

Lineáris elektromos hálózatok topológiája

HENNYEY ZOLTÁN
a műszaki tudományok kandidátusa
(Híradástechnikai Tanszék)

Bevezetés

A topológia — annak ellenére, hogy szakembereink körében általában ismeretlen — nem új matematikai eszköz elektromos hálózatok problémáinak megoldására. Története immár egy évszázados; Kirchhoff a róla elnevezett topológiai szabályokat a múlt század közepén alkotta, és Poincaré szintén a múlt század második felében alapozta meg az elektromos hálózatok topológiáját.

Mindez egy olyan korban történt, amikor komplikáltabb áramköröknek nem volt technikai jelentőségük, és így a topológia érthetően feledésbe merült. Az elmúlt évtizedben a topológiával egyre többen foglalkoznak — Bayard¹ szerint azért, mert a technika mindinkább bonyolult áramköröket használ, és most már nem érdektelen a hálózat-problémák közvetlen megoldásának eszköze.

Ez a dolgozat egy topológiai sorozat első közleménye, mely az elemi (csatolt ágakat nem tartalmazó) hálózatokkal foglalkozik. Kirchhoff topológiai szabályai² is éppen ilyen elemi hálózatok problémáinak megoldását célozzák. Az utóbbi évtized topológiai dolgozatainak szerzői szintén elemi hálózatokra szorítkoznak, és a Kirchhoff-topológia egy-egy részletkérdését kiragadva, azt finomítják. Jelen dolgozat sem kivétel ez alól: lényegében a Kirchhoff-féle topológiai szabályok gyakorlatilag célszerű átfogalmazásáról lesz szó. Ezeket a szabályokat — és ennyi új van benne — általánosabban írjuk fel arra az esetre, ha a hálózat ágai aktívak és nem egyöntetűen vagy impedanciákkal, vagy admittanciákkal vannak paraméterezve, hanem e kettővel vegyesen.

A második topológiai dolgozat a legáltalánosabb lineáris hálózatokkal foglalkozik, ahol az ágak között passzív vagy aktív csatolás is lehet. Ilyen hálózatokra Kirchhoff topológiai szabályai már nem alkalmazhatók. Ezeket az »aktív transzformátor« fogalmának bevezetésével teszi egyöntetűvé, és topológiai szabályokkal kezelhetővé e második közlemény.

Az aktív hálózatok technikai jelentőségét az elektron-csöves áramkörök adják meg. A modern technikában egyre nagyobb szerephez jutnak a tranzistoros áramkörök, melyek szintén aktív hálózatok. Ezek problémáinak megoldásánál — fokozott bonyolultságuk miatt — még nagyobb jelentőségre számíthat a topológiai apparátus.

¹ Bayard az irodalmi jegyzék (5) alatti Lantieri-cikk bevezetésében írja ezt.

² L. az (1) alatti Cauer-könyv 23. oldalán.

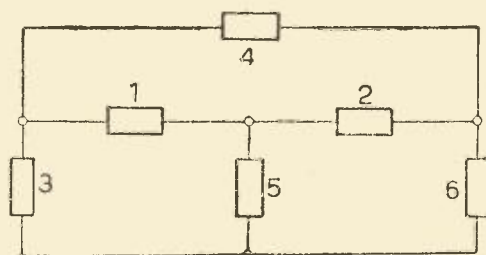
I. ELEMİ HÁLÓZATOK

1. Alapfogalmak

Hálózat alatt elektromos elemek tetszőszerinti kapcsolását értjük. Ha ezek az elemek valamennyien lineárisak, akkor lineáris hálózatról beszélünk.

A következőkben lineáris hálózatokra szorítkozunk.

Ha a kapcsolatban előforduló elemek mind kétpólusok (a hálózat nem tartalmaz csatolt ágakat, pl. transzformátort), akkor ezt a kapcsolást *elemi hálózatnak* nevezzük. Ilyen például az 1. ábrán látható hálózat, mely hat kétpólusból van felépítve.



1. ábra.

Az elemi hálózat ágaiban legyenek általában aktív kétpólusok, röviden *generátorok*, melyek egyetlen frekvenciát termelnek. Ez a »forrás-frekvencia« legyen általában komplex, melynek valós része adja az amplitudó exponenciális változásának mértékét, képzetes része pedig a periodicitást:

$$f_i = \delta_i + j\omega_i \quad (1)$$

Ez a komplex frekvencia azt jelenti, hogy az i -edik ágban levő generátor forrás-feszültsége:

$$e_i(t) = E_i e^{p_i t} \quad (2)$$

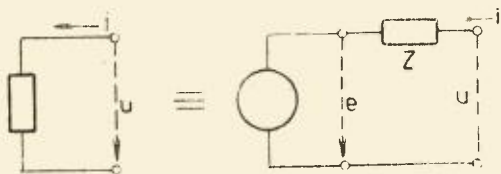
illetve forrás-árama:

$$f_i(t) = F_i e^{p_i t} \quad (3)$$

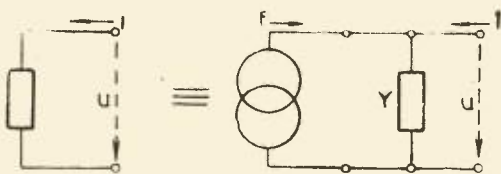
alakú időfüggvény. Ezek a formulák a komplex pillanatnyi forrásfeszültséget, illetve forrásáramot adják, melyek fizikai jelentését — a komplex írásmódban megszokott szimbolizmussal — a valós rész képviseli. Az »E« és »F« betűk a fenti formulákban a forrás-paraméterek komplex — tehát a kezdőfázist is tartalmazó — amplitudóit jelentik.

Egy generátor elektromos sajátosságait a Thevenin, vagy a Norton helyettesítőképpel tehetjük

szemléletes. Mindkét helyettesítő-képben két elemi kétpólus szerepel. A Thevenin-képben egy feszültség generátor és egy soros impedancia, a Norton-képben pedig egy áram-generátor és egy parallel



2a. ábra. Thevenin-kép
Általános gen. = feszülts. gen. + soros imp.



2b. ábra. Norton-kép
Általános gen. = áram-gen. + parallel adm.

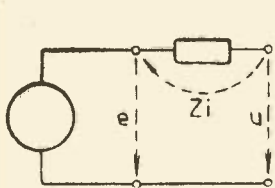
admittancia helyettesíti az általános generátort (2. ábra). A helyettesítő-képekben szereplő speciális generátorokat az jellemzi, hogy a feszültség-generátor konstans feszültséget, az áram-generátor pedig konstans áramot ad. (Jelölésük a 2. ábrában látható.)

A feszültség-generátort $e(t)$ forrásfeszültsége, az áramgenerátort pedig $f(t)$ forrás-árama jellemzi. A Thevenin kapcsolás paraméterei így két függvény: $e(t)$ és $Z(p)$; a Norton-kapcsolás paraméterei pedig: $f(t)$ és $Y(p)$. (Az impedancia és admittancia általában a frekvencia függvényei!) Mindkét helyettesítő-képhez az általános generátor karakterisztikájának egy-egy formája tartozik, melyeket kézenfekvően Thevenin-, ill. Norton-formának nevezhetünk.

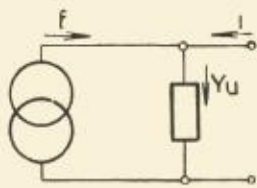
A Thevenin-karakterisztika a 3. ábrában látható Thevenin-képből olvasható ki:

$$u = Zi + e \quad (4)$$

(A kis betűk általában időfüggvényeket jelentenek.) (4)-ből rögtön kitűnik, hogy üresjárásban —



3. ábra.



4. ábra.

amikor $i = 0$ — az u kapocs-feszültség egyenlő a forrás-feszültséggel. Ha a forrásfeszültség azonosan zérus — $e(t) = 0$ —, akkor a kétpólus passzívvá válik és a (4)-karakterisztika Ohm törvényébe megy át.

A Norton-karakterisztika a 4. ábrából olvasható ki:

$$i = Yu - f \quad (5)$$

Innen látható, hogy ha $u = 0$ — azaz rövidzársban — az i kapocs-áram egyenlő a *negatív forrás-árammal*. (Ezt az előjelet később kiderülő okból választottuk negatívnak.) Ha a forrás-áram zérus, akkor a kétpólus passzívvá válik.

Az általános generátor akár Thevenin, akár Norton helyettesítő-képpel ábrázolható, tehát kézenfekvően felmerül a helyettesítőképek *ekvivalenciájának* kérdése. (Ekvivalens két kétpólus, ha karakterisztikájuk azonos.)

A (4) egyenlet alakjára hozható az (5) is megfelelő átrendezéssel és Y -nal való osztással; így

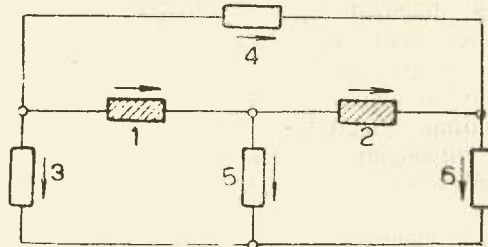
$$u = \frac{1}{Y} i + \frac{f}{Y} \quad (6)$$

és innen kiolvashatók — (4)-et (6)-tal egybevetve — az ekvivalencia feltételei:

$$Z = \frac{1}{Y}, \text{ ill. } ZY = 1 \quad (7)$$

$$e = \frac{f}{Y}, \text{ ill. } \frac{e}{f} = Z$$

Most már látjuk, hogy az (5)-ben a forrásáram előjelét azért volt célszerű negatívnak választani, mert így az ekvivalencia feltételeiben negatív előjel nem szerepel. Azt is látjuk, hogy ha a generátor impedanciája, vagy admittanciája zérus, (extrém generátor, vagy extrém passzív kétpólus



5. ábra.

esete) akkor csak az egyik helyettesítőképről, illetve a karakterisztika csak egyik formájáról beszélhetünk. Ebben az esetben ugyanis a generátor vagy feszültség-generátorra (ha $Z = 0$), vagy áram-generátorra (ha $Y = 0$) fajul; ha még a forrás-paraméter is zérus, akkor (ha $Z = 0, e = 0$) *rövidzárrá*, illetve ($Y = 0$ és $f = 0$ esetben) *szakadássá* válik. Zérus impedancia esetén csak a Thevenin, zérus admittancia esetén pedig csak a Norton helyettesítő képnek van értelme.

Általában viszont mindkét helyettesítőkép létezik, és önkényes, hogy a hálózat egy ágában levő generátor számára melyiket választjuk. A kényeszerű vagy önkényes választás után a hálózat minden ágát lássuk el helyettesítőképpel; így a hálózat i -edik ága vagy Z_i és e_i -vel paraméterezett *Thevenin-ággá*, vagy Y_i és f_i -vel paraméterezett *Norton-ággá* válik. A Thevenin-ágakat röviden *impedanciáknak* fogjuk nevezni, és az 5. ábra mintájára (üres téglányokkal jelöljük; a Norton-ágakat pedig *admittanciáknak* is nevezhetjük, és sraffozott téglányokkal jelöljük. Az 5. ábrán látható hálózat egyes ágainak paraméterei tehát rendre:

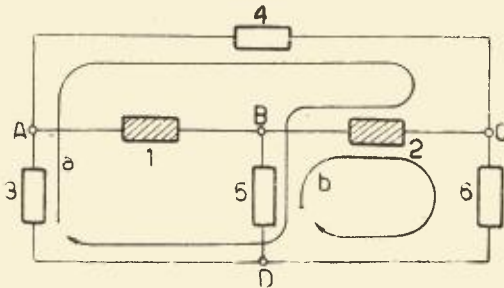
$(Y_1, f_1), (Y_2, f_2), (Z_3, e_3), (Z_4, e_4), (Z_5, e_5)$ és (Z_6, e_6) .

Természetesen minden ághoz rendelniünk kellett egy mérőirányt, különben a forrás-paraméterek — és az elektromos állapotot leíró kapocs-paraméterek is — előjelre határozatlanok lennének. A mérőiránnyal ellátott ágakat *irányított ágaknak* nevezzük. (Az irányítás a közös feszültség- és áram-mérőirányokat adja.)

Az ágak megfelelő átszámozásával mindig elérhetjük, hogy a Norton-ágak kapják a kis számokat, a Thevenin-ágak pedig a nagyokat. (Az 5. ábrában a számozás már ennek megfelelő.)

Az 5. ábrabeli hálózatot *4 pontos teljes hálózatnak* nevezhetjük, mert a hálózat bármely két csomópontja között egyértelműen egy ág helyezkedik el.

Ha általában egy P -pontos hálózat teljes (minden pontpár-kombinációhoz tartozik egy ág), akkor



6. ábra.

az ágak száma P -vel kifejezhető, és könnyen beláthatóan:

$$A = \binom{P}{2} \quad (8)$$

2. Alapfeladat

Feladatunk a megadott elektromos hálózat (stacioner) elektromos állapotának a meghatározása. Ezt az elektromos állapotot az ág-feszültségek és ág-áramok összessége — konkrét 4-pontos teljes hálózatunk kapcsán tehát 12 paraméter — írja le. Ennek a 12 ismeretlennek a meghatározására 12 egyenletet kell felírunk. 6 egyenlet adnak az ágak karakterisztikái, további hatot pedig a Kirchhoff-törvények — feladatunk tehát e 12 egyenletből álló lineáris egyenletrendszer megoldásával oldható meg.

A topológia célkitűzése ezeket a megoldásokat az egyenletrendszer felírása nélkül közvetlenül a hálózat strukturája alapján megadni. A megoldás »topológiai« úton való meghatározása nemcsak az általában bonyolult egyenletrendszer felírását kerüli el, hanem az egyenletrendszer megoldásának fáradságos és sok hibaforrást rejtő útja helyett a megoldást a hálózat felépítése alapján közvetlenül adja.

A topológia tehát a hálózat felépítésének vizsgálatára van alapozva. Egy hálózatban — tartsuk szem előtt most az 5. ábra hálózatát — az ágakon kívül csomópontokról és áramkörökről kell beszélnünk. A 6. ábrában megjelöltük a 4-pontos teljes hálózat (6. ábra) csomópontjait, és például két

áramkört. Az »a« áramkör a 3—4—2—5—ágakon halad, a »b« pedig az 5—2—6—5 ágakon (Az áramkör első ágát utolsónak is beírtuk, jelezve hogy az áramkör záródik.)

Az ágak száma (A) a hálózat egyik fontos topológiai jellemzője. A másik — a csomópontok száma helyett — a hálózat »feszültség-szabadságfoka«, mely 1-gyel kevesebb a pontok számánál

$$A_u = P - 1 \quad (9)$$

Ennek jelentése: legfeljebb ennyi ágba lehet az ágfeszültségeket függetlenül megválasztani anélkül, hogy Kirchhoff huroktörvényébe ütköznénk.

Ezt a tételt így láthatjuk be: minden pontba önkényesen felvehetjük a potenciálokat Kirchhoff törvényének megsértése nélkül. Ezek a potenciálok egyértelműen meghatározzák a potenciál-különbségeket, azaz a feszültségeket. Valamelyik pont potenciálja viszont önkényesen nullának rögzíthető, tehát az összes feszültségeket a többi ($P - 1$) potenciáladat egyértelműen meghatározza. A függetlenül választható feszültségek száma tehát valóban a fent definiált »feszültség-szabadságfok«.

A feszültségszabadságfok duálja az »áramszabadságfok« (A_i), mely a Kirchhoff-törvény megsértése nélkül függetlenül választható áramok számát adja. Egy hálózat minden ágában vagy a feszültséget, vagy az áramot szabadon választhatjuk. (E tétel korántsem »könnyen-belátható« bizonyítását mégis mellőzzük.) Ha tehát A_u ágba szabadon választottuk a feszültségeket, a maradék

$$A_i = A - A_u \quad (10)$$

ágban nyilván az áramokat választhatjuk szabadon. A tárgyalt (6. ábrán adott) hálózatban az ágak száma: $A = 6$, a csomópontoké pedig: $P = 4$. A (9) és (10) egyenletek alapján tehát

$$A_u = 3 \text{ és } A_i = 3 \quad (11)$$

3. Extrém hálózatok

Ezekután áttérünk a legfontosabb topológiai fogalom, az »extrémizálás« tárgyalására. A hálózat egy ágát extrémizálni annyit jelent, mint impedancia- ill. admittancia-paraméterét zérussá vagy végtelenné tenni. A zérussá-tevést *természetes*, a végtelenné-tevést pedig *lényeges extrémizálásnak* nevezzük.

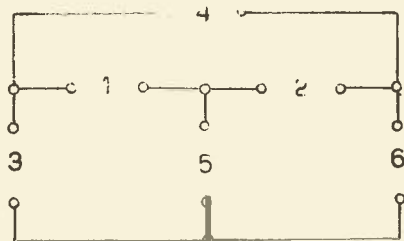
Amikor egy impedanciát (Thevenin-ágot) illetve egy admittanciát (Norton-ágot) természetesen extrémizálásnak vetünk alá (azaz Z -t, ill. Y -t zérussá tesszük), akkor a kérdéses általános generátorból *passzív rövidzár* ill. *szakadás* keletkezik. Ha pedig ugyanezen ágakra lényeges extrémizálást alkalmazunk (azaz Z -t ill. Y -t végtelenné tesszük akkor fordítva: az impedanciából lesz szakadás és az admittanciából rövidzár.

Valamilyen hálózat egy extrémizálását úgy adjuk meg, hogy felsoroljuk a lényegesen extrémizált ágak indexét. Például a tárgyalt 6. ábrabeli hálózat (2,4)-jelű extrémizálása azt jelenti, hogy az Y_1, Z_3, Z_5 és Z_6 ágakat természetesen extrémizáljuk, azaz ezeket a paramétereket zérussá tesszük, az Y_2 és Z_4 ágakat pedig lényegesen, azaz ezeket

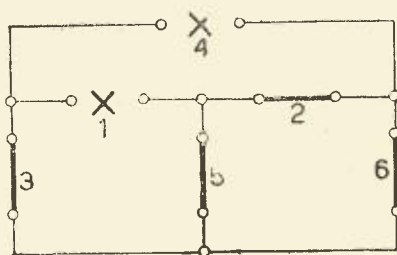
paramétereket végtelenné tesszük. Egy ilyen extrémizált hálózatot úgy ábrázolunk, hogy felajzoljuk az extrémizált ágakból készített — rövidzárrakból ($Y = \infty$, és $Z = 0$ esetén) és szakadásokból ($Y = 0$ és $Z = \infty$ esetén) álló — »extrém hálózatot«.

Ha egy elemi hálózatból »kiemeljük« a kétpólusokat, és csak az összekötő vezetőket rajzoljuk meg, akkor a hálózat »konnektorához« jutunk. Például a 5. ábra hálózatának konnektora a 7. ábrában ábrázolható.

Az extrém hálózatot úgy származtatjuk, hogy a hálózat konnektorát az extrémizálásnak meg-



7. ábra.



8. ábra.

előzően rövidzárakkal vagy szakadásokkal lezárjuk. A tárgyalt (2,4)-jelű extrémizáláshoz így a 8. ábra extrém hálózata tartozik (a rövidzárakat folytonos vonallal, a szakadásokat pedig a konnektor pólusárja közé rajzolt kereszttel ábrázoltuk.) Ha most a rövidzárakat és szakadásokat *aktív* tesszük — azaz a rövidzárakból feszültség-, a szakadásokból pedig áram-generátorokat csinálunk —, akkor két eset lehetséges; vagy ellentmondásba kerülünk, vagy a hálózat minden áramát és feszültségét az előírt forrásáramok és forrásfeszültségek segítségével egyértelműen meghatározzuk.

Ellentmondásba akkor jutunk, ha egy zárt áramkörben csupa rövidzár volt, és ezeket feszültség-generátorokká aktivizáljuk. Ebben az esetben ugyanis Kirchhoff törvénye szerint a hurokban levő forrásfeszültségek (előjeles) összegének zérust kell adni, és tehát nem választhatjuk őket szabadon. Ez az eset a 8. ábrán is ahol a 2-es, 5-ös és 6-os rövidzárak hurkot alkotnak. A másik lehetősége az ellentmondásnak az, ha valamelyik csomóponton csupa szakadás fut. Ugyanis az aktivizálás után ezek mind áramgenerátorok lesznek, és a csomóponti Kirchhoff-törvény értelmében a forrásáramok (előjeles) összege zérust kell, hogy adjon: a forrásáramok tehát nem választhatók szabadon. Ilyen eset a 8. ábrában nem fordul elő.

Egy hálózatban a feszültség-szabadságfokot (A_u) és áramszabadságfokot (A_i) már értelmeztük. Könnyű belátni, hogy egy extrém hálózat aktivizálása feltétlenül ellentmondásra vezet, ha a rövidzárak extrémizált ágak száma nem egyezik A_u -val, és ennek következményeként a szakadások extrémizált ágak száma A_i -vel. Ugyanis éppen ezek a számok adják a függetlenül választható forrásfeszültségek és forrásáramok számát. Azokat az extrémizálásokat, ahol rövidzárak éppen A_u , szakadások pedig A_i ágat extrémizálunk: *kanonikusnak* nevezzük.

A tárgyalt hálózatban a feszültség-szabadságfok 3, az áram-szabadságfok szintén 3. Egy extrémizálás aktívra tétele után tehát csak akkor nem biztos, hogy ellentmondásra jutunk, ha 3 ágat rövidzárak, 3-at pedig szakadások extrémizálunk, ez a kanonikus extrémizálás, mely vagy aktivizálható hálózatra vezet, vagy nem-aktivizálható. Minden más esetben *biztos*, hogy ellentmondáshoz vezet az aktivizálás, tehát elegendő a kanonikus extrémizálásokat megvizsgálni.

Állítsuk össze az 5. ábrabeli teljes »négy pont-hálózat« összes kanonikus extrémizálását. Két Norton- és négy Thevenin-ág van ebben a hálózatban, tehát kanonikus extrémizáláshoz a következő módokon juthatunk: a lényeges extrémizált ágak száma és jellege

1. egy Thevenin-ág (így az extrém hálózatban a három megmaradó — természetesen extrémizált — Thevenin-ág válik rövidzárak), vagy
 2. egy Norton- és két Thevenin-ág, vagy
 3. két Norton- és három Thevenin-ág.
- Több lehetőség nyilván nincs (nincs több Norton-ág).

Az összes kanonikus extrémizálás száma (6 ágból 3 rövidzár)

$$\binom{6}{3} = 20.$$

Általában, ha A az ágak száma, A_u és A_i a feszültség-, ill. áram-szabadságfokokat jelenti, a kanonikus extrémizálások száma:

$$\binom{A}{A_u} = \binom{A}{A_i}$$

A 20 kanonikus extrémizálás a fenti három csoportba osztva a következő: (extrémizálás jele a lényegesen extrémizált ágak indexéből van összetéve)

- 1): (3), (4), (5), (6);
- 2): (134), (135), (136), (145), (146), (156), (234), (235), (236), (245), (246), (256);
- 3): (12345), (12346), (12356), (12456).

Az így nyert extrém hálózatok ágait aktivizálva 16 esetben nem jutunk ellentmondásra, de négy esetben igen. Éspedig az (5), (146), (234) és (12356) jelű extrémizálások vezetnek *nem-aktivizálható* extrém hálózatokra.

Az aktivizálhatóság szükséges és elégséges feltétele az, hogy az extrém hálózatban minden csomópont rövidzárakkal egyetlen összefüggő rendszerbe

legyen összekapcsolva (a csomópontok »ekvipotenciálissá« legyenek téve), de bármelyik rövidzár megszakításával ez a sajátság megszűnjék (egyetlen rövidzár se legyen »felesleges«, azaz ne legyen az extrém hálózatban zárt hurok.) Így természetesen a szükséges rövidzárak száma eggyel kevesebb, mint a csomópontok száma. A kanonikus extrémizálás — a rövidzárak számának $(P-1)$ -gyel való egyenlősége — az aktivizálhatóságnak tehát valóban szükséges feltétele.

Rendeljünk minden kanonikus extrémizáláshoz egy *együtthatót*, mely kétpólus-hálózatok esetén vagy 1, vagy 0 aszerint, hogy az extrém hálózat aktivizálható, vagy nem. Formulában azt például, hogy a tárgyalt hálózat (3), vagy (136) jelű extrémizálási aktivizálható, így fejezzük ki:

$$c_3 = 1 \text{ és } c_{136} = 1.$$

Azt viszont, hogy az (5), vagy (146) indexű extrémizálások nem-aktivizálható extrém hálózatot adnak, így írjuk fel:

$$c_5 = 0 \text{ és } c_{146} = 0.$$

Térjünk át ezután a topológiai szabályokra.

4. Topológiai szabályok

Az első topológiai szabály:

A hálózat determinánsa (ennek értelmét és alkalmazását később látjuk) annyi tagból álló összeg, ahány kanonikus extrémizálás van. Minden kanonikus extrémizálásnak megfelel a hálózatdetermináns egy tagja, melynek tényezői az extrémizálás együtthatója és a lényegesen extrémizált ágak admittanciái, ill. impedanciái.

A »determináns« elnevezést az indokolja, hogy ez a megoldandó lineáris egyenletrendszer együtthatóinak determinánsa.

A hálózat determinánsát tehát általánosságban így írhatjuk fel:

$$\Delta_H = \sum_{ex} c_{ex} P_{ex} \tag{11}$$

hol az »ex« index egy kanonikus extrémizálás indexét jelenti és a szummáció valamennyi kanonikus extrémizálásra végzendő. A képletben » c_{ex} « az extrémizálás együtthatója, » P_{ex} « pedig a lényegesen extrémizált ágak admittanciáinak, ill. impedanciáinak szorzata.

Ennek a szabálynak értelmében a tárgyalt hálózat determinánsa:

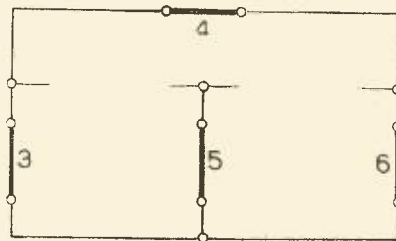
$$\begin{aligned} \Delta_H = & c_3 Z_3 + c_4 Z_4 + c_5 Z_5 + c_6 Z_6 + \\ & + c_{134} Y_1 Z_3 Z_4 + c_{135} Y_1 Z_3 Z_5 + \\ & + \dots + c_{1245} Y_1 Y_2 Z_4 Z_5 Z_6 \end{aligned} \tag{12}$$

Ez a kifejezés még akkor is, ha a c együtthatókat (1 vagy 0) behelyettesítjük, 16 tagból áll és eléggé áttekinthetetlen. Algebrailag áttekinthetőbb formára jutunk, ha a hálózatdeterminánst a következő »topológiai gondolatmenettel« írjuk fel.

Kiindulunk a hálózat ágainak természetes extrémizálásából. Ez a 9. ábrában látható — nem aktivizálható — extrém hálózathoz vezet. Itt a bajt az

okoza, hogy túl sok a rövidzár (minden Thevenin ágból rövidzár lett), és a 3-as, 4-es és 6-os ágak hurkot alkotnak; az egyik tehát fölösleges. Ezen a bajon úgy segíthetünk, hogy a felsorolt három ág közül az egyiket megszakítjuk, azaz ezt a Thevenin-ágot lényegesen extrémizáljuk. Így a hálózatdetermináns összes tagját kapjuk melyben az Y_1 és Y_2 paraméterek nem szerepelnek azaz a Norton-ágak természetesen vannak extrémizálva.

A hálózatdetermináns tagjai közül egy második csoportba akarjuk gyűjteni azokat, melyek a



9. ábra.

Y_1 -gyet tartalmazzák. Itt tehát az 1-es Norton-ág lényegesen (rövidzár) van extrémizálva. A harmadik csoport tagjaiban csak Y_2 szerepel, a negyedikben pedig az $Y_1 Y_2$ szorzat. Természetesen a közös Y -tényezőket csoportonként kiemelhetjük.

A hálózatdetermináns topológiai gondolatmenetel való felírása előtt megállapítjuk, hogy a topológiai gondolatmenet és a hozzátartozó algebraforma egymásnak az alábbi könnyen belátható szabályok szerint »megfelelnek«:

1. A természetes extrémizálásnak az »1« tényező a lényeges extrémizálásnak az illető ág admittanciája, vagy impedanciája felel meg. Tehát az i -edik Norton-ág rövidzárásának »algebrai fordítása« Y_i ; a j -edik Thevenin-ág megszakítása algebra nyelven: Z_j .

2. A feltételek *vagylagosságának* algebrailag az összeadás; *egyidejűségének* pedig a szorzás felel meg. Így a 2-es Norton ág rövidzárása és a 4-es Thevenin-ág egyidejű megszakítása (a többi Norton-ág szakadás és Thevenin-ág rövidzár!) algebra nyelven: $Y_2 Z_4$. Vagy például: az 1-es Norton-ág rövidzárása és ezzel egyidejűleg a 3-as vagy 5-ös Thevenin-ág megszakítása így fejezhető ki:

$$Y_1(Z_3 + Z_5).$$

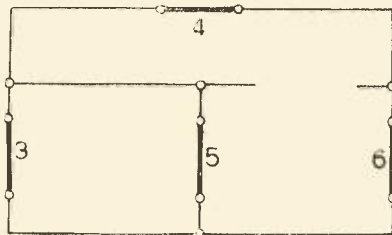
Ezeket a szabályokat szem előtt tartva, a (12) alatti hálózatdeterminánst így írhatjuk fel az Y -ok szerint rendezve:

a) Ha a Norton-ágakat természetesen extrémizáljuk, azaz szakadásnak rögzítjük ezeket, akkor (l. 9. ábrát) az aktivizálhatóság elérésének feltétele hogy vagy a 3-as, vagy a 4-es, vagy a 6-os ágot megszakítsuk. Algebrailag:

$$Z_3 + Z_4 + Z_6 \tag{13}$$

b) Ha az 1-es Norton-ágot rövidzárjuk, a 2-es Norton-ágot pedig szakadásnak rögzítjük, akkor

a 10. ábrán adott extrém hálózathoz jutunk (a Thevenin ágak természetes extrémizálásban!). Itt már az aktivizálhatóságot csak két Thevenin-ág megszakításával érhetjük el. Éspedig a 3-as, az 5-ös és a (4 + 6)-os Thevenin-ágak közül kettőt kell megszakítanunk. A (4 + 6)-os egy összetett



10. ábra.

Thevenin-ág, melyet (aktivizálhatóan) úgy szakítunk meg, hogy vagy a 4-es, vagy a 6-os ágat szakítjuk — az ennek megfelelő kifejezés: $Z_4 + Z_6$.

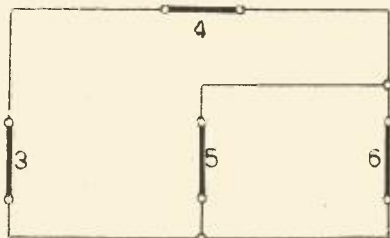
Fordítsuk most le az egészet algebrai nyelvre. Az 1-es ág rövidzárásának kifejezése: Y_1 . Ez a hálózatdetermináns most gyűjtendő tagjaiban szimultán-feltétel, tehát Y_1 szorzó. A 3-as és 5-ös ágak megszakításának algebrai kifejezése: Z_3 ill. Z_5 , a (4 + 6) ág kanonikus megszakításáé pedig $(Z_4 + Z_6)$. Így tehát a hálózatdetermináns megfelelő része:

$$Y_1[Z_3Z_5 + Z_3(Z_4 + Z_6) + Z_5(Z_4 + Z_6)] \quad (14)$$

c) Ha a 2-es Norton-ágat zárjuk rövide az 1-es pedig szakadásnak rögzítjük, akkor a 11. ábrához jutunk. Itt is kihangsúlyoztuk, hogy az aktivizálhatóság helyreállítása céljából — ebben a csoportban — az 1-es szakadás és a 2-es rövidzár érintése nélkül megfelelő számú Thevenin-ágat kell megszakítanunk, tehát a rögzítetten extrémizált Norton-ágakat nem is rajzoltuk. Itt az aktivizálhatóságot szintén két Thevenin-ág megszakításával érhetjük el. Éspedig: a (3 + 4), 5 és 6-os ágak közül kettőt — bármelyik kettőt — kell megszakítanunk. Így tehát a hálózatdetermináns megfelelő része a (14)-hez hasonlóan:

$$Y_2[(Z_3 + Z_4)Z_5 + (Z_3 + Z_4)Z_6 + Z_5Z_6] \quad (15)$$

d) Végül, ha mind az 1-es, mind a 2-es Norton-ágakat rövidzárnak rögzítjük, akkor a 12. ábra



11. ábra.

extrém hálózatát kapjuk. Itt is csak a Thevenin-ágakat rajzoltuk természetes extrémizálásban. Az aktivizálhatóságot három Thevenin-ág megszakí-

tásával érhetjük el. Éspedig: a 4-es ágat feltétlenül meg kell szakítanunk (Z_4) és ezzel egyidejűleg a 3-as, 5-ös és 6-os ágak közül bármelyik kettőt — azaz lefordítva: $Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6$. Így a hálózatdetermináns utolsó része:

$$Y_1Y_2Z_4(Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6) \quad (16)$$

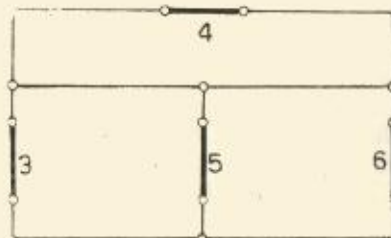
A (13)...(16) kifejezéseket összeírva — kis átrendezéssel — kapjuk a hálózatdetermináns kifejezését most már áttekinthetőbb algebrai formában:

$$\begin{aligned} \Delta_H = & [Z_3 + Z_4 + Z_6] + \\ & + Y_1[Z_3Z_5 + (Z_3 + Z_5)(Z_4 + Z_6)] + \\ & + Y_2[(Z_3 + Z_4)(Z_5 + Z_6) + Z_5Z_6] + \\ & + Y_1Y_2Z_4[Z_3Z_5 + Z_3Z_6 + Z_5Z_6] \end{aligned} \quad (17)$$

Figyelemreméltó, hogy ebben a felírásban már nem szerepelnek az extrémizálás együtthatói, hiszen automatikusan csak a $c = 1$ együtthatójú extrémizálások kerülhettek szóba.

A hálózatdetermináns persze nemcsak a (17) formában írható fel topológiai gondolatmenet algebrai fordításaként. Minden topológiai gondolatmenethez tartozik egy algebrai forma.

A második topológiai szabály a »csatolás« determinánsára vonatkozik (ennek értelmét is később látjuk), és így hangzik:



12. ábra.

A csatolás determinánsa annyi tagból álló összeg, ahány »szubkanonikus« extrémizálása van a »maradék-hálózatnak«. A maradék hálózatot úgy kapjuk, hogy a keresett Δ_{pq} csatolási determináns indexének megfelelően elhagyjuk a hálózatból a p -edik és q -adik ágakat. »Szubkanonikus« extrémizálás alatti pedig azt értjük, hogy a maradék-hálózatban eggyel kevesebb ágat teszünk rövidzárúvá, mint a kanonikus extrémizálásnál. (Így persze szakadásra is eggyel kevesebbet teszünk.)

Minden szubkanonikus extrémizálásnak megfelel a csatolás-determináns egy tagja. Ennek tényezői: a szubkanonikus extrémizálás együtthatója és a maradék-hálózatban lényegesen extrémizált ágak admittanciái, ill. impedanciái. Formailag tehát a csatolás-determináns a hálózatdeterminánshoz hasonló és így írható fel:

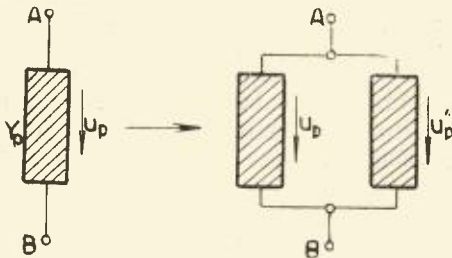
$$\Delta_{pq} = \sum_{ex} c_{ex} P_{ex} \quad (18)$$

ahol az »ex« index most egy szubkanonikus extrémizálás indexét jelenti, és a szummáció valamennyi szubkanonikus extrémizálásra végzendő. A képletben » c_{ex} « a szubkanonikus extrémizálás együtthatója, » P_{ex} « pedig a maradék-hálózatban lénye-

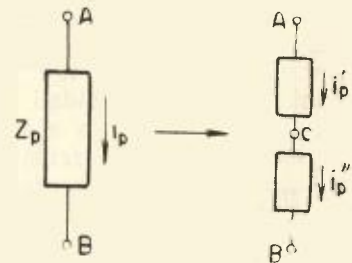
gesen extrémizált ágak admittanciáinak, ill. impedanciáinak szorzata.

A szubkanonikus extrémizálás együtthatója 0, +1 és -1 lehet. Ha a szubkanonikus extrém hálózatot az ellentétesen extrémizált p -edik és q -edik ágakkal (egyik rövidzár, a másik szakadás) egészítjük ki, akkor egy teljes extrém hálózathoz jutunk, melyben a rövidzárak száma kanonikus. Tehát szóba jöhet az aktivizálhatóság kérdése. Ha mindkét esetben (akár p -rövidzár, q -szakadás; akár p -szakadás, q -rövidzár esetén) aktivizálható a teljes extrém hálózat, akkor az extrémizálás együtthatója + vagy -1 aszerint, hogy az egyidejű p és q rövidzár esetén keletkező hurokban a p és q ágak irányítása ütköző (+), vagy egyirányú (-). Ha a kiegészített teljes hálózat az egyik (vagy mindkét) esetben nem-aktivizálható, akkor ennek a szubkanonikus extrémizálásnak az együtthatója zérus.

A második topológiai szabály alapján közvetlenül felírhatjuk mindazokat a Δ_{pq} csatolás-determi-



13. ábra.



14. ábra.

nánsokat, melyekben p és q egymástól különböznek. Ha p és q egyeznek, akkor »önccsatolásról« beszélünk. Az önccsatolás determinánsának a felírására a harmadik topológiai szabályt kell szem előtt tartanunk, mely így szól:

A p -edik ág önccsatolásának determinánsa (Δ_{pp}) ugyanúgy állapítható meg, mint a »külső« csatolásoké a második szabály szerint; csak a p -edik ágat meg kell duplázunk — a valóságos p -edik ág helyett két fiktív p -edik ágat kell bevezetnünk. Ezután a két fiktív p -edik ág közötti csatolás determinánsát a második topológiai szabály szerint már fel tudjuk írni: ez éppen az önccsatolás determinánsa.

Az ág-duplázást a következő szabályok szerint kell végeznünk:

A) Ha Norton-ágról van szó, mely az A és B pontok között helyezkedik el (13. ábra), akkor a duplázás azonos irányítással a két fiktív p -edik ág parallelkapcsolását jelenti.

Így persze a maradék-hálózat eggyel több ágat tartalmaz, mint külső csatolás esetén, mert a teljes hálózatnak is eggyel több ága van. A pontok száma viszont nem változott és így mind a kanonikus, mind a szubkanonikus extrémizálásban ugyanannyi rövidzár szerepel.

B) Ha Thevenin-ágról van szó, mely az A és B pontok között helyezkedik el, akkor az ágduplázás a fiktív p -edik ágak sorbekapcsolását jelenti azonos irányítással. Így egy új C -pont kerül a hálózatba (14. ábra).

Ebben az esetben a maradék-hálózat szintén eggyel több ágat tartalmaz, mint előbb; de most a pontok száma is eggyel nő, és így mind a kanonikus, mind a szubkanonikus extrémizálásban eggyel több rövidzár szerepel.

A fentiekben az önccsatolás determinánsának a felírását visszavezettük a második szabállyal meghatározható csatolási determináns esetére. Ennél talán még egyszerűbb az önccsatolási determináns felírását visszavezetni az első topológiai szabállyal felírható hálózat-determináns esetére. Könnyű belátni, hogy a harmadik topológiai szabályt az alábbi egyenértékű fogalmazásban is adhatjuk:

A p -edik ág önccsatolásának determinánsa — aszerint, hogy Norton-, vagy Thevenin-ágról van szó — eggyel kevesebb ágból álló hálózat pozitív, vagy negatív előjelű determinánsával egyezik. Éspedig,

A) Norton-ágnál: ezt a p -edik Norton-ágot rövidzárnak rögzítjük (tehát lényegesen extrémizáljuk!) és az így keletkező — eggyel kevesebb

ágot tartalmazó — hálózat determinánsát az első topológiai szabállyal felírjuk. (Ebben természetesen a p -edik ág paramétere nem szerepel!) Az önccsatolás determinánsa egyenlő ezzel a hálózat-determinánssal (pozitív előjellel).

B) Thevenin-ágnál: ezt a p -edik Thevenin-ágot szakadásnak rögzítjük (tehát megint lényegesen extrémizáljuk!) és az így keletkező — eggyel kevesebb ágot tartalmazó — hálózat determinánsát az első topológiai szabállyal felírjuk. (A p -edik ág paramétere — Z_p — persze most sem szerepel ebben a hálózat-determinánsban!) Az önccsatolás determinánsa a most felírt és negatív előjellel vett hálózatdeterminánssal egyenlő.

Érdeemes még megemlíteni, hogy a hálózat determinánsa és az önccsatolás determinánsa az alábbi összefüggésben vannak:

az n -edik Norton-ágnál

$$\Delta_{nn} = \lim_{Y_n \rightarrow \infty} \frac{\Delta_H}{Y_n} \quad (19)$$

és a t -edik Thevenin-ágnál

$$\Delta_{tt} = \lim_{Z_t \rightarrow \infty} \frac{\Delta_H}{Z_t} \quad (20)$$

A topológiai szabályok alkalmazásának bemutatására a 6. pontban adunk példákat.

Folytatása következik

Légvezetékes vivőáramú zeneközvetítés

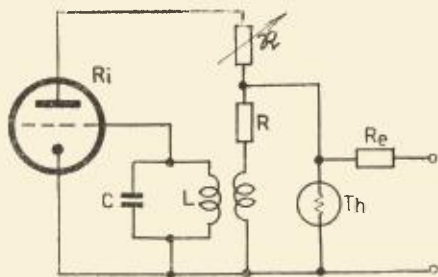
HARGITAI ENDRE

Folytatás (Lásd 1—2. szám, 16—32. old.)

Generátor. A szinkronizmust az adó és a vevő vivőfrekvenciás oszcillátorai között vezérosszcillátor biztosítja. Ez állítja elő a 34 kHz vezérlő frekvenciát, és az adóoldal vivőgenerátorát 4 : 5 frekvenciaviszonnyal vezérli. Így áll elő a 42,5 kHz vivőfrekvencia ($34 \cdot \frac{5}{4} = 42,5$). Vétel-

oldalon a bejövő oldalsávot és vezérlő frekvenciát együttesen erősítjük, majd lyukszűrővel kiválasztjuk az átvitt sávból a 34 kHz-et. Ezzel az adónál alkalmazott viszonyban itt is vivőgenerátort vezérelünk. Ezáltal az adó és vevő generátorai szinkronban vannak. A vezérlő frekvenciától nagy stabilitást kívánunk meg, mivel ha a vezérlő frekvencia változik, akkor a változatlan és nagymeredekségű kvarcszűrőhöz viszonyítva a sáv csúszkálni fog. Így fennállna a veszélye annak, hogy a vételoldali lyukszűrőből a vezérlőfrekvencia »kimegy« és a szinkronizmus megszűnik. Ezért a vezérosszcillátortól nagy frekvenciastabilitást és nagy pontosságot követelünk meg. A vezérosszcillátornak érzéketlennek kell lennie a hálózat ingadozásaira és a hőmérsékletingadozásokra is.

A berendezésnek ki kell egyenlítenie a légvezeték atmoszférikus behatások által előidézett csillapításiingadozásait is. A berendezés érzékelő szerve (indikátora) a vezérlő frekvenciát veszi



32. ábra. Vezérosszcillátor

alapul s ha annak amplitúdója csökken, akkor azt a vezetékcsillapítás növekedésének veszi és erősíteni kell. A vezérlő frekvenciának ugyanaz a szerepe itt, mint a távbeszélőtechnikai vivőfrekvenciás berendezések pilotfrekvenciájának. Ezért a vezérlő frekvencia amplitúdóstabilitása is elsőrendű követelmény. A 32. ábra alapján — amely a vezérosszcillátor igen nagymértékben leegyszerűsített kapcsolási rajzát adja — vizsgáljuk meg a követelmények teljesítését.

a) **Amplitúdóstabilitás.** A cső anódja R és \Re ellenállásokon át a rácsra visszacsatolt. A rácskörben van a frekvenciát meghatározó L - C rezgőkör. Az anódköri visszacsatoló tekerccsel és az azzal sorbakötött R ellenállással párhuzamosan

kapcsolt termisztor kapcsairól R_e ellenálláson keresztül vesszük le a vezérlő frekvenciát. A termisztor automatikusan állandó szintre szabályozza a kimenő feszültséget, mert oly vezetőt tartalmaz, melynek ellenállása növekvő hőfok hatására nagy mértékben csökken. Ha a termisztor kapcsain a feszültség növekszik, megnövekszik a rajta átfolyó áram is. Az áram hőhatása következtében a termisztor ellenállása csökken és így csökken sarkain a feszültség is. Helyes méretezéssel elérhető, hogy a szintingadozás nagyobb áramingadozások esetében is csupán század néper nagyságrendű.

b) **Frekvenciastabilitás.** Csőgenerátorok frekvenciastabilitása helyes méretezés mellett főleg az alkatrészekről függ. Mivel gerjedéskor a Barkhausen-féle »fázismérleg« egyensúlyban van, az oszcillátor frekvenciáján a teljes visszacsatolási körben a fáziszögek összege zérus. Ha valamilyen okból változik a fáziszög (pl. csőcserénél változott csőállandók, feszültségváltozás miatt munkaponteltolódás vagy melegedés miatt az L vagy a C értéke változik meg), akkor a kör látszólagos ellenállása is megváltozik. Ilyen oszcillátornál a gerjedő frekvencia értékét nemcsak L és C nagysága szabja meg, hanem a Thomson-formulában szereplő veszteségi ellenállás is:

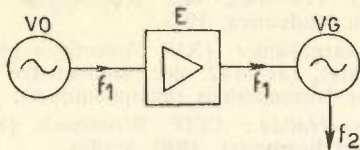
$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \sqrt{1 - R^2 \frac{C}{L}}$$

Egyszóval nem oly frekvencián fog az oszcillátor rezegni, melyet a kondenzátor és önindukció értékei szabnak meg, hanem melynél a »fázismérleg« feltételei teljesülnek. A frekvenciát az anódkörbe kapcsolt \Re komplex ellenállás értékével lehet kisebb mértékben szabályozni. \Re szerepe a fázisforgatás s így a cső R_i belső ellenállásváltozását (mely a feszültségingadozásokból eredő munkaponteltolódások következménye) van hivatva kompenzálni. A 32. ábrán egyszerűség szempontjából nincs feltüntetve a fázisforgató ellenállást vezérlő szerv, mely jelen esetben egy elég bonyolult mechanizmusú impedanciacsővel van megoldva. Ha a csőállandók változásából származott frekvenciaingadozást eme vezérelt komplex ellenállással megszüntettük, akkor az oszcillátor frekvenciáját kizárólag L és C értéke valamint R konstansnak tekinthető veszteségi ellenállás határozza meg. A hőfüggőség kiküszöbölésére ezüstözött csillámkondenzátorokat használnak, melyek hőfokállandója pozitív, a rezgőköri önindukciót pedig oly gyűrűs porvasmagra készítik, melynek hőfokállandója negatív.

c) **Frekvenciapontosság.** Mivel a frekvenciastabilitás biztosítható, egyuttal a pontossági feltétel is teljesül. A beállítás az abszolútnak tekintett kvarcszűrő meredeken felszálló görbéjére

történi. A görbe egy meghatározott frekvenciájához (42,5 kHz) ugyanis meghatározott csillapításérték tartozik és viszonylag kis frekvenciaeltérés nagyfokú csillapításváltozásnak felel meg. A csillapítást jól lehet mérni, s ezzel a frekvenciát is.

d) **Szinkronizmus.** A szinkronizmus az oszcillátorok elhúzhatóságán alapul. A vivőgenerátor visszacsatolása egészen laza s így idegen frekvenciával is vezérelhető. Az elv megértésének kedvéért

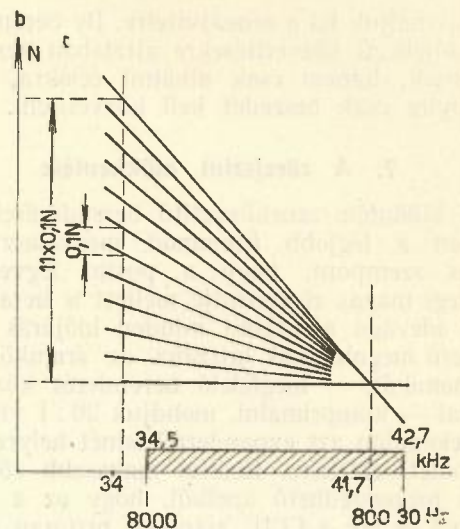


33. ábra. Szinkronizmus elve

tegyük fel, hogy a vezérlő és vezérelt oszcillátor frekvenciája egymással egyenlő ($f_1 = f_2$). A 33. ábrán látható módon a VO vezérosszcillátor f_1 frekvenciáját E erősítőn át VG vivőgenerátorba vezetjük. A vivőgenerátor f_2 frekvenciája nem kerülhet vissza a vezérlőbe, mivel közben van az erősítő. Mindkét generátor oly frekvencián igyekszik rezegni, hogy fázisviszonyai kiegyensúlyozottak legyenek. A vezérlő generátor kiegyensúlyozottságáról az előzőekben ismertetett módon már gondoskodtunk. A vezérelt generátor rezonáns frekvenciájától való legkisebb eltérés is már meddőáramot jelent. Megfordítva, a generátor elhangolható, ha kívülről tudunk meddőáramot betáplálni. Ebben az esetben a vezérlő generátor elhúzhatja saját frekvenciájára a vezérelt generátort és szinkronizmus áll be. Az elhúzás jelensége akkor is fellép, ha a két frekvencia nem azonos, de egészszámú viszony van közöttük. Ha túlvezérlést alkalmazunk — ami ezen berendezésnél használatos — akkor a túlvezérelt generátor a felharmonikusok egyikére is beáll (amelyik a legközelebb van saját frekvenciájához). Legyen például $f_1 = 4$ és f_2 nem pontosan 5, hanem mondjuk 5,01. Ebben az esetben 4-nek 5. felharmonikus (20) különbségi kombinációt képez 5,01 3. felharmonikusával (15,03) és az eredmény 4,97. Ha 4,97 energiája elég nagy, akkor 5,01-et igyekszik csökkenteni, de ugyanakkor a 4,97 is közeledik az 5,00 felé. Amikor 5,01 5,00-re lecsökken, 4,97 is 5,00-ra változik és beáll a stabil állapot.

Az egyoldalsávú kivitel lehetővé teszi a légvezeték időjárás okozta frekvenciafüggő csillapítás-ingadozásainak frekvenciafüggő kiegyenlítését. Ez azért is könnyebben megoldható, mert a sávzsélesség az előző berendezés 20 kHz-éhez viszonyítva csak 8 kHz. Az erősítési görbéket a szabályozó 11 állásának megfelelően a 34. ábrán láthatjuk. A görbék 41,7 kHz körül fogognak, ami a hangképben 800 Hz-nek felel meg. A kiegyenlítő görbék tükörképei a 9. ábrán feltüntetett légvezetékcsillapításgörbéknek: amikor a 41,7 kHz-et 1,1 néperrel kell erősíteni, akkor a 34 kHz 1,1 néperrel elmarad, a 42,7 kHz pedig 0,1 néperrel jobban erősödik.

A vezérlőfrekvenciát a vételoldalon csővolt-

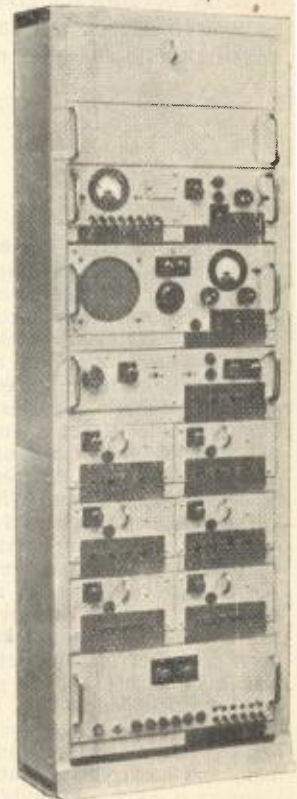


34. ábra. Az erősítésszabályozó csillapításgörbéi

mérővel szelektíven mérjük. Az utolsó cső anódkörében elhelyezett érzékeny jelfogó 0,1 néper szintingadozásnál, ha az 15 ms-nál tovább tart, optikai és akusztikus jelzést vált ki, amivel felhívja a fenntartók figyelmét az utánszabályozás szükségességére.

Ez a berendezés tökéletesebbnek látszik, mint az előző kétoldalsávú, de üzemi tapasztalatok hiányában határozott véleményt mondani róla nem lehet. A magyar posta 1944. évben párhónapos üzemet tartott fenn ily berendezéssel, de feljegyzéseink és a berendezés megsemmisültek. A leírás alapján azonban kétségtelen előnyei mellett hátránya a szinkronizmus komplikáltsága és a szintszabályozás nem automatikus volta. Ha ugyanis a szabályozás kézi úton 0,1 néper fokozatban történik s a fenntartók esetleges figyelmetlenségét is hozzávesszük, akkor a műsorban hangerőugrások következhetnek be, ami természetesen kellemetlen. Az új CCIF ajánlásoknak ez a berendezés nem minden tekintetben tesz eleget.

A vivőáramú műsortovábbításnak egy további módja az, hogy tizenkétcsatornás vivőáramú távbeszélőberendezés három szomszédos csatorná-



35. ábra. Magyar posta-típusú zeneközvetítő berendezés

ját használjuk fel a zeneátvitelre. Ily berendezések állandójellegű közvetítésekre általában nem használatosak, hanem csak alkalmi célokra, amikor többnyire csak beszédet kell közvetíteni.

7. A zörejszint csökkentése

A különféle zeneközvetítő berendezések ismeretében a legjobb üzemmód megválasztásában fontos szempont, hogy a postai légvezetékek jelenlegi magas zörejszintje mellett is betartsuk a CCIF idevágó ajánlásait minden időjárás esetén. Célszerű megoldásnak látszana az áramkör elején a dinamikát — megfelelő berendezés közbeiktatásával — komprimálni, mondjuk 20 : 1 viszonyra s vételoldalon azt expanderrel ismét helyreállítani az eredeti értékére. Ezáltal magasabb zörejszint volna megengedhető anélkül, hogy az a műsort zavarná és így a CCIF ajánlásai biztosan teljesíthetők volnának még a téli zuzmarás napokon is.

8. Újabb alkalmazási lehetőség

Hazánkban is nagymértékben kiépült a vezetékes rádióhálózat, melynél a mennyiségi szempontok mellett előtérbe kerültek a minőségek is. Nagyobb góccokba a rádióműsor továbbítására — az előadottak alapján — előnyösebb a vezetékes rendszert alkalmazni. A magyar posta éppen ezért zeneközvetítő berendezések üzembehelyezését tervezi ily célra. A 35. ábrán láthatjuk a kísérleti célra készült zeneközvetítő berendezések egyikét, melyet a posta Átviteltechnikai Vállalata készített. A berendezés elvében megegyező a kétoldalsávú rendszerek tárgyalásánál ismertetettel, csupán részleteiben és modernebb felépítésében tér el.

IRODALOM

- Dr. Tarnóczy Tamás*: Fizikai hangtan. 1945.
- Bajev—Jegorov*: Nagytávolságú távközlés alapjai. 1952.
- W. Rabanus—S. Rynning—Tönnessen*: Rundfunkübertragung in Norwegen. Europäischer Fernsprechdienst. 1935. 222 old.
- CCIF sárgakönyv (XVI^e Assemblée plénière. Firenze, 1951. III. kötet, 143—164. old. Transmission de la musique). Magyar kiadása: CCIF átvitel híradástechnikai árami körökön, áramkörök fenntartása. III. 1b. 3.1 fejezet. Rádióműsorátvitel 119—140. old. Közlekedés- és Postaügyi Minisztérium kiadványa, 1953.*
- CCIF sárgakönyv (XV^e Assemblée plénière. Paris, 1949. IV. kötet, 191—192. old. Psophometre utilisé sur les circuits pour transmissions radiophoniques).*
- Siemens—Halske*: CCIF Weissbuch (Kopenhagen) übersetzt und bearbeitet. 1940. kiadás.
- R. Vermeulen*: Vervielfachung von Konzerten. Philips Technische Rundschau 1948. 167—175. old.
- E. A. Pavel*: CCIF-Empfehlungen für neue Rundfunkleitungen hoher Güte. F.T.Z. 1949. 65—68. old.
- L. Rohde*: Zur Technik des UKW-Rundfunks. F.T.Z. 1950. 286—292. old.
- W. Weitbrecht*: Über den Einfluss nichtlinearer Verzerrungen auf die Hörbarkeit von Verstimmungen musikalischer Intervalle. F.T.Z. 1950. 336—345. old.
- E. A. Pavel*: Moderne Rundfunkleitungen nach dem CCIF-Empfehlungen F.T.Z. 1951. 150—157. old.
- R. W. Chesnut*: Program Transmission over Broadband Carrier Systems. Bell Laboratories Record. 1948. 377—382. old.
- H. Werrmann*: Trägerfrequente Rundfunkübertragung über Freileitungen. E.T.Z. 1936. 707 old.
- W. Klein*: Trägerfrequenztechnik, 1949.
- Dr. Tomits Iván*: Gyengeáramú elektrotechnika (kézirat), 1940.
- A. M. Boncs—Brujevičs*: Az elektroncső fizikai alkalmazásai, *Wireless World* 1949. évf. 206. oldalon: Parasitic oscillations.

Könyvszemle

Koczka László: Távbeszélőkészülékek és gépelemek. Közlekedési Kiadó, Budapest, 1953. 216. oldal.

A könyv hét fejezetben foglalja össze a szerző régebbi, közkezdvelt művének tartalmát, az azóta elért fejlődés figyelembevételével. Az első három fejezet rövid elektroakusztikai bevezetés után részletesen (66 oldalon) tárgyalja a távbeszélőkészülékeket és ezek alkatrészeit. A hazánkban gyártott típusok részletes leírása mellett több külföldi, köztük szovjet típust is ismertet. A következő fejezetekben a telefonközpontok biztosító berendezéseinek, a kézikapcsolású központok alkatrészeinek leírása szerepel. Ezután bővebben tárgyalja a jelfogókkal kapcsolatos kérdéseket, külön szakaszokat szentelve a jelfogók méretezésének és működési sebességének. Az utolsó fejezet a gépkapcsolású központok kapcsológépeivel foglalkozik.

A könyv elsősorban a postaműszaki dolgozók széles rétegeinek igényét van hivatva kielégíteni. Ennek érdekében a hazánkban még alkalmazásban lévő régebbi típusú berendezéseket is ismerteti, de kiterjed néhány, nálunk nem alkalmazottat külföldi gyártmány ismertetésére is. Céljának megfelelően a könyv leíró jellegű, elméleti kérdésekkel és matematikával csak az okvetlen szükséges mértékben foglalkozik. A könyv számos specifikációs adatot tartalmaz, ami használhatóságát fokozza a gyártó szakemberek számára is, akik a könyvből tájékozódhatnak a távbeszélőtechnika rohamos fejlődéséről és idegen gyártmányokról is.

A könyv nyelvezete érthető, világos, amit csak néhány sajtóhiba zavar meg. A szöveg mindanivalóját 316 jól megszerkesztett és szépen megrajzolt ábra egészíti ki, az

anyag iránt bővebben érdeklődők részére pedig az egyes fejezetek végén irodalomjegyzék áll rendelkezésre.

Horváth Gyula

Kopcov N. A.: Elektronika. Moszkva, 1953. Goszenergoizdat. 467. oldal. (Н. А. Концов: Электроника.)

E könyv a szerzőnek a rádiófizikusok számára tartott egyetemi előadásait foglalja magában. A könyv írója elsősorban a fizikai folyamatok mély és világos kifejtését tartotta szem előtt, a tárgy műszaki vonatkozásait csak éppen érinti. Elmélyült tárgyalásmódján kívül az a fő érdeme, hogy anyagösszeválogatása teljesen korszerű. A könyv felteveli a statisztikus fizika és a kvantummechanika ismeretét, bár az egyes jelenségek részletes kvantummechanikai tárgyalásába (a mű kereteire való tekintettel) nem bocsátkozik.

Témafelosztása a következő:

Bevezetés. Termikus és hidegemisszió. Fotoelektromos és szekunderemisszió. Az ionizáció és a gázrészecskék gerjesztése első- és másodfajú rugalmatlan ütközésnél. A gáz térfogati fotoionizációja. Termikus ionizáció és termikus gerjesztés. Egyéb gázionizálási módok. Az elektronok és ionok mozgása finomvákuumban és gázban. Az elektronoptika elemei. A félvezetőkben és a félvezetők, valamint a fém határán fellépő elektronikus jelenségek. Lavinászerű kisülések. A gázkisülés plazmája. Ívkiülés, szikra- és korona-kisülés. Nagyfrekvenciás kisülés. A föld atmoszférájában lejátszódó jelenségek. A gázkiülés sugárzása.

Ragály Miklós

Az érthetőségvizsgálatok magyar szövegmintái

Dr. TARNÓCZY TAMÁS

1. Bevezetés

Az akusztikai rendszerek végső célja mindig akusztikai jelenségek alakhű közvetítése. A rendszer végén majdnem kivétel nélkül minden esetben a hallgató foglal helyet és a hallgató értékelése dönti el valamely rendszer akusztikai jóságát. Az akusztikai átvitel jóságára eddig egyetlen olyan tényezőt sikerült jellemzőül felhasználni, amely az előbbieket szerinti szubjektív ítélettel ellenőrizhető, amellyel azonban számszerűen is megfogható és kísérletekkel bármikor reprodukálható. *Ez a jellemző tényező az érthetőség.*

Az érthetőségi vizsgálatok már sok akusztikai kérdésben bizonyultak döntőnek és ezért ez a vizsgálati módszer az utóbbi időben komoly mérési eljárássá fejlődött. Érthetőségi vizsgálattal állapítják meg pl. elektroakusztikus rendszerek (mikrofonok, erősítők, hangszórók) hangátviteli minőségét, előadótermek és hangversenytermek akusztikai jóságát, a hallásromlás, vagy hallásvesztés fokát, stb. Ugyanez a módszer azonban alkalmasnak látszik akusztikai- fonetikai kérdések megoldására is. Így pl. reméljük, hogy a magánhangzók és más rezonanciás hangzók pontosabb formáns-vizsgálatára is alkalmassá tehető. Ebben az irányban még külföldön is kevés a kezdeményezés.

Az érthetőségi vizsgálatok kezdetleges megoldási módja, hogy a vizsgálandó körülmények között összefüggő szöveget, vagy szavakat olvasunk fel, helyesebben játszunk le lemezről, és az ellenőrző személyek írásban lejegyzik a hallottakat. A helyesen visszaadott fonetikai elemek (szótagok, magánhangzók, mássalhangzók) száma az összesen közölt hasonló fonetikai elemek számához viszonyítva adja az érthetőség fokát az illető fonetikai elemek csoportjára. Ez az érték 100-zal szorozva az érthetőség százaléka. Az érthetőségi vizsgálat ezen a kezdetleges fokon azért nem teljesértékű, mert a hallgató a meg nem értett szavakat beállítottságától és készségétől függően kiegészíti és így a valóságosnál sokkal jobb érthetőségi százalékot hoz ki eredményül. Helyesebb tehát értelmetlen szótagokkal végezni a vizsgálatot, amit a hallgató nem tud kiegészíteni. Kérdés már most, hogy hogyan történjék a vizsgálatokhoz szükséges értelmetlen szótagok, a »logatomok« megszerkesztése. Természetesen a nyelvi szempontok figyelembevételével, azaz a nyelvi valóságos hangzókapcsolatoknak megfelelően.

A továbbiakban meg szeretnénk vizsgálni, mennyiben érvényesíthető ez az elv érthetőségi szövegminták elkészítésében.

A nyelv jelrendszer, megállapodásszerű jelek (hangzókapcsolatok, helyesebben fonémkapcsolatok) összessége. A beszédképesség ad módot arra, hogy ezeket az emlékkép-jeleket akusztikus megfelelőikkel (beszédhangok) helyettesítsük. Valamely nyelv magánhangzóinak és mássalhangzóinak összességét

nevezhetjük a nyelv teljes hangzókészletének. A hangzó tehát a nyelv kategóriájában megfelel a beszédhangnak a beszéd kategóriájában. A beszédhangok bárhogy kapcsolódhatnak egymással, ez azonban nem feltétlenül eredményez értelmes szavakat, vagy éppen értelmes szöveget. A nyelv a lehetséges hangzókapcsolatokból csak bizonyos alakzatokat választ ki céljaira, azaz értelmes szavak létesítésére.

Érthetőségi vizsgálatoknak mindig csak valamely nyelv keretén belül van létjogosultságuk. A szövegmintáknak tehát az illető nyelv szavaihoz és szótagjaihoz kell hasonlítaniuk anélkül, hogy a nyelvben jelentéssel bírnának. A kívánalom elég kényes, mert a nyelv keretén belül maradás feltétele látszólag ellentétes azzal a követelménnyel, hogy jelentés nélküli hangzókapcsolatokat használjunk fel vizsgálatainkhoz. Az ilyen ellenvetés azonban nem állja meg a helyét, mert a szavak szótagokra bontása is jelentés nélküli hangzókapcsolatokat eredményez, mégsem léptünk ki a nyelv keretéből. Pl. az *ence* hangzókapcsolat helyesen használható fel magyar nyelvi érthetőségi vizsgálatokhoz, mert többek közt a *rendszer*, *henceg*, *Velence*, stb. szavakban szerepel. A szövegminták összeállításához éppen ezeknek a magyar nyelvre jellemző hangzókapcsolatoknak a megismerése szükséges.

Céljainkra azonban a hangzókapcsolatok pusztá létezésén kívül előfordulási gyakoriságukat is ismernünk kell. Sőt elsősorban a hangzókapcsolatok statisztikai eloszlására kell ügyelnünk, mert érthetőség szempontjából lényeges különbség mutatkozik a sokszor hallott és a ritkán hallott hangzókapcsolatok között. Ismert dolog pl., hogy a magyarban magánhangzó után van *ndzsd* hangzókapcsolat (*rontsd*, *bontsd*, *mentsd*, stb.), ezzel szemben használata igen ritka. A ritkán előforduló hangzókapcsolatok éppen a ritka előfordulás miatt valószínűleg kevésbé érthetők. Helytelen volna tehát ilyenekkel teletűzdelni érthetőségi szövegmintákat, mert fölöslegesen ronthatnánk vele az érthetőség fokát. Tehát az *ndzsd* hangzókapcsolatot csak olyan mértékben fogjuk a szövegmintákban más hangzókapcsolatok mellett alkalmazni, amilyen százalékban a nyelv más hangzókapcsolatok mellett szavak alkotására felhasználja.

Nem kívánunk itt annak taglalásába mélyedni, hogy a hangzókapcsolatok gyakorisága és az érthetőség foka között kétségkívül meglévő kapcsolat milyen oki-okozati összefüggésből származik. Elegendő talán annyit megjegyeznünk, hogy a sokszor előforduló hangzókapcsolatokat a nyelvi közösség tagjai annyira megszokták és olyan természetesnek találják, hogy megértésük valószínűleg kisebb nehézséggel jár, mint a ritkán előforduló, tehát szokatlan hangzókapcsolatoké. Ugyanakkor azonban nagyon valószínű, hogy pl. a magyar nyelv fejlődése folyamán azokat a kapcsolatokat részesítette előnyben, amelyek hangképzés és megértés

szempontjából a kisebb nehézséget jelentették. De még az sem fontos, hogy megvan-e a pontos összefüggés egy nyelvben a hangzókapcsolatok gyakorisága és az érthetőség foka között, a lényeges csak az, hogy az érthetőségi szövegminták pontosan megfeleljenek az illető nyelv hangzókapcsolati statisztikájának. Ilyen módon a különböző nyelvek érthetőségi szövegmintái lényegesen el fognak térni egymástól és lehetséges, hogy az azonos körülmények közt különféle nyelvekkel végzett vizsgálatok azt fogják eredményezni, hogy egyik nyelv érthetőbb, másik pedig kevésbé érthető, mint ahogy azt nagy valószínűséggel el is várhatjuk. Ilyen vizsgálatokat azonban még nem végeztek. Az érthetőségi szövegmintáknak nyelvi statisztika alapján való összeállítása tudomásunk szerint új gondolat, az irodalomban legalább is nem találtunk erre vonatkozó utalást.

Az érthetőségi vizsgálatok bevezetése és az első jól használható szövegminták elkészítése *Fletcher* (7) és iskolája érdeme. Szövegmintáik az angol nyelvre vonatkoznak. Gyakrabban előforduló szavakkal és szótagokkal kísérleteztek, de nem végeztek előzetes nyelvi statisztikát. Ma már odáig jutottak, hogy a legérthetőbb angol szavakból szótárt is szerkesztettek, amit állandó nagy zajban (repülőgépben, harckocsiban) mikrofonba mondott szövegek összeállításához szabványosítottak. A szótár ugyan érthetőségi vizsgálatok alapján készült, de a vizsgálat alapját maguk a szavak alkották, nem pedig nyelvi statisztika alapján összeállított logatomok, ezért a szótár nem teljes értékű.

2. A statisztika

A szövegmintákhoz felhasznált statisztikai adatok összegyűjtésének szempontjai nem alakultak ki a munka kezdetén, ezért a statisztikázás sokkal bővebb terv szerint indult, mint azt a végső felhasználás megkövetelte. A teljes anyagban 5—6000 munkaóra fekszik és az adatok más szempontok szerinti feldolgozása még folyik. Viszont felhasználtuk régebbi statisztikák egyes adatait is, különösen ott, ahol az összehasonlítás egyben ellenőrzésül is szolgálhatott.

Az összeállítás gerincét a *szerző* (1) költői nyelvre és *Vértes Edit* (2) prózai nyelvre végzett statisztikája szolgáltatja, amihez mint régebbi adatokat, *Tolnai Vilmos* (3), *Mikes Ferenc* (4), *Nemes Tihamér* (5) és a *szerző* (6) hangzóstatisztikáit is figyelembe vettük. Az utóbbiak csak a magyar beszéd hangzóeloszlására tartalmazznak adatokat. Az első kettő a szótagtípusok, a szótagszám és a hangzókapcsolatok statisztikáját is szolgáltatja. A munka során derült ki, hogy minden szempont pontos figyelembevétele a szövegminták összeállítását csaknem lehetetlenné tenné, ezért csak a három alapvető szempontot érvényesítettük (hangzóeloszlás, szótagszám, szótagtípus), míg a legnehezebben megfogható hangzókapcsolati kérdésből csak a kizárási elveket és a hasonulás szigorú megtartását vittük keresztül. Az alábbiakban a statisztikáknak is csak ezeket az adatait tárgyaljuk részletesebben.

I. A szerző által vizsgált szöveg feldolgozása hangzók és nem betűk alapján történt, tehát az ejtés és nem az írás volt a mérvadó. Hangzóink jelölésére az alábbi betűszimbólumokat használjuk:

1. magánhangzók: *u, o, ó, a, á, e, é, i, ö, ő, ü*
2. orrhangzók: *m, n, ny*
3. folyékonyak: *l, r*
4. zárhangok: *p, t, k, b, d, g*
5. réshangok: *f, sz, s, v, z, zs, j, h*
6. affrikáták: *c, cs, ty, dz, dzs, gy.*

Ehhez az összeállításhoz a következő megjegyzéseket kell fűznünk:

1. A magánhangzók közül nem jelöltük és nem is tárgyaljuk külön az *ú, í, ü* hangzókat. Erre okul hozhatjuk fel, hogy ezeknél a hangzónál a hosszú-rövid ellentét a kiejtésben nem egységes (pl. *pupos-púpos, fuj-fúj*), a hangjelölés nem egyértelmű a beszédhanggal (pl. *kezü*, kiejtve: *kezü*), végül hogy az akadémiai és a nyomdai helyesírás nem mindig egyezik (pl. a nyomtatott hosszú *I*, amelyre nem kerül vessző).

Az *o—ó* és *ö—ő* ellentét aránylag a legjobban vizsgálható az azonos formású hosszú-rövid magánhangzó párok közül. Erre készítettünk is külön statisztikát, de az érthetőségi vizsgálatok azt mutatják, hogy az időtartam-ellentét lényegtelen szerepet játszik a megértésben a minőségi ellentétekkel szemben.

2. A nazálisok csoportjában nem említjük külön az *n—k* és *n—g*, továbbá az *n—f*, *n—v*, *m—f* és *m—v* kapcsolatban nyelvünkben változatként szereplő orrhangzókat.

A 3—5. pontokkal kapcsolatban nincs lényeges megjegyzésünk.

6. Az affrikátákat a fonetikusok közt jelenleg legelfogadottabb nézet szerint egyes hangzóknak fogtuk fel, anélkül azonban, hogy ebben a kérdésben állást foglalnánk.

A statisztika elkészítésének alapja a rendelkezésre álló szöveg fonetikai átértékelése. Gyakorlatilag ez annyit jelent, hogy figyelembe kell vennünk a kiejtéskor mutatkozó hangváltozási szabályokat.

Az alábbiakban célunknak legjobban megfelelő csoportosításban röviden felsoroljuk a statisztikázás során figyelembevett, ill. mellőzött gyakoribb hangváltozásokat.

a) *Zöngésségi hasonulás*. A zöngés zöngétlen ellentét (pl.: *b—p, g—k, v—f, z—sz*, stb.) a magyarban ismert hasonulási jelenséget okoz. Pl.: *lapda* kiejtve: *labda*, *kézhát* kiejtve: *készhat*, *lébe* kiejtve: *lédzbe*, stb. Részletezésébe itt nem mélyedhetünk (l. irodalom 1.), a statisztikázásban általában figyelembe vettük. Részleges kivételt csak a *t* és *d* képezett, amely az affrikátaképzésben is szerepet kap. A *gy—zs*, *gy—s* kapcsolatokat nem a kiejtés, hanem az írás szerint vettük figyelembe.

b) *Nazális hasonulás*. Az *n—p*, *n—b* és *n—m* kapcsolatban az *n* helyett *m*-et számoltunk.

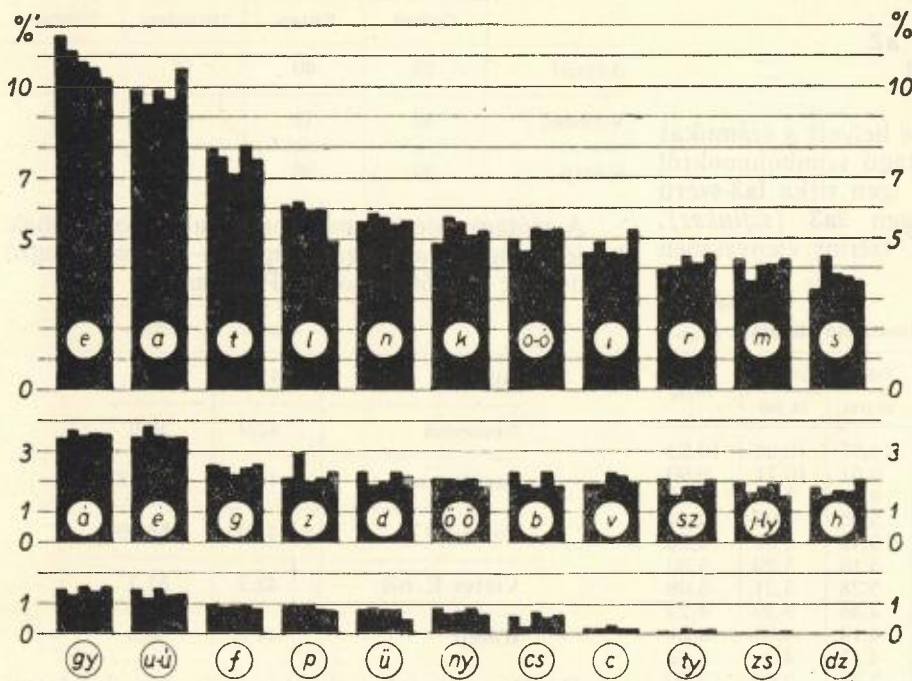
c) *Összeolvadás*. Olyan hasonulás, ahol két egymásmellé került mássalhangzó közös, esetleg harmadik hangzóvá olvad össze. Pl.: *atyja* kiejtve: *attyja*, *vonja* kiejtve: *vonnya*, *ötször* kiejtve: *öccör*, stb. Minden esetben figyelembe vettük.

d) *Vokálisközi j-sítés.* Kettős és hármas magánhangzókapcsolatok között a kiejtésben keletkező *j*-szerű hang. Nem számítottuk hozzá a *j* adataihoz.

e) *Hangkivetés.* Mássalhangzótorlódáskor egyik mássalhangzó kihagyása. A szóvégi és a magán- és mássalhangzó közötti *h*-t a kiejtés szerint elhagytuk.

f) *Hosszú mássalhangzók.* A hosszú és ikerített mássalhangzókra vonatkozóan ugyanazt mondhatjuk, amit egyes hosszú magánhangzokról mondtunk. Az időtartamellentét az érthetőségi vizsgálatokban nem játszik szerepet, tehát nem látszik fontosnak a feldolgozása. Mivel azonban ugyanez

említést tesz az érthetőségi szövegmintáknak a hangzóstatistikai megalapozásáról. A szótaghosszúság és a szótagtípusok vizsgálatának fontosságát azonban ő sem látja. *Mikes* nagy adatmennyiségből (239 000) végzett statistikájába betűstatistika és szövegei kereskedelmi, nem pedig irodalmi szövegek. A két utóbbi statisztika az átlagtól több helyen eltérést tartalmaz. A *szervő* hangzóstatistikájából 33 000 adatból *Ady* költeményeiből készült. *Vértes Edit Veres Péter* egy novelláskötetéből 15 000 adatot dolgozott föl. Az öt statisztika adatai számszerűen az I. táblázatban, grafikusan az 1. ábrán lát-



1. ábra. A magyar hangzőkészlet statisztikus eloszlása Nemes, Mikes, Tarnóczy, Tolnai és Vértes E. adatai alapján.

az ellentét nyelviileg jelentéselhatároló, külön számítását végeztünk a rövid-hosszú arányok megállapítására. Ebből a statisztikából ismét az vált nyilvánvalóvá, hogy a rövid-hosszú ejtés nem egységes és nem egyértelmű az írásjelöléssel (pl. *álltam* és *váltam* egyaránt rövid ejtésű), valamint az is, hogy néhány mássalhangzó kivételével ritkán fordul elő a hosszú, vagy az ikerített alak.

A hangváltozásokat mindig csak egy szón belül vettük figyelembe. A gyors egymásutánban ejtett szavak első és utolsó hangja ugyan szintén hangváltozást szenvedhet, de a szövegmondás sebessége és a szócsoportok összevonása teljesen egyéni. Ezért az egész anyagot úgy tekintettük, mintha nyugodtan, szinte szavalva olvastuk volna fel, de a szavakon belül mindenütt a közéjtést vettük irányadónak.

A magyar hangzőeloszlási statisztikák nem mind a fenti elvek alapján készültek. *Tolnai* adatai a legkorábbiak. Jól válogatott szövegből 25 000 hangzóra végzett számolást. A zöngességi hasonlóságot nem vette tekintetbe, különben hangzóstatistika. Sorrendben utána *Nemes* számolása következik, sajnos csak 12 000 adatból és ismeretlen statisztikázási elvekkel. Érdeme, hogy már 1934-ben

hatók. Az adatok elégségesek ahhoz, hogy a magyar nyelv végre hangzóstatistika átlagot állapíthassunk meg

II. A régebbi statisztikák egyáltalán nem gondoltak a szótagkérdés fontosságára, pedig a hangzóstatistika csak a szótagstatistikával együtt alkalmas az érthetőségi szövegminták megalkotására. Ez az alábbiakból válik nyilvánvalóvá.

Ha a magyar hangzőkészletet 11 magánhangzóra és 25 mássalhangzóra (1. előbb felsorolásunkat) korlátozzuk a magyar nyelvben közepe hosszúságú öt hangzóból álló szó elvileg 36⁵, tehát kb. 61 millió ötelemű hangzókapcsolat formájában jelentkezhetne. Semmi más csak a nyelvi statisztika mutatja meg, hogy ezek közül melyek nem fordulnak elő egyáltalán a nyelvben

melyek csak ritkán és melyek gyakrabban. A kizáró elvek felállítása tulajdonképpen primitív statisztika alapján készül. Az előbbi példához kapcsolódva vizsgáljuk meg az öthangzós szavak (szóostály) lehetséges formáit. Ha a magánhangzókat általában *a*-val, a mássalhangzókat *b*-vel jelöljük, lehetséges 32 kapcsolódás közül a következő 14 alak biztosan ki van zárva a magyar nyelvből:

a a a a a	a a a a b	b b b b a	a a a b b
b b b b b	a a a b a	b b b a b	b b a a a
	a a b a a	a b b b b	b b b a a
	a b a a a		a a b b b
	b a a a a		

Nem magyar, de gyakrabban használt idegen szavakban szerepel a következő négy:

b b a b b	(sport)
b b a a b	(triász)
a a b b a	(aorta)
a a b a b	(oázis)

Végül magyar szavakat alkothat az alábbi tizennégy:

a b b b a	(értve)	b a b a a	(falai)
a b a b a	(elemi)	b a a b a	(leíró)
a b a a b	(aláír)	b a a b b	(miért)
a b b a a	(emlői)	b a b b a	(balra)

a b b a b (átfér) **b a b a b** (kirak)
a b a b b (élénk) **b b a b a** (tréfa)
b a b b b (pénzt) **b a a a b** (fiaim)

Az öthangzós szóosztály egyben tartalmazza a legtöbb magyar szótagtípust, csak szótagokra kell bontani az egyes szavakat. Ezek:

a, ba, ab, bba, bab, abb, babb

Vegyük ezekhez a már említett **bbabb** és a szintén főként idegen szavakban szereplő **bbab** (*gróf*) szótagot, akkor *Menzerath* (8) alapján az alábbi szótagnégyzöget állíthatjuk össze:

a
 la al
 2a 2a
 2a1 2a2
 2a2

ahol most a mássalhangzók jele helyett a számukat írtuk ki, hiszen úgyis egyszótagú szimbolumokról van szó. Nem szerepel itt az igen ritka **la3**-szerű (*pénzt*) szótag, meg az idegen **2a3** (*szfinksz*). Ezek százaléka a számolások szerint elenyészően csekély.

I. táblázat

A magyar nyelv hangzóinak összehasonlító eloszlása (%).

Adat	Nemes	Mikes	Tarnóczy	Tolnai	Vértés	Átlag
	12,000	238,779	33,218	25,000	15,398	
e	11,7	11,21	10,8	10,67	10,28	10,93
a	9,9	9,37	9,9	9,61	10,71	9,90
t	8,0	7,70	7,15	8,04	7,62	7,70
l	6,1	6,27	5,9	5,95	4,98	5,84
n	5,6	5,81	5,75	5,49	5,67	5,66
k	4,8	5,73	5,55	5,16	5,29	5,30
o—o	5,0	4,61	5,3	5,28	5,31	5,08
i	4,5	4,91	4,5	4,46	5,30	4,73
r	3,95	4,03	4,4	4,19	4,50	4,21
m	4,35	3,69	4,1	4,17	4,3	4,12
s	3,35	4,41	3,8	3,77	3,66	3,80
á	3,4	3,70	3,5	3,60	3,58	3,56
é	3,45	3,84	3,5	3,47	3,48	3,55
g	2,6	2,52	2,25	2,50	2,68	2,51
z	2,15	2,93	2,0	2,17	2,38	2,32
d	2,3	1,89	2,0	2,30	2,18	2,13
ö—ő	2,1	2,15	2,05	2,10	1,89	2,06
b	2,35	1,95	1,8	2,34	1,89	2,06
v	1,9	1,93	2,3	2,20	1,97	2,06
sz	2,1	1,64	1,85	1,84	2,05	1,90
j—ly	1,9	1,64	1,8	1,51	1,90	1,75
h	1,8	1,57	1,7	1,69	2,05	1,76
gy	1,5	1,35	1,65	1,42	1,61	1,50
u—ú	1,4	1,19	1,5	1,26	1,30	1,33
f	1,0	0,87	0,9	0,97	0,85	0,96
p	0,9	0,94	0,9	0,79	0,70	0,84
ü—ű	0,8	0,86	0,8	0,8	0,49	0,75
ny	0,8	0,68	0,7	0,87	0,69	0,74
cs	0,6	0,28	0,7	0,59	0,66	0,56
c	0,2	0,23	0,3	0,19	0,18	0,22
ty	0,05	0,00	0,2	0,12	0,14	0,10
zs	0,05	0,02	0,1	0,06	0,10	0,06
dz	—	0,00	—	0,02	—	0,00
Összesen	100,6	99,93	99,65	99,98	100,00	99,99

Mielőtt a szótagtípusok gyakoriságát taglalnánk, a *szerző* és *Vértés Edit* statisztikáiból az átlagos szóhosszúság és szótageloszlás adatait idézzük. Az egy hangból álló szavak (*a, ő, ó, s*) az összes adat 2%-át teszik ki. Ezek nélkül az átlagos szóhosszúság 5 hangzó és 2 szótag. Részletesen az átlagos szóhosszúság:

	Egytagúak nélkül		Egytagúakkal együtt	
	hangzó	szótag	hangzó	szótag
Adynál	5,06	2,05	4,62	1,98
Veresnél	4,95	2,04	4,60	1,95
Közép	5,01	2,05	4,61	1,97

Nagyobb eltérés mutatkozik a különféle szótag-számú szavak gyakoriságában a vers és a próza között, éspedig:

	Egytagú	Kéttagú	Háromtagú	Többtagú
Adynál	35	40	18	7
Veresnél	43	31	17	10
Közép	39	36	17	8

A szótagkérdéshez még fontosnak látszik annak közlése, hogy a magánhangzó — mássalhangzó arány 42 : 58 körül mozog. Pontosan

	Magánh.	Mássalh.
Mikesnél	41,8	58,2
Nemesnél	42,0	58,0
Tarnóczynál	41,25	58,75
Tolnainál	41,05	58,95
Vértés E.-nél	42,3	57,7
Közép	41,7	58,3

Végül a szótagtípusoknak az egy-, két- és háromszótagú szavakban való eloszlását vizsgáljuk a szótag előfordulási helye szerint. Ez azért fontos, mert első helyen másfajta szótagtípus uralkodó, mint második helyen, az egytagú szavak más szótagtípus eloszlásúak, mint a háromtagúak, stb. *Ady*-ből 7462, *Veres*-ből 4176 szótagot vizsgáltunk meg ebből a szempontból. Az eredményt a II. táblázatban és a 2. ábrán közöljük. A táblázatban külön adtuk meg az adatokat *Adyra* és *Veresre*, az ábrán az összesítés eredménye látható.

III. A hangzókapcsolatok részleteinek figyelembevétele többszörösen meghaladja azokat a követelményeket, amiket a szövegminták megszerkesztésével kapcsolatban tehetünk. Mindössze annyit érdemes megjegyezni, hogy két egymásmellé került magánhangzó az összes magánhangzó számához viszonyítva 1,0%, míg három egymásmellé került mássalhangzó az összes mássalhangzó számához viszonyítva 0,45%-ban fordul elő. A magánhangzó és mássalhangzótorlódás tehát a szövegmintákban is ilyen százalékban szerepelhet.

Érdekes továbbá, hogy milyen kevés a hosszan ejtett (kettőzött) mássalhangzó. A nagy arányszámokat majdnem kivétel nélkül azoknál a hangzóknál találjuk, amelyek maguk kis abszolút számban fordulnak elő. Jól látható ez a III. táblázatból. Egyéb különleges szempont nem merülhet

Szótagtípus-eloszlás *Ady Endrénél* 10 000 szótagra vonatkoztatva

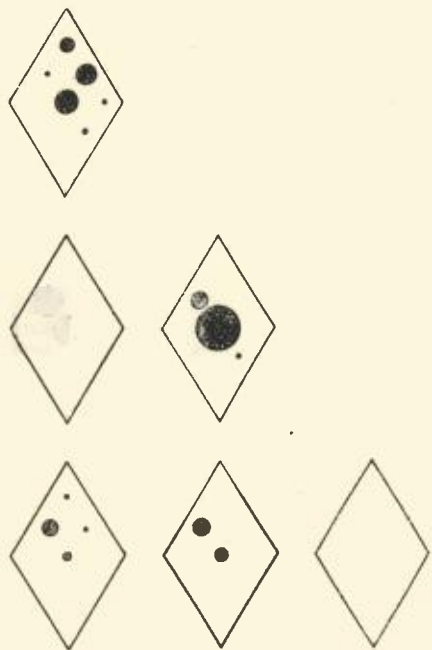
II/a. táblázat

Szótagtípus	a	1a	2a	a1	1a1	2a1	a2	1a2	Összesen
Egyszótagú	363	157	1	468	606	3	9	178	1785
Kétszótagú	1	234	808	10	232	680	4	4	2000
	2	4	435	1	23	1376	—	7	2000
Háromszótagú	1	116	463	4	99	23	6	—	914
	2	24	504	—	24	351	1	—	914
	3	22	203	—	22	600	—	1	914
Többszótagú	73	683	1	80	598	1	4	33	1 473
Összesen	836	3253	17	948	4434	15	25	472	10 000

Szótagtípus-eloszlás *Veres Péternél* 10 000 szótagra vonatkoztatva

II/b. táblázat

Szótagtípus	a	1a	2a	a1	1a1	2a1	a2	1a2	Összesen
Egyszótagú	433	189	—	669	669	3	33	204	2200
Kétszótagú	1	194	638	5	198	518	—	26	1600
	2	—	513	—	17	960	—	2	1600
Háromszótagú	1	96	374	5	108	222	5	7	820
	2	14	439	—	20	342	—	—	820
	3	2	210	—	—	577	—	—	820
Többszótagú	108	1045	—	88	860	3	5	31	2140
Összesen	847	3408	10	1100	4148	11	73	403	10000



2. ábra. Szótagtípusok eloszlása az egy-, két- és háromszótagú szavakban. A körök átmérője a szótagtípusok abszolút számával arányos.

föl, mert a szótagtípusok összeállításával az abszurd alakokat kirekesztjük. Különleges esetek ugyanis olyan kis számban kerülhetnek elő, hogy az átlageredményt nem változtatják meg.

3. A szövegminták összeállítási szempontjai

Az angol érthetőségi szövegmintákat azért kellett főként érthető szavakból összeállítani, mert az írás és kiejtés között nincs szigorú korreláció. Egyébként a nagyszámú diftongus ejtése nem teljesen egységes. Várható, hogy az érthetőség erős esést mutasson az értelmes szövegről értelmetlen szótagokra való áttéréskor. A francia kezdeményezésű CCIF javaslata a logotomképzésre egyáltalán nem alkalmazható angol nyelvterületen, de német és francia nyelvterületen sincs sok értelme, hiszen az *ö* és *ü* hiányzik a kombinációkból. Valószínűleg kizárja a statisztikai lehetőség a franciát, de biztosan kizárja a magyart az ilyenfajta kombinációk alkalmazásából:

SL	A	ST
SR	E	RS
ST	I	ST
TR	O	FT
VL	U	NG

I.	Kám étkett ráflátma ó tyacag naksend én terbengy om ilgojdas a gyengéék rong ő	aparhu uga itt szebbadász ni atken kezilép áhi en jafuig körész ek mezeker a	ott hönt elfondér e szogaz im márfodöggy esi halbics an totten márzékvi jubog dalt	a rimis tét vafómáv koltel teátbak zese né teüzel ibé agoport evé el dacstej	pemé mak suntold ek rókám taslacs eb nyelvér gyet kattlagzi ván nyenil di tezos	berkél sát orköll men zala ürvill na gesző tezsd a tás etői hajófal tom	holnégy tak kesanam len egyszen am a ere vajsem moltábris ó gyám bakalos veőn	met ürökérj ól szalény ön tisiggy kel makartél nem neütké mérken al hangsúj térnel
II.	Szeáirmi tám fecskesz a hatvett bum gyerken ki hanya elsereg mun dószér betollper üt	öntes fam velgetés át gyolkisz ő gohat átuva mák csepeldény só foggyak éjlatt banc	neany keverlen kall ék göma ispánort er dohát én kab om büszhét toltélos kongba	ik lokat vam kösej kez bá máelni ét resztett béhégy im bén fekenlád oldás	tend zamjós kam sang gakfagy máz lesreg rás dezeskim gakfaggy tev an veselzik élzsen	élőám avi kisznik e ili tatagyen a sörét o an hijtal a ronty telgerem	tánzett taflesik a itt em gerseng éla dann at losgyabón jóere ászü upái ó	áza robiz réna kó üdeje lultar aggyá ej kellelveny narancs al törut gokoksim radoj
III.	Tarájnat gens ep pegyü zerkere a nyes jehenn kornyühó ti ladból szat kosztolsz aj	feon gáltal bágyattkal gyöntak es ő dirga küttvédő én nedol gat virsaju aszi nam	leétre hémen ut lástol befilink bem arsem a lasodob attya et éjtön mékisin eze	házlok e fákusmell szé bizős sat elvel im alrim eb a zarglég gyit tese	ji isikján geskend razsd át makát bokózrág ek eszőtlen a bedan zék nyeri viterül	kundog ve leomalt hezg rotol vel állvafon e kacsrom hus kaván el tefén in	dömp hez amszaér sové gyektell en lattrányi pél ága a gyáöltem hátat béf kemgyét	amoston osa mer saktam éc ötömres oja ó tunrán am zecsőé lamak tek isnak
IV.	Bás szikéreng is hamar jong kában igali áll pedlött rasz e tuból almaktincs ön	jekó mégett nyak gyotárgy ki fode retisön cak gyuom un rögál san vértés söráós	landgat zseb elcsendül ő em ágosi zeb deoron o tásinal íz zab fudarény esz	nodön jez gezren a óha hiandal éve tegből ar vazmas kog pászkar sató om	kérmes jik erkem nyeltem a metnyes tiejtés áhó semles hi éliké miváll sajtorvak ak	a vigan tiszt pertyám damentek e ültett a balgyaknek kézmün et o mersz azmot	eha kartad er vélem felsintebb haj tíhó a agvan löttukál gyen éjő ukava szabnak	ér ilkelt zalai te pánt tantácston do fünet ez gyefite el sem karlentel ogyó
V.	Délreki bar séje zem kálák se lesőtalt tek sendesz féltiver a táms kellek dutai	harang ázaka an iti nyándig ás szepes egy lembig e inged set jakérek am	rút todám ősz véténjék számó os zelktem rogyéitt ip écse belnyem kasz pormát óv	a eme kond ibáli el vagzön larg begrétykán ő omlatt lendenkett em zaktesjel bik	zso tesén ij hartán háemjät el rattam túl ori sogaszi a laba bat fukirol	varkön agontas e csóvarancs ó mosó ejdőfi nyeret tif lükög sem lanton tab lénzőrk	lenett nyuz hüván győ agymok a tuállnak fégy ice szimpot ul zangyom ülhetnék ón	ojtak hart girseb et ragzön sek veős a szestelzel éltém zoádán be atozgon évi

VI.	San ácsa ül vergáz negelem rab szemét se hevek bal értelben emo et ingek	hír al gyema pört vigyen at riággzal ágya öl röszhaj takumu egy oszó o	engal korlintom fé kérlek aráthoz zab maskat salkint hárnak ok fénylem be dóba ottó	pang ládában üsá sekei om gyüpent a tómon vért etyüki ez nekjel matt félde	át déma labb turongy bégecsin a ízlel zsöd a leikol ét fete teszedért mek	vajgat társósdit mett miaz kélejtez itődji a sík mosnak eb jükal e hanc karton	gyeres hen kagzaj etire lenker a suajmos envitt tén törléslesz ő latmonyogat nyákos arfontos	ad volos szináli ká szög hajtván ő engem ed nivepált nyomás on szánkit macs
VII.	Vérzőhaj vez apu ig szötte mag bógán cs a lang elfér lovaít tya dajá am	torfáj a éslenn ad betes teásteg dere őr jölán ren sokres ósárgal a naron	vignek ok ilnos tó nyelzős o kiejten lak haterség ek pond bacsat e téz	lakamáz sielő ihi zet ászortam égyi rendek ab urikszom ritat őt leganyos etran kem	tagártam hanc túrás at káviszunk genlek ott kelbódi ugyó kuk gyekszel mek kalmen okánytól	a jemelten zsem ka gyaim vét ledéből netál a mostüzem bet szétes e nelát	tez duhé hajtmos la kancs másztam ik hindofű dajá ás üz máfa geltesz din gyámvas	ém barnyája nеспört af embill ézdéi hen vélygyitt ő romban éke pakosrangy el ili
VIII.	Leknyen a halleszi ebő im egyleg etője vé sapat gatokamp honc szernyel samb neőrül	embik nat égeit ébo ekcsen szer hugivát létik ül arkámber dis véltem e nakó	ekrentel savó nid margyos en tinit zatói szé lekszelt atykez at renek öz felannál	os szakjál legy gárnak ték a dülhér eb hiekssem goltal den hajsasztam a lókő	bajtal ag amján gombosnát eb rócsa tor lendrek a ulil gyat safrancs nis éte	tányérom ön sevár kurg ágyesi miaz an rigett a bontásján ám bémel kottulok meről	ara teátkér af desről ják vamóza e apa guszt homlokkvánd fi jadik lozs as	nigyütt vet éviné se mötet fek dézgény hor domtalzom egyó ő teréntut zipsét ém
IX.	E ludám erebe kialvás el verek hunc tuzókin ti tán gyertyán a elsiklás pes	tejfön ez szétbont tekalatt lá maret szél tívétős szilas ej tógтам nak teas nerui	kühefengy am renyám korv raházlon egy romlott fős eggye ő amzát zöngénlótt inges restan	zak iszapél ott suka áhója kőcs ek sitbem potlaktol én efszim nef ata ülholdon	kekring él bilmség dörb a liakát let eme aj csagol nyez jeherezs a horag	legy mère vagyész e lara biks medet en zacsond feltömköny tal szélek a dábeki	beg bajton av kajnál viátron az kengét agu áraid ó hiva dog tasnoz em	semragmok éndek a avá arsabb ig matlen enni tan talgyospor jektem ma sizém szu
X.	Ecse fa nikozák ráhó aj tagar rűsk lenglág ar eszletkős a jómat aty kütal	nyi tevibe mül nabe át érted lomjadár vol senkem el képnját ket forukon bam	naskám reng eggyé a sosztád ó jan matronn sósbornán esz bozsirok a lajtos a	lekfenn ik neből inu poémzett em ogylak emlékszem sen godlos ő muskátnál men eme	avéné tém setnes e fereit ető momelk ej határ bagalvás abdon ak aszoggya gyi	hiába a szit flasz gyalsz veszipel ji hezön zel zet nyato ruattharc rez vanül	emicső lat tidölt zingárkor rőt léden in deksét hálástok rem izget at elget laszaték	néjó egy rongyam e matad evéstenk tird zulcsug ek ené nyigvék sombokai ed pítvall

III. táblázat

Hosszan ejtett mássalhangzók arányai

Hangzó	Százalékos arány	A hangzó előfordulási aránya (%)
ty	43	0,10
gy	33	1,50
dz	31	0,02
t	22	7,70
c	19	0,22
ny	14	0,74
sz	11	1,90
b	9	2,06
z	7	2,32
l	6	5,84
j	5,6	1,75
s	5,3	3,80
n	2,6	5,66
cs	2,6	0,56
d	2,2	2,13
r	2,0	4,21
m	1,6	4,12

Néhány ezer ilyen lehetne felsorolni a CCIF kombinációk közül, hiszen a híres második sorozat 2205 kombinációjának minden tagja két mássalhangzóval kezdődik. Statisztikáink szerint az ilyen szavak aránya a magyarban 2—3 ezrelék. Pontosabban:

	Szókezdő		
	a	b	bb
Adynál	20,2	79,6	0,2
Veresrél	18,3	81,4	0,3
Közép	19,2	80,5	0,3

Magánhangzós kezdetet pedig egyáltalán nem ajánl a CCIF a két sorozatban, ahol összesen 4305 kombináció lehetséges. Nézzük ezzel szemben a saját szövegmintáink felépítését.

1. *alapelv.* A hangzófelhasználás egyezzen meg a nyelvre kapott hangzóstatisztika arányaival. Gyakorlati megvalósításként vegyünk pl. 200 szótagot. Ez 200 magánhangzót jelent. Ha a magánhangzó — mássalhangzó arányt 41,5 : 58,5-nek vesszük, a hozzátartozó mássalhangzók száma 282. A hangzók eloszlási adatai a IV. táblázat szerintiék, amit az I. táblázat statisztikai adatai arányában szerkesztettünk meg.

2. *alapelv.* A szótagtípusok felhasználási aránya egyezzen meg a nyelvre kapott szótagtípusarányokkal. Ez az elv ugyanolyan természetes, mint az előbbi, ha nem akarunk letérni a nyelvi alapokról. Adatait a 3. alapelvvel együtt tárgyaljuk.

3. *alapelv.* Egy-, két- és háromszótagú szavak készüljenek a nyelvi adatoknak nagyjából megfelelő arányban. A beszéd nem csak egytagú szavakból áll. A hangzókapcsolatok mindegyike sem valósítható meg csak egytagú szavak alkalmazása esetén. Végül az érthetőség mellett a megfigyelhetőség és a kifáradás is szerepet játszik a szövegminták

kiértékelésében. Mind a három érv indokolja, hogy a folyamatos magyar beszéd hűebb utánzása érdekében még a háromszótagú szavak is bekerüljenek a szövegmintákba. További hosszúságnövelésnek azért nincs értelme, mert a megfigyelhetőség a szóhosszúságokkal rohamosan csökken, ami értelmes szavak esetén korai kifáradásra, értelmetlen szavak esetén pedig indokolatlan tévesztésre is vezet.

IV. táblázat

Az érthetőségi szövegminták hangzóanyaga

Magánhangzók	Mássalhangzók	
53 e	37 t	9 v
47 a	29 l	8 sz
24 o—ó	28 n	8 j (ly)
22 i	27 k	8 h
17 á	22 r	7 gy
17 é	21 m	5 f
10 ö—ő	19 s	4 p
6 u	12 g	4 ny
4 ü	10 z	3 cs
—	10 d	1 ty
—	10 b	1 c
—	—	1 zs
200	282	

A szótagszám szerinti eloszlásban nagyjából 2 : 2 : 1 arányt vettünk, de figyelembe véve a prózában talált nagyobb egytagú számot, a kéttagúakat kissé csökkentettük. Így számszerint 47 egytagú, 42 kéttagú és 23 háromtagú szót szerkesztettünk. Ezekben belül szigorúan ragaszkodtunk a szótagtípusok számszerű eloszlásához, de nem tartottuk be a szótagtípusok kapcsolódási arányait, mert ez már igen nagy nehézségekre, nevezetesen az összes hangzókapcsolat pontos arányának megtartására kötelezett volna. Egyébként is a két utóbbi feltétel keresztülvitele azonos az értelmes szavak szerkesztésével, ami éppen nem célunk. A szótagokra vonatkozó összes adat az V. táblázatba került, amit a II. táblázat adataiból szerkesztettünk meg. Az V. táblázat elkészítése már sok nehézséget jelentett és ezért sok megalkuvást tartalmaz. Ugyanis nem elég a szótagok és szótagtípusok megfelelő adatainak helyes aránybahozása, hanem még a magánhangzó/mássalhangzó aránynak is helyesnek kell maradnia. Az **a** típus szaporítása a magánhangzók, az **1a1** és **1a2** típus szaporítása pedig a mássalhangzók javára tolja el az arányt. Azonkívül a szótagtípusok összegének az első és második, illetve az első, második és harmadik szótagban meg kell egyezniök. Ezek a szerkesztési nehézségek indokolják, hogy az egyezés a statisztikai adatokkal ne lehessen tökéletes. A kis számárányú szótagtípusok ki is maradtak a táblázatból.

1. *összeállítási elv.* A hasonulás törvényeit a szövegmintákban alkalmazni kell. A szövegminták összeállításának első lépése a hangzók IV. táblázat szerinti számban történő kijelölése. Gyakorlatilag jó megoldás kis kartonlemezekre egy-egy hangzó felírása, mert így számítási hiba nem történhet. Ezekből kell összeállítani az V. táblázat alsó sora szerinti szótagtípusszámot. Ez a kartonlemezek

V. táblázat

Az érthetőségi szövegminták szótagszámai és szótagtípus-számai

Szótagtípus	a	a1	1a	1a1	1a2	Összesen
Egytagú	9	15	4	15	4	47
Kéttagú első	6	5	16	14	1	42
Kéttagú második	—	1	10	29	2	42
Háromtagú első	4	2	12	1	—	23
Háromtagú második .	1	2	12	8	—	23
Háromtagú harmadik	1	1	5	14	2	23
Összesen:	21	26	59	85	9	200

összerakásával és a szótagok felsorolásjellegű felírásával történik. Ez után következik a harmadik lépés, amely már nem mechanikus munka: a szótag-típusokból a szavak összeállítása.

Az egytagú szavak közt az **a** típus kétharmad része az *a* névelő. A többi ebből a típusból csak *ó*, *e* és *ö* lehet. A többi típusnál bármely magánhangzó bármely mássalhangzóval kapcsolódhat, egyetlen gondot az **1a2** típus okoz, ahol a végső két mássalhangzó kapcsolata nem közömbös. Ide a leggyakoribb szóvégi kétmássalhangzós kapcsolatokat engedjük meg, mégpedig: *mb, nt, rj, lt, rt, st, nd, jd, ld, nk, ng, rv, dv, lsz, nc, rc, ncs, lj, ngy*.

Az összetétel alkalmával a legtöbb helyen kétmássalhangzós kapcsolat keletkezik. Ezekre pontosan alkalmazandók a 2. fejezetben említett hasonulási törvények. A szövegmintát eleve úgy kell összeállítani, hogy a felolvasáskor úgyis érvényesülő hasonulás a hangzóösszetételt ne változtathassa meg. Ha hasonulásellenes hangzóátalakozás adódik, egyiket a szabály szerint meg kell változtatnunk, vagy semlegesítenünk kell, ugyanakkor valamelyik más szónál pedig ellenváltoztatást kell végeznünk, hogy a hangzók felhasználási aránya változatlan maradjon.

Például a következő összetételekben:
mát — *gár* helyett *mád* — *gár* vagy *már* — *gát* stb.
zson — *big* helyett *zsom* — *big* vagy *nozs* — *big* stb.
us — *dar* helyett *us* — *tar* vagy *ur* — *das* stb.
ot — *szán* helyett *ok* — *szán* vagy *on* — *szát* stb.
javítás végezhető.

A második oszlop szerinti javítás esetén veszítettünk két *t*, egy-egy *n* és *d* hangzót, helyette nyertünk egy-egy *d*, *m*, *t* és *k* hangzót. A *d* és az egyik *t* kiegyenlítődik, végül tehát a változás *t* és *n* helyett *k* és *m*, amit pl. egytagú szavakban változtathatunk vissza. A harmadik oszlop szerinti megoldásban a hangzók belső fölcserélésével kerültük ki a hasonulást, ami annyiban kellemesebb, hogy nem kell ellenváltoztatást végezni.

A magánhangzóhasonulást szintén figyelembe kell vennünk, de nem kell teljes mértékben megvalósítanunk, hiszen az élő nyelvben sincs meg teljes mértékben. Sokszor mégis erősen kívánczik az átalakítás. Gyakorlati példák:

<i>kezőláp</i>	<i>kezőlöp</i>
<i>gyáöltam</i>	<i>gyáölttem</i>
<i>zamjes</i>	<i>zamjós</i>

Ilyenkor természetesen szintén szükséges a megfelelő hangzók visszaalakítása.

2. **összeállítási elv.** A rövid-hosszú arányok lehetőség szerinti alkalmazása. Említettük, hogy az *o—ó* és *ö—ő* magánhangzó párok arányát is megállapítottuk. Eszerint 24 *o*-ból 5 hosszú, a 10 *ö*-ből szintén 5 hosszú. A hosszanejtett mássalhangzók számát a III. és IV. táblázatból állapíthatjuk meg. A szövegminták alakulásától függ, hogy ezek közül egy-egy sorozatban mennyi valósítható meg. Pontos számuk egyáltalán nem látszik kritikussnak.

3. **összeállítási elv.** Az értelmes szavak száma ne haladja meg az összes szó 25%-át. Az egytagúak közül az *a*, *ó*, *ö* értelmes szóként fogható föl, egyébként is az egytagú szerkesztéskor és a többtagú összeállításkor előfordul, hogy értelmes szó keletkezik. Növekszik az értelmes szavak előfordulási aránya a hasonulási elvek alapján történő átalakításokkor. Egy-egy sorozatban a 200 szótagból 47 egytagú, 42 kéttagú és 23 háromtagú szó, azaz összesen 112 szó kap helyet. Az értelmes szavak száma a fenti beszámításokkal ne legyen több 25—35-nél. Ezenkívül előfordulnak olyan szavak is, amelyeknek valamelyik szótagja értelmes.

1. **felhasználási elv.** Egyhuzamban végzett vizsgálathoz 200 szótagból alkotott rendezetlen sorrendben következő 112 szót kell felhasználni. Kisebb szám az eredmény statisztikai értékelhetőségét rontja le, nagyobb szám esetén a hallgatók kifáradnak és ezáltal az eredmény lesz rosszabb.

2. **felhasználási elv.** Azonos személynél ugyanazon szövegmintával lehetőleg ne végezzünk vizsgálatot. Amennyiben ez mégis szükséges volna, az ismétlés időpontja 1 hónapon túl legyen és a szöveg szavainak sorrendjét cseréljük fel. Kivételt képeznek ez alól a szabály alól azok a vizsgálatok, ahol éppen az ismétlés eredményéből akarunk valamilyen következtetést levonni.

3. **felhasználási elv.** A vizsgálatok előtt azonos szövegű utasítást kell a kísérleti személyeknek adni. Az utasításban röviden ismertetni kell a vizsgálat célját és technikai lefolytatását, hangoztatni a kísérleti személyek önálló és lelkiismeretes munkájának fontosságát és végül utalni a beolvasott szöveg természetére (értelmetlen és értelmes, egy-, két- és háromszótagú szavak keveréke).

Az I—X. számozott mellékletekben 200—200 szótag érthetőségi szövegminta van a fenti elvek alapján elkészítve. Az alapelvek és összeállítási elvek segítségével természetesen további szövegminták készíthetők.

IRODALOM

- [1] Tarnóczy T. Nyelvtudományi Közlemények. LIII. 107—152 (1952).
[2] Vértes E. Nyelvtudományi Közlemények. LIV. 96—140 (1953).
[3] Tolnai V. Nyelvőr. XXXV. 421—425.
[4] Mikes F. Gyorsírástudomány 1935—36—37. évfolyamai.
[5] Nemes T.: Magyar Posta Műszaki Közleményei. VIII (1934), 101—106.
[6] Tarnóczy T.: Magyar Nyelv. XXVIII, 352—357 (1942), XXXIX. 369—374 (1943).
[7] H. Fletcher: Speech and Hearing. London. 1929.
[8] P. Menzerath Journal of Acoust. Society 22. 698—701 (1950).

Passzív hálózatok paramétereinek valós és képzetes részei közti kapcsolat

SZENTIRMAI GYÖRGY

Műszaki Egyetem Vezetéknélküli Híradástechnika Tanszék

I. Bevezetés

Az utóbbi időkben egyre gyakrabban merülnek fel szakembereink között az elektromos hálózatok elméletének egyes speciális kérdései. Ezek közé tartozik például egy impedancia valós és képzetes részei közti kapcsolat, vagy egy négy-pólus csillapítása és fázisforgatása közti kapcsolat kérdései. Bár az elektromos hálózatok elmélete távolról sem lezárt tudomány, erre a kérdésre a külföldi irodalomban kielégítő választ találhatunk.

Jelen cikk célja, ezt a magyar nyelven még nem tárgyalt kérdést felvetni és — az ismert válaszoknál talán egy kissé precízebben — megválaszolni.

II. A feladat megfogalmazása

Régóta ismert tény, hogy az elektromos hálózatok működésének jellemzésére használatos paraméterek valós és képzetes részei egymástól nem függetlenek. Ezt a kérdést tesszük most részletesebb vizsgálat tárgyává. Feladatunk három fő-részre oszlik:

1. Először megállapítjuk, hogy milyen feltételeknek kell az egyes paramétereknek eleget tenniük, hogy véges számú passzív lineáris elektromos alkatelemből álló hálózattal megvalósíthatók legyenek.

2. Ezekután megállapítjuk, hogy milyen további feltételek mellett van egyértelmű kapcsolat ezen paraméterek valós és képzetes részei között.

3. Végül pedig megadjuk azokat a módszereket, amelyek segítségével — a fenti feltételek teljesülése esetén — a paraméterek valós részéből a képzetest, vagy megfordítva, meghatározhatjuk.

A feladatot meglehetősen általánosan fogalmaztuk meg. Mit kell ugyanis értenünk egy elektromos hálózat paramétere alatt? Ha a hálózat kétpólus, akkor csak egy ilyen paraméter használatos, a kétpólus impedanciája, vagy ennek reciprokja, az admittanciája.

Ha azonban a hálózat négy-pólus, akkor már sokkal több az ismert és használatos paraméter. Ezek közül azonban csak néhányat fogunk foglalkozni, mert a többi ezekre visszavezethető. Ezek pedig az ellenállás-paraméterek, továbbá az átviteli tényező és ennek logaritmus, az átviteli mérték.

A kérdéses elektromos hálózat, akár két-, akár pedig négy-pólusról legyen is szó, lineáris és passzív; azaz olyan pozitív értékű induktivitásokból, kapacitásokból, ellenállásokból és transzformátorokból lehet felépítve, melyeknek értékei függetlenek a rajtuk átfolyó áram értékétől.

Előre kívánjuk bocsátani, hogy minden eredményünk könnyen általánosítható arra az esetre is, amikor a hálózat — működési tartományukban

lineárisnak tekinthető — elektroncsöveket is tartalmaz. Csupán azt kell kikötnünk, hogy a hálózat stabil legyen, azaz külső gerjesztés *nélkül* ne adjon le energiát. Ezzel az általánosítással azonban nem foglalkozunk, csupán utalunk az eredeti közleményre [1].

III. Analízis és a szintézis alapjai

Feladatunk első részének főkérdése: A legáltalánosabb esetben milyen sajátságokkal rendelkeznek az elektromos hálózatok különböző paramétereit?

a) Az elemi hálózatanalízisből tudjuk, hogy minden hálózatparaméter a hálózat ágaiban szereplő elemek impedanciáiból alkotott determinánsok különböző hányadosaiként állítható elő. Ebből rögtön következik az, ami minden hálózatparaméternél közös:

Minden paraméter a $p = \delta + j\omega$ frekvencia-paraméternek racionális törtfüggvénye, vagy ennek logaritmus, ahol az összes együtthatók valós számok.

A valós együtthatók kapcsán az algebra alap-tétele megköveteli, hogy ezen paraméterek zérushelyei és pólusai vagy valósak, vagy konjugált komplex párok legyenek. A valós együtthatók miatt konjugált komplex » p « értékhez konjugált komplex függvényérték tartozik. Azaz képletben — ha az itt szereplő speciális komplex-változós függvényeket $R(p)$ -vel jelöljük:

$$R(\bar{p}) = \overline{R(p)} \quad (\text{III. 1})$$

Ebből rögtön következik egy további érdekes sajátság. Ha ugyanis a függvény értékeire csupán a p -sík képzetes tengelye mentén ($p = j\omega$) vagyunk kíváncsiak, akkor a függvény valós része ω -nak tiszta páros, a képzetes része pedig tiszta páratlan függvénye lesz. Ugyanis bevezetve a következő jelöléseket:

$$R(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega)$$

ahol

$$A(\omega) = \text{Re} [R(j\omega)] \quad (\text{III. 2})$$

$$B(\omega) = \text{Im} [R(j\omega)]$$

Tudva pedig, hogy $(j\omega)$ konjugáltja $(-j\omega)$, azaz:

$$R(j\bar{\omega}) = R(-j\omega) = A(-\omega) + jB(-\omega) \quad (\text{III. 3})$$

Ezt (III. 2)-be helyettesítve és (III. 1)-gyel egybevetve kapjuk:

$$A(-\omega) + jB(-\omega) = A(\omega) - jB(\omega) \quad (\text{III. 4})$$

azaz szétválasztva:

$$A(-\omega) = A(\omega)$$

$$B(-\omega) = -B(\omega) \quad (\text{III. 5})$$

Végül pedig ebből az következik, hogy zérus frekvencián a képzetes rész, és a valós rész differenciálhányadosa csupán extrém értéket — zérus vagy végtelen értéket — vehet fel.

Mindezek a sajátságok az összes hálózatparaméter közös sajátságai. Több közös sajátságuk azonban nincs, ezért ezután az egyes paraméterekkel külön kell foglalkoznunk.

b) Vizsgáljuk először kétpólusok impedanciáit, vagy reciprokukat, az admittanciát. A kettőt ugyanis — tárgyalásunk szempontjából — nem kell egymástól megkülönböztetni. Ha pedig egy függvény egyaránt lehet impedancia vagy admittancia, akkor — a kettős szóhasználat elkerülése végett — ezt »immittanciá«-nak fogjuk nevezni.¹

Milyen további követelményeknek kell tehát egy fizikailag megvalósítható immittanciának eleget tenni?

Nyilvánvaló, hogy a kétpólusnak minden körülmények között — tehát például rövidzárasban és üresjárásban is — stabilnak kell lenni. Ez annyit jelent, hogy az esetleg fellépő tranziens jelenségek amplitúdója nem növekedhetik minden határon túl. Ennek a feltételnek a matematikai megfogalmazása a következő:

Ismeretes, hogy egy hálózatban lejátszódo tranziens jelenségeket állandó együtthatójú homogén differenciál-egyenlet, vagy egyenlet-rendszer írja le. A megoldás pedig általában a következő alakú tagok összegeként írható fel:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \left[\left(\sum_{k=0}^{n-1} A_k t^k \right) e^{(\delta_i + j\omega_i)t} \right] = \\ = \sum_{k=0}^{n-1} |A_k| t^k e^{\delta_i t} \cos(\omega_i t + \varphi_{ik}) \quad (\text{III. 6}) \end{aligned}$$

ahol a $p_i = \delta_i + j\omega_i$ érték az i . n. sajátfrekvencia — a karakterisztikus egyenlet gyöke — nem más, mint az immittancia zérushelye vagy pólusa és »n« az illető zérushely vagy pólus multiplicitása. Ez a jelenség az időben nyilván akkor nem fog minden határon túl növekedni, ha:

$$\delta_i < 0 \quad (\text{III. 7})$$

Ha azonban $n = 1$, azaz egyszeres zérushelyről ill. pólusról van szó, akkor a

$$\delta_i = 0 \quad (\text{III. 8})$$

határérték is meg van engedve. Pontosan megfogalmazva tehát:

Egy immittancia megvalósíthatóságának szükséges feltétele, hogy zérushelyei és pólusai a baloldali félsík belsejébe [$\operatorname{Re}(p) < 0$] essenek, a képzetes tengelyre esők — a zérust és végtelent is beleértve — csak egyszeres zérushelyek ill. pólusok lehetnek.

¹ A számításoknál mindenütt relatív paramétereket fogunk alkalmazni. Ezekről dimenziós értékekre úgy lehet áttérni, hogy a használatos négy mennyiség (R, L, C, ω) közül bármelyik kettő egységét tetszés szerint megválasztjuk, a másik kettő pedig az ismert dimenzionális kötések-ből számítható:

$$R_e = \sqrt{\frac{L_e}{C_e}}; \quad \omega_e = \frac{1}{\sqrt{L_e C_e}}$$

Passzív kétpólusoknál végül a megvalósíthatóság utolsó feltétele az, hogy az immittancia valós része a képzetes tengelyen seholsem lehet negatív. Ennek szükségessége egyszerűen belátható abból, hogy ellenkező esetben a passzív kétpólus egy frekvencián, vagy egy egész sávban tartósan képes volna energiát leadni, ami az energiamegmaradási elvvel ellenkeznék.

Ezek a feltételek szükségesek és elégségesek ahhoz, hogy az immittancia véges számú passzív elemből felépíthető legyen. A feltételek szükséges voltát már beláttuk, az elégséges voltát pedig úgy lehetne bizonyítani, hogy megadjuk az eljárást, amellyel adott és a feltételeknek eleget tevő függvény esetén az immittancia megkonstruálható. Ez azonban épp úgy, mint az egyes speciális — reak-táns és egyéb kételemes — esetek tárgyalása túlhaladja cikkünk kereteit [2].

c) Térjünk rá most a négy-pólusokra és itt is tárgyaljuk meg először az ellenállás- vagy vezetési-paramétereket. A kettő ugyanis itt is teljesen azonos módon tárgyalható.²

$$R_{11}(p) = Z_{11}(p) \text{ ill. } Y_{11}(p)$$

$$R_{22}(p) = Z_{22}(p) \text{ ill. } Y_{22}(p) \quad (\text{III. 9})$$

Nyilvánvaló, hogy a négy-pólus mindkét oldali úgynevezett »hajtóponti« immittanciái³ az előbbi — a kétpólusok immittanciáira adott — feltételeknek eleget tartoznak tenni.

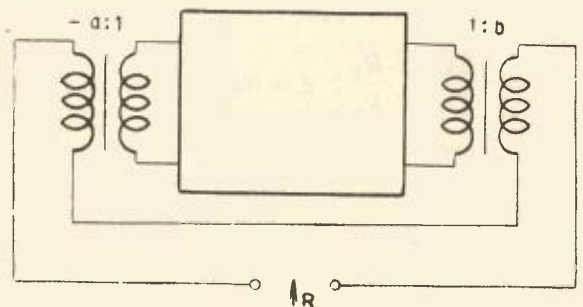
A transzfer immittanciának

$$R_{12}(p) = Z_{12}(p) \text{ ill. } Y_{12}(p) \quad (\text{III. 10})$$

csupán a pólusaira vonatkoznak a fenti kikötések. Tehát a transzfer immittancia pólusai csupán a baloldali félsíkba eshetnek, a képzetes tengelyre esők pedig csak egyszeresek lehetnek. A transzfer immittancia zérushelyeire és valós részére azonban semmi kikötés nincs.

Ezek a feltételek azonban még nem elegendők ahhoz, hogy ezek a függvények egy és ugyanazon négy-pólus összetartozó paraméterei legyenek. A hiányzó feltételre a következőképpen jutunk.

Készítsünk a négy-pólusból két ideális transzformátor segítségével kétpólust az alábbi módon:



1. ábra.

² Ezek definícióit illetően lásd bármelyik híradástechnikai kézikönyvet [13].

³ Egyedül csak itt célszerű az angolszász »hajtóponti« immittancia kifejezés (driving-point immittance) használata, hogy az üresjárási impedanciát és a rövidzárási admittanciát együtt tárgyalhassuk és a transzfer immittanciáktól mégis megkülönböztethessük.

Az így nyert kétpólus immittanciája elemi számítással könnyen kapható:

$$R = a^2 R_{11} + 2abR_{12} + b^2 R_{22} \quad (III. 11)^4$$

Ennek valós része

$$\text{Re}[R] = a^2 \text{Re}[R_{11}] + 2ab \text{Re}[R_{12}] + b^2 \text{Re}[R_{22}] \quad (III. 11/a)$$

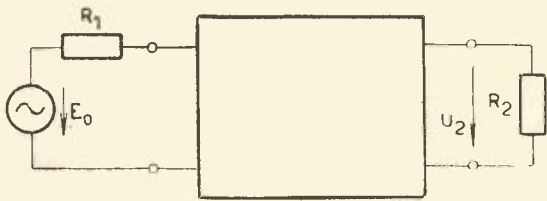
a képzetes tengelyen és a jobboldali félsíkban — a transzformátoráttételek tetszés szerinti valós értékei mellett — sehol sem lehet negatív. Ez a feltétel a fentiekén kívül még azt követeli, hogy

$$\begin{aligned} \text{ha} \quad & \text{Re}(p) \geq 0; \\ & \text{Re}[R_{11}(p)] \text{Re}[R_{22}(p)] - \\ & - \{\text{Re}[R_{12}(p)]\}^2 \geq 0. \end{aligned} \quad (III. 12)$$

Ezek a feltételek — amelyekből még egy sor részletkövetkeztetés is levonható — már elégségesek ahhoz, hogy a megfelelő négy-pólus realizálható legyen. Azonban ez is túlhaladja témánk kereteit [3].

e) Érdekesebb és számunkra is fontosabb jellemzője egy négy-pólusnak az üzemi átviteli tényezője, vagy ennek logaritmus, az átviteli mérték.

Mindenesetre meg kell jegyeznünk, hogy egyrészt ez a paraméter nemcsak a négy-pólus jellemzője, mert a záróellenállások értékeitől is függ; másrészt viszont adott záróellenállások között sem jellemzi egyértelműen a négy-pólust, mert ebben az esetben



2. ábra.

is több olyan, nem ekvivalens négy-pólus található általában, melyek átviteli tényezői azonosak.

Az átviteli tényező és az átviteli mérték definíciói a 2. ábra alapján:

$$\Gamma = \frac{E_0}{2U_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}}; \quad g = \log \Gamma = a + jb \quad (III. 13)^5$$

Tiszta képzetes p -értékek esetén Γ abszolút értéke a primer oldalon lévő generátorból maximálisan kivehető effektív teljesítmény és a szekunder oldali záróellenállás által effektíve felvett teljesítmény hányadosának négyzetgyökével egyenlő. A jobboldali félsík belsejében Γ abszolút értékének hasonló fizikai jelentése van, csupán itt nem a teljesítmények időbeli közepének, hanem egy bizonyos t_1 időpillanatig leadható, ill. felvett összes energiák hányadosáról van szó. Az átviteli mérték valós részét (a) csillapításnak, képzetes részét (b) pedig forgatásnak nevezzük.

⁴ A kifejezés impedanciákra igaz, admittanciák esetén az » a » és » b » értékek helyett a reciprokuk szerepel.

A megvalósíthatóság feltételeihez itt a következőképpen jutunk:

Az átviteli tényező — mely p -nek természetesen⁵ szintén racionális törtfüggvénye — általában így írható:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{N(p)} = e^{a+jb} \quad (III. 14)$$

Γ -nak, vagyis $H(p)$ -nek zérushelyei nyilván csak a baloldali félsík belsejébe eshetnek. A jobboldali félsík belsejébe vagy a képzetes tengelyre eső zérushely — Γ fizikai jelentése kapcsán — végtelen nagy teljesítményerősítésre vezetne, ami passzív négy-pólusnál lehetetlen. Tehát $H(p)$ összes gyökei negatív valós részűek, azaz ez egy úgynevezett Hurwitz-polinom. Teljesen azonos energiamegfontolások alapján kapjuk további feltételként:

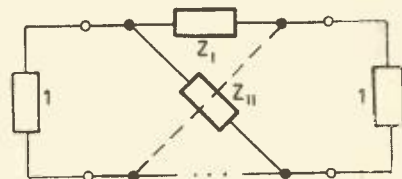
$$\begin{aligned} \text{ha} \quad & \text{Re}(p) \geq 0 \\ & |\Gamma|^2 = \frac{H(p)H(\bar{p})}{N(p)N(\bar{p})} \geq 1 \end{aligned} \quad (III. 15)$$

ahol az egyenlőségjel csak a képzetes tengelyen lehet érvényes. A képzetes tengelyen ezt a csillapításra átírva:

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \log |\Gamma|_{p=j\omega}^2 = \\ &= \frac{1}{2} \log \frac{H(j\omega)H(-j\omega)}{N(j\omega)N(-j\omega)} \geq 0 \end{aligned} \quad (III. 16)$$

A (III. 15) feltételből következik, hogy $N(p)$ fokszáma $H(p)$ fokszámánál nagyobb nem lehet, mert az egyenlőtlenség különben igen nagy p értékek esetén felborulna. Ezen a feltételen — és természetesen a valós együtthatókon — kívül $N(p)$ -re semmi kikötést nem tehetünk, gyökei (azaz Γ pólusai) a komplex p -síkon bárhol elhelyezkedhetnek.

Ezek a feltételek azonban már elégségesek a megvalósításhoz. (Lásd az 1. példát.) Vizsgáljuk meg ugyanis az alábbi négy-pólust:



3. ábra.

Amennyiben a két hídellenállást úgy határozzuk meg, hogy

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} = \frac{1 - \frac{1}{\Gamma}}{1 + \frac{1}{\Gamma}} \quad (III. 17)$$

⁵ Szorítkozzunk arra a gyakorlatban egyedül érdekes esetre, amikor a négy-pólus ohmos zárások között dolgozik, amelyeket az általános csorbítás nélkül egységnyieknek tetelezhetünk fel. Egyébként az itt leírtak nem tiszta ohmos zárások esetére is általánosíthatók.

akkor a négy pólus üzemi átvitele valóban az előírt Γ érték lesz. Most még csak azt kell megmutatnunk, hogy az így kiadódó Z_I függvény valóban két-pólussal realizálható.⁶ Ez azonban könnyen bizonyítható.

A (III.15) feltétel kapcsán $\frac{1}{|\Gamma|}$ az egész jobb oldali félsík belsejében 1-nél kisebb. Ebben a tartományban tehát Z_I -nek sem zérushelye, sem pedig pólusa nem lehet. Továbbá a (III.17) egyenletből a (III.14) egyenlet segítségével:

$$\operatorname{Re}(Z_I) = \frac{e^{2a} - 1}{e^{2a} + 2 \cos b \cdot e^a + 1} \geq 0 \quad (\text{III.18})$$

a teljes jobb oldali félsík belsejében.⁷ Ebből már az is következik, hogy ha van is a képzetes tengelyen zérushely vagy pólus, akkor azok csak egyszerűsek lehetnek. Ugyanis egy zérushely közvetlen környe-

zetében a függvényértékek annyi pozitív és negatív szektorra oszlanak, amennyi a zérushely multiplicitása. Jelen esetben azonban egy teljes félsíkből, azaz π szögön belül bármilyen irányból is közeledünk a zérushelyhez, azt feltételünk szerint pozitív értékeken keresztül közelítjük meg. Következésképpen az illető zérushely csak egyszerűs lehet. A függvény reciprokát vizsgálva, hasonló mondható a képzetes tengelyen levő pólusokra is. Vagyis kielégülnek mindazok a feltételek, melyeket szükségesnek és elégségesnek ismertünk el ahhoz, hogy Z_I (ill. Z_{II}) hídellenállások megvalósíthatók legyenek. Ezzel pedig Γ -ra vonatkozó eredeti állításunkat is igazoltuk. (L. 2. példát.)

Tegyük még egy kissé részletesebb vizsgálat tárgyává az átviteli tényezőt és az átviteli mértéket. E célból bontjuk fel az átviteli tényező számlálóját és nevezőjét gyöktényezőkre, de a konjugált komplex gyökpárokat tartjuk együtt.

$$\Gamma = K \frac{\prod_{h=1}^m \left(1 + \frac{p}{\omega_h}\right) \prod_{i=1}^n \left[1 + 2 \frac{p}{\omega_i} \cos \alpha_i + \left(\frac{p}{\omega_i}\right)^2\right]}{\prod_{j=1}^q \left(1 + \frac{p}{\omega_j}\right) \prod_{k=1}^r \left[1 + 2 \frac{p}{\omega_k} \cos \alpha_k + \left(\frac{p}{\omega_k}\right)^2\right] \prod_{l=1}^s \left[1 + \left(\frac{p}{\omega_l}\right)^2\right] \cdot p^t} \quad (\text{III.19})$$

ahol a valós, illetve konjugált komplex gyökök a számlálóban:

$$\begin{aligned} p_h &= -\omega_h \\ p_i &= -\omega_i e^{\pm j\alpha_i} \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Mivel a számlálóban Hurwitz-polinóm áll, azért:

$$\begin{aligned} \omega_h &> 0 \\ \omega_i &> 0; \quad \frac{\pi}{2} > \alpha_i > 0 \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

A nevezőben pedig hasonló módon az egyes tagok sorjában a valós, a konjugált komplex, a tiszta

képzetes és végül a zérusnál felvett gyökökhöz tartozó gyöktényezők. Az itt szereplő állandókra — valós voltukon kívül — általában semmi kikötés nincs. Az $N(p)$ polinómnak csupán a fokszámára tettünk egy kikötést, amely a szorzatokban szereplő tagok számára vonatkoztatva így szól:

$$m + 2n \geq q + 2r + 2s + t \quad (\text{III.22})$$

Az átviteli tényező kifejezését logaritmizálva a csillapításra és a forgatásra a következő kifejezéseket kapjuk:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \log |K| + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^m \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h}\right)^2\right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \log \left[1 + 2 \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2 \cos 2\alpha_i + \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^4\right] - \\ &- \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_j}\right)^2\right] - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \log \left[1 + 2 \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2 \cos 2\alpha_k + \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^4\right] - \sum_{l=1}^s \log \left|1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2\right| - t \cdot \log \omega \end{aligned} \quad (\text{III.23})$$

$$\begin{aligned} b(\omega) &= \arccos K + \sum_{h=1}^m \arccos \frac{\omega}{\omega_h} + \sum_{i=1}^n \arccos \frac{2 \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right) \cos \alpha_i}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i}\right)^2} - \sum_{j=1}^q \arccos \frac{\omega}{\omega_j} - \\ &- \sum_{k=1}^r \arccos \frac{2 \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right) \cos \alpha_k}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k}\right)^2} - \sum_{l=1}^s \lim_{\varepsilon_l \rightarrow 0} \left[\arccos \frac{\varepsilon_l \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l}\right)^2} \right] - t \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

A fázisforgatás kifejezésének első tagja egy esetleges keresztvezést vesz figyelembe. Különös

⁶ Z_{II} -ről ezt már nem szükséges kimutatni, mert ha Z_I megvalósítható, akkor Z_{II} szintén megvalósítható [4].

⁷ Az egyenlőséggel csak a képzetes tengelyen állhat fenn.

figyelmet érdemel az utolsó előtti tag, amely a tiszta képzetes pólusokhoz tartozó fázisforgatást adja. Ezek az értékek voltaképpen szakadáson függvények, ugyanis Γ értéke egy ilyen (egyszeres) pólusnál éppen előjelet vált. Valóban, határértékben:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\varepsilon \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2} \right] = \begin{cases} 0 & \text{ha } \omega < \omega_0 \\ \pi & \text{ha } \omega > \omega_0 \end{cases} \quad (\text{III.25})^8$$

Ezeket a szakadásokat, fázisugrásokat a fázisfüggvény számításánál figyelmen kívül szokták hagyni éppen úgy, mint a legutolsó tagot, amely a kezdőfázis azon részét adja, mely a zérus frekvencián levő csillapításpólusoktól származik. Ezen adatok ismerete azonban lényeges, mert ezek a fázis-karakterisztika szerves részei éppúgy, mint a többi tagok.

IV. Minimál-sajátságok

Térjünk rá most azon feltételek vizsgálatára, amelyek mellett a hálózatfüggvények valós és képzetes részei között egyértelmű kapcsolat van.

Mindenekelőtt egy előzetes megjegyzés. Az egyértelműség kérdésének és feltételeinek felvetésére azért van szükség, mert mi a szóbanforgó függvények valós ill. képzetes részét nem ismerjük az egész komplex számsíkon, hanem csupán a képzetes tengely mentén, csupán valós ω értékek esetén.⁹ Persze ebben az esetben alkalmazni lehet a *Poisson*-féle integrált, illetve ennek egy módosított alakját¹⁰ a megadott zárt görbére. (Jelen esetben a képzetes tengelyre). Ennek azonban feltételei vannak: a függvénynek a görbe által bezárt területen (jelen esetben a jobb- vagy baloldali félsíkon) analitikusnak kell lenni és a határon (a képzetes tengelyen) levő szingularitások is legfeljebb logaritmikus szingularitások vagy elágazáspontok lehetnek (l. V/B). Ezek a feltételek azonban hálózatfüggvényeinknél nem teljesülnek a priori. Azt kívánjuk most megvizsgálni, hogy hogyan lehetne hálózatfüggvényeinkből olyanokat csinálni, melyek ezeket a feltételeket is kielégítik.

A) Immittancia-függvényeink — mind a két-pólus-immittanciák, mind pedig a »hajtó-pontik« immittanciák — ezeket a feltételeket részben teljesítik, amennyiben a jobboldali félsík belsejében nincs szingularitásuk. A képzetes tengelyen azonban van. Ez nem baj akkor, ha az immittanciák helyett a logaritmusokkal számolunk, mert ezáltal ezekből a pólusokból és zérushelyekből logaritmikus szingularitások lennének. Ha azonban nem kívánunk logaritmusokkal számolni, akkor más megoldáshoz kell folyamodnunk.

Az immittancia-függvényre tett kikötéseink miatt a tiszta képzetes pólusok residuuma pozitív valós szám [5]. Ezekhez a két ellentétes előjelű párokban fellépő pólusokhoz tartozó úgynevezett

⁸ Mint látjuk, ezek a fázisugrások úgy foghatók fel, mintha egy-egy, nem a képzetes tengelyen levő pólushoz tartoznának, akkor az egyértelműséget a Cauchy—Riemann-féle differenciálegyenletek — egy esetleges konstanstól eltekintve — biztosítják.

⁹ Ha a függvények valós ill. képzetes részét az egész komplex síkon ismernők — mint $A(\delta, \omega)$ ill. $B(\delta, \omega)$ függvényeket —, akkor az egyértelműséget a Cauchy—Riemann-féle differenciálegyenletek — egy esetleges konstanstól eltekintve — biztosítják.

¹⁰ Lényegében a Cauchy-féle integráltétel alkalmazásáról van szó.

pólusrész a részlettörtre bontás módszerével kiemelhető:

$$R(p) = \frac{a_p}{p - j\omega_p} + \frac{a_p}{p + j\omega_p} + R'(p) = \frac{2a_p p}{p^2 + \omega_p^2} + R'(p) \quad (\text{IV.1})$$

ahol az $R'(p)$ maradék a $p = j\omega_p$ helyen már véges értékű.¹¹ Ezek a kiemelt másodfokú pólusrészek egy tiszta reaktáns résznek felelnek meg, és pedig egy sorbakapcsolt parallel rezgőkörnek — ha impedanciáról van szó — illetve egy parallel kapcsolt soros rezgőkörnek — ha admittanciáról van szó. Így az összes, a képzetes tengelyen levő pólus (a zérusnál és végtelennél levők is) kiemelhető és a visszamaradó rész már a képzetes tengelyen is analitikus lesz.

A visszamaradó immittancia-függvényt, amelynek tehát a képzetes tengelyen nincs pólusa, minimális képzetes részű immittanciának nevezzük.

Ha egy immittancia minimális képzetes részű, akkor a reciprokra nem feltétlenül az. Lehet olyan minimális képzetes részű immittanciát készíteni, melynek reciproka is minimális képzetes részű. Ennek azonban feladatunk szempontjából nincs jelentősége, mert a képzetes tengelyen fekvő zérushelyeket a *Cauchy*-féle integráltétel alkalmazása megengedi.

A teljes egyértelműség biztosításához még egy feltételt kell megvizsgálnunk.

Láttuk, hogy az immittanciák valós része a képzetes tengelyen sehol sem lehet negatív. Jelöljük a valós rész itt felvett abszolút minimumát A_{\min} -mal. Könnyen belátható, hogy az a függvény, amelyet az eredeti függvénynek A_{\min} -al való csökkentése útján kapunk, szintén megvalósítható:

$$R'(p) = R(p) - A_{\min} \quad (\text{IV.2})$$

Ugyanis ez a csökkentés csupán annyit jelent, hogy a függvény valós része egy kissé lejjebb toldott, de a szinguláris pontok (zérushelyek és pólusok) a baloldali félsíkban maradtak; továbbá a függvény valós része sem lesz sehol negatív, csupán legalább egy pontban felveszi a zérus értéket.

Az ilyen immittanciákat, melyek valós része legalább egy pontban zérus, minimális valós részű immittanciáknak nevezzük. Nyilvánvaló, hogy ha egy immittancia minimális valós részű, akkor a reciproka is az.

Így tehát a legáltalánosabb immittancia felépíthető egy minimális valós és minimális képzetes részű immittancia, egy tiszta reaktáns immittancia és egy ohmos ellenállás vagy vezetés összegeként. (Például impedancia esetén a 4. ábra szerint.)

Ezekután kimondhatjuk a tételt:

Minimális valós és minimális képzetes részű immittanciák valós részéből a képzetes rész — vagy megfordítva — egyértelműen számítható.

Ehhez csatlakozik a 4. ábra kapcsán a következő kettős tétel:

¹¹ Könnyen belátható, hogy ez a maradék külön is megvalósítható immittancia [5].

a) Adott valós részhez a legáltalánosabb képzetes részt úgy kapjuk, hogy az adott $A(\omega)$ valós részhez meghatározzuk a minimális képzetes részű képzetes részt és ehhez hozzáadunk egy tetszés szerinti tiszta reaktáns immittanciát.

b) Adott képzetes részhez a legáltalánosabb valós részt úgy kaphatjuk, hogy az adott $B(\omega)$ képzetes részhez meghatározzuk a minimális valós

gelyen levő pólusokból úgyis logaritmikusszingularitások lesznek, amelyek meg vannak engedve. A jobboldali félsík belsejében levő pólusokat azonban el kell tüntetni. E célból az átviteli tényező (III.14) kifejezését írjuk így át:

$$\Gamma = \frac{H(p)}{H_1(p) \cdot N'(p) \cdot H_2(-p)} \quad (IV.3)$$

ahol a nevezőt három részre bontottuk. $H_1(p)$ tartalmazza a baloldali félsík belsejébe eső pólusokat, tehát ez egy Hurwitz-polinóm. $N'(p)$ tartalmazza a képzetes tengelyre eső pólusokat, tehát $N'(p)$

tiszta páros vagy tiszta páratlan polinóm. Végül $H_2(-p)$ tartalmazza a jobboldali félsík belsejébe eső pólusokat, azaz $H_2(p)$ ismét Hurwitz-polinóm.

Bontsuk most ezt a kifejezést így fel:

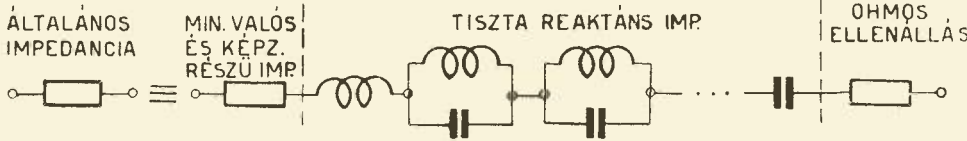
$$\Gamma = \frac{H(p)}{H_1(p) N'(p) \cdot H_2(p)} \cdot \frac{H_2(p)}{H_2(-p)} = \Gamma_1 \cdot \Gamma_2 \quad (IV.4)$$

ahol

$$\Gamma_1 = \frac{H(p)}{H_1(p) \cdot N'(p) H_2(p)} \quad (IV.5)$$

$$\Gamma_2 = \frac{H_2(p)}{H_2(-p)}$$

Könnyen belátható, hogy mindkét új átviteli tényező ismét külön-külön megvalósítható. Γ_1 -nek azonban a jobboldali félsíkban már nem lesznek



4. ábra.

részű valós részt és ehhez hozzáadunk egy tetszés szerinti pozitív konstans értékű valós részt.

Vagy egy másik oldalról megvilágítva alternatív megfogalmazásban:

a) Két immittancia, melyek valós részei azonosak, egymástól csupán egy tetszés szerinti additív tiszta reaktáns immittanciában különbözhetnek.

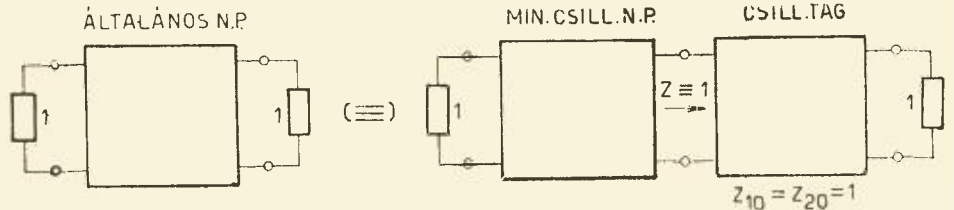
b) Két immittancia, melyeknek képzetes részei azonosak, egymástól legfeljebb egy tetszés szerinti értékű additív ohmos immittanciában különbözhetnek.

B) Térjünk rá most a négy-pólusokra, speciálisan az átviteli mértékre. Itt is hasonló módon definiálhatunk bizonyos minimum-sajátságokat, a célból, hogy Cauchy tételét alkalmazni tudjuk.

Tudjuk, hogy a csillapításra szintén olyan kikötés áll fenn, hogy az a képzetes tengelyen nem lehet negatív. Határozzuk meg itt is a csillapítás abszolút minimumát, legyen ez a_{min} . Ha ezt az értéket az eredeti átviteli mértékből kivonjuk, akkor a maradék átviteli mérték még mindig megvalósítható, mert a megvalósíthatósági feltételeknek továbbra is eleget tesz, csupán valós része legalább egy pontban felveszi a megengedett minimális zérus értéket. Az ilyen átviteli mértéket, ill. a megfelelő négy-pólust minimális valós részű átviteli mértéknek, ill. minimális csillapítású négy-pólusnak nevezzük.

Ha a kivont a_{min} konstans csillapításértéket egy egyik oldalán illesztve zárt szimmetrikus csillapító taggal megvalósítjuk, akkor az eredeti négy-pólus felbontható — átviteli mérték szempontjából ekvivalens lesz — ezen csillapítótag és a minimális csillapítású négy-pólus lánckapcsolásával (5. ábra.)

Az átviteli tényezővel azonban még az a baj, hogy általában mind a jobboldali félsík belsejében, mind a határon (a képzetes tengelyen) vannak pólusai. Mivel azonban úgyis a logaritmusával, az átviteli mértékkel számolunk, a képzetes ten-



5. ábra.¹²

pólusai, mert azokat áthelyeztük a képzetes tengelyre tükrösen elhelyezkedő pontokba. Az ilyen átviteli tényezőt és négy-pólust — melynek tehát nincsen pozitív valós részű pólusa — minimális képzetes részű átvitelnek, illetve minimális fázisú négy-pólusnak nevezzük.

Érdekes még a Γ_2 átviteli mérték is. Erre ugyanis:

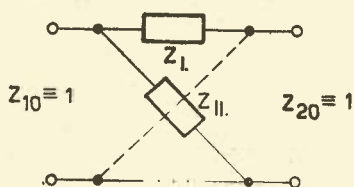
$$|\Gamma_2|^2 = \frac{H_2(j\omega) H_2(-j\omega)}{H_2(-j\omega) H_2(j\omega)} \equiv 1 \quad (IV.6)$$

azaz ennek a négy-pólusnak a csillapítása azonosan zérus. Ez egy mindentáteresztő fázisforgató négy-pólus, amely a 6. ábra szerint valósítható meg, ahol

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{H_2(p) - H_2(-p)}{H_2(p) + H_2(-p)} \quad (IV.7)$$

¹² A zárójelbe tett azonosságjel azt jelenti, hogy a két kapcsolás csupán az üzemi átvitel szempontjából azonos egymással.

A Z_I és Z_{II} hidellenállások tiszta reaktáns két-pólusok lesznek, ha $H_2(p)$ — amint azt kimutattuk — valóban Hurwitz-polinóm [6]. Tekintettel arra,



6. ábra.

hogy ennek a szimmetrikus mindentátesztőnek a hullámellenállása azonosan konstans, az alábbi tételt mondhatjuk ki:

A legáltalánosabb átviteli mérték felépíthető egy minimális csillapítású és minimális fázisú négy-pólus, továbbá egy egymáshoz és az egyik záráshoz illesztett mindentátesztő fázisforgató és egy csillapítótag lánckapcsolásaként.

Ezekután itt is kimondhatjuk a tételt:

Minimális csillapítású és minimális fázisú négy-pólus csillapítása és fázisa közt egyértelmű kap-

egy konstans, frekvenciafüggetlen csillapításban különbözhetnek.

Csupán arra kell majd ügyelnünk, hogy ha a fáziskarakterisztikából számítjuk a csillapítást, akkor a (III.24) kifejezést teljes egészében ismerünk kell, különben az egyértelműség nincs biztosítva.

V. Számítási eljárások

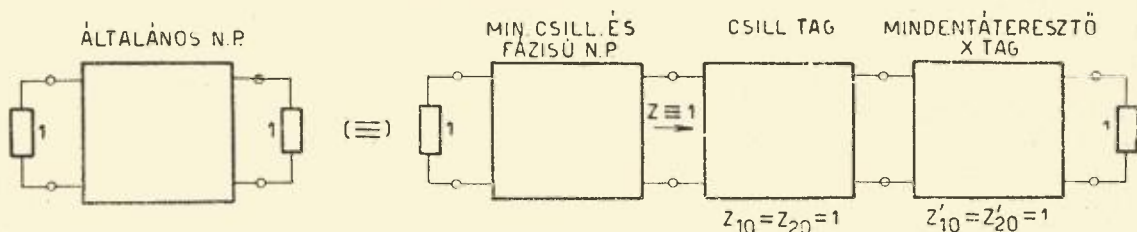
Rátérhetünk ezek után azon számítási eljárások ismertetésére, melyek segítségével hálózatfüggvényeink valós részéből a képzetes — vagy megfordítva — meghatározható.

Ezeket a számítási módszereket két csoportba sorolhatjuk:

1. algebrai, és
2. analitikus eljárásokra.

A) Foglalkozzunk először az algebrai módszerrel. Ez a módszer egyszerűen a következő:

Megfigyeljük, hogy az eredeti függvényből milyen eljárással képezzük a valós ill. képzetes részt. Azután ezen az úton visszafelé haladva próbáljuk meg az eredeti függvényt rekonstruálni.¹⁴



7. ábra.

csolat van, az egyikből a másik egyértelműen számítható.

A 7. ábra kapcsán ehhez ismét az alábbi tétel kapcsolódik:

a) Adott csillapításkarakterisztikához a legáltalánosabb fáziskarakterisztikát ill. négy-pólust úgy kapjuk, hogy meghatározzuk az adott csillapításkarakterisztikához a minimális fázisú fáziskarakterisztikát ill. négy-pólust és ehhez egy tetszés szerinti mindentátesztő fáziskarakterisztikáját hozzáadjuk, illetve a megfelelő mindentátesztőt láncba kapcsoljuk.

b) Adott fáziskarakterisztikához¹³ a legáltalánosabb csillapításkarakterisztikát ill. négy-pólust úgy kapjuk, hogy meghatározzuk az adott fázishoz tartozó minimális csillapítású csillapításkarakterisztikát ill. négy-pólust és ehhez tetszés szerinti pozitív konstans csillapítást adunk hozzá, illetve megfelelő csillapító tagot kapcsolunk vele láncba.

Vagy ismét más megvilágításban:

a) Két átviteli mérték, melyek valós részei azonosak, egymástól csak egy tetszés szerinti mindentátesztő fáziskarakterisztikájában különbözhetnek.

b) Két átviteli mérték, melyek minimális fázisú képzetes részei azonosak, egymástól csupán

a) Tételezzük fel, hogy immittanciánk keresett eredeti alakja:

$$R(p) = \frac{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}{1 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_m p^m} = \frac{H_1(p)}{H_2(p)} \quad (\text{V.1})$$

Feltételeinkből következik, hogy

$$m - n = 1 \text{ vagy } 0 \quad (\text{V.2})$$

Ugyanis $p = \infty$ -nél sem pólus, sem 1-nél magasabb fokú zérushely nem lehet.¹⁵ Ez a kifejezés részlet-törtekre bontva még így is írható:

$$R(p) = A_0 + \sum_i \frac{A_i}{p - p_i} \quad (\text{V.3})$$

függetlenül attól, hogy a p_i és A_i értékek esetleg komplex számok (amelyek azonban konjugált komplex párokban lépnek fel). $R(p)$ valós része ezeketán szintén kétféle alakba írható az (V.1) ill. (V.3) egyenletek alapján:

¹³ Ha feltételezzük, hogy az adott fáziskarakterisztika eredetileg is minimális fázisú négy-pólushoz tartozik.

¹⁴ Látni fogjuk, hogy a tárgyalt minimál-feltételek itt is szükségesek az egyértelműség biztosítására.

¹⁵ Pólus a minimális reaktáns rész miatt nem lehet.

$$\operatorname{Re} [R(p)]_{p=j\omega} = \frac{R(p) + \bar{R}(p)}{2} \Big|_{p=j\omega} = \frac{1}{2} \frac{H_1(j\omega)H_2(-j\omega) + H_2(j\omega)H_1(-j\omega)}{H_2(j\omega)H_2^*(-j\omega)} \quad (\text{V.4})$$

Illetve

$$\operatorname{Re} [R(p)]_{p=j\omega} = \left[\frac{1}{2} \left[A_0 + \sum_i \frac{A_i}{p-p_i} \right] + \frac{1}{2} \left[A_0 + \sum_i \frac{-A_i}{p+p_i} \right] \right]_{p=j\omega} \quad (\text{V.5})$$

Ugyanis tiszta képzetes p értékeknél $\bar{p} = -p$.

A rekonstrukció ennek kapcsán igen egyszerűen történik. Először is ω helyébe $(-j\omega)$ -t helyettesítünk. Így a valós rész nevezője (V.4) szerint tartalmazza az eredeti nevező gyökeit és azok negatívjait is. Ezeket a gyököket meg kell határozni. Ezután a nevező gyökeinek ismeretében a valós részt az (V.5) kifejezés szerint részlettörtes alakra bontjuk. Azokat a tagokat, melyek pólusai negatív valós részű » p_i « értékeknél vannak, egybe-egyejtve, és a pozitív állandó felével kiegészítve kapjuk az (V.5) kifejezés első felét, azaz a keresett immittancia felét. Ezt azután összevonva az (V.1) alakra hozhatjuk. (Lásd a 3. példát.)

A minimális képzetes rész feltétele csak közvetett úton került tárgyalásunkba egyszerűen úgy, hogy

ha az eredeti immittancia tartalmazott is pólusokat a képzetes tengelyen, az azoknak megfelelő (IV.1) alakú tagok a valós részben semmi nyomot nem hagytak. [Lásd az (V.5) egyenletet.] Következésképpen a rekonstruálásnál sem kerülhettek elő.

Teljesen hasonlóan számíthatjuk a valós részt a képzetesből. A képzetes rész alakjai ugyanis:

$$\operatorname{Im} [R(p)] = \frac{R(p) - \bar{R}(p)}{2} \Big|_{p=j\omega} = \frac{1}{2} \frac{H_1(j\omega)H_2(-j\omega) - H_2(j\omega)H_1(-j\omega)}{H_2(j\omega)H_2(-j\omega)} \quad (\text{V.6})$$

Illetve

$$\operatorname{Im} [R(p)] = \left[\frac{1}{2} \left(A_0 + \sum_i \frac{A_i}{p-p_i} \right) - \frac{1}{2} \left(A_0 + \sum_i \frac{-A_i}{p+p_i} \right) \right]_{p=j\omega} \quad (\text{V.7})$$

Itt jelentkezik majd a minimális valós rész feltétele, mint az egyértelműség szükséges feltétele. Ugyanis az (V.7) kifejezésből az A_0 konstans kiesik és a reprodukálásnál sem kerül elő, hanem tetszés szerint¹⁶ felvehető. Ha minimális valós részre szorítkozunk, úgy A_0 értéke — amely egyébként az immittanciának végtelenben felvett értéke — egyértelműen számítható. Egyébként a keresett immittancia teljesen úgy számítható, mint a valós részből. (Lásd a 4. példát.)

b) Az átviteli tényezőnél ill. mértéknél az eljárás a logaritmusképzés miatt egy kissé más.

A (III.14) képletből kiindulva a csillapításra ill. a forgatásra az alábbi kifejezéseket írhatjuk fel:

$$a = \frac{1}{2} \log \left| \frac{H(p)H(-p)}{N(p)N(-p)} \right|_{p=j\omega} \quad (\text{V.8})$$

$$j \operatorname{tg} b = \left| \frac{H(p) - H(-p)}{H(p) + H(-p)} - \frac{N(p) - N(-p)}{N(p) + N(-p)} \right|_{p=j\omega} \quad (\text{V.9})$$

Ezek helyett célszerűbb a velük egyenértékű alábbi kifejezések használata:

$$\epsilon^{2a} = \frac{H(p)H(-p)}{N(p)N(-p)} \Big|_{p=j\omega} \quad (\text{V.8/a})$$

$$\frac{1 + j \operatorname{tg} b}{1 - j \operatorname{tg} b} = \frac{H(p) \cdot N(-p)}{N(p) \cdot H(-p)} \Big|_{p=j\omega} \quad (\text{V.9/a})$$

¹⁶ Mindenesetre a megvalósíthatóságához szükséges, hogy A_0 értékét, ha tetszés szerint is, de a minimális valós rész feltételezésével kiadódó értéknél feltétlenül csak nagyobbra válasszuk.

Ha a csillapításból, tehát az (V.8/a) egyenletből indulunk ki, akkor a számláló gyökei közül azok,¹⁷ melyek a baloldali félsíkba esnek, lesznek $H(p)$ gyökei. A nevezőnél csak akkor egyértelmű a helyzet, ha minimális fázisú négypólusról van szó. Ekkor a baloldali félsík belsejébe eső konjugált komplex gyökök és a képzetes tengelyre eső gyökök (amelyek páros multiplicitással fognak fellépni) fele alkotják az $N(p)$ polinómot.

Ha azonban a fázisforgatásból, azaz az (V.9/a) egyenletből akarjuk az átviteli tényezőt reprodukálni, akkor a helyzet komplikálódik. Ugyanis az $N(p)$ polinóm általában tartalmazhat egy tiszta páros vagy tiszta páratlan polinómot szorzóként, amely az (V.9/a) egyenletből nyom nélkül kiesik, vagy csak egy negatív előjelet hagy hátra. Ennek a fázisforgatásban — mint láttuk — szakadások, illetve bizonyos kezdőfázis felel meg, amelyet nem szokás, illetve csak a (III.24) kifejezéshez hasonló viszonylag nehézkes módon lehet figyelembe venni.

Ezen a következő módon lehet segíteni. Először eltekintünk a kezdőfázistól és a fázisugrásoktól. Ekkor az adott » b « függvénnyel képezzük a

$$\frac{1 + j \operatorname{tg} b}{1 - j \operatorname{tg} b} = f(\omega) \quad (\text{V.10})$$

függvényt, ahol az $\omega = -jp$ helyettesítést végezzük el. Ezután a számlálónak és a nevezőnek a baloldali félsík belsejébe eső zérushelyeinek meg-

¹⁷ Természetesen itt is az $\epsilon^{2a} = f(\omega)$ függvény szokott adva lenni, ahol előbb az $\omega = -jp$ helyettesítést kell elvégeznünk.

felelő gyöktényezőket egybegyűjtve, megkapjuk a

$$\frac{H(p)}{H_1(p)} \quad (\text{V.11})$$

részét az átviteli mértéknek.¹⁸ Hátra van a tiszta páros, vagy tiszta páratlan $N'(p)$ polinóm meghatározása. Ez történik az eddig figyelmen kívül hagyott szakadások és a kezdőfázis segítségével. Ha ugyanis a $j\omega_i$ helyeken vannak $(-n_i\pi)$ értékű fázisugrások, (n_i pozitív egész szám), és a kezdőfázis, illetve a kezdőfázisnak a zérus frekvencián lévő csillapításpólusok okozta része, $(-t\frac{\pi}{2})$, akkor

$$N'(p) = p^t \prod_i \left[1 + \left(\frac{p}{\omega_i} \right)^2 \right]^{n_i} \quad (\text{V.12})$$

Még mindig hiányzik ekkor egy konstans valós szorzó, amelyet azonban a minimális csillapítás feltétele szolgáltat. Így tehát egy esetleges konstans 180° -os fázistolástól eltekintve, amely a fenti konstans szorzó előjelétől függ, feltételeink mellett az egyértelműség mindkét irányban biztosítva van.

Egy kis szépséghibája van csupán az eljárásnak. Bizonyos adatok ismeretét még feltételezni sem lehet általában. Ilyen pedig a fázisban beálló ugrások és a kezdőfázisnak a zérusnál lévő csillapításpólusok okozta része. Ugyanis azt még meg lehet állapítani, hogy egy pontban Γ előjelet vált. Ez azonban csak annyit jelent, hogy ott a fázisugrás

$$-(2k+1)\pi \quad m=0, 1, 2, \dots \quad (\text{V.13})$$

azaz $-\pi$ páratlan számú többszöröse. A »k« érték pontos megállapítására azonban — a csillapítás ismerete nélkül — nincsen mód. Épp úgy nem állapítható az sem meg, hogy nincsen-e valahol $(-2k\pi)$ értékű ugrás a fázis karakterisztikában, mert itt a Γ még előjelet sem vált. Végül a kezdőfázisról is csupán annyi állapítható meg, hogy az $-\frac{\pi}{2}$ páros, vagy páratlanszámú többszöröse-e.

Ezért abban az esetben, ha a fázis karakterisztikából számítjuk a csillapítást, az egyértelműséget általában nem tudjuk biztosítani. Csupán azt tudjuk megállapítani, hogy a (III.24) egyenletben a »k« értéke páros-e, vagy páratlan, továbbá, hogy egyes » $j\omega_i$ « értékeknél a fázis $-\pi$ páratlan számú többszörösével ugrik. Ennél többet nem mondhatunk és a hiányzó adatokat tetszés szerint felvehetjük, mindenestre csak úgy, hogy a

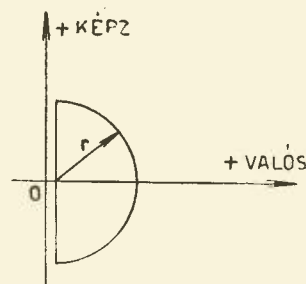
$$2s + t \leq 2(n - r) + (m - q) \quad (\text{III.22})$$

feltétel teljesüljön. Szerencsés és viszonylag egyszerű esetekben ezek az adatok az eredményt egyértelművé tehetik, de általában még egyszerű esetekben is többféle lehetőség áll fenn. (Lásd a 7., 8., 9. példákat.)

B) Az analitikus eljárás lényegesen általánosabb. A módszer lényegében a Cauchy-féle

¹⁸ Látható itt is, hogy a minimális fázis feltétele szükséges az egyértelműséghez, mert különben a $H(p)$ és $H_1(p)$ polinómokhoz tartozó gyöktényezők szétválasztása általában többféleképpen történhetne. Egyébként ez a $H_1(p)$ (IV.5) fejezésben szereplő $H_2(p)$ -t is.

integráltétel alkalmazásán alapszik, ahol az integrálást az alábbi útvonalra terjesztjük ki:



8. ábra.

és ahol majd a $\lim r = \infty$ határátmenetet végezzük el. Ez a módszer alkalmazható mindazon függvényekre, melyek az alábbi feltételeknek eleget tesznek [7]:

$$R(j\omega) = A(\omega) + jB(\omega) \quad (\text{V.14})$$

1. Az $A(\omega)$ valós rész a képzetes tengelyen az ω frekvencia páros függvénye.
2. A $B(\omega)$ képzetes rész a képzetes tengelyen az ω frekvencia páratlan függvénye.
3. Az $R(p)$ függvénynek a jobboldali félsík belsejében [$\text{Re}(p) > 0$] nincs szingularitása.
4. A képzetes tengelyen — egy $p = p_0$ pontban — csak olyan szingularitás lehet, hogy

$$\lim_{p \rightarrow p_0} (p - p_0) R(p) = 0 \quad (\text{V.15})$$

Ez megenged logaritmikusszingularitásokat és egyszerű elágazási pontokat, de pólusokat nem.

5. Általában az alábbi két határérték közül

$$\begin{aligned} \lim_{p \rightarrow 0} R(p) \\ \lim_{p \rightarrow \infty} R(p) \end{aligned} \quad (\text{V.16})$$

legalább az egyiknek létezni kell, de néhány tétel alkalmazható olyan esetben is, ha ezek egyike sem véges.

Látjuk tehát, hogy a leírt minimál-sajátságokkal rendelkező függvényeink ezen feltételeknek eleget tesznek, csupán az átviteli mérték általában nem tesz eleget az 5. feltételnek. Azonban ez is áthidalható.

Ezekon felül azonban a fenti feltételeknek egyéb, lényegesen általánosabb függvények is eleget tesznek. Eleget tesznek például az immittanciák logaritmusai, függetlenül attól, hogy a leírt minimál-tulajdonságokkal rendelkeznek-e, vagy sem. Eleget tesznek továbbá bizonyos hullámparaméterek és egyéb, mesterséges, egyenes darabokból összetett karakterisztikák is.

Előnye a módszernek, hogy ha az egyik karakterisztikát nem ismerjük a teljes képzetes tengelyen, hanem csak annak egy vagy több szakaszán, de ismerjük a másik karakterisztikát a képzetes tengely összes többi helyein, akkor az eljárással a hiányzó karakterisztika-részek is számíthatók.

Továbbá a kapcsolatok a kiindulási pontok és a változók lehetséges transzformációinak sokrétűsége kapcsán igen sokféle alakot ölthetnek. Mind-

ezekkel nem kívánunk itt foglalkozni, csupán utalunk a szakirodalomra [8].

Az összefüggések közül is csupán egyetlen csoportot ragadunk ki, bizonyítás nélkül [9]:

$$B(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{A(y)}{y^2 - \omega^2} dy \quad (\text{V.17})$$

$$A(\omega) - A_{\infty} = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{y B(y)}{y^2 - \omega^2} dy \quad (\text{V.18})$$

ha A_{∞} véges, illetve

$$A(\omega) - A_0 = -\frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{B(y)}{y(y^2 - \omega^2)} dy \quad (\text{V.19})$$

ha A_0 véges.¹⁹ Miután immittanciák esetén mind

$$a(\omega) = \log |K| + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^m \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_h} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \log \left[1 + 2 \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2 \cos 2\alpha_i + \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^4 \right] - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q \log \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_j} \right)^2 \right] - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^r \log \left[1 + 2 \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right)^2 \cos 2\alpha_k + \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right)^4 \right] - \sum_{l=1}^s \log \left| 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l} \right)^2 \right| - t \cdot \log \omega \quad (\text{V.20})$$

$$b(\omega) = \text{arc } K + \sum_{h=1}^m \text{arc } \text{tg} \frac{\omega}{\omega_h} + \sum_{i=1}^n \text{arc } \text{tg} \frac{2 \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right) \cos \alpha_i}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right)^2} - \sum_{j=1}^q \text{arc } \text{tg} \frac{\omega}{\omega_j} - \sum_{k=1}^r \text{arc } \text{tg} \frac{2 \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right) \cos \alpha_k}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_k} \right)^2} - \sum_{l=1}^s \lim_{\varepsilon_l \rightarrow 0} \left[\text{arc } \text{tg} \frac{\varepsilon_l \left(\frac{\omega}{\omega_l} \right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_l} \right)^2} \right] - t \frac{\pi}{2} \quad (\text{V.21.})$$

ahol most már

$$\omega_h, \omega_i, \omega_j, \omega_k, \omega_l > 0$$

$$\frac{\pi}{2} > \alpha_i, \alpha_k > 0 \quad (\text{V.22})$$

Itt a két kifejezésben az egyes azonos indexű tagok egymáshoz tartoznak és kielégítik az (V.17) és (V.18) egyenleteket is.²¹ Általában ugyanis kimutatható, hogy [16]

$$\frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\frac{1}{2} \log [1 + 2y^2 \cos 2\alpha + y^4]}{y^2 - \omega^2} dy = \text{arc } \text{tg} \frac{2\omega \cdot \cos \alpha}{1 - \omega^2} \quad (\text{V.23})$$

illetve

$$-\frac{2\omega^2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{arc } \text{tg} \frac{2y \cos \alpha}{1 - y^2}}{y^2 - \omega^2} dy =$$

¹⁹ Az integrálkifejezéseknél mindig az ú. n. Cauchy-féle főértékre szorítkozunk.

²⁰ Mellesleg megjegyezve, ezen gyökök ismeretére az integrál kiértékelésénél is szükség van.

²¹ Az (V.18) és (V.19) egyenletek egyikéből a másik egyszerű helyettesítéssel nyerhető.

A_0 mind pedig A_{∞} véges, azért ebben az esetben az utóbbi két kifejezés bármelyike használható. (Lásd az 5. példát.)

Bonyolultabb esetben egy ilyen integrál kiértékelése legalább olyan hosszadalmas és nehézkes munka, mint az algebrai eljárás, ahol a nehézség egy vagy két magasabbfokú algebrai egyenlet gyökeinek meghatározásában rejlik.²⁰

Fokozódnak a nehézségek az átviteli mérték esetén, ahol az átlag mérnök elé jóformán megoldhatatlan feladatot állít egy ilyen integrál. Az integrálformulák egyszerűsítése pedig gyakorlatilag az algebrai eljárás alkalmazásához vezet, feltételezve persze azt, hogy az algebrai eljárás egyáltalán alkalmazható.

Írjuk le ugyanis ismét a csillapítás és forgatás általános formuláit, de most minimális fázisú és minimális csillapítású esetre:

$$= \frac{1}{2} \log [1 + 2y^2 \cos 2\alpha + y^4] \quad (\text{V.24})$$

és ezek az egyenletek az

$$a = 0 \quad \text{és} \quad \lim a = \frac{\pi}{2} \quad (\text{V.25})$$

határesetekben is érvényesek maradnak. Ezzel kimutattuk, hogy az (V.20) és (V.21) egyenletek algebrai úton összetartozóknak talált tagjai az (V.17) és (V.18) egyenletek szerint is egymáshoz tartoznak.

Tehát itt az eljárás az, hogy az adott függvényt algebrai módszerekkel az (V.20) ill. (V.21) alakra hozzuk és a megfelelő másik függvényt az (V.23) ill. (V.24) egyenletek segítségével meghatározzuk. Így a fázisforgatás bizonyos adatainak (ugrások, stb.) hiánya természetesen ugyanazon következményekkel jár, mint az algebrai eljárásnál. (L. a 6. példát.)

VI. Összefoglalás

Cikkünk elején megállapítottuk azon legáltalánosabb függvényeket, melyek immittanciaként, illetve átviteli mértékként véges passzív lineáris elektromos hálózattal megvalósíthatók.

Ezután megállapítva, hogy függvényeink valós és képzetes részei egymástól nem függetlenek, meghatároztuk azokat a feltételeket, amelyek mellett a valós és képzetes részek közti kapcsolat egyértelművé válik. Végül megadtuk azokat az eljárásokat-melyekkel — a fenti feltételek teljesülése esetén — egyik részből a másik számítható.

Különös eredményképpen azt találtuk, hogy a fáziskarakterisztika egyes adatainak ismerete eleve nem tételezhető fel. Ennek azután az az érdekes következménye van, hogy az említett feltételek teljesülése esetén a csillapításból a fázis egyértelműen számítható, míg megfordítva az egyértelműség már nem mindig áll fenn. A lehetőségek mindenestre viszonylag szűkek.

Tekintettel arra, hogy ezen hibák egy részét a képzetes tengelyre eső csillapításpólusok okozzák, ez a nehézség kiküszöbölhető volna, ha ilyen csillapításpólusok jelenlétét — a zérusnál és végtelennél lévők kivételével — nem engednők meg. Alátámasztható volna ez a szigorítás azzal az indoklással, hogy csillapításpólusoknak exakt módon a képzetes tengelyre való helyezése gyakorlatilag lehetetlen azért, mert vagy ideálisan veszteségmentes reaktáns elemeket kíván (lánckapcsolás), vagy exakt pontossággal beállított elemek szükségességek hozzá (hídkapcsolás). Mindkét eset pedig a gyakorlatban csak közelíthető.

Az irodalomban ez az érvelés egyrészt hiányzik²², másrészt nem állja meg a helyét. Ugyanis mai technikai felkészültségünkkel a csillapításpólus a képzetes tengelyhez — különösen hídkapcsolás esetén — tetszés szerint közel vihető; nem beszélve arról, hogy az egyik irányban a kapcsolat egyértelműsége ezen szigorítás nélkül is fennáll. Továbbá, mint azt láttuk, a Cauchy-féle integráltétel alkalmazása sem igényli ezt a megszorítást.

Ezért csupán két lehetőség marad hátra:

1. Vagy megköveteljük a fáziskarakterisztika exakt ismeretét az ugrások pontos helyének, értékének és »t« értékének ismeretével együtt;
2. vagy a fáziskarakterisztika → csillapításkarakterisztika irányban lemondunk az egyértelműségről és tudomásul vesszük, hogy azonos fáziskarakterisztikához²³ a minimál-feltételek teljesülése esetén is általában többféle csillapításkarakterisztika tartozik.

VII. Példák

Végül az elmondottak illusztrálására lássunk néhány példát:

1. Adva van az alábbi átviteli tényező:

$$\Gamma = \frac{(1 + p + p^2)(1 + 2p)}{1 - p^2} \quad (VII.1)$$

Kérdés, megvalósítható-e ez? Γ zérushelyei a baloldali félsíkba esnek:

$$p_1 = -0,5$$

$$p_{2,3} = -0,5 \pm j0,867 \quad (VII.2)$$

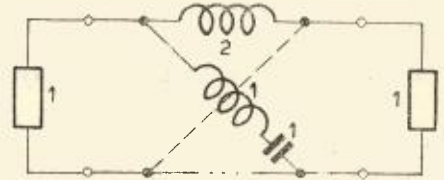
²² Egyetlen helyet sikerült csupán találnunk, ahol hasonló indoklás olvasható [10].

²³ A lazább értelemben vett azonos fáziskarakterisztikához.

A számláló harmadfokú, a nevező fokszáma eggyel kisebb Végül pedig:

$$|\Gamma|_{p=j\omega} = \frac{1 + 3\omega^2 - 3\omega^4 + 4\omega^6}{1 + 2\omega^2 + \omega^4} \geq 1 \quad (VII.3)$$

Tehát az adott függvény négypólussal megvalósítható például az alábbi kapcsolással:



9. ábra.

Ez a kapcsolás nem az a lehetőség, amelyet a szövegben tárgyaltunk.

2. Második példaként azt vizsgáljuk meg, hogy az előző példában szereplő átviteli tényezőt úgy akarnók megvalósítani, mint ahogy azt leírtuk, akkor az így kiadódó

$$Z_I = \frac{1}{Z_{II}} = \frac{\Gamma - 1}{\Gamma + 1} = \frac{p(1 + 2p + 2p^2)}{2 + 5p + 4p^2 + 2p^3} \quad (VII.4)$$

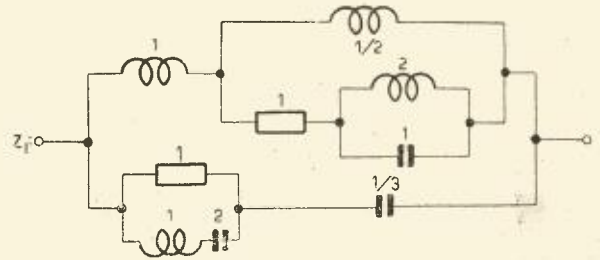
hídellenállások vajjon megvalósíthatók-e? A számláló ill. nevező zérushelyei:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0 & \text{ill. } p'_1 &= -0,603 \\ p_{2,3} &= -0,5 \pm j0,5 & p'_{2,3} &= -0,7 \pm j1,08 \end{aligned} \quad (VII.5)$$

A feltételeket ezek mind kielégítik, mert p_1 kivételével mind a baloldali félsík belsejében vannak, p_1 pedig — amely tiszta képzetesnek tekintendő — egyszeres. Végül az utolsó feltétel:

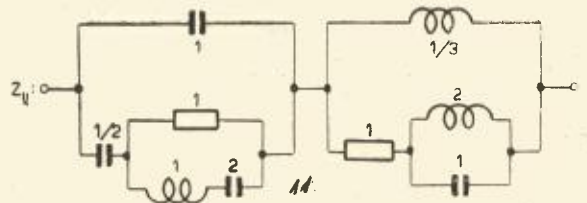
$$\text{Re}[Z_I] = \frac{\omega^2(1 - 2\omega^2)^2}{2 + 9\omega^2 - 4\omega^4 + 4\omega^6} \geq 0 \quad (VII.6)$$

szintén kielégül, tehát az impedancia valóban megvalósítható. Egy lehetőség például az alábbi:



10. ábra.

...illetve ennek reciproka:



11. ábra.

Az ebből a két hídellenállásból felépített és egységnyi ellenállásokkal lezárt X-tag üzemi átviteli tényezője azonos a 9. ábra kapcsolásának átviteli tényezőjével.

3. Adva van egy immittancia valós része:

$$A(\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2} \quad (VII.7)$$

Keresendő az immittancia. Az algebrai eljárás szerint:

$$H_2(p)H_2(-p) = [1 + \omega^2]_{\omega=-jp} = 1 - p^2 \quad (\text{VII.8})$$

Tehát:

$$H_2(p) = 1 + p. \quad (\text{VII.9})$$

A (VII. 7) egyenlet ennek kapcsán így írható:

$$A(-jp) = \frac{1}{1-p^2} = \frac{1}{2(1+p)} + \frac{1}{2(1-p)} \quad (\text{VII.7/a})$$

Ezen kifejezés első tagjának kétszerese a keresett minimális képzetes részű immittancia:

$$R(p) = \frac{1}{1+p} \quad (\text{VII. 10})$$

4. Adva van egy immittancia képzetes része:

$$jB(\omega) = -j\omega \frac{1-\omega^2}{1-\omega^2+\omega^4} \quad (\text{VII.11})$$

A megfelelő $\omega = -jp$ helyettesítés után a nevező:

$$H_2(p)H_2(-p) = 1 + p^2 + p^4 \quad (\text{VII.12})$$

Innen:

$$H_2(p) = 1 + p + p^2 \quad (\text{VII.13})$$

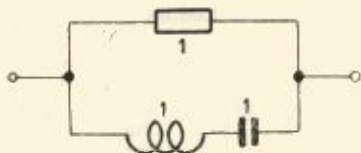
Ezután a $jB(\omega)$ kifejezést részlettörtekre bontva (a gyakorlatban nem szükséges a konjugált komplex póluspárok gyöktényezőit kétfelé bontani):

$$jB(p) = \frac{1}{2} \frac{-p}{1+p+p^2} - \frac{1}{2} \frac{p}{1-p+p^2} \quad (\text{VII.14})$$

Tehát a keresett immittancia:

$$R(p) = \frac{-p}{1+p+p^2} + A_0 \quad (\text{VII.15})$$

Minimális valós rész esetén $A_0 = 1$. Megvalósítása mint impedancia:



12. ábra.

5. Nézzük most az analitikus eljárást. Adva van egy immittancia valós része:

$$A(\omega) = \frac{\omega^2}{1+\omega^2} \quad (\text{VII.16})$$

Az (V. 17) egyenlet szerint:

$$\begin{aligned} B(\omega) &= \frac{2\omega}{\pi} \int_0^\infty \frac{y^2}{(1+y^2)(y^2-\omega^2)} dy = \\ &= \frac{2\omega}{\pi(1+\omega^2)} \int_0^\infty \frac{dy}{1+y^2} + \frac{2\omega^3}{\pi(1+\omega^2)} \int_0^\infty \frac{dy}{y^2-\omega^2} = \\ &= \frac{2\omega}{\pi(1+\omega^2)} [\arctg y]_0^\infty + I_2 \quad (\text{VII.17}) \end{aligned}$$

I_2 -ről egy kis számolással kimutatható, hogy zérust ad, míg az első tag:

$$B(\omega) = \frac{\omega}{1+\omega^2} \quad (\text{VII.18})$$

értéket szolgáltat. Az eredeti, minimális valós és képzetes részű immittancia pedig:

$$R(p) = \frac{p}{1+p} \quad (\text{VII.19})$$

6. Csináljunk most négypólusokra néhány példát. Adva van az alábbi csillapításfüggvény:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \log 2 + \frac{1}{2} \log(1+9\omega^2) + \frac{1}{2} \log\left(1+\frac{\omega^2}{4}\right) - \\ &\quad - \log|1-\omega^2| \quad (\text{VII.20'} \end{aligned}$$

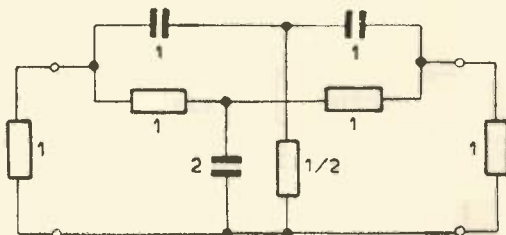
Az ennek megfelelő fázisforgatás egyszerűen adódik (V. 21) szerint:

$$b(\omega) = \arctg 3\omega + \arctg \frac{\omega}{2} - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\arctg \frac{\varepsilon\omega}{1-\omega^2} \right] \quad (\text{VII.21})$$

Az eredeti minimális csillapítású és fázisú átviteli tényező pedig:

$$\Gamma = \pm 2 \frac{\left(1 + \frac{p}{2}\right)(1+3p)}{1+p^2} \quad (\text{VII.22})$$

Ez például megvalósítható (pozitív előjellel) az alábbi kapcsolással:



13. ábra.

7. Határozzuk meg azt a négypólust, melynek fázisforgatása:

$$b(\omega) = \arctg \omega + \arctg \frac{\omega}{1-\omega^2} \quad (\text{VII.23})$$

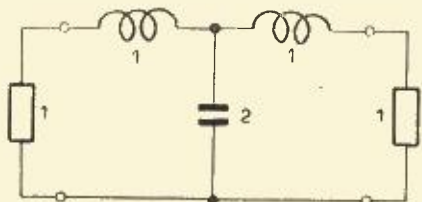
A kezdőfázisról és az esetleges fázisugrásokról semmit sem tudunk. Így az egyértelműen adódó számláló és a nevező egy része:

$$\begin{aligned} H(p) &= (1+p)(1+p+p^2) \\ H_1(p) &= 1 \quad (\text{VII.24}) \end{aligned}$$

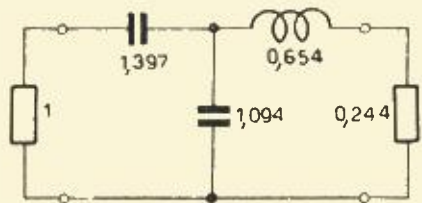
A nevezőben pedig még lehet egy legfeljebb harmadfokú tiszta páros vagy tiszta páratlan polinóm, melynek gyökei tiszta képzetesek. Így összesen a következő lehetőségek állnak fenn:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= K_1(1+p)(1+p+p^2) \\ \Gamma_2 &= K_2 \frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p} \\ \Gamma_3 &= K_3 \frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p^2} \\ \Gamma_4 &= K_4 \frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p^3} \\ \Gamma_5 &= K_5 \frac{(1+p)(1+p+p^2)}{1+\left(\frac{p}{a}\right)^2} \\ \Gamma_6 &= K_6 \frac{(1+p)(1+p+p^2)}{p\left[1+\left(\frac{p}{a}\right)^2\right]} \quad (\text{VII.25}) \end{aligned}$$

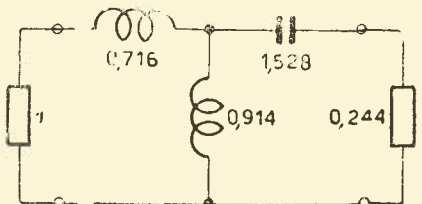
Hogy mind valóban megvalósítható, arra az alábbi ábrák adnak egy-egy példát (mindegyik példa minimális fázisú és csillapítású).



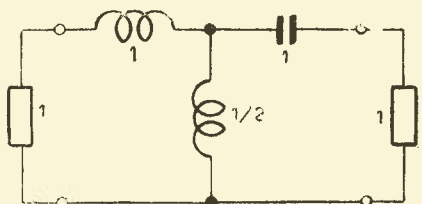
14. ábra. $\Gamma_1 = (1 + p)(1 + p + p^2)$



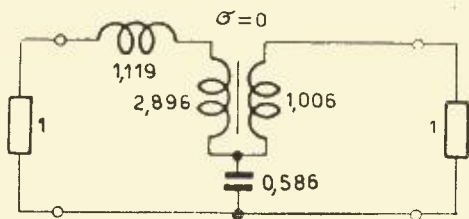
15. ábra. $\Gamma_2 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p}$



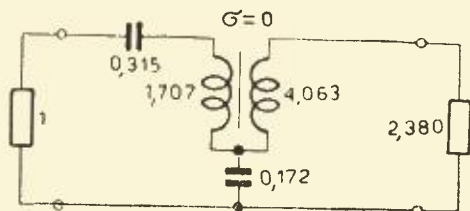
16. ábra. $\Gamma_3 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p^2}$



17. ábra.²⁴ $\Gamma_4 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p^3}$



18. ábra. $\Gamma_5 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{(1 + p^2)}$



19. ábra. $\Gamma_6 = \frac{(1 + p)(1 + p + p^2)}{p(1 + p^2)}$

8. Ha az előző példában kikötjük, hogy a kezdőfázis $\frac{\pi}{2}$ -nek csak páros számú többszöröse lehet, akkor rögtön szűkülnek a lehetőségek, mert a Γ_2 , Γ_4 és Γ_6 kiesik, mint lehetőség. Ha még ráadásul kikötjük azt is, hogy véges frekvencián, sehol sincsen páratlan ($-\pi$) értékű fázisugrás, akkor, mint lehetőség, csak Γ_1 és Γ_3 marad. Ezt a kettőt azután — egy lehetséges keresztezés miatt — a fázisforgatásukkal egymástól megkülönböztetni sehogyan sem lehet.

9. Ha a 7. példa fázisfüggvénye mellé viszont azt kötjük ki, hogy

a) a kezdőfázis $\frac{\pi}{2}$ -nek páros számú többszöröse és

b) $\omega = 1$ -nél ($p = j$) a fázis ($-\pi$) páratlanszámú többszörösével ugrik, akkor a kapcsolat már teljesen egyértelmű és megoldásnak a 18. ábra és a megfelelő átviteli tényező adódik.

Köszönetemet fejezem ki dr. Barta Istvánnak, Hennyey Zoltánnak és Barát Zoltánnak értékes kritikájukért és megjegyzéseikért, továbbá Palócz Istvánnak állandó ösztönzéséért.

IRODALOM

[1.] H. W. Bode: Network analysis and feedback amplifier design. D. van Nostrand Co. New-York. 1952.
 [2.] W. Cauer: Theorie der linearen Wechselstromschaltungen. Bd. 1. Kap. V. Akademische Verlagsgesellschaft. Leipzig. 1941.
 [3.] C. M. Gewertz: Synthesis of a finite four-terminal network, etc. Journ. Math. Phys. 1933. Vol. 12. pp. 1—257.
 [4.] E. A. Guillemin: Communication networks. Vol. II. Chap. VI. p. 252. J. Wiley. New-York. 1935.
 [5.] O. Brune: Synthesis of a finite two-terminal network etc. Journ. Math. Phys. 1931. Vol. 10.
 [6.] W. Cauer: Id. mű. Kap. V. S. 230.
 [7.] H. W. Bode: Id. mű: Chap. 13. p. 278.
 [8.] H. W. Bode: Id. mű: Chapters: 13—15.
 A bizonyítást lásd például:
 [9.] H. Hornich: Lehrbuch der Funktionentheorie. Kap. V. S; 85—88.
 [10.] W. Cauer: Das Poissonsche Integral usw. Elektrische Nachrichten-Technik Bd. 17. H. 1. S. 20. 1940
 További irodalom:
 [11.] Y. W. Lee: Synthesis of electric networks etc. Journ. Math. Phys. Vol. 11. 1932.
 [12.] K. W. Wagner: Über den Zusammenhang von Amplituden- und Phasenverzerrung. Arch. f. elektrische Übertragung. Bd. I. 1947. aug.
 [13.] B. A. Szmirenyin: A rádiótechnika kézikönyve. I. kötet. 3. fej. 1952. Budapest.
 [14.] H. W. Bode: Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design. Bell Syst. T. J. Vol. 191. 1940.
 [15.] O. P. D. Cutteridge: A graphical contribution to the analysis and synthesis of electrical networks. Proc. I. E. E. (London) Part. IV. No. 5. 1953. okt.
 [16.] Rizsik—Gradstein: Tablicü integralov i. t. p. Moszkva 1951. Lásd a 3.673—4 és 3.835—12 formulákat.

²⁴ Helyesbítés: Az »1« inductivitás helyett is kapacitás vendő.