27. szám 2023. március

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matek az utcán

Az Érintő márciusi száma idén is a Matematika Világnapján, 03.14-én, a π-napon jelent meg, hogy ezzel is felhívja a figyelmet a matematika jelenlétére mindennapjainkban. Magyarország a Bolyai Társulat szervezésében csatlakozott a nemzetközi Mathematics in the Street eseményhez, amelynek keretében 2023. március 12-én vasárnap a világ több pontján rendeztek utcai, matematikát népszerűsítő rendezvényeket. Arról, hogy milyen is volt nálunk a matematika az utcán, *Szász Réka* írt összefoglalót.

2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Bolyai János munkájának hatása a háromdimenziós terek elméletére

A hiperbolikus geometria felfedezése, Bolyai, Lobacsevszkij, Gauss, majd később Riemann, Klein, Poincaré 19. századi munkássága meghatározó lett a 20. és a 21. században is, amikor Thuston sejtését Perelman bizonyította. Bolyai tehát nemcsak a párhuzamosok problémáját oldotta meg, de megadta a két- és háromdimenziós esetben a „tipikus", legtöbbször előforduló geometria konstrukcióját is. A 200 éves folyamaton *Stipsicz András* vezeti végig az olvasót.

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Önkéntes segítőket vár a CERME13 konferencia

2023. július 9. és 14. között Budapesten kerül megrendezésre a CERME13 európai matematikaoktatási konferencia, amelyre 61 országból 834 előadással vagy poszterrel jelentkeztek kutatók. A konferencia honlapja: https://cerme13.renyi.hu/. A szervezőknek segítőkre van szükségük a rendezvény lebonyolításhoz, ehhez várják az önkéntes jelentkezőket. Mostanáig a következő részleteket lehet tudni...

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

RMM 2023 – Romanian Master of Mathematics

2023-ban Bukarestben 14. alkalommal rendezték meg a Romanian Master of Mathematics (RMM) versenyt. A rangos megmérettetésről, a magyar csapat jó eredményéről és a feladatokról a korábbi évekhez hasonlóan *Lenger Dániel* csapatvezető, *Borbényi Márton* helyettes csapatvezető és a versenyző diákok számoltak be.

2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Miért jó a Fiatal Kutatók Akadémiája – egy matematikus szemével

A Magyar Tudományos Akadémia elnökének és tagjainak támogatása mellett, 2019 májusában alapították meg a Fiatal Kutatók Akadémiáját. 2021-ben az FKA hivatalosan is bekerült az MTA Alapszabályába és költségvetésébe. *Gselmann Eszter* matematikus szemmel mutatja be azt, hogy miért fontos a fiatal kutatók, általánosságban véve az egész kutatói réteg és az egész társadalom számára az FKA.

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

A Bolyai Társulat 2022-es évi díjai

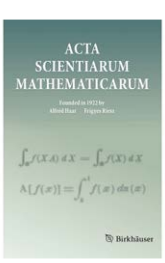
2022. december 16-án a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézetben került sor a Bolyai János Matematikai Társulat 2022-es évi díjainak átadására és a Schweitzer és Kürschák versenyek eredményhirdetésére. A Beke Manó Emlékdíjakat a nyári Rátz László Vándorgyűlésen osztották ki, míg a Szele Tibor, Grünwald Géza, Rényi Kató, Farkas Gyula, Patai László nevét viselő díjakat a téli rendezvényen vehették át azok, akiket a Bizottságok kiválasztottak. Gratulálunk a kitüntetetteknek!

MATEMATIKUSOK

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Kettős centenáriumi megemlékezés a Bolyai Intézetben

A százéves szegedi matematika aranykorának első és második „triumvirátusáról", arról, hogyan köszönhető a szegedi Actának, hogy a harmincas évekre az ország leggazdagabb matematikai szakfolyóirat-tárává nőtte ki magát a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetének Matematikai Szeminárium Könyvtára, és hogy milyen volt 2022. okt. 7-én a Centenáriumi ülés, *Varga Ferencné* számolt be.



2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

A szegedi Acta 100 éve

Tavaly ünnepelte fennállásának 100. évfordulóját a világ 20 legrégebbi és ma is aktív matematikai periodikái közé tartozó Acta Scientiarum Mathematicarum, vagy ahogy röviden hívni szokták: a szegedi Acta folyóirat. Ebben a cikkben *Molnár Lajos* főszerkesztő rövid áttekintést ad a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézete folyóiratának múltjáról és jelenéről .

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

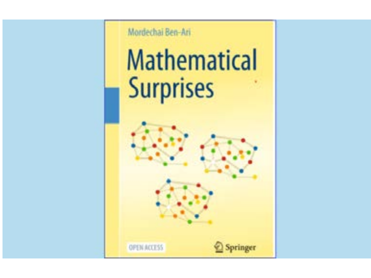
Hosszú szövegű feladatok az érettségin

Az utóbbi évtizedekben a tanítás során előtérbe került a matematika alkalmazása, és előtérbe kerültek a szöveges feladatok. Az érettségi vizsgán sokszor találkozunk hosszú szövegű matematika feladattal. A legtöbb matematikatanárnak nem ezek a feladatok a kedvencei. Mégis, mivel az érettségi vizsgának ez része lett, tanárként nem bújhatunk ki a kérdés elől, hogyan tudjuk segíteni a diákokat a hosszabb szövegű feladatok megoldásában. *Tamásné Kollár Magdolna* osztotta meg ötleteit és módszereit.

2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Per Enflo és a Skót Könyv leghíresebb problémája

A lvivi Skót Kávéház olyan kiváló lengyel matematikusok gyülekező helye volt, mint Banach, Borsuk, Mazur, Kuratowski, Steinhaus, vagy épp Ulam. Itt jegyezték fel egy kemény fedeles füzetbe, a Skót Könyvbe a fontosabb matematikai problémákat. *Tarcsay Zsigmond* cikkében a Skót Könyv híres 153-as problémájáról, és a problémát megoldó különleges (és különösen sokoldalú) svéd matematikusról, Per Enfloról lesz szó.



2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Matematikai meglepetések

Mordechai Ben-Ari, az izraeli Weizmann Institute of Science professzora egy igazi matematikai gyöngyszemmel ajándékozta meg az olvasókat. *Matematikai meglepetések* című könyve a matematika számos területéről mutat be olyan, jellemzően kevésbé ismert összefüggéseket, kapcsolódási pontokat, amelyek mind a középiskolai, mind az egyetemi oktatást megszínesíthetik. Bárki szabadon letöltheti a könyvet, olvasása *Bozóki Sándor* szerint óriási élmény.

2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

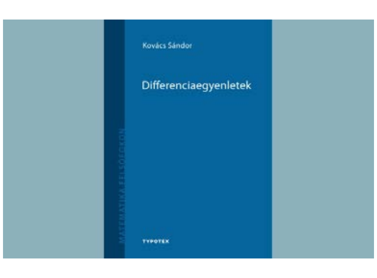
Menekülés a logika fogságából

Henri Poincaré (1854–1912) neve ismerős lehet a geometriából, hiszen a Bolyai-geometria egy modelljét ő adta meg. Poincaré azonban nem csak iskolateremtő matematikus volt, hanem értékes módon járult hozzá a tudományfilozófia fejlődéséhez, és figyelemreméltó gondolatokat fogalmazott meg a matematikafilozófia területén is. Ezeket a gondolatokat fejti ki *Molnár Zoltán Gábor.*

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

A matematika érettségi követelményeinek változása 2024-től – I. rész

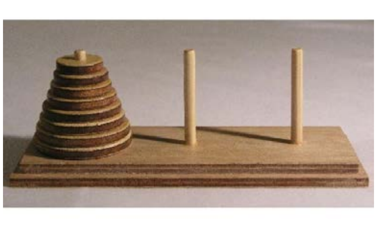
A 2020-as NAT és az ehhez tartozó kerettanterv változásai miatt az érettségi követelmények megváltoztatása is szükséges volt. *Csapodi Csaba* most induló cikksorozatának az a célja, hogy segítse az érettségire felkészítő kollégák munkáját. A sorozat 5 cikke negyedévenként egy-egy nagyobb témakörrel foglalkozik, az első: Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok.



2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Differenciaegyenletek

Kovács Sándor *Differenciaegyenletek* című, a Typotex-nél 2020-ban kiadott művéről írt *Insperger Tamás* kedvcsináló ajánlót. A klasszikus (Kolmogorov előtti) valószínűségszámítás tudorának, Jordán Károlynak a *Calculus of finite differences* (Budapest, 1939) című monográfiája után ismét egy magyar szerző tankönyvének örülhetünk ebben a fontos témában. Akit érdekel, mi a különbség a differenciaegyenletek és a differenciálegyenletek között, olvassa el György Szilvia recenzióját is. Tovább...



2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A differenciaegyenletek csodálatos világa

Kovács Sándor Differenciaegyenletek (Typotex, 2020) című könyvét szomszédos cikkünkben Insperger Tamás ismertette. Ugyanennek a műnek a recenzióját egy másik szemszögből *György Szilvia* annak bemutatásával kezdi, hogy mekkora különbségek lehetnek a differenciál- és a differenciaegyenletek, vagy alkalmazott szemlélettel fogalmazva, a folytonos és a diszkrét idejű modellek között. Amint azt a könyv előszavában is olvashatjuk, az alkalmazott és elméleti matematika bizonyos területein gyakran előbukkannak a differenciaegyenletek is.

2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

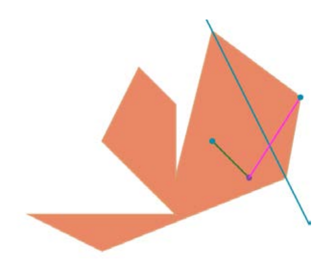
Ugródeszkák matek szakon – Kurics Tamás

Egy szegedi orvostechnikai cégnél dolgozom data scientistként. A cég profilja: gyógyszerrezisztens epilepsziásoknak kifejleszteni egy implantálható eszközt, ami képes arra, hogy detektálja: az illetőnek éppen rohama kezdődik-e, és ha igen, úgy meg is állítja... Persze az iparban mást kell tudni, mint az egyetemen. A definíciók, tételek helyett a kódolás, a bizonyítások helyett pedig a modellezés..., de a sok év matematikával töltött idő megtanított arra, hogy hamar elsajátítsam azt, amit kell. – *Kurics Tamással Paulovics Zoltán* készített interjút.

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Medve Matek GO – okostelefonnal

Az okostelefonnal vándorlós feladatmegoldó csapatverseny egyik ötletgazdája, *Balogh Tamás László* írta meg a Medve Matek GO történetét. Figyelem! Márciusban ingyenesen ki lehet próbálni a Medve Matek GO-t, és a tavaszi szabadtéri csapatversenyek nevezési határideje is közeleg. Íme a részletek.



2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Tisztelgés három nagy matematikus előtt

A három nagy matematikus: Erdős Pál, Szőkefalvi-Nagy Béla és a nemrég fiatalon elhunyt Besenyei Ádám. Hogy miért pont ők? Az ő nyomdokaikban jár az új nemzedék, az Óbudai Árpád Gimnázium 12.b speciális matematika tagozatáról. Ők egy remek matematikai témájú YouTube videót készítettek. A motiváció és az egyéb részletek kiderülnek a cikkükből.

2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Révész Pál (1934 – 2022)

A valószínűségszámítás és a matematikai statisztika nemzetközi matematikus közössége gyászolja a tavaly év végén elhunyt Révész Pál akadémikust. A szomorú hír és a hivatalos nekrológ az Érintő 2022. decemberi számában már megjelent, most *Berkes Istvánnak* a temetésen elhangzott személyes hangvételű beszédét közöljük.

2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Elhunyt Pelikán József

Pelikán József, az ELTE Algebra és Számelmélet Tanszékének nyugalmazott adjunktusa, az algebra lenyűgöző tudású oktatója, a matematikai versenyeknek diákkorában rendkívül sikeres résztvevője, majd évtizedeken át vezető személyisége, 2023. január 20-án váratlanul elhunyt. Életútjának rövid összefoglalását Pálfy Péter Pál többek személyes emlékeivel egészítette ki.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március

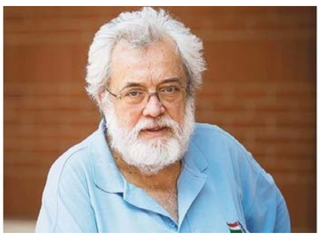
Válasszon:

A **HÍREK – ÚJDONSÁGOK** ROVAT A MATEMATIKÁHOZ ÉS A BOLYAI TÁRSULATHOZ KAPCSOLÓDÓ ESEMÉNYEKRŐL, ÚJDONSÁGOKRÓL SZÓL. (ROVATSZERKESZTŐ: *RÁKÓCZI ILDIKÓ*.)

Szász Réka
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matek az utcán

Az Érintő márciusi száma idén is a Matematika Világnapján, 03.14-én, a π-napon jelent meg, hogy ezzel is felhívja a figyelmet a matematika jelenlétére mindennapjainkban. Magyarország a Bolyai Társulat szervezésében csatlkozott a nemzetközi Mathematics in the Street eseményhez, amelynek keretében 2023. március 12-én vasárnap a világ több pontján rendeztek utcai, matematikát népszerűsítő rendezvényeket. Arról, hogy milyen is volt nálunk a matematika az utcán, *Szász Réka* írt összefoglalót.



Pálfy Péter Pál
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Elhunyt Pelikán József

Pelikán József, az ELTE Algebra és Számelmélet Tanszékének nyugalmazott adjunktusa, az algebra lenyűgöző tudású oktatója, a matematikai versenyeknek diákkorában rendkívül sikeres résztvevője, majd évtizedeken át vezető személyisége, 2023. január 20-án váratlanul elhunyt. Életútjának rövid összefoglalását *Pálfy Péter Pál* többek személyes emlékeivel egészítette ki.

KALMÁR LÁSZLÓ 1905-1976
SZŐKEFALVI-NAGY
MATEMATIKUSOK

Varga Ferencné
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Kettős centenáriumi megemlékezés a Bolyai Intézetben

A százéves szegedi matematika aranykorának első és második „triumvirátusáról”, arról, hogyan köszönhető a szegedi Actának, hogy a harmincas évekre az ország leggazdagabb matematikai szakfolyóirat-tárává nőtte ki magát a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézetének Matematikai Szeminárium Könyvtára, és hogy milyen volt 2022. okt. 7-én a Centenáriumi ülés, *Varga Ferencné* számolt be.

Szerkesztő
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

A Bolyai Társulat 2022-es évi díjai

2022. december 16-án a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézetben került sor a Bolyai János Matematikai Társulat 2022-es évi díjainak átadására és a Schweitzer és Kürschák versenyek eredményhirdetésére. A Beke Manó Emlékdíjakat a nyári Rátz László Vándorgyűlésen osztották ki, míg a Szele Tibor, Grünwald Géza, Rényi Kató, Farkas Gyula, Patai László nevét viselő díjakat a téli rendezvényen vehették át azok, akiket a Bizottságok kiválasztottak. Gratulálunk a kitüntetetteknek!

Lenger Dániel, Borbényi Márton
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

RMM 2023 – Romanian Master of Mathematics

2023-ban Bukarestben 14. alkalommal rendezték meg a Romanian Master of Mathematics (RMM) versenyt. A rangos megmérettetésről, a magyar csapat jó eredményéről és a feladatokról a korábbi évekhez hasonlóan *Lenger Dániel* csapatvezető, *Borbényi Márton* helyettes csapatvezető és a versenyző diákok számoltak be.

CERME 13
13TH CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

Szerkesztő
2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Önkéntes segítőket vár a CERME13 konferencia

2023. július 9. és 14. között Budapesten kerül megrendezésre a CERME13 európai matematikaoktatási konferencia, amelyre 61 országból 834 előadással vagy poszterrel jelentkeztek kutatók. A konferencia honlapja: https://cerme13.renyi.hu/.

A szervezőknek segítőkre van szükségük a rendezvény lebonyolításhoz, ehhez várják az önkéntes jelentkezőket. Mostanáig a következő részleteket lehet tudni...

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

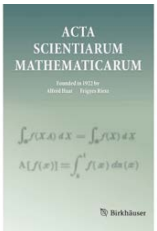
A **TUDOMÁNY** MENÜPONT TÖBBFÉLE, A MATEMATIKA TUDOMÁNYÁHOZ KAPCSOLÓDÓ FUNKCIÓT TAKAR..**A TUDOMÁNY– TÖRTÉNET ROVAT** CÉLJA ELSŐSORBAN MATEMATIKATÖRTÉNETI JELLEGŰ ÍRÁSOK KÖZLÉSE. **A MI IS …?ROVAT** A MAI MATEMATIKA TUDOMÁNYÁRÓL KÍVÁN SZÓLNI A HOZZÁÉRTŐKNEK.
(ROVATSZERKESZTŐK: *BESENYEI ÁDÁM; STIPSICZ ANDRÁS.*)

Tarcsay Zsigmond

2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Per Enflo és a Skót Könyv leghíresebb problémája

A lvivi Skót Kávéház olyan kiváló lengyel matematikusok gyülekező helye volt, mint Banach, Borsuk, Mazur, Kuratowski, Steinhaus, vagy épp Ulam. Itt jegyezték fel egy kemény fedeles füzetbe, a Skót Könyvbe a fontosabb matematikai problémákat. *Tarcsay Zsigmond* cikkében a Skót Könyv híres 153-as problémájáról, és a problémát megoldó különleges (és különösen sokoldalú) svéd matematikusról, Per Enfloról lesz szó.



Molnár Lajos

2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

A szegedi Acta 100 éve

Tavaly ünnepelte fennállásának 100. évfordulóját a világ 20 legrégebbi és ma is aktív matematikai periodikái közé tartozó Acta Scientiarum Mathematicarum, vagy ahogy röviden hívni szokták: a szegedi Acta folyóirat. Ebben a cikkben *Molnár Lajos* főszerkesztő rövid áttekintést ad a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézete folyóiratának múltjáról és jelenéről .

Stipsicz András

2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Bolyai János munkájának hatása a háromdimenziós terek elméletére

A hiperbolikus geometria felfedezése, Bolyai, Lobacsevszkij, Gauss, majd később Riemann, Klein, Poincaré 19. századi munkássága meghatározó lett a 20. és a 21. században is, amikor Thuston sejtését Perelman bizonyította. Bolyai tehát nemcsak a párhuzamosok problémáját oldotta meg, de megadta a két- és háromdimenziós esetben a „tipikus”, legtöbbször előforduló geometria konstrukcióját is. A 200 éves folyamaton *Stipsicz András* vezeti végig az olvasót.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

A **GAZDA(G)SÁG** NEVET ADTUK A **GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET ROVATNAK**, AMELYBEN BEMUTATJUK, HOL, MIKÉPPEN HASZNÁLJÁK FEL A MATEMATIKÁT, MILYEN GAZDAG IS AZ A KÖR, AMELYIK ÉRINTI EZT A TUDOMÁNYÁGAT. (ROVATSZERKESZTŐK: *ILLÉS TIBOR, MOLNÁR-SÁSKA GÁBOR ÉS RÖST GERGELY*.)

Molnár Zoltán Gábor

2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Menekülés a logika fogságából

Henri Poincaré (1854–1912) neve ismerős lehet a geometriából, hiszen a Bolyai-geometria egy modelljét ő adta meg. Poincaré azonban nem csak iskolateremtő matematikus volt, hanem értékes módon járult hozzá a tudományfilozófia fejlődéséhez, és figyelemreméltó gondolatokat fogalmazott meg a matematikafilozófia területén is. Ezeket a gondolatokat fejti ki *Molnár Zoltán Gábor*.

FIATAL KUTATÓK AKADÉMIÁJA

Gselmann Eszter

2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Miért jó a Fiatal Kutatók Akadémiája – egy matematikus szemével

A Magyar Tudományos Akadémia elnökének és tagjainak támogatása mellett, 2019 májusában alapították meg a Fiatal Kutatók Akadémiáját. 2021-ben az FKA hivatalosan is bekerült az MTA Alapszabályába és költségvetésébe. *Gselmann Eszter* matematikus szemmel mutatja be azt, hogy miért fontos a fiatal kutatók, általánosságban véve az egész kutatói réteg és az egész társadalom számára az FKA.

Érintő Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

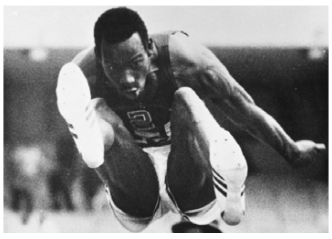
SOKSZOR TALÁLKOZUNK OLYAN FELADATTAL, ÖTLETTEL, AMIT SZÍVESEN ELTESZÜNK KÉSŐBBI HASZNÁLATRA. A **TANÓRA – SZAKKÖR** ROVAT SZERETNE HOZZÁJÁRULNI A MATEMATIKATANÁROK ESZKÖZTÁRÁNAK GAZDAGÍTÁSÁHOZ, FÓRUMOT KÍVÁN ADNI A GONDOK, NEHÉZSÉGEK MEGTÁRGYALÁSÁRA IS. (ROVATSZERKESZTŐ: *HORVÁTH ESZTER*.)

Csapodi Csaba

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

A matematika érettségi követelményeinek változása 2024-től – I. rész

A 2020-as NAT és az ehhez tartozó kerettanterv változásai miatt az érettségi követelmények megváltoztatása is szükséges volt. *Csapodi Csaba* most induló cikksorozatának az a célja, hogy segítse az érettségire felkészítő kollégák munkáját. A sorozat 5 cikke negyedévenként egy-egy nagyobb témakörrel foglalkozik, az első: Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok.

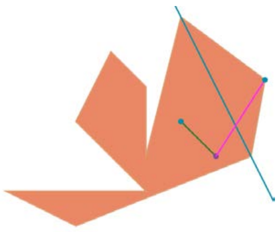


Tamásné Kollár Magdolna

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Hosszú szövegű feladatok az érettségin

Az utóbbi évtizedekben a tanítás során előtérbe került a matematika alkalmazása, és előtérbe kerültek a szöveges feladatok. Az érettségi vizsgán sokszor találkozunk hosszú szövegű matematika feladattal. A legtöbb matematikatanárnak nem ezek a feladatok a kedvencei. Mégis, mivel az érettségi vizsgának ez része lett, tanárként nem bújhatunk ki a kérdés elől, hogyan tudjuk segíteni a diákokat a hosszabb szövegű feladatok megoldásában. *Tamásné Kollár Magdolna* osztotta meg ötleteit és módszereit.



Gardev Dániel, Hartmann Botond, Kovács Dominik, Varga Sebestyén

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Tisztelgés három nagy matematikus előtt

A három nagy matematikus: Erdős Pál, Szőkefalvi-Nagy Béla és a nemrég fiatalon elhunyt Besenyei Ádám. Hogy miért pont ők? Az ő nyomdokaikban jár az új nemzedék, az Óbudai Árpád Gimnázium 12.b speciális matematika tagozatáról. Ők egy remek matematikai témájú YouTube videót készítettek. A motiváció és az egyéb részletek kiderülnek a cikkükből.

Balogh Tamás László

2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

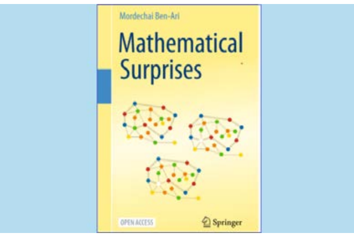
Medve Matek GO – okostelefonnal

Az okostelefonnal vándorlós feladatmegoldó csapatverseny egyik ötletgazdája, *Balogh Tamás László* írta meg a Medve Matek GO történetét. Figyelem! Márciusban ingyenesen ki lehet próbálni a Medve Matek GO-t, és a tavaszi szabadtéri csapatversenyek nevezési határideje is közeleg. Íme a részletek.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

A **KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ** ROVATBAN ELSŐSORBAN OLYAN KÖNYVEKRŐL SZERETNÉNK TUDÓSÍTANI ÉS OLYAN ELEKTRONIKUSAN ELÉRHETŐ ÍRÁSOKAT AJÁNLUNK, AMELYEK A MATEMATIKA BÁRMELY RÉSZE VAGY KAPCSOLATAI IRÁNT ÉRDEKLŐDŐK SZÁMÁRA KÍVÁNATOSAK LEHETNEK. (ROVATSZERKESZTŐ: *TÓTH JÁNOS.)*

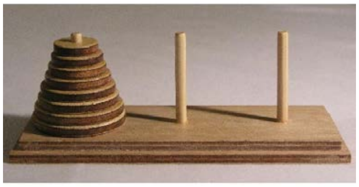


Bozóki Sándor

2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Matematikai meglepetések

Mordechai Ben-Ari, az izraeli Weizmann Institute of Science professzora egy igazi matematikai gyöngyszemmel ajándékozta meg az olvasókat. *Matematikai meglepetések* című könyve a matematika számos területéről mutat be olyan, jellemzően kevésbé ismert összefüggéseket, kapcsolódási pontokat, amelyek mind a középiskolai, mind az egyetemi oktatást megszínesíthetik. Bárki szabadon letöltheti a könyvet, olvasása *Bozóki Sándor* szerint óriási élmény.



György Szilvia

2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A differenciaegyenletek csodálatos világa

Kovács Sándor *Differenciaegyenletek* (Typotex, 2020) című könyvét szomszédos cikkünkben Insperger Tamás ismertette. Ugyanennek a műnek a recenzióját egy másik szemszögből *György Szilvia* annak bemutatásával kezdi, hogy mekkora különbségek lehetnek a differenciál- és a differenciaegyenletek, vagy alkalmazott szemlélettel fogalmazva, a folytonos és a diszkrét idejű modellek között. Amint azt a könyv előszavában is olvashatjuk, az alkalmazott és elméleti matematika bizonyos területein gyakran előbukkannak a differenciaegyenletek is.

Kovács Sándor
Differenciaegyenletek
TYPOTEX

Insperger Tamás

2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Differenciaegyenletek

Kovács Sándor *Differenciaegyenletek* című, a Typotex-nél 2020-ban kiadott művéről írt *Insperger Tamás* kedvcsináló ajánlót. A klasszikus (Kolmogorov előtti) valószínűségszámítás tudorának, Jordán Károlynak a *Calculus of finite differences* (Budapest, 1939) című monográfiája után ismét egy magyar szerző tankönyvének örülhetünk ebben a fontos témában. Akit érdekel, mi a különbség a differenciaegyenletek és a differenciálegyenletek között, olvassa el György Szilvia recenzióját is. Tovább...

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

AZ **INTERJÚ-PORTRÉ** MENÜPONT JÓL VAGY KEVÉSBÉ ISMERT MATEMATIKUSOKAT, VAGY OLYAN, EGYKOR MATEMATIKUSKÉNT VÉGZETTEKET SZERETNE BEMUTATNI, AKIK MA MÁS SZAKMA ELISMERT KÉPVISELŐI, SPORTOLÓK, MŰVÉSZEK...(ROVATSZERKESZTŐ: *OLÁH VERA*.)

Berkes István

2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Révész Pál (1934 – 2022)

A valószínűségszámítás és a matematikai statisztika nemzetközi matematikus közössége gyászolja a tavaly év végén elhunyt Révész Pál akadémikust. A szomorú hír és a hivatalos nekrológ az Érintő 2022. decemberi számában már megjelent, most *Berkes Istvánnak* a temetésen elhangzott személyes hangvételű beszédét közöljük.

Paulovics Zoltán

2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Kurics Tamás

Egy szegedi orvostechnikai cégnél dolgozom data scientistként. A cég profilja: gyógyszerrezisztens epilepsziásoknak kifejleszteni egy implantálható eszközt, ami képes arra, hogy detektálja: az illetőnek éppen rohama kezdődik-e, és ha igen, úgy meg is állítja... Persze az iparban mást kell tudni, mint az egyetemen. A definíciók, tételek helyett a kódolás, a bizonyítások helyett pedig a modellezés..., de a sok év matematikával töltött idő megtanított arra, hogy hamar elsajátítsam azt, amit kell. – *Kurics Tamással Paulovics Zoltán* készített interjút.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

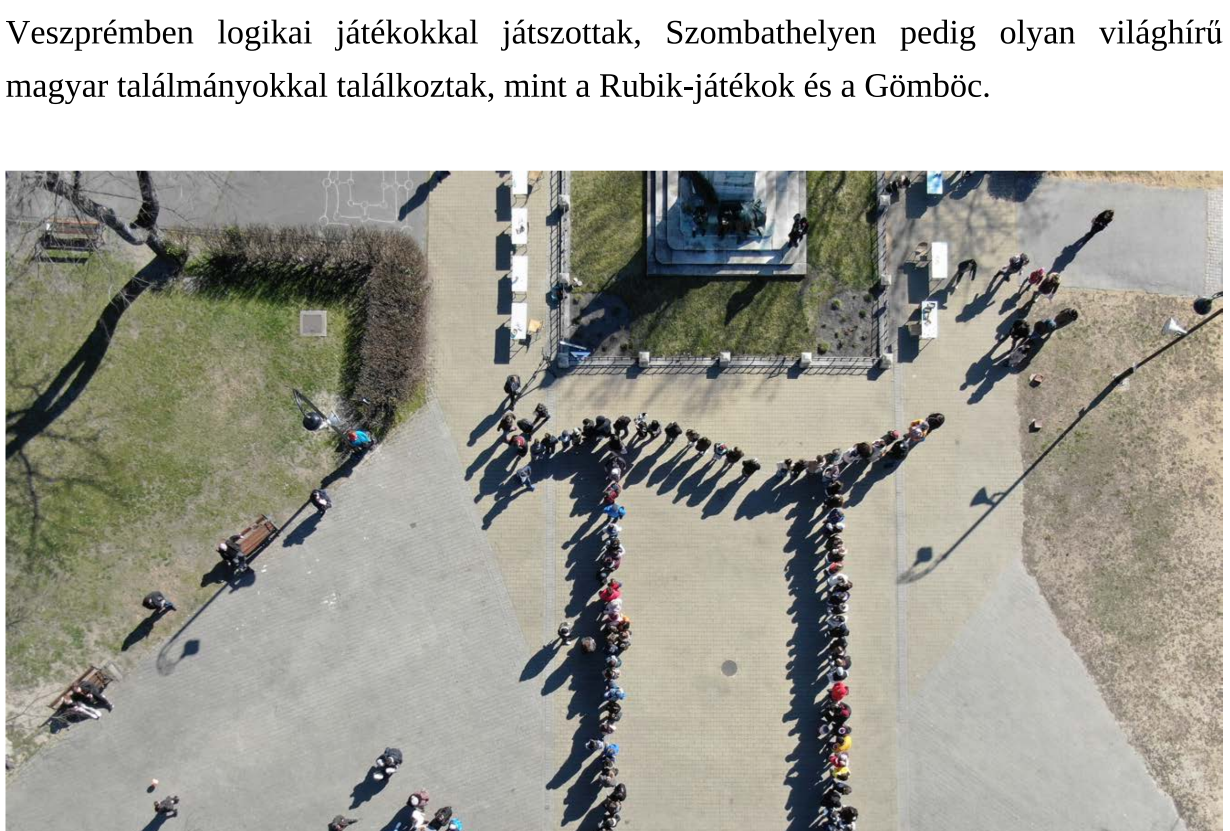
Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Szász Réka 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Matek az utcán

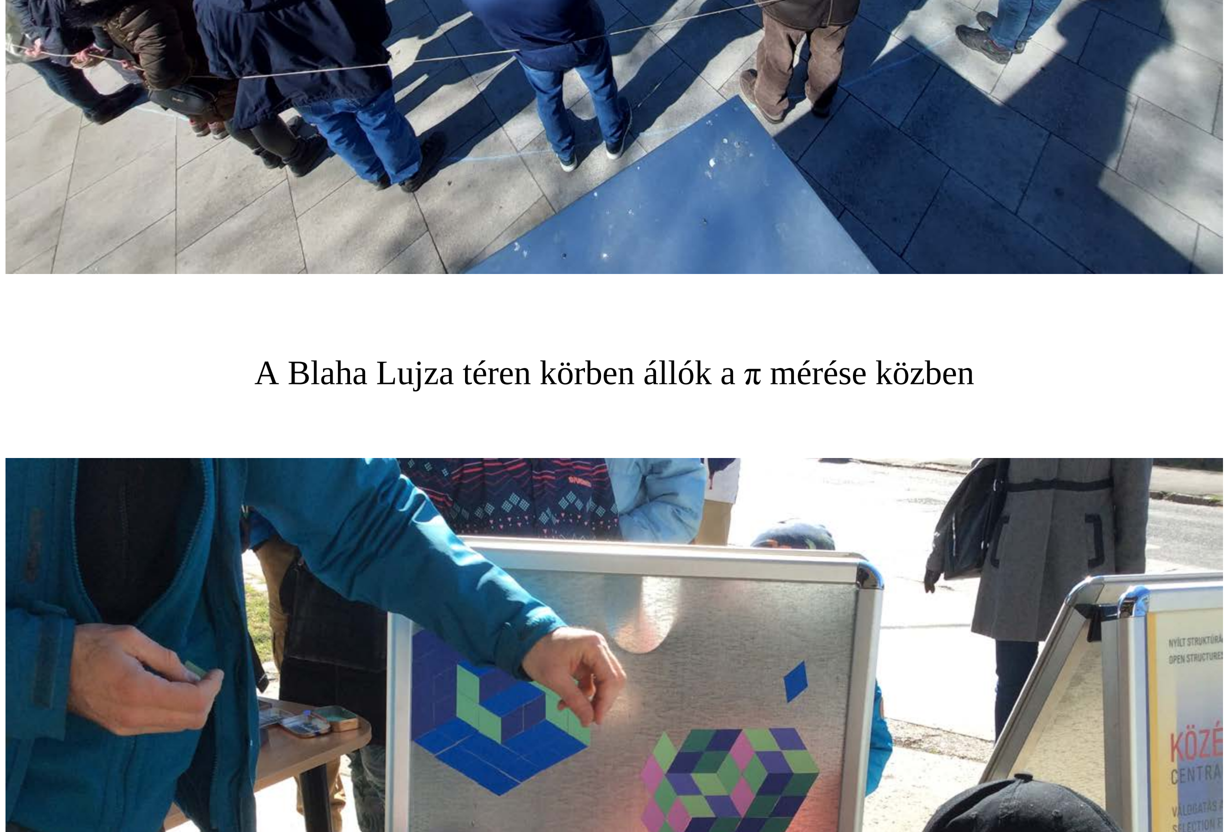
A Matematika Világnapja alkalmából a Bolyai János Matematikai Társulat az ország 7 helyszínén 70 önkéntessel rendezte meg a Matek az Utcán eseményt, ahol a járókelők a matematika ezerféle arcát fedezhették fel..

Cegléden drónfelvétel készült a π flashmobról, a szervező matematika tanárok pedig Pí-klubot alapítottak, ami egy hosszú távú szakmai együttműködés kezdete. Pest belvárosában az érdeklődők megtudhatták, hogy mi a hasonlóság egy 3D nyomtatóval készült fraktál és egy brokkoli között, míg Óbudán Vasarely egyik festménye alapján készült optikai illúziókollázs. Debrecenben a résztvevők Kairó-ötszögekkel csempézték ki az egyetem lépcsőjét, Nagykanizsán lufin vihették haza a π egy-egy számjegyét, Veszprémben logikai játékokkal játszottak, Szombathelyen pedig olyan világhírű magyar találmányokkal találkoztak, mint a Rubik-játékok és a Gömböc.



Drónfelvételen a ceglédi π

A Blaha Lujza téren körben állók a π mérése közben

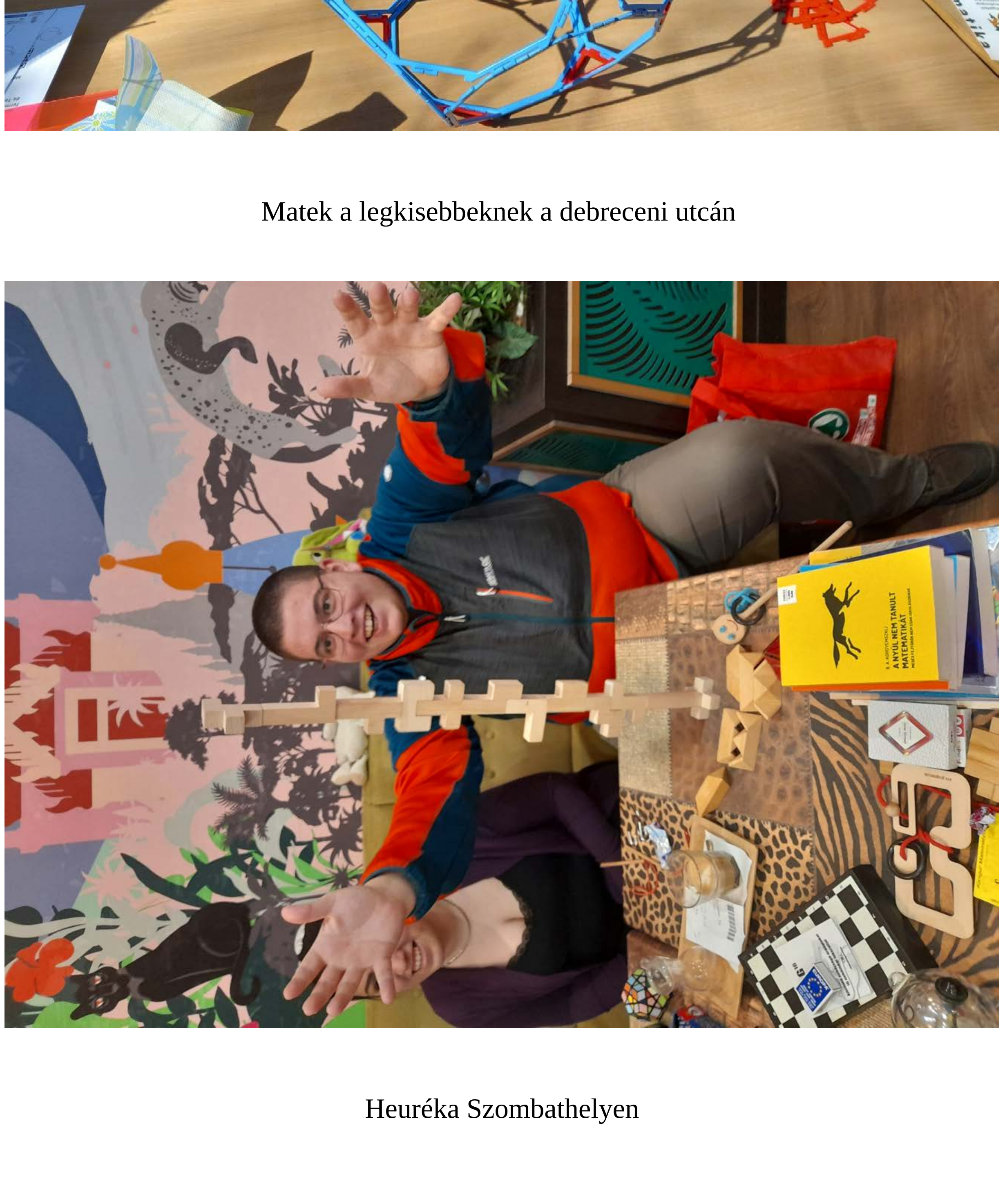


A matematika Vasarely művészetében

A Bolyai Társulat idén először csatlakozott a nemzetközi Mathematics in the Street eseményhez a Matematika Világnapja, vagyis a π nap (3. hó 14.) alkalmából. Az idei világnap azért is különleges, mert az UNESCO 2023-at Bolyai Emlékévnek nyilvánította, hiszen idén lesz Bolyai János „temesvári levelének” 200. évfordulója, amelyben a nem-euklidészi geometria felfedezését jelentette be.

A rendezvények megszervezésére országszerte 70 önként vállalkozó jelentkezett. Amikor meghirdettük a társulat tagsága és a matematikatanárok körében, hogy önkénteseket keresünk a megvalósításhoz, még remélni sem mertük, hogy ilyen sok helyszínen ennyire változatos programok lesznek. Az önkéntesek matematika tanárok, matematikusok, egyetemi hallgatók és középiskolai diákok voltak. Ők szervezték meg, találták ki és vezették le a helyi eseményeket.

Matek a legkisebbeknek a debreceni utcán



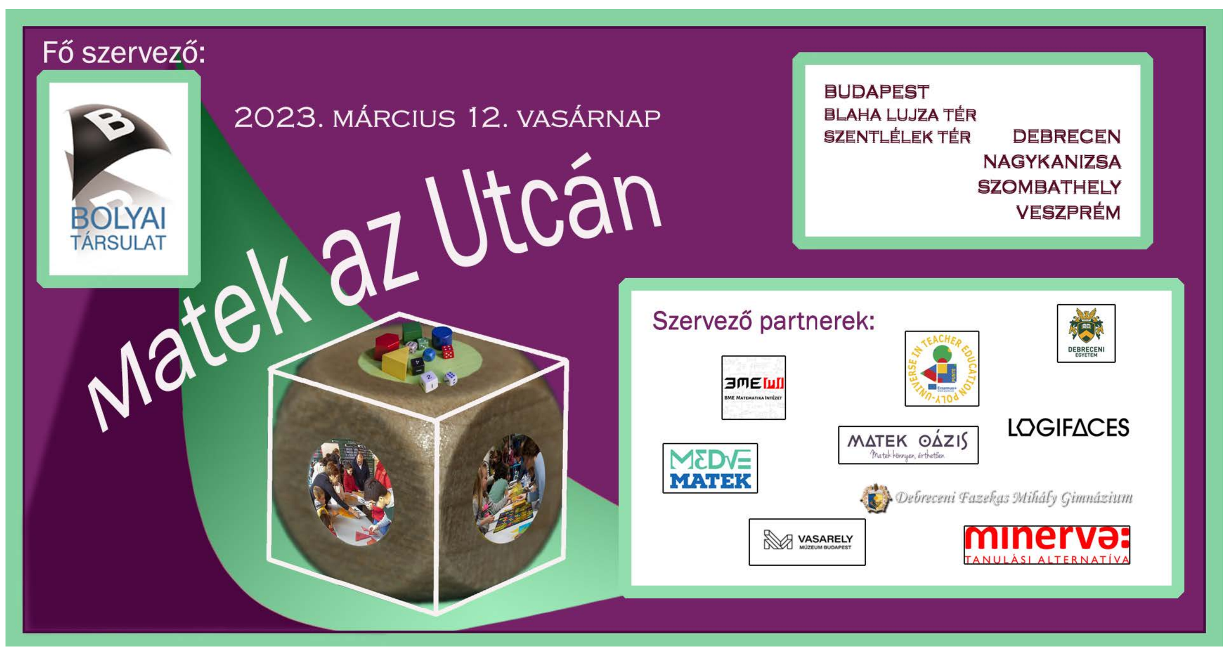
Heuréka Szombathelyen

Buffon-tűdobálás kiértékelése

A közönség körében minden korosztály előfordult: totyogók dobáltak Buffon-tűket, gyerekek versengtek aszfaltkvízben, felnőttek játszottak művészeti kirakókkal, és nyugdíjasok lépkedtek életnagyságú sakktáblán. Volt, aki csak ebédelni indult, és úgy botlott az eseménybe, volt, aki tudatosan a programra érkezett, és volt, aki a buszra várva ugrott be egy játékra. A vasárnapi matek az utcán meggyőzően illusztrálta a 2023-as Matematika Világnapja mottóját: a matematika mindenkié!

Szász Réka

Bolyai János Matematikai Társulat



Fő szervező:

BOLYAI TÁRSULAT

2023. MÁRCIUS 12. VASÁRNAP

Matek az Utcán

BUDAPEST
BLAHA LUJZA TÉR
SZENTLÉLEK TÉR
DEBRECEN
NAGYKANIZSA
SZOMBATHELY
VESZPRÉM

Szervező partnerek:

MEDVE MATEK
MATEK OÁZIS
LOGIFACES
Debreceni Fazekas Mihály Gimnázium
VASARELY
minerva TANULÁSI ALTERNATÍVA

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Pálfy Péter Pál 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Elhunyt Pelikán József

Pelikán József, az ELTE Algebra és Számelmélet Tanszékének nyugalmazott adjunktusa, az algebra lenyűgöző tudású oktatója, a matematikai versenyeknek diákkorában rendkívül sikeres résztvevője, majd évtizedeken át vezető személyisége, 2023. január 20-án váratlanul elhunyt.

A Fazekas Gimnázium legendás legelső speciális matematika tagozatos osztályának diákja volt 1962–1966 között. Kiváló versenyző volt. Csak a legkiemelkedőbb eredményeit sorolva: mind a négy gimnazista évében részt vett a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián, először ezüstérmet, azután háromszor aranyérmet szerezve, ezáltal a 12–18. helyet foglalja el a diákolimpiák örökranglistáján. 1963-ban és 64-ben korosztályában első lett a Középiskolai Matematikai Lapok pontversenyében. 1964-ben megnyerte a Magyar Televízió „Ki miben tudós?” vetélkedőjét. 1965-ben győzött az Országos Középiskolai Tanulmányi Versenyen, középiskolásként (!) második díjat kapott a Schweitzer Miklós Emlékversenyen, a Kürschák versenyen szintén második díjat nyert.

Az aranygyűrűs doktori fokozatot Ádám György, az ELTE rektora adja át Berkes Istvánnak és Pelikán Józsefnek (1975). A fotó Staar Gyula: A matematika emberi arca c. könyvében jelent meg (Vince Kiadó, 2020)

Pályája során fontos szerepeket töltött be a matematikai versenyek irányításában és a diákok felkészítésében. A Kürschák József Matematikai Tanulóverseny bizottságának 1972-től 2018-ig volt tagja, ebből nyolc alkalommal titkára. A magyar matematikai diákolimpiai csapatnak harmincegy alkalommal (1988-ban, majd 1990-től 2019-ig) volt a vezetője. Átfogó matematikai tudásával és széleskörű nyelvismeretével nagy tekintélyt vívott ki az olimpiákon résztvevő csapatok vezetőinek körében. Ennek köszönhetően megválasztották az irányító szerv, az Advisory Board tagjának, majd elnökének, amely tisztséget nyolc éven át töltötte be. Munkájának elismeréseképpen a World Federation of Mathematics Competitions szervezettől 2014-ben Erdős-díjat kapott.

A Bolyai János Matematikai Társulatba 1969-ben lépett be. A versenyek mellett több más területen is dolgozott a Társulatban: a Tudományos Szakosztály titkáraként (1972–1985), a Matematikai Lapok szerkesztőbizottságának tagjaként (1980-tól), a Választmány tagjaként (1985-től) és a küldöttgyűlések szavazatszámláló bizottságának vezetőjeként (1978–2018). Gazdag munkásságáért a Társulat 2020-ban Beke Manó-nagydíjjal tüntette ki.

Tudományos érdeklődésének fő területe az absztrakt algebra volt. Hatalmas olvasottságának köszönhetően otthon volt az algebra szinte összes területén, változatos témákból hirdetett speciális előadásokat. 1971-től 2020-ig tanított az ELTÉ-n. Az első- és másodéves matematikus hallgatóknak tartott „bevezető” algebra előadásai igen messze és mélyre vezettek, előadói stílusa és lenyűgöző tudása lebilincselte hallgatóit, évtizedek múltán is meghatározó élményként emlegetik Jocó előadásait. Kutatóként sajnos nem volt olyan sikeres, mint versenyzőként: tíz tudományos dolgozat szerzője.

Versenyzői és csapatvezetői tevékenysége a matematikán kívül a bridzséletben is jelentős volt. 1986-ban tagja volt a Taurus csapatának, amely második lett a BEK-ben. Az Európa-bajnokságokon 1985-ben a magyar női, majd 1989-ben és 1991-ben a férfi (nyílt) válogatott kapitánya volt.

Életútjának rövid összefoglalását néhány személyes emlékkel egészítjük ki, valamint egyik dolgozatának eredményeit részletesen bemutatjuk.

(Lovász László) A Fazekas Gimnáziumban a matematika órák egy részén hármunkat (Pósa Lajossal együtt) Rábai tanár úr felmentett a részvétel alól, feltéve, hogy a hátsó padokban (viszonylag) csöndben matematikával foglalkozunk. Folytak ugyan sakkjátszmák is, de betartottuk, hogy a matematikával való foglalkozás kellett, hogy domináljon. Nagyon sokat tanultunk egymástól ezek alatt az órák alatt.

Jocó legtöbbet idézett cikke egy közös cikkünk, *On the eigenvalues of trees*, amin az egyetem elvégzése utáni nyáron egy nyári iskolán kezdtünk gondolkodni, és pár hónappal később nyújtottuk be közlésre a *Periodica*-hoz. Az a tény, hogy egyáltalán lehet kapcsolat egy gráf adjacencia-mátrixának sajátértékei és gráfelméleti tulajdonságai között, igen friss és meglepő volt, és néhány egyszerű, de nem-triviális tételt sikerült bebizonyítanunk. Jól össze tudtuk tenni Jocó széles és mély algebrai tudását és az én gráfelméleti ismereteimet. A cikkben bevezetett fogalmak és ezek az első eredmények később a kémiában leltek alkalmazásra, ahol ma is írnak a „Lovász–Pelikán index”-ről.

(Lovász László és Vesztergombi Katalin) Fiatal egyetemi oktatóként írtunk Jocóval hárman egy szakköri füzetet *Kombinatorika* címmel. Eredetileg általános iskolásoknak szántuk, de már a bírálók is szóvá tették, hogy nem építettünk ugyan szinte semmilyen előzetes ismeretre, de így is túl nehéz volt általános iskolásoknak (kivéve talán a legtehetségesebbeket), és végül mint „Általános és Középiskolai Szakköri Füzet” jelent meg. Ezt a kis munkát több nyelven is kiadták.

Sokkal később, a 90-es években, a Yale egyetemen tanítottunk, és úgy láttuk, hogy régi könyvecskénk anyaga jól használható volt „kedvcsináló” kurzusokhoz diszkrét matematikából. Persze, a használathoz angolra kellett fordítani, és nagyon sok részletet megváltoztatni, kiegészíteni. Megkerestük Jocót, hogy nem volna-e érdemes egy jelentősen kibővített angol változatot kiadni, és ő lelkesen felvállalta, hogy beszáll a munkába. Így jött létre a Springer kiadónál megjelent *Discrete Mathematics: Elementary and Beyond* című könyvünk, melyet aztán ugyancsak több nyelvre is lefordítottak (ideértve a magyart is). Mindhárman élveztük a régi együttműködés felelevenítését, emlékeinek felidézését.

(Szegedy Balázs) Pelikán Jocó mitikus alak volt, legalábbis számomra és a közeli barátaim számára is. Terjedelmes megjelenése karizmatikus kisugárzással párosult. Anélkül volt tiszteletet parancsoló, hogy a hagyományos értelemben vett tisztelet szertartásait megkövetelte volna. Sőt elutasította. Már a legelső előadáson jelezte, hogy nehogy véletlenül magázzuk és hogy hívjuk csak Jocónak. Azt is mondta, hogy a szóbeli vizsgára akár fürdőruhában is jöhetünk. (Az öltöny másutt akkoriban alap volt.) Pontosan értettük, hogy ez nem lazaságot jelent, hanem azt, hogy nem lehet sokat fog követelni. És ez így is lett. Egyik zh-mra hármast adott, pedig rengeteget készültem rá. Jocó megdicsért, mert így is az egyik legjobb lett. Ritkán voltam olyan büszke az egyetemen, mint erre a hármasra. A gyakorlati jegyhez összeadta a ZH jegyeket, így nem volt gond végül. A fürdőruhás állítását pedig leteszteltük: Egyik évfolyamtársammal fogadtam 500 forintban (a 90-es évek elején ez nagy pénz volt), hogy nem mer bemenni a vizsgára fürdőruhában. Máig röhögök, mikor visszagondolok, hogy az évfolyamtársam a folyosón ledobta a ruháját, felkapott egy fecskét és lazán besétált a vizsgára. Jocó jól mulatott és végül négyest adott, ami igen jó jegynek számított nála.

Sajnos az egyetemen igen sokat lógtam, de Jocó óráját sosem hagytam ki. Kifejezetten szórakoztatónak találtam az előadásait. Mint később megtudtam, ez nála tudatos volt. Állítólag ő maga mondta, hogy az órának egyben egy show-nak is kell lennie. Imádott hatni a hallgatóságra néha egészen extravagáns állításokkal. Mikor a bilineáris formákat tanultuk és kimondta, hogy „nem-elfajuló Hermite-féle szeszkvilineáris forma”, elmosolyodott es hozzátette, hogy „ha ezt egy utcaseprőnek mondanám, akkor jól pofán vágna”. Mikor a lineáris algebrát kezdte tanítani, úgy vezette be, hogy „ez az algebra legunalmasabb és egyben a leghasznosabb része”. Ezt is nagyon jól tanította. Parasztos egyszerűséggel mondta el a mátrix-szorzást. Mikor egyszer német diákoknak elmondtam, hogy Jocó hogyan tanította, csodálkozva mondták, hogy ők sajnos nem így tanulták és igen hálásak voltak a tudásért. Jocónak szinte védjegye volt a parasztos egyszerűség es egy tiszteletet parancsoló nagyság egyedi keveréke.

Harmadév körül írtam az első cikkem csoportok reprezentációiról. Ez volt az egyik kedvenc témám, amit Jocó úgy tanított, hogy abból világos volt, hogy nagyon szereti. Teljesen meggyőzött, hogy ez az egyik legvagányabb téma, ami létezik és részben ez tüzelt fel arra, hogy próbáljak megoldatlan kérdéseken is gondolkozni a témában. Emlékszem, hogy igyekeztem olyan egyszerűen és tisztán gondolkozni, mintha Jocó gondolkozna a fejemben. Ilyen módon nagyban segítette a kutatói személyiségem kialakulását.

Jocó nem csak hatásos tanár volt, de stílusformáló erő. Szavajárása, humora, habitusa ragadós volt. Több barátomon is észrevettem ennek a nyomait, akiket tanított és akiknek fontos volt. Ezt egészíti ki, hogy egyetemista korom kocsmai anekdotáinak gyakori szereplője volt. Szerettünk róla beszélni, és ezt nem minden tanárunk érdemelte ki.

(Pálfy Péter Pál) Az 1973-as diákolimpiára betegsége miatt Reiman tanár úr nem tudott kiutazni, Jocó ugrott be helyettes csapatvezetőnek, és jött velünk Moszkvába, illetve – másokkal együtt – a felkészítésünkből is kivette a részét. Csapatunk sikeres szereplésének megünneplésére vett egy üveg pezsgőt, szállodai szobájában összegyűltünk, ám annyira felrázódott az üveg, hogy nemcsak a dugója lőtt ki, hanem a nemes ital jó része is szerteszét spriccelt, így nem sok jutott egy-egy csapattagnak. Társaimmal azóta is emlegetjük ezt az epizódot. A csapat jó eredményében bizonyára annak is szerepe volt, hogy Jocó minden kis pontocskáért megküzdött a koordinátorokkal. Nekem is szerzett egy pontot azzal, hogy ahol a kitevőben levő különbséget – értelmetlenül – zárójelbe tettem, azt kimagyarázta, hogy csak görbére sikerült az abszolút érték jele – az kellett volna ugyanis a jó megoldáshoz.

Az egyetemen gyakorlatvezetőm volt Jocó, és én is úgy jártam, mint Szegedy Balázs. Bár már akkor elköteleződtem az algebra iránt, míg más tárgyakból könnyedén megírtam ötösre a dolgozatokat, az algebra zh-mra hármast kaptam. A felsőbb évfolyamokon több specijére jártam, lenyűgözött, ahogy nagyon összetett bizonyításokat érthetővé, követhetővé tudott tenni. Hírhedt szigorúsága az évek teltével enyhült, amikor együtt szigorlatoztattunk, akkor leggyakrabban azonosan ítéltük meg a vizsgázók teljesítményét, ha pedig mégis különböző jegyet gondoltunk adni, akkor általában én ajánlottam a gyengébbet.

(Szőnyi Tamás) Az Algebra előadást valószínűleg először az 1976-ban indult matematikus évfolyamnak tanította Pelikán Jocó. Másodéven vette át az évfolyamot, rövid idő alatt befejezte a lineáris algebrát, majd áttért absztrakt algebrára. Előadásai nagyon koncentráltak, mélyek, motiválóak voltak. Figyelembe véve az előadások sebességét is, voltak, akik nem, vagy csak nehezen vették fel a tempót, de az évfolyam jelentős részét terelte az algebra irányába, olyanokat is, akik később egészen más területen kezdtek dolgozni. Számukra meghatározó élményt jelentettek Jocó előadásai.

Jocónak az 1969 augusztusi balatonfüredi konferencia kötetében publikált dolgozata blokkrendszerekhez kapcsolódik. A blokkrendszer blokkjai valamely v-elemű alaphalmaz bizonyos k-elemű részhalmazai, melyekre az is teljesül, hogy bármely két ponton ugyanannyi blokk megy át. Más terminológiával ezeket BIBD-nek szokták nevezni (balanced incomplete block design). A dolgozat három blokkrendszerekre vonatkozó izgalmas és aktuális kérdést vizsgál. Az első a 2-3 BIBD-ek létezése, azaz a $k=3, \lambda=2$ eset vizsgálata (a $k=3, \lambda=1$ eset a klasszikus Steiner-hármasrendszerek esete). Ezekre több szép rekurzív konstrukciót ad meg, amelyek segítségével minden olyan v-re, ami nem 2 maradékot ad 3-mal osztva meg tud adni ilyen 2-3 BIBD-et. Kiindulásul a $v=4$, 6, 7 esetben egy-egy konkrét példát mutat. A másik probléma a BIBD-k kromatikus számának meghatározása. Ezzel kapcsolatban belátja, hogy minden Steiner-hármasrendszer kromatikus száma legalább 3 és megkezdi a kételemű test fölötti projektív terek vizsgálatát. A kérdés aktualitását és érdekességét mutatja, hogy Alex Rosa lényegében ugyanekkor kezdte meg a kérdés vizsgálatát.

A dolgozat legnagyobb része BIBD-ek reprezentáns rendszereivel foglalkozik, és itt is három problémát vizsgál. Ezek olyan ponthalmazok, amelyek minden blokkot metszenek. Manapság lefogó ponthalmaznak szokták nevezni, és véges geometriákban vizsgálatuk fontos szerepet játszik. Jocó belátta, hogy egy ilyen reprezentáns rendszer legalább $(v-1)/(k-1)$ pontot tartalmaz, és egyenlőség esetén a pontok rész-BIBD-t alkotnak. Ez egy nagyon általános és elegáns tétel, melynek azonnali következménye, hogy projektív térben a legkisebb, egyeneseket lefogó ponthalmaz hipersík. Figyelmét a projektív síkokra koncentrálja és megvizsgálja, hogy mi a legkisebb egyenest nem tartalmazó lefogó ponthalmaz legfeljebb hetedrendű síkokon, továbbá példát ad q-adrendű, testre épített projektív síkban $2q-1$ és annál kevesebb pontú lefogó ponthalmazokra. Érdemes megjegyezni, hogy a kisrendű síkokról ugyanebben az évben jelent meg Jane Di Paola egy cikke (aki még a 8- és 9-rendű síkokat is el tudta intézni). A legérdekesebb rész Jocó cikkében a legkisebb, egyenest nem tartalmazó lefogó ponthalmaz méretére adott alsó becslése, nevezetesen, hogy ez legalább $n+\sqrt{n}/\sqrt{2}$, azaz az egyenes méreténél ($n+1$-nél) jóval nagyobb. Itt Aiden Bruen lényegében ugyanekkor tudott egy még jobb alsó becslést bizonyítani ($n+\sqrt{n}/\sqrt{2}$ helyett $n+\sqrt{n}+1$-et látott be, ami bizonyos esetekben éles). Bárány Imre információja szerint kicsit később, kijevi részképzése során Jocó is belátta az éles alsó korlátot, de azt már nem publikálta, mivel Bruen dolgozata(i) időközben megjelent(ek). Mindkét bizonyítás kombinatorikus, de lényegesen különböznek.

A megemlékezést összeállította: Pálfy Péter Pál

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Néhány további visszaemlékezés, interjú

Elhunyt Pelikán József matematikus

Nem elég sejteni – Interjú diákolimpiai csapatunk felkészítőjével – szabadfold.hu, 2014.07.16.

Magyar Bridzs Szövetség nekrológja – 2023.01.28.

Merre kalandozik Pelikán tanár úr, ha rosszul alszik? – vasarnapihirek.hu, 2014.07.20.

Ketten a „Fazekas” első matematika tagozatos osztályából (Pelikán József, Lovász László) – tudomany.blog.hu, 2018.08.28.

A matematika dicsérete – Lágymányosi portrék – Tétékás nyúz, 2009.12.02. 7–8. oldal

https://tudomany.blog.hu/2023/02/05/staargyulabeszelgetesepelikanjozsefmatematikussal

https://tudomany.blog.hu/2023/02/05/staargyulabeszelgetesepelikanjozsefmatematikussal2resz

Varga Ferencné 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Kettős centenáriumi megemlékezés a Bolyai Intézetben

Az I. világháború következményeként a Kolozsvárról menekülő egyetem a Dél-Alföld régi óhaját kielégítve 1921 októberében Szeged városában kapott végleges elhelyezést. Az eltelt száz évben a Ferenc József Tudományegyetem (1921. okt. 9. − 1940. okt. 16.), a II. világháború alatt Horthy Miklós Tudományegyetem, ezután Szegedi Tudományegyetem (1945. május 15. − 1962. aug. 31.) később József Attila Tudományegyetem (1962. szept. 1. − 1999. dec. 31.), s végül 2000. jan. 1-től a szegedi és hódmezővásárhelyi felsőoktatási intézmények egyesítése révén létrejött Szegedi Tudományegyetem a várossal együtt lélegezve, azt egyre inkább behálózva fejlődött, és próbált megfelelni az egyre újabb kihívásoknak.

Nem meglepő, hogy a 2021/22-es tanév a visszatekintésről szólt egyetem-szerte. (Egyetem, centenáriumi ünnepségek: https://u-szeged.hu/centenarium)

A Bolyai (Matematikai) Intézet tagjaiként kicsit később tisztelegtünk elődeink előtt, 2022. október 7-én. Az ok igen egyszerű: nemcsak a Riesz Frigyes és Haar Alfréd által elindított szegedi egyetemi matematika oktatásra és tudományszervezésre hívtuk fel a figyelmet ekkor, hanem a régóta megálmodott első magyarországi, matematikai tematikájú, több nyelven közlő szakfolyóiratra, a szegedi Actára is, amelynek első füzete 1922. július 29-én jelent meg, s immár a világ 20 legrégebbi, jelenleg is működő matematikai folyóirata közé tartozik.

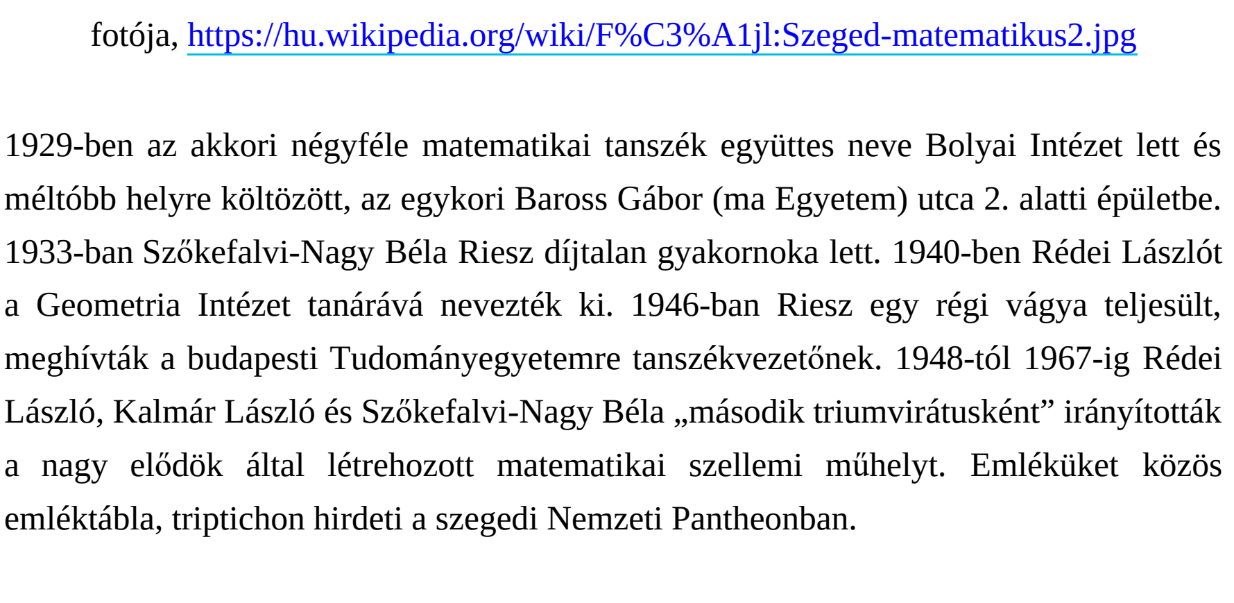
Néhány szó a kezdetekről

Az 1921 októberében Szegeden a Dugonics téri központi épület három szobájában indult matematikai iskola a kolozsvári elődök (pl. Vályi Gyula, Farkas Gyula, Klug Lipót, stb.) szellemiségét vitte tovább Riesz Frigyes és Haar Alfréd vezetésével. Hozzájuk csatlakozott 1925-ben Kerékjártó Béla (aki 1938-ban Budapestre távozott). 1933-ig, Haar haláláig hármuk neve fémjelezte a szegedi matematika aranykorát. Ma őket nevezzük az „első triumvirátusnak”. Munkájukat Radó Tibor segítette tanársegédként. 1926-ban Lipka Istvánnal, 1927-ben Kalmár Lászlóval bővült a szegedi matematikai iskola magja.

RIESZ FRIGYES 1880 1956
HAAR ALFRÉD 1885 1933
A SZEGEDI MATEMATIKAI ISKOLA VILÁGHÍRŰ MEGALAPÍTÓI

Riesz Frigyes (1880-1956) és Haar Alfréd (1885-1933) emléktáblája a szegedi Nemzeti Pantheon falán (Borsos Miklós alkotása), Váradi Zsolt fotója, https://hu.wikipedia.org/wiki/F%C3%A1jl:Szeged-matematikus2.jpg

1929-ben az akkori négyféle matematikai tanszék együttes neve Bolyai Intézet lett és méltóbb helyre költözött, az egykori Baross Gábor (ma Egyetem) utca 2. alatti épületbe. 1933-ban Szőkefalvi-Nagy Béla Riesz díjtalan gyakornoka lett. 1940-ben Rédei Lászlót a Geometria Intézet tanárává nevezték ki. 1946-ban Riesz egy régi vágya teljesült, meghívták a budapesti Tudományegyetemre tanszékvezetőnek. 1948-tól 1967-ig Rédei László, Kalmár László és Szőkefalvi-Nagy Béla „második triumvirátusként” irányították a nagy elődök által létrehozott matematikai szellemi műhelyt. Emléküket közös emléktábla, triptichon hirdeti a szegedi Nemzeti Pantheonban.



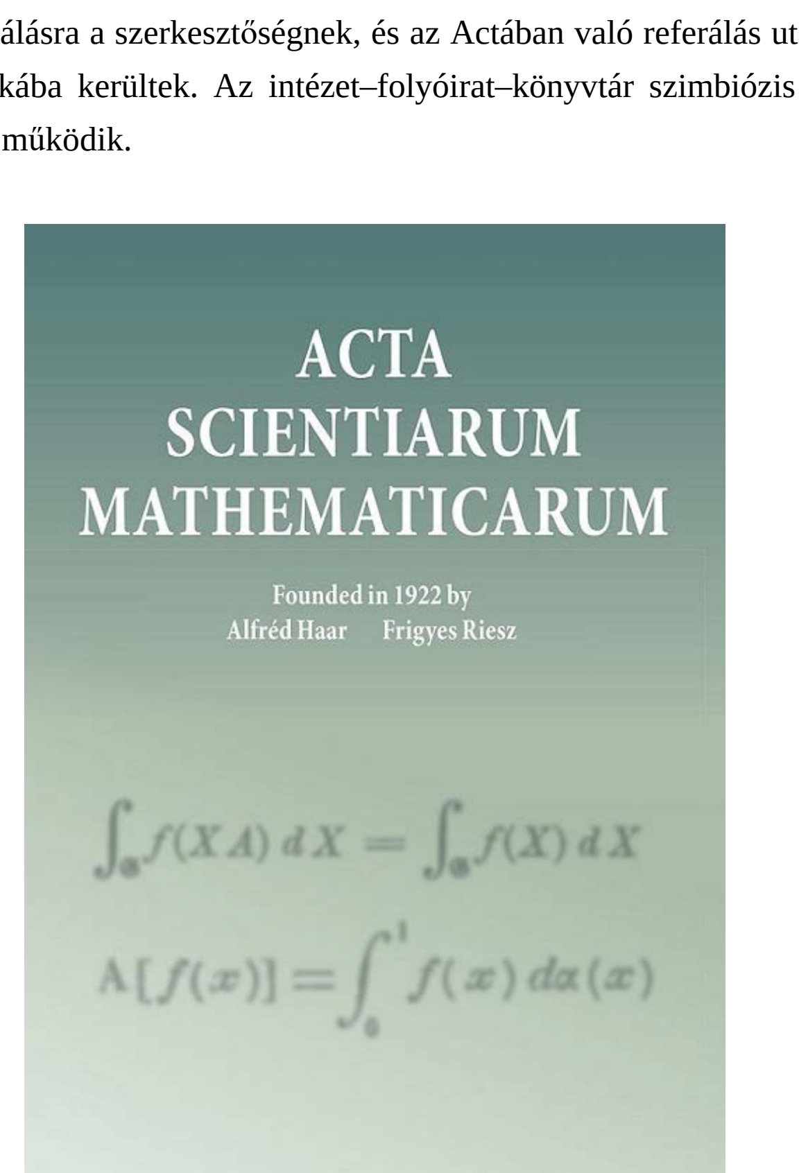
Matematikusok a szegedi Pantheonban: Rédei László, Kalmár László, Szőkefalvi-Nagy Béla; (Kalmár Márton alkotása) Szeged; 2005 Váradi Zsolt fotója, https://hu.m.wikipedia.org/wiki/F%C3%A1jl:Szeged-matematikus1.jpg

1951-től megtöbbszöröződött a matematikatanár-jelöltek száma. Az intézet kinőtte az akkori helyét. 1952-ben mai helyére, az Aradi vértanúk tere 1. szám alatti épület első emeletére költözött, a második emeleten pedig tágas tantermeket kapott. (Az épületben korábban a városi kegyesrendi gimnázium működött.) Az egyetemi köznyelvben ettől kezdve az épületet is csak „a Bolyai”-ként emlegetik.

Mind az oktatáshoz, mind a kutatáshoz nélkülözhetetlen segédeszköz a könyvtár. Ezért az első pillanattól kezdve nemcsak az egyetemi könyvtári gyűjteményt kezdték el kialakítani, hanem ezzel párhuzamosan Rieszék egy különálló színvonalas matematikai szakgyűjtemény létrehozásán fáradoztak. A volt kolozsvári hallgatók által kikölcsönzött könyveket Szegedre kérték visszahozni. Sikerült elérni, hogy néhány tudós (Demeczky Mihály, Farkas Gyula, Scholtz Ágoston) házi könyvtára a szegedi Matematikai Szemináriumba kerüljön. Így az 1920-as évek végére már közel 3000 kötetes állományúvá nőtt a matematikai könyvtár.

Ám a szakkönyvtár nemcsak könyvek tárháza. Ugyanilyen fontos, de lényegesen nehezebb egy minél szélesebb körű szakfolyóirat gyűjtemény kialakítása. Ennek igen jelentős segítője volt a Riesz és Haar által 1922-ben elindított, később világszerte ismertté vált, kezdetben *Acta Litterarum ac Scientiarum Regiae Universitatis Hungaricae Francisco-Josephinae. Sectio Scientiarum Mathematicarum* című matematikai folyóirat, amelyet a vezető referáló folyóirat (Mathematical Reviews) röviden *Acta Sci. Math. (Szeged)* alakban idéz. Néhány év elteltével már számos cseremegállapodást sikerült megkötni. Ezek segítségével nemcsak európai, de orosz és japán folyóiratok is megjelentek a könyvtárban. Főként a szegedi Actának köszönhető, hogy a harmincas évekre választékában is, minőségében is az ország leggazdagabb matematikai szakfolyóirat-tárává nőtte ki magát a Matematikai Szeminárium Könyvtára.

A könyvgyarapítás jelentős forrását is jelentette az Acta, mivel számos kiadó küldte meg kiadványait referálásra a szerkesztőségnek, és az Actában való referálás után a könyvek a könyvtár birtokába kerültek. Az intézet–folyóirat–könyvtár szimbiózis a mai napig ehhez hasonlóan működik.


ACTA SCIENTIARUM MATHEMATICARUM
Founded in 1922 by Alfréd Haar · Frigyes Riesz
$\int_{\mathfrak{S}} f(XA)\,dX = \int_{\mathfrak{S}} f(X)\,dX$
$A[f(x)] = \int_0^1 f(x)\,d\alpha(x)$
Birkhäuser

A Centenáriumi ülés

A kerek évforduló alkalmából 2022. október 7-én *A szegedi matematika 100 éve* címmel Centenáriumi ülést szervezett a Bolyai Intézet, amelyen mintegy százan vettek részt. A rendezvény honlapján nemcsak a programot találjuk, de az előadások felvételeihez, fotókhoz, a Bolyai Intézet történetének különféle érdekességeihez is eljuthatunk.

Az ünnepi ülésen öt előadás hangzott el:

Az első előadó Totik Vilmos volt, aki 1973-ban került egyetemistaként a szegedi egyetem Bolyai Intézetének falai közé, s azóta is hűséges az itteni közösséghez. *Pillanatképek a Bolyai Intézet elmúlt 100 évéből* című visszaemlékezésében fölidézte azon szegedi matematikusok alakját, akik fontos szerepet játszottak az intézet életében és/vagy jelentősen hozzájárultak az intézet hírnevének emeléséhez. A névsor meglehetősen hosszú. Szóba kerültek a TEX előtti korszak cikkírási buktatói, illetve az első itteni TEX kézikönyv, amelyet egy kockás füzetbe írtak (ez azóta is megtalálható a Bolyai Intézet irodájában). Fontos szerepet játszó munkatársként méltatta Lovász Lászlót is, mintegy fölvezetve a következő előadást.

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
További információ

Másodikként Lovász László mesélt: *Mi volt számomra Szeged és a matematika?* címmel. Élménybeszámolójából kiderült, hogy az 1975 és 1982 között itt töltött 7 év életének kellemes, fontos és hasznos időszaka volt. Családtagjai szerint is a legboldogabb évek voltak a szegediek. Többek között elmesélte ifjúkori találkozásait szegedi matematikusokkal vagy matematikai problémákkal, amelyek fiatalkori gondolkodására nagy befolyással voltak.

Vajda Tamás, egyetemünk levéltárának vezetője folytatta a sort. *A kolozsvári egyetem Szegedre kerülése és első évei* címmel mesélt a régmúltról, az egyetem történetéről, mindig kitérve a matematikai vonatkozásokra. Különösen érdekes volt az 1919-es év tavaszának története, amelyet szinte napról-napra, óráról órára követhettünk szavai és a bemutatott dokumentumok nyomán.

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
További információ

Őt követte Molnár Lajos *A szegedi Acta első 100 éve* című méltatása, mely a *European Mathematical Society Magazine* c. folyóirat 2022. decemberi számában megjelent cikkén alapult. A cikk magyarul olvasható az Érintő mostani számában, itt. Az előadó neves elődök nyomába lépve 2018 óta az Acta Sci. Math. főszerkesztője. Az azóta eltelt rövid idő alatt elérte, hogy a folyóirat megújuljon. A szerkesztőbizottságot a nemzetközi kutatás élvonalába tartozó kutatókkal sikerült gyarapítania, a folyóirat kiadása pedig nemzetközi tudományos kiadók között is vezető szerepű Springer kiadóhoz került. Ennek köszönhetően a szegedi Acta nemzetközi láthatósága is jelentősen javul.

Ezután következett Szőkefalvi-Nagy Erzsébet *Hagyatékok tükrében – érdekességek a Bolyai Intézet és az Acta történetéből* című, személyes hangvételű emlékidézése. 2022. év tavasza folyamán a családi felajánlást elfogadva a Bolyai Intézet könyvtárába került a Szőkefalvi-hagyaték (nagyrészt Szőkefalvi-Nagy Béla, kisebb részt édesapja, Szőkefalvi Nagy Gyula matematikai munkássága) tudományos része. Jelenleg a bekerült dokumentumok (könyvek, kéziratok, levelezések stb.) áttekintése, rendezése zajlik, ezt előadónk (Szőkefalvi-Nagy Béla lánya), aki maga is könyvtáros, végzi. A hatalmas anyagból nem matematikus szemmel, hanem inkább történeti szempontból érdekes dokumentumokat, leveleket választott bemutatásra, amelyek a kezdetektől az 1990-es évekig a Bolyai Intézet és az Acta hihetetlenül kiterjedt nemzetközi kapcsolatait és tudományos súlyát támasztották alá. Jónéhány kiadástörténeti érdekességre is fény derült. Az egyik legfontosabb „lelet” a Kultúra Kiadó egy 1960-as levele volt, amely a nagyon keresett Acta első 30 évének köteteit fotomechanikus eljárással, tehát változatlan impresszummal történő újra kiadását megelőző tárgyalások feltételeit rögzíti.

Az előadások kiegészítéseként vendégeink megtekinthették a Bolyai Könyvtár által összeállított kamara-kiállítást és az ehhez kapcsolódó diavetítést.

Látható volt többek között:

- az SZTE Bolyai Intézet által 2017-ben kapott Magyar Örökség Díj emléklapja és a hozzá kapcsolódó laudáció; az eseményről bővebben: itt és itt.
- könyvtári leltárívek az 1920-30-as évekből;
- neves matematikusaink által kézzel írt könyvtári katalógus cédulák 1940 előttről (az ezeken leírt könyvek még mindig a Bolyai Könyvtár állományának részei);
- Neumann – Haar levél 1932-ből; a levélről bővebben lásd [1];
- Riesz levelei 1944. év folyamán – tartalmuk kortörténeti adalék is: papírhiány miatt nem tudják az Acta soron következő füzetét kiadni; pontosabban lásd a diavetítéseknél;
- Riesz Frigyesről 1936-ban készült festmény fotója. A fotót Simor Ferenc ajándékozta Szőkefalvi-Nagy Bélának 1976-ban. (Simor Ferenc közgazdászként dolgozott és a szegedi közéletnek egy fontos alakja volt.) A festményről ezen a fotón kívül nem találtunk semmilyen információt;
- Szőkefalvi-Nagy Béla 1960. október 21-22-én Pekingben tartott „*Unitér dilatációk és alkalmazásaik*” illetve „*A kvantummechanika felcserélési relációiról*” című német nyelvű eladásaihoz írt kínai nyelvű kivonatok;
- Neumann János 1947. máj. 26-án írt ajánló levele Szőkefalvi-Nagy Béla részére, akit ezután 1948-ban kineveztek az Ábrázoló geometriai intézet igazgatójának;
- ízelítő Fodor Géza karikatúráiból, melyeket kollégáiról készített;
- néhány kézzel írt és litografált Haar és Riesz előadásjegyzet a Bolyai Könyvtár tulajdonából valamint az Sz.-Nagy hagyatékból: Haar Alfréd *Parciális differenciálegyenletek* előadásának saját kézzel való leírása, befejezve Kolozsvárt 1919 június 10-dik napján;
- Sz. Nagy Gyula Differenciálgeometria jegyzetének tankönyvvé válása – az 1939/40-es tanévben gépelt és rengeteg kézzel írt korrekcióval kiegészített jegyzettől az 1979-ben kiadott tankönyvig;
- „legek” a Bolyai Könyvtárból – a Crelle-Journal első kötete 1826-ból, Maróthi Arithmetica 1793-ból, a legelső, Kalmár László által szervezett kibernetikai szeminárium - *A matematikai logika műszaki alkalmazásai* – eredeti jegyzőkönyve 1956-ból.

Egy igen kellemes és információban gazdag, jó hangulatú napot tölthettek együtt határainkon innen és túlról érkező vendégeink, amelyet a rendezvényen készült fotók is igazolnak, közülük néhányat itt is bemutatunk:

Az érdeklődő olvasók további információkat találhatnak az alábbi oldalakon:

A Haar-mérték születésének érdekességei:

[1] Varga Ferencné és Szabó Péter Gábor: *Elmélkedések egy Neumann-Haar-levél ürügyén*, Polygon **25**(2018):1, 1-12 p. [https://univ.bibl.u-szeged.hu/62971/]

A Bolyai Intézet története részletesebben:

http://www.math.u-szeged.hu/mathweb/index.php/hu/erdekessegek/a-bolyai-intezet-toertenete

Évfordulós Emlékcsarnok a Klebelsberg Könyvtárban:

http://staticweb.bibl.u-szeged.hu/webmuzeum/evfordulo/

A szegedi matematikai iskola egy sajátos szemszögből:

https://edu.ek.szte.hu/szegedi-tudosok-a-halozatban/a-szegedi-matematikai-iskola/

A második triumvirátus:

https://tudomany.blog.hu/2018/02/28/csakany_bela_a_masodik_triumviratus

Varga Ferencné

SZTE Bolyai Intézet Könyvtára

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Szerkesztő 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

A Bolyai Társulat 2022-es évi díjai

Beke Manó Emlékdíj

A BJMT minden évben kiosztott díjai közül a legrégebbi a Beke Manó Emlékdíj, amely hosszabb időn át végzett kiváló és eredményes matematikai nevelő-oktató munkáért adható ki. 2022-ben a nyár elején megrendezésre került Rátz László Vándorgyűlésen osztották ki a Beke Manó díjakat. A díjazottak:

Burom Mária,

Göncfalviné Cseh Éva,

Kiss Zoltán,

Nagyné Lelkes Ildikó,

Szántó Zsuzsanna,

Székeli Andrea,

Tóth Mariann.

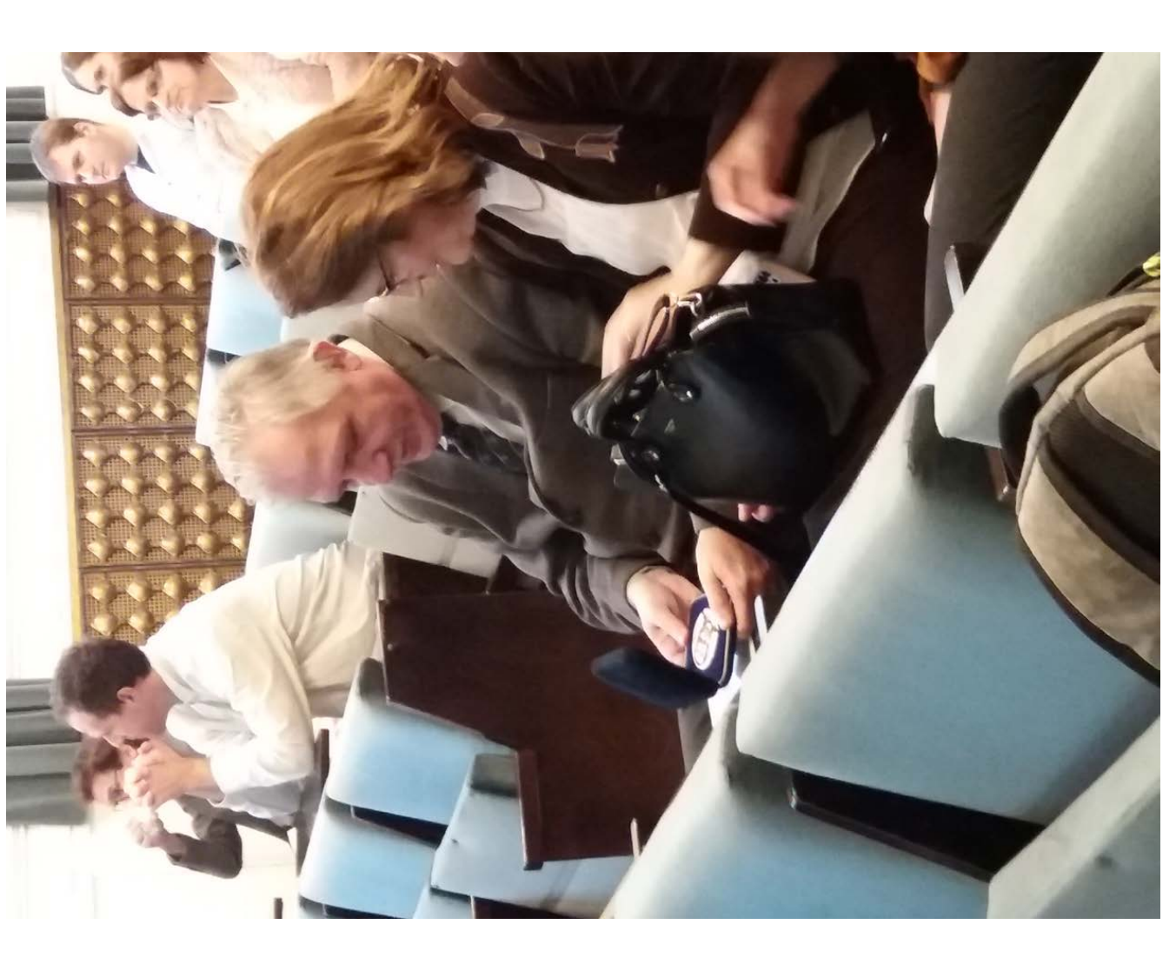
Méltatásukat a https://www.bolyai.hu/dijak-beke-mano-emlekdij oldalon olvashatják.

2022. december 16-án került sor a további díjak átadására és a Schweitzer és Kürschák versenyek eredményhirdetésére a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Nagytermében.

Szele Tibor Emlékérem

A 2022. évi Szele Tibor Emlékérem kitüntetettje **Hajdu Lajos**, a Debreceni Egyetem Matematikai Intézetének egyetemi tanára, az MTA doktora.

Hajdu Lajos rendkívül tehetséges, sikeres és sokoldalú matematikus, aki a tudományos utánpótlásnevelés területén is igen komoly eredményeket tud felmutatni. Fő kutatási területe a diofantikus számelmélet, amelyben számos fontos, nagyhatású eredményt publikált szerteágazó területeken. Tudományos tevékenységének nemzetközi visszhangja igen jelentős. Tudományszervezői, tehetséggondozói és témavezetői tevékenysége is kimagasló, amelynek itt olvashatják részleteit.



Hajdu Lajos a Szele Tibor Emlékéremmel

Grünwald Géza Emlékérem

2022-ben a Grünwald Géza Emlékérmet a matematikai alapkutatásban kiemelkedő fiatal, az 1992-ben született **Damásdi Gábor** kapta. Matematikus alap-, majd mesterszakos tanulmányait az Eötvös Loránd Tudományegyetemen végezte, majd 2018-tól ugyanitt doktori hallgató. Jelenleg az ELTE Matematikai Intézet doktorandusza és tanársegédje, valamint a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet tudományos segédmunkatársa.

Damásdi Gábornak 9 cikke jelent meg nemzetközi folyóiratokban, további 4 pedig konferenciakötetekben. Főleg kombinatorikai, illetve diszkrét geometriai kérdéseken dolgozik, eredményei közül több a téma legrangosabb fórumain került publikálásra. Önálló munkájában sikerült igazolnia egy, a Hadwiger-Nelson problémához kapcsolódó sejtést, megmutatva, hogy az ún. odd wheel gráfok nem páratlan távolság gráfok. Több cikkében bizonyos geometriai hipergráfok polikromatikus színezéseivel foglalkozik. Pach, Tardos és Tóth egy korábbi eredményét kiterjesztve megmutatta, hogy bármely *m*-hez létezik olyan síkbeli ponthalmaz, amelyet bárhogyan is színezünk 3 színnel, lesz a pontok között *m* darab, amelyek egyszínűek, és elválaszthatóak a többi ponttól egy kör segítségével. Nemrég azt is sikerült igazolnia, hogy hasonló konstrukció egységkörökkel, sőt, semelyik síkbeli konvex halmaz eltoltjaival sem lehetséges. Ennek bizonyításához a közelmúltban Bousquet, Lochet és Thomassé által bizonyított Erdős–Sands–Sauer–Woodrow sejtés egy általánosítását is belátta, valamint a probléma és a híres Hadwiger-féle megvilágítási sejtés közötti összefüggést is igazolta.

Farkas Gyula Emlékdíj

A Farkas Gyula Emlékdíjat olyan kutatók kaphatják meg, akik 35-ik életévüket még nem töltötték be, lehetőleg PhD fokozattal rendelkeznek, és jelentős tudományos tevékenységet folytattak az alkalmazott matematika területén. 2022-ben a négy díjazott:

Baráth Dániel (ETH Zürich),

Cseh Ágnes (KRTK Közgazdaságtudományi Intézet),

Juhász Nóra (SZTE Bolyai Intézet),

Horváth Márkó (SZTAKI).

Méltatásukat itt tekinthetik meg.

Rényi Kató Emlékdíj

2022-ben a Bolyai János Matematikai Társulat négy jelöltnek ítélte oda a Rényi Kató Emlékdíjat.

Jung Attila a díj I. fokozatát, Grünfelder Balázs, Tóth Péter és Vékássy Áron pedig a díj II. fokozatát nyerte el.

Jung Attila az Eötvös Loránd Tudományegyetem Matematika Doktori Iskolájának elsőéves hallgatója. Már BSc hallgatóként aktív kutatói tevékenységet végzett témavezetőjével, Naszódi Mártonnal. Először Helly-típusú tételekre adtak kvantitatív becslést, mely hiányterületnek számít az adott témában. Az ebből készült tanulmányt TDK első díjjal, OTDK harmadik díjjal jutalmazták, az eredményeket bemutató cikk a rangos *European Journal of Combinatorics-ban* jelent meg.

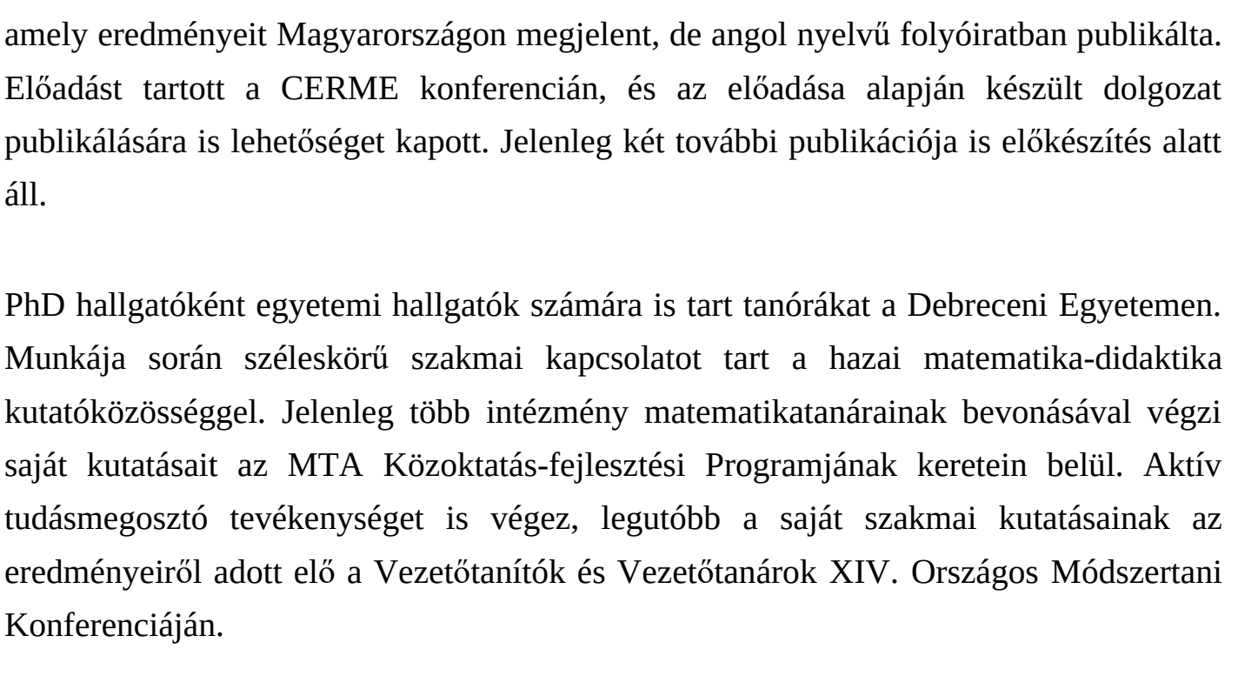
Ezen eredmények folytatása és bizonyos értelemben általánosítása az a munka, amely hipergráf láncok Helly-típusú tételeivel foglalkozik. Itt ismert egzisztencia tételekre adott kvalitatív becslést, mely bizonyos esetekben éles is. Ezen eredmények a *34. Canadian Conference of Computation Geometry* konferencián kerültek bemutatásra.

Emellett megemlítendő, hogy Jung Attila megoldott egy Katona O.H. Gyula által felvetett kérdést is hipergráfok árnyékával kapcsolatban.

Grünfelder Balázs a Szegedi Tudományegyetem Matematika Doktori Iskolájának elsőéves hallgatója. Egyetemi tanulmányai alatt kezdett témavezetőjével, Fodor Ferenccel, sztochasztikus geometriai kérdésekkel foglalkozni. Kutatása, mely síkbeli alakzatok általánosított véletlen sokszögekkel való közelítésének aszimptotikus tulajdonságait vizsgálja, a sztochasztikus geometria egy aktívan kutatott területe. Eme munkában elsősorban egy sima határú síkbeli konvex alakzat véletlen részhalmazainak speciális konvex burkát tanulmányozták. Ezen konvex burok szögeinek számának szórására, illetve a kimaradó terület szórására adtak éles alsó becslést, melyet összevetve a korábban ismert felső korlátokkal megállapítható a pontos nagyságrend. Az eredményekből készült publikáció a rangos *Documenta Mathematica* folyóiratban jelent meg. Emellett a jelölt TDK első díjat és OTDK Különdíjat kapott az ehhez kapcsolódó munkájáért.

Tóth Péter a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskolájának elsőéves hallgatója. Kutatásai során Boros Zoltán témavezetése mellett először olyan teljesen rendezett halmazokat konstruált, melyekben igaz a Cantor-axióma és a nyílt metszet tulajdonság, ám nem teljes, azaz nem teljesíti a legkisebb felső korlát tulajdonságot. Az eredményeket TDK első és OTDK második díjjal jutalmazták, emellett a *Mathematica Pannonica* folyóiratban kerültek közlésre. A jelölt másik, önálló kutatása Boros Zoltán kétdimenziós függvényegyenletek folytonos megoldásainak karakterizációjára vonatkozó eredményeit általánosítja magasabb dimenzióban. Az egyik fő eredmény, hogy bevezeti az eltolás-invariáns függvény fogalmát, melyet karakterizál és aminek segítségével elegáns módon összeköti a korábban vizsgált fogalmakat, megoldva az eredeti kérdést magasabb dimenzióban. Az elért eredmények az *Aequationes Mathematicae* folyóiratban jelentek meg, valamint magyar és nemzetközi konferenciákon kerültek bemutatásra.

Vékássy Áron a Budapest Műszaki Egyetem elsőéves villamosmérnök MSc diákja. Fiatal kora ellenére már számos cikk szerzője, melyeket témavezetőjével, Recski Andrással együtt közölt. A kutatásában összetett villamos hálózatokat vizsgál lineáris algebrai, gráf- és matroidelméleti eszközökkel. A bemutatott eredmények nem ritkán meglepőek, mint például a paraméterek általános választása mellett a rendszer leírására használt mátrixok rangjának növekedése. Emellett több érdekes új fogalmat vezettek be, mint például az általánosított *n*-kapukat, és azokat matematikai precizitással vizsgálták, elsősorban matroidelméleti eszközökkel. A jelölt jól kombinálja matematikai ismereteit a szakterület legfrissebb eredményeivel és módszereivel, valamint kiváló mérnöki intuíciójával. Az elért eredmények nemzetközileg elismert mérnök tudományokkal foglalkozó folyóiratokban jelentek meg.



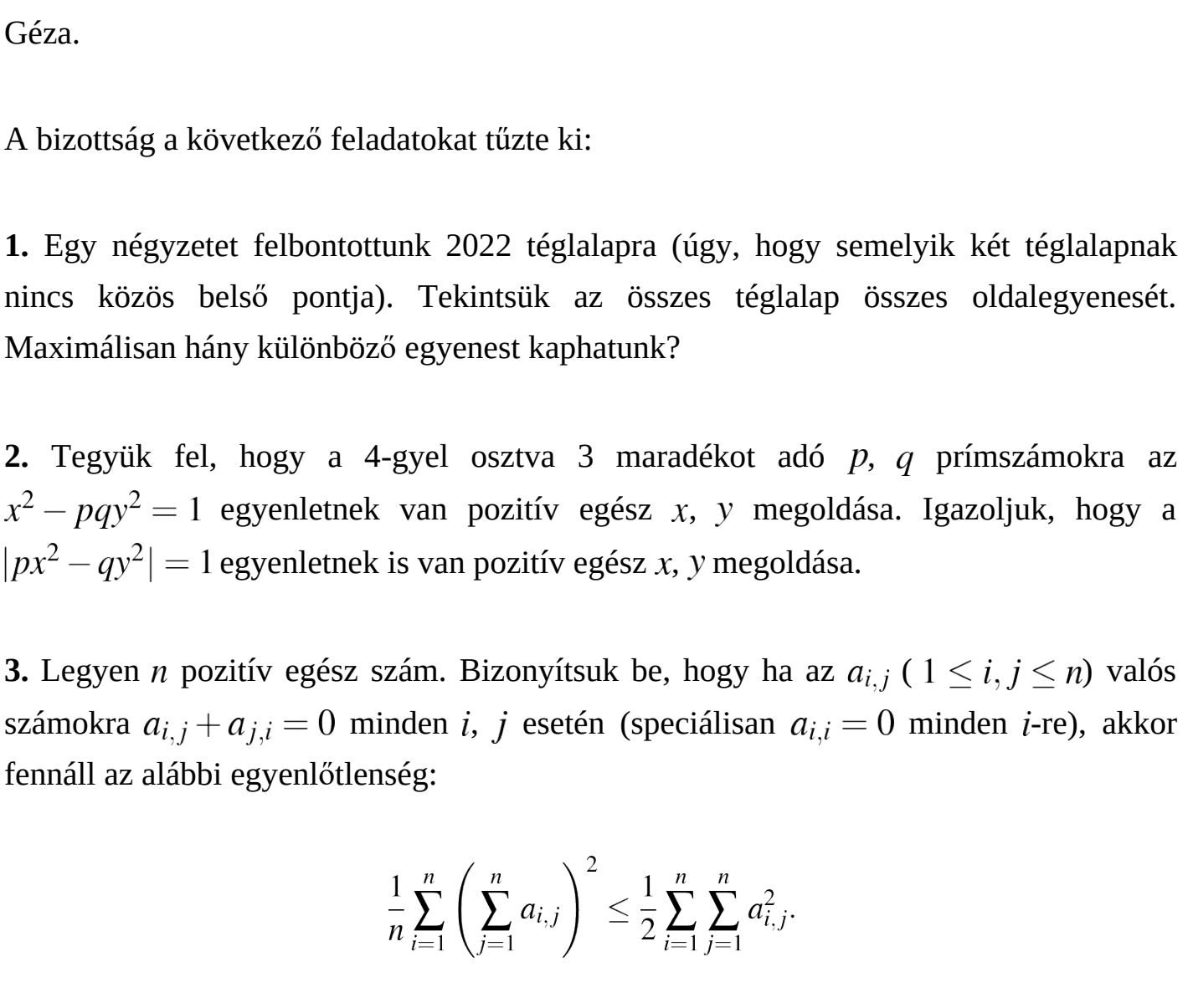
A Rényi Kató Emlékdíjakat Fleiner Tamás és Simon Péter adta át.

Patai-díj

A Patai Alapítvány 2022. évi díját a Bolyai Társulat bizottsága Lócska Orsolya Dóra részére ítélte oda az alábbi indoklással.

Lócska Orsolya Dóra a debreceni Kölcsey Ferenc Református Gyakorló Általános Iskola matematika és vizuális kultúra tanára. 2020-tól a Debreceni Egyetem Matematika- és Számítástudományok Doktori Iskola hallgatója. Kutatási témája az algebrai gondolkodásmód fejlesztése felső tagozatos korosztályban. Lócska Orsolya Dóra már egyetemi hallgatóként bekapcsolódott a matematika-didaktikai kutatásokba. Ezen munkája elismeréseként a XXXIII. OTDK-n dolgozatára különdíjat kapott. Később az Új Nemzeti Kiválóság Program ösztöndíjasaként folytatott kutatómunkát, amely eredményei Magyarországon megjelent, de angol nyelvű folyóiratban publikálta. Előadást tartott a CERME konferencián, és az előadása alapján készült dolgozat publikálására is lehetőséget kapott. Jelenleg két további publikációja is előkészítés alatt áll.

PhD hallgatóként egyetemi hallgatók számára is tart tanórákat a Debreceni Egyetemen. Munkája során széleskörű szakmai kapcsolatot tart a hazai matematika-didaktika kutatóközösséggel. Jelenleg több intézmény matematikatanárainak bevonásával végzi saját kutatását az MTA Közoktatás-fejlesztési Programjának keretein belül. Aktív tudásmegosztó tevékenységet is végez, legutóbb a saját szakmai kutatásainak az eredményeiről adott elő a Vezetőtanítók és Vezetőtanárok XIV. Országos Módszertani Konferenciáján.



A díjátadó résztvevői

A 2022. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyről

A Bolyai János Matematikai Társulat a 2022. évi Kürschák József Matematikai Tanulóversenyt október 7-én 14 órai kezdettel rendezte meg. A Társulat elnöksége a verseny lebonyolítására az alábbi bizottságot kérte fel: Biró András, Frenkel Péter, Harangi Viktor, Kovács Benedek, Maga Péter (titkár), Pach Péter Pál (elnök), Tóth Géza.

A bizottság a következő feladatokat tűzte ki:

1. Egy négyzetet felbontottunk 2022 téglalapra (úgy, hogy semelyik két téglalapnak nincs közös belső pontja). Tekintsük az összes téglalap összes oldalegyenesét. Maximálisan hány különböző egyenest kaphatunk?

2. Tegyük fel, hogy a 4-gyel osztva 3 maradékot adó p, q prímszámokra az $x^2-pqy^2=1$ egyenletnek van pozitív egész x, y megoldása. Igazoljuk, hogy a $|px^2-qy^2|=1$ egyenletnek is van pozitív egész x, y megoldása.

3. Legyen n pozitív egész szám. Bizonyítsuk be, hogy ha az $a_{i,j}$ ($1\le i,j\le n$) valós számokra $a_{i,j}+a_{j,i}=0$ minden i, j esetén (speciálisan $a_{i,i}=0$ minden i-re), akkor fennáll az alábbi egyenlőtlenség:

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{n}a_{i,j}\right)^2\le\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}a_{i,j}^2.$$

Mikor áll fenn egyenlőség?

Az idei versenyre 115-en regisztráltak, akiktől végül összesen **93 dolgozat érkezett be**. Az első feladatra közel 40 lényegében teljes megoldás érkezett, a második feladatot 8-an, a harmadik feladatot pedig 7-en oldották meg helyesen vagy lényegében helyesen. Két versenyző helyesen oldotta meg az első két feladatot, és apró hiányosságtól eltekintve a harmadik feladatra is helyes megoldást adott. Ezért

I. díjban és 55 000 Ft pénzjutalomban részesül

Jánosik Máté, a győri Révai Miklós Gimnázium érettségizett tanulója (tanárai Árki Tamás, Nagy Róbert és Pósa Lajos),

Lovas Márton, a Békásmegyeri Veres Péter Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Simon János és Szűcs Gábor).

Egy versenyző helyesen oldotta meg a harmadik feladatot és hiányosságoktól eltekintve megoldotta az első és második feladatokat. Ezért a teljesítményért

II. díjban és 40 000 Ft pénzjutalomban részesül

Németh Márton Tamás, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Erdős Gábor és Dobos Sándor).

Dicséretben részesülnek két feladat teljes vagy lényegében teljes megoldásáért

Chrobák Gergő, a Debreceni Fazekas Mihály Gimnázium 11. osztályos tanulója (tanárai Gaál Istvánné és Balázs Tivadar),

Csonka Illés, a pécsi Ciszterci Rend Nagy Lajos Gimnázium 11. osztályos tanulója (tanára Baráti Ákos),

Czanik Pál, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 10. osztályos tanulója (tanárai Lenger Dániel és Kocsis Szilveszter),

Fleiner Zsigmond, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium érettségizett tanulója (tanárai Hujter Bálint és Gyenes Zoltán),

Fülöp Csilla, a Szegedi Radnóti Miklós Kísérleti Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Schultz János és Mike János),

Molnár-Szabó Vilmos, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Dobos Sándor, Ádám Réka, Fazakas Tünde és Fey Dávid),

Móricz Benjamin, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Ádám Réka, Dobos Sándor, Fazakas Tünde és Szűcs Gábor),

Seres-Szabó Márton, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója (tanárai Dobos Sándor, Fazakas Tünde és Hujter Bálint),

Simon László Bence, a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 11. osztályos tanulója (tanárai Gyenes Zoltán, Kiss Géza, Hujter Bálint, Surányi László, Mazug Péter és Sokvári Olivér).

A feladatok megoldásai megjelentek a KöMaL februári számában.

A feladatsor és a megoldások a Bolyai Társulat honlapjáról letölthetők:

https://www.bolyai.hu/versenyek-kurschak-jozsef-matematikai-tanuloverseny/

https://www.bolyai.hu/files/Kurschak_2022_feladatok.pdf

https://www.bolyai.hu/files/Kurschak_2022_elozetes_megoldasok.pdf

A 2022. évi Schweitzer Miklós Matematikai Emlékversenyről

A Bolyai János Matematikai Társulat 2022. október 28. és 2022. november 7. között rendezte meg a Schweitzer Miklós Matematikai Emlékversenyt. A versenyen középiskolai tanulók, egyetemi és főiskolai hallgatók, továbbá azok vehettek részt, akik egyetemi vagy főiskolai tanulmányaikat 2022-ben fejezték be.

A verseny lebonyolítására a Társulat a következő bizottságot kérte fel: Keleti Tamás (elnök), Ágoston Tamás (titkár), Elekes Márton, Harangi Viktor, Károlyi Gyula, Maga Balázs, Nagy János, Pach Péter Pál, Pálvölgyi Dömötör, Ráth Balázs, Tardos Gábor, Terpai Tamás, Weiner Mihály, Zábrádi Gergely.

A bizottság október 18-i ülésén kiválasztotta a 10 kitűzendő feladatot. A bizottság köszönetét fejezi ki mindazoknak, akik feladatot javasoltak a versenyre. A kitűzött feladatokat javasolták: 1. Szabó Péter, 2. Garamvölgyi Dániel, 3. Buczolich Zoltán, 4. Ruzsa Imre, 5. Keleti Tamás és Pálvölgyi Dömötör, 6. Szabó Csaba és Zábrádi Gergely, 7. Pach János és Tardos Gábor, 8. Maga Balázs, 9. Laczkovich Miklós, 10. Balka Richárd, Elekes Márton és Kiss Viktor.

A verseny eredményes volt; **17 versenyző összesen 73 megoldást** nyújtott be. A versenybizottság november 28-i ülésén a következő díjakat ítélte oda:

Egyetlen versenyző oldotta meg lényegében mind a tíz feladatot.

Ennek alapján **I. díjban** és 200.000 Ft pénzjutalomban részesült **Borbényi Márton**, az ELTE idén végzett, matematikus mesterszakos hallgatója.

Borbényi Márton hibátlanul megoldotta az 1., 2., 4., 6., 7., 8., 9., 10., illetve apró pontlanságoktól eltekintve a 3. és 5. feladatot. A bizottság szeretné kiemelni, hogy a 7. feladatra egyedül ő adott be teljes megoldást.

Egy versenyző oldott meg lényegében nyolc feladatot (1., 2., 3., 4., 5., 8., 9., 10.), valamint ért el fontos részeredményeket a 6. feladatban. Ennek alapján

II. díjban és 100.000 Ft pénzjutalomban részesült **Kocsis Anett**, az ELTE harmadéves, matematika alapszakos hallgatója. A bizottság szeretné kiemelni, hogy a 10. feladatra kifejezetten elegáns megoldást adott.

Két versenyző oldott meg lényegében hat feladatot és ért el további fontos részeredményeket. Ennek alapján

III. díjban és egyenként 70.000 Ft pénzjutalomban részesült **Imolay András**, az ELTE másodéves, matematika mesterszakos hallgatója, és **Kovács Benedek**, az ELTE idén végzett, matematika mesterszakos hallgatója.

Imolay András megoldotta az 1., 2., 3., 4., 5. és 9., feladatot, valamint fontos részeredményeket ért el a 6., 7. és 8. feladatban.

Kovács Benedek megoldotta az 1., 2., 4., 5., 6., apró pontatlanságoktól eltekintve a 3. feladatot, valamint a legnehezebbnek bizonyult 7. feladatban a megoldáshoz vezető kulcsfontosságú eredményt ért el.

Egy versenyző oldott meg négy feladatot (1., 4., 5., illetve lényegében a 9. feladatot), valamint ért el jelentős részeredményeket a 2. feladatban. Ennek alapján

első dicséretben és 40.000 Ft pénzjutalomban részesült **Tóth Péter**, a Debreceni Egyetem idén végzett, matematika mesterszakos hallgatója.

Egy versenyző oldott meg három feladatot (1., 2. és 4. feladatot), továbbá ért el értékes részeredményeket a 6. feladatban. Ennek alapján

második dicséretben és 20.000 Ft pénzjutalomban részesült **Füredi Erik**, az ELTE másodéves, matematika alapszakos hallgatója.

További három versenyző oldott meg teljesen két feladatot és ért el fontos részeredményeket legalább egy másik feladatban. Ennek alapján

elismerő oklevelet kapott **Hegedűs Dániel**, az ELTE másodéves, matematika alapszakos hallgatója, **Márton Dávid**, a Szegedi Tudományegyetem idén végzett, matematika mesterszakos hallgatója, és **Várkonyi Zsombor**, az ELTE másodéves, matematika alapszakos hallgatója.

Hegedűs Dániel megoldotta az 1. és 2. feladatot, valamint fontos részeredményeket ért el a 4. feladatban.

Márton Dávid és Várkonyi Zsombor megoldotta az 1. és 4. feladatot, valamint fontos részeredményeket ért el a 2. feladatban.

Az elsőéves alapszakos hallgatók közül az 1. feladat teljes és az 5. feladat lényegében teljes megoldásával legjobban szerepelt, és ennek alapján

a legjobb elsőévesnek járó oklevelet **Kökényesi Márk**, az ELTE hallgatója kapta.

A 2022. évi verseny feladatai:

1. Azt mondjuk, hogy egy $A\subseteq\mathbb{Z}$ halmaz *szabálytalan*, ha tetszőleges $x,y\in A$ különböző elemeire nincs x-től és y-tól különböző $x+k(y-x)$ alakú eleme (ahol k egész). Létezik-e végtelen szabálytalan halmaz?

2. Legyen n pozitív egész. Tegyük fel, hogy az $A_1,\ldots,A_n\in\mathbb{R}^{n\times n}$ mátrixok összege az egységmátrix, de $\sum_{i=1}^{n}\alpha_iA_i$ szinguláris minden olyan esetben, amikor az $\alpha_i\in\mathbb{R}$ együtthatók közül legalább egy nulla.

a) Mutassuk meg, hogy $\sum_{i=1}^{n}\alpha_iA_i$ nemszinguláris, ha $\alpha_i\neq 0$ minden i-re. b) Lássuk be, hogy ha az A_i mátrixok szimmetrikusak, akkor mindegyikük rangja 1.

3. Legyen $f\colon[0,\infty)\to[0,\infty)$ olyan függvény, amely szomszédos egészek között lineáris, és $n=0,1,\ldots$ esetén

$$f(n)=\begin{cases}0, & \text{ha } 2\mid n,\\ 4^{\ell}+1, & \text{ha } 2\nmid n,\ 4^{\ell-1}\le n<4^{\ell}\ (\ell=1,2,\ldots).\end{cases}$$

Legyen $f^1(x)=f(x)$, és $f^k(x)=f(f^{k-1}(x))$ minden $k\ge 2$ egészre. Határozzuk meg Lebesgue majdnem minden $x\in[0,\infty)$-re a $\liminf_{k\to\infty}f^k(x)$ és $\limsup_{k\to\infty}f^k(x)$ értékét.

4. Minden n-edfokú, egész együttható f polinomra tekintsük az

$$\int_{-1}^{1}x^nf(x)\,dx$$

integrált. Jelölje α_n azt a legkisebb pozitív valós számot, amit ilyen integrál adhat. Határozzuk meg a

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\log\alpha_n}{n}$$

határértéket.

5. Ki lehet-e választani a sík minden egyeneséről egy-egy nem elfajuló szakaszt úgy, hogy bármely két kiválasztott szakasz diszjunkt legyen?

6. Legyen ε egy primitív hetedik egységgyök. Mely egész számok állnak elő $|\alpha|^2$ alakban, ahol α a $\mathbb{Q}(\varepsilon)$ hetedik körosztási test egy eleme?

7. Egy szabályos k-szög csúcsaiba pontszerű bábukat állítunk, majd ezekkel lépegetünk. Egy lépésben egy bábu átugrik egy másikat, azaz az új helye a pillanatnyi helyének tükörképe lesz egy másik bábu pillanatnyi helyére. Milyen $k\ge 3$ egész esetén lehet ilyen lépések sorozatával elérni, hogy a bábuk egy, az eredetitől eltérő méretű szabályos k-szög csúcsait alkossák?

8. Igazoljuk, hogy az $\varepsilon_n=\pm 1$ előjelek megválaszthatóak úgy, hogy az

$$f(s)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varepsilon_n}{n^s}\colon\{\operatorname{Re}s>1\}\to\mathbb{C}$$

függvény minden $\xi\in\{\operatorname{Re}s=1\}$ pontban minden komplex értékhez torlódik (azaz minden $\xi\in\{\operatorname{Re}s=1\}$-hez és $z\in\mathbb{C}$-hez létezik olyan $s_n\to\xi$, $\operatorname{Re}s_n>1$ sorozat, amelyre $f(s_n)\to z$).

9. A síkvektorok az összeadásra nézve csoportot alkotnak. Mutassuk meg, hogy ennek a csoportnak minden olyan S halmaz generátorrendszere, amely tartalmazza egy körív pozitív lineáris mértékű Borel részhalmazát.

10. Létezik-e $f\colon\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\to\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ folytonos függvény, amelyre minden irracionális szám ősképének pozitív a Hausdorff-dimenziója?

A feladatsor és a megoldások a Bolyai Társulat honlapjáról letölthetők:

https://www.bolyai.hu/versenyek-schweitzer-miklos-emlekverseny/

https://www.bolyai.hu/files/Schweitzer%202022_feladatsor.pdf

https://www.bolyai.hu/files/Schweitzer_2022_modositott_elozetes_megoldasok.pdf

A Farkas Gyula díjakat és a Schweitzer versenydíjakat a Morgan Stanley Magyarország Elemző Kft. és a Matematika Oktatásért és Kutatásért Alapítvány támogatta.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon: ›

Lenger Dániel, Borbényi Márton 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

RMM 2023 − Romanian Master of Mathematics

2023. február 27. és március 4. között rendezték meg a 14. Romanian Master of Mathematics (RMM) versenyt, amelyre a magyar csapat szokás szerint meghívást kapott. A versenyen 2019 óta először vettünk részt élőben. A helyszín, mint a járvány előtt is, most is Bukarest volt, azon belül is a Tudor Vianu nevét viselő középiskola.

A verseny IMO-jellegű, azaz a versenyzőknek 2 egymást követő nap 3-3 feladatot kell megoldani, amire mindkét nap 4 és fél óra áll rendelkezésükre. A feladatok nehézsége is hasonló ahhoz, amit a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián, az IMO-n megszoktunk, sőt előfordul, hogy nehezebbre is sikerül. A megszerezhető maximális pontszám 42.

Lenger Dániel (csapatvezető), Lovas Márton, Fülöp Csilla, Simon László, Németh Márton és Borbényi Márton (csapatvezető-helyettes). a megnyitón.

A magyar versenyzők eredménye:

Németh Márton *(Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium)* 23 ponttal

ezüstérmet,

Simon László *(Budapest, Fazekas Mihály Gimnázium)* 17 ponttal,

Lovas Márton *(Budapest, Veres Péter Gimnázium)* 13 ponttal,

bronzérmet,

Fülöp Csilla *(Szeged, Radnóti Miklós Gimnázium)* 11 ponttal

dicséretet kapott.

Köszönünk minden segítséget a Bolyai János Matematikai Társulatnak, akik támogatták az utazást!

Lenger Dániel csapatvezető

Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk és Gimn. és Rényi Intézet és

Borbényi Márton csapatvezető-helyettes

ELTE és Rényi Intézet

Most pedig jöjjön a diákok rövid beszámolója:

A csapat nagy része február 26-án, vasárnap este gyűlt össze a Keleti pályaudvaron, de a delegáció csak Békéscsabán lett teljes, amikor is megérkezett Csilla a vacsorával együtt. Ezután folytatódott a kisebb megpróbáltatásokkal tűzdelt 16 órás vonatút Bukarestbe.

A román főváros összképe számos omladozó, betonszínű panelházával a szocialista időket idézi. Ennek ellenére a belváros bizonyos részei szebbnél szebb látványosságokkal vannak tele, amelyeket egyik délután egy kirándulás keretében csodáltunk meg.

Egy jókedélyű sofőr – aki a román vezetési szokások ismertetésével szórakoztatott minket – elvitt bennünket a szállásként szolgáló kollégiumba, majd mindenki berendezkedett.

Alapból három külön szobába lettünk volna beosztva, de N. Marci és Laci szobájából az amerikaiak átköltöztek egy hotelbe. Így a magyar fiúk mind egy szobába kerülhettek, és ez lett a magyar válogatott törzshelye.

Az első hivatalos nap román kísérőink korai dörömbölésével indult, ezután nem sokkal egy érdekes, mesterséges intelligenciáról szóló előadáson találtuk magunkat. Itt egyesek bepótolták a korai ébredés és a vonaton töltött éjszaka miatt elvesztett alvásidőt. Délután visszatértünk a Tudor Vianu középiskolába, hogy részt vegyünk a megnyitón, amelyen népzenei produkciók mellett a Grease-ből is meghallgattunk részleteket.

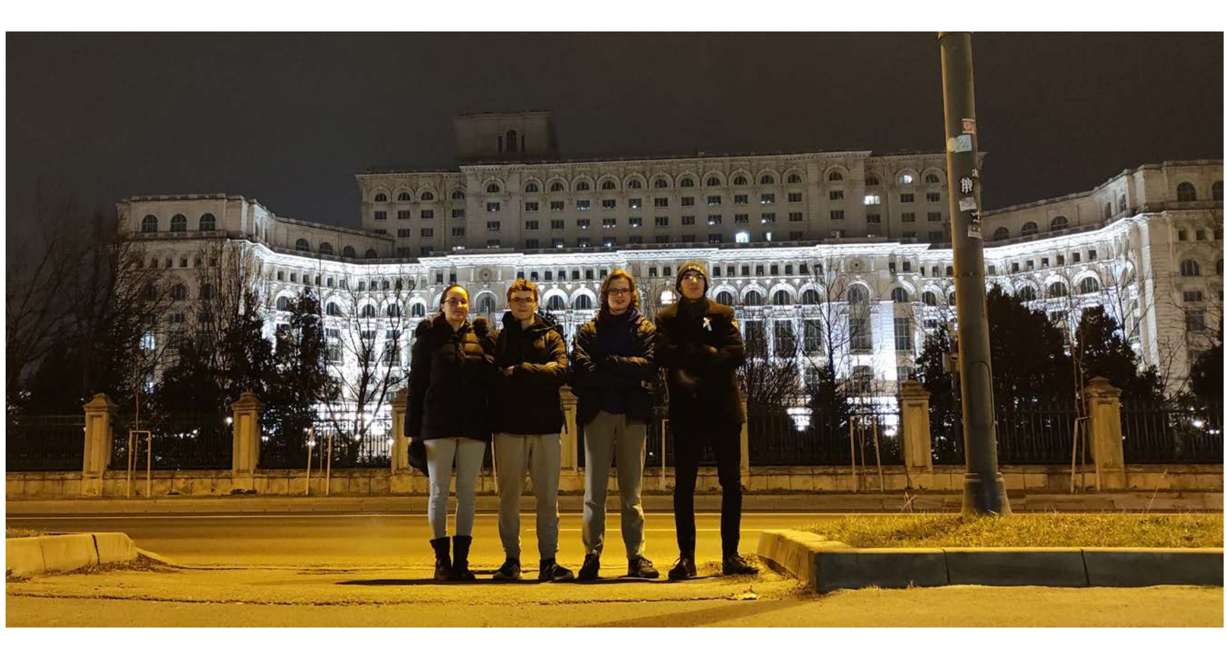
Este levezetésképpen elmentünk sétálni a városba, ahol találtunk egy jó kis játszóteret.

Hogy a verseny napján elkerüljük az indokolatlanul korai ébresztést, a szobánk ajtajára kiírtuk (angolul és románul), hogy legyenek szívesek az ajtón dörömbölést aznap kihagyni. Ezzel elértük, hogy csak egyszer kopogjanak, így valamivel tovább tudtunk aludni. A reggeli után következett az átszállítás a verseny helyszínére, ami 25 perc gyaloglást jelentett. A verseny néhányunknak jobban, másoknak kevésbé ment jól, de a feladatok nehézségét az is mutatja, hogy a 3-as feladatra még a legjobb amerikaiak is csak 3 pontot szereztek a lehetséges 7-ből.

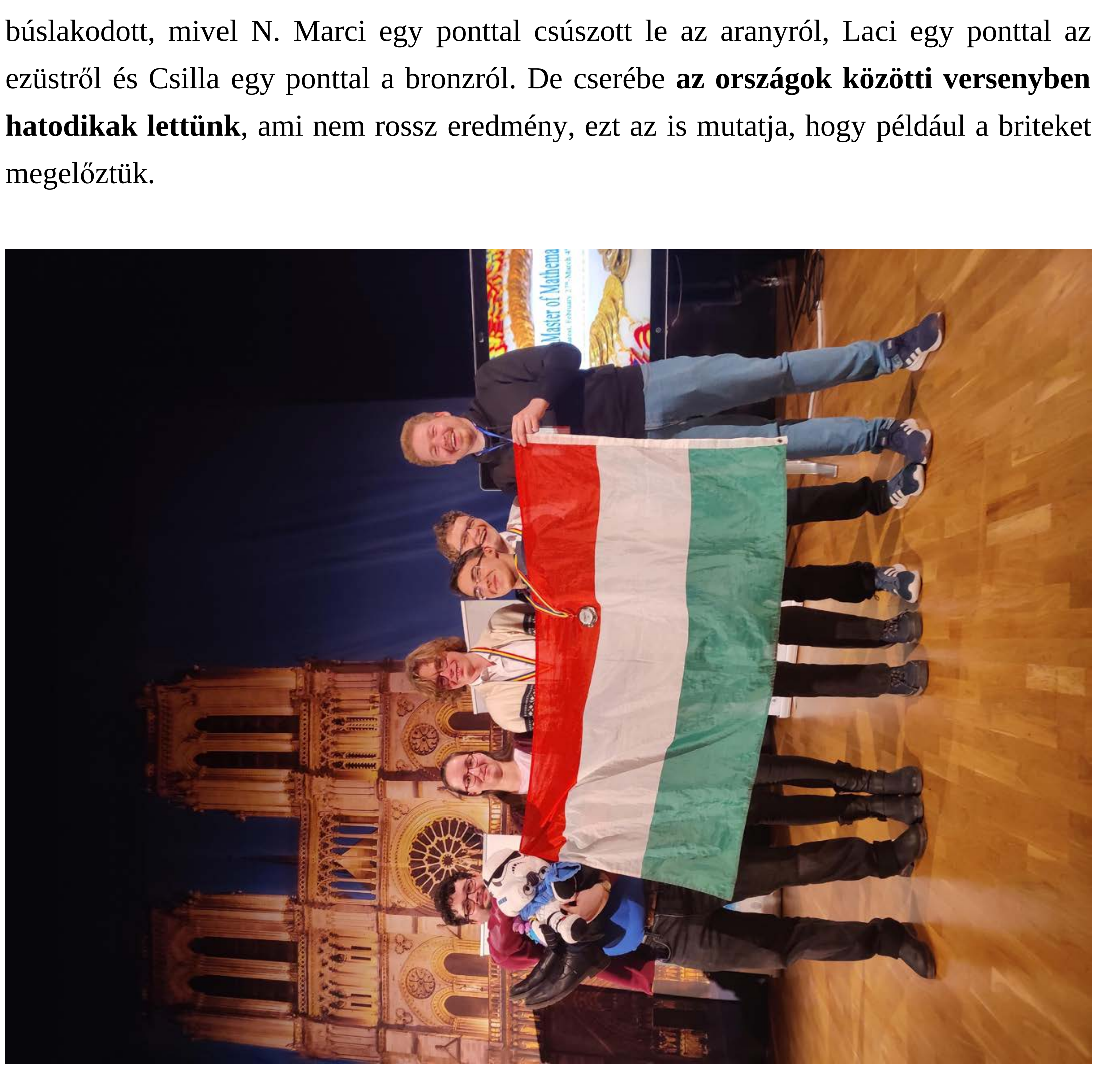
A nap további része beszélgetéssel és kis matekozással telt (megbeszéltük a megoldásainkat a csapatvezetőkkel), és este újra meglátogattuk a már jól ismert játszóteret.

A második versenynapon a feladatok hasonlóan nehézre sikerültek, mint az elsőn, de a 6-os feladat, kombinatorika lévén, jól feküdt a magyar csapatnak, közülünk ketten is megoldották, míg mások jó sok idő alatt szenvedték ki magukból a 4-es geometria példa megoldását. Délután a program városnézés volt, megtapasztaltuk Bukarest szebb arcát, ami a fotókról is látszik. Mivel a séta a tervezettnél hosszabbra sikeredett, ezért lekéstük a kollégiumi vacsorát, és kénytelenek voltunk egy KFC-ben vacsorázni. Este megint beszéltünk a feladatokról, hogy hogyan javíthatók a megoldásainkban található apró hibák.

ATHENEUL ROMAN



Az utolsó nap már nem volt verseny, nem kellett korán kelni, ezért a csapat lustább fele (L. Marci és Laci) átaludta a reggelit, a szorgosabb fele (Csilla és N. Marci) pedig szendvicseket készített mindenki számára. A délelőtt pihengetéssel és izgulással telt, amíg meg nem tudtuk az eredményhirdetés előtt egy órával az eredményeket. L. Marci volt a legboldogabb, neki simán meglett bronzérem, míg a csapat másik 3 tagja kicsit búslakodott, mivel N. Marci egy ponttal csúszott le az aranyról, Laci egy ponttal az ezüstről és Csilla egy ponttal a bronzról. De cserébe **az országok közötti versenyben hatodikak lettünk**, ami nem rossz eredmény, ezt az is mutatja, hogy például a briteket megelőztük.



Lenger Dániel (csapatvezető), Fülöp Csilla, Simon László, Németh Márton (fekve a többiek kezében, a zászló mögött, immár éremmel), Lovas Márton, Borbényi Márton (csapatvezető-helyettes).

Az eredményhirdetés után következett a búcsúvacsora, ami mindenkinek nagyon ízlett, itt még beszélgettünk a többi ország versenyzőivel, és elbúcsúztunk tőlük, hiszen másnap reggel 6 óra előtt már indult a vonatunk hazafelé. Eredetileg kocsival kivittek volna minket a pályaudvarra, viszont mi nem ébredtünk fel egyik ébresztőre sem, ezért Borbényi Marci (a csapat helyettes vezetője) keltett minket 4:30-kor. Mivel még össze is kellett pakolnunk, otthagyott minket a sofőr, és gyalogolhattunk a pályaudvarra. Ráadásul még a KFC is zárva volt, ezért improvizálni kellett, végül mindenki szerzett magának néhány pizzaszeletet.

És akkor pár szó a feladatokról:

Az 1-es feladat egy viszonylag nehéz számelméleti probléma volt, nem találtuk túl szépnek, inkább szenvedős volt, csak a csapat két tagjának sikerült megoldania.

1. feladat. Határozd meg az összes p prímszámot, illetve x és y pozitív egészt, amelyre

$$x^3+y^3=p(xy+p).$$

A 2-es egy nagyon szép kombinatorikus geometriai feladat volt, sajnos egyikünk sem tudta megoldani, de a hivatalos megoldás mindenkinek nagyon tetszett.

2. feladat. Adott $n\geq 3$ egész szám. Legyen $\mathscr{S}$ a síknak egy n pontból álló részhalmaza úgy, hogy semelyik három különböző pont sem esik egy egyenesre. Különböző A, B, $C\in\mathscr{S}$ pontok esetén az ABC háromszög *szép* az AB oldaláról nézve, ha $t_{ABC}\leq t_{ABX}$ minden $X\in\mathscr{S}\setminus\{A,B\}$ esetén. (Megjegyezzük, hogy egy AB szakaszról nézve több háromszög is lehet szép.) Egy háromszög *gyönyörű*, ha mindhárom csúcsa $\mathscr{S}$-ben van, és legalább két oldaláról nézve szép.

Bizonyítsd be, hogy a gyönyörű háromszögek száma legalább $\frac{1}{2}(n-1)$.

(Megjegyzés: t_{UVW} az UVW háromszög területét jelöli.)

A 3-as feladat egy brutálisan nehéz, ám szép algebra feladat volt, viszont az egész versenyen senkinek sem sikerült közel kerülnie a megoldáshoz.

3. feladat. Legyen $n\geq 2$ egész szám, továbbá legyen f egy $4n$-változós valós együtthatós polinom. Tegyük fel, hogy a koordináta-rendszer bármely $2n$ pontjára, melyek koordinátái $(x_1,y_1),\ldots,(x_{2n},y_{2n})$,

$$f(x_1,y_1,\ldots,x_{2n},y_{2n})=0$$

akkor és csak akkor teljesül, ha a $2n$ csúcs valamilyen sorrendben szabályos $2n$-szöget alkot, vagy mind egybeesnek.

Határozd meg a lehető legkisebb számot, ami f foka lehet.

(Például a

$$g(x,y)=4x^3y^4+yx+x-2$$

polinom foka 7, mivel $7=3+4$.)

A 4-es feladat egy furcsa geometriai egyenlőtlenség, aminek volt szép forgatásos illetve rövid komplex számos megoldása, ezt a csapatból hárman is meg tudták oldani.

4. feladat. Adott egy ABC hegyesszögű háromszög, aminek H a magasságpontja, O a körülírt körének középpontja. Legyen K az AH szakasz felezőpontja. Legyen ℓ egy O-n átmenő egyenes, továbbá legyen P, illetve Q pont a B, illetve C pont merőleges vetülete az ℓ egyenesenre.

Bizonyítsd be, hogy $KP+KQ\geq BC$.

Az 5-ös egy szép polinomos algebra feladat volt, de mindenkinek jobban tetszett valamelyik másik feladat, ezért senki sem gondolkozott rajta túl sokat. Egyikünknek azért sikerült rajta pontot szereznie.

5. feladat. Legyenek $P(x)$, $Q(x)$, $R(x)$ és $S(x)$ nem-konstans valós együtthatós polinomok úgy, hogy $P(Q(x))=R(S(x))$. Tegyük fel, hogy $R(x)$ foka osztja $P(x)$ fokát.

Bizonyítsd be, hogy létezik egy $T(x)$ valós együtthatós polinom úgy, hogy

$$P(x)=R(T(x)).$$

A 6-os feladat egy érdekes és nehéz, de megoldható kombinatorika példa volt, rákvörös, búzavirágkék és gekkózöld színekkel, amik egyből meghozták az ember kedvét a gondolkodáshoz.

6. feladat. Legyenek r,g,b nemnegatív egészek. Legyen Γ egy összefüggő gráf $r+g+b+1$ csúcson. A Γ gráf éleinek mindegyikét megszíneztük az alábbi három szín valamelyikével: rákvörös, gekkózöld és búzavirágkék. Tegyük fel, hogy Γ-nak van

- olyan feszítőfája, aminek pontosan r éle rákvörös,

- olyan feszítőfája, aminek pontosan g éle gekkózöld,

- olyan feszítőfája, aminek pontosan b éle búzavirágkék.

Bizonyítsd be, hogy Γ-nak van olyan feszítőfája, aminek pontosan r éle rákvörös, pontosan g éle gekkózöld és pontosan b éle búzavirágkék.

(Γ feszítőfája egy olyan gráf, aminek csúcshalmaza Γ csúcshalmaza, élhalmaza Γ éleinek részhalmaza, és bármely két csúcsa között pontosan egy út van.)

Fülöp Csilla, Lovas Márton, Németh Márton, Simon László csapattagok

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Szerkesztő 2023. MÁRCIUS, HÍREK – ÚJDONSÁGOK

Önkéntes segítőket vár a CERME13 konferencia

Ahogy arról már korábbi lapszámunkból értesülhettek az olvasók, 2023. július 9. és 14. között Budapesten kerül megrendezésre a CERME13 európai matematikaoktatási konferencia (13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education). A konferenciát az ELTE és a Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet közösen szervezi. A helyi szervezőbizottság elnöke *Csapodi Csaba*, az ELTE Matematikatanítási és Módszertani Központ adjunktusa, a Rényi Alfréd Matematika Kutatóintézet Módszertani Osztályának munkatársa. A nemzetközi programbizottságot *Paul Drijvers*, az Utrechti Egyetem oktatója, a Freudenthal Intézet tudományos igazgatója vezeti. A konferencia helyszínéül az ELTE TTK Lágymányosi Campusának két épülete fog szolgálni. A konferencia honlapja: https://cerme13.renyi.hu/.

CERME 13
13TH CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY
FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION

A CERME célja a három „c” szellemében (communication, cooperation, collaboration), hogy a matematikatanítás elméletével, módszereivel foglalkozó európai kutatókat közös gondolkodásra sarkallja, ezért formájában elmozdul az egyéni kutatási beszámolóktól az együttműködésen alapuló csoportmunka felé. A résztvevők egy-egy adott munkacsoportba (Thematic Working Group) jelentkezhetnek előadással, és végig ezzel a csoporttal dolgoznak együtt, ami jó lehetőséget biztosít az elmélyült munkára és az adott terület legkiválóbb kutatóinak megismerésére. A munkacsoportok listája itt tekinthető meg: https://cerme13.renyi.hu/Thematic_Working_Groups.

A konferencia plenáris előadásait *Lovász László* matematikus, az MTA korábbi elnöke és *Berta Barquero*, a barcelonai egyetem oktatója tartja.

Február 15-én volt a cikkek leadásának a határideje, és nagy örömünkre hatalmas az érdeklődés a konferencia iránt: 834 cikket (előadást, illetve posztert) nyújtottak be kutatók, ami meghaladta a várakozásainkat. 61 országból jelentkeztek kutatók, a 21 európai ország mellett Észak- és Dél-Amerika, Ausztrália, Ázsia és Afrika is képviseltetni fogja magát.

Márciusban a benyújtott cikkek bírálata zajlik, áprilistól indul a részvételi regisztráció. Miután minden cikk, poszter bemutatásához legalább egy fő részvétele szükséges, és miután a konferencia résztvevői között az előadókon túl az egyes munkacsoportok vezetői is ott lesznek, így várhatóan kevés hely marad azon érdeklődők számára, akik nem nyújtottak be előadást a konferenciára.

Segítőket keresünk!

A konferencia idejére annak lebonyolításához keresünk olyan segítőkész, angolul jól beszélő, kommunikatív önkénteseket, akik érdeklődnek a matematika oktatásmódszertana iránt, vagy egyszerűen csak szívesen részt vesznek egy ilyen nemzetközi rendezvényen.

Segítséget várunk a regisztráció során, a munkacsoportok kísérésében, felügyeletében, a fakultatív kirándulások elindításában és szervezési feladatokban a konferencia teljes ideje alatt.

Amit kínálunk: ingyenes részvétel a konferencián, a szakmai csoportok munkájában, korlátlan étel-ital fogyasztás, egyedi CERME13 póló. Vidékieknek kedvezményes budapesti szálláslehetőséget tudunk ajánlani a konferencia idejére (de nem tudjuk fizetni a szállásköltséget).

Akit érdekel ez a lehetőség, attól az alábbi űrlap kitöltését kérjük március 31-ig:

https://forms.gle/yWhLnmjWD6B7w1hX6

Minden érdeklődőnek visszajelzünk arról, hogy elfogadtuk-e a jelentkezését.

A konferencia szervezői

Megj. Csapodi Csabával nemrég készített a HVG egy interjút, e témához kapcsolódóan, itt tekinthető meg.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Berkes István 2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Révész Pál (1934 – 2022)

Révész Pállal gimnazista koromban találkoztam először. A Fazekas Gimnáziumban szokásos matematika óráinkon felül voltak „külső” matematika előadóink is, és ennek keretében néhány hétig Pali valószínűségszámítás órákat tartott nekünk; az első óra 1965 április elsején volt. Ezt a napot osztályunk a hagyományoknak megfelelően ünnepelte: a katedrát az osztály hátsó felébe hurcoltuk, a székeket pedig a szekrények tetejére tettük. Pali − akit akkor láttunk először − a tanterembe lépve a legcsekélyebb meglepetést sem mutatta, hanem így szólt: „Rendben van, akkor most kiszámítjuk, hányféleképpen lehet a tanterem bútorait permutálni.” Ettől a megjegyzéstől az osztályunk Palit rögtön a szívébe zárta, és hogy Pali reakciója mennyire rendhagyó volt, mutatta, hogy a következő órán a fizikatanár ugyanezt a rendetlenséget tapasztalva vörös képpel rohant le a tanáriba, és felhozta az igazgatót, hogy móresre tanítson minket. Ez azonban nem történt meg, mert addigra a bútorokat visszatettük a helyükre…

Negyedéves korunkban Pali az egyetemen valószínűségszámítás gyakorlatot tartott nekünk. Pali érdeklődésének középpontjában, akkor és később is, a bolyongás állt, és e gyakorlatok inkább egy „Bevezetés a bolyongás elméletébe” című speciálelőadásnak feleltek meg, de ezt senki sem kifogásolta, éppen ellenkezőleg! Számomra az a pillanat maradt a legemlékezetesebb, amikor Pali elmagyarázta, hogy a Rademacher függvénysorozat és a fej-írás játék ugyanaz a matematikai objektum. Erre Mark Kac jött rá először − mint ő maga leírta − az 1930-as évek közepén Wroclawban, és a felismerés villámcsapásként hatott rá. Az 1970-es években ez persze már közhely volt, de emlékszem, hogy én, akit korábban az analízis érdekelt legjobban, ekkor határoztam el, hogy valószínűségszámítással fogok foglalkozni. Ettől kezdve mindenhová (villamosra, kirándulásokra, nyaralásokra is) magammal hurcoltam Pali nagy számok törvényeiről írott kis könyvét, mely lebilincselő dolgokkal volt tele: független valószínűségi változók tulajdonságai, ortogonális sorok sztochasztikus viselkedése, hézagos trigonometrikus és hatványsorok, keverő és ekvivalens sorozatok.

Az egyetem elvégzése után a Matematikai Kutatóintézetbe kerültem, a valószínűségszámítás osztályra, ahol Pali volt az osztályvezető. De a felvételnél Pali valamit eladminisztrált, és én, legnagyobb meglepetésemre, a valószínűségszámítás helyett az approximációelméleti osztályra kerültem. Freud Géza osztályvezető magához hívatott, megkérdezte, milyen témák érdekelnek, jóváhagyólag bólintott, majd kezembe adott egy vaskos approximációelmélet könyvet, valamint néhány saját, trigonometrikus sorokkal foglalkozó cikkét, hogy ezeket egy hónapon belül olvassam el. Én halálra rémülten rohantam Palihoz, aki jót mulatott a dolgon, és rendbehozta a félreértést, de később többször, mikor úgy találta, hogy nem dolgozom elég keményen, figyelmezetően idézte eszembe e kis közjátékot.

A valószínűségszámítás osztályon a fő kutatási téma ezekben az években az erős approximáció volt, egy Strassentől származó új elmélet, amely a korábbinál mélyebb bepillantást engedett a független valószínűségi változók viselkedésébe. Strassen kezdeti eredményei után az elméletben az első nagy áttörést Révész Pál és Csörgő Miklós érték el, akik megmutatták, hogy az általános hiedelemtől eltérően a Strassen-féle $n^{1/4+\varepsilon}$ hibatag javítható. A végső, pontos eredményt pár évvel később Komlós, Major és Tusnády érték el, és a módszer a mai napig a „Magyar konstrukció” nevet viseli.

Pali ezen kívül más, analízishez közelebb álló témákkal is foglalkozott, mint ortogonális sorok konvergenciája és aszimptotikus tulajdonságai, kritikus jelenségek, multiplikatív rendszerek. Én ezekhez a kutatásokhoz csatlakoztam, és kandidátusi és akadémiai doktori disszertációmat is ebből a témából írtam. Kandidátusi disszertációm címét Pali javasolta, „Hézagos sorok es függetlenség”, ártatlan cím, csak évekkel később jött rá valaki, hogy vicces politikai felhangjai vannak, és bekerült mulatságos disszertációcímek egy gyűjteményébe, olyan más matematikai gyöngyszemek mellé, mint „Határátmenettel kapcsolatos cellakitöltések”.

Révész Pál 1984-ben a bécsi műegyetemen lett a valószínűségszámítás professzora, de a magyar matematikai élettel, és az Intézettel való kapcsolatának intenzitása semmivel sem csökkent. Pali ekkor már a bolyongás elméletének nemzetközileg is egyik legnagyobb tekintélyű képviselője lett, alapvető cikkek és monográfiák szerzője. Gyakran járt Pestre, és egykori intézetbeli szobájában, ami azóta Csáki Endre és az én szobám lett, sokat beszélgettünk, és gyakran fordult elő az is, hogy reggel beérve az Intézetbe, a szobánkban levő táblán felfedeztem Pali jellegzetes betűit. Érdeklődése ezekben az években a lokális idő, elágazó és véletlen közegbeli bolyongás felé fordult, és e témákban Csáki Endrével, Csörgő Miklóssal és Földes Antóniával együtt számos jelentős dolgozata jelent meg. 2005-ben, 2010-ben és 2015-ben a Rényi Intézetben kis konferencián ünnepeltük Pali és Csáki Bandi 70., 75., és 80. születésnapját. A 85. születésnap 2020-ban a Covid miatt elmaradt, és sajnos 90 éves ünneplés Pali számára már nem lesz.

Emlékét megőrizzük.

Berkes István

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Paulovics Zoltán 2023. MÁRCIUS, PORTRÉ – INTERJÚ

Ugródeszkák matek szakon – Kurics Tamás

Beszélgetés Kurics Tamással (Data scientist, Neunos Ltd.)

Most hol dolgozol, szereted a munkád?

Igen, szeretem. Egy Neunos nevű, szegedi orvostechnikai cégnél dolgozom data scientistként. A cég profilja: gyógyszerrezisztens epilepsziásoknak kifejleszteni egy implantálható eszközt, ami képes arra, hogy detektálja: az illetőnek éppen rohama kezdődik-e, és ha igen, úgy meg is állítja.

Ez nagyon izgalmas. Hogy álltok a megvalósítással?

Erről nem nagyon beszélhetek, de jól állunk, azonban még hosszú út áll előttünk.

Ha jól tudom, a data scientist megnevezés elég újkeletű. Amikor érettségiztél, akkor még nem volt ilyen szakma. Téged mi vonzott a matek szakra?

Valóban, akkor még ezek a szakmák nem voltak. Én úgy kerültem matek szakra, hogy a középiskolában ez a tárgy volt az, ami nagyon könnyen ment, minden máshoz pedig többet kellett volna tanulni. A természettudományokból sem voltam kiemelkedő, csak olyan átlagos: valahogy máshogy jár az agyam, mint ami a kémiához vagy a fizikához kellene. Különben a matematikát nem is tartom természettudománynak, szerintem inkább a filozófiához közeli bölcsészszerű terület, merthogy számomra a matematika egy művészeti ág. Én nem tudok festeni, én nem tudok énekelni, viszont a matematikát tudom. Számomra azok a gondolati építmények, a hozzájuk tartozó lényeget megvilágító úgynevezett mély bizonyítások, ugyanolyan esztétikai élményt nyújtottak, mint mások számára egy festmény.

Hogyan jutottál el innen a jelenlegi munkakörödig, hogyan lettél adattudós?

Matektanárként végeztem, de rájöttem, hogy nem szeretnék tanárként dolgozni. A tanári pálya már akkor sem volt biztos jövővel kecsegtető…

Úgy döntöttem, hogy komolyabban akarom művelni a matematikát: elvégeztem az alkalmazott matematikus képzést is.

Ekkor az adatbányászat – mint önálló terület – már létezett, de engem nem érdekelt: analízist szerettem volna kutatni. Az elméleti numerikus analízis témakörében doktoráltam. Tudtam, hogy az iparban jönnek be újabb és újabb trendek, de akkor én az iparon kívül voltam. Talán 2010 környékén jelent meg a data scientist elnevezés.

De téged ez a téma még ekkor sem foglalkoztatott.

Nem, de két év múlva – 2012-ben – ráeszméltem, hogy már iszonyú rég óta vagyok az egyetemen, elkezdtem tervezni a jövőmet. Arra jutottam, hogy váltani szeretnék, de nem volt világos, hogy milyen irányba. Kimentem Svájcba postdocnak a zürichi ETH-ra. A matematikai biológia területén dolgoztam, tulajdonképpen differenciálegyenletes modellezés volt a feladatom. Néhány év az ingázásról szólt: fél évet kint, fél évet itthon az MTA TTK Kognitív Idegtudományi és Pszichológiai Intézetben töltöttem. Végül 2015 elején döntöttem: végleg hazajövök, és nem kutatóintézetben, hanem az iparban szeretnék elhelyezkedni.

Ennyi év kutatás után nehéz lehetett a döntés.

Nem volt könnyű, de elvégeztem néhány online kurzust, például egy data scientist kurzust is, és azt láttam, hogy ennek egy jó részét már tudom, a többi pedig érdekel. Persze az iparban mást kell tudni, mint az egyetemen. A definíciók, tételek helyett a kódolás, a bizonyítások helyett pedig a modellezésé lett a főszerep: összességében egészen más készségekre van szükség, de a sok év matematikával töltött idő megtanított arra, hogy hamar elsajátítsam azt, amit kell.

Felvettek az első helyre, ahová jelentkeztél?

Igen. Láttam egy álláshirdetést, beadtam a jelentkezésemet és fel is vettek a Balabit nevű céghez. Nagyon szerettem itt dolgozni. Beleláttam a szoftverfejlesztők munkájába, és rájöttem, hogy ez igazából tetszik, úgyhogy megtanultam azt is. Nagyon produktív volt a légkör, sokat tanultunk egymástól. Szívesen maradtam volna, de három év múlva komoly átalakításon ment keresztül a cég, felvásárolták, és az új tulajdonosnak más elképzelései voltak. Azok a célok és az a légkör, amiért én szerettem ott lenni, lényegében megszűnt. Tanulságos volt megtapasztalni: hiába jó egy munkahely, ha pár év múlva már nincs.

A mostani céged, a Neunos hányadik munkahelyed?

A nyolcadik.

Az nem kevés.

Matematikusként az ember sok mindenhez ért, sok minden érdekli, de egy munkahelyen a cég profiljának megfelelően várhatóan egy speciális területtel kell foglalkoznia. Így egy idő után azt érzi, hogy nem tud segíteni a cégnek. Data scientisként egy-két, legfeljebb három évente, szoftverfejlesztőként négy-öt évente érdemes munkahelyet váltani azért, hogy új technológiával, újfajta problémakörön dolgozhasson.

Mindenki ezt a stratégiát követi?

Nem, vannak, akik elmennek egy multihoz és lassan felkapaszkodnak a karrierlétrán. Ez – bizonyos szempontból – nyugodtabb, kiszámíthatóbb út, de közben általában a feladatkör is változik. De ha egyre kevesebb olyan dolgot kell csinálni, ami érdekel, ha a munka nem elégít ki – és nekem ez a fontos – akkor sajnos ez semmit sem ér. Én nem akarok karriert. Ez az ars poétikám.

Mi az, amit igazán szívesen csinálsz?

Algoritmus és szoftverfejlesztő feladatokat. Ez pedig főleg startupoknál van, ahol lényegében nincs karrierlétra. Most is ilyen munkát végzek.

Tehát néhány évente érdemes munkahelyet váltanod, de ennek van egy bizonytalansága is. Adattudósként kell attól tartanod, hogy nem lesz állásod?

Abban a korban vagyok, amikor ez a téma kifejezetten érdekel. Nehéz erre mit mondani. Azt hittem, hogy ez probléma lesz, de most kevéssé látom annak. Nem szabad hátradőlni, folyamatosan képezni kell magát az embernek, tanulni kell új dolgokat. Fontos látni, hogy mi az a tudás, amire a cégeknek most van szüksége, és mi az, amire 2-3 év múlva lesz szükségük. Folyamatosan kell tanulni, ez nagyon fontos. Mikor 2015-ben a Balabithoz kerültem, az első egy-két év alatt többet tanultam, mint az egyetemen összesen.

Mint előtte 15 év alatt?

Igen. Élesben. „Termékbe kell kerülni”, úgyhogy van időlimit. „Most nem tudod, semmi baj, majd a jövő hétre tudni fogod.” Nem jegyet adnak rá, illetve nincs szabad kutatás. A körülbelül hatszoros fizetéskülönbség miatt sokkal komolyabbak az elvárások. Az sem baj, ha matematikailag nem korrekt, ahogyan megoldod, továbbá nem a legjobb megoldás kell, hanem az a lényeg, hogy működjön. Azt nem lehet megtenni, hogy fél évet gondolkozunk rajta, és végül azt mondjuk, hogy nem tudjuk. Olyat kell csinálni, ami megy és elfogadható, nem baj, ha nem tökéletes.

Persze ez a cégtől is függ. Van, ahol az a szempont, hogy minél előbb piacra kerüljünk, és ha sikerül, akkor majd szép lassan javítunk rajta. Máshol az is fontos, hogy jó legyen, ami kikerül a kezünk közül (a tőlünk telhető legjobb). Egy fejlesztői fókuszú cégnél megtehető, hogy ne a tökéletes megoldással álljunk elő, egy orvosi cégnél ez már nem annyira helytálló. Ott már az elején sem lehet B-kategóriás terméket adni.

Matematikusként hogyan viselted ezeket a kötöttségeket?

Olyan munkahelyeket kerestem, ahol van valamennyi szabadság, de végtelen sok nincs, mert azt senki sem fogja megfizetni. Itt elvárt, hogy valamilyen határidőre letegyél egy megoldást. El kell engedni bizonyos dolgokat. Mások a követelmények: nem publikáció, hanem forráskód az output. Egyszerűen az iparban más a célfüggvény.

Fontosnak tartanád, hogy jobban felkészítsen az egyetem az iparban végzett munkára?

Nem olyan egyszerű erre válaszolni. Spanyolországban, egy nyári egyetemen hallottam erre egy nagyon szimpatikus választ: az egyetem egy edukációs intézmény, ami azt jelenti, hogy lényegében egy általános műveltséget ad, igaz csak abból a speciális dologból, ami téged érdekel. Nem az a dolga, hogy teljesen felkészítsen a következő évtizedek munkájára. Az a fontos, hogy lásd (akár a görögöktől kezdve) hogyan fejlődött az időben az emberi gondolkodás. Szóval én nem bánom, hogy nem tanultam „hasznos” dolgokat, hanem inkább általános jellegűeket, amik nagyon szépek és elegánsak voltak, mert engem akkor azok érdekeltek.

Persze vannak olyan képzések, amelyek tényleg valamilyen szakmát adnak (például pénzügyi, gépészmérnöki végzettség). Ám ha az ember kap egy matematikus diplomát, az más, mert ritkán keresnek az életben matematikusokat. A matematikus képzés ahelyett, hogy szakmát adna, a lehetőségek hatalmas tárházát adja, amelyek közül mindegy mit választasz, bele kell tanulnod, mert nem értesz hozzá, de nagyon jó alapjaid vannak. Sokkal jobb alapjaid, mint a többieknek! Azt kell tudatosítani, hogy ha az ember elvégzi az egyetemet, akkor nincs vége a tanulásnak, hanem akkor kezdődik.

Azóta is folyamatosan tanulsz.

Én generalistának nevezem magam, mert nem specializálódtam: itt is, ott is szeretek meglátni, felfedezni dolgokat, hozzátenni valamit ahhoz a területhez. Ezt jónak tartom, habár kétségtelen, hogy a cégek elsősorban nem ezeket az embereket keresik… De amíg lehet, addig próbálok ebben kitartani. Túl sok minden érdekes dolog van a világban és túl rövid az élet. Szeretnék sok dolgot felfedezni benne, és hozzátenni a magamét. Mindig van valami érdekes, ami éppen érdekel. A tudás öröméért tanulok/tanultam rengeteg dolgot, a pénz csak bónusz. Persze nem könnyű olyan munkahelyet találni, ahol a munkád a hobbid, de máshogy nincs értelme.

Mit javasolnál azoknak a középiskolásoknak, egyetemistáknak, akiket sok minden érdekel, vonzza őket a matematika, de még nem tudják, hogy pontosan mihez kezdjenek vele?

Nem kell attól félni, hogy egy alapképzéssel elvágja magát valaki valamitől. Nem lehet rosszul dönteni. Aki sok mindent szeretne csinálni, az kezdje el egy dologgal, aztán ha még érdekli valami más is, akkor tanulja meg azt is. Sokan félnek attól, hogy „mi lesz, ha ezt a szakot választom és nem azt”. Nem lesz semmi: nem kell attól félni, hogy visszafordíthatatlanul tönkre teszi a karrierjét. Ilyen nincs, az idő majd megoldja. Vannak céltudatos emberek, akik elejétől fogva tudják, mit akarnak, nincsenek dilemmáik, de ha valaki szeret sok mindenbe belekóstolni, az úgyis megteszi: nem lehet elrontani.

Tapasztalatom szerint két dolgot kell tanulni: matematikát és idegen nyelveket és hogyha ezt tudod, akkor nem lehet baj. Kell, hogy legyen absztrakciós készséged, „matematikus skillek”, mint például fejlett problémamegoldó-készség, hogy több, illetve ismeretlen helyzetben is feltaláld magad. És kell az is, hogy mindezt tudd kommunikálni – nem csak magyarul. Ha az ember ki tudja magát fejezni (akár több) idegen nyelven, az óriási előny.

Tehát ezt javaslom: tanuljanak matematikát és idegen nyelveket!

Kurics Tamással az interjút Paulovics Zoltán készítette

Kurics Tamásnak megjelent két fordítása az Érintő korábbi számaiban, ezekben az adattudós munkakörről, illetve a versenyszféra világáról tudhatnak meg többet az Olvasók.

https://ematlap.hu/gazda-g-sag-2022-20/1211-hogyan-lettem-adattudos

https://ematlap.hu/gazda-g-sag-2022-19/1202-big-karrier-az-egyetemtol-a-versenyszferaig

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon: ›

Csapodi Csaba 2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

A matematika érettségi követelményeinek változása 2024-től – I. rész

A 2020-as NAT és az ehhez tartozó kerettanterv változásai miatt az érettségi követelmények megváltoztatása is szükséges volt. Jelen cikk szerzője részt vett abban a munkacsoportban, amelyik előkészítette a változtatási javaslatokat. Nyilvánvaló, hogy a középszintű érettségi követelmények nem tartalmazhatnak több kötelező ismeretet, mint a kerettanterv, viszont ami a kerettantervben benne van, azt érdemes az érettségi követelményekben is szerepeltetni. Ez tehát egy kétirányú mozgást indított el: egyfelől törölni kellett a középszintű követelmények közül azokat, amelyek nem szerepelnek a kerettantervben, másfelől a kerettantervbe bekerült újdonságokat, hangsúlyváltozásokat meg kellett jeleníteni az érettségi követelményekben. További kérdést jelentett az emelt szintű követelmények összeállítása, ugyanis ennek tartalmát semmilyen egyéb tantervi előírás nem szabályozza. A középszintről kikerülő követelmények esetében az új követelményeket összeállító csapat pontról pontra átgondolta, hogy az egyes ismeretek átkerüljenek-e az emelt szintű követelmények közé vagy kerüljenek ki onnan is. Általában úgy döntöttünk, hogy ezek kerüljenek át az emelt szintű követelmények közé. A tantervi változtatásoknak nem volt célja, hogy azoknak a diákoknak, akik eddig is jó teljesítményt nyújtottak matematikából, csökkenjenek a követelményeik. Tisztában voltunk azzal, hogy bizonyos iskolákban a közép- és emelt szintű követelmények közötti olló nagyobbra nyitása megnehezítheti az emelt szintű vizsgára való felkészülést, de bízunk abban, hogy ezt a NAT-ban biztosított óraszámkeretek között meg fogják tudni oldani a kollégák.

Ennek a cikksorozatnak az a célja, hogy segítse az érettségire felkészítő kollégák munkáját. Miután a középszintet érinti a nagyobb változás, ezért erre fogunk nagyobb hangsúlyt helyezni. Öt cikket olvashatnak az Érintő olvasói az elkövetkező bő egy évben, minden cikkben egy nagyobb témakörrel fogunk foglalkozni. A cikkekben először bemutatjuk az érettségi követelmények változását táblázatos formában. A táblázatban (piros színnel) jelezni fogjuk az újonnan megjelenő követelményeket és a törölt ismereteket is. (Ha egy követelmény átkerült középszintről emelt szintre, akkor azt csak a középszinten jelöljük kihúzással, hiszen eddig is része volt az emelt szintű követelményeknek.) A táblázat után a legfontosabb változásokat röviden megmagyarázzuk, értelmezzük, indokoljuk. Ezután néhány, középszinten is újdonságnak számító ismeret esetén mutatunk néhány olyan feladatot, amit a követelmények alapján el tudnánk képzelni egy feladatsorban. Hangsúlyozzuk, hogy ezek személyes elképzelések, az érettségi feladatokat összeállító bizottság nyilvánvalóan saját ötletei és szakmai meggyőződése szerint fog dolgozni.

1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

E témakört (különösen a gondolkodási módszereket, a halmazokat és a matematikai logikát) elsősorban nem önállóan számonkérhető ismeretanyagként kell elképzelni, hanem olyan szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, illetve eszközök összességeként, amely szinte teljes egészében megjelenik minden további témakörben is.

TÉMÁK	**VIZSGASZINTEK**	
	Középszint	**Emelt szint**
1.1 Halmazok	Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.	
1.1.1 Halmazműveletek	Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség. Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb ponthalmazokat.	Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.
1.1.2 Számosság, részhalmazok	Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát. **Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.**	Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra. Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját. Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.
1.2 Matematikai logika	Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse, és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletét. Ismerje az „és”, a „megengedő vagy” **és a „kizáró vagy”** logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel. Tudja a „ha…akkor…” és az „akkor és csak akkor” típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.	
1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában	Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, **valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani.** ~~Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.~~ Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis. **Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.**	Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció. Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát. Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.
1.3 Kombinatorika	Tudjon egyszerű sorbarendezési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani. Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is. Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.	Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket. Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt. Ismerje a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait.
1.4 Gráfok	Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével. Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám. Ismerje **és alkalmazza gyakorlati feladatokban** a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.	Definiálja **és alkalmazza** a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, **séta, körséta**, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, **komplementer gráf, izomorf gráfok**. **Ismerje az *n* pontú teljes gráf éleinek a számát.** Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést. **Bizonyítsa, hogy bármely (legalább kétpontú) egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont.**

Mint a fentiekből is kiolvasható, ebben a témakörben kevés változás található az érettségi vizsgakövetelményekben.

Középszinten a logikai szita alkalmazása két-három halmaz esetén – kimondatlanul – eddig is része volt a követelményeknek, ilyen feladatokat gyakran szerepeltek az érettségi vizsgán. Ami itt a legnagyobb változásnak tűnik (egyszerű állítások, tételek bizonyítása), tulajdonképpen az sem igazi újdonság. Tisztázni kell egyfelől, hogy ez nem jelenti azt, hogy a középszintű matematika írásbeli vizsgán a diákoknak valamely, a követelményekben szereplő tétel bizonyítását kellene leírniuk. Ha valahol ezek a bizonyítások megjelenhetnek, az a szóbeli vizsga, ami a 2024-től érvényes vizsgaleírás is utal. (Itt emeljük ki újra, hogy – néhány ezzel kapcsolatos félreértés ellenére – matematikából középszinten 2024 után sem lesz mindenki számára kötelező szóbeli vizsgarész. Ez a lehetőség megmarad azoknak, akik az írásbelin 12 és 25% között teljesítettek, illetve azoknak, akik mentesülnek az írásbeli vizsgarész alól.)

A bizonyítások megjelenése a követelményekben azt jelenti, hogy ezentúl talán gyakrabban lehet majd olyan feladatokra számítani, amik úgy kezdődnek, hogy „Bizonyítsa be…”, „Mutassa meg…” vagy-vagy „Igazolja, hogy…”. Ilyen feladatok egyébként eddig is szerepeltek a középszintű feladatok között, íme:

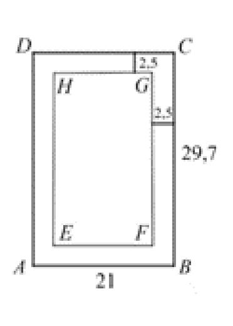
2022. október, 18. feladat c) része:

> Adott egy háromszög három csúcsa a koordinátasíkon: $A(1; 2)$, $B(5; 0)$ és $C(6; 7)$. Igazolja, hogy az ABC háromszög egyenlő szárú!

2021. október, 18. feladat d) része:

> Mutassa meg, hogy a 24! osztható 10 000-rel!

2019. október, 16. feladat c) része:



> Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm × 29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margókkal dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú. Zsófi szerint az $ABCD$ és az $EFGH$ téglalapok hasonlók. Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

Ami az emelt szintű követelmények változásait illeti: a szükséges és elégséges feltételek ismerete és alkalmazása eddig is része volt a (középszintű) követelményeknek; a gráfelméleti fogalmak közül az izomorf gráfok megjelenése jelent valódi újdonságot; az n pontú teljes gráf éleinek a száma akár középszintű követelmény is lehetne; az utolsó tétel pedig inkább az emelt szintű szóbeli vizsgarészen ad lehetőséget a vizsgázóknak arra, hogy egy gráfelméleti tétel húzása esetén ezt bizonyítsák be.

Lehetséges feladatok az egyes (megváltozott, új) követelmények esetén

Középszint

1. Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.

1.1. Egy focicsapatnak 27 tagja van. A csapattagok közül 19-nek van tetoválása a karján, 14-nek van tetoválás a hátán, 9 játékosnak a karján és a hátán is van tetoválás.

a) Hány játékosnak van a karján, de nincs a hátán tetoválás?

b) Hány játékosnak nincs tetoválva sem a karja, sem a háta?

1.2. Egy országban két hírportálról lehet tájékozódni, a lakosság 70%-a olvassa valamelyiket. A hírolvasók 62%-a tájékozódik az egyikből, 43%-a olvassa a másikat. A lakosság hány százaléka olvassa mindkét sajtóterméket?

1.3. Egy művészeti iskola 35 tanulója jár rajzolni és 57 jár táncolni. Hányan vannak azok a tanulók, akik legalább az egyik foglalkozásra járnak,

a) ha a két foglalkozás különböző időpontokban van, és 12-en mindkettőre járnak?

b) ha a két foglalkozás egy időpontban van?

1.4. Az ELTE-n minden tanárszakos hallgató pontosan két szakon tanul. Egy tanárszakos összejövetelen 56 matek-, 18 kémia- és 42 angolszakos hallgató vesz részt. Közülük 10-en matek-kémia, 3-an kémia-angol és 15-en matematika-angol szakosok. Hányan vannak az összejövetelen?

1.5. Egy sportiskola egy évfolyamán 65-en fociznak, 45-en kosaraznak és 32-en úsznak. 20 diák focizik és kosarazik is, 25-en fociznak és úsznak, 15-en kosaraznak és úsznak. 8 olyan diák is van, aki mindhárom sportot műveli, az évfolyam 10 tanulója viszont egyik sportágban sem aktív. Hányan vannak az évfolyamon összesen?

1.6. Egy gimnáziumi évfolyam 45 tanulója közül 36 tanul angolul, 18 németül és 12 franciául. Mindenki legalább egyet tanul ezek közül, de 4 tanuló mindhárom nyelven képezi magát. Hány olyan tanuló van az évfolyamon, aki pontosan két nyelvet tanul ezek közül?

2. Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani.

2.1. Egy háromszög egyik külső szöge a nem mellette fekvő belső szög kétszeresével egyenlő. Igazolja, hogy a háromszög egyenlőszárú!

2.2. Zsófi szerint, ha egy négyszögben két oldal párhuzamos, a másik kettő pedig egyenlő hosszú, akkor a négyszög paralelogramma. Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

2.3. Mutassa meg, hogy ha n pozitív egész szám, akkor $n^2 - 1 + (n - 1)^2$ páros!

2.4. Egy háromszög egyik oldalának a hossza kétszer akkora, mint a hozzá tartozó súlyvonal hossza. Mutassa meg, hogy a háromszög derékszögű!

3. Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.

3.1. Adottak az alábbi állítások.

A = Ha egy háromszög két oldala egyenlő hosszú, akkor a háromszög szabályos.

B = Ha két szám egyenlő, akkor a két szám négyzete is egyenlő.

C = Ha egy szám kisebb, mint 5, akkor a négyzete kisebb, mint 25.

D = Ha a és b páros, akkor $a + b$ páratlan.

E = Ha két szám előjele különböző, akkor a szorzatuk negatív.

a) Adja meg az állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszát indokolja!

b) Adja meg az állítások megfordítását! Adja meg a megfordítás logikai értékét! Válaszát indokolja!

4. Ismerje és alkalmazza gyakorlati feladatokban a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.

4.1. Egy 7 fős tanulócsoportban szociometriai felmérést végeznek. Mindenki megjelöli, hogy kikkel van jó viszonyban a csoporton belül. Ha ketten egymást jelölik, akkor őket „barát”-nak tekinti a felmérés. A csoportvezető a felmérés után felírja, hogy kinek hány barátja van a csoporton belül. Az alábbiakban felsorolunk néhány számsorozatot. Melyek adhatják meg ezek közül a fenti felmérés eredményét? Válaszait indokolja!

a) 3, 3, 5, 7, 2, 4, 6

b) 1, 0, 3, 4, 6, 5, 3

c) 1, 3, 4, 5, 3, 5, 4

d) 1, 2, 3, 3, 3, 4, 6

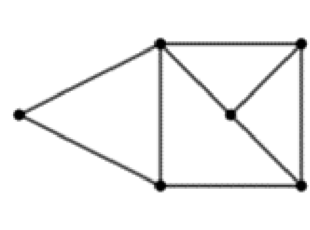
e) Igazolja, hogy a valódi helyzetet leíró 7 szám között mindig van legalább kettő, ami egyenlő!

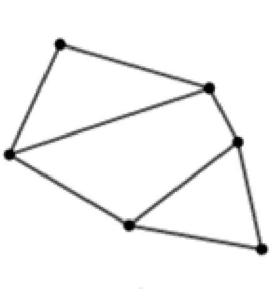
4.2. Egy gólyatáborba érkező 26 elsőéves hallgató között összesen 58 (kölcsönös) ismeretség van korábbról. Öt olyan hallgató van, aki 4 másikat, hat olyan hallgató van, aki 5 másikat, és hét olyan hallgató van, aki 6 másikat ismer. Tudjuk, hogy a többi hallgató mindegyikének ugyanannyi ismerőse van a táborban. Hány ismerőse van ezeknek a hallgatóknak a táborban?

Emelt szint

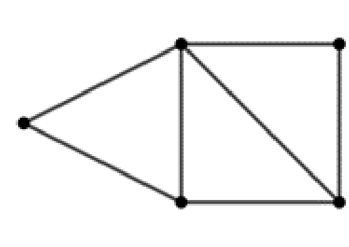
5. Definiálja és alkalmazza a következő fogalmakat: […] komplementer gráf, izomorf gráfok.

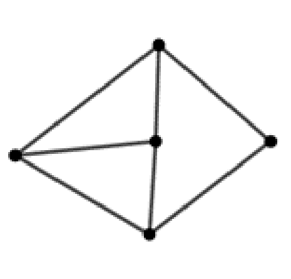
5.1. Állapítsa meg, hogy az alábbi gráfok izomorfok-e vagy sem! Válaszát indokolja!


G

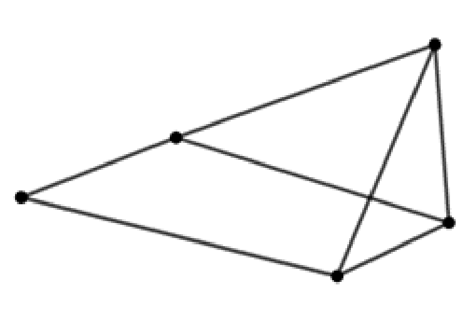

G′

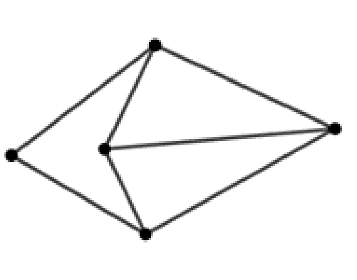
a)


H


H′

b)


I


I′

c)

5.2. Rajzoljon két 5-csúcsú, egyszerű gráfot, amelyekben a csúcsok fokszámai 1; 2; 2; 2; 3, de a két gráf nem izomorf!

5.3. Van-e olyan

a) 4 pontú,

b) 5 pontú,

c) 6 pontú,

egyszerű gráf, amely izomorf a komplementerével?

A feladatok megoldása hamarosan megjelenik az Érintő Facebook-oldalán.

Csapodi Csaba

ELTE TTK Matematikatanítási és Módszertani Központ

Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet Módszertani Osztály

Megj. A cikk bevezető képének forrása: https://en.wikipedia.org/wiki/pl:User:Marcin_Otorowski.

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Tamásné Kollár Magdolna 2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Hosszú szövegű feladatok az érettségin

Negyven-ötven évvel ezelőtt még rendszerint olyanok voltak a matematika tankönyvek és feladatgyűjtemények, hogy csak az egyes témakörök legvégén, az utolsó néhány leckében került sor szöveges feladatokra. A tanítás úgy épült fel, hogy szép, egymásra épülő rendszerben megtanították a matematikai fogalmakat, pontos definíciókat, tételeket és módszereket. Az alkalmazás és a szöveges feladatok csak a fejezet végén jöttek szóba, amikor már biztosan kezelték a diákok a témakörön belül a matematika eszköztárát. A legtöbben, akik megszerettük a matematikát, azért szerettük meg, mert rendkívül érdekesnek és szépnek láttuk a matematika világát. Nem az volt az elsődleges kérdés számunkra, hogy hol lehet mindezt alkalmazni.

Az utóbbi évtizedekben azonban a tanítás során előtérbe került az alkalmazás, és előtérbe kerültek a szöveges feladatok. Az érettségi vizsgán sokszor találkozunk hosszú szövegű matematika feladattal. A legtöbb matematikatanárnak nem ezek a feladatok a kedvencei. Mégis, mivel az érettségi vizsgának ez része lett, tanárként nem bújhatunk ki a kérdés elől, hogyan tudjuk segíteni a diákokat a hosszabb szövegű feladatok megoldásában.

Miért történt ez a változás, miért kaptak nagyobb hangsúlyt a szöveges feladatok? Az okok között szerepel az, hogy az iskola nemcsak tudást, hanem praktikus tudást is szeretne közvetíteni a diákok felé. A matematika nemcsak egy önmagában szép és érdekes gondolatkör, hanem egy olyan eszköztár, ami kifejezetten alkalmas a minket körülvevő világ leírására, kutatására. A matematikai struktúrák a világ számos jelenségét kiválóan modellezik.

*„A matematika a **mintázatok tudománya**, s e mintázatokra mindenütt rábukkanunk, bármerre tekintünk is: a fizikai Univerzumban, az élővilágban vagy akár tulajdon elménkben." (Keith Devlin: A láthatatlan megjelenítése)*

Ez a megközelítés azt vonja maga után, hogy tanárként egyaránt fontos feladatom, hogy magát a mintázatot megismertessem a diákokkal, valamint az, hogy a mintázat felismerésének és alkalmazásának útjára rámutassak. Maga a mintázat matematikai objektumokkal dolgozik, matematikai fogalmakat alkot, tételeket bizonyít, rendszerbe helyezi az ismereteket, módszereket és eljárásokat dolgoz ki. A mintázat felismerése és alkalmazása pedig a modellalkotás és modellezés. Sok esetben ez a modellalkotás mutat rá egy-egy matematikai fogalom szerepére, a matematikai struktúra (mintázat) tulajdonságaira, és újabb kérdésfelvetésekre inspirál. Az, hogy a matematikát nemcsak elnagyolt szöveges feladathoz, hanem érdekes és árnyalt szituációhoz kötjük, sok tanuló számára inspiráló lehet a matematika tanulásában és tanulmányozásában.

A szöveges feladatok tanítása ugyanakkor nem könnyű. Vannak, akik olvasási, szövegértési nehézségekkel küzdenek, számukra riasztó lehet a szöveg hossza. A feladat megoldásához türelemre, fókuszálásra van szükség, sok diák számára ez sem egyszerű. Időigényes része ez a tanításnak, a számos elvárás és követelmény között nehéz rá időt szakítani.

E nehézségek tiszteletben tartása mellett arra keresünk most válaszokat, hogy mi segíthet a hosszabb szövegű feladatok tanításában. Milyen ötletek, módszerek tehetik eredményesebbé a tanári munka ezen területét?

Sokat segít, ha a szöveges feladat érdekes. (Erre mutatunk példát az 1. feladatban.) Az érdekes feladat rendszerint valós vagy ahhoz közeli helyzetet mutat be. Olyan szituációt ír le, amelyhez érzelmileg is lehet kapcsolódni. Kíváncsivá tesz, s ez a motivációt is erősíti. Ilyen feladat esetében arra is lehetőség nyílhat, hogy a valódi helyzetet is megmutassuk egy fényképpel vagy videóval.

Fontos megmutatni, hogy az, hogy egy feladatnak hosszú a szövege, nem öncélú. A hosszabb szöveg oka sokszor az, hogy a világban előforduló helyzetek komplexek, összetettek. A helyzet elemzéséhez és a megfelelő matematikai modell megalkotásához pontosan kell ismerni a fogalmakat, pontosan megfogalmazott kérdésekre van szükség. (Erre mutatunk példát a 2. feladatban.)

A szöveges feladat megértését nagyban segíti a szöveg tagoltsága. Megfigyelhető, hogy az érettségi feladatokban is igyekeznek a feladat szerzői egy-egy részkérdés beszúrásával rávezetni a diákot a szöveg értelmezésére. (Erre mutatunk példát a 3. feladatban.) A tagolás történhet alpontokkal, kérdésekkel, de ezen kívül táblázattal, szakábrával, képpel. Sokat könnyít, ha a szövegbe bele lehet írni, vagy alá lehet húzni azt, ami fontos. Hosszú szövegű feladat esetében érdemes előkészíteni a tanórát feladatlappal, kitölthető táblázattal stb. *(Megjegyzés: az A sorozatú tankönyvekben – ahol a tankönyv raktári száma kódszámban TA-ra vagy AE-re végződik – több ilyen feladat szerepel, hozzá tartozó szakábrával, táblázattal.)*

A hosszú szövegű feladat esetében az egyéni olvasásra elegendő időt kell adni. Szerencsés, ha nemcsak a 12. évfolyamon kerül elő ez a típusú feladat, hanem már 9. osztálytól találkoznak ezzel a tanulók. Van idő, el kell olvasni, végig kell gondolni, végig kell számolni. Érdemes azzal is készülni az ilyen típusú órára, hogy plusz feladatot tudjunk adni annak, aki jóval hamarabb végez.

Végezetül felsorolunk néhány tanácsot, amit érdemes megfogalmazni a diákok számára a hosszú szövegű feladatokhoz kapcsolódóan az érettségi vizsga előtt.

Tanácsok, javaslatok hosszú szövegű feladat esetére

1. Olvasd el egyben, esetleg olvass el egy-egy bekezdést egyben!

2. Olvasd lassan, figyelmesen! Ha lehet, húzd alá, ami szerinted fontos!

3. Azonosítsd be, milyen adatok vannak megadva!

4. Fogalmazd meg a kérdést másként! (rövidebben, a matematikai modellhez kapcsolódóan)

5. Rajzolhatsz ábrát vagy táblázatot, ami segíthet.

Amikor a hosszú szövegű feladat motiválóan hat

1. feladat: (rövid változat)

Készítsünk dobozdiagramot a következő adatsokaságról!

7,93 7,71 8,19 8,9 7,66 7,97 8,12 8,02 7,94 7,9 8,16 7,89 7,44 8,09 7,51 7,94

Megoldás:

Dobozdiagram készítéséhez nagyság szerint növekvő sorrendbe kell állítani az adatsokaság elemeit:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
7,44	7,51	7,66	7,71	7,89	7,90	7,93	7,94	7,94	7,97	8,02	8,09	8,12	8,16	8,19	8,9

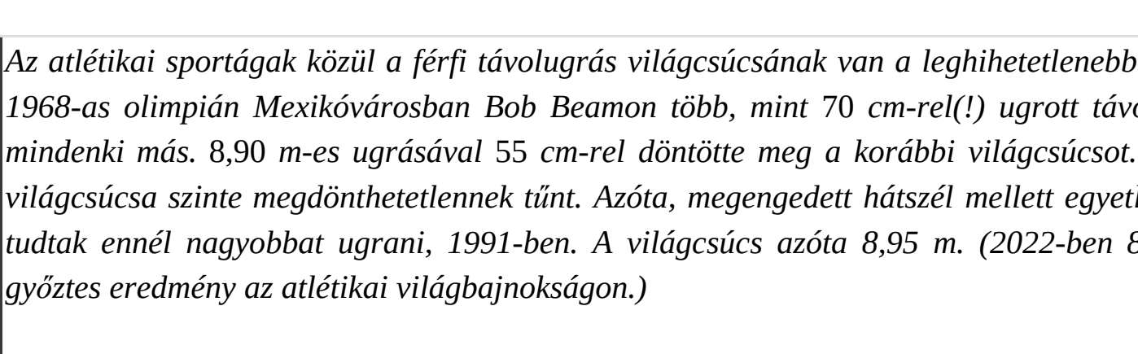
Meg kell határozni az adatsokaság mediánját, majd azután az alsó és felső kvartilisét.

Mivel 16 adat van, a medián a két középső, azaz a 8. és 9. adat számtani közepe. Tehát: $Q_2=\frac{7{,}94+7{,}94}{2}=7{,}94$.

Az alsó kvartilis a medián előtti adatok, vagyis az első 8 adat mediánja. Ez tehát a 4. és az 5. adat számtani közepe: $Q_1=\frac{7{,}71+7{,}89}{2}=7{,}8$.

A felső kvartilis a medián utáni adatok, vagyis a második 8 adat mediánja. Ez tehát a 12. és a 13. adat számtani közepe: $Q_3=\frac{8{,}09+8{,}12}{2}=8{,}105$.

Ez a három adat határozza meg a doboz jellemzőit. A doboz szélességét a félterjedelem ($Q_3-Q_2=0{,}305)$ adja. Ha nincs kiugró adat, akkor a dobozhoz kapcsolódó „bajusz" szélső határa az adatsokaság minimuma illetve maximuma. Most az adatsokaság minimuma nem kiugró adat (az alsó kvartilistől való eltérése kisebb, mint a félterjedelem másfélszerese), de az adatsokaság maximuma egy kiugró adat, mert a felső kvartilistől való eltérése nagyobb, mint a félterjedelem másfélszerese ($8{,}9-8{,}105=0{,}795>1{,}5\cdot 0{,}305)$. A kiugró adatot külön ponttal jelöljük, és a „bajusz" szélét a legnagyobb olyan adat határozza meg, amelynek a felső kvartilistől való eltérése kisebb, mint a félterjedelem másfélszerese, tehát a jobb oldali „bajusz" felső széléhez tartozó adat 8,19.



Ez a feladat ebben a formában egy eljárást gyakoroltat. Önálló gondolat nem kell hozzá, hanem a fogalmak pontos ismerete és alapos odafigyelés. Úgy is fogalmazhatunk, hogy egy „technikai" feladat.

A feladat érdekességét az adja, hogy egy valós adatsorhoz és egy rendkívül érdekes eseményhez és helyzethez kapcsolódik. 1968-ban Mexikóvárosban a férfi távolugrás döntőjében egészen fantasztikus világcsúcs született. Bob Beamon több, mint 70 cm-rel ugrott nagyobbat, mint mindenki más. 55 cm-rel döntötte meg a korábbi világcsúcsot. A feladatban szereplő számok az 1968-as olimpián a férfi távolugrásban született eredmények, méterben mérve.

Szöveges feladatként nemcsak arra mutat rá, hogy mit szemléltethet a statisztikában egy dobozdiagram, hanem sok diákot elgondolkodtat, beszélgetésre indít és motiváló erővel bír. A kiugró adatot jelző pont már nemcsak egy olyan apróság lesz, amire oda kell figyelni, hanem a minket körülvevő világ érdekességére mutat rá. Az új 12. osztályos tankönyvben a következő szöveggel jelenik meg ez a feladat:

Az atlétikai sportágak közül a férfi távolugrás világcsúcsának van a leghihetetlenebb története. Az 1968-as olimpián Mexikóvárosban Bob Beamon több, mint 70 *cm-rel(!) ugrott távolabbra, mint mindenki más.* 8,90 *m-es ugrásával* 55 *cm-rel döntötte meg a korábbi világcsúcsot. Fantasztikus világcsúcsa szinte megdönthetetlennek tűnt. Azóta, megengedett hátszél mellett egyetlen versenyen tudtak ennél nagyobbat ugrani, 1991-ben. A világcsúcs azóta 8,95 m. (2022-ben 8,36 m volt a győztes eredmény az atlétikai világbajnokságon.)*

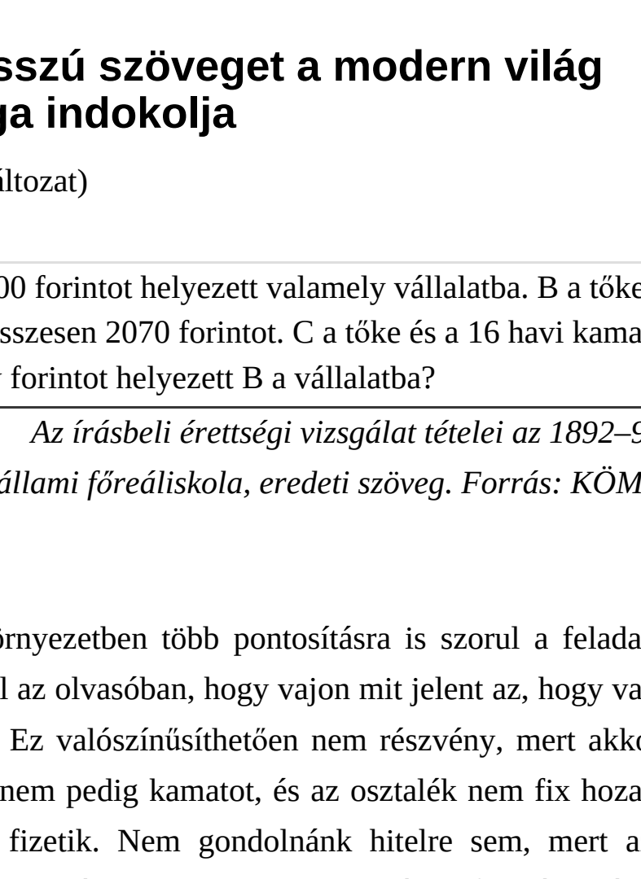
helyezés	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
eredmény (m)	8,9	8,19	8,16	8,12	8,09	8,02	7,97	7,94	7,94	7,93	7,90	7,89	7,71	7,66	7,51	7,44

Ábrázold dobozdiagramon az 1968-as olimpia férfi távolugrás döntőjében született eredményeket!

Megjegyzések:

– A feladathoz kapcsolódóan érdemes a tanórán bemutatni Beaman híres ugrásának videófelvételét: `https://www.youtube.com/watch?v=d9cqlo6Y1Zk`.

– A férfi távolugrás világcsúcsának alakulásáról más érdekességek is olvashatók, találhatók, akár szakkönyvekben, akár az interneten.



A levegőben repülő Bob Beamon 1968-ban. Forrás: Wikipedia.

– Hasonló dobozdiagram készíthető Milák Kristóf 2022-ben 200 méteres pillangóúszásban elért világcsúcsáról. A 2022-es budapesti világbajnokságon Milák Kristóf eredményei kiugró adatként jelennek meg mind az elődöntőn, mind a döntőn elért eredmények között.

Amikor a hosszú szöveget a modern világ bonyolultsága indokolja

2. feladat: (rövid változat)

B és C összesen 3400 forintot helyezett valamely vállalatba. B a tőke és egy évi kamat fejében visszakap összesen 2070 forintot. C a tőke és a 16 havi kamat fejében 1920 forintot. Hány forintot helyezett B a vállalatba?

Az írásbeli érettségi vizsgálat tételei az 1892–93. iskola év végén;
V. kerületi állami főreáliskola, eredeti szöveg. Forrás: KÖMAL 1893. december

Kiegészítések:

A mai pénzügyi környezetben több pontosításra is szorul a feladat szövege. Az első kérdés, ami felmerül az olvasóban, hogy vajon mit jelent az, hogy valaki egy „vállalatba helyezett" el pénzt. Ez valószínűsíthetően nem részvény, mert akkor osztalékot kapna utána a tulajdonos, nem pedig kamatot, és az osztalék nem fix hozamú szokott lenni, s általában évenként fizetik. Nem gondolnánk hitelre sem, mert azt legjellemzőbben hitelintézet ad a vállalkozásoknak. Mai közgazdasági kifejezéssel élve a kötvény felelne meg a feladatban szereplő helyzetnek.

Fontos részletek továbbá, hogy a feladat szövegéből nem derül ki, hogy egyszerű kamatozás vagy kamatos kamatozás szerint történik az elszámolás. Vajon azonos-e a két befektető esetében az éves kamatláb? Félreérthető, hogy 16 hónapos futamidő esetében mi történik az 1 év lejártakor.

Egy mai érettségi feladatsorban mindezeket pontosabban kellene megfogalmazni, hogy egyértelmű legyen a diákok számára. Ezért jóval hosszabb lenne a feladat szövege. Például a következő módon jelenhetne meg a fenti feladat:

Egy vállalkozás egy kisebb beruházást tervez, az ehhez szükséges tőke előteremtéséhez kötvényeket bocsát ki. A kötvényeket magánszemélyek is megvásárolhatják. Egy adott kötvény megvásárlásakor a magánszemély szerződést köt a vállalkozással: a vásárláskor befizeti a vállalkozásnak a kötvényen szereplő tőkét, majd a szerződésben meghatározott idő elteltével a vállalkozás, egy előre rögzített kamattal visszavásárolja a személytől a kötvényt. Így a kötvény vásárlás által a vállalkozás kellő tőkéhez juthat, a kötvény megvásárlói pedig kedvező befektetéshez juthatnak.

Barna és Csaba kötvényt vásárolnak egy vállalkozástól, összesen 340 000 forint értékben. Barna olyan kötvényt választ, amely szerint a szerződése értelmében a vállalkozás egy év múlva vásárolja tőle vissza a kötvényt, és ekkor kifizet neki a tőke és egy évi kamat fejében összesen 207 000 forintot. Csaba olyan kötvényt választ, amely szerint a szerződés értelmében a vállalkozás 16 hónap múlva vásárolja vissza tőle a kötvényt, és ekkor egy összegben fizet ki neki a tőke és a 16 havi kamat fejében 192 000 forintot. A két esetben az éves kamatláb megegyezik. Egyszerű kamatozás történik, a 16 hónapra járó kamatláb az éves kamatláb 1,25-szorosa. Barna hány forintért vásárolt kötvényt?

Megoldás:

Jelöljük a Barna által kötvénybe fektetett tőkét b-vel, a Csaba által kötvénybe fektetett tőkét c-vel! Legyen az éves kamatláb p, jelöljük ennek századrészét x-szel! ($x=\frac{p}{100}$)

$$\begin{aligned}b+c&=340\,000\\ b(1+x)&=207\,000\\ c(1+1{,}25x)&=192\,000\end{aligned}$$

A második egyenletből fejezzük ki b-t, a harmadik egyenletből c-t és írjuk be az első egyenletbe!

$$\frac{207\,000}{1+x}+\frac{192\,000}{1+1{,}25x}=340\,000.$$

Az egyenletet osszuk 1000-rel, majd szorozzuk $(1+x)(1+1{,}25x)$-szel!

$$\begin{aligned}207+258{,}75x+192+192x&=340+340x+425x+425x^2\\ 425x^2+314{,}25x-59&=0\end{aligned}$$

Ennek megoldásai: $x_1\approx 0{,}155$ és $x_2\approx -0{,}895$.

A negatív érték (a feladat szövegéből adódóan) nem megoldás. Az éves kamatláb tehát: $\frac{p}{100}=0{,}155$ vagyis $p=15{,}5$ (%).

A második egyenletből meghatározhatjuk a Barna által kötvénybe fektetett tőkét: $b=\frac{207\,000}{1{,}155}\approx 179\,200$ (forint).

Ellenőrzés:

$b=179\,200$.

Ez kamatozik 15,5%-kal, így a járandóság egy év múlva $179\,200\cdot 1{,}155=206\,976\approx 207\,000$ (forint).

$c=340\,000-179\,200=160\,800$.

Az éves kamatláb 15,5, a 16 hónapra vonatkozó kamatláb $1{,}25\cdot 15{,}5=19{,}375$ (%).

A járandóság 16 hónap múlva $160\,800\cdot 1{,}19375=191\,955\approx 192\,000$ (forint)

Egy hosszú szövegű középszintű érettségi feladat

3. feladat: (2008. május, 18. feladat)

Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik:

A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt.

Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér.

Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik?

b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot?

Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét.

c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket!

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	−13					
	2						
	3						
	4						10
	5						
	6						

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer?

A feladat átlagosnál hosszabb szövegét az indokolja, hogy teljesen egyértelműen le kell írni a feladatban szereplő helyzetet. Fontos a lépések sorrendje. Ki mikor fizet, mikor dob, mikor kell döntést hoznia. A megoldást az segíti, hogy ezeket a lépéseket külön választjuk.

Első lépés: Zsófi befizet 7 forintot.

Második lépés: A játékvezető dob a kockával.

Harmadik lépés: Zsófi döntést hoz, hogy játszik-e tovább. A feladat szövege ismerteti a döntést: ha a dobás 1 vagy 2, akkor nem játszik tovább, ha 3, 4, 5 vagy 6, akkor tovább játszik. Innen tehát kétféle helyzet állhat elő.

a) Az első kérdés erre a harmadik lépésre vonatkozik. Azt kell meghatározni, hogy mekkora valószínűséggel lesz 3, 4, 5 vagy 6 a dobás eredménye. Ennek valószínűsége $\frac{4}{6}$, hiszen az összes lehetőség 6, ebből a kedvező lehetőségek száma 4 (és minden lehetőség egyformán valószínű).

b) A második kérdés arra az eseményre vonatkozik, amikor Zsófinak 12 forintot fizet ki a játékvezető. Figyeljük meg, hogy nem fogalmazhatunk úgy, hogy „Zsófi 12 forintot nyer". Ez félreérthető lenne, hiszen kezdetben Zsófi 7 forintot befizetett, így tekinthetjük úgy, hogy a játék nyereménye $12-7=5$ forint, azonban tekinthetjük úgy is, hogy a nyeremény az, amit a játék végén visszakapunk. A mondat tehát valamivel hosszabb, mintha azt írnánk, hogy „Zsófi 12 forintot nyer", de nincs benne az a bizonytalanság, hogy a 12 forint mire vonatkozik.

Fontos betoldás az is, hogy a kérdés arra vonatkozik, hogy a játék *kezdetekor* mennyi annak a valószínűsége, hogy a játékvezető 12 forintot fizet Zsófinak. A valószínűség vonatkozhatna egy másik pillanatra, helyzetre is, fontos az egyértelmű megfogalmazás.

A játékvezető ezekben az esetekben fizet ki 12 forintot:

első dobás	3	4	6
második dobás	4	3	2

A feladat érdekessége, hogy Zsófi döntése miatt nem állhat elő a két kockadobás után jól ismert 36 egyenlően valószínű elemi esemény. Ha az első dobás egyes vagy kettes, akkor nem történik második dobás.

$\frac{1}{6}$ valószínűséggel az első dobás egyes, ekkor nincs második dobás.

$\frac{1}{6}$ valószínűséggel az első dobás kettes, ekkor nincs második dobás.

A többi esetben két dobás történik. Ez 24-féle lehetőség, és ez a 24 elemi esemény egymás között egyenlően valószínű. Elkészíthető tehát a következő táblázat, amely az egyes esetek valószínűségét tartalmazza:

			második dobás eredménye					
			1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	$\frac{1}{6}$						
	2	$\frac{1}{6}$						
	3		$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
	4		$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
	5		$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$
	6		$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{36}$

A játékvezető ennyit fizet Zsófinak az egyes esetekben:

			második dobás eredménye					
			1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	1						
	2	2						
	3		3	6	9	12	15	18
	4		4	8	12	16	20	24
	5		5	10	15	20	25	30
	6		6	12	18	24	30	36

A színessel jelölt 3 eset valószínűsége $3\cdot\frac{1}{36}=\frac{1}{12}$.

c) Barnabás esetében is ismerjük a 3. lépésben hozott döntését. Ő mindenképpen tovább játszik. Ekkor valójában Barnabás 14 forintot fizet be, 2 kockadobás történik, és a két dobás szorzata szabja meg, hogy mekkora összeget kap vissza. Barnabás egyenlege minden elemi esemény esetén: (a két dobás szorzata – 14).

A táblázat a konkrét eredményekkel nagyon sokat segít a feladat értelmezésében. Elkülöníti egymástól az elemi eseményeket és konkrét végeredményeket kapcsol hozzájuk. A táblázat kitöltése nagyban segíti majd a következő (**d)**) kérdés megválaszolását.

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	−13	−12	−11	−10	−9	−8
	2	−12	−10	−8	−6	−4	−2
	3	−11	−8	−5	−2	1	4
	4	−10	−6	−2	2	6	10
	5	−9	−4	1	6	11	16
	6	−8	−2	4	10	16	22

d) A táblázat a 36 elemi esemény esetében tartalmazza Barnabás egyenlegét. Barnabás nyereséges, ha az egyenleg pozitív. A pozitív eredményt tartalmazó cellák száma 13, ezért a helyes válasz $\frac{13}{36}$.

Megjegyzés: A feladat megoldása után érdemes elbeszélgetni a kapott eredményekről. További kérdéseket fogalmazhatunk meg. Ilyen például, hogy mekkora a nyeremény várható értéke Barnabás és Zsófi esetében. Vajon miért dönt Zsófi úgy, hogy ha a dobás értéke kisebb, mint 3, akkor nem játszik tovább? Indokolt-e Zsófi döntése? Hogyan alakulna Barnabás esetében a várható érték, ha egy menetért nem 7, hanem 6 forintot kellene fizetnie?

Zsófi nyereményének várható értékéhez érdemes egy újabb táblázatot készíteni, amely azt tartalmazza, hogy mennyi Zsófi egyenlege az egyes esetekben:

			második dobás eredménye					
			1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	−6						
	2	−5						
	3		−11	−8	−5	−2	1	4
	4		−10	−6	−2	2	6	10
	5		−9	−4	1	6	11	16
	6		−8	−2	4	10	16	22

Megállapíthatjuk, hogy a valószínűségszámítás témakörében (is) nagyon pontosan és körültekintően kell fogalmazni. Emiatt lehet, hogy egy feladat szövege hosszú, de fontos az egyértelműség. Sokat segít a tagolás, és az, hogy lépésekre bontjuk a folyamatot. A táblázatok, szakábrák itt és más esetekben is nagyban segítik az adatok áttekintését.

Ebben a rövid cikkben igyekeztem ízelítőt adni abból, hogyan próbálom közelebb vinni a diákjaimat a hosszabb szövegű feladatok megoldásához, hogy felfedezhessék: a matematika szép, érdekes, és játékos.

Tamásné Kollár Magdolna
Pannonhalmi Bencés Gimnázium

Gardev Dániel, Hartmann Botond, Kovács Dominik, Varga Sebestyén 2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Tisztelgés három nagy matematikus előtt

Egy pályázat története

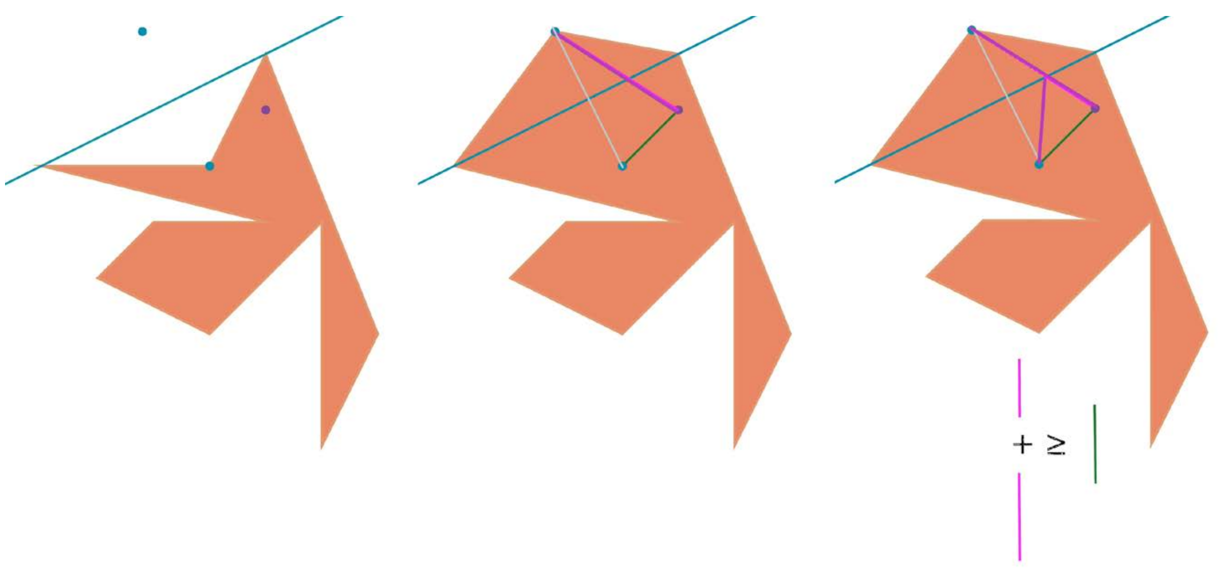
Napjainkban a digitális tartalmak elképesztő mennyiségben jelen vannak az életünkben. Az utóbbi 10 évben a matematika területén belül is megindult a digitális ismeretterjesztés folyamata. Ennek egyik legjobban ismert alakja Grant Sanderson, avagy a 3Blue1Brown nevű YouTube-csatorna indítója. Ő csapatával együtt minden nyáron meghirdeti a *Summer of Math Exposition* nevű pályázatot, amelynek célja, hogy több matematikával foglalkozó tartalom legyen elérhető az interneten. Az első alkalommal, 2021-ben nagy sikert aratott a pályázat, ennek keretében több ezer színvonalas videó és más digitális tartalom készült. Mi, az Óbudai Árpád Gimnázium 12.b speciális matematika tagozatos osztály tanulói úgy döntöttünk – mivel érdeklődünk a matematika iránt és szívesen foglalkozunk különböző matematikával kapcsolatos témákkal –, hogy 2022 nyarán mi is részt veszünk ezen a pályázaton. Végül úgy határoztunk, hogy egy videót fogunk készíteni. Ezt a cikket azért írtuk meg, hogy motiváljuk a matematika iránt érdeklődőket arra, hogy az őket érdeklő témákban elmélyítsék és megosszák tudásukat.

Úgy gondoltuk, hogy kevés magyar csapat fog indulni a pályázaton, ezért szerettünk volna kifejezetten magyar vonatkozású videót készíteni. Tanárunk, Kézér Ildikó segítségével elkezdtünk olyan témákat keresni, amelyek nemcsak érdekesek, hanem gazdag vizualitással is rendelkeznek. Végül az Erdős–Szőkefalvi-Nagy-tétel mellett döntöttünk, hiszen Erdős Pál Magyarország legelismertebb matematikusa, és Szőkefalvi-Nagy Béla is a magyar matematika egyik legnagyobb alakja.

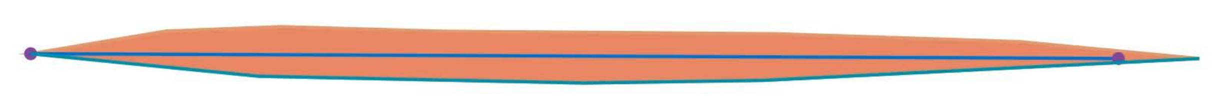
A tétel szerint bármely egyszerű konkáv sokszöget véges számú átfordítással konvexszé lehet tenni. Az átfordítás olyan transzformáció, amelyben a sokszög két kiválaszott csúcsa közötti pontokat a két csúcs által meghatározott egyenesre tükrözzük. Egy átfordítás csak akkor megengedett, ha a tükörtengely tartalmazza a sokszög konvex burkának egy szakaszát, különben az átfordított sokszög metszhetné önmagát. A konvex burkot szemléletesen úgy kaphatjuk meg, hogy egy befőttesgumit húzunk a sokszögre.

A bizonyításnak itt és az általunk készített videóban is szemléletes, egyszerűsített változatát mutatjuk be.

Mivel a tengelyes tükrözés távolságtartó transzformáció, egy átfordítás után a sokszög kerülete nem változik. Másrészt az átfordított csúcsok az összes belső ponttól távolodnak. Ez a háromszög-egyenlőtlenségből következik, mint ahogy az a képen is jól látható.

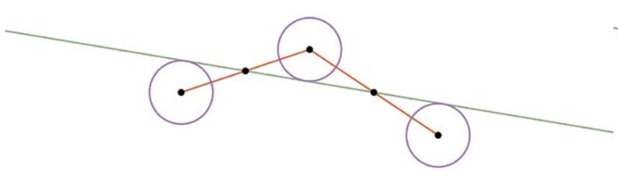


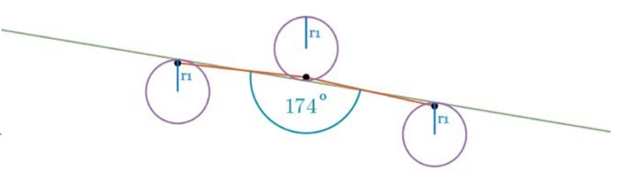
Vegyük észre, hogy bármely 2 belső pont távolsága kisebb, mint a kerület fele. Ezt az alábbi ábrán szemléltettük:



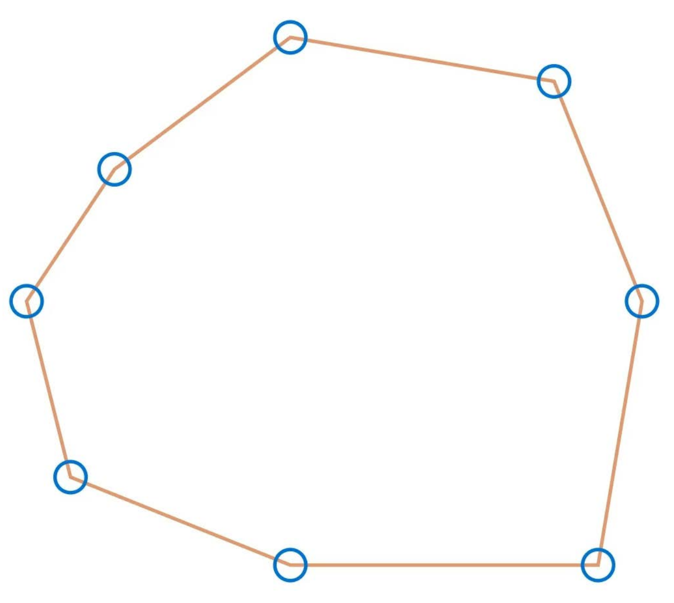
Az átfordítások során tehát a pontok egymástól mért távolsága monoton nő, és semelyik 2 pont nem lehet a félkerületnél nagyobb távolságra. Ebből az következik, hogy a sokszög bármely csúcsának az átfordítások során adódó képei egy konvergens pontsorozat részei, azaz a csúcsok helyének létezik határértéke. (Ennek az állításnak a bizonyítását a videóban tárgyaljuk részletesebben.)

Definiáljuk az eredeti konkáv sokszög határsokszögét úgy, mint az eredeti sokszöget alkotó csúcsok határhelyzetei által alkotott sokszöget. A határsokszög biztosan konvex, hiszen ha nem lenne az, akkor tudnánk még átfordításokat végrehajtani. Ez azt jelenti, hogy végtelen sok lépésen belül konvexszé tudunk tenni bármilyen egyszerű konkáv sokszöget. Ahhoz, hogy belássuk, hogy ezt véges sok lépésben is meg tudjuk tenni, fel kell használnunk a konvex sokszögek egy tulajdonságát, az úgynevezett konvexitási toleranciát. Tekintsük egy konvex sokszög tetszőleges 3 szomszédos csúcsát. Vegyük fel a csúcsok mint középpont köré az őket összekötő oldalak felezési pontjai által meghatározott egyenest érintő köröket.





Ha ezt az összes lehetséges szomszédos ponthármasra elvégezzük, majd a kapott körök sugarai közül kiválasztjuk a legkisebbet, akkor megkapjuk a sokszög konvexitási toleranciáját. Ha ezzel a sugárral minden csúcs mint középpont köré kört szerkesztünk, a csúcsokat ezeken a körökön belül tetszőlegesen mozgatva a sokszög minden belső szöge, így a sokszög is konvex marad (ld. a videóban).



Fentebb láttuk, hogy a csúcsok helyzetének létezik határértéke. A határérték definíciójából adódóan ez azt jelenti, hogy az eredeti sokszög csúcsai tetszőlegesen közel juthatnak a határcsúcsukhoz, még ha nem is biztos, hogy elérik azt. Ezek alapján a csúcsok véges sok lépésben belépnek a határsokszög konvexitási tolerancia tartományába, tehát a sokszög véges sok lépésben konvex lesz.

A videó elkészítéséhez az első lépés a forgatókönyv megírása volt. Egy olyan kisfilmet szerettünk volna létrehozni, ami minél szélesebb körben érthető, befogadható és játékosabb hangulatú. Felmerült az is, hogy egy történet keretei között vezessük be a tételt, de végül ezt az ötletet elvetettük, mert úgy gondoltuk, hogy enélkül is érdekessé tudjuk tenni a videót. A forgatókönyv írásában a legnagyobb kihívás az volt, hogy eldöntsük, milyen részletességgel tárgyaljuk a bizonyítást. További nehézséget okozott, hogy a tételről kevés bizonyítás található az interneten, és azok közül is sok hiányos. Szerencsére Kézér Ildikó tanárnőhöz és dr. Vajda István tanár úrhoz fordulhattunk időközben kérdéseinkkel, és segítségükkel sikerült egy helyes bizonyítást összeraknunk. Az elkészített kisfilmben sem említettünk meg minden részletet, hiszen fontos szempont volt az is, hogy a videó ne legyen túl hosszú.

Összességében, habár végül nem nyertünk semmit a pályázaton, nagyon sok számunkra kedves és érdekes pillanatot köszönhetünk a 2022-es SoME-nak. Hogy csak egy példát említsünk: egy lazább forgatókönyvírás közben sikerült elírnunk a „tell” szót „tekku”-ra. Azóta „TEKKU” belsős poénként létezik négyünk között. „TADIUS” hasonlóképpen a „radius” szó elírásából keletkezett. Azóta mindketten szerves részei az életünknek (előbbit például a Bolyai Matematika Csapatversenyen is csapatnévként választottuk). Így természetesen, ha idén nyáron is kiírják a pályázatot, szeretnénk indulni rajta, és minden kedves Olvasónak is azt ajánljuk, hogy készítsen ő is valamilyen matematikával kapcsolatos munkát, mert matekból sosem elég.

A cikket dr. Besenyei Ádám tanár úr (1982–2022) ösztönzésére írtuk, dicsérő szavaiért most is hálásak vagyunk. Ő volt az, aki az általunk készített videó megtekintése után felvetette, hogy írjuk meg a pályamunka történetét. Ezt az írást az ő emlékének is ajánljuk.

Gardev Dániel, Hartmann Botond, Kovács Dominik, Varga Sebestyén,
az Óbudai Árpád Gimnázium speciális matematika tagozatos tanulói

Megjegyzések

A pályázat 2022-es meghirdetése: `https://youtu.be/hZuYICAEN9Y`
Az általunk készített videó: `https://youtu.be/hhEobhoMMI8`

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon: ›

Balogh Tamás László 2023. MÁRCIUS, TANÓRA – SZAKKÖR

Medve Matek GO – okostelefonnal

Vándorlás és feladatmegoldás a szabadban, mobilapplikációval

2021-et írtunk, annak is az első hónapjait. A legszigorúbb karanténszabályok voltak érvényben, az iskolák zárva, a Medve Matek csapata pedig sokakhoz hasonlóan frusztrált volt, mert tömegrendezvényekről, többszáz vagy több ezer fős szabadtéri matekversenyekről akkor álmodni sem lehetett. Így indult a Medve Matek GO története, az okostelefonnal vándorlós feladatmegoldó platformé, amellyel azóta évente tízezrek játszanak. Bemutatjuk a sztorit, és azt is, hogy mire jó a Medve Matek GO.

Amikor leporoltunk egy régi tervet

A „medvés" szervezők régóta dédelgetett álma volt, hogy létrejöjjön egy „önkiszolgáló" megoldás a Medve Szabadtéri Matekversenyek mintájára – ahol nincs szükség jelenlévő szervezői csapatra, feladatosztókra, komoly rendezvény-infrastruktúrára, hanem bárki az iskolájához vagy az otthonához közel egy parkban vagy akár egy udvaron tud „medvematekozni", azaz sétával egybekötve matekfeladatokat oldani.

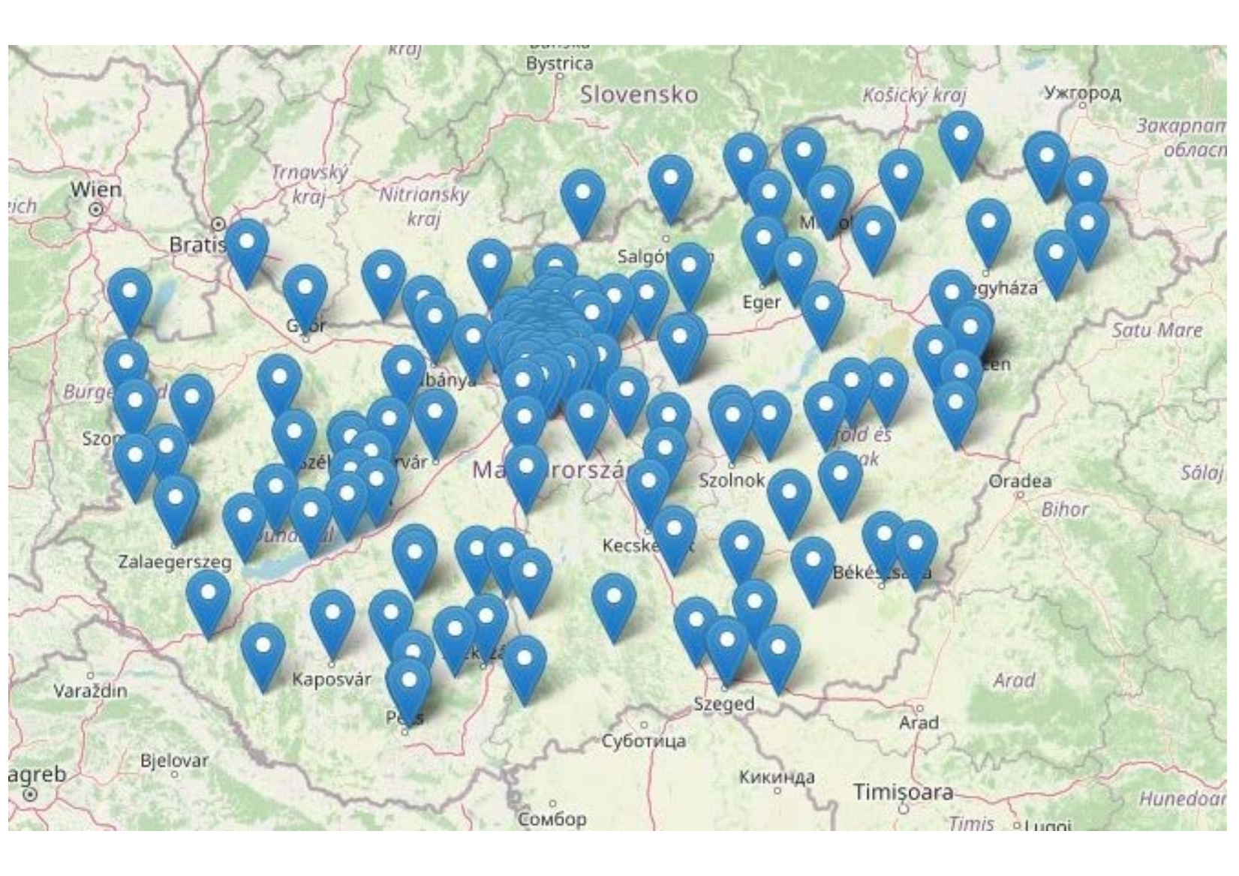
2021 első hónapjaiban eldőlt, hogy 2020 után megint nem lehet majd tavasszal nagyrendezvényeket lebonyolítani, ezért a szervezői csapatunk úgy döntött, hogy a felszabadult kapacitásait ennek a régi ötletnek a megvalósítására fordítja.

Végiggondoltuk, hogy milyen feltételeknek kell megfelelnie egy-egy lehetséges helyszínnek: arra jutottunk, hogy gépjárműforgalomtól mentes, zöld- vagy sétálóövezeti területekre van szükség, ahol 10 lokációt el tudunk úgy helyezni, hogy ezek kellő távolságra legyenek egymástól, de mégse kelljen egy óriásit „túráznia" annak, aki el akar jutni az egyik végéből a másikba.

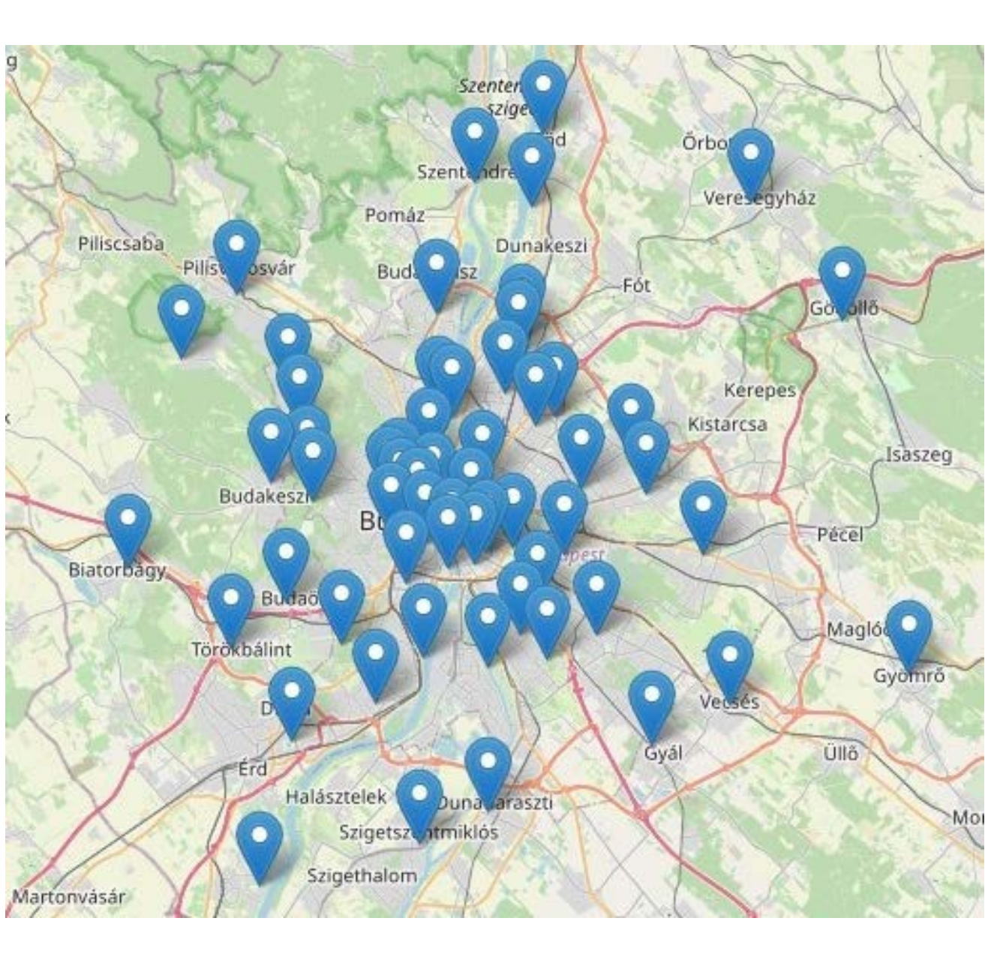
2021. február végén egy napsütéses délutánon kimentünk négyen a Margitszigetre: Gyimesi Berni, Mikulán Attila, Kovács Péter és én. Máig nosztalgiával tekintek vissza arra a délutánra, ahogy ott bóklászunk-bolyongunk és bizonytalanul keresgéljük a megfelelő pontokat, illetve folyamatosan megkérdőjelezzük magunkat, hogy „jó lesz-e így", amit csinálunk. Végül a szigeten a Ferences kolostor romjai és az ún. Alsó-nagyrét környékén kijelöltünk 10 állomást a telefonunkkal. Egy-egy állomás kijelölése nem állt másból, mindössze annyiból, hogy elmentettük Google térképbe az állomás koordinátáit (ebben okostelefonjaink voltak segítségünkre, a Google térképben könnyen adja magát az új helyszínek megadása és elmentése), illetve felírtuk a pont nevét, azaz pl. „Vastag törzsű platán emléktáblával", illetve egy betűjelet, pl. „E". Természetesen semmilyen fizikai nyomot nem hagytunk a helyszínen. Miután 10 ilyen ponttal elkészültünk, ügyelve a pontok „földrajzilag egyenletes" elosztására, készen volt a margitszigeti „pálya", amit akkor még úgy hívtunk, hogy „Önkiszolgáló Medve – Margitsziget". Hogy miért pont 10 állomást jelöltünk ki? Mert úgy éreztük, hogy ez se nem túl sok, se nem túl kevés ahhoz, hogy egy élvezetes vándorlást véghez lehessen vinni rajta. Aztán később ez maradt a standard.

Izgatottan hagytuk el a szigetet, aztán az ötletek követték egymást: jelöljünk ki országszerte minél több ilyen pályát! Májusban már legyen ezeken egy „önkiszolgáló" Medve Matekverseny! Addigra már majdnem itt a nyár, annyit csak meg fognak engedni a döntéshozók, hogy 20-30 gyerek összegyűljön a szabadban egy kis mozgásra és matekozásra!

Így történt, hogy a következő hetekben az ország szinte minden szegletében megfordulva kijelöltünk több mint 130 ilyen pályát. Emlékezetes utazások voltak ezek: egyrészt testközelből tapasztalhattuk meg, hogy Magyarország tele van gyönyörű, hangulatos városokkal, azokon belül is szépen gondozott parkokkal. Másrészt azokban a hetekben az utazás, turizmus csak „munka céljából" volt engedélyezve, így azt is megtapasztalhattuk, hogy milyen, amikor egyedül vagyunk egy nagy panzióban, ami máskor tele van, és hogy hogyan bénította meg a turisztikai szektort a járvány. De összességében boldogok voltunk, hogy néhány hét alatt sikerült „teleszórni" az országot ilyen pályákkal. Gyorsan végleges nevet is adtunk ennek a játéknak: Medve Matek GO. Azóta további 30-40 pálya keletkezett országszerte, részben helyi tanári közreműködéssel, és így az alábbi térképet sikerült összehoznunk:



Jelenleg elérhető Medve Matek GO pályák térképe – Magyarország



Jelenleg elérhető Medve Matek GO pályák térképe – Budapest és környéke

A következő linkre kattintva pedig részletes információk érhetők el a jelenleg rendelkezésre álló pályákról (pl. hogy a pályákon belül hol vannak az állomások, milyen földrajzi jellemzői vannak az adott pályának stb.): https://medvematek.hu/go-palyak

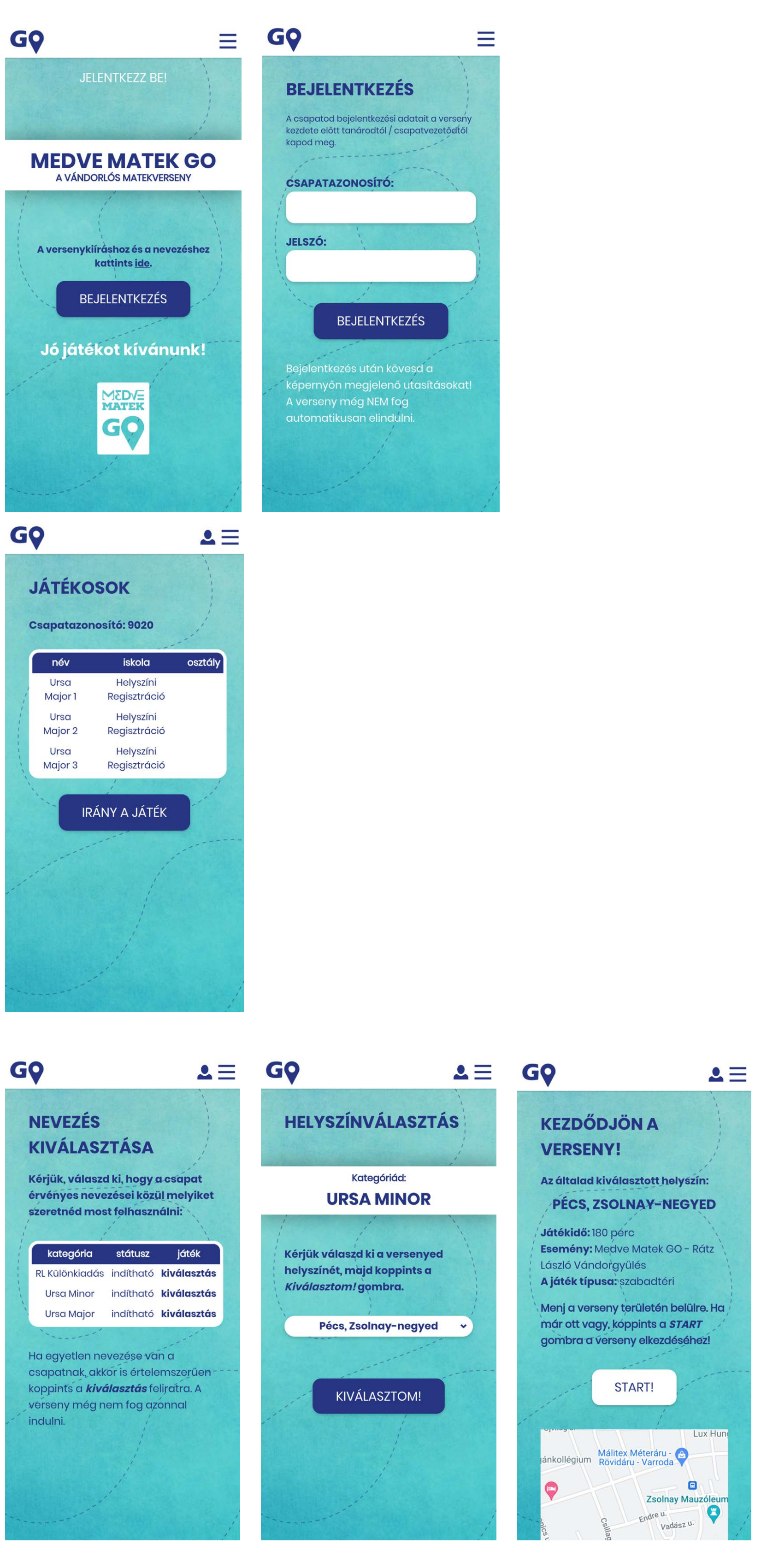
A pályák kijelölési folyamatát azért részleteztem ennyire, mert a jövőben (is) számítunk lelkes pedagógusokra, akik a saját iskolájuk udvarán vagy egy közeli parkban szívesen jelölnének ki Medve Matek GO-pályát. Számukra a fentebbinél részletesebb útmutatót is tudunk biztosítani, ehhez kérjük, vegyék fel velünk a kapcsolatot az info@medvematek.hu e-mail címen.

Mindeközben – még 2021 tavaszán – egy lelkes fejlesztői csapat (elsősorban Stark Ágnes, Cseh Gábor, Papp Dezső, Major Roland és Bogya Norbert) rohamtempóban fejlesztette a Medve Matek GO webappot, azaz böngészőben futó alkalmazást, hiszen a térképek önmagában még közel sem elegendőek ahhoz, hogy játszani is lehessen. 2-3 hónap munkával olyan szintre sikerült hozni az appot, hogy 2021 májusában valóban el tudott indulni az első Medve Matek GO tanulmányi verseny, amin egyből kb. 5000-en tették próbára tudásukat az ország számos pontján. Az addig létrehozott kb. 150 pályából így kb. 30-40 pálya már első alkalommal kipróbálásra került.

Azóta szerencsére az élet visszatért a normális kerékvágásba, de a Medve Matek GO megmaradt, és jelenleg a Medve matekversenyeken nevezéskor eldönthető, hogy a Medve Matek GO felületén, vagy hagyományosan, papír alapon szeretnének játszani a versenyzők (már ahol utóbbira lehetőség van, hiszen nem tudnak jelen lenni szervezőink az ország 160 helyszínén). Jelenleg a versenyzőink kb. 60-70%-a az okostelefonos játékot választja, de a papír alapú versenyzést és a nagyrendezvényeinket nem szeretnénk megszüntetni, hiszen ezek is a „MedveMatek-érzés" alapkövei. Ugyanakkor fontosnak tartjuk, hogy a tanulók iskolájának közelében biztosítsunk „medvézési" lehetőséget, erre pedig a Medve Matek GO kiválóan alkalmas. És még ezen kívül sok minden másra is, de erről majd a cikk végén…

Hogyan működik a Medve Matek GO?

A Medve Matek GO működése intuitív, a fiatalok egy pillanat alatt elsajátítják. A lényeg, hogy el kell menni egy Medve Matek GO pálya területére, majd elindítani az alkalmazást böngészőben a go.medvematek.hu honlapról. Minden csapat egy-egy egyedi (a nevezés után kapott) azonosító/jelszó párossal be tud lépni és el tudja indítani a játékot. Fontos, hogy a telefonok jól fel legyenek töltve, (érdemes, ha van, powerbank-et vinni) mert az akkumulátort gyorsan lemerítheti a (szinte) folyamatos képernyőhasználat, hiszen az állomások térképes megkeresése és a feladatok megtekintése is a telefon képernyőjén történik. Értelemszerűen a GPS használatot engedélyezni kell a telefonon, különben nem működik a játék.



A versenykiíráshoz és a nevezéshez kattints ide.

A csapatod bejelentkezési adatait a verseny kezdete előtt tanárodtól / csapatvezetődtől kapod meg.

Bejelentkezés után kövesd a képernyőn megjelenő utasításokat! A verseny még NEM fog automatikusan elindulni.

Csapatazonosító: 9020

név	iskola	osztály
Ursa Major 1	Helyszíni Regisztráció	
Ursa Major 2	Helyszíni Regisztráció	
Ursa Major 3	Helyszíni Regisztráció	

Kérjük, válaszd ki, hogy a csapat érvényes nevezései közül melyiket szeretnéd most felhasználni:

kategória	státusz	játék
RL Különkiadás	indítható	kiválasztás
Ursa Minor	indítható	kiválasztás
Ursa Major	indítható	kiválasztás

Ha egyetlen nevezése van a csapatnak, akkor is értelemszerűen koppints a *kiválasztás* feliratra. A verseny még nem fog azonnal indulni.

Kategóriád:
URSA MINOR

Kérjük válaszd ki a verseny helyszínét, majd koppints a *Kiválasztom!* gombra.

Pécs, Zsolnay-negyed

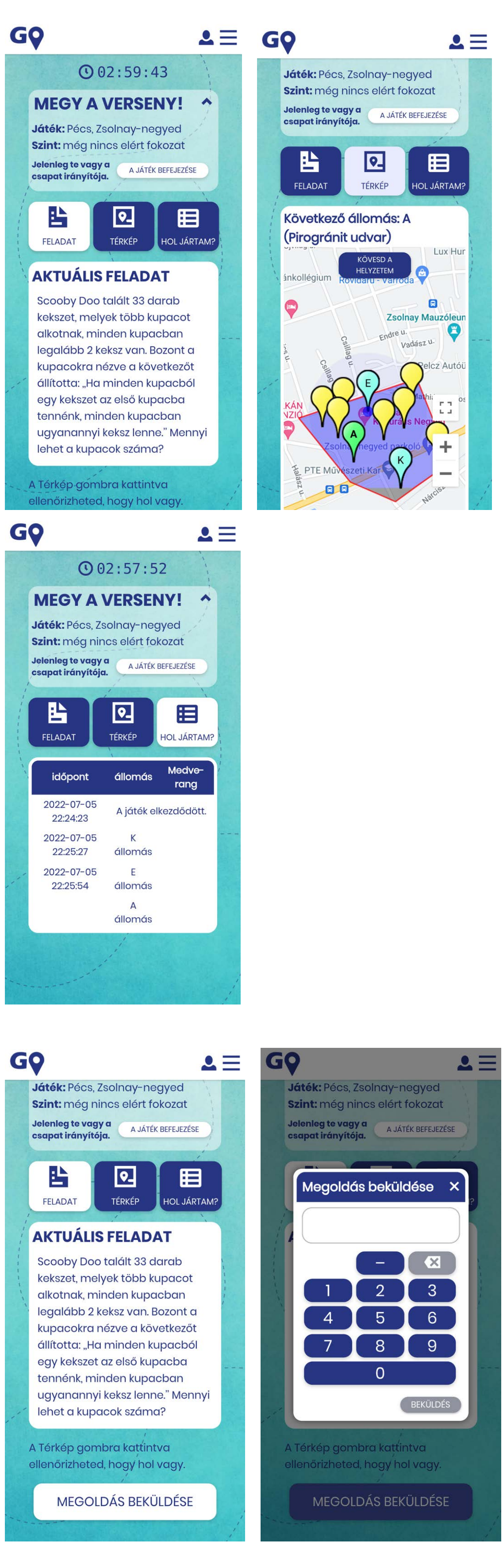
Az általad kiválasztott helyszín:
PÉCS, ZSOLNAY-NEGYED

Játékidő: 180 perc
Esemény: Medve Matek GO - Rátz László Vándorgyűlés
A játék típusa: szabadtéri

Menj a verseny területén belülre. Ha már ott vagy, koppints a *START* gombra a verseny elkezdéséhez!

Az első feladat megjelenésekor a rendszer azt is kiírja, hogy milyen betűjelű állomáshoz kell odasétálni a játékosoknak, hogy leadhassák a megoldást, és persze térképen is megmutatja, hogy az az állomás hol van. A mozgásos módszernek ez a kulcsa: a rendszer csak akkor fogad be megoldást, ha a csapat (telefonja) a célállomás 10-15 méteres környezetén belül van, ezért a séta nem „bliccelhető el", de a gyerekek alapvetően nagyon élvezik a mozgást, ezért fel sem merül bennük, hogy ne akarjanak odamenni a következő állomáshoz (sokszor inkább szaladnak).

Amint a csapat megadta a helyesnek vélt megoldást, újabb feladatot kap és újabb célhelyszínt is. Az újabb feladat attól függ, hogy az addigi feladatokra helyes vagy helytelen válaszok érkeztek (többféle továbbküldési logikát alkalmazunk). Ismét vándorlás, és közben gondolkodás következik. Mire megérkeznek, jó esetben már tudják a megoldást, de nehezebb feladatok esetén nyilván többet kell töprengeni. A rendszer nem árulja el, hogy jó vagy rossz választ adott le egy csapat. De a verseny során időnként úgy ad visszajelzést, hogy a csapatok elérhetnek bizonyos rangokat: bronz-ezüst- és aranymedvévé lehet válni, ami végig fenntart a gyerekekben egy pozitív motivációs közeget, és sikerélményt ad azoknak is, akik kevésbé jók matekból (bronzmedve szintre nem nehéz eljutni). Ezek egyébként a Medve Matek legfőbb pedagógiai céljainak lenyomatai is egyben.



Játék: Pécs, Zsolnay-negyed
Szint: még nincs elért fokozat

Jelenleg te vagy a csapat irányítója.

AKTUÁLIS FELADAT

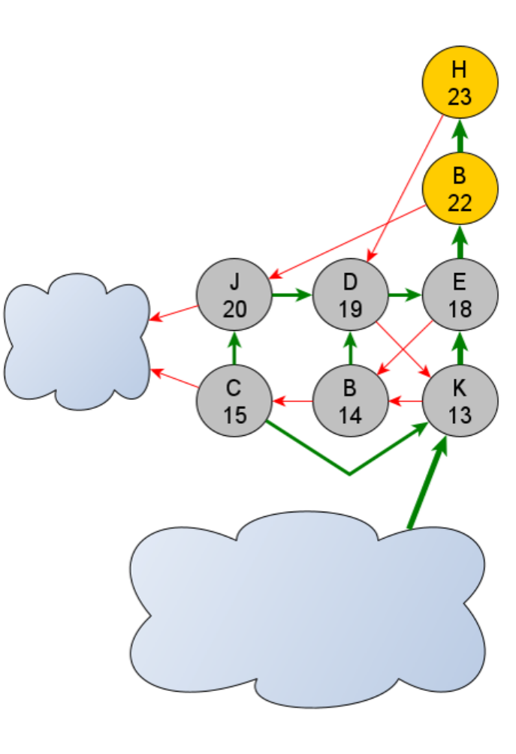
Scooby Doo talált 33 darab kekszet, melyek több kupacot alkotnak, minden kupacban legalább 2 keksz van. Bozont a kupacokra nézve a következőt állította: „Ha minden kupacból egy kekszet az első kupacba tennénk, minden kupacban ugyanannyi keksz lenne." Mennyi lehet a kupacok száma?

A Térkép gombra kattintva ellenőrizheted, hogy hol vagy.

Következő állomás: A (Pirogránit udvar)

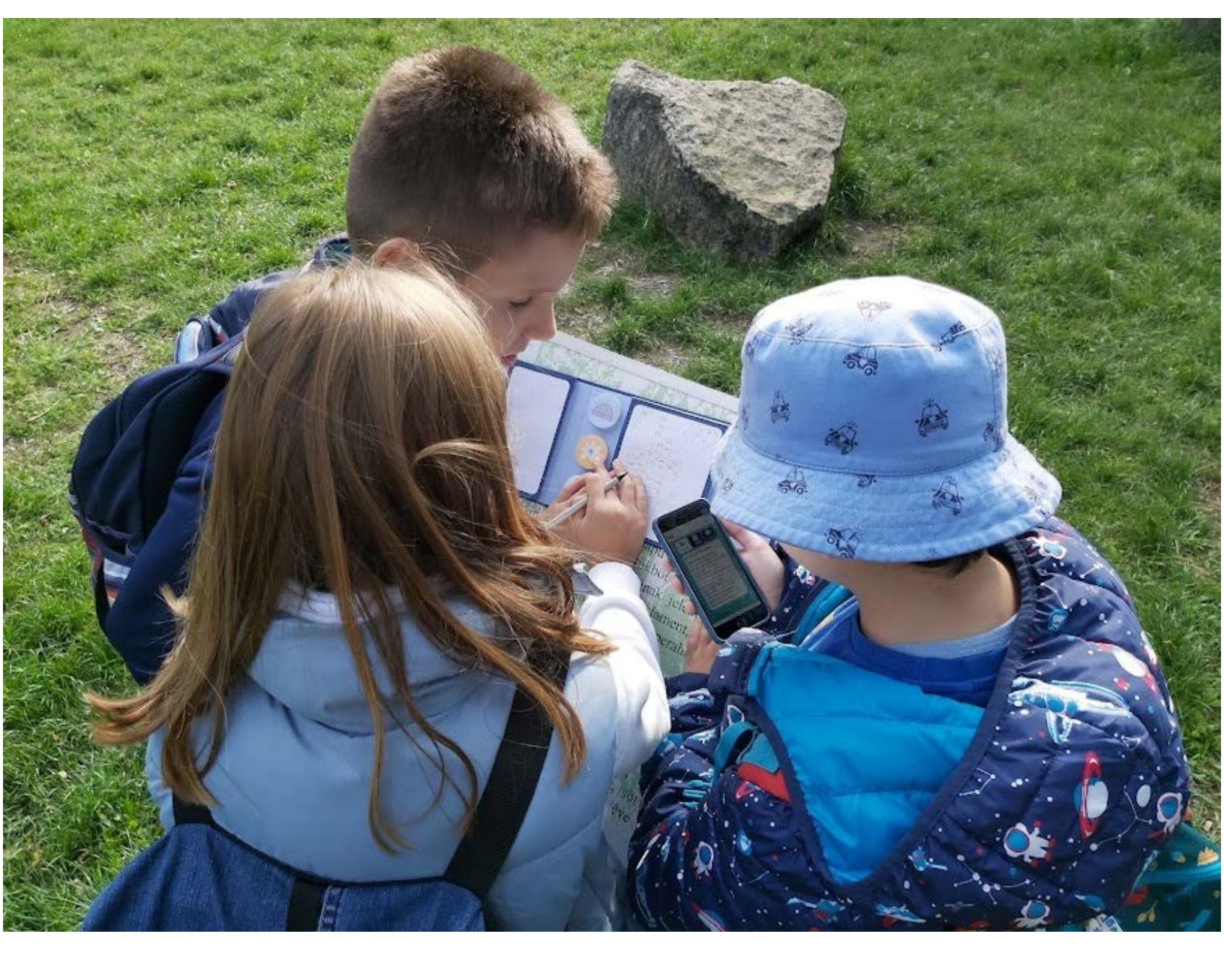
időpont	állomás	Medve-rang
2022-07-05 22:24:23	A játék elkezdődött.	
2022-07-05 22:25:27	K állomás	
2022-07-05 22:25:54	E állomás	
	A állomás	

A medvés versenyfeladatok hálózatba szerveződnek, nincs ez másképp a Medve Matek GO-ban sem. A hálózatból kijutni úgy lehet, ha valaki a „legfelső" feladatot helyesen megoldja. Alább mutatunk egy példát egy hálózatra, egyben „továbbküldési logikára": az alábbi versenygráf egy része látható, a körökben feladatsorszámok és helyszínek vannak, míg a nyilak azt mutatják, hogy az adott feladatra adott helyes, illetve helytelen válasz esetén melyik következő feladat kerül kiosztásra (azaz a telefon képernyőjére). (A gráf szürke felhőcskés részei most irrelevánsak.)



Amint a beépített visszaszámláló a Medve Matek GO platformban a végéhez ért, avagy a csapat az utolsó feladatot is helyesen megoldotta, vége a játéknak. A csapatok utólag elektronikus oklevelet kapnak az elért ranggal, a feladatokat pedig szakkörön vagy órán lehet később feldolgozni, hiszen azokat mindig elküldjük a csapatokat benevező tanárnak.

Néhány kép a Medve Matek GO használatáról:



Próbáljátok ki, tavasszal gyertek Ti is „medvézni"!

Itt a tavasz, jönnek a Medve Szabadtéri Csapatversenyek! Március 24-ig még kedvezményes előnevezési időszak van, még nem késő csapatokat toborozni a versenyekre. 3. osztálytól 12. osztályig (a „koalától" a „jegesmedvéig") több kategóriában lehet részt venni a Medve Matekversenyeken. Sőt, tanárok és felnőttek is megmérethetik magukat – a diákok az eddigi tapasztalatok szerint nagyon szeretik, amikor a tanáraikkal egyidőben versenyezhetnek, még ha nem is ugyanazt a feladatsort kell megoldaniuk. Országszerte 13 városban összesen 15 nagyobb versenyünk lesz, illetve a fent említett több mint 160 Medve Matek GO pálya mindegyikén csatlakozni lehet a versenyhez.

Részletek: https://medvematek.hu/esemenyek/verseny

Emellett a Pénziránytű Alapítvánnyal együttműködésben az országos Pénz7 nevű rendezvényhez kapcsolódóan márciusban ingyenesen ki lehet próbálni a Medve Matek GO platformot a PénzFutam nevű 45 perces pénzügyi kvízen. Ez remek lehetőség a gyakorlásra és a platform működésének elsajátítására!

Részletek a PénzFutamról: https://penziranytu.hu/penzfutam

Hogy mit hoz a jövő? A tanárok kezébe adjuk az irányítást!

A Medve Matek GO platformra időközben olyan nagy lett az érdeklődés, hogy a jövőben nem csak tanulmányi versenyeinken fogjuk elérhetővé tenni. Megfordultunk 2022 őszén a Polgár Judit-féle világsakk-fesztiválon egy sakkos feladatsorral, jelenleg zajlik a fent említett PénzFutam, és sokan érdeklődtek, hogy milyen alternatív felhasználási lehetőségek vannak.

Ezért jelenleg is gőzerővel zajlik egy olyan felület fejlesztése, ahol tanárok a saját tartalmukat (azaz a saját feladatsoraikat) tudják majd egyszerűen felvinni a Medve Matek GO felületére, és akár gyakorlásként, akár házi versenyként vagy kisebb számonkérésként a szabadban tudják majd „mozgatni" a gyerekeket, akár a saját iskolájuk udvarán. Mi több, itt már nem csak matekról lehet szó, és nem csak Magyarország lesz érintett.

Idén tavasszal az új tanári felület nagyszabású ingyenes tesztelése is napirenden van, ennek részletei a cikk megjelenésekor már minden bizonnyal elérhetők a https://exiquiz.com weboldalon (de ha minden részlet nincs is még fent, feliratkozási lehetőség már biztosan van).

Kapcsolódjunk!

Meggyőződésünk, hogy a tanári lelkesedés és hozzáállás a kulcsa annak, hogy a gyerekek meg fogják-e szeretni a matekot vagy elfordulnak tőle. A tapasztalat azt mutatja, hogy a szabadtéri, vándorlós feladványok jó hatással vannak a gyerekek tantárgyhoz (és tanárhoz!) való viszonyára, és bár a mindennapi színvonalas oktatást természetesen nem helyettesíti, egy-egy fontos lökést adhat a diákoknak.

A Medve Matek számos lehetőséget kínál az érdeklődő pedagógusoknak, bárkivel szívesen megiszunk egy kávét, beszélgetünk, meghallgatjuk. A cikk összegzéseként álljon itt néhány link (ezek egy része fentebb már szerepelt), amelyek mind egy-egy kapcsolódási pontot jelentenek.

Medve Matek Tanári Klub facebook-csoport: https://www.facebook.com/groups/340672037923695

Szummárum havi hírlevél ingyenes feladatsorokkal: https://medvematek.hu/rolunk/mintafeladatok#feliratkozas

Medve Matekverseny nevezés tavaszra (március 24-ig): https://medvematek.hu/esemenyek/verseny

PénzFutam (ingyenes Medve Matek GO kipróbálási lehetőség márciusban): https://penziranytu.hu/penzfutam

Hol vannak jelenleg Medve Matek GO pályák: https://medvematek.hu/go-palyak

Tanári felület tesztelése tavasszal (feliratkozás): https://exiquiz.com

E-mail: info@medvematek.hu

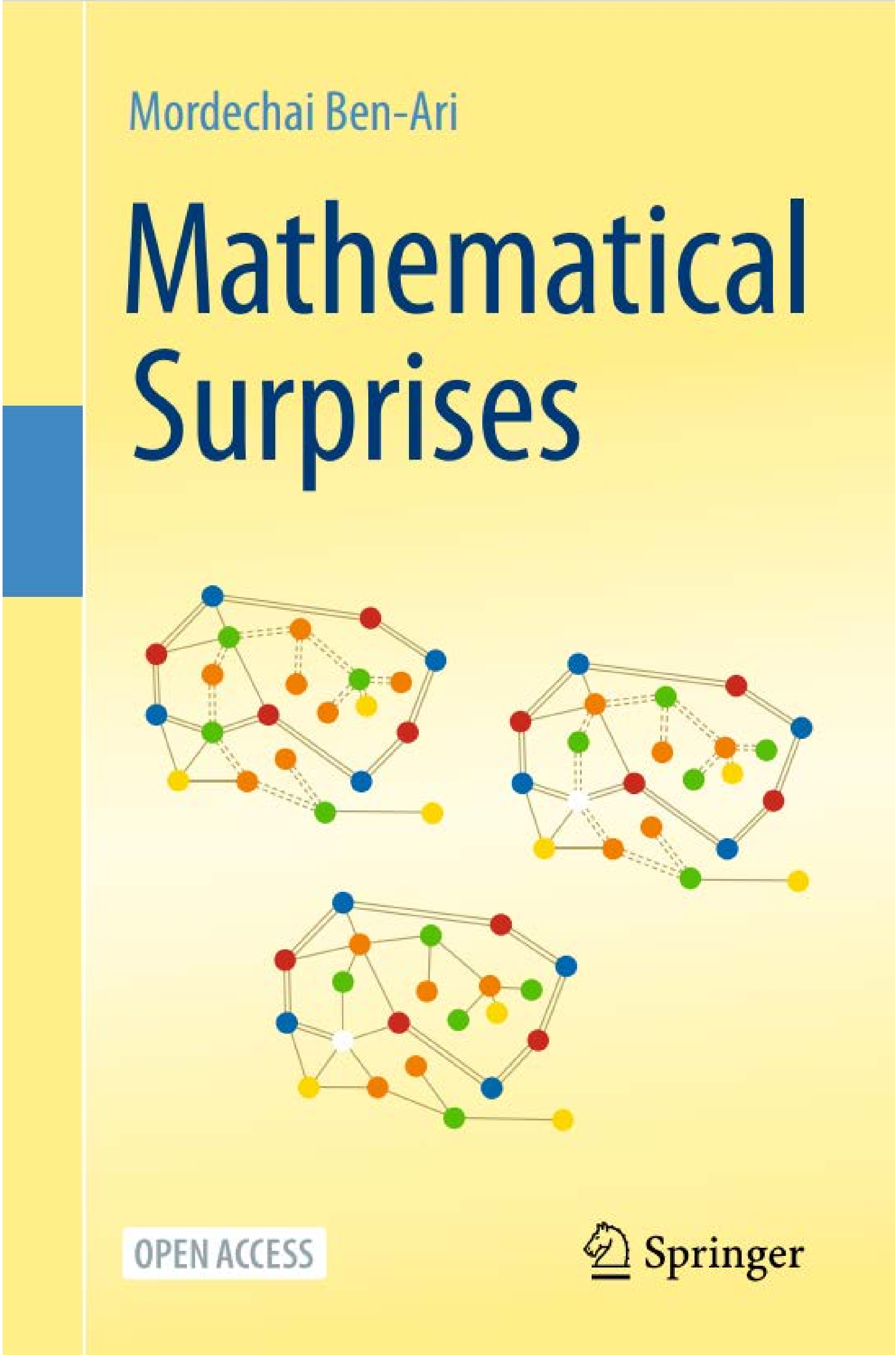
Balogh Tamás László

Bozóki Sándor 2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Matematikai meglepetések

Mordechai Ben-Ari: Mathematical Surprises, Open Access Book, Springer, 2022

Mordechai Ben-Ari, az izraeli Weizmann Institute of Science professzora egy igazi matematikai gyöngyszemmel ajándékozta meg az olvasókat. *Matematikai meglepetések* című könyve a matematika számos területéről mutat be olyan, jellemzően kevésbé ismert összefüggéseket, kapcsolódási pontokat, amelyek mind a középiskolai, mind az egyetemi oktatást megszínesíthetik, de akár új kutatási ötletek születéséhez is hozzájárulhatnak. Mindemellett óriási élmény csak olvasni is.



A könyv egyik különlegessége, hogy szabadon elérhető és letölthető a kiadó honlapjáról:
https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-031-13566-8

A szerző a könyv LaTeX forrásait is elérhetővé tette a https://github.com/motib/surprises oldalon.

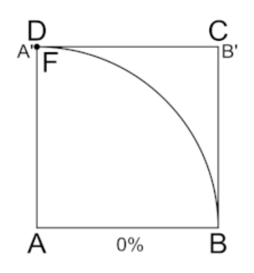
Az első fejezet olyan geometriai szerkesztési feladatokkal foglalkozik, amelyekben a hagyományos körző helyett egy olyan körzőt használhatunk, amely csak addig tartja meg a távolságot, amíg a tűs végét fel nem emeljük. Ilyen körzőt a legkönnyebb úgy készíteni, hogy egy függőlegesen álló ceruzára rögzítünk egy zsinórt, amelyet a kör középpontjához illesztünk, s azt ujjal lefogva kört vagy körívet tudunk rajzolni. Abban a pillanatban azonban, amikor felengedjük a zsinórt, már nem tudjuk megmondani, hogy melyik pontja volt a kör középpontja (a zsinórt nem lehet csípve megfogni).

Noha a hagyományos szerkesztés Eukleidész nevét viseli, ilyen „nyeklő” körzővel már ő is foglalkozott, például a szakaszhossz másolására (ami a hagyományos körzővel egyetlen mozdulat) kidolgozott módszere az 1.3. alfejezetben található. Ezt követi egy másik, csak látszólag helyes megoldás. A könyvben később is számos hasonló, csak első ránézésre helyes gondolatmenet szerepel, amelyekhez kapcsolódóan az a feladat, hogy keressük meg a hibát.

A második és harmadik fejezet témája szintén a szerkeszthetőség. Ki ne próbált volna (tetszőleges) szöget harmadolni vagy kört négyszögesíteni, akár még azután is, hogy elmondták, hogy ez lehetetlen? A könyv is számos próbálkozást – köztük Ramanujanéit is – tárgyal, amelyekből legalább annyit lehet tanulni, mint a megoldható feladatok helyes megoldásaiból: a legtöbb közelítő megoldáshoz ugyanis hibabecslések is társulnak.

A szerkeszthető számok – mint az euklideszi lépésekkel szerkeszthető szakaszok hossza – algebrai tulajdonságai vezetnek el a polinomok egy speciális osztályához, majd pedig a szögharmadolás, vagy köbgyökvonás lehetetlenségéhez.

Ha ismét kilépünk a hagyományos szerkesztések korlátai közül, akkor a szögharmadolás többféleképpen elvégezhető. A neuszisz egy olyan vonalzó, amelyen az egységnyi hosszúságú szakasz végpontjai is szerepelnek. Segítségével tetszőleges szög esetére elvégezhető a szögharmadolás és bármely egész szám köbgyöke is megszerkeszthető. Egy másik eszköz a Hippiász-féle kvadratix – két, egymással pontban illeszkedő szakasz egyidejű mozgásából keletkező – görbe. A kvadratix segítségével a szögharmadolás és a környégyszögesítés is megoldható.



A kvadratix (Forrás:wikipedia)

A negyedik és ötödik fejezet síkgráfok színezhetőségéről szól, középpontban az 1852 és 1976 között sokakat lázban tartó négyszíntétellel. A hat-, majd ötszíntétel igazolását egy újabb hibás – a négyszíntételre vonatkozó – bizonyítás követi, amelynek didaktikai jelentőségét nehéz túlbecsülni. A négyszíntételre jelenleg sem ismerünk rövid, számítógépet nem használó bizonyítást. A színezhetőség egy meglepő, diszkrét geometriai alkalmazását is megismerjük: hány teremőrrel érhető el, hogy egy (konkáv) sokszög alapú galériában minden falra ráláson legalább egy őr?

A hatodik fejezet az indukció-rekurzió eszköztárát mutatja be olyan izgalmas példákon keresztül, mint a Fibonacci-sorozat, a Fermat-számok, McCarthy 91-es függvénye, valamint a Josephus-probléma.

A hetedik fejezetben a matematika egy, szintén évszázadokon keresztül kutatott területére, a polinomok megoldására evezünk. Míg a második fejezetben az algebra eszköztára segített geometriai problémák megoldásában, itt épp fordítva történik: geometriai megfontolásokra is építve kapunk megoldóképleteket. Matematikatörténeti szempontból is elgondolkodtató, hogy Cardano és Bombelli évszázadokkal a képzetes számok nevesítése és kanonizálása előtt ugyanolyan magától értetődő természetességgel számoltak a negatív számok négyzetgyökeivel, mint a valós számokkal.

A nyolcadik fejezet ismét a diszkrét matematika, azon belül néhány Ramsey-típusú probléma régi és új eredményei köré szerveződik. A Schur-, ill. pitagoraszi számhármasokat (amelyek később logikai kielégítési (SAT) problémák kapcsán is előkerülnek) van der Waerden egy színezési feladata követi. A 8.5. alfejezetben Erdős Pálnak a Ramsey-számok becslésére vonatkozó valószínűségszámítási módszere szerepel, amellyel egy új, nem konstruktív bizonyítási eszközt adott bizonyos matematikai struktúrák létezésére.

A kilencedik fejezetben tárgyalt feladatot egy ártalmatlannak tűnő gyermekjáték ihlette. Langford figyelte, ahogyan a kisfia két piros, két kék és két zöld színű építőjátékkal játszott, azokat egy sorba rendezve (ZPKPZK). Előfordulhat-e ezen kívül más elrendezésben is, hogy a két piros elem egy, a két kék kettő, a két zöld elem pedig három másik elemet fog közre? A válasz messze nem magától értetődő már e látszólag egyszerű méretben sem, pláne nem az általános esetben.

A tizedik, tizenegyedik és tizenkettedik fejezet az origami matematikai meglepetéseit tárgyalja. Már maga az axiomatikus felépítés is egy igazi csemege, pláne amikor szembesülünk azzal, hogy a hajtogatások egy speciális szerkesztés alaplépései. S hogy mi mindent lehet így megszerkeszteni? Polinomok valós gyökeit, szabályos kilencszöget, tetszőleges szög harmadát – azaz csupa olyan mennyiséget, amit euklideszi szerkesztéssel nem. Dancsó Zsuzsanna Youtube videójában szemléletesen elmagyarázza , hogy például a szögharmadolás esetén a titok abban rejlik, hogy egy-egy hajtogatás – legyen akármilyen természetes mozdulat is – valójában egy harmadfokú egyenlet megoldásával egyenértékű.

A következő két fejezetben visszatérünk a hagyományos szerkesztésekhez, egy-egy eszköz megvonásával. A tizenharmadik fejezetben csak körzőt használhatunk, vonalzót nem. A tizennegyedik fejezetben csak vonalzót használhatunk, de adott még egy kör. 450, ill. 200 éve tudható, hogy valójában egyik korlátozás sem szűkíti le a mozgásterünket: mindent, amit körzővel és vonalzóval meg lehet szerkeszteni, azt meg lehet csak körzővel is, ill. csak vonalzóval és egy adott körrel is.

A tizenötödik fejezet egyetlen kérdést vizsgál: lehet-e két, azonos kerületű és területű háromszög nem egybevágó? Az igenlő, de egy ellenpélda (17-25-28, 20-21-29 oldalhosszúságú háromszögek) mutatásánál általánosabb válaszhoz vezető úton megjelennek a többváltozós polinomrendszerek és az elliptikus görbék is.

Ha nem a tizenhatodik lenne az utolsó fejezet, biztosan a tizenhetedikbe került volna Gauss 1796-ban, a szabályos tizenhétszög szerkesztésére talált módszere.

A könyvet rövid függelék zárja, benne alapvető geometriai és trigonometriai tételekkel.

A fejezetek egymástól függetlenül is remekül olvashatók. Ahol mégis szükség van egy másik fejezet előzetes olvasására, a szerző világosan jelzi. A szerző rendkívül jó érzékkel válogatott a problémák ismertsége, érdekessége, valamint a váratlan kapcsolódási pontjai tekintetében. Minden fejezet végén szerepel, hogy a szerző mit tart meglepőnek – ezek a rövid gondolatok önmagukban is igen tanulságosak, mert a matematika egészére vonatkoznak, de időnként még annál is többre:

„We tend to think that humans are smarter today then they used to be thousands of years ago. It can be a surprise to find out that four thousand years ago Babylonian mathematics was sufficiently advanced to discover that {12709, 13500, 18541} is a Pythagorean triple. ” (103. oldal)

Meglepő-e, hogy ez a könyv csak most született meg?

Bozóki Sándor

SZTAKI, Budapesti Corvinus Egyetem

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

György Szilvia 2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

A differenciaegyenletek csodálatos világa

Számtalan alkalommal tapasztalhatjuk, mind az oktatás, mind a tudományos kutatás területén, hogy a folytonos idejű modellek sokkal nagyobb hangsúllyal jelennek meg, mint a diszkrét rendszerek. Ennek oka alapvetően az, hogy általában az előbbiek segítségével szeretnénk a természet különféle jelenségeit leírni és megérteni. Azonban – ahogyan azt Kovács Sándor *Differenciaegyenletek* (Typotex, 2020) című könyvének előszavában is olvashatjuk – az alkalmazott és elméleti matematika bizonyos területein gyakran előbukkannak a differenciaegyenletek is. Ezért érdemes e rendszerek elméletében is elmélyülnie mindazoknak, akiknek tanulmányai vagy tudományos érdeklődése valamilyen módon kötődik a matematikához.

A könyv ismertetése előtt ízelítőként egy közismert példával szeretném illusztrálni, hogy mekkora különbségek lehetnek a differenciál- és a differenciaegyenletek, vagy alkalmazott szemlélettel fogalmazva, a folytonos és a diszkrét idejű modellek között. Tekintsük az

$$f(x) := \mu x(1-x) \qquad (x \in \mathbb{R})$$

logisztikus leképezést, valamint az f jobb oldalú differenciál- illetve differenciaegyenletet:

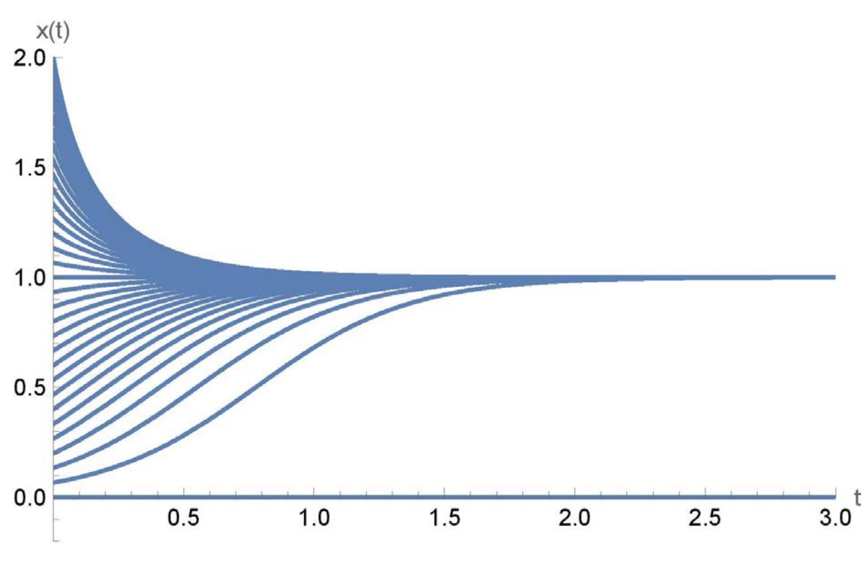
$$\dot{x}(t) = f(x(t)) \qquad (t \geq 0),$$

$$(\Delta x)_n = f(x_n) \qquad (n \in \{0, 1, \ldots\}),$$

$(\Delta x)_n = x_{n+1} - x_n$ az (előrefelé vett) differenciaoperátor. Ismeretes, hogy a folytonos idejű egyenlet megoldása valamely $x(0) = x_0$ kezdeti feltétel mellett

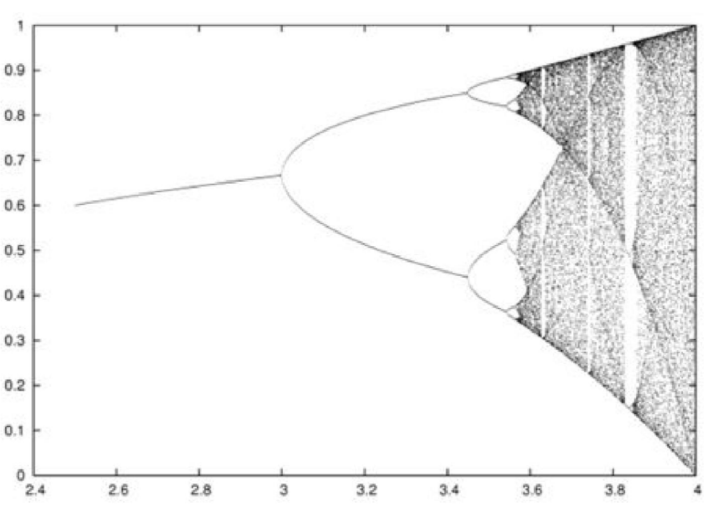
$$x(t) = \frac{e^{\mu t} x_0}{1 + x_0(e^{\mu t} - 1)} \qquad (t \geq 0)$$

és az egyenlet $x \equiv 1$ egyensúlyi megoldása globálisan aszimptotikusan stabilis, így a differenciálegyenlet bizonyos értelemben „szép”, „jól kiszámítható”. Az egyenlet $\mu = 3.4$ paraméterérték és $x_0 \in [0, 2]$ kezdeti feltételek melletti megoldásai az 1. ábrán láthatók.



1. ábra. A folytonos idejű egyenlet megoldásai.

Ezzel szemben a diszkrét idejű egyenlet változatos viselkedést mutat. Kis paraméterértékek esetén itt is megfigyelhető a pozitív egyensúlyi helyzet globális stabilitása, de a paraméter értékének növelésével hosszú idő után periodikus pályák jelennek meg, sőt, a periódusok hossza a paraméter további növelésével megduplázódik, azaz először egy 2-periódusú pálya jelenik meg, mely aszimptotikusan stabilis elegendően nagy paraméterérték esetén, majd a stabilitást egy 4-periódusú pálya veszi át, ezt követően egy 8-periódusú aszimptotikusan stabilis pálya tűnik fel a színen, és így tovább. Ez az ún. perióduskettőződés jelensége, amely tulajdonképpen bifurkációk sorozata, és amelynek vizsgálatával az 1970-es években több híres kutató is foglalkozott (vö. [1], [2], [3], utóbbi magyar fordítása: [4]). Az egyenlet közismert bifurkációs diagramja látható a 2. ábrán.



2. ábra. A diszkrét logisztikus egyenlet bifurkációs diagramja $\mu \in [0, 4]$ paraméterértékek esetén.

Ez már önmagában nagyon izgalmas és szembetűnő különbség a folytonos és diszkrét idejű egyenletek között, azonban a diszkrét változatban a μ paraméter értékének további növelésével az egyenlet kaotikussá válik, ami tulajdonképpen a folytonos idejű egyenletnél megfigyelt „rendezettség” ellentétének is tekinthető.

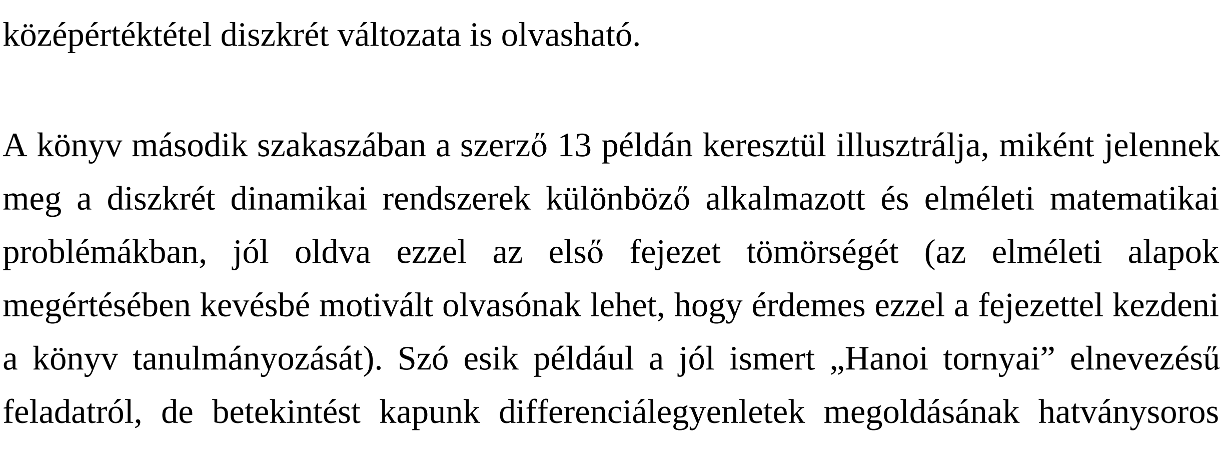
Természetesen a fenti, példaként felmerülő folytonos modellből kiindulva tévesen lehetne arra következtetni, hogy a differenciálegyenletek elmélete egyszerű és izgalmaktól mentes terület lenne, hiszen ezen típusú rendszerekben is rengeteg érdekes és figyelemreméltó viselkedést figyeltek már meg a kutatók, azt pedig nem is tudhatjuk, mit tartogatnak számunkra a még felfedezetlen tulajdonságok. Azt hiszem, hogy ezen a ponton meg kell emlékeznünk nemrég elhunyt kollégánkról, Besenyei Ádámról, aki rengeteg hallgatóval ismertette meg „A differenciálegyenletek csodálatos világát”.

Mindezek után térjünk át a *Differenciaegyenletek* című kötet rövid ismertetésére.

A jegyzet anyagán erőteljesen érződik, hogy a szerző aktív egyetemi oktató: Kovács Sándor nagymértékben épített több éves – a BME-n és az ELTE-n szerzett – gyakorlati tapasztalataira, amelyet a kötetben található feladatok (illetve a hozzájuk tartozó részletes megoldási útmutató) jelentős száma és a logikus, jól áttekinthető, mondhatjuk, „hallgatóbarát” felépítés is tükröz. Az olvasó számára nagy segítség továbbá a könyvhöz csatolt Függelék is, amelyben a szerző részletesen bemutatja az egyes fejezetekhez szükséges alapvető ismereteket, fogalmakat.

Az első fejezetben a diszkrét operátorkalkulus alapvető fogalmait és állításait mutatja be a szerző, amelyek ismerete szinte nélkülözhetetlen a továbbiak megértéséhez. Bár a képletek és matematikai formulák mennyisége elsőre ijesztő lehet a kevésbé elméleti irányultságú olvasónak, a kidolgozott példák és feladatok nagy segítséget nyújtanak a fejezetben tárgyalt ismeretek elsajátításához. A klasszikus analízis kedvelőinek külön figyelmébe ajánlható a „Klasszikus tételek diszkrét változata” című alfejezet, melyben többek között a közismert Rolle-tétel, valamint a Lagrange- és Cauchy-féle középértéktétel diszkrét változata is olvasható.

A könyv második szakaszában a szerző 13 példán keresztül illusztrálja, miként jelennek meg a diszkrét dinamikai rendszerek különböző alkalmazott és elméleti matematikai problémákban, jól oldva ezzel az első fejezet tömörségét (az elméleti alapok megértésében kevésbé motivált olvasónak lehet, hogy érdemes ezzel a fejezettel kezdeni a könyv tanulmányozását). Szó esik például a jól ismert „Hanoi tornyai” elnevezésű feladatról, de betekintést kapunk differenciálegyenletek megoldásának hatványsoros módszerébe is, mellyel kiszámíthatók például az ún. Airy-féle differenciálegyenlet megoldásai. A fejezet második felében a diszkrét dinamikai rendszerekhez kapcsolódó alapvető fogalmakat ismerhetjük meg.



3. ábra. A Hanoi tornyai elnevezésű játék 8 koronggal. A legenda szerint a játék feltalálása (64 koronggal) Buddha nevéhez fűződik. (Forrás: Wikipédia)

A harmadik fejezet a lineáris differenciaegyenletekkel foglalkozik, rendre bemutatja az első-, másod-, valamint magasabb rendű lineáris differenciaegyenleteket, végül a lineáris differenciaegyenlet-rendszereket is. Valamennyi rész esetében külön-külön vizsgálja a változó és állandó együtthatós egyenletek alakját és megoldási módszereit. Ebben a fejezetben is nagy hangsúlyt kapnak az alkalmazások: az első- és másodrendű egyenletek általános bevezetése után néhány, többnyire az alkalmazott matematikából származó problémán keresztül szemlélteti a szerző az adott típusú egyenletekkel kapcsolatos elméleti eredményeket. Például a kamatos kamat számításának klasszikus problémája mellett olvashatunk változó kamatlábat feltételező modellről, bepillantást nyerhetünk az áramkörök működésének elméletébe, végül az ún. tönkremenési probléma kapcsán felmerülő peremérték-feladatot is górcső alá vesszük. További hasznos segítség, hogy bizonyos feladatokhoz Mathematica nyelven írt kód is tartozik, amelyekkel az adott feladat megoldásai szemléltethetők.

A lineáris egyenletek után néhány speciális alakú nemlineáris differenciaegyenlet szerepel a könyv 4. fejezetében. Majd az ezt követő utolsó szakaszban a lineáris és nemlineáris egyenletekben fellépő stabilitási fogalmat boncolgatja a szerző, mellyel az egyenletek megoldásainak aszimptotikus viselkedését vizsgálhatjuk. A fent bemutatott logisztikus egyenletek kapcsán már láthattuk, hogy ezek a tulajdonságok mennyire izgalmasak és változatosak. Az előzőekhez hasonlóan itt is néhány alkalmazással zárja a sort a szerző, ahol többek között a könyv korábbi példáiban bemutatott egyenletek stabilitását vizsgálja.

Ahogy az a fent leírtakból is jól látható, a bemutatott mű teljes mértékben követi az egyetemi jegyzeteknél szokásos klasszikus felépítést (a tételek részletes bizonyítása, feladatok kitűzése, a megoldások leírása, valamint az elméleti tudnivalók illusztrálása példákon keresztül), ebből adódóan sok munkát vár el olvasójától. Ám e struktúra egyben rengeteg segítséget is nyújt a szerző vállalt céljának eléréséhez, vagyis ahhoz, hogy megismertesse és megértesse a differenciaegyenletek elméletének alapjait. Összefoglalva, a kötet remek választás mind hallgatók, mind kutatók és oktatók számára, hogy saját ismereteiket bővítsék, vagy éppen izgalmas diplomamunka-témák után kutakodjanak.

Irodalomjegyzék

[1] Feigenbaum, M. J. *Universality in complex discrete dynamics*. Los Alamos Theoretical Division Annual Report 1975–1976 (1976).

[2] Metropolis, N., Stein, M. L., Stein, P. R. *On Finite Limit Sets for Transformations on the Unit Interval*. Journal of Combinatorial Theory (A) **15**, 25–44 (1973).

[3] May, Robert M. *Simple mathematical models with very complicated dynamics*. Nature **261**, 459-467 (1976).

[4] May, Robert M. *Nagyon bonyolult dinamikájú egyszerű matematikai modellek*. (fordította Turányi Tamás) Alkalmazott Matematikai Lapok **8**, 427-446 (1982).

György Szilvia
ELTE Informatikai Kar

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon: ›

Insperger Tamás 2023. MÁRCIUS, KÖNYVESPOLC – AJÁNLÓ

Differenciaegyenletek

Kovács Sándor
Differenciaegyenletek
MATEMATIKA FELSŐFOKON
TYPOTEX

Kovács Sándor: Differenciaegyenletek, Typotex Kiadó, Budapest, 2020.

A Typotex Kiadó kiadásában megjelent Differenciaegyenletek című könyv elsősorban tankönyv, ami a diszkrét idejű dinamikai rendszerek alapfogalmainak megértését, a kapcsolódó matematikai modellek kvalitatív vizsgálati módszereinek megismerését tűzi ki célul. A háttérben leírt jelenségek és folyamatok kitérnek fizikai, mérnöki, informatikai, gazdasági és biológiai alkalmazásokra. A vizsgált rendszerek lokális és globális tulajdonságai így kivetíthetők hétköznapi feladatokra is. A könyv kiváló tankönyv alkalmazott matematikus és fizikushallgatók számára, és hasznos kiegészítő ismereteket adhat mérnök-, informatikus-, közgazdászhallgatóknak, illetve a világot egyszerű modelleken keresztül megérteni kívánó, érdeklődő olvasóknak. A könyvben említett példákat könnyedén lehet alkalmazni más, napjainkban sokat tárgyalt témákban, mint például a járványterjedés, makrogazdasági trendek, populációdinamika, vagy akár a vizsgára való készülés minősége és a vizsga eredménye közötti kapcsolat vizsgálatára.

A könyv öt egyenletesen elosztott fejezetből áll, ami az olvasót folyamatosan juttatja el az egyszerűbb alapfogalmaktól egészen a bonyolultabb alkalmazásokig. A könyv a diszkrét operátorkalkulus alapvető fogalmainak tárgyalásával indul a differencia- és eltolásoperátortól kezdve egészen a Laurent-transzformációig, vagy ahogy mérnöki területen nevezik, a *z*-transzformációig. A második fejezetben már a differenciaegyenleteket tárgyalja, amelyekhez hétköznapi példákon keresztül jutunk el, mint például a lakáskölcsön visszafizetése, a kamatos kamat, a populációgenetika, vagy a Hanoi-tornyok, amelyek egyszerűbb fajtáit gyerekjátékként ismerhetjük. Itt kerül tárgyalásra a differenciaegyenletek egyik leggyakoribb alkalmazása is, a differenciálegyenletek megoldásának közelítése. A felvezető szemléletes példák után az olvasó könnyedén elsajátíthatja a diszkrét dinamikai rendszerekhez kapcsolódó főbb fogalmakat, mint például periodikus pont, invariáns halmaz, vonzási tartomány, karakterisztikus multiplikátor. A harmadik fejezetben lineáris differenciaegyenletek főbb tulajdonságait ismerteti a könyv. A legegyszerűbb elsőrendű esetre több alkalmazást is bemutat, a korábban bevezetett példákon túl a bér-ár-spirál-modellt, a sertéspiac gazdasági modelljét, illetve a mérnöki alkalmazások egyik alapelemét, az áramkörök működését. Ezután a másodrendű differenciaegyenleteket tárgyalja, ezekhez az alkalmazásokat értelemszerűen Samuelson akcelerációs modelljével nyitja. Végül a magasabbrendű differenciaegyenleteket, illetve a differenciaegyenlet-rendszereket tárgyalja és a kapcsolódó főbb tételeket ismerteti állandó és változó együtthatójú esetekre. A negyedik fejezetben néhány olyan nemlineáris differenciálegyenletet mutat be, ami elegendő induló tőkét ad a nemlineáris rendszerek iránt érdeklődő olvasónak. Az ötödik, záró fejezetben, részletesen vizsgálja a korábban bevezetett differenciaegyenlet-rendszerek és a hozzájuk tartozó példák stabilitási tulajdonságait. A technikai részletekről egy több mint 100 oldalas függelék áll rendelkezésre. A könyv olvasása közben folyamatosan jelennek meg gyakorló példák, illetve házi feladatok, amelyek által az olvasó újra egyetemi hallgatónak érezheti magát.

Ugyan jellegre inkább egyetemi jegyzetnek tűnik a könyv, mégis jó szívvel tudom ajánlani a dinamikai rendszerek iránt tudományos szempontból érdeklődő olvasóknak, de természetesen hallgatóknak és tanároknak is; elsősorban a matematikai modellek iránt fogékony nem matematikus hallgatóknak, valamint a mérnöki, gazdasági, biológiai alkalmazásokra nyitott matematikus hallgatóknak. És végül, de nem utolsósorban, a műszaki és matematikai területek iránt érdeklődő középiskolás diákok számára is hasznos olvasmány lehet a könyv, az érdekes alkalmazási példákon keresztül akár segítheti is őket a pályaválasztásban.

Insperger Tamás egyetemi tanár

BME Gépészmérnöki Kar, Műszaki Mechanika Tanszék

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Tarcsay Zsigmond 2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Per Enflo és a Skót Könyv leghíresebb problémája

1. Egy érdekes probléma és egy szokatlan díj

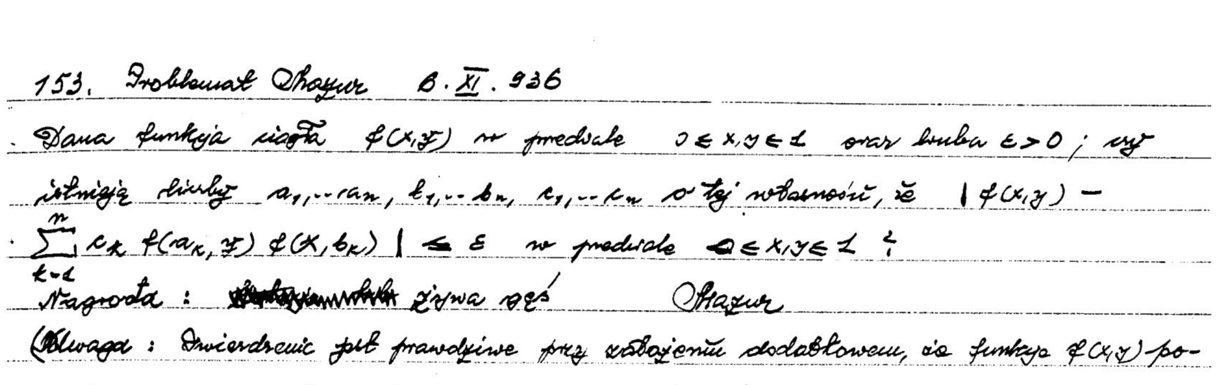
Stanislaw Mazur (1905–1981) lengyel matematikus 1936-ban az alábbi egyszerűnek megfogalmazható problémát tűzte ki:

Legyen f a $[0,1]\times[0,1]$ egységnégyzeten értelmezett folytonos valós függvény. Igaz-e, hogy bármely ε pozitív szám esetén megadható véges sok $\alpha_1,\dots,\alpha_n$ valós szám, illetve $a_1,\dots,a_n,b_1,\dots,b_n\in[0,1]$ szám, hogy

$$\left|f(x,y)-\sum_{i=1}^{n}\alpha_i f(a_i,y)f(x,b_i)\right|<\varepsilon \qquad (\forall x,y\in[0,1])?$$

A kérdés durván szólva az, hogy apprixomálható-e a függvény véges sok parciális függvényének segítségével. A kérdésre pozitív válasz adható, amennyiben f-ről még azt is feltesszük, hogy az valamelyik változójában folytonosan (parciálisan) differenciálható.

A differenciálhatósági feltétel nélkül azonban a probléma váratlanul nehéznek bizonyult, így a híres Skót Könyvben is helyet kapott, éspedig a 153-as számú problémaként:



153. Problemat Mazur 6. XI. 936

Dana funkcja ciągła $f(x,y)$ w przedziale $0\le x,y\le 1$ oraz liczba $\varepsilon>0$; czy istnieją liczby $a_1,\dots,a_n$, $b_1,\dots,b_n$, $c_1,\dots,c_n$ o tej własności, że $|f(x,y)-\sum_{k=1}^{n}c_k f(a_k,y)f(x,b_k)|\le\varepsilon$ w przedziale $0\le x,y\le 1$?

Nagroda: [illegible] żywa gęś Mazur

(Uwaga: Twierdzenie jest prawdziwe przy założeniu dodatkowem, że funkcja $f(x,y)$ posiada pierwszą ciągłą pochodną względem x lub y)

Ahogy már egy korábbi Érintő cikkben is szerepelt, a híres lvivi Skót Kávéház olyan kiváló lengyel matematikusok gyülekező helye volt, mint Banach, Borsuk, Mazur, Kuratowski, Steinhaus, vagy épp Ulam. Egyes elmondások szerint Banach felesége, mások szerint maga Banach vásárolt egy kemény fedeles füzetet, amelybe a fontosabb matematikai problémákat feljegyezték. A füzet, amelynek első oldalán a Ksiega Szkocka, azaz Skót Könyv név szerepel, mindig a kávéházban volt elrejtve, a főpincértől lehetett elkérni, ha szükség volt rá.

Ami Mazur problémáját a többi kérdésnél emlékezetesebbé tette, az a megoldásért felkínált meglehetősen szokatlan díj: egy élő liba.

2. A bázis probléma

Habár Mazur 153-as számú próblémája egyszerűen megfogalmazható, meglehetősen bonyolultnak bizonyult, a megoldására egészen 1972-ig várni kellett. Alexander Grothendieck 1955-ös disszertációjában [4] megmutatta, hogy a kérdés egy hasonló természetű, de jóval mélyebb funkcionálanalízisbeli problémával, a kompakt operátorok approximálhatóságának problémájával ekvivalens.

Approximációs probléma: Igaz-e, hogy bármely Banach-terek között értelmezett kompakt operátor közelíthető-e véges rangú (azaz véges dimenziós képterű) operátorokkal? (Egy X Banach-téren értelmezett Y Banach-térbe képező lineáris leképezést kompaktnak nevezünk, ha az X-beli egységgömb képe teljesen korlátos halmaz Y-ban.) Ha az Y térre bármely X Banach-tér esetén igenlő a válasz, akkor azt mondjuk, hogy Y rendelkezik az approximációs tulajdonsággal.

Grothendieck észrevétele alapján a 153-as probléma a funkcionálanalízis egy másik mély kérdésével, az ún. *bázis problémával* is összefüggésbe hozható. Ennek megfogalmázásához néhány fogalom ismertetése szükséges. Mint ismeretes, bármely vektortérben létezik algebrai bázis (vagy más néven Hamel-bázis), vagyis egy olyan vektor rendszer, amelynek segítségével minden vektor (véges) lineáris kombicióként előállítható. Banach-térben a lineáris kombinációk helyett végtelen sorösszeget is tekinthetünk, aminek segítségével a bázis fogalmának egy topológiai változatát értelmezhetjük.

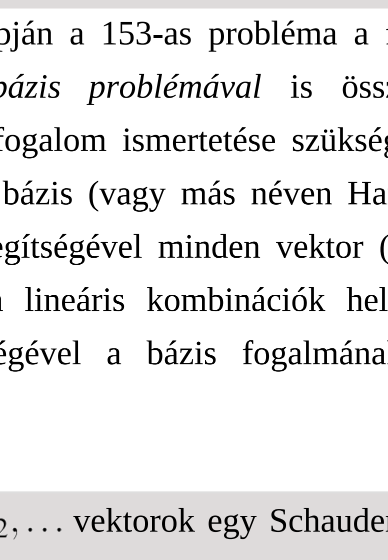
Az X Banach-térnek az $e_1,e_2,\dots$ vektorok egy Schauder-bázisát adják, ha bármely x vektor előáll

$$x=\sum_{n=1}^{\infty}\alpha_n e_n$$

alakban valamely egyértelműen meghatározott (α_n) számsorozat mellett. Legegyszerűbb példa Schauder bázisra az $\ell^p\,(1\le p<\infty)$ sorozattérbeli

$$e_1:=(1,0,0,\dots),\qquad e_2:=(0,1,0,\dots),\qquad \dots$$

vektorok. Jóval kevésbé nyilvánvaló, de egy adott intervallum feletti folytonos függvények terében is megadható Schauder-bázis (ld. Faber-rendszer).



Juliusz Schauder (1899 – 1943)

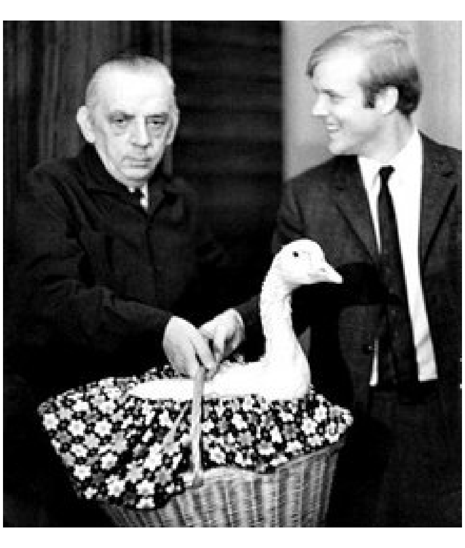
Bázis probléma: Igaz-e, hogy minden szeparábilis Banach-térnek létezik Schauder-bázisa?

A bázis problémát Stefan Banach vetette fel 1932-es könyvében [1].

3. Per Enflo, a sokoldalú matematikus

1972-ben az akkor 28 éves Per Enflo svéd matematikus konstruált egy olyan szeparábilis Banach-teret, amely nem rendelkezik az approximációs tulajdonsággal, és emiatt egyúttal Schauder-bázis sem lehet benne. Ezzel az ellenpáldával Mazur 153-as számú kérdésére is negatív választ adott. Tehát az Acta Mathematica-ban publikált nyolc oldalas cikkével egyszerre három komoly problémát oldott meg. Az Amerikai Matematikai Társulat (AMS) 75 éves fennállásának apropóján Halmos Pál 1990-ben összegyűjtött néhány fontos témát illetve problémát [5], amelyben az utóbbi 75 évben komoly előrelépés történt. A bázis probléma megoldása és Per Enflo konstrukciója ott szerepel a fontos áttörések között.

Enflo a 153-as probléma megoldását még 1972-ben bemutatta Varsóban. Az előadáson Mazur is részt vett, és az 1936-ban tett ígéretét betartva egy élő libát is magával hozott. Egy lengyel újság egy fotót is közölt az emlékezetes díjátadóról.



Mazur átadja a megérdemelt díjat Enflonak

Érdemes megemlíteni, hogy a funkcionálanalízis egy másik nevezetes sejtésének, az úgynevezett invariáns altér problémának cáfolata is Enflo nevéhez fűződik.

Az invariáns altér probléma: Igaz-e, hogy bármely végtelen dimenziós X komplex Banach-téren értelmezett folytonos és lineáris T operátornak létezik $\{0\}$-tól és X-től különböző zárt invariáns altere, vagyis olyan $Y\subset X$ zárt altér, amelyet T önmagába képez?

Enflo 1975-ben egy bonyolult ellenpéldával demonstrálta [3], hogy a sejtés nem igaz. Megjegyzendő, hogy az invariáns altér probléma Hilbert-terekben a mai napig nyitott.

Enflo amellett, hogy zseniális matematikus, az élet több más területén is rendkívül tehetségnek bizonyult. Számos matematikai biológia témájú tanulmányt publikált, elsősorban a populációdinamika területén. Ezenkívül Enflo kiváló zongorista: 1956-ban valamint 1961-ben megnyerte a fiatal zongoristák versenyét Svédországban, 12 évesen pedig a Svéd Királyi Operazenekarban szólistaként játszott. Mesterei között megtalálhatjuk a világhírű magyar zongoraművészt, Anda Gézát is. Enflo számos szólófelvételt készített, és mind a mai napig rendszeresen koncertezik. Az alábbi felvétel a Lengyel Matematikai Társaság alapításának 100. évfordulóját ünneplő eseményen készült 2019-ben.

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.
További információ

Irodalomjegyzék

[1] S. Banach, Théorie des opérations linéaires, Warsawa, 1932.
[2] P. Enflo, A counterexample to the approximation problem in Banach spaces, Acta Mathematica, (1973) 130:309–317.
[3] P. Enflo, On the invariant subspace problem for Banach spaces, Acta Mathematica, (1987) 158:213–313.
[4] A. Grothendieck, Produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires, Memo. Amer. Math. Soc., 16 (1955).
[5] P. R. Halmos, Has Progress in Mathematics Slowed Down?, Amer. Math. Monthly, Volume 97 (1990), 561–588.
[6] R. D. Mauldin, The Scottish Book, Mathematics from The Scottish Café, with Selected Problems from The New Scottish Book, Springer International Publishing, Switzerland, 2015.

A cikk az NKFIH ÚNKP-22-5-ELTE-1096 kódszámú projektnek, valamint az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíjának támogatásával készült.

Tarcsay Zsigmond
Budapesti Corvinus Egyetem
és Eötvös Loránd Tudományegyetem

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon:

Molnár Lajos 2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

A szegedi Acta 100 éve

Tavaly ünnepelte fennállásának 100. évfordulóját az Acta Scientiarum Mathematicarum, vagy ahogy röviden hívni szokták: a szegedi Acta folyóirat. Ebben a cikkben rövid áttekintést adunk ennek a világ 20 legrégebbi és ma is aktív matematikai periodikája közé tartozó folyóiratnak a múltjáról és jelenéről.

1. Rövid történeti áttekintés

Az 1870-es években felvetődött a már létező budapesti és kolozsvári egyetemek mellé egy harmadik tudományegyetem alapítása a Magyar Királyságban. Pozsony és Szeged erős versengést folytatott az új egyetem befogadásáért. Az 1879-es, Szegedet szinte teljesen elpusztító hatalmas árvíz után a város romjaiból újjáépült, gyönyörű várossá változott. A közvélemény és számos szaktekintély határozottan támogatta egy itteni egyetem létrehozásának gondolatát. Végül azonban Pozsony, az egykori koronázóváros járt sikerrel, 1912-ben ott alapították meg a harmadik egyetemet. Sőt, ugyanabban az évben megalakult a negyedik egyetem is, mégpedig Debrecenben.

Szeged tehát elvesztette az egyetemért vívott küzdelmet, de a történelem hamarosan közbeszólt. Az első világháború után az 1920-as trianoni békeszerződés átszabta Magyarország térképét, és Kolozsvár Románia része lett. Az egyetem oktatói nem voltak hajlandók a román király iránti hűségesküt letenni, ezért az egyetemnek el kellett költöznie. Klebelsberg Kuno későbbi vallás- és közoktatásügyi miniszter szorgalmazta az egyetem áthelyezését Kolozsvárról Szegedre. (Szeged a háború utáni Magyarország határvárosává vált.) A terv megvalósult, és 1921-ben a kolozsvári egyetem Szegedre települt át.

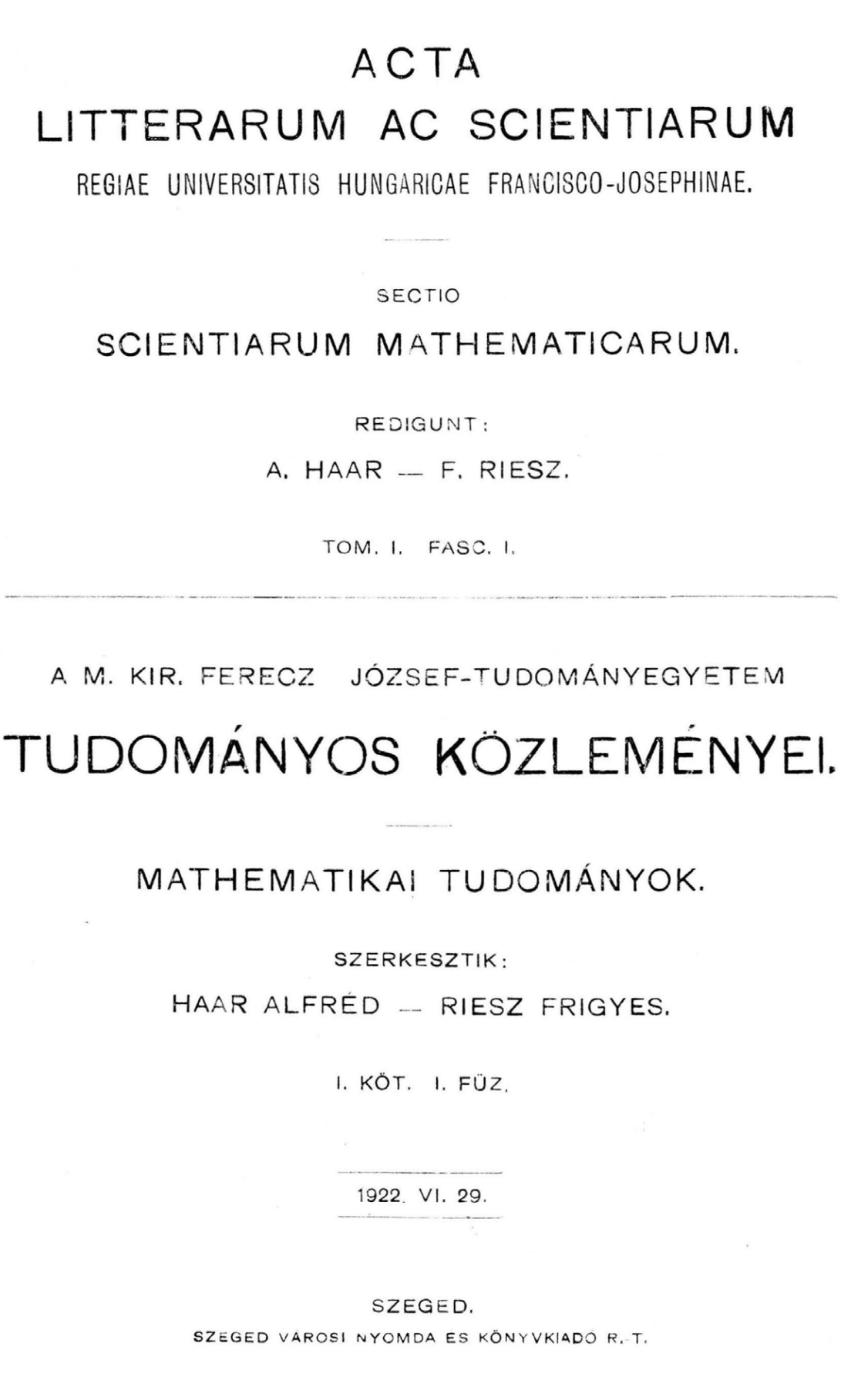
Haar Alfréd és Riesz Frigyes, akkoriban már világhírű kolozsvári tudósok és egyetemi tanárok szintén Szegedre költöztek, és megalapították az ottani matematikai iskolát.

Haar Alfréd

Riesz Frigyes

A színvonalas kutatás feltételeinek megteremtése érdekében igényes matematikai könyvtárat kívántak létrehozni, mivel a kolozsvári könyvtárat hátra kellett hagyni. A rendelkezésre álló (korlátozott) anyagi források és alkalmi adományok – köztük a Rockefeller Alapítvány nagylelkű támogatása – mellett felmerült a gondolat, hogy létrehoznak egy tekintélyes matematikai folyóiratot, amely cserealapot szolgáltat más folyóiratok beszerzéséhez, megteremtve ezzel a könyvtár stabil és szilárd hátterét. Ilyen körülmények között indították útjára 1922-ben a szegedi Acta-t.

A folyóirat neve az idők során többször változott. Elsőként Acta Literarum ac Scientiarum Regiae Universitatis Hungariae Francisco Josephinae, Sectio Scientiarum Mathematicarum-nak; később Acta Universitatis Szegediensis, Sectio Scientiarum Mathematicarum-nak nevezték. A második világháború után ismét névváltozás történt: előbb Acta Scientiarum Mathematicarum (Szeged), majd Acta Universitatis Szegediensis, Acta Scientiarum Mathematicarum lett az elnevezése.



ACTA
LITTERARUM AC SCIENTIARUM
REGIAE UNIVERSITATIS HUNGARICAE FRANCISCO-JOSEPHINAE.

SECTIO
SCIENTIARUM MATHEMATICARUM.

REDIGUNT:
A. HAAR — F. RIESZ.

TOM. I. FASC. I.

A M. KIR. FERENCZ JÓZSEF-TUDOMÁNYEGYETEM
TUDOMÁNYOS KÖZLEMÉNYEI.

MATHEMATIKAI TUDOMÁNYOK.

SZERKESZTIK:
HAAR ALFRÉD — RIESZ FRIGYES.

I. KÖT. I. FÜZ.

1922. VI. 29.

SZEGED.
SZEGED VÁROSI NYOMDA ÉS KÖNYVKIADÓ R. T.

Az első kötet borítója

Haar és Riesz cserékre vonatkozó terve kiválóan működött. A cserekezdeményezések némelyike jól dokumentált, a következőket [3]-ból idézzük. „Riesz 1922. december 12-én írt Maurice Fréchet-nek, és elküldte neki a szegedi Acta első fakszimiléjét, hogy népszerűsítse azt (Riesz 1922). Fréchet válaszára nem kellett sokat várni. 1922. december 16-án azt írta, hogy számukra »megtiszteltetés lenne« megkapni a szegedi Acta-t, és cserébe felajánlotta Riesznek a Publications de l'Institut de Mathematiques de l'Université de Strasbourg nevű folyóiratot, valamint a Strasbourgi Egyetem Matematikai Intézetében elkészült doktori értekezések másolatait. (…) G.H. Hardy 1922-ben írt Riesznek a szegedi Acta cseréjével kapcsolatban (Hardy 1922), továbbá három levél lelhető fel ugyanerről a témáról a Gösta Mittag-Lefflerrel (Svédország) 1923 és 1924 között folytatott levelezésben (Mittag-Leffler 1923, 1924).”

A kezdeti cserekapcsolatok sikere minden bizonnyal Riesz nemzetközi matematikai közösségben elfoglalt magas tudományos pozíciójának volt köszönhető. De Haar és Riesz nem akartak kizárólag erre támaszkodni, hanem magát a folyóiratot kívánták vonzóvá tenni, ezért felkértek több vezető matematikust a szegedi Acta-ban való publikálásra. Ezek a próbálkozások is rendkívül sikeresek voltak. Az első évek szerzőinek listáján többek között olyan matematikusok nevét találjuk, mint Neumann János, Norbert Wiener, George D. Birkhoff, Henri Cartan, Antoni Zygmund, Fejér Lipót, Pólya György, vagy Szegő Gábor. Ez jelentősen hozzájárult ahhoz a sikerhez, amelyet E. R. Lorch így írt le [2]: „A szegedi Acta néhány éven belül világhírnévre tett szert. Minden komoly matematikai könyvtárba jár. Ezért Szegedet ma már az egész világon ismerik – legalábbis a matematikusok.” Ezzel egybehangzóan Staar Gyula magyar tudományos újságíró azt írta az [5] gyűjteményében, hogy „Szeged hamarosan matematikai kutatóközponttá vált, és Szegedet sokan a mai napig a magyar Göttingennek nevezik.” Megjegyezzük, hogy már Klebelsberg Kuno is előszeretettel nevezte Pécset (ahová a trianoni békeszerződés után a pozsonyi egyetem költözött) „magyar Heidelberg”-nek, Szegedet pedig „magyar Göttingá”-nak.

Egy érdekes történetet idézünk az [1]-ből, amely jól mutatja, hogy Riesz Frigyes mennyire igényes volt a folyóiratukban megjelenő közlemények minőségét illetően. „Anekdota a Riesz fivérekről, amit Szőkefalvi-Nagy Bélától és Horváth Jánostól hallottunk. (Horváth régi barátja és munkatársa volt Riesz Marcelnek.) Marcel egyszer benyújtott egy cikket a szegedi Acta-hoz, ahol Frigyes alapító és szerkesztő volt. Minden bizonnyal jó cikk volt, de Frigyes azt írta öccsének: 'Marcel, írtál te már jobbakat is.' Az igazsághoz tartozik, hogy Marcel tényleg publikált a szegedi Acta-ban.” Valóban, a folyóirat első két kötetében négy cikket is közölt.

A szegedi Acta cseréje igazi siker volt, és a harmincas évekre a szegedi matematikai intézet könyvtára rendelkezett Magyarország legkiterjedtebb matematikai folyóirat-gyűjteményével. Kiemelendő, hogy a 1930-as évektől nemcsak a szegedi Acta kezdeményezett ilyen jellegű cseréket, hanem számos hasonló megkeresést és ajánlatot is kapott. Egy dokumentum szerint 1948 és 1965 között 178 volt a cserék száma. A hosszú listából 10 folyóirat nevét említjük: Acta Math., Amer. J. Math., Ann. Math., Canad J. Math., Duke J. Math., J. London Math. Soc., Math. Ann., Proc. Cambridge Math. Soc., Proc. London Math. Soc., Trans. Amer. Math. Soc.

A folyóiratcserék mellett több kiadó küldött könyveket a szegedi Acta-ban való ismertetésre, amelyek a folyóiratban megjelent recenzió ellenértékeként a könyvtár tulajdonába kerültek ezzel is gyarapítva annak állományát.

Haar Alfréd 1933-ban elhunyt, Riesz Frigyes 1946-ban Budapestre költözött. 1946-tól 1981-ig Szőkefalvi-Nagy Béla (vezetéknevét a nemzetközi tudományos világban általában Sz.-Nagynak rövidítik), az operátorelmélet vezető tudósa volt a főszerkesztő. A Haar és Riesz által kialakított hagyományokat folytatta, különös gonddal és odaadással intézte a folyóirat ügyeit. Lánya, Erzsébet (Szőkefalvi-Nagy Béla és felesége hat gyermeket neveltek fel) elmondása szerint a családban a szegedi Acta-t Szőkefalvi-Nagy Béla hetedik gyermekeként emlegették. Hosszú, 35 éves főszerkesztői tevékenysége alatt a szegedi Acta továbbra is nagy tekintélyű folyóirat volt, a funkcionálanalízis és az operátorelmélet nemzetközileg vezető folyóiratává vált.

Szőkefalvi-Nagy Béla mellett, aki maga is 65 közleményt publikált a szegedi Acta-ban, az említett két tudományterület számos kiemelkedő kutatója jelentetett meg nagy hatású munkákat a folyóiratban. Többek között T. Ando, H. Bercovici, A. Connes, Ch. Davis, J. Dieudonné, J. Dixmier, R. Douglas, N. Dunford, C. Foias, I. Gohberg, P. Halmos, W. Helton, M. G. Krein, H. Langer, M. A. Naimark, H. Radjavi, D. Sarason, D. Voiculescu, és a lista még hosszan lenne folytatható.

Szőkefalvi-Nagy Béla után a következő főszerkesztők Leindler László (1982–1992 között) és Kérchy László (1993–2017 között) voltak.

1999-ben, egy évvel Szőkefalvi-Nagy Béla halála után, lánya, Erzsébet édesapja emlékére megalapította a Szőkefalvi-Nagy Béla Érmet. Ezzel a díjjal olyan jeles matematikusokat tüntetnek ki, akik jelentős műveket publikáltak a szegedi Acta-ban. (A kitüntetésben részesültek névsora itt található.)

2. A szegedi Acta-ban megjelent néhány nagyhatású cikk

A fentiek után nem meglepő, hogy a folyóirat számos fontos, nagy hatású közleményt publikált története során. Ebben a részben ezek közül mutatunk be egy tucatnyit.

Neumann János egy dolgozatával kezdjük, amely az első kötetben jelent meg.

J. von Neumann, *Zur Einführung der transfiniten Zahlen,* Acta Sci. Math. (Szeged), **1** (1922–23), 199–208.

A rendszámokat a nemnegatív egész számok transzfinit változataiként már a halmazelmélet kezdeteitől fogva használták, de ezek „külső objektumok” voltak, ami kissé zavaró körülmény volt. A rendszámokkal szemben támasztott alapkövetelmény, hogy minden jólrendezett halmazhoz rendelődjön rendszám, és az egymással izomorf jólrendezett halmazokhoz ugyanaz a rendszám tartozzon. A fenti írásban az akkor 19 éves Neumann János bevezette a rendszámoknak azt a fogalmát, amelyet a mai napig használnak.

Egy H halmaz rendszám, ha H tranzitív (vagyis H minden eleme egyben részhalmaza is H-nak), és az $\in$ (eleme) reláció jólrendezés H-n. A K rendszámot kisebbnek mondjuk H-nál, ha $K \in H$. Ez a rendszámoknak egy jólrendezését adja, és minden rendszám megegyezik a nála kisebb rendszámok halmazával.

Ezenkívül Neumann a rendszámok segítségével definiálta a számosság fogalmát is. Egy H rendszám számosság, ha minden $K \in H$-ra teljesül, hogy nem létezik szürjektív leképezés K-ról H-ra. Ezen az egyszerű módon fel lehet építeni a rendszámok és számosságok teljes elméletét.

A halmazelméletről áttérünk az algebra területére, két dolgozatot említünk.

M. Krasner és L. Kaloujnine, *Produit Complet des groupes de permutations and problem d'extension de groupes. III.* Acta Sci. Math. (Szeged) **14** (1951), 69–82.

Ebben a cikkben a szerzők bevezették a csoportok koszorúszorzatának fogalmát, és bebizonyították a következő alapvető tulajdonságát. Ha G az A csoport kiterjesztése a B csoporttal abban az értelemben, hogy a G-nek van olyan N normális részcsoportja, amely izomorf A-val és a G/N faktorcsoport izomorf B-vel, akkor az A és B koszorúszorzata tartalmazza a G egy izomorf képét. Ezt az eredményt Krasner–Kaluzsnyin vagy Kaluzsnyin–Krasner tételnek nevezik.

Bevezetése után, a csoportelmélettel foglalkozó matematikusok ezt a szorzatfogalmat többek között különféle ellenpéldák alkotására alkalmazták, illetve beágyazási tételek bizonyítására használták. A koszorúszorzat a csoportelmélet egyik fő eszközévé vált.

A másik algebra dolgozat hálóelmélettel foglalkozik.

G. Grätzer and E. T. Schmidt, *Characterizations of congruence lattices of abstract algebras*, Acta Sci. Math. (Szeged) **24** (1963), 34–59.

Ez a cikk tartalmazza az úgynevezett Grätzer–Schmidt tételt, amely szerint az algebrai hálók (azaz a teljes, kompaktan generált hálók) pontosan azok, amelyek izomorfak egy absztrakt algebra összes kongruenciarelációjának hálójával. Az eredmény egy G. Birkhoff által 1948-ban felvetett kérdést válaszolt meg, és az univerzális algebra alapvető tételévé vált.

Egy geometria cikkel folytatjuk.

Á. Császár, *A polyhedron without diagonals.* Acta Univ. Szeged. Sect. Sci. Math. **13** (1949), 140–142.

A dolgozatot a következő – egy 1948-as magyarországi matematika versenyen hibásan kitűzött – probléma motiválta: Bizonyítsuk be, hogy a tetraéderen kívül nincs olyan poliéder, amelyben bármelyik két csúcsot él köt össze. Más szavakkal, az állítás az volt, hogy a tetraéder az egyetlen olyan poliéder, amelynek nincs átlója. Az állítás valóban igaz konvex poliéderekre. Ebben a cikkben azonban Császár Ákos példát adott olyan nemkonvex poliéderre, amelynek nincs átlója. Érdekes módon a cikk nem kapott különösebb figyelmet egészen Martin Gardner „Mathematical Games: On the remarkable Császár polyhedron and its applications in problem solving” című népszerűsítő tanulmányáig, amely 1975-ben jelent meg a Scientific American-ben. Jelenleg a Google kereső több ezer találatot ad a „Császár polyhedron” kifejezésre.

Most áttérünk az analízis területére, először is a potenciálelméletre.

O. D. Kellogg, *Some notes on the notion of capacity in potential theory,* Acta Sci. Math. (Szeged) **4** (1928–29), 1–5.

A rövid cikk a potenciálelmélet három alapvető tételét tartalmazza. Az első a harmonikus függvények úgynevezett általánosított maximumelve. A standard maximum elv azt mondja, hogy ha egy (korlátos) harmonikus függvény nemnegatív a G tartomány határán, akkor ugyanez igaz az egész tartományon. Kellog azt vette észre, hogy alulról korlátos harmonikus függvények esetében a nemnegativitást nem szükséges a határ minden pontjában megkövetelni, elegendő az, ha a kivételes pontok halmaza nulla kapacitású.

Ami a második eredményt illeti, legyen G egy tartomány, $K \subset G$ pedig egy zárt halmaz. A megszüntethető szingularitások problémája harmonikus függvényekre a következőképpen fogalmazható meg: Milyen K halmazokra igaz, hogy a $G \setminus K$-n adott bármely korlátos harmonikus függvénynek van harmonikus kiterjesztése a teljes G tartományra? A cikkben Kellogg bebizonyította, hogy ez pontosan akkor igaz, ha a K kapacitása nulla.

A harmadik eredmény szerint, ha G egy tartomány, és E a határának pozitív kapacitású részhalmaza, akkor E szükségszerűen tartalmaz egy úgynevezett reguláris P pontot; azaz egy pontot azzal a tulajdonsággal, hogy ha a Dirichlet-probléma peremfeltételében lévő függvény folytonos P-ben, akkor a Dirichlet-megoldás is folytonos P-ben. Más szóval, az irreguláris pontok halmazának mindig nulla a kapacitása.

Az alábbi fotó a szegedi matematikai intézet egyik legértékesebb relikviája, amely G. D. Birkhoff és O. D. Kellog 1928-as szegedi látogatása során készült.

Felső sor: Riesz Frigyes, Kerékjártó Béla, Haar Alfréd, Kőnig Gyula, Ortvay Rudolf,
Középső sor: Kürschák József, George David Birkhoff, Oliver Dimond Kellog, Fejér Lipót,
Alsó sor: Radó Tibor, Lipka István, Kalmár László, Szász Pál.

A következő dolgozat, amelyet említünk, Riesz Frigyes fontos munkája a folyóirat első számából.

F. Riesz, *Sur les valeurs moyennes du module des fonctions harmoniques et des fonctions analytiques,* Acta Sci. Math. (Szeged) **1** (1922–23), 27–32.

Itt vezette be Riesz a szubharmonikus függvények fogalmát, és igazolta néhány alapvető tulajdonságukat. Maga a definíció egyszerű: A G tartományon definiált valós értékű folytonos függvényt szubharmonikusnak nevezzük, ha a G bármely P pontjára és minden olyan P körüli zárt körlapra, amely részhalmaza G-nek, az $f(P)$ érték kisebb vagy egyenlő, mint f integrálátlaga a körlap határolóköre mentén. A szubharmonikus függvények a modern potenciálelmélet központi objektumai.

Ezután két dolgozatot említünk a mértékelmélet/valószínűségszámítás területéről.

A. Prékopa, *Logarithmic concave measures with application to stochastic programming,* Acta Sci. Math. (Szeged) **32** (1971), 301–316.

A. Prékopa, *On logarithmic concave measures and functions,* Acta Sci. Math. (Szeged) **34** (1973), 335–343.

Jelenleg ez utóbbi a szegedi Acta-ban megjelent legtöbbet idézett cikk – a MathSciNet-en 162, a Google Scholar-ban pedig 732 hivatkozás található rá. Az előbbi dolgozatot is sokat idézik: 104 idézet a MathSciNet-en, 552 idézet a Google Scholar-ban.

A szerző, Prékopa András a sztochasztikus programozásnak nevezett terület egyik elindítója. Az itt elért fő eredményei közül több a valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok konvexitáselméletére, az ilyen problémák megengedett megoldásai halmazainak konvexitására vonatkozik. Ez a két dolgozat tartalmazza ennek az elméletnek a legalapvetőbb eredményeit. Ezekben vezette be Prékopa András a logaritmikusan konkáv mértékek fogalmát, és bizonyította a következőket.

(1) Ha a μ Borel-mérték $\mathbb{R}^n$-en logkonkáv sűrűségfüggvényből származik, akkor μ logkonkáv, azaz minden A, B Borel-halmazra és minden $0 \le \lambda \le 1$ valós számra teljesül, hogy

$$\mu(\lambda A + (1-\lambda)B) \ge \mu(A)^{\lambda}\mu(B)^{1-\lambda}.$$

(2) Ha egy többváltozós logkonkáv függvényt néhány változója szerint a teljes téren integrálunk, akkor a kapott többváltozós függvény is logkonkáv.

Ezek olyan áttörést jelentő eredmények, amelyek a valószínűségi korlátokat tartalmazó sztochasztikus programozási feladatok széles osztályára garantálják a megengedett megoldások halmazának konvexitását. Ezen következményeken túl a fenti eredmények a konvex geometriában, az analízisben, valamint a fizika, a statisztika és a közgazdaságtan egyes területein is alkalmazást nyertek.

Végül rátérünk az operátorelméletre, amely a folyóirat fő fókuszterülete volt Szőkefalvi-Nagy Béla idejében. Az ő néhány dolgozatával kezdjük.

B. Sz.-Nagy, *On uniformly bounded linear transformations in Hilbert space,* Acta Univ. Szeged. Sect. Sci. Math. **11** (1947), 152–157.

Ez Szőkefalvi-Nagy Béla legtöbbet idézett dolgozata, a MathSciNet-ben 88, a Google Scholar-ban 263 hivatkozás található rá jelenleg.

A cikk fő eredménye a következő alapvető tétel. Egy Hilbert-téren ható T invertálható korlátos (lineáris) operátor akkor és csak akkor hasonló egy unitér operátorhoz, ha a T összes egész hatványának halmaza egyenletesen korlátos; azaz korlátos halmazt alkot az operátor normában.

B. Sz.-Nagy, *Sur les contractions de l'espace de Hilbert,* Acta Sci. Math. (Szeged) **15** (1953), 87–92.

Ez az első része egy 12 cikkből álló, kontrakciókról szóló cikksorozatnak. Kontrakciónak nevezünk egy korlátos operátort, ha a normája legfeljebb 1. A kutatást az motiválta, hogy jobban megértsék a Hilbert-téren értelmezett általános lineáris operátorok szerkezetét. (Vegyük észre, hogy minden korlátos lineáris operátor egy kontrakció skalárszorosa).

Ebben a dolgozatban Szőkefalvi-Nagy Béla belátta, hogy a H Hilbert-tér bármely T kontrakciójához van egy nagyobb K Hilbert-tér és rajta egy U unitér operátor úgy, hogy bármely nemnegatív n egész számra, T n-edik hatványa megegyezik U n-edik hatványa és H-nak K-ra történő ortogonális projekciója szorzatával:

$$T^n = PU^n|_K.$$

(Hasonlóan, $T^{*n} = PU^{-n}|_K$.) Az állítás rövid megfogalmazása: minden kontrakciónak létezik unitér hatványdilatációja. Ezen alapvető eredmény szerint általános operátort reprodukálni tudunk (bizonyos értelemben) két konkrét és jól ismert típusú operátorból: egy unitérből és egy ortogonális porjekcióból.

Mint fentebb említettük, ezt a munkát 11 másik, hasonló című dolgozat követte, II-től XII-ig számozva. A III. cikktől kezdve ezek Szőkefalvi-Nagy Béla közös munkái voltak fiatal román kollégájával, C. Foias-sal. Ezen dolgozatok képezték az alábbi híres könyv alapját, amelyben a szerzők az operátorelmélet egy fontos új ágát alkották meg.

B. Sz.-Nagy and C. Foias, *Analyse harmonique des opérateurs de l'espace de Hilbert,* Masson et Cie, Paris; Akadémiai Kiadó, Budapest 1967, xi+373 pp.

A könyvet lefordították orosz és angol nyelvre is. Az orosz fordítás M. G. Krein által írt előszavából idézünk (lásd [4]): „1953-ban a híres magyar matematikus B. Szőkefalvi-Nagy az Acta Scientiarum Mathematicarum (Szeged) folyóiratban publikált egy ma már széles körben ismert tételt kontrakciók unitér dilatációjáról. A munkát a szerző és más kutatók rögtön folytatták. 1958-ban a fiatal román matematikus C. Foias csatlakozott a kontrakciók elméletének kidolgozásához. B. Szőkefalvi-Nagy és C. Foias cikksorozatot publikáltak közös, »On the contractions of Hilbert Space« címen. A kutatás egy jól kidolgozott elméletet eredményezett, amely fontos szerepet játszik a modern funkcionálanalízisben.”

Most rátérünk T. Ando egy fontos dolgozatára, amely szorosan kapcsolódik Szőkefalvi-Nagy Béla fent említett dilatációs tételéhez.

T. Ando, *On a pair of commutative contractions,* Acta Sci. Math. (Szeged) **24** (1963), 88–90.

A MathSciNet szerinti 136 idézetével ez a legtöbbet idézett operátorelméleti dolgozat, amely a szegedi Acta-ban jelent meg. A Google Tudós 414 idézetet mutat rá. Ando ebben a cikkben bizonyította, hogy egy adott Hilbert-tér bármely kommutáló kontrakciópárjához van kommutáló unitér hatványdilatációpár. A tétel egy Szőkefalvi-Nagy Béla által felvetett kérdést válaszol meg. Az érdekesség kedvéért említjük, hogy S. Parrott 1970-ben bebizonyította, hogy hasonló eredmény nem érvényes kommutáló kontrakció-hármasokra.

Végül a következő cikket említjük.

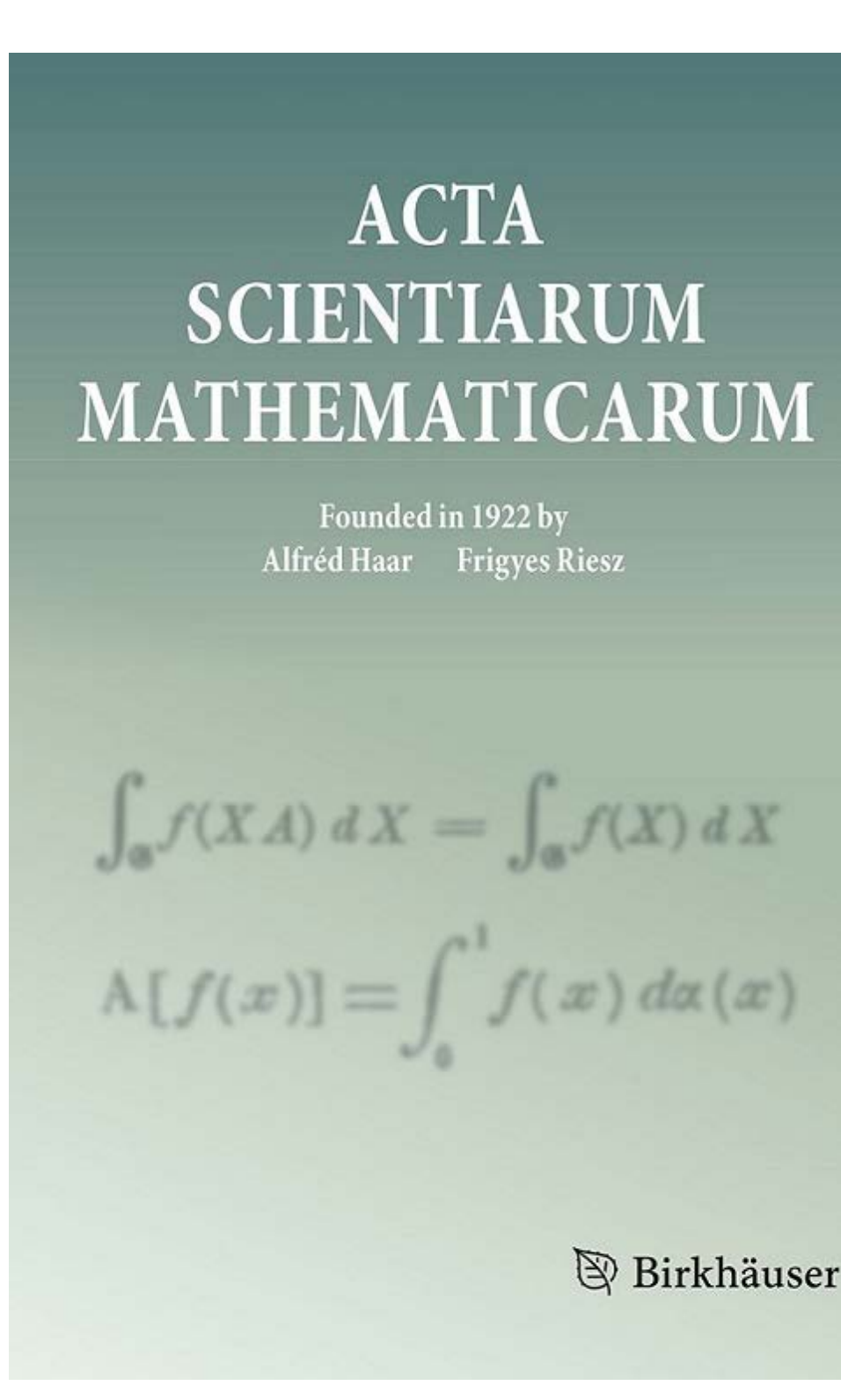
N. Dunford, *Resolutions of the identity for commutative B^*-algebras of operators,* Acta Sci. Math. (Szeged) **12** (1950), 51–56.

Ebben a munkában a szerző egy olyan bizonyítást adott a normális operátorok spektráltételére, amely a kommutatív C^*-algebrák Gelfand–Naimark tételére, valamint a folytonos függvények terének korlátos lineáris funkcionáljaira vonatkozó Riesz-féle reprezentációs tétel Kakutani-féle általánosítására épült. Mára ez a megközelítés vált standarddá, a témával foglalkozó monográfiák és tankönyvek többsége ezt követi.

A fenti lista természetesen nem teljes, a megjelent nagyhatású cikkeket tovább lehetne sorolni.

3. A századik évforduló

A szegedi Acta 2022-ben ünnepelte alapításának 100. évfordulóját. Ez az első Magyarországon megjelent nemzetközi matematikai folyóirat, és a 20 legrégebbi, ma is aktív matematikai folyóirat egyike a világon. Az évforduló alkalmából több változtatást is végrehajtottunk a folyóirattal kapcsolatban. Mindenekelőtt kibővítettük a szerkesztőbizottságot. Az első 100 évben ez csak helyi tagokból állt, 2022-től több kiváló külföldi matematikus csatlakozott a testülethez. Emellett a lap kiadója is megváltozott. 2022-től a szegedi Acta a Springer Nature/Birkäuser kiadásában jelenik meg (a tulajdonos továbbra is a Szegedi Tudományegyetem Bolyai Intézete).



Az új borító

A folyóirat weboldala itt tekinthető meg, a szerkesztőbizottság tagjainak aktuális névsora pedig ide kattintva érhető el.

Fentebb már említettük, hogy Szőkefalvi-Nagy Béla főszerkesztősége idején a folyóirat fókuszában a funkcionálanalízis és az operátorelmélet állt. Ez motiválta egy kapcsolódó különszám megjelentetését (88. évfolyam 1-2. szám), amelyet a 100. évfordulónak szenteltünk. A funkcionálanalízis és operátorelmélet olyan neves kutatóit kértük fel aktuális munkáik benyújtására, akik korábban jelentős eredményeket publikáltak a szegedi Acta-ban. Számos értékes kéziratot kaptunk, és nemrég meg is jelent a meglehetősen vastag különszám.

A különszám mellett az emlékezetes esemény megünneplésére online konferenciát is szerveztünk. A 2022. május 5-6-án tartott rendezvényre több mint 200-an regisztráltak. Az elhangzott előadások felvétele a Springer Youtube csatornáján is elérhető.

4. Utószó

A folyóirat ilyen hosszú és fényes története után mit mondhatunk a jövőről? Nagyon röviden: igyekszünk továbbra is a nagy elődök nyomdokain járni, és ezzel párhuzamosan megfelelni a modern idők kihívásainak.

Bár a folyóirat fókuszterületei a funkcionálanalízis és az operátorelmélet, az eredeti hagyományt követve a szegedi Acta-t széles spektrumú matematikai folyóiratnak tekintjük. Nagyon szívesen fogadjuk az analízis egyéb területeiről, valamint az algebra és a geometria különböző területeiről érkező kiváló minőségű kéziratokat.

Az újjászervezett folyóirat friss lendülettel kezdi a következő időszakot, és mindent megteszünk annak érdekében, hogy a szegedi Acta hosszú távon tovább prosperáljon.

Irodalomjegyzék

[1] R. Hersh and V. John-Steiner, *A visit to Hungarian mathematics,* Math. Intelligencer **15** (1993), 13–26. `https://doi.org/10.1007/BF03024187`

[2] E.R. Lorch, *Szeged in 1934,* Amer. Math. Monthly **100** (1993), 219–230. `https://doi.org/10.1080/00029890.1993.11990392`

[3] L. Rodríguez, *Frigyes Riesz between the two world wars,* BSHM Bull. **32** (2017), 235–245. `https://doi.org/10.1080/17498430.2017.1326216`

[4] B. Sz.-Nagy, C. Foias, H. Bercovici, L. Kérchy, *Harmonic analysis of operators on Hilbert space.* Second edition. Revised and enlarged edition. Universitext. Springer, New York, 2010. xiv+474 pp. ISBN: 978-1-4419-6093-1. `https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6094-8`

[5] P. Weibel, *Beyond Art: A Third Culture: a comparative study in cultures art and science in 20th century Austria and Hungary.* Springer, 2005. `https://doi.org/10.1007/3-211-37846-4`

A fenti anyag eredetileg az EMS Magazine-ban jelent meg, `https://euromathsoc.org/magazine/articles/113`. A fordítást a European Mathematical Society jóváhagyta, annak elvégzésében *Titkos Tamás* nagy segítségére volt a szerzőnek.

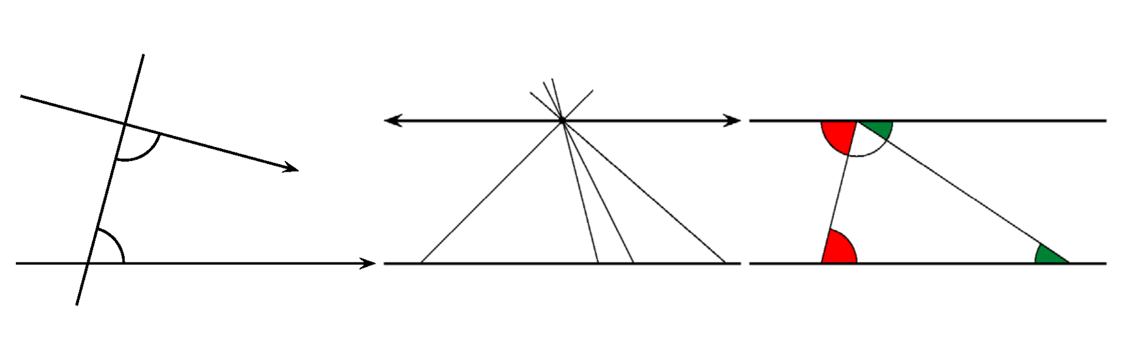
Molnár Lajos egyetemi tanár
SZTE Bolyai Intézet

Stipsicz András 2023. MÁRCIUS, TUDOMÁNY – TÖRTÉNET – MI IS...?

Bolyai János munkájának hatása a háromdimenziós terek elméletére

„Semmiből egy ujj más világot teremtettem” írta Bolyai János majd pontosan 200 éve, 1823. november 3-án keltezett levelében édesapjának, Bolyai Farkasnak. János ekkor még nem töltötte be 21. életévét, és a korabeli matematika egyik legfontosabb kérdésére, a párhuzamosok problémájára talált megoldást. Emlékeztetőül: az euklideszi síkon egy rögzített L egyenesre egy rajta kívül rögzített P ponton keresztül pontosan egy párhuzamos (vagyis az L egyenest nem metsző) egyenes húzható. Ez az állítás azonnal következik Eukleidész nevezetes ötödik posztulátumából:

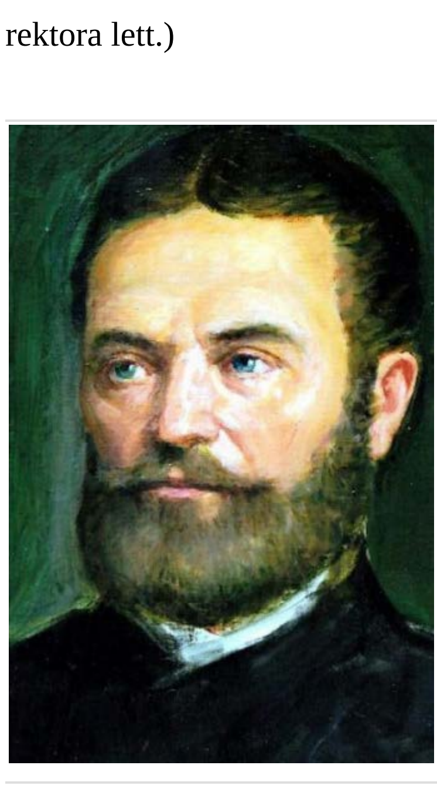
És hogy ha két egyenest úgy metsz egy egyenes, hogy az egyik oldalon keletkező belső szögek (összegben) két derékszögnél kisebbek, akkor a két egyenes végtelenül meghosszabbítva találkozzék azon az oldalon, amerre az (összegben) két derékszögnél kisebb szögek vannak.



A posztulátum (amit néha axiómának is hívtak) nem véges volta matematikusok számtalan nemzedékét zavarta, és motiválta arra, hogy a többi axióma következményeként mutassák be ezt a tulajdonságot. Számos ekvivalens megfogalmazása is született az idők folyamán, pl. a fenti tulajdonság ekvivalens avval, hogy minden háromszög belső szögeinek összege 180 fokkal egyenlő, vagy avval az állítással, hogy léteznek hasonló, de nem egybevágó háromszögek.

Bolyai eredménye lényegében az volt, hogy megmutatta, léteznek más, ugyanannyira koherens geometriai rendszerek, amelyekben a nevezetes 5. Posztulátumon kívül minden euklideszi axióma teljesül, de a fenti L egyeneshez a rajta kívül lévő P ponton át végtelen sok, L-et nem metsző (párhuzamos) egyenes húzható.

Mielőtt a Bolyai által talált hiperbolikus sík egy modelljét leírnánk, meg kell említenünk, hogy nem egyedül Bolyai János jutott erre a gondolatra. Göttingenben Carl Friedrich Gauss (1777–1855), Kazanyban pedig Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij (1792–1856) találtak hasonló érveket. Gauss ezen eredményeit soha nem jelentette meg, Lobacsevszkij műve pedig 1830-ban született. Bolyai János munkája (egyetlen matematikai témájú publikációja) édesapja Tentamen kötetének függelékeként (mint Appendix) látott napvilágot 1832-ben. Érdekes egybeesésnek gondolhatjuk azt, hogy Európa távoli helyein szinte egyidőben jutott három geométer azonos (vagy legalábbis nagyon hasonló) eredményre. Ugyan a tizenkilencedik század elején-közepén a kommunikáció meglehetősen lassú volt, de Gauss, Bolyai és Lobacsevszkij hasonló hatásoknak voltak kitéve. Amellett, hogy 1760 és 1800 között több mint 60, a párhuzamosság problematikájával foglalkozó mű jelent meg, ismert az is, hogy Bolyai János édesapja, Bolyai Farkas diákként Gauss közeli barátja és diáktársa volt. (Mivel Gauss a későbbiekben semmiféle segítséget nem nyújtott János további munkájának és matematikusi fejlődésének előmozdítására, ez a viszony megromlott.) Gauss általános iskolai mentora, Martin Bartels pedig a Kazanyi Egyetem egyik első professzora lett, és később Lobacsevszkijjel is foglalkozott. (Lobacsevszkij egyébként idővel az egyetem rektora lett.)

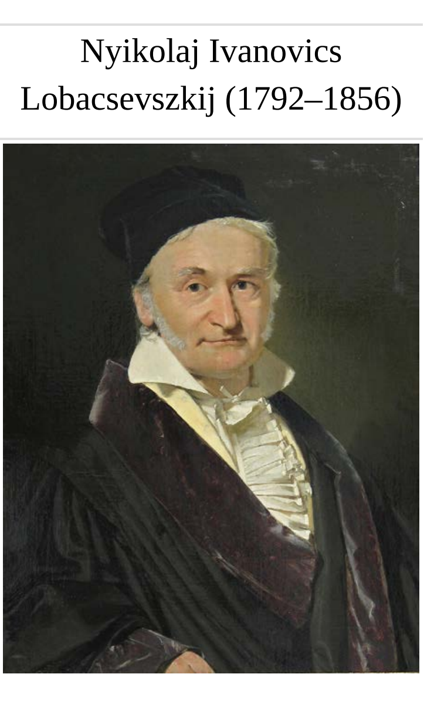


Bolyai János (1802–1860)

Nyikolaj Ivanovics Lobacsevszkij (1792–1856)

Bolyai Farkas (1775–1856)

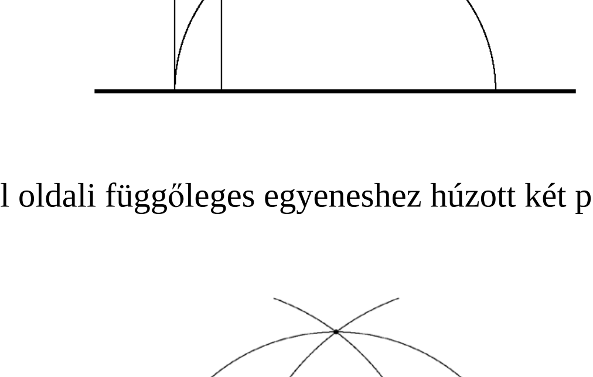
Martin Bartels (1769–1836)



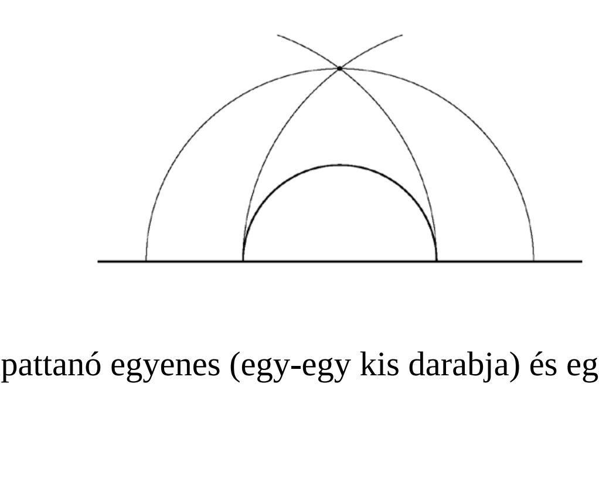
Carl Friedrich Gauss (1777–1855)

Forrás: Wikipedia, MacTutor.

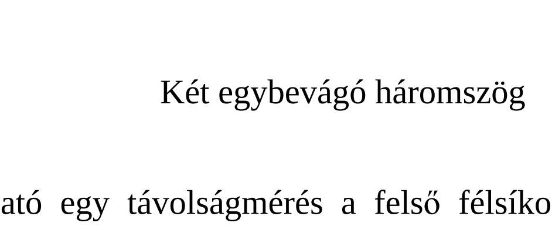
A hiperbolikus sík több modellje is ismert, alább (csak érintőlegesen) a *felső félsík modellt* mutatjuk be. Vegyük tehát a szokásos euklideszi felső félsíkot, koordinátákban azon (x,y) pontokat, amelyekre $y>0$. Legyenek az egyenesek az x tengelyre merőleges félegyenesek, illetve az x tengelyen levő középponttal rendelkező, felső félsíkba eső félkörök. Nem nehéz látni, hogy ezzel a definícióval az euklideszi axiómák (a nevezetes 5. Posztulátumot leszámítva) teljesülnek, de egy adott egyeneshez egy rajta kívül lévő ponton át végtelen sok párhuzamos húzható. (Ezek közül pedig két kitüntetett található, az elpattanók, amelyek még épp nem metszik az egyenest.)



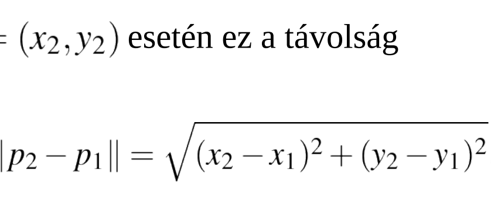
Egyenesek a hiperbolikus síkon



A bal oldali függőleges egyeneshez húzott két párhuzamos



A két elpattanó egyenes (egy-egy kis darabja) és egy párhuzamos



Két egybevágó háromszög

Valójában megadható egy távolságmérés a felső félsíkon, amit figyelembe véve, a legrövidebb út két pont között épp a fent leírt egyenesek egyike lesz. A szokásos euklideszi síkon a távolságot a Pitagorasz-tétel alapján kapott formulával határozzuk meg: $p_1=(x_1,y_1)$ és $p_2=(x_2,y_2)$ esetén ez a távolság

$$\|p_2-p_1\|=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}.$$

A hiperbolikus modellben azonban ez a formula a következőre módosul:

$$\operatorname{dist}(p_1,p_2)=2\operatorname{arsinh}\frac{\|p_2-p_1\|}{2\sqrt{y_1y_2}},$$

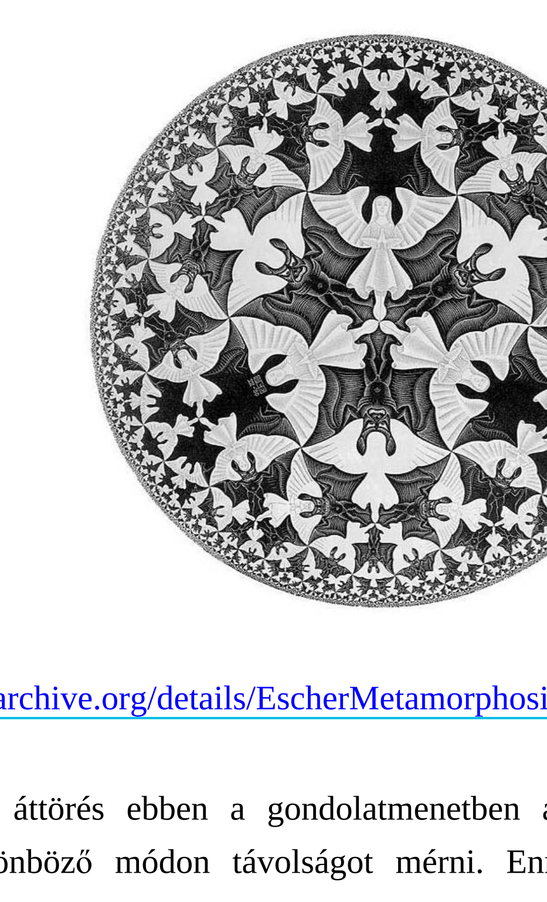
ahol arsinh a sinh (hiperbolikus szinusz) inverzfüggvénye. Amennyiben a két pont x koordinátái megegyeznek, a képlet a

$$\operatorname{dist}(\langle x,y_1\rangle,\langle x,y_2\rangle)=\left|\ln\frac{y_2}{y_1}\right|=|\ln(y_2)-\ln(y_1)|$$

kifejezésre egyszerűsödik. Vagyis a távolság a két y koordináta arányától függ, pl. a (0,0.1) és a (0,1) pontok távolsága éppen akkora, mint a (0,1000) és a (0,10 000) pontok távolsága, bár intuíciónk mást sugallna.

Néhány furcsaság ezen a síkon: egy háromszög belső szögeinek összege 180 foknál kevesebb lesz, és a háromszög területe megegyezik π és a szögösszeg különbségével. Ebből kifolyólag, a hiperbolikus síkon nem lehet akármekkora területű egy háromszög, és két háromszög pontosan akkor lesz egybevágó, ha hasonlóak.

Ezek a furcsaságok a művészetet is megihlették, Escher számos képén köszönnek vissza a hiperbolikus sík alapelveit követő motívumok.



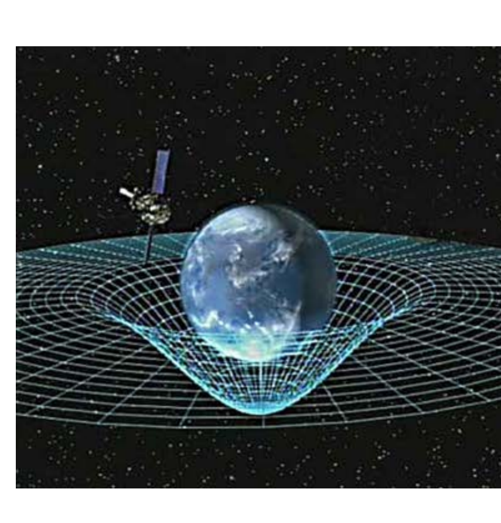
Forrás: https://archive.org/details/EscherMetamorphosisMachine/circle_limit_IV.jpg.

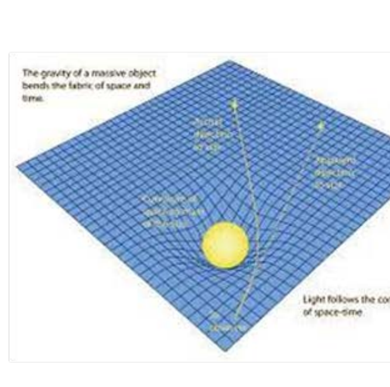
A legfontosabb áttörés ebben a gondolatmenetben az volt, hogy bizony lehet a szokásostól különböző módon távolságot mérni. Ennek teljes elméletét Bernhard Riemann (1826–1866) 1854-es habilitációs előadásában (Gauss témavezetésével) Göttingenben fejtette ki. A végkövetkeztetés az volt, hogy egy téren akkor tudunk geometriáról beszélni, ha megadjuk az érintővektorok hosszát, ekkor pontok távolságát úgy tudjuk megadni, hogy minden sima $p(t)$ görbére az *út = sebesség szorozva idővel* formula (alkalmas integrál alakjával) az

$$s=\int p'(t)dt$$

integrált kiszámítva megkapjuk a görbe hosszát, és ezek közül vesszük a legkisebbet (technikai értelemben az infimumot).

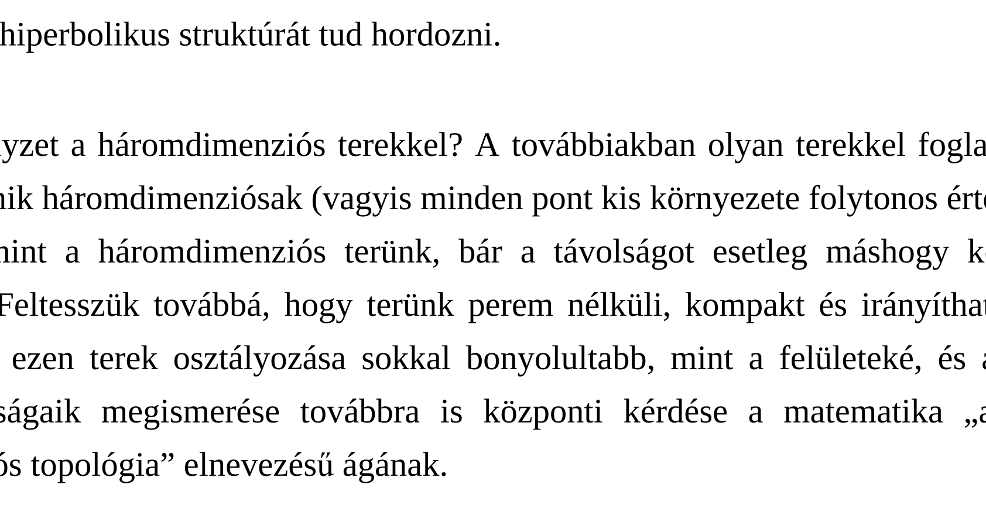
Egy ilyen sebesség–hossz rögzítésével ellátott teret ma Riemann-sokaságnak nevezünk, és ezeket vizsgálja a Riemann-geometria. Itt az egyenesek szerepét a geodetikus görbék veszik át (amelyek realizálják két pont közt a legrövidebb utat). Az ilyen Riemann-sokaságok fontos szerepet játszanak nemcsak a matematika különböző ágaiban, de elméleti fizikában is, és alapját adták Einstein általános relativitáselméletének is.




The gravity of a massive object bends the fabric of space and time.
Light follows the contours of space-time

Térjünk vissza azonban a hiperbolikus geometriához. Mint láttuk, ez egy olyan példaként született, amelyben nem teljesül az 5. Posztulátum (de minden további euklideszi axióma igen). Mennyire elterjedt geometria ez?

Vegyük a perem nélküli, véges (szakszóval kompakt), irányítható kétdimenziós felületeket. Ismert eredmény, hogy minden nemnegatív egész számra pontosan egy ilyen alakzat létezik, amennyiben kettőt egyformának tekintünk, ha azok folytonosan, tehát vágás és ragasztás nélkül egymásba alakíthatók. (Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a két felület homeomorf.) A felületet jellemző nemnegatív egész számot a felület g neménék (génuszának) nevezzük. Ez a szám azt tükrözi, hogy a felületben hány lyuk van („hány személyes az úszógumi”).

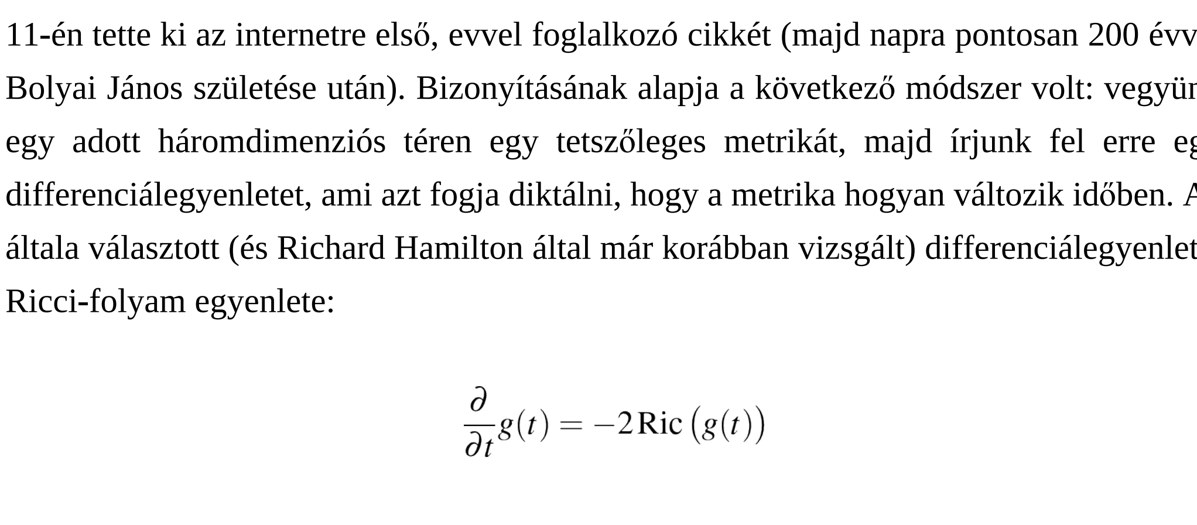


Tétel (Klein, Poincaré, 1882) Egy perem nélküli, kompakt, összefüggő, irányítható felületen pontosan akkor van hiperbolikus geometriát adó metrika, ha g génusza legalább 2.

Röviden tehát, a felületek körében a Bolyai által talált geometria a tipikus, a két kivétel a gömbfelület ($g=0$) és a tórusz ($g=1$, vagyis egy fánk felülete), a további végtelen sok eset hiperbolikus struktúrát tud hordozni.

Mi a helyzet a háromdimenziós terekkel? A továbbiakban olyan terekkel foglalkozunk tehát, amik háromdimenziósak (vagyis minden pont kis környezete folytonos értelemben olyan, mint a háromdimenziós terünk, bár a távolságot esetleg máshogy kell rajta mérni). Feltesszük továbbá, hogy terünk perem nélküli, kompakt és irányítható. Mint kiderült, ezen terek osztályozása sokkal bonyolultabb, mint a felületeké, és alapvető tulajdonságaik megismerése továbbra is központi kérdése a matematika „alacsony dimenziós topológia” elnevezésű ágának.

A káoszban William Thurston 70-es években kidolgozott „geometrizációs sejtése” próbált rendet tenni. Szerinte minden háromdimenziós tér gömbök és tóruszok egy jól meghatározott halmaza mentén szétvágható úgy, hogy a részeken nyolc geometria valamelyike megtalálható. (A nyolc geometria között van természetesen a háromdimenziós euklideszi, hiperbolikus és gömbi, de ott van a kétdimenziós gömbi valamint a hiperbolikus szorzata az egydimenziós euklideszivel, és további három furcsább geometria.) Thurston nem tudta belátni ezt a sejtést, de ötlete (hogy geometriát használjunk terek struktúrájának megismerésében) forradalminak bizonyult.

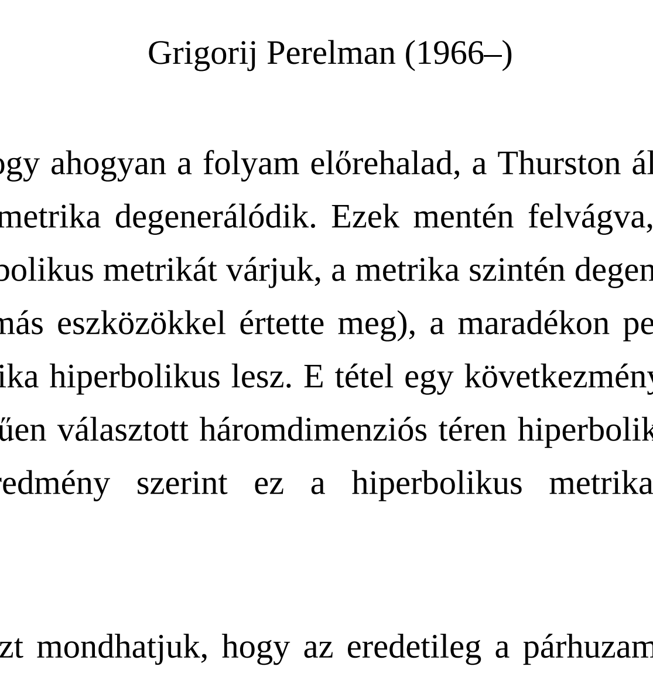


William Thurston (1946–2012)

Thurston sejtését Grigorij Perelman orosz matematikus látta végül be. 2002. november 11-én tette ki az internetre első, evvel foglalkozó cikkét (majd napra pontosan 200 évvel Bolyai János születése után). Bizonyításának alapja a következő módszer volt: vegyünk egy adott háromdimenziós téren egy tetszőleges metrikát, majd írjunk fel erre egy differenciálegyenletet, ami azt fogja diktálni, hogy a metrika hogyan változik időben. Az általa választott (és Richard Hamilton által már korábban vizsgált) differenciálegyenlet a Ricci-folyam egyenlete:

$$\frac{\partial}{\partial t}g(t)=-2\operatorname{Ric}\big(g(t)\big)$$

Itt $g(t)$ jelöli a Riemann-metrikát (tehát megadja, hogyan mérjük meg egy érintővektor hosszát), amely időben változhat (tehát $g(t)$ a t időpillanatban rögzített metrikát adja meg). $\operatorname{Ric}\big(g(t)\big)$ pedig a $g(t)$ metrika görbületének egy része (az ún. Ricci-tenzor), amelynek pontos leírására nem térünk ki. Azt nézzük tehát, hogy mi történik a metrikával, ha időben úgy változik, ahogy a Ricci-tenzor diktálja.



Grigorij Perelman (1966–)

Perelman belátta, hogy ahogyan a folyam előrehalad, a Thurston által jósolt gömbök és tóruszok mentén a metrika degenerálódik. Ezek mentén felvágva, azokon a részeken, ahol a hét nemhiperbolikus metrikát várjuk, a metrika szintén degenerálódik (és ezeket a részeket Perelman más eszközökkel értette meg), a maradékon pedig határértékben (a végtelenben) a metrika hiperbolikus lesz. E tétel egy következménye például, hogy egy tipikus, véletlenszerűen választott háromdimenziós téren hiperbolikus metrika van. Egy szintén korábbi eredmény szerint ez a hiperbolikus metrika pedig lényegében egyértelmű.

Összefoglalásként azt mondhatjuk, hogy az eredetileg a párhuzamossági axiómát nem teljesítő, Bolyaitól származó geometriai konstrukció nemcsak a párhuzamosok problémáját oldotta meg, de megadta a két- és háromdimenziós esetben a „tipikus”, legtöbbször előforduló geometria konstrukcióját is.

Hogy a mi háromdimenziós terünk milyen, azt továbbra sem tudjuk, de meglehetősen jó képünk van a lehetőségekről.

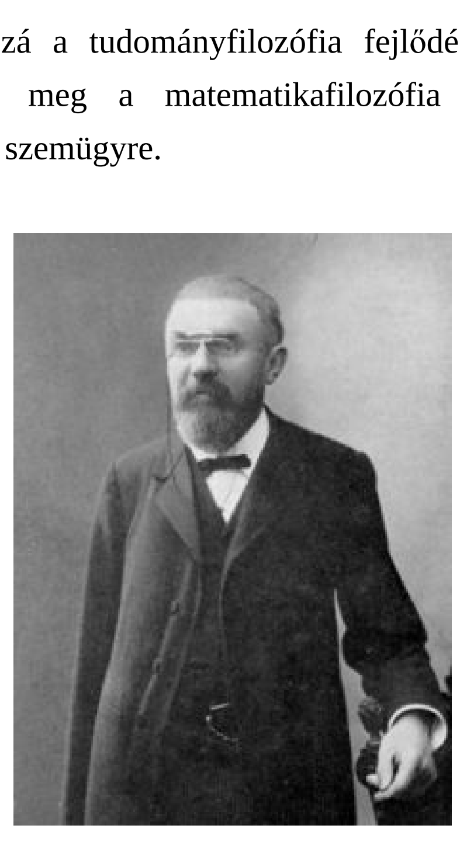
Stipsicz András
Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Molnár Zoltán Gábor 2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

Menekülés a logika fogságából

Henri Poincaré matematikafilozófiája

Henri Poincaré (1854–1912) neve ismerős lehet a geometriából, hiszen a Bolyai-geometria egy modelljét ő adta meg, de a komplex analízisből, az algebrai topológiából, a dinamikai rendszerek elméletéből, az égi mechanikából is felidézhetünk tételeket és fogalmakat, amik az ő nevét viselik.[1] Ám jól ismert azok között is, akik műkedvelők, vagy nem kifejezetten azokon a területeken dolgoznak, amelyekben elérte eredményeit. Poincaré leginkább a róla elnevezett sejtés miatt tett szert nagy népszerűségre. Egészen szemléletes az a 19. században bizonyított tétel, hogy a térben minden korlátos és zárt felület, aminek nincs pereme és amelyikben minden hurok pontra zsugorítható, olyan, hogy kölcsönösen egyértelmű, oda-vissza folytonos módon ráképezhető az origó középpontú egységgömb felületére. A Poincaré-sejtés ennek az állításnak a négydimenziós általánosítása. Az extravagáns viselkedésű Grigorij Perelman (sokak munkáját felhasználva persze) ezt a sejtést igazolta 2003-ban, és a bizonyítás helyesnek is bizonyult.[2] Poincaré azonban nem csak iskolateremtő matematikus volt, hanem értékes módon járult hozzá a tudományfilozófia fejlődéséhez, és figyelemreméltó gondolatokat fogalmazott meg a matematikafilozófia területén is. Ez utóbbi hozzájárulást vesszük most szemügyre.



Henri Poincaré (1854–1912) (A kép forrása: Wikipedia)

Mindenekelőtt azonban tisztáznunk kell, hogy mit várunk akkor, amikor filozófiáról, speciálisan is Poincaré matematikafilozófiájáról beszélünk, ezért érdemes néhány tesztkérdést feltenni magunknak (olyasmiket, amiket az analitikus filozófus Walter Kaufmann tett fel a kontinentális filozófus Martin Bubernek). A filozófia, Arisztotelésztől Kantig és tovább, fogalmak tisztázásával, elemzésével foglalkozik, ám nem minden filozófia követi ezt a módszert. A kérdések tehát. 1. Kevésbé értékes-e az elemző típusú megközelítés és inkább értékes Kierkegaard, Heidegger vagy Alain Badiou munkássága? 2. A filozófiai érdeklődés középpontjában vajon inkább van-e Lao-ce, mint Arisztotelész, Naszreddin hodzsa, mint Hume, vagy József Attila, mint Kripke? 3. Fontosabb-e a személyes tapasztalat, mint a fogalmi tisztaság és magyarázó elméletek felállítása? 4. A filozófiának nem válaszokat kellene-e inkább adnia, ahelyett, hogy kérdéseket tesz fel és egymással versengő hipotéziseket állít fel? Ha ezekre igen a válaszunk, akkor Poincaré filozófiája ki fog minket ábrándítani, mert egy adott tudomány filozófiája ugyanolyan tudomány, mint az összes többi akadémiai diszciplína, legfeljebb több benne a vita, lévén éppen a legitim kérdések tisztázása a feladata és nem pusztán a következtetések levonása.

A matematika fogalmi megalapozásának feladata a 19–20. században számos válságon ment keresztül, és Poincaré is ebben a forrongó, de egyben inspiráló légkörben szembesült azzal, hogy választ kell találni azokra a kérdésekre, hogy mi és miért éppen az a matematika, ami. Számára a fő ellenlábas a logicizmus volt, ami a matematikafilozófia egyik jelentős álláspontjaként tűnt fel akkoriban, így közvetlen vitapartnerei inkább Gottlob Frege és Bertrand Russell voltak[3], akik a logicizmus zászlóvivőinek számítottak. Természetesen nem arról van szó, hogy lennének matematikai precizitással definiálható filozófiai álláspontok és jól behatárolható filozófiai iskolák, így naivitás lenne definiálni mi is pontosan a logicizmus. Russell logicizmusa teljesen másféle volt, mint Frege-é, kettejük álláspontjai nem kicserélhetők. Mindazonáltal a meghirdetett kutatási programjuk alapján könnyű beazonosítani, miben közös a felfogásuk. A logicista a matematikát a logika részének tekinti és minden matematikai állítást végső soron logikai következménynek tekint. Ezzel szemben Poincaré szerint a logika nem képes megalapozni a matematikát abból a szempontból, hogy nem lehetséges levezetni belőle a matematikai fogalmakat, elsősorban is azért, mert a matematika az igazságkeresési módszertan szempontjából más természetű, mint a logika. Poincaré legalább három helyen éri tetten a logicizmus lehetetlenségét: – a logika nem tudja biztosítani a matematika ellentmondásmentességét, legalábbis egyszer már megégettük a kezünket miatta; – nem dönt arról, hogy a matematika miért éppen azokkal a problémákkal foglalkozik, amikkel, és miért azok a geometriák, algebrák vagy aritmetikák a kitüntetettek a matematikában, amik; – továbbá a logicizmus semmilyen módon nem ad választ arra, hogy mik azok a tárgyak (legyenek azok téridőbeliek vagy elképzeltek), amikről a matematikai állítások beszélnek, és milyen módon tudunk mi ezekhez hozzáférni.

Ezen a ponton tehát könnyű lenne felkiáltani, hogy hát persze hogy igaza van, hiszen a logika formális (benne is van a nevében: formállogika), a matematika pedig tartalmas állításokat tesz a tárgyáról. Ez azonban vulgarizálás lenne. Egyáltalán nem nyilvánvaló, hogy a logikának, nemhogy analitikusnak, de mégcsak nem is a priori természetűnek, tapasztalattól függetlennek kellene lennie, még akkor sem, ha Kant ezt állítja. Sőt, teljesen jó példákat hozott Putnam és Dummett arra, hogy a logika valójában nem egyetlen elmélet, hanem *logikák* vannak, amelyek a különféle szaktudományok szaklogikáiként funkcionálnak.

Amikor egy informatikus egy program helyességét kívánja igazolni, egyáltalán nem biztos, hogy használni tudja azt az érvelést, amit egy matematikus tud nyújtani. Az informatikus vágyai között szerepelhet egy humán ágenstől független verifikáció, egy, a számítógép által legyártható bizonyíték arra, hogy azt mondhassa, a programban nem lesz vagy nincs hiba, és úgy működik, ahogy azt elvárjuk tőle. Márpedig akkor ez már nem a klasszikus logika lesz. És valóban, az utóbbi időben megszülettek azok a magasabbrendű programozási nyelvek, amelyekben kifejezhetők a programok szemantikai tulajdonságai, és amelyeknek a megléte formális matematikai pontossággal igazolhatók, és ezek a bizonyítások ugyanúgy programok lesznek, mint maguk a programok, amiknek a helyességét bizonyítani szándékozzák. (Ilyen programozási nyelvek a Coq, Agda vagy a Lean.)

Egy fizikus ugyan klasszikus logikát használ a tudományos érvelései során, de ha egy kvantummechanikai állapotra vonatkozó állítást fogalmaz meg, például, hogy „Schrödinger macskája életben van", akkor egyáltalán nem biztos, hogy az az állítás a klasszikus logika szabályai szerint fog működni. Az a sajátságos logika, aminek a részeként a kvantummechanika állításai mutatják magukat inkább írható le a lineáris algebra, mint a Boole-algebrák elméletével. De elég csak Arisztotelészig elmenni: a kérdés, hogy holnap tengeri csata lesz-e, erős kihívás elé állítja a klasszikus logikát. A logika képes empirikus, a posteriori is lenni.

Út az intuicionizmus felé

Durván megfogalmazva tehát, a logicizmus az az álláspont, hogy a matematika minden fogalma definiálható pusztán logikai fogalmakkal, és a matematikai tételek levezethetők pusztán logikai axiómákból, logikai eszközökkel, mindenféle matematikai axiómák és módszerek nélkül. Vegyül a képbe azonban néhány új szín is. Egyfelől a formalista megközelítés, másfelől a platonizmus. A formalista megközelítés szerint a matematikai tevékenység pusztán játék a szimbólumokkal. Ugyan Russell a nyelvfilozófiájában lényeges szerepet szánt a nyelvi kifejezések jelentéseinek, a matematikai munkáiban (a projektív geometria axiomatizálásában és a *Principia Mathematica* felépítésében) eléggé elrugaszkodott a szemlélettől és a gyakorlattól. Ezzel szemben az általa formalistának nevezett Hilbert kifejezetten fontosnak tartotta a matematikusi gyakorlathoz illetszeni logikai építményét és az alapokat, a tartalmas vagy igazi matematikának nevezett finit konstrukciókhoz vagy a geometriai intuícióhoz kötötte. Nem kevésbé kapcsolta Frege a matematika alapjait a matematikai gyakorlathoz, például a számfogalom Dedekind-féle felépítéséhez vagy a halmaz fogalmának Cantor-féle leírásához.

Poincaré a logicizmus mind russelli, mind frege-i verzióját kritizálta. Egyiken sem lehet túl erős fogást találni, mert a filozófiai álláspontok olyan feltevéseket is tartalmaznak, amiket a másik fél nem fogad el. Jellemzően így az ellenfél, közös alap hiányában, úgy tudja vitatni az ellenfél álláspontját, hogy megmutatja, ha még az-ét-és-ezt a premisszát is hozzávenné a feltételekhez, akkor ellentmondásra jutna. Ez pozitívuma is az analitikus (lényegében a vitatkozó) filozófiának, hiszen logikai módon (azaz kemény eljárással) diszkvalifikálja az összeférhetetlen hipotéziseket. Jó esetben ebből még az is következhet, hogy az ellenfél feltételrendszere valóban ellentmondásos. Russell ezt alkalmazta Frege felépítésével szemben, amikor annak jelentéselmélete ellen érvelt és ellentmondást talált benne.

Ezt alkalmazta Poincaré is, amikor amellett érvelt, hogy a logika axiómáiból nem következnek a projektív geometria axiómái. Russell állítása ugyanis az volt, hogy az igazi geometria a projektív geometria, míg Poincaré az euklideszi geometria mellett tette le a voksát. A két nagy szerző azon kapott hajba, hogy melyik geometria az, amelyik szerint az emberi elme felfogja, felismeri a térbeli különvilágot. Az utókor felől nézve ez a vita persze megmosolyogtató, lévén, mára azt is tudjuk, hogy a tér görbülete attól is függ, hogy milyen fizikai körülmények között vagyunk. Mi több, az, hogy a vizuális különvilágot hogyan érzékeli az emberi ágens, egy külön tudományra, a kognitív tudományra tartozik. Ez a tudomány pedig ma már azt állítja, hogy nem pusztán geometriai, hanem elsősorban valószínűségi, statisztikai algoritmusok játszhatnak szerepet az agyi vizuális kognitív folyamatokban.

A másik analitikus stratégia, hogy a vita egyik szereplője rámutat arra, hogy ugyanazt a filozófiai kérdést más feltételekkel is meg lehet válaszolni, konkrétan az ellenfél feltevései nélkül. Gyakorlatilag ez Occam-borotvájához hasonlít, azzal a különbséggel, hogy most nem a felesleges premisszák elhagyása a cél, hanem annak megmutatása, hogy nincs az ellenfélnek megsemmisítő eszköz a kezében a másik ellen, mert akár anélkül is megoldható lenne az adott probléma.

Poincaré a logicizmus elleni küzdelmében több olyan érv kezdeményét felfedezte, ami később alapvető jelentőségű volt akár a matematikafilozófia logicizmustól való eltávolodásában, akár az úgy nevezett fundácionalizmus elvetésében. Ez utóbbi tantárgyak nevében is túlél (a matematika alapjai), bár ha van valami, amire megtanított minket a versengő matematikafilozófiák 20. századi cicaharca, az az, hogy a matematika alapjainak kutatása, ha nem is hiábavalóság, de mindig beleütközünk olyan korlátozó természetű tételekbe, amik gátat szabnak a szilárd alap lerakásának.

Russell filozófiája elleni érvelésében arra mutat rá, hogy a végtelenségi axióma feltételezése eleve elrontja a logicista építményt, hiszen olyan szakmai axiómát ad hozzá az addig tisztán logikai építményhez, ami megkérdőjelezi a logika matematikától való érintetlenségét. És valóban. Az ugyan igaz, hogy bármely egyedi természetes számot tartalmazó mondat kifejezhető pusztán logikai terminusokkal, de a teljes indukció következtetési szabálya már nem vezethető le a maradék axiómarendszerből. Egy másik lehetőség, hogy úgy definiáljuk a természetes számokat, mint amik teljesítik a teljes indukció sémáját (ez lenne a legszűkebb induktív halmaz). Annak az állításnak az igazolása, hogy létezik ilyen halmaz, csak akkor eredményezheti, hogy *valóban* létezik ilyen halmaz, ha belátjuk az axiómarendszer ellentmondásmentességét. Nos, nehéz elképzelni, hogy ezt a teljes indukció sémája vagy még ennél is erősebb séma nélkül meg lehetne tenni – Poincaré még nem ismerte a Gödel-féle nemteljességi tételeket, vagyis hogy még a teljes klasszikus aritmetika is kevés egy ilyen bizonyításhoz –, lévén a bizonyítások, amikről az állítás azt állítja, hogy nincs köztük az ellentmondást igazoló példány, felsorolhatóan végtelen sokan vannak. Ez viszont ördögi kört eredményezne az érvelésben. Az egyetlen kibúvó, ha feltételezzük, a teljes indukció következtetési szabálya azért érvényes, mert ezt súgja a matematikai intuíciónk – vagy egyszerűen: mert igaz. Visszatérünk tehát oda, hogy a logicista álláspont nem tarthatatlan. Poincaré azt annyira komolyan gondolta, hogy azon az állásponton volt, hogy a matematika alapintuíciója a természetes számok és induktív tulajdonságuk.

Poincaré másik komoly vitája Frege-vel illetve a matematikai platonistákkal zajlott. A matematikai realisták vagy platonisták szerint azok a tárgyak, amelyekről a matematikai állítások beszélnek, létező dolgok, bár nem a téridőben léteznek, hanem az absztrakt objektumok világában. Frege-t lenyűgözte a matematika objektivitása, és az a siker, ami a matematika formalizálását kísérte, amivel ez a tudomány a legegzaktabb jelzőt vívta ki magának. Frege ősellensége volt a pszichologizmusnak, azaz annak a nézetnek, hogy a matematikai objektumok olyan képzetek, amelyeket az emberi elme hoz létre. Márpedig Poincaré központi elemnek tartotta az emberi intuíciót, hasonlóan Brouwerhez vagy Hilberthez. A platonizmussal két elvi és egy gyakorlati probléma van. Az elméleti kérdések, amikre a platonisták nem szívesen szeretnének válaszolni, hogy hol laknak a matematikai tárgyak és hogy mi az a mágikus képesség, amely a téridőben létező embert képessé teszi arra, hogy a téridőn kívüli, platónati világban létező tárgyakat felismerje. A kézzelfoghatóbb probléma a kutatás az „igazi" matematika után. Frege például azt állította, hogy az igazi, létező geometria az az euklideszi, és bár attól még, hogy a hiperbolikus geometria ellentmondásmentes, még nem tekinthető létezőnek, csak puszta játék a szavakkal. Poincaré szerint, bár az ember a matematikai intuíció által az euklideszi geometriát képes megragadni, de nem zárja ki, hogy más faj képes felfogni a hiperbolikust is. Frege ezek után az objektivitást kérte számon Poincarén. Ha a matematikai tárgyak csak pszichológiai képzetek, akkor mi biztosítja azt az objektivitást és egzaktságot, ami a matematikára jellemző?

Konvencionalizmus és strukturalizmus

Poincaré két nagyon jelentős szociálkonstruktivista megoldást kínált fel az objektivitás biztosítására, ami csak a 20. század második felében kezdett újra felbukkanni a matematikafilozófia tudományában. Természetesen az egyedi emberek agyában más-más intuitív kép élhet a matematikai tárgyakról. Ezek a képek maradéktalanul nem egyeztethetők. Ám a rájuk vonatkozó relációkat már képesek vagyunk kommunikálni és végső soron a matematikusok közötti tudományos kommunikáció biztosítja az objektivitást. Figyeljünk fel arra, hogy ezt a gondolatot már Kalmár László is alkalmazta a közös tudás kialakulásának magyarázatáként! Persze legyinthetünk: ezek álkérdések, és a matematikának semmi köze a pszichológiához. A zavarbaejtő azonban az, hogy a modern logika eredményei szerint még a számelmélet esetén sem biztosítja az elsőrendű logika, hogy a természetes számok axiómarendszerének az izomorfizmus erejéig egyetlen modellje legyen. Amit kitüntetett (sztenderd) modellnek nevezünk, azt konvenció rögzíti számunkra. Poincaré tehát a *konvencionalista* magyarázathoz fordult, és mint később kiderült, zavarbaejtő halmazelméleti tételek vezetnek oda, hogy ez a magyarázat megkerülhetetlen legyen.

Poincaré gondolatai újra felfénylettek a *strukturalizmus* előretörésével. A Frege–Poincaré-vita érvei nagyon ismerősek, Benacerraf híres 1965-ös, *Amik a számok nem lehetnek* című cikke felől visszatekintve. Ebben Benacerraf amellett érvel, hogy akárhogy is definiáljuk a természetes számokat, lesz olyan patologikus tulajdonságuk, amitől ők valójában nem tekinthetők *a* természetes számoknak. Mert, jelenti ki Benacerraf, a természetes számok halmazát az elemei között fennálló relációk, vagyis az általuk meghatározott algebrai struktúra definiálja. Rossz kérdés tehát, hogy mik az egyedi természetes számok, és ezzel együtt a fundácionalista törekvés is hiábavalóság. A struktúrák azok, amik a matematikát azzá teszik, amik. Ez a gondolat Poincarénél is megjelenik, amikor a geometria algebrizálásának a Felix Klein által megkezdett programját eredményesen és kreatívan folytatta az algebrai topológiában.

Meg kell azonban jegyezni, hogy Poincaré strukturalizmusa nem terjeszkedik túl a konstruktív kereteken, amennyiben a struktúrák mentális megragadását továbbra sem választja szét az intuíciótól és a nyelvközösség gyakorlatától. Ebben az értelemben in re strukturalista, azt gondolja, hogy a matematikai tárgyak egzisztenciáját mentális tapasztalaink és az ezekhez társuló intuícióink alapozzák meg. Meglepő módon formalista is. Egyáltalán nem gondolja azt, amit Brouwer, hogy a matematika nyelv nélküli mentális tevékenység lenne. Poincaré a nyelvet elengedhetetlennek tartja a matematika objektivitásának fenntartása érdekében. Elképzelései tehát nagyon közeliek Hilbert matematikaképéhez, ami viszont nem is annyira meglepő, lévén mindketten kivételesen eredményes, gyakorló matematikusok voltak.

Poincaré hatása a matematika alapjaira

Poincaré hatását a matematikára és a fizikára felbecsülni sem lehet. Viszont már az eddigiekből is kiderült, hogy a matematikafilozófia és a matematika megalapozásának témája is sokat tanult tőle. Talán az egyik legfigyelemreméltóbb tanulság, hogy nem kell a strukturalizmusra és a belőle származó kategóriaelméletre úgy gondolnunk, mint ami a valóságtól és a gyakorlattól messze elrugaszkodott elméleti terület. Poincaré azzal, hogy egy meglehetősen konstruktív fogalmat, a matematikai indukciót tekintette a matematika alapintuíciójának azzal együtt is, hogy strukturalista volt, elképzelhetővé tett egy olyan matematikát, ami egyensúlyt tart a konkrét és az absztrakt tudás között. És valóban! Az az ismeret, hogy a természetes számok kategoriaelméleti, strukturális módon is definiálhatók, illetve az, hogy erre alapozható a matematika, olyan gyakorlatközeli területeken is megjelent, mint a programnyelvek tervezése és az úgy nevezett certified programming, ami nemcsak programhelyesség ellenőrzésre, de matematikai bizonyítások formalizálására és verifikálására is alkalmazható. Végigtekintve Poincaré munkásságára, ő volt az első, aki elképzelhetővé tette a matematika egy olyan konstruktívista/intuicionista felépítését, amely egyszerre képes nagyon absztrakt fogalmakat is megragadni, de konkrét feladatokat is konstruktív módon kezelni.

Irodalomjegyzék

Benacerraf, P. (1965). Philosophy of mathematics: What numbers could not be. *The Philosophical Review*, *74*, 47.

Buber, M. (2017). Aus: Philosophical Interrogations. In A. Noor & K. Schreck (Ed.), *Band 12 Schriften zu Philosophie und Religion* (pp. 534–576). Gütersloh: Gütersloher Verlagshaus. https://doi.org/10.14315/9783641248611-028

Dummett, M. (1976), "Is Logic Empirical?", in H. D. Lewis (ed.), Contemporary British Philosophy, 4th series (London: Allen and Unwin), pp. 45–68. Reprinted in M. Dummett, *Truth and other Enigmas* (London: Duckworth,1978), pp. 269–289

Heinzmann, Gerhard and David Stump, "Henri Poincaré", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2022 Edition), Edward N. Zalta (ed.), https://plato.stanford.edu/archives/sum2022/entries/poincare/

Putnam, H. "Is Logic Empirical?" Boston Studies in the Philosophy of Science, vol. 5, eds. Robert S. Cohen and Marx W. Wartofsky (Dordrecht: D. Reidel, 1968), pp. 216–241. Repr. as "The Logic of Quantum Mechanics" in Mathematics, Matter and Method (1975), pp. 174–197.

Léna Soler, Sjoerd Zwart, Michael Lynch, and Vincent Israel-Jost (eds.), *Science after the Practice Turn in the Philosophy, History, and Social Studies of Science*, Routledge, 2014.

Schumann, A. (2021). Logic from Kant to Russell. Laying the Foundations for Analytic Philosophy. *History and Philosophy of Logic*, *43*, 400–404.

Jairo José da Silva, "On mathematical intuition. A phenomenological approach to Poincaré's philosophy of arithmetic", Philosophia Scientiæ, 1(2) (1996), p. 87–99 http://www.numdam.org/item?id=PHSC_1996__1_2_87_0

Molnár Zoltán Gábor

BME, Algebra Tanszék

---

[1] Poincaré szerteágazó tudományos munkásságáról és a francia és európai elittel ápolt kapcsolatairól az érdeklődő olvasó a MacTutor matematikai archívumben nézhet utána.

[2] Id. korábbi cikkünket: https://ematlap.hu/gazda-g-sag-2019-6/872-hogyan-lehetunk-dollarmilliomosok

[3] Id. a szerző korábbi cikkeit: https://ematlap.hu/konyvespolc-2021-8/1080-russeltol-godelig, https://ematlap.hu/konyvespolc-2020-12/1001-vilagos-gondolatok-elmehunyt-idokben

Érintő
Elektronikus Matematikai Lapok

Aktuális szám: 27. szám 2023. március Válasszon: ›

Gselmann Eszter 2023. MÁRCIUS, GAZDASÁG – TECHNIKA – MŰVÉSZET

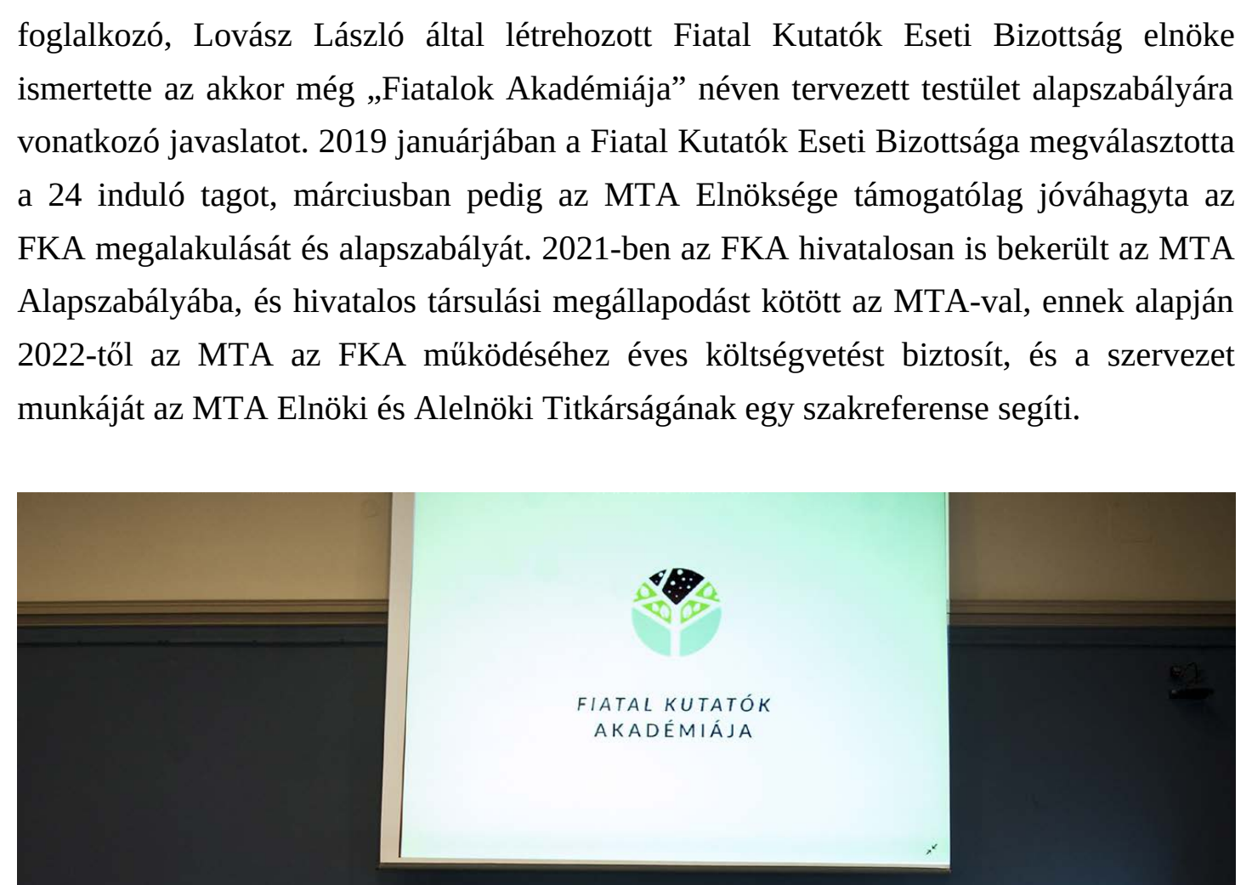
Miért jó a Fiatal Kutatók Akadémiája − egy matematikus szemével

Az első fiatal akadémiát, a Die Junge Akademie-t 2000-ben Németországban alapították. Ez olyan folyamatokat indított be, hogy ma már a világon mintegy 54 nemzeti fiatal akadémia működik Albániától Zimbabwéig. Ezeken a szervezeteken kívül, amelyek általában 25 és 60 között van a taglétszáma, további öt hasonló, az előzőektől független régiós vagy nemzetközi szervezet működik, köztük a 2010-ben alapított Global Young Academy, illetve a 2012 óta működő Young Academy of Europe. Bár a világ fiatal akadémiáinak működési keretei, jogi, illetve pénzügyi helyzete sokféle, mindannyian fő célkitűzésüknek tekintik azt, hogy hiteles, naprakész információval szolgáljanak a tudomány legaktuálisabb eredményeiről a társadalom számára, támogassák a fiatal kutatókat, illetve, hogy közvetítsenek a (fiatal) kutatók és a döntéshozók között. Saját meghatározása szerint a hazai Fiatal Kutatók Akadémiája (FKA):

> *„a magyarországi fiatal kutatók sajátos nemzedéki érdekeinek képviseletére létrejött, alulról szerveződő tudományos társaság. A Magyar Tudományos Akadémia (MTA) elnökének és tagjainak támogatása mellett, 2019 májusában megalapított FKA arra törekszik, hogy felszínre hozza a fiatal kutatók problémáit és segítsen a megoldásukban. Céljai között szerepel emellett a tudományos kiválóság elősegítése, a tudományos pályán érzékelhető egyenlőtlenségek enyhítése, a tehetséggondozás, valamint a társadalom szélesebb rétegei felé történő minőségi tudományos ismeretterjesztés is, az MTA céljaival és küldetésével összhangban.”*

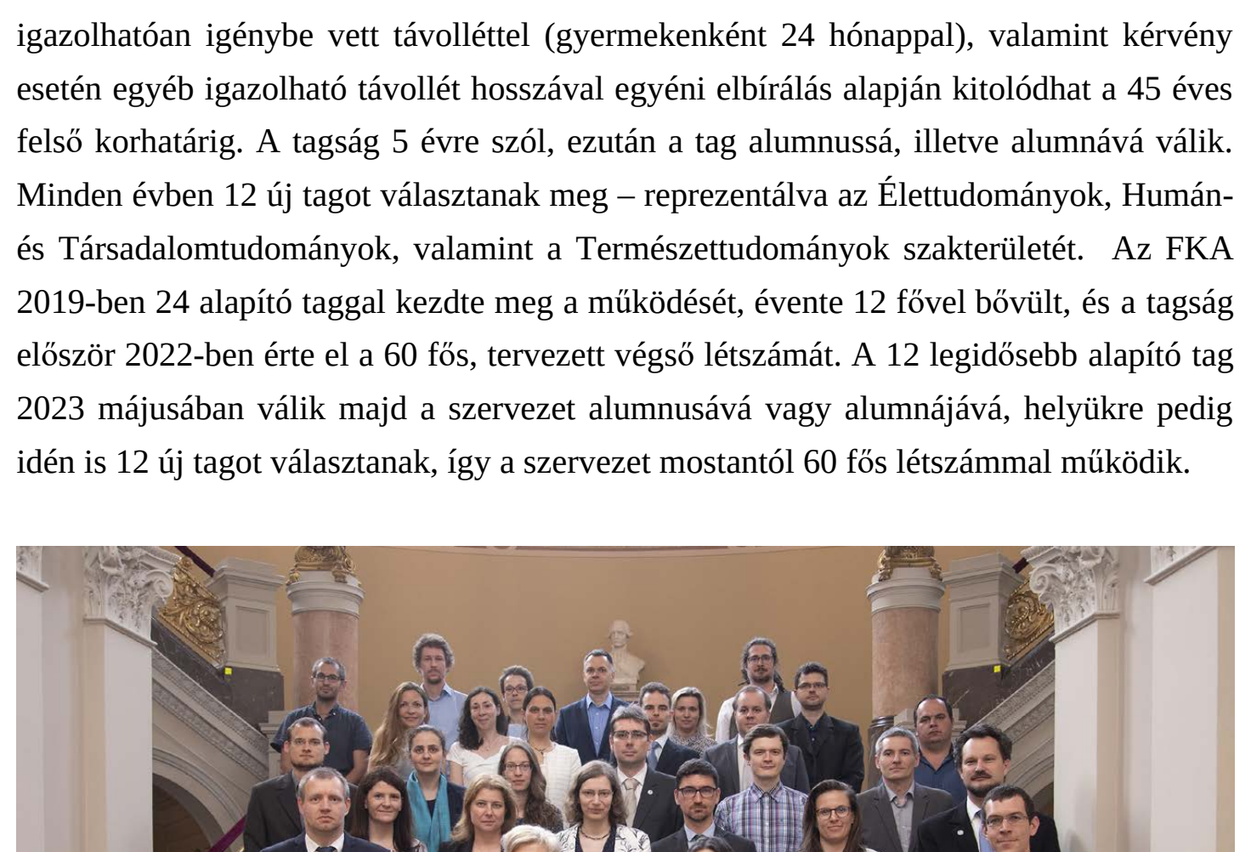
FIATAL KUTATÓK AKADÉMIÁJA

Bár a magyarországi FKA megalakulását számos ország fiatal akadémiájának megalakulása előzte meg, a szervezet 2019-es megalapításához rengeteg előkészítő munkára volt szükség. Az FKA története 2016 nyarán kezdődött, amikor *Toldi Gergely* alapító tag felkereste *Lovász Lászlót*, az MTA elnökét a szervezet létrehozásának ötletével. Elnök úr támogatásával ekkor indult meg az az előkészítő munka, amelynek eredményeként 2017-ben, az MTA 188. közgyűlésén első alkalommal megrendezték a Fiatal Kutatók Fórumát. Az eseményen a résztvevőknek lehetőségük nyílt arra, hogy megismerjék egymás véleményét és javaslatokat fogalmazzanak meg a különböző tudományterületeken dolgozó fiatal kutatók helyzetéről. A Fiatal Kutatók Fórumával egyidőben megkezdődött egy „Fiatalok Akadémiájá”-nak létrehozását előkészítő munka. 2018 májusában *Pósfai Mihály* akadémikus, a fiatal kutatók helyzetével foglalkozó, Lovász László által létrehozott Fiatal Kutatók Eseti Bizottság elnöke ismertette az akkor még „Fiatalok Akadémiája” néven tervezett testület alapszabályára vonatkozó javaslatot. 2019 januárjában a Fiatal Kutatók Eseti Bizottsága megválasztotta a 24 induló tagot, márciusban pedig az MTA Elnöksége támogatólag jóváhagyta az FKA megalakulását és alapszabályát. 2021-ben az FKA hivatalosan is bekerült az MTA Alapszabályába, és hivatalos társulási megállapodást kötött az MTA-val, ennek alapján 2022-től az MTA az FKA működéséhez éves költségvetést biztosít, és a szervezet munkáját az MTA Elnöki és Alelnöki Titkárságának egy szakreferense segíti.



A Fiatal Kutatók Akadémiájának alapító tagjai

FKA tagságra pályázatot nyújthat be minden olyan kutató, aki az MTA köztestületének tagja, és első PhD-fokozatának megszerzése óta kevesebb, mint 12 év telt el, valamint taggá válása évében még nem tölti be 41. életévét. A korhatár a gyermeknevelési céllal igazolhatóan igénybe vett távolléttel (gyermekenként 24 hónappal), valamint kérvény esetén egyéb igazolható távollét hosszával egyéni elbírálás alapján kitolódhat a 45 éves felső korhatárig. A tagság 5 évre szól, ezután a tag alumnussá, illetve alumnává válik. Minden évben 12 új tagot választanak meg – reprezentálva az Élettudományok, Humán- és Társadalomtudományok, valamint a Természettudományok szakterületét. Az FKA 2019-ben 24 alapító taggal kezdte meg a működését, évente 12 fővel bővült, és a tagság először 2022-ben érte el a 60 fős, tervezett végső létszámát. A 12 legidősebb alapító tag 2023 májusában válik majd a szervezet alumnusává vagy alumnájává, helyükre pedig idén is 12 új tagot választanak, így a szervezet mostantól 60 fős létszámmal működik.



Az FKA tagjai 2022-ben

Az FKA legfőbb döntéshozó testülete a taggyűlés, amely évente legalább egyszer ülésezik. Az FKA ügyvitelét a két társelnökből (jelenleg *Solymosi Katalin* és *Kecskés Gábor*) és további öt választott vezetőségi tagból álló vezetőség látja el. 2022. május 1-től az FKA vezetőségi tagjai*: Bálint Erika, Dömötör Orsolya, Fröhlich Georgina, Lencsés Ákos és Wilhelm Imola*. A vezetőségi tagokat egy évre választja a tagság, ugyanazon tag vezetőségi tagnak legfeljebb három alkalommal választható meg. A társelnököket két évre választják, egy év eltéréssel, így mindig van egy úgynevezett "bejövő" társelnök (jelenleg Kecskés Gábor, akit 2022-ben választott az FKA), és egy „kimenő” társelnök (aki jelenleg a 2021-ben társelnökké választott Solymosi Katalin). A vezetőség feladatait és hatáskörét az FKA alapszabálya rögzíti.

Az FKA munkáját nemzetközileg is elismert kutatókból álló Tanácsadó Testület segíti, amelynek tagjai 2022 és 2025 között:

- *Ádám Veronika* (az MTA rendes tagja, Semmelweis Egyetem)
- *Czigány Tibor* (az MTA rendes tagja, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem)
- *Csépe Valéria* (az MTA rendes tagja, Természettudományi Kutatóközpont, Pannon Egyetem, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem)
- *Erdei Anna* (az MTA rendes tagja, az MTA főtitkárhelyettese, Eötvös Loránd Tudományegyetem)
- *Kamarás Katalin* (az MTA rendes tagja, Wigner Fizikai Kutatóközpont)
- *Kenesei István* (az MTA rendes tagja, Nyelvtudományi Kutatóközpont, Szegedi Tudományegyetem)
- *Kiss L. László* (az MTA rendes tagja, Csillagászati és Földtudományi Kutatóközpont)
- *Kollár László Péter* (az MTA rendes tagja, az MTA főtitkára, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem)
- *Kondorosi Éva* (az MTA rendes tagja, Szegedi Biológiai Kutatóközpont)
- *Lamm Vanda* (az MTA rendes tagja, az MTA alelnöke, Társadalomtudományi Kutatóközpont, Széchenyi István Egyetem)
- *Lovász László* (az MTA rendes tagja, Eötvös Loránd Tudományegyetem)
- *Pósfai Mihály* (az MTA rendes tagja, Pannon Egyetem)
- *Somogyi Péter Pál* (akadémikus, University of Oxford)
- *Stipsicz András* (az MTA rendes tagja, Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet)
- *Szabó István* (PhD, az NKFIH elnökhelyettese)

Ahogyan azt a Six reasons to launch a Young Academy című, a Nature-ben megjelent cikkünkben is írtuk, azt gondoljuk, hogy egy fiatal akadémia többek között az alábbiak miatt hasznos elsősorban a fiatal kutatói rétegnek, de tágabb perspektívából nézve az egész tudományos közösségnek és a társadalomnak is.

Tájékoztatás

A fiatal akadémiák fontos szerepet vállalnak a tudományos eredmények megfelelő kommunikálásában, a tudományos pálya népszerűsítésében, illetve a tudomány és a társadalom közötti kapcsolatok szorosabbá tételében. Tudománynépszerűsítő programok szervezésével olyan aktívan kutatott témákat tudnak közel hozni a társadalomhoz, mint például az alternatív gyógyászat, a COVID-19, vagy a klímaváltozás. Ezeknek a programoknak a célja, hogy tájékoztassák a résztvevőket a legújabb tudományos eredményekről, vagy hogy felhívják a közvélemény figyelmét például az oltás, vagy a környezetvédelem fontosságára. A tudományos pálya népszerűsítésével egyúttal támogatják a tudományos utánpótlást is. Példaként említjük meg a finn, illetve a norvég fiatal akadémia „Meet a Researcher”, illetve „Book a Researcher” programjait, illetve az MTA 2020-ban indított Középiskolai MTA Alumni Programját, ahol (fiatal) kutatók az egykori alma materükben beszélhetnek kutatói pályájukról, népszerűsíthetik kutatási területüket és a kutatói életpályát. Ezen kívül az FKA eddig négy alkalommal rendezett úgynevezett Tudománykommunikációs workshopot. A legutóbbi ilyen rendezvényre 2022. február 2-án került sor, a program címe pedig Hitelesen a tudományról – Hogyan küzdhet egy kutató az áltudományos tanok ellen?

Ez a böngésző nem tudja lejátszani a videót.

Ezeken a programokon a tudománykommunikációban jártas és tapasztalt kutatókkal, illetve alkalmanként tudományos újságírókkal és szakemberekkel járunk körbe egy-egy, az ismeretterjesztés és a társadalmi kommunikáció szempontjából kiemelten fontos témakört. A szervezet megalakulása óta részt veszünk a Magyar Tudomány Ünnepe programsorozatban is, ahol szintén fontos tudományos kérdéseket beszélünk meg fiatal vagy középgenerációs előadókkal és kerekasztal-résztvevőkkel, közérthető módon, általában rövid előadások keretében.

Nyílt tudomány

Több fiatal akadémia támogatja, illetve javasolja a nyílt hozzáférést a kutatási adatokhoz (open data) és eredményekhez vagy publikációkhoz (open access). Ezzel kapcsolatban például a holland fiatal akadémia egy podcastot indított az Utrechti Egyetemen The Road to Open Science címmel. Kiemelkedő ebben a témakörben a Young Academy of Europe más fiatal akadémiákkal és a cOAlition S elnevezésű kezdeményezéssel közös rendezvénye, amelyen igyekeztek mind a kutatói réteg, mind a döntéshozók figyelmét felhívni az open science és az open data fontosságára. Az FKA nemrég jelezte az NKFIH-nak, hogy hivatalosan is csatlakozni szeretne a Nyílt Tudományról (Open Science) szóló Nemzeti Állásfoglaláshoz, mivel úgy érezzük, hogy a publikációs szokások elmúlt években megfigyelt gyors átalakulása kapcsán fontos a fiatal kutatók részvétele, tájékoztatása, támogatása és képviselete a formálódó hazai szakpolitikában.

Tudománypolitika

Számos fiatal akadémia publikál cikkeket nemzeti és nemzetközi folyóiratokban különböző, elsősorban a fiatal kutatókat érintő, aggodalomra okot adó kérdésekről és megoldási javaslatokról. Ehhez kapcsolódóan alkalmanként felméréseket végeznek, amelyek eredményei nemcsak a tudományos közösség tagjaihoz, de a társadalom szélesebb köreihez, valamint a tudománypolitikai döntéshozókhoz, a jogalkotókhoz, és a különböző pályázatok finanszírozóihoz is eljuthatnak. Egy ilyen kezdeményezés például a Young Academy of Europe 2019 júniusában végzett kérdőíves felmérése, ami rávilágított arra, hogy egy fiatal kutató heti 40 óránál jóval többet dolgozik, és rengeteg adminisztratív munkát is el kell látnia az oktatási és kutatási feladatai mellett. Hasonló eredményt mutatott ki az FKA 2021-es felmérése is. Fontos kiemelnünk az FKA két kérdőíves felmérését, hiszen az FKA megalakításának gondolatához erősen hozzájárult egy 2018-ban történt felmérés, valamint az első Fiatal Kutatók Fóruma is.

Ezen az alkalmon Toldi Gergely ismertette a Global Young Academy és a Young Academy of Europe tevékenységét és a magyar szervezet létrehozásának szándékát. A kerekasztal-beszélgetés után felmerült annak az igénye, hogy a fiatal kutatókat érintő problémákat szisztematikusan összegyűjtsük és megoldási javaslatokat kínáljunk.

II. Fiatal Kutatók Fóruma

Ennek nyomán a fórum néhány résztvevője 2018-ban elkészítette az első olyan nagyszabású felmérést Magyarországon, ami a 45 év alatti fiatal kutatók helyzetét, nehézségeit elemzi. A 2018 tavaszán készült Fiatal kutatók Magyarországon című felmérés rávilágított arra, hogy

> *„a tudományos pálya választásában a fiatalok legfőbb motivációját a felfedezés izgalma és a tudományos elhivatottság jelenti. Ez a kezdeti lelkesedés azonban, mely a tevékenység jellegéből természetes módon fakad, és mindenfajta aktív tudománypolitikai stratégia nélkül is megjelenik, önmagában nem elegendő a kutatók hosszú távú szakmai fejlődéséhez és magánéleti boldogulásához. Kérdőívünk válaszadói számos olyan problémára hívják fel a figyelmet, melyek azonnali kezelést igényelnek. A fiatalok tudományos pályán maradását elsősorban a személyes anyagi nehézségek, a kutatási források hiánya és a nem kiszámítható, nem tervezhető szakmai karrier nehezítik meg.“*

2021-ben végzett kérdőíves felmérésünk eredményeit 2022 májusában mutattuk be a Fiatal Kutatók Fórumán, és 2022 októberében publikáltuk. Helyhiány miatt ezzel kapcsolatban csak annyit emelnénk ki, hogy a *Lengyel Balázs* FKA tag mint vezető kutató irányításával, az FKA, a TÁRKI, az MTA Könyvtár és Információs Központ, a Közgazdaság- és Regionális Tudományi Kutatóközpont és a Budapesti Corvinus Egyetem együttműködésével megvalósuló felmérés meglepő egyenlőtlenségeket tárt fel a fiatal kutatók fizetése tekintetében (a nők alacsonyabb keresetűek, mint a férfiak, és a vidéki munkahelyen dolgozó kutatók is szignifikánsan alacsonyabb havi összjövedelemmel rendelkeznek, mint a budapestiek). A kutatásban több mint 1000 válaszadó hozzájárult, hogy biztonságos adatszobában összekapcsoljuk MTMT adatait egyéb, személyes válaszaikkal. Ennek köszönhetően egyértelműen kimutattuk, hogy 30-40 év között a kisgyermekes kutatónők publikációs aktivitása visszaesik, és ennek elhúzódó negatív hatása, hogy a nők cikkeinek átlagos idézettsége is szignifikánsan elmarad a férfiakétól. (Ez feltehetően a 30-40 éves korukban, a gyermekneveléssel töltött időszakban meg nem írt cikkekre meg nem kapott hivatkozásokkal függhet össze.) Vizsgáltuk a COVID hatását a kutatói munkára, illetve tudományos publikációkban a későbbiekben hálózatkutatói szempontból részletesen elemezni fogjuk a hazai fiatal kutatók társszerzői és mentori hálózatait is.

A tudománypolitikához kapcsolódóan fontos megemlíteni, hogy az FKA mint szervezet, részben a felmérések adataira alapozva több döntéshozót (pl. NKFIH, Tempus Közalapítvány, Lendület és Bolyai Kuratórium) is megkeresett különböző, fiatalokat érintő problémával vagy javaslattal, például egyes pályázatok kiírása, elbírálása és értékelése kapcsán. Utóbbihoz kapcsolódóan egy „white paper”-ben foglaltuk össze, hogy fiatal kutatói szemmel milyen egy ideális pályázati eljárás minden egyes eleme. Ezen kívül az MTA és a Fiatal Kutatók Akadémiája (FKA) közötti együttműködés és a fiatal kutatók képviselete jegyében az FKA vezetőségének öt tagja kapott felkérést részvételre összesen három elnöki, illetve elnökségi bizottság munkájában. A Nők a Kutatói Életpályán Elnöki Bizottságban Solymosi Katalin felel a kapcsolattartásért az FKA-val. A Tudományértékelési Elnöki Bizottságba doménenként egy-egy vezetőségi tagot delegált az FKA (*Dékány Évát, Gselmann Esztert* és *Török Pétert*). Az MTA és Könyvtárának 200 éves fennállását köszöntő ünnepségekre 2025-ben kerül majd sor, az előkészítő elnökségi bizottság munkáját pedig *Máté Ágnes* FKA-tag segíti. Ezenkívül az MTA tudományos szakbizottságai közül immár kilenc bizottságban képviselteti magát a Fiatal Kutatók Akadémiája egy-egy tagja.

Az FKA a hazai fiatal kutatókat a nemzetközi tudománypolitikában is képviseli, szorosan együttműködve a többi európai fiatal akadémiával. Meg kell említeni, hogy 2020. december 2-án 12 fiatal akadémia (Belgium, Dánia, Finnország, Németország, Magyarország, Hollandia, Norvégia, Lengyelország, Románia, Skócia, Spanyolország, Svédország fiatal akadémiái), valamint a Young Academy of Europe és Global Young Academy együttműködéseként megalakult a YASAS (the Young Academies Science Advice Structure). Fő célkitűzésük, hogy elmélyítsék az európai fiatal akadémiák közötti információáramlást, és megerősítsék a fiatal kutatók hangját az európai tudománypolitikában és tudományos tanácsadásban. A YASAS további célja, hogy hozzájáruljon az Európai Bizottság Tudományos Tanácsadó Mechanizmusához (European Commission’s Scientific Advice Mechanism) azáltal, hogy 2022 májusától hivatalosan is csatlakozott a Science Advice for Policy by European Academies (SAPEA) projekthez. A SAPEA korábban öt európai tudományos akadémiai hálózatot egyesített. Ezek az Európai Bizottság felkérésére fontos, döntéselőkészítést támogató, interdiszciplináris szakmai háttéranyagokat és javaslatokat dolgoztak ki olyan kérdésekben, mint például a szűrőeljárások szerepe a rák megelőzésében, korai felismerésében és gyógyításában. A YASAS hatodik tagként csatlakozott 2022-ben a hálózathoz, így a tudományos tanácsadási folyamatba ezentúl jobban bekapcsolódhatnak fiatal szakértők is, és így jellegzetes korosztályos nézőpontjuk, szemléletük is jobban megjelenhet a munkákban.

Hálózatépítés

A fiatal akadémiák olyan multidiszciplináris közeget nyújtanak, tekintve, hogy ezekben tipikusan minden nagyobb tudományterület reprezentált, ami lehetővé teszi tagjai számára, hogy különböző perspektívából lássák a tudományos életet, illetve a tudományos pályát és gondolataikról, nézeteikről egymással tapasztalatokat cserélhessenek.

Ahogyan azt az egyik, az FKA-t népszerűsítő Youtube videóban, a „Miért jó a Fiatal Kutatók Akadémiájához tartozni?” kérdésre válaszolva kifejtettem:

> *„Hacsak nem folytat az ember kifejezetten interdiszciplináris kutatásokat, leginkább a saját területe kutatóival van szorosabb kapcsolata. A Fiatal Kutatók Akadémiája tagságok egyik legpozitívabb hozadéka az, hogy itt az MTA mind a 11 osztályából vannak tagok. Ez segített abban, hogy megértsem, hogy hogyan dolgozik egy olyan fiatal kutató, akinek a területe messze, vagy messzebb esik az én kutatási területemtől. Az érzékenyítésen túl ennek a közösségnek kulcsfontosságú szerepe van abban is, hogy ez egy jó értelemben vett kapcsolati háló, illetve tőke. Rengeteg olyan információt osztunk meg egymással, amely nekünk személyesen, vagy akár a kollégáinknak is nagyon hasznos lehet.”*

A hasonló interdiszciplináris közös gondolkodás pedig sok esetben vezethet kiemelkedő, ígéretes kutatási témák kialakulásához.

Mentorálás

Szinte mindegyik fiatal akadémia az egyik legfontosabb küldetésének tekinti a fiatal kutatók mentorálását, karrierfejlesztését, amely leggyakrabban tudománykommunikációs workshopok keretében, pályázatokkal kapcsolatos fórumok, egyéni tanácsadás, illetve különböző mentori programok során valósul meg. Programjai szervezésekor ezt az FKA is mindig igyekszik szem előtt tartani. Ahogyan már fent is írtuk, az FKA megalakulása is egy ilyen programhoz, az I. Fiatal Kutatók Fórumához kötődik. Az első alkalom óta az MTA Közgyűléséhez kapcsolódóan évente kerül megrendezésre ez az esemény. A mentorálással kapcsolatban mindenképpen meg kell jegyezzük, hogy az FKA idén immár harmadik alkalommal hirdeti meg az MTA Bolyai János Kutatási Ösztöndíj elnyerését segítő mentorprogramját (Bolyai mentorprogram), és idén először kiegészíti azt pilot jelleggel a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) által támogatott posztdoktori (PD) kutatástámogatás elnyerését segítő mentorprogrammal (NKFIH_PD mentorprogram) is. A fiatal kutatók nemzetközi pályázatokon való sikerességét segíti, hogy a Marie Skłodowska-Curie Actions kapcsán immár két éve az NKFIH-val közösen információs webináriumot és pályázatírást támogató gyakorlati workshopot is szerveztünk kimenő posztdoktoroknak, illetve egy esetben a befelé irányuló mobilitás iránt érdeklődőknek.

Ezenkívül számos fiatal akadémia javasol elveket és iránymutatásokat mind a fiatal kutatók, mind a döntéshozók számára a fenntartható tudományos karrier érdekében (ld. tudománypolitika). Az ilyen típusú mentorálás segíthet a fiatal kutatóknak önálló karrierútjuk megtervezésében. A pályán fellépő bizonyos nehézségekhez kapcsolódóan az elmúlt két évben a mentális egészséggel foglalkozó FKA-s webináriumot is szerveztünk, témája 2022 októberében a munkamánia és kiégés volt. Több programunk videója az FKA YouTube csatornáján elérhető és visszanézhető.

Egyenlőség, diverzitás és inklúzió

A kutatói pálya számos kihívásának nehéz hosszú távon megfelelni, számos tehetség vész el az ország számára egyéni (családi, anyagi vagy egyéb) körülmények miatt. A fiatal kutatói szervezetek fontosnak tartják, hogy feltárják az okokat, amelyek ezen tehetségek lemorzsolódásához vezetnek, és ajánlásokat fogalmazzanak meg vagy speciális támogatási formákat javasoljanak azzal kapcsolatban, hogyan lehetne őket is a kutatói pályán tartani. Kisgyermekes édesanyaként a saját bőrömön tapasztalom, hogy a családalapítás óriási hatással van a fiatal kutatók karrierjére. A gyermekgondozási céllal igénybe vett távollét főként a nőket érinti – különösen igaz az olyan hagyományos családmodellel rendelkező országokban, mint Magyarország. Ez számos esetben vezet ahhoz, hogy az akadémiai szférában a nők aránya fokozatos csökken a karrier magasabb állomásai felé haladva, ezt a jelenséget leggyakrabban a „szivárgó vezeték” (leaky pipeline) metaforával írják le. A foglalkoztatási- vagy karrierolló kinyílását (pontosabban a férfiak és nők vertikális szegregációját) számos tanulmány és adat támasztja alá, emellett jellemző az is, hogy a nőket karrierjük során később léptetik elő, mint a férfiakat, illetve később szerzik meg például az MTA doktora címet. Az MTA által az egyetemek feladatáról kezdeményezett 2021-es fórum szerkesztőbizottsága arra kért fel bennünket *Solymosi Katalinnal*, hogy az FKA tagjaiként a vitához a felsőoktatásban vagy (tágabb értelemben) a K+F+I-szférában dolgozó nők és kisgyermekesek aspektusából szóljunk hozzá. A felsőoktatás diverzitásának növeléséhez alapvető szemléletváltásra van szükség című vitacikkünkben igyekszünk rávilágítani arra, hogy fontos megértenünk, hogy az egyes életszakaszokban mi akadályozza vagy lassítja a kutatónők pályán maradását és önálló, sikeres vezető kutatóvá válását. Ezen kívül arra a kérdésre igyekeztünk válaszolni, hogy hogyan lehetne támogatni a kisgyermekes kutatókat és kutatónőket a felsőoktatási életpályán. Itt a gyermekvállalás támogatásáról, a nettó karrierút számításának jelentőségéről, a személyes mentoráció fontosságáról, a rugalmas oktatói-kutatói státuszok biztosításának pozitív hatásairól, illetve a nők láthatóvá tételének kulcsfontosságú szerepéről írtunk bővebben.

A 2022-es évben rendeztük meg első olyan Esélyegyenlőségi webináriumunkat, amelyen az FKA látássérült tagja, *Szentgáli-Tóth Boldizsár* osztotta meg tapasztalatait azzal kapcsolatban, hogy alkotmányjogászként milyen speciális szoftverek vagy applikációk tudják segíteni őt látássérültként a kutatómunkában. Célunk, hogy felhívjuk a figyelmet a tudományban kisebbségben lévő, valamilyen szempontból hátrányt szenvedő tehetségek problémáira, és támogassuk őket szakmai munkájuk sikeressé tételében.

Egy matematikus perspektívája

A fentiekben több példán keresztül, számos szempontot figyelembe véve igyekeztem bemutatni azt, hogy miért fontos a fiatal kutatók, általánosságban véve az egész kutatói réteg, de akár a társadalom számára az FKA.

> *Arról viszont eddig még nem írtam, hogy egy matematikusnak, illetve nekem személy szerint miért fontos az FKA- tagság. Egész egyszerűen azért, mert az ember közösségi lény: kapcsolatokra van szüksége a boldogsághoz és a fejlődéshez, még akkor is, ha alapvetően introvertált. Egy csoport tagjai közösen többet képesek elérni, mint egyesével. Jelentkezésemet az FKA-ba két dolog motiválta: az egyik a kíváncsiság, a másik pedig az, hogy egy közösséghez szerettem volna tartozni.*

Szintén ez a kíváncsiság kellett ahhoz, hogy nem sokkal a megalakulás után jelentkeztem vezetőségi tagnak az FKA vezetőségébe. Matematikusként sokszor érezzük azt, hogy a többi tudományághoz képest a matematika valahogyan mindig egy kicsit más, és ez így is van. Ez nem jelenti azonban azt, hogy ne profitálhatnánk abból, hogy megismerjük más tudományterületek munkamódszereit, attitűdjeit, szokásait. Nagyon sokat segített, hogy személyes elbeszélésekből megismerhettem, hogyan dolgozik egy olyan fiatal kutató, akinek a kutatási területe nagyon messze esik az én kutatási területemtől. Ezek összevetése után sokkal világosabban látszódott számomra az, hogy mik a saját szakmám jó gyakorlatai és mik azok, amiket érdemes lenne másoktól átvennem. Tagtársaimnak köszönhetően szinte az összes hazai és nemzetközi pályázati lehetőséggel megismerkedtem, hallottam a tapasztalataikat, rengetegen bátorítottak arra, hogy különböző pályázatokat benyújtsak, nagyon sok fontos és hasznos tanácsot kaptam. Mindezek mellett hangsúlyoznom kell azt is, hogy az FKA-tagságomra mindig szolgálatként is gondolok: tagnak lenni kiváltság, de egyúttal elköteleződés is, ami vállalásokkal jár. Sokszor egy-egy munka további feladatokat generál. Ezzel kapcsolatban két ilyen feladatot említenék meg. Az Academia Europaea 2020. december 9-én egy konferencia keretében nyitotta meg Budapest Knowledge Hub elnevezésű regionális tudásközpontját, ahol négy párhuzamosan futó, ún. tematikus misszió került kialakításra. Mind a négy tematikus missziót az Academia Europaea egy-egy tagja, valamint a Fiatal Kutatók Akadémiájának egy-egy tagja vezeti. A tudásközpont vezetője *Lovász László*, aki a megalakulás előtt az FKA négy tagját (*Solymosi Katalint, Toldi Gergelyt, Török Pétert* és engem) kért fel egy-egy tematikus misszió társelnökének. Így lettem *Pléh Csaba* Academia Europaea-tag, az MTA rendes tagja mellett a Methodology of Science Education tematikus misszió társelnöke. 2021 januárjában *Kollár László Péter*, az MTA főtitkára arra kérte meg az FKA-t, hogy az delegáljon összesen három vezetőségi tagot az akkor újonnan alakuló Tudományértékelési Elnöki Bizottságba. *Dékány Éva* és *Török Péter* mellett így kerültem ebbe a bizottságba.

Az FKA-ban végzett munkáim közül leginkább a már említett A felsőoktatás diverzitásának növeléséhez alapvető szemléletváltásra van szükség című, Solymosi Katalinnal közös vitacikkünkre vagyok büszke. Katával már szinte az első pillanattól kezdve nagyon jó munkakapcsolat alakult ki közöttünk.

> *A vitacikken rengeteget dolgoztunk, számtalan cikket olvastunk, szó szerint beleástuk magunkat ebbe a témába. A közös munka során rengeteg új dolgot tanultam, sok mindent sikerült megértenem és számos dologban sikerült (úgy érzem, hogy) az előnyömre változnom. A legfontosabb, amit kaptam, azonban nem ez, hanem Kata barátsága, a szó legnemesebb értelmében. Ezért ezt a cikket neki, Solymosi Katalinnak ajánlom. Rendkívül hálás vagyok a barátságáért.*

Gselmann Eszter
Debreceni Egyetem, Természettudományi és Technológiai Kar
Matematikai Intézet, Analízis Tanszék

További információ az FKA-ról

Az FKA honlapja

E-mail cím: fka@titkarsag.mta.hu

Az FKA Facebook oldala

Az FKA Linkedin oldala

Az FKA Twitter oldala

Az FKA YouTube csatornája

Az FKA Alapszabálya

Beszámoló a Fiatal Kutatók Akadémiája 2021 májusa és 2022 áprilisa között végzett munkájáról

A cikkben szereplő fényképek az MTA tulajdonát képezik és az MTA Kommunikációs Osztályának engedélyével kerültek felhasználásra.