichsten ist, so sinkt auch der Mittelwert der Differenzen auf die Hälfte, d. h. auf $\pm 0,211''$, was nicht einmal den für den mittleren Winkelfehler der direkten Messungen oben angegebenen Wert $\pm 0,24''$ erreicht. Dieser Vergleich fällt für die abgeleiteten Winkel ebenfalls günstig aus.

4. Während der Vorbereitungsarbeiten zur Netzausgleichung wurde für eine Vielzahl der Punkte die exakte Stationsausgleichung der Serien der direkt gemessenen Richtungen und der abgeleiteten Winkel vorgenommen und der mittlere Fehler der ausgeglichenen Richtungen berechnet. Die Verlässlichkeit der gemessenen Richtungsserien und der abgeleiteten Winkel wurden als identisch angenommen. Die in verschiedenen Zeitpunkten und auf verschiedenen Instrumentenaufstellungen durchgeführten direkten Messungen, sowie jeder abgeleitete Winkel wurden als separate Serien betrachtet. Der Durchschnitt der mittleren Richtungsfehler an den Stationen betrug $\pm 0,42''$, der größte Wert $\pm 0,74''$.

Die Verteilung der mittleren Fehler:

Der Wert lag

zwischen 0,0 - 0,2" an 8% der Punkte,
 zwischen 0,2 - 0,4" an 38% der Punkte,
 zwischen 0,4 - 0,6" an 43% der Punkte,
 zwischen 0,6 - 0,74" an 11% der Punkte.

Bezüglich der aus den Stationsausgleichungen sich ergebenden Winkelkorrekturen: der Mittelwert der Winkelkorrekturen beträgt für die abgeleiteten Winkel $\pm 0,31''$, für die gemessenen aber $\pm 0,39''$. Die Winkelkorrekturen können eindeutig nicht verglichen werden, da die Korrekturen der gemessenen Winkel in der Regel aus den Korrekturen zweier aus je einer, mehrere Richtungen enthaltenden Meßreihe entnommenen Richtungen berechnet werden mußten. Mit Rücksicht auf diesen Umstand, sowie auf die bedeutend

größere Anzahl der abgeleiteten Winkel und auf die geringe Differenz zwischen den beiden Mittelwerten können wir behaupten, daß in die Stationsausgleichungen die gemessenen Richtungen (Richtungsreihen) und die abgeleiteten Winkel als gleich verlässliche Daten angenommen worden sind. Dieses Ergebnis rechtfertigt ebenfalls die gleiche Gewichtsannahme für die gemessenen und abgeleiteten Winkel.

5. Die Abschlußfehler der aus den abgeleiteten Winkeln ausbildbaren Dreiecke wurden von den aus der Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler gewonnenen abgeleiteten Winkeln und danach auch von den nach der Stationsausgleichung veränderten Winkeln ermittelt. In beiden Fällen wurde der Ferrerosche mittlere Winkelfehler berechnet.

Im ersten Fall war

$$\mu'_F = \pm 0,131''$$

Bei 49% der Dreiecke beträgt die Summe der Abschlußfehler $+8,2919''$, bei 51% $-10,818''$. Die Summe der Absolutwerte der Abschlußfehler der Winkel ist $19,037''$, der durchschnittliche Abschlußfehler $\pm 0,129''$, der größte $-1,262''$. Als Ergebnis der Stationsausgleichung verändern sich die Winkel-Abschlußfehler der Dreiecke im Durchschnitt mit $\pm 0,36''$ und zwar erhöhen sich die Abschlußfehler der Hälfte der Dreiecke mit insgesamt $26,24''$ und die der anderen Hälfte verminderte sich mit insgesamt $26,54''$. Die größte Veränderung betrug $1,357''$. Die Verteilung der Veränderungen der Abschlußfehler nach Größe:

Es gab eine Veränderung

von $0 - 0,2''$ bei 34% der Dreiecks-Abschlußfehler,
 von $0,2 - 0,4''$ bei 30% der Dreiecks-Abschlußfehler,
 von $0,4 - 0,6''$ bei 13% der Dreiecks-Abschlußfehler,
 größer als $0,6''$ bei 23% der Dreiecks-Abschlußfehler.

Aufgrund der erhaltenen Dreiecks-Abschlußfehler ergab die Berechnung des Ferreroschen mittleren Fehlers nach der Stationsausgleichung:

$$\mu''_F = \pm 0,290''$$

Die Reihe der Ferreroschen mittleren Winkelfehler wurde noch durch den mittleren Winkelfehler vor der Netzausgleichung:

$$\mu'''_F = \pm 0,406''$$

sowie durch den mittleren Netzfehler der Ausgleichung

$$\mu_F = \pm 0,434''$$

ergänzt.

6. Es wurden die sich nach der Netzausgleichung ergebenden Korrekturen der in die Netzausgleichung einbezogenen, d. h. nach der Stationsausgleichung abgeleiteten Winkel untersucht und zusammengestellt. 50% der abgeleiteten Winkel erhielt insgesamt $+71,283''$, die anderen 50% $-73,100''$ Korrektur. Die Summe der Absolutwerte der Korrekturen betrug $144,383''$, der Durchschnittswert der Korrekturen $\pm 0,33''$.

Die Korrekturen hatten folgende Verteilung:

zwischen $0-0,4''$ lag 70% der Korrekturen der abgeleiteten Winkel,
zwischen $0,4-0,8''$ lag 25% der Korrekturen der abgeleiteten Winkel,
Über $0,8''$ lag 5% der Korrekturen der abgeleiteten Winkel.

Die größte Korrektur betrug $-1,410''$.

7. Zwecks weiterer Untersuchung der abgeleiteten Winkel wurden die linearen Abschlußfehler von 50 solchen auf die Anfangsseite bezogenen Seitenbedingungen berechnet, in denen sämtliche in die Seitenbedingung aufgenommenen Winkel abgeleitet worden waren. Die Berechnung wurde zweimal durchgeführt, zuerst mit den mit der Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler korrigierten Winkeln, und dann mit den aus der Stationsausgleichung erhaltenen Winkeln. Die durchschnittliche Länge der Anfangsseiten betrug 29 000 m. Der Mittelwert des mit der Formel

$$\Delta t = \frac{tV}{e}$$

(t = die Länge der Anfangsseite, V = das reine Glied der Seitenbedingung) berechneten linearen Widerspruchs betrug bei beiden Berechnungen $0,18$ m, bzw. es ergab sich zwischen beiden Berechnungen nur eine Differenz von innerhalb 1 cm, die praktisch vernachlässigt werden kann. Dieses Ergebnis bedeutet eine relative Genauigkeit von $1/160\ 000$. Es kann daher festgestellt werden, daß eine (zwar kleinfügige) Veränderung der abgeleiteten Winkel auf den Verlauf der Ergebnisse weder verbessernden, noch verschlechternden Einfluß gehabt hat.

8. Zur Untersuchung der Verlässlichkeit der fiktiven Winkel würde sich eine gute Kontrolle ergeben, wenn in dem mit abgeleiteten Winkeln bedeckten Teil des Netzes mehrere gemessene Seitenlängen erster Ordnung zur Verfügung stünden. Es könnten einerseits die gemessenen und die berechneten Längen, andererseits die zwischen den gemessenen Längen aufschreibbaren Basisbedingungen entsprechende Daten geben.

Die bei der Ausgleichung aufgeschriebenen Basislängenbedingungen sind wegen ihrer Anordnung für derartige Untersuchungen nur teilweise geeignet. Nur 8 solche Basisbedingungen können ausgewählt werden, in denen alle Winkel der Übertragsdreiecke abgeleitete Winkel sind. Bei diesen acht Bedingungen betrug der Mittelwert der relativen Werte der berechneten linearen Wider-

sprüche 1/182 000, was eine gute Übereinstimmung mit der bei den Seitenbedingungen nachgewiesenen relativen Genauigkeit von 1/160 000 bedeutet.

9. Die Ergebnisse unserer Untersuchungen können wie folgt zusammengefaßt werden:

Der Ferrerosche mittlere Winkelfehler ($\pm 0,131''$) der nur aus abgeleiteten Winkeln bestehenden Dreiecke ist im großen Triangulationsnetz erster Ordnung ein ungewöhnlich kleiner Wert. Das ist die natürliche Folge des Umstandes, daß die Abschlußfehler der Dreiecke hier nur durch die Verteilung der Horizontal-Abschlußfehler beeinträchtigt werden. Der Mittelwert letzterer ist jedoch ein sehr günstiger Wert: $0,95''$, daran hat offensichtlich auch die gegenseitige Abhängigkeit zwischen den benachbarten abgeleiteten Winkeln einen Anteil. Immerhin ergibt sich daraus ein beruhigendes Bild über die Genauigkeit der abgeleiteten Winkel.

Der Mittelwert ($\pm 0,42''$) der mittleren Richtungsfehler der Stationsausgleichungen ist ebenfalls günstig. Aufgrund der Untersuchung der Richtungs- bzw. Winkelkorrekturen erwiesen sich die direkt gemessenen Richtungsreihen und die abgeleiteten Winkel als gleich genau. Der Ferrerosche mittlere Winkelfehler ($\pm 0,290''$) der durch die nach der Stationsausgleichung gewonnenen Winkel zusammengestellten Dreiecke ist noch immer ein sehr günstiger Wert. Dasselbe kann über den Ferreroschen mittleren Winkelfehler ($\pm 0,406''$) des ganzen Netzes gesagt werden, der bereits den Einfluß sämtlicher direkter Messungen enthält. Der aus der Netzausgleichung gewonnene mittlere Fehlerwert von $\pm 0,434''$, bzw. der Umstand, daß der Ferrerosche mittlere Fehler des Netzes sich nur um 7% verschlechterte, ist recht beruhigend. Das zeigt, daß die Verlässlichkeit der abgeleiteten Winkel mit der der gemessenen gleich ist, die abgeleiteten Winkel keine systematischen Fehler verursachen und das Netz durch sie nicht verzerrt wird. Das wird auch durch die Untersuchungen bewiesen, die sich auf die aus den abgeleiteten Winkeln bestehenden Seitenbedingungen und auf die Bedingungen der durch die abgeleiteten Winkel geführten Basisstrecken beziehen.

Letztlich sind wir der Ansicht, daß aufgrund unserer Untersuchungen folgende Aussagen gestellt werden können:

1. Das ausgeglichene Triangulationsnetz erster Ordnung ist exakt und modern, und diene als sehr gute Grundlage zur Untersuchung der Verlässlichkeit der abgeleiteten Winkel.

2. Aufgrund der ersten Ergebnisse des ausgeglichenen Netzes erster Ordnung gibt die Anwendung abgeleiteter Winkel keinen Anlaß zu Besorgnis, im Gegenteil, in Ländern oder Landesgebieten mit ähnlich flachen oder leicht hügeligen topographischen Verhältnissen, wie Ungarn, ist sie — unserer Meinung nach — empfehlenswert. Sowohl nach unseren Ergebnissen und Erfahrungen, als auch nach den diesbezüglichen Angaben der Fachliteratur erreicht oder übertrifft in solchen Gebieten (bei Annahme eines genügend exakt gemes-

senen Netzes dritter Ordnung) die Genauigkeit der abgeleiteten Winkel die der direkten Messungen.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der abgeleiteten Winkel muß noch erwähnt werden. Schwächer gelungene, unsicher erscheinende direkte Messungen können mit Hilfe der Berechnungen abgeleiteter Winkel nicht nur gut kontrolliert, sondern auch korrigiert werden. Dieses Verfahren wurde während der Vorbereitung des Netzes erster Ordnung zur Ausgleichung mit Erfolg verwendet.

SCHRIFTTUM

1. REGŐCZI, E.: Takarékos felsőrendű háromszögelés (Sparsame Triangulation höherer Ordnung) Földméréstani Köz. 1951.
2. REGŐCZI, E.: Harmadrendű háromszögelési hálózatból levezetett elsőrendű hálózat. (Ein aus einem Triangulationsnetz dritter Ordnung abgeleitetes Triangulationsnetz erster Ordnung) *MTA Műsz. Tud. Oszt. Köz.* 1952.
3. REGŐCZI, E.: Réseau primordial déduit d'un réseau trigonométrique de troisième ordre. *Acta Techn. Hung.* 1952.
4. REGŐCZI, E.: Über das Ausfüllnetz des Kettenrahmens der Triangulation erster Ordnung in Ungarn. *Verm. Techn.* 1954.
5. HOMORÓDI, L.: A levezetett szögekkel végzett háromszögelés pontosságának vizsgálatai. (Genauigkeitsuntersuchungen der mit abgeleiteten Winkeln durchgeführten Triangulation) *Geod. és Kart.* 1968.
6. HÓNYI, E.: A magyarországi új kitöltő háromszögelési hálózat kísérleti számításai (Experimentelle Berechnungen des neuen ungarischen Ausfülltriangulationsnetzes) *Geod. és Kart.* 1958.
7. HÓNYI, E.: A dunántúli kitöltőhálózat fiktív elsőrendű hálózatának kiegyenlítése. (Die Ausgleichung des fiktiven Netzes erster Ordnung des Ausfüllnetzes in Transdanubien) *Geod. és Kart.* 1960.
8. СУДАКОВ, Г. С.: К вопросу о главной геодезической основе станций. *Geod. és Kart.* 1968.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ УГЛОВ В СЕТИ ПЕРВОГО КЛАССА, ПОЛУЧЕННЫХ ИЗ ТРИАНГУЛЯЦИОННОЙ СЕТИ ТРЕТЬЕГО КЛАССА

Т. БЕНЦЕ—Э. БОД—Т. ЛУКАЧ

РЕЗЮМЕ

На основе величин, полученных из триангуляционной сети высшего класса, были исследованы точности производных углов и с их помощью образованная по ним фиктивная сеть.

Для контроля производных углов служили: исследование невязок горизонта, разности между производных и непосредственно измеренных углов, полученных на основе условий горизонта и суммы углов, полученные поправки в сети после уравнивания, линейные невязки бокового условия, относящиеся к исходной стороне, а также некоторые условия базиса.

В качестве результата исследования можно сказать, что в случае больших сетей целесообразно применять производных треугольников, так как их точность не только что достигает точность непосредственных измерений, но и повышает ее.

INVERTIERUNG GROSSER NORMALGLEICHUNGSMATRIZEN DURCH PARTITIONIERUNG

CZOBOR, Á.—POVILAITIS, S. I.

INSTITUT FÜR VERMESSUNGSWESEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 1. August 1974]

Die Studie behandelt eine unmittelbare Methode, die zur Lösung der in der Geodäsie vorkommenden großen Matrizen geeignet ist.

Die Methode wurde der Ausgleichung von Landestriangulationsnetzen angepaßt, wobei die allgemeinen Regeln der Partitionierung von Matrizen angewendet werden. Die Größe der Submatrizen wird von der Kern-Speicher-Kapazität des Computers bestimmt.

Nach theoretischer Erörterung des Problems wird in der Arbeit ein in FORTRAN-Sprache abgefaßtes Programm vorgeschlagen, das auf verschiedene Rechenmaschinen leicht angewendet werden kann.

Bei der Ausgleichung von kontinentaler oder Landes-Triangulationsnetzen bedeutet die Lösung der Normalgleichungssysteme das größte Problem. Die Anwendung moderner leistungsfähiger Rechenmaschinen ermöglicht eine gemeinsame Ausgleichung, wodurch die früher ein großes Problem bedeutende geometrische Zerlegung erübrigt wird. Es entsteht jedoch ein neues Problem: die rationelle Ausnützung des Computers. Die Lösung einer Invertierungsaufgabe, die die Möglichkeiten der Rechenmaschine mit gegebener Kern-Speicher-Kapazität übertrifft, kann nur durch Hilfsspeicher durchgeführt werden. Die Peripherien ermöglichen, daß das Gleichungssystem beinahe ohne obere Grenze gespeichert und manipuliert werden kann, und es muß mit einer solchen mathematischen Zerlegung zum arithmetischen Prozessor weitergeleitet werden, die vom Prozessor rationell und mit entsprechender Genauigkeit gelöst werden kann.

Das zur Invertierung des Normalgleichungssystems zur Verfügung stehende Programmpaket gibt bis 100 Unbekannten eine direkte Lösung ohne Iteration. Es wurde notwendig, eine derartige mathematische Zerlegung auszuarbeiten, die dem Charakter der Aufgabe entsprechend die Kehrmatrix ohne Annäherung herstellt. Es wird hier neben der Lösung auch die detaillierte Ableitung angegeben, da hiedurch nicht nur die gegebene Aufgabe gelöst werden konnte, sondern auch eine an einem beliebigen Computer gut anwendbare allgemeine Methode gewonnen wurde. Das mathematische Prinzip der Lösung stammt von FROBENIUS.

Bei den Ableitungen wurde von den in der Geodäsie üblichen Alphabet-Symbolen abgesehen; die Anwendung der Doppelindizes war unvermeidlich. Nachdem hier, vom Algorithmus der Ausgleichung herausgegriffen nur die

Invertierung der Normalgleichungen behandelt wird, bedeutet die Verwendung ungewöhnlicher Symbole sicherlich keine Störung.

Es sei eine nicht singuläre Normal-Matrix \mathbf{A} n -ter Ordnung gegeben. Laut Regeln der Partitionierung kann dies — wie folgt — in Blöcke beliebiger Größe zerlegt werden:

$$\mathbf{A} = \left[\begin{array}{ccc|cc} a_{11} & a_{12} & \dots a_{1m} & a_{1,m+1} & \dots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots a_{2m} & a_{2,m+1} & \dots a_{2n} \\ \vdots & & & & \\ a_{l1} & a_{l2} & \dots a_{lm} & a_{l,m+1} & \dots a_{ln} \\ \hline a_{(l+1)1} & a_{(l+1)2} & \dots a_{(l+1)m} & a_{(l+1)(m+1)} & \dots a_{(l+1)n} \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots a_{nm} & a_{n(m+1)} & \dots a_{nn} \end{array} \right] \quad (1)$$

In kürzerer Form:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(l,m)} & \mathbf{A}_{12}^{(l,n-m)} \\ \mathbf{A}_{21}^{(n-l,m)} & \mathbf{A}_{22}^{(n-l,n-m)} \end{bmatrix} \quad (2)$$

wo die Matrix $\mathbf{A}_{r,s}^{(i,j)}$ in der Übermatrix die in der r -ten Zeile und s -ten Spalte befindliche Submatrix der Größe (i,j) bedeutet.

Für die partitionierten Matrizen sind die allgemeinen Regeln der Matrixalgebra gültig. Hat man eine zweite Matrix \mathbf{B} gleicher Zerlegung, so kann

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11}^{(l,m)} & \mathbf{C}_{12}^{(l,n-m)} \\ \mathbf{C}_{21}^{(n-l,m)} & \mathbf{C}_{22}^{(n-l,n-m)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

geschrieben werden, worin:

$$\mathbf{C}_{rs}^{(i,j)} = \mathbf{A}_{rs}^{(i,j)} + \mathbf{B}_{rs}^{(i,j)}$$

Befriedigen weiters die Größen der Blöcke einer Matrix \mathbf{A} gleicher Zerlegung die Regeln der Multiplikation mit Matrix \mathbf{A} (die Zahl der Zeilen von \mathbf{A} ist mit der der Spalten von \mathbf{U} identisch) d. h.:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{11}^{(m,j)} & \mathbf{U}_{12}^{(m,n-j)} \\ \mathbf{U}_{21}^{(n-m,j)} & \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-j)} \end{bmatrix} \quad (4)$$

so kann

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{11}^{(l,j)} & \mathbf{F}_{12}^{(l,n-j)} \\ \mathbf{F}_{21}^{(n-l,j)} & \mathbf{F}_{22}^{(n-l,n-j)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

geschrieben werden.

Die Blöcke von Matrix **F** detailliert ausgeschrieben, erhält man die Form:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_{11}^{(l,j)} &= \mathbf{A}_{11}^{(l,m)} \cdot \mathbf{U}_{11}^{(m,j)} + \mathbf{A}_{12}^{(l,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{21}^{(n-m,j)} \\
 \mathbf{F}_{21}^{(n-l,j)} &= \mathbf{A}_{21}^{(n-l,m)} \cdot \mathbf{U}_{11}^{(m,j)} + \mathbf{A}_{22}^{(n-l,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{21}^{(n-m,j)} \\
 \mathbf{F}_{12}^{(l,n-j)} &= \mathbf{A}_{11}^{(l,m)} \cdot \mathbf{U}_{12}^{(m,n-j)} + \mathbf{A}_{12}^{(l,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-j)} \\
 \mathbf{F}_{22}^{(n-l,n-j)} &= \mathbf{A}_{21}^{(n-l,m)} \cdot \mathbf{U}_{12}^{(m,n-j)} + \mathbf{A}_{22}^{(n-l,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-j)}
 \end{aligned} \tag{6}$$

Nach den obigen allgemeinen Regeln sei folgende Einschränkung gestellt: es seien $m = l$ und $j = m$, d. h. es sollen gleichgroße Blöcke ($N1 = m$) gebildet werden. Falls n durch $N1$ nicht dividierbar ist, so wird die Diagonale der Matrix **A** mit Einsen ausgefüllt.

Im Sinne der Definition der Kehrmatrix ist $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{E}$, wobei **E** die Einheitsmatrix bedeutet. Gesucht wird die Inverse der Matrix **A** in der Form der obigen Matrix **U**, d. h. es sei **U** die Lösung der Aufgabe $\mathbf{A} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{E}$. Dann ist die der Gl. (5) entsprechende Partitionierung der Matrix **E** wie folgt:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_{11}^{(m,m)} & \mathbf{O}_{12}^{(m,n-m)} \\ \mathbf{O}_{21}^{(n-m,m)} & \mathbf{E}_{22}^{(n-m,n-m)} \end{bmatrix} \tag{7}$$

wobei $\mathbf{O}_{k,l}^{(m,n)}$ eine Nullmatrix ist.

Nach Substitution in die Gleichungen (6) erhält man:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_{11}^{(m,m)} \cdot \mathbf{U}_{11}^{(m,m)} + \mathbf{A}_{12}^{(m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{21}^{(n-m,m)} &= \mathbf{E}_{21}^{(m,m)} \\
 \mathbf{A}_{21}^{(n-m,m)} \cdot \mathbf{U}_{11}^{(m,m)} + \mathbf{A}_{22}^{(n-m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{21}^{(n-m,m)} &= \mathbf{O}_{21}^{(n-m,m)} \\
 \mathbf{A}_{11}^{(m,m)} \cdot \mathbf{U}_{12}^{(m,n-m)} + \mathbf{A}_{12}^{(m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-m)} &= \mathbf{O}_{12}^{(m,n-m)} \\
 \mathbf{A}_{21}^{(n-m,m)} \cdot \mathbf{U}_{12}^{(m,n-m)} + \mathbf{A}_{22}^{(n-m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-m)} &= \mathbf{E}_{22}^{(n-m,n-m)}.
 \end{aligned} \tag{8}$$

Die Lösung der Gleichungen (8) für $\mathbf{U}_{i,j}^{(k,l)}$ ergibt:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-m)} &= [\mathbf{A}_{22}^{(n-m,n-m)} - \mathbf{A}_{21}^{(n-m,m)} \cdot (\mathbf{A}_{11}^{(m,m)})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{12}^{(m,n-m)}]^{-1} \\
 \mathbf{U}_{12}^{(m,n-m)} &= -(\mathbf{A}_{11}^{(m,m)})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{12}^{(m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-m)} \\
 \mathbf{U}_{21}^{(n-m,m)} &= -\mathbf{U}_{22}^{(n-m,n-m)} \cdot \mathbf{A}_{21}^{(n-m,m)} \cdot (\mathbf{A}_{11}^{(m,m)})^{-1} \\
 \mathbf{U}_{11}^{(m,m)} &= (\mathbf{A}_{11}^{(m,m)})^{-1} - (\mathbf{A}_{11}^{(m,m)})^{-1} \cdot \mathbf{A}_{12}^{(m,n-m)} \cdot \mathbf{U}_{21}^{(n-m,m)}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Aufgrund der obigen Formelreihe kann die Invertierung der auf 4 Blöcke zerlegten Matrix bereits erfolgen, da vorausgesetzt wurde, daß der Block **A** an der gegebenen Rechenmaschine unmittelbar invertiert werden kann.

Größere Matrizen als diese, die in eine prinzipiell beliebige Anzahl von optimal großen Blöcken zerlegt sind, können mit Hilfe einer, durch folgenden Gedankengang ableitbaren Methode invertiert werden.

Zwecks Verständlichkeit des angegebenen Programmes wird zur Anwendung der der FORTRAN-Sprache entsprechenden Indizes übergegangen und gleichzeitig die Bezeichnung der Blöcke mit verschiedenen Buchstaben eingeführt.

Matrix \mathbf{A} soll wie folgt aufgeschrieben werden:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11}^{[(M-1) \cdot N1, (M-1) \cdot N1]} & \mathbf{B}_{12}^{(M-1) \cdot N1, N1} \\ \mathbf{B}_{21}^{[N1, (M-1) \cdot N1]} & \mathbf{A}_{MM}^{(N1, N1)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

wobei M den Rang der Matrix \mathbf{A} , $N1$ den Rang der invertierbaren Matrix bedeuten.

Gl. (10) in die Gleichungen (9) eingesetzt, erhält man die algebraische Form von \mathbf{A}^{-1} :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{MM}^{(N1, N1)} &= \left\{ \mathbf{A}_{MM}^{(N1, N1)} - \mathbf{B}_{21}^{N1, (M-1) \cdot N1} \cdot [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} \cdot \mathbf{B}_{12}^{(M-1)N1, N1} \right\}^{-1} \\ \mathbf{U}_{12}^{(M-1)N1, N1} &= - [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} \cdot \mathbf{B}_{12}^{(M-1)N1, N1} \cdot \mathbf{U}_{MM}^{(N1, N1)} \\ \mathbf{U}_{21}^{[N1, (M-1)N1]} &= - \mathbf{U}_{MM}^{(N1, N1)} \cdot \mathbf{B}_{21}^{[N1, (M-1)N1]} \cdot [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} \\ \mathbf{U}_{11}^{[(M-1)N1, (M-1)N1]} &= [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} - [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} \cdot \mathbf{B}_{12}^{(M-1)N1, N1} \cdot \mathbf{U}_{MM}^{(N1, N1)} \cdot \mathbf{B}_{21}^{[N1, (M-1)N1]} \cdot [\mathbf{B}_{11}^{(M-1)N1, (M-1)N1}]^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

In diesen Gleichungen kann die Matrix \mathbf{A}^{-1} n -ter Ordnung in Form einer Inverse $N1$ -ter Ordnung, sowie eine Inverse $(M-1) \cdot N1$ -ter Ordnung gebildet werden. Die letztere Matrix \mathbf{B}_{11}^{-1} ist ähnlicherweise erhaltbar.

Die Reihe der Abbildung entsprechend fortgesetzt gelangt man zum ersten jener Blöcke, die bereits mit Hilfe der Formel (11) unmittelbar invertierbar sind. Die tatsächliche Lösung wird also hier beginnen, d. h. die Kehrmatrizen der folgenden Matrizen werden stufenweise gebildet:

$$[\mathbf{A}_{11}^{(N1, N1)}], \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{12}^{(N1, N1)} \\ \mathbf{A}_{21}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{22}^{(N1, N1)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{12}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{13}^{(N1, N1)} \\ \mathbf{A}_{21}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{22}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{23}^{(N1, N1)} \\ \mathbf{A}_{31}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{32}^{(N1, N1)} & \mathbf{A}_{33}^{(N1, N1)} \end{bmatrix} \dots \quad (12)$$

Da — wie aus (11) ersichtlich — in jede weitere Stufe die in den vorherigen gebildete Kernmatrix weitergeht, wurde erreicht, daß immer nur der nächste Diagonal-Block invertiert werden muß. Mit anderen Worten: die in dem $(n-1)$ -ten Schritt erhaltene Inverse ergibt die Inverse der Submatrix $\mathbf{A}_{11}^{(N1, N1)}$ des n -ten Schrittes.

Der n -te Diagonalblock der ursprünglichen Matrix A_{MM} wird die Matrix A aus Gl. (10) sein, diese wird invertiert und es werden mit den aus A genommenen Gliedern mit gemischten Indizes die in (11) vorgeschriebenen Operationen durchgeführt. Die M -malige Wiederholung dieses Vorganges ergibt die vollständige Kehrmatrix.

Wie bereits erwähnt, ist diese Methode im Prinzip zur Invertierung von beliebig großen Matrizen geeignet, da der vorhandene Computer die Größe der tatsächlich zu invertierenden Blöcke bestimmt, und die weiteren Operationen mit Hilfe von Peripherien bereits gelöst werden können (Abb. 1).

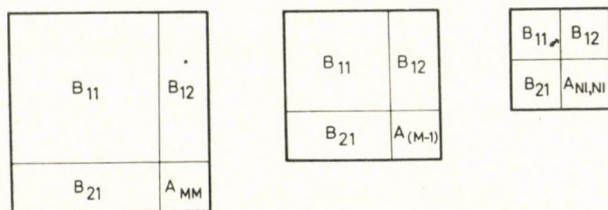


Abb. 1

Diese Feststellung kann nun auch auf die Gesichtspunkte der Klein-Computer ausgedehnt werden, da die programmierbaren Tischrechenmaschinen zur Invertierung kleiner Matrizen sowie zur Durchführung weiterer Operationen ähnlichen Maßes geeignet sind. Mit dieser Methode kann auch der Nutzeffekt der kleinen Rechenmaschinen bedeutend gesteigert werden.

Werden weiters einfache Matrixelemente an Stelle der Submatrizen geschrieben, so ist die Methode in derselben Weise — auch für Invertierung auf mechanischen Rechenmaschinen — anwendbar.

Man kann sich über die Wirksamkeit der Methode bei der Ausgleichung des Netzes erster Ordnung überzeugen, daher kann es von Interesse sein, das in FORTRAN-Sprache abgefaßte Programm des tatsächlich angewendeten, als INVERT bezeichneten Subroutines hier anzugeben.

FORTRAN IV27 SOURCE PROGRAM INVERT SUBROUTINE

```

1  SUBROUTINE INVERT(N1,M,NO1,B,IRA,B1,X,
2  *IPS,DX,R,AO1,UO1,P,CO1,GO1,A,IU)
3  DOUBLE PRECISION X,DX,DG,DS,DONE,DA
4  DIMENSION B(N1,N1), B1(N1), X(N1), IPS(N1), DX(N1),
5  1  R(N1), AO1(N1,N1), UO1(N1,N1), P(N1, N1),CO1(N1,N1),
   GO1(N1,N1),
6  3  A(NO1), IRA(NO1), IU(N11,N11)
    
```

```

7      IW=19+((-1)**(N11+1)+1)/2
8      IR=IW+(-1)**N11
9      READ(30'1)NA1
10     READ(30'1)(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
11     CALL RINAAT(NO1,N1,IRA,A,UO1)
12     CALL AINV(N1,B.UO1,GO1,B1,X,IPS,DX,R)
13     WRITE(IW)((B(I,J),J=1, N1),I=1,N1)
14     REWIND IW
15     DO 1 K=2,N11
16     IW=IW+(-1)**(N11+K)
17     IR=IW+(-1)**(N11+K+1)
18     L=K-1
19     DO 20 I=1,N1
20     DO 20J=1,N1
21     P(I,J)=0.
22 20  CO1 I,J=0.
23     READ(30'IU(1,K))NA1
24     READ(30'IU(1,K))(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
25     CALL RINAAT(NO1,N1,IRA,A,B)
26     DO2I=1,L
27     READ(30'IU(K,I))NA1
28     READ(30'IU(K,I))(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
29     CALL RINAAT(NO1,N1,IRA,A,AO1)
30     READ(IR)((OU1(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
31     CALL MULTAB(N1,AO1,UO1,GO1)
32     CALL SUMSUB(N1,CO1,GO1,CO1,1)
33     CALL MULTAB(N1, UO1,B,GO1)
34     WRITE (50'4*(I-1)+1)((GO1(I1,J1),
21     *J1=1,N1),I1=1,N1)
35 2  CONTINUE
36     WRITE(40'1)((CO1(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
37     CALL MULTAB(N1,CO1,B,AO1)
38     CALL SUMSUB(N1,P,AO1,P,1)
39     IF(L.EQ.1)GO TO 5
40     DO 3J=2,L
41     READ(30'IU(J,K) NA1
42     READ(30'IU(J,K))(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
43     CALL RINAAT(NO1,N1,IRA,A,B)
44     DO 18I1=1,N1
45     DO 18J1 = 1,N1
46 18  CO1(I1,J1)=0.
47     DO 4I=1,L

```

```

48 READ(30'IU(K,I))NA1
49 READ(30'IU(K,I))(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
50 CALL RINAAT(N01,N1,IRA,A,A01)
51 READ(IR)((U01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
52 CALL MULTAB(N1,A01,U01,G01)
53 CALL SUMSUB(N1,C01,G01,C01,1)
54 CALL MULTAB(N1,U01,B,A01)
55 READ(50'4*(I-1)+1)((G01(I1,J1),
*J1=1,N1),I1=1,N1)
56 CALL SUMSUB(N1,G01,A01,G01,1)
57 WRITE(50'4*(I-1)+1)((G01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
58 4 CONTINUE
59 WRITE(40'4*(J-1)+1)((C01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
60 CALL MULTAB(N1,C01,B,A01)
61 CALL SUMSUB(N1,P,A01,P,1)
62 3 CONTINUE
63 5 CONTINUE
64 READ(30'IU(K,K))NA1
65 READ(30'IU(K,K))(IRA(L1),A(L1),L1=1,NA1)
66 CALL RINAAT(N01,N1,IRA,A,A01)
67 CALL SUMSUB(N1,A01,P,U01,-1)
68 CALL AINV(N1,B,U01,G01,B1,X,IPS,DX,R)
69 REWIND IR
70 DO 6 J = 1,L
71 READ(40'4*(J-1)+1)((C01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
72 CALL MULTAB(N1,B,C01,A01)
73 CALL SUMSUB(N1,A01,A01,C01,O)
74 DO 7 I=1,L
75 READ(50'4*(I-1)+1)((G01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
76 CALL MULTAB(N1,G01,C01,A01)
77 READ(IR)((U01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
78 CALL SUMSUB(N1,U01,A01,P,-1)
79 WRITE(IW)((P(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
80 7 CONTINUE
81 WRITE(IW)((C01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
82 6 CONTINUE
83 DO 8 I = 1,L
84 READ(50'4*(I-1)+1)((G01(I1,J1), J1=1,N1),I1=1,N1)
85 CALL MULTAB(N1,G01,B,A01)
86 CALL SUMSUB(N1,A01,A01,U01,O)
87 WRITE(IW)((U01(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
88 8 CONTINUE

```

```

89      WRITE(IW)((B(I1,J1),J1=1,N1),I1=1,N1)
90      REWIND IW
91      REWIND IR
92  1    CONTINUE
93      RETURN
94      END

```

Die im Programm vorhandenen Subroutine werden zwecks Erleichterung der Lesbarkeit des Programmes ohne weitere Erklärungen wie folgt angegeben: RINAAT: Ordnet die Nicht-Null-Elemente der Matrix, verdichtet die Matrix. AINV: Invertiert Blöcke mit der Gaußschen Eliminationsmethode bis max. 100 Unbekannten. Bildet die fertige Inverse an Stelle B . MULTAB, $N1, A, B, C$ führt die Matrixmultiplikation $C = A \cdot B$ durch SUMSUB ($N1, A, B, C, K$) vollzieht die Produktsummierung wobei $C = A + K \cdot B$ ist. (Im Falle des Operationskinds 0 ist $C = -B$, +1 und -1 bedeuten jedoch Vorzeichen).

Kurz gefaßt: es wurde ein wirksames, gut funktionierendes kurzgebundenes Programm entwickelt, das für jegliche Aufgaben der Ausgleichsrechnung effektiv eingesetzt werden kann.

SCHRIFTTUM

1. FORSYTHE, G. E.: Computer solutions of linear algebraic systems. Prentice-Hall, INC. Englewood Cliffs. N. J. 1967.
2. OBADOVICS, J. GY.: Gyakorlati számítási eljárások (Praktische Berechnungsverfahren) Gondolat Kiadó, 1972.

ОБРАЩЕНИЕ МАТРИЦ БОЛЬШИХ СИСТЕМ НОРМАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПО ЧАСТЯМ

A. ЦОБОР—С. И. ПОВИЛАЙТИС

РЕЗЮМЕ

В статье излагается прямой метод, пригодный для решения встречающихся в геодезии матриц большого размера.

Метод был создан для уравнивания государственных триангуляционных сетей, были применены общие правила обращения матриц по частям. Величина подматриц определяется оперативной памятью ЭВМ.

После теоретического изложения проблемы в статье дается программа на языке ФОРТРАН, легко применяемый для различных ЭВМ.

EINIGE MÖGLICHKEITEN ZUR VERBESSERUNG VON PRÄZISIONSNIVELLIERLATTEN

L. MISKOLCZI

TECHNISCHE UNIVERSITÄT, BUDAPEST

[Eingegangen am 1. August 1974]

In der Arbeit wird über die im Geodätischen Institut der Technischen Universität Budapest durchgeführten Untersuchungen zur Verbesserung der Präzisionsnivellierlatten berichtet.

Aufgrund der Ergebnisse werden folgende Schlüsse gezogen:

Die Teilstrichstärke, die derzeit an den Invarlatten angewendet werden, ist nicht die optimale. (Abb. 1 und 2 zeigt die Änderung des mittleren Ablesungsfehlers im Falle einer Änderung der Teilstrichstärke zwischen 1,6–3,2 mm bzw. 1,6–3,6 mm.)

Die optimale Teilstrichstärke an den Latten wäre — im Gegenteil zur derzeitigen Praxis — 2,2–2,9 mm. (Abb. 1, Abb. 2 und Tabelle.)

Falls der Beobachter die Verstellung der Justierung der Libelle der Latte nicht bemerkt, kann im Falle einer schief gehaltenen Latte ein Fehler entstehen. Zwecks Eliminierung dieses Fehlers wird die Anwendung einer zweiten Libelle vorgeschlagen, wobei beide voneinander unabhängig an die Latte montiert werden sollen. Derweise ist eine Schiefe der Latte sofort bemerkbar.

Schließlich wird eine neue Latte für Stromübergangsnivellements beschrieben, (Abb. 4 und 5), bzw. deren Produktion und Anwendung vorgeschlagen.

Heutzutage werden gegenüber Präzisionsnivellements, besonders seitens der Untersuchung vertikaler Erdkrustenbewegungen, höhere Genauigkeitsanforderungen gestellt, als dies bisher üblich war. Den erhöhten Anforderungen muß im wesentlichen jedoch mittels der auch bislang benutzten Instrumente und Meßeinrichtungen nachgekommen werden, da in jüngster Zeit keine Erfindung oder Methode entstand, deren Anwendung die Genauigkeit der Präzisionsnivellements entscheidend erhöhen konnte. Die neueren Konstruktionen und Anregungen — Nivellierinstrumente mit Kompensator, mit Laserstrahl, weiters hydrostatische und biaxiale Nivellierinstrumente, bzw. mit denen durchgeführte Nivellements — beabsichtigen im Grunde die vollkommeneren Verwirklichung eines der traditionellen Prinzipien; sie sind nicht vom Grunde her neu, obwohl durch sie eine vorteilhaftere Ausnutzung der ursprünglichen Erfindungen ermöglicht wird. Dabei kann festgestellt werden, daß die Verbesserungsversuche in der jüngsten Zeit hauptsächlich auf die Instrumente gerichtet waren und die übrigen Meßgeräte der Nivellements hierbei gewissermaßen außer acht gelassen wurden.

Deshalb wurde unsere Aufmerksamkeit auf die Nivellierlatten gerichtet, von denen aufgrund sowohl praktischer Meßverfahren als auch früherer

Arbeiten von J. MERKEL [1], D. VUCICEVIĆ [2] und anderen angenommen werden konnte, daß sie einfacher, jedoch möglicherweise genauso erfolgreich verbessert werden können, wie die Nivellierinstrumente. Forschungsarbeiten in dieser Richtung wurden an der Technischen Universität Budapest im Rahmen des Forschungsprogrammes des Lehrstuhls für Höhere Geodäsie des Geodätischen Institutes (sowie im Rahmen der damit verknüpften wissenschaftlichen Aktivität der Geodätenstudenten) durchgeführt. Im folgenden wird hier darüber kurz berichtet.

I. Untersuchungen zwecks Klärung des Zusammenhanges zwischen der Stärke der Teilstriche der Latte und der Verläßlichkeit der Ablesung

Praktische Erfahrungen des Präzisionsnivelements führten zum Gedanken, den Ablesungsfehler auf recht einfache Weise dadurch beträchtlich zu vermindern, daß auf den zu den verschiedenen Nivellierinstrumententypen gehörenden Nivellierlatten solche Stärke der Lattenstriche angewendet werde, die dem Keilstrich des jeweiligen Instrumentes, sowie der üblichen Nivellierungsentfernung entspreche.

Bevor die Ergebnisse der zwecks Nachweis dieser Annahme durchgeführten Versuche besprochen werden, muß vorhergehend folgendes gesagt werden:

Die derzeit benutzten Nivellierinstrumententypen können vom Gesichtspunkt unserer Untersuchungen aus in zwei Hauptgruppen aufgeteilt werden: bei der ersten kann mit Hilfe der optischen Mikrometereinrichtung das Bild der Nivellierlatte innerhalb eines Bereiches von 1 cm verschoben werden, bei der zweiten innerhalb eines Bereiches von nur 0,5 cm. Aus der wohlbekanntem Methode der Lattenablesung folgt, daß zu den Instrumenten mit 1 cm Mikrometerbereich Nivellierlatten mit einem Teilungsintervall von 1 cm und zu denen mit 0,5 cm Mikrometerbereich Nivellierlatten mit einem Teilungsintervall von 0,5 cm gehören.

An den Latten mit einem Teilungsintervall von 1 cm beträgt die Stärke der Teilstriche in der Regel 1,6–1,8 mm. (Diese Strichstärke ist sicherlich noch derzeit eingeführt und allgemein akzeptiert worden, als die Lattenablesungen nicht mit Hilfe eines Keiles, sondern eines einfachen horizontalen Fadens durchgeführt worden sind.) Es gibt jedoch auch solche Nivellierlatten, an welchen die Stärke der Teilstriche 2,8 mm beträgt, wie z. B. die zum Instrument Zeiss Ni–004 gehörende Latte, an der die Teilungen abwechselnd rechts und links vom Invarband derweise aufeinander folgen, daß sie an beiden Seiten je eine selbständige Skala mit 1 cm Teilungsintervall, zusammen aber eine einzige Skala mit 0,5 cm Teilungsintervall ergeben. Dadurch ist sie — bei Anwendung zum Instrument Zeiss Ni–004 mit einem Mikrometerbereich

von 0,5 cm — eigentlich eine Latte mit Teilungsintervall von 0,5 cm. Sie wird jedoch deshalb hier erwähnt, weil sie durch Anwendung der einzelnen Skalen auch zu Instrumenten mit einem Mikrometerbereich von 1 cm als eine Latte mit dem Teilungsintervall von 1 cm benutzt werden kann [3].

Die erwähnten Versuche hatten in erster Linie die Frage zu klären, welche der beiden auf den Nivellierlatten mit 1 cm Teilungsintervall *tatsächlich angewendeten* Stärken der Teilstriche (nämlich 1,6–1,8 mm bzw. 2,8 mm) vom Gesichtspunkt der Ablesungsverläßlichkeit aus günstiger ist.

Zu der 1972 unter entsprechenden Bedingungen mit einer Vielzahl von Messungen durchgeführten Untersuchungen wurde von GY. HEGYI ein Präzisionsnivellierinstrument mit Kompensator der Firma Salmoiraghi sowie eine Salmoiraghi-Nivellierlatte mit einer Teilstrichstärke von 1,8 mm und eine Zeiss-Latte mit einer Teilstrichstärke von 2,8 mm angewendet. Von den Einzelheiten der Versuchsmessungen wird hier abgesehen, und über die Ergebnisse berichtet werden. (Weitere Einzelheiten sind in [4] zu finden.)

Die Untersuchungsergebnisse zeigten, daß unter gleichen Bedingungen und bei Lattenabständen von 30–40 m der aus dem Zusammenhang

$$\mu = \sqrt{\frac{[v_i v_i]}{n-1}}$$

berechnete *mittlere Fehler der Ablesung* bei Anwendung der Nivellierlatte mit der Teilstrichstärke von 2,8 mm im Durchschnitt um 15% kleiner war, als bei Anwendung der Latte mit der Teilstrichstärke von 1,8 mm. (In der Formel des mittleren Fehlers bedeuten

$$v_i = l - l_i \quad \text{und} \quad l = \frac{[l_i]}{n}$$

wobei l_i die einzelnen Lattenablesungen, und n die Anzahl der Ablesungen bedeuten).

Obwohl diese Untersuchungsergebnisse streng genommen nur auf den Fall der Anwendung des bei der Untersuchung benutzten Instrumentes (Keilstriches) bezogen werden dürfen, konnte schon in diesem Anfangsstadium der Untersuchungen darauf geschlossen werden, daß auf den Nivellierlatten von 1 cm Teilungsintervall (z. B. auf den Wild- und Salmoiraghi-Latten) *derzeit nicht die optimale Teilstrichstärke angewendet wird*.

Die Stärke der Teilstriche auf den Latten von 0,5 cm Teilungsintervall beträgt derzeit — von den einzelnen Typen abhängig — 1,2–1,6 mm. Aufgrund der besprochenen Versuchsergebnisse wurde angenommen, daß auch diese Linienstärke nicht die optimale sei, weshalb die nächste Untersuchung auf die Bestimmung der *optimalen* Strichstärke der Latten von 0,5 cm Teilungsintervall gerichtet war.

Die Einzelheiten der von E. GALAMBOS und Z. KOTNYEK 1972 mit einem Instrument vom Typ Zeiss Koni-007 durchgeführten Versuchsmessungen werden hier ebenfalls nicht beschrieben, sondern es wird nur auf die in [5] enthaltenen hingewiesen. Die Ergebnisse werden in Abb. 1 gezeigt, woraus ersichtlich ist, daß das Minimum der für die Lattenabstände von 30, 35 und 40 m einzeln konstruierten Kurven des mittleren Fehlers — d.h. die optimale Stärke der Teilstriche der Latten — jeweils bei 2,4–2,5 mm liegt.

Der Abbildung ist auch zu entnehmen, daß bei der Anwendung einer Teilstrichstärke von 2,4–2,5 mm anstatt z. B. von 1,6 mm der mittlere Ab-

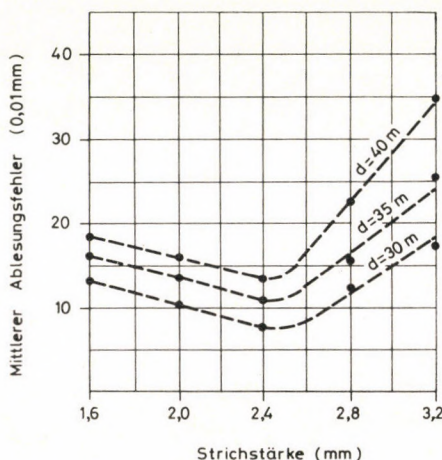


Abb. 1. (Nach GALAMBOS und KOTNYEK)

lesungsfehler sehr bedeutend, nämlich durchschnittlich mit etwa 30% abnimmt.

Obwohl diese Untersuchungsergebnisse ziemlich überzeugend waren, ließen sie die Frage noch immer offen, ob und in welchem Maß der Ablauf des mittleren Ablesungsfehlers durch den Typ des benutzten Instrumentes (durch die Form des Keilstrichs) beeinflusst wird. Deshalb wurden 1973 von E. AMBRUS und GY. HEGYI Versuchsmessungen mit vier verschiedenen Nivellierinstrumenten durchgeführt. Zwei davon waren mit Libellen (MOM Ni-A1, Wild N3) und zwei mit Kompensatoren (Koni-007, Salmoiraghi Mod. 5190) ausgerüstet, bzw. der Mikrometerbereich betrug bei zweien 1 cm (Wild N3, Salmoiraghi Mod. 5190) und bei zweien 0,5 cm (MOM Ni-A1, Koni-007). Die Messungen wurden bei Lattenabständen von 30 und 40 m und in einem Bereich der Teilstrichstärke von 1,6 mm bis 3,6 mm durchgeführt, wobei die Stärke stufenweise jeweils um 0,4 mm verändert worden war. Es wurden unter gleichen Bedingungen in jeder Variation 50 Ablesungen gemacht; eine zu-

sätzliche Untersuchung erwies, daß die Meßergebnisse praktisch nur durch zufällige Fehler belastet sind. (Für weitere Einzelheiten siehe [6]).

Die Stellen der Minima an den Regressionskurven, die den Zusammenhang zwischen den verschiedenen Teilstrichstärken, sowie den berechneten Werten der dazu gehörenden mittleren Ablesungsfehler repräsentieren, geben die

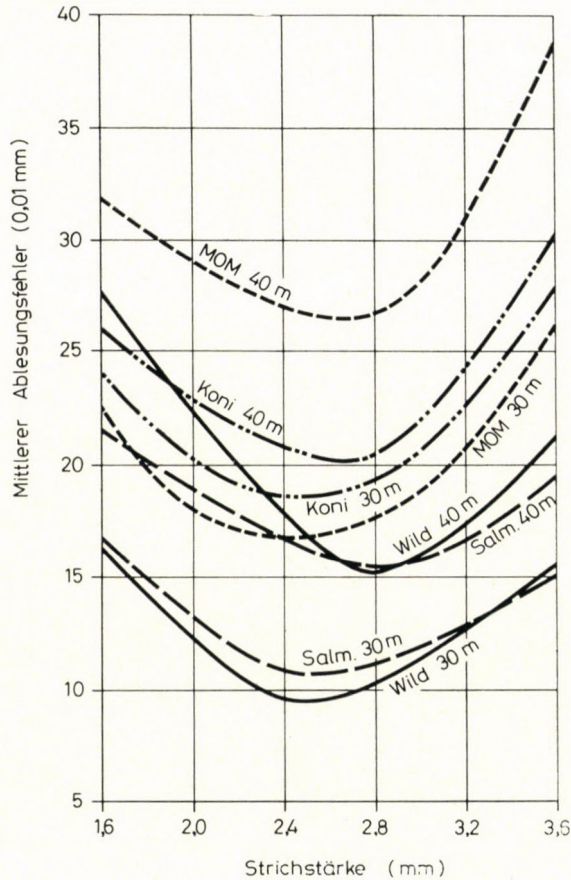


Abb. 2

optimale Stärke des Teilstrichs an (Abb. 2). Zwecks besserer Übersicht, sowie um die Nachteile eventueller zeichnerischer Ungenauigkeiten auszuschließen, wurden die Endergebnisse auch in Form einer Tabelle angegeben.

Es sei bemerkt, daß Ergebnisse der mit dem Instrument Zeiss Koni-007 bei Lattenabständen von 30 und 40 m, im Bereich von 1,6–3,2 mm Teilstrichstärke durchgeführten Versuchsmessungen sowohl in Abb. 1, als auch

Tabelle

Instrumententyp	Optimale Strichstärke [mm]	
	Lattenentfernung: 30 m	Lattenentfernung: 40 m
Koni-007	2,2—2,5	2,5—2,8
MOM Ni—Al	2,2—2,5	2,5—2,8
Salmoiraghi Mod. 5190	2,4—2,7	2,7—2,9
Wild N3	2,3—2,7	2,7—2,9

in Abb. 2 enthalten sind. Da diese aus zwei voneinander gänzlich unabhängigen Versuchsmessungen stammen, ist ihr Vergleich vom Gesichtspunkt der Beurteilung der Verlässlichkeit der angeführten Untersuchungsergebnisse aus sehr lehrreich. Wie ersichtlich, wird der etwas abweichende Ablauf der zusammengehörenden Regressionskurven durch die Differenzen von 0,05—0,10 mm zwischen den berechneten mittleren Ablesungsfehler verursacht. Diese Unsicherheit kann mit den unterschiedlichen Bedingungen der 1972 bzw. 1973 durchgeführten Messungen, sowie mit voneinander abweichenden Beobachterfehlern erklärt werden. (Mit Unsicherheiten dieser Größe rechnend, wurde in der Tabelle die optimalen Strichstärken nicht mit einem einzigen Wert, sondern mit einem Stärkebereich von einigen Zehntelmillimetern angegeben.)

Schließlich kann festgestellt werden, daß auf den Präzisionsnivellierlatten, die zu den hier untersuchten Instrumenten gehören, nicht die optimalen Strichstärken angewendet worden sind. Gleichzeitig kann als eine mögliche Methode zur Verminderung des mittleren Ablesungsfehlers und dadurch zur Erhöhung der Genauigkeit des Präzisionsnivelements *die Anfertigung von Nivellierlatten mit optimaler Strichstärke vorgeschlagen werden*. (Es ist uns bekannt, daß dasselbe Ziel von anderen Forschern z. B. durch den Vorschlag zur Einführung einer günstigeren *Form* der Teilstriche angestrebt wurde [1, 7]. Derartige Versuche wurden unsererseits nicht durchgeführt.)

2. Ein einfacher Weg zur Eliminierung des aus der Lattenschiefe stammenden Fehlers

Eine einfache Methode zur Eliminierung des evtl. aus der Lattenschiefe stammenden Fehlers wurde bereits früher vorgeschlagen [8, 9], soll jedoch hier erneut erwähnt werden, da der Gedanke diesem Themenkreis angehört.

Bekanntlich wird dieser Fehler immer dadurch verursacht, daß der Beobachter nicht rechtzeitig bemerkt, daß die die Vertikalität der Nivellierlatte sichernde Dosenlibelle ihren justierten Zustand verloren hat. (Dies kommt übrigens — hauptsächlich infolge der unvermeidlichen Transportierungen — ziemlich oft vor.) Deshalb ist auch die häufige Kontrolle der Justierung in den

Nivellieranweisungen vorgeschrieben. Obwohl diese Kontrolle eine einfache Operation ist, ist es einerseits nicht sicher, daß sie vom Beobachter so oft wie notwendig durchgeführt wird, andererseits bedeutet sie in der ohnehin knappen Meßzeit gewisse Mehrarbeit. Deshalb wird unsererseits vorgeschlagen, an die Nivellierlatten — vom bisherigen Gebrauch abweichend — anstatt einer, zwei voneinander unabhängig angefestigte Dosenlibellen gleicher Empfindlichkeit anzubringen. Da es fast ausgeschlossen ist, daß der justierte Zustand bei beiden auf einmal verloren geht (d.h., beide durch irgendeinen äußeren Einfluß in gleichem Maß in dieselbe Richtung verstellt werden), kann aus dem gestörten Einklang der beiden Libellen die Lattenschiefe ohne jegliche Untersuchung sofort erkannt und danach eliminiert werden.

Besonders empfehlenswert ist diese Lösung für Nivellements zur Untersuchung der Erdkrustenbewegungen, wobei die Kosten der Anschaffung und die Montierung der erwähnten Kontroll-Libellen im Vergleich zu dem für die Sicherung der notwendigen Meßgenauigkeit bestimmten finanziellen Aufkommen kaum von Bedeutung wären.

3. Ein neuer Nivellierlattentyp zum Stromübergangsnivellement

Das Übergangsnivellement über Flüsse (bzw. offene Wasserflächen oder Täler) bedeutet in erster Linie deshalb eine besondere Nivellieraufgabe, weil die Entfernung zwischen Instrument und Latte, anstatt der üblichen 35—40 m, meistens mehrere hundert Meter beträgt; mit der für Feinnivellements von Linien verwendeten Meßausrüstung kann daher unter solchen Umständen die Messung der Höhendifferenz gar nicht durchgeführt werden.

Während der vergangenen hundert Jahre wurden zahlreiche Lösungen des Problems ausgearbeitet und die Stromübergangsnivellements werden auch derzeit mit verschiedenen Methoden und mit verschiedenen speziellen Meßausrüstungen durchgeführt. Aus ihrer Reihe seien hier erwähnt: die mit Hilfe von Nivellier-Scheiben-Latten oder mit Hilfe von Nivellierlatten mit starken, aus großer Entfernung gut zielbaren Teilstrichen durchgeführte Übergangsnivellements, das Zeissche »Doppelinstrument« und die dazu gehörende Messung mit speziellen Zielmarken, das auf hydrostatischem Prinzip beruhende, bzw. mit einem derartigen Gerät erfolgte Übergangsnivellement und neuerdings sogar das mit einem Laser-Nivellierinstrument und mit der dazu gehörenden Speziallatte (Fühler) verwirklichte Nivellement mit großen Abständen zwischen Instrument und Latte (mit »großen Seitenlängen«)[10]. Von den erwähnten ist das Nivellement mit Latten, die mit Scheiben versehen sind, nicht mehr zeitgemäß; andererseits sind die letztgenannten Geräte nicht nur teuer, die Messung ist mit denen auch recht kompliziert und beansprucht viel Zeit. Weiters besteht hier der grundlegende Nachteil, daß diese Geräte

von einer ganz anderen Art sind, als jene, mit denen sonst die Liniennivellements durchgeführt werden und daher die Umstellung von der einen Arbeitsweise auf die andere ebenfalls kompliziert und zeitraubend ist.

Deshalb sind wir der Ansicht, daß es derzeit die günstigste Lösung ist, die Übergangsnivellements mit einem Instrument von demselben Prinzip, wie bei Liniennivellements durchzuführen, und dazu eine mit starken, aus großer

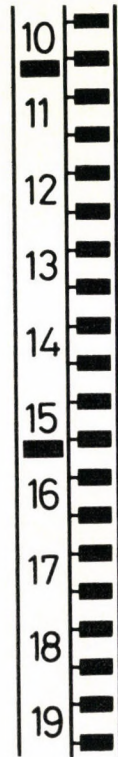


Abb. 3

Entfernung zielbaren Teilstrichen versehene Nivellierlatte zu konstruieren, an der schnell und einfach abgelesen werden kann.

Bei den Präzisionsnivellements in Ungarn wird, seit dem das Nivellierinstrument Wild N 3 in Gebrauch genommen wurde, zu diesem Zweck eine solche Nivellierlatte angewendet, die die Benutzung der optischen Mikrometereinrichtung des Instrumentes auch im Falle von Nivellements mit großen Lattenabständen ermöglicht. An der von D. CSATKAI und A. FELES konstruierten Nivellierlatte haben die durch den Keilstrich des Instrumentes in die Mitte nehmbar Teilstriche das Maß 2×4 cm, der Abstand zwischen den Mittellinien (Teilungsintervall) beträgt 5 cm (Abb. 3). Die Latte wurde aus

Holz angefertigt. Die bei je 10 cm aufgetragene Numerierung befindet sich auf der Schutzplatte der eigentlichen Latte, deren eingehende Beschreibung in [11] zu finden ist.

Diese Latte entsprach während der jüngsten Einmessung des ungarischen Nivellementnetz höherer Ordnung den vorgeschriebenen Genauigkeitsanforderungen ausgezeichnet und eine Latte dieses Typs könnte für die bei dem Erdkrustenbewegungsnetz erforderlichen Übergangsnivellements sicherlich mit Erfolg eingesetzt werden. Sie hat jedoch zweifelsohne zwei nachteilige Eigenschaften:

1. Da sie aus Holz gefertigt ist, hängt ihre Länge nicht allein von der Temperatur ab. Deshalb muß sie vor und nach jeder Messung sorgfältig kompariert werden.

2. Da das Bild der Latte auch mit dem dazu am geeignetesten Instrument nur innerhalb eines Bereiches von 1 cm gehoben oder gesenkt werden kann, wogegen das Teilungsintervall der Latte 5 cm beträgt, kann ein Teilstrich durch den Keilstrich nur nach wiederholten Versuchen in die Mitte genommen werden. Dies bedeutet, daß entweder die Höhe des Instrumentenhorizontes oder die des Aufsetzpunktes der Latte solange verändert werden muß, bis der Keilstrich mit einem der Teilstriche innerhalb eines Zentimeters auf gleiche Höhe kommt. Das wird in der Praxis derweise verwirklicht, daß vor der Messung nicht eine, sondern fünf Aufsetzpunkte (Verbindungspunkte, Pflöcke) in unmittelbarer Nähe derweise angelegt werden, daß die Höhendifferenz zwischen den benachbarten 1 cm sei. So gibt es unter den Verbindungspunkten (Pflöcken) gewiß einen, auf den die Latte aufgesetzt, der Keilstrich des Instrumentes mit einem der Teilstriche in annähernd gleicher Höhe liegen wird und die Ablesung durchgeführt werden kann. Dieser Pflöck muß vor der eigentlichen Messung durch wiederholte Versuche gefunden werden. Die Messung benötigt daher einerseits gewisse vorbereitende Arbeiten, andererseits erhöht die Suche nach dem geeigneten Pflöck den Zeitbedarf der Messung und kann nebenbei eine Fehlerquelle bedeuten.

Der zuerst erwähnte Nachteil kann leicht dadurch eliminiert werden, daß das die Teilstriche enthaltende Lattenband aus Invar angefertigt wird.

Zur Vermeidung des zweiten Nachteils wurde eine solche Nivellierlatte konstruiert, auf der — trotz der Beibehaltung der Teilstrichstärke von 2 cm — mit einem Instrument, dessen Mikrometerbereich 1 cm beträgt, jeder einzelne Zentimeterwert ablesbar ist. (Bei der Entwicklung des Lattentyps sind die im Anfangsstadium der Versuche von GY. SVÁBY gewonnenen Meßerfahrungen sowie seine wertvollen Vorschläge [12] ebenfalls in Betracht gezogen worden.) Abb. 4 zeigt einen Teil der Latte. An der Latte folgen nacheinander in zwei Spalten abwechselnd 2 cm starke schwarze Teilungen und 2 cm breite weiße Felder. Die Länge der schwarzen Teilstriche beträgt 4 cm. Die linke und die rechte Spalte (Skale) sind gegen einander um genau 1 cm verschoben. Bei der

Messung kann mit dem Keil des Instrumentes, dessen Mikrometerbereich 1 cm beträgt, einer der schwarzen Teilstriche oder eines der weißen Felder (entweder an der rechten oder an der linken Skala) bei jeder Instrumentenhöhe in die Mitte genommen werden (Abb. 4). Wäre es unbequem oder ungewöhnlich, ein weißes Feld in die Mitte zu nehmen, dann könnte es mit den beiden benachbarten schwarzen Teilungen zusammen in die Mitte genommen werden. (Abb. 5. Die hier gezeigte Position entspricht der Ablesung: 143 cm.) Es ist

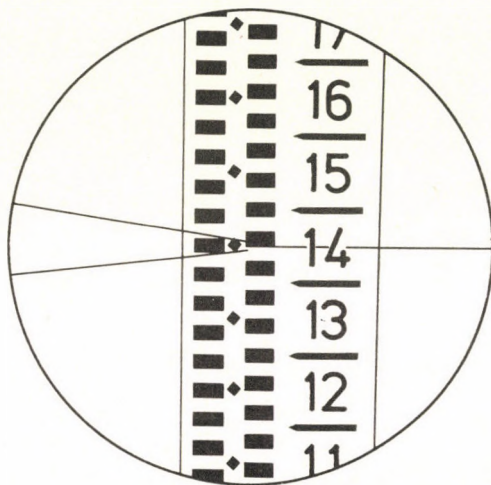


Abb. 4

zweckmäßig, die auch aus großer Entfernung gut lesbare große Dezimeter-Numerierung auf die aufklappbare Schutzplatte der Latte anzubringen.

Seit 1971 wurden zahlreiche Versuchsmessungen mit diesem Lattentyp auf dem Gebiet von Budapest über die Donau mit 4–500 m Zielentfernung und in den Jahren 1973–74 in Szeged über die Theiß mit 200–250 m Zielentfernung durchgeführt. Bei einer solchen Entfernung und bei einer von uns als notwendig betrachteten 20fachen Ablesung lag der mittlere Ablesungsfehler in der Regel um den Wert $\pm 0,3$ mm. Obwohl im Falle eines bereits aufgestellten Instrumentes der Zeitbedarf von 30–40 Ablesungen nicht höher als 10–15 Min. ist, halten wir die Erhöhung der Zahl der Ablesungen für nicht notwendig, da nach unseren Erfahrungen der Mittelwert von 20 Ablesungen entsprechender Qualität durch weitere Ablesungen nur um 0,01–0,02 mm geändert werden kann. Eine Erhöhung der Meßdauer ist übrigens auch wegen der ungünstigen Wirkung der Änderung der Meßverhältnisse unerwünscht.

Der Polygon-Schlußfehler der mit Hilfe der in unmittelbarer Nähe erfolgten Übergangsnivellements gebildeten Vier- und Dreiecke war in der Mehrzahl der Fälle kleiner als 1 mm, trotz des Umstandes, daß die Messungen mit

solchen selbstangefertigten Latten durchgeführt worden sind, deren Material nicht maßstabbewahrend ist und auf denen die Teilstriche (bzw. Teilungsintervalle) auf mehrere Zehntelmmillimeter ungenau sind.

Die Ergebnisse zeigen daher, daß bei einer fabrikmäßig erreichbaren Genauigkeit der Teilung, sowie bei Anwendung von Invar eine Latte (Lattenpaar) erzeugt werden kann, die auf einfacher, schneller und bequemer Weise die bei den Übergangsnivellements notwendige Genauigkeit sichert. Deshalb

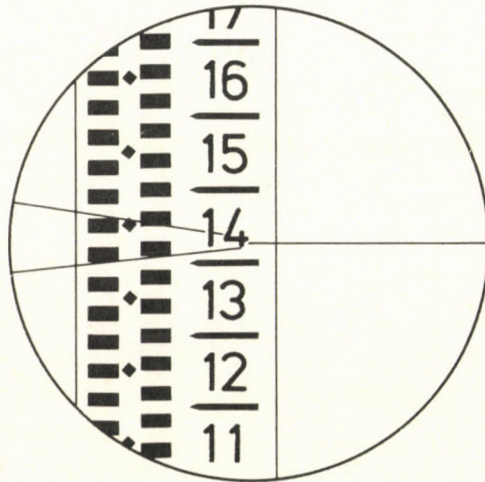


Abb. 5

wird auch für die im Erdkrustenbewegungsnetz vorkommenden Übergangsnivellements die fabrikmäßige Herstellung eines derartigen Lattenpaares empfohlen.

Schließlich sei bemerkt, — obwohl dies aus den bisher Gesagten bereits hervorgeht — daß die besprochene Nivellierlatte *in der beschriebenen Weise* nur zu Instrumenten mit einem Mikrometerbereich von 1 cm anwendbar ist. Obwohl aus dem beschriebenen Prinzip ausgehend bereits auch eine derartige Latte leicht konstruierbar wäre, auf der die Anordnung der Teilstriche die Ableseung von 0,5 cm ermöglichen würde, ist dies wegen der damit verbundenen Vergrößerung der Lattendimension oder wegen der komplizierten Ableseung nicht ratsam. Muß man ein Instrument mit einem Mikrometerbereich von 0,5 cm anwenden, dann ist es zweckmäßiger — der im Landesnivellement höherer Ordnung bisher üblichen Praxis ähnlich — zwei Verbindungspunkte für die Latte anzuwenden.

SCHRIFTTUM

1. MERKEL, J.: Einfluß von Form und Größe der Lattenstriche und der Fernrohr-Zielmarken auf den Zielfehler beim Feinnivellement. *Vermessungstechnik*, 1962. Heft 2.
2. VUCICEVIČ, D.: Prelaz nivelmanom preko širokih reka 1960—61 godine. *Geodetski List*, 1962/10—12.
3. DEUMLICH, F.: Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. VEB Verlag für Bauwesen. Berlin 1972.
4. HEGYI, Gy.: A leolvasási megbízhatóság változása az invárbetétes szintezőlécek osztásvonásának vastagságától függően (Die Änderung der Ablesungsverläßlichkeit als Funktion der Stärke der Teilstriche der Nivellierlatten mit Invareinlage). Manuskript. Techn. Univ. Budapest 1972.
5. GALAMBOS, E.—KOTNYEK, Z.: Szabatos szintezőlécek optimális osztásvonás-vastagsága. (Optimale Teilstrichstärke bei Präzisionsnivellierlatten). Manuskript. Techn. Univ. Budapest 1972.
6. AMBRUS, E.—HEGYI, Gy.: Szabatos szintezőlécek vizsgálata (Untersuchung von Präzisionsnivellierlatten). Manuskript, Techn. Univ. Budapest 1973.
7. HASSE, D.: Striche oder Keile auf Feinnivellierlatten. *Zeitschrift für Vermessungswesen* 1973. Heft 8.
8. MISKOLCZI, L.: Nagyszabatosságú szintezési hálózatok állandósítási és mérési munkálatairól (Über Stabilisierungs- und Meßarbeiten von Feinnivellierungsnetzen). *ÉKME Tudományos Közleményei* 9 (1963), No. 1.
9. MISKOLCZI, L.: Kéregmozgások vizsgálata szabatos szintezésekkel (Die Untersuchung von Erdkrustenbewegungen mit Hilfe von Präzisionsnivellements). Akadémiai Kiadó, Budapest 1973.
10. CHRZANOWSKI A.—JANSSEN, H. D.: Use of Laser in Precision Leveling. *The Canadian Surveyor* 1972/4.
11. FELES, A.: A Geodéziai és Kartográfiai Intézet új lécei folyókon való átszintezéshez (Neue Latten des Geodätischen und Kartographischen Institutes für Stromübergangsnivellements). *Földméréstani Közl.* 1954.
12. SVÁBY, Gy.: Átszintezés a Duna víztükre felett (Übergangsnivellement über den Wasserspiegel der Donau). Diplomarbeit in Manuskript. Techn. Univ. Budapest 1970.

НЕКОТОРЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ ДЛЯ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ
ВЫСОКОТОЧНЫХ НИВЕЛИРНЫХ РЕЕК

Л. МИШКОЛЬЦИ

РЕЗЮМЕ

В статье излагаются исследования, выполненные в Геодезическом Институте Политехнического Университета в Будапеште и имеющие целью исправить высокоточные нивелирные рейки.

На основе результатов можно заключить:

Толщина делений инварных реек не оптимальна (на рис. 1 и 2 показано изменение средней квадратической ошибки отсчета в зависимости от изменения толщины деления от 1,6—3,2 мм или 1,6—3,6 мм).

В противоречие с применяемыми на практике оптимальная толщина делений реек должна была бы составлять 2,2—2,9 мм (рис. 1, 2, и табл.).

Если наблюдатель не замечает, что установка уровня рейки сместилась, то при косой рейке может возникать ошибка. Для устранения этой ошибки предлагается применять второй уровень, причем оба должны быть прикреплены к рейке независимо друг от друга. Наклон рейки таким образом, сразу бросается в глаза.

В заключении дается описание рейки нового типа для нивелирования через реки (рис. 4 и 5). Дается предложение для ее производства и применения.

ÜBER DIE MOMENTE NULLTER, ERSTER UND ZWEITER ORDNUNG NORMALER UND LOGNORMALER VERTEILUNGSFUNKTIONEN

L. CSERNYÁK

UNIVERSITÄTSADJUNKT

SZ. PETHÓ

UNIVERSITÄTSPROFESSOR

UNIVERSITÄT FÜR SCHWERINDUSTRIE, MISKOLC

[Eingegangen am 1. Oktober 1974]

In der Abhandlung werden die auf den »Erwartungswert« der Verteilungsfunktionen bei normaler und lognormaler Verteilung bezüglichen Momente n -ter Ordnung ($n = 0, 1, 2, \dots$) mitgeteilt und als Quotienten der Momente erster und nullter Ordnung die Abszissen der Schwerpunkte der entsprechenden Flächenteile abgeleitet. — Das Moment n -ter Ordnung der Normalverteilung ist — abgesehen von einer Konstanten — gleich dem vorgegebenen Wert einer Verteilung x vom Freiheitsgrad $n + 1$.

Diese Momente, sowie die Abszissen der Schwerpunkte der Flächenteile zwischen der Verteilungsfunktion und dem Wert werden benötigt, um auf dieser Grundlage die Ausbringungskurven von Aufbereitungs-Trenneinrichtungen, die einer normalen bzw. lognormalen Verteilung folgen, entsprechend interpretieren und auswerten zu können.

1. Einleitung

Zur Beurteilung der Arbeitsweise von Trenneinrichtungen der Aufbereitung werden die Abszissenwerte von an der Tromp-Kurve abgelesenen, bestimmten Punkten — wie Medianwert, Modus, Quartilissen usw. . . ., bzw. die aus diesen gebildeten Meßziffern — wie der Halbwert der Quartilissendifferenz (E_p), ferner der Quotient der Quartilissen (die Meßziffer k), der Quotient aus E_p und dem Medianwert (die Imperfektion) usw. . . . benützt. Diese Meßziffern erteilen aber über die Gestaltung der Ausbeute in den Quartilissen nur ungenügende, — über die Anteile zwischen Trennzonegrenzwert und Quartilissen, die gleichfalls einen beträchtlichen Teil der Trennzonen repräsentieren, nur geringe Auskunft. Auch bei dem Entwerfen der Tromp-Kurve wird von den Forschern nicht einheitlich verfahren: Viele halten sich an das Prinzip des Flächenausgleichs, während andere die Ausbringungswerte dem arithmetischen Mittelwert der Meßgrenzen zuordnen und die so erhaltenen Punkte durch eine Kurvenlinie verbinden. Bei den dargestellten Tromp-Kurven dürfen auch die subjektiven Fehler nicht außeracht gelassen werden. All diese Mängel bedingten die Einführung von neuen Meßziffern; diese neuerdings vorgeschlagenen Meßziffern sind in mathematisch-statistischer Hinsicht stichhaltig. Zu ihrer Bestimmung ist das Entwerfen der Tromp-Kurve nicht nötig. Bei der

Berechnung wird jeder Ausbringungswert in entsprechender Weise berücksichtigt. Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß die neuen Meßziffern sowohl klassierungstechnisch, als auch technologisch interpretiert werden können, so daß sie über die Arbeitsweise der Einrichtung das meiste aussagen können. Schließlich eignen sich die Kennziffern auch zur computergesteuerten Betriebslenkung.

Als Basis-Meßziffer der Trenneinrichtungen wurde von uns anstatt des Medianwertes der »zu erwartende Wert« [1], [2], [3] gewählt, d.h. jener Kennwert, der mit dem Ausgleichsparameter einer gegebenen Trennoperation dann genau übereinstimmt, wenn die kumulative Verteilung des Rohmaterials in der Trennzone durch eine schräge Gerade dargestellt werden kann. Diese grundlegende Meßziffer nannten wir den »zu erwartenden Wert« (im weiteren »Erwartungswert«) des Ausgleichs-Parameters. Die weiteren Meßziffern, welche über die Trennschärfe eine Auskunft erteilen sollen, stehen mit dem Erwartungswert in irgendeiner Verbindung. Die Größe (I_0) der sog. Fehlerflächen zwischen der Tromp-Kurve und dem Erwartungswert ist der zu erwartende Wert des beim Ausgleichsparameter maximal in Erscheinung tretenden Fehlerkorns. Die Abszissen (t) der Schwerpunkte der Fehlerflächen geben die Mittelwerte des Fehlerkorns an, d. h., bei Klassierungsaufgaben die mittlere Korngröße des in die Feinkornfraktion gelangten Anteils (t_{11}) von größeren Korngrößen als der Erwartungswert, bzw. die mittlere Korngröße (t_1) des in die Grobkornfraktion gelangten Feinkornanteils. Die Streuung (s) informiert über die Beziehung, welche zwischen dem zu erwartenden Wert des Ausgleichsparameters und dem Ausgleichsparameter des gegebenen Trennprozesses besteht [1].

Nach der Meinung vieler Forscher kann die Tromp-Kurve vieler Anreicherungsoperationen durch Funktionen ausgedrückt werden. Allgemein herrscht die Ansicht, daß die Tromp-Kurven der Schwertsuspensionsprozesse einer Normalverteilung, die der Setz- und Sicht-Vorgänge aber den lognormalen Verteilungsfunktionen folgen. Wünscht man sich einen tieferen Einblick als bisher in die Trennschärfe dieser technologischen Operationen zu verschaffen, so sind hierzu die Momente der normalen bzw. lognormalen Verteilung erforderlich, welche entweder direkt die Meßziffern ergeben (z. B. die Fehlerfläche I_0) oder aus jenen Meßziffern bestimmt werden können (z. B. die Abszissen t der Fehlerflächenschwerpunkte).

2. Der Zusammenhang zwischen den Momenten der Dichte- und Verteilungsfunktionen

Bevor wir zur Bestimmung der Parameter schreiten, die zu diesen beiden Spezialverteilungen gehören, müssen betreffs der Momente noch einige allgemein gültige Feststellungen gemacht werden. Wenn es für die absolut konti-

nuierliche Dichtefunktion $f(x)$ einer Wahrscheinlichkeitsvariablen das Integral

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^{n+1} f(x) dx \quad (n \geq 0, \text{ eine ganze Zahl}) \quad (1)$$

gibt, dann gelten auch, wenn die Verteilungsfunktion mit $F(x)$ bezeichnet wird, die Integrale

$$I_n = \int_{-\infty}^0 (-x)^n F(x) dx \quad (2)$$

und

$$J_n = \int_0^{\infty} x^n (1 - F(x)) dx \quad (3)$$

und es ist demnach

$$I_n = \frac{1}{n+1} \int_{-\infty}^0 (-x)^{n+1} f(x) dx \quad (2a)$$

beziehungsweise

$$J_n = \frac{1}{n+1} \int_0^{\infty} x^{n+1} f(x) dx. \quad (3a)$$

Es genügt, die auf I_n bezügliche Behauptung nachzuweisen. Aus dem Bestehen des Integrals (1) ergibt sich sofort, daß in jedem beliebigen Fall $\varepsilon > 0$ [6]

$$|x^{n+1} F(x)| = |x^{n+1} \int_{-\infty}^x f(t) dt| < \int_{-\infty}^x |x^{n+1} f(t)| dt < \int_{-\infty}^x |t^{n+1} f(t)| dt < \varepsilon$$

ist, wenn x genügend klein und deshalb

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{n+1} F(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} x^{n+1} (1 - F(x)) = 0 \quad \text{ist.} \quad (4)$$

Dann aber erhält man durch partielle Integration

$$\begin{aligned} I_n &= \int_{-\infty}^0 (-x)^n F(x) dx = \\ &= \left[\frac{(-x)^{n+1}}{n+1} F(x) \right]_{-\infty}^0 + \frac{1}{n+1} \int_{-\infty}^0 (-x)^{n+1} f(x) dx = \\ &= \frac{1}{n+1} \int_{-\infty}^0 (-x)^{n+1} f(x) dx. \end{aligned}$$

3. Normale Verteilung

Da die Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

der Normalverteilung $N(0, \sigma)$ ist, so ist aufgrund von (2a) und (3a)

$$I_n = J_n \quad (n = 0, 1, \dots).$$

Die Größe I_n ist, abgesehen von einer Konstanten der vorgegebene Wert x einer Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n + 1$ ([4] [5]). Aufgrund hiervon ergibt sich sofort, daß die Beziehung

$$I_n = \frac{\sigma^{n+1}}{(n+1)\sqrt{2\pi}} 2^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right),$$

wenn n eine gerade Zahl ist

$$I_n = \frac{\sigma^{n+1}}{n+1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} n(n-2) \dots 4 \cdot 2, \quad (6)$$

wenn n aber ungerade ist

$$I_n = \frac{\sigma^{n+1}}{2(n+1)} n(n-2) \dots 3 \cdot 1$$

beträgt.

Demzufolge lautet die Gleichung der Schwerpunktsabszisse, als Quotient aus den Momenten erster und nullter Ordnung:

$$t = \frac{I_1}{I_0} = \frac{\frac{\sigma^2}{4}}{\frac{\sigma}{\sqrt{2\pi}}} = \frac{\sqrt{2\pi} \sigma}{4}, \quad (7)$$

der Quotient aus den Momenten zweiter und nullter Ordnung aber:

$$s^2 = \frac{I_2}{I_0} = \frac{2}{3} \sigma^2. \quad (8)$$

Zur Ermittlung der Ordinate des Schwerpunktes y_s benötigt man den Wert

$$K = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 F^2(x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (1 - F(x))^2 dx. \quad (9)$$

(Das Vorliegen der Integrale ergibt sich sofort aus dem Bestehen der Gl.1.)

Wird Gl.9 zweimal partial integriert und (Gl.4) benützt, so erhält man:

$$K = \frac{1}{2} \left[\frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} F(x) \right]_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} dx .$$

Da aber $F(0) = 1/2$ ist, so ist

$$K = \frac{\sigma}{2\sqrt{2\pi}} - \frac{\sigma}{4\sqrt{\pi}} = \frac{\sqrt{2}-1}{4\sqrt{\pi}} \sigma \quad (11)$$

das heißt

$$y_s = \frac{K}{I_0} = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{\pi}} . \quad (12)$$

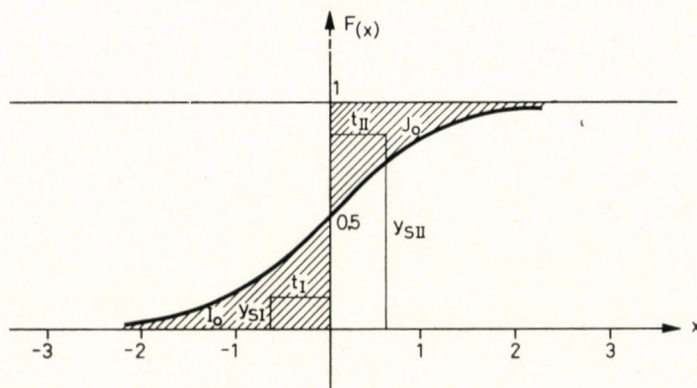


Abb. 1

In Abb. 1 ist die Verteilungsfunktion der normalen Standardverteilung zu sehen. I_0 ist das Moment nullter Ordnung, mithin die Größe der schraffierten Fläche $1/\sqrt{2\pi}$; t und y_s sind die Koordinaten des Schwerpunktes dieses Flächenteils. Aufgrund von (Gl. 12) kann festgestellt werden, daß die Ordinate y_s des Schwerpunktes unabhängig vom Parameter σ der Normalverteilung ist. Die Ordinate hat konstanten Wert, nämlich $= 0,1464$.

4. Logarithmische Normalverteilung

Die Dichtefunktion für die logarithmische Normalverteilung lautet

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}} . \quad (13)$$

Ihr vorgegebener Wert ergibt sich aus der Beziehung

$$M = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}} . \quad (14)$$

Zuerst soll der Wert des Integrals bestimmt werden:

$$L_k = \int_0^M x^k f(x) dx = \int_0^M \frac{x^k}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (15)$$

Wird der Ausdruck

$$u = \frac{\ln x - m - k\sigma^2}{\sigma} \quad (16)$$

eingesetzt, dann erhält man die Beziehung

$$L_k = e^{mk + \frac{k^2\sigma^2}{2}} \int_{-\infty}^{\left(\frac{1}{2} - k\right)\pi} e^{-\frac{u^2}{2}} du = e^{mk + \frac{k^2\sigma^2}{2}} \Phi\left(\frac{1 - 2k}{2}\sigma\right) \quad (17)$$

worin $\Phi(x)$ die Verteilungsfunktion der sog. normalen Standardverteilung ist. Hiernach ist

$$\begin{aligned} I_n^* &= \int_c^M (M-x)^n F(x) dx = \frac{1}{n+1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^M \frac{(M-x)^{n+1}}{x} e^{-\frac{(\ln x - m)^2}{2\sigma^2}} dx = \\ &= \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^{n+1} (-1)^k \binom{n+1}{k} M^{n+1-k} L_k. \end{aligned} \quad (18)$$

Mit Benützung von Gl. 14 erhält man:

$$\begin{aligned} I_0^* &= ML_0 - L_1 = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}} \left[2\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 1 \right] \\ I_1^* &= \frac{1}{2} [M^2 L_0 - 2ML_1 + L_2] = \frac{1}{2} e^{2m + \sigma^2} \left[3\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 2 + e^{\sigma^2} \Phi\left(\frac{-3\sigma}{2}\right) \right] \\ I_2^* &= \frac{1}{3} [M^3 L_0 - 3M^2 L_1 + 3ML_2 - L_3] = \\ &= \frac{1}{3} e^{3m + \frac{\sigma^2}{2}} \left[4\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 3 + 3e^{\sigma^2} \Phi\left(\frac{-3\sigma}{2}\right) - e^{3\sigma^2} \Phi\left(\frac{-5\sigma}{2}\right) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

und mit Beschreitung des gleichen Weges

$$J_0^* = e^{m + \frac{\sigma^2}{2}} \left[2\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 1 \right]. \quad (20)$$

Somit ist $I_0 = J_0$. Dies aber ist die schon bekannte Eigenschaft des vorgegebenen Wertes einer logarithmisch normalen Verteilung:

$$J_1^* = \frac{1}{2} e^{2m + \sigma^2} \left[e^{\sigma} \Phi\left(\frac{3\sigma}{2}\right) + 1 - 3\Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) \right]. \quad (21)$$

Schließlich ist:

$$J_2^* = \frac{1}{3} e^{3m + \frac{3}{2}\pi^2} \left[e^{3\sigma^2} \Phi\left(\frac{5\sigma}{2}\right) - 3 e^{\sigma^2} \Phi\left(\frac{3\sigma}{2}\right) + 4 \Phi\left(\frac{\sigma}{2}\right) - 1 \right]. \quad (22)$$

Die entsprechenden Quotienten aus den Momenten erster und nullter Ordnung, bzw. zweiter und nullter Ordnung können aufgrund des vorherigen einfach

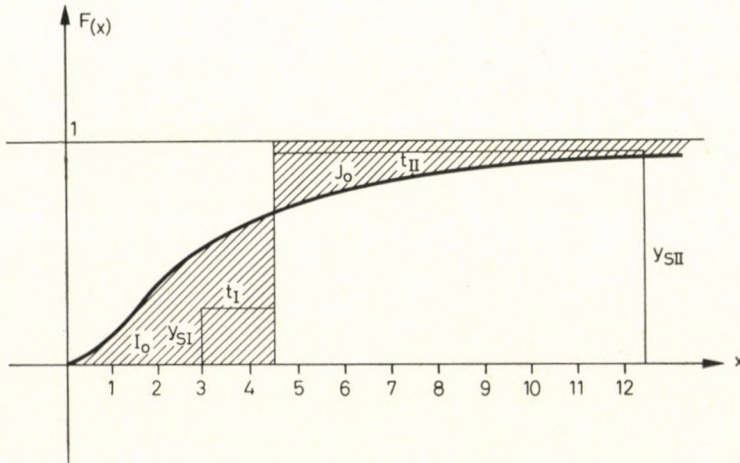


Abb. 2

aufgeschrieben werden. Die Koordinate y_s der Schwerpunkte kann, wenn die Werte $\Phi(x)$ bekannt sind, auch auf numerischem Wege bestimmt werden.

In Abb. 2 ist die Verteilungsfunktion der logarithmischen Normalverteilung zu sehen für $\sigma = 1$ und $m = \emptyset$. I_0^* und J_0^* sind die Momente nullter Ordnung. Somit sind die Größen der schraffierten Flächen die Abszissen der Schwerpunkte der Flächenteile t_1 bzw. t_{11} .

SCHRIFTTUM

1. PETHŐ, S.: Neue Kennwerte zur Beurteilung von Trennvorgängen. *Aufbereitungstechnik*, 12 (1971), 743—745.
2. PETHŐ, S.—TOMPOS, E.—CSÖKE, E.: A szétválasztási műveletek új mérőszámairól (Über die neuen Meßziffern für Trennoperationen). *MTA Műszaki Tudomány* 44 (1971), 141—147.
3. PETHŐ, S.—TOMPOS, E.: Eredmények és tapasztalatok a szétválasztási műveletek új mérőszámaival (Ergebnisse und Erfahrungen mit den neuen Meßziffern von Trennoperationen). *Bányászati Lapok* (im Druck).
4. VINCE, I.: Matematikai statisztika ipari alkalmazásokkal (Mathematische Statistik und ihre Anwendung in der Industrie). Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
5. PRÉKOPA, A.: Valószínűségelmélet műszaki alkalmazással (Wahrscheinlichkeitstheorie und ihre technische Anwendung). Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.

6. BARÓTHY, B.: Lectori megjegyzések Csernyák—Pethő: »Normális és lognormális eloszlásfüggvények nullad-, első- és másodrendű nyomatékai« című tanulmányához (Bemerkungen des Lektors zur Abhandlung »Die Momente nullter, erster und zweiter Ordnung normaler und lognormaler Verteilungsfunktionen« von Csernyák—Pethő). Manuskript, 1974.

О МОМЕНТАХ НУЛЕВОГО, ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ ФУНКЦИЙ
НОРМАЛЬНОГО И ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Л. ЧЕРНЯК—С. ПЕТЁ

РЕЗЮМЕ

В статье излагаются моменты относительно математического ожидания порядка n ($n = 0, 1, 2, \dots$) функций нормального и логарифмически нормального распределений и выводятся абсциссы центров тяжести соответствующих плоскостей как частные моменты первого и нулевого порядков. — Без учета одной постоянной момент порядка n нормального распределения есть математическое ожидание распределения x со степенем свободы $n + 1$.

Моменты, а также абсциссы центров тяжести плоскостей между функцией распределения и математическим ожиданием понадобились из-за надлежащей интерпретации кривых извлечения распределительных устройств, следующих логарифмически нормальному закону.

COMPARISON OF ADJUSTMENT METHODS OF THE AEROTRIANGULATION BY NUMERICAL FILTERING TECHNIQUES

GY. ALPÁR

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE OF THE
HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received October 10, 1974]

A comparison of different adjustment methods of the aerotriangulation can be performed purely on the basis of the geometrical structure of the problem, avoiding the inclusion of real or computer-simulated measurements. It is conceivable, that a general inverse of the coefficient matrix of the error equations characterized by the adjustment method describes all the filtering effects of these mathematical procedures.

Each row of such a general inverse-matrix is a numerical filter, which extracts one single unknown to be determined, while suppresses all the other ones, by means of an appropriate linear combination of all measurements. Filters derived from different adjustment methods for the same coordinate-unknowns can be compared directly if the measurements are of the same nature (i.e., the filters consist of the same number of elements).

Also different kinds of filters (for the same coordinate-unknowns) can be compared, using so-called transmitter matrices describing mathematical relationships between different types of measurements (e. g. image-coordinates and model-coordinates). For this purpose, Cholesky-factorization and Helmert-premultiplication techniques will be introduced. This way, also different stochastic assumptions can be taken into consideration.

Numerical filters derived from appropriate least-squares techniques are named "the most probable filters".

Aerotriangulation is a complex process involving sophisticated recordings, measuring and computing techniques. Generally, two kinds of comparison are made for the test of aerotriangulation methods. The first starts with aerial photographs taken of a test area with precise geodetic control. The second one operates with computer simulation of the previous items. Both are concerned with the whole complexity of the aerotriangulation and the "goodness of fit" is judged by average coordinate discrepancies determined at check points.

The adjustment of an aerotriangulation is, however, a purely mathematical procedure, even if it anticipates profound knowledge of the preceding processes. So, we can split the problems if the comparison of different adjustment methods is restricted only to the different mathematical formulations of the same aerotriangulation problem. It is certainly not a new, but a scarcely appreciated fact, that the coefficient matrix of the (linearized) observation equations A , together with the appropriate weight matrix Q^{-1} determine the outcomes of an adjustment. From these matrices we can always compute a third one, which gives the inverse relationship expressing explicitly the

unknown parameters of the adjustment problem:

$$\underset{m,1}{\mathbf{x}} = \underset{m,n}{\mathbf{B}} \underset{n,1}{\mathbf{L}} \quad (1)$$

Here, \mathbf{x} is the vector of the unknowns, \mathbf{B} is a m, n matrix ($m < n$) and \mathbf{L} stands for the residuals (containing also the observations).

At this point we get in touch with numerical filtering techniques, because the linear combination \mathbf{BL} in equation (1) represents a simple linear filter. Numerical filtering is, however, a much more general and very powerful estimation method. Keeping in mind some of the criticism related to "least-squares filtering" [3], mention must be made here, that linear combinations in the sense of equation (1) are practical filters for our simple stationary case.

In what follows the \mathbf{B} matrix will be called the *filter matrix* and it will be shown how a comparison might be performed by means of this matrix.

In case of a least-squares adjustment the \mathbf{B} matrix is given by the matrix product:

$$\mathbf{B} = (\mathbf{A}^T \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{Q}^{-1}. \quad (2)$$

Here, the \mathbf{B} matrix is a special type of the generalized (or pseudo-) inverses of \mathbf{A} [2]. Each row of such an inverse matrix is a linear filter, which enhances just the unknown to be determined, while suppressing all the other ones by means of an appropriate linear combination of all measurements. It is also possible — even if it is not practical — to compute a \mathbf{B} matrix for the non-least-squares adjustment methods, however, not only these filter matrices, but also the \mathbf{x} and \mathbf{L} vectors in equation (1) can be considerably different for the same aerotriangulation problem. Supposing always identical geometrical situation for a test case, only the coordinate unknowns of the different adjustment procedures can be regarded as common elements. For this reason we split equation (1):

$$\begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{L}, \quad (1a)$$

where \mathbf{x}_1 stands for the coordinate unknowns and \mathbf{B}_1 is the appropriate filter matrix, while \mathbf{x}_2 denotes the orientation parameters and \mathbf{B}_2 is the related filter matrix.

Now, we can compare two different adjustment methods applied to the same test case, computing the difference of their \mathbf{B}_1 matrices under the constraints that they are of equal size and the \mathbf{L} vector is common. Such a difference matrix "maps" in all detail the differences of the adjustment methods to be compared. The constraint related to the \mathbf{L} vector is however a very serious

one and in this way we can study mainly the effects of different weighting only.

If the L vectors of the adjustment methods under comparison are different, but otherwise the size of the related B_1 matrices and consequently also that of L are equal, then we can solve the problem introducing a so-called transmitter matrix:

$$\bar{L} = T L .$$

$n, 1 \quad n, n \quad n, 1$

In the simplest case T will be a diagonal matrix and \bar{L} is called the vector of equivalent residuals [1, 4]. The least-squares adjustment with \bar{L} can be now performed in the following way:

$$T A x - T(L + v) = 0 \tag{3}$$

where v is the vector of the corrections. Then, the normal equations with Q^{-1} are:

$$A^T T Q^{-1} T A x - A^T T Q^{-1} T L = 0$$

and the related filter matrix is:

$$\bar{B} = (A^T T Q^{-1} T A)^{-1} A^T T Q^{-1} T. \tag{2a}$$

It is not so evident, however, how to determine the \bar{B} matrix for a non-least-squares adjustment method. In equation (3) the effect of the T matrix is similar to that of the special weighting techniques which were introduced by F. R. HELMERT and are termed nowadays the "homogenization of the observation equations". In this paper the terminology "Helmert premultiplication techniques" will be used in order to emphasize their dominant computational characteristics. Weighting is, however, a common procedure also for non-least-squares adjustment and so the \bar{B} filter matrix can be computed here *via* simple weighting technics. For this reason we can make use of the so-called Cholesky factorization (or -decomposition) of the Q^{-1} matrix:

$$Q^{-1} = Q^{-\frac{1}{2}} (Q^{-\frac{1}{2}})^T$$

and with the substitution

$$K = T Q^{-\frac{1}{2}}$$

we can write:

$$\bar{B} = (A^T K K^T A)^{-1} A^T K K^T. \tag{2b}$$

It is easy to see that \mathbf{K} and \mathbf{K}^T play here the role of the Cholesky components of the general weight matrix. If the relationship between $\bar{\mathbf{L}}$ and \mathbf{L} is more complex, that is, the \mathbf{T} matrix is no more a diagonal one, there is no restriction to use these weighting technics.

In the most general case — e.g. in the comparison of bundle- and polynomial adjustment methods — the \mathbf{L} vectors are entirely different also in size. The computation of the compatible \mathbf{B} (resp. \mathbf{B}_1) matrices *via* least squares leads us to the adjustment of correlated observations. This formally agrees with that of equation (3), but here we have a two-way comparison procedure depending on which one of the different \mathbf{L} vectors will be taken for base. So, it can occur that the matrix product $\mathbf{K}\mathbf{K}^T$ results in a singular weight matrix and its use in connection with non-least-squares adjustments may cause some inconveniences. The alternative choice, however, always produces a unique $\bar{\mathbf{B}}$ matrix.

In the foregoing we have dealt actually with the counterplay of the mathematical formulation of the aerotriangulation problem and weighting techniques. It seems, that a useful comparison method can be derived from these duality. The HELMERT premultiplication technique and CHOLESKY factorization are the basic mathematical tools in the numerical procedures of these proposed comparison strategies. Also for points not involved in the adjustment we can construct prediction filters. In such a case also the appropriate part of the \mathbf{B}_2 matrix will be effective. Finally, it should be mentioned that least-squares filters always have optimum characteristics in some sense, which does not imply that the coordinate estimates determined in this way are unbiased, i.e. the “best” ones.

REFERENCES

1. HELMERT, F. R.: Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Leipzig/Berlin, 1924.
2. BJERHAMMAR, A.: Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses. Elsevier Scientific Publishing Company. Amsterdam—London—New York, 1973.
3. JAZWINSKY, A. H.: Stochastic Processes and Filtering Theory. Academic Press, New York, London, 1970.
4. WOLF, H.: Äquivalente und korrelierte Beobachtungen. Jeodezi Bülteni, 1971.

СРАВНЕНИЕ МЕТОДОВ УРАВНИВАНИЯ ФОТОТРИАНГУЛЯЦИОННЫХ СЕТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ТЕХНИКИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

ДЬ. АЛПАР

РЕЗЮМЕ

Сравнение различных методов уравнивания фототриангуляционных сетей может проводиться только на основе геометрической структуры проблемы без проведения реальных или симулированных наблюдений. Видно, что обобщенная матрица от матрицы коэффициентов уравнений поправок, определенных методом уравнивания, содержит все влияния фильтрации исследуемого математического метода.

Каждая строка такой обобщенной обратной матрицы есть такой вычислительный фильтр, который при помощи соответствующей линейной комбинации всех измерений выделяет определяемую неизвестную, а остальные поглощает. Фильтры, служащие для определения тех же неизвестных координат и полученные из различных методов уравнивания, могут быть непосредственно составлены, если измерения одинакового характера (т. е. фильтры содержат одинаковое число элементов).

Могут быть сопоставлены также и фильтры разного характера (но относящиеся к той же неизвестной) с помощью т. н. переносных матриц, описывающих математические зависимости между наблюдениями разного характера (например, между картинными и модельными координатами). С этой целью нами были применены факторизация по Холецкому и премультимпликационная техника Гельмерта. Таким образом, можно учесть и различные стохастические условия. Фильтры, выведенные соответствующим применением метода наименьших квадратов, могут называться «вероятнейшими фильтрами».

PROPERTIES OF CODA WAVES

E. BISZTRICSÁNY

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON
SEISMOLOGICAL OBSERVATORY, BUDAPEST

[Manuscript received October 31, 1974]

In two previous papers some parameters in the relation between properties of coda (surface) waves and crustal layering were discussed. Because coda waves are guided by the Earth's crust, the dominant period is related quantitatively to the thickness of the layers. From the dominant period ($8 \leq T < 30$ sec) for coda Rayleigh waves across Asia and Europe to Budapest the average thickness of the crust was estimated to be 40 km.

Seventeen years ago an alternative method was worked out [2, 3] to determine magnitudes of shallow-focus earthquakes. This method depended upon a connection between the duration of surface waves and earthquake magnitude. The duration was mainly a function of magnitude and was only slightly dependent on epicentral distance. The method has since been adopted by the USGS for estimating magnitude of local earthquakes in California (LEE, 1972). K. AKI [1] worked out an explanation for near earthquakes. This new work suggested to me that perhaps a similar explanation could be found for the duration of teleseisms.

A relation was previously published [4], between dominant periods of coda waves and the structure of Earth crust for shallow-focus earthquakes originated at epicentral distances of $5^\circ \leq \Delta < 50^\circ$. The results were in a very good agreement with the crustal structure that was determined by deep seismic soundings in Hungary.

The estimate was based upon the observed almost-stationary period of coda waves. For dominant groups of periods, the equation, obtained by HARDTWIG [5] for Rayleigh waves, is

$$Z_0 = \frac{T \cdot T' \ln \frac{Z'}{Z}}{(T' - T) 0.772} \quad (1)$$

where Z_0 is the thickness of the layer, T and T' periods in the neighbourhood of the dominant period, and Z , Z' the amplitudes belonging to T , T' . Since a relation $Z = f(T)$ of the form $Z = aT^2$ is indicated by measurements on seis-

mograms [4], Eq. (1) becomes

$$Z_0 = \frac{T \cdot T' \ln \left(\frac{T'}{T} \right)^2}{(T' - T) 0.772} \quad (2)$$

In order to investigate the fraction if T tends toward T' we introduce the substitution: $T' = T + \Delta T$, so

$$Z_0 = \frac{(T + \Delta T) T \cdot 2}{0.772} \frac{\ln \frac{(T + \Delta T)}{T}}{(T + \Delta T - T)}$$

if we neglect $\Delta T \cdot T$ beside T^2 we can write

$$Z_0 = \frac{2T^2}{0.772} \cdot \frac{\ln(T + \Delta T) - \ln T}{\Delta T}$$

but the second factor is the differential of $\ln T$, so

$$Z_0 = \frac{2T^2}{0.772} \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \frac{\ln(T + \Delta T) - \ln T}{\Delta T} = \frac{2T}{0.772} \quad (3)$$

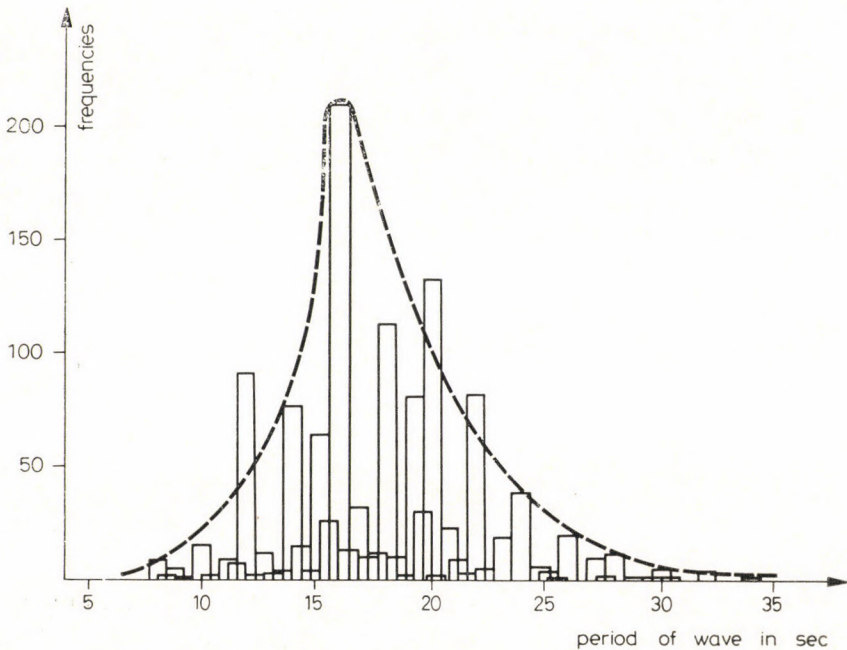


Fig. 1. The frequency distribution of coda waves plotted against the periods of waves

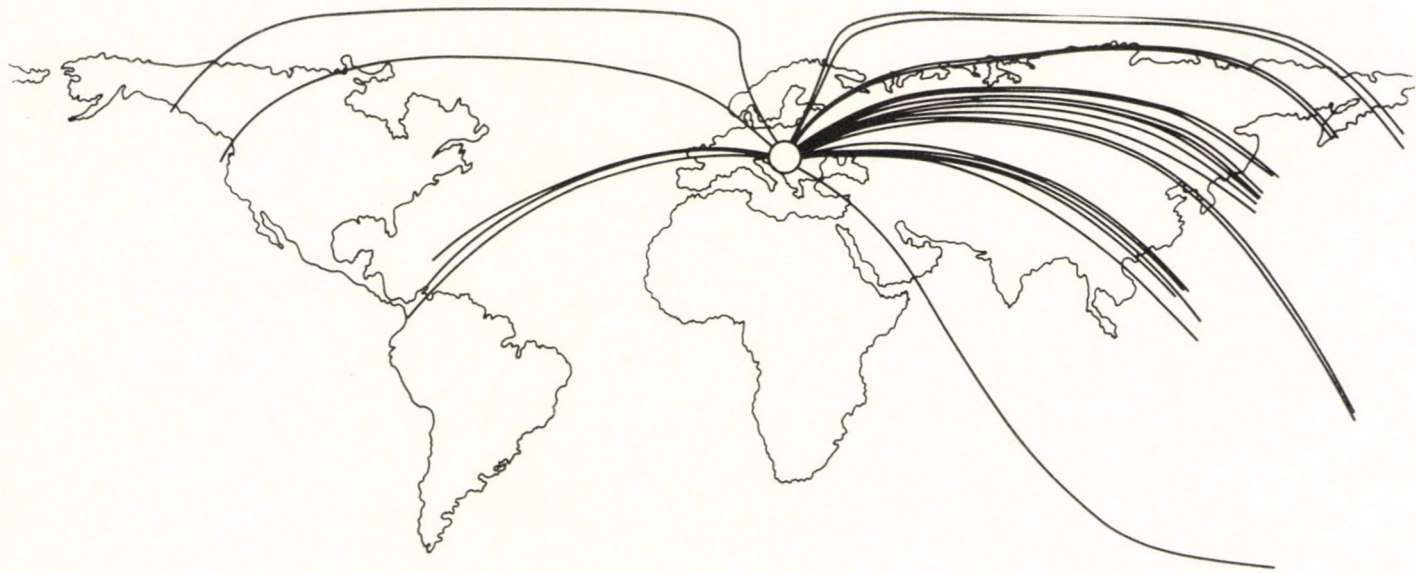


Fig. 2. The different paths of waves observed at Budapest

We can see that the fraction mentioned above has a limit and the result is very simple one, therefore later we will compute the thickness of the crust by means of this formula.

For regional earthquakes it was found that a determination of the depths to the CONRAD and MOHOROVIČIĆ discontinuities by means of coda waves could be estimated reasonably well, because the smaller wave periods (T) are not seriously attenuated, due to absorption in this case.

The question is then, what happens in the case of teleseisms, for which the higher frequencies are absorbed. To investigate this point, 1275 coda (dispersed RAYLEIGH) waves were measured for distant earthquakes ($80^\circ \leq \Delta^\circ < 100^\circ$). The data has been measured by an ultralong period ULLMANN—TEUPSER vertical seismograph ($T_p = 25$ sec, $T_g = 80$ sec) at Budapest. The results are shown in Figure 1. The frequencies of different periods show approximately a Poisson distribution (dashed line). The maximum of the curve for 15.5 sec. Formula (3) then yields 40.5 km average crust thickness corresponding to this period. The values of T and T' are shown in the following Table. The differences between T and T' are determined by the drum velocity (30 mm/min), because the reading of seismograms depends on it. $T' - T$ was never less than 0.2 sec.

Table

T (in sec)	15.0	15.1	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6	15.7	15.8	15.9	15.8	15.9	16.0
T' (in sec)	15.2	15.3	15.4	15.5	15.6	15.7	15.8	15.9	16.0	16.1	16.1	16.2	16.3
Z_0 (in km)	39.1	39.4	39.1	39.9	40.1	40.5	40.7	40.9	41.1	41.4	41.3	41.5	41.8

Since the greater part of the surface waves cross Asia, this thickness is acceptable (see Figs 2 and 3). Two peaks stand out on the POISSON curve; the first one at 12 sec and the second at 20 sec. The corresponding thicknesses from (3) are 31 and 52 km. The first value may be related to the crustal thickness of the West European area and the second to the mountain zones.

The major effect of crustal structure on coda gives an indication why the duration of surface waves from teleseisms diminishes relatively little with the change of epicentral distance.



Fig. 3. Profile of Earth's crust crossed by surface waves

REFERENCES

1. AKI, K.: Analysis of the seismic coda of local earthquakes as scattered waves. *Journal of Geophys. Res.* 74 (1969), No. 2.
2. BISZTRICSÁNY, E.: A new method for the determination of earthquake magnitudes. *Geofizikai Közlemények* 7 (1958), 69—96.
3. BISZTRICSÁNY, E.: On the problem of magnitude determination. *Zeitschrift f. Geophysik* 24 (1958), 153—156.
4. BISZTRICSÁNY, E.: Computation of strata thickness on the basis of coda waves, XII^o Assemblée Générale de la Commission Seismologique Européenne, Luxembourg 21—29, Sept, 1970. *Obs. Royal Belgique, Série Géoph.* No. 101 (1971), 60—62.
5. HARDTWIG, E.: *Theorien zur mikroseismischen Bodenunruhe.* Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig (1962).
6. LEE, W. H. K., BENNETT R. E., MEACHER, K. L.: A method of estimating magnitude... U.S. Geological Survey. Open file report. 1972.

ОСОБЕННОСТИ КОДА-ВОЛН

Э. БИСТРИЧАН

РЕЗЮМЕ

В двух предыдущих статьях были рассмотрены параметры связи между поверхностными (кода-) волнами и слоистостью коры. Поскольку кода-волны канализируются земной корой т. е. распространяются в ней как в волновом канале, доминирующий период находится в количественной связи с мощностью слоев. На основе доминирующих периодов кода-волн типа Райле ($8 \leq T \leq 30$ сек) на пути через Азию и Европу до Будапешта средняя мощность коры может составлять 40 км.

DETERMINATION OF THE WETTABILITY OF HYDROCARBON FORMATIONS UNDER FIELD CONDITIONS

GY. ZOLTÁN

PETROLEUM ENGINEERING RESEARCH LABORATORY OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
MISKOLC-EGYETEMVÁROS

[Manuscript received October 29, 1974]

A new method is described for characterizing quantitatively the condition of wettability in porous hydrocarbon formations. The method of determination of the wettability is based on the relations $p_c(S)$ measured at high pressure and temperature, and on an approximative mathematical model of the porous texture. As regards its means, even the laboratory method can be considered a new one, the collected informations provide a basis on which the wettability can be numerically evaluated, and in case of otherwise identical pore structure and state of formation also the interfacial properties can be compared.

Symbols

A	surface	sq · cm
k	permeability	sq · cm
k_{rw}, k_{ro}	relative water and oil permeabilities	
L	length	cm
p	pressure	$g \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-2}$
p_c	capillary pressure	$g \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-2}$
r	radius	cm
S	saturation	
S_{wr}	residual water saturation	
V_b	geometrical volume	cm^3
V_p	pore-volume	cm^3
σ	surface and interfacial tension, respectively	$g \text{ s}^{-2}$
Θ	contact angle	deg.
μ	viscosity	$g \text{ cm}^{-1} \text{ s}^{-1}$
τ	factor of tortuosity	
p_r	formation pressure	kp cm^{-2}
t_r	formation temperature	$^{\circ}\text{C}$

Introduction

The importance of knowing the extent to which rocks can be wetted is generally recognized and efforts have been made to determine this parameter as reliably as possible. A study of references devoted to this topic, published in the past twenty years, reveals various methods from which qualitative or quantitative results can be derived. However, none of these methods has been generally accepted as yet, and the reservoir mechanical laboratories have no techniques available to solve this question, at least at the level of practical requirements. The main reason of the lack of general accept-

ance of the suggested methods is that they do not take into account natural reservoir conditions and, on the other hand, the formulation of the results are often too abstruse and far from the conceptions of reservoir engineers.

Some of the methods described by the relevant references aim at determining the value of the contact angle expressing directly or indirectly the extent of wettability, while other methods offer only qualitative or semi-quantitative.

For determining the contact angle by direct measurements, the angle made by the liquid phase with a "suitably prepared" solid surface is observed [1, 2]. The errors resulting from the quality of rock surface finishing may be much larger than the uncertainty due to subjective observations. On the other hand, this surface can by no means be considered as a model of porous rock surfaces. Methods elaborated to offer only qualitative or semi-quantitative results as: absorption tests [3, 4, 5], combination of $p_c(S)$ curves [6, 7], use of relative permeability functions. [8], nuclear magnetic relaxation [9] and dye adsorption methods are better suited to observe wettability phenomena on rock- and formation-fluid samples taken from reservoirs. However, in view of the fact that the obtained results, being of qualitative character, are less spectacular and some of the above-quoted methods require the use of completely elaborated techniques, these methods have not exceeded the stage of research.

All published methods have the common drawback that they do not attempt to determine the wettability under field conditions and are confined to laboratory tests at room temperature and atmospheric pressure. However, research objectives are set higher and even the requirements of every-day practice can not be met in this way. It is absolutely necessary to collect *in situ* informations even if additional methodological and technical problems should be faced. Undoubtedly, each of the presented methods has its marked advantages, — easy performance, efforts towards reaching the natural state, qualitative level of the results — so it seems a reasonable goal to develop a new method which wouldn't require an over-complicated technology, its results, however, offering more than that achieved by the earlier methods.

The use of $p_c(S)$ functions seems to be most adequate for evaluating the conditions of wettability. The capillary pressure-saturation relationship includes factors which, when properly grouped, are suitable to express quantitatively the state of wettability by means of the contact angle and also, this kind of process is the most easily adaptable to the natural conditions corresponding to the rock, formation fluids and stratification.

Theoretical considerations

As regards measurements performed in reservoir mechanical laboratories, it is accepted that k_{rw} and k_{ro} , as well as the measured values of p_c are satur-

ation-dependent, respectively saturation values depend on the wettability conditions of the system. The most general expression for capillary pressure is:

$$p_c = p_c[\varepsilon ; \sigma ; \theta] = p_c(S)$$

i.e. capillary pressure is function of the pore structure factor ε , of the interfacial tension σ and of the contact angle θ . For cylindrical capillaries this relationship can be written as

$$p_c = \frac{2}{r} \sigma \cos \theta$$

where the pore structure factor is expressed by $2/r$ and the value of p_c is directly proportional to the product of the interfacial tension and the cosine of the angle of wettability (contact angle). Starting out from this conception, the porous and permeable rock will be considered at first approximation as a cylindrical bunch of capillaries for which r is the mean radius of capillaries of different sizes. For this mean radius the capillary pressure is

$$\bar{p}_c = \frac{2}{\bar{r}} \sigma \cos \theta \quad (1)$$

while the mean capillary pressure for a rock having inter-granular porosity can be obtained from the following expression:

$$p_c = - \frac{1}{1 - S_{wr}} \int_1^{S_{ur}} p_c(S) dS . \quad (2)$$

Let us now determine the value of \bar{r} corresponding to \bar{p}_c in such a way as to represent, even if approximately, the value of the mean radius of the irregularly connected capillary network of a porous rock, instead of that of cylindrical capillaries. For determining approximately \bar{r} , the relations of POISEUILLE and DARCY will be used [11]. For case of a single cylindrical capillary Poiseuille's formula states that

$$q = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{r^4}{\mu} \frac{\Delta p}{L} .$$

When approximating by this relationship the porous model consisting of a bundle of capillaries, the number of capillaries should be introduced, and it should be kept in mind that capillaries are not straight cylinders but their effective length should be defined by means of their tortuosity as:

$$L = \tau \cdot \Delta L .$$

So

$$Q = \frac{n\pi\bar{r}^4 \Delta p}{8\mu\tau \Delta L} \quad (3)$$

where \bar{r} corresponds to the mean radius of the porous system. For the same porous capillary system the DARCY formula is:

$$Q = A \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}. \quad (4)$$

From Eqs (3) and (4):

$$Ak = \frac{n\bar{r}^4}{8\tau}. \quad (5)$$

To eliminate A the factor of porosity Φ is introduced in the form

$$\Phi = \frac{V_p}{V_g} = \frac{\bar{r}^2 \tau \Delta L n}{A \Delta L}.$$

Expressing A from this equation, and substituting to Eq. (5) we get for \bar{r} :

$$\bar{r} = 2\tau \sqrt{\frac{2k}{\Phi}}.$$

The pore-structure of a rock having intergranular porosity, for which both permeability and the factor of porosity as well as the value of $p_c(S)$ are well measurable, will be approximately described by \bar{r} . Substituting the value of \bar{r} from Eq. (2) into Eq. (1) and using the above value of \bar{r} , we obtain:

$$\cos \theta = - \frac{\tau}{\rho(1 - S_{wr})} \sqrt{\frac{2k}{\Phi}} \int_1^{S_{wr}} p_c(S) dS.$$

There are many ways to determine the factor of tortuosity. From a knowledge of rock characteristics it can be calculated [12], but for consolidated rocks it is more reliable, however, to determine the textural factor by direct laboratory measurements [13, 14].

The introduction of the concept of average capillary pressure implicitly presupposes the existence of an average pore size, included in the formula describing pore structure by means of porosity, permeability and tortuosity. The values of these parameters obtained by laboratory measurements, are average characteristics of the rock sample and, on account of the applied measuring technique, can be only partially considered as weighted averages. Indeed, in course of laboratory measurements these factors are not determined as differential pore structure elements but from data valid for the whole rock body independently of the structural inhomogeneity and anisotropy of the rock. In spite of this, when determining the value of \bar{p}_c it is reasonable to consider only that range of saturation the alteration of which corresponds to pores of nearly the same size of the pore structure, and to overlook pore sizes having extreme p_c values. This is based on the physical fact that within the

range covered by the whole capillary curve, capillary sizes belonging to the highest p_c pressures are able to retain their wetting-phase content for the longest time and, consequently, constitute a strongly water-wet portion of the whole pore-volume. If this range would have been also included for the determination of \bar{p}_c the extent of wettability would be shifted from the average

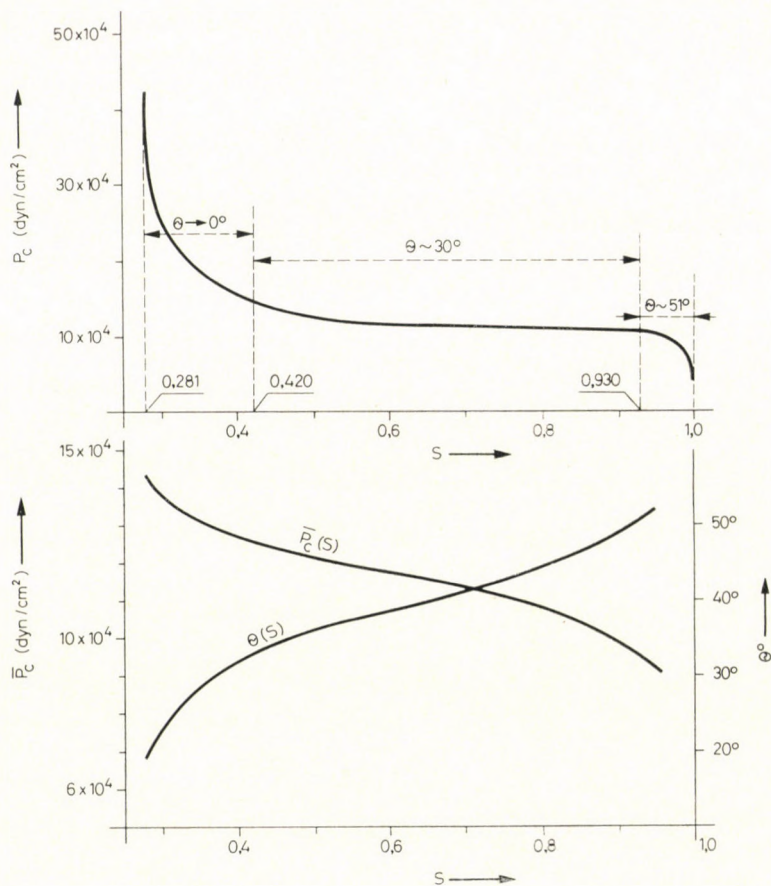


Fig. 1

value characterizing the larger portion of pore-volume towards an increased wettability, indicating an apparently more water-wet rock which, of course, would hold for a negligibly small fraction of the pore-volume playing insignificant role in the variations of saturation, i.e. in accumulation and displacement of oil. To justify the rightness of this assertion, some numerical data obtained from our measurements are illustrated in Figure 1 presenting the contact angle in function of \bar{p}_c determined for the oil-water system. If the highest

Table I

Serial number	S_w	P_c dyn/cm ²	Serial number	S_w	P_c dyn/cm
1	1.000	74 700	39	0.810	117 200
2	0.995	80 000	40	0.805	117 700
3	0.990	84 600	41	0.800	118 200
4	0.985	88 200	42	0.795	118 700
5	0.980	91 400	43	0.790	119 100
6	0.975	94 100	44	0.785	119 600
7	0.970	96 200	45	0.780	120 000
8	0.965	98 500	46	0.775	120 400
9	0.960	100 200	47	0 770	120 900
10	0.955	101 900	48	0.765	121 300
11	0.950	103 000	49	0.760	121 900
12	0.945	104 000	50	0.755	122 300
13	0.940	105 000	51	0.750	122 800
14	0.935	106 000	52	0.745	123 200
15	0.930	106 800	53	0.740	123 700
16	0.925	107 200	54	0.735	124 100
17	0.920	107 800	55	0.730	124 600
18	0.915	108 000	56	0.725	125 000
19	0.910	108 300	57	0.720	125 400
20	0.905	108 800	58	0.715	125 900
21	0.900	109 200	59	0.710	126 300
22	0.895	109 700	60	0.705	126 800
23	0.890	110 100	61	0.700	127 300
24	0.885	110 600	62	0.695	127 800
25	0.880	111 000	63	0.690	128 200
26	0.875	111 400	64	0.685	128 600
27	0.870	112 000	65	0.680	129 000
28	0.865	112 400	66	0.675	129 500
29	0.860	112 800	67	0.670	130 000
30	0.855	113 200	68	0.665	130 400
31	0.850	113 700	69	0.660	131 000
32	0.845	114 100	70	0.655	131 500
33	0.840	114 500	71	0.650	131 900
34	0.835	115 000	72	0.645	132 300
35	0.830	115 400	73	0.640	132 800
36	0.825	115 900	74	0.635	133 200
37	0.820	116 300	75	0.630	133 700
38	0.815	116 800	76	0.625	134 100

Serial number	S_w	P_c dyn/cm ²	Serial number	S_w	P_c dyn/cm ²
77	0.620	134 700	112	0.445	155 000
78	0.615	135 100	113	0.440	156 100
79	0.610	135 600	114	0.435	157 200
80	0.605	136 100	115	0.430	158 400
81	0.600	136 600	116	0.425	160 000
82	0.595	137 100	117	0.420	161 300
83	0.590	137 500	118	0.415	162 800
84	0.585	138 000	119	0.410	164 700
85	0.580	138 400	120	0.405	166 700
86	0.575	138 900	121	0.400	168 600
87	0.570	139 200	122	0.395	170 170
88	0.565	139 800	123	0.390	173 000
89	0.560	140 200	124	0.385	175 400
90	0.555	140 800	125	0.380	178 000
91	0.550	141 200	126	0.375	181 000
92	0.545	141 900	127	0.370	184 000
93	0.540	142 400	128	0.365	187 100
94	0.535	143 000	129	0.360	190 200
95	0.530	143 600	130	0.355	194 000
96	0.525	144 100	131	0.350	197 800
97	0.520	144 800	132	0.345	202 000
98	0.515	145 300	133	0.340	206 000
99	0.510	145 800	134	0.335	210 900
100	0.505	146 300	135	0.330	215 300
101	0.500	146 900	136	0.325	220 500
102	0.495	147 500	137	0.320	226 000
103	0.490	148 000	138	0.315	232 000
104	0.485	148 700	139	0.310	239 000
105	0.480	149 300	140	0.305	249 000
106	0.475	150 000	141	0.300	261 000
107	0.470	150 800	142	0.295	278 000
108	0.465	151 600	$n-1$	0.290	300 800
109	0.460	152 300	n	0.285	334 000
110	0.455	153 100	$n+1$	S = 0.280	439 400
111	0.450	154 000			

capillary pressure belonging to extreme pore sizes is also considered, the value of θ tends to an increasingly more water-wet state.

As a final conclusion it can be said that the method, considering what was presented in Fig. 1 and included in Table I, lends itself to the determination of the wettability of reservoir rocks. Its main advantage lies in being completely adaptable to the conditions of formation. Formation conditions can be truly represented by the samples of rock and formation-fluid taken, since this depends, exclusively, on the method of sampling. As a matter of fact, laboratory tests

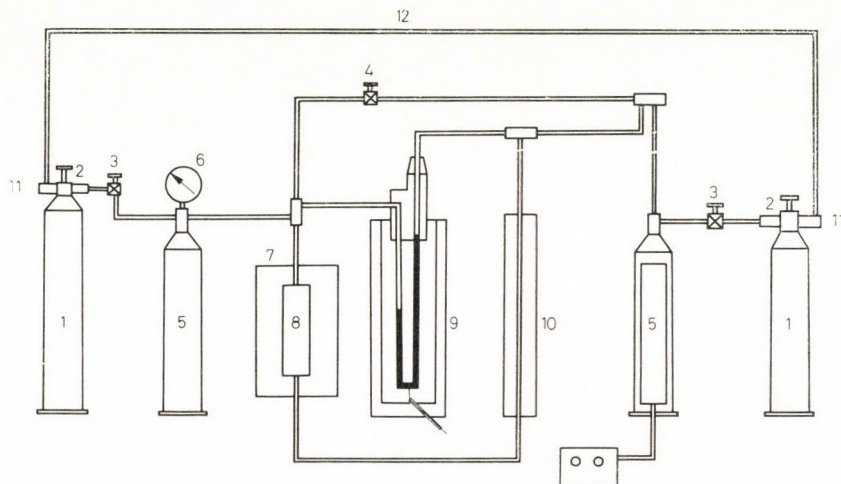


Fig. 2

are much more suited thereto, since they can also simulate real formation pressure and temperature. Rock samples can be subjected to this process without any special "preparation", i.e. retaining their original structural and surface properties. The volume of informations gained and the fact that the determination of the wettability is based on *in situ* conditions represent a most important pace towards oil production in compliance with up-to-date principles, since they give an insight into surface energy conditions having decisive effect on the displacement of oil, without neglecting the natural complicity of the capillary system.

The laboratory device to evaluate the $p_c(S)$ function was originally designed to determine by "disc method" the relation between capillary pressure and saturation. The measuring technique used for it is exactly the same as that of the disc method. There are only minor differences as regards the construction of some structural elements, due to the fact that severe conditions should be satisfied in order to carry out the relevant laboratory process at

high pressures and temperatures. The over-pressure necessary to simulate formation pressure is obtained from the pressure sources 1 through nozzles 2 and valves 3. Formation pressures 5 are transferred by a high-pressure pipe system to cell 8, while the U-tube 9 indicates the differential pressure and the glass column 10 receives the displaced water. By the nozzles 11 and line 12 the pressure between the two extreme points of the system can be equalized, from which benefits are gained when subjecting the system to compensated pressure (Fig. 2).

Putting the system under pressure is realized by opening valves 3 and 4; through nozzles 2 having the lowest throughput. Behind them nozzles 11 having the highest throughput and the joining pipe 12 provide for pressure compensation at both sides. Pressure compensation can be checked by this identical heights of the mercury columns in the U-tube 9. In the opposite case it is possible to intervene by any of the valves 3. Having reached the required pressure level and the thermostat 7 having been heated up, the device is disconnected from the pressure sources by closing valves 3. Closing also valve 4, the system is divided into two parts the partition of which is formed by the semi-permeable plate of cell 8.

REFERENCES

1. ENGELHARDT, W.—LÜBBEN, H.: Untersuchung zum Einfluß von Grenzflächenspannung und Randwinkel auf die Verdrängung von Öl durch Wasser in porösen Körpern. *Erdöl u. Kohle*, 11 (1957), 747; 12 (1957), 826.
2. WAGNER, O. R.—LEACH, R. O. Improving oil displacement efficiency by wettability adjustment. *Trans. AIME*, 216 (1959), 65.
3. BOBEK, J. E.—MATTAX, C. C.—DENKAS, M. O.: Reservoir rock wettability — its significance and evaluation. *Trans. AIME*, 213 (1958), 155.
4. EARL, A.: Observation relating the wettability of porous rock. *Trans. AIME*, 216 (1959), 156.
5. DUYVIS, E. M.—SMITS, L. J.: A test for the wettability of carbonate rocks. *SPEJ*, 1 (1970), 3.
6. QATEMBY, W. A.—MARSDEN, S. S.: Some wettability characteristics of synthetic porous media. *Producers Monthly*, 5 (1957).
7. DONALDSON, E. C.—THOMAS, R. D.: Wettability determination and its effect on recovery efficiency. *SPEJ*, 1 (1969), 13.
8. RAZA, S. H.—TREIBER, L. E.—ARCHER, D. L.: Wettability of reservoir rocks and its evaluation. *Producers Monthly*, 4 (1968), 2.
9. BROWN, R. J. S.—FATT, I.: Measurements of fractional wettability of oilfiled rocks by the nuclear magnetic relaxation method. *Trans. AIME*, 207 (1956), 262.
10. HOLBROOK, O. C.—BERNARD, G. G.: Determination of wettability by dye adsorption. *Trans. AIME*, 213 (1958), 261.
11. PIRSON, S. J.: Oil reservoir engineering. Sec. ed. McGraw Hill book Comp., London, 1958.
12. KUMAR, J.—FATT, I.: Specific surface of porous materials *SPEJ*, 1 (1970), 4.
13. MATING, B.: Porózus kőzetek tekervényességének vizsgálata diffúziós modellel (Investigations of the tortuosity of porous rocks by means of diffusion model). *Kőolaj és Földgáz*, 11 (1971), 336—341.
14. MATING, B.: A tekervényesség meghatározásának vizsgálata áramstabilizációs módszerrel (Determination of tortuosity by flow stabilizing method). *Kőolaj és Földgáz*, 10 (1972), 304—308.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СМАЧИВАЕМОСТИ УГЛЕВОДОРОДНЫХ ПОРОД
ПРИ ПЛАСТОВОМ СОСТОЯНИИ

ДЬ. ЗОЛТАН

РЕЗЮМЕ

В статье излагается новый метод для количественной характеристики смачиваемости углеводородных пористых пород. Помимо приближенного математического описания пористой структуры основу определения смачиваемости образует зависимость $p_c(s)$, измеренная при больших давлениях и температуре. Относительно средства и лабораторный метод является новым, полученные информации пригодны для определения численного значения смачиваемости и при той же структуре и пластовом состоянии даже для сравнения свойств пограничных поверхностей.

VERGLEICH SIMULTANER PULSIONSSPEKTRA BEI GROSSEN LÄNGENUNTERSCHIEDEN*

CZ. MILETITS, J.—VERÓ, J.

GEODÄTISCHES UND GEOPHYSIKALISCHES FORSCHUNGSMITTEL
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, SOPRON

[Eingegangen am 12. Dezember, 1974]

Im ersten Teil dieses Berichtes vergleichen wir Erdstromregistrierungen des Observatoriums bei Nagycenk ($\varphi = 47^\circ 38' \text{ N}$, $\lambda = 16^\circ 43' \text{ O}$) mit jenen einer Feldstation in der Mongolei (in der Nähe von Zavhanmandal, $\varphi = 47^\circ \text{ N}$, $\lambda = 97^\circ \text{ O}$). Beide Registrierungen wurden mit Papiergeschwindigkeiten von etwa 20–30 mm/min aufgenommen. Im zweiten Teil werden die Ergebnisse früherer Untersuchungen kurz zusammengefaßt.

1. Eine ungarische geophysikalische Expedition arbeitet seit geraumer Zeit in der Mongolischen Volksrepublik. Man hat uns das Material einer Basisstation der tellurischen Messungen aus dem Jahre 1968 zur Verfügung gestellt. Da beide Stationen wenigstens geographisch auf etwa gleicher Breite liegen, konnten besonders Länge-Effekte untersucht werden.

Zu einer detaillierten Untersuchung wurden vier Abschnitte vom 17. Sept. 1968 vom Zeitraum in LZ in Nagycenk zwischen 2 und 8 h, in Zavhanmandal zwischen 9 und 15 h ausgewählt. Die Zeitdauer jedes Abschnittes betrug etwa 20 Min (Abb. 1–2). Drei der vier Abschnitte enthalten Pc-Pulsationen, einer, nämlich der früheste, eher eine Pi-Serie (in Nagycenk).

Da die Zeitmarken in der Mongolei nicht genügend pünktlich waren, wurde die Übereinstimmung mit Hilfe des Maximums der Kohärenz-Funktionen gesucht. Daraus folgt, daß absolute Zeitdifferenzen nicht bestimmt werden konnten.

2. Aus digitalisierten Datenreihen wurden Spektren aller Spuren bestimmt, gemeinsam mit Kohärenzfunktionen zwischen allen möglichen Komponentenpaaren (dies war deshalb notwendig, weil geologische Einflüsse Korrelationen auch zwischen einander nicht entsprechenden Komponenten hervorrufen können) (Abb. 3–4).

Die Ergebnisse der Untersuchungen können folgenderweise zusammengefaßt werden:

a) Die Unterschiede der Spektren können durch unterschiedliche geologische Bedingungen hervorgerufen werden, da aus den Spektren bei Annahme

* Vortrag gehalten am KAPG-Symposium über solar-terrestrische Physik in Moskau, November 1974.

gleicher magnetischer Spektren aus beiden Stationen eine magnetotellurische Sondierungskurve bestimmt werden konnte, die nicht unrealistisch ist.

b) Die Statistik der Extremwerte in Amplituden- und Kohärenzspektren zeigt, daß Maxima an gewissen Stellen besonders häufig sind. Diese Stellen sind: 33, 48, 80 und 110 sec. Sie liegen annähernd an Stellen der 2., 3., 5., 7.

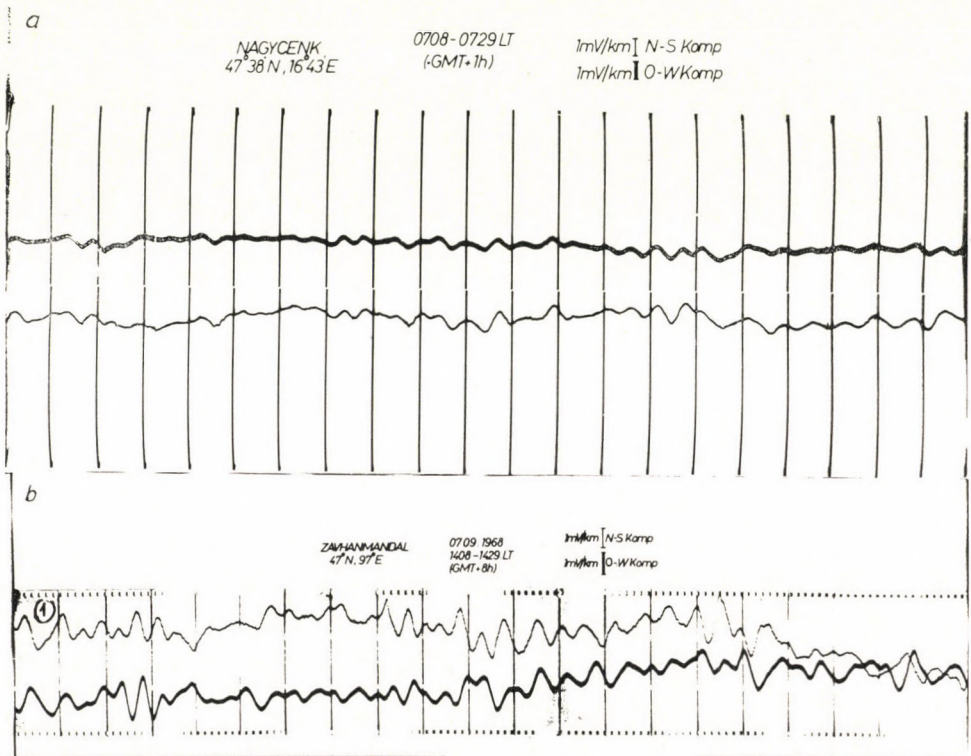
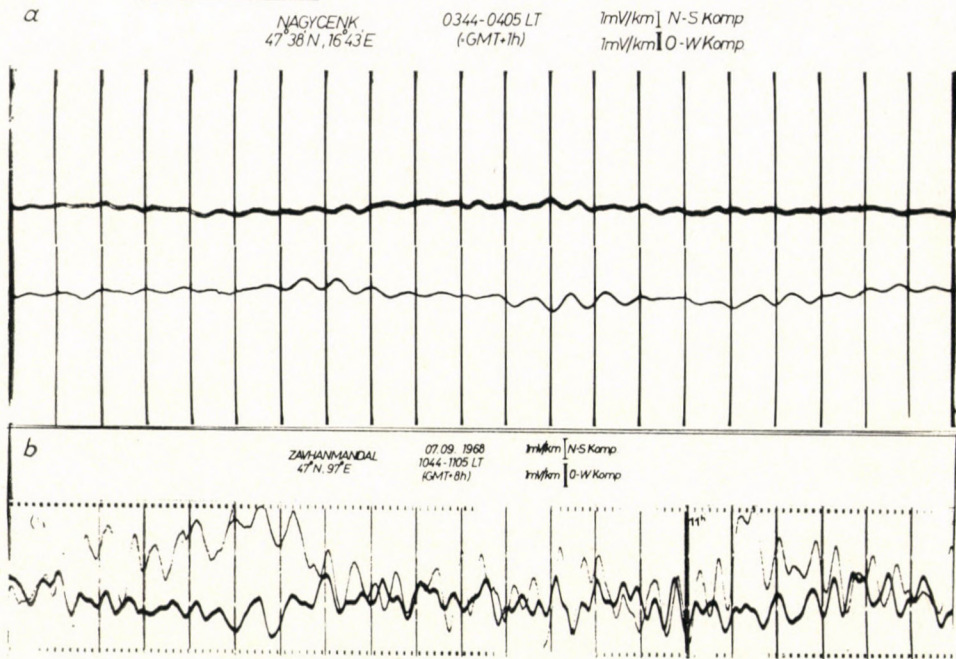


Abb. 1 Tellurische Registrierung für den Abschnitt 1 — a Nagycenk
b Zavhanmandal

Harmonischen einer Grundschwingung von 230 sec. Diese Struktur erscheint etwas verwischter in der Pi-Serie, im Falle von Pc-s ist sie ausgeprägter, und die Lage der Extremwerte verändert sich kaum.

c) Die als Summe der 4 Abschnitte gewonnenen Spektren bewahren fast nichts von dieser harmonischen Struktur. Es sind nur die Maxima um 50 sec (im Amplitudenspektrum) und um 80 sec (im Kohärenzspektrum) vorzufinden.

3. Aufgrund der im Rahmen der KAPG im Herbst 1969 durchgeführten Messungen wurde ebenfalls ein gemeinsames Spektrum bestimmt. Es ist die Summe von 13 Einzelspektren und weist auch eine harmonische Struktur



* Abb. 2. Tellurische Registrierung für den Abschnitt 3 — a Nagycenk b Zavhanmandal

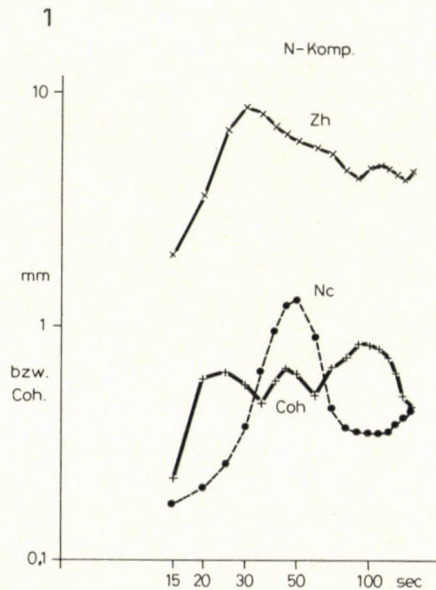


Abb. 3. Ein Beispiel der Amplituden- und Kohärenzspektra für Nagycenk (Nc) und Zavhanmandal (Zh), für je einen Komponenten des Abschnittes 1

* Richtige Daten in Abb. 1 und 2: 17,09, 1968

3

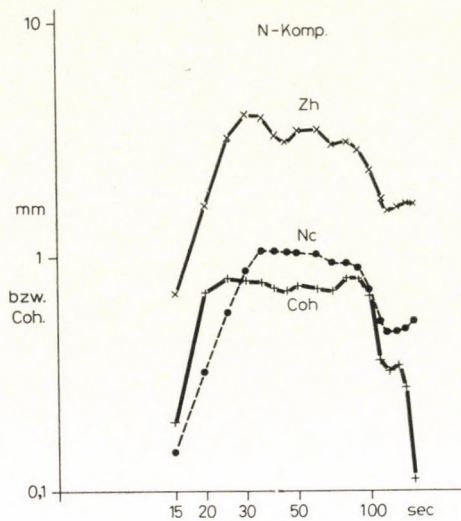


Abb. 4. Wie Abb. 3, aber für den Abschnitt 3

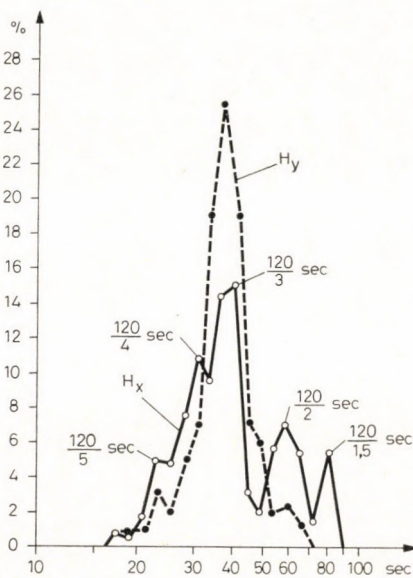


Abb. 5. Summiertes Spektrum eines events aus dem Material der KAPG-Synchronmessungen im Herbst 1969

(2 und weitere Harmonischen) auf (Abb. 5) [1]. Es wurde vermutet, daß die Pulsationen mindestens im Pc4-Bereich die Oberschwingungen einer Grundperiode von etwa 200–250 sec (oder 100–120 sec) sind.

4. Zu den weiteren Untersuchungen wurde als Hypothese das folgende Modell gewählt:

Die Perioden der Pulsationen sind im allgemeinen breitenabhängig, wobei auf mittleren Breiten die Werte von 0, 4 und 10% Periodenveränderung pro Breitengrad am häufigsten sind [2]. Wenn man diese mit theoretischen Modellen vergleicht (Abb. 6), findet man die beste Übereinstimmung mit den asymmetrischen toroidalen Modellen von RADOSKI [3, 4]. Die kann mit der von USHER und STUART [5] 1966 erwähnten Möglichkeit in Verbindung gebracht werden, daß die Pulsationen die 2–5. Harmonischen einer Grund-

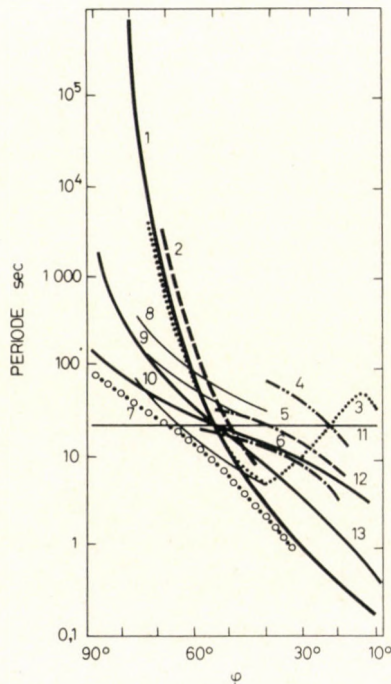


Abb. 6. Theoretisch bestimmte Breitenabhängigkeiten der Pulsationsperioden, sowie die am häufigsten vorkommenden beobachteten Abhängigkeiten

1. Im Dipolfeld (WESTPHAL und JACOBS)
2. Im Dipolfeld (DUNGEY)
3. Im Dipolfeld mit veränderlicher Plasmadichte (WESTPHAL—JACOBS)
- 4–6. 1–3. Harmonische im Falle einer Plasmadichte, die mit der Höhe wie R^{-8} abnimmt (SIEBERT)
7. Im komprimierten Dipolfeld (WESTPHAL—JACOBS)
- 8–10. Asymmetrische toroidale Perioden für $m = 0, 2$ und 10 (RADOSKI)
- 11–13. Die den am häufigsten vorkommenden Breitenabhängigkeiten entsprechenden Kurven (Cz. MILETITS)

schwingung von etwa 100—120 sec sind. Diese Oberschwingungen könnten dadurch verursacht werden, daß — in Folge der Kopplung der toroidalen und poloidalen Moden — Lösungen nur in einem sehr begrenzten Intervall existieren, und diese die obige Struktur besitzen. Solche scharfe Resonanzen wurden für den Fall eines zylindrischen Modells von McCLAY [6] berechnet. Die Breite einer mitschwingenden Zone kann etwa 100 km (0,1 L) sein. Sprunghafte Veränderungen der Perioden kommen auch in ganz kleinen Entfernungen vor. Die drei oft vorkommenden Breitenabhängigkeiten (0, 4 und 10%/°) können so interpretiert werden, daß sie den Fällen entsprechen, wenn die beiden Stationen in gleicher Zone, in benachbarten, bzw. zweitbenachbarten Zonen liegen. Die Wellen an der Plasmopause komplizieren dieses Bild noch weiter, da sie Pulsationen von gleicher Periode in größeren Gebieten bedeuten (z. B. GUPTA und STENING in Canada, [7]).

Diese vorläufigen Ergebnisse beweisen, daß Untersuchungen auf diesem Gebiet sehr schwierig sind. Ergebnisse können nur dann erwartet werden, wenn viele kooperierende Stationen mit möglichst ähnlichen Instrumenten registrieren.

5. Obige Aussagen bezogen sich auf die »Mikrostruktur« der Pulsationen, d. h., auf die Breitenabhängigkeit der Perioden, auf die Kohärenz der Signale in großen Entfernungen. Es gibt aber auch einen zweiten Fragenkomplex, wobei die Feinstruktur unberücksichtigt bleibt, und praktisch nur die Einhüllende der Pulsationen (mittlere Amplitude) in Betracht genommen wird. Ohne die Untersuchungen hier näher zu besprechen, wollen wir ein Ergebnis hervorheben, nämlich, daß in der Pulsationsaktivität zwei globale Komponenten zu finden sind [9]:

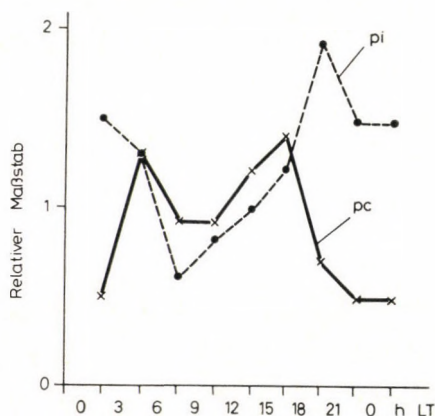


Abb. 7. Effekt der an der gegenseitigen (westlichen) Hemisphäre beobachteten Pulsationen des Typs Pi im Observatorium bei Nagycenk. Die relative Stärke der Pc 3-4- und Pi 2-Impulse ist getrennt angegeben

a) Eine Komponente mit der charakteristischen Zeit von etwa einem Tag, die mit den Veränderungen in der Energie des Sonnenwindes und mit Nachwirkungen der geomagnetischen Stürme in Zusammenhang steht.

b) Eine Komponente mit einer charakteristischen Zeit von einigen Minuten, wahrscheinlich in Zusammenhang mit Pi-Impulsen [8]. Eine Ostwärts-Verbreitung der Pi-s wurde schon Anfang der sechziger Jahre vermutet, später wurden auch die Effekte der Pi-Impulse im Pc-Bereich [8] nachgewiesen. Ähnliche Ergebnisse wurden neuerlich von STUART veröffentlicht [10]. Diese Impulse können praktisch auf der ganzen Erde nachgewiesen werden. (Abb. 7).

Tatsächliche Amplituden sind natürlich auch durch die geographische Lage beeinflusst. Die besten Korrelationsfaktoren konnten auf Breiten um 30° festgestellt werden.

REFERENCES

1. ÁDÁM, A.—Cz. MILETITS, J.—VERŐ, J.: Das Mikropulsationsfeld in Osteuropa (Ergebnisse der KAPG-Synchronmessungen vom Jahre 1969). *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 7 (1972), 289.
2. Cz. MILETITS, J.: On the latitude dependence of pc-type pulsations. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 6 (1971), 141.
3. RADOSKI, H. R.: A note on the problem of hydromagnetic resonances in the magnetosphere. *Planet. Space Sci.*, 19 (1971), 1012.
4. RADOSKI, H. R.: The effect of asymmetry on toroidal hydromagnetic waves in a dipole field. *Planet. Space Sci.*, 20 (1972), 1015.
5. USHER, M. J.—STUART, W. F.: An investigation of micropulsations at middle latitudes. *Nature* 210 (1966), 577.
6. McCLAY, J. F.: On the resonant modes of a cavity and the dynamical properties of micropulsations. *Planet. Space Sci.*, 18 (1970), 1673.
7. GUPTA, J. C.—STENING, R. J.: Period structure of Pc 3, Pc 4 micropulsations. *Planet. Space Sci.*, 19 (1971), 715.
8. HOLLÓ, L.—VERŐ, J.: Pi-triggered Pc pulsation; Fifteen Years Geodetical and Geophysical Research Laboratories of the Hungarian Academy of Sciences in Sopron (1970), 53.
9. Cz. MILETITS, J.—VERŐ, J.: Correlated Pc-type micropulsations observed at separate places. *J. Atm. Terr. Phys.*, 33 (1971), 967.
10. STUART, W. F.—BOOTH, D. C.: Pc enhancement and stimulus caused by eastward travelling Pi. *J. Atm. Terr. Phys.*, 36 (1973), 2101.
11. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.—WALLNER, Á.: Die räumliche Verteilung der Pulsationen des elektromagnetischen Feldes der Erde. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 1 (1966), 379.

СРАВНЕНИЕ ПУЛЬСАЦИЙ НА СТАНЦИЯХ, НАХОДЯЩИХСЯ НА БОЛЬШОМ РАССТОЯНИИ ДРУГ ОТ ДРУГА

Ю. Ц. МИЛЕТИЧ—Й. ВЕРЁ

РЕЗЮМЕ

В первой части статьи сопоставляются теллурические записи обсерватории около Надьенк с записями, сделанными в Монголии, около Зарханмандел. Подробно был исследован пульсационный период в 20 мин. (3 pc, 1 pi). Во второй части статьи полученные результаты сопоставляются с ранними исследованиями подобной природы.

SEISMIC MAPPING OF HUNGARY

D. CSOMOR

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES
SEISMOLOGICAL OBSERVATORY, BUDAPEST

[Manuscript received December 20, 1974]

The paper presents the method used for the seismic zoning of Hungary and the seismic zoning map of the country.

Earthquakes can cause — depending on their magnitude — severe damages in human constructions on the Earth's surface. The restauration of the damages means a heavy burden for the national economy, for the society. Therefore, one of the main aims of earthquake research is to prevent damages caused by earthquakes. In order to fulfil this practical aim, seismic mapping is necessary. The first seismicity maps have been exclusively based on earthquakes data, such as distribution of epicenters, occurrence frequency of earthquakes or their maximum intensity.

The practice made it, however, necessary, to take into account geological and tectonical conditions of areas when mapping seismicity. On this basis the possibility for the occurrence of earthquakes is studied, and the results are included in the seismicity map.

The seismicity map constructed on the basis of geological and seismological data is in a wider sense of the word at the same time an earthquake-prognostic map as well, as it settles the question about the place and intensity of the earthquakes to be expected.

A group of researchers in the Institute for the Physics of the Earth of the Academy of Sciences of the Soviet Union worked out a method [1], which has been used when making the seismic zoning and seismicity map, resp., of Hungary.

The main point of the method is [2, 3] that the tectonic history of an area, its present tectonics and the recent crustal movements determine the seismicity of any area with respect to the occurrence of strong earthquakes. A synthesis of these factors with seismological data yields the seismic zoning of the area.

For the area of Hungary, I. G. REISNER of the Institute for the Physics of the Earth of the Soviet Union prepared a map (based on discussions with Hungarian specialists [P. KRIVÁN, L. KŐRÖSSY, S. LÁNG, M. PÉCHY, A. RÓNAI

and GY. WEIN) and bibliographical studies] where the most likely areas of strong earthquakes are to be found. The zones of strong earthquakes are distributed into four categories (Fig. 1).

On this map, I indicated the epicentres of earthquakes in Hungary between 1763 and 1973, having an intensity of 6° or more in the epicentre.

The map shows that the epicentres of earthquakes with intensities 8° , 8.5° and 9° lie in the I. and II. order zones. From among the epicentres with intensities of 7° , 5 lie in III. order occurrence zones or in their vicinity, one in the vicinity of a I. order zone. From among the 6° earthquakes, 4 lie in IV. order occurrence zones, 3 in III. order zones, the others are scattered in the country.

Taking into account that in similar structural conditions in a zone of a certain order similar strong earthquakes can be expected, one has to count with earthquakes of intensities 8° , 8.5° and 9° in I. order zones, even if no such earthquakes have occurred yet.

In III. order zones one has to count on earthquakes of $7-7.5^\circ$, in IV. order zones on those of $6-6.5^\circ$ intensity.

When constructing the seismic zoning map, the mean radii of the iso-seismals of the Hungarian earthquakes, as well as the results of the earthquake zoning made by E. BISZTRICSÁNY, D. CSOMOR, Z. KISS [4] have also been taken into account.

The map (Fig. 2) distinguishes areas, where earthquakes of 9, 8, 7 and 6° occurred or have been felt, or where such can be expected.

According to this map, an earthquake of 6° or stronger must be expected or have already been felt in an area of about 45 000 km², or about 48.4 per cent of the area of Hungary. The distribution of different intensity shocks in Hungary is the following:

area, where an earthquake of 9° has been felt

about	900 km ² ,	1.0 per cent
8°	4 800 km ² ,	5.2 per cent
7°	13 600 km ² ,	14.6 per cent
6°	25 700 km ² ,	27.6 per cent
5° or less	48 000 km ² ,	51.6 per cent

The distribution shows that severe damages may occur on about 6.2 per cent of the area of the country. These areas lie around the epicentres of the strong earthquakes in Komárom, Mór, Jászberény, Kecskemét, Eger and Dunaharaszti. The greatest part of the area of 7° shocks is derived from the strong earthquakes listed above, and surrounds the areas of even stronger shocks. In addition, 7° shocks have been also felt in the area of Nagykanizsa—Tereske, whereas in other separated 7° areas no 7° earthquake has been felt

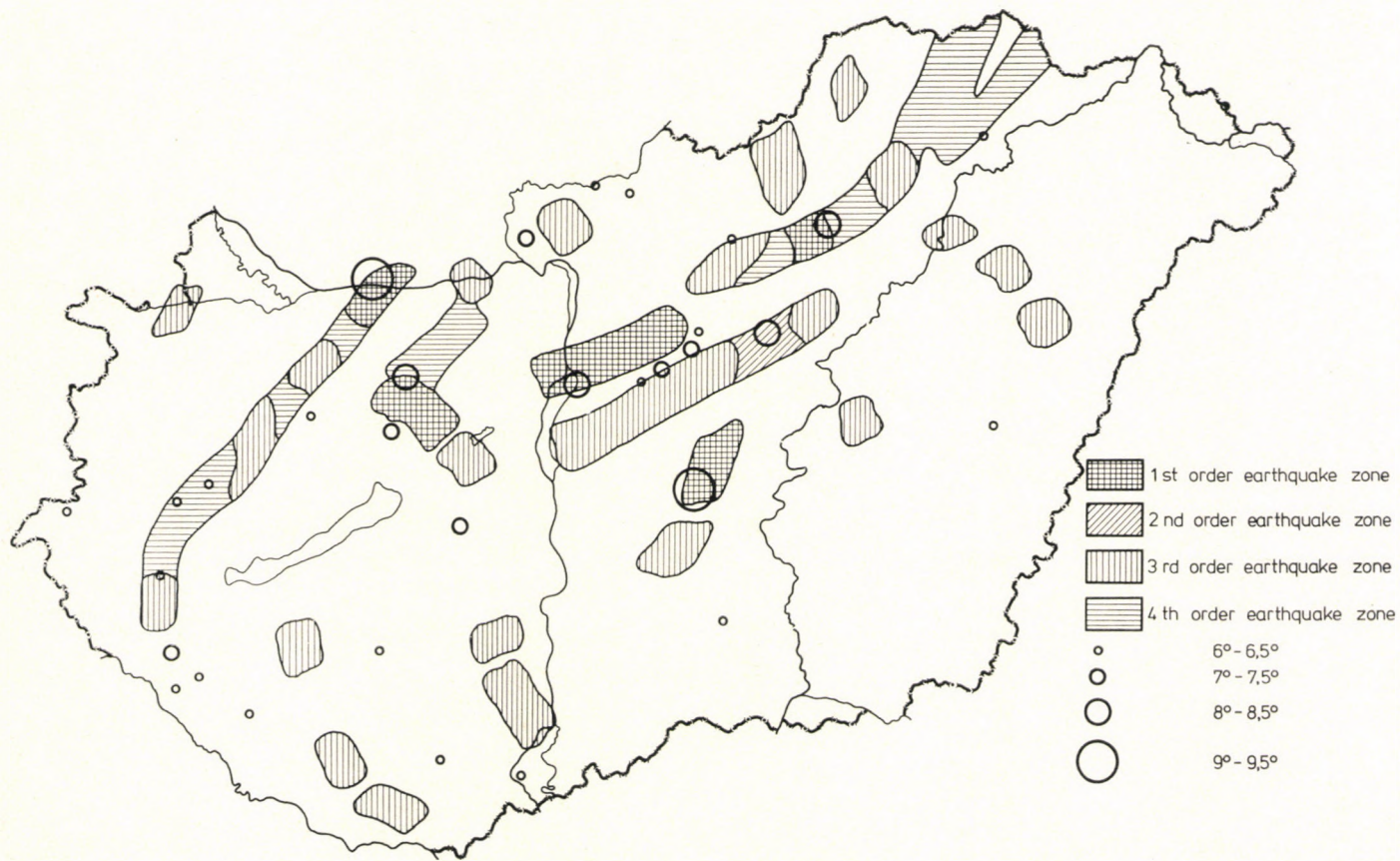


Fig. 1. Zones of earthquake occurrences in Hungary according to I. G. REISNER, with the epicentres of earthquakes with greater intensity in Hungary, 1763—1973

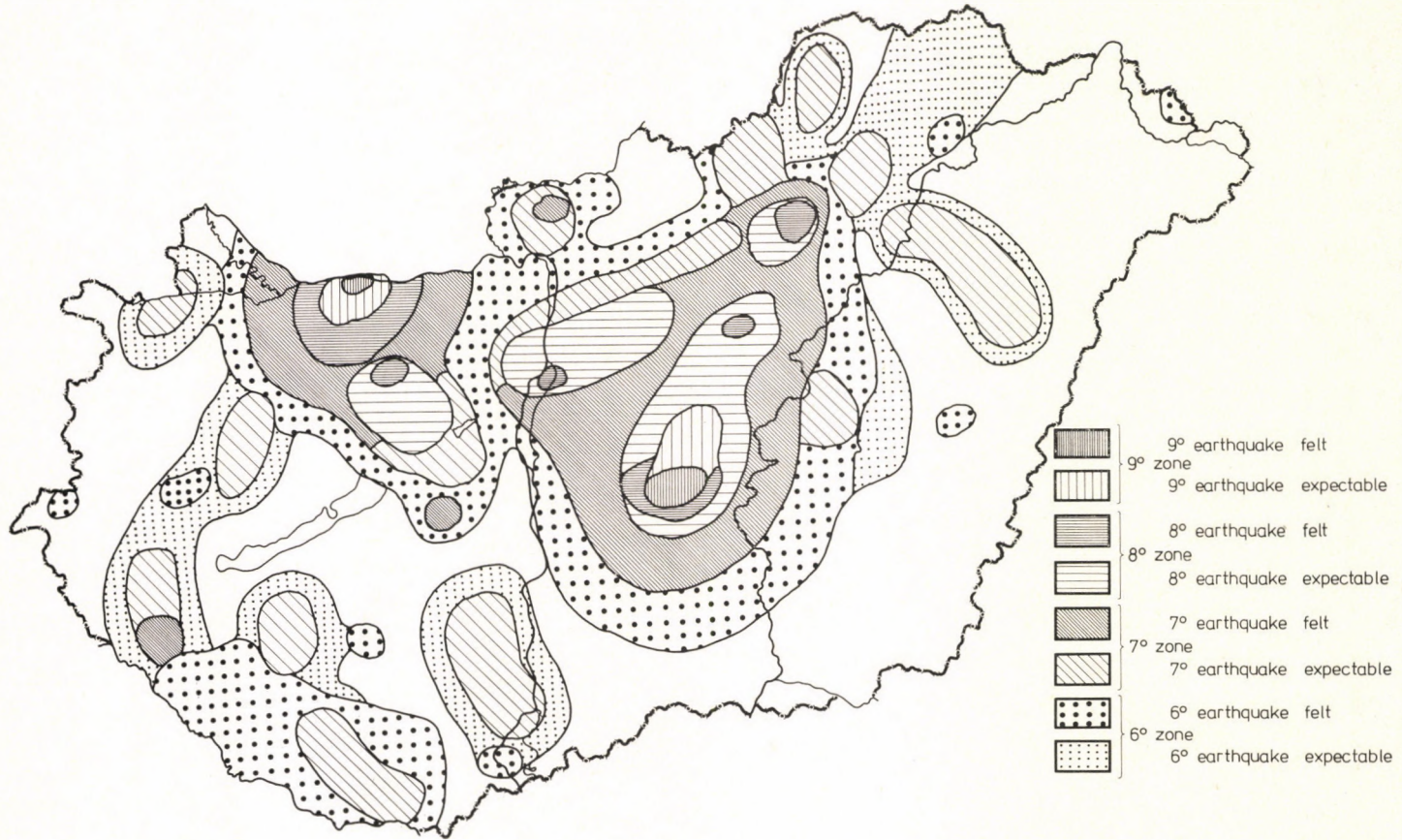


Fig. 2. Seismic zoning map of Hungary

Table I

No	Year	Day	Location	Coordinates		Intensity
1	1763	June 28	Komárom	18°05'E	47°48'N	9°
2	1767	Dec. 8	Sztlőrinc-káta	19°44'E	47°31'N	6°
3	1780	June 26	Márianosztra	18°52'E	47°52'N	7°
4	1810	Jan. 14	Mór	18°12'E	47°23'N	8°
5	1823	June 11	Füzesgyarmat	21°13'E	47°07'N	6°
6	1826	Oct. 1	Monor	19°26'E	47°21'N	6°
7	1839	July 11	Sztlőrinc-káta	19°41'E	47°27'N	7°
8	1842	Aug. 31	Nagykanizsa	17°00'E	46°28'N	7°
9	1852	Febr. 16	Balassagyarmat	19°17'E	48°05'N	6°
10	1863	June 14	Kiskunmajsa	19°45'E	46°29'N	6°
11	1868	June 21	Jászberény	20°04'E	47°30'N	6°
12	1876	July 6	Nagyatád	17°22'E	46°14'N	6°
13	1876	Oct. 21	Surd	16°58'E	46°19'N	6°
14	1876	Nov. 30	Iharosberény	17°07'E	46°22'N	6°
15	1876	Dec. 6	Mohács	18°41'E	45°59'N	6°
16	1879	Dec. 7	Gyöngyös	19°56'E	47°47'N	6°
17	1893	June 22	Pinchehely	18°27'E	46°41'N	7°
18	1904	Febr. 12	Gölle	18°01'E	46°27'N	6°
19	1908	March 15	Gomba	19°32'E	47°23'N	7.5°
20	1908	May 28	Kecskemét	19°35'E	46°57'N	7.5°
21	1909	May 29	Magyarsarlós	18°20'E	46°04'N	6°
22	1911	July 8	Kecskemét	19°43'E	46°57'N	9°
23	1919	Febr. 22	Gasztony	16°22'E	46°58'N	6°
24	1925	Jan. 31	Eger	20°24'E	47°52'N	8.5°
25	1927	March 4	Várpalota	18°08'E	47°12'N	7°
26	1930	Aug. 22	Cserhátsurány	19°26'E	48°01'N	6°
27	1931	Apr. 7	Beregdaróc	22°35'E	48°10'N	6°
28	1934	Sept. 1	Bucsusztlászló	16°54'E	46°43'N	6.5°
29	1937	June 10	Tarcal	21°18'E	48°07'N	6°
30	1942	May 14	Bakonybél	17°42'E	47°15'N	6°
31	1942	Sept. 30	Tápiósüly	19°35'E	47°27'N	6°
32	1951	Febr. 20	Tereske, Tolmács	18°08'E	47°58'N	7°
33	1953	Sept. 13	Ukk, Túrje	17°10'E	47°02'N	6.5°
34	1956	Jan. 12	Dunaharaszti	19°04'E	47°21'N	8°
35	1956	March 31	Pakod	17°00'E	46°59'N	6°

yet. In 7° areas some light damages on buildings must be expected, in 6° areas very slight building damages, mainly mortal ruptures may occur.

The seismic zoning map gives one of the characteristics of the seismic risk in an area, the maximum intensity of earthquakes to be expected. In planning works, the occurrence frequency must also be taken into account.

The table contains a list of earthquakes with intensity 6° or stronger in Hungary for 1763–1973.

REFERENCES

1. АНАНИН, И. В. и другие: Методика составления карты сейсмического районирования на примере Кавказа. Москва, 1969.
2. БУНЕ, В. И. и другие: Опыт оценки максимальной сейсмической опасности на примере Кавказа. Труды Института Физики Земли АН СССР. Вопросы Инж. Сейсмологии вып. 14. Изд. Наука 1971.
3. РЕЙСНЕР, И. Г.: О тектонике и сейсмичности Горного Алтая. Известия АН СССР. Физика Земли № 5 1971.
4. BISZTRICSÁNY, E.—CSOMOR, D.—KISS, Z.: Earthquake zones in Hungary. Annales Univ. Scien. Budapestiensis de Rolando Eötvös nominate. Saectio geologica 4 (1961).

КАРТА СЕЙСМИЧЕСКОГО РАЙОНИРОВАНИЯ ВЕНГРИИ

Д. ЧОМОР

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается метод сейсмического районирования Венгрии. Излагается карта сейсмического районирования Венгрии.

RECENSIONES

J. Smith

FELDSPAR MINERALS

(With the assistance of Brenda F. Smith)

Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1974.

Two volumes of this three-volume handbook were published in 1974, the third one being in preparation.

The first volume of 627 pages, 252 figures, deals with the crystal structures and physical properties, the second volume, 690 pages, 211 figures, reviews in detail the chemical and textural properties, in the third volume in preparation—according to preliminary notice—the experimental equilibrium states, the thermochemistry, petrogenesis of feldspars and their natural occurrence will be described.

Volume 1: Crystal Structure and Physical Properties is divided into two main parts and within this 12 (5+7) chapters.

In Part 1 the crystal structures are treated. In the first chapter a brief review of the crystal chemical theories and experimental techniques is given. In the second chapter, the most important features of feldspars and the related structures are discussed in a concise form, yet with appropriate thoroughness. The tetragonal hollandit structure type and the hexagonal and rhombic modifications of $\text{BaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$ and $\text{CaAl}_2\text{Si}_2\text{O}_8$ are discussed in connection with the review of related structures.

The third chapter deals with the order and disorder in crystal lattices and with their types. After the discussion of the ordering, data on Si, Al order determined experimentally are surveyed, then their interpretation is dealt with. The discussion is illustrated with tables and diagrams.

The fourth chapter discusses the geometry and atomic coordination of structures. The basic data on feldspar structures are summarized in several tables. All these are completed by many diagrams and structural models. Examining the environment of M atoms bonding the (Al, Si) O_4 tetrahedra, the symmetrical conditions of M—O bonding are analysed and the description is illustrated with synoptic tables and figures. The atomic displacements from thermal motion and substitutional disorder, taking into account the displacements of Na atoms in albite, are also discussed.

The fifth chapter presents the complex crystal structures. After the review of the influence of the various types of twinning on the lattice structure and X-ray scattering, it points on the definitive order of Al, Si in Ca plagioclases, verified by X-ray diffraction. The role of X-ray diffraction in the judgement of the anorthite content is also shown.

Part 2 deals with the physical properties and experimental techniques.

The sixth chapter discusses the X-ray diffraction techniques. After a brief review of the single-crystal techniques, the photographs of alkali feldspars taken by the precession and oscillation techniques are presented, then it proceeds to photographs of plagioclase. Afterwards the powder techniques are considered. This chapter is coloured by Guinier powder and diffractometer photographs. Celsian and reedmergnerite patterns (a B-containing albite) are also presented in this chapter.

The seventh chapter is devoted to macroscopic thermal expansion and changes in cell dimensions. First, alkali-feldspars are discussed in more detail. The principal variations of the cell dimensions of K-Na feldspars are also represented in illustrative drawing. The conditions of K, Na substitution and its interpretation are given, then a review of the perthites and their anomalous specimens follows. The simple determinative methods and then the dimensional changes caused by heating are presented.

The following part of the chapter reviews the cell dimensions of natural and synthetic plagioclase feldspar specimens and the simple determinative methods. Afterwards, the descriptions of the dimensional changes caused by heating follow, illustrated liberally with diagrams and tables. After the discussion of ternary feldspars and K-exchanged plagioclases, the chapter concludes with a review of K, Ba feldspars and synthetic related compounds.

The eighth chapter deals with light optics and measuring methods. After the analysis of the accuracy of optical measurements, the optical effects of the compositional and morphological inhomogeneities, fine-scale twinning and intergrowths are described. Then the optical features of the feldspar groups are reviewed one by one. The relation between optic axis and order of tetrahedral atoms is treated together with the alkali feldspars. The relations between the refractive indices, birefringence, extinction angle and optical orientation are profusely illustrated with diagrams.

In the subsequent part of the chapter, the plagioclases, K, Ba feldspars and the optical properties of related feldspars are dealt with and finally the determinative methods are also compared.

The ninth chapter deals with nomenclature and general properties of feldspars. Nomenclatures proposed by different authors are compared. Attention is called to the confusion of some authors in connection with the naming of K feldspars, Na feldspars and plagioclases. Next discussed are phase transformations which occur at rapid or slow cooling of feldspars. There is a noteworthy proposal for the nomenclature of Na feldspars and ternary feldspars. In the plagioclase group six phases are distinguished: 1. monalbite, 2. analbite, 3. albite (of high temperature), 4. albite (of low temperature), 5. anorthite B and 6. anorthite P. Anorthite B is a Ca-feldspar with triclinic, bodycentered, translation lattice, anorthite P is a Ca-feldspar with triclinic, primitive, translation lattice.

The tenth chapter reviews electron-optical methods. First, the transmission electron micrographs, the detection of twins, dislocations and deformations by electron microscope is dealt with in detail, illustrating the description with very beautiful photographs. After the review of chemical alterations in feldspars, the electron-microscopic observations are also presented. Then there are topics on scanning electron microscopy and photo-emission electron microscopy. Especially valuable are the electron diffraction photographs of the individual feldspars.

The infra-red absorption, nuclear magnetic resonance, electron spin resonance and Mössbauer resonance are the subject of the eleventh chapter. The infra-red absorption spectra and patterns, respectively, assume characteristic forms in the various feldspars, on the basis of which they can be identified. The chapter gives many diagrams which can help the specialists engaged in infra-red spectroscopy in determining feldspars of different composition. The modern mineralogical examinations complete the optical and X-ray ones very well, the methods based on nuclear magnetic resonance, electron-paramagnetic resonance and Mössbauer (gamma-ray) resonance give very useful data for the finer separation of feldspars.

The twelfth chapter treats miscellaneous further physical properties. Such are colour, luminescence, electrical phenomena, thermal conductivity, mechanical properties (deformations), density, thermogravimetry and differential thermal analysis as well as rapid visual identification procedures. Chatodoluminescence spectra provide a simple tool for characterizing feldspars. Bombardment with electrons of thin sections of feldspars allows qualitative detection of chemical and textural features. Absorbed energy is emitted as luminescence by the material. Thermoluminescence examinations are also useful additional methods.

Volume 2: "Chemical and Textural Properties" with 690 pages is also divided into two main parts (Parts 3 and 4) and within this to 8 (13-20) chapters.

Part 3 deals with chemical properties and experimental techniques. The thirteenth chapter deals with the description of analytical methods as well as the analysis of their precision and accuracy. After a review of the specific application of gravimetric and volumetric analytical methods to feldspars, the X-ray fluorescence and electron-spectrographic analyses are discussed and then the flame photometer, radioactivation and mass spectrometer analyses are surveyed.

The fourteenth chapter is one of the most extensive ones: it deals with chemical properties. After the review of the basic stoichiometric concepts, theoretical models on chemical substitution and distribution are discussed. Then the major chemical substitutions and experi-

mental data on element distribution are considered. After these the chemical substitutions in natural feldspars are dealt with. Further analytical data are presented in about 28 tables from different authors. These analytical data are obtained from various feldspars and relate to both the main elements and the rare ones. The chapter concludes with isotope distribution in feldspars: with the O and Pb isotopes, the K/Ar and Rb/Sr isotopic ratios and is completed with an abundant list of figures and references.

Part 4 deals with growth, diffusion, structural defects and intimate intergrowths of feldspars.

The fifteenth chapter gives a general review of phenomena and processes as an introduction to the subjects to be treated later.

In connection with diffusion, the sixteenth chapter discusses the transformations, first, under dry conditions and then under hydrothermal conditions upon heating. Then it reviews the experimental data on the mobility of O atoms, with special attention to the O¹⁸ and O¹⁶ isotopes. After the presentation of the experimental data on M atoms bonding the Si, Al tetrahedra, the distribution of Ar in anorthite and K-rich feldspars are considered. Finally the diffusion, viscosity and crystallization kinetics of liquid and glass are treated.

The seventeenth chapter deals with the growth of crystals and growth defects. After the review of the growth mechanism, the primary growth from magmas and other fluids as well as the primary growth in the solid state are surveyed. After the description of the synthesis of zoned feldspars, the zoning in feldspars of igneous and metamorphic rocks, and finally the theories of zoning are treated.

In the subsequent part of the chapter, the tracht, morphology and habit in synthetic crystals and natural feldspars are dealt with. All these are profusely illustrated with drawings and micrographs. Then the review of miscellaneous textures follows. The chapter concludes with a description of dislocations and etch features.

The eighteenth chapter deals with twins and related structures. Operation and structural explanation of feldspar twins and individual twin types are discussed in detail. After the description of twinning mechanisms, morphological and other criteria for recognition of twin mechanisms are reviewed.

The description of plagioclase twins forms an extensive part of the chapter. First, the laboratory production of twins is described and transformation, mechanical and growth twinning are presented. Also included are topics on frequency of twinning in plagioclase and identification of plagioclase twins. The chapter is profusely illustrated with diagrams, tables, drawings and photographs.

The nineteenth chapter deals with the intimate feldspar intergrowths. First, perthites, their classification and textures are discussed and then the relation between chemical composition and crystal structure is described. The relations reviewed are supported by data on optical behaviour and by roentgenographic ones.

In addition to the review of the ideas on formation mechanisms, they are also critically evaluated. The section on perthites concludes with a brief explanation of their iridescence. Then the intergrowths of plagioclases are discussed. After the review of peristerite intergrowth in acid plagioclase and the so-called Boggild intergrowth in intermediate plagioclase, the chapter concludes with the presentation of the Huttenlocher intergrowth in basic plagioclase.

The twentieth chapter surveys intergrowths of feldspars with other minerals. After the review of myrmekites, it discusses spherulites in devitrified rocks, granophyric intergrowths and graphic granite. Then nephelin-feldspar intergrowths, pseudoleucite and anhedral nephelin-K-feldspar intergrowths are described, followed by a description of the avaturine and red-shouldered feldspar and a review of their origin.

The chapter concludes with presentation of miscellaneous intergrowths of feldspars with other minerals (olivine, pyroxene, micas, sillimanite, corundum, spinel, amphibole). A brief review of fingerprint texture of feldspar and glass also takes place in this chapter.

The author gives an abundant book list at the end of each chapter in both volumes. This considerably enhances the usefulness of the book for those who want to gather more information about the subjects discussed. Furthermore, in both volumes at the end of each chapter in addition to the tables of contents, subject index, name index, locality index, index of rock types, list of figures and tables facilitate the orientation for the readers.

After all, the first two volumes of the three-volume handbook has been written with thoroughness and can be of use not only to crystallographers, mineralogists, and petrologists but also to chemists engaged in crystal chemistry and to physicists engaged in physical chemistry. Though the book was written in the first line for research workers engaged in the sphere of activity discussed, it can prove of real value to practising geologists, silicate (ceramic) chemists, even students who look beyond their studies into the future.

T. Pojžák

Goosen, D.

A NEW MODEL FOR LEVEL AREAS

(Inaugural address on the occasion of his public acceptance of the Chair of Soil Survey at the International Institute for Aerial Survey and Earth Sciences, Enschede, The Netherlands, 17th December 1974) 32 pp, Waltman, Delft

The author presents here ideas on mass movements in level areas, which could affect rather great territories and have historical significance, too. These events can change the living conditions of certain areas catastrophally (The Netherlands, Spain etc.) and are in connection with coversands and suffosion. The paper is of equal interest for geoscience, history and soil survey.

J. Verő

INDEX

<i>Pethő, Sz.</i> : Über die Beziehung der Qualität der Trennprodukte zur Verteilungsfunktion des Rohmaterials	3
<i>Czellár, A.</i> : Investigation of the lean-out of the cups of a laboratory centrifugal machine by means of stereophotogrammetry	15
<i>Bácsatyai, L.—Halmos, F.</i> : On the increase of the accuracy of gyrotheodolite measurements	27
<i>Bartha, G.—Halmai, E.—Orbán, A.</i> : Investigation of the vibration of tripods and compensators	41
<i>Bölcsvölgyi, F.</i> : Die Rolle des Azimutfehlers in der Zeitbestimmung der Beobachtung von Meridiandurchgängen	51
<i>Meskó, A.—Kovács, F.</i> : An unbiased comparison of two methods suggested for the computation of residual gravity	69
<i>Эгзере, Ф.</i> : Несколько явлений электрических свойств горных пород	79
<i>Bence, T.—Bod, E.—Lukács, T.</i> : Untersuchung der aus dem Triangulationsnetz dritter Ordnung abgeleiteten Winkel erster Ordnung	87
<i>Czobor, Á.—Povilaitis, S. I.</i> : Invertierung großer Normalgleichungsmatrizen durch Partitionierung	97
<i>Miskolczi, L.</i> : Einige Möglichkeiten zur Verbesserung von Präzisionsnivellierlatten	105
<i>Csernyák, L.—Pethő, Sz.</i> : Über die Momente nullter, erster und zweiter Ordnung normaler und lognormaler Verteilungsfunktionen	117
<i>Alpár, Gy.</i> : Comparison of adjustment methods of the aerotriangulation by numerical filtering techniques	125
<i>Bisztricsány, E.</i> : Properties of coda waves	131
<i>Zoltán, Gy.</i> : Determination of the wettability of hydrocarbon formations under field conditions	137
<i>Cz. Miletits, J.—Verő, J.</i> : Vergleich simultaner Pulsationsspektren bei großen Längenunterschieden	147
<i>Csomor, D.</i> : Seismic mapping of Hungary	155
 <i>Recensiones</i>	
<i>Smith, J. V.</i> : Feldspar minerals — <i>T. Pojják</i>	161
<i>Goosen, D.</i> : A new model for level areas	164

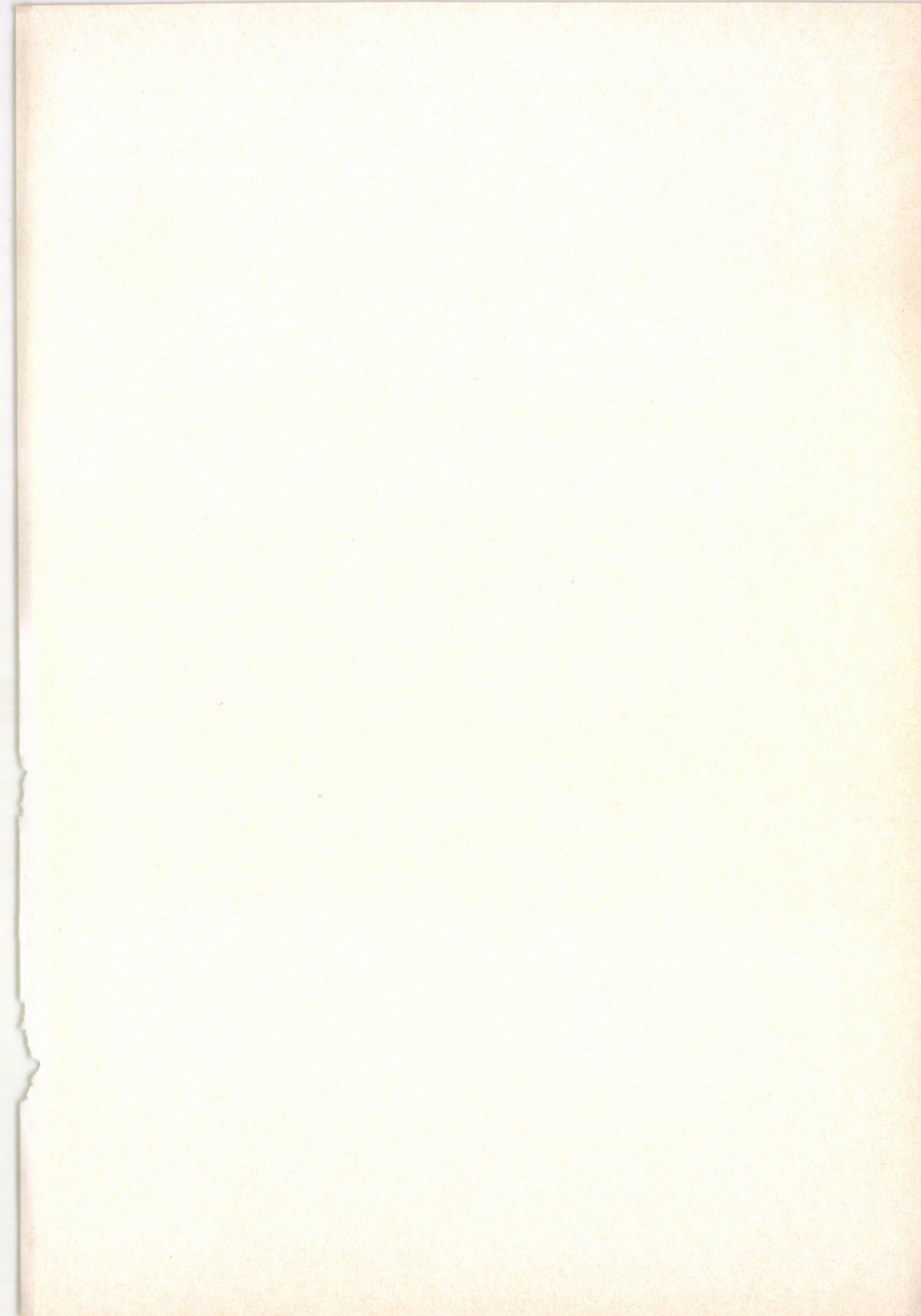
Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki szerkesztő: Zacsik Annamária

A kézirat nyomdába érkezett: 1975 III. 25. — Terjedelem: 14,70 (A/5) ív, 56 ábra

75.1642 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György





Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica ist eine Halbjahresschrift der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Sie veröffentlicht Originalbeiträge aus dem Bereiche der Geodäsie, Geophysik und des Bergbaus, in deutscher, englischer, französischer oder russischer Sprache.

Redaktion: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Jahresabonnementspreis: \$ 32.00.

Bestellbar bei Kultúra, Außenhandelsunternehmen für Bücher und Zeitungen (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) oder bei den Vertretungen im Ausland.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica est une revue biannuelle de l'Académie Hongroise des Sciences publiant des essais originaux, en français, anglais, allemand ou russe, du domaine de la géodésie, géophysique et des sciences minières.

Rédaction: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Le prix de l'abonnement: \$ 32.00 par an.

On s'abonne chez Kultúra, Société pour le Commerce de Livres et Journaux (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) ou chez ses représentants à l'étranger.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica выходят два раза в год в издании Академии наук Венгрии. В журнале публикуются оригинальные исследования по проблемам геодезии, геофизики и горного дела на русском, английском, немецком и французском языках.

Адрес редакции: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Подписная цена на год: \$ 32.00.

Заказать журнал через Внешнеторговое предприятие «Kultúra» (Budapest 1389 62, P.O.B. 149) или через его заграничные представительства.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable
at the following addresses:

AUSTRALIA

C. B. D. Library and Subscription
Service
Box 4886, G. P. O.
Sydney N. S. W. 2001
Cosmos Bookshop
145 Acland St.
St. Kilda 3182

AUSTRIA

Globus
Höchstädtplatz 3
A-1200 Wien XX

BELGIUM

Office International de Librairie
30 Avenue Marnix
1050-Bruxelles
Du Monde Entier
162 Rue du Midi
1000-Bruxelles

BULGARIA

Hemus
Bulvar Ruszki 6
Sofia

CANADA

Pannonia Books
P. O. Box 1017
Postal Station "B"
Toronto, Ont. M5T 2T8

CHINA

C N P I C O R
Periodical Department
P. O. Box 50
Peking

CZECHOSLOVAKIA

Mad'arská Kultura
Národní trída 22
115 66 Praha
PNS Dovož tisku
Vinohradská 46
Praha 2
PNS Dovož tlače
Bratislava 2

DENMARK

Ejnar Munksgaard
Nørregade 6
DK-1165 Copenhagen K

FINLAND

Akateeminen Kirjakauppa
P. O. Box 128
SF-00101 Helsinki 10

FRANCE

Office International de
Documentation et Librairie
48, cRue Gay Lussac
Paris 5
Librairie Lavoisier
11 Rue Lavoisier
Paris 8
Europeriodiques S. A.
31 Avenue de Versailles
78170 La Celle St. Cloud

GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC

Haus der Ungarischen Kultur
Karl-Liebknecht-Strasse 9
DDR-102 Berlin
Deutsche Post
Zeitungsvertriebsamt
Strasse der Pariser Kommüne 3-4
DDR-104 Berlin

GERMAN FEDERAL REPUBLIC

Kunst und Wissen
Erich Bieber
Postfach 46
7 Stuttgart 5

GREAT BRITAIN

Blackwell's Periodicals
P. O. Box 40
Hythe Bridge Street
Oxford OX1 2EU
Collet's Holdings Ltd.
Denington Estate
London Road
Wellingborough Northants NN8 2QT
Bumpus Haldane and Maxwell Ltd.
5 Fitzroy Square
London W1P 5AH
Dawson and Sons Ltd.
Cannon House
Park Farm Road
Folkestone, Kent

HOLLAND

Swets and Zeitlinger
Heereweg 347b
Lisse
Martinus Nijhoff
Lange Voorhout 9
The Hague

INDIA

Hind Book House
66 Babar Road
New Delhi 1
India Book House
Subscription Agency
249 Dr. D. N. Road
Bombay 1

ITALY

Santo Vanasia
Via M. Macchi 71
20124 Milano
Libreria Commissionaria Sansoni
Via Lamarmora 45
50121 Firenze

JAPAN

Kinokuniya Book-Store Co. Ltd.
826 Tsunohazu 1-chome
Shinjuku-ku
Tokyo 160-91
Maruzen and Co. Ltd.
P. O. Box 5050
Tokyo International 100-31
Nauka Ltd-Export Department
2-2 Kanda
Jinbocho
Chiyoda-ku
Tokyo 101

KOREA

Chulpanmul
Phenjan

NORWAY

Tanum-Cammermeyer
Karl Johansgatan 41-43
Oslo 1

POLAND

Węgierski Instytut Kultury
Marszałkowska 80
Warszawa
BKWZ Ruch
ul. Wronia 23
00-840 Warszawa

ROUMANIA

D. E. P.
București
Romlibri
Str. Biserica Amzei 7
București

SOVIET UNION

Sojuzpechatj - Import
Moscow
and the post offices in
each town
Mezhunarodnaya Kniga
Moscow G-200

SWEDEN

Almqvist and Wiksell
Gamla Brogatan 26
S-101 20 Stockholm
A. B. Nordiska Bokhandeln
Kunstgatan 4
101 10 Stockholm 1 Fack

SWITZERLAND

Karger Libri AG.
Arnold-Böcklin-Str. 25
4000 Basel 11

USA

F. W. Faxon Co. Inc.
15 Southwest Park
Westwood, Mass. 02090
Stechert-Hafner Inc.
Serials Fulfillment
P. O. Box 900
Riverside N. J. 08075
Fam Book Service
69 Fifth Avenue
New York N. Y. 10003
Maxwell Scientific International Inc.
Fairview Park
Elmsford N. Y. 10523
Read More Publications Inc.
140 Cedar Street
New York N. Y. 10006

VIETNAM

Xunhasaba
32, Hai Ba Trung
Hanoi

YUGOSLAVIA

Jugoslovenska Knjiga
Terazije 27
Beograd
Forum
Vojvode Mišića 1
21000 Novi Sad

Acta

**GEODAETICA,
GEOPHYSICA *et*
MONTANISTICA**

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE

ADIUVANTIBUS

G. BARTA

J. ZAMBÓ

REDIGIT

A. TÁRCZY-HORNOCH



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

TOMUS 10

FASCICULUS 3

1975

ACTA GEODAETICA, GEOPHYSICA et MONTANISTICA

Academiae Scientiarum Hungaricae

A Magyar Tudományos Akadémia Föld- és Bányászati Tudományok Osztályának folyóirata

Szerkesztőség: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Kiadja az Akadémiai Kiadó, 1054 Budapest, Alkotmány utca 21.

Az *Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica* eredeti tanulmányokat közöl a föld- és bányászati tudományok tárgyköréből, angol, német, francia vagy orosz nyelven. Fél-évenként jelenik meg, évi egy, kb. 400—500 oldalas kötetet alkotva.

Megrendelhető az Akadémiai Kiadónál (1363 Budapest Pf. 24.), a külföld részére pedig a Kultúra Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (1389 Budapest 62, P.O.B. 149.)

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica is a semiannual review of the Hungarian Academy of Sciences, publishing papers—in English, German, French or Russian—on geodesy, geophysics and mining.

Editorial Office: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

The subscription rate is \$ 32.00 per year.

Orders may be placed with Kultúra Trading Co. for Books and Newspapers (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) or with its representatives abroad, listed on p. 4 of the cover.

PHYSICAL DESCRIPTION OF THE INFINITE HALF-SPACE

L. KAPOLYI

TATABÁNYA COAL MINES, TATABÁNYA

[Manuscript received August 10, 1974]

A new method is given for the description of mechanical effects taking place in the earth's crust subjected to mining activity. The method is based on the use of the geometrical field of motion and the density field of the infinite half-space.

The mining of the future and the future of mining are related concepts. The future will be determined by the coming demands on basic materials, and the necessity to satisfy them urges for new methods and conceptions of exploration and development. The tendency of an intense concentration of the producing activity in space and time — which will lead to the application of highly efficient exploding methods, including in some cases nuclear explosions, too — will cause very great changes in the equilibrium of the earth's crust, which cannot be described anymore by means of the classical rockmechanics.

The place of the exploitation of mineral rough materials changes continuously and produces a field of motion of geometrical character. This geometrical field can be described by equations of state, based on chemical, thermodynamical, mechanical rules, depending on the exploiting method.

In consequence of the geometrical motion fields, physical fields (tension, density, etc.) will be induced; their exact knowledge is a necessary condition of running mining processes.

In order to describe the physical processes taking place in the half-space, we elaborate in what follows the connection between the geometrical and physical fields and the differential equations expressing the connection between them. By means of this a simple possibility of representation will be given that enables to describe the processes in the half-space by means of underived variables.

The material filling the infinite half-space can be considered as a multi-layered aggregation, being at once discrete and continuous. It is discrete in so far as from the point of view of the investigation it is composed from elementary parts. It is not simply discrete, however, in so far as these discrete parts are nodes corresponding to different quality degrees (molecules, atoms, elementary particles, conglomerates, microtectonically divided parts, layers

of different rocks, etc.) in the structure of the material filling the infinite half-space [1].

The elements of the elementary multitude filling the infinite half-space are interrelated with each other; some of these relations, however, can be considered as unimportant from the point of view of a certain investigation (as e.g., the microstructure in case of an investigation of sinking).

In what follows the material system filling the infinite half-space will be regarded as a continuum and the stochastic representation of the multi-layered character of the material system will be given in a subsequent paper.

The geometrical field of the half-space

Let two arbitrary points i and j of the earth's crust be given by means of the orthogonal unit vectors \mathbf{i} , \mathbf{j} and \mathbf{k} (in the Descartian reference system) in the form of

$$\begin{aligned} \text{and} \quad \mathbf{r} &= x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} & \mathbf{r} &= \|\mathbf{x}_i\| \\ \mathbf{R} &= X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k} & \mathbf{R} &= \|\mathbf{X}_i\| \end{aligned}$$

where X , Y , Z and x , y , z are rectangular coordinates.

Let V and V^* be two domains of the rock continuum and assume that the domain V changes into V^* due to a deformation of the rock-environment brought about by the opening of mining holes or by any other effect disturbing the equilibrium. If the vector \mathbf{R} of an arbitrary point of the domain V is being transformed in course of the deformation into a point of domain V^* characterized by vector \mathbf{r} , then this motion — or deformation — (and its inverse, respectively) can be described by the transformations

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\mathbf{R}, t) \quad (1)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}(\mathbf{r}, t), \quad (2)$$

while the vector \mathbf{R} runs through all the points of domain V , its image \mathbf{r} will run through all the points of V^* . Since the transformation is symmetrical, it can be equally said that the domain V is transformed into V^* or, according to the inverse function, that it is transformed into V . Thus, two representations of the infinite half-space are given:

1. The coordinates X , Y , Z of the vector \mathbf{R} are ordered to a material point or "particle" of the half-space.

2. The coordinates x , y , z of the vector \mathbf{r} determine the points of the Euclidian space filled by the rock.

Hence Eqs (1)–(2) mean the material resp. geometrical way of describing the motion:

1. The motion or deformation described in Eq. (1) gives the place of a chosen “particle” \mathbf{R} in an arbitrary moment t , i.e., if \mathbf{R} is constant, connection (1) represents the “orbit” of a given particle (*Lagrange* description).

2. The inverse transformation (2) defines the particle belonging to the point determined by the place vector \mathbf{r} in the moment t (*Euler* description).

The two interpretations differ in the basic variables chosen. In our further investigation the variables

$$\mathbf{r} = \|\mathbf{x}, y, z\| \text{ and } t$$

will be considered as independent, i.e. the so-called geometrical description will be used. In course of the mechanical analysis of rock-continua, however, it is more suitable to use an apparatus unifying the material and the geometrical description, which, on the one hand, follows the motion of the “individual particle” of the continuum, while on the other, represents the variation of the velocity space, too.

This can be accomplished as follows: In mechanics the displacement of a point with given place vector \mathbf{r} (particle \mathbf{R}) in the moment t can be described by the displacement vector:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t). \quad (3)$$

This gives the *geometrical motion field* produced by mining activity. Since here the motion of \mathbf{R} is dealt with, Eqs (3) and (2) describe identical transformations.

For further reference, we define the velocity of an arbitrary point of some particle \mathbf{R} of a continuum being deformed.

During the motion represented by Eq. (1), \mathbf{R} must be constant, if we are observing the orbit of a given point; thus the velocity of the particle is determined by the partial derivative with respect to t of the place vector \mathbf{r} belonging to \mathbf{R} , i.e.:

$$\mathbf{v} = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right)_{\mathbf{R}} \equiv \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}. \quad (4)$$

Taking into account Eqs (1) and (2) the velocity of the particle \mathbf{R} can be given in the form:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{R}, t) \quad (5)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t). \quad (6)$$

The connection between these two equations will be studied from the aspect of the variation in time. In order to link the physical half-space with

its geometrical field, we will need the concept of acceleration to describe the forces of inertia. Differentiating Eqs (5) and (6):

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_{\mathbf{R}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{R}} \cdot \frac{d\mathbf{R}}{dt} \quad (7)$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_{\mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (8)$$

According to our former definition, the coordinates $\mathbf{R} = \{X, Y, Z\}$ are data of a reference system bound to the particle, i.e. the system moves together with it. Since the place of the particle is not changed in this system:

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{0}$$

and we get by Eq. (1):

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right)_{\mathbf{R}}$$

or, on the basis of Eq. (4):

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$$

Substituting back these connections into Eq. (8), we obtain

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right)_{\mathbf{r}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}} \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right)_{\mathbf{R}} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \nabla \right) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (9)$$

where

$$\nabla = \left\| \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right\| = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$$

Since \mathbf{r} and t are independent basic variables, Eq. (9) can be written in case of continua in the following form:

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}\nabla) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \quad (10)$$

The meaning of Eq. (10) is that the change of the velocity field is composed of two parts:

— of a *local change* $\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$ referring to a place \mathbf{r} ,

and

— of a *convective change* $v(\nabla v)$ due to the displacement of the mass centre of the mass element at this point of space with the velocity v .

Connection (10) will be used in connection with the impulse theorem written up for the infinite half-space.

The physical field of the half-space

It has been shown that the motion field arising in consequence of mining activity can be characterized by the vector space u . Its distribution depends on the physical properties of the material half-space but it cannot reproduce these properties. Thus, an other natural, characteristic quantity must be chosen for characterizing the physical properties. This is the *mass density*.

The *mass* is the most basic character of the material that continuously fills the half-space investigated. Mass can always be characterized by a positive real number which is the measure of inertia, weight, quantity of the material system. The mass density

$$\varrho = \varrho(\mathbf{r}, t) \quad (11)$$

of the material changes in course of the deformations and it is suitable to describe the physical conditions and material properties of the system, as will be proved later on.

Connection between the geometrical and the physical field

The effect of holes (gangways, workplaces of mass production, etc.) cut in the earth's crust presents itself in changing the distribution of the geometrical, and the physical field.

In consequence of mining activities the density field of the rock mantle will be changed and also geometrical motions are introduced. By means of these two fields and the general differential equations describing their change, respectively, the mechanical effects can be completely described. Consequently, contrary to the hitherto perception in continuum mechanics, two variables are enough to represent the mechanical processes; they are the vector field

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$$

and the *scalar field*

$$\varrho = \varrho(\mathbf{r}, t).$$

The proof of that will be given by writing up the fundamental equations of continuum mechanics.

Fundamental equations of mechanical systems

a) *The principle of the conservation of material*

This condition has always been met when solving mechanical problems. Its form is well-known:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla(\varrho \mathbf{v}) = 0 \quad (12)$$

It can be seen that this differential equation links the geometrical and the physical field.

b) *Dynamical equilibrium*

On the basis of Newton's second axiom the connection

$$\nabla \mathbf{F} + \varrho \mathbf{q} = \varrho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \quad (13)$$

can be deduced as the condition of the dynamical equilibrium of an arbitrary part of the space, where \mathbf{F} is the so-called tension tensor and \mathbf{q} the field vector. Equation (13) expresses the equilibrium of the inner forces (first term on the left side), of the mass forces (second term on the left side) and of the inertial forces (right-hand-side term).

In Eq. (13), there appears the tension tensor which must be regarded as a derived variable and which is, according to our considerations, not necessary for the description of the phenomena. The application of the material equation means the solution of the problem.

c) *Material equation*

As the common generalization of *Onsager's* phenomenological principle and of the *Curie* principle the most general form of the material equation of continua was given by FÉNYES [4] as follows:

$$\mathbf{F} = \mathbf{L}(\nabla \circ \mathbf{u}) \quad (14)$$

where \mathbf{L} is the so-called impulse-conducting tensor, i.e. the tensor of material properties [5]. By means of this, Eq. (13) can be transformed into

$$\nabla \mathbf{L}(\nabla \circ \mathbf{u}) + \varrho \mathbf{q} = \varrho \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \quad (15)$$

in which only \mathbf{u} and ϱ appear.

Solution of problems of continuum mechanics

On the basis of what has been said so far, the processes in the infinite half-space can be assumed as known, if the geometrical motion field (the distribution of three scalar functions) and the density field (the distribution of a single scalar function) is known. For that goal one has to solve the scalar equation (12) and the vector equation (15), (three scalar equations) subject to initial and boundary conditions. The following four scalar equations are at disposal for determining the scalar variables of the problem:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla \left(\varrho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) &= 0 \\ \nabla \mathbf{L}(\nabla \circ \mathbf{u}) + \varrho \mathbf{q} &= \varrho \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

having performed the operations indicated and making use of Eq. (10):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \varrho + \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \nabla \varrho + \varrho \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \mathbf{u}) &= 0, \\ \nabla \mathbf{L}(\nabla \circ \mathbf{u}) + \varrho \mathbf{q} &= \varrho \left[\frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} \nabla) \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} \right] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

results. Equations (17) deliver the fundamental equations of continuum mechanics.

Conclusions

It has been shown in the paper that the state of mechanical continua can be *unambiguously* determined by means of the geometrical displacement field and the distribution of mass density.

Fundamental equations setting up the link between geometrical and physical field were established in Eq. (17). All other mechanical fields occurring in conventional concepts are the consequences of these two and can be easily derived from them. For instance, the *tension field* can be derived from the geometrical one as:

$$\mathbf{F} = \mathbf{L} \nabla \circ \mathbf{u} \quad (18)$$

the field of deformation effect in the form:

$$\mathbf{P} = \mathbf{F} : \nabla \circ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{L} \nabla \circ \mathbf{u} : \nabla \circ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{L} \nabla \circ \mathbf{u} : \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \mathbf{u}) \quad (19)$$

where : denotes tensoric (inner) multiplication.

All that implies that in the sense of our new concept it is enough to operate with two basic variables, all the others can be derived from them.

REFERENCES

1. KAPOLYI, L.: A végtelen féltér fizikai állapotfüggvénye (Physical state-function of the infinite half-space). *Műszaki Élet Tatabányán* 1966, 93—105.
2. KAPOLYI, L.: Some problems of the rock mechanics of future underground mining (manuscript). SESA Spring Meeting, Los Angeles, California, May 13—18, 1969.
3. ASSZONYI, Cs.—KAPOLYI, L.: Rheological basic relations of rock mechanics. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 7 (1972), 3—33.
4. FÉNYES, I.: Az Onsager-féle fenomenologikus reláció és a Curie-elv közös általánosítása (Common generalization of Onsager's phenomenological relation and of Curie's principle). Manuscript, in Hungarian, 1972.
5. ASSZONYI, Cs.: Mechanical theory of continua. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1974).

ФИЗИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ БЕСКОНЕЧНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА

Л. КАПОЙИ

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается новый метод для описания механических эффектов, происходящих в использованной для горных разработок земной коре, опираясь на геометрическое поле движения и поле плотности бесконечного полупространства.

NUCLEAR MINING OF PORPHYROUS CHALCOPYRITE ORES UNDER IN SITU CONDITIONS

G. TARJÁN

TECHNICAL UNIVERSITY FOR HEAVY INDUSTRY, MISKOLC

[Manuscript received August 25, 1974]

The volume of a chimney produced by an underground nuclear blast depends on its depth to the surface and the quality of the rock. In Fig. 1 the variations in the diameter (R m), in Fig. 2 those in the amount of breakings (T 10^6 t) are shown for various charge intensities (N kt) and depths (H km) for granite. Chalcopyrite (and pyrite) are easy to solve in water of high pressure and temperature, containing free O_2 (Fig. 3). Supplying, to the bottom of the chimney produced by nuclear blasting, oxygen, the pressure of which exceeds the hydrostatic one, such conditions will be created therein favourable for the process of oxidizing and dissolving primary sulfides (chalcopyrite and pyrite). By the process of oxidation, heat is generated, consequently, the temperature of solution within the chimney, even at relatively smaller depths (0.5 to 1.5 km), will rise to 120 to 150 °C, accelerating the process of dissolving. At great depths (>3 to 5 km), the temperature of rock or chimney are ab ovo higher than ~ 150 °C. In Fig. 4 data are presented on the rate of copper dissolution determined by autoclave tests with porphyric ore pieces, as well as on the variations in the temperature within a nuclear chimney and the copper recovery therefrom vs initial temperature, further on the sulfide content of the ore and the size distribution of breakings. If both hydrostatic pressure and temperature are high in a large chimney produced by underground nuclear blasting, then the metal content of minerals, insoluble by conventional in situ methods, can be rapidly and economically recovered. There are large potentialities in the future use of this process, particularly in ore deposits lying at great depths.

1. Introduction

In paper [4], at the end of which its author outlooks upon the trend of future development mainly under the aspect of copper mining, a more extended use of the techniques of mass production by blasting with nuclear charges is anticipated for the years ahead. In this process ore deposits in grade inferior to 0.5—0.6 per cent Cu content, deconsolidated by blasting, are flooded by aqueous sulfur solution on a 2.5 kg sulfuric acid basis per 1 kg recoverable copper, and the efficiency of leaching is increased by adding cultures of bacteria (up to a temperature of $+60$ °C their activity is stimulated by the temperature increasing with depth and the radioactive radiation).

As indicated by paper [5], in Hungary a zone relatively poor in minerals lying near the surface is succeeded by a level extractable still by conventional methods (for solid materials at a depth of ~ 1.2 km [± 30 to 40 p.c.]) below which the presence of mineral deposits, that may be considered as rich even on world scale, can be anticipated (just the contrary of that experienced with normal mineral deposits, the grade of which is decreasing with depth). How-

ever, they can be prospected and extracted by suitable deep-mining methods only, i.e. "by injecting chemical and biological solvents of high vapour pressure and others" subsequent to their deconsolidation by blasting. According to the author of this paper "deep mining may reach the depth range up to 10 km in the next two decades".

In the following, the principles of the objectives outlined in papers [4] and [5] will be discussed, as completed by test data available in the relevant references, in the field of copper ores.

2. Underground nuclear blasting

The effect of underground nuclear blasting is revealed in breaking rocks (of $V = \pi R^2 L = \pi KR^3$ cu.m volume and $T = \delta V t$ weight in which δ = rock density) within a chimney of radius R m and of height $L = KR$, the dimensions of which depend on the magnitude of the charge (N kilotons, 1 kt is equivalent to the power of $T \sim 10^{12}$ kcal liberated from 1000 sht = 907 metric t of trinitrotoluol — TNT, 1 t nitroglycerine producing the same blasting effect as 1.6 TNT), on the depth (H km) and the quality of rock. Rocks in a marginal zone of 15 to 20 m in thickness surrounding the chimney will be also highly cracked. The texture of various rock pieces stemming from nuclear blasting exhibits, similarly, much more microcracks than those produced by conventional blasting. This is well illustrated by slides prepared, using rock samples taken from the interior of rock pieces saturated by dye solution.

Theoretically, the relationship $R = C \sqrt[3]{N} / \sqrt[4]{\delta H}$ can be derived. In Table 7.1 presented in paper [7] a lot of data on nuclear underground blastings (of 0.5—22 kt) are included, from amongst which 2 were carried out in granite, 1 in dolomite, 5 in tuffs and 2 in alluvial rocks. Data on them, as well as on C and $K = L/R$, calculated more accurately from the curves $R = f(H)$ and

Table I

Factors included in the formulae derived for nuclear blastings effected in various rocks

Rock	δ	C	K	C'	k'	c'	k
Granite	2.7	10.3	4.5	8.05	38.2	522	2.00
Granite	2.7	10.8	4.2	8.44	35.7	602	2.15
Dolomite	2.3	9.0	3.2	7.3	23.1	389	0.90
Tuff av.	1.9	13.5	5.2	11.5	31.0	1525	4.72
Alluvium av.	1.9	11.6	3.8	9.26	27.7	800	2.22
Granite (1)	2.7	11.5	4.235	9.0	35.9	730	2.62

$L = f(H)$ related to granites occurring in the last line (for which $N = 5 - 1000$ kt and $H =$ up to 6 km as fixed in paper [1]) for the values R m, N kt and H km, as well as the factors $C' = C/\sqrt[4]{\delta}$, $k' = \pi\delta K$, $c' = C'^3$ and $k = k'c'$ in the formulae $R = C'N^{1/3}/H^{1/4}$, $T = k'R^3$, $R^3 = c'N/H^{3/4}$ and $10^6 T = k(N/100)/H^{3/4}$ are included in Table I.

In paper [3] $T = f(N)$ curves are presented for the depth range of 0.5–1.5 km (for each 250 m interval) up to $N = 250$ kt, as well as data on the chimney produced by a nuclear charge of $N = 100$ kt ignited in granite

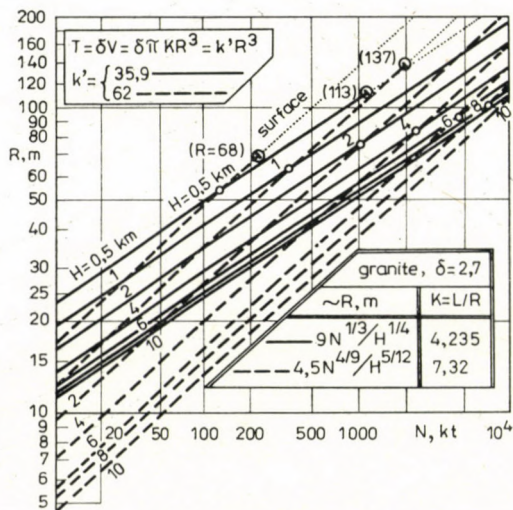


Fig. 1. Radius (R) of chimney vs charge intensity (N) for various depths (H), in granite

at a depth of $R = 0.75$ km. These latter data are as follow: $R = 20.5$ m, $L = 300$ m ($K = 7.32$), $T = 3.8 \cdot 10^6$ t), (with a rock density of 2.8, humidity 3 p.c. and porosity 0.17). From these curves and the data indicated, the formulae $R \cong 4.5 N^{4/9}/H^{5/12}$ and $T \cong 62 R^3 = 2.64 \cdot 10^6 (N/100)^{4/3}/H^{5/4}$ (t) can be derived.

In Fig. 1 values of $R = f(N)$ are presented, in drawing A of Fig. 2 the values of $T = f(N)$ are illustrated for various values of H km, in drawing B the values of $T = f(H)$ for various N kt values are represented in full lines if the curves taken from paper [1] are considered as valid, and in dotted lines if those taken from paper [3] are valid, provided that their extrapolation to $R = 10$ km and $N = 10\,000$ kt is allowed. (For the paper [1] based on theoretical relationships, its possibility is more probable.) Otherwise, the curves R , L and T in [1] are included also in [7] for charges of 5–1000 kt in function of their depth of location H , however, slightly more inaccurately. From using the measured values obtained in this case unsystematically varying K values

result both for the function of N and that of H , respectively. K is ranging from 3.1 to 4.2 with 3.84 as average, while from the curves of [1] as average value 4.235 was obtained for a narrow range of 4.10–4.35. It is to be noted the value of K slightly increases with increasing N . For $N = 5-10-20-50-100-200-500-1000$ kt the average of K was 4.14–4.18–4.21–4.22–

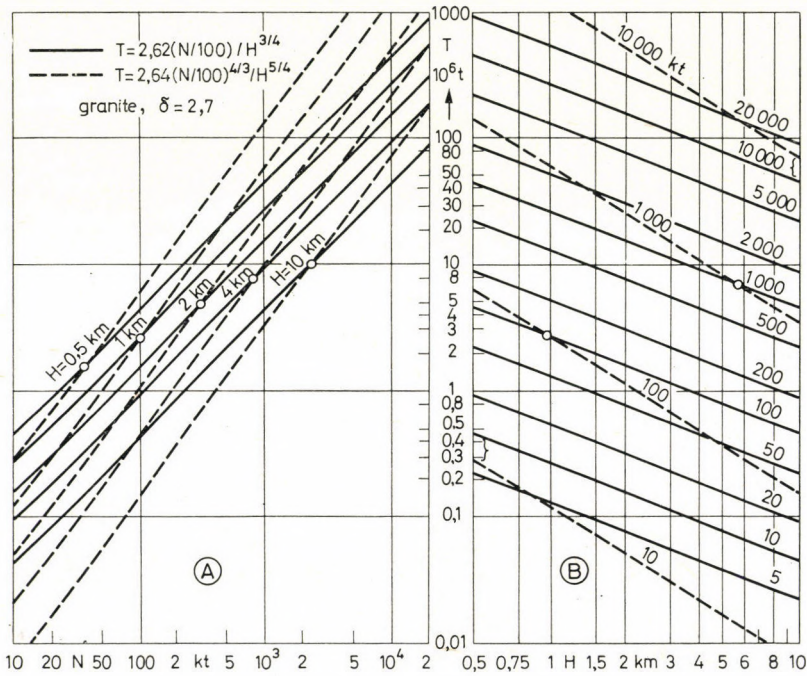


Fig. 2. The amount of breakings (T in 10^6 t) contained in the chimney established in granite A — in the function of charge intensity (N) for various depths (H), B — in that of depth for charges of various intensity (N)

4.23–4.24–4.30–4.33, respectively. In the function of H such regular changes were not produced.

At an in situ leaching test in Safford conducted by KENNECOTT Ltd. (Fig. 1/c in [6]) in granite of 0.5 p.c. (oxidized) Cu content, at a depth of $H = 0.38$ km, blasting $N = 20$ kt, produced a chimney of $R = 33.5$ m, $L = 150$ m ($K = 4.48$) within which $\sim 1.5 \cdot 10^6$ to of rocks were broken. Their 75 per cent were minus 30 cm in size. The heavily cracked marginal zone surrounding the chimney had a thickness of ~ 16 m. From [1] and the theoretical formula in [7] $R = C \sqrt[3]{N} / \sqrt[4]{\delta H} = 11.5 \sqrt[3]{20} / \sqrt[4]{2.7 \cdot 4.38} = 31.1$ m, while from the formula derived from the data in [3] $R = 4.5 \cdot 20^{4/9} / 0.38^{5/12} = 25.4$ were given, instead of the effective 33.5 m.

As indicated by the data shown in one of the Tables in paper [1], for the average size of the breakings of granite obtained from nuclear blasting the formula of $s_F = 100(x/130)^{1/2}$ is valid in which x is expressed in cm. Accordingly, for $x = 30$ cm, $s_F = 48$ per cent would be given instead of the effective value of 75 per cent obtained in Safford and, according to the formula, to $s_F = 75$ per cent $x = 0.75^2 \cdot 130 = 73$ cm would belong, respectively, instead of 30 cm.

By the curves 1 and 2 in drawing *A* in Fig. 4 of the paper [3] and the curves 3, 4, 5 in paper [7], the size distribution of the breakings from various materials obtained at an underground nuclear blasting is shown. By the net $\log s_F - \log x$ straight lines with inclines corresponding to the various exponents n of the formula s_F are shown. To the curve 1 an exponent of $1/4$ belongs, while to the others, (2 . . . 5) considering their whole shape, an exponent of about $1/2$. In this drawing, I represents the dust-free sample used in the leaching test described in paper [3], and II, the size distribution assumed in the calculation of the amount of breakings produced by blasting a 100 kt nuclear charge at a depth of 0.75 km.

Table II

Diameter, price and specific cost data on nuclear charge

N kt	D , cm	P , 10^3 \$	P/N
5	—	335	66.9
10	30	358	35.8
20	—	284	19.2
50	—	420	8.40
100	46	452	4.52
200	—	488	2.44
500	—	530	1.06
1 000	56	570	0.569
2 000	—	610	0.305
5 000	—	665	0.133
10 000	91	720	0.072

In Table II data based on references published in 1966 are given on the diameter D cm, price P 10^3 \$ and specific costs P/N of nuclear charges (bombs) of N kt power. (At present, presumably, both the diameter D and the costs P are lower [\$] and the decreasing trend will, probably, continue in the future. For placing the charge of 20 kt used at Safford in 1967 a borehole 50 cm in dia was drilled.)

3. The degree of solubility of chalcopyrite and other copper minerals

Oxidic-carbonic copper minerals are easy to dissolve even by thin sulfuric acid solution. Sulfides can be solved by sulfuric acid + ferric sulfate or (in presence of oxygen) by ammonia solutions at atmospheric pressure, as is made in the Arbiter process developed for leaching chalcopyrite concentrates, and still better in autoclaves using high pressure and high temperature oxygen.

At tests on solving copper minerals 75 to 150 μm in size at atmospheric pressure and 35 °C temperature copper carbonates (azurite $2 \text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$, malachite $\text{CuCO}_3 \cdot \text{Cu}(\text{OH})_2$), entered the solution with a metal recovery of 100 per cent in 1 hour, tenorite (CuO) with 98 per cent recovery in 2 hours, chrysocolla ($\text{CuSiO}_3 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$) dissolves in 5 percent sulfuric acid with 100 per cent recovery in one day, while using 2 per cent sulfuric acid + 7.2 per cent ferric sulfate with 100 per cent recovery in 1 hour, cuprite (Cu_2O) with 100 per cent recovery in 1 hour; using 0.5 per cent sulfuric acid + 3.6 per cent ferric sulfate: chalcocite with 97 per cent recovery in 20 days, covellite (CuS) with 57 per cent recovery in 47 days, bornite (Cu_5FeS_4) with 99 per cent recovery in 21 days, tetrahedrite ($\text{Cu}_8\text{Sb}_2\text{S}_7$) with 95 per cent recovery in 23 days, enargite (Cu_3AsS_4) with 2 per cent recovery in 60 days; chalcopyrite (CuFeS_2), using 1 per cent sulfuric acid + 3.6 per cent ferric sulfate, with 2 per cent recovery in 43 days, while using 0.5 per cent sulfuric acid + 18 per cent ferric sulfate, with 30 per cent recovery in 42 days; tennantite ($\text{Cu}_8\text{As}_5\text{S}_7$), using 0.5 per cent sulfuric acid + 7.2 per cent ferric sulfate, dissolved (as copper sulfate) with 7 per cent Cu recovery in 30 days [7].

At atmospheric pressure and temperature chalcopyrite (being the main Cu mineral of dispersed primary [porphyric] copper ores) was brought into solution only slowly, even using ferric sulfate. Applying some proper aerobic microorganisms, such as *Thiobacillus ferrooxidans* and *Th. thiooxidans*, the process can be substantially accelerated. By them, metallic sulfides will be oxidized directly to sulfates and ferrous sulfates to ferric sulfates. A most efficient activity of these microbes is to be experienced at 2 to 3 pH value and in the temperature range of 30 to 40 °C (e.g. using bacteria 95 per cent of the chalcopyrite entered into solution in 3 days, while using a sterile solution this process lasted 75 days and only with a 25 per cent Cu recovery). At temperatures exceeding 50 °C the bacteria are perished and the solutions sterilized.

Consequently, on account of the elevated rock temperature at larger depth, in situ bio-metallurgy can be no more applied. On the European continent the average value of geothermal (reciprocal) gradient is 33 m/°C, while in Hungary it varies around 20 m/°C. Data on these increase in rock temperature (°C) with depth are shown for the two cases in Table III. Therefrom it results that in situ bio-metallurgical methods can be used only to depths at which mining is still to be made even with conventional methods. At depths

Table III

Increase in rock temperature ($^{\circ}\text{C}$) with depth (H km) for 33 and 20 $\text{m}/^{\circ}\text{C}$ geothermal gradients

H , km	0.5	0.75	1	1.25	1.5	2	3	5	10
33 $\text{m}/^{\circ}\text{C}$	15	22.5	30	37.5	45	60	90	150	300
20 $\text{m}/^{\circ}\text{C}$	25	37.5	50	62.5	75	100	150	250	500

where man cannot descend, the stocks of aerobic microorganisms suitable to produce bio-metallurgical conversion are not viable either.

At large depths high hydrostatic pressures ($p = 100 H_{\text{km}}$ at) and temperatures — also conditions corresponding to the process of dissolution in autoclave using oxygen — prevail. In paper [2] the data summarized by the drawings shown in our Fig. 3, on an autoclave O_2 -dissolving test run on the suspension of a chalcopyrite sample of -150 mesh in size ($< 100 \mu\text{m}$) and 20 percent in

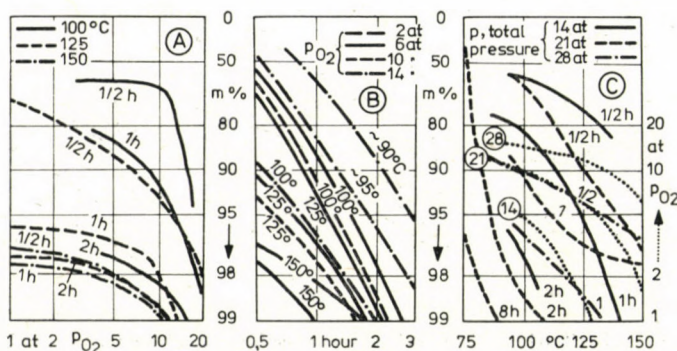


Fig. 3. Variations in the Cu recovery of chalcopyrite for an autoclave O_2 leaching test in the function of A — p_{O_2} pressure, B — time, C — temperature

weight are presented. As seen therefrom, the sample of chalcopyrite of $-100 \mu\text{m}$ in size, e.g. at 21 atm total pressure, in presence of O_2 , at 150°C temperature (where the saturated — partial — O_2 pressure, as indicated by the drawing C) of the figure, $p_{\text{O}_2} = 1.6$ atm) was dissolved in 98 per cent in 1 hour. (At the test slow agitation was applied for preventing the suspension from being settled. With more intensive agitation and/or in presence of NH_3 a higher rate of dissolution, e.g. recoveries up to 99.9 per cent could be achieved in 1 hour.)

The extent of copper dissolution is better influenced by the increase in temperature than that in O_2 pressure. The increase in pressure has a relatively marked effect at lower temperatures only. As a result of chalcopyrite oxidation, copper sulfate and ferrous sulfate have formed in the solution. By adequate treatment the ferrous sulfate can be removed and eliminated as iron

hydroxid precipitate. E.g., the formula of potential reaction may be as follows: $4 \text{CuFeS}_2 + 4 \text{CaO} + 17 \text{O}_2 \rightleftharpoons 4 \text{CuSO}_4 + 2 \text{Fe}_3\text{O}_3 + 4 \text{CaSO}_4$. In presence of ammonia the copper will enter into solution under the form of $\text{Cu}(\text{NH}_3)_4\text{SO}_4$. Treating the solution by NH_3 of 3 to 4 atm pressure, a solid precipitate of

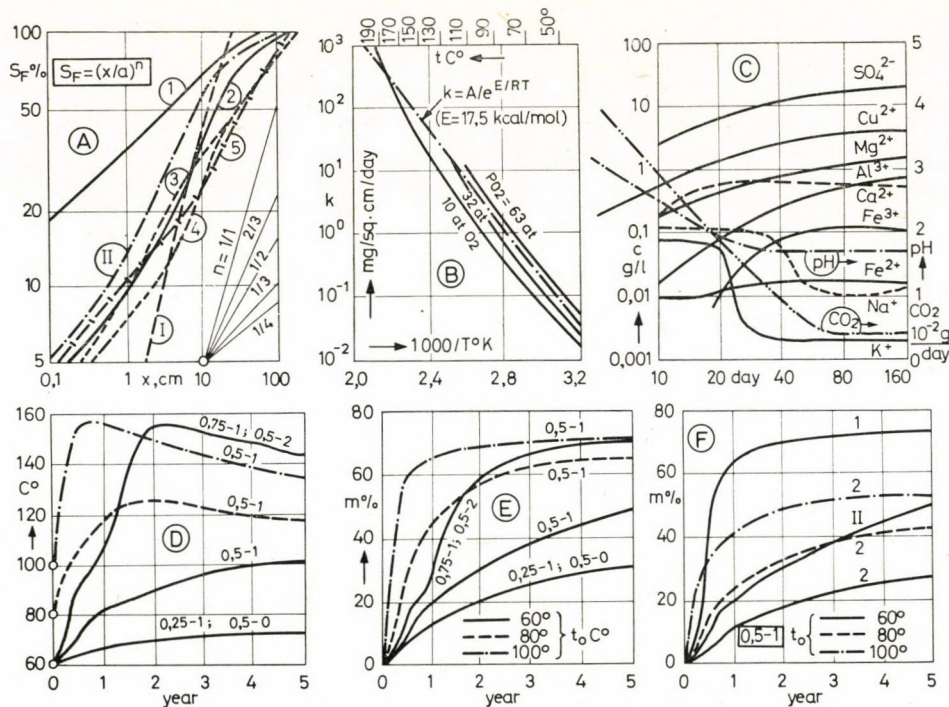


Fig. 4. A — Size distribution of breakings produced by nuclear blastings: 1 — monzonite, 2 — granite (Piledriver, 61 kt), 3 — granodiorite (Hardhat, 5 kt), 4 — basalt (Danny Boy, 100 kt), 5 — (Pre-Schooner Delta), I — size distribution for the testing material, II — for a numeric example. B — Values of chalcopyrite dissolubility k (mg/sq. cm, day) for various p_{O_2} pressures vs temperature. C — Chemical composition of the solution obtained from an autoclave O_2 solving test and the variation in pH as well as the evolution of CO_2 vs time. D — Variations in the chimney temperature, E—F — those in the rates of copper recovery vs time for diverging Cu percent — P/Chp values, as related to some t_0 °C initial chimney temperatures and (1—2—II) size distributions

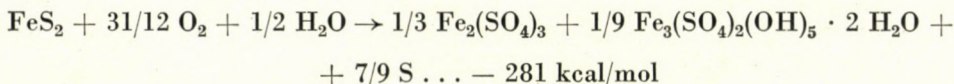
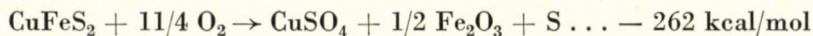
$\text{Cu}(\text{NH}_3)_4\text{SO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$ (copper ammine sulfate monohydrate) forms that under the effect of heat will decompose to CuSO_4 and NH_3 gas. This latter can be recirculated.

In paper [3] there are similarly data on the process of dissolving chalcopyrite at various p_{O_2} pressures. In compliance with them at 50°C the concentration of copper in the solution exhibits a daily increase of $\Delta c \cong 7 + 1.5 p_{\text{O}_2}$ mg pro liter. In other words, e.g.: at p_{O_2} 10—30—60 atm, Δc will have successively values of 22—52—97 mg/l, day and for ex. in 60 days c_{Cu} will be of 1.32—3.12—5.81 g/l. By the curves traced in full line in drawing B)

in Fig. 4 the variations in the factor of specific dissolution of chalcopyrite k (mg/sq.cm/day) are shown for a test performed with diluted sulfuric acid at various p_{O_2} pressures, while by the straight line traced in dash-and-dot line its theoretical change is illustrated in accordance with the equation of Arrhenius of $k = A/e^{E/RT}$, in which $E = 17.5$ kcal/mol is the apparent activation energy, $T = \text{Kelvin}^\circ$, and the value of A on the straight line of the drawing is connected to an O_2 pressure of 28 atm.

As seen from this drawing, the rate of chalcopyrite oxidation-dissolution (the value of k) increases suddenly with the increase in temperature and less markedly with that in pressure. The test data were obtained by bubbling O_2 through an autoclave containing a chalcopyrite sample of known size distribution and distilled water. From the reaction sulfuric acid resulted that stabilized rapidly at pH values ranging from 1.5 to 2.5, the remnant part of the reaction consisted of copper sulfate, iron oxide and elementary sulfur. In case of oxygen deficiency, a part of the copper precipitated under the form of covellite.

Pyrite constitutes a mineral accompanying almost in every case chalcopyritic primary copper ores. Similarly, by oxygen treatment in autoclave pyrite can be decomposed to sulfur acid, ferric sulfate, basic iron sulfate precipitate and sulfur. For the two reactions the following formulae are valid:



From Figs 3 and 4/B it can be concluded that using high-temperature-oxygenated water in deep mines in situ, chalcopyrite can be brought rapidly into solution without using any other solvent (sulfuric acid, ferric sulfate, etc.) or bacteria. The point is only, whether it can reach by diffusion the grains of chalcopyrite dispersed in the interior of more or less disintegrated rock pieces and the oxygen can produce its dissolving action. In paper [3] such an autoclave test is described.

4. Autoclave test on dissolving porphyrous copper ore

5.8 t (= 2.15 compact cu.m) of a coarse granulous fraction screened out from primary porphyrous ores extracted in San Manuel Mine of Magma Copper Co (not by nuclear blasting) were placed in a 3.8 cu.m autoclave into which 1.45 cu.m distilled water was poured. Through the equipment, oxygen of 28 atm pressure was bubbled at rates of 1.4 cu.m/h for 3 months and 0.7 cu.m/h for further 3 months, respectively. In the autoclave the temperature was constantly held at 90 °C. The solution was "agitated" only by the rising bubbles

and the initial amount of solution remained, without having been externally circulated, in the autoclave. The size distribution of the grains constituting the sample is shown by the curve I in drawing 4/A. (Their maximum size was 28 μ m, \sim 50 per cent of them were \geq 13 μ m.) The tested sample contained 2.02 per cent chalcopyrite (0.7 per cent Cu), 2.64 per cent pyrite, 1.1 per cent limestone (0.5 per cent CO₂). The mol ratio of P/Chp (pyrite/chalcopyrite) was in this case 2. (The molecular weights of pyrite and chalcopyrite are 120 and 183.5, respectively, that is, for a mol ratio of P/Chp = 1 their weight ratio: 120/183.5 = 0.654. In other words, for various Cu and Chp per cents to the values 1 or 2 or 3, respectively, the following pyrite (P) per cents are associated:

Cu p.c.	0.345	0.70	0.25	0.50	0.75	1.00	
Chp p.c.	1.00	2.02	0.72	1.44	2.16	2.90	
P p.c. if	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \right.$	0.65	1.31	0.47	0.94	1.41	1.53
P/Chp =		1.31	2.64	0.95	1.89	2.83	3.06
		1.96	3.96	1.41	2.82	4.24	4.59

First, samples were taken periodically from the solution and from the escaped gas and then analyzed. Analytical data *vs.* elapsed time are shown in drawing C) in Fig. 4. Multiplying the actual c_{Cu} (g/l) concentration of the solution by its volume $Q = 1.45$ cu.m yields the amount of the dissolved copper (G kg) that, divided by the weight ($5.8 \cdot 0.7 = 40.6$ kg) of the copper included in the sample of 5.8 t, gives the amount of copper recovery (m per cent).

Time	10	20	40	80	160 days
c_{Cu}	0.6	1.2	2.2	3.3	4.5 g/l
G	0.88	1.74	3.19	4.80	6.53 kg
m_{Cu}	2.16	4.29	7.85	11.80	16.07 p.c.

During a period of 160 days, 16.07 per cent of the copper, in the first 20 days 4.29 per cent thereof, in the last 80 days 4.27 per cent ($16.07 - 11.80 = 4.27$) went into solution. In the first days, when chalcopyrite grains on or near the surface of rock pieces were dissolved, the daily rise in copper recovery amounted to ($4.29/20 =$) 0.215 per cent, while during the last ones, when the dissolution process of the grains of chalcopyrite took place in the interior of rock pieces, it reached only ($4.27/80 =$) 0.053 per cent. If this latter would remain invariable, the copper recovery in the selected testing conditions would be increased to $16.07 + 23 \cdot 0.053 = 17.29$ per cent in half a year (183 days)

and successively to 26.94—46.27—65.60—84.90—94.60 per cent in 1—2—3—4—4.5 years.

From the other curves shown in Fig. 4/C it is visible that the pH value of the solution was quickly decreased from the initial value of 5.3 to 1.75 during 40 days as an effect of the sulfuric acid formed. Subsequent to this, under the puffer action of the other compounds, it remained within the range from 1.7 to 1.75. The extent of CO₂ gas evolution was also diminished from an initially high daily value of ~ 600 to ≤ 50 g in ~ 60 days. The total amount of CO₂ escaped in 160 days was about the half of the total amount of CO₂ contained in the feed (SO₂ or H₂S were present not even in traces in the gas leaving the autoclave). The Fe³⁺ content of the solution increased suddenly and reached ~ 0.1 g/l when the pH value became stabilized at around 1.7. Then, the ratio of Fe²⁺/Fe³⁺ was adjusted to 0.2. A further amount of ferrous hydrogen jarosite (Fe₃(SO₄)₂(OH)₅ · 2 H₂O), liberated when chalcopyrite and pyrite were dissolved, precipitated as hematite (α-Fe₂O₃) and ferrous oxyde hydrates (goethite and limonite). From its initial value of ~ 0.1 g/l the concentration of K⁺ and Na⁺ decreased quickly, at first, presumably on account of the formation of jarosite (KFe₃(SO₄)₂(OH)₆), and later Na-jarosite (NaFe₃(SO₄)₂(OH)₆). Both are isomorphic with hydrogen jarosite. Due to the dissolution of calcite the Ca²⁺ concentration in the solution elevated rapidly to ~ 0.5 g/l and then, on account of the insolubility of the calcium sulfate, it remained on this level. As a result of the dissolution of "other" minerals present in the sample, the concentration of Mg²⁺ and Al³⁺ gradually increased.

5. In situ ore leaching within the chimney produced by nuclear blasting

Starting from duration studies on autoclave tests it becomes evident that from chalcopyritic rocks disintegrated by nuclear blasting, the copper content can be dissolved under in situ conditions making use of oxygenated water of adequate pressure and temperature. The maximal volume of oxygen dissoluble in the water used for flooding the chimney, is determined by the hydrostatic pressure and temperature of the solution. The extent to which the solution can be saturated by oxygen (i.e. the ratio of effective oxygen content and maximum possible content) is highly influenced by the moving of oxygen gas and solution within the mass of solid pieces in static state. Theoretical investigations and practical tests conducted to clear up this problem revealed that the oxygen would be dissolved to a proper extent and the oxygenated solution circulated even if the oxygen is supplied by a single (perforated) pipe to the chimney bottom. Only the amount of oxygen leaving the top of chimney without having been dissolved will be, in such a case, higher than in the case where supplying is effected through several pipes at several parts. Under these conditions, the circulation will be better and the major

part of the solution in the chimney will be richer in oxygen than in the case of supplying oxygen only by one pipe. (If the dissolved amount of oxygen is low, the extent of chalcopyrite dissolubility is reduced and copper already in solution may precipitate in the form of covellite.)

Using three pipes for oxygen supply, ~ 35 per cent of the solution contained in the chimney will directly contact the rising gas bubbles, while the oxygen supply of the remaining ~ 65 per cent is ensured through the solution maintained in circulation by the rising bubbles. The higher the volume of the supplied gas, the higher the rate of circulation will be at the price, however, of a less efficient oxygen utilization. By supplying a volume of gas ensuring the utilization of about 50 per cent of the total amount of gas, a ~ 60 -per cent saturation can be realized in every part of the chimney. (Even the remaining 50 per cent can be collected on the top of the chimney and recirculated.)

Any leakage of the oxygenated copper solution from the chimney and infiltration of undesired "inert" water thereto through rock fissures or pores or any other water-conducting paths can and should be eliminated by maintaining the state of hydrostatic equilibrium between chimney and its surroundings. In this way the chimney may become a proper "container" for carrying out the leaching procedure even if its surroundings are not quite "impermeable".

Letting oxygen bubble through the water used for flooding the chimney and lifting the copper-bearing solution in the borehole to surface, may start abt. 9 months after nuclear blasting. Then the copper content can be recovered by solvent extraction (or cementing) methods and the water re-circulated (in closed circuit) under pressure to the chimney. (Nine months later, the solution presents no more radiation hazards.) The chimney will be filled up "by itself" with ground water. If not so, it must be flooded by water taken from the surface. (Possibly compressed air could be substituted for oxygen in the bubbling process?)

Computer processing of the theoretical diffusion functions derived for the solution and reaction products as based on the parameters (grain size, porosity, mineral content) of the relevant rock pieces has given exactly the same results as those obtained by the autoclave tests. In paper [3] the calculations made for a chimney of $R = 20.5$ m radius and $L = 300$ m high produced by having detonated a nuclear charge of $N = 100$ kt in granite of 3 per cent humidity, 0.17 per cent porosity, 2.7 density at a depth of $H = 0.75$ km and filled up by broken rock of $T = 3.8 \cdot 10^6$ t as well as water of $0.29 \cdot 10^6$ cu.m, were carried out in various Cu per cent and P/Chp molconditions, assuming that the ground-water table was at a depth of 50 m below surface, in other words, that the hydrostatic head was 70 atm at the point of blasting and 40 atm on top of the chimney. The supposed size distribution of breakings is presented by curve II in drawing 4/a. In this case the grains were coarser

than those for curve 1 and finer than those for curves 2 to 5. 60 per cent were smaller than 10 cm, 85 per cent smaller than 30 cm, while for curve 2 (Piledriver) these percentages were 40 and 70, respectively. Making the calculations, it was not taken into account that pieces stemming from nuclear blasting show much more micro-cracks than the products of any conventional blasting, e.g. those resulted from the autoclave test constituting the basis of calculations. The characteristics of diffusive permeability of the two aggregations of material having different size distribution (marked by II and 2, respectively) is more than compensated by this difference.

In addition to the grain size and the conditions of diffusive permeability, the extent to which the solution is saturated by O_2 , the thermal conditions, i.e. the temperature of the water-flooded chimney when the solving process (O_2 -bubbling) started, the temperature due to the oxydation of sulfide minerals (-262 and -281 kcal/mol for chalcopyrite and pyrite, respectively) the amount of heat absorbed by the surroundings, are all factors influencing decisively the time process of copper dissolution.

At large depths the temperature of in situ rocks is governed by the geothermal gradient. At depths exceeding 3 to 5 km, the temperature of virgin rocks is higher than 150 to 250 °C (Table III). But 120 to 150 °C chimney temperature can be generated even at depths ranging from 0.5 to 1.5 km. Some 20 per cent of the power liberated from nuclear blasting (if 100 kt is blasted, then $\sim 2 \cdot 10^{13}$ kcal) are accumulated within the chimney itself, while their ~ 80 per cent contribute to raise temperature of the surrounding rocks by decreasing, in that way, the conductive heat loss of the chimney. Assuming ~ 50 °C rock temperature, prior to blasting, and 25 °C flood-water temperature, the resulting equilibrium temperature in the chimney, when the process of dissolution starts, may be around ~ 60 °C. Would a higher chimney temperature be required at the start of oxygen feeding (9 months after the blasting), then it could be realized by feeding high-pressure vapour.

For safety's sake the amount of heat generated by sulfide oxydation was considered for pyrites also on a -262 kcal/mol basis, and 0.5 O_2 saturation was reckoned with. The larger the value of R , the smaller is the specific surface of chimney ($F/V = 2(1 + K)/KR = A/R$). (The value of A for $K = 3-4-5$ is successively $8/3-10/4-12/5 = 2.66 - 2.5 - 2.4$.) For a small specific surface area of the chimney (for large R and N kt values, respectively) within the large amount of ore accumulated in the chimney the oxydation of sulfide generates a high amount of heat that diffuses only slowly through the small surface area, due to which the resultant chimney temperature is elevated. For the case of the above quoted chimney ($R = 20.5$ and $K = 7.32$) the specific surface was $2.273/R = 0.0111$ sq.m/cu.m = 0.0041 sq.m/t. Or, e.g. for $K = 4.235$ and $R = 50-80-110$, successively 0.0049-0.0031-0.00225 sq. m/cu.m were given.

The results of calculation are presented in drawings *D*, *E*, *F* in Fig. 4. In drawing *D* the variations in time of the temperature of chimney, while in drawings *E* and *F*, those of Cu recovery (*m* per cent) are shown. From the numbers (separated by hyphens) on the curves in drawings *D* and *E* the first group (0.25—0.5—0.75) expresses the Cu percentage of ore, the second one (0—1—2) the mol ratio of P/Chp, and these curves are related to $t_0 = 60, 80$ and 100°C initial temperatures. Those in drawing *F* represent data on Cu recovery from ores of 0.5 per cent Cu content, 1 P/Chp mol ratio for the size distributions represented by curves II, 1 and 2, respectively in drawing 4/*A*. The drawings *D* and *E* are related to the size distribution II.

As documented by these drawings, from ores of higher Cu and sulfide contents higher rates of recovery can be expected, due to the elevated chimney temperature. The "irregular" shape of the curves is caused partly by the variations in chimney temperature, partly by the gradual decrease in the extent of dissolution due to the reduced O_2 diffusion of chalcopyrite grain to be found in the interior of the pieces. From ores of the same mineral composition higher copper recovery rates can be obtained by pre-heating the chimney and so raising its temperature from 60°C to 80°C or 100°C . When leaching ores of the same copper content, higher copper recovery rates result from those containing more pyrites. E.g. the curves of "Cu-percent — P/Chp" = 0.25—1 and 0.5—0 or 0.75—1 and 0.5—2 are, practically, coincident. In drawing *F* it is shown, how the effect of the size distribution of breakings is marked. If other conditions are unvaried, leaching ores of finer (1) grains results in much higher recovery rates, and that of coarser fractions (2) in much lower rates than those obtained with ores of size distribution according to II. Calculating data on a chimney filled up by breakings of size distribution 1—II (0.5 per cent Cu, 1 P/Chp), with 60°C initial temperature, indicated that 71—30—18 per cent Cu recoveries may be expected for 2 years and 74—50—26 per cent for 5 years, disregarding the fact that nuclear breakings are strongly micro-fissured.

At large depths ($H \geq 3$ km), where the initial chimney temperature is over $\sim 150^\circ\text{C}$, still more favourable conditions are prevailing for O_2 -solving chalcopyrite ores. In this case the Cu recovery rates indicated by the numeric example in paper [3] (presented in drawings *E*—*F* in Fig. 4) can, probably be attained in half time as presented.

Choosing, as an example, the curve 0.5—2 in drawing 4/*E*, for which 60 per cent Cu recovery is given for 2 years and 70 per cent for 4 years: in this case there are 19 000 t of copper within the chimney containing $3.8 \cdot 10^6$ t of breakings, 60 per cent of which are equal to 11 400 t, 70 per cent to 13 300 t. In larger chimnies containing e.g. 10—50—100 10^6 t of breakings (with 0.5 per cent Cu content) 50—250—500 10^3 t of copper can be found, 60 per cent of which, to be recovered during 2 years (is, at large depth, only half of this time

required?) and in 33 months, counted starting from the time of detonating the nuclear charge, respectively, amount to 30—150—300 10^3 t of metallic copper to be extracted without damaging either the surface or the environment, at very low investment and operating costs, as well as with very limited manpower requirements. (For comparison: copper production at Bougainville amounted to 180 10^3 t, that at Chuquicamata to 230 10^3 t and the world production to 7.5 10^6 t in 1973.)

The seismic effect on the surface produced by nuclear blasts carried out at great depth is limited. By drilling large-diameter deep holes, necessary for running great charges, problems may still rise. It may be well conceived, however, to establish a large chimney by means of smaller charges placed at horizontal intervals of $\sim 2R$ and/or vertical intervals of L within the same borehole, detonated with delays of some seconds, due to which the hazard of more intense tremors can be prevented from being induced, nor drilling a large-diameter hole is needed. Dividing the bottom section of the same deep hole into several branches by directional drilling is also possible.

In every case it can be stated that the prediction of [5] that seems, at the first hearing, to be fantastic, according to which solids will be extracted from depths up to ~ 10 km by 1990, can become, by using chemical nuclear mining methods, a reality.

REFERENCES

1. HARDWICK, W. R.: Fracturing hard rock with nuclear explosives and extraction of ore by a modified block-caving method. U.S. Bureau of Mines, RI 7391, 1970.
2. FONSECA, A. G.: Ammonia-oxidative leach of chalcopyrite. CIM Bulletin, July 1974. pp. 105—110.
3. LEWIS, A. E., BRAUN, R. L.: Nuclear chemical mining of primary copper sulfides. *Transactions SME/AIME*, 254 (1973), 217—228.
4. PODÁNYI, T.: A bányaművelés néhány fejlődési vonása az ércbányászatban (Developments in the methods of exploiting ore mines). *BKL Bányászat*, 107 (1974), 361—368.
5. SZÁDECZKY-KARDOSS, E.: Magyarország hasznosítható ásványi erőforrásainak perspektíváiról (Future potentialities inherent in the useful mineral reserves of Hungary). *Magyar Tudomány*, 1971, 209—218.
6. TARJÁN, G.: Kémiai bányászat (Chemical Mining). *BKL Bányászat*, 105 (1972), 713—720.
7. A nukleáris földalatti robbantás bányászati célú alkalmazása (Underground nuclear blastings used for mining purposes). OMF 21-7004-IT, 1972.

ПРИМЕНЕНИЕ ЯДЕРНОЙ ГОРНОЙ РАЗРАБОТКИ В ЦЕЛИКЕ ДЛЯ ГЛУБОКО-ЗАЛЕГАЮЩИХ ПОРФИРОВЫХ МЕДНЫХ КОЛЧЕДАНОВ

Г. ТАРЯН

РЕЗЮМЕ

Величина шахты подземного ядерного взрыва зависит от величины заряда, глубины залегания и качества породы. На рис. 1 показано изменение радиуса шахты (R м), на рис. 2. изменение количества вздробленного вещества (T 10^6) при различных мощностях заряда (N кг) и глубинах (H в км) в граните. Медный колчедан (и колчедан) хорошо ра-

створяется в воде с содержанием свободного O_2 при большом давлении и высокой температуре (рис. 3). После заливания водой, проводя побеждающий гидростатическое давление водород к низу шахты ядерного взрыва, в шахте возникает состояние, выгодное для окисления и растворения первичных сульфидов (медный колчедан и колчедан). Окисление сопровождается повышением температуры, повышающей температуру раствора в шахте до $120-150^\circ\text{C}$ даже на сравнительно небольших глубинах ($0,5-1,5$ км), в связи с чем возникает быстрое растворение. При больших глубинах ($> 3-5$ км) температура породы или шахты сама по себе выше чем $\sim 150^\circ\text{C}$. На рис. 4. показаны данные, относящиеся к экспериментально определяемой скорости растворения меди порфировых руд и вычисленные в зависимости от начальной температуры, сульфидного содержания руды и granulometрии разрыва для временного схода температуры одной ядерной шахты и выноса меди. — В большой шахте глубокого ядерного взрыва при большом гидростатическом давлении и высокой температуре быстро и экономично можно получить металлосодержание ископаемых, не растворяемых конвенционными методами раствора в целлюлозе.

THE PROPER USE OF GRAVITATIONAL FILTERS

F. STEINER

TECHNICAL UNIVERSITY OF HEAVY INDUSTRY
DEPARTMENT OF GEOPHYSICS, MISKOLC

[Manuscript received October 8, 1974]

The use and judgement of gravitational filters *without* thorough investigations on the physical relationship and the possible effect of the filter on geological informations (e. g., regarding only the transfer properties of the filter in the frequency domain) can lead to serious mistakes as the shortcomings of article [5] show. — Applying the *w*-function suggested in [6], it is possible to choose suitable filters to any given concrete case taking all geophysical requirements into account. Maps, sections and rectangle diagrams illustrate these points in the paper

I

The necessity to transform Bouguer maps into more easily interpretable maps arose at the very beginning of gravimetric prospecting. This map-transformation has been made for some decades numerically by means of convolution techniques; the matrix of coefficients used to transform the Bouguer map can be regarded as a filter and therefore the procedure of map-transformation can be named briefly as filtering [1].

In geophysical practice it is indifferent how the filter had been deduced (applying filter theory or by means of any other considerations). The question is the following: Is the connection between density distribution due to the structure and the filtered (e.g. residual) values advantageous enough to interpret geophysically the filtered map or not?

Depending on depth, geological conditions etc. (and on eventual technical limitations, too) the geophysicist has to decide which filter would be the best to the given problem. But questions like “which filter is better?” “which filter is the best?” in this general form, have no meaning.

To fulfil the various geophysical requirements, we must have a great variety of filters to have the chance of the most advantageous choice for each geological problem. We deceive ourselves, however, if we calculate from a single analytical function *t* a great (theoretically infinite) number of filters differing from each other only in their size because we exhaust in this way only a small part of the possibilities. For better distinction the concept of map-transformation *t* was introduced by the author, signifying the basic conception of the

transformation expressed in analytical form, or otherwise speaking, signifying the set of filters of various size which are defined with the same analytical form. — Let us denote, e.g. the set of filters used by F. KOVÁCS and A. MESKÓ with t_1 .

To realize the above-mentioned great variety of filters, the author has suggested some map-transformations; three of them, denoted with t_0 , t_2 and t_4 , — which are in close connection to each other — were published in [7]. To demonstrate that these three map-transformations in their geophysical effect really differ from each other and from t_1 , it was enough to deal with a single geophysical criterion; this geophysical quantity was the resolving power. — An illustration of resolving powers in function of the filter size given in [6] and [7] has shown at the same time the reasonable spacing of filter size for the four set of filters investigated being about $2s$; s , as usually, means the grid spacing.

Let us cite Eq. (9) from [6], writing it for gravimetrical cases:

$$r(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} \sigma(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \cdot w((\bar{x} - x), (\bar{y} - y), \bar{z}) d\bar{x} d\bar{y} d\bar{z} \quad (1)$$

where r denotes the filtered (e.g. residual) value, σ the density distribution of the structure and w a weighting function which depends upon the applied filter. The essence of my paper [6] was summarized on page 73 as follows: “the basic idea of the present paper may be summarized in such a way that we must give fundamental role to Eq. (9)” (here Eq.(1)) “when examining and deriving the transformations” (= the sets of filters). This draft enhances the crucial role of the function w , from which *all*, for the geophysicist essential properties of the filter are to be derived. To avoid any misunderstanding I have stressed: “let us draw attention to the fact that the proper interpretation of the resolving power is only *one* among the possible uses of w ” (cited from [6], p. 84; the italics are also in the original).

2

A) Let us enumerate some of the essential properties of filters besides the resolving power:

interval of the lateral effects (it is advantageous if outside of a not too great radius the w values are approximately zeros, eliminating the disturbing effect of structures lying laterally far away)

interval of the depth (below a depth limit depending on the accuracy of the measurements the filtered value does not perceive the density distribution; its incorrect choice can lead to the disappearance of the effect of the investigated structure on the filtered map, see [5])

the size of the filter (applying filters of great size, the interpretable filtered map shall be much less than the original Bouguer map).

B) — And what about the directivity? — It is advantageous to analyse (and even define) also this property by means of the w function.

No one of the four map transformations t_0, t_1, t_2, t_4 has any directivity but all filters given by the author in [7] and by others, e.g. in [3] in fully matrixed form are directive in the sense that the same structure can cause different filtered (e.g. residual) values at the same reference point depending on the azimuthal situation of the filter matrix. These differences are generally small but depending on depth, etc. can have considerable values, too. The method of dealing with directivity advocated in [5] by KOVÁCS and MESKÓ consists of nothing else as drawing the two-dimensional transfer function of the investigated filter and then search for isolines which differ from a circle. If the drawing contains only circles, KOVÁCS and MESKÓ say that the filter has no directivity whatever, although it can show directivity of various magnitude in the sense mentioned above depending upon the geological conditions. On the other hand, if there are isolines differing from the circle-form, KOVÁCS and MESKÓ say that the filter is directive but their method fails to tell the rate of directivity which is, in a concrete case, totally permissible.

A detailed report on the investigations of this type made by the author would exceed the limits of this article and therefore will be presented in a separate paper.

3

Let us see some examples, first concerning the illustration of the w functions.

The w function itself is easy to calculate (as Eq. (1) shows, $w(x', y', z')$ is computed as the filtered value of a point of unit mass lying at (x', y', z')) but including further calculations of such properties as, e.g. the intervals of the depth and of the lateral effects, the whole investigation is time-consuming. Further difficulties arise from the fact that *all* these properties are to be taken into account as a complex to find the best filter for a given geological-geophysical problem, weighting the importance of the properties according to the special conditions, and making compromises, of course, too.

To make this work easier, the author has suggested in [8] a possibility for the illustration of w , constructing to the filter just investigated a rectangle diagram having each horizontal prism (demonstrated in the diagram with a rectangle) the same filtered (e.g. residual) effect in absolute values. — Three of such rectangle diagrams are shown in Figs 1, 2 and 3 cited from article [8]. The effect in absolute values of each prism is 0.01 mgal in Figs 1 and 3 and 0.02 in Fig. 2 for $\sigma = 1 \text{ g/cm}^3$.

In Fig. 1 we can see the properties of the filter $t_4 \varrho = 8s$ which were used to construct the maps on Fig. 4 and Fig. 6 in [5]. — It is evident from Fig. 1 that, according to the accuracy of the measurements, the interval of the depth is only about 1200–1400 m-s or even less.

The filter $t_4 \varrho = 8s$ has just the smallest interval of the depth from the variety of filters derived in [7]. The authors have made their choice from

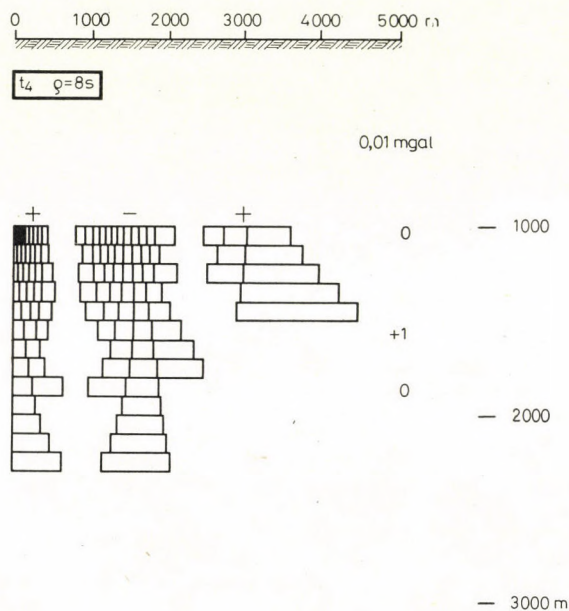


Fig. 1. Illustration of the geophysical effect of the filter $t_4 \varrho = 8s$ used by MĚSKÓ and KOVÁCS in [5]. The rectangles are here and in Figs 2 and 3 the cross sections of prisms giving the same filtered value (in absolute values)

among the filters given in [7] to the given geological conditions as wrong as possible: a shallow structure is also geologically improbable in this area.

Paper [7] clearly says what is to be done: “if we want to sense the effects of deeper horizons in $r(x, y)$ ” (= in the filtered values), we have to use t_2 ([7], p. 94) and on page 98: “Physically, t_0 contributes to enhance deeper effects, even as compared to t_2 .” — In addition, choosing any map-transformation, the interval of the depth increases with increasing size of the filter.

I have dealt with one of the practical examples discussed in (5). Deplorably, I had not the possibility to get the complete measuring material and therefore have had to start with only a part of the original Bouguer map; this part was published in [2] (see of Fig. 4 in this paper). Because of this technical limitation I can show here from the manifold possibilities residual maps

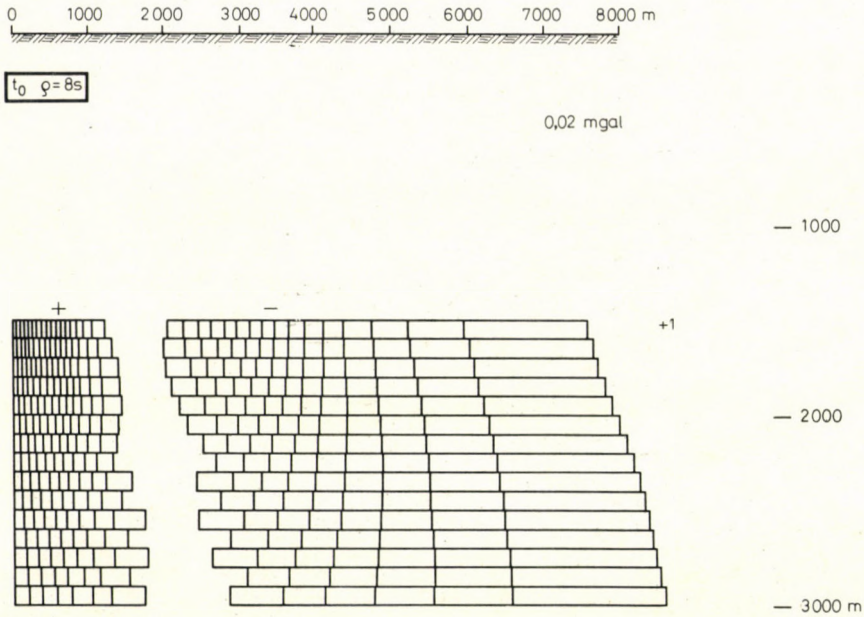


Fig. 2. Illustration of the geophysical effect of the filter $t_0 \rho = 8s$ (suggested by the author in [7]) used to obtain the residual map in Fig. 5 from the Bouguer map in Fig. 4

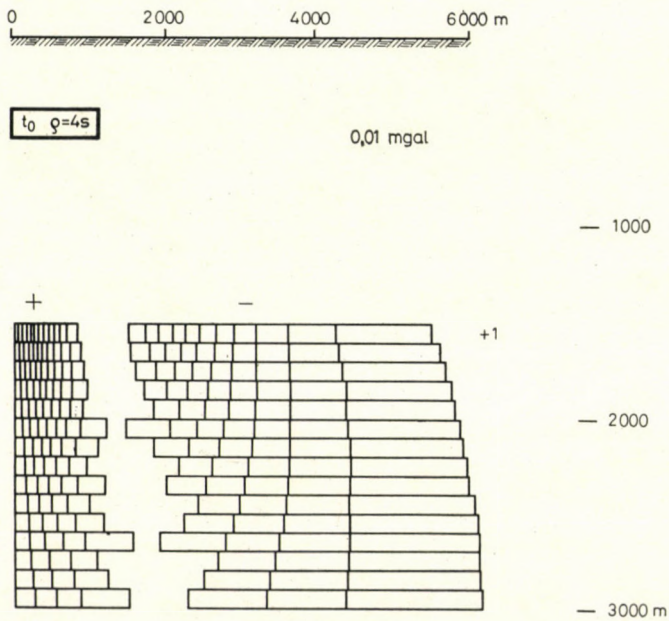


Fig. 3. Illustration of the geophysical effect of the filter $t_0 \rho = 4s$ used to obtain the residual map in Fig. 7 from the Bouguer map in Fig. 4

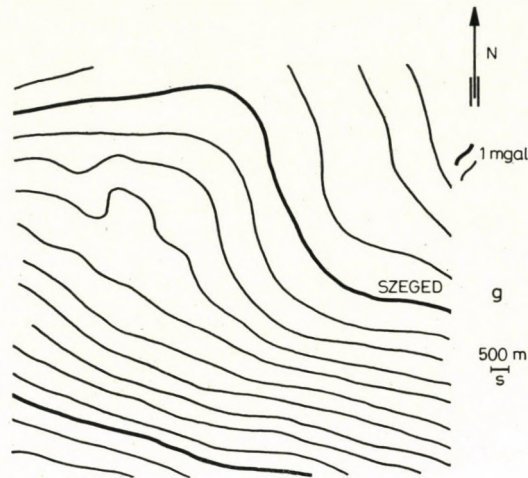


Fig. 4. Bouguer map used to calculate residual maps on Figs 5 and 7. The calculation of the residual map on Fig. 6 would need a Bouguer map several times greater

derived only by means of t_0 filters (the size of this filters being small compared with their interval of the depth).

The rectangle diagrams in Figs 2 and 3 show that the filters $t_0 \varrho = 8s$ and $t_0 \varrho = 4s$ can be applied in this region. The latter one shall give a more detailed filtered map but with smaller amplitudes; the interpretation of such maps needs careful analysis and an experienced interpreter (see Fig. 7), while the most essential informations are contained in the residual map constructed by the filter $t_0 \varrho = 8s$, which map is understandable not only for specialists (see Fig. 5).

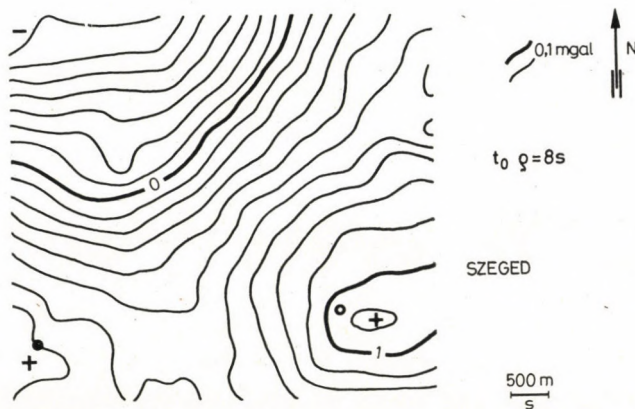


Fig. 5. Residual map obtained from Fig. 5 using the filter $t_0 \varrho = 8s$ suggested by the author

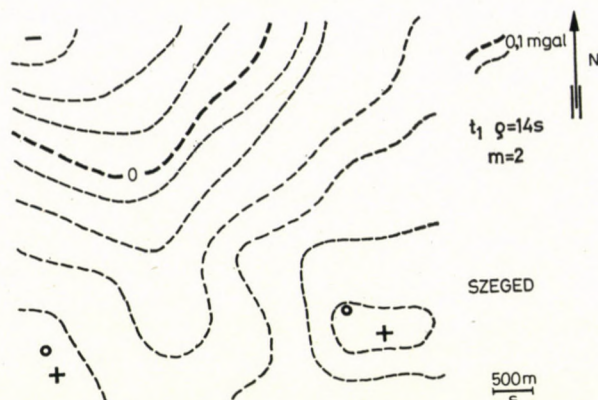


Fig. 6. Residual map obtained by using the filter $m = 2$ ($t_1 \varrho = 14s$) suggested by MESKÓ and KovÁcs. The dashed lines demonstrate that no point could be calculated by this method of filtering from the map in Fig. 4

Starting out from the same Bouguer map in Fig. 4, no single point could be calculated by means of the filter used in [5] (as we know e.g. from [2], the $m = 2$, i.e. $t_1 \varrho = 14s$ filter was used for constructing the map in Fig. 5 in [5]) and therefore from the map on Fig. 5 in [5] the isolines are copied in our Fig. 6 with dashed lines for the part corresponding to our Fig. 5.

— As we know from [3] (p. 27), KovÁcs and MESKÓ use graphical smoothing after filtering (the rate of which being in the interval ± 0.1 mgal). The maps

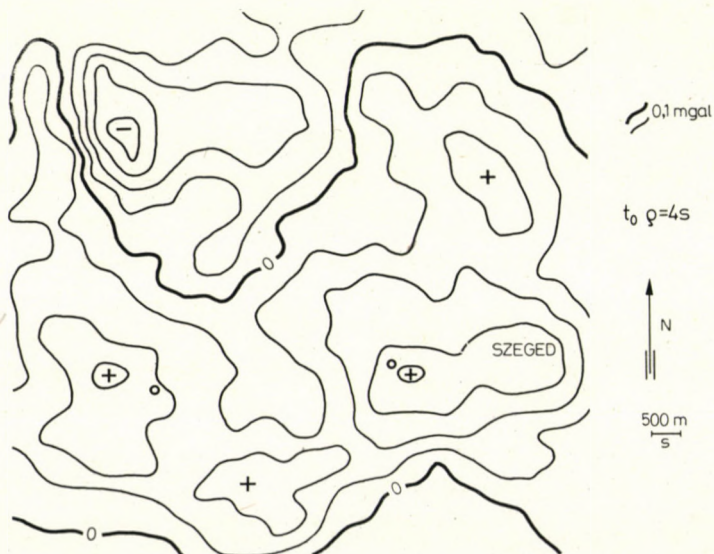


Fig. 7. Residual map obtained from Fig. 4 using the filter $t_0 \varrho = 4s$ suggested by the author

in Fig. 5 and Fig. 7 of this paper are not smoothed. — In all three maps the small circles indicate productive boreholes.

Finally, let us show on a section how important can be the resolving power among the various properties of the filters, under given geological conditions (see Fig. 8). On the basis of the Bouguer map [4] we have calculated for the filters $t_1 \varrho = 8s$ ($m = 4$) and $t_4 \varrho = 14s$ the residual maps, from which we show in Fig. 8 an interval of length of 26 kms along the $B - A$ section starting from point B . In Fig. 8 there is shown also the refraction section;



Fig. 8. Refraction section from [4] and two residual sections obtained by using the filters $m = 4$ ($t_1 \varrho = 8s$) proposed by Kovács and Meskó and $t_4 \varrho = 14s$ suggested by the author. Note the close correspondence (enhanced by the dashed lines) between the seismic section and the residual section obtained by $t_4 \varrho = 14s$ (this filter having a greater resolving power than the filter t_1 with $m = 4$)

the hiatus on it means a ruttles in elevated situation but impossible to construct from the seismic measurements.

At the first moment, we find the two residual sections similar in their great feature. But a more detailed consideration and comparison with the refraction section clearly show that $t_4 \varrho = 14s$ gives a more reliable and better interpretable picture in these geological conditions. This superiority of filter $t_4 \varrho = 14s$ is due, besides to its greater resolving power, to the much smaller interval of the lateral effect, too.

The map in Fig. 5 and the section in Fig. 8 in this paper are enough to see that the conclusion of article [5] is absolutely untenable.

REFERENCES

1. DEAN, W. C.: Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation. *Geophysics*, 23 (1958), 97—127.
2. KOVÁCS, F.: A szűrési eljárások gravitációs alkalmazásai (Application of filtering methods in gravity) (Numerikus szűrési módszerek alkalmazásai a geofizikai adatok feldolgozásában, III. 8. fejezet) (Numerical filtering methods in geophysical data processing) Chapter III. 8. — Magyar Geofizikusok Egyesülete, Manuscript, Budapest, 1974, 51—104.
3. KOVÁCS, F.—MESKÓ, A.: Kétdimenzós digitális szűrés gyakorlati alkalmazása Bouguer-anomáliatérképek átalakításában (Practical use of two-dimensional digital filtering in the transformation of Bouguer maps). *Magyar Geofizika*, 12 (1971), 10—27.
4. M. ÁLL. EÖTVÖS L. Geofizikai Intézet: Magyarország gravitációs térképe M-3-XXXV-4 Vásárosnamény (1 : 200 000) (Gravity map of Hungary), 1965.
5. MESKÓ, A.—KOVÁCS, F.: An unbiased comparison of two methods suggested for the computation of residual gravity. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 10 (1975).
6. STEINER, F.: Characterization and derivation of map transformations on the basis of the anomalous body-map relationship. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1973), 71—84.
7. STEINER, F.: Derivation of fully-matrixed map-transformations. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.* 8 (1973), 85—102.
8. STEINER, F.: Gravitációs szűrők geofizikai hatásmechanizmusának szemléltetése (Illustration of the geophysical activity mechanism of gravity filters). *Geofizikai Közlemények* 23 (1975).

ПРАВИЛЬНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАВИТАЦИОННЫХ ФИЛЬТРОВ

Ф. ШТЕЙНЕР

РЕЗЮМЕ

Использование и оценка гравитационных фильтров без тщательного анализа влияния фильтра для геологических информаций, учитывающего также и физическую сторону вопроса (например, если в интервале частот учитываются только переносные свойства фильтра), может привести к большим ошибкам, как это показывают ошибки работы [5]. При помощи предложенной в [6] w — функции возможно для каждого конкретного случая выбрать соответствующий фильтр, с учетом всех геофизических требований. Вышесказанное иллюстрируется в статье картами, профилями и четырехугольными диаграммами.

INFLUENCE OF TECTONICS ON THE DIRECTION OF INDUCTION ARROWS IN THE CARPATHIAN BASIN

A. ÁDÁM—Á. WALLNER

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received October 10, 1974]

The Wiese arrows determined in the Bakony Mts and its NW environment show directions differing from the countrywide average. Reasons of that have been studied and, by means of statistical investigation of the directions, connection has been found between the direction of the arrows and the transverse fault systems.

The induction arrows defined by WIESE in the fifties proved to be a useful means of the tectonical research.

As it is known, the length (C) and the direction (ϑ) of the induction arrow can be determined from the transformation function

$$\Delta H_z = A\Delta H_x + B\Delta H_y.$$

In case of two-dimensional structures the induction arrow is perpendicular to the strike and points towards the formation of higher resistance.

In the Hungarian Basin (apart from its northwestern part) the induction arrows are directed towards the south, as shown in the map (Fig. 1) as well as in the diagram of direction distribution (Fig. 2a) constructed from this map. Their average length is $C = 0.193$ (calculated from 20 arrows).

This regional character of the induced field is produced by the effect of the deep fault between the Inner and Outer Carpathians. The direction of the induction arrows turns over in the area of the deep conductive formations (lying in a depth of 20–30 km, according to the calculations of ROKITJANSKY) and are predominantly directed towards the central part of the basin. The decrease of the length of the induction arrows towards the central part of the basin can be explained by the decreasing depth of the conductive layer in the upper mantle and/or by sediments.

The arrows determined on the area of the crustal anomaly in the Bakony Mts and in its northwestern foreground have directions considerably differing from this regional character. In case of variations with a period (T) greater than 20 min, the direction statistics shows a westward turn away of the arrows from the regional direction. In case of shorter periods two maxima can be found in the directions of arrows (see Fig. 2b).

The length of the arrows in the maximum frequency sector is: $C = 0.11$.

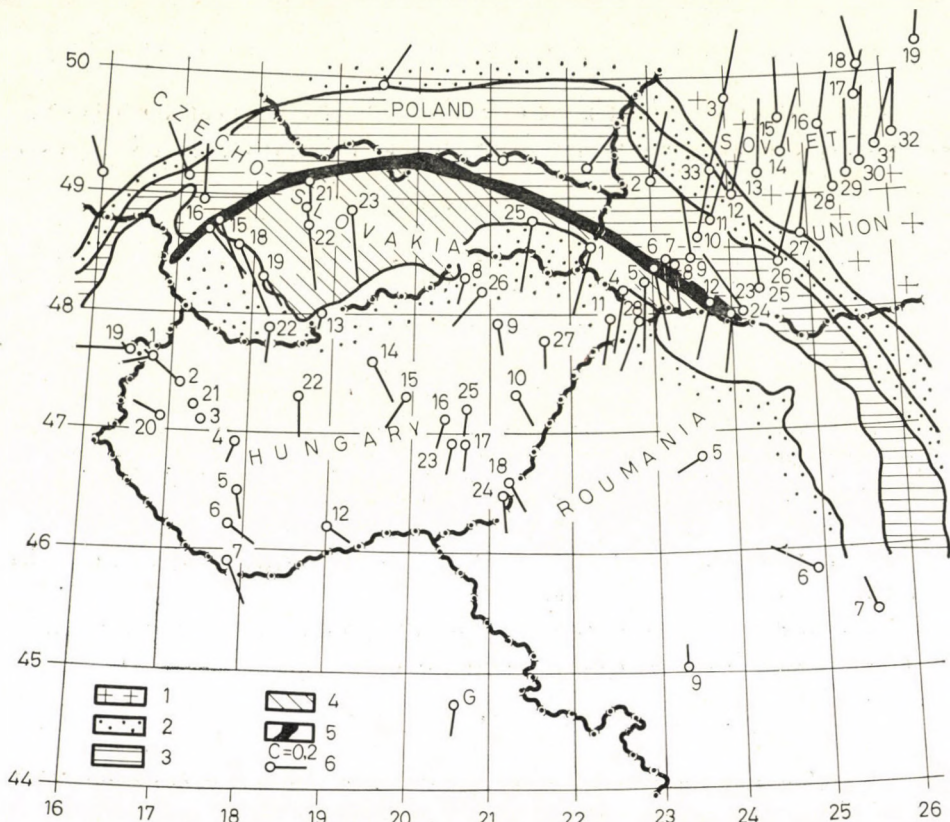


Fig. 1. Directional variations of the induction arrows along the Carpathian Mts (after BONDARENKO), 1. Russian Platform; 2. depression before the Carpathian Mts and Basin; 3. Outer Carpathian Mts; 4. Inner Carpathian Mts; 5. boundary zones between Outer and Inner Carpathian Mts; 6. original induction vector

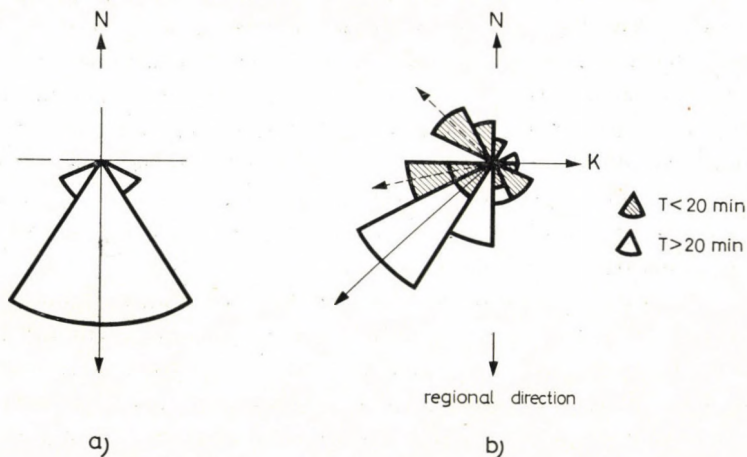


Fig. 2. Regional direction of the Wiese arrows
 a) in the Hungarian Basin except NW Transdanubia; b) in NW Transdanubia

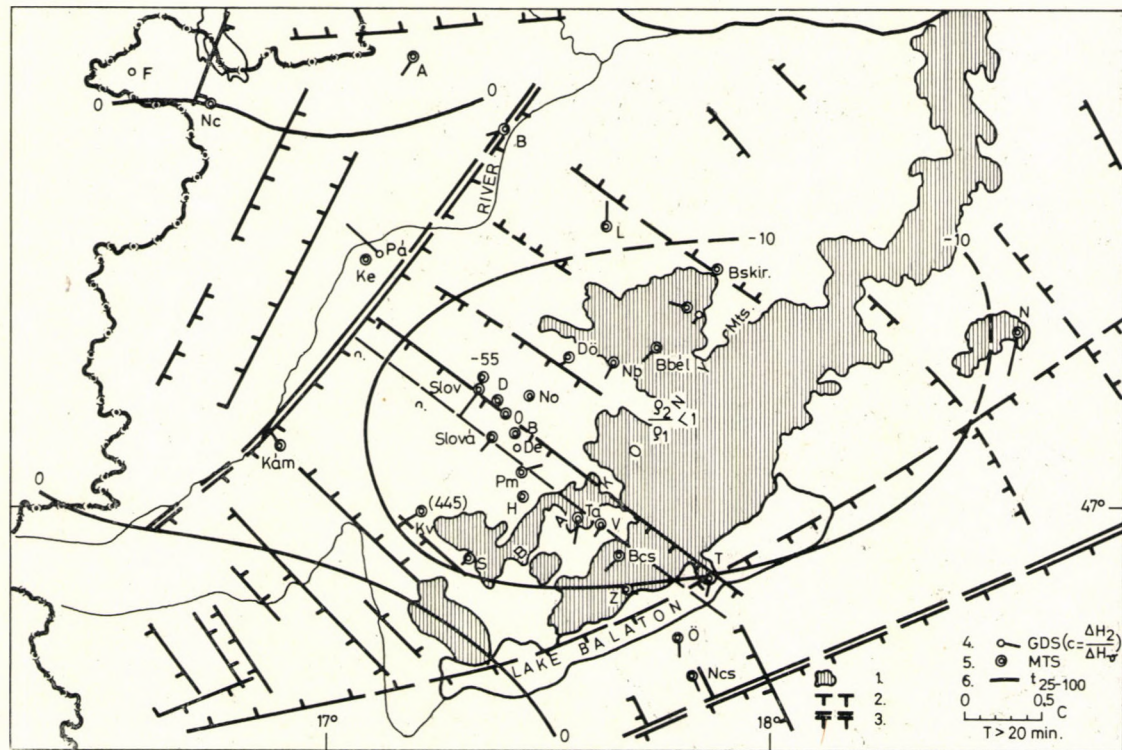


Fig. 3. EM sounding points and the main tectonic lines of NW Transdanubia 1. outcrop of high resistivity basement; 2. tectonic line of second order; 3. tectonic line of first order; 4. Wiese arrow; 5. MTS points; 6. isoline of tangent value of the relative telluric frequency sounding (RTFS) curve

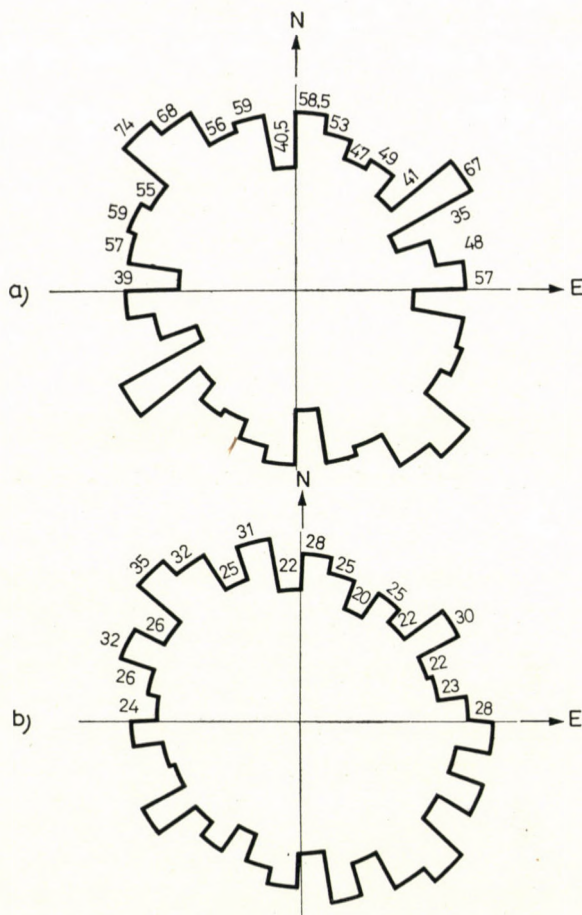


Fig. 5. Distribution of the directions between magnetic masses in Western Transdanubia
a) values with weight; b) without weight

for. In order to do that, it was investigated on the basis of the general map of anomalous bodies constructed by POSGAY (Fig. 5 in [2]), what kind of connection in direction exists between volcanites lying northwards from the western basin of the Lake Batolan on a 30×100 km rectangle and volcanites lying around them within a radius of 50 km (Fig. 4). The directions of the connecting lines between these volcanites show greater frequency in the direction of transverse fractures (Fig. 5). This distribution of directions can be better enhanced in the statistical investigation, if weights (from 1 to 3) are given to the direction according to the mass of the volcanites. (The computer program of statistical calculations was made by TAKÁCS, whom the authors express their thanks also here.)

It should be mentioned that the smallest C values occurred in the northern part of the Bakony Mts (0.05–0.07), which is in good accordance

with the significant indication of conductive formations on magnetotelluric curves. It can be assumed that this area is tectonically more dissected and the areal variation of the arrow direction may indicate, besides the transverse fractures, an influence of longitudinal ones in the distribution (greater thickness) of conductive formations.

The river Rába can be given as the western boundary of the conductive formation. Outside of the isoline $t_{25-100} = -10$, however, the horizontal conductance of the conductive formation is considerably decreasing towards W and N. In the north, e.g., the measuring point Lovászipatona (L) lies outside the high conductance accumulation zone, as indicated by the induction arrow directed northward perpendicularly to the isoline -10 .

Thus, the induction arrows are in connection with the main tectonical lines, at first with transverse faults and fracture zones in the Bakony Mts and their foreground. As it was referred to above, the conductive formations in 5–10 km depth are accumulated in these zones and they thicker out (the S value increases).

Table I

List of induction arrows determined in and around of the Bakony Mts

		$T < 20$ min		$T < 20$ min	
		δ	C	δ	C
Acsalag	A	272°	0.17	214°	0.13
Bodonyhely	B	316°	0.15	248°	0.09
Lovászipatona	L	347°	0.19	0°	0.15
Bakonyzentkirály	Bkir	249°	0.05	192°	0.07
Porva	P	257°	0.12	274°	0.06
Bakonybél	Bbél	269°	0.13	225°	0.11
Németbánya	N	327°	0.05	202°	0.07
Döbrönte	Dö	307°	0.14	224°	0.05
Oroszi	O	19°	0.14	258°	0.02
Somlóvecse	Slov	257°	0.18	217°	0.20
Somlóvásárhely	Slová	338°	0.10	220°	0.11
Pusztamiske	Pm	108°	0.12	74°	0.11
Vigándpetend	V	214°	0.07	213°	0.07
Balatoncsicsó	Bcs	234°	0.09	223°	0.13
Zánka	Z	144°	0.12	110°	0.06
Balatonöszöd	Ö	164°	0.11	171°	0.11
Nagysepely	Ncs	125°	0.15	158°	0.09
Kisvásárhely	K			239°	0.09
Sümeg(prága)	S	218°	0.16	209°	0.02
Taliándörög	T			189°	0.16

In investigating the material nature of the anomalous conductance, one of the guiding points of view can be the conclusion, according to which Pliocene *alkalic* basalts were erupted through the fracture zones mentioned.

*

The data of induction arrows, given in the Table, complete the list of induction arrows determined in Hungary and published in [3].

REFERENCES

1. ÁDÁM, A.: Results of deep electromagnetic investigations in the Hungarian Basin (in print in the KAPG Geophysical Monograph).
2. POSGAY, K.: A comprehensive map of the magnetic masses in Hungary and its interpretation. *Acta Technica* 43 (1963), 271—287.
3. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.—WALLNER, Á.: Regional properties of geomagnetic induction arrows in Europe. *Acta Geod., Geoph. Mont. Hung.* 7 (1972), 251—287.

РОЛЬ ТЕКТОНИКИ В НАПРАВЛЕННОСТИ ИНДУКЦИОННЫХ СТРЕЛ В ВЕНГЕРСКОМ БАССЕЙНЕ

А. АДАМ—А. ВАЛНЕР

РЕЗЮМЕ

Авторы ищут причины образования стрел Визе, наблюдаемых в Северо-западной части Задунайского Края и имеющих направление, отличное от среднего значения в стране. С помощью статистического исследования направлений находят зависимость между направлением стрел и поперечными изломами.

LASERENTFERNUNGSMESSUNGEN ZUM MOND, RADIOINTERFEROMETRISCHE BEOBACHTUNGEN DER QUASARE UND DIE SATELLITENALTIMETRIE IN IHRER BEDEUTUNG FÜR GEODÄSIE UND GEOPHYSIK

K. ARNOLD

ZENTRALINSTITUT FÜR PHYSIK DER ERDE, POTSDAM

[Eingegangen am 6. Januar 1975]

Eine wesentliche neue Entwicklungsrichtung der Geodäsie ist die dreidimensionale Geodäsie. Eine ihrer wichtigsten Komponenten ist die Satellitengeodäsie.

Will man die Driftbewegungen der Kontinente entsprechend dem »spreading«-Phänomen, kurzperiodische Änderungen der Polbewegung und der Rotation der Erde und ferner die Kugelfunktionen im Schwerefeld der Erde von höherer als 20. Ordnung bestimmen, dann werden die gegenwärtigen Methoden der Satellitengeodäsie überfordert.

Die Satellitenaltimetrie gestattet die Bestimmung der mittleren Schwereanomalien der Kompartimente bis herab zur Größe $1^\circ \times 1^\circ$. Beim ersten Rechengang wird die Satellitenbahn aus den mittleren Geoidundulationen der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente errechnet und dann als fehlerfrei angenommen. Dann berechnet man die Höhen des Meeres über dem Ellipsoid innerhalb der als Partialsysteme aufgefaßten $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente relativ zum Mittelwert dieser Höhen. Eine spezielle Ausgleichung ergibt das mittlere Niveau des Geoids und der Höhe des Meeres über dem Geoid für die $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente. Die Differenzen der Geoidundulationen innerhalb der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente folgen aus der Seegravimetrie. Damit erhält man auch die Höhe des Meeres über dem Geoid.

Die Laserentfernungsmessungen zum Mond an einer Station gestatten bei einer Beobachtungsperiode von ca. 8 Stunden die Bestimmung der geographischen Länge der Beobachtungsstation, ihrer Entfernung von der Rotationsachse der Erde und der Entfernung zum Mond. Erstrecken sich die Beobachtungen über einen Monat, so können die Länge, die Breite und der geozentrische Radius der Beobachtungsstation bestimmt werden. Simultanbeobachtungen zum Mond an zwei Stationen sind ähnlich auszuwerten wie Radiointerferometrie-Beobachtungen nach Quasaren. Man bestimmt hier drei Gruppen von Unbekannten: Die Rotationen der Erde um drei orthogonale Achsen, relative Änderungen der Stationen auf Grund der Kontinentalverschiebung und die kosmischen Positionen der Quasare.

1. Einleitung

Eine wesentliche neue Entwicklungsrichtung der Geodäsie seit etwa 30 Jahren ist die dreidimensionale Auffassung und Durchführung von geodätischen Operationen: die dreidimensionale Geodäsie. Die dreidimensionale Geodäsie hat Eingang gefunden bei den klassischen geometrischen Verfahren der Geodäsie, z. B. bei den Triangulationen und Trilaterationen, indem man hier ganz exakte Projektionen der Dreiecksnetze im dreidimensionalen Raum von der Erdoberfläche auf das Referenzellipsoid durchführt oder indem man nach den Regeln von HOTINE u. a. das Netz gleich an der Erdoberfläche ohne Reduktionen ausgleicht.

Die dreidimensionale Auffassung wurde weiter verstärkt durch die in den letzten 30 Jahren stark entwickelte physikalische Geodäsie. Die Bestimmung der Geoidundulationen und Höhenanomalien aus Schwereanomalien ist eine realistische Möglichkeit geworden, ebenso wie die Ermittlung der Lotabweichungen aus Schwereanomalien.

Man hat die Möglichkeit, die absoluten Koordinaten einer Station auf der Erdoberfläche zu ermitteln, d. h., man kann die vom Schwerpunkt der Erde aus abgetragenen rechtwinkligen kartesischen Koordinaten der Station ermitteln. Man bedient sich dabei zweckmäßigerweise des folgenden Koordinatensystems: Die Z -Achse wird vom Schwerpunkt der Erde aus abgetragen und verläuft in Richtung der mittleren Rotationsachse der Erde (mittlerer Erdpol); die X - Y -Ebene ist die Äquatorebene, sie verläuft durch den Schwerpunkt der Erde und ist senkrecht zur Rotationsachse der Erde.

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \varrho \begin{pmatrix} \cos \varphi \cos \lambda \\ \cos \varphi \sin \lambda \\ \sin \varphi \end{pmatrix}$$

ϱ setzt sich zusammen aus dem Radius des mittleren Erdellipsoids, ϱ_E , aus der Geoidundulation, N , und aus der orthometrischen Höhe, H .

$$\varrho = \varrho_E + N + H$$

Die geozentrische Breite φ ergibt sich aus der durch astronomische Beobachtungen ermittelten Breite, φ_a , der aus Schwereanomalien abgeleiteten Lotabweichung im Meridian, $\bar{\xi}$, und einer genau bekannten Reduktionsgröße für den Übergang von der ellipsoidischen Breite zur geozentrischen Breite, $\delta\varphi$

$$\varphi = \varphi_a - \bar{\xi} - \delta\varphi.$$

Für die geozentrische Länge λ gilt eine analoge Formel

$$\lambda = \lambda_a - \frac{\bar{\eta}}{\cos \varphi},$$

$\bar{\eta}$ ist die Lotabweichung im ersten Vertikal.

Durch die Entwicklung der Gravimetrie entstand die Möglichkeit, N , $\bar{\xi}$ und $\bar{\eta}$ aus Schwereanomalien Δg zu ermitteln und dann weiter die absoluten Koordinaten X , Y , Z zu erhalten.

Die modernen Verfahren der Satellitengeodäsie gestatten es, die absoluten Koordinaten der geodätischen Punkte mit anderen Methoden, nämlich durch die Beobachtung der Satelliten zu erhalten.

Die Bahn eines Satelliten im dreidimensionalen Raum wird beschrieben durch die 6 Keplerschen Bahnelemente, die den Verlauf der Bahnellipse um die Erde beschreiben (a — große Halbachse der Bahnellipse, e — ihre Exzentrizität, ω — Argument des Perigäums, i — Bahnneigung, Ω — Länge des aufsteigenden Knotens, v — wahre Anomalie).

Während sich das absolute geodätische Koordinatensystem X, Y, Z mit der Erde mitdreht, verwendet man in der Satellitengeodäsie ein Koordinatensystem, das nicht mitrotiert, sondern das relativ zu den Sternen fest ist, wenn

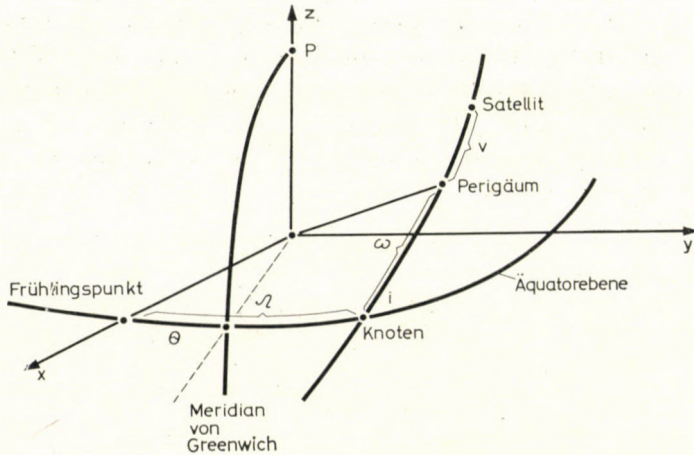


Abb. 1. Die Bahnbewegung eines Erdsatelliten im astronomischen Koordinatensystem

man von der Präzessions- und Nutationsbewegung absieht: Es ist das astronomische Koordinatensystem oder besser: das wahre astronomische Koordinatensystem x, y, z . Die z -Achse ist wieder vom Schwerpunkt der Erde aus abgetragen und hat die Richtung der momentanen (instantanen) Rotationsachse der Erde, die x, y -Ebene ist die momentane Äquatorebene, sie verläuft durch den Schwerpunkt der Erde und ist senkrecht zur momentanen Rotationsachse z . Die x -Achse zeigt zum momentanen Frühlingspunkt.

Die x -, y -, z -Koordinaten des Satelliten ergeben sich aus den 6 Bahnelementen wie folgt

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos L \cos \Omega - \sin L \sin \Omega \sin i \\ \cos L \sin \Omega + \sin L \cos \Omega \cos i \\ \sin L \sin i \end{pmatrix},$$

$L = \omega + v$ (Argument der Breite).

Die Bahn des Satelliten ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkt der Schwerpunkt der Erde liegt (1. Keplersches Gesetz). Daher hat man automatisch absolute Koordinaten.

Während die Bahn des Satelliten im momentanen astronomischen Koordinatensystem x, y, z beschrieben wird, werden die Stationskoordinaten der geodätischen Punkte auf der Erdoberfläche im erdfesten X, Y, Z -System angegeben. Die x, y, z -Koordinaten lassen sich in die X, Y, Z -Koordinaten umrechnen. Die beiden Koordinatensysteme lassen sich durch Rotationen um die Koordinatenachsen ineinander überführen. Zunächst wird das x, y, z -System um die z -Achse im Gegenuhrzeigersinn gedreht, bis die x -Achse vom Frühlingspunkt aus in den Meridian von Greenwich einschwenkt. Der Drehwinkel ist die Sternzeit Θ . Während die z -Achse zum momentanen Pol zeigt (der auf der Erdoberfläche eine variable Lage hat), hat die Z -Achse die Richtung zum mittleren Pol. Dieser hat eine feste Lage auf der Erdoberfläche.

Man erhält also schließlich die X, Y, Z -Koordinaten, indem man das x, y, z -System weiter rotieren läßt, nämlich um die x -Achse um den Winkel η und um die y -Achse um den Winkel ξ . Die Transformationsgleichungen zwischen den beiden Systemen lauten:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{R}_Z(\Theta) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{R}_Z(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \xi \\ 0 & 1 & -\eta \\ -\xi & +\eta & 1 \end{pmatrix}.$$

Will man die Transformationsbeziehung noch in einen allgemeineren Rahmen stellen, dann stellt man fest, daß die momentane Rotationsachse der Erde (z -Achse) auch nicht fest ist im Raum. Sie verändert ihre Richtung im Raum auf Grund der Präzession und Nutation der Erde. Ist x^0, y^0, z^0 das x, y, z -System zu einem bestimmten Zeitpunkt (Epoche: 1950.0), dann ist also das x^0, y^0, z^0 -System fest im Raum, und es wird nicht durch die Präzession und Nutation verändert. So findet man als Transformationsbeziehung zwischen dem x^0, y^0, z^0 -System und dem System mit den Koordinaten X, Y, Z

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{S} \mathbf{R}_Z(\Theta) \cdot \mathbf{N} \cdot \mathbf{P} \begin{pmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{pmatrix}.$$

\mathbf{N} ist die Nutationsmatrix, \mathbf{P} die Präzessionsmatrix. Ihre Elemente hängen ab von den Präzessions- und Nutationskonstanten.

Die beobachteten Größen sind in der Satellitengeodäsie die Richtung von der Beobachtungsstation zum Satelliten und die Entfernung zwischen diesen beiden Punkten. Die Richtung wird mit photographischen Kameras, die Entfernung durch die Messung der Laufzeit von Laserblitzen bestimmt. Die beobachteten Größen werden durch die Koordinaten der beiden Stationen ausgedrückt, um dann durch Linearisierung die Fehlergleichungen zu erhalten.

Bei der Richtungsmessung zum Satelliten auf seiner Bahn im Raum hat man für den beobachteten Einheitsrichtungsvektor \mathbf{a}^0

$$\mathbf{a}^0 = \frac{\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_Q}{|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_Q|};$$

$$\mathbf{a}^0 = \frac{1}{|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_Q|} \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_Q \\ Y_Q \\ Z_Q \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{a}^0 = \frac{1}{|\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_Q|} \left[\mathbf{SR}_Z(\Theta) \mathbf{NP} \begin{pmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{pmatrix}_S - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_Q \right].$$

Für die gemessene Entfernung s erhält man

$$s = \sqrt{(\mathbf{x}_S - \mathbf{x}_Q)^2} = \sqrt{\left[\mathbf{SR}_Z(\Theta) \mathbf{NP} \begin{pmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \end{pmatrix}_S - \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_Q \right]^2}$$

Die Beobachtungen \mathbf{a}^0 und s sind also abhängig von den räumlichen Koordinaten der Satellitenbeobachtungsstation, X_Q, Y_Q, Z_Q ; sie hängen ferner ab von den momentanen räumlichen Koordinaten des Satelliten x_S^0, y_S^0, z_S^0 . Diese Koordinaten werden bestimmt aus den 6 Bahnelementen, ihren konstanten Gliedern und ihren mit der Zeit variablen Gliedern, wie sie durch das Schwerfeld der Erde auftreten, und wie sie auch hervorgerufen werden durch die Bremswirkung der Reibung des Satelliten an der Atmosphäre. Die Beobachtungen \mathbf{a}^0 und s hängen ferner ab von den Elementen der 4 Matrizen $\mathbf{S}, \mathbf{R}_Z(\Theta), \mathbf{N}$ und \mathbf{P} . Daher kann man im Prinzip auch die Polkoordinaten ξ und η in ihrer zeitlichen Veränderlichkeit aus Satellitenbeobachtungen bestimmen. ξ und η bewirken periodische Änderungen in der Richtung der kleinen Halbachse des mittleren Erdellipsoids von der Größe $0,4''$. Man kann auch die Sternzeit Θ , also den Stundenwinkel des Frühlingspunktes, ermitteln. Insbesondere kann man bestimmen, wieweit die Rotationsbewegung der Erde nicht konstant ist, man kann also die Rotationschwankungen ermitteln. Festzustellen bleibt, daß ein zeitlich konstantes Glied in der Sternzeit, also gewissermaßen der Uhrstand, nicht unabhängig bestimmt werden kann, sondern daß dieser in gleicher

Weise auf die beobachtete Richtung oder Entfernung einwirkt wie eine zusätzliche konstante Änderung der geozentrischen Längen = geographischen Längen der Beobachtungsstationen. Hierauf soll später noch ausführlich eingegangen werden. Schließlich treten in den Ausdrücken für die Beobachtungen a^0 und s noch die Nutationsmatrix und die Präzessionsmatrix N und P auf. N und P hängen ab von den Nutations- und Präzessionskonstanten. Durch die Präzession verändert sich die Richtung der Rotationsachse der Erde im Jahr um etwa $50''$, die Nutation bewirkt periodische Änderungen von etwa $9''$. Die Präzessions- und Nutationskonstanten sind aus langfristigen astronomischen Beobachtungen ziemlich genau bekannt. Die meisten in der Satellitengeodäsie analysierten Bahnbögen sind relativ kurz, sie sind meistens nicht länger als wenige Wochen oder wenige Monate. Bei solchen kurzen Bahnen können die Fehler in der Präzessionskonstanten auch bei sehr genauen Satellitenbeobachtungen nicht wirksam werden, sie können insbesondere nicht die Grenze erreichen, die durch die Beobachtungsfehler und die Unsicherheiten im mathematischen Modell der Satellitengeodäsie entstehen.

Wir werden aber später sehen, daß bei radiointerferometrischen Beobachtungen der Quasare mit einer höheren Beobachtungsgenauigkeit zu rechnen sein wird, hier werden auch die Resteinflüsse der Refraktion geringer sein, so daß das mathematische Modell genauer sein wird.

Aus allen diesen Gründen hat man gefunden, daß man bei einer Beobachtung der Quasare über mehrere Jahre hinweg, über 5 bis 10 Jahre, die Nutations- und Präzessionskonstanten aus den radiointerferometrischen Beobachtungen der Quasare wahrscheinlich um eine Größenordnung genauer bestimmen kann, als sie heute noch bekannt sind.

Wenn man mit klassischen Beobachtungsmethoden die Werte der Präzessions- und Nutationskonstanten kaum verbessern können, so ist diese Situation bei den Polkoordinaten, bei den Parametern der Polbewegung, ξ , η , ähnlich.

Aus astronomischen Beobachtungen der geographischen Länge und Breite kennt man die Koordinaten des momentanen Pols relativ zum mittleren Pol auf etwa $\pm 1 \text{ m} = 0,03''$.

Hierbei berechnet man ξ und η , indem man die Beobachtungen wenigstens mehrerer Tage zusammenfaßt, so daß man praktisch das Mittel der Polkoordinaten ξ und η während dieses Beobachtungszeitraums erhält. Durch dieses Verfahren, das zur Erhöhung der Genauigkeit der Resultate notwendig ist, erhält man automatisch eine geglättete Kurve der ξ - und η -Werte. Die kurzen Perioden von einem Tag oder einer Stunde können grundsätzlich nicht erfaßt werden. Die Geophysiker sind aber gerade heute daran interessiert, spontane Änderungen der ξ - und η -Werte zu erhalten, weil diese für die geophysikalische Interpretation von besonderer Bedeutung sind. Durch die großen Erdbeben erfolgt z. B. eine spontane Verlagerung von Erdmassen,

durch die z. B. die Trägheitsmomente der Erde in bezug auf die 3 Koordinatenachsen X, Y, Z verändert werden. Wegen der Konstanz des Drehimpulses (Drall) $I\omega$,

$$I\omega \cong \sqrt{(I_x\omega_x)^2 + (I_y\omega_y)^2 + (I_z\omega_z)^2},$$

(I_x, I_y, I_z : Hauptträgheitsmomente)

wird eine Änderung von I_x sich in ω_x reflektieren und daher zu einer Veränderung der Koordinaten η des Pols führen. Die Seismiker sind diesen Zusammenhängen nachgegangen und haben festgestellt, daß die größten Erdbeben

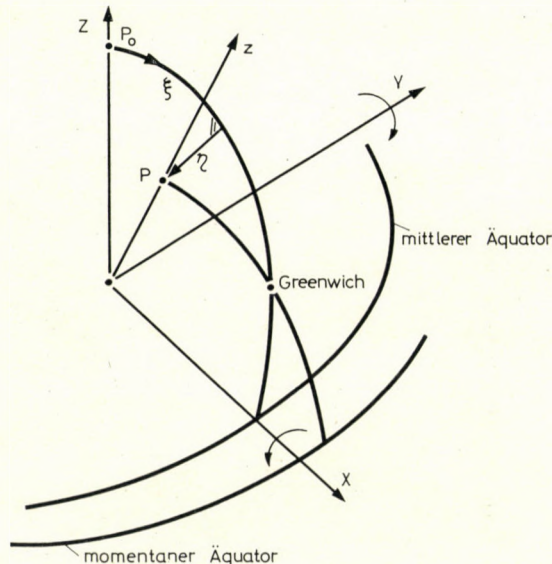


Abb. 2. Die Bewegung der momentanen Rotationsachse der Erde z relativ zu ihrer mittleren Rotationsachse Z . P_0 : mittlerer Pol; P : momentaner Pol; Z_{gr} : Lotrichtung Greenwich

Änderungen in der Polbewegung hervorrufen können, die gerade noch im Bereich der mittleren Fehler der aus astronomischen Beobachtungen erhaltenen ξ - und η -Werte liegen. Daher wird man gegenwärtig kaum signifikante Aussagen über die Vorgänge im Hypozentrum eines Erdbebens aus der Analyse der mit den gegenwärtigen Mitteln erhaltenen Polbewegungen machen können. Durch eine Analyse der Laserentfernungsmessungen zum Mond und der radiointerferometrischen Beobachtungen der Quasare hofft man, die Polbewegungskordinaten ξ, η um eine Größenordnung genauer bestimmen zu können, und man hofft auch, kürzere Perioden von der Länge eines Tages und einiger Stunden erhalten zu können. Die Analyse der Polbewegungen würde eine neue Stufe erreichen, und man könnte zuverlässiger feststellen, welche

Kräfte es sind, die die Polbewegung verursachen, vielleicht auch Kräfte, die mit der Dynamik des Erdkerns in Verbindung stehen.

Schließlich sind die Beobachtungen der Satellitengeodäsie auch Funktionen von den Stationskoordinaten im erdfesten geodätischen System X, Y, Z . Man kann die Stationskoordinaten in einem globalen X, Y, Z -System heute mit den genauesten Beobachtungen auf wenige Meter genau bestimmen; aus Doppler- und Laserbeobachtungen auf etwa ± 2.5 m genau. Dies ist eine sehr erstaunliche Genauigkeit, die mit den klassischen Methoden, mit den Triangulationen, nicht zu erreichen war. Diese Genauigkeit genügt den meisten Anforderungen, sie genügt jedoch nicht allen Ansprüchen. Diese Genauigkeit genügt z. B. noch nicht, wenn man die durch geologische Kräfte verursachten gegenseitigen Bewegungen der Erdschollen durch Messung bestimmen will. Es gibt gewichtige Gründe dafür, daß die Kontinente entsprechend der Wegenerschen Kontinentalverschiebungstheorie auseinander driften. Aus geomagnetischen Messungen und der Bestimmung des Alters der Gesteine auf dem Meeresgrund des Atlantischen Ozeans hat man gefunden, daß Nord- und Südamerika einerseits und Europa und Afrika andererseits sich durch eine Driftbewegung voneinander entfernen. Man rechnet mit etwa 2 bis 3 cm im Jahr. Es handelt sich um die sogenannte »sea-floor-spreading«-Erscheinung. Es wäre nun eine hervorragende Aufgabe für die Geodäsie, auch durch geometrische Messungen dieses »sea-floor-spreading« nachzuweisen. Wenn man mit den Methoden der Satellitengeodäsie einzelne Punkte auf etwa $\pm 2,5$ m genau bestimmen kann, so wird man die Beobachtungen über einen Zeitraum von mehr als 200 Jahren ausdehnen müssen, um das »sea-floor-spreading« nachzuweisen; denn erst nach Ablauf von mehreren hundert Jahren wird sich die Entfernung zwischen den Kontinenten Nordamerika—Europa um Beträge geändert haben, die die Lagegenauigkeit der Stationen erreicht, die mit den Methoden der Satellitengeodäsie vermessen worden sind. Wir werden sehen, daß man hofft, mit den Lasermessungen zum Mond und mit den radiointerferometrischen Messungen nach den Quasaren den meßtechnischen Nachweis der Kontinentaldrift schon in 10 bis 20 Jahren erbringen zu können.

In den Fehlergleichungen der Satellitengeodäsie treten auch die räumlichen Koordinaten x, y, z des Satelliten im astronomischen System auf. Diese werden errechnet aus den 6 Keplerschen Bahnelementen und ihren zeitlichen Veränderungen, also ihren Störungen. Die Bahnstörungen werden durch Integration der Lagrangeschen Störungsgleichungen erhalten. Ihre Ursache ist einmal das Gravitationsfeld der Erde, nämlich die Abweichung des Gravitationsfeldes von dem einer Kugel, wie sie durch eine Kugelfunktionsentwicklung beschrieben wird. Mit den gegenwärtigen Beobachtungsmethoden der Satellitengeodäsie, durch photographische Messung der topozentrischen Richtung zum Satelliten, durch Beobachtung der Entfernung zum Satelliten mittels Laser und durch Dopplerbeobachtungen zum Satelliten hat man die Kugel-

funktionen im Gravitationsfeld der Erde bis zur 15. oder 20. Ordnung bestimmen können. Das war ein großer Fortschritt für die Geodäsie. Dem entspricht etwa die Bestimmung der mittleren Schwereanomalien der $15^\circ \times 15^\circ$ großen oder der $10^\circ \times 10^\circ$ -Kompartimente auf der Erdoberfläche. Damit dürften diese Meßmethoden die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit erreicht haben, mag man auch noch soviel Beobachtungen in die Ausgleichungen integrieren. Um allen geodätischen Anforderungen gerecht werden zu können, braucht man diese mittleren Schwerewerte für die $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente, man benötigt also noch mehr Details, für manche Aufgaben sogar die Mittelwerte der $0,1^\circ \times 0,1^\circ$ -Kompartimente, z. B. für die Bestimmung der Lotabweichungen aus Schwere-messungen, für die Ermittlung der Höhenanomalien aus Schwereanomalien und für die Bestimmung der Geoidundulationen im Bereich der Ozeane auf ± 10 bis ± 20 cm genau, um die Abweichungen der Meeresoberfläche vom Geoid bestimmen zu können, Beträge, die im Atlantik mit etwa 2 m erwartet werden, und die ihre Ursache in den Strömungen in den Ozeanen, in meteorologischen Effekten, im Salzgehalt der Ozeane und in anderen Quellen ihre Ursache haben, so daß man also Rückschlüsse auf diese Effekte ziehen kann.

2. Satellitenaltimetrie

Bei der Satellitenaltimetrie beobachtet man also direkt die Höhe des Satelliten über dem Meer, das wir zunächst als Äquipotentialfläche und damit als identisch mit dem Geoid ansehen wollen. Das Verfahren hat schon seit einiger Zeit in der Flugnavigation einen festen Platz, die modernen Flugzeuge haben alle ein Landeradar, mit dem sie bei der Landung sehr genau die Höhe über dem Erdboden und der Landepiste bestimmen können. Bei den Apollo-Flügen zum Mond hat man ferner die Höhe des den Mond umkreisenden Satelliten über der Oberfläche des Mondes mittels der Altimetrie bestimmt und aus diesen Beobachtungen die Topographie des Mondes erhalten. Beim Landeanflug der Apollo-Mondfähre zum Mond bis zum Aufsetzen auf dem Mond war die Bestimmung der Höhe der Mondfähre über der Mondoberfläche mittels Radar von entscheidender Bedeutung. In diesem Jahr wird der Satellit GEOS-C gestartet; er enthält Einrichtungen zur Satellitenaltimetrie, so daß damit dieses Meßverfahren auch in der Geodäsie seinen Einzug hält. Das Meßverfahren soll hier nicht in allen Einzelheiten besprochen werden, es soll nur soweit behandelt werden, wie es notwendig ist zum Verständnis der späteren geodätischen Anwendung. Der Satellit sendet senkrecht nach unten Radarimpulse, die sich in Form eines Strahlenkegels nach unten ausbreiten. Der Kegel überdeckt einen bestimmten Bereich der Erdoberfläche von *einigen Kilometern* Durchmesser. Die Impulse werden an der Meeresoberfläche reflektiert und vom Satelliten wieder aufgefangen. Aus der Laufzeit der Radarim-

pulse erhält man vermittels der Lichtgeschwindigkeit die Höhe über dem Meere.

Ist $t_2 - t_1$ die doppelte Laufzeit, c die Lichtgeschwindigkeit, dann ist die Höhe des Satelliten über dem Meere gleich

$$H = \frac{1}{2} c(t_2 - t_1).$$

Man hofft, die Höhe H über dem Meere auf etwa ± 2 bis ± 1 m bestimmen zu können, später bei verfeinerter Meßtechnik vielleicht noch genauer.

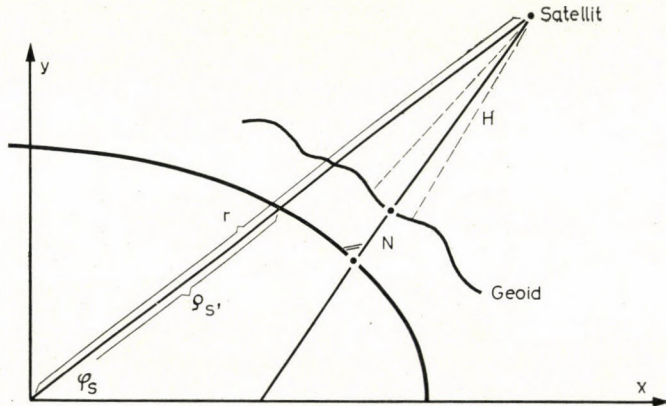


Abb. 3. Die Beobachtungsgrößen H der Satellitenaltimetrie in ihrer Abhängigkeit von der Satellitenbahn und der Gestalt des Geoids

Um aus den beobachteten Werten von H die Werte N , die Geoidundulationen, zu ermitteln, benötigt man zunächst den geozentrischen Radiusvektor r des Satelliten.

r errechnet sich aus den Bahnelementen und den Bahnstörungen des Satelliten.

Die Bahnstörungen werden hervorgerufen durch das Störpotential, durch die Teile im Schwerefeld der Erde, die eine Abweichung von der Kugelform bedeuten. Man setzt für das Störpotential T eine Kugelfunktionsentwicklung an.

$$T = k\mu \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \frac{R_E^l}{r^{l+1}} P_{lm}(\sin \varphi) [C_{lm} \cos m\lambda + S_{lm} \sin m\lambda]$$

k : Gravitationskonstante

μ : Masse der Erde

R_E : große Halbachse des mittleren Erdellipsoids.

Die Änderungen der 6 Bahnelemente $a, e, \omega, i, \Omega, M$ ergeben sich aus den Störungsgleichungen, die für die Ableitungen der 6 Bahnelemente nach der Zeit stehen.

$$\begin{aligned} a' &= \kappa_{1,1} \frac{\partial T}{\partial M} \\ e' &= \kappa_{2,1} \frac{\partial T}{\partial M} + \kappa_{2,2} \frac{\partial T}{\partial \omega} \\ &\dots \\ M' &= n + \kappa_{6,1} \frac{\partial T}{\partial e} + \kappa_{6,2} \frac{\partial T}{\partial a} \end{aligned}$$

oder in Matrizenform

$$\mathbf{u}' = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\partial T}{\partial a} \\ \frac{\partial T}{\partial e} \\ \frac{\partial T}{\partial \omega} \\ \frac{\partial T}{\partial i} \\ \frac{\partial T}{\partial \Omega} \\ \frac{\partial T}{\partial M} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{u} = a, e, \omega, i, \Omega, M.$$

Die Änderungen der 6 Bahnelemente folgen dann mit

$$\mathbf{u} = \int_{t_0}^t \mathbf{u}' dt.$$

Weil man in der Satellitenaltimetrie die Mittelwerte der Geoidundulationen für $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente bestimmen will, hat man auch vorgeschlagen, die Störungsrechnung durchzuführen in Abhängigkeit von Parametern des Schwerefeldes, die ebenfalls als Mittelwerte dieser Kompartimente von $1^\circ \times 1^\circ$ -Ausdehnung zu verstehen sind.

Man kann das Störpotential darstellen als Funktion der Mittelwerte der Schwereanomalien Δg der $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente.

$$T = \frac{r}{4\pi} \iint_{\sigma} \Delta g \Phi_1(S, Q) d\sigma.$$

Die zeitlichen Änderungen der Bahnelemente u' erhält man dann nach der Gaußschen Form der Lagrangeschen Störungsgleichungen

$$u' = \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{pmatrix}.$$

K_3 ist die Ableitung des Störpotentials in Richtung des Radiusvektors r . K_2 zeigt in die Bewegungsrichtung des Satelliten, diese Komponente K_2 liegt in der Bahnebene des Satelliten und ist senkrecht zum Radiusvektor r . Die

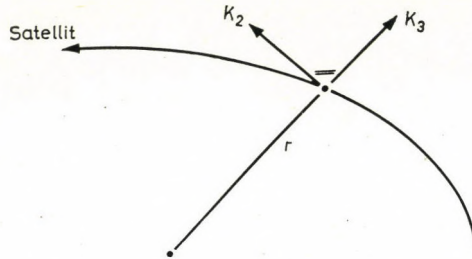


Abb. 4. Die Satellitenbahnebene mit den beiden in ihr gelegenen Komponenten der Störbeschleunigung K_2 und K_3 , die durch das Gravitationsfeld der Erde hervorgerufen werden

dritte Komponente ist senkrecht zur Bahnebene und ergänzt die beiden Vektoren K_3 und K_2 zu einem rechtwinkligen Dreiein.

Weil in der Satellitenaltimetrie die N -Werte zu bestimmen sind, kann man das Störpotential T auch als Funktion der Mittelwerte der N -Werte für die $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente ausdrücken.

$$T = \frac{R \cdot G}{4\pi} \iint_{\sigma} N \cdot \Phi_2(S, Q) d\sigma = \frac{R \cdot G}{4\pi} \sum N \cdot \Phi_2(S, Q) d\sigma.$$

Durch Ableitung dieses Ausdruckes nach der Richtung der drei Komponenten K_1 , K_2 , K_3 erhält man diese drei Komponenten der Störbeschleunigung als Funktion der N -Werte für die $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente.

Den geozentrischen Radiusvektor r des Satelliten erhält man also aus der Störungsrechnung als Funktion der N -Werte, $r = r(N)$. Dieser Wert muß gegenübergestellt werden dem fehlerfrei bekannten Radius des mittleren Erdellipsoids, der Geoidundulation und der beobachteten Höhe H . Die Fehlergleichung lautet dann folgendermaßen, wenn v_H die zufällige Verbesserung von H ist:

$$v_H = -H - \varrho_{S'} - \frac{1}{8} a_E e_E^4 \frac{H}{r} \sin^2 2\varphi_S + r - N.$$

Die Bedeutung von ϱ_s ist der Abb. 3 zu entnehmen, das dritte Glied ist ein elliptisches Zusatzglied, das nur wenige Meter beträgt und durch die Abplattung der Erde auftritt.

Geht man unvoreingenommen an die Auswertung der Fehlergleichung der Satellitenaltimetrie, dann wird man die Erdoberfläche in $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente F_p einteilen, und diese weiter unterteilen in jeweils 225 Kompartimente der Größe $1^\circ \times 1^\circ$, in die Flächen $F_{p,i}$, ($i = 1, 2, \dots, 225$); und man wird die Mittelwerte der Geoidundulationen $N_{p,i}$ der Flächenelemente $F_{p,i}$ als die zu bestimmenden Unbekannten einführen.

Faßt man das absolute Glied unter der Bezeichnung \mathcal{E} zusammen, dann hat man

$$(v_H)_{p,i} = \mathcal{E}_{p,i} + r(N_{1,1}, N_{1,2}, \dots; N_{2,1}, N_{2,2}, \dots, \dots, N_{p,i}, \dots) - N_{p,i}.$$

Die Linearisierung führt zu folgendem Ausdruck

$$(v_H)_{p,i} = \mathcal{E}_{p,i}^0 + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} N_{\alpha,\beta} - N_{p,i};$$

$$p \rightarrow \alpha = 1, 2, \dots$$

$$i \rightarrow \beta = 1, 2, \dots, 225$$

Berücksichtigt man noch eine eventuelle Erhebung des Meeresniveaus über dem Geoid, dann folgt

$$(v_H)_{p,i} = \mathcal{E}_{p,i}^0 + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} N_{\alpha,\beta} - N_{p,i} - \zeta_{p,i}$$

oder

$$(v_H)_{p,i} = \mathcal{E}_{p,i}^0 + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} N_{\alpha,\beta} + (\kappa_{p,i,p,i} - 1) N_{p,i} - \zeta_{p,i},$$

*bedeutet, daß nicht über $\alpha = p$ und $\beta = i$ zu summieren ist. Die Koeffizienten $\kappa_{p,i,\alpha,\beta}$ werden mit p,i,α,β variieren, daher kann man annehmen, die Unbekannten $N_{p,i}$, $\zeta_{p,i}$ lassen sich voneinander trennen und damit auch durch Auflösung des Normalgleichungssystems bestimmen.

Es läßt sich aber zeigen, daß die Koeffizienten $\kappa_{p,i,\alpha,\beta}$ wesentlich kleiner als eins sind, etwa um 2 bis 3 Größenordnungen

$$\kappa_{p,i,\alpha,\beta} < 0,01.$$

Dann ist der Einfluß der Werte $N_{\alpha,\beta}$; $\alpha \neq p$, $\beta \neq i$; auf den Restfehler $(v_H)_{p,i}$ wesentlich kleiner als der Einfluß von $N_{p,i}$ und $\zeta_{p,i}$. Es genügt dann, für die Unbekannten

$$N_{\alpha,\beta}, \quad \alpha \neq p, \quad \beta \neq i,$$

bei der Berechnung des Radius r des Satelliten Näherungswerte einzuführen.

Man wird dann zweckmäßiger gleich die Mittelwerte N_p der $15^\circ \times 15^\circ$ -Flächenelemente nehmen, wie man sie z. B. aus der Bahnmethode der Satellitengeodäsie erhalten hat. Man muß dann nicht unbedingt auf die N_p -Werte zurückgreifen, man kann die äquivalenten Schwereanomalien Δg nehmen oder auch die äquivalenten Kugelfunktionsentwicklungen. Diese Näherungswerte N_p der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimentegelten dann als feste Werte, sie werden zum freien Glied Ξ mit hinzugenommen.

Die Fehlergleichung hat damit folgende Form

$$(v_H)_{p,i} = \Xi_{p,i}^{00} - (N_{p,i} + \zeta_{p,i}).$$

Es soll zunächst noch nachträglich der Beweis erbracht werden, daß

$$\kappa_{p,i,\alpha,\beta} < 0,01.$$

Dazu gehen wir von folgendem Gedanken aus:

Bei den bisherigen Bestimmungen des Schwerefeldes der Erde aus Satellitenbeobachtungen nach der Bahnmethode bestimmt man die Position des Satelliten im Raum auf etwa ± 5 m genau. Aus diesen Satellitenbeobachtungen folgen die Mittelwerte der Geoidundulationen der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente, also die N_p -Werte mit einem mittleren Fehler von ebenfalls etwa ± 5 m. Bei der linearen Beziehung zwischen der Beobachtung und der Unbekannten,

$$v_p + H_p = \kappa_p^* \cdot \delta N_p,$$

wird der Koeffizient κ^* also genähert gleich eins sein; denn für die mittleren Fehler gilt

$$m_p = \kappa_p^* \cdot m_{N_p}$$

$$\kappa_p^* \cong 1.$$

Ist das Flächenelement aber nur $1^\circ \times 1^\circ$ groß, dann ist der Einfluß des Mittelwertes der Geoidundulationen in diesem Bereich entsprechend kleiner.

Das Flächenelement ist jetzt $15 \times 15 = 225$ mal kleiner. Daher ist auch der Koeffizient κ in der betreffenden Fehlergleichung bei einem $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartiment entsprechend kleiner. Man findet auf diesem Wege als Mittelwert für die Koeffizienten $\kappa_{p,i,\alpha,\beta}$:

$$\kappa_{p,i,\alpha,\beta} \cong \frac{1}{225} \kappa^* \cong 0,005.$$

Die betrachteten Koeffizienten sind also wesentlich kleiner als eins, und die Normalgleichungsmatrix ist in genügender Annäherung bei praktischen Anwendungen gleich einer Diagonalmatrix.

Geht man von der Rechenbahn 2 zur wirklichen Satellitenbahn über, dann muß also noch der Einfluß der Streuung der $N_{p,i}$ -Werte innerhalb eines $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartmentes abgeschätzt werden.

Mit

$$v_p + H_p \cong \sum_{i=1}^{225} 0,005 \cdot \delta N_{p,i}$$

folgt als Abschätzung im Mittel

$$m_s \cong 0,005 \cdot 5 \cdot \sqrt{225} = \pm 0,4 \text{ m} .$$

Der Mittelwert der $\delta N_{p,i}$ ist $m_n = \pm 5 \text{ m}$; m_s ist also wesentlich kleiner als m_n .

$$\frac{m_s}{m_n} = \frac{0,4}{5} = 0,07 < 1 .$$

Für die genauere Untersuchung der Struktur der m_i -Werte, also für die Bestimmung der Abweichungen der wirklichen Satellitenbahn von der Rechenbahn 1, die aus den Störungen der N_p -Werte ermittelt worden ist, geht man am besten zu einer Störungsrechnung über. Es liegen keine Beziehungen zwischen den Störungen der Satellitenbahn in Abhängigkeit von den Geoid- undulationen vor. Ich kann aber diese Störungen als Funktion von den Schwereanomalien entwickeln:

Überfliegt ein Satellit ein $15^\circ \times 15^\circ$ großes Kompartiment mit einer Schwereanomalie von 10 mgal in 1000 km Höhe, dann wird dadurch die Satellitenbahn auf einem 600 km langen Bogen um lediglich 1,5 m gestört. Ist der Mittelwert der Schwereanomalie des $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartmentes auf $\pm 3 \text{ mgal}$ bekannt, so folgt die Bahnstörung $\pm 0,45 \text{ m}$.

Übergang von der Rechenbahn 4 zur wirklichen Bahn durch Berücksichtigung der Streuung der Δg -Werte innerhalb der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompimente:

Sind die Δg -Werte der $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompimente innerhalb eines $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompimentes wie zufällige Variable (+20 mgal) verteilt, dann ergibt sich beim Überfliegen eines $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompimentes eine Störung von $\pm 0,015 \text{ Meter}$, bei einem 600 km langen Bogen. Beim Überfliegen von $400 - 1^\circ \times 1^\circ$ -Kompimenten folgt die Störung

$$\pm 0,015 \cdot 400 \text{ meter} = \pm 0,3 \text{ m} .$$

600 km, die obige Länge der Satellitenbahn, ist etwa der mittlere Abstand zweier Punkte eines $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompimentes. Diese Varianzen, $\pm 0,3 \text{ m}$, $\pm 0,4 \text{ m}$, sind eine Größenordnung kleiner als die Varianz der $N_{p,i}$ -Werte, $\pm 5 \text{ m}$.

Daher kann man die Satellitenbahn in genügender Annäherung aus den Mittelwerten der $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente errechnen. Will man die $\delta N_{p,i}$ -Werte in der ersten Iteration berechnen, dann genügt es, die Bahnstörungen aus den N_p -Werten der nullten Iteration zu ermitteln.

Die N_p -Werte der ersten Iteration erhält man im Anschluß an die Bestimmung der $\delta N_{p,i}$ -Werte durch eine besondere Ausgleichung (ca. 200 Unbekannte) (keine Diagonalmatrix). Die Varianz der beobachteten H -Werte ist also in erster Linie die Varianz der $N_{p,i}$ -Werte. Die Satellitenbahn ist wesentlich glatter als das Profil der N -Werte.

Damit gestaltet sich die Auflösung der Normalgleichungen zu dieser Fehlergleichung mit den Unbekannten $N_{p,i} + \zeta_{p,i}$ relativ leicht. In jeder Fehlergleichung tritt nur eine Unbekannte auf. Die Normalgleichungsmatrix hat die Form einer Diagonalmatrix. Man muß nicht in einem Guß ein System von $200 \times 225 = 45\,000$ Unbekannten auflösen. Man wird aus den so gefundenen $N_{p,i}$ -Werten die Beträge

$$\delta N_{p,i} = N_{p,i} - \frac{1}{225} \sum_i N_{p,i}$$

errechnen; denn nur diese wird man nach den vorstehenden Betrachtungen mit Signifikanz bestimmen können. Das mittlere Niveau der N_p -Werte in einem $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente ist durch eine besondere Schlußausgleichung zu ermitteln. Gegebenenfalls ist die Ausgleichung zu wiederholen.

Wären die Koeffizienten $\kappa_{p,i,\alpha,\beta}$ alle etwa von der Größenordnung 1, dann könnte man die $N_{p,i}$ -Werte und $\zeta_{p,i}$ -Werte voneinander trennen und das Verfahren der Satellitenaltimetrie wäre noch weit effektiver, weil man auch die Abweichungen des Meeres vom Geoid finden könnte.

So kann man nur die Summe $N_{p,i} + \zeta_{p,i}$ ermitteln. Will man $N_{p,i}$ haben, dann muß man $N_{p,i}$ nach anderen Methoden bestimmen, z. B. aus Schwere-messungen. Will man N auf etwa ± 10 bis ± 20 cm bestimmen, eine Genauigkeit, die in diesem Zusammenhang notwendig wäre, dann braucht man Schweremessungen auf der ganzen Erde mit einer Genauigkeit von etwa 1 mgal alle 10 km, oder man benötigt die betreffende Kugelfunktionsentwicklung bis etwa zur Ordnung $n = 180$ ($3 \cdot 10^4$ Koeffizienten). Mit der Schlußausgleichung kann man folgenden Gedanken verbinden:

Vor der Schlußausgleichung kennt man die Werte: N_p (erste Näherungswerte für die $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartimente) und

$$\delta(N_{p,i} + \zeta_{p,i}) = \delta\chi_{p,i}, \quad \sum_{i=1}^{225} \delta\chi_{p,i} = 0$$

(siehe Abb. 6).

Die Topographie des Meeres relativ zum Ellipsoid wird damit durch die Werte

$$N_p + \delta\chi_{p,i} = N_{p,i}$$

beschrieben. N_p ist aus der nullten, $\delta\mathcal{X}_{p,i}$ aus der ersten Iteration und entsprechend genauer. Bei der Schlußausgleichung setzt man daher für die Topographie des Meeres

$$N_p + \delta N_p + \delta\zeta_p + \delta\mathcal{X}_{p,i}$$

N_p und $\delta\mathcal{X}_{p,i}$ sind bekannt und werden dem absoluten Glied beigelegt. δN_p und $\delta\zeta_p$ sind die Unbekannten. Sie gelten für ein $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartiment.

Die Fehlergleichung für die Beobachtungen in einem $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartiment wird damit:

$$v_{p,i} + H_{p,i} = \sum_{\alpha=1}^{200} \sum_{\beta=1}^{225^*} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} [N_\alpha + \delta N_\alpha + \delta N_{\alpha,\beta}] + \\ + \underbrace{[\kappa_{p,i,p,i} - 1]}_{\cong -1} [N_p + \delta N_p + \delta N_{p,i}] - \zeta_p - \delta\zeta_p - \delta\zeta_{p,i} + \Xi_{p,i}$$

(Der Stern* bedeutet, daß nicht über $\alpha = p$ und $\beta = i$ zu summieren ist). Weil $\kappa_{p,i,p,i} \cong 0,005$, weil $\zeta_p = 0$, und weil die N_p -Werte und $\delta\mathcal{X}_{p,i}$ bekannt sind, folgt

$$v_{p,i} + H_{p,i} = \sum_{\alpha=1}^{200} \delta N_\alpha \sum_{\beta=1}^{225^*} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} - \delta N_p - \delta\zeta_p + \Xi_{p,i}^*$$

Die Bahnstörung durch die Varianz der N -Werte innerhalb eines $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartiments beträgt nur etwa $\pm 0,4 \text{ m} = m_s$ und kann vernachlässigt werden oder aus den $\delta N_{p,i}$ -Werten berechnet werden, wenn man sie durch die $\delta\mathcal{X}_{p,i}$ -Werte approximativ ersetzt, oder wenn man sie gravimetrisch berechnet, wie später behandelt wird. Es folgt

$$v_{p,i} + H_{p,i} = \sum_{\alpha=1}^{200 \text{ (ohne } p)} \delta N_\alpha \sum_{\beta=1}^{225} \kappa_{p,i,\alpha,\beta} + \\ + \delta N_p \left[-1 + \sum_{\beta=1}^{225} \kappa_{p,i,p,\beta} \right] - \delta\zeta_p + \Xi_{p,i}^*$$

Wegen $\kappa_{p,i,\alpha,\beta} \cong 0,005$ ist

$$\sum_{\beta=1}^{225} \kappa_{p,i,p,\beta} = 225 \cdot 0,005 \rightarrow \text{von der Größenordnung } 1.$$

Die Koeffizienten bei δN_p und $\delta\zeta_p$ sind damit deutlich voneinander unabhängig. Damit lassen sich die Unbekannten δN_p und $\delta\zeta_p$ voneinander trennen und bestimmen.

Hat die Einzelmessung die Genauigkeit ± 2 m in H , dann folgt für die Genauigkeit von δN_p und $\delta \xi_p$: $\pm 2 \text{ m} / \sqrt{225} = \pm 0,14$ m. Man kennt damit das mittlere Niveau des Geoids und die Gestalt der Oberfläche des Meeres.

Es sind noch die Abweichungen des Geoids von seinem mittleren Niveau zu bestimmen. Diese erhält man mit der Seegravimetrie. Im Bereich des unter-

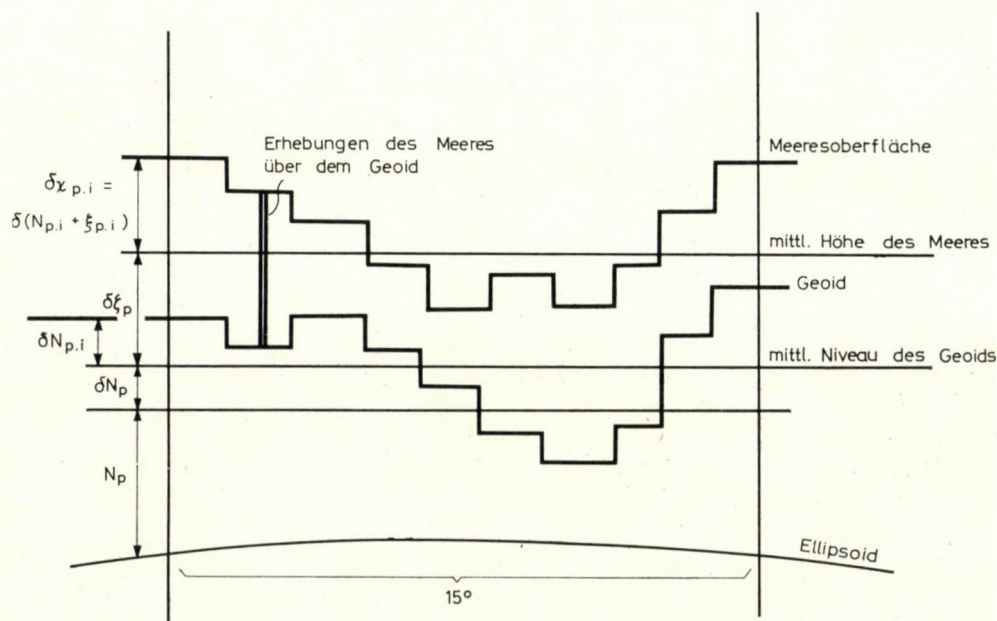


Abb. 6. Die Meeresoberfläche und das Geoid mit ihren mittleren Niveaus relativ zum mittleren Erdellipsoid

suchten $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartiments und in einem Gürtel von etwa 1000 km Breite um dieses Kompartiment herum findet man mit der Seegravimetrie die Schwerewerte auf ± 2 bis ± 3 mgal (alle 10 km). Aus diesen Schwerewerten findet man die Änderungen der Höhenanomalien oder Geoidundulationen $\delta N_{p,i}$ im Bereich des $15^\circ \times 15^\circ$ -Kompartiments. Zur Ableitung des mittleren Niveaus des Geoids in diesem Bereich braucht man nicht die Schweremessungen auf der ganzen Erdoberfläche mit der Genauigkeit von 1 mgal für die $1^\circ \times 1^\circ$ -Kompartimente; denn das mittlere Niveau, $N_p + \delta N_p$, wird aus Satellitenbeobachtungen bestimmt.

Es gilt die Bedingung:

$$\sum_{i=1}^{225} \delta N_{p,i} = 0.$$

3

Der Vorteil der Satellitenaltimetrie liegt darin begründet, daß man diskrete Werte der Geoidundulationen direkt bestimmen kann, die Meßgenauigkeit der Satellitenaltimetrie kommt direkt zum Tragen, ohne daß sie durch Unsicherheiten in den Satellitenbahnstörungen wesentlich abgeschwächt würde. Wenn die Satellitenaltimetrie eine Genauigkeit von ± 1 bis ± 2 m hat und die Geoidundulationen etwa mit der gleichen Genauigkeit zu bestimmen gestattet — schon aus einer Einzelmessung —, so erscheint es zunächst verwunderlich, daß man bei der Bahnmethode der Satellitengeodäsie

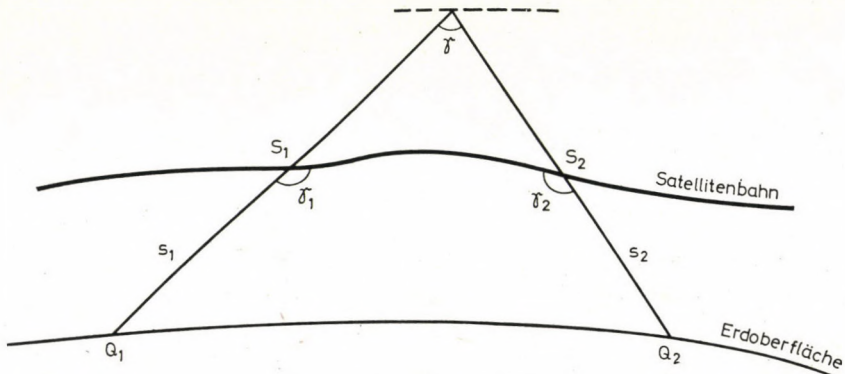


Abb. 7. Quasimultanbeobachtungen eines Satelliten in den Positionen S_1 und S_2 an den beiden terrestrischen Stationen Q_1 und Q_2 und Simultanbeobachtungen eines anderen Satelliten mit dem parallaxischen Winkel γ

wohl die Entfernung zum Satelliten mit Lasergeräten auf ± 1 m bis ± 2 m genau bestimmen kann, dagegen die Entfernung zwischen zwei Stationen auf der Erde aus einer Einzelmessung zum Satelliten nur auf etwa ± 10 bis ± 15 m, und erst aus sehr vielen Wiederholungsmessungen mit einer Genauigkeit von ± 3 m bis ± 5 m.

Der Grund ist darin zu suchen, daß die Entfernung zwischen den beiden Stationen $\overline{Q_1 Q_2}$ nicht direkt bestimmt werden kann, sondern indirekt aus den Beobachtungen s_1 und s_2 abgeleitet werden muß, ebenso wie aus dem Bahnbogen der Satelliten $\overline{S_1 S_2}$, der voll mit den Unsicherheiten der berechneten Bahnstörungen behaftet ist; ferner wirken die Unsicherheiten in den Winkeln γ_1 und γ_2 , die indirekt aus den Beobachtungen abzuleiten sind. Die Fehler in den Satellitenbahnbögen und in den Winkeln γ_1 und γ_2 dominieren über denen in den Strecken s_1 und s_2 .

Besonders vorteilhaft dürfte daher eine Methode sein, bei der der Satellitenbahnbogen die Länge Null hat und daher fehlerfrei bekannt ist, und bei der die Winkel γ_1 und γ_2 bzw. der Winkel γ fehlerfrei gegeben sind; denn dann fallen die größten Fehlerquellen fort, und es wirken nur noch die Fehler in den Streckenmessungen.

Eine solche Methode stellen die Laserentfernungsmessungen zum Mond dar. Das Prinzip der Laserentfernungsmessungen zum Mond sei hier kurz umrissen, soweit es zum Verständnis der geodätischen Anwendungen wichtig ist.

Durch die Apollo-Mondfähre und durch die Mondfahrzeuge »Lunochod« wurden Sätze von Tripelspiegelreflektoren auf dem Mond installiert. An der Beobachtungsstation werden mit einem starken Rubin-Laser Lichtblitze mit der zeitlichen Dauer von 10^{-8} s und mit einer sehr hohen Energie von 10 Joule zum Mond geschickt. Sie durchlaufen nach dem Lasergerät zunächst einen

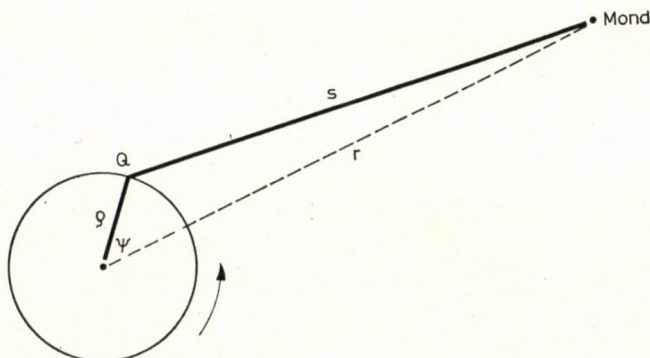


Abb. 8. Die Entfernungsmessungen zum Mond s in ihrer Abhängigkeit von der räumlichen Position des Mondes und der Lage der Beobachtungsstation Q auf der Erdoberfläche

Kollimator, so daß der Strahlungskegel nur einen Öffnungswinkel von etwa $2,7''$ hat. Dieser Kegel beleuchtet auf dem Monde eine Fläche, deren Durchmesser nur wenige Kilometer beträgt. Der Strahlungskegel wird zunächst genau auf den Reflektor auf dem Mond ausgerichtet. Das einfallende Licht wird dann zum Sender zurückgesandt, in paralleler Richtung. Damit ist der Winkel γ in der Abb. 7 fehlerfrei gegeben. Er ist gleich $0,00''$. Wird die Laufzeit des Lichtes auf 10^{-8} s genau ermittelt, dann kann man die Entfernung von der Erde zum Mond auf etwa 1,5 m genau aus einer Einzelmessung bestimmen. Integriert man über 100 Laserblitze, so hofft man, etwa 0,15 m zu erreichen.

Die Refraktion an der Atmosphäre ist bei Entfernungsmessungen erheblich weniger bedeutungsvoll als bei Richtungsmessungen. Bestimmt man bei den Laserentfernungsmessungen zum Mond den Refraktionskoeffizienten an der Erdoberfläche aus meteorologischen Daten — aus Messungen des Luftdruckes und der Luftfeuchtigkeit an der Erdoberfläche —, dann kann man den Refraktionseinfluß, also den Einfluß der Atmosphäre auf die Streckenmessung zum Mond, mit einer Unsicherheit von nur etwa 0,06 m genau bestimmen. Die Zenitdistanz des Mondes soll dabei 70° nicht übersteigen.

Betrachten wir zunächst Entfernungsmessungen zum Mond an einer einzelnen Station.

Man beobachtet die Entfernung zwischen der Station Q und dem Mond. Wegen der Erdrotation wird s eine tägliche Periode von 24 Stunden haben.

Für die Strecke s gilt dann

$$s = \sqrt{(\mathbf{x}_Q - \mathbf{x}_S)^2} = \sqrt{\left[\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}_Q - \mathbf{S}(\xi, \eta) \mathbf{R}_Z(\theta) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_S \right]^2}$$

Führen wir hier Polarkoordinaten ein, dann gilt — wenn zunächst ξ, η, θ als fehlerfrei angenommen werden — $s^2 = r^2 + \varrho^2 - 2r\varrho \cos \varphi$.

Drücken wir r, ϱ, φ durch die räumlichen Polarkoordinaten der Station aus und durch die Bahnelemente des Satelliten, dann folgt

$$s = A(\varrho, \varphi, \lambda; a, e, \omega, i, \Omega, v^*)$$

und die Fehlergleichung lautet nach Linearisierung

$$v = \frac{\partial A}{\partial \varrho} \delta \varrho + \frac{\partial A}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial A}{\partial \lambda} \delta \lambda + \sum_u \frac{\partial A}{\partial u} \delta u - s + s_0, \quad u = a, e, \omega, i, \Omega, v^*$$

wobei v die zufällige Verbesserung bei der gemessenen Strecke s ist.

In genügender Näherung kann man hier setzen

$$v = \frac{\partial A}{\partial \varrho} \delta \varrho + \frac{\partial A}{\partial \varphi} \delta \varphi + \frac{\partial A}{\partial \lambda} \delta \lambda + \delta r - s + s_0, \quad (1)$$

mit

$$\delta r = \sum_u \frac{\partial r}{\partial u} \delta u.$$

Man findet durch Ableitung der Funktion A nach ϱ und wenn man bei kurzen Mondbahnen $v^* \cong \text{konst.}$ setzt:

$$v = \kappa_1 \cos \varphi \cdot \delta \varrho - \kappa_1 \cdot \varrho \cdot \sin \varphi \cdot \delta \varphi + \kappa_2 \cdot \varrho \cos \varrho \cdot \delta \lambda + \delta \bar{r} - s + s_0$$

$$\frac{\partial A}{\partial \varrho} = \kappa_1 \cos \varphi + \underbrace{A \cdot \cos v^*}_{\cong \text{konst. bei 8 Stunden}}$$

κ_1 und κ_2 sind sinus- und cosinus-Funktionen von den Bahnelementen des Mondes und der Sternzeit θ . Es folgt:

$$v = \kappa_1 \delta(\varrho \cos \varphi) + \kappa_2 \varrho \cos \varphi \cdot \delta \lambda + \delta \bar{r} - s + s_0. \quad (2)$$

Der Querstrich über $\delta\bar{r}$ bedeutet, daß hier zu $\delta\bar{r}$ noch konstante Teile hinzuge treten sind. Diese Fehlergleichung gilt, solange die Bahnelemente des Mondes als konstant angesehen werden können, insbesondere die wahre Anomalie v^* . Diese Voraussetzungen sind erfüllt, wenn man nur einen Monddurchgang beobachtet, wenn also die Beobachtungen nur über 8 Stunden sich erstrecken. $\delta\bar{r}$ ist gewissermaßen ein konstanter Fehler in der Entfernung zum Mond. Setzt man voraus, daß in der Entfernung zum Mond keine periodischen Fehler mit der Periode eines Tages auftreten, dann kann man $\varrho \cos \varphi$, $\delta\lambda$, $\delta\bar{r}$ voneinander trennen und schon aus einem Monddurchgang bestimmen. $\varrho \cos \varphi$ ist die Entfernung der Beobachtungsstation von der Rotationsachse der Erde, ϱ und φ lassen sich auf diese Weise nicht trennen.

Nimmt man an, daß während eines Monddurchganges von 8 Stunden 4 Beobachtungen jeweils im Abstand von 160 Minuten ausgeführt wurden, so erhält man bei einer Genauigkeit der Entfernungsmessung von ± 1 m aus Modellrechnungen folgende mittlere Fehler für die Unbekannten:

$$m_{(\varrho \cos \varphi)} = \pm 2,2 \text{ m}$$

$$\cos \varphi \cdot m_{\lambda} = \pm 1,6 \text{ m}$$

$$m_{\bar{r}} = \pm 1,8 \text{ m.}$$

Dehnt man die Beobachtungen der Entfernung zum Mond an einer Station einen Monat und länger aus, dann sind die Bahnelemente des Mondes nicht mehr konstant; der Mond durchläuft nämlich in einem Monat einmal seine Bahn. Die wahre Anomalie variiert zwischen 0° und 360° . In diesem Fall kann man ϱ und φ voneinander trennen.

Führt man während 30 Tagen täglich während 6 Stunden 6 Entfernungsmessungen aus, so hat man insgesamt 180 Beobachtungen. $\delta\varrho$, $\delta\varphi$, $\delta\lambda$, $\delta\bar{r}$ lassen sich herausfiltern, und man findet folgende mittlere Fehler bei $m_0 = \pm 1$ m als mittlerer Fehler der Gewichtseinheit:

$$m_{\varrho} = \pm 0,58 \text{ m}$$

$$Rm_{\varphi} = \pm 0,66 \text{ m}$$

$$R \cos \varphi m_{\lambda} = \pm 0,28 \text{ m}$$

$$m_{\bar{r}} = \pm 0,75 \text{ m.}$$

Wäre die Neigung der Mondbahn gegen den Äquator nicht $i = 29^\circ$, sondern größer, z. B. $i = 90^\circ$, dann ließen sich die Unbekannten noch besser trennen.

4

Mißt man simultan an zwei Stationen Q_1 und Q_2 die Entfernungen zum Mond, s_1 und s_2 , dann kann man die Differenz bilden:

$$s_{12} = s_2 - s_1.$$

s_{12} ist mit der Zeit veränderlich, auf Grund der Rotation der Erde, es hat eine tägliche Periode. Durch die Bildung der Differenz fallen alle Glieder fort, die s_1 in gleicher Weise beeinflussen wie s_2 . Es fällt vor allem die Größe $\delta\bar{r}$ heraus.

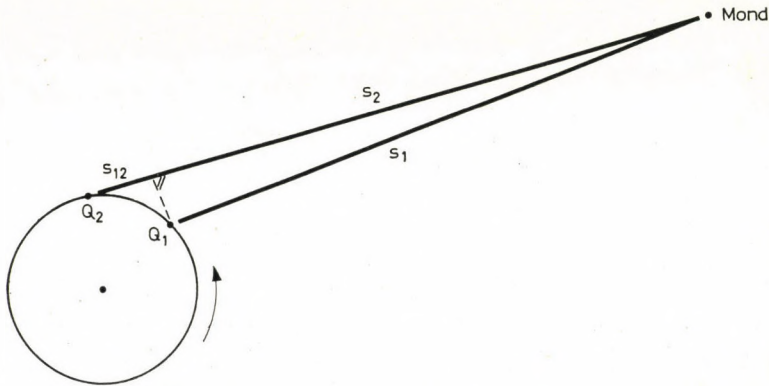


Abb. 9. Simultane Entfernungsmessungen zum Mond

Diese Größe hat konstante und zeitlich veränderliche Glieder. Durch die Differenzbildung kann man also bestimmte Parameter, die die Bahn des Mondes charakterisieren, nicht mehr bestimmen, weil sie herausfallen. Das scheint ein Nachteil zu sein. Für die geodätischen Anwendungen ist es aber wichtig festzustellen, daß die Elimination der Mondbahnparameter nur Vorteile mit sich bringt, weil geodätisch uninteressante Parameter herausfallen und damit die Bestimmung der geodätischen Parameter um so leichter und besser möglich sein wird.

Die beiden gemessenen Strecken s_1 und s_2 bilden miteinander einen Winkel, der nicht größer als $1/60,3$ Radianten ist, d. h. nicht größer als etwa 1° . Für die Betrachtung der erreichbaren Genauigkeit, für Fehleruntersuchungen, kann man beide Strecken als parallel ansehen.

Bei parallelen Strahlen, also bei einem unendlich entfernten Ziel, hat man die folgende Beziehung zwischen der Beobachtung s_{12} und den Unbekannten

$$(\mathbf{x}_{Q,2} - \mathbf{x}_{Q,1}) \mathbf{a}_M = -s_{12},$$

wobei $\mathbf{x}_{Q,2}$ und $\mathbf{x}_{Q,1}$ die räumlichen geozentrischen Koordinaten der Beobach-

tungsstationen sind. \mathbf{a}_M ist der geozentrische Einheitsvektor, der vom Mittelpunkt der Erde zum Laserreflektor auf dem Mond zeigt.

Eine Beziehung für die Beobachtung s_{12} von der obigen Form fällt auch bei der Beobachtung eines Quasars mit einem Radiointerferometer an. Die geodätische Verwertung beider Beobachtungsverfahren soll daher zusammen diskutiert werden. Zu diesem Zweck müssen aber zunächst die Beobachtungsmethoden beschrieben werden, mit denen in der Radiointerferometrie die Quasare beobachtet werden.

5

Ein Radiointerferometer besteht aus zwei Radioantennen, die im Abstand d voneinander aufgestellt sind und die gleichzeitig eine kosmische Radioquelle beobachten.

Eine einfallende Wellenfront wird mit dem Phasenunterschied Γ

$$s_{12} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot 2\pi = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot \sin \beta = \Gamma = n\pi; \quad n = 1, 3, 5, \dots;$$

beobachtet.

Ist $\Gamma = \pi, 3\pi, 5\pi, \dots$, dann tritt Interferenz auf. Ist der Winkel β klein, dann entspricht dem Auftreten von Interferenzen die Beziehung

$$\beta = \frac{1}{2} n \frac{\lambda}{d}; \quad n = 1, 3, 5, \dots$$

Weil der Winkel β sich mit der Zeit auf Grund der Erdrotation verändert,

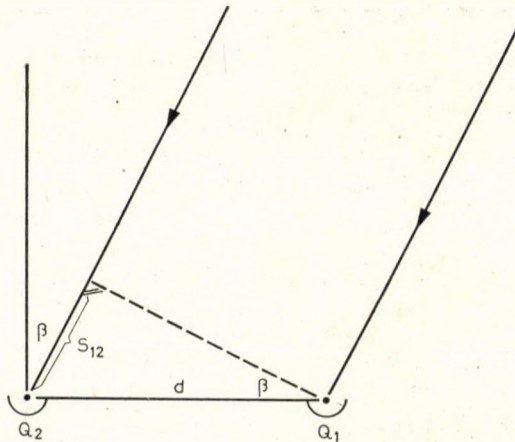


Abb. 10. Beobachtung eines Quasars mittels eines Radiointerferometers mit den Antennen Q_1 und Q_2 . Die vom Quasar einfallende Wellenfront bildet den Winkel β mit der Basis

ändert sich auch die Phasenverschiebung T . Die Anzahl der pro Zeiteinheit beobachteten Interferenzstreifen ist

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Gamma}{dt}.$$

Schon seit langen Jahren beobachtet man in der Radioastronomie Radiosterne mit Interferometereinrichtungen, ohne daß diese Beobachtungen für den Geodäten besonders interessant gewesen wären. Wenn diese Methoden heute auch in der Geodäsie diskutiert werden, so liegt das an der erheblich gestiegenen Genauigkeit, und es ist in der Tatsache begründet, daß man jetzt sehr lange Basen mit mehreren tausend Kilometer Länge einrichten kann.

Für die Bestimmung des Zeitunterschiedes

$$T = \frac{1}{c} \cdot s_{12}$$

müssen die Uhren auf den Stationen Q_1 und Q_2 auf 10^{-7} bis 10^{-9} s genau miteinander verglichen sein. Solange die Entfernung d zwischen den beiden Antennen nur wenige 100 Meter oder wenige Kilometer betrug, konnte man die

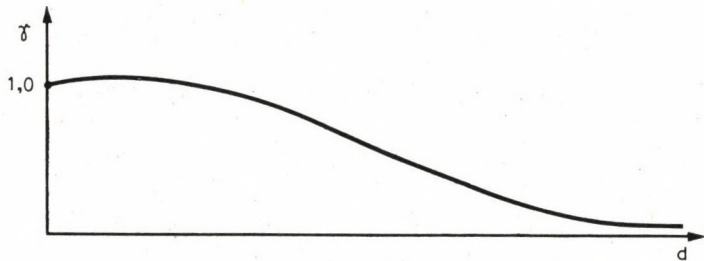


Abb. 11. Die Abnahme der Intensität der beobachteten Interferenzstreifen mit zunehmender Länge d der Basis des Interferometers für den Fall einer nicht punktförmigen Radioquelle

beiden Antennen mit einem Kabel verbinden und die an den beiden Stationen einfallenden Wellen in einer Zentrale registrieren. Die Verzögerung der Laufzeit der Radiowellen auf ihrem Weg durch das Kabel hat man mit genügender Genauigkeit beherrscht.

Man beobachtete Radiosterne, die eine Größe von $10''$ oder $10'$ im Winkelmaß haben. Wäre der Radiostern eine punktförmige Lichtquelle, die monochromatische kohärente Strahlung aussendet, dann wäre die Intensität der Interferenzstreifen, wie man sie beobachtet, unabhängig von der Länge der Basis d , und man könnte sie auch mit Interferometerbasen von einigen tausend Kilometer Länge beobachten. In Wirklichkeit aber sind die Radioquellen nicht punktförmig, sie haben eine erhebliche räumliche Ausdehnung, und sie

senden inkohärente Strahlung aus auf einem breiten Frequenzspektrum. Je größer die Entfernung der beiden Stationen ist, um so unterschiedlicher werden auch die an den Stationen Q_1 und Q_2 ankommenden Strahlungen sei. Um so größer wird auch die Zahl der Wellen sein, die in Q_1 und Q_2 ankommen und miteinander interferieren. Die relative Intensität der Interferenzstreifen (γ) wird daher mit wachsender Entfernung der Interferometerantennen immer schwächer.

Aus dem Verlauf der γ -Kurve kann man Rückschlüsse ziehen auf die Verteilung der Quellen im Radiostern. Bei einer einzelnen punktförmigen Quelle ist γ konstant gleich 1. Es hatte bisher also gar keinen Sinn, die Interferometerbasis sehr weit auszudehnen, weil die Streifenintensität dann zu gering geworden wäre, als daß man sie hätte beobachten können, wegen der räumlichen Ausdehnung der Radiosterne.

Nun hat man vor nicht allzu langer Zeit punktförmige Radioquellen entdeckt, die mit relativ großer Intensität ausstrahlen. Es sind die Quasare (quasistellare Radioquelle). Sie sind so klein, daß man ihre Interferenz auch noch bei Basislängen von mehreren tausend Kilometern beobachten kann. Die Synchronisation der Uhren auf den beiden entfernten Stationen erfolgt nicht mittels eines Kabels, das wäre zu ungenau. Die Registrierungen auf den beiden Stationen werden jeweils auf ein Magnetband genommen; dabei wird gleichzeitig jeweils eine von einer Atomuhr gesteuerte Zeitskala auf das Magnetband übertragen. Die Synchronisation der Uhren erfolgt nach der Methode der »fliegenden Uhren«. Dabei wird zwecks Uhrenvergleich eine dritte Atomuhr nach den beiden Stationen transportiert.

Die Wellenfront, die zum Zeitpunkt t_1 im Punkt Q_1 eintrifft, erreicht den Punkt Q_2 zum Zeitpunkt $t_2 \cdot t_2 - t_1 = T$ ist die Phasenverzögerung. Zur Bestimmung von

$$T = \frac{s_{12}}{c}$$

werden die Registrierungen $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ auf den beiden Magnetbändern einer Kreuzkorrelation unterworfen. T wird so bestimmt, daß die Kreuzkorrelation

$$\int_t \psi_1(t) \psi_2(t + T) dt \rightarrow \text{Maximum}$$

ein Maximum wird.

Als direkte Beobachtungsgröße gewinnt man also die Zeitverzögerung T , oder daraus abgeleitet die Strecke s_{12} .

Ferner kann man unabhängig davon die sogenannte Streifenfrequenz f gewinnen. f ist die Anzahl der Interferenzstreifen, die in einer Zeiteinheit beobachtet werden.

$$f = \frac{1}{\lambda} \frac{ds_{12}}{dt}$$

Integriert man über die Zeit, dann erhält man wieder eine Strecke

$$\int_u^0 f dt = \frac{1}{\lambda} \int_u^0 \frac{ds_{12}}{dt} dt = \frac{1}{\lambda} \delta s_{12}.$$

δs_{12} ist die Änderung der Strecke zwischen den Zeitpunkten t_u und t_0 .

Das Auflösungsvermögen der VLBI ist etwa gleich $1'' \cdot 10^{-3}$, d. h. Quasare, deren gegenseitiger Winkelabstand größer als $1'' \cdot 10^{-3}$ ist, werden als 2 getrennte Quasare noch wahrgenommen. Wellenfronten, die einen Winkel von $\vartheta = 1'' \cdot 10^{-3}$ miteinander bilden, werden als solche wahrgenommen. Wegen

$$\delta s_{12} = d \cdot \vartheta$$

erhält man für δs_{12} die Genauigkeit

$$\delta s_{12} \rightarrow \pm 0,06 \text{ m.}$$

Oder, rechnet man mit einer Genauigkeit in der Bestimmung von T von 10^{-9} s,

$$s_{12} \rightarrow 10^{-9} \text{ sec} \cdot c = 10^{-9} \cdot 300\,000\,000 \text{ m} = \pm 0,3 \text{ m.}$$

0,3 m bezieht sich auf eine Einzelmessung, 0,06 m auf das Mittel zahlreicher Beobachtungen.

Für die Streifenfrequenz nimmt man eine Genauigkeit von $\pm 10^{-5}$ Hz an.

Es soll schließlich auf die Frage eingegangen werden: welche Unbekannten können aus Radiointerferenzmessungen bestimmt werden; welches ist die günstigste Konfiguration der Stationen zwecks Bestimmung dieser Unbekannten, und welche Genauigkeit ist etwa zu erreichen?

Linearisiert man die Gleichung

$$(\mathbf{x}_{Q,2} - \mathbf{x}_{Q,1}) \mathbf{a}_M = -s_{12},$$

dann erhält man die Fehlergleichung

$$v_{12} = \sum_u A_u \delta u - s_{12} + (s_{12})_0$$

mit

$$u = X_{2-1}, Y_{2-1}, Z_{2-1}; \delta, \alpha; \xi, \eta; \varkappa, \varkappa^*.$$

Als Unbekannte treten also auf: die Differenzen der Koordinaten X , Y , Z der Beobachtungsstationen, die Deklination und Rektaszension des Quasars, die Elemente der Polbewegungsmatrix, eine konstante und eine linear mit der Zeit fortschreitende Verbesserung der Zeit.

Diese 9 Unbekannten sind nicht alle unabhängig voneinander, unter ihren Koeffizienten bestehen vielmehr 4 lineare Beziehungen.

$$\begin{aligned} A_{\xi} &= \frac{1}{2} (X_2 - X_1) \cdot A_{Z_{2-1}} - \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) A_{X_{2-1}}, \\ A_{\eta} &= -\frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) A_{Z_{2-1}} + \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) A_{Y_{2-1}}, \\ A_{\alpha} &= -\frac{1}{2} (X_2 - X_1) A_{Y_{2-1}} + \frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) A_{X_{2-1}}, \\ A_{\kappa} &= -A_{\alpha} \end{aligned}$$

Statt 9 Unbekannten hat die Fehlergleichung in Wirklichkeit nur 5 unabhängige Unbekannte. Die Ursache liegt darin, daß Rotationen der gesamten Erdkugel um ihre 3 Achsen (ξ , η , κ) zu bestimmten Lageänderungen der geodätischen Punkte Anlaß geben, und daß andererseits auch Verschiebungen der Festlandsblöcke oder der Erdkruste zu bestimmten Verschiebungen der geodätischen Punkte Anlaß geben können. Diese können erscheinen gerade, als wären sie durch die Rotationen der gesamten Erdkugel verursacht. Man beobachtet als Verschiebungen der Stationen, ohne unterscheiden zu können zwischen einer Bewegung der Kruste relativ zum Mantel oder einer solchen des gesamten Mantels.

Es soll nun ein allgemein gangbarer Weg zur Ausgleichung der Beobachtungen eines globalen Netzes von Interferometerstationen aufgezeigt werden. Dabei soll darauf hingewiesen werden, wie die Polbewegungen ξ und η und die rezenten Bewegungen der Erdkruste ermittelt werden können, neben der Deklination des Quasars.

Berücksichtigt man die 4 linearen Abhängigkeiten, dann wird man auf folgende Fehlergleichung geführt:

$$v_{12} + \sum_w B_w \delta_w + s_{12} - (s_{12})_0 = 0, \quad (4)$$

$$w = a_1, a_2, a_3, \delta, \kappa^*.$$

Es gilt

$$\begin{aligned} \delta a_1 &= \delta X_{2-1} + \frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) \delta \alpha - \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) \delta \xi - \frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) \delta \kappa; \\ \delta a_2 &= \delta Y_{2-1} - \frac{1}{2} (X_2 - X_1) \delta \alpha + \frac{1}{2} (Z_2 - Z_1) \delta \eta + \frac{1}{2} (X_2 - X_1) \delta \kappa; \\ \delta a_3 &= \delta Z_{2-1} + \frac{1}{2} (X_2 - X_1) \delta \xi - \frac{1}{2} (Y_2 - Y_1) \delta \eta. \end{aligned} \quad (5)$$

Die fünf Unbekannten $\delta a_1, \delta a_2, \delta a_3, \delta(\delta), \delta(\kappa^*)$ sind voneinander unabhängig, sie lassen sich trennen und durch eine Ausgleichung nach dem Prinzip $\Sigma v_{12}^2 \rightarrow \text{Minimum}$ bestimmen. Damit kennt man auch in den Gleichungen (5) die linken Seiten.

Setzt man die $\delta X_{2-1}, \delta Y_{2-1}, \delta Z_{2-1}$ auf den rechten Seiten der Gleichungen (5) gleich Null, d. h., die Änderungen der Koordinatenunterschiede auf Grund tektonischer Veränderungen seien gleich Null, dann hat man drei Gleichungen zur Bestimmung der drei Rotationen der Erde, $\delta\xi, \delta\eta, \delta\kappa$. Bei mehreren Basen treten Überbestimmungen auf.

Will man noch die tektonischen Veränderungen herausfiltern, dann führt man $\delta X_{2-1}, \delta Y_{2-1}, \delta Z_{2-1}$ als zufällige Größen ein, die minimisiert werden. Man faßt die Gleichungen (5) als Fehlergleichungen auf, die nach der Methode der kleinsten Quadrate aufgelöst werden,

$$(\delta X_{2-1})^2 + (\delta Y_{2-1})^2 + (\delta Z_{2-1})^2 \rightarrow \text{Minimum.}$$

Statt dieser Ausgleichung in 2 Stufen kann man auch eine Ausgleichung in einem Guß durchführen, indem man (5) in (4) substituiert.

$$v_{12} + A_{X_{2-1}} \delta X_{2-1} + A_{Y_{2-1}} \delta Y_{2-1} + A_{Z_{2-1}} \delta Z_{2-1} + A_\xi \delta\xi + A_\eta \delta\eta + \\ + A_\kappa \delta\kappa + A_\delta \delta(\delta) + A_{\kappa^*} \delta\kappa^* + s_{12} - (s_{12})_0 = 0.$$

Unter Beachtung der Gewichte setzt man

$$v_{12}^2 p_1 + (\delta X_{2-1})^2 p_2 + (\delta Y_{2-1})^2 p_3 + (\delta Z_{2-1})^2 p_4 \rightarrow \text{Minimum.}$$

Man bestimmt also die räumlichen Verschiebungen der Stationskoordinaten $\delta X_{2-1}, \delta Y_{2-1}, \delta Z_{2-1}$, feldert dann das alte Netz durch Rotationen um 3 Achsen an das neue Netz an und bestimmt so die Rotationen, während die restlichen Klaffungen in den Stationskoordinaten den rezenten Erdkrustenbewegungen zugeschrieben werden.

Es sei betont, daß man vorteilhafterweise zahlreiche Quasare in den verschiedensten Deklinationen beobachten kann.

6

Schließlich sei noch hingewiesen auf einzelne Untersuchungen über die günstigste Verteilung der Stationen.

Hat man nur eine Basis und will man die Änderung der Entfernung beider Stationen ψ neben den Polbewegungen ξ und η bestimmen, dann dürfen die beiden Stationen nicht in Ost — West-Richtung liegen. Es ist am günstigsten,

wenn die Basis sich in Nord—Süd-Richtung erstreckt, die Stationen also auf dem gleichen Meridian liegen, bei einem gegenseitigen Abstand von $\psi \cong 110^\circ$.

Verzichtet man auf die Bestimmung von ξ , bestimmt man nur die Änderung der gegenseitigen Entfernung und η , dann können die Stationen auch in Ost—West-Richtung liegen, also etwa auf dem gleichen Parallelkreis.

Untersuchungen anderer Autoren (WALTER) besagen, daß eine in Ost—West-Richtung verlaufende Basis gut ist für die Bestimmung der Änderung der Erdrotation, der Präzession, Nutation und der Schiefe der Ekliptik. Eine in Nord-Süd-Richtung verlaufende Basis ist gut für die Ermittlung der Polbewegung.

Beide Untersuchungen harmonieren also. Zur Bestimmung der astronomischen Parameter: Präzession, Nutation, Schiefe der Ekliptik muß die Beobachtungszeit aber 5 bis 10 Jahre betragen. Man kommt dann auf eine Genauigkeit, die um eine Größenordnung besser ist als bei klassischen Verfahren.

Durch praktische Messungen wurde das hohe Auflösungsvermögen der VLBI wiederholt bestätigt, durch Messungen in den U.S.A. und Verbindungsmessungen zwischen den U.S.A. und Europa (0,001").

Die entsprechende hohe geodätische Punktgenauigkeit von wenigen Zentimetern konnte noch nicht erreicht werden. Die Genauigkeit der mit den VLBI bestimmten Punkte war lediglich etwa 3 Meter bis 5 Meter. Der Grund dafür dürfte in folgendem zu suchen sein: Bei der Bestimmung des Auflösungsvermögens beobachtet man gewissermaßen Quasare, die sehr nahe beieinander liegen, die Refraktion beeinflusst beide Sichten in gleicher Weise. In der Differenz fällt sie heraus. Bei der Bestimmung der geodätischen Koordinatenunterschiede dagegen wirkt die Refraktion fast voll ein. Wenn man kurzperiodische Änderungen der Koordinatenunterschiede bestimmen will, wäre die Refraktion stärker eliminiert. Bei der Bestimmung des Auflösungsvermögens dürfte auch ein Zeitfehler wesentlich geringeren Einfluß haben als bei der Bestimmung der geodätischen Koordinatenunterschiede.

SCHRIFTTUM

1. ALLEY, C. O. et al.: Optical radar using a corner reflector on the Moon. *J. geoph. Res.* 70 (1965), 2267—2269.
2. ARNOLD, K.: Methoden der Satellitengeodäsie. Berlin: Akademie-Verlag 1970. 231 S.
3. ARNOLD, K.: Zur geodätischen Nutzung der Laserortung zum Mond. *Gerlands Beitr. Geoph.* 80 (1971), 401—405.
4. ARNOLD, K.: Zur geodätischen Nutzung der Entfernungs- und Radiointerferenzmessungen nach entfernten kosmischen Objekten. Veröff. Zentralinstitut Physik d. Erde Potsdam, Nr. 13, 1972, 62 S.
5. ARNOLD, K.: Geodetic aspects of laser distance measurements to the Moon and radio-interference measurements to quasars. *Gerlands Beitr. Geoph.* 83 (1974)4, 249—269.
6. BARE, C. et al.: Interferometer experiment with independent local oscillators. *Science*, 157 (1967), 189—191.
7. BROTEN, N. W. et al.: Long-base-line interferometry. *Science*, 156 (1967), 1592—1593.
8. COHEN, M. H.—JAUNCEY, D. L.—KELLERMANN, K. I.—CLARK, B. G.: Radio interferometry at one-thousandth second of arc. *Science*, 162 (1968), 88—94.

9. GOLD, R.: Radio method for the precise measurement of the rotation period of the Earth. *Science*, 157 (1967), 302—304.
10. JONES, H. E.: Geodetic ties between continents by means of radio telescopes. *The Canadian Surveyor*, 23 (1969), 377—388.
11. LUNQUIST, C. A.: Application of space techniques to solid-earth and ocean physics. COSPAR-Tagung 1970.
12. MARKOWITZ, WM.—GUINOT, B. (ed.): Continental drift, secular motion of the pole, and rotation of the Earth. Dordrecht (Holland): D. Reidel Publishing Comp. 1968, S. 91—94.
13. RÖSCH, J.—ORSZAG, A.: Les applications de mesures de distance terre—lune par Laser. *Bull. astron.* 3, Série 3 (1968), 453—459.

ИЗМЕРЕНИЕ РАССТОЯНИЙ ДО ЛУНЫ ЛАЗЕРЕМ,
РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКИЕ НАБЛЮДЕНИЯ
КВАЗАРОВ И СПУТНИКОВАЯ
АЛТИМЕТРИЯ В ИХ ЗНАЧЕНИИ ДЛЯ ГЕОДЕЗИИ И ГЕОФИЗИКИ

К. АРНОЛЬД

РЕЗЮМЕ

Одним из существенно новых направлений в геодезии является трехмерная геодезия. Одна из ее самых важных составляющих есть спутниковая геодезия.

Если мы хотим определить дрейф континентов в соответствии с явлением смещения, короткопериодические вариации движения полюсов и вращения Земли, далее, конические функции в гравитационном поле Земли с порядком свыше 20, то настоящие методы спутниковой геодезии будут не подходящими.

Спутниковая алтиметрия позволяет определить средние аномалии силы тяжести компартиментов до величины $1^\circ \times 1^\circ$. При первом вычислении определяется орбита спутника из средних геоидундуляций компартимента $15^\circ \times 15^\circ$, затем принимается как безошибочная. Затем вычисляются высоты моря над эллипсоидом внутри компартимента $15^\circ \times 15^\circ$, взятого как частную систему, относительно среднего значения этих высот. При помощи специального уравнивания получается средний уровень геоида и высота моря над геоидом для компартимента $15^\circ \times 15^\circ$. Разности ундуляций геоида в пределах компартимента $15^\circ \times 15^\circ$ следуют моряной гравиметрии. Этим получается и высота моря над геоидом.

Измерение расстояния лазером до Луны на одной станции позволяет при одном периоде наблюдений около 8-и часов определить географическую долготу станции наблюдений, ее расстояние от оси вращения Земли и расстояние до Луны. Если наблюдения протягиваются больше чем один месяц, то можно определить долготу, широту и геоцентрический радиус станции наблюдений.

Симмультианные наблюдения на Луну на двух станциях можно также обрабатывать как радиоинтерферометрические наблюдения квазара. При этом определяется три группы неизвестных: Вращения Земли вокруг трех ортогональных осей, относительные вариации станции на основе смещения континентов и космические положения квазаров.

ON THE DIURNAL VARIATION OF THE GEOMAGNETIC ACTIVITY

J. VERÓ

DOCTOR OF GEOSCIENCES (GEOPHYSICS)

Á. WALLNER

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received January 10, 1975]

Data of thirteen years (1961–1973) were used to analyze the diurnal variation of geomagnetic and earth current activity in Nagycenk observatory. It was found that significant changes occurred in the ratio of different components during the day and also in different seasons. It is argued that a noon anomaly can be caused by back-flow currents of the auroral electrojet in the earth's crust. The diurnal changes affect also magnetotelluric impedances.

1. Several problems emerged in recent years which induced a detailed investigation of diurnal changes in the activity of the geomagnetic field. An analysis of geomagnetic variations showed [1] that there exists an activity peak in earth currents around local noon (in the period range of bays, i.e. in the band 24–60 min of the processing of data of the Nagycenk observatory). This peak seemed to be connected with pulsation activity. In years when the noon-peak of activity was significant, the pulsation activity had a summer maximum.

Induction methods are also faced with unexplained phenomena. The scatter of magnetotelluric impedances is in this range hardly explicable. A significant diurnal change has been detected in the length of induction (Wiese) arrows [2].

2. In the present investigation data of the Nagycenk observatory ($\varphi = 47^\circ 38'$, $\lambda = 16^\circ 43'$; $\Phi = 47.2^\circ$, $A = 98.3^\circ$) of the years 1961–73 were used [3], mainly average values of the ranges in three-hour intervals of the magnetic and telluric components. These ranges have linear scales, a unit corresponds in the magnetic components to 7γ , in the electric components to 1.8 mV/km.

Figure 1 shows averages from the whole material for two-months intervals of the year. Each graph contains the average values of mutually perpendicular pairs of magnetic and electric components ($D = H_y$ and E_x ; $H = H_x$ and E_y). Theoretically, the 8 points (meaning the 8 three-hour intervals of the day) should lie on a straight line crossing the origin. The graphs of $H-E_y$ differ from this rule to a lesser, those of $D-E_x$ to a greater extent. It is characteristic in both cases that a smaller activity corresponds to the same magnetic activity during local night (points 7, 8, 1, 2) than during local day. The dif-

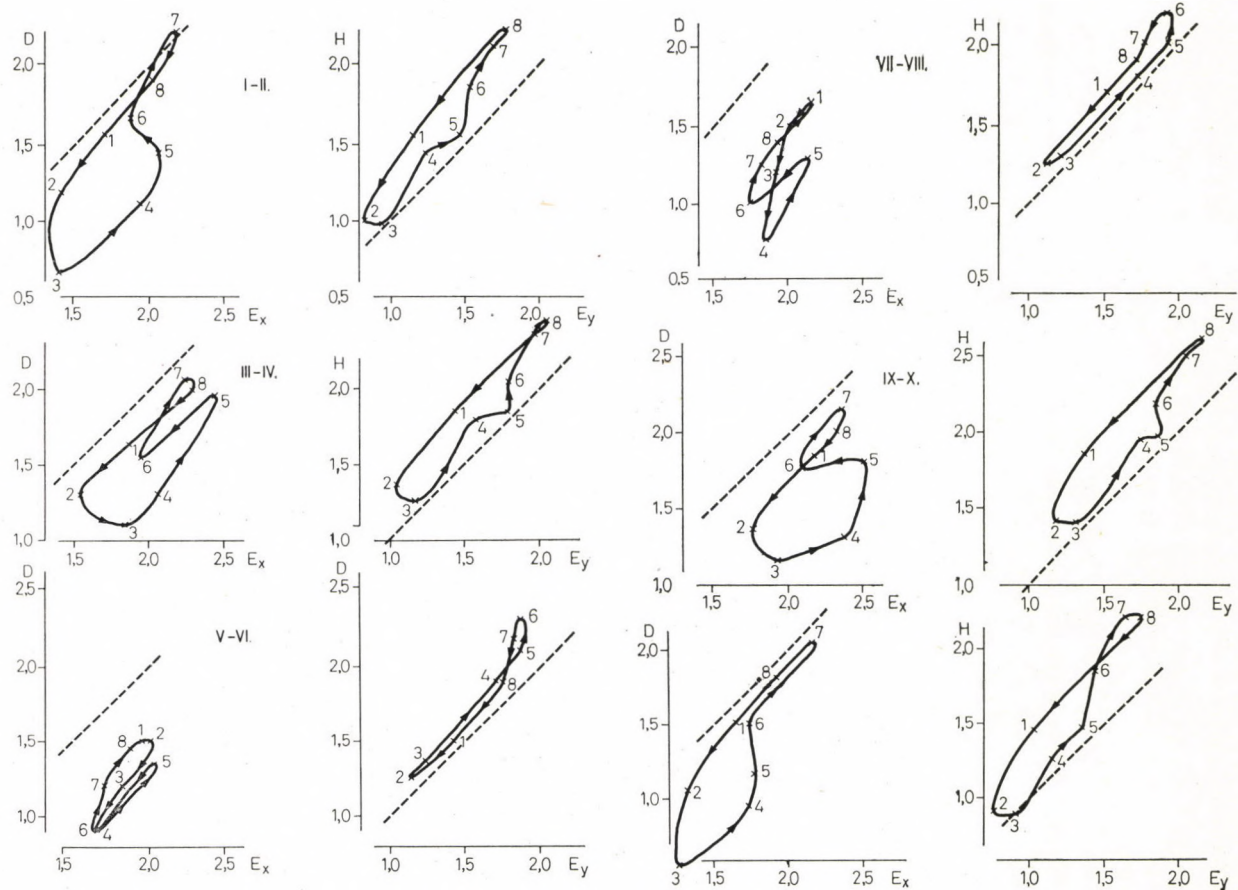


Fig. 1. Mean values of three-hour ranges from the years 1961–73 in two months intervals for the component pairs E_x/D and E_y/H ; numbers refer to the three-hour intervals of the day (e.g. 1 means 00–03 hLT)

ference is most pronounced in $D-E_x$ in winter months, when a daytime ratio of 0.5 is contrasted with a nighttime value of 1.0. This anomaly appears between 06–15 hLT, i.e. it includes the “noon activity peak” [1]. The difference is in summer much smaller between nighttime and daytime ratios and the ratio itself corresponds nearly to the winter daytime value (0.5–0.7).

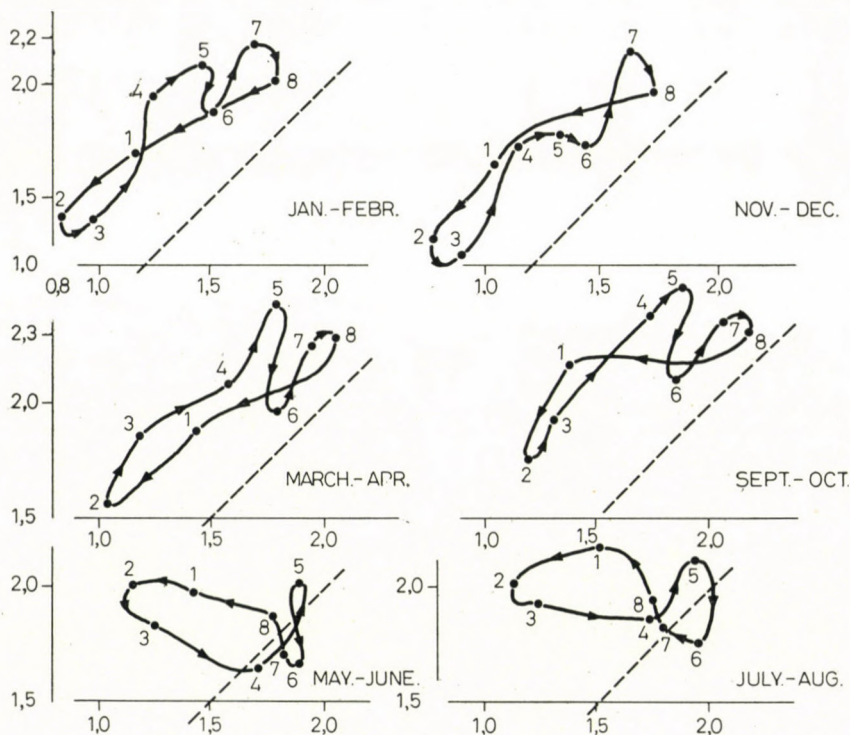


Fig. 2. Mean three-hour ranges (as in Fig. 1) for the pair E_x/E_y

Since ratios differ from the average around local noon in the same direction in both graphs, they cannot compensate each other, i.e. the change of the ratio is also present in the ratios of the full field vectors.

Figure 2 represents distribution of the earth current activity (E_x-E_y) in two-months intervals. In winter and equinox months the graphs lie approximately in radial direction from the origin. In summer months, however, they lie tangentially (nearly perpendicularly to the others). In the latter case the overall activity does not change very much during the day, but the ratio of the activity in the two components does change much. As in summer the dawn values (00–09 h, points 1–3 in Fig. 2) lie approximately at the same place as on other graphs, a summer dusk anomaly (09–24 h) could be supposed (increase of E_y activity).

The changes of the ratios E_x/E_y and D/H are shown in Fig. 3 during a year (activities here are corrected, as an activity 0 corresponds in average to a range of 0.5, etc.). The ratios change little in Ae and winter, but in summer in both cases a highly significant change occurs. The activity ratio E_x/E_y is between October and March 1.23 ± 0.02 , the summer minimum is at 1.09, that means a drop of 10%. In D/H the comparable figures are 0.93 ± 0.03 in winter, 0.74 in summer, the drop is about 20%.

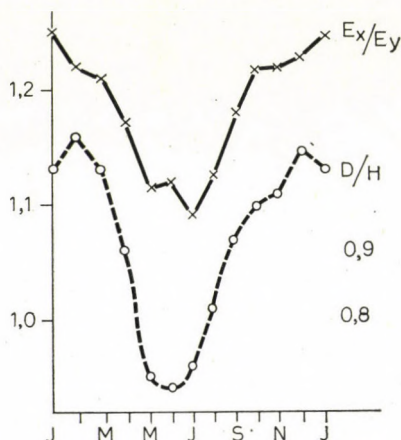


Fig. 3. Changes of the ratios E_x/E_y and D/H during the year

Summarizing, it can be stated that in addition to the well-known Ae-maxima of geomagnetic activity a significant yearly variation could be detected in the ratio of activities of corresponding magnetic and electric components as well as in the ratio of magnetic and electric component pairs. Extrema are around summer and winter solstices. In summer the activity of the magnetic H and of the electric E_y component is increasing in respect to the other ones, further, there is a difference between daytime and nighttime hours in the activity ratio $D-E_x$. During the night a certain activity in the magnetic D component corresponds to smaller E_x activity than during day.

3. Electric components can be expressed by magnetic components in form of a tensorial equation:

$$\mathbf{E} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{H} \quad (1)$$

where Z is the impedance tensor. As the elements Z_{xx} and Z_{yy} are generally not equal to zero, there is a connection not only between the pairs $D-E_x$ and $H-E_y$, but also between pairs of the same direction. Therefore, activities can strictly be compared only by correlating both electric components with both magnetic ones. In that case only the absolute values of the impedance play a role, as phase situations are neglected.

It should be remarked that the activity was identified in the present case with the activity of the band 24—60 min. This is naturally an approximation, since shorter period variations (even pulsations) can contribute to the range. The daytime maximum of shorter period variations can increase in a certain degree the ratio E/H . The anomalies described, however, cannot be explained by that, as, on the one hand, the amplitude of pulsations has no yearly variation or its maximum is in summer, and, on the other, the amplitude of pulsations is greater in the component E_y .

Computations were made using the following formulae:

$$\begin{aligned} E_x &= aH + bD \\ E_y &= cH + dD \end{aligned} \tag{2}$$

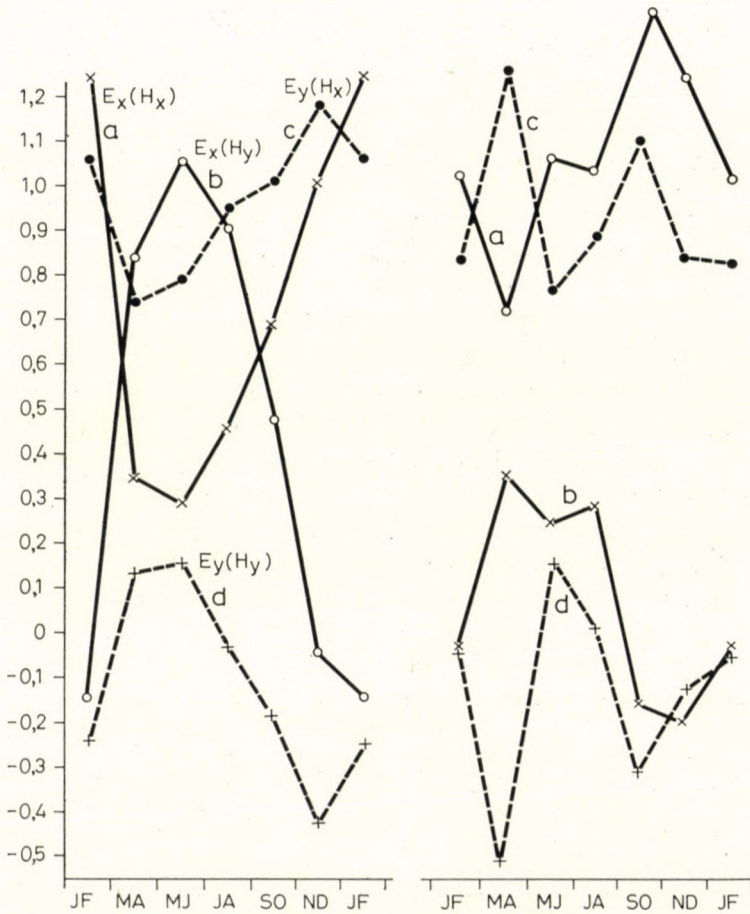


Fig. 4. Changes of the coefficients a—d of Eq. (2) during the year left, from all intervals of the day; right, from intervals 1, 2 and 6—8 (15—06 h)

Figure 4 shows the values of the coefficients $a-d$ for two-months intervals of the year, separately from all intervals of the day and from the intervals 1, 2 and 6–8 (15–06 h). The values computed from full days yielded in winter negative values for the coefficient b , in spite of its being a main impedance. In such cases coefficient a is greater than 1. Coefficients c and d are of a more regular behaviour. Computation made by omitting the hours around

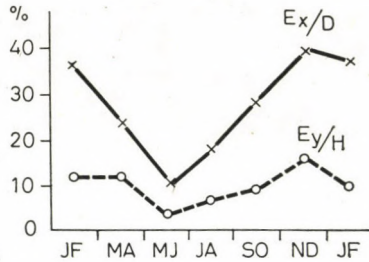


Fig. 5. The surplus activity around noon in the components E_x and E_y in different parts of the year

local noon yielded more reasonable results. Coefficients b and c are about 1, a and d are quite small. Due to the small number of data, the scattering is naturally rather high.

The electrical activities of the intervals between 06–15 h have been computed using the coefficients from the adjustment with the omission of the hours around local noon. The deviation of the measured values from these computed ones have been averaged and plotted in Fig. 5 during a year. Daytime electrical activities in the component E_x are in winter about 35–40% higher than expected.

4. The investigations have been continued by comparing apparent impedances in the critical intervals.

A dozen of appropriate variations have been chosen from June and November 1973, both around local noon and midnight (Fig. 6). In spite of a rather important scatter mainly around noon, some approximative curves could be drawn. Taking nighttime values in November (at 50 min) as unit, the following values have been found (for comparison the ratios of the corresponding activities are also given):

	Impedances		Activity ratio	
	E_x/D	E_y/H	E_x/D	E_y/H
November night	1.00	1.00	1.08	1.00
November day	1.3	0.85	1.62	1.20
June night	1.15	1.2	1.5	1.04
June day	1.6	1.15	1.47	1.14

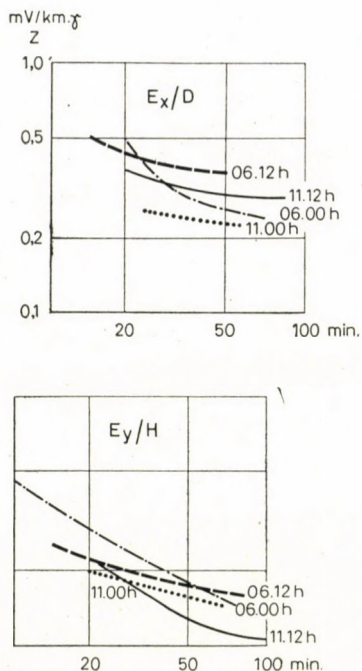


Fig. 6. The apparent impedances Z_{xy} (E_x/D) and Z_{yx} (E_y/H) for variations recorded in June and November 1973 around 00 and 12 hLT

There is a certain conformity in these data. Nighttime and winter values are generally lower than daytime and summer ones. As the quantitative data correspond also rather well with Fig. 5, it can be said that the previous results have been confirmed by the impedance values.

5. There are two different ways to describe the regularities found in the diurnal and yearly distribution of geomagnetic activity.

A) There are three different effects influencing the activity.

1. The ratios E_x/E_y and D/H have a yearly variation with maximum in summer and minimum in winter. The ratios E_x/D and E_y/H have also summer maxima.

2. The ratios E_x/E_y and D/H have dawn maxima and dusk minima. The ratios E_x/D and E_y/H have maxima around noon.

3. In the ratio E_x/D there is an anomalous increase in winter between 06–15 h, of about 40%.

B) There are two different effects influencing the activity.

1. The electrical activity corresponding to the same magnetic activity is greater around noon than in other times of the day.

2. This surplus activity is strongly dependent on seasons: in winter it is more important (mainly in E_x).

The essential difference of the two descriptions is that in case *A* the anomalous winter interval is between 06–15 h, in case *B* between 15–06 h (night).

In our opinion the first possibility is more probable and an explanation should be looked for on that basis.

6. The effects *A1* and *A2* can be caused partly by changes in the distance of the source (of the auroral electrojet), partly by changes of the spectrum.

The effect *A3* has several characteristics differing from those of *A1* and *A2*. The main differences are:

a) Only the ratio E_x/D is affected, in E_y/H it is very small.

b) Its appearance is a temporal one. It is most characteristic for quiet intervals of years with high solar activity [1], naturally only in winter.

As explanation, the changes of the magnetospheric convection were suggested in [1]. The new data seem to contradict this idea. It is inexplicable so, why does only the ratio E_x/D change. (In [1] only data of the electric components were used.)

A second possibility would be flow-back currents of the auroral electrojet in the earth's crust. This explains its appearance mainly in the E_x component; all other characteristics can be explained supposing that the surplus electrical activity is the greater the stronger the electrojet and the more to the north it is flowing.

7. The anomaly described has a certain influence on magnetotelluric sounding. In that case explanation *B* could be accepted according to which longer period variations (bays) cannot be used in winter between 15–06 hLT, as the source parameters are different. Since winter months (November–February) are at moderate latitudes less suitable for such measurements, this means no major difficulty.

REFERENCES

1. VERŐ, J.: Sur la possibilité d'une corrélation entre des pulsations magnétiques du type pc avec des variations de plus longues périodes. *Ann. Géoph.* 12 (1967), 581–584.
2. PRAUS, O.—REJL, J.: Study of the induction arrow at Budkov (Czechoslovakia). *Studia Geophys. Geod.* 16 (1972), 373–382.
3. Geophysical Observatory Reports of the Geodetical and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences (Observatory of Nagycenk) 1961–1973.

О СУТОЧНОЙ ВАРИАЦИИ ГЕОМАГНИТНОЙ АКТИВНОСТИ

И. ВЕРЁ-А. ВАЛЛНЕР

РЕЗЮМЕ

На основе материала 13-и лет была проанализирована суточная вариация съемки геомагнитного и земного токов Надьценкской обсерватории (1961–73 гг.). Находили, что возникали значимые вариации в отношении различных составляющих как в суточном так и в сезонном ходе. Можно предполагать, что южную аномалию в суточном ходе причиняет ток, текущий в обратном направлении в полярной земной коре. Суточная вариация имеет влияние и на магнитотеллурический импеданс.

GEOMAGNETIC PULSATIONS AROUND IMPULSES (ROLE OF THE PLASMAPAUSE)

J. VERÓ

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received January 16, 1975]

A mechanism is suggested which can explain the variations in the period of geomagnetic pulsations during and after si-like impulses. It is supposed that the outward motion of the plasmopause plays even in such cases an important role in the excitation of short period pulsations.

It has been supposed for a rather long time that geomagnetic impulses which mean a distortion of the magnetosphere by the solar wind, have effects also on geomagnetic pulsations. As first, HIRASAWA et al. [3] gave a detailed analysis of the effect on Pc5 pulsations. The period of these pulsations decreased in the first phase of the impulses, corresponding to a decrease of magnetospheric dimensions. During the second, recovery phase, periods return to the pre-impulse level. This variation could be well explained by the changes of the dimension of the magnetosphere.

TROITSKAYA et al. [2] supposed a similar effect in the shorter period types (Pc 3 and 4) of pulsations, too.

Investigations in the Geodetical and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences have been started independently. Early results have shown [4] that in case of short-period pulsations, two independent phenomena occur. The first one is rather common: longer period pulsations (Pc 4 and 5) disappear during or after impulses. The second phenomenon is more seldom; after certain impulses (be negative or positive) shorter period pulsations (Pc 3) appear. These pulsations begin during or immediately after the impulses, and last about one hour afterwards. Fig. 1 shows average activities in the bands 40—320 sec and 10—40 sec, typical of these phenomena, following an impulse (appearing in the half hour denoted by 0).

This picture cannot be described in terms of the Hirasawa phenomenon: at first, the change of the period begins only in the maximum phase of the impulse, secondly, the short period pulsations last significantly longer than the impulse and do not follow the changes of the dimension of the magnetosphere.

It has been supposed that pulsations before and after impulses have different origin and that the shorter period pulsations (after the impulse) are

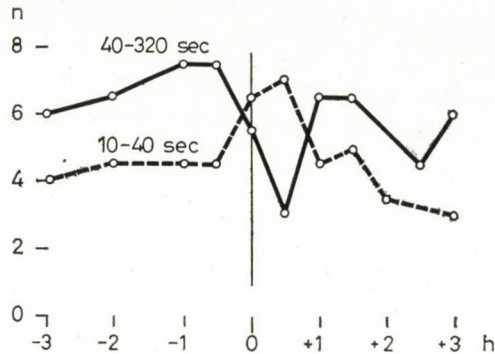


Fig. 1. Changes in the activities of pulsations with periods of 10–40 and 50–320 sec around geomagnetic impulses. The impulse occurs in the half hour denoted by “0”

connected with the plasmopause. In order to check this explanation, records of observatories in the auroral zone (at the surface section of the plasmopause) are needed. As such observatories, records from Nurmijärvi and Sodankylä were used for further investigations. Nurmijärvi (Nu, $\Phi = 57.8^\circ$) lies somewhat to the south from the plasmopause, Sodankylä (So, $\Phi = 63.8^\circ$) to the north of it. The cases studied were the same as in [4].

A typical example of the pulsation activity in the three observatories is shown in Fig. 2. The pulsations, both before and after the impulse, are very similar in Nagycenk and in Nurmijärvi, in both observatories the amplitude of the long period pulsations decreases, and instead of them, shorter period pulsations appear. In Sodankylä, however, only the first part of the event can be traced, i.e. the disappearance of the long period pulsations. Shorter period pulsations (Pc 3) do not appear. In most cases (the record shown in Fig. 2 is not clear enough to see them) Pc 1 pulsations appear immediately after the impulse, thus substituting the lacking Pc 3 activity.

Though 5 cases are very few for statistical investigations, Fig. 3 tries to illustrate the activity of the three types of pulsations in these observatories. It is remarkable, that no important differences exist between positive and negative impulses in this respect. In Fig. 3, the approximative position of the plasmopause is also shown (denoted by Pp). There Pc 3 and Pc 1 seem to change their roles.

The following model seems to be acceptable for these changes in the activity of pulsations.

Small inhomogeneities in the solar wind cause overall geomagnetic impulses (Fig. 5a). (Fig. 4 shows parts from geomagnetic records in Nurmijärvi and Nagycenk. The general similarity is rather poor, but the small impulse causing the described phenomenon, denoted by an arrow, is present in both stations.) These impulses interrupt the excitation mechanism of longer-period (Pc 4) pulsations (e.g. Kelvin–Helmholtz instability). This can be due to the

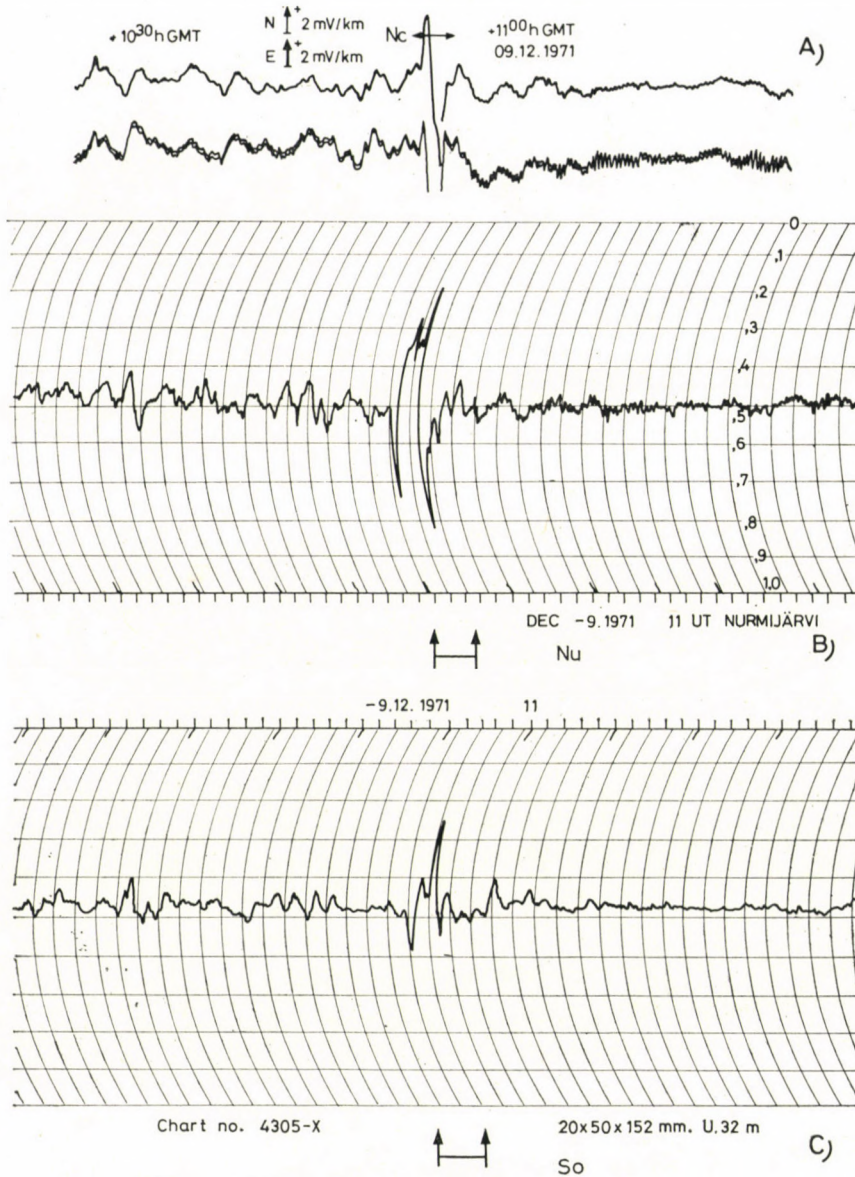


Fig. 2. Typical example of the changes in the pulsations around impulses. Top (A): earth-current record of Nagycenk observatory, bottom (B and C): induction records from Nurmi-järvi (Nu) and Sodankylä (So)

decrease of the curvature of the magnetopause, as proposed by TROITSKAYA et al. [1], or by any other agency. Fig. 5b shows the situation immediately after the arrival of the impulse at the magnetopause. Later, the whole magnetosphere gets compressed, and also the plasmopause moves inward, similarly to the initial phase of geomagnetic storms. This inward motion causes Pc 1-type

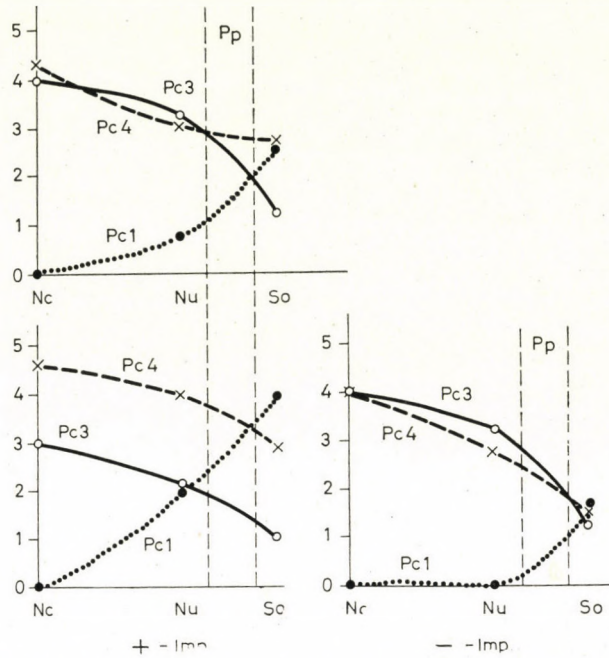


Fig. 3. Relative importance of different effects in pulsations around impulses in the three observatories Nc, Nu and So. Pp denotes the approximate position of the plasmopause. Top: all impulses, bottom: positive and negative impulses separately (the number of cases is very low)

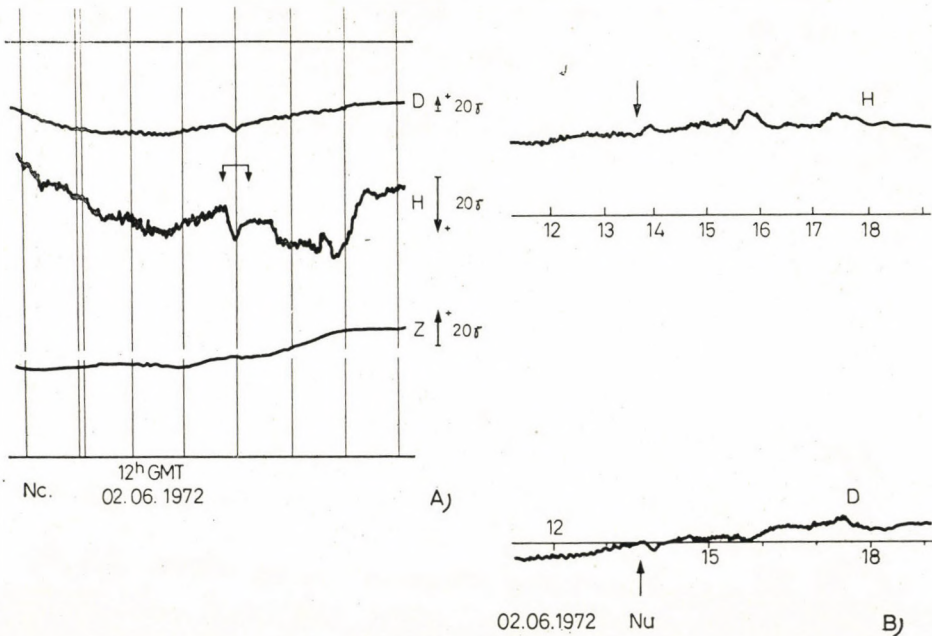


Fig. 4. Geomagnetic records of an impulse in Nc (A) and Nu (B)

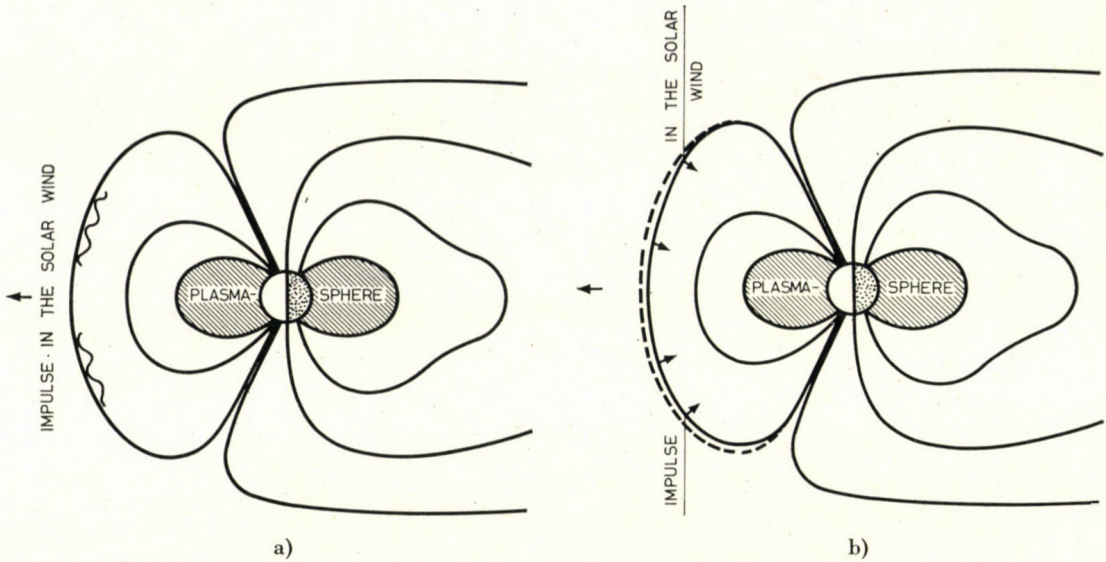


Fig. 5a History of the pulsation activity around a geomagnetic impulse: situation before the impulse in the solar wind reaches the magnetopause
 Fig. 5b The impulse reaches the magnetopause and stops the Kelvin-Helmholtz instability

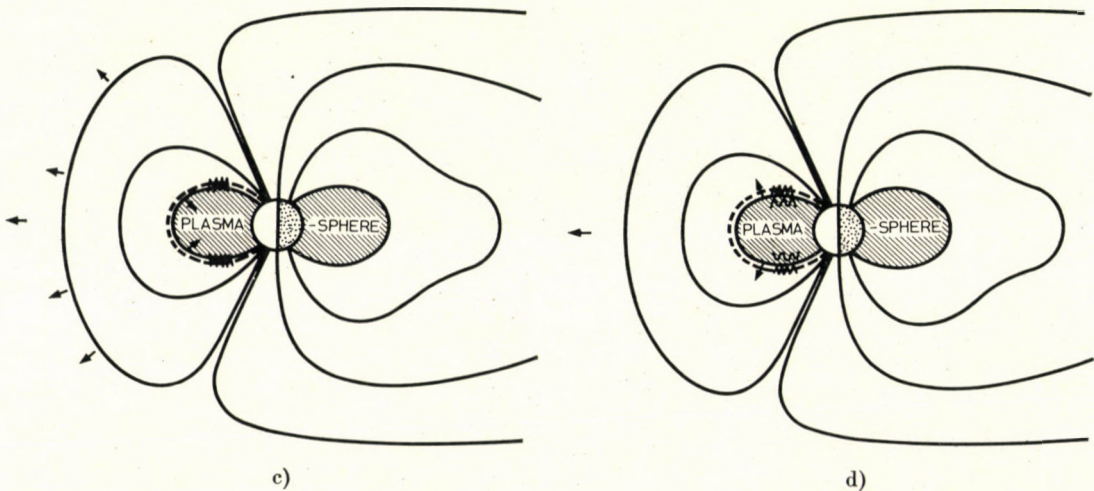


Fig. 5c The compression reaches the plasmopause and excites Pc 1 pulsations outside of it
 Fig. 5d The plasmopause begins to recover and moves outwards. Inside of it, Pc 3 pulsations appear, outside Pc 1 activity continues. Magnetopause in original position already

pulsation outside the plasmasphere (Fig. 5c). This inward motion lasts, however, for a short time, and afterward an even slower outward motion begins. The outward motion of the plasmapause increases the activity of pulsations. This can be proven by the increased activity of pulsations on quiet days following geomagnetically more disturbed days (Fig. 6). The situation during this outward motion is presented in Fig. 5d. After about one hour, the initial situation is reached, and the longer-period pulsations return.

The picture outlined here is naturally only a first approximation. Some conflicting ideas also exist. The most serious one concerns the region where Pc 3 and Pc 4 are excited. It is supposed that shorter periods originate at the magnetopause or at least outside of the plasmasphere, whereas Pc 4 in the plasmasphere. This question is, however, not yet completely solved, and results of the satellite ATS yielded contradictory evidences.

Another open point is the similar effect of positive and negative impulses, which needs also explanation.

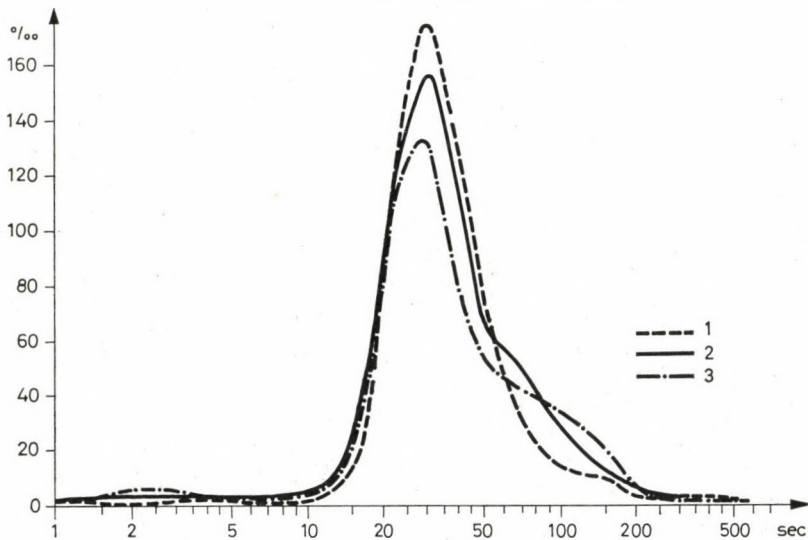


Fig. 6. Spectra of pulsation on quiet days following days of different activity; 1 after disturbed days, 2 after average days, 3 after quiet days

The impulses which provoke the phenomenon described, are not all clearly si-s. It is not evident under which circumstances can these effects present themselves. The disappearance is much more common, the appearance of the short-period pulsations occurs about once in a month. Fig. 4 shows that the impulse has not much greater amplitude in the Northern station. There are cases when the situation seems to be advantageous for the whole phenomenon (longer-period pulsations are present, geomagnetic activity is rather low), and the impulse does not induce changes in the pulsation activity.

The pulsations after the impulses cannot be identified with the quickly damped pulsations described by LANZEROTTI et al. [5], as those have periods of about 40 sec, present themselves only at the plasmopause (in Nagycenk,

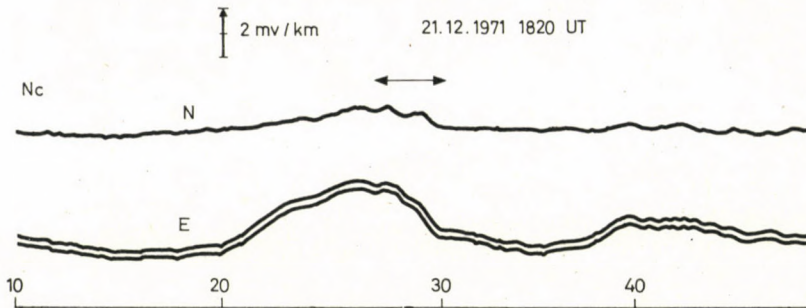


Fig. 7. The single sinusoidal pulsation, which could be detected in the Nagycenk observatory out of the four treated by LANZEROTTI

from 4 cases only in 1 such pulsations could be detected, Fig. 7), and they have a very different pattern of activity. The pulsations discussed in the present paper are more characteristic of lower latitudes.

A further point is that a rather great part of these phenomena appears around local noon.

Acknowledgement

The author is indebted to Drs KATAJA, SUCKSDORFF and KIVINEN for their help during his stay in Finland and for making the Finnish records available.

REFERENCES

1. ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЩЕПЕТНОВ, Р. В.—ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.: Определение размеров подсолнечной магнитосферы по данным наземных наблюдений геомагнитных микропulsаций. *Доклады АН СССР*, 182 (1968), 1063.
2. ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЩЕПЕТНОВ, Р. В.—ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.: Эффект внезапного прекращения геомагнитных pulsаций типа Pc 2-4. *Геомагн. аэрон.*, 9 (1969), 363.
3. HIRASAWA, T.—NISHIDA, A.—NAGATA, T.: Changes in Pc 5 periods accompanying sudden impulses resulting from the magnetospheric deformations. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 20 (1966), 51.
4. TÁTRALLYAY, M.—VERŐ, J.: Changes of geomagnetic micropulsations following sudden impulses. *J. Atm. Terr. Phys.*, 35 (1973), 1505.
5. LANZEROTTI, L. J.—FUKUNISHI, H.—HASEGAWA, A.—LIU CHEN: *Phys. Rev. Letters*, 31 (1973), 624.

ГЕОМАГНИТНЫЕ ПУЛЬСАЦИИ ВО ВРЕМЯ ИМПУЛЬСОВ (РОЛЬ ПЛАЗМАПАУЗЫ)

И. ВЕРЁ

РЕЗЮМЕ

В статье рассматривается механизм, могущий объяснить изменение периода pulsаций за время Si-образных импульсов и после них. Предполагается, что движение во вне плазмапаузы и в таких случаях играет важную роль в возбуждении короткопериодических pulsаций.

THE INFLUENCE OF SOME GENERAL LAWS OF DEVELOPMENT ON THE MINING OF ENERGY SOURCES

K. SIMON

STATE OFFICE OF TECHNICAL DEVELOPMENT, BUDAPEST

[Manuscript received January 30, 1975]

The Gaussian curve, suitable for the general characterization of the development, can be used for the explanation of several phenomena in mining, too. The quantitative distribution in time of a certain activity of definite aim (mining of minerals, exploitation technics, etc.) can be characterized by a curve corresponding to the kind of activity. On the basis of the maxima of the curves it can be stated that the technical development expressed in the qualitative change of the activities has an accelerating trend.

The total volume of an activity of definite aim increases so that the proportion of qualitatively more developed technics increases in it simultaneously, causing not only a quantitative, but also a qualitative development of the total activity.

The paper gives as first a study on the laws of the development of demands for minerals in the mining of energy sources.

Some laws of development interpreted as a certain constant trend of the change of the various material systems [1] have general validity for all systems. Our investigations under progress have the aim to study their influence on mining and on satisfying the demands for raw materials, respectively.

In the development of satisfying the mineral demands, two processes can be distinguished:

- *the development of demands, resp. consumption (production), respectively,*
- *the development of the technics and methods of satisfying the demands (production technics).*

These two processes of development are not independent of each other, but they interact. Mutual general motives can be recognized in the laws of their development, too. From the two development processes the first one will be studied in this paper and even that reduced to energy carrying minerals. Other minerals will be referred to only in so far as to demonstrate that production and consumption of the energy-carrying minerals have paramount proportion in the total consumption of minerals.

As for the history of the development processes studied, the literature contains an extremely large amount of primary information and of informations derived with different aims of investigation. On their basis, many kinds of prognostics have been produced. Worldwide summaries and evaluation are given only in relatively few reference works: they are not uniform in methodics and some of them are only indirectly in abstracted form available

for us. This mass of informations of "uneven firmness" referring to a broad scale in space and time, has been put in order with the aim, as a first object, to recognize large-scale (in space at least countrywide but rather continent-wide or even global) trendlike relations with respect to the nature of development. More exactly: we try to widen somewhat the recognitions in this respect. In the knowledge of the laws of past development, as a second object, we critically analyse the known prognostics according to technical-economical considerations and are anxious to explain and motivate our own ideas. (Our first aim by appreciating the global trends is to try, comparing them with our national conditions, to make statements for shorter or longer view concerning the trends in degree and methods of the exploitation of the national mineral resources. Since, however, in the first line national professional circles are interested in latter, these statements will not be presented here.)

For a more exact study of such problems a very large mathematical apparatus is needed [2] on account of the uncertainties of the informations at disposal, simple mathematics will do in our case: development rates and structural changes can be analyzed and characterized by the simplest ratios as well as graphically.

Laws of the development of mineral demands

The recent development of the worldwide production of mineral materials (from the years 1950, 1963, 1968) was reviewed in [3], where the data from abroad are mainly based on the publications and analyses of BLONDEL, VENTURA and CALLOT [4, 5, 6, 7, 8].

In the course of these investigations the production of 53 kinds of raw materials and mining products, respectively, was analyzed in the following arrangement:

- energy sources,
- metals and ores,
- non-metallic minerals.

The study was not extended over quarries and gravel-pits as well as over the mining of raw materials representing a total production value of less than 100 thousand \$ pro year.

The basic concept of the mineral raw material cannot be defined in a theoretically exact way. E.g., both bauxite (i.e. an ore) and iron (i.e. a metal) are regarded as minerals. This is obviously incorrect from the point of view of systematization, since they are products appearing at different phases of the process mining — enrichment — smelting. Several problems arise from this. Different figures will be obtained for the "in-situ" value of the mineral reserves, when starting from products appearing at the end of different pro-

cessing phases or rather the different minerals (more exactly: mining product) with more components will be put into a quite new light with respect to the more and more successful processes of complex exploitation [9, 10]. The newest considerations for a system-theoretical approximation of the problem in Hungary [11] promise an advancement towards the solution of the problem by means of a distinction between "primary", "intermediary" and "ultimer" mining products. Due to the difficulties mentioned, the "total production of minerals" cannot be nowadays determined by summing up the products of the different "minerals" (or the change of "total production" cannot be determined from the change of these sums). It must be also taken into account that the less advanced the processing of a mineral, the broader the limits within the qualitative characteristics of the mineral vary. These facts are taken into account when the "total production of minerals" are rather given by the sum of the production values and the quantitative change of "total production" is characterized by the development index of the sums of production values. This index has been developed by the mentioned authors of [3] by taking into account the 15 mining products which come to 90–95% of the total productivity on prices characteristic of the year of investigation. On such a basis a rather constant development of a round 5% of the worldwide "total" production of mineral raw materials since 1950 has been found (which means the doubling of the rate in each 15 years), but within that the development of the production of the different raw materials was by far not the same and of constant rate. The total and the yearly mean change (in per cent) between 1950 and 1968 is shown in Table I (prices are rounded values calculated on unchanged \$ value of the year 1968).

Table I

	Indices of the total change			Yearly mean increase (+) or decrease (-) of		
	quantity	price	value volume	quantity	price	value volume
Energy carriers	248	80	197	+5.1	-1.3	+3.8
Metals, ores	225	105	236	+4.6	+0.3	+4.9
Non-metallic materials	318	98	312	+6.6	-0.1	+6.5
Total and mean, resp.	245	85	209	+5.1	-0.9	+4.2

From the data in the table it can be seen that the development in quantity and value of the energy sources is the same or nearly the same as that of the total raw material production. Energy sources are namely predom-

inant in value-volumes (72.7% in 1968). This predominant position is the reason why we deal more more detailedly with the development characteristics of the mineral group of energy sources.

Laws of the development of energy demands

The "outside" laws of the development of energy demands and production of energy carriers, respectively, can be generalized over each mineral because the value-volume of their production makes, as said, the 3/4 part of the value-volume of the total mineral material. At the same time the "inner" structural laws of the development of the production of energy sources has particular characteristics, because the common feature of all energy carriers (in which they differ from other mineral raw materials) is that they can substitute each other (theoretically without limitation) in the proper consumption. Many scientists and experts all over the world contributed to the disclosure of the "general" and "special" laws in this interpretation. These relative new adaptations will be used as basis in the following.

Quantitative development of production and consumption of energy sources

The common property of the energy-carrying minerals, namely that they can substitute each other, is based on their energy content expressible in heat quantity. Their processing into heat processes a raw material of "ultimer" character. Their role in satisfying the energy demands of mankind is predominant but not absolute. Besides minerals, other energy sources take also part in satisfying the demands. It is reasonable therefore to include latters into the investigation, too, so much the more, because energy-carrying minerals have taken part in satisfying the demands as energy sources only since 3—4 centuries.

The shadowed part in Fig. 1 [12] shows that the inaccuracy of international data used for the diagram as well as the various possibilities to convert different energy sources from one into another, make even the "actual data" inaccurate. The degree of inaccuracy, however, is not too high and thus allows the recognition of trends: while a yearly rate of increase of 5.1% is shown in this study for the last 25 years, the mean yearly rate of increase for the first half of the century is given as 2.0—2.2%. Hence, the total demand had an accelerated increase in the first three quarters of the century. The consumption pro person increased in the last fifteen years in average by 3% yearly and is in these days more than 15 MWh/year. The amount of this value is well perceptible if converting it into human work [12]. The energy consumption of 15 MWh/year means for each member of mankind a 150 times increase

of his working capacity, i.e. the activity of 150 "robots" lies behind each human being from babies till greybeards. The average covers the characteristics of countries on very different levels. In the US the present value is nearly 85 MWh/year (850 robots) and 175 MWh/year (1750 robots) are expected for

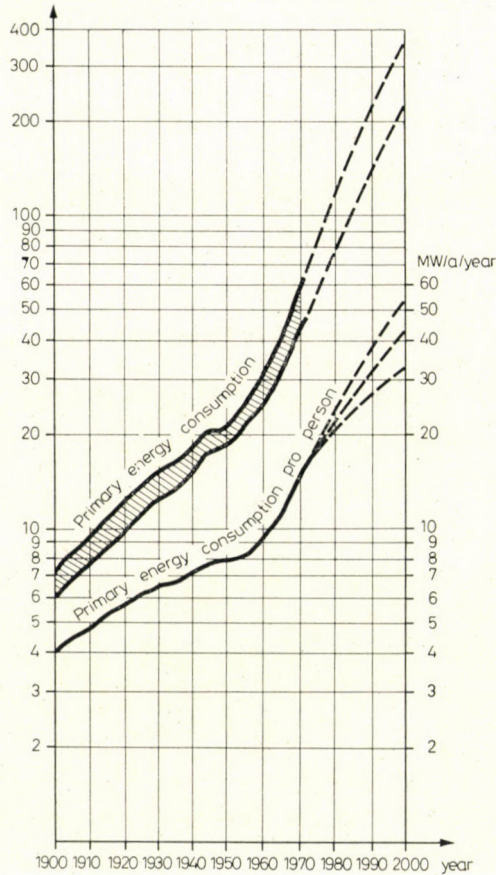


Fig. 1. Worldwide consumption of energy sources (after VAJDA [12]).
On the vertical axis MWh/year

the year 2000, while in some weakly developed countries it is only 0.2 MWh/year (2 robots).

The value in Hungary lies at 30 MWh/year (300 robots), that means that at a yearly average increase of 5% the present level of the US can be reached till the turn of millenary.

On the basis of these figures one has not to reckon with any kind of saturation for the present. The figures also demonstrate that the increase of production, the increase of national income also depend on the increase of energy consumption. The investigations showed a correlation between the

two latter characteristics. According to an analysis [13] covering the member-states of the UNO, the characteristics of the states lie around the function

$$\lg e = a + b \lg n$$

where e is the energy source consumption pro person (in kp of standardized fuel), n is the global national product pro person (GNP in \$), a and b are constants. In the case of the dimensions chosen here $a = -0.34$, $b = 1.21$. The energy consumption for 1 \$ national product scattered between 44 and 6 kWh according to the economic and geographic conditions of the countries studied.

In connection with that, attention can be called here to the connection between a steadily affecting law of the development in mining, namely, the accelerated increase of the produced quantity and a general law of development, namely the dialectical connection between quantitative and qualitative development. The increase of the national income generally means the growing of material goods; the growing of material goods helps, under socialist distributing conditions, to bring the communist society into being, while among capitalist conditions it further intensifies the contradiction between the social character of production and the non-social character of distribution. All that has to lead at last to the socialization of distribution. Hence, in the period of the accelerated development of the production of energy sources, in some way or other, the development of the production conditions will speed up for the advantage of mankind. The close correlation hints at the present importance of the mining of energy sources in the development of production conditions.

Main marks of the development of energy structure

Parallel to the quantitative increase of production and consumption of energy sources, the proportions of different energy sources change within the increasing consumption. In the followings, we should like to come nearer to the laws which explain how and why does change in the course of time the energy structure composed from the produced, resp. utilized quantities of the different energy sources.

Knowledge of energy sources

The knowledge of the utilized and potential energy sources of mankind must also be studied in its development. This makes, on the one hand, the problem more difficult, on the other, however, it preserves one from false conclusions due to a static view.

We approach the problem either from the point of view of the content of knowledge (quantity, quality, areal distribution etc. of energy sources) or from its characteristics (way, quantity, quality etc. of their exploitation), it is suitable for both cases to divide energy sources into two main groups: reproducible-self-reproducing sources and "in situ" irreproducible ones. Such a distinction has importance mainly from the point of view of the quantitative and structural development. The reason why we also start from this classification is to draw almost all energy sources being the object of mining activity (and irreproducible "in situ") into one group and separating them from other ones. In this way a more intense study of the laws of development in mining seems more possible, — whereby mutual effects with other sources must be naturally taken into account, too.

Different coals (inclusive peat) and hydrocarbon occurrences (inclusive oil-schists and oil-sands), the ores of radioactive materials and the elements of radioactive materials in sea-water belong to the group of "in situ" irreproducible energy sources for the time being. Thus, with the exception of latter, the energy sources exploitable by means of mining methods are defined, too.

Human muscular strength, agricultural refuse, wood, geothermal energy, earth tide energy, the directly usable energy of Sun and the energy source group arising due to its effect, continental water flow, the thermal motion of wind and sea-water can be classed into the group of self-reproducing energy sources.

Opinions differ with respect to classification of the energy sources — at first, in consequence of their heterogeneous occurring forms. The above distinction is commonly accepted and suits our special mining view-points. Here, namely the primary energy sources, which are the objects of mining — with exception of water-carrying geothermal energy — are classed into the same group. Only one energy source of other character not exploitable by means of mining methods, namely the radioactive material content of sea-water, occurs in this group. In the more exact formulation of the different classifying principles we can start from the fact that almost all presently known energy sources can be traced back to a common property of some elements in their materials which reveals itself in the radioactive phenomenon. The respective role of the Earth's constituting elements with such property is of minor importance for the time being. The ores of radioactive materials are exploited only in a small degree, radioactive materials of sea-water, not at all. A relative small energy quantity is similarly represented by the geothermal energy, assumably self-reproducing by radioactive decay. Radioactive phenomena taking place on the Sun have an importance by several orders greater in developing and reproducing the energy sources: the photo-synthesis in the flora of the Earth became the basis of the "conservation of energy"

during the geological ages since the Carboniferous. Apart from the fact that the so created coal and hydrocarbon occurrences (inclusive peat, oil-schist etc.) attained a basic role in satisfying the energy demands, this process is not finished and will not cease in the future, either. Thus, these are actually self-reproducing energy sources, too, but their reproducing speed is almost insignificant with respect to their exploitation speed. Exactly this speed difference is the reason why their reproduction has no importance from the point of view of mankind. Similarly relative is the situation, of course, with respect to the "irreproducibility" of the ore deposits of radioactive materials: the speed difference between formation and exploitation is so great that there is practically no reproduction. Each reproducible-self-reproducing energy source is in connection with the radiation of the Sun (except geothermal energy): the food reproducing the human muscular power from day to day is due to that; there is neither flora (fuel wood) nor agriculture and therefore no agricultural refuse representing an energy source either without it. The radiation of Sun also manifests itself in the energy of flowing water, in the wind energy, in the temperature difference between different layers of sea-water and, moreover, its heat content can be even directly utilized.

Earth tide is the only phenomenon that cannot be practically brought into connection with radioactivity for the time being (or we are not informed whether the problem is investigated). At the same time, this circumstance draws attention to gravity energies as well as to the energy background of earth's crust movements having a speed dimension of geological age and being possibly in connection with gravity [14].

This summary has, in the first line, the aim to demonstrate that the delimitation of "irreproducible-self-reproducing" and "reproducible-self-reproducing" groups of energy sources is theoretically only relative and the basis of separation is the difference of several orders between their self-reproduction speed and exploitation speed. The order of speed differences is, however, great enough to make such a separation quite sufficient for the practice.

Energy sources exploitable by means of mining methods differ from the "irreproducible-self-reproducing" energy sources inasmuch as from the "self-reproducing" ones geothermal energy must be ranged here, from the "irreproducible-self-reproducing" energy sources again the radioactive material content of sea-water must be ranged among the sources "unexploitable by means of mining". Energy sources "exploitable by means of mining" are, after all, occurrences of minerals.

In the following, the energy sources have been grouped according to whether they are "exploitable by means of mining methods" or not, i.e. whether they are mineral energy sources or not. The differing character of the knowledges of energy sources has been pointed out. Geology, a science of great history, gives the method to acquire these knowledges. Concerning the

non-mineral energy sources the importance of geonomy, an up-to-date way of view and integration of scientific disciplines (involving geology, too) became fundamental [14]. This is a basic circumstance with respect of both quantity and quality of knowledge.

The development of the content of knowledge corresponding to mineral energy sources is in the first line quantitative nowadays: in consequence of the broadening geological exploration activity (its quantitative and qualitative development) the amount of known mineral reserves is increasing. This justifies to speak about expected resources besides the more or less known ones (similar to other mineral resources). The development of the content of knowledge of non-mineral raw materials has, on the contrary, qualitative characteristics in the first line: if the energy source itself (e.g. the earth tide phenomenon as energy source) has been recognized, the "quantity" of the energy source recognized can be directly calculated without any further "exploration" (e.g. similar to geological exploration). One has to keep in view, however, that while the quantity of mineral energy source can be systematically and continuously increased by means of well-developed and further developing methods in case of non-mineral energy sources, new recognitions of primarily qualitative sources, obtained by the study of the phenomena of nature may be the only way of expanding their field, and the planning of this activity is more limited than the former.

Concerning the reliability of the knowledge of quality, quantity (geographical extension, etc.) there is a very great qualitative difference between the data of "known" and "expected" resources of mineral energy sources. The newest data and a kind of our own estimation are given in the compilation of [12]. In the evaluation of the global data of estimated resources of mineral energy sources the date of estimation has very great importance, since the criterium of economicity, technical level etc., prognosed for a certain period, can considerably vary.

As for the dynamism of the data, e.g. "in 1952, $15 \cdot 3 \cdot 10^9$ t was the estimated sure oil reserve, which would have covered the consumption on contemporal level for 26 years. This oil quantity was completely produced between 1952 and 1965. In the meanwhile, the consumption pro year increased to its 2.5-fold and the recently explored reserves were sufficient for 33 years on the level of 1965" [12]. If the inevitable subjectivity of the different "static" estimations (referring to identical time) is also taken into consideration, the order of inaccuracy in the knowledge of the quantity of energy sources can be very well perceived. It is characteristic that about ten years ago "two leading scientists of the world of oil made an estimate of the total oil resources of the world independently from each other and . . . one's was 3 1/2 times higher than the other's" [15]. The reliability of quantity data of non-mineral energy sources should be theoretically better than that of estimat-

ing the resources of mineral energy sources. However, this is not the case yet. At any rate "if we want to size up the probable reserves in mineral energy sources, our measuring basis will quickly vary, depending on whether it is the reserves in generally used energy types or future technologies are taken into account, and whether latters mean the detection and application of known or quite new products or processes" [15].

A lengthy discussion of the inaccuracy problems in estimating the amounts of the world's energy sources is superfluous. Even a less profound review of the problem shows that, although different global estimations of the quantities of the individual sources gave results amounting to a manifold of each other, these quantities of resources exceed the present production by several orders. Thus they can be used, in spite of the considerable inaccuracy in reserve calculations, as a basis of predictions of demand-satisfaction, and they are not less reliable than predictions of other vital factors of the future of mankind (as food supply, environment hurts etc.).

Having mentioned all these in advance, let us examine the different estimates of various energy sources.

In Table II two kinds of data are compiled for the coal, petroleum and gas resources of the world in the category "explored" (known) and one in the category "potential".

Table II

Energy source	Unit of measure	Statistical year book 1972 of the UNO		Publication of VAJDA [12]	
		„explored” resources	(known)	exploitation coefficient	potential resources
Coal	“Standardized” 10^9 t	6641	8600	0.5	7600
Petroleum	10^9 t	76	80	0.4	600
Natural gas	10^{12} m ³	50	49	1.0	340
Petroleum extractable from oil schists and oil sands	10^9 t			1.0	600

The two kinds of data estimated presumably on the basis of identical sources, show a good agreement for the category "explored" (known). Uranium reserves of the world are given in [16] as $0.76 \cdot 10^6$ t, while according to [12], the explored uranium quantity exploitable at expenses lower than 80 \$/kg amounts to $2.3 \cdot 10^6$ t and the potential one to $5 \cdot 10^6$ t. (As for the quantity of thorium ores exploitable cheaper than 25 \$/kg, the figures are: $0.5 \cdot 10^6$ t the known and $1.5 \cdot 10^6$ t the expected.) The energy content of coal resources

is estimated to $60-120 \cdot 10^6$ TWh [12] "what surpasses the total primary energy demand of the year 2000 by almost three orders". The energy content of hydrocarbon resources can be estimated as about 1/10 of that of coal resources. The energy content of the radioactive materials mentioned comes to the double of that of coal resources (by supposing multiplying reactors). In connection with formers the compilation of data of "some possible energy sources of the future" according to [12] are worth of attention.

Concerning the potential significance of the order of deuterium in sea-water the realization of the fusion by deuterium-deuterium reaction would have an almost unpredictable importance: "The deuterium content of one

Table III

	Concentration	Total reserves	Energy content of resource 10^6 TWh	Potential energy resources 10^6 TWh
Uranium and thorium in 1 km of the earth's crust	12 ppm	$4 \cdot 10^{12}$ t	10^6	10
Uranium content of sea-water	3 ppm	$4 \cdot 10^8$ t	10^3	0.1
Deuterium content of sea-water	156 ppm	$1.9 \cdot 10^{14}$ t	$1.3 \cdot 10^8$	10^4

m^3 water represents a fusion energy equal to the heat getting free during burning of 300 t coal . . . The total water masses of the oceans come to $1500 \cdot 10^6$ km^3 . Assuming an exploitation which would decrease the original concentration of deuterium of the oceans by 1%, we would get, by means of fusion, an energy quantity 500 thousand times more than all the energy reserves of fossile origin of the Earth" [16].

As to the non-mineral, resp. continuously reproducible-self-reproducing energy sources, the data in Table IV are characteristic, where it must be mentioned that "the potential energy of muscular power reproduced from food, agricultural refuse and fuel wood . . . soonly does not even reach the

Table IV

 10^3 TWh/year

	According to [12]	According to [16]
Energy of earth tide		576
Energy of continental water flows	23-33	3
Geothermal energy		17

energy demand of mankind" [12] and the wind energy comes only as a local energy source into question.

The quantity of geothermal energy is a rough estimate related to the known occurrences. According to another estimate [12], the geothermal energy content of the 3.5 km thick upper layer of the earth's crust is by three orders greater than this, and the total geothermal heat content of the Earth surpasses that of the fossile fuel reserves by one order. An energy of $1.5 \cdot 10^9$ TWh/year radiates from the Sun to the Earth, "about 30% of it is directly reflected into the interplanetary space, 47% is absorbed in the atmosphere, earth and ocean and transformed into heat. Further 23% serves for evaporation in connection with water circulation. A little part, about 0.2% maintains the motions, currents in atmosphere and ocean. Finally, a still smaller part, about 0.02% . . . is the source of the increase of all living materials by means of photosynthesis (and is, in a small fracture of it, the source of fossile energies, too)" [16].

One has to point out already even here the very high investment demands of the exploitability of reproducible-self-reproducing sources. A single example is cited in this respect: "Solar energy can be theoretically utilized in all its forms. The classical solution would be, however, to intercept a small fraction of the 47% otherwise heating the soil, the surface waters and the atmosphere. This could be utilized either as direct thermal energy or by transforming it into mechanical or electrical energy. Supposing an interception and transformation effectivity of 10%, 2% of the area of the USA could deliver the total energy demands of the country in 2000" [16].

Regarding some summarizing quantitative data of the energy sources known nowadays, we are justified to refer to our above statement that, although the inaccuracy is not small, the forecasting of utilization is not hindered by it, since the reserves available today in coal, e.g., by three orders surpass the production by several orders.

Trend and rate of structural change

Figure 2 shows the past development of the structure (percentual distribution) of energy sources used by mankind as well as its prediction until the middle of the next century by presenting the results of three different authors.

Several important conclusions can be drawn from the study of the figure.

- In such calculations, resp. in the data based on and in their processing, even the "facts" are uncertain, not only the "predictions". It can be seen, e.g., that three different shares of coal are given by the three authors for the beginning of this century, and three different shares of hydrocarbons for the beginning of this decade, i.e., the answers of

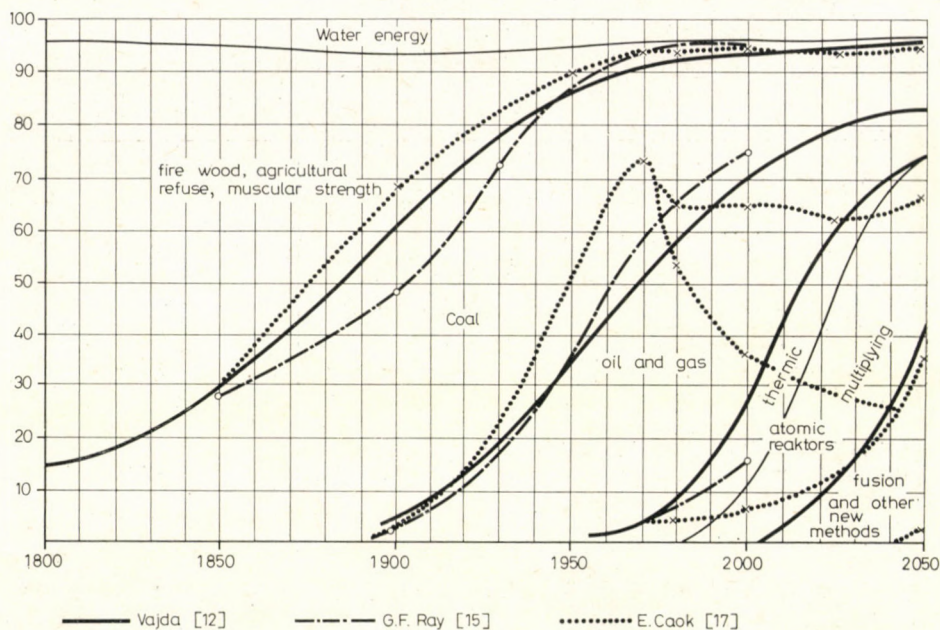


Fig. 2. Development of the structure of energy consumption of the world. On the vertical axis per cent, on the horizontal years a. C.

the three authors to the question, when did the coal consumption or the hydrocarbon consumption reach the share of 50%, diverge so that there are 25 and 20 years, respectively, between the two extreme values. This "margin of error" is obviously not less either in prognostic assumptions, on the contrary: it is reasonable to be even greater!

- Regarding the sequence of energy sources succeeding each other, it strikes the eye that the trend of development points from the energy sources of smaller specific energy content towards those of greater specific energy content. The data of specific energy content (kWh/kg) are presented in Table V [12].
- The decrease of the share of a certain energy source doesn't set in as a consequence of its beginning to run short. The doubtlessly diminished growing stock would have been "exterminated", if coal had not been discovered. In the period of maximum coal consumption (in the first quarter of this century) the coal resources of the world were estimated by one order less than today [18]. Thus the reason of "change" was not the exhaustion of reserves, but (besides volumetric reasons to be discussed later and in interaction with them) chiefly the pressure of economical effects.

This is fundamentally suggested by the tendency of change of "specific energy content" discussed in the foregoing paragraph, but most of the authors dealing with the problem have contributed a

Table V

	kWh/kp	Coefficient of norming to standardized fuel
Fuel wood	2.3— 4.5	0.38
Brown-coal	1.6— 6.6	0.67
Stone coal	6.6— 9.0	1.00
Crude oil	9.2—11.0	1.30
Natural gas	9.8—11.0	1.33
Uranium and thorium in thermic reactor	$(1.2-2.4) \cdot 10^5$	$2.8 \cdot 10^6$ (theoretical equivalent unit)
Uranium and thorium in multi- plying reactor	$(4.1-12.2) \cdot 10^6$	$2.8 \cdot 10^6$ (theoretical equivalent unit)

great deal of data for the recognition of the mainly economical reasons of the "change of energy sources".

- An acceleration of the structural change is indicated by the decrease with time of the distance between the share curves. Since the period investigated in the figure represents the period during which mineral energy sources became almost general, it can be stated that this acceleration phenomenon is the reflection of the scientific-technical revolution of our age in mining.

Further considerations concerning the character of the structural change will become clear when representing separately the change in share of different energy sources by means of curves with density-functions character.

Such curves presented in Fig. 3 refer to the following:

- The accelerated development towards better energy sources can be naturally recognized (the maxima approach each other) but it can be clearly seen that a certain energy source can reach only a 50—70% share as maximum in the structure. This is, besides several other causes, obviously in connection with the unequal geographical distribution of mineral energy sources of the world under exploitation for the time being as well as with the uneven character of the general development, the latter being partly in interaction with the former. Consequently, a projection of general development laws can be spoken about.
- It can be seen from the character of different prognostics that Cook [17] assumes, besides the long-term stabilization of the share of coal and besides a considerable increase of the share of oil schists and

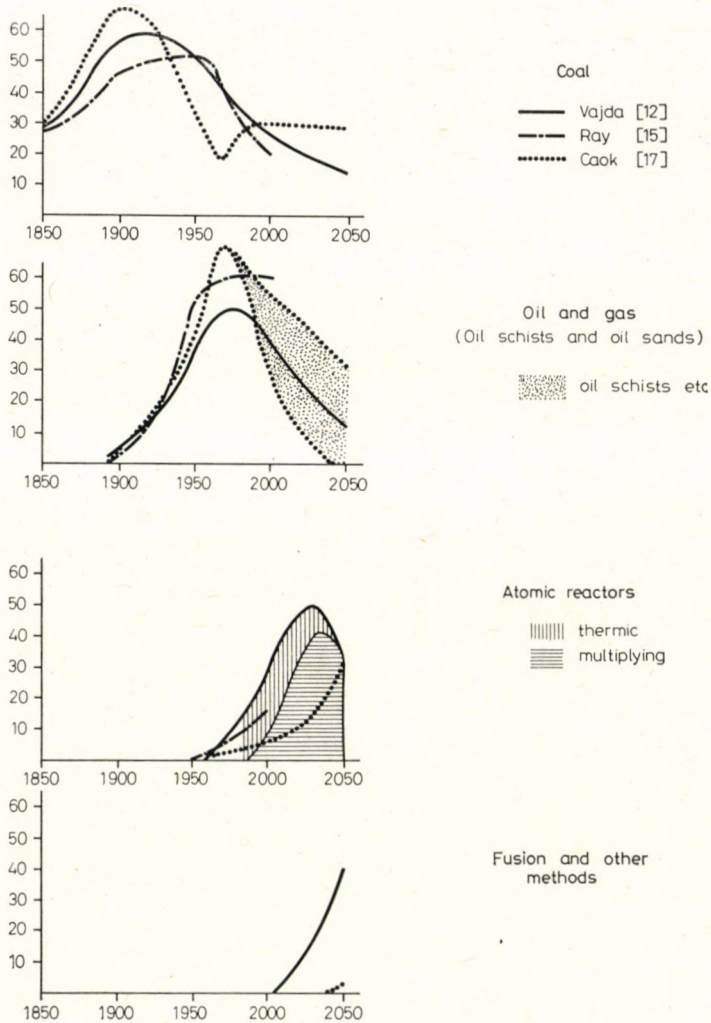


Fig. 3. The worldwide change of the share of different energy sources in the energy structure. On the vertical axis per cents

sands, a relatively slow increase of the share of nuclear energy. According to RAY [15], the decrease of the coal share will be the most intensive till the turn of the millenary and the slowest the decrease of the share of hydrocarbons, the latter corresponding to an increase of "medium rate" of the nuclear energy share. The prediction of VAJDA [12] lies somewhere between these "extreme" opinions, which we accept not only for that and for the "regular" character of its curves (what is the most reasonable in such cases), but mainly because we know its convincing argument [12] in detail.

Connection between quantitative and structural development

Combining the prognostic data of VAJDA [12] in Figs 1 and 2, Fig. 4 is obtained. It can be observed from the figure that the absolute volume of the production of each presently used mineral energy source will increase till the turn of the millenary. This must be assumed for coal, too, since coal production

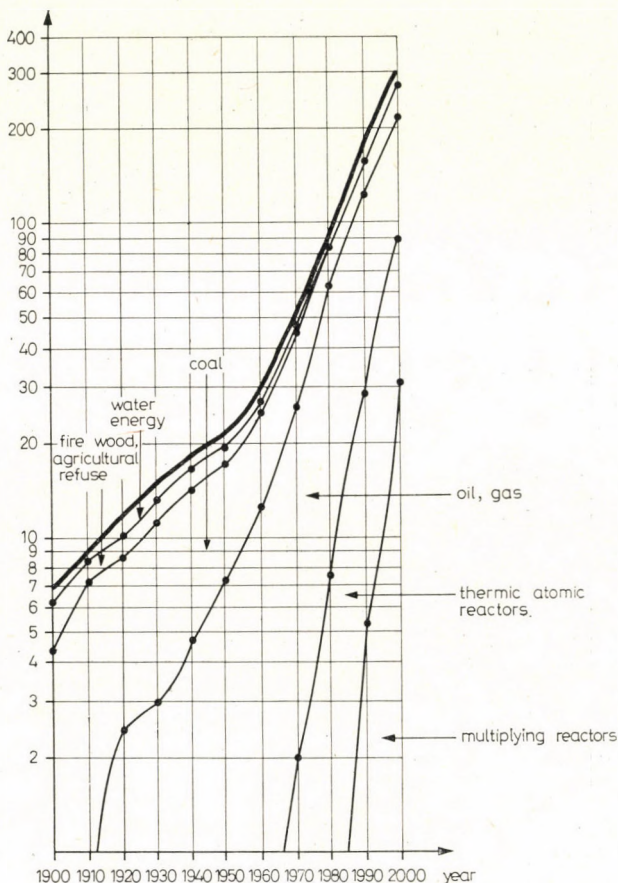


Fig. 4. Distribution of the worldwide consumption of energy sources (after VAJDA [12]).
On the vertical axis 10^{12} kWh/year

remained at about the same level between 1960–1970 in spite of an increase of 50% of the energy demand of the world and a redoubling of petroleum and gas production within that. Though coal production in Western Europe showed steep fall, this was compensated by the increasing production in the Soviet Union and the USA (and let us add Poland, too), [15]. It is known from statements of leading personalities that a considerable increase of coal production is planned in Poland till the turn of the millenary, while the coal production planned in the Soviet Union for 2000 is 1000 million t, in comparison to

670 million t in 1973. "The increasing rate of crude oil demand lies at about 7% in world relations (i.e. a redoubling within 10 years)" [15]. In possession of such and similar informations, many economists dared to forecast the time of the exhaustion of the individual minerals. Concerning the fossile energy sources, the best known pessimistic diagnosis is that of the so-called "Club of Rome", according to which the coal resources will be exhausted in 2083, the oil resources in 1992 and the gas resources in 1994. Optimistic estimates are also given in the literature [16]; one of them [19] gives the above years of exhausting as 2500, 2100 and 2015. Apart from extreme estimations, it can be stated that mankind turned from the first into the second third of the "coal epoch".

It can be said with great probability that this statement also holds for all energy sources produced by mining methods. Namely, hydrocarbon resources will run out sooner than coal resources, on the one hand, and the exhaustion of radioactive ores can be awaited between 1980 and the end of the century, on the other. "This time, however, will be considerably postponed by the application of the so-called multiplying reactors" [16].

By extrapolating other predictions [12] (Fig. 3), the exhaustion time will be postponed in the latter case till about 2100, whereby, however, only multiplying reactors will be run from about 2050 on. Thus, if we estimate the "coal epoch" of mankind as 9 centuries, this will include about 2 centuries of hydrocarbon age, exploiting oil schists and sands, too (see prediction of [17] in Fig. 3) and about 1.5 centuries of radioactive ore epoch.

Thus, the mining of energy sources means a relatively short historical period, and within this the utilization of hydrocarbons and radioactive materials is only an "episode" in the life of mankind.

According to most of the predictions, the application of fusion energy will arise soon (between 2000 and 2100), and that will probably be characteristic of a historically longer period than mining. It must be assumed that at the end this will replace the coal consumption predominantly and on a worldwide scale.

In connection with this problem we can point out some laws of development and some conclusions drawn from them, partly for longer (millenary-century), partly for shorter (century - decade) perspectives.

- *With regard to the parallel between social conditions and "epochs of energy sources" and starting from the fact that primitive energy sources (muscular power, wood, agricultural refuse) were characteristic of the primitive community, the slave society and the feudalism, and mineral energy sources (coal, hydrocarbons and the ores of radioactive metals) have dominated during the building up of capitalism and socialism, we may risk the assumption that fusion will be the characteristic energy*

source of the developed communist society. The "society of abundance" must obviously be based on the most abundant energy source. In the process of the worldwide formation of this society (in the series of basic phenomena disclosed by historical materialism), the development of productive forces has a very important role. Characteristic for their present state is, from our point of view, that in the process of the accelerated worldwide development of energy demands no kind of "saturation" can be spoken about, and this will be assumably the situation till a world-wide utilization of fusion energy on a large scale.

- The inner structure of the three great "energy epochs" (primitive, mining and fusion) is, of course, not homogeneous. Though coal is the predominant energy source of the mining epoch, other very important energy sources have their role, too. They can be regarded as innovations of orientation which appear inevitably during the period of the development of the large-scale innovation characterizing finally the next period.

These "innovations of orientation" are not only historical necessities, but some general laws of development mentioned above are also valid for them (e.g. that they are economically more advantageous than those replaced and that they have a shortening cycle, what means the acceleration of development), as well as they represent a kind of "transition" between two predominant cycles (the mining of hydrocarbons represents a higher degree of the general development of mining, the utilization of the ores of radioactive minerals contributes to the development of the utilization of fusion energy). Thus, the transitional role of innovations intensifies the "charge" of predominant cycles. Since they appear historically simultaneously with the cycle becoming later predominant, it is a very important task of science to recognize that one of the simultaneously occurring solutions which is perspective and will become really predominant.

- Both optimistic and pessimistic predictions of the satisfaction of the dynamically increasing energy demands are known. The pessimistic forecast of the "Club of Rome" already mentioned is nothing else than the "translation" of the Malthusian thesis from "food" to "energy". The optimists are uniform in reasoning their predictions. There are standpoints saying "generalities" as "it was proved of most of energy sources to be extendable or substitutable during the history. Shortages often occurred and were mostly solved by new technology" [15], but "all shortages were eliminated by the largescale application of new energy forms" [20]. In other words: "The development of energetics is determined by two fundamental circumstances. One is the continuous increase of energy consumption, the other the ingenuity of mankind, that

allows to satisfy the increasing demands with technically and economically more and more advantageous energy sources" [12].

The realists [11] and [15] start from the standpoint that only a small part of the Earth has been properly explored and the developing sciences and technics of geology, geophysics and geochemistry as well as the improving effectivity of exploitation and utilization furnishes the hope of large reserves for a long time.

- *In the present period of predominating mineral energy sources, there is a hard economical competition among different energy sources. Each state and economic integration strives to satisfy the energy demands at minimum costs and maximum economic efficiency. It follows from the mining character of the production that the mineral reserves of a mine failing this competition will be irreversibly inexplotable. This has the appearance of wasting the energy sources, in fact it means, however, the loss of sources that turned invaluable. This is true, however only, if the non-competitiveness has been objectively proved.*

The only real way of avoiding a "final loss" is to secure competitiveness by means of decreased exploitation costs.

Parallel to the danger of final loss, another danger occurs, namely a "sparing" exploitation of competitive occurrences, i.e. the "conservation of good sources". This danger has also been recognized by our National School of Economy of Mining Resources by urging an intensive exploitation of still economical occurrences, due to the forecast of a general aggravation of the conditions of economicity [21]. This concept coincides with the opinion of several foreign authors, even though they put it in somewhat different way.

For instance, they prove it with convincing argument that "each kind of energy has to be exploited to the utmost in its due time, otherwise it becomes non-competitive with respect to a new kind of energy source" [22]. Further "this argumenting is supported by the historical development of energy consumption. Both in England and in the continental Europe large coal reserves remain unexploited probably for ever, because their exploitation is no more economical" [15]. Hence, the fact that our time is the age of mineral energy sources and within it predominantly that of coal, does not absolve the coalminers of the countries from the duty of a more intensive reduction of production costs; moreover: it means a loss for the whole mankind if — as consequence of failing it — exploitable reserves of energy sources will be lost for ever, due to economical compulsion. The tasks of the mining of energy sources in Hungary must be defined mainly in accordance with this concept and the kind of energy used by the new energy-consuming plants must be chosen with regard to their interaction.

REFERENCES

1. Filozófiai kislexikon (Little encyclopaedia of philosophy). 2nd edition 1972, 105—106 and 238—239.
2. SIMON, K.: A szénbányászat néhány alapvető műszaki-gazdasági jelenségének vizsgálata (Study of some fundamental technical-economical phenomena of coal mining). Dissertation, Budapest 1964.
3. HUSZ, N.—SIMON, K.: Hasznosítható ásványi nyersanyagkészleteink világgiazi értékelése (Appraisal of the world market of our utilizable mineral reserves). OMF 21-7101 Et. Budapest 1972.
4. BLONDEL, F.—VENTURA, E.: Estimation de la valeur de la production minière mondiale en 1950. *Annales des Mines*, 143 (1954), 25—81.
5. BLONDEL, F.—VENTURA, E.: Structure de la distribution des produits minéraux dans le monde. *Annales des Mines*, 195 (1956), 691.
6. BLONDEL, F.—CALLOT, F.: Valeur de la production minière mondiale en 1958, sa répartition géographique, son évolution. *Annales des Mines*, 1961, 13—107.
7. CALLOT, F.: Valeur de la production minière mondiale en 1963, sa répartition géographique, son évaluation. *Annales des Mines*, 1966, 797.
8. CALLOT, F.: Production et consommation mondiales des minerais en 1968. *Annales des Mines*, 1971, 5—111.
9. SIMON, K.: A jövő bányászatának gazdasági feltételei (Economic conditions of the future mining). Lecture held on the International Conference of Mining Economics, Balatonfüred, Sept. 1973; *Bányászati Lapok* 107 (1974), 583—586.
10. SIMON, K.: Mineral raw material production and supply. Marketing in Hungary, 1973/4. 33—37.
11. TÓTH, M.: Correferate to the account of department leader at the yearly session of the Department of Earth- and Mining. *Sciences of the Hung. Acad. Sci.* 1974. (In press.)
12. VAJDA, GY.: Az energetika várható fejlődése (Expected development in energetics). Villamosenergiaipari Kutató Intézet 126. Budapest, 1972, 65.
13. DARMSTADTER, S.: Energy and the economy. *Energy International* 7 (1970), No. 8, 31.
14. SZÁDECZKY-KARDOSS, E.: Geonómia (Geonomy). Publication of the Geochemical Research Laboratory of the Hung. Acad. Sci. 1974.
15. RAY, G. F.: Energiaforrások és kereslet a XX. században (Energy sources and demands in the 20th century). Review of the lecture held on the session of the British Association of the Advancement of Sciences in Sept. 1972. *Gazdaság*, 8 (1974), 90—104.
16. BEREZNAI, T.: Új utak keresése az energiagondok megoldására (Looking for new methods in solving energy troubles). Review of Lustig's lecture held on the Solar Energy Conference of UNESCO in 1973. *Természet Világa*, 105 (1974), 163—166.
17. COOK, E.: His figure drawn in 1971, in the article "Energy sources" (without indicating the author) of *Le Monde*, 1973. Dec. 4.
18. ARCHIBALD, W.: Modern mining. (Translated into Hungarian by Réz, G.) Franklin Társulat, Budapest, 1914. 268.
19. HUBBERT, M. K.: *Scientific American*, 1971. No 9. (see 16)
20. MEIER, R. L.: *Science and Economic Development*. Cambridge, Mass, 1966. M.I.T. Press.
21. FALLER, G.—TÓTH, M.: A bányagazdaságban és az ásványvagyongazdálkodás területén végzett tudományos kutató munka tézisekbe foglalt eredményei (Theses of the Results of Scientific Research Work on the Field of Mining and Mineral Resource Economy). M. Deg. Theses in manuscript, 1972.
22. HARWEY, H.—NEWMAN, E. V.: *Energy patterns to the year 2000. Technological forecasting*. Ed.: Arnfield, R. V., Edinburgh, 1969. University Press.

ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ОБЩИХ ЭКОНОМЕРНОСТЕЙ В ГОРНОЙ
РАЗРАБОТКЕ НОСИТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ

К. ШИМОН

РЕЗЮМЕ

Пригодной для общей охарактеризации развития Гауссовской кривой можно объяснять и многочисленные явления в горных разработках. Распределение временной величины некоторой деятельности с определенной целью (разработка полезных ископаемых, техника производства и т. д.) в соответствии с качеством этой деятельности охарактеризуется какой-нибудь кривой. На основе максимумов этих кривых можно установить характер ускорения технического развития, выявляющегося в изменении качества деятельностей.

Полный объем деятельности с определенной целью растет таким образом, что повышается в нем и часть качественно более развитых решений, являющаяся причиной не только количественного, но качественного развития полной деятельности.

Закономерности развития потребностей в полезных ископаемых рассматриваются в статье сначала для горных разработок носителей энергии.

THE ELECTRIC CONDUCTIVITY ANOMALY IN THE CARPATHIANS

I. I. ROKITYANSKY—S. N. KULIK—L. M. LOGVINOV—V. N. SHUMAN

[Manuscript received February 1, 1975]

The induction vectors discussed by WIESE [19], JANKOVSKY [6], ÁDÁM [1], RITTER [10], CALOTA et al. [4], ÁDÁM et al. [2], BONDARENKO et al. [3] clearly mark the electrical conductivity anomaly in the folded Carpathians all along their strike at more than 1000 km distances (Fig. 1).

In 1973 the Institute of Geophysics of the Academy of Sciences of the Ukrainian SSR performed additional magneto-variation and magneto-telluric observations in the frame of KAPG, for the specification of the parameters of the anomalous body under the Carpathians. The observations included synchronous registration of the magnetic field components of the variations at seven points (on the S—P profile 5 points, and at points Y and R (Fig. 1), in the southern part of the Soviet Carpathians and also magneto-telluric observations in a wide range of frequencies ($T = 15 \text{ sec} - 1 \text{ day}$) above the axis of the anomalous body in point R.

1. The Wiese vectors

Figure 1 presents the summary map of the Wiese vectors plotted by previous investigations and by the present authors. It should be kept in mind that Wiese vectors are oriented from the anomalous conducting body perpendicularly to its axis.

In the western and Soviet Carpathians the vectors are clearly oriented away from the line passing through the folded Carpathians, that allows to draw the anomaly axis with certainty. In the Southern Carpathians the observational point network is the most dense, the vectors display contradictory behaviour in some places, that may be due to a structural change of the source of the variation, to the complex configuration of the anomalous body (branches) or to plotting error.

2. The profile curves

Estimations of the maximum possible depth of the upper edge of the anomalous body, carried out by ROKITYANSKY [11] according to the Wiese vector projections, gave the following values: in the Western Carpathians (along DSS profile VI) 20 km, in the Southern Carpathians 40 km. This result may be interpreted as an increasing depth of the anomalous body in the southern direction, or as the extension of its width. The latter explanation is more probable.

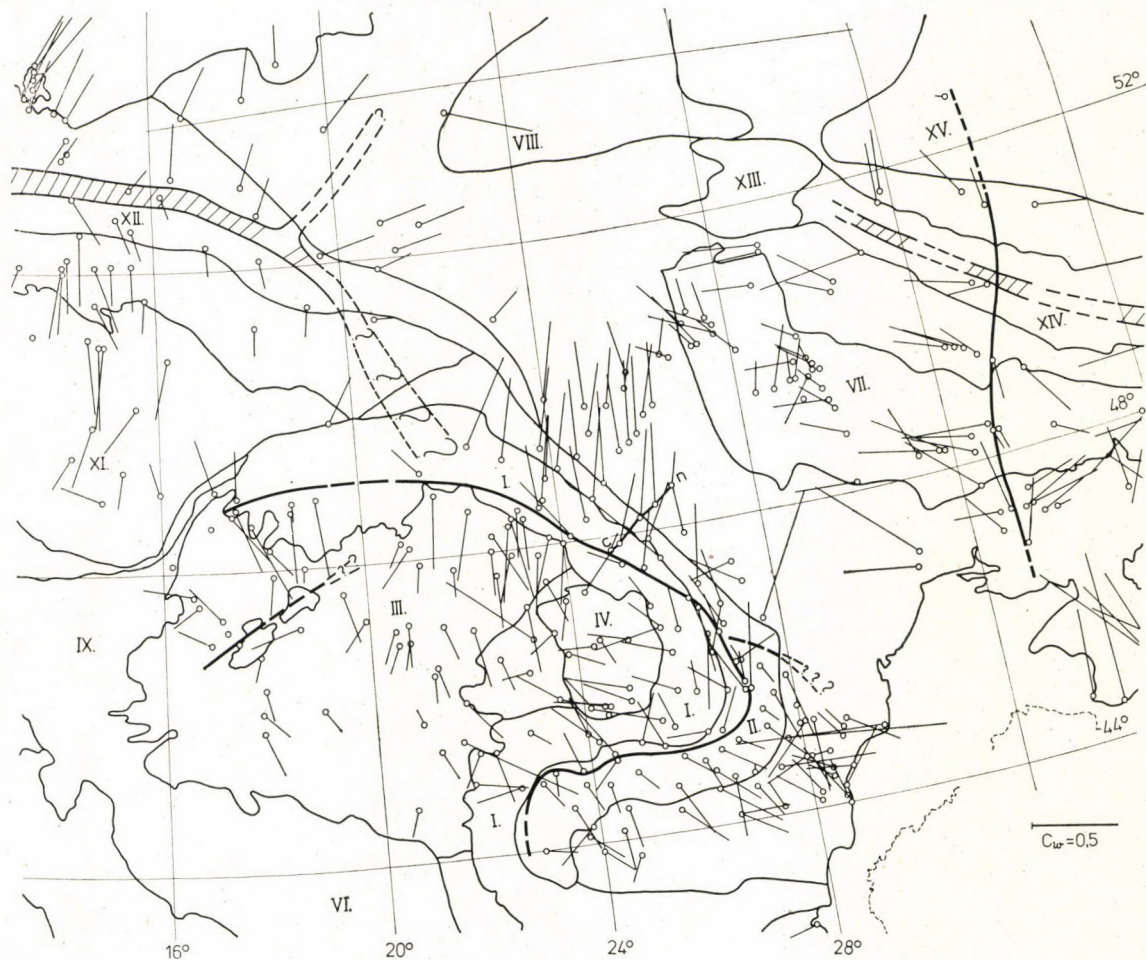


Fig. 1. Map of the induction vectors of WIESE in the Carpathians. 1. Surface electric conductivity anomalies; 2. deep electric conductivity anomalies; I. Carpathians; II. Forcarpathian depression; III. Pannonian Basin; IV. Transylvanian Basin; V. Hungarian Central Mountains; VI. Dinarides; VII. Ukrainian Shield; VIII. Belorussian massif; IX. Alps; X. Foralpine depression; XI. Bohemian massif; XII. North-German - Polish basin; XIII. Pripyatian basin; XIV. Dnieper - Donets depression; XV. Voronezh massif

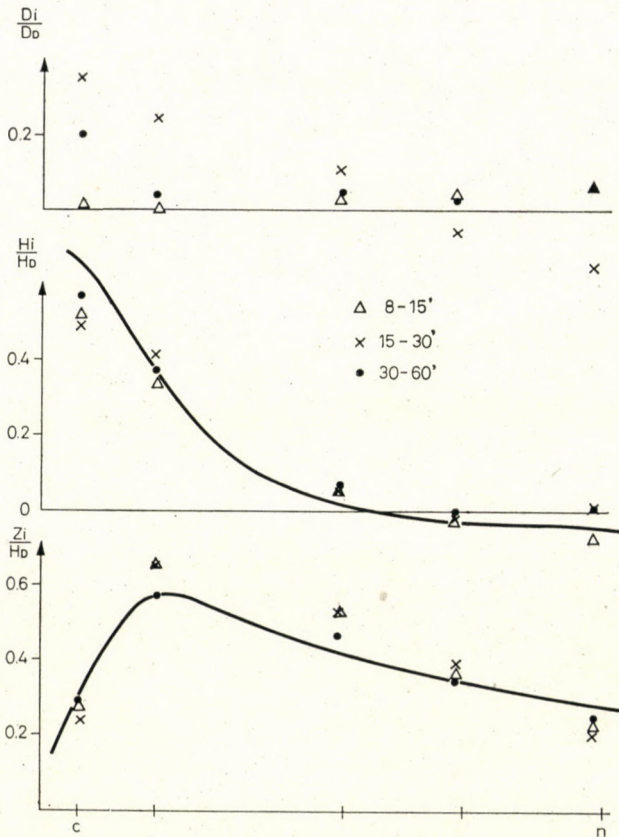


Fig. 2. Dependence of the variations of the magnetic field component on position along the profile S—P (Fig. 1), normalized with respect to the Kiev observatory. The calculated curves were received according to the formula for a circular cylinder with its centre being at $h = 30$ km depth

BONDARENKO et al. [3] reported the results of the profile measurements of the Z and H components of the bay-like variations on the territory of the Soviet Carpathians. The maximum possible depth of the upper edge of the conductor, according to these graphs, is about 30 km.

Synchronous observations performed on the S-P profile (Fig. 1) in the South of the Soviet Carpathians in the same frequency range made it possible to determine the depth of the upper edge which is 30 km (Fig. 2).

3. Magnetotelluric soundings

The depth of the upper edge of the conducting body, detected by the magnetovariational investigations can be defined more precisely by the MTS data. For instance, MTS data, received by PRAUS [9] in the Western Carpathians on DSS profile VI, give a depth of 15–20 km.

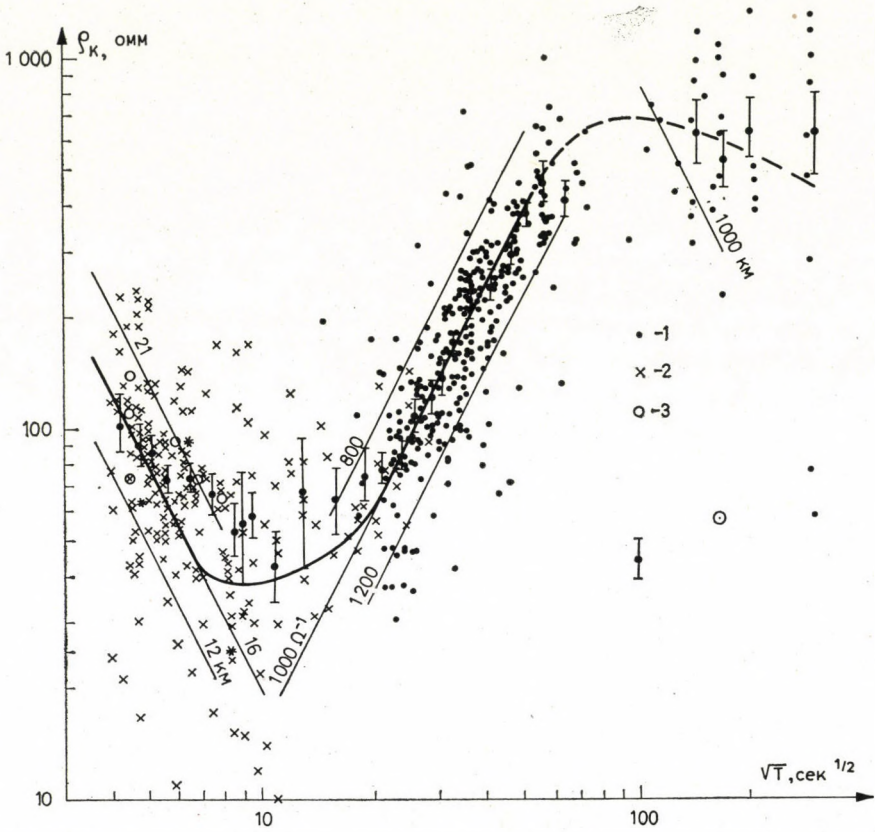


Fig. 3. The MTS longitudinal curve over the anomalous body axis in the point R (Rakhov); 1 — ρ_T values received on separate variations from the rapid run records; 2 — the same from the Bobrov station

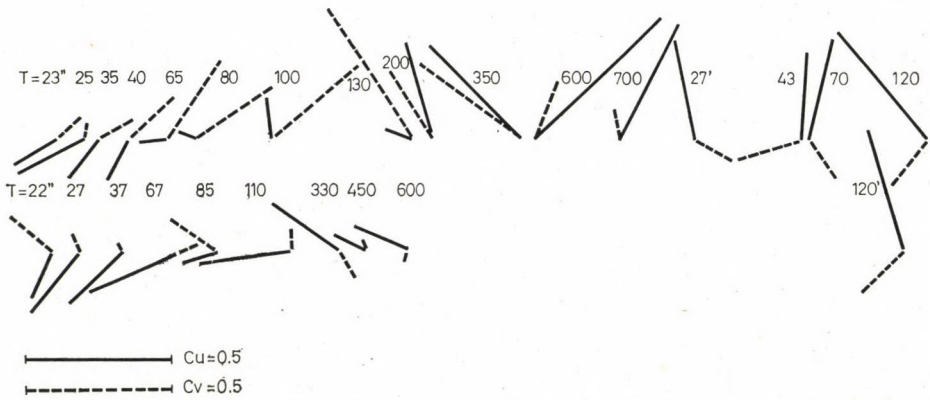


Fig. 4. The induction vectors C_u and C_v for the observation points Y and R

In order to place the MTS point on the anomalous body axis, we carried out special magnetovariational profile investigations with a small step (3—4 km) that made possible to determine the position of the axis of the anomalous body with great accuracy. The MTS station was supplied with quick and slow recording facilities that allowed to process the variations from 15 sec to 1-day period ranges. The received longitudinal (with respect to the anomaly strike) MTS curve (Fig. 3) is characterized by a reliable left descending branch, by a minimum in the 70—200 sec range and by its clear ascending right branch.

The depth of the upper edge, according to this curve, is 16 km, and the body's apparent longitudinal conductivity is $1000 \Omega^{-1}$.

4. Processing of the point observations

Besides processing the point observations by WIESE's technique, we also used amplitude-phase processing based on the linear relation

$$Z = AH + BD \quad (1)$$

where all values figuring in Eq. (1) are complex.

The relations $C_u = ReAi + ReBj$, $C_v = ImAi + ImBj$ determine the real and imaginary induction arrows [15].

Figure 4 gives an example of such a presentation of the processing results for the observational points *Y* and *R* in the period range *T* from 23 sec to 120 min.

5. Frequency response of the anomalous field

In point *Y* a large anomalous field is observed in the *Z* component, while the horizontal component of the anomalous field does not exceed 10—15% of the normal field. This fact gives the possibility to consider the coefficients *A* or *B* of Eq. (1) as the approximate frequency response of the anomalous field. Figure 5 presents *A* as function of \sqrt{T} . It is characteristic that from $\sqrt{T} = 60$ the vertical component of the observed field begins to increase sharply which is probably due to a considerable growth of the normal component Z_n . To exclude the influence of Z_n , the synchronously recorded component *Z* was subtracted in point *R*, where Z_a is close to zero. The results of the calculation of the normalized anomalous field h_z with such subtractions for each individual case are shown in Fig. 5 by points. After subtraction, however, the anomalous field in the low-frequency range decreases slower with the growth of period than the Kirovograd anomaly frequency characteristics and the normal global impedance [12]. Note that the eddy type anomaly decreases more quickly than the normal impedance, thus the anomalous field observed at long periods may be considered with certainty as an anomaly of conductive nature.

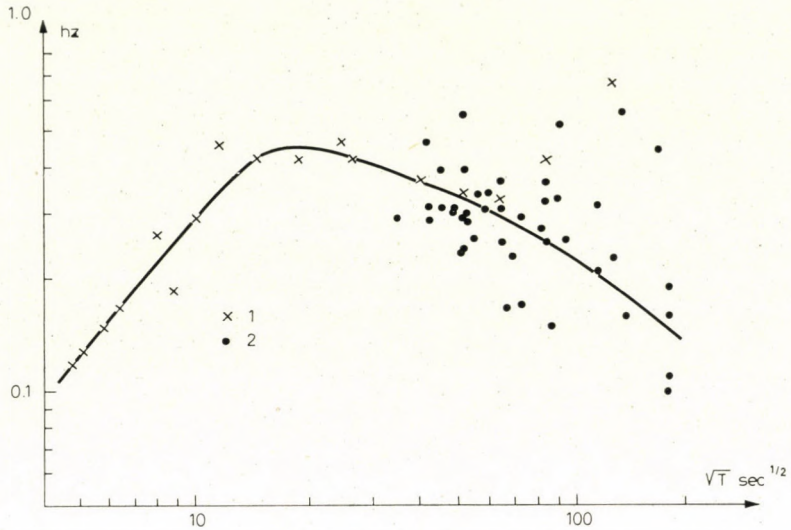


Fig. 5. Frequency characteristics of the anomalous field in the observation point Y (Yasinya)
1. Modules A (Eq. 1)

$$2. h_z = \frac{|Z_y| - |Z_R|}{|H_y|}$$

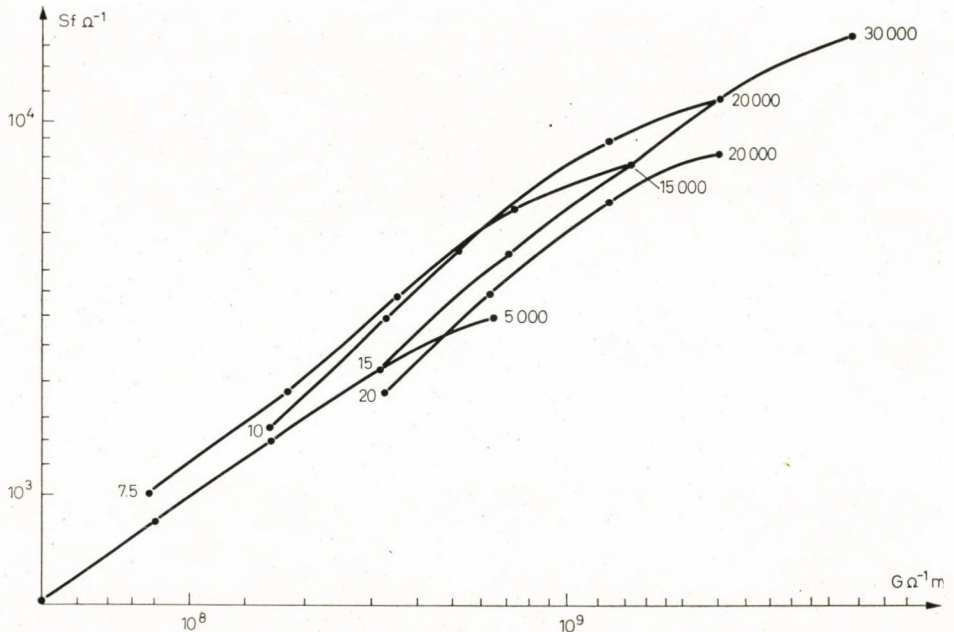


Fig. 6. Graphs of the dependence between the layer's fictitious total conductivity $S_f = \sigma_i h$ and the longitudinal cross-section conductivity $G = \sigma_i Q$ of elliptical cylinders with different axis ratios. The index of the curves at their left end is the minor semiaxis of the elliptical cylinder in km, values on the right of the curves are S total conductivity of the layer with thickness $h = 2a$

Having compared the obtained experimental frequency characteristics of the anomalous field with the theoretical responses of two-dimensional anomalies of conductive nature [13], for the total longitudinal conductivity of the two-dimensional conductor $G_{\min} = \sigma_i Q = 1 - 2 \cdot 10^8 \Omega^{-1} \text{ m}$ was obtained.

In the low-frequency range the decrease of a conductive type anomalous field is determined by the impedance. The slow decrease of the anomalous field may be due to a high impedance value, which is confirmed by the MTS curve obtained in point *R* (Fig. 3). This fact, indicating the increased value of the electric field in this region at low frequencies, may be accounted for by suggesting that the Carpathian electric conductivity anomaly connects larger conductors than itself. Such conductors may be the North German electric conductivity anomaly in the north and the Black Sea in the south. Indeed, the electromagnetic field is formed in some volume V , the size (L) of which is comparable to the wavelength of the field in the earth. For small periods, the size L is not large and these two large conducting zones do not appreciably effect the current system determining the impedance in the observational point. But L increases with the period and the distant conductors mentioned may influence the measured magnetotelluric field in the Carpathians.

6. Estimation of parameter G according to MTS results

The longitudinal conductivity G can be also estimated by using the ascending branch of the MTS longitudinal curve in point *R* over the axis of the anomalous field. For that purpose we use the longitudinal curves ϱ_T presented in the book [7] over conducting elliptical cylinders buried in a horizontally stratified medium and determine the empirical relationship between the fictitious total conductivity S_f of the layer obtained from the ascending branches of the curves ϱ_T , and the total longitudinal conductivity G of the elliptical cylinder. The obtained dependencies S_f and G for cylinders of different ratios of their axes to the burying depth are shown in Fig. 6. According to these graphs, the value $G = 1 - 2 \cdot 10^8 \Omega^{-1} \text{ m}$ corresponds to the fictitious longitudinal conductivity $S_f = 1000 \Omega^{-1}$, determined according to the ascending branch of the MTS curve in point *R*, what confirms the data of magnetovariational profiling.

7. Geological interpretation of the Carpathian electric conductivity anomaly based on the ideas developed by Hyndman and Hyndman [5]

The position of the axis line of the anomalous body on the tectonic map (Fig. 1) shows that the conducting body is located in the Carpathian flysch zone, i.e. in highly dislocated sedimentary formations of 10–20 km thickness.

According to seismic data, seismic wave velocities sharply increase in this zone with depth, which indicates the metamorphic transformations of the rocks, in particular, the decrease of their compaction and porosity. As it is known, the electric conductivity of great masses of rocks is due to the presence of mineralized porous moisture, the quantity of which decreases with the rock's compaction. It is not too probable that in such conditions the narrow zone of highly mineralized porous waters would extend for many hundred km in the subsurface layers. The Carpathian electric conductivity anomaly appears to be connected with the metamorphic changes of the sedimentary rocks under the influence of temperature and pressure at depths of 10–25 km. The sedimentation included two steps of the Alpine geosynclinal stages: the first step in the Mesozoic era, the second one (that of flysch) — from Cretaceous to Eocene-Oligocene — the geosyncline being displaced from the inner zone of the Carpathians towards the outer zone [18]. At the end of the Eocene the stage of uplift begins that has brought the Carpathian region to its present form. It is possible that the velocity of sedimentation in the geosyncline considerably exceeded the velocity of warming up of young sedimentary strata. Therefore, although the lower layers of the sedimentary complex were dipping at 15 km depth and more, at first there were only low temperature facies of metamorphism which preserved considerable quantity of volatile substances in the rocks, water in the first place [17]. Due to gradual warming up, the front of metamorphism progressed upwards. A considerable time having passed, the temperature in the lower part of the sedimentary complex has increased up to relatively high values, as the overlying sedimentary strata have low thermal conductivity and screen the heat outflow. The progressing warming up to the lower part of the sedimentary complex leads to metamorphism facies of ever higher temperature with water release and formation of intergranular melting. Experiments have been conducted [16], showing that at temperatures as low as 300–450 °C melting may occur coexisting with highly mineralized water solutions. The meltings are the most abundant in the amphibole facies of metamorphism, taking place at 400–700 °C. These meltings are formed with water present, the sufficient quantity of the later being about 1–2%. The whole volume of the rocks cannot be subjected to melting, but the most fusible component in the presence of water, which is located intergranularly between the grains of infusible components, may form the bound system. With melting formation the electric conductivity of rocks sharply increases. Experiments on granit specimens in water vapour [8] show that under pressures, corresponding to 10–20 km depths at temperatures of 600–650 °C, the specific electric conductivity rises up to $1 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$. Thus, the suggested electric conductivity of the anomalous body under the Carpathians may be accounted for by the occurrence of melting in the process of regional metamorphism. Deeper facies of regional metamorphism (granulitic

and eclogite) are characterized by the absence of water in the rocks, therefore, the layers having passed through the amphibolite facies may not contain the fusions despite the higher temperature and pressure. Hence the layer of increased conductivity of such nature is of limited thickness and the underlying layers may be of high resistivity.

Proceeding from this assumption, we try to explain the narrow localization of the conductive layer in the horizontal plane that is characteristic of the Western and Eastern Carpathians. In the work of SCHEFFER [14] data are presented on the geothermal gradient of the Carpathians and the framed Pannonian and Transylvanian Basins. The Pannonian Basin is characterized by a very high geothermal gradient, in the region of the Western and Eastern Carpathians it decreases up to the normal values typical of the platform when passing from the inner zone of the Carpathians to the outer zone. Thus the heat flow source warming up the sedimentary strata is more intensive in the inner zone and less intensive in the outer one.

As stated above, sedimentation in the inner zone of the Carpathians took place earlier than in the outer one. Thus it is plausible to suggest that the sedimentary strata of the Carpathians' inner zone had been warmed up earlier and passed through the active phase of regional metamorphism connected with fusion formation and electric conductivity increase. The Carpathians' outer zone, characterized by younger sediments and the least active heat flow source, does not appear to have been warmed up to the active phase of regional metamorphism as it was the case with the central zone of the flysch Carpathians. Naturally, departures from this general picture may take place due to the heat flow inhomogeneities in different tectonic blocks.

The geothermal gradient in the Transylvanian Basin approximately equals the values on the platform. Therefore, the sedimentary strata in the Southern Carpathians must be warmed up more uniformly in the horizontal plane. This is in agreement with the great width of the electric conductivity anomaly under the Southern Carpathians.

REFERENCES

1. ÁDÁM, A.: Appearance of the electrical inhomogeneity and anisotropy in the results of the complex electrical exploration of the Carpathian Basin. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 4 (1969) 187—197.
2. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.—WALLNER, Á.: Regional properties of geomagnetic induction arrows in Europe. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 7 (1972), 251—287.
3. BONDARENKO, A. P.—BILINSKY, A. I.—SEDOVA, F. I.: Geoelectric Variations in the Soviet Carpathians (in Russian). Naukova Dumka, Kiev, 1972.
4. CALOTA, F.—CALTON, J.—JONESCU, A.—SOARE, A.—STEFLEA, V.: Recording of geomagnetic variations on the territory of Roumania (Part I.) (in Roumanian). *Stud. Cerc. Geol. Geofiz. Geogr. Ser. Geofiz.*, 9 (1971), 323—331.
5. HYNDMAN, R. D.—HYNDMAN, D. W.: Water saturation and high electrical conductivity, in the lower continental crust. *Earth Planet. Sci. Letts.*, 4 (1968), 427—432.

6. JANKOWSKI, F.: Short-period variations of the Earth's magnetic field on the territory of Poland and their relations to deep substratum structure. *Acta Geophys. Polonica* 13 (1965), 85—105.
7. KAUFMAN, A. A.—TABAROVSKY, L. A.—TERENTIEV, S. A.: The Electromagnetic Field of an Elliptical Cylinder in a Horizontal Stratified Medium (in Russian). Novosibirsk, 1971.
8. LEBEDEV, E. B.—KHITAROV, N. I.: Beginning of the granit melting and electric conductivity of its melts in dependence on high pressure of the water vapours (in Russian). *Geokhimiya*, N° 3, 1964.
9. PRAUS, O.: Electrical conductivity of the earth in Czechoslovakia studied by magnetotelluric and geomagnetic methods. Upper Mantl. Project. Programme in Czechoslovakia 1962—70. Geophys. Final Report, Acad., Prague, 1971.
10. RITTER, E.: Evaluation of geomagnetic deep-sounding in Hungary. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 5 (1970), 87—93.
11. ROKITYANSKY, I. I.: The electric conductivity anomaly in the earth's crust under the Carpathians (in Russian). *Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz. Zemli*, 10 (1972), 97—100.
12. ROKITYANSKY, I. I.: Interpretation of electric conductivity anomalies (in Russian). *Geofiz. Sb. Akad. Nauk SSSR*, 58, 1974.
13. ROKITYANSKY, I. I.—KULIK, S. N.: Magnetic variational profiling over an electric conductivity anomaly in the form of an elliptical cylinder (in Russian). *Geofiz. Sb. Akad. Nauk SSSR*, 55, 1973.
14. SCHEFFER, V.: The Regional Values of the Geothermic Gradient in the Area of the Carpathian Basins. *Acta Techn.*, 43 (1963), 429—436.
15. SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. *Bull. Sci. Inst. Oceanogr.*, 13. Univ. Calif. Press. 1970.
16. SMITH, F. G.: Review of physicochemical data on the state of supercritical fluids. *Econ. Geol.*, 49 (1953), 331.
17. SUDOVNIKOV, N. G.: Regional metamorphism and some problems of petrology. IGU-press, Leningrad, 1964.
18. Tectonics of Europe. Nauka-Nedra, Moscow, 1964.
19. WIESE, H.: Geomagnetische Tiefentellurik. Akademie Verlag, Berlin, 1965.

АНОМАЛИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ НА КАРПАТАХ

И. И. РОКИТЯНСКИЙ—С. Н. КУЛИК—Л. В. ЛОГВИНОВ—В. Н. ШУМАН

РЕЗЮМЕ

В статье представлены новые результаты МВП и МТЗ, в Советских (Северо-восточных) Карпатах. Дается обзорная картина всей карпатской аномалии. Предлагается петрологическая и геотермическая интерпретация образования аномалии.

STATISTICAL BASIS FOR GEOMAGNETIC INDUCTION THEORY

R. TREUMANN—K. SCHÄFER

CENTRAL INSTITUTE OF SOLAR-TERRESTRIAL PHYSICS, ACADEMY OF SCIENCES OF THE G.D.R.,
DEPARTMENT OF SOLAR AND MAGNETOSPHERIC PHYSICS, G.D.R. — POTSDAM

[Manuscript received April 20, 1975]

Geomagnetic induction theory has been so far formulated only in a deterministic way, using Maxwell's equations and solving them for distinct incident primary fields in connection with special conductivity structures of the Earth, or by solution of the inverse geomagnetic induction problem. These approaches do not account for the stochastic distribution of conductivity, a situation which seems to be more realistic in most practical cases. The present paper reconsiders geomagnetic induction theory on the basic assumption that the conductivity of the Earth is the sum of two parts: a regular slowly varying conductivity $\sigma_0(\mathbf{x})$, and a stochastic contribution $\sigma_1(\mathbf{x})$ varying on a much smaller scale. It is shown that Maxwell's equations can be split into equations describing the regular and the stochastic fields, respectively, but the equation for the regular fields contains a term arising from the contribution of the stochastic conductivity distribution. Solving the equation for the stochastic field in "linear" approximation, the correlation tensor of the geomagnetic induction field is introduced.

It can be conveniently used to calculate the mean-square deviation $\sqrt{\overline{\sigma_1(x)^2}}$ of the conductivity fluctuation. Being expressed by the correlation tensor, this information can be conveniently achieved using a measurable quantity appropriate for the real situation. For simplicity the results are given for an infinite medium. In that case the correlation to the equation for the global fields is explicitly calculated. The equations which arise are complicate integro-differential equations from which neither \mathbf{B}_0 nor \mathbf{E}_0 can be eliminated. Consequently, for real interactions simple model calculations of the conductivity are only of minor importance since their result is strongly influenced by the stochastic distribution of conductivity.

The progress in the theoretical and experimental study of the electric conductivity $\sigma(\mathbf{x})$ of the Earth has its fundamentals mainly in the computation of the induction of a primary magneto- or ionospheric magnetic field in some more or less simple conductivity models of the earth, due to the persistent efforts of magnetotellurics and magneto-variational sounding (see, for instance SCHMUCKER [9], ASHOUR [1], JONES—PASCOE [2], WEAVER—THOMSON [15], WEIDELT [16], TREUMANN [10; 11; 12] and, for the older literature, RIKITAKE [5]; for a review of the magneto-variational sounding method the reader is referred to ROKITYANSKY's [6] monography). Presumably, the most effective version of that theory, where the model character of the conductivity structure enters only through the assumption on its one-dimensional depth dependence, is the inverse analysis of the geomagnetic induction problem given by WEIDELT [17]. It allows for a direct calculation of the vertical spatial dependence of conductivity from the surface values of the magnetic and electric induction fields, respectively, the magnetotelluric elements. This method is based on the solution of an integral equation familiar from quantum spectral analysis. In principle, the extension of the inverse method to three dimensions seems to

be possible. Such a procedure would become free from any a priori model assumptions on the conductivity structure. Since, however, the inverse geomagnetic induction problem is ill-posed in the sense that its solution very sensitively depends on the exact knowledge of the field distribution at the Earth's surface, the question arises if it will give the real structure of the conductivity in the case when the latter is considerably complicated by statistically distributed conducting inclusions differing from the over-all conducting structure. The application of the inverse theory to practical problems shows that the result is a smooth dependence of conductivity on depth which — in the examples of WEIDELT [17] — is very well approximated by the magnetotelluric stratified Earth models.

It is, of course, natural to assume that the conductivity in the Earth is, at least to a certain degree, randomly distributed. In that case, however, the over-all conductivity structure which we denote by $\sigma_0(\mathbf{x})$ and which is found by magnetotellurics or by the inverse method, can be considerably influenced by the fluctuating part $\sigma_1(\mathbf{x})$. Moreover, as it will be shown below, the system of equations on which both the magnetotelluric and the inverse methods are based, changes due to the stochastic part of the conductivity.

Both these arguments, the dependence of the inverse method on the distribution of the field quantities on the surface and the statistical structure of the Earth's conductivity necessitates a statistical formulation of geomagnetic induction theory. In its most simple version such a formulation has been recently put forward by TREUMANN [13] and SCHÄFER—TREUMANN [7] for an infinite conducting medium. Of course, such a model is not appropriate for application to the real problem of the determination of the Earth's conductivity distribution, for that goal one had to solve the induction problem for a finite Earth. Calculations in this directions are under way. On the other hand, it has been shown that given a known over-all dependence of the conductivity, which, for instance, can be obtained from magnetotellurics or from inverse theory, the mean square deviation $\overline{\sigma_1^2}$ of the conductivity in dependence on space can be determined. A crucial role is played in such a calculation by the correlation tensor $K_{ij} = \overline{\mathbf{B}_i \mathbf{B}_j}$ of the geomagnetic induction field, where the bar indicates space-time average.

In the present paper we derive the general equations for the statistical treatment of the geomagnetic induction problem. We show that the basic equation of geomagnetic induction, Ampere's law, is considerably changed if the conductivity structure has a stochastic part σ_1 . For an infinitely extended medium the newly arising terms will be explicitly calculated.

1. Electrodynanic fundamentals

The general analysis of the geomagnetic induction problem is based on Maxwell's equations and Ohm's law

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j}, & \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{B} &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{j} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{E} &= - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \mathbf{j} &= \sigma \mathbf{E}. \end{aligned} \tag{1}$$

Here, all the field quantities are assumed to be the sum of a global field $\mathbf{B}_0, \mathbf{E}_0$, denoted by a suffix 0 and reflecting the over-all response of the conductivity structure to a primary incident field, and a stochastic part $\mathbf{B}_1, \mathbf{E}_1$. The latter include all fields which can be attributed to the additional action of the fluctuating part of the conductivity. Hence, we have assumed the conductivity itself to be the sum of an over-all conductivity σ_0 , and a stochastic part σ_1 :

$$\sigma(\mathbf{x}) = \sigma_0(\mathbf{x}) + \sigma_1(\mathbf{x}) \tag{2}$$

Since $\sigma_1(\mathbf{x})$ fluctuates in space, we assume that its mean value taken over the characteristic dimensions of the fluctuation vanishes: $\overline{\sigma_1(\mathbf{x})} = 0$.

Then we have

$$\begin{aligned} \mathbf{B}(\mathbf{x}) &= \mathbf{B}_0(\mathbf{x}) + \mathbf{B}_1(\mathbf{x}), & \mathbf{E}(\mathbf{x}) &= \mathbf{E}_0(\mathbf{x}) + \mathbf{E}_1(\mathbf{x}), \\ \overline{\mathbf{B}(\mathbf{x})} &= \mathbf{B}_0(\mathbf{x}), & \overline{\mathbf{E}(\mathbf{x})} &= \mathbf{E}_0(\mathbf{x}), & \overline{\sigma(\mathbf{x})} &= \sigma_0(\mathbf{x}). \end{aligned} \tag{3}$$

Introducing the first rows of Eqs (3) and (2) into Eq. (1), and taking the average shows that the global fields satisfy the following system of differential equations [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_0 &= \mu_0 \mathbf{j}_0, & \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{B}_0 &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{j}_0 = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{E}_0 &= - \frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t}, & \mathbf{j}_0 &= \sigma_0 \mathbf{E}_0 + \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1} \end{aligned} \tag{4}$$

The basic assumption underlying this treatment is that the scale length over which a remarkable change in the over-all fields occurs is much larger than the characteristic dimension of the fluctuation. In such cases products of the type $F_0 F_1$ average out, since F_0 can be considered as constant during the averaging procedure. For strongly inhomogeneous cases, however, where the over-all fields change rapidly in space, such products have to be taken into account.

By inspection of Eq. (4) we find the mean field satisfies the usual Maxwell's equations, where only the definition of the mean current density has been changed. This behaviour is clear since \mathbf{j} is the only nonlinear quantity which enters Eqs (1). However, with the modified current \mathbf{j}_0 , the right-hand-side of Ampere's law differs from the usual first Maxwell equation used in geomagnetic induction theory

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_0 = \mu_0 \sigma_0 \mathbf{E}_0 \quad (5)$$

by the additional term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$. This term reflects the global response of the stochastic part of the conductivity and contributes to the over-all field distribution. The fundamental equation is then for \mathbf{B}_0

$$\Delta \mathbf{B}_0 - \mu_0 \sigma_0(\mathbf{x}) \frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} = \mu_0 \mathbf{E}_0 \times \frac{\partial \sigma_0(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mu_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}. \quad (6)$$

Similarly, for \mathbf{E}_0 we have the equation

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{E}_0 = \mu_0 \sigma_0 \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}. \quad (7)$$

Assuming the media to be free of space charges, i.e. neglecting jumps in the conductivity distribution and restricting ourselves to sufficiently low frequencies, Eqs (6) and (7) become, after replacing the time differentiation by $-i\omega$.

$$\Delta \mathbf{B}_0(\mathbf{x}, \omega) + i\mu_0 \omega \sigma_0(\mathbf{x}) \mathbf{B}_0(\mathbf{x}, \omega) = \mu_0 \mathbf{E}_0(\mathbf{x}, \omega) \times \frac{\partial \sigma_0(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} - \mu_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1} \quad (8)$$

$$\Delta \mathbf{E}_0(\mathbf{x}, \omega) + i\mu_0 \omega \sigma_0(\mathbf{x}) \mathbf{E}_0(\mathbf{x}, \omega) = -i\omega \mu_0 \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1} \quad (9)$$

respectively. These are the equations describing the mean over-all field in a medium of a spatially fluctuating conductivity. Of course, as so far nothing is known about the term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$, Eqs (8) and (9) are of little use and must be supplemented by equations for \mathbf{E}_1 and a rule for taking the average of the product $\sigma_1 \mathbf{E}_1$. In addition to this, also the usual electromagnetic boundary conditions have to be supplied at the surface of the Earth. The remainder of this paper is devoted to the calculation of the term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$ for the most simple case of an infinite medium.

2. The fluctuating fields

The equation for the fluctuating fields can be easily found by subtracting Eqs (4) from (1). The result is [7]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1 &= \mu_0 \sigma_1 \mathbf{E}_0 + \mu_0 \sigma_0 \mathbf{E}_1 + \mu_0 \sigma_1 \mathbf{E}_1 - \overline{\mu_0 \sigma_1 \mathbf{E}_1} \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{E}_1 &= -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{B}_1 = 0 \end{aligned} \tag{10}$$

The solution of Eqs (10) requires the knowledge of the fields $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$ which appear in the equations as inhomogeneities. Since these fields themselves depend on \mathbf{E}_1 in the manner given by Eqs (8) and (9), respectively, the systems of equations for the over-all and the fluctuating fields are coupled. Without some simplifying assumptions, the solutions would lead to difficulties which, in view of the complicate spatial dependences of $\sigma_0(\mathbf{x})$ and $\sigma_1(\mathbf{x})$, would make the analysis untractable. One such simplifying assumption is the already mentioned supposition of different scale lengths for the global and stochastic quantities. Consequently σ_0, \mathbf{E}_0 and \mathbf{B}_0 can be considered as constant when solving Eqs (10) for $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$. We note however that such an assumption is not necessarily required for $\mathbf{E}_0, \mathbf{B}_0$, since these quantities appear only in the inhomogeneity of the system (1). A more serious difficulty arises from the "non-linearity" in the space dependence which enters through $\sigma_1 \mathbf{E}_1$ and $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$. To avoid it, we introduce the linearizing assumption that $\sigma_1/\sigma_0 \ll 1$. Then $\mathbf{E}_1, \mathbf{B}_1$ are first-order quantities in the parameter σ_1/σ_0 , and hence $\sigma_1 \mathbf{E}_1, \overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$, in a first approximation, can be neglected compared with the remaining terms in Eqs (1). By this assumption the first order problem for the fluctuating fields becomes linear, which can be solved by linear analysis for any given $\sigma_0, \mathbf{B}_0, \mathbf{E}_0$ and geometry of the Earth:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1 &= \mu_0 \sigma_0 \mathbf{E}_1 + \mu_0 \sigma_1 \mathbf{E}_0 \\ \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{E}_1 &= -\frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{B}_1 = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

For an infinite medium the solution can be achieved by FOURIER analysis [8]:

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t) = \frac{i\mu_0}{(2\pi)^4} \int d\omega d\mathbf{k} \frac{\omega \sigma_1(\mathbf{k}) \mathbf{B}_0(\omega)}{k^2 - i\omega \mu_0 \sigma_0} e^{i\mathbf{k}\mathbf{x} - i\omega t} \tag{12}$$

Here

$$\sigma_1(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{x} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \sigma_1(\mathbf{x}) \tag{13}$$

is the Fourier transform of the fluctuating conductivity. The equations for a conducting half-space situated at $z > 0$ are

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{B}_1 &= 0 \quad \text{for } z < 0 \\ \Delta \mathbf{B}_1 - \mu_0 \sigma_0 \frac{\partial \mathbf{B}_1}{\partial t} &= \mu_0 \sigma_1 \frac{\partial \mathbf{B}_0}{\partial t} \quad \text{for } z > 0 \end{aligned} \quad (14)$$

subjected to the appropriate boundary conditions at $z = 0$ and $z = \pm \infty$ (TREUMANN — in preparation).

3. Statistical treatment

It has been shown by SCHÄFER and TREUMANN [7] for the case of an infinite medium that the fluctuating fields can be conveniently used for the determination of the modulus of the conductivity fluctuation. The quantity of interest is the statistical field correlation tensor K_{ij} defined as

$$K_{ij} = \overline{\mathbf{B}\mathbf{B}} = \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0 + \overline{\mathbf{B}_0 \mathbf{B}_1} + \overline{\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_0} + \overline{\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1} \quad (15)$$

Since the characteristic fluctuation scale length is small compared with the characteristic dimension of the zero-order field changes, the mixed products $\mathbf{B}_0 \mathbf{B}_1$ and $\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_0$ average out. So we have

$$K_{ij} = \mathbf{B}_0 \mathbf{B}_0 + \overline{\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1} \quad (16)$$

where

$$\overline{\mathbf{B}_1 \mathbf{B}_1} = \overline{\mathbf{B}_1(\mathbf{x} + \zeta, t + \tau) \mathbf{B}_1(\mathbf{x}, t)}. \quad (17)$$

Carrying out the integrations involved, one finds that K_{ij} is a function of \mathbf{B}_0 and $|\sigma_1(\mathbf{k})|^2$ which can be considered as an integral equation for the latter. For the case of an infinite medium this integral equation is of the type of FOURIER integrals [7] and can be solved for $|\sigma_1(\mathbf{k})|^2$. Then, transforming back to the (ζ) -space:

$$\begin{aligned} \frac{\overline{\sigma_1^2(\zeta, \tau)}}{\sigma_0^2} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\omega d\mathbf{k} \left\{ \delta(\mathbf{k}) + \left(1 + \frac{\mathbf{k}^4}{\omega^2 \mu_0^2 \sigma_0^2} \right) \mathbf{B}_0^{-1}(\omega) \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot K_{ij}(\mathbf{k}, \omega) \cdot \mathbf{B}_0^{-1}(-\omega) \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

Here the average is taken over the characteristic period and fluctuation length, respectively, and $K_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ is the transform of the field correlation tensor $K_{ij}(\zeta, \tau)$, which is a measurable quantity characteristic of the natural situation

in the measurement of the components of the geomagnetic variation field, including the statistical properties of the field and the method of measurement. The dependence of $\overline{\sigma_1^2}$ vs. τ , the frequency ω reflects the fact of the finite penetration depth for an inducing field into a conducting medium, which leads to the result that information from the correlation tensor can only be achieved down to a certain finite depth, depending on the used real time respectively period of the variation field.

The possibility of determination of the mean properties of the fluctuating part of conductivity from the correlation tensor of the geomagnetic variation field suggests a practical use of this so far neglected quantity.

In a note subsequent to the paper [8] it was shown that the Parkinson—Wiese vector of geomagnetic deep sounding is a direct consequence of the invariance properties of the field correlation tensor for two-dimensional conductivity structures. One can therefore expect that the recently proposed geomagnetic induction tensor [3; 4] which connects the primary incident magnetic field with the secondary induced part of geomagnetic variations, is directly related to the geomagnetic field correlation tensor. An investigation in this direction would be of interest since the derivation of the induction tensor from model calculations seems to be an extremely difficult task [4].

4. The equation for the global field

In this last section we consider the question how the fluctuating conductivity structure influences the over-all geomagnetic field. In other words, we determine the structure of the term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$ in Eqs (8) and (9) for the global field vectors. Such a calculation is based on the knowledge of the first-order fields. Since it will be turn out that a very complicate nonlinear integro-differential equation arises, we will restrict ourselves to the most simple case of an infinite medium for which the analytical results have already been given in the previous section.

So far, the equations for the global fields have been given in implicate form. To proceed, we first eliminate \mathbf{E}_1 from the term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1}$ by use of the expression resulting from Eq. (11)

$$\mathbf{E}_1 = \frac{1}{\sigma_0 \mu_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1 - \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \mathbf{E}_0 \tag{19}$$

Taking into account that $\sigma_1(\mathbf{x})$ is a real function of space and recalling the definition of the average as an integral over space, the first Maxwell equation (4) becomes

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_0(\omega) = \mu_0 \left(\sigma_0 - \frac{\overline{\sigma_1^2}}{\sigma_0} \right) \mathbf{E}_0(\omega) + \frac{\overline{\sigma_1}}{\sigma_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1(\omega) \tag{20}$$

From this equation it can be realized that, having obtained the solution for the first-order problem and being able to express $\overline{\sigma_1^2}$ by measurable field-dependent quantities, and σ_0 , Eq. (20) represents a closed equation for the global field in which the influence of the fluctuating conductivity is taken into account. Clearly, this equation replaces the usual basic equation of magnetotellurics and geomagnetic induction theory in the case when the over-all depth-dependent structure of the conductivity of the earth is superimposed by a space-dependent stochastic part. Note that a homogeneous σ_1 does not change the usual magnetotelluric situation after averaging over a scale larger than its characteristic variation length. In that case the second term in Eq. (20) vanishes since \mathbf{B}_1 becomes space-independent after averaging, and the global conductivity σ_0 is shifted only to the slightly smaller value $\sigma'_0 = \sigma_0 - \overline{\sigma_1^2}/\sigma_0$ where $\overline{\sigma_1^2} \equiv \overline{\sigma_1^2(\omega)}$ depends on the frequency spectrum of the variation field through the field correlation tensor $K_{ij}(\xi, \omega)$ in Eq. (18). The Earth behaves like a less conducting medium.

In the case of an infinite medium we are already in the position to determine the explicit form of the right-hand side of Eq. (20). Identifying ζ with the global scale \mathbf{x} , $\overline{\sigma_1^2}$ is given by Eq. (18). The remaining term $\overline{\sigma_1(\partial/\partial\mathbf{x}) \times \mathbf{B}_1/\sigma_0}$ is easily calculated, using \mathbf{B}_1 from SCHÄFER and TREUMANN [7] and taking the average. The result is

$$\overline{\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1(\omega)} = \frac{-i}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \left(1 - \frac{ik^2}{\omega\mu_0\sigma_0} \right) \times \left[\mathbf{B}_0^{-1}(\omega, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{k}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) \cdot \mathbf{B}_0^{-1}(-\omega, \mathbf{x}) \right] \times \left[\mathbf{k} \times \mathbf{B}_0(\omega, \mathbf{x}) \right] \quad (21)$$

This is the expression to be used on the right-hand side of Eq. (20). Integrating with respect to ω , we find finally

$$\overline{\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_1} = \frac{-i}{(2\pi)^4} \int d\mathbf{k} d\omega \left(1 - \frac{ik^2}{\omega\mu_0\sigma_0} \right) \left[\mathbf{B}_0^{-1}(\omega, \mathbf{x}) \cdot \mathbf{K}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) \cdot \mathbf{B}_0^{-1}(\omega, \mathbf{x}) \right] \times \left[\mathbf{k} \times \mathbf{B}_0(\omega, \mathbf{x}) \right] \exp(-i\omega t) \quad (22)$$

In this integration the first term on the right-hand side of Eq. (20) becomes an operator acting on $\mathbf{E}_0(\omega)$. On the other hand, the ω -dependent version of $\overline{\sigma_1^2}$,

$$\overline{\sigma_1(\omega, \mathbf{x})^2} = \frac{\sigma_0^2}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \left\{ \delta(\mathbf{k}) + \left(1 + \frac{k^4}{\omega^2\mu_0^2\sigma_0^2} \right) \times \left[\mathbf{B}_0^{-1}(\omega) \cdot \mathbf{K}_{ij}(\omega, \mathbf{k}) \cdot \mathbf{B}_0^{-1}(-\omega) \right] \right\} \times \equiv \sigma_0^2 I(\omega, \mathbf{x}; \mathbf{B}_0, \mathbf{K}_{ij}), \quad (23)$$

together with Eq. (21) can be used in Eqs (8) and (9), respectively, to express the term $\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1(\omega)}$ through $K_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ and the global fields themselves:

$$\overline{\sigma_1 \mathbf{E}_1(\omega)} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\sigma_1}{\sigma_0} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \overline{\mathbf{B}_1(\omega)} - \frac{\overline{\sigma_1(\omega)^2}}{\sigma_0} \mathbf{E}_0(\omega) \quad (24)$$

Such a procedure closes the equations for the over-all field distribution. These equations are, however, very complicate, and no longer separable for $\mathbf{E}_0(\omega)$ and $\mathbf{B}_0(\omega)$ as in the case of the usual geomagnetic induction theory. The full system of equations consists now of the equation (8), (9), (24), (18), and (21), replacing Maxwell's equations, the first of which (20) has the form

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \times \mathbf{B}_0(\omega) = \mu_0 \sigma_0 [1 - I(\omega, \mathbf{x}; \mathbf{B}_0; \mathbf{K}_{ij})] \mathbf{E}_0(\omega) + \text{equ. (21)}, \quad (25)$$

where I is given by the right-hand-side of Eq. (23), and is a function of $\mathbf{B}_0(\omega)$ and of the field correlation tensor. These expressions, together with Faraday's law, form the basis of geomagnetic induction theory in an infinite medium. For the finite Earth they have to be replaced by the appropriate expressions.

5. Conclusions and summary

In the present paper we have reconsidered the fundament of geomagnetic induction theory, taking into account that the conductivity in the Earth might be statistically distributed. Such an approach offers the possibility to determine the modulus of the statistical part of the conductivity and its space dependence from a measurable quantity, the field correlation tensor. On the other hand, it shows that the existence of such a stochastic part in the Earth's conductivity considerably changes the equations which underly the geomagnetic induction theory, probably making them almost intractable for model calculations. However, since we must expect that the conductivity structure within the Earth is only in some rather rare cases a simple one, the assumption about its statistical distribution seems to be dictated by nature. Consequently, the information about the conductivity from field measurements and model calculations or the solution of the inverse problems can be considerably falsified due to the presence of σ_1 and the fluctuating fields \mathbf{E}_1 , \mathbf{B}_1 connected with it. Of course, an extremely precise measurement of the field components would allow for an accurate determination of σ by means of the inverse method. Since such measurements are impossible in practice with the required precision, the statistical treatment seems to be more appropriate than the usual deterministic induction theory, at least until the inverse theory has been based on equations (8) and (9). The statistical procedure starts out from

the field correlation tensor, which comprehends the statistical properties of the fields in dependence on the chosen correlation lengths and times. By means of this tensor the method offers the possibility of a direct determination of the space dependence of the mean square deviation of the conductivity from a global value σ_0 which is free for elevation. Hence, one can suggest that in a first approximation it would be convenient to determine σ_0 from the inverse problem of magnetotellurics or a model calculation. This done, the next step would be to use the field correlation tensor of the geomagnetic variation field and the value σ_0 of the over-all conductivity to calculate the amplitude of the statistical deviation $(\overline{\sigma_1^2})^{1/2}$ and its spatial dependence to find the regions where σ_0 is a reasonable approximation of the conductivity structure of the Earth and to exclude those regions where it is not.

In the present paper, however, theory has still not been brought to a direct applicability to the Earth. This would require the solution of the problem for the finite Earth instead of an infinite medium, which will be given in a subsequent paper.

The calculations of the electromagnetic induction in thin sheets were also successful. They will be published as soon as possible elsewhere [14].

Acknowledgements

We thank Dr. H. R. LEHMANN for valuable discussions. Thanks are also due to Dr. E. RITTEK and Prof. G. FANSELAU concerning a discussion of the value of correlation measurements of the geomagnetic induction field for geomagnetic deep sounding, to Dr. F. KRAUS who tries to formulate the problem in a somewhat different manner, and to Dr. P. WEIDELT, who kindly informed one of the authors (R. TREUMANN) about his results in the formulation of the inverse geomagnetic induction problem.

REFERENCES

1. ASHOUR, A. A.: Electromagnetic induction in thin finite sheets having conductivity decreasing to zero at the edge, with geomagnetic applications I, II. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 22 (1971), 417—443; 25, 447—467.
2. JONES, F. W.—PASCOE, L. J.: The perturbation of alternating geomagnetic fields by three-dimensional conductivity inhomogeneities. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 27 (1972), 497—485.
3. LILLEY, F. E. M.—BENNETT, D. J.: Linear relationships in geomagnetic variation studies. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 7 (1973), 9—14.
4. LILLEY, F. E. M.: Analysis of the geomagnetic induction tensor. *Phys. Earth Planet. Inter.*, 8 (1974), 301—316.
5. RIKITAKE, T.: Electromagnetism and the Earth's Interior. Development Solid Earth Geophys. (Elsevier, Amsterdam) ch. 9. 2 (1974).
6. ROKITYANSKY, I. I.: Geophys. Methods of Magnetic Variation Sounding and Profiling (Naukova Dumka, Kiev), 1972. (In Russian)
7. SCHÄFER, K.—TREUMANN, R.: Statistical approach to the geomagnetic induction problem for the infinite medium. *Gerl. Beitr. Geophysik*, 84 (1975), 117—122.
8. SCHÄFER, K.—TREUMANN, R.: Remarks on a statistical theory of the Parkinson—Wiese vector. *Gerl. Beitr. Geophysik*, 84 (1975), 123—127.
9. SCHMUCKER, U.: Anomalies of geomagnetic variations in the southwestern United States. *Bull. Scripps Inst. Oceanogr.*, 13 (1970).

10. TREUMANN, R.: Electro-magnetic induction in inhomogeneous media (E-polarization.) *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 5 (1970), 61/67.
11. TREUMANN, R.: The problem of the electromagnetic induction in a plate with two-dimensional conductivity distribution. I. General theory, II. Approximation method and results, III. Application. *Geomagn. i Aeronomiya*, 10 (1970), 478—495, 588—599, 860—867.
12. TREUMANN, R.: Three-dimensional treatment of the electromagnetic induction problem of magnetovariational and magnetotelluric sounding. *Geomagn. i Aeronomiya*, 10 (1970), 1062—1067.
13. TREUMANN, R.: On the geomagnetic induction problem, ZISTP-Abt. Magnetosphärenphysik Rep. Aug. 1973 (To be published in KAPG-Monography on Magnetotellurics, editor in chief: A. Ádám).
14. TREUMANN, R.—SCHÄFER, K.: The statistics of the electromagnetic induction in thin sheets (to be published), 1975.
15. WEAVER, J. T.—THOMSON, D. J.: Induction in a non-uniform conducting half-space by an external line current. *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 28 (1972), 163—185.
16. WEIDELT, P.: The electromagnetic induction in two thin half-sheets. *Z. Geophys.* 37 (1971), 649—665.
17. WEIDELT, P.: The inverse problem of geomagnetic induction. *Z. Geophys.*, 38 (1972), 257—289.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ТЕОРИИ ГЕОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ

Р. ТРАЙМАНН—К. ШЕФЕР

РЕЗЮМЕ

Теория геомагнитной индукции была сформулирована до сих пор только на детерминистическом основании, применением уравнений Максвелла, путем решения их для первичных полей с приложением структур Земли со специальной проводящей способностью или же путем решения обратной проблемы геомагнитной индукции. Эти методы не учитывают стохастическое распределение проводящей способности, хотя это в большинстве случаев практики ближе к истине. В настоящей статье опять рассматривается теория геомагнитной индукции на том основании, что проводящая способность Земли складывается из двух частей: одна систематическая, медленно изменяющаяся $\sigma_0(\mathbf{x})$, а вторая стохастическая $\sigma_1(\mathbf{x})$, изменяющаяся в намного меньшей мере. Покажем, что уравнения Максвелла в этом случае могут быть разделены на уравнения, описывающие стохастическое поле и на уравнения, соответствующие стохастическому полю, но уравнение для систематической части поля содержит член, возникающий вследствие стохастического распределения проводящей способности. Решив уравнение стохастического поля в линейном приближении вводим корреляционный тензор геомагнитного индукционного поля. Его можно целесообразно применять для средней квадратической величины изменяемости проводящей способности $\sqrt{\overline{\sigma_1(\mathbf{x})^2}}$. Эту информацию, выраженную корреляционным тензором, можно использовать для описания истинного положения измеряемой величины.

Для простоты результаты даются для бесконечной среды. В этом случае корреляция с уравнением, действительным для глобального поля, может быть вычислена в явном виде. Полученные уравнения являются очень сложными интегрально-дифференциальными уравнениями, из которых не могут быть исключены ни B_0 , ни E_0 . Следовательно, в случае истинных взаимодействий простые модельные вычисления проводящей способности имеют только малое значение, ибо на результаты существенно влияет стохастическое распределение проводящей способности.

A PHOTOGRAMMETRIST'S VIEW OF REMOTE SENSING*

E. E. DERÉNYI

ASSOCIATE PROFESSOR

DEPARTMENT OF SURVEYING ENGINEERING, UNIVERSITY OF NEW BRUNSWICK FREDERICTON, N.B.,
CANADA

[Manuscript received May 8, 1975]

By the various Remote Sensing techniques it is always necessary to establish an appropriate mathematical relationship between the object space and the image space. This way we can locate geometrically the informations gathered by remote sensing techniques. The most general expression of this mathematical relationship is called here sensogrammetry which is the main working field of the photogrammetrists.

Introduction

“Remote Sensing” essentially means to acquire information about distant objects without coming into physical contact with them. This type of information gathering is of course an ancient practice since seeing, hearing and smelling can be considered a primitive form of remote sensing. Recent technological advances, however, made it possible to amplify and extend the capabilities of the natural sensory perception by the development of a variety of instruments to serve as sensors. Thus, remote sensing is evolving into an increasingly sophisticated art.

The signals received by sensors are waves of energy reflected or emitted by objects. By analysing these returns, valuable information can be gained about the physical, biological and chemical properties of the objects in question.

Many sensors are capable of recording only the amplitude of the signals in a point-by-point mode and displaying it in a digital or graphical form. A profile record may be obtained by scanning the object with the sensor. Some sensors also permit to measure or determine the direction from which the signal is emanating. The intensity record of the signals may then be arranged into two-dimensional array or image. Such a display is actually a projection of the object. Now, it can be determined from which point in the object or scene has the signal originated and one can also reconstruct the shape, size, position and orientation of the object, provided that the geometric relations of the projection are known. To derive such information from images is the responsibility of photogrammetrists, who must therefore concern themselves with all types of sensors, which are capable of image formation.

* Dedicated to the 75th birthday of Professor A. TÁRCZY-HORNOCH.

Image forming sensors

Table I summarizes the principal characteristics of image forming sensors currently available.

Table I
Image forming remote sensors

Sensor	Type	Spectral region (wave-length)	Angular resolution, mrad	Mode of operation
Photographic camera	frame	0.35— 1.0 μm	0.1	Passive, directional systems
	strip	0.35— 1.0 μm	0.1	
	panoramic	0.35— 1.0 μm	0.015	
	vidicon	0.35— 0.7 μm	0.2	
Scanner	multi-spectral	0.3 — 3.0 μm	0.05	Passive, directional systems
	infrared	3.0 — 14.0 μm	3	
	ultraviolet	0.15— 0.35 μm	3	
	microwave	0.1 —100 cm	10	
Radar	real aperture	1.0 —100 cm	3	Active, ranging systems
	synthetic aper.	1.0 —100 cm	2	
Sonar	side-looking	1 cm	5	Active, ranging

By far, the most widely used sensor is the photographic camera. Image formation occurs in an emulsion by a chemical process. This chemical reaction is initiated by electromagnetic radiation reflected from objects and projected onto the emulsion through lens systems. Photographic emulsions are only sensitive to radiation in the $\lambda = 0.3 \mu\text{m}$ to $\lambda = 1.0 \mu\text{m}$ wave-length region with the exception of X-rays ($\lambda = 0.03 \text{ nm}$ to 10 nm) at a very close range. It is possible, however, to produce images not only in grey levels but also in colour.

An alternate product to the photographic emulsion available for image formation in the aforementioned wave-length region is the vidicon imaging tube, on which phosphor particles produce a luminescent image and store it for a limited time period. The face of the tube must be photographed to obtain a permanent record. Vidicon cameras are being used when images are transmitted over long distances. In this case the luminescent image is first electronically scanned to obtain point-by-point densities. This signal is then transmitted to a receiving station, where it is reconstructed on the face of a cathode-ray tube and recorded photographically.

Most photographic cameras expose the emulsion bounded by the focal plane frame almost instantaneously. In some, however, the projection takes place through a narrow slit and an image of a larger format is produced by scanning. The continuous strip and panoramic cameras fall into this category.

Outside the $\lambda = 0.3 \mu\text{m}$ to $1.0 \mu\text{m}$ wave-length region of the electromagnetic spectrum the registration of an image in two-dimensional array by

direct projection becomes difficult or impossible, since the photographic emulsion and phosphor particles are insensitive to such radiation. Therefore, quantum detectors or demodulator circuits of various type must be employed for sensing the intensity of the received radiation signal. A detector can process only a single signal at a certain instance. To be more specific, all signals received at a particular moment are integrated. The size of the spot on the object from where signals are received at the same moment define the spatial resolution of the system. Naturally, it is desirable to keep the spot size as small as possible and thus the radiation from objects of extended dimensions must be collected by scanning. In one direction this is achieved by the forward movement of the sensor itself. Scanning at right angles to this path is accomplished by mechanical means, such as rotating prisms for the passive infrared and ultraviolet sensors and rotating antennas for the passive microwave radiometers. This scanning action provides the directional information. In active microwave systems, such as sidelooking airborne radar, the signals are separated by the measurement of the time interval between the transmitted and the received energy pulse. These devices provide range information rather than directional data.

A visual two-dimensional image is produced by modulating the intensity of the electric current through a glow tube or cathode ray tube by the signal, coming from the detector. The intensity modulated light spot is then focused on a continuously moving photographic film in synchronism with the scanning action of the receiver. The result is a strip image.

Sensogrammetry

The analytical relationships between object and image space is defined by the collinearity condition, which expresses the fact, that an object point, the corresponding image point and the projection centre all lie on the same straight line. The projection itself can be described mathematically by the projective equation.

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = S_i [\mathbf{M}] \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ -f - 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

where X_i, Y_i, Z_i = coordinates of a point in the object space coordinate system,

S_i = scale factor,

$[\mathbf{M}]$ = three-angle rotation matrix,

x_i, y_i, f = coordinates of an image point in the image coordinate system,

$x_0, y_0, 0$ = coordinates of the perspective centre in the image system,

X_0, Y_0, Z_0 = coordinates of the perspective centre in the object space system.

Numerous object points are projected onto the image plane at the moment of exposure if the imaging is done with a conventional frame camera and M , $x_0, y_0, f, X_0, Y_0, Z_0$ have values which are valid for all of these image points. However, when dynamic imagine systems are employed, only a single point or a small group of points are projected at a given instant. Consequently, certain elements of the projective equation become a function of time and the two-dimensional array of image points becomes also time dependent, which is expressed by the equation:

$$\begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{pmatrix} = S_i[\Delta M_j] [M_0] \begin{pmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ -f - 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Delta X_j \\ \Delta Y_j \\ \Delta Z_j \end{pmatrix} \quad (2)$$

where X_0, Y_0, Z_0 = coordinates of a perspective centre at the time t_0 which is used as a reference for the strip (initial perspective centre),

$\Delta X_j, \Delta Y_j, \Delta Z_j$ = coordinates of the perspective centre at the time t_j (instantaneous perspective centre) with respect to X_0, Y_0, Z_0 ,

$[M_0]$ = rotation matrix at the time t_0 , the orientation of the projection associated with the initial perspective centre,

$[\Delta M_j]$ = rotation matrix which expresses the orientation of the projection at the time t_0 with respect to that at t_j .

Equation (2) clearly indicates that, in photogrammetric terminology, the exterior orientation of the projection system is continuously changing as a function of time. It is no longer possible to relate a large array of image points to the object space by a single set of equations. The real-time image is a dot or a line and a strip image is a composite of these elements, each with its own unique values for the projective equation.

The solution of this geometrical problem presents a unique challenge to photogrammetrists. It is an important task, since proper correlation and comparison of data obtained by various kinds of sensors is only possible if all images are brought to a common geometrical base. The problem is compounded by the fact that some of the photographic cameras used for remote sensing are not constructed to such rigid standards as the precision mapping cameras. Other sensors contain moving optical and mechanical parts and electronic components. Thus, the internal geometry of many sensors is rather complicated, at times unstable and can cause significant amount of distortion. Indeed, a strict solution by a conventional photogrammetric approach is no longer possible.

Even the name "photogrammetry" does not express accurately the activities involved. It is derived from the Greek words "photos" meaning

“light”, “gamma” meaning “that which is drawn or written” and “metron” meaning “to measure”. The composite of the root words therefore signifies “measuring graphically by means of light”. Several remote sensors operate far outside the visible light region or, like the side-looking imaging sonar, do not utilize the electromagnetic spectrum at all. Therefore, it is proposed to replace the root word “photo” with “senso”, which is derived from the Latin word “sensus”, the past participle of “sentire” meaning to perceive or feel and adopt the expression “sensogrammetry”* to identify all activities pertaining to the geometrical aspects of remote sensing. Similarly, the product of a non-photographic image-forming systems should be called “sensogram”.*

It is impossible to present the elements of sensogrammetry in details in such a short paper, only the basic principles can be outlined. Essentially, the task is to evaluate equation (2), and while doing so, the main difficulty to overcome is the time dependency of the elements. Three alternatives are open:

1. To install the sensor on a stabilized mount, whereby changes in the angular orientation elements become negligible. Consequently, matrix $[M_j]$ reduces to a unit matrix and the rotation angles in $[M_0]$ are zero or have known values. Constant speed, altitude and direction are maintained by autopilot. Clearly, this is the most convenient alternative, since a geometrically correct image is readily available from the output of the sensor. On the other hand, stabilization is a very costly proposition, especially, if the sensor has a large mass.

2. To record the exterior orientation parameters and/or their changes during flight, whereby the elements of the rotation matrices and the coordinates of the perspective centres become known quantities. It is a desirable alternative, since it provides all the data necessary to produce a geometrically correct image. On the other hand, a collection of sophisticated instrumentation and a suitable vehicle to install it, are needed, thus cost is again rather high. In addition, a complex hardware and software facility is required for data and image processing, which is an added expense.

3. To model the changes of the orientation elements by mathematical functions and then use these to compute the values of the rotation matrices and the perspective centre coordinates.

This is certainly a valid approach, however, it cannot provide an exact, strict solution, since values of the orientation elements may oscillate at a high frequency and in a random fashion which makes an exact modelling impossible. In addition, considerable amount of control data is needed to evaluate the mathematical functions.

* According to the author's knowledge, this terminology is being proposed in this paper for the first time.

It is evident that, under present circumstances, none of the alternatives can, by themselves, provide a feasible solution to sensogrammetry and a combination of the three choices appears to be the best alternative. Therefore, it is recommended

- to dampen the high frequency oscillations of the orientation elements by stabilization;
- to record at regular intervals the changes in those orientation elements, which have the most critical influence on the image geometry;
- to reinforce the orientation data with ground control data and employ an interpolation procedure to generate a continuous record of the exterior orientation.

The data thus obtained can then be used

- to correct analytically the coordinates of individual points;
- to produce a geometrically correct graphical plot under computer control;
- to produce a rectified print in a computer controlled rectifier-printer;
- to produce a geometrically correct digital image.

The above four items are the principal products of sensogrammetry. The last one would require an integrated digital image processing technique, whereby both the qualitative and quantitative information content is processed and stored simultaneously. It would certainly be the most advanced product and is the ultimate goal of sensogrammetry.

So far, the exterior orientation of the sensor was only considered, however, the interior orientation must also be known for the evaluation of Equation (2). Therefore, procedures must be established for the calibration of sensors and for the correction of the imagery. Furthermore, many sensors do not have a proper internal geometric reference system and thus some instrumental design changes are also required. The internal geometry of sensors poses a considerable problem and must be dealt with, regardless of the approach taken for handling the exterior orientation.

Presently, activities in sensogrammetry are rather scattered and rest with a few interested individuals. The only concentrated, organized effort being made is by the Working Group on the "Geometry of Remote Sensing Systems" of Commission III of the International Society of Photogrammetry which was organized in 1973. So far, a few of the problems were dealt with and many remain unresolved. Sensogrammetry is the photogrammetry of the space age, a unique challenge and has yet to be explored and developed.

МНЕНИЕ ОДНОГО ФОТОГРАММЕТРИСТА О "REMOTE SENSING"

Э. Э. ДЕРЕНИ

РЕЗЮМЕ

Различными техниками "remote sensing" всегда встает необходимость создать связь между пространствами предмета и картины. Так, геометрически можем фиксировать место собранных с помощью „remote sensing” информации. Самое общее выражение этой математической зависимости называем сенсограмметрией, являющейся главной областью работы фотограмметристов.

EXPERIMENTAL RESULTS WITH THE CHARACTERIZATION OF GEOMAGNETIC MICROPULSATIONS

V. COMPARISON OF THE GEOMAGNETIC PULSATION ACTIVITY
AT THE OBSERVATORIES NAGYCEMK, NIEMEGK AND SODANKYLÄ

L. TAKÁCS

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received June 10, 1975]

Using the pulsation data and indices defined in the previous part of this series, comparisons were made with the records of three European observatories. Conclusions are drawn about the applicability of the method for such comparisons as well as on the distribution of pulsations at different latitudes. It is shown that a three-hour index would be necessary for detailed investigations.

1. Introduction

The study of the geomagnetic pulsations provides valuable information about the processes in the magnetosphere. It is very interesting in that respect to compare pulsations recorded at different observatories, in particular at observatories at different latitudes.

We have compared the pulsation activity character figures of the observatories Nagycenk, Niemegek and Sodankylä. Those three observatories are at very different magnetic latitudes, Nagycenk at 47.2° , Niemegek at 52.2° , Sodankylä at 63.8° , in the vicinity of the auroral electrojet.

We used for our investigations the 6 mm/min paper speed earth current records of the first 17 days of March 1973. Amplitudes were determined in 12 period bands by the method described in the first part of this series ([1], Table III).^{*} One of the purposes of our investigations was to test the applicability of the characterization method for comparative studies of the data of different observatories.

The comparison was made more difficult by the subjective elements of the characterization. The data of the observatories Nagycenk and Sodankylä were determined by the personal of our institute, but those of the observatory Niemegek were determined there according to the same method but somewhat different conventions. The most important difference was that at our institute only the most typical two or three period bands were picked out in every half hour, in Niemegek, however, sometimes the activities of even five neighbouring period bands were identified, causing strong correlations between the neighbouring period bands.

^{*} The limits of those bands are shown in Fig. 1 together with the limits of the Pc bands.

We have compared also the pulsations of the first 17 days of March 1974 at Nagycenk and Sodankylä. The geomagnetic activity in that particular time interval was much higher than in March 1973. (The average ΣK_p value was 24,

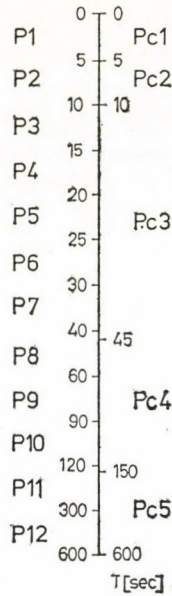


Fig. 1. The limits of the period bands

while it was only 17 in March 1973.) We have compared the earth current record at Nagycenk with the Grenet type record at Sodankylä. The results showed that our characterization method makes possible the comparison of different type of records.

2. The choice of the data preparation interval

For studying the connections between the pulsation activities at various stations, correlations have been computed. Because of the large amount of data, we did not use the amplitudes in every half hour immediately, but we have summed them up for a longer period.

Figure 2 shows the correlation between the amplitudes of the 15—30 sec period pulsations (P4-P6) at Nagycenk and Sodankylä as a function of the interval of summation. It can be seen that a strong decrease of the correlation coefficient takes place between the intervals of 3 hours and 1 hour. (There are some indications [2] that at much shorter intervals of preparation — at some minutes — the correlation increases again.) We have chosen a summation period of 3 hours for the further investigations, because in that case

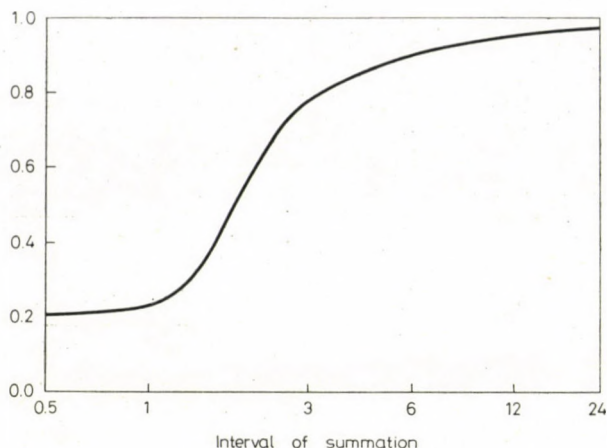


Fig. 2. Correlation coefficient between the amplitudes of 15–30 sec pulsations at Nagycenk and Sodankylä as a function of the summation interval of amplitudes

- the interval is not too long and so it can follow the changes of the activity,
- we could get nearly as strong correlations as in the case of daily sums,
- we have had 136 data in every period band, which was enough for statistical investigations.

There are systematic errors in the record preparation because of the subjective elements and the different recording systems. The influence of them could be reduced by using character figures instead of the summed amplitudes [1]. Correlations between character figures show the similarities of the general course of the pulsation activity, while the correlations between the amplitudes are too sensitive to the coincidence of the extremely large activities, although the differences between them are not too large.

Therefore, for the further investigations the pulsations have been characterized by five-step character figures determined in 12 period bands in every 3 hours.

3. Investigation of the correlation matrices in 1973

3.1. Correlations between the period bands at the same observatory

Correlation coefficients have been computed between the period bands of the same observatory. The correlation matrices are shown in Tables Ia–c. Naturally, they are symmetrical with 1-s in the diagonal. (Only correlations of absolute values higher than 0.2 are indicated.)

The distance between Nagycenk and Niemegek is not too large. Therefore, the differences between the correlation matrices of those observatories are not

Table Ia
Correlation coefficients between the period bands at the same observatory in March 1973
Nagyecsk

Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	1											
P2		1	.33		-.20					.30		
P3		.33	1	.41								
P4			.41	1	.48			-.22	-.21			
P5		-.20		.48	1	.58			-.37	-.21		
P6					.58	1	.47		-.31	-.25	-.22	
P7						.47	1	.32			-.33	
P8				-.22			.32	1				
P9				-.21	-.37	-.31			1	.40		
P10		.30			-.21	-.25			.40	1		-.22
P11						-.22	-.33				1	
P12										-.22		1

Table Ib
Niemegh

Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	1											
P2	.30	1	.31		.29	.29	.36	.45				.31
P3		.31	1	.47	.50	.53	.49	.43	.26		.33	.38
P4			.47	1	.54	.34	.37	.37		-.20	.21	.42
P5		.29	.50	.54	1	.57	.52	.54			.23	.28
P6		.29	.53	.34	.57	1	.66	.57			.24	.26
P7		.36	.49	.37	.52	.66	1	.62				.23
P8		.45	.43	.37	.54	.57	.62	1	.25			.26
P9			.26					.25	1			
P10				-.20						1	.28	
P11			.33	.21	.23	.24				.28	1	.36
P12		.31	.38	.42	.28	.26	.23	.26			.36	1

Table Ic
Sodankylä

Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	1											
P2		1	.75						.23	.29	.41	.48
P3		.75	1	.20						.20	.28	.41
P4			.20	1	.61	.35						.25
P5				.61	1	.59						
P6				.35	.59	1	.42					
P7						.42	1	.23				
P8							.28	1	.26			
P9		.23						.26	1	.24		
P10		.29							.24	1	.36	.25
P11		.41	.28							.36	1	.30
P12		.48	.41	.25						.25	.30	1

Table IIa
Correlation coefficients between the period bands at different observatories in March 1973
Nagycenk—Niemegek

		Nagycenk											
	Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Niemegek	P1		.28	.29									
	P2			.24	.35	.22	.22		.23		-.20		
	P3		.20	.38	.54	.41	.23						
	P4				.46	.43	.23						
	P5			.21	.50	.62	.52	.24		-.31			
	P6				.44	.58	.49	.24		-.32			
	P7				.30	.53	.57	.45	.24	-.29			
	P8				.33	.47	.45	.33	.28	-.25			
	P9			.20						.31	.32		
	P10										.27	.34	
	P11			.26	.24	.42	.20					.41	.26
	P12			.30		.42	.22						.30

Table I Ib
Nagyecsk—Sodankylä
Nagyecsk

	Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Sodankylä	P1												
	P2	.21	.40	.42								.22	
	P3	.21	.42	.40					.22				
	P4				.52	.41	.31						
	P5				.44	.46	.39		-.28	-.22			
	P6				.31	.51	.47	.29		-.25		-.20	
	P7					.25	.37	.38				-.22	
	P8							.24	.32			.20	
	P9	.24							.33				
	P10		.23	.26								.29	
	P11		.24	.27	.21							.35	.25
	P12			.22									.26

Table IIc
Niemegek—Sodankylä
Niemegek

	Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Sodankylä	P1	.29	.27										
	P2		.32	.29						.20		.21	.30
	P3	.32	.31	.24									.28
	P4		.34	.47	.49	.47	.43	.35	.40			.26	.34
	P5			.30	.45	.45	.51	.31	.32			.29	
	P6			.27	.38	.54	.60	.42	.40			.22	
	P7					.29	.42	.43	.33				
	P8	.22						.25			.24		
	P9								.26	.27			
	P10			.22						.30	.25	.33	
	P11		.24	.29			.24		.31			.38	.29
	P12			.24							.24	.37	.25

caused mainly by the differences in the micropulsation activity, but by the different preparation conventions, mentioned in the introduction. The correlations are much stronger in Niemegek, in particular between the sub-bands of the Pc 3 band.

The elements of the correlation matrices near the diagonal show that the neighbouring period bands are not independent. Correlations are the largest between the sub-bands of the Pc 3 band, indicating that more of them are generated under similar conditions. The boundaries are the sharpest in the Pc 4 band.

In Niemegek and Sodankylä there are higher positive correlations between the shorter-period Pc 3 and the Pc 5 bands. In Nagycenk they are not, but there are some significant negative correlations between the Pc 4 and Pc 3, Pc 5 bands. (Using character figures, determined from daily sums, there are high correlations between Pc 3 and Pc 5 bands in Nagycenk, too. Also some negative correlations appear between the Pc 3 and Pc 4 bands in Niemegek and Sodankylä too, but with smaller absolute values. (They show that the activities in the period bands Pc 3 and Pc 5 occur together, while that in the Pc 4 band generally occurs alone.)

3.2. Correlation matrices between different observatories

Investigating the latitude dependence of the pulsation activity, the most important tool is the analysis of the correlation matrices between period bands of two different observatories. They can be found in Tables IIa—c.

Most of the high correlations are near the main diagonal, showing the connections between the activities in the same — or adjacent — period bands. The correlations are the highest in the sub-bands of the Pc 3 band, in agreement with earlier similar investigations between the observatories Fürstentfeldbruck and Nagycenk [3]. We have obtained high correlations in a quite large period range, in agreement with the fact that the different period Pc 3 pulsations are generated under similar conditions. The Pc 2 (identical with P 2) band is not isolated from Pc 3, but it is seen — in particular in Table IIb but also in Tables Ic, IIc and IIa — that there is a quite sharp separation between the pulsations with periods shorter or longer than 15 sec. That tendency is the strongest in Sodankylä and it is not seen in Niemegek at all.

We have got the lowest correlation coefficients between the pulsation activities in the Pc 4 band, showing the more local occurrence of that type. In the Pc 5 band there are medium correlations. Those results are in agreement with [3], too. The sensitivity of our recording system is low in the Pc 1 band, so the occurrence frequency of the Pc 1 pulsations is only considerable in the vicinity of the polar cap. (There were only two Pc 1 events in Nagycenk.)

There is medium correlation between the Pc 1 band of Niemegek and Sodankylä (Table IIc).

Interpreting the elements of the correlation matrices far from the main diagonal (Tables IIa—c), one has to take into account the different record-processing conventions. The best example of this is the interpretation of the correlation matrix between Nagyecenk and Niemegek. The sense of the high correlations between the shorter-period Pc 3 pulsations in Nagyecenk and the Pc 5 band in Niemegek or the significant negative correlations between the Pc 4 band in Nagyecenk and the Pc 3 in Niemegek is the same: the pulsation activity is high either in the shorter-period sub-bands of the Pc 3 band and in the Pc 5 band together or in the Pc 4 band. The connection between Pc 3 and Pc 5 pulsations decreases with the increasing distance of the observatories. That becomes more obvious taking into account that the correlation between the Pc 3 and Pc 5 bands is the highest in Sodankylä (Table Ic).

3.3. *The latitude dependence of the Pc 3 pulsation's period*

The study of the latitude dependence of the Pc 3 pulsation's period is very important from the point of view of magnetospheric processes. It was investigated by a lot of researchers, comparing the average period of the Pc 3 pulsations recorded in observatories at different latitudes [4]. Using our correlation matrices, we could try an other approach for studying the latitude dependence of the period.

The correlation coefficients are high in a quite wide range in the Pc 3 period band. The maximum of them is not exactly in the main diagonal, showing the latitude dependence of the period. For example, the 0.51 correlation between the P 5 band in Nagyecenk and the P 6 band in Sodankylä is higher than the neighbouring ones (Table IIa), thus, when P 5 pulsations were recorded in Nagyecenk, then pulsations with somewhat longer period were found in Sodankylä.

We have estimated the period dependence between the pulsations at Nagyecenk and Sodankylä in the following way: We have represented the correlation coefficients as a function of the difference between the serial number of the period bands, i.e. along lines, perpendicular to the main diagonal (Fig. 3).

By fitting of a parabole, the maxima of the curves have been determined. (They are indicated in the figure.) Their distance from the diagonal is a measure of the latitude dependence of the Pc 3 period. In average, the serial number of the Pc 3 sub-bands at Sodankylä is greater than that at Nagyecenk with 0.23, corresponding here to a period increase by 1.2 sec.

The investigations of Cz. MILETITS, J. [4] showed that there are both latitude-dependent and latitude-independent pulsations. Therefore, that value

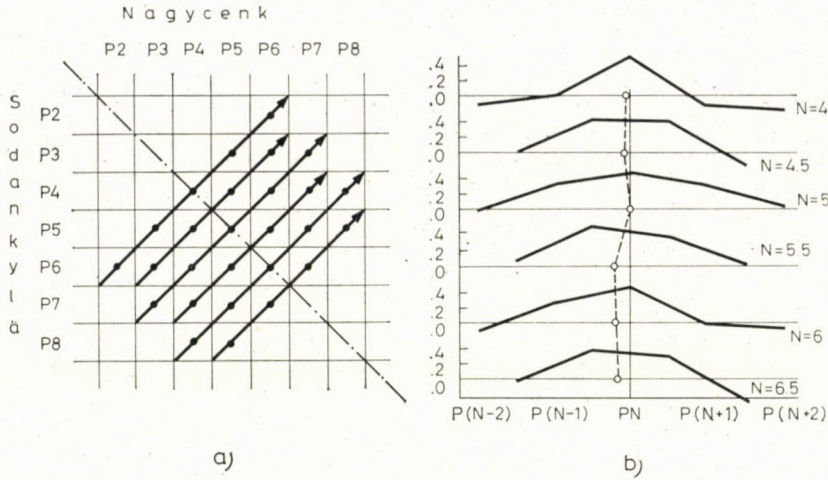


Fig. 3. Correlation coefficients between Nagycenk and Sodankylä along lines, perpendicular to the main diagonal
 a: the order of representation; b: the correlations as a function of the difference between the serial number of the bands

may not be interpreted as the period change of individual pulsations, but only shows the existence of pulsations with latitude-dependent period in this 17-day-interval.

Similar investigations of the periods at Niemegek failed because of the highly different preparation, although they would be very interesting, because it would make possible to control the method, comparing the three differences.

4. Correlations between Nagycenk and Sodankylä in 1974

We have determined the matrices formed from the correlation coefficients between the different period bands at the same observatory (Table IIIa, b). They are very similar to the corresponding matrices in March 1973 (Table Ia, c), in spite of the fact that a Grenet-type recording system was used in Sodankylä. This is very important as it proves that our characterization makes possible the comparison of pulsations recorded by systems of different frequency characteristics.

The correlations between the neighbouring bands at Nagycenk became somewhat less than those in 1973. Because of the same recording system and preparing person it was attributed to the greater geomagnetic activity. The decrease of the correlation coefficients is observable also in Sodankylä, in particular between the Pc 5 and P 2, P 3 bands; even there are some negative correlations between the P 6—P 7 and the P 2 and P 12 bands.

Table IIIa
Correlation coefficients between the period band at the same observatory in March 1974
Nagyecsk

Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	1	.25										
P2		1										.34
P3	.25		1									
P4				1	.23		-.23	-.24	-.31	-.23		
P5				.23	1	-.63		-.27	-.37	-.27	-.21	
P6					.63	1	.54	-.21	-.32		-.29	
P7				-.23		.54	1				-.23	
P8				-.24	-.27	-.21		1	.23			
P9				-.31	-.37	-.32		.23	1	.36		
P10				-.23	-.27				.36	1		
P11					-.21	-.29	-.23				1	
P12		.34										1

Table IIIb
Sodankylä

Band	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
P1	1											
P2		1	.35			-.36	-.34		.22	.20	.22	.20
P3		.35	1	.31					.27		.20	
P4			.31	1	.49							
P5				.49	1	.31						
P6		-.36			.31	1	.48					-.30
P7		-.34				.48	1	.21				-.21
P8							.21	1	.23			
P9		.22	.27					.23	1	.21		
P10		.20							.21	1	.45	
P11		.22	.20							.45	1	.21
P12		.20				-.30	-.21				.21	1

The decrease of the correlations as a consequence of the increase of the geomagnetic activity is the most striking in the correlation matrix between the period bands at Nagycenk and Sodankylä (Table IV). We have determined the latitude dependence of the Pc 3 period by the method described in part 3.3. The periods were longer in Sodankylä by 3.7 sec, indicating that there were more pulsations with latitude-dependent period or (and) the period dependence was stronger in that interval with higher geomagnetic activity.

Table V shows the same correlation matrix as Table IV, but using character figures determined from daily sums. It is a nice example of non-applicability of daily character figures for investigations, dealing with the latitude dependence of pulsation activity or period.

5. Connections between the geomagnetic activity and pulsations

We have investigated the connections between the geomagnetic activity and pulsations. Correlation coefficients have been computed between the geomagnetic K_p index and the 3 hourly character figures in every period band. Because of the different preparation, the data of the observatory Niemegek were not used.

Figure 4a shows the average of the results, determined from the data of the two 17-day-intervals. The correlation coefficient between K_p and the character figures at Nagycenk (full line) is the highest at the period bands from P 2 to P 5 (5–25 sec). Between the period bands P 6 and P 10 (25–120 sec) there is no connection between the pulsation activity and K_p . (It is interesting that the P 6–P 8 sub-bands of Pc 3 behave in the same way as

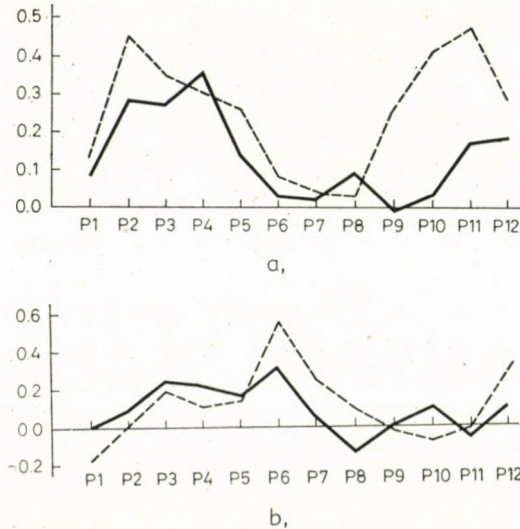


Fig. 4. Correlation coefficients between the 3 hourly pulsation character figures at Nagycenk (full line) and Sodankylä (broken line) and the geomagnetic K_p index. The averages (a) and the differences (b) of the correlation coefficients in March 1973 and 1974

Table IV
Correlation coefficients between the period bands at Nagycenk and Sodankylä in March 1974

		Nagycenk											
Band		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Sodankylä	P1		.41										
	P2					-.40	-.32		.34				
	P3	.21				-.21	-.20		.23				
	P4				.43								
	P5				.35	.40			-.32	-.30			
	P6					.48	.40	.20	-.21	-.22			
	P7					.31	.39	.33					
	P8												
	P9									.23			
	P10			.21									
	P11	.20	.20									.32	.28
	P12					-.21							

Table V
The same as Table IV but using daily character figures for the computations

		Nagycenk											
Band		P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
Sodankylä	P1		.56									.50	.43
	P2			.33	.57	.41	.35	.33					
	P3					.36	.41					.33	
	P4					.49	.41						
	P5	-.32				.78	.65	.32					
	P6		-.35			.42	.60	.51	.58				
	P7						.30	.58	.53				
	P8	-.30					.43	.62			-.30		
	P9				-.39		.37	.60	.56				
	P10			.57		.33						.50	.33
	P11			.53		.36					-.51	.69	.57
	P12				.49	.31			-.46				

the Pc 4 band.) The amplitude of Pc 5 (P 11—P 12) increases with the increasing geomagnetic activity again. The correlations between K_p and the pulsation character figures at Sodankylä (broken line) are generally greater than that at Nagycenk. The difference is the most significant in the Pc 4 and Pc 5 bands.

The difference between the correlation coefficients determined from the data in March 1973 and 1974 indicates the influence of the greater geomagnetic activity in the second interval (Fig. 4b). The correlations decrease, in particular in the P 6 band. The pulsation activity at Sodankylä (at higher latitude) is more sensitive to the increase of the geomagnetic activity.

6. Conclusions

The main purpose of the present investigations was to test the applicability of our characterization method for the comparison of the pulsation activity at different observatories. The results show that the introduction of character figures practically eliminates the influence of the different frequency characteristics of the recording systems. It reduces the subjective errors too, but the example of the data at Niemegek directs attention to the necessity of an objective preparation method, which is realizable by using digital recording systems and unified evaluating programs.

The comparison of Table IV and V (and some other examples, not reported here) shows that the daily character figures give too rough information for such investigations. Using 3 hourly character figures, we have got better results, even the latitude dependence of the period of Pc 3 pulsation could be studied.

Acknowledgements

I would like to thank dr. K. LENGNING and dr. E. KATAJA who placed at disposal the data of the observatories Niemegek and Sodankylä. I am grateful to dr. J. VERŐ for his advice, help and for the review of the manuscript.

REFERENCES

1. HOLLÓ, L.—TÁTRALLYAY, M.—VERŐ, J.: Experimental results with the characterization of geomagnetic micropulsations, I. The methods of characterization used in the investigations. *Acta Geod. Geophys. Mont. Hung.*, 7 (1972), 155.
2. Cz. MILETITS, J.—VERŐ, J.: Correlated Pc-type micropulsations observed at separate places. *J. Atm. Terr. Phys.*, 33 (1971), 967.
3. HOLLÓ, L.—KORSCHUNOV, A.: A comparison of activity character figures of geomagnetic pulsations at the observatories Fürstenfeldbruck and Nagycenk. *Acta Geod. Geophys. Mont. Hung.*, 9 (1974), 51.
4. Cz. MILETITS, J.: On the latitude dependence of Pc-type pulsations. *Acta Geod. Geophys. Mont. Hung.*, 6 (1971), 141 and the references there.

ОПЫТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, СВЯЗАННЫЕ С ОДНИМ НОВЫМ
МИКРОПУЛЬСАЦИОННЫМ ИНДЕКСОМ

V. СОПОСТАВЛЕНИЕ АКТИВНОСТЕЙ ГЕОМАГНИТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ В
ОБСЕРВАТОРИЯХ В НАДЬЦЕНКЕ, НИМЕГКЕ И СОДАНКИЛЕ

Л. ТАКАЧ

РЕЗЮМЕ

При помощи пульсационных данных и индексов, определенных в предыдущих частях этой серии, сопоставлялись регистрации трех европейских обсерваторий. Были сделаны выводы как о применяемости метода для таких сопоставлений, так о распределении пульсаций на различных широтах. Было доказано, что для более подробных исследований требовались бы трехчасовые пульсационные индексы.

ON GRAVIMETRIC GEOID COMPUTATIONS*

D. NAGY

GRAVITY DIVISION, EARTH PHYSICS BRANCH, DEPARTMENT OF ENERGY,
MINES AND RESOURCES, OTTAWA, CANADA

[Manuscript received May 10, 1975]

Preliminary investigations using gravity data available for Canada and the northern part of the United States were carried out to obtain numerical estimates of the truncation error in the calculation of the "residual" geoidal height due to the variations of the "local" gravity field.

Computations for 20 stations placed along two profiles indicate that the average truncation error amounts to -5.8 m, -4.2 m and -0.8 m if the integration is carried out to angular distances of 8° , 10° and 20° , respectively.

Introduction

Due to several factors, such as satellite technology, increased demand for geodetic accuracy and extension of surface gravity coverage over large parts of the globe, there is a renewed interest in geoid computation both from astro-geodetic and gravity data. In this paper our discussion will be limited to geoid determinations using surface gravity data.

Although surface gravity data are used, in a sense it may be called a combination solution because usually a satellite derived geoid is used as a reference surface to which the geoidal height changes caused by "local" gravity variations obtained from surface gravity data are calculated. Whereas the computational procedures of the various investigators are basically the same, there seems to be some difference of opinion as to what constitutes "local" variations, i.e. how far to carry out the integration of surface gravity data. As the limit of integration plays a major role in the accuracy of the "residual" geoid, some results obtained during the geoid computation for Canada will be given with some recommendations for the limit of integration.

Computational procedure

The geoidal height, N , can be calculated from STOKES' well-known formula:

$$N = \frac{R}{4\pi G} \int S(\psi) \Delta g d\sigma = K \int S(\psi) \Delta g d\sigma, \quad (1)$$

* Dedicated to the 75th birthday of Professor A. TÁRCZY-HORNOCH.

where R is the mean radius of the earth,
 G is the mean gravity of the earth,
 Δg is the Free Air Anomaly,
 $d\sigma$ is the surface element of the unit sphere

and

$$S(\psi) = \operatorname{cosec} \psi/2 - 6 \sin \psi/2 + 1 - 5 \cos \psi - 3 \cos \psi \ln (\sin \psi/2 + \sin^2 \psi/2)$$

ψ being the angular distance between the computation point and the particular surface element.

Equation (1) can be rewritten into the form:

$$N = K \int S(\psi) \Delta g d\sigma + K \int S(\psi) \Delta g_s d\sigma - K \int S(\psi) \Delta g_s d\sigma,$$

where Δg_s is the satellite derived gravity anomaly and can be calculated from the corresponding spherical harmonic coefficients.

Then

$$N = K \int S(\psi) \Delta g_s d\sigma + K \int S(\psi) \{\Delta g - \Delta g_s\} d\sigma. \quad (2)$$

The integration must be carried out over the whole surface. The first term is obviously the satellite geoidal height, N_s , the second term is the "residual" geoidal height due to the difference between surface and satellite gravity anomaly. To evaluate the integral in (2), the second term will be split into two regions: D_1 the "local" region centered around the computation point and D_2 the "distant" zone which is the remaining surface area. Thus equation (2) becomes

$$N = N_s + K \int_{D_1} S(\psi) \{\Delta g - \Delta g_s\} d\sigma + K \int_{D_2} S(\psi) \{\Delta g - \Delta g_s\} d\sigma. \quad (3)$$

Apart from some variations in computational procedures, equation (3) is the basis of most recent geoid computations, for example MARSH and VINCENT [2], KAHLE and TALWANI [1], NAGY and PAUL [3].

The usual simplification for equation (3) is achieved by assuming that for the region D_2 , the satellite derived gravity anomaly is a sufficiently good approximation to the surface gravity, i.e. $\Delta g = \Delta g_s$, thus further reducing equation (3). Introducing the residual geoidal height N_r , due to local gravity within D_1 , one gets (integration replaced by summation):

$$N_r = N - N_s = \frac{R}{4\pi G} \sum S(\psi) \{\Delta g - \Delta g_s\} d\sigma \quad (4)$$

The region D_1 can be defined by the angular distance ψ_1 drawn from the computation point to the limit of region. Our purpose here is to show the relation between ψ_1 and the expected accuracy of the residual geoid.

The computations

The data set used in these computations consisted of $1/2^\circ$ equal area averages over the surveyed part of Canada and the northern sector of U.S. and $1^\circ \times 1^\circ$ means at the southern part of the area. The positions of the centers of blocks are shown in Figure 1. The residual gravity anomaly (Figure 2) over Canada is shown together with the position of 20 points discussed later. For each point using equation (4) a histogram was prepared with one degree interval. Using the notation

$$S_{\max} = \sum_{i=1}^{\max} S_i$$

then from the histogram the desired partial sums could be obtained. The upper limit of summation, max (in degrees), was obtained during the computation as the limit of areas was reached (varying from 28° to 36°). A plot of the accumulative sum of residual geoid height for each station is given in Figure 3 for stations at latitude 60° and in Figure 4 for stations along longitude 90° W. The partial sums and some differences are given in Table I.

Table I

No	ϕ	λ	S_8	S_{10}	S_{20}	S_{\max}	$S_{\max} - S_8$	$S_{\max} - S_{10}$	$S_{\max} - S_{20}$	\max°
11	60.0	115	0.59	-1.61	-4.31	-5.54	-6.13	-3.93	-1.23	36
12	60.0	110	-0.44	-3.08	-6.46	-7.39	-6.95	-4.31	-0.93	36
13	60.0	105	-1.23	-2.35	-7.03	-7.77	-6.54	-5.42	-0.74	33
14	60.0	100	-4.46	-5.22	-9.66	-10.38	-5.92	-5.16	-0.72	31
15	60.0	95	-7.63	-8.66	-13.23	-13.75	-6.12	-5.09	-0.52	28
16	60.0	90	-6.15	-7.71	-12.01	-12.60	-6.45	-4.89	-0.59	27
17	60.0	85	-6.46	-8.76	-11.86	-12.74	-6.28	-3.98	-0.88	30
18	60.0	80	-7.01	-9.06	-12.35	-13.15	-6.14	-4.09	-0.80	32
19	60.0	75	-1.93	-4.95	-8.34	-8.82	-6.89	-3.87	-0.48	35
20	60.0	70	-4.33	-6.45	-10.53	-10.80	-6.47	-4.35	-0.27	36
1	60.5	90	-6.48	-8.11	-12.19	-12.87	-6.39	-4.76	-0.68	28
2	61.0	90	-7.14	-9.08	-12.62	-13.47	-6.33	-4.39	-0.85	28
3	61.5	90	-7.52	-9.44	-12.64	-13.64	-6.12	-4.20	-1.00	28
4	62.0	90	-7.94	-9.81	-12.77	-13.75	-5.81	-3.94	-0.98	28
5	62.5	90	-8.17	-9.78	-12.67	-13.61	-5.44	-3.83	-0.94	28
6	63.0	90	-7.67	-9.02	-11.75	-12.72	-5.05	-3.70	-0.97	28
7	63.5	90	-6.70	-7.80	-10.45	-11.38	-4.68	-3.58	-0.93	28
8	64.0	90	-5.95	-6.75	-9.26	-10.18	-4.23	-3.43	-0.92	29
9	64.5	90	-5.97	-6.53	-8.83	-9.78	-3.81	-3.25	-0.95	29
10	65.0	90	-6.17	-6.71	-8.87	-9.87	-3.70	-3.16	-1.00	29

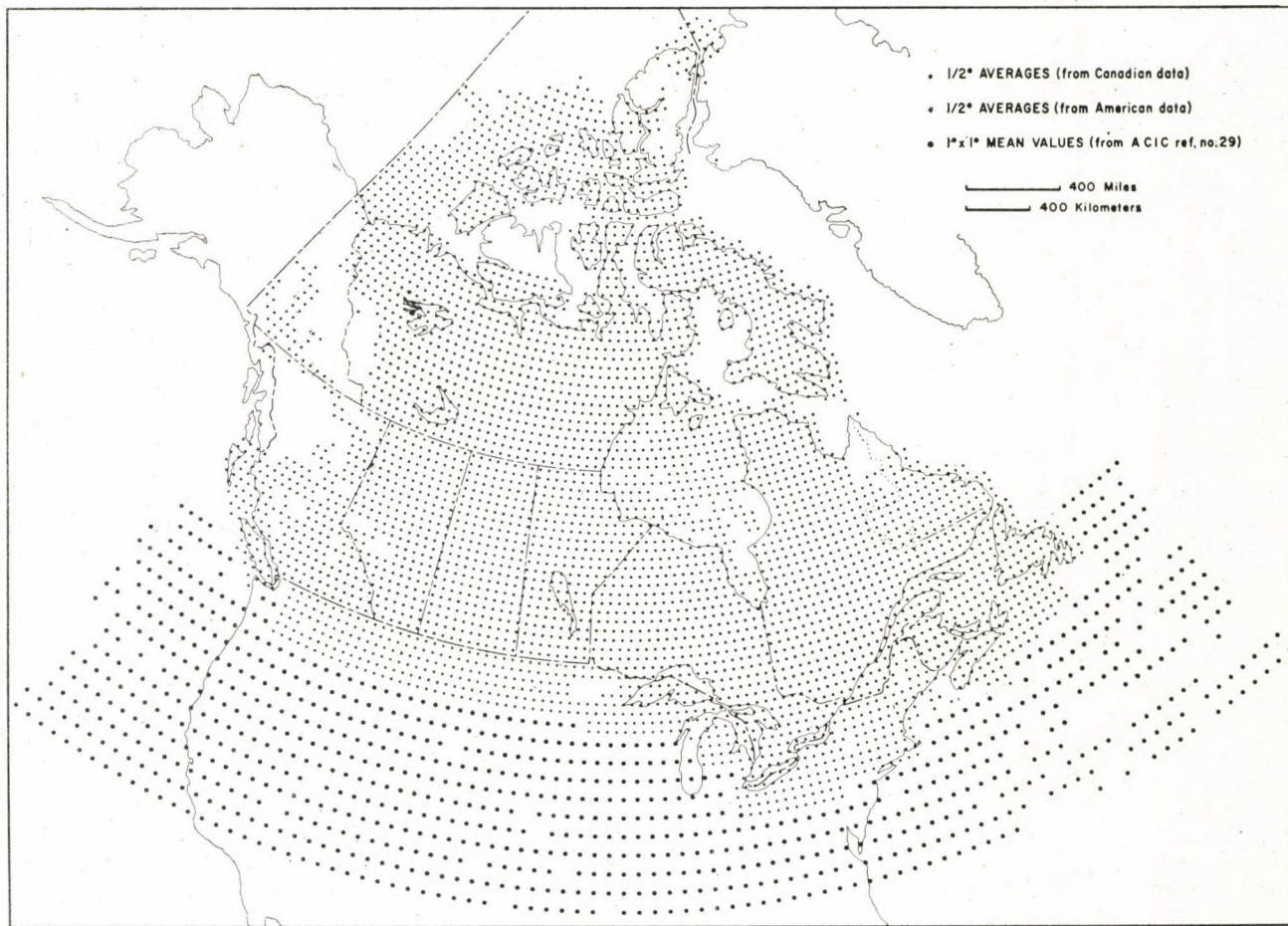


Fig. 1. Position of the centres of $1/2^\circ$ equal area and $1^\circ \times 1^\circ$ block averages used in the computations

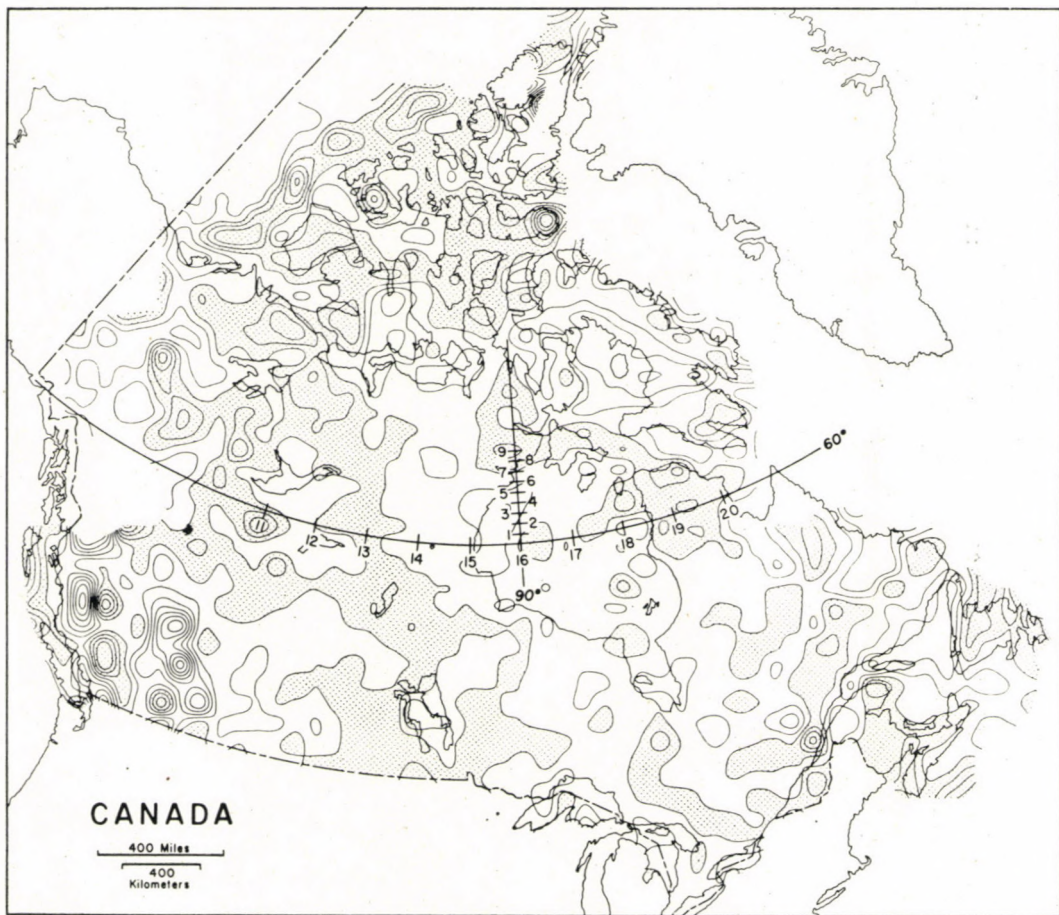


Fig. 2. Residual gravity field with 20 mgal intervals. Dotted region is positive

Discussion

For all points in Figures 3 and 4 the correlation between the residual gravity map and the change in geoidal height is very clear in the vicinity of the computation points. These profiles were selected at about the center of the map area where use can be made of the maximum amount of data. In Figure 3 the points are spaced about 2.5° angular distance. Although a rule cannot be stated, it seems that the summation picks up most of the contribution at $\psi = 20^\circ$. The shapes of the curves and the magnitude of partial sums are quite different within that range. Figure 4 shows the same basic characteristics except that due to 0.5° spacing of the points, the changes between neighbours are not as pronounced. Numerical information is given

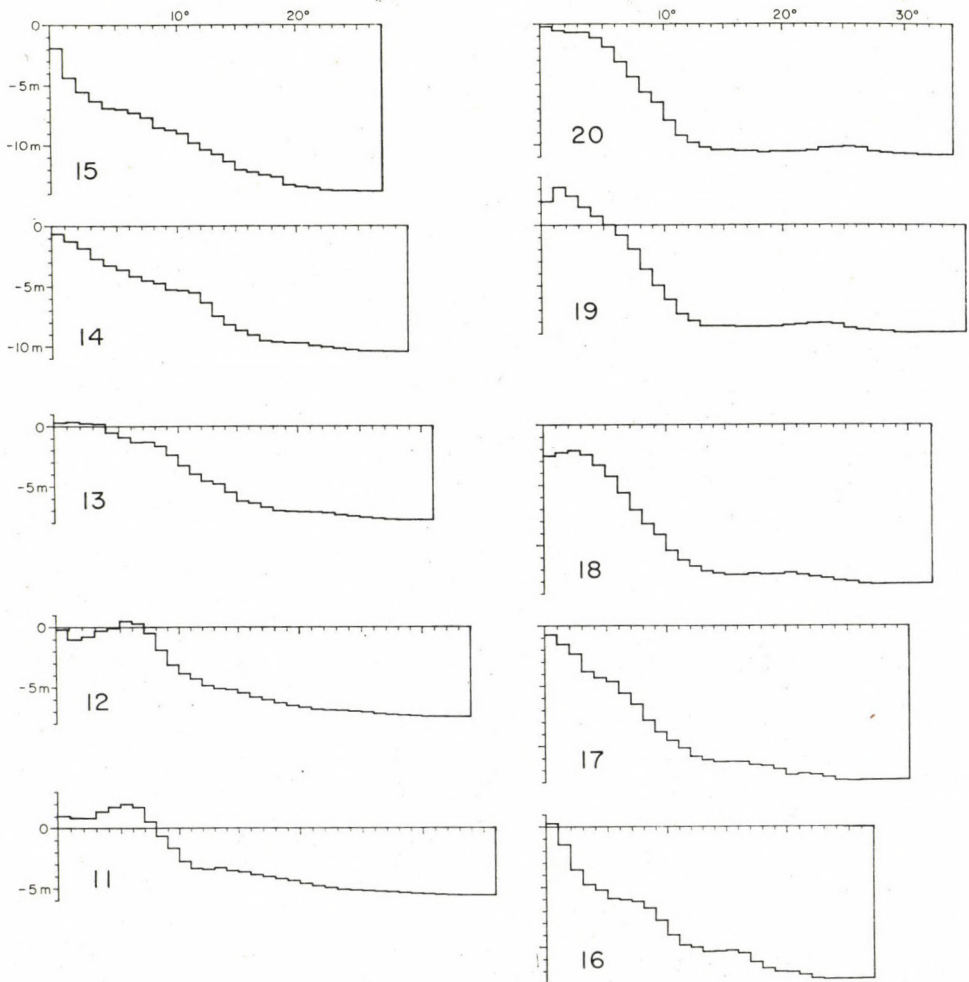


Fig. 3. Accumulative histogram of residual geoidal height along latitude 60° with $d\lambda = 5^\circ$

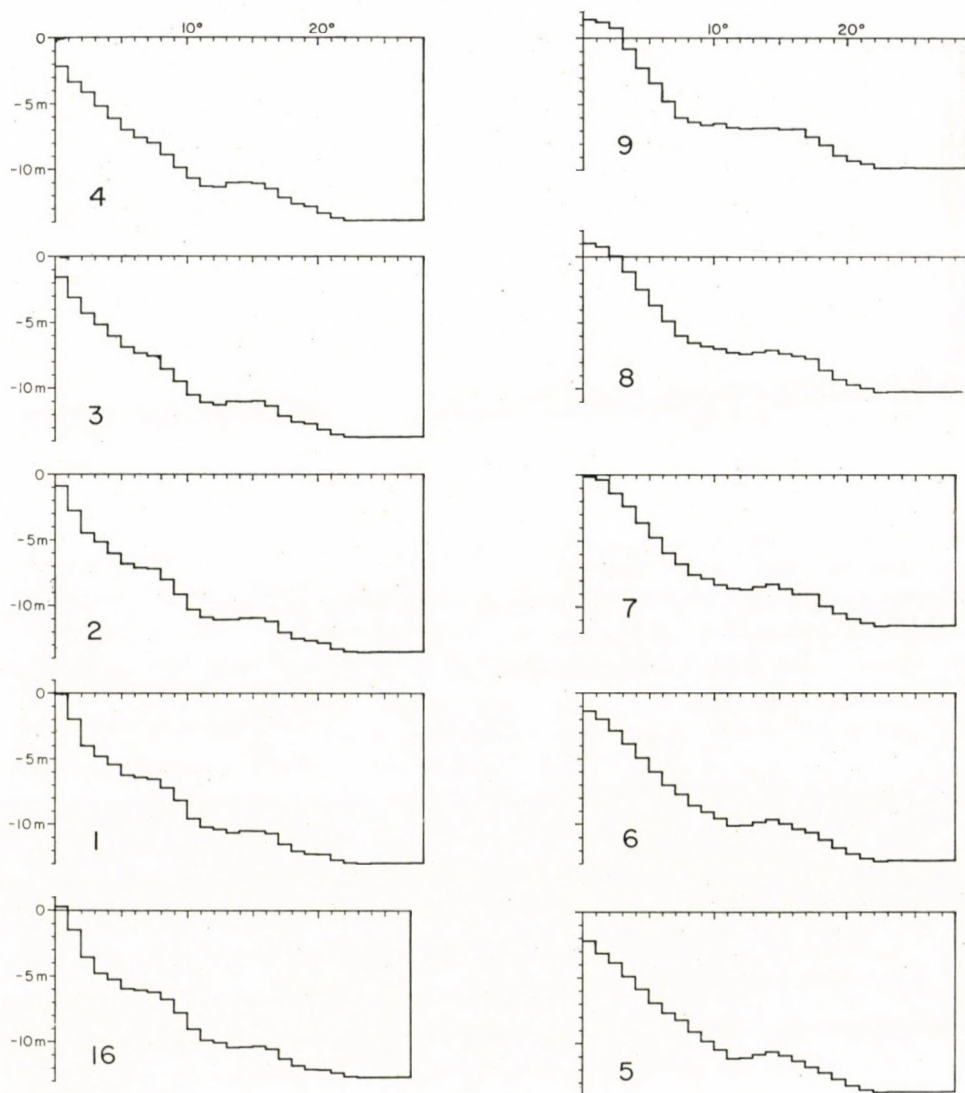


Fig. 4. Accumulative histogram of residual geoidal height along longitude 90°W with $d\psi = 0.5^{\circ}$

about the points in Table I. The coordinates of each point are given. Then the partial sums up to (and including) 8° , 10° , 20° angular distances and the maximum at which data were available, are listed. Next, the differences between the total contribution and the above-mentioned partial sums are given. These differences indicate the contribution *missing* from the residual geoid if the summation stops at the particular angular distance. For example, for point N^o 14, if the summation is extended to $\psi = 8^{\circ}$, then a -5.92 m contribution is neglected. The average missing contribution for $S_{\max} - S_8$ is -5.8 m decreasing to -4.2 m for $S_{\max} - S_{10}$. It amounts to -0.8 m for $S_{\max} - S_{20}$.

This behaviour is of course expected from the examination of the function $F(\psi) = S(\psi) \sin \psi$ implied in equation (4). This function has a local maximum at about $\psi = 8^\circ$; at about $\psi = 18^\circ$ it has the same value as at the origin and after $\psi = 20^\circ$ it decreases rapidly becoming zero at about 40° . Thus, unless the residual anomaly is identically zero outside of 8° , i.e. $\Delta g = \Delta g_s$ which is not a reasonable assumption, there is a sizable contribution up to the first zero of the Stokes function, the biggest part of it being in the range of $8^\circ - 20^\circ$.

In their global detailed geoid computations MARSH and VINCENT [2] used a $20^\circ \times 20^\circ$ area centered around the computation point. Using the enclosed area, this corresponds to angular distances of about 11.3° , 10° , 8° and 4.7° at latitudes of 0° , 40° , 60° and 80° , respectively. The accuracy of the detailed gravimetric geoid was assessed by them at 2 m on the continent of North America. On the basis of the present study such a claim seems to be highly optimistic.

Although the computational results for arbitrarily selected model and computation points cannot be taken as conclusive, it seems that, in order to achieve an accuracy of about 2 m and with allowance for some other sources of errors as well, the limit of integration should be extended to an angular distance of 20° or more.

As the truncation error may be the largest source of error in calculating the residual geoidal height, it seems a more thorough investigation based upon *computational* results is needed.

REFERENCES

1. KAHLE, H. G.—TALWANI, M.: Gravimetric Indian Ocean Geoid. *Zeitschrift für Geophysik*, 39 (1973), 167—187.
2. MARSH, J. G.—VINCENT, S.: Global detailed geoid computation and model analysis. *Geophysical Surveys*, 1 (1974), 481—511.
3. NAGY, D.—PAUL, M. K.: The gravimetric geoid of Canada (abstract), in the Proceedings of Symposium on the Earth's Gravitational Field and Secular Variations in Position. Eds. R. S. Mather and P. V. Angus-Leppan. The School of Surveying, The University of New South Wales, Sydney, Australia, 1973.
4. TALWANI, N.—POPPE, H. R.—RABINOWITZ, P. D.: Gravimetrically determined geoid in the Western North Atlantic, in *Sea Surface Topography from Space*, vol. II, ed. J. R. Apel, Boulder, Colorado. 1972.

О ВЫЧИСЛЕНИИ ГРАВИТАЦИОННОГО ГЕОИДА

Д. НАДЬ

РЕЗЮМЕ

При помощи происходящих с северных частей Канады и Соединенных Штатов гравитационных данных проводились предварительные исследования для получения численных оценок об ошибках усечки в вычислении «резидуальных» высот геоида, возникающих вследствие изменений локального гравитационного поля.

На основе вычислений для 20 станций, лежащих на двух профилях, средняя ошибка составляет $-5,8$ м, $-4,2$ м и $-0,8$ м при проведении интегрирования до угловых расстояний 8° , 10° , 20° соответственно.

INVESTIGATIONS TO THE DEVELOPMENT OF ZÖLLNER-SUSPENSION HORIZONTAL PENDULUMS

GY. ALPÁR

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received June 10, 1975]

The paper presents ideas for the modification of horizontal pendulums with *Zöllner*-type suspension, in order to improve the reliability of records with these instruments. The problems of suspension, calibration, mounting and recording are discussed, then a new instrument type is proposed which would eliminate several problems of these pendulums.

From among high-precision clinometers, horizontal pendulums with *Zöllner*-type suspension are the most common instruments of clinometric tidal recordings. The two most typical constructions are the metal-based *Tomaschek—Ellenberger* pendulum (in the following TE) and the *Verbaandert—Melchior* (in the following VM) pendulum, using quartz techniques (see e.g. MELCHIOR [9]). Both types are connected to photo-recorders, using the *Poggen-dorf* principle and they can record tilt angles with an accuracy of about $2 \cdot 10^{-4}$ in adequate conditions. (The accuracy is meant here in the sense of LECOLAZET [8] as an “inner mean square error”.)

These pendulums do not record, however, always and everywhere identically (see e.g. [2]). Such problems have also emerged at the clinometric recording of earth tides in the Geodetical and Geophysical Research Institute of the Hungarian Academy of Sciences (and, earlier, in the Geodetical Research Laboratory of the Academy), mainly with the TE pendulums used in the early phase of the recordings.

This necessitated to investigate the construction of *Zöllner*-suspension pendulums and then, based on these experiences, to take steps to improve them.

The problem of suspension

The equation of motion of *Zöllner*-suspension pendulums have been treated in details by JOBERT [7]. MITTELSTRASS [10] studied the problems of the suspension construction and he also dealt with the further development of TE pendulums used in our Institute.

His results show unambiguously that the suspension geometry of TE pendulum could be significantly improved with a new construction. Fig. 1 shows a sketch of the suspension of TE pendulums with approximate dimen-

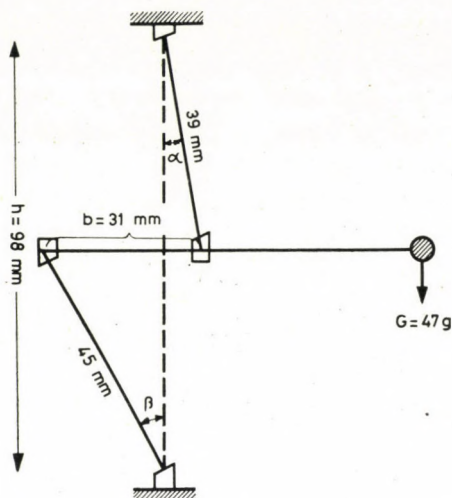


Fig. 1

sions. MITTELSTRASS [10] aimed at only minor changes of the construction of TE pendulums, thus his improvements included only a shortening of the suspension basis b to about 8 mm, further a change of the original suspension bands to steel wires V4AS of 0.05 mm diameter being artificially aged, in spite of the rigidity of the steel alloy.

By the reduction of the basis b , however, the otherwise high stress of the upper suspension band further increases, setting quickly a limit to this possibility. It is well-known from different investigations and also from our own experiences that by choosing the angles α and β possibly small between the theoretical axis AB and the suspension bands which are equally loaded for torsion and in the vicinity of the clamps also for bending, then due to the decrease of the shift of the so-called momentaneous rotation centres in the vicinity of the clamps, the geometry of the suspension becomes more advantageous. This can be advantageously influenced also by increasing the height h . The torsional restoring moment of the longer bands, necessary for such suspension geometry, also gets smaller. It can be expected that a horizontal pendulum construction with great height h and with the shortest possible basis b , determined by the elasticity limit of the suspension bands used (in the following $h \gg b$) should have more advantageous operation characteristics than present constructions.

The problem of calibration

The determination of the scale values of horizontal pendulums and of other high-precision clinometers is a much discussed problem which would naturally require angle etalons of an accuracy corresponding to the accuracy

of the measurements. The present practice uses either an indirect method based on the observation of swing-times or a direct method to be realized by a tilt of the instrument with a "known" angle.

The problems of the determination of the scale value by observing the swing-time are partially inherent in the measurement of swing-times, partially they are caused by the special construction of the pendulum body (removability, accessory edge-bearing, justifiable band-clamping). The accuracy of the measurement of the swing-time could be instrument-technically increased, but the oscillations of horizontal pendulums are modulated by different disturbances, and just these disturbances limit the accuracy of the measurement of swing-times. It can be expected that the construction $h \gg b$ proposed here will result in an improvement also in this field, as the suspension geometry approximates better the ideal case.

In case of the direct scale value determination horizontal pendulums lying on three plate-screws are tilted with the aid of a crapaudine (pressure-box with membrane, Druckdose) below one of the plate-screws and being under the pressure of mercury column of changeable height around the axis of the peak of the other two plate-screws by a small angle (some hundredth of an angle second) [9]. The "arm" of the tilt, i.e. the length of the tilting angle-arms is in case of the usual dimensions of the instrument about 300 mm, therefore the necessary mean square error of the calibration angle, $\pm 0.0001''$ means a mean square error of $\pm 0.15 \text{ m}\mu$ at the measurement of the arc with the crapaudine. The calibration of the crapaudine is made with a special

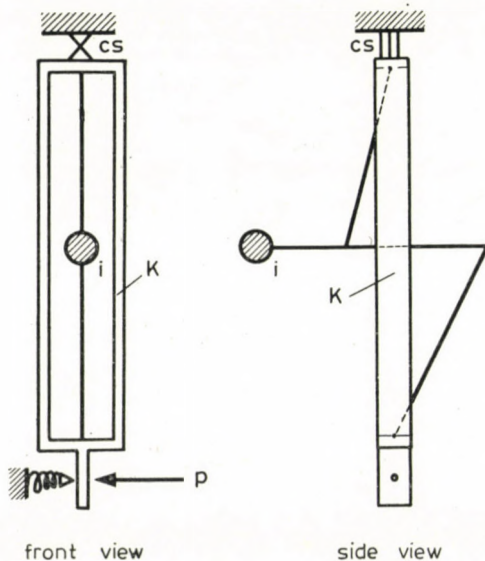


Fig. 2

interferometer. Little attention is paid, however, to the vertical micromovements of the axis constituted by the peaks of the plate-screws, a construction being already out of date in precision mechanics, not mentioning the opposition of this calibration method to the basic principle that horizontal pendulums should be possibly put immediately on the solid basement rocks. As such a direct scale value determination has the undeniable advantage of theoretical simplicity, it would be expedient to substitute the weak parts of the practical solution — first of all, the outdated axis, by better constructions. Most evident solution would be the so-called crossed spring-joint [6] which is now extensively used at the precise axis solutions of small rotations. In case of the suspension geometry with $h \gg b$, there is an obvious possibility to place the legs of the calibration angle into a nearly vertical position instead of the present nearly horizontal position. The construction is represented in Fig. 2. The figure shows front and side views of the crossed spring-joint (*cs*), the pendulum body (*i*), the frame of the Zöllner-suspension (*K*), in the lower part of the front view *p* symbolizes the force carrying out the determination of the scale value.

The problem of mounting of the instrument

In connection with the scale value determination, we hinted already at the problem of the stable connection of horizontal pendulums with basement rocks. Horizontal pendulums are brought without exception into measurement position with three plate-screws according to the known rules of stable instrument-mounting. The connection between plate-screws and basement

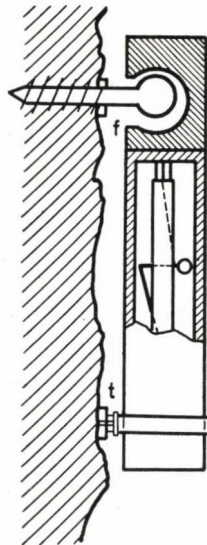


Fig. 3

rocks is, however, even now a much discussed problem and mainly immediately after mounting the horizontal pendulums, sometimes still later great instrumental drifts are caused by the slow stabilization of this connection, and by the equalization of the *Hertz* stresses in solid bodies put one above the other [5]. The study of this problem led to the idea to put the $h \gg b$ construction into a vertical tube-like instrumental casing and to mount them similarly to precision water tube level instruments [3] vertically, when the complete weight of the instrument is carried by a spherical headed globe cock being fastened to a vertical wall cut from the basement rock. This method of the mounting of the instruments is represented in Fig. 3. The expected advantage of the solution is that the stabilization process and the equalization of the *Hertz* stresses in the spherical headed globe cock (f) and in the upper part of the instrument casing can result only in vertical movements if the small friction on the adjusting screws t is neglected. This solution proved good at water tube level instruments and it will meet the demands of the mounting of horizontal pendulums.

The problem of recording

We have already mentioned in the introduction that horizontal pendulums with *Zöllner*-suspension use generally photo-recording. A single exception is the *Ostrovsky* pendulum [11], which uses photo-electric recording and means a way-setting construction. These pendulums are, properly speaking no more *Zöllner*-suspension types, but they are nearer to the *Rebeur-Paschwitz* solution. The most up-to-date precision clinometer constructions using simple vertical pendulums apply electric recording realized by the so-called capacitive transducers (see e.g. the Bohrlochgezeitenpendel of the Askania [1] and the DIAX Broadband Tiltmeter-Horizontal Accelerometer [4]). The great advantage of this latter construction is that the place demand is small in the instrument casing, no heat sources like electric bulbs belong to the instrument, and the electric signal produced by the instrument can be recorded by commercial electronic recording instruments by intermediating appropriate interfaces (even at greater distances). Capacitive transducers are in these vertical pendulums three-plate differential condensers in AC bridge-circuits and in the best existing constructions (e.g. DIAX) displacements of $0.05 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-9} \text{ mm}$ can already be recorded. Since the newest versions of other instruments are also made with such capacitive transducers (gravimeters, precision manometers, generally micrometers), its use seems also obvious for the *Zöllner*-suspension pendulums.

The capacitive transducers (CT) must be used with horizontal pendulums in form of differential condensers with wider than usual air-gap due to the circumstances of their operation (Fig. 4). The increase of the air-gap d results

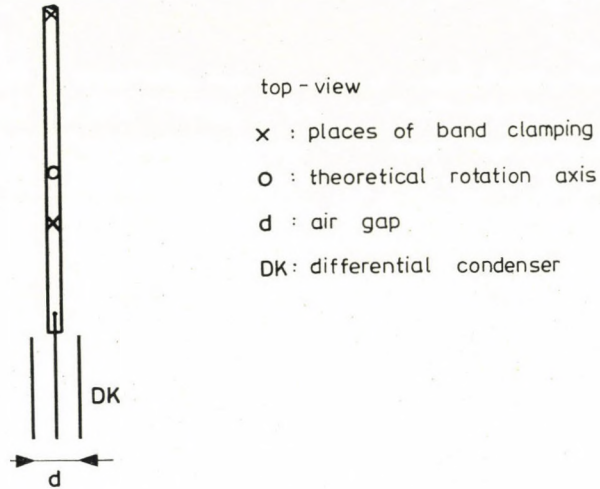


Fig. 4

in a decrease of the displacement resolution. At the same time a minimum air-gap of 5 mm must be used in *Zöllner*-suspension horizontal pendulums during their installation, and also later on, due to the zero-point drift of the band suspension, in contrast to the d value of 1.52 mm in the mentioned DIAX construction. In our experimental studies d values of 10 mm were used in connection with a simple *Zöllner*-suspension, the angle magnification of which (astatization) could well compensate the decrease of the CT-scale value. This solution has conserved all advantages of the electric recording, from among which the abandoning of the 5 m long light-arm necessary for the photo-recording should be mentioned from the point of view of the location of the instruments, as this meant many expenses and difficulties in forming the recording rooms.

A synthesis of development possibilities

It is clear from what has been said above that the variant $h \gg b$ of *Zöllner*-suspension horizontal pendulums can be well combined with the direct calibration in a vertical arrangement, and such a construction can be well fitted into a vertical tube-casing, which can be stably and simply mounted to the basement in a "wall-clock mounting" (the arrangement of the instrument in Fig. 3 can be called shortly so). Combining it with the advantageous recording possibilities allowed by CT the production of a new pendulum type shown in Fig. 5 seems possible. Its main characteristics are the following:

The head F for the suspension of the instrument can be rotated with respect of the casing so that clinometric recordings can be made with the same instrument in any azimuthal direction. The circle level L on the instrument

head which can be rotated around a simple cylindrical axis, serves for enabling a quick installation of the instrument. Its rotation is necessary for the adjustment of the circle level and for checking its adjustment, but at the same time it makes the observation of the bubble more comfortable mainly, in confined space. In the proper tube-like casing H would be located the body of the horizontal pendulum with the suspension $h \gg b$ carrying the middle plate of a CT three-plate differential condenser (Fig. 6). For simple current-input

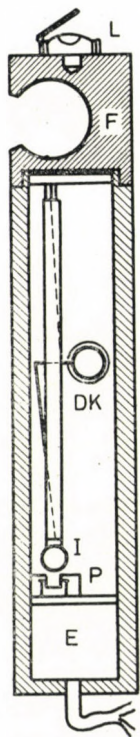


Fig. 5



Fig. 6

supply metal-wire suspension is preferred which can be taken of equal value with the solutions based on the quartz techniques in case of carefully aged and dimensioned, rust-free steel-wires.

The outer plates of the differential condenser are mounted in casing H electrically isolated from it, where the distance d is suitably adjustable from outside in order to promote the final installation of the instrument which had been approximately already installed with the help of the circle level. The shielded cables of the differential condenser are connected to the electric module E in the bottom of the casing where the elements of the AC bridge are put. Present circuitries allow to design solutions being fully independent

of the electric network. This would considerably increase the security of continuous recording by eliminating momentaneous "network black-outs" and other network disturbances, while at places far from inhabited areas this would be the only economical solution. From the electric module further connections lead to the energy supply and to the amplifier-recorder modules.

The data carrier of the recording should be cassette magnetic tape, on which the signals from the CT would be recorded with adequate density in digital form, together with the corresponding time-marks. It seems to be a realistic possibility to sample signals from the CT at such a rate that each oscillation of the pendulum could be reconstructed and checked, respectively. Thus, the swing-time could be continuously controlled, meaning an information important from the point of view of monitoring the scale value of the horizontal pendulums, further the undisturbedness of the oscillations could also be monitored, and in case of a disturbance a warning signal should also be recorded, signaling that the continuity of the record has been disturbed. These control functions could be realized with the help of a microprocessor on the level of a scientific pocket-calculator and this technique would also enable arbitrary digital filtering, resulting in a recording which would contain in addition to clock-marks only "smoothed" CT signals. The digitized data series could be then simply fed into computers for further data preparation and for the usual analysis. There are no obstacles carrying out a simultaneous analog (pencil) recording controlled by the continuous electric signal of CT.

The usual automatic execution of the calibration could be also updated in case of the proposed vertical construction. As the frame K in Fig. 2 is in normal operation in a near-equilibrium position, a very small force p is sufficient for the scale value determination. For this purpose a piezoelectric crystal can be used. Its deformation due to electric voltages can substitute the crapaudine. This would eliminate the mercury technics uncomfortable from many aspects. It is, however, necessary to calibrate the piezoelectric crystal and the stabilized voltage used. For this purpose an interferometer mirror I can be mounted to the bottom of the frame K in Fig. 5, which could be the reflecting surface of one arm of a *Michelson*-type multiple beam interferometer to be treated elsewhere. A continuous interferometric calibration cannot be used, as the climatic conditions of clinometric recordings are generally not favourable for such delicate optical solutions.

Conclusion, future vistas

The horizontal pendulum construction proposed in this paper offers important advantages due to its more scrutinized precision-mechanical construction and, mainly, to the possibility of electric (CT) recording. It should also be mentioned that a coordination of the *Zöllner*-suspension and CT magnifica-

tion includes possibilities which stimulate recording with different angle-magnification due to different swing times, and, on the other hand, experimental recording with maximum magnification. The tube-like construction is also advantageous from the point of view of perspective planning of clinometers for borehole use. In a less sensitive variant such clinometers can also be used for the recording of tilting movements of big buildings and constructions, similarly, they could be used for the detection of rock movements. In the latter case, care should be paid to the solution of the problems of thermal insulation.

REFERENCES

1. Askania (Conti Elektro) Angebotsbeschreibung: Bohrlochzeitenpendel Gbp 1. Continental Elektroindustrie AG. Askania Werke, Berlin, 1968.
2. BACHEM, H. CH.: Zur äußeren Genauigkeit der Erdzeitenregistrierungen mit Horizontalpendeln unter Berücksichtigung lokaler tektonischer Störeffekte. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Universität Hannover, Nr 52; Hannover, 1973.
3. DEUMLICH, F.: Instrumentenkunde der Vermessungstechnik. (Fünfte, überarbeitete und erweiterte Auflage.) VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, 1972.
4. DIAX, Broadband Tiltmeter (Horizontal Accelerometer, Prospektus. Firma DIAX, USA. La Jolla, California, 9203.
5. HILDEBRAND, S.: Construction elements of precision mechanics. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
6. HOFMANN, O.: Ein neues astasiertes Pendel für genaue Neigungsmessungen und automatische Stabilisierung von Ziellinien. *Jenaer Jahrbuch*, 1958/1.
7. JOBERT, G.: Théorie du pendule de Zöllner et du pendule de Lettau. *Geofisica pura e applicata*, 44 (1959).
8. LECOLAZET, R.: Sur l'estimation des erreurs internes affectant les résultats d'une analyse harmonique mensuelle. *BIM*. 17 (1959).
9. MELCHIOR, P.: *The Earth Tides*. Pergamon Press, 1966.
10. MITTELSTRASS, G.: Konstruktionsprinzipien von Horizontaleinfachpendeln. Wissenschaftliche Arbeiten der Lehrstühle für Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie an der Technischen Hochschule Hannover, Nr 26, Hannover, 1966.

ИССЛЕДОВАНИЯ ДЛЯ ДАЛЬНЕЙШЕГО РАЗВИТИЯ НАКЛОНОМЕРОВ
С ПОДВЕШИВАНИЕМ ЦЁЛЛНЕРА

ДЬ. АЛПАР

РЕЗЮМЕ

В статье рассматриваются соображения для дальнейшего развития наклономеров с подвешиванием Цёллнера с целью обеспечения лучшего тождества регистраций, сделанных этими приборами. Рассматриваются проблемы подвешивания, эталонирования, установления и регистрации. Предлагается новый тип прибора для устранения проблем этих наклономеров.

BIBLIOGRAPHY OF GEOMAGNETIC PULSATIIONS

PART II: 1964–1968

J. CZ. MILETITS—L. HOLLÓ—J. VERŐ

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE
OF THE HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received July 26, 1975]

1964

- A59. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.: A földi áramok eloszlásának vizsgálata Magyarországon. *Magyar Geofizika*, 5 (1964), 23.
- A35. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.: Sonnenaufgangseffekt in den Erdströmen. *Acta Techn. Hung.*, 47 (1964), 79.
- A39. ANDERSEN, K. A.—MILTON, D. W.: Balloon observations of X-rays in the auroral zone 3. High time resolution studies. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 4457.
- B55. BINAGHI PAGÉS, A. C. F.—LINZUAIN, E. G.: Forma para identificar a las pulsaciones geomagnéticas. *Annali di Geof.*, 17 (1964), 407.
- B54. BOMKE, H. A.—BALTON, I. A.—GROTE, H. H.—HARRIS, A. K.: Near and distant observations of the 1962 Johnston Island high altitude nuclear test. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 3125.
- B63. BORSOUKOV, A. M.—PONSOT, C.: Caractéristiques essentielles de la structure des oscillations en perles dans les régions géomagnétiquement conjuguées. *Ann. Géoph.*, 20 (1964), 473.
- C31. CHIVERS, H. J. A.—HARGREAVES, J. K.: Ionospheric absorption in conjugate regions and possible oscillation in the exosphere. *Nature*, 202 (1964), 891.
- D33. DAVIDSON, M. J.: Average diurnal characteristics of geomagnetic power spectrums in the period range 4.5 to 1000 seconds. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 5116.
- F8. FRAZER, B. J.—ELLYETT, C. D.: Man-made magnetic micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 3603.
- H101. HARROWER, G. A.—SRIVASTAVA, R.: Variations in the scintillation of cosmic radio sources dependent on the scintillation rate. *Can. J. Phys.*, 42 (1964), 251.
- H67. HEIRTZLER, J. R.: A summary of the observed characteristics of geomagnetic micropulsations. *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s*, Plenum Press, New York, 1964, 351.
- H40. HUGHES, H. G.: Power spectral analysis of modulated earth-ionosphere cavity resonances. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 4709.
- J31. JACOBS, J. A.: Micropulsations of the Earth's electromagnetic field in the frequency range 0.1–10 cps. *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s*, Plenum Press, New York, 1964, 319.
- J11. JACOBS, J. A.—KATO, Y.—MATSUSHITA, S.—TROITSKAYA, V. A.: Classification of geomagnetic micropulsations. *Geoph. J.*, 8 (1964), 341.
- J12. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: A model of geomagnetic micropulsation with long periods. *Can. J. Phys.*, 42 (1964), 200.
- J14. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Micropulsation whistlers. *J. Atm. Terr. Phys.*, 26 (1964), 825.
- J15. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Trapped charged particles as the origin of short-period geomagnetic pulsations. *Planet. Space Sci.*, 11 (1964), 869.
- J19. JACOBS, J. A.—WESTPHAL, K. O.: Geomagnetic micropulsations. *Physics and Chemistry of the Earth*, V (1964), 157.
- K61. KANEDA, E.—KOKUBUN, S.—OGUTI, T.—NAGATA, T.: Auroral radar echoes associated with pc5. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 165.
- K63. KATO, Y.—SAITO, T.: Observation of Pc1 and Pil by a visual-type induction magnetometer at the middle latitude station Onagawa. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 188.
- K62. KATO, Y.—SAITO, T.: Secular and annual variations in the periods of Pc4 and Pc5. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 183.

- K64. KATO, Y.—TAMAO, T.: On a possible mechanism for the rules of polarisation of Pc5 geomagnetic pulsations. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 213.
- K65. KATO, Y.—UTSUMI, T.: Polarisation of the long period geomagnetic pulsation, Pc5. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 214.
- K58. KITAMURA, T.: Geomagnetic pulsations and the exosphere, Part II. The analysis of sliding tones. *Rept. of Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 1.
- K57. KOMACK, R. L.—ORANGE, A. S.—BOSTICK, F. X.—CANTWELL, T.: Simultaneous measurements and spectral analysis of micropulsation activity. *Nature*, 201 (1964), 460.
- L21. LAURENT, G.—PAUTHENIER, M.—PONSOT, C.—BARANSKI, L. N.—KAZAK, N. B.—MATVEEVA, E. T.: Quelques caractéristiques des oscillations géomagnétiques du type Pcl enregistrées dans les régions magnétiquement conjuguées (Borok et Kerguelen — Février 1964). *Ann. Géoph.*, 20 (1964), 503.
- L29. LOKKEN, J. E.: Instrumentation for receiving electromagnetic noise below 3000 cps. *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s*, Plenum Press, New York, 1964, 373.
- M35. MACLURE, K. C.—HAFER, R. A.—WEAVER, J. T.: Magnetic variations produced by ocean swell. *Nature*, 204 (1964), 1290.
- M58. MADDEN, T.: Spectral, cross-spectral and bispectral analysis of low-frequency electromagnetic data. *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s*, Plenum Press, New York, 1964, 429.
- M47. MATHER, K. B.—GAUSS, E. I.—CRESSWELL, G. R.: Diurnal variations in the power spectrum and polarisation of telluric currents at conjugate points, $L = 2.6$. *Austr. J. Phys.*, 17 (1964), 373.
- N8. NISHIDA, A.: Ionospheric screening effect and storm sudden commencement. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 1861.
- N7. NISHIDA, A.: Theory of irregular magnetic micropulsations associated with a magnetic bay. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 947.
- P26. PARTHASARATHY, R.—HESSLER, V. P.: Periodic covariation of radiowave absorption, earth currents, and other associated phenomena in the auroral zone. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 2867.
- P44. PATEL, V. L.—CAHILL, L. J.: Evidence of hydromagnetic waves in the Earth's magnetosphere and of their propagation to the Earth's surface. *Phys. Rev. Letters*, 12 (1964), 213.
- P28. PETR, V.—PĚČOVÁ, J.—PRAUS, O.: A study of the electric conductivity of the Earth's mantle by magnetotelluric measurement at Šrobarová. *Geofysikální Sborník*, 208 (1964), 407.
- R20. RISBETH, H.—GARRIOTT, O. K.: Relationship between simultaneous geomagnetic and ionospheric oscillations. *J. of Res. NBS., Radio Sci.*, 68D (1964), 339.
- P22. POPE, J. H.: An explanation for the apparent polarisation of some geomagnetic micropulsations (pearls). *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 399.
- P27. PRINCE, C. E.—BOSTICK, F. X.: Ionospheric transmission of transversely propagated plane waves at micropulsation frequencies and theoretical power spectrums. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 3213.
- S49. SAITO, T.: A new index of geomagnetic pulsation and its relation to solar M-regions, Part I. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 260.
- S48. SAITO, T.: Annual and semi-annual variations in the exospheric plasma densities deduced from pc4 and pc5. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 197.
- S42. SAITO, T.: Mechanisms of geomagnetic continuous pulsations and physical states of the exosphere. *J. Geomagn. Geoelect.*, 15 (1964), 115.
- S47. SATO, T.: Long-period geomagnetic oscillations in southern high latitudes. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 173.
- S61. SIEBERT, M.: Erdmagnetische Pulsationen. *Umschau*, 64 (1964), 110; 184.
- S50. SIEBERT, M.: Geomagnetic pulsations with latitude-dependent periods and their relation to the structure of the magnetosphere. *Planet. Space Sci.*, 12 (1964), 137.
- S41. SMITH, H. W.: Some observations and characteristics of type Pcl geomagnetic micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 1875.
- S73. STUART, W. F.—USHER, M. J.—HALL, J. H.: Rubidium self-oscillating magnetometer for Earth's field measurements. *Nature*, 202 (1964), 76.
- S40. SUGIURA, M.—WILSON, CH. R.: Oscillation of the geomagnetic field lines and associated magnetic perturbations at conjugate points. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 1211.
- T62. TAMAO, T.: The structure of three-dimensional hydromagnetic waves in non uniform cold plasma. *J. Geomagn. Geoelect.*, 15 (1964), 89.
- T31. TAUER, J.: The effect of a solar eclipse on geomagnetic pulsations. *Studia Geoph. Geod.*, 8 (1964), 326.

- T29. TEPLEY, L.: Low-latitude observations of fine-structured hydromagnetic emissions. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 2273.
- T30. TEPLEY, L.—AMUNDSEN, K. D.: Notes on sub-ELF emissions observed during magnetic storms. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 3749.
- T46. TEPLEY, L.—AMUNDSEN, K. D.—WENTWORTH, R. C.: Cyclotron excitation of hydromagnetic emissions. Final Report, Contract No. NAS 5-3656, Lockheed Aircraft Corporation, 1964.
- T48. TREFALL, H.—ULLALAND, S. L.: Long-period pulsations of auroral-zone X-rays. *Nature*, 204 (1964), 1148.
- T40. TROITSKAYA, V. A.: Rapid variations of the electromagnetic field of the Earth. *Research in Geophysics*, 1 (1964), 485.
- T43. TROITSKAYA, V. A.—GENDRIN, R.—STEFANT, R.: Observations en points conjugués de moyennes latitudes des émissions hydromagnétiques structurées. *Ctes Rendus*, 259 (1964), 1175.
- U8. UNTIEDT, J.: Über den linearen Zusammenhang zwischen den Komponenten erdmagnetischen Variationen und seine Bedeutung für die erdmagnetische Tiefensondierung. *Nachr. Ak. Wiss. in Göttingen, II. Math. Phys. Kl.*, (1964), Nr. 1.
- V65. VERŐ, J.: A földi elektromágneses tér pulzációnak vizsgálata a Nagycenk melletti obszervatórium mérési alapján. Kandidátusi értekezés, Sopron, 1964.
- W24. WENTWORTH, R. C.: Enhancement of hydromagnetic emissions after geomagnetic storms. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 2291.
- W25. WENTWORTH R. C.: Evidence for maximum production of hydromagnetic emissions above the afternoon hemisphere of the Earth 1—2. *J. Geoph. Res.*, 69 (1964), 2689; 2699.
- W37. WRIGHT, CH.: Micropulsations at near conjugate stations in the auroral zones and their association with other ionospheric phenomena. *Natural Electromagnetic Phenomena below 30 kc/s*, Plenum Press, New York, 1964, 287.
- Y10. YANAGAHIRA, K.: Regular oscillations about 1 cps and Schumann resonances. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 18 (1964), 237.
- Z12. ZELWER, R.: Pi 2's - a review. Technical Report on Contract Nonr. 222(89) Series No. 5, Issue No. 7, Space Sci. Lab., Univ. Calif., Berkeley, 1964.
- B77. БАРАНСКИЙ, Л. Н.: Опыт вычисления статистического спектра и мгновенных спектров мощности теллурических токов. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 124.
- B78. БАРАНСКИЙ, Л. Н.—ГЕРАСИМОВИЧ, Е. А.: Использование индукционных катушек для регистрации магнитных вариаций. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 131.
- B76. БОЛЬШАКОВА, О. В.—ЗЫБИН, К. Ю.: Активность микропульсаций Pc и колебания типа полярных возмущений. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 101.
- B75. БОЛЬШАКОВА, О. В.—ЗЫБИН, К. Ю.: О зависимости числа случаев появления микропульсаций от чувствительности аппаратуры. *Геомагнитные исследования* № 6 (1964), 95.
- B74. БОЛЬШАКОВА, О. В.—ЗЫБИН, К. Ю.: Устойчивость и частотный спектр микропульсаций геомагнитного поля. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 87.
- B73. БОЛЬШАКОВА, О. В.—ЗЫБИН, К. Ю.: Исследование амплитудных закономерностей микропульсаций геомагнитного поля. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 79.
- V29. ВАНЯН, М. Л.: Некоторые вопросы теории КПК. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 38.
- V30. ВИНОГРАДОВ, П. А.: Некоторые закономерности частоты появления колебаний Pc (по наблюдениям в Иркутске за период с 1944 до 1959 г.). *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 42.
- V27. ВИНОГРАДОВ, П. А.: О колебаниях Pt в электромагнитном поле Земли. *Геомагн. аэрон.* 4 (1964), 347.
- V33. ВЛАДИМИРОВ, Н. П.—КРЫЛОВ, С. М.: Характеристики микропульсаций естественного электромагнитного поля. *Изв. сер. геоф.*, (1964), 872.
- G32. ГИНЦБУРГ, М. А.: Об изучении солнечными корпускулярными потоками электромагнитных волн. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 5.
- G33. ГИНЦБУРГ, М. А.: О местных резонансах для низкочастотных колебаний в верхней атмосфере. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 14.
- K85. КАЛАШНИКОВ, А. Г.: Об измерении во времени пространственных градиентов короткопериодических вариаций геомагнитного поля. *Изв. сер. геоф.*, (1964), 701.

- M39. МАЛЬЦЕВА, Н. Ф.: Связь полярных возмущений КПК магнитного поля Земли с бухтообразными возмущениями и появлением E_s типа r в районе станции Ловозеро. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 63.
- R15. РАСПОПОВ, О. М.—ЧИЧЕРИНА, Н. Д.: Опыт регистрации вариаций геомагнитного поля с периодом менее 5 секунд. *Геомагн. аэрон.* 4 (1964), 619.
- R16. РАСПОПОВ, О. М.—ШНЕЕР, В. С.: Наблюдения короткопериодных колебаний геомагнитного поля на дрейфующей станции СП-6. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 27.
- R19. РИБИН, Ю. П.: Промышленные помехи на быстрых записях земных токов. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 117.
- R17. РОКИТЯНСКИЙ, Д. А.: Сопоставление амплитуды и периода правильных микропульсаций P_c по одновременным записям нескольких станций. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 76.
- R18. РОКИТЯНСКИЙ, И., И.—ЩЕПЕТНОВ, Р. В.: О тенденции к 27-дневной повторяемости короткопериодных вариаций типов P_c и P_t в 1957—59 гг. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 110.
- S38. СКРЫННИКОВ, Р. Г.: Связь короткопериодических колебаний (КПК) электромагнитного поля Земли с вариациями интенсивности свечения полярных сияний. Исследование геофизических явлений электромагнитного комплекса в высоких широтах 29 (1964).
- S60. ЩЕПЕТНОВ, Р. В.: О наиболее вероятных интервалах одновременного наблюдения основных типов короткопериодических колебаний электромагнитного поля Земли на больших территориях. *Геомагнитные исследования*, № 6 (1964), 71.
- T44. ТРОИЦКАЯ, В. А.: Быстрые вариации электромагнитного поля Земли и процессы в верхней атмосферы. *Вестник АН СССР*, (1964), 22.
- T52. ТРОИЦКАЯ, В. А.: Классификация быстрых вариаций магнитного поля и земных токов. *Геомагн. аэрон.*, 4 (1964), 615.

1965

- A40. AKASOFU, S.: Attenuation of hydromagnetic waves in the ionosphere. *J. of Res., NBS., Radio Sci.*, 69D (1965), 361.
- A41. ASHOUR, A. A.: The coast-line effect on rapid geomagnetic variations. *Geoph. J.*, 10 (1965), 1477.
- B80. BARCUS, J. R.—CHRISTENSEN, A.: A 75 second periodicity in auroral-zone X-rays. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 5455.
- B68. BARCUS, J. R.—ROSENBERG, T. J.: Observations on the spatial structure of pulsating electron precipitation accompanying low frequency hydromagnetic disturbances in the auroral zone. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1707.
- B87. BARRINGTON, R. E.—FEJER, J. A.: Ionospheric noise and geomagnetic micropulsation. *Physics of the Earth's Upper Atmosphere*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1965.
- B67. BRICE, N. M.: Generation of very low frequency and hydromagnetic emission. *Nature*, 206 (1965), 283.
- B66. BROWN, R. R.—BARCUS, J. R.—REID, J.—PARSONS, N. R.: Observations of long-period pulsations of electron precipitation in conjugate regions of the auroral zone. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1246.
- C36. CAMPBELL, W. H.—STILTNER, E. C.: Some characteristics of geomagnetic pulsations at frequencies near 1 c/s. *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1117.
- C38. CARSON, W. B.—KOCH, J. A.—POPE, J. H.—GALLET, R. M.: Long-period very-low frequency emission pulsations. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 4293.
- C71. CLARK, T. A.—ANGER, C. D.: Geomagnetic and ionospheric observations associated with auroral activity during the total solar eclipse of July 20, 1963. *Can. J. Phys.*, 43 (1965), 457.
- C34. CORNWALL, J. M.: Cyclotron instabilities and electromagnetic emission in the ultra low frequency and very low frequency ranges. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 61.
- C61. CZUCZOR, E.-né—VERŐ, J.: A földi elektromágneses tér pulzációinak kapcsolata a hosszabb periódusú variációkkal. *MTA Műsz. Tud. Oszt. Közl.*, 35 (1965), 107.
- D57. DOSSO, H. W.: The electric and magnetic fields in a stratified flat conductor for incident plane waves. *Can. J. Phys.*, 43 (1965), 898.
- D63. DOWDEN, R. L.: "Micropulsation Mode" propagation in the magnetosphere. *Planet. Space Sci.*, 13 (1965), 761.
- E17. EGELAND, A.: Spectral density functions of hydromagnetic emissions at high latitude. *Nature*, 208 (1965), 539.

- F10. FIELD, E. C.—GREIFINGER, C.: Transmission of geomagnetic micropulsations through the ionosphere and lower exosphere. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 4885.
- F9. FRASER, D. C.: Magnetic fields of ocean waves. *Nature*, 206 (1965), 605.
- G35. GARLAND, G. D.—WARD, J.: Magnetic variation measurements in Iceland. *Nature*, 205 (1965), 269.
- G38. GENDRIN, R.: Gyroresonance radiation produced by proton and electron beams in different regions of the magnetopause. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 5369.
- G37. GENDRIN, R. E.—TROITSKAYA, V. A.: Preliminary results of a micropulsation experiment at conjugate points. *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1107.
- G39. GENDRIN, R.: Classification des interactions possibles de gyrorésonance entre un plasma et un faisceau de particules dans le cas d'une propagation strictement longitudinale. *Ann. Géoph.*, 21 (1965), 414.
- G36. GOVIN, P.: Coincidence of magnetic disturbances with local earthquakes recorded from the Ethiopian Rift System. *Nature*, 208 (1965), 541.
- G34. GREIFINGER, C.—GREIFINGER, PH.: Transmissions of micropulsations through the lower ionosphere. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 2277.
- H42. HEACOCK, R. R.—HESSLER, V. P.: Pearl-type micropulsation associated with magnetic storm sudden commencements. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1103.
- H45. HERRON, T. J.: Origin and propagation of geomagnetic micropulsations. *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1185.
- H54. HERRON, T. J.: Phase modulation of geomagnetic micropulsations. *Nature*, 207 (1965), 699.
- H56. HIRASAWA, T.—OGUTI, T.—NAGATA, T.: Dynamic spectrum of geomagnetic pulsations at low latitude. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 152.
- H62. HOLLÓ, L.—VERŐ, J.: Zusammenhänge zwischen elektromagnetischen Pulsationen und der F-2 Schicht. *Gerlands Beitr. Geoph.*, 74 (1965), 353.
- H91. HOLLÓ, L.—VERŐ, J.: A 27 napos visszaterési hajlammal kapcsolatos újabb vizsgálatok a földi elektromágneses tér változásaiban és a napfizikai adatokban. *Magyar Geofizika*, 7 (1965), 157.
- H61. HORTON, C. W.: Directions of geomagnetic fluctuations at some Soviet Arctic stations. *J. Geomagn. Geol.*, 17 (1965), 499.
- H53. HRUŠKA, A.: Small amplitude low-frequency waves in the ionosphere. *Studia Geoph. Geod.*, 9 (1965), 394.
- H44. HUTTON, R.: Equatorial effects. *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1169.
- I 16. IYENGAR, R. S.: Infrasonic waves of the auroral zone. *Nature*, 207 (1965), 848.
- J24. JACOBS, J. A.—ROSTOKER, G.—WATANABE, T.: World-wide propagation of impulsive micropulsation activity through the ionosphere. *Nature*, 205 (1965), 61.
- J25. JACOBS, J. A.—WRIGHT, C. S.: Geomagnetic micropulsation results from Byrd Station and Great Whale River. *Can. J. Phys.*, 43 (1965), 2099.
- K82. KAHALAS, S. L.—NEWMAN, P.: Interpretation of early magnetic transients caused by high-altitude nuclear detonations. *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1179.
- K77. KATO, Y.: Relations between the magnetic disturbances observed by Imp 1 Satellite and terrestrial magnetic micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1754.
- K80. KATO, Y.: The effect on the geomagnetic field of the total solar eclipse of 5. February and the corpuscular eclipse of the solar corpuscular beam on the surface of the boundary of geomagnetic cavity. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 16 (1965), 63.
- K79. KATO, Y.: The effect on the geomagnetic micropulsation of the solar eclipse of July 20, 1963. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 16 (1965), 49.
- K83. KATO, Y.—SATO, Y.: Effect of the anisotropic ionosphere on the hydromagnetic oscillations. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 16 (1965), 123.
- K81. KATO, Y.—TAMAO, T.: On a possible mechanism for the rules of polarisation of pc5 geomagnetic pulsations. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 16 (1965), 15.
- K74. KEYS, J. G.: Pulsating auroral radar echoes and their possible hydromagnetic association. *J. Atm. Terr. Phys.*, 27 (1965), 385.
- K78. KITAMURA, T.: Geomagnetic pulsations and the exosphere Part III. Ion density distribution in the exosphere. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 21.
- K86. KOBUKUN, S.—NAGATA, T.: Geomagnetic pulsation pc5 in and near the auroral zones. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 158.
- L26. LACOURLIE, S.—GENDRIN, R.—LE FLOCH, P.: Relations d'amplitude des oscillations hydromagnétiques reçues en deux points conjugués de haute altitude. *Ann. Géoph.*, 21 (1965), 467.
- L33. LIEMOHN, H. B.: ELF propagation and emission in the magnetosphere. Boeing Scientific Research Laboratories Document D1-82-0890, 1965.
- M40. MAEDA, K.—YOUNG, J.: Infra-sonic waves from aurorae. *Nature*, 207 (1965), 279.

- M44. MAPLE, E.: "V" phenomena in micropulsations. *J. of Res. NBS., Radio Sci.*, 69D (1965), 1187.
- M43. MATSUSHITA, S.: Ionospheric perturbation (The roles played by the ionosphere in geomagnetic pulsations). *J. of Res. NBS, Radio Sci.*, 69D (1965), 1149.
- M45. MCPHERSON, R. S.—WARD, S. H.: Auroral-zone pearl pulsation. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 5867.
- M48. MOROZUMI, H. M.: Diurnal variation of auroral zone geophysical disturbances. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 286.
- M49. MOROZUMI, H. M.: Enhancement of VLF chorus and VLF at the time of sc. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 371.
- M41. MÜNCH, J.: Das Auftreten von Pc-Pulsationen des erdmagnetischen Feldes in Abhängigkeit von der erdmagnetischen Aktivität. *Zschr. f. Geoph.*, 31 (1965), 192.
- N11. NEUFELD, J.—WRIGHT, H.: Hydromagnetic instabilities caused by a gyrating proton stream. *Nature*, 206 (1965), 499.
- O34. OBAYASHI, T.: Hydromagnetic whistlers. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1069.
- O35. ORANGE, A. S.—BOSTICK, F. X.: Magnetotelluric micropulsations at widely separated stations. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1407.
- P29. PAULSEN, K. V.—EGELAND, A.—ELEMANN, F.: A statistical method for quantitative analysis of geomagnetic giant pulsations. *J. Atm. Terr. Phys.*, 27 (1965), 943.
- P32. POPE, J. H.: Dynamical spectral characteristics of micropulsation pearls. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 3595.
- R48. ROQUET, J.: Microstructure de variations magnétiques enregistrées à l'observatoire d'Addis-Abeba. *Ctes Rendus*, 261 (1965), 1369.
- R21. ROSTOKER, G.: Propagation of Pi2 micropulsation through the ionosphere. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 4388.
- P30. PRICE, A. T.: Effects of induced earth currents on low-frequency electromagnetic oscillation. *J. of Res. NBS., Radio Sci.*, 69D (1965), 1161.
- P31. PRINCE, C. E.—BOSTICK, F. X.—SMITH, H. W.: Impulse response of the magnetospheric column. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 4901.
- S63. SAITO, T.: A new index of geomagnetic pulsation and its relation to solar M-region, Part II. Analysis of the data from 1959 to 1964. *J. Geomagn. Geol.*, 17 (1965), 23.
- S59. SAITO, T.: A new index of geomagnetic pulsation and its relation to solar M-region, Part III. Annual variation and latitudinal dependence of M-regions. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 19 (1965), 31.
- S70. SATO, T.: Long-period geomagnetic oscillations in southern high latitudes. *Antarctic Res. Ser., Geomagn. Aeronomy*, 4 (1965), 173.
- S74. SIEBERT, M.: Zur Theorie erdmagnetischer Pulsationen mit breitenabhängiger Perioden. *Mitt. M. Planck Inst. f. Aeronomie*, No. 21 (1965).
- S64. STEFANT, R.: Une interprétation nouvelle des émissions d'extrêmement basse fréquence. *Ann. Géoph.*, 21 (1965), 402.
- S62. SUGIURA, M.: Propagation of hydromagnetic waves in the magnetosphere. *J. of Res. NBS., Radio Sci.*, 69D (1965), 1133.
- T63. TAKEI, SH.: On the character of three-dimensional hydromagnetic waves in a uniform cold plasma. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 17 (1965), 73.
- T56. TAMAO, T.: Hydromagnetic radiation due to the mirroring diamagnetic particles. *J. Geomagn. Geol.*, 16 (1965), 247.
- T54. TAMAO, T.: Transmission and coupling resonance of hydromagnetic disturbances in the non-uniform Earth's magnetosphere. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 17 (1965), 43.
- T45. TEPLEY, L.: Regular oscillations near 1 cp observed at middle and low latitudes. *J. of Res. NBS., Radio Sci.*, 69D (1965), 1089.
- T39. TEPLEY, L.—AMUNDSEN, K. D.: Observations of continuous sub-ELF emissions in the frequency range 0.2 to 1.0 cycles per second. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 234.
- T49. TEPLEY, L.—HAECKOCK, R. R.—FRASER, B. J.: Hydromagnetic emissions (pc1) observed simultaneously in the auroral zone and at low latitudes. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 2720.
- V32. VERÓ, J.: Seasonal distribution of geomagnetic pulsations. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 2254.
- V34. VICTOR, L. J.: Correlated auroral and geomagnetic micropulsations in the period range 5 to 40 seconds. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 3123.
- V38. VOELKER, H.: Göttinger Untersuchungen über erdmagnetische Pulsationen und ihre Beziehungen zur Magnetosphäre. *Kleinheubacher Berichte*, Nr. 10 (1965), 1.
- W31. WATANABE, T.: Determination of the electron distribution in the magnetosphere using hydromagnetic whistlers. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 5839.

- W29. WEAVER, J. T.: Magnetic variations associated with ocean waves and swell. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 1921.
- W27. WESCOTT, E. M.—MATHER, K. B.: Magnetic conjugacy from $L = 6$ to $L = 1,4$. 2. Midlatitude conjugacy. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 43.
- W36. УИТНАМ, К.: Geomagnetic variation anomalies in Canada. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 17 (1965), 481.
- W30. УРАЙТ, С. С.—ЛОККЕН, Д. Е.: Geomagnetic micropulsations in the auroral zones. *Can. J. Phys.*, 43 (1965), 1375.
- Y16. УОШИДА, С.: Correlations among very low frequency emissions, whistlers, and magnetic activities. *J. Geoph. Res.*, 70 (1965), 3240.
- B70. БАРАНСКИЙ, Л. Н.: Индукционный приемник магнитных вариаций. *Физика Земли*, № 1 (1965), 127.
- B72. БАРСУКОВ, О. М.: Вопросы геометрии короткопериодных вариаций электромагнитного поля Земли (биений). *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 487.
- B71. БАРСУКОВ, О. М.—РЫБИН, Ю. Р.: Градуировка аппаратуры, регистрирующей короткопериодные вариации земных токов. *Физика Земли*, № 1 (1965), 131.
- B82. БОЛЬШАКОВА, О. В.: Микропульсации геомагнитного поля и динамика магнитосферы. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 868.
- B83. БОЛЬШАКОВА, О. В.: Микроструктура начальной фазы магнитной бури по устойчивыми микропульсациям. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 775.
- V31. ВЛАДИМИРОВ, Н. П.: Некоторые особенности микровариаций естественного электромагнитного поля Земли. *Физика Земли*, № 6 (1965), 87.
- G31. ГУЛЬЕЛЬМИ, А. В.: О влиянии распада альфеновской волны в экосфере на характер короткопериодных колебаний электромагнитного поля Земли. *Физика Земли* № 2, (1965), 50.
- J22. ЕВЛАШИН, Л. С.—МАЛЫЦЕВА, Н. Ф.: О связи микровариаций магнитного поля Земли с различными типами полярных сияний. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 299.
- Z6. ЗЫБИН, К. Ю.: Свойства и природа геомагнитных микропульсаций с периодами от 10 сек до нескольких минут. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 494.
- Z7. ЗЫБИН, К. Ю.—КЛЕЙМЕНОВА, Н. Т.: Амплитудный спектр микропульсаций в диапазоне частот 1 до 20 гц. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 1125.
- L23. ЛОРАН, Ж.—ПОНСО, К.—ПОТЕНЬЕ, М.—БАРАНСКИЙ, М. Н.—КАЗАК, Б. Н.—МАТВЕЕВА, Э. Т.: Некоторые характеристики магнитных пульсаций P_с 1 в магнитно-сопряженных областях (ст. Борок-Кергелен, февраль 1964). *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 499.
- M38. МАЛЫЦЕВА, Н. Ф.: Предварительные результаты анализа амплитудных спектров микропульсаций ssc. *Физика Земли*, № 2 (1965), 90.
- M46. МАТВЕЕВА, Э. П.—ТРОИЦКАЯ, В. А.: Общие закономерности колебательного режима типа жемчужин. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 1078.
- S66. СКРЫННИКОВ, Р. Г.: Пульсации свечения полярных сияний и иррегулярные КПК геомагнитного поля. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 874.
- S55. СКРЫННИКОВ, Р. Г.—МАЛЫЦЕВА, Н. Ф.: Иррегулярные микропульсации электромагнитного поля Земли в зоне сияний и их связь с полярными сияниями и слоем E_s ионосферы. *Геомagn. аэрон.*, 5 (1965), 121.
- S58. СКРЫННИКОВ, Р. Г.—СЕЛИВАНОВ, В. П.: Короткопериодические колебания интенсивности свечения полярных сияний и их связь с геомагнитными пульсациями. Исследование полярных сияний, геомагнитных возмущений и ионосферы в высоких широтах (1965), 41.
- T41. ТРОИЦКАЯ, В. А.: Результаты изучения земных токов. *Геоф. Бюл.* № 14, (1965), 55.
- T42. ТРОИЦКАЯ, В. А.—МЕЛЬНИКОВА, М. В.—БОЛЬШАКОВА, О. В.—РОКИТЯНСКАЯ, О. Д.—БУЛАТОВА, Г. А.: Тонкая структура магнитных бурь. *Физика Земли*, № 6 (1965), 82.

1966

- A54. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.—WALLNER, Á.: Die räumliche Verteilung der Pulsationen des elektromagnetischen Feldes der Erde. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 1 (1966), 379.
- A42. ANGENHEISTER, G.—CONSRUCH, C. V.: Die Häufigkeit einzelner Effekte (pt, bp, bps) erdmagnetischer Pulsationen an den Stationen Göttingen und Fürstenfeldbruck (1952—1961). *Gerlands Beitr. Geoph.*, 75 (1966), 89.

- A51. ATKINSON, G.—WATANABE, T.: Surface waves on the magnetospheric boundary as a possible origin of long period geomagnetic micropulsations. *Earth Planet. Sci. Letters*, 1 (1966), 89.
- B86. BARCUS, J. R.—BROWN, R. R.—ROSENBERG, T. J.: Spatial and temporal character of fast variations in auroral zone X-rays. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 125.
- B85. BARCUS, J. R.—ROSENBERG, T. J.: Energy spectrum for auroral zone X-rays. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 803.
- B135. BOSSOLASCO, M.—CANEVA, A.—CICCONI, G.—ELENA, A.—PALAU, C.: Le pulsazioni geomagnetiche a Roburent (Cuneo) secondo le registrazioni dell' IQSY. *Geofisica e Meteorologia*, XV (1966), 3.
- B134. BOUŠKA, J.: The structure of the compression transition phase of a geomagnetic storm. *Geofysikální Sborník*, XIV (1966), 433.
- B122. BROWN, R. R.: Electron precipitation in the auroral zone. *Space Sci. Rev.*, 5 (1966), 311.
- C45. CAMPBELL, W. H.: A review of the equatorial studies of rapid fluctuations in the Earth's magnetic field. *Ann. Géoph.*, 22 (1966), 492.
- C40. CHRISTOFFEL, D. A.—LINFORD, J. G.: Diurnal properties of the horizontal geomagnetic micropulsation field in New Zealand. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 891; 4705.
- C41. CHUTE, J. L.: Preliminary observations of geomagnetic micropulsations with an array of magnetometers. *J. Atm. Terr. Phys.*, 28 (1966), 673.
- C42. CORNWALL, J. M.: Micropulsations and the outer radiation zone. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 2185.
- C44. CRESWELL, G. R.—DAVIS, T. N.: Observations on pulsating auroras. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 3155.
- C81. CZUCZOR-né, MILETITS, J.: A Hold hatásának vizsgálata különböző periódusú pulzációk esetében. *Magyar Geofizika*, 7 (1966), 163.
- C80. CZUCZOR-né, MILETITS, J.: A holdhónapi hullám a tellurikus áramokban. *Magyar Geofizika*, 7 (1966), 45.
- D37. DOWDEN, R. L.: Micropulsation "nose whistlers". A helium explanation. *Planet. Space Sci.*, 14 (1966), 1273.
- F13. FANSELAU, G.: Zur Feinstruktur der geomagnetischen Pulsationen Pc3. *Pure Appl. Geoph.*, 65 (1966), 73.
- F15. FERNANDO, P. C. B.—KANNANGARA, M. L. T.: The frequency spectrum of Pc3 and Pc4 micropulsations observed at Colombo, a station near the geomagnetic equator. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 5149.
- F14. FIELD, E. C.—GREIFINGER, C.: Equatorial transmission of geomagnetic micropulsations through the ionosphere and the lower exosphere. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 3223.
- F16. FRASER, D. C.: The magnetic field of ocean waves. *Geoph. J.*, 11 (1966), 507.
- F19. FUNG, P. C. W.: Excitation of cyclotron electromagnetic waves in a magnetoactive plasma by a stream of charged particles including temperature effects in the stream. *Austr. J. Phys.*, 19 (1966), 489.
- G67. GENDRIN, R.—KAZAK, B.—LAURENT, L.—RASPOPOV, O.: Caractéristique nouvelle de certaines oscillations hydromagnétiques irrégulières. *Ctes Rendus. Série B*, 263 (1966), 841.
- G40. GENDRIN, R.—LACOURLY, S.—GOKHBERG, M.—MALEVSKAYA, O.—TROITSKAYA, V. A.: Polarisation des oscillations hydromagnétiques de type pc 1 observées en deux stations géomagnétiquement conjuguées. *Ann. Géoph.*, 22 (1966), 329.
- G66. GLANGEAUD, F.: Analyse et représentation tri-dimensionnelles de la composition spectrale d'une perturbation magnétique. *Ctes Rendus, Série B* 263 (1966), 837.
- H59. HEACOCK, R. R.: The 4-second summertime micropulsation band at College. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 2763.
- H60. HEIRTZLER, J. R.—MENDONCA, F. de—MONTES, H.: Rapid geomagnetic activity at very low latitude conjugate stations. *Ann. Géoph.*, 22 (1966), 502.
- H49. HERRON, T. J.: Phase characteristics of geomagnetic micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1377.
- H55. HERRON, T. J.—HEIRTZLER, J. R.: Latitude-period dependency of geomagnetic micropulsations. *Nature*, 210 (1966), 361.
- H52. HESSLER, V. P.—JACOBS, J. A.: A telluric current experiment on the Antarctic ice cap. *Nature*, 210 (1966), 190.
- H57. HIRASAWA, T.—NAGATA, T.: Spectral analysis of geomagnetic pulsations from 0.5 to 100 sec in period for the quiet sun condition. *Pure Appl. Geoph.*, 65 (1966), 102.
- H58. HIRASAWA, T.—NISHIDA, A.—NAGATA, T.: Changes in Pc5 periods accompanying sudden impulses resulting from the magnetospheric deformations. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 20 (1966), 51.

- H103. HOLLÓ, L.—VERŐ, J.: A 27 napos visszatérési hajlammal kapcsolatos újabb vizsgálatok a földi elektromágneses tér változásaiban és a napfizikai adatokban. *Magyar Geofizika*, 7 (1966), 157.
- H51. HOLZER, R. E.—MCLEOD, M. J.—SMITH, E. J.: Preliminary results from the OGO 1 search coil magnetometer: boundary positions and magnetic noise spectra. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1481.
- H50. HRUŠKA, A.: Cyclotron instabilities in the magnetosphere. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1377.
- H87. HULTQUIST, B.: Plasma waves in the frequency range 0.001—10 cps in the Earth's magnetosphere and ionosphere. *Space Sci. Rev.*, 5 (1966), 599.
- J28. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Amplification of hydromagnetic waves in the magnetosphere by a cyclotron instability process with applications to the theory of hydromagnetic whistlers. *J. Atm. Terr. Phys.*, 28 (1966), 235.
- J48. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Doppler frequency changes in radio waves propagating through a moving ionosphere. *Radio Sci.*, 1 (1966), 257.
- J30. JOHANSEN, O. E.: A possible relation between pulsations in the auroral luminosity and the energyspectrum of the primary particles. *Planet. Space Sci.*, 14 (1966), 217.
- J27. JOHANSEN, O. E.—OMHOLT, A.: A study of pulsating aurora. *Planet. Space Sci.*, 14 (1966), 207.
- J44. JONES, F. W.—KELLY, A. M.: Man-made telluric micropulsations. *Can. J. Phys.*, 44 (1966), 3025.
- K139. KATO, Y.: Frequency analysis of geomagnetic micropulsations Pi2. *Proc. Japan Acad.*, 42 (1966), 919.
- K97. KATO, Y.—AOYAMA, I.—TOYAMA, F.—MORIOKA, A.: Frequency analysis of the geomagnetic pulsations. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 18 (1966), 65.
- K131. KENNEY, J. F.—JOHNSON, L. E.: Micropulsation measurements during the Pudget Sound earthquake of April 29, 1965. *Nature*, 211 (1966), 1041.
- K134. KOČI, A.: Die auf der Station Nowolasarewskaja beobachteten Pulsationen des geomagnetischen Feldes von sehr kurzen Perioden. *Geofysikální Sborník*, XIV (1966), 449.
- K95. KORSCHUNOW, A.: Erdmagnetische Pulsationen und Erdstrom an der Station Fürstfeldbruck im Jahre 1965. Ergebnisse der Beobachtungen am Erdmagnetischen Observatorium Fürstfeldbruck im Jahre 1965. München, 1966, 9.
- K93. KORSCHUNOW, A.: Mittlerer Tagesgang erdmagnetischer Pulsationen am Geophysikalischen Observatorium zu Fürstfeldbruck in den Jahren 1960—1962. *Zschr. f. Geoph.*, 32 (1966), 79.
- K94. KOVACH, R. L.—BEN-MENACHEM, A.: Analysis of geomagnetic micropulsations due to high-altitude nuclear explosions. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1427; 4702.
- L25. LAWRIE, J. J.: Spatial properties of rapid geomagnetic fluctuations. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 337.
- M54. MANCHESTER, R. N.: Propagation of Pc 1 micropulsations from high to low latitudes. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 3749.
- M53. MOSNIER, J.: Corrélations entre les fluctuations magnétiques rapides en deux points éloignés. *Ann. Géoph.*, 22 (1966), 113.
- N25. NAGATA, T.—KOKUBUN, S.—IJIMA, T.: Geomagnetically conjugate relationship of polar geomagnetic disturbances. Particularly the distinct geomagnetic conjugacy between Syowa station in Antarctica and Reykjavik in Iceland. *JARE Scient. Repts. Aeronomy*, Ser. A. № 3 (1966), 47.
- P33. PARKS, G. K.—MCPHERRON, P. L.—ANDERSON, K. A.: Relation of 5 to 40 second-period geomagnetic micropulsations and electron precipitation to the auroral substorm. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 5743.
- P45. PATEL, V. L.: Long-period hydromagnetic waves in the magnetosphere: Explorer 14. *Space Sci. Res.*, 6 (1966), 758.
- R23. RASTOGI, R. G.—KAUSHIKA, N. D.—TRIVEDI, N. D.: Night-time disturbance fluctuations in geomagnetic field at equatorial stations. *J. Atm. Terr. Phys.*, 28 (1966), 303.
- R29. RITTER, E.: Bemerkungen zur neuen IAGA-Klassifikationen für Pulsationen. Jahrbuch 1964 des Adolf Schmidt Observatoriums für Erdmagnetismus in Niemegek, Akademie Verlag, 1966, 130.
- R26. ROQUET, J.: Étude expérimentale des variations géomagnétiques rapides au voisinage de l'équateur (Addis-Abeba). *Ann. Géoph.*, 22 (1966), 508.
- S110. SAITO, T.: A review of the research on geomagnetic pulsations in Japan. ESSQ Technical Report, Institutes for Environmental Research IER 15-ITSA 15 (1966).
- S92. SAKURAI, T.: The relation between the geomagnetic storms and the interplanetary sector structure. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 18 (1966), 51.

- S125. STEVELING, E.: Erdmagnetische Tiefensondierung mit 9 gleichzeitig registrierenden Pulsationsstationen zwischen Göttingen und Goslar. *Zschr. f. Geoph.*, 32 (1966), 422.
- S72. STUART, W. F.—USHER, M. J.: An investigation of micropulsations at middle latitudes. *Geoph. J.*, 12 (1966), 71.
- T57. TEPLEY, L.—LANDSHOFF, R. K.: Waveguide theory for ionospheric propagation of hydromagnetic emissions. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1499.
- T61. TREFALL, H.—BJORDAL, J.—ULLALAND, S. L.—STADNESS, J.: On the extension of auroral zone X-ray microbursts. *J. Atm. Terr. Phys.*, 28 (1966), 225.
- U6. USHER, M. J.—STUART, W. F.: An investigation of micropulsations at middle latitude. *Nature*, 210 (1966), 577.
- V70. VOELKER, H.: Beobachtungen von Pt's auf einer Stationskette von Nordskandinavien bis Deutschland. *Zschr. f. Geoph.*, 32 (1966), 434.
- W44. WATANABE, T.: Quasi-linear theory of transverse plasma instabilities with applications to hydromagnetic emissions from the magnetosphere. *Can. J. Phys.*, 44 (1966), 815.
- W33. WENTWORTH, R. C.—TEPLEY, L.—AMUNDSEN, K. D.—HEACOCK, R. R.: Infra- and interhemisphere differences in occurrence times of hydromagnetic emissions. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 1492.
- W41. WESCOTT, E. M.: Magnetoconjugate phenomena. *Space Sci. Rev.*, 5 (1966), 507.
- W34. WESCOTT, E. M.—HESSLER, V. P.—KENNEY, J. F.: Hydromagnetic emissions at the geomagnetic poles. *Nature*, 212 (1966), 170.
- W35. WILSON, C.: Conjugate three-dimensional polarisation of high-latitude micropulsations from a hydromagnetic wave-ionospheric current model. *J. Geoph. Res.*, 71 (1966), 3233.
- Z1. ZÜRN, V.: Statistische Untersuchungen über langperiodische Pulsationen des erdmagnetischen Feldes. *Zschr. f. Geoph.*, 32 (1966), 448.
- B84. БАРСУКОВ, О. М.: Характерные периоды вариаций типа «жемчужин». *Физика Земли* 1 (1966), 80.
- B88. БОЛЬШАКОВА, О. В.: Устойчивые геомагнитные микропульсации и солнечные корпускулярные потоки. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 1081.
- V37. ВИНОГРАДОВ, П. А.: О колебаниях малого периода в электромагнитном поле Земли. *Иссл. по геомагн. и аэрон.*, Москва 1966, 256.
- V35. ВИНОГРАДОВ, П. А., ВИНОГРАДОВА, В. А.: О пространственно-временных измерениях параметров колебаний Pc1. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 402.
- V36. ВИНОГРАДОВ, П. А., МЕРКУЛЕНКО, М. А.: О некоторых характеристиках колебаний Sрт. *Иссл. по геомагн. и аэрон.*, Москва 1966, 281.
- G41. ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.: Интенсивность и спектр гидромагнитной эмиссии в диапазоне 1 гц. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 1129.
- G42. ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.: Концентрация плазмы на больших высотах по данным торoidalных колебаний магнитосферы. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 132.
- D38. ДЫМЧЕВ, Б. С.: О суточной вариации преимущественного направления векторов E и H КПК в плоскости горизонта и планетарная взаимная связь. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 743.
- K96. КЛЕЙМЕНОВА, Н. Г.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЖАНДРЕН, Р.—ПОНСО, К.—ВИНЕРОН, Ж.: Наблюдения ультранизкочастотного излучения в двух сопряженных точках. *Доклады АН СССР*, 170 (1966), 835.
- L27. ЛОГИНОВ, Г. А.: Временное распределения колебаний типа Pc1 по данным Ловозера. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 799.
- T60. ТРОИЦКАЯ, В. А.—БОЛЬШАКОВА, О. В.—МАТВЕЕВА, Э. Т.: Быстрые вариации электромагнитного поля как индикатор состояния радиационных поясов и магнитосферы Земли. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 533.
- T53. ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЕПЕТНОВ, Р. В.—БОЛЬШАКОВА, О. В.—МАТВЕЕВА, Э. Т.: Характерные особенности быстрых вариаций электромагнитного поля Земли в полярных районах. *Физика Земли*, 1 (1966), 76.
- F12. ФОНАРЕВ, Г. А.: О методике измерений теллурических токов море. *Геомагн. аэрон.*, 6 (1966), 541.

1967

- A61. ÁDÁM, A.: A magnetotellurikus (MT) módszer Price-féle kritikájáról (A pulzációs tér kiterjedésének meghatározása). *Geof. Közl.*, 16 (1967), 3.
- A62. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.: A magyarországi elektromágneses mérések újabb eredményei. *Geof. Közl.*, 16 (1967), 15.

- A53. ÁDÁM, A.—VERŐ, J.—WALLNER, Á.: Tellurische und erdmagnetische Messungen im Observatorium bei Nagycenk. *Observatoriumsberichte d. Geoph. Forsch. Lab. Sopron, Ungarn*, 1966 (1967), 129.
- A66. ANNEXSTAD, J. O.: Kotzebue, Alaska — Macquarie island conjugate point micropulsation experiment. *Antarct. J.U.S.*, 2 (1967), 165.
- B95. BOCHNÍČEK, J.: The determination of the field intensity of a magnetodynamic disturbance in the lower ionosphere from the field intensity measured above the Earth's surface. *Studia Geoph. Geod.*, 11 (1967), 65.
- B91. BOSSOLASCO, M.—CANEVA, A.—ELENA, A.—PALAN, C.: Pulsazioni geomagnetiche ed attività aurorale. *Geofisica e Meteorologia*, 16 (1967), 1.
- B100. BROWN, R. R.—WEIR, R. A.: Energy-dependent modulation in auroral X-ray pulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 5531.
- C85. CAMPBELL, W. H.: Geomagnetic pulsations. *Phys. Geomagnet. Phenomena 2*. Academic Press, New York, 1967, 821.
- C50. CAMPBELL, W. H.: Low attenuation of hydromagnetic waves in the ionosphere and implied characteristics in the magnetosphere for Pc 1 events. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 3429.
- C69. CAROVILLANO, R. L.—RADOSKI, H. R.: Latitude-dependent plasmasphere oscillation. *Phys. Fluids.*, 10 (1967), 225.
- C49. COCKE, W. J.—CORNWALL, J. M.: Theoretical simulation of micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2843.
- C48. CUMMINGS, W. D.—DESSLER, J. A.: Field-aligned currents in the magnetosphere. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 1007.
- D41. DAWSON, J. A.: Discussion of paper by R. C. Wentworth: Evidence for maximum production of hydromagnetic emissions above the afternoon hemisphere of the Earth. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2048.
- D40. DOWDEN, R. L.: Possible helium ion effects in micropulsation spectrograms. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2029.
- D69. DUNGEY, J. W.: Hydromagnetic waves. *Phys. Geomagnet. Phenomena 2*, Academic Press, New York, 1967, 913.
- E18. ELEMAN, F.: Studies of giant pulsations, continuous pulsations and pulsation trains in the geomagnetic field. *Arkiv för Geofysik*, 5 (1967), 231.
- F23. FEHR, U.: Measurements of infrasound from artificial and natural sources. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2403.
- F18. FIELD, E. C.—GREIFINGER, C.: Geomagnetic fluctuations due to impulsive sources with applications to high-altitude nuclear bursts. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 317.
- F43. FINLAYSON, D. M.: Characteristics of geomagnetic continuous pulsations at Halley Bay in 1963. *Brit. Antarct. Surv. Bull.*, 11 (1967), 73.
- F17. FOOKS, G. F.—MORGAN, D. P.: Power spectra of geomagnetic micropulsations. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 201.
- F24. FOWLER, R. A.—KOTICK, B. J.—ELLIOTT, R. D.: Polarization analysis of natural and artificially induced geomagnetic micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2871.
- F20. FRASER-SMITH, A. C.: Narrow frequency bands in hydromagnetic emissions (Pc1). *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 1541.
- G46. GENDRIN, R.: EBF et micropulsations II. *Ann. Géoph.*, 23 (1967), 153.
- G47. GENDRIN, R.: EBF et micropulsations III. *Ann. Géoph.*, 23 (1967), 299.
- G48. GENDRIN, R.: EBF et micropulsations IV. *Ann. Géoph.*, 23 (1967), 433.
- G58. GENDRIN, R.—LACOURLY, S.—TROITSKAYA, V. A.—GOKHBERG, M.—SHEPETNOV, R. V.: Caractéristiques des pulsations irrégulières de période décroissante (IPDP) et leurs relations avec les variations du flux des particules piégées dans la magnétosphère. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 1239.
- G57. GLANCEAUD, F.: Mise en évidence d'un bruit de fond de composition spectrale quasi-stationnaire pour les variations géomagnétiques au sol. *Ctes Rendus B, Série 264* (1967), 553.
- G51. GREEN, R. G.: An analysis of the magnetic effect from shower meteors. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2309.
- G84. GREEN, A. W.—JR. HOFFMAN, A. A. J.: Micropulsation instrumentation systems at the Dallas Geomagnetic Center. *IEEE. Trans. Geosci. Electron.*, 5 (1967), 3.
- H63. HEACOCK, R. R.: Evening micropulsation events with a rising midfrequency characteristics. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 399.
- H72. HEACOCK, R. R.: Two subtype of type Pi micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 3905.
- H78. HEACOCK, R. R.—HESSLER, V. P.: Polarisation characteristics of Pc 1 micropulsations at College. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 1361.

- H64. HERRON, T. J.: An average geomagnetic power spectrum for the period range 4.5 to 12 000 seconds. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 759.
- H109. HESSLER, V. P.: Magnetic micropulsation activity at the South Geomagnetic Pole. *Antarct. J.*, (1967), 256.
- H105. HESSLER, V. P.—HEACOCK, R. R.: Telluric current micropulsations at the Auroral zone. Geophysical Institute of the University of Alaska College, Alaska 99701. November 1962—October 1967. Final Report October (1967), AFCRL-67-0550. 87.
- H90. HOLLÓ, L.—VERŐ, J.: Zur Charakterisierung der Pulsationstätigkeit des erdmagnetischen Feldes für einzelne Tage und deren Anwendung. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 2 (1967), 335.
- H66. HRUŠKA, A.: Magnetospheric regions of amplification of VLF emissions and micropulsations. *Studia Geoph. Geod.*, 11 (1967), 235.
- H74. HRUŠKOVA, J.: Investigations of the diurnal variation of amplitudes of geomagnetic Pulsations Pc 3. *Geofysikalni Sbornik*, 15 (1967), 423.
- H65. HRUŠKOVA, J.: The influence of the structure of the ionosphere on Pc 3 micropulsations. Part I: The undisturbed state of the ionosphere. *Studia Geoph. Geod.*, 11 (1967), 211.
- J32. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Theoretical notes on whistlers and periodic emissions in the hydromagnetic regime. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 799.
- J36. JENKINS, A. W.—DUVALL, B. W.: Theory of meteor-induced micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2301.
- J42. JONES, F. W.: Telluric currents. Thesis, Dept. Mining Eng. Appl. Geoph., McGill University (1967).
- K108. KATO, Y.—HIGUCHI, Y.: The cyclotron and Cerenkov mechanisms of exciting hydro-magnetic radiation in the magnetoactive plasma. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 19 (1967), 1.
- K109. KATO, Y.—TANAKA, M.—SATO, Y.: On the characteristics of the beating type geomagnetic pulsations in the Pc 3 range. *Sci. Rept. Tohoku Univ.*, Ser. 5., 19 (1967), 46.
- K103. KENNEY, J. F.—KNAFLICH, H. B.: A systematic study of structured micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2857.
- K132. KNAFLICH, H. B.—KENNEY, J. F.: IPDP events and their generation in the magnetosphere. *Earth Planet. Sci. Letters*, 2 (1967), 453.
- K110. KU, C. C.—JONES, F. W.—GELDART, L. P.: Analogue spectral analysis of geomagnetic micropulsations in the range 10 to 200 seconds. *Can. J. Phys.*, 45 (1967), 3743.
- L34. LACOURLY, S.—GENDRIN, R.: Apparition de "pulsations irrégulières de période décroissante" au cours des déplacements de la frontière extérieure des zones de Van Allen. *Ctes Rendus, Série B*, 264 (1967), 658.
- L47. LEWIS, T. J.: The association of phase changes of ionosphere-propagating radio waves and geomagnetic variations. *Can. J. Phys.*, 45 (1967), 1549.
- L50. LIEMOHN, H. B.—KENNEY, J. F.—KNAFLICH, H. B.: Proton densities in the magnetosphere from pearl dispersion measurements. *Earth Planet. Sci. Letters*, 2 (1967), 360.
- M56. MCPHERRON, R. L.—WARD, S. H.: Correlation between occurrence of pearl pulsations and interplanetary magnetic field sector boundaries. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 393.
- M85. MIGUEL, L.: Variaciones rápidas del Campo Magnético Terrestre. Instituto Geografico y Catastral, Madrid, 1967, 24.
- M57. MILTON, D. W.—MCPHERRON, R. L.—ANDERSON, K. A.—WARD, S. H.: Direct correspondence between X-ray microbursts and impulsive micropulsations. *J. Geoph. Res.* 72 (1967), 414.
- M75. MORGAN, A. D.: An observed correlation between the occurrence of sporadic-E and magnetic activity. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 1633.
- N14. NWAIGWE, C. N. C.—HALL, S. H.—USHER, M. J.: Systematic diurnal variations in the period and polarization of magnetic micropulsations in South-West England. *Nature*, 214 (1967), 1319.
- O39. OMHOLT, A.—BERGER, S.: The occurrence of auroral pulsations in the frequency range 0.01—0.1 c/s over Tromsø. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 1075.
- O38. OMHOLT, A.—PETERSEN, H.: Characteristics of high-frequency auroral pulsations. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 347.
- P50. PAULSON, K. V.—SHEPHERD, G. G.—GRAYSTONE, P.: A note on "Auroral-type" fluctuations in the Earth's electromagnetic field. *Can. J. Phys.*, 45 (1967), 2813.
- P39. PRIKNER, K.: Pc pulsations with periods between 5 and 40 secs (IPC) during geomagnetic storms. *Geofysikalni Sbornik*, 15 (1967), 387.
- R27. RADOSKI, H. R.: A note on oscillating field lines. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 418.

- R38. RADOSKI, H. R.: Highly asymmetric MHD resonances: the guided poloidal mode. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 4026.
- R33. RADOSKI, H. R.: Poloidal axisymmetric resonance: a separable case. *J. Geomagn. Geoelectr.*, 19 (1967), 1.
- R39. RADOSKI, H. R.—MCCLAY, J. F.: The hydromagnetic toroidal resonance. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 4899.
- R30. REID, J.: Auroral zone cosmic noise absorption pulsations. *Nature*, 214 (1967), 1321.
- R64. ROHRER, L.: Nachweis elektromagnetischer Felder in der Atmosphäre im Frequenzbereich von 0,025 Hz bis 0,25 Hz. Diss. Dipl. Ing. von d. Fak. f. Maschin. und Elektrotechn. Technischen Hochschule, München (1967).
- R32. ROQUET, J.: Résultats récents, sur la manifestation au sol des variations magnétiques rapides, près de l'équateur magnétique. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 453.
- R37. ROSENBERG, T. J.—BJORDAL, J.—KVIFTE, G. J.: On the coherency of X-ray and optical pulsations in aurora. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 3504.
- R31. ROSTOKER, G.: The frequency spectrum of Pi 2 micropulsation activity and its relationship to planetary magnetic activity. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 2032.
- R28. ROSTOKER, G.: The polarization characteristics of Pi-2 micropulsations and their relation to the determination of possible source mechanisms for the production of nighttime impulsive micropulsation activity. *Can. J. Phys.*, 45 (1967), 1319.
- S85. SAITO, T.: Some characteristics of the dynamic spectrum of long-period geomagnetic pulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 3895.
- S75. SAITO, T.—MATSUSHITA, S.: Geomagnetic pulsations associated with sudden commencements and sudden impulses. *Planet. Space Sci.*, 15 (1967), 573.
- S81. SCHLICH, R.—BITTERLY, J.: Variations magnétiques rapides enregistrées en des stations proches. *Ann. Géoph.*, 23 (1967), 407.
- S76. SELZER, E.: Oscillations propres et oscillations forcées dans la magnétosphère. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 339.
- S71. SHRESTHA, K. L.: Observations of infrasonic waves in the F-region of the ionosphere. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 107.
- S87. SISCOE, G. L.—DAVIS, L.—COLEMAN P. J.—SMITH, E. J.—JONES, E. D.: Shock aligned magnetic oscillations in the magnetosheath: Mariner 4. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 5524.
- S90. STŘEŠTIK, J.: Some statistical regularities of geomagnetic Pi 2 pulsations observed at the Budkov Observatory between 1961 and 1964. *Geofysikální Sborník*, 15 (1967), 409.
- S86. SWIFT, D. W.: A new interpretation of long-period micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 4885.
- T89. TÁTRALLYAY, M.: Kohärenz-Untersuchungen von Pt-Pulsationen. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 2 (1967), 415.
- T97. TROITSKAYA, V. A.: Micropulsations and the state of the magnetosphere. *Solar Terrestrial Physics*, Academic Press, New York, 1967, 213.
- T85. TROITSKAYA, V. A.—GUL'ELMI, A. V.: Geomagnetic micropulsations and diagnostic of the magnetosphere. *Space Sci. Rev.*, 7 (1967), 689.
- U7. ULLALAND, S. L.—TREFALL, H.—KREMSER, G.—BEWERSDORFF, A.: Observations of large-scale coherent pulsating electron precipitation events in the auroral zone, accompanied by geomagnetic continuous pulsations. *J. Atm. Terr. Phys.*, 29 (1967), 395.
- V62. VERŐ, J.: A földi elektromágneses tér Pc-típusú pulzációinak vizsgálata a Nagycenk melletti obszervatórium adatai alapján. *Nehézipari Műszaki Egyet. Közl., Miskolc*, 15 (1967), 91.
- V40. VERŐ, J.: Sur la possibilité d'une corrélation entre les pulsations magnétiques du type Pc avec des variations de plus grandes périodes. *Ann. Géoph.*, 23 (1967), 581.
- V63. VERŐ, J.: Vizsgálatok a földi elektromágneses tér pulzációinak keletkezéséről. *Geof. Közl.*, 16 (1967), 113.
- W39. WESCOTT, E. M.: Coastal effects in magnetic and telluric current variations near a complex land, shelving seawater boundary. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 1959.
- W38. WILHELM, K.: Geomagnetic micropulsations and electron Bremsstrahlung in the Northern auroral zone. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 1995.
- Z8. ZELWER, R.—FERNANDO, P. C. B.—WARD, S. H.: Interplanetary magnetic field data and corresponding geomagnetic effects for the storm of October 7, 1962. *J. Geoph. Res.*, 72 (1967), 3471.
- Z13. ZYBIN, K. YU.: On the polarization characteristics of middle latitude geomagnetic micropulsations. *Indian J. Met. Geophys.*, 18 (1967), 349.
- B96. БАРАНСКИЙ, Л. Н.—ГЕЛЛЕР, Л. А.—КАЗАК, Б. Н.: О скорости распространения короткопериодных колебаний электромагнитного поля земли типа Pc 1 («Жемчужины»). *Доклады АН СССР*, 177 (1967), 85.

- B90. БАХУР, Л. В.—ЛЯЦКИЙ, В. Б.: Кратковременные вспышки РР как особый тип геомагнитных пульсаций. *Физика Земли*, № 3 (1967), 68.
- B101. БАХУР, Л. В.—ЛЯЦКИЙ, В. Б.—СЕЛИВАНОВ, В. П.: Связь РР с вариациями светимости полярных сияний. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 208.
- B102. БРЮНЕЛЛИ, Б. Е.—Ляцкий, В. Б.: Колебаний типа РР как Черенковское излучение. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 682.
- B133. БУГАЙЛО, В. А.—НАБОКО, Ю. С.: Опыт изучения вариаций естественного электромагнитного поля в Казахстане. *Геомагнитные Исследования*, №9 Москва, (1967), 20.
- B136. БУГАЙЛО, В. А.—НАБОКО, Ю. С.: Результаты изучения вариаций электромагнитного поля земли в Казахстане. Труды Института Геологических Наук им К. И. Сатпаева 21 (1967), 108.
- V43. ВАНЯН, Л. Л.—ДМИТРИЕВ, В. И.: О трехмерных гидромагнитных возмущениях в холодной плазме. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 888.
- V42. ВАНЯН, Л. Л.—ДМИТРИЕВ, В. И.: О трехмерных магнитозвуковых возмущениях в холодной плазме. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 887.
- V39. ВАНЯН, Л. Л.—ЗЫБИН, К. Ю.: К вопросу о магнитозвуковых резонансах в экзосфере. *Доклады АН СССР*, 174 (1967), 1074.
- V57. ВАНЯН, Л. Л.—ЗЫБИН, К. Ю.: О влиянии геоэлектрических неоднородностей на поляризацию геомагнитных микропульсаций. *Физика Земли*, № 12 (1967), 47.
- V56. ВЛАДИМИРОВ, Н. И.—КРЫЛОВ, С. М.: О поляризации колебаний типа «жемчужин». *Физика Земли*, № 5 (1967), 92.
- G43. ГОХБЕРГ, М.—ЖЕНДРЕН, Р.—ЛАКУРЛИ, С.—МАЛЕВСКАЯ, О.—ТРОИЦКАЯ, В.: Поляризация гидромагнитных колебаний типа Рс-1 (жемчужины) в магнитного сопряженных точках Согра (СССР) — Кергелен (Франция). *Доклады АН СССР*, 174 (1967), 576.
- G44. ГОХБЕРГ, М.—ЖЕНДРЕН, Р.—ЛАКУРЛИ, С.—ТРОИЦКАЯ, В.—ЩЕПЕТОВ, В.: Одновременное возникновение в сопряженных точках всплесков микропульсаций класса Рс-1. *Доклады АН СССР*, 174 (1967), 828.
- G45. ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.: О природе гидромагнитных свистов. *Доклады АН СССР*, 174 (1967), 1076.
- D62. ДУБРОВСКИЙ, В. Г.: Спектральный состав и интенсивность земного электромагнитного поля Туркмении. *Геомагнитные Исследования*, № 9 Москва, (1967), 56.
- Z14. ЗЫБИН, К. Ю.: Свойства поляризации среднеширотных геомагнитных микропульсаций. *Геомагнитные Исследования*, № 9 Москва, (1967), 63.
- K133. КЕБУЛАДЗЕ, В. В.—КИЗИРИЯ, Л. Б.—ТАТИШВИЛИ, Г. В.: О некоторых закономерностях кпк земных токов по данным Тбилисской (душетской) станции Института Геофизики Академии Наук Грузинской ССР. *Геомагнитные Исследования*, № 9 Москва, (1967), 72.
- K111. КЛЕЙМЕНОВА, Н. Г.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЖАНДРЕН, Р.—ВИНЕРОН, Ж.—ПОНСО, К.—ДАСАҚ, М.: Наблюдения ультранизкочастотного излучения в сопряженных точках. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 128.
- L32. ЛОГИНОВ, Г. А.: Микроструктура возмущенной солнечносуточной вариации. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 304.
- L48. ЛЯЦКАЯ, А. М.: КПК, сопровождающие полярные магнитные возмущения. *Геомагнитные Исследования*, № 9 (1967), 89.
- L31. ЛЯЦКИЙ, В. Б.: Магнитосфера и геомагнитные пульсаций. *Геомагн. аэрон.*, (1967), 677.
- L49. ЛЯЦКИЙ, В. Б.: Исследование колебаний типа «жемчужин» в Ловозере. *Геомагнитные Исследования*, № 9 (1967), 93.
- L28. ЛЯЦКИЙ, В. Б.—СЕЛИВАНОВ, В. П.: Тонкая структура и поляризация РР (Рс 1) в Ловозере. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 378.
- M84. МАТЬЕЕВА, Э. Т.: Общие закономерности возбуждений колебаний Рс 1 в солнечном цикле. *Геомагнитные Исследования*, № 9 (1967), 99.
- M62. МОСКВИН, Ю. Л.—ФРАНК-КАМЕНЕЦКИЙ, Д. А.: Геомагнитные микропульсации и солнечный ветер. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 144.
- M59. МОСКВИН, Ю. Л.—ФРАНК-КАМЕНЕЦКИЙ, Д. А.: К магнитной гидродинамике земной экзосферы. *Доклады АН СССР*, 174 (1967), 1079.
- N13. НАМГАЛАДЗЕ, А. Н.—РАСПОПОВ, О. М.—РОЛДУГИН, В. К.: Связь пульсации геомагнитного поля Рi 2 с пульсациями интенсивности свечения полярных сияний. *Геомагн. аэрон.*, (1967), 376.
- O40. ОБЕРЦ, П.—РАСПОПОВ, О. М.: Исследование пространственных характеристик пульсаций геомагнитного поля типа Рс 5. *Acta Geoph. Pol.*, 15 (1967), 305.
- P53. ПОНОМАРЕВ, Е. А.: О природе короткопериодических колебаний типа биений. *Геомагнитные Исследования*, № 9 (1967), 107.

- R45. РАСПОПОВ, О. М.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЖАНДРЕН, Р.—КАЗАК, Б. Н.—ЛЮРАН, Ж.: Некоторые результаты исследования микропульсаций типа P₁ в магнитосопреженных точках. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 864.
- R44. РАСПОПОВ, О. М.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЛИШ, Р.—ЛИЗУНКОВА, И. С.—КАЗАК, Б. Н.—КОШЕЛЕВСКИЙ, В. К.: О поведении пульсаций геомагнитного поля типа P₁ 2 в магнитосопреженных точках. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 858.
- T94. ТРОИЦКАЯ, В. А.—БОЛЬШАКОВА, О. В.—ГУЛЬБЕЛЬМИ, А. В.—МАТВЕЕВА, Э. Т.: Использование быстрых вариации электромагнитного поля земли для диагностики состояния магнитосферы. *Геомагнитные исследования*, №9 Москва, (1967), 15.
- T69. ТРОИЦКАЯ, В. А.—МАЛЬЦЕВА, Н. Ф.: О возможности влияния ионосферных условий на формирование интервалов колебаний убывающего периода электромагнитной поле земли. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 1124.
- S91. ШЕПЕТНОВ, Р. В.: Статистические исследования зависимости амплитуды устойчивых колебаний типа P_c от фазы луны. *Геомагн. аэрон.*, 7 (1967), 919.

1968

- A45. ALTMAN, C.—FIJALKOW, E.: Mechanism of transmission of hydromagnetic waves through the Earth's lower ionosphere. *Nature*, 220 (1968), 53.
- A43. ANNEXSTAD, J. O.—WILSON, CH. R.: Characteristics of pg micropulsations at conjugate points. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 1805.
- A44. ANNEXSTAD, J. O.—WILSON, CH. R.: P_c 1 fine structure phase shift at high-latitude conjugate points. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 3063.
- B93. BEWERSDORFF, A.—KREMSER, G.—RIEDLER, W.: A persisting 24 sec periodicity in auroral X-rays interrupted by sudden geomagnetic impulses. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 1547.
- B132. BHARGAVA, B. N.—RAO, D. R. K.: Power spectra of geomagnetic pulsations during November 1960 storms. *Indian J. Met. Geophys.*, 19 (1968), 331.
- B94. BOCHNIČEK, J.: Transit of an electromagnetic low-frequency disturbance through the lower ionosphere. *Studia geoph. geod.*, 12 (1968), 91.
- B98. BOUŠKA, J.: Electromagnetic solar-terrestrial events between February 5—9, 1965. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 807.
- B121. BROWN, W. L.—САИЛИ, L. J.—DAVIS, L. R.—MACILWAIN, C. E.—ROBERTS, C. S.: Acceleration of trapped particles during a magnetic storm on April 18, 1965. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 153.
- B92. BRÖNSTAD, K.—TREFALL, H.: East-west movements of pulsating auroral zone X-ray events. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 205.
- B106. BURMAN, R.: On the propagation of micropulsation whistlers through a possible region of evanescence in the magnetosphere. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 137.
- C73. CAMPBELL, W. H.: Rapid geomagnetic field variations observed at conjugate locations. *Radio Sci.*, 3 (1968), 726.
- C46. CHALLINER, R. A.: Long-period infrasonic waves in the atmosphere. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 1817.
- C76. COLEMAN, P. J.—CUMMINGS, W. D.: Simultaneous magnetic field variations at the Earth's surface and at synchronous, equatorial distance. Part II. Magnetic storms. *Radio Sci.*, 3 (1968), 762.
- C74. CORNWALL, J. M.: Diffusion processes influenced by conjugate-point wave phenomena. *Radio Sci.*, 3 (1968), 740.
- C51. CORONITI, F. V.—MCPHERRON, R. L.—PARKS, G. K.: Studies of the magnetosphere substorm 3. Concept of the magnetosphere substorm and its relation to electron precipitation and micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 1715.
- C54. CRESWELL, G. R.: Fast auroral waves. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 1453.
- C75. CUMMINGS, W. D.—COLEMAN, P. J.: Simultaneous magnetic field variations at the Earth's surface and at synchronous, equatorial distance. Part I. Bay associated events. *Radio Sci.*, 3 (1968), 758.
- C47. CZUCZOR-MILETITS, J.: Vergleichende Untersuchung von elektromagnetischen Registrierungen der Observatorien von Nagycenk und Budkov. *Studia Geoph. Geod.*, 12 (1968), 74.
- D43. DAVIDSON, M. J.—HEIRTZLER, J. R.: Spatial coherence of geomagnetic rapid variations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 2143.
- D58. DOSO, H. W.—JACOBS, J. A.: Analogue model measurements of electromagnetic variation in the near field of an oscillating line current. *Can. J. Phys. Earth Sci.*, 5 (1968), 23.

- D44. DOWDEN, R. L.: Dotted pearl micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 2995.
- D42. DUNGEY, J. W.: Magnetohydrodynamics in the magnetosphere. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 673.
- F22. FANSELAU, G.: Physical aspects of Pc3 and Pc4. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 241.
- F21. FINLAYSON, D. M.: The spectrum of geomagnetic pulsations at Halley Bay. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 295.
- F27. FRASER, B. J.: Temporal variations in Pc1 geomagnetic micropulsations. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 111.
- F30. FUKUNISHI, H.—HIRASAWA, T.: Ionospheric effect on geomagnetic micropulsations at low latitudes. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 22 (1968), 235.
- G49. GENDRIN, R.—LACOURLY, S.: Irregular micropulsations and their relations with the far magnetospheric perturbation. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 267.
- G50. GLANGEAUD, F.—ROQUET, J.—SELZER, E.: Microstructures à diverses latitudes et composition spectrale des perturbations magnétiques de février 1965 et mars 1966. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 871.
- G59. GREIFINGER, C.—GREIFINGER, PH. S.: Theory of hydromagnetic propagation in the ionospheric waveguide. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 7473.
- H71. HEACOCK, R. R.: Large amplitude Pc 1 events at College. *J. Geomagn. Geol.*, 20 (1968), 263.
- H112. HEACOCK, R. R.—HESSLER, V. P.—KENNET, J. F.—TAAGHOLT, J.: Some relationships between polar cap micropulsations spectra and the polar ionosphere. *Rept. Ionosphere Lab. Techn. Univ. Denmark*, No R 15 (1968), 2.
- H73. HEACOCK, R. R.—HESSLER, V. P.—SUCKSDORFF, C.—KIVINEN, M.—KATAJA, E.: Variations in Pc 1 frequency with latitude. *Nature*, 217 (1968), 153.
- H102. HERMAN, J. F.: Model studies of the coast effect on geomagnetic variations. *Can. J. Phys. Earth Sci.*, 5 (1968), 515.
- H99. HOLLÓ, L.: Eine Untersuchung der pi-2 Variationen (pt) des elektromagnetischen Feldes der Erde in mittleren geographischen Breiten. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 3 (1968), 351.
- H79. HRUŠKA, A.: The magnetodynamic toroidal waves. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 1305.
- H70. HRUŠKOVÁ, J.: The effect of the structure of the ionosphere on Pc 3 micropulsations, Part II: Sudden disturbances. *Studia Geoph. Geod.*, 12 (1968), 100.
- J47. JACOBS, J. A.: Pi events with particular reference to conjugate point phenomena. *Radio Sci.*, 3 (1968), 539.
- J35. JACOBS, J. A.—WATANABE, T.: Conjugate points phenomena associated with energetic particles, magnetic observations. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 467.
- J33. JACOBS, J. A.—WRIGHT, C. S.: Some features of geomagnetic micropulsations observed during the recent quiet solar years with particular reference to data obtained at the near conjugate stations of Great Whale and Byrd. *Geoph. J.*, 15 (1968), 53.
- J45. JONES, F. W.—GELDART, L. P.: Spectral analysis of pearls. *Can. J. Phys.*, 46 (1968), 1449.
- J46. JONES, F. W.—GELDART, L. P.: Spectral analysis of vertical and horizontal earth current components at separated locations. *Can. J. Phys. Earth Sci.*, 5 (1968), 1512.
- K101. KANGES, J.: Fast pulsations of auroral-zone X-ray intensity. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 147.
- K99. KANTOR, G.—PIERCE, A. D.: Acoustic waves in the lower ionosphere. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 1497.
- K104. KENNEY, J. F.—KNAFLICH, H. B.—LIEMOHN, H. B.: Magnetospheric parameters determined from structured micropulsations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 6737.
- K126. KIMURA, I.—MATSUMOTO, H.: Hydromagnetic wave instabilities in a nonneutral plasma beam system. *Radio Sci.*, 3 (1968), 333.
- K100. KITAMURA, T.—JACOBS, J. A.: Determination of the magnetospheric plasma density by the use of long-period geomagnetic micropulsations. *J. Geomagn. Geol.*, 20 (1968), 33.
- K118. KITAMURA, T.—JACOBS, J. A.: Ray paths of Pc 1 waves in the magnetosphere. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 863.
- K106. KITAMURA, T.—JACOBS, J. A.—WATANABE, T.—FLINT, R. B.: Investigations of quasi-periodic VLF emissions and their relation to geomagnetic micropulsations. *Nature*, 220 (1968), 360.
- K105. KNAFLICH, H. B.—KENNEY, J. F.—HESSLER, V. P.: Longitudinal spread of Pc 1 micropulsations in the magnetosphere. *Nature*, 217 (1968), 1134.
- K107. KOKUBUN, S.—OGUTI, T.: Hydromagnetic emissions associated with storm sudden commencements. *Rept. Ionosph. Space Res. Japan*, 22 (1968), 45.

- K102. KOZŁOWSKI, M.: Mikropulsacje w zakresie 2—4 s i aktywnosc magnetyczna. *Acta Geoph. Pol.*, 16 (1968), 153.
- M61. MANCHESTER, R. N.: Correction of Pc 1 micropulsations at spaced stations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 3549.
- M60. MCPHERRON, R. L.—PARKS, G. K.—CORONITI, F. V.—WARD, S. H.: Studies of the magnetospheric substorm 2. Correlated magnetic micropulsations and electron precipitation occurring during auroral substorms. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 1697.
- M89. MÜNCH, J.: Statistische Frequenzanalyse von erdmagnetischen Pulsationen. *Mitt. Max-Planck-Inst. Aeron.*, 34 (1968).
- N15. NAGATA, T.—FUKUNISHI, H.: Dependence on geomagnetic activity of magnetic pulsation frequency of Pc P3 c 4 ranges. *Geoph. J.*, 15 (1968), 69.
- P36. PARKS, G. K.—CORONITI, F. V.—MCPHERRON, R. L.—ANDERSON, K. A.: Studies of the magnetospheric substorm 1. Characteristics of modulated energetic electron-precipitation occurring during auroral substorm. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 1685.
- P35. PARKS, G. K. M.—MCPHERRON, R. L.—CORONITI, F. V.: Relation of energetic electron precipitation and geomagnetic micropulsations to auroral substorms. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 621.
- P38. PATEL, V. L.: Origin of long-period micropulsations. *Nature*, 218 (1968), 857.
- P37. PATEL, V. L.: Sudden impulses in the geomagnetic tail. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 3407.
- P34. PAULSON, K. V.: The polarization and spectral characteristics of some high-latitude irregular geomagnetic micropulsations. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 261.
- P54. PRIKNER, K.: Resonance of a plane HM-wave in a horizontally stratified lower magnetosphere in middle and lower geomagnetic latitudes and Pc pulsations with periods of 5 to 40 secs observed during geomagnetic storms. *Geofysikalni Sbornik*, XVI (1968), 189.
- R36. ROSTOKER, G.: A critical study of the possibly modes of propagation of Pi2 micropulsation activity over the Earth's surface. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 253.
- R41. ROSTOKER, G.: Macrostructure of geomagnetic bays. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 4217.
- R42. ROSTOKER, G.: Relationship between the onset of a geomagnetic bay and the configuration of the interplanetary magnetic field. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 4382.
- S88. SAITO, T.—MATSUSHITA, S.: Solar cycle effects on geomagnetic Pi 2 pulsations. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 267.
- S82. SCHLICH, R.: Effet de modulation ionosphérique sur la corrélation observée entre des pulsations magnétiques de moyenne latitude. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 411.
- S83. SELZER, É.: Les sous-orages magnétiques mondiaux (world sub-storms). *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 607.
- S79. SEN, A.: A theory of geomagnetic micropulsations I. *J. Geomagn. Geoelect.*, 20 (1968), 225.
- S80. SEN, A.: A theory of geomagnetic micropulsations II. *J. Geomagn. Geoelect.*, 20 (1968), 245.
- S78. SEN, A. K.: Pearl-type geomagnetic oscillations. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 439.
- S89. SORENSON, W. R.: Investigation of possible ionospheric heating by hydromagnetic waves. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 287.
- S105. SOUTHWOOD, D. J.: The hydromagnetic stability of the magnetospheric boundary. *Planet. Space Sci.*, 16 (1968), 587.
- S77. STUART, W. F.: Micropulsation activity at Lerwick. *J. Atm. Terr. Phys.*, 30 (1968), 337.
- T80. TAMAQ, T.: Effects of the electron motion along magnetic field lines on torsional hydromagnetic oscillations. *J. Geomagn. Geoelect.*, 20 (1968), 305.
- T66. TROITSKAYA, V. A.—BOLSHAKOVA, O. V.—HESSLER, V. P.: Preliminary results of micropulsation studies at magnetconjugate points in the Arctic and Antarctic. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 741.
- T65. TROITSKAYA, V. A.—MALTSEVA, N. F.: On the possibility of influence of the change in the properties of the lower exosphere resonance cavity on the formation of the IPDP. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 617.
- V61. VERŐ, J.: Az elektromágneses tér pulzációinak előrejelzéséről. *Geof. Közl.*, 17 (1968), 63.
- V41. VOELKER, H.: Observations of geomagnetic pulsations: Pc 3, 4 and Pi 2 at different latitudes. *Ann. Géoph.*, 24 (1968), 245.
- W45. WALKER, J. K.: Spatial extent of geomagnetic events conjugate to Byrd. *Radio Sci.*, 3 (1968), 745.
- W40. WILHELM, K.: Occurrence of Pc 1 pulsations in the course of magnetospheric substorms. *J. Geoph. Res.*, 73 (1968), 7491.
- B137. БЕНЕДИКТОВ, Е. А.—ГЕТМАНЦЕВ, Г. Г.—МИТЯКОВ, Н. А.—РАПОПОРТ, В. О.—ТАРАСОВ, А.: О связи спорадического радиоизлучения, зарегистрированного на спутниках «Электрон», с геомагнитной активностью. *Космические Исследования*, 6 (1968), 946.

- B97. БОЛЬШАКОВА, О. Б.—ТРОИЦКАЯ, В. А.: Связь направления межпланетного магнитного поля с режимом устойчивых колебаний. *Доклады АН СССР*, 180 (1968), 343.
- B103. БРЮНЕЛЛИ, Б. Е.—ЛЯЦКАЯ, А. М.—ЛЯЦКИЙ, В. Б.: Интерпретация геомагнитных пульсаций Pc 3,4. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 540.
- V46. ВАНЯН, Л. Л.—ГОХБЕРГ, М. Б.: Направленное гидромагнитное излучение и токи вдоль геомагнитных силовых линий. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 567.
- V44. ВАНЯН, Л. Л.—ГОХБЕРГ, М. Б.: Некоторые особенности изменения трехмерных гидромагнитных волн. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 157.
- V45. ВАНЯН, Л. Л.—ДМИТРИЕВ, В. И.—БЕЛЕНЬКАЯ, Б. Н.: О распространении гидромагнитных возмущений в неоднородного замагниченной холодной плазме. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 159.
- V58. ВЕРЁ, Й.: Методика и некоторые результаты обработки быстрых записей теллурических токов в обсерватории Надьценк. *Физика Земли*, № 7 (1968), 93.
- D45. ДОДОН, Г.: Быстрые вариации геомагнитного поля по данным обсерватории Улан-Батор. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 191.
- D68. ДОЛГИНОВ, Ш. Ш.—ЕРОШЕНКО, Е. Г.—ЖУЗГОВ, Л. Н.: Исследование магнитного поля с межпланетной станции «Венера-4». *Космические Исследования*, VI (1968), 561.
- K136. КОПЫТЕНКО, Ю. А.—РАСПОПОВ, О. М.: О природе устойчивых короткопериодических колебаний магнитного поля Земли (Pc3 и Pc4). *Космические Исследования*, VI (1968), 617.
- M64. МАТВЕЕВА, Э. Т.—ГНЕВЫТЕВ, М. Н.—ТРОИЦКАЯ, В. А.: О связи 11-летних циклических изменений колебаний типа жемчужин (pc I) с солнечной активностью. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 973.
- M63. МАТВЕЕВА, Э. Т.—ТРОИЦКАЯ, В. А.: Предварительный анализ микропульсаций электромагнитного поля Земли в связи с протонном вспышкой 7 1966 г. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 598.
- O41. ОБЕРЦ, П.—РАСПОПОВ, О. М.: Исследование пространственных характеристик пульсаций геомагнитного поля типа Pc 5. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 534.
- P40. ПЛЯСОВА-БАКУНИНА, Т. А.—МАТВЕЕВА, Э. Т.: Связь колебаний типа Pc 1 магнитными бурями. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 189.
- R46. РАСПОПОВ, О. М.: О возможном механизме возбуждения пульсаций геомагнитного поля типа Pi 2. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 325.
- R35. РАСПОПОВ, О. М.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ЖАНДРЕН, Р.—КАЗАК, Б. Н.—ЛОРАН, Ж.: О поведении микропульсаций типа Pi I в магнитосопреженных точках. *Доклады АН СССР*, 178 (1968), 345.
- R34. РАСПОПОВ, О. М.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЛИШ, Р.—ЛИЗУНКОВА, И. С.—КАЗАК, Б. Н.—КОШЕЛЕВСКИЙ, В. К.: Исследование геомагнитных пульсаций типа Pi 2 в магнитосопреженных точках. *Доклады АН СССР*, 178 (1968), 98.
- T70. ТРОИЦКАЯ, В. А.—БАРАНСКИЙ, Л. Н.—ВИНОГРАДОВ, П. А.—СОБОЛЕВ, А. В.—СОБОЛЕВ, С. М.: Некоторые свойства колебаний электромагнитного поля земли типа Pc 1, наблюдаемых одновременно на большой площади. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 726.
- T72. ТРОИЦКАЯ, В. А.—КЛЕЙМЕНОВА, Н. Г.—РАСПОПОВ, О. М.—ГЕЛЛЕР, Л. А.—РОЛДУГИН, В. К.—ВИНЬЕРОН, Ж.—КАРЧЕВСКИЙ, Ж.—ЛОРАН, Ж.: О связи иррегулярных пульсаций геомагнитного поля с пульсациями полярных сияний и УНЧ-излучением. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 1078.
- T73. ТРОИЦКАЯ, В. А.—МАТВЕЕВА, Э. Т.—ИВАНОВ, К. Г.—ГУЛЬЕЛЬМИ, А. В.: Изменение частоты микропульсации Pc 1 при внезапном деформации магнитосферы. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 975.
- T64. ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЕПЕТНОВ, Р. В.—ГУЛЬЕЛЬМИ, А. В.: Определение размеров подсолнечной магнитосферы по данным наземных наблюдений геомагнитных микропульсаций. *Доклады АН СССР*, 182 (1968), 1063.
- T71. ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЕПЕТНОВ, Р. В.—ГУЛЬЕЛЬМИ, А. В.: Оценка электрический полей в магнитосфере по дрейфу частоты гидромагнитных пульсаций. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 794.
- F25. ФАМ-ВАН-ЧИ—ЯНОВСКИЙ, Б. М.—КОВТУН, А. А.—РАСПОПОВ, О. М.—ТРОИЦКАЯ, В. А.—ШЛИШ, Р.: Исследование геомагнитных пульсаций типа Pc 3 в магнитно-сопряженных точках. *Геомагн. аэрон.*, 8 (1968), 120.
- F42. ФЕЛЬДШТЕЙН, Я. И.—ЗАЙЦЕВ, А. Н.: Вариации магнитного поля в высоких широтах и структура геомагнитного поля в магнитосфере. *Космические Исследования*, VI (1968), 155.

ÜBER DIE ZWISCHENORIENTIERUNG VON OFFENEN THEODOLITPOLYGONZÜGEN DURCH KREISELMESSUNGEN

A. TÁRCZY-HORNOCH

GEODÄTISCHES UND GEOPHYSIKALISCHES FORSCHUNGSINSTITUT
DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, SOPRON

[Eingegangen am 1. September 1975]

Wenn der im Anfangspunkt orientierte gestreckte offene Polygonzug entsprechend lang ist, so können auch die im Vergleich zur Winkelmessung wesentlich ungenaueren Zwischenorientierungen an den, oder in der Nähe der günstigsten Seiten mit dem Kreisels eine merkliche Genauigkeitssteigerung und so bei einem zu erreichenden mittleren Querfehler des Endpunktes eine merkliche Arbeitersparnis geben. Wird aber zur Zwischenorientierung eine von der günstigsten weiter liegende Seite verwendet, so kann der entstehende mittlere Querfehler des Endpunktes größer werden als jener des nur am Anfang orientierten Polygonzuges. Die Zwischenorientierung ist dann nicht vorteilhaft, sondern nachteilig. Ähnliches gilt, wenn die Anzahl n der Polygonpunkte die Bedingung (8a) nicht erfüllt.

Die zur Orientierung günstigste Seite wird je nachdem, ob der an die Kreismessung angeschlossene Polygonzugteil im Vergleich zur mit Kreisels orientierten Seite einseitig (Abb. 1), oder symmetrisch (Abb. 2) liegt, mit Hilfe der Gl. (5) oder Gl. (8) ermittelt. Für mehrere Zwischenorientierungen gilt die Gl. (8c).

Einen merklichen Fortschritt bedeutete im Vermessungswesen das Erscheinen der Kreiselinstrumente. Dies betrifft besonders die Polygonzüge und Polygonnetze, wo auch bei Sichtverhinderungen Orientierungen möglich sind. Deshalb erhielten die Kreislorientierungen auch für die unterirdischen Messungen, so auch für die Einrechnungszüge eine erhöhte Bedeutung. Wir selbst haben hierüber drei Arbeiten veröffentlicht [1, 2, 3], zu denen noch die Arbeiten [4, 5] von HALMOS und ŠÜTTI [6] angeführt werden mögen.

Aus den angeführten Untersuchungen geht hervor, daß sowohl beim im Anfangspunkt nicht orientierten offenen Polygonzug, als auch im Einrechnungszug — gleich genaue Polygonwinkelmessungen vorausgesetzt — zur Kreislorientierung jene Seite am günstigsten ist, deren Projektion auf die Verbindungslinie des Anfangs- und Endpunktes den Halbierungspunkt der Verbindungslinie enthält (Vgl. [1; S. 143]).

Nun, bei den obertägigen Polygonzügen, aber auch beim Stollenbergbau ist es sehr leicht, den Polygonzug im Anfangspunkt des Polygonzuges durch Winkelmessung an einen gegebenen Punkt zu orientieren, da ja die Ausgangspunkte meist trigonometrische Punkte sind und so Sichtverhinderungen kaum auftreten. Bedenkt man, daß die Winkelmessung in der Regel viel genauer als die Kreislorientierung ist und auch viel weniger Zeit in Anspruch nimmt, so ist es nicht uninteressant zu untersuchen, ob und in welchem Bereich eine Kreislorientierung die Genauigkeit des Theodolitpolygonzuges erhöhen kann.

Zur übersichtlicheren mathematischen Behandlung sollen hier im folgenden gestreckte gleichseitige offene Züge mit gleich genauen Winkelmessungen vorausgesetzt werden, in welchem Falle nur der mittlere Querfehler des Endpunktes des Zuges zu untersuchen ist, da die Längenmeßfehler, die in der Richtung des Zuges wirksam sind, von den Stellen der Orientierung unabhängig sind.

Es sei auf Abb. 1 der offene gestreckte Polygonzug mit dem Anfangspunkt A und mit dem Endpunkt n dargestellt. Die gleich angenommene Seitenlänge sei s . Die Seite $\overline{A, 1}$ wurde durch Winkel-, die Seite $\overline{x, x+1}$ durch Kreiselmessung orientiert. Alle übrigen Seiten sind durch Winkelmessungen angeschlossen. Bis zum Punkt x soll der Polygonzug x Seiten haben: dann ist $\overline{A, x} = sx$. Die Anzahl der Seiten von x bis n sei y , weshalb $\overline{x, n} = sy$ wird.

Wie soll nun x gewählt werden, daß bei diesem Polygonzug bei Messungen von der gleichen Zeitdauer der mittlere Querfehler des Endpunktes n am kleinsten werde? Man könnte zunächst meinen, daß hierzu jene, nach den x Seiten folgende Seite $\overline{x, x+1}$ am günstigsten wäre, bei der die durch

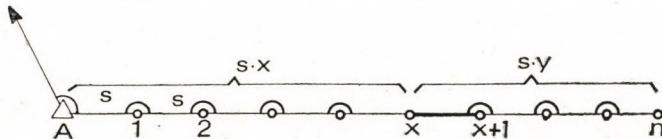


Fig. 1

Addition der Brechungswinkel entstehende mittlere Fehler der Seite $\overline{x, x+1}$ den mittleren Fehler der Kreisorientierung erreicht, bzw. überschreitet. Bezeichnen wir den mittleren Fehler der Brechungswinkel mit $\pm m_w$, jenen der Kreiselmessung mit $\pm m_k$, so könnte nach Abb. 1 dieser x Wert aus der Beziehung

$$|m_w| \sqrt{x} \geq |m_k| \quad \text{bzw.} \quad x \geq \frac{m_k^2}{m_w^2} \quad (1)$$

errechnet werden. Nun ist aber zu bedenken, daß wir den mittleren Querfehler des Endpunktes n suchen und darin ist der mittlere Fehler des Winkels in A linear um so mehr wirksam, je weiter x von A liegt. Ähnliches gilt auch vom Winkelfehler in 1 usw. So kann in bezug auf den mittleren Querfehler des Endpunktes eine andere als die durch Gl. (1) bestimmte x Seite wesentlich günstiger sein.

Bekanntlich ist der mittlere Querfehler m_{qx} des Punktes x eines gleichseitigen Polygonzuges nach Abb. 1 aus der Reihe:

$$m_{qx}^2 = \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 (1^2 + 2^2 + \dots + x^2) = \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 \frac{(2x+1)(x+1)x}{6}$$

hier

$$m_{qx} = \pm \frac{m_w}{\rho} s x \sqrt{\frac{(x+1)(2x+1)}{6x}} \doteq \pm \frac{m_w}{\rho} s \cdot x \sqrt{\frac{x}{3}} \quad (2)$$

Für unsere Untersuchungen genügt es meistens, die einfachere zweite Gleichung zu verwenden.

Ähnlich erhalten wir auf die Seite $\overline{x, x+1}$ bezogen den durch die Winkelmessung verursachten mittleren Querfehler $m_{q,n,w}$ des Punkte n :

$$m_{q,n,w} \doteq \pm \frac{m_w}{\rho} s(y-1) \sqrt{\frac{y-1}{3}} \quad (2a)$$

Der durch die Kreisorientierung verursachte mittlere Querfehler $\pm m_{q,n,k}$ ist weiters:

$$m_{q,n,k} = \pm \frac{m_k}{\rho} s \cdot y \quad (2b)$$

So wird das gesammte mittlere Querfehlerquadrat $m_{q,n}^2$ des Punktes n :

$$m_{q,n}^2 = m_{q,x}^2 + m_{q,n,w}^2 + m_{q,n,k}^2 = \frac{m_w^2}{\rho^2} \left(\frac{s^2 x^3}{3} + \frac{s^2 (y-1)^3}{3} \right) + \frac{m_k^2}{\rho^2} s^2 y^2 \quad (3)$$

Berücksichtigt man, daß

$$y = n - x \quad (3a)$$

ist, so wird aus Gl. (3)

$$\begin{aligned} m_{q,n}^2 &= \frac{s^2}{\rho^2} \left\{ m_w^2 \frac{x^3}{3} + m_w^2 \frac{(n-1-x)^3}{3} + m_k^2 (n-x)^2 \right\} = \\ &= \frac{s^2}{\rho^2} \left\{ m_w^2 \left(\frac{x^3}{3} + \frac{(n-1-x)^3}{3} \right) + m_k^2 (n-x)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3b)$$

Die extremen Werte als Funktion von x nimmt $m_{q,n}^2$ bei

$$\begin{aligned} \frac{dm_{q,n}^2}{dx} = 0 &= \frac{s^2}{\rho^2} \{ m_w^2 (x^2 + (n-1-x)^2 \cdot (-1)) + m_k^2 2(n-x) \cdot (-1) \} = \\ &= \frac{s^2}{\rho^2} \{ m_w^2 (2(n-1)x - (n-1)^2) - 2m_k^2 (n-x) \} \end{aligned} \quad (4)$$

an. Da $\frac{s^2}{\rho^2}$ nicht Null ist, setzt man den großen Klammerausdruck gleich Null.

Daraus wird der einzige Wert für x :

$$x = \frac{2nm_k^2 + (n-1)^2 m_w^2}{2(m_k^2 + (n-1)m_w^2)} \quad (5)$$

Daß es sich dabei um ein Minimum handelt, zeigt der positive Wert $(2(n-1)m_w^2 + 2m_k^2)$ des zweiten Differentialquotienten von Gl. (3b) nach x .

Es sei hier hervorgehoben, daß die zur Kreiselorientierung zu verwendende günstigste Seite im Falle der Abb. 1 die nach x folgende Seite ist und die nach Gl. (5) berechneten nicht ganzen Zahlen auf- oder abzurunden sind, weil in unseren Untersuchungen nur die ganzen Zahlen einen geometrischen Sinn haben. Auch negative x -Werte haben keinen geometrischen Sinn.

Es ist nicht uninteressant, einige Sonderfälle der Gl. (5) zu untersuchen. Wenn m_w gleich Null ist, so wird aus Gl. (5) $x = n$, d. h. im Polygonzug selbst ist in diesem Falle keine Seite mit Kreisel zu orientieren, da ja man hier alle Richtungen von A aus fehlerfrei erhält. Erreicht dagegen m_w den Wert m_k , so ergibt sich aus Gl. (5) $x = \frac{n^2 + 1}{2n} = \frac{n}{2} + \frac{1}{2n} \doteq \frac{n}{2}$. In der Tat sind in diesem Falle die Anfangsrichtungen $(A, 1)$ und $(x, x+1)$ gleich genau und so die an diese angeschlossenen Polygoneile gleich groß. Der nicht abgerundete Wert $x = \frac{n}{2} + \frac{1}{2n}$ hat seinen Grund darin, daß die Ausgangsgleichung nach Gl. (2a) eine kleine Abrundung enthält. Wenn dagegen $m_k = 0$ ist, so wird aus Gl. (5) $x = \frac{n-1}{2} = \frac{n}{2} - \frac{1}{2} \doteq \frac{n}{2}$. Der etwas kleinere Wert von x erklärt sich dadurch, daß hier die fehlerfreie Richtung $(x, x+1)$ nicht mit $(A, 1)$ sondern mit der fehlerfrei vorausgesetzten Anschlußrichtung in A als gleichwertig anzunehmen ist.

Auf Grund der angestellten Untersuchungen kann festgestellt werden, daß im Falle der Messung nach Abb. 1 die zur Kreiselorientierung günstigste Seite in der zweiten Hälfte des Polygonzuges liegt und zwar um so näher dem Halbierungspunkt des Polygonzuges, je mehr sich der Winkelmeßfehler dem Orientierungsfehler m_k nähert.

Es sei hier bemerkt, daß es zur Zwischenorientierung noch eine bessere Seite als die nach x folgende $\overline{x, x+1}$ Seite gibt. Auf Abb. 2 ist diese Seite

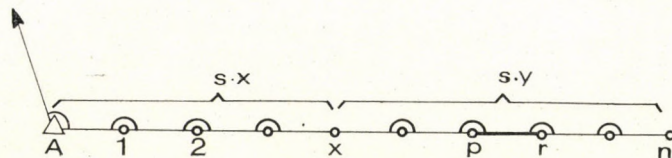


Fig. 2

in der mittleren Seite $\overline{p, r}$ von $s \cdot y$ angegeben worden. In diesem Falle werden die Winkel der Polygoneseiten von der orientierten Seite $\overline{p, r}$ beiderseits symmetrisch gemessen und das mittlere Fehlerquadrat $m_{q,n}^2$ verkleinert sich dadurch auf:

$$m_{q,n}^2 = \frac{m_w^2}{\varrho^2} s^2 \frac{x^3}{3} + \frac{m_k^2}{\varrho^2} s^2 y^2 + 2 \frac{m_w^2}{\varrho^2} \cdot \frac{s^2}{3} \left(\frac{y-1}{2} \right)^3 =$$

$$= \frac{m_w^2}{\varrho^2} s^2 \left(\frac{x^3}{3} + \frac{(y-1)^3}{12} \right) + \frac{m_k^2}{\varrho^2} s^2 y^2 \tag{6}$$

Wenn y geradezählig ist, so unterscheiden sich die Seitenzahlen beiderseits durch eins: $\frac{y}{2}$ und $\frac{y}{2} - 1$. Deren Mittelwert ist wieder $\frac{y-1}{2}$, so daß dieser Wert mit guter Näherung auch in diesem Falle verwendet werden kann.

Der Vergleich von Gl. (6) mit Gl. (3) zeigt sofort, daß das auf $s \cdot y$ entfallende, durch Winkelmessungen verursachte mittlere Querfehlerquadrat des Endpunktes hier nach Abb. 2

$$2 \frac{m_w^2}{\varrho^2} \frac{s^2}{3} \left(\frac{y-1}{2} \right)^3,$$

dagegen im Falle der Abb. 1:

$$\frac{m_w^2}{\varrho^2} \cdot \frac{s^3}{3} (y-1)^3$$

ist. Letzterer Wert ist viermal größer als das erstere mittlere Querfehlerquadrat. Im mittleren Fehler selbst bedeutet die Kreiselorientierung nach Abb. 2 noch immer die Verminderung des durch die Winkelfehler in $s \cdot y$ verursachten mittleren Querfehlers auf die Hälfte. Die übrigen Fehlerteile in Gl. (3) werden dadurch allerdings nicht vermindert.

Die starke Verminderung des durch die Winkelfehler in $s \cdot y$ verursachten mittleren Querfehlers des Endpunktes bei der Wahl der Seite $\overline{p, r}$ zur Orientierung verändert auch den günstigsten Wert x . Um den günstigsten Wert von x für den Fall der Abb. 2 zu erhalten, ersetzen wir in Gl. (6) wieder y nach Gl. (3a) durch $n - x$. So wird:

$$m_{q,n}^2 = \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ m_w^2 \frac{x^3}{3} + 2m_w^2 \left(\frac{n-1-x}{2} \right)^3 \frac{1}{3} + m_k^2 (n-x)^2 \right\} =$$

$$= \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ m_w^2 \frac{x^3}{3} + m_w^2 \frac{(n-1-x)^3}{12} + m_k^2 (n-x)^2 \right\} \tag{6a}$$

Um die Stellen der extremen Werte von $m_{q,n}^2$ zu erhalten, setzen wir auch

hier den ersten Differentialquotienten nach x gleich Null:

$$\begin{aligned} \frac{dm_{q,n}^2}{dx} = 0 &= \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ m_w^2 x^2 + 2m_k^2(n-x)(-1) + \frac{1}{4} m_w^2(n-1-x)^2(-1) \right\} = \\ &= \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ \frac{3x^2}{4} m_w^2 + 2 \left(\frac{1}{4} (n-1) m_w^2 + m_k^2 \right) x - \left(\frac{1}{4} (n-1)^2 m_w^2 + 2nm_k^2 \right) \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

Da $\frac{s^2}{\varrho^2}$ nicht Null ist, wird aus dem Klammerausdruck

$$3m_w^2 x^2 + (2(n-1)m_w^2 + 8m_k^2)x - ((n-1)^2 m_w^2 + 8nm_k^2) = 0 \quad (7a)$$

Daraus wird unter Berücksichtigung, daß nur ein positiver x -Wert einen geometrischen Sinn hat:

$$x = \frac{-(2(n-1)m_w^2 + 8m_k^2) + \sqrt{(2(n-1)m_w^2 + 8m_k^2)^2 + 12m_w^2((n-1)^2 m_w^2 + 8nm_k^2)}}{6m_w^2} \quad (8)$$

Man erhält trotz der quadratischen Gleichung für x nur einen brauchbaren Wert. Daß dieser ein Minimum ist, zeigt der zweite Differentialquotient aus Gl. (7):

$$\frac{d^2 m_{q,n}^2}{dx^2} = \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ \frac{3}{2} x + \frac{1}{2} (n-1) m_w^2 + 2m_k^2 \right\} > 0$$

Damit diese Orientierung zur Genauigkeitssteigerung beitrage, muß der aus dem offenen nicht zwischenorientierten Zug gerechnete Wert nach Gl. (2) größer sein, als der nach Gl. (6) bzw. (6a) mit dem durch Gl. (8) bestimmten x berechnete Wert. Wir suchen deshalb, welchen Wert n annehmen muß, damit diese Bedingung selbst bei der Kreisorientierung an der letzten Seite erfüllt werde. Wir verwenden hierzu die genauere Gl. (2), wobei für den, nur am Anfang orientierten Polygonzug $x = n$, für den, auch an der letzten Seite orientierten $x = n - 1$ wird.

Mithin

$$\begin{aligned} \frac{m_w^2}{\varrho^2} s^2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} &> \frac{m_w^2}{\varrho^2} s^2 \frac{(n-1)n(2(n-1)+1)}{6} + \frac{m_k^2}{\varrho^2} s^2 \cdot 1^2 \text{ bzw.} \\ \frac{2n^3 + 3n^2 + n - 2n^3 + 3n^2 - n}{6} m_w^2 &> m_k^2, \quad \text{daraus } n^2 m_w^2 > m_k^2, \end{aligned}$$

oder

$$n > \frac{|m_k|}{|m_w|} \quad (8a)$$

Damit eine Kreisorientierung den Wert $m_{q,n}^2$ des am Anfang orientierten Polygonzuges herabsetzt, muß also die Anzahl n der Punkte der Bedingung (8a) entsprechen. Je größer n ist, um so größer wird $m_{q,n}^2$ des nur am Anfang orientierten Zuges im Vergleich zu $m_{q,n}^2$ des anderen Zuges.

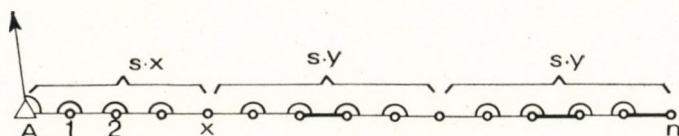


Fig. 3

Man kann zur Zwischenorientierung auch 2 Seiten verwenden. Wir wollen im folgenden nur die der Abb. 2 entsprechenden symmetrischen Messungen untersuchen, in welchem Falle nach Abb. 3 die Ausgangsgleichungen

$$m_{q,n}^2 = \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 \frac{x^3}{3} + 2 \frac{m_k^2}{\rho^2} s^2 y^2 + 4 \frac{m_w^2}{\rho^2} \frac{s^2}{3} \left(\frac{y-1}{2} \right)^3 \quad (6b)$$

und

$$y = \frac{n-x}{2}$$

sind.

Bei b Zwischenorientierungen werden:

$$m_{q,n}^2 = \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 \frac{x^3}{3} + b \frac{m_k^2}{\rho^2} s^2 y^2 + 2b \frac{m_w^2}{\rho^2} \frac{s^2}{3} \left(\frac{y-1}{2} \right)^3 \quad (6c)$$

und

$$y = \frac{n-x}{b}$$

Durch Einführung der letzteren Beziehung in die vorangehende ergibt sich:

$$m_{q,n}^2 = \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 \frac{x^3}{3} + \frac{m_k^2}{\rho^2} s^2 \frac{(n-x)^2}{b} + \frac{m_w^2}{\rho^2} s^2 \frac{(n-b-x)^3}{12b^2} \quad (6d)$$

Der Null-gesetzte erste Differentialquotient nach x wird daraus nach Kürzung durch $\frac{s^2}{\rho^2}$:

$$\left(1 - \frac{1}{4b^2} \right) m_w^2 x^2 + \left(\frac{(n-b)}{2b^2} m_w^2 + \frac{2m_k^2}{b} \right) x - \left(\frac{(n-b)^2 m_w^2}{4b^2} + \frac{2nm_k^2}{b} \right) = 0 \quad (7b)$$

und aus dieser:

$$x = \frac{-(2(n-b)m_w^2 + 8bm_k^2) + \sqrt{(2(n-b)m_w^2 + 8bm_k^2)^2 + 4(4b^2 - 1)m_w^2((n-b)^2m_w^2 + 8bnm_k^2)}}{2(4b^2 - 1)m_w^2} \quad (8b)$$

Bei $b = 1$ entsteht daraus die vorherige Gl. (8). Bei $b = 2$ die folgende Gl. (8c):

$$x = \frac{-(2(n-2)m_w^2 + 16m_k^2) + \sqrt{(2(n-2)m_w^2 + 16m_k^2)^2 + 60m_w^2((n-2)^2m_w^2 + 16nm_k^2)}}{30m_w^2} \quad (8c)$$

Es sei hier sogleich bemerkt, daß der kleinere Wert $m_{q,n}^2$ noch nicht besagt, daß der zwischenorientierte Zug immer auch günstiger ist. Eine Kreiselmessung braucht nämlich viel mehr Zeit, als eine Winkelmessung, so daß oft der kleinere Wert $m_{q,n}^2$ an Stelle der Kreiselorientierung wirtschaftlicher durch Wiederholung einzelner Winkelmessungen erreicht werden kann. Dies soll in einer eigenen Studie noch ausführlicher behandelt werden.

*

Es ist nicht uninteressant, die Ergebnisse an Zahlenbeispielen zu demonstrieren. Es sei hier ein offener Polygonzug mit $s = 100$ m, $m_w = \pm 3''$ und $m_k = \pm 10''$ (alte Sekunden) angenommen.

Damit die Zwischenorientierung an der günstigsten Seite eine Verkleinerung von $m_{q,n}^2$ im Vergleich zu jenem des nur am Anfang orientierten Zuges bringe, muß nach der Bedingung (8a) hier $n \geq 4$ sein, da bei $n = 4$ bereits $4 > \frac{10}{3}$ erfüllt ist. Je größer m_k^2 und je kleiner m_w^2 ist, um so größer muß n sein, damit die Zwischenorientierung erwogen wird. Wir wollen in den folgenden Beispielen $n = 20$ annehmen.

Wenn der Polygonzug keine Zwischenorientierung hat, so wird in Gl. (2) $x = 20$ und man erhält hier den mittleren Querfehler des Endpunktes n in mm:

$$m_{q,n} = \pm \frac{100\,000}{206\,265} \cdot 3 \cdot 20 \sqrt{\frac{20}{3}} = \pm 0,485 \cdot 60 \cdot 2,582 \doteq \pm 75,1 \text{ mm.}$$

Wenn jetzt der Polygonzug im Sinne der Abb. 1 auch zwischenorientiert wird, so ist zunächst nach Gl. (5) der günstigste Wert x zu berechnen:

$$x = \frac{40 \cdot 100 + 19^2 \cdot 9}{2(100 + 19 \cdot 9)} = \frac{7249}{542} = 13,37 \doteq 13$$

Mit diesem Werte erhalten wir aus Gl. (3b):

$$m_{q,n} = \pm 0,485 \sqrt{6591 + 648 + 4900} = 0,485 \sqrt{12139} = 0,485 \cdot 110,18 \doteq \pm 53,4 \text{ mm}$$

Im Falle der Zwischenorientierung nach Abb. 2 wird hier der günstigste Wert x nach Gl. (8):

$$x = \frac{-(38 \cdot 9 + 800) + \sqrt{(38 \cdot 9 + 800)^2 + 12 \cdot 9(361 \cdot 9 + 16000)}}{54} = 12,9 \doteq 13$$

Der hiesige x -Wert ist etwas kleiner, als der vorherige, doch erhalten wir in unserem Zahlenbeispiel durch Aufrundung den gleichen Wert $x = 13$. Es wird jetzt der mittlere Querfehler $\pm m_{q,n}$ des Endpunktes nach Gl. (6a):

$$m_{q,n} = \pm 0,485 \sqrt{6591 + 162 + 4900} = \pm 0,435 \cdot 107,95 \doteq \pm 52,4 \text{ mm}$$

Ein Vergleich dieses Wertes mit $\pm 53,4$ mm zeigt, daß die Orientierung an der in der Mitte von $s \cdot y$ gewählten Seite den mittleren Querfehler des Endpunktes hier nur unwesentlich herabsetzt, obwohl der Anteil der Winkelfehlerquadrate in $s \cdot y$ sich von 648 auf den Viertelteil 162 vermindert hat. Der Grund hierfür liegt darin, daß die beiden anderen Fehlerquadratanteile etwa um eine Größenordnung größer sind und so die Verminderung von 648 auf 162 sich nur sehr wenig auswirken kann.

Ganz bedeutend ist der Einfluß der Zwischenorientierung in Vergleich zum mittleren Querfehler des Endpunktes im Polygonzug ohne Zwischenorientierung. Der Wert $\pm 75,1$ mm ist im Vergleich zu $\pm 52,4$ mm und $\pm 53,4$ mm absolut genommen ein rund $\sqrt{2}$ -mal größerer mittlerer Fehler. Wollte man daher die mittleren Fehler $\pm 52,4$, bzw. $\pm 53,4$ mm in unserem Falle im Polygonzug ohne Zwischenorientierung bei gleichmäßiger Winkelverteilung erreichen, so müßte man alle 20 Brechungswinkel rund zweimal messen (wie wir darauf im anderen Zusammenhang zurückkehren) und die so erforderlichen 40 Winkelmessungen erfordern in der Regel mehr Zeit, als die 19 Winkelmessungen und eine Kreiselorientierung.

Die vorherigen Feststellungen gelten allerdings nur dann, wenn zur Zwischenorientierung die günstigste, oder dieser naheliegende Seite verwendet werden kann. Wenn z. B. in unserem Beispiel an Stelle von $x = 13$ nur $x = 4$ verwendet wird, so ist $y = 20 - 4 = 16$, und man erhält in diesem Falle nach Gl. (6) bei einmaliger Messung der Werte $m_{q,n} = \pm 81,6$ mm, also einen größeren Wert, als beim nur am Anfang orientierten Polygonzug. Die Zwischenorientierung ist hier nicht vorteilhaft, sondern nachteilig, ebenso, wie im Falle, daß n der Bedingung (8a) nicht entspricht.

Andererseits, wenn zwei Zwischenorientierungen vorgenommen werden und beide an den günstigsten Stellen, so wird zunächst nach Gl. (8c) für $b = 2$ der günstigste Wert x :

$$x = \frac{-(2 \cdot 18 \cdot 9 + 1600) + \sqrt{(2 \cdot 18 \cdot 9 + 1600)^2 + 60 \cdot 9(324 \cdot 9 + 320 \cdot 100)}}{30 \cdot 9} =$$

$$= \frac{-1924 + \sqrt{22553416}}{270} = 10,46 \doteq 10$$

Damit werden

$$y = \frac{n - x}{2} = 5$$

und $m_{q,n}$ nach Gl. (6b):

$$m_{q,n} = \pm 0,485 \sqrt{3000 + 2 \cdot 2500 + 96} \doteq \pm 43,6 \text{ mm}.$$

Durch die zweite Zwischenorientierung an der günstigsten Stelle verkleinert sich $|m_{q,n}|$ um weitere 9 mm. Wenn man aber bedenkt, daß die erste Zwischenorientierung an der dieser entsprechenden günstigsten Stelle den mittleren Querfehler des Endpunktes von $\pm 75,1$ mm mit $\pm 22,7$ mm auf $\pm 52,4$ mm vermindert hat, so ersehen wir daraus, daß bei der Orientierung die erste Zwischenorientierung am wirksamsten ist.

Was geschieht nun, wenn der Polygonzug nur zwischenorientiert wird und so die Theodolitorientierung am Anfang des Polygonzuges fehlt? In diesem Falle entfällt in den Abb. 1 und 2 der Teil $s \cdot x$ und es wird im Polygonzug nach Abb. 1 die Seite $\overline{A, 1}$, im Polygonzug nach Abb. 2 die mittlere Seite $\overline{p, r}$ durch Kreisel orientiert. Die mittleren Querfehlerquadrate werden in diesem Falle:

Nach Abb. 1:

$$m_{q,n}^2 = \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ m_w^2 \frac{(n-1)^3}{3} + m_k^2 n^2 \right\} \quad (9)$$

In unserem Beispiel:

$$m_{q,n} = 0,485 \sqrt{20\,577 + 40\,000} = \pm 0,485 \cdot 246,1 \doteq 119,4 \text{ mm}$$

Nach Abb. 2:

$$m_{q,n}^2 = \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ 2m_w^2 \left(\frac{n-1}{2} \right)^3 \frac{1}{3} + m_k^2 n^2 \right\} = \frac{s^2}{\varrho^2} \left\{ m_w^2 \frac{(n-1)^3}{12} + m_k^2 n^2 \right\} \quad (9a)$$

Mit unseren Werten:

$$m_{q,n} = 0,485 \sqrt{5143,8 + 40000} = \pm 0,485 \cdot 212,5 \doteq \pm 103,1 \text{ mm}$$

Aus den erhaltenen Zahlenwerten ersehen wir, daß bei einem entsprechend langen Polygonzug weder die Anfangsorientierung mit Winkelmessung, noch die Zwischenorientierung allein, sondern nur beide zusammen einen relativ guten mittleren Querfehler des Endpunktes geben. Es ist übrigens interessant, daß bei der Zwischenorientierung allein die Unterschiede der mittleren Querfehler des Endpunktes zwischen den Orientierungen nach Abb. 1 und Abb. 2 schon größer sind.*

Auch bei den Punktbestimmungen mit Polygonzügen strebt man eine möglichst genaue Ermittlung der Punkte an. Es kommen aber Fälle vor, wo man erreichen soll, daß der mittlere Querfehler des Endpunktes einen bestimmten Wert nicht überschreitet. Die Größe dieses Wertes entscheidet dann, welche Form der Messung des Polygonzuges man wählt. Entspricht auch der mittlere Querfehler des nur am Anfang orientierten Polygonzuges, so kann man diesen verwenden. Sind kleinere mittlere Querfehler des Endpunktes erforderlich, so verbindet man den entsprechend langen Polygonzug mit Zwischenorientierung. Die Zwischenorientierung ohne Anfangsorientierung hat nach den erhaltenen Zahlenergebnissen bei den geodätischen Messungen relativ selten praktische Bedeutung.

Wenn die Genauigkeitsforderungen noch größer sind und auch der sowohl am Anfang, als auch durch Kreismessung im Zug orientierte Polygonzug einen größeren mittleren Fehler, als der zu erreichende, liefert, so kann die Herabsetzung des mittleren Querfehlers des Endpunktes durch Messungswiederholung, oder durch weitere Zwischenorientierung erreicht werden. Eine Methode hierzu wäre die folgende. Aus dem Polygonzug mit je einer Messung erhalten wir den mittleren Querfehler $\pm m_{q,n}$ des Endpunktes. Wenn der erforderliche mittlere Querfehler $\pm m_{e,q,n}$ ist, so ist die erforderliche Zahl k der Wiederholung in bekannter Weise:

$$k = \frac{m_{q,n}^2}{m_{e,q,n}^2} \quad (10)$$

Doch ist die obige Lösung nicht die beste, da die Wiederholungen nicht überall gleich wirksam sind. Es ist daher oft besser, die Wiederholungszahlen durch die beste Verteilung der Messungen, sowohl auf Winkel, als auch auf Richtungen, also durch die günstigste Gewichtsverteilung zu bestimmen, wie wir darauf in einer eigenen Studie noch zurückkehren.

* Noch größer werden diese Unterschiede, wenn der mittlere Fehler m_k der Kreisorientierung kleiner als $10''$ sein kann und so das Glied $40\,000$ unter dem Wurzelzeichen in den Gln. (9) und (9a) sich stark verkleinert. So wären z. B. bei $m_k = \pm 5''$ die Werte im ersten Falle: $m_{q,n} = \pm 0,485 \sqrt{20\,577 + 10\,000} = \pm 84,8$ mm, im zweiten Falle: $m_{q,n} = \pm 0,485 \cdot \sqrt{5144 + 10\,000} = \pm 59,7$ mm.

SCHRIFTTUM

1. TÁRCZY-HORNOCH, A.: Über eine weitere Art der rationellen Messungen bei den Gruben-
zügen: Über die fehltheoretisch günstigste Seite bei der Kreiselorientierung. *Berg- u.
Hüttenm. Monatshefte*, 110 (1965), 140—147. (Erschien auch ungarisch in den Bányá-
szati Lapok.)
2. TÁRCZY-HORNOCH, A.: A nyitott sokszögvonali giroteodolittal való tájékozásának néhány
hibaelméleti kérdése. Országos Bányamérő Konferencia, Tatabánya, 1966.
3. TÁRCZY-HORNOCH, A.: Über die Ausgleichung des mit Kreiseltheodolit orientierten Ein-
rechnungszuges. *Berg- u. Hüttenm. Monatshefte*, 116 (1971), 149—155.
4. HALMOS, F.: Einige Probleme der zweckmäßigen Anwendung von Kreiseltheodoliten in
der Ingenieurgeodäsie. *Allg. Vermessungsnachr.* 81 (1974), 179—182.
5. HALMOS, F.: Der mittlere Koordinatenfehler des Punktes bei mehrfach orientierten Poly-
gonzügen. *Acta Geod. Geophys. et Mont.* 9 (1974), 153—164.
6. ŠÜTTI, J.: Polygónové űachy s gyroorientaciou. *Geod. a kartogr. obzor*, 17 (1969), 215—221.

О ПРОМЕЖУТОЧНОМ ОРИЕНТИРОВАНИИ СВОБОДНЫХ ТЕОДОЛИТНЫХ
ХОДОВ ГИДРОСКОПИЧЕСКИМИ ИЗМЕРЕНИЯМИ

А. ТАРЦИ-ХОРНОХ

РЕЗЮМЕ

В случае соответствующей длины теодолитного хода, ориентированного в началь-
ной точке, значительно менее точные по сравнению с угловыми измерениями промежуточ-
ные ориентирования гироскопом на наимыгоднейшей стороне или вблизи ее могут при-
вести к значительному повышению точности и так, при достигаемой средней квадратической
ошибке конечной точки хода дать существенную экономию в работе. Но если промежу-
точное ориентирование проводится далеко от наимыгоднейшей стороны, то получаемая
средняя квадратическая ошибка может оказаться больше чем при ходе, ориентированном
только в начальной точке. В этом случае промежуточное ориентирование не только что не
имеет преимущество, но даже вредно. Подобное имеет силу, если число n пунктов теодо-
литного хода не удовлетворяет условию (8a).

Наимыгоднейшая сторона для ориентирования определяется по формуле (5) или
(8) в зависимости от того, что примыкающая к гироскопическому измерению часть хода по
сравнению с гидроскопически ориентированной стороной занимает одностороннее (рис. 1)
или симметричное (рис. 2) положение. При больших промежуточных ориентированиях
можно применять уравнение (8c).

RECENSIONES

V. S. Vutukuri—R. D. Lama—S. S. Saluja

HANDBOOK ON MECHANICAL PROPERTIES OF ROCK

TransTech Publications, 1974. 280 paper, 200 figures. \$ 40

TransTech Publications has given a pleasure to specialists by publishing a series on rock- and soil mechanics edited by Professor Dr. WÖHLBIER, a well-known scientist in the field of rock mechanics. The sixth volume of the series presents techniques and methods for the determination of mechanical properties of rocks and the results of such investigations in two volumes.

The authors of the Handbook on Mechanical Properties of Rock — V. S. VUTUKURI (University of New-South-Wales), R. D. LAMA (University of Karlsruhe), and S. S. SALUJA (Banaras Hindu University) are well-known scientists.

The first volume introduces the preparation of specimens for laboratory tests (11 pages), then presents the inner reactions and the compression strength of rocks under the influence of high pressures in great details (73 pages). It discusses and compares the methods for the determination of tensile strength (54 pages), and the methods of the study of shear strength (33 pages). Biaxial and triaxial tests and general results are summarized in 76 pages. The first volume is supplemented by appendices, devoted to "Stiff" instrumentation. The chapters are closed by summaries, conclusions and well-chosen references, but no critical comparisons are generally made. This task is left to the reader absorbed in the study of the references.

Those interested in equipment, instruments and accessories applicable and necessary for the investigations may hope that the second volume would meet their demands.

This does not mean simply the lack of catalog-like enumerations. Those familiar with rock mechanical laboratory tests know how much their results depend on the experimental equipments and conditions, specimens, while a superficial observer would attribute them to the properties of rocks. This is why many reader will miss the detailed description of the experimental equipments.

Another question which cannot be answered before the publication of the second volume is how does a piece of rock become a "specimen" brought into the laboratory to obtain informations of its properties about the mechanical parameters of the environment of its place of origin. This important question will be dealt with in all probability.

The first volume of the "Handbook on Mechanical Properties of Rock" is recommended by the recensent to the specialists, as it gives a good and nearly complete account on test methods, should they belong to the European or the Anglo-Saxon routine, and also as he expects much of the second volume.

I should like call attention to the following, well-written sections:

- Stress distribution in cylindrical specimens under uniaxial and biaxial compression;
- end-surface effect;
- change of the strength in case of specimens of identical height-diameter ratios, but of changing diameter;
- testing of irregular specimens in strength investigations;
- the effect of liquids on strength;
- the changes of strength in case of high and very high rate of loading;
- the effect of rock temperature on strength.

The experimental results and conclusions may count on general interest.

An actual problem in our country too is the post-failure behaviour of rocks intensively studied in countries with developed mining — this question is dealt with in a 9-page summary and in an appendix.

Finally, for sake of the arrangement and application of the experimental results, the first volume shortly summarizes Mohr's, Coulomb's and Griffith's failure criteria.

After the first volume of the Handbook on Mechanical Properties of Rock we look forward with great hopes to the second volume.

R. Richter

M. Schulz—L. J. Lanzerotti

PARTICLE DIFFUSION IN THE RADIATION BELTS

Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1974. 215 pp. 83 figs

The authors summarize those phenomena, which are of primary interest from the point of view of radiation-belt investigations. After a short review of the basic knowledge in the first chapter (Adiabatic invariants and Magnetospheric Models), the processes resulting in radiation-belt evolution are treated. The relation between the violation of adiabatic invariants and particle diffusion, as well as the phenomena accounting for the violation (collisions, wave-particle interactions, cyclotron and bounce resonance, magnetic and electrostatic impulses) are dealt with. The theoretical discussion in the first part of the book is supplemented by studies of observational results and by a description of the methods of empirical analysis.

P. Bencze

S. J. Bauer

PHYSICS OF PLANETARY IONOSPHERES

Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1973. 230 pp. 89 figs

The 6th volume of the successful series "Physics and Chemistry in Space" represents, on the basis of the physics of ionized media, the interaction of solar electromagnetic and corpuscular radiation with the Earth's upper atmosphere, as well, as with the atmosphere of other planets. The obvious manner of discussion (neutral atmospheres, sources of ionization, chemical processes, plasma transport processes, models of planetary ionospheres, each treated in a separate chapter), assures an easy review of the complicated processes taking place in planetary atmospheres. Of special interest are the chapters on experimental techniques and the observed properties of planetary ionospheres.

P. Bencze

Ch. B. Officer

INTRODUCTION TO THEORETICAL GEOPHYSICS

Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1974. 385 pp. 118 figs

The author of this unique monograph tries to summarize the most important theoretical relations, which the reader meets in geophysics. All the different branches of geophysics (geothermics, oceanography, seismology, gravity and geomagnetism) are approached from the side of physics. Each of these topics is preceded by a short section, devoted to basic physical laws which are then applied for the discussion of geophysical problems. At the same time, the book shows the interdependence of the different branches of geophysics as regards their fundamental equations. For a better understanding of the book there are problems given at the end of each paragraph.

P. Bencze

INDEX

<i>Kapolyi, L.</i> : Physical description of the infinite half-space	165
<i>Tarján, G.</i> : Nuclear mining of porphyrous chalcopyrite ores under in situ conditions	173
<i>Steiner, F.</i> : The proper use of gravitational filters	189
<i>Ádám, A.—Wallner, Á.</i> : Influence of tectonics on the direction of induction arrows in the Carpathian Basin	199
<i>Arnold, K.</i> : Laserentfernungsmessungen zum Mond, radiointerferometrische Beob- achtungen der Quasare und die Satellitenaltimetrie in ihrer Bedeutung für Geo- däsie und Geophysik	207
<i>Verő, J.—Wallner, Á.</i> : On the diurnal variation of the geomagnetic activity	239
<i>Verő, J.</i> : Geomagnetic pulsations around impulses (role of the plasmopause)	247
<i>Simon, K.</i> : The influence of some general laws of development on the mining of energy sources	255
<i>Rokityansky, I. I.—Kulik, S. N.—Logvinov, L. M.—Shuman, V. N.</i> : The electric conductivity anomaly in the Carpathians	277
<i>Treumann, R.—Schäfer, K.</i> : Statistical basis for geomagnetic induction theory	287
<i>Derényi, E. E.</i> : A photogrammetrist's view of remote sensing	299
<i>Takács, L.</i> : Experimental results with the characterization of geomagnetic micropulsa- tions V	307
<i>Nagy, D.</i> : On gravimetric geoid computations	321
<i>Alpár, Gy.</i> : Investigations to the development of Zöllner-suspension horizontal pen- dulum	329
<i>Cz. Miletits, J.—Holló, L.—Verő, J.</i> : Bibliography of geomagnetic pulsations II	339
<i>Tárczy-Hornoch, A.</i> : Über die Zwischenorientierung von offenen Theodolitpolygonzügen durch Kreismessungen	357

Recensiones

<i>Vutukuri, V. S.—Lama, R. D.—Saluja, S. S.</i> : Handbook on mechanical properties of rock — <i>R. Richter</i>	369
<i>Schulz, M.—Lanzerotti, L. J.</i> : Particle diffusion in the radiation belts — <i>P. Bencze</i>	370
<i>Bauer, S. J.</i> : Physics of planetary ionospheres — <i>P. Bencze</i>	370
<i>Officer, Ch. B.</i> : Introduction to theoretical geophysics — <i>P. Bencze</i>	370

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója

Műszaki szerkesztő: Zacsik Annamária

A kézirat nyomdába érkezett: 1975. XI. 20. — Terjedelem: 18,2 (A/5) ív, 64 ábra

76..2496 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica ist eine Halbjahresschrift der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Sie veröffentlicht Originalbeiträge aus dem Bereiche der Geodäsie, Geophysik und des Bergbaus, in deutscher, englischer, französischer oder russischer Sprache.

Redaktion: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Jahresabonnementspreis: \$ 32.00.

Bestellbar bei Kultúra, Außenhandelsunternehmen für Bücher und Zeitungen (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) oder bei den Vertretungen im Ausland.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica est une revue biannuelle de l'Académie Hongroise des Sciences publiant des essais originaux, en français, anglais, allemand ou russe, du domaine de la géodésie, géophysique et des sciences minières.

Rédaction: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Le prix de l'abonnement: \$ 32.00 par an.

On s'abonne chez Kultúra, Société pour le Commerce de Livres et Journaux (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) ou chez ses représentants à l'étranger.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica выходят два раза в год в издании Академии наук Венгрии. В журнале публикуются оригинальные исследования по проблемам геодезии, геофизики и горного дела на русском, английском, немецком и французском языках.

Адрес редакции: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Подписная цена на год: \$ 32.00.

Заказать журнал через Внешнеторговое предприятие «Kultúra» (Budapest 1389 62. P.O.B. 149) или через его заграничные представительства.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable
at the following addresses:

AUSTRALIA

C. B. D. Library and Subscription
Service
Box 4886, G. P. O.
Sydney N. S. W. 2001
Cosmos Bookshop
145 Acland St.
St. Kilda 3182

AUSTRIA

Globus
Höchstädtplatz 3
A-1200 Wien XX

BELGIUM

Office International de Librairie
30 Avenue Marnix
1050-Bruxelles
Du Monde Entier
162 Rue du Midi
1000-Bruxelles

BULGARIA

Hemus
Bulvar Ruszki 6
Sofia

CANADA

Pannonia Books
P. O. Box 1017
Postal Station "B"
Toronto, Ont. M5T 2T8

CHINA

C N P I C O R
Periodical Department
P. O. Box 50
Peking

CZECHOSLOVAKIA

Mad'arská Kultura
Národní třída 22
115 66 Praha
PNS Dovož tisku
Vinohradská 46
Praha 2
PNS Dovož tlače
Bratislava 2

DENMARK

Ejnar Munksgaard
Nørregade 6
DK-1165 Copenhagen K

FINLAND

Akateeminen Kirjakauppa
P. O. Box 128
SF-00101 Helsinki 10

FRANCE

Office International de
Documentation et Librairie
48, Rue Gay-Lussac
Paris 5
Librairie Lavoisier
11 Rue Lavoisier
Paris 8
Europériodiques S. A.
31 Avenue de Versailles
78170 La Celle St.-Cloud

GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC

Haus der Ungarischen Kultur
Karl-Liebknecht-Strasse 9
DDR-102 Berlin
Deutsche Post
Zeitungsvertriebsamt
Strasse der Pariser Kommüne 3-4
DDR-104 Berlin

GERMAN FEDERAL REPUBLIC

Kunst und Wissen
Erich Bieber
Postfach 46
7 Stuttgart 5

GREAT BRITAIN

Blackwell's Periodicals
P. O. Box 40
Hythe Bridge Street
Oxford OX1 2EU
Collet's Holdings Ltd.
Denington Estate
London Road
Wellingborough Northants NN8 2QT
Bumpus Haldane and Maxwell Ltd.
5 Fitzroy Square
London W1P 5AH
Dawson and Sons Ltd.
Cannon House
Park Farm Road
Folkestone, Kent

HOLLAND

Swets and Zeitlinger
Heereweg 347b
Lisse
Martinus Nijhoff
Lange Voorhout 9
The Hague

INDIA

Hind Book House
66 Babar Road
New Delhi 1
India Book House
Subscription Agency
249 Dr. D. N. Road
Bombay 1

ITALY

Santo Vanasia
Via M. Macchi 71
20124 Milano
Libreria Commissionaria Sansoni
Via Lamarmora 45
50121 Firenze

JAPAN

Kinokuniya Book-Store Co. Ltd.
826 Tsunohazu 1-chome
Shinjuku-ku
Tokyo 160-91
Maruzen and Co. Ltd.
P. O. Box 5050
Tokyo International 100-31
Nauka Ltd.-Export Department
2-2 Kanda
Jinbocho
Chiyoda-ku
Tokyo 101

KOREA

Chulpanmul
Phenjan

NORWAY

Tanum-Cammermayer
Karl Johansgatan 41-43
Oslo 1

POLAND

Węgierski Instytut Kultury
Marszałkowska 80
Warszawa
BKWZ Ruch
ul. Wronia 23
00-840 Warszawa

ROUMANIA

D. E. P.
București
Romlibri
Str. Biserica Amzei 7
București

SOVIET UNION

Sojuzpechatj - Import
Moscow
and the post offices in
each town
Mezhdunarodnaya Kniga
Moscow G-200

SWEDEN

Almqvist and Wiksell
Gamla Brogatan 26
S-101 20 Stockholm
A. B. Nordiska Bokhandel
Kungsgatan 4
101 10 Stockholm 1 Fack

SWITZERLAND

Karger Libri AG.
Arnold-Böcklin-Str. 25
4000 Basel 11

USA

F. W. Faxon Co. Inc.
15 Southwest Park
Westwood, Mass. 02090
Stechert-Hafner Inc.
Serials Fulfillment
P. O. Box 900
Riverside N. J. 08075
Fam Book Service
69 Fifth Avenue
New York N. Y. 1003
Maxwell Scientific International Inc.
Fairview Park
Elmsford N. Y. 10523

Read More Publications Inc.
140 Cedar Street
New York N. Y. 10006

VIETNAM

Xunhasaba
32, Hai Ba Trung
Hanoi

YUGOSLAVIA

Jugoslavenska Knjiga
Terazije 27
Beograd
Forum
Vojvode Mišića 1
21000 Novi Sad

Acta
**GEODAETICA,
GEOPHYSICA *et*
MONTANISTICA**

ACADEMIAE SCIENTIARUM
HUNGARICAE



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST

ADIUVANTIBUS

G. BARTA

J. ZAMBÓ

REDIGIT

A. TÁRCZY-HORNOCH

TOMUS 10

FASCICULUS 4

1975

ACTA GEODAETICA, GEOPHYSICA et MONTANISTICA

Academiae Scientiarum Hungaricae

A Magyar Tudományos Akadémia Föld- és Bányászati Tudományok Osztályának folyóirata

Szerkesztőség: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Kiadja az Akadémiai Kiadó, 1054 Budapest, Alkotmány utca 21.

Az *Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica* eredeti tanulmányokat közöl a föld- és bányászati tudományok tárgyköréből, angol, német, francia vagy orosz nyelven. Fél-évenként jelenik meg, évi egy, kb. 400—500 oldalas kötetet alkotva.

Megrendelhető az Akadémiai Kiadónál (1363 Budapest Pf. 24.), a külföld részére pedig a Kultúra Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalatnál (1389 Budapest 62, P.O.B. 149.)

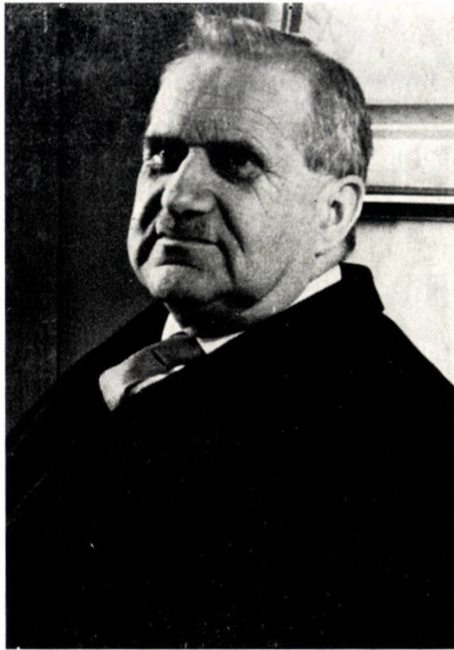
Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica is a semiannual review of the Hungarian Academy of Sciences, publishing papers—in English, German, French or Russian—on geodesy, geophysics and mining.

Editorial Office: H—9400 Sopron, Múzeum u. 6.

The subscription rate is \$ 32.00 per year.

Orders may be placed with Kultúra Trading Co. for Books and Newspapers (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) or with its representatives abroad, listed on p. 4 of the cover.

Prof. Dr. h. c. Dr. ISTVÁN HAZAY – 75. JAHRE



Prof. Dr. I. HAZAY feierte am 15. April seinen 75. Geburtstag. Die Geodäten Ungarns beglückwünschen ihn zu diesem Anlaß aus ganzem Herzen und wünschen, daß er noch lange Jahre hindurch in guter Gesundheit und in voller Tatkraft zu Gunsten der ungarischen und der internationalen geodätischen Wissenschaft in seinem so geliebten Fachgebiet tätig sei.

Professor HAZAY wurde im Jahre 1901 in Budapest geboren. Dort absolvierte er seine Schulen. Sein Ingenieur-Diplom erwarb er an der Technischen Universität Budapest i. J. 1922. Seine Tätigkeit begann er 1923 beim Staatlichen Vermessungsdienst und bestand 1929 die damals übliche Ingenieur-Fachprüfung für Triangulierung. Während seines 30-jährigen Wirkens in der Praxis nahm er an sämtlichen vermessungstechnischen Arbeit teil, so in der Triangulierung höherer und niederer Ordnung, im Präzisions-Nivellement, in der Astrogeodäsie und in der Stadtvermessung. Infolge seiner hervorragenden Fähigkeiten wurde er schon ganz jung mit leitenden Funktionen betraut: so von 1932 an in der Triangulierung und Detailvermessung der Hauptstadt Budapest, später von 1938 im Finanzministerium in der Zentralen Aufsichtsbehörde des Staatlichen Vermessungsdienstes. Vom Jahre 1942 an leitete er den Staatlichen Vermessungsdienst.

Neben diesen Aufgaben begann er schon sehr jung seine wissenschaftliche und Lehrtätigkeit. Seine ersten Arbeiten erschienen i. J. 1930. Seit 1929 hielt er an dem Fachkurs der Ingenieure für Triangulierungen Vorträge über Ausgleichsrechnung, später auch über Astro-Geodäsie. Er promovierte (Dr. techn.) i. J. 1934.

Zur Anerkennung seiner wissenschaftlichen und Lehrtätigkeit wurde er an der damals in Sopron wirkenden Berg- und Hüttenmännischen Fakultät der kgl. ung. Palatin Joseph Universität für Technische- und Wirtschaftswissenschaften zum Privatdozent habilitiert. Seit dieser Zeit hielt er regelmäßig Vorträge in Sopron. Die Ausbildung der Vermessungsingenieure begann nach dem zweiten Weltkrieg zuerst in Sopron. Seit 1951 wirkte er am Lehrstuhl für »Angewandte Geodäsie« der Fakultät für Vermessungswesen vorerst als Gastprofessor, seit 1953 als Lehrstuhlinhaber der Lehrkanzel. Seine Verdienste in der Ausbildung der Vermessungsingenieure sind hervorragend.

Nach der Umsiedlung der Abteilung für Vermessungswesen im Jahre 1959 nach Budapest wurde er mit der Leitung der Lehrkanzel für »Höhere Geodäsie« betraut. Er beteiligte sich sehr aktiv an der Führung der Fakultät und der Universität. In den Jahren 1960—1964 war er Dekan der Fakultät, nachher bis 1967 Rektor der Technischen Universität für Bau- und Verkehrswesen Budapest. Als Professor erwarb er großes Ansehen und Achtung im Kreise seiner Studenten. Seine klaren und leicht verständlichen Vorträge, sowie seine Liebe zum Fachgebiet haben seine Studenten stets sehr beeindruckt.

Nebst seiner hervorragenden Lehrtätigkeit sind auch seine wissenschaftlichen Forschungsergebnisse sehr bedeutend. Die neuen theoretischen Grundlagen der statischen Ausgleichung sind mit seinem Namen verbunden. Diese Forschungsergebnisse wurden 1938 in seinem Buch »Ausgleichsrechnung der praktischen Geodäsie« veröffentlicht. Dieses Werk wurde seitens des ehemaligen Vereins der Ingenieure und Architekten mit der Goldmedaille ausgezeichnet.

Unser Triangulierungsnetz höherer Ordnung wurde während des zweiten Weltkrieges teilweise vernichtet, die Meßprotokolle sind verloren gegangen. Seine Methode der dominierenden Punkte gab die Möglichkeit, aus den, an den Netzpunkten dritter Ordnung durchgeführten Messungen ein fingiertes Netz erster Ordnung zu berechnen.

Seine Forschungen auf dem Gebiete der Anwendung der Gauß-Krüger Projektion in Ungarn und die Zusammenstellung der damit verbundenen Tabellen seien eigens hervorgehoben. Die diesbezüglichen Forschungsergebnisse ermöglichen die Darstellung großer Gebiete in einem einheitlichen Koordinatensystem. Außerdem schuf er zahlreiche bedeutende neue Methoden zur Lösung anderer geodätischer Probleme, so z. B. die Anordnung der Knotenpunkte von Polygonzügen, die Bestimmung der gegenseitigen Lage von verschiedenen terrestrischen Ellipsoiden, usw. Seine Ergebnisse auf dem Gebiete

der Berechnung der Nivellierungsnetze zur Bestimmung der vertikalen Erdkrusten-Bewegungen sind ebenfalls sehr bedeutend.

Zur Anerkennung seiner hervorragenden Verdienste wurde er 1955 mit dem Kossuth-Preis, später mit der Jubiläums-Medaille der Befreiung ausgezeichnet. Er erhielt zweimal die Goldmedaille des Verdienstordens der Arbeit und zweimal den Titel eines hervorragenden Mitarbeiters des Unterrichtswesens. Er wurde mit der »Lázár—Deák« Medaille des Geodätischen und Kartographischen Vereins und der, seitens des Budapester Unternehmens für Vermessung und Kartographie gegründete »Fasching Antal« Gedenks-Medaille ausgezeichnet.

Zur Würdigung seiner wissenschaftlichen Tätigkeit wurde er im Jahre 1967 zum korrespondierenden Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften gewählt und als Vorsitzender mit der Leitung der akademischen »Geodätischen-Wissenschaftlichen Kommission« betraut. Im Jahre 1972 wurde er seitens der Technischen Universität Budapest zur Anerkennung seiner Verdienste im technischen Hochschulwesen und in der Wissenschaft mit der Jubiläums-Medaille der Universität ausgezeichnet. Die Technische Universität Budapest verlieh ihm den Titel Dr. h. c. im Jahre 1975.

Professor Dr. I. HAZAY verdankt es seinem lebenswürdigen Wesen und seinen außerordentlichen Fachkenntnissen, daß er als führende Persönlichkeit des ungarischen Vermessungswesens geliebt und geehrt wird. Möge er noch lange Jahre hindurch in unserem Kreise wirken!

J. Somogyi

SOME NOTES ON THE TRANSFER PROPERTIES OF TWO-DIMENSIONAL POLYNOMIAL-FITTING

F. KOVÁCS—A. MESKÓ

GEOPHYSICAL PROSPECTING CO OF THE HUNGARIAN OIL AND GAS TRUST, BUDAPEST

[Manuscript received December 1, 1974]

This paper is a reply to the previous paper [2] entitled "The proper use of gravitational filters". The order of presentation follows that of the discussed paper. It will be shown that

- all sets of coefficients suggested in [1] do have disadvantageous transfer properties,
- the so called w function defined in [1] cannot be used for choosing suitable filters,
- the equation used in [2] (Eq. (1) in the cited paper) has no role whatever in deriving filters and cannot be used in examining the performance of filters, and
- the transformations t_4, t_2, t_0 do have directivity while t_1 has no directivity.

It is also pointed out that the uninterpretable maps obtained by the filters published in [1] are not the failures of the present authors but the failures of the formulas. Other formulas may give slightly worse or better maps but the general conclusion still must be that none of the formulas published in [1] are advantageous in routine processing.

Derivation of two-dimensional numerical filters

(Some reflections on Section 1 of the discussed paper)

The necessity of transforming gravity maps in order to make possible geological interpretation is a commonplace since the exploration industry has been using such transformations for the last 40 years.

It is duly mentioned in [2] that Dean was the first who wrote down explicitly that all linear transformations can be considered as linear filters. Dean, however, did not compute actual transfer functions belonging to any practical formulas, though he derived the general expressions which can be used in the case of an arbitrary set of coefficients. One of the present authors was the first who published transfer functions of practical formulas [4] and discussed their properties by using transfer functions. Later on new sets of filters have been suggested and have been put into productive use [7], [10]. For various reasons two-dimensional non-directive Gaussian functions were suggested, i.e. the transfer function of the lowpass is $S(f) = \exp[-(kf)^2]$. One of the reasons is that in the spatial domain the filter size for a given bandwidth is minimum if the transfer function has Gaussian shape. The Gaussian function has been used previously for smoothing purposes but its application as the transfer function of regional filters and its counterpart as transfer function of residual filters was again first suggested by one of the present authors. E. C. BULLARD who combined Gaussian smoothing with analytical downward continuation never intended to use it for computation of residual fields [7].

The sets of filters satisfy the following requirements:

- a) Zero-phase without any phase reversals (because the transfer function is real and positive).
- b) Direction independency (because the transfer has circular symmetry).
- c) Sufficiently smooth transition between pass-band and reject band (which assures that the actual transfer does not show the Gibbs' phenomenon).
- d) Sufficient versatility (because with the parameter k the cutoff frequency, or in the case of a bandpass with k_1 and k_2 the two cutoff frequencies, can be controlled).

These properties are additional to the "minimum size for a given bandwidth" property.

It has been repeatedly pointed out that sampling the continuous weighting function (i. e. producing a set of weights on a regular grid) and truncating the set to a finite size may influence the actual transfer function. Sampling involves aliasing and truncation involves convolution with the cylinder

$$\begin{aligned} t(r) &= 1 \quad \text{if } r < R_i \\ &= 0 \quad \text{if } r < R. \end{aligned}$$

Aliasing and the convolution may introduce phase reversals as well as directivity or may set up Gibbs phenomena.

Therefore a range of parameter k has been determined where these effects are negligibly small.

The adjustment of the proper cutoff frequency for given geophysical problems has been investigated by model computation as well as by analyses of reflection seismic measurements, geological structures (supported by borehole data) and filtered gravity maps. More than a dozen prospection areas have been used for these investigations. These also have been reviewed many times. (See e.g. [11] [14], [15].) Therefore the present authors feel that the connection between filtered maps and geology or practical geophysics is sound. It is based not on gravity fields of mass points as in [1] or [2] but on real situations and realistic model computations.

Geological conditions should be taken into consideration but as a matter of fact gravity fields are not produced by separate mass points but are mainly due to the undulations of interfaces between layers with different specific densities. The filtered maps are supposed to reflect the undulations. The measure of performance is whether one can draw valid geological conclusions from the filtered maps or not. Therefore the filters should remove a part of the input but should *not* distort what is left. Phase reversals, Gibbs' phenomena as well as directivity in the transfer function are distortions and do have geophysical consequences. The first two may give rise to spurious anomalies, the latter suggests fictitious structural trends.

All these properties can be established by analysing the *actual* transfer functions.

The essence of paper [1] what we commented in [3] is summarized now in [2] as follows "the basic idea" is that "we must give fundamental role to eq. [9], when examining and deriving the transformation." This Eq. [9] reads in both papers

$$r(x, y) = \iiint \sigma(x, y, z) w(x - \bar{x}, y - \bar{y}, \bar{z}) d\bar{x} d\bar{y} d\bar{z}. \quad (1)$$

The transformations t_0, t_2, t_4 , however, were derived by polynomial fitting (see [1]) and Eq. (1) obviously has nothing to do with polynomial fitting. The same equation was not used in "examining the transformations" either. Density distributions are not investigated in [1], only gravity fields of single mass points at fixed depths.

There is an obvious reason why this equation has never been used in spite of its so-called "fundamental role", the three-dimensional $w(\bar{x} - x, \bar{y} - y, \bar{z})$ has, as a matter of fact, never been properly defined.

According to [2] resolving power is not so important after all and it was used to show that filters "really differ from each other" and "the reasonable spacing of filter size for the four sets of filters investigated being about $2S$; S , as usually, means the grid spacing". (Quotation from [2]).

One can fully agree it could be proved that "this three map transformations" "differ from each other and from t_1 ". The only remark may be that it could be guessed without any investigation that adjusting fourth-, second- and zero degree polynomials to a surface would give different results.

Filter size, on the other hand, is *always* $(2k + 1)S$ therefore it would be rather difficult to change the size by anything else but exactly $2S$.

Discussion of Section 2

Sub-section 2A of [2] enlists some properties of the filters which it considers essential. These are lateral effects, interval of depth and the size of the filter. The present authors think that all properties (including these and many others) are contained in the transfer function of the filter. Therefore it seems to be sufficient as well as necessary to investigate the transfer functions instead of defining many clumsy properties.

It may be mentioned e.g. that filters with arbitrary small lateral effects can be constructed. Lateral effects for the depth h approach zero if the transfer function is

$$S(f_x, f_y) = e^{-2\pi h \sqrt{f_x^2 + f_y^2}}.$$

Filters with these transfer functions, however, are not used in practice because they produce fictive anomalies, enhance random noise, etc.

Sub-section 2B discusses directivity. First it claims within one sentence the “no one of the four transformations” are directive and that “all filters are directive”. Then it asks whether directivity can be detected by “nothing else as the drawing of the two-dimensional transfer function” and at last it changes the remark that “their (i.e. the present authors’) method is unable to tell the rate of directivity”. (Quotations from [2].)

These statements are not supported by any computational evidences. Though directivity has been very clearly defined and the connection between directivity and two-dimensional transfer function has been described in many standard university textbooks and in lecture notes, e.g. in [14], [15], besides in a series of papers [4], [6], [8], [9], a short review is given below.

A two-dimensional transfer function $S(f_x, f_y)$ describes how the amplitudes and phases of the (two-dimensional) harmonic components of the input are changed by the filter. If the transfer function is real the phase can be changed by 0, where $S(f_x, f_y)$ is positive or by $\pi/2$ (phase reversal) where $S(f_x, f_y)$ is negative. Any given harmonic component can be unambiguously characterized by f_r (radial-frequency) and α (direction angle or azimuth) instead of f_x and f_y . Correspondingly, the transfer function can also be considered as a function of f_r and α . The transfer function is direction independent or non-directive if it does not actually depend on the variable α . Obviously for $S(f_x, f_y) = S(f_r)$ the contours of the two-dimensional $S(f_r, \alpha)$ really become circles.

The physical interpretation is also straightforward. Non-directive filters do not behave differently against components with the same fixed radial-frequency even if they have different azimuths. As a result a non-directive filter does not favour any direction. Figuratively speaking, the filter conserve the relative weights of components with a given radial frequency f_r and with various azimuths.

Directivity, therefore, can be unambiguously described by the transfer function. The rate of directivity can also be obtained from the transfer function. There are ways to visualize the rate of directivity more clearly. One of the present authors used such a method [4], [6], [9], [10]. The way of presentation, however, is insignificant, the two-dimensional transfer function contains all the informations (including the rate of directivity).

The transfer functions of t_0 , t_2 , t_4 show directivity very clearly, those of t_1 do not. Therefore the cited sentences of point 2B of the discussed paper [2] are not valid.

We may comment at last that the input has nothing to do with the directivity of the filter. Experimentation with various models is very apt to illustrate directivity or can be used to convince the novice of two-dimensional filter theory that such effect exists but it is not a proper tool for investigating directivity. If e.g. the input do not contain such radial frequencies where directivity is significant the result will not show that the filter is directive.

This type of experimentation can lead to unpleasant surprises. It might happen that a filter is believed non-directive due to the insufficient experimentation and is then applied to practical data which contain radial frequencies up to the Nyquist frequency when strong directivity unexpectedly reveals itself.

Discussion of Section 3

This section begins with the promise that "illustration of the w -functions" will be given. No illustrations of the w -functions follows, on account of the difficulties of the calculations involved. No comment is necessary to deal with this paragraph except that Eq. (1) does not show how $w(x', y', z')$ "is to compute" because it rather shows how $w(x', y', z')$ is supposed to be used.

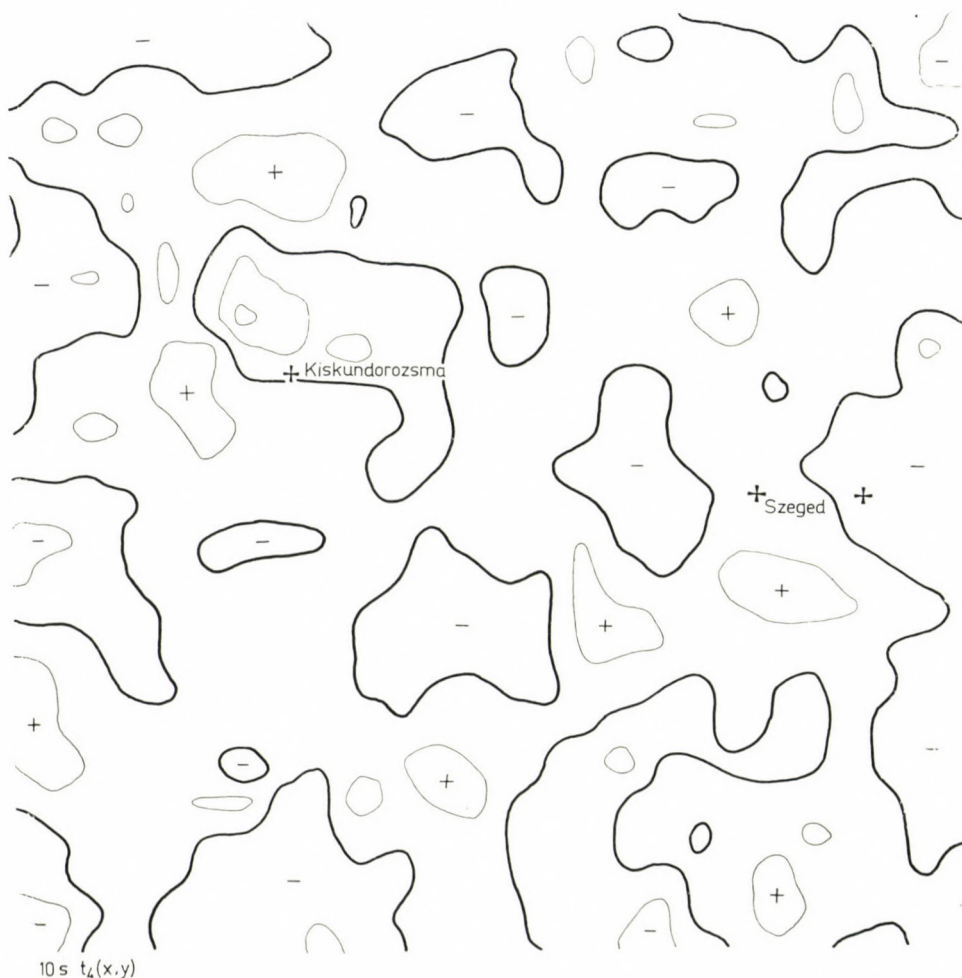


Fig. 1. Residual gravity obtained by $t_4 10s$

“Rectangle diagrams” are shown with the intention to illustrate the “interval of depth” of the filters.

The present authors do not think that this way of presentation reveal much of the action of the filters. There are also serious doubts that the dimensions of the prisms are correctly indicated.



Fig. 2. Residual gravity obtained by t_4 12s

We do not want, however, to go into such details in the present discussion and accept that t_4 is not a good filter for the geological situation in the Szeged area. Actually we also came to the same conclusion in [3]. We disagree, however, that results are bad only because the wrong filter has been used. We claim that the filter *in itself* has disadvantageous enough properties as its

transfer function shows, see in [3]. This filter has been chosen because so much emphasis was laid on resolving power in [1] and this filter has the largest resolving power. In order to be sure of the conclusion we actually computed the output maps corresponding to t_4 10s, 12s and 14s as well but did not publish them.



Fig. 3. Residual gravity obtained by t_4 14s

These maps are given now as Figs 1—3, t_2 8s is shown in Fig. 4. According to [2] in the region (Szeged area) t_0 transformations give the good filters i.e. the author realizes that the so much emphasized resolving power is not necessary after all.

The impressive sounding t_0 -transformation means that the regional is the average of gravity values within a circle. The t_0 -transformation is equi-

valent with subtracting this average from the original value. This “new method” was devised at the very beginning of gravity exploration, more than 40 years ago. It is usually good for a rough estimation of the regional effect but of course it has been out-dated for at least the last two decades. Coefficients are



Fig. 4. Residual gravity obtained by t_2 8s

given for removing the average as if there were any geophysicists who could not compute $-1/N$ and $1 - (1/N)$; N being the number of points within a circle of given radius, (where $1 - (1/N)$ gives the central coefficient, $-1/N$ gives all the other coefficients.). To print these tables took 3 and a half pages!

An old method, however, is not necessarily a bad one. The present authors agree that if one has a desk calculator only and wants to estimate regionals

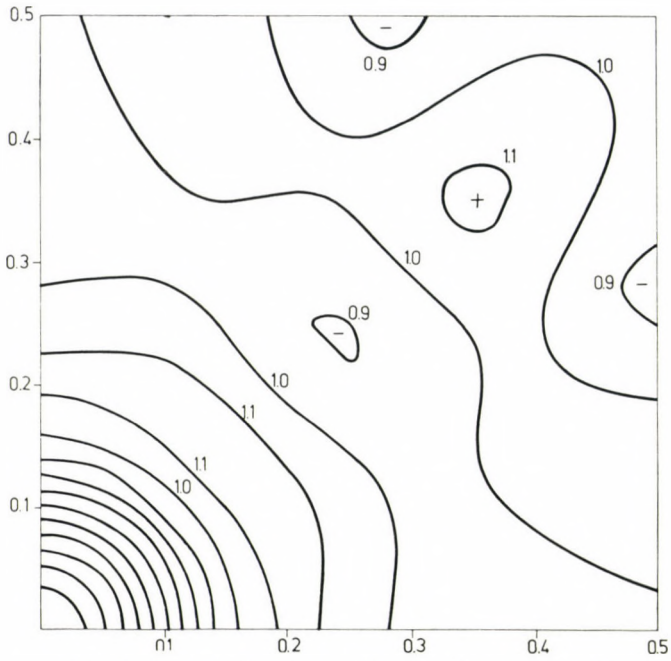


Fig. 5. Transfer function of the transformation $t_0 = 4s$

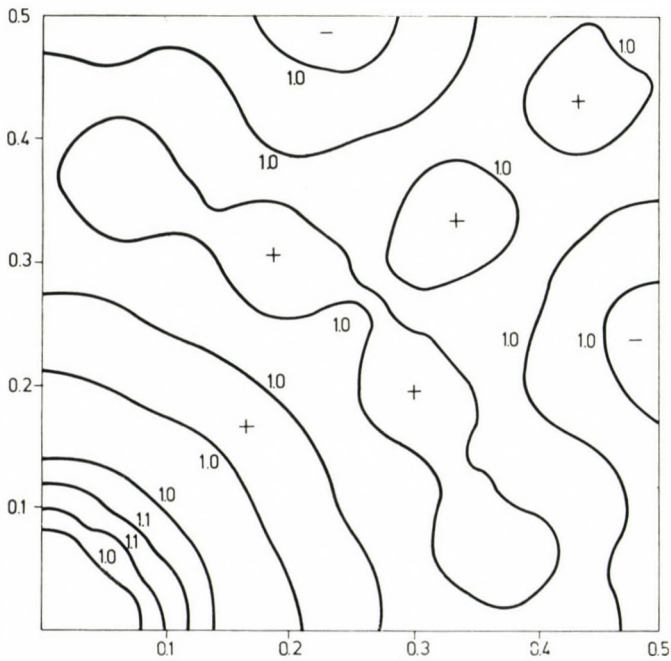


Fig. 6. Transfer function of the transformation $t_0 = 8s$

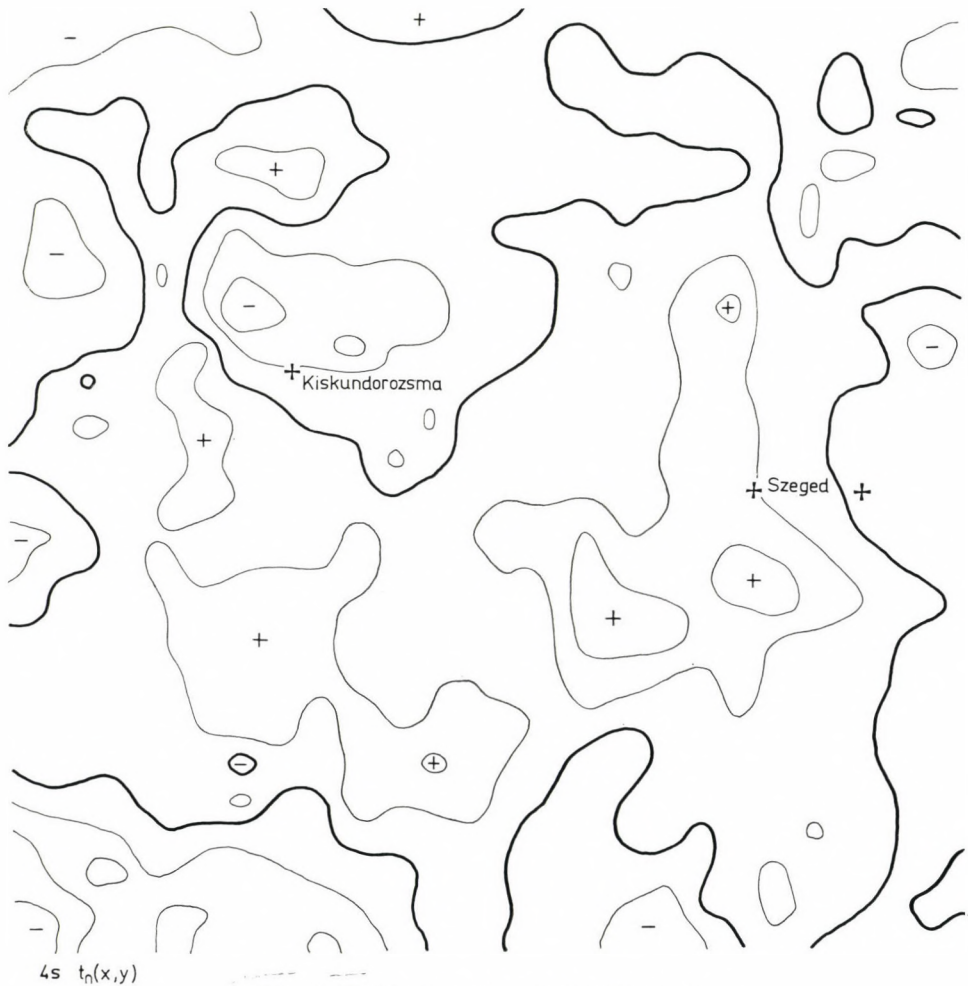


Fig. 7. Residual gravity obtained by t_0 4s

the computation of the averages is an advisable, easy way to do it. Nevertheless as soon as multiplication is not a problem weighted averages work better. In order to prove that point the transfer functions of t_0 4s and t_0 8s are shown as Figs 5 and 6.

These transfer functions show directivity and oscillations in the pass-band. There is an improvement with respect to the transfer functions of the t_2 and t_4 series, but properties of these filter are still far from being ideal.

The residual maps obtained by the filter t_0 4s and t_0 8s are shown in Figs 7 and 8. Directivity and the presence of fictive anomalies is still obvious.



Fig. 8. Residual gravity obtained by t_0 8s

The last example of Section 3 could not be dealt with because of the lack of data.

Concluding remarks

We maintain and emphasize that the transfer functions unambiguously describe the properties of any linear filter, reveal directivity and other disadvantageous properties such as e.g. oscillations in the passband. The filters suggested by [1] do have these disadvantageous properties. Though computations of any number of input cannot give anything else, for the sake of comparison, a set of filtered maps was given. These illustrated the disadvantageous properties of the formulas published in [1] on practical data.

We also maintain and emphasize that filters derived directly from filter theory are free from these disadvantageous properties, because care can be taken to make them free of these properties. The cutoff frequency for a high-pass or the two cutoff frequencies for a bandpass give appropriate control to adjust filters to the geological problem. The present authors have reasons to know that these statements are valid not only because they are based on sound theoretical principles but from their own practical experiences collected during the last six years of processing and interpreting gravity data.

Dr. STEINER is right when saying that the application of his coefficients results in failures. These are, however, not the failures of paper [3], discussing the formulas but the failures of the coefficients.

Taking into consideration any physical relation or geological informations would not remove directivity or decrease the ripples of the Gibb's oscillation by one bit.

The conclusion has to be again that the coefficients suggested in [1] could not be effectively used in processing gravity data.

REFERENCES

1. STEINER, F.: Derivation of fully-matrixed map-transformations. *Acta Geod. Geoph. Mon. Hung.* 8 (1973), 85-102.
2. STEINER, F.: The proper use of gravitational filters *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 10 (1975) (in press).
3. MESKÓ, A.—KOVÁCS, F.: An unbiased comparison of two-methods suggested for the computations of residual gravity. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 10 (1975), 69-78.
4. MESKÓ, A.: Some notes concerning the frequency analysis for gravity interpretation. *Geophysical Prospecting*, 13 (1965), 475-488.
5. MESKÓ, A.: Smoothing and the computation of regionals. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 12 (1966), 15-29.
6. MESKÓ, A.: Two-dimensional filtering and the second derivative method. *Geophysics*, 31 (1966), 15-27.
7. BULLARD, E.: (personal communications) 1967.
8. MESKÓ, A.: Koeffizientenreihen zur linearen Transformation von Schwerekarten. *Geophysik und Geologie*, 13 (1968), 84-87.
9. MESKÓ, A.: The method of second derivatives. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 13 (1967), 37-60.
10. MESKÓ, A.: Analytical continuation downwards. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 14 (1968), 91-101.
11. MESKÓ, A.: Design and application of low-pass, high-pass and band-pass filters. *Annales Univ. Sci. Budapestiensis*, 15 (1969), 67-80.
12. MESKÓ, A.—KOVÁCS, F.: Application of two-dimensional numerical filters in processing gravity data. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 8 (1973), 259-270.
13. KOVÁCS, F.—MESKÓ, A.: Practical aspects of two-dimensional filtering of Bouguer anomaly data (in Hungarian). *Magyar Geofizika*, 12 (1971), 10-27.
14. MESKÓ, A.: Application of filter theory in gravity prospecting. In: *Exploration Geophysics (University textbook)* pp. 54-96. (In Hungarian) Tankönyvkiadó, 1970.
15. Kovács, F.: Application (of filters) in routine gravimetry. In: *Lecture notes on "Applications of numerical filters"* vol. 3, pp. 51-103. (in Hungarian). MTE SZ, 1974.

НЕКОТОРЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ К ПЕРЕНОСНЫМ СВОЙСТВАМ ПРИЛОЖЕНИЯ
ДВУМЕРНЫХ ПОЛИНОМОВ

Ф. КОВАЧ—А. МЕШКО

РЕЗЮМЕ

Эта статья является ответом на статью «О правильном использовании гравитационных фильтров» [2]. Порядок изложения соответствует порядку спорной статьи. Докажем, что

а) каждая, предложенная в [1] серия коэффициентов имеет невыгодное переносное свойство,

б) т. н. w — функция, определяемая в [1], не может быть применена для выбора соответствующих фильтров,

в) использованное в [2] уравнение (уравнение [1] статьи) не играет роль при выводе фильтров и не может быть применено при оценке эффективности фильтров, наконец,

г) преобразования t_4, t_2, t_0 зависят от направления, а t_1 — нет.

Покажем, что неинтерпретируемые карты, полученные фильтрами, изложенными в [1], являются следствием не ошибок авторов, а формул. Другие формулы могут дать немного лучший или худший результат, но общим следствием будет, что из формул, изложенных в [1], ни одна не пригодна в рутинной обработке.

PLASTIC STATE AND DETERIORATION OF ROCKS

I. BOUNDARY CONDITIONS OF ROCK PLASTICITY

CS. ASSZONYI

HUNGARIAN COAL TRUST, TATABÁNYA, HUNGARY

R. RICHTER

TECHNICAL UNIVERSITY FOR HEAVY INDUSTRIES, MISKOLC

[Manuscript received July 10, 1975]

In this series of articles consisting of three parts, the authors have traced the changes of the mechanical state of rock environment around mining spaces from the elastic state through plastic state till deterioration.

The sequence of ideas of earlier published papers [1, 2] giving a general description of material behaviour due to different mechanical effects, i.e. the generalization with respect to the moving material is highly suitable for rock-mechanical applications. In this paper reference will be made already to the idea that the analysis of energy transport and energy equilibrium gives a possibility to fit the different kinetic (deformation) states into a uniform system and to reveal causes and conditions of their development. The conditions of the extreme states — plastic flow, material deterioration, failures — are given by the conventional theories separately, as failure and plasticity theories generally based on working hypotheses and empirical connections. The aim of this series of articles, together with the papers [1, 2], is to prove the possibility of describing and explaining the mechanical behaviour of a given material system (here the domain of the earth's crust disturbed by mining openings) by means of a uniform theory, whereby it does not matter whether the deformation is small or great, the change of form slow or rapid, and elastic or plastic state is to be dealt with.

The first paper gives the boundary conditions of plastic state, the second, the behaviour of the material in the plastic state, while the conditions of the failure of rocks are discussed in the third one.

It was shown in paper [2] that the mechanical state of a system exposed to mutual mechanical effects, such as the rock mantle surrounding the mining openings being displaced in space and time, is determined by the energy transport (taking place in the system as a consequence of opening activity). Energy and momentum flow will start with the opening activity under the effect of the gravity field and the potential energy accumulated in the earth's crust respectively. The occurring change tends to compensate the inhomogeneity of the system in the sense "rock"—"opening", i.e., it acts towards the homogenization of the kinetic field caused by opening activity. The reason, why this tendency of material behaviour does not succeed is, in general, the material built in (supporting equipment, rubble, detritus) that behaves differently as the environment on the one hand, and the gravity field, which can be regarded as the steady source of momentum on the other, and these tend together to maintain the inhomogeneous distribution.

The momentum transport including that of kinetic and internal energy can take place in the material structure in both *convective* and *conductive* ways. For liquids and gases, the convection flux (with macroscopic displace

ment) is characteristic, whereby the momentum is transported by the material parts themselves. In case of solid bodies the material parts cannot be freely displaced, thus they are forced to pass their energy and the mechanical momentum to the neighbouring parts in diffuse way from the spot of momentum input on. In other words, for solid bodies the conductive transport (without macroscopic displacement) is mainly characteristic.

In this concept it is well understandable what *stress* is [2]: *the conductive momentum flux flowing through a surface element of a given normal*. Since this definition expresses the essence of the concept of stress, it allows not only to determine the state of stress on objective physical bases, but it also gives the reasons in its arising and change.

Each change of mechanical character is in connection with energy transport, as follows from the basic physical laws given in the papers cited [1, 2]. The momentum transport of the solid earth's crust has conductive character. Will, however, a level in the energy transmission be reached, at which the energy cannot be conducted by the material in a diffuse way, convective transport has to take place; the material starts to flow, plastic state is setting in [2].

What we have to say in connection with this subject, has been divided into three parts.

In the present paper, the conditions of the development of plastic state and the mathematical form of the boundary condition are given. The treatment will have a dual character. We consider the material below the flow boundary to be describable by the simplest homogeneous-linear material law, i.e. by the standard model of POYNTING—THOMSON, partly because we have proved the applicability of this model in earlier papers, partly because in this way the reality of plasticity condition on the basis of actually measured results can be proven. Nevertheless, the results deduced are not limited to materials describable by the standard model. We deduced a general plasticity condition which is the only possible plasticity boundary condition of mechanical continua, based on energetics.

In the second part of the series of articles, the determination of the material equation of the rock passing into plastic state is dealt with. Here the rock is regarded as a *standard* medium within the elastic range and we try to describe the behaviour of the material in plastic state. Concretizing the investigations on the standard body suggests the restriction of general validity. However, we could not follow any other way, since we strive for the determination of the concrete material equation. The method of synthesis and the results to be fixed, however, can be generalized to materials differing from the standard model, too. In this second part we will show a possible synthesis for the constructive comparison of theoretical conclusions and practical experiments. By investigating the resulting possibilities, on the basis of elimi-

nation, the function class of the material laws coming into consideration, in certain cases even their actual form can be found.

The third part of the series deals with the failure and deterioration of rocks. The statements in this paper are quite general and give the definition of the failure condition of a continuum of arbitrary state equation.

The publication of the investigation results in three parts was necessary, among others, on account of their volume. One must not forget, however, that the behaviour of the very same material (namely, rock environment) will be traced in all three parts from elasticity through plasticity till deterioration.

In the present series, inclusive papers [1, 2], we have established and made available for researchers and users of geomechanics the theoretical bases of a uniform theoretical system that opens the deeper recognition of the reasons of phenomena occurring as consequence of mining activity. Thus it even gives a qualitative orientation for the solution of practical problems, if the actual mechanical characteristics of the rock and the support equipment are not known, — from the disturbance of the equilibrium of rock mantle till the deterioration of rock: its closing, its splitting.

Preliminary remarks

Nearly all of the classical boundary conditions of plasticity are in connection with one of the following assumptions:

- in elastic state, the material can be described by HOOKE's law,
- the plasticity (flowing) condition can be defined with a definite stress state.

In the papers published on this topic we proved that

- the rock mantle shows, even in elastic state, rheological (creeping, relaxation etc.) properties, consequently HOOKE's law does not mean an acceptable approximation,
- the setting in of plastic state is not connected with the stress state, but with the level of energy introduced into the system (with the deformation work).

It follows already hence that the conventional plasticity conditions need to be checked and determined on reliable physical basis.

The investigation of the energy transport in solid bodies, the development of convective flux show that the setting in of plastic state is connected to a threshold value of energy alone. In other words, the energy introduced into a system (the deformation work) produces permanent deformation, if it exceeds a threshold value. The permanent deformation indicates a change in the structure of the material, at which it cannot regain, in spite of relieving the loading, its original form and state, respectively. I.e., the reversibility of

the mechanical process ceases. This condition is naturally connected with cases, where the existence of a plasticity boundary within the continuous deformation range is supposed and permanent deformations occur only after exceeding this limit.

Actually, one has to count with the following cases:

1. Plastic and permanent deformations occur within the total deformation range continuously or gradually, but together; hence plastic distortions already occur at very small deformations.

2. Deformations below the threshold of plasticity are totally elastic or can be regarded as elastic, and plastic (permanent) deformations occur only after exceeding the threshold. Even within this case, further possibilities exist:

2.1 Deformations occurring beyond the boundary of plasticity are entirely permanent.

2.2 Only a part of the deformations occurring beyond the boundary of plasticity will be permanent.

The question, which of the cases mentioned is to be accepted, can only be decided in an experimental way.

We omitted from the list the third case, in which the deformation is entirely irreversible, the energy introduced into the system cannot be regained even partially, because the rock is unable to store potential energy and therefore all deformation is permanent. The reason, why this possibility has been neglected is double:

- *on the one hand*, we found elastic properties in each of the rock materials investigated,
- *on the other hand*, the material constants must anyway be determined in experimental way, and in such cases zero value would anyway be obtained for the elastic constants, thus we can relate our investigations to the general case, from which a special case can always be derived.

For the sake of uniform treatment we will shortly review in the followings the energy relations of the elastic state in order to establish the formal basis for the mathematical formulation of the plasticity condition.

The energy relations of the elastic state

According to our investigations hitherto we consider the rock as describable, in the elastic range, by the so-called *standard* model of POYNTING—THOMSON, the material equation of which is:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= 2G \mathbf{E} + 2\eta \dot{\mathbf{E}} - \tau \dot{\mathbf{T}} \\ \mathbf{T}_0 &= 3K \mathbf{E}_0, \quad \dot{\mathbf{T}}_0 = 3K \dot{\mathbf{E}}_0, \end{aligned} \tag{1}$$

where \mathbf{T} and \mathbf{E} are the deviation tensors of stress and deformation, characterizing the state of distortion, \mathbf{T}_0 and \mathbf{E}_0 spherical tensors describing the isotropic volume change, G the sliding elastic module, η the viscosity coefficient (internal friction coefficient), τ the relaxation constant, K the compressibility module. (Point above means derivation according time.)

The stress (\mathbf{F}) and deformation (\mathbf{D}) tensors can be produced by means of the well-known addition:

$$\mathbf{F} = \mathbf{T} + \mathbf{T}_0 \text{ and } \mathbf{D} = \mathbf{E} + \mathbf{E}_0.$$

The work of the internal forces referred to the volume unit, i.e. the so-called *deformation work* can be deduced from the connection [2]:

$$\frac{d^{\circ}\mathcal{U}}{dt} = \mathbf{F} : \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \circ \mathbf{u}) \quad (2)$$

where \mathbf{u} is the displacement vector. It follows from the symmetry of the stress tensor that (2) can also be written in the following form:

$$\frac{d^{\circ}\mathcal{U}}{dt} = \mathbf{F} : \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{2} (\nabla \circ \mathbf{u} + \mathbf{u} \circ \nabla) \right] = \mathbf{F} : \dot{\mathbf{D}} \quad (2a)$$

resp.

$$\mathbf{F} : \dot{\mathbf{D}} = \sigma_x \dot{\varepsilon}_x + \sigma_y \dot{\varepsilon}_y + \sigma_z \dot{\varepsilon}_z + \tau_{xy} \dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \dot{\gamma}_{zx}. \quad (2b)$$

From the efficiency connection (2a), the deformation work will be

$$d^{\circ}\mathcal{U} = \mathbf{F} : \dot{\mathbf{D}} dt$$

and

$$\begin{aligned} \mathcal{U} &= \int_0^t \mathbf{F} : \dot{\mathbf{D}} dt = \int_0^t \mathbf{F} : \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dt = \int_0^t \mathbf{F} : d\mathbf{D} = \\ &= \int_0^{\mathbf{D}} (\sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \tau_{zx} d\gamma_{zx}) \end{aligned} \quad (4)$$

respectively.

The energy introduced into the material system (let us consider e.g. the pressure experiment of a test body) will be partly transformed into elastic *potential* energy, partly spent to overcome the internal friction, i.e.:

$$\mathcal{U} = \Phi + \mathcal{L} \quad (5)$$

where Φ is the potential energy (the work of elastic deformations), which can be regained at the cease (release) of loading, \mathcal{L} the dissipation energy that will be scattered during the work.

In another form we can divide the deformation work into two parts, too; namely into the distortion work \mathcal{U}' :

$$\mathcal{U}' = \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{T} : d\mathbf{E}, \quad (6)$$

and the work of volume change \mathcal{U}_0 :

$$\mathcal{U}_0 = \int_0^{\mathbf{E}_0} \mathbf{T}_0 : d\mathbf{E}_0, \quad (7)$$

where

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}' + \mathcal{U}_0. \quad (8)$$

According to our suppositions, isotropic volume change (deformation made in hydrostatic state) does not produce permanent deformations, therefore the following connections exist:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}' &= \Phi' + \mathcal{L}, \\ \mathcal{U}_0 &= \Phi_0, \end{aligned} \quad (9)$$

where $\Phi = \Phi' + \Phi_0$, i.e. one part of the energy spent for distortion will be stored as potential energy, another will be transformed into heat; the energy spent for volume change will be entirely stored as potential energy.

Uniaxial stress state

When determining the plasticity threshold, we shall compare our theoretical results with those of uniaxial experiments in laboratory, and therefore it is suitable to investigate some energy storing and transporting properties of the standard model in uniaxial stress state.

The material equation of the POYNTING—THOMSON body will be, in case of uniaxial stress state:

$$\begin{aligned} \sigma &= E\varepsilon + \lambda\varepsilon - \vartheta\sigma, \\ \sigma &= \frac{Em}{m-2}(\varepsilon + 2\varepsilon_\nu), \end{aligned} \quad (10)$$

where ε is the extension in stress direction, ε_ν in transversal direction, E the elasticity module, λ the linear viscosity coefficient (creeping coefficient), ϑ

the relaxation coefficient, m the *Poisson* number and

$$E = G2 \frac{m + 1}{m},$$

$$\lambda = 2\eta \frac{m + 1}{m},$$

$$\vartheta = 2\tau \frac{m + 1}{3m} + \frac{\eta}{G} \frac{m - 2}{3m},$$

The deformation work is:

$$\mathcal{W} = \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{F} : \mathbf{dD} = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon. \tag{11}$$

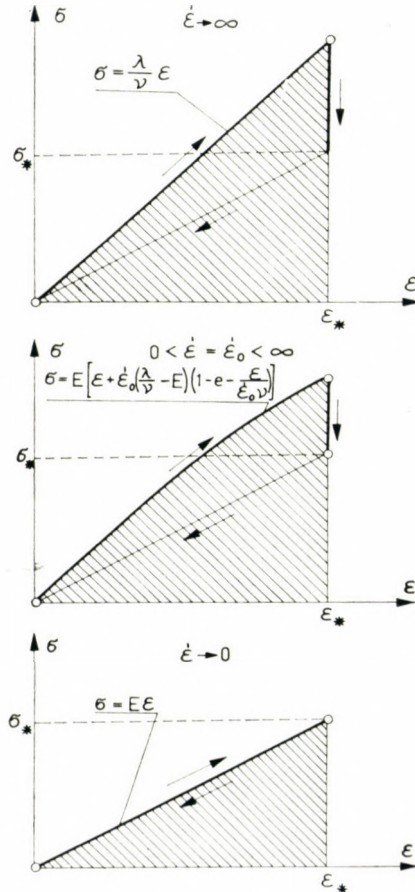


Fig. 1. Relaxation of stresses in case of different deformation velocities

Let us study two experiments and determine hereby the different kinds of energies.

Relaxation experiment. Let us subject a test body to a pressure experiment according to the following program:

Phase 1: The test body should be loaded with constant deformation velocity $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$ as long as it does not reach the extension value ε_* .

Phase 2: The deformations should be frozen at the value $\varepsilon = \varepsilon_*$ and the relaxation of the stress recorded.

Phase 3: The test body should be unloaded gradually.

The connections of the relaxation experiment were discussed and deduced in detail in the papers [9–11]. Here we show only the results on Fig. 1 for three different deformation velocities.

In the course of the experiment, the stresses will gradually decrease after the loading phase (1) to the stress values determined by HOOKE'S law and the test body will regain its original form, — if the plasticity boundary has not been exceeded.

The shaded area on the figure denotes the energy introduced into the system, the deformation work, the extent of which is in the three cases as follows:

$$\begin{aligned} \mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty} &= \int_0^{\varepsilon_*} \sigma d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_*} \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon d\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon_*^2, \\ \mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0} &= \int_0^{\varepsilon_*} E \left[\varepsilon + \dot{\varepsilon}_0 \left(\frac{\lambda}{E} - \vartheta \right) \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\dot{\varepsilon}_0 \vartheta}} \right) \right] d\varepsilon = \\ &= \frac{1}{2} E \varepsilon_*^2 + E \left(\frac{\lambda}{E} - \vartheta \right) \left[\dot{\varepsilon}_0 \varepsilon_* - \vartheta \dot{\varepsilon}_0^2 \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon_*}{\dot{\varepsilon}_0 \vartheta}} \right) \right], \\ \mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} &= \int_0^{\varepsilon_*} \sigma d\varepsilon = \int_0^{\varepsilon_*} E \varepsilon d\varepsilon = \frac{1}{2} E \varepsilon_*^2, \end{aligned} \quad (12)$$

and

$$\mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} \leq \mathcal{U} \leq \mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty}. \quad (13)$$

That is, *the work spent for the deformation of the body is the function of deformation velocity*; it is the greater, the quicker the prescribed deformation ought to be reached.

The energy released at unloading, which is equivalent with the potential energy stored in the system, — will be in each case

$$-\Phi = \int_{\varepsilon_*}^0 \sigma d\varepsilon = -\frac{1}{2} E \varepsilon_*^2. \quad (14)$$

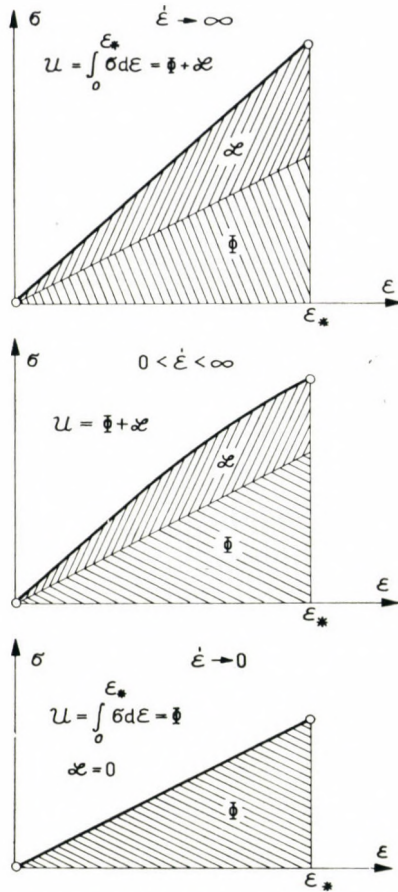


Fig. 2. Potential energy preserved in the material and the distribution of disperse energy in case of different deformation velocities

Following from the comparison of the connections (12) and (14), we will obtain for the energy spent to overcome the internal friction of the material which can be considered as a loss in the present case and will be transformed into heat during deformation:

$$\mathcal{L} = \mathcal{U} - \Phi. \tag{15}$$

The distribution of the potential energy and the energy dissipation is shown in Fig. 2. On its basis, the following conclusions can be drawn:

1. The work needed to the deformation of a body describable by the *standard* model is the greater, the quicker the deformation ought to be performed.
2. A minimum energy level exists at which the deformation work will be entirely transformed into potential energy. This minimum energy level occurs

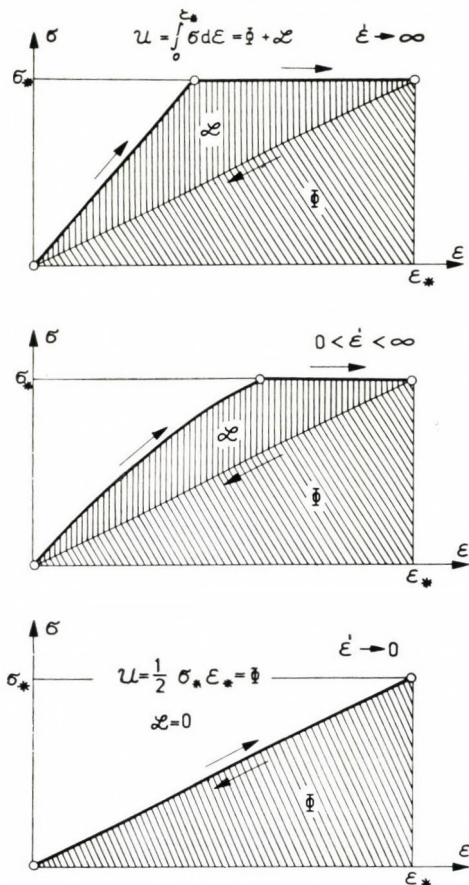


Fig. 3. Energy distribution in creeping experiments of different deformation velocities

at *standard* models in case of very slow deformations. In this case the internal parts in the material have time to be arranged, and in this case the mechanical change of state can be regarded as perfectly *reversible* or free of loss, — in a way that satisfies the requirements of practice.

3. The potential energy Φ belonging to a given deformation level has to be calculated according to HOOKE's law.

4. The dissipation energy \mathcal{L} belonging to a given deformation level is always a function of deformation velocity.

Creeping experiment. The above statements have also been proved by creeping experiments. Fig. 3 shows the curves $\sigma - \varepsilon$ corresponding to the following program of experiment:

Phase 1: The test body will be loaded with constant deformation velocity $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_0$ till the loading value σ_* .

Phase 2: The loading will be kept constant at the value $\sigma = \sigma_*$, i.e. it will not be increased, and the extension, that is the creeping of the test body, recorded.

Phase 3: The test body will be gradually unloaded.

Fig. 3 shows the phases loading, creeping and unloading at different deformation velocities. On the figure one can see the energy conditions, too, and draw the conclusions corresponding to the relaxation experiment.

For the determination of the boundary condition of plasticity, we also want to use the data of the uniaxial pressure experiment, since the plasticity condition corresponding to the spatial stress state must be, in extreme case, in agreement with the flowing condition deduced from the measurement results of the uniaxial experiment. It is therefore useful to quote the energetic connections of the uniaxial stress state.

The stress and deformation tensors and deviators, respectively, are in case of the one-axial pressure experiment the following:

$$\mathbf{F} = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad \sigma_0 = \frac{1}{3} \sigma, \quad \mathbf{T} = \begin{vmatrix} \sigma - \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} \sigma & 0 & 0 \\ \sigma - \frac{1}{3} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3} \sigma \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{vmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_v & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_v \end{vmatrix}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{3} \varepsilon + \frac{2}{3} \varepsilon_v,$$

$$\mathbf{E} = \begin{vmatrix} \varepsilon - \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_v - \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_v - \varepsilon_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{2}{3} (\varepsilon - \varepsilon_v) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} (\varepsilon_v - \varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} (\varepsilon_v - \varepsilon) \end{vmatrix},$$

and the energies referred to a volume unit can be calculated as follows:

The deformation work:

$$\mathcal{U} = \int_0^{\mathbf{D}} \mathbf{F} : \mathbf{dD} = \int_0^{\varepsilon} \sigma d\varepsilon.$$

The distortion work:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{W}' &= \int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{E}} \mathbf{T} : d\mathbf{E} = \int_{0,0}^{\varepsilon, \varepsilon_\nu} [(\sigma - \sigma_0) d(\varepsilon - \varepsilon_0) - 2\sigma_0 d(\varepsilon_\nu - \varepsilon_0)] = \\
 &= \int_{0,0}^{\varepsilon, \varepsilon_\nu} \left(\frac{4}{9} \sigma d\varepsilon - \frac{4}{9} \sigma d\varepsilon_\nu - \frac{2}{9} \sigma d\varepsilon_\nu + \frac{2}{9} \sigma d\varepsilon \right) = \\
 &= \frac{2}{3} \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon - \frac{2}{3} \int_0^{\varepsilon_\nu} \sigma d\varepsilon_\nu .
 \end{aligned} \tag{16}$$

The work of (elastic) volume change:

$$\mathcal{W}_0 = \Phi_0 = \int_{\mathbf{0}}^{\mathbf{E}_0} \mathbf{T}_0 : d\mathbf{E}_0 = 3 \int_0^{\varepsilon_0} \sigma_0 d\varepsilon_0 = \frac{1}{3} \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon + \frac{2}{3} \int_0^{\varepsilon_\nu} \sigma d\varepsilon_\nu . \tag{17}$$

The elastic deformation work:

$$\Phi = \int_0^\varepsilon E\varepsilon d\varepsilon = \frac{1}{2} E\varepsilon^2 . \tag{18}$$

The elastic distortion work:

$$\Phi - \Phi_0 = \frac{1}{2} E\varepsilon^2 - \frac{1}{3} \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon - \frac{2}{3} \int_0^{\varepsilon_\nu} \sigma d\varepsilon_\nu . \tag{19}$$

Plasticity condition at uniaxial stress state

For the determination of the boundary condition of plasticity we make use of the results of an experiment series carried out for other purposes; thus it can be assumed that it does not contain such distortions as the results of laboratory measurements carried out definitely for proving a hypothesis.

KŁECZEK discusses in his paper [6] a rheological deterioration experiment carried out on a test body from Silesian coal. It had the aim to determine the extreme stress of deterioration and to define the correlation connection expressing the extreme stress in dependence on deformation velocity. The measuring results are compiled in Table I.

Let us take from the table three data series corresponding to three different deformation velocities: to the greatest, to the smallest and to a medium one, and study them closely. Fig. 4 shows the values received at these three experiments as well as the approximation curves drawn to them. The figure suggests the following considerations:

1. Different stress-deformation connections are obtained in case of each different deformation velocity, thus the material investigated has rheological properties.

2. In case of the deformation velocity $\dot{\varepsilon} = 0.5 \text{ min}^{-1}$, a linear connection with good approximation (with 24.60 kp/cm^2 and 3.8% relative error) is received, thus the extreme case

$$\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$$

is approached in an acceptable manner by this case, thus corresponding so to the material equation of the standard medium, too:

$$\sigma = \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon \quad [\text{in case of } \dot{\varepsilon} \rightarrow \infty].$$

3. In case of the deformation velocity $\dot{\varepsilon} = 3 \cdot 10^{-6} \text{ min}^{-1}$, the connection $\sigma - \varepsilon$ can also be regarded as linear until a certain limit (in the range under the plasticity threshold; standard error; 5.4 kp/cm^2 , relative error: 1.68%), hence the experiment approaches in this case $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$, in correspondence to the connection

$$\sigma = E\varepsilon \quad [\text{in case of } \dot{\varepsilon} \rightarrow \infty]$$

and the material reveals properties corresponding to the standard model.

4. In case of the deformation velocity $\dot{\varepsilon} = 1.93 \cdot 10^{-4} \text{ min}^{-1} > 0$, the form of the stress-deformation curve corresponds to the *standard* model.

Summing up: The experimental results can be well approached by the standard model.

In the followings the three measurements mentioned will be closely studied again.

Deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$. The measured results of the slowest experiment are represented in Fig. 5. The last measured points show a flattening of the function, i.e. passing the plasticity threshold; so we left them unregarded in the correlation analysis.

The result received from the calculation is:

$$\sigma = E\varepsilon = 47\,474 \varepsilon.$$

Table I
Measured data of KŁECZEK's

Loading [kp/cm ²]	Deformation [10 ⁻⁴]						
	Deformation velocity [$\cdot 10^{-4}$ min ⁻¹]						
	0.031	0.062	0.146	0.316	0.728	1.93	3.16
0.0	0	0	0	0	0	0	0
71.4	13	13	13	11	11	10	5
142.8	30	26	24	23	22	19	11
214.2	45	43	36	36	32	28	17
285.7	61	54	52	46	41	40	26
357.1	75	66	61	57	51	48	33
428.5	89	81	70	67	63	59	40
500.0	105	97	83	81	75	68	51
571.4	122	114	96	92	86	80	62
642.8	137	129	113	103	96	89	72
714.2	161	147	130	121	108	100	84
785.7	184	170	148	135	122	111	95
857.1	—	197	181	159	138	128	108
868.0	240	—	—	—	—	—	—
900.0	—	231	—	—	—	—	—
918.7	—	—	207	—	—	—	—
928.5	—	—	—	—	160	143	120
930.0	—	—	—	181	—	—	—
973.8	—	—	—	—	183	—	—
1000.0	—	—	—	—	—	—	136
1016.2	—	—	—	—	—	167	—
1039.5	—	—	—	—	—	—	152

The interpretable interval of the straight line extends to the value

$$\varepsilon_{k0} = 13.7 \dots 15.0 \cdot 10^{-3}$$

then sets in the plastic state, thus one of the values lying in this interval can be accepted as the plasticity threshold of the case $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$. At a very small deformation velocity (as we have seen in the foregoing paragraph) the total energy introduced into the system will be stored as potential energy.

laboratory experiment [6]

Loading kp/cm ²	Deformation [10 ⁻⁴]						
	Deformation velocity [10 ⁻⁴ min ⁻¹]						
	5.38	8.87	27.2	54.1	109	1670	5000
0.0	0	0	0	0	0	0	0
71.4	5	5	6	6	6	6	6
142.8	11	10	11	10	11	11	13
214.2	20	18	16	15	18	17	19
285.7	27	26	25	22	26	24	26
357.1	35	34	32	29	34	31	33
428.5	41	41	39	35	43	35	40
500.0	48	46	48	42	46	42	47
571.4	51	55	55	49	53	47	52
642.8	67	63	61	54	60	56	57
714.2	75	69	67	61	65	60	62
785.7	85	76	75	67	73	67	68
857.1	99	84	82	73	76	73	74
928.5	113	92	89	80	83	79	82
1000.0	129	100	99	87	87	84	86
1071.4	—	113	105	93	92	91	92
1079.9	143	—	—	—	—	—	—
1112.3		122	—	—	—	—	—
1142.3			—	101	99	97	97
1153.3			118	—	—	—	—
1193.3				108	—	—	—
1214.2					106	—	103
1239.0					114	—	—
1273.3						104	—
1285.7							106
1330.4							112

Deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$. The results of the most rapid experiment and the corresponding correlation straight line are shown in Fig. 6. The last result was left unregarded in the analysis, since the value measured at last will anyway be uncertain due to the sudden deterioration of the test body at this great deformation velocity. The connection received is:

$$\sigma = \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon = 114\,991 \varepsilon,$$

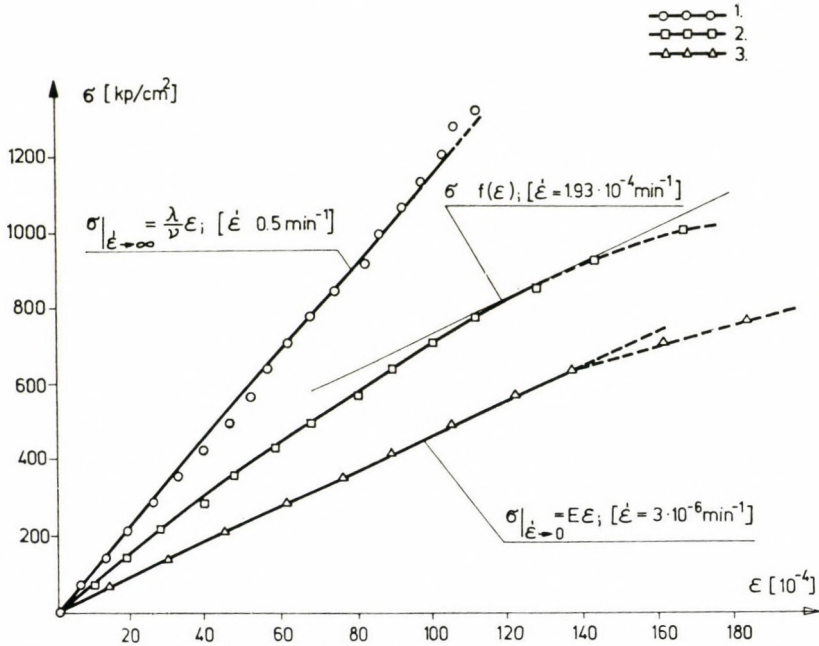


Fig. 4. Measuring results of uniaxial pressure experiment and the approximating curves

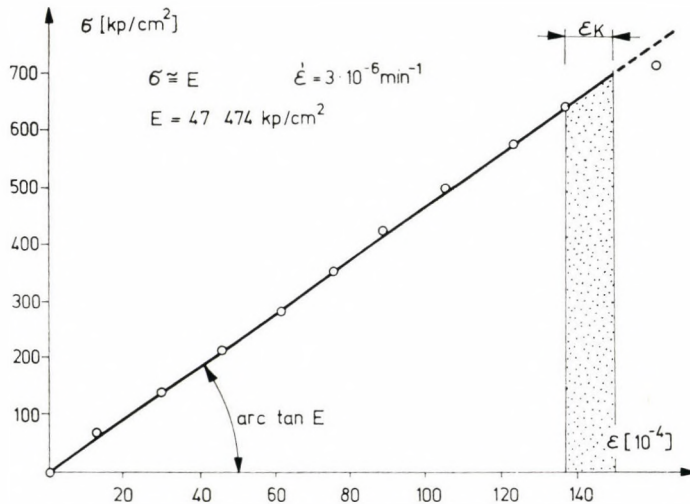


Fig. 5. Measuring results and correlation function in case of an experiment with very slow deformation velocity

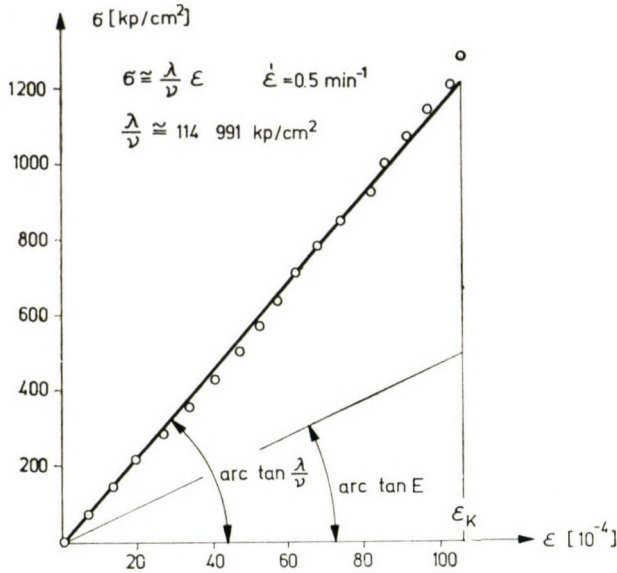


Fig. 6. Measuring results, correlation function and energy distribution in case of measurements at very high deformation velocity

and the specific extension corresponding to the deterioration value:

$$\epsilon_{k\infty} \approx 10.6 \cdot 10^{-3}$$

It can be seen from the straight line in Fig. 6 that *in case of a very high deformation velocity the material cannot pass into plastic state*. Namely, would the test body have been unloaded before deterioration, the return to the origin would have taken place along the same equation. Thus we can suppose that *in case of $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ the plasticity condition is equal to the failure condition*.

Deformation velocity $\dot{\epsilon} > 0$. The results of the experiment carried out with the deformation velocity $\dot{\epsilon} = 1.93 \cdot 10^{-4} \text{ min}^{-1}$ and the approximating curve are shown in Fig. 7. At the standard model the stress-deformation curve tends towards the asymptote with the pitch angle $\arctan E$. Therefore the limit of the elasticity range was taken, in case of this measurement, at the point where the curve bends back from the asymptote, i.e. at the value

$$\epsilon_k = 12.0 \dots 12.9 \cdot 10^{-3}.$$

Possible plasticity conditions. Comparing the results received in the three experiments we can see that e.g. the differences between the areas below the curves (the values of deformation work) are not too great. On this basis, the

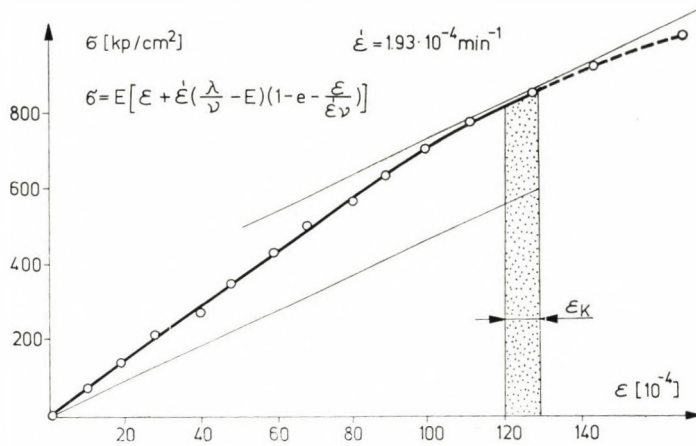


Fig. 7.

condition of plasticity in case of one-axial stress state could eventually be as follows:

The material is able only to a defined deformation work without permanent change in its structural elements, resp. arrangement of its elements.

Accordingly, the boundary condition of the transition into the plastic state is

$$\int_0^{\epsilon_k} \sigma d\epsilon = \mathcal{U}_k.$$

If, however, the distorting deformation \mathcal{U}' was determined in the above three experiments, a similar accordance can be observed, thus the condition

$$\mathcal{U}' \equiv \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{T} : d\mathbf{E} = \mathcal{U}'_k$$

could also be accepted as plasticity condition on the basis of the measurements.

The measured results give the threshold value of plasticity but with a certain divergence, i.e. error; the boundary condition can be determined only with an approximative character from the system of discrete $\sigma - \epsilon$ values received from the experiments with different deformation velocities. In Fig. 8 the enveloping curve of the possible plasticity boundary curves is shown. In the following we shall investigate, which of all the possible energetic conditions can be accepted from theoretical point of view and which show satisfactory accordance with the boundary curves obtained from experimental data.

*

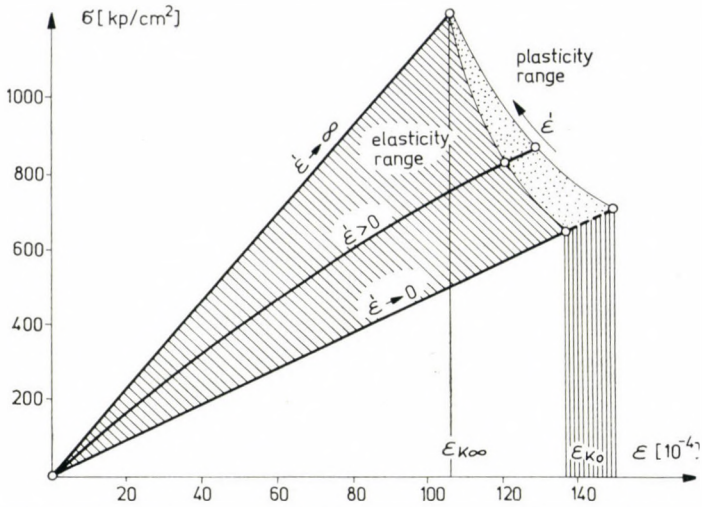


Fig. 8. Plasticity boundary curves probable on the basis of KLECZEK's experiments [6]

As we have seen, the connection between the energy introduced into the system — the work of internal forces — and the different kinds of energies divided into the parts causing purely distortion, resp. purely volume change, is as follows:

$$\mathcal{U} = \mathcal{U}' + \mathcal{U}_0 = \Phi + \mathcal{L},$$

$$\mathcal{U}' = \Phi' + \mathcal{L}, \quad \mathcal{U}_0 = \Phi_0.$$

In correspondence to this, the possible boundary conditions are the following:

1. The setting-in of the plastic state is the function of the elastic energy:
 - 1.1 The function of the elastic distortion work $[\Phi']$
 - 1.2 The function of the elastic volume change work $[\Phi_0]$
 - 1.3 The function of the elastic potential energy — the total elastic deformation work — $[\Phi = \Phi' + \Phi_0]$
2. It is the function of the dispersion energy \mathcal{L} .
3. It is the function of deformation work:
 - 3.1 The function of the distortion work $[\mathcal{U}' = \Phi' + \mathcal{L}]$
 - 3.2 The function of the volume change work $[\mathcal{U}_0 = \Phi_0]$
 - 3.3 The function of the deformation work $[\mathcal{U} = \mathcal{U}' + \mathcal{U}_0]$

1. Investigation of the plasticity condition as function of elastic deformation work

In the course of our investigation we shall discuss the cases of the uniaxial experiment in more detail: very slow and very quick deformations, be-

cause the connections are here much simpler and the deductions for the case $0 < \dot{\varepsilon} < \infty$ can be done analogously.

Deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$. In case of very small deformational changes the material equation will be, in a uniaxial stress state, simplified into

$$\sigma = E\varepsilon \quad (20)$$

Hooke's law, and from the volume change equation

$$\sigma = \frac{Em}{m-2} (\varepsilon + 2\varepsilon_\nu), \quad (21)$$

by substituting Eq. (20) into Eq. (21), the connection

$$\varepsilon_\nu = -\frac{\varepsilon}{m} \quad (22)$$

well-known from elasticity theory, can be derived for the transversal extension.

In case of elastic state, the total energy consumed will be stored as potential energy, hence

$$\mathcal{U} = \int_0^{\varepsilon_{k0}} \sigma d\varepsilon = \frac{1}{2} E\varepsilon_{k0}^2 = \Phi|_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} \quad (23)$$

where ε_{k0} denotes the extension belonging to the plasticity boundary in case of $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$.

On the basis of Eqs (16) and (17)

$$\mathcal{U}' = \frac{1}{3} E\varepsilon_{k0}^2 + \frac{1}{3} \frac{E}{m} \varepsilon_{k0}^2 = \frac{1}{3} E \frac{m+1}{m} \varepsilon_{k0}^2 = \Phi|_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0}, \quad (24)$$

and

$$\mathcal{U}_0 = \frac{1}{3} \int_0^\varepsilon \sigma d\varepsilon + \frac{2}{3} \int_0^{\varepsilon_\nu} \sigma d\varepsilon_\nu = \frac{1}{3} \frac{m-2}{2m} \varepsilon_{k0}^2 = \Phi_0|_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0}. \quad (25)$$

Fig. 9 shows, at different *Poisson* numbers, the division of the elastic deformation work into distortion and volume change parts.

Deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$. In this case the material equation corresponding to the one-axial stress state will be:

$$\sigma = \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon, \quad (26)$$

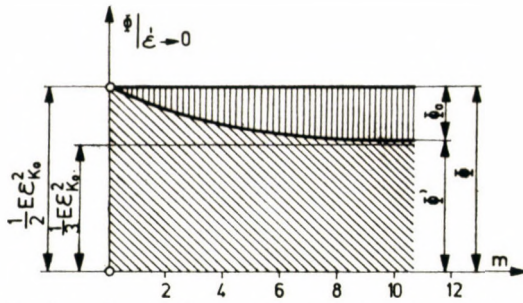


Fig. 9. Distribution of potential energy as a function of the Poisson number

and the transverse extension can be written from Eq. (21) by using Eq. (26) in the form:

$$\epsilon_v = \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\vartheta} \frac{m-2}{Em} - 1 \right) \epsilon. \tag{27}$$

Let us denote the specific extension corresponding to the boundary of plasticity by $\epsilon_{k\infty}$ in case of $\dot{\epsilon} \rightarrow \infty$. Then

$$\Phi |_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} E \epsilon_{k\infty}^2 \tag{28}$$

and, according of Eq. (17):

$$\begin{aligned} \Phi_0 |_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} &= \frac{1}{3} \int_0^{\epsilon_{k\infty}} \frac{\lambda}{\vartheta} \epsilon d\epsilon + \frac{2}{3} \int_0^{\epsilon_{k\infty}} \frac{\lambda}{\vartheta} \epsilon \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\vartheta} \frac{m-2}{Em} - 1 \right) d\epsilon = \\ &= \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda}{\vartheta} \right)^2 \frac{m-2}{Em} \epsilon_{k\infty}^2 \end{aligned} \tag{29}$$

and

$$\Phi' |_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} = [\Phi - \Phi_0] |_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} E \epsilon_{k\infty}^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda}{\vartheta} \right)^2 \frac{m-2}{Em} \epsilon_{k\infty}^2. \tag{30}$$

Let us investigate on the basis of Eqs (23) – (25) and (28)–(30) the boundary conditions expressible by the elastic deformation work.

Plasticity condition expressed by the potential energy

The boundary condition of plasticity determined by the elastic deformation says:

The boundary of the plasticity of rocks is determined by the threshold energy level Φ_k that can still be

absorbed by the material through elastic deformation.
 In other words: the rock remains in elastic state as long as

$$\Phi \equiv 2G \int_0^{\mathbf{E}} \mathbf{E} : d\mathbf{E} + 3K \int_0^{\mathbf{E}_0} \mathbf{E}_0 : d\mathbf{E}_0 \leq \Phi_k \tag{31}$$

In accordance with this, the condition

$$\Phi |_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty} = \Phi |_{\dot{\epsilon} > 0} = \Phi |_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} = \Phi_k$$

must be fulfilled on the boundary of plasticity. This gives, by using Eqs (23) and (28), the connection

$$\frac{1}{2} E \epsilon_{k\infty}^2 = \frac{1}{2} E \epsilon_{k0}^2$$

and the condition

$$\epsilon_{k0} = \epsilon_{k\infty} \tag{32}$$

respectively; i.e. in this case the setting-in of the plastic state is independent from the deformation velocity or time factor.

In Fig. 10 the deformations ϵ_{k0} , $\epsilon_{k\infty}$ taken on the basis of the data of the one-axial experiment, further the boundary condition (boundary curve) corresponding to (32) are drawn with a thick line, and the boundary condition

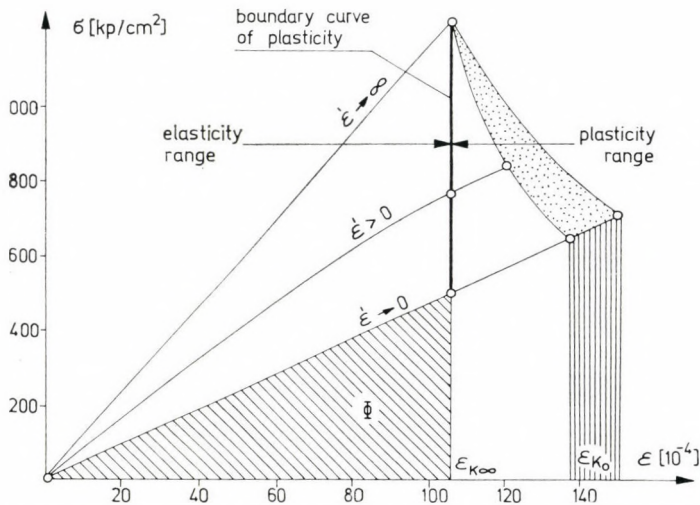


Fig. 10. Plasticity boundary (continuous line) belonging to the condition $\Phi = \Phi_k$ compared with results of the experiments

interval taken as probable from the experimental data, with a thin line. On the basis of the curves (considerably differing from each other) visible in the figure, it seems probable that the plasticity boundary is not a function of the elastic potential energy stored in the material and hence (31–32) cannot be accepted as a boundary condition.

This statement is sensibly not convincing enough. KŁECZEK's experiments do not support this hypothesis indeed, but it may happen that it can be accepted as a correct and probable condition when investigating other materials. This also means that accepting or rejecting the plasticity condition cannot be based on laboratory experiments alone. If the hypothesis discussed is theoretically permissible (namely, if it does not hurt any physical law), then it may be possible that it cannot be applied to the material investigated, but means a real plasticity condition for other materials. On the other side, if its application cannot be permitted on the basis of theoretical considerations, it cannot be accepted without reserve even in cases when it has been proved or seemed to be strongly probable, and can be used at most only temporarily, for lack of a better plasticity condition, but can by no means be regarded as a real boundary condition.

On the basis of this sequence of ideas we can reject the supposition that the setting-in of plasticity state is the law of elastic deformation work alone. Fig. 10 shows clearly, namely, that this boundary condition is, in case of the *standard model*, not an energy condition in fact, but a deformation condition, — the principle of maximum deformation, — so it does not belong to the theories of energetics. Thus its rejection as plasticity boundary condition is reasonable from theoretical point of view, too.

Plasticity condition expressed by the work of elastic volume change

It is generally accepted that the hydrostatic stress state producing volume change alone, never produces either plastic deformation or deterioration in the material. This follows from the experimental results, too. Namely, from the condition

$$\Phi_0 \Big|_{\dot{\epsilon} \rightarrow 0} = \Phi_0 \Big|_{\dot{\epsilon} \rightarrow \infty}$$

by means of formulae (25) and (29) the connection

$$\varepsilon_{k0} = \frac{\lambda}{\partial \mathbf{E}} \varepsilon_{k\infty}$$

is obtained, the boundary curve of which is presented in Fig. 11. This shows the irreality of the boundary curve obtained on the basis of the supposition. In other words: the principle of elastic volume change work cannot be accept-

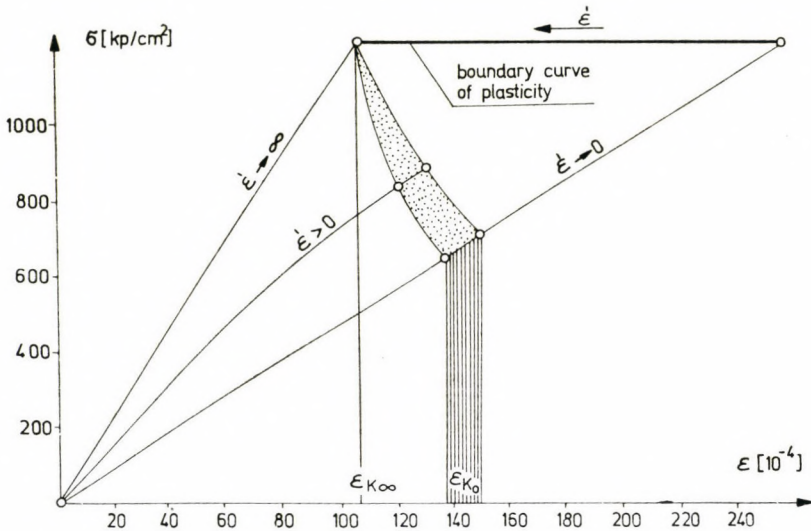


Fig. 11 Plasticity boundary curve corresponding to the condition $\Phi_0 = \Phi_{0k}$

ed as the boundary condition of plasticity, because it is disproved by both
 — practical experiments and
 — experimental results shown.

Such a boundary condition does not correspond to

— theoretical premissae,

since this is not an energetical, but a stress boundary condition, as proved by Fig. 11.

Plasticity condition expressed by the elastic distortion work

From the condition

$$\Phi' = \text{constant} = \Phi'_k$$

by making Eqs (29) and (30) equal to each other, we can deduce the connection

$$\varepsilon_{k0} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{m+1} \left[3m - \left(\frac{\lambda}{\partial E} \right)^2 (m-2) \right]} \varepsilon_{k\infty}. \quad (33)$$

The boundary curves corresponding to (33) are shown in Fig. 12. It can be seen from here that the experimental data contradict to the condition. In case of *Poisson* numbers satisfying the condition

$$3m > \left(\frac{\lambda}{\partial E} \right)^2 (m-2)$$

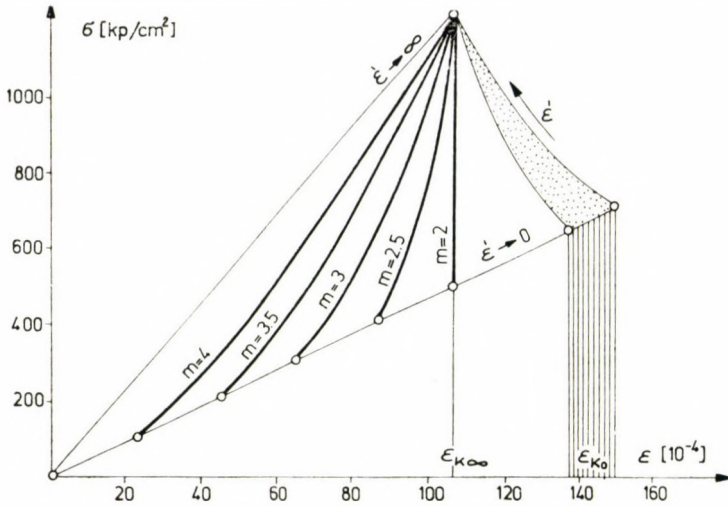


Fig. 12. Plasticity boundary curve belonging to the condition $\Phi' = \Phi'_k$ as a function of the Poisson number

(cca above $m = 5$), (33) has no real solution and cannot be accepted theoretically either. Thus, this condition has to be rejected, too, and consequently the statement can be made that the development of plastic state is not determined by the elastic distortion work.

2. Plasticity condition as function of energy spent to overcome internal friction

The dissipation energy, the heat released in the material in course of doing work, cannot be characteristic for the plasticity threshold of the material. It can be seen in Fig. 2, namely, that in case of slow deformation velocity ($\dot{\epsilon} \rightarrow 0$) $\mathcal{L} = 0$, i.e. it would follow from condition

$$\mathcal{L}(\dot{\epsilon}) = \mathcal{L}_k$$

that in case of $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$ the material could not pass into plastic state due to the effect of any loading and deformation, what, on the one hand, would contradict to well-known facts and, on the other, its generalization would lead to the absurd condition $\mathcal{L} = 0$.

3. Plasticity condition as function of internal forces

As a result of the analyses in points 1 and 2, it can be stated that the plastic state can be a function of deformation work (elastic and dissipation energy together) alone.

For sake of analysis let us recall the connections of deformation work:
In case of deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$:

$$\mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} = \frac{1}{2} E \varepsilon_{k0}^2, \quad (23)$$

$$\mathcal{U}_0 |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} = \frac{1}{3} E \frac{m-2}{2m} \varepsilon_{k0}^2, \quad (24)$$

$$\mathcal{U}' |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow 0} = \frac{1}{3} E \frac{m+1}{m} \varepsilon_{k0}^2. \quad (25)$$

In case of deformation velocity $\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$:

$$\mathcal{U} |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\vartheta} \varepsilon_{k\infty}^2, \quad (34)$$

$$\mathcal{U}_0 |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty} = \frac{1}{6} \left(\frac{\lambda}{\vartheta} \right)^2 \frac{m-2}{Em} \varepsilon_{k\infty}^2, \quad (29)$$

$$\mathcal{U}' |_{\dot{\varepsilon} \rightarrow \infty} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\vartheta} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\lambda}{\vartheta} \frac{m-2}{Em} \right) \varepsilon_{k\infty}^2. \quad (35)$$

Plasticity condition expressed by deformation work

We have already seen in the foregoing part that, on the basis of the experimental data,

$$\mathcal{U} = \text{constant} = \mathcal{U}_k \quad (36)$$

can be taken with probability as boundary condition.

By using Eqs (23) and (34), the connection

$$\varepsilon_{k0} = \sqrt{\frac{\lambda}{\vartheta E}} \varepsilon_{k\infty} \quad (37)$$

can be deduced. The corresponding boundary curve can be seen in Fig. 13. This curve comes near to the upper limit of the possible interval, and the difference could have been eventually attributed to measuring errors; nevertheless, it cannot be accepted as boundary condition. Making an experiment in mind, namely, we shall find a contradiction which is not in accordance with our practical knowledge.

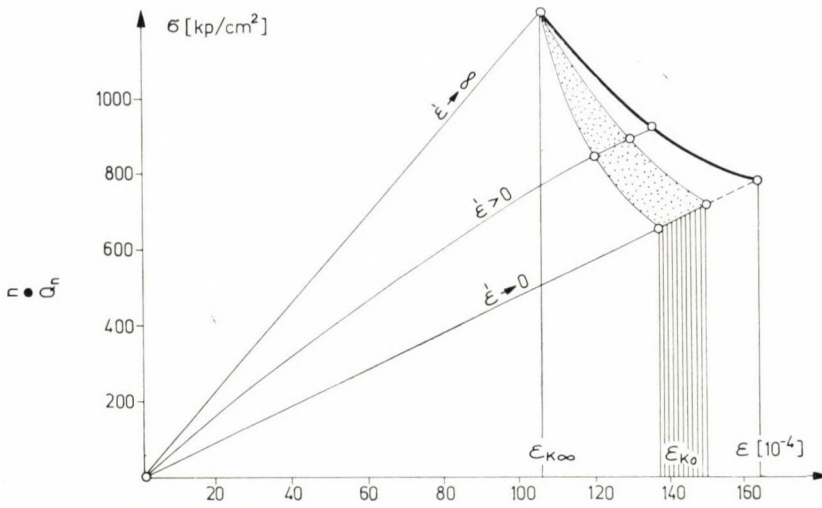


Fig. 13. Plasticity boundary curve belonging to the condition $\mathcal{U} = \mathcal{U}_k$

Is the body hydrostatically loaded, the deformation work

$$\mathcal{U} = 3 \int_0^{\epsilon_{k0}} \sigma_0 d\epsilon_0 = 9K \int_0^{\epsilon_{k0}} \epsilon_0 d\epsilon_0 = \frac{9}{2} K \epsilon_{k0}^2 = \mathcal{U}_0 = \Phi_0$$

will be entirely transformed into elastic (volume changing) potential energy that cannot bring about a plastic state, as commonly known. Thus also hypothesis (36) must be rejected, too. It is worth, however, of studying the hydrostatic stress state from energetic aspect more closely.

According to equation

$$\sigma_0 = 3K\epsilon_0 = K\theta$$

the specific volume change θ is proportional to the stress causing it. The hydrostatic pressure experiments showed, however, the existence of a boundary deformation, depending on the material beyond which the volume of the material cannot be decreased, i.e. beyond that boundary the material can be regarded as “incompressible”. This boundary is shown for different *Poisson* numbers in Fig. 14.

The literature dealing with plasticity generally assumes the incompressibility of the medium in case of a well-developed plastic state. This, however, does not mean the plasticity boundary at all, because, e.g. according to Fig. 14, in case of a *Poisson* number $m = 2$, a plastic state could never develop, this, however, contradicts our experiences. Whereas the existence of a boundary

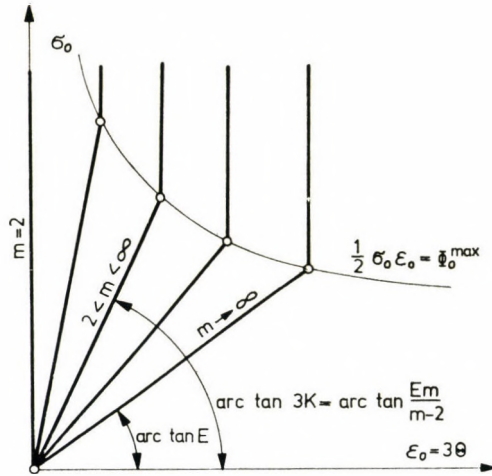


Fig. 14. The material equation of volume change in case of different Poisson numbers and the limit of compressibility

state can be supposed which can be described with the condition

$$\Phi_0 = \Phi_0^{\max} \tag{38}$$

and this divides the plastic state into two parts, namely the plastic range in case of

$$\Phi_0 < \Phi_0^{\max},$$

and the range of totally developed plastic state in case of

$$\Phi_0 = \Phi_0^{\max},$$

Plasticity condition expressed by deformation work

After the analyses carried out so far only this energetic condition remained, suitable to determine the plasticity threshold:

$$\mathcal{U}' = \text{constant} = \mathcal{U}'_k. \tag{39}$$

All other working hypotheses have contained theoretical contradictions, and most of them contradicted practical facts, too. Even for this only reason we should have already found that we have to accept the theory of *distorting deformation work* as threshold value, even if the experimental results of [6] would not prove this. In this case the reasons of deviation ought be looked for in the experiment.

Let us study Eq. (39) in the light of KŁECZEK's laboratory results.

Between the deformation values belonging to the plastic state, the following connection can be deduced from Eqs (24) and (35):

$$\varepsilon_{k0} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\lambda}{E\vartheta} \frac{1}{m+1} \left[3m - \frac{\lambda}{\vartheta E} (m-2) \right]} \varepsilon_{k\infty} \quad (40)$$

By taking both extreme values of m into consideration, this equation will take the forms

$$\varepsilon_{k0} |_{m=2} = \sqrt{\frac{\lambda}{\vartheta E}} \varepsilon_{k\infty},$$

$$\varepsilon_{k0} |_{m \rightarrow \infty} = \sqrt{\frac{3}{2} \left(\frac{\lambda}{\vartheta E} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda}{\vartheta E} \right)^2} \cdot \varepsilon_{k\infty}.$$

In course of KŁECZEK's experiments the *Poisson* number of the rock samples has not been determined, hence an exact comparison is not possible. Substituting the values

$$\frac{\lambda}{\vartheta} = 114\,991 \text{ kp/cm}^2, \quad E = 47\,474 \text{ kp/cm}^2$$

$$\varepsilon_{k\infty} = 10.6 \cdot 10^{-3}, \quad \varepsilon_{k0} = 13.7 \dots 15.0 \cdot 10^{-3}$$

received from the experiments into connection (40) one obtains for m :

$$m = 2.96 \dots 4.32;$$

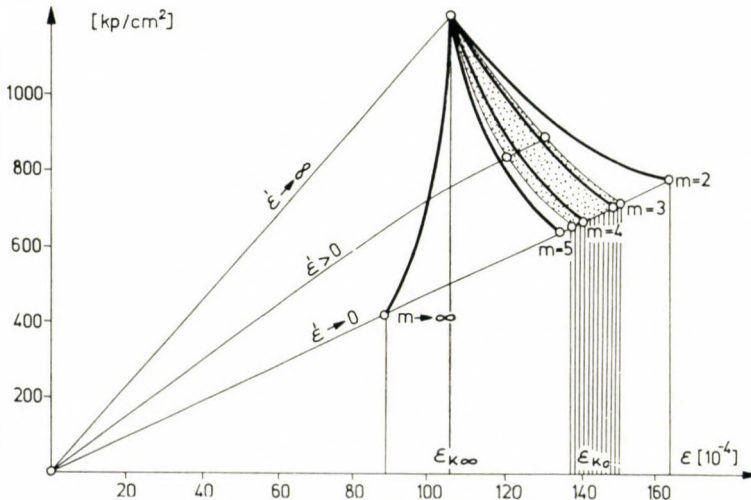


Fig. 15. Plasticity boundary curves belonging to the condition $\varpi' = \varpi'_k$ in case of different *Poisson* numbers

This means that (39) can be taken as real plasticity condition on the basis of measured data. On the other side, following from theoretical considerations, (39) is the only real energetic condition.

The possible boundary curves for the different *Poisson* numbers are shown in Fig. 15.

Summary

In course of the investigation of the developing conditions of plastic state we started from the basic physical assumption that the setting-in of plastic state is not in direct connection with the stress state and the deformations, but with the working (energy absorbing) capacity of the material.

Having analyzed all energetic possibilities, a single condition could have been found which fulfilled the theoretical considerations as well as proved to be probable on the basis of experimental data. This plasticity condition is as follows:

The material remains in an elastic as long as the distortion work of the energy introduced into the material system (in dependence of the material-characteristics) does not reach a \mathcal{W}'_k boundary value, since the structural elements of the material cannot bear greater energies without permanent deformation. Thus, the conditions of the development plastic state is:

$$\mathcal{W}' \equiv \int_0^E \mathbf{T} : d\mathbf{E} \geq \mathcal{W}'_k. \quad (41)$$

Accordingly, the following ranges can be distinguished within the interval of continuous deformations:

Range of elasticity. Within this range mechanical changes of state are reversible in the sense that the body will regain its original form after unloading. (Theoretically, however, the work spent to deformation can only be regained without loss in the loading case of $\dot{\epsilon} \rightarrow 0$.) The condition of elastic deformation is:

$$\mathcal{W}' = \int_0^E \mathbf{T} : d\mathbf{E} < \mathcal{W}'_k. \quad (42)$$

Range of plastic state. The body comes into a plastic state, if

$$\mathcal{W}' \equiv \int_0^E \mathbf{T} : d\mathbf{E} \geq \mathcal{W}'_k. \quad (41)$$

Range of totally developed plastic state. If the body is unable for further volume change (is incompressible), the work of elastic volume change has reached the maximum energy level preservable by the material:

$$\Phi_0 \equiv \int_0^{\mathbf{E}_0} \mathbf{T}_0 : d\mathbf{E}_0 = \Phi^{\max}$$

then we can speak about the totally developed plastic state.

At the beginning of the paper, in the part "preliminary remarks", all possibilities of the separation of elastic and plastic states were enumerated and we referred our investigations to the most general case, i.e. we supposed that over a certain energy level the material comes into a plastic state. This includes the special case, too, where elastic and plastic deformations occur already beginning from very small deformations, since then

$$\mathcal{U}'_{\kappa} = 0.$$

In Fig. 16 the boundary energies and the corresponding elasticity and plasticity intervals are illustrated for the case of steady energy input.

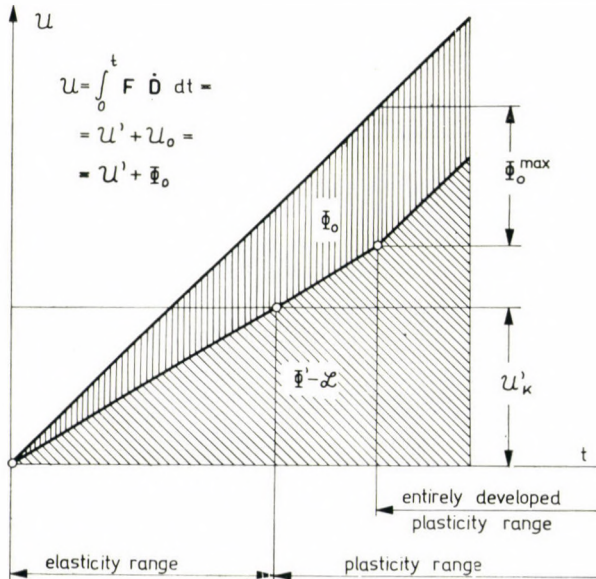


Fig. 16. Elasticity and plasticity intervals in case of steady energy input

REFERENCES

1. ASSZONYI, Cs.: On a new theory of rock mechanics. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 8 (1974), 312—322.
2. ASSZONYI, Cs.: Mechanical theory of Continua. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 8 (1974), 323—360.
3. ASSZONYI, Cs.: A kőzetmechanika egy új felfogásáról I—III. (On a new concept of rock mechanics), *Bányászati és Kohászati Lapok — Bányászat*, 107 (1974), 145—150, 250—259, 325—332.
4. ASSZONYI, Cs.—RICHTER, R.: Extreme plasticity conditions of rocks. Manuscript in Hungarian. Tatabánya, 1971.
5. ASSZONYI, Cs.—RICHTER, R.: Bevezetés a kőzetmechanika reológiai elméletébe (Introduction to the rheology theory of rock mechanics). Vol. I. NIM Továbbképző Központ Esztergom, 1974.
6. KŁECZEK, Z.: Wpłyn czasu na wytrzymałość skal. Zeszyty Naukowe Akademii Górniczo-Hutniczej, Gornictwo Z — 15, Kraków 1969, 67—73.
7. DRUCKER, D. C.: Some implications of work hardening an ideal plasticity. *Quart. Appl. Math.*, 7 (1950), 411—418.
8. PRAGER, W.—HODGE, P. G. jr.: Theory of perfectly plastic solids. New York, 1951.
9. ASSZONYI, Cs.—HUSZÁR, I.—KAPOLYI, L.: Kőzetállandók laboratóriumi meghatározása kúszásvizsgálattal (Determination of rock constants in laboratory by creeping investigations). *Tatabányai Szénbányák Műszaki Közgazdasági Közleményei*, 4 (1971), 177—182.
10. ASSZONYI, Cs.—KAPOLYI, L.—RICHTER, R.: Kőzetek mechanikai jellemzőinek laboratóriumi meghatározása. (Determination of mechanical characteristics of rocks in laboratory). *Tatabányai Szénbányák Műszaki Közgazdasági Közleményei*, 1 (1972), 16—23.
11. ASSZONYI, Cs.—CSORBA, L.—HUSZÁR, I.—MÜLLER, Z.—KAPOLYI, L.—RICHTER, R.: Kőzetállandók laboratóriumi meghatározása relaxációs vizsgálattal (Laboratory determination of rock constants by relaxation investigations). *Tatabányai Szénbányák Műszaki Közgazdasági Közleményei*, 4 (1974), 163—169.

СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИЧНОСТИ И РАЗРУШЕНИЕ ПОРОД

I. ПРЕДЕЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ ПОРОД
Ч. АССОНИ—Р. РИХТЕР

РЕЗЮМЕ

Авторы в своей трехчастной статье провожают изменения механического состояния мантии пород около горных выработок от упругого состояния через состояние пластичности вплоть до разрушения.

Ход мыслей статьи [1—2], дающей общее описание вещественного поведения породы вследствие различных механических воздействий, обобщение участвующего в движении вещества очень пригодна для аппликации механики пород. В статье уже находится ссылка, что анализ транспорта и баланса энергии дает возможность для включения отдельных состояний движения (деформаций) в единую систему, для раскрытия причин и условий их образования. Условия предельных состояний — пластичное течение, разрушения, разломы — задавались конвенциональными теориями в раздельности, как теории разлома и пластичности, поддержавшись в основном на рабочие гипотезы и эмпирические зависимости. Наша серия статей вместе со статьей [1—2] имеет цель доказать, что данная материальная система — в нашем случае область, возмущенная горными выработками — т. е. ее механическое поведение может быть описано и объяснено единой теорией, независимо от того, что речь идет либо о малых или больших деформациях, либо о медленных или высокоскоростных изменениях фигуры, либо об упругом или пластичном состоянии.

AZIMUTBESTIMMUNG HOHER GENAUIGKEIT MIT SONNEN-BEOBACHTUNG

GY. ALPÁR—GY. SZÁDECZKY-KARDOSS

GEODÄTISCHES UND GEOPHYSIKALISCHES FORSCHUNGSINSTITUT DER UNGARISCHEN
AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, SOPRON

E. BOD

INSTITUT FÜR VERMESSUNGSWESEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 22. August 1975]

Mit der Anwendung von neuen instrument- und meßtechnischen Möglichkeiten kann bei der Azimutbestimmung mittels Sonne eine hohe Genauigkeit erzielt werden.

Der Mittelwert der 40 Meßsätze dieser Methode weicht von dem in 12 Sätzen mit Polarstern-Beobachtungen erzielten Meßergebnis nur um 0,28" ab.

Die Azimutbestimmung mit Hilfe der Sonne wird allgemein nicht für eine genaue Methode gehalten. SCHÄDLICH berichtete bereits in seiner Arbeit [13] von der Azimutbestimmung der Dreiecksseiten II. Ordnung mit Sonnen-Beobachtung, bei welcher Versuchsmessungen mit einem Wild Theodolit T4 und einer Quarzuhr durchgeführt wurden. Man kann über ähnliche Untersuchungen auch in der Arbeit von HUSTI [9] lesen, bei welchen aber die Versuchsmessungen mit einem, mit Roelofs Prisma versehenen Theodolit Wild T2 und dementsprechend mit geringeren Genauigkeits-Anforderungen durchgeführt wurden. In beiden Fällen wurde die sog. Zeitazimut-Methode (siehe Abschnitt 1.1) angewendet und die Ergebnisse der Versuchs-Messungen wurden mit dem, mit Hilfe des Polarsterns (bzw. mit verschiedenen Methoden) bestimmten Azimut verglichen. Dieser Vergleich weist auf das Vorhandensein von ungeklärten Fehlerquellen bei beiden Messungen hin und so schien die Durchführung von weiteren Versuchsmessungen für berechtigt.

Bei unseren Untersuchungen zur Bestimmung des Sonnen-Azimuths dachten wir auch die Einführung von solchen neuen meß- und rechentechnischen Möglichkeiten (siehe in diesem Zusammenhang z.B. [4]), die die bisherigen, zweifellos umständlichen Meß- und Berechnungsarbeiten wesentlich vereinfachen. So treten die arbeitsorganisatorischen Vorteile der bei Tageslicht durchführbaren genauen Azimutbestimmung wieder in den Vordergrund. In diesem Zusammenhang soll noch eigens erwähnt werden, daß unlängst (1973) die Studiengruppe 6E der FIG schon die Konstruierung von Kreiseltheodoliten mit einer Azimutbestimmungs-Genauigkeit von $\pm 1'' - \pm 2''$ vorschlug. Bei der Bestimmung der Instrumentenkonstante von Kreiseltheodoliten so großer Genauigkeit, bzw. bei deren zeitweiliger Kontrolle, besteht eine vorteilhafte Möglichkeit zur Azimutbestimmung mit Sonnen-Beobachtung.

I

Die Methoden und Instrumente der mit Hilfe der Sonne durchgeführten Azimutbestimmung sind in der Fachliteratur eingehend erörtert (siehe z.B. [12]). Die im Laufe der hier zu erörternden Prüfungen aufgetauchten praktischen Probleme geringerer bzw. größerer Bedeutung rechtfertigen die ausführlichere Beschreibung unserer Methode, des Instrumentes und des Meßverfahrens. Damit soll auch die Einführung der Sonnen-Azimut Bestimmung in der Praxis gefördert werden.

1.1. Die Theorie der Zeitazimut-Messung mit Hilfe der Sonne

Die Zeitazimut-Bestimmung mit Hilfe der Sonne ist in die Gruppe der indirekten Methoden einzureihen [5]. Bei dieser Methode wird bei der Anzielung der Mitte der Sonnen-Scheibe mittels Theodolit gleichzeitig die Uhrzeit (U) abgelesen, und es wird sowohl bei der Sonnen-Anzielung (V_p) als auch bei der Anzielung des terrestrischen Punktes (V_T) am Theodolit eine horizontale Kreisablesung durchgeführt.

Vor und nach der Messung wird durch Zeitsignal-Empfang der Uhrstand festgestellt, der bei der Anwendung einer in Sternzeit gehender Arbeitsuhr mit folgender Formel berechnet werden kann:

$$\begin{aligned} \Delta U = & UTO + \Theta_{0,Gr} + \tau_{111}UTO^h - \lambda_e - U_0 + (UT2 - UTC) + \\ & + (UTC - \text{Sign}) - \Delta\lambda - \Delta T_s + \frac{UT}{24} \Delta(N' + N'') + v \end{aligned} \quad (1)$$

worin:

- UTO = das registrierte Zeitsignal (oder der Mittelwert der registrierten Signale),
 U_0 = die im Zeitpunkt des Zeitsignals an den Arbeitsuhren abgelesene Zeit (oder der Mittelwert mehrerer Zeitsignal-Ablesungen),
 $\Theta_{0,Gr}$ = scheinbare Sternzeit um 0^h Weltzeit (Apparent Sideral Time),
 τ_{111} = der Multiplikationsfaktor bei der Umrechnung von mittlerer Zeit auf Sternzeit (Wert: $9,856\ 47^{s/h}$),
 λ_e = genauer Wert der geographischen Länge des Standpunktes,
 $(UT2 - UTC)$, $(UTC - \text{Sign})$ = die auf UTC bezogenen Zeitsignal-Korrekturen,

$$\Delta\lambda = \frac{\text{tg } \varphi}{15} (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \quad (2)$$

die Korrektur wegen der Polschwankung

- $\Delta(N' + N'')$ = tägliche Änderung der Gleichung des Äquinoktien (Equation of Equinoxes)
 ΔT_s = Verbesserung für Schwankungen der Rotationsgeschwindigkeit der Erde
 v = durch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Radiowellen verursachte Laufzeitverbesserung

bezeichnen.

Der Wert des Uhranges j wird aus wenigstens zwei Zeitsignalempfängen berechnet:

$$j^{\text{s/h}} = \frac{\Delta U_2 - \Delta U_1}{UTO_2 - UTO_1} \quad (3)$$

Somit können die Durchgangszeiten sämtlicher Sonnen-Beobachtungen mit der Formel:

$$H1 = U + \Delta U_1 + j(U - U_0) \quad (4)$$

berechnet werden. Danach werden die Durchgangszeiten auf Ephemeridenzeit umgerechnet:

$$E = H1 + \lambda_e - \Theta_{0,\text{Gr}} - \tau_{11}(H1 + \lambda_e - \Theta_{0,\text{Gr}})^h + \Delta T \quad (5)$$

worin $\tau_{11} = 9,82956^{\text{s}}$ (Umrechnung von Sternzeit auf mittlere Zeit),
 ΔT = Ephemeriden-Korrektion ist.

Der Stundenwinkel der Sonne wird mit der Formel:

$$T1 = H1 - R4 \quad (6)$$

berechnet, worin ($R4$) die Rektaszension der Sonne im Zeitpunkt der Messung bezeichnet. Der Azimut der Mitte der Sonnenscheibe ist im Zeitpunkt der Messung:

$$\text{tg}(A3) = \frac{\sin(T1)}{\sin \varphi_e \cos(T1) - \cos \varphi_e \text{tg}(D4)} \quad (7)$$

worin φ_e = den genauen Wert der geographischen Breite des Standpunktes und

($D4$) = die Deklination der Sonne im Zeitpunkt der Messung bedeuten.

Es sei bemerkt, daß die auf die Ephemeridenzeit E bezogenen Werte von ($R4$) und ($D4$) aus dem Astronomischen Jahrbuch durch Interpolation abgeleitet werden müssen.

Der nach Süden orientierte Azimut-Wert des terrestrischen Punktes kann mit der Gleichung:

$$A = A3 + V_T - V_P - i \cdot \text{ctg } z + abb \quad (8)$$

berechnet werden, worin:

V_T = die auf den terrestrischen Punkt bezogene horizontale Kreisablesung,

V_P = auf die Sonnen-Beobachtung bezogene horizontale Kreisablesung,

i = Quer-Komponente der Stehachsenschiefe bei der Sonnen-Anzielung,

$$\sin z = \frac{\sin(T1) \cos(D4)}{\sin(A3)} \quad (9)$$

abb = Verbesserung wegen der täglichen Aberration

bezeichnen.

Zur Klärung des Vorzeichens des erwähnten Quer-Komponenten der Stehachsenschiefe soll Abb. 1 in Betracht gezogen werden. Hier bedeutet Z_2O die Richtung der Lotlinie, worauf die Horizontebene rechtwinkelig ist. Z_1O bedeutet die augenblickliche Position der Instrumenten-Stehachse, und die in $E_1Z_2W_1$ Vertikale fallenden Komponenten der Achsenschiefe soll mit i bezeichnet werden. Zwecks einfacherer Übersicht sei vorausgesetzt, daß sich die Sonne während der Beobachtung in der SZ_1N Meridianebene befindet, ferner, daß die räumliche Lage des Instrumentes festgelegt ist, und daß die $(i \cdot \text{ctg } z)$ Korrektur zum Richtungswert V_P addiert wird, um den richtigen Richtungswert zu erhalten. Dies bedeutet laut Abbildung soviel, daß anstatt der Richtung 1, in der Tat die mit 2 bezeichnete, fehlerhafte Richtung eingestellt wird. Laut unserer Abbildung ist dies nur in jenem Falle möglich, wenn der östliche Ast E_2W_2 über dem Horizont liegt.

Falls das \emptyset Ende der mit durchlaufender Einteilung versehenen Alhidenlibelle auf der Seite des *Höhenkreises* ist, so sind in östlicher Höhenkreis-Lage $l_{E,1}$, $l_{E,2}$ die Ablesungen der beiden Enden der Blase. In der nächsten Fernrohrlage, d.h. wenn der Höhenkreis (und das \emptyset Ende) in die westliche Fernrohrlage gelangt, so sind $l_{W,1}$ und $l_{W,2}$ die abgelesenen Werte der Blasenenden, und so ist nach der im Seitenriß dargestellten Skizze der Abb.:

$$\text{sg } i = +, \text{ falls } (l_{W,1} + l_{W,2}) > (l_{E,1} + l_{E,2}) \quad (10)$$

und die auf die Sonnen-Richtung bezogene Quer-Komponente der Stehachsenschiefe:

$$i = \frac{\tau}{4} [l_{W,1} + l_{W,2} - (l_{E,1} + l_{E,2})]. \quad (11)$$

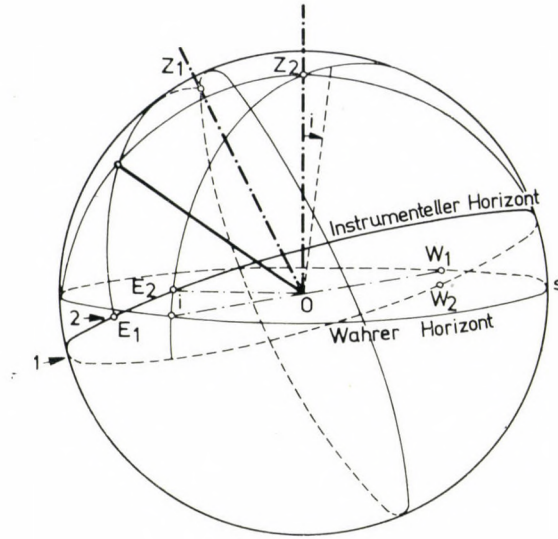


Abb 1.

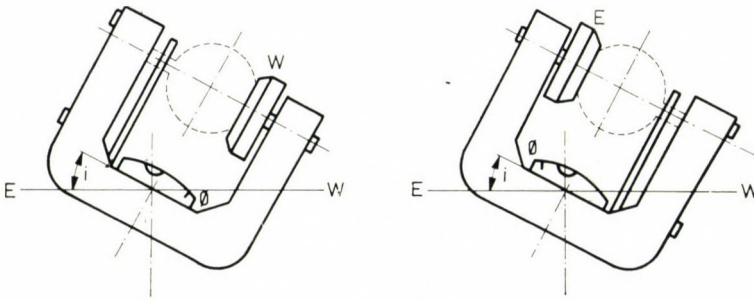


Abb. 2a

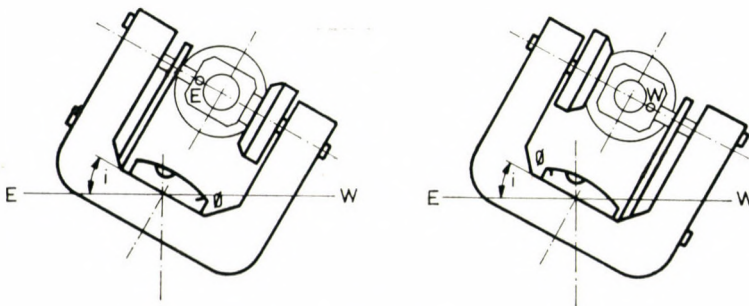


Abb. 2b

Falls aber das \emptyset Ende der Libelle auf der Seite des Höhenkreises liegt, die Bezeichnung der Kreislage jedoch während der Messung mit der Lage des, an die entgegengesetzte Seite montierten Ableseokulars erfolgt, dann bedeuten $l_{E,1}$ und $l_{E,2}$ die Ablesungen der Libellenenden in östlicher Okularlage und $l_{W,1}$ und $l_{W,2}$ die Ablesungen der Libellenenden in westlicher Okularlage. In diesem Falle, und dies ist die Lage im Falle des Theodolits Wild T3, ist laut Abbildungs-Skizze 2b:

$$\text{sg } i = +, \text{ falls } (l_{E,1} + l_{E,2}) > (l_{W,1} + l_{W,2}) \quad (12)$$

die betreffende Quer-Komponente der Stehachsenschiefe, aber

$$i = \frac{\tau}{4} [l_{E,1} + l_{E,2} - (l_{W,1} + l_{W,2})] \quad (13)$$

worin τ den in Gl. (11) und (13) vorkommenden Libellen-Parswert bedeutet.

1.2

Mit Berücksichtigung unserer Möglichkeiten und Gegebenheiten zur Sonnen-Azimuthbestimmung, wurde der Theodolit Wild T3 No. 26851 des Geodätischen und Geophysikalischen Forschungsinstituts der Ungarischen Akademie der Wissenschaften so umgeändert, daß die Sonnen-Anzielungen bequem und mit großer Genauigkeit durchführbar seien. Zu diesem Zwecke wurde das Fernrohrkular des Instrumentes abmontiert und an dessen Stelle ein, bei früheren Instrumenten-Untersuchungen sich bereits gut bewährtes Prismen-System, zur Koinzidenz-Anzielung mit Halb-Bildern eingebaut [11]. Das Prismen-System und der optische Strahlengang wird auf Grund der Arbeit [14] in Abb. 3 gezeigt. Hier sei bemerkt, daß auch beim Fernrohr des Kreiselltheodolits MOM Gi-C2 vor dem Okular ein solches Prismen-System angewendet wird. Das Prismen-System selbst ist in der Schwingungsbeobachtungs-Einrichtung des Kreiselltheodolits MOM Gi-B1, sowie in der Kreisablese-Optik der Theodolite MOM Te-E6 und Te-E7 ebenfalls angewendet.

Da aus technischen Gründen die Faderkreuz-Platte des Fernrohres des Theodolits Wild T3 nicht ausmontiert werden konnte, und bei der Anwendung des Prismen-Systems laut Abb. 3 die Bildebene auf die Scheidekante V an der Okularseite fallen mußte, haben wir das Fernrohr auf Grund der in Abb. 4 gezeigten Skizze »umfokussiert.« Glücklicherweise konnte dem genannten Wild T3 Theodolit das, der Bildeinstellung dienende negative Glied (O_2) noch über die, der unendlichen Zielentfernung entsprechenden Lage zum fixen Glied O_1 des Objektivs angenähert werden. So konnte die Sonne in der Ebene V abgebildet werden, ohne daß die R Fadenplatte die Abbildung bemerkenswert gestört hätte.

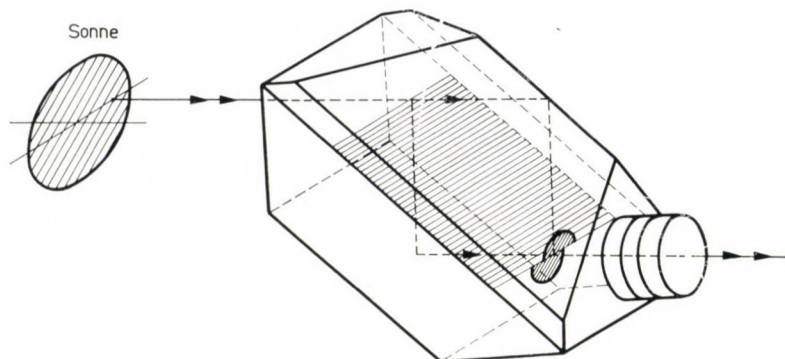


Abb. 3

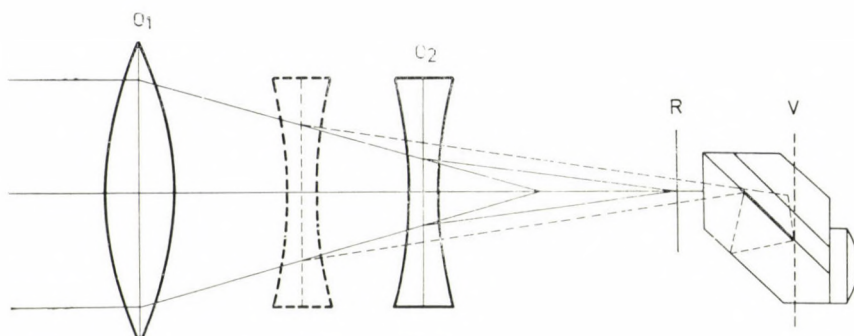


Abb. 4

Dieses Teilproblem wird deshalb erwähnt, weil wegen der geschilderten Notlösung nicht erwartet werden konnte, daß bei der Sonnen-Anzielung die Vorteile des Koinzidenz-Prinzips in vollem Maße ausgenutzt werden können. Während der Messungen konnten wir tatsächlich eine gewisse Änderung des Kollimationsfehlers des Fernrohres wahrnehmen, die mit großer Wahrscheinlichkeit auf die provisorische Art der von uns angewendeten optischen Lösung zurückzuführen ist. Für Kollegen mit Experimentier-Geist sind ev. diese Erfahrungen trotzdem von Nutzen. Mit ähnlichem Zweck sei bemerkt, daß zur bequemen Bedienung des Theodolits das neben dem Fernrohr befindliche Kreisablese-Mikroskop mit einem gebrochenen Okular ausgerüstet werden mußte. Nach der Umänderung war aber die Möglichkeit gegeben, daß man durch die Koinzidenz der im Okular sichtbaren zwei, in entgegengesetzter Richtung sich bewegenden Halbbilder der Sonnen-Scheibe, unmittelbar die Mitte der Sonne anzielen konnte (Abb. 3); dieselbe optische Lösung konnte auch bei der Anzielung der terrestrischen Punkte angewendet werden. (Bei der Sonnen-Anzielung bedeutet der auf das Okular gesetzte Turmalin-Filter den einzigen Unterschied; dies hatte aber gar keine Wirkung auf die Zielachse des Fernrohres).

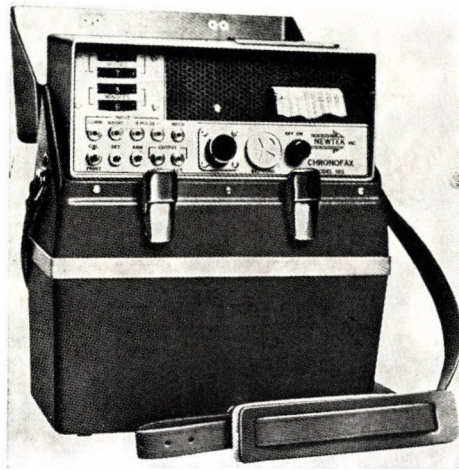


Abb. 5

Bei der Anwendung der Zeitazimut-Methode ist naturgemäß auch Zeitmessung erforderlich; bei der Bestimmung des Sonnenazimuts ist sogar die Genauigkeit der Zeitmessung von ausschlaggebender Bedeutung. Zu diesem Zwecke stand uns leider nur ein, zu den Wild Theodoliten T4 früher üblicher Nardin Chronometer und ein Favag Chronograf zur Verfügung. Es soll aber erwähnt werden, daß heutzutage bereits solche Zeitmeßeinrichtungen zu haben sind, wie das in Abb. 5 gezeigte Chronofax 103 der Firma Newtek, in welchem eine Quarzuhr, ein Radiosignal-Empfänger, und ein Druck-Chronograf in einem Gehäuse untergebracht sind. Diesbezügliche Einzelheiten können aus der Arbeit [8] entnommen werden. Als eine interessante Möglichkeit soll der HP-55 Taschen-Computer der Firma Hewlett-Packard erwähnt werden (Abb. 6), der auch als digitale Stoppuhr mit $\pm 0,01\%$ Genauigkeit, (Anzeige bis 0,01 Sekunden, Speicherung von 10 Teilzeiten) anwendbar ist. Da der Zeitsignal-Empfang heutzutage keine eigene spezielle Einrichtung erfordert, wäre es wünschenswert, die Genauigkeit der Zeitmessung im Felde auch mit einem entsprechenden transistorisierten Radiosignal-Empfänger und mit Hilfe eines HP-55 Taschen-Computers zu prüfen.

1.3. Praktische Ausführung der Messung

Der Vorteil der mit Hilfe der Sonne durchgeführten Azimut-Bestimmung ist, daß man auch bei Tage beobachten kann. RAMSAYER erwähnt in seiner Arbeit [12] (Seite 664) noch als Nachteil die wesentlich geringere Genauigkeit dieser Methode im Vergleich zum Messen der Fixsterne. Unter den wichtigsten Gründen der geringeren Genauigkeit werden jene regelmäßigen Fehlerquellen erwähnt, die in Folge der einseitigen Erwärmung der Libellen, des Theodolits

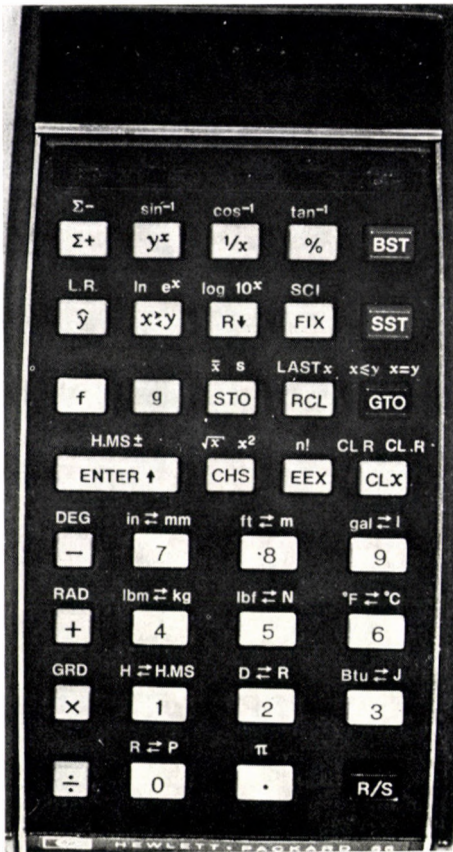


Abb. 6

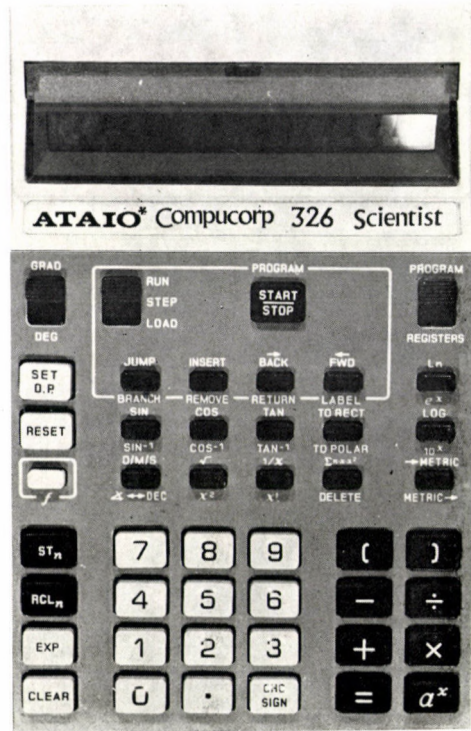


Abb. 7

und ev. des Statives auftreten, ferner die stark eingeschränkte Möglichkeit zur Auswahl der vorteilhaftesten theoretischen Lage der Sonnen-Beobachtungen, sowie die im Vergleich zu den Sternkoordinaten geringere Genauigkeit der Sonnen-Koordinaten. Er meinte 1970 noch, daß die, mit Hilfe der Sonne durchgeführte Azimutbestimmungs-Methode nur in jenem Falle zu empfehlen sei, wenn das Genauigkeitserfordernis nicht strenger als $\pm 5''$ ist.

Die Kritik der von uns entwickelten und vorgeschlagenen Methode wird in Punkt 3.1 erörtert. Zur Durchführung der praktischen Messung wird folgendes Programm vorgeschlagen:

1. Nach der sorgfältigen Einstellung der Stehachse des Theodolits in die Lotlinie, wird in erster Fernrohrlage der terrestrische Punkt angezielt und der Horizontalkreis (V_T) abgelesen;

2. Die Anzielung der Sonne in erster Fernrohrlage; die Beobachtung der Durchgangszeiten (U) im Moment der scheinbaren Koinzidenz der beiden,

wegen der Fernrohr-Optik sich in entgegengesetzter Richtung bewegenden Halb-Bilder der Sonnenscheibe; Ablesung des Horizontalkreises (V_p); zur Berechnung der auf die Richtung der Sonne bezogenen Quer-Komponenten der Stehachsenschiefe Ablesung der beiden Blasen-Enden der Aufsatzlibelle oder der Alhidadenlibelle (z.B. $l_{E,1}$ und $l_{E,2}$);

3. Nochmalige Anzielung der Sonne in der ersten Fernrohrlage wie im Schritt 2 beschrieben;

4. Anzielung des terrestrischen Punktes in der ersten Fernrohrlage, Ablesung des Horizontalkreises;

5. Anzielung des terrestrischen Punktes in der zweiten Fernrohrlage, Ablesung des Horizontalkreises;

6. Anzielung der Sonne in der zweiten Fernrohrlage wie im Schritt 2 beschrieben, Ablesung der beiden Blasenenden der Libelle (z. B. $l_{W,1}$ und $l_{W,2}$);

7. Wiederholung der Anzielung der Sonne in der zweiten Fernrohrlage laut Schritt 6.

8. Anzielung des terrestrischen Punktes in der zweiten Fernrohrlage, Ablesung des Horizontalkreises.

Die in den Schritten 1–8 beschriebenen Operationen bilden eine Serie. Es ist zweckdienlich die nächste Serie in der dem Schritt 8 entsprechenden Fernrohrlage fortzusetzen, aber im Falle der Messung von n Serien wird der Horizontalkreis vor jeder Serie mit dem Wert $(180^\circ/n)$ weitergestellt, damit die Wirkung der regelmäßigen Teilungsfehler vermindert werde.

Bei der Anzielung der Sonne muß unbedingt ein dunkler Farbfilter angewendet werden, weil die unmittelbare Anzielung Augenbeschwerden hervorrufen kann. Die Fernrohereinstellung auf die Sonne (d.h. «Aufsuchen» und „Grobeinstellung“) darf auch nicht ohne Farbfilter geschehen, sondern man soll z.B. hinter das Okular des Fernrohres ein weißes Blatt halten und das Fernrohr so einstellen, daß das auf das Papier projizierte Sonnen-Bild in die Mitte des mitprojizierten Bildes des Fernrohr-Gesichtsfeldes falle.

Die Methode wurde in der Praxis erprobt. Mit dem, in Abschnitt 1.2 beschriebenen umgeänderten Theodolit Wild T3 wurden 40 Serien gemessen: 29. August, 1971 Nachmittag, Serien (1–8); 30. August Nachmittag, Serien (9–28); 31. August Vormittag, Serien (29–36); Nachmittag, Serien (37–40). Die Bezeichnung der Fernrohrlage erfolgt mit Angabe der Lage des Ableseokulars.

Es sei bemerkt, daß sich die umgeänderte Fernrohroptik bei der Sonnenanzielung sehr gut bewährte. Wir konnten sogar bei schleierartig bedecktem Himmel sehr gute Meßergebnisse erzielen.

Als weiterer Vorteil sei bemerkt, daß man weder Höhenkreis-Ablesungen, noch Temperatur- und Luftdruck-Ablesungen, die zur Berechnung der Höhenrefraktion nötig sind, durchführen muß, wodurch die Meßzeit verkürzt wird.

Da die genaue Zeitbestimmung ein Hauptfordernis der Methode ist, müssen wir uns damit näher beschäftigen.

Bei der Anzielung der Sonne wäre die Anwendung einer, die mittlere Zeit angegebenden Quarzuhr am zweckdienlichsten gewesen, da aber eine solche nicht vorhanden war, bedienen wir uns eines in Sternzeit gehenden Nardin-Chronometers. Nebst den rythmischen Zeitsignalen registrierten wir auch die Zeitsignale der dauernd sendenden Stationen mit der Koinzidenz-Methode. Im Falle einer in Sternzeit gehenden Uhr kann man mit Dauer-Signalen in ungefähr je 6 Minuten eine Koinzidenz herstellen; die zwei Zeit-Arten verschieben sich nämlich je Sekunden gegeneinander um $0,002738^s$. Der Unterschied zwischen den beiden Empfangs-Methoden ist aber jener, daß bei den rythmischen Signalen zwischen den Signalanfängen weniger, bei den Dauersignalen aber mehr Zeit vergeht, als zwischen den Signalanfängen der in Sternzeit gehenden Uhren, so daß man bei dem rythmischen Empfang das Ende der Koinzidenz, bei den Dauersignalen aber deren Anfang beobachten muß. Bei einem rythmischen Zeitsignal verursacht die Unsicherheit in ΔU einen Fehler von $0,014^s$, bei dem kontinuierlichen aber $0,0027^s$.

Zur Beobachtung der Durchgangs-Zeitpunkte diene uns ein Favag Chronograph mit zwei Schreibstiften. Bei einer Bandgeschwindigkeit von 1 cm sec^{-1} konnten die Durchgänge $0,01^s$ genau ausgewertet werden. Zu einem Schreibstift des Chronographs wurde ein Chronometer, zum anderen ein Taster angeschlossen, mit welchem im Zeitpunkt des Sonnendurchganges der Stromkreis des Schreibstiftes geschlossen wurde. Zur Ausschaltung der Schreibstift-Parallaxe wurden die Rollen der Schreibstifte je Fernrohrlage umgetauscht.

2

2.1 Datenverarbeitung

Um die Zweckmäßigkeit der Datenverarbeitung zu veranschaulichen, soll ein vollständiges Zahlenbeispiel angeführt werden. Zur Auswertung der Meßergebnisse der Messungen $n = 1, i = 1$ sei vorerst die Berechnung des Uhrstandes und des Uhrganges angeführt. Im weiteren werden die Nummern der Berechnungsformel, und falls ein Wert von einer Tabelle zu entnehmen ist, die bezogene Literatur und die entsprechende Seitennummer in der Spalte der Bemerkungen angeführt.

2.11 Die Bestimmung des Standes und des Ganges der Arbeitsuhr

Vor der Messung war um 29,612 August 1971 ein Zeitsignal-Empfang, Sender-Station DIZ.:

UTO	$=$	14^h	40^m	$44,000^s$	$= 14,6789^h$	Bemerkung:
						Aus Zeitsignal-Empfang
$\tau_{111} UTO$	$=$	$+$	2	$24,680$		[1] p.485.
$-\Theta_{0,Gr}$	$=$	22	26	$11,849$		[1] p.482.
$-\lambda_e$	$=$	$+$	1	20	$19,119$	
	$=$	14	29	$39,648$		
$-U_0$	$=$	-14	29	$53,000$	$= 14,498^h$	Aus Zeitsignal-Empfang
$\Sigma 1$	$=$	$-$	0^m	$13,3520^s$		(14)

Zur Berechnung der Formel (2):

$$-\frac{\operatorname{tg} \varphi}{15} \sin \lambda = +0,0243; +\frac{\operatorname{tg} \varphi}{15} \cos \lambda = +0,0666.$$

Zur Berechnung der Formel (1) werden die Werte der Glieder ($UT2-UTC$), $x, y, \Delta T_s$ in je fünf Tagen angegeben; so ist die Berechnung wesentlich einfacher, wenn sie in ein einziges Glied zusammengezogen werden, und die Summe

$$(UT2 - UTC) - \Delta \lambda - \Delta T_s$$

wird auf UTO^h interpoliert.

	1971 August 26,0	1971 August 31,0	Bemerkung
x	$= +0,249''$	$+0,225''$	} [7] p. B -18.
y	$= +0,377$	$+0,378$	
$(UT2-UTC)$	$= -0,0963^s$	$-0,0986^s$	
$-\Delta T_s$	$= -$		
$-(UT2-UT1)$	$= +0,0184$	$+0,0210$	[7] p. B -15.
$-\Delta \lambda$	$= +0,0311$	$+0,0306$	aus (2)
$\Sigma 2$	$= -0,0468^s$	$-0,0470^s$	

Aus den beiden Werten auf August 29,612 interpoliert:

$$\Sigma 2 = 0,0470^s. \quad (15)$$

In der Formel (1) ist der Wert von $(UTC - \text{Sign}) + v$ von der Sendestation abhängig; diese wieder zusammengezogen: Für Sendestation DIZ, für August 1971:

$(UTC - \text{Sign})$	$=$	$+0,0000^s$	$[7]$	$p. C-13.$	
v	$=$	$+0,0030$			
$\Sigma 3$	$=$	$+0,0030^s$			(16)

Schließlich wird die Äquinoktien-Gleichung täglich angegeben:

	1971 29. August	1971 30. August		
$N' =$	$+0,808^s$	$+0,807^s$	}	[1] p. 482.
$N'' =$	$-0,014$	$-0,010$		
$(N' + N'') =$	$+0,794^s$	$+0,797^s$		
	$\Delta(N' + N'') = +0,003^s$			

Dieser Wert wird auf 29,612 August interpoliert:

$$\frac{UT^h}{24} \Delta(N' + N'') = +0,0018^s \quad (17)$$

Schließlich erhalten wir den Wert (1), falls die Ausdrücke (14, 15, 16, 17) zusammengezogen werden:

$$\text{Für } 14,498^h \quad \Delta U = -13,394^s. \quad (18)$$

Der Zeitsignal-Empfang nach den Sonnenazimut-Messungen erfolgte am 29,751^h August 1971, Sendestation RWM.

$$\begin{aligned} UTO &= 18^h \ 01^m \ 00,000^s \\ U_0 &= 17 \ 50 \ 43,966 = 17,846^h \end{aligned}$$

Der Wert von (14) ist nun:

$$\Sigma 1 = -15,4170^s$$

Für August 1971, Sendestation RWM:

$$\begin{aligned} (UTC\text{-Sign}) &= +0,0752^s & [7] & \text{ p. C-13.} \\ v &= +0,0060 \\ \hline \Sigma 3 &= +0,0812^s \end{aligned}$$

Der auf 29,751, 1971 interpolierte Wert:

$$\frac{UT^h}{24} \Delta(N' + N'') = +0,0023^s$$

d. h. der Wert von (1):

$$\text{für } 17,846^h \quad \Delta U = -15,380^s \quad (19)$$

Der Gang der Arbeitsuhr nach Formel (3) auf Grund von (18) und (19):

$$j = -0,5932^{s/h}.$$

2.12. Umrechnung der Zeit der Beobachtung auf die Ephemeriden-Zeit

Die an der Uhr bei der Messung abgelesene Zeit sei mit U , die mit Formel (4) berechenbare Durchgangszeit der Sonnen-Beobachtung mit $H1$, die mit Formel (5) berechenbare Ephemeriden Zeit mit E bezeichnet. Den besten Wert für die ΔT Ephemeriden-Korrektion in der letzten Formel findet man unserer Meinung nach in [3] (Seite 643) mit der Bezeichnung ΔT_0 :

$$\begin{array}{ll} \text{Für } 1971,5 & \Delta T_0 = + 42,002^s \\ \text{Für } 1972,5 & \Delta T_0 = + 43,011^s \end{array} \quad \text{Jährliche-Änderung } + 1,009^{s/a}$$

Auf Grund dessen ist unser Wert für 29. August 1971 = 1971,66

$$\Delta T = + 42,02^s. \quad (20)$$

Die bei Messung $n = 1, i = 1$ abgelesene Uhrzeit:

	Bemerkung
$U = 15^h 43^m$	$02,28^s = 15,717^h$ Zeit der Messung
$U_1 =$	$13,39$ aus (18)
$j(U - U_0) =$	$0,73$
$H1 = 15^h 42^m$	$48,16^s$ (21)
$\lambda_e - \Theta_{0,Gr} = +0 13$	$29,03$
$\tau_{11}(H1 + \lambda_e - \Theta_{0,Gr}) = - 2$	$36,66$ [1] p. 488.
$\Delta T =$	$+42,02$ Aus (20)
$E = 15^h 54^m$	$22,5 5^s = 15,9062^h$ (22)

Die auf Grund der Formeln (6) und (7) erfolgte Berechnung, die Interpolation der Sonnen-Rektaszension (R4) und Deklination (D4) inbegriffen, erfolgte mit dem Mikro-Computer Compucorp Beta 326 Scientist, deren besondere Vorteile für diese Berechnungen nachstehend erörtert werden.

2.13

Zur Durchführung der Rechenarbeit der genauen Sonnenazimut-Bestimmung schien die Compucorp Beta 326 Scientist Mikrorechenmaschine sehr geeignet. Ein Exemplar wurde uns vom Ungarischen Handelsvertreter der Firma HUNICOOP zuvorkommenderweise zur Verfügung gestellt. Damit wollen wir nicht behaupten, daß ein anderes Rechengerät ähnlicher Kapazität zur Anwendung bei Sonnenazimut-Berechnungen nicht zweckdienlich wäre (BENNET hielt in [4] z. B. den HP 45 Taschencomputer für diese Zwecke am geeignetesten), aber wir wollen im Nachstehenden die Aufmerksamkeit der

Tabelle I/A

	KEY	DISPLAY	ST ₀	ST ₁	ST ₂	ST ₃	ST ₄	ST ₅	ST ₆	ST ₇	ST ₈	ST ₉
1	SET B.P.											
2	9											
3	INPUT	46										
4	OMV	46										
5	INPUT	46 45										
6	OMV	46 45										
7	INPUT	46 45 59.1700										
8	ST _n	F1										
9	0	F1	F1									
10	CLEAR											
11	INPUT	10 01 34.0000										
12	ST _n	D1										
13	2	D1	F1	D1								
14	CLEAR											
15	INPUT	9 40 26.4000										
16	ST _n	D2										
17	3	D2	F1	D1 D2								
18	CLEAR											
19	INPUT	9 19 09.7000										
20	ST _n	D3										
21	4	D3	F1	D1 D2 D3								
22	CLEAR											
23	INPUT	10 27 24.7000										
24	X											
25	INPUT	15.										
26	=	156 51 10.5000										
27	ST _n	R2										
28	5	R2	F1	D1 D2 D3 R2								
29	CLEAR											
30	INPUT	10 31 03.4100										
31	X											
32	INPUT	15.										
33	=	157 45 51.1500										
34	ST _n	R3										
35	6	R3	F1	D1 D2 D3 R2 R3								
36	CLEAR											
37	INPUT	15.9062										
38	÷	E1										
39	INPUT	24.										
40	=	E2										
41	ST _n	E2	F1									
42	7	E2	F1	D1 D2 D3 R2 R3 E2								
43	CLEAR											
44	RCL _n											
45	3	D2										
46	-	D2-										
47	C	D2-C										
48	C	D2-CC										
49	RCL _n	D2-CC										
50	3	CCD2										
51	-	CCD2-										
52	RCL _n	CCD2-										
53	4	CCD3										
54)	CCD2-D3										
55	X	CCD2-D3X										
56	RCL _n	CCD2-D3X										
57	7	CE2										
58)	CCD2-D3XE2)≡CD6										
59	+	D2-(D6+										
60	C	D2-CD6+C										
61	C	D2-CD6+CC										
62	RCL _n	D2-CD6+CC										
63	3	CCD2										
64	X	CCD2X										
65	2	2 2.0000000000										
66	-	CC2D2-										
67	RCL _n	CC2D2-										
68	4	D3										
69	-	CC2D2-D3-										
70	RCL _n	CC2D2-D3-										
71	2	D1										
72)	CC2D2-D3-D1)≡CD7										
73	X	CD7X										
74	RCL _n	CD7X										
75	7	CE2										
76	X	CE2X										
77	C	CE2XC										

Tabelle I/B

	KEY	DISPLAY	ST ₀	ST ₁	ST ₂	ST ₃	ST ₄	ST ₅	ST ₆	ST ₇	ST ₈	ST ₉
78	RCL _n	(E2XC	F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2			
79	7	CE2										
80	CHG SIGN	CC-E2										
81	+	CC-E2+										
82	1	2 1.0										
83)	CC1-E2										
84	÷	CC1-E2)/										
85	2	1 2.0										
86)	CD7XE2X(1-E2)/2≡D8										
87	=	D2-(D6+D8)≡D4										
88	TAN	TAN D4										
89	ST _n	0.166252690										
90	8	D5	F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2	D5		
91	CLEAR											
92	RCL _n											
93	5	R2										
94	+	R2+										
95	C	R2+C										
96	C	R2+CC										
97	RCL _n	R2+CC										
98	6	CCR3										
99	-	CCR3-										
100	RCL _n	CCR3-										
101	5	CCR2										
102)	CCR3-R2										
103	X	CCR3-R2X										
104	RCL _n	CCR3-R2X										
105	7	E2										
106)	CCR3-R2XE2										
107	=	R2+CCR3-R2XE2)≡R4										
108	ST _n	R4										
109	9	R4	F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2	D5	R4	
110	CLEAR											
111	C	C										
112	INPUT	15 42 48.1600										
113	X	(H1X										
114	INPUT	15.										
115)	(H1X15)										
116	-	(H1X15)-										
117	RCL _n	(H1X15)-										
118	9	R4										
119	=	(H1X15)-R4)≡T1										
120	ST _n	T1	F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2	D5	R4	
121	9	T1	F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2	D5	T1	
122	CLEAR											
123	RCL _n											
124	9	T1										
125	SIN	SIN(T1)										
126	÷	SIN(T1)/										
127	C	SIN(T1)/C										
128	C	SIN(T1)/CC										
129	RCL _n	SIN(T1)/CC										
130	0	CF1										
131	SIN	CSIN(F1)										
132	X	CSIN(F1)										
133	RCL _n	CSIN(F1)X										
134	9	CT1										
135	COS	CCOS(T1)										
136)	CSIN(F1)XCOS(T1)≡T2										
137	-	CT2-										
138	C	CT2-C										
139	RCL _n	CT2-C										
140	8	CD5										
141	X	CCD5X										
142	RCL _n	CCD5X										
143	0	CF1										
144	COS	CCOS(F1)										
145)	CD5XCOS(F1)≡T3										
146)	CT2-T3										
147	CHG SIGN	-(T2-T3)										
148	=	A2)≡-SIN(T1)/(T2-T3)										
149	f	28.323818549										
150	TAN	87.977956588										
151	f											
152	←→	87 58 40.6437										
153	RESET		F1	D1	D2	D3	R2	R3	E2	D5	T1	

sich mit Berechnungen der höheren Geodäsie befassenden Kollegen auf einige solche Eigenschaften des Compucorp Beta 326 Modells hinlenken, die bei anderen Fachgebieten ev. von geringerer Bedeutung sind, für uns aber einen entscheidenden Vorteil bedeuteten.

Die Tastatur und die Anzeige-Einheit des Compucorp Beta 326 Microcomputers werden an Abb. 7 gezeigt. Als erste wesentliche — und unseres Wissens in der Kategorie solcher kleiner Rechenmaschinen alleinstehende — Eigenschaft ist die Möglichkeit der *unmittelbaren* einfachen Tastatureingabe der Winkelwerte im Format von 360° Grad, Minute, Sekunde (im Folgenden GMS), bzw. der Zeitwerte in ähnlichem Format. Die gut übersichtliche Erscheinungsform dieses GMS Formats an der Anzeige-Einheit kann in Spalte »display« der Tabelle IA, B betrachtet werden. Es sei nur nebenbei erwähnt, daß wir die aus gut lesbaren, 8 mm großen Ziffern bestehende Anzeigeeinrichtung, gegenüber anderen Lösungen für sehr bequem halten.

Als eine andere vorteilhafte Eigenschaft sei erwähnt, daß alle vier Grundrechenoperationen im GMS Format ohne Einschränkung durchführbar sind, man kann sogar die Daten in diesem Format speichern und aufrufen und auch die sog. Register-Arithmetik (siehe z. B. [6]) kann angewendet werden. Das Addieren und Subtrahieren der Winkelwerte ist im Vermessungswesen oft angewandt; die gegenseitige Umrechnung der Winkel- und Zeitwerte ist aber bei den Berechnungen der höheren Geodäsie eine häufig vorkommende Aufgabe. Wenn hierzu noch berücksichtigt wird, daß alldies mit diesem Microcomputer mit $0,0001''$ »Rechenschärfe« durchgeführt werden kann (siehe wieder die »display« Spalte der Tabelle IA, B), so ist es offensichtlich, daß den Erfordernissen der höheren Geodäsie hier weitgehend entsprochen werden kann.

Ein weiterer, ev. nicht in solchem Maße alleinstehender Vorteil der Compucorp Beta 326 Mikrorechenmaschine ist, daß die Mikroprogramme der Winkelfunktionen erstaunlich genau sind (wahrscheinlich ist die Lage bei den übrigen mikroprogrammierten Funktionen ähnlich; diese waren aber bei dieser Arbeit nicht erforderlich) und sie sind laut unseren Untersuchungen z. B. mit den zwölfstelligen Tabellen [10] gleichwertig. Es bedeutet einen großen Vorteil und eine rechentechnische Sicherheit bei den mit Mikromaschinen durchgeführten trigonometrischen Berechnungen, daß es sich bei dem Aufsuchen der Winkelfunktionen bzw. deren Argumenten kaum um ein Suchen, sondern eher um die Betätigung von einer bzw. von zwei Tasten handelt, und die Interpolation, die übrigens oft die Quelle von „menschlichen“ Irrtümern ist, absolut entfällt.

Die übrigen allgemeinen Kennwerte des Compucorp Beta 326 Scientist Mikrocomputers können wir kurz folgendermaßen zusammenfassen: Er kann mit einfachen Tastatureingabe-Sequenzen programmiert werden — man pflegt dies wegen dem, in Tabelle IA, B sichtbaren Programm-Schreibformat auch

»Notizbuch-Programmierung« (english scratchpad programing) zu nennen,— das überaus leicht erlernt werden kann; im Kern-Speicher des Microcomputers können 160 Programmschritte (d.h. Taster-Betätigungen) und 12 Zahlenwerte mit 10 Dezimalstellen gleichzeitig gespeichert werden; es ist auch eine Anschlußmöglichkeit eines Kassetten-Magnetband-Speichers vorhanden (die Peripherie-Einheit Typ 392), an der ungefähr 100 000 Programm-Schritte, oder 9000 Zahlenwerte so gespeichert werden können, daß zwischen dem Mikrocomputer und dem Magnetband-Speicher eine interaktive Verbindung hohen Grades hergestellt werden kann; der Microcomputer ist mit mehr als 100 sehr wirkungsvollen, allgemein brauchbaren, auf Tastern »konfektionierten« [d.h. in sog. ROM (Read Only Memory) vorprogrammierten] Mikroprogrammen versehen, von welchen z.B. die auf GMS Format und auf die trigonometrischen Funktionen bezogenen schon besprochen wurden; die Handhabung des Mikrocomputers ist algebraisch orientiert, sie ist auch zur Anwendung bei vierfachen Klammerausdrücken unmittelbar geeignet und ist ausgesprochen auf wissenschaftliche Berechnungen eingestellt [6]. Der Mikrocomputer ist mit den eingebauten und aufladbaren Batterien auch im Felde, samt den Kassetten-Magnetband Peripherien arbeitsfähig und kann mit Hilfe der entsprechenden Programme (die von der Firma Compucorp auch fertig geliefert werden) auch als digitale Stoppuhr angewendet werden.

2.2 Sonnenazimut Berechnung

Wie bereits am Ende von Abschnitt 2.12 erwähnt, wurde die Interpolation der R4, D4 Werte, sowie die Lösung der Gleichungen (6) und (7) mit dem Compucorp 326 Scientist Mikrocomputer durchgeführt. Die Tastersequenz des Computers, die am Anzeige-Register (display) nacheinander erscheinenden Werte und die in den Daten-Speichern vorhandenen Zahlen-Werte werden in Tabelle IA, B gezeigt. In der display-Spalte werden die bei der Berechnung der Messungen Nr. $n = 1$, $i = 1$ erscheinenden Werte angegeben.

Die ausführliche Eingabe der Winkelwerte haben wir in den Schritten 3–6 gezeigt, bei weiteren input-Stellen wurde die ausführliche Winkeleingabe nicht mehr angegeben.

Die Schritte 11, 15, 19 geben die Werte der scheinbaren Stelle der Sonnendeklination für die mit $(x - 1)$, x und $(x + 1)$ bezeichneten Tage auf die 0^h Ephemeridenzeit (D1, D2 und D3) an, vorausgesetzt, daß die Messung am x -ten Tag im Zeitpunkt E1 erfolgte. Die Schritte 23 und 30 sind die Werte der Sonnen-Rektaszension auf die 0^h Ephemeridenzeit des mit x und $(x + 1)$ bezeichneten Tages (R2, R3). (Die genannten Werte wurden den entsprechenden Spalten von [2] Seite 20 und 21 entnommen.)

In den Schritten 37–42 wurde die Umrechnung der Ephemeridenzeit E1 auf Zehnteltage durchgeführt.

In den Schritten 44–87 erfolgt die Berechnung der Sonnen-Deklination, auf Zeitpunkt ($x^d + E2$) bezogen, mit Interpolation zweiten Grades mit der Formel:

$$\begin{aligned} D4 &= D2 - ((D2 - D3) \times E2) + ((D2 \times 2 - D3 - D1) \times E2 \times (1 - E2)/2) = \\ &= D2 - (D6 + D8). \end{aligned} \quad (23)$$

In den Schritten 92–107 wird die Interpolation der Sonnenrektaszension auf den Zeitpunkt ($x^d + E2$) durchgeführt:

$$R4 = R2 + ((R3 - R2) \times E2). \quad (24)$$

In den Schritten 111–119 erfolgt die Berechnung des Stundenwinkels der Sonne auf Grund der Formel (6); in den Schritten 124–148 wird mit Hilfe der Formel (7) der Tangens des auf die Sonnenmitte bezogenen Azimuts berechnet.

Es sei bemerkt, daß der Schritt 147 zur Berechnung bei $i = 1$ nur in jenem Falle nötig ist, wenn der Winkelwert auf das zweite oder vierte Viertel fällt; in diesem Falle muß man diesen Schritt wegen Eindeutigkeit der weiteren Berechnungen anwenden.

Im Schritt 152 erhalten wir den Wert von A3. Nach Beendigung der Berechnung der Beobachtung Nr. $i = 1$ (Schritt No. 153) erfolgt die Berechnung der weiteren Messungen von gleichem Standpunkt aus am selben Tag. In diesem Falle kehren wir zu Schritt 37 zurück und die Berechnung der Beobachtung Nr. $i = 2, 3 \dots n$ wird hier beginnen. Wenn die Berechnung von Beobachtungen am gleichen Standpunkt, jedoch an anderen mit x bezeichneten Tagen, durchgeführt wird, dann werden die neuen $(x - 1)$, x und $(x + 1)$ täglichen Deklinationen und Rektaszensionen vom Schritt Nr. 11 ausgehend eingeführt und die Berechnung so weitergeführt.

Es wurden sämtliche input-Werte der Messungen $i = 160$ in Spalten 3 und 4 und die mit Computer berechneten A3-Werte in Spalte 5 in Tabelle II zusammengestellt. Der Schritt Nr. 147 wurde von der Messung $i = 7$ angefangen in der Berechnung angewendet.

3. Die Zusammenstellung der mit Hilfe der Sonne erfolgten Zeitazimut-Beobachtungen

In Spalte 6 der Tabelle II wurden die Werte $(V_T - V_P)$ »je halbe Fernrohrlage«, d. h. je Messung zusammengestellt; naturgemäß wurden bei einer jeden Orientierung die Summen von je zwei Ablesungen voneinander subtrahiert. In der letzten Spalte der Tabelle wurden die Werte der Formel

$$A5 = A3 + (V_T - V_P) \quad (25)$$

Tabelle II

n	i	E_i	H_i	A_3	$V_T - V_P$	A_5
1	1	15,9062 ^h	15 ^h 42 ^m 48,16 ^s	+87°58'40,6437"	138°09'30,9"	226°08'11,54"
	2	15,9180	15 43 30,32	88 06 23,6750	138 01 45,0	226 08 08,68
	3	15,9839	15 47 28,54	88 49 54,8137	137 18 18,3	226 08 13,11
	4	15,9950	15 48 08,67	88 57 13,8346	137 10 58,8	226 08 12,63
2	5	16,0606	15 52 05,50	+89 40 20,1021	136 27 49,3	226 08 09,40
	6	16,0707	15 52 41,76	89 46 55,3976	136 21 15,0	226 08 10,40
	7	16,1451	15 57 10,50	-89 24 19,9227	136 32 27,2	46 08 07,28
	8	16,1564	15 57 51,15	89 16 58,2788	135 25 08,2	46 08 09,92
3	9	16,2459	16 03 14,70	-88 18 29,2259	134 26 36,5	46 08 07,27
	10	16,2574	16 03 55,91	88 11 03,0348	134 19 11,6	46 08 08,57
	11	16,3133	16 07 17,56	87 34 41,8087	133 42 48,6	46 08 06,79
	12	16,3227	16 07 51,42	87 28 35,8785	133 36 41,8	46 08 05,92
4	13	16,3772	16 11 08,18	-86 53 11,1305	133 01 15,1	46 08 03,97
	14	16,3869	16 11 43,60	86 46 48,9112	132 54 56,2	46 08 07,29
	15	16,4444	16 15 10,76	86 09 35,0787	132 17 45,5	46 08 10,42
	16	16,4536	16 15 43,96	86 03 37,3012	132 11 50,8	46 08 13,50
5	17	16,4968	16 18 20,23	-85 35 33,9793	131 43 41,7	46 08 07,72
	18	16,5063	16 18 54,39	85 29 26,1658	131 37 39,0	46 08 12,83
	19	16,5544	16 21 47,68	84 58 20,9651	131 06 28,8	46 08 07,83
	20	16,5645	16 22 24,44	84 51 45,4174	130 59 49,9	46 08 04,48
6	21	16,6253	16 26 04,46	-84 12 18,7340	130 20 20,9	46 08 02,17
	22	16,6360	16 26 42,49	84 06 29,7871	130 13 35,1	46 08 05,31
	23	16,6831	16 29 32,60	83 35 00,6849	129 43 09,3	46 08 08,62
	24	16,6911	16 30 01,62	83 29 48,6707	129 37 59,6	46 08 10,93
7	25	16,7304	16 32 23,19	-83 04 26,6307	129 12 29,5	46 08 02,87
	26	16,7423	16 33 06,44	82 56 41,6278	129 04 54,2	46 08 12,57
	27	16,7944	16 36 14,09	82 23 04,0219	128 31 13,7	46 08 09,68
	28	16,8039	16 36 48,75	82 16 51,2981	128 25 01,8	46 08 10,50
8	29	16,8520	16 39 42,14	-81 45 46,4591	127 53 59,6	46 08 13,14
	30	16,8618	16 40 17,65	81 39 24,4527	127 47 34,2	46 08 09,75
	31	16,9084	16 43 05,83	81 09 14,7495	127 17 24,0	46 08 09,25
	32	16,9195	16 43 46,44	81 01 57,6040	127 10 06,6	46 08 09,00
9	33	14,3208	14 11 21,34	+68 58 48,8097	157 09 07,9	226 07 56,71
	34	14,3375	14 12 21,87	69 11,58,0567	156 56 01,6	226 07 59,66
	35	14,4031	14 16 18,33	70 03 00,9550	156 05 19,6	226 08 20,56
	36	14,4126	14 16 52,51	70 10 21,0710	155 57 52,5	226 08 13,57

n	i	E_0	H_1	A_3	$V_T - V_P$	A_4
10	37	14,5652 ^h	14 ^h 26 ^m 03,62 ^s	+72°07'10,0285"	154°01'02,9"	226°08'12,93"
	38	14,5747	14 26 38,19	72 14 24,3889	153 53 37,3	226 08 01,69
	39	15,1497	15 01 14,05	79 12 38,1293	146 55 19,6	226 07 57,73
	40	15,1620	15 01 58,01	79 21 11,4799	146 46 56,3	226 08 07,78
11	41	15,2053	15 04 34,37	+79 51 30,5807	146 16 36,4	226 08 06,98
	42	15,2158	15 05 12,33	79 58 51,0727	146 09 19,4	226 08 10,47
	43	15,2641	15 08 06,84	80 32 30,1129	145 35 45,0	226 08 15,11
	44	15,2754	15 08 47,72	80 40 21,6914	145 27 51,1	226 08 12,79
12	45	15,3194	15 11 26,67	+81 10 50,3827	144 57 23,7	226 08 14,08
	46	15,3287	15 12 00,00	81 17 12,8574	144 50 59,4	226 08 12,26
	47	15,3718	15 14 35,08	81 46 48,1790	144 21 20,4	226 08 08,58
	48	15,3834	15 15 17,21	81 54 49,2870	144 13 20,6	226 08 09,89
13	49	15,4269	15 17 54,41	+82 24 40,0088	143 43 30,9	226 08 10,91
	50	15,4357	15 18 26,34	82 30 42,9061	143 37 28,4	226 08 11,31
	51	15,4865	15 21 29,79	83 05 22,5644	143 02 39,3	226 08 01,86
	52	15,4959	15 22 03,37	83 11 42,2699	142 56 25,7	226 08 07,97
14	53	15,5415	15 24 48,34	+83 42 43,5927	142 25 28,4	226 08 11,99
	54	15,5503	15 25 20,00	83 48 40,0250	142 19 28,8	226 08 08,83
	55	15,6043	15 28 35,05	84 25 10,6427	141 42 56,2	226 08 06,84
	56	15,6149	15 29 13,14	84 32 17,3850	141 35 54,7	226 08 12,09
15	57	15,6535	15 31 32,46	+84 58 15,4866	141 09 50,0	226 08 05,49
	58	15,6623	15 32 04,07	85 04 08,3952	141 03 57,9	226 08 06,30
	59	15,7147	15 35 13,28	85 39 16,3850	140 28 53,2	226 08 09,59
	60	15,7231	15 35 43,50	85 44 52,3689	140 23 17,3	226 08 09,67
16	61	15,7704	15 38 34,43	+86 16 29,3347	139 51 41,3	226 08 10,63
	62	15,7795	15 39 07,59	86 22 36,6891	139 45 31,9	226 08 08,59
	63	15,8259	15 41 54,44	86 53 21,8660	139 14 47,7	226 08 09,57
	64	15,8348	15 42 27,31	86 59 24,8033	139 08 45,6	226 08 10,40
17	65	15,8759	15 44 54,99	+87 26 32,9196	138 41 30,7	226 08 03,62
	66	15,8852	15 45 29,00	87 32 47,3585	138 35 21,0	226 08 08,36
	67	15,9274	15 48 01,02	88 00 38,6239	138 07 32,3	226 08 10,92
	68	15,9361	15 48 32,60	88 06 25,3483	138 01 41,1	226 08 06,45
18	69	15,9824	15 51 19,49	+88 36 55,0800	137 31 16,3	226 08 11,38
	70	15,9911	15 51 51,09	88 42 41,0737	137 25 27,7	226 08 08,77
	71	16,0336	15 54 24,80	89 10 42,0174	136 57 28,4	226 08 10,42
	72	16,0424	15 54 56,38	89 16 26,9569	136 51 43,4	226 08 10,36

n	i	E_1	H_1	A_3	$V_T - V_P$	A_3
19	73	16,0843 ^h	15 ^h 57 ^m 27,63 ^s	+89°43'57,2330"	136°24'11,5"	226°08'08,73"
	74	16,0938	15 58 02,01	89 50 11,9473	136 18 01,6	226 08 13,55
	75	16,1358	16 00 33,60	-89 42 17,5620	135 50 26,7	46 08 09,14
	76	16,1440	16 01 03,04	89 36 57,3403	135 45 04,0	46 08 06,66
20	77	16,1899	16 03 49,99	-89 06 43,1295	135 14 55,5	46 08 12,37
	78	16,1982	16 04 18,87	89 01 29,6449	135 09 37,9	46 08 08,26
	79	16,2448	16 07 07,00	88 31 06,0394	134 39 17,2	46 08 11,16
	80	16,2533	16 07 37,66	88 25 33,7770	134 33 48,0	46 08 14,22
21	81	16,2909	16 09 53,69	-88 01 00,6050	134 09 10,0	46 08 09,39
	82	16,2995	16 10 24,30	87 55 28,7978	134 03 42,2	46 08 13,40
	83	16,3403	16 12 51,73	87 28 54,7874	133 37 03,8	46 08 09,01
	84	16,3484	16 13 21,16	87 23 36,6711	133 31 45,3	46 08 08,63
22	85	16,3884	16 15 45,24	-86 57 40,1825	133 05 53,2	46 08 13,02
	86	16,3965	16 16 14,78	86 52 21,2168	133 00 30,2	46 08 08,98
	87	16,4464	16 19 14,64	86 20 00,3174	132 28 09,0	46 08 08,68
	88	16,4553	16 19 47,04	86 14 10,8582	132 22 24,6	46 08 13,74
23	89	16,4931	16 22 03,20	-85 49 42,8712	131 57 56,2	46 08 13,33
	90	16,5018	16 22 34,50	85 44 05,5330	131 52 19,0	46 08 13,47
	91	16,5470	16 25 17,91	85 14 44,9497	131 22 57,8	46 08 12,85
	92	16,5551	16 25 46,90	85 09 32,7174	131 17 40,1	46 08 07,38
24	93	16,5939	16 28 07,18	-84 44 22,1387	130 52 37,0	46 08 14,86
	94	16,6018	16 28 35,68	84 39 15,3040	130 47 23,0	46 08 07,70
	95	16,6444	16 31 09,59	84 11 38,5495	130 19 50,5	46 08 11,95
	96	16,6521	16 31 37,13	84 06 42,1460	130 14 56,1	46 08 13,95
25	97	16,6886	16 33 49,41	-83 42 58,5011	129 51 09,3	46 08 10,80
	98	16,6993	16 34 27,56	83 36 07,9614	129 44 20,6	46 08 12,64
	99	16,7401	16 36 55,24	83 09 38,6756	129 17 51,3	46 08 12,62
	100	16,7472	16 37 20,57	83 05 06,0896	129 13 10,9	46 08 04,81
26	101	16,7908	16 39 57,87	-82 36 53,1333	128 45 05,1	46 08 11,97
	102	16,7996	16 40 29,40	82 31 13,7466	128 39 20,0	46 08 06,25
	103	16,8435	16 43 08,34	82 02 42,6694	128 10 55,1	46 08 12,43
	104	16,8523	16 43 39,72	81 57 04,7953	128 05 17,5	46 08 12,70
27	105	16,8939	16 46 09,97	-81 30 06,5713	127 38 16,4	46 08 09,83
	106	16,9011	16 46 36,05	81 25 25,6088	127 33 40,5	46 08 14,89
	107	16,9351	16 48 39,02	81 03 20,5100	127 11 30,1	46 08 09,59
	108	16,9435	16 49 09,20	80 57 55,2122	127 06 04,2	46 08 08,99

n	i	E_1	H_1	A_3	$V_T - V_P$	A_5
28	109	16,9777 ^h	16 ^h 51 ^m 12,50 ^s	-80°35'45,7747"	126°43'56,2"	46°08'10,43"
	110	16,9852	16 51 39,68	80 30 52,6135	126 38 58,6	46 08 05,99
	111	17,0260	16 54 06,97	80 04 23,3007	126 42 32,3	46 08 08,90
	112	17,0341	16 54 36,31	79 59 06,5622	126 07 14,8	46 08 08,24
29	113	6,2934	6 12 20,55	-78 08 48,9384	304 16 49,9	226 08 00,96
	114	6,3075	6 13 11,36	77 58 48,8024	304 06 46,9	226 07 58,10
	115	6,3551	6 16 02,78	77 24 57,0500	303 33 07,6	226 08 10,55
	116	6,3657	6 16 41,26	77 17 19,4058	303 25 31,2	226 08 11,79
30	117	6,4302	6 20 33,86	-76 31 01,1351	302 39 13,4	226 08 12,26
	118	6,4396	6 21 08,20	-76 24 09,1384	302 32 23,5	226 08 14,36
	119	6,4931	6 24 21,33	75 45 23,1491	301 53 24,3	226 08 01,15
	120	6,5037	6 24 59,79	75 37 38,1033	301 45 40,3	226 08 02,20
31	121	6,5544	6 28 02,46	-75 00 40,7649	301 08 43,5	226 08 02,74
	122	6,5625	6 28 31,60	74 54 45,7193	301 02 46,5	226 08 00,78
	123	6,6087	6 31 18,65	74 20 43,1134	300 28 57,7	226 08 14,59
	124	6,6189	6 31 55,33	74 13 12,9406	300 21 28,7	226 08 15,76
32	125	6,6555	6 34 07,61	-73 46 04,3576	299 54 21,5	226 08 17,14
	126	6,6651	6 34 42,40	73 38 54,6917	299 47 08,4	226 08 13,71
	127	6,7139	6 37 38,38	73 02 32,5703	299 10 37,4	226 08 04,83
	128	6,7238	6 38 14,01	72 55 08,9648	299 03 08,5	226 07 59,54
33	129	6,7688	6 40 56,21	-72 21 21,6806	298 29 24,2	226 08 02,52
	130	6,7786	6 41 31,71	72 13 56,2386	298 21 53,6	226 07 57,36
	131	6,8225	6 44 10,12	71 40 40,8266	297 48 54,6	226 08 13,77
	132	6,8323	6 44 45,42	71 33 14,4243	297 41 29,2	226 08 14,78
34	133	6,8781	6 47 31,00	-70 58 11,8272	297 06 26,3	226 08 14,47
	134	6,8861	6 47 59,95	70 52 02,7228	297 00 19,6	226 08 16,88
	135	6,9368	6 51 02,96	70 12 58,9622	296 23 11,4	226 08 12,44
	136	6,9450	6 51 33,26	70 06 29,1905	296 14 31,8	226 08 02,66
35	137	7,0234	6 56 15,66	-69 05 31,3825	295 13 33,0	226 08 01,62
	138	7,0315	6 56 44,62	68 59 13,7164	295 07 13,5	226 07 59,78
	139	7,0699	6 59 03,50	68 28 55,7569	294 37 15,2	226 08 19,44
	140	7,0791	6 59 36,43	68 21 43,0393	294 30 00,3	226 08 17,26
36	141	7,1283	7 02 34,19	-67 42 35,9144	293 50 53,6	226 08 17,69
	142	7,1364	7 03 03,48	67 36 07,3317	293 44 31,3	226 08 23,97
	143	7,1764	7 05 27,80	67 04 04,9486	293 12 09,2	226 08 04,25
	144	7,1843	7 05 56,42	66 57 42,1763	293 05 51,6	226 08 09,42

n	i	E_1	H_1	A_3	$V_T - V_P$	A_5
37	145	15,0836 ^h	15 ^h 01 ^m 11,70 ^s	+78°13'44,7048"	147°54'24,5"	226°08'09,20"
	146	15,0915	15 01 40,42	78 19 22,4101	147 48 50,2	226 08 12,61
	147	15,1383	15 04 29,13	78 52 20,2568	147 15 55,7	226 08 15,96
	148	15,1466	15 04 59,15	78 58 11,1594	147 09 55,9	226 08 07,06
38	149	15,1841	15 07 15,66	+79 24 46,7919	146 43 27,4	226 08 14,19
	150	15,1935	15 07 48,64	79 31 06,5900	146 37 00,4	226 08 06,99
	151	15,2576	15 11 39,76	80 15 45,1044	145 52 23,5	226 08 08,60
	152	15,2656	15 12 08,88	80 21 21,3896	145 46 46,4	226 08 07,79
39	153	15,6578	15 35 44,72	+84 49 05,0806	141 19 06,0	226 08 11,08
	154	15,6661	15 36 14,46	84 54 37,1796	141 13 36,1	226 08 13,28
	155	15,7035	15 38 29,50	85 19 42,8068	140 48 31,9	226 08 14,71
	156	15,7120	15 39 00,09	85 25 23,3365	140 42 45,4	226 08 08,74
40	157	15,7493	15 41 15,03	+85 50 23,2605	140 17 51,9	226 08 15,16
	158	15,7571	15 41 42,97	85 55 33,3645	140 12 40,4	226 08 13,76
	159	15,8032	15 44 29,30	86 26 16,3965	139 41 53,5	226 08 09,90
	160	15,8117	15 45 00,13	86 31 57,4480	139 36 20,2	226 08 17,65

je Messung zusammengestellt; dies ist ein solcher vorläufiger Azimutwert der terrestrischen Richtung, der den Aufstellungsfehler der Stehachse, einen gewissen Teil der Fernrohrkollimation und die Wirkung der täglichen Aberration enthält.

In Tabelle III wurden satzweisen Mittelwerte der A_5 Werte zusammengestellt, die schon von dem Kollimationsfehler des Fernrohres befreit sind, woraus auf Grund der Formeln (8) bzw. (13) die satzweisen Azimutwerte, sowie deren Mittelwerte berechnet werden; dies soll vom momentanen Pol auf den mittleren Pol mit der Formel

$$\Delta a_P = (x \sin \lambda - y \cos \lambda) \sec \varphi \quad (26)$$

umgerechnet werden.

Der Mittelwert der 40 Sätze ist:

$$46^\circ 08' 08,72'' \quad (\text{für August } 30,74; 1971)$$

$$\frac{\Delta a_P = \quad - \quad 0,67''}{A = 46^\circ 08' 08,05'' \pm 0,46''} \quad (27)$$

Es sei bemerkt, daß der aus $n = 40$ Sätzen berechnete mittlere Fehler eines Satzes laut unseren Berechnungen den Wert $\pm 2,89''$ ergab.

Tabelle III
Mittelwert

n	A_5	-(ictg z-abb)	A	v
1	46°08'11,49"	+ 2,34"	46°08'13,83"	- 5,11"
2	08 09,25	+ 1,53	08 10,78	- 2,06
3	08 07,14	+ 0,66	08 07,80	+ 0,92
4	08 08,80	+ 0,21	08 09,01	- 0,29
5	08 08,22	- 0,57	08 07,65	+ 1,07
6	08 06,76	- 0,26	08 06,50	+ 2,22
7	08 08,91	- 0,22	08 08,69	+ 0,03
8	08 10,29	- 0,08	08 10,21	- 1,49
9	08 07,62	- 1,43	08 06,19	+ 2,53
10	46 08 05,03	- 3,74	46 08 01,29	+ 7,43
11	08 11,34	+ 1,10	08 12,44	- 3,72
12	08 11,20	- 0,48	08 10,72	- 2,00
13	08 08,01	- 2,38	08 05,63	+ 3,09
14	08 09,94	- 0,91	08 09,03	- 0,31
15	08 07,76	- 1,12	08 06,64	+ 2,08
16	08 09,80	- 1,46	08 08,34	+ 0,38
17	08 07,34	- 1,88	08 05,46	+ 3,26
18	08 10,23	- 1,42	08 08,81	- 0,09
19	08 09,52	- 1,72	08 07,80	+ 0,92
20	46 08 11,50	- 1,05	46 08 10,45	- 1,73
21	08 10,11	- 0,71	08 09,40	- 0,68
22	08 11,11	- 0,52	08 10,59	- 1,87
23	08 11,76	- 0,57	08 11,19	- 2,47
24	08 12,12	- 0,46	08 11,66	- 2,94
25	08 10,22	- 0,43	08 09,79	- 1,07
26	08 10,84	- 0,34	08 10,50	- 1,78
27	08 10,83	- 0,25	08 10,58	- 1,86
28	08 08,39	- 0,16	08 08,23	+ 0,49
29	08 05,35	- 4,51	08 00,34	+ 7,88
30	46 08 07,49	- 1,20	46 08 06,29	+ 2,43
31	08 08,47	- 0,68	08 07,79	+ 0,93
32	08 08,81	- 1,16	08 07,65	+ 1,07
33	08 07,11	- 2,70	08 04,41	+ 4,31
34	08 11,61	- 1,83	08 09,78	- 1,06
35	08 09,53	- 0,40	08 09,13	- 0,41
36	08 13,83	+ 1,16	08 14,99	- 6,27
37	08 11,21	- 2,70	08 08,51	+ 0,21
38	08 09,39	- 2,44	08 06,95	+ 1,77
39	08 11,95	- 1,22	08 10,73	- 2,01
40	46 08 14,12	- 1,46	46 08 12,66	- 3,94
Mittelwert:			46 08'08,72"	± 0,46"

3.1 Vergleich der Sonnenazimut-Beobachtung mit den Beobachtungen des Polarsterns

Außer den in Punkten 1.3 beschriebenen Sonnenazimut-Beobachtungen wurde vom gleichen Standpunkt aus am 26. August 1971 mit einem Theodolit Wild T4 die Azimutbestimmung mit Hilfe des Polarsterns durchgeführt (siehe Tabelle IV. Es wurde derselbe terrestrische Punkt angezielt; der Mittelwert der $n = 12$ Sätze ist:

$$46^\circ 08' 09,01'' \text{ (für August 26,24; 1971)}$$

$$\frac{\Delta a_P = -0,68}{A = 46^\circ 08' 08,33'' \pm 0,24} \quad (28)$$

Bei den Polarstern-Messungen ergab sich der mittlere Fehler eines Satzes aus $n = 12$ Sätzen für $\pm 0,85''$.

Die Werte (27) und (28) verglichen, konnten wir die Folgerung ziehen, daß im Falle von genügenden Wiederholungen auch die mit Hilfe der Sonne durchgeführte Zeitazimut-Beobachtung ein ähnlich gutes Ergebnis liefert, wie die Polarstern-Beobachtung, vorausgesetzt, daß die geographischen Koordinaten des Standpunktes, vor allem der präzise Wert von λ bereits bekannt sind, weil der aus der Sonnen-Beobachtung berechnete Azimut mit dem Wert von λ sehr stark korreliert ist.

In diesem Zusammenhang erwähnen wir unseren Vorschlag: In Kenntnis

Tabelle IV

*Mittelwert
(Azimut-Messung mit dem Polarstern, die Zusammenstellung der Mittelwerte der Sätze)*

n	A_s	-(rectg z-abb)	A	v
1	46°08'09,89"	-1,80"	46°08'08,09"	+0,92"
2	08 05,84	+2,10	08 07,94	+1,07
3	08 08,24	+0,69	08 08,83	+0,18
4	08 07,73	+1,27	08 09,00	+0,01
5	08 04,71	+2,73	08 07,44	+1,57
6	08 09,45	+0,09	08 09,54	-0,53
7	08 09,43	+0,69	08 10,12	-1,11
8	08 07,84	+1,91	08 09,75	-0,74
9	08 05,78	+2,84	08 08,62	+0,39
10	08 07,53	+1,73	08 09,26	-0,25
11	08 07,13	+2,75	08 09,88	-0,87
12	08 06,69	+2,95	08 09,64	-0,63
Mittelwert:			46°08'09,01"	$\pm 0,24''$

des Näherungswertes λ_0 des Standpunktes, sowie mit genügend viel Sätzen von Sonnenazimut-Beobachtungen und Polarstern-Beobachtungen, aus den Differenzen der berechneten Azimute, kann der Ergänzungswert $\Delta\lambda$ der geographischen Länge und der genaue Azimutwert A abgeleitet werden. Aus der Fehlergleichung auf S. 667 in [12] kann man nach Substitution von $d\varphi = \emptyset$, $d\delta = \emptyset$ und $dt = d\lambda$ folgendes aufschreiben:

$$dA = (\sin \varphi + \operatorname{ctg} z \cos A_d \cos \varphi) d\lambda \quad (29)$$

worin A_d die nach Süden orientierte Azimutbezeichnung ist.

Falls berechnet wird, welche Änderung im Wert dA der Änderung $d\lambda = = 1^s = 15''$ entspricht, so ist bei der Messung Nr. ($i = 1$) der Azimutbestimmung mit Hilfe der Sonne $B_1 = +11,02''/s$ und bei der Messung Nr. ($i = 32$) $B_1 = +10,79''/s$. Bei Polarstern-Messungen entspricht dem $d\lambda = 1^s$ bei dem Satz ($n = 1$) aber eine Änderung von $B_2 = +0,31''/s$ und bei dem Satz ($n = = 12$) eine Änderung von $B_2 = +0,28''/s$.

Zur tatsächlichen Bestimmung des Ergänzungswertes der geographischen Länge wird folgendes empfohlen. Man berechnet auf Grund von (29) für sämtliche Sätze der Sonnenazimut-Beobachtungen die auf 1^s bezogenen B_1 Änderungen und bildet für sämtliche Sätze die Differenz ($A_2 - A_1$), wo A_1 den aus den Sonnenazimut-Beobachtungen stammenden satzweisen Azimutwert, A_2 aber den aus Polarstern-Messungen stammenden, aus s Sätzen berechneten Azimut-Mittelwert bezeichnet. B_2 sei die auf den Mittelwert der Polaris-Beobachtungen bezogene Azimut-Änderung für $\Delta\lambda = 1^s$. So kann man aus dem auf die Sonnen-Beobachtungen aufschreibbaren Zusammenhang

$$d\lambda = \frac{A_2'' - A_1''}{B_2''/s - B_1''/s} \quad (30)$$

satzweise jene $d\lambda$ -Werte berechnen, deren Mittelwert den wahrscheinlichen Ergänzungswert der geographischen Länge angibt.

4

Man kann mehrere nützliche Folgerungen aus unseren Versuchsmessungen für Sonnenazimut-Bestimmung ziehen.

Zuerst kann festgestellt werden, daß wir trotz der provisorischen Instrumenten-Zusammenstellung einen so genauen Azimutwert erhielten, der die praktische Einführung der mit Sonnenanziehung verbundenen Zeitazimut-Methode rechtfertigt. Die Anwendung einer endgültigen und gut justierten Instrumenten-Konstruktion, sowie die Einbeziehung der zeitgemäßen Zeit-

meßtechnik ermöglicht die weitere Steigerung der Genauigkeit der Sonnenazimut-Bestimmung. Eine wichtige Rolle spielt hierbei die Verwirklichung der von uns angewendeten Sonnenanzielung mit Invert-Koinzidenz wodurch eine bessere Synchronisierung der Sonnenanzielung und der Zeitmessung als bisher verwirklicht wurde.

Die mit der Sonnenanzielung verbundene Zeitazimut-Methode ist — wie bekannt — zur gleichzeitigen Bestimmung der geographischen Breite, Länge und des Azimuts geeignet. In unseren Prüfungen wurden zwar mit anderen Methoden bestimmte, und für endgültig angenommene geographische Breiten und Längenwerte angewendet, der Zusammenhang

$$dA = (\sin \varphi + \cotgz \cos \varphi \cos A_D) d\lambda - \cotgz \sin A_D d\varphi$$

stellt jedoch einen wichtigen differentiellen Zusammenhang zwischen den geographischen Koordinaten dar. Dies ist also bei dem von uns erzielten Genauigkeitsniveau der Sonnen-Beobachtungen bereits zur Verdichtung der Werte φ und λ , zur Bestimmung der Lotabweichungs-Netze, bzw. zur Azimut-Kontrolle der Triangulationsnetze gut anwendbar. Hinsichtlich dieser Arbeiten ist es nicht ohne Bedeutung, daß man diese auch am Tage durchführen kann.

Schließlich kann man im Zusammenhang mit der Anwendung der Kreiseltheodolite die Kontrolle der Instrumenten-Konstanten vorteilhaft auch mit der Sonnenazimut-Bestimmung durchführen. Mit dieser Methode kann man die Instrumenten-Konstante der Kreiseltheodolite großer Genauigkeit auch in der Nähe der Meßstelle bestimmen, und dies ist wegen der vom Transport herrührenden Dejustierungen eine vorteilhafte Möglichkeit. In diesem Zusammenhang muß eigens darauf hingewiesen werden, daß der MOM Aufsatzkreisel-Theodolit Gi-C2 bereits mit einem solchen Fernrohr hergestellt wird, mit welchem die Möglichkeit der Koinzidenz-Anzielung gegeben ist. So kann die Sonnenanzielung mit demselben Instrument durchgeführt werden, womit auch die Kreisel-Azimutbestimmung erfolgte. Da der Theodolitteil dieses Instrumentes eine Kreisablesung von 1" Genauigkeit (geschätzt 0,1") ermöglicht, kann zu einer Sonnenazimut-Bestimmung von dieser Genauigkeit ohne jede Umänderung vorteilhaft angewendet werden.

Zum Schluß soll noch bemerkt werden, daß die Untersuchung der genauen Sonnenazimut-Bestimmung noch weitere Forschungsmöglichkeiten bietet, worauf noch in einer anderen Studie gegebenenfalls zurückgekehrt werden soll.

SCHRIFTTUM

1. Apparent Places: Apparent Places of Fundamental Stars 1971. Heidelberg, 1968. (Astronomisches Recheninstitut).
2. Asztronomicseszkij Jezsegodnik: Asztronomicseszkij Jezsegodnik SzSzSzR na 1971 god. Leningrad, 1968.

3. Asztronomicseszkij Jezsegodnik: Asztronomicseszkij Jezsegodnik SzSzSzR na 1976 god. Leningrad, 1973.
4. BENNETT, G. G.: Sun observations for Azimuth. *The Australian Surveyor*, 26 (1974), 62–81.
5. BYFF, I.: Földrajzi helymeghatározás (Geographische Ortsbestimmung) I. rész (Teil I.) Budapest, 1958. (Ausgabe von ÁFTH)
6. Computer Design Corporation: CompuCorp Beta 326 Scientist, Los Angeles, 1974. p. 192.
7. GUINOT, B.—FEISSEL, M.—GRANVEAUD, M.: Rapport annuel pour 1971. Paris, 1972. (Bureau Internationale de l'Heure).
8. HIRSCH, O.: Möglichkeiten der Zeiterfassung bei astronomisch-geodätischen Feldarbeiten. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, 73 (1966), 169.
9. HUSTI, G. J.: Simultaneous Determination of Latitude, Longitude and Azimuth by Horizontal Directions at the Sun. Netherlands Geodetic Commission, Delft, 1966. New series, vol. 2, No. 3, p. 1–19.
10. KŘOVAK, J.: Zwölfstellige Tafeln der trigonometrischen Funktionen. Prag, 1944. (Landesvermessungsamt Böhmen und Mähren).
11. ORBÁN, A.: Beszámoló a prizmás irányzású okulárral ellátott MOM Te-C teodolit vizsgálatáról (Bericht über die Untersuchung des mit Prismen-Okular versehenen MOM Theodolits Te-C) (Bericht für internen Gebrauch) (28. Dezember, 1963).
12. RAMSAYER, K.: Jordan-Eggert-Kneissl Handbuch der Vermessungskunde. 10. Ausgabe, Bd. II/a. Stuttgart, 1970. (Metzlersche Verlagsbuchhandlung).
13. SCHÄDLICH, M.: Die astronomische Orientierung terrestrischer Richtungen II. Ordnung mit der Sonne. *Vermessungstechnik*, Berlin, 12 (1964), 302; 304; 343–345.
14. SCHINAGEL, F.: Koincenciás prizmarendszer (Koinzidenz-Prismen-System) (Dienstpatent). MOM, 1960.

ОПРЕДЕЛЕНИЯ АЗИМУТА С ВЫСОКОЙ ТОЧНОСТЬЮ ПРИ ПОМОЩИ НАБЛЮДЕНИЯ СОЛНЦА

ДЬ. АЛПАР—ДЬ. САДЕЦКИ-КАРДОШШ—Э. БОД

РЕЗЮМЕ

С применением новых инструментальных и методических возможностей при определениях азимута посредством Солнца можно добиться высокой точности.

Среднее значение из 40 серий измерений этим методом отличается от полученного с помощью наблюдений за Полярной в 12 сериях только на 0,28".

ON CONNECTIONS BETWEEN IONOSPHERIC ABSORPTION AND ATMOSPHERIC ELECTRICITY BY INVESTIGATING DATA OF SEVERAL PARAMETERS

F. MÄRCZ

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE OF THE
HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES

[Manuscript received August 28, 1975]

The connections between ionospheric absorption and atmospheric electricity have been investigated by using absorption data measured at three transmission paths and potential gradient data of two observatories. The selection of absorption events was checked on the basis of three independent data series. The increased potential gradient following certain enhancements of ionospheric absorption has been revealed for the year 1966, too. An analysis of several atmospheric parameters (potential gradient, air-conductivity, condensation nuclei) has shown that the increase of potential gradient can hardly be understood on the basis of variations of local factors, thus a tentative interpretation given earlier [1] may be preserved for the recent results, too.

1. Introduction

Certain events of ionospheric absorption can be followed by an increase of the atmospheric electric potential gradient measured near the ground. This was shown by several analyses described earlier (MÄRCZ [1]). The analyses were based on potential gradient data of two observatories (Nagyecenk, $\varphi = 47^{\circ}38' N$, Hungary, and Swider, $\varphi = 52^{\circ}07' N$, Poland) and on absorption data derived from measurements at the Nagyecenk – Československo (272 kc/s) transmission path. In these investigations night-time observations from the 1967–1970 interval were used.

It seemed appropriate to check whether the potential gradient would also reveal the effect mentioned when selecting absorption events on the basis of data derived from measurements at several other transmission paths. In order to extend the investigations to a further interval, data of a year not included in the previous analyses [1] have been used in this case.

Additionally, it seemed reasonable to investigate the behaviour of other atmospheric parameters available from periods during which the Swider potential gradient showed an enhancement associated with extraterrestrial influences [1].

2. Results

2.1 Analyses of potential gradient data in dependence of ionospheric absorption measured at several transmission paths

Night absorption data derived from measurements at three conveniently located transmission paths were chosen to select key days for three simultaneous superposed epoch analyses. The transmission paths and the frequencies used are:

1. Průhonice-Československo 272 kc/s — (49.6° N)
2. Kühlungsborn-Kalundborg 245 kc/s — (54.9° N)
3. Kühlungsborn-Deutschlandsender 185 kc/s — (53.4° N)

(The geographic latitude of each reflection point is given in brackets.)

Data measured in 1966 were used for the analyses. At first, like in previous analyses [1], an excessive absorption of at least 30 per cent above the actual monthly mean was required for selecting a day as key day. Since this criterion was not fulfilled in a sufficient number of cases by the data of the third transmission path (185 kc/s), the criterion was changed in this case. Demanding only a 20 per cent absorption enhancement, 14 key days could be collected. Using the original criterion for the first two paths, the number of key days was 17 for the first transmission path and 6 for the second. Night averages (0000–4000 GMT) of the Nagyecenk and Swider potential gradient were used again in the analyses. The mean departures of these values from the monthly mean are shown in Fig. 1. Seven days before and after the key days were investigated. Nagyecenk data did not reveal the effect at all. A clear increase of positive departures after key days was found for Swider, if the selection of events had been carried out on the basis of anomalously high values of absorption measured at 245 kc/s. The peaks on days “+2” and “+3” indicate an association of Swider potential gradient with extreme absorption events in the year 1966, too. Results of the two remaining analyses show, however, smaller effects.

In a further study, a simultaneous investigation of the absorption events observed at the three transmission paths was made. Only those absorption enhancements were considered where quite simultaneously an appropriate increase of absorption occurred on at least one out of the two other transmission paths. Lags of not more than ± 3 days, however, were permitted. The applied criterion was fulfilled in 1966 in seven cases. The date of the absorption enhancement occurring *first* was regarded as key day in a superposed epoch analysis. Mean values of potential gradient departures (determined similarly as earlier) are shown in the left part of Fig. 2 for the intervals preceding and following the selected key days. As expected on the basis of previous results (Fig. 1), Nagyecenk data do not show any effect but an increase of Swider potential gradient can be seen between the days “+2” and “+5”. According

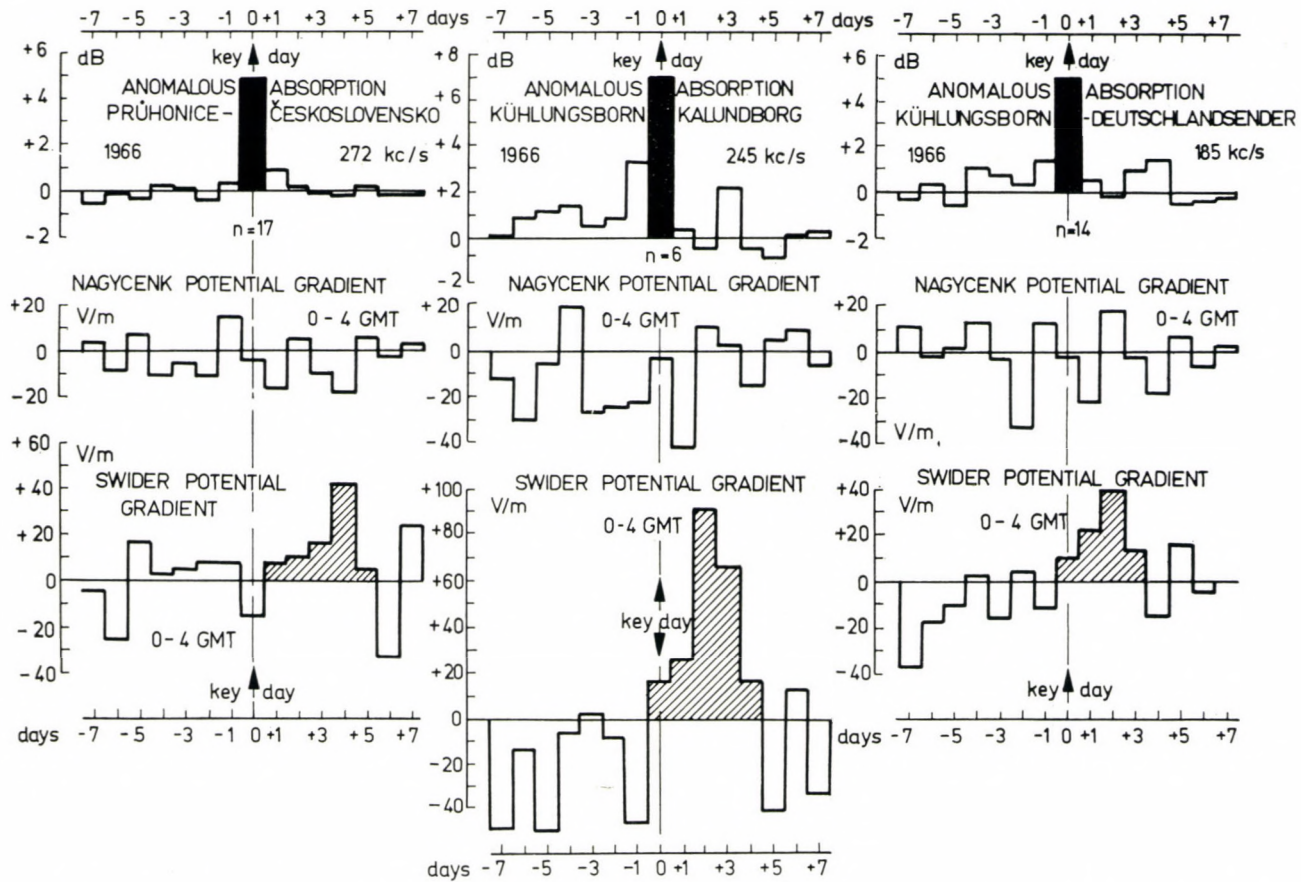


Fig. 1. Mean departures of potential gradient night averages from the corresponding monthly means analysed in dependence of anomalously high ionospheric absorption measured at different transmission paths in 1966

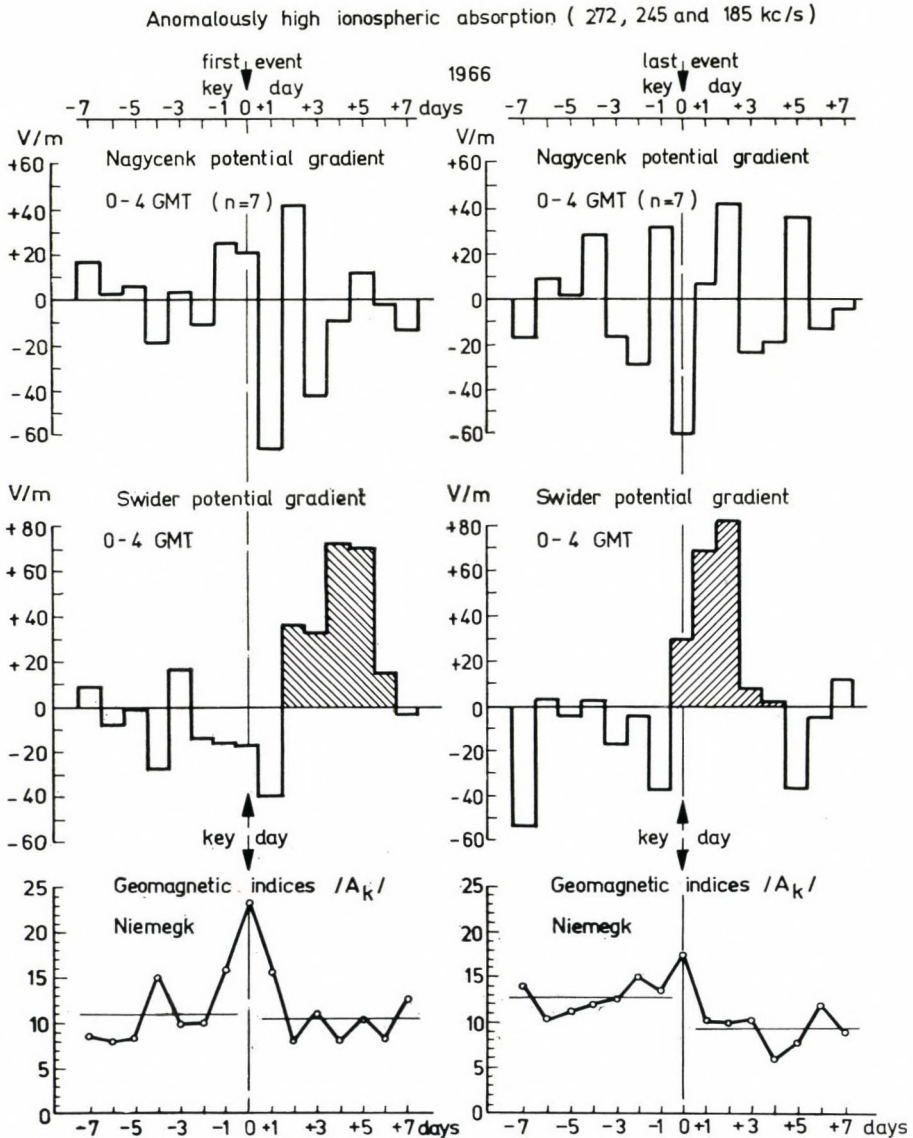


Fig. 2. Mean departures of potential gradient night averages from the corresponding monthly means around key days selected on the basis of three simultaneous absorption series measured in 1966

to a χ^2 -test this is significant at the 90 per cent level. (Applying the test to departures of the interval between the days “+1” and “+5” — like in the majority of previous cases [1] — the significance did not reach even the 80 per cent level, because of the rather large negative departures on day “+1”). In Fig. 2, geomagnetic activity is represented by A_k -indices of the Niemegk

observatory. In the left part of the Fig., the mean level of activity between days “-7” and “-1” is quite similar to that following the key days (from day “+1” to day “+7”) as indicated by the horizontal lines. Activity on key days is rather enhanced. This is shown by the mean value of A_k -indices becoming about two times larger on these days than the mean levels of adjacent intervals.

Results presented in the right part of Fig. 2 were derived from another superposed epoch analysis. In this case, the date of the *last* absorption event out of those parallel ones in the three data series (272, 245 and 185 kc/s) was accepted as key day. The Nagycenk data do not show any effect. The increase of Swider potential gradient is similar to that in the left part of Fig. 2, but it begins already on the “0” day and after a three-day-duration the effect is over. In the interval between days “0” and “+2”, the positive departures are significant at the 80 per cent level. The earlier start of the effect (as compared to the results in the left part of the Figure) is connected with the different arrangement of key days. This also resulted in a slightly higher mean level of A_k -indices before key days, than after them. The peak value once more occurs on the “0” day, it is not so high, however, as previously.

2.2 *Analyses using data of potential gradient, air-conductivity and condensation nuclei*

At the Swider observatory, the continuous recording of potential gradient is supplemented by the measurement of positive air-conductivity. In the present studies conductivity data of the interval between 0000 and 4000 GMT have been averaged for characterizing night conditions of conductivity near the ground in 1967–1968. Similarly determined night averages of the potential gradient were available for the same years from earlier analyses [1]. In addition, the number of condensation nuclei measured also at Swider each morning between 0550 and 0620 GMT (i.e. close to the interval where the conductivity and potential gradient data were taken from) has also been analysed.

Fig. 3 shows the mean departures of potential gradient, positive air-conductivity and number of condensation nuclei from their monthly averages in intervals around certain absorption events observed in 1967 and 1968, respectively. Relations between extraterrestrial effects and conductivity measured near the ground, as well as between the former and condensation nuclei are not supposed. Both parameters were used to enable a comparison of their variations with simultaneous changes of potential gradient following selected absorption events. Positive air-conductivity—fluctuating during the interval from day “-7” till day “+2” around the mean level in 1967 and being mostly above it in 1968—suddenly decreases on day “+3” in both years. The decrease lasts four days in 1967, being, however, rather mod-

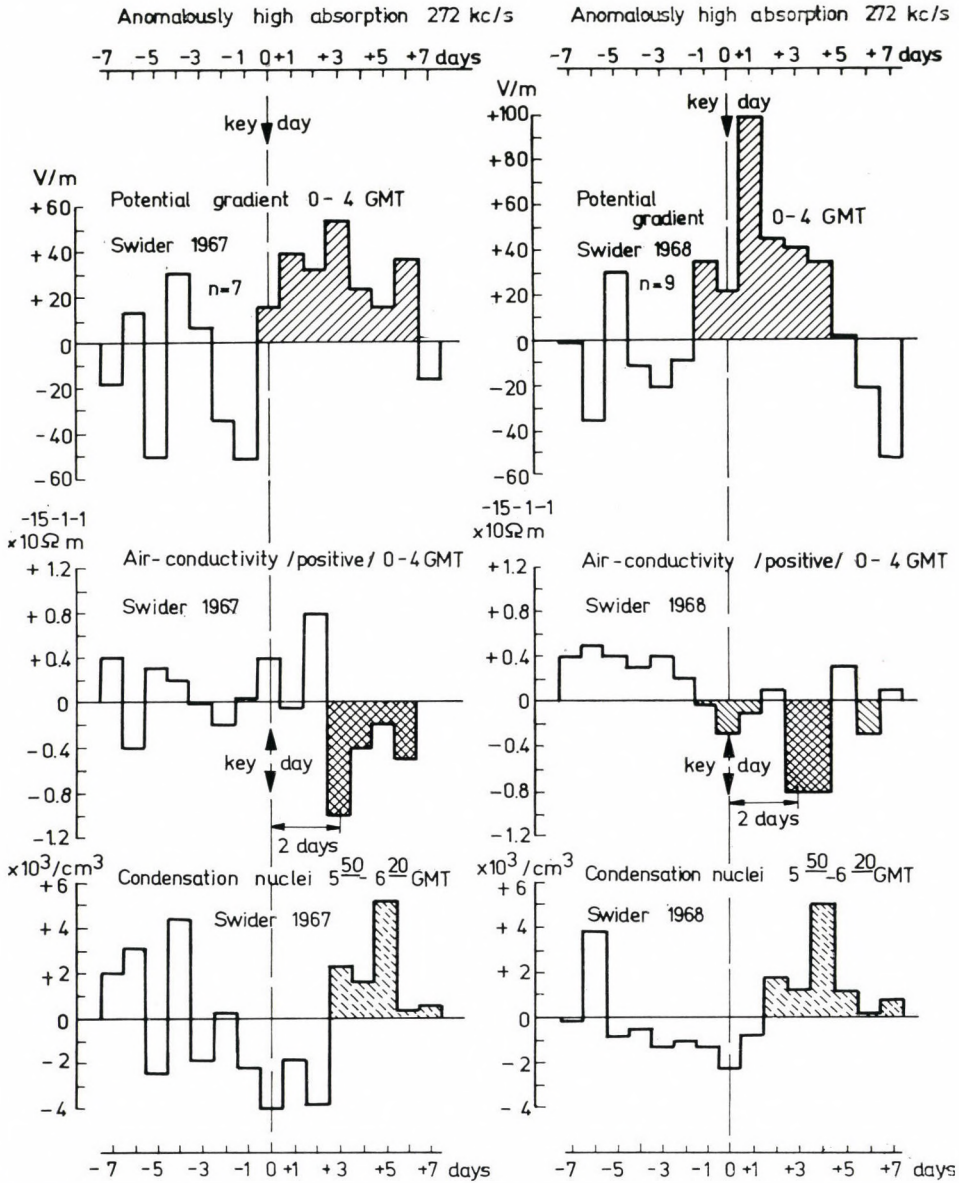


Fig. 3. Changes of potential gradient, positive air-conductivity and condensation nuclei measured at Swider around days with anomalously high ionospheric absorption in 1967 and 1968

erate after day “+4”. In 1968 days “+3” and “+4” are characterized by conductivities well below the normal level. At the same time the number of condensation nuclei shows increased values (Fig. 3). These latter could partly explain the decrease of conductivity [2], the lack of ion data, however, does not allow a detailed interpretation. Nevertheless, it can be supposed these

conductivity changes observed near the ground are due to influences of local factors.

3. Discussion

The results of Section 2.1 have shown an association of Swider potential gradient with certain absorption events for the year 1966, too. In an earlier study investigating this association for several other years [1], the selection of key days was always based on absorption data measured at the Nagyecnk — Československo (272 kc/s) transmission path. The present analyses have shown that a selection taking into account simultaneous absorption data of several transmission paths supports the results of previous investigations [1]. It turned out, however, that no uniform criterion can be set for the choice of absorption events. Demanding an excessive absorption of at least 30 per cent above the actual monthly mean was suitable to select appropriate key days in case of two different transmission paths, while for the third path the criterion had to be changed. It seems reasonable that the choice of an acceptable criterion should be supported by a preliminary test of the data series used.

It should be mentioned that absorption events are not equally frequent at the different transmission paths. According to Fig. 1, the number of events at 245 kc/s was about the third (6) of those observed at 272 kc/s (17) in spite of using the same criterion of selection in both cases. Though the enhancement of the Swider potential gradient has been the clearest following the former six events observed at the Kühlungsborn-Kalundborg transmission path. Its reflection point is situated at the highest geographic latitude ($\varphi = 54.9^\circ$ N) out of those included in the analyses. Due to this geographic location, the selection of effective absorption events might be more advantageous in this case than in the other ones.

As also shown in Fig. 1, the Nagyecnk potential gradient did not indicate any effect at all. This is in accordance with earlier results [1] and supports the assumption of the latitude dependence of the effect.

The analyses of Section 2.2 intended to check whether the enhancement of potential gradient found in selected intervals were merely a result of appropriate conductivity changes, or other — e. g. extraterrestrial — factors could contribute to this effect, too.

Earlier investigations [2] of Swider data hinted at a quite similar behaviour of positive and negative conductivities. In Fig. 3, changes of average values of different atmospheric parameters were shown. Consequently, the knowledge of variations in two out of the three principal atmospheric electric parameters (i.e. E — field strength and A — total conductivity determined by the sum of the polar conductivities: $\lambda^+ + \lambda^- = A$) could allow some calculations, without a possibility of control, however, because of the lack of air-

earth (i_L — conduction and i_c — convection) current (density) data. We have been aware of the fact that calculations using average values of principal atmospheric electric parameters cannot be regarded as necessarily accurate, since Ohm's law is not satisfied for average values in each case.

Thus, only qualitative considerations could be given on the basis of the equation [3]:

$$E = \frac{i_L}{A}, \quad (1)$$

where the meaning of the symbols has been given earlier.

According to equation (1) an increased potential gradient can be derived from an increase of i_L , and/or from a decrease of conductivity. The latter case is more obvious if one assumes the constancy of i_L , (of course, the constancy of i_L is a rather arbitrary assumption, anyway, its variability can be overruled by that of the conductivity near the ground). As regards the results of Fig. 3, in 1967 the potential gradient enhancement between days "0" and "+2" was not accompanied by an appropriate conductivity decrease. In 1968 the conductivity on day "+1" barely differs from the normal level while at the same time the potential gradient significantly increases. Negative departures of conductivity like those starting in both years on day "+3" partly explain the corresponding potential gradient enhancements, but they are insufficient to account for the total effect.

Consequently, the increased potential gradient observed during intervals following ionospheric absorption events cannot be attributed to local conductivity variations alone. Thus, factors being more effective during these periods than local ones should also be sought for. Without repeating the considerations given in [1], they are most likely influences of extraterrestrial origin.

REFERENCES

1. MÁRCZ F.: Atmospheric electric potential gradient following extreme events in ionospheric absorption. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 9 (1974), 457—475.
2. MÁRCZ F.: On the dependence of atmospheric electric elements on meteorological changes based on observations of the Geophysical Observatory at Swider. Atmospheric Electricity. Translated and published for the U.S. Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration and the National Science Foundation, Washington, D.C., by the Scientific Publications Foreign Cooperation Center of the Central Institute for Scientific, Technical and Economic Information, Warsaw, Poland, 1971, 101—111.
3. ISRAËL H.: Atmospheric Electricity. Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem (1973) Vol. II. 478.

О СВЯЗЯХ ИОНОСФЕРНОГО ПОГЛОЩЕНИЯ И АТМОСФЕРНОГО
ЭЛЕКТРИЧЕСТВА НА ОСНОВЕ ИСПЫТАНИЙ НЕСКОЛЬКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Ф. МЕРЦ

РЕЗЮМЕ

Для исследования связей между ионосферным поглощением и атмосферным электричеством были использованы данные поглощения, определенные на трех линиях измерения и данные о градиенте потенциала электрического поля атмосферы в двух обсерваториях. Была проверена возможность выбора событий поглощения (сутки, характерные большим поглощением) на основе трех независимых серий данных. Вслед за ростом поглощения в некоторых случаях и на 1966-ой удалось выявить повышенные значения градиента потенциала. Совместное исследование некоторых атмосферных параметров указало на то, что увеличение градиента потенциала трудно объяснить изменениями лишь локальных факторов, и так, одна ранняя интерпретация [1] оказалась справедливой и на основе настоящих результатов.

DETERMINATION OF THE POSITION OF THE MAGNETOPAUSE FROM GEOMAGNETIC PULSATION INDICES

J. VERŐ

GEODETICAL AND GEOPHYSICAL RESEARCH INSTITUTE OF THE
HUNGARIAN ACADEMY OF SCIENCES, SOPRON

[Manuscript received September 2, 1975]

A comparison of 56 magnetopause positions (Prognoz and Prognoz 2) with geomagnetic pulsation data shows, that the former can be determined with an RMS error less than $1.0 R_E$ (Earth radius) using the latter.

1. VINOGRADOV et al. [1] compared data on the position of the magnetopause with simultaneous geomagnetic pulsation periods (Pc 2–4). Data of the satellites Prognoz and Prognoz-2 were used from the interval April–December, 1972. As the orbit of the satellites was changing (with a longitudinal drift rate of 4° per revolution, i.e. per 96 hours), deviations from a mean magnetopause position ($10 R_E$ at 12 h, $14.3 R_E$ at 6 h) were used. Data of 56 magnetopause crossings were selected (no multiple and unclear crossings), and a correlation coefficient of 0.56 ± 0.18 , significant on the 1% level, was found between the deviations from a mean magnetopause position (ΔR) and simultaneous pulsation periods (T). The pulsation data are derived from the records of the observatories Irkutsk and Borok.

It is interesting to note that the correlation coefficient between ΔR and Kp (0.58) is nearly the same as that between ΔR and T , and data grouped according to Kp -values have considerably weaker correlations. VINOGRADOV et al. concluded that there is no clear dependence of pulsation periods on the magnetopause position.

2. As pulsation indices were proved to be useful tools for the determination of certain interplanetary-magnetospheric parameters (e.g. solar wind velocity, VERŐ [2]), an investigation was started with these data, too. The data set was significantly smaller than for the solar wind (from the 56 crossings, only 46 could be used due to the lack of pulsation amplitude indices), therefore the same method could not be applied (for the pulsation indices see HOLLÓ et al. [3] and TÁTRALLYAY–VERŐ [4]).

Mean values of the pulsation indices in the 12 bands used in the processing of Nagyencik data (both occurrence frequency (f) and amplitude (a) indices) are shown in Fig. 1 for 6 different groups of the magnetopause distance. In addition, mean values of Kp , T (Nagyencik linear telluric activity index) and t (pulsation periods in Irkutsk and Borok) from VINOGRADOV et al. [1] are also given.

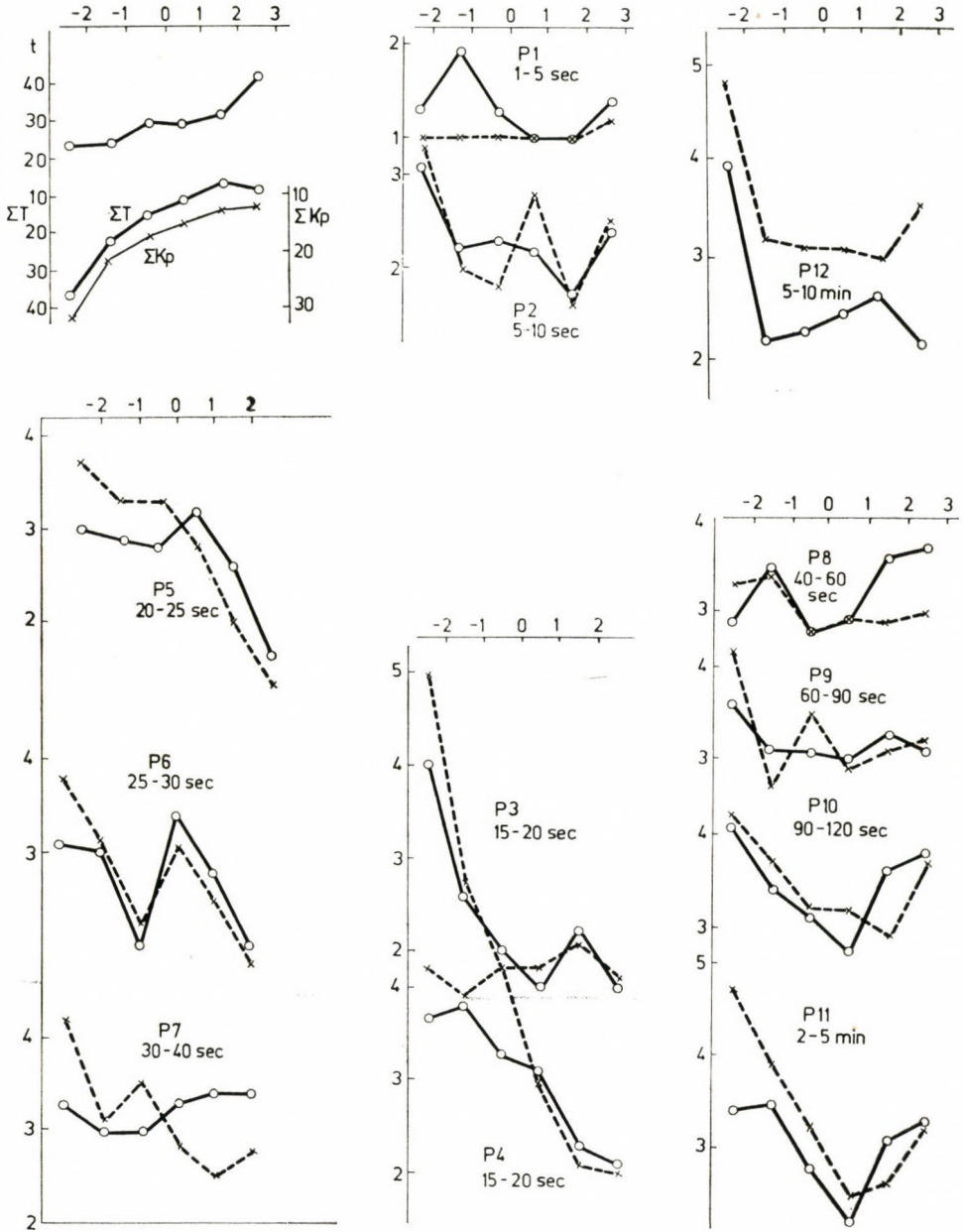


Fig. 1. Changes of some parameters in function of ΔR (horizontal axis), the momentanous deviation of the magnetopause position from an average, in Earth radii
 a) t , period of pulsations in sec as given by Vinogradov, ΣT Nagycenk earth current linear activity index, ΣKp planetary geomagnetic activity index; b-f Pulsation indices P1-P12 dotted: amplitude indices, continuous: occurrence frequency indices

The numbers of cases in these groups are as follows (numbers in brackets indicate "spurious" data, i.e. cases when two magnetopause values were given by VINOGRADOV et al., or when the R -values surpassed $20 R_E$, i.e. when crossings take place at early or late hours).

ΔR	Total number of cases	"Spurious" cases
less than -2.0	6	(3)
$-2.0 - -1.0$	7	(5)
$-0.9 - 0.0$	6	(2)
$0.0 - +0.9$	13	(3)
$+1.0 - +1.9$	8	(1)
More than $+2.0$	6	(2)
Total	46	(16)

Next, the same set of days was grouped into 6 groups of the same sizes according to the following criteria:

- a) ΣKp ; in this case the limits between groups are $9_0, 13_+, 15_0, 17_+, 23_-$.
- b) t as given by VINOGRADOV et al.; limits are 20, 25, 28, 31, 37 sec.
- c) ΣT , the Nagycenk linear telluric activity index; limits are 6, 7, 12, 15, 24.
- d) A combination of values deduced from pulsation indices. The following indices were used: $P3(f), P5(a), P5(a-f), P11(a), P11(a-f)$. Letters in brackets refer to the type of the index used, a means amplitude, f occurrence frequency index, $a-f$ their difference.

The RMS deviations of ranks (groups) formed on the basis of Prognoz magnetopause crossings and of criteria $a-d$ are the following (as the limits of the R -groups differ by 1 in R_E , RMS deviations are given in R_E).

All days	Accepted days (without "spurious" days)	Number of cases with errors more than $\pm 1 R_E$
$\Sigma Kp \quad \pm 1.65$	$\pm 1.2 (\pm 1.0)$	8(1)
$t \quad \pm 1.55$	$\pm 1.3 (\pm 1.1)$	7(1)
$\Sigma T \quad \pm 1.15$	$\pm 0.8 (\pm 0.9)$	2(1)
$P1-P12 \quad \pm 1.4$	$\pm 0.95 (\pm 1.3)$	3(3)

Since "spurious" days have much higher RMS errors than the other days, they will not be taken into account in what follows.

Errors are great in case of ΣKp and t , they are significantly less in case of $P1-P12$, and smallest for ΣT .

The superiority of the local ΣT activity index over ΣKp is rather surprising; no unambiguous interpretation can be offered. A tentative argumentation might be that short-period variations are better expressed by ΣT , being a telluric activity measure, than by ΣKp , and the actual magnetospheric dimension is better indicated by these shorter period variations ("short periods" mean here periods shorter than the characteristic period of substorms, i.e. some minutes to some tens of minutes). This argumentation, of course, is not too convincing.

The position of the magnetopause can be determined from the period of the simultaneous geomagnetic pulsations with about the same accuracy, as from Kp . A similar conclusion has been made by VINOGRADOV et al. (op. cit.).

A subjectively chosen sample (d) taken from P1–P12, containing only 5 indices out of 24, yields much better results than the simultaneous period t . Based on them, the position of the magnetopause could be determined with an accuracy of about $\pm 1R_E$, more than $\pm 1R_E$ error occurring only in 10% of all cases.

3. We have also tried to compute ΔR from the pulsation indices P1–P12 (f , a) by means of discriminant analysis. The results were not superior to that described earlier, but the numerical coefficients of the indices deserve some attention. The RMS error of ΔR was in case of both f and a indices $\pm 1.1 - 2.1$, none of them was much better. This is rather surprising, as in case of the distance of the magnetopause spectral-type (f) indices ought to yield better results.

A trial was also made with a set of both a and f indices (P2, P3, P5, P6, P9, P11). The coefficients of the a and f indices always were of opposite sign, those of a being some 3–5 times greater, showing that index a and the difference $a - f$ have rather independent information.

Fig. 2 contains the coefficients of the discriminant analysis. It shows that a decrease of the indices of the bands 5–10, 25–30, 40–60 and 300–600 sec hints – supposing the constancy of all other indices – at a contraction of the magnetosphere, in all other cases magnetospheric contractions are accompanied by increasing indices. Greatest information from this point of view is contained by P3–P5, P7 and P11 (5–15, 30–40 and 120–300 sec). Two points should be especially mentioned: the greater activity of the 5–10 sec band hints at greater dimensions of the magnetosphere, in spite of a rather close positive connection with geomagnetic activity. P2 had low correlation with solar wind velocity, too [2]. The band of 30–40 sec has an opposite character: it accompanies geomagnetically quiet periods, but its activity increases when the magnetosphere is smaller (cf. also Fig. 1).

4. As the sample of magnetopause crossing data was too small, it cannot be definitely concluded that pulsation indices are more suitable for the determination of the position of the magnetopause than traditional activity mea-

MAGNETOPAUSE POSITION

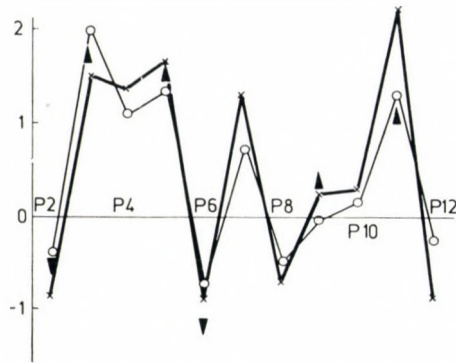


Fig. 2. Coefficients from the discriminant analysis for P1—P12
Thin: from occurrence frequency indices
Thick: from amplitude indices
Triangles: from a combination of amplitude and occurrence frequency indices

tures. It is, however, clear that pulsation indices of whole days are more effective tools for the estimation of the distance of the magnetopause than the simultaneous periods of pulsations. This means that short period fluctuations in any of the two phenomena (magnetopause and pulsations) are less important than the improvement due to the statistically more stable pulsation data of whole days. As Kp and T yielded quite different results, no unambiguous comparison can be made with geomagnetic activity, it can be stated, however, that the accuracy obtained is not much lower than when using geomagnetic pulsation indices. A part of the deviations can be attributed to energetic particle events: having omitted data on crossings when their flux was high, the RMS error of the magnetopause position with P1—P12 decreased by about 30%, from $0.95 R_E$ to $0.65 R_E$.

REFERENCES

1. VINOGRADOV, P. A.—ZASTENKER, G. N.—PARKHOMOV, V. A.—KHOKHLOV, M. Z.: Dynamics of the magnetosphere and the geomagnetic pulsations. Preprint 2—75 SibIZMIR, Irkutsk, 1975.
2. VERŐ, J.: Determination of solar wind velocity from pulsation indices, *J. Atm. Terr. Phys.*, 37 (1975), 561.
3. HOLLÓ, L.—TÁTRALLYAY, M.—VERŐ, J.: Experimental results with the characterization of geomagnetic micropulsations I. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 7 (1972), 155.
4. TÁTRALLYAY, M.—VERŐ, J.: Experimental results with the characterization of geomagnetic micropulsations II. *Acta Geod. Geoph. Mont. Hung.*, 8 (1973), 217.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ МАГНИТОПАУЗЫ ПО ГЕОМАГНИТНЫМ ПУЛЬСАЦИОННЫМ ИНДЕКСАМ

Й. ВЕРЕ

РЕЗЮМЕ

Сравнение 56 положений магнитопаузы (Прогноз 1 и Прогноз 2) с геомагнитными пульсационными индексами показало, что первые могут быть определены из последних по средней квадратической ошибкой, меньшей $\pm 1,0 R_E$ (радиуса Земли).

VERBINDUNG VON ZWEI NIVELLIERUNGSNETZEN ZUR BESTIMMUNG VON VERTIKALGESCHWINDIGKEITEN

W. K. HRISTOV

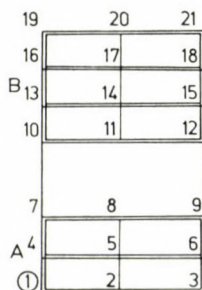
MITGLIED DER BULGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, SOFIA
EHRENMITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN, BUDAPEST

[Eingegangen am 10. September 1975]

Es seien zwei doppelt nivellierte Netze zur Herleitung von Vertikalgeschwindigkeiten beobachtet. Zu deren Verbindung müssen mindestens zwei Verbindungslinien vorhanden sein.

Es seien zwei Nivellierungsnetze zur Bestimmung von Vertikalgeschwindigkeiten beobachtet werden. Diese sollen miteinander verbunden sein. Das erste Netz muß einen Punkt völlig bestimmt haben (Höhe und Vertikalgeschwindigkeit) oder für zwei Punkte je eine Höhe, oder Höhe und Vertikalgeschwindigkeit; es sind also zur Berechnung des ersten Netzes *zwei Daten* erforderlich. Das zweite Netz muß von dem ersten Netz wiederum *zwei Daten erhalten*. Mehr als zwei Daten erfordern eine Ausgleichung. Die Anzahl der Bedingungsgleichungen ist nach der Regel bestimmt: Anzahl der Beobachtungsgrößen (Höhenunterschiede) minus Anzahl der Unbekannten — für jeden Knotenpunkt zwei (Höhe und Vertikalgeschwindigkeit), wobei zwei Daten als bekannt gelten müssen. Wenn jedes Nivellierungsnetz doppelt nivelliert wird, so entsprechen jedem geschlossenen Polygon *zwei* Bedingungsgleichungen. Siehe die Arbeit [1].

Es sollen die beiden selbständig nach Bedingungen ausgleichenen Blöcke **A** und **B**, (siehe Abb. 1)¹ miteinander verbunden werden.



Der Block **A** hat

$$24 - (18 - 2) = 8$$

¹ 2,5,8 und 11, 14, 17, 20 sind zweimal, wogegen 7,10 und 9,12 einmal gemessene Linien

Bedingungsgleichungen, nämlich 24 Nivellierungslinien minus $(9 - 1) \times 2$ Unbekannten, da sämtliche Daten des Punktes 1 bekannt sind.

Der Block **B** hat

$$34 - (24 - 2) = 12$$

Bedingungsgleichungen, nämlich 34 Nivellierungslinien minus $(12 - 1) \times 2$ Unbekannten, da der Block **B** durch die beiden Verbindungslinien zwei Bekannten vom Block **A** erhält.

Für die beiden Blöcke **A** und **B** haben wir insgesamt

$$60 - (21 - 1)2 = 20$$

Bedingungsgleichungen.

Es ist klar, daß wir: im ersten Block **A** 12 Verbesserungen v_{ij} der Unterschiede h_{ij} für das erste Nivellement und 12 Verbesserungen v'_{ij} der Unterschiede h'_{ij} für das zweite Nivellement erhalten. Im zweiten Block haben wir 17 Verbesserungen v_{ij} der Unterschiede h_{ij} für das erste Nivellement und 17 Verbesserungen v'_{ij} der Unterschiede h'_{ij} für das zweite Nivellement. Die Höhenunterschiede $h_{9,12}$ und $h_{7,10}$ erhalten keine Verbesserungen.

Hätten wir eine dritte Verbindungslinie 8—11, so wäre eine zusätzliche Bedingungsgleichung erforderlich.

Mit T_0 bezeichnen wir die Normalepoche und mit

$$\begin{cases} T_{ij} = T_0 + t_{ij} \\ T'_{ij} = T_0 + t'_{ij} \end{cases}$$

bezeichnen wir die Beobachtungsepochen.

Um das Nivellierungsnetz berechnen zu können, d.h. die Höhen H_i und die Vertikalgeschwindigkeiten V_j abzuleiten, müssen wir im ersten Block die Höhe H_1 für die Normalepoche und die Geschwindigkeit V_1 als bekannt voraussetzen. Diesbezüglich gilt der Zusammenhang:

$$V_j = V_i + \frac{(h'_{ij} + v'_{ij})(h_{ij} + v_{ij}) - (h_{ij} + v_{ij})}{t'_{ij} - t_{ij}}$$

und weiter:

$$\begin{aligned} H_j &= H_i + (h_{ij} + v_{ij}) - (V_j - V_i) \cdot t_{ij} \\ &= H_i + (h'_{ij} + v'_{ij}) - (V_j - V_i) \cdot t'_{ij}. \end{aligned}$$

Um den zweiten Block zu berechnen, errechnen wir zunächst die Geschwindigkeitdifferenzen $V_{10} - V_7$ und $V_{12} - V_9$. Zu diesem Zwecke werden die zwei Gleichungen für die auf die Normalepoche reduzierten Höhenunterschiede

und für die Geschwindigkeitsunterschiede aufgestellt:

$$h_{7,10} - (V_{10} - V_7) \cdot t_{7,10} + (h_{10,11} + v_{10,11}) + (h_{11,12} + v_{11,12}) + \\ + h_{12,9} - (V_9 - V_{12}) \cdot t_{12,9} + (h_{9,8} + v_{9,8}) + (h_{8,7} + v_{8,7}) = 0 \\ (V_{10} - V_7) + (V_{12} - V_{10}) + (V_9 - V_{12}) + (V_7 - V_9) = 0$$

Hier sind

$$V_7 - V_9$$

und

$$V_{12} - V_{10} = \frac{(h'_{10,11} + v_{10,11}) - (v_{10,11} + v_{10,11})}{t'_{10,11} - t_{10,11}} + \\ + \frac{(h'_{11,12} + v_{11,12}) - (v_{11,12} + v_{11,12})}{t'_{11,12} - t_{11,12}}$$

bekannt, und $V_{10} - V_7$, $V_9 - V_{12}$ unbekannt.

Weiter haben wir die Gleichungen:

$$V_{10} = V_7 + (V_{10} - V_7), \quad V_{12} = V_9 - (V_9 - V_{12})$$

$$H_{10} = H_7 + h_{7,10} - (V_{10} - V_7) \cdot t_{7,10}, \quad H_{12} = H_9 + h_{9,12} - (V_{12} - V_9) \cdot t_{9,12}$$

Wenn die Verbindungslinien 7-10 und 9-12 an der Landesgrenze (siehe Abb. 2) abrechnen und die einzelnen Abschnitte zu verschiedenen Zeiten beobachtet worden sind, so müssen längs der Grenze parallel laufende Linien beobachtet werden. Dann haben wir 6 Beobachtungslinien minus 2×2 Koordinaten, also 2 Bestimmungsdaten, die uns gerade reichen.



SCHRIFTTUM

1. HRISTOV, W. K.: Über die Ableitung der Vertikalgeschwindigkeiten der Erdkruste aus z we Nivellierungen nach Bedingungsgleichungen. Acta Geod. Geoph. Mont. Hung. 10 (1975).

СОЕДИНЕНИЕ ДВУХ НИВЕЛИРНЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРТИКАЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ

В. К. ХРИСТОВ

РЕЗЮМЕ

Пусть будут отнаблюдены два, дважды измеренных нивелирных сети для выведения вертикальных скоростей. Для их соединения необходимо иметь по крайней мере две привязочных линии.

DER EINFLUSS DES ZINSFUSSES AUF DIE GRÖSSE DER BERGWERKS BETRIEBE

J. ZAMBÓ

O. MITGLIED DER UNGARISCHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN

[Eingegangen am 10. Oktober 1975]

Die beiden meist kennzeichnenden optimalen Parameter der Bergwerksbetriebe: die Förderkapazität (in 10^6 t (Jahr)) und der dem Betrieb zugehörige, abbaubare Mineralvorrat sind vom Zinsfuß abhängig, wenn für den Rücklauf der Investitionskosten das verzinste Verfahren angewendet wird. Je höher der Zinsfuß ist, umso größere Werte ergeben sich für die optimalen Parameter.

Die Erfahrung lehrt, daß die Investitionskosten der Bergwerke durch die Regressionsformel

$$K_1 = a q^\mu$$

gut angenähert werden, worin die Funktion K_1 die Investitionskosten, q als unabhängig variable Größe die Förderkapazität des Bergwerks (in t/Jahr) bedeuten. Der Koeffizient a und der Exponent μ können mit dem Regressionsverfahren ermittelt werden. Der Koeffizient a ist von der Währung, sowie von den geologischen und Lagerungsverhältnissen abhängig, während der Exponent μ im allgemeinen einen Wert von 0,8 hat und von den geologischen Verhältnissen praktisch unabhängig ist (Siehe: I.S.68).

Vorerst sei angenommen, daß die Investitionskosten samt Zinsen in der Betriebszeit wieder eingebracht werden. Der besseren Übersicht halber wird die interkalarische Zeit der Investition außeracht gelassen. Ferner sei auch von der An- und Auslaufzeit des Betriebes abgesehen und angenommen, daß sich die Förderkapazität in der Betriebszeit (N Jahre) nicht ändert. Dementsprechend hat diese Untersuchung nur grundsätzliche Bedeutung.

Unter solchen Prämissen betragen die jährlichen, verzinnten Rücklaufkosten der Investition

$$K_{1,0} = \delta K_1 \frac{p^N}{p^N - 1}$$

Darin ist

$$p = 1 + \frac{A}{100}$$

$$\delta = p - 1$$

$$N = \frac{Q}{\tau}$$

Δ aber der Zinsfuß in %, Q der gewinnbare Mineralvorrat.

Die spezifischen, verzinnten Rücklaufkosten betragen:

$$\bar{k}_1 = \frac{\delta a}{q^{1-\mu}} \frac{p^N}{p^N - 1}$$

Ebenso zeigt die Erfahrung, daß die jährlichen Betriebskosten mit guter Annäherung durch die bivariable (q und Q) Regressionsformel

$$K_2 = bq^\nu Q^\omega$$

ausgedrückt wird. Der Koeffizient b ist hier auch von der Währung, den geologischen und Lagerungsverhältnissen abhängig. Der Exponent ν ist allgemein kleiner als Eins und größer als Null; sein Wert liegt meist bei 0,9. Der Exponent ω ist größer als Null und kleiner als Eins; sein Wert ist im allgemeinen näher bei Null.

Für die spezifischen Betriebskosten gilt die Beziehung

$$k_2 = b \frac{Q^\omega}{q^{1-\nu}},$$

für die gesamten verzinnten spezifischen Kosten aber

$$k = \bar{k}_1 + k_2 = \frac{\delta a}{q^{1-\mu}} \frac{p^N}{p^N - 1} + b \frac{Q^\omega}{q^{1-\nu}}$$

Sind grundsätzlich sowohl die Förderkapazität, als auch der abzubauen Mineralvorrat unbegrenzt und können sich frei verändern, so kann mi-Analyse der extremen Werte nachgewiesen werden, daß die spezifischen Kosten dann minimal sind, wenn die folgende Gleichheit erfüllt wird

$$\frac{(1 - \mu)(p^N - 1)}{N \ln p} + \frac{1 - \nu}{\omega} = 1$$

Die N Jahre können unter den angegebenen Bedingungen als optimale Betriebszeit betrachtet werden. N ist von den Koeffizienten (a und b) der Regressionsfunktion nicht abhängig, also unabhängig von der Währung.

Wird die Substitution

$$\frac{1}{1 - \mu} \left(1 - \frac{1 - \nu}{\omega} \right) = A$$

durchgeführt, dann ist

$$p^N = A N \ln p + 1.$$

Zwei Zinsfüße seien gewählt, uzw. $\Delta = 12\%$, bzw. $\Delta = 6\%$. Bei $\Delta = 12\%$, ist

$$1,12^N = 0,11333 A N + 1$$

Bei $\Delta = 6\%$ aber ist

$$1,06^N = 0,05827 A N + 1$$

Die graphische Lösung der letzteren beiden Gleichheiten ist in Abb. 1, bzw. Abb. 2 zu sehen. Aufgrund von diesen kann Abb. 3 entworfen werden. Die Kurve $p = 1,12$ zeigt bei einem Zinsfuß von $\Delta = 12\%$ die dem Minimum der verzinsten spezifischen Kosten zugeordnete Betriebszeit in Jahren, während sich die Kurve $p = 1,06$ auf den Zinsfuß $\Delta = 6\%$ bezieht. Abb. 3 zeigt auch die Änderung der Verhältniszahl

$$\frac{N_2}{N_1} = \varphi = \frac{N_6}{N_{12}}$$

Man erkennt, daß die *optimale Betriebszeit in hohem Maße vom Zinsfuß und der Größe A abhängig ist.*

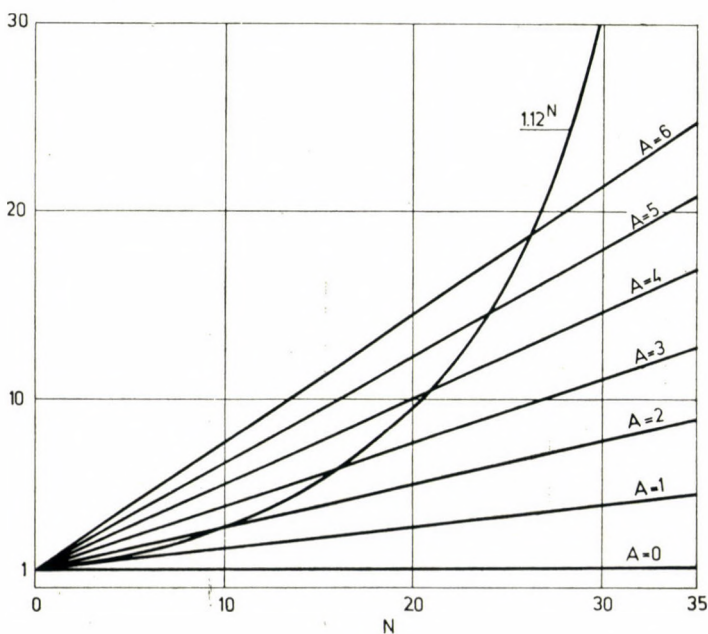


Abb. 1.

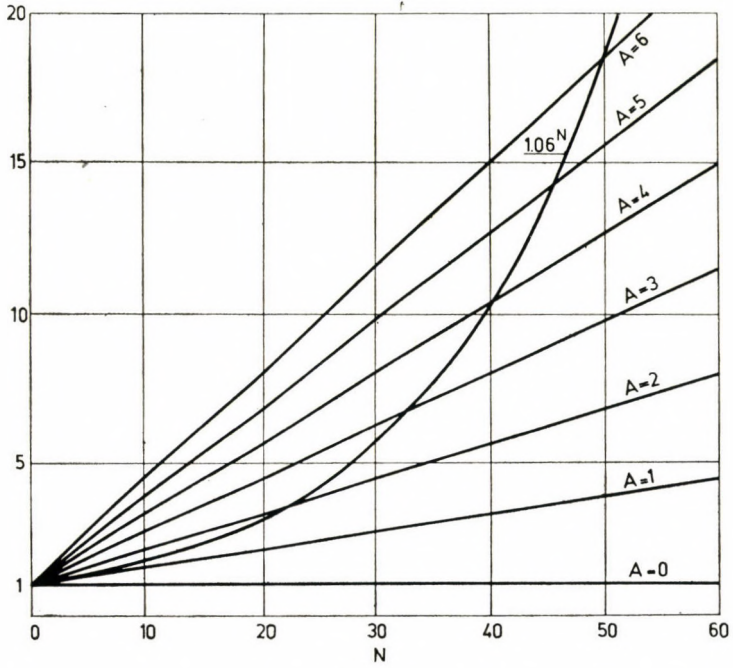


Abb. 2

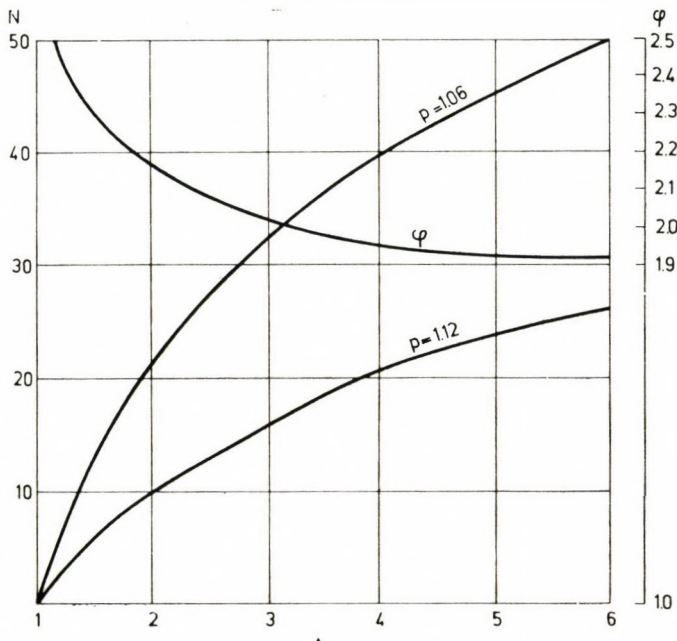


Abb. 3

Die der optimalen Betriebszeit zugeordneten optimalen gewinnbaren Mineralvorräte (Q), sowie die jährliche optimale Förderkapazität (q) können durch folgende Gleichungen ausgedrückt werden:

$$Q^{v+\omega-\mu} = \gamma \frac{\delta p^N}{\omega A^2 N^{1+\mu-\nu} \ln p}$$

$$q^{v+\omega-\mu} = \gamma \frac{\delta p^N}{\omega A^2 N^{1+\omega} \ln p}$$

Wie man sieht, sind die optimalen Größen Q und q unabhängig von der Währung, da $\gamma = \frac{a}{b}$ eine dimensionslose Zahl ist.

Werden die zu zwei verschiedenen p -Werten gehörigen optimalen abbaubaren Mineralvorräte mit Q_1 und Q_2 bezeichnet, und ist

$$\lambda = \frac{Q_1}{Q_2}$$

dann ist

$$\lambda^{v+\omega-\mu} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \gamma^{1+\mu-\nu} \frac{p_1^{N_1} \ln p_2}{p_2^{N_2} \ln p_1}$$

Werden aber die zu zwei verschiedenen p -Werten gehörigen optimalen jährlichen Förderkapazitäten mit q_1 und q_2 bezeichnet, dann lautet bei

$$\zeta = \frac{q_1}{q_2}$$

die Gleichung

$$\zeta^{v+\omega-\mu} = \frac{\delta_1}{\delta_2} \varphi^{1+\omega} \frac{p_1^{N_1} \ln p_2}{p_2^{N_2} \ln p_1}$$

Solch große Vorkommen, bei denen Q unbegrenzt ist, sind im allgemeinen selten. Häufiger sind jene Vorkommen, bei denen der Q -Wert gegeben, d. h. $Q = \text{konstant}$ ist. In diesem Fall kann die optimale Betriebszeit aus folgender Gleichheit errechnet werden:

$$\gamma \frac{\delta}{1-\nu} \frac{p^N N^{\nu-\mu}}{(p^N - 1)^2} [N \ln p - (1-\mu)(p^N - 1)] = Q^{v+\omega-\mu}$$

Hiefür ein Zahlenbeispiel:

Als Ergebnis des Regressionsverfahrens sei $\mu = 0,80$, $\nu = 0,93$, $\omega = 0,14$, $\gamma = 7,5$, wenn die Dimension von K_1 und K_2 10^6 Geldeinheiten entspricht, die Dimension von Q 10^6 t, die Dimension von q aber 10^6 t/Jahr ist.

Bei $\Delta = 6\%$ ist

$$\begin{aligned} N_6 &= 27,8 \text{ Jahre} \\ Q_6 &= 28,5 \cdot 10^6 \text{ t} \\ q_6 &= 1,0 \cdot 10^6 \text{ t/Jahr} \end{aligned}$$

bei $\Delta = 12\%$ aber:

$$\begin{aligned} N_{12} &= 14,3 \text{ Jahre} \\ Q_{12} &= 269,2 \cdot 10^6 \text{ t} \\ q_{12} &= 18,9 \cdot 10^6 \text{ t/Jahr} \end{aligned}$$

mithin also

$$\lambda = 9,5; \quad \zeta = 18,8; \quad \varphi = \frac{\zeta}{\lambda} = 2$$

Anders verhält es sich, wenn der abbaubare Mineralvorrat gegeben ist und hierzu die optimale Betriebszeit gesucht werden soll. Es sei $Q = 10 \cdot 10^6 \text{ t}$. Dann ist die optimale Betriebszeit durch folgende Beziehungen gegeben:

$$7,5 \frac{\delta}{0,07} \frac{p^N N^{0,13}}{(p^N - 1)^2} [N \ln p - 0,2(p^N - 1)] = 100^{0,27}$$

$$\Delta = 6\%: \quad \Delta_6 = 23,5 \text{ Jahre}; \quad q_6 = 4,26 \cdot 10^6 \text{ t/Jahr}$$

$$\Delta = 12\%: \quad N_{12} = 15,9 \text{ Jahre}; \quad q_{12} = 6,29 \cdot 10^6 \text{ t/Jahr}$$

$$\varphi = \xi = 1,48$$

Ist $p = 1$, d.h. $\Delta = 0\%$, dann gelten für den Fall ohne Verzinsung die Gleichungen

$$\begin{aligned} N_0^{\mu-\nu+1} &= \gamma \frac{\mu}{(1-\nu) Q^{\nu-\mu+\nu}} \\ N_0 &= \left[7,5 \frac{0,8}{0,07 \cdot 100^{0,27}} \right]^{0,87} = 39,9 \text{ Jahre.} \end{aligned}$$

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß ein erhöhter Zinsfuß zur Ausgestaltung eines umfangreichen Bergwerksbetriebes von großer Förderkapazität und relativ kurzer Betriebszeit antreibt. Handelt es sich aber nur um einen beschränkten Mineralvorrat, so übt der Zinsfuß nur einen schwächeren Einfluß auf Erweiterung der Produktionseinheit aus.

SCHRIFTTUM

1. ZAMBÓ, J.: Optimum location of mining facilities. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1968.

ВЛИЯНИЕ СТАВКИ ПРОЦЕНТА НА ВЕЛИЧИНУ ГОРНЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Й. ЗАМБО

РЕЗЮМЕ

Два самых оптимальных параметра горных предприятий, производственная емкость (10^6 тонн/год) и вырабатываемое на предприятии минеральное богатство (10^6 т.), зависят от ставки процента, если применять метод процентов при возвращении капитальных вложений. Чем больше ставка процента, тем больше и оптимальные параметры.

ADDENDUM

NUCLEAR MINING OF PORPHYROUS CHALCOPYRITE ORES UNDER *IN SITU* CONDITIONS

Acta Geod. Geoph. Mont. Hung., 10 (1975) 173—188.

G. TARJÁN

A recent paper of R. L. BRAUN and R. G. MALLON: "Combined leach-circulation for predicting *in situ* copper leaching of primary sulfide ore" Transaction SME/AIME (258) June 1975, pp. 103—110, can be considered as continuation of the publication by LEWIS and BRAUN, referred as [3] in my above-quoted article. In the following discussion I would like to review the main conclusions of this paper, without specifying the applied method of calculation.

Sketch *A* of Fig. 1 shows the flow-diagram of *in-situ* leaching by oxygen. From the water-flooded chimney the cuprous solution is delivered by a low-pressure pump running under water level to the chemical copper recuperating

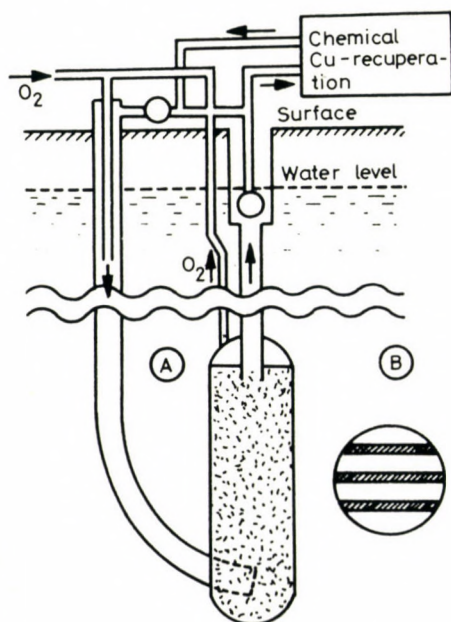


Fig. 1. *A* — Scheme of the *in situ* leaching process using oxygen. *B* — Oxygen bubbled section (shaded) and bubble-free section of the chimney for 3 feeding pipes

plant operated by solvent extraction or cementing methods, while the liquid free from Cu and the cuprous solution of not adequate concentration is circulated by a pump located on the surface which delivers them to the chimney bottom. The circulated oxygen accumulated on top of the chimney, as well as the fresh oxygen (i.e. the "leaching" agent) can be fed e.g. by injection to the descending branch of the pipe.

The amount of copper leached out *in situ* was calculated in paper [3] by separating the process of leaching from that of circulating the solution. The calculation was based on an O_2 concentration, considered as constant during the complete period of leaching, which had been obtained from the oxygen consumption of chemical reactions and from its average distribution during the circulation of the solution within the chimney. In the recent paper of the authors a decreasing amount of O_2 consumption is assumed for the progressing process of leaching, while the oxygen concentration in these sections of the chimney containing O_2 bubbles and free from them, respectively, are assumed as different (to the bubble-free section dissolved oxygen will be added by circulating the solution within the chimney).

The equation for the chemical reaction process of dissolution of sulfide minerals can be written for a mol ratio of $P/Kp = 2$ as $CuFeS_2 + 2FeS_2 + \frac{45}{4} O_2 + \frac{43}{6} H_2O \rightarrow Cu^{2+} + Fe_3(SO_4)_2(OH)_5 \cdot 2H_2O + \frac{1}{3} S^0 + \frac{11}{3} SO_3^{2-} + \frac{16}{3} H^+$ and for a mol ratio of $P/Kp = 1$ as $CuFeS_2 + FeS_2 + \frac{15}{2} O_2 + \frac{13}{3} H_2O \rightarrow Cu^{2+} + \frac{2}{3} Fe_3(SO_4)_2(OH)_5 \cdot 2H_2O + \frac{1}{3} S^0 + \frac{7}{3} SO_4^{2-} + \frac{8}{3} H^+$.

For $P/Kp = 1$ both the O_2 consumption and the volume of the acid formed are lower than for $P/Kp = 2$. If many calcite and other acid consuming stones are present, addition of sulfuric acid may become necessary. By the reactions of calcite or other not useful minerals the produced H^+ ions will be consumed by simultaneous calcium sulfate formation, and e. g. by Mg^{2+} and Al^{3+} exchange. So, the pH value will be stabilized at about 2 on account of the buffer effect of H^+ reactions. This value is low enough to prevent the basic copper sulfate Cu^{2+} from being removed as precipitate, and high enough to decrease the rate of decrepitation of ore. If the ores also contain ferro iron (Fe^{2+}) the O_2 consumption is somewhat higher, since Fe^{2+} will be oxidized by 0.25 mol of O_2 to 1 mol of Fe^{3+} .

Leaching starts on the external surface of ore pieces and the nearby sulfide minerals, then it continues in their interior, into which the leaching agent may penetrate through the already existing cracks or through those formed during the process of leaching.

In calculating by computer the volume affected by leaching, the O_2 concentration, the stoichiometric oxygen-to-copper ratio, the Cu content of

ore, its size distribution and the degree of partial decrepitation of pieces for a long lasting leaching process were all taken into account.

The calculations have been performed for three ores of various granulometry I-II-3 as shown by drawing *A*) in Fig. 4 using different other parameters as Cu percent, P/Kp mol ratio, chimney size (*R* m), rate of circulated solution (*q* cu.m/min), number of oxygen feeding pipes (*n*), which also gives the bubble ratio in the chimney (*B* percent).

Data on the size ranges I-II-2 are also listed on Table I(1: stones from an open-cast monzonite mine, II: standard distribution, 2: size distribution of (Piledriver) granite from a 61-kt nuclear chimney).

The rate of chemical reactions, the diffusion coefficient and solubility of oxygen have all been affected by the temperature. For the calculation 60 °C initial temperature was assumed which gradually increased — by deducting the heat loss of chimney — to 90 °C due to the heat evolved during leaching. By the oxidization of pyrites and chalcopyrites, for mol ratios of P, Kp = 2--1—0.5 the amount of evolved heat were 4.39—2.93—2.20 Mega-joule/mol of Cu. Having reached 90 °C no further increase in temperature was considered. There were two reasons to select 90 °C “as top limit value”: 1) the surface treatment of the cuprous solution is easier and 2) there is a reduced possibility that deleterious secondary reaction occurs within the chimney. Sulfide dissolution is proportional to the concentration of oxygen and depends on the degree of solubility at given temperature and partial pressure on the amount of O₂ fed in, on the geometric dispersion of the latter, on the rate of internally circulated oxygen-containing solution and on the consumption of this solution due to chemical reactions. In the computerized calculations all these factors had been taken into account (for small dissolved oxygen contents the already dissolved copper may precipitate from the solution as secondary sulfides).

Table I
Size range II 2 and 1

<i>x</i> cm	<i>sF</i> %		
	II	2	1
<i>x</i> _{max}	90	190	45
0.1	6	5	18
1	12	9	36
10	60	40	71
30	85	70	93
60	97	86	100
90	100	93	100

The system used for oxygen feeding (and at the same time for circulating the solution) consists of one or more perforated pipes in nearly horizontal dispositions, located on the chimney bottom. Ascending oxygen bubbles go partly into solution and as they move between the rock pieces they may also laterally deviate from the vertical. The volume-fraction of the part of the chimney containing dispersed oxygen bubbles can be calculated in function of the size distribution of ore of the cross-section of the chimney and of the path length of the gas bubbles entering at the bottom. The fraction of cross-section containing O_2 bubbles in the chimney's half-height — which also can be considered as the average volume fraction for the chimney — is shown for three oxygen feeding pipes by the shaded section on drawing *B*) of Fig. 1. For oxygen feeding pipes varying in number ($n = 1$ to 5) the calculated fractions of the volume of chimney containing O_2 bubbles (B percent) are compiled for the I-II-2 size ranges in Table II. It is seen that these volume fractions hardly vary under practical conditions with the radius R of the chimney and with the L/R ratio.

Data on the relevant chimney are listed in Table III. (F sq. m is cross-section of the chimney, T , in t , weight of the blasted rocks, Q cu. m volume of liquid within the mass of rocks of porosity p of the chimney. On top of the chimney the partial pressure of oxygen was taken as $3.62 \cdot 10^6$ Pascal.) E. g. for $R = 40.45$ m the value of "bubbled" volume $B = 24.6$ percent for $n = 3$, size range II, is given by the shaded strip of $60 + 81 + 60 = 201$ m length and 6.3 m width shown on drawing *B*) of Fig. 1 ($F_B = 201 \cdot 6.3 = 1267$ sq. m, $F = 5140$ sq. m, $B = F_B/F = 1267/5140 = 24.6$ percent).

Table II

O₂-bubbled volume fraction of the chimney (B percent) for oxygen feeding pipes of varying number (n) for size ranges I-II-2

$n =$	1	2	3	4	5
I	6.6	11.4	16.4	21.6	26.6
II	9.9	17.2	24.6	32.4	39.9
2	13.0	22.6	32.5	42.6	52.6

Table III

Chimney data

R m	L m	L/R	F m ²	T 10 ⁶ t	Q 10 ³ m ³	p
25.96	145	5.60	2120	0.65	73	0.23
40.45	345	8.56	5140	4.1	277	0.15
48.30	491	10.20	7330	8.4	472	0.13

Because of the differences in density between the bubble-containing and bubble-free liquid "columns", there occurs in the interstices of rock mass an internal upward movement of liquid in the bubbled zone and a downward one in the bubble-free zone, due to which the amount of oxygen having gone into solution in the bubbled zone is transferred by convection to the bubble-free zone. At any point of the chimney the concentration of dissolved oxygen can be calculated, provided that the amount of locally dissolved oxygen, the rate of liquid flow, depending on both the granulometry and porosity of the rock mass, as well as the volume of oxygen consumed by chemical reactions are known.

The various parameters and the results of calculation obtained for the dissolving — circulating process (recovery data in m_{Cu} percent on the dissolving process lasting 5 1/2 resp. 7 1/2 years) are presented in Table IV.

For the case No 1 the required volume of oxygen will be fed to the circulated liquid, pumped at a rate of $p = 5.28$ cu. m/min from the top part of chimney, prior to its flowing back to the bottom. As indicated by the calculations the rate of oxygen feeding (O_2 kg/min) and the amount of copper recovery (m_{Cu} percent) vary with time as shown in Table V. In columns *a* and *b* recovery data for the bubbled zone ($B = 24.6$ vol · percent) and the bubble-free one (75.4 vol · percent), are separately given. Differences in the extent of dissolution in zones *a* and *b*, (84 percent and 67 percent Cu recoveries, respectively, in 5 1/2 years) result from the different oxygen concentration in these zones.

Table IV

Parameters and results of the calculation of the dissolving — circulating process

No.	Cu %	P/Kp	Size range	R m	$q m^2/p$	n B%	$m_{Cu}\%$	
							5 1/2	7 1/2
1	0.5	1	II	40.45	5.28	3 24.6	70.8	80.3
2	0.5	1	2	40.45	5.28	3 32.5	63.7	69.9
3	0.5	1	1	40.45	5.28	3 16.4	53.9	67.6
4	0.5	1	2	40.45	11.30	5 52.6	67.3	72.3
5	0.5	1	1	40.45	8.10	4 21.6	70.8	82.4
6	0.5	0,5	II	40.45	3.42	3 24.6	70.8	81.3
7	0.5	2	II	40.45	8.88	4 32.4	70.8	78.8
8	0.5	1	II	48,30	10.38	5 39.8	70.8	80.2
9	0.5	1	II	25.96	0.50	1 10.0	70.8	80.3
10	1.0	1	II	40.45	5.28	3 24.6	49.8	61.1
11	1,0	1	II	40.45	23,25*	3 24.6	57,5	67.5

* for 3.58 years then $q = 7.55$

As regards the whole chimney 70.8 percent copper recovery is given in size range II for 5 1/2 years (Table IV, No 1). This amount is decreased for size range 2 (No 2), to 63.7 percent since copper is leached out at a slower rate from larger pieces of the coarser fraction and for range 1 (No 3) to 53.9 percent, since liquid is flowing (by convection) at a lower rate due to the higher frictional resistance of the mass of rock containing more fines. Accordingly, the presence of a large amount of extra-fine grains ($\lesssim 1$ mm) in the rock mass has a more deleterious effect than that of the too coarse ones ($\gtrsim 1$ m). The data of Nos 4 and 5 shown the favourable effect of a more intense liquid circulation (q) for size ranges 2 and 1, respectively, while in cases 6 and 7 the influence of pyrite content of the ore on the circulated liquid q are pointed out. To achieve the same amount of copper recovery ($m = 70.8$ percent), for the respective mol ratios 0.5 and 2 P/Kp, 64 percent resp. 168 percent of the value given under No 1 are required. Nos 8 and 9 represent the effect of the size of the chimney, while Nos 10 and 11 give the effect of Cu content of the ore on the rate of liquid circulation q and on copper recovery, respectively. For 1 percent Cu content it proved to be advantageous to use a higher liquid circulation rate q at the initial stage of of the dissolving process (for ~ 3.5 years during which there is a relatively high chemical oxygen consumption in the bubbled zone) than subsequently.

Table V

Decrease in the volume of freshly-fed O₂ and increase in copper recovery with increasing dissolving time

Year	O ₂ kg/min	m _{Cu} %	m%	
			a	b
0	36.0	0	0	0
1	30.6	17	26	14
2	26.4	33	53	27
2	22.2	47	69	39
4	18.3	58	77	52
5	14.4	67	82	63
5 $\frac{1}{2}$	13.2	71	84	67
6	12.0	73	85	70
7	9.6	79	87	77
7 $\frac{1}{2}$	9.0	80	88	78
8	8.4	82	89	80

RECENSIO

TOPICS IN APPLIED PHYSICS
FOUNDED BY LOTSCH, H. K. V.
Vol. 5.

MÖSSBAUER SPECTROSCOPY

Editor: GONSER, U.
96 figs. XVIII, 241 pages. 1975. Cloth DM 70,—; US \$ 30.10
Berlin—Heidelberg—New York, Springer-Verlag

Within a few years after Mössbauer's discovery of the recoil-free γ resonant absorption, this interesting effect became the basis of a new, widely applicable spectroscopic technique. A great number of excellent books and articles describe the basic aspects and possible applications of this method but most of them are written for experts actively engaged in applying this tool. This book is primarily aimed at the non-expert, i.e. at chemists, biologists, geologists, metallurgists who are interested in the possible applications of the Mössbauer effect on their own field.

The first chapter is a brief but very clear summary of the basic principles. In the following five chapters the wide applicability of the method is demonstrated in chemistry, magnetism, biology, geology and metallurgy. As it is impossible to discuss all the possibilities in such a short book, the most important and impressive problems were selected. For example, to show the applicability in geology and mineralogy the analysis of lunar samples is discussed. Valuable information could be gained about the oxidation state and site preference of iron in different minerals and — through the analysis of ordering processes — about the thermal history of rocks.

This short introductory book may be useful for all of those people who are interested in what have been done and what can be done with this tool on their own field.

L. Takács

INDEX

Professor <i>Dr. h. c. Dr. István Hazay</i> —75 Jahre	371
<i>Kovács, F.—Meskó, A.</i> : Some notes on the transfer properties of two-dimensional polynomial-fitting	375
<i>Asszonyi, Cs.—Richter, R.</i> : Plastic state and deterioration of rocks. I. Boundary conditions of rock plasticity	389
<i>Alpár, Gy.—Szádeczky-Kardoss, Gy.—Bod, E.</i> : Azimutbestimmung hoher Genauigkeit mit Sonnen-Beobachtung	421
<i>Mürsz, F.</i> : On connections between ionospheric absorption and atmospheric electricity by investigating data of several parameters	449
<i>Verő, J.</i> : Determination of the position of the magnetopause from geomagnetic pulsation indices	459
<i>Hristov, K.</i> : Verbindung von zwei Nivellierungsnetzen zur Bestimmung von Vertikalgeschwindigkeiten	465
<i>Zambó, J.</i> : Der Einfluß des Zinsfußes auf die Größe der Bergwerksbetriebe.....	469
 <i>Addendum</i>	
<i>Tarján, G.</i> : Nuclear mining of porphyrous chalcopyrite ores under <i>in situ</i> conditions (Tomus 10 (1975), 173—188	477
 <i>Recensio</i>	
Topics in Applied Physics Vol. 5. Mössbauer Spectroscopy — <i>L. Takács</i>	483

Printed in Hungary

A kiadásért felel az Akadémiai Kiadó igazgatója.

Műszaki szerkesztő: Zacsik Annamária

A kézirat nyomdába érkezett: 1976 II. 25. — Terjedelem: 10,50 (A/5) ív 50 ábra, 1 melléklet.

76.2841 Akadémiai Nyomda, Budapest — Felelős vezető: Bernát György

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica ist eine Halbjahresschrift der Ungarischen Akademie der Wissenschaften. Sie veröffentlicht Originalbeiträge aus dem Bereiche der Geodäsie, Geophysik und des Bergbaus, in deutscher, englischer, französischer oder russischer Sprache.

Redaktion: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Jahresabonnementspreis: \$ 32.00.

Bestellbar bei Kultúra, Außenhandelsunternehmen für Bücher und Zeitungen (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) oder bei den Vertretungen im Ausland.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica est une revue biannuelle de l'Académie Hongroise des Sciences publiant des essais originaux, en français, anglais, allemand ou russe, du domaine de la géodésie, géophysique et des sciences minières.

Rédaction: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Le prix de l'abonnement: \$ 32.00 par an.

On s'abonne chez Kultúra, Société pour le Commerce de Livres et Journaux (1389 Budapest 62, P.O.B. 149) ou chez ses représentants à l'étranger.

Acta Geodaetica, Geophysica et Montanistica выходят два раза в год в издании Академии наук Венгрии. В журнале публикуются оригинальные исследования по проблемам геодезии, геофизики и горного дела на русском, английском, немецком и французском языках.

Адрес редакции: H-9400 Sopron, Múzeum u. 6.

Подписная цена на год: \$ 32.00.

Заказать журнал через Внешнеторговое предприятие «Kultúra» (Budapest 1389 62, P.O.B. 149) или через его заграничные представительства.

Reviews of the Hungarian Academy of Sciences are obtainable
at the following addresses:

AUSTRALIA

C. B. D. Library and Subscription
Service
Box 4886, G. P. O.
Sydney N. S. W. 2001
Cosmos Bookshop
145 Acland St.
St. Kilda 3182

AUSTRIA

Globus
Höchstädtplatz 3
A-1200 Wien XX

BELGIUM

Office International de Librairie
30 Avenue Marnix
1050-Bruxelles
Du Monde Entier
162 Rue du Midi
1000-Bruxelles

BULGARIA

Hemus
Bulvar Ruszki 6
Sofia

CANADA

Pannonia Books
P. O. Box 1017
Postal Station "B"
Toronto, Ont. M5T 2T8

CHINA

C N P I C O R
Periodical Department
P. O. Box 50
Peking

CZECHOSLOVAKIA

Mad'arská Kultura
Národní třída 22
115 66 Praha
PNS Dovož tisku
Vinohradská 46
Praha 2
PNS Dovož tlače
Bratislava 2

DENMARK

Ejnar Munksgaard
Nørregade 6
DK-1165 Copenhagen K

FINLAND

Akateeminen Kirjakauppa
P. O. Box 128
SF-00101 Helsinki 10

FRANCE

Office International de
Documentation et Librairie
48, Rue Gay-Lussac
Paris 5
Librairie Lavoisier
11 Rue Lavoisier
Paris 8
Europériodiques S. A.
31 Avenue de Versailles
78170 La Celle St.-Cloud

GERMAN DEMOCRATIC REPUBLIC

Haus der Ungarischen Kultur
Karl-Liebknecht-Strasse 9
DDR-102 Berlin
Deutsche Post
Zeitungsvertriebsamt
Strasse der Pariser Kommune 3-4
DDR-104 Berlin

GERMAN FEDERAL REPUBLIC

Kunst und Wissen
Erich Bieber
Postfach 46
7 Stuttgart 5

GREAT BRITAIN

Blackwell's Periodicals
P. O. Box 40
Hythe Bridge Street
Oxford OX1 2EU
Collet's Holdings Ltd.
Denington Estate
London Road
Wellingborough Northants NN8 2QT
Bumpus Haldane and Maxwell Ltd.
5 Fitzroy Square
London W1P 5AH
Dawson and Sons Ltd.
Cannon House
Park Farm Road
Folkestone, Kent

HOLLAND

Swets and Zeitlinger
Heereweg 347b
Lisse
Martinus Nijhoff
Lange Voorhout 9
The Hague

INDIA

Hind Book House
66 Babar Road
New Delhi 1
India Book House
Subscription Agency
249 Dr. D. N. Road
Bombay 1

ITALY

Santo Vanasia
Via M. Macchi 71
20124 Milano
Libreria Commissionaria Sansoni
Via Lamarmora 45
50121 Firenze

JAPAN

Kinokuniya Book-Store Co. Ltd.
826 Tsunohazu 1-chome
Shinjuku-ku
Tokyo 160-91
Maruzen and Co. Ltd.
P. O. Box 5050
Tokyo International 100-31
Nauka Ltd.-Export Department
2-2 Kanda
Jinbocho
Chiyoda-ku
Tokyo 101

KOREA

Chulpanmul
Phenjan

NORWAY

Tanum-Cammermeyer
Karl Johansgatan 41-43
Oslo 1

POLAND

Wegierski Instytut Kultury
Marszalkowska 80
Warszawa
BKWZ Ruch
ul. Wronia 23
00-840 Warszawa

ROUMANIA

D. E. P.
Bucuresti
Romlibri
Str. Biserica Amzei 7
Bucuresti

SOVIET UNION

Sojuzpechatj - Import
Moscow
and the post offices in
each town
Mezhdunarodnaya Kniga
Moscow G-200

SWEDEN

Almqvist and Wiksell
Gamla Brogatan 26
S-101 20 Stockholm
A. B. Nordiska Bokhandeln
Kungsgatan 4
101 10 Stockholm 1 Fack

SWITZERLAND

Karger Libri AG.
Arnold-Böcklin-Str. 25
4000 Basel 11

USA

F. W. Faxon Co. Inc.
15 Southwest Park
Westwood, Mass. 02090
Stechert-Hafner Inc.
Serials Fulfillment
P. O. Box 900
Riverside N. J. 08075
Fam Book Service
69 Fifth Avenue
New York N. Y. 10013
Maxwell Scientific International Inc
Fairview Park
Elmsford N. Y. 10523

Read More Publications Inc.
140 Cedar Street
New York N. Y. 10006

VIETNAM

Xunhasaba
32, Hai Ba Trung
Hanoi

YUGOSLAVIA

Jugoslavenska Knjiga
Terazije 27
Beograd
Forum
Vojvode Mišića 1
21000 Novi Sad