fizikai szemle



A FIZIKA TANÍTÁSA

2026/10

Fizikai Szemle

MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT

A Mathematikai és Természettudományi Értesítőt az Akadémia 1882-ben indította
A Mathematikai és Physikai Lapokat Eötvös Loránd 1891-ben alapította

SZERKESZTŐSÉG
Felelős szerkesztő: Iglói Ferenc főszerkesztő
Olvasószerkesztő: Bodrog Zoltán
Technikai szerkesztő: Hock Gábor

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG
Asbóth János, Biró László Péter, Csengeri Kamilla, Czitrovszky Aladár, Gyürky György, Horváth Dezső, Horváth Gábor, Horváth Ákos, Járai-Szabó Ferenc, Kopasz Katalin, Néda Zoltán, Ormos Pál, Pálfalvi László, Pásztor Gabriella, Sándor Bulcsú, Simon Ferenc, Simon Péter, Sódor Ádám, Sükösd Csaba, Szabó Gábor, Takács Gábor, Trócsányi Zoltán, Ujvári Sándor

A beküldött tudományos, ismeretterjesztő és fizikatanítási cikkek a Szerkesztőbizottság, illetve az általa felkért, a témában elismert szakértő jóváhagyó véleménye után jelenhetnek meg.

Kiadja és terjeszti az Eötvös Loránd Fizikai Társulat,
1092 Budapest, Ráday utca 18. földszint III.
Telefon/fax: (1) 201-8682
Felelős kiadó: Újfalussy Balázs főtitkár

A Társulat és a folyóirat honlapja:
http://fizikaiszemle.elft.hu,
e-postacíme: elft@elft.hu
A folyóirat szerkesztőségi e-mail címe:
fsz_szerkesztok@elft.hu. A lapba szánt írásokat erre a címre kérjük. Kéziratokat nem őrzünk meg és nem küldünk vissza. A szerzőknek tiszteletpéldányt küldünk.

Nyomdai előkészítés: Hock Gábor. *Nyomdai munkálatok:* OOK-PRESS Kft., *felelős vezető:* Szathmáry Attila ügyvezető igazgató.
Előfizethető a Társulatnál vagy postautalványon a 10200830-32310274-00000000 számú egyszámlán.
Az egyes számok ára: 2000,– Ft (a dupla számoké 4000,– Ft) + postaköltség.

HU ISSN 0015-3257 (nyomtatott)
HU ISSN 1588-0540 (online)

A lapot az MTA Magyar Tudományos Művek Tára



A címlapon:

*Lobélia-fraktálok**
(Stonawski Tamás az MI alkalmazásával)

TARTALOM

A FIZIKA TANÍTÁSA – TEMATIKUS SZÁM

Vendégszerkesztő: **Ujvári Sándor**

Ujvári Sándor: A fizikatanítástól a fizikatanári ankétig – Előszó 329

Zátonyi Sándor: Emlékfoszlányok az ankétokról 330
A szerző az ankétokon szerzett tapasztalatait foglalja össze, kiemelve a szakmai kapcsolatépítés, az eszközkiállítások és a kötetlen tapasztalatcsere meghatározó szerepét a tanári pályáján. Írásában emellett gyakorlati javaslatokat is megfogalmaz a jövőbeli rendezvények szervezőinek.

Szabó Róbert, Piláth Károly: Okostelefonhoz kapcsolt filléres elektroszkóp 334
Egy olcsón megépíthető töltésjelző készülék elkészítéséhez, a vele végzett kísérletekhez, mérésekhez kapunk részletes leírást. Vezérléséhez a mobiltelefonunkat használhatjuk, a szerzők által elérhetővé tett szoftver segítségével.

Major Luca, Schnider Dorottya, Hömöstrei Mihály: Projektalapú fizikatanítás földrajzzal „fűszerezve" – a felhőképződés, avagy a gázok speciális állapotváltozásai 338
Egy modern pedagógiai módszerekkel feldolgozott, több tudományterületet átfogó projekt. A tárgyalás megközelítése komplex, a tervezéstől a végrehajtáson át az értékelésig. Lehetőséget teremt arra, hogy a csapadék keletkezésének kérdéseit is tárgyalhassuk, fizikusszemmel.

Leéh Kinga, Sós Katalin: Hőtan és természet – védekezés hidegben, melegben 346
Érdekes összefüggéseket tár fel a cikk a biológiai változatosság és a hőtan kapcsolatát vizsgálva. Az állat- és növényvilág különböző formáit sokszor a fizikai környezet, az időjáráshoz való alkalmazkodás szabja meg.

Kosztyó Péter: Óriáskerék – egy körmozgással gerjesztett kaotikus inga 352
Két egyszerűen leírható fizikai jelenség, egy ingamozgás és egy körmozgás összegzése bizonyos feltételek mellett kaotikus viselkedést mutat. A szimuláció lehetővé teszi ennek a folyamatnak a diszkussziójét. A szerző javaslatot tesz egy kaotikus jelenség középiskolai feldolgozására is.

Stonawski Tamás, Beszeda Imre: Rúgj és mérj! – a tizenegyes fizikája 358
A cikk a tizenegyesrúgás fizikáját elemzi, bemutatva, hogy a kezdősebesség, a légellenállás, a Magnus-effektus és a labda aerodinamikája miként határozzák meg a kapuba tartó lövés pályáját. A szerzők modern videóanalízissel és szimulációs modellekkel igazolják az elméleti összefüggéseket, miközben egy egyszerű, mobilos hangfelvételen alapuló fizikaórai mérést is kínálnak a diákok szemléletes oktatásához.

KÖNYVESPOLC

Szabados László: Sólyom Jenő: Fizika és csillagászat a Magyar Tudományos Akadémián 1825–2025 364
A Magyar Tudományos Akadémia megalapításának bicentenáriuma alkalmából jelentette meg a Magyar Tudományos Akadémia és az ELTE Humán Tudományok Kutatóközpontja Sólyom Jenő könyvét.

* Lásd Leéh Kinga és Sós Katalin cikkét (346. o.), valamint Kosztyó Péter írását (352. o.)

~·~·~·~·~·~·~·~·~·~·~·~·~

TEACHING PHYSICS – THEMATIC ISSUE

S. Ujvári: From physics teaching to the physics teachers' symposiums
S. Zátonyi: Faint memories of the symposiums
R. Szabó, K. Piláth: Low-cost electroscope connected to a smartphone
L. Major, D. Schnider, M. Hömöstrei: Project-based physics teaching "spiced up" with geography – cloud formation, or the special state changes of gases
K. Leéh, K. Sós: Thermodynamics and nature – protection against cold and heat
P. Kosztyó: Ferris-wheel – a chaotic pendulum driven by circular motion
T. Stonawski, I. Beszeda: Kick and measure! – The physics of the penalty kick

BOOKREVIEW

L. Szabados: Jenő Sólyom: Physics and astronomy at the Hungarian Academy of Sciences 1825–2025

Fizikai Szemle
MAGYAR FIZIKAI FOLYÓIRAT
megjelenését támogatják:

KULTURÁLIS ÉS INNOVÁCIÓS MINISZTÉRIUM
Nemzeti Kulturális Alap
FERENCVÁROS BUDAPEST – IX. KERÜLET
A FIZIKA BARÁTAI

LXXVI. ÉVFOLYAM, 10. (863.) SZÁM 2026. OKTÓBER

A FIZIKATANÍTÁSTÓL A FIZIKATANÁRI ANKÉTIG

Ujvári Sándor
Lánczos Kornél Gimnázium, Székesfehérvár
E-mail: ujvasa36@gmail.com

Amikor megterveztük a *Fizikai Szemle* idei évfolyamát, úgy gondoltuk, hogy ezt a tematikus számot teljes egészében a fizikatanári ankétoknak szenteljük. A 2025-ös év határvonalat jelent a rendezvény történetében: a tanárok továbbképzésének törvényi háttere megváltozott, ami komolyan érintette a szakmai találkozó jövőjét. A jogszabályi módosítás értelmében az akkreditált továbbképzés tulajdonjoga az Eötvös Loránd Fizikai Társulattól átkerült a Nemzeti Közszolgálati Egyetemhez mint a pedagógustovábbképzések általános gazdájához. Szerencsénkre az ankét jellegét az első évben nem változtatták meg, és a szakmai program összeállítása a Társulat feladata maradt. Az ankét hatvanöt év alatt kialakult formája – vagyis az, hogy maguk a résztvevők is aktív alakítói a képzésnek – megőrzendő, értékes hagyománynak bizonyult.

Eredeti szándékunk szerint a résztvevők az eddigi élményeikről, tapasztalataikról írtak volna, és emellett a jövőbeli kilátásokról is akartuk tájékoztatni a tanári közösséget. Utóbbit azonban a bizonytalan átmeneti helyzet és a változások iránya miatt most még nem tudjuk megtenni. Így a mostani kiadvány egy általánosabb fizikatanítási tematikus szám lett, amelyben természetesen kiemelt figyelmet fordítunk az ankétokra is.

Érdemes felidézni a kezdeteket. Budapesten 1957. december 27–28-án rendezték meg az első fizikatanári ankétot, amelynek fő témája az atom- és magfizika volt. A KFKI-ban rendezett esemény megnyitóját Jánossy Lajos tartotta, majd Pál Lénárd az épülő atomreaktorról, Simonyi Károly a magreakciók megvalósításának módozatairól, Fenyves Ervin a kozmikus sugárzás vizsgálati módszereiről, Marx György pedig az elemi részekkel kapcsolatos legújabb elméleti fizikai eredményekről és azok kísérleti igazolási lehetőségeiről tartott előadást. A beszámolót a *Fizikai Szemlébe* Csekő Árpád írta meg. Az első hatvan ankét történetéről Mester András, a Társulat Oktatási Szakcsoportjának akkori vezetője készített nagyszerű, az interneten is elérhető összefoglalót (https://www.fizikaanket.hu/korábbi-ankétok/ankétok-lista).

A jelen kiadványunkban tehát nem kizárólag a fizikatanári ankét áll a középpontban: igyekeztünk a fizikatanítás minél több területét lefedni az általános és középiskolai oktatástól kezdve az eszközépítésen és a pedagógiai kutatásokon át egészen a fizika határterületeinek tárgyalásáig.

- *Zátonyi Sándor* visszaemlékezése saját élményein keresztül mutatja be az ankétok sokrétű tevékenységét. Szerzőnk évtizedek óta aktív és sikeres alakítója a rendezvényeknek – legyen szó általános vagy középiskolai szekciókról, plenáris előadásokról, műhelyekről, kiállításokról vagy a népszerű tízperces kísérletekről. Mindezt folyamatosan dokumentálta és elérhetővé tette a kollégák számára; a jövőre vonatkozó tanácsait most is érdemes megfogadni.
- *Szabó Róbert* és *Piláth Károly* írásában egy egyszerű töltésjelző készülék megépítését és kipróbálását követhetjük nyomon. A leírás az eszköz bemutatásán túl kísérleti javaslatokat, mérési eredményeket és didaktikai szempontból alaposan kidolgozott elemzést is tartalmaz. Az érdeklődő olvasónak érdemes áttanulmányoznia a cikk irodalomjegyzékét is, ahol számos további megépíthető kísérleti eszközt is találhat.
- Az idei nyáron mindannyiunk életét meghatározta a hőség és a szárazság; a fizika tanítása sem kerülheti el a klímaváltozásra való reflexiót. A földrajzi és éghajlati tényezők vizsgálata kiváló lehetőséget ad a tananyag életközelivé tételére. *Major Luca, Schnider Dorottya* és *Hömöstrei Mihály* cikke egy olyan projektet mutat be, amely a felhőképződés fizikáján keresztül tárgyalja a hőtan kérdéseit. A komplex tanulmány a teljes folyamatot végigköveti a tervezéstől a megvalósításon át az értékelésig.
- *Sós Katalin* és *Leéh Kinga* írása is a határterületekhez kapcsolódik: a biológiai jelenségek és törvények fizikai hátterét kutatja. A hőtan tanítását segítő összefüggésekre mutatnak rá az élővilág hőmérsékleti alkalmazkodásának vizsgálatán keresztül.
- *Stonawski Tamás* és *Beszeda Imre* a büntetőrúgás fizikáját elemzi, ami a tantárgy iránt kevésbé érdeklődő diákok számára is motiváló belépési pont lehet. A mérés elvégzése és feldolgozása a mechanika több fejezetének érintésére ad alkalmat, miközben a tanulók a modern informatikai eszközök által felkínált mérési lehetőségekkel is megismerkedhetnek.
- *Kosztyó Tamás* dolgozata a középiskolában egyelőre nem tanított, de a mindennapokban gyakran emlegetett káoszelmélet egy példáját dolgozza fel, tantervi javaslattal kiegészítve. Ez a fizika iránt mélyebben érdeklődő diákok számára nyújthat értékes anyagot szakköri vagy versenyelőkészítő foglalkozásokon.

A Fizikatanári Ankét jövőjéről a Társulat vezetése és az Oktatási és Gyermekügyi Minisztérium tárgyal. Bízunk abban, hogy a sikeres megállapodás után töretlenül folytatódhat az ankét története, és a fiatal kollégák is részesei lehetnek ennek az egyedülálló hagyománynak.



Ujvári Sándor a budapesti Kölcsey Ferenc Gimnázium matematika-fizika szakán érettségizett, majd a Kandó Kálmán Villamosipari Műszaki Főiskolán végzett műszaki tanár szakon. A fizika szakot az ELTE-n végezte el. Élete meghatározó tanáregyéniségei: Tóth László a gimnáziumban; Mayer Tibor és Sebestyén Dorottya a Kandón; Abonyi Iván, Sas Elemér és Marx György az ELTE-n. 2006-ban a fizikatanítás szakmódszertanának témájában szerzett doktori fokozatot. A Lánczos Kornél Gimnáziumban tanít, diákjaival rendszeresen részt vesznek a TUDOK konferenciákon. Részt vesz a Lánczos Kornél Fizikaverseny és a Szilárd Leó Fizikaverseny szervezőbizottságában. Tagja volt „A tudomány színre lép” magyar szervezőbizottságának.

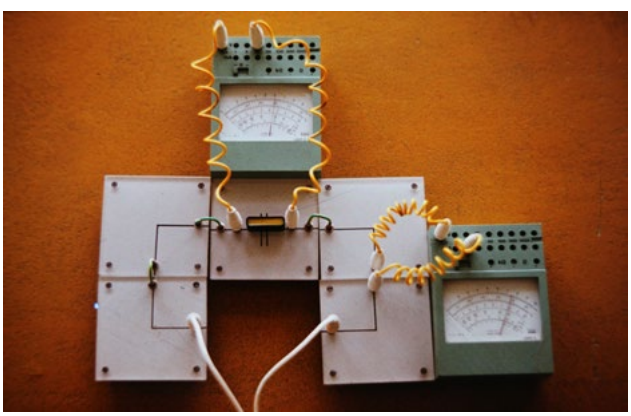
EMLÉKFOSZLÁNYOK AZ ANKÉTOKRÓL

Zátonyi Sándor
Békéscsaba
E-mail: zatonyis@freemail.hu

Részvételeim az ankétokon

Bár 1977-ben a fizikamódszertant tanító Lang Jánosné szinte a teljes végzős évfolyamunkat „rábeszélte” az ELFT-tagságra, csak 1978-ban szereztem tudomást a fizikatanári ankétokról. Pályakezdő tanárként az első tavaszi szünetet feleségemmel együtt szüleimnél, Sopronban töltöttük, és a Széchenyi téren meglepődve találkoztunk a szegedi gyakorló gimnázium néhány szakvezető tanárával. Ők mondták, hogy most zajlik a fizikatanári ankét, és nekünk is ott lenne a helyünk. A következő évtől kezdve azután már rendszeresen jártam az ankétokra: Szombathelyen még csak egyszerű résztvevőként, de az 1981-es nagykanizsai ankéton már eszközkiállítóként szerepeltem. Mivel egy ideig általános iskolai osztályokban is tanítottam, több általános iskolai ankéton is részt vettem. Az évek során legtöbbször az ankétok „aktív” résztvevője (eszközkiállító, műhelyvezető, előadó, szervező) voltam, így az eddigi mérleg: 17 középiskolai, 12 általános iskolai és 10 közös ankéton történő aktív közreműködés [3].

Pályám kezdetén egy néhány éve megnyitott, új iskolában kezdtem tanítani, és rögtön a fizikatanári munkaközösség vezetője és a fizikaszertár felelőse lettem. Akkori igazgatóm minden segítséget megadott a szertár fejlesztéséhez, és támogatott abban is, hogy egyes eszközöket magam tervezzek és készítsek el. Így készült el egy fénytani, majd egy elektromosságtani tanulókísérleti készlet 13-13 példányban. (Az előadóteremben háromszemélyes asztalok voltak, így 12 készlet elég volt a 36 fős osztálynak.) Ezeket az eszközöket az ankétokon is kiállítottam: az optikai készletet 1981-ben Nagykanizsán (II. díj) [4], az elektromosságtanit 1983-ban Debrecenben (III. díj) [5]. Az *1. ábrán* az elektromosságtani készlet egyik mérési összeállítása látható.



1. ábra. Kondenzátor látszólagos ellenállásának mérése. A méréshez az 1983-as debreceni ankéton bemutatott elektromosságtani tanulókísérleti készlet elemeit használtuk (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf1075.jpg)

A nyolcvanas években megjelentek az iskolaszámítógépek, és az én érdeklődésem is a számítástechnika felé fordult. Ekkor kezdtem foglalkozni a számítógépek fizikatanításban történő alkalmazásával, és több oktatóprogramot készítettem a *Commodore C-16* és *Plus/4* számítógépekre [6]. Ezek között már volt olyan mérőprogram is, amellyel a botkormány-csatlakozóhoz kötött kapcsolókat használva a szabadesést lehetett vizsgálni. Ezt a programot 1986-ban a Sopronban megrendezett általános iskolai ankét eszközkiállításán mutattam be (I. díj).

Az általános iskolai ankétokon való közreműködéseim során még két alkalommal kaptam az eszközkiállításon I. díjat: 1989-ben Vácott, majd 1992-ben Tokajban. Emellett öt ankéton plenáris előadást tartottam (Mosonmagyaróvár 1993, Eger 1997, Hódmezővásárhely 2000, Veszprém 2001, Kőszeg 2005).

A 90-es években a középiskolai ankétokon többnyire az általam írt fizikatankönyvekhez kapcsolódó műhelyfoglalkozásokat tartottam, de a 2000-es évek elejétől visszatértem az eszközkiállításokra és a kísérletezős műhelyek vezetéséhez. A továbbiakban csak *az I. díjat nyert eszközöket, illetve műhelyeket ismertetem* időrendi sorrendben.

2004-ben a miskolci ankéton „Elektromos áram az iskolaigazgatóban” címmel tartottam műhelyfoglalkozást. Ebben az emberi szervezeten átfolyó, különféle okokból létrejövő elektromos áramokat, azok hatásait, valamint mindezek gyakorlati vonatkozásait mutattam be [7]. (A 2005-ös kőszegi általános iskolai ankéton a szervezők felkérésére gyakorlatilag ugyanezt az anyagot plenáris előadáson mutathattam be. Az ott vetített PowerPoint-bemutató az interneten megtalálható [8].)

2005-ben a székesfehérvári ankéton „A FizRajz honlap alkotó alkalmazása” című műhelyem lett I. díjas. A műhelyen használt PowerPoint-bemutató szintén letölthető [9].

2006-ban a paksi ankéton a Boyle–Mariotte-törvény mérésekkel történő szemléltetéséhez két kísérleti eszközt mutattam be. Az egyikben egy nagy méretű orvosi fecskendőbe zárt levegőt lehetett egy csavar segítségével egyre jobban összenyomni, miközben a nyomást a fecs-



Zátonyi Sándor 1977-ben Szegeden matematika-fizika szakon, 1988-ban Debrecenben számítástechnika szakon szerzett középiskolai tanári oklevelet. Pályája során mindvégig Békéscsabán dolgozott, 2014-től nyugdíjas. Több fizikatankönyv szerzője, társszerzője. Az általa írt internetes „Fizikakönyv” [1] lefedi a teljes középiskolai tananyagot, az általános iskolai rész most készül. Húsz éve üzemelteti a fizika tanításával és tanulásával foglalkozó „FizKapu” [2] honlapot. A fizikatanári ankétok rendszeres résztvevője.

kendőhöz csatlakoztatott hagyományos nyomásmérővel lehetett mérni. A bezárt levegő térfogatát a fecskendő beosztásáról lehetett leolvasni. A másik eszköznél a szódáspalackba zárt levegőt a vízvezetékből belevezetett víz nyomta össze, a nyomást itt is hagyományos nyomásmérővel lehetett mérni.

2011-ben a sárospataki ankét eszközkiállításán egy számítógéppel vezérelhető, 12 V-os LED lámpával működő stroboszkópot állítottam ki. A számítógép párhuzamos nyomtatóportjához csatlakoztatott stroboszkóp villogási frekvenciáját és a kitöltési tényezőt (a villanások hosszát) is a számítógépről lehetett egy általam írt (DOS-alapú) programmal vezérelni [10]. Sajnos napjainkra a számítógépekről eltűnt a párhuzamos port, és a DOS-alapú programok futtatása sem igazán lehetséges.

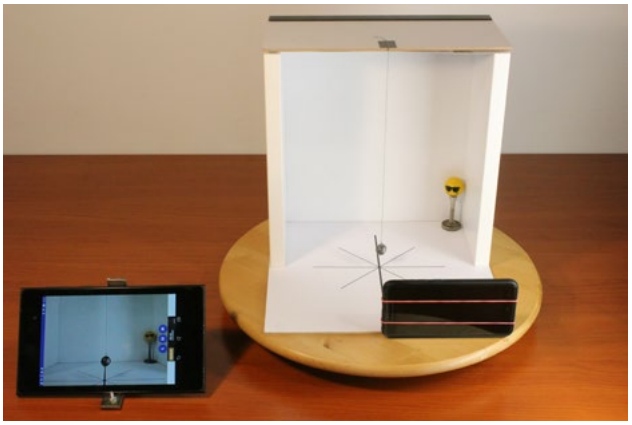
2015-ben a hévízi ankét eszközkiállításán több optikai kísérleti eszközt mutattam be „Fényes kísérletek" címmel. Ezek közül az egyik a *2. ábrán* látható száloptikamodell [11], egy másik pedig az additív színkeverés látványos bemutatására használható egyszerű eszköz [12].



2. ábra. A száloptika működő modellje. A 2015-ös hévízi ankéton bemutatott, 2 mm átmérőjű plexi szálakból összeállított eszköz (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0839.jpg)

2017-ben a gödöllői ankét eszközkiállítására egy olyan eszközt készítettem, amely egy számítógépes egér egyszerű átalakításával tesz lehetővé időmérést. Az eszközhöz több számítógépes programot is írtam, melyek rögzítik a mérések eredményeit, és azokat táblázatos, illetve grafikus formában is megjelenítik. E programok működtetéséhez a számítógépen kívül csupán egy átalakított egérre és néhány kapcsolóra van szükség [13]. A műhelyfoglalkozáson „Színes kísérletek egyszerűen" címmel a színlátáshoz, az additív és szubtraktív színkeveréshez, valamint a testek színéhez kapcsolódó kísérleteket mutattam be [14].

2019-ben a debreceni ankét eszközkiállítására *Léon Foucault* születésének 200. évfordulója alkalmából a Föld forgásához kapcsolódó eszközöket és kísérleteket vittem. Ezek egyrészt Foucault híres ingakísérletének megértését segítik *(3. ábra),* másrészt bemutatják, hogy az égbolt (látszólagos) mozgása valójában a Föld forgásából adódik [15]. Bemutattam annak a házilag készített Foucault-ingának a nehezékét is, amellyel a bicentenáriumi napján Békéscsabán megismételtük a Foucault-féle ingakísérletet [16]. Mivel Foucault fedezte fel az örvényáramokat is, kiállítottam egy saját tervezésű egyszerű eszközt, mellyel sokoldalúan szemléltethető ez a jelenség. Az ezzel végezhető kísérletekről készült két videó „Örvényáram (1)–(2)" címmel [17].



3. ábra. A Foucault-inga modellje. A forgatható alapra helyezett modellből a mobiltelefon kamerája közvetíti a látványt: Az inga lengési síkja elfordul az „épülethez" képest (https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0044/t0044_13.jpg)

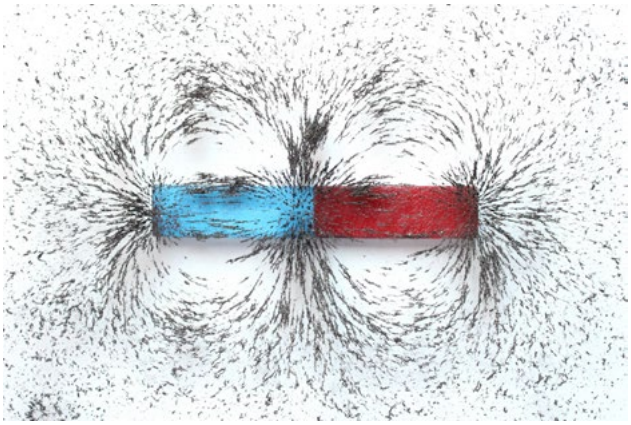
2024-ben a pécsi ankéton „A síktükör trükkös képalkotása" címmel tartottam műhelyfoglalkozást. Azért választottam a műhely témájául ezt a problémakört, mert annak ellenére, hogy ez a téma általános iskolai tananyag, számos félreértés van ezzel kapcsolatban még a tanárok körében is. A műhely részletes ismertetője és a műhelyen vetített PowerPoint-bemutató itt érhető el [18].

Az ankétokon történő műhelyvezetéseken és eszközkiállításokon túl három alkalommal vettem részt Békéscsabán az ankétok szervezésében (1987, 1997, 2008).

Fontosnak tartom az ankétok anyagának közzétételét is. Emiatt rendszeresen közreadtam a bemutatott anyagaim leírását az ankétról összeállított „Horizont" című ELFT-kiadványokban, majd később a FizKapu honlapomon [2], illetve az elmúlt két évben az „Ankétlap" című internetes folyóiratban is [19]. Az utóbbi 22 évben történt tevékenységem nagy része így az interneten is elérhető, ezt tükrözi ezen írás irodalomjegyzéke is. Nem tartozik szorosan az ankéton történő tevékenységhez, de megemlítem, hogy a Wikipédia „Fizikatanári ankét" című szócikkét is én hoztam létre, és rendszeresen frissítem az ankétok adataival [20].

Miért érdemes fizikatanári ankétokra járni?

Az ankétokon *rengeteget lehet tanulni*. Többnyire azonban nem az előadásokon és hivatalos tájékoztatókon, hanem az eszközkiállításokon, a jól kiválasztott műhelyeken és a kötetlen beszélgetések során. Így tanultam meg például 1981-ben Nagykanizsán *Vermes Miklóstól,* hogy van olyan cső, amelyen csak az egyik irányban juthat át a fény. (Fotoellenállás, áramforrás, tranzisztor és apró izzólámpa volt a csőben.) 1983-ban Debrecenben *Sebestyén*



4. ábra. Hárompólusú mágnes vasreszelékkel. *Sebestyén Zoltán* az 1983-as debreceni ankéton mutatta be többpólusú mágneseit. Ezt a példányt én készítettem É-D-É pólusokkal. Erről videó elérhető „Rúdmágnesek pólusai" [17] címmel. (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf1045.jpg)

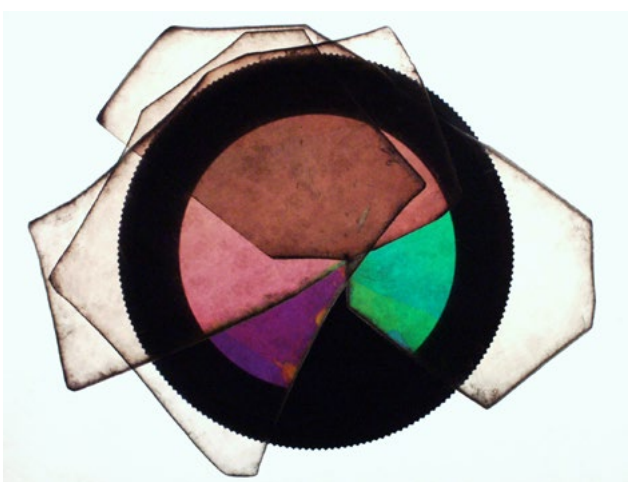
Zoltán mutatta be többpólusú mágnesrúdjait *(4. ábra), Piláth Károly* pedig egy Junoszty (?) tévéből „varázsolt" oszcilloszkópot. Rendszeresen sok ötletet lehetett hasznosítani *Härtlein Károly* kísérleti bemutatóiból is. Mindig különleges élmény volt *Mészáros Sándor* visszatérő eszközbörzéje. Sanyi bácsi a Tungsram nyugdíjas fejlesztőmérnökeként számos olyan eszközt, alkatrészt hozott magával, amelyeket jól lehetett hasznosítani szemléltetéshez vagy eszközépítéshez. Ezek egy részét meg is lehetett vásárolni. Ma is őrzök tőle például két speciális fénycsövet. Az egyik belső fala csak félig van fényporral bevonva, így egyszerre lehet látni a csőben zajló gázkisülést és a fénypor fluoreszkálását. A másiknak háromféle fényporral van bevonva a belső fala, így működés közben piros-fehér-zöld fényt bocsát ki [21]. Tőle származik az a fotoelektron-sokszorozó [22] és katódsugárcső [23] is, amelynek fotóin jól megfigyelhető ezeknek az eszközöknek a felépítése.

Az ankétokon *számos eszközhöz, alkatrészhez, könyvhöz és programhoz lehet hozzájutni;* ezek gyakran máshol be sem szerezhetők. Egy részük megvásárolható, de nagyon sokszor ajándékba adják a kiállítók, műhelyvezetők egymásnak, illetve az ankét többi résztvevőjének. Így kapta meg például minden résztvevő az 1987-es békéscsabai ankéton a „PC-hullám" programcsomagot, illetve a 2024-es pécsi ankéton a napelemes tetőcserepet. De így kaptam Sebestyén Zoltántól az első neodímium mágnesemet, Mészáros Sándortól fényport és csillámlemezeket *(5. ábra), Vida Józseftől* a varázslombikot *(6. ábra),* Piláth Károlytól Peltier-elemeket, *Jarosievitz Zoltántól* a Jedlik-motor rekonstrukcióját *(7. ábra), Pál Zoltántól* egy Tesla-transzformátort *(8. ábra)*. Tőlem több kolléga kapott az 1997-es egri általános iskolai ankéton reflexiós optikai rácsot, a 2008-as békéscsabai ankéton pedig elektront (azaz borostyánt). A 2025-ös kecskeméti ankéton ezt a hagyományt folytattam azzal, hogy néhány kidobástól megmentett, illetve néhány saját tulajdonú eszközt kisorsoltam az ezeket igénylő résztvevők között. (Terveim szerint ezt valamilyen formában a következő ankétokon is folytatni fogom, mivel nyugdíjasként ezeket már nem tudom hasznosítani.)

Az ankétokon *rengeteg kollégával lehet találkozni, kapcsolatot kialakítani.* A velük folytatott beszélgetések



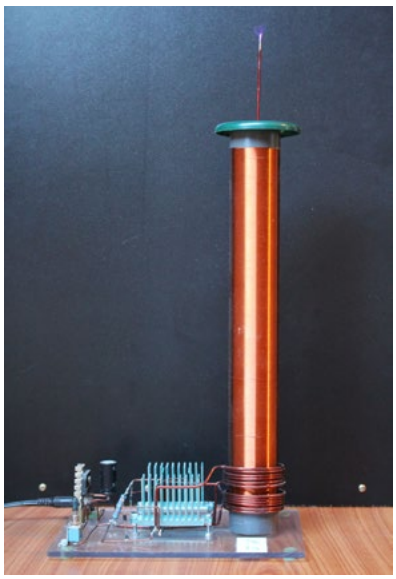
6. ábra. A Vida-féle varázslombik. Az eszközzel a víz és az alkohol keveredésekor létrejövő térfogatcsökkenés mutatható be. Ez a jelenség azt igazolja, hogy a folyadék részecskéi között van szabad hely (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0076.jpg)



5. ábra. Csillámlemezek keresztezett polarizációs szűrők között. A csillám optikailag aktív, azaz vastagságától függő mértékben elforgatja a fény rezgési síkját. Az optikai aktivitása azonban hullámhosszfüggő is, ezért az eltérő vastagságú rétegek különböző színűeknek látszanak (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf0343.jpg)

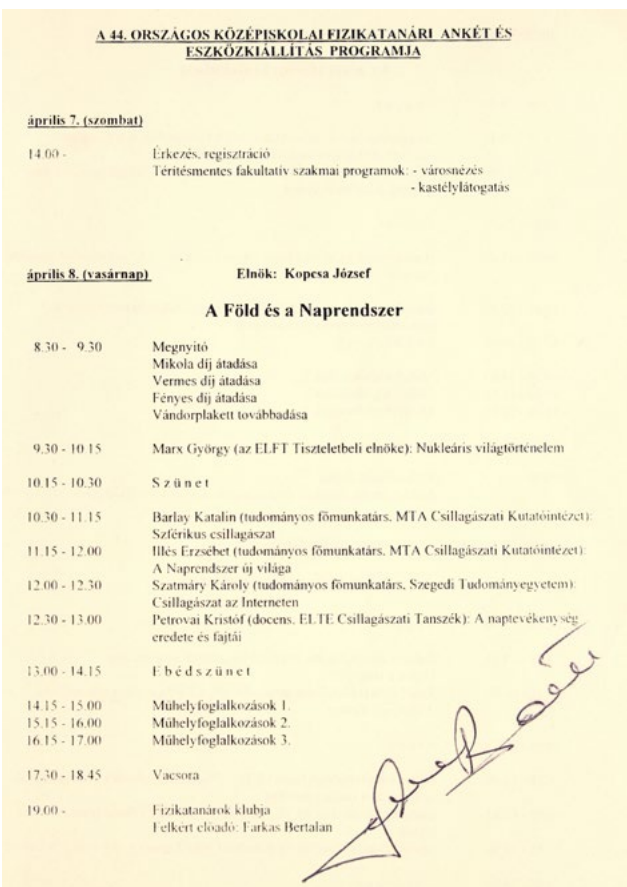


7. ábra. A Jedlik-motor higany nélküli, működőképes rekonstrukciója. Tervezte *Jarosievitz Zoltán* (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf1073.jpg)



8. ábra. Tesla-transzformátor működés közben. A 2019-es debreceni ankét eszközkiállítására készítette *Pál Zoltán* (https://www.fizkapu.hu/fizfoto/fotok/fizf1033.jpg)

az ankétok lényeges részei; gyakran hasznosabbak, mint egyik-másik „hivatalos" program. Az így létrejött kapcsolatok néha valódi baráti kapcsolatokká is válhatnak, és nem csak az ankétok idejére korlátozódnak.



A 44. ORSZÁGOS KÖZÉPISKOLAI FIZIKATANÁRI ANKÉT ÉS ESZKÖZKIÁLLÍTÁS PROGRAMJA

április 7. (szombat)

14.00 - Érkezés, regisztráció
Térítésmentes fakultatív szakmai programok: - városnézés
- kastélylátogatás

április 8. (vasárnap) Elnök: Kopcsa József

A Föld és a Naprendszer

8.30 - 9.30 Megnyitó
Mikola díj átadása
Vermes díj átadása
Fényes díj átadása
Vándorplakett továbbadása

9.30 - 10.15 Marx György (az ELFT Tiszteletbeli elnöke): Nukleáris világtörténelem

10.15 - 10.30 Szünet

10.30 - 11.15 Barlay Katalin (tudományos főmunkatárs, MTA Csillagászati Kutatóintézet): Szférikus csillagászat

11.15 - 12.00 Illés Erzsébet (tudományos főmunkatárs, MTA Csillagászati Kutatóintézet): A Naprendszer új világa

12.00 - 12.30 Szatmáry Károly (tudományos főmunkatárs, Szegedi Tudományegyetem): Csillagászat az Interneten

12.30 - 13.00 Petrovai Kristóf (docens, ELTE Csillagászati Tanszék): A naptevékenység eredete és fajtái

13.00 - 14.15 Ebédszünet

14.15 - 15.00 Műhelyfoglalkozások 1.
15.15 - 16.00 Műhelyfoglalkozások 2.
16.15 - 17.00 Műhelyfoglalkozások 3.

17.30 - 18.45 Vacsora

19.00 - Fizikatanárok klubja
Felkért előadó: Farkas Bertalan

9. ábra. Farkas Bertalan autogramja a 2001-es gödöllői fizikatanári ankét programfüzetén. Az aláírást az ankéton tartott előadása után kaptam 2001. április 8-án (https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Farkas_Bertalan_autogram_01.jpg)

Az ankétokhoz gyakran *kapcsolódik valamilyen kulturális program, kirándulás, látogatás*. Ezek között több valóban magas szintű, kiemelkedő program is volt. Így nézhette meg minden résztvevő az 1986-os győri ankéton a Győri Balett előadásában a „Jézus, az ember fia" című balettet *Markó Iván* főszereplésével, vagy az 1991-es budapesti általános iskolai ankéton a Zeneakadémián a „Carmina Burana" előadását a Szent István Gimnázium Szimfonikus Zenekarának, Oratóriumkórusának és a Liszt Ferenc Zenei Általános Iskola kórusainak közreműködésével. Emlékezetes esemény volt a 2001-es gödöllői ankéton az éjszakába nyúló találkozó *Farkas Bertalannal (9. ábra)*. A paksi ankétokon mindig lehetőség volt részt venni erőműlátogatáson, az egyetemi városokban pedig gyakran nézhettünk meg különféle laboratóriumokat. Számos ankéton a környéken tett kirándulás, másutt egy-egy vacsora, állófogadás, baráti találkozó és az ahhoz kapcsolódó program nyújtott felejthetetlen élményt. Néhány ankéton a helyi szervezők esti programként érdekes és tanulságos, részben a fizikához kapcsolódó vetélkedőt szerveztek a résztvevőknek (Veszprém, Sárospatak, Székesfehérvár, Békéscsaba, Pécs).

Javaslatok a további ankétok szervezőinek

Az itt következő javaslatok óhatatlanul szubjektívek, de sok-sok ankét tapasztalatai alapján születtek, ezért érdemes az ELFT tanári szakcsoportjainak és az ankétok szervezőinek megfontolni ezeket.

Célszerű arra törekedni, hogy *az ankét helyszínei (szállás, előadások, műhelyek, kiállítás) a lehető legközelebb legyenek egymáshoz*. Sajnos volt olyan ankét, ahol az eszközkiállítások az előadások helyszínétől távol, másik épületben voltak, és így a résztvevőknek csupán kb. a harmada nézte meg a (különben első díjas) kiállításomat. Ideális volt viszont ebből a szempontból például a 2023. évi szombathelyi ankét, de ezt figyelembe véve szerveztük az 1997-es és a 2008-as békéscsabai ankétokat is. Érdemes arra is ügyelni, hogy ezek a helyszínek – különösen a szállás és a regisztráció helye – *könnyen elérhetőek legyenek tömegközlekedéssel, és megoldott legyen a parkolás is.*

A napi programok összeállításakor célszerű figyelni arra, hogy *az egyes blokkok között megfelelő szünet legyen*. Így az esetleges csúszások miatt nem fognak a későbbi programok egymásra torlódni, és a résztvevők is megmozgathatják magukat.

Elegendő időt kell biztosítani a kiállítások megnézésére is. Ebbe az időbe nem szabadna az ebéd és a vacsora idejét is beszámítani, hiszen a kiállítóknak is enniük kell.

Az utóbbi években (szerintem) *túlzottan előtérbe került a tanártovábbképzésre vonatkozó rendeletnek való megfelelés*. Emiatt például a nyugdíjas kollégák érdekei a legutóbbi ankéton súlyosan sérültek. A részvételi díjak („az aktívaknak úgyis az állam fizeti" elv miatt) a nyugdíjasok számára egyre nehezebben kifizethetők. Erre már a következő ankét szervezésekor is figyelni kell, különben az ankétok jónéhány tapasztalt kolléga műhelyével,

kiállításával lesznek szegényebbek. Az ankét NKE-hez történő átkerülése problémákat vetett fel a szervezésben. Valószínűleg ennek „köszönhető” az is, hogy a 2025-ös „Ankétlap” még mindig nem jelent meg.

A kiállítók, műhelyvezetők díjazását lényegesen egyenletesebbé, kiszámíthatóbbá és vonzóbbá kell tenni. Volt ugyan olyan ankét a 80-as évek elején, amelyen az eszközkiállítás első díjaként nagyjából egy kezdő tanár egyhavi (nettó) fizetésének megfelelő összeget kapott a díjazott, de tavaly az ezüst minősítésű műhelyfoglalkozás bruttó díja 26 000 forint (nettó 22 100 forint) volt. Nem igazán számít díjnak a tárgyjutalom sem, hiszen végső soron az ilyen díj nem a kollégát, hanem annak iskoláját jutalmazza. Fokozottan érvényes mindez a nyugdíjasok esetében. Egy taneszközzel, kísérleti eszközzel ugyanis a nyugdíjas gyakran nem tud mit kezdeni, de egy jól felszerelt iskola tanára sem mindig tudja hasznosítani az eszközt az iskolájában. (Én magam emiatt például számos díjként kapott eszközt továbbajándékoztam.) E probléma megoldásához meg lehetne növelni a részvételi díj szervezési költség részét, különösen azoknál, akik nem tagjai a Társulatnak. Másik út az lehet, hogy az ankét támogatóitól pénzbeli támogatást kell kérni erre a célra.

Irodalom

1. https://www.fizikakonyv.hu
2. https://www.fizkapu.hu
3. https://www.fizkapu.hu/kiki/kikiadat/z002.html
4. Zátonyi S. A.: Középiskolai tanulókísérleti készlet az optika tanításához. *A fizika tanítása* 1982/1. 23. o.
5. Zátonyi S.: Elektromosságtani tanulókísérleti készlet. *Horizont* 1983, 172. o.
6. Dr. Zátonyi S. – ifj. Zátonyi S.: C-16, Plus/4 az általános iskolai fizikatanításban. Novotrade, Bp., 1987.
7. https://www.fizkapu.hu/fiztan/cikkek/c_04_007.doc
8. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0009.html
9. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0008.html
10. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0029.html
11. https://www.fizkapu.hu/fiztan/cikkek/c_15_002.pdf
12. https://www.fizkapu.hu/fiztan/cikkek/c_15_003.pdf
13. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0042.html
14. Zátonyi S.: Színes kísérletek egyszerűen. *Fizikai Szemle* 2018/1., 25. o. https://fizikaiszemle.elft.hu/szemle/tartalom/34
15. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0044.html
16. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0050.html
17. https://www.fizkapu.hu/fizfilm/fizfilm4.html
18. https://www.fizkapu.hu/fiztan/toltes/t_0056.html
19. https://www.fizikaanket.hu/ank%C3%A9tlap
20. https://hu.wikipedia.org/wiki/Fizikatan%C3%A1ri_ank%C3%A9t
21. https://www.youtube.com/watch?v=6fVYmWEjKp4
22. https://www.fizkapu.hu/animator/_fotoelektron_sokszorozo.html
23. https://www.fizkapu.hu/animator/_oszcilloszkop.html

OKOSTELEFONHOZ KAPCSOLT FILLÉRES ELEKTROSZKÓP

Szabó Róbert[1,@], Piláth Károly[2]

[1]Fizika Doktori Iskola, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest

[2]ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Gimnázium, Budapest

[@]E-mail: fiztan.szr@gmail.com

Bevezetés

Az elektrosztatika tanítása során gyakran nehéz közvetíteni azt, hogy az elektromos töltés egy absztrakt fogalom, mivel szabad szemmel nem látható. Bár a hagyományos lemezes elektroszkópok láthatóan reagálnak a töltések jelenlétére, nem adnak egyértelmű visszajelzést a töltés előjeléről vagy pontos mennyiségéről, ami megnehezíti a jelenségek megértését a diákok számára. Cikkünkben ezt a hiányt kívánjuk pótolni egy saját fejlesztésű töltésmérő eszköz felépítésének és működésének, valamint oktatási felhasználási lehetőségeinek bemutatásával. Eszközünk nemcsak a töltések jelenlétének és előjelének kimutatására képes, hanem abban is innovatív, hogy jelzi a közeli test elektromos térerősségét, amely arányos a töltés mennyiségével. Annak érdekében, hogy mások is kövessék példánkat, a tanulmány online elérhető függelékében részletesen ismertetjük a fejlesztés során felhasznált egységek kiválasztását és az alkalmazás lépéseit. Végül beszámolunk öt konkrét kísérletről, amely az eszközzel elvégezhető, valamint kiemeljük a diákok visszajelzéseit az eszköz pedagógiai alkalmazásával kapcsolatban.



Szabó Róbert 2020-ban az ELTE-n fizika–történelem szakos középiskolai tanári oklevelet szerzett. Jelenleg – többek között – az ELTE Fizika Doktori Iskola doktoranduszaként folytat kutatásokat, amelyekben a digitalizált tanulói és tanári fizikakísérletek hatékonyságát vizsgálja.

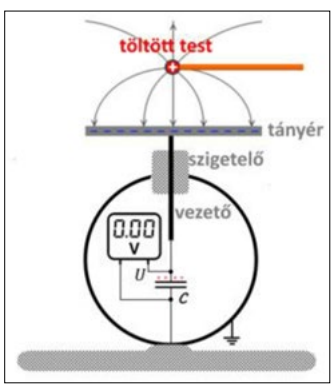


Piláth Károly kutatótanár az ELTE-n végzett fizika–kémia szakon, majd informatikatanári végzettséget szerzett a Veszprémi Egyetemen. Korábban a Balassi Bálint Nyolcévfolyamos Gimnáziumban tanított, jelenleg nyugdíj mellett az ELTE Trefort Ágoston Gyakorló Gimnázium tanára és fizika–informatika munkaközösségének vezetője.

A fejlesztés háttere

Az elmúlt években számos egyszerű, olcsó, „csináld magad” elektronikus érzékelő jelent meg, amely képes jelezni a töltés polaritását. Az elektroszkóp korszerűsítése terén elért eredmények mellett [1] néhány fejlesztés egyértelműen kimutatta a dörzsölt PVC-rudak és üvegrudak eltérő töltéseit [2–4], de ezek nem tették lehetővé a töltés mennyiségének becslését vagy a semleges állapot pontos érzékelését.

Fejlesztésünket inspirálta a multiméter használata [5], illetve egy 1974-es publikáció [6] is. Az utóbbi az elektrosztatikus mező hatását egy nagy bemeneti impedanciájú erősítő és egy ismert kapacitású kondenzátor segítségével érzékelte. Az elektromos mező érzékelésének egyik lehetséges módja egy síkkondenzátor alkalmazása *(1. ábra)*. A külső elektromos tér hatására a kondenzátor lemezein töltésátrendeződés következik be, amely a lemezek potenciálkülönbségének felel meg. Ez a potenciálkülönbség megfelelő mérőáramkör segítségével érzékelhető, nagysága és előjele pedig információt szolgáltathat a külső elektromos mezőről.



1. ábra. Az elektromos mező érzékelésének egyik lehetséges elve: a párhuzamos lemezekből álló kondenzátor lemeztávolsága d, a külső elektromos mező E_k. A külső mező hatására a kondenzátor lemezein töltésátrendeződés következik be

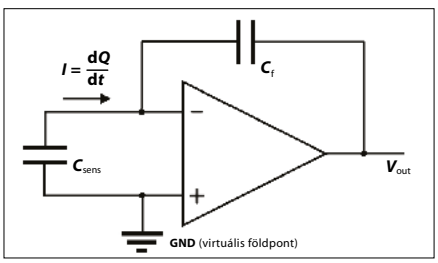
A síkkondenzátorban kialakuló U feszültség és az E_k külső elektromos tér az alábbi módon függ össze:

$$U = E_k \cdot d,$$

ahol U a kondenzátor lemezei között mérhető feszültség, d a két lemez állandó távolsága, E_k a külső elektromos tér komponense a lemezekre merőleges irányban.

Bár ez a megoldás még nem használt digitális kijelzőt, az alapelve – az elektromos mezők közvetett mérése – rendkívül hasznosnak bizonyult számunkra. Ezt a koncepciót vettük kiindulópontnak, amikor hozzáláttunk egy új, hordozható, osztálytermi bemutatókra alkalmas elektroszkóp tervezéséhez. Célunk az volt, hogy ötvözzük a klasszikus elektroszkóp egyszerűségét a modern elektronika és az okoseszközök nyújtotta előnyökkel. Olyan műszert kívántunk létrehozni, amely valós idejű digitális visszajelzést ad a közeli töltések által keltett elektromos mező polaritásáról és nagyságáról, miközben olcsó, könnyen összeállítható és reprodukálható marad. A [6]-ban leírt elv alapján kifejlesztettünk egy rendszert, amely a környező töltések által okozott elektromos mező változásaiként méri a közeli töltések által keltett hatásokat, és az adatokat Bluetoothon keresztül vezeték nélkül továbbítja egy okostelefonra.

A szenzorként használt kondenzátorlemezeken *(2. ábra)* a polarizáció hatására megjelenő töltés mérésére egy speciális, töltéserősítőként működő elektronikus áramkört alkalmaztunk [7]. Ez a kapacitív szenzoron keletkező töltést egy AD-átalakító által kiértékelhető feszültségjellé alakítja át.



2. ábra. A töltéserősítő elvi rajza

A *2. ábrán* látható töltéserősítő lényegében egy nagy bemeneti impedanciájú integrátor. Az integráló hatás a töltést feszültséggé alakítja, míg a nagy bemeneti ellenállás biztosítja, hogy a szenzor által keltett – jellemzően igen kicsi – töltés ne vesszen el a szivárgási áramok miatt. A szenzor leolvasása egy kapacitív visszacsatolású töltéserősítővel történik. Ideális műveleti erősítő esetén az invertáló bemenet virtuális földpotenciálon van, és az erősítő bemeneti kapcsába elhanyagolható áram folyik. Az érzékelő felől érkező áram a visszacsatoló kondenzátoron keresztül folyik, így annak töltését változtatja meg. A kimeneti feszültség a bemeneti áram időbeli integráljával arányos, az érzékelőn indukált töltésváltozásról ad információt:

$$V_{out}(t) = \frac{1}{C_f}\int_{t_0}^{t} I_{in}(\tau)\,\mathrm{d}\tau = \frac{1}{C_f}\int \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t = \frac{Q}{C_f},$$

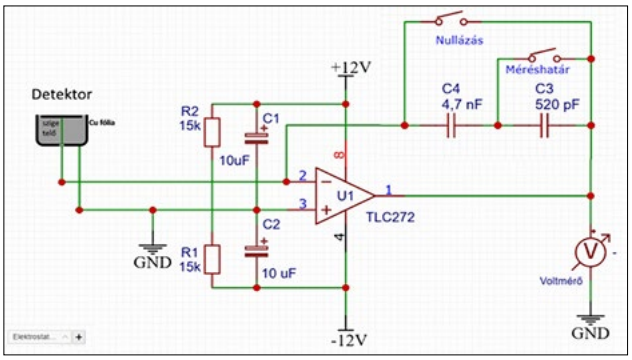
ahol C_f a visszacsatoló kondenzátor kapacitása, I_{in} a bemeneti töltésváltozás árama, Q az integrálás során felhalmozódó töltésváltozás. Az összefüggés nullázott kezdeti kimeneti feszültség mellett érvényes. Ideális töltéserősítő feltételek mellett (elhanyagolható parazita- és szivárgási hatások) a kimeneti feszültség így nagyrészt független az érzékelő C_{sens} kapacitásától. A gyakorlatban azonban előfordulhatnak kis eltérések a parazita kapacitások és a szivárgási áramok jelenléte miatt.

A készülék működését alapvetően befolyásolják a reset- és telítődési határok, valamint a zaj és egyéb nem ideális hatások (pl. drift). A kimenete csak akkor változik, ha a külső elektromos mező konfigurációja megváltozik; egyébként – lassú drift mellett – stabil marad.

A mérőáramkör tervezési szempontjai

A visszacsatoló kondenzátor C_f kapacitását a középiskolai kísérletek során várható töltésmennyiségekhez (kb. 25 nC) méreteztük. A mérőáramkör IC-je 12 V tápfeszültséggel működik, így a virtuális földhöz képest a kimeneti feszültség a ±5 V tartományban változhat. Ebből számítható a visszacsatoló („feedback”) kondenzátor C_f értéke:

$$C_f = \frac{Q}{U_{IC,\,max,\,ki}} = \frac{25\cdot10^{-9}\,C}{5\,V} = 5\cdot10^{-9}\,F = 5\,nF.$$



3. ábra. Az integrátor és a mérési tartomány kapcsolóáramkörének sematikus rajza (a tervezést a [6]-ban leírt töltéserősítő koncepciója inspirálta, de a megvalósítás a saját, oktatási célokra adaptált változatunk; az áramkört az *EasyEDA* online szerkesztővel rajzoltuk meg [8])

A visszacsatoló kondenzátor az erősítő kimenetét visszaköti a bemenetre; fő feladata a bemeneti töltés feszültséggé alakítása. A mérési elvet bemutató kapcsolási rajzon *(3. ábra)* az általunk tervezett mérőátalakítóban a szabványos 5 nF helyett egy 4,7 nF-os kondenzátort (C4) alkalmaztunk. Emellett lehetőséget biztosítottunk egy érzékenyebb mérési tartomány kiválasztására is, amelyhez egy szabványos 520 pF-os (C3) kondenzátort építettünk be az integrátorba. A mérési tartomány kapcsolását egy elektronikus kapcsoló (DG444DJ) végzi, amely lehetővé teszi, hogy a C4 sorba kapcsolódjon a C3-mal, vagy a C3 rövidre zárásával csak a C4 legyen az integráló kondenzátor. Amikor az 520 pF-os kondenzátor rövidre van zárva, a maximálisan érzékelhető töltés 23,5 nC. Nyitott állapotban a két sorosan kapcsolt kondenzátor eredő kapacitása kisebb, így az integrátor körülbelül 2,3 nC-os, érzékenyebb mérési tartományba kapcsol. A DG444DJ kapcsoló második egysége lehetővé teszi az integrátor resetelését is, ami elengedhetetlen a mérés előkészítéséhez.

A mérőáramkör alapja egy nagy bemeneti impedanciájú műveleti erősítő. Az oktatási célokra optimális, költséghatékony típus kiválasztásának részletes szempontrendszerét és a driftszámításokat az online elérhető függelék tartalmazza.

Elektrosztatikai kísérletek bemutatása a töltésmérő eszközzel

1. Töltésindukció

A kísérlet célja annak bemutatása, hogy a testek közötti dörzsölés elektromos töltésátadást idéz elő. Egy PVC rudat gyapjú textildarabbal megdörzsölünk, majd a rudat a töltésmérő érzékelője közelébe visszük. Ekkor a mobiltelefon kijelzőjén a semleges állapotot jelző szürke korong helyett zöld színű jelenik meg. A korong sugara – vagyis a mért töltés – a dörzsölés intenzitásától és időtartamától, valamint a rúd és a szenzor közötti távolságtól függ. Megfigyelhető, hogy a korong mérete nem lineárisan csökken a távolság növekedésével, ami ráirányítja a figyelmet az elektromos mező térbeli viselkedésére. A gyapjú anyagú textildarab, amellyel a rudat megdörzsöltük, pozitív töltést mutat. Tapasztalataink szerint egy szivacs – a hagyományos pamut vagy gyapjú anyagú ronggyal ellentétben – tovább képes megtartani a pozitív töltését *(4. ábra)*. Ennek oka valószínűleg a szivacs finomabb, simább felülete, amely csökkenti a kisülés valószínűségét a levegő negatív ionjai felé. Amint a feltöltött rudat vagy a textildarabot eltávolítjuk, a kijelzőn ismét a zérus töltést jelző szürke korong jelenik meg. Hasonló módon, ha üvegrudat dörzsölünk bőrdarabbal, az üveg pozitív, a bőr negatív töltésű lesz. Ez azzal magyarázható, hogy a külső töltés elektromos tere hatására töltésátrendezés következik be. Az előjel a külső töltés előjelétől függ.



4. ábra. Elektromos állapotok bemutatása a kijelzőként használt telefonon

2. Töltésátvitel

Ha egy szigetelőn elhelyezett, előzetesen feltöltött vezető test (például fémgolyó) hozzáér az elektroszkóp „tányérjához”, a kijelző nem tér vissza nullára a test eltávolítása után. A töltés egy része átkerül a mérőkondenzátorra. A demonstráció egyszerűsíthető, ha nem közvetlenül érintjük a tányérhoz a töltött testet. Egy alumíniumból ké-



5. ábra. Töltésátvitellel feltöltött üdítős doboz

szült, szigetelő felületen álló üdítős dobozt rögzíthetünk a tányér közelébe. Egy előzetesen feltöltött test (például negatívra töltött PVC rúd) hozzádörzsölésével a dobozra töltés kerül, amely a dobozon hosszú ideig megmaradhat *(5. ábra)*. Mivel a doboz kapacitása nagyobb, mint a tányéré, többszöri újra dörzsöléssel nagyobb mennyiségű töltést vihetünk rá.

3. Elektromos megosztás

Ebben a kísérletben indukció útján hozunk létre töltést. Egy negatívra töltött PVC rudat a semleges alumínium üdítős doboz közelébe helyezünk anélkül, hogy megérintenénk vele. A szenzor ekkor is érzékeli az indukált töltéseloszlást (zöld korong jelenik meg). Ezután a doboz a rúddal ellentétes oldalát megérintjük az ujjunkkal, amelyen keresztül az elektronok a föld felé távozhatnak. Ha elvesszük a kezünket, majd a rudat is eltávolítjuk, a doboz pozitív töltést mutat – ezt a kijelző piros koronggal jelzi *(6. ábra)*.



6. ábra. Elektromos megosztással pozitívra töltött fémtest

4 A fényelektromos jelenség bemutatása

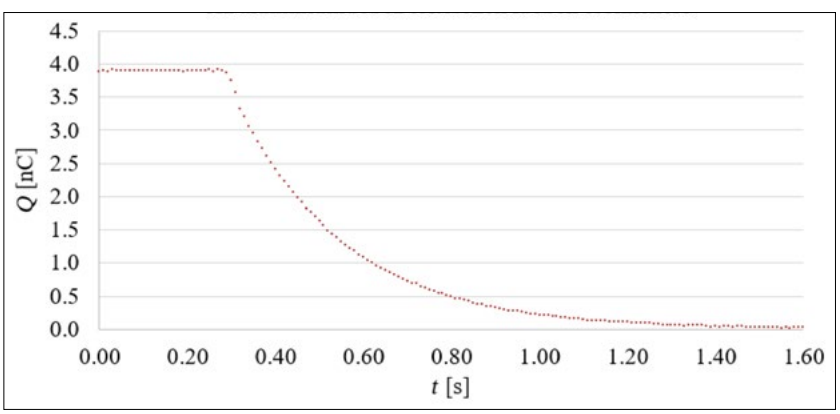
Ez a kísérlet különösen alkalmas a töltésmérő eszköz érzékenységének és lehetőségeinek bemutatására. A kísérlet előtt egy alumínium üdítős doboz homorú talpát finoman felpolírozzuk. Ezt követően negatívra töltjük (például egy megdörzsölt PVC rúd érintésével). A doboz hosszú ideig megtartja a töltését, különösen alacsony páratartalom esetén – akár több percen át is stabilan kimutatható a negatív töltés. A feltöltést követően a doboz talpát megvilágítjuk egy kis teljesítményű, 254 nm hullámhosszúságú UV-fényforrással *(7. ábra)*.[1] A megvilágítás hatására a doboz fokozatosan elveszíti negatív töltését, amit a kijelző világosan követhetően jelez. Fontos, hogy az alumínium felülete oxidmentes legyen, mivel az Al_2O_3 bevonat jelentősen gátolja vagy teljesen megakadályozza az elektronemissziót. Amennyiben a dobozt előzetesen pozitívra töltjük (például elektromos megosztással), az UV-megvilágítás nem okoz észlelhető töltésváltozást. Ez megerősíti, hogy a fényelektromos hatás során negatív töltéshordozók (elektronok) távoznak, míg pozitívak nem.



7. ábra. A fényelektromos jelenség bemutatása

5. A töltésvesztés időfüggésének vizsgálata

Az eszköz segítségével az is megvizsgálható, hogyan csökken egy negatívan feltöltött alumíniumdoboz töltése, ha azt 254 nm hullámhosszúságú, kis teljesítményű UV-fény éri. A megfigyelt jelenség a fényelektromos hatás időbeli lefolyását tárja fel: a megvilágítás hatására elektronok lépnek ki a test fémfelületéről, aminek következtében a negatív töltés fokozatosan csökken. A töltésmérő eszköz által gyűjtött adatok valós időben megjeleníthetők egy grafikus kiértékelő szoftver segítségével, például a *SerialPlot* v0.13 nevű programmal, amely képes a COM-porton érkező értékeket az idő függvényében ábrázolni.



8. ábra. A negatív töltéssel feltöltött alumíniumdoboz töltésének időbeli csökkenése UV-megvilágítás hatására

[1] A fotoelektromos hatást bemutató kísérletben használt UV-fényforrás egy kis teljesítményű (1–3 W), 254 nm-es lámpa, amely egy 3D-nyomtatott házban kapott helyet, megakadályozva az oldalirányú kibocsátást. A bemutatók során a megfigyelők több méter távolságban tartózkodnak, így a sugárzásnak való kitettség elhanyagolható, bár a lámpa közvetlen megtekintését kerülni kell. A mérőelektronika alacsony feszültségen (12 V) működik, és szigetelt házba van zárva, így a véletlenszerű érintkezés valószínűtlen. Normál tantermi felügyelet mellett a kísérletek biztonságosan elvégezhetők.

A testet először negatív töltéssel látjuk el, amit egy szivaccsal megdörzsölt PVC cső segítségével valósíthatunk meg. A töltésmérést sorozatos adatgyűjtéssel végezzük, 20 ms-os mintavételi időközökkel. A megvilágítás kb. 250 ms időpillanatnál kezdődött: ettől az időponttól a doboz tetejét a korábban bemutatott UV-lámpával világítottuk meg. A töltésmérő az idő függvényében jól követhetően rögzítette a töltés csökkenését *(8. ábra),* ami megerősítette, hogy a folyamat valóban a fényelektromos hatás következménye.

Összegzés

A töltésmérő fejlesztésével lehetővé vált egy olyan demonstrációs eszköz készítése, ami nem csupán az emberi szem számára láthatatlan töltések jelenlétét és előjelét, hanem a közelében lévő test elektromos terének nagyságát is méri, ami a töltés mennyiségével arányos [9]. Használatával tanulóink számára lehetővé válik a töltés testközeli megtapasztalása, miközben ízelítőt kapnak a házilag épített eszközök megalkotásának világából is. Emiatt az eszköz nem csupán diákközpontú, de látványos, ráadásul egyes kísérleti szituációkban a rajta olvasható számértékből kvantitatív adatokhoz jutunk. Éppen ezért kézenfekvő az eszköz továbbfejlesztése. Egyfelől, lehetőség nyílik erre például további kísérletekre való alkalmassá tételével. Tervezzük elektret-töltésű FFP maszkok hosszú távú vizsgálatát a maszkanyag töltésének nyomon követésével, bár ezt még nem próbáltuk. Ezenkívül ugyancsak ígéretesnek tűnik a Faraday-kalitka demonstrációja: a műszer egy fémedény belsejébe helyezve (töltésnullázás után) nem jelez töltést, ha az edényt kívülről feltöltjük. Végül a töltés lassú lecsengését kvalitatív páratartalom-indikátorként is használhatjuk. Valós körülmények között is megfigyeltük: párás időben a fényelektromos hatás kimutatása nehéz, mert az alumíniumdoboz töltése UV-fény nélkül is gyorsan csökken; száraz időben viszont egyértelműen megfigyelhető a fotoeffektus. Másfelől, a kutatást azzal is folytatjuk, hogy a meglévő kísérletekhez a használatot, illetve a tanulás folyamatát elősegítő feladatlapokat készítünk. A jövőben tervezzük az eszköz alkalmazását tanítási kísérletek végrehajtása során, melyből további következtetéseket kívánunk levonni.

Köszönetnyilvánítás

Készült a Kulturális és Innovációs Minisztérium EKÖP-KDP-24. kódszámú programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával.

Irodalom

1. Thompson Frank: An electronic electroscope. *Physics Education,* 49 (2014) 18–20.
2. Cruz Lorenzo Miguel, de Villa Jasmine Klaudette, Nuguid Patrick Nichol: Super-sensitive electric field detector. https://www.academia.edu/18483954/EEE_34_HXY_Electric_Field_Detector_by_Cruz_De_Villa_Nuguid. [Letöltve: 2024. november 10.]
3. Hasan Syed Saad (2021): Electric field strength detector using CD-4011BE IC. https://www.circuits-diy.com/electric-field-strength-detector-using-cd4011be-ic/#google_vignette [Letöltve: 2024. 12. 6.]
4. Yava Pervin Ünlü, Karadag Mustafa: An electronic electroscope for determining polarity of charge. Physics Education 54 (2019) 1–6.
5. Zátonyi Sándor: Digitális multiméter az elektrosztatika tanításában. *Nukleon,* 7 (2014) 1–8.
6. Davies G. R.: An electronic gold leaf electroscope. *Physics Education,* 9 (1974) 393–395.
7. Keim Robert (2018): Understanding and implementing charge amplifiers for piezoelectric sensor systems. https://www.allaboutcircuits.com/technical-articles/understanding-and-implementing-charge-amplifiers-for-piezoelectric-sensor-s/ [Letöltve: 2025. január 10.]
8. https://easyeda.com/editor
9. Szabó R., Piláth K., Franke H. (2026): A low-cost smartphone-connected electroscope. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* 22(2), em2773. [Letöltve: 2026. 09. 20.]

PROJEKTALAPÚ FIZIKATANÍTÁS FÖLDRAJZZAL „FŰSZEREZVE” – A FELHŐKÉPZŐDÉS, AVAGY A GÁZOK SPECIÁLIS ÁLLAPOTVÁLTOZÁSAI

Major Luca[1,2,@], Schnider Dorottya[3,4], Hömöstrei Mihály[4,5]
[1]Svetits Katolikus Óvoda, Általános Iskola, Gimnázium és Kollégium, Debrecen, [2]ELTE TTK Fizika Doktori Iskola, Budapest
[3]Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, [4]ELTE TTK Fizikai és Csillagászati Intézet, Budapest
[5]Budapesti Német Iskola, Budapest
[@]E-mail: majorluca37@gmail.com

1. Bevezetés, célkitűzések

Az oktatást szabályozó dokumentumok (a NAT 2020 és a hozzá írt kerettantervek) ajánlást tesznek a természettudományos szemlélet, a digitális és matematikai kompetenciák (adatgyűjtés, ábrázolás, értelmezés), továbbá a problémamegoldás, kooperativitás, kreativitás és modellalkotás fejlesztésére [1].

A kerettantervben megjelenik a *projekt,* a *projektmunka* fogalma is. A szabályozó dokumentum megfogalmazza, hogy a nagy mennyiségű lexikális tudás átadása helyett a hangsúlyt a tantárgyi motiváció kialakítására érdemes fektetni, továbbá olyan készségek fejlesztésére, amelyek más tantárgyak tanulását, sőt, a későbbi szakirányú továbbtanulást is megalapozzák (önálló és csapatmunka, kritikus

gondolkodás stb.). Mindezek sikeréhez a kerettanterv többek között a projektmunka szervezését javasolja. A kerettanterv azonban úgy tekint többnyire a projektre, mint a kiegészítő érdekességek feldolgozásának egyik lehetséges módszerére: „A szabad órakeretet az adott projekt által megkívánt kiegészítő ismeretek és tevékenységek időigényének kielégítésére célszerű felhasználni." [2] A projekt csupán mellékszereplőként jelenik meg az oktatási folyamatban. A projektmódszer hatékony alkalmazása érdekében azonban érdemes nem „desszertként" tekintenünk a projektre. Az eredményes projektalapú oktatás során a projekt, mint „főétel" szerepel a tanulási folyamatban, a követelményrendszerben előírt ismeretek (idő-) hatékony és cselekvésközpontú, szakmai és szociális kompetenciafejlesztő feldolgozását támogatja [3].

Írásunk célja egy olyan fizikaórai projekt bemutatása, amely a projektre nem egy kiegészítésként, érdekességek feldolgozásaként tekint, hanem az adott témakörben előírt ismeretek elsajátítását célozza meg diákközpontú, ugyanakkor a tanár által folyamatosan kontrollált és koordinált módon.

2. Módszertani alapok

2.1. A projektalapú tanítás

Sokakban felmerülhet a következő kérdés. „Hogyan tudjuk az előírt ismereteket úgy átadni, hogy miközben a diákjaink egy hétköznapi problémát járnak körül, élményekkel is gazdagodnak, és közben a NAT2020-ban megfogalmazott céloknak is eleget teszünk?"

A projektalapú tanulás (angolul *project-based learning,* röviden PBL) módszerének alkalmazásával lehetőségünk van a követelményrendszerben megfogalmazott ismeretek élmény- és diákközpontú átadására, miközben diákjaink egy hétköznapi jellegű projekten dolgozhatnak. A PBL egy olyan oktatási módszer, amelynek keretében a diákok egy komplex gyakorlati problémát járnak körül, miközben a tanár által megfogalmazott kutatási kérdésre keresik a választ. A diákok egy hosszabb tanulási folyamaton haladnak végig, munkájukat pontos instrukciók, előre meghatározott mérföldkövek, segédanyagok támogatják. A projektfolyamat egy produktum (pl. videó, poszter, prezentáció, modell, szöveges produktum, társasjáték, animáció stb.) elkészítésével és bemutatásával zárul. A tanulási folyamat során a diákok számos altevékenységet végeznek el, miközben tudásra és különböző készségekre (kritikus gondolkodás, együttműködési és kommunikációs készségek, kreativitás, digitális kompetenciák) tesznek szert [4].

A tanár kulcsszerepe a projektfolyamat során abban rejlik, hogy mint egy projektmenedzser előzetesen meghatározza a célokat (a szabályozó dokumentumokban előírt fogalmak, ismeretek megszerzése, kompetenciafejlesztés), kijelöli a célok eléréséhez vezető utat (a cselekvésközpontú tanulási folyamat megtervezése: például önálló és csoportos tananyagfeldolgozást támogató segédanyagok összeállítása), megalkotja és a diákokkal megosztja az értékelési szempontokat, a munka során folyamatosan monitoroz, és visszajelzést ad. A diákok önállóan (vagy néhány társukkal) járják be a tanulási folyamatot, azaz az ismereteket nem közvetlenül a tanártól klasszikus tanítási munkaforma során kapják, hanem az eredményes ismeretelsajátítást alaposan megtervezett és megírt tananyagok, feladatlapok támogatják. A diákok a projektfolyamat során szabadságot élveznek a tanulópárok, tanulócsoportok kialakítása, az internetes forráskeresés vagy éppen a produktum elkészítési módjának megválasztása során. Az előírt törzsanyag mellett a tankönyvben szereplő érdekességek is a projektfolyamatba csempészhetők [5].

2.2. A projektalapú tanulási folyamat tervezése

Az oktatási folyamatot három szakaszra bonthatjuk *(1. ábra)*.



1. ábra. Az oktatási folyamat szakaszai. Az [5] alapján saját szerkesztés

A projektfolyamat elindítása előtt a tanár megtervezi a munkafolyamatot: meghatározza az oktatási célokat, a megtanulandó fogalmakat és összefüggéseket, összeállítja az önálló munkát támogató segédanyagokat, inter-



Schnider Dorottya angol nyelv és kultúra – fizika szakos tanárként végzett az ELTE-n. A Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium fizikatanára, az ELTE Fizikai és Csillagászati Intézetének szakmódszertanos oktatója. Doktori fokozatát a Fizika Tanítása Doktori Programban szerezte. A cselekvésközpontú fizikaoktatás kutatásával és fejlesztésével foglalkozik. A PhysicsFunandPro online segédanyagtár megálmodója.



Major Luca a Debreceni Egyetem Természettudományi és Technológiai Karán szerzett fizika–földrajz szakos tanári diplomát 2023 júniusában. 2023 szeptembere óta a debreceni Svetits Katolikus Általános Iskola és Gimnáziumban tanít. Doktori tanulmányait ugyanebben az évben szeptemberben kezdte meg az ELTE TTK Fizika Doktori Iskola Fizika Tanítása Doktori Programjában, ahol kutatási témája: „Gyakorlati fizika földrajzi jelenségekben".



Dr. Hömöstrei Mihály 2006-ban végzett az ELTE matematika és fizikatanári szakán. 2014 óta a magyar IYPT (Ifjú Fizikusok Nemzetközi Versenye) felkészítő csapatának tagja, 2016 óta az ELTE Anyagfizikai Tanszékén tanít szakdidaktikai tantárgyakat, 2018 óta a budapesti Német Iskola fizikatanára. A MOL-Mester-M (2010) és az Ericsson-díj (2020) birtokosa.

netes forrásokat gyűjt, meghatározza a mérföldköveket és határidőket. Az előzetes tervezést követően kerül sor a projektfeladat diákokkal való ismertetésére, a feladat részletes bemutatására, az instrukciók megfogalmazására, azaz a projekt elindítására [5].

A második szakasz a munkafolyamat és annak monitorozása, amely során a csoportalakítás is megtörténik. A munka hatékonyságát növelheti, ha egy csoportban különböző érdeklődésű és képességű diákok vannak, hiszen így az adott témát egy csoporton belül több nézőpontból is feldolgozhatják, valamint a diákoknak lehetőségük adódik a sokszínű tudásmegosztásra. A csoporton belüli munkamegosztás és a munka szervezésében érdemes szabadságot adnunk a tanulóknak. A szakaszban több mérföldkő is megjelenik, a tanulók számot adnak az előrehaladásukról; például határidőre elkészítik a tanár által feladott, a fogalmak elsajátítására irányuló feladatokat, beszámolnak az addig megszerzett tudásukról (ekkor visszajelzést kapnak a tanártól). A projektközi beszámoló alkalmával a tanulók számot adnak elképzeléseikről, az esetlegesen felmerülő problémákról, amelyekre megoldást közös gondolkodással, az osztálytársakkal és a tanárral együttműködve találnak. Ezen fázisban fény derülhet az esetleges hiányosságokra, pontatlanságokra, amelyek kiküszöbölése szintén fontos része a projektfolyamatnak. Ekkor összegzik azok a tartalmakat és készségeket, amelyeket a csoportok az addigi projektmunka során megismertek és megszereztek [5].

A harmadik szakaszban kerül sor az elkészített produktumok bemutatására és értékelésére. A tanulási folyamat végén az értékelés – ellentétben a hagyományos értékelési lehetőségekkel – többszintű; mind a produktum bemutatása, mind a bemutató minősége, mind a csoportmunka (a megbeszélt követelmények közös teljesítése), valamint az egyéni munka is értékelést kap [5].

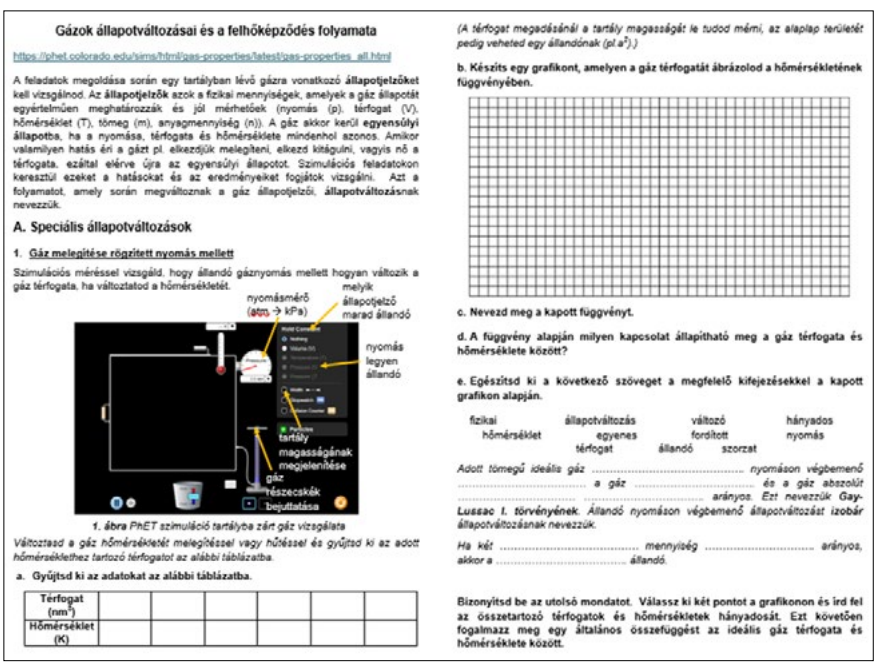
3. Tananyagfejlesztés

A következőkben bemutatunk egy 10. évfolyamosok körében kivitelezett projektalapú tanulási folyamatot. A projekt a gázok speciális állapotváltozásainak és a termodinamika témakörének feldolgozását célozta meg. Olyan feladatlapokat dolgoztunk ki, amellyel a tanulók önállóan, de irányítottan dolgozzák fel a hőtan projekthez szervesen kapcsolódó témákat.

Projektfeladat: Mutasd be a többieknek a felhőképződés folyamatát egy általad készített animáció felhasználásával! Értelmezd a benne lezajló fizikai és földrajzi folyamatokat!

Az interdiszciplináris projektfeladat teljesítéséhez a diákoknak meg kell szerezniük a szükséges új ismereteket, illetve össze kell tudniuk kapcsolni a földrajzórán tanult felhőképződést a levegőben eközben lejátszódó fizikai folyamatokkal.

A projekt eredményes kivitelezése, valamint a témakörben előforduló fizikai ismeretek elsajátítása érdekében a diákok számára segédanyagokat biztosítottunk. A segédanyagok többek között szimulációalapú tananyagfeldolgozást és a természettudományos megismerést támogató feladatlapok. A tanulók a fizikai ismeretek elsajátítása mellett jutottak el a földrajzóráról már ismert jelenség kialakulásának magyarázatáig. Annak érdekében, hogy a feladatlapokon szereplő feladatok önállóan (vagy minimális tanári segítséggel) megoldhatóak legyenek, erősen támaszkodtunk a diákok előzetes ismereteire (pl. általános iskolában tanult fogalmak és képi modellek, földrajzórai ismeretek), azok felhasználására, valamint a tudástranszferre. A feladatlapok felépítésére jellemző, hogy lépésről lépésre vezetik a tanulókat a megismerés folyamatában. A megismerés alapjául többnyire egy szimuláció és egy szimulációalapú mérési feladat szolgál. A szimuláció feldolgozása támogatja az összefüggések megismerését és megértését; továbbá a phet.colorao.edu[1] honlapján elérhető szimulációk a modellalkotáshoz, a folyamatok részecskeszerkezeti úton történő magyarázatához is hozzájárulnak. Az alapismeretek megszerzését követően a kompetenciafejlesztő fizikatanulási folyamat [6] elvei alapján olyan gyakorlófeladatokat biztosítunk, amelyek támogatják a korábban megszerzett ismerettel való munkát, annak alkalmazását, felhasználását, alapos megértését és elmélyítését. A projektfolyamatot tervezés és alkotás zárja. A teljes munkafolyamat megfelelően támogatja a kognitív fejlődést – a



Gázok állapotváltozásai és a felhőképződés folyamata

https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_all.html

A feladatok megoldása során egy tartályban lévő gázra vonatkozó **állapotjelzőket** kell vizsgálnod. Az **állapotjelzők** azok a fizikai mennyiségek, amelyek a gáz állapotát egyértelműen meghatározzák és jól mérhetőek (nyomás (p), térfogat (V), hőmérséklet (T), tömeg (m), anyagmennyiség (n)). A gáz akkor kerül **egyensúlyi állapotba**, ha a nyomása, térfogata és hőmérséklete mindenhol azonos. Amikor valamilyen hatás éri a gázt pl. elkezdjük melegíteni, elkezd kitágulni, vagyis nő a térfogata, ezáltal elérve újra az egyensúlyi állapotot. Szimulációs feladatokon keresztül ezeket a hatásokat és az eredményeiket fogjátok vizsgálni. Azt a folyamatot, amely során megváltoznak a gáz állapotjelzői, **állapotváltozás**nak nevezzük.

A. Speciális állapotváltozások

1. Gáz melegítése rögzített nyomás mellett

Szimulációs méréssel vizsgáld, hogy állandó gáznyomás mellett hogyan változik a gáz térfogata, ha változtatod a hőmérsékletét.

nyomásmérő (atm → kPa)
melyik állapotjelző marad állandó
nyomás legyen állandó
tartály magasságának megjelenítése
gáz részecskék bejuttatása

1. ábra PhET szimuláció tartályba zárt gáz vizsgálata

Változtasd a gáz hőmérsékletét melegítéssel vagy hűtéssel és gyűjtsd ki az adott hőmérséklethez tartozó térfogatot az alábbi táblázatba.

a. Gyűjtsd ki az adatokat az alábbi táblázatba.

Térfogat (nm^3)						
Hőmérséklet (K)						

(A térfogat megadásánál a tartály magasságát le tudod mérni, az alaplap területét pedig veheted egy állandónak (pl a^2).)

b. Készíts egy grafikont, amelyen a gáz térfogatát ábrázolod a hőmérsékletének függvényében.

c. Nevezd meg a kapott függvényt.

d. A függvény alapján milyen kapcsolat állapítható meg a gáz térfogata és hőmérséklete között?

e. Egészítsd ki a következő szöveget a megfelelő kifejezésekkel a kapott grafikon alapján.

fizikai hőmérséklet | állapotváltozás egyenes térfogat | változó fordított állandó | hányados nyomás szorzat

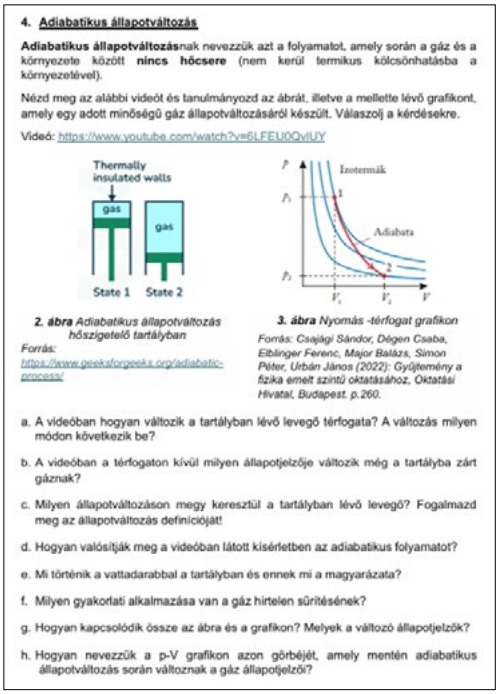
Adott tömegű ideális gáz ..... nyomáson végbemenő ..... a gáz ..... és a gáz abszolút ..... arányos. Ezt nevezzük Gay-Lussac I. törvényének. Állandó nyomáson végbemenő állapotváltozást izobár állapotváltozásnak nevezzük.

Ha két ..... mennyiség ..... arányos, akkor a ..... állandó.

Bizonyítsd be az utolsó mondatot. Válassz ki két pontot a grafikonon és írd fel az összetartozó térfogatok és hőmérsékletek hányadosát. Ezt követően fogalmazz meg egy általános összefüggést az ideális gáz térfogata és hőmérséklete között.

2. ábra. Az izobár állapotváltozás feladatlapja

[1] https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_all.html [Letöltve: 2025. 07. 25.]



4. Adiabatikus állapotváltozás

Adiabatikus állapotváltozásnak nevezzük azt a folyamatot, amely során a gáz és a környezete között **nincs hőcsere** (nem kerül termikus kölcsönhatásba a környezetével).

Nézd meg az alábbi videót és tanulmányozd az ábrát, illetve a mellette lévő grafikont, amely egy adott minőségű gáz állapotváltozásáról készült. Válaszolj a kérdésekre.

Videó: https://www.youtube.com/watch?v=6LFEU0QvIUY

***2. ábra** Adiabatikus állapotváltozás hőszigetelő tartályban*
Forrás: https://www.geekforgeeks.org/adiabatic-process/

***3. ábra** Nyomás -térfogat grafikon*
Forrás: Csajági Sándor, Dégen Csaba, Elbinger Ferenc, Major Balázs, Simon Péter, Urbán János (2022): Gyűjtemény a fizika emelt szintű oktatásához, Oktatási Hivatal, Budapest. p.260.

a. A videóban hogyan változik a tartályban lévő levegő térfogata? A változás milyen módon következik be?

b. A videóban a térfogaton kívül milyen állapotjelzője változik még a tartályba zárt gáznak?

c. Milyen állapotváltozáson megy keresztül a tartályban lévő levegő? Fogalmazd meg az állapotváltozás definícióját!

d. Hogyan valósítják meg a videóban látott kísérletben az adiabatikus folyamatot?

e. Mi történik a vattadarabbal a tartályban és ennek mi a magyarázata?

f. Milyen gyakorlati alkalmazása van a gáz hirtelen sűrítésének?

g. Hogyan kapcsolódik össze az ábra és a grafikon? Melyek a változó állapotjelzők?

h. Hogyan nevezzük a p-V grafikon azon görbéjét, amely mentén adiabatikus állapotváltozás során változnak a gáz állapotjelzői?

3. ábra. Az adiabatikus állapotváltozás feladatlapja

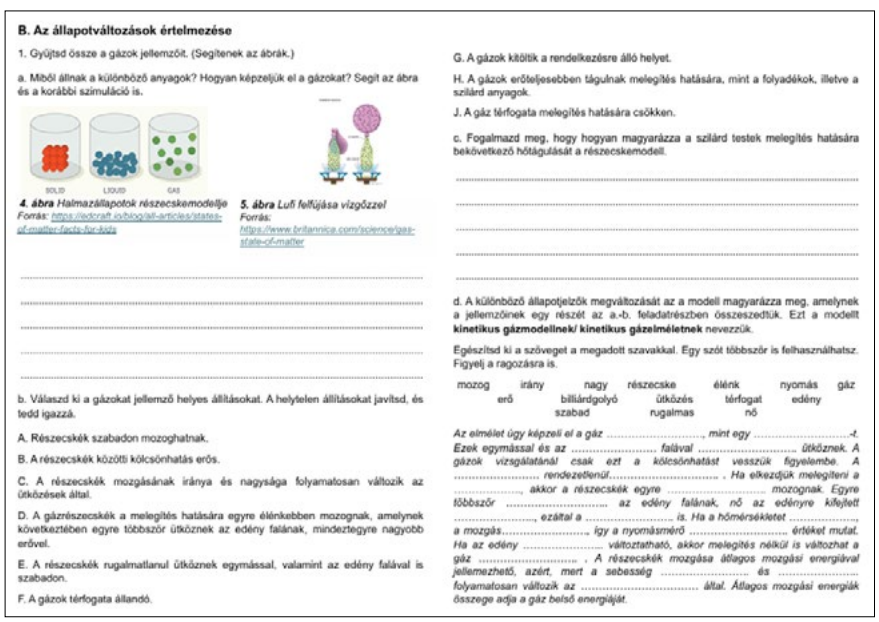
tudás Bloom-taxonómia [7] szerinti szervezését, kialakítását. A feladat cselekvésközpontú, a diákokat folyamatos munkavégzésre, cselekvésre és elmélyült gondolkodásra ösztönözzük. Az első feladatlapok a gázok állapotát jellemző fizikai mennyiségeket járják körül, és nevesítik azok speciális állapotváltozását. Példának lásd a *2. ábrán* az izobár állapotváltozás önálló tanulását segítő feladatlapot.

Az adiabatikus állapotváltozás a szóban forgó projektfeladat szempontjából hangsúlyos ismeret. Középszinten nem képezi a fizikatananyag részét, viszont a felhőképződés megértéséhez elengedhetetlen az ismerete. Amikor a levegő valamilyen oknál fogva (pl. domborzati akadály, erőteljes felszíni felmelegedés, front hatására) felemelkedik, akkor benne adiabatikus állapotváltozás megy végbe. Az adiabatikus állapotváltozás projektalapú megismeréséhez összeállított feladatlapot lásd a *3. ábrán*. Az állapotváltozások megismerését követően a diákok azok molekuláris értelmezésével folytatták a tanulást. Az önálló projektalapú megismerést támogathatjuk korábban kialakított képekkel: pl. *a szilárd testek hőtágulása* során a részecskék egyre nagyobb amplitúdóval rezegnek az anyag melegítésekor. Ugyanígy, ha növeljük a gáz hőmérsékletét, a részecskék egyre élénkebben mozognak, egyre többször ütköznek a tartály falával, így nagyobb lesz a nyomás. A leírás során alkalmazott részecskemodell támogatja a megértést és szemléletes magyarázatot ad, ugyanakkor megalapozza a kinetikus gázelmélet tanítását is: a korábban alkalmazott modellt egy összetettebb modell megalkotására használjuk fel (Bloom-taxonómia, alkalmazásszint).

A fizikai alapok megszerzését követően a tanulók a felhőképződés földrajzi hátterével ismerkednek. Lássuk a következő, földrajzóráról jól ismert típusproblémát: „Egy hegységet a tenger szintjében nyugati irányból 30 °C-os meleg levegő ér el, amely 9,4 g/m^3 vízgőzt tartalmaz. Ehhez a tankönyv a következő kérdéseket és feladatokat fogalmazza meg. Mennyi a levegő relatív vízgőztartalma? Hány méter magasan indul meg a felhőképződés? Hány °C lesz a levegő hőmérséklete a 4000 méter magas csúcson? Mennyi lesz a leszálló levegő hőmérséklete a hegység keleti lábánál (tszf. 700 m)? Készíts ábrát is!” [8]

A diákok megtanulják azt, hogy mit jelent a harmatpont, a relatív és abszolút páratartalom, majd a fogalmak elmélyítésének érdekében néhány egyszerű számolási feladatot is megoldanak. Ezt követően megismerkednek a felhő- és csapadékképződéssel, illetve azzal, hogy a levegő mikor kényszerül felfelé áramolni. Megtanulják továbbá azt a „szabályt” is, hogy a felemelkedő levegő 1 °C-ot hűl 100 méterenként a harmatpontig, majd 0,5 °C-ot 100 méterenként a harmatpont elérését követően. Ha egy hegység késztette a levegőt feláramlásra, akkor azon átbukva 1 °C-kal nő a hőmérséklete 100 méterenként. Ezen ismeretek a földrajzi követelmények között, valamint a földrajzkönyvekben is megtalálhatók, emellett a halmazállapot-változások kapcsán a fizikakönyv [9, 10] is megemlíti ezeket, azonban a jelenség mélyebb fizikai tartalmát nem részletezi. Földrajzórán a tanulók a légkör földrajzának témakörében már ismerkedtek a hőközlési formákkal, tanultak a hősugárzásról és a levegő, felmelegedéséről. Az *5.* és *6. ábrán* látható feladatlap az említett témákat járja körül, egészíti ki és mélyíti el.

A tanulási folyamatot támogató utolsó feladatlap feladatai annak



B. Az állapotváltozások értelmezése

1. Gyűjtsd össze a gázok jellemzőit. (Segítenek az ábrák.)

a. Miből állnak a különböző anyagok? Hogyan képzeljük el a gázokat? Segít az ábra és a korábbi szimuláció is.

***4. ábra** Halmazállapotok részecskemodellje*
Forrás: https://edcraft.io/blog/all-articles/states-of-matter-facts-for-kids

***5. ábra** Luft felfújása vízgőzzel*
Forrás: https://www.britannica.com/science/gas-state-of-matter

b. Válaszd ki a gázokat jellemző helyes állításokat. A helytelen állításokat javítsd, és tedd igazzá.

A. Részecskék szabadon mozoghatnak.

B. A részecskék közötti kölcsönhatás erős.

C. A részecskék mozgásának iránya és nagysága folyamatosan változik az ütközések által.

D. A gázrészecskék a melegítés hatására egyre élénkebben mozognak, amelynek következtében egyre többször ütköznek az edény falának, mindeztegyre nagyobb erővel.

E. A részecskék rugalmatlanul ütköznek egymással, valamint az edény falával is szabadon.

F. A gázok térfogata állandó.

G. A gázok kitöltik a rendelkezésre álló helyet.

H. A gázok erőteljesebben tágulnak melegítés hatására, mint a folyadékok, illetve a szilárd anyagok.

J. A gáz térfogata melegítés hatására csökken.

c. Fogalmazd meg, hogy hogyan magyarázza a szilárd testek melegítés hatására bekövetkező hőtágulását a részecskemodell.

.....

.....

.....

.....

.....

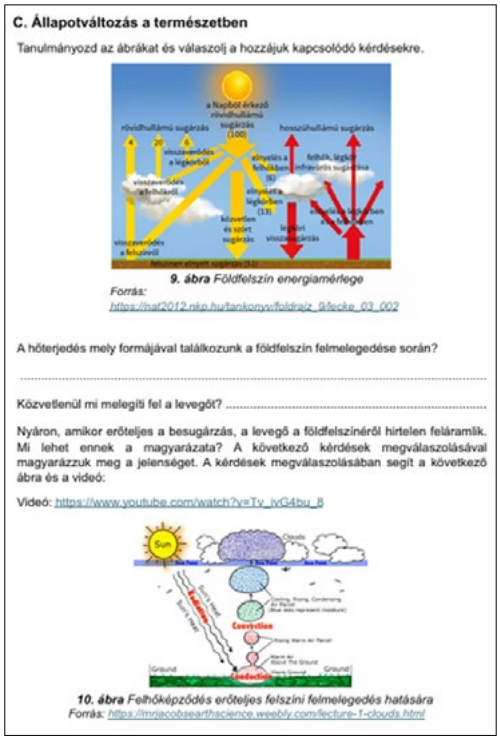
d. A különböző állapotjelzők megváltozását az a modell magyarázza meg, amelynek a jellemzőinek egy részét az a.-b. feladatrészben összeszedtük. Ezt a modellt **kinetikus gázmodellnek/ kinetikus gázelméletnek** nevezzük.

Egészítsd ki a szöveget a megadott szavakkal. Egy szót többször is felhasználhatsz. Figyelj a ragozásra is.

mozog irány nagy részecske élénk nyomás gáz erő billiárdgolyó ütközés térfogat edény szabad rugalmas nő

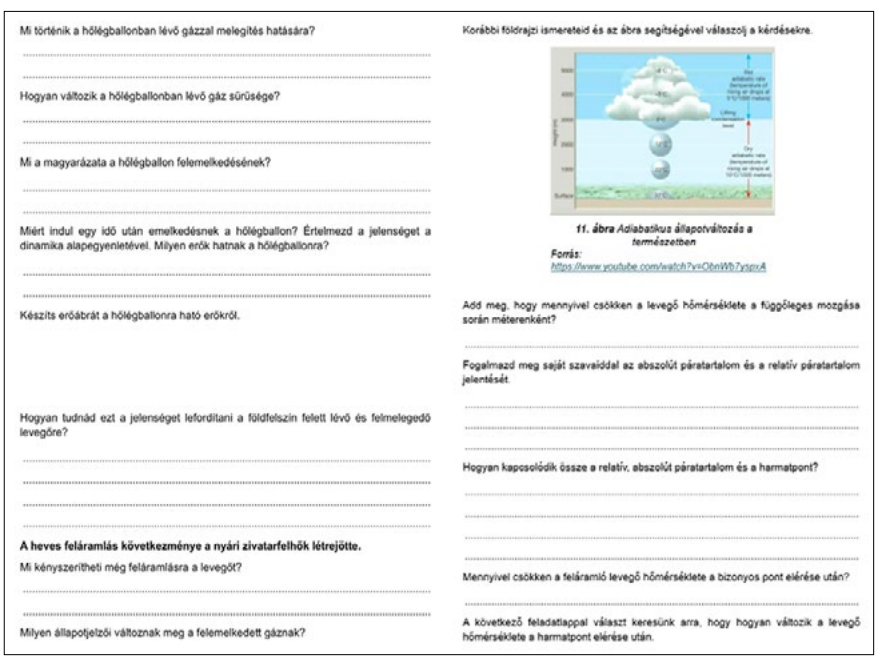
Az elmélet úgy képzeli el a gáz ..... , mint egy .....-t. Ezek egymással és az ..... falával ..... ütköznek. A gázok vizsgálatánál csak ezt a kölcsönhatást vesszük figyelembe. A ..... rendezetlenül..... . Ha elkezdjük melegíteni a ..... , akkor a részecskék egyre ..... mozognak. Egyre többször ..... az edény falának, nő az edényre kifejtett ..... , ezáltal a ..... is. Ha a hőmérsékletet ..... , a mozgás..... , így a nyomásmérő ..... értéket mutat. Ha az edény ..... változtatható, akkor melegítés nélkül is változhat a gáz ..... . A részecskék mozgása átlagos mozgási energiával jellemezhető, azért, mert a sebesség ..... és ..... folyamatosan változik az ..... által. Átlagos mozgási energiák összege adja a gáz belső energiáját.

4. ábra. „Állapotváltozások értelmezése a kinetikus gázelmélettel” feladatlap



5. ábra. „A felhőképződés fizikai magyarázata” feladatlap I.

megértését segítik, hogy a levegő hőmérséklete miért csökken, és ennek a csökkenésnek a mértéke miért változik a harmatpont elérését követően. Ezen projektszakaszban a diákok lényegében *a belső energiáról, valamint a termodinamika (hőtan) I. főtételéről* tanulhatnak a PBL módszerének támogatásával. Az új ismeretek eredményes feldolgozása érdekében a következő előzetes ismeretekre építettünk: *halmazállapot-változások, az energia fogalma, belső energia, termikus kölcsönhatás, mechanikai munkavégzés.*



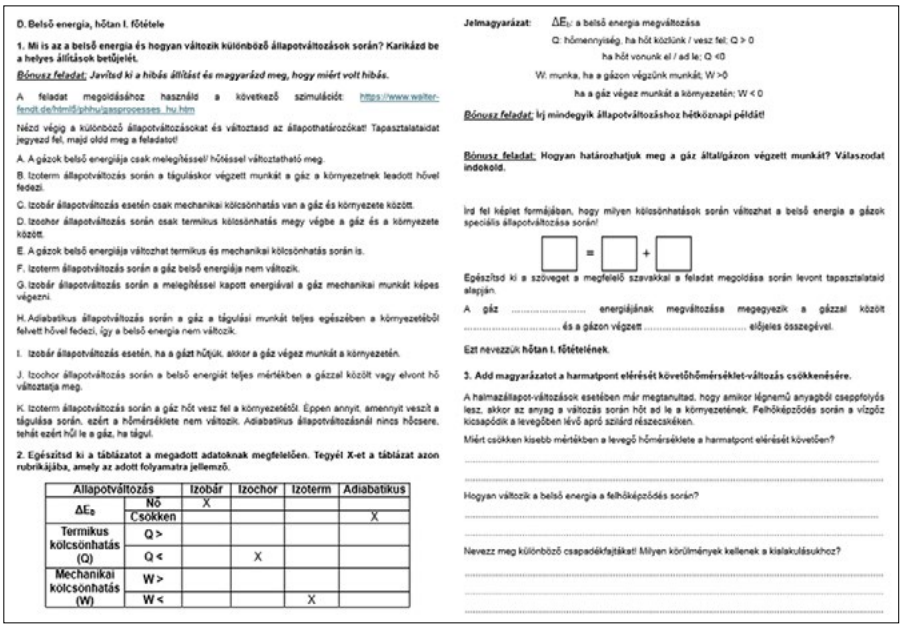
6. ábra. „A felhőképződés fizikai magyarázata” feladatlap II.

4. A projekt megvalósítása

A projektalapú tanulás eredményességét és hatásait kísérleti és kontrollcsoport mellett vizsgáltuk a Svetits Katolikus Gimnáziumban. A kísérleti csoportot 25 diák alkotta, míg a kontrollcsoportban 27 diák tanul. Mindkét osztály általános tantervű hatosztályos képzésben tanul, tanáruk *Major Luca*. A projekt kezdete előtti tanórán a tanárnő ismertette a feladatot és az elvárásokat a résztvevő osztállyal. A közös munkavégzést a Google Classroomban online platform támogatta. Az online felületen megosztottuk a pontos instrukciókat, a mérföldköveket és a határidőket, a feladatlapokat és a tananyagokat, valamint az értékelési szempontokat. A projektfeladatot a diákok fizikaórán papíralapon kivitelezték néhány fős csoportokban. A feladatlapokat a csapatok óra elején nyomtatott formában kapták meg, feladatuk ennek közös kitöltése volt. A szimulációalapú megismeréshez, valamint a további információkereséshez a diákok tabletet használtak. A kitöltött feladatlapokat a diákok az óra végén beadták, majd arra visszajelzést és értékelést kaptak. A hatékonyabb visszacsatolás érdekében a tanár a Google Classroom felületen adott hosszabb írásbeli visszajelzést a csapatoknak, valamint itt dokumentálta a diákok által a feladatlapon elért pontszámokat is. A diákok a tanulási folyamat végén egy jegyzőkönyvet készítettek, amelyben összefoglalták a felhőképződés fizikai és földrajzi vonatkozásait. A jegyzőkönyv kidolgozására 2 hét állt a tanulók rendelkezésére. Az elkészítéshez a diákok használhattak számítógépet, táblázatkezelőt, függvényábrázolót. A témán belül a tartalmat és a felépítést a diákok választhatták meg. A végső produktum egy, a felhőképződést bemutató animáció. A tanulók a jegyzőkönyvet és az animációt is a Google Classroomba töltötték fel.

Megjegyzés

Ma már előfordulhat, hogy a tanulók egy-egy önálló írásbeli feladat megoldásához a mesterséges intelligenciát hívják segítségül. Ez egy természetes jelenség, kiküszöbölni nem tudjuk, azonban a feladott feladat jellegével erősíthetjük a „természetes intelligenciát” és az önálló tanulói munkát. Például a szimulációs mérések elvégzése után a mérési adatok helyessége ellenőrizhető; értelmezés és magyarázat, önálló témakifejtés esetén a mesterséges intelligencia a megértést, mély fizikai háttértudást felmérő feladatokon nem teljesít jól, megfogalmazása sokszor pontatlan, jellemző rá a tudományosnak tűnő felületes „szószátyárság”. Esszé esetén a mesterséges intelligencia a rá jellemző rövid be-



D. Belső energia, hőtan I. főtétele

1. Mi is az a belső energia és hogyan változik különböző állapotváltozások során? Karikázd be a helyes állítások betűjelét.

Bónusz feladat: Javítsd ki a hibás állítást és magyarázd meg, hogy miért volt hibás.

A feladat megoldásához használd a következő szimulációt: https://www.walter-fendt.de/html5/phhu/gasprocesses_hu.htm

Nézd végig a különböző állapotváltozásokat és változtasd az állapothatározókat! Tapasztalataidat jegyezd fel, majd oldd meg a feladatot!

A. A gázok belső energiája csak melegítéssel/ hűtéssel változtatható meg.

B. Izoterm állapotváltozás során a táguláskor végzett munkát a gáz a környezetnek leadott hővel fedezi.

C. Izobár állapotváltozás esetén csak mechanikai kölcsönhatás van a gáz és környezete között.

D. Izochor állapotváltozás során csak termikus kölcsönhatás megy végbe a gáz és a környezete között.

E. A gázok belső energiája változhat termikus és mechanikai kölcsönhatás során is.

F. Izoterm állapotváltozás során a gáz belső energiája nem változik.

G. Izobár állapotváltozás során a melegítéssel kapott energiával a gáz mechanikai munkát képes végezni.

H. Adiabatikus állapotváltozás során a gáz a tágulási munkát teljes egészében a környezetéből felvett hővel fedezi, így a belső energia nem változik.

I. Izobár állapotváltozás esetén, ha a gázt hűtjük, akkor a gáz végez munkát a környezetén.

J. Izochor állapotváltozás során a belső energiát teljes mértékben a gázzal közölt vagy elvont hő változtatja meg.

K. Izoterm állapotváltozás során a gáz hőt vesz fel a környezetétől. Éppen annyit, amennyit veszít a tágulása során, ezért a hőmérséklete nem változik. Adiabatikus állapotváltozásnál nincs hőcsere, tehát ezért hűl le a gáz, ha tágul.

2. Egészítsd ki a táblázatot a megadott adatoknak megfelelően. Tegyél X-et a táblázat azon rubrikájába, amely az adott folyamatra jellemző.

Állapotváltozás		Izobár	Izochor	Izoterm	Adiabatikus
ΔE_b	Nő	X			
	Csökken				X
Termikus kölcsönhatás (Q)	Q >				
	Q <		X		
Mechanikai kölcsönhatás (W)	W >				
	W <			X	

Jelmagyarázat: ΔE_b: a belső energia megváltozása

Q: hőmennyiség, ha hőt közlünk / vesz fel: Q > 0

ha hőt vonunk el / ad le: Q <0

W: munka, ha a gázon végzünk munkát, W >0

ha a gáz végez munkát a környezetén: W < 0

Bónusz feladat: Irj mindegyik állapotváltozáshoz hétköznapi példát!

Bónusz feladat: Hogyan határozhatjuk meg a gáz által/gázon végzett munkát? Válaszodat indokold.

Ird fel képlet formájában, hogy milyen kölcsönhatások során változhat a belső energia a gázok speciális állapotváltozása során!

□ = □ + □

Egészítsd ki a szöveget a megfelelő szavakkal a feladat megoldása során levont tapasztalataid alapján.

A gáz ..... energiájának megváltozása megegyezik a gázzal között ..... és a gázon végzett ..... előjeles összegével.

Ezt nevezzük **hőtan I. főtételének.**

3. Add magyarázatot a harmatpont elérését követőhőmérséklet-változás csökkenésére.

A hajmazállapot-változások esetében már megtanultad, hogy amikor légnemű anyagból cseppfolyós lesz, akkor az anyag a változás során hőt ad le a környezetének. Felhőképződés során a vízpára kicsapódik a levegőben lévő apró szilárd részecskéken.

Miért csökken kisebb mértékben a levegő hőmérséklete a harmatpont elérését követően?

Hogyan változik a belső energia a felhőképződés során?

Nevezz meg különböző csapadékfajtákat! Milyen körülmények kellenek a kialakulásukhoz?

7. ábra. „Belső energia, a hőtan I. főtétele" feladatlap

kezdésekre tagolja a szöveget, amely sokszor nem létező irodalmi hivatkozásokat tartalmaz. Mindez tetten érhető a diákok munkájában. Megfelelő visszajelzéssel és az értékelési szempontok, valamint értékelési súlyozás megválasztásával a mesterségesintelligencia-használat visszaszorítható, a diák saját tudása értékelhető.

Projektindítás, instrukció

„A következő órákon a megadott instrukciók mentén kell megvizsgálnotok, hogy mi történik a gázokkal, ha azok kölcsönhatásba kerülnek a környezetükkel, pl. melegítjük, összenyomjuk őket. Tanulmányozhatjátok azt, hogy mi köze van a gázok környezetükkel való kölcsönhatásának a felhőképződéshez. A kiadott feladatlapok a megismerést és a megértést támogatják. Oldjátok meg a feladatokat! A feladatlapokat az adott óra végén be kell adnotok. Erre értékelést kaptok. Készítsetek egy jegyzőkönyvet, amely a felhőképződés folyamatát járja körül, és ismerteti annak fizikai és földrajzi hátterét, illetve készítsetek egy PowerPoint animációt, amely bemutatja a felhőképződést és segíti annak megértését. Az animációt a Google Classroomban kijelölt helyre kell feltöltenetek, majd azt a leadást követő órán bemutatnotok a többieknek."

A projekt időtervét az *1. táblázat* mutatja. Egy-egy projektanyag (feladatlap) kitöltésére 45 perc állt a diákok rendelkezésére.

A projektmunka kivitelezésére a diákok jegyet kaptak. A végső jegy a *2. táblázatban* látható módon alakult.

1. táblázat. A projekt időterve

Időterv	
1. tanóra	Gázok állapotváltozása rögzített nyomás mellett
2. tanóra	Gázok állapotváltozása rögzített térfogat mellett
3. tanóra	Gázok állapotváltozása rögzített hőmérséklet mellett
4. tanóra	Adiabatikus állapotváltozás
5. tanóra	Állapotváltozások értelmezése
6. tanóra	Állapotváltozás a természetben
7. tanóra	Belső energia, hőtan I. főtétele
A 7. tanórát követően 2 hetetek van a jegyzőkönyv és az animáció elkészítésére. Az elkészült munkákat a Google Classroomban kijelölt részre kell feltölteni. Az animációt a határidőt követő órán be is kell mutatnotok az osztály előtt. A jegyzőkönyv elkészítéséhez a segédlet a Google Classroomba feltöltve.	
8. tanóra	Összefoglalás
9. tanóra	Témazáró dolgozat

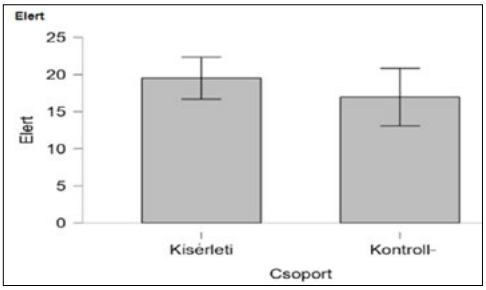
2. táblázat. Az egyes feladatok részaránya a végső jegyben

Végső jegy	
Feladatlapok (órai munka)	20%
Jegyzőkönyvek	20%
Animáció és előadás	20%
Témazáró dolgozat	40%

A jegyből a témazáró dolgozat részesedése a legnagyobb, így motiválva a tanulókat arra, hogy a feladatlapokon minden csapattag dolgozzon. Az órai munka értékelése úgy történt, hogy az adott órára kapott feladatlapot a tanóra végén a tanárnő összeszedte, majd az kijavítva visszaadta a diákoknak, így viszonylag erős kontroll mellett dolgoztak a tanulók. Ekkor fény derült az esetleges hibákra. A következő óra elején a hibákat megbeszélték és korrigálták, valamint a tanulók közös megbeszélés során átismételték az előző óra anyagát, majd haladhattak tovább az adott órai feladatokkal. A csoportok az eredményesebb és hatékonyabb tanulás érdekében a Google Classroomban hosszabb írásos értékelést is kaptak munkájukra. Az összefoglaló órán a diákok bemutatták a feladatlapokat és megoldásaikat az osztálynak. A rövid beszámoló alkalmával lehetőség volt a tanulók kérdéseinek tisztázására, esetleges további pontosításokra, korrigálásra.

5. A projekt eredményei

A projekt során egyértelműen kirajzolódtak különbségek a tanulók között. Az osztályra jellemző, hogy néhány tanuló kevésbé szorgalmas, ugyanakkor kiváló észjárással és gondolkodási műveletekkel rendelkezik, míg sok a szorgalmas, az ismereteket szóról szóra megtanuló, azt reprodukálni jól képes tanuló, akik viszont az ismeretek alkalmazása terén, valamint a gondolkodtatóbb feladatok



8. ábra. Az előteszten elért eredmények

megoldásában nem teljesítenek jól. Az utóbbiak lassabban haladtak, míg az előbbiek gyorsabban. A gyorsabb csoportok nem igényeltek 45 percet a feladatlapok kidolgozására, így a tanárnő számukra bónuszfeladatokkal készült, amelyek még több gondolkodást igényeltek, illetve még magasabb szintű képességek elsajátítását támogatták.

A teszt- és a kontrollcsoport eltérően dolgozta fel a hőtan fejezetét: a kísérleti csoport a projektmódszerrel sajátította el az ismereteket, míg a kontrollcsoport hagyományos oktatási módszerekkel, a tankönyvi leckék feldolgozásával tanult.

Előzetesen mindkét csoport kitöltött egy előtesztet, amely a hőtágulás jelenségéhez kapcsolódó feladatokat tartalmazott. Az előteszt nem mutatott a vizsgált csoportok tudásában szignifikáns különbséget (a Mann–Whitney-próba p értéke: 0,19)[2], tehát a két csoport azonos előzetes tudással rendelkezett *(3. táblázat)*.

3. táblázat. A tanulók előteszten elért eredménye

Feladatok	Tesztcsoport Átlag (szórás)	Kontrollcsoport Átlag (szórás)	Próba (p érték)
1/a	1,76 (1,46)	1,62 (1,39)	0,74
1/b	1,4 (0,77)	1,21 (0,79)	0,45
2/a	6,68 (1,64)	6,00 (1,62)	0,21
2/b	1,47 (0,77)	1,59 (0,62)	0,78
2/c	2,00 (1,11)	1,38 (1,17)	0,12
2/d	1,26 (1,41)	0,65 (0,93)	0,23
2/e	0,58 (1,02)	0,47 (0,72)	0,91
3/a	0,84 (1,02)	0,82 (1,02)	0,97
3/b	1,00 (0)	1,00 (0)	0,00
3/c	1,11 (0,57)	1,00 (0,87)	0,71
3/d	1,4 (0,81)	1,20 (0,81)	0,46
Elért pontszám	19,50 (5,86)	16,941 (7,53)	0,19

[2] Az elő- és utóteszten elért eredményeket a JASP statisztikai programmal (https://jasp-stats.org/ [Letöltve: 2025. 07. 11.]) elemeztük ki. Két független mintára (a kísérleti és a kontrollcsoport diákjai által elért pontszámok) vizsgáltuk a normalitást, erre szolgál a Shapiro–Wilk-teszt. Ha a $p > 0{,}05$, akkor az adatokat normális eloszlásúnak tekintjük, ha pedig $p < 0{,}05$ akkor másnak. Ezek után azt néztük meg, hogy az eredmények között mutatkozik-e szignifikáns különbség; ehhez két módszert használhatunk az eloszlás ismeretében. A Student-féle t-próbát normális eloszlás esetén alkalmazzuk, míg a Mann–Whitney-féle U-tesztet nem normális eloszlás esetén. Ha ekkor $p < 0{,}05$, akkor szignifikáns különbség van a két csoport tudásában. Esetünkben az elő- és utóteszten elért eredmények nem normális eloszlást követnek, így a Mann–Whitney-féle U-tesztet alkalmaztuk a további vizsgálatokhoz. Az előteszten vizsgált p értékek nem mutatnak szignifikáns különbséget.

A projekt lezárásával egy utótesztet is kitöltettünk a tanulókkal. A gázok speciális állapotváltozásai és a termodinamika első főtételéből megírt dolgozat esetében mind a kísérleti, mind a kontrollcsoport esetében A és B dolgozatverzió készült.

Az utóteszt eredményei sem jeleztek szignifikáns különbséget a teszt- és kontrollcsoport tudásában (a Mann–Whitney-próba p értéke mindkét csoportra: 0,78 és 0,98), de az egyes feladattípusokon átlagosan a kísérleti csoport teljesített jobban (ábraelemzés; hétköznapi alkalmazások, azaz a B csoport utótesztje; igaz-hamis feladat, azaz az A és a B csoport utótesztje) A tesztcsoport gyengébben teljesített a kontrollcsoportnál a reprodukciós készséget mérő feladatokon (pl. definíció, a törvények kimondása), valamint a grafikonelemzésben (itt a grafikonhoz kapcsolódó számolási feladatok is szerepeltek). Ennek hátterében az állhat, hogy a kísérleti csoport jóval kevesebb hagyományos számolási példát oldott meg, mint a kontrollcsoport.

Feladataik gyakorlatorientáltabbak voltak, sokkal inkább a gondolkodási és az alkalmazási készség fejlődését támogatták. A kontrollcsoport a tankönyv frontális órán történő feldolgozásával tanult, számukra a gyakorlást és az elmélyítést számolási feladatok megoldása jelentette. Órai megfigyelések alapján a diákok motivációja és aktivitása fokozódott a kísérleti csoportban. A tesztcsoportot alkotó

4. táblázat. Az A csoport utóteszten elért eredményei

Feladatok	Tesztcsoport Átlag (szórás)	Kontrollcsoport Átlag (szórás)	Próba (p érték)
Fogalom-meghatározás	2,06 (1,01)	2,60 (0,97)	0,43
Hétköznapi alkalmazás	2,33 (0,5)	2,70 (0,48)	0,13
Elemzés (grafikon)	7,11 (2,07)	7,30 (3,16)	0,59
Igaz-hamis	*4,89 (2,09)*	*4,6 (1,08)*	*0,72*
Értelmezés	3,72 (3,09)	3,80 (2,47)	0,967
Elért pontszám	20,11 (5,55)	21 (5,07)	0,775

5. táblázat. A B csoport utóteszten elért eredményei

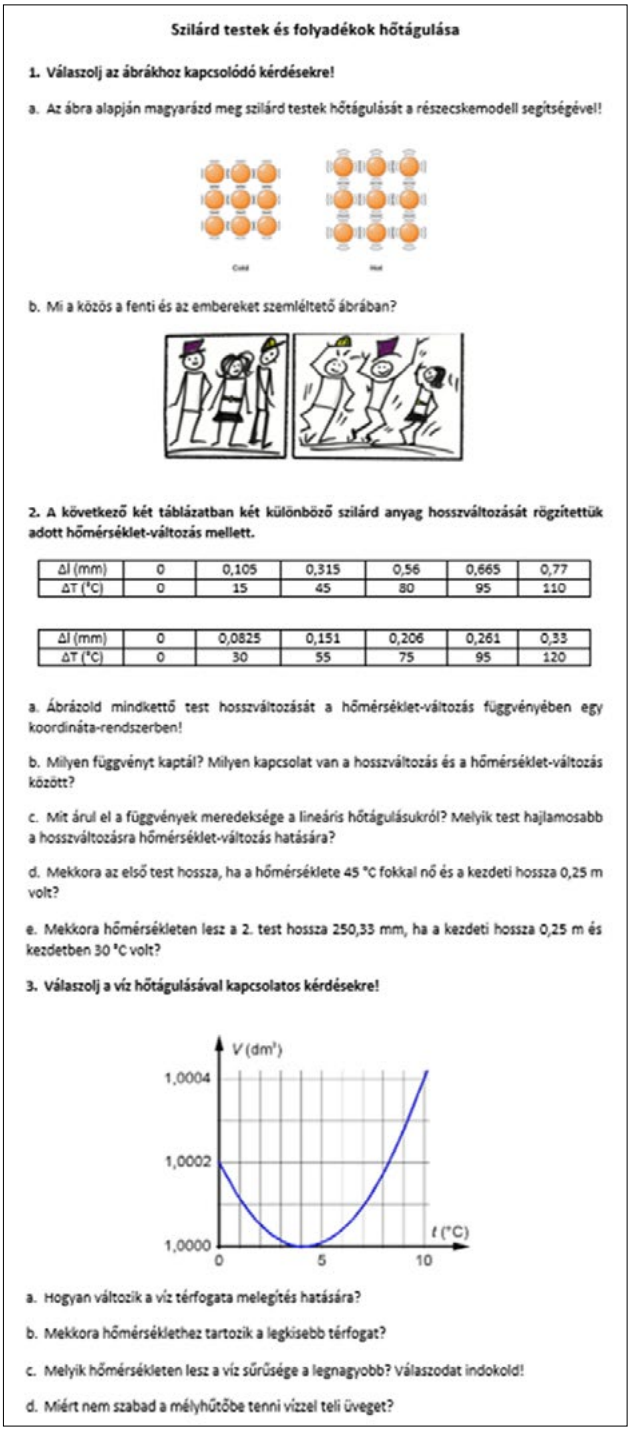
Feladatok	Tesztcsoport Átlag (szórás)	Kontrollcsoport Átlag (szórás)	Próba (p érték)
Fogalom-meghatározás	0,96 (1,32)	2,17 (1,8)	0,089
Hétköznapi alkalmazás	*1,92 (1,08)*	*1,58 (1,31)*	*0,52*
Elemzés (grafikon)	5,71 (2,2)	5,96 (3,62)	0,84
Igaz-hamis	*4,5 (0,91)*	*4,08 (1,17)*	*0,38*
Értelmezés	*3,96 (3,14)*	*3,2 (2,78)*	*0,49*
Elért pontszám	17,04 (4)	17 (7,16)	0,98

diákok a projektet követő témakörök feldolgozása során is lelkesebbnek bizonyultak, mint a kontrollcsoport tanulói.

A *3., 4.* és *5. táblázat* a diákok elő- és utóteszteredményeit ismerteti feladattípusonkénti bontásban. Az előtesztben ábraelemzés[3], mérési adatok ábrázolása, értelmezése, számolási feladat és grafikonelemzés[4] szerepelt.[5] A tanulók a teszten maximálisan 34 pontot szerezhettek. Az utóteszt eredményei a *4.* és *5. táblázatban* láthatóak. A dolgozat fogalommeghatározást, alkalmazási lehetőségeket[6], grafikonelemzést[7] (a grafikonhoz kapcsolódó számolást), igaz-hamis és értelmezési feladatot tartalmazott.[8] Az elérhető maximális pontszám 36 pont volt, de szerepeltek bónuszfeladatok is a tesztben, amelyeket pluszpontért oldhattak meg a tanulók.

6. Összegzés

Írásunkban bemutattuk a projektalapú tanulás módszerét, amely a NAT2020-ban és a kerettantervekben megfogalmazott célok megvalósítását támogatja. A projektfeladatok alkalmazása javasolt tevékenységként megjelenik a tantervekben, de többségében „desszertként", egyfajta kiegészítésként kap helyet ez a feladat. Abban az esetben azonban, ha a projektre mint „főételre" tekintünk, a kötelező ismeretanyag elsajátítására élmény- és diákközpontú módon adódik lehetőségünk a megadott órakereten belül. A projektalapú tanulás során a diákok irányított ismeretszerzést folytatnak, bizonyos fokú szabadság mellett dolgoznak fel egy tananyagot vagy témakört, elsajátítják az előírt ismereteket, megszerzett tudásukról pedig egy produktum elkészítésével, valamint annak bemutatásával adnak számot. Cikkünkben ismertettük a projektalapú tanulási folyamat szakaszait, melyeket végigjárva a projekt eredményes és tanulást támogató, kellően hatékony lehet. A projektalapú tanulási folyamatot teszteltük. Tanulmányunk középpontjában egy interdiszciplináris projektfeladat állt, amely földrajzi és fizikai ismeretek projektmunkában történő megismerésén és megértésén keresztül járja körül a felhőképződés jelenségét. Az elkészített projektanyagot pilotkutatás keretében teszteltük általános tanterven tanuló középiskolás tanulók körében. Az eredmények nem jeleznek szignifikáns különbséget a kísérleti és kontrollcsoport tudásában, ugyan-



Szilárd testek és folyadékok hőtágulása

1. Válaszolj az ábrákhoz kapcsolódó kérdésekre!

a. Az ábra alapján magyarázd meg szilárd testek hőtágulását a részecskemodell segítségével!

b. Mi a közös a fenti és az embereket szemléltető ábrában?

2. A következő két táblázatban két különböző szilárd anyag hosszváltozását rögzítettük adott hőmérséklet-változás mellett.

Δl (mm)	0	0,105	0,315	0,56	0,665	0,77
ΔT (°C)	0	15	45	80	95	110

Δl (mm)	0	0,0825	0,151	0,206	0,261	0,33
ΔT (°C)	0	30	55	75	95	120

a. Ábrázold mindkettő test hosszváltozását a hőmérséklet-változás függvényében egy koordináta-rendszerben!

b. Milyen függvényt kaptál? Milyen kapcsolat van a hosszváltozás és a hőmérséklet-változás között?

c. Mit árul el a függvények meredeksége a lineáris hőtágulásukról? Melyik test hajlamosabb a hosszváltozásra hőmérséklet-változás hatására?

d. Mekkora az első test hossza, ha a hőmérséklete 45 °C fokkal nő és a kezdeti hossza 0,25 m volt?

e. Mekkora hőmérsékleten lesz a 2. test hossza 250,33 mm, ha a kezdeti hossza 0,25 m és kezdetben 30 °C volt?

3. Válaszolj a víz hőtágulásával kapcsolatos kérdésekre!

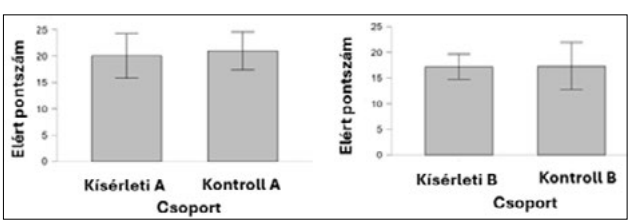
a. Hogyan változik a víz térfogata melegítés hatására?

b. Mekkora hőmérséklethez tartozik a legkisebb térfogat?

c. Melyik hőmérsékleten lesz a víz sűrűsége a legnagyobb? Válaszodat indokold!

d. Miért nem szabad a mélyhűtőbe tenni vízzel teli üveget?

9. ábra. Az előteszt



10. ábra. Az utóteszten elért eredmények

akkor az is kirajzolódik, hogy a mélyebb gondolkodást és az ismeretek alkalmazását igénylő feladatokon a tesztcso-

[3] *Az ábra forrása:* https://quizizz.com/admin/quiz/5e761278bcb43b001c5b7bbf/thermal-expansion-1051-asp [Letöltve: 2025. 05. 02.]

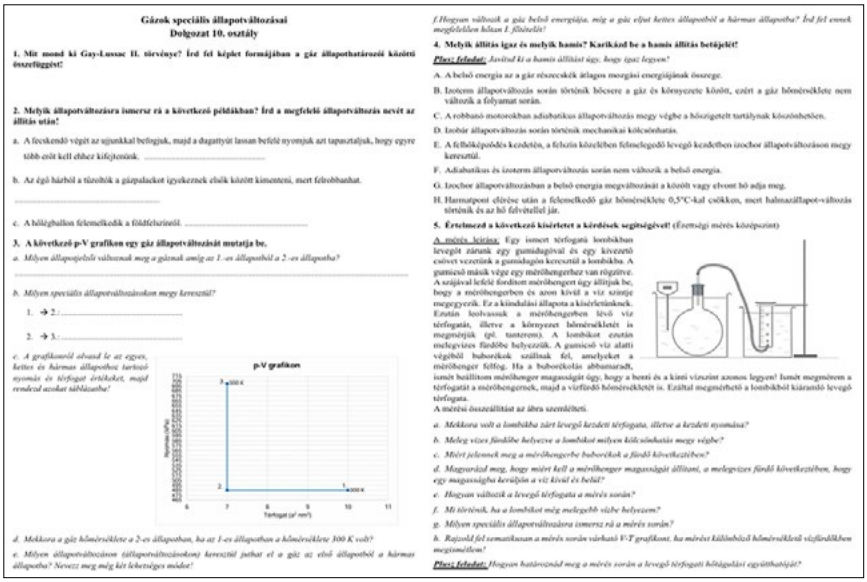
[4] *A grafikon forrása:* https://slideplayer.hu/slide/4868156/ [Letöltve: 2025. 05. 02.]

[5] *A feladatok forrása:* https://www.leifiphysik.de/waermelehre/ausdehnung-bei-erwaermung/grundwissen/volumenaenderung-von-stoffen [Letöltve: 2025. 05. 02.]

[6] *Hétköznapi alkalmazás feladat forrása:* dr. Jurisits József, dr. Szűcs József (2016): Fizika 10., Mozaik Kiadó, Szeged, p. 32.

[7] *A grafikon* (https://phet.colorado.edu/sims/html/gas-properties/latest/gas-properties_all.html [Letöltve: 2025. 07. 25.] felhasználásával saját szerkesztés.)

[8] *Az elemzési feladat forrása ábrával:* https://dload-oktatas.educatio.hu/erettsegi/nyilvanos_anyagok_2025tavasz/fizika_kozep_szobeli_kiserletlista_2025maj.pdf [Letöltve: 2025. 05. 02.].



Gázok speciális állapotváltozásai
Dolgozat 10. osztály

1. Mit mond ki Gay-Lussac II. törvénye? Írd fel képlet formájában a gáz állapothatározói közötti összefüggést!

2. Melyik állapotváltozásra ismersz rá a következő példákban? Írd a megfelelő állapotváltozás nevét az állítás után!

a. A fecskemező végét az ujjunkkal befogjuk, majd a dugattyút lassan befelé nyomjuk azt tapasztaljuk, hogy egyre több erőt kell ehhez kifejtenünk. .....

b. Az égő hárból a tűzoltók a gázpalackot igyekeznek elvük között kimenteni, mert felrobbanhat.

.....

c. A hőlégballon felemelkedik a földfelszínről. .....

3. A következő p-V grafikon egy gáz állapotváltozását mutatja be.

a. *Milyen állapotjelzői változnak meg a gázunk amíg az 1.-es állapotból a 2.-es állapotba?*

.....

b. *Milyen speciális állapotváltozásokon megy keresztül?*

1. → 2.: .....

2. → 3.: .....

c. *A grafikonról olvasd le az egyes, hettet és hármas állapothoz tartozó nyomás és térfogat értékeket, majd rendezd azokat táblázatba!*

d. *Mekkora a gáz hőmérséklete a 2-es állapotban, ha az 1-es állapotban a hőmérséklete 300 K volt?*

e. *Milyen állapotváltozáson (állapotváltozásokon) keresztül juthat el a gáz az első állapotból a hármas állapotba? Nevezz meg még két lehetséges módot!*

f. *Hogyan változik a gáz belső energiája, míg a gáz eljut hettes állapotból a hármas állapotba? Írd fel ennek megfelelően kilenc I. főtételét!*

4. Melyik állítás igaz és melyik hamis? Karikázd be a hamis állítás betűjelét!

Plusz feladat: *Javítsd ki a hamis állítást úgy, hogy igaz legyen!*

A. A belső energia az a gáz részecskéi átlagos mozgási energiájának összege.

B. Izoterm állapotváltozás során történik hőcsere a gáz és környezete között, ezért a gáz hőmérséklete nem változik a folyamat során.

C. A robbanó motorokban adiabatikus állapotváltozás megy végbe a hőszigetelt tartálynak köszönhetően.

D. Izobár állapotváltozás során történik mechanikai kölcsönhatás.

E. A felhőképződés kezdetén, a felszín közelében felmelegedő levegő kezdetben izochor állapotváltozáson megy keresztül.

F. Adiabatikus és izoterm állapotváltozás során nem változik a belső energia.

G. Izochor állapotváltozásban a belső energia megváltozását a közölt vagy elvont hő adja meg.

H. Harmatpont előtése után a felemelkedő gáz hőmérséklete 0,5°C-kal csökken, mert halmazállapot-változás történik és az hő felvétellel jár.

5. Értelmezd a következő kísérletet a kérdések segítségével! (Érettségi mérés középszint)

A mérés leírása: Egy ismert térfogatú lombikban levegőt zárunk egy gumidugóval és egy kivezető csővel vezetünk a gumidugón keresztül a lombikba. A gumicső másik vége egy mérőhengerhez van rögzítve. A szájával lefelé fordított mérőhengert így állítjuk be, hogy a mérőhengerben és az azon kívül a víz szintje megegyezik. Ez a kiindulási állapota a kísérletünknek. Ezután leolvassuk a mérőhengerben lévő víz térfogatát, illetve a környezet hőmérsékletét is megmérjük (pl. tanteremben). A lombikot ezután melegvizes fürdőbe helyezzük. A gumicső víz alatti végéből buborékok szállnak fel, amelyeket a mérőhenger feltöltött. Ha a buborékolás abbamaradt, ismét beállítjuk mérőhenger magasságát úgy, hogy a benti és a kinti vízszint azonos legyen! Ismét megmérem a térfogatát a mérőhengernek, majd a vízfürdő hőmérsékletét is. Ezáltal megmérhető a lombikból kiáramló levegő térfogata.

A mérési összeállítást az ábra szemlélteti.

a. *Mekkora volt a lombikba zárt levegő kezdeti térfogata, illetve a kezdeti nyomása?*

b. *Meleg vízzel fürdőbe helyezve a lombikot milyen kölcsönhatás megy végbe?*

c. *Miért jelennek meg a mérőhengerbe buborékok a fürdő következtében?*

d. *Magyarázd meg, hogy miért kell a mérőhenger magasságát állítani, a melegvizes fürdő következtében, hogy egy magasságba kerüljön a víz kívül és belül!*

e. *Hogyan változik a levegő térfogata a mérés során?*

f. *Mi történik, ha a lombikot még melegebb vízbe helyezem?*

g. *Milyen speciális állapotváltozásra ismersz rá a mérés során?*

h. *Rajzold fel szemléletesen a mérés során várható V-T grafikont, ha mérést különböző hőmérsékletű vízfürdőkben megismételem!*

Plusz feladat: *Hogyan határoznád meg a mérés során a levegő térfogati hőtágulási együtthatóját?*

11. ábra. Az utóteszt feladatlapja

port teljesített eredményesebben. A bemutatott projektalapú tanulási folyamat és a segédanyagok megfelelően támogatják a magasabb gondolkodási területek és természettudományos kompetenciák fejlődését. A tapasztalatok alapján a projekttel töltött órák jó hangulatban teltek, így a módszer alkalmazása a motiváció kialakításához, fenntartásához is hozzájárulhat.

Feladatlapok, segédanyag a jegyzőkönyv készítéshez, tanulói produktum: https://n9.cl/dvztn; https://physics-funandpro.com/projektmodszer-kutatasi-feladat/

Irodalom

1. Nemzeti Alaptanterv (2020): *Magyar Közlöny,* 17. sz., 382–391. o.
2. Kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára https://www.oktatas.hu/kozneveles/kerettantervek/2020_nat/kerettanterv_gimn_9_12_evf [Letöltve: 2025. 07. 06.]
3. Larmer J., Mergendoller J. R. (2010): The main course, not dessert: How are students reaching 21st century goals? With 21st century project based learning. Buck Institute for Education.
4. https://www.pblworks.org/what-is-pbl [Letöltve: 2025. 07. 06.]
5. Pepy Meli (2022): Distance Education: Teaching and learning in a project-based world. https://meet.100mentors.com/hubfs/PBL-eBook.pdf [Letöltve: 2025. 07. 06.]
6. Schnider D., Hömöstrei M. (2021): Kompetenciafejlesztő fizikatanítás. *Fizikai Szemle* 71/12, 421–429. https://fizikaiszemle.elft.hu/uploads/2022/01/fizszem-202112-schnider-homostrei_11_02_15_1643191335.7464.pdf [Letöltve: 2025. 07. 25.]
7. https://bokcenter.harvard.edu/taxonomies-learning [Letöltve: 2025. 07. 06.]
8. Jónás I., dr. Kovács L., Szöllősy L. (2013): Földrajz 9. Mozaik Kiadó, Szeged. 108. o.
9. Csajági S., Elblinger F., dr. Fülöp F., Póda L., Simon P. és Urbán J. (2021): Fizika 9–10, I. kötet. Oktatási Hivatal, Budapest, 124–198. o.
10. Csajági S., Dégen Cs., Elblinger F., Major B., Simon P., Urbán J. (2022): Gyűjtemény a fizika emelt szintű oktatásához. Oktatási Hivatal, Budapest, 236–280., 290–298. o.
11. Dr. Jurisits J., Dr. Szűcs J. (2016): Fizika 10. Mozaik Kiadó, Szeged, 126–219. o.

HŐTAN ÉS TERMÉSZET – VÉDEKEZÉS HIDEGBEN, MELEGBEN

Leéh Kinga[1], Sós Katalin[2,@]

[1]Karolina Óvoda, Általános Iskola, Gimnázium, Alapfokú Művészeti Iskola és Kollégium, Szeged

[2]Szegedi Tudományegyetem, Juhász Gyula Pedagógusképző Kar, Technika Tanszék, Szeged

[@]E-mail: sos.katalin@szte.hu

A természettudományos tantárgyak, főleg a fizika és a kémia népszerűségének romlását nem kell senkinek sem bemutatni. Ismert és sokszor hangoztatott tény az is, hogy a nemzetközi felmérésekben a diákok az alkalmazni tudás kompetenciaterületen csak közepes eredményeket érnek el. Hiába van meg a szükséges elméleti ismeret, azt a mindennapi életben, a gyakorlatias feladatokban nem tudják jól alkalmazni a diákok. Az okok feltárása nem egyszerű, pedig nagyban hozzájárulna a helyzet megoldásához. Amit a pedagógus tehet saját munkája során, hogy keresi, milyen újítás, milyen módszer az, ami sikerhez vezet, amitől nő a diá-



Leéh Kinga matematika–fizika szakos középiskolai tanár, aki diplomáját 2021-ben szerezte a Szegedi Tudományegyetem Természettudományi és Informatikai Karán. Pályáját a Szegedi Karolina Általános Iskola, Gimnázium, Kollégium és Óvoda tantestületében kezdte, ahol immár ötödik éve tanít. Munkájában következetesen arra törekszik, hogy a matematika és a fizika tantárgyakat közelebb hozza a diákokhoz, megszerettesse velük a logikus gondolkodást, és felkeltse bennük a felfedezés örömét.



Sós Katalin főiskolai docens 1988-ban szerzett kémia-fizika szakos középiskolai tanári diplomát a JATE-n (ma SZTE). Egy év középiskolai tanítás után került a szegedi Juhász Gyula Tanárképző Főiskola (ma SZTE JGYPK) Fizika Tanszékére. 2007-ben szerzett PhD-fokozatot földtudományi területen. Fő kutatási területe a környezetfizika és annak oktatása, valamint a fizika komplex szemléletű, a többi tantárggyal összehangolt tanítása. 2016-ban szerkesztésében jelent meg a Környezetfizika című egyetemi tankönyv, amelyet hat egyetem oktatóival közösen készített el.

kok érdeklődése a természettudományok iránt, amitől motiváltabbá válnak, élvezik a fizika- és kémiaórákat, használhatóbb tudást szereznek. Tapasztalataink szerint az egyik eredményes és könnyen járható út, az egységes szemléletű tárgyalási és oktatási mód, amelyben feloldódnának a tantárgyak közötti merev határok – bár maguk a tantárgyak megmaradnak –, így elérhető lenne az iskola legfontosabb feladata: az élet bemutatása, megismertetése, magyarázata. Ahogy Németh László írta: „A természeti tárgyakat az egész természetmagyarázat részeként kell tárgyalni" [1]. Az egyes tantárgyak alapismereteit az egyes tanórákon kell megszerezni, azonban meg kell mutatni a tantárgyak közötti kapcsolatot, hiszen az egységes természetet csak egységes szemléletű, kapcsolatokat kereső és kiemelő oktatási szemlélettel lehet megismerni. A módszer a motiváció terén is hatalmas segítséget nyújthat, hiszen a biológiát, a földrajzot kedvelő, de a fizikát nem szerető diákok számára élvezhetőbbé válik a fizika is, ha a nekik sokszor száraz, esetleg matematikai ismereteket és jártasságot megkövetelő módszerek mellett a kedvenc tantárgyuk témái jelennek meg a fizikaórán, amelyekben otthonosan mozoghatnak.

Az e témában írt cikkeinkkel a fizikát tanító kollégáknak szeretnénk segítséget nyújtani, hogyan lehet ezt a nyitott szemléletű oktatást megvalósítani, milyen természetből vett példákkal tehetjük izgalmasabbá, színesebbé az óráinkat. Természetesen, amikor csak lehet, kísérletekkel alátámasztva a tárgyalt jelenséget, így kézzelfoghatóbbá, vizsgálhatóvá téve azt. Itt nem csupán ismeretátadásról van szó, hanem egy tanári szemlélet kialakításáról, amely a természetismeret és a természetmagyarázat igényének kialakítását tekinti egyik pedagógiai feladatának. A cikkek megírásában az SZTE TTIK fizikatanár szakos hallgatói vettek részt, akik ma már a tanári munkájuk során alkalmazzák ezt a módszert és szemléletet. Első cikkünkkel a hőtan tanításához szeretnénk segítséget nyújtani.

A szélsőséges hőmérsékletekhez való alkalmazkodás az élővilágban

Az állatok és növények életét nagyban befolyásolja élőhelyük hőmérséklete. A hőmérséklet igen széles skálán mozog a bolygónkon, a sarkvidékeken –60 °C alatt is lehet, a sivatagokban pedig megközelítheti a +60 °C-ot. Az állatok jól alkalmazkodtak ezekhez a szélsőséges körülményekhez, mely megfigyelhető a külső tulajdonságaikban, illetve igen sok fizikai, kémiai és biológiai trükköt is bevetnek a túlélés érdekében [2].

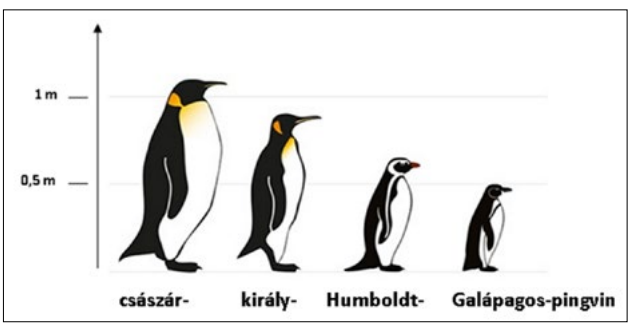
Az állatokat két csoportba lehet osztani testhőmérsékletük alapján. Az első csoportot az állandó testhőmérsékletű állatok alkotják, ennek képviselői a madarak és az emlősök, melyek képesek a testhőmérsékletüket a környezet hőmérsékletétől függetlenül állandó értéken tartani. Ezt a csoportot *endotermikusnak* is nevezik, mert a hőmérséklet megtartása belső hőtermelés útján történik. A második csoport a változó hőmérsékletű állatok csoportja, ilyenek a hüllők és a halak. Ezeknek az állatoknak az aktivitása arányos a hőmérséklettel, azaz, ha csökken a hőmérséklet, akkor az állatok aktivitása is csökkeni fog. A változó hőmérsékletű állatokat *ektotermikusnak* is nevezik, mert a belső hőtermelésük nem fedezi az energiaigényüket, ezért kénytelenek az energiaszükségletüket más módszerekkel, külső hatásokból pótolni [3].

A legtöbb emlős és madár képes túlélni a nagy hideget, sokuk ébren vészeli át a telet. A tél előtt néhány faj lecseréli bundáját, vagy meglévő bundája, tollazata sűrűsödik meg. A többség hatalmas zsírréteget halmoz fel bőre alatt. A zsírréteg télen jó hőszigetelő anyag, mely segít az élőlényeknek megtartani a hőmérsékletüket. Vannak állatok, melyek a hideg közeledtével téli álomra hajtják a fejüket. Néhány állat a zord hideg beállta előtt elvándorol melegebb éghajlatú helyekre. Olyan állatok is akadnak, melyek hóba vájt üregekben és alagutakban élnek, kihasználva a hó hőszigetelő képességét.

A magas hőmérséklet és a szárazság ellen többféle védekezési módot találtak ki az állatok és a növények, illetve az evolúció is jól szolgálta a szélsőséges körülmények közötti életben maradást. Ez utóbbi alapján fogalmaztak meg néhány biogeográfiai szabályt.

Bergmann-szabály

A Bergmann-szabály értelmében az eltérő éghajlati viszonyok között élő rokon fajok testmérete növekszik az Egyenlítőtől a sarkok felé haladva [5].



1. ábra. Különböző pingvinfajokhoz tartozó magasságok (*Forrás:* a1)

A szabályt jól szemléltetik a pingvinek. A Galápagos-szigeteken élő pingvin alig 2 kg tömegű és fél méter magas, míg az Antarktiszon élő császárpingvinek több mint 1 méteresek és 30 kg is lehet a tömegük [5]. A szabály a Newton-féle lehűlési törvényből következik.

A Newton-féle lehűlési törvény értelmében:

$$T = T_{\text{körny}} + (T_{\max} - T_{\text{körny}})e^{-Kt},$$

ahol $T_{\text{körny}}$ a környezet hőmérséklete, $T_{\max}$ a test kezdeti hőmérséklete, t az idő. A K állandó a test jellemzőiből adható meg:

$$K = \frac{\Lambda}{\rho c} \cdot \frac{A}{V},$$

ahol Λ a testre vonatkozó egyesített hővezetési képesség, ρ a test sűrűsége, c a test fajhője, A a test felszíne és V a test térfogata. A K állandó függ tehát a felület és a térfogat

arányától: gyorsabb a lehűlés, ha ez az arány nagyobb. A pingvinek felülete a lineáris méretük második hatványával, térfogatuk pedig a harmadik hatványával arányos, tehát a felület és térfogat aránya annál kisebb, minél nagyobb a pingvin mérete [6].

Allen-szabály

Egy hasonló törvényszerűség az Allen-szabály, mely kimondja, hogy a hidegebb vidékek felé haladva a rokon fajok testfüggelékeinek mérete csökken. Ennek oka ismét a hőleadáshoz kapcsolódik: a függelékek kis térfogatúak és nagy felületűek, így gyors lehűlést adnak a testnek. Igen jó példa a szabályra a sivatagi róka, a vörös róka és a sarki róka testfelépítése. A sarki rókának szükséges, hogy minél kevesebb hőt adjon le a fülein keresztül, ezért ezek kisméretűek, míg a sivatagi róka fülei hatalmasok és erekkel teltek a jobb hőleadás érdekében [4]. A *2. ábra* alapján látszik, hogy míg a sarki róka tömege elérheti a sivatagi róka tömegének a kétszeresét, addig a fülméretben erős fölényben van a sivatagi róka.

Elterjedés	Faj	Tömeg	Szín
	Sarki róka	6-10	fehér barna
	Vörös-róka	4,5-8	vörös-barna
	Sivatagi róka	3-6	sárga

2. ábra. Különböző rókafélék élőhelye, testtömege kg-ban és színe (*Forrás:* a2)

Gloger-szabály

A Gloger-szabály szerint a sarkok felé haladva az állatok színe egyre világosabb, az Egyenlítőhöz közeledve egyre sötétebb. A szabályt jól szemléltetik a medvék. A jegesmedve az Északi-sarkvidéken él, színe fehér. A barnamedve élőhelye igen változatos, megtalálható hegységeken, tundrákon és félsivatagokon is [7].

A szabály oka a hősugárzásban rejlik. Tapasztalatok alapján is tudjuk, hogy ugyanazon a hőmérsékleten azok a testek sugároznak a legintenzívebben, melyeknek nagy a felületi abszorpcióképessége. A sarkvidékeken élő állatoknál az abszorpcióképesség kicsi, a reflektálóképesség nagy, ezért a beérkező sugárzás nagy részét ugyan visszaverik – így az kevésbé melegíti fel őket –, viszont a belső, megtermelt hőt alig sugározzák ki, megtartják azt [8]. A sarkvidéki állatok világos színét a hóban való rejtőzködés is indokolja.



3. ábra. A hermelin bundája tavasszal és télen (*Forrás:* a3)

Megemlítendő, hogy vannak olyan emlősök, melyek bundájukat egy évben kétszer váltják. Egy ilyen állat a hermelin, amely télen gyönyörű hófehér bundát ölt, míg tavasszal és nyáron vöröses barna a kültakarója [9].

Medveállatka

A medveállatkák számos helyen megtalálhatóak: barlangokban, magashegységekben, tengervizekben és édesvizekben is. Méretüket tekintve maximum néhány milliméteresre nőhetnek meg. Az életműködéshez szükséges víz nélkül az anyagcseréjüket felfüggesztik. A felfüggesztés időtartamát bármeddig el tudják húzni igen nagy hőmérsékleti tartományban. Emellett meg tudnak élni a világűrben, károsodás nélkül átvészelhetnek igen nagy dózisú radioaktív sugárzást, és akár GPa nagyságú nyomást is eltűrhetnek. Ezek miatt igazi túlélőnek is nevezhetjük ezeket az állatokat [10].



4. ábra. Medveállatka (*Forrás:* a4)

Gubacsdarázs-lárva

Az Alaszkában élő gubacsdarázs lárvája megfagyás nélkül át tudja élni a kemény hideget. Egyrészt a testében fagyásgátló glicerin található, amely az állat teljes folyadéktartalmának a felét teszi ki, így a sejtnedvek fagyáspontja –25 °C [2]. Emellett a túlhűtést is alkalmazza, azaz kristálygócok hiányában nem tud megindulni a fagyás a testnedveiben. Ilyen gócként viselkedhetnek pl. a fehérjék, így ha a fehérjék hiányoznak, nem tud beindulni a sejtnedvek fagyása.

Antarktiszi halak

Az antarktiszi halak szintén fagyásgátló anyagokkal védekeznek a nagy hideg ellen. Ezek a fagyásgátló anyagok glikoproteinek, fehérjék és cukrok. Egy másik mód,

hogy életben maradhassanak az évi –1,87 °C-os átlaghőmérsékletű vízben, ha energiát takarítanak meg azzal, hogy csak lebegnek. Ezt az állapotot a lehető legkevesebb energia felhasználásával kell elérniük, ebben segíti őket néhány meglepő tulajdonságuk. A halak felépítését tanulmányozva kutatók megfigyelték, hogy a váz legtöbb helyen porcból áll csont helyett. A porcnak kisebb a sűrűsége, mint a csontnak, ezáltal az antarktiszi halaknak kisebb a sűrűsége, mint más halaknak. Mindemellett szervezetükben jelentős mennyiségben található triglicerid, melynek sűrűsége kisebb, mint a tengervízé. A sűrűségcsökkentést elősegíti még, hogy a halak sejtek helyett zsákokban tárolják a zsírokat [12].

Kísérlet – a víz fagyáspontjának csökkentése

A só és a cukor is csökkenti a víz fagyáspontját, a csökkenés mértékét azonban nem az oldott anyag kémiai minősége, hanem móljainak száma határozza meg. A Raoult-törvény értelmében az oldatok fagyáspontcsökkenését (ΔT) az oldott anyag mennyisége, pontosabban az oldat molalitása (m) határozza meg: $\Delta T = \Delta T_m \cdot m$, ahol ΔT_m az ún. molális fagyáspontcsökkenés [13]. Mivel a répacukor (szacharóz) moláris tömege hatszor nagyobb, mint a konyhasóé, a fagyáspontcsökkenés is közel hatodakkora a cukoroldatnál, mint a sóoldatnál, azonos vegyesszázalék mellett [14]. A kísérletben cukros vizet és sós vizet vizsgáltunk, melyek vegyesszázalékban vett koncentrációja azonos. A mérés során azt vizsgáltuk, melyik oldat mennyi idő alatt fagy meg, illetve olvad meg.



5. ábra. A fagyáspont-olvadáspont csökkentése. Kék: cukoroldat, piros: sóoldat

Az ember mint hősugárzó

Az élőlények többsége párologtatással, hővezetéssel, hőáramlással és hősugárzással képes leadni a számára fölösleges energiát, hogy az állandó testhőmérsékletét fenntartsa. Ezek közül nyugalomban lévő szervezetnél, átlagos hőmérsékleten a hősugárzás a legjelentősebb, a leadott energia 60%-át jelenti. Az emberi testet egy 300 K hőmérsékletű, 0,95 abszorpcióképességű testtel modellezhetjük hősugárzás szempontjából, ami 30 W/m^2 intenzitással képes hősugárzást leadni, sugárzási maximuma a 9600 nm-es hullámhossznál van. Ez az intenzitás 1,8 m^2 testfelszínnel számolva 54 W hőteljesítményt jelent, ami percenként 3240 J hőleadást okoz. A hőáramlás részesedése a hőleadásunkban 15%, ez a testünk által felmelegített levegő áramlását jelenti. A párolgás kb. 25%-kal járul hozzá a folyamathoz, de ez fizikai munka vagy magas külső hőmérséklet esetén fokozódik. A hővezetés aránya nagyon kicsi, erősen függ a szövet típusától és vérellátottságától [15].

Hepehupák az Antarktisz jegén

Érdekes jelenséget ír le Rockenbauer Pál 1969-es antarktiszi látogatása kapcsán. A jeges felszínt több deciméter mély gödröcskék tarkítják, amelyek megnehezítik a jégen való gyaloglást, főleg azért, mert az üregek közötti vékony jégréteg könnyen beszakad a léptek alatt. A gödrök keletkezésének oka az olvadás, amit a sarki nyárra jellemző 20–22 órás nappalok tesznek lehetővé, a sötét színű testek nagy abszorpciója pedig elősegíti azt. A jégen elhullott tollcsomók, maradványok színük miatt jelentős mennyiségű hősugárzást képesek elnyelni, ez okozza az alattuk lévő jégréteg olvadását [16].

Pingvinek

A pingvinek többféleképpen is alkalmazkodtak életterük zord körülményeihez, az olykor –60 °C-nál is alacsonyabb hőmérséklethez. A tél közeledte előtt 3 cm vastag zsírréteget halmoznak fel, mely hőszigetelő rétegként funkcionál. A túlélésüket segítő alkalmazkodási módok közé sorolhatóak a tollazatuk tulajdonságai is. A tollazat vízlepergető hatású a rajta lévő zsírréteg miatt. A tollukat úgy váltják, hogy a meglévőket az új tollazat szinte kilöki, így kevesebb fedetlen terület marad a testükön. A császárpingvinek a tollak közötti réseket levegővel töltik meg a hőszigetelő képesség növelése érdekében [17].



6. ábra. A pingvinek szoros elhelyezkedése (*Forrás:* a5)

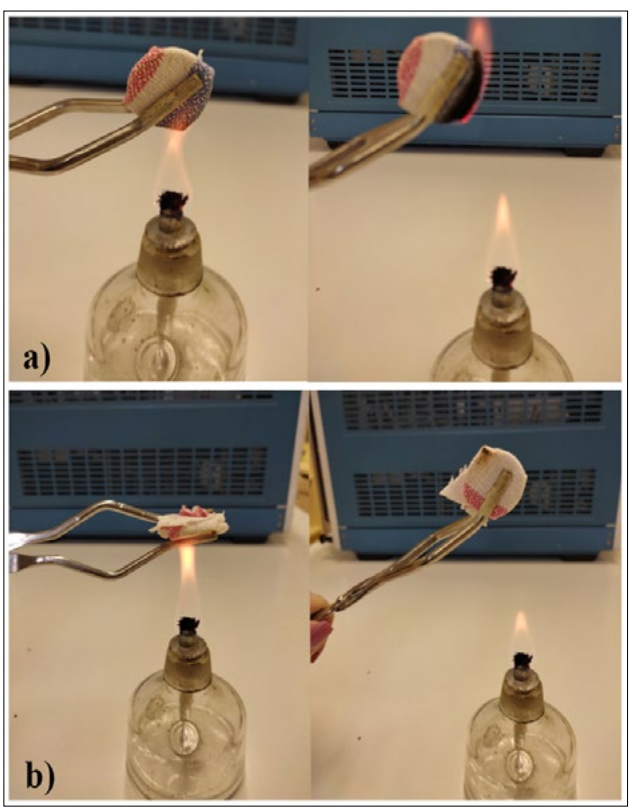
A császárpingvinek hím egyedei összebújva, szűk csoportosulásban töltik a telet, míg a nőstények a tengerben vadásznak. A pingvinek kis időközönként pár lépést tesznek meg, a lépések következtében újrarendeződnek: aki kint volt a csoport szélén, az beljebb kerül, így minden egyed egyenlő mértékben élvezheti a meleget [18]. Megfigyelték, hogy a mozgást a szélirány is meghatározza: a szélirányos oldalról a másik, szélvédett oldalra

tipegnek át a pingvinek, így lassan a tömeg széléről a belsőbb rész felé kerülnek. A csoportosulás közel hatszög alakú, ahogyan a méhviasz alakzata vagy a szappanbuborék legkisebb eleme. Mindegyik esetben azért kedvező a hatszög alak, mert így kicsi a kerület-terület, illetve a felület-térfogat hányados.

A pingvinek lába folyamatosan érintkezik a jeges, havas felszínnel, mégsem fagy meg. A császárpingvinek kissé előre hajolnak, így lábukat a hasuk és tolluk melegíti, illetve hintáznak a lábukon, emiatt lábuk nagy része a levegővel érintkezik és nem a jeges földdel. Ezenkívül a pingvinek képesek szabályozni a véráramlásuk sebességét és a vért szállító artériák átmérőjét, hidegebb időben a véráramlási sebesség csökken [19].

Kísérlet – a levegő hőszigetelése

A kísérlethez két darab pénzérmére, selyempapírra és lángforrásra van szükségünk. A pénzérmét kétféleképpen kell becsomagolnunk a selyempapírba. Az első esetben a selyempapírral lazán vesszük körbe, a második esetben pedig levegőmentesen zárjuk el az érmét. A becsomagolt érméket lángba tartjuk egy fémcsipesz segítségével. Az első esetben a pénzérmén lévő selyempapírnak meg kell gyulladnia, viszont a második esetben nem gyullad ki a papír, csupán felmelegszik. Ekkor a levegő kiszorul a rendszerből, vagyis nincs hőszigetelő réteg az érme és papír között, ezért a hőt a pénzérme elvezeti, a selyempapír nem gyullad ki.



7. ábra. a) A levegő hőszigetelése, lazán körülvett pénzérme. b) A levegő hőszigetelése, szorosan becsomagolt pénzérme

Kísérlet – a zsír hőszigetelő hatása

A kísérlet a zsír víztaszító hatását és jó hőszigetelő képességét szemlélteti. A kísérlethez két különböző méretű kesztyű, zsír, egy tál víz és néhány jégkocka szükséges. A nagyobb kesztyű egyik ujját kibéleljük zsírral, majd a nagyobb kesztyűt úgy vesszük fel, hogy már rajtunk van a kisebb kesztyű. A második kesztyűre azért van szükség, hogy ne közvetlenül a kezünkkel érintkezzen a zsír. Miután felvettük ezeket, akkor az ujjainkat belemártjuk a jeges vízbe. Tapasztalhatjuk, hogy az az ujjunk, amelyiket a zsír veszi körbe, huzamosabb ideig nem fázik. A kesztyű nélküli kezünk egyik ujjával is nyúljunk a vízbe, így érezzük, hogy az fázik a legjobban; jobban, mint a kesztyűs kezünk nem „zsíros” ujjai, hiszen ott a kesztyűk, és főleg a közöttük lévő levegő is véd bennünket a hidegtől [20].



8. ábra. A zsír hőszigetelő hatása, a zsír a középső ujjba volt elhelyezve

Teve

A tevének a sivatagban egyaránt kellett alkalmazkodnia a forró nappalokhoz, a hideg éjszakákhoz és a vízhiányhoz. Teste igen jól bírja a száraz napokat, akár hónapokig képes úgy élni, hogy nem visz be a szervezetébe folyadékot. A testében található folyadékot jól tudja beosztani, ha a hőmérséklet eléri a 40 °C-ot, a teve akkor sem izzad. A túlmelegedéstől védi őt a testét borító vastag, sűrű szőrzet, mely a testében lévő folyadékkészlet párolgását is akadályozza. A teve nem liheg a nagy hőségben, mint más állatok, száját nem nyitja ki a legnagyobb melegben sem, mert az is nagy vízveszteséget okozna. Percenként csak nyolcszor vesz levegőt a folyadékveszteség minimalizálása érdekében [12]. Púpja zsírt tartalmaz, a zsír elégetéséből keletkező vízzel elégítheti ki szervezete folyadékigényét. A púp elhelyezkedése is kedvező: a hátán fejti ki a legkisebb melegítő hatást [12, 21].

Páragyűjtő bogár

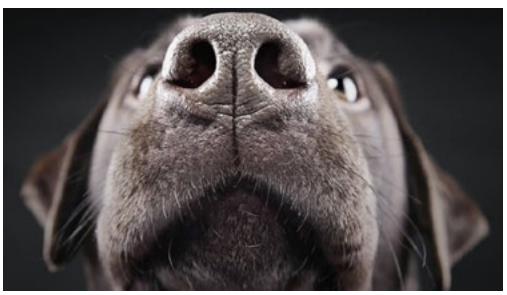
A Namib-sivatagban élő páragyűjtő bogár a reggeli köd összegyűjtésével jut vízhez. Ködnek azt a térfogati csapadékot nevezzük, amely a földfelszín közvetlen közelében található, és amelynél a látótávolság már nem eléri el az 1 km-t [15]. A páragyűjtő bogár kora hajnalban felsétál a dűnékre, a dűnék tetején „kézenállva” potrohát a levegőbe emeli, amivel a szél irányába fordul. Az Atlanti-



9. ábra. Páragyűjtő bogár (*Forrás:* a6)

óceán felől érkező felhőkből apró vízcseppek csapódnak ki a testére, ezeket a cseppeket a szájszervébe irányítja a víztaszító kitinpáncélon lévő barázdák közti csatornák segítségével [22].

Kutya



10. ábra. Kutyaorr (*Forrás:* a7)

A kutyák is védekeznek a hideg és a meleg ellen. A meleg elleni védekezéshez tartozik a lihegés, a hideg orr és a talppárnák. Ha a kutyának melege van, kilóg a nyelve és liheg, a nyelvfelületen lévő nedvesség elpárolog, mely a kutya hűtését szolgálja. Az orr nyálkahártyáján is fellép párolgás, illetve a hideg orr hűti a belélegzett levegőt. Izzadságmirigyek csak a kutya talpán találhatóak. További hűtést jelenthet, ha a szőrrel borított felületeket szabaddá teszi. A hideg ellen reszketéssel védekeznek a kutyák [24]. A kutyák emellett képesek érzékelni az emlősök által kibocsátott hőmérsékleti sugárzást, mely segíti őket vadászat közben [25].

Kaktusz

A kaktusz igen jól alkalmazkodott a szárazsághoz azáltal is, hogy a levelei az évmilliók alatt tövisekké és szőrökké alakultak, hogy csökkentsék a párolgási felületet; ezenkívül a szár pozsgássá vált. A pozsgás növények vastag szárában olyan szövetek vannak, melyek képesek raktározni a csapadékos időben felvett vizet. A növények felületén viaszréteg és vastag bőrszövet található, ami akadályozza a párolgást. A tövisek és a szőrök megnövelik a kaktusz szárának felületét, így hajnalban több csapadék csapódik ki rá, mint ha teljesen sima lenne. A legtöbb kaktusznak gömb vagy gömbhöz hasonló alakja van, mely a kisebb párolgó felület érdekében alakult ki. Szintén a párolgás csökkentésére szolgál a viaszborítás, a legtöbb kaktusz emiatt kékeszöld vagy szürkészöld színű. Az Andokban élő kaktuszok levelei szőrbundává alakultak, ami véd a nappali erős napsugárzás ellen, a hideg éjszakák alatt pedig igen jó hőszigetelő rétegként működik [12].

Lobélia

A magashegységekben található lobélia rügyének hideg elleni védekezése hasonló az édesvízi állatok védekezéséhez. A levelek olyan át nem eresztő formát, medencét képeznek, melyben 3 liter víz is elfér. Éjszaka, mikor a hőmérséklet fagypont alatt van, a víz felszínén jégréteg keletkezik, az ez alatt található víz folyékony halmazállapotú marad, így a csúcsrügy fagyás nélkül vészeli át az éjszakát. A növényeknek nappal a meleggel és szárazsággal kell megküzdeniük – ekkor a kis medencében lévő víz nem párologhat el, mert nélküle a lobéliarügy kiszáradna. Ezt az akadályozza meg, hogy a víz felszínén pektinből álló hártya jön létre, a pektin a növények által termelt nedvességből származik [12].



11. ábra. Lobélia (*Forrás:* a8)

Az itt felsorolt példák is mutatják, mennyivel színesebbé, mindenki számára érdekesebbé lehet tenni a fizikaórákat és a fizikaoktatást természeti példákon keresztül. Még egy-egy képlet értelmezése is emberközelibbé, érthetőbbé válik, ha azt egy természeti megnyilvánulásával támasztjuk alá. És ez csak egy szűk területe volt a fizika és az élő természet találkozásának, hiszen a mechanika, az optika és az elektromosságtan is megközelíthető hasonló módon, természetközeli szemléletmóddal, biológiai és földrajzi kitekintéssel. Cikksorozatunk folytatásában ezekre a területekre térünk majd ki.

Irodalom

1. Németh M.: A természettudományos oktatás megújítása az egységes világképért. *Ponticulus Hungaricus,* 2002. október. https://ponticulus.hu/rovatok/hidverok/nemeth-laszlo-univerzuma-03a.html#gsc.tab=0
2. Kedves F.: Fizika az élővilágban. Nemzeti tankönyvkiadó, Budapest, 1998.
3. Horváth B., Pestiné Rácz É. V.: *Ökológia*. 2011. https://docplayer.hu/11282646-Okologia-balazs-dr-horvath-eva-veronika-pestine-dr-racz.html [Letöltve: 2022. 02. 27.]

4. Bihari Z., Antal Zs., Gyüre P.: *Természetvédelmi ökológia* 31, 2008. https://docplayer.hu/1957215-Termeszetvedelmi-okologia-dr-bihari-zoltan-dr-gyure-peter-dr-antal-zsuzsanna.html
5. *Sulinet hírmagazin,* Pedagógia. https://hirmagazin.sulinet.hu/hu/pedagogia/az-allen-szabaly [Letöltve: 2022. 02. 27.]
6. Maróti P., Laczkó G.: Bevezetés a biofizikába. Jate Press, Szeged, 2013.
7. *Egészségügyi jegyzetek*. https://eujegyzet.eoldal.hu/cikkek/2---okologia/okologia-3_.html [Letöltve: 2022. 02. 27.]
8. Budó Á.: Kísérleti fizika III. Nemzeti tankönyvkiadó, Budapest, 1994, 267–268. o.
9. Tóth Zs.: Kisragadozókban nagyok vagyunk. *Magyar Mezőgazdaság,* 2013. 02. 15. https://magyarmezogazdasag.hu/2020/03/11/szinvalto-kisragadozo [Letöltve: 2022. 02. 27.]
10. Benkő P.: A medveállatkák szupererői. *Élet és Tudomány,* 2017. 01. 05. https://www.eletestudomany.hu/a_medveallatkak_szupereroi [Letöltve: 2022. 02. 27.]
11. Jakus A.: Egy, két, há, jég! – Túlhűtött víz. *Heti kísérlet,* 2015. 02. 01. https://hetikiserlet.blog.hu/2015/02/01/egy_ket_ha_jeg_tulhutott_viz [Letöltve: 2022. 02. 27.]
12. Dr. Rajkovits Zs.: Gyűjtemény a fizika interdiszciplináris szemléletű tanításához. ELTE Anyagfizikai Tanszék, 2015. https://dtk.tankonyvtar.hu/xmlui/bitstream/handle/123456789/3863/fizika_interdiszciplinaris_tanitasa_rajkovits_zs.pdf?sequence=1&isAllowed=y [Letöltve: 2022. 02. 27.]
13. Erdey-Grúz T.: A fizikai kémia alapjai. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969.
14. https://www.kfki.hu/~cheminfo/hun/teazo/hogyan/cukor.html [Letöltve: 2022. 02. 27.]
15. Tarján I.: Fizika orvosok és biológusok számára. Medicina Könvvkiadó, Budapest, 1968.
16. Rockenbauer P.: Élet a fehér halál földjén. *Buvár,* 1969. 06-08.
17. Wikipedia The Free Encylopedia (2022. 01. 26.), Penguin. https://en.wikipedia.org/wiki/Penguin [Letöltve: 2022. 02. 27.]
18. Wikipedia The Free Encylopedia (2022. 02. 08.), Emperor Penguin. https://en.wikipedia.org/wiki/Emperor_penguin#Adaptations_to_cold [Letöltve: 2022. 02. 27.]
19. Penguins International, Sian Liversage (2019. 12. 22.): Cold Feet: Why Don't Penguin's Feet Freeze? https://www.penguinsinternational.org/2019/12/22/cold-feet-why-dont-penguins-feet-freeze/ [Letöltve: 2022. 02. 27.]
20. Győri B.: Miért nem fáznak a pingvinek? *Százhold,* 2014. 02. 25. https://www.pagony.hu/miert-nem-faznak-a-pingvinek [Letöltve: 2022. 02. 27.]
21. Tudásbázis, Természettudományok, Biológia: A sivatagok élővilága. https://tudasbazis.sulinet.hu/hu/termeszettudomanyok/biologia/biologia-7-evfolyam/a-sivatagok-elovilaga/a-sivatagok-allatvilaga [Letöltve: 2022. 02. 27.]
22. asknature, Biological strategy (2017. 02. 07.): The Beetles That Drink Water From Air. https://asknature.org/strategy/water-vapor-harvesting/ [Letöltve: 2022. 02. 27.]
23. MozaWeb: Egy roppant jó kísérlet. https://www.mozaweb.hu/Extra-Video-Egy_roppant_jo_kiserlet-147863 [Letöltve: 2022. 02. 27.]
24. Arcanum, Kézikönyvtár, Kutyatár, Nagy kutyalexikon: Hőszabályozás. https://www.arcanum.hu/hu/online-kiadvanyok/Kutyatar-kutyatar-1/nagy-kutyalexikon-2BCD/hoszabalyozas-7F7/ [Letöltve: 2022. 02. 27.]
25. ELTE Eötvös Loránd Tudomány egyetem (2020. 03. 02.): A kutyák orra távolból is érzékeli a magasabb hőmérsékletet. https://www.elte.hu/content/a-kutyak-orra-tavolbol-is-erzekeli-a-magasabb-homersekletet.t.20561 [Letöltve: 2022. 02. 27.]

Ábraforrások

a1. https://m.blog.hu/bb/bbrigitta/image/001c2620bd2a37dc8c188ff5985c6a02.png
a2. https://m.blog.hu/bb/bbrigitta/image/94e7db686dd76a56860eb47af391dcc3.png
a3. https://www.researchgate.net/profile/Laszlo_Bardos/publication/311846470/figure/fig1/AS:454833737080832@1485452221956/1-kep-Hermelin-Mustela-erminea-nyari-es-teli-bundaban-Picture-1-Hermelin-in-summer.png
a4. https://cdn.nwmgroups.hu/s/img/i/1703/20170320medveallatka.jpg
a5. https://media.icdn.hu/content/entity/2020/09/57592/opt-5f53d7bae9ce9penguins-interior.jpg
a6. https://www.tisztajovo.hu/media/2012/01/dew_bank_beetle.jpg
a7. https://kep.cdn.index.hu/1/0/3233/32331/323312/32331201_2479325_bd0f5903473 a76bdafd1242da57bb2d5_wm.jpg
a8. https://images.slideplayer.hu/9/2236982/slides/slide_10.jpg

ÓRIÁSKERÉK – EGY KÖRMOZGÁSSAL GERJESZTETT KAOTIKUS INGA

Kosztyó Péter[1,2]
[1]Semilab Zrt., Budapest
[2]Fizika Tanítása Doktori Iskola, Eötvös Loránd Tudományegyetem, Budapest
E-mail: kosztyopeti@gmail.com

Az emberi élet kezdetektől fogva periodikusan változó jelenségek köré szerveződött. A nappalt az éjszaka, a tavaszt a nyár követi. A déli harangszó 24 óra múlva újra hallható, a kakukkos óra óránként zenél. Ezek, és számtalan egyéb periodikus jelenség remekül leírható, egyszerű matematikai formulákkal jellemezhető. De miért nem tudunk, még a mai szuperszámítógépek mellett sem, 2–3 hétre előre pontos időjárás-előrejelzést készíteni [13]? A választ a fizika egy viszonylag fiatalnak számító tudományterületében kell keresni, a kaotikus mechanikában, röviden a „káoszban". Összefoglalva a káosz ismétlődő, előre jelezhető szabályos mozgások helyett az előrejelezhetetlen, „szabálytalan" mozgások leírásával foglalkozik [1, 9].



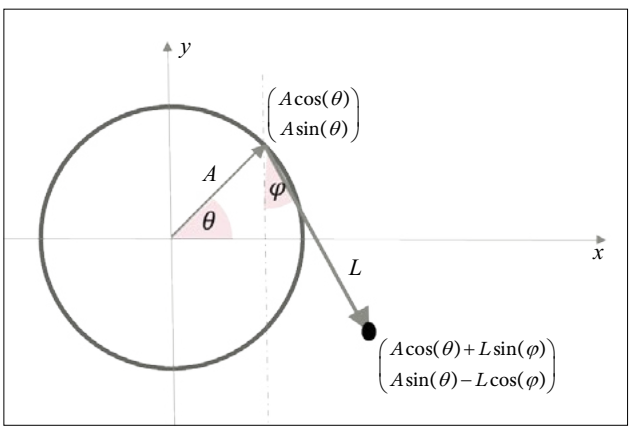
Kosztyó Péter 2022-ben szerzett matematika–fizika szakos tanári diplomát az ELTE-n. Jelenleg az ELTE Fizika Doktori Iskola Fizika Tanítása Programjának doktorandusza. Kutatási témája a mesterséges intelligencia alkalmazása a középiskolai fizikaoktatásban. Emellett a Semilab Zrt.-nél dolgozik alkalmazásfejlesztő fizikusként.

A kaotikus mechanikával ismerkedő ember előbb utóbb találkozik a kettős ingával, mint az egyik legnépszerűbb kaotikus rendszerrel, ezt akár otthoni eszközökből is könnyen elkészítheti az érdeklődő [7]. Ha egy

kicsit kutakodik az ember, rájöhet, hogy a legtöbb nem szokványos inga – megfelelő paraméterek és kezdőfeltételek mellett – kaotikus mozgást végezhet. Például ilyen a rugalmas szálú inga vagy egy csigán lengő test, de természetesen a hármas, négyes és egyéb összetett ingák is. [1, 11, 14, 15] A továbbiakban a következő speciális esetet vizsgálom: vegyünk egy ingát, amelynek felfüggesztési pontja egyenletes sebességgel körpályán mozog. Ha belegondolunk, akkor egy óriáskeréknek is ez az egyik legegyszerűbb modellje. A kabinok, mint lengésre képes ingák felfüggesztései egy körpályán mozognak egyenletes sebességgel. Ehhez hasonló felépítésű ingát készíthetünk egy motor és egy ingatest segítségével [12].

Matematikai leírás

Az alapfeltevés az, hogy egy L hosszúságú inga felfüggesztési pontja egy A sugarú körpálya mentén T periódusidővel körmozgást végez. A felfüggesztés helyzetét leíró szög: $\theta = \omega t = (2\pi/T)\,t$.



1. ábra. Az inga sematikus rajza

A felfüggesztés koordinátái az *1. ábrán* látható jelölés szerint

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A\cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right) \\ A\sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right) \end{pmatrix}.$$

A felfüggesztés mozgásának hatását felírhatjuk a tehetetlenségi erő figyelembevételével. Az ezzel kapcsolatos $\mathbf{a}_0$ tehetetlenségi gyorsulás:

$$\mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} a_{0x} \\ a_{0y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\ddot{x}_0 \\ -\ddot{y}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \cos\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right) \\ A\left(\dfrac{2\pi}{T}\right)^2 \sin\left(\dfrac{2\pi}{T}t\right) \end{pmatrix}.$$

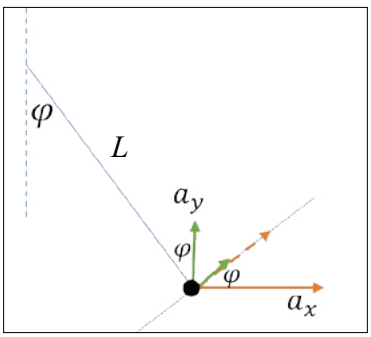
Az alsó testre ekkor hat a tehetetlenségi erő, a kötélirányú kötélerő, illetve a nehézségi erő.

Ekkor az alsó test gyorsulása

$$m\ddot{x} = -K\sin(\varphi) + ma_{0x},$$

$$m\ddot{y} = K\cos(\varphi) + ma_{0y} - mg.$$

Az inga szöggyorsulását megkaphatjuk az érintőirányú eredő gyorsulás és az inga hossza segítségével. Az (x, y) irányú gyorsulásvektorok felbontásának sematikus rajza a *2. ábrán* látható.



2. ábra. Az inga érintő menti gyorsulás kiszámítása az *x*, *y* irányú gyorsulásvektorok felbontásával

$$L\ddot{\varphi} = \ddot{x}\cos(\varphi) + \ddot{y}\sin(\varphi),$$

$$L\ddot{\varphi} = -K\sin(\varphi)\cos(\varphi) + ma_{0x}\cos(\varphi)$$
$$+K\sin(\varphi)\cos(\varphi) + ma_{0y}\sin(\varphi) - mg\sin(\varphi),$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{mA}{L}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\left[\cos(\varphi)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right.$$
$$\left.+\sin(\varphi)\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] - \frac{mg}{L}\sin(\varphi).$$

Vegyük észre, hogy a K kötélerő kiesett. Ezt az egyenletet kiegészíthetjük a szögsebességgel arányos légellenállási taggal.

$$\ddot{\varphi} = \frac{mA}{L}\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2\left[\cos(\varphi)\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right.$$
$$\left.+\sin(\varphi)\sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right] - \frac{mg}{L}\sin(\varphi) - k\dot{\varphi}.$$

Időegységnek célszerű (és kényelmes) a gerjesztés T periódusát választani

$$\ddot{\varphi} = \underbrace{\frac{mA}{L}(2\pi)^2}_{a}\underbrace{[\cos(\varphi)\cos(2\pi t) + \sin(\varphi)\sin(2\pi t)]}_{\cos(\varphi - 2\pi t)}$$
$$-\underbrace{\frac{mg}{L}}_{b}T^2 - \underbrace{kT}_{c}\dot{\varphi}.$$

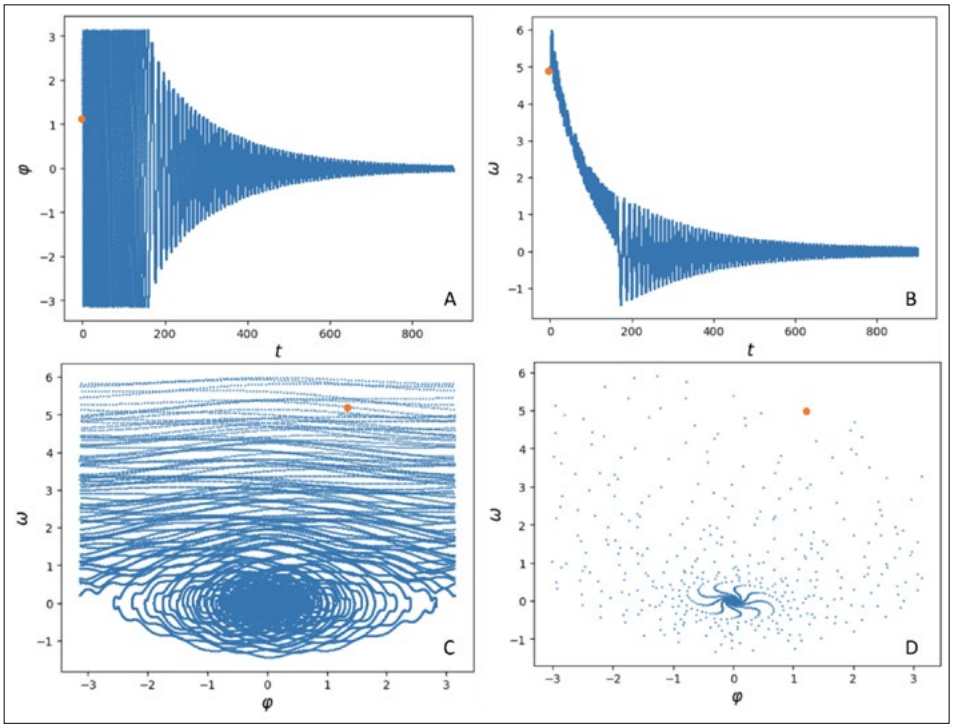
Az a, b, c paramétereket bevezetve a következő alakra egyszerűsödik az egyenlet:

$$\ddot{\varphi} = a\cos(\varphi - 2\pi t) - b\sin(\varphi) - c\dot{\varphi}.$$

Az egyenletek megoldására negyedrendű Runge-Kutta-módszert [17] alkalmazok 0,01-es lépésközzel (ne felejtsük, az idő jelenleg dimenziótlan mennyiség, mivel periódusegységekben mérjük). A rendszer vizsgálatát Pythonban írt saját szimulációval végeztem; az ábrákat a Matplotlib csomag használatával készítettem [10].

Fázistérbeli ábrázolás

A fizikai tanulmányok során megszokott $\varphi(t)$, $\omega(t)$ grafikonok helyett célszerű a problémát a fázistérben, jelen esetben $\omega(\varphi)$ koordináta-rendszerben vizsgálni. Az inga kitérése 2π-re periodikus, ezért a fázistérbeli ábrázolások során φ-nek a 2π-vel vett osztási maradékát veszem, illetve a szimmetrikus ábrázolás érdekében π-vel negatív irányba tolom a pontokat. A fázistér minden egyes pontja a rendszer egy adott mozgásállapotát jelenti. A periodikus gerjesztés következtében kialakuló kaotikus mozgás jellemzésének egy gyakori módszere, ha a rendszer állapotát csak bizonyos időközönként rögzítjük, és ezen pontok halmazát vizsgáljuk. Ez az úgynevezett *stroboszkopikus* leképezés. Ezt az időközt célszerű a gerjesztő hatás periódusidejének venni (jelen esetben 1 egységnek). A különböző megjelenítési formák összehasonlítása a *3. ábrán* látható.



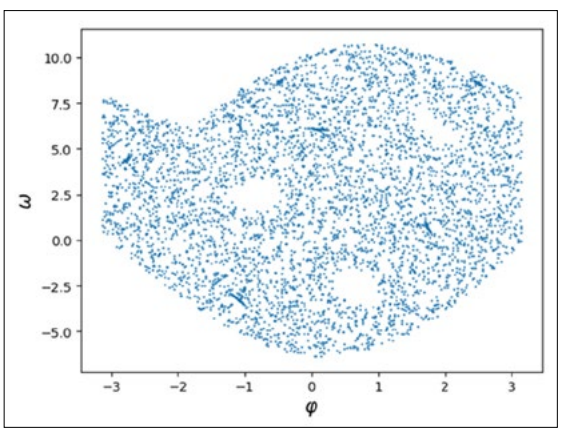
3. ábra. Különböző ábrázolási módok összehasonlítása A) $\varphi(t)$; B) $\omega(t)$; C) fázistér; D) a fázistér stroboszkopikus leképezése. $a = 0{,}5$, $b = 0{,}5$, $c = 0{,}011$; kezdőfeltétel: $\varphi_0 = 1{,}2$, $\omega_0 = 5$. A kezdőpont narancssárga ponttal jelöve. Mivel a szimulálás 900 időegység hosszú, és a stroboszkopikus metszetet időegységenként vesszük, a D panel 900 pontot tartalmaz

A *3. ábrán* látható eset stroboszkopikus leképezésében véletlenszerűnek tűnő pontokat, illetve egy spirálszerű alakzatot láthatunk. A spirál középpontja a (0,0) pont, ezt fixpontnak nevezzük. Ennek fizikai jelentése, hogy a mozgás hosszú ideig ~500 gerjesztési periódusig kaotikus, utána pedig az inga megáll (viszonylag nagy az inga csillapítását jellemző c paraméter). Az ilyen mozgásokra, amelyek csak átmenetileg mutatnak kaotikus viselkedést, a tranziens káosz kifejezést használhatjuk [1].

Csillapítatlan eset

Ha a c paraméter értékét 0-nak választjuk, tehát eltekintünk a csillapítástól, akkor megfelelő paraméterek és kezdőfeltételek mellett a *3. ábrán* látható fázistérbeli véletlenszerű ponthalmazt kapjuk.

A fázistérben látható „üres” tartományokat feltölthetjük „görbékkel”. Ezek kváziperiodikus mozgásokat írnak le *(4. ábra)*. Érdemes megjegyezni, hogy a véletlenszerű ponthalmaz és a látszólag üres tartományok jól elkülönülnek. Ha egy mozgást a véletlenszerű tartományból indítunk, akkor a mozgás nem lép az elszigetelt területekre. Ha egy mozgást ezen tartományokból indítunk, akkor a mozgás később nem lép a véletlenszerű pontokból álló területre [1, 6].



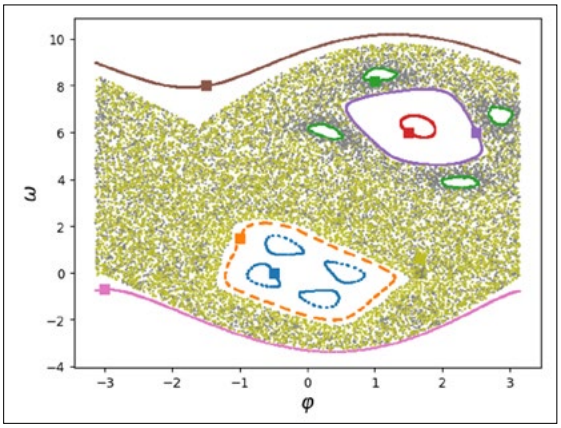
4. ábra. A súrlódásmentes eset stroboszkopikus leképezése $a = 4$, $b = 10$, $c = 0$, $\varphi_0 = 1{,}658$, $\omega_0 = 0$. A szimuláció időtartama 3000 időegység

Csillapított eset

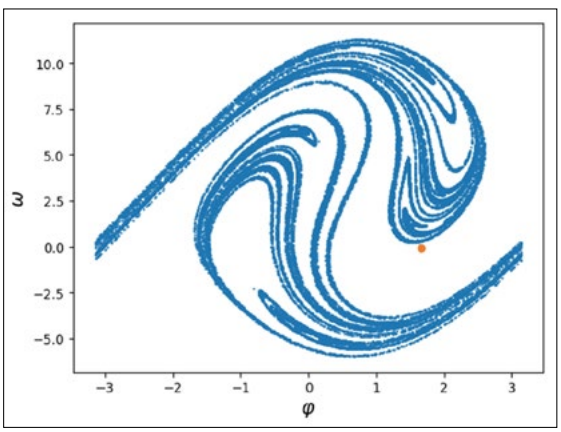
Vizsgáljuk azt az esetet, amikor a c paraméter értéke 0-tól különböző pozitív valós szám!

Csillapított esetben a paraméterek és különböző kezdőfeltételek kombinációinak jelentős hányadában a *2D. ábrához* hasonló, egy vagy több fixponttal rendelkező alakzatot kapunk. Néhány speciális esetben azonban az *5. ábrán* látható különleges alakzatot figyelhetünk meg.

A pontok jól kivehetően illeszkednek egy furcsa geometriai alakzatra, amit kaotikus attraktornak nevezünk [1]. Mielőtt részletesebben kitérnék az attraktor részletes elemzésére, egy újabb ábrával szeretném illusztrálni, miért hívjuk attraktornak.



5. ábra. A súrlódásmentes esetek stroboszkopikus leképezése (a =3,05, b = 2,56, c = 0) 9 különöző kezdőfeltétel esetén. A szimuláció időtartama 10000 időegység, így az ábrán összesen 90 000 pont látható. A kezdőpontok azonos színű négyzetekkel jelölve



6. ábra. A csillapított eset stroboszkopikus leképezésén látható kaotikus attraktor (a = 10, b = 10, c = 0,4, φ_0 = 1,658, ω_0 = 0). A kezdőpont narancssárga ponttal jelöve

Az attraktor különleges tulajdonsága, hogy a *6. ábrán* látható módon bármely kezdőfeltétel esetén néhány periódus alatt a mozgás beleolvad az attraktorba. Ez a jelenség különösen akkor megdöbbentő, ha kezdetben az inga kitérése és kezdő szögsebessége is egyaránt zérus. Az inga végpontja ekkor is mozgásba kezd a felfüggesztés elmozdulása miatt. A *7. ábrán* látható, hogy ennek a kezdőfeltételnek is ugyanazon kaotikus attraktor lesz az eredménye. Az attraktor elnevezés ezért – jogosan – vonzó alakzatra utal.

Nagyítsunk bele például a *7. ábrán* látható alakzatba! Ekkor azt tapasztaljuk, hogy megőrzi szálas szerkezetét. Végtelen hosszú és végtelen pontosságú szimuláció esetén ezt a nagyítást akárhányszor megismételve is hasonló vonalas szerkezetet tapasztalnánk. Ezért nevezhető az ehhez hasonló disszipatív kaotikus jelenségek kaotikus attraktora fraktálnak.

Észrevehető emellett, hogy az *5–7. ábrákon* látható attraktor hasonló ahhoz, amikor valamilyen festék- vagy olajfolt keveredik el a vízfelszín tetején. Ennek oka az, hogy a vízfelszínen elkeveredő szennyeződések is kaotikus tulajdonságot mutatnak, fraktálszerkezetűek [5, 8].

Az előrejelezhetőség jellemzése

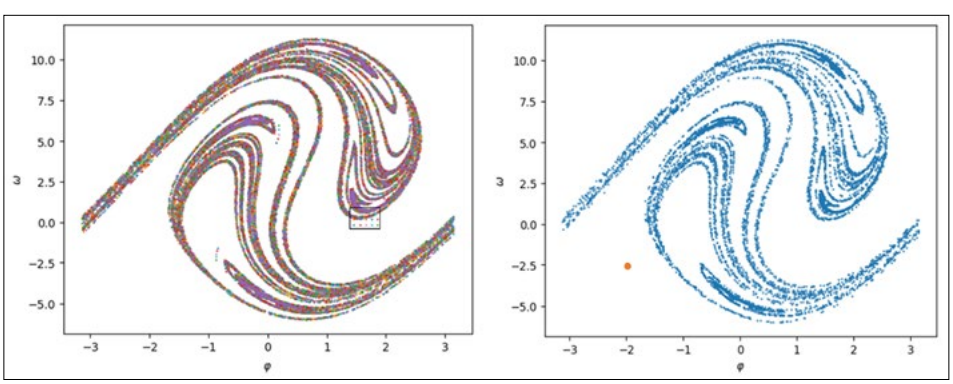
Most, hogy megismerkedtünk néhány fontos fogalommal, szeretnék visszatérni az időjárás-előrejelzések pontatlanságának problémájához, melyet az eddig tárgyalt inga segítségével járok körbe.

Az [1] könyv a kaotikus mozgásokat és a szabályos mozgásokat az *1. táblázatban* hasonlítja össze.

1. táblázat. Szabályos és kaotikus mozgás összehasonlítása

Szabályos mozgás	Kaotikus mozgás
ismétlődő	szabálytalan
előre jelezhető	előre jelezhetetlen
egyszerű geometriájú	bonyolult geometriájú

A kaotikus mozgás tulajdonságai közül a szabálytalanságot láthattuk például a *3. ábrán*. A bonyolult geometriát, a fraktálszerkezetet láthattuk a *6. ábrán*. Hogyan jellemezhetjük az előrejelezhetőséget (-jelezhetetlenséget)? Minden előrejelzés kezdőértéke valamekkora hibával rendelkezik, mert nem ismerhetjük végtelen pontossággal a kezdeti feltételeket. Ez olyan, mintha egymáshoz közeli kezdetiértékekkel végeznénk el a jelenség vizsgálatát. Esetünkben legyen a kezdeti szögkitérés leolvasásának valamekkora hibája, jelöljük $\Delta\varphi_0$-lal!

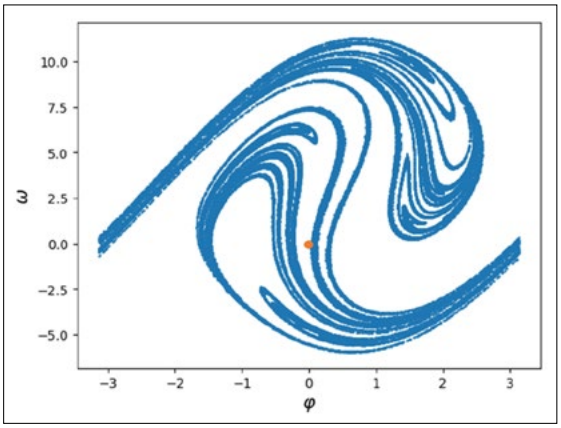


7. ábra. A csillapított eset stroboszkopikus leképezése egymáshoz közeli kezdőfeltételek (bal oldali ábra), illetve az attraktortól távoli kezdőfeltétel (jobb oldali ábra) esetén. A kezdőpontok a bal oldali ábrán egy téglalappal bekeretezve, a jobb oldali ábrán narancssárga ponttal jelölve. A bal oldali ábrán megfigyelhető, hogy a kezdőpontok még két perióduson keresztül egymáshoz közel helyezkednek el

Belátható, hogy annak a τ ideje, amíg a rendszer bizonytalansága eléri a nagynak tekinthető $\Delta\varphi = 1$ radián értéket, tehát az előrejelzés biztos használhatatlanná válásának ideje, a következő formulával fejezhető ki [1, (5.58) képlet].

$$\tau = \frac{1}{\lambda}\ln\frac{1}{\Delta\varphi_0}, \qquad (*)$$

λ az úgynevezett átlagos Ljapunov-exponens. Ez tekinthető az előrejelezhetetlenség mérőszámának.



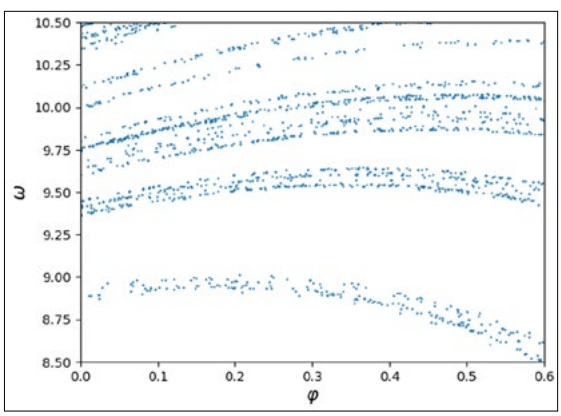
8. ábra. A csillapított eset stroboszkopikus leképezése kezdeti kitérítés és kezdősebesség nélküli eset esetén

Numerikus szimuláció segítségével a Ljapunov-exponens értékét egyszerűen megbecsülhetjük. Indítsuk el a szimulációt egymáshoz közeli kezdeti értékek esetén! Ebben a konkrét példában a 11 olyan kezdeti értéket veszek, amelyek a fázistérben egy vízszintes egyenesre esnek, egyenlő $\Delta\varphi_0$ távolságokra.

Az eddigi jelöléseket használva a kezdőfeltételcsomag:

$$\{(\varphi_0 + k\Delta\varphi_0, \omega_0) \,|\, k \in \mathbb{Z}, -5 \le k \le 5\}.$$

Ezen kezdőfeltételek esetén ábrázoljuk a mozgásokat közös $\varphi(t)$ grafikonon! A *9. ábrán* látható, ahogy az egymáshoz közeli kezdőfeltételek esetén τ idő eltelte után szétválnak a mozgások. Ezt különböző $\Delta\varphi_0$-k esetén megnézhetjük. Az ilyen grafikonokat fáklyadiagramnak nevezzük. A különböző értékekhez tartozó előrejelzési időket a *2. táblázat* tartalmazza. A (∗) összefüggés alapján τ és $\ln(1/\Delta\varphi_0)$ között egyenes arányosság van, ezen értékeket ábrázolva a kapott pontokra egyenes illeszthető *(10. ábra)*. Az illesztett egyenes meredekségének reciproka a Ljapunov-exponens értéke. Ezt az eljárást a *Fizikai Szemle* írásai közül a [6]-ban használták először.



9. ábra. A *8. ábra* egy részének kinagyítása

Ezt az eljárást 7 különböző fáklyadiagramra elvégezve, a *2. táblázat* adatait kapjuk:

2. táblázat. Előrejelzési idők különböző kezdeti bizonytalanságok esetén

$\Delta\varphi_0$	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}
τ	4,2	8	13	20	31	34	37

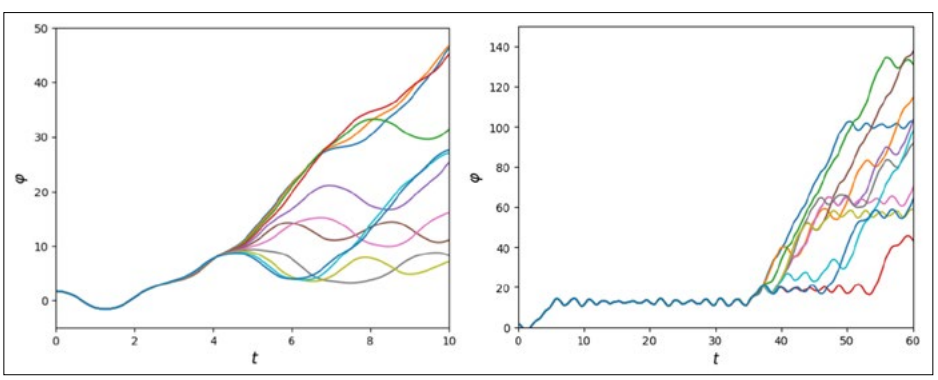
Az illesztett egyenes egyenlete $y = 2{,}612x - 15{,}057$, tehát $1/\lambda = 2{,}612$. Ebből $\lambda = 0{,}382$ adódik.

Ha az előző módszerrel megvizsgáljuk a csillapított esetnél *(6. ábra)* látott mozgást, ott a Ljapunov-exponens értéke 0,346.

Ha már ismerjük a rendszer adott paramétereire és kezdőértékeire a λ értékét, akkor megvizsgálhatjuk, mi történik, ha a kezdeti szögkitérés leolvasási hibáját k nagyságrenddel csökkentjük.

$$\tau_k = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{1}{\Delta\varphi_0 \cdot 10^{-k}}\right) = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{10^k}{\Delta\varphi_0}\right)$$
$$= \frac{1}{\lambda}\left[\ln(10^k) + \ln\left(\frac{1}{\Delta\varphi_0}\right)\right] = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{1}{\Delta\varphi_0}\right) + \frac{k}{\lambda}\ln(10).$$

A csillapítatlan esetben látott $\lambda = 0{,}382$-es érték esetén minden nagyságrendi javulás $\ln(10)/\lambda = \ln(10)/0{,}382 = 6$ egységgel növeli az előrejelzési időt. Ha például $\Delta\varphi_0 = 10^{-9}$-ről 10^{-10}-re javítjuk a kezdeti kitérés leolvasási hibáját, akkor az előrejelzési idő 16%-kal növekszik ($6/37 = 0{,}16$). Ha 10^{-10}-ről 10^{-11}-re javítjuk a kezdeti kitérés leolvasási hibáját, akkor már csak 13%-kal nő meg az előrejelzési idő.

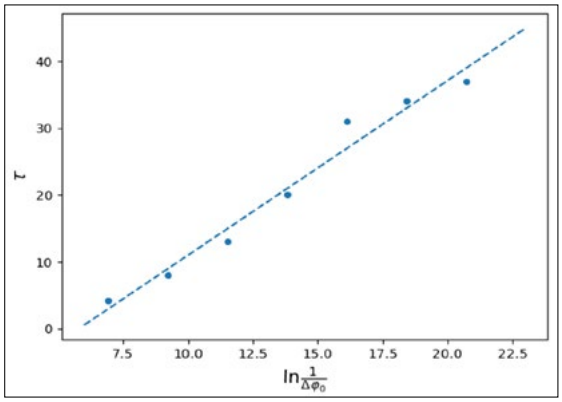


10. ábra. Fáklyadiagramok $\Delta\varphi_0 = 10^{-3}$ (bal) és $\Delta\varphi_0 = 10^{-9}$ (jobb) esetén a csillapítatlan esetben (a szöget most nem periodikusan ábrázolva). $a = 4$, $b = 10$, $c = 0$, $\varphi_0 = 1{,}658$, $\omega_0 = 0$. Az előrejelzési idő, vagyis az az idő, amely alatt a $\Delta\varphi$ maximális eltérés eléri az 1 értéket, a bal oldalon kb. 3, a jobb oldalon kb. 37 egység

Általánosabban, ha az előrejelzési idő összefüggésében $\Delta\varphi_0 = 10^{-n}$ értéket használunk:

$$\tau_n = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{1}{\Delta\varphi_0}\right) = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{1}{10^{-n}}\right)$$
$$= \frac{1}{\lambda}\ln(10^n) = \frac{n}{\lambda}\big(\ln(10)\big).$$

Ha a kezdeti leolvasási hibát a négyzetére csökkentjük, ami általában hatalmas erőfeszítéssel érhető csak el,



11. ábra. τ és $\ln(1/\Delta\varphi_0)$ pontok és az ezekre illesztett egyenes

akkor az előrejelzési idő csak kétszeresére nő. Ezért sem növelhető bármeddig az időjárás-előrejelzések megbízhatósága.

A probléma tanórai megjelenése

A kaotikus mechanika jelenleg nem középiskolai tananyag Magyarországon, azonban nem minden országban van így; alapszinten például tankönyvi anyag volt Ausztriában [3].

Középiskolában természetesen a matematikai levezetések és numerikus szimulációk mélységes megértésére általában nincs lehetőség, de arra igen, hogy felhívjuk a diákok figyelmét, hogy a „szabályos" és „szabálytalan", megjósolható és megjósolhatatlan jelenségek között tudjanak különbséget tenni. Ehhez néhány tanórás foglalkozás már elegendő lehet [2, 3, 8, 9, 18].

A cikkben bemutatott inga segítségével a *3. táblázatban* foglalt négy tanórás foglalkozást javaslom a „káosz" fogalmának és főbb tulajdonságainak bevezetésére.

Ezen tematika segítségével elültethető a diákok fejében, hogy vannak előrejelezhetetlen jelenségek, és a fizikai előrejelzések nem mindenhatóak.

Az órákat 10. osztályban a periodikus mozgások témakörének végén vagy a 11., 12. osztályban a komplex természettudomány tantárgy egyik projektjeként ajánlom feldolgozni. Tanórai felhasználásra, a problémakör bemutatására az általam készített és használt szimuláció elérhető az alábbi QR-kód segítségével (Google Colab füzet).

Konklúzió

A kaotikus mozgások jellemzője, hogy előrejelezhetetlenek és szabálytalanok, ellentétben a szabályos mozgásokkal, amelyek ismétlődő és előre jelezhető szabályos mintázatokat követnek. A kaotikus mechanika egyik érdekes példája az óriáskerék által inspirált kaotikus inga, melynek felfüggesztési pontja egyenletes sebességgel körpályán mozog. A cikkben bemutatott matematikai leírás és numerikus szimuláció segítségével megvizsgáltam ezen inga viselkedését.

A szimulációk eredményei alapján megfigyelhető, hogy bizonyos paramétertartományban az inga mozgása kaotikus, míg más tartományokban kváziperiodikus vagy periodikus mozgást mutat. A disszipatív eset elemzése során bizonyos paraméterek mellett megjelent a fázistér stroboszkopikus leképezésében a kaotikus rendszerekre jellemző fraktálalakzat. A kaotikus viselkedés jellemzésére a fázistérbeli ábrázolást és a Ljapunov-exponens értékét használtam.

3. táblázat. Javaslat a „káosz" fogalmának és főbb tulajdonságainak bevezetésére

	1. tanóra	2. tanóra	3. tanóra	4. tanóra
Feldolgozandó témák	A hagyományos fonálinga és a gerjesztett inga mozgásának összehasonlítása. A kaotikus mozgás „összevisszaságának" szemléltetése. A fázistérbeli ábrázolás és annak előnyei.	Miért nem lehet 1 hónappal előre pontos időjáráselőrejelzést adni? A kaotikus rendszerek előrejelezhetetlensége. Pillangóeffektus. Fáklyadiagramok vizsgálata.	A fraktálok megjelenése. Jól definiált matematikai fraktálok bemutatása (pl. Koch-görbe). A fraktálalakzat megjelenése disszipatív esetben. Az attraktortulajdonság bemutatása.	Kaotikus jelenségek a természetben. Vulkanikus hamu terjedésének szimulációs vizsgálata.
Elsajátítandó fogalmak	Fázistér, káosz	Fáklyadiagram, előrejelezhetetlenség	Fraktál, attraktor	
Használandó programok	Excel, Python	Excel, Python	Excel, Python	RePLaT-Chaos-edu program
Megjegyzés	Megvizsgálásra a *3. ábrán* látható „szép" spirálozó alakzatot és a *4. ábrán* látható „lyukacsos" alakzatot ajánlom.	*Feladatjavaslat:* fáklyadiagramok készítése különböző kezdetiérték-bizonytalanságokkal. A [17]-ben található pillangó effektus Excel-szimulációja.		Ingyenesen letölthető sziumlációs program. [16], további részletek [5], 44. oldal.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani *Tél Tamás* tanár úrnak a szakmai segítségnyújtásért és támogatásáért, valamint doktoranduszтársaimnak és kollégáimnak a módszertani rész elkészítéséhez adott ötleteikért és észrevételeikért.

Irodalom

1. Tél T., Gruiz M. (2002): Kaotikus dinamika. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
2. Szatmári Bajkó I. (2006): „Káoszt?" – Azt! *Fizikai Szemle,* 56/11, 376–380.
3. Tél T., Tóth Á. L. (2022): A lépcsőn pattogó labda projekt. *Fizikai Szemle,* 72/4, 105–110.
4. Meszéna T. (2021): Nemlineáris jelenségek tanítása a középiskolában. Doktori értekezés, ELTE Fizika Doktori Iskola.
5. Szatmáry-Bajkó I. (2023): Szennyeződések terjedésének vizsgálata középiskolában: Nemlineáris és kaotikus vonások felfedező tanítása. Doktori értekezés, ELTE Fizika Doktori Iskola.
6. Izsa É., Végh P. (2022): Egy apró játék kaotikus kalandjai – 1. rész. *Fizikai Szemle,* 72/8, 248–255.
7. Peter H. Richter, Hans-Joachim Scholz: Chaos in Classical Mechanics: The Double Pendulum. pp. 86–97. Fachbereich Physik der Universität Bremen
8. Tél T. (2021): Chaos physics: What to teach in 3 lessons? *Physics Education,* 56, 045002.
9. Mi a káosz? http://theorphys.elte.hu/fiztan/chaosH/
10. https://matplotlib.org/stable/ [Letöltve: 2024. 05. 14.]
11. Jack Houweling: https://www.youtube.com/watch?v=IrXPXJcu1bo&ab_channel=JackHouweling [Letöltve: 2024. 03. 13.]
12. Ben Chapman: https://www.youtube.com/watch?v=IwCwT0GhkLQ&ab_channel=BenChapman [Letöltve: 2024. 03. 13.]
13. Lofstead J. (2023): Weather Forecasting Limitations in the Developing World. In: Streitz N. A., Konomi S. (eds), Distributed, Ambient and Pervasive Interactions. HCII 2023. *Lecture Notes in Computer Science,* Vol. 14037. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-031-34609-5_6
14. Botha E. A., Qi G. (2013): Analysis of the Triple Pendulum as a Hyperchaotic System. Chaotic Modeling and Simulation (CMSIM), 2, 297–304.
15. Alicia Cid, et al. (2022): Dynamic study of the pendulum-n and the beginning of chaos. J. Phys.: Conf. Ser. 2307, 012059.
16. http://theorphys.elte.hu/fiztan/volcano/RePLaT-Chaos-edu_hu.pdf [Letöltve: 2024. 05. 14.]
17. http://theorphys.elte.hu/fiztan/numH/num4H.html [Letöltve: 2024. 05. 14.]
18. Jaloveczki J. (2014): Nemlineáris jelenségek vizsgálata diákköri-szakköri munkában. Doktori értekezés, ELTE Fizika Doktori Iskola

RÚGJ ÉS MÉRJ! – A TIZENEGYES FIZIKÁJA

Stonawski Tamás[@], Beszeda Imre
[1]Nyíregyházi Egyetem, Fizika Csoport, Nyíregyháza
[@]E-mail: stonawski@gmail.com

Bevezetés

Milyen fizikai tényezők határozzák meg egy tökéletes tizenegyes sikerességét? A futball világa tele van izgalmas pillanatokkal, de kevés olyan szituáció létezik, amely annyi feszültséget hordoz magában, mint egy tizenegyes-rúgás. A fizika segítségével részletesen elemezhetjük, milyen tényezők befolyásolják a labda mozgását és hogyan hasznosíthatjuk ezt a tudást a gyakorlatban.

A tizenegyest William McCrum ír kapus és üzletember javasolta 1890-ben, a labdát az alapvonaltól 12 yardra (kb. 11 méter) helyezik el, innen ered a neve [1].

A futball csapatjáték, a büntetőpárbaj viszont egyéni küzdelem. Egy jól elrúgott tizenegyes fél másodperc alatt ér a kapuba, miközben a kapus reakcióideje ennek csupán a fele. A tudósok bizonyos szempontok alapján határozták meg az ideális büntetőrúgást. Pl. Tim Cable, a John Moores Egyetem professzora szerint a rúgó öthat lépésről, 20–30 fokos szögben indítson, így a labda körülbelül 105 km/h sebességgel repül, s fél méterrel a léc alatt, a sarokba érkezik. Természetesen a valóságban minden egy kicsit más [2].

Milyen mozgást végez a labda az ellövés után?

A focilabda mozgása összetett, hiszen egy rúgás során nemcsak egyenes vagy görbe vonalú mozgást végez, hanem forog is, és közben hat rá a gravitáció és a légellen-



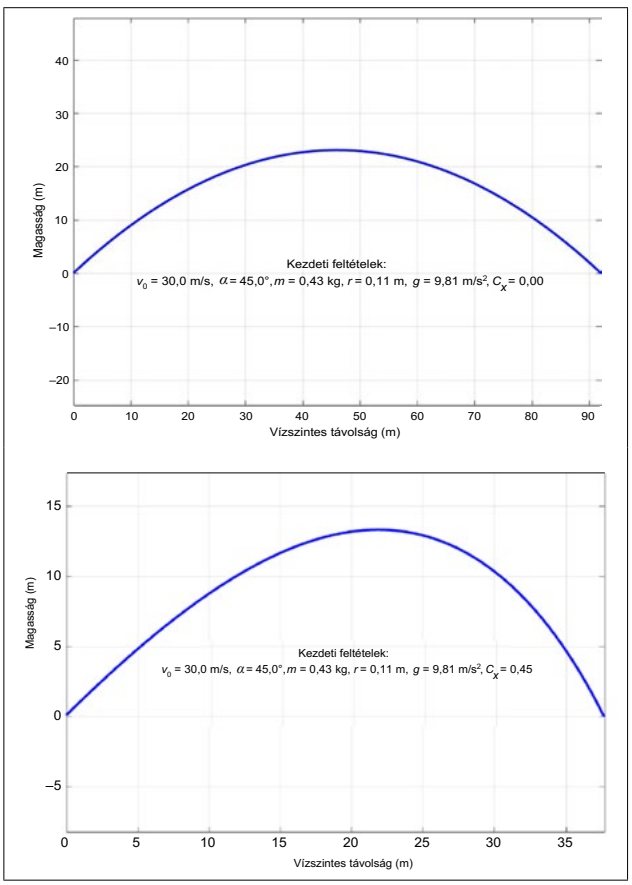
Stonawski Tamás a Nyíregyházi Egyetemen főiskolai docens. Doktori címét 2016-ban az ELTE Fizika Tanítása doktori programjának keretében szerezte. Kutatási területe a digitális média alkalmazása a tanulói kreativitás, problémamegoldás és önálló kísérletezés fejlesztésére az általános és középiskolában.



Beszeda Imre matematika-fizika-számítástechnika szakos középiskolai tanár, anyagtudományi mérnökfizikus, a NyE Műszaki és Agrártudományi Intézet fizikatanára. 2006 óta foglalkozik tudomány- (elsősorban fizika-) népszerűsítéssel és tehetséggondozással. A Kreatív Fizika Tábor megálmodója és szervezője.

állás. A tanulmányban megjelenő ábrák többségét Matlab programmal készült szimulációkkal készítettük.

Lehet egyenes vonalú egyenletes mozgás, ha elhanyagoljuk az ellenállásokat és laposan rúgjuk el a labdát a pályán (persze csak kis szakaszon igaz, mert a földfeszín nem egyenes vonalú). Ez akkor is teljesül, ha a világűrben rúgjuk el, mindaddig, amíg más kölcsönhatás nem éri – Newton I. törvénye). A labda egyenes vonalú egyenletesen változó (lassuló) mozgással halad, ha laposan rúgjuk, és figyelembe vesszük a közegellenállást; parabolapályán halad, ha a rúgás bizonyos szög alatt történik *(1. ábra),* és nem vesszük figyelembe a légellenállást. Ballisztikus pályán pedig akkor mozog, ha a rúgás bizonyos szög alatt történik, és nem, vagy csak kis „sebességgel" pörög a labda *(1. ábra).*



1. ábra. Fent a légellenállás figyelembevétele nélkül haladó labda parabolapályája, lent a légellenállás figyelembevételével haladó labda ballisztikus pályája. Az ábrák szimulációk alapján készültek

A légellenállás figyelembevétele nélkül haladó labda pályája a ferde hajítás pályaegyenlete alapján a következő analitikus képlettel adható meg:

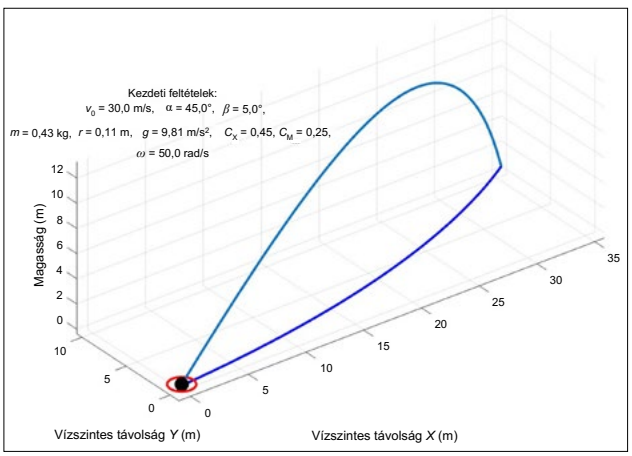
$$y = x\,\mathrm{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha},$$

ahol:

y – a labda magassága az adott x vízszintes távolságban,
α – a kezdősebesség hajítási szöge,
g – a nehézségi gyorsulás (9,81 m/s²),
v_0 – a kezdősebesség nagysága,
x – a vízszintes távolság a kiindulási ponttól.

Az *1. ábra* alapján jól látható, hogy légellenállás nélkül a parabolapályán nagyon messzire repülnének a labdák. A légellenállás figyelembevételével viszont a közegellenállási erő sebességfüggősége miatt a ballisztikus pályát már csak szimulációval, úgynevezett iterációs lépések segítségével lehet kiszámolni. Ha a labda pörgését sem hagyjuk figyelmen kívül, akkor ún. sodródó ballisztikus pályát kapunk, ugyanis a levegő és a labda kölcsönhatása miatt a Magnus-effektus érvényesül.

A csavart labda a mozgása során kilép a kezdősebesség és a nehézségi gyorsulás vektora által meghatározott síkból a Magnus-effektus miatt *(2. ábra)*. Ennek oka, hogy a forgás következtében a levegő sebessége különbözik a labda két oldalán. Ez nyomáskülönbséget eredményez, ami a labdát az alacsonyabb nyomású oldal felé sodorja, így görbíti el annak pályáját.



2. ábra. Az *x–h* síkban elrúgott csavart labda kilép a síkból. A szimuláció paraméterei alapján készített térbeli ábra. A görbe vízszintes síkra vetett merőleges vetülete mutatja, hogy a labda mozgása nem síkbeli

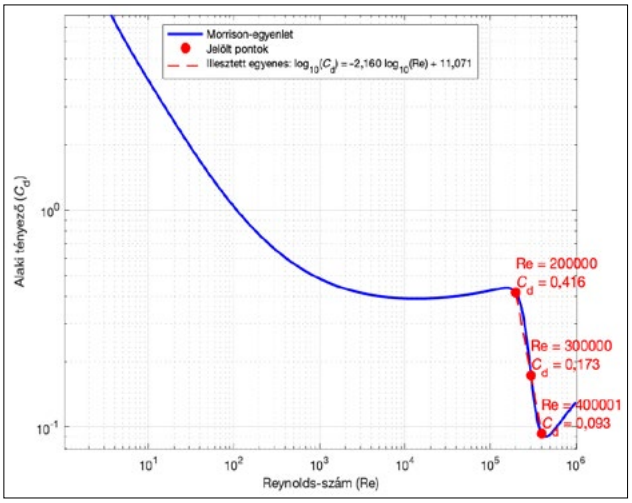
Figyelembe kell még venni a Reynolds-szám [3] alakulását is, hiszen lamináris áramlásból turbulenssé válva megváltozik az alaki tényező értéke is.

$$\mathrm{Re}_{v=1{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{1{,}22\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\cdot 1{,}5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 0{,}22\,\mathrm{m}}{1{,}81\cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}} \approx 2\cdot 10^3,$$

míg pl. 20 m/s esetén $\mathrm{Re}_{v=20\ \mathrm{m/s}} \approx 3\cdot 10^5$. Az alaktényező meghatározása az $1 < \mathrm{Re} < 10^6$ tartományon a Morrison-egyenlet alapján lehetséges [4]:

$$C_\mathrm{d} \approx \frac{24}{\mathrm{Re}} + \frac{2{,}6\frac{\mathrm{Re}}{5}}{1+\left(\frac{\mathrm{Re}}{5}\right)^{1{,}52}} + \frac{0{,}411\left(\frac{\mathrm{Re}}{2{,}63\cdot 10^5}\right)^{-7{,}94}}{1+\left(\frac{\mathrm{Re}}{2{,}63\cdot 10^5}\right)^{-8}} + \frac{0{,}25\frac{\mathrm{Re}}{10^6}}{1+\frac{\mathrm{Re}}{10^6}}.$$

A *3. ábrán* a Morrison-egyenlet alapján számított alaki tényező értékét ábrázoltuk egy gömbre a Reynolds-szám függvényében, logaritmikus skálán. A kék



3. ábra. A Morrison-egyenlet alapján elkészített grafikon sima felületű, tökéletes gömbre. Az alaki tényező hirtelen csökkenése a $2 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 4 \cdot 10^5$ intervallumban figyelhető meg

görbe az elméleti összefüggést mutatja, míg a piros pontok kiemelt értékeket jelölnek, ahol a Reynolds-szám konkrét értékeihez tartozó C_d értékeket tüntettük fel. A piros szaggatott egyenes a grafikonon egy lineáris illesztést reprezentál a logaritmikus adatokra. Ez a kapcsolat arra utal, hogy a C_d érték logaritmusa közel lineáris összefüggést mutat a Reynolds-szám logaritmusával.

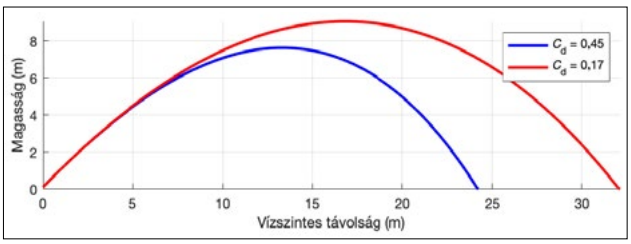
A görbe viselkedése jól tükrözi az áramlástani jellemzőket különböző Reynolds-szám-tartományokban. Alacsony Reynolds-számok ($\mathrm{Re} < 10^3$) esetén az alaki tényező nagy, mivel az áramlás lamináris, és a gömb körül kialakuló határréteg leválása viszonylag korán megtörténik, nagy ellenállást eredményezve. Ahogy a Reynolds-szám növekszik (a 10^3–10^5 tartományban), a C_d érték fokozatosan csökken, mert az áramlás egyre inkább átmeneti állapotba kerül, és a határréteg instabilabbá válik.

A legérdekesebb jelenség a nagy Reynolds-számtartományban figyelhető meg, különösen $2 \cdot 10^5 < \mathrm{Re} < 4 \cdot 10^5$ között, ahol a C_d érték hirtelen csökkenése tapasztalható. Ez annak a következménye, hogy a kritikus Reynolds-szám közelében a határréteg átmenetileg turbulenssé válik, ami késlelteti annak leválását. Ennek eredményeként a gömb mögött kisebb kiterjedésű örvénylő zóna alakul ki, ami jelentősen csökkenti az alaki ellenállást.

Ez az éles csökkenés kulcsfontosságú jelenség a gömb alakú testek áramlástani viselkedésének megértésében, és ez nagy gyakorlati jelentőséggel bír például sportlabdák, járművek és repülőgépek aerodinamikai tervezésében. A Morrison-egyenlet által adott görbe pontosan modellezi ezt az átmenetet, míg az illesztett egyenes egy közelítő összefüggést kínál a Reynolds-szám és az alaki tényező közötti kapcsolat egyszerűbb leírására.

A *3. ábra* és elemzése jól mutatja, hogy a Reynolds-szám növekedésével az alaki tényező jelentősen csökken, különösen a kritikus tartományban. Laminá-

ris áramlás esetén a labda gömb alakja miatt ez az érték 0,45 lenne, de ez nagyban csökken egy tizenegyesrúgás közben, azaz akár 100 km/h-ás relatív sebességközegben. Mivel az elrúgás közben a labda sebességváltozása századmásodpercen belül bekövetkezik, a csökkent alaki tényező állandónak tekinthető a mozgás közben, ami igen nagy változást idéz elő a pálya paramétereiben, ahogy azt a *4. ábra* szemlélteti.



4. ábra. A közel 100 km/h-val megrúgott labda pályái a szimuláció alapján 2 különböző alaki tényező (C_d) hatására. A kisebb alaki tényezővel számolva ugyanaz a rúgás magasabbra és messzebbre megy

Rekordok

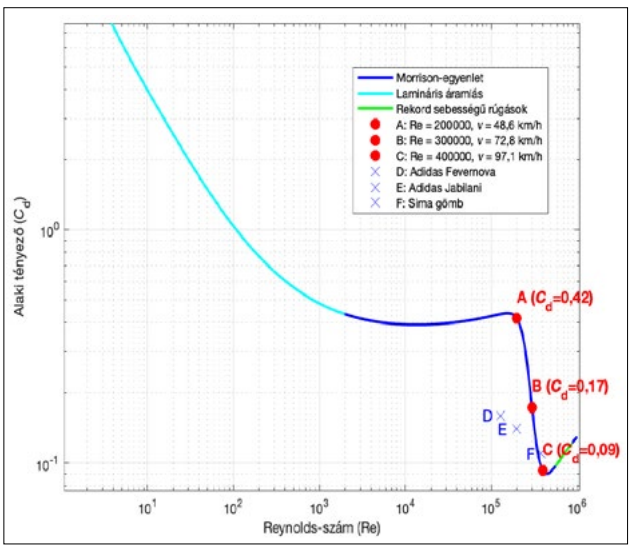
A labdarúgásban a lövések sebességét radarokkal, kamerarendszerekkel és a labdába épített szenzorokkal mérik, amelyek gyorsulást, forgást és mozgást is rögzítenek. A 2022-es világbajnokságon használt Adidas labdák például beépített inerciális mérőrendszert tartalmaztak,

1. táblázat. A futballtörténelem 20 leggyorsabb lövése (2025-ig; nem csak 11-esek)

	Játékos	Sebesség (km/h)	Dátum
1.	Ronny Heberson	210	2006.11.26.
2.	Arjen Robben	190	2009.08.19.
3.	Steven Reid	189	2005.12.31.
4.	Ronald Koeman	188	1992.05.20.
5.	David Hirst	183	1996.09.16.
6.	Frank Lampard	177	2005.03.05.
7.	Ibrahim Sangare	170	2019.04.21.
8.	David Beckham	157,5	1997.02.22.
9.	David Trezeguet	154,4	1998.03.18.
10.	Ritchie Humphreys	154	1996.08.17.
11.	Tony Yeboah	154	1995.09.23.
12	Zlatan Ibrahimovic	150	2013.10.23.
13.	Adriano Leite Ribeiro	144	2005.03.20.
14.	Matt Le Tissier	140	1997.01.18.
15.	Alan Shearer	138	1997.02.02.
16.	Roberto Carlos	138	1997.06.03.
17.	Tugay Alizade	135,5	2001.11.03.
18.	Obafemi Martins	135	2007.01.14.
19.	Givanildo Vieira de Sousa (Hulk)	130	2025.07.20.
20.	David Beckham	129,6	1996.09.04.

amely valós időben továbbította az adatokat. Ezek a technológiák nemcsak a rekordok hitelesítésében, hanem a játék elemzésében és a VAR rendszer támogatásában is fontos szerepet játszanak.

A leggyorsabb mért focilabda-lövések sebességei 2025-ig az *1. táblázatban* láthatóak [5]. Ezek a sebességek a rúgás pillanatában mért legnagyobb értékek.



5. ábra. A Morrison-egyenlet szerinti alaki tényező (C_d) változása a Reynolds-szám (Re) függvényében egy gömb alakú test esetén. A világoskék szakasz a lamináris áramlás tartományát jelöli. Az ábra a labdarúgásban előforduló jellemző sebességtartományokhoz tartozó alaki tényezőket is szemlélteti, különös tekintettel a rekordsebességű lövésekre. Az ábrán szerepel továbbá néhány labdatípusra vonatkozó mért jellemző is: az Adidas Fevenova (D), Adidas Jabulani (E) és egy teljesen sima felületű gömb (F) alaki tényezője, amelyeket kék keresztekkel jelöltünk. Ezek a pontok az alaki tényezők minimumértékét jelölik

A labdafajták hatása a labda pályájára

Az eltérő felületi kialakítások hatással vannak a labda légellenállására és mozgására, ami a labdarúgásban is fontos tényező a lövések pontosságát és stabilitását illetően [6].

Az *5. ábra* jól szemlélteti, hogy a nagyobb sebességgel történő lövések során az alaki tényező drasztikusan változik, ami jelentős hatással van a labda aerodinamikai tulajdonságaira és pályájára. Ez magyarázza, hogy miért lehet bizonyos rúgásoknál váratlan és nehezen kiszámítható a labda mozgása.

A Jabulani labda viselkedése, amely a 2010-es FIFA világbajnokság hivatalos labdájaként debütált, tudományos szempontból is érdekes kérdéseket vetett fel. Japán kutatók arra figyeltek fel [7], hogy a labda aerodinamikai jellemzői eltérnek a korábbi modellekétől. A Jabulani szinte tökéletes gömbformájú, ami csökkenti azokat a szabálytalanságokat, amelyek az eddigi labdák felületén megtalálhatóak voltak. A felületi hibák turbulenciát generálnak, amely elősegíti a labda stabil mozgását, különösen nagy sebességeknél. A sima felület azonban nem képes elegendő turbulenciát generálni, ami instabilitást okozhat (ezt megfigyelhetjük pl. erősen megrúgott sima gumilabda kaotikus mozgásánál).

A kutatások [7, 8] azt mutatták, hogy a Jabulani esetében az úgynevezett „határréteg-leválás” gyorsabban bekövetkezik, mint más labdáknál. A labdák aerodinamikai jellemzőit befolyásoló határréteg és annak leválása kulcsszerepet játszik a mozgás sebességében, és ha a leválás túl korán történik, az fokozhatja a labda kiszámíthatatlanságát. A Japánban végzett kutatások szerint a Jabulani túl hamar válik sima gömbbé, így elveszítve a szükséges aerodinamikai szabálytalanságokat.

Az aszimmetrikus varrásképp (a Jabulaninál) az aszimmetrikus aerodinamikai jellemzőikkel együtt fokozta a labda kiszámíthatatlan viselkedését, amely a játékosok számára komoly nehézséget okozott.

Továbbá, a magasan fekvő Johannesburgban (1750 méter tengerszint felett, a légköri nyomás akár 850 hPa, a levegő sűrűsége akár 1 kg/m^3 értékig csökken) a környezet nagyhatással volt a labda viselkedésére. Mivel a magasabban fekvő területeken a levegő ritkább, kisebb a légellenállás, így a labda hosszabb távolságot tehet meg ugyanakkora erővel rúgva. Ez magyarázhatja a világbajnokságon tapasztalt számos hosszú passzt és távoli lövéseket.

A Jabulani tehát olyan aerodinamikai jelenségeket mutatott, amelyek a korábbi labdákhoz képest kiszámíthatatlanabbá tették a játékot. A labda viselkedése komoly kihívást jelentett a profi futballisták számára is [9].

Megjegyezzük, hogy bár a jelen tanulmány terjedelmi okok miatt nem tér ki részletesen ennek vizsgálatára, érdemes figyelembe venni, hogy az elrúgás pillanatában a labda alakja a belapulás következtében – amely a belső nyomástól függő mértékben jelentkezik – eltérhet az ideális gömbformától [10]. Ez a deformáció befolyásolja az alaki tényezőt, ezáltal hatással lehet a labda aerodinamikai tulajdonságaira és mozgására. Az ilyen jellegű torzulások nagy sebességű kamerával pontosan megfigyelhetők. Emellett a labda repülése során fellépő sajátos rezgőmozgás szintén hozzájárulhat a pálya kiszámíthatatlanságához, bár ilyen rövid idő alatt és távolságon ez csupán kisebb perturbációként jelentkezik. A jelenség analóg módon szabad szemmel is megfigyelhető egy részlegesen leeresztett gumilabda elrúgásakor.

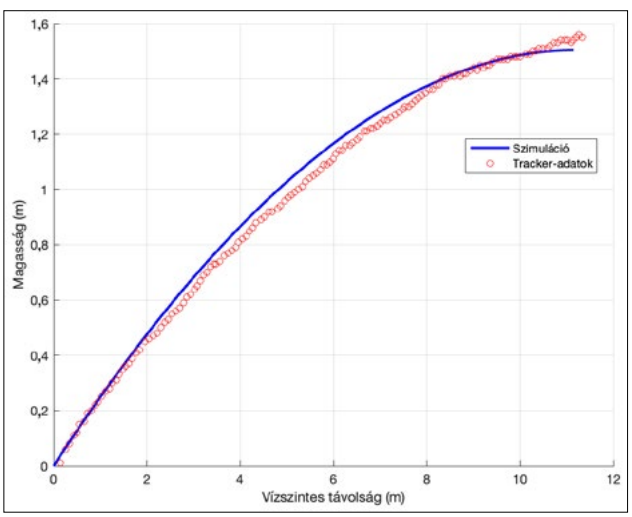
Videóanalízis

A felvételt egy iPhone 8 telefonkészülékkel készítettük 240 kép/másodperc sebességgel. A videóelemzés célja az alaki tényező fent tárgyalt változásainak ellenőrzése volt a megírt szimuláció segítségével. A felvételt a Tracker videóelemző programmal elemeztük, amely lehetővé tette a labda mozgásának pontos nyomon követését *(6. ábra)*. A 11 méteres távolság megtétele során összesen 152 képkockát rögzítettünk. A kísérlet során szélcsend volt, és az Adidas labda lényegesen nem csavarodott. A lövés pontosan a kapu közepénél, a felső kapufa alatt körülbelül 1 méterrel ért célba.



6. ábra. A Tracker videóelemző program az 5. képkocka adataival, a labda pályájával

A videóelemző programból exportált adatokat összehasonlítottuk a szimulációval, ami jó egyezést mutatott *(7. ábra),* így további vizsgálódásainkat a szimulációval folytathattuk.



7. ábra. A focilabda mozgásáról videóelemző program segítségével rögzített pálya alakja jó egyezést mutat a szimulációval készült pályáéval

A sebesség változása a mozgás során

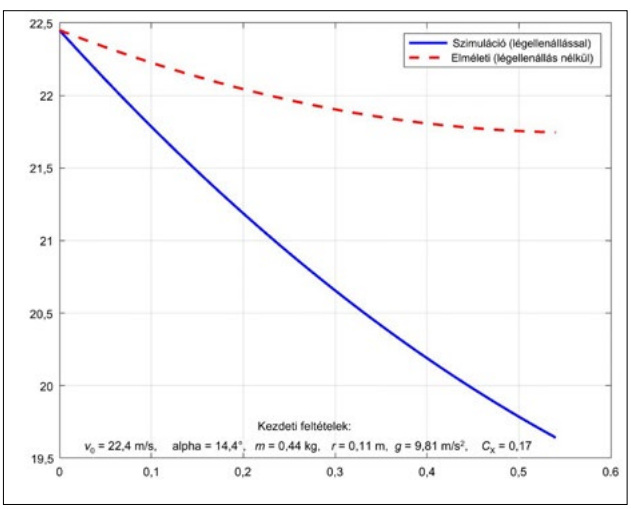
A videóelemző program értékei (a sebesség és a gyorsulás) bizonyos ingadozásokat mutattak, ami főleg abból adódott, hogy a labda közepét nem mindig pontosan detektálta a szoftver, így a sebesség és gyorsulásvektorok nagyobb szórást mutattak a deriválások miatt. Jobbnak találtuk a szimuláció használatát a sebesség időbeli változásának leírásához, amit a *8. ábra* szemléltet.

A *8. ábra* azt mutatja, hogy a labda sebessége folyamatosan csökken a rúgás után. Kezdetben a sebesség körülbelül 22,5 m/s, majd az idő előrehaladtával fokozatosan csökken, 0,5 másodperc után nagyjából 19,5 m/s-ra. Ez arra utal, hogy a labda mozgására ható erők – a légellenállás és a nehézségi erő – lassítják a labdát. A görbe alakja nem lineáris, ami arra utal, hogy a sebességváltozás nem egyenletes, hanem egyre csökkenő ütemben lassul. A szaggatott vonallal jelölt légellenállás nélküli sebességcsökkenést egyedül a nehézségi erő okozza.

Az átlagsebességet a *8. ábra* alapján az alábbi összefüggés szerint számíthatjuk ki:

$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{11\ \mathrm{m}}{0{,}54\ \mathrm{s}} = 20{,}37\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A kezdősebesség kiszámolására azonban nincs analitikus képlet, hiszen a közegellenállási erő sebességfüggő, így csak iterációs lépésekkel lehet meghatározni. Ha viszont



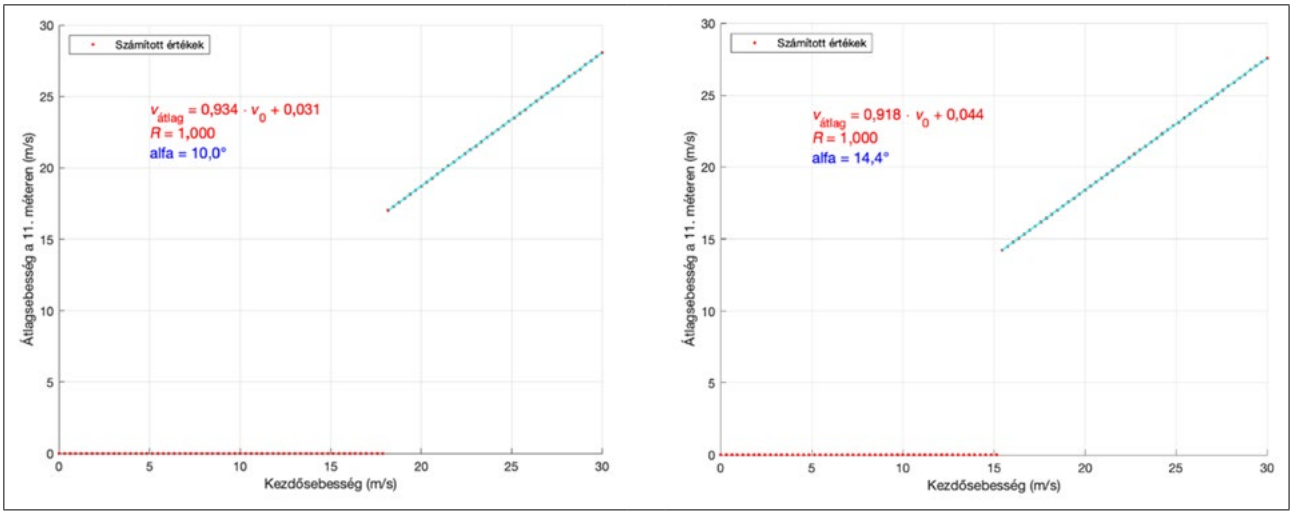
8. ábra. A 11 méteres rúgás során a labda mozgását ábrázoló sebesség–idő grafikon a szimuláció eredményei alapján. A szaggatott vonal a légellenállás nélkül számított sebességcsökkenést ábrázolja

a már elkészített szimulációnkat lefuttatjuk több (példánkban 100) különböző kezdősebességgel, akkor a *9. ábrán* látható diszkrét függvényt kapunk.

A függvény alapján leolvashatjuk a labda kezdősebességét a kiszámolt átlagsebesség alapján, de pontosabb értéket kapunk, ha egyenest illesztünk a függvény megfelelő szakaszára és az egyenes egyenletéből kifejezzük a kezdősebességet:

$$v_0 = \frac{\overline{v} - 0{,}044}{0{,}918} = \frac{20{,}37\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 0{,}044}{0{,}918} = 22{,}14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \approx 80\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

(*Megjegyzés:* a *9. ábra* jobb oldali szimulációjában 14,4 fokos szögben elrúgott labdával számoltunk, ami 15,3



9. ábra. Két különböző szögben elrúgott labda szimulációjának eredménye 100 különböző kezdősebesség-értékkel

m/s alatti sebességnél még nem éri el a kaput, hanem előtte a földre pattan.)

Mérés

Azért választottuk kísérletünkhöz a 11 méterről történő rúgásokat, hogy belelássunk a 11-es rúgások izgalmába: egy jól meglőtt büntető (25–30 m/s, azaz 90–108 km/h sebességgel) kb. 0,4–0,5 másodperc alatt ér a kapuba. A kapus reakcióideje átlagosan 0,2–0,3 másodperc, tehát gyakorlatilag már a rúgás előtt el kell döntenie, merre vetődik. Azaz ilyenkor a rúgónak egyértelmű esélye van gólt szerezni, ezért nagyobb is a felelőssége.

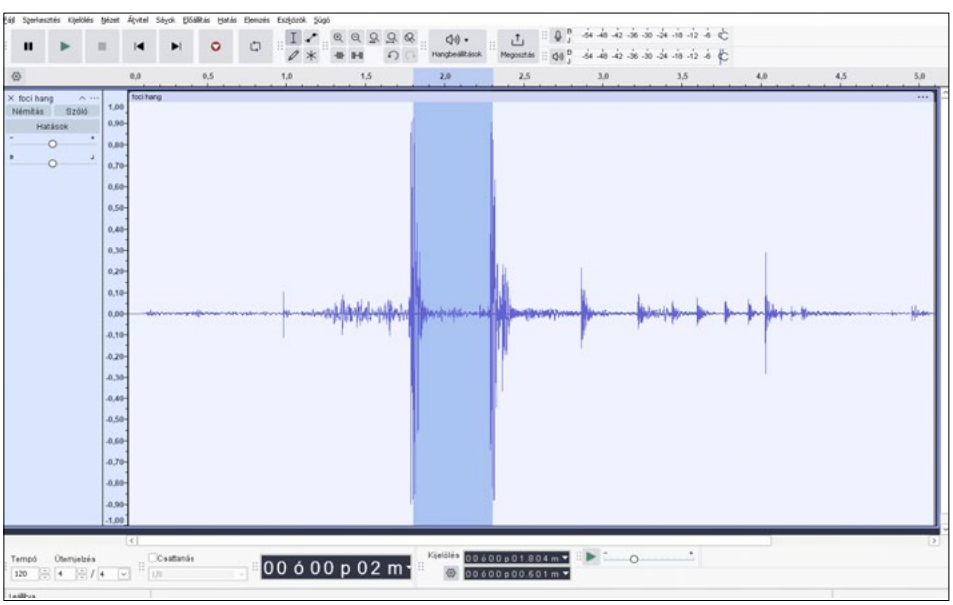
Ha a fenti videóanalízissel történő méréseket egyszerűsíteni szeretnénk, egy egyszerű hangfelvétel alapján is megbecsülhetjük a kezdősebességet. A mérés elvégezhető tornateremben, de szabad téren is. Fontos, hogy a választott hely csendes legyen. Mérjünk ki 11 méter távolságot mérőszalaggal egy faltól vagy egy palánktól. A tanuló fusson neki, és rúgja el erősen a labdát úgy, hogy a szemben lévő akadályt eltalálja! A lövésről készítsenek mobiltelefonnal hangfelvételt!

A hangfelvételt vizsgálják meg egy hangelemző programmal, pl. Audacity-vel *(10. ábra)*! A felvételen jól el kell különülnie a hangerő tekintetében a két eseménynek: a rúgás pillanatának és a becsapódás pillanatának. A két eseményt kijelölve olvassák le az események közötti időtartamot (Δt)!

A program kiírja a kijelölt rész, azaz a két esemény közötti időt: 0,501 s. Ebből az átlagsebesség kiszámítása:

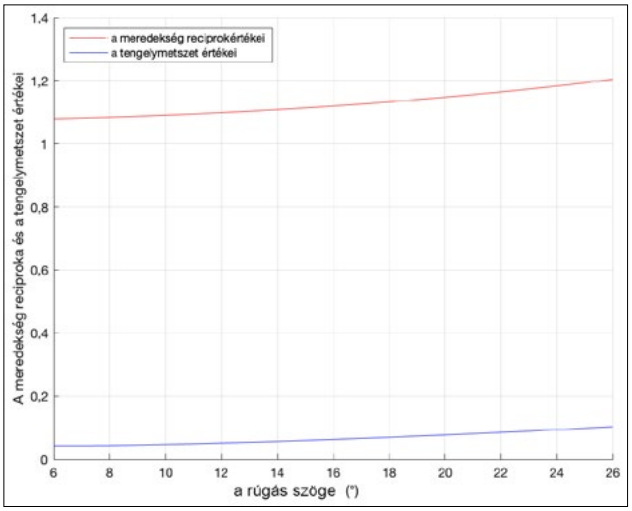
$$\overline{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{11\,\text{m}}{0{,}501\,\text{s}} = 21{,}96\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Ha a *9. ábrán* látható szimulációt kiterjesztjük egy szélesebb szögtartományra (6–26° alatt elrúgott labda), akkor a *11. ábrán* látható grafikont kapjuk.



10. ábra. Az Audacity hangelemzővel vizsgált hangfelvétel. A jobb alsó fekete téglalapban be lehet állítani a kijelölt rész időkülönbségét. A felvételen a labda további pattogása is megfigyelhető

Az elrúgott labda kilövési szöge kis mértékben befolyásolja a kezdősebesség meghatározását, ezért ennek becslése is szükséges a pontos elemzés érdekében. A legmegfelelőbb módszer a labda kapuba érkezési magasságának megfigyelése. A vizsgálatok alapján a felső kapufával egy vonalban történő érkezés körülbelül 26°-os szöget jelent, míg a gólvonalra pattanó labda esetében ez az érték megközelítőleg 6°. A kapu középső tartományába érkező labda tipikusan 12° és 18° közötti szöggel halad. A szög ismeretében a *11. ábra* alapján olvassuk



11. ábra. A *9. ábrán* látható szimuláció kiterjesztve 6–26° alatt elrúgott labdák átlagsebesség-kezdősebesség grafikonjára illesztett egyenesek paramétereivel. (6°-nál kisebb szögek esetében a labda nem éri el a kaput, 26°-nál nagyobb szögek esetében felső kapufát találja el a labda, vagy fölé megy

le a meredekség (m) reciprokát és a tengelymetszetet (b), majd helyettesítsük be az alábbi összefüggésbe:

$$v_0(14^\circ)=\frac{1}{m}(\overline{v}-b)=1{,}1(\overline{v}-0{,}04)=24{,}1\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Természetesen a pontosabb értékhez a videóanalízis és a szimuláció is szükséges, de ha elméletben ismertetjük az eljárást, és egy kis mozgást is akarunk a fizikaórákba vinni, az eljárás megfelelő.

Konklúzió

A tizenegyesek fizikai vizsgálata kitűnő lehetőséget nyújthat a tanulók számára a kinematika, a dinamika és az aerodinamika alapelveinek megértésére. Az olyan fogalmak, mint a ferde hajítás, a légellenállás vagy a Magnus-effektus könnyen szemléltethetők egy sporthoz kötött, gyakorlati példán keresztül. A modern technológiák, mint a lassított felvételek és a mozgáselemzés nemcsak a sportolók teljesítményének javítására alkalmasak, hanem didaktikai eszközként is kiválóan alkalmazhatók a fizika tanításában. Ezen megközelítés segítheti a diákok motivációját és a természettudományos gondolkodás fejlesztését, hiszen a mindennapi életben is megtapasztalható, környezetükből merített példákon keresztül sajátíthatják el a fizikát.

* * *

Köszönet *Pachman Istvánnak* és tanítványainak, *Stonawski Benjaminnak* és *Borbély Venczelnek* a cikk megírásához nyújtott segítségükért.

Irodalom

1. https://hu.wikipedia.org/wiki/Tizenegyes
2. A büntetők művészete – 10 gyilkos kérdés a tizenegyesekről, *FourFourTwo Magazin,* 2010. július
3. https://hu.wikipedia.org/wiki/Reynolds-sz%C3%A1m
4. https://pages.mtu.edu/~fmorriso/DataCorrelationForSphereDrag2016.pdf
5. https://www.givemesport.com/fastest-football-shots-ever-recorded/ [Letöltve: 2026. 09. 25.]
6. Firoz Alama, Harun Chowdhurya, Steven George, Israt Mustary, Gary Zimmer: Aerodynamic drag measurements of FIFA-approved footballs. *Procedia Engineering* 72 (2014) 703–708.
7. Takeshi Asai and Sungchan Hong: Sports Fluid Dynamics: Aerodynamics Of Sports Balls. 34rd International Conference on Biomechanics in Sports, Tsukuba, Japan, 2016
8. Takeshi Asai, Kazuya Seo. Aerodynamic drag of modern soccer balls. December 2013, *SpringerPlus* 2(1), 171. DOI: 10.1186/2193-1801-2-171
9. https://index.hu/tudomany/2010/06/23/mi_a_baj_a_vb-labdaval/
10. https://fizikaiszemle.elft.hu/archivum/fsz0708/juhasz.pdf

KÖNYVESPOLC

SÓLYOM JENŐ: FIZIKA ÉS CSILLAGÁSZAT A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIÁN 1825–2025

Kiadó: Magyar Tudományos Akadémia és az ELTE Humán Tudományok Kutatóközpontja, Budapest, 2026., 962 oldal, ISBN 978-963-416-536-1

Szabados László
HUN-REN CSFK Konkoly Thege Miklós Csillagászati Intézet, Budapest
E-mail: szabados@konkoly.hu

Sólyom Jenő akadémikus az elméleti szilárdtestfizika kutatójaként a legismertebb hazai fizikusok közé tartozik. Ismertsége mellett elismertsége is figyelemre méltó: szakmai díjai felsorolása helyett itt csak annyit említek, hogy hat éven át ő volt az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke, hat éven át pedig a Magyar Tudományos Akadémia Fizikai Tudományok Osztályának elnöki tisztjét is betöltötte (ennél tovább nem lehet osztályelnök valaki). E megbízatásai kapcsán is mélyreható ismereteket szerzett a hazánkban folyó fizikai és csillagászati kutatásokról.

Az utóbbi időben érdeklődése a két tudományág hazai művelésének történeti vonatkozásaira is kiterjedt, és ez irányú tevékenységének első jelentős eredményeként olvashattuk a 2022-ben megjelent „Fizika Magyarországon 1945 és 1959 között. A fizikai kutatás és egyetemi oktatás újjászervezése" című könyvét (Typotex, Budapest). Nyilván e mű kedvező fogadtatása és persze Sólyom professzor belső késztetése is hozzájárult ahhoz, hogy az abban a könyvben lefedett másfél évtizedes időszakot mindkét irányba kiterjesztve a hazai fizikát és csillagászatot immár 200 évre vonatkozóan tekintse át, amihez az „apropót" a Magyar Tudományos Akadémia megalapításának bicentenáriuma adta. E jeles évforduló alkalmából jelent meg a közelmúltban Sólyom Jenő újabb könyve a „Fizika és csillagászat a Magyar Tudományos Akadémián 1825–2025" címmel.

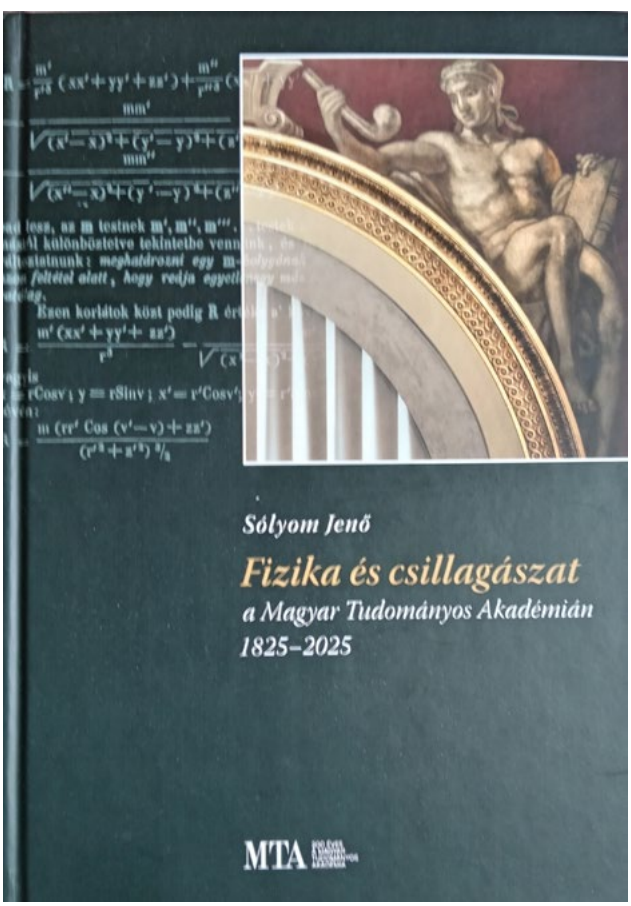
A közel ezer oldal terjedelmű könyv bemutatását a műhöz előszót író Kecskeméti Gábor – az MTA200 Elnökségi Bizottság elnöke, azóta már az MTA főtitkára – szavait idézve kezdem. Ő ezekkel a sorokkal méltatta a művet: „Sólyom Jenő [...] a fizika és csillagászat művelésének akadémiai kereteit a lehető teljességgel dolgozza fel. [...] A tények kimerítő teljességére és a mögöttük leírható folyamatok elmélyült elemzésére egyaránt vállalkozó monográfia sorra veszi a két tudományszak Akadémián belüli testületi hátterét (az osztályszerkezet és a tudományos bizottságok változásait), művelésük és támogatásuk intézményi formáit, teljeskörűen adatolja az MTA eddigi összes fizikus és csillagász tagját, akadémiai doktorát és kandidátusát. Az intézményi keretek között egyaránt kitér az akadémiai pályadíjakra, jutalmakra és kitüntetésekre, a fizikai tárgyú akadémiai folyóiratokra, a 2019-ig az Akadémia által irányított fizikai és csillagászati kutatóintézetekre és az egyetemeken működő akadémiai kutatócsoportokra, a kutatástámogatási programokra, a hazai tudományos társaságokhoz és a nemzetközi tudományos szervezetekhez fűződő viszonyra, a fizika tantárgy közoktatásban szereplő tananyagának kialakításában játszott akadémiai szerepre. Enciklopédikus teljesség! S mindez egyetlen szerző munkája, ami bámulatra méltó teljesítmény."

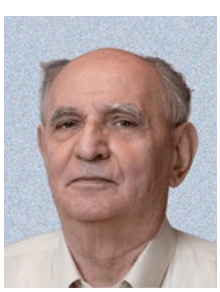
A két évszázad eseményeinek felidézése során a szerző arra helyezi a hangsúlyt, hogy az MTA mint intézmény milyen szerepet játszott a hazai fizikában és csillagászatban, hogyan befolyásolta azt, hogy e természettudományi diszciplínák művelői közül kiket választottak akadémikussá, és az ő szakmai tevékenységük bemutatásán kívül arról is szó esik, hogy milyen szerepet töltöttek be az Akadémia életében. A kötet részletesen tárgyalja a tudományterületen illetékes osztályok és tudományos bizottságok tevékenységét, beágyazva a Akadémia történetébe.

A könyv második része az MTA hazai és külföldi fizikus és csillagász tagjainak életrajzát közli. Itt szerepel továbbá a 200 év során akadémiai tisztségeket betöltött, valamint akadémiai kitüntetésben részesült fizikusok és csillagászok listája. Minthogy az MTA fontos feladatai közé tartozik a tudományos minősítés is, a fizika és csillagászat területén a tudomány kandidátusa, illetve doktora fokozatot (az MTA doktora címet) szerzett személyek és értekezésük címének terjedelmes listája teszi még teljesebbé a példa nélküli történeti és szakmai áttekintést.

A kötet külalakja és tipográfiája teljes összhangban van a tartalom alaposságával és gazdagságával. Néhány kiemelkedő személy, műszer, továbbá fontos dokumentumok képe is szerepel szövegközi ábrákon. Az olvasók eligazodását nagymértékben segíti a kötetben tárgyalt eseményeket és történéseket összefoglaló időrendi táblázat és az ugyancsak igen gondosan összeállított névmutató.

Az igényes kivitelnek megfelelően a könyv nem olcsó, ára még éppen négy számjegyű forint. Viszont a Kiadó – az ELTE Humán Tudományok Kutatóközpontja – ígérete szerint a pdf változat rövidesen szabadon letölthető lesz a világhálóról.





Szabados László (1948) az MTA doktora, emeritus kutatóprofesszor, címzetes egyetemi tanár. Kutatásaiban több mint fél évszázada változócsillagokkal foglalkozik, elsősorban cefeidákkal és kettőscsillagokkal. A Gaia asztrometriai űrszonda kutatási programjába az ő kezdeményezésére kerültek be a hazai csillagászok. Eddig 300 szakcikke és ennél több ismeretterjesztő írása jelent meg. Kiterjedt szerkesztői és lektori tevékenységet végez a fizika és a csillagászat terén. Detre László- és Kulin György-díjas, megkapta az MTA Eötvös József-koszorúját.



Lobélia-rozetták (Stonawski Tamás az MI alkalmazásával)