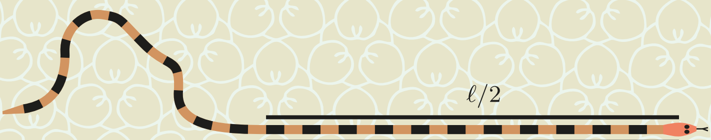
Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok

Informatika rovattal

Új rovat: Rejtvények, ördöglakatok

Csőbe szorult kígyó (G. 824-es gyakorlat)



Versenykiírás a 2023/24. évi pontversenyekre

KöMaL Ifjúsági Ankét: 2023. október 29-30.

A 2022/23. évi pontversenyek eredményei

Beszámoló a matematikai és a fizikai diákolimpiáról

KöMaL

73. évfolyam
6. szám
2023.
szeptember

A képen szereplők balról jobbra: Németh Márton (versenyző), Csahók Tímea (koordinátor), Nádor Benedek (versenyző), Záhorský Ákos (koordinátor), Tarján Bernát (versenyző), Kunszenti-Kovács Dávid (norvég csapatvezető és a feladatkiválasztó bizottság tagja), Fülöp Csilla (versenyző), Dobos Sándor (csapatvezető-helyettes), Lovas Márton (versenyző), Harangi Viktor (csapatvezető), Simon László Bence (versenyző), Haiman Milán (koordinátor), Kós Géza (a feladatkiválasztó bizottság tagja)

IMO 2023 – CHIBA

64. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia

IMO 2023 Chiba, JAPAN 64th

A Bolyai János Matematikai Társulat és az Eötvös Loránd Fizikai Társulat folyóirata

KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKAI ÉS FIZIKAI LAPOK
INFORMATIKA ROVATTAL BŐVÍTVE
ALAPÍTOTTA: **ARANY DÁNIEL** 1894-ben

73. évfolyam 6. szám — Budapest, 2023. szeptember

Megjelenik évente 9 számban, januártól májusig és szeptembertől decemberig havonta 64 oldalon. ÁRA: 1100 Ft

TARTALOMJEGYZÉK

Harangi Viktor: Beszámoló a 64. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiáról 322

A 64. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai 324

Olimpiai előkészítő szakkörök 325

Kiss Melinda Flóra, Baran Zsuzsa: EGMO 2022/2023 felhívás 325

Kézzelfogható logika – az ördöglakatok csodálatos világa 326

Sáfár Lajos, Teleki Olivér: Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire 328

Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről 332

Versenykiírás a KöMaL pontversenyeire 333

Matematika K/C gyakorlat megoldása (747.) 345

Matematika C gyakorlatok megoldása (1736., 1741.) 345

Matematika feladat megoldása (5266.) 348

Kós Géza: Rejtvények, ördöglakatok 350

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok (774–778.) 351

Kürschák-verseny 352

A 2022–2023-as pontversenyek végeredménye I

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (777–778., 1774–1777.) 353

A B pontversenyben kitűzött feladatok (5326–5333.) 354

Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (857–859.) 355

Informatikából kitűzött feladatok (595–598.) 356

Sarkadi Tamás, Szász Krisztián, Tasnádi Tamás: Öt bronzérem az 53. Nemzetközi Fizikai Diákolimpián 361

Vincze Nikolett, Varga Vázsony: Brazília várja a csillagászat fiatal bajnokait 2024 augusztusában a nemzetközi diákolimpián 365

Fizika gyakorlat megoldása (811.) 368

Fizika feladatok megoldása (5465., 5476., 5479., 5480., 5481., 5482., 5483.) 369

Fizikából kitűzött feladatok (424., 821–824., 5499–5507.) 378

Eötvös-verseny 381

Problems in Mathematics 381

Problems in Physics 383

INDEX: 25 450 ISSN 1215-9247

A szerkesztőség címe: 1117 Budapest,
Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.
Telefon: 372-2850

A lap megrendelhető az Interneten:
`www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml`.
Előfizetési díj egy évre: 9200 Ft

E-mail: `szerk@komal.hu`
Internet: `http://www.komal.hu`

This journal can be ordered from
the Editorial office:
Pázmány Péter sétány 1/C III. emelet 3.405.
1117–Budapest, Hungary
telephone: +36 (1) 372-2850
or on the Postal address
H–1518 Budapest 112, P.O.B. 32, Hungary,
or on the Internet:
`www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.e.shtml`.

Beszámoló a 64. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiáról

Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 2. és 13. között Japán rendezte meg Csiba városában. A versenyen 112 ország 618 diákja vett részt. A versenyen, szokás szerint, mindkét napon négy és fél óra alatt három-három feladatot kellett megoldani. A feladatok szövegét alább közöljük. Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett. A versenyzők pontszáma a koordinátorok és a csapatvezetők közötti egyeztetés révén alakult ki. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 32–42 pontot elérő, ezüstérmet a 25–31 pontos, míg bronzérmet a 18–24 ponttal rendelkező tanulók szereztek. A hatodik feladat különösen nehéznek bizonyult: az egész mezőnyből csupán hat diák szerezte meg rá a maximális 7 pontot, közülük öten a többi feladatot is hibátlanul oldották meg. A magyar csapat hagyományosan erős a kombinatorika témájú feladatokban, amit idén is bizonyított: a feladatsor talán legszebb, ötödik feladatára négy magyar versenyző is tökéletes megoldást nyújtott be.

A magyar csapat tagjai és az elért eredményük:

Simon László Bence (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. oszt.) 32 ponttal *aranyérmet* nyert.

Tarján Bernát (Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 11. oszt.) 29 ponttal és
Németh Márton (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 12. oszt.) 25 ponttal *ezüstérmet* szerzett.

Lovas Márton (Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 12. oszt.) 24 ponttal,
Fülöp Csilla (Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimn., 12. oszt.) 23 ponttal és
Nádor Benedek (Budapesti Fazekas M. Gimn., 12. oszt.) 20 ponttal *bronzérmet* kapott.

Harangi Viktor (Rényi Intézet) a magyar csapat vezetőjeként, *Dobos Sándor* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium) a magyar csapat helyettes vezetőjeként, *Kós Géza* (ELTE TTK Analízis Tanszék; SZTAKI) a Diákolimpiát irányító testület (IMO Board) választott tagjaként, illetve a Feladatkiválasztó Bizottság tagjaként, *Kunszenti-Kovács Dávid* (ELTE TTK Alkalmazott Analízis Tanszék; Rényi Intézet) az IMO Board tagjaként és a norvég csapat vezetőjeként, *Csahók Tímea, Haiman Milan* és *Záhorský Ákos* pedig koordinátorként működött közre az olimpián.

Az országok nem-hivatalos pontversenyében Magyarország a résztvevő 112 ország között a 22. helyen végzett. A csapatverseny élmezőnyének sorrendje így alakult (megszerzett pontszámaikkal):

1. Kína 240, 2. USA 222, 3. Dél-Korea 215, 4. Románia 208, 5. Kanada 183, 6. Japán 181, 7. Vietnám 180, 8. Törökország 176, 9. India 174, 10. Tajvan 173, 11. Irán 172, 12. Szingapúr 171, 13. Egyesült Királyság 167, 14–15. Izrael és Mexikó 163, 16. Brazília 161, 17–18. Belarusz és Olaszország 159, 19. Thaiföld 158,

20. Németország 156, 21. Kazahsztán 154, **22. Magyarország 153**, 23. Ausztrália 152, 24. Hongkong 151, 25. Bulgária 149.

Az összes résztvevő ország és versenyző neve és eredménye megtalálható az `https://www.imo-official.org/` honlapon.

Szeretnék köszönetet mondani a versenyzők tanárainak. A központi olimpiai felkészítő szakkör vezetője a helyettes csapatvezető, *Dobos Sándor* volt. A felkészítés részét képezte egy egyhetes táborozás június végén, *Dobos Sándor* és *Kiss Géza* (Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium), valamint *Kovács Benedek* (ELTE TTK) vezetésével. A felkészítésben és a válogatóversenyek dolgozatainak javításában a tanév során sokan mások is részt vettek. A versenyzők további iskolai, szakköri, matematikatábori tanárainak alábbi felsorolásában a tanárok neve után monogramjukkal jelöltem azokat a diákokat, akik a tanítványaik: *Ádám Réka* (NB), *Dobos Sándor* (NB, NM, TB), *Erdős Gábor* (NM), *Fazakas Tünde* (NB), *Gyenes Zoltán* (SLB), *Holló Gábor* (LM, TB), *Hujter Bálint* (NB, SLB), *Kiss Géza* (SLB), *Kovács Benedek* (NB, SLB), *Mazug Péter* (SLB), *Mike János* (FCs), *Nagy Zoltán Lóránt* (SLB), *Schultz János* (FCs), *Simon János* (LM), *Sokvári Olivér* (SLB), *Surányi László* (SLB), *Szűcs Gábor* (NB).

A következő matematikai diákolimpiát eredetileg Ukrajna rendezte volna. A háború miatt az Egyesült Királyság vállalta át a rendezést: 2024. július 10–22. között Bath városa ad otthont az eseménynek.

Harangi Viktor

A 64. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai

Első nap

1. feladat. Határozzuk meg az összes olyan $n > 1$ összetett egész számot, amely rendelkezik a következő tulajdonsággal: ha $1 = d_1 < d_2 < \dots < d_k = n$ jelölik n pozitív osztóit, akkor $d_{i+1} + d_{i+2}$ osztható d_i-vel minden $1 \leqslant i \leqslant k-2$ esetén.

2. feladat. Legyen ABC egy hegyesszögű háromszög, amelyben $AB < AC$. Jelölje ABC körülírt körét Ω, melyen legyen S (az A pontot tartalmazó) CB ív felezőpontja. Az A pontból BC-re bocsátott merőleges a BS egyenest D-ben, az Ω kört pedig az $E \neq A$ pontban metszi. Továbbá a BC-vel párhuzamos, D ponton átmenő egyenes az L pontban metszi a BE egyenest. Jelölje a BDL háromszög körülírt körét ω, és legyen P az ω és Ω körök B-től különböző metszéspontja. Bizonyítsuk be, hogy az ω-hoz P-ben húzott érintő és a BS egyenes a $BAC\sphericalangle$ belső szögfelezőjén metszik egymást.

3. feladat. Minden $k \geqslant 2$ egész számra határozzuk meg az összes olyan, pozitív egészekből álló $a_1, a_2, \dots$ sorozatot, melyhez létezik olyan $P(x) = x^k + c_{k-1}x^{k-1} + \dots + c_1 x + c_0$ polinom, amelyre $c_0, c_1, \dots, c_{k-1}$ nemnegatív egész számok, és

$$P(a_n) = a_{n+1}a_{n+2}\cdots a_{n+k}$$

fennáll minden $n \geqslant 1$ esetén.

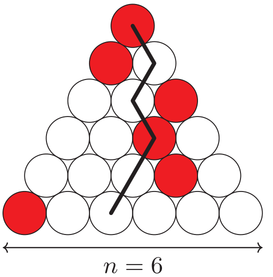
Második nap

4. feladat. Legyenek $x_1, x_2, \dots, x_{2023}$ páronként különböző pozitív valós számok, melyekre fennáll, hogy

$$a_n = \sqrt{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}\right)}$$

egész szám minden $n = 1, 2, \dots, 2023$ esetén. Mutassuk meg, hogy $a_{2023} \geqslant 3034$.

5. feladat. Legyen n egy pozitív egész. Egy japán háromszög $1 + 2 + \dots + n$ körből áll, szabályos háromszög alakban elrendezve úgy, hogy minden $i = 1, 2, \dots, n$ esetén az i-edik sor pontosan i kört tartalmaz, melyek közül pontosan egy piros színű. Nindzsa-útnak nevezünk egy n körből álló sorozatot, mely a legfelső sorból indul, egy kört a közvetlenül alatta lévő két kör valamelyike követ, és a legalsó sorban végződik. Az alábbi *ábrán* egy japán háromszög látható az $n = 6$ esetben; a berajzolt nindzsa-út két piros kört tartalmaz.



$n = 6$

Határozzuk meg a legnagyobb k értéket (n függvényében), melyre fennáll, hogy minden japán háromszögben található olyan nindzsa-út, ami legalább k piros kört tartalmaz.

6. feladat. Legyen ABC egy szabályos háromszög. Legyenek A_1, B_1, C_1 az ABC olyan belső pontjai, melyekre $BA_1 = A_1C$, $CB_1 = B_1A$, $AC_1 = C_1B$, valamint

$$BA_1C\sphericalangle + CB_1A\sphericalangle + AC_1B\sphericalangle = 480^\circ.$$

Legyen továbbá BC_1 és CB_1 metszéspontja A_2, CA_1 és AC_1 metszéspontja B_2, valamint AB_1 és BA_1 metszéspontja C_2. Bizonyítsuk be, hogy ha az $A_1B_1C_1$ háromszög oldalai páronként különböző hosszúak, akkor az AA_1A_2, BB_1B_2 és CC_1C_2 háromszögek körülírt köreinek két közös pontja van.

Olimpiai előkészítő szakkörök a 2023/2024. tanévben

A Bolyai János Matematikai Társulat által szervezett **Központi szakkör** 2023-ban: szeptember 22.; október 20.; november 10.; december 1. és 15., mindig 14:30 és 17:00 között. Helyszín: Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium (VIII. kerület, Horváth Mihály tér 8., 1. emelet 127/a terem).

Az idei évben *új felkészülési lehetőséget* indítunk kísérleti jelleggel, neve: **Olimpiai Iskola.** Ezek három órás tematikus foglalkozások lesznek, mindig szombati napon, szintén a Budapesti Fazekasban. Az idei tervezett időpontok: szeptember 30., október 14. és 28., november 25., december 9. További tájékoztatás és regisztráció a hivatalos olimpiai honlapon: `cms.renyi.hu/olimpiak`.

A **Csongrád-Csanád megyei szakkör** első alkalma 2023. szeptember 21-én (csütörtök) lesz 15:00-tól 17:00-ig a szegedi Bolyai Intézet (Szeged, Aradi vértanúk tere 1.) I. emeleti Riesz termében. Utána kéthetente ugyanebben az időpontban lesznek a foglalkozások.

Nem csak a nemzetközi matematikai diákversenyekre segíthetik a felkészülést az **Erdős Pál Matematikai Tehetséggondozó Iskola** veszprémi foglalkozásai, melyeket 9–12. évfolyamosok számára tartanak. Az egyes foglalkozásokra a diákok egyénileg jelentkezhetnek 2023. szeptember 16-ig az Erdős Iskola honlapján: `www.erdosprogram.hu`. Az idei első foglalkozás szeptember 29. és október 1. között lesz Veszprémben (Eötvös Károly u. 1.).

EGMO 2023/2024 felhívás

2024. április 11. és 17. között Grúziában, Tskaltubo városában kerül megrendezésre a tizenharmadik Európai Leány Matematikai Diákolimpia, az EGMO (`https://www.egmo.org/`). Országunk a versenyen egy négyfős csapattal képviseltetheti magát, melynek összetétele 2024 elején derül majd ki.

A válogatás szempontjai: a válogatóversenyeken (várhatóan 2023. október 13, 2023. november 17 és 2024. január) elért eredmény, illetve az őszi félév gyakorló feladatsorain 2-2 kijelölt feladatra beküldött megoldások.

A versenyen való sikeres szerepléshez, illetve a kiutazó csapatba kerüléshez is alapvetően nélkülözhetetlen az alapos felkészülés, ezt többféleképpen is szeretnénk segíteni. Év közben körülbelül havi rendszerességgel tematikus gyakorló feladatsorokat küldünk az érdeklődőknek és a beküldött megoldásaikra személyesen is visszajelzünk. Emellett a válogatók és a beküldendő feladatok összesített eredménye alapján a legeredményesebb diákok meghívást kapnak egy tavaszi intenzív EGMO felkészítő hétvégére is.

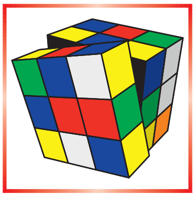
A felkészülésbe érdemes minél előbb, akár már kilencedikesként bekapcsolódni. Minden lány jelentkezését szeretettel várjuk, akit érdekel a versenyrészvétel lehetősége és nem riad vissza attól sem, hogy ebbe komolyabb munkát fektessen.

A felkészülésről és a válogatás szabályairól a

`https://cms.renyi.hu/olimpiak/`

oldal EGMO füle alatt találtok további részleteket. Emellett bármilyen kérdés esetén bátran írhattok az `egmo.hungary@gmail.com` címre is. :)

Kiss Melinda Flóra, Baran Zsuzsa



Kézzelfogható logika – az ördöglakatok csodálatos világa

címmel logikai játékok nagyszabású kiállítása nyílt meg a szegedi Agórában. (Szeged, Kálvária sugárút 23.)

A tárlat anyagának döntő hányadát négy elhivatott gyűjtő, név szerint *Bozóki Sándor, Gál Péter, Prémecz Gergely* és *Vígh Viktor* adta össze, amit a kiállítás szervezői néhány további különlegességgel egészítettek ki. A kiállítás az Agóra minden szintjén megjelenik, nagyjából a fele ingyenesen látogatható. (Az Informatika Történeti Kiállítás területén található részre belépőjegyet kell váltani.)

Szabadon látogatható a földszinten helyet kapó kedvcsináló: néhány kipróbálható óriási játék mellett gyűjtői különlegességek, nagyon nagy elemszámú játékok láthatóak. Szintén ingyenesen látogatható az első emeleten a magyar tervezők munkásságát bemutató három nagy álló vitrin. A kiállított darabok jelentős része kézműves remekmű. Ugyanitt található még négy fali és négy kisebb álló vitrin is, amelyekben látványos válogatást csodálhatunk meg a világszinten ismert és elismert Pelikan és Hanayama gyártók termékeiből. Itt található az az interaktív rész is, amelyben több tucat játék szabadon kipróbálható. A második emeleten egy vitrinben bemutatásra kerül a világszinten legnagyobb szabású logikai játékos esemény, az évente megrendezésre kerülő International Puzzle Party. Ugyanezen az emeleten „retró” játékok mellett egy „Csináld magad!” sarok buzdítja önálló munkára

az érdeklődőket. Utóbbi anyagából a frissen induló „Rejtvények, ördöglakatok” rovatunkban is tervezünk bemutatni néhány játékot.

Az Informatika Történeti Kiállításra eső rész a legfelső, harmadik szinten kapott helyet. Itt további tizenöt vitrinben láthatunk játékokat, valamint posztereket és videókat is megnézhetünk. Bemutatásra kerül a logikai játékok nemzetközileg elfogadott kategorizálása, átfogó képet kaphatunk a legnagyobb gyártókról és tervezőkről. Világszinten is unikumnak számít a gömbpuzzle-ket bemutató vitrin. Természetesen külön figyelmet kap a Rubik-kocka, és néhány igazi csemege is megtekinthető itt, például az idei év egyik matematikai szenzációja, a sík egybevágó elemekkel történő aperiodikus csempézése (pontosabban annak egy részlete) is.

A kiállítás 2024. február 29-ig látogatható.

Jó szívvel ajánljuk mindenkinek, aki szeret játszani!

V. V.

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

Kedves Olvasók!

Ezek a feladatsorok azért készülnek, hogy felkészülési lehetőséget biztosítsanak az írásbeli érettségire azoknak, akik emelt szintű vizsgát kívánnak tenni. A feladatsorokat tapasztalt tanárok állítják össze, köztük olyanok is, akik maguk is részt vesznek az érettségi feladatok összeállításában.

Az idei tanévtől lehetőségetek van beküldeni a megoldásotokat az

`emeltkomal@gmail.com`

címre. A beérkezett dolgozatokat kijavítjuk és visszaküldjük, így is segítve a felkészüléseteket. (A beküldéssel kapcsolatos technikai tudnivalókat a feladatsor végén találod meg.)

A legszorgalmasabb, illetve legeredményesebb beküldők között a tanév végén KöMaL ajándéktárgyakat sorsolunk ki.

Sikeres felkészülést kívánunk!

I. rész

1. Oldjuk meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán:

a) $\binom{n}{2}^2 - 7 \cdot \binom{n}{n-2} = 30;$ *(5 pont)*

b) $\cos x - \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}.$ *(7 pont)*

2. Attila elment a barkácsüzletbe M8-as menetes szárat (ez egy csavarfajta) vásárolni. Ha 3 darabbal kevesebbet vásárolna, mint amennyire szüksége van, de darabja 8 forinttal drágább lenne, akkor 1188 forintot kellene fizetnie. Ha 2 darabbal többet vásárolna a szükségesnél, de darabja 2 forinttal olcsóbb lenne, akkor 2583 forintot kellene fizetnie.

a) Pontosan hány forintért vásárolt Attila a barkácsüzletben? (*7 pont*)

Attila a menetes száron kívül vásárolt még DIN acél hatszöglapú csavart is, melynek képe az alábbi ábrán látható. A csavar végén egy hasáb található, melynek alapja olyan nem szabályos hatszög, amelynek minden szöge 120°-os, továbbá oldalai felváltva 2, illetve 7 milliméter hosszúak.

b) Számítsuk ki a hatszög területének pontos értékét. (*4 pont*)

3. Adott egy $\sqrt{2}$ cm oldalhosszúságú szabályos sokszög, amelynek összesen 252 darab átlója van.

a) Igazoljuk (például addíciós tételek segítségével), hogy:

$$\cos 165^\circ = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}. \qquad (3\ pont)$$

b) A sokszög csúcsai közül véletlenszerűen kiválasztunk hármat. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott csúcsok által meghatározott háromszög derékszögű? (*6 pont*)

Tamás azt állítja, hogy ennek a sokszögnek a legrövidebb átlója éppen olyan hosszú, mint annak a téglatestnek a testátlója, melynek élei 2, $\sqrt[4]{2}$ és $\sqrt[4]{6}$ cm hosszúságúak.

c) Igaza van-e Tamásnak? (*5 pont*)

4. Fürge Feri vállalkozó az egyik hónapban harmincszor ment el a lakóhelye határában lévő sebességellenőrző rendszer (VÉDA) előtt. A megengedett maximális sebesség itt 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ám a sebességellenőrző rendszer csak 55 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, vagy e sebesség felett küld büntetőfeljelentést. Feri autójának átlagsebessége a harminc mért alkalommal 53 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt és tudjuk, hogy soha nem ment 50 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-nál kevesebbel.

a) Legfeljebb hány büntetést kaphatott Feri vállalkozó? (*4 pont*)

Magyarországon 2022. július 1-től újfajta rendszámtáblákat vezettek be. Ezeken 4 betű és 3 szám szerepel. A táblákhoz 26-féle betűt (A, B, C, ...) és 10-féle számjegyet (0, 1, 2, ...) használnak fel. Az utolsó betű azonban – hasonlóan a régi típusú rendszámokhoz – nem lehet *O* betű, mert az nagyon hasonlítana a nullára. (A tényleges szabályok ennél bonyolultabbak, de a feladat kedvéért most egy egyszerűbb változatot adtunk meg.)

régi *új*

b) Határozzuk meg, hogy ha az összes régi és új típusú rendszámtábla forgalomba kerül a fenti feltételekkel, akkor mennyi lesz annak a valószínűsége, hogy idén júliusban vásárolt új autónkkal közlekedve, egy szembejövő jármű rendszáma régi típusú. (*4 pont*)

Egy szállítmányozási cég üzemanyagszállító teherautójának tartálya 10 méter hosszú fekvő körhengernek tekinthető, melynek alapköre 2 méter átmérőjű. Legfeljebb a fekvőhenger 148 centiméteres magasságáig tölthető üzemanyag.

c) Hány köbméter üzemanyagot tud szállítani a teherautó? (*6 pont*)

II. rész

5. A professzionális teniszezők átlagosan 40–45 éves korukig versenyszerűen sportolnak. Novak Djokovic bejutott a wimbledoni bajnokság negyeddöntőjébe. Ellenfele egy 28 éves versenyző, aki fiatalabb Djokovicnál. A két versenyző életkorának legkisebb közös többszöröse 140. Tudjuk, hogy Djokovic még nem töltötte be a 45. életévét.

a) Hány éves lehet Djokovic? (*3 pont*)

Az egyik legjobb magyar teniszező Fucsovics Márton, aki 0,72 valószínűséggel szervál érvényesen. Az egyik mérkőzésén egy szetten belül pontosan ötöt szervált Fucsovics, ahol az első néhány szervája mind érvénytelen volt, ám az ezt követő szervái mind érvényesek voltak. Ennek az eseménynek a valószínűsége kerekítve 0,0293.

b) Hány érvénytelen szervája volt Fucsovicsnak ebben a szettben? (*5 pont*)

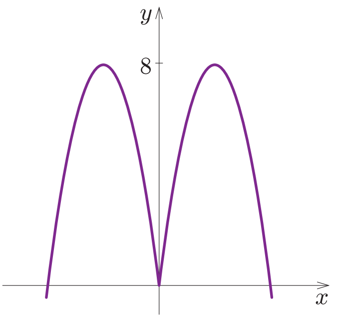
A teniszező javítana adogató játékán, így gyakorolja a szervákat. Mivel 2024-ben tölti be 32. életévét, ezért elhatározta, hogy az első nap 32-t szervál, majd minden további nap 32-vel többet, mint az azt megelőző napon.

c) Legalább hány napig kell gyakorolnia, hogy 2024-nél több gyakorolt szervája legyen összesen? (*4 pont*)

Egy 28 fős teniszakadémián mindenkinek van legalább 14 ismerőse. Anna Balázzsal szeretne edzeni, de személyesen nem ismeri őt, ezért ismerősein keresztül üzenetet küld neki.

d) Bizonyítsuk be, hogy az ismerősök hálózatán keresztül biztosan eljut az üzenete Balázshoz. (*4 pont*)

A McRonald's cég éppen logót tervez magának. A könnyebben tervezhetőség miatt a logót ábrázolták koordináta-rendszerben. A függvény hozzárendelési szabálya: $f(x) = -2x^2 + 8|x|$, amely az *ábrán* látható.



a) Bizonyítsuk be, hogy az $f(x)$ függvény páros. (*2 pont*)

b) Határozzuk meg az $f(x)$ függvény és az $y = d$ egyenletű egyenes által közrezárt korlátos síkidom területét, ahol d az f függvény maximumértékét jelöli. (*7 pont*)

Az $f(x)$ függvénynek három zérushelye van: a; b és c $(a < b < c)$.

c) Mutassuk meg, hogy ezek egy számtani sorozat egymást követő elemei. (*4 pont*)

d) Mekkora az a; b; c adathalmaz szórásának pontos értéke? (*3 pont*)

7. Adott az ABC háromszög, ahol $A\left(-1; 4^f\right)$, $B\left(3; -2^{f+1}\right)$ és $C(h; 4)$, továbbá a háromszög S súlypontjának ordinátája 1.

a) Határozzuk meg $f(\in \mathbb{R})$ értékét. (*6 pont*)

Tudjuk, hogy a háromszög oldalainak négyzetösszege minimális.

b) Számítsuk ki $h(\in \mathbb{R})$ értékét. (*5 pont*)

Elizabet egy-egy pozitív számjegyet helyettesít be véletlenszerűen az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletbe az a; b; c együtthatók helyére.

c) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az egyenletnek pontosan egy valós gyöke lesz? (*5 pont*)

8. A lo_{ga}ttó szelvényén a $\log_2 a$ alakú számok szerepelnek, ahol az a egyjegyű pozitív egész számot jelöl. Egy szelvényen három különböző számot kell bejelölni.

a) A lo_{ga}ttó szelvényen egy számot véletlenszerűen kiválasztva mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott szám értéke egész? (*3 pont*)

b) A szelvényen szereplő pozitív egész számok legyenek az A halmaz elemei. Egészítsük ki a halmaz elemeit három, különböző (nem feltétlenül $\log_2 a$ alakú) számmal úgy, hogy az A halmazban szereplő adatsokaság felső kvartilise 2023 legyen. (*4 pont*)

c) Igazoljuk, hogy a $\log_2 7$ irracionális szám. (*5 pont*)

A nekeresdi középiskola végzős diákjai közül 42-en töltöttek ki egy-egy szelvényt a lo_{ga}ttón. A diákok mindegyike eltalált legalább egy számot a kisorsolt számok közül. Kéttalálatos szelvénye 9 diáknak volt. A nyeremény n találat esetén találatonként $6n$ euró. A találatok számát az alábbi táblázat mutatja:

A kisorsolt számok	Első szám	Második szám	Harmadik szám
Találatok száma	24	19	18

d) Hány eurót nyertek összesen a diákok? (*4 pont*)

9. Egy futballbajnokságban a győzelem 3, a döntetlen 1 pontot ér (a vereségért nem adnak pontot). Egy idényben minden csapat játszik minden csapattal pontosan egyszer.

a) Hány csapat vesz részt a bajnokságban, ha tudjuk, hogy minden idényben ugyanannyi csapat vesz részt, minden mérkőzést lejátszottak a csapatok, 4 idény alatt összesen 2024 pontot szereztek a csapatok és 504 mérkőzésen nem született döntetlen? (*6 pont*)

A futballbajnokság emblémája az *ábrán* látható rajz, amelyen 7 darab egybevágó szabályos hatszög (1 fekete és 6 darab fehér) köré írtunk egy kört úgy, hogy a fehér hatszögek 2-2 csúcsa érinti a körvonalat. A hatszögek oldalhossza 1 cm.

b) Határozzuk meg, hogy mekkora a kör azon részének területe, amely nincs hatszögekkel fedve. (*7 pont*)

A labdán lévő egyik egységnyi oldalú szabályos hatszög egyik csúcsának a másik öt csúcstól mért távolságait növekvő sorrendbe rendeztük (az azonos távolságokat csak egyszer írtuk fel).

c) Egy tanuló azt állítja, hogy a felírt távolságok (valamilyen sorrendben) egy számtani sorozat egymást követő tagjai. Döntsük el, igaza van-e. (*3 pont*)

Sáfár Lajos Ráckeve
Teleki Olivér Tököl

Technikai tudnivalók a beküldéshez

A megoldásodat az emeltkomal@gmail.com címre küldheted be, a határidő a feladatsor megjelenését követő hónap 7. napja.

A megoldást szkennelve vagy fényképezve, lehetőség szerint egyetlen pdf fileban mellékeld a leveledhez. A megoldás leírásakor és szkennelésekor/fényképezésekor is ügyelj a jól olvashatóságra! Ha a kép felbontása 200 dpi, akkor az általában megfelelő.

A dolgozatból egyértelműen derüljön ki, hogy ki készítette, tehát tüntesd fel az elején a nevedet, iskoládat, osztályodat!

A kijavított dolgozatot arra a címre küldjük vissza, ahonnan az eredeti érkezett.

Tájékoztató a folyóirat előfizetéséről

A Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok megrendelhető a kiadónál, a MATFUND Alapítványnál a `https://komalujsag.myshoprenter.hu` oldalról vagy a KöMaL szerkesztőség címén. Az előfizetési díj a 2023–2024-es tanévre (2023. szeptembertől 2024. júniusig) 10 400 Ft, egy lapszám fogyasztói ára 1250 Ft.

További információkért keresse fel a `https://www.komal.hu/megrendelolap/reszletek.h.shtml` oldalt, melyen sok egyéb mellett megtalálja az azonos címre küldendő, 9-nél nagyobb példányszámú megrendelés esetén felhasználható csoportos előfizetési akcióinkat. Kérdéseit a `megrendeléskomal@gmail.com` címen vagy a +36 20/320-4311 telefonszámon várjuk.

Az új megrendelési oldal bevezetése miatt új regisztráció szükséges (mely kizárólag a vásárláshoz kell), ezzel egy vásárlói fiókból akár 5 különböző címre is kérhet szállítást, illetve lehetősége lesz letölthető kiadványokhoz is hozzájutni. A regisztráció és a vásárlás menetéről megtekintheti rövid videónkat, ami a KöMaL online csatornáiról érhető el.

A fizetési módokban változás történt: az átutalás és készpénzes fizetés mellett lehetőség van bankkártyás fizetésre (Simple Pay-en keresztül). Ugyanakkor csekket már nem küldünk az első számmal. A számlákat elektronikus úton juttatjuk el a megrendelőkhöz.

A Bolyai János Matematikai Társulat tagjai számára igénybevehető kedvezmények megegyeznek a korábbi években megszokottakkal (`www.bolyai.hu`).

Versenykiírás*
a KöMaL 2023–2024. évi pontversenyeire

Kedves Versenyzőnk!

Matematikából, fizikából és informatikából különféle nehézségű pontversenyeket indítunk, egyénileg, illetve csapatban is lehet versenyezni, melyeknek részletei a továbbiakban olvashatóak. A versenyek 9 hónapon keresztül, 2023. szeptemberétől 2024. június elejéig tartanak. Minden hónapban új feladatokat tűzünk ki, és a megoldásokat a következő hónap elejéig küldheted be. A verseny végeredményét a 2024. szeptemberi számunkban hirdetjük ki. A díjakat jövő ősszel, a KöMaL Ifjúsági Ankéton adjuk át.

A részvétel pontversenyeinkben a 2023/2024-es tanévben is térítésmentes. Kérjük azonban versenyzőink szüleit, hozzátartozóit, vagy az őket támogató intézményeket, cégeket, hogy előfizetésükkel és adományaikkal segítsék a KöMaL fennmaradását.

Nevezés a versenyre

Versenyeinkben minden általános iskolás és középiskolás korú tanuló részt vehet.

Az Európai Unió Általános Adatvédelmi Rendelete (GDPR) értelmében a 16 évesnél fiatalabb versenyzőink adatainak nyilvántartásához szülői engedély szükséges. Az ő esetükben egy szülői nyilatkozatra is szükség van, melyet a regisztráció során lehet megadni. Amennyiben a szülői nyilatkozat nem érkezik meg,

* Kérjük, hogy azok is figyelmesen olvassák el a Versenykiírást, akik tavaly már részt vettek valamelyik versenyünkben, mert több fontos változás is történt.

a versenyző nem szerepelhet az eredménylistában. Adatkezelési szabályzatunk a `https://www.komal.hu/info/adatkezeles.h.shtml` címen olvasható.

Regisztráció

Ha még soha nem vettél részt a KöMaL versenyeiben, az első lépés a *regisztráció a honlapunkon* (`https://www.komal.hu/u?a=reg`). A regisztráció során alapvető adatokat (név, születési dátum, iskola, osztály, e-mail cím) kérünk. A későbbi bejelentkezéshez szükséges jelszavadat e-mailben küldjük el.

Ha az osztályodban van esetleg azonos nevű versenyző (mondjuk két Kovács Péter is), akkor nevezéskor válasszatok valami megkülönböztetést, például második keresztnév, vagy egy szám beillesztése (mondjuk Kovács 823 Péter). A tanév során beküldött dolgozataidon is minden esetben az így egyedivé tett nevet használd.

A sikeres regisztráció után meg tudod adni a további adataidat is, például a felkészítőtanáraid neve, a levelezési címed (ide fogjuk küldeni a 2024-ben érettségizők oklevelét), és nyilatkozhatsz a részletes pontszámok nyilvánosságáról vagy egyes konkrét versenyekben való részvételedről.

Ha korábban már regisztráltál, akkor nincs szükség újabb regisztrációra, a tavalyi jelszavadat továbbra is használhatod. De ettől még szükséges lesz a személyes beállításaid áttekintése, felülvizsgálata.

Az egyes pontversenyekre az első dolgozat beküldésével nevezhetsz be.

A versenyekbe a tanév során később is be lehet kapcsolódni.

FONTOS! Csak a regisztrációd után tudsz megoldásokat feltölteni. A versenyben kizárólag az adott határidőig a Munkafüzetbe beírt vagy feltöltött megoldásokat értékeljük! A regisztráció nélkül, postán vagy e-mailben beküldött megoldásokat utólag sem vesszük figyelembe!

Az osztályok számozása

A KöMaL versenyeiben az osztályokat 1-től 12-ig számozzuk. Lehet, hogy a számozás nem azonos az iskolában használt számmal. Azok számítanak 12. osztályosnak, akik most kezdik az érettségi vizsga előtti utolsó évet. 11., illetve 10. osztályosnak számítanak azok, akik várhatóan 2025-ben, illetve 2026-ban fejezik be a középiskolát.

Azok, akik $8+5$ éves képzésben vesznek részt, például a nyelvi előkészítő osztályok tanulói, két egymás utáni évben is 9. osztályosnak számítanak. Kérjük, ha az osztályod sorszáma nem 1-gyel nőtt tavalyhoz képest, ezt jelezd a szerkesztőségnek e-mailben.

A regisztráció módosítása

A regisztráció után az azonosításhoz szükséges adataidat (név, iskola, osztály, e-mail cím) önállóan nem tudod módosítani. Ha ezek megváltoznak, kérjük, hogy a változások átvezetéséért fordulj e-mailben a szerkesztőséghez.

Mindenkit óvunk a regisztráció megismétlésétől, a többszörös regisztrációtól. Nincs olyan helyzet, amin a többszörös regisztráció javítana, csak zavart okoz. Például ilyen esetben előfordulhat, hogy kétszer szerepelsz a versenyben, de mindkétszer feleakkora pontszámmal.

Arcképek

Lehetőség van rá, hogy a fényképed megjelenjen a honlapunkon a pontverseny eredményében. (Nagy matematikusaink ifjúkori képeit is megtalálod a régi KöMaL-ok tablóin.) Ehhez csak egy fényképedet kell elküldened a szerkesztőségnek e-mailben. Ha lehet, válassz világos, egyszínű hátteret. A képeket egységes méretűre alakítjuk, ezért érdemes aránylag nagy felbontást használnod.

Csapatversenyek

A hagyományos egyéni pontversenyek mellett csapatok számára is meghirdetünk pontversenyeket.

2-3 fős csapatok jelentkezhetnek a **C** és **B** matematika,
az **I** informatika, a **G** és **P** fizika,
továbbá 2 fős csapatok az **M** fizika mérési pontversenyre.

A csapatversenyek általános szabályai megegyeznek az egyéni nevezésű hagyományos versenyek szabályaival (a versenyek leírását lásd lentebb), feladatai megegyeznek az egyéni verseny feladataival.

A csapattagoknak egyénileg is regisztrálniuk kell, ha korábban nem regisztráltak. Ezután lehet csapatot regisztrálni. A tagok lehetnek különböző iskolából és különböző évfolyamokról is. Egy csapat abban a kategóriában fog versenyezni, ami az évfolyam szerinti legidősebb tagjának a kategóriája.

Egy személy több csapatnak is tagja lehet, illetve indulhat egyéni versenyben is, de egy pontversenyben pontosan egyszer vehet részt. **Ha valaki a C csapatversenyben versenyez, az nem indulhat a K, B vagy A egyéni pontversenyek egyikében sem. Ugyancsak nem versenyezhet valaki egyszerre fizikából a G csapatversenyben és a P egyéni versenyben is.**

A **C** és **B** csapatversenyeket két kategóriában: a 9–10. évfolyamosok, illetve 11–12. évfolyamosok; az **I**, **M** és **P** csapatversenyeket egy-egy kategóriában: a 9–12. évfolyamosok; továbbá a **G** csapatversenyt egy kategóriában: a 9–10. évfolyamosok számára hirdetjük meg.

Matematika versenyek

Négyféle versenyt indítunk, növekvő nehézségi sorrendben **K**, **C**, **B** és **A** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **K** és **B** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. Ha kilencedik osztályos vagy, akkor a személyes beállításaid között nyilatkozhatsz, hogy melyik versenyben szeretnél részt venni.

Mindegyik versenyünkre érvényes, hogy **egy feladatra csak egy megoldást értékelünk.**

Örömmel fogadjuk a kitűzött feladatainkhoz beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, a legjobbakat különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kaphatnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe.

K-*jelű matematika feladatok* – az ABACUS és a KöMaL Közös pontversenye Kilencedikes Kezdőknek.

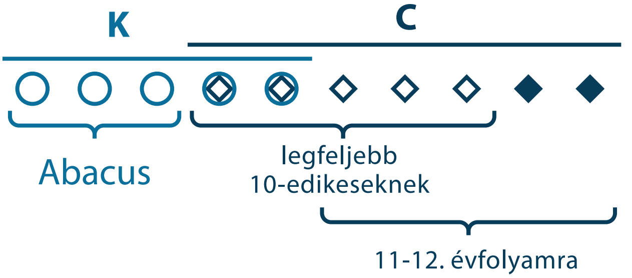
A **K** pontversenyben csak kilencedik osztályosok indulhatnak. Azoknak ajánljuk, akik csak most ismerkednek a KöMaL-lal. Szeptembertől májusig kilenc fordulóban havonta öt feladat jelenik meg. Ezek közül szeptembertől márciusig három feladat az ABACUS pontversenyével közös, mely feladatokat az *ABACUS matematikai lapok* bocsátja a KöMaL rendelkezésére. **Mindegyik feladat teljes megoldása 5 pontot ér.**

Az ABACUS pontversenyében továbbra is az általános iskolák 3–8. osztályos tanulói vehetnek részt.

Azok a 9-edikesek, akik **K**-ban indulnak, nem lehetnek tagjai **C** pontversenybe nevezett csapatnak.

C-*jelű matematika gyakorlatok*

A **C**-pontverseny gyakorlatait azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a **B** és az **A** kategória feladatait. Itt rendszeresen közlünk az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat, azok találhatnak itt kedvükre valót, akik valamivel – de nem sokkal – szeretnének túllépni az iskolai matematika keretein, vagy emelt szintű érettségit kívánnak tenni matematikából. **A C pontverseny első két feladata megegyezik a K pontverseny utolsó két feladatával, jelölésük K/C.** A megoldásra kapott pontszámok mindkét pontversenybe beszámítanak. A **K** pontversenyben továbbra is csak 9. évfolyamos, illetve nyelvi előkészítő évfolyamra járó tanulók vehetnek részt, ugyanakkor versenyezhetnek egyszerre mind a **K**, mind a **C** pontversenyekben – az utóbbiban a 10-edikesekkel egy kategóriában.



A gyakorlatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, más részük azonban a 11–12. évfolyam tanulmányaira támaszkodik. Minden hónapban hét gyakorlatot tűzünk ki, ebből az 1–5. gyakorlatokra a legfeljebb 10. évfolyamosok, a 3–7. gyakorlatokra pedig a 11–12. évfolyamosok küldhetnek be megoldást. Minden dolgozatra legfeljebb 5 pont kapható.

A **C**-pontversenyt egyéniben három korcsoportban: 5–8., 9–10., illetve 11–12. osztályosok, csapatban pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a **C** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **K**, sem a **C**, sem a **B** versenyben (de indulhat a **B** csapatversenyben).

B-*jelű matematika feladatok*

A **B**-pontversenyben havonta összesen nyolc feladatot tűzünk ki, de havonta mindenkinek **legfeljebb hat** megoldását számítjuk be a pontversenybe (amelybe azonban először a nem versenyszerűeket számítjuk be, lásd lentebb). Az eredményes versenyzéshez tehát nincs szükség valamennyi feladat megoldására; ki-ki gondolja végig, mely példákkal foglalkozna szívesen, hogyan érhetné el a legtöbb pontot.

A **B**-feladatok sorrendje megfelel az iskolai tananyagnak: egy feladatsoron belül az alacsonyabb sorszámúakat ajánljuk a fiatalabbaknak. A feladatokra általában legfeljebb 3, 4, 5 vagy 6 pontot lehet kapni. (A közölt pontszám szándékaink szerinti a feladat nehézségét is jelzi.)

Az egyéni **B**-pontverseny eredményét öt korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9., 10., 11., illetve 12. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig két korcsoportban értékeljük: 5–10., illetve 11–12. osztályosok. Aki a **B** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a **B** versenyben.

A-*jelű nehezebb matematika feladatok*

Az **A** pontverseny a legfelkészültebb diákok számára jelent kihívást. Elsősorban azoknak ajánljuk, akik tudományos kutató pályára vagy nemzetközi versenyekre készülnek.

Havonta két vagy három **A** feladatot tűzünk ki, mindegyik feladatra legfeljebb 7 pont kapható. Az **A**-verseny résztvevőit nem különítjük el évfolyamonként, mindannyian együtt versenyeznek.

Fizika versenyek

Háromféle fizika versenyt indítunk: **M**, **G** és **P** kategóriában. Egy tanuló több pontversenyben is indulhat, de az egyéni **G** és **P** pontversenyek közül csak az egyiket választhatja. A legfeljebb 10. osztályos résztvevőknek a személyes beállításaik között kell nyilatkozniuk, hogy a **P** és **G** versenyek közül melyikben kívánnak részt venni.

Természetesen fizika feladatainkhoz is örömmel fogadjuk a beküldött megjegyzéseket, általánosításokat, ezek közül az érdekesebbeket meg is jelentetjük a lapban. Ugyancsak örömmel vesszük, ha valaki a pontversenyekbe javasolt feladatot küld be. Ezeket a feladatokat lehetőség szerint ki is tűzzük, sőt, az arra érdemeseket különdíjjal is elismerjük. Versenyzőink akkor kapnak pontot az általuk javasolt feladatra, ha annak megoldását nem csak a feladattal együtt küldik el, hanem – a többi feladat megoldásához hasonlóan – feltöltik a Munkafüzetbe is.

M-*pontverseny* – fizika mérési feladatok

Havonta egy mérési feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. A feladatok megoldásával 6-6 pontot lehet szerezni.

A mérés elvégzéséhez egyéni versenyzőként is szabad egy személy (családtag, osztálytárs, barát) segítségét is igénybe venni. A segítő személy adatait a mérési jegyzőkönyv elején a versenyző adatai mellett tüntessétek fel. Lehet kétfős csapatban is indulni a versenyen, azaz az egyéni versenyzők és a csapatok egy közös versenyen indulnak. Aki egy csapat tagjaként indul az **M** versenyben, nem versenyezhet egyénileg is az **M** versenyben, hanem csak másik versenyben.

G-*jelű fizika gyakorlatok*

A **G** pontversenyben legfeljebb 10. osztályosok vehetnek részt. Azoknak az olvasóinknak ajánljuk, akik túl nehéznek vagy szokatlannak találják a **P**-feladatokat. Ebben a kategóriában többnyire az iskolai tananyaghoz szorosabban kapcsolódó gyakorlatokat találnak a versenyzők, így azok is eséllyel indulhatnak, akik még nem rendelkeznek feladatmegoldó rutinnal. A **G** gyakorlatok megoldásával és beküldésével felkészülhetnek arra, hogy a következő években eredményesen szerepelhessenek a **P** pontversenyben.

Minden hónapban négy **G**-gyakorlatot tűzünk ki, az elérhető pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött gyakorlatok közül, de **havonta legfeljebb három** feladat megoldását (először a nem versenyszerűeket) számítjuk be a pontversenybe.

Az egyéni **G**-pontverseny eredményét három korcsoportban tartjuk nyilván: a 8. évfolyamig, a 9. és 10. évfolyamokban; a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–10. osztályosok. Aki a **G** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg sem a **G**, sem a **P** versenyben (de indulhat a **P** csapatversenyben).

P-*jelű fizika feladatok*

Havonta nyolc vagy kilenc elméleti feladatot tűzünk ki, nem nehézségi, hanem az életkornak megfelelő sorrendben. A pontszámokat a feladatok után feltüntetjük. Mindenki szabadon választhat a kitűzött elméleti feladatok közül. **Az 5–8. évfolyamosoknak havonta legfeljebb három, a 9–12. évfolyamosoknak legfeljebb négy megoldását** számítjuk be a pontversenybe (azonban először a nem versenyszerűeket).

Az elméleti versenyt egyénileg korosztályonként (8. évfolyamig, 9., 10., 11., 12. évfolyam) külön-külön összesítjük és értékeljük, a csapatversenyét pedig egyetlen korcsoportban: 5–12. osztályosok. Aki a **P** csapatversenyben indul, nem indulhat egyénileg a **P** versenyben.

Informatika verseny

I-*pontverseny* – informatika alkalmazási és programozási feladatok

Havonta négy **I**-jelű feladatot tűzünk ki, valamennyi korosztály számára közösen. Mindegyik feladat 10 pontot ér. A feladatok egy része általános iskolásoknak is ajánlható, nagyobb része azonban a középiskolai tanulmányokra támaszkodik. Alapvető célunk, hogy e feladatok segítsék a felkészülést a közép- és emelt szintű digitális kultúra érettségire és az informatika versenyekre.

Az **I**-jelű feladatok programozási és informatika alkalmazói feladatok. Az első három feladat jellegében és értékelésében is lényegében megegyezik az érettségin kitűzött feladatokkal. Versenyzőink ezen feladatok megoldásával a vizsgára való felkészülést gyakorolhatják.

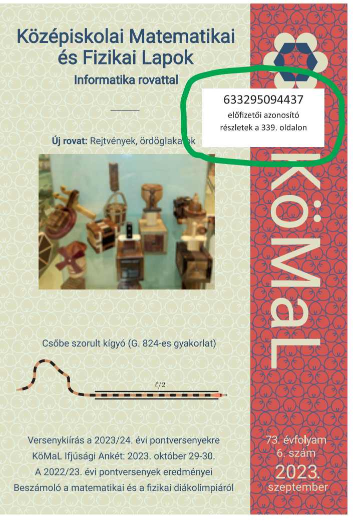
A negyedik feladat az érettségin túlmutató alkalmazói vagy programozási feladat.

Aki az **I** csapatversenyben indul, az egyénileg nem indulhat az **I** versenyben.

A feladatok megjelenése

Új feladatokat havonta, szeptembertől májusig tűzünk ki. A feladatokat megtalálod nyomtatott számunkban és a honlapunkon.

Honlapunkon a feladatokat – szeptember kivételével – az adott hónap 28. napján hozzuk nyilvánosságra. Előfizetőink (akiknek előfizetése az adott tanév egészére vonatkozik) azonban az adott típusú előző havi feladat beküldési határidejét követő naptól elérhetik a következő feladatok szövegét, és elkezdhetik a munkát. Amennyiben előfizettél a KöMaL-ra, a személyes beállításaid között add meg előfizetői kódodat, így tudsz korábban hozzáférni a feladatokhoz. Az előfizetői azonosítót megtalálod a szeptemberi példányod címlapjára ráragasztott címkén.



Azok az előfizetőink, akik (például életkoruknál fogva) nem versenyzőink, regisztráció és az előfizetői kód megadása után az előfizető versenyzőkkel egy időben érhetik el a feladatok szövegét.

Egy előfizetői kódot csak egy személy használhat.

A dolgozatok tartalma

Kérjük, tanulmányozd a korábbi számainkban, illetve a honlapunkon megjelent megoldásokat, ezek sokat segíthetnek annak megértésében, hogy milyen formát és részletességet várunk el a beküldött megoldásoktól.

Matematika és fizika elméleti megoldások

A megoldás leírása azt jelenti, hogy az olvasót végigvezeted a megoldásod lépésein. Törekedj a rövid, olvasható leírásra. Próbáld alaposan átgondolni a lépések sorrendjét, és lerövidíteni a megoldást. A gondos leírás sok időt igényel, ne hagyd az utolsó pillanatra!

Maximális pontszám csak teljes megoldásért jár, Puszta eredményközlésért nem adunk pontot. A kimondott állításokat igazolni kell. Levezetés és hivatkozás nélkül csak a középiskolai tananyagban szereplő tételeket fogadjuk el. Közismert tételekre (pl. Menelaosz-tétel, Hölder-egyenlőtlenség stb.) elegendő a nevükkel hivatkozni, egyéb esetekben ki kell mondani a felhasznált tételt, és fel kell tüntetni az idézett forrást (cím, oldalszám vagy internet-cím). Tételekre való hivatkozáskor azt is meg kell mutatni, miért teljesülnek a tétel feltételei, és hogyan következik a tétel állításából a bizonyítás gondolatmenetének következő lépése.

Többször előfordult már, hogy egy-egy feladat szerepelt valamely példatárban, vagy megtalálták az interneten. Arra is láttunk példát, hogy egy folyóiratcikkben, vagy éppen a KöMaL egy korábbi feladatában a feladatban kitűzöttel lényegében ekvivalens, vagy annál általánosabb állítás bizonyítása szerepelt. Célunk továbbra is versenyzőink problémamegoldó képességének fejlesztése, nem pedig a keresőprogramok tesztelése, ezért **nulla pontot adunk azokra a dolgozatokra, amelyek csak a megoldás helyét közlik, vagy annyit írnak le, hogy a feladat egy nehezebb tétel speciális esete vagy triviális következménye. A végeredményhez vezető gondolatmenetet részletesen le kell írni.**

Ha a megoldáshoz könyvekben vagy az interneten talált írásokat használsz fel, és ezekből idézel, tüntesd fel a felhasznált forrásokat. A szó szerinti idézeteket a forrás megjelölésén túl idézőjelek közé is kell tenni.

A **fizika feladatoknál** előfordulhat, hogy a feladat szövege nem tartalmaz a numerikus megoldáshoz szükséges minden konkrét információt, például bizonyos anyagi állandókat, földrajzi vagy csillagászati mennyiségek számszerű értékeit. Ilyenkor vagy a Négyjegyű függvénytáblázatokban, vagy az **interneten** kereshetitek meg a szükséges adatokat.

A hosszabb, összetettebb gondolatmeneteket érdemes tagolni, részekre bontani. Használj, bekezdéseket, részeket, címeket és alcímeket. A különböző segédállításokra, képletekre és ábrákra könnyebb úgy hivatkozni, ha azokat megszámozod.

A geometria feladatok megoldásának fontos részei az ábrák, amelyeken követni és ellenőrizni lehet a megoldás lépéseit. Mindig mellékeld a szükséges ábrát, **az ábra nélküli, vagy nem megfelelő ábrát tartalmazó megoldásokat nem tekintjük teljesnek. A gondolatmeneted azon lépéseire, amelyekhez nincs mellékelve a szükséges ábra, nem kapsz pontot.** Bonyolultabb ábrák esetén az egyes geometriai objektumokat ne csak az ábrába rajzold be, hanem szövegesen is definiáld. Például „legyen P' a P pont tükörképe az e egyenesre". Elektronikus beküldés esetén ügyelj a megfelelő felbontásra. A felbontás akkor megfelelő, ha a számítógép képernyőjén elfér, és a fontos részletek is jók kivehetőek. A jó ábra mérete többnyire 500–1000 pixel között lehet, de a legjobb, ha beküldés előtt ellenőrzöd a saját képernyődön az olvashatóságot.

A matematika példák megoldásaként számítógépes programokkal – beleértve az olyan online szolgáltatásokat is, mint például a Wolfram Alpha – kiszámított eredményeket nem fogadunk el. Ha harmincnál több esetet vizsgálsz, pedig lényegesen le lehetett volna szűkíteni az esetek számát, azt is úgy tekintjük, mintha programot írtál volna a számolások elvégzésére.

Mérési feladatok

A mérés leírása (mérési jegyzőkönyv) feltétlenül tartalmazza a mérés elvének áttekinthető leírását (a mérési elrendezés vázlatos rajzával, esetleg fotókkal), megfelelő számú és pontosságú mérési adatot (áttekinthető táblázatban, a mértékegységeket is megadva), a mérési adatok kiértékelését (lehetőleg grafikusan ábrázolva), és a hiba nagyságrendjének becslését. A mért és számított mennyiségeket ne adjuk meg indokolatlanul sok tizedesjeggyel, hanem csak a becsült hibával összhangban álló pontossággal. A mérési jegyzőkönyv legyen viszonylag tömör, de annyira áttekinthető, hogy annak alapján bárki meg tudja ismételni a leírt mérést. Nagyon sok (50-nél több) mérési adat esetén elegendő azoknak csak egy „reprezentatív" részét beküldeni és a többinek csak az átlagát közölni. A 6 oldalnál hosszabb jegyzőkönyv tartalmazzon egy rövid (kb. 1/2 oldalas) összefoglalást is.

Informatika megoldások

Az **I**-jelű programozási feladatok megoldását Basic, C, C++, C#, Java, Pascal vagy Python nyelvek egyikén kell elkészítened. A fejlesztéshez bármilyen fejlesztőkörnyezet használhatsz, javasoljuk az Oktatási Hivatal honlapján elérhető emelt szintű érettségi szoftverlista fejlesztőeszközeit.

Az **I**-pontversenyben kitűzött alkalmazói feladatok megoldásához szintén az előbbi szoftverlista eszközeit javasoljuk. Az alkalmazói feladatokat a listán szereplő alkalmazásokkal fogjuk értékelni. Az egyéb használható alkalmazásokat egy-egy feladat leírása tartalmazza, ezek jórészt szabadon fölhasználható programok.

A megoldások elkészítése és beküldése

Megoldásodat a Munkafüzetbe töltsd fel!

A matematika és fizika dolgozataidat megszerkesztheted honlapunkon, vagy feltöltheted kész fájl formájában. Az informatika feladatok megoldásait csak feltölteni tudod.

Azokat a dolgozatokat, amelyek több feladat megoldását tartalmazzák egy fájlban, vagy külalakjuk miatt értékelhetetlenek, *nem értékelhetőnek* tekintjük. *Nem értékelhető* továbbá az olyan megoldás is, ahol rendes képletek helyett nehezen értelmezhető karaktersorozatok vannak, például `x2+((1+5+2sqrt(5)x2)/4` vagy `(1+gyök5)/2*x`.

A megoldások online szerkesztése az Elektronikus Munkafüzetben

Az Elektronikus Munkafüzet a honlapunk része. Webes felület, amely lehetőséget ad a megoldás közvetlen beírására, szerkesztésére. A megoldásaidat egészen a beküldési határidőig módosíthatod, átszerkesztheted.

Képletek szerkesztéséhez a TEX rendszert használjuk. Javasoljuk, hogy honlapunkon járd végig a *TEX tanfolyamot.*

Kész fájlok feltöltése

Megoldásaidat az otthoni vagy iskolai számítógépeken is elkészítheted, és a kész fájlt honlapunkon feltöltheted. Matematika vagy fizika feladatok megoldásának beküldésekor a többféle operációs rendszerben is olvasható **PDF formátumot** használd! A dokumentum elején legyen ott egy fejléc: a feladat száma pirossal, neved, osztályod, városod, iskolád.

Kézírással készült megoldásodat vonalazás és négyzetháló nélküli fehér papírra írd, majd megfelelő minőségben, egyetlen pdf fájlként töltsd fel a Munkafüzetbe.

Ügyelj arra, hogy a kép jól olvasható legyen, és a felbontás ne legyen se túl nagy, se túl alacsony. (A 200 dpi felbontású kép – ha nem írsz extra apró betűkkel – általában jól olvasható.) Ha fényképezel, érdemes több képet készíteni szórt (természetes) fénynél, és a legjobban sikerült képet használni. A képet fordítsd álló helyzetbe, a szélét vágd körbe, hogy csak a megoldás maradjon a képen, végül méretezd át.

Fényképek feldolgozására sokféle képmanipuláló programot és telefonos applikációt használhatsz. Mi a CamScannert ajánljuk leginkább, mert ezzel könnyen készíthetsz egyetlen megfelelő pdf fájlt.

Az informatika megoldások beküldése

Az informatika feladatok megoldásait kizárólag kész fájlként tudod feltölteni a Munkafüzetbe. Amennyiben a megoldás több fájlból áll, úgy egy, a fájlok mindegyikét és a dokumentációt is tartalmazó, a feladat sorszámával egyező nevű mappát kell ZIP tömörítéssel becsomagolva egyetlen fájlként beküldened. Ügyelj arra, hogy a tömörített állományokba futtatható fájlok (pl. a fejlesztéskor létrejövő `.exe` állomány) ne kerüljenek.

A programozási feladatoknál a forráskód első soraiban megjegyzésként szerepeljen

- a feladat száma;
- a versenyző teljes neve (jelzőszámmal) és osztálya;
- az iskola neve városnévvel együtt;
- az alkalmazott fordítóprogram neve és verziószáma.

Kérjük, hogy a programozási feladatoknál a program be- és kimenete mindig a feladatban megadott módon valósuljon meg. Erre azért van szükség, mert a beküldött programokat sokféle tesztadatra lefuttatjuk, és ezt igyekszünk automatizálni.

Az informatika feladatokkal kapcsolatos bárminemű kérdéseket, esetleges reklamációkat az `inf-szerk@komal.hu` címre várjuk.

A beküldési határidő

A beküldési határidő matematikából a lap megjelenését követő hónap 10., fizikából és informatikából a 15. napja. Ha ez szombatra vagy munkaszüneti napra esik, akkor a határidő a következő munkanap. Komoly kockázatot jelent a beküldést a határidő utolsó napjára, perceire halasztani! Bármikor előfordulhat az internet valamilyen hibája vagy egy szerver túlterheltsége. De késedelmesen beküldött dolgozatot ilyen okokra hivatkozva sem tudunk elfogadni.

Értékelés

A pontversenyek állását és versenyzőink részletes eredményeit a honlapunkon folyamatosan közöljük. Versenyzőinket e-mailben is értesítjük a pontszámuk változásairól. Előfordul, hogy javítóink a pontszámon kívül szöveges értékelést is küldenek, például felhívják a figyelmedet a dolgozatod hiányosságaira. Ez azonban nem kötelező, ugyanis a javóknak nem ritkán százas nagyságrendű dolgozatot kell kijavítaniuk, ráadásul gyakran az egyetemi tanulmányaik közben.

Reklamációk

A dolgozatok értékelése után az Elektronikus Munkafüzetben rövid kérdést vagy üzenetet küldhetsz a javítónak, ő pedig ugyanott válaszolhat. A különböző feladatokat általában különböző javítók értékelik, ezért mindig csak az adott feladatról kérdezz.

Ügyelj az udvarias hangvételre. Olyan módon kérdezz, amit szemtől-szembe, akár a tanáraiddal vagy a szüleiddel szemben is helyesnek tartanál.

Eldöntetlen vita, reklamáció esetén a szerkesztőséghez fordulhatsz. Reklamációkat a feladat értékelése után két hétig fogadunk el a `szerk@komal.hu` címen.

Szabálytalan versenyzés

FONTOS! Akik egyénileg versenyeznek egy adott pontversenyben, azoknak önállóan kell elkészíteniük a példák megoldásait. Tilos a kitűzött feladatokat a beküldési határidő előtt másokkal megvitatni, másoktól segítséget kérni vagy elfogadni a feladatok megoldásához. A közösen készített vagy másolt dolgozatokat – beleértve az eredeti szerzőét is – *nem versenyszerűnek* minősítjük. Pontot nem adunk rá, viszont beküldött dolgozatnak számít. Egy csapat tagjai egymással megbeszélhetik, megvitathatják az adott verseny feladatait, majd minden feladatra egy (közös) megoldást adhatnak be. A csoportosan másolt dolgozatokat visszaküldjük az osztályt tanító tanárnak. Súlyosabb, az egész pontversenyt veszélyeztető esetekben (pl. a feladatok megtárgyalása internetes fórumokon) az érintett versenyzőket kizárjuk a versenyből. A dolgozatoknak – mint korábban is írtuk – nem csak tartalmilag, hanem formailag is megfelelőeknek kell lenniük.

Az olvashatatlan, áttekinthetetlen, értékelhetetlen dolgozatokat *nem értékelhetőnek* minősítjük, akár kusza írás, akár a fényképezés, képbeállítás okozza az olvashatatlanságot. Az ilyen dolgozatot be nem küldöttnek tekintjük.

Az egyéb formai hibák plusz munkát adnak a javítóknak, így ezek miatt pontokat vonunk le. Tipikusan ilyen hibák:

– nem pdf-ben beküldött dolgozat;
– nem feladatonként egyetlen file-ban beküldött dolgozat;
– „mintás” – például zavaróan vonalas, kockás vagy aljnyomatos – lapra írt dolgozat.

Minden ilyen hibáért 1-1 pontot vonunk le az adott megoldással egyébként szerzett pontokból, tehát egy feladatnál akár többet is – például két oldalnyi megoldás, durván kockás lapra írva és két jpg file-ban beküldve 3 pont levonást eredményez –, de legfeljebb annyit, amennyit egyébként ért volna a megoldás.

A végeredmény közzététele

A versenyek végeredménye az összes dolgozat kijavítása után, várhatóan augusztus elején a honlapunkon, majd a 2024. szeptemberi számunkban jelenik meg. A legeredményesebb versenyzők arcképét 2024. decemberi számunkban közöljük. A legjobbak a MATFUND Középiskolai Matematikai és Fizikai Alapítvány pályadíjait és tárgyjutalmakat, illetve okleveleket kapnak a 2024. évi *KöMaL Ifjúsági Ankét* rendezvényén.

Néhány megjegyzés

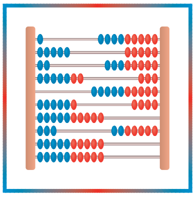
A versenyben résztvevő hozzájárul a dolgozatának név nélküli, valamint a szerkesztett változat névvel történő közléséhez.

Örömmel fogadunk feladatjavaslatokat, cikkeket, szakköri munkáról szóló beszámolókat, közlésre alkalmas iskolai pályamunkákat. Javaslataikat, közleményeiket postán vagy e-mailben juttathatják el szerkesztőségünkbe. Szép, érdekes és nem közismert feladatokat bárki javasolhat kitűzésre. A javasolt feladatokat (megoldásokkal együtt) a megfelelő szerkesztőbizottság címére (`mat-szerk@komal.hu`, `fiz-szerk@komal.hu`, illetve `inf-szerk@komal.hu`) küldjék el.

Szeretnénk, ha a kitűzött kérdések nem zárulnának le véglegesen a beküldési határidővel, a közölt megoldással. Erre teremt lehetőséget az internetes KöMaL fórum. Bármely, a lapunkban megjelent feladathoz, cikkhez kapcsolódó megjegyzést, általánosítást szívesen látunk, és az érdekesebbeket – természetesen csak ha a szerzője is hozzájárul – alkalomadtán közöljük is.

Végezetül mindenkinek eredményes tanévet és sikeres versenyzést kíván

a Szerkesztőség



K/C gyakorlat megoldása

K/C. 747. *Egy negyvenszöget valamelyik átlója két olyan sokszögre bontja, melyeknek összesen* 298*-cal kevesebb átlója van, mint a negyvenszögnek. Hány oldalúak ezek a sokszögek?*

Megoldás. Először azt vesszük észre, hogy ha a negyvenszög egyik átlóját behúzzuk, akkor az a negyvenszöget két olyan sokszögre vágja szét, amelyeknek összesen nem 40, hanem 42 csúcsuk lesz. (És így persze összesen 42 szögük is.) Ez abból fakad, hogy az átló két végpontja mindkét új sokszöghöz hozzátartozik.

Tudjuk, hogy egy sokszög átlóinak száma meghatározható az alábbi képlettel: $\frac{n(n-3)}{2}$. Egy negyvenszög átlóinak a száma tehát $20\cdot 37=740$.

Az előbbi két megállapítást figyelembe véve a felbontás utáni két sokszög átlóinak számára felírható egy egyismeretlenes egyenlet, ahol x az egyik sokszög szögeinek számát jelöli:

$$\frac{x(x-3)}{2}+\frac{(42-x)\big((42-x)-3\big)}{2}=740-298.$$

Rendezzük az egyenletet:

$$\frac{x(x-3)}{2}+\frac{(42-x)(39-x)}{2}=442,$$

$$x^2-3x+1638-81x+x^2=884,$$

$$2x^2-84x+754=0,$$

$$x^2-42x+377=0.$$

A fenti másodfokú egyenlet megoldásához megpróbálunk egy $(x-a)(x-b)$ szorzatalakot keresni. Ha kifejtjük a szorzatalakot, az $x^2-(a+b)x+a\cdot b$ alakhoz jutunk.

Mivel $377=13\cdot 29$ és $42=13+29$, ezért a fentebbi egyszerűsített másodfokú egyenlet felírható az alábbi szorzatalakban:

$$x^2-42x+377=(x-13)\cdot(x-29)=0.$$

Ebből az következik, hogy a kérdéses sokszögek egyike 13, a másik pedig 29 oldalú.

Szabó Dániel György (Budapest, Piarista Gimn., 9. évf.)

Megjegyzés. Honlapunkon egy ettől eltérő megoldás olvasható, ami a 297 prímfelbontására épül. A legtöbben azonban a fenti megoldást küldték be.

271 dolgozat érkezett. 5 pontos 161, 4 pontos 39, 3 pontos 19, 2 pontos 19, 1 pontos 9, 0 pontos 1 versenyző. Nem versenyszerű 15 dolgozat. Nem számítjuk a versenybe a születési dátum vagy a szülői nyilatkozat hiánya miatt: 5 dolgozat.

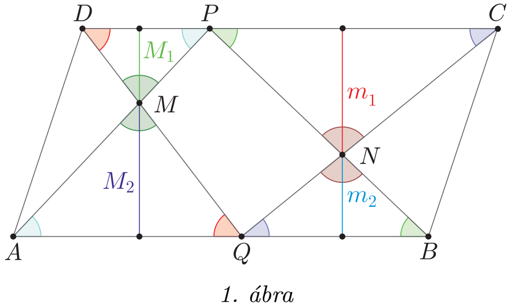
C gyakorlatok megoldása

C. 1736. *Az $ABCD$ paralelogramma CD oldalán felvesszük a P belső pontot, a CD-vel párhuzamos AB oldalon a Q belső pontot. A PA és QD szakaszok metszéspontja M, a PB és QC szakaszok metszéspontja N.*

Határozzuk meg annak a feltételét, hogy $MN \parallel AB$.

(*Amerikai versenyfeladat ötletéből*)

Megoldás. Használjuk az *1. ábra* jelöléseit, ahol M_1, M_2, m_1 és m_2 rendre a PDM, AQM, CPN, illetve QBN háromszög egy-egy magasságát jelöli. Az azonos színnel jelölt szögek egyenlők: az M, illetve N csúcsnál két-két csúcsszög található, a többi szögpár pedig váltószög.



1. ábra

Ebből következik, hogy a PDM és az AQM, illetve a CPN és a QBN háromszögek hasonlóak, hiszen a szögeik megegyeznek. Ekkor a megfelelő szakaszok aránya is megegyezik, vagyis

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{PD}{AQ} \quad \text{és} \tag{1}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{PC}{BQ}. \tag{2}$$

Ha az MN egyenes párhuzamos az AB egyenessel, akkor $m_1 = M_1$ és $m_2 = M_2$, és így $\frac{m_1}{m_2} = \frac{M_1}{M_2}$. (1) és (2) alapján ekkor $\frac{PC}{BQ} = \frac{PD}{AQ}$ is fenn kell álljon.

Ha $PC = QB$, akkor $PD = QA$, és ekkor mindkét arány 1. Az $ABCD$ paralelogramma magasságát m-mel jelölve tehát $m_1 = m_2 = m/2 = M_1 = M_2$, $MN \parallel AB$ (és MN az $ABCD$ paralelogramma középvonala).

Ha $PC < QB$, akkor $PD = CD - PC = AB - PC > AB - BQ = AQ$, tehát ekkor

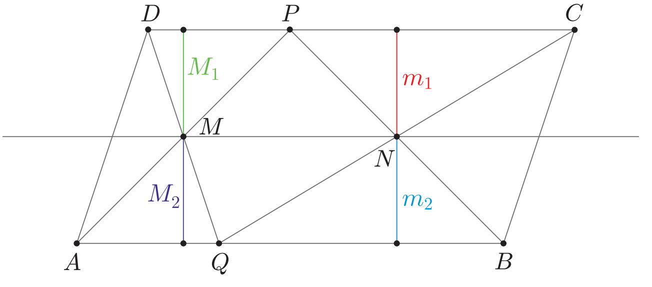
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{PC}{BQ} < 1 < \frac{PD}{AQ} = \frac{M_1}{M_2},$$

vagyis MN nem párhuzamos AB-vel.

Ha $PC > QB$, akkor hasonlóan belátható, hogy

$$\frac{m_1}{m_2} > \frac{M_1}{M_2},$$

a két egyenes ekkor sem párhuzamos.



2. ábra

Összegezve: az MN egyenes pontosan akkor párhuzamos az AB egyenessel, ha $PC = QB$.

Több megoldás alapján

51 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 20 versenyző: Baksa Anna, Berta Botond, Bezsilla Gábor, Dancsák Dénes, Göncző Emma, Hajós Balázs, Halász Henrik, Heltovics Lilla, Hüvös Gergely, Kéki Edit, Keszthelyi Eszter, Mészáros Anna Veronika, Pekk Márton, Prikler Dorka Abigél, Richlik Márton, Ruzsa Bence Márk, Seprődi Barnabás Bendegúz, Szittyai Anna, Varga Dániel, Végh Lilian. 4 pontos 3, 3 pontos 6, 2 pontos 2, 1 pontos 1, 0 pontos 3 dolgozat. Nem versenyszerű 7 dolgozat.

C. 1741. *Az $ABCD$ konvex négyszög AC és BD átlóinak metszéspontja M. Lehetséges-e, hogy az ABM, BCM, CDM, DAM háromszögek területe ebben a sorrendben egy*

a) nemkonstans számtani sorozat,

b) nemkonstans mértani sorozat

közvetlen egymás utáni négy tagja?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

Megoldás. Használjuk az *ábra* jelöléseit. Mivel $AMB\sphericalangle$ és $DMC\sphericalangle$ csúcsszögek, ezért egyenlőek. Hasonlóan, $BMC\sphericalangle = DMA\sphericalangle$. Mivel D, M és B egy egyenesre esnek, ezért $\alpha + \beta = 180°$, vagyis $\beta = 180° - \alpha$.

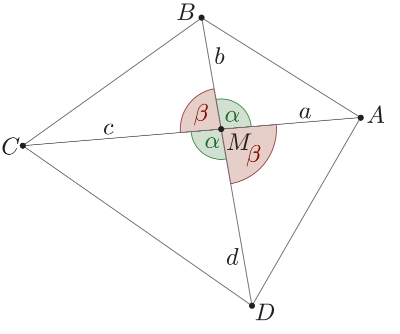
Felhasználva, hogy $\sin\alpha = \sin(180° - \alpha)$, a háromszögek területe:

$$t_{ABM} = \frac{ab\sin\alpha}{2},$$

$$t_{BCM} = \frac{bc\sin(180° - \alpha)}{2} = \frac{bc\sin\alpha}{2},$$

$$t_{CDM} = \frac{cd\sin\alpha}{2},$$

$$t_{DAM} = \frac{ad\sin(180° - \alpha)}{2} = \frac{ad\sin\alpha}{2}.$$



Egy nemkonstans számtani sorozat vagy szigorúan monoton nő, vagy szigorúan monoton csökken. Egy nemkonstans mértani sorozat, ahol $q > 0$ (mivel negatív tagjai nem lehetnek a sorozatnak), szintén szigorúan monoton nő, vagy szigorúan monoton csökken.

1. eset. Ha a sorozat szigorúan monoton nő, akkor

$$\frac{ab\sin\alpha}{2} < \frac{bc\sin\alpha}{2} < \frac{cd\sin\alpha}{2} < \frac{ad\sin\alpha}{2}.$$

Mivel $0° < \alpha < 180°$, ezért $\sin\alpha > 0$, tehát ebből

$$ab < bc < cd < ad$$

következik.

2. eset. Ha a sorozat szigorúan monoton csökken, akkor pedig – hasonló gondolatmenet alapján –

$$ab > bc > cd > ad.$$

Mindkét esetben ellentmondásra jutunk a következőképpen.

Az 1. esetben, mivel b és d pozitív, ezért $ab < bc$ miatt $a < c$, míg $cd < ad$ miatt $c < a$, ám a kettő egyszerre nem állhat fenn.

A 2. esetben hasonló indoklással $ab > bc$ miatt $a > c$, míg $cd > ad$ miatt $c > a$, ami ellentmondás.

Tehát a háromszögek területei sem nemkonstans számtani, sem nemkonstans mértani sorozatot nem alkothatnak.

Mészáros Anna Veronika (Budapest, V. Ker. Eötvös J. Gimn., 12. évf.)

Megjegyzés. Honlapunkon egy ettől eltérő megoldás olvasható, ami a területeket a „hagyományos” területképlettel felírva jut ellentmondásra. Ehhez hasonló megoldást kevesebben küldtek be.

32 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 14 versenyző: Baksa Anna, Bilicki Vilmos, Braun Zsófia, Fekete Patrik, Hajós Balázs, Halász Henrik, Kéki Edit, Keszthelyi Eszter, Laskai Botond, Mészáros Anna Veronika, Schneider Dávid, Sipeki Márton, Végh Lilian, Waldhauser Miklós. 4 pontos 3, 3 pontos 4, 2 pontos 2, 1 pontos 2 versenyző. Nem versenyszerű 3 dolgozat.

Matematika feladat megoldása

B. 5266. *Néhány focista együtt nyaral. Összesen k klubból és n nemzetből valók, ahol $k<n$. Bizonyítsuk be, hogy van közöttük legalább $n-k+1$ olyan focista, aki több klubtársával nyaral együtt, mint honfitársával.*

(*5 pont*)

I. megoldás. Nevezzük *kakukknak** azokat az embereket, akiknek több klubtársa van jelen, mint honfitársa. Azt kell belátnunk, hogy legalább $n-k+1$ kakukk van. Ennél erősebb állítást fogunk igazolni: legalább $n-k+1$ azon nemzetek száma, amelyekből legalább egy kakukk részt vesz a nyaraláson.

Jelölje m a kakukkmentes országok számát, és legyen $N_1, N_2, \ldots, N_m$ az egyes kakukkmentes nemzeteket képviselő játékosok halmaza úgy, hogy:

$$|N_1| \leqslant |N_2| \leqslant \ldots \leqslant |N_m|.$$

Válasszunk N_1-ből egy tetszőleges j_1 játékost, az ő klubja (a j_1 klubjába tartozó játékosok halmaza) legyen K_1. Mivel j_1 nem lehet kakukk (hiszen a kakukkmentes N_1 nemzetből érkezett), így $|N_1| \geqslant |K_1|$.

Az $N_1 \cup N_2$-ből biztosan kiválasztható egy j_2 játékos, aki nem tagja K_1-nek, mert

$$|K_1| \leqslant |N_1| < |N_1| + |N_2| = |N_1 \cup N_2|.$$

Legyen a j_2 játékos klubja a K_2 halmaz. Teljesül, hogy $|K_2| \leqslant |N_2|$, mert $(N_1 \cup N_2)$-nek nincs olyan tagja, aki $|N_2|$-nél nagyobb létszámú klubból jött volna (hiszen ezek kakukkmentes nemzetek).

* A kakukk elnevezést *Wiener Anna* dolgozatából kölcsönöztük.

Az $N_1 \cup N_2 \cup N_3$-ból biztosan kiválasztható egy j_3 játékos, aki nem tagja sem K_1-nek, sem K_2-nek, mert

$$|K_1| + |K_2| \leqslant |N_1| + |N_2| < |N_1| + |N_2| + |N_3| = |N_1 \cup N_2 \cup N_3|.$$

Legyen a j_3 játékos klubja a K_3 halmaz. Most is teljesül, hogy $|K_3| \leqslant |N_3|$, mert $(N_1 \cup N_2 \cup N_3)$-nak nem lehet olyan tagja, aki $|N_3|$-nál nagyobb létszámú klubból jött volna (hiszen ezek kakukkmentes nemzetek).

Ezt a rekurzív eljárást folytatva minden $1 \leqslant i \leqslant m$ esetén találhatunk egy K_i klubot úgy, hogy $|K_i| \leqslant |N_i|$ teljesüljön. Mivel minden kakukkmentes nemzethez rendeltünk egy-egy különböző klubot, ezért $n > k$ miatt kell legyen legalább egy olyan nemzet is, amelyben van kakukk.

Ha tehát az összes együtt nyaraló játékos halmaza J, akkor

$$|J| > |N_1| + |N_2| + \ldots + |N_m| \geqslant |K_1| + |K_2| + \ldots + |K_m|.$$

Ezért kell legyen klub az eddig felsoroltakon kívül is, tehát $k > m$, azaz $m \leqslant k - 1$.

Tehát az n nemzet közül legfeljebb $k - 1$ mentes a kakukkoktól, azaz legalább $n - (k - 1) = n - k + 1$ nemzetben van legalább egy-egy kakukk.

Horváth Mihály (Budapest, Szent Gellért Katolikus Ált. Isk. és Gimn., 12. évf.) dolgozata alapján

Megjegyzések 1. Valójában már annak bizonyítása sem könnyű, hogy van legalább egy kakukk.

2. A feladat természetes módon fogalmazható meg a páros gráfok nyelvén, a következő módon: *Legyenek a G páros gráf színosztályai K és N, ahol $|K| = k < n = |N|$. Ekkor legalább $n - k + 1$ olyan él van, amelynek K-beli vége nagyobb fokszámú, mint az N-beli vége.* (Több megoldó is ezt a páros gráfos átfogalmazást használta dolgozatában.)

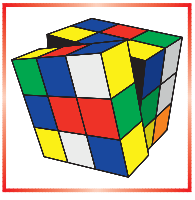
II. megoldás. A feladat eredetije a *Gazette of the Australian Mathematical Society* c. folyóirat *Puzzle Corner* rovatának 19. feladatsorában *Reality television* címmel és a címhez illeszkedő mesével. Az ott megjelent szellemes megoldás átírásával született az alábbi, a honlapon már korábban publikált megoldás (a B. 5266. megoldói közül senki nem talált ehhez hasonlót).

Megoldás. Képzeljük el, hogy mindegyik, a nyaralásban érintett klub küld egy-egy körtetortát a nyaralóknak. Az egy klubhoz tartozók egymás között egyenlően elosztva fogyasztják el a klubtól kapott körtetortát, így ha az i-edik játékosnak k_i klubtársa van jelen, akkor $\frac{1}{k_i+1}$ körtetortát evett.

Ezután mindegyik érintett ország küld egy-egy narancstortát is a nyaralóknak. Ezúttal a honfitársak osztoznak testvériesen egy-egy tortán, így ha az i-edik játékosnak n_i honfitársa van jelen, akkor $\frac{1}{n_i+1}$ narancstorta jut neki. Ha a torták mind egyforma méretűek, akkor pontosan azok ettek több narancstortát, mint körtetortát, akik több klubtárssal nyaralnak együtt, mint honfitárssal.

Összesen n narancstorta és k körtetorta fogyott. Minden játékosra teljesül, hogy legfeljebb 1 egész narancstortát, és 0-nál több körtetortát evett. Egy focistánál tehát csak 1-nél kisebb többlet keletkezhet a narancstorta-fogyasztásból a körtetorta-fogyasztással szemben. (Algebrázva: $\frac{1}{n_i+1} - \frac{1}{k_i+1} < 1$, mivel mindkét tag a $(0,1]$ intervallumban van.) Így az $n-k$ tortányi naracstöbblet eléréséhez kell legalább $n-k+1$ olyan focista, akinek több narancstorta jutott, mint körtetorta. $\square$

54 dolgozat érkezett. 5 pontot kapott 17 versenyző: Chrobák Gergő, Domján Olivér, Duchon Márton, Elekes Dorottya, Fülöp Csilla, Horváth Mihály, Keresztély Zsófia, Kovács Benedek Noel, Lovas Márton, Melján Dávid Gergő, Simon László Bence, Sütő Áron, Tarján Bernát, Varga Boldizsár, Vigh Zalán, Virág Lénárd Dániel, Wiener Anna. 3 pontos 1, 2 pontos 5, 1 pontos 14, 0 pontos 11 dolgozat. Nem versenyszerű: 3 dolgozat.



Rejtvények, ördöglakatok

Ebben az új rovatunkban minden hónapban valamilyen szórakoztató matematikai fejtörőt fogunk bemutatni. Ezek között fontos helyet foglalnak el a különböző kirakós játékok, topológiai feladványok, ördöglakatok és a matematikát felhasználó bűvészmutatványok.

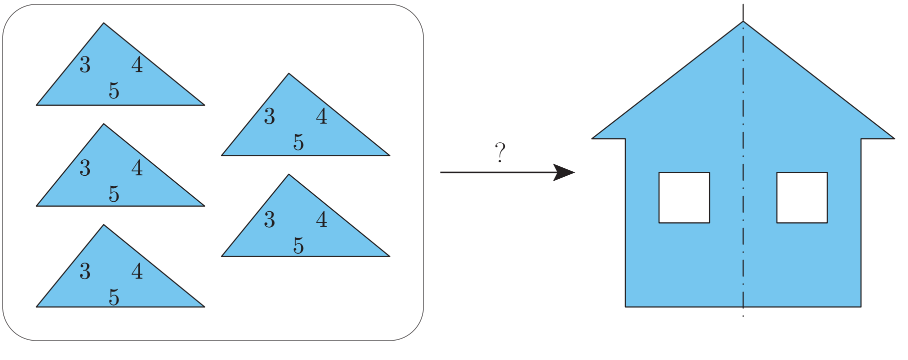
Manapság szinte mindent meg lehet találni az interneten, de az igazi élményt az adja, ha a feladatokat magunk oldjuk meg, a bűvészmutatványok trükkjeit mi találjuk ki, és a szükséges kellékeket is mi tervezzük meg és készítjük el. Próbáljuk meg a feladatokat továbbgondolni, általánosítani, igyekezzünk új feladatokat kitalálni.

A megoldásokat, továbbgondolásokat, általánosításokat a

`rejtveny.komal@gmail.com`

címre lehet beküldeni. Ezek a pontversenyekbe nem számítanak bele, de a legjobbakat – akár cikk vagy videó formájában – a honlapunkon vagy itt a Lapban örömmel közöljük.

1. feladat. Öt darab 3–4–5 oldalú derékszögű háromszögből, átfedés nélkül, állítsunk össze egy tengelyesen szimmetrikus síkidomot.



(**Nem** a ház alakú idomot kell kirakni, csak valami olyan alakzatot, ami szintén tengelyesen szimmetrikus.)

A feladat *Donald Bell* amerikai rejtvénykészítőtől származik. A megoldást a következő számunkban közöljük.

Olvasóink figyelmébe ajánljuk Lapunk 354. oldalán a **B. 5330.** feladatot is.

Jó szórakozást!

Kós Géza

A K pontversenyben kitűzött gyakorlatok ABACUS-szal közös pontverseny 9. osztályosoknak (774–778.)

K. 774. Egy vonat állandó sebességgel halad át egy alagúton. 20 másodpercig tart, amíg a 300 m hosszú alagúton átér, onnantól, hogy az eleje eléri az alagút elejét, addig, amíg a vége el nem hagyja. Egy lámpa az alagútban pont 5 másodpercen át van a vonat felett. Milyen hosszú a vonat?

K. 775. Egy cukrász két 2 cm, egy 6 cm és egy 8 cm oldalélű marcipánkocka összeragasztásával egy nagyobb testet épített úgy, hogy egy-egy illesztésnél az egyik marcipánkocka teljes oldala ráfeküdt a másik kocka egy lapjára. A kész testből kivághatunk magunknak egy téglatestet, de csak olyan sík mentén vághatunk, amely illeszkedik valamelyik kocka lapjára. Mekkora a legnagyobb térfogatú marcipántégla, amit így kaphatunk?

K. 776. Egy rendezvényre sorszámozott jegyeket rendeltek egy nyomdától. Ezek előállítása úgy történik, hogy a jegyek a kinyomtatás után bekerülnek egy sorszámozó gépbe, amely minden jegyre egyedi sorszámot nyom, mindig 1-gyel növelve az aktuálisan nyomandó sorszámot. A nyomda elkészítette a megrendelt darabszámnak megfelelően a sorszámozatlan jegyeket, azonban a sorszámozó gép a meghibásodása miatt minden 3-mal osztható sorszámot kétszer adott ki egymás után. A megrendelt jegyekre a sorszámokhoz így összesen 3672 számjegyet használtak el (a sorszámozás 1-gyel kezdődött). A gép megjavítása után hány jegyet kell újra sorszámozni a most már hibátlanul sorszámozó géppel?

K/C. 777. Az a és b számok számtani közepe 10, a b és a 10 számtani közepe $c/2$. Mennyi az a és c számok számtani közepe?

K/C. 778. Egy téglalapot az oldalaival párhuzamos egyenesekkel kilenc kis téglalapra bontottunk az *ábrán* látható módon. A megadott öt téglalapnak ismerjük a területét, a többinek nem. Határozzuk meg a négy téglalap területét. (Az ábra csak illusztráció, a méretek nem feltétlenül helyesek.)

20 cm^2	t_2	36 cm^2
30 cm^2	t_3	t_4
t_1	8 cm^2	24 cm^2

❄

Beküldési határidő: 2023. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

❄

Figyelem!

Az idei Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt 2023. október 6-án, pénteken 14 órakor személyes jelenléttel rendezi meg a 2023-ban érettségizettek és a középiskolai tanulók részére a Bolyai János Matematikai Társulat. A verseny helyszíneiről és lebonyolításáról az információkat a BJMT a verseny honlapján teszi közzé: `https://www.bolyai.hu/versenyek-kurschak-jozsef-matematikai-tanuloverseny`.

Kérjük a versenyzőket, hogy részvételi szándékukat a honlapon található regisztrációs űrlap kitöltésével jelezzék.

Felhívjuk a versenyzők figyelmét, hogy a verseny megrendezése nem garantált azokon a helyszíneken, ahova nem érkezik jelentkezés.

A kihirdetendő három feladat kidolgozására négy óra idő fordítható. *Semmilyen segédeszköz (könyv, jegyzet, elektronikus segédeszköz) nem használható.* Az íróeszközökön kívül az egyedüli megengedett segédeszköz a körző és vonalzó. Mindezekről mindenki maga gondoskodjék.

A résztvevők hozzák magukkal az utolsó iskolai bizonyítványukat, vagy más olyan iratot, amely igazolja, hogy 2023-ban tettek érettségi vizsgát, illetőleg jelenleg is iskolai tanulók.

A tanulóverseny hagyományainak megfelelően a versenyen olyan feladatok szerepelnek, amelyek megoldása a versenyzők önálló matematikai gondolkodó készségét teszi próbára.

❄

A C pontversenyben kitűzött gyakorlatok (777–778., 1774–1777.)

Feladatok 10. évfolyamig

K/C. 777. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

K/C. 778. A szövegét lásd a **K** feladatoknál.

Feladatok mindenkinek

C. 1773. Határozzuk meg a p egész szám értékét úgy, hogy a

$$(p-3)x+p+5=(2-p)x$$

egyenlet x valós megoldásának értéke legalább 2 legyen. Adjuk meg minden lehetséges p értékre az egyenlet megoldását.

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1774. Az $ABCD$ trapézban $AB \parallel CD$. Az AB, illetve CD oldal felezőpontja E, illetve F. Az AC átlót a DE, DB és FB szakasz rendre a P, Q, R pontban metszi. Igazoljuk, hogy

$$\frac{CP}{PA}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{CR}{RA}=\left(\frac{CD}{AB}\right)^3.$$

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

C. 1775. Az $ABCD$ téglalap egy belső pontja P. Határozzuk meg a PC szakasz hosszát, ha tudjuk, hogy $PA=4$, $PB=6$ és $PD=9$.

(*Vietnámi feladat*)

Feladatok 11. évfolyamtól

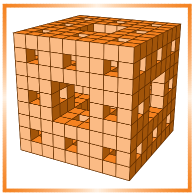
C. 1776. Egy természetes számnak pontosan 2023 pozitív osztója van. Hány pozitív osztója lehet a négyzetének?

Javasolta: *Kozma Katalin Abigél* (Győr)

C. 1777. Egy derékszögű háromszög befogói 36 cm és 77 cm hosszúságúak. A hosszabb befogóhoz tartozó belső szögfelezőnek milyen hosszúságú része nem esik a beírt kör belsejébe?

Javasolta: *Bíró Bálint* (Eger)

Beküldési határidő: 2023. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`



A B pontversenyben kitűzött feladatok (5326–5333.)

B. 5326. Egy angol-magyar találkozó végén minden résztvevő elköszönt mindegyik másik résztvevőtől: az angolok mindenkinek egyesével ezt mondták: „Goodbye!”, míg a magyarok ezt: „Viszlát!” Hányan vettek részt az egyes nemzetek képviseletében, ha 198-szor hangzott el az, hogy „Goodbye!” és 308-szor az, hogy „Viszlát!”?

(*3 pont*) Javasolta: *Hujter Bálint* (Budapest)

B. 5327. Az ABC háromszög magasságai m_a, m_b és m_c. Tegyük fel, hogy az m_a, m_b és m_c oldalakkal szerkeszthető háromszög, és ennek a háromszögnek a magasságai x, y és z. Mutassuk meg, hogy az x, y és z oldalakkal is szerkeszthető háromszög.

(*4 pont*) Javasolta: *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

B. 5328. Egy füzet első lapjára leírtuk a 2023 számot. Ezután a következő lapra mindig az előzőn lévő számok pozitív osztóit írjuk le (mindegyiket annyiszor, ahány számnak osztója az előző lapról). Hány szám lesz a 4. lapon?

(*3 pont*) Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)

B. 5329. Egy szabályos dobókockával dobunk, a játék akkor ér véget, ha 1-est dobunk vagy úgy döntünk, hogy megállunk. A nyeremény az utolsó dobás értéke. Van-e olyan stratégia, amellyel elérhető, hogy a nyeremény várható értéke legalább 4 legyen?

(*4 pont*) Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)

B. 5330. Tegyük fel, hogy a, b, c primitív pitagoraszi számhármas, vagyis a, b és c olyan relatív prím pozitív egészek, amelyekre $a^2+b^2=c^2$ teljesül. Mutassunk példát olyan tengelyesen szimmetrikus sokszögre, amely felbontható c darab a, b, c oldalú derékszögű háromszögre.

(*5 pont*) Javasolta: *Kós Géza* (Budapest)

B. 5331. Mutassuk meg, hogy az egységnyi élhosszúságú szabályos tetraéder lefedhető kettő darab, egységnyi átmérőjű gömbbel.

(*5 pont*) Javasolta: *Vígh Viktor* (Sándorfalva)

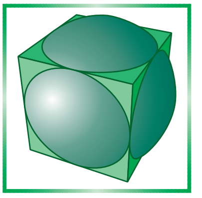
B. 5332. Milyen n pozitív egész számokra teljesül, hogy bármely 2^n egymást követő pozitív egész szám között van olyan, amely felírható legfeljebb n darab nemnegatív egész szám n-edik hatványának összegeként?

(*6 pont*) Javasolta: *Pach Péter Pál* (Budapest)

B. 5333. A hegyesszögű ABC háromszög A csúcshoz tartozó magasságának talppontja T_A. Az A csúcsból a körülírt kör O középpontján át húzott félegyenes a BC oldalt az R_A pontban metszi. Az AR_A szakasz felezőpontja legyen az F_A pont. A B és C csúcsokból kiindulva ugyanígy képezzük a T_B, R_B, F_B, T_C, R_C, F_C pontokat. Mutassuk meg, hogy a T_AF_A, T_BF_B és T_CF_C egyenesek egy pontban metszik egymást.

(*6 pont*) Javasolta: *Simon László Bence* (Budapest)

Beküldési határidő: 2023. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`



Az A pontversenyben kitűzött nehezebb feladatok (857–859.)

A. 857. Adott az ABC hegyesszögű háromszög, melynek leghosszabb oldala BC. Legyen a háromszög magasságpontja H, a B és C csúcsaiból induló magasságok talppontjai rendre D és E, továbbá az AB és AC oldalak felezőpontjai rendre F és G. A DF és EG egyenesek egymást az X pontban metszik. Legyen az EFX, illetve DGX háromszögek köréírt köreinek középpontja rendre O_1 és O_2, az O_1O_2 szakasz felezőpontja pedig M. Igazoljuk, hogy X, H, M egy egyenesre esnek.

Javasolta: *Varga Boldizsár* (Verőce)

A. 858. Igazoljuk, hogy a következő egyenletrendszernek nincs más megoldása az egész számok körében, csak $u = v = x = y = z = 0$:

$$uv = x^2 - 5y^2$$
$$(u+v)(u+2v) = x^2 - 5z^2.$$

Javasolta: *Szabó Barnabás* (Budapest)

A. 859. Adott egy n csúcsú U útgráf, melynek az egyik csúcsában egy bekötött szemű játékos tartózkodik. Az út csúcsai meg vannak számozva 1-től n-ig a természetes számokkal, nem feltétlenül a szokásos sorrendben. Egy lépésben a játékvezető elárulja a bekötött szemű játékosnak, hogy 1- vagy 2-fokú csúcsban van. Ha 1-fokú csúcsban van, akkor csak az egyetlen szomszédjába léphet, 2-fokú csúcs esetén pedig a játékos eldöntheti, hogy a kisebb vagy nagyobb sorszámú szomszédba szeretne lépni. A játékos összes információja k lépés után a k darab fokszám, amit elárultak neki, és emlékszik a saját választásaira is. Van-e olyan stratégiája a játékosnak, amellyel biztosan meg tudja állapítani véges sok lépésen belül, hogy hány csúcsa van az útnak?

Javasolta: *Németh Márton* (Budapest)

Beküldési határidő: 2023. október 10.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

Informatikából kitűzött feladatok

I. 595. Készítsünk programot `i595` néven, amely beolvas két karaktersorozatot, majd az azonos pozíción található megegyező karaktereket kiírja, illetve a többi karakter helyére „_” karaktert ír ki a hosszabb karaktersorozat utolsó karakteréig. A karaktersorozatok ékezetes betűket igen, de nagybetűt nem tartalmaznak, és hosszuk legfeljebb 200 lehet. A beolvasást és a kiírást lássuk el magyarázó szöveggel.

A program a billentyűzetről olvassa be a karaktersorozatokat, majd írja ki a standard kimenet egyetlen sorába az eredményt.

Minta a program és a felhasználó közötti párbeszédre:

```
Kérem az első sorozatot: debrecen
Kérem a második sorozatot: december
Az eredmény: de____e_
```

vagy

```
Kérem az első sorozatot: toboz moha
Kérem a második sorozatot: dobostorta szelet
Az eredmény: _obo_____a_______
```

Beküldendő egy tömörített `i595.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 596. A számok tulajdonságaik alapján különféle érdekes neveket kaptak. Vannak például páratlan számok, háromszögszámok, prímszámok, tökéletes számok stb. Az egyik ilyen különleges számfajtát a *boldog számok* alkotják. Ők azok a pozitív egészek, amelyekre az alábbi műveletsorozatot végrehajtva a végeredményként kapott szám 1 lesz: a szám számjegyeinek négyzetösszegét képezzük, majd az így kapott szám számjegyeinek négyzetösszegét képezzük és így tovább. A képzést egészen addig folytatjuk, amíg egyjegyű számot nem kapunk.

Nézzük például az 527-et: a számjegyek négyzetösszege $25 + 4 + 49 = 78$. A 78 számjegyeinek négyzetösszege $49 + 64 = 113$. A 113 számjegyeinek négyzetösszege $1 + 1 + 9 = 11$, majd a 11 számjegyeinek négyzetösszege 2. Ez az első egyjegyű szám a sorozatban. Mivel ez a szám nem 1-es, így az 527 nem boldog szám.

Készítsünk programot `i596` néven, amely bekér egy pozitív egész számot, majd azzal elvégzi a műveletsorozatot, végül megadja, hogy a szám boldog szám-e. A program a műveletsorozat minden részeredményét és eredményét jelenítse meg az alábbi mintának megfelelően:

```
Kérek egy pozitív egész számot: 7
49=49
16+81=97
81+49=130
1+9+0=10
```

```
1+0=1
Boldog szám
```

vagy

```
Kérek egy pozitív egész számot: 124
1+4+16=21
4+1=5
Nem boldog szám
```

Beküldendő egy tömörített `i596.zip` állományban a program forráskódja és rövid dokumentációja, amely megadja, hogy a forrásállomány melyik fejlesztői környezetben fordítható.

I. 597. Kelenföldön a Sárvár utca elején nemrég felújítottak egy három lépcsőházas, háromemeletes társasházat. A házban kétféle lakás van: 50 m^2-es és 76 m^2-es. A lakók úgy döntöttek, egyedi fűtésmérőket szereltetnek fel, hogy az addigi légköbméter-arányos távfűtési tarifát leváltsák egy olyanra, amelynél az egyedi fogyasztás is szerephez jut. Az elfogyasztott hőenergia 30%-át továbbra is légköbméter-arányosan számlázzák, de a maradék 70%-ot a fűtésmérőkön lakásonként eltérő fogyasztás alapján fizetik. Ennek kapcsán fogunk néhány hasznos számítást elvégezni.

1. Hozzunk létre a táblázatkezelőben egy új munkafüzetet **futesmerok** néven. Ennek egy munkalapja legyen **Adatok** nevű. Erre az A1 cellától kezdve töltsük be a munkalap nevével megegyező txt-fájlt (UTF-8 kódolású, tabulátorral tagolt).
2. A munkalapon végezzük el az alábbi mintán látható formázásokat.
3. Az F2:F25 tartományban számítsuk ki az adott lakásnak a ház össztérfogatához képesti arányának 30%-át, a H2:H25 tartományban az adott lakásra leolvasott egységnek az összes leolvasott egységhez képesti arányának 70%-át. Az I2:I25 tartományban pedig összegezzük ezeket.
4. A J2:K25 tartományban számítsuk ki a lakásonként elfogyasztott hőmennyiséget és annak árát.
5. Az M2:N25 tartományban számítsuk ki, mennyi lett volna a fogyasztásmérők nélkül, térfogatarányosan, és azt, hogy ez mennyibe került volna.
6. Az O2:P25 tartományban jelenjen meg, hogy az egyes lakásoknál mennyivel többet vagy kevesebbet kellett fizetni.
7. Végezzük el az összesítéseket az E2:N26 tartomány celláiban.
8. Az A34 cellában az ismert adatok alapján határozzuk meg a lakások magasságát cm-ben.
9. Az A36 és A38 cellában a megfelelő képletekkel határozzuk meg a felettük látható kérdések válaszát.
10. Az A40 cellába kerüljön válasz a felette olvasható kérdésre teljes mondattal az alábbi formában, de a helyes adatokkal: „A Sárvár utca 7. 1. em. 4. alatti 76 négyzetméteres lakásban.”

A megoldásban saját függvény vagy makró nem használható.

Minták:

	B	C	D	E	F	G	H	I
1	emelet	ajtó	tulajdonos	lakás m^3	lakás m^3 %-ban	leolvasott egység	leolvazott egység %-ban	terhelés
2	fszt.	1.	Damjanovics Imola	135	0,993%	56,4	1,840%	2,833%
3	fszt.	2.	Trombitás Alfréd	205	1,507%	142,8	4,660%	6,167%

I	J	K	L	M	N	O	P	Q
terhelés	fogyasztás (GJ)	Fizetendő		eredeti arányszám	eredeti hődíj	többet fizet	kevesebbet fizet	
2,833%	4,36	11 925 Ft		3,309%	13 927 Ft		2 002 Ft	
6,167%	9,50	25 958 Ft		5,025%	21 148 Ft	4 810 Ft		

26		4080	30%	2145,1	70%
28	*A ház teljes fogyasztása (GJ):*				
29	**154**				
30	*Hődíj (Ft/GJ)*				
31	**2733,15**				
33	Mekkora a lakások belmagassága?				
34	[illegible]				
35	Hány tulajdonos fűtésköltsége csökkent az átállással?				
36	[illegible]				
37	Melyik tulajdonos takarított meg legtöbbet az átállással?				
38	[illegible]				
39	Hol lakik ez a tulajdonos?				
40	[illegible]				
41					

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1	házszám	emelet	ajtó	tulajdonos	lakás m^3	lakás m^3 %-ban	leolvasott egység	leolvazott egység %-ban	terhelés	fogyasztás (GJ)	Fizetendő		eredeti arányszám	eredeti hődíj	többet fizet	kevesebbet fizet	
2	3.	fszt.	1.	Damjanovics Imola	135	0,993%	56,4	1,840%	2,833%	4,36	11 925 Ft		3,309%	13 927 Ft		2 002 Ft	
3	3.	fszt.	2.	Trombitás Alfréd	205	1,507%	142,8	4,660%	6,167%	9,50	25 958 Ft		5,025%	21 148 Ft	4 810 Ft		
4	3.	1.	3.	Gerencsér Anna	135	[illegible]	88,3	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		
5	3.	1.	4.	Faragó Fülöp	205	[illegible]	146,2	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		
6	3.	2.	5.	Gura Kamilla	135	[illegible]	64,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
7	3.	2.	6.	Balovich Attila	205	[illegible]	125,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]			
21	7.	1.	4.	Ipolyi Janka	205	[illegible]	131,1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]	[illegible]		
22	7.	2.	5.	Gedei Krisztoferné	135	[illegible]	59,8	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
23	7.	2.	6.	Holstein Dénes László	205	[illegible]	96,5	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
24	7.	3.	7.	Belicovics Magdaléna	135	[illegible]	67,7	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
25	7.	3.	8.	Mihálfy Sándor	205	[illegible]	97,1	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]		[illegible]	[illegible]		[illegible]	
26					4080	30%	2145,1	70%	100%	154,00	420 905 Ft		100%	420 905 Ft			
28				*A ház teljes fogyasztása (GJ):*													
29				**154**													
30				*Hődíj (Ft/GJ)*													
31				**2733,15**													
33	Mekkora a lakások belmagassága?																
34	[illegible]																
35	Hány tulajdonos fűtésköltsége csökkent az átállással?																
36	[illegible]																
37	Melyik tulajdonos takarított meg a legtöbbet az átállással?																
38	[illegible]																
39	Hol lakik ez a tulajdonos?																
40	[illegible]																

Beküldendő egy tömörített `i597.zip` állományban a táblázatkezelő munkafüzet, illetve egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel a megoldáskor alkalmazott táblázatkezelő neve, verziószáma.

A megoldáshoz szükséges letölthető állomány: `adatok.txt`.

I. 598. Négy barát angolul tanul, a szókincsüket játékosan akarják bővíteni. Mind a négyüknek van *Scrabble* társasjátéka, ezért úgy döntenek, hogy online fognak játszani egy speciális változatot. A nyelvkönyvük alapján összeállítanak egy szószedetet több mint hatszáz szóból. Egyikük a saját játékából húz tíz betűt. Ezeket beolvassa a többiek számára, akiknek olyan szót kell kirakniuk a betűkből, amely szerepel a szószedetben. A kiválasztott szavaknak pontértéke van, ez a következő: a szó hosszának nyolcszorosa plusz a felhasznált betűk pontértékeinek összege. A Scrabble játékban ugyanis a betűknek pontértékük van:

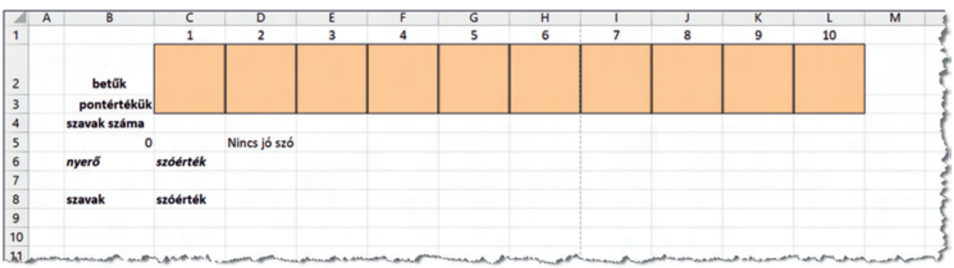
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	3	3	2	1	4	2	4	1	8	5	1	3	1	1	3	10	1	1	1	1	4	4	8	4	10

Például a CAT szó hossza 3, így a pontértéke: $8 \cdot 3 + 3 + 1 + 1 = 29$ pont.

A fordulót az nyeri, aki a legnagyobb pontértékű szót alkotja az adott betűkből.

Sanyi a táblázatkezelés ismereteinek felhasználásával szeretne nyerni. Segítsünk neki!

1. Nyissunk meg egy üres táblázatkezelő munkafüzetet, hozzuk létre benne a **betuk** és a **szavak** nevű munkalapokat, majd mentsük a munkafüzetet **scrabble** néven.
2. Illesszük be a **szavak** munkalapra az A3 cellától kezdve a mellékelt `szoszedet.txt` fájl tartalmát.
3. Végezzük el az alábbiakat:
   a. Gépeljük be a mintán látható szövegeket az 5. sorban lévők kivételével,
   b. formázzuk meg a cellák szövegét a minta szerint,
   c. a C2:L2 tartomány celláit igazítsuk függőlegesen alulra, vízszintesen középre, a betűtípus Verdana, a betűméret 24 pontos legyen,
   d. a C2:L3 tartomány háttérszíne legyen `#FFCF9F (RGB(255,207,159))`, keretezzük a minta szerint (a külső szegélyek simák, a függőleges belső szegélyek duplák). A cellák szélességét és magasságát állítsuk be úgy, mintha tíz darab négyzet alakú táblácska lenne.



4. Ha a C2:L2 cellákba begépelünk egy-egy betűt az angol ábécéből, akkor a C3:L3 tartományban jelenjen meg a pontértékük.
5. A **szavak** munkalapon válogassuk ki az adott betűkből kirakható szavakat, határozzuk meg ezek számát és egyenként a szóértéküket.

6. A **betuk** munkalap B5 cellájában jelenjen meg a megfelelő szavak száma, a D5 cellában legyen olvasható a mintán látható szöveg, ha nem lehet az adott betűkből a szószedet egyetlen szavát sem kirakni, különben a D5 cella legyen üres.
7. A 9. és azt követő sorokban jelenítsük meg a lehetséges szavakat és szóértéküket:
   a. az A oszlopban egy sorszámot,
   b. a B oszlopban az adott szót,
   c. a C oszlopban a hozzá tartozó szóértéket.

   A szavak ábécérendben kövessék egymást és nagybetűs írásmóddal szerepeljenek.
   Azok a sorok, ahová már nem kerül adat, jelenjenek meg üresen.
8. A B7 cellába kerüljön a legmagasabb pontértékű szó és a C7 cellába ennek pontértéke.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2		betűk	J	A	E	P	T	A	C	S	G	N	
3		pontértékük	8	1	1	3	1	1	3	1	2	1	
4		szavak száma											
5		10											
6		*nyerő*	*szóérték*										
7		JAPAN	54										
8		szavak	szóérték										
9	1	AGE	28										
10	2	AT	18										
11	3	EAT	27										
12	4	GET	28										
13	5	JAPAN	54										
14	6	JEANS	52										
15	7	PEN	29										
16	8	SPA	29										
17	9	SPACE	49										
18	10	STEP	38										
19													

Segédszámításokat a **betűk** munkalap N oszlopától jobbra és a **szavak** munkalapon a B oszloptól kezdve végezhetünk. A megoldásban saját függvény vagy makró nem használható.

Beküldendő egy tömörített `i598.zip` állományban a táblázatkezelő munkafüzet, illetve egy rövid dokumentáció, amelyben szerepel a megoldáskor alkalmazott módszer, a táblázatkezelő neve, verziószáma.

A megoldáshoz szükséges letölthető állomány: `szoszedet.txt`

Az adatok forrása:

`https://elt.oup.com/general_content/hu/segedanyagok/vocab?cc=hu&selLanguage=hu&mode=hub`

A feladatok megoldásai regisztráció után a következő címen tölthetők fel:
`https://www.komal.hu/munkafuzet`
Beküldési határidő: 2023. október 15.

Öt bronzérem az 53. Nemzetközi Fizikai Diákolimpián

A 2023. évi Nemzetközi Fizikai Diákolimpiát (IPhO) július 10–17. között rendezték Tokióban, Japánban. A magyar csapat öt bronzérmet szerzett, ezzel Magyarország a nemhivatalos éremtáblázatban a 82 résztvevő ország között a negyvenedik helyet szerezte meg.

	ország	**aranyérem**	**ezüstérem**	**bronzérem**	**dicséret**
1–2.	Dél-Korea	5	0	0	0
1–2.	Kína	5	0	0	0
3.	USA	4	1	0	0
4–6.	India	3	2	0	0
4–6.	Románia	3	2	0	0
4–6.	Tajvan	3	2	0	0
7.	Japán	2	3	0	0
8.	Vietnám	2	2	1	0
9–11.	Hong Kong	1	3	1	0
9–11.	Lengyelország	1	3	1	0
9–11.	Törökország	1	3	1	0
12.	Thaiföld	1	2	2	0
13.	Szlovénia	1	1	3	0
14–15.	Izrael	0	5	0	0
14–15.	Szingapúr	0	5	0	0
16–17.	Irán	0	4	1	0
16–17.	Kazahsztán	0	4	1	0
18–19.	Franciaország	0	3	2	0
18–19.	Egyesült Királyság	0	3	2	0
20.	Brazília	0	2	3	0
21.	Georgia	0	2	2	1
22–23.	Ausztrália	0	2	1	2
22–23.	Indonézia	0	2	1	2
24.	Svédország	0	2	0	1
25–27.	Németország	0	1	4	0
25–27.	Örményország	0	1	4	0
25–27.	Ukrajna	0	1	4	0
28–29.	Azerbajdzsán	0	1	3	1
28–29.	Horvátország	0	1	3	1

	ország	aranyérem	ezüstérem	bronzérem	dicséret
30.	Észtország	0	1	3	0
31.	Moldávia	0	1	2	2
32–36.	Litvánia	0	1	2	1
32–36.	Makaó	0	1	2	1
32–36.	Mongólia	0	1	2	1
32–36.	Olaszország	0	1	2	1
32–36.	Svájc	0	1	2	1
37.	Malajzia	0	1	2	0
38.	Szlovákia	0	1	0	3
39.	Salvador	0	1	0	1
40–41.	**Magyarország**	0	0	**5**	0
40-41.	Szerbia	0	0	5	0

A versenyre való felkészülés most is már szeptemberben elkezdődött. Az érdeklődő diákok az ország öt pontján (Budapesten, Miskolcon, Szegeden, Székesfehérváron és Pécsen) részt vehettek olimpiai szakkörökön. A járvány elmúltával a budapesti olimpiai szakkör újra jelenléti formában zajlott a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikai Intézetében. A továbbra is működő IPhO Hungary című YouTube-csatornán[1] elérhető videók mellett heti rendszerességgel kerültek fel feladatsorok a szakkör honlapjára[2].

A csapat kiválasztása ismét három válogatókörben történt. Az elsőre február végén került sor, amit online szerveztünk meg. A fizikai diákolimpiai szakkörök honlapján hirdetett elméleti fordulón bárki részt vehetett, elég volt a szakköri honlapon közzétett feladatsor öt feladatának megoldásait szkennelve a megadott határidőig beküldeni.

A 36 beérkezett dolgozat pontszáma alapján a legjobb 10 diák kapott lehetőséget a válogatás második körében való részvételre, amely egy három hetes program keretében került lebonyolításra. Ez a program a heti 3 alkalommal megtartott online felkészítő foglalkozásokból, illetve az azokat követő, szintén heti rendszerességű, online villámversenyekből állt. A 2,5 órás időtartamú villámversenyeken a diákok a felkészítő foglalkozásokon feldolgozott témakörökhöz (elektromágneses hullámok, optika és modern fizika) kapcsolódó feladatokat kaptak.

A harmadik válogatókört a kétnapos Kunfalvi-verseny jelentette a BME Fizikai Intézetében. Az április elején megrendezett versenyen egy 5 órás elméleti és egy 5 órás kísérleti feladatsort kellett a versenyzőknek megoldani. Az elméleti feladatok olimpiai stílusúak (hosszúak és sok alkérdésből állók) voltak, melyekben viszkoelasztikus szál mechanikájáról, a Stern–Gerlach-kísérletről és csillagokban zajló folyamatokról volt szó. A kísérleti feladatsor egy izzólámpa hőmérsékleti sugárzását, illetve egy napelem működését vizsgálta.

[1] `https://www.youtube.com/c/IPhOHungary`

[2] `https://ipho.physics.bme.hu/`

A válogatás három körében szerzett összpontszám alapján kialakult az ötfős csapat, akik a Nemzetközi Fizikai Diákolimpián képviselhették hazánkat:

Bencz Benedek, 10. oszt., Budapest, Baár-Madas Református Gimnázium, tanára: *Horváth Norbert;*

Budai Csanád Gyula, 12. oszt., Budapest, Deák Téri Evangélikus Gimnázium, tanára: *Horváth Gabriella;*

Fey Dávid, 12. oszt., Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium, tanára: *Nagy Piroska Mária;*

Molnár Barnabás, 12. oszt., Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium, tanára: *Nagy Piroska Mária;*

Molnár-Szabó Vilmos, 12. oszt., Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium, tanára: *Nagy Piroska Mária.*

A csapattagok felkészülése a válogatóversenyek után is folytatódott: a diákok elméleti felkészítő alkalmakon, a BME Fizikai Intézetében tartott mérési foglalkozásokon vettek részt. A csapat számára az első nemzetközi erőpróba az *Európai Fizikai Diákolimpia*[3] (EuPhO) volt. Az EuPhO-t június 16. és 20. között Hannoverben, Németországban rendezték meg. A versenyen *Molnár-Szabó Vilmos* aranyérmet, *Fey Dávid, Budai Csanád Gyula* és *Bencz Benedek* pedig bronzérmet nyert. Az Európai Fizikai Diákolimpiáról szóló részletes beszámoló a jövő havi számunkban olvasható.

Az idei Nemzetközi Fizikai Diákolimpiának Japán adott otthont. A csapat két csapatvezetővel, *Sarkadi Tamással* és *Szász Krisztiánnal* (mindketten a BME Fizikai Intézet munkatársai), valamint *Tasnádi Tamás* (BME Matematikai Intézet) megfigyelővel július 8-án délután indult Budapestről Tokióba, ahova nagyjából egy napi utazás után helyi idő szerint július 9-én este érkezett meg. A diákok szálláshelye (valamint az egyes ünnepségek és a verseny helyszíne is) az 1964-es tokiói olimpiai falu egy részén felépült emlékközpontban (National Olympics Memorial Youth Centre) volt, míg a csapatvezetők egy hotelben szálltak meg, illetve vitathatták meg a feladatokat.

Másnap a délelőtti nyitóünnepség után a csapatvezetők délutántól a kísérleti forduló feladatait beszélték meg, majd fordították le. Az első mérési feladatban a versenyzők egy elektromágneses módon vezérelt tömeg-rugó rendszert tanulmányoztak. A rendszert jellemző rugóállandót, annak tömegét, valamint az oszcillátorba helyezett azonos súlyok tömegét határozták meg a rendszer egyensúlyi és rezgési (saját- és kényszerrezgés) állapotának vizsgálatával. A második feladatban egy kettőstörő kvarcüveg vastagságának meghatározása volt a cél az üveg különböző hullámhosszú fénysugárral történő átvilágításával. A LED-ből érkező fehér fényt egy optikai rács az összetevőire bontotta, és a megfelelő hullámhosszúságú komponenst a kvarcüvegre kellett irányítani. Az üvegen áthaladó ordinárius és extraordinárius fénysugarak intenzitásait vizsgálva, a kétféle fénysugárra megadott törésmutató-táblázat felhasználásával lehetett a vastagságot meghatározni. Mindkét mérés – főként a másodikban – a mérési elrendezés precíz összeállításán volt

[3] `https://eupho23.de/`

a hangsúly. Emiatt úgy tűnt, hogy erre a két mérésre 5 óra nem volt elég; szinte minden versenyző leginkább csak az első – elvét tekintve könnyebb – feladattal foglalkozott.

Egy, kirándulással eltöltött nap után – mialatt a diákok a mérési forduló feladatait oldották – az elméleti feladatok megbeszélése kezdődött. A szintén 5 órás második fordulóra szokás szerint három, hosszabb feladatot tűztek ki. Az első feladat kolloidrészecskék Brown-mozgását vizsgálta először külső erő nélkül, majd külső elektromos térben. A feladat az Avogadro-állandó becslésén túl olyan érdekes jelenséggel is foglalkozott, amiben a vízben lévő talajkolloidok összeállnak (koagulálnak) elektrolitoldat hozzáadásával. A második feladat a neutroncsillagokról szólt. Egy atommag stabilitásának, valamint a neutroncsillagok gravitációnak köszönhető stabilitásának tanulmányozása után egy neutroncsillag-fehér törpe rendszerből a Föld felé érkező elektromágneses hullám megfigyelésén alapuló részfeladat következett, amiből a fehér törpe tömegét lehetett megbecsülni. A forduló harmadik feladatában a felületi feszültség volt főszerepben: két vízcsepp egyesülését, hidrofil vagy hidrofób függőleges síklap hatására kialakuló vízfelszínt vizsgálták a versenyzők, majd a víz felületére helyezett, két, hengeres rúd között ható erőt számították ki.

A feladatok és a megoldások megtekinthetők az idei verseny hivatalos honlapján[4] vagy a diákolimpiai szakkörök honlapján.

A versenyen, illetve a fordítási és javítási munkákon kívüli időkben a rendezők a diákoknak és a csapatvezetőknek sokféle kulturális, tudományos programot, kirándulásokat szerveztek. Többek között lehetőség volt a japán nemzeti, valamint tudományos múzeum megtekintésére, ellátogathattunk Asakusa városrész hagyományos japán negyedébe és a Meidzsi-szentélyhez. Meghallgathattuk két japán Nobel-díjas tudós izgalmas előadását a neutrínókísérletekről és kék LED felfedezéséről.

A kísérleti fordulóban összesen 20 pontot, az elméletiben 30 pontot lehetett elérni. Az idei diákolimpián az éremhatárok (melyek mindig a teljes mezőny teljesítményéhez igazodnak) a következő módon alakultak: 13,4 ponttól dicséretet, 17,4 ponttól bronzérmet, 25,2 pont fölött ezüstérmet, 35,6 ponttól pedig aranyérmet kaptak az eredményesen szereplő diákok. A magyar versenyzők eredménye a következő:

Fey Dávid: *bronzérem* (22,2 pont);

Molnár-Szabó Vilmos: *bronzérem* (22,1 pont);

Bencz Benedek: *bronzérem* (19,1 pont);

Molnár Barnabás: *bronzérem* (18,8 pont);

Budai Csanád Gyula: *bronzérem* (18,0 pont).

Az eredményhirdetést követően a magyar csapat még eltöltött néhány napot Japánban. A diákok két csapatvezetővel július 19-én felmásztak a Fuji 3770 méteres tetejére a 2300 méteren lévő 5-ös állomásáról. A túrához sikerült jó időt kifogni, bár a hegytetőre felérve az ég beborult és erős szél támadt. Ennek ellenére mindenki nagyon élvezte a kirándulást, és gond nélkül sikerült eljutni aznap este a tokiói

[4] `https://ipho2023.jp/en/`

szállásra. A csapat július 20-án este indult vissza Budapestre, ahová július 21-én érkezett meg.

Gratulálunk a csapatnak a szép eredményhez. Szeretnénk köszönetet mondani a diákok középiskolai tanárainak, valamint sok sikert és hasonlóan tehetséges tanítványokat kívánunk nekik a továbbiakban. Köszönet az öt magyarországi olimpiai előkészítő szakkör vezetőinek a sok éven átívelő, kitartó munkájukért. Külön köszönet illeti továbbá *Széchenyi Gábort*, *Vigh Mátét* és *Werner Miklóst* a felkészítésekben nyújtott segítségért. Végül köszönettel tartozunk az anyagi támogatásért a Belügyminisztériumnak.

A következő, 2024. évi diákolimpiát Irán rendezi meg. A versenyre való felkészülést a négy vidéki és a budapesti szakkör segíti:

Budapest: *Szász Krisztián* (BME Fizikai Intézet, 1111 Budapest, Budafoki út 8.),

Miskolc: *Zámborszky Ferenc* (Földes Ferenc Gimnázium, 3525 Miskolc, Hősök tere 7.),

Pécs: *Pálfalvi László* (Pécsi Tudományegyetem Fizikai Intézet, Ifjúság útja 6.),

Szeged: *Sarlós Ferenc* és *Csányi Sándor* (Szegedi Tudományegyetem, Dóm tér 9.),

Székesfehérvár: *Orosz Tamás* (Óbudai Egyetem Alba Regia Műszaki Kar, Budai út 45.).

A szakkörökkel kapcsolatos további tudnivalók, elérhetőségek, aktualitások és a felkészülést segítő anyagok a fizika diákolimpiai szakkörök hivatalos honlapján olvashatóak:

`https://ipho.physics.bme.hu/`.

A fenti szakkörökön kívül elsősorban önálló munkával, a KöMaL elméleti és mérési feladatainak rendszeres megoldásával és a hazai fizikaversenyeken való rendszeres részvétellel lehet készülni a jövő évi fizikai diákolimpiára.

Eredményes felkészülést kívánunk!

Sarkadi Tamás, Szász Krisztián és **Tasnádi Tamás**

Brazília várja a csillagászat fiatal bajnokait 2024 augusztusában a nemzetközi diákolimpián

Immáron 16. alkalommal szervezték meg a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpiát (IOAA, International Olympiad on Astronomy and Astrophysics). Idén Lengyelország adott otthont a rendezvényen részt vevő 52 ország csapatának. A magyar delegáció első alkalommal 2005-ben vett részt a – szintén lengyel szervezésű – diákolimpián, és azóta is minden évben eredményesen szerepelnek a magyar diákok. Jövő augusztusban Brazília vállalta a diákolimpia megszervezését immáron második alkalommal.

A hazai válogatóversenyünk, az Athletica Galactica kiváló alkalom és lehetőség arra, hogy megtalálja a jövő középiskolás kozmikus tehetségeit, akiknek a kisujjában van a fizika, a matematika és az informatika.

A mozgalom nem új keletű, már több mint 10 éve van jelen hazánkban. A kezdetektől a Bajai Obszervatórium Alapítvány égisze alatt futott a felkészítés, ma már a HUN-REN Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpont vette át a szervezést. Az Athletica Galactica diákolimpiai válogatóverseny, mely Magyarországon egyedülálló megmérettetés középiskolások számára, idén szeptembertől is várja azokat a jelentkezőket, akik a fizika, matematika és informatika terén kiemelkedő, a csillagászat és az űrkutatás iránt érdeklődő középiskolások. A jelentkezők novembertől egy háromfordulós tornán vesznek részt, aminek a végén az országos válogatókon továbbjutott 25 versenyző közül kiválasztásra kerül a legjobb 10 fiatal. Az ő diákolimpiai felkészítésüket szakmai csapatunk veszi át.

A szakmai felkészítőcsapat áldozatos munkájának hatalmas szerepe van abban, hogy a csapatba került diákok szép eredménnyel térhessenek haza. A felkészítés három hétvégéből, heti feladatsorokból, valamint egy felkészítő és válogató táborból áll, amelyek során a diákok mind elméleti, mind gyakorlati tekintetben olimpiai szintre fejlődhetnek.

Ezen felül pedig a nagy megmérettetést megelőzi egy miniolimpia, amit szomszédos országokkal forgó rendszerben tartunk minden évben. Idén Horvátország adott otthont ennek az eseménynek, jövőre pedig várhatóan Magyarország lesz a házigazda.

Küldetésünknek érezzük, hogy segítséget biztosítsunk a diákok és tanárok számára ismereteik bővítéséhez, gyakorláshoz. Tesszük ezt egy korábbi olimpikonunk, *Dálya Gergely* által írt, már az egyetemek által is használt könyvvel. Ez az írás az elmúlt évek olimpiai feladataihoz használható összefoglalás, mind a laikusoknak, mind a szakmának egyaránt. Továbbá megjelent mellé egy feladatgyűjtemény is megoldókulccsal és magyarázatokkal az ELTE Gothard Asztrofizikai Obszervatórium tudományos főmunkatársának, *Kovács Józsefnek* a jóvoltából. A könyveket személyesen a Svábhegyi Csillagvizsgálóban, személyesen vagy megrendelés útján a Magyar Csillagászati Egyesületnél és a Budapesti Távcső Centrumban lehet beszerezni.

Emellett távcsőhasználati és -ismereti tanfolyamjainkkal próbálunk hozzájárulni ahhoz, hogy a diákok bátran tudjanak tanáraikhoz fordulni segítségért. Ehhez a kezdeményezéshez az ország több pontján megtalálható partnereink is csatlakoztak.

Az Athletica Galacticára, valamint magára az IOAA-re szükséges elméleti és gyakorlati tudás elsajátítását diákolimpiai szakköri hálózat segíti, amely országszerte, különböző szinteken folyó munkájával éppúgy helyet ad a teljesen kezdő, mint a már nem először versenyző diákoknak. Sőt a résztvevők egy remek, motivált és összetartó csapat tagjaivá is válnak.

Az Olimpiai Szakkör 2013 óta alkotja a szakköri hálózat gerincét, felkészítve a matematikából, fizikából és informatikából tehetséges középiskolás diákokat az Athletica Galactica döntőjének szintjére. A szakkört *Varga Vázsony,* aranyérmes IOAA és bronzérmes IPhO olimpikon, az ELTE Fizika BSc hallgatója szakkörvezetésével korábbi diákolimpikonok tartják, akik a döntő utáni keretfelkészítésben is részt vesznek. A szakkörök az ELTE TTK lágymányosi campus Északi Tömbjében folynak szeptembertől a döntőig előre meghatározott időpontban, szombatonként, 09:00 és 14:00 között. Amennyiben valaki nem tud személyesen csatlakozni, lehetősége van online is részt venni rajta. Az első három szakkör várható időpontja szept. 16. és 30., valamint okt. 14. A részvétel ingyenes, azonban regisztrációhoz kötött.

Emellett elegendő jelentkező esetén, az ELTE-n az Olimpiai Szakkör alkalmaival párhuzamosan a matematikai, fizikai és csillagászati tudást megalapozó foglalkozást tartunk, amely célkorosztálya a 7-10. évfolyam.

Szegeden az SZTE TTIK Fizikai Intézete által szervezett Asztrofizika szakkör várja az érdeklődőket. A 90 percesre tervezett szakköri foglalkozások heti rendszerességgel, péntek délutánonként lesznek megtartva. Emellett számos további vidéki szakkör is felkészülési lehetőséget kínál.

További részletek a szakkörökről, valamint jelentkezési információ a

`https://athleticagalactica.hu/orszagos-szakkori-halozat`

címen, illetve a szegedi szakkör esetén a www.physx.u-szeged.hu honlapon található.

Akik ki szeretnék próbálni magukat a hazai válogató versenysorozaton, hogy felmérjék tudásukat, és lehetőségük legyen Brazíliába utazni a 2024-es diákolimpiára, azok alább olvashatják, hogy miként tudnak jelentkezni.

FELHÍVÁS

az Athletica Galactica
Kárpát-medencei Középiskolai
Csillagászati és Asztrofizikai Versenyre

A HUN-REN Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpont a Kárpát-medence magyar ajkú középiskolás diákjai számára országos versenyt hirdet.

Ismét keressük azokat a középiskolai pedagógusokat, akik a fizika, matematika és informatika terén kiemelkedő, a csillagászat és az űrkutatás iránt érdeklődő tanulóikat ösztönzik a nevezésre, s felkészülésüket segítik a háromfordulós verseny során. Tanári támogatásukkal hozzájárulnak a hazai döntőben való megmérettetésre, így lehetőséget adva a legtehetségesebb diákok számára a Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián (IOAA, International Olympiad on Astronomy and Astrophysics) való részvételre.

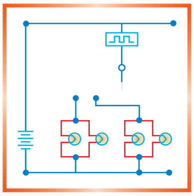
A döntőbe jutó diákok legjobbjai meghívást kapnak a magyar diákolimpiai keretbe. További felkészítés és válogatás után pedig a kerettagok közül kerülnek ki azok a tanulók, akik képviselhetik Magyarországot a 2024. évi Nemzetközi Csillagászati és Asztrofizikai Diákolimpián.

A 2023/2024-es Athletica Galactica verseny fordulóinak időpontjai:
I. (iskolai) forduló: 2023. november 15. (szerda), 14:00 óra (időtartam: 180 perc);
II. (iskolai) forduló: 2023. december 13. (szerda), 14:00 óra (időtartam: 180 perc);
III. (iskolai, számítógépes) forduló: 2024. január 10. (szerda), 14:00 óra (időtartam: 120 perc).
Országos döntő: 2024. március vége/április eleje.

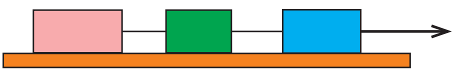
Jelentkezni honlapunkon (`www.athleticagalactica.hu`), érdeklődni az alábbi elérhetőségeken lehet:

Vincze Nikolett +36 30 683 6154
`info@athleticagalactica.hu`

Vincze Nikolett és **Varga Vázsony**



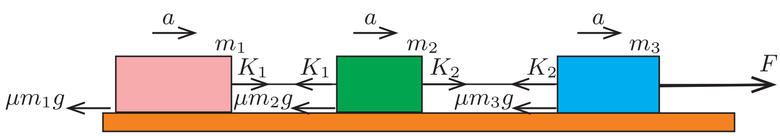
Fizika gyakorlat megoldása



G. 811. *Vízszintes lapon három hasábot állandó F erővel húzunk az ábrán látható módon. A hasábok mindvégig egy egyenes mentén mozognak, pillanatnyi sebességük v_0. Hogyan függ a hasábokat összekötő fonalakban ébredő fonálerő a hasábok és a lap közötti μ csúszási súrlódási együttható értékétől?*

(*4 pont*)

Megoldás. Használjuk az *ábrán* látható jelöléseket. A fonalakat nyúlthatatlannak tekintjük, emiatt mindhárom test gyorsulása ugyanakkora.



Az egyes testek mozgásegyenlete:

(1) $$m_1 a = K_1 - \mu m_1 g,$$

(2) $$m_2 a = K_2 - K_1 - \mu m_2 g,$$

(3) $$m_3 a = F - K_2 - \mu m_3 g.$$

Ezt a három egyenletet összeadva kapjuk, hogy

$$(m_1+m_2+m_3)a = F - \mu g(m_1+m_2+m_3),$$

vagyis

$$a = \frac{F}{m_1+m_2+m_3} - \mu g. \tag{4}$$

Helyettesítsük be (4)-et (1)-be és (3)-ba:

$$\frac{m_1}{m_1+m_2+m_3}F - \mu m_1 g = K_1 - \mu m_1 g,$$

vagyis

$$K_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2+m_3}F,$$

továbbá

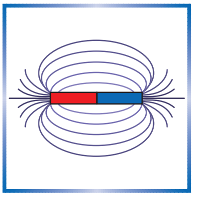
$$K_2 = F - \mu m_3 g - \frac{m_3}{m_1+m_2+m_3}F + \mu m_3 g = \frac{m_1+m_2}{m_1+m_2+m_3}F.$$

Látható, hogy mindkét fonálerő képletéből kiesik μ, tehát ezek az erők egyáltalán *nem függnek* a csúszási súrlódási együttható értékétől.

Csapó András (Budapest, Baár-Madas Ref. Gimn., 8. évf.)

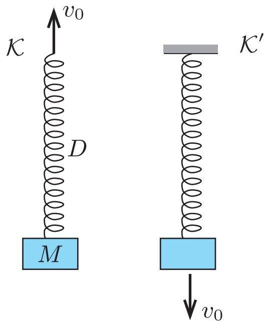
36 dolgozat érkezett. Helyes 13 megoldás. Hiányos (1 pont) 2, hibás 18, nem versenyszerű 3 dolgozat.

Fizika feladatok megoldása



P. 5465. *Egy D rugóállandójú, könnyű rugóra M tömegű, nehéz testet függesztünk. A rendszert nyugalomban tartjuk, majd egy adott pillanattól kezdve a rugó felső végét állandó v_0 sebességgel emeljük. Adjuk meg a test elmozdulását az idő függvényében!*

(*4 pont*) Közli: *Wiedemann László,* Budapest



1. ábra

Megoldás. Vizsgáljuk a nehéz test mozgását a rugó felső végével együtt v_0 sebességével (felfelé) mozgó $\mathcal{K}'$ vonatkoztatási rendszerből (*1. ábra*).

Ebben a mozgó rendszerben a rugó felső vége áll (rögzítettnek tekinthető), így a nehéz test

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{D}}$$

periódusidejű, vagyis

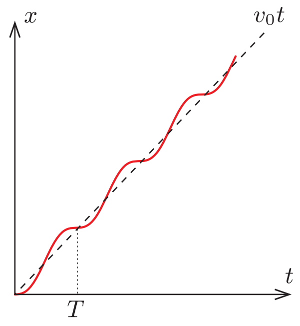
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{D}{M}}$$

körfrekvenciájú harmonikus rezgőmozgást végez. Ha a test x' elmozdulását az egyensúlyi helyzetétől mérjük, akkor (figyelembe véve, hogy a kezdőpillanatban $x' = 0$) a pillanatnyi kitérés és a pillanatnyi sebesség

$$x'(t) = A\sin\omega t, \qquad v'(t) = A\omega\cos\omega t.$$

Tudjuk még, hogy a test kezdősebessége ebben a vonatkoztatási rendszerben $v'(0) = -v_0$, innen $A = -v_0/\omega$, vagyis

$$x'(t) = -\frac{v_0}{\omega}\sin\omega t.$$



2. ábra

Az eredeti („álló") $\mathcal{K}$ koordináta-rendszer és $\mathcal{K}'$ origójának távolsága t idő elteltével $v_0 t$, így a keresett elmozdulás-idő függvény:

$$x(t) = v_0 t + x'(t) = v_0\left(t - \frac{1}{\omega}\sin\omega t\right),$$

amit így is felírhatunk:

$$x(t) = v_0 t - v_0\sqrt{\frac{M}{D}}\sin\sqrt{\frac{D}{M}}\,t.$$

A *2. ábrán* látható, hogy az út-idő függvény egy egyenesvonalú egyenletes mozgást leíró egyenesből és egy szinuszfüggvényből tevődik össze.

Klement Tamás (Pécs, Leőwey Klára Gimn., 10. évf.) és
Molnár Zétény (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., 10. évf.)
dolgozata alapján

40 dolgozat érkezett. Helyes 10 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 4, hiányos (1–2 pont) 14, hibás 11, nem versenyszerű 1 dolgozat.

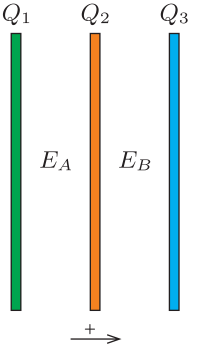
P. 5476. *Három egyforma, A területű fémlemezt helyezünk el egymással párhuzamosan. A lemezek közötti távolság kicsi a lemezek méretéhez képest.*

a) Mekkora az elektromos térerősség a lemezek között, ha a bal oldali lemezre $+Q$, a középsőre $+2Q$, a jobb oldalira pedig $+3Q$ töltést juttatunk?

b) Mekkora az elektromos térerősség a lemezek között, ha a bal oldali lemezre $+Q$, a középsőre $-2Q$, a jobb oldalira pedig $+3Q$ töltést juttatunk?

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

Megoldás. Tekintsük azt az általános esetet, amikor a lemezek töltése balról jobbra haladva Q_1, Q_2 és Q_3. A lemezek közötti elektromos térerősség legyen E_A, illetve E_B, és akkor tekintsük ezeket pozitívnak, ha jobb felé mutatnak (lásd az *ábrát*).



A Gauss-féle fluxustörvény szerint egyetlen A területű (tehát $2A$ felületű), Q_{lap} töltésű lemez közvetlen közelében az elektromos térerősség a lemeztől jobbra $+\frac{Q_{\mathrm{lap}}}{2A\varepsilon_0}$, a lemeztől balra pedig $-\frac{Q_{\mathrm{lap}}}{2A\varepsilon_0}$. A három, egymáshoz közel lévő lemezből álló rendszer eredő elektromos térerőssége az egyes lemezek térerősségeinek előjeles összege (szuperpozíció-elv). Ennek megfelelően

$$E_A = \frac{Q_1 - Q_2 - Q_3}{2A\varepsilon_0}, \qquad \text{illetve} \qquad E_B = \frac{Q_1 + Q_2 - Q_3}{2A\varepsilon_0}.$$

a) Az első esetben $Q_1 = Q$, $Q_2 = 2Q$ és $Q_3 = 3Q$, tehát

$$E_A = -\frac{2Q}{A\varepsilon_0} \qquad \text{és} \qquad E_B = 0.$$

b) A második esetben $Q_1 = Q$, $Q_2 = -2Q$ és $Q_3 = 3Q$, tehát

$$E_A = 0 \qquad \text{és} \qquad E_B = -\frac{2Q}{A\varepsilon_0}.$$

Kovács Barnabás (Budapest, Békásmegyeri Veres Péter Gimn., 10. évf.)

40 dolgozat érkezett. Helyes 19 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 5, hiányos (1–2 pont) 10, hibás 1, nem versenyszerű 5 dolgozat.

P. 5479. *A klasszikus elektronmodell szerint az elektron egy olyan egyenletesen feltöltött szigetelő gömbhéj, amelynek elektrosztatikus energiája az elektron mc^2 nyugalmi energiájával egyezik meg.*

Mekkora mozgási energiával kellene egy elektront egy másik, kezdetben álló elektronnak ütköztetni, hogy „összeérjenek” egymással, ha a klasszikus mechanika törvényeit alkalmazzuk?

(*5 pont*) Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

Megoldás. Az egyenletesen feltöltött, szigetelő gömbhéj megfelel egy olyan gömbkondenzátornak, amelynek másik fegyverzete végtelen sugarú. Ismert, hogy egy Q töltésű, C kapacitású kondenzátor elektrosztatikus energiája

$$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

Esetünkben $Q = e$ (az elektron töltése), a gömbkondenzátor kapacitása pedig $C = 4\pi\varepsilon_0 R$, ahol R az elektron „sugara". Ezek és a feladat szövege szerint

$$W = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = mc^2. \tag{1}$$

Tekintsük most két „klasszikus" elektron ütközését! Az egyik elektron áll, a másik (elegendően messze lévő) elektron sebessége pedig legyen v_0. Az elektronok távolsága eleinte csökken, majd növekszik, és amikor a legközelebb vannak egymáshoz, akkor a sebességük (v') megegyezik. A lendületmegmaradás törvénye szerint

$$mv_0 + 0 = 2mv', \qquad \text{azaz} \qquad v' = \frac{1}{2}v_0. \tag{2}$$

Alkalmazhatjuk még az energiamegmaradás törvényét is. Kezdetben, amikor a két elektron még messze volt egymástól, az elektrosztatikus energiájuk elhanyagolhatóan kicsi volt. Amikor az elektronok éppen „összeérnek", vagyis a középpontjuk távolsága $2R$, az elektrosztatikus energiájuk $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2R}$. (Azért használható a pontszerű töltésekre vonatkozó Coulomb-energia képlete, mert a modellben szereplő elektronok töltéseloszlása gömbszimmetrikus, így az elektromos erőterük – a Gauss-féle fluxustörvénynek megfelelően – a gömb R sugarán kívül megegyezik a ponttöltések erőterével.)

A rendszer energiája az elektronok távoli és a legközelebbi helyzetében ugyanakkora:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2\cdot\frac{1}{2}mv'^2 + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2R}. \tag{3}$$

Az (1) és (2) összefüggést (3)-ba helyettesítve kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{4}mv_0^2 + mc^2,$$

vagyis

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = 2mc^2, \qquad \text{és így} \qquad v_0 = 2c.$$

Az egyik elektron tehát kezdetben a fénysebesség kétszeresével kellene mozogjon ahhoz, hogy a modellben leírt helyzet előállhasson, ez pedig – a speciális relativitáselmélet szerint – lehetetlen.

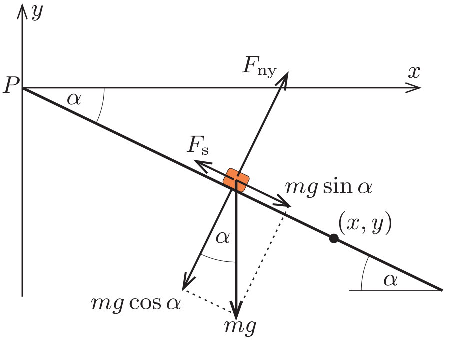
Nemeskéri Dániel (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 12. évf.)

18 dolgozat érkezett. Helyes 6 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 1, hiányos (1–2 pont) 6, hibás 5 dolgozat.

P. 5480. *Egy függőleges sík adott P pontján keresztül különböző hajlásszögű (a síkra merőleges) lejtőket fektetünk, és ezeken kezdősebesség nélkül indítva pontszerűnek tekinthető testeket csúsztatunk le. Hol helyezkednek el azok a pontok, ahová a lecsúszó testek adott t idő alatt eljutnak? A súrlódási együttható a lejtők és a testek között μ.*

(*6 pont*) *Galileo Galilei* (1564–1642) feladata nyomán

Megoldás. Helyezzük el az α hajlásszögű lejtőt egy olyan koordinátarendszerben, amelynek origója a P pont, az x tengelye a síkra merőleges egyenes, az y tengely pedig függőlegesen felfelé irányul (*1. ábra*).



1. ábra

A lecsúszó test a lejtőre merőlegesen nem mozog, emiatt a lejtő által kifejtett nyomóerő

$$F_{ny} = mg\cos\alpha,$$

a súrlódási erő pedig

$$F_s = \mu F_{ny} = \mu mg\cos\alpha.$$

A lejtő esésvonala menti mozgás Newton-egyenlete:

$$mg\sin\alpha - F_s = ma,$$

vagyis a test gyorsulása a lejtő mentén

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha).$$

Adott t idő alatt a test

$$s = \frac{a}{2}t^2 = \frac{g}{2}t^2(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) \qquad (1)$$

utat tesz meg, derékszögű koordinátái tehát

$$x = s\cos\alpha, \qquad \text{illetve} \qquad y = -s\sin\alpha.$$

Innen leolvasható, hogy

$$s = \sqrt{x^2+y^2}, \qquad \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \qquad \text{és} \qquad \sin\alpha = -\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}},$$

vagyis az (1) egyenlet a derékszögű koordinátákkal kifejezve:

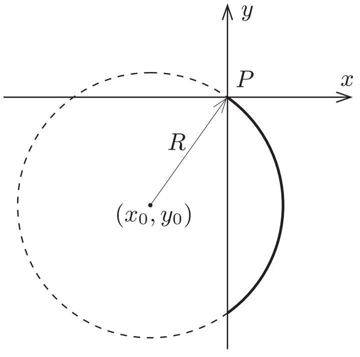
$$\sqrt{x^2+y^2} = \frac{g}{2}t^2\left(-\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}} - \mu\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right),$$

azaz

$$x^2+y^2+\frac{g}{2}t^2(\mu x+y)=0,$$

ami így is felírható:

$$\left(x+\frac{gt^2}{4}\mu\right)^2+\left(y+\frac{gt^2}{4}\right)^2=\left(\frac{gt^2}{4}\right)^2(1+\mu^2). \tag{2}$$



2. ábra

Látjuk, hogy a kérdéses pontok egy olyan körön helyezkednek el, amelynek középpontja

$$(x_0,y_0)=\left(-\frac{gt^2}{4}\mu,-\frac{gt^2}{4}\right),$$

sugara pedig $R=\frac{gt^2}{4}\sqrt{1+\mu^2}$ (*2. ábra*). Ennek a körnek azonban nem minden pontjába juthat el a lecsúszó test, hanem csak az ábrán vastagon jelölt körív pontjaiba, melyekre $x\geqslant 0$, vagyis amelyek az (x,y) sík 4. negyedébe esnek.

Amennyiben a lejtő az 1. ábrán láthatóhoz képest az ellenkező irányba lejt, az adott idő alatt elérhető pontok a fentebb meghatározott körívnek az y tengelyre vett tükörképén helyezkednek el.

Fehérvári Donát (Miskolc, Földes F. Gimn. 11.évf.)

14 dolgozat érkezett. Helyes 7 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 4, hiányos (2–3 pont) 3 dolgozat.

P. 5481. *Egy jármű álló helyzetből indulva egyenletesen gyorsul. A jármű kerekének (egyik legszélső) P pontja induláskor éppen a talajtól legtávolabbi helyzetében van. Hányszorosára nő a P pont gyorsulásának nagysága a kerék n fordulata után?* (*4 pont*)

Közli: *Gnädig Péter,* Vácduka

Megoldás. Legyen a a jármű gyorsulása, v a sebessége, r pedig a kerék sugara.

Az első pillanatban a P pont gyorsulása $2a$, mert a kerék alsó pontja nyugalomban van, és a tengelye a-val gyorsul.

A jármű által megtett út n-szer a kerék kerülete: $s=2nr\pi$. Másrészt a P pont a kerék tengelyéhez képest ugyancsak a nagyságú, érintőirányú gyorsulással mozog, a kerületi sebessége s út megtétele után

$$v=\sqrt{2sa}\,.$$

Ennek megfelelően a P pont centripetális gyorsulása

$$a_{\mathrm{cp}}=\frac{v^2}{r}=\frac{2sa}{r}=4n\pi a,$$

iránya függőlegesen lefelé mutat.

A P pont eredő gyorsulásának nagysága a függőleges irányú centripetális gyorsulás és a vízszintes irányú, $2a$ nagyságú gyorsulás vektori összegének nagyságával egyezik meg:

$$a_{\text{eredő}} = \sqrt{a_{\text{cp}}^2 + (2a)^2} = \sqrt{16a^2n^2\pi^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{4n^2\pi^2 + 1}\,.$$

Tehát a kerék n fordulata után a P pont gyorsulása a kezdeti $2a$ gyorsulásnak $\sqrt{4n^2\pi^2+1}$-szerese lesz.

Csilling Dániel (Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 10. évf.)

35 dolgozat érkezett. Helyes 9 megoldás. Kicsit hiányos (3 pont) 15, hiányos (1–2 pont) 7, hibás 2, nem versenyszerű 2 dolgozat.

P. 5482. *Egy L hosszúságú fonálingát vízszintesig kitérítünk, majd elengedünk. Amikor az inga fonala függőleges lesz, akkor az ingatest tökéletesen rugalmasan ütközik egy ugyanakkora tömegű másik kicsiny testtel, amely kezdetben egy asztal szélén van. Az ütközést követően az asztal szélén lévő test vízszintes hajítást végez, tehát parabolapályán mozog. Hol van ennek a parabolának a fókusza és a vezéregyenese?*

(*5 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház

Megoldás. A helyzeti energia nulla szintje legyen az asztal síkja. Az m tömegű ingatest v_0 sebességét az ütközést megelőző pillanatban az energiamegmaradás tételéből határozhatjuk meg:

$$mgL = \frac{1}{2}mv_0^2, \qquad \text{vagyis} \qquad v_0 = \sqrt{2gL}\,.$$

Ugyanakkora tömegű testek rugalmas ütközésekor a testek impulzusa kicserélődik. Esetünkben az ingatest teljes impulzusát átadja az asztal szélén nyugvó testnek, így az egy v_0 sebességgel vízszintesen elhajított testként viselkedik.

Válasszunk egy olyan koordináta-rendszert, amelynek origója az ütközési pontnál van, az x tengely legyen vízszintes és nézzen „előre” (a meglökött test kezdősebességének irányába), míg az y tengely nézzen függőlegesen lefelé. A vízszintes hajítást végző test mozgását leíró összefüggések:

$$y = \frac{g}{2}t^2, \qquad \text{valamint} \qquad x = v_0 t.$$

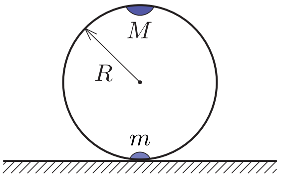
Ezekből az idő kiküszöbölése után megkapjuk a pályagörbe egyenletét:

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2, \qquad \text{azaz} \qquad y = \frac{x^2}{4L}.$$

Ez egy függőleges tengelyű, lefelé nyíló parabola egyenlete, amelyet az általános $y = \frac{x^2}{2p}$ alakkal összehasonlítva leolvashatjuk, hogy a parabola „paramétere” (a fókuszpont és a vezéregyenes távolsága): $p = 2L$. Ennek megfelelően a parabola fókuszpontja a meglökött test kezdeti helyzete alatt, attól L távolságra található, a vezéregyenes pedig a kezdeti helyzet fölött, attól L távolságra lévő vízszintes egyenes.

Csornai-Metz Mátyás (Budapest, ELTE Apáczai Csere J. Gyak. Gimn., 10. évf.)

50 dolgozat érkezett. Helyes 26 megoldás. Kicsit hiányos (4 pont) 17, hiányos (2–3 pont) 3, hibás 1, nem versenyszerű 3 dolgozat.



P. 5483. *Egy elhanyagolható tömegű, R sugarú abroncs egyik átmérőjének két végpontjába egy m, illetve egy $M=2m$ tömegű, pontszerű nehezéket erősítettünk. A függőleges síkú abroncsot súrlódásmentes asztallapra helyezzük úgy, hogy kezdetben a két nehezék azonos függőleges egyenesen helyezkedik el (a nehezebb van felül). Az abroncsot ebből az instabil egyensúlyi állapotból elengedjük.*

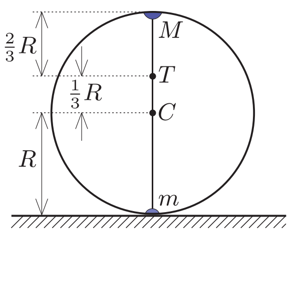
a) Mekkora az abroncs középpontjának sebessége, amikor az M tömegű nehezék eléri pályájának legalsó pontját?

b) Mekkora az a) esetben az asztalra ható nyomóerő?

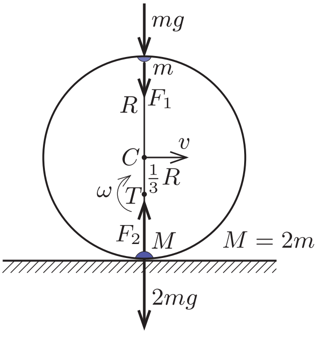
(*5 pont*) Közli: *Vigh Máté,* Biatorbágy

Megoldás. A rendszer T tömegközéppontja kezdetben az abroncs C középpontja fölött $R/3$ magasságban található (*1. ábra*). Fél fordulat után (a $2m$ tömegű nehezék legalsó helyzetében) a tömegközéppont az abroncs középpontja alá, attól $R/3$ távolságra kerül.

A rendszerre csak függőleges irányú erők hatnak, a tömegközéppont tehát mindvégig függőlegesen mozog a két szélső pozíció között. A tömegközéppont legmélyebb helyzetében a T pont pillanatnyi sebessége *nulla,* tehát a rendszer valamekkora ω szögsebességgel T körül forog.



1. ábra



2. ábra

A nehezékek a tömegközépponttól $\frac{2}{3}R$, illetve $\frac{4}{3}R$ távolságra vannak, így a rendszernak a T pontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatéka:

$$\Theta = m\left(\frac{4}{3}R\right)^2 + 2m\left(\frac{2}{3}R\right)^2 = \frac{8}{3}mR^2.$$

Mivel az asztal súrlódásmentes, alkalmazhatjuk a mechanikai energiamegmaradás törvényét. Egy fél fordulat alatt a tömegközéppont $2R/3$ távolsággal kerül mélyebbre, így

$$3mg\cdot\frac{2R}{3}=\frac{1}{2}\Theta\omega^2=\frac{4}{3}mR^2\omega^2,$$

ahonnan

$$\omega=\sqrt{\frac{3g}{2R}}. \tag{1}$$

a) Az abroncs C középpontja ω pillanatnyi szögsebességgel forog a tőle $R/3$ távolságra lévő T pont körül (*2. ábra*), a sebessége tehát

$$v=\frac{R}{3}\omega=\sqrt{\frac{Rg}{6}}.$$

b) A vizsgált helyzetben a rendszer az (egyik) egyensúlyi állapotán „lendül át”, ilyenkor tehát a C pont gyorsulása nulla. Célszerű a rendszer mozgását a kérdéses pillanatban a C pont körüli egyenletes forgómozgásként leírni. (Egy merev test szögsebességének nagysága nem függ attól, hogy melyik pontra vonatkoztatjuk a forgómozgást.)

Ha az m tömegű nehezékre az abroncs a legfelső helyzetben F_1 nagyságú, függőlegesen lefelé irányuló erőt fejt ki, akkor a mozgásegyenlet

$$mR\omega^2=mg+F_1.$$

Innen (1) felhasználásával kapjuk, hogy

$$F_1=mR\omega^2-mg=\frac{1}{2}mg.$$

A $2m$ tömegű nehezék mozgásegyenlete annak legmélyebb helyzetében

$$2m\cdot R\omega^2=F_2-2mg.$$

Innen kapjuk, hogy az abroncs a nehezékre függőlegesen felfelé

$$F_2=2mR\omega^2+2mg=5mg$$

nagyságú erőt fejt ki.

Jelöljük az asztalra ható nyomóerőt N-nel. A függőlegesen nem gyorsuló abroncsra F_1, F_2 és N ellenereje hat, a mozgásegyenlete tehát

$$N+F_1-F_2=0.$$

Innen kapjuk, hogy a keresett nyomóerő

$$N=F_2-F_1=\frac{9}{2}mg.$$

Kis Márton Tamás (Hódmezővásárhely, Bethlen G. Ref. Gimn., 10. évf.)

33 dolgozat érkezett. Helyes Bencz Benedek, Csilling Dániel, Kis Márton Tamás és Seprődi Barnabás megoldása. Hiányos (1–3 pont) 26, hibás 1, nem versenyszerű 2 dolgozat.

Fizikából kitűzött feladatok

M. 424. Mérjük meg, hogyan függ a hátrahúzós kisautó által megtett távolság a hátrahúzás hosszától!

(*6 pont*) Közli: *Széchenyi Gábor,* Budapest

G. 821. Tiszta, csillagfényes éjszaka észrevehetjük, hogy a csillagok „hunyorognak”, vagyis fényességük változik. Sőt, még a színüket is változtatják. A szabad szemmel látható bolygók viszont nem hunyorognak, nem változik a színük. Magyarázzuk meg a jelenséget! Az égbolt tetején vagy az alján hunyorognak jobban a csillagok?

(*3 pont*)

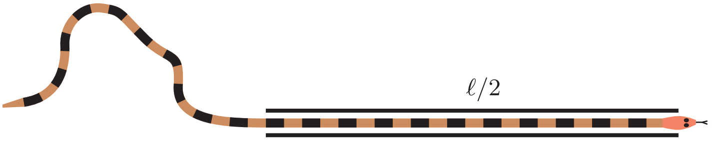
G. 822. Mekkora utat tesz meg a vonat, ha az állomásokon összesen 1 órát vesztegel, az állomások között 50 km/h sebességgel halad, és a teljes útra számított átlagsebessége 40 km/h?

(*3 pont*)

G. 823. Egy kétkarú mérleg karjait különböző hosszúságúra gyártották. Ha az egyik serpenyőbe teszünk egy sárgadinnyét, akkor 96 dekagrammal tudjuk kiegyensúlyozni. Ha a másik serpenyőbe tesszük, akkor 1,5 kilogramm tartja egyensúlyban. Mekkora a sárgadinnye tömege?

(*4 pont*)

G. 824. Egy ℓ hosszúságú kígyó a hosszának feléig besiklott egy keskeny, egyenes csőbe. A kígyó kint lévő vége tetszőlegesen kanyaroghat a vízszintes talajon. Ha a kígyót homogén tömegeloszlású, ℓ hosszúságú, hajlékony kötéllel modellezzük, akkor a sík mely pontjaiban lehet a kígyó tömegközéppontja?



(*4 pont*)

P. 5499. Marci egy lejtőn csúszik le szánkójával a friss havon. Röviddel az indulását követően, egymás után négy darab szaloncukor esik ki a zsebéből (elhanyagolható magasságból) a hóra. A csúszás közben Marci a mobiltelefonja segítségével 2,1 m/s^2-nek mérte a szánkó gyorsulását, és 23°-osnak a lejtő hajlásszögét. Később a cukorkák közti távolságot is meghatározta, mely az első kettő között 2, a második és a hamadik között 3,2; a harmadik és negyedik között pedig 4,4 méternek adódott.

a) Mekkora a súrlódási együttható a szánkó és a hó között?

b) Igazoljuk, hogy a szaloncukrok egyenlő időközönként estek ki a fiú zsebéből!

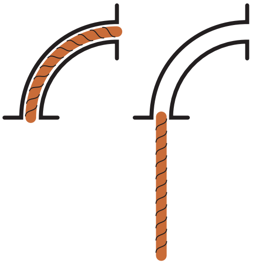
(*4 pont*) *Radnai Gyula* (1939–2021) feladata

P. 5500. Egy hinta hosszú kötelei álló helyzetben legfeljebb M tömegű terhet bírnak el biztonságosan. Legfeljebb mekkora tömegű ember hintázhat rajta, ha a maximális kitérés egy α hegyesszög? Eredményünket ábrázoljuk grafikonon!

(*4 pont*) Közli: *Rakovszky Andorás,* Budapest

P. 5501. Egy kötelet helyezünk egy negyedkörív alakú, rögzített csőbe az *ábrán* látható módon. Mekkora sebességgel hagyja el a kötél a csövet, ha elengedjük? (A cső és a kötél közti súrlódást elhanyagolhatjuk.)

(*4 pont*) Közli: *Cserti József,* Budapest



P. 5502. Vízben elsüllyedt teherhajó szállítmányának mentése során egy gránit szobortalapzatot emeltek ki hajódaru segítségével, egyenletes 0,2 m/s-os állandó sebességgel a 4 m mély vízből. A tömör, 2750 kg/m^3 sűrűségű gránitból álló talapzat négyzet alapú egyenes hasáb, magassága 2 m, alapéle 1,5 m, és kezdetben a folyómeder alján a négyzet alakú lapján nyugszik. A gránittömböt addig emelik, míg alsó lapja a vízfelszíntől számított 3 m magasságba kerül. Emelés közben a hosszabbik élei állandóan függőleges pozícióban maradnak.

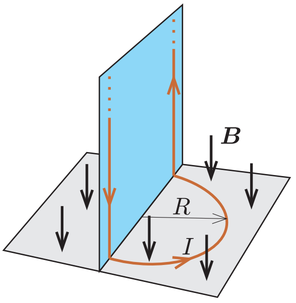
a) Mennyi munkát kell végezni a teljes emelési folyamat alatt?

b) Hogyan változott az emelődaru teljesítménye az emelés folyamán?

(*4 pont*) Tarján Imre Országos Emlékverseny, Szolnok

P. 5503. Egy $V = 80\ \mathrm{dm}^3$ térfogatú edényben $C_V = 124{,}5$ J/K hőkapacitású, $T = 402\ {}^\circ\mathrm{C}$ hőmérsékletű, $p = 4{,}2 \cdot 10^5$ Pa nyomású, $m = 191$ g tömegű gáz van. Hány szabadsági foka van a gázrészecskéknek? Hány gázrészecske van az edényben? Milyen gáz lehet az edényben?

(*4 pont*) Közli: *Holics László,* Budapest



P. 5504. A vízszintes síkban lévő, R sugarú félkör alakú vezetőben I erősségű áram folyik, amelyet hosszú, függőleges huzalok vezetnek a félkörbe annak végpontjainál. Az egész elrendezés függőleges irányú, $\boldsymbol{B}$ indukcióvektorral jellemezhető homogén mágneses mezőben helyezkedik el.

Mekkora és milyen irányú mágneses erő hat a huzalok együttesére?

(*4 pont*) Közli: *Kotek László,* Pécs

P. 5505. Egy szobában a mennyezeten egy ötágú csillár világít, az íróasztalon egy szimmetrikus, mindkét oldalán domború kézinagyító fekszik. A nagyítóra pillantva a csillár két különböző nagyítású és tájolású képét láthatjuk.

a) Hogyan jön létre a két kép?

b) Merre állnak a csillár karjai a valóságban?

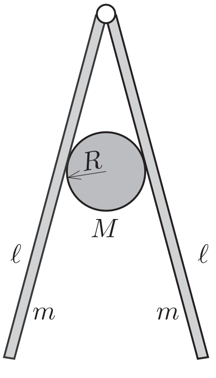
(*5 pont*) Közli: *Baranyai Klára,* Veresegyház

P. 5506. Tekintsük az elektront kicsiny, homogén tömegeloszlású, felületén egyenletesen töltött gömbnek úgy, hogy a tömeg-energia ekvivalenciából számított energiája egyezzen meg az elektron körüli elektrosztatikus tér energiájával.

a) Határozzuk meg a fenti módon az elektron sugarát, amit klasszikus elektronsugárnak neveznek!

b) Az elektron feles spinű részecske, mert saját perdülete a $\hbar \equiv h/2\pi$ redukált Planck-állandónak éppen a fele: $\hbar/2$. Tekintsük az elektron saját perdületét a klasszikus newtoni mechanika alapján úgy, ahogy egy, a középpontján átmenő tengely körül forgó, homogén gömb perdületét szokás. Határozzuk meg a forgó klasszikus elektron „egyenlítőjének” a kerületi sebességét! Hasonlítsuk össze ezt a fénysebességgel!

(*4 pont*) Közli: *Honyek Gyula,* Veresegyház



P. 5507. Két egyforma, érdes deszkát súrlódásmentes, vízszintes helyzetben rögzített tengely kapcsol össze. Mindkét deszka tömege m, hossza ℓ. A deszkák közé egy $M = \frac{1}{2}m$ tömegű, $R = \frac{1}{5}\ell$ sugarú hengert helyezünk.

a) Legalább mekkora kell legyen a deszkák és a henger közötti tapadási súrlódás együtthatója, hogy a henger valahol (egy alkalmasan választott helyen) egyensúlyban maradhasson?

b) Mekkora lehet a deszkák által bezárt szög a henger egyensúlyi állapotában?

(*6 pont*) *Dózsa Márton* (1914–1999) feladata nyomán

Beküldési határidő: 2023. október 15.
Elektronikus munkafüzet: `https://www.komal.hu/munkafuzet`

Eötvös-verseny

Az idei Eötvös-versenyt

2023. október 13-án

pénteken délután 15^{h}-tól 20^{h}-ig rendezi meg az Eötvös Loránd Fizikai Társulat.

A versenyen azok a diákok vehetnek részt, akik vagy középiskolai tanulók, vagy a verseny évében fejezték be középiskolai tanulmányaikat. Nemcsak magyar állampolgárságú versenyzők indulhatnak, hanem Magyarországon tanuló külföldi diákok, valamint külföldön tanuló, de magyarul értő diákok is.

A megoldásokat magyar nyelven kell elkészíteni, a rendelkezésre álló idő 300 perc. Minden írott vagy nyomtatott segédeszköz használható, de hagyományos (nem programozható) zsebszámológépen kívül minden elektronikus eszköz használata tilos.

Előzetesen jelentkezni nem kell, elegendő egy személyazonosság igazolására szolgáló okmánnyal (személyi igazolvány, diákigazolvány vagy útlevél) megjelenni a verseny valamelyik helyszínén.

A helyszínek és a versennyel kapcsolatos minden további információ megtalálható a verseny honlapján:

`http://eik.bme.hu/~vanko/fizika/eotvos.htm`.

Versenybizottság

MATHEMATICAL AND PHYSICAL JOURNAL FOR SECONDARY SCHOOLS (Volume 73. No. 6. September 2023)

Problems in Mathematics

New exercises for practice – competition K (see page 351): **K. 774.** A train is passing through a tunnel at a uniform speed. It takes 20 seconds, from the front of the train entering the tunnel to the rear end of the train emerging from the tunnel. A lamp hanging from the ceiling of the tunnel remains above the train for exactly 5 seconds. How long is the train? **K. 775.** A confectioner constructed a large almond paste shape by sticking together four cubes: two cubes having a 2 cm edge, one of edge 6 cm, and one of edge 8 cm. In each surface of contact, a face of one cube was lying entirely along a face of the other. A rectangular block is to be cut out of the combined shape, but cutting is only allowed along planes that form some face of the original cube. What is the largest possible volume that the resulting almond paste block may have? **K. 776.** A printing press is preparing tickets to be sold for an event. When the tickets themselves have been printed out, they are fed in a machine that prints numbers on them, always incrementing the number by 1. Unfortunately, owing to a disorder of the numbering machine each number divisible by 3 was printed twice in a row. In this way, a total of 3672 digits were used. (The starting number was 1.) How many tickets need to be numbered again when the numbering machine is fixed and operating correctly? **K/C. 777.** The arithmetic mean of the numbers a and b is 10, the arithmetic mean of b and 10 is $c/2$. What is the arithmetic mean of a and c? **K/C. 778.** A rectangle is divided into nine small rectangles with lines parallel to its sides as shown in the *figure.* The areas of five rectangles are known, the remaining four are unknown (as shown). Determine the area of the four rectangles. (The figure is not to scale.)

New exercises for practice – competition C (see page 353): **Exercises up to grade 10: K/C. 777.** See the text at Exercises **K. K/C. 778.** See the text at Exercises **K. Exercises for everyone: C. 1773.** Determine the value of the integer p such that the value of the real solution x of the equation $(p-3)x+p+5=(2-p)x$ should be at least 2. Find the solution of the equation for every possible p. (Proposed by *B. Bíró,* Eger) **C. 1774.** $AB \parallel CD$ in a trapezium $ABCD$. The midpoints of sides AB and CD are E and F, and line segments DE, DB, FB intersect diagonal AC at points P, Q, R, respectively. Prove that $\frac{CP}{PA}\cdot\frac{CQ}{QA}\cdot\frac{CR}{RA}=\left(\frac{CD}{AB}\right)^3$. (Proposed by *B. Bíró,* Eger) **C. 1775.** P is an interior point of rectangle $ABCD$. Determine the length of line segment PC, given that $PA=4$, $PB=6$ and $PD=9$. (*Vietnamese problem*) **Exercises upwards of grade 11: C. 1776.** A natural number has exactly 2023 positive divisors. How many positive divisors may its square have? (Proposed by *K. A. Kozma,* Győr) **C. 1777.** The legs of a right-angled triangle are 36 cm and 77 cm long. The angle bisector is drawn to the longer leg. What is the total length of the angle bisector that does not lie in the inscribed circle? (Proposed by *B. Bíró,* Eger)

New exercises – competition B (see page 354): **B. 5326.** At the end of a meeting with English and Hungarian participants, everyone bid farewell to everyone else, one by one. The English participants said "Goodbye", and the Hungarian participants said "Viszlát" to everyone else. There were 198 occurrences of "Goodbye" and 308 occurrences of "Viszlát". How many participants of each nationality were there? (*3 points*) (Proposed by *B. Hujter,* Budapest) **B. 5327.** The heights of triangle ABC are m_a, m_b and m_c. Suppose that one can construct a triangle having sides m_a, m_b and m_c, and the heights of that triangle are x, y and z. Show that one can again construct a triangle having sides x, y and z. (*4 points*) (Proposed by *V. Vígh,* Sándorfalva) **B. 5328.** The number 2023 is written on the first page of a notebook. On every following page, the positive divisors of the numbers on the previous page are written (each divisor is written down n times if it divides n numbers on the previous page). How many numbers will there be on page 4? (*3 points*) (Proposed by *P. P. Pach,* Budapest) **B. 5329.** A fair die is rolled. The game terminates when we decide to stop or the number 1 is rolled. The award is the value of the last roll. Is there a strategy to achieve an expected award of at least 4? (*4 points*) (Proposed by *P. P. Pach,* Budapest) **B. 5330.** Suppose that a, b, c is a primitive Pythagorean triple, i.e., a, b and c are relatively prime positive integers satisfying $a^2+b^2=c^2$. Show an axially symmetrical polygon that can be decomposed into c right-angled triangles with sides a, b, c. (*5 points*) (Proposed by *G. Kós,* Budapest) **B. 5331.** Prove that it is possible to cover a regular tetrahedron of unit length with two spheres of unit diameter. (*5 points*) (Proposed by

V. Vígh, Sándorfalva) **B. 5332.** What may be the positive integer n if any sequence of 2^n consecutive positive integers contains a term that can be represented as a sum of the nth powers of at most n non-negative integers? (*6 points*) (Proposed by *P. P. Pach,* Budapest) **B. 5333.** The foot of the altitude drawn from vertex A of an acute-angled triangle ABC is T_A. The ray drawn from vertex A through the centre O of the circumcircle intersects side BC at point R_A. Denote the midpoint of line segment AR_A by F_A. Starting from vertices B and C, obtain the points T_B, R_B, F_B, T_C, R_C, F_C in the same way. Show that the lines T_AF_A, T_BF_B and T_CF_C are concurrent. (*6 points*) (Proposed by *L. B. Simon,* Budapest)

New problems – competition A (see page 355): **A. 857.** Let ABC be a given acute triangle, in which BC is the longest side. Let H be the orthocenter of the triangle, and let D and E be the feet of the altitudes from B and C, respectively. Let F and G be the midpoints of sides AB and AC, respectively. X is the point of intersection of lines DF and EG. Let O_1 and O_2 be the circumcenters of triangles EFX and DGX, respectively. Finally, M is the midpoint of line segment O_1O_2. Prove that points X, H and M are collinear. (Proposed by *Boldizsár Varga,* Verőce) **A. 858.** Prove that the only integer solution of the following system of equations is $u=v=x=y=z=0$: $uv=x^2-5y^2$, $(u+v)(u+2v)=x^2-5z^2$. (Proposed by *Barnabás Szabó,* Budapest) **A. 859.** Path graph U is given, and a blindfolded player is standing on one of its vertices. The vertices of U are labeled with positive integers between 1 and n, not necessarily in the natural order. In each step of the game, the game master tells the player whether he is in a vertex with degree 1 or with degree 2. If he is in a vertex with degree 1, he has to move to its only neighbour, if he is in a vertex with degree 2, he can decide whether he wants to move to the adjacent vertex with the lower or with the higher number. All the information the player has during the game after k steps are the k degrees of the vertices he visited and his choice for each step. Is there a strategy for the player with which he can decide in finitely many steps how many vertices the path has? (Proposed by *Márton Németh,* Budapest)

Problems in Physics

(see page 378)

M. 424. Measure how the distance covered by a pull-back toy car depends on the length of the backward pull.

G. 821. On a clear, starlit night, you may notice that the stars "twinkle", i.e. their brightness changes. They even change their colour. The planets visible to the naked eye, on the other hand, do not squint or change colour. Explain this phenomenon. Do stars squint more at the top or the bottom of the sky? **G. 822.** How much distance does a train travel if it stands a total of 1 hour at train stops, it travels at a speed of 50 km/h between stops, and has an average speed of 40 km/h for the whole journey? **G. 823.** The arms of a two-armed balance have different lengths. If you put a cantaloupe in one of the pans, you can balance it with a weight of mass 960 grams. If you put the cantaloupe in the other pan, you can balance it with a weight of mass 1.5 kilograms. What is the mass of the cantaloupe? **G. 824.** A snake of length ℓ slithered half of its length into a narrow, straight tube. The outside end of the snake can curve arbitrarily on the horizontal ground. At which points in the plane can the snake's centre of mass be located, if the snake is modelled by a flexible rope of length ℓ with a uniform mass distribution?

P. 5499. Martin slid down a slope on his sled in fresh snow. Shortly after his start, four pieces of candy cane fell out of his pocket (from a negligible height) onto the snow.

During the slide, using his mobile phone Martin measured the acceleration of the sled as 2.1 m/s^2 and the angle of inclination of the slope as 23°. Later, he also determined the distances between the candies, which was 2 m between the first two, 3.2 m between the second and the third; and 4.4 m between the third and fourth candy. *a*) Determine the coefficient of kinetic friction between the snow and the sled. *b*) Prove that the candies fell out from Martin's pocket at equal time intervals. **P. 5500.** The long ropes of a swing can safely hold a maximum load of M, when the swing is at rest. What is the maximum mass of a person that can swing on it, if the maximum angular displacement of the rope is an acute angle with a measure of α? Plot your result on a graph! **P. 5501.** A rope is placed in a fixed tube which has a shape of a quarter of a circle as shown in the *figure.* What is the speed at which the rope leaves the tube if it is released? (Friction between the tube and the rope is negligible.) **P. 5502.** During the rescue of the cargo from a cargo ship that had sunk in the water, by means of a ship crane, a granite sculpture pedestal was lifted from a depth of 4 m, at a constant speed of 0.2 m/s. The pedestal is a solid square based rectangular block made of granite of density 2750 kg/m^3, its height is 2 m and its base edge is 1.5 m. Initially the pedestal rests on its square base at the bottom of the riverbed. The granite block is raised until its bottom base is raised 3 m above the surface of the water. During lifting, the longer edges of the pedestal continuously remain in vertical position. *a*) How much work must be done during the whole lifting process? *b*) How did the power of the crane change during the lifting process? **P. 5503.** A vessel of volume $V = 80\ \mathrm{dm}^3$ contains a sample of gas of mass $m = 191$ g and of heat capacity $C_V = 124.5$ J/K, at a temperature of $T = 402\ ^\circ\mathrm{C}$, and at a pressure of $p = 4.2 \cdot 10^5$ Pa. What is the degree of freedom of the particles of the gas? How many gas particles are in the vessel? What kind of gas can be in the vessel? **P. 5504.** A current of value I flows in a semicircle-shaped wire in the horizontal plane. The radius of the semicircle is R. There are long vertical wires attached to the endpoints of the semicircular wire, through which the current is led into the semicircle. The whole arrangement is placed into uniform vertical magnetic field of induction $\boldsymbol{B}$. What is the magnitude and direction of the magnetic force acting on the ensemble of wires? **P. 5505.** A room is illuminated by a five-arm chandelier, attached to the ceiling. A symmetrical double convex handheld magnifying glass lies on the desk in the room. A glance at the magnifying glass reveals two images of the chandelier at different magnifications and orientations. *a*) How are the two images created? *b*) Into which directions do the arms of the chandelier point in reality? **P. 5506.** Consider the electron as a small, uniform-density, and uniformly charged sphere such that its energy calculated from the mass-energy equivalence equation is equal to the energy of the electrostatic field around the electron. *a*) Determine the radius of the electron, which is called the classical radius of the electron. *b*) The electron is a particle with half-integer spin, because its intrinsic angular momentum is half of the reduced Planck constant $h/2\pi$, that is, $\hbar/2$. Let us consider the electron's intrinsic angular momentum according to classical Newtonian mechanics, as the angular momentum of a uniform solid sphere rotating about an axis passing through its centre. Determine the tangential speed of a point on the "equator" of the rotating classical electron. Compare this with the speed of light. **P. 5507.** Two identical rough boards are attached to a horizontal fixed axle. Friction between the boards and the axle is negligible. Both boards have a mass m and a length ℓ. A cylinder of mass $M = \frac{1}{2}m$ and radius $R = \frac{1}{5}\ell$ is placed between the boards. *a*) What must the least value of the coefficient of static friction between the planks and the cylinder be so that the cylinder can remain in equilibrium somewhere (at a suitably chosen point)? *b*) What can the angle subtended by the boards be when the cylinder is in equilibrium?

IPhO 2023 – TOKIO

53. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia

INTERNATIONAL PHYSICS OLYMPIAD 2023 TOKYO JAPAN

A csapat és a csapatvezetők (balról jobbra): Tasnádi Tamás, Sarkadi Tamás, Budai Csanád Gyula, Molnár-Szabó Vilmos, Risa Yoshizana (a diákok kísérője), Molnár Barnabás, Bencz Benedek, Fey Dávid, Szász Krisztián.

COGNEX ERICSSON Morgan Stanley hiflylabs E·L·T·E

A versenyzés folyamata a nevezéstől a beküldésig

Nevezés

Egyéni vagy csapat-versenyre
az első hónapban.

Bármikor lehet
csatlakozni év közben.

Regisztráció

Ha korábban még nem regisztráltál.
www.komal.hu

Elfelejtett jelszó
esetén kérj újat!

Egyéni

Nevezés kész.

Bármely pontverseny
feladatát beküldheted.

Csapat

Nevezzétek a csapatot is pontversenyenként.

Különböző osztályból v.
évfolyamból is lehettek.

Figyelj!

K és B
ill.
G és P
egyszerre nem küldhető.

Jelöld választásod
az adatlapodon.

Figyelj!

A határidőre és a formai követelményekre.

mat: 10-e, fiz, info: 15-e
részletes versenykiírás

Beküldés 1.

Jelentkezz be a honlapra.
www.komal.hu

Csapatverseny esetén
a csapat regisztrációjával.

Beküldés 2.

"Munkafüzet" -
"Kitűzött feladatok"

Itt tudsz választani
feladatot.

Beküldés 3.

Döntsd el a beküldési módot.

pdf fájl v.
begépelés

Beküldés 4.

Egyesével töltsd fel a megoldásaidat.

Cserélhetők, javíthatók
a határidőig.

Petőfi Kulturális Ügynökség

Nemzeti Együttműködési Alap

nka Nemzeti Kulturális Alap

Bethlen Gábor Alapkezelő Zrt.

Miniszterelnökség